

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

# Efeitos das Inomogeneidades da Matéria em Cosmologias Aceleradas

Rose Clívia Santos

Orientador:

PROF. DR. JOSÉ ADEMIR SALES DE LIMA

*Tese apresentada à Universidade Federal do  
Rio Grande do Norte como requisito parcial à  
obtenção do grau de DOUTORA em Física.*

BANCA EXAMINADORA:

**Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima (IAG-USP)**

*Orientador*

**Prof. Dr. Laerte Sodré Júnior (IAG-USP)**

*Examinador externo*

**Prof. Dr. Valdir Barbosa Bezerra (DF-UFPB)**

*Examinador externo*

**Prof. Dr. Joel Câmara de Carvalho Filho (DFTE-UFRN)**

*Examinador interno*

**Prof. Dra. Nilza Pires (DFTE-UFRN)**

*Examinadora interna*

Natal, 23 de Maio de 2007.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*À minha família.*

# Agradecimentos

O trabalho científico é sempre o resultado de uma jornada coletiva. Gostaria de expressar os meus mais sinceros agradecimentos a todos que colaboraram (direto ou indiretamente) com a conclusão desta tese.

- Ao meu Orientador, Dr. José Ademir Sales de Lima, pela sugestão do tema e pelo seu exemplo de solidariedade, empenho e dedicação ao trabalho. Mais que um professor e orientador, um amigo com quem interagi tantos anos; tendo me orientado desde a graduação até hoje. É o grande exemplo de vida que tive na minha vivência acadêmica. Vindo da Cidade da Esperança um bairro pobre de Natal, da mesma forma que eu também vim de um bairro de periferia, sua trajetória vem servindo de inspiração para todos que o rodeiam. Juntos também participamos de lutas que me trouxeram mais experiência e amadurecimento. O Professor Ademir é sem dúvida um Mestre no sentido pleno da palavra. Considero um privilégio ter sido sua orientanda por tantos anos.

- Aos meus pais Ednaldo José e Ana Maria, a minha vó e segunda mãe Ana Ferreira, em memória à vovó Amélia, aos meus irmãos Fabiola, Fábio e Cleidiane e a minha sobrinha Rayanne. Aos demais familiares presentes na minha vida; Muitas coisas aprendi com eles, muitos valores guardei e muitas vitórias conquistei.

- Aos professores do DFTE-UFRN responsáveis pela minha formação; em especial aos Professores do Grupo de Cosmologia: Janilo Santos, Joel Câmara, Nilza Pires, e Márcio Maia; e também aos Profs.

Artur Curiço, Ciclamio Leite, Clodomiro Alves, Gilvan Borba, Humberto de Araújo, José Wilson, Mário Pereira, Nilson Sena, Osman Rosso e Rui Tertuliano; exemplos de pessoas com uma forma toda especial de ser e incentivar.

- À João Vital e Lúcio Marassi, amigos e colaboradores em 2 artigos da tese.

- Aos amigos do grupo de Cosmologia: Assunta, João Maria, Edson e Hidaly; um grupo que é exemplo de trabalho com alegria e entusiasmo.

- Agradeço especialmente ao Sr. Lúcio, Sra. Vanete e os filhos Lúcio e Vivian Marassi por todo o carinho, apoio e confiança que me proporcionaram numa fase crucial do desenvolvimento deste trabalho.

- Aos funcionários do DFTE em particular Celina Pinheiro, Dona Benícia, Silvestre e Lindalva.

- À CAPES pela bolsa concedida.

# Resumo

Os recentes avanços observacionais da Astronomia e um arcabouço teórico cada vez mais consistente, transformaram a Cosmologia numa das mais excitantes áreas da ciência contemporânea.

Nesta tese, modelos homogêneos e inomogêneos contendo matéria escura e diferentes tipos de energia escura são confrontados com dados observacionais recentes. Inicialmente, analisamos os vínculos oriundos da existência de objetos velhos em altos *redshifts*, Supernovas do tipo Ia e fração de massa do gás em aglomerados de galáxias para 2 classes distintas de modelos homogêneos: decaimento do vácuo e X(z)CDM. Considerando o quasar APM 08279 + 5255, em  $z = 3,91$  e idade entre 2 – 3 bilhões de anos, obtemos  $0,2 \leq \Omega_M \leq 0,4$  enquanto o parâmetro  $\beta$ , quantificando a contribuição de  $\Lambda(t)$ , está restrito ao intervalo  $0,07 \leq \beta \leq 0,32$ ; implicando numa idade mínima para o universo de 13,4 bilhões de anos. Um limite inferior para o *redshift* de formação do quasar ( $z_f \geq 5,11$ ) foi também obtido. Nossas análises, incluindo modelos planos, fechados e hiperbólicos, mostram que não existe uma crise de idade para esses cenários com  $\Lambda(t)$ . Os testes com dados de SNe Ia e fração de massa do gás foram realizados com modelos do tipo X(z)CDM plano. Para uma equação de estado,  $\omega(z) = \omega_o + \omega_1 z$ , obtemos como melhor ajuste  $\omega_o = -1,25$ ,  $\omega_1 = 1,3$  e  $\Omega_M = 0,26$ , enquanto nos models com  $\omega(z) = \omega_o + \omega_1 z / (1 + z)$ , o melhor ajuste é  $\omega_o = -1,4$ ,  $\omega_1 = 2,57$  e  $\Omega_M = 0,26$ .

Em outra linha de desenvolvimento, discutimos as influências das inomogeneidades observadas considerando a distância de diâmetro angular proposta por Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR). Aplicando o método estatístico  $\chi^2$  para uma amostra de dados de diâmetros angulares de fontes de rádio compactas, o melhor ajuste para os parâmetros cosmológicos nos modelos  $\Lambda$ CDM foram  $\Omega_M = 0,26$ ,  $\omega = -1,03$  e  $\alpha = 0,9$ , onde  $\omega$  e  $\alpha$  são os parâmetros da equação de estado e de aglomeração, respectivamente. Esses resultados são compatíveis com uma componente do tipo energia fantasma (*phantom energy*,  $\omega < -1$ ). Os possíveis espaços bidimensionais associados ao plano  $(\alpha, \Omega_M)$  foram também restritos utilizando dados de SNe Ia e fração de massa do gás em aglomerados de galáxias. No teste de Supernovas os parâmetros de interesse estão restritos aos intervalos  $0,32 \leq \Omega_M \leq 0,5(2\sigma)$  e  $0,32 \leq \alpha \leq 1,0(2\sigma)$ , enquanto para fração de massa do gás temos  $0,18 \leq \Omega_M \leq 0,32(2\sigma)$  e todos os valores de  $\alpha$  são permitidos. Na análise conjunta envolvendo supernovas e fração de massa do gás foi obtido  $0,18 \leq \Omega_M \leq 0,38(2\sigma)$ . Em linhas gerais, o presente estudo sugere que a influência das inomogeneidades cosmológicas na distribuição de matéria precisam ser consideradas com mais detalhe ao se analisar os testes cosmológicos. Além disso, o tratamento analítico baseado na distância ZKDR pode fornecer correções importantes para os chamados testes de *background* em cosmologias do tipo FRW.

# Abstract

The recent observational advances of Astronomy and a more consistent theoretical framework turned Cosmology in one of the most exciting frontiers of contemporary science.

In this thesis, homogeneous and inhomogeneous Universe models containing dark matter and different kinds of dark energy are confronted with recent observational data. Initially, we analyze constraints from the existence of old high redshift objects, Supernovas type Ia and the gas mass fraction of galaxy clusters for 2 distinct classes of homogeneous and isotropic models: decaying vacuum and  $X(z)$ CDM cosmologies. By considering the quasar APM 08279+5255 at  $z = 3.91$  with age between 2-3 Gyr, we obtain  $0,2 \leq \Omega_M \leq 0,4$  while for the  $\beta$  parameter which quantifies the contribution of  $\Lambda(t)$  is restricted to the interval  $0,07 \leq \beta \leq 0,32$  thereby implying that the minimal age of the Universe amounts to 13.4 Gyr. A lower limit to the quasar formation redshift ( $z_f \geq 5,11$ ) was also obtained. Our analyzes including flat, closed and hyperbolic models show that there is no an age crisis for this kind of decaying  $\Lambda(t)$  scenario. Tests from SNe Ia and gas mass fraction data were realized for flat  $X(z)$ CDM models. For an equation of state,  $\omega(z) = \omega_o + \omega_1 z$ , the best fit is  $\omega_o = -1,25$ ,  $\omega_1 = 1,3$  and  $\Omega_M = 0,26$ , whereas for models with  $\omega(z) = \omega_o + \omega_1 z / (1 + z)$ , we obtain  $\omega_o = -1,4$ ,  $\omega_1 = 2,57$  and  $\Omega_M = 0,26$ .



In another line of development, we have discussed the influence of the observed inhomogeneities by considering the Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR) angular diameter distance. By applying the statistical  $\chi^2$  method to a sample of angular diameter for compact radio sources, the best fit to the cosmological parameters for  $\Lambda$ CDM models are  $\Omega_M = 0,26, \omega = -1,03$  and  $\alpha = 0,9$ , where  $\omega$  and  $\alpha$  are the equation of state and the smoothness parameters, respectively. Such results are compatible with a phantom energy component ( $\omega < -1$ ). The possible bidimensional spaces associated to the plane  $(\alpha, \Omega_M)$  were restricted by using data from SNe Ia and gas mass fraction of galaxy clusters. For Supernovas the parameters are restricted to the interval  $0,32 \leq \Omega_M \leq 0,5(2\sigma)$  and  $0,32 \leq \alpha \leq 1,0(2\sigma)$ , while to the gas mass fraction we find  $0,18 \leq \Omega_M \leq 0,32(2\sigma)$  with all allowed values of  $\alpha$ . For a joint analysis involving Supernovas and gas mass fraction data we obtained  $0,18 \leq \Omega_M \leq 0,38(2\sigma)$ . In general grounds, the present study suggests that the influence of the cosmological inhomogeneities in the matter distribution need to be considered with more detail in the analyses of the observational tests. Further, the analytical treatment based on the ZKDR distance may give non-negligible corrections to the so-called background tests of FRW type cosmologies.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Fundamentos de Relatividade Geral</b>	<b>9</b>
1.0.1	Princípio de Covariância Geral . . . . .	10
1.0.2	Transporte Paralelo ao Longo de uma Curva . . . . .	11
1.0.3	Tensor de Energia-Momento . . . . .	12
1.1	Equações do Campo Gravitacional . . . . .	15
1.1.1	Constante de Einstein . . . . .	17
1.1.2	Desvio Gravitacional da Luz . . . . .	21
<b>2</b>	<b>Modelos Cosmológicos</b>	<b>27</b>
2.1	Cosmologia . . . . .	27
2.1.1	História Térmica do Universo . . . . .	31
2.1.2	Radiação Cósmica de Fundo . . . . .	33
2.1.3	Cenário Inflacionário . . . . .	38
2.1.4	Nucleossíntese Primordial . . . . .	40
2.1.5	Formação de Estruturas . . . . .	41
2.1.6	Modelo Cosmológico Padrão . . . . .	43
2.2	Modelos de Energia Escura . . . . .	50
2.2.1	O Termo $\Lambda$ . . . . .	50
2.2.2	Matéria-X . . . . .	53
2.2.3	O Caso de Energia Fantasma ( $\omega < -1$ ) . . . . .	55
2.2.4	Campo Escalar - Quintessência . . . . .	58
2.2.5	Gás Tipo Chaplygin . . . . .	60
2.2.6	Gás de Chaplygin Simplificado . . . . .	62
2.2.7	Decaimento do Vácuo ( $\Lambda(t)$ ) . . . . .	63
2.3	Conclusão . . . . .	64
<b>3</b>	<b>Medidas de Distância em Astronomia</b>	<b>67</b>
3.1	Introdução . . . . .	67
3.2	Escalas de Distância Cósmica . . . . .	68
3.2.1	Magnitude . . . . .	69

3.2.2	Seqüência Principal . . . . .	71
3.2.3	Indicadores Primários de Distância . . . . .	73
3.2.4	Supernovas Ia . . . . .	73
3.3	Distância e Desvio para o Vermelho . . . . .	76
3.4	Medida de Distância em Espaço-Tempo Curvo . . . . .	79
3.4.1	Distância de Luminosidade . . . . .	80
3.4.2	Diâmetro Angular . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Teoria de Lentes Gravitacionais</b>	<b>85</b>
4.1	Introdução . . . . .	85
4.2	Conceitos Básicos em Lentes Gravitacionais . . . . .	87
4.2.1	Ângulo de Deflexão . . . . .	87
4.2.2	Equação e Potencial da Lente . . . . .	92
4.2.3	Magnificação . . . . .	93
4.3	Time Delay . . . . .	96
4.3.1	Modelo Analítico para o Time Delay Gravitacional . . . . .	96
4.3.2	Time Delay para o Potencial da Esfera Isotérmica Singular . . . . .	97
4.3.3	Time Delay e a Lei de Potência Generalizada . . . . .	97
4.3.4	<i>Time delay</i> e a constante de Hubble . . . . .	100
4.4	Modelos de Lentes . . . . .	101
4.5	Tipos de Lentes . . . . .	104
4.5.1	Micro lente Gravitacional . . . . .	104
4.5.2	Lentes Gravitacionais Fortes e Fracas . . . . .	107
4.6	Conclusões . . . . .	109
<b>5</b>	<b>O Problema da Idade do Universo em Altos <i>Redshifts</i></b>	<b>113</b>
5.1	Introdução . . . . .	113
5.2	Datação e Estimativas de Idade . . . . .	113
5.3	“ <i>Look-Back Time</i> ” . . . . .	119
5.4	O Modelo de Lima, Maia e Trodden - $\Lambda(t)$ . . . . .	121
5.5	Objetos Velhos em Altos <i>redshifts</i> e o Teste da Idade - <i>redshift</i> . . . . .	126
5.5.1	Implicações para a Época de Formação dos Quasares . . . . .	129
5.6	Gás de Chaplygin Simplificado e o Quasar APM 08279 + 5255 . . . . .	132
<b>6</b>	<b>Novos Vínculos na Variação do Parâmetro da Equação de Estado para dados de SNe Ia e Fração de Massa do Gás</b>	<b>135</b>
6.1	Introdução . . . . .	135
6.2	Equações Básicas . . . . .	136
6.3	Vínculos Observacionais . . . . .	137

<b>7</b>	<b>Distância em Modelos Inomogêneos</b>	<b>140</b>
7.1	Introdução . . . . .	140
7.2	Propagação da Luz e Inomogeneidades Locais . . . . .	141
7.2.1	Considerações Gerais . . . . .	141
7.3	Equação de Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR) . . . . .	144
7.4	Distância ZKDR e Estatística de Diâmetros Angulares . . . . .	151
7.5	Distância ZKDR, Dados de SNe Ia e Fração de Massa do Gás . . . . .	154
7.5.1	Dados de SNe Ia . . . . .	155
7.5.2	Fração de Massa do Gás . . . . .	158
7.6	Conclusão . . . . .	161

# Lista de Figuras

1	Composição do Universo . . . . .	3
1.1	Equações de Campo . . . . .	20
1.2	Lente Gravitacional . . . . .	26
2.1	Evolução do universo . . . . .	33
2.2	Anisotropias de temperaturas da RCF . . . . .	36
2.3	Influência de $H_o$ no plano $(\Omega_M \times \Omega_\Lambda)$ . . . . .	48
2.4	Previsão de $H(z)$ a partir dos dados do WMAP ( $\Lambda$ CDM) . . . . .	49
2.5	Plano $(\Omega_M \times \omega)$ . . . . .	54
2.6	Parâmetro $\omega$ e curvatura espacial . . . . .	55
2.7	Escala de Tempo do <i>Big-Rip</i> . . . . .	57
3.1	Escalas de Distância . . . . .	68
3.2	O diagrama HR . . . . .	72
3.3	Mapeamento de Supernovas . . . . .	75
4.1	Distâncias entre Observador, Lente e Fonte . . . . .	90
4.2	Caústica . . . . .	95
4.3	Diagrama do <i>time delay</i> de lentes com imagens múltiplas . . . . .	98
4.4	Lenteamento, distribuições de massas e formação das imagens . . . . .	101
4.5	MACHO . . . . .	105
4.6	Lente Forte . . . . .	108
5.1	<i>Redshift</i> crítico como função de $\beta$ . . . . .	125
5.2	Gráfico de $(T_q \times z)$ para alguns valores de $\beta$ com $\Omega_M = 0,2$ . . . . .	128
5.3	Gráfico de $(T_q \times z)$ para alguns valores de $\beta$ com $\Omega_M = 0,4$ . . . . .	128
5.4	O <i>redshift</i> de formação versus $\Omega_M$ . . . . .	131
5.5	Gás de Chaplygin Simplificado: $(T_q \times z)$ . . . . .	134
6.1	Plano $(\omega_o \times \omega_1)$ para o modelo 1 . . . . .	138
6.2	Vínculos no plano $(\omega_o \times \omega_1)$ para o modelo 2 . . . . .	139

7.1	O Parâmetro de Aglomeração como Função do <i>Redshift</i> . . . . .	147
7.2	Distância de Diâmetro Angular para Cosmologias do tipo <i>Phantom</i> . . . . .	148
7.3	Efeito do Parâmetro $\gamma$ na Distância de Diâmetro Angular . . . . .	149
7.4	Influência do Parâmetro $\beta_o$ na Distância de Diâmetro Angular . . . . .	150
7.5	Diâmetro Angular versus <i>Redshift</i> . . . . .	152
7.6	Regiões de confiança estatística para o plano ( $\omega$ x $\alpha$ ) . . . . .	153
7.7	Regiões de confiança para o plano ( $\Omega_M$ x $\alpha$ ) . . . . .	154
7.8	Comparação entre modelos . . . . .	156
7.9	ZKDR e os dados de Supernovas Ia . . . . .	157
7.10	O plano ( $\Omega_M$ x $\alpha$ ) para os dados das 115 SNe Ia . . . . .	158
7.11	O plano ( $\Omega_M$ x $\alpha$ ) para os dados de raio-X . . . . .	160

# Notação e Convenções

- Assinatura da métrica:  $(+, -, -, -)$
- Índices gregos variam de 0 a 3 e latinos de 1 a 3. Índices repetidos obedecem a convenção de Einstein.
- Derivada parcial:  $\frac{\partial \phi}{\partial x^\alpha} \equiv \phi_{,\alpha} \equiv \phi_{|\alpha}$
- Derivadas covariante:  $A^\alpha_{;\beta} = A^\alpha_{,\beta} + \Gamma^\alpha_{\lambda\beta} A^\lambda$  ou  $A^\alpha_{||\beta} = A^\alpha_{|\beta} + \Gamma^\alpha_{\lambda\beta} A^\lambda$

# Introdução

Cosmologia é o ramo da astronomia que investiga a origem, estrutura e evolução do universo. Os estudos da área começaram em 1917, com a publicação do artigo de Einstein intitulado Considerações Cosmológicas sobre a Teoria da Relatividade Geral (*Kosmologische Betrachtungen Zur Allgemeinen Relativittstheorie*). Einstein argumentou que o comportamento global do universo poderia ser determinado a partir de leis físicas conhecidas localmente e também enunciou o chamado princípio cosmológico, ou seja, a idéia de que em grande escala o universo não tem direções nem posições privilegiadas sendo, portanto, espacialmente homogêneo e isotrópico. Com base nesse princípio ele propôs um universo estático com curvatura positiva, onde o equilíbrio da matéria, homogeneamente distribuída, seria mantido pela antigravidade gerada pela constante cosmológica [1].

Como é bem conhecido, Einstein não percebeu de imediato que mesmo na presença da constante cosmológica era possível obter soluções das equações descrevendo o campo gravitacional (Relatividade Geral) que previam um universo dinâmico, em contração ou expansão. A família de soluções expansionistas são hoje genericamente conhecidas como modelos do tipo Friedmann [2], em homenagem ao matemático russo Alexander Friedmann, que as obteve em 1922 (curvatura positiva) e 1924 (curvatura negativa).

Com o desenvolvimento de novos telescópios, ainda no início do século



XX, foi possível estudar o universo em escalas até então inexploradas. Um pioneiro no estudo sistemático das galáxias foi o astrônomo americano Edwin Hubble. Suas observações publicadas em 1929, sugeriam que as galáxias vizinhas estavam se afastando e que a velocidade de afastamento aumentava com a distância [3]. Esta conclusão básica, posteriormente confirmada com grande precisão, tornou-se uma lei empírica (lei de Hubble) constituindo a primeira evidência observacional da expansão global do universo. A luz da Relatividade Geral, uma teoria métrica da gravitação, as galáxias se afastam umas das outras devido a própria expansão do espaço.

Em 1998, as observações astronômicas baseadas em Supernovas do tipo Ia indicaram que a expansão do universo está acelerada, tendo a transição entre os regimes desacelerado/acelerado ocorrido em *redshifts* da ordem da unidade [4]-[7]. Como a gravidade é uma força atrativa, este fato surpreendeu a comunidade de astrônomos e cosmólogos que acreditava numa expansão desacelerada. A descoberta da expansão acelerada do universo é de importância comparável à detecção da radiação cósmica de fundo de 3K, descoberta em 1964 por Penzias e Wilson [8]. Certamente ela provoca um impacto profundo na nossa compreensão do cosmos, abre novas perspectivas para a teoria de campos, para a física de partículas elementares, e como toda grande descoberta, lança novos desafios para a comunidade científica. O atual estágio de expansão acelerada do universo, suas evidências observacionais e as possíveis causas constituem os temas principais da presente tese.

Uma questão crucial para a qual não existe ainda uma resposta definitiva está relacionada com o ente ou mecanismo que provoca a aceleração do universo (ver figura 1). Na verdade, existem algumas propostas na literatura, embora as observações atuais ainda não permitam decidir qual das abordagens é a mais adequada. A princípio, podemos dividir as várias possibilidades em dois grandes grupos. Uma alternativa é admitir que

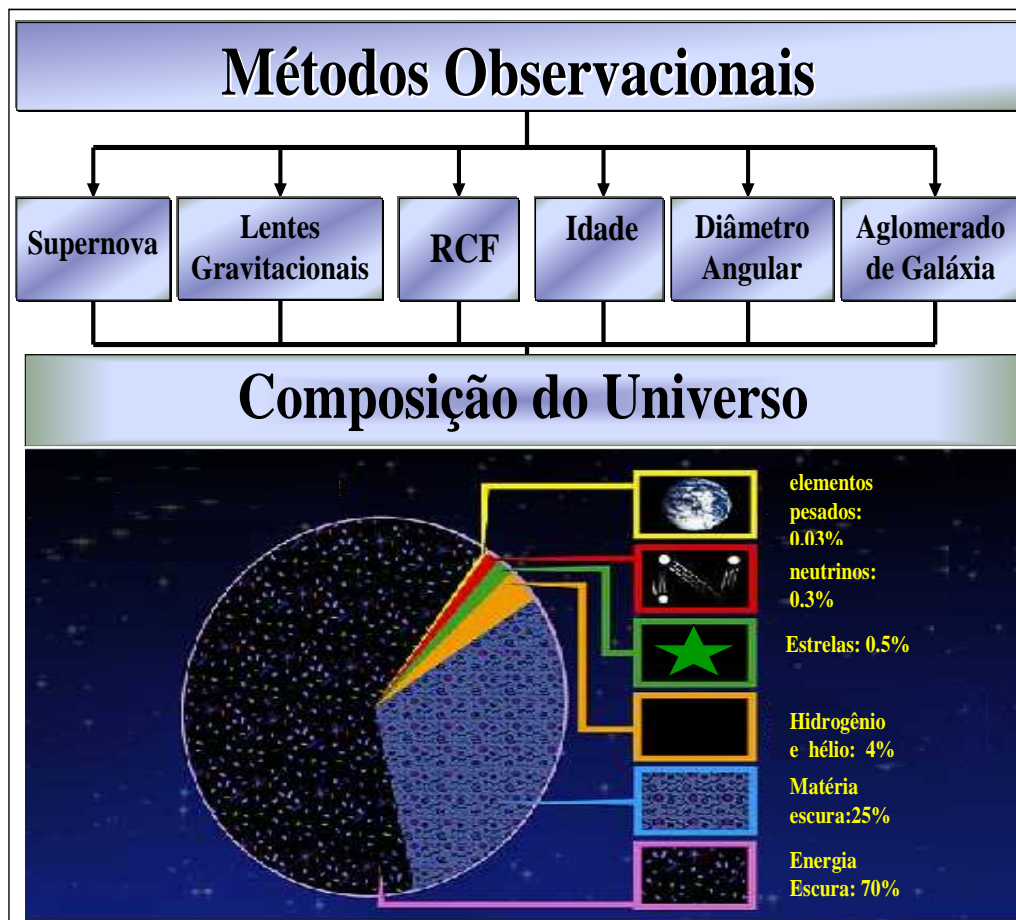


Figura 1: A composição do universo é inferida através de diversos testes cosmológicos independentes. Em algumas situações a análise conjunta entre dois ou mais torna-se essencial.

a teoria de gravitação utilizada para construir os modelos cosmológicos está incorreta ou incompleta. Nesse caso, é necessário modificar a teoria gravitacional de Einstein adicionando um novo termo que seria relevante apenas para valores suficientemente pequenos da curvatura do espaço-tempo, isto é, nos estágios mais recentes da evolução cósmica. É possível também modificar a relatividade geral, contudo, de forma ainda mais extrema. Por tal teoria, a aceleração cósmica é a manifestação da existência de uma ou de várias dimensões espaciais extras tal como prevista pelas

teorias de cordas e de membranas [9, 10]. Neste caso, apenas a interação gravitacional é diluída nas dimensões extras, permitindo assim acelerar a taxa de expansão do universo quadrimensional. Ambas as possibilidades tem sido investigadas intensamente. Embora ainda existam dificuldades conceituais, os modelos cosmológicos construídos com base em tais teorias não foram descartados pelas observações atuais.

A alternativa mais conservadora é manter a validade da Relatividade Geral e supor a existência de uma componente exótica no universo que provoca aceleração cósmica. Tal componente é habitualmente denominada de Energia Escura ou Quintessência. Atualmente, o candidato considerado mais natural pela comunidade é a constante cosmológica -  $\Lambda$  - modernamente interpretada como sendo a energia do vácuo de todos os campos quânticos preenchendo o cosmos [11]. Segundo Tahnu Padmanabhan, se a energia escura for a constante cosmológica, a Cosmologia terá dado a sua maior contribuição para a Física [12]. Contudo, existem vários outros candidatos convivendo na literatura [13, 14], os mais importantes sendo: (i) Campo Escalar, (ii) Decaimento do Vácuo -  $\Lambda(t)$ , (iii) Matéria-X e (iv) Gás de Chaplygin. Embora existam algumas diferenças conceituais entre eles, em termos gerais todos são compatíveis com os dados existentes até o presente [15]. Portanto, mesmo considerando que o problema da multiplicidade de candidatos não foi ainda resolvido pelo confronto direto com as observações, muitas questões ainda permanecem em aberto. No âmbito da relatividade geral e em teorias similares (como a teoria de Brans-Dicke e suas variantes), a questão mais candente no momento é saber a natureza da energia escura.

A maneira mais prática de se estudar a composição do universo é através dos chamados testes cosmológicos. Nesta tese investigamos com detalhes alguns testes, à saber: a idade de objetos em altos *redshifts* [16, 17], a distância de diâmetro angular versus *redshift*, a distância de luminosidade

versus *redshift* e o diâmetro angular de fontes distantes [18] e alguns vínculos provenientes das supernovas do tipo Ia em combinação com os dados de raios-X de aglomerados de galáxias [19, 20]. Inicialmente, o estudo é desenvolvido no contexto das cosmologias do tipo Friedmann, ou seja, em modelos homogêneos e isotrópicos dirigidos pela energia escura. Em particular, isto significa que possíveis efeitos de lentes gravitacionais não foram considerados.

No entanto, sabemos que o conteúdo material do universo é homogeneamente distribuído apenas em grande escala ( $\geq 100Mpc$ ), enquanto a propagação da luz é um fenômeno local. A existência de estruturas na escala de galáxias e aglomerados implica que os feixes de luz provenientes dos objetos distantes devem ser desviados de sua trajetória, um efeito que fatalmente modifica as distâncias em cosmologia. Portanto, é extremamente importante investigar como os chamados testes de *background* e, em particular, os diversos tipos de distância são alteradas quando modelos mais realísticos do universo (quase friedmannianos) são considerados. Nesse sentido, os primeiros estudos relacionados com a noção de distância na presença de inomogeneidades foram realizados por Zeldovich (1964) [21], seguido por Kantowski (1969) [22]. Contudo, uma clara aplicação para cosmologia foi efetuada somente em 1972, para o caso de matéria sem pressão (CDM) por Dyer e Roeder [23] (outras referências podem ser encontradas no livro texto de Schneider, Ehlers e Falco 1992 [24]). A equação para a distância de diâmetro angular em modelos inomogêneos (fundamental para o estudo de lentes gravitacionais e outros testes) é obtida a partir da equação ótica de Sachs. O procedimento originalmente introduzido por Dyer e Roeder é uma descrição efetiva através do parâmetro de aglomeramento (*smoothness ou cumpliness parameter*),  $\alpha$ , representando fenomenologicamente o efeito de magnificação (demagnificação) sofrida pelo feixe de luz. De modo

geral, devido ao próprio processo de formação de estruturas, existe uma expectativa de uma dependência de  $\alpha$  com o *redshift* e também com a direção ao longo da linha de visada. Até o momento não se sabe como deduzir este parâmetro de primeiros princípios.

É nesse contexto ainda bastante indefinido que se localiza a presente tese. O objetivo principal é estabelecer vínculos cosmológicos no chamado setor escuro (matéria e energia escura) do universo, descrito pelos parâmetros de densidade  $\Omega_M$  e  $\Omega_{DE}$ , respectivamente, e ainda sobre o parâmetro  $\omega$  associado a equação de estado da energia escura. Complementando os estudos realizados no contexto de modelos homogêneos, investigamos também a influência das inhomogeneidades sobre a propagação da luz em modelos com matéria e energia escura. Em linhas gerais, o desenvolvimento do corpo desta tese está descrito a seguir.

No Capítulo I, fazemos uma breve revisão da Teoria da Relatividade Geral (TRG). Seus conceitos básicos e principais quantidades de caráter físico e geométrico são introduzidas com base nos princípios de equivalência e covariância geral. A constante multiplicativa arbitrária das equações de Einstein é determinada de forma usual, isto é, a partir da aproximação de campo fraco (pequenas massas e velocidades), dessa forma assegurando o limite newtoniano. Também sendo realizado o cálculo do desvio gravitacional da luz, de extrema importância para o entendimento do fenômeno de lentes gravitacionais.

No capítulo II, o modelo cosmológico padrão e os fatos observacionais que o consolidaram, incluindo as quantidades físicas e os resultados dinâmicos mais relevantes são apresentados.

No capítulo III, apresentamos uma discussão geral do conceito e das determinações de distância em astrofísica e cosmologia. Existem diversas definições de distância, a maioria delas diretamente conectadas com o seu significado empírico. Para a cosmologia as mais importantes são a

distância de luminosidade e a distância de diâmetro angular (DDA). O próprio diâmetro angular, uma quantidade inversamente proporcional a DDA é também de grande importância por ser diretamente mensurável. Para um número grande de barras padrões constitui um poderoso teste para a geometria do universo [25]. Tal estudo é importante, já que nos últimos anos alguns grupos têm utilizado este teste para obter vínculos nas quantidades físicas, normalmente combinando com os dados de SNe Ia, Raios-X de aglomerados, radiação cósmica de fundo e outros.

No capítulo IV, é feita uma revisão das aplicações de Lentes Gravitacionais em Cosmologia. O objetivo é mostrar o notável desenvolvimento das técnicas e análises teóricas nesse campo. Em alguns regimes existem efeitos dramáticos como os arcos gravitacionais e em outros apenas uma leve mas coerente distorção dependendo da distribuição de matéria que a luz encontra ao longo de sua jornada. Tais distorções contém informações a partir das quais é possível reconstruir a distribuição de massa da lente projetada no plano do céu [24, 26]. Discutimos também a aplicação desta técnica de lentes para o estudo e delimitação de alguns parâmetros de interesse cosmológico.

No capítulo V, fazemos uma aplicação envolvendo 2 modelos de energia escura, decaimento do vácuo ( $\Lambda(t)$ ) e o gás de Chaplygin. Novas expressões para algumas quantidades observáveis, tais como o *lookback time*, distância de luminosidade, diâmetro angular são obtidas. Finalmente, discutimos com mais detalhe os problemas da idade total do universo e a idade de objetos velhos em altos *redshifts*, mostrando como os cenários com decaimento do vácuo e gás de Chaplygin passam naturalmente por esses testes [16, 17].

No capítulo VI, apresentamos o teste da fração de massas do gás envolvendo dados provenientes do espectro de raios-X dos aglomerados de galáxias [20]. Uma das formas mais diretas de limitar a densidade

de matéria do universo,  $\Omega_M$ , é medir o conteúdo bariônico total em aglomerados. A razão entre a massa do gás e a massa total,  $f_{\text{gas}} = M_{\text{gas}}/M_{\text{Total}}$ , é uma medida da fração de bárions no universo e, utilizando a densidade de bárions predita pela nucleossíntese primordial, podemos estimar a densidade de matéria escura no universo. Nos últimos anos, a fração,  $f_{\text{gas}}$ , tem sido considerada uma *vela padrão* [27, 28], potencialmente valiosa para ser usada como estimador de distância e, conseqüentemente, um discriminador independente da *energia escura* [29] e [20].

No capítulo VII, propomos uma generalização da distância de Dyer-Roeder [18], denominada nesse trabalho por razões históricas como Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR). Considerando um modelo plano, discutimos também a conseqüente delimitação de parâmetros cosmológicos tais como  $\Omega_M$  e  $\omega$ , com especial ênfase nos modelos inomogêneos dirigidos por uma energia fantasma (*phantom energy*). O método estatístico  $\chi^2$  foi aplicado aos dados disponíveis na literatura, os quais serviram para restringir os possíveis espaços bidimensionais associados aos parâmetros de interesse cosmológico. Este é o capítulo central da tese.

Para finalizar e com o intuito de facilitar uma eventual consulta por parte de pesquisadores interessados no assunto, mencionamos que o nosso contato com a literatura indica que as contribuições originais da presente tese encontram-se nos capítulos V, VI e VII (ver referências Cunha & Santos [16], Lima, Santos e Jesus [17], Cunha, Marassi & Santos [20] e Santos e Lima [18], Santos, Cunha & Lima [19]).

# Capítulo 1

## Fundamentos de Relatividade Geral

Ao tentar compatibilizar a interação gravitacional com as idéias da relatividade restrita, Einstein teve que renunciar ao conceito de espaço-tempo plano introduzido por Minkowski [30, 31]. A interação gravitacional tem uma natureza única entre todas as forças: para uma dada condição inicial, todos os corpos caem ao longo da mesma trajetória espacial independentemente da sua massa e da sua constituição. Este fato sugere que a gravidade não é realmente uma força mas uma propriedade geométrica do espaço-tempo. Em particular isto significa que as leis da Física devem ser expressas sob a mesma forma não importa qual o tipo de referencial. Nas próprias palavras de Einstein: “O que a Natureza tem a ver com os sistemas de coordenadas e respectivos estados de movimento? Afinal não somos nós que os introduzimos para descrever matematicamente os fenômenos?”.

A formulação da Relatividade Geral foi enunciada por Einstein ao perceber a equivalência local entre efeitos gravitacionais e acelerativos. Nenhum experimento realizado localmente pode distinguir entre um referencial com aceleração constante e um referencial sob ação de um campo gravitacional homogêneo. Por exemplo, se um observador for colocado dentro de um referencial fechado (sem contato com o ambiente externo), ele não poderá saber por experiências mecânicas ou eletromagnéticas, se



está em queda livre, num campo gravitacional constante ou num referencial cuja a aceleração seja idêntica à aceleração gravitacional do suposto sistema em queda livre. Em ambos os casos, se o observador abandonar um corpo, de uma altura do solo, este terá o mesmo movimento. O princípio da equivalência está diretamente relacionado com a igualdade entre as massas gravitacional e inercial dos corpos. A massa inercial determina a resposta do corpo a força inercial, quando ele estiver num referencial inercial e a massa gravitacional determina a resposta do corpo, a força gravitacional. Como o movimento descrito nos dois casos é o mesmo, os dois tipos de massa são iguais ( $m_{inerc} = m_{grav}$ ), o que implica na equivalência de efeitos gravitacionais e acelerativos.

### 1.0.1 Princípio de Covariância Geral

Einstein argumentou que todas as leis da Física devem ser expressas como equações tensoriais para que elas se transformem covariantemente sob mudanças de coordenadas.

Consideremos então um referencial em queda livre num campo gravitacional. Um tal referencial é um referencial inercial. Um objeto caindo com ele move-se linearmente e portanto ao longo de uma geodésica nesse referencial. Como as geodésicas são definidas por equações tensoriais, o princípio da covariância geral garante que todos os observadores dirão que os objetos em queda livre seguem trajetórias que são geodésicas do espaço-tempo. Portanto, as equações do movimento num campo gravitacional são equações das geodésicas.

Por outro lado, a métrica num sistema de coordenadas está intrinsicamente relacionada com o campo gravitacional nessas coordenadas. Devido à relação entre campo e métrica, as equações do campo dizem-nos não apenas como as fontes de gravitação determinam o campo mas também como elas determinam a curvatura do espaço-tempo.

O procedimento mais simples para se implementar os efeitos da gravitação nas teorias relativísticas especiais é através do chamado acoplamento mínimo:

i) A equação vale na ausência de gravitação; isto é, ela concorda com as leis da relatividade especial quando os símbolos de Christoffel são nulos ( $\Gamma_{\beta\mu}^{\alpha} = 0$ );

ii) A equação deve ser manifestamente covariante, ou seja preservando a forma sob transformações gerais de coordenadas.

Em outras palavras, via os Princípios de Equivalência e de Covariância Geral, os efeitos da gravitação podem ser descritos da seguinte forma: a métrica de Minkowski é substituída por uma métrica genérica descrevendo um espaço-tempo curvo ( $\eta_{\alpha\beta} \implies g_{\alpha\beta}$ ) e as derivadas simples são substituídas por derivadas covariantes ( $|_{\alpha} \implies ||_{\alpha}$ ).

### 1.0.2 Transporte Paralelo ao Longo de uma Curva

Seja  $\vec{A}$  um vetor que é definido em cada ponto da curva parametrizada  $x^{\alpha}(s)$  isto é:  $\vec{A} = \vec{A}(x^{\alpha}(s))$ , se os vetores  $\vec{A}$  em pontos infinitesimalmente próximos da curva  $x^{\alpha}(s)$  são paralelos e de igual intensidade (módulo), então  $\vec{A}$  é dito ser paralelamente transportado ao longo da curva  $x^{\alpha}(s)$ . Logo

$$\frac{dA^{\mu}}{ds} = 0, \quad (1.1)$$

ou ainda,

$$A^{\mu}_{|\alpha} u^{\alpha} = 0, \quad (1.2)$$

onde  $u^{\alpha} = \frac{dx^{\alpha}}{ds}$  é um vetor tangente à curva em cada ponto. Suponhamos que o vetor  $A^{\mu}$  é transportado por uma partícula e que está em um referencial inercial. Neste caso as conexões são nulas e podemos escrever

(1.2) como

$$A_{||\alpha}^{\mu} u^{\alpha} = 0, \quad (1.3)$$

a equação (1.3) é covariante, portanto válida em qualquer referencial, e é conhecida como a equação do transporte paralelo. A derivada covariante de um vetor ao longo de uma curva é dada por [1]:

$$\frac{DA^{\mu}}{Ds} = \frac{dA^{\mu}}{ds} + A^{\lambda} \Gamma_{\lambda\alpha}^{\mu}, \quad (1.4)$$

onde  $\Gamma_{\lambda\alpha}^{\mu}$  as conexões ou símbolo de Cristoffel

$$\Gamma_{\lambda\alpha}^{\mu} = \frac{1}{2} g^{\nu\mu} \left[ \frac{\partial g_{\lambda\nu}}{\partial x^{\alpha}} + \frac{\partial g_{\alpha\nu}}{\partial x^{\lambda}} - \frac{\partial g_{\lambda\alpha}}{\partial x^{\nu}} \right]. \quad (1.5)$$

Segue portanto que a equação de transporte paralelo (1.3) pode também ser escrita como

$$\frac{DA^{\mu}}{Ds} = 0. \quad (1.6)$$

Note que a eq. 1.3 é na verdade uma espécie de produto interno do tensor  $A_{||\alpha}^{\mu}$  pelo vetor tangente  $u^{\alpha}$ . Uma derivada covariante que é contraída com um vetor forma uma relação conhecida como derivada direcional. Neste sentido (1.3) representa a derivada direcional do tensor  $A_{||\alpha}^{\mu}$  ao longo da curva tendo  $u^{\alpha}$  como 4-vetor tangente.

### 1.0.3 Tensor de Energia-Momento

Os corpos no universo estão em movimento e, portanto, possuem uma dinâmica que pode ser caracterizada pelo momentum e energia contidos no sistema. Além disso, devemos ter em mente que ao tratarmos com o espaço que não está vazio temos que reunir todo o conteúdo de energia do espaço. Isso nos obriga a considerar todas as possíveis formas de energia ou seja, matéria, energia radiante, energia elástica, etc, no tensor energia-momentum (TEM). No entanto, este tensor não inclui a energia gravitacional, que na relatividade geral é um fenômeno métrico.

Se estamos pensando no conteúdo de matéria do universo como um fluido, temos que levar em conta as grandezas que descrevem os fluidos. Um fluido possui densidade, então definimos que o fluido que permeia o universo possui uma densidade  $\rho$ . Note que essa densidade será medida em cada ponto do espaço-tempo. Ela é medida em um sistema de coordenadas tal que, no ponto que está sendo considerado, a matéria está em repouso. A isso damos o nome de densidade própria. Além de densidade, um fluido possui pressão e essa propriedade também deve aparecer na expressão geral do tensor energia-momentum.

Suporemos que o observador está num referencial ( $\tilde{x}^\alpha$ ) no qual o fluido está em repouso. O tensor energia-momento, neste caso, deve ter a forma do tensor de esforços em um fluido em repouso, ou seja, as componentes  $\tilde{T}^{00} = \rho$ ,  $\tilde{T}^{0i} = \tilde{T}^{i0} = 0$ ,  $\tilde{T}^{ij} = p\delta^{ij}$ , são respectivamente, a densidade de energia, fluxo de energia e o “stress”. Para o observador no referencial ( $x^\alpha$ ), no qual o fluido tem uma velocidade  $\vec{v}$  e tal que  $x^\alpha = \Lambda_\beta^\alpha \tilde{x}^\beta$ . O tensor de energia-momento nos dois referenciais são relacionados por  $T^{\alpha\beta} = \Lambda_\gamma^\alpha \Lambda_\delta^\beta \tilde{T}^{\gamma\delta}$ , ou

$$T^{ij} = \Lambda_\gamma^i \Lambda_\delta^j \tilde{T}^{\gamma\delta} = \Lambda_0^i \Lambda_0^j \rho + \Lambda_k^i \Lambda_l^j p \delta^{kl}. \quad (1.7)$$

Mas,  $\Lambda_0^0 = \gamma$ ;  $\Lambda_j^0 = \gamma v_j$ ;  $\Lambda_0^i = \gamma v^i$  e  $\Lambda_j^i = \delta_j^i + B v^i v_j \gamma$ ; onde  $B = \frac{\gamma-1}{v^2}$  e  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-v^2}}$ , fazendo as devidas substituições em 1.7 temos portanto para as componentes espaciais:

$$T^{ij} = p\delta^{ij} + (\rho + p)\gamma^2 v^i v^j, \quad (1.8)$$

para as espaço-temporais,

$$T^{io} = (\rho + p)\gamma^2 v^i, \quad (1.9)$$

e para

$$T^{oo} = \gamma^2(\rho + pv^2). \quad (1.10)$$

Estas componentes podem ser condensadas numa forma manifestamente covariante:

$$T^{\alpha\beta} = (\rho + p) u^\alpha u^\beta - p\eta^{\alpha\beta}, \quad (1.11)$$

onde  $\rho$  denota a densidade de massa e  $p$  a pressão, ambas medidas por um observador comóvel. Através do acoplamento mínimo implementamos os efeitos da gravitação

$$T^{\alpha\beta} = (\rho + p) u^\alpha u^\beta - pg^{\alpha\beta}. \quad (1.12)$$

Outro exemplo muito utilizado em cosmologia é o caso de um campo escalar com densidade lagrangeana [32]

$$L = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi), \quad (1.13)$$

podemos também calcular o TEM,  $T_{\alpha\beta} = \partial_\alpha \phi \frac{\partial L}{\partial(\partial^\beta \phi)} - Lg_{\alpha\beta}$ , vemos que para modelos homogêneos e isotrópicos, podemos sempre reescrevê-lo sob a forma do TEM de fluido perfeito, isto é,

$$T_{\alpha\beta} = (\rho_\phi + p_\phi) u_\alpha u_\beta - p_\phi g_{\alpha\beta}, \quad (1.14)$$

com

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi) \quad (1.15)$$

e

$$p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (1.16)$$

onde  $V(\phi)$  é o potencial do campo escalar. Logo, se  $\dot{\phi}^2 \gg V(\phi)$  temos uma equação de estado do tipo matéria ultra-rígida ( $p_\phi = \rho_\phi$ ) e se  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$  temos ( $p_\phi = -\rho_\phi$ ), a pressão é negativa se  $V(\phi)$  é positivo. Como é bem conhecido, (ver capítulo II), o campo escalar é um candidato interessante para representar a energia escura.

## 1.1 Equações do Campo Gravitacional

Do ponto de vista matemático, a relatividade geral, como proposta por Einstein, pode ser considerada um dos pontos culminantes numa nobre linhagem que começa com os trabalhos de Gauss e continua com Riemann, Christoffel, Ricci e Levi-Civita, Hilbert, entre outros. Os trabalhos de todos esses autores ajudaram e muito no desenvolvimento da TRG. Depois de algumas tentativas, a forma final das equações propostas por Einstein [32] podem ser expressas como:

$$R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}R = \chi T^{\alpha\beta}, \quad (1.17)$$

onde  $\chi$  é a constante de Einstein. A equação (1.17) pode ser reescrita como

$$G^{\alpha\beta} = \chi T^{\alpha\beta}, \quad (1.18)$$

onde  $G^{\alpha\beta} \equiv R^{\alpha\beta} - \frac{1}{2}g^{\alpha\beta}R$  é o chamado tensor de Einstein.

As equações (1.18) contém a conservação de energia-momento ( $T_{||\beta}^{\alpha\beta} = 0$ ) como uma consequência imediata das propriedades de  $G^{\alpha\beta}$ .

Para mostrar que  $G_{||\beta}^{\alpha\beta} = 0$ , é necessário utilizar a identidade diferencial de Bianchi. Sabemos que o tensor de curvatura de Riemann-Cristoffel pode ser expresso pela seguinte forma [2, 33]:

$$R_{\alpha\beta\gamma\rho} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 g_{\alpha\rho}}{\partial x^\beta \partial x^\gamma} + \frac{\partial^2 g_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha \partial x^\rho} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\gamma}}{\partial x^\beta \partial x^\rho} - \frac{\partial^2 g_{\beta\rho}}{\partial x^\alpha \partial x^\gamma} \right) + g_{\lambda\sigma} (\Gamma_{\beta\gamma}^\sigma \Gamma_{\alpha\rho}^\lambda - \Gamma_{\beta\rho}^\sigma \Gamma_{\alpha\gamma}^\lambda), \quad (1.19)$$

e suas derivadas covariantes

$$R_{\alpha\beta\gamma\rho||\lambda} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^\lambda} \left( \frac{\partial^2 g_{\alpha\rho}}{\partial x^\beta \partial x^\gamma} + \frac{\partial^2 g_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha \partial x^\rho} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\gamma}}{\partial x^\beta \partial x^\rho} - \frac{\partial^2 g_{\beta\rho}}{\partial x^\alpha \partial x^\gamma} \right); \quad (1.20)$$

$$R_{\alpha\beta\lambda\gamma||\rho} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^\rho} \left( \frac{\partial^2 g_{\alpha\gamma}}{\partial x^\beta \partial x^\lambda} + \frac{\partial^2 g_{\beta\lambda}}{\partial x^\alpha \partial x^\gamma} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\lambda}}{\partial x^\beta \partial x^\gamma} - \frac{\partial^2 g_{\beta\gamma}}{\partial x^\alpha \partial x^\lambda} \right); \quad (1.21)$$

$$R_{\alpha\beta\rho\lambda||\gamma} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x^\gamma} \left( \frac{\partial^2 g_{\alpha\lambda}}{\partial x^\beta \partial x^\rho} + \frac{\partial^2 g_{\beta\rho}}{\partial x^\alpha \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 g_{\alpha\rho}}{\partial x^\beta \partial x^\lambda} - \frac{\partial^2 g_{\beta\lambda}}{\partial x^\alpha \partial x^\rho} \right). \quad (1.22)$$

O que nos leva à Identidade de Bianchi:

$$R_{\alpha\beta\gamma\rho||\lambda} + R_{\alpha\beta\lambda\gamma||\rho} + R_{\alpha\beta\rho\lambda||\gamma} = 0. \quad (1.23)$$

Faremos agora a conhecida contração de Bianchi [30]:

$$R_{\beta\gamma\rho||\lambda}^\alpha + R_{\beta\lambda\gamma||\rho}^\alpha + R_{\beta\rho\lambda||\gamma}^\alpha = 0. \quad (1.24)$$

Contraindo o par de índices  $(\alpha\gamma)$ , temos

$$R_{\beta\alpha\rho||\lambda}^\alpha + R_{\beta\lambda\alpha||\rho}^\alpha + R_{\beta\rho\lambda||\alpha}^\alpha = 0, \quad (1.25)$$

ou ainda,

$$R_{\beta\rho||\lambda} - R_{\beta\lambda||\rho} + R_{\beta\rho\lambda||\alpha}^\alpha = 0. \quad (1.26)$$

Contraindo o par  $(\beta\rho)$ , segue que

$$R_{||\lambda} - R_{\beta\lambda||\beta} + R_{\lambda||\alpha}^\alpha = 0, \quad (1.27)$$

$$(g^{\beta\lambda} R)_{||\lambda} - 2R_{||\lambda}^{\beta\lambda} = 0. \quad (1.28)$$

A equação seguinte resulta das operações anteriores e por utilização das propriedades de simetria do tensor de Riemann (que diminui para 20 o vínculo de componentes independentes):

$$(R^{\beta\lambda} - \frac{1}{2} g^{\beta\lambda} R)_{||\beta} \equiv G_{||\beta}^{\gamma\beta} = 0, \quad (1.29)$$

que as leis de conservação de energia e momentum ( $T_{||\beta}^{\beta\lambda} = 0$ ) estão contidas nas equações do campo gravitacional.

### 1.1.1 Constante de Einstein

Utilizando a aproximação de campo fraco é possível determinar a constante de Einstein  $\chi$ . Como vimos anteriormente, a equação de Einstein pode ser expressa como

$$G_{\beta}^{\alpha} = R_{\beta}^{\alpha} - \frac{1}{2}\delta_{\beta}^{\alpha}R = \chi T_{\beta}^{\alpha}, \quad (1.30)$$

contraindo ambos os membros temos:  $R - 2R = \chi T \implies R = -\chi T$ , e portanto

$$R_{\beta}^{\alpha} = \chi(T_{\beta}^{\alpha} - \frac{1}{2}\delta_{\beta}^{\alpha}T), \quad (1.31)$$

Para obter a teoria de Newton como caso limite é conveniente escrever o tensor  $T_{\beta}^{\alpha}$  sob a forma (ver 1.14)

$$T_{\beta}^{\alpha} = \rho u^{\alpha} u_{\beta}, \quad (1.32)$$

que é o tensor de energia-momento para poeira ( $p = 0$ ). Lembrando que a quadri-velocidade é normalizada,  $u^{\alpha}u_{\alpha} = 1$ , temos apenas quatro incógnitas: 3 componentes da velocidade e a densidade de matéria. As componentes de  $T_{\beta}^{\alpha}$  são:

$$T_0^0 = \rho u^0 u_0; \quad T_i^0 = \rho u^0 u_i;$$

$$T_j^i = \rho u^i u_j; \quad (1.33)$$

$$T = \rho u^{\alpha} u_{\alpha} = \rho = \rho_0 c^2. \quad (1.34)$$

Pela definição da 4-velocidade

$$u^{\mu} = \frac{dx^{\mu}}{ds} \implies u^0 = \frac{dx^0}{ds}; u^i = \frac{dx^i}{ds} = \frac{dx^i dx^0}{dx^0 ds} = \frac{u dx^i}{c ds}, \quad (1.35)$$



$$T_0^0 \gg T_i^0; T_j^i, \quad (1.36)$$

$$\frac{dx^i}{ds} \ll \frac{dx^0}{ds}. \quad (1.37)$$

$$T_\beta^\alpha \cong \rho u^0 u_0 \delta_0^\alpha \delta_{0\beta} \cong \rho \delta_0^\alpha \delta_{0\beta} = \rho_0 c^2 \delta_0^\alpha \delta_{0\beta}, \quad (1.38)$$

$$T = T_\alpha^\alpha \cong \rho_0 c^2, \quad (1.39)$$

$$R_\beta^\alpha = \chi(T_\beta^\alpha - \frac{1}{2} \delta_\beta^\alpha T), \quad (1.40)$$

para  $\alpha = \beta = 0$

$$R_0^0 = \chi(T_0^0 - \frac{1}{2} T) = \chi(\rho_0 c^2 - \frac{1}{2} \rho_0 c^2) = \frac{\chi \rho_0 c^2}{2}, \quad (1.41)$$

nas condições de  $\epsilon \gamma_{\alpha\beta} \ll \eta_{\alpha\beta}$  e  $g^{\alpha\beta} g_{\alpha\beta} = 4$  temos

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + \epsilon \gamma_{\alpha\beta}; \quad g^{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta} - \epsilon \gamma^{\alpha\beta},$$

$$g_{00} = 1 + \frac{2\phi}{c^2};$$

Das relações acima, segue que

$$g^{\alpha\beta} g_{\alpha\beta} = \eta^{\alpha\beta} \eta_{\alpha\beta} - \epsilon \gamma^{\alpha\beta} \eta_{\alpha\beta} + \epsilon \eta^{\alpha\beta} \gamma_{\alpha\beta} + O(\epsilon^2), \quad (1.42)$$

e da definição do tensor de Ricci

$$R_{\alpha\beta} = \Gamma_{\alpha\beta|\lambda}^\lambda - \Gamma_{\lambda\alpha|\beta}^\lambda + \Gamma_{\alpha\beta}^\lambda \Gamma_{\lambda\rho}^\rho - \Gamma_{\alpha\lambda}^\rho \Gamma_{\beta\rho}^\lambda, \quad (1.43)$$

temos

$$R_{00} \cong \Gamma_{00|\lambda}^\lambda - \Gamma_{\lambda 0|0}^\lambda + O(\epsilon^2). \quad (1.44)$$

onde  $\Gamma_{00}^\lambda = \frac{1}{2} g^{\lambda\sigma} (g_{\sigma 0|0} + g_{0\sigma|0} - g_{00|\sigma})$ . Como o campo é estacionário temos:

$$R_{00} \cong \Gamma_{00|\lambda}^\lambda + O(\epsilon^2) \implies \Gamma_{00}^\lambda \cong -\frac{1}{2}g^{\lambda\sigma}g_{00|\sigma}, \quad (1.45)$$

$$g_{00} = 1 + \epsilon\gamma_{00}, \quad (1.46)$$

$$\Gamma_{00}^\lambda \cong -\frac{1}{2}\eta^{\lambda\sigma}\epsilon\gamma_{00|\sigma} \cong -\frac{1}{c^2}\eta^{\lambda\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial x^\sigma}, \quad (1.47)$$

$$\Gamma_{00}^\lambda \cong -\frac{1}{c^2}\eta^{\lambda\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial x^\sigma}, \quad (1.48)$$

$$\Gamma_{00|\lambda}^\lambda \cong -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial x^\lambda}(\eta^{\lambda\sigma}\frac{\partial\phi}{\partial x^\sigma}) = -\frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial x^i}(\eta^{ii}\frac{\partial\phi}{\partial x^i}), \quad (1.49)$$

$$\Gamma_{00|\lambda}^\lambda \cong -\frac{1}{c^2}\nabla^2\phi \cong R_{00} = R_0^0 \quad \text{em } 1^\circ \text{ ordem.}$$

Logo,

$$R_0^0 \cong \frac{\chi\rho_0 c^2}{2} \implies \frac{1}{c^2}\nabla^2\phi = \frac{\chi\rho_0 c^2}{2}, \quad (1.50)$$

$$\nabla^2\phi = \frac{\chi\rho_0 c^4}{2} = 4\pi G\rho_0, \quad (1.51)$$

que é a equação de Poisson. Segue, portanto, que a constante de Einstein  $\chi$  é dada por:

$$\chi = \frac{8\pi G}{c^4}. \quad (1.52)$$

Na relatividade geral o espaço-tempo é curvo, adquirindo um caráter dinâmico que lhe permite descrever o comportamento das partículas materiais e da luz na presença de uma dada distribuição de matéria. Como conseqüência, a estrutura de cones de luz pode variar de ponto a ponto. A curvatura do espaço-tempo desempenha nesta teoria um papel equivalente ao da força gravitacional na teoria de Newton, adquirindo

$$\left\{ \begin{array}{c} \text{Propriedades} \\ \text{geométricas do} \\ \text{espaço-tempo} \\ \mathbf{G}_{\alpha\beta} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \text{Distribuição de} \\ \text{matéria-energia} \\ \mathbf{T}_{\alpha\beta} \end{array} \right\}$$

$$\mathbf{R}_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} \mathbf{R} = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}_{\alpha\beta}$$

Figura 1.1: Equações de Campo da Relatividade Geral

o caráter dinâmico de interação com a matéria. Em outras palavras, a matéria diz a geometria como deve se curvar enquanto a geometria (curvatura) diz a matéria como deve se mover (ver figura 1.1). O espaço-tempo da relatividade geral reduz-se, obviamente, ao espaço-tempo plano da relatividade restrita localmente e também nas regiões suficientemente afastadas das distribuições de matéria e energia.

Uma previsão muito importante da TRG são as ondas gravitacionais. Assim como uma carga acelerada emite radiação eletromagnética, as massas aceleradas devem emitir ondas gravitacionais.

No universo, podem existir vários tipos de fontes de ondas gravitacionais

como por exemplo sistemas binários (2 estrelas de nêutrons, 2 buracos negros ou 1 estrela de nêutron e 1 buraco negro) colapsando, buracos negros assimétricos, ou mesmo remanescentes do próprio *big bang*.

Como detectar estas ondas gravitacionais? Se uma onda gravitacional encontra um bloco de matéria, este bloco experimenta uma minúscula variação em suas dimensões. Existem diversas experiências em andamento tentando observar esse efeito diretamente. Por enquanto, nenhuma delas detectou ondas gravitacionais diretamente. Contudo, algumas análises independentes indicam que o sistema binário contendo o pulsar *PRS1913+16* emite ondas gravitacionais continuamente. Neste caso, isto é visto de forma indireta, por um minúsculo decréscimo no período orbital do pulsar e portanto de sua órbita, o que ocorre pois ele perde energia emitindo ondas gravitacionais. Hulse e Taylor [34] descobriram este sistema em 1974 e receberam o prêmio Nobel em 1993.

### 1.1.2 Desvio Gravitacional da Luz

Logo ao completar a Relatividade Geral, Einstein obteve resultados referentes a três testes experimentais de sua teoria, os chamados testes clássicos. O primeiro é a Precessão do periélio de Mercúrio, este problema já era conhecido desde Leverrier, em 1859. Havia uma pequena discrepância entre a precessão calculada pela mecânica newtoniana e a precessão observada,  $43,11'' \pm 0,45''$  por século. Einstein calculou o valor desta precessão usando a relatividade geral, ele encontrou quase  $43''$ . Ao perceber que este resultado era uma consequência natural da sua teoria, sem nenhuma hipótese adicional, Einstein ficou extremamente feliz. Abraham Pais, físico e biógrafo de Einstein, em “Sutil é o Senhor” [31] escreve que: “esta descoberta foi, eu acredito, a experiência emocional mais forte da vida científica de Einstein, talvez de toda a sua vida. A natureza tinha falado com ele”. O segundo teste é o desvio gravitacional

da luz e o terceiro o atraso no sinal de radar. Este último só apareceu como uma nova possibilidade com a tecnologia do radar e foi proposto por Shapiro em 1964 [35]-[38]. Há anos que o movimento dos planetas solares é detalhadamente, acompanhado através de sinais de rádio. Os radares enviam pulsos de ondas eletromagnéticas para os planetas. Esses pulsos são refletidos de volta para as antenas. Um estudo do tempo que transcorre entre a saída e chegada, na antena, do pulso, fornece informações detalhadas sobre a posição e a velocidade dos planetas, um resultado que depende do campo gravitacional do sol.

Historicamente, a deflexão da luz das estrelas pelo sol, teve um impacto científico extraordinário, tendo consagrado definitivamente Einstein e suas idéias de espaço-tempo curvo. A magnitude deste efeito foi por ele calculada duas vezes. A primeira em 1911, apresentando um erro de um fator 2 [39], Einstein propôs que o efeito fosse observado durante um eclipse solar total, o que culminou na primeira tentativa de observação desse efeito em Minas Gerais, em 1912, por astrônomos ingleses, franceses e brasileiros. A equipe brasileira era chefiada por Henrique Morize, diretor do Observatório Nacional na época. Infelizmente, as chuvas impediram a observação do eclipse. Outras tentativas, em 1914, foram interrompidas pela 1<sup>a</sup> Guerra Mundial. A equipe alemã foi aprisionada na Criméia, pelo exército russo. Posteriormente, em 1915, Einstein utilizando a sua recém formulada TRG chega ao resultado correto. Segundo a TRG, a luz que se desloca no campo gravitacional é encurvada ao se deslocar próximo de uma massa, como por exemplo a do Sol, tratamentos mais gerais envolvendo por exemplo defeitos topológicos são encontrados na literatura [43, 41, 42]. Toda a atenção foi, então, dedicada ao eclipse solar total de 29 de maio de 1919, no Brasil e parte do Atlântico Sul, desta vez houve êxito na comprovação do resultado.

## Cálculo do Desvio

Utilizando a métrica de Schwarzschild

$$ds^2 = \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 d\Omega^2, \quad (1.53)$$

e o princípio de mínima ação

$$\delta S = \delta \int ds = 0 \implies \delta \int \sqrt{g_{\alpha\beta} \frac{dx^\alpha}{dp} \frac{dx^\beta}{dp}} dp = 0, \quad (1.54)$$

segue que

$$\delta \int \left[ \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - (r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \text{sen}^2 \theta \dot{\varphi}^2) \right]^{\frac{1}{2}} dp = 0. \quad (1.55)$$

Considerando as equações de Euler-Lagrange temos

$$\frac{d}{dp} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}^\alpha} \right) - \frac{\partial L}{\partial x^\alpha} = 0. \quad (1.56)$$

A partir da lagrangeana (1.55) podemos obter rapidamente o resultado analítico da deflexão da luz.

Para  $\alpha = 1$

$$\left(1 - \frac{r_g}{r}\right)c^2 \dot{t}^2 - \left(1 - \frac{r_g}{r}\right)^{-1} \dot{r}^2 - r^2 \dot{\theta}^2 - r^2 \text{sen}^2 \theta \dot{\varphi}^2 = 0. \quad (1.57)$$

Como existe simetria central, o movimento é planar e que as condições iniciais são,  $\theta_o = \frac{\pi}{2}$  e  $\dot{\theta}_o = 0$ , fazendo também  $r_g = \frac{2GM}{c^2} = 2m$  e uma mudança de variável  $r = \frac{1}{u(\varphi)}$ , temos que

$$u'^2 + u^2 = \frac{c^2 l^2}{h^2} + 2mu^3. \quad (1.58)$$

O desvio é pequeno, a equação acima pode ser resolvida de forma perturbativa ( $u = u_o + \epsilon v + O(\epsilon^2)$ ). A solução é:

$$u = \frac{1}{r_o} \text{sen}\varphi + \frac{\epsilon}{2r_o^2} \left(1 + \frac{1}{3} \cos 2\varphi\right). \quad (1.59)$$

A trajetória real dos fótons é  $u = \frac{1}{r_o} \text{sen}\varphi$  mais um termo perturbativo de ordem  $\epsilon$ . Para  $\varphi \cong 0 \implies \text{sen}\varphi \sim \delta$ ,  $\cos 2\varphi \sim 1$  e  $u = 0$ , logo

$$0 = \frac{1}{r_o} \delta + \frac{4}{3} \frac{\epsilon}{2r_o^2}, \quad (1.60)$$

$$\delta = -\frac{2\epsilon}{3r_o} = -\frac{2m}{r_o} = -\frac{2GM}{c^2 r_o}. \quad (1.61)$$

Ou seja, para grandes valores de  $r$  temos uma linha reta ( $g_{\alpha\beta} \longrightarrow \eta_{\alpha\beta}$ ). O ângulo entre as duas assíntotas é, então, dado por:

$$\Delta = |2\delta| = \frac{4GM}{c^2 r_o} = \left(\frac{4GM}{c^2 R_\odot}\right) \frac{R_\odot}{r_o}, \quad (1.62)$$

onde  $R_\odot$  é o raio do Sol. Fazendo as devidas substituições temos,

$$\Delta = 1,75'' \quad \text{de arco.}$$

Sendo este o desvio gravitacional da luz calculado por Einstein e observacionalmente comprovado nas cidades de Sobral (Brasil) e na Ilha do Príncipe (África) durante o eclipse solar total de 1919. Contudo os resultados conclusivos foram obtidos em Sobral, uma vez que na Ilha do Príncipe o mau tempo prejudicou as observações. O estudo da deflexão da luz ainda hoje é realizado em contextos mais gerais, por exemplo no caso de defeitos topológicos (*Santos, Lima e Bezerra* [41], *Santos* [42]), de teorias alternativas da gravitação [43], e possíveis contribuições da energia escura [44].

Neste ponto é importante mencionar que a base do fenômeno de Lentes Gravitacionais (LG) é o estudo da deflexão gravitacional da luz, atualmente desempenhando um papel muito importante no estudo da Cosmologia moderna.

O movimento dos feixes de luz na presença de campos gravitacionais gerados por uma dada distribuição de matéria é similar à refração da luz numa lente óptica. Inicialmente, Einstein considerou que este efeito era muito pequeno para ser detectado. Posteriormente, Zwicky (1937)[45, 46] sugeriu que no caso de uma galáxia servir de lente para outra ou para objetos mais distantes, o efeito de lente gravitacional seria suficientemente intenso para ser observado. Em 1963, com o advento da Rádio Astronomia, foi possível a identificação dos quasares. Ao mesmo tempo, inúmeros físicos e astrônomos também propuseram a observação do efeito de lentes gravitacionais envolvendo quasares e galáxias (ver figura 1.2). Supondo que a lente pode ser aproximada por uma massa pontual, Refsdal (1964 [47]) calculou o atraso no tempo de percurso (“time delay”) quando duas imagens são geradas. Em seguida, considerando um objeto extenso, ele estimou a massa da galáxia defletora e a constante de Hubble diretamente dos parâmetros observáveis num sistema lente-fonte (Refsdall, 1964 [48]). Outros resultados teóricos importantes foram obtidos por vários autores, entre eles, Zeldovich (1964) [21], Kantowski (1969) [22], Dyer e Roeder (1972) [23], fazendo com que as pesquisas no campo de lentes se tornassem mais sistemáticas, o que possibilitou - em 1979 - a detecção do primeiro sistema astronômico apresentando 2 imagens (o QSO 0957+561 A & B, ver fig. 1.2). Até o presente, muitos sistemas de lentes gravitacionais já foram identificados [49, 50, 51], sendo conveniente dividi-los em três classes distintas, à saber:

- Algumas dezenas são imagens múltiplas de quasares;
- Muitos anéis foram detectados em rádio e no óptico.
- Várias dezenas são identificadas como arcos e arcos estendidos (*arclets*).

As lentes gravitacionais constituem uma ferramenta poderosa para



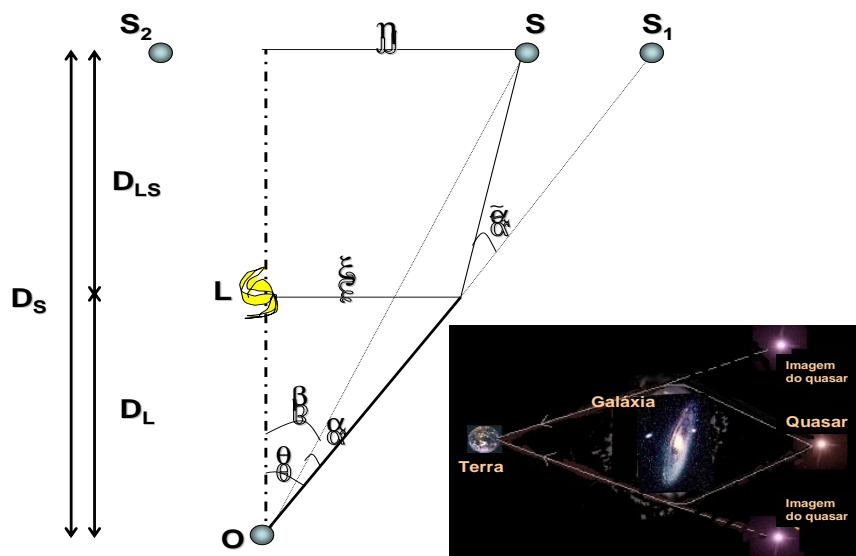


Figura 1.2: Lente Gravitacional

“pesar” a matéria escura [52]. Elas também servem para:

- Testar adicionalmente a TRG;
- Estender o conhecimento sobre o universo primordial;
- Determinar diretamente a massa total da galáxia lente.

Quando a luz de uma fonte distante passa próximo a uma concentração de matéria, sua trajetória se curva fazendo a fonte parecer estar numa outra direção, produzindo também uma distorção na forma da galáxia distante [24, 53], por isso a massa da galáxia pode ser medida. Retornaremos a esse tema no capítulo V.

Na figura 1.2 vemos uma ilustração gráfica e as quantidades físicas pertinentes ao fenômeno de lentes gravitacionais. As distâncias entre o defletor e a fonte, o observador e a fonte e o observador e o defletor, respectivamente,  $D_{LS}$ ,  $D_S$  e  $D_L$ , devem ser calculados para um dado modelo cosmológico (ver capítulo V).

# Capítulo 2

## Modelos Cosmológicos

“Mil *mahayugas* (4.320.000.000 anos) pela contagem humana constituem um único dia de Brahma, um único *kalpa*. Conheci a terrível dissolução do universo. Vi todos perecerem, repetidamente, a cada ciclo. Naquele terrível tempo, cada átomo dissolve-se nas águas primevas e puras da eternidade, de onde todos vieram, originalmente” (Cosmologia Indiana).

### 2.1 Cosmologia

O estudo da Cosmologia engloba todos os aspectos teóricos e observacionais referentes a sua evolução e a formação das estruturas presentemente observadas. Por ser um sistema auto-gravitante, a construção dos modelos e sua base teórica se fundamenta na Teoria da Relatividade Geral. Portanto, as equações de campo de Einstein constituem o arcabouço matemático para a descrição física do movimento e da distribuição de matéria no universo. Como ocorre nos vários ramos da Física, na modelagem do universo algumas hipóteses são usualmente adotadas para simplificar o tratamento matemático.

O princípio cosmológico, ou seja, a idéia de que o universo é espacialmente homogêneo e isotrópico é uma hipótese de trabalho freqüentemente utilizada em cosmologia. Essencialmente, tal princípio é uma extensão do *Princípio Copernicano*: “a terra não ocupa um lugar

privilegiado no espaço”, contudo, aplicado agora ao universo em larga escala. Quando combinada com o uso de coordenadas comóveis para descrever o conteúdo material cósmico, tal hipótese reduz os graus de liberdade da métrica para uma função arbitrária do tempo, o chamado fator de escala cósmico (ver eq. (2.1)).

Por outro lado, as observações astronômicas revelaram que as linhas espectrais das galáxias se apresentam desviadas para a região vermelha do espectro eletromagnético, fenômeno esse conhecido pelo nome de *redshift*. Essa descoberta, realizada por Edwin Hubble em 1929 [3], é interpretada como uma recessão cósmica, ou seja, o afastamento das galáxias uma das outras (expansão universal). Mas as galáxias se afastam do que e porquê? Na verdade, pela descrição relativística (e adoção de coordenadas comóveis) o afastamento das galáxias não deve ser interpretado como sendo o efeito de algum processo dinâmico inerente a elas. De fato, é o próprio espaço (variedade 3-dimensional) que está se expandindo [1, 2, 54], um processo que vem ocorrendo pelo menos desde a singularidade cósmica (*big-bang*).

As galáxias também nos revelaram uma surpreendente sucessão de fenômenos que são comumente estudados no campo da Cosmologia. As galáxias possuem uma hierarquia em sua distribuição pelo cosmos. Elas se reúnem em grupos e em aglomerados que podem possuir de centenas a milhares de membros. Vários aglomerados se reúnem em estruturas ainda maiores, os superaglomerados de galáxias. Portanto, é inevitável querer saber se as galáxias sempre existiram ou foram criadas em algum instante cósmico. Se foram criadas, como isso ocorreu? Nuvens imensas de matéria se fragmentaram em galáxias ou as galáxias já formadas é que se reuniram em aglomerados?

Como o universo está se expandindo e a temperatura é sensível a esse fenômeno - diminuindo com a expansão do sistema - seu valor deve ter sido extremamente alto nos instantes iniciais. A expansão e o resfriamento do

universo são a base da teoria do *Big Bang*, de onde o universo emergiu a partir da singularidade cósmica. Não conhecemos os mecanismos que geraram a singularidade inicial ou o que estava fazendo o universo antes de expandir-se. Até mesmo a Física capaz de descrever este período ainda é muito especulativa, permanecendo basicamente desconhecida. Este problema está associado com as condições iniciais num regime onde a Relatividade Geral, uma teoria clássica, deveria ser descrita quanticamente; o que nos remeteria ao domínio da Cosmologia Quântica, para o qual não existe ainda uma teoria bem fundamentada.

Modernamente, o problema das condições iniciais do universo é amenizado supondo-se que logo após a era de Planck ocorreu um período inflacionário. A expansão colossal que sofre o universo durante a inflação teria, entre outras conseqüências físicas importantes (ver seção 2.1.3), a capacidade de diminuir ou mesmo eliminar a influência das condições iniciais do universo. É como se o universo surgisse novamente, contudo, com a gravitação bem descrita pelo seu regime clássico. A partir da fase inflacionária, a descrição do universo se torna mais confiável, pois está baseada numa física mais bem estabelecida, cujas previsões podem ser comparadas com os dados observacionais mais recentes.

Mais sólida ainda é a evidência de que grande parte da massa gravítica do universo é formada por matéria escura, agrupada em torno das partes mais externas das estruturas, ou seja, formando os halos de galáxias e aglomerados [55]. A primeira evidência robusta de sua existência foi obtida através das chamadas curvas de rotação de galáxias [1, 45, 54, 56, 57]. Até mesmo em galáxias anãs existem evidências da existência de matéria escura.

Se contarmos as estrelas e o gás visível vemos que a partir de uns 10 – 15 kpc a massa observada é muito menor que a responsável pela rotação. As curvas de rotação deveriam ser keplerianas (ou seja, órbitas elípticas

em torno de uma massa aproximadamente constante), e diminuir com a distância segundo  $r^{-\frac{1}{2}}$ ). No entanto, as observações mostram que as curvas de rotação não seguem as órbitas keplerianas, até distâncias muitas vezes maiores do que a porção luminosa, onde não há praticamente estrelas ou gás [58]. Assim, as curvas são interpretadas como evidência à favor da matéria escura, a mesma que é necessária para explicar o crescimento das flutuações de densidade, que geraram as estruturas em grande escala e as próprias galáxias. Este problema foi levantado há uns 70 anos e tem motivado a busca por partículas exóticas de matéria em laboratório e outros sistemas astrofísicos, contudo, até o presente, sem resultados concretos na sua detecção direta.

A pergunta importante nesse contexto está relacionada com a natureza das partículas que constituem a matéria escura. Uma coisa é certa, ela não é constituída de prótons, nêutrons, nem qualquer coisa construída por prótons ou nêutrons, tais como os restos de estrelas massivas que se tornaram buracos negros. De acordo com os cálculos da nucleossíntese primordial, tais partículas simplesmente não são em número suficiente para representar a matéria escura. Além disso, apenas uma pequena fração da matéria escura pode ser formada por neutrinos, uma vez que eles são relativísticos. Partículas “quentes” são demasiadamente móveis para formar as estruturas cósmicas observadas, um fenômeno conhecido na literatura como *“free stream”* [1, 54].

Atualmente, os melhores candidatos envolvem matéria escura “fria”, uma categoria que engloba qualquer partícula desconhecida pesada e lenta, ou seja não-relativística e fracamente interagente. Uma possibilidade de extensão do modelo padrão da física de partículas é a supersimetria, pelo menos sendo uma das mais aceitas. Ela postula uma nova família de partículas - uma “superparceira” para cada partícula elementar conhecida. Essas novas partículas são todas mais pesadas que as conhecidas. A mais

famosa delas é o neutralino, o qual, juntamente com os axíons, constituem os candidatos naturais para representar a matéria escura fria.

A fim de detectar matéria escura, é preciso saber como ela interage com a matéria normal. Supõem-se que ela só interage por intermédio da gravitação, a mais fraca de todas as forças conhecidas da natureza, o que torna difícil sua detecção direta, pelo menos com a tecnologia atual. Contudo, pode ser que essa seja apenas uma aproximação conveniente - algo que permite descrever estruturas cósmicas sem preocupação com propriedades mais detalhadas das partículas.

Por outro lado, os dados observacionais provenientes de Supernovas do tipo Ia (em baixos, intermediários e altos *redshifts*) indicam que a expansão cósmica está acelerando [4, 5, 6, 7, 59]. No contexto da Relatividade Geral, tal fato só pode ser explicado supondo-se a existência de uma componente extra, com pressão negativa, usualmente denominada Energia Escura ou Quintessência [13, 15, 60, 61, 62]. Na seção 2.2, descreveremos alguns dos candidatos mais importantes para energia escura. A descoberta desse setor escuro na cosmologia (matéria escura e energia escura), a necessidade da identificação de sua natureza corpuscular, e o estudo de suas conseqüências físicas, estão entre os grandes desafios da cosmologia moderna.

### 2.1.1 História Térmica do Universo

A necessidade de se descrever os inúmeros processos físicos que ocorreram no universo, levou a uma divisão desde o seu nascimento até hoje em fases, ou eras cósmicas, que estão intimamente associados à evolução de sua temperatura. Os períodos mais importantes na história térmica do universo são [63]: i) *Era de Planck*; ii) *Era de Grande Unificação*; iii) *Era Inflacionária*; iv) *Era Hadrônica*; v) *Era Leptônica*; vi) *Era da Nucleossíntese*; vii) *Era de Recombinação* e a viii) *Formação de Estrelas, Galáxias e Aglomerados*. Em todas essas fases os processos físicos englobam

criação, destruição e transformação. Alguns são mais suaves, outros são extremamente violentos e grandes quantidades de energia podem ser liberadas.

Durante os primeiros estágios da expansão do universo a energia de radiação era maior do que a energia da matéria. Atualmente, a densidade de radiação é cerca de  $10^{-5}$  vezes menor do que a densidade de matéria do universo. Quando, entretanto, a temperatura do universo era aproximadamente igual a  $4 \cdot 10^4 K$  e a idade do universo era  $5 \cdot 10^5$  anos, a densidade de radiação tornou-se igual a densidade de matéria. Antes daquela época a radiação dominava a matéria. O estágio inicial do universo é chamado de “era da radiação” enquanto o estágio subsequente, dominado pela matéria não-relativística, é a “era da matéria”, ver figura 2.1.

Logo após o início da era da matéria, um outro evento significativo ocorreu: a criação de átomos a partir de núcleos e elétrons. A temperatura do universo, neste estágio, era de cerca de  $3 \cdot 10^3 K$ . A temperaturas maiores os átomos estavam ionizados por causa das contínuas colisões entre partículas e fótons mais energéticos. A medida que a temperatura caiu abaixo desse valor, os fótons não tinham mais energia suficiente para ionizar a matéria, de modo que átomos neutros puderam ser formados. A maioria dos elétrons tomaram parte na formação de átomos neutros de modo que somente uma fração bem menor de elétrons livres foram deixados para trás, daí em diante, praticamente cessando a interação entre fótons e elétrons livres. Ao mesmo tempo o livre caminho médio dos fótons, devido ao espalhamento por átomos neutros, se tornou tão grande quanto o tamanho do horizonte. Por conseguinte os fótons se tornaram desacoplados da matéria e ficaram livres para se mover através de todo o espaço. O universo se tornou transparente. Hoje esses fótons constituem a radiação térmica que permeia o universo, dotada de um espectro planckiano cujo pico se encontra na faixa de microondas.

## TEMPO CÓSMICO

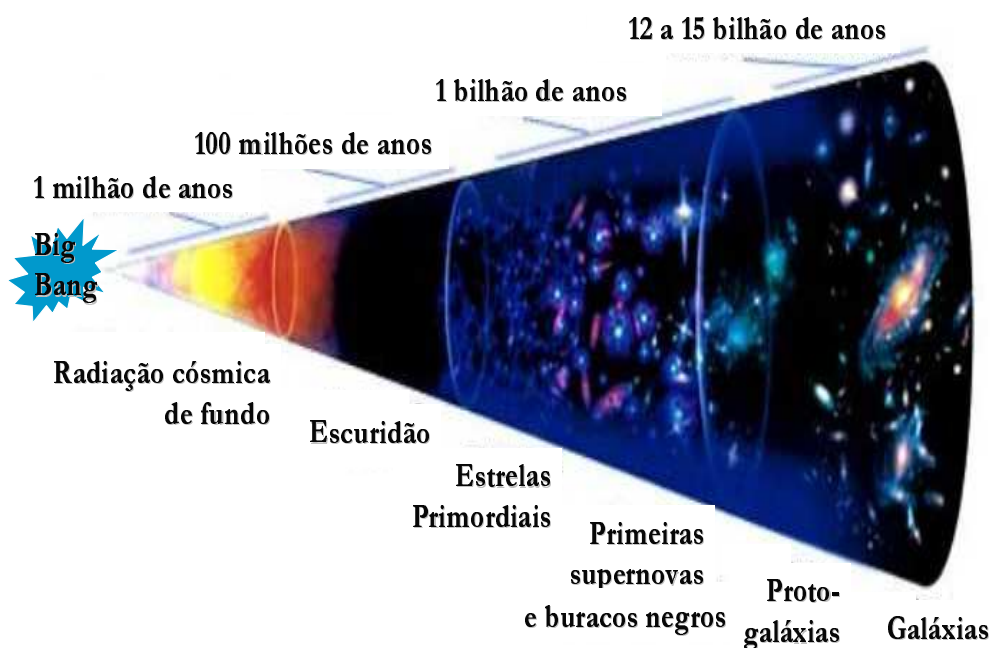


Figura 2.1: Evolução do universo segundo o cenário do “Big-Bang”

### 2.1.2 Radiação Cósmica de Fundo

Foram nos trabalhos de Gamow e colaboradores, publicados na década de quarenta [64], onde primeiro surgiu a idéia de que o universo primordial foi dominado pela radiação. Uma componente remanescente dessa radiação é constituída de fótons, que formam hoje o que chamamos de radiação cósmica de fundo (RCF) de microondas. Esta radiação foi descoberta acidentalmente em 1964 pelos rádio-astrônomos americanos Penzias e Wilson, dos Laboratórios Bell. Publicaram no *Astrophysical Journal* seus resultados e no mesmo volume seus compatriotas Dicke, Peebles, Roll e



Wilkison, que estavam montando uma antena para detectar essa radiação, apresentaram a interpretação correta do fenômeno observado, isto é, a de que Penzias e Wilson haviam detectado a radiação primordial, um fóssil remanescente do início do universo.

A característica principal da RCF é que ela é uma radiação de corpo negro, cuja temperatura é 2,725 K. Sua isotropia sugere que a RCF é um mar de radiação que preenche uniformemente o espaço. Isto significa que um observador em outra galáxia veria a mesma intensidade de radiação, igualmente em todas as direções, o que é consistente com o Princípio Cosmológico. O seu estudo permitiu montar a história cósmica dos últimos bilhões de anos relacionando tempo com temperatura.

Naturalmente, se o universo expande, no passado as galáxias estavam mais próximas umas das outras do que elas estão hoje. As distâncias no universo diminuem quando voltamos no tempo, a sua densidade aumenta e ele torna-se mais quente. Com o aumento da temperatura, todas as estruturas são destruídas, não apenas as galáxias, mas também os átomos e os próprios núcleos atômicos. Voltemos então até a época em que a matéria no universo estava sob a forma de um plasma de hidrogênio, isto é, havia elétrons, prótons, alguns núcleos leves mas não átomos de hidrogênio, além dos fótons que interagem fortemente com os elétrons através do espalhamento Compton.

O livre caminho médio dos fótons era muito pequeno, de tal forma que se pudessemos olhar o universo naquela época, seria como se estivéssemos olhando-o através de uma densa neblina. Os elétrons quando tentavam combinar-se com os prótons para formar átomos de hidrogênio eram sempre impedidos por fótons de energia superior à energia de ligação do átomo de hidrogênio (13,6 eV).

Quando a idade do universo era cerca de  $7 \cdot 10^5$  anos, a temperatura caiu para aproximadamente  $3000K$  e os fótons não possuíam mais energia

suficiente para manter o hidrogênio ionizado. Formaram-se então átomos neutros e os fótons seguiram a partir daí livres, sem interagir com a matéria. Essa época é chamada de recombinação. No espaço de *redshifts* ( $z \sim 1100$ ), essa região a partir da qual os fótons se propagam livremente é usualmente referida como última superfície de espalhamento. São esses fótons, que seguiram praticamente livres após a recombinação, que constituem a RCF detectada por Penzias e Wilson.

O importante é que os fótons e elétrons, antes da recombinação, estavam fortemente acoplados e, portanto, formando efetivamente um único fluido (*baryon-photon fluid*). Assim, os fótons após desacoplarem carregam com eles a informação de como era o universo naquela época. Tais inhomogeneidades ficaram impressas no fluido cósmico, originando as pequenas anisotropias na temperatura da radiação cósmica de fundo. De lá para cá a RCF se propaga livremente e apenas esfria devido a expansão do universo, mantendo essas anisotropias primárias que são atualmente observadas pelo COBE [65], WMAP [66]...etc.

A distância para a última superfície de espalhamento depende da curvatura espacial. Por exemplo, nos modelos com curvatura espacial negativa, existe uma tendência de convergir as trajetórias dos fótons que deixam a última superfície de espalhamento e são presentemente observados. Isto significa que o máximo das anisotropias seriam vistas em uma escala angular menor do que nos modelos planos ou de curvatura espacial positiva (deslocamento para altos multipolos). A mais importante consequência desse fato, é que a localização do primeiro pico, no espectro angular de potência (ver figura 2.2) informa, basicamente, qual a curvatura espacial do universo.

Mapas do céu em microondas foram originalmente obtidos pelo satélite COBE (*Cosmic Background Explorer*) sendo  $T_{COBE} = 2,728 \pm 0,002\text{K}$  ( $1\sigma$  de confiabilidade [67]) e, mais recentemente, com muito maior precisão,

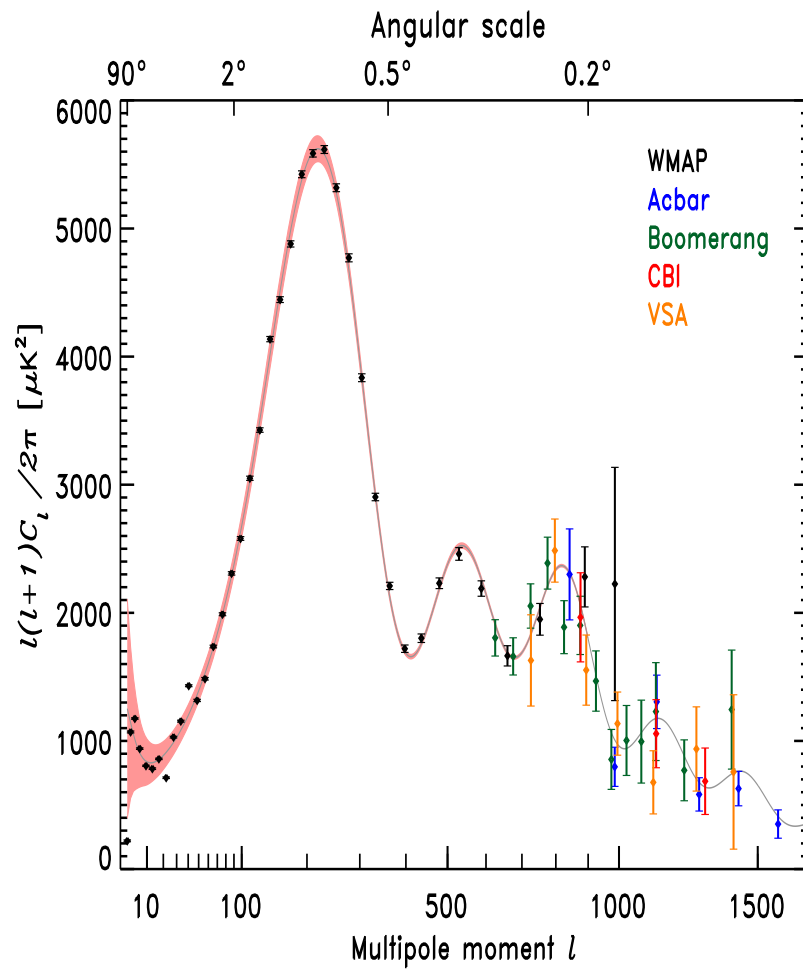


Figura 2.2: Anisotropias de temperaturas da RCF. Espectro angular de potência obtido pelo WMAP (3 anos) e outros experimentos em pequenas escalas angulares mostrados na figura.

pelo Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) da NASA, lançado no final de 2001. Os primeiros resultados (1 ano de coleta de dados) com resolução angular de  $0,21^\circ$  em 93 GHz, foram divulgados por Bennett e colaboradores em fevereiro de 2003 [65]. As regiões vermelhas são mais quentes ( $200 \mu K$ ) do que a média e as azuis mais frias ( $-200 \mu K$ ).

Em 2006, a segunda liberação de dados do WMAP (3 anos), bem como suas análises foram publicados por Spergel e colaboradores [66]. Considerando apenas os dados do WMAP e um modelo de energia escura do tipo  $\Lambda$ CDM (ver Seção 2.2.1) o melhor ajuste para os 6 parâmetros fundamentais são (ver definições na tabela 2.2):  $(\Omega_M h^2, \Omega_b h^2, h, n_s, \tau, \sigma_8) = (0.127^{+0.007}_{-0.013}, 0.0223^{+0.0007}_{-0.0009}, 0.73^{+0.03}_{-0.03}, 0.951^{+0.015}_{-0.019}, 0.09^{+0.03}_{-0.03}, 0.74^{+0.05}_{-0.06})$ . Dessa forma, os dados de 3 anos diminuiu dramaticamente o volume acessível no espaço total (6-dimensões) dos parâmetros observáveis. Em particular, os dados indicam que a idade do universo é de  $13,73^{+0,13}_{-0,17}$  bilhões de anos [66]. O primeiro pico acústico na distribuição angular de potências ocorre em  $\ell = 220$  (ver figura 2.2). Essa posição depende do conteúdo total do universo ( $\Omega_T$ ) e privilegia um universo plano com grande precisão. A amplitude do pico acústico é proporcional a densidade bariônica, fixando sua contribuição em apenas 4,4% do conteúdo total do universo. O restante corresponde a 23,2% de matéria escura e 73,4% de energia escura (constante cosmológica).

As observações indicam ainda que as primeiras estrelas se formaram à 200 milhões de anos depois da recombinação (dada pela detecção de reionização em  $z=20$ ), indicando indiretamente que os neutrinos não contribuíram para a evolução das estruturas, pois eles teriam dificultado a aglomeração do gás e retardado o nascimento das primeiras estrelas. Os primeiros experimentos determinaram a isotropia [68] e a natureza de corpo negro do espectro [69] com um altíssimo grau de precisão.

Embora a estrutura dos picos detectados já impliquem, por exemplo,

que a matéria escura é não bariônica, existe ainda uma física bastante rica associada com a posição e a amplitude dos picos acústicos de ordem mais alta. Seu significado e suas conseqüências serão esclarecidos apenas quando os resultados de pequena escala se tornarem mais precisos (a partir do terceiro pico). É importante enfatizar também que os resultados do WMAP possuem um significado extraordinário ao confirmar com grande precisão a previsão básica dos chamados cenários inflacionários: O universo é plano, ou seja, dotado de uma geometria igual a dos chamados modelos de Einstein-de Sitter.

### 2.1.3 Cenário Inflacionário

A teoria da Inflação é uma possível solução para o problema das condições iniciais do universo e também para alguns mistérios não resolvidos pelo modelo do *Big-Bang* [70, 71, 72]. Primeiramente, a curvatura espacial é exponencialmente suprimida, de modo que o universo pode ser considerado efetivamente plano (problema da planura (*flatness*)). Segundo, logo após um breve estágio de reaquecimento (ver, por exemplo, [73, 74]), o universo emerge da inflação dominado por matéria relativística e localmente quase homogêneo e isotrópico (solução do problema de horizonte, ou da extrema isotropia da temperatura da RCF). Finalmente, logo após o estágio inflacionário, as inomogeneidades do universo podem ser caracterizadas por perturbações adiabáticas de densidade, com um espectro quase-invariante de escala [74]. Dessa forma uma origem causal para as flutuações que posteriormente geram todas as estruturas cósmicas é também fornecida. Outro aspecto fundamental é que depois da inflação o universo evolui como previsto pelo modelo do *Big-Bang*: a expansão é desacelerada; sua conseqüência maior sendo o lento resfriamento do plasma, que permitirá, por exemplo, a ocorrência da nucleossíntese primordial (ver próxima seção).

Segundo os proponentes da inflação, quando o universo esfriou até alcançar a temperatura de  $10^{28}K$  - a temperatura da escala GUT (*Grand Unified Theory*)- ocorreu uma transição de fase, com o conteúdo material cósmico sendo dominado pelo falso vácuo de um campo quântico. O efeito dinâmico é equivalente ao de uma constante cosmológica. Devido a repulsão cósmica o universo expande aceleradamente com as escalas de comprimento aumentando exponencialmente ( $R \propto e^{H_i t}$ ) [63] ou como uma lei de potência ( $R \propto t^n$ ,  $n > 1$ ). É esta repulsão que provoca uma expansão colossal do espaço, amplificando o volume do universo por um fator de cerca de  $10^{60}$ , numa fração de segundo entre  $10^{-36}$  à  $10^{-34}s$  após o *Big Bang* [70, 71, 72].

Tendo a inflação ampliado uma região do espaço compreendida no interior de um próton para uma escala da ordem de 100Mpc (escala dos superaglomerados galáticos que estão se formando na época atual), isto explica a razão do universo ser plano, uma vez que a região infinitesimal, da qual o universo atualmente observado se originou era forçosamente euclideana. Além disso, como a inflação relaciona a micro-escala subatômica à grande escala do universo atual, isso também explica como as inhomogeneidades primordiais na densidade de matéria, que semearam a evolução da estrutura em grande escala, teriam surgido a partir de flutuações quânticas primordiais [75].

Genericamente, os mais diversos cenários inflacionários fazem três previsões testáveis: (i) universo plano, (ii) um espectro quase-invariante-de-escala para perturbações de densidade gaussianas [76] e, finalmente (iii) um espectro quase-invariante-de-escala para as ondas gravitacionais. Os resultados mais recentes, provenientes das observações das anisotropias da RCF, verificam a primeira previsão das teorias inflacionárias com bastante precisão (posição do primeiro pico acústico) e também indicam que a segunda é aproximadamente válida; embora o resultado seja dependente de

modelo. Pela precisão atual dos dados da RCF, a terceira previsão ainda permanece completamente inacessível aos testes observacionais.

#### 2.1.4 Nucleossíntese Primordial

Três minutos após o *Big Bang*, o universo tinha uma temperatura em torno de  $10^9 K$ . Neste período, o conteúdo de matéria-energia consistia praticamente de nêutrons livres e fótons em equilíbrio térmico. Entretanto, sabemos que um nêutron livre tem vida média de cerca de 900 segundos antes de decair gerando um próton, um elétron e um anti-neutrino do elétron. Deste modo, rapidamente o universo ficou cheio de nêutrons e prótons.

Por outro lado, como a pressão era enorme, nêutrons e prótons podiam formar núcleos de deutério e trítio (isótopos do hidrogênio), além de hélio-3 e o hélio-4 (isótopos do hélio, sendo o último a partícula alfa que tem grande estabilidade). Além destas reações, ocorria também a que formava um núcleo de lítio, com 3 prótons, embora sua taxa fôsse baixíssima comparada com as 4 anteriores. Todas estas reações ocorreram com liberação de energia sob forma de radiação [1, 2].

A produção dos núcleos mais pesados não ocorreu nesse período (a nucleossíntese restante vem das estrelas), pois a formação de núcleos com 5 nucleons é altamente instável e não sobrevive. A medida que a temperatura diminui, vai cessando a atividade dos mecanismos termonucleares. Em outras palavras, não existindo calor suficiente para prosseguimento das reações e formação de novos elementos, portanto, o processo se completa.

As previsões fundamentais da nucleossíntese à luz dos dados do WMAP estão resumidas na tabela 2.1. A maior parte das análises se baseiam nos trabalhos de Steigman e colaboradores [77].

Do ponto de vista estritamente observacional, o deutério é o melhor bariômetro. Sua abundância proporciona o teste mais restritivo para a

	Abundâncias baseadas na CMB	Valores Observados
$10^5 y_D^{FIT}$	$2.58_{-0.13}^{+0.14}$	1.6 - 4.0
$10^5 y_3$	$1.05 \pm 0.03 \pm 0.03$ (syst.)	$< 1.1 \pm 0.2$
$Y_P$	$0.24815 \pm 0.00033 \pm 0.0006$ (syst.)	0.232 - 0.258
$[Li]_P$	$2.64 \pm 0.03$	2.2 - 2.4

Table 2.1: Abundâncias Primordiais baseadas em [77] e WMAP ( $\Lambda$ CDM) [66], com razão bárion/fóton,  $\eta_{10} = 6.0965 \pm 0.2055$ . Onde  $y_D^{FIT}$  é a abundância primordial do deutério,  $y_3$ , a abundância primordial do  $^3\text{He}$ ,  $Y_P$ , a abundância primordial do hélio e  $y_{\text{Li}}$ , a abundância primordial do  $^7\text{Li}$ . A abundância do lítio é expressa pelo logaritmo,  $[Li]_P = 12 + \log_{10}(\text{Li}/\text{H})$ .

nucleossíntese. A fração observada para o deutério é  $\frac{D}{H} = 2,78_{-0,3}^{+0,44} \cdot 10^{-5}$ , um resultado obtido com base em linhas de absorção na direção de quasares [78].

### 2.1.5 Formação de Estruturas

Como foi visto, o cenário inflacionário é o candidato mais natural para gerar o espectro inicial de flutuações que posteriormente originam as estruturas observadas. Depois de sucessivas evidências favorecendo esta possibilidade, boa parte da comunidade aderiu a este paradigma. Assim, as “sementes” (flutuações) que depois formariam as galáxias e o resto das estruturas observadas, estavam presentes desde muito cedo, quando o universo tinha  $\approx 10^{-33}s$  de idade. O agente responsável pelo crescimento das estruturas é a interação gravitacional agindo ao longo da expansão universal [79].

O mecanismo básico para formar inhomogeneidades é chamado de instabilidade gravitacional e foi proposto por Jeans em 1902. Na teoria de Jeans, o parâmetro que caracteriza o crescimento das perturbações é um



comprimento crítico  $\lambda_J = 2\pi/\kappa_J$  ou, equivalentemente, o número de onda de Jeans,  $\kappa_J = \sqrt{\frac{4\pi G\rho_b}{v_s^2}}$ , onde  $v_s$  é a velocidade do som e  $\rho_b$  é a densidade do fluido não perturbado. Para  $\kappa < \kappa_J$  ( $\lambda > \lambda_J$ ), as flutuações crescem exponencialmente, e se  $\kappa > \kappa_J$  as flutuações oscilam sem crescer. Contudo, Jeans formulou sua teoria para um fluido não relativístico, autogravitante e estático, cujo campo gravitacional é descrito pela teoria newtoniana. Sua generalização para a relatividade geral, incluindo a expansão do universo foi primeiramente discutida por Lifshitz e, posteriormente, refinada por muitos autores [1, 2, 54, 80]. A conclusão básica é que o mecanismo de Jeans continua válido para o universo em expansão, mas o contraste de densidade  $\delta \equiv (\rho - \rho_b)/\rho_b$  cresce apenas linearmente com o fator de escala. Esse é o resultado fundamental da teoria de perturbações cosmológicas na chamada aproximação linear.

Fisicamente, uma instabilidade gravitacional se desenvolve quando uma pequena inhomogeneidade (flutuação) na densidade atrai a matéria das vizinhanças, amplificando-se pelo fato de incorporar mais massa e atrair ainda mais a matéria circundante. Para se entender o processo de formação das primeiras inhomogeneidades é preciso escrever a equação das flutuações  $\delta$  incluindo a expansão, ou seja, escrever as equações do fluido cósmico satisfazendo a dinâmica de Friedmann, perturbando a densidade e outras variáveis do fluido (pressão, velocidade..etc). Entre o tempo correspondente a  $z \approx 10^4$  e a época onde se observam as primeiras galáxias ( $z \sim 10$ ), as soluções sugerem que o aumento da densidade foi insuficiente para explicar a formação desses objetos. Mesmo considerando a presença da matéria escura fria (sem pressão) que teria permitido o crescimento das flutuações mesmo antes da recombinação, e mais tarde a queda da matéria bariônica normal nos “poços” gravitacionais previamente formados, a fase não linear é imprescindível para se descrever completamente o processo de formação das estruturas na escala de galáxias.

Atualmente, existem alguns tratamentos analíticos e semi-analíticos tentando descrever e/ou compreender o que ocorre no regime não linear (teoria de segunda ordem, aproximação de Zeldovich..etc.), ou seja, quando  $\delta \sim 1$ . Tais tratamentos são complementados por cálculos numéricos e mais recentemente, pelas simulações envolvendo milhões ou mesmo bilhões de partículas.

O Consórcio Virgo - um consórcio internacional de astrofísicos de várias Universidades - divulgou, recentemente, os primeiros resultados da maior e mais realística simulação já efetuada para o crescimento das estruturas cósmicas: superaglomerados, aglomerados [81, 82] e a própria formação das galáxias.

A chamada simulação do Milênio [83] utilizou mais de 10 bilhões de partículas de matéria para traçar a evolução da distribuição de matéria numa região cúbica do universo, com mais de 2 bilhões de anos-luz de aresta. Foi recriado assim a evolução das cerca de 20 milhões de galáxias que povoam o enorme volume considerado. Essa simulação também leva em conta que o conteúdo cósmico é formado aproximadamente por 5% de bárions, 25% de matéria escura e cerca de 70% de energia escura. A Simulação do Milênio foi concebida exatamente para seguir a evolução do crescimento das perturbações logo após a recombinação até o presente, com o objetivo duplo de verificar se o novo paradigma (universo plano com energia escura) é consistente com aquilo que observamos atualmente. Ao mesmo tempo, permitindo explorar a física extremamente complexa que deu origem às galáxias e as suas subestruturas, ou seja, número de satélites e a existência de buracos negros centrais [82, 83].

### **2.1.6 Modelo Cosmológico Padrão**

O universo descrito pelos modelos do tipo Friedmann é espacialmente homogêneo e isotrópico (em relação a qualquer ponto), e possui uma origem

no passado em que a densidade de matéria diverge. Quando modificado pela inflação e nos estágios mais recentes, pela energia escura, tal modelo fornece o cenário padrão da cosmologia moderna.

A homogeneidade e isotropia do universo em grande escala é sugerida pelas observações da distribuição de galáxia e a extraordinária isotropia da radiação cósmica de fundo. Esta hipótese junto com as equações de campo da Relatividade Geral, fornecem as soluções para a geometria e conteúdo cósmico do universo. A métrica do espaço-tempo para o universo é dada pelo elemento de linha de Friedmann-Robertson-Walker (FRW) [2, 33].

$$ds^2 = c^2 dt^2 - R^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(\sin^2 \theta d\theta^2 + d\phi^2) \right], \quad (2.1)$$

onde  $(r, \theta, \phi)$  são as coordenadas da hipersuperfície espacial e  $t$  é o tempo cósmico.  $R(t)$  denota o fator de escala do universo no tempo  $t$  e  $k$  é o índice de curvatura da hipersuperfície  $t = \text{constante}$ . Pela forma da métrica, é possível reescalar as coordenadas fazendo a constante  $k$  assumir os valores 1, -1, ou 0, correspondendo a seção espacial de curvatura positiva, negativa ou nula, respectivamente. Com este reescalonamento, a coordenada  $r$  na métrica é adimensional e  $R(t)$  tem dimensão de comprimento.

A dinâmica do universo é definida pelas equações de campo da Relatividade Geral. Contudo, algumas de suas propriedades, cuja natureza é puramente cinemática, podem ser obtidas diretamente a partir da métrica de FRW. Para pequenos *redshifts*, ou tempos não muito distantes no passado, podemos expandir o fator de escala cósmica  $R(t)$  por uma série de potências

$$R(t) = R(t_o) \left[ 1 + H_o(t - t_o) - \frac{1}{2} q_o H_o^2 (t - t_o)^2 + \dots \right] \quad (2.2)$$

onde  $H_o$  é a constante de Hubble e  $q_o$  o parâmetro de desaceleração, definidos por:

$$q_o = -\ddot{R} \frac{R}{\dot{R}^2} \Big|_{t=t_o} \quad . \quad (2.3)$$

$$H_o = \left. \frac{\dot{R}}{R} \right|_{t=t_o} . \quad (2.4)$$

Em geral, define-se o parâmetro de Hubble  $H(t) = \dot{R}(t)/R(t)$ , que mede a taxa de variação do volume do universo. O presente valor do parâmetro de Hubble, dado pelo *HST Key Project*, é  $H_o = 72 \pm 8 \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$  [84] e pelo WMAP é  $H_o = 73,4_{-3,8}^{+2,8} \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$  [66]. Para comparar, na literatura mais antiga era muito comum escrever a constante de Hubble como  $H_o = 100h \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$ , com o pequeno  $h$  contido no intervalo  $0.4 \leq h \leq 1$ .  $H_o$  é o inverso de uma escala de tempo, fornecendo aproximadamente a “idade da expansão do universo”. Para o valor do WMAP, temos  $T_o = 1/H_o = 13,73_{-0,17}^{+0,13}$  bilhões de anos [66] de acordo, portanto, com as estimativa baseadas nos dados do *HST Key Project* e a idade dos objetos mais antigos (aglomerados globulares).

Parâmetros	Descrição	Definição
$H_o$	fator de expansão de Hubble	$H_o = 100h \text{ km Mpc}^{-1} \text{ s}^{-1}$
$\rho_b$	Densidade dos Bárions	$\rho_b = \Omega_b h^2 = \rho_b / 1.88 \times 10^{-26} \text{ kg m}^{-3}$
$\Omega_k$	Curvatura do Espaço	
$\Omega_{DE}$	Parâmetro de Densidade da Energia Escura	Para $w = -1$ , $\Omega_\Lambda = \Omega_{DE}$
$\Omega_M$	Parâmetro de Densidade da Matéria Escura	$\Omega_M = \Omega_b + \Omega_c + \Omega_\nu$
$w$	Parâmetro da Equação de Estado da Energia Escura	$w = p_{DE}/\rho_{DE}$
$\sigma_8$	Amplitude das flutuações da Matéria em $8h^{-1} \text{ Mpc}$	

Table 2.2: Parâmetros Cosmológicos mais utilizados nesta análise.

A evolução do fator de escala e do conteúdo de matéria-energia do universo é determinada pelas equações de Friedmann, usualmente obtidas das componentes independentes das equações de campo de Einstein:

$$8\pi G\left(\rho + \frac{\Lambda}{8\pi G}\right) = 3\frac{\dot{R}^2}{R^2} + 3\frac{k}{R^2} \quad (2.5)$$

e

$$8\pi G\left(p - \frac{\Lambda}{8\pi G}\right) = -2\frac{\ddot{R}}{R} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{k}{R^2} , \quad (2.6)$$

onde  $\Lambda$  é a constante cosmológica.  $\Lambda/(8\pi G)$  é a densidade de energia do vácuo,  $-\Lambda/(8\pi G)$  a pressão do vácuo e  $\rho = \sum \rho_i$  é a densidade das componentes remanescentes que preenchem o universo.

Para discutirmos a presença da singularidade no modelo é interessante observar que as equações (2.5) e (2.6) implicam na seguinte expressão para a aceleração:

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + 3p - \frac{\Lambda}{4\pi G} \right). \quad (2.7)$$

Considerando um fluido usual como fonte de curvatura ( $p > 0$  e  $\rho > 0$ ), ou pelo menos satisfazendo a chamada condição de energia forte

$$\rho + 3p > 0, \quad (2.8)$$

a aceleração,  $\ddot{R}$ , será sempre negativa se  $\Lambda = 0$ , com a curva  $R(t)$  apresentando concavidade para baixo [2]. Isso significa que num tempo finito do passado, o fator de escala assumiu o valor  $R = 0$ , o que implica não apenas numa divergência das grandezas físicas, mas também (via Equações de Einstein), na existência de uma singularidade inicial no espaço-tempo (os invariantes de curvatura divergem).

Modelos com constante cosmológica podem expandir aceleradamente ( $\ddot{R} > 0$ ). Em particular, na era de vácuo e matéria ( $p = 0$ ), vemos que a expansão será acelerada se  $\Lambda > 4\pi G\rho$ . Na verdade, até mesmo a singularidade cósmica pode ser evitada, se uma constante cosmológica efetiva (vácuo de um campo quântico) gerar uma gravidade repulsiva suficientemente intensa no início do universo.

Definindo a densidade crítica,  $\rho_c = 3H^2/8\pi G$ , a primeira equação de Friedmann pode ser reescrita como

$$\frac{k}{R^2 H^2} = \Omega_T - 1 \quad , \quad (2.9)$$

onde  $\Omega_T = \rho_T/\rho_c$  é o parâmetro de densidade total, ou seja, incluindo todas as componentes. Portanto, se  $\Omega_T = 1$ , como sugerido pela posição

do primeiro pico acústico nos dados do WMAP, temos  $k = 0$  e, portanto, um universo espacialmente plano. Em geral, a contribuição relativa de uma componente para o conteúdo material cósmico é definida por  $\Omega_i = \rho_i/\rho_c$ . Note que as expressões acima são válidas em todos os instantes da história cósmica. Atualmente, o parâmetro de densidade da matéria é  $\Omega_M = \rho_o/\rho_{co}$  e o parâmetro de densidade da constante cosmológica é  $\Omega_\Lambda = \Lambda/3H_o^2$  (ver tabela 2.2 para outras quantidades).

Em cada época, a dinâmica do universo depende das contribuições relativas de cada componente. Admitindo que as componentes não interagem entre si, se diferenciarmos (2.5) com respeito ao tempo, multiplicando por  $1/8\pi$ , e adicionarmos o resultado a (2.6) multiplicada por  $-3\dot{R}/8\pi R$ , é imediata a obtenção da equação para a conservação da energia:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{R}}{R}(\rho + p) = 0, \quad (2.10)$$

que também pode ser diretamente derivada projetando-se  $T_{\parallel\beta}^{\alpha\beta}$  na direção da quadri-velocidade ( $u_\alpha T_{\parallel\beta}^{\alpha\beta} = 0$ ). Multiplicando a equação acima por  $R^3$ , podemos reescrevê-la na forma mais familiar assumida pela Segunda Lei da Termodinâmica  $d(\rho V) + p dV = T dS = 0$  [1], similar ao resultado clássico. Portanto, para uma expansão adiabática

$$\frac{d}{dR}(\rho R^3) = -3pR^2, \quad (2.11)$$

onde o volume  $V$  é proporcional a  $R^3$  e a variação de volume  $dV$  é proporcional a  $3R^2$ . Assim, as componentes do fluido não trocam energia, garantindo que a expansão (ou contração) ocorre adiabaticamente. A equação acima mostra claramente que a variação da energia durante a expansão do volume do fluido ocorre devido ao trabalho realizado pelas forças de pressão [1].

Nos últimos 10 anos, nosso conhecimento sobre o cosmos teve um salto de qualidade fenomenal, com estimativas bastante precisas para os

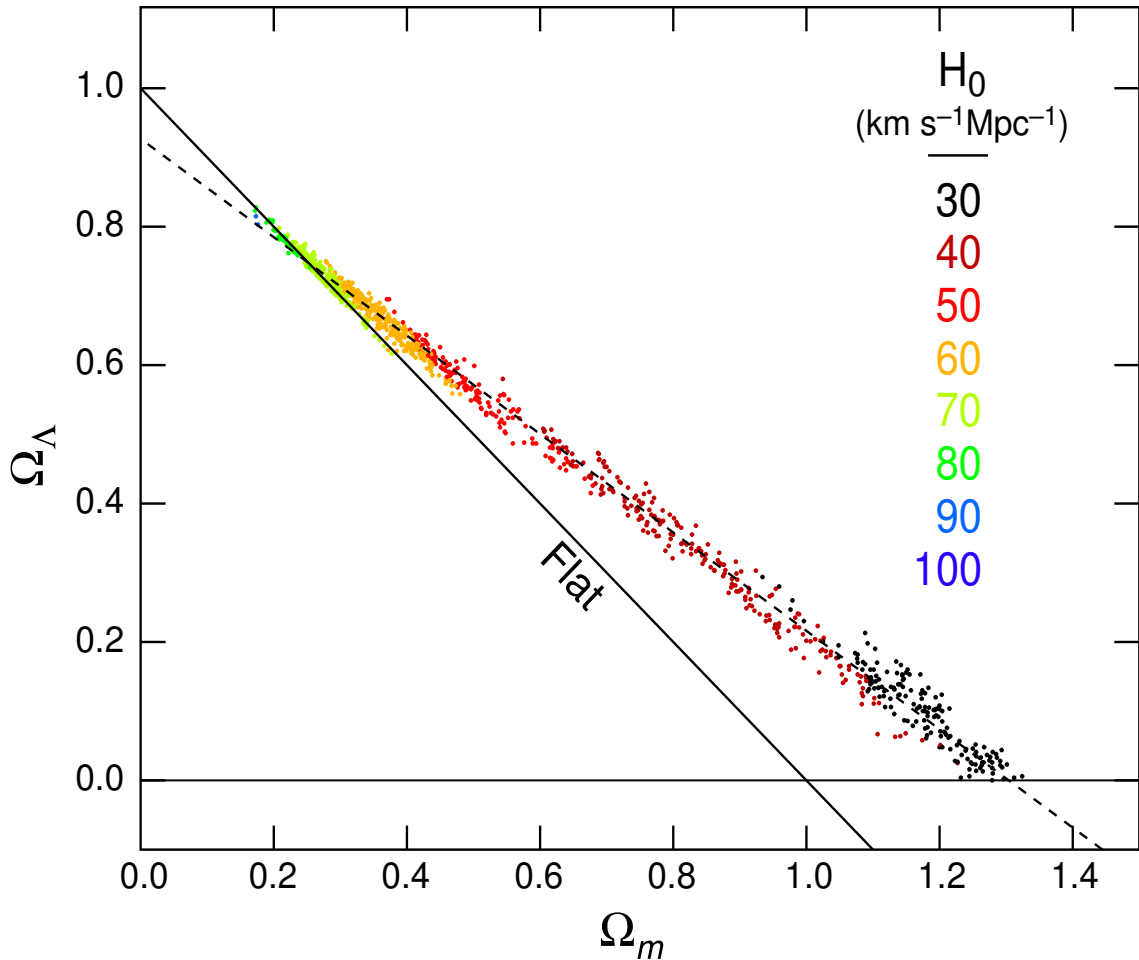


Figura 2.3: Influência de  $H_0$  no plano ( $\Omega_M \times \Omega_\Lambda$ ). O gráfico mostra as cosmologias consistentes com os resultados do WMAP e o valor de  $H_0$ . As diferentes cores correspondem aos valores de  $H_0$  indicados na figura.

valores atuais dos parâmetros  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ ,  $\Omega_b$  (parâmetros de densidade da matéria, da energia escura e dos bárions, respectivamente) e  $\omega$  (parâmetro da equação de estado). A tecnologia de telescópios, a construção de grandes observatórios em locais climaticamente mais propícios (Chile, Havaí, Ilhas Canárias, etc.) e a colocação de alguns deles em órbita espacial (Hubble Space Telescope, WMAP, Chandra, etc.), assim como os esforços concentrados dos consórcios internacionais, significaram um imenso avanço na quantidade e na qualidade das observações astronômicas.

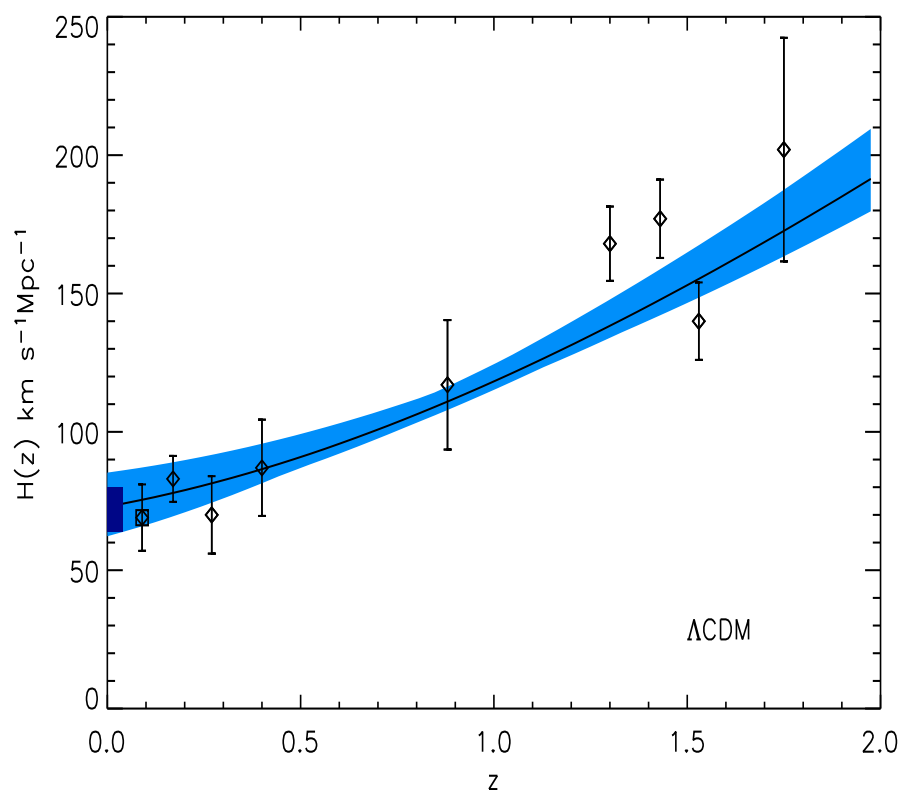


Figura 2.4: Previsão de  $H(z)$  a partir dos dados do WMAP ( $\Lambda$ CDM). A faixa azul corresponde a 68% de confiança estatística para  $H(z)$ . O retângulo é o resultado do HST Key Project [84]. Os pontos restantes são medidas de idades de galáxias baseadas em modelos de populações estelares.

Nos últimos anos as imagens do Hubble Space Telescope e os dados do WMAP, por exemplo, têm tido impacto comparável ao de experimentos como os grandes aceleradores de partículas (CERN, FERMILAB). Como um exemplo, vemos a influência de  $H_o$  no plano  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$  na Fig. 2.3, bem como a previsão de  $H(z)$  (ver Fig. 2.4) a partir dos dados do WMAP e outros testes [66].

Por outro lado, os dados observacionais envolvendo estas quantidades têm estimulado bastante interesse em testar modelos mais gerais contendo uma componente extra que descreva a misteriosa energia escura (ver tabela



2.3), e que simultaneamente, explique a atual fase de expansão acelerada do universo. Basicamente, essa energia escura possui uma pressão negativa que viola a condição de energia forte, não emite luz, não se aglomera (pelo menos em escalas normais para a matéria). Como será discutido a seguir alguns candidatos possíveis são: *i) Constante Cosmológica  $\Lambda$*  *ii) Matéria- $X$* , *iii) Campo Escalar Primordial*, *iv) Gás de Chaplygin* e *v) Decaimento do Vácuo ( $\Lambda(t)$ )*.

Table 2.3: Análise conjunta vinculando geometria e energia escura

Análise conjunta	$\Omega_K$	$\Omega_\Lambda$
WMAP + $h = 0.72 \pm 0.08$	$-0.003^{+0.013}_{-0.017}$	$0.758^{+0.035}_{-0.058}$
WMAP + SDSS	$-0.037^{+0.021}_{-0.015}$	$0.650^{+0.055}_{-0.048}$
WMAP + 2dFGRS	$-0.0057^{+0.0061}_{-0.0088}$	$0.739^{+0.026}_{-0.029}$
WMAP + SDSS LRG	$-0.010^{+0.011}_{-0.015}$	$0.728^{+0.020}_{-0.028}$
WMAP + SNLS	$-0.015^{+0.020}_{-0.016}$	$0.719^{+0.021}_{-0.029}$
WMAP + SNGold	$-0.017^{+0.022}_{-0.017}$	$0.703^{+0.030}_{-0.038}$

## 2.2 Modelos de Energia Escura

### 2.2.1 O Termo $\Lambda$

A constante cosmológica,  $\Lambda$ , é o mais antigo dos candidatos de energia escura. Tendo sido proposta na literatura em diferentes momentos e sempre como uma tentativa de se compatibilizar os dados observacionais de cada época.

Em 1917, num artigo pioneiro publicado nos Anais da Academia Prussiana de Ciências, intitulado “Considerações Cosmológicas na Teoria da Relatividade Geral” (“Kosmologische Betrachtungen zur Allgemeinen Relativittstheorie”), Einstein introduziu não apenas a

constante cosmológica, mas também inaugurou a era da cosmologia moderna aplicando as idéias da Relatividade Geral ao universo como um todo. Para este fim, ele abandonou as suas equações de campo originais em favor de uma proposta contendo um termo constante adicional, que representa um potencial gravitacional constante repulsivo. Na geometria de Schwarzschild, o termo fornece uma pequena força repulsiva próxima que aumenta proporcional à distância.

A intenção de Einstein naquela altura era obter um modelo estático. Sem o termo cosmológico, um modelo estático auto-gravitante deve colapsar em virtude da ação gravitacional da matéria. De um ponto de vista mais formal, o importante para Einstein era que o termo adicional preservava a covariância geral da teoria e resolvia o problema da instabilidade. Em 1931, depois da descoberta da expansão do universo, Einstein rejeitou a constante cosmológica alegando suas inconsistências física e estética.

Por outro lado, teoricamente, a Relatividade é de fato enriquecida pela adição do novo termo, ao mesmo tempo em que ainda mantém as suas características de uma teoria covariante, viável e geral, de gravitação. O fato de Einstein renegar a constante cosmológica parece constituir um erro em cima de outro. De fato, com sua adoção deixou de prever a expansão do universo e com o seu descarte restringiu desnecessariamente a generalidade de sua teoria [85].

O significado da importância da constante cosmológica é até hoje matéria de intenso debate [15, 86, 87, 88]. Ainda em 1931, Lemâitre advogou a favor de  $\Lambda$  para resolver a primeira crise da idade do universo. Em 1975, Gunn e Tinsley a utilizaram para explicar um possível estado de expansão acelerada do universo. Uma visão histórica mais detalhada das diversas mortes e ressurreições de  $\Lambda$  está apresentada no artigo de Weinberg [11], intitulado “O problema da Constante Cosmológica”. A descoberta da

expansão acelerada do universo provocou uma “ressurreição” da constante cosmológica, que poderia fornecer a repulsão cósmica responsável pela aceleração. Esta idéia, e inúmeras outras variantes, tornaram-se uma feição dominante da cosmologia moderna. O status quo presente da cosmologia moderna não está entretanto livre de oposição. Diversos resultados observacionais na cosmologia indicam a existência de uma constante cosmológica não nula.

Modernamente, o termo  $\Lambda$  é equivalente a uma densidade de energia  $\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi G$  e uma pressão  $p_\Lambda = -\Lambda/8\pi G$  e, portanto, pode ser interpretado como um fluido perfeito com equação de estado  $p = -\rho$  (ver eq. 2.7). Complementando essa visão, a teoria quântica de campos, associa  $\Lambda$  com às flutuações quânticas do estado de vácuo, comprovadas experimentalmente através do Efeito Casimir [89, 90, 91]. O tensor de energia-momento do vácuo é  $T_{\alpha\beta}^{vac} = \Lambda g_{\alpha\beta}$ , logo a equação de estado do vácuo é  $p_{vac} = -\rho_{vac}$ , esta equação de estado possui propriedades idênticas a de uma constante cosmológica. Na tabela 2.4 vemos os dados do WMAP [66] combinados com outros testes para vincular alguns parâmetros cosmológicos no contexto do modelo  $\Lambda$ CDM.

Table 2.4: Modelo  $\Lambda$ CDM

Parâmetros	WMAP+ SDSS	WMAP+ LRG	WMAP+ SNLS	WMAP + SN Gold	WMAP+ CFHTLS
$100\Omega_b h^2$	$2.233^{+0.062}_{-0.086}$	$2.242^{+0.062}_{-0.084}$	$2.233^{+0.069}_{-0.088}$	$2.227^{+0.065}_{-0.082}$	$2.255^{+0.062}_{-0.083}$
$\Omega_m h^2$	$0.1329^{+0.0056}_{-0.0075}$	$0.1337^{+0.0044}_{-0.0061}$	$0.1295^{+0.0056}_{-0.0072}$	$0.1349^{+0.0056}_{-0.0071}$	$0.1408^{+0.0034}_{-0.0050}$
$h$	$0.709^{+0.024}_{-0.032}$	$0.709^{+0.016}_{-0.023}$	$0.723^{+0.021}_{-0.030}$	$0.701^{+0.020}_{-0.026}$	$0.687^{+0.016}_{-0.024}$
$\sigma_8$	$0.772^{+0.036}_{-0.048}$	$0.781^{+0.032}_{-0.045}$	$0.758^{+0.038}_{-0.052}$	$0.784^{+0.035}_{-0.049}$	$0.826^{+0.022}_{-0.035}$
$\Omega_M$	$0.266^{+0.026}_{-0.036}$	$0.267^{+0.018}_{-0.025}$	$0.249^{+0.024}_{-0.031}$	$0.276^{+0.023}_{-0.031}$	$0.299^{+0.019}_{-0.025}$

Uma generalização possível para a equação de estado do vácuo é  $p = \omega\rho$ , onde  $\omega < 0$ . O caso  $\omega = -1$  recai na constante cosmológica. Como será

visto no próximo tópico, essa equação de estado descreve um caso particular de outro candidato à energia escura.

### 2.2.2 Matéria-X

No modelo cujo cenário é conhecido por  $X(z)CDM$  ambas as componentes do fluido são conservadas separadamente [92]. A equação de estado da componente de energia escura é  $p_x = \omega(z)\rho_x$ . É usual assumir à priori que  $\omega(z) = \omega_o(1+z)^n$ . Sendo esta uma forma completamente distinta do que ocorre em modelos de campos escalares, onde  $\omega(z)$  é obtido com o campo descrito [93]. Hoje na literatura existem duas vertentes no estudo da matéria-X, alguns autores estudam o  $XCDM$  padrão ( $-1 \leq \omega < 0$ , constante) e outros o  $XCDM$  *estendido* (denominado *phantom* de energia [94]), no qual o parâmetro  $\omega$  pode assumir valores  $< -1$ . Os dados observacionais mais utilizados para os testes cinemáticos para a distinção entre os modelos são raio-X [95], SNe Ia distantes [96], SNe Ia + RCF [97], SNe Ia + Estruturas de Grande Escala [5], Estatística de Lentes Gravitacionais [98] e objetos velhos em altos *redshift* (OVAR) [99]. Podemos destacar Garnavich *et al.* [96], onde ele usou os dados de SNe Ia do *High-z Supernova Search Team* e encontrar  $\omega < -0.55$  (95% c.e.), para modelos planos e  $\omega < -0.6$  (95% c.e.), para geometrias arbitrárias. Estes resultados estão de acordo com o modelo de “concordância cósmica” [100].

Em 2002, Lima e Alcaniz [101] investigaram o diagrama de diâmetro angular ( $\theta(z)$ ) versus *redshift*, utilizando os dados do Gurvits [25], e delimitaram  $-1 \leq \omega \leq -0,5$ . Corasaniti e Copeland [103] obtiveram  $-1 \leq \omega \leq -0,93$ , usando os dados de SNe Ia e medidas de picos acústicos no espectro RCF. Chae *et al.* [98] utilizou uma análise estatística de Lentes gravitacionais do Cosmic Lens All Sky Survey (CLASS) encontrando  $\omega < -0,55^{+0,18}_{-0,11}$  (68% c.e.). Jain *et al.* [104] utilizaram a separação

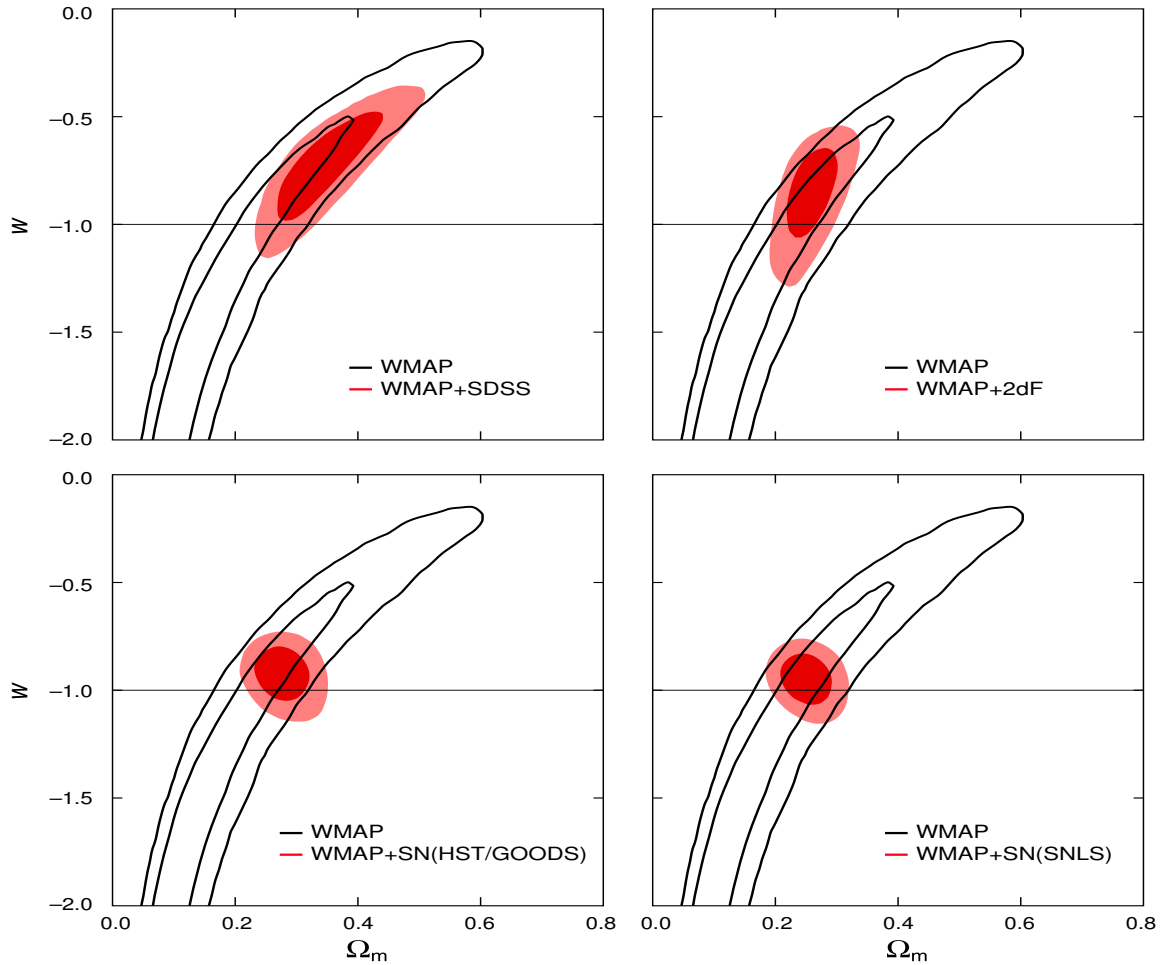


Figura 2.5: Plano  $(\Omega_M \times \omega)$ . Vínculos no parâmetro da equação de estado  $(\omega)$  para um universo combinando os dados do WMAP com outras observações. Note que o caso de energia *Phantom* ( $\omega < -1$ ) é permitido por essas observações.

de imagens na função de distribuição  $(\Delta\theta)$  de quasares lentes obtendo  $-0,75 \leq \omega \leq -0,42$ , para o limite observado  $\Omega_M \sim 0,2 - 0,4$ . Já Bean e Melchiorri [105] obtiveram  $\omega < -0,85$  para os dados conjuntos da RCF + SNe Ia + EGE, os quais não produzem evidências significativas para  $\Lambda$ CDM, o que conduz a um valor diferente para constante cosmológica. Uma conclusão equivalente foi obtida por Schuecker *et al.* [106] em análises envolvendo o REFLEX X-ray Cluster e dados de Supernovas, na qual a condição  $\omega \geq -1$  foi relaxada.

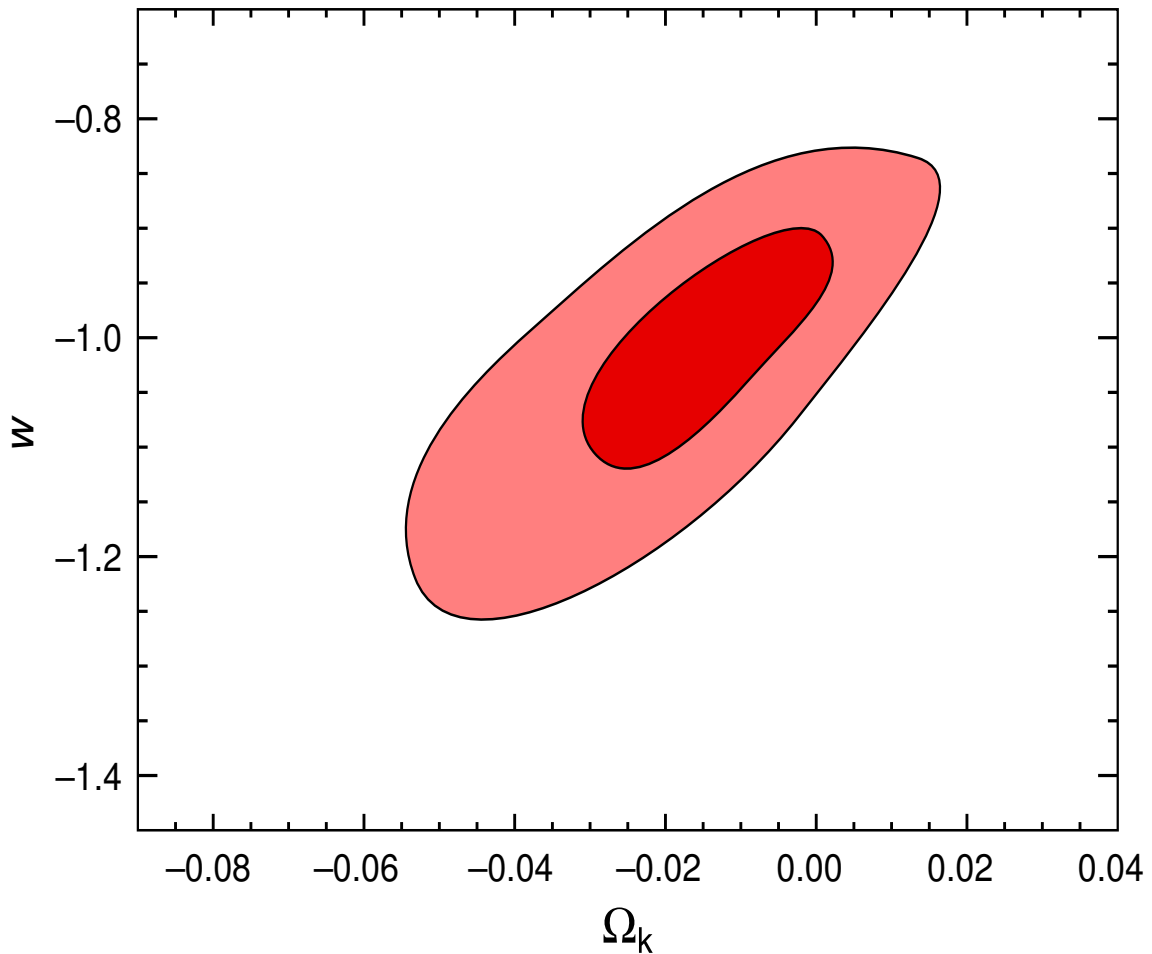


Figura 2.6: Parâmetro  $\omega$  e curvatura espacial. Os limites em  $\omega$  são restritivos mesmo sem a condição de universo plano. Vemos que o caso de Energia Fantasma (*Phantom*) é sempre permitido [66].

### 2.2.3 O Caso de Energia Fantasma ( $\omega < -1$ )

Modelos do tipo  $\Lambda$ CDM estendido, ou seja, quando o parâmetro da equação de estado assume valores  $\omega < -1$ , é usualmente denominado de Energia Fantasma (*Phantom Energy*). Embora muito discutido na literatura recente, não existe até o presente uma descrição teórica satisfatória da energia fantasma [95, 107]. O modelo mais simples de *phantom* é motivado por um campo escalar tendo um sinal negativo no termo cinético [108] (ver próxima seção). Algumas versões são também

motivadas pela cosmologia de branas [109, 110]. Nesses modelos a condição de energia dominante,  $|p| \leq \rho$ , é sempre violada.

Nos modelos dirigidos pela energia fantasma, a densidade de energia cresce com o tempo,  $\rho_{EF} \sim R^{-3(1+\omega)}$ , já que  $\omega < -1$ . Portanto, quando  $R \rightarrow \infty$ , a densidade de energia diverge. Assim, numa escala de tempo finita, o universo evolui para uma singularidade no futuro denominada de “Big-Rip” (ver figura 2.7), uma terminologia introduzida por Caldwell e colaboradores [107]. Para um universo plano, o tempo para atingir o Big-Rip é dado por:

$$\Delta t = t_{rip} - t_o = \frac{2H_o^{-1}}{3|1 + \omega|(1 - \Omega_M)^{1/2}}. \quad (2.12)$$

Se  $H_o = 70Kms^{-1}Mpc^{-1}$ ,  $\omega = -1,5$  e  $\Omega_M = 0,3$ , o tempo para atingir o *Big-Rip* é dado por  $t_{rip} - t_o \sim 22$  bilhões de anos. Naturalmente, com o crescimento da densidade de energia todos os invariantes de curvatura divergem no futuro e como um resultado, uma segunda era de gravitação quântica deve ocorrer bem antes do “Big-Rip”. Isso significa que os mesmos métodos e técnicas utilizadas para estudar a singularidade inicial podem ser adaptadas para o “Big-Rip”.

Alguns aspectos termodinâmicos da energia fantasma foram estudados por Lima & Alcaniz [111]. Em geral, o comportamento termodinâmico é completamente diferente da matéria comum. Em particular, a temperatura cresce ao longo da expansão,  $TR^{1+\omega} = constante$ , enquanto a entropia é negativa,  $S \propto (1 + \omega)T^3R^3$ . Isso deveria eliminar o caso da energia fantasma. Contudo, González-Dias & Sigüenza [102] argumentaram que estados com entropia positiva são obtidos se a temperatura for negativa, de forma que o status teórico da energia fantasma ainda permanece controverso.

Do ponto de vista mais observacional a situação é menos controversa e várias análises independentes baseadas em diferentes observações mostram

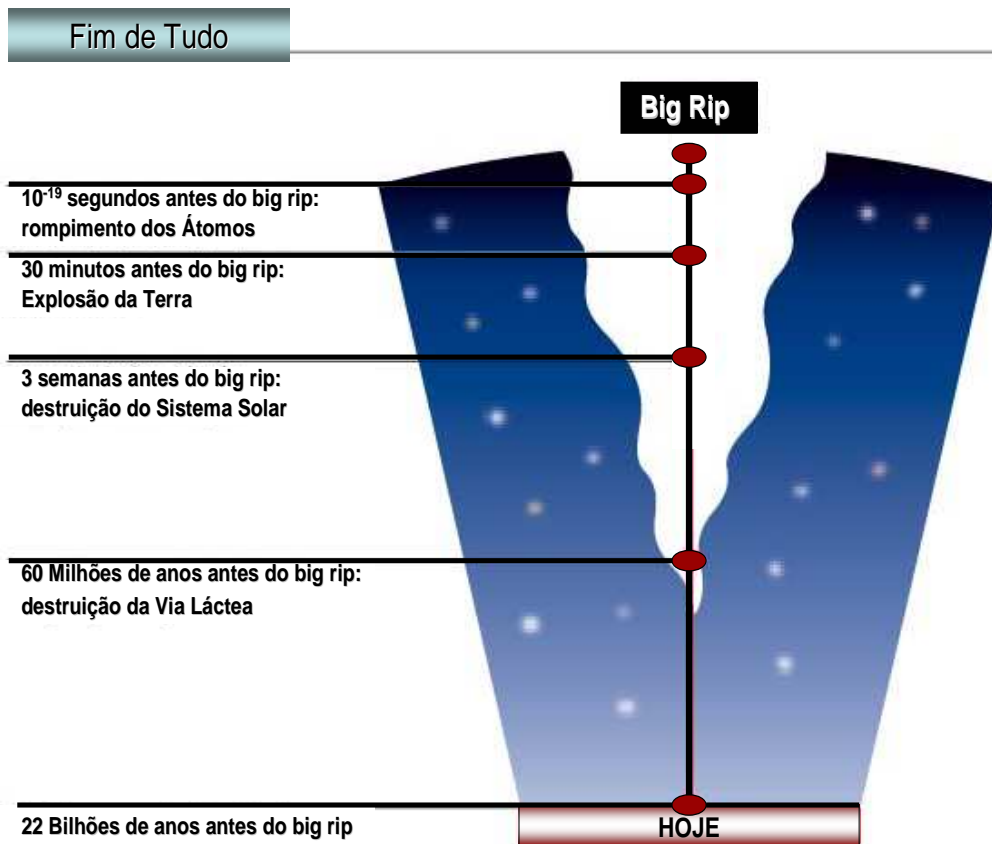


Figura 2.7: Escala de Tempo do *Big-Rip*.

que a energia fantasma é um bom candidato para explicar o presente estado acelerado do universo. Cunha, Alcaniz & Lima [112], combinando dados de raios-X de aglomerados e supernovas obtiveram  $\omega = -1,29^{+0,686}_{-0,792}$ . Hannestad e Mörtzell [113] combinaram RCF + Estrutura de Grande Escala (EGE) + dados de SNe Ia, com 95,4% c.e., encontrando  $-2,68 < \omega < -0,78$ . Mais recentemente, os resultados do WMAP [66] se mostraram bastante consistentes com a condição de energia fantasma (ver figura 2.5). Vemos também, com base na figura 2.6, que o mesmo acontece quando a condição de universo plano não é imposta nas análises.

No capítulo VI discutiremos novas aplicações da energia fantasma no



contexto de modelos onde pequenas inomogeneidades são consideradas (equação de Dyer-Roeder generalizada). Uma outra aplicação relacionada com a matéria-X pode ser vista no Apêndice desta tese, onde o teste de fração de massa do gás e SNe Ia são rediscutidos.

#### 2.2.4 Campo Escalar - Quintessência

A idéia de campo escalar primordial, motivado por modelos da grande unificação da física de partículas de altas energias pode ser simplesmente descrito por uma ação da seguinte forma ( $\hbar = 1$ ):

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \Phi \partial_\nu \Phi - V(\Phi) \right] \quad , \quad (2.13)$$

onde o potencial  $V$  é uma função do campo  $\Phi$  e  $g$  é o determinante do tensor métrico.

Num universo em expansão, um campo escalar espacialmente homogêneo com potencial  $V(\Phi)$  tem um tensor de energia-momentum diagonal,  $T_\nu^\mu = (\rho_\Phi, p_\Phi, p_\Phi, p_\Phi)$ , onde a densidade de energia e a pressão são dadas por [114]

$$\rho_\Phi = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V(\Phi) \quad , \quad (2.14)$$

$$p_\Phi = \frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - V(\Phi) \quad . \quad (2.15)$$

Implicando num parâmetro da equação de estado do tipo

$$\omega_\Phi = \frac{\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 - V(\Phi)}{\frac{1}{2} \dot{\Phi}^2 + V(\Phi)} \quad , \quad (2.16)$$

que em geral varia com o tempo (ou com o *redshift*  $z$ ). Em particular, quando o campo varia lentamente e  $\dot{\Phi}^2 \ll V(\Phi)$ , temos  $\omega_\Phi \sim -1$ , e o campo  $\Phi$  age equivalentemente a uma constante cosmológica. No entanto, fisicamente estas duas formas de energia são distintas, sendo o campo uma componente dinâmica e a densidade de energia do vácuo constante. É interessante considerar uma componente escura dinâmica

como uma alternativa para  $\Lambda$ , pois um campo escalar deste tipo escapa do seríssimo problema de ajuste fino que inevitavelmente acompanha a constante cosmológica (problema da coincidência cósmica).

A equação de movimento para o campo escalar nos modelos do tipo FRW pode ser obtida das equações de Einstein ou mais diretamente da conservação de energia ( $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ ). Quando o campo é minimamente acoplado com a gravidade, obedece a seguinte equação [114]

$$\ddot{\Phi} + 3H\dot{\Phi} + V'(\Phi) = 0 \quad , \quad (2.17)$$

onde o ponto ( $\dot{\phantom{x}}$ ) significa derivadas em relação ao tempo e a linha ( $\prime$ ) indica derivada com respeito ao campo  $\phi$ . A expressão acima é análoga à equação de um oscilador harmônico com a taxa de expansão  $H$  desempenhando o papel de um coeficiente de atrito. Para potenciais genéricos, o campo  $\Phi$  será superamortecido (aproximadamente constante) para  $H > \sqrt{V''(\Phi)}$  e subamortecido (livre para rolar até o mínimo do potencial) quando  $H < \sqrt{V''(\Phi)}$ .

Modelos de campos escalares foram inicialmente utilizados para descrever a expansão quase exponencial no início do universo (período inflacionário), quando a densidade de energia do universo é dominada pelo potencial  $V(\Phi)$ . Durante o regime da inflação o universo esfria adiabaticamente chegando a uma temperatura extremamente baixa. Contudo, para que a nucleossíntese cosmológica se realize é necessário reaquecê-lo, o que é feito às expensas da energia do campo durante o seu decaimento em partículas relativísticas. No reaquecimento, que ocorre devido ao seu acoplamento com os outros campos de matéria, o campo  $\Phi$  oscila rapidamente e decai produzindo toda a entropia do nosso universo. O processo efetivamente termina quando sua densidade de energia  $\rho_\Phi$  assume valores extremamente pequenos ou zero.

Podemos também imaginar que a evolução recente de  $\rho_\Phi$  é lenta. Se

for mais lenta que a evolução na densidade de massa da matéria, chegará um tempo em que  $\rho_\Phi$  dominará novamente, e o universo se comportará como tendo uma constante cosmológica efetiva. Esta também parece ser a maneira mais simples e natural de descrever a Quintessência [115, 116]. Uma grande questão ainda em aberto é saber se a Quintessência que dirige o presente estágio acelerado é o mesmo campo que gerou a inflação.

Um exemplo interessante de cosmologias com campo escalar primordial foi proposto por Ratra e Peebles [116]. Nesse cenário, a parte do campo  $\Phi$  chamado *inflaton*, é responsável pela inflação e convertida em entropia no final do período inflacionário. A parte restante decresce muito mais lentamente até o mínimo do potencial e vai acelerar o universo no final da era da matéria. O potencial assume a seguinte forma

$$V(\Phi) = \kappa/\Phi^\alpha \quad , \quad (2.18)$$

onde a constante  $\kappa$  tem dimensões de massa elevada a potência de  $\alpha + 4$ . O parâmetro da equação de estado para a época dominada por matéria é independente do tempo

$$\omega_\Phi = -\frac{2}{\alpha + 2} \quad , \quad (2.19)$$

e modela uma constante cosmológica pura para  $\alpha \rightarrow 0$ . No período em que a densidade dessa energia escura começa a ter uma contribuição apreciável para a taxa de expansão o parâmetro  $\omega_\Phi$  começa a evoluir, e o uso de  $\omega_\Phi$  como uma constante no modelo pode torna-se um erro. As previsões dos modelos de Quintessência á luz dos mais diferentes testes observacionais vem sendo estudados ao longo dos últimos anos [115, 116, 117]

### 2.2.5 Gás Tipo Chaplygin

Este é um cenário alternativo, onde existe uma descrição unificada para a matéria escura fria e a energia escura. Em Wetterich [118] essa matéria escura foi proposta como um tipo de quintessência. Já Padmanabhan e

Choudhury [119] investigaram algumas possibilidades via teoria de cordas modificada pelo campo tachiônico. Contudo uma outra tentativa parece ser mais promissora e esta foi sugerida por Kamenshchik *et al.* [120] e desenvolvida por Bilić *et al.* [121] e Bento *et al.* [122]. Este refere-se a um fluido exótico, o então chamado gás de Chaplygin (gC), cuja equação de estado é

$$p_{gC} = -A/\rho^\alpha, \quad (2.20)$$

onde  $A$  e  $\alpha = 1$  são constantes positivas. No caso de  $\alpha \neq 1$  temos o gás de Chaplygin generalizado [122], já considerando  $\alpha = 0$ , temos o cenário  $\Lambda$ CDM usual.

O fenômeno mais interessante nesse cenário é que o gás de Chaplygin pode interpolar naturalmente entre a matéria não relativística e um regime de energia escura [121, 122]. Fabris *et al.* [123] investigaram algumas conseqüências deste cenário utilizando os dados de Supernovas tipo Ia. Estes resultados indicam que a cosmologia dominada completamente por gás Chaplygin é favorecida em comparação com os modelos  $\Lambda$ CDM. Já Avelino *et al.* [124] usou um número maior de SNe Ia e a forma do espectro de potência da matéria, para demonstrar que estes dados restringem o modelo para  $\Lambda$ CDM, enquanto Bento *et al.* [125, 126] mostrou que a localização dos picos da RCF fornecem vínculos nos parâmetros livres do modelo. Enquanto Dev, Alcaniz e Jain [127] e Alcaniz, Jain e Dev [128] investigaram o vínculo na equação de estado do gás Chaplygin utilizando estatística de lentes gravitacionais fortes em estimativas de idade em altos- $z$ . Já os vínculos envolvendo RCF, Rádio Galáxia Fanaroff-Ryley type IIb e dados de raio-X em aglomerado de Galáxia, tem sido discutidos por diversos autores [126, 129, 130, 131, 132].

### 2.2.6 Gás de Chaplygin Simplificado

Além do parâmetro de Hubble  $H_o$  temos mais 3 parâmetros ( $\alpha, A_s, \Omega_M$ ) para o gás de Chaplygin, impondo a condição de universo plano. Neste ponto, temos uma questão interessante: como reduzir os parâmetros do gás de Chaplygin baseado em uma condição física razoável?

Para começar, note que a constante  $A_s$  aparecendo nas expressões acima conduz a uma informação básica que vem do parâmetro original  $A$  desde que apenas  $A_s$  e  $\alpha$  aparecem explicitamente nas equações de FRW do movimento. Por outro lado, a velocidade do som adiabática de Chaplygin é

$$v_s^2 = \frac{dp}{d\rho} = \alpha A / \rho_C^{1+\alpha}, \quad (2.21)$$

que deve ser positivo definido para um gás bem comportado (zero no limite do caso de poeira). Note também que para o tempo presente a velocidade do som adiabática Chaplygin é  $v_{s_o}^2 = \alpha A / \rho_{C_o}^{1+\alpha}$ , e combinando com a expressão relacionando as constantes  $A$  e  $A_s$  encontramos

$$v_s^2 = \alpha A / \rho_C^{1+\alpha} = \alpha A_s. \quad (2.22)$$

Portanto, se  $A_s$  é uma função de  $\alpha$  podemos reduzir o número de parâmetros livres, e, com um bônus extra, a positividade de  $v_s^2$  pode ser naturalmente garantida. Vemos então que a mais simples escolha é  $A_s = \alpha$ . Neste caso,  $v_{s_o}^2 = \alpha^2$ , ou mais geralmente,  $v_s^2 = \alpha^2 \rho_{C_o} (\rho_{C_o} / \rho)^\alpha$ , onde a equação de estado do gás de Chaplygin generalizado torna-se

$$p_C = -\alpha \rho_{C_o} \left( \frac{\rho_{C_o}}{\rho_C} \right)^\alpha, \quad (2.23)$$

tal que, no presente, o gás simplificado “imita” a matéria-X ( $p_{C_o} = -\alpha \rho_{C_o}$ ), sendo completamente caracterizada pelo parâmetro  $\alpha$ . Um universo acelerando hoje pode ser obtido e seu comportamento é tipo um fluido sem pressão para grandes valores de  $z$  ( $q(z) \geq 0$ ), assim como uma matéria-X para baixos *redshifts* tendendo a acelerar a expansão. Se  $\alpha = 1$ , o

comportamento dinâmico atual é o mesmo de uma constante cosmológica. Note também que a equação básica de FRW para o modelo simplificado deve ser escrita como

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = H_o^2 \left\{ \Omega_M \left(\frac{R_o}{R}\right)^3 + (1 - \Omega_M) \left[ \alpha + (1 - \alpha) \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3(\alpha+1)} \right]^{\frac{1}{\alpha+1}} \right\}, \quad (2.24)$$

mostrando que o parâmetro  $\alpha$  é a única constante desconhecida relacionada com o modelo de gás de Chaplygin simplificado. No capítulo IV, confrontamos este modelo simplificado com observações.

De acordo com o princípio da “navalha de Okkam”, postulamos que  $A_s$  é uma função de  $\alpha$  e por simplicidade tomamos  $A_s = \alpha$  desta forma excluimos (ou legitimamos), enquanto o modelo cosmológico, é mais facilmente falseado pelas observações cosmológicas atuais.

### 2.2.7 Decaimento do Vácuo ( $\Lambda(t)$ )

Os modelos  $\Lambda(t)$  [133]-[140] estão embasados na idéia de que a densidade de energia do vácuo pode decair continuamente ao longo da História cósmica. Esta variação em  $\Lambda$  estaria diretamente relacionada a interação do vácuo com outras componentes, com a densidade do vácuo diminuindo ao longo da expansão. Esses modelos tentam reconciliar o pequeno valor presentemente observado de  $\Lambda$  com o valor absurdamente alto sugerido pelas teorias de campo. Nesse sentido, pode-se dizer que é pequeno porque o universo é muito velho. Esse modelo é descrito em termos de dois fluídos: um decaimento do vácuo ( $\rho_\nu = \frac{\Lambda(t)}{8\pi G}, p_\nu = -\rho_\nu$ ) mais o produto do vácuo decaindo. E cujas equações de campo de Einstein (ECE) e a lei de conservação de energia (LCE) são dadas por

$$8\pi G\rho + \Lambda(t) = 3\frac{\dot{R}^2}{R^2}, \quad (2.25)$$

$$8\pi Gp - \Lambda(t) = -2\frac{\ddot{R}}{R} - \frac{\dot{R}^2}{R^2} \quad , \quad (2.26)$$

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = -\frac{\dot{\Lambda}(t)}{8\pi G} \quad . \quad (2.27)$$

O principal objetivo desse modelo é explicar como a energia conduz a inflação no estágio primitivo, e aceleração do universo, estando relacionada com o pequeno valor corrente de  $\Lambda$ . A maioria dos autores trata a densidade de energia do decaimento do vácuo como uma função implícita do tempo, a qual depende do fator de escala ( $\Lambda \sim R^{-2}$ ) ou do parâmetro de Hubble ( $\Lambda \sim H^2$ ), ou ainda uma combinação destes [135, 137, 138]. Uma lista extensiva de fenomenologias da lei de decaimento- $\Lambda$  podem ser vistas no artigo de Overduin e Coopertock [140]. Nestes modelos a expansão pode ser acelerada como requerido pelas observações de SNe Ia, vejam Chen e Wu [136], isto também resolve o problema da idade em  $z = 0$  [137]. Para um dos modelos mais simples Birkell e Sakhar [141] obtiveram  $\beta \leq 0,13$ . Já Lima *et al.* [142], limitou  $\beta \leq 0,16$ , considerando que o parâmetro  $\beta$  assume algum valor durante a época dominada pela radiação e pela matéria. Diversos testes cinemáticos tem sido discutidos na literatura para vincular parâmetros cosmológicos a partir de observações de supernovas, diâmetro angular versus *redshift*, lentes gravitacionais e outros [137, 138, 143, 144, 145, 146]. No capítulo IV iremos fazer uma aplicação deste modelo.

## 2.3 Conclusão

Quando admitimos a existência de uma componente exótica responsável pela aceleração cósmica - cuja equação de estado pode ou não depender do tempo - nos deparamos com mais duas questões de princípio - que precisam ser devidamente consideradas. A primeira delas é conhecida como o problema da coincidência cósmica e consiste em entender porque o

universo começou a se expandir de forma acelerada só mais recentemente. Em outras palavras, por que as densidades de energia da matéria escura e da energia escura são da mesma ordem de magnitude? Por exemplo, se o valor de  $\Lambda$  fosse dez vezes maior que a sua estimativa atual, o universo já teria iniciado a aceleração há muito mais tempo atrás. Neste caso não haveria tempo para formar estruturas como galáxias e seus aglomerados. Se  $\Lambda$  fosse dez vezes menor, nós não observaríamos a aceleração cósmica e esta só poderia ser detectada em um futuro bem distante.

Sendo a componente exótica uma constante cosmológica, o problema da coincidência cósmica confunde-se com o chamado problema das condições iniciais. Mais precisamente, foram necessárias condições iniciais muito especiais no início do universo para que  $\Lambda$  começasse a dominar a dinâmica da expansão só mais recentemente. Mostra-se que em certos modelos onde a energia escura é dinâmica, há soluções atratoras (chamadas de “tracking”) em que o problema das condições iniciais é reduzido. Contudo, isto só ocorre às custas de ajustes de parâmetros do modelo, o que não é o ideal. O problema da coincidência cósmica também pode ser aliviado admitindo-se uma interação entre a energia escura e a matéria escura ou, de uma forma mais radical, supondo que a matéria escura e energia escura são manifestações distintas de uma mesma componente (chamada de quartessência). Contudo para funcionar adequadamente, aqui também é necessário introduzir-se no modelo uma escala de massa (ou energia). O desejável é que tivéssemos uma teoria fundamental a partir da qual essa escala surgisse naturalmente.

Resumindo, as evidências de que o universo possui uma componente com pressão negativa, uniformemente distribuída e que contribui com  $\approx 70\%$  para a densidade total de energia são extremamente convincentes. Contudo, a quantidade de candidatos teóricos apresentados acima significa que pouco sabemos sobre a natureza dessa componente. Na verdade, alguns



cosmólogos questionam sua própria existência e exploram a possibilidade de que a aceleração cósmica seja fruto de uma nova teoria de gravitação. Há entre os cosmólogos um consenso de que futuros avanços dependem de novas observações bem como de uma compreensão mais profunda de física fundamental.

Na fase atual da cosmologia é importante continuar buscando alternativas teóricas capazes de explicar a aceleração cósmica, por mais estranhas ou exóticas que elas possam parecer. No aspecto observacional é importante combinar diferentes testes e métodos. De fato, os distintos testes cosmológicos estão sujeitos a diferentes erros sistemáticos e podem vincular distintas regiões do espaço de parâmetros. Portanto, combina-los é fundamental. Existe uma crença geral na comunidade de que ainda nessa década, grandes avanços serão alcançados no entendimento da natureza da energia escura ou, de uma forma mais ampla, na substância ou mecanismo que gera a aceleração cósmica.

## Capítulo 3

# Medidas de Distância em Astronomia

### 3.1 Introdução

Neste capítulo, discutiremos brevemente as chamadas medidas de distância, um tema que desde os trabalhos de Slipher e Hubble tem contribuído para o avanço da Cosmologia. Mais recentemente, assistimos também uma abertura de novas janelas de observações para o universo, como a proporcionada pelos telescópios espaciais, livres da influência da atmosfera terrestre. Realmente, os esforços nos últimos vinte anos proporcionaram um salto de qualidade no nosso conhecimento sobre o Cosmos. A tecnologia dos novos telescópios e detetores, a construção de grandes observatórios em locais climaticamente mais propícios (Chile, Havaí, Ilhas Canárias etc.) e a colocação de alguns deles em órbita espacial (*Hubble Space Telescope*, WMAP, XMM, Chandra etc.) propiciaram um imenso avanço na quantidade e na qualidade das observações astronômicas, tendo também conseqüências significativas para a escala de distância.

### 3.2 Escalas de Distância Cósmica

A escada de distância cósmica é formada por vários limites de distância cosmológica que vão desde distâncias terrestres até distâncias de aglomerados de galáxias e para cada faixa de distância utiliza-se um método diferente de medida como está indicado na figura 3.1.

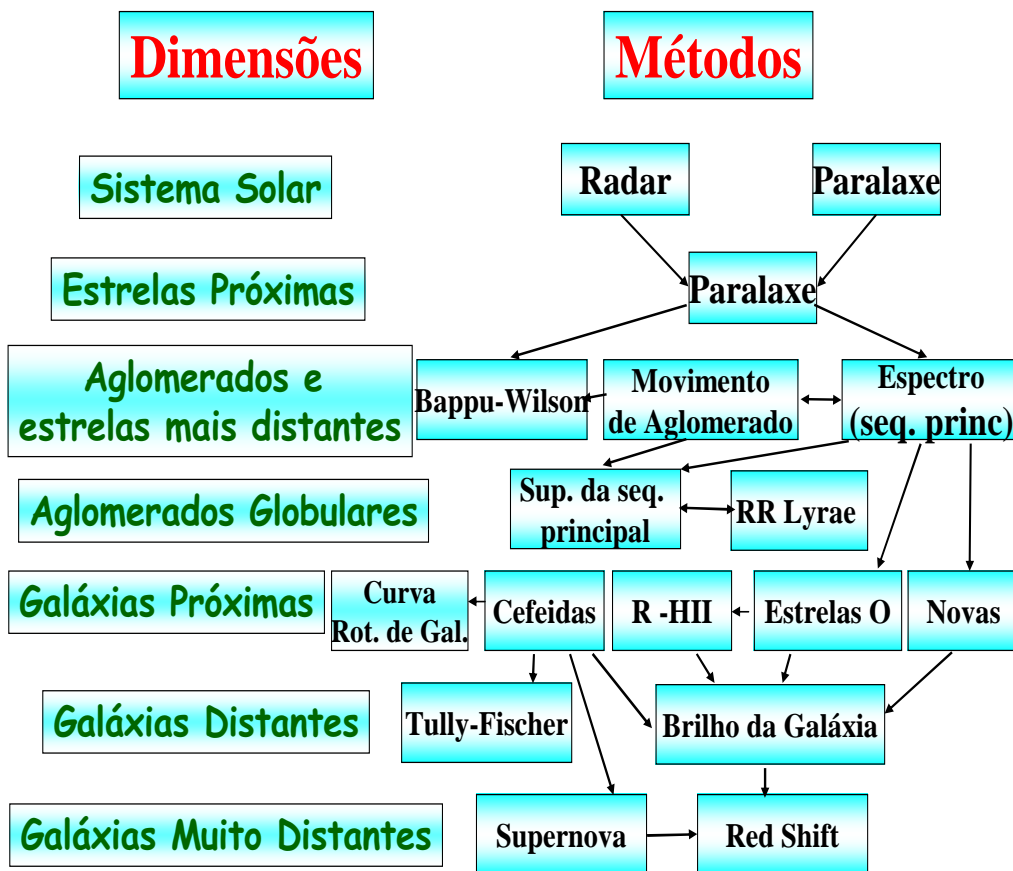


Figura 3.1: Escalas de Distância.

### 3.2.1 Magnitude

Os gregos já classificavam as estrelas de acordo com o seu brilho, e essa primeira classificação deu origem ao chamado sistema de magnitudes que ainda hoje é utilizado nas definições de distância de experimentos modernos. Neste sistema a magnitude aparente ( $m$ ) é definida com base em uma estrela escolhida como ponto de referência. Atualmente, consideramos como referência a estrela  $\alpha$ -Centauri (que possui magnitude aparente nula). Uma estrela mais brilhante do que  $\alpha$ -Centauri tem magnitude aparente negativa e, analogamente, uma menos brilhante terá magnitude aparente positiva. Matematicamente, a definição é dada por:

$$m = -2,5 \log_{10} \frac{F}{F_{\alpha}} \quad (3.1)$$

onde  $F$  e  $F_{\alpha}$  representam os fluxos (energia por unidade de tempo por unidade de área medidos no detector) da estrela em questão e de  $\alpha$ -Centauri, respectivamente.

Através de um cálculo simples, o fluxo medido no detector nos permite também saber a energia total emitida pela estrela por unidade de tempo, a luminosidade absoluta ( $L$ ) e, a partir desses conceitos, a distância-luminosidade  $d_L$  ( $d_L^2 = \frac{L}{4\pi F}$ ), na seção 3.4.1 iremos apresentar maiores considerações sobre essa grandeza dado a sua importância nas observações cosmológicas. Existe um outro tipo de magnitude denominada de magnitude absoluta ( $M$ ), definida como a magnitude aparente<sup>1</sup> que a fonte teria se estivesse localizada a uma distância de 10pc. Neste caso,

$$F_{10} = \frac{L}{4\pi(10pc)^2} = \frac{(\frac{L}{4\pi d_L^2})4\pi d_L^2}{4\pi(10pc)^2} = F \left(\frac{d_L}{10pc}\right)^2 \quad (3.2)$$

---

<sup>1</sup>A quantidade  $(M - m)$  é chamada módulo de distância.

logo,

$$M = -2,5 \log_{10} \frac{F_{10}}{F_{\alpha}} = -2,5 \log_{10} \frac{F}{F_{\alpha}} - 2,5 \log_{10} \left( \frac{d_L}{10pc} \right)^2 \quad (3.3)$$

$$M = m - 5 \log_{10} \frac{d_L}{10pc}. \quad (3.4)$$

Geralmente, este resultado é reescrito na forma:

$$m = 5 \log_{10} \frac{d_L}{cH_o^{-1}} + 5 \log_{10} \frac{cH_o^{-1}}{1pc} + M - 5, \quad (3.5)$$

$$m = 5 \log_{10} \tilde{d}_L + \aleph, \quad (3.6)$$

onde a quantidade  $\aleph$  é chamada *intercept* ou magnitude de ponto zero e  $\tilde{d}_L$  a distância de luminosidade em unidades de  $cH_o^{-1}$ . Parametrizando o valor atual do parâmetro de Hubble por  $100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , onde  $h$  é uma constante adimensional, e  $c = 2,9979 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$ , podemos escrever o *intercept* como:

$$\aleph = 5 \log_{10} \frac{2,9979 \times 10^5 \times 10^6}{100h} + M - 5, \quad (3.7)$$

$$\aleph = -5 \log_{10} h + M + 42,3841. \quad (3.8)$$

Para uma determinada fonte podemos obter através da análise da luz emitida, a magnitude aparente e seu desvio para o vermelho. Se considerarmos apenas fontes cujas magnitudes absolutas nos sejam conhecidas, a magnitude aparente estará relacionada à distância e conseqüentemente ao tempo transcorrido desde que a luz saiu da fonte até hoje, enquanto o desvio para o vermelho trará informações sobre a expansão total experimentada pelo universo neste intervalo de tempo. A partir da observação de fontes que apresentam diferentes valores de desvio para o vermelho podemos encontrar uma função que represente a dependência do parâmetro de Hubble com  $(z)$ , ver seção 3.3, e, conseqüentemente, aponte

características do comportamento da energia escura. Entretanto, quanto mais alto o valor do desvio para o vermelho, mais jovem é o universo observado e as fontes com valores diferentes de desvio para o vermelho não necessariamente possuem as mesmas características. Para que possamos comparar dados de diferentes épocas da evolução do universo, precisamos utilizar um determinado tipo de fonte cujas características nos sejam familiares e uniformes em todas as etapas da evolução, ou seja, precisamos de uma vela padrão.

### 3.2.2 Seqüência Principal

A seqüência principal (SP) é uma curva no diagrama de Hertzsprung-Russell, mais exatamente uma faixa, onde a maior parte das estrelas estão localizadas (ver figura 3.2). Estrelas localizadas nesta faixa são chamadas de estrelas da seqüência principal. Nesta fase elas geram luz e calor pela queima de hidrogênio em hélio através de fusão nuclear na região mais central. O Sol, juntamente com a maior parte das estrelas visíveis a olho nu, estão nesta faixa. As mais frias são chamadas de anãs vermelhas. Uma estrela entra na SP, saindo da fase de proto-estrela, assim que a temperatura de seu núcleo atinge um valor suficiente para iniciar a fusão de hidrogênio em hélio e permanecerá nela até que esta fase se esgote e passem para a fase de subgigantes ou gigantes vermelhas. A posição e o tempo que uma estrela permanece na SP depende criticamente de sua massa. As estrelas mais massivas, as quentes e azuis das classes estelares O e B queimam rapidamente seu estoque de hidrogênio e portanto permanecem por pouco tempo, de onde saem para a fase de gigantes vermelhas. Estrelas menos massivas e mais frias, que queimam hidrogênio, como as anãs vermelhas, aparecem no canto inferior da seqüência principal e permanecem lá por centenas de bilhões de anos.

O método de medida de distância com base na seqüência principal

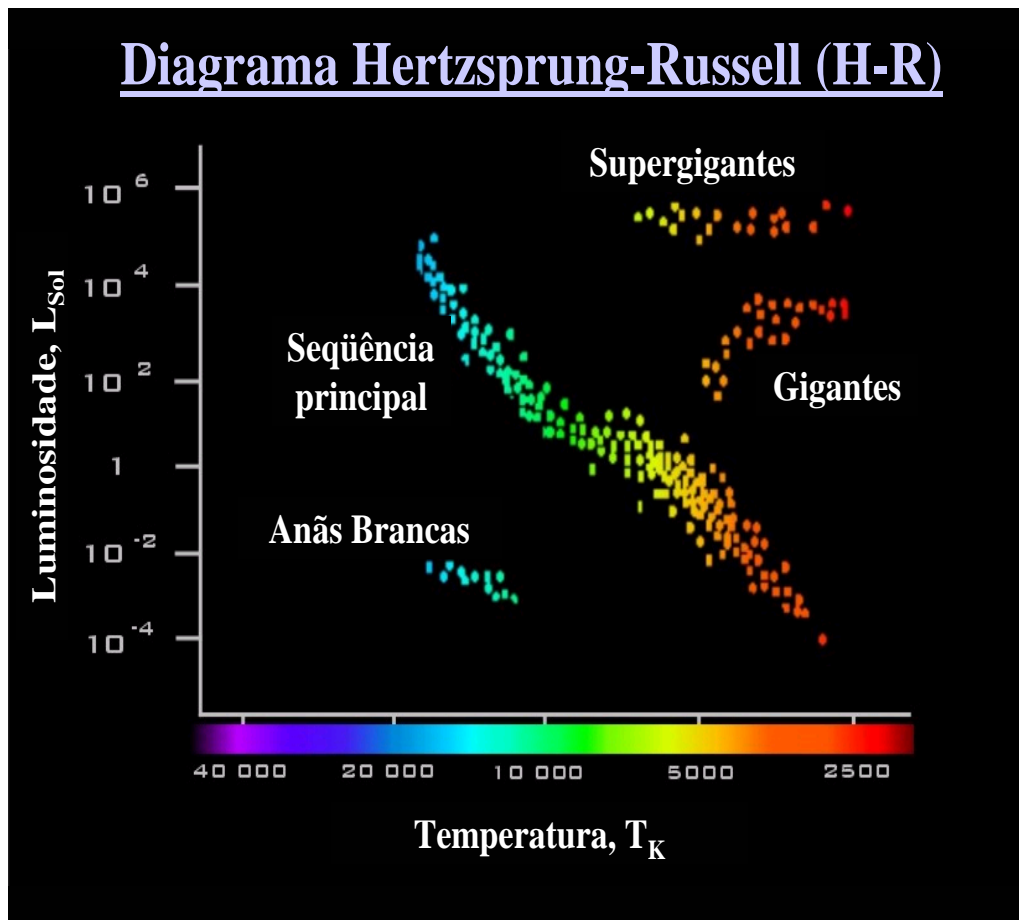


Figura 3.2: O diagrama HR (Hertzsprung e Russell). As estrelas passam a maior parte de suas vidas na seqüência principal. Neste diagrama o Sol está posicionado com uma temperatura da ordem de 6000 K e luminosidade relativa igual a 1.

pressupõe que as estrelas nesta fase têm propriedades idênticas em todos os aglomerados galácticos. Isto significa que todas as estrelas de mesmo tipo espectral possuem a mesma magnitude absoluta. Por exemplo, comparar o brilho da seqüência principal das Hyades e de estrelas de outros aglomerados. O desvio vertical necessário para trazer as duas seqüências principais superpostas permite saber a distância relativa entre os dois aglomerados.

### 3.2.3 Indicadores Primários de Distância

Existem vários indicadores primários de distância, por exemplo, estrelas variáveis que tem como característica mais marcante períodos bem definidos que podem variar entre 12 e 24 horas, as principais sendo:

- RR Lyrae Variáveis, estrelas que possuem o mesmo brilho intrínseco, contudo a sua maior desvantagem é o fato de possuírem brilho muito fraco.
- Variáveis Cefeidas, estrelas pulsantes, inicialmente estudadas por Henrietta Leavitt, que observou o período da pulsação relacionado ao brilho intrínseco da estrela. Assim, medindo o período de uma Cefeída e o brilho com que ela é vista, pode-se determinar a que distância ela pode estar localizada [84, 147].

$$d^2 = \frac{L}{4\pi b} \quad (3.9)$$

onde  $L$  é a luminosidade, medida num dado período e  $b$  o brilho, medido no detector.

### 3.2.4 Supernovas Ia

As supernovas do tipo Ia são bons indicadores de distância em cosmologia porque tem um brilho intenso e um período muito bem determinado. As supernovas são velas padrões, ou seja todas têm o mesmo brilho intrínseco. Acredita-se serem resultado de uma grande explosão de estrelas anãs brancas que ultrapassam o limite de estabilidade de Chandrasekhar, enquanto, acretam matéria de uma estrela companheira [148]. Além disso, são caracterizadas pela ausência de linhas de hidrogênio no espectro. O primeiro a usar SNe Ia como indicador de escalas extragalácticas foi Kowal [149], sendo Pskovskii [150] e Phillips [151]



pioneiros na redução de dados sobre a luminosidade das supernovas como *vela padrão* universal. Essas explosões estelares são tão brilhantes que os telescópios no solo conseguem vê-las na metade da distância do universo visível e o telescópio espacial Hubble consegue detectá-las em pontos ainda mais distantes. As curvas de luz de SNe Ia são dadas em termos da luminosidade absoluta versus a taxa de decaimento do brilho. E as Supernovas mais brilhantes decaem mais lentamente[151]. As SNe Ia são de particular importância exatamente por possuírem essa característica. E foi a observação desses objetos que levou os astrônomos [4, 6], em 1998, a indicarem que a expansão do universo está acelerada. As evidências indicam que a expansão começou desacelerada e depois passou a acelerada. Uma das grandes questões nesse caso é determinar quando houve essa transição, uma vez que isso nos fornece pistas sobre a causa que serve de base para o período atual de aceleração cósmica.

As supernovas Ia também são usadas para vincular os parâmetros de densidade da matéria ( $\Omega_M$ ), de densidade da *energia escura* ( $\Omega_{EE}$ ), e o da equação de estado ( $\omega$ ), bem como outros parâmetros dependendo do teste a ser utilizado. Por exemplo, para se obter limites sobre o *redshift* de transição ( $z_T$ , quando o universo passa para a fase acelerada de sua expansão), usa-se uma descrição cinemática da distância luminosidade,  $d_L$ , sem fazer qualquer restrição *a priori* sobre a natureza do fluido cósmico ou mesmo da teoria gravitacional [59]. O *redshift* de transição pode fornecer respostas sobre questões básicas, além de ser um teste independente de modelos. Para uma visualização do plano ( $\Omega_M, \Omega_\Lambda$ ) Lima e colaboradores produziram regiões de confiança estatística dos 157 dados do Riess *et al.* [59] em cosmologias  $\Lambda$ CDM. Junto com dados das anisotropias da RCF, as SNe Ia fornecem os resultados mais importantes nas análises atuais.

Infelizmente, as supernovas tipo Ia são raras, ocorrendo em galáxias como a Via Láctea somente uma vez a cada poucos séculos, em média.

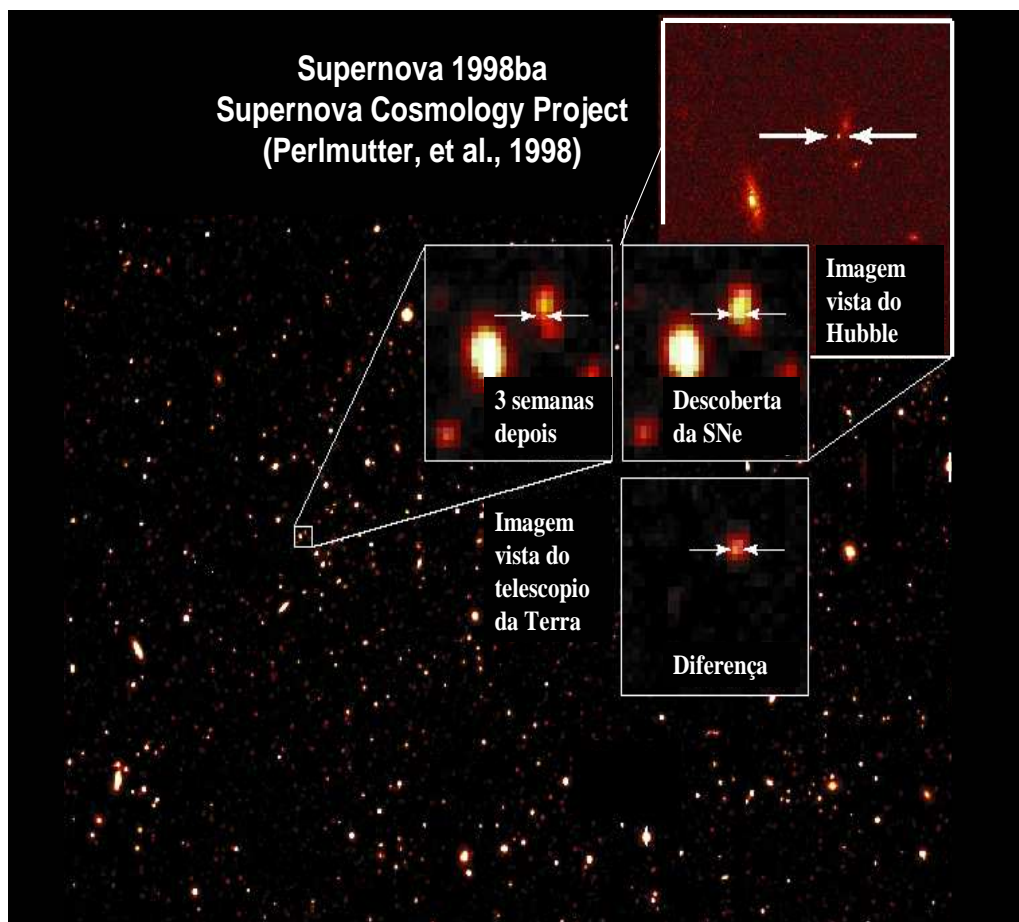


Figura 3.3: Mapeamento de Supernovas

A técnica utilizada pelos caçadores de supernovas consiste em observar repetidamente uma mesma região do céu contendo milhares de galáxias e depois comparar as imagens obtidas, ver figura 3.3. Um ponto de luz transiente que aparece em uma imagem, mas não aparece numa imagem anterior, pode ser um indício de supernova. Os resultados de 1998, mostraram evidências da aceleração cósmica, baseando-se em observações de dois grupos que estavam caçando supernovas que tivessem explodido quando o universo tinha cerca de dois terços do seu tamanho atual, isto é, cerca de 5 bilhões de anos. Em 2001, o grupo do Riess anunciou que o telescópio espacial Hubble tinha obtido a imagem de uma supernova

do tipo Ia extremamente distante (denominada SN1997ff) em repetidas observações. Dado o *redshift* da luz proveniente dessa explosão estelar - que ocorreu há cerca de 10 bilhões de anos, quando o universo tinha um terço de seu tamanho atual - o objeto parecia muito mais brilhante do que deveria. Este resultado converteu-se na primeira evidência direta do período da desaceleração. Nos próximos anos, o grupo liderado por Saul Perlmutter e colaboradores de várias Universidades deverá utilizar o satélite SNAP (*Supernova/Acceleration Probe*) para estudar a *energia escura* do universo. A estimativa é de serem catalogadas 2.000 supernovas por ano de operação. Essas observações de mais supernovas em altos *redshifts* poderão fornecer provas definitivas para a transição entre os períodos de desaceleração e aceleração da expansão cósmica.

### 3.3 Distância e Desvio para o Vermelho

Os trabalhos de Edwin P. Hubble [3], culminaram no estabelecimento de um método independente de determinação de distâncias para objetos celestes distantes demais para o uso de paralaxe.

Em 1929, a partir da descoberta da forma de se medir variáveis cefeidas Edwin P. Hubble descobriu a expansão do universo. A lei de Hubble afirma que as galáxias estão se afastando com velocidade proporcional a distância

$$v = H_o.d, \tag{3.10}$$

onde  $d$  é a distância,  $v$  a velocidade, e  $H_o$  um parâmetro (constante de Hubble) cujo valor, num mesmo instante, é o mesmo para qualquer galáxia. A velocidade das galáxias foi determinada pelo efeito Doppler, que altera a frequência aparente da linha de emissão da estrela em função de sua velocidade.

Esta lei está contida nas soluções de Friedmann, e, neste contexto, dizem

mais: todas as galáxias estão se afastando, umas das outras, obedecendo essa lei. Os resultados de Hubble podem ser facilmente entendidos considerando que a distância física própria  $l(t)$  escala com o tempo da seguinte forma

$$l(t) = l_o R(t), \quad (3.11)$$

onde  $l_o$  é constante para um par de galáxias e  $R(t)$  é um fator de expansão universal. Derivando (3.11) obtemos a taxa ou velocidade de expansão:

$$v = l_o \frac{dR}{dt} = \frac{l}{R} \frac{dR}{dt} = Hl. \quad (3.12)$$

A recessão provoca um deslocamento para o vermelho (*redshift*) no espectro da luz de uma galáxia distante. Se  $v \ll c$  este é o desvio Doppler clássico [2], assim o parâmetro de *redshift* é

$$z = \frac{\delta\lambda}{\lambda_e} = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{v}{c} = H \frac{l}{c}, \quad (3.13)$$

onde  $\lambda_o$  e  $\lambda_e$  são os comprimentos da luz observada e emitida, respectivamente. Na realidade, o desvio sistemático para o vermelho observado ocorre apenas para fontes distantes (fluxo de Hubble)<sup>2</sup>.

Esta expressão para a velocidade de recessão extrapola a velocidade da luz em  $z \gg 1$ , sendo necessário um tratamento relativístico. O *redshift* nos fornece as informações mais importantes sobre o fator de escala cósmica  $R(t)$  e representa os desvios observados na frequência da luz emitida por objetos distantes.

Considere a métrica de Friedmann e uma onda eletromagnética viajando da fonte para o observador ao longo da direção  $-r$ , com  $\theta$  e  $\phi$  fixos. Para uma geodésica nula ( $ds^2 = 0$ ) temos então:

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{R} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{(1 - kr^2)^{1/2}} = f(r_e) \quad . \quad (3.14)$$

---

<sup>2</sup>Em nosso grupo local de galáxias há alguns *blueshifts*, devido a interação gravitacional entre as galáxias do grupo.

A luz emitida da fonte em  $t_e^* = t_e + \delta t_e$  alcança o observador em  $t_o^* = t_o + \delta t_o$ . Sabendo que  $f(r_e)$  não muda, pois  $r_e$  é uma coordenada comóvel e ambos, a fonte e o observador, são movidos com a expansão cosmológica, podemos escrever

$$\int_{t_e^*}^{t_o^*} \frac{dt}{R} = f(r_e) \quad . \quad (3.15)$$

Se  $\delta t_e$  e  $\delta t_o$  são pequenos, a equação (3.14) e (3.15) implica que

$$\frac{\delta t_o}{R_o} = \frac{\delta t_e}{R_e} \quad . \quad (3.16)$$

Em particular,  $\delta t_e \propto 1/\nu_e$  e  $\delta t_o \propto 1/\nu_o$  ( $\nu_e$  e  $\nu_o$  são as frequências da luz emitida e observada, respectivamente). Assim, teremos  $\nu_e R_e = \nu_o R_o$  conseqüentemente

$$1 + z = \frac{R_o}{R_e} \quad . \quad (3.17)$$

Para galáxias próximas podemos tomar (2.2) como  $R(t) \cong R(t_o) + \dot{R}_o(t - t_o)$  e fazendo a expansão em (3.17) teremos

$$z = \frac{R_o}{R_o - \delta t \dot{R}_o} - 1 \sim c \delta t \frac{\dot{R}_o}{R_o} = d \frac{\dot{R}_o}{R_o} \equiv v \quad . \quad (3.18)$$

Assim obteremos

$$z = v = d H_o \Rightarrow d = H_o^{-1} v \Rightarrow d = H_o^{-1} z \quad , \quad (3.19)$$

que é a Lei de Hubble.

Se o universo expande isto sugere que no passado longínquo o seu volume tendeu a zero e, portanto, sua densidade, temperatura e pressão podem ter sido infinitamente grandes. Este estado do universo é usualmente chamado de estado singular inicial (*Big Bang*). Contudo, a RG é uma teoria gravitacional clássica e as nossas investigações sobre a história térmica do universo só podem ir até a época de Planck ( $t = t_{Pl}$ ), onde

$$t_{Pl} = \left( \frac{\hbar G}{c^5} \right)^{1/2} \simeq 10^{-43} \quad s, \quad (3.20)$$

para tempos menores que  $t_{Pl}$  os efeitos quânticos não podem ser desprezados [114] e, portanto, uma teoria de gravitação quântica é necessária.

### 3.4 Medida de Distância em Espaço-Tempo Curvo

No espaço-tempo curvo a medida de distância não é univocamente definida. A distância entre dois pontos pode ser definida pela:

- Distância percorrida pela luz;
- O fluxo recebido por uma vela padrão;
- O ângulo subtendido por uma régua padrão.

No espaço euclidiano todas essas três medidas são idênticas. Entretanto em um espaço-tempo não-euclidiano as três medidas são todas diferentes. Precisamos definir todas as medidas de distância separadamente em completa analogia com a contrapartida euclidiana. Distância em coordenadas comóvel: uma quantidade de interesse é a distância coordenada  $r(z)$  em função do *redshift* ( $z$ ). Desde que o raio de luz viaje ao longo da geodésica nula do espaço-tempo,  $ds = 0$ . Para métrica de FRW [152] obtemos:

$$\int_{t_o}^t \frac{cdt'}{R(t')} = \int_r^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (3.21)$$

Podemos converter a integral de  $t$  em  $z$  através da relação  $1 + z = R_o/R$ , diferenciando temos  $dz/dt = -(1+z)H(z)$  e substituindo na equação acima

$$\frac{c}{H_o R_o} \int_o^z \frac{dz'}{h(z')} = \int_o^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (3.22)$$

onde definimos o parâmetro adimensional  $h(z) = H(z)/H_o$ . Para o espaço-tempo plano, com  $k = 0$ , é

$$r(z) = \frac{c}{R_o H_o} \int_0^z \frac{dz'}{h(z')}. \quad (3.23)$$

Vamos detalhar um pouco cada uma das medidas de distância nas seções que se seguem. Como apresentado nos livros textos [1, 2, 54].

### 3.4.1 Distância de Luminosidade

Usualmente, as medidas de distância eram efetuadas considerando o brilho de galáxias e aglomerados de galáxias como *velas padrões*. Mas, os efeitos de evolução de galáxias são muito grandes, diminuindo a precisão com que as distâncias são inferidas [153, 154]. Mais recentemente, evidências empíricas tem mostrado que os eventos de Supernovas tipo Ia (SNe Ia), principais objetos tidos hoje como velas padrões, têm a sua distância de luminosidade estabelecida com muita precisão, construindo o diagrama de Hubble (gráfico de  $z$  x  $d_L$ ) mais bem definido até o presente [4, 6]. A expressão para distância-luminosidade versus *redshift*<sup>3</sup> no universo de Friedmann é determinada da seguinte forma: Primeiro é necessário deduzir a coordenada radial comóvel  $r_1(z)$ . A equação da geodésica nula  $ds^2 = 0$  é

$$\int_{t_1}^{t_o} \frac{cdt}{R(t)} = \int_0^{r_1} (1 - kr^2)^{-\frac{1}{2}} dr. \quad (3.24)$$

Note que

$$\frac{dt}{R} = \frac{dt}{dR} \frac{dR}{R} = \frac{dR}{R\dot{R}} = \frac{1}{R_o} \frac{d\frac{R}{R_o}}{\frac{R}{R_o} \frac{\dot{R}}{R_o}}, \quad (3.25)$$

$$\int_0^{r_1} (1 - kr^2)^{-\frac{1}{2}} dr = \frac{1}{R_o} \int_{R_1}^{R_o} \frac{cd\frac{R}{R_o}}{\frac{R}{R_o} \frac{\dot{R}}{R_o}}, \quad (3.26)$$

com a integral primeira dada por

$$\frac{\dot{R}}{R} = H[1 - 2q_o + 2q_o \frac{R_o}{R(t)}]^{\frac{1}{2}}. \quad (3.27)$$

Introduzindo  $x \equiv \frac{R(t)}{R_o}$  temos:

---

<sup>3</sup>Esta relação foi obtida por Robertson em 1938 [153, 156].

$$\int_0^{r_1} (1 - kr^2)^{-\frac{1}{2}} dr = \frac{c}{R_o H_o} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \frac{x^{-1} dx}{[1 - 2q_o + 2q_o x^{-1}]^{\frac{1}{2}}} \quad (3.28)$$

$$\int_0^{r_1} (1 - kr^2)^{-\frac{1}{2}} dr = \frac{1}{\sqrt{k}} \text{sen}^{-1}(\sqrt{k}r_1), \quad (3.29)$$

com as seguintes soluções

$$\begin{cases} \text{sen}^{-1}r_1 & k = +1 \quad , \\ r_1 & k = 0 \quad , \\ \text{senh}^{-1}r_1 & k = -1 \quad . \end{cases} \quad (3.30)$$

Após alguns cálculos encontramos:

$$r_1 = \frac{c}{R_o H_o} \left[ \frac{q_o z + (q_o - 1)(\sqrt{1 + 2q_o z} - 1)}{q_o^{\frac{1}{2}}(1 + z)} \right]. \quad (3.31)$$

Expandindo  $r_1(z)$  em  $z \ll 1$

$$r_1(z) = \frac{c}{R_o H_o} \left[ z - \frac{1}{2}(1 + q_o)z^2 + \dots \right]. \quad (3.32)$$

Como a distância-luminosidade é dada em função de  $r_1$  com  $c = 1$  temos:

$$d_L = \frac{R_o^2 r_1}{R_{t_1}} = (1 + z) R_o r_1 = \frac{(1 + z) R_o \left[ z - \frac{1}{2}(1 + q_o)z^2 + \dots \right]}{R_o H_o}. \quad (3.33)$$

Portanto,

$$d_L = H_o^{-1} \left( z + \frac{1}{2}(1 - q_o)z^2 + \dots \right). \quad (3.34)$$

A equação acima mostra claramente que a relação entre as quantidades observáveis  $d_L$  e  $z$  dependem do modelo cosmológico. Portanto, o diagrama de Hubble pode ser utilizado para inferir os valores de  $H_o$  e  $q_o$ .

Para baixos *redshifts* a eq. (3.34) reproduz a expressão da lei de Hubble

$$d_L = H_o^{-1} z = H_o^{-1} v. \quad (3.35)$$



Portanto, para dados em baixos  $z$ 's (primeira ordem). O parâmetro de Hubble também pode ser estabelecido a partir das observações de Supernovas. Note também que em segunda ordem a expressão (3.34) fornece informação sobre o parâmetro de desaceleração.

### 3.4.2 Diâmetro Angular

A relação de diâmetro angular - *redshift* constitui um teste importante na distinção dos modelos cosmológicos [157, 158]. Com este fim podemos expressar o diâmetro angular considerando uma fonte de luz localizada em  $r(z)$ , em que o diâmetro próprio é  $D$ . Sendo  $t_1$  o tempo de emissão da fonte, então o diâmetro angular observado a partir do elemento de linha é dado por:

$$\theta = \frac{D}{R_{t_1} r_1} \quad (3.36)$$

substituindo o valor de  $r_1$  encontrado anteriormente, temos

$$\theta = \frac{D}{z H_o^{-1}} \left[ \frac{q_o^2 z (1+z)^2}{z q_o + (q_o - 1) (\sqrt{1 + 2 q_o z} - 1)} \right] = f(D) g(z, q_o), \quad (3.37)$$

ou seja, o diâmetro angular é uma função de  $f(D)g(z, q_o)$ , onde  $f(D) = D H_o$  é adimensional e determina a escala de medidas do diâmetro angular. Para galáxias  $D \sim 10 h^{-1} kpc$ , tomando  $H_o = 75 km s^{-1} Mpc^{-1}$ , temos

$$f(D, H_o) \sim 0,7'' \quad . \quad (3.38)$$

Para fontes de rádio muito compactas Kellermann [159] defende que os efeitos de evolução seriam controlados (tais fontes não evoluiriam). Escolhendo medidas de diâmetros angulares da ordem de uns poucos milissegundos de arco  $D \sim 10 h^{-1} pc$

$$f(D, H_o) \sim 0,7 \times 10^{-3}'' \quad . \quad (3.39)$$

A função  $g(z, q_o)$  fornece-nos para baixos *redshifts* um comportamento típico da geometria de Euclides.

Em particular, na eq. (3.37), no caso plano ( $q_o = \frac{1}{2}$ ) a expressão reduz-se à:

$$\theta = \frac{DH_o}{2} \left[ \frac{(1+z)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{1+z-1}} \right]. \quad (3.40)$$

Note que para a equação acima, a expressão do diâmetro angular como função do *redshift* possui um valor mínimo em  $z = \frac{5}{4}$  e que pode ser usado para diferenciar entre os diversos modelos cosmológicos.

Expandindo a equação (3.37) em potências de  $z$  ( $z \ll 1$ ):

$$\theta = DH_o [z^{-1} + \frac{1}{2}(q_o + 3) + \dots]. \quad (3.41)$$

Ou ainda, em termos de  $\Omega_o$ ,

$$\theta = DH_o [z^{-1} + \frac{1}{2}(\frac{\Omega_o}{2} + 3) + \dots]. \quad (3.42)$$

É importante salientar que efeitos esperados de evolução ou seleção podem ser adicionados a análise tornando-a mais realística. Uma maneira plausível de estabelecer esses efeitos é considerar que o tamanho linear intrínseco tem uma dependência similar sobre o *redshift*,  $D = D_o(1+z)^\alpha$ , sendo  $\alpha < 0$  ( $\alpha \in [-0, 4; -1, 2]$ , [160, 161, 162]). Esta expressão possui um valor mínimo que pode, em princípio, ser usado para diferenciar entre os diversos modelos cosmológicos.

Uma medida de distância diretamente relacionada é a distância de diâmetro angular  $D_A$ , definida de modo semelhante [1, 163, 164]:

$$D_A = \frac{R_o r}{1+z}. \quad (3.43)$$

Segue portanto que a distância de diâmetro angular do observador  $z_1$  até  $z_2$  será dada por:

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{R_o r_{12}}{1+z_2}, \quad (3.44)$$

ou ainda

$$D_A(z_1, z_2) = \frac{c}{(1+z_2)H_0} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz'}{h(z')}. \quad (3.45)$$

Onde  $h(z')$  depende do modelo de energia escura utilizado. Esse método de estabelecimento de distância é bastante utilizado em lentes gravitacionais. Nos capítulos V e VI retomaremos a discussão sobre a importância das medidas de distância de diâmetro angular, mais especificamente no capítulo VI apresentaremos esse tema num contexto mais geral para o universo localmente inhomogêneo.

# Capítulo 4

## Teoria de Lentes Gravitacionais

### 4.1 Introdução

A idéia de que a gravidade pode influenciar o comportamento da luz é bem antiga. O próprio Newton considerou esta possibilidade sugerindo que os raios luminosos poderiam ser defletidos pelos corpos celestes. Soldner [165], no início do século XIX, usando a gravitação newtoniana e considerando que a luz consiste de partículas materiais, obteve uma expressão para o ângulo de deflexão. Em 1911, Einstein [166] independentemente reobteve a fórmula de Soldner usando o princípio de equivalência. Quatro anos depois, já no contexto da teoria da relatividade geral, encontrou a fórmula correta para o ângulo de deflexão na métrica de Schwarzschild que numericamente é o dobro da expressão obtida por Soldner.

De acordo com a relatividade geral o ângulo de deflexão de um raio que passa tangencialmente à superfície do Sol é,  $\alpha = \frac{4GM_{\odot}}{c^2 R_{\odot}}$ , (ver o capítulo I). Contudo a primeira menção de que a ação da gravitação de um corpo massivo na luz provoca um efeito similar a refração da luz na ótica geométrica foi realizada por R. Mandl em uma carta para Einstein [31], chamando o fenômeno de lente gravitacional. O efeito consiste basicamente na deflexão dos raios luminosos por ação da gravidade. Atuando como

verdadeiros telescópios cósmicos, os objetos massivos deformam o espaço-tempo dando origem a este efeito na sua vizinhança.

Lodge [167], em 1919, foi quem primeiro sugeriu que a luz poderia ser focalizada através de uma lente gravitacional e há registros de ter sido Eddington quem primeiro percebeu a possibilidade de obter-se imagens múltiplas de um único objeto devido a esse efeito. Einstein, em 1936 [168], discutiu o efeito de lentes por estrelas próximas mas concluiu corretamente que a probabilidade de sua observação seria muito pequena. Antes dele Chwolson (1924) [169] já havia sugerido que no caso de um alinhamento perfeito entre um observador, lente e fonte, o observador iria ver a imagem da estrela mais distante como um anel em torno da estrela mais próxima conhecido por anel de Einstein. Em 1937, Zwicky [45] sugeriu uma possibilidade real sobre detecção de lente gravitacional, no caso de uma galáxia servir de lente para outra.

Esse tema só foi de fato retomado na década de sessenta, com a descoberta dos quasares. Refsdal [47] analisou as propriedades da massa pontual em LG e calculou o *time delay* para as duas possíveis imagens, mencionando um objeto compacto como um candidato a lente. Ele propôs também a aplicação de LG para estimar a massa da galáxia defletora e a constante de Hubble diretamente dos parâmetros observados do sistema lente-fonte [48].

A partir de 1979, quando o primeiro sistema de lente (*QSO0957 + 561A&B*) foi detectado, as pesquisas neste campo tornaram-se mais sistemáticas, permitindo o estudo das fontes de radiação mais longínquas do universo (quasares e as primeiras galáxias) e o mapeamento da distribuição de matéria escura nos aglomerados de galáxias. Atualmente as lentes gravitacionais constituem uma ferramenta inestimável para “pesar” a matéria escura. Elas exigem imagens de alta qualidade para serem observadas. E por isto só recentemente têm sido utilizadas, graças ao

avanço da instrumentação astronômica. Como o fenômeno não depende da natureza nem do estado da matéria que constitui a lente, o efeito de lente gravitacional é muito adequado para detectarmos e quantificarmos a matéria escura no universo.

Recentemente muitos sistemas de lentes gravitacionais foram identificados, e podemos dividi-los em três classes: i) Cerca de algumas dezenas foram propostas de múltiplas imagens de quasares; ii) Várias dezenas de arcos e arcos estendidos (*arcllets*); iii) Vários anéis em rádio e no óptico.

Nos aglomerados de galáxias, o ângulo de deflexão é inferior à 1' e a separação máxima entre os sistemas de imagens múltiplas não ultrapassa 10". Apresentaremos a seguir uma breve revisão de lentes gravitacionais e veremos alguns dos extraordinários exemplos observados ao longo das últimas décadas.

## 4.2 Conceitos Básicos em Lentes Gravitacionais

### 4.2.1 Ângulo de Deflexão

Para calcular o desvio angular produzido por um campo gravitacional [24, 49], de uma forma independente da utilizada no capítulo I, usamos a equação que descreve a trajetória do raio de luz através de uma variação espacial do índice de refração  $n(x)$ . Antes de fazer o cálculo da deflexão propriamente dita, iremos abordar a aproximação de campo gravitacional fraco, onde a métrica difere pouco da plana (métrica de Minkowski)

$$g_{\mu\nu} \equiv \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}, |h_{\mu\nu}| \ll 1. \quad (4.1)$$

Nesta aproximação, supomos que o campo gravitacional pode ser descrito pela métrica linearizada:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\Phi}{c^2}\right) dl^2, \quad (4.2)$$

onde  $\Phi(x)$  é o potencial gravitacional newtoniano devido ao campo gravitacional, e  $|d\mathbf{x}| = dl$  é denominado de elemento de linha espacial de Einstein. Esta métrica satisfaz a condição (4.1), se  $|\Phi| \ll c^2$  e a matéria move-se lentamente  $|\mathbf{v}| \ll c$ .

Na aproximação da ótica geométrica, a escala sobre a qual o campo gravitacional muda é muito maior que o comprimento de onda da luz defletida, e na aproximação de pequenos ângulos, o ângulo de deflexão total é pequeno. O desvio angular típico envolvido em lentes gravitacionais de interesse cosmológico é  $< 1'$ . Portanto na aproximação de lente geometricamente fina, o desvio máximo do raio é pequeno comparado com a escala de comprimento na qual o campo gravitacional varia.

Com relação ao índice de refração efetivo, é bem conhecido que o campo gravitacional da lente atua como um meio material relativamente à propagação das ondas eletromagnéticas [170]. Fazendo  $ds = 0$  na equação (4.2), e resolvendo para  $dl/dt$ , podemos obter uma velocidade da luz efetiva,  $v_{\text{eff}}$ , em primeira ordem:  $v_{\text{eff}} \equiv \frac{dl}{dt} = c \left(1 + \frac{2\Phi}{c^2}\right)$ .

A velocidade da luz como medida em um referencial localmente inercial é  $c$ , mas desde que o sistema de coordenadas  $(t, x)$  não seja inercial, a velocidade aparente da luz é diferente do valor do vácuo. Na chamada aproximação pós-newtoniana, podemos caracterizar o efeito da propagação da luz na presença do potencial gravitacional através do índice de refração efetivo  $n$ , definido por:

$$n(\mathbf{x}) = \frac{c}{v_{\text{eff}}} = 1 - \frac{2\Phi(\mathbf{x})}{c^2}. \quad (4.3)$$

O potencial gravitacional para um objeto massivo é uma quantidade negativa, portanto, a velocidade aparente da luz é menor na presença do campo gravitacional, esse é o primeiro efeito pós-newtoniano. Tal como ocorre na ótica geométrica normal, um valor de  $n > 1$  implica que a luz viaja mais lentamente do que no espaço livre, ou seja, na ausência

de campo gravitacional temos o valor no vácuo ( $n = 1$ ). Portanto, na relatividade geral, o campo gravitacional atua como um meio refrator. Foi suposto também que a lente é estacionária e portanto o campo gravitacional depende apenas das coordenadas espaciais (independente do tempo). O raio de luz efetivamente move-se através da região do espaço com variações espaciais do índice de refração. Naturalmente, esse efeito não deve ser confundido com a refração que ocorre, por exemplo, na atmosfera terrestre; um fenômeno associado ao fato da atmosfera gasosa ser constituída por camadas com densidade variável.

A equação (5.3) expressa um efeito genuinamente relativístico que ocorre mesmo quando o corpo celeste não tem atmosfera. Portanto, como a velocidade da luz é reduzida, os raios de luz são atrasados relativos a propagação no vácuo. As frentes de onda são defletidas quando a luz se propaga no campo gravitacional. A presença desse campo provoca um efeito equivalente ao de um prisma (ver [49]).

Retomaremos agora ao cálculo do ângulo de deflexão propriamente dito. Em nossa discussão iremos definir os planos da fonte, da lente e do observador. Na fig. 4.1 descrevemos uma situação típica de lentes. Uma origem conveniente, passando através da lente é escolhida no céu. Os planos, descritos por um sistema de coordenada cartesiano, passa através da fonte e massa defletora sendo também perpendicular ao eixo óptico. Estes planos são hipotéticos e tem o propósito de visualização. As coordenadas da imagem com respeito à origem são  $(\xi_1, \xi_2)$  e da fonte são  $(\eta_1, \eta_2)$ , respectivamente. Desde que a imagem e a fonte sejam muito menores que as distâncias entre o planos que as separa, podemos escrever as coordenadas em relação aos ângulos observados. Portanto, as coordenadas das imagens podem ser escritas como  $(\theta_1, \theta_2)$  e da fonte  $(\beta_1, \beta_2)$ .

Para obtenção da equação radial estabelecemos que a luz viaja da fonte ao observador, isso pode ser expresso matematicamente pela extremização



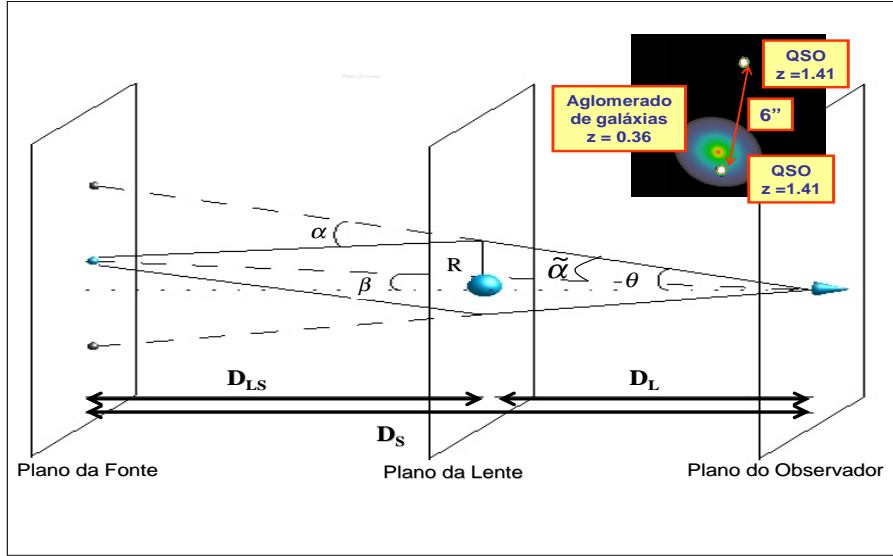


Figura 4.1: Distâncias entre Observador, Lente e Fonte. Visualização do efeito de lente gravitacional para o sistema observador-lente-fonte.

do tempo:

$$\delta \int_{t_S}^{t_O} dt = 0, \quad (4.4)$$

onde “S” é a fonte e “O” o observador. A integral é calculada ao longo da trajetória do raio de luz. Para obter a equação radial parametrizamos a trajetória radial por  $s$ , portanto

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \frac{d\mathbf{x}}{ds} \frac{ds}{dt}. \quad (4.5)$$

substituindo  $|d\mathbf{x}/dt| = c/n(\mathbf{x})$  na eq. 4.4

$$\delta \int_{s_S}^{s_O} n(\mathbf{x}) \left( \sum_i (dx_i/ds)^2 \right)^{1/2} ds = 0. \quad (4.6)$$

Usando as equações de Euler-Lagrange e escolhendo o parâmetro para a trajetória, obtemos

$$\frac{d}{dl} [n(x)\hat{x}] = \nabla n, \quad (4.7)$$

onde  $\hat{\mathbf{x}} = d\mathbf{x}/dl$  é o vetor tangente unitário ao longo da trajetória do raio  $x(l)$ . Em aplicações astrofísicas de lentes gravitacionais o desvio angular é pequeno, portanto, para obter a deflexão angular usando esta fórmula integramos a equação (4.7) ao longo da trajetória não-perturbada do raio- $\gamma$  para obter

$$\boldsymbol{\alpha}_d \equiv (\hat{\mathbf{x}}_s - \hat{\mathbf{x}}_o)_\perp = - \int_\gamma \nabla_\perp n dl, \quad (4.8)$$

onde a componente perpendicular ao raio não-perturbado é usado no cálculo. Utilizando esta equação podemos obter o ângulo de deflexão devido a presença de uma massa pontual. Nestas coordenadas, a fonte e a lente estão orientadas ao longo do eixo- $z$  e a origem é escolhida na posição da lente, sendo a componente do vetor posição perpendicular ao eixo  $z$  denotada como  $\xi$ . O parâmetro de impacto  $\xi_0$  é a distância do raio não perturbado com o centro, ortogonal a direção de propagação. Com (4.8) obtemos o ângulo de deflexão  $\alpha_d$  como

$$\alpha_d = -2GM \int_{\gamma_0} \nabla_\xi \left( \frac{1}{\sqrt{\xi^2 + z^2}} \right) dz = \frac{2GM}{\xi_0} \int_{-\infty}^{\infty} \left( 1 + \left( \frac{z}{\xi_0} \right)^2 \right)^{-3/2} \frac{dz}{\xi_0}. \quad (4.9)$$

O ângulo de deflexão de Einstein para um raio de luz que passa próximo a massa compacta  $M$  de uma distância  $\xi$  é dado por

$$\alpha_d(\xi) = \frac{4G M}{c^2 \xi}, \quad (4.10)$$

conforme calculado anteriormente no capítulo I.

Para uma massa extensa, podemos obter o ângulo por integração da deflexão individual devido a todos os elementos de massa que constituem a lente. Na aproximação de lente fraca o ângulo de deflexão  $\alpha_d$  pode ser obtido projetando a densidade de massa do volume do defletor no plano da lente  $\xi = (\xi_1, \xi_2)$ , resultando em uma densidade de massa superficial  $\Sigma(\xi) = \int \rho(\xi, z) dz$ . A deflexão angular é uma superposição de ângulos de Einstein para o elemento de massa  $dm = \Sigma(\xi) d^2\xi$ . Considerando que

todas as massas defletidas estão concentradas somente no plano da lente e a deflexão tendo lugar também no plano da lente, o ângulo de deflexão pode ser expressado como um vetor bi-dimensional.

$$\alpha_d(\xi) = \frac{4G}{c^2} \iint \frac{\Sigma(\xi') (\xi - \xi')}{|\xi - \xi'|^2} d^2\xi' , \quad (4.11)$$

aqui obtemos,

$$\alpha = \frac{4G D_L D_{LS}}{c^2 D_S} \iint \Sigma(\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2} d^2\theta' , \quad (4.12)$$

onde utilizamos o fato que  $\xi = D_L \theta$  e definimos o vetor deslocamento  $\alpha$  como

$$\alpha = \frac{D_{LS}}{D_S} \alpha_d . \quad (4.13)$$

Nesta equação é usado a distância de diâmetro angular para assegurar que a equação permanece válida num espaço-tempo mais geral. Definindo a densidade crítica como  $\Sigma_{cr} = (c^2/4\pi G)(D_S/D_L D_{LS})$  e a quantidade adimensional  $\kappa(\theta) = \Sigma(\theta)/\Sigma_{cr}$ , podemos escrever a equação (4.12) como

$$\alpha = \frac{1}{\pi} \iint \kappa(\theta') \frac{\theta - \theta'}{|\theta - \theta'|^2} d^2\theta' . \quad (4.14)$$

### 4.2.2 Equação e Potencial da Lente

Considerando a projeção do raio de luz de dois planos, podemos derivar a relação entre as coordenadas da fonte e da imagem em termos do ângulo de desvio  $\alpha_d$  (ver figura 4.1)

$$\beta = \theta - \frac{D_{LS}}{D_S} \alpha_d . \quad (4.15)$$

A equação (4.14) pode ser escrita como

$$\alpha = \nabla\psi , \quad \psi = \frac{1}{\pi} \iint \kappa(\theta') \ln |\theta - \theta'| d^2\theta' . \quad (4.16)$$

Usando a identidade  $\nabla^2 \ln |\mathbf{x} - \mathbf{x}'| = 2\pi\delta^2(\mathbf{x} - \mathbf{x}')$ , obtemos a equação do potencial adimensional da lente relativística  $\psi$  satisfazendo:

$$\nabla^2\psi(\theta) = 2\kappa(\theta). \quad (4.17)$$

Em termos deste potencial a equação da lente (4.15) pode ser escrita como:

$$\beta = \theta - \nabla\psi(\theta). \quad (4.18)$$

Em geral, os ângulos  $\beta$ ,  $\theta$ ,  $\alpha$  podem não ser coplanares e a equação (4.18) é vetorial. Dada a distribuição de matéria da lente e a posição da fonte, a equação da lente pode ter mais de uma solução. Ou seja, em princípio, uma dada fonte pode ser vista de várias posições no céu. A equação da lente descreve um mapeamento  $\theta \mapsto \beta$  do plano da lente para o plano da fonte.

### 4.2.3 Magnificação

A deflexão diferencial da luz afeta as propriedades das imagens. Em particular, a área da seção que é atravessada pelo feixe de onda da luz sofre distorções e o fluxo das imagens é influenciado. A fonte subtende um ângulo sólido  $\Delta\theta_s$  do observador na ausência da lente, enquanto  $\Delta\theta_i$  é o ângulo sólido subentendido pela imagem. A lente gravitacional preserva o brilho superficial da fonte. De fato, é suposto que durante a deflexão não ocorre absorção ou emissão da luz e que a deflexão para um defletor aproximadamente estático não introduz um desvio de frequência adicional entre a fonte e o observador, exceto o desvio cosmológico. O fluxo é  $S = I\Delta\theta$ , sendo  $I$  a intensidade específica. A amplificação do fluxo devido a lente será

$$|\mu| = \frac{S_i}{S_s} = \frac{d\theta_i}{d\theta_s}. \quad (4.19)$$

As propriedades locais das lentes mapeadas são descritas pela matriz

jacobiana  $\mathcal{A}$

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\beta}{\theta} = \left( \delta_{ij} - \frac{\partial^2 \psi_i(\theta)}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \right) \equiv \delta_{ij} - \psi_{ij} . \quad (4.20)$$

Um elemento de ângulo sólido  $\delta\beta^2$  da fonte é mapeada no elemento de ângulo sólido  $\delta\theta^2$  da imagem, sendo a magnificação dada por

$$\frac{\delta\theta^2}{\delta\beta^2} = \det \mu . \quad (4.21)$$

A matriz jacobiana  $\mathcal{A}$  é o inverso do fator de magnificação

$$\mu(\theta) = \left| \det \frac{\partial \beta}{\partial \theta} \right|^{-1} = \frac{1}{\det \mathcal{A}(\theta)} , \quad (4.22)$$

e o traço da matriz  $\psi_{ij}$  é

$$\text{Tr } \psi_{ij} = 2\kappa . \quad (4.23)$$

As duas combinações adicionais de  $\psi_{ij}$  são importantes

$$\gamma_1 = \frac{1}{2} (\psi_{11} - \psi_{22}) ; \quad (4.24)$$

$$\gamma_2 = \psi_{12} = \psi_{21} . \quad (4.25)$$

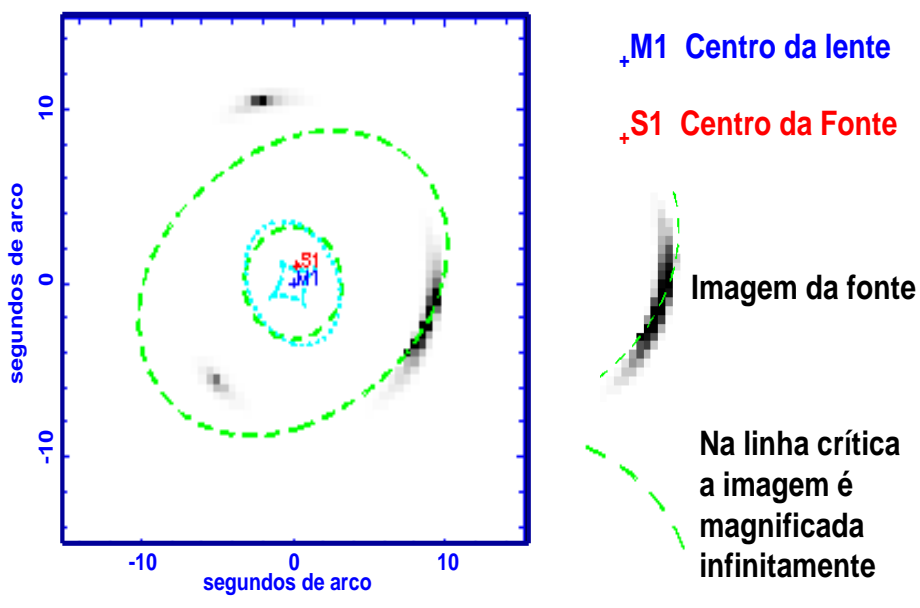
Com essas definições podemos escrever a matriz jacobiana  $\mathcal{A}$  como

$$\mathcal{A} = \left\{ \begin{array}{cc} 1 - \kappa - \gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1 - \kappa + \gamma_1 \end{array} \right\} \quad (4.26)$$

e o fator de magnificação

$$\mu = \frac{1}{(1 - \kappa^2) - \gamma^2} . \quad (4.27)$$

Os autovalores de  $\mathcal{A}$  são  $a_{1,2} = 1 - \kappa \mp \gamma$ , onde  $\gamma = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$  e o determinante é  $\det \mathcal{A} = (1 - \kappa^2) - \gamma^2$ . Quando a linha de visada não passa próximo ao defletor,  $\Sigma(\theta) = 0$ , com isso o termo  $\kappa$  desaparece da equação (4.17). Deste modo,  $\kappa$  representa a amplitude de convergência devido a





**Caustica do plano da fonte e "pré-imagem" das linhas críticas. A luz emitida nas proximidades de uma caustica é fortemente magnificada ao passar através da lente.**

Figura 4.2: Caústica

matéria dentro do raio de luz, sendo então calculado o *Ricci Focusing*, enquanto o termo- $\gamma$  é a amplitude do cisalhamento devido a matéria fora do feixe, chamada de *Weyl focusing*. Os autovalores de  $\mathcal{A}$  descrevem a distorção da imagem na direção radial e tangencial para uma fonte elíptica e apenas tangencial no caso de uma fonte com simetria circular. Os zeros do jacobiano do mapeamento da lente são chamados de pontos singulares do mapa da lente. Para cada lente os zeros do jacobiano são também pontos ou curvas fechadas no plano da imagem. Essas curvas são chamadas curvas críticas. Essas imagens no plano da fonte são as caústicas (ver figura 4.2). Estas separam a região de diferentes multiplicidades de imagens.

## 4.3 Time Delay

### 4.3.1 Modelo Analítico para o Time Delay Gravitacional

Devido aos diferentes caminhos ópticos no sistema observador-lente-fonte (ver figura 4.1), pode ocorrer uma diferença de tempo de chegada do sinal entre as imagens. Essa diferença de tempo pode ser expressa por [49]

$$t(\vec{\theta}) = \left[ \frac{1 + z_L}{c} \right] \left[ \frac{D_L D_S}{D_{LS}} \right] \left[ \frac{1}{2} |\vec{\theta} - \vec{\beta}|^2 - \psi(\vec{\theta}) \right] \quad (4.28)$$

onde  $z_L$  é o *redshift* da galáxia lente,  $D_L$  e  $D_S$  são as distâncias de diâmetro angular para lente e fonte respectivamente, e  $D_{LS}$  é a distância de diâmetro angular entre a lente e a fonte. Os vetores bidimensionais  $\vec{\theta}$  e  $\vec{\beta}$ , são respectivamente as posições da imagem (angular) e fonte e o potencial efetivo é  $\psi(\vec{\theta})$ . O time delay entre as duas imagens, A e B, é a diferença entre os tempos  $\Delta t = t_A - t_B$ . Vamos mostrar aqui um cálculo específico para o potencial efetivo ver [51].

### 4.3.2 Time Delay para o Potencial da Esfera Isotérmica Singular

Iremos tratar o *time delay* do ponto de vista do lenteamento mais simples, usualmente denominado de modelo da esfera isotérmica singular (EIS). Neste caso, o potencial da lente pode ser dado da seguinte forma:

$$\psi(\vec{\theta}) = b |\theta|, \quad (4.29)$$

onde

$$b = 4\pi \frac{D_{LS}\sigma^2}{D_S c^2}, \quad (4.30)$$

é uma escala de deflexão para a geometria. No caso de  $|\beta| < b$ , a (EIS) produz duas imagens colimadas nos raios  $R_A = |\beta| + b$  e  $R_B = b - |\beta|$  em lados opostos da galáxia lente, como na fig. 4.3. O time delay entre as duas imagens é dado por [51]:

$$\Delta t_{EIS} = \frac{1}{2} \left[ \frac{1+z_L}{c} \right] \left[ \frac{D_L D_S}{D_{LS}} \right] (R_A^2 - R_B^2) \quad (4.31)$$

### 4.3.3 Time Delay e a Lei de Potência Generalizada

Uma expressão mais geral para o potencial efetivo pode ser escrita como (compare com a equação (4.29))

$$\psi(\vec{\theta}) = \frac{b^2}{(3-\eta)} \left( \frac{|\theta|}{b} \right)^{3-\eta} \quad (4.32)$$

do qual a esfera isotérmica singular (EIS) é um caso particular ( $\eta = 2$ ). A escala de deflexão  $b$  é dada por (Kochanek, Schneider & Wambsganss 2004 [171])

$$b = \left[ \frac{R_A + R_B}{R_A^{2-\eta} + R_B^{2-\eta}} \right]^{\frac{1}{\eta-1}}, \quad (4.33)$$



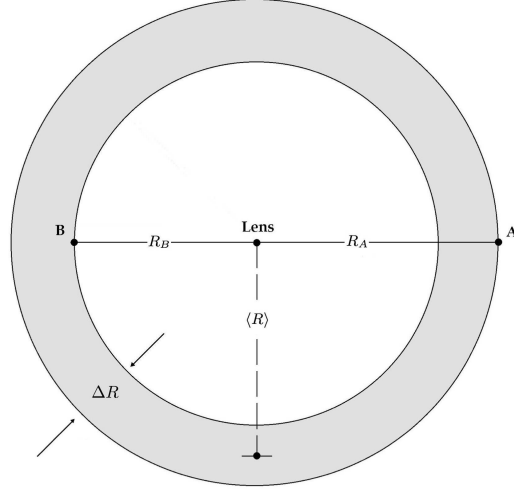


Figura 4.3: Diagrama do *time delay* de lentes com imagens múltiplas (duas imagens A e B). A galáxia lente está no centro com as imagens nos raios  $|\vec{\theta}|$  os quais denotamos por  $R_A$  e  $R_B$  ( $\Delta R = R_A - R_B$ ), com raio médio dado por  $\langle R \rangle = (R_A + R_B)/2$  (Kochanek *et al.* 2004 [171]).

e a convergência

$$\kappa(\theta) = \frac{3 - \eta}{2} \left( \frac{|\vec{\theta}|}{b} \right)^{1-\eta}. \quad (4.34)$$

Estudos prévios tem mostrado que galáxias lentes são bem descritas por essa lei de potência, na qual  $\rho \propto r^{-\eta}$  (Witt *et al.* 2000 [173]; Rusin *et al.* 2003 [174]). Em termos da convergência e das distâncias, o *time delay* assume a seguinte forma, Kochanek (2002) [172]:

$$\begin{aligned} \Delta t_{AB} = & \left[ \frac{1 + z_L}{c} \right] \left[ \frac{D_L D_S}{D_{LS}} \right] \\ & \times \left\{ (1 - \langle \kappa \rangle) \left[ -\frac{1}{2} (R_A^2 - R_B^2) + R_A R_B \ln \frac{R_A}{R_B} \right] \right. \\ & \left. - 2 \int_{R_A}^{R_B} u du [\kappa(u) - \langle \kappa \rangle] \ln \frac{u}{R_B} \right\}, \end{aligned} \quad (4.35)$$

com a convergência definida por

Table 4.1: Lentes e *time delays*

Objetos	tipos	$z_L$	$z_S$	$\Delta t(\text{dias})$
J0911+055	SQ	0.77	2.80	$146 \pm 8^a$
B1608+656	IQ	0.63	1.39	$32 \pm 2, 5 \pm 2, 40 \pm 2^b$
B1115+080	IQ	0.31	1.72	$13 \pm 2, 11 \pm 2^{c,d}$
B0957+561	$\times$ ID	0.36	1.41	$423 \pm 1^e$
B1104-	AD	0.73	2.32	$161 \pm 7^f$
181				
B1520+530	ID	0.71	1.86	$130 \pm 3^g$
B2149-	AD	0.49	2.03	$103 \pm 12^h$
274				
B1600+434	ID	0.42	1.59	$51 \pm 4^i$
J0951+263	ID	$0.24^j$	1.24	$16 \pm 2^j$
B0218+357	ID	0.68	0.96	$10 \pm 1^{k,l}$

<sup>a</sup>[175]   <sup>b</sup>[176]   <sup>c</sup>[177]   <sup>d</sup>[178]   <sup>e</sup>[179]   <sup>f</sup>[180]   <sup>g</sup>[181]   <sup>h</sup>[182]   <sup>i</sup>[183]  
<sup>j</sup>[184]   <sup>k</sup>[185]   <sup>l</sup>[186]

$$\langle \kappa \rangle = \frac{2 \int_{R_A}^{R_B} \kappa(u) u du}{R_B^2 - R_A^2}. \quad (4.36)$$

No intuito de reduzir a complexidade da equação (4.35), é assumido que a densidade de massa superficial obedece a uma lei de potência  $\kappa = \kappa_1 \left( \frac{|\vec{\theta}|}{R_A} \right)^{1-\eta}$ . O *Time delay* é expandido em uma série em relação aos raios  $\Delta R = R_B - R_A$  com a média dos raio  $\langle R \rangle = (R_A + R_B)/2$ . A expressão final pode ser bem aproximada por [51]

$$\Delta t(\eta) \simeq (\eta - 1) \Delta t_{EIS} \left[ 1 - \frac{(2 - \eta)^2}{12} \left( \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} \right)^2 \dots \right] \quad (4.37)$$

#### 4.3.4 *Time delay* e a constante de Hubble

Uma das primeiras aplicações de lentes gravitacionais foi sugerida por Refsdal [47, 48], sendo a determinação da constante de Hubble via medidas diretas do *time delay*  $\Delta t$  entre as curvas de luz observadas de imagens múltiplas de quasars. Para lentes com simetria axial este método pode ser descrito usando as frentes de onda. A frente de onda caracteriza a localização de todos os pontos com igual tempo de viagem da luz emitida por uma dada fonte. Os raios de luz no vácuo são perpendiculares a frente de onda, as quais são esferas concêntricas com a fonte. Contudo, elas começam a se deformar quando são defletidas pelo campo gravitacional, podendo chegar ao observador em tempos diferentes, produzindo imagens múltiplas. Podemos então utilizar a expressão  $\Delta t_{EIS}$ , que é o *time delay* para o potencial da EIS, como é mostrado na equação (4.31). Considerando que  $\Delta R/\langle R \rangle$  é pequeno, termos de ordem maior são desprezados. Se combinarmos as expressões (4.31) e (4.37), expandindo as distâncias de diâmetros angulares, e reorganizando para  $H_0$ , obtemos a expressão relacionando a constante de Hubble com  $\eta$ , o parâmetro livre do perfil de densidade ,

$$H_0 \simeq \frac{(\eta - 1)}{2\Delta t(\eta)} \left[ \frac{I_{zl}I_{zs}}{I_{zs} - I_{zl}} \right] (R_A^2 - R_B^2) \times \left[ 1 - \frac{(2 - \eta)^2}{12} \left( \frac{\Delta R}{\langle R \rangle} \right)^2 \dots \right], \quad (4.38)$$

onde o  $I_{zs}$  e  $I_{zl}$  são as componentes das distâncias de diâmetros angulares na forma de  $\int_0^{z_s} dz/E(z)$  e  $\int_0^{z_l} dz/E(z)$  respectivamente. A função  $E(z)$  depende do modelo cosmológico. Para um modelo  $\Lambda$ CDM arbitrário temos:

$$E(z) = \sqrt{\Omega_M(1+z)^3 + \Omega_K(1+z)^2 + \Omega_\Lambda} \quad (4.39)$$

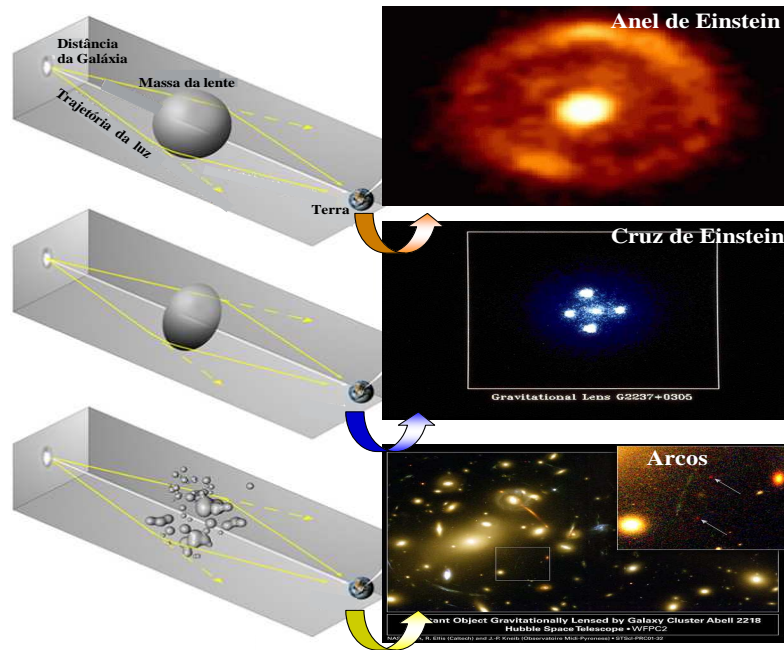


Figura 4.4: Lenteamento, distribuições de massas e formação das imagens.

## 4.4 Modelos de Lentes

A distribuição de massa dentro da galáxia ou em aglomerado de galáxias é em geral muito complicada e não tem nenhuma simetria a priori. Entretanto, quando é utilizado o modelo de distribuição de massa circular os cálculos são simplificados, sendo este um perfil muito conveniente para ser usada em lentes gravitacionais. Existindo simetria, a equação da lente pode ser separada em coordenadas polares para que seja tratada analiticamente (ver fig. 4.4). Para muitos corpos celestes, como júpiteres, estrelas, buracos negros, e até mesmo galáxias quando o raio de luz passa fora do defletor, é válida a aproximação de massa pontual. Galáxia e aglomerados de galáxias são bem aproximadamente descritos pelo modelo de esfera isotérmica singular. Faremos uma breve discussão sobre esses dois modelos, e suas respectivas equações descrevendo o lenteamento.

- Lente de massa pontual (Schwarzschild): Devido a simetria axial, a propagação da luz se reduz a um problema unidimensional. Permita-nos considerar a situação descrita na fig. 4.1, seguindo a relação geométrica

$$\theta D_S = \beta D_S + \alpha_d D_{LS} . \quad (4.40)$$

Substituindo  $\alpha_d$  dado em (4.10) e lembrando que  $\xi = D_L \theta$ , reescrevemos a expressão acima como

$$\beta = \theta - \frac{D_{LS}}{D_L D_S} \frac{4GM}{c^2 \theta} \equiv \theta - \frac{\theta_E^2}{\theta} , \quad (4.41)$$

$$\theta_E^2 = \frac{4GM D_{LS}}{c^2 D_L D_S} . \quad (4.42)$$

O ângulo  $\theta_E$  é denominado raio angular ou raio de Einstein. Esta é uma escala de natureza angular para descrever a geometria da lente. O eixo óptico das fontes está em torno de  $\theta_E$  e são significativamente magnificados, enquanto fontes que estão localizadas bem fora do anel de Einstein são muito pouco magnificadas. Neste caso, a caústica é um ponto no eixo óptico. Se a fonte for descrita fora do eixo, duas imagens brilhantes são formadas em lados opostos do centro da lente, um dentro e outro fora do raio crítico. A equação (4.41) tem duas soluções reais:

$$\theta_{1,2} = \frac{1}{2}\beta \pm \frac{1}{2}\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} , \quad (4.43)$$

correspondendo as duas imagens físicas de uma fonte  $S$ . Essas duas imagem estão em lados opostos da lente, uma dentro do raio de Einstein e uma fora. A separação angular entre as imagens é:

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = \sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2} \geq 2\theta_E . \quad (4.44)$$

A separação entre a fonte e o defletor é relacionada pela posição da imagem

$$\theta_1 + \theta_2 = \beta . \quad (4.45)$$

- Esfera Isotérmica Singular: Quando consideramos uma galáxia como lente, precisamos fornecer a natureza da distribuição da matéria. O estudo das curvas de rotação das galáxia (espectro plano) e a distribuição galáxia/gás no aglomerado sugerem que o perfil de matéria total neste sistema segue muito bem o modelo da esfera isotérmica singular

$$\rho(r) = \frac{\sigma_v^2}{2\pi Gr^2} , \quad (4.46)$$

onde  $\sigma_v$  mede a velocidade de dispersão. Neste modelo é suposto que a componente de massa das partículas do gás ideal estão confinadas pelo potencial gravitacional esfericamente simétrico. É assumido então que o gás é isotérmico, logo  $\sigma_v$  é constante através da galáxia  $m\sigma_v^2 = kT$ . Projetando ao longo da linha de visada, obtemos a densidade de massa pontual

$$\Sigma(\xi) = \frac{\sigma_v^2}{2G\xi} , \quad (4.47)$$

onde  $\xi$  é a distância para o centro do contorno bi-dimensional. Então com a eq. (4.10), encontramos

$$\alpha_d = 4\pi \frac{\sigma_v^2}{c^2} , \quad (4.48)$$

sendo independente do parâmetro de impacto. O ângulo de Einstein neste caso é

$$\theta_E = 4\pi \frac{\sigma_v^2}{c^2} \frac{D_{LS}}{D_S} = \alpha_d \frac{D_{LS}}{D_S} . \quad (4.49)$$

Finalmente, a solução para a equação da lente toma a seguinte forma:

$$\theta_{\pm} = \theta_E \pm \beta; \quad \beta < \theta_E . \quad (4.50)$$

Deste modo, a lente tem duas imagens em lados opostos ao centro da lente. Para  $\beta > \theta_E$  somente uma imagem aparece em  $\theta = \theta_+ = \beta + \theta_E$ . A separação das imagens é justamente o diâmetro do anel de Einstein:  $\Delta\theta = \theta_+ + \theta_- \equiv 2\theta_E$ . Já a densidade de massa superficial é infinita em  $\xi = 0$ , o procedimento do modelo para grandes valores de  $\xi$  semelhante a distribuição de matéria aproximada da galáxia é satisfeita. Galáxias reais entretanto não podem seguir a lei de densidade (4.46) devido ao problema de densidade infinita no centro e massa infinita. Outros modelos existem e são freqüentemente explorados. Por exemplo, se a singularidade é removida do centro, o modelo é chamado "softened SIS", um modelo de esfera isotérmica com raio finito. Neste caso, uma lente é capaz de produzir também uma, ou três imagens. Entretanto, a ausência da terceira imagem pode implicar que esta deve localizar-se no núcleo.

A magnificação das duas imagens é

$$\mu = \frac{|\theta|}{|\theta| - \theta_E} , \quad (4.51)$$

o círculo  $\theta = \theta_E$  é uma curva crítica tangencial. As imagens estão estendidas na direção tangencial por um fator  $|\mu|$ , considerando que o fator de distorção na direção radial é unitário (ver seção 4.2.3)

## 4.5 Tipos de Lentes

### 4.5.1 Microlente Gravitacional

O efeito de microlente gravitacional acontece quando a luz emitida por uma estrela longínqua passa nas proximidades de um objeto maciço

(um planeta por exemplo) e os raios luminosos são desviados. A luminosidade da estrela encontra-se então brevemente ampliada. Esse efeito de amplificação gravitacional é tanto mais marcado quanto a massa do objeto sombra, chamado lente, for maior e quanto mais longínquo ele estiver. Um fator de ampliação de 10 a 100 pode deste modo ser observada nos casos mais favoráveis. Para que o efeito ocorra, o planeta e a estrela devem passar quase diretamente entre a estrela distante e o observador. Uma vez que esses eventos são raros, um número muito grande de estrelas distantes devem ser continuamente monitoradas de modo a permitir a detecção de planetas a uma taxa razoável. Além disso, também não é possível repetir os experimentos que utilizam esse método, devido a raridade com que ocorrem. Este é o método mais promissor para planetas localizados entre a Terra e o centro da galáxia, já que as partes centrais da galáxia fornecem um grande número de estrelas distantes de fundo.

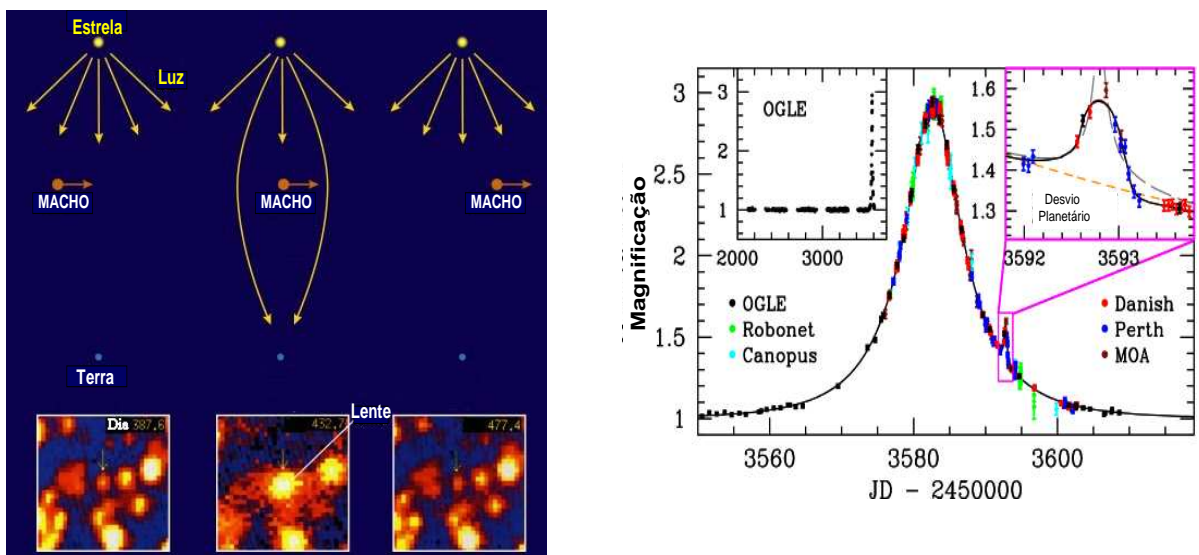


Figura 4.5: MACHO (*Massive Compact Halo Objects*)

Microlentes gravitacionais já tinham sido testadas com outros propósitos. Em 1986, Paczynski propôs, inicialmente, usá-las para buscar



a matéria escura. Em 1991, ele sugeriu que as microlentes poderiam ser usadas para buscar planetas, ver figura 4.5. Os êxitos com o método de lentes gravitacionais datam desde 2002, quando um grupo de astrônomos poloneses (Andrzej Udalski, Marcin Kubiak e Michal Szymanski de Varsóvia, e Bohdan Paczynski) aperfeiçoou um método viável no âmbito do projeto OGLE (do inglês *Optical Gravitational Lensing Experiment* - experimento ótico com lentes gravitacionais). Durante um mês de busca, eles anunciaram a descoberta de diversos objetos, muitos dos quais poderiam ser planetas. Desde então, alguns planetas extra-solares foram detectados através dessa técnica, a qual é considerada uma das mais promissora para a descoberta de planetas terrestres ao redor de estrelas. Os eventos de microlente são curtos. Em geral, duram algumas semanas ou dias, já que as duas estrelas (lente e fonte) e a Terra movem-se uns com relação aos outros.

A grande vantagem das microlentes gravitacionais é que se pode descobrir planetas de baixa massa (i.e. terrestres) mesmo com a tecnologia atualmente disponível. Uma desvantagem notável é que o evento não pode ser repetido pois um alinhamento ao acaso nunca ocorre novamente. Ademais, os planetas detectados tendem a localizar-se a muitos kpcs de nós, tal que observações de monitoramento posterior não são possíveis. Contudo, se um número suficiente de estrelas de fundo forem observadas com boa precisão, o método pode informar-nos quão comuns são os planetas terrestres em nossa galáxia.

Além do programa OGLE financiado pela NASA e pela National Science Foundation, o grupo MOA (do inglês, Microlensing Observations in Astrophysics, Observações de Microlentes em Astrofísica) trabalha para aperfeiçoar essa técnica.

O projeto MACHO (*Massive Compact Halo Objects*) observou 10 milhões de estrelas na direção das Nuvens de Magalhães por 7 anos,

registrando cerca de 400 eventos. As observações dos vários grupos, como MACHO, OGLE e EROS (*Experience de Recherche d'Objets Sombres*), indicam que somente cerca de 2 a 5% da matéria total está na forma de estrelas compactas.

#### 4.5.2 Lentes Gravitacionais Fortes e Fracas

Os aglomerados de galáxias por possuírem uma concentração imensa de massa podem ser lentes gravitacionais poderosas, afetando a imagem de galáxias que estão atrás deles, denominadas de galáxias de fundo, ver figura 4.6. O tipo de efeito vai depender da posição relativa do centro do aglomerado e da galáxia de fundo em relação ao observador.

Lentes gravitacionais fortes, onde se observa claramente as imagens distorcidas produzidas pela lente, são uma minoria. Se a galáxia de fundo estiver longe do centro do aglomerado, ou seja, se não estiver alinhada ou próxima do alinhamento, observador-lente-fonte, o efeito da lente pode não ser forte mas é detectável. A razão é que as galáxias são objetos extensos e a luz proveniente de cada parte dela fica ligeiramente distorcida. Por exemplo, se uma galáxia fosse intrinsecamente esférica, a imagem que detectaríamos não seria circular mas sim elíptica, com o eixo maior seguindo as linhas de mesmo potencial gravitacional. No caso de um aglomerado com uma distribuição de massa com simetria esférica, isso corresponde a distorções mais importantes na direção perpendicular à direção do centro do aglomerado. Uma consequência observacional disso é um alinhamento das imagens das galáxias de fundo. Quanto mais próxima do centro do aglomerado a galáxia de fundo está, maior é a distorção e o alinhamento. Este efeito foi detectado pela primeira vez nos finais dos anos 80 e é denominado lentes fracas, a distorção da imagem, neste caso é pequena porque a intensidade do campo gravitacional é pequena. As lentes fracas são uma das principais ferramentas para estudar-

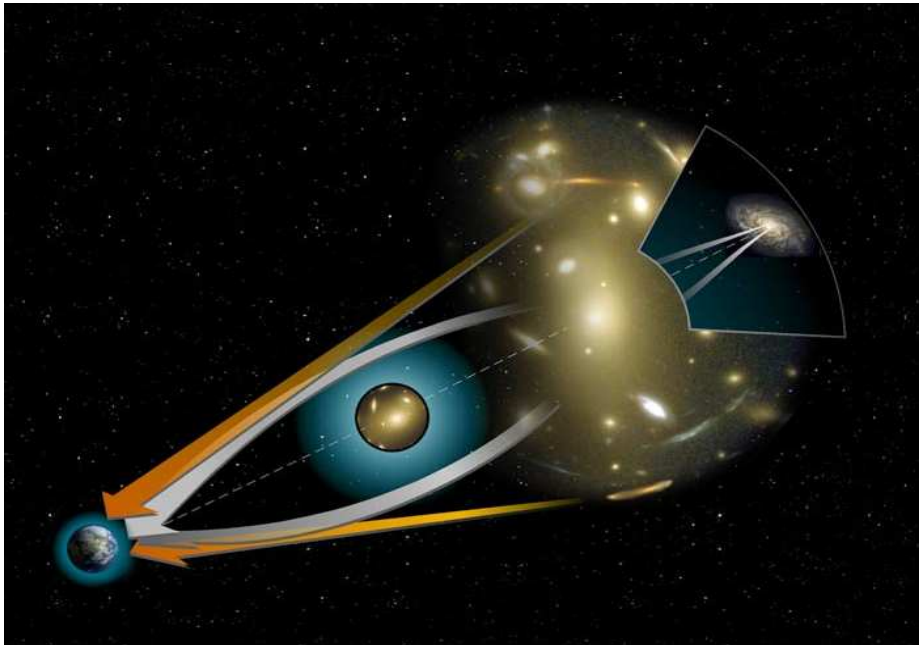


Figura 4.6: Lente Forte

se a distribuição de massa em aglomerados, fora das regiões centrais. Já que existem vários bilhões de galáxias azuis fracas distantes, cuja luz passa por aglomerados de galáxias no caminho percorrido antes de serem detectadas pelos nossos telescópios. Certamente estes aglomerados produzem distorções nas imagens das galáxias azuis distantes, as quais são muito sutis, e somente podem ser medidas através de estudos estatísticos de uma grande quantidade de dados. Estas lentes fracas podem ser usadas para medir a quantidade de massa dos aglomerados. Através de imagens profundas em diferentes cores das galáxias azuis distantes é possível mapear lentes a diversos *redshifts* (ou a diferentes distâncias) e assim determinar a distribuição tridimensional de matéria escura até a época em que o universo tinha metade da sua idade. Será então possível estudar a evolução da distribuição de massa no universo, testando teorias de evolução do universo e da natureza da matéria escura. Para isto faz-se necessário obter imagens de grandes regiões do universo, ou seja, realizar “surveys”. Vejam na tabela (5.3) algumas medidas de lentes fracas por aglomerados de galáxias.

Já nas regiões centrais dos aglomerados o campo gravitacional é muito mais forte, e os efeitos de lentes mais dramáticos: é o regime de lentes fortes. De fato, a distorção pode ser tão intensa que a imagem da galáxia adquire a forma de um arco gigante; os primeiros foram descobertos em 1987. Como a distribuição de matéria na região central pode ser bem irregular, podem-se produzir imagens múltiplas das galáxias de fundo. O estudo das imagens múltiplas permite mapear a massa nas regiões mais centrais dos aglomerados e, assim, complementa o mapeamento que se pode fazer com lentes fracas nas regiões mais externas. Estas medidas podem ser comparadas com outras estimativas de massa, como a quantidade de gás emissor de raio-X e as velocidades das galáxias no aglomerado. Com essas estimativas de massa, podemos calcular razões massa-luminosidade (M/L) para aglomerados. Esta razão permite estimar o bias, que nos diz como as galáxias estão distribuídas em relação ao resto da matéria. Razões M/L também ajudam a colocar restrições na massa total do universo.

Se somarmos a massa das galáxias que podemos ver, mais a massa do gás emissor de raio-X que observamos, e compararmos com a massa total estimada para o aglomerado, descobriremos que a maior parte da matéria se encontra na forma de matéria escura. De fato, a maior parte do conteúdo material do universo parece ser composto de matéria escura, que não podemos ver diretamente, mas cuja existência inferimos através de sua ação gravitacional.

## 4.6 Conclusões

Toda esta discussão demonstra nitidamente a importância do estudo de lentes gravitacionais e o seu potencial referente a possibilidade de delimitar parâmetros cosmológicos, tais como  $H_o$  e  $\Omega_M$ . A importância física do conceito de distância é evidente. Neste sentido, é fundamental investigar

as possíveis contribuições da distância de diâmetro angular utilizando modelos de universo mais realísticos, como por exemplo adicionando as inomogeneidades locais da distribuição de matéria. Como veremos no capítulo a seguir, a maioria dos testes envolvem a distância de diâmetro angular inclusive no caso de lentes gravitacionais. Por exemplo, para *time delay* de imagens múltiplas, como foi mencionado na seção 5.4 onde  $R_A$  e  $R_B$  são as distâncias angulares do centro da lente até as respectivas imagens. As distâncias  $D_L$  (lente-observador),  $D_S$  (fonte-observador),  $D_{LS}$  (lente - fonte), são soluções da equação de Dyer-Roeder generalizada (ver capítulo VI). Iremos agora discutir como os vínculos nos parâmetros cosmológicos para medidas de distância de diâmetro angular desses objetos são importantes em tais análises.

Como veremos a seguir, a forma mais direta de vincular esses parâmetros cosmológicos é através da análise estatística de dados fornecidos na literatura. A amostra apresentada na tabela 4.1, por exemplo, é composta de diversos resultados de time delay de imagens múltiplas (ver referências nela contidas). Podemos considerar os valores mais aceitos na literatura para os parâmetros de interesse. Por exemplo, podemos considerar o parâmetro de densidade de matéria,  $\Omega_M = 0.263 \pm 0.07(stat) \pm 0.032(sys)$ , como requerido pelas análises da equipe do *Supernova Legacy Survey* (Astier et al. 2006). As regiões de confiança são definidas pelos níveis convencionais para dois parâmetros, os quais mudam em cada tratamento que pretendermos desenvolver. Para maiores detalhes sobre análise estatística pode-se consultar (Lima *et al.* 2003 [29], Allen *et al.* 2005 [198], Jassal *et al.* 2006 [199], Abramo, Sodr e e Wuensche 2006 [200], Cunha, Marassi & Santos 2006 [20]).

<i>Nome</i>	<i>redshift</i>	Publicação
<i>Abell1689</i>	0.183	Tyson, Valdes and Wenk 1990 Tyson and Fischer 1995 Clowe and Schneider 2001
Cl 0024+1654	0.390	Bonnet, Mellier and Fort 1994 Smail et al. 1997 Kneib et al. 2004
3C 324	1.206	Smail and Dickinson 1995
3C 336	0.927	Fort et al. 1996 Bower and Smail 1997
MS 0302.5+1717	0.425	Kaiser et al. 1998 Gavazzi et al. 2004
Abell 0068	0.255	Dahle et al. 2002 Smith et al. 2005 Dahle 2006
Abell 2029	0.077	Menard, Erben and Mellier 2003 Cypriano et al. 2004
Abell 0022	0.142	Cypriano et al. 2004
Abell 0085	0.055	Cypriano et al. 2004
Abell 1437	0.135	Cypriano et al. 2004
Abell 1451	0.171	Cypriano et al. 2004
Abell 1553	0.165	Cypriano et al. 2004
Abell 1650	0.084	Cypriano et al. 2004
Abell 1651	0.085	Cypriano et al. 2004
Abell 1664	0.128	Cypriano et al. 2004
LCDCS 057	0.473	Clowe et al. 2006a
LCDCS 110	0.579	Clowe et al. 2006a
LCDCS 130	0.704	Clowe et al. 2006a
LCDCS 172	0.697	Clowe et al. 2006a
LCDCS 173	0.749	Clowe et al. 2006a
LCDCS 188	0.456	Clowe et al. 2006a
LCDCS 198	0.960	Clowe et al. 2006a
LCDCS 252	0.550	Clowe et al. 2006a
LCDCS 275	0.807	Clowe et al. 2006a
LCDCS 340	0.480	Clowe et al. 2006a

Table 4.2: Lentes fracas medidas por aglomerados de galáxias. Continuação na próxima página.

<i>Nome</i>	<i>redshift</i>	Publicação
LCDCS 430	0.424	Clowe et al. 2006a
LCDCS 504	0.794	Clowe et al. 2006a
LCDCS 531	0.636	Clowe et al. 2006a
LCDCS 541	0.541	Clowe et al. 2006a
LCDCS 567	0.465	Clowe et al. 2006a
LCDCS 634	0.483	Clowe et al. 2006a
LCDCS 849	0.588	Clowe et al. 2006a
LCDCS 853	0.763	Clowe et al. 2006a
LCDCS 925	0.520	Clowe et al. 2006a
LCDCS 952	0.496	Clowe et al. 2006a
MS 0906.5+1110	0.180	Hicks et al. 2006
MS 1358.4+6245	0.328	Hicks et al. 2006
MS 1512.4+3647	0.372	Hicks et al. 2006
MS 1621.5+2640	0.426	Hicks et al. 2006
RX J0437.1+0043	0.285	Dahle 2006
RX J0439.0+0715	0.230	Dahle 2006
RX J0848.6+4453	1.270	Jee et al. 2006
RX J0848.9+4452	1.261	Jee et al. 2006
RX J1157.3+3336	0.214	Dahle et al. 2002
		Dahle 2006
Zwicky 5768	0.266	Dahle 2006
Zwicky 7215	0.290	Dahle 2006

Table 4.3: Lentes fracas medidas por aglomerados de galáxias.

# Capítulo 5

## O Problema da Idade do Universo em Altos *Redshifts*

### 5.1 Introdução

A determinação teórica da idade total de expansão do universo e sua comparação com as observações constitui uma questão fundamental em Cosmologia (Problema da idade). Como inicialmente observado por Lemaître, sua determinação empírica proporciona um método interessante para o estabelecimento de limites sobre os diversos modelos cosmológicos existentes na literatura. Em geral, a partir das estimativas de idade (em  $z = 0$  e  $z \neq 0$ ) é possível obter limites sobre  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  e  $H_0$ . Historicamente, o problema da idade foi responsável pelo primeiro renascimento da constante cosmológica.

Neste capítulo, discutiremos uma variante do problema da idade do universo relacionada com a existência de objetos velhos em altos *redshifts*. Os resultados serão aplicados a modelos com decaimento do vácuo ( $\Lambda(t)$ ) e o Gás de Chaplygin.

### 5.2 Datação e Estimativas de Idade

Existem vários métodos de datação de objetos, entre estes enfatizamos:



- **Nucleocosmocronologia:** Esta é uma das maneiras mais simples de se determinar a idade das estrelas e segue o mesmo método adotado pelos geólogos para datar meteoritos e rochas antigas, a datação radioativa. Se aplicada para objetos terrestre, esta técnica é genericamente chamada de Geocronologia (ver Cowan *et al* [201], Meyer e Truran [202]) e quando aplicado no contexto de objetos celestes é denominado de Nucleocosmocronologia, neste caso o seu objetivo central é estabelecer limites sobre a duração da nucleossíntese na galáxia e, conseqüentemente, impor limites sobre a idade da galáxia. Usualmente, as abundâncias de núclídeos radioativos são empregados na datação de escalas de tempo astrofísicas. O  $^{232}\text{Th}$  é um núclídeo radioativo com meia-vida de 14 Ganos ( $10^9$  anos), enquanto que os dois isótopos mais abundantes do Eu são estáveis. O decaimento radioativo do *Th* modifica as razões de abundâncias [Th/Eu], proposto por Pagel [203], fornecendo assim um meio de sondar a escala de formação das populações estelares. As principais desvantagens do par [Th/Eu] são: A única linha de *ThII* disponível para determinações de abundâncias, localizada em  $4019,13\text{Å}$ , é muito fraca ( $\leq 10m\text{Å}$ ) e sobreposta a um conjunto de linhas de Mn, Fe, Co, Ni e Ce. Isto torna necessário o uso de síntese espectral. A melhor linha de Eu II disponível, localizada em  $4129,72\text{Å}$ , apresenta forte desdobramento hiperfino e desvio isotrópico, também sendo necessário o uso de síntese espectral.
- **Aglomerados Globulares:** São sistemas estelares muito densos, ou seja muitas estrelas concentradas em uma pequena área do céu. Alguns podem ter muitos milhares de estrelas. Em geral são muito velhos, tendo sido formados no começo da vida de nossa galáxia. Este é um dos principais métodos para o estabelecimento de estimativas de idades cosmológicas. Eles estão localizados no halo galático. Acredita-

se que estes agregados estelares formaram-se cerca de 1 Gano após o Big-Bang [204], com isso os seus exemplares mais velhos podem impor limites inferiores mais restritivos sobre a idade do universo.

- Evolução estelar para estrelas de baixa massa: Nos aglomerados globulares, apenas estrelas com massa inferior a  $2M_{\odot}$  e superior a  $0.5M_{\odot}$  são importantes para o processo de datação. Estas estrelas, por terem um tempo de vida de cerca de 1 à 20 Ganos, constituem os “relógios” adequados para datar os objetos mais velhos localizados em  $z < 4$ . A evolução desses objetos segue os estágios evolutivos (uma discussão completa sobre os principais aspectos da evolução e estrutura estelar pode ser encontrada em Kippenhahn & Weigert [205]): i) Os fragmentos do meio interestelar colapsam até chegarem ao equilíbrio hidrostático; ii) A estrela sofre uma contração gravitacional quasi-estática até que esta é parada pela queima de  $H$  no centro da estrela. A seqüência principal começa e  $H$  é transformado em  $He$ . Este é o período mais longo da vida das estrelas ( $\sim 90\%$ ) e dura até que o  $H$  seja exaurido no núcleo. Após o  $H$  ter sido consumido no centro da estrela, ele continua a ser queimado numa casca fina em torno dos vestígios deixados pela sua própria queima no núcleo da estrela. Este núcleo remanescente de  $H$  contrai, torna-se degenerado e todo o envelope expande. A estrela entra na fase das gigantes vermelhas. Nesta fase, a luminosidade da estrela aumenta consideravelmente enquanto sua superfície esfria. Para uma estrela típica, estima-se que há uma perda de massa de  $\sim 25\%$  das camadas superiores. A degenerescência é lentamente removida quando a queima de  $He$  começa. Este ponto é o chamado *flash* do  $He$  e estabelece o fim da fase das gigantes vermelhas. Depois que acaba o *flash* do  $He$ , a estrela entra no ramo horizontal onde  $He$  será convertido em C/O até que seja exaurido no núcleo. Algumas estrelas do ramo horizontal

são instáveis à pulsações radiais - essas estrelas recebem o nome de RR Lyrae. A estrela agora inicia a segunda ascensão ao ramo das gigantes, desta vez com uma casca dupla ( $He \rightarrow He$  e  $He \rightarrow C/O$ ) queimando em torno de um caroço degenerado de  $C/O$ . Em estrelas como o Sol, a densidade e temperatura desse caroço nunca se tornam altas o suficiente para iniciar a fusão do  $C$ . Após a queima do  $H$  e  $He$ , o envelope é ejetado enquanto o núcleo contrai-se e torna-se extremamente denso. Esta fase terminal é chamada anã branca.

- Curvas de esfriamento de anãs brancas: Embora as anãs brancas conhecidas estejam todas na vizinhança imediata do Sol, principalmente dentro de 300 pc, aproximadamente 98% de todas as estrelas que já saíram da seqüência principal e estão em seu estágio final são deste tipo. Como as anãs brancas esfriam vagarosamente, mesmo as anãs brancas mais velhas no disco da nossa galáxia ainda estão visíveis, com luminosidades acima de  $3 \cdot 10^{-5} L_{\odot}$ . Como as anãs brancas têm massas entre  $1,2 M_{\odot}$  e  $1,44 M_{\odot}$ , originalmente calculados por Chandrasekhar 1984 [206], esses limites dependem da equação de estado e/ou da composição química da estrela [207] e são os núcleos degenerados das estrelas de 1 a 10 massas solares, a maior parte da massa dos progenitores foi perdida antes desta fase. As nebulosas planetárias são um dos canais de formação das anãs brancas, mas existem outros canais evolutivos: estrelas passando para anã branca diretamente do ramo horizontal estendido, e também estrelas binárias interagentes. No diagrama de Hertzsprung-Russel, (ver figura (3.2)), estas estrelas formam uma seqüência bem definida, cerca de 8 magnitudes menos brilhante do que a seqüência principal. Nessas estrelas é utilizado um modelo teórico para sua taxa de esfriamento, e a luminosidade das anãs brancas mais apagadas pode ser utilizada como um indicador de idade para o universo (Wood [208], Segretain

*et al.* [209], Salaris *et al.* [210]). A maior dificuldade em aplicar este método está associada ao fato de que as anãs brancas são objetos extremamente apagados, o que dificulta as observações. Estudos de anãs brancas na vizinhança solar, Oswald *et al.* [211], concluíram que o disco local das galáxias deve ter uma idade da ordem de  $t_{Disco} = 9,5_{-0,8}^{+1,1}$  Ganos.

- Galáxias e quasares em altos *redshifts*: Este teste é importante porque para altos *redshifts* o que nos é fornecido é o espectro integrado, ou seja não é possível “resolver” estrelas individualmente a essas distâncias. E nesse caso os bons candidatos a indicadores cronológicos são os quasares e as galáxias elípticas (acredita-se que suas estrelas formam-se essencialmente num único evento de formação estelar, após o qual nenhuma quantidade significativa de gás é processada, Jimenez [212]). A partir da obtenção do espectro desses objetos é necessário construir modelos de população estelar afim de datá-las. O que é estudado nesses modelos é a evolução do espectro galático como uma função da população estelar e do *redshift*, sendo comparado com o espectro observado, obtendo-se informações sobre a idade e a história da sua formação. Os modelos de evolução espectral mais utilizados são os de Bruzual [213], Guiderdoni e Rocca-Volmerange [214], Arimoto e Yoshii [215], Bruzual e Charlot [216], Worthey [217] e Jimenez *et al.* [218]. Pesquisas baseadas nesses objetos podem ser encontradas em Stockton *et al.* [219], Dunlop *et al.* [220], Spinrard *et al.* [221], Bruzual e Magris [222], Yoshii *et al.* [223], Yi *et al.* [224], Nolan *et al.* [225] e referências contidas nelas. Estes artigos inferem uma idade para o universo entre 12 e 16 Ganos. Logo a seguir vemos uma tabela referente a datação de alguns desses objetos.

Objetos	Redshift( $z$ )	Idade em Ganos
QSO <i>B1422 + 231</i> (Yoshii et. al. 1998)	3,62	1,3 – 1,5
APM 08279 + 5255 (Komossa & Hasinger 2002)	3,91	2,0 – 3,0
LBDS 53W091 (Dunlop et. al. 1996)	1,55	$\geq 3,5$
LBDS 53W069 (Dunlop et. al. 1998)	1,43	$\geq 4,0$
3C65 (Stockton et. al. 1995)	1,175	$\geq 4,0$
4C31.63 (Miller & Sheinis 2003)	0,297	$\geq 10$
184 (Van Dokkum et al. 2003)	2,705	2,6
1671 (Van Dokkum et al. 2003)	2,424	2,6
<i>U0525 – 44062505</i> (Le Borgne et. al. 2003)	0,3147	12,0
<i>U0525 – 44063303</i> (Le Borgne et. al. 2003)	0,3163	12,0
<i>U0525 – 44063108</i> (Le Borgne et. al. 2003)	0,3139	12,0

Table 5.1: Objetos velhos em altos Redshifts

### 5.3 “Look-Back Time”

No cálculo da idade do universo em modelos do tipo FRW (sem energia escura), o que importa é a duração da era da matéria, uma vez que o período dominado pela radiação é comparativamente desprezível, da ordem de  $10^6$  anos (Kolb & Turner [114]). Neste caso temos,  $\Omega_{T_o} = \Omega_M = \frac{8\pi\rho_o}{3H_o^2}$ , e para  $t = t_o$  a equação de FRW assume a seguinte forma para grandezas de hoje

$$\frac{k}{R_o^2 H_o^2} = (\Omega_M - 1) H_o^2 \quad (5.1)$$

onde o sub-índice (o) denota os valores das respectivas grandezas no tempo presente. Combinando as equações de Einstein para era da matéria, temos:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R_o}\right)^2 = H_o^2 \left[1 - \Omega_M + \Omega_M \left(\frac{R_o}{R}\right)\right]. \quad (5.2)$$

Introduzindo uma nova variável  $x = R/R_o$  e considerando a equação (5.2), a integração desta equação pode ser escrita como

$$t_o - t_z = \frac{1}{H_o} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \left[1 - \Omega_M + \frac{\Omega_M}{x}\right]^{-1/2} dx, \quad (5.3)$$

cuja expansão para pequenos *redshifts*

$$H_o(t_o - t_z) = z - \left(1 + \frac{q_o}{2}\right) z^2 + \dots \quad (5.4)$$

As relações (5.3) e (5.4) são denominadas *look back time-redshift* e mede, basicamente, o tempo decorrido entre um instante, ou equivalentemente, um valor  $R(t)$  do fator de escala, até o presente momento quando  $t = 0$  ou  $R(t) = R_o$ . Naturalmente, a idade do universo  $t_o$  é obtida tomando  $z \rightarrow \infty$  e  $t_{z \rightarrow \infty} = 0$  na expressão acima, ou seja,

$$t_o = \frac{1}{H_o} \int_o^1 \left[1 - \Omega_M + \frac{\Omega_M}{x}\right]^{-1/2} dx. \quad (5.5)$$

No caso Einstein-de Sitter ( $k = 0$ ), a equação acima reduz-se a

$$t_o = \frac{2}{3} H_o^{-1}. \quad (5.6)$$

Note que existe uma dependência implícita entre a idade e a curvatura  $k$  (ou, equivalentemente, entre a idade e o parâmetro de densidade), que pode ser entendida da seguinte forma: a expansão do universo tem origem com uma velocidade  $\dot{R}_i$  que vai diminuindo devido à ação da gravidade. Quanto maior for a densidade do universo mais rapidamente é atingida uma certa velocidade  $\dot{R}_o < \dot{R}_i$ , ou seja, menor será a idade atingida pelo modelo. De fato, considerando, por exemplo,  $H_o = 75 \text{kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ , temos que  $t_o \approx 13$  bilhões de anos para  $(k = -1; \Omega_M = 0, 0)$ ,  $t_o \approx 9$  Ganos para  $(k = 0; \Omega_M = 1, 0)$  e  $t_o \approx 7,5$  Ganos para  $(k = 1; \Omega_M = 2, 0)$ .

O universo deve ser mais velho do que qualquer uma de suas estruturas. A idade deve ter limite inferior determinado pelas estimativas de idade dos seus objetos mais velhos. Cálculos da idade de aglomerados globulares sugerem  $t_o = 12 - 16 \times 10^9$  anos (Carretta *et al.* [236]; Krauss [237]; Rengel *et al.* [238]), de modo a tornarem insatisfatórias as estimativas fornecidas pelo modelo padrão, casos plano e fechado. Essa discordância entre teoria e observação caracteriza o que hoje é conhecido como o problema da idade do universo. Atualmente, o modelo cosmológico mais favorecido observacionalmente é um modelo plano, com cerca de 30% da densidade crítica na forma de matéria (bariônica + não-bariônica) e 70% na forma de uma componente exótica (ver capítulo II). Essas duas densidades, juntamente com o parâmetro de Hubble implicam numa idade do universo em torno de  $t_o \simeq 13$  Ganos ( $H_o = 72 \text{Kms}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ ). Por outro lado, percebe-se facilmente que estimando a idade do universo por meio de métodos distintos (e.g., datando os sistemas estelares mais antigos, ver seção anterior) é possível estabelecer limites sobre os diversos modelos cosmológicos. Naturalmente, tais argumentos podem ser extrapolados para diferentes *redshifts*, de tal maneira que limites sobre  $\Omega_M$  e  $H_o$  possam ser inferidos. Portanto, estimativas precisas da idade do universo em diferentes *redshifts* podem ser utilizadas para determinar em que tipo de universo

vivemos.

## 5.4 O Modelo de Lima, Maia e Trodden - $\Lambda(t)$

Descreveremos os principais resultados de um cenário não singular com decaimento do vácuo proposto por Lima e Maia [239] no caso plano ( $k = 0$ ) e por Lima e Trodden [239] para uma curvatura arbitrária; e que serão coletivamente referidos como modelos do tipo LMT. Embora o universo resultante seja acelerado no estágio atual, tais modelos foram propostos antes dos resultados de Supernovas. O objetivo na época era mostrar que o mesmo campo que dirigiu a inflação, poderia também evitar a singularidade, resolver o problema da idade e ser consistente com o problema da constante cosmológica. Neste modelo, a história cósmica começa de uma instabilidade do espaço de de Sitter. O processo é caracterizado por uma escala de tempo arbitrária  $H_I^{-1}$ , quando teria ocorrido a fase inflacionária definida pelo valor máximo da constante cosmológica ( $\Lambda_I = 3H_I^2$ ). Existe uma extensa classe de cosmologias deflacionárias, não singulares, geradas pelo *ansatz* [62, 239]

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G} = \beta\rho_T \left(1 + \frac{1 - \beta}{\beta} \frac{H}{H_I}\right), \quad (5.7)$$

onde  $\rho_\Lambda$  e  $\rho_T = \rho_\Lambda + \rho$  são, respectivamente, as densidades de energia do vácuo e total. Para  $H = H_I$ , eq. (5.7) reduz-se a  $\rho_\Lambda = \rho_T$ , tal que temos inflação sem componente matéria-radiação ( $\rho = 0$ ), enquanto para tempos longos ( $H \ll H_I$ ),  $\rho_\Lambda \sim \beta\rho_T$  como é requerido por observações recentes [4, 5, 6, 7]. Desde que em todo tempo  $H \leq H_I$ , a eq. (5.7) pode ser vista como os primeiros dois termos de uma expansão em série de potência de  $\rho_V$  no parâmetro  $\gamma \equiv H/H_I$ . Como esperado no limite  $\beta \rightarrow 0$ , as conhecidas expressões sem o termo cosmológico do modelo FRW são recuperadas. Para o cenário inflacionário usual  $H_I^{-1} \sim 10^{-35}$ s e desde que  $H_o^{-1} \sim 10^{17}$ s, temos  $H_o/H_I \sim 10^{-52}$ , ou seja, se a inflação tiver ocorrido



no tempo de Planck  $\Lambda_I/\Lambda_o \sim 10^{120}$ , pois  $\Lambda \sim H^2$ . Esta dependência de  $\Lambda$  em  $H$  foi a primeira sugestão fenomenológica de decaimento do vácuo determinando como a densidade de energia que dirigiu a inflação está relacionada com o pequeno valor apresentado atualmente por  $\Lambda$ . Neste cenário, os observadores devem medir uma radiação térmica de fundo cuja temperatura inicial é  $T_I = \frac{\hbar H_I}{2\pi k_B}$ , a qual é determinada apenas pela escala de tempo (desconhecida) da deflação.

A equação que governa a evolução do fator de escala é:

$$R\ddot{R} + \Delta(\dot{R}^2 + k) \left[ 1 - \frac{(\Delta + 1)H}{\Delta H_I} \right] = 0 , \quad (5.8)$$

$$8\pi G\rho = 3(1 - \beta) \left( H^2 + \frac{k}{R^2} \right) \left( 1 - \frac{H}{H_I} \right) , \quad (5.9)$$

onde

$$\Delta \equiv \frac{3\gamma(1 - \beta) - 2}{2} . \quad (5.10)$$

Assim, para ( $H \ll H_I$ ), vemos que o universo evolui como uma dinâmica quase Friedmanniana<sup>1</sup>, caracterizado por  $\rho = \rho_T(1 - \beta)$  e  $\rho_v = \beta\rho_T$ . É conveniente introduzir um índice adiabático efetivo,

$$\tilde{\gamma} = \gamma(1 - \beta) \left( 1 - \frac{H}{H_I} \right) , \quad (5.11)$$

tal que

$$R\ddot{R} + \left( \frac{3\tilde{\gamma} - 2}{2} \right) \dot{R}^2 + \left( \frac{3\tilde{\gamma} - 2}{2} \right) k = 0 . \quad (5.12)$$

Para  $H = H_I$ , a equação (5.11) implica que  $\tilde{\gamma} = 0$ , com (5.12) reduzindo-se para

$$R\ddot{R} - \dot{R}^2 - k = 0 , \quad (5.13)$$

cujas soluções são os espaços-tempos de de Sitter

$$R(t) = \begin{cases} H_I^{-1} \cosh(H_I t) & k = +1 , \\ R_* e^{H_I t} & k = 0 , \\ H_I^{-1} \sinh(H_I t) & k = -1 . \end{cases} \quad (5.14)$$

---

<sup>1</sup>Quase Friedmann nesse contexto se refere a dinâmica dos modelos com  $\Lambda = 0$ .

Portanto, diferente do modelo FRW, o cenário LMT começa sua evolução a partir de um puro estado de vácuo (de Sitter) não singular, qualquer que seja o sinal da curvatura. Desta forma, a evolução inicial é tal que os problemas da singularidade e horizonte são simultaneamente eliminados. Além disso, devido a produção de entropia, não existe problema da planura (*flatness*).

No limite oposto,  $H \ll H_I$ , a equação (5.11) se reduz para  $\tilde{\gamma} = \gamma(1 - \beta)$ , com a equação (5.12) tomando a seguinte forma Friedmanniana

$$R\ddot{R} + \Delta\dot{R}^2 + \Delta k = 0, \quad (5.15)$$

cuja integral primeira é dada por

$$\dot{R}^2 = AR^{-2\Delta} - k, \quad (5.16)$$

com  $A > 0$  para que  $\rho$  seja positivo definido nesta fase. Neste limite, as densidades de energia do vácuo e do fluido são dadas por:

$$\begin{aligned} \rho_v &= \beta\rho_{T_o} \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3\gamma(1-\beta)} = \beta\rho_T, \\ \rho &= (1 - \beta)\rho_{T_o} \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3\gamma(1-\beta)} \equiv (1 - \beta)\rho_T, \end{aligned} \quad (5.17)$$

onde  $\rho_{T_o} = 3A/8\pi GR_o^{3\gamma(1-\beta)}$ . Vemos que para  $\gamma = 4/3$ , a densidade de energia da radiação escala como  $\rho_{rad} \sim R^{-4(1-\beta)}$ , enquanto no caso de poeira ( $\gamma = 1$ ) teremos  $\rho_m \sim R^{-3(1-\beta)}$ . Portanto, deve existir uma transição natural de uma fase vácuo-radiação para uma fase dominada por uma vácuo-poeira quando o universo expande.

Recentemente Maia e Lima [240] mostraram que esta classe de cosmologias com decaimento do vácuo é equivalente a um modelo com campo escalar (a descrição dinâmica e termodinâmica é a mesma). Esta descrição pode dar uma justificativa mais fundamental para este cenário deflacionário. Do ponto de vista observacional, estes modelos com  $\Lambda(t)$  possuem uma característica interessante que pode distinguí-los dos modelos

$\Lambda$ CDM. A previsão da possibilidade de uma produção contínua (adiabática) de fótons na relação da temperatura com o *redshift*,  $T(z) = T_o(1+z)^{1-\beta}$ , pode ser modificada se  $\beta \neq 0$ , onde  $T_o$  é a temperatura da RCF em  $z = 0$ .

Alguns testes cinemáticos em modelos com  $\Lambda$ -variável serão discutidos agora. Por simplicidade, nos limitaremos a classe de modelos do tipo LMT. Um estudo detalhado das expressões observacionais nos modelos do tipo LMT podem ser encontradas em Cunha, Lima e Pires [145]. Inicialmente, devemos observar que agora temos 3 parâmetros físicos:  $H_o$ ,  $q_o$  e  $\beta$ , que estão relacionados pelas seguintes expressões:

$$\frac{k}{R_o^2 H_o^2} = \frac{\Omega_M}{1-\beta} - 1, \quad (5.18)$$

$$q_o = \frac{1-3\beta}{2} \left( \frac{\Omega_M}{1-\beta} \right), \quad (5.19)$$

e combinando (5.18) com (5.16) segue que

$$\left( \frac{\dot{R}}{R_o} \right)^2 = H_o^2 \left[ 1 - \left( \frac{\Omega_M}{1-\beta} \right) + \left( \frac{\Omega_M}{1-\beta} \right) \left( \frac{R_o}{R} \right)^{1-3\beta} \right], \quad (5.20)$$

uma expressão bastante semelhante a eq. (5.2), obtida para os modelos do tipo FRW. Lembrando que os dados de SNe Ia implicam um  $q_o$  negativo, segue da eq. (5.19) que tais resultados podem ser obtidos nesses modelos somente se  $\beta > 1/3$ . Observe também, que nos modelos do tipo LMT o parâmetro de desaceleração é sempre menor do que nos modelos do tipo FRW.

Vínculos provenientes de Lentes gravitacionais, Supernovas Ia, RCF, e outros testes cinemáticos tem sido discutidos por muitos autores [137, 138, 143, 144, 145, 146]. Em particular, o teste envolvendo o diâmetro angular de fontes de rádio compactas é de bastante interesse. Uma análise recente mostrou que os intervalos permitidos para  $\beta$  e  $\Omega_M$  são fortemente dependentes do comprimento intrínscio  $l$ . Para  $l \simeq 20h^{-1} - 30h^{-1}$  pc, o melhor ajuste ocorre para  $\beta \sim 0,58$  e  $\Omega_M \sim 0,58$  para  $l = 20h^{-1}$  e

$\beta \sim 0,76$ ,  $\Omega_M \sim 0,28$  para  $l = 30h^{-1}$  pc. Contudo, minimizando  $\chi^2$  sobre os 3 parâmetros,  $l$ ,  $\beta$  e  $\Omega_M$ , o melhor ajuste para os dados de fontes de rádio compactas [25], corresponde a um modelo do tipo LMT com  $\Omega_M = 0,54$ ,  $\beta = 0,6$  e  $l = 22,64h^{-1}$  pc.

Fisicamente, seria também esperado que a presença do vácuo desloque o valor do *redshift* crítico, isto é, o valor  $z_c$  para o qual o diâmetro angular atinge seu valor mínimo. Para o caso plano ( $k = 0$ ), o valor do *redshift*

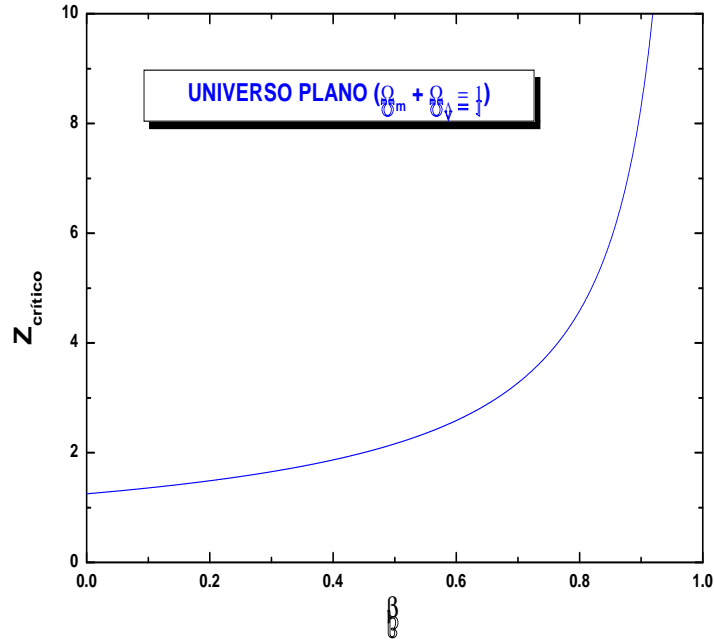


Figura 5.1: *Redshift* crítico como função de  $\beta$  para modelos planos com decaimento do vácuo. O *redshift* crítico cresce com  $\beta$ . Note que se  $\beta = 0$ ,  $z_c = 1,25$ , como obtido por Hoyle [241].

crítico é dado por [145]

$$z_c(\beta) = \left[ \frac{3(1 - \beta)}{2} \right]^{\frac{2}{1-3\beta}} - 1 \quad . \quad (5.21)$$

Se  $\beta = 0$  temos  $z_c = 1,25$ , que é o resultado do modelo de Einstein-de Sitter. Deste modo, um valor mínimo para o diâmetro angular observado

continua existindo em modelos do tipo LMT. O vácuo atua deslocando para mais altos *redshifts* este valor mínimo do diâmetro angular,  $z_c$  como pode ser visto na figura 5.1.

## 5.5 Objetos Velhos em Altos *redshifts* e o Teste da Idade -*redshift*

Vários grupos tem observado objetos velhos em altos *redshifts* [243]. Neste contexto, a descoberta de galáxias 3C 65 em  $z = 1,175$  com idade de 3,5 bilhões de anos [242], LBDS 53W091 num  $z = 1,55$  com 3 bilhões de anos e LBDS 53W069 num  $z = 1,43$  com 3,5 bilhões de anos [243], em geral são incompatíveis com as estimativas de idade para um universo plano ou fechado nos seus respectivos *redshifts*, a não ser que o parâmetro de Hubble seja muito baixo. Somente modelos extremamente abertos,  $\Omega_M \leq 0,37$ , ou com constante cosmológica, podem ser compatíveis com a existência desses objetos. No caso do universo plano, por exemplo, os limites são  $\beta \geq 0,10$  (LBDS 53W091),  $\beta \geq 0,12$  (LBDS 53W069), e  $\beta \geq 0,06$  (3C 65). Juntos com outras recentes descobertas acentuaram mais ainda a já clássica “crise da idade” e dando mais ascensão para uma nova variante deste problema, a qual foi denominada crise [244] na escala de tempo em altos- $z$ . Em 2002, Hasinger e colaboradores [245] publicaram um artigo sobre a descoberta da ionização do FeK delimitando no  $z = 3,91$  na parte da linha de absorção do quasar APM 08279+5255. A razão Fe/O do material absorvido é significativamente maior que a abundância solar (Fe/O = 2 – 5) e requerida uma escala de tempo de  $\sim 3$  Ganos, com uma conservação do limite inferior da idade de 2 Ganos. O modelo de Einstein-de Sitter não é capaz de explicar a idade deste objeto [245, 246]. No artigo Cunha & Santos [16] utilizamos esses dados para vincular alguns parâmetros básicos que definem as cosmologias com  $\Lambda(t)$  variando no

tempo. A relação geral idade - *redshift* no modelo de  $\Lambda(t)$  proposto por Lima e colaboradores [239] é

$$t_z = H_o^{-1} \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{dx}{\left[1 - \frac{\Omega_M}{(1-\beta)} + \frac{\Omega_M}{(1-\beta)} x^{3\beta-1}\right]^{\frac{1}{2}}} \equiv H_o^{-1} f(\Omega_M, \beta, z) \quad (5.22)$$

Para  $\beta = 0$  e  $\Omega_M = 1,0$  a expressão acima se reduz à  $t_z = \frac{2}{3} H_o^{-1} (1+z)^{-3/2}$ , o qual é a predição do modelo de Einstein-de Sitter [114]. Neste caso, a idade do universo neste *redshift* = 3,91 é próximo de 1 Gano, é muito menor que o limite inferior da idade do quasar. Seguindo a linha padrão, a idade do universo é maior ou igual a idade do objeto naquele *redshift*:

$$\frac{t_z}{t_q} = \frac{f(\Omega_M, \beta, z)}{H_o t_q} \geq 1, \quad (5.23)$$

onde  $t_q$  é a estimativa da idade do quasar e  $f(\Omega_M, \beta, z)$  é o fator adimensional definido pela eq. (5.22). Note que o denominador acima define uma expressão adimensional do parâmetro de idade  $T_q = H_o t_q$ . Para o limite inferior de idade do quasar, utilizamos o menor valor de  $H_o = 64 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  [84] para que a análise seja o mais robusta quanto possível, o que corresponde ao intervalo  $0,131 \leq T_q \leq 0,163$ , sendo assim  $T_q \geq 0,131$ . Portanto, para um dado valor de  $H_o$ , somente modelos que tenham uma idade maior que este limite neste  $z = 3,91$  serão compatíveis com a existência desse objeto.

As figuras 5.2 e 5.3 mostram o parâmetro adimensional  $T_z = H_o t_z$  (Eq. 5.22), como uma função do *redshift* para diversos valores de  $\beta$  com  $\Omega_M = 0,2$  e  $\Omega_M = 0,4$ . A região rachurada no gráfico é determinada como o mínimo valor de  $T_q$ . Os modelos com curvas que atravessam o retângulo são desconsiderados porque eles tem um valor menor do parâmetro da idade do que o valor requerido para a existência do quasar APM 08279+5255. Para assumir uma idade estimada de 2Ganos semelhante ao plot 4.2(1), então

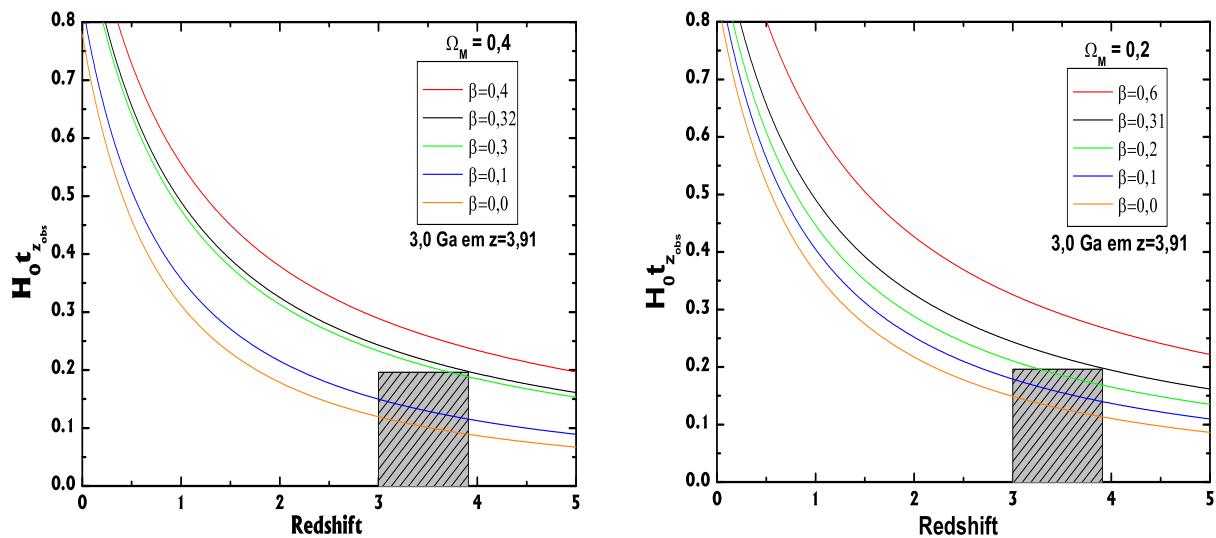


Figura 5.2: O parâmetro adimensional ( $T_q$ ) como função do *redshift* para alguns valores de  $\beta$  com  $\Omega_M = 0, 2$ .

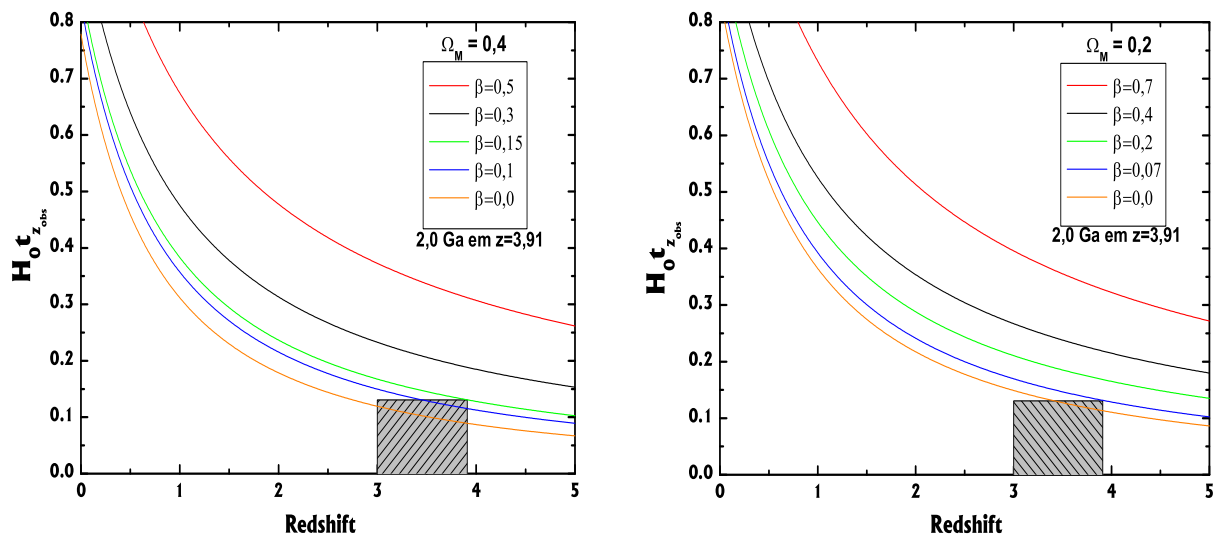


Figura 5.3: O parâmetro adimensional ( $T_q$ ) como função do *redshift* para alguns valores de  $\beta$  com  $\Omega_M = 0, 4$ . Como exposto no texto, todas as curvas abaixo da área rachurada tem, para o universo, uma idade menor que o limite inferior de idade requerido para o quasar APM 08279+5255.

o mínimo valor para a densidade de energia é  $\beta \geq 0,07$ , o qual conduz a uma idade total mínima de  $\sim 13,4$  Ganos. Para fig. 4.2(2), vimos que o valor mínimo de  $\beta$  requerido é 0,31. Para  $\Omega_M = 0,4$ , para 3 Ganos, respectivamente. Este limite é menor então que o valor inferido com uma relação diâmetro angular-*redshift*, onde  $\beta$  foi dado no intervalo  $[0,58;0,76]$ , ver [247]. A estimativa da idade de objetos velhos em altos *redshifts* fornecem uma nova variante para o problema da idade. Vemos logo a seguir uma tabela contendo diversas parametrizações para o estabelecimento da idade do universo.

**Tabela 1:** A idade do universo parametrizada por modelos de energia escura.

Modelos	Referências	$z_T$	$(\Omega_x)_T$	$t_0 H_0$	$t_0$ (Ganos)
1º <i>Gong – Zhang</i>	[226]	0,56	0,479	0,968	13,33
2º <i>Gong – Zhang</i>	[226]	0,39	0,383	0,966	13,30
Linear redshift	[227, 228]	0,39	0,443	0,797	10,98
Chevallier-Polarski-Linder	[229, 230]	0,35	0,451	0,816	11,23
Jassal-Bagala-Padmanabhan	[231]	0,30	0,467	0,939	12,94
Upadhye-Ishak-Steinhardt	[232]	0,44	0,392	0,934	12,87
Wetterich	[233]	0,26	0,488	0,909	12,52
Hannestad-Mörtsell	[234]	0,39	0,333	0,909	12,52
Lee ( $p = 1, 5$ )	[235]	0,74	0,353	0,985	13,57
Lee ( $p = 3, 9$ )	[235]	0,76	0,333	0,993	13,67

### 5.5.1 Implicações para a Época de Formação dos Quasares

Além das estimativas de idade para o universo, os quasares em altos *redshifts* também podem ser uma ferramenta importante para determinar a primeira época de formação dos quasares. Assim como para época de



formação das galáxias [1], esse processo ocorre de forma gradual ao longo da evolução do universo, contudo é desprezado uma possibilidade de tempo de incubação em nossa análise. Na previsão do modelo padrão de matéria escura fria  $CDM$  a maior concentração de formação de objetos ocorre entre o intervalo de  $1 \leq z \leq 2$  [248, 249], contudo o modelo de  $\Lambda CDM$  fornece uma explicação mais natural para o excesso de potência observado em pequenas escalas [250, 251]. Observações em *redshifts* cada vez mais altos sugerem que o universo contém muito mais objetos colapsados nesse período do que é previsto pelo modelo padrão [252, 253, 254, 255].

Para calcularmos o *Lookback time*, a hipótese mais necessária é que o evento considerado seja instantâneo, ou seja, não exista tempo de incubação e a idade do objeto possa ser expressa como sendo aproximadamente o tempo necessário para o universo evoluir desde  $z_f$ , *redshift* de formação, até  $z_{obs}$ , o *redshift* do observador [244]

$$t_{obs} - t_{z_f} = H_o^{-1} \int_{\frac{1}{1+z_f}}^{\frac{1}{1+z_{obs}}} \frac{dx}{\left[1 - \frac{\Omega_M}{(1-\beta)} + \frac{\Omega_M}{(1-\beta)} x^{3\beta-1}\right]^{\frac{1}{2}}} \geq t_q, \quad (5.24)$$

onde  $t_q$  é a idade estimada do quasar e a desigualdade corresponde ao fato de que o universo é mais velho do que qualquer estrutura nele contida. E nesse caso o valor de  $z_f$ , impõe um limite inferior para a época de formação permitida, exatamente pela existência daquele objeto no  $z_{obs}$  [1]. Naturalmente, modelos para os quais  $z_f \rightarrow \infty$  são claramente incompatíveis com a existência deste objeto. Na figura 5.4 mostramos o plano  $(z_f - \Omega_M)$  de acordo com a existência deste quasar para modelos com decaimento do vácuo  $\Lambda(t)$ . É esperado fisicamente, que o efeito da matéria escura seja de desacelerar a expansão cósmica, a maior contribuição do  $\Omega_M$  é para maiores valores de  $z_f$ , este é requerido para garantir a existência deste quasar para esse cenário cosmológico. Ressaltamos aqui que para impor limites sobre  $z_f$  foi adotado uma medida conservadora com relação

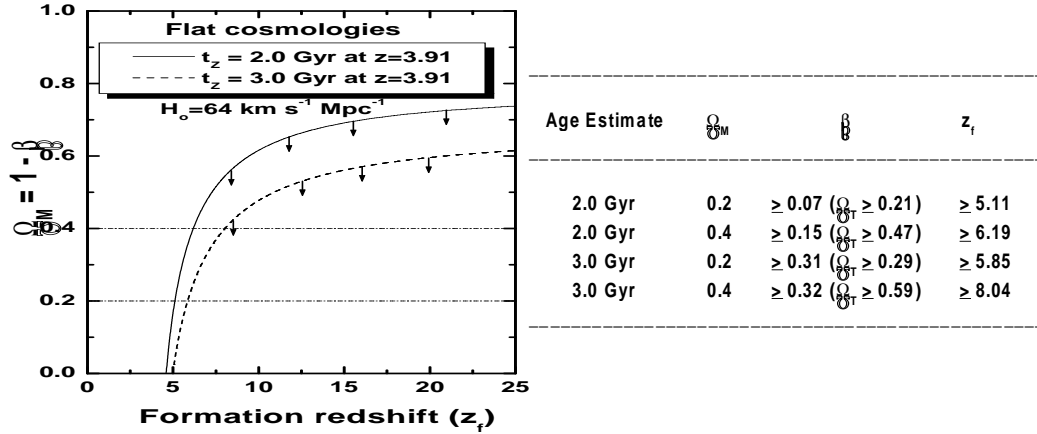


Figura 5.4: O *redshift* de formação versus  $\Omega_M$  para modelos planos do tipo  $\Lambda(t)$ . Contornos de um parâmetro de idade fixo  $H_0 t_z$  para o quasar APM 08279+5255. As curvas sólida e tracejada correspondem as idades estimadas de 2 Ganos e 3 Ganos, respectivamente.

ao valor do parâmetro de Hubble e conseqüentemente na estimativa de idade do quasar. Nesse contexto, o menor valor para o *redshift* de formação ocorreu para baixa densidade do universo, com  $\Omega_M = 0,2$  obtivemos  $z_f \geq 5,11$ . Já no caso de  $\Omega_M = 0,4$  o valor foi de  $z_f \geq 8,04$ . Nossos resultados estão resumidos na tabela da fig. 4.3.

Portanto investigamos neste artigo[16] alguns vínculos observacionais para cosmologia deflacionária utilizando o quasar APM 08279+5255 localizado em  $z=3,91$ . Se a estimativa de idade deste objeto estiver correta, a luz dos resultados acima, concluímos que este modelo é muito eficiente para explicar a existência desse quasar velho em alto *redshift*. Alguns dos principais resultados foi que  $\beta$  deve ser maior que 0,07 para que a crise da idade em altos *redshifts* seja resolvida e que para a época de formação do quasar o *redshift* mínimo requerido seja de  $z_f = 5,11$ . Naturalmente, novos testes e análises com outros objetos devem ser feitos para tornar os resultados o mais realístico quanto possível. Além disso, a observação de objetos cada vez mais distantes traz como conseqüência imediata a possibilidade de se entender o complexo processo de formação de

estruturas, e testes como o de idade-*redshift* associado com uma estatística para os objetos pode tornar-se cada vez mais fundamental para cosmologia.

## 5.6 Gás de Chaplygin Simplificado e o Quasar APM 08279 + 5255

Como foi abordado no capítulo II, a distinção essencial entre matéria escura fria ( $p = 0$ ) e a energia escura é que a primeira se aglomera em pequenas escalas (o que permite formar galáxias e outras estruturas), enquanto a energia escura é uma componente homogênea, os modelos mais conhecidos na literatura são a constante cosmológica, campo escalar e matéria-X, como visto anteriormente. No caso do gás de Chaplygin é considerado uma possível descrição unificada envolvendo o setor escuro da cosmologia (matéria e energia escura) numa única componente. Em 2006, Lima *et al.* [256] propuseram uma ligeira modificação para o modelo de gás de Chaplygin, versão simplificada, onde através de argumentos de causalidade sobre a velocidade do som no gás, consideraram que o parâmetro  $A_s$  é função de  $\alpha$  ( $A_s = \alpha$ ), com isso percebe-se que a expressão do gás de Chaplygin fica apenas com um parâmetro livre.

A equação de conservação de energia aplicada a uma equação de estado fornece então:

$$\rho_C = \left[ A + B \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (5.25)$$

ou

$$\rho_C = \rho_{C0} \left[ A_s + (1 - A_s) \left( \frac{R_0}{R} \right)^{3(1+\alpha)} \right]^{\frac{1}{1+\alpha}} \quad (5.26)$$

onde  $\rho_{C0}$  é a densidade de energia atual,  $\rho_{C0}^{1+\alpha} = B + A$  é uma constante e  $A_s = A/\rho_{C0}^{1+\alpha}$  é uma quantidade relacionada com o valor atual da

velocidade do som no gás,  $v_s = \alpha A / \rho_{C0}^{1+\alpha}$ . De (5.25) é possível ver a interpolação do gás de Chaplygin entre os dois regimes: matéria escura ( $\rho_C(R \rightarrow 0) \approx \sqrt{B}/R^3$ ) e energia escura com pressão negativa e densidade constante ( $\rho_C(R \rightarrow \infty) \approx \sqrt{A}$ ). Resolvendo as equações de FRW, com  $\Lambda = 0$ , obtém-se:

$$R\ddot{R} + \left( \frac{\dot{R}^2}{2} + \frac{k}{2} \right) (1 - \xi) = -\frac{\dot{R}^2}{2} \sum_j \Omega_j \xi \left( \frac{R_0}{R} \right)^3 \quad (5.27)$$

onde  $\xi = \frac{3A_s}{[A_s + (1-A_s)(R_0/R)^{3(1+\alpha)}}$  e  $\Omega_j$  depende do cenário considerado. Para os modelos de quintessência (gás de Chaplygin + matéria escura) temos  $\Omega_j = \Omega_M + \Omega_b \approx \Omega_M$ , já nos casos de modelos unificados, para os quais não existe matéria escura separada, temos que  $\Omega_j = \Omega_b$ .

Baseados no modelo de Lima *et al.* [256] calculamos a relação geral para idade - *redshift* para o modelo de gás de Chaplygin simplificado [17]:

$$t_z = \int_0^{(1+z)^{-1}} \frac{H_o^{-1} dx}{x(\Omega_M x^{-3} + \Omega_C [\alpha + (1-\alpha)x^{-3(\alpha+1)}]^{1/(\alpha+1)}}. \quad (5.28)$$

Fixando  $H_o t_z$  das observações, no modelo plano ( $\Omega_T = \sum_j \Omega_j + \Omega_C = 1$ ), temos que:

$$\frac{t_z}{T_q} = \frac{f(\Omega_M, \alpha, z)}{H_o T_q} \geq 1, \quad (5.29)$$

onde  $T_q$  é a idade do objeto.  $\Omega_M \simeq 0,3 \pm 0,1$ , e  $f(\Omega_M, \omega, z)$ . Temos os valores de  $0,131 \leq t_q \leq 0,163$ .

Fazendo-se um estudo semelhante ao da seção 4.5, obtemos a figura 5.5, onde todos os modelos que atravessam a área rachurada são inconsistentes com a existência desse objeto nesse *redshift*. Para  $\alpha = 0$  e  $\Omega_M = 1,0$  a expressão acima se reduz ao modelo de poeira plano, do tipo FRW (Kolb e Turner [114]) e obtemos a expressão padrão,  $t_z = \frac{2}{3} H_o^{-1} (1+z)^{-3/2}$ .

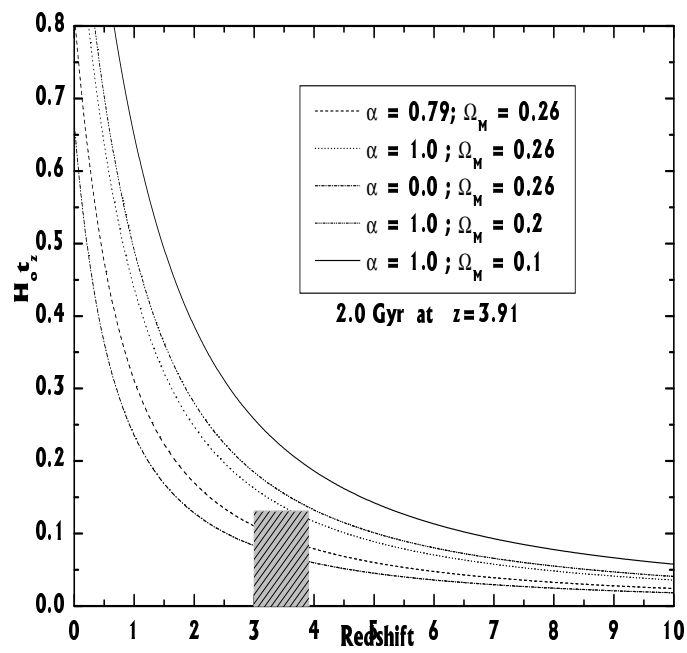


Figura 5.5: Gás de Chaplygin Simplificado: O plano  $(T_q \times z)$ . O parâmetro adimensional da idade ( $T_q$ ) como função do *redshift* para alguns valores de  $\alpha$  com  $\Omega_M = 0, 2$ . Todas as curvas que estão abaixo da área hachurada são inconsistentes com o modelo de gás de Chaplygin simplificado.

## Capítulo 6

# Novos Vínculos na Variação do Parâmetro da Equação de Estado para dados de SNe Ia e Fração de Massa do Gás

### 6.1 Introdução

Na tentativa de se compreender a natureza da energia escura, essa força antigravitacional que permeia o cosmos e que provoca a aceleração da expansão do universo. Muitos modelos fenomenológicos tem sido propostos na literatura. Nesse apêndice iremos abordar duas classes distintas desses modelos com equações de estado dependentes do *redshift*,  $\omega(z)$ , proposto por Cooray e Huterer [257], e independentemente, por Linder [230] e Padmanabhan & Choudhury [119], a análise será realizada para os dados de raio-X de aglomerado de galáxias e SNe Ia.

No primeiro cenário (Modelo 1), o parâmetro da equação de estado é definido por [257]

$$\text{Modelo 1 : } \omega(z) = \omega_o + \omega_1 z, \quad (6.1)$$

enquanto no segundo[119, 230]

$$\text{Modelo 2 : } \omega(z) = \omega_o + \frac{\omega_1 z}{1+z} \quad (6.2)$$

onde  $\omega_o$  e  $\omega_1$  são constantes.

Observe que a expressão linear do modelo 1 em baixos *redshifts* aproxima-se dos modelos  $\Lambda$ CDM com pouca ou sem dependência com o *redshift*. Uma dificuldade da primeira expressão é que ela cresce sem limite para altos *redshifts*  $z > 1$  (por exemplo, distância da ordem da última superfície de espalhamento em  $z_{lss} \simeq 1100$ ). Com o intuito de contornar tal problema, foi proposto o segundo modelo acima mencionado, no qual a principal vantagem é que  $\omega(z)$  é finito para todo  $z$ . Para ambos os casos,  $\omega_o$  é o valor corrente do parâmetro da equação de estado e  $\omega_1$  define a variação de  $\omega(z)$ .

## 6.2 Equações Básicas

Considere um modelo de universo plano e a dinâmica dirigida por matéria escura fria mais um fluido  $X(z)$ CDM. Ambas as componentes são separadamente conservadas e o parâmetro da equação de estado da energia escura é representado pelas parametrizações (1) e (2). Integrando a lei de conservação de energia para cada componente e combinando o resultado com as equações de FRW, obtemos o parâmetro de Hubble para ambos os modelos:

$$H_{Modelo1}^2 = H_o^2 \left[ \Omega_M(1+z)^3 + (1 - \Omega_M)(1+z)^{3(1+\omega_o-\omega_1)} e^{3\omega_1 z} \right], \quad (6.3)$$

e

$$H_{Modelo2}^2 = H_o^2 \left[ \Omega_M(1+z)^3 + (1 - \Omega_M)(1+z)^{3(1+\omega_o+\omega_1)} e^{-3\omega_1(z/1+z)} \right]. \quad (6.4)$$

Para nossa análise utiliza-se a expressão, ver [162]:

$$f_{\text{gas}}(z_i) = \frac{b\Omega_b}{(1 + 0,19h^{3/2})\Omega_M} \left[ 2h \frac{D_A^{\text{SCDM}}(z_i)}{D_A^{\text{DE}}(z_i)} \right]^{1,5}, \quad (6.5)$$

o conceito de distância de diâmetro angular,  $D_A(z)$  no caso de FRW, como visto no capítulo III é:

$$D_A^{\text{DE}} = \frac{H_o^{-1}}{(1+z)} \int_{(1+z)^{-1}}^1 \frac{dx}{x^2 H(x)}. \quad (6.6)$$

onde  $x = \frac{R(t)}{R_o} = (1+z)^{-1}$  é uma variável de integração, e considerando somente modelos cosmológicos planos com valores a priori gaussianos de  $h = 0,72 \pm 0,08$  [84] com  $b = 0,824 \pm 0,089$  [27] e  $\Omega_b h^2 = 0,0214 \pm 0,002$  [259]. Iremos mostrar na seção que segue os principais resultados.

Outra análise envolvendo raio-X foi feita por Lima *et al.* [29] utilizando um modelo de matéria-X com parâmetro da equação de estado constante. Esses autores também discutiram o caso mais extremo de modelos dirigidos por energia *phantom* ( $\omega < -1$ ). Mais recentemente, o teste também foi aplicado para uma equação de estado tipo gás de Chaplygin [112].

### 6.3 Vínculos Observacionais

Para vincular os parâmetros cosmológicos  $\omega_o$  e  $\omega_1$  utilizamos uma minimização  $\chi^2$  para essas grandezas no intervalo  $[-2,3 ; -0,4]$  e  $[-4 ; 6,5]$ , respectivamente, com passos de 0,025. Os níveis de confiança são 68,3%, 90,0% e 95,4% e são definidos pelo  $\chi^2$  de dois parâmetros. É muito importante mencionar que não consideramos valor a priori em  $\Omega_M$ , como é usualmente requerido pelos testes de SNe Ia.

Em adição a nossa análise de fração de massa do gás, consideramos as medidas de SNe Ia como dadas por Riess *et al.* [59]. O melhor ajuste do modelo para a equação (6.3) foi  $\omega_o = -1,25$ ,  $\omega_1 = 1,3$  e  $\Omega_M = 0,26$ . Já para o Modelo 2, o melhor ajuste foi  $\omega_o = -1,4$ ,  $\omega_1 = 2,57$  e  $\Omega_M = 0,26$ .



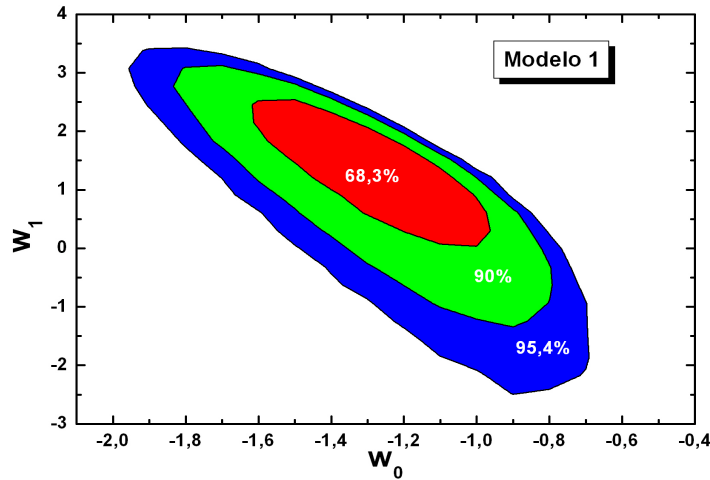


Figura 6.1: Plano  $(\omega_o \times \omega_1)$  para uma análise envolvendo dados do Chandra  $f_{\text{gas}}(z)$  e SNe Ia mostrados acima para o modelo 1. Os contornos delimitam os níveis de confiança estatística.

Para o primeiro modelo o parâmetro da equação de estado encontrado corresponde ao intervalo de  $-1,78 \leq \omega_o \leq -0,82$  e  $-1,2 \leq \omega_1 \leq 2,7$ . Para o segundo modelo esse limite é  $-2,0 \leq \omega_o \leq -0,8$  e  $-2,0 \leq \omega_1 \leq 5,5$  com  $2\sigma$ . Nas figuras 6.1 e 6.2, são mostrados os contornos estatísticos para o plano  $(\omega_o \times \omega_1)$ . Note que pelo resultado mostrado ainda não é possível se distinguir qual o cenário de quintessência deve ser adotado. Contudo, esse limite é bem melhor que o obtido pela análise simples de SNe Ia, já que as incertezas em ambos os parâmetros  $\omega_o$  e  $\omega_1$  nesse caso são fortemente correlacionadas a marginalização sobre  $\Omega_M$ .

Neste ponto, é interessante comparar os nossos resultados com outras determinações recentes de  $\omega_o$  e  $\omega_1$  advindas de métodos independentes. Por exemplo, os vínculos através da idade encontrados por Jain e Dev [258] são  $\omega_o \leq -0,31$  e  $\omega_1 \leq 0,96$  para o primeiro modelo, e  $\omega_o \leq -0,31$  e  $\omega_1 \leq 3,29$  para o segundo. Riess *et al.* [59] encontrou  $\omega_o = -1,31^{+0,22}_{-0,28}$  ( $1\sigma$ ) e  $\omega_1 = 1,48^{+0,81}_{-0,90}$  ( $1\sigma$ ) com as incertezas em ambos os casos fortemente correlacionadas.

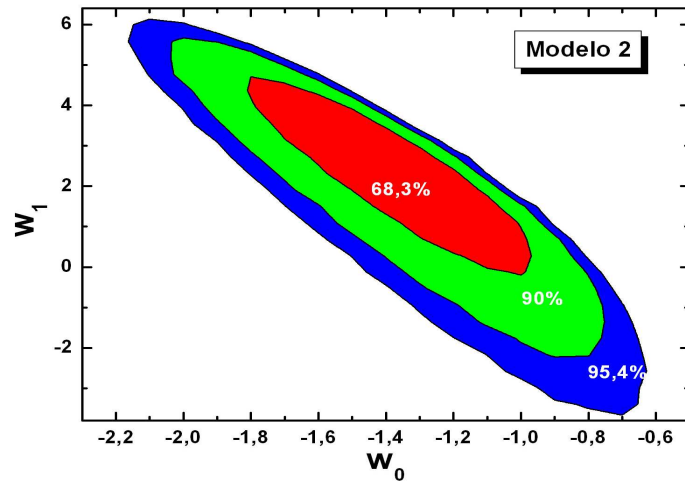


Figura 6.2: Vínculos no plano  $(\omega_0 \times \omega_1)$  para o modelo 2. Os contornos são obtidos através da análise conjunta dos dados do Chandra  $f_{\text{gas}}(z)$  e SNe Ia.

# Capítulo 7

## Distância em Modelos Inomogêneos

### 7.1 Introdução

Neste capítulo discutiremos a influência das inomogeneidades da matéria do universo na determinação de parâmetros cosmológicos tais como  $\Omega_M$  (parâmetro de densidade da matéria escura) e  $\omega$  (parâmetro da equação de estado da energia escura). Como veremos, no contexto inomogêneo as distâncias cosmológicas correspondentes as galáxias, quasares e aglomerados de galáxias, também exigem um tratamento numérico para sua determinação. No caso homogêneo e isotrópico a distância de diâmetro angular é determinada por uma integral (ver capítulo III), enquanto no caso não-homogêneo, tal distância é definida por uma equação diferencial, que será implementada no presente estudo.

Veremos que no universo localmente inomogêneo, a distância depende do chamado parâmetro de aglomeramento,  $\alpha$ . Uma dependência de  $\alpha$  com o *redshift*  $z$  é naturalmente esperada, devido ao processo de formação de estruturas. Uma possível parametrização desse tipo será fenomenologicamente deduzida .

Investigaremos em detalhes os seguintes testes: a distância de diâmetro angular versus *redshift*, o diâmetro angular de fontes distantes versus *redshift* (ver Santos e Lima 2007 [18]), dados de raios-X em aglomerados

de galáxias e a distância de luminosidade para dados de Supernovas tipo Ia serão abordados (*Santos, Cunha e Lima [19]*). Também o método estatístico  $\chi^2$  será aplicado aos dados disponíveis na literatura, servindo para restringir os possíveis espaços de parâmetros bidimensionais de interesse cosmológico.

As seções posteriores estão organizadas da seguinte maneira: inicialmente, a forma geral da equação de Sachs, é utilizada para derivar a equação da distância de diâmetro angular e propomos também uma generalização para a expressão da distância. Em seguida, discutiremos o teste de distância de diâmetro angular versus *redshift* e suas conseqüências físicas para o universo inhomogêneo. Concluiremos com algumas aplicações utilizando dados de SNe Ia e fração de massa do gás em aglomerados de galáxias.

## 7.2 Propagação da Luz e Inhomogeneidades Locais

### 7.2.1 Considerações Gerais

Um raio de luz proveniente de uma fonte  $S$  em um espaço-tempo arbitrário descrito pelo tensor métrico  $g_{\alpha\beta}$ , tem sua propagação ao longo de uma superfície nula  $\Sigma$ , governada pela equação eikonal [24]

$$g^{\alpha\beta}\Sigma_{,\alpha}\Sigma_{,\beta} = 0. \quad (7.1)$$

O raio de luz é identificado com a geodésica nula, cujo vetor tangente é  $k_\alpha = -\Sigma_{,\alpha}$ . O feixe de luz pode ser descrito por  $x^\alpha = x^\alpha(v, y^a)$ , onde  $v$  é um parâmetro afim, e  $y^a$  ( $a=1, 2, 3$ ) são os três parâmetros específicos dos diferentes raios. Isto significa que o vetor tangente a geodésica nula,  $k^\alpha = \frac{dx^\alpha}{dv} = -\Sigma_{,\alpha}$ , determina duas escalas ópticas: a expansão  $\theta$  e o cisalhamento  $\sigma$  (Linder [260], Giovi e Amendola [261], Demianski *et al.*

[262], Sereno *et al.* [263])

$$\theta \equiv \frac{1}{2}k^\alpha{}_{;\alpha}, \quad \sigma \equiv k_{\alpha;\beta}\bar{m}^\alpha\bar{m}^\beta, \quad (7.2)$$

onde  $\bar{m}^\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}(\xi^\alpha - i\eta^\alpha)$  é um vetor complexo ortogonal ao feixe ( $k^\alpha\bar{m}_\alpha = 0$ ). A vorticidade conectada com o feixe de luz é zero em todas as nossas considerações a seguir. Portanto, neste caso  $\sigma$  e  $\theta$  caracterizam completamente a congruência das geodésicas nulas. Essas duas quantidades ópticas satisfazem as equações de propagação de Sachs [264]

$$\dot{\theta} + \theta^2 + |\sigma|^2 = -\frac{1}{2}R_{\alpha\beta}k^\alpha k^\beta, \quad (7.3)$$

$$\dot{\sigma} + 2\theta\sigma = -\frac{1}{2}C_{\alpha\beta\gamma\delta}\bar{m}^\alpha k^\beta\bar{m}^\gamma k^\delta, \quad (7.4)$$

onde  $(\dot{\cdot})$  denota a derivada com respeito ao parâmetro afim  $v$ ,  $R_{\alpha\beta}$  é o tensor de Ricci e  $C_{\alpha\beta\gamma\delta}$  é o tensor de Weyl. As eqs. (7.3) e (7.4) seguem da identidade de Ricci. Os escalares ópticos  $\theta$  e  $\sigma$  descrevem a razão relativa da mudança da área infinitesimal  $A$  da seção reta do feixe e suas distorções. A expansão  $\theta$  descreve a mudança relativa da área superficial infinitesimal  $A$  da seção transversal do feixe de luz

$$\theta = \frac{1}{2} \frac{d \ln A}{dv}. \quad (7.5)$$

Usando essa equação para estudar a propagação da luz no espaço-tempo de (FRW), que sabemos ser conformalmente plano,  $C_{\alpha\beta\gamma\delta} = 0$ , vemos da eq. (7.4) que se o cisalhamento do feixe for nulo inicialmente, então sua propagação não terá cisalhamento.

Portanto, desprezando o cisalhamento e utilizando a equação (7.5), o feixe de luz que emana de  $S$  será descrito pela eq. (7.3) reescrita na forma:

$$\ddot{\sqrt{A}} + \frac{1}{2}R_{\alpha\beta}k^\alpha k^\beta\sqrt{A} = 0. \quad (7.6)$$

Um observador movendo-se com o 4-vetor  $u^\alpha$  irá associar ao raio de luz uma frequência  $\omega = u^\alpha k_\alpha$ . Diferentes observadores assumem diferentes

freqüências para o raio de luz. O desvio de freqüência, como medido por um observador comóvel com a fonte e um observador arbitrário, são relacionados através da velocidade relativa ou *redshift*  $z$  por

$$1 + z = \frac{\omega}{\omega_o} = \frac{1}{\omega_o} u_\alpha k^\alpha, \quad (7.7)$$

onde  $\omega$  é a freqüência medida por um observador comóvel e  $\omega_o$  por um observador arbitrário. Diferenciando esta equação com respeito ao parâmetro afim  $v$ , obtemos

$$\frac{dz}{dv} = \frac{1}{\omega_o} k^\alpha k^\beta u_{\alpha;\beta}. \quad (7.8)$$

Considerando que a distância de diâmetro angular  $D_A$  seja proporcional a  $\sqrt{A}$  podemos reescrever a eq. (7.6) em termos de  $D_A$

$$\left(\frac{dz}{dv}\right)^2 \frac{d^2 D_A}{dz^2} + \left(\frac{d^2 z}{dv^2}\right) \frac{dD_A}{dz} + \frac{4\pi G}{c^4} T_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta D_A = 0, \quad (7.9)$$

onde utilizamos as equações de Einstein para substituir o tensor de Ricci pelo tensor de energia-momento. A solução da eq. (7.9) determina a distância de diâmetro angular quando as seguintes condições iniciais são satisfeitas [261]:

$$D_A(z)|_{z=0} = 0, \quad (7.10)$$

$$\left.\frac{dD_A(z)}{dz}\right|_{z=0} = \frac{1}{H_o}.$$

Na próxima seção iremos generalizar a expressão (7.9) para a cosmologia do tipo  $\Lambda$ CDM, e fazer algumas considerações sobre o caso da energia fantasma.

### 7.3 Equação de Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR)

A relação de distância-*redshift* na presença de inomogeneidades foi historicamente discutida por Zeldovich (1964) [265], seguido por Kantowski (1969) [22], embora uma clara aplicação para cosmologia só veio a ocorrer em 1972, para o caso de matéria sem pressão (CDM) por Dyer e Roeder [23](outras referências podem ser encontradas no livro texto de Schneider, Ehlers e Falco 1992 [24]).

Adotando o método de Dyer e Roeder deduziremos a equação para distância de diâmetro angular num universo localmente inomogêneo para o modelo cosmológico tipo XCDM que inclui o caso de energia fantasma (*Phantom*). O procedimento consiste em considerar a geometria plana de FRW ( $c = 1$ )

$$ds^2 = dt^2 - R^2(t) (dr^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (7.11)$$

onde  $R(t)$  é o fator de escala. Nessa abordagem iremos seguir o caso padrão em que a densidade de matéria é um fluido sem pressão  $\rho_m$  e a componente da densidade de matéria-X é  $\rho_x$ . Logo, o tensor de energia momento total será  $T^{\mu\nu} = T^{\mu\nu}_{(m)} + T^{\mu\nu}_{(x)}$  e podemos escrevê-lo como

$$T^{\mu\nu} = [\rho_m + (1 + \omega)\rho_x]u^\mu u^\nu - \omega\rho_x g^{\mu\nu}, \quad (7.12)$$

onde  $u^\mu = \delta_o^\mu$  é a quadrivelocidade hidrodinâmica comóvel com o elemento de volume. Temos também as equações de campo de Einstein:

$$G^{\mu\nu} \equiv R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}g^{\mu\nu}R = 8\pi GT^{\mu\nu}, \quad (7.13)$$

que na métrica (7.11) representa as seguintes equações para o fator de escala:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 = H_o^2 \left[ \Omega_M \left(\frac{R_o}{R}\right)^3 + \Omega_x \left(\frac{R_o}{R}\right)^{3(1+\omega)} \right], \quad (7.14)$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{1}{2}H_o^2 \left[ \Omega_M \left( \frac{R_o}{R} \right)^3 + (3\omega + 1) \Omega_x \left( \frac{R_o}{R} \right)^{3(1+\omega)} \right], \quad (7.15)$$

onde o ponto denota a derivada com respeito ao tempo e  $H_o = 100h\text{Kms}^{-1}\text{Mpc}^{-1}$  é o parâmetro de Hubble. Para um universo plano,  $\Omega_x = 1 - \Omega_M$ , onde  $\Omega_x$  é o parâmetro de densidade da energia escura. Como pode ser verificado das equações (7.13)-(7.15), para o caso  $\omega = -1$  as equações descrevem o “modelo de concordância cósmica” ( $\Lambda\text{CDM}$ ).

Como foi visto, a frequência dos raios de luz como recebidos pelo observador com quadrivelocidade  $u^\alpha$  é  $\omega = u^\alpha k_\alpha = \frac{1}{H_o}(1+z)$  (para mais detalhes ver [24]), enquanto a distância de diâmetro angular,  $D_A$ , é proporcional a  $\sqrt{A}$ . Contraindo a expressão (7.12) com  $k^\alpha k^\beta$  temos

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta &= \rho_m u_\alpha k^\alpha u_\beta k^\beta + \\ &+ \rho_x (1+\omega) u_\alpha k^\alpha u_\beta k^\beta - \omega \rho_x g_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta, \end{aligned} \quad (7.16)$$

o que leva à

$$T_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta = \frac{\rho_m}{H_o^2} (1+z)^2 + \frac{\rho_x}{H_o^2} (1+\omega)(1+z)^2. \quad (7.17)$$

E das equações de Einstein

$$R_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta = 8\pi G T_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta, \quad (7.18)$$

substituindo na equação (7.6), lembrando que a distância de diâmetro angular é proporcional a  $\sqrt{A}$  e fazendo as devidas substituições, podemos reescrevê-la da seguinte forma:

$$\ddot{D}_A + 4\pi G T_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta D_A = 0 \quad (7.19)$$

desenvolvendo a expressão acima chegamos à:



$$\begin{aligned} \frac{d^2 D_A}{dz^2} \left( \frac{dz}{d\sigma} \right)^2 + \frac{dD_A}{dz} \frac{dz}{d\sigma} \frac{d}{dz} \left( \frac{dz}{d\sigma} \right) + \\ + \frac{4\pi G}{H_o^2} (1+z)^2 (\rho_m + \rho_x(1+\omega)) D_A = 0. \end{aligned} \quad (7.20)$$

Como foi mencionado anteriormente, para obter a distância de diâmetro angular num universo mais realístico é necessário assumir as inomogeneidades locais na distribuição de matéria. Seguindo o procedimento de Dyer e Roeder [23], é preciso introduzir o parâmetro fenomenológico  $\alpha$  (*clumpiness parameter*), relacionando a matéria aglomerada com a matéria homogeneamente distribuída [266, 267].

No nosso caso, o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  é uma função do *redshift*, ou seja  $\alpha(z)$ , sua dedução fenomenológica segue os seguintes passos. Por definição

$$\alpha(z) = 1 - \frac{\rho_{cl}(z)}{\rho_m(z)}, \quad (7.21)$$

onde  $\rho_{cl}$  denota a fração aglomerada da densidade de matéria total,  $\rho_m$ , é a densidade total presente no universo. A razão entre a fração homogênea ( $\rho_h$ ) e a fração inomogênea ( $\rho_{cl}(z)$ ) pode ser escrita da seguinte forma  $\rho_h/\rho_{cl} = \alpha(z)/1 - \alpha(z)$ . Como esta razão depende do *redshift*? Primeiro, relembremos que  $\alpha(z)$  encontra-se no intervalo entre  $[0,1]$ . Segundo, em virtude do processo de formação de estrutura, o grau de homogeneidade cresce para altos *redshifts*, ou equivalentemente, a fração aglomerada deve ser assintoticamente nula, digamos para  $z \geq 100$ . Ou seja,  $\alpha(z) \rightarrow 1$  para altos  $z$ 's. No presente, ( $z = 0$ ), esta fração pode ter um valor intermediário, veja  $\beta_o$ . É então natural supor que a razão das frações depende do *redshift* e varia com a densidade total da matéria,  $\rho_m(z)$ . Supondo uma lei de potência para a razão  $\rho_h/\rho_{cl}$  temos:

$$\frac{\rho_h}{\rho_{cl}} \equiv \frac{\alpha(z)}{1 - \alpha(z)} = \beta_o \left( \frac{\rho_m}{\rho_o} \right)^\gamma. \quad (7.22)$$

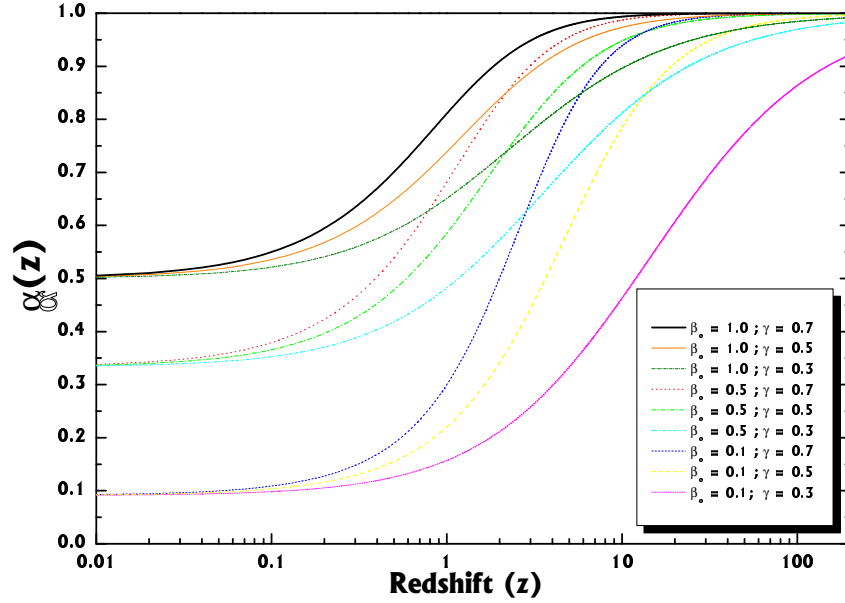


Figura 7.1: O parâmetro de aglomeramento como função do *redshift*, para alguns valores selecionados de  $\beta_o$  e  $\gamma$ . Como esperado, para altos *redshifts* todas as curvas tendem para o resultado *filled beam* independente dos valores de  $\beta_o$  e  $\gamma$ . Note que  $\beta_o$  determina  $\alpha_o = \alpha(z = 0)$ . Para um valor fixo de  $\beta_o$ , as curvas começam no mesmo ponto, contudo, a tendência para o valor unitário (*filled beam*) depende do parâmetro  $\gamma$ .

onde  $\beta_o = (\rho_h/\rho_{cl})_{z=0}$  e  $\gamma$  é um número adimensional. Resolvendo a equação acima para  $\alpha(z)$  obtemos:

$$\alpha(z) = \frac{\beta_o(1+z)^{3\gamma}}{1 + \beta_o(1+z)^{3\gamma}}, \quad (7.23)$$

sendo esta a expressão adotada neste capítulo e no artigo *Santos e Lima* [18].

Em particular, o limite para altos valores de  $z$  não dependem dos valores de  $\beta_o$  e  $\gamma$  (ambos da ordem da unidade). Note que se a porção aglomerada e a homogênea contribuem equivalentemente para o presente ( $\beta_o = 1$ ), temos que  $\alpha(z = 0) = 1/2$  independente do valor de  $\gamma$ . Na figura 7.1 mostramos a variação de  $\alpha(z)$  para alguns valores selecionados de  $\beta_o$  e  $\gamma$ .

Muitos autores examinaram  $\alpha$  constante, entretanto a consequência

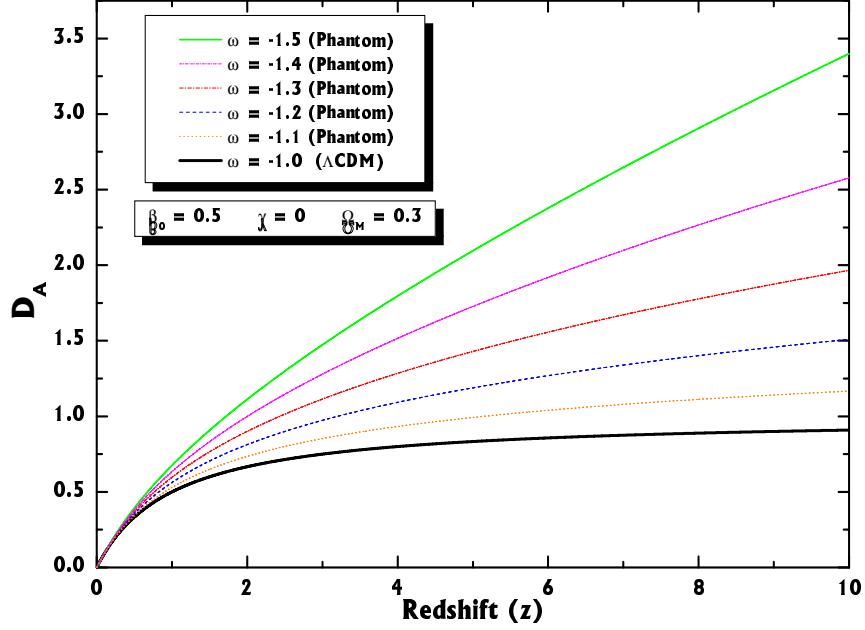


Figura 7.2: Distância de Diâmetro Angular para Cosmologias do tipo *Phantom*. As curvas mostram o efeito do parâmetro da equação de estado para  $\beta_o = 0,5$  e  $\gamma = 0$ . Para um dado *redshift*, as distâncias crescem quanto mais negativo for o valor de  $\omega$ . A curva preto sólida corresponde ao modelo  $\Lambda$ CDM.

básica do processo de formação de estrutura é que este parâmetro deve ser uma função do *redshift*. Combinando as equações (7.12), (7.13) e (7.19) depois de algumas algébras, encontramos que a distância de diâmetro angular,  $D_A(z)$ , é governada pela seguinte equação diferencial

$$(1+z)^2 \mathcal{F} \frac{d^2 D_A}{dz^2} + (1+z) \mathcal{G} \frac{dD_A}{dz} + \mathcal{H} D_A = 0, \quad (7.24)$$

e satisfaz as mesmas condições de contorno da equação (7.9). As funções  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{H}$  são dadas por:

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \Omega_m (1+z)^3 + (1-\Omega_m) (1+z)^{3(\omega+1)} \\ \mathcal{G} &= \frac{7}{2} \Omega_m (1+z)^3 + \frac{3\omega+7}{2} (1-\Omega_m) (1+z)^{3(\omega+1)} \\ \mathcal{H} &= \frac{3\alpha(z)}{2} \Omega_m (1+z)^3 + \frac{3(\omega+1)}{2} (1-\Omega_m) (1+z)^{3(\omega+1)}. \end{aligned} \quad (7.25)$$

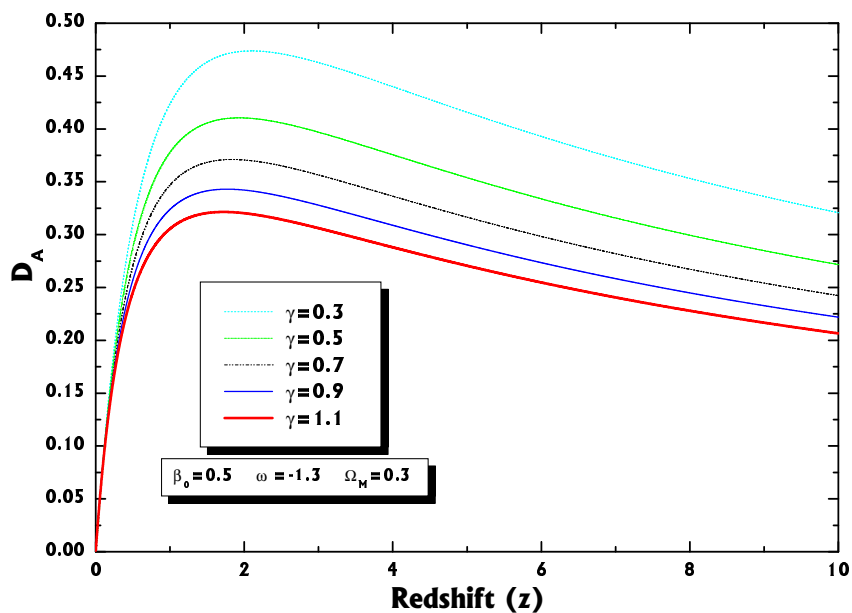


Figura 7.3: Efeito do parâmetro  $\gamma$  na distância de diâmetro angular. Para todas as curvas fixamos  $\omega = -1, 3$ ,  $\beta_o = 0, 5$  e  $\Omega_M = 0, 3$ . Note que as distâncias crescem para menores valores de  $\gamma$ .

Neste ponto, é interessante comparar a eq. (7.24) e também as definições subsidiárias (7.23) e (7.25) com outros tratamentos que aparecem na literatura. Para  $\gamma = 0$  ( $\alpha = \text{constante}$ ) e  $\omega = -1$  ( $\Lambda\text{CDM}$ ) está reduz-se à eq. (2) dada por Alcaniz, Lima e Silva (2004) [268]. De fato, para  $\omega = -1$  a função  $\mathcal{H}$  é dada por  $\mathcal{H} = \frac{3\alpha}{2}\Omega_M(1+z)^3$ . Uma expressão mais geral para o modelo  $\Lambda\text{CDM}$  (incluindo o termo de curvatura) foi encontrada por Demianski *et al.* [269]. Uma forma de *check*, por identificação é  $\omega \equiv m/3 - 1$ , ou seja nossa eq. (7.24) é exatamente a eq. (10), a menos do  $\alpha$  constante, apresentada por Giovi e Amendola [261] num estudo envolvendo *time delay* (veja também a eq. (2) do Sereno *et al.* [263]).

Discutiremos a integração da equação de ZKDR, equação (7.24), com ênfase no chamado modelo de energia escura *phantom* ( $\omega < -1$ ). No estudo que segue, temos aplicado para os gráficos o método de Runge-Kutta.

Na figura 7.2 vemos como o parâmetro da equação de estado,  $\omega$ , afeta a

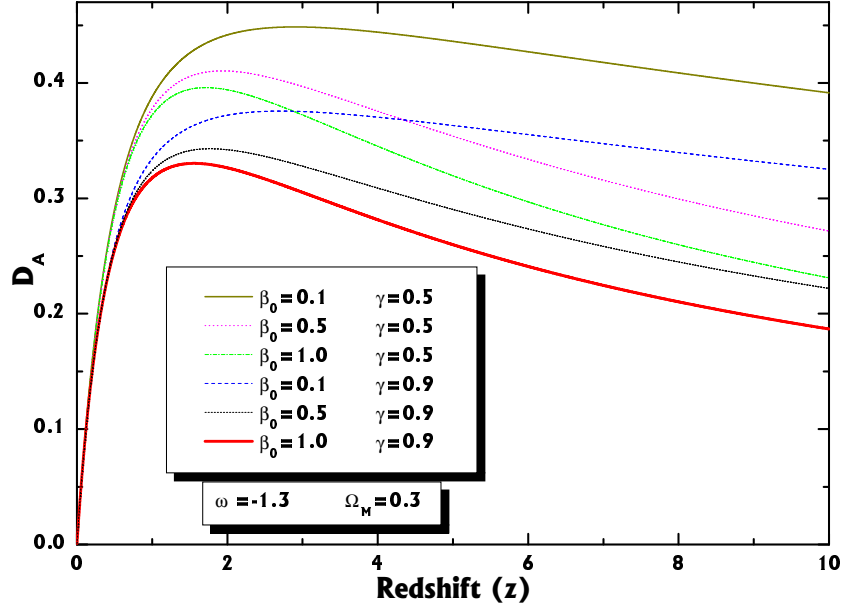


Figura 7.4: Influência do parâmetro  $\beta_o$  na distância de diâmetro angular para  $\Omega_M = 0,3$  e  $\omega = -1,3$ . As curvas separam dois setores correspondentes aos valores de  $\gamma = 0,5$  e  $\gamma = 0,9$  indicados na caixa.

distância de diâmetro angular. Fixando valores de  $\Omega_M = 0,3$ ,  $\beta_o = 0,5$  e  $\gamma = 0$ , todas as distâncias crescem com o *redshift*, a medida que  $\omega$  diminui e entra no regime de *phantom*. Para comparação com os demais plotamos o caso  $\Lambda$ CDM ( $\omega = -1$ ).

Na figura 7.3, mostramos o efeito do parâmetro  $\gamma$  na distância de diâmetro angular para uma cosmologia do tipo *phantom* específica  $\omega = -1,3$ , como requerido por algumas análises recentes de dados de SNe Ia (Perlmutter *et al.*, Riess *et al.* e Astier *et al.* [4, 5, 6, 7], Perivolopoulos *et al.* [270]). Para este gráfico consideramos  $\beta_o = 0,5$ . Como mostrado anteriormente,  $\beta_o = (\rho_h/\rho_{cl})_{z=0}$ , é a presente razão entre a densidade homogênea ( $\rho_h$ ) e a aglomerada ( $\rho_{cl}$ ). Note que *redshifts* da ordem de 2, as distâncias crescem para menores valores de  $\gamma$ , e depois decrescem obedecendo todas o mesmo comportamento. Já na figura 7.4, fixamos  $\omega = -1,3$ ,  $\Omega_M = 0,3$  e variamos o valor de  $\beta_o$ , percebemos com isso que

as distâncias aumentam para menores valores deste parâmetro.

## 7.4 Distância ZKDR e Estatística de Diâmetros Angulares

Como vimos no capítulo III, a relação de diâmetro angular - *redshift*, constitui um teste importante na distinção dos modelos cosmológicos [157, 158]. E como sabemos o diâmetro angular é inversamente proporcional a distância de diâmetro angular, logo podemos aplicar o tratamento mais realístico de ZKDR na descrição do universo. Similarmente ao que foi implementado no caso da DDA, é necessário adicionar as inomogeneidades locais da distribuição de matéria.

Na métrica de FRW, o tamanho angular de uma fonte é o comprimento próprio  $l$  (suposto sem efeitos de evolução) e localizado no *redshift*  $z$  podemos escrever como

$$\theta(z) = \frac{\ell}{D_A(z)}, \quad (7.26)$$

onde  $\ell = 100lh$  é a escala do tamanho angular expressa em milisegundos de arco (msa), enquanto  $l$  é medido em parsecs para rádio fontes compactas, ver figura 7.5. Onde as curvas são para  $\Omega_M = 0,3$ ,  $\gamma = 0$  e diferentes valores de  $\omega$ .

Iremos discutir agora como os vínculos nos parâmetros cosmológicos para medidas de diâmetro angular de objetos em altos *redshifts* são obtidos. A presente análise é baseada nos dados de diâmetro angular para fontes de rádio compactas compilados pelo Gurvits *et al.* [25]. Esta amostra é composta de 145 fontes de baixos e altos *redshifts* ( $0,011 \leq z \leq 4,72$ ) distribuídos em 12 bins com 12 ou 13 fontes (vejam Gurvits *et al.* [25] para maiores detalhes). Na Figura 7.5 mostramos os dados binados e o gráfico do diâmetro angular médio como uma função do *redshift*  $z$  para o caso com  $\gamma = 0$  e alguns valores selecionados de  $\omega$  e  $\alpha_o = \beta_o/(1 - \beta_o) =$

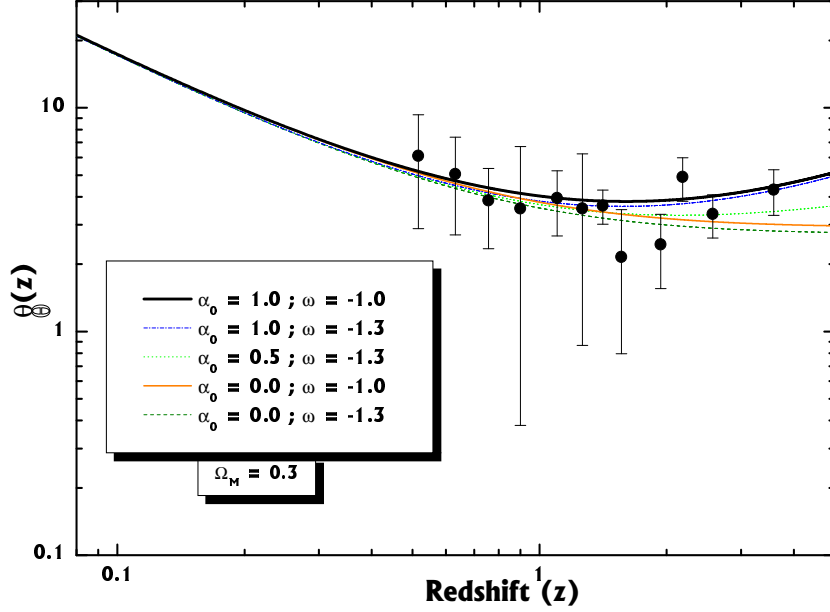


Figura 7.5: Diâmetro angular versus *redshift* de acordo com a distância de ZKDR. Estas curvas são para  $\Omega_M = 0, 3$ ,  $\gamma = 0$  e diferentes valores de  $\omega$ . Os dados correspondem à 145 fontes de rádio compactas em 12 bins (Gurvits *et al.* [25]). Para comparação mostramos também o modelo de concordância cósmica  $\Lambda$ CDM (*filled beam*).

constante. Como pode ser visto aqui, para um dado valor de  $\omega$  as curvas correspondentes são modificadas para diferentes valores do parâmetro de aglomeração  $\alpha$ .

Para vincular os parâmetros cósmicos, consideremos o parâmetro de densidade de matéria,  $\Omega_M = 0,263 \pm 0,07(\text{stat}) \pm 0,032$  (sys), como requerido pelo *Supernova Legacy Survey* (Astier *et al.* [7]), e o valor do parâmetro de Hubble obtido pelo *HST key Project*  $H_o = 72 \pm 8$   $\text{km.s}^{-1}.\text{Mpc}^{-1}$  (Freedman *et al.* [84]). Seguindo o tratamento padrão, a região de confiança é construída através da minimização do  $\chi^2$

$$\chi^2(l, \omega, \alpha) = \sum_{i=1}^{12} \frac{[\theta(z_i, l, \omega, \alpha) - \theta_{oi}]^2}{\sigma_i^2}, \quad (7.27)$$

onde  $\theta(z_i, l, \omega, \alpha)$  foi definido pela eq. (7.26) e  $\theta_{oi}$  são os valores observados do diâmetro angular com erro  $\sigma_i$  para cada bin do sistema. As regiões de confiança são definidas pelos níveis convencionais para dois parâmetros.

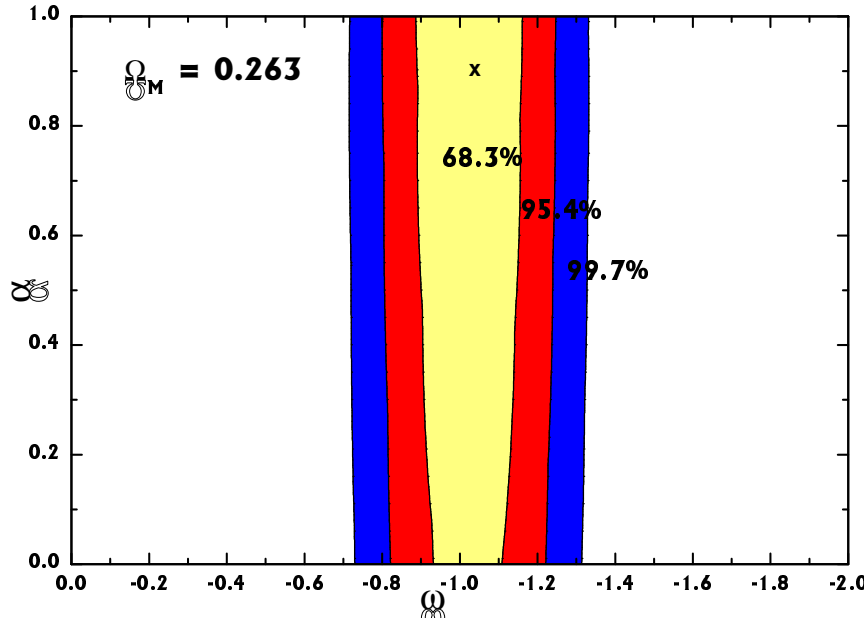


Figura 7.6: Regiões de confiança estatística para o plano  $(\omega \times \alpha)$  de acordo com os dados de diâmetro angular do Gurvits *et al.* [25]. Os níveis de confiança do contorno são os indicados. O “x” corresponde ao melhor ajuste ( $\omega = -1,03$  e  $\alpha = 0,90$ ).

Nesta análise, o comprimento intrínseco  $l$ , foi marginalizado.

Na fig. 7.6 mostramos as regiões de confiança no plano  $(\omega - \alpha)$ , assumindo um prior gaussiano no parâmetro  $\omega$ , i.e.,  $\omega = -1 \pm 0,3$  para o universo acelerado. Este valor é muito menos restritivo que o derivado pela colaboração *Franco-Canadense*, (Astier *et al.* [7]). O “x” indica o melhor ajuste ocorrendo em  $\omega = -1,03$  e  $\alpha \simeq 0,9$ . Já na figura 7.7 mostramos as regiões de confiança no plano  $(\Omega_M - \alpha)$ , cujos valores de melhor ajuste são  $\Omega_M = 0,26$  e  $\alpha \simeq 0,9$ . Tanto para fig. 7.6, quanto 7.7 os parâmetros são vinculados num intervalo  $> 0,68$  com  $2\sigma$  de confiança estatística. Note que o parâmetro  $\alpha$  não é bem vinculado pelos presentes dados de diâmetro angular.

Minimizando  $\chi^2$  para  $l$ ,  $\omega$  e  $\alpha$  encontramos para o cenário homogêneo convencional ( $\alpha = 1$ ) com  $\Omega_M = 0,2$  e  $l = 22,6h^{-1}$  pc constitui o modelo de melhor ajuste dos dados de diâmetro angular. Este resultado está em



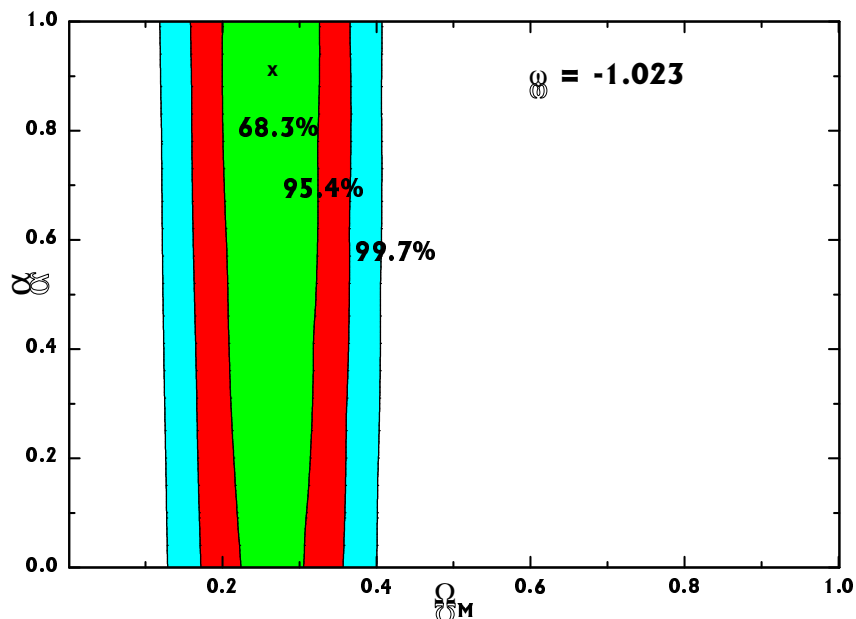


Figura 7.7: Regiões de confiança para o plano ( $\Omega_M \times \alpha$ ) de acordo com os dados de diâmetro angular do Gurvits *et al.* [25] e  $\omega = -1,023$  como indicado. O “x” corresponde ao melhor ajuste ( $\Omega_M = 0,26$  e  $\alpha = 0,90$ )

boa concordância com o que foi encontrado por Lima e Alcaniz [271], onde os dados foram usados para investigar os vínculos do cenário de *background* homogêneo de quintessência, e segue a linha do que foi obtido por Barber *et al.* [272], como argumentado em favor de  $\alpha_o$  próximo a unidade (veja também Alcaniz, Lima e Silva [268] para vínculos no cenário  $\Lambda$ CDM).

## 7.5 Distância ZKDR, Dados de SNe Ia e Fração de Massa do Gás

Motivados pelo desenvolvimento de novos telescópios e a possibilidade de observações de objetos em *redshifts* cada vez mais altos. Sendo necessário o desenvolvimento de um formalismo mais preciso para descrever a relação distância-*redshift*. O modelo cosmológico adotado nesta seção é a matéria-X, com o intuito de vincular o parâmetro  $\alpha(z)$  da expressão de

ZKDR generalizada apresentada na seção 6.3 (ver Santos e Lima [18]). Rediscutimos aqui (e em Santos, Cunha e Lima [19]) os limites impostos pelos dados SNe Ia (Riess *et al.* 2004 [6]; Astier *et al.* 2005 [7]) e de raio-X (Allen *et al.* [273]). No nosso cenário de universo inomogêneo representado pela equação (7.24).

Para computação numérica nas próximas seções iremos considerar somente o “modelo de concordância cósmica” ( $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$ ).

### 7.5.1 Dados de SNe Ia

Para a determinação dos parâmetros utilizando os dados de SNe Ia precisamos atentar para o fato que as observações são dadas em função da distância de luminosidade e não da distância de diâmetro angular e como existe uma relação entre elas duas, assumimos que esta relação é válida e com isso encontramos a distância de luminosidade ZKDR, de modo equivalente ao que o Sereno *et al.* [263] fizeram ao calcular a distância de luminosidade para o universo inomogêneo. Partindo da equação básica:

$$(1+z)^2 \mathcal{F} \frac{d^2 r}{dz^2} + (1+z) \mathcal{G} \frac{dr}{dz} + \mathcal{H} r = 0 \quad (7.28)$$

Com as funções  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{H}$  dadas por (compare com a eq. (7.24)):

$$\begin{aligned} \mathcal{F} &= \Omega_M + (1 - \Omega_M)(1+z)^{3\omega} \\ \mathcal{G} &= \frac{\Omega_M}{2} + \frac{1-3\omega}{2}(1 - \Omega_M)(1+z)^{3\omega} \\ \mathcal{H} &= \frac{3\alpha - 2}{2}\Omega_M + \frac{1-3\omega}{2}(1 - \Omega_M)(1+z)^{3\omega} \end{aligned} \quad (7.29)$$

Na figura 7.8 apresentamos uma comparação entre o modelo  $\Omega_M = 0, 0, \Omega_\Lambda = 0, 0$ , e outros modelos que dependam explicitamente de  $\alpha(z)$ ,

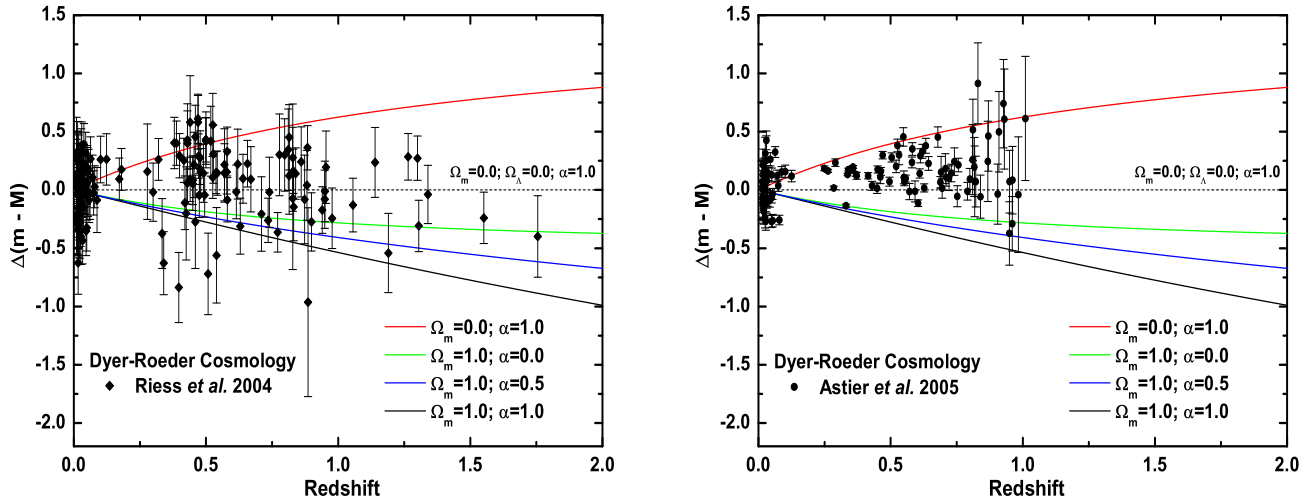


Figura 7.8: Comparação entre o modelo  $\Omega_M = 0,0, \Omega_\Lambda = 0,0$ , e outros modelos que dependam explicitamente de  $\alpha(z)$ , as curvas mostram de quanto cada um deles se afasta deste, tanto para os dados do Riess *et al.* 2004 [6], quanto para os do Astier *et al.* 2005 [7].

para distância de luminosidade (7.28) e vemos de quanto cada um dos modelos inomogêneos se afasta da linha sólida central, modelo de referência, tanto para os dados do Riess *et al.* 2004 [6], quanto para os do Astier *et al.* 2005 [7].

A figura 7.9 mostra as SNe Ia (Riess *et al.* [6]) ilustradas no diagrama de Hubble, anteriormente mencionadas a sua marginalização na nossa função estatística do parâmetro de hubble  $H_0$ , e a combinação dos parâmetros livres ( $\Omega_M - \alpha$ ) e suas respectivas probabilidades, em b) e c). Para determinar os parâmetros cosmológicos  $\Omega_M$  e  $\alpha$  usamos a minimização em  $\chi^2$  no limite de  $[0,1]$  com passo 0,01:

$$\chi^2(z|\mathbf{p}) = \sum_i \frac{(\mu_{\mathbf{p},i}(\mathbf{z}_i; \mathbf{p}) - \mu_{0,i})^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}, \quad (7.30)$$

onde  $\sigma_{\mu_{0,i}}$  é a incerteza no módulo das distâncias individuais, e  $\mathbf{p} \equiv (\mathbf{H}_0, \alpha, \Omega_M)$ , são os demais parâmetros envolvidos no sistema. Os níveis de confiança 68,3%, 90,0% e 95,4% são definidos para os parâmetros

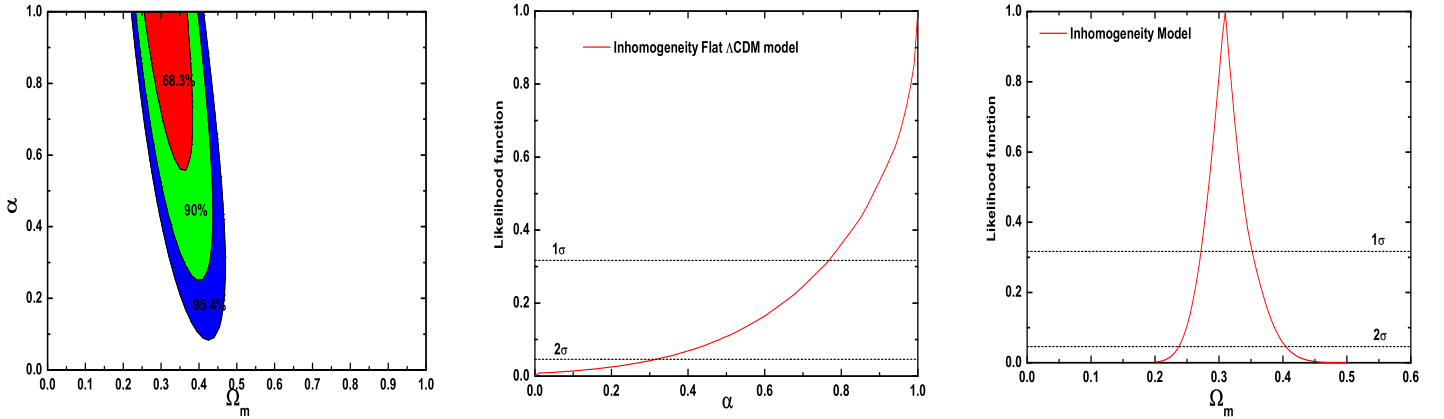


Figura 7.9: ZKDR e os dados de Supernovas Ia. **a)** Contornos de confiança de 68,3%, 90% e 95,4% para o plano  $(\Omega_M \times \alpha)$  inferido das medidas de 157 SNe Ia dadas pelo Riess *et al.* [6] para o modelo plano  $\Lambda$ CDM. **b)** A função estatística para o parâmetro inhomogêneo  $\alpha$ . Vemos que uma grande região é permitida. **c)** Probabilidade versus o parâmetro de densidade de matéria. Neste caso uma pequena região é permitida  $0,24 \leq \Omega_M \leq 0,4$  com 95,4% de nível de confiança ( $2\sigma$ ).

convencionais para dois parâmetros de níveis de  $\chi^2$ , ou seja 2,30, 4,61 e 6,17, respectivamente. É importante mencionar que não consideramos um *prior* em  $\Omega_M$ , como é usualmente requerido para o teste de SNe Ia.

A região favorecida pelos dados de SNe Ia é  $0,32 < \alpha \leq 1,0$ . O melhor ajuste obtido é  $\Omega_M = 0,31^{+0,09}_{-0,07}$  e  $\alpha = 1,0$ . Com 95,4% de confiança estatística para 1 grau de liberdade temos  $0,32 \leq \alpha \leq 1,0$  e  $0,32 \leq \Omega_M \leq 0,5$ .

Para amostra de 71 SNe Ia do Supernova Legacy Survey (SNLS), Astier *et al.* 2005 [7], encontramos também os valores de melhor ajuste através da minimização da função  $\chi^2$ :

$$\chi^2(z|\mathbf{p}) = \sum_i \frac{(\mu_{\mathbf{p},i}(z_i; \mathbf{p}) - \mu_{0,i})^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2 + \sigma_{int}^2}, \quad (7.31)$$

esta difere um pouco da anterior, onde  $\sigma_{\mu_{0,i}}$  é associado com as técnicas observacionais na determinação do módulo da distância (incluindo contribuições peculiares), e  $\sigma_{int}$  é devido a dispersão intrínseca das SNe Ia

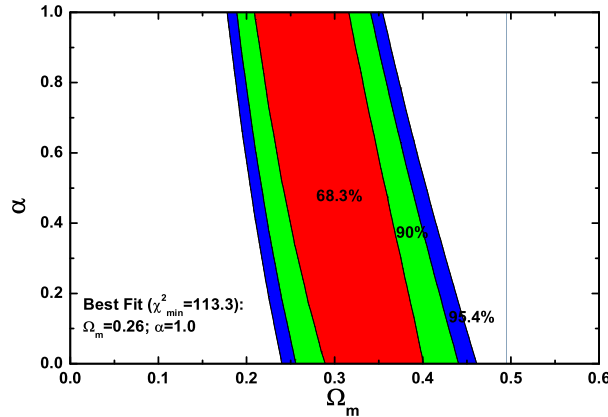


Figura 7.10: O plano ( $\Omega_M \times \alpha$ ) para os dados das 115 SNe Ia do Astier *et al.* [7], para modelos planos  $\Lambda$ CDM. Vemos 68,3%, 90% e 95,4% de níveis de confiança. Podemos perceber que com os atuais dados de SNe Ia o parâmetro  $\alpha$  não é bem vinculado, enquanto  $\Omega_M$  é da ordem de  $\cong 0,26$ .

(os erros são referidos no artigo do Astier *et al.* [7]).

Para os resultados encontrados na figura 7.10 o melhor ajuste é  $\alpha = 1,0$  e  $\Omega_M = 0,26_{-0,0}^{+0,0}$ . Novos testes e análises com futuros dados de melhor qualidade poderão determinar o parâmetro  $\alpha$ , já que com os presentes dados não é possível restringir muito bem seu valor (Note que o parâmetro  $\alpha$  é completamente degenerado na figura 7.10).

### 7.5.2 Fração de Massa do Gás

Os aglomerados de galáxias apresentam um interesse especial para a cosmologia observacional. Eles são as maiores estruturas ligadas pela gravitação no universo e relaxadas na região central. A comparação entre a massa do gás intra-aglomerado (responsável por  $\sim 25\%$  da massa total, inferida a partir de observações em raios-X), a massa contida nas estrelas (i.e., nas galáxias) e a massa total (incluindo a matéria escura não bariônica), nos dá informações importantes sobre os processos de formação e evolução de aglomerados.

A massa bariônica é  $M_B = M_{gas} + M_{gal}$ , enquanto a massa total é  $M_{Tot} = M_B + M_{ME}$ . Utilizando os resultados de White *et al.* [274], onde é identificado a fração  $M_B/M_{Tot}$  no aglomerado de Coma com  $\Omega_B/\Omega_M$ , ou seja a fração bariônica global do universo. Sendo esta hipótese razoável, desde que não haja processos suficientemente eficientes para mudar a fração bariônica média dentro da escala de um Mpc. Em geral, as regiões dos aglomerados dentro de um raio de 2500 vezes a densidade crítica apresentam uma boa convergência para  $f_{gas}$ , o que pode significar que estas escalas são uma porção representativa do conteúdo material do universo, esta hipótese pode ser adotada para todos os aglomerados [27, 273, 275]. White *et al.* obtiveram para massa das estrelas ( $1,0 \pm 0,2 \times 10^{13} h^{-1} M_\odot$ ); massa do gás ( $5,45 \pm 0,98 \times 10^{13} h^{-5/2} M_\odot$ ); massa total ( $1,1 \pm 0,2 \times 10^{15} h^{-1} M_\odot$ ). Contudo as simulações sugerem um pequeno desvio na fração bariônica no raio do virial com relação ao valor global, chamado de fator de *bias*  $b$ , atualmente esse valor vem sendo aceito como  $b = 0,824 \pm 0,89$  [27]. Logo a fração bariônica é:

$$\frac{M_B}{M_{Tot}} = b \frac{\Omega_B}{\Omega_M} = (0,009 + 0,05h^{-3/2}) \quad . \quad (7.32)$$

Considerando que  $0,05h^{-3/2}$  é a fração de massa do gás ( $f_{gas}$ ), que por sua vez deve ser invariante com  $z$ , já que foi assumido que os aglomerados devem ser representativos do universo. A variação aparente de  $f_{gas}$  com  $z$  evidência a necessidade de outro modelo de universo, corrigir esta diferença. Sendo esta variação aparente decorrente da dependência de  $D_A$  com a cosmologia e o uso de um modelo não-realístico para as massas medidas,  $f_{gas}(z) = M_{gas}/M_{Tot} \propto D_A^{1,5}$ , onde  $M_{gas} \propto D_A^{5/2}$  e  $M_{Tot} \propto D_A$ , ver [162]. É comumente adotado como modelo o de *matéria escura fria* padrão (CDM), onde  $\Omega_M = 1, \Omega_\Lambda = 0, H_o = 50 km s^{-1} Mpc^{-1}$ . Com isso a variação com  $z$  pode ser modelada por [162]:

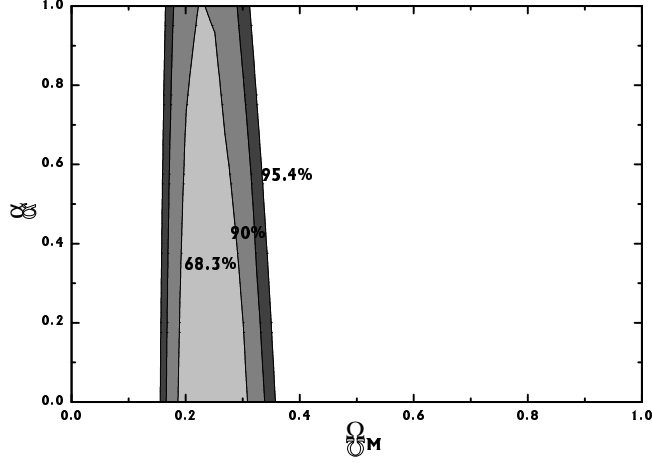


Figura 7.11: O plano  $(\Omega_M \times \alpha)$  para o modelo plano  $\Lambda$ CDM obtido a partir dos dados de raio-X [27].

$$f_{\text{gas}}(z_i) = \frac{b\Omega_b}{(1 + 0,19h^{3/2})\Omega_M} \left[ 2h \frac{D_A^{\text{SCDM}}(z_i)}{D_A^{\text{DE}}(z_i)} \right]^{1,5}, \quad (7.33)$$

onde a razão  $D_A^{\text{SCDM}}(z_i)/D_A^{\text{DE}}(z_i)$  indica o desvio da geometria em relação ao modelo CDM (Einstein-de Sitter). Para vincular os parâmetros cosmológicos através dos dados de fração de massa do gás em raios-X, considerando o universo inhomogêneo, utilizamos a distância de diâmetro angular,  $D_A(z)$  dada pela equação (7.24) na expressão (7.33).

Para o gráfico da figura 7.11 consideramos o modelo cosmológico plano com um prior estatístico gaussiano em  $h = 0,72 \pm 0,08$  [84],  $b = 0,824 \pm 0,089$  [27] e  $\Omega_b h^2 = 0,0214 \pm 0,002$  [259].

Neste trabalho, a parametrização da equação de estado é  $p = \omega\rho$  ( $\omega \leq -1$ ), e vinculamos  $\Omega_M$  no intervalo  $0,18 \leq \Omega_M \leq 0,33$  ( $2\sigma$ ) para os dados de raio-X do Chandra de observações de aglomerados de galáxias em raio-X. Como resultado geral desta análise, a minimização do  $\chi^2$  para os parâmetros  $\Omega_M$  e  $\alpha$  tem como melhor ajuste  $\Omega_M = 0,24$  e  $\alpha = 0,0$  (LCDM) para os dados analisados, e para os dados de SNe Ia,  $\Omega_M = 0,32$  e  $\alpha = 1,0$  com a equação de estado  $\omega = -1,3$  (*energia phantom*).

## 7.6 Conclusão

Sabemos que o universo observado é homogeneamente distribuído somente em grande escala ( $L \approx 100$  Mpc), enquanto a propagação da luz é um fenômeno local. Portanto, a descrição rigorosa da propagação da luz no universo inhomogêneo é um tópico fundamental para a cosmologia moderna. No entanto, este tema ainda permanece como um desafio para os teóricos já que não existe, até o presente, uma formulação consistente para o cálculo de médias no espaço curvo (Schneider, Ehlers & Falco [24], Sereno *et al.* [263]).

A necessidade de uma solução definitiva para este problema tem canalizado um enorme esforço dos observacionais (explorando *redshifts* cada vez maiores) e também dos teóricos para se ter uma melhor compreensão do problema. Fenomenologicamente, a relação distância-*redshift* na presença dessas inhomogeneidades pode ser descrita de forma efetiva pelo parâmetro  $\alpha$ , que quantifica o grau de aglomeração da matéria (*smoothness parameter*, Linder 1988, 1998 [260], Giovi e Amendola 2001 [261], Demianski *et al.* 2000 [262], Sereno *et al.* 2002 [263], Santos & Lima 2007 [18]). Este parâmetro já era conhecido na literatura, contudo, em nossa abordagem,  $\alpha$  varia com o *redshift*  $z$ . Considerando que as expressões da distância de diâmetro angular,  $D_A(z)$ , luminosidade e para o diâmetro angular são modificadas, é possível, portanto, rediscutir todos os testes de fundo (homogêneo) num contexto mais amplo, onde a existência das inhomogeneidades observadas não são desprezadas.



# Comentários Finais e Perspectivas

A maneira mais direta e prática de investigar os constituintes cósmicos é através de seus efeitos gravitacionais que ficam impressos na história da evolução do universo (os chamados testes cosmológicos observacionais). Um dos principais testes está relacionado com a determinação teórica das distâncias e sua comparação com as observações; um problema crucial e uma questão recorrente da cosmologia. Existem diversas formas independentes de se abordar a noção de distância em cosmologia. Por exemplo, temos a distância de luminosidade que envolve uma vela padrão, uma das mais importantes sendo as Supernovas tipo Ia. Existe também a distância de diâmetro angular (DDA), a princípio baseada numa barra padrão e de larga aplicação em várias subáreas, como por exemplo, em lentes gravitacionais, fontes de rádio compactas e no teste da fração de massa do gás inferida da emissão de raios-X dos aglomerados de galáxias.

Na realidade, o próprio diâmetro angular (por exemplo, os de fontes compactas) uma quantidade inversamente proporcional a DDA, constitui um poderoso teste para a geometria do universo (Gurvitz 1999; Lima & Alcaniz 2000, 2002). Sendo um teste clássico, a análise é feita de maneira equivalente ao caso da relação magnitude-*redshift* (SNe Ia), apresentando também uma dependência semelhante com os vários parâmetros cosmológicos.

Nesta tese, motivados pelos mais diversos resultados teóricos e

observacionais dos últimos anos, discutimos novos vínculos sobre os parâmetros  $\Omega_M$ ,  $\Omega_x$  e  $\omega$ , descrevendo o setor escuro do universo (matéria escura e energia escura). Os limites foram estabelecidos a partir de testes cosmológicos específicos, tais como, a idade de objetos velhos em altos *redshifts*, a distância de diâmetro angular - *redshift* em modelos do tipo FRW, bem como a utilização de modelos inomogêneos para determinação da distância de diâmetro angular - *redshift*, distância de luminosidade - *redshift*, além do próprio diâmetro angular - *redshift* para fontes de rádio compactas.

Como foi visto, no primeiro capítulo, fizemos uma breve revisão das bases teóricas da Relatividade Geral enfatizando as equações de campo e uma de suas conseqüências mais importantes para o estudo de lentes gravitacionais; o cálculo do desvio gravitacional da luz. No segundo capítulo, foi realizado uma exposição detalhada dos principais avanços observacionais recentes da cosmologia, bem como uma explanação sobre as cosmologias dirigidas por energia escura, incluindo o modelo de concordância cósmica ( $\Lambda$ CDM) e vários outros cenários relativísticos alternativos. No capítulo III, dado a importância do estudo de distâncias em cosmologia, e sua particular relevância para a presente tese, as principais medidas de distância foram revistas.

No capítulo IV, o quasar APM 08279+5255, localizado em  $z=3,91$  e com idade estimada entre 2 e 3 Ganos, foi utilizado para impor limites sobre o parâmetro  $\beta$ , relacionado aos modelos deflacionários do universo (decaimento do vácuo). Um limite mínimo para  $\beta \geq 0,07$  foi obtido na hipótese da idade ser 2 Ganos, enquanto para 3 Ganos o limite satisfaz  $\beta \geq 0,31$ . Além disso, para a época de formação do quasar o *redshift* mínimo requerido é de  $z_f = 5,11$ . Esses resultados são razoáveis e podemos dizer que as estimativas são bastante conservadoras, pois duas condições básicas foram sistematicamente adotadas em nossa análise: i) O valor mínimo

para o parâmetro de Hubble. Ou seja, foi utilizado o limite inferior de  $H_o$  obtido por Freedman e colaboradores (2001),  $H_o = 64 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . ii) A estimativa inferior para a idade do objeto. A partir dos resultados acima citados vemos claramente a necessidade da existência de uma componente escura no universo, nesse caso representado pelo decaimento do vácuo.

No capítulo V, com o intuito de aplicarmos o aprendizado deste doutorado no estudo de lentes gravitacionais em um futuro próximo, já que os principais parâmetros da teoria de lentes gravitacionais são dependentes de modelos cosmológicos, desenvolvemos um quadro panorâmico dos principais tópicos desta teoria que poderão vir a ser importantes na busca de um modelo cosmológico mais realístico (inomogêneo) para a descrição do universo.

Finalmente, no capítulo VI, considerado o capítulo central da tese, expomos detalhadamente um modelo inomogêneo cujo parâmetro de aglomeração,  $\alpha$ , depende explicitamente do *redshift*  $z$ . A dependência de  $\alpha(z)$  foi derivada fenomenologicamente, sendo também indicada as suas principais vantagens. Este parâmetro foi inserido na equação de Dyer-Roeder que por justiça histórica foi aqui denominada de Zeldovich-Kantowski-Dyer-Roeder (ZKDR). Em seguida, a distância ZKDR foi aplicada adotando-se um cenário cosmológico dominado por matéria não-relativística e uma componente escura do tipo matéria-X, parametrizada por uma equação de estado,  $p = \omega\rho$ , e com especial ênfase para o caso de *Phantom* ( $\omega \leq -1$ ). Para o teste de diâmetro angular - *redshift*, obtivemos as regiões de confiança estatística nos vários espaços bidimensionais e como melhor ajuste os valores:  $\Omega_M = 0,26$ ,  $\omega = -1,03$  e  $\alpha = 0,9$  (Santos e Lima 2007). Discutimos também um trabalho que está em andamento (tendo como principais resultados, para os dados de SNe Ia,  $0,32 \leq \alpha \leq 1,0$ ,  $0,32 \leq \Omega_M \leq 0,5$ ). Nossos estudos indicam que os valores de  $\alpha$  não são fortemente restritos pelo dados atuais.

Pelo exposto acima, é importante ressaltar que nas diversas análises observacionais e teóricas publicadas nos últimos anos, usualmente são utilizados modelos homogêneos do tipo FRW, para obter vínculos nas quantidades físicas. Tais testes são efetuados isoladamente ou através de análises conjuntas combinando-se dados de Supernovas do tipo Ia, dados de Raios-X de aglomerados, radiação cósmica de fundo, e outras observações independentes. Nosso principal trabalho nesta tese foi limitar alguns dos parâmetros cosmológicos mais importantes envolvendo o cálculo de distância, contudo, no contexto de modelos inomogêneos. A razão principal reside no fato de que o universo não é exatamente homogêneo devido ao processo de formação de estruturas. Estes testes foram tomados de forma individual, utilizando-se os dados mais recentes para impor vínculos restritivos sobre os parâmetros em cada teste. É bom frisar que o estudo de várias classes de modelos e seus parâmetros, tem como objetivo não apenas estabelecer intervalos de confiança, mas principalmente rejeitar modelos cosmológicos, tendo em vista o crescente grau de precisão dos dados que serão coletados nos experimentos futuros (Planck, SNLS, WMAP...etc.).

Como perspectivas futuras, pretendemos fazer análises conjuntas dos variados testes, utilizando critérios estatísticos mais robustos nas análises, com o intuito de refinar a precisão sobre os parâmetros determinados pelos dados presentes e futuros. Para obter uma descrição mais acurada, consideraremos para todos os testes e também suas combinações, a distância de ZKDR desenvolvida nesta tese. Sabemos que é importante fazer análises conjuntas de testes independentes. Neste sentido, acreditamos que a distância ZKDR poderá se tornar, no futuro próximo, um ingrediente chave para se estabelecer qual modelo de energia escura será o mais realístico.

# Bibliografia

- [1] Peebles P. J. E., 1993, *Principles of Physical Cosmology*, Princeton University Press, Princeton, NJ.
- [2] Weinberg S., 1972, *Cosmology and Gravitation*, John Wiley, NY.
- [3] Hubble E., 1929, *Proceedings of the Royal Academy of Science*, 15, 168.
- [4] Perlmutter S. *et al.*, 1998, *Nature* 391, 51.
- [5] Perlmutter S., Turner M. S., White M., 1999, *Phys. Rev. Lett.* 83, 670.
- [6] Riess *et al.*, 1998, *AJ* 116, 1009; 2004, *ApJ*, 607, 665.
- [7] Astier P. *et al.*, 2006, *A&A* 447, 31. astro-ph 0510447.
- [8] Spergel D. N. *et al.*, 2003, *ApJS*, 148, 175; Spergel, D. N., *et al.* astro-ph/0603449
- [9] Randall L., Sundrum R., 1999, *Phys. Rev. Lett.* 83, 3370; 1999, *Phys. Rev. Lett.* 83, 4690; Arkani-Hamed N., Dimopoulos S., Dvali G.R., 1999, *Phys. Rev.* D59, 086004.
- [10] Pires N., Zong-Hong Zhu, Alcaniz J. S., 2006, *Phys.Rev.* D73, 123530.
- [11] Weinberg S., 1989, *Rev. Mod. Phys.* 61, 1.
- [12] Padmanabhan T., 2003, *Phys. Rept.* 380, 235.

- [13] Turner M. S., White M., 1997, PRD 56, R4439.
- [14] Copeland E. J., Sami M., Tsujikawa S., 2006 hep-th/0603057
- [15] Lima J. A. S., 2004, Braz. Jour. Phys. 34, 194.
- [16] Cunha J. V., Santos R. C., 2004, IJMPD 13, 1321.
- [17] Lima J. A. S., Santos R. C., Jesus F., 2007, em preparação
- [18] Santos R. C, Lima J. A. S., 2007, Submetido a publicação ApJ. astro-ph/0609129
- [19] Santos R. C., Cunha J. V., Lima J. A. S., 2007, em preparação
- [20] Cunha J. V., Marassi L., Santos R. C., IJMPD *aceito para publicação*. astro-ph/0608686
- [21] Zeldovich Ya. B., 1968, Sov. Phys. Usp. 11, 381.
- [22] Kantowski R., 1969, ApJ 155, 89.
- [23] Dyer C.C., Roeder R.C., 1972, ApJ, 174, L115, 1972, ApJ, 180, L31.
- [24] Schneider P., Ehlers J., Falco E. E., 1992, *Gravitational Lenses*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York.
- [25] Gurvits L. I., Kellermann K. I., Frey S., 1999, A&A 342, 378; Gurvits L. I., 2004, New Astron. Rev. 48, 1511.
- [26] Cypriano E. S., Sodré Jr. L., Kneib J. P., Campu- sano L. E., 2004, ApJ, 613, 95.
- [27] Allen S. W., Schmidt R. W., Ebeling H., Fabian A. C., van Speybroeck L., 2004, MNRAS 353, 457.
- [28] Ettori S., Tozzi P., Rosati P., 2003, A&A 398, 879.

- [29] Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., 2003, *Phys. Rev.* D68, 023510.
- [30] Bergmann P. G., 1976, *Introduction to the Theory of Relativity*, Dover Publications, NY.
- [31] Pais A., 1995, *Sútil é o Senhor: A Ciência e a obra de Albert Einstein*, Editora Nova Fronteira, RJ.
- [32] Lima J. A. S., 2001.1, *Notas de Aulas do Curso de Relatividade Geral I*, Pós-Graduação em Física da UFRN; Lima J. A. S., 2001.2, *Notas de Aulas do Curso de Relatividade Geral II*, Pós-Graduação em Física da UFRN.
- [33] Anderson J. L., 1967, *Principles of Relativity Physics*, New York.
- [34] Hulse R. A., Taylor J. H., 1975, *Astrophys. J.* 195, L51.
- [35] Shapiro I. I., 1964, *Phys. Rev. Lett.* 13, 789.
- [36] Shapiro I. I., 1966, *Phys. Rev.* 145, 1005.
- [37] Shapiro I. I. *et al.*, 1968, *Phys. Rev. Lett.* 20, 1265.
- [38] Larchenkova T. I., Kopeikin S. M., 2006, *Astron.Lett.* 32, 18; 2006, *Pisma Astron.Zh.* 32, 20.
- [39] Klüber H. V., 1960, *Vistas in Astronomy*, A. Beer.
- [40] Freire W. H. C., Bezerra V. B., Lima J. A. S., 2001, *Gen. Rel. and Grav.* 33, 1407.
- [41] Santos R. C., Lima J. A. S., Bezerra V. B., 2002, *Gen. Rel. and Grav.* 34, 1969.
- [42] Santos, R. C., 2002, *Espao-Tempo de Schwarzschild com Monopolo Global*, Tese de Mestrado, UFRN

- [43] Freire W. H. C., Bezerra V. B., Lima J. A. S., 2001, *Gen. Rel. and Grav.* 33, 1407.
- [44] Fedeli C., Bartelmann M., 2007, *A & A* 461, 49.
- [45] Zwicky F., 1937, *Phys. Rev.* 51, 290.
- [46] Rafikov R. R., Lai D., 2006, *Phys.Rev.* D73, 063003.
- [47] Refsdal S., 1964, *MNRAS* 128, 295.
- [48] Refsdal S., 1964, *MNRAS* 128, 307.
- [49] Narayan R., Bartelmann,M., 1999, *Formation of Structure in the Universe*, edited by A. Dekel and J. P. Ostriker, Cambridge, Cambridge University Press, p. 360.
- [50] Saha P., Coles J. , Maccio' A. V., Williams L. L. R., 2006 *astro-ph/0607240*, submetido ao ApJL.
- [51] Dobke B. M., King L. J., 2006, *astro-ph/0609293*, aceito no A&A.
- [52] Faber T., Visser M., 2006, *MNRAS* 372, 136.
- [53] Tortora C., Cardone V. F., Piedipalumbo E., 2006, aceito no A&A. *astro-ph/0611681*
- [54] Peacock J. A., 1999, *Cosmological Physics*, Cambridge
- [55] Ostriker J. P., Steinhardt P., 2003, *Science* 300, 1909.
- [56] Rubin V. C., Ford W. K., 1970, *ApJ* 159, 379.
- [57] Peacock J. A., 1999, *Cosmological Physics*, Cambridge.
- [58] Peirani S., de Freitas Pacheco J. A., 2007, submetido ao ApJ. *astro-ph/0701292*.



- [59] Riess A. G., *et al.*, 2004, *ApJ* 607, 665.
- [60] Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cunha J. V., 2003, *MNRAS*, 340, L39.
- [61] Chiba T., Sugiyama N., Nakamura T., 1997, *MNRAS*, 289, L5.
- [62] Lima J. A. S., 2003, *Energia Escura: Modelos Alternativos e seus Limites Observacionais, Tese de Livre Docência*, IAG.
- [63] Lima J. A. S., 2002.1, *Cosmologia I*, Notas de Aula do Curso de Cosmologia I, UFRN.
- [64] Alpher R. A., Bethe H., Gamov G., 1948, *Phys. Rev.* 73, 803.
- [65] Spergel D. N. *et al.*, 2003, *Astrophys J. Suppl. Ser.* 148, 175; Bennett, C. L., *et al.*, 2003, *Astrophys J. Suppl. Ser.* 148, 1.
- [66] Spergel D. N., *et al.*, 2006, *ApJ*, aceito para publicação, *astro-ph/0603449*.
- [67] Fixsen D. J. *et al.*, 1996, *ApJ* 473, 576.
- [68] Smoot G. F. *et al.*, 1992, *ApJ* 396, L1.
- [69] Mather J. C. *et al.*, 1994, *ApJ* 420, 439.
- [70] Guth A. H., 1981, *PRD* 23, 348.
- [71] Albrecht A., Steinhardt P. J., 1982, *PRL* 48, 1220.
- [72] Linde A. D., 1982, *Phys. Lett. B* 108, 389.
- [73] Kofman L., Linde A., Starobinsky A., 1997, *Phys.Rev.* D56 3258.
- [74] Brandenberger R., Mukhanov V., Prokopec T., 1992, *Phys.Rev.Lett.* 69 3606.
- [75] Guth A. H., Steinhardt P. J., 1984, *Sci. Am.* 250, 90.

- [76] Komatsu E., *et al.*, 2003, ApJS, 148, 119.
- [77] Steigman G., 2006, Int.J.Mod.Phys. E15, 1
- [78] Kirkman D., *et al.* 2003, ApJS, 149, 1.
- [79] Lima J. A. S. 2002.2, *Cosmologia II*, Notas de Aula do Curso de Cosmologia II, UFRN.
- [80] Padmanabham T., 1993, *Structure Formation in the Universe*, Cambridge
- [81] Eisenstein D. J., *et al.*, 2005, ApJ, 633, 560.
- [82] Springel V., Frenk C. S., White D. M., 2006, Nature 440, 1137.
- [83] Springel V., *et al.*, 2005, Nature 435, 629.
- [84] Freedman W. *et al.*, 2001, ApJ 553, 47.
- [85] North J. D., 1990, *The Measure of the Universe: A History of Modern Cosmology*, Dover Publications, Inc., New York.
- [86] North J. D., 1965, *The Measure of the Universe*, Oxford.
- [87] Waga I., 1993, *ApJ*. 414, 436.
- [88] Sahni V., Starobinsky A., 2000, IJMPD 9, 373.
- [89] Casimir H. B. G., 1948, Proc. K. Ned. Akad. Wet. 51, 635.
- [90] Spaarnay M. J., 1957, Nature 180, 334.
- [91] Birrel N. D., Davis P. C. W., 1982, *Quantum Fields in Curved Space*, Cambridge.
- [92] Turner M. S., White M., 1997, Phys. Rev. D56, R4439; Chiba T., Sugiyama N., Nakamura T., 1997, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 289,

- L5; Alcaniz J. S., Lima J. A. S., 2001, ApJ 550, L133; Kujat J., Linn A. M., Scherrer R. J., Weinberg D. H., 2002, ApJ 572, 1; Jain D., Dev A., Panchapakesan N., Mahajan S., Bhatia V. B., astro-ph/0105551.
- [93] Saini T. D., Raychaudhury S., Sahni V., Starobinsky A. A., 2000, Phys. Rev. Lett. 85, 1162; Erickson J. K. *et al.*, 2002, Phys. Rev. Lett. 88 121301.
- [94] Caldwell R. R., 2002, Phys. Lett. B545, 23.
- [95] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2000, MNRAS 317, 893; Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., 2003, Phys. Rev. D 68, 023510.
- [96] Garnavich P. M. *et al.*, 1998, ApJ 509, 74.
- [97] Efstathiou G., 1999, MNRAS 310, 842.
- [98] Chae K. H. *et al.*, 2002, Phys. Rev. Lett. 89, 151301.
- [99] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2000, MNRAS 317, 893; Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cunha J. V., 2003, MNRAS 340, L39.
- [100] Wang L., Caldwell R. R., Ostriker J. P., Steinhardt P. J., 2000, ApJ 530, 17.
- [101] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2002, ApJ 566, 15.
- [102] Gonzalez-Diaz P. F., Siguenza C. L., 2004, Nucl.Phys. B 697, 363.
- [103] Corasaniti P. S., Copeland E. J., 2002, Phys. Rev. D65, 043004.
- [104] Jain D., Dev A., Panchapakesan N., Mahajan S., Bhatia V. B., astro-ph/0105551.
- [105] Bean R., Melchiorri A., 2002, Phys. Rev. D65, 041302.
- [106] Schuecker P., Caldwell R. R., Bohringer H., Collins C. A., Luigi Guzzo, astro-ph/0211480.

- [107] Caldwell R. R., Steinhardt P. J., 1998, PRD 57, 6057; Caldwell R. R., Kamionkowski M., Weinberg N. N., 2003, PRL 91, 071301.
- [108] Chiba T., Okabe T., Yamaguchi M., 2000, Phys. Rev. D 62, 023511.
- [109] Sahni V., Shtanov Y., astro-ph/0202346.
- [110] McInnes B., astro-ph/0210321; Carroll S. M., Hoffman M., Trodden M., astro-ph/0301273.
- [111] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2004, Phys.Lett. B 600, 191.
- [112] Cunha J. V., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., 2004, Phys. Rev. D69, 083501.
- [113] Hannestad S., Mörtsell E., 2002, Phys. Rev D 66, 063508.
- [114] Kolb E. W., Turner M. S., 1990, *The Early Universe* Redwood City.
- [115] Caldwell R. R., 2000, Braz. J. Phys. 30, 215.
- [116] Peebles P. J. E., Ratra B., 2003, Rev. Mod. Phys., 75, 559.
- [117] Carvalho F. C., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Silva R., 2006, Phys.Rev.Lett. 97, 081301.
- [118] Wetterich C., 2001, Phys. Rev. D65, 123512.
- [119] Padmanabhan T., Choudhury T. R., 2003, MNRAS, 344, 823.
- [120] Kamenshchik A., Moschella U., Pasquier V., 2001, Phys. Lett. B511, 265.
- [121] Bilic N., Tupper G. B., Violler R. D., 2002, Phys. Lett. B535 17.
- [122] Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., 2002, Phys. Rev. D66, 043507.
- [123] Fabris J. C., Goncalves S. V. B., de Souza P. E., astro-ph/0207430.

- [124] Avelino P. P., Beça L. M. G., de Carvalho J. P. M., Martins C. J. A., Pinto P., 2003, Phys. Rev. D67, 023511.
- [125] Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., 2003, Phys.Rev. D67, 063003
- [126] Bento M. C., Bertolami O., Sen A. A., astro-ph/0303538; gr-qc/0305086.
- [127] Dev A., Alcaniz J. S., Jain D., 2003, Phys. Rev D67, 023515.
- [128] Alcaniz J. S., Jain D., Dev A., 2003, Phys. Rev. D67, 043514.
- [129] Silva P. T., Bertolami O., astro-ph/0303353.
- [130] Makler M., de Oliveiran S. Q., Waga I., 2003, Phys. Rev. D68, 123521
- [131] Carturan D., Finelli F., astro-ph/0211626; Amendola L., Finelli F., Burigana C., Carturan D., astro-ph/0304325.
- [132] Cunha J. V., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., 2004, Phys. Rev D69, 083501
- [133] Bronstein M., 1933, Phys. Z. Sowjetunion 3.
- [134] Özer M., Taha M. O., 1986, Phys. Lett. B171, 363; 1987, Nucl. Phys. B 287, 776.
- [135] Freese K., Adams F. C., Frieman J. A., Mottola E., 1987, Nucl. Phys. B 287, 797; Berman M. S., 1991, Phys. Rev. 43, 1075; Pavón D., 1991, Phys. Rev. D43, 375; Calvão M. O., de Oliveira H. P., Pavón D., Salim J. M., 1992, Phys. Rev. D45, 3869.
- [136] Chen W., Wu Y-S., 1990, Phys. Rev. D41, 695.
- [137] Carvalho J. C., Lima J. A. S., Waga I., 1992, Phys. Rev. D46, 2404.

- [138] Abdel-Rahman A. M. M., 1992, Phys. Rev. D45, 2140; Waga I., 1993, ApJ 414, 436; Maia J. M. F., Lima J. A. S., 1993, Mod. Phys. Lett. A 8, 591; Beesham A., 1993, Phys. Rev. D 48, 3539; Lima J. A. S., Maia J. M. F., 1994, Phys. Rev D49, 5597; Arbab A. I., Abdel-Rahman A. M. M., 1994, Phys. Rev. D50, 7725; Matygasek J., 1994, Phys. Rev. D51, 4154.
- [139] Lima J. A. S., Trodden M., 1996, Phys. Rev. D53, 4280; Lima J. A. S., 1996, Phys. Rev. D54, 2571.
- [140] Overduin J. M., Cooperstock F. I., 1998, Phys. Rev. D58, 043506.
- [141] Birkhel M., Sarkhar S., 1997, Astrop. Phys. 6, 197.
- [142] Lima J. A. S., Maia J. M. F., Pires N., 2000, IAU Symposium 198, 111.
- [143] Torres L. F. B., Waga I., 1996, MNRAS 279, 712.
- [144] Vishwakarma R. G., 2000, CQG 17, 3833; 2001, CQG 18, 1159.
- [145] Cunha J. V., Lima J. A. S., Pires N., 2002, A&A 390, 809; Cunha J. V., Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2002, Phys. Rev. D66, 023520.
- [146] Alcaniz J. S., Maia J. M. F., 2003, Phy. Rev. D67, 043502.
- [147] Freedman W. L., 2000, Phys. Rep., 333, 13.
- [148] Sahni V., Starobinsky A., 2000, Int. J. Mod. Phys. D9, 373.
- [149] Kowal C. T., 1968, Astron. J. 104, 372.
- [150] Pskovskii Yu. P., 1977, Astron. Zh. 54, 1188.
- [151] Phyllips N. G., 1993, ApJL 413, L105.
- [152] Coles P., Lucchin F., 1997, *Cosmology*, John Wiley, NY.

- [153] Sandage A., 1961, *ApJ* 134, 916.
- [154] Schmidt B. P. *et al.*, 1998, *ApJ* 507, 46.
- [155] Brouzakis N., Tetradis N., Tzavara E., astro-ph/0612179.
- [156] Robertson H. P., 1938, *Zs. F. Ap.* 15, 69.
- [157] Gurvitz L. I., Kellermann K. I., Frey S., 1999, *Astron. Astrophys.* 342, 378.
- [158] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2000, *Astron. Astrophys.* 357, 393.
- [159] Kellermann K. I., 1993, *Nature* 361, 134.
- [160] Buchalter A. *et al.*, 1998, *ApJ* 494, 503.
- [161] Alcaniz J. S., 2001, *Energia Escura: consequências físicas para um universo acelerado, Tese de Doutorado, UFRN.*
- [162] Cunha J. V., 2006, *Energia Escura: origem, candidatos e vínculos observacionais, Tese de Doutorado, UFRN.*
- [163] Chul-Moon Yoo, Ken-ichi Nakao, Hiroshi Kozaki, Ryuichi Takahashi, astro-ph/0604123.
- [164] Cooray A., 2006, *Astrophys.J.* 651, L77
- [165] Soldner J., 1804, *Berliner Astron. Jahrb.*
- [166] Einstein A., 1911, *Annalen der Physik*, 35, 898. A. Einstein, *Science*, 84, 506, (1936).
- [167] Lodge O. J., 1919, *Nature*, 104, 354.
- [168] Einstein A., 1936, *Science*, 84, 506.
- [169] Chwolson O., 1924, *Astr. Nachrichten*, 221, 329.

- [170] Landau L. D., Lifshitz E. M., 1973, *Teoría Clásica de los Campos*, Vol. II, Reverté, Spain.
- [171] Kochanek C. S., Schneider P., Wambsganss J., 2004, Part 2 de *Gravitational Lensing: Strong, Weak & Micro*, Proceedings of the 33rd Saas-Fee Advanced Course, G. Meylan, P. Jetzer & P. North, eds. (Springer-Verlag: Berlin), p. 44.
- [172] Kochanek, C. S. 2002, ApJ, 578, 25; Kochanek, C.S. Schechter, P.L. 2003, astro-ph/0306040, to appear in *Measuring and Modeling the Universe* (Carnegie Observatories Astrophysics Series, Vol. 2), ed. W.L. Freedman
- [173] Witt H. J., Mao S., Keeton C. R., 2000, ApJ 544, 98.
- [174] Rusin D., Kochanek C. S., Keeton C. R., 2003, ApJ 595, 29.
- [175] Hjorth J. *et al.*, 2002, ApJL 572, 11.
- [176] Fassnacht C. D., Xanthopoulos E., Koopmans L. V. E. & Rusin D., 2002 ApJ 581, 823.
- [177] Schechter P. L. *et al.*, 1997, ApJ 475, L85.
- [178] Barkana R., 1997, ApJ 489, 21.
- [179] Oscoz A. *et al.* 2001, ApJ 552, 81.
- [180] Ofek E.O. & Maoz, D. 2003, ApJ 594, 101
- [181] Burud I. *et al.*, 2002, A&A, 391, 481
- [182] Burud I. *et al.*, 2002, A&A, 383, 71
- [183] Burud I., *et al.* 2000, ApJ 544, 117
- [184] Jakobsson P., Hjorth J., Burud I., Letawe G., Lidman C., Courbin F. 2005, A&A, 431, 103



- [185] Biggs A. D., Browne I. W. A., Helbig P., Koopmans L. V. E., Wilkinson P.N., Perley R.A., 1999, MNRAS 304, 339
- [186] Cohen A. S., Hewitt J. N., Moore C. B. & Haarsma D. B., 2000, ApJ 545, 578
- [187] Hubble E., 1926, Proceedings of the Royal Academy of Science 15, 168
- [188] Zwicky F., 1933, Helvetica Phys. Acta 6, 110
- [189] Burles et al., 1999, Phys. Rev. Lett. 82, 4176
- [190] Steigman G., em The Light Elements and Their Evolution, IAU Symp. 198, Eds. L. da Silva, M. Spite, J. R. Medeiros, ASP Conf. Ser. 2000
- [191] Turner M. S., 2000, Phys. Rep. 333, 619
- [192] Silk J., 1996, em *Cosmologie et structure à grande chelle*, Eds. Schaeffer R., Silk J., Spiro M. e Zinn-Justin J., Elsevier, 133; Metcalf R. B., Silk J., 2007, Phys.Rev.Lett. 98, 071302; Metcalf R. B., Silk J., 2007, Phys.Rev.Lett. 98, 099903
- [193] Ellis J., 1994, Nucl. Phys. Proc. Suppl 35, 5
- [194] Ellis J., 2000, Gen. Rel. Grav. 32, 1159
- [195] Sadoulet B., 1999, Rev. Mod. Phys. 71, S197
- [196] Hogan C. J., Dalcanton J. J., 2000, Phys. Rev. D 62, 063511
- [197] Dalcanton J. J., Hogan C. J., 2000, *Halo Cores and Phase Space Densities: Observational Constraints on Dark Matter Physics and Structure Formatio*, astro-ph/0004381
- [198] Allen *et al.*, 2004, MNRAS 353, 457; 2005, MNRAS 360, 546

- [199] Jassal H. K., Bagla J. S., Padmanabhan T., astro-ph/0601389.
- [200] Abramo L. R., Sodré L. Jr., Wuensche C. A. 2006, astro-ph/0605269
- [201] Cowan J. J., Thielemann F. K., Truran J. W., 1991, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* 29, 447.
- [202] Meyer B. S., Truran J. W., 2000, *Phys. Rep.* 333-334, 1.
- [203] Pagel B. E. J. *et al.*, 1997, *Nucleosynthesis and Chemical Evolution of Galaxies*, Cambridge; Pagel B. E. J., 2003, *Carnegie Observatories Astrophysics Series, Vol. 4: Origin and Evolution of the Elements*, ed. A. McWilliam and M. Rauch (Cambridge University), astro-ph/0305280.
- [204] Peebles P. J. E., 1999, *PASP* 111, 274.
- [205] Kippenhahn R., Weigert A., 1990, *Stellar Structure and Evolution*, Springer-Verlag, Berlin.
- [206] Chandrasekhar S., 1984, *Rev. Mod. Phys.* 56, 137.
- [207] Smith R. C., 1995, *Observational Astrophysics*, Cambridge.
- [208] Wood M. A., 1992, *ApJ* 386, 539.
- [209] Segretain L., *et al.*, 1994, *ApJ* 434, 641.
- [210] Salaris M., *et al.*, 1997, *ApJ* 486, 413; Anderson J. P., *et al.*, 2007, To appear in conference proceedings: “Supernova 1987A: 20 Years After – Supernovae & Gamma-Ray Bursters”, held in Aspen, arXiv:0704.2387.
- [211] Oswald T. D., *et al.*, 1996, *Nature* 382, 692.
- [212] Jimenez R., 1997, in *From Quantum Fluctuations to Cosmological Structure*, Eds. Valls-Gabaud *et al.*, ASP Conf. Ser. 16.

- [213] Bruzual G., 1983, ApJ 273, 105.
- [214] Guiderdoni B., Rocca-Volmerange B., 1987, A&A 186, 1.
- [215] Arimoto N., Yoshii, 1987, A&A 173, 23.
- [216] Bruzual G., Charlot S., 1993, ApJ 405, 538.
- [217] Worthey G., 1994, ApJ Supp. Ser. 95, 107.
- [218] Jimenez R. *et al.*, 1999, MNRAS 305, L16; Jimenez R. *et al.*, 2006, submetido ao ApJ, astro-ph/0610724.
- [219] Stockton A., Kellogg M., Ridgway S. E., 1995, ApJ 443, L69.
- [220] Dunlop J. S. *et al.*, 1996, Nature 381, 581; Lane K. P., *et al.*, 2007, aceito na MNRAS Letters, arXiv:0704.2136.
- [221] Spinrard H., *et al.*, 1997, ApJ 484, 581.
- [222] Bruzual G., Magris G., 1997, em *The Hubble Deep Field*, Proc. STScI Symposium, astro-ph 9707154; Rengstorf A. W., *et al.*, 2004, Astrophys. J. 606, 741.
- [223] Yoshii Y., Tsujimoto T., Kawara K., 1998, ApJ 507, 113.
- [224] Yi S., *et al.*, 2000, ApJ 533, 670.
- [225] Nolan L. A., Dunlop J. S., Jimenez R., 2001, *The Sun, Stellar-population models, and the age estimation of high-redshift galaxies.* astro-ph 0004325
- [226] Gong Y., Zhang Y., 2005, Phys. Rev. D72 043518, astro-ph/0502262.
- [227] Huterer D., Turner M.S., 2001, Phys. Rev. D64, 123527. astro-ph/0012510.

- [228] Weller J., Albrecht A., 2002, Phys. Rev. D65, 103512; astro-ph/0106079.
- [229] Chevallier M., Polarski D., 2001, Int. J. Mod. Phys. D10, 213, gr-qc/0009008.
- [230] Linder E. V., 2003, Phys. Rev. Lett. 90, 91301. astro-ph/0402503.
- [231] Jassal H. K., Bagla J. S., Padmanabhan T., 2005, MNRAS 356, 611. astro-ph/0404378; Choudhary T. R., Padmanabhan T., 2005, Astron. Astrophys. 429, 807. astro-ph/0311622.
- [232] Upadhye A., Ishak M., Steinhardt P., 2005, Phys. Rev. D 72, 063501. astro-ph/0411803.
- [233] Wetterich C., 2004, Phys. Lett. B 594, 17. astro-ph/0403289.
- [234] Hannestad S., Mörtsell E., 2004, JCAP 0409, 001. astro-ph/0407259.
- [235] Lee S., 2005, Phys. Rev. D 71, 123528. astro-ph/0504650.
- [236] Carreta E. *et al.*, 2000, ApJ 533, 215.
- [237] Krauss L. M., 2000, Phys. Rep. 333, 33; Krauss L. M., 2004, astro-ph/0406673.
- [238] Rengel M., Mateu J., Bruzual G., 2001, em *Extragalactic Star Clusters*, Simpósio da IAU 207, Eds. E. Grebel, D. Geisler, D. Minniti.
- [239] Lima J. A. S., Maia J. M. F., 1994, Phys. Rev D49, 5597; Lima J. A. S., Trodden M., 1996, Phys. Rev. D53, 4280; Cunha J. V., Lima J. A. S., Pires N., 2002, A& A 390, 809.
- [240] Maia J. M. F., Lima J. A. S., 2002, PRD 65, 083513.
- [241] Hoyle F., 1959, em *Radio Astronomy*, IAU Symp., 9, Eds. R. N. Bracewell, Stanford Univ. Press

- [242] Stockton A., Kellogg M., Ridgway S. E., 1995, ApJ 443, L69.
- [243] Dunlop J. S., *et al.*, 1996, Nature 381, 581; Spinrard H., *et al.*, 1997, ApJ 484, 581; Yoshii Y., Tsujimoto T., Kawara K., 1998, ApJ 507, L133; Dunlop J. S., 1999, em *The Most Distant Radio Galaxies*, ed. Rottgering H. J. A., Best P., Lehnert M. D., Dordrecht (Kluwer, Amsterdam), p. 71; Nolan L. A. , Dunlop J. S., Jimenez R., 2001, MNRAS 323, 385.
- [244] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2000, MNRAS 317, 893.
- [245] Komossa S., Hasinger G., em *XEUS studying the evolution of the universe*, eds. Hasinger G., *et. al* (MPE Report, 2003), p. 281; Hasinger G., Schartel N., Komossa S., 2002, ApJ 573, L77.
- [246] Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Cunha J. V., 2003, MNRAS 340, L39.
- [247] Cunha J. V., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., 2002, Phys. Rev. D66, 023520.
- [248] Cowie L. L., Hu E. M., Songaila A., 1995, Nature 377, 603.
- [249] Zepf S. E., 1997, Nature 390, 377.
- [250] Maddox S. *et al.*, 1990, MNRAS 242, 43
- [251] Efstathiou G. *et al.*, 1990, Nature 348, 705.
- [252] Hu E. M., McMahon R. G., 1996, Nature 382, 231
- [253] Kashlinsk A., Jimenez R., 1997, ApJ 474, L81
- [254] Dey A. *et al.*, 1998, ApJ 498, L93.
- [255] Chen H. W., Lanzetta K. M., Pascarella S. A. S., 1999, Nature 398, 586

- [256] Lima J. A. S., Cunha J. V., Alcaniz J. S., 2006. astro-ph/0611007
- [257] Cooray A. R., Huterer D., 1999, ApJ 513, L95.
- [258] Jain D., Dev A., 2005, Phys. Lett. B 624, 135. astro-ph/0509212.
- [259] Kirkman D. *et al.*, 2003, ApJS 149, 1.
- [260] Linder E.V.,1988, AA, 206, 190, 1998, ApJ, 497, 28
- [261] Giovi F. Amendola, L. 2001, MNRAS 325, 1097; Lewis, G. F. Ibata, R. A. 2002, MNRAS 337, 26
- [262] Demianski M., de Ritis R. ,Marino A.A., Piedipalumbo E., 2003, AA 411, 33
- [263] Sereno, M. *et al.* 2001, MNRAS 327, 517; Sereno, M., Piedipalumbo E. Sazhin, M.V., 2002, MNRAS, 335, 1061
- [264] Sachs R.K., Kristian, J., 1966, ApJ, **143**, 379
- [265] Zeldovich, Ya. B., 1964, Sov. Astron., 8, 13
- [266] Dashveski V.M., Zeldovich Ya.B., 1965, Soviet Astr. 8, 854
- [267] Tomita K., Premadi P., Nakamura T., 1999 Prog. Theor. Phys. 133, 85
- [268] Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Silva R. Jr., 2004, IJMPD 13, 1309
- [269] Demianski M., de Ritis R., Marino A. A., Piedipalumbo E., 2003, Astron.Astrophys. 411, 33
- [270] Nesseris, Perivolaropoulos, 2004, PRD 70, 123529.
- [271] Lima J. A. S., Alcaniz J. S., 2002, ApJ, 566, 15
- [272] Barber, A. J. *et al.* 2000, MNRAS 319, 267

- [273] Allen S. W., Schmidt R. W., Fabian A. C., 2002, MNRAS 334, L11;  
Ettori S., Tozzi P., Rosati P., 2003, A&A 398, 879.
- [274] White S. D. M. *et al.*, 1993, Nature 366, 429.
- [275] Allen S. W., Schmidt R. W., Fabian A. C., Ebeling, 2003, MNRAS  
342, 287.
- [276] Barkana R., 1997, ApJ, 489, 21; Burud I., *et al.*, 2002a, A&A, 383,  
71; Ofek E. O., Maoz, D., 2003, ApJ, 594, 101; Burud I., *et al.*, 2002b,  
A&A, 391, 481; Kundi'c T. *et al.*, 1997, ApJ, 482, 75; Patnaik A., R.,  
Narasimha D., 2001, MNRAS, 326, 1403; Burud I., Hjorth J., Jaunsen  
A. O., Andersen M. I., Korhonen H., Clasen J. W., Pelt J., Pijpers  
F. P., Magain P., O Stensen R., 2000, ApJ, 544, 117; Hjorth J., *et*  
*al.*, 2002, ApJ, 572, L11; Biggs A. D., Browne I. W. A., Helbig P.,  
Koopmans L. V. E., Wilkinson P. N., Perley R. A., 1999, MNRAS,  
304, 349; Lovell J. E. J., *et al.*, 1998, ApJ, 508, L51; Fassnacht C.  
D., Xanthopoulos E., Koopmans L. V. E., Rusin D., 2002, ApJ 581,  
82; Kochanek C. S., Morgan N. D., Falco E. E., McLeod B. A., Winn  
J. N., Dembicky J., Ketzeback B., 2006, ApJ, 640, 47; Jakobsson P.,  
Hjorth J., Burud I., Letawe G., Lidman C., Courbin F., 2005, A&A,  
431, 103.
- [277] Rapetti D., Allen S. W., Weller J., 2005, MNRAS 360, 555

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)



[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)