

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA TERRA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA TEÓRICA E EXPERIMENTAL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

ESPECTROS FRACTAIS EM SISTEMAS NANOESTRUTURADOS E CRISTAIS FOTÔNICOS

FÁBIO FERREIRA DE MEDEIROS

Orientador: **Prof. Dr. EUDENILSON LINS DE ALBUQUERQUE**

Tese de doutorado apresentada ao Departamento de Física Teórica e Experimental da Universidade Federal do Rio Grande do Norte como requisito parcial à obtenção do grau de **DOUTOR** em **FÍSICA**.

Natal, Outubro de 2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Para Pessoas Especiais:

Meus Pais
José Antônio de Medeiros Neto e
Lusimar Ferreira de Medeiros
e Minhas irmãs
Luana Ferreira de Medeiros e
Juliana Ferreira de Medeiros.

“The pressure of fast publication is so great that people rush into print with hurriedly written papers and books that show little concern for careful formulation of ideas. Mathematical and instrumental techniques have become complicated and difficult; today most of the effort of writing and learning is devoted to the acquisition of these techniques instead of insight into important concepts. Essential ideas of physics are often lost in the dense forest of mathematical reasoning. This situation needs not be so”.

Victor F. Weisskopf

Agradecimentos

Sou profundamente grato a minha família pelo carinho e pelos cuidados devotados a mim.

Os meus sinceros agradecimentos ao Professor Eudenilson Lins de Albuquerque pela amizade, orientação e preocupação na condução da minha vida acadêmica.

Agradeço também aos Professores do Departamento de Física Teórica e Experimental que contribuíram para minha formação acadêmica.

Ao longo dos anos que estive na UFRN, muitas amizades foram construídas. E cada amizade tem sua própria relevância. Amizades recentes ou não, todas contribuíram para a minha formação como ser humano. Desta maneira, não é possível avaliar o peso de cada amizade. Assim como não é possível recordar todas as experiências passadas na tentativa de lembrar o que foi mais relevante. Os meus amigos são meus amigos, independente de citá-los. Não é receio de esquecer, que é possível, nem de ser injusto, que sempre acontece. Mas, unicamente, porque não fico a vontade neste momento. Então, tomo a decisão de não explicitar os seus nomes, na esperança que eles já saibam, que a amizade é como tudo que existe, ela está lá, independente das circunstâncias e adversidades da vida. Aos amigos, agradeço o companheirismo e a amizade de todos vocês.

Aos Funcionários do Departamento de Física Teórica e Experimental pelos serviços prestados na condução das suas atividades em benefício de todos.

Ao Programa de Educação Tutorial (PET) pelos valiosos ensinamentos e apoio fina-

ceiro na graduação.

Ao CNPq pelo apoio financeiro na pós-graduação.

Resumo

O estudo das excitações elementares (fótons, fônons, plasmons, polaritons, polarons, excitons e magnons) em sólidos cristalinos e sistemas nanoestruturados, entre os quais destacamos os materiais isolantes, semicondutores e magnéticos, constitui um importante campo ativo na pesquisa em física do estado sólido e em física estatística. Dentro deste escopo, este trabalho possui duas vertentes distintas. Na primeira parte, estudamos a propagação dos polaritons de excitons em sistemas nanoestruturados formados por multicamadas periódicas e quasiperiódicas, a partir da descrição do comportamento dos seus modos de volume e de superfície em seus constituintes individuais. Através de cálculo analítico e numérico computacional, obtemos inicialmente os espectros de frequência dos polaritons de excitons nestas superestruturas. Posteriormente, investigamos como a quasiperiodicidade modifica a sua estrutura de bandas em relação ao caso periódico, induzindo os seus espectros a uma forma auto-similar, caracterizando a sua fractalidade/multifractalidade.

Na segunda parte, apresentamos nossos resultados relacionados com os chamados cristais fotônicos, o análogo eletromagnético aos sistemas cristalinos eletrônicos. Vamos considerar os cristais fotônicos periódicos e quasiperiódicos, onde um dos seus componentes possui índice de refração negativo. Esta característica óptica inusitada é obtida quando a permissividade elétrica ϵ e a permeabilidade magnética μ são ambas negativas para a mesma faixa de frequência angular ω da onda incidente. As curvas obtidas mostram como a transmissão da onda eletromagnética se modifica neste caso, com interessantes aspectos auto-similares. Além disso, analisamos as modificações do espectro térmico de Planck usual, utilizando uma super-rede fotônica quasiperiódica como filtro.

Abstract

The study of the elementary excitations such as photons, phonons, plasmons, polaritons, polarons, excitons and magnons, in crystalline solids and nanostructures systems are nowadays important active field for research works in solid state physics as well as in statistical physics. With this aim in mind, this work has two distinct parts. In the first one, we investigate the propagation of excitons polaritons in nanostructured periodic and quasiperiodic multilayers, from the description of the behavior for bulk and surface modes in their individual constituents. Through analytical, as well as computational numerical calculation, we obtain the spectra for both surface and bulk exciton-polaritons modes in the superstructures. Besides, we investigate also how the quasiperiodicity modifies the band structure related to the periodic case, stressing their amazing self-similar behavior leaving to their fractal/multifractal aspects.

Afterwards, we present our results related to the so-called photonic crystals, the electromagnetic analogue of the electronic crystalline structure. We consider periodic and quasiperiodic structures, in which one of their component presents a negative refractive index. This unusual optic characteristic is obtained when the electric permittivity ϵ and the magnetic permeability μ are both negatives for the same range of angular frequency ω of the incident wave. The given curves show how the transmission of the photon waves is modified, with a striking self-similar profile. Moreover, we analyze the modification of the usual Planck's thermal spectrum when we use a quasiperiodic photonic superlattice as a filter.

Índice

Agradecimentos	i
Resumo	iii
Abstract	iv
1 Introdução	1
2 Polaritons de Exciton em Super-Redes Periódicas	
Nanoestruturadas	6
2.1 Introdução	6
2.2 Polaritons de Exciton: Acoplamento Fóton-Exciton	8
2.3 As Condições de Contorno Adicionais	12
2.4 Teoria Geral	14
2.5 Resultados Numéricos	19
2.6 Conclusões	26
3 Polaritons de Exciton em Estruturas	
Quasiperiódicas Nanoestruturadas	27
3.1 Introdução	27
3.2 Sistemas Quasiperiódicos	28
3.2.1 Seqüência de Fibonacci	30
3.2.2 Seqüência de Thue-Morse	32

3.2.3	Seqüência de Duplo Período	32
3.3	Formalismo Teórico	33
3.4	Resultados Numéricos	36
3.5	Conclusões	38
4	Transmissão Óptica em Estruturas Fotônicas	
	Quasiperiódicas	41
4.1	Introdução	41
4.2	Índice de Refração Negativo	42
4.3	Cristais Fotônicos	48
4.3.1	Introdução	48
4.3.2	Descrição	48
4.4	Matriz de Transferência	51
4.5	Resultados Numéricos	54
4.6	Conclusões	62
5	Espectro da Radiação Térmica em Super-redes	
	Fotônicas	63
5.1	Introdução	63
5.2	Teoria Geral	64
5.3	Resultados Numéricos	68
5.4	Conclusões	78
6	Polaritons em Estruturas Fotônicas	
	Quasiperiódicas	79
6.1	Introdução	79
6.2	Teoria Geral	81
6.3	Resultados Numéricos	86
6.4	Conclusões	97

7	Conclusões Gerais e Perspectivas	99
A	Matriz de Transferência	103
A.1	Polarização p	103
B	Seqüência de Fibonacci	109
B.1	Matriz de Transferência	109
C	Trabalhos Científicos Originados desta Tese de Doutorado	112
	Referências Bibliográficas	113

CAPÍTULO 1

Introdução

Neste capítulo, nosso principal objetivo é fazer uma apresentação geral do conteúdo desta tese. Assim, o leitor interessado em algum tópico em particular, descrito neste material, pode fazer uso deste texto nos seus estudos de física da matéria condensada. Aqui, os assuntos abordados compreendem áreas de intensa pesquisa na atualidade. Embora, um olhar mais apurado revele que muito da física contida nesta tese tem raízes profundas, no sentido que seus conceitos foram desenvolvidos ao longo do século passado, e portanto, estão bastante amadurecidos. Entretanto, idéias vigorosas em física possibilitam que várias gerações de físicos trabalhem na construção e fundamentação destas idéias. Assim, há sempre uma renovação no interesse em determinados tópicos, como aqueles que vamos apresentar aqui.

A pesquisa que desenvolvemos e que vamos descrever agora pode ser dividida em duas partes. Na primeira parte, vamos investigar a propagação dos polaritons de exciton em nanoestruturas planares periódicas [1] e quasiperiódicas [2]. Este assunto se encontra dentro do campo de estudo das excitações elementares em sólidos cristalinos, que compreende uma daquelas áreas de pesquisa vigorosa em física. Como uma motivação adicional, vamos estudar a interação da radiação eletromagnética com estas excitações elementares, que em nosso caso, é o exciton [3]. Em síntese, estamos interessados no estudo da relação de dispersão do polariton de exciton em sistemas de multicamadas nanoestruturadas e na descrição da estrutura de bandas permitidas e proibidas para a propagação desta excitação com ênfase no seu espectro fractal/multifractal. Como curiosidade, em trabalhos recentes,

os polaritons de exciton têm sido estudados em uma diversidade de sistemas [1, 2], [4]-[14], e notadamente, na pesquisa do *laser* de polariton [15]. Na natureza, podemos encontrar ondas eletromagnéticas, como os fótons, e ondas de matéria, como os elétrons, ambos os casos são descritos pela mecânica quântica. Estas ondas podem formar um estado coerente em que ondas individuais são sincronizadas e combinadas. Um estado coerente de ondas eletromagnéticas é conhecido como um *laser*. E um estado coerente de ondas de matéria é denominado de um condensado de Bose-Einstein. Agora, podemos encontrar um estado coerente como resultado da mistura de uma onda eletromagnética e de uma onda de matéria? A resposta é o *laser* de polariton, demonstrando que um estado coerente de excitações de luz-matéria, ou polaritons, é possível.

Na segunda parte do trabalho, voltamos nossa pesquisa para um tema mais recente, os chamados cristais fotônicos, o análogo eletromagnético dos sistemas cristalinos eletrônicos. Em particular, vamos considerar os materiais com índice de refração negativo, conhecidos como metamateriais. No estudo da óptica, tanto os estudantes no ensino médio quanto os graduandos em física conhecem a lei de Snell e o fenômeno da refração de um raio de luz, como por exemplo, no caso da incidência oblíqua de um feixe que incide sobre a superfície de separação entre dois meios, caracterizados pelos seus índices de refração. Este fenômeno é bem conhecido, mas ganhou um novo *status* quando Veselago [16] propôs a existência de um meio com propriedades ópticas distintas daquelas que observamos no cotidiano, por apresentar um índice de refração negativo. As conseqüências desta suposição teórica foram levadas a sério quando estes materiais foram construídos. Na literatura existe uma significativa produção científica sobre este tema, que o leitor pode consultar neste material ou em outros meios de divulgação.

Mas entre os polaritons de exciton em sistemas nanoestruturados e o estudo dos cristais fotônicos, considerando materiais com índice refração negativo, temos outros pontos que devemos comentar. Em todos os capítulos posteriores, vamos trabalhar em sistemas planares, formados por heteroestruturas de multicamadas nanoestruturadas e com os cristais fotônicos, que vamos descrever adiante. Originalmente, as super-redes semicondutoras foram propostas por Esaki e Tsu em 1969-1970 [17, 18], e obtidas experimentalmente

no início dos anos 70 [19]-[23]. Entre outras coisas, a invenção das super-redes possibilitou grandes avanços na investigação das propriedades eletrônicas, ópticas e quânticas destes sistemas unidimensionais, e até um prêmio nobel foi dado a Leo Esaki, em 1973, devido “as descobertas experimentais a respeito do fenômeno de tunelamento em semicondutores”. Naquele momento, Esaki e colaboradores escolheram trabalhar com o arseneto de gálio (GaAs), um material “quente”, cujas camadas eram alternadas com um material semelhante, o arseneto de gálio-alumínio (AlGaAs), formando uma super-rede periódica. Se imaginarmos que as camadas de GaAs e AlGaAs são empilhadas ao longo da direção z , temos que a periodicidade da rede nas direções (x,y) são dadas pelo espaçamento interatômico, que é igual ao parâmetro de rede para um semicondutor, da ordem de angströms (para o GaAs e AlGaAs é em torno de 5.65Å [24]-[27]). Enquanto, na direção z , que corresponde a direção de crescimento da super-rede, a periodicidade é definida pela espessura das camadas, na faixa de 50 - 200 Å. Então, entre um regime microscópico na escala interatômica, nas direções (x,y) , e um macroscópico, na direção z , vemos que a super-rede é uma sistema quântico mesoscópico. Em outras palavras, uma super-rede é uma super-estrutura, que é periódica em uma direção apenas, isto é, na direção perpendicular às camadas. Portanto, temos um problema de física em uma dimensão, que por um longo tempo, permaneceu como exercício de livros-textos de quântica, e que agora, pode ser investigado nos laboratórios. Neste aspecto, esta área de pesquisa é um tema muito atual.

De modo geral, estamos interessados no estudo das propriedades ópticas destes sistemas, como a relação de dispersão, a estrutura de bandas, a transmitância, a emitância, etc. Assim, fazemos um largo uso da teoria do eletromagnetismo de Maxwell para calcular os campos no interior de cada camada da super-rede. Por sua vez, os materiais que compõem as camadas são caracterizados por duas grandezas: a permissividade elétrica ϵ e a permeabilidade magnética μ . Estas quantidades são as funções respostas do meio à propagação da onda eletromagnética na matéria. Elas levam a informação física que distingue um meio transparente de um meio excitônico, por exemplo, ou ainda, a diferença entre um meio com índice de refração positivo e um meio com índice de refração negativo. Como os campos obtidos em cada camada da super-rede precisam ser contínuos, podemos

fazer uso da técnica da matriz de transferência [28]. Esta técnica possibilita relacionar as amplitudes dos campos eletromagnéticos entre quaisquer camadas na super-estrutura. E a partir dos elementos da matriz de transferência, podemos obter as quantidades de interesse, como os coeficientes de transmissão e reflexão. Ou ainda, junto com um importante teorema da física do estado sólido, que é o teorema de Bloch [29], obter as relações de dispersão para os polaritons de volume e de superfície em estruturas periódicas.

Os comentários anteriores fornecem o embasamento e a motivação para o nosso trabalho, que desenvolveremos ao longo dos próximos capítulos. No capítulo 2 [1], apresentamos nossos resultados sobre o estudo da propagação dos polaritons de exciton em uma super-rede periódica nanoestruturada constituída de nitreto de gálio (GaN) e safira (Al_2O_3). Os nitretos representam uma nova classe de materiais, que reúnem características ideais para sua aplicação na construção de dispositivos óptico-eletrônicos na região do espectro visível, principalmente, para altas frequências. Eles são semicondutores com *gap* direto e largo, caracterizados por uma função dielétrica excitônica. A safira é o substrato no qual podemos crescer os filmes de nitreto, caracterizada por uma constante dielétrica, e portanto, independente da frequência da onda incidente.

No capítulo 3 [2], descrevemos a propagação dos polaritons de exciton em uma super-rede quasiperiódica nanoestruturada. Escolhemos analisar o comportamento destas excitações para a super-rede de Fibonacci. Neste caso, a regra de crescimento da estrutura de Fibonacci segue uma relação de recorrência bem definida, que determina como as camadas de GaN e safira devem aparecer ao longo da super-rede. Em sistemas nanoestruturados quasiperiódicos, podemos observar novas características em relação aos sistemas periódicos, como a fragmentação do espectro formando um conjunto de Cantor, caracterizando um objeto fractal.

Dentro daquela divisão estabelecida anteriormente, o capítulo 4 [30] compreende o início da segunda parte desta tese. Nosso enfoque muda para os cristais fotônicos com índice de refração negativo. Vamos estudar a transmissão óptica da onda eletromagnética em sistemas quasiperiódicos, incluindo, além da super-rede de Fibonacci, as super-redes

de Thue-Morse e período duplo. Vamos ver como estas duas características, a quasiperiodicidade e o índice de refração negativo mudam os espectros de transmissão em relação a um meio dielétrico ordinário, com interessantes espectros auto-similares.

No capítulo 5 [31], vamos adicionar uma característica nova em relação ao capítulo anterior: nossos índices de refração podem ser complexos. Isto significa que o cristal fotônico no qual a onda eletromagnética se propaga é absorvente. Além do meio ser polarizável, ele também pode aquecer e emitir, dando origem a um espectro de emissão térmico com um comportamento diferente daquele observado para um corpo negro homogêneo, descrito pela curva de Planck usual. Descreveremos também os espectros de emitância em gráficos 3-dimensionais, em função do ângulo de incidência (θ) e da frequência da onda incidente (ω), para as seqüências quasiperiódicas utilizadas aqui.

No capítulo 6 [32], vamos começar a convergir os nossos enfoques. Estudado os polaritons de exciton em estruturas nanoestruturadas formadas por multicamadas periódicas e quasiperiódicas em meios convencionais, passamos a estudar a onda eletromagnética em cristais fotônicos com índice de refração negativo em sistemas unidimensionais semelhantes. Agora, vamos investigar a propagação dos polaritons em cristais fotônicos quasiperiódicos com índice de refração negativo. Como, neste caso, a função dielétrica é plasmônica, estudaremos o polariton de plasmon, que é o resultado do acoplamento do fóton com o plasmon (quantum de excitação do gás de elétrons).

No capítulo 7, apresentamos uma síntese dos resultados obtidos nesta tese. Assim como, propostas futuras de trabalho, que seguem o desenvolvimento dos temas de pesquisa abordados nesta tese de doutorado.

CAPÍTULO 2

Polaritons de Exciton em Super-Redes Periódicas Nanoestruturadas

2.1 Introdução

Neste capítulo, vamos estudar os modos de volume e de superfície dos polaritons de exciton em uma super-rede nanoestruturada periódica binária, $\dots \mathbf{ABABA} \dots$, onde o meio \mathbf{A} é preenchido por um material semiconductor e o meio \mathbf{B} é um dielétrico comum. A princípio, os nossos resultados serão desenvolvidos para qualquer super-rede \mathbf{A} e \mathbf{B} , ou seja, a composição da super-rede é conhecida apenas quando substituimos os valores dos parâmetros físicos. Para o meio \mathbf{A} , escolhemos o nitreto de gálio (GaN), que faz parte dos nitretos semicondutores tipo III. Para o meio \mathbf{B} , a safira (Al_2O_3).

Os nitretos semicondutores tipo III têm uma grande importância devido ao seu potencial tecnológico. Na literatura, muitos trabalhos foram publicados sobre o crescimento, a caracterização e as propriedades dos nitretos tipo III [33]-[40]. Eles são utilizados, por exemplo, na confecção de emissores de luz para mostradores coloridos, em impressoras *laser*, em motores de automóveis e veículos elétricos, onde são exigidos dispositivos resistentes às altas temperaturas e transistores de alta potência.

O silício (Si) e os semicondutores tipo III-V convencionais não são empregados no desenvolvimento de dispositivos óptico-eletrônicos na região do espectro do azul e do violeta. Os nitretos tipo III são particularmente úteis para aplicações nesta área. Os *gaps*

de energia deles são grandes e diretos, variando de 1,9 eV (InN), 3,4 eV (GaN) e 6,4 eV (AlN) [41]. Em geral, os dispositivos ópticos semicondutores operam na faixa que vai do infravermelho até os comprimentos de onda para a cor verde do espectro visível. Se esta faixa for estendida até o azul, os componentes semicondutores podem emitir ou detectar as três cores primárias (vermelho, verde e azul), o que resultaria em fortes impactos nas aplicações gráficas e na geração de imagens. Assim, os nitretos tipo III podem ser empregados em dispositivos ópticos na faixa que vai do vermelho ao ultravioleta. Além disso, eles podem ser empregados não somente em altas temperaturas, mas também em ambientes hostis [42, 43].

Tentativas de sintetizar GaN foram feitas por Juza e Hahn [44] em 1938. Grimmeiss e colaboradores [45] obtiveram pequenos cristais de GaN em 1959. Maruska e Tietjen [46] depositaram camadas de GaN sobre safira em 1969, utilizando o método de deposição por vapor químico (*Metal-Organic Chemical Vapour Deposition* - MOCVD).

A disponibilidade de amostras em camadas finas forneceu ímpeto à pesquisa com o GaN. Pankove e colaboradores [47, 48] foram bem sucedidos na fabricação do primeiro LED azul de GaN. A emissão estimulada em cristais pequenos de GaN foi primeiro observada para $T = 2\text{K}$, em 1971, por Dingle et. al [49]. As primeiras estruturas em camadas de InGaN/GaN foram crescidas por Nakamura et. al [50] em 1993. Isto é importante porque a tecnologia de heteroestruturas utilizada no desenvolvimento de super-redes é essencial para a fabricação de dispositivos modernos, como LEDs, diodos *laser* e transistores.

No processo de crescimento dos nitretos tipo III, como o GaN, comumente é utilizado a safira [51, 52]. Cristais laminares de safira de boa qualidade são disponibilizados a baixo custo. Eles são transparentes, estáveis à alta temperatura e a tecnologia de crescimento dos nitretos III sobre safira é completamente conhecida [41].

Dada a importância dos nitretos, o nosso objetivo é investigar o espectro do modo acoplado do exciton com o fóton para o caso da polarização p ou modo transversal magnético (modo TM), em estruturas de multicamadas nanoestruturadas planares com-

postas de GaN/safira (Al_2O_3), arrançadas em um modelo periódico ($\cdots \mathbf{ABABA} \cdots$), onde \mathbf{A} e \mathbf{B} são os blocos constituintes preenchidos pelo GaN e pela safira, respectivamente, cujas espessuras são a e b . Embora muitas técnicas teóricas sejam utilizadas para estudar a propagação das excitações coletivas nestas estruturas, vamos fazer uso do método da matriz de transferência para analisar estes modos na super-rede, que simplifica a álgebra envolvida (para uma revisão, veja a Ref. [28]). Portanto, nosso principal objetivo é a investigação das modificações das propriedades ópticas dos modos de volume do polariton de exciton para uma melhor compreensão da dinâmica da excitação em sistemas confinados.

Este capítulo está dividido como segue: na seção 2.2 vamos apresentar brevemente a teoria sobre os polaritons de exciton e suas principais características físicas. A discussão em torno da escolha das condições de contorno adicionais necessárias para descrever a propagação dos polaritons de exciton, que são somadas às condições de contorno do eletromagnetismo, será discutida seção 2.3. Na seção 2.4, vamos calcular a relação de dispersão para os polaritons na super-rede. Os resultados numéricos são apresentados na seção 2.5 e as conclusões na seção 2.6.

2.2 Polaritons de Exciton: Acoplamento Fóton-Exciton

O polariton é o resultado do acoplamento do campo eletromagnético com os modos normais excitados em um material, ou simplesmente, a interação entre um fóton com uma ou mais excitações elementares (tipo fônons, magnons, excitons, plasmons). Para um tratamento mais geral, o leitor pode consultar os trabalhos de Mills e Burstein [53], Loudon [54], Burstein e Martini [55]. Especificamente, os polaritons de exciton [56]-[58] são modos mistos resultantes do acoplamento entre o exciton (o par elétron-buraco) e o fóton para valores de frequência correspondentes a região do gap de energia entre as bandas de valência e de condução. Eles exibem um efeito de dispersão espacial e, como consequência, a função dielétrica possui uma dependência extra com o vetor de onda k , isto é,

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = \epsilon_\infty + \frac{S}{Dk^2 + \omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma}, \quad (2.1)$$

onde ϵ_∞ é a constante dielétrica de fundo (quando $\omega \rightarrow \infty$) do cristal, ω_0 é a frequência de ressonância do exciton desacoplado, $D = \hbar\omega_0/M$, com $M = m_e + m_b$ sendo a massa total do exciton, Γ é o coeficiente de amortecimento e $S = 4\pi\alpha_0\omega_0^2$ é a constante de oscilação do exciton em $\omega = 0$ e $k = 0$, com α_0 sendo o elemento de matriz do dipolo para a excitação óptica do exciton. Quando $D = 0$, o exciton é localizado, significando que não ocorre movimento da excitação de um sítio para outro. Ou seja, a massa do exciton é infinita ($M \rightarrow \infty$) e não ocorre efeito de dispersão espacial.

Este modelo da função dielétrica foi introduzido por Hopfield e Thomas [59] em 1963. Ele é amplamente utilizado e freqüentemente denominado de “aproximação dielétrica” ou modelo do oscilador de ressonância, correspondendo a um modelo mecânico caracterizado por um conjunto de osciladores harmônicos simples acoplados e localizados. Neste caso, os osciladores representam os excitons, cujo acoplamento fornece a deslocalização ou o movimento por meio do qual a energia cinética e a massa entram na teoria.

A assinatura óptica do polariton é dada através do cálculo da relação de dispersão desta excitação no meio polarizável. Para o caso mais simples, que é o cristal isotrópico e infinito, a relação de dispersão do polariton de exciton é obtida através das equações de Maxwell e das relações constitutivas do meio [63], e portanto, nenhuma condição de contorno é necessária. O resultado é escrito da seguinte forma:

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) \left[k^2 - \epsilon(\vec{k}, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} \right] = 0. \quad (2.2)$$

As soluções da Eq. (2.2) fornecem dois modos normais: o modo longitudinal para

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = 0 \quad \text{e} \quad E_\perp = 0, \quad E_\parallel \neq 0, \quad (2.3)$$

e o modo transversal, dado por

$$\epsilon(\vec{k}, \omega) = \frac{c^2 k^2}{\omega^2} \quad \text{e} \quad E_{\perp} \neq 0, \quad E_{\parallel} = 0. \quad (2.4)$$

A partir das Eqs. (2.3) e (2.4), combinadas com a Eq. (2.1), obtemos a curva de dispersão do modo longitudinal

$$Dk^2 = \Omega^2 - S/\epsilon_{\infty}, \quad (2.5)$$

onde $\Omega^2 = \omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma$. A curva de dispersão do modo transversal é dada por

$$Dk^4 - (\Omega^2 + D\epsilon_{\infty}\omega^2/c^2)k^2 + (\omega^2/c^2)(\epsilon_{\infty}\Omega^2 - S) = 0, \quad (2.6)$$

dando origem a dois modos no espectro de frequência do polariton de exciton, que se propagam na mesma direção do cristal e com a mesma polarização para uma determinada frequência ω .

As curvas de dispersão do polariton de exciton são mostradas na Fig. 2.1 para uma região de frequência próxima da frequência de ressonância ω_0 do exciton desacoplado, desprezando-se o termo de amortecimento ($\Gamma = 0$).

Devido à contribuição da energia cinética do exciton ($\hbar^2 k^2/2M$) no transporte de energia no cristal, a curva de dispersão dos polaritons de exciton não apresenta região de banda proibida, como no caso dos polaritons de fônon [3], ou seja, no mínimo um modo se propaga para toda frequência ω . O ramo inferior se curva para cima para valores grandes de k e assume a forma assintótica $\omega^2 \approx \omega_0^2 + Dk^2$. Igualmente, o ramo longitudinal também possui uma dependência em k^2 para vetores de onda grandes.

Como podemos ver, abaixo da frequência de ressonância ($\omega < \omega_0$) existe um único modo do polariton de exciton, que é fundamentalmente tipo fóton (o primeiro modo transversal). À medida que a frequência aumenta, o comportamento característico do

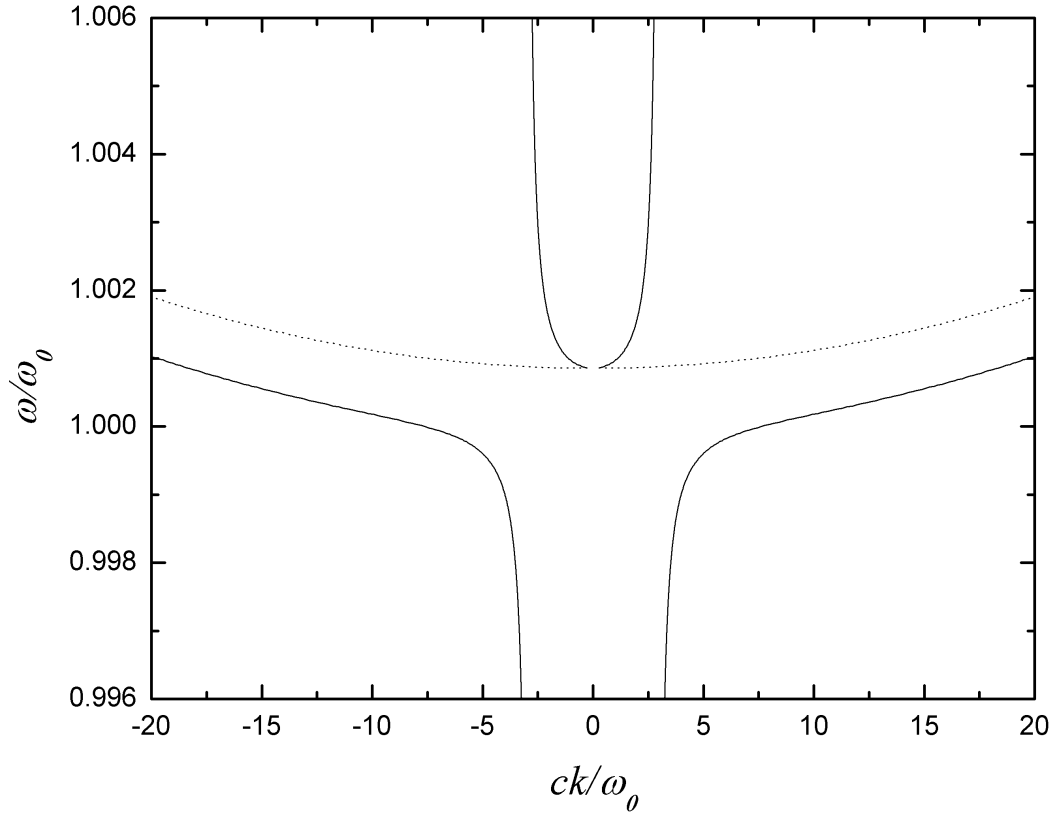


Figura 2.1: A curva de dispersão do polariton de exciton para $\Gamma = 0$, mostrando os três modos de volume do cristal. As linhas cheias são os dois ramos transversais e a linha pontilhada o ramo longitudinal.

polariton de exciton aparece em torno de ω_0 , dando origem a mais dois ramos: o segundo modo transversal (o ramo superior), que rapidamente assume a característica de fóton, e o modo longitudinal, que é fundamentalmente tipo exciton. A coexistência de mais de um ramo para uma dada energia é uma consequência imediata da dependência da energia do exciton em relação ao vetor de onda.

No cálculo dos modos de volume do polariton de exciton foi suposto que o cristal é isotrópico e infinito, e assim, na ausência de interfaces de separação nenhuma condição de contorno foi necessária. Os resultados obtidos são unicamente devido às equações de Maxwell e as relações constitutivas do meio. No entanto, quando o meio dispersivo é limitado, a dependência da função dielétrica com k leva a um problema maior relacionado com a totalidade das condições de contorno que são necessárias para descrever a teoria

do polariton de exciton. Por exemplo, a coexistência dos três modos de volume para uma dada energia complica a solução de uma “simples” experiência de reflexão, que consiste de uma onda plana que incide normal à superfície de separação entre o vácuo e o meio dispersivo. A razão é que a onda incidente, em geral, excita todos os três modos de volume no cristal, com certas amplitudes. As duas condições de contorno de Maxwell para os campos elétrico e magnético ($E_{1t} = E_{2t}$, $H_{1t} = H_{2t}$) das quais as equações de Fresnel são derivadas, não são suficientes para determinar as razões entre as amplitudes das três ondas no interior do cristal [3]. Este problema está relacionado a uma “nova” área de estudo que investiga as condições de contorno adicionais necessárias para completar o conjunto de equações e que será abordado na próxima seção.

2.3 As Condições de Contorno Adicionais

A forma mais simples de ABC (“*Additional Boundary Condition*”) foi proposta por Pekar [56, 64] ao admitir que o campo de polarização macroscópico vai a zero no contorno do meio dispersivo, isto é

$$\vec{P} = 0 \quad \text{em} \quad z = 0, \quad (2.7)$$

onde o eixo z é a direção normal à superfície. Esta condição foi aplicada à polarização do exciton e assumida como a ABC necessária para completar a solução das equações de Maxwell na presença da dispersão espacial. No entanto, esta condição de contorno não é uma consequência matemática da susceptibilidade. Em 1958, Ginzburg [65] propôs uma aproximação fenomenológica em que uma susceptibilidade dispersiva foi postulada para um meio limitado, escrevendo $\epsilon(\vec{k}, \omega)$ em uma série de potência até termos quadráticos em \vec{k} . Esta proposta foi revista por Agranovich e Ginzburg [66].

Ivchenko e Kosobukhin [67] utilizaram a Eq. (2.7) para calcular a relação de dispersão para uma super-rede infinita. Uma proposta semelhante a de Pekar foi utilizada por outros autores, como Ting *et al.* [68], ao sugerir que

$$\frac{\partial \vec{P}}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = 0. \quad (2.8)$$

Haveli [69], seguindo Agarwal, Pattanayk e Wolf [70] e outros, fez uso da combinação

$$\vec{P} + \xi \frac{\partial \vec{P}}{\partial z} = 0 \quad \text{em} \quad z = 0, \quad (2.9)$$

que inclui as Eqs. (2.7) e (2.8) como casos especiais. A sugestão dessas ABCs está relacionada à existência de uma camada livre de excitons, ou “camada morta”, abaixo da superfície, na qual a polarização excitônica \vec{P} é zero. Para a teoria do eletromagnetismo, ela se comporta como uma camada fina de um dielétrico comum.

Del Sole e D’Andrea [71] empregaram um modelo microscópico para refinar a imagem da camada morta. Em seu modelo há uma camada de transição, tipicamente da ordem de 10 nm, onde no seu interior o comportamento de \vec{P} é complicado, mas que próximo à superfície o comportamento da polarização é descrito pela Eq. (2.9).

Para o caso da polarização p , a situação é um pouco mais complicada. Além dos dois modos transversais, um modo longitudinal é excitado (ver Fig. 2.1), i. e., é preciso calcular o coeficiente de reflexão R , os dois coeficientes de transmissão T_1 e T_2 “transversais” e o coeficiente de transmissão “longitudinal” T_L . As expressões para os coeficientes de reflexão e transmissão, em ambas as polarizações p e s , com o auxílio da Eq. (2.9) e seus casos limites, são fornecidas por Tilley [72], Nkoma [73], Albuquerque e Gonçalves da Silva [74].

A utilização de uma formulação diferencial das equações de Maxwell junto com as condições de contorno padrões e uma ABC é o modo mais comum de tratar o acoplamento do exciton-fóton. Alternativamente, a relação constitutiva entre \vec{D} e \vec{E} , ou entre \vec{P} e \vec{E} , pode ser escrita como uma equação integral. Neste caso, a função peso é dada por $\epsilon(\vec{r} - \vec{r}', \omega)$, que é a transformada de Fourier de $\epsilon(\vec{k}, \omega)$, com a ABC já incluída dentro da formulação integral. O equivalente de uma formulação integral para uma equação diferencial junto com uma ABC é demonstrado explicitamente em [75].

2.4 Teoria Geral

A relação de dispersão do polariton de exciton para os modos de volume é obtida através das equações de Maxwell com o uso da função dielétrica, Eq. (2.1). O resultado é bem conhecido, mostrado na Eq. (2.2). Como vimos, a solução desta última equação fornece um modo longitudinal se $\epsilon(\vec{k}, \omega) = 0$, dada pela Eq. (2.5). E para os modos transversais, temos a Eq. (2.6), que é uma equação biquadrada.

As Eqs. (2.5) e (2.6) fornecem as relações de dispersão do polariton de exciton para um cristal infinito, ou ainda, que estas relações são calculadas no interior do cristal, distante da superfície, desprezando os fenômenos que ocorrem nas interfaces entre dois meios. Neste caso, não temos banda proibida, no mínimo um modo se propaga para uma dada frequência ω .

Considere agora a super-rede, mostrada na Fig. 2.2, caracterizada por uma estrutura periódica binária nanoestruturada, $\dots \mathbf{ABABAB} \dots$, onde o meio \mathbf{A} , com espessura a , é constituído pelo GaN e é caracterizado por uma função dielétrica excitônica $\epsilon_{\mathbf{A}}$. O meio \mathbf{B} , com espessura b , é constituído pela safira, caracterizado por uma constante dielétrica $\epsilon_{\mathbf{B}}$. A célula unitária da super-rede tem um comprimento $L = a + b$, com seu eixo paralelo à direção z .

Para estudar a propagação do polariton nesta estrutura, aplicamos as condições de contorno de Maxwell nas interfaces entre as camadas. Contudo, as equações de Maxwell fornecem somente duas condições de contorno, assim, uma condição de contorno adicional é exigida.

A proposta mais simples para completar as condições de contorno necessárias foi considerar que o campo de polarização se anula no contorno do meio dispersivo, Eq. (2.7), que vamos chamar de ABC1. Outra forma simples, sugere que a derivada do campo de polarização se anula no contorno do meio dispersivo, Eq. (2.8), que denominamos de

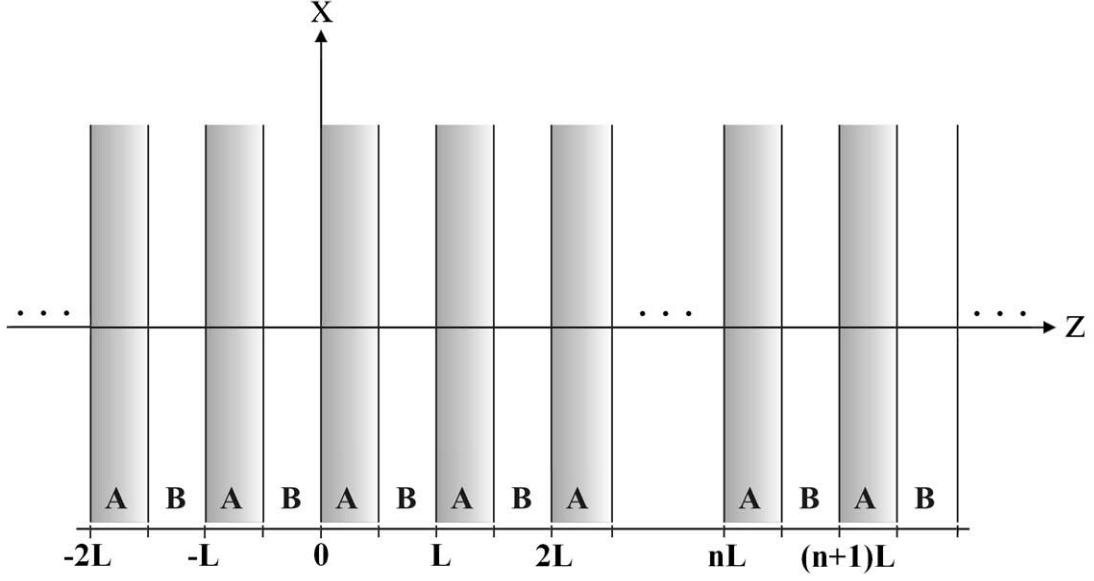


Figura 2.2: A geometria da super-rede nanoestruturada infinita, caracterizada pela alternância entre o meio **A** (GaN) e o meio **B** (safira), com espessuras a e b , respectivamente. A célula unitária tem espessura $L = a + b$.

ABC2. A terceira proposta que generaliza as duas anteriores, compreende a Eq. (2.9), que podemos reescrever da seguinte forma:

$$\mu \vec{P} + \nu \frac{\partial \vec{P}}{\partial z} = 0, \quad (2.10)$$

onde μ e ν são números inteiros. A Eq. (2.10) é chamada de ABC3.

Vamos considerar agora a propagação do polariton de exciton para o caso da polarização p . O campo elétrico está no plano xz , enquanto o campo magnético aponta na direção y (veja a Fig. 2.3). As camadas de GaN/safira são paralelas ao plano cartesiano xy . Portanto, em cada camada, a onda eletromagnética é caracterizada pelos campos

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = (E_x, 0, E_z) \exp(ik_x x - i\omega t), \quad (2.11)$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = (0, H_y, 0) \exp(ik_x x - i\omega t), \quad (2.12)$$

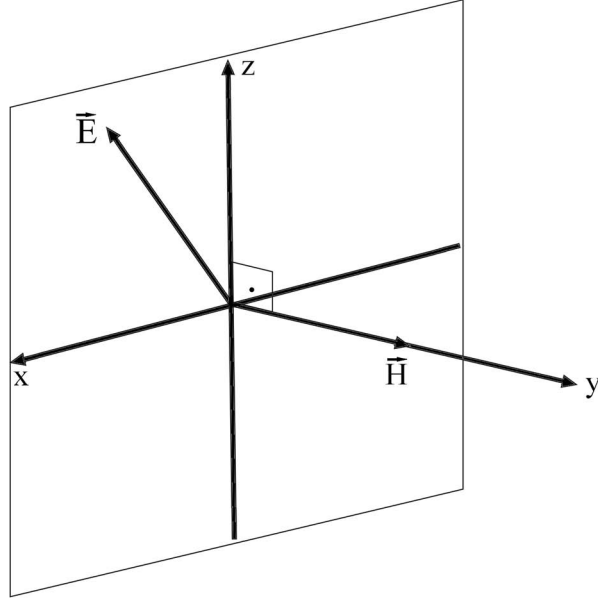


Figura 2.3: O caso da polarização p ou modo TM. O campo elétrico \vec{E} está no plano xz , enquanto o campo magnético \vec{H} aponta na direção y .

No interior de cada camada, os campos acima devem satisfazer as equações de Maxwell (SI)

$$\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.13)$$

$$\nabla \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_j \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \quad (2.14)$$

que leva a

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\epsilon_j}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (2.15)$$

onde o índice j representa **A** ou **B**.

A solução das equações de Maxwell no meio **A** (o meio excitônico), para a n -ésima célula unitária, é dada por

$$\vec{E}_{Tj} = (1, 0, ik_x/k_j^z)A_j^n \exp(-k_j^z z) + (-1, 0, ik_x/k_j^z)B_j^n \exp(k_j^z z), \quad (2.16)$$

$$\vec{E}_L = (1, 0, -ik_L/k_x)A_L^n \exp(k_L^z z) + (1, 0, ik_L/k_x)B_L^n \exp(-k_L^z z), \quad (2.17)$$

onde $(k_j^z)^2 = k_x^2 - k_j^2$, $j = 1, 2$ com k_1 e k_2 sendo as soluções da Eq. (2.6) para os dois modos transversais. Enquanto o termo $(k_L^z)^2 = k_x^2 - k_L^2$, onde k_L é a solução da Eq. (2.5) para o modo longitudinal. O termo $\exp(ik_x x - i\omega t)$ foi omitido por simplicidade.

Analogamente, a solução para o campo elétrico no meio dielétrico \mathbf{B} é:

$$\vec{E} = (1, 0, ik_x/\alpha_{\mathbf{B}})E_1^n \exp(-\alpha_{\mathbf{B}} z) + (1, 0, -ik_x/\alpha_{\mathbf{B}})E_2^n \exp(\alpha_{\mathbf{B}} z), \quad (2.18)$$

onde $\alpha_{\mathbf{B}} = [k_x^2 - \epsilon_{\mathbf{B}}\omega^2/c^2]^{1/2}$ deve ser real para assegurar a localização dos modos na super-rede.

A relação constitutiva entre o campo de polarização excitônico \vec{P} e o campo elétrico \vec{E} é dada por:

$$\vec{P} = \left[\chi_L \vec{E}_L + \sum_{j=1,2} \chi_j \vec{E}_{Tj} \right]. \quad (2.19)$$

Em seguida, aplicamos as condições de contorno padrões do eletromagnetismo junto com a condição de contorno adicional, Eq. (2.10), para as interfaces da n -ésima célula unitária, isto é, $z = nl$, $z = nl + a$ e $z = (n + 1)L$. O resultado, com o auxílio do método da matriz de transferência, fornece a relação de dispersão para os modos de volume do polariton na super-rede periódica. A matriz de transferência T relaciona os coeficientes do campo elétrico de uma célula unitária com aqueles da célula anterior, isto é,

$$\begin{bmatrix} A_1^{n+1} \\ B_1^{n+1} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} A_1^n \\ B_1^n \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

onde T pode ser encontrado no Apêndice A.

Levando em conta a simetria translacional do sistema através da aplicação do teorema de Bloch, temos que

$$\begin{bmatrix} A_1^{n+1} \\ B_1^{n+1} \end{bmatrix} = \exp(iQL) \begin{bmatrix} A_1^n \\ B_1^n \end{bmatrix}, \quad (2.21)$$

onde Q é o vetor de onda de Bloch e L é o comprimento da célula unitária da super-rede. Os polaritons na super-rede infinita são obtidos combinando as Eqs. (2.20) e (2.21), que levam a:

$$\cos(QL) = (1/2)\text{Tr}(T). \quad (2.22)$$

Agora vamos truncar a super-rede pela introdução de uma superfície externa em $z = 0$, com o vácuo ocupando a região $z < 0$. Para esta super-rede semi-infinita não é mais válida a simetria translacional na direção z , e portanto, não mais admitimos a validade do teorema de Bloch como no caso anterior. Por outro lado, uma nova classe de soluções surge, que são chamadas de polaritons de superfície, cujas amplitudes decaem com a distância. Em vez da Eq. (2.21), temos:

$$\begin{bmatrix} A_1^{n+1} \\ B_1^{n+1} \end{bmatrix} = \exp(-\beta L) \begin{bmatrix} A_1^n \\ B_1^n \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

onde β é um fator de atenuação, com $\text{Re}(\beta) > 0$ como a condição para um modo localizado. Portanto, na Eq.(2.22), substituímos Q por $i\beta$, isto é,

$$\cosh(\beta L) = (1/2)\text{Tr}(T). \quad (2.24)$$

O campo eletromagnético na região $z < 0$ é dado por

$$\vec{E} = (1, 0, -k_x/\alpha_C)E \exp(\alpha_C z), \quad (2.25)$$

onde $\alpha_C = [k_x - \epsilon_C \omega^2 / c^2]^{1/2}$. Assumindo que a camada externa da super-rede (em contato com o vácuo) seja o meio **A**, pode-se encontrar a seguinte relação de dispersão para o polariton de superfície

$$T_{11} + T_{12}\lambda = T_{22} + T_{21}\lambda^{-1}, \quad (2.26)$$

onde T_{ij} ($i, j = 1, 2$) são os elementos da matriz T , e λ é uma quantidade complexa relacionada com os parâmetros físicos da super-rede.

Usando um cálculo similar, obtemos também a relação de dispersão do polariton de exciton para a polarização s , onde o campo magnético está no plano xz , enquanto o campo elétrico é paralelo à direção y . Neste caso, não há propagação do modo longitudinal k_L .

2.5 Resultados Numéricos

Consideremos agora os cálculos numéricos para o espectro do polariton de exciton na polarização p para a super-rede de GaN/safira, sem o termo de amortecimento. Os parâmetros físicos utilizados para o GaN, que é o meio **A**, são [76, 77]: $\epsilon_\infty = 8.75$; $\hbar\omega_0 = 3487\text{meV}$; $4\pi\alpha_0 = 15 \times 10^{-3}$ e $M = 1,3m_0$, onde m_0 é a massa de repouso do elétron. No meio **B**, foi considerada a safira- Al_2O_3 , onde tomamos a constante dielétrica $\epsilon_B = 10$.

Na Fig. 2.4, o gráfico fornece a frequência reduzida ω/ω_0 como uma função do vetor de onda adimensional $k_x a$, onde ω_0 é a frequência de repouso do exciton e a é a espessura da camada de GaN, sendo k_x o vetor de onda no plano. Vamos considerar a condição de contorno ABC1, com a espessura da camada de safira $b = a/2$ e $a = 50\text{nm}$. O surgimento de um maior número de modos é o aspecto mais marcante em relação ao espectro do polariton de exciton em um meio infinito e isotrópico. Os modos de volume (as regiões hachuradas) formam bandas com suas extremidades correspondentes as linhas $QL = 0$ e

$QL = \pi$, enquanto os modos de superfície, representados pelas linhas vermelhas, surgem entre os modos de volume. As espessuras das bandas de energia acima da frequência de ressonância ω_0 são mais estreitas do que as bandas de volume abaixo desse valor. As linhas pontilhadas na Fig. 2.4(a) descrevem a propagação dos modos transversais do polariton, com vetor de onda $k_j (j = 1, 2)$ obtidos a partir da Eq. (2.6), e os modos longitudinais, com vetor de onda k_L dado pela Eq. (2.5). Observe que os modos da super-rede têm origem a partir da linha da luz, aqui representada pela linha tracejada. Por causa do efeito da dispersão espacial, os polaritons de superfície em filmes finos, assim como em super-redes, têm a propriedade de coexistir com os modos de volume na mesma região de energia entre os modos de volume transversais e o longitudinal, e conseqüentemente, a energia pode ser transferida entre estes modos [14].

A Fig. 2.5 mostra o espectro do polariton de exciton, considerando a condição de contorno ABC2. As diferenças principais, comparando com a Fig. 2.4, são observadas mais explicitamente para $\omega > \omega_L$, onde ω_L é a frequência do modo de volume longitudinal. Nesta região, não há nenhum modo de propagação do polariton. Finalmente, a Fig. 2.6 mostra o espectro do polariton de exciton, admitindo a condição de contorno ABC3, escolhendo $\mu = \nu = 1$ na Eq. (2.10).

Para todas as ABCs consideradas aqui, as bandas de energia são mais finas à medida que a espessura da camada de safira aumenta, mostrando que a interação fóton-exciton é favorecida quando a camada de safira é menor do que a camada de GaN. Contudo, a “assinatura” do polariton de exciton na super-rede é independente da escolha da ABC empregada, no sentido que os modos de volume e de superfície na super-rede desenham um espectro semelhante à forma da Fig. 2.1, com uma maior quantidade de modos. Por outro lado, já que as espessuras a e b são parâmetros de volume, os modos de superfície são menos afetados pelas suas mudanças.

Para ilustrar nossos resultados para o caso da polarização s , mostramos na Fig. 2.7 o espectro do polariton de exciton, considerando $a = 2b$. O espectro é muito similar ao da Fig. 2.4 para a polarização p , com uma grande diferença relativa aos modos próximos da

frequência de ressonância.

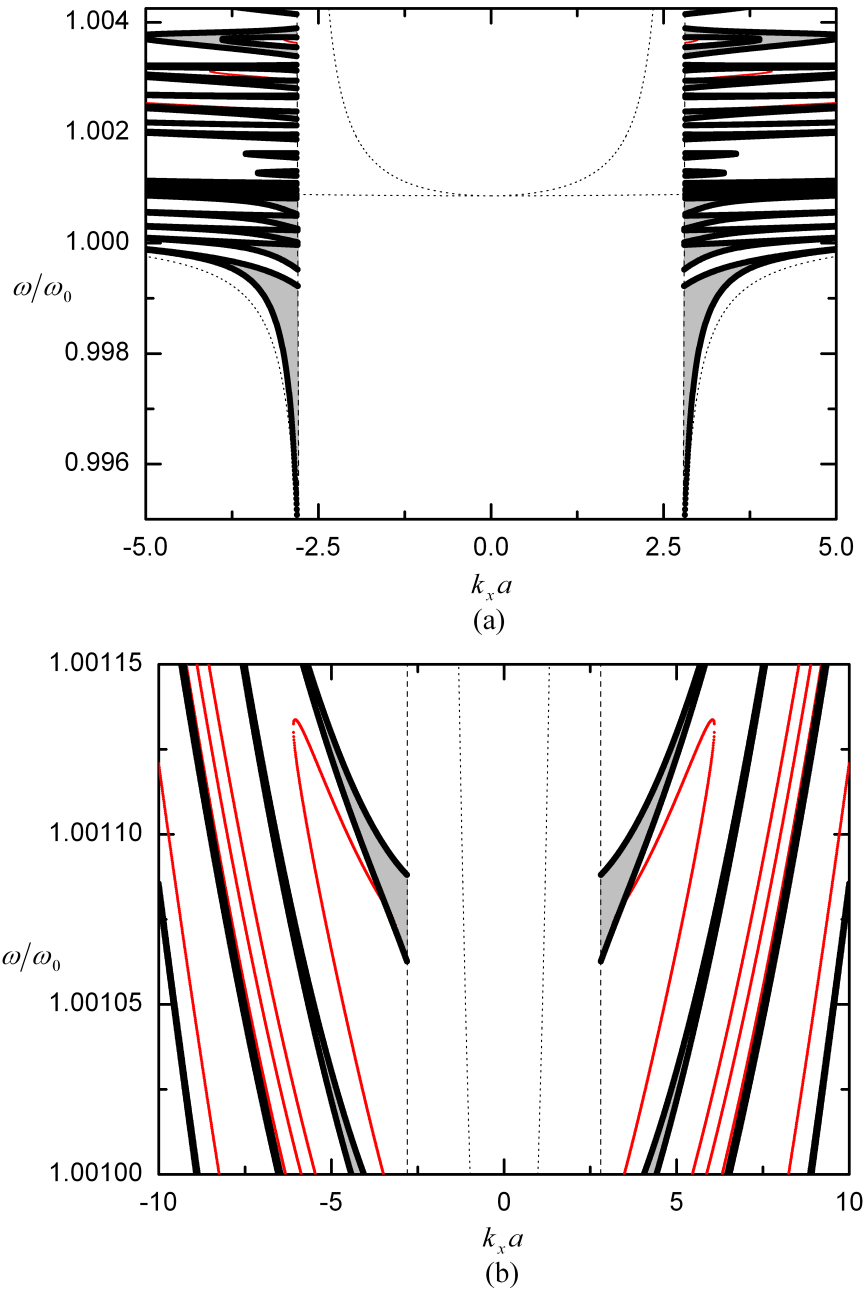


Figura 2.4: A relação de dispersão do polariton de exciton na super-rede de GaN/safira para o caso da polarização p , considerando a ABC1, para o modo transversal magnético (TM). Aqui, $a = 2b$, com $a=50\text{nm}$. Em (a), os dois modos transversais e o modo longitudinal (os modos de volume) são indicados pelas linhas pontilhadas, enquanto as linhas tracejadas são as linhas da luz. As linhas vermelhas representam os modos de superfície e as regiões hachuradas são os modos de volume na super-rede. Em (b), mostramos os modos na região próxima a frequência de ressonância $\omega/\omega_0 = 1$.

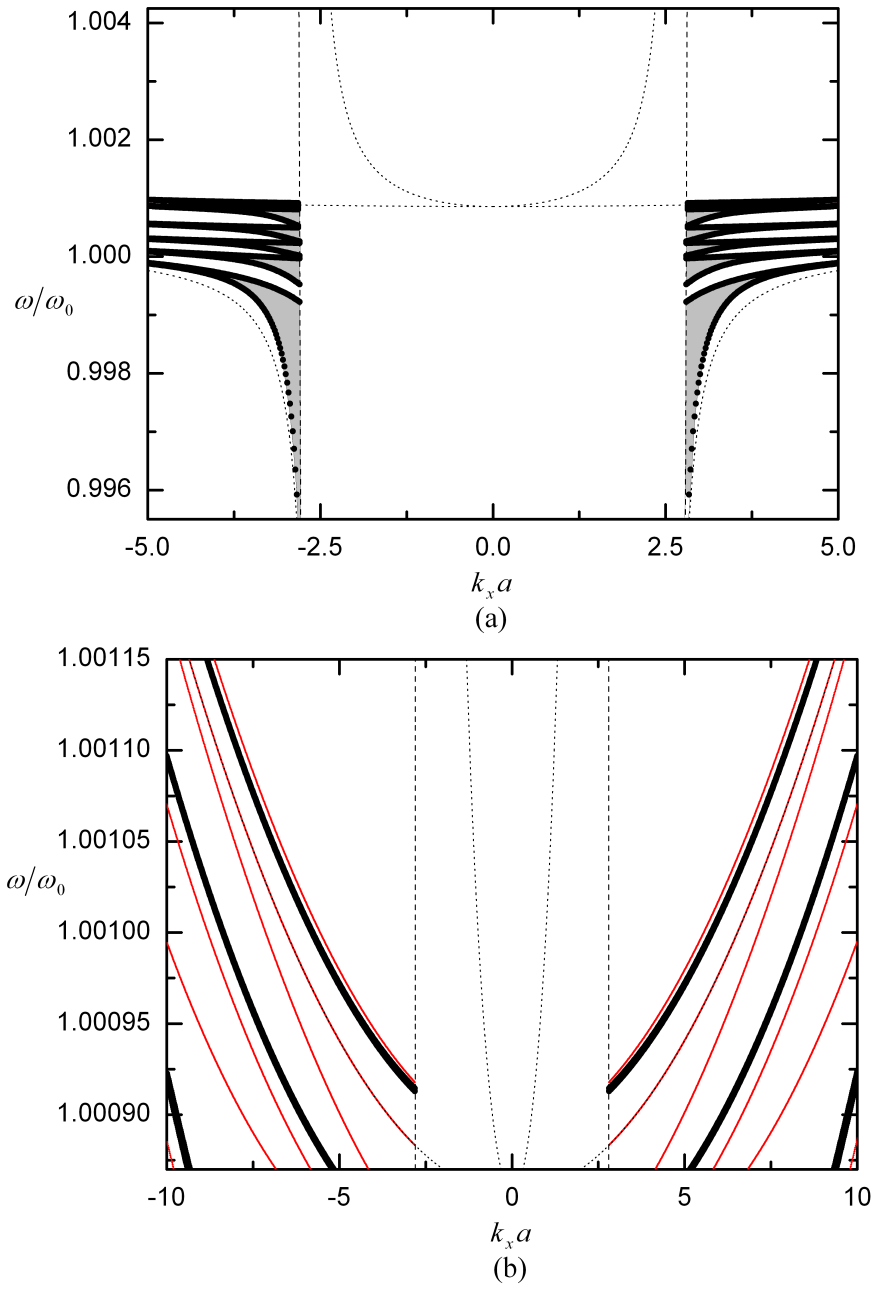


Figura 2.5: A relação de dispersão do polariton de exciton na super-rede de GaN/safira para o caso da polarização p , considerando a ABC2. Aqui, os mesmos parâmetros da Fig. 2.4 são utilizados.

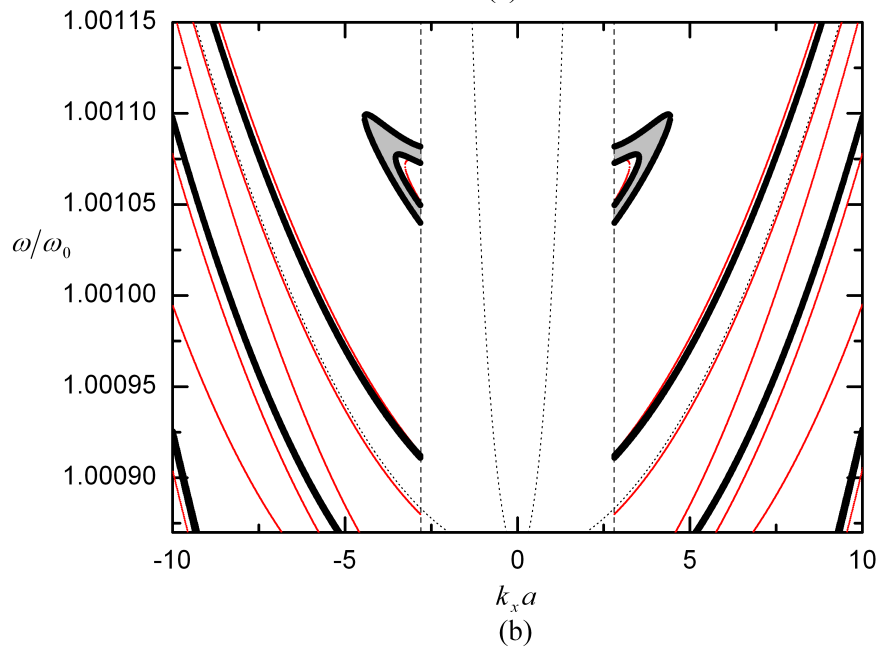
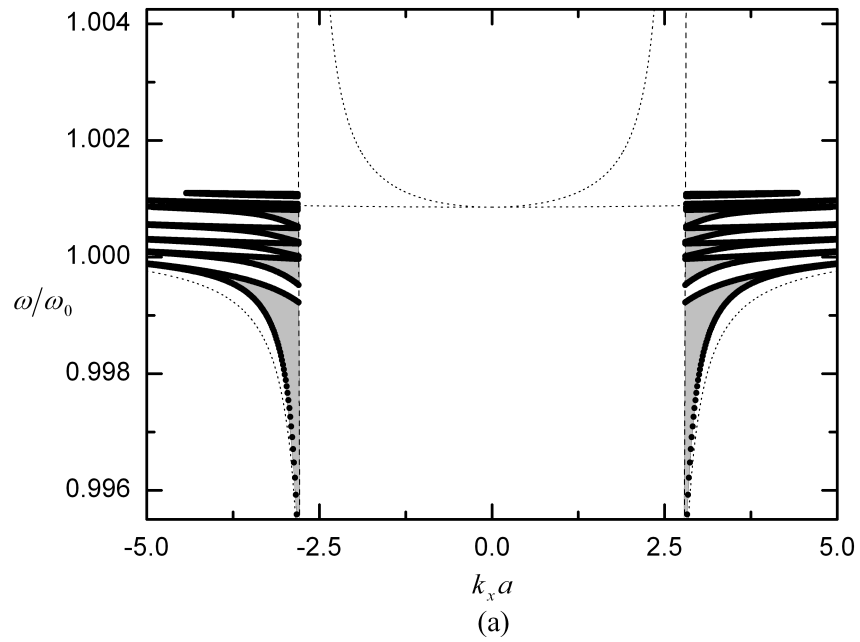


Figura 2.6: A relação de dispersão do polariton de exciton na super-rede de GaN/safira para o caso da polarização p , considerando a ABC3. Aqui, os mesmos parâmetros da Fig. 2.4 são utilizados.

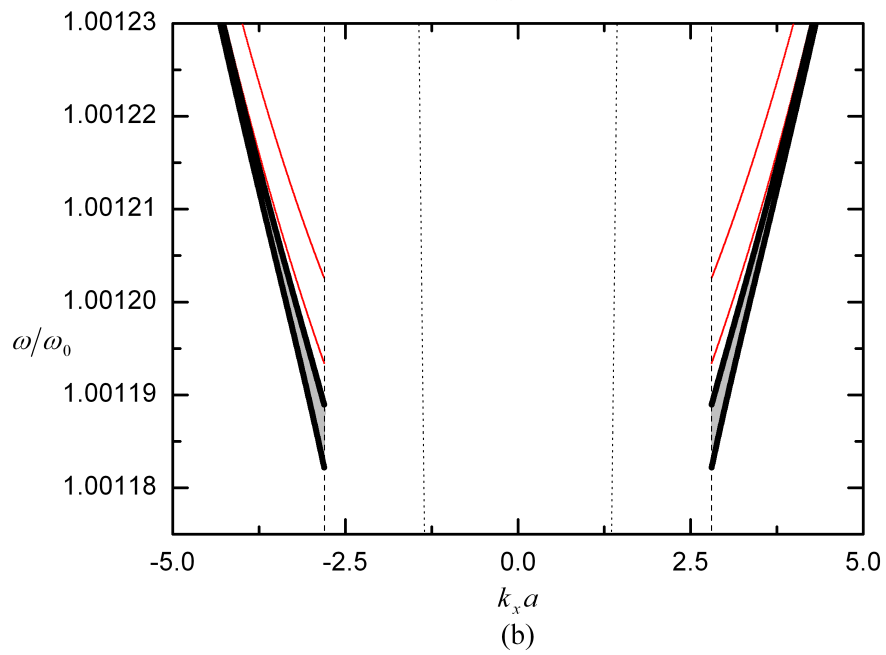
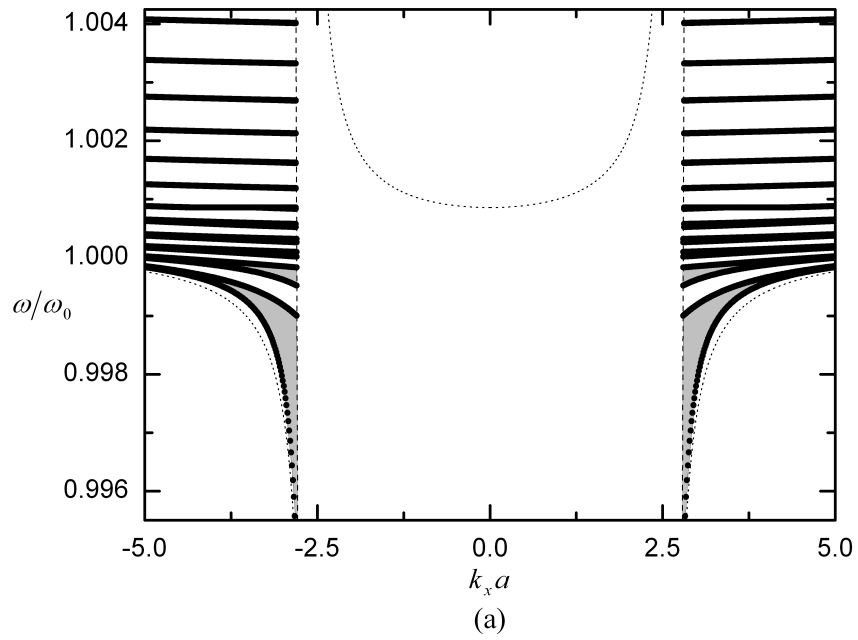


Figura 2.7: A relação de dispersão do polariton de exciton na super-rede de GaN/safira para o caso da polarização s , considerando a ABC1. Aqui, os mesmos parâmetros da Fig. 2.4 são utilizados.

2.6 Conclusões

O estudo das propriedades em super-redes semicondutoras nanoestruturadas tem sido revivido nas duas últimas décadas. Contudo, a compreensão das propriedades ópticas destes materiais artificiais continua a exigir mais investigações, já que sua caracterização óptica fornece valiosa informação a respeito de suas propriedades eletrônicas. As curvas de polariton de exciton na super-rede de GaN/safira fornecem uma rica fenomenologia. A relação de dispersão tem uma “assinatura” característica de uma forma de “cálice”, similar ao observado no cristal isotrópico e infinito. Na polarização p , as curvas do polariton para as três diferentes ABCs revelam resultados distintos quando comparamos os espectros das Figs. 2.4 - 2.6. A interação fóton-exciton é mais forte quanto menor a espessura das camadas de safira. Na polarização s , as curvas de dispersão do polariton próximas da frequência de ressonância exibem um comportamento diverso, quando comparado ao caso da polarização p , e para valores maiores de ω_0 os modos vão ficando mais escassos.

Embora o problema da ABC tenha sido um longo assunto para discussões, a escolha da ABC apropriada pode ser encontrada experimentalmente ou obtida, em geral, como uma consequência das equações de Maxwell e das condições de contorno. A relação de dispersão dos polaritons de exciton também tem sido uma valiosa ferramenta para elucidar a aplicabilidade das ABCs [78].

CAPÍTULO 3

Polaritons de Exciton em Estruturas Quasiperiódicas Nanoestruturadas

3.1 Introdução

No capítulo anterior, desenvolvemos o estudo da propagação dos modos do polariton de exciton em uma super-rede periódica nanoestruturada, caracterizada pela alternância entre dois meios, tal como $\cdots \mathbf{ABABA} \cdots$, onde o meio **A** com espessura a , é preenchido pelo GaN, caracterizado pela função dielétrica $\epsilon_{\mathbf{A}}$ dada pela Eq. (2.1). Enquanto, o meio **B**, com espessura b , é preenchido pela safira (Al_2O_3), um dielétrico comum, caracterizado por uma constante dielétrica $\epsilon_{\mathbf{B}}$.

Estas estruturas periódicas formam uma nova classe de produtos artificiais, que foi proposta por Esaki e Tsu [17, 18] em torno de 1970 e obtidas experimentalmente poucos anos depois [19]-[23]. Desde então, o interesse na investigação das propriedades físicas das super-redes, tanto em semicondutores quanto em outros materiais, aumentou consideravelmente. Muitos avanços foram realizados no sentido de melhorar a tecnologia de fabricação dessas estruturas, que por sua vez, abriram caminho para a sua aplicação em novos dispositivos.

Agora, vamos investigar a propagação do polariton de exciton em uma estrutura quasiperiódica nanoestruturada tipo Fibonacci, que pode ser realizada experimentalmente pela justaposição dos dois blocos constituintes **A** e **B** de acordo com a seqüência de Fi-

bonacci. Na seção seguinte, vamos fornecer mais detalhes a respeito desta seqüência. O nosso principal objetivo é estender os resultados do capítulo anterior, estudando as modificações das propriedades ópticas do polariton de exciton em estruturas quasiperiódicas. Mas antes, vamos descrever sucintamente estas estruturas e comentar a sua importância na seção 3.2. E nas seções seguintes apresentaremos o formalismo teórico (seção 3.3), os resultados numéricos (seção 3.4) e as conclusões (seção 3.5).

3.2 Sistemas Quasiperiódicos

Em um trabalho de 1984, Shechtman e colaboradores [79] mostraram a existência de um sólido metálico que exibia um padrão de difração de um cristal monocristalino, mas com simetria icosaédrica, inconsistente com as translações da rede cristalina conhecidas para um cristal. Estudos teóricos desenvolvidos por Levine e Steinhardt [80] explicaram esta simetria mediante as figuras geométricas de Penrose em 2-dimensões e 3-dimensões [81], que preenchem todo o espaço, mas que são aperiódicas, ou seja, não exibem uma estrutura periódica regular. O desafio colocado pelos estudos experimentais foi desenvolver modelos teóricos para caracterizar estas estruturas artificiais.

Este novo sólido cristalino, sem periodicidade translacional, foi denominado de *quasi-crystal* ou cristal aperiódico. Embora o termo quasicristal seja mais apropriado quando aplicado aos compostos naturais ou às ligas artificiais, em 1-dimensão, não há diferenças entre isto e as estruturas quasiperiódicas formadas pelo arranjo incomensurável de células unitárias periódicas. Uma motivação para o estudo destas estruturas é que elas exibem um espectro de energia fragmentado semelhante ao conjunto de Cantor [3], revelando um padrão de auto-similaridade, que é uma característica fundamental em sistemas fractais. Outro aspecto fascinante é devido as propriedades coletivas nestes sistemas, como as correlações de longo alcance que são observadas em quasicristais e que também estão presentes em sistemas quasiperiódicos, fornecendo uma nova descrição de desordem [82, 83], tema bastante investigado em física estatística.

De fato, a análise dos espectros da propagação da luz, da transmissão eletrônica, da densidade de estados, dos polaritons, por exemplo, mostra que estes espectros são fractais [84]. Em outras palavras, o comportamento macroscópico do sistema é distinto do comportamento das suas partes constituintes tomadas separadamente. Uma consequência importante, é que sistemas distintos podem exibir o mesmo comportamento crítico, isto é, podemos classificar os vários sistemas físicos em poucas classes de universalidade [85]. Por analogia, podemos considerar o tópico de transições de fase contínuas: sabe-se que o comportamento crítico depende somente das propriedades globais, isto é, da dimensão geométrica do sistema e das simetrias de seus parâmetros de ordem, sendo insensível aos detalhes das interações microscópicas entre átomos ou moléculas [86]. Um exemplo é o uso do modelo de Ising de interação entre spins para descrever a água. O modelo de spins clássicos de Ising orientados para cima (*up*) ou para baixo (*down*) são escolhidos para indicar a presença (ou ausência) de um molécula no sítio da rede, enquanto as complicadas interações entre estas moléculas são substituídas por um acoplamento entre primeiros vizinhos. Apesar da sua simplicidade, este modelo reproduz completamente muitos aspectos do comportamento da água próximo da sua temperatura crítica [87, 88].

Neste contexto, os trabalhos pioneiros de Merlin e colaboradores em sistemas quasiperiódicos para a seqüência de Fibonacci [89]-[91] e a seqüência de Thue-Morse [92] em super-redes nanoestruturadas de GaAs-AlAs têm gerado uma atividade de pesquisa expressiva no campo dos quasicristais. Basicamente, estes sistemas envolvem a definição de dois blocos constituintes (**A** e **B**, por exemplo), cada um deles contendo a informação física necessária, ordenados segundo uma determinada seqüência. Isto é, eles podem ser descritos em termos de uma série de gerações que obedecem a uma relação recursiva particular. Além disso, eles podem ser considerados como sistemas intermediários entre os cristais periódicos e os sólidos amorfos [93], sendo um dos aspectos que tornam estes materiais interessantes para estudo.

As estruturas quasiperiódicas consideradas ao longo deste trabalho são conhecidas como seqüências substitucionais, as quais têm sido estudadas em muitas áreas da matemática [94]-[96], da ciência da computação [97, 98] e da criptografia [99]. Como vamos

trabalhar com estas seqüências substitucionais nos demais capítulos, podemos optar por apresentá-las agora, fornecendo ao leitor uma compreensão geral do significado geométrico destas estruturas. Inicialmente, vamos considerar um conjunto finito ξ (aqui, $\xi = \{\mathbf{A}, \mathbf{B}\}$), com \mathbf{A} e \mathbf{B} sendo dois blocos constituintes diferentes), que denominamos de alfabeto e chamar de ξ^* o conjunto de todas as palavras de comprimento finito (tal como \mathbf{AABAB}) que podem ser escritas a partir do alfabeto. Agora vamos definir ζ como uma quantidade que age sobre uma palavra, substituindo cada letra (por exemplo, \mathbf{A}) desta palavra por sua imagem correspondente, chamada de $\zeta(\mathbf{A})$. Uma seqüência é então denominada de seqüência substitucional se ela é um ponto fixo de ζ , isto é, se ela permanece invariante quando cada letra na seqüência é substituída por sua imagem em ζ . As seqüências substitucionais que estamos interessados e que têm atraído a atenção dos físicos são: a seqüência de Fibonacci, onde as regras de substituição são $\mathbf{A} \rightarrow \zeta(\mathbf{A}) = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B} \rightarrow \zeta(\mathbf{B}) = \mathbf{A}$; a seqüência de Thue-Morse, onde $\mathbf{A} \rightarrow \zeta(\mathbf{A}) = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B} \rightarrow \zeta(\mathbf{B}) = \mathbf{BA}$; e a seqüência de período duplo, onde $\mathbf{A} \rightarrow \zeta(\mathbf{A}) = \mathbf{AB}$, $\mathbf{B} \rightarrow \zeta(\mathbf{B}) = \mathbf{AA}$.

3.2.1 Seqüência de Fibonacci

A seqüência de Fibonacci é o exemplo mais antigo de uma cadeia aperiódica de números. Ela foi desenvolvida pelo matemático e comerciante Leonardo de Pisa em 1202, cujo pseudônimo era Fibonacci, que significava filho de Bonacci. A sugestão para esta seqüência surgiu quando ele investigava o crescimento de uma população de coelhos em um cenário ideal, onde um casal inicial de coelhos em um ambiente fechado, sem mortes e admitindo que cada casal de coelhos nasce de um par fértil depois de dois meses, dá origem a uma população que cresce segundo uma seqüência bem definida, que é: $\{1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, \dots\}$, onde o próximo termo da série é obtido somando os dois termos anteriores. Na literatura, vamos encontrar estudos que mostram que a seqüência de Fibonacci está associada aos vôos das aves predadoras que descem sobre suas presas seguindo uma espiral, à disposição dos galhos nos troncos das árvores e das folhas nos galhos, as espirais formadas pelos gomos na casca do abacaxi, entre outras evidências [100, 101]. Este é um aspecto particularmente interessante da seqüência de Fibonacci, pois instiga o pesquisador a procurar entender a razão da escolha pela natureza desta

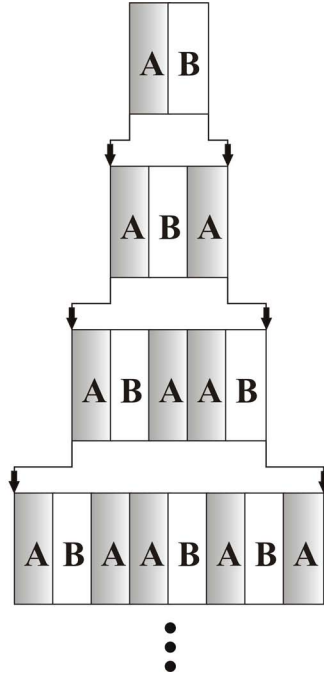


Figura 3.1: Ilustração esquemática da seqüência de Fibonacci a partir da geração S_2 .

seqüência específica.

Na Física de materiais, a estrutura de Fibonacci pode ser construída experimentalmente pela justaposição de dois blocos constituintes, os blocos **A** e **B**, de maneira que o n -ésimo estágio do processo, S_n , é obtido através da relação recursiva: $S_n = S_{n-1}S_{n-2}$, para $n \geq 2$, começando com $S_0 = \mathbf{B}$ e $S_1 = \mathbf{A}$. Ela tem a propriedade de ser invariante sob a transformação: $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{AB}$ e $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$.

As gerações de Fibonacci são (veja a Fig. 3.1)

$$S_0 = \mathbf{B}; \quad S_1 = \mathbf{A}; \quad S_2 = \mathbf{AB}; \quad S_3 = \mathbf{ABA}; \quad S_4 = \mathbf{ABAAB}; \quad \text{etc.} \quad (3.1)$$

O número de blocos aumenta em concordância com o número de Fibonacci: $F_l = F_{l-1} + F_{l-2}$, com $F_0 = F_1 = 1$. Além disso, a razão entre o número de blocos de **A** e o número de blocos de **B** na seqüência tende ao número conhecido como “razão áurea”: $\tau = (1 + \sqrt{5})/2$, para l grande. É interessante notar que todos os números de Fibonacci

podem ser gerados a partir da razão áurea através da relação: $F_n = [\tau^n - (-\tau)^{-n}]/\sqrt{5}$. Isto significa que uma seqüência de números racionais, como os números de Fibonacci, pode ser obtida de potências de números irracionais.

3.2.2 Seqüência de Thue-Morse

A seqüência de Thue-Morse surgiu a partir dos resultados de estudos sistemáticos sobre cadeias aperiódicas iniciado por Thue [102] em 1906. Depois, em 1921, Morse [103, 104] fez uma importante contribuição para esta seqüência no contexto da dinâmica topológica. Embora haja muitos modos de definir a seqüência de Thue-Morse, pode-se provar que todas são equivalentes. Em sua forma mais simples, a seqüência de Thue-Morse pode ser definida pela relação recursiva: $S_n = S_{n-1}S_{n-1}^+$ e $S_n^+ = S_{n-1}^+S_{n-1}$ (para $n \geq 1$), com $S_0 = \mathbf{A}$ e $S_0^+ = \mathbf{B}$. Outro modo de construir esta seqüência é através da regra de inflação: $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{AB}$ e $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{BA}$.

As gerações de Thue-Morse são (veja a Fig. 3.2)

$$S_0 = \mathbf{B}; \quad S_1 = \mathbf{AB}; \quad S_2 = \mathbf{ABBA}; \quad S_3 = \mathbf{ABBABAAB}; \quad \text{etc.} \quad (3.2)$$

O número de blocos neste sistema quasiperiódico aumenta com 2^n , onde $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ indica a geração da seqüência de Thue-Morse, enquanto a razão do número de blocos de \mathbf{A} em relação ao número de blocos de \mathbf{B} é constante e igual a unidade.

3.2.3 Seqüência de Duplo Período

A seqüência de período duplo é uma das cadeias aperiódicas mais recentes. Ela tem origem no estudo de sistemas dinâmicos [105] e em aplicações a laser para fibras ópticas não-lineares [106]. Sua relação recursiva é um pouco semelhante ao caso de Thue-Morse: o n -ésimo estágio é dado por $S_n = S_{n-1}S_{n-1}^+$ e $S_n^+ = S_{n-1}S_{n-1}$ para $n \geq 1$, com $S_0 = \mathbf{A}$ e $S_0^+ = \mathbf{B}$. É também invariante sob a transformação $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{AB}$ e $\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{AA}$.

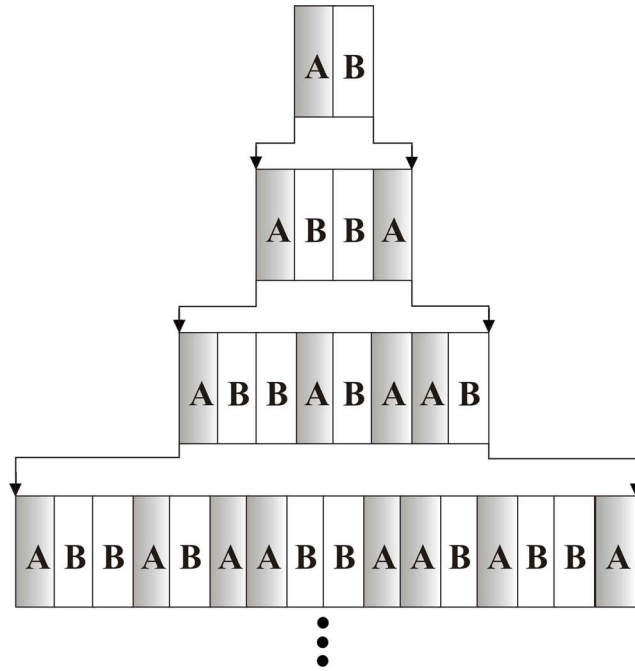


Figura 3.2: Ilustração esquemática da seqüência de Thue-Morse a partir da geração S_1 .

As gerações de período duplo são (veja a Fig. 3.3)

$$S_0 = \mathbf{B}; \quad S_1 = \mathbf{AB}; \quad S_2 = \mathbf{ABAA}; \quad S_3 = \mathbf{ABAAABAB}; \quad \text{etc.} \quad (3.3)$$

Os números de blocos para esta seqüência aumenta com n como na seqüência de Thue-Morse, isto é, 2^n , onde n é o número da geração. Contudo, a razão entre o número de blocos de **A** em relação ao número de blocos de **B** não é constante: ela tende a 2 quando o número das gerações vai para infinito.

3.3 Formalismo Teórico

Semelhante ao que foi descrito no capítulo anterior, vamos calcular a relação de dispersão do polariton de exciton para uma estrutura quasiperiódica nanoestruturada que obedece a seqüência de Fibonacci. Além disso, vamos mostrar que o espectro de energia é semelhante ao conjunto de Cantor, e também, obter as propriedades de escala para esta

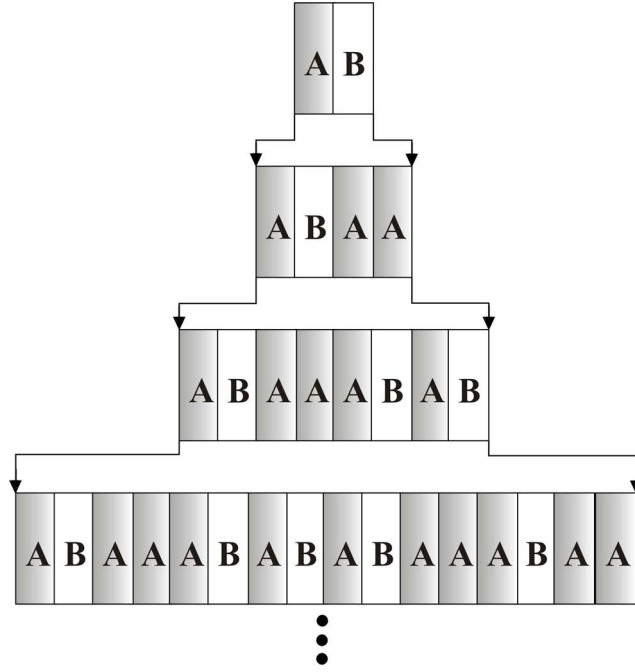


Figura 3.3: Ilustração esquemática da seqüência de período duplo a partir da geração S_1 .

estrutura.

Por simplicidade, vamos partir do caso periódico ($\cdots \mathbf{ABABAB} \cdots$), para o qual a célula unitária (\mathbf{AB}) corresponde a geração S_2 da seqüência de Fibonacci, e então, obter através da relação de recursividade as demais gerações. Como antes, suponha que a luz incide do vácuo sobre a superfície (no plano xy) da estrutura de multicamadas. Os dois modos transversais de vetores de onda \vec{k}_1 e \vec{k}_2 mais o modo longitudinal de vetor de onda \vec{k}_L podem se propagar no meio \mathbf{A} , que é o meio excitônico, constituído pelo nitreto de gálio (GaN).

Para estudar a propagação do polariton, aplicamos as condições de contorno de Maxwell nas interfaces. Contudo, como foi discutido anteriormente, as equações de Maxwell fornecem somente duas condições de contorno, assim uma condição de contorno adicional é exigida. Aqui, vamos utilizar a proposta de Pekar [56], que considera o campo de polarização nulo no contorno da região dispersiva, isto é, $\vec{P} = 0$ em $z = 0$, expresso na relação constitutiva entre o campo de polarização excitônico e o campo elétrico, Eq. (2.19). Por sua vez, as soluções das equações de Maxwell foram obtidas em cada camada

no capítulo anterior, são as Eqs. (2.16)-(2.18), e portanto, não repetiremos.

A relação de dispersão pode ser obtida através do método da matriz de transferência, que é uma técnica muito útil para simplificar os cálculos envolvidos, fornecendo uma boa compreensão de como a dinâmica do sistema funciona. Levando em consideração a simetria translacional do sistema através da aplicação do teorema de Bloch, a relação de dispersão para os modos de volume do polariton é obtida a partir da Eq. (2.22).

Por outro lado, a relação de dispersão para os modos de superfície do polariton é encontrada truncando a super-rede pela introdução de uma superfície de separação em $z = 0$, onde z é definido como o eixo de crescimento da super-rede. A região $z < 0$ é um meio transparente **C** (o vácuo), cuja constante dielétrica é ϵ_C . Esta estrutura truncada não tem simetria translacional na direção z , e portanto, não podemos mais assumir a condição de Bloch como antes. Contudo, a equação do polariton para os modos de volume continua válida quando substituimos Q por $i\beta$ na Eq. (2.22), o que resulta na Eq. (2.24). Considerando a camada externa (em contato com o vácuo) da super-rede o meio **A**, pode-se encontrar a relação de dispersão dos polaritons de superfície, que é: $T_{11} + T_{12}\lambda = T_{22} + T_{21}\lambda^{-1}$, onde T_{ij} ($i, j = 1, 2$) são os elementos da matriz de transferência T e λ é uma expressão complexa relacionada com os parâmetros físicos da super-rede.

Considere agora que as estruturas de multicamadas são compostas de GaN/safira (Al_2O_3), arranjadas em um modelo quasiperiódico, que segue a seqüência matemática de Fibonacci. As matrizes de transferência para as gerações de Fibonacci são

$$T_{S_{n+2}} = T_{S_n} T_{S_{n+1}}, \text{ para } n \geq 1, \quad (3.4)$$

onde

$$T_{S_0} = N_B^{-1} M_B, T_{S_1} = N_A^{-1} M_A \text{ e } T_{S_2} = N_A M_B N_B^{-1} M_A \quad (3.5)$$

que podem ser consultadas no Apêndice B. Portanto, a matriz de transferência para qualquer geração da seqüência de Fibonacci pode ser obtida por uma simples equação que relaciona as matrizes de transferência de duas gerações anteriores.

3.4 Resultados Numéricos

Agora vamos apresentar os resultados numéricos para a estrutura quasiperiódica nanoestruturada tipo Fibonacci composta de GaN/safira para o caso da polarização p , sem amortecimento ($\Gamma = 0$), mantendo a mesma nomenclatura do capítulo anterior.

A Fig. 3.4 descreve o espectro do polariton de exciton para a nona geração de Fibonacci S_9 . Sua relação de dispersão mostra a frequência reduzida ω/ω_0 em função do vetor de onda adimensional $k_x a$, sendo k_x o vetor de onda no plano e a a espessura da camada excitônica de GaN. Considere que as espessuras das camadas são $a = b = 50$ nm. As bandas de volume têm um comportamento bem característico em sistemas quasiperiódicos, que é a fragmentação do espectro à medida que a geração aumenta (veja a Fig. 3.5a), e conseqüentemente, a discretização das energias do polariton de exciton na super-rede. Por sua vez, estes modos de volume são delimitados assumindo $QL = 0$ e $QL = \pi$ na Eq. (2.22), que fornece a relação de dispersão do polariton de exciton na super-rede quasiperiódica infinita. Os modos de superfície são encontrados entre as bandas formadas pelos modos de volume. Novamente, ressaltamos que a relação de dispersão na Fig. 3.4(a) exibe um aspecto que lembra a forma de um “cálice”, cuja forma é semelhante a obtida para o cristal monocristalino (observe a Fig. 2.1 e compare). As linhas ponto-tracejadas descrevem a propagação dos modos de volume transversais do polariton, com vetores de onda k_j ($j=1,2$) obtidos da Eq. (2.6) e o modo longitudinal, com vetor de onda k_L dado pela Eq. (2.5). Observe que os modos têm sua origem na linha da luz, representada pela linha tracejada. As espessuras das bandas de energia abaixo do modo de volume longitudinal são mais espessas do que as bandas de volume acima deste valor. Devido a função $\epsilon(\vec{k}, \omega)$, que leva ao chamado efeito de dispersão espacial na região óptica de ressonância do exciton, os modos de superfície em filmes finos excitônicos, assim como em super-redes quasiperiódicas, têm a propriedade de coexistir com os modos de volume na região de energia entre os modos transversais e longitudinal, e conseqüentemente, a energia pode ser transferida entre estes modos. Além disso, o espectro de energia do polariton é altamente direcional, já que resulta de excitons não termalizados. Isto significa que,

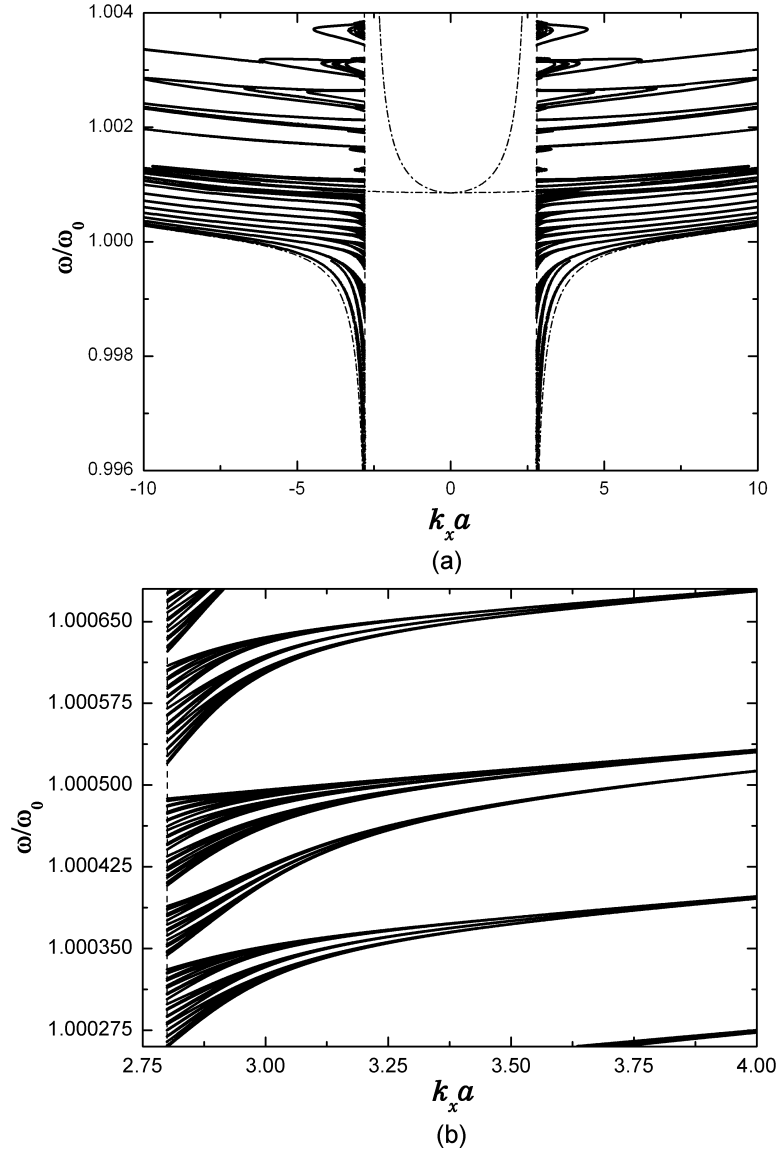


Figura 3.4: O espectro do polariton de exciton para frequência reduzida ω/ω_0 versus $k_x a$ para a nona geração da seqüência quasiperiódica de Fibonacci. Em (a), as linhas cheias representam os modos de volume e de superfície, enquanto os modos de volume do polariton para um cristal infinito e isotrópico, que fornece dois modos transversais e um modo longitudinal, são indicados pelas linhas ponto-tracejadas. A linha da luz é representada por uma linha tracejada. Em (b), mostramos os modos na região próxima a ressonância ω/ω_0 .

levando em consideração os filmes finos, as diferenças de energia entre excitons localizados em diferentes poços quânticos (devido a flutuação da espessura destes poços) agem como um mecanismo de defasagem e, como conseqüência, tende a desaparecer principalmente

na região central do espectro, como mostra a Fig. 3.4. Nós não esperamos ver este efeito experimentalmente, a menos que materiais de alta qualidade sejam fabricados, mas infelizmente não é fácil fabricá-los [107].

Na Fig. 3.5(a) mostramos a distribuição das bandas de energia permitidas e proibidas dos modos de volume do polariton de exciton, desenhadas em função do índice da geração de Fibonacci para um valor fixo do vetor de onda k_x , isto é, para $k_x a = 2.875$. Note que, quando n aumenta, as espessuras das bandas de energia ficam mais finas, como uma indicação de uma maior localização dos modos, fornecendo um espectro tipo conjunto de Cantor. De fato, a espessura total Δ das regiões de energia permitidas (a medida de Lebesgue do espectro de energia) decresce com n como uma lei de potência $\Delta \sim F_n^{-\delta}$. Aqui F_n é o número de Fibonacci e o expoente δ (constante de difusão dos espectros de energia) é uma função do vetor de onda k_x . Este expoente pode indicar o grau de localização das excitações [108]. Para investigar este comportamento de escala das espessuras das bandas, mostramos a Fig. 2(b) em um gráfico log-log destas leis de potência para cinco valores diferentes de $k_x a$, isto é, 2,875, 2,9, 2,925, 2,95 e 2,975 (de cima para baixo). Como pode ser visto, há uma dependência do expoente δ com o vetor de onda adimensional $k_x a$ para a estrutura de Fibonacci. Isto é completamente diferente do comportamento dos modos magnetostáticos estudados nesta estrutura [109], onde o coeficiente linear é o mesmo. O gráfico menor na Fig. 3.5(b) mostra um comportamento linear interessante do expoente δ em função da vetor de onda adimensional $k_x a$.

3.5 Conclusões

Em resumo, descrevemos os espectros do polariton de exciton, suas propriedades de escala e a localização dos modos que podem se propagar em estruturas quasiperiódicas nanoestruturadas que obedecem a seqüência de Fibonacci. Como as regras definidas para esta seqüência impõem correlações de longo alcance sobre a mesma, é plausível pesquisar as conseqüências globais destas correlações. Os aspectos globais desta seqüência foram encontrados em suas estruturas de espessura de bandas, que são objetos fractais semelhante

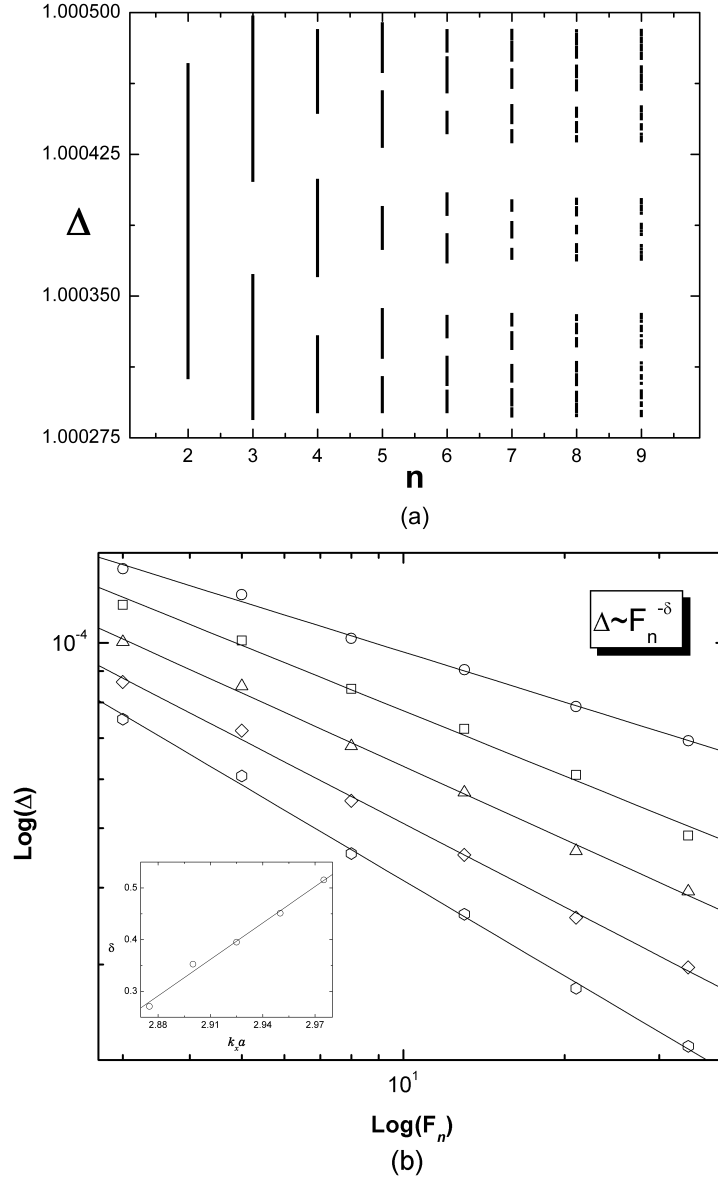


Figura 3.5: A distribuição das espessuras das bandas de volume para o polariton de exciton como função do número da geração de Fibonacci n . (b) O gráfico log-log para a espessura total permitida Δ em função do número de Fibonacci F_n . O gráfico menor mostra o comportamento do expoente δ contra o vetor de onda reduzido.

ao conjunto de Cantor, como foi exemplificado na Fig. 3.5(a). Muito mais interessante, contudo, são as leis de potência que governam a escala dos espectros demonstradas na Fig. 3.5(b), onde obtemos que o expoente δ depende linearmente do vetor de onda adimensional $k_x a$.

Uma importante técnica experimental para investigar as propriedades ópticas dos polaritons de exciton é o espalhamento de Brillouin ressonante (*resonance Brillouin scattering* - RBS) proposta por Brenig et al. [110] em 1972. Usando esta técnica de espectroscopia é possível determinar os parâmetros básicos do fóton e do exciton, bem como a informação sobre a dinâmica do acoplamento fônon-exciton que produz a interação de espalhamento. Além disso, com o RSB é possível descrever a curva da relação de dispersão do polariton de exciton para vetores de onda que são uma fração significativa dos valores da zona de Brillouin. O RBS pode algumas vezes ser empregados em amostras de menor qualidade na região de frequência de ressonância do exciton, mas fornecendo resultados menos satisfatórios.

CAPÍTULO 4

Transmissão Óptica em Estruturas Fotônicas Quasiperiódicas

4.1 Introdução

Nos últimos anos, devido a grande importância que o estudo dos cristais fotônicos com índice de refração negativo ganhou no cenário acadêmico, inúmeros trabalhos foram desenvolvidos com o objetivo de analisar as suas consequências. Um ímpeto maior foi dado a este campo de pesquisa, quando os primeiros materiais foram construídos [111], promovendo uma verdadeira corrida por parte da comunidade científica interessada em investigar as aplicações tecnológicas [112, 113], e sobretudo, extrair os resultados mais imediatos que fundamentam este novo campo de trabalho. Com este objetivo, vamos estudar as modificações das propriedades ópticas da luz em cristais fotônicos quasiperiódicos com índice de refração negativo, e assim, contribuir com informações valiosas sobre o comportamento da luz nestes novos materiais [30]. Assim, o interesse inicial nos polaritons de exciton dará lugar ao estudo das propriedades ópticas da onda eletromagnética em cristais fotônicos com índice de refração negativo.

Estruturas em cristais fotônicos contendo materiais com índice de refração negativo podem ser consideradas como uma seqüência de lentes perfeitas [114]-[116], e portanto, espera-se que possuam propriedades de transmissão novas. A transmitância e a reflectância têm sido investigadas teoricamente no regime de Bragg [117, 118]. Posteriormente, foi demonstrado que uma seqüência 1-dimensional de camadas, que alterna

materiais dielétricos comuns e materiais com índices de refração negativo, revela estreitas bandas espectrais proibidas na transmitância [120, 119], que são completamente diferentes das bandas proibidas da reflexão de Bragg.

Neste sentido, vamos estudar as propriedades das estruturas fotônicas em sistemas quasiperiódicos, consistindo de camadas de materiais com índices de refração negativo e positivo, procurando estender os resultados do caso periódico observados na literatura [120]. Primeiramente, assumimos o caso ideal em que os índices de refração são constantes, ou seja, o meio não é dispersivo. Em seguida, consideramos o caso mais realístico do índice de refração dependendo da frequência, assumindo que a permissividade elétrica $\epsilon(\omega)$ e permeabilidade magnética $\mu(\omega)$ têm um comportamento plasmônico.

A estrutura deste capítulo está dividida da seguinte forma: na seção 4.2, vamos descrever algumas idéias básicas sobre os materiais com índice de refração negativo; na seção 4.3, descreveremos os cristais fotônicos; na seção 4.4, vamos definir as quantidades físicas de interesse que vamos investigar e continuar utilizando o método da matriz de transferência como ferramenta matemática; na seção 4.5, fornecemos os resultados numéricos e analisamos suas principais características; e finalmente, na seção 4.6, apresentamos as conclusões sobre nossos resultados.

4.2 Índice de Refração Negativo

Victor Veselago, em um artigo publicado em 1967 [16], estudou as conseqüências para as ondas eletromagnéticas quando elas interagem com um material hipotético no qual a permissividade elétrica ϵ e a permeabilidade magnética μ são simultaneamente negativas. Como na natureza não foi encontrado nenhum material com estas características, ele pensou se esta aparente assimetria nas propriedades dos materiais era apenas um capricho, ou talvez, houvesse uma origem mais fundamental. Veselago concluiu que se fosse possível obter estes materiais, eles exibiriam propriedades notáveis, diferentes de qualquer material conhecido, resultando em profundas mudanças nos fenômenos eletromagnéticos.

Um bom começo é relembrar as nossas idéias em eletromagnetismo da matéria. Por exemplo, considere a luz visível que passa por um bloco de vidro. Sabemos que a luz é uma onda eletromagnética caracterizada por um comprimento de onda λ ($\sim 4000\text{\AA} - 7000\text{\AA}$). No caso da luz visível, o seu comprimento de onda é centenas de vezes maior do que os átomos ($\sim 1\text{\AA}$) que compõem o vidro, assim os detalhes atômicos são desprezíveis na descrição de como a luz interage com este material. Na prática, substituímos o meio inhomogêneo (em escala atômica) por um meio homogêneo caracterizado por apenas dois parâmetros macroscópicos, que são a permissividade elétrica ϵ e a permeabilidade magnética μ .

Do ponto de vista do eletromagnetismo, o comprimento de onda determina se uma coleção de átomos ou de outros objetos quaisquer podem ser considerados um material. Os parâmetros eletromagnéticos ϵ e μ não precisam surgir estritamente da resposta de átomos e moléculas. Qualquer coleção de objetos cujo tamanho e o espaçamento sejam muito menores do que λ pode ser descrito por um ϵ e um μ . Aqui, os valores dos parâmetros ϵ e μ são determinados pelas propriedades de espalhamento das estruturas dos objetos. Embora tal coleção inhomogênea não satisfaça nossa definição intuitiva de um material, uma onda eletromagnética passando através dessa estrutura não distingue a diferença. Do ponto de vista do eletromagnetismo, nós criamos um material artificial, ou um *metamaterial*.

Agora, por que não há ocorrências na natureza de um material com ϵ e μ simultaneamente negativos? Primeiro precisamos entender qual é o significado de ϵ e μ serem negativos, e saber como eles ocorrem nos materiais. O modelo de Drude-Lorentz de um material é um bom ponto de partida. Conceitualmente, os átomos e as moléculas de um material real é substituído por um conjunto de osciladores harmônicos acoplados, que possuem alguma frequência de ressonância ω_0 característica. Para frequências menores do que ω_0 , um campo elétrico aplicado desloca os elétrons em relação ao núcleo positivo, induzindo uma polarização no mesmo sentido do campo elétrico aplicado. Para frequências próximas da frequência de ressonância ω_0 , a polarização induzida é muito grande, como acontece tipicamente nos fenômenos de ressonância. A ressonância em torno de ω_0 re-

presenta a acumulação de energia em muitos ciclos, de tal maneira que uma considerável quantidade de energia é armazenada no meio polarizado. O acúmulo de energia é tão expressivo que mesmo mudando bruscamente o sinal do campo elétrico aplicado, o efeito sobre a polarização nas proximidades de ω_0 é pequeno. Isto é, a polarização fica fora de fase com o campo elétrico externo e o material exhibe uma resposta negativa. Se em vez de elétrons, agora fosse um sistema de momentos magnéticos harmonicamente acoplados, então uma resposta magnética negativa poderia ocorrer.

A maior parte dos materiais familiares, como o vidro ou a água, têm (ambos) ϵ e μ positivos. E embora sejam menos conhecidos, os materiais com ϵ ou μ (mas não ambos) negativos são apesar de tudo fáceis de encontrar. Materiais com ϵ negativo incluem metais (por exemplo, prata, ouro, alumínio) na região de frequência do visível, enquanto materiais com μ negativo incluem sistemas ferromagnéticos e antiferromagnéticos para regiões de frequência mais baixas até o infravermelho. Como resultado, os processos magnéticos e elétricos que dão origem aos fenômenos de ressonância em materiais, simplesmente, não ocorrem para as mesmas frequências, embora nenhuma lei física proíba isto. Além disso, um material que tenha ou ϵ ou μ negativos é opaco à radiação eletromagnética.

Embora a luz não possa atravessar um metal, ela pode se propagar ao longo da sua superfície, dando origem aos polaritons de plasmons de superfície. Estes estados têm propriedades intrigantes e só recentemente começaram a ser investigados em materiais com índice de refração negativo [121].

Em razão da separação das regiões de frequência entre os fenômenos de ressonância elétricos e magnéticos, a análise de Veselago de materiais com ϵ e μ (ambos) negativos permaneceu como um exercício curioso para a teoria do eletromagnetismo. Contudo, na década de 1990, os pesquisadores iniciaram a investigação sobre a possibilidade de construção de dispositivos artificiais que respondam a um campo eletromagnético aplicado. Para construir um material artificial (ou metamaterial), começamos com uma coleção de elementos repetidos e arrumados de maneira que exibam uma forte resposta aos campos eletromagnéticos externos. O tamanho e o espaçamento devem ser muito menores do que

os comprimentos de onda, assim a radiação incidente não pode distinguir a coleção de elementos de um material homogêneo. Portanto, podemos substituir o material inhomogêneo por um material contínuo descrito pelos parâmetros ϵ e μ . Para baixas frequências, os condutores são excelentes candidatos para a construção de metamateriais.

Um metamaterial que obedece ao modelo de Drude-Lorentz pode ser construído a partir de um conjunto de fios milimétricos, chamados de *cut-wire* [115], arranjos periodicamente. A permissividade efetiva para um meio constituídos por estes dispositivos é dada por

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 - \omega_0^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma}, \quad (4.1)$$

onde ω_p é a frequência do plasma e ω_0 é a frequência de ressonância, ambas são determinadas somente pela geometria da rede, pela densidade, massa efetiva e carga dos elétrons, como acontece nos caso dos materiais comuns. Para frequências entre $\omega_0 \leq \omega \leq \omega_p$, a permissividade é negativa.

O caminho para obter um equivalente magnético é ligeiramente diferente. Da definição básica de um momento de dipolo magnético [122],

$$\vec{m} = \frac{1}{2c} \int_V \vec{r} \times \vec{j} dV, \quad (4.2)$$

vemos que a resposta magnética pode ser obtida se as correntes locais circularem em anéis fechados - as correntes solenoidais. Além disso, se o elemento possui uma frequência de ressonância característica, uma resposta magnética mais forte é possível, e potencialmente, podemos ter uma permeabilidade magnética negativa.

Em 1999, Pendry e colaboradores propuseram uma variedade de estruturas que poderiam ser candidatas a um metamaterial magnético. Estas estruturas consistem de anéis milimétricos abertos de materiais condutores, chamado de *split ring resonator* (SRR) [115]. Do ponto de vista de um circuito, a variação do campo magnético induz uma força

eletromotriz (fenômeno de indução de Faraday) no plano do elemento, que promovem as correntes elétricas no interior do condutor. Uma abertura no plano da estrutura introduz uma capacitância no circuito, dando origem a uma frequência de ressonância definida pela geometria do elemento. Estes anéis (SRR) podem ser construídos de várias formas, onde cada anel pode ser visto como o equivalente metamaterial de um átomo magnético. Pendry et al. mostraram que um meio constituído por estes dispositivos tem permeabilidade magnética igual a

$$\mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{\omega^2 - \omega_0^2 + i\omega\Gamma}. \quad (4.3)$$

O meio constituído por fios milimétricos (*cut-wires*) e o meio composto por anéis milimétricos (SRR) são os blocos constituintes da estrutura metamaterial.

Por sua vez, as equações de Maxwell determinam como as ondas eletromagnéticas se propagam no interior da matéria e podem ser resolvidas mediante uma equação de onda da forma

$$\nabla^2 \vec{E}(\vec{r}, t) = \epsilon\mu \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2}, \quad (4.4)$$

uma equação semelhante existe para o campo magnético. Nesta equação ϵ e μ aparecem como um produto. Note que a equação não muda se os sinais de ϵ e μ são ambos positivos ou ambos negativos. Mas a definição do índice de refração em termos de ϵ e μ , $n = \sqrt{\epsilon\mu}$, deve ser avaliada com mais cuidado, já que ϵ e μ são funções analíticas que são complexas geralmente. Por exemplo, se em vez de escrever $\epsilon = -1$ e $\mu = -1$, escrevermos $\epsilon = \exp(i\pi)$ e $\mu = \exp(i\pi)$, então:

$$n = \sqrt{\epsilon\mu} = e^{i\pi/2} e^{i\pi/2} = e^{i\pi} = -1. \quad (4.5)$$

Este breve argumento mostra porque o material que Veselago descreveu anos antes é tão importante: o seu índice de refração é negativo.

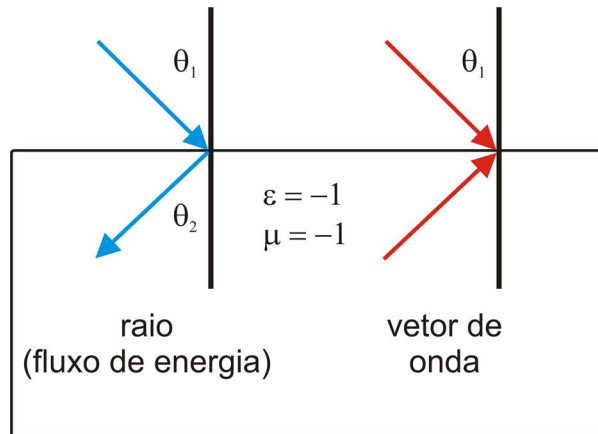


Figura 4.1: Ilustração esquemática da refração negativa. No lado esquerdo da normal à superfície um feixe incide em um meio com índice de refração negativo e é defletido no mesmo lado da normal. A refração negativa exige que o vetor de onda e o fluxo de energia apontem em sentidos opostos.

Um índice de refração negativo implica que a fase de uma onda que atravessa um meio é negativa em vez de ser positiva [123]. Como Veselago apontou, esta reversão da onda eletromagnética contém implicações para muitos fenômenos eletromagnéticos. Muitos dos efeitos exóticos do índice de refração negativo têm sido examinados pelos pesquisadores. Mas talvez, o fenômeno mais acessível do ponto de vista experimental ou computacional seja a refração da onda.

O índice de refração determina como um feixe é defletido na interface de separação entre dois meios distintos. Se o índice é positivo, o feixe é defletido no lado oposto da normal à superfície em relação ao feixe incidente. Enquanto se o índice é negativo, ele é defletido no mesmo lado da normal à superfície. Além disso, a velocidade de grupo, que caracteriza o fluxo de energia, e a velocidade de fase, que caracteriza o movimento das frentes de onda, apontam em direções opostas [123], como mostra a Fig. 4.1.

4.3 Cristais Fotônicos

4.3.1 Introdução

Uma alternativa para obter a refração negativa utiliza as propriedades dos cristais fotônicos, materiais intermediários entre os metamateriais e os dielétricos estruturados comuns [124]. Isto significa que temos dois modos para a realização da refração negativa, que são os metamateriais e os cristais fotônicos. Como vimos, os metamateriais tipicamente utilizam estruturas metálicas para fornecer uma permissividade negativa e usam estruturas ressonantes (circuitos capacitivos-indutivos) em uma escala muito menor do que o comprimento de onda para conseguir uma permeabilidade negativa, e assim, obter uma refração negativa. Por outro lado, os cristais fotônicos exibem uma refração negativa como uma consequência das bandas fotônicas proibidas [124]-[127].

Na região do microondas (GHz), materiais com índice de refração negativo são obtidos nas duas abordagens. Enquanto na região visível (THz), somente em cristais fotônicos foi obtido recentemente [128], já que os metamateriais baseados nos SRRs para comprimentos de onda no visível são mais complicados de fabricar em nano-escalas. Além disso, podem ocorrer problemas por causa das perdas por absorção óptica [116].

Como estamos interessados nos fenômenos de refração negativa para as frequências no visível (~ 450 -750 THz), a opção de trabalhar com os cristais fotônicos é imediata. Mas antes, vamos descrever estas estruturas.

4.3.2 Descrição

O estudo da propagação de ondas eletromagnéticas em sistemas de multicamadas periódicas foi realizado inicialmente por Lord Rayleigh em 1887 [129], que identificou nestes sistemas 1-dimensionais estreitas bandas fotônicas proibidas, que impediam a propagação da luz através do cristal. Estas bandas proibidas são dependentes do ângulo de

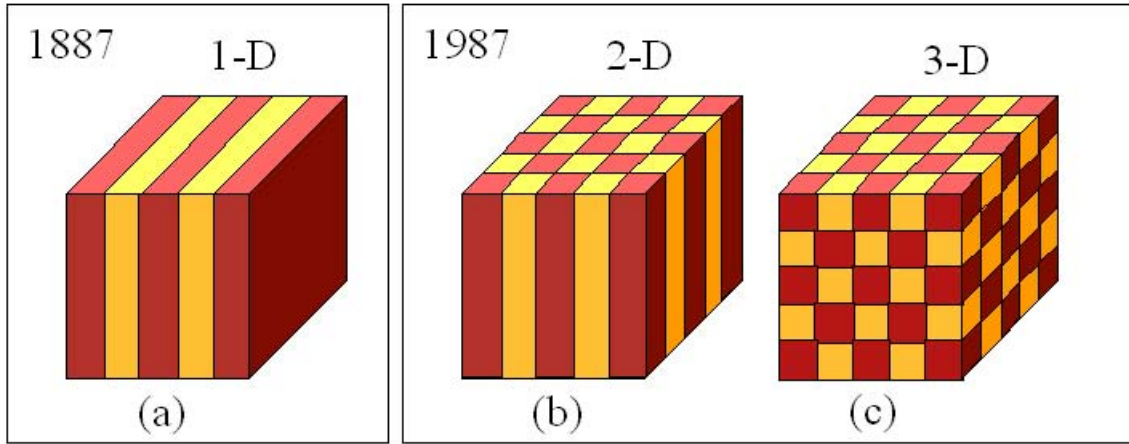


Figura 4.2: Desenho esquemático do cristal fotônico periódico em uma dimensão (a), duas dimensões (b) e três dimensões (c).

incidência [130], pois às periodicidades diferentes experimentadas pela luz na propagação oblíqua revelam um espectro de reflexão que varia sensivelmente com o ângulo. Embora o estudo da propagação da luz em estruturas de multicamadas tenha continuado no século seguinte, foi somente 100 anos depois, em 1987, que Yablonovitch e John [131, 132] uniram as ferramentas do eletromagnetismo clássico com as da física do estado sólido para estudar os sistemas fotônicos de multicamadas periódicas em 2 e 3 dimensões (Fig. 4.2). Esta generalização, que inspirou o nome de *cristal fotônico*, permitiu depois o desenvolvimento subsequente na fabricação, teoria e aplicação destes sistemas ópticos na refração negativa.

O cristal fotônico é uma estrutura de multicamadas, cujo índice de refração é periodicamente modulado. Assim, descrever um cristal fotônico como um meio homogêneo é inadequado, já que não possui valores definidos de permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ . Por sua vez, estes cristais exibem uma estrutura de bandas (fotônicas) análoga à estrutura de bandas eletrônicas em um sólido [133]. E as ondas eletromagnéticas se propagam como ondas de Bloch de maneira similar às ondas planas em materiais contínuos. Estas ondas de Bloch viajam através dos cristais fotônicos com uma direção de propagação definida, apesar do fenômeno de espalhamento, mas por causa da sua estrutura de bandas, a propagação não é simples [133].

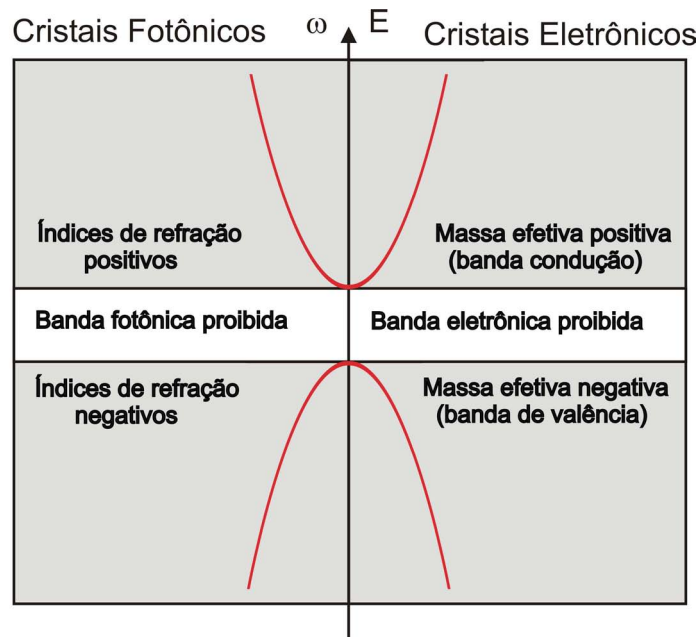


Figura 4.3: Analogia entre a aproximação de massa efetiva para as bandas eletrônicas em um semiconductor e a aproximação de índice de refração efetivo para as bandas fotônicas em um cristal fotônico.

Podemos fazer uma interessante analogia com as bandas eletrônicas em semicondutores, como mostra a Fig. 4.3. Em um semiconductor, um estado de massa efetiva negativa (os buracos na banda de valência) aparecem abaixo do *gap* de energia, e um estado de massa efetiva positiva (os elétrons na banda de condução) aparece acima do *gap*. Esta analogia é completamente semelhante à manifestação dos estados para os índices de refração efetivos em cristais fotônicos. Ela tem sentido se notarmos que o sinal da massa efetiva em semicondutores e o sinal do índice de refração em cristais fotônicos são ambos derivados da curvatura da banda. Além disso, a aproximação de massa efetiva é válida somente próximo do *gap* de energia da banda. Isto é similar ao nosso caso, onde o conceito de índice de refração (efetivo) é válido somente próximo do *gap* da banda fotônica.

Um elétron de Bloch em um sólido é geralmente diferente de um elétron livre, mas pode se comportar como um elétron livre nas proximidades do *gap* da banda (no mínimo da banda de condução), onde a aproximação de massa efetiva é válida. Neste novo contexto, a situação pode ser interpretada como um fóton de Bloch que pode se comportar como um

fóton livre (isto é, uma onda plana) na extremidade do banda proibida, tendo um índice de refração (efetivo), apesar do espalhamento pela estrutura periódica, isto é, a aproximação da óptica geométrica pode ser utilizada nas proximidades da banda proibida, que significa ou no extremo superior da banda de índice positivo ou no extremo inferior da banda de índice negativo.

Nos cristais fotônicos, o tamanho e a periodicidade dos elementos espalhadores são da mesma ordem do comprimento de onda da radiação eletromagnética ou menores. Neste caso, a difração pode levar a excitação de ondas com velocidades de fase e de grupo contrárias, como ocorre nos metamateriais. Assim, sob condições adequadas, a refração negativa pode ser observada em cristais fotônicos.

Em 2000, foi demonstrado teoricamente que muitas configurações de cristais fotônicos podem exibir os mesmos tipos de fenômenos ópticos observados em materiais com índice de refração negativo [134]. Desde então, muitas versões de cristais fotônicos são utilizadas para demonstrar a refração negativa. Por exemplo, um cristal fotônico metálico, com sua forma lembrando uma cunha, foi utilizado em uma experiência da lei de Snell [125]. Em uma abordagem alternativa, o deslocamento na posição de saída do feixe incidente para um determinado ângulo com a normal à superfície do cristal fotônico dielétrico foi utilizado para confirmar o índice de refração negativo [126]. Embora, estes experimentos tenham sido realizados na frequência das microondas, as mesmas estruturas podem ser empregadas no espectro visível com menos perdas do que os metamateriais baseados em elementos condutores.

4.4 Matriz de Transferência

Agora vamos investigar os espectros de transmissão de um feixe de luz que incide normal à superfície de uma estrutura de multicamadas fotônicas composta de camadas de SiO_2 /metamaterial arranjadas em um modelo quasiperiódico, que segue as seqüências substitucionais de Fibonacci (FB), Thue-Morse (TM) e período duplo (DP). Estas estru-

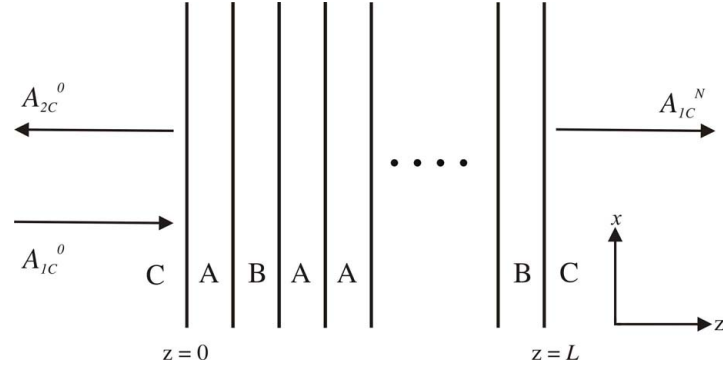


Figura 4.4: Representação esquemática mostrando a geometria do sistema fotônico de multicamadas quasiperiódicas de Fibonacci considerada neste capítulo. Aqui, L é o tamanho da estrutura completa.

turas quasiperiódicas foram descritas no capítulo III. Vamos utilizar a palavra metamaterial para representar qualquer material com índice de refração negativo, chamado na literatura de *negative index material* (NIM).

Para calcular a taxa de transmissão da luz através de um sistema de multicamadas, utilizamos o método da matriz de transferência para os campos eletromagnéticos. Com esta finalidade, considere que a luz é polarizada para o caso transversal magnético (TM) ou polarização p , com frequência ω , propagando-se de um meio **C** e incidindo na direção normal à superfície da super-rede, como mostra a Fig. 4.4. Nós escolhemos o eixo z como a normal à interface, o eixo x ao longo dos planos das camadas e o eixo y é fora do plano da figura. Embora nossos argumentos sejam aplicados a uma onda com polarização arbitrária, vamos considerar o caso da polarização p , sem qualquer perda de generalidade, já que ambas as polarizações s e p fornecem os mesmos resultados para a incidência normal.

O meio eletromagnético isotrópico pode geralmente ser descrito por uma permissividade elétrica ϵ e uma permeabilidade magnética μ . A relação de dispersão da radiação eletromagnética naquele meio pode ser obtida resolvendo a equação [120, 135]:

$$-\frac{Z(x)}{n(x)} \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{Z(x)n(x)} \frac{dE(x)}{dx} \right] = \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 E(x), \quad (4.6)$$

oriunda das Eqs. de Maxwell, onde $n(x) = \sqrt{\epsilon(x)}\sqrt{\mu(x)}$ e $Z(x) = \sqrt{\mu(x)}/\sqrt{\epsilon(x)}$ são o índice de refração e a impedância respectivamente. O meio **A**, com espessura $d_{\mathbf{A}}$, é preenchido pelo SiO_2 , que é caracterizado por um índice de refração positivo e constante $n_{\mathbf{A}}$. O meio **B**, com espessura $d_{\mathbf{B}}$, é preenchido por um metamaterial, caracterizado por um índice de refração negativo $n_{\mathbf{B}} = \sqrt{\epsilon_{\mathbf{B}}}\sqrt{\mu_{\mathbf{B}}}$. Toda a estrutura está imersa em um meio transparente **C** com um índice de refração constante $n_{\mathbf{C}}$ (veja a Fig. 4.4).

Para obter os espectros de transmissão, devemos relacionar as amplitudes $A_{1\mathbf{C}}^0$ e $A_{2\mathbf{C}}^0$ do campo eletromagnético no meio transparente **C**, para $z < 0$, com as amplitudes na região $z > L$, onde L é o tamanho da estrutura quasiperiódica, por sucessivas aplicações da Eq. (4.6) em cada camada, junto com as condições de contorno do eletromagnetismo de Maxwell em cada interface ao longo do sistema de multicamadas.

A transmissão de um feixe de luz que incide normal através das interfaces $\alpha \rightarrow \beta$ (α, β pode ser **A**, **B** ou **C**) é definida pelas matrizes de interface [30]

$$M_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + Z_{\alpha}/Z_{\beta} & 1 - Z_{\alpha}/Z_{\beta} \\ 1 - Z_{\alpha}/Z_{\beta} & 1 + Z_{\alpha}/Z_{\beta} \end{pmatrix}. \quad (4.7)$$

A propagação da luz no interior das camadas γ ($\gamma = \mathbf{A}$ ou **B**) é caracterizada pelas matrizes de propagação [30]

$$M_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \exp(-ik_{\gamma}d_{\gamma}) & 0 \\ 0 & \exp(ik_{\gamma}d_{\gamma}) \end{pmatrix}, \quad (4.8)$$

com $k_{\gamma} = n_{\gamma}\omega/c$.

Para a estrutura quasiperiódica completa, temos

$$\begin{pmatrix} A_{1\mathbf{C}}^0 \\ A_{2\mathbf{C}}^0 \end{pmatrix} = M_N \begin{pmatrix} A_{1\mathbf{C}}^m \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (4.9)$$

com $M_N = M_{\mathbf{CA}}M_{\mathbf{A}}M_{\mathbf{AB}}M_{\mathbf{B}}M_{\mathbf{BA}}M_{\mathbf{A}} \cdots M_{\mathbf{BC}}$, sendo a matriz de transferência óptica da N -ésima geração do sistema quasiperiódico, que relaciona as amplitudes $A_{1\mathbf{C}}^0$ e $A_{2\mathbf{C}}^0$ do campo eletromagnético no meio transparente \mathbf{C} , para $z < 0$, com aqueles na região $z > L$. Esta matriz de transferência é formada pelo produto das matrizes $M_{\alpha\beta}$ e M_γ de acordo com o tipo do arranjo quasiperiódico e do número da geração N da seqüência quasiperiódica considerada.

Os coeficientes de reflexão e de transmissão são dados simplesmente por

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad \text{e} \quad T = \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2, \quad (4.10)$$

onde M_{ij} ($i, j = 1,2$) são os elementos da matriz de transferência M_N .

4.5 Resultados Numéricos

Nesta seção, apresentamos os resultados das simulações numéricas para a transmissão da luz através da estrutura fotônica de multicamadas quasiperiódicas. Primeiro, vamos assumir um modelo de sistema ideal em que a permeabilidade magnética μ e a permissividade elétrica ϵ podem ser consideradas constantes na faixa de frequência de interesse. Escolhemos o meio \mathbf{A} como o dióxido de silício (SiO_2), cujo índice de refração é $n_{\mathbf{A}} = 1.45$, enquanto o meio \mathbf{B} possui índice de refração negativo $n_{\mathbf{B}} = -1$. Também, assumimos que as camadas individuais possuem um quarto do comprimento de onda, para o qual a quasiperiodicidade é esperada ser mais efetiva [136], com o comprimento de onda central $\lambda_0 = 700$ nm. Estas condições levam a espessura física das camadas $d_J = (175/n_J)$ nm, $J = \mathbf{A}$ ou \mathbf{B} , tal que $n_{\mathbf{A}}d_{\mathbf{A}} = n_{\mathbf{B}}d_{\mathbf{B}}$, que fornece o deslocamento de fase reverso nos dois materiais. Definindo $\bar{n} = n_{\mathbf{A}}d_{\mathbf{A}} + n_{\mathbf{B}}d_{\mathbf{B}}$, temos uma condição conhecida como região fotônica de \bar{n} nulo. Além disso, os deslocamentos de fase são dados por:

$$\delta_{\mathbf{A}} = \left(\frac{\pi}{2} \right) \Omega \cos(\theta_{\mathbf{A}}) \quad \text{e} \quad \delta_{\mathbf{B}} = - \left(\frac{\pi}{2} \right) \Omega \cos(\theta_{\mathbf{B}}), \quad (4.11)$$

onde Ω é a frequência reduzida $\Omega = \omega/\omega_0 = \lambda_0/\lambda$.

Para incidência normal, $\theta_{\mathbf{A}} = \theta_{\mathbf{B}} = 0$ e $\delta_{\mathbf{A}} = -\delta_{\mathbf{B}}$. Aqui, o deslocamento de fase negativo para o meio \mathbf{B} significa que as ondas luminosas se propagam na direção oposta ao fluxo de energia (na direção $+z$ da Fig. 4.4), isto é, a onda plana, cujo campo eletromagnético é proporcional a $\exp(-\delta_{\mathbf{B}})$, propaga-se na direção $-z$, enquanto vetor de Poynting se propaga na direção $+z$. Portanto, no meio \mathbf{B} , o efeito do índice de refração negativo é fazer as ondas que avançam para frente, agora se propagarem para trás e vice-versa. Este efeito mantém a mesma configuração para as ondas eletromagnéticas incidente e refletida na interface \mathbf{A}/\mathbf{B} , mas a onda eletromagnética na camada \mathbf{B} tem um sinal contrário na exponencial quando comparado a onda eletromagnética na camada \mathbf{A} . Este efeito deve influenciar os espectros de transmissão dos sistemas estudados aqui.

O espectro de transmissão óptico para a nona geração (55 camadas) da seqüência de Fibonacci, como função da frequência reduzida, é mostrado na Fig. 4.5(a). O espectro de transmissão apresenta uma simetria especular em torno da frequência reduzida $\Omega = 1$. Por sua vez, a estrutura é transparente (o coeficiente de transmissão é aproximadamente igual a 1.0) para as frequências reduzidas $\Omega = 0.898$ e $\Omega = 1.101$, como podemos ver na Fig. 4.5(b), formando dois picos salientes, também distribuídos simetricamente em torno de $\Omega = 1$. A transparência implica que as camadas \mathbf{A} e \mathbf{B} são equivalentes do ponto de vista da onda. Além disso, o espectro de transmissão tem uma propriedade de escala com respeito ao número da seqüência de Fibonacci, dentro de um intervalo simétrico em torno de $\Omega = 1$. Para entender esta propriedade de escala, considere a Fig. 4.5(b), que mostra o espectro de transmissão óptico da Fig. 4.5(a) para a faixa de $0.80 < \Omega < 1.20$. Este mesmo espectro é mostrado na Fig. 4.5(c), mas agora para a décima quinta geração de Fibonacci (877 camadas), isto é, a forma do espectro foi redescoberta depois de seis gerações de Fibonacci, por um fator de escala aproximadamente igual 25 para a faixa de frequência reduzida. Este padrão de auto-similaridade também é obtido quando consideramos que o meio \mathbf{B} possui um índice de refração positivo [137]. De fato, esta característica fractal está presente em todas as estruturas de Fibonacci em torno do ponto $\delta = (m + 1/2)\pi$

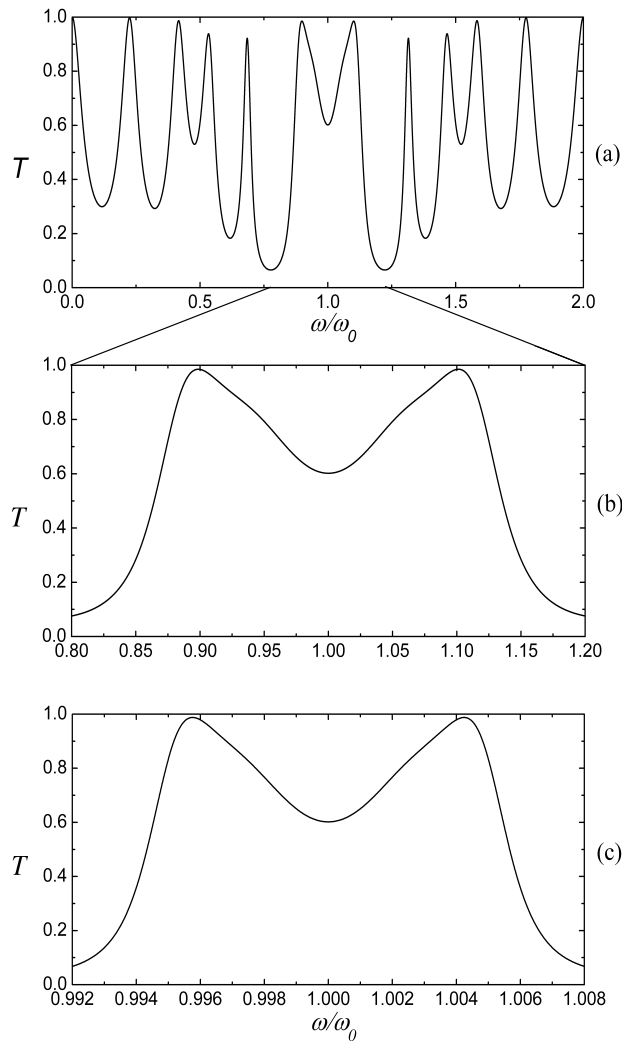


Figura 4.5: Espectros de transmissão da luz para o caso da incidência normal em uma estrutura fotônica quasiperiódica tipo Fibonacci. (a) A transmitância T como uma função da frequência reduzida $\Omega = \omega/\omega_0$ para a nona geração da seqüência de Fibonacci. (b) Semelhante ao caso (a), mas para a faixa de frequência reduzida $0.8 \leq \Omega \leq 1.2$. (c) Semelhante ao caso (b), mas agora para a décima quinta geração da seqüência de Fibonacci.

[138].

O espectro para a estrutura quasiperiódica de Thue-Morse para a nona geração é mostrado na Fig. 4.6. O espectro de transmissão novamente apresenta um espectro com simetria especular em torno da frequência de $\Omega = 1$. Contudo, em vez de exibir um espectro de transmissão auto-similar, como observado para o caso de Fibonacci, a solução

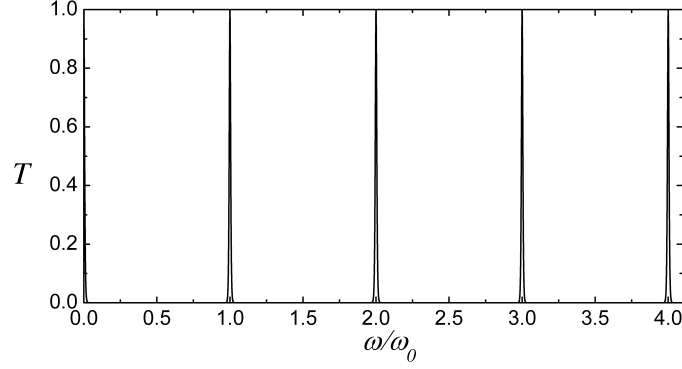


Figura 4.6: Espectro de transmissão para o caso da incidência normal como uma função da frequência reduzida $\Omega = \omega/\omega_0$ para a nona geração da seqüência Thue-Morse.

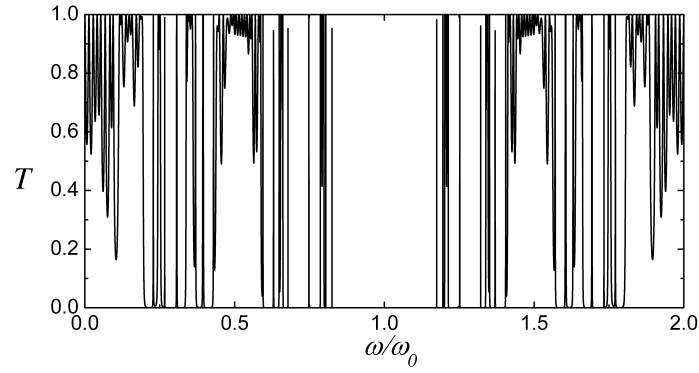


Figura 4.7: Como na Fig. 4.6, mas para a nona geração da seqüência de período duplo.

numérica mostra que as bandas fotônicas proibidas “varrem” todas as frequências, exceto para os valores de frequência $\Omega = 0, 1, 2, \dots$, ou seja, para valores do deslocamento de fase múltiplos de $\pi/2$. Este fato está em aparente desacordo com o resultado apresentado em [120], onde o gap fotônico, considerando um sistema periódico, foi obtido para todas as frequências, exceto para as frequências com deslocamento de fase múltiplos de π . Contudo, para gerações maiores (a nona geração significa que temos 2^{10} blocos constituintes **A** e **B**), a estrutura de Thue-Morse se assemelha ao caso periódico **AABBAABB**... (embora não seja um totalmente igual ao outro), fazendo com que os deslocamentos de fase sejam múltiplos de $\pi/2$ em vez de π . Note que este espectro é muito diferente daqueles mostrados em [137] para a mesma seqüência, mas com índices de refração positivo.

O espectro de transmissão óptico para a nona geração da estrutura quasiperiódica de período duplo é desenhado na Fig. 4.7. A estrutura é simetricamente distribuída em

torno de $\Omega = 1$, revelando uma banda fotônica proibida na faixa de frequência reduzida de $0.8 < \Omega < 1.2$. A presença de uma banda proibida tão pronunciada na faixa central de frequência é um resultado surpreendente, e não há nenhum caso semelhante com outras seqüências quasiperiódicas estudadas aqui ou com aquelas obtidas para um sistema de multicamadas sem a presença de um metamaterial.

A influência do metamaterial nos espectros de transmissão da onda eletromagnética nas super-redes quasiperiódicas é mostrada na Fig. 4.8, com a taxa de transmissão em função do índice de refração negativo $n_{\mathbf{B}}$, para $\Omega = 1$. O caso de Fibonacci é desenhado na Fig. 4.8(a), enquanto os casos de Thue-Morse e período duplo são desenhados nas Fig. 4.8(b) e Fig.4.8(c), respectivamente. Considerando em todos os casos a nona geração. Nós podemos observar agora que os espectros de transmissão para todas as seqüências apresentam um comportamento oscilatório diferente para cada estrutura quasiperiódica. Para os casos de Fibonacci e período duplo, a estrutura é periódica com intervalos $2m-1 < |n| < 2m+1, m = 1, 2, \dots$. Enquanto, para o caso de Thue-Morse, a periodicidade é definida dentro da faixa $m < |n| < 2m, m = 1, 2, \dots$. Há um banda proibida estreita para a seqüência de período duplo em torno dos valores ímpares do índice de refração, novamente, com nenhum outro caso semelhante observado em estruturas quasiperiódicas.

As discussões acima são aplicadas somente ao caso ideal onde a permeabilidade magnética e a permissividade elétrica são ambas constantes (sem efeitos de dispersão), que é válido admitindo que o tamanho do material com índice de refração negativo pode ser tão minúsculo quanto os materiais com índice de refração positivo. Contudo, estes materiais artificiais com índice de refração negativo têm uma permissividade elétrica e uma permeabilidade magnética que são dependentes da frequência, sendo somente simultaneamente negativos dentro de uma faixa estreita de frequência. Já que as microestruturas de metamateriais são da ordem de milímetros, suas faixas de frequência típicas são de 1GHz a 14GHz.

Por conveniência, vamos utilizar uma forma plasmônica causal para a permissividade elétrica $\epsilon(\omega)$ simulando um modelo de Drude-Lorentz, que pode ser obtido usando um ar-

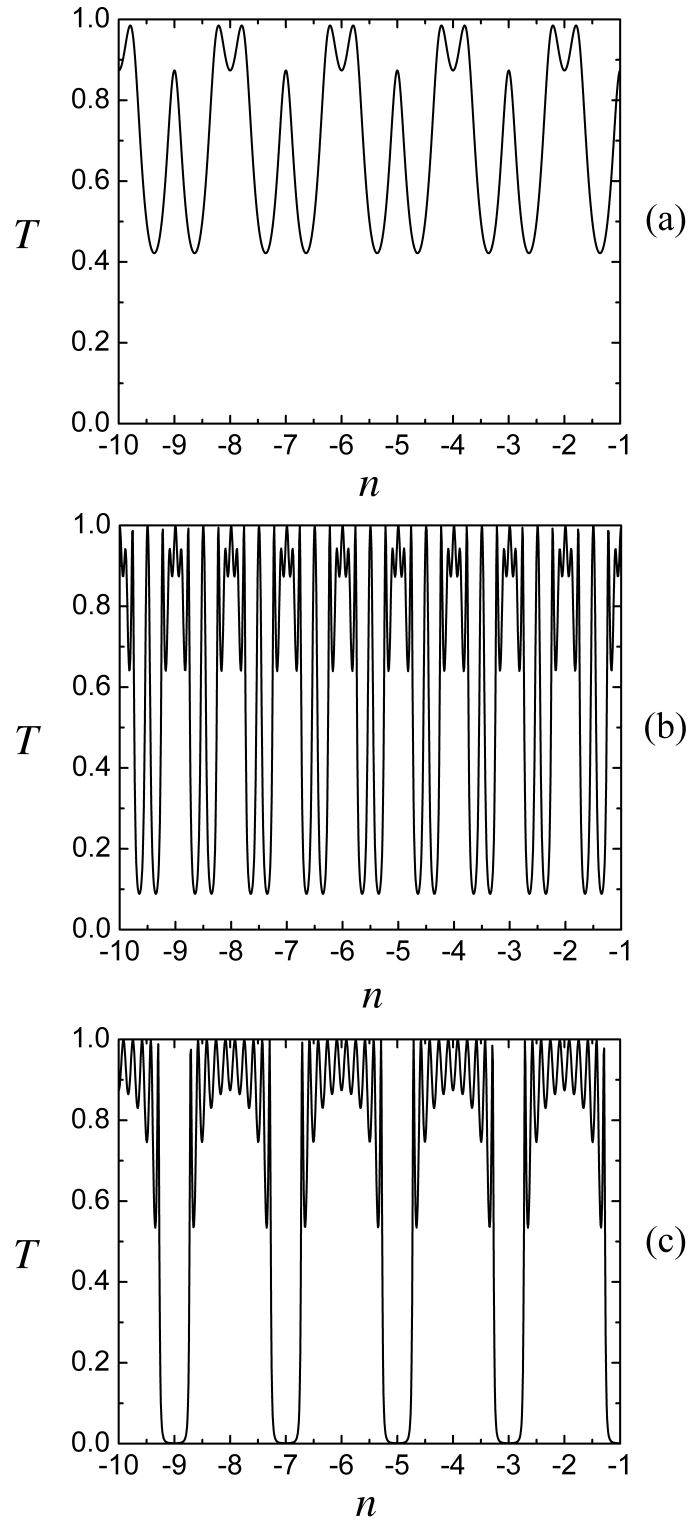


Figura 4.8: Coeficientes de transmissão T como uma função do índice de refração negativo para $\Omega = \omega/\omega_0 = 1$. Estamos considerando a nona geração para todas as seqüências quasiperiódicas: (a) Fibonacci; (b) Thue-Morse; (c) período duplo.

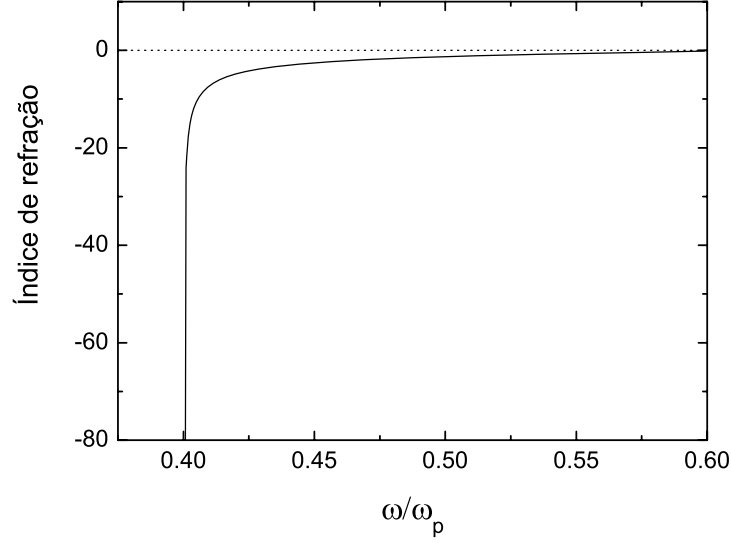


Figura 4.9: O índice de refração na camada **B** (metamaterial) como uma função da frequência reduzida ω/ω_p , onde ω_p é a frequência do plasma.

ranjo periódico de fios milimétricos abertos. Negligenciando qualquer termo de amortecimento (quando um material absorvente é considerado, o fator de amortecimento pode ser definido como uma fração da frequência do plasma), o metamaterial possui um índice de refração na região do microondas, cujas permissividade elétrica $\epsilon(\omega)$ e a permeabilidade magnética $\mu(\omega)$ são dadas respectivamente por [119]:

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}, \quad (4.12)$$

$$\mu(\omega) = 1 - \frac{F\omega^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)}, \quad (4.13)$$

onde ω_p (a frequência do plasma), ω_0 (a frequência de ressonância) e a F são determinados somente pela geometria da rede, e também, pela densidade, carga e massa efetiva dos elétrons. Neste trabalho nós usamos $\omega_0/2\pi = 4\text{GHz}$, $\omega_p/2\pi = 10\text{GHz}$ e $F = 0.56$, motivado pelo trabalho experimental de Smith e colaboradores [139].

A Fig. 4.9 mostra o comportamento do índice de refração na camada **B** como função da frequência reduzida ω/ω_p , correspondendo a faixa de frequência de 4 GHz a 6 GHz, onde a permeabilidade e a permissividade são simultaneamente negativas. Observe a

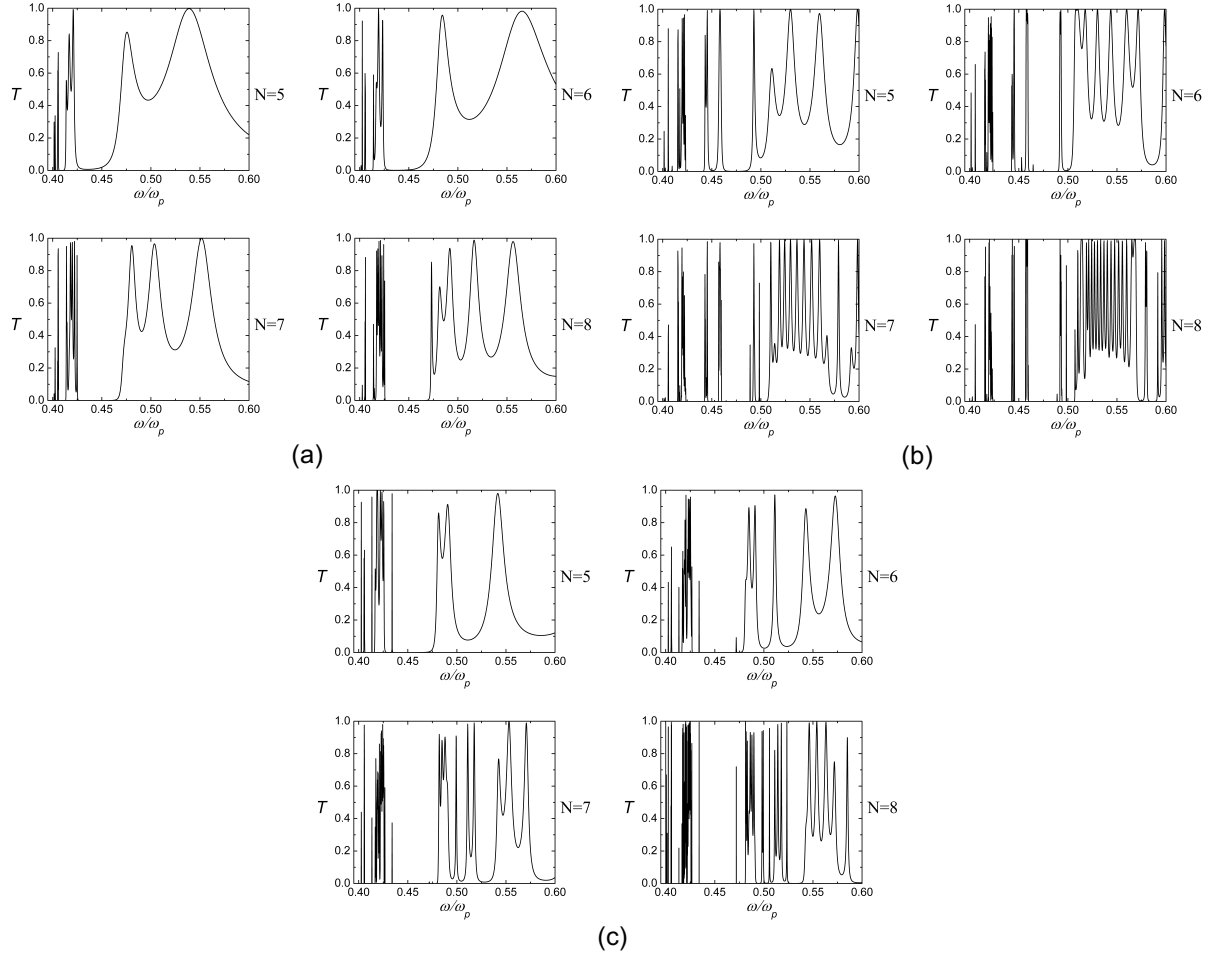


Figura 4.10: Os coeficientes de transmissão T como função da frequência reduzida ω/ω_p para o caso da incidência normal, considerando diferentes gerações das estruturas quasiperiódicas: (a) Fibonacci; (b) Thue-Morse; (c) período duplo.

mudança brusca do índice de refração negativo a partir da frequência de 4 GHz. Em seguida, mostra um comportamento suave até a frequência de 6 GHz, que define a região de frequência para o índice de refração nulo. Este índice de refração nulo mostra uma banda espectral proibida e estreita na transmissão, que é completamente diferente das bandas proibidas de Bragg usuais. Para frequências maiores de 6 GHz, ambos os meios (metamaterial e SiO_2) têm índices de refração positivos. Portanto, as bandas proibidas acima desta frequência resulta da refração de Bragg devido a modulação da impedância e do índice de refração.

Na Fig. 4.10, mostramos os espectros de transmissão para as seqüências estudadas

aqui, considerando o índice de refração $n_{\mathbf{B}}$ dependente de ω para a faixa de frequência de $0.4 < \omega/\omega_p < 0.6$, onde ele é negativo (veja a Fig. 4.9). A espessura de cada meio é escolhida a partir de $(\epsilon_{j\infty})^{1/2}d_j = \lambda_0/4$, com $\epsilon_{\mathbf{A}\infty} = \epsilon_{\mathbf{A}} = 12.3$, $\mu_{\mathbf{A}}(\omega) = 1$ e $\epsilon_{\mathbf{B}\infty} = 1$. Na Fig. 4.10(a) mostramos os espectros de transmissão para a seqüência de Fibonacci para as gerações $N = 5, 6, 7, 8$. Claramente, podemos observar que os espectros não são mais auto-similares. Além disso, em vez de uma distribuição simétrica, temos um *gap* óptico, começando de $\omega = 0.425$ e tornando-se maior a medida que o número da geração de Fibonacci N aumenta. Os espectros de transmissão para a seqüência de Thue-Morse são desenhados na Fig. 4.10(b) para as gerações $N = 5, 6, 7, 8$. Novamente, podemos observar um quebra de simetria e um *gap* óptico principal na faixa $0.465 < \omega/\omega_p < 0.485$. Para a seqüência de período duplo, mostrada na Fig. 4.10(c), os espectros de transmissão são mais similares ao caso de Fibonacci.

4.6 Conclusões

Em resumo, apresentamos os espectros de transmissão das ondas eletromagnéticas que se propagam através de sistemas fotônicos quasiperiódicos, como as seqüências de Fibonacci, Thue-Morse e período duplo, onde um dos seus componentes tem um índice de refração negativo. Para o caso que consideramos o índice de refração independente da frequência, um padrão de auto-similaridade é apresentado para a estrutura de Fibonacci. Além disso, o espectro para Fibonacci exhibe uma simetria especular única, que é a principal assinatura dos espectros de transmissão da luz em todas as estruturas quasiperiódicas consideradas aqui. Por outro lado, um caso mais realístico para um índice de refração (da camada \mathbf{B}) dependente da frequência é apresentado, dando origem a um rico espectro de transmissão de picos de Bragg, sem características fractais (não existência da auto-similaridade), nem características especulares de simetria.

CAPÍTULO 5

Espectro da Radiação Térmica em Super-redes Fotônicas

5.1 Introdução

Neste capítulo, vamos investigar o espectro da radiação térmica em cristais fotônicos quasiperiódicos, onde as camadas com índices de refração positivo (meio **A**) e negativo (meio **B**) são arranjadas obedecendo as seqüências de Fibonacci (FB), Thue-Morse (TM), período duplo (PD) e comparar com o caso periódico [31]. Estes espectros são obtidos usando o modelo teórico baseado no formalismo da matriz de transferência para os casos da incidência normal e oblíqua, junto com a segunda lei de Kirchoff. Novamente, vamos estudar o espectro para o caso ideal, onde os índices de refração das camadas **A** e **B** são constantes. Contudo, para um caso mais realístico, consideramos a dependência da permissividade elétrica ϵ e da permeabilidade magnética μ com a frequência, que definem o índice de refração negativo $n_{\mathbf{B}}$ na camada **B**.

O leitor vai perceber que este capítulo é uma extensão dos resultados discutidos anteriormente. Assim, o texto não vai incluir determinadas passagens já descritas. Vamos dividir este capítulo da seguinte forma: na seção 5.2, vamos apresentar o embasamento teórico para o cálculo dos espectros térmicos em super-redes fotônicas; os resultados numéricos são mostrados na seção 5.3; na seção 5.4, escrevemos nossas conclusões.

5.2 Teoria Geral

A radiação térmica é uma forma de emissão espontânea, que é estimulada termicamente e que fornece um espectro térmico na forma da curva de Planck para um corpo negro, o qual se encontra em equilíbrio térmico com sua vizinhança. Dos fundamentos da mecânica quântica, sabemos que os osciladores atômicos em equilíbrio térmico com a radiação eletromagnética, para uma dada temperatura T e frequência ω , obedece a equação de Planck [140]

$$\varepsilon(\omega, \beta) = \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega\beta} - 1}, \quad (5.1)$$

onde

$$\beta \equiv \frac{1}{k_B T}, \quad (5.2)$$

como usualmente é definido, k_B é a constante de Boltzmann. A densidade de energia por unidade de frequência pode ser escrita como

$$u(\omega, \beta) = \sigma(\omega)\varepsilon(\omega, \beta), \quad (5.3)$$

onde $\sigma(\omega)$ é a densidade de modos eletromagnéticos. O importante em nossa discussão é saber como a densidade de energia vai ser alterada introduzindo uma estrutura fotônica quasiperiódica, e portanto, a potência irradiada ρ , que é dada por [140]

$$\rho(\omega, \beta) = \frac{1}{4}cu(\omega, \beta), \quad (5.4)$$

onde c é a velocidade da luz. Aqui, $\rho(\omega, \beta)$ é a potência irradiada por unidade de área, emitida pela superfície de um corpo negro. Para uma região do espaço sem condições de contorno, a densidade de modos $\sigma(\omega)$ tem o seguinte aspecto [141]

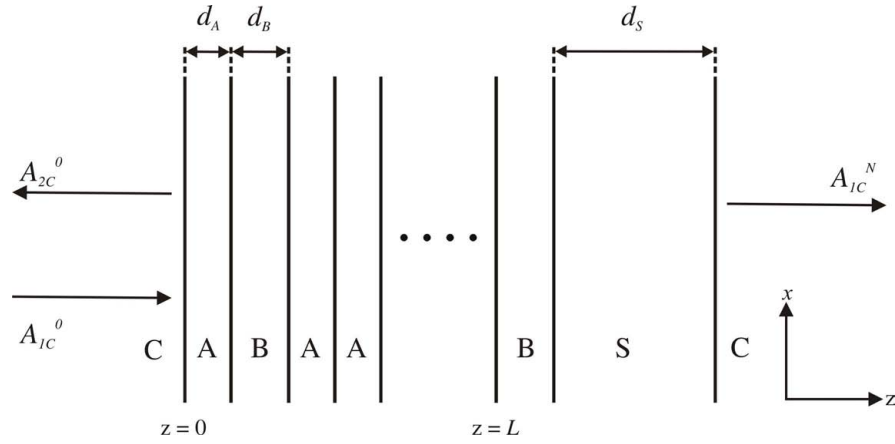


Figura 5.1: Representação geométrica de um cristal fotônico quasiperiódico. As camadas **A** e **B** têm espessuras d_A e d_B , respectivamente. Enquanto L é o tamanho total da estrutura quasiperiódica, crescida sobre um substrato absorvente de espessura d_S . Escolhemos o meio **C** como o vácuo, no qual a estrutura completa está imersa.

$$\sigma(\omega) = \frac{2\omega^2}{\pi c^3}, \quad (5.5)$$

a partir da qual, obtemos o espectro de potência de corpo negro na forma usual da lei de Planck [141]

$$\rho^{\text{Planck}}(\omega, \beta) = \frac{\omega^2}{2\pi c^2} \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega\beta} - 1}. \quad (5.6)$$

Agora, considere um sistema de multicamadas, representando um cristal fotônico quasiperiódico, como mostra a Fig. 5.1. O meio **A**, com espessura d_A , é preenchido por SiO_2 , que é caracterizado por uma índice de refração positivo $n_A = \sqrt{\epsilon_A \mu_A}$ e uma impedância $Z_A = \sqrt{\epsilon_A / \mu_A}$, ambos constantes. O meio **B** é um NIM (expressão inglesa que significa *negative index material*, ou seja, material de índice (de refração) negativo) com espessura d_B , caracterizado por um índice de refração negativo $n_B = \sqrt{\epsilon_B \mu_B}$ e uma impedância $Z_B = \sqrt{\epsilon_B / \mu_B}$. A estrutura de multicamadas é crescida sobre um substrato absorvente, com índice de refração constante n_S . A estrutura inteira está imersa em um meio transparente **C** (que pode ser o ar ou o vácuo) com índice de refração constante n_C .

Para calcular as propriedades espectrais dos cristais fotônicos quasiperiódicos em 1-dimensão, isto é, para as seqüências de Finonacci, Thue-Morse e período duplo, podemos continuar a utilizar o método da matriz de transferência, já discutido em capítulos anteriores. A matriz de transferência relaciona as amplitudes do campo eletromagnético incidente (A_{1C}^0 e A_{2C}^0) de um lado (em $z < 0$), com a amplitude transmitida A_{1C}^N do campo eletromagnético do outro lado do sistema de multicamadas (em $z > L$), onde L é o tamanho da estrutura quasiperiódica (veja Fig. 5.1), por meio do produto de matrizes de interface $M_{\alpha\beta}$ (α, β podem ser os meios **A**, **B**, **S** ou **C**), Eq. (4.7), e matrizes de propagação M_γ ($\gamma = \mathbf{A}, \mathbf{B}$ ou **S**), Eq. (4.8).

As matrizes (Eqs. 4.7 e 4.8) foram obtidas para o caso da incidência normal. Para o caso da incidência oblíqua, precisamos substituir $Z_\alpha \rightarrow Z_\alpha / \cos \theta_\alpha$ para a polarização *s* ou modo TE, e $Z_\alpha \rightarrow Z_\alpha \cos \theta_\alpha$ para a polarização *p* ou modo TM nas matrizes de interface, assim como, $n_\gamma \rightarrow n_\gamma \cos \theta_\gamma$ para ambas as polarizações TE e TM nas matrizes de propagação.

Os coeficientes de reflexão e de transmissão são definidos como:

$$R = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad \text{e} \quad T = \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2, \quad (5.7)$$

onde M_{ij} ($i, j = 1,2$) são os elementos da matriz de transferência $M = M_{CA}M_{AM_{AB}}M_{BM_{B}} \cdots M_{BS}M_{SM_{SC}}$. Se nenhum material absorvente é introduzido no sistema fotônico de multicamadas, isto é, se os índices de refração são todos reais, então $T + R = 1$ pela conservação da energia. Quando introduzimos um material com índice de refração complexo, isto é, a absorção está presente, R e T podem ser usados para definir um coeficiente de absorção real, dado por $A(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega)$, que é novamente uma consequência do princípio de conservação da energia. Contudo, a partir da lei de Kirchoff, sabemos que a razão entre a emitância térmica $E(\omega)$ e a absorção térmica $A(\omega)$ é uma constante, independentemente da natureza do material, sendo igual a um quando a fonte é um corpo negro perfeito [141, 142]. Assim, $E(\omega) = A(\omega)$, e portanto,

$$E(\omega) = A(\omega) = 1 - R(\omega) - T(\omega). \quad (5.8)$$

Uma vez definida a emitância, podemos multiplicá-la pela Eq. (5.6) para obter o espectro de potência da estrutura fotônica quasiperiódica. Deste modo, o espectro de potência $\rho(\omega, \beta)$ da estrutura de multicamadas é dada, em termos da emitância $E(\omega)$, por

$$\rho(\omega, \beta) = E(\omega)\rho^{\text{Planck}}(\omega, \beta), \quad (5.9)$$

que pode ser comparada diretamente com a experiência.

O espectro de Planck $\rho^{\text{Planck}}(\omega, \beta)$, Eq. (5.6), pode ser diferenciado para encontrar a localização do valor térmico máximo $\omega_{\text{max}}(T)$, que é

$$\omega_{\text{max}}(T) \cong \frac{2.82k_B T}{\hbar}, \quad (5.10)$$

obtida através da solução da equação transcendental para $\partial\rho(\omega, \beta)/\partial\omega|_{\omega=\omega_{\text{max}}} = 0$. Então, o valor máximo assumido pelo espectro de Planck nesta frequência é

$$\rho_{\text{max}}^{\text{Planck}}(\omega_{\text{max}}, \beta) \cong \frac{0.71}{(\hbar c)^2} (k_B T)^3, \quad (5.11)$$

que ilustra o fato bem conhecido que a potência aumenta cubicamente com a temperatura.

Por sua vez, o espectro de potência normalizado é obtido fazendo

$$\rho_{\text{norm}}^{\text{Planck}}(\omega, \beta) = \frac{\rho^{\text{Planck}}(\omega, \beta)}{\rho_{\text{max}}^{\text{Planck}}(\omega_{\text{max}}, \beta)} \cong \left(\frac{\hbar\omega}{k_B T} \right)^3 \frac{0.70}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \quad (5.12)$$

agora o valor máximo que o pico assume é igual a 1. O espectro de potência normalizado para a super-rede fotônica quasiperiódica é dado por:

$$\rho(\omega, \beta) = E(\omega) \rho_{\text{norm}}^{\text{Planck}}(\omega, \beta), \quad (5.13)$$

no lugar da Eq. (5.9).

5.3 Resultados Numéricos

Considerando uma estrutura fotônica quasiperiódica em equilíbrio térmico com sua vizinha a uma dada temperatura T , vamos apresentar agora os resultados numéricos para a emissividade espectral. Fundamentalmente, desejamos saber como a curva característica do espectro de corpo negro de Planck (para uma dada temperatura T) é modificada pela introdução de um filtro, como um cristal fotônico quasiperiódico. Inicialmente, vamos assumir o caso ideal em que a permeabilidade elétrica e a permissividade magnética podem ser aproximadamente constantes, para a mesma faixa de frequência. A representação esquemática é mostrada na Fig. 5.1, considerando o meio **A** como o SiO_2 , cujo índice de refração é $n_{\mathbf{A}} = 1.45$, enquanto o meio **B** tem um índice de refração negativo complexo $n_{\mathbf{B}} = -1.0 + i0.01$, isto é, uma camada NIM absorvente, que quando estimulada termicamente emite. Além disso, assumimos que cada camada tem a espessura de um quarto do comprimento de onda da radiação incidente, para o qual a periodicidade é mais eficiente [136], com o comprimento de onda de referência igual a 700 nm. Estas condições implicam que as espessuras das camadas obedecem a seguinte relação óptica:

$$n'_{\mathbf{A}} d_{\mathbf{A}} = n'_{\mathbf{B}} d_{\mathbf{B}} = \lambda_0/4, \quad (5.14)$$

onde $n'_{\mathbf{A}} \equiv \text{Re}(n_{\mathbf{A}})$ e $n'_{\mathbf{B}} \equiv \text{Re}(n_{\mathbf{B}})$ são as partes reais de $n_{\mathbf{A}}$ e $n_{\mathbf{B}}$, respectivamente. Os deslocamentos de fase nas duas camadas são

$$\begin{aligned} \delta_{\mathbf{A}} &= (\pi/2) \cos(\theta_{\mathbf{A}}), \\ \delta_{\mathbf{B}} &= (\pi/2) \cos(\theta_{\mathbf{B}}), \end{aligned} \quad (5.15)$$

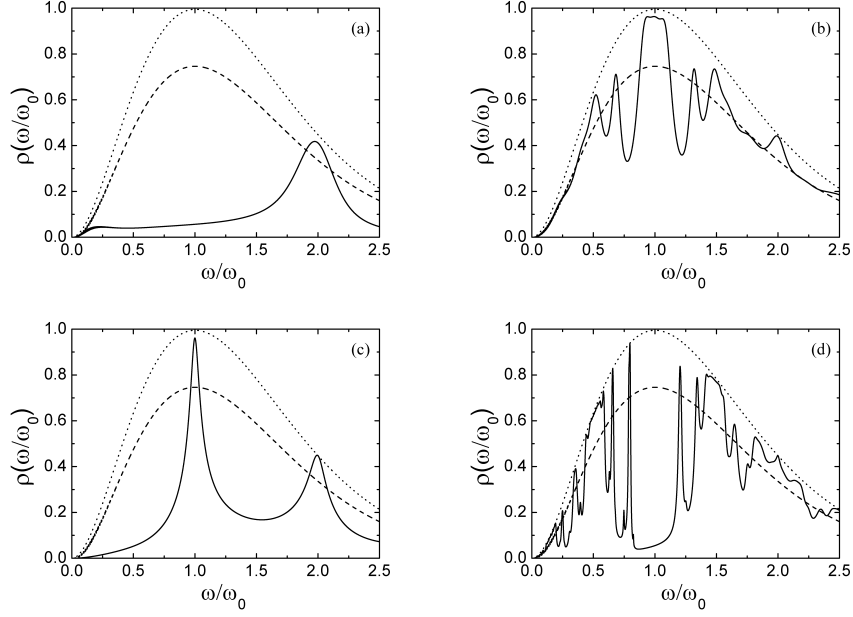


Figura 5.2: Os espectros da radiação térmica (linhas sólidas), como função da frequência reduzida $\Omega = \omega/\omega_0$, considerando o caso da incidência normal, em que $n_{\mathbf{A}} = 1.45$ e $n_{\mathbf{B}} = -1.0 + i0.01$. A estrutura fotônica de multicamadas é definida da seguinte forma: (a) um estrutura periódica; (b) uma estrutura quasiperiódica de Fibonacci para a nona geração; (c) uma estrutura quasiperiódica de Thue-Morse para a nona geração; (d) uma estrutura quasiperiódica de período duplo para a nona geração. As curvas características normalizadas da radiação térmica de Planck são representadas pelas linhas pontilhadas (um corpo negro perfeito), enquanto os espectros para um material absorvente, com índice de refração $n_{\mathbf{S}} = 3 + i0.03$, são representadas por linhas tracejadas. A temperatura é escolhida de maneira que o pico de curva tracejada ocorre para $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$.

onde $\Omega = \omega/\omega_0 = \lambda/\lambda_0$ é a frequência reduzida e os ângulos $\theta_{\mathbf{A}}$ e $\theta_{\mathbf{B}}$ são os ângulos de incidência que o feixe de luz faz com a normal às superfícies das camadas (direção z da Fig. 5.1). As camadas são crescidas sobre um substrato dielétrico absorvente, caracterizado por uma índice de refração complexo $n_{\mathbf{S}} = 3.0 + i0.03$, cuja espessura é dada por $d_{\mathbf{S}} = 100\lambda_0/n'_{\mathbf{S}}$, sendo $n'_{\mathbf{S}}$ a parte real de $n_{\mathbf{S}}$.

Os espectros da radiação térmica para as seqüências de multicamadas, como função da frequência reduzida $\Omega = \omega/\omega_0$, são desenhados nas Figs. 5.2(a) (caso periódico),

5.2(b) (nona geração da seqüência de Fibonacci), 5.2(c) (nona geração da seqüência de Thue-Morse) e 5.2(d) (nona geração da seqüência de período duplo). Em todos casos, consideramos que a incidência é normal $\theta_{\mathbf{A}} = \theta_{\mathbf{B}} = 0$ e $\delta_{\mathbf{A}} = -\delta_{\mathbf{B}}$. Além disso, a temperatura T é definida em termos da freqüência de ressonância, $\omega_0 = 2\pi c/\lambda_0$, a partir da diferenciação da lei de Planck, ou seja, fazendo $\omega_{\max} = \omega_0$ na Eq. (5.13). As linhas sólidas descrevem os espectros de potência das estruturas de multicamadas, enquanto as linhas pontilhadas representam os espectros de potência de um substrato que se comporta como um corpo negro perfeito. As linhas tracejadas são os espectros de potência para um corpo absorvente não ideal, com índice de refração complexo $n_{\mathbf{s}} = 3 + i0.03$. Observe que as curvas de Planck para um corpo negro perfeito representam o limite superior da emissão térmica para as seqüências de multicamadas. Em comparação com a curva de emissão para um substrato não ideal (espectro de corpo cinza), temos que as seqüências fotônicas, arrançadas em um modelo quasiperiódico, influenciam fortemente o espectro de potência do substrato, quando introduzimos estas seqüências como filtros, dando origem as chamadas estruturas de bandas fotônicas proibidas. Para o caso periódico (Fig. 5.2(a)), o espectro térmico da radiação apresenta um comportamento muito suave, sem modulação, com baixos valores para $\rho(\Omega)$, quando comparamos com os casos quasiperiódicos. Podemos observar, na faixa de $\Omega = 1.75$ a 2.25 , um pico de emissão em torno de $\rho(\Omega) = 2.0$. De modo geral, a estrutura periódica é pouco absorvente para a faixa de freqüência pesquisada.

A Fig. 5.2(b) mostra o espectro da radiação térmica para a nona seqüência da estrutura quasiperiódica de Fibonacci, para $\Omega = \omega/\omega_0$ entre 0 e 2.5. O espectro em torno da freqüência de ressonância, $\Omega = 1.0$, mostra um pico pronunciado quando comparado ao caso periódico descrito na Fig. 5.2(a), ou ainda, quando analisamos na região de freqüência $0.5 < \Omega < 1.5$. O pico central e mais largo tem um valor próximo a $\rho(\Omega) = 0.96$, enquanto a emissão mínima local observada, próximo de $\Omega = 1.0$, corresponde a $\rho(\Omega) = 0.33$. A medida que nos afastamos do pico central, a curva se ajusta gradualmente ao espectro de emissão do corpo cinza. Na Fig. 5.2(c), mostramos o espectro de emissão para a nona seqüência da estrutura quasiperiódica de Thue-Morse, cujos principais aspectos são as presenças de um pico estreito em $\Omega = 1.0$, bem como de um pico secundário em $\Omega = 2.0$. Em torno de $\Omega = 1.0$, a energia da onda eletromagnética é fortemente absorvida, significa

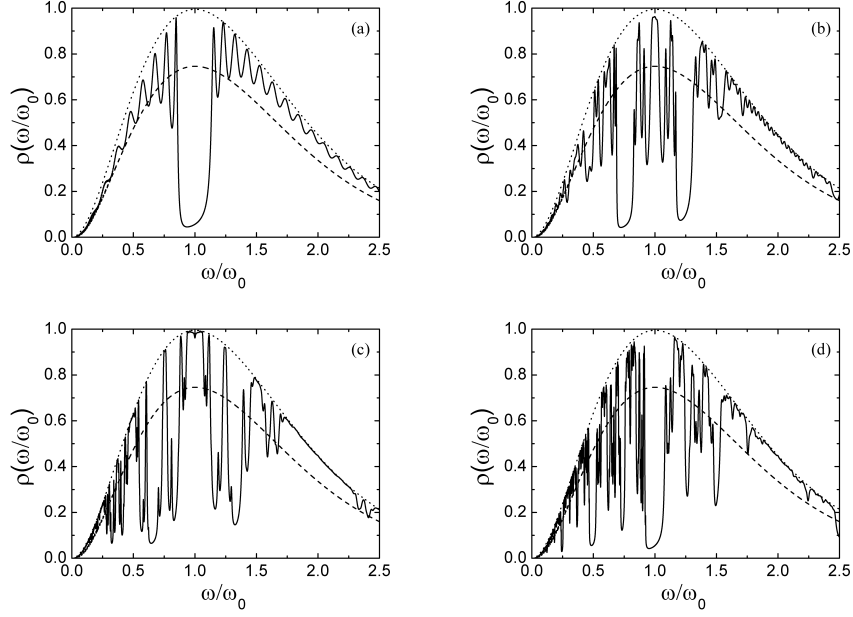


Figura 5.3: O mesmo que na Fig 5.2, mas considerando que o meio **B** tem um índice de refração positivo $n_B = 1.0 + i0.01$.

que a estrutura se comporta semelhante a um filtro de luz, e reemitida fortemente com $\rho(\Omega) = 0.96$. Finalmente, a Fig. 5.2(d) mostra o espectro de emissão correspondente a nona seqüência da estrutura quasiperiódica de período duplo. Diferente das Fig. 5.2(b) 5.2(c), notamos a presença de “uma janela” de não emissividade em torno de $\Omega = 1.0$. Além disso, o espectro apresenta uma forte emissão para muitas faixas de freqüência, quando nos afastamos da freqüência de ressonância, $\Omega = 1.0$. Mais importante, como em todos os casos considerados aqui, temos na Fig. 5.2(b) um pico máximo de emissão para $\Omega = 2.0$.

Por completeza, mostramos na Fig. 5.3 a mesma situação descrita na Fig. 5.2, mas considerando agora que o índice de refração é positivo. Para o caso periódico, a Fig. 5.3(a), observamos uma lacuna na emissão em torno de $\Omega = 1.0$, como foi previsto pela Ref[141]. Os espectros da radiação térmica para as outras estruturas quasiperiódicas consideradas aqui, isto é Fibonacci, Thue-Morse e período duplo, são descritos nas Figs. 5.3(b), 5.3(c) e 5.3(d), respectivamente. Estas figuras mostram que a modulação do espectros da radiação térmica são obtidos de maneira semelhante ao encontrado na Fig

5.2. Comparando ambas as Figs. 5.2 e 5.3, podemos concluir que a modulação da radiação térmica não é uma consequência do índice de refração ser positivo ou negativo. De fato, a modulação depende da geometria que caracteriza o sistema. Observe que as lacunas de emissão são mais bem definidas para o caso NIM.

Uma mudança significativa pode ser obtida em nossos resultados, quando consideramos que a permissividade elétrica depende da frequência (uma forma plasmônica, por exemplo), no lugar de um índice de refração constante. Um meio dispersivo é mais realístico e fornece um padrão de emissão muito mais complexo, sem características auto-similares (ver Ref [3], onde estudamos a transmitância normal das onda de luz em multicamadas quasiperiódicas com índice de refração negativo). Portanto, um índice de refração variável pode destruir a característica fractal/multifractal do espectro (um padrão para sistemas quasiperiódicos). Além disso, como pode ser visto a partir da Fig. 5.3, mesmo que as camadas sejam compostas por materiais com índice de refração positivo apenas, ainda observamos a modulação (fortemente influenciada pela quasiperiodicidade) e a estrutura de bandas.

As discussões acima se aplicam somente ao caso onde a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética são aproximadamente independentes da frequência. Esta aproximação é utilizada supondo $n_{\mathbf{B}} = -1.0 + i.0.01$, que corresponde ao valor de frequência $\omega = 0.52\omega_p$ no modelo discutido no capítulo 4 (ver Eqs. (4.12) e (4.13)), onde o leitor interessado pode retornar para fazer uma breve leitura sobre este tópico. Os valores das derivadas $d\epsilon(\omega)/d\omega$ e $d\mu(\omega)/d\omega$ para esta frequência são positivos, para assegurar o fato que a energia da onda eletromagnética em tal meio (que é proporcional a $d\epsilon(\omega)/d\omega$ e $d\mu(\omega)/d\omega$) é sempre positiva. Note que estudamos o comportamento das propriedades térmicas para frequências próximas à frequência $\omega = 0.52\omega_p$. Contudo, todos os metamateriais construídos para exibir um índice de refração negativo possuem permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ dispersivas para preservar o princípio da causalidade [143], sendo simultaneamente negativo somente dentro de um faixa estreita de frequência. Já que microestruturas de metamateriais com índice de refração negativo são da ordem de poucos milímetros, suas região de frequência típica é de 1GHz a 14GHz.

A Fig. 5.4 mostra os espectros de emitância calculados para a seqüência periódica como uma função da frequência normalizada $\Omega = \omega/\omega_0$ e o ângulo de incidência θ , considerando o meio **B** um NIM com o índice de refração dependente da frequência, cujas permissividade elétrica e permeabilidade magnética são definidas pelas equações Eqs. (4.12) e (4.13), para $\Gamma = 0$, onde Γ é o termo de amortecimento. Agora, vamos levar em consideração as polarizações s (modo TE) e p (modo TM), mostradas nas Figs. 5.4(a) e 5.4(b), respectivamente. Observe que os espectros de emitância são distribuídos simetricamente em torno de $\theta = 0$. Além disso, a dependência angular para a polarização s apresenta muitas bandas proibidas, com um espectro mais rico em comparação ao caso da polarização p , onde uma banda proibida mais larga ocorre na faixa $0.45 < \Omega < 0.75$, outra banda mais estreita ocorre para Ω em torno de 0.48.

Para as seqüências quasiperiódicas, os espectros da emitância são mostrados nas Figs. 5.5 (oitava geração de Fibonacci), 5.6 (oitava geração de Thue-Morse) e 5.7 (oitava geração para a seqüência de período duplo), revelando uma independência surpreendente com a polarização da onda eletromagnética, isto é, os espectros são bastante semelhantes para os casos da polarização s e p . Em todos os casos, observamos várias regiões de bandas emissão proibidas, podemos evidenciar uma banda mais ampla no espectro para a seqüência de período duplo na região central $0.45 < \Omega < 0.528$. É claro, as estruturas quasiperiódicas são candidatas melhores na construção de filtros NIM eficientes, menos sensíveis ao ângulo de propagação da radiação, quando comparamos com o caso periódico.

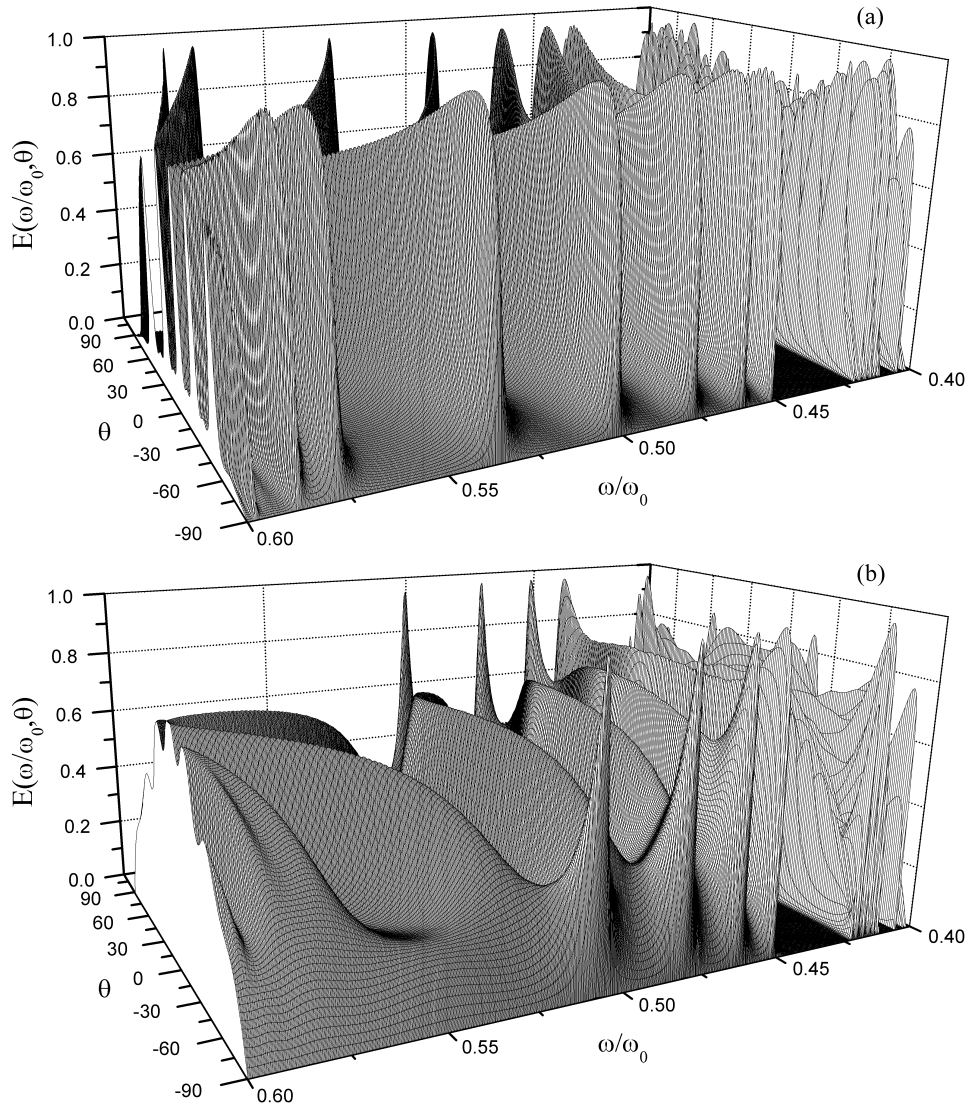


Figura 5.4: Espectros de emitância para a seqüência periódica como função da freqüência normalizada $\Omega = \omega/\omega_0$ e do ângulo de incidência θ , considerando o meio **B** um NIM com índice de refração dependente da freqüência. (a) o mode TE (polarização s); (b) o mode TM (polarização p).

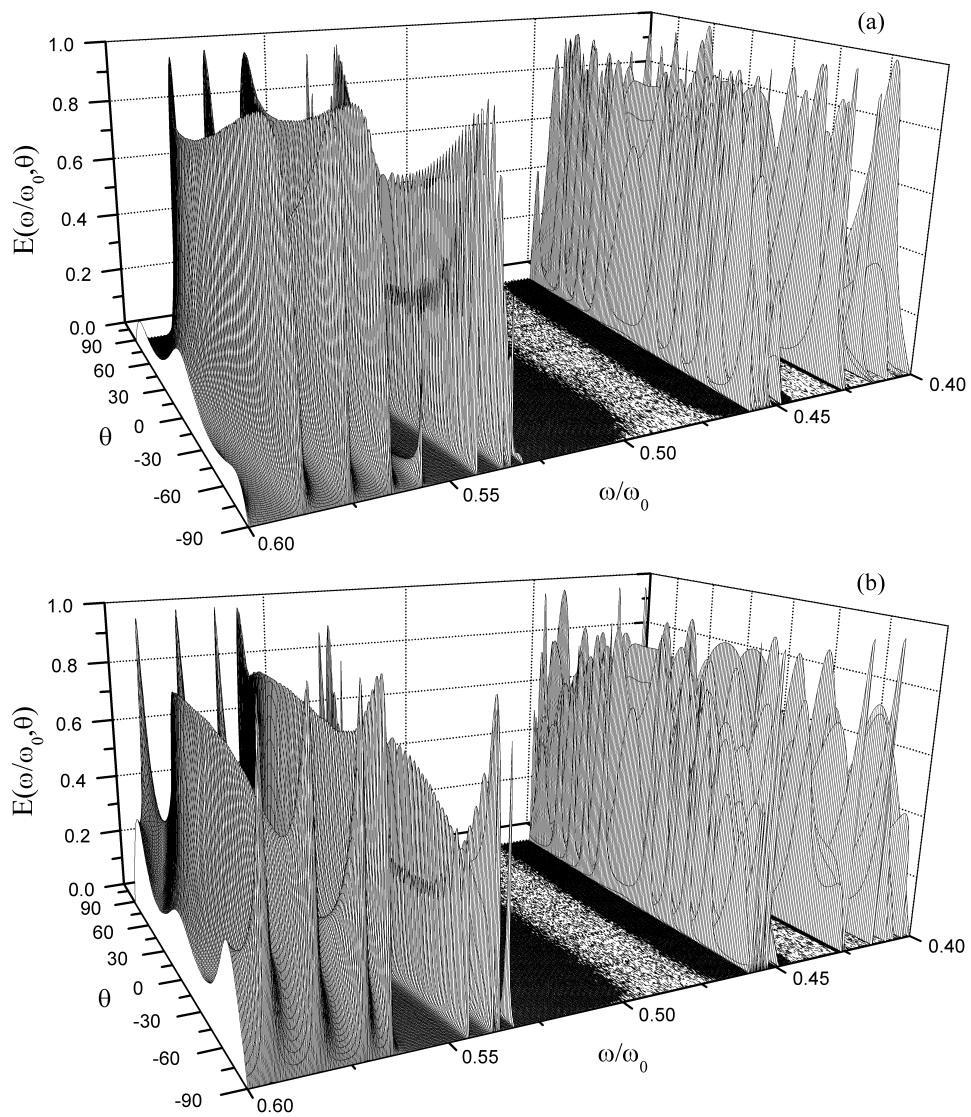


Figura 5.5: O mesmo que na Fig. 5.4, mas para a oitava geração de Finonacci.

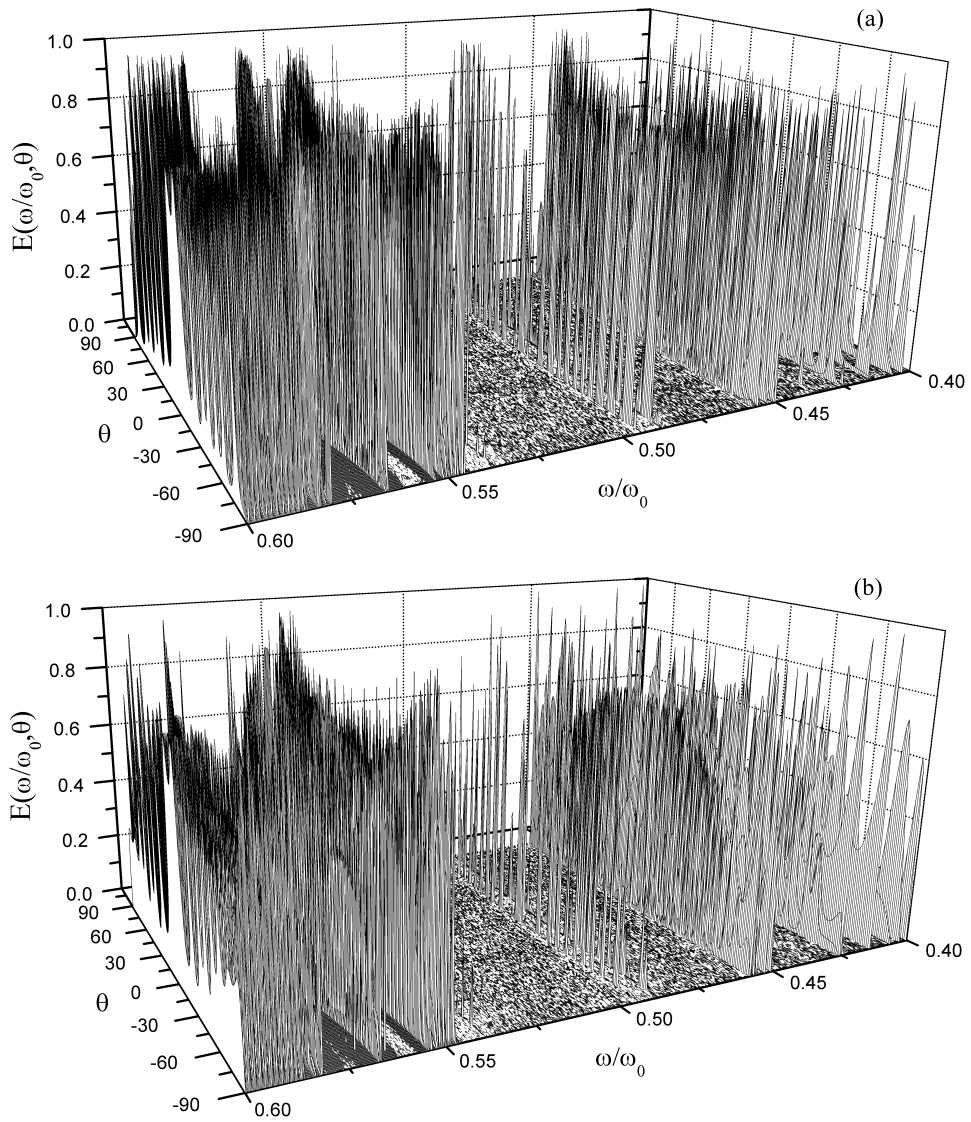


Figura 5.6: O mesmo que na Fig. 5.4, mas para a oitava geração de Thue-Morse.

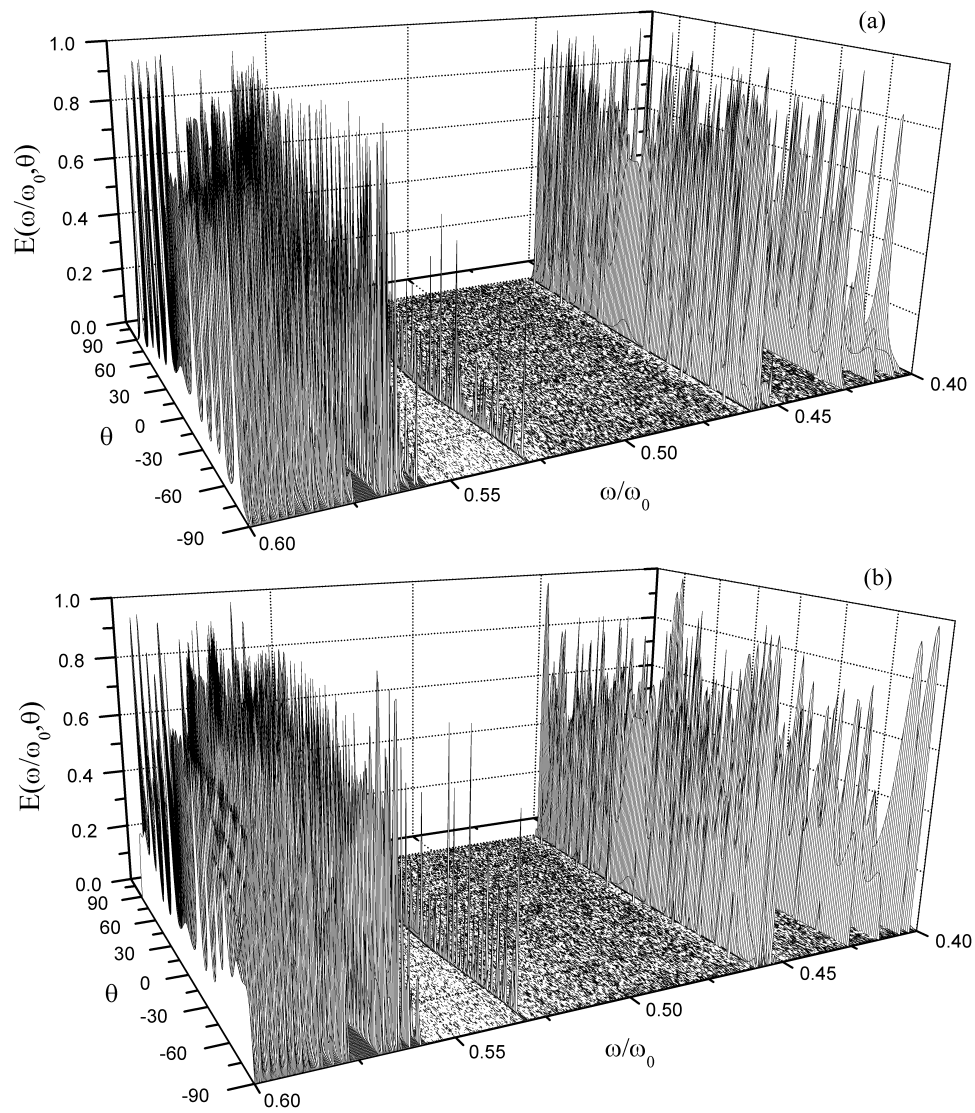


Figura 5.7: O mesmo que na Fig. 5.4, mas para a oitava geração de período duplo.

5.4 Conclusões

Neste capítulo, investigamos o comportamento térmico das ondas eletromagnéticas em estruturas fotônicas quasiperiódicas, isto é, estruturas construídas obedecendo as relações recursivas para as seqüências de Fibonacci, Thue-Morse e período duplo. Neste caso, estas seqüências podem ser vistas como filtros, que modificam o espectro característico de Planck para um corpo negro, onde um dos componentes é caracterizado por um índice de refração negativo. Inicialmente, calculamos o espectro térmico para o caso ideal no qual a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética são constantes. Os resultados numéricos fornecem uma interessante estrutura de bandas espectrais, com picos de emissividade acompanhando o contorno da curva de emissão térmica de um corpo negro perfeito. Para um caso mais realístico, onde a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética do meio \mathbf{B} (NIM) dependem da freqüência, estudamos a emissividade espectral para o caso oblíquo, considerando que a onda eletromagnética é polarizada no modo transversal elétrico (TE) e no modo transversal magnético (TM). Em todos os casos, os espectros mostram uma distribuição simétrica em relação $\theta = 0$. O caso periódico revela uma mudança significativa para os dois modos de polarização, enquanto para as estruturas quasiperiódicas, esta sensibilidade para as duas polarizações (TE e TM) pode ser negligenciada, já que os espectros não se diferenciam de maneira significativa. Além disso, os espectros térmicos quasiperiódicos fornecem bandas de proibidas largas para emissividade.

CAPÍTULO 6

Polaritons em Estruturas Fotônicas Quasiperiódicas

6.1 Introdução

Quando a onda eletromagnética se propaga através de um cristal dielétrico ou magnético polarizável, ela pode excitar os graus internos de liberdade do cristal, dando origem a um modo híbrido (ou misturado) chamado de polariton. Os polaritons são formados pelo acoplamento de um fóton com uma excitação elementar do cristal (como o plasmon, o fônon, o exciton, etc.). Especificamente, no caso de um plasma de elétrons, a excitação tem uma componente fotônica (o fóton) e uma componente plasmônica (o plasmon), sendo a energia distribuída sobre todo o sistema devido ao acoplamento. O modo resultante, que é o polariton de plasmon, pode ter uma componente fotônica mais forte ou uma componente plasmônica mais forte, ou ambas, dependendo do vetor de onda. Uma definição semelhante pode ser utilizada para outros tipos de polaritons. Evidências experimentais da existência dessas excitações foram dadas por Henry e Hopfield [144], e atualmente, importantes aplicações em física da matéria condensada são encontradas, especialmente, em escalas nanométricas. Por exemplo, os polaritons de plasmon de superfície estudados em um arranjo de nano-dispositivos, onde a luz é refratada e transmitida pelas chamadas “nano-lentes”, têm sido investigados recentemente em materiais com índice de refração negativo [145].

Uma questão pertinente é saber qual tipo de polariton pode se propagar em um metamaterial que se comporta como um cristal. Em termos da definição do polariton de

plasmon, podemos pensar que temos um modo de polariton de plasmon-magnon se propagando no material, já que o caráter elétrico e o magnético de ambas as excitações podem estar presentes. Por outro lado, alguns autores preferem descrever a excitação em termos de um modo eletromagnético simples que obedece a regra da “mão esquerda” [111, 116, 146], enquanto outros preferem falar de modos de plasmons se propagando em metamateriais [147]. Não vamos discutir o mérito desta questão. Portanto, de agora em diante, vamos assumir o termo “polariton” para nos referir a propagação da onda eletromagnética através dos metamateriais.

Os polaritons em estruturas quasiperiódicas exibem propriedades coletivas que não são compartilhadas pelos seus constituintes. Como já foi comentado, as relações de longo alcance induzidas pela construção destes sistemas devem modificar de alguma forma os espectros, definindo uma nova descrição de desordem. De fato, o tratamento da matriz de transferência mostra que estes espectros são fractais [3]. O estudo da fractalidade dos espectros gerados por estas estruturas quasiperiódicas pode nos ajudar a entender a ordem global e as regras que estes sistemas obedecem para gerações de ordem maior.

Aqui, o nosso objetivo é investigar os espectros do polariton em um estrutura fotônica de multicamadas arranjadas quasiperiodicamente, composta de materiais com índices de refração positivo (SiO_2) e negativo. Vamos, como antes, usar o modelo teórico baseado no formalismo da matriz de transferência, descrito na seção 6.2. A relação de dispersão do polariton é então determinada para os modos de volume e de superfície. Na seção 6.3, vamos discutir os resultados obtidos da relação de dispersão para o caso periódico e os quasiperiódicos. Além disso, apresentamos também os gráficos de localização e a conexão com um comportamento fractal/multifractal através da lei de escala dos espectros das espessuras de bandas, assim como, a curva $f(\alpha)$, que caracteriza um comportamento multifractal. As conclusões são mostradas na seção 6.4 [32].

6.2 Teoria Geral

Uma ilustração esquemática de uma super-rede fotônica periódica infinita (o caso periódico corresponde a segunda geração da seqüência de Fibonacci), consistindo de camadas alternadas $\cdots \mathbf{ABABA} \cdots$ é mostrada na Fig. 6.1. Aqui, o meio **A** (o metamaterial) tem espessura $d_{\mathbf{A}}$, enquanto o meio **B** (SiO_2) tem espessura $d_{\mathbf{B}}$. Novamente, definimos a permissividade elétrica ϵ e a permeabilidade magnética μ como nas Eqs. (4.12) e (4.13), negligenciando qualquer termo de amortecimento. Os parâmetros físicos são os mesmos que foram utilizados no capítulo 4 para a frequência de referência ω_0 e a frequência do plasma ω_p .

A relação de dispersão do polariton de volume da super-rede periódica é obtida resolvendo a equação de onda do eletromagnetismo para a polarização p nas camadas **A** e **B** da n -ésima célula unitária da super-rede. As soluções têm as seguinte forma

$$E_{xj}(z) = A_{1j}^n \exp(-k_{zj}z) + A_{2j}^n \exp(k_{zj}z), \quad (6.1)$$

$$E_{zj}(z) = (ik_x/k_{zj})[A_{1j}^n \exp(-k_{zj}z) - A_{2j}^n \exp(k_{zj}z)], \quad (6.2)$$

$$H_{yj}(z) = [-i\omega\epsilon_j(\omega)/k_{zj}][A_{1j}^n \exp(-k_{zj}z) - A_{2j}^n \exp(k_{zj}z)], \quad (6.3)$$

$$k_{zj} = \begin{cases} [k_x^2 - \epsilon_j\mu_j(\omega)\omega^2/c^2]^{1/2} & \text{se } k_x > (\epsilon_j\mu_j)^{1/2}(\omega/c), \\ i[\epsilon_j\mu_j(\omega)\omega^2/c^2 - k_x^2]^{1/2} & \text{se } k_x < (\epsilon_j\mu_j)^{1/2}(\omega/c). \end{cases} \quad (6.4)$$

com $j = \mathbf{A}$ ou \mathbf{B} .

Aqui, k_x é o vetor de onda comum no plano, ω é a frequência angular e c é a velocidade da luz no vácuo. Os campos eletromagnéticos para a polarização p são dados por

$$\vec{E}_j(x, z, t) = (E_{xj}, 0, E_{zj}) \exp(ik_x x - i\omega t), \quad (6.5)$$

$$\vec{H}_j(x, z, t) = (0, H_{yj}, 0) \exp(ik_x x - i\omega t). \quad (6.6)$$

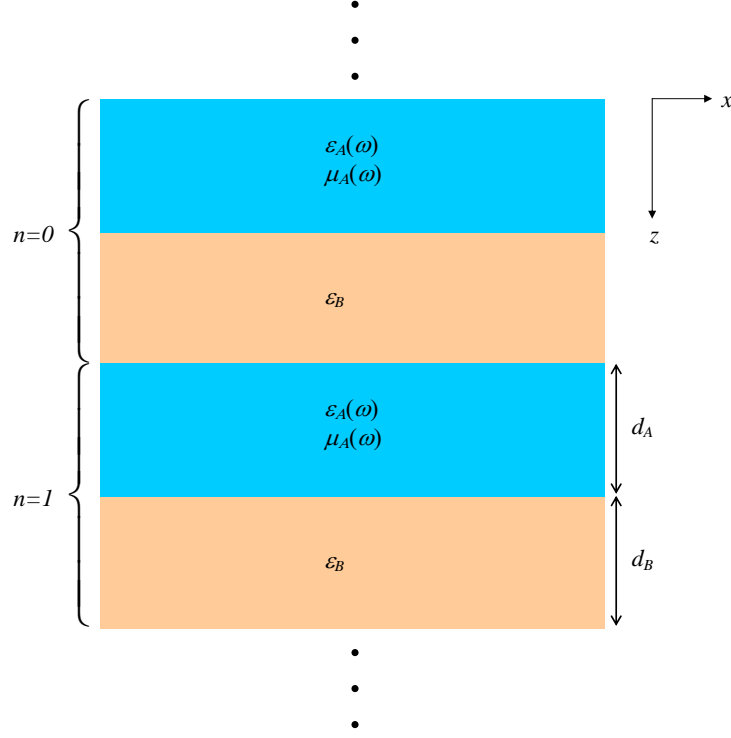


Figura 6.1: Representação esquemática da super-rede fotônica, cuja célula unitária tem um tamanho $L = d_A + d_B$.

Então, aplicando as condições de contorno padrões do eletromagnetismo nas interfaces da célula unitária, podemos encontrar a matriz de transferência para a super-rede periódica, que é

$$|A_A^{n+1}\rangle = T|A_A^n\rangle, \quad T = N_A^{-1}M_B N_B^{-1}M_A, \quad (6.7)$$

e

$$|A_j^n\rangle = \begin{bmatrix} A_{1j}^n \\ A_{2j}^n \end{bmatrix}. \quad (6.8)$$

Esta matriz de transferência T relaciona as amplitudes do campo eletromagnético de uma camada na n -ésima célula com as correspondentes amplitudes do campo na $n + 1$ -ésima célula. Aqui, M_j e N_j ($j=\mathbf{A}$ ou \mathbf{B}) são dadas por

$$M_j = \begin{pmatrix} f_j & \bar{f}_j \\ f_j/(Z_j \cos \theta_j) & -\bar{f}_j/(Z_j \cos \theta_j) \end{pmatrix}, \quad (6.9)$$

$$N_j = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/(Z_j \cos \theta_j) & -1/(Z_j \cos \theta_j) \end{pmatrix}, \quad (6.10)$$

onde $Z_j = \sqrt{\mu_j/\epsilon_j}$ é a impedância do meio j , $\cos(\theta_j) = \eta_j(\omega/c)/k_x$, e $\eta_j = \sqrt{\mu_j\epsilon_j}$ é o índice de refração. Também,

$$f_j = \exp(-k_{zj}d_j), \quad \xi_j = \epsilon_j(\omega)/k_{zj}, \quad \bar{f}_j = 1/f_j, \quad (6.11)$$

com $d_{\mathbf{A}}$ e $d_{\mathbf{B}}$ sendo as espessuras das camadas \mathbf{A} e \mathbf{B} , respectivamente.

Agora usando o teorema de Bloch, obtemos que a relação de dispersão para os modos do polariton de volume é dada por

$$\cos(QL) = (1/2)\text{Tr}(T), \quad (6.12)$$

onde $\text{Tr}(T)$ significa o traço da matriz de transferência T . Usando as Eqs. (6.7)-(6.10), temos que

$$\cos(QL) = \cosh(k_{z\mathbf{A}}d_{\mathbf{A}}) \cosh(k_{z\mathbf{B}}d_{\mathbf{B}}) + f(\omega) \sinh(k_{z\mathbf{A}}d_{\mathbf{A}}) \sinh(k_{z\mathbf{B}}d_{\mathbf{B}}), \quad (6.13)$$

onde

$$f(\omega) = \frac{1}{2} \left[\frac{Z_{\mathbf{A}} \cos(\theta_{\mathbf{A}})}{Z_{\mathbf{B}} \cos(\theta_{\mathbf{B}})} + \frac{Z_{\mathbf{B}} \cos(\theta_{\mathbf{B}})}{Z_{\mathbf{A}} \cos(\theta_{\mathbf{A}})} \right], \quad (6.14)$$

com Q sendo o vetor de onda de Bloch.

Para obter a relação de dispersão para os polaritons de superfície, vamos admitir que a super-rede é truncada em $z = 0$, com a região $z < 0$ preenchida por um meio transparente \mathbf{C} (o vácuo), cuja constante dielétrica é $\epsilon_{\mathbf{C}}$. Como o leitor já sabe, esta super-rede semi-infinita não possui mais simetria translacional completa na direção z , e portanto, não podemos mais assumir a validade do teorema de Bloch, como no caso do sistema periódico infinito. Contudo, a Eq. (6.12) permanece válida quando substituímos

Q pela quantidade complexa $i\beta$, com $\text{Re}(\beta) > 0$, para assegurar que o modo é localizado, ou seja,

$$\cosh(\beta L) = (1/2)\text{Tr}(T). \quad (6.15)$$

Já que temos agora que considerar uma condição de contorno extra para a nova interface em $z = 0$, isto impõe um vínculo a mais que eventualmente nos permite determinar o fator de atenuação (β). Na região $z < 0$, os campos eletromagnéticos têm a forma

$$E_x(z) = C^0 \exp(k_{zC}z), \quad (6.16)$$

$$H_y(z) = (i\omega\epsilon_C/k_{zC})C^0 \exp(k_{zC}z), \quad (6.17)$$

onde C^0 é uma constante e $k_{zC} = [k_x^2 - \epsilon_{zC}\omega^2/c^2]^{1/2}$, para $k_x > \epsilon_{zC}^{1/2}\omega/c$. Aplicando as condições de contorno em $z = 0$, temos

$$C^0 = A_{1A}^0 + A_{2A}^0, \quad (6.18)$$

$$\xi_C C^0 = \xi_A (A_{1A}^0 - A_{2A}^0), \quad (6.19)$$

onde $\xi_C = \epsilon_C/k_{zC}$. Portanto, para as interfaces, temos

$$T|A_A^0 \rangle = \exp(-\beta L)|A_A^0 \rangle, \quad (6.20)$$

onde

$$|A_A^0 \rangle = \begin{bmatrix} A_{1A}^0 \\ A_{2A}^0 \end{bmatrix}. \quad (6.21)$$

Eliminando as incógnitas C , A_{1A}^0 , e A_{2A}^0 das Eqs. (6.18) e (6.19), obtemos

$$T_{11} + T_{12}\lambda = T_{22} + T_{21}\lambda^{-1}, \quad (6.22)$$

onde T_{ij} ($i, j = 1, 2$) são os elementos da matriz de transferência T e λ é um parâmetro de superfície dado por

$$\lambda = (\xi_{\mathbf{A}} + \xi_{\mathbf{C}})/(\xi_{\mathbf{A}} - \xi_{\mathbf{C}}), \quad (6.23)$$

$$\xi_j = \epsilon_j(\omega)/k_{zj}. \quad (6.24)$$

Aqui, ϵ_j é a função dielétrica do meio sob consideração (\mathbf{A} e \mathbf{C}). A Eq. (6.22) representa uma relação de dispersão implícita para os polaritons de superfície. Uma vez resolvida, podemos obter um valor para β que satisfaça a Eq. (6.15), junto com a exigência que $\text{Re}(\beta) > 0$ para assegurar a localização.

Este método pode ser estendido para uma estrutura quasiperiódica mais complexa, bastando determinar as matrizes de transferência apropriadas. Não é difícil demonstrar que as matrizes de transferência para qualquer geração k de Fibonacci (com $k \geq 1$) é [148]

$$T_{S_{k+2}} = T_{S_k} T_{S_{k+1}}, \quad (6.25)$$

com as condições iniciais são

$$T_{S_0} = N_{\mathbf{B}}^{-1} M_{\mathbf{B}}, \quad T_{S_1} = N_{\mathbf{A}}^{-1} M_{\mathbf{A}} \quad \text{e} \quad T_{S_2} = N_{\mathbf{A}}^{-1} M_{\mathbf{B}} N_{\mathbf{B}}^{-1} M_{\mathbf{A}}. \quad (6.26)$$

Portanto, a partir das matrizes de transferência T_{S_0} , T_{S_1} e T_{S_2} , podemos determinar a matriz de transferência para uma geração de Fibonacci de ordem maior. De maneira semelhante, podemos encontrar as matrizes de transferência para todas as outras estruturas quasiperiódicas (para mais detalhes consultar Ref. [148]).

6.3 Resultados Numéricos

Nesta seção, apresentamos alguns resultados numéricos para caracterizar o espectro de dispersão do polariton (modos de volume e de superfície), que podem se propagar nas estruturas fotônicas consideradas aqui. Seja o meio **B** preenchido pelo SiO₂, com $\epsilon_{\mathbf{B}} = 12.3$ e $\mu_{\mathbf{B}} = 1$, que são parâmetros apropriados para este material, enquanto para o meio **A** (metamaterial), temos que a função dielétrica $\epsilon(\omega)$ e a permeabilidade magnética $\mu(\omega)$ dependentes da frequência são dadas pelas Eqs. (4.12) e (4.13), respectivamente.

O espectro de dispersão do polariton para a super-rede fotônica periódica é mostrado nas Figs. 6.2(a) a 6.2(c) em diferentes escalas. Em todas as figuras, os modos de superfície são representados pelas linhas cheias, enquanto as bandas de volume são caracterizadas pelas áreas sombreadas, que são limitadas pelas equações $QL = 0$ e $QL = \pi$. A linha tracejada representa a linha da luz $\omega = ck_x$ no vácuo, enquanto a linha ponto-tracejada é a linha da luz $\omega = ck_x/\epsilon_{\mathbf{B}}^{1/2}$ no material de índice de refração positivo (SiO₂). Como já foi mencionado antes, o amortecimento é negligenciado. Além disso, assumimos que o meio externo é o vácuo ($\epsilon_{\mathbf{C}} = 1$), assim, a estrutura compreende vácuo/metamaterial/SiO₂/metamaterial/SiO₂...

Na Fig. 6.2a, a frequência do polariton (em unidades da frequência do plasma) é desenhada contra o vetor de onda adimensional $k_x d_{\mathbf{A}}$ para $d_{\mathbf{A}}/d_{\mathbf{B}} = 2$, com $d_{\mathbf{A}} = 8$ mm. O espectro do polariton revela três bandas de volume bem definidas, separadas por *gaps* de frequências proibidas, onde os modos de superfície podem se propagar. Para baixas frequências, a banda de volume fica mais estreita a medida que $k_x d_{\mathbf{A}}$ aumenta. Neste caso, as curvas do espectro de dispersão do polariton de volume têm (junto com o modo de superfície inferior) um comportamento assintótico em torno do valor $\omega/\omega_p = 0.276$. O ramo para altas frequências assume uma forma parabólica semelhante à relação de dispersão do polariton de plasmon presente em materiais com índice de refração positivo. Observe que o ramo intermediário, localizado na faixa de frequência entre $0.276 \leq \omega/\omega_p \leq 1.0$, tem uma inclinação negativa em todo o intervalo, que significa que a velocidade de

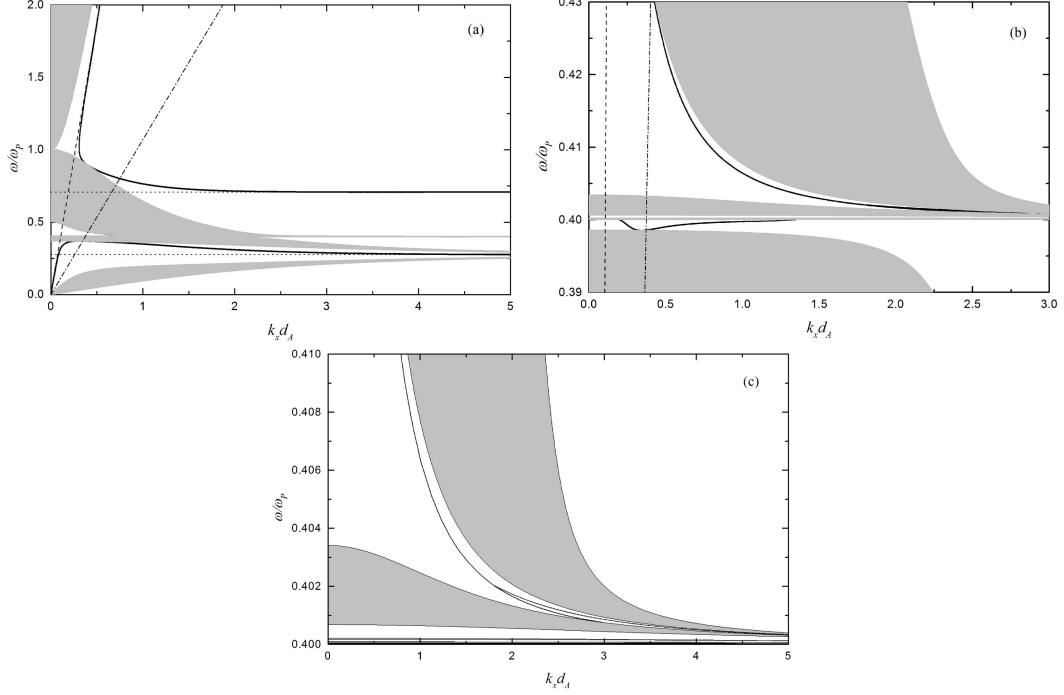


Figura 6.2: O espectro do polariton, como dado pela Eq. (6.12) (modos de volume) e a Eq. (6.22) (modos de superfície), para uma super-rede fotônica periódica. As áreas sombreadas representam os três modos de volume, enquanto os modos de superfície são representados pelas linhas cheias. As linhas tracejadas representam a linha da luz no vácuo, enquanto as linhas ponto-tracejadas são as linhas da luz na camada **B** (SiO_2). Em (a), a frequência (em unidades de frequência do plasma) é obtida em função do vetor de onda adimensional $k_x d_A$, considerando a razão entre as espessuras das camadas $d_A/d_B = 2$. Em (b), um gráfico ampliado de (a) para a região $0.39 \leq \omega/\omega_p \leq 0.43$. Em (c), mostramos outra ampliação na região $0.40 \leq \omega/\omega_p \leq 0.41$ de (b).

grupo é negativa para estes modos de volume. Por outro lado, há dois modos de superfície na Fig. 6.2a, um na região de alta frequência, cuja a inclinação é negativa, o chamado modo reverso, que começa na linha das luz $\omega = ck_x$ e tende a $\omega/\omega_p = 1/\sqrt{2}$ para um valor grande $k_x d_A$. O outro pertence a região de baixas frequências, cuja inclinação é inicialmente positiva (modo normal), começando de $\omega/\omega_p = 0$ e $k_x d_A = 0$, e tendendo a $\omega/\omega_p = 0.276$ para valores maiores de $k_x d_A$, com uma inclinação negativa (modo reverso).

Para investigar com mais detalhes os modos de superfície, vamos mostrar, na Fig. 6.2b, uma ampliação do espectro de dispersão do polariton da Fig. 6.2a para a região

$0.39 \leq \omega/\omega_p \leq 0.43$. Surgem dois modos de superfície a mais, o primeiro, um modo de superfície degenerado (com mesmo valor de ω para dois valores diferentes de $k_x d_A$), que emerge da banda de volume em $\omega/\omega_p = 0.4$ e $k_x d_A = 0.194$, converge para a mesma banda de volume em $k_x d_A = 1.275$ aproximadamente. Seu ponto de inflexão intercepta a banda de volume abaixo em $k_x d_A = 0.377$. Neste caso, temos um modo reverso que se estende de $k_x d_A = 0.194$ a $k_x d_A = 0.377$, e um modo de superfície normal que se estende de $k_x d_A = 0.377$ a $k_x d_A = 1.275$. O segundo emerge da banda de volume superior, que possui inclinação negativa (modo reverso), e tende assintoticamente ao valor limite $\omega/\omega_p = 0.4002$, quando $k_x d_A$ aumenta. Na Fig. 6.2c, o comportamento deste segundo modo pode ser melhor observado. Ele se divide em $k_x d_A = 1.733$, com o ramo superior convergindo para a banda de volume superior, e o ramo de baixo para banda de volume inferior. Em todos os casos, para os modos ordinários de superfície, o sentido do fluxo de energia coincide com o sentido de propagação, enquanto para os modos reversos, o fluxo de energia tem sentido oposto em relação ao vetor de onda $k_x d_A$. Um comportamento semelhante para o modo de superfície degenerado, mostrado na Fig. 6.2b, foi encontrado por Namdar et al. [149]. Contudo, a bifurcação do modo de superfície, mostrado na Fig. 6.2c, é um aspecto novo dos espectros de dispersão do polariton. Note que este comportamento aparece na região de frequência onde o metamaterial tem um índice de refração negativo.

Na Fig. 6.3a, apresentamos o espectro de dispersão do polariton em estruturas fotônicas quasiperiódicas, aqui representada pela quarta geração de Fibonacci. Diferentemente do caso periódico, o espectro é mais fragmentado e as espessuras das bandas de volume ficam mais estreitas, quando $k_x d_A$ aumenta. Além disso, observamos um maior número de bandas de volume, uma característica devido à geometria quasiperiódica. O número de bandas de volume, considerando ambas as regiões de baixa e alta frequências, está relacionado ao número de Fibonacci F_n ($F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$, começando com $F_1 = F_2 = 1$). Por sua vez, podemos notar a existência de cinco modos de superfície com um comportamento semelhante àqueles encontrados para o caso periódico. O modo de superfície de alta frequência emerge da linha da luz $\omega = ck_x$ e prossegue até $\omega/\omega_p = 1/\sqrt{2}$ para valores maiores de $k_x d_A$, com inclinação negativa. O segundo, o terceiro e o quarto

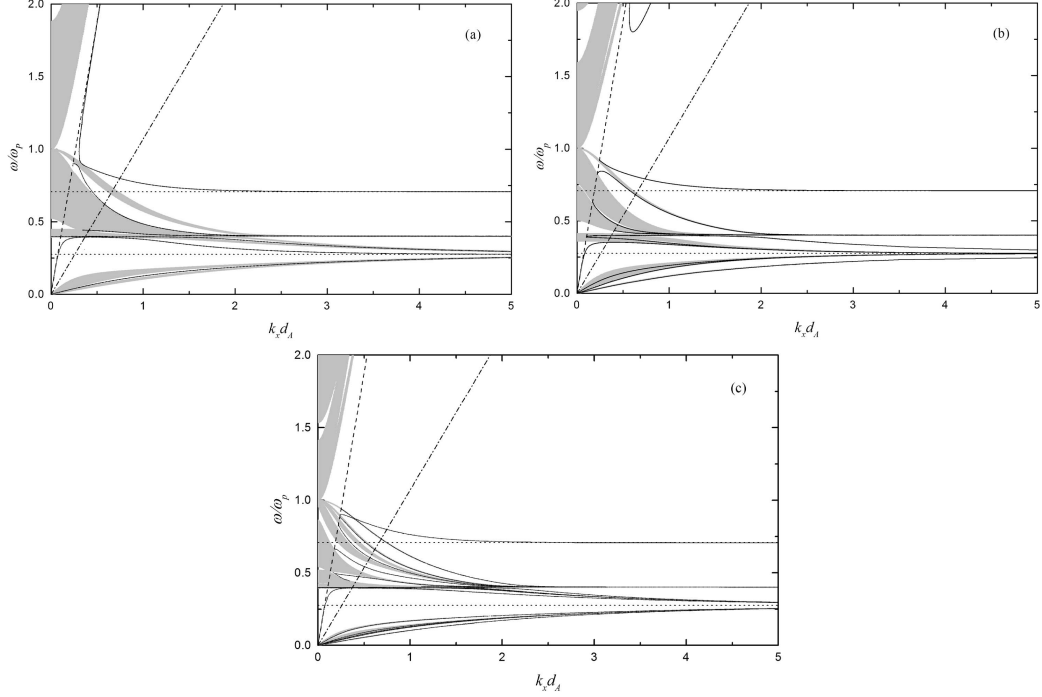


Figura 6.3: Os espectros do polariton (em unidades da frequência do plasma) em função do vetor de onda adimensional $k_x d_A$ para a razão entre as espessuras das camadas $d_A/d_B = 2$, considerando uma super-rede quasiperiódica fotônica. As áreas sombreadas representam os modos de volume, enquanto os modos de superfície são representados pelas linhas cheias. As linhas tracejadas representam as linhas da luz no vácuo, enquanto as linhas ponto-tracejadas são a linha da luz na camada **B** (SiO_2). (a) Fibonacci; (b) Thue-Morse e (c) período duplo.

modos de superfície, visto de cima para baixo, têm inclinações negativas e positivas alternadas, mostrando que as propagações podem ser reversas e ordinárias. O segundo modo de superfície emerge a partir da linha da luz com inclinação nula e descreve uma curva assintótica em torno do valor $\omega/\omega_p = 1/\sqrt{2}$, com inclinação negativa (modo reverso), assim como, as bandas de volume que ocorrem juntas a este modo. O terceiro modo de superfície emerge a partir de uma banda de volume mais fina em $\omega/\omega_p = 0.4$, com inclinação nula, e prossegue até $\omega/\omega_p = 0.276$, com inclinação negativa. O quarto modo de superfície inicia em $\omega/\omega_p = 0$ e $k_x d_A = 0$, e tende, junto com as bandas de volume, ao valor $\omega/\omega_p = 0.276$, para altas frequências de $k_x d_A$. O quinto e último modo de superfície, que inicia em $\omega/\omega_p = 0$ e $k_x d_A = 0$, tende ao valor de $\omega/\omega_p = 0.276$, com inclinação positiva em todo o intervalo mostrado na figura. Portanto, é um modo normal de propagação, isto é, nesta região não observamos efeitos do índice de refração negativo

ou, mais especificamente, não temos ondas reversas. Como veremos, o comportamento deste último modo de superfície é muito semelhante àqueles encontrados em outros casos quasiperiódicos, ou seja, para baixas frequências e entre as bandas de volume localizadas na faixa $0 \leq \omega/\omega_p \leq 0.276$, temos somente modos de propagação ordinários.

Calculamos também os espectros de dispersão do polariton de volume para as estruturas fotônicas quasiperiódicas de Thue-Morse e período duplo, mostradas na Figs. 6.3b e 6.3c, respectivamente. Aqui, diferentemente do caso de Fibonacci, a fragmentação das bandas de volume segue um regra distinta: para ambas as estruturas quasiperiódicas, o número de regiões de bandas fragmentadas N aumenta com $(1/3)[2^n - (-1)^n + 2]$, n sendo o número da geração de Thue-Morse (ou período duplo). Por sua vez, os modos de superfície (as linhas cheias), que podem ocorrer acima, abaixo ou entre as bandas de volume, possuem as mesmas propriedades encontradas para os modos de superfície obtidos no caso de Fibonacci, isto é, a presença de propagações reversas e ordinárias. É fácil observar que em todas estas estruturas quasiperiódicas, no intervalo de $0 \leq \omega/\omega_p \leq 0.4$, temos o mesmo comportamento qualitativo para os modos de volume e de superfície, semelhante ao caso das super-redes compostas de materiais com índice de refração positivo. Enquanto, na faixa de $0.4 \leq \omega/\omega_p \leq 1.0$, notamos os efeitos da presença do material com índice de refração negativo. Tal fato pode ser devido ao índice de refração $\sqrt{\epsilon\mu}$ negativo na faixa $0.4 \leq \omega/\omega_p \leq 0.6$. Contudo, isto não explica todos os resultados observados fora deste intervalo como, por exemplo, a velocidade de grupo negativa para os dois modos de superfície para altas frequências, mostrada na Fig. 6.3b. O modo de superfície superior emerge a partir da linha da luz e tende assintoticamente para o valor $\omega/\omega_p = 1/\sqrt{2}$ (linha pontilhada). Na faixa $0.244 \leq k_x d_A \leq 2.0$, a inclinação é negativa, ou seja, a velocidade de grupo é negativa. Para $k_x d_A > 2.0$, a inclinação é nula, assim como a velocidade de grupo. Observe que somente este modo de superfície converge para este valor limite.

Quando os constituintes da super-rede fotônica são formados por um material com índice de refração positivo, as bandas permitidas nas estruturas periódicas e quasiperiódicas podem ser obtidas quando o valor absoluto do lado direito da Eq. (6.12) é menor do que um (consulte a Ref. [3] para maiores detalhes), significa que a com-

ponente k_z do vetor de onda é real. Por outro lado, quando ele é maior do que um, temos uma banda proibida. Contudo, isto não é verdade quando a super-rede contém materiais com índices de refração positivo e negativo (que é o caso tratado aqui). Alguns valores complexos de k_z podem ainda fornecer um resultado menor do que um no lado esquerdo da Eq. (6.12), e estas soluções complexas podem ter significado físico. Isto pode ser notado, considerando as curvas de dispersão apresentadas na Fig. 6.4a, para o valor do vetor de onda adimensional $k_x L/2\pi = 0.1$ e razão $d_B/d_A = 2.69$. Aqui, desenhamos a frequência reduzida $\Omega = \omega L/2\pi c$ em função do vetor de onda de Bloch QL para a quinta geração de Fibonacci. Também, voltamos nosso interesse para o caso que o índice de refração médio da super-rede é nulo, chamada de região fotônica de $\bar{\eta}$ nulo, isto é, $\bar{\eta} = (\eta_A d_A + \eta_B d_B)/L = 0$, com $\eta_A = (\epsilon_A \mu_A)^{1/2} = -3.53$, sendo o índice de refração para o metamaterial ($j = \mathbf{A}$), $\eta_B = (\epsilon_B \mu_B)^{1/2} = 2.19$ é o índice de refração para o SiO_2 ($j = \mathbf{B}$), respectivamente (estes parâmetros correspondem a $\epsilon_A = -2.5$, $\mu_A = -5$, $\epsilon_B = 4.8$, $\mu_B = 1$, $d_A/L = 0.271$ e $d_B/L = 0.729$). Com isso, estamos distinguindo as bandas proibidas de Bloch usuais, mostradas nas Figs. 6.2 e 6.3, das bandas proibidas para $\bar{\eta}$ nulo. Além disso, há a possibilidade de bandas proibidas mais largas do que as observadas em super-redes compostas de materiais com índice de refração positivo [150], assim como a possibilidade de modos discretos e tunelamento de fótons [151], quando $\bar{\eta} = 0$. Aqui, notamos que as extremidades das bandas de volume não são caracterizadas pela condição de Bloch, $QL = 0$ e $QL = \pi$. Portanto, temos uma redução da zona de Brillouin.

A estrutura de bandas $\bar{\eta} = 0$ pode ser melhor observada no gráfico de bandas projetadas (Fig. 6.4b), onde as bandas permitidas consecutivas são unidas para constituir uma grande banda fragmentada, na qual podemos ver os modos de volume contínuos e discretos. Os modos de superfície são representados pelas linhas cheias. As linhas da luz são as linhas tracejadas, correspondendo a $\omega = ck_x$ e $\omega = -ck_x$. Como mencionamos, os modos de superfície se originam na linha da luz e ocorrem entre as bandas de volume. A partir de $k_x = 0$, observamos que as bandas permitidas são separadas por bandas proibidas estreitas, isto é, os modos discretos dão lugar a bandas de volume finas, descritas pelo vetor de Bloch QL para pequenas regiões em torno $k_x = 0$, enquanto a curva de dispersão se estender aproximadamente sobre a zona de Brillouin reduzida (ver Fig.

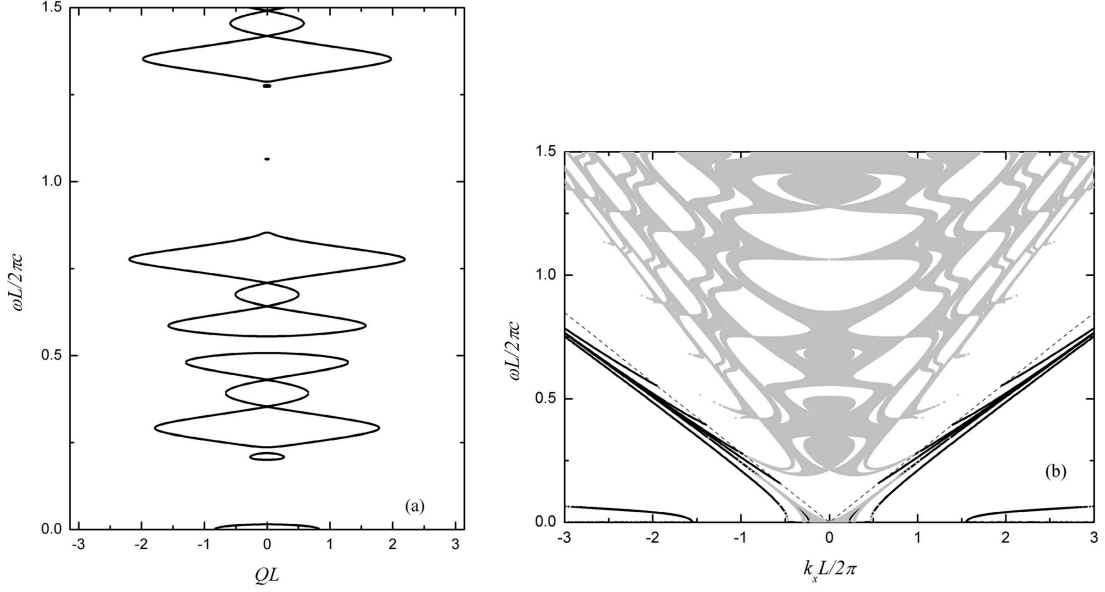


Figura 6.4: O espectro do polariton contra o vetor de onda Floquet-Bloch QL adimensional para a razão entre as espessuras das camadas $d_B/d_A = 2.69$, considerando a quinta geração da super-rede fotônica quasiperiódica de Fibonacci; (b) A estrutura das banda fotônicas projetadas desenhadas em função do vetor de onda reduzido $K_x = k_x L/2\pi$. As áreas sombreadas e brancas correspondem as bandas permitidas e proibidas, respectivamente. As linhas tracejadas significam a linha da luz $\omega = ck_x$ e $\omega = -ck_x$ no vácuo.

6.4a). Por outro lado, a Fig. 6.4a mostra também que para pequenos valores de $k_x d_A$ a transmissão através da super-rede é nula, exceto para determinados valores, temos bandas de transmissão, e para alguns valores de $QL < \pi$. As frequências discretas (como em $\Omega = \omega/2\pi c \simeq 1.2$ e $QL = 0$, na Fig. 6.4a) são determinadas pela condição de ressonância de Fabry-Perot, $k_{zA} = m\pi$ ($m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$), onde as ondas refletidas chegam fora de fase na faces consecutivas da super-rede [152]. As bandas de volume contínuas podem ser caracterizadas na zona de Brillouin reduzida, $0 \leq Q \leq \xi$, com ξ sendo os valores onde a inclinação vai para menos infinito ($-\infty$) na Fig. 6.4a. Note que para a n -ésima geração de Fibonacci, podemos calcular as espessuras adimensionais d_A/L e d_B/L que satisfazem a equação: $\bar{\eta}_n = (F_{n-1}\eta_A d_A + F_{n-2}\eta_B d_B)/L = 0$, com F_n sendo o n -ésimo número da geração de Fibonacci. Em geral, para qualquer seqüência substitucional, podemos calcular estes parâmetros através da equação

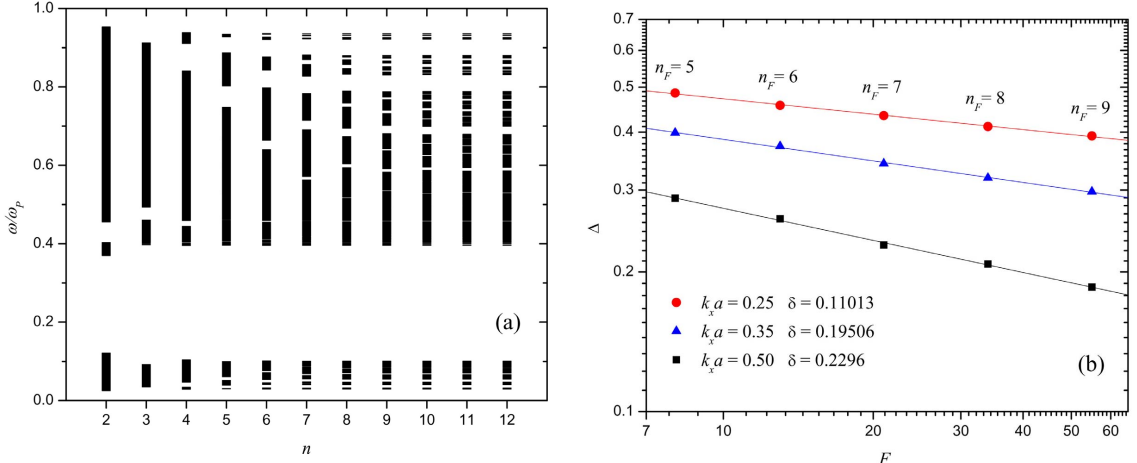


Figura 6.5: Propriedades de localização e de escala dos polaritons na estrutura fotônica quasiperiódica de Fibonacci: (a) a distribuição das espessuras de bandas como uma função do número da geração n ; (b) o gráfico log-log da espessura total Δ das regiões de bandas permitidas contra o número de Fibonacci.

$$\bar{\eta}_n = (N_A \eta_A d_A + N_B \eta_B d_B) / L = 0, \quad (6.27)$$

onde N_A (N_B) é o número de blocos da camada **A** (**B**) para uma dada geração n .

Agora vamos examinar os efeitos de confinamento que surgem devido a competição entre a ordem aperiódica de longo alcance, induzida pela estrutura fotônica quasiperiódica, e a desordem de curto alcance, por meio de uma análise qualitativa da localização e da magnitude da espessuras da bandas permitidas nos espectros do polariton. Para isto, investigamos as regiões para as frequências permitidas (bandas permitidas), onde $|(1/2)\text{Tr}(T)| \leq 1$, como um função do número da geração da estrutura quasiperiódica para um valor fixo de $k_x d_A = 0.25$, como são mostradas na Fig. 6.3a (seqüência de Fibonacci), Fig. 6.3b (seqüência de Thue-Morse) e Fig. 6.3c (seqüência de período duplo). Os resultados podem ser vistos nas Figs. 6.5, 6.6 e 6.7, junto com um gráfico log-log da espessura das bandas total como função do número de blocos contituíntes para cada super-rede quasiperiódica, considerando três valores de $k_x d_A$, isto 0.25, 0.35 e 0.5, respectivamente.

A Fig. 6.5a mostra a distribuição das espessuras de bandas para as frequências

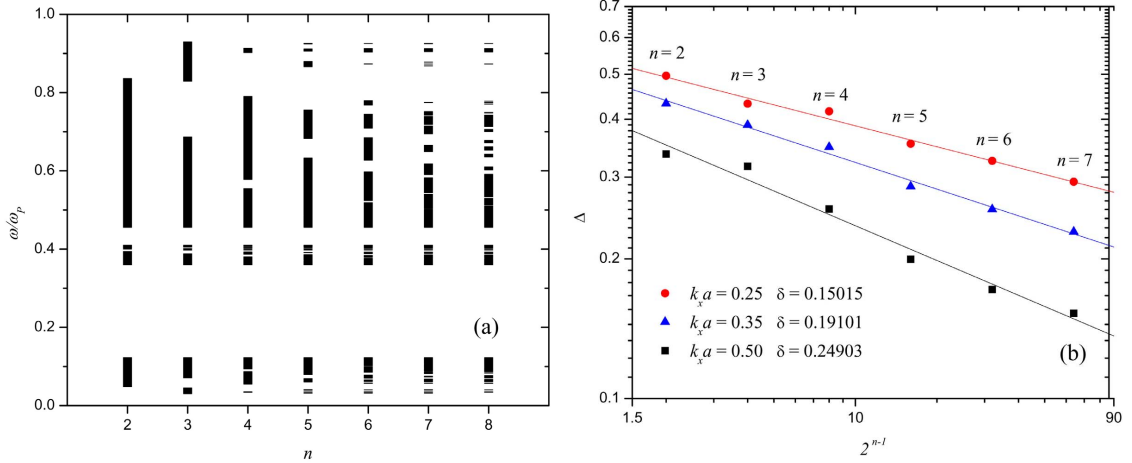


Figura 6.6: Semelhante a Fig. 6.5, mas para a seqüência de Thue-Morse.

proibidas e permitidas como função do número da geração n , até a décima segunda geração de Fibonacci, considerando $k_x d_A = 0.25$. Isto significa uma célula unitária com 89 blocos **A** e 144 blocos **B**, totalizando 233 blocos constituintes. Note que, como esperado, para valores maiores de n , as regiões de bandas permitidas são mais e mais estreitas, como uma indicação de modos mais localizados. De fato, a espessura total Δ da regiões de bandas de energia permitidas (a medida de Lebesgue do espectro de energia) descrece com n de acordo com uma lei de potência $\Delta \sim F_n^{-\delta}$. Aqui, o expoente δ (uma constante de difusão dos espectros) é uma função da vetor de onda $k_x d_A$. Este expoente pode indicar o grau de localização das excitações [153]. Na Fig. 6.5b, mostramos um gráfico log-log destas leis de potência para três valores diferentes de $k_x d_A$, isto é, 0.25, 0.35 e 0.50.

A distribuição das espessuras de banda para a estrutura de Thue-Morse, considerando $k_x d_A = 0.25$, é descrita na Fig. 6.6a até oitava geração. A espessura total das bandas permitidas obedece uma lei de escala diferente, quando comparamos ao caso de Fibonacci, isto é, $\Delta \sim (2^{n-1})^{-\delta}$, como podemos ver na Fig. 6.6b. Um comportamento similar foi encontrado para o caso de período duplo, mostrado nas Figs. 6.7a e 6.7b.

Também investigamos a distribuição multifractal das frequências permitidas. Para caracterizar esta distribuição, é conveniente introduzir a função $f(\alpha)$, conhecida como espectro multifractal ou espectro de índices escalonados. De maneira simples, podemos

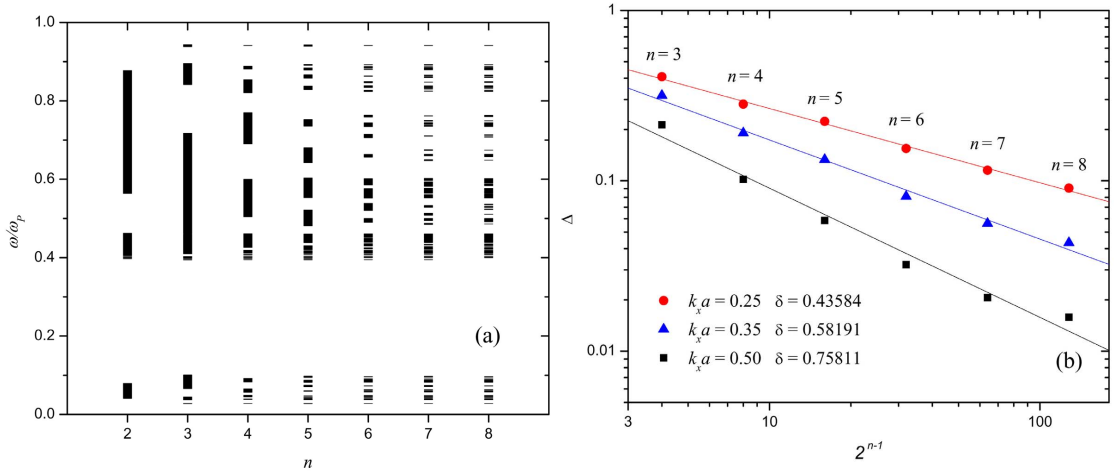


Figura 6.7: Semelhante a Fig. 6.5, mas para a seqüência de período duplo.

entender a multifractalidade como um conjunto entrelaçado de fractais com diferentes dimensões fractais $f(\alpha)$, onde α é uma medida desse entrelaçamento [154, 155]. O formalismo surge do fato que as distribuições probabilísticas não uniformes se originam da não uniformidade do sistema. Usualmente, o espectro de singularidade tem uma forma parabólica, distribuída em uma faixa finita $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$, que são os extremos mínimo e máximo da singularidade da medida de intensidade, respectivamente. Eles também correspondem aos expoentes que governam o comportamento em escala das regiões rarefeitas e concentradas do espectro de frequência. O valor de $\Delta\alpha = \alpha_{max} - \alpha_{min}$ pode ser utilizado como um parâmetro para medir o grau de aleatoriedade da distribuição da espessura de banda e, conseqüentemente, o grau de localização do espectro de frequência. A Fig. 6.8 mostra as funções de $f(\alpha)$ para três valores diferentes de $k_x d_A$, isto é, 0.25, 0.35 e 0.5, respectivamente, para as estruturas quasiperiódicas mostradas neste trabalho. Na Fig. 6.8a, mostramos o $f(\alpha)$ para a décima primeira geração de Fibonacci, cuja célula unitária é composta por 55 blocos **A** e 89 blocos **B**. A Figs. 6.8(b) (6.8(c)) mostra $f(\alpha)$ para a oitava geração da seqüência de Thue-Morse (período duplo), cuja célula unitária é composta por 128 (161) blocos **A** e 128 (85) blocos **B**. A análise multifractal acima revela um função $f(\alpha)$ suave distribuída em uma faixa finita $[\alpha_{min}, \alpha_{max}]$ para todas as estruturas quasiperiódicas, com um ápice em $f(\alpha_0) = 1$ para algum valor α_0 . Estas investigações demonstram que todos os espectros correspondem a distribuições de intensidade não uniforme, e portanto, possuem as propriedades de escala de um espectro multifractal.

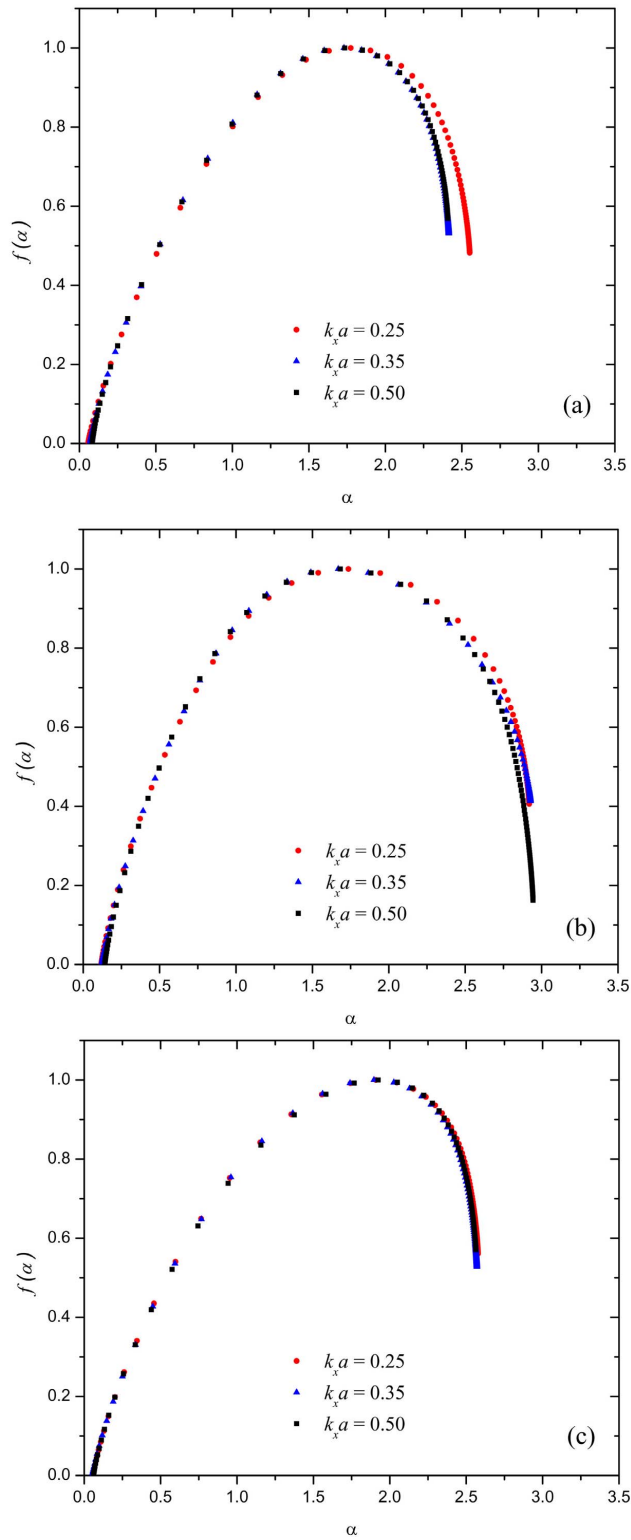


Figura 6.8: As funções $f(\alpha)$ das espessuras de bandas do polariton de plasmon para as três estruturas fotônicas quasiperiódicas tratadas aqui. Os valores de $k_x d_A$ são dados na legenda. (a) Fibonacci, (b) Thue-Morse e (c) período duplo.

6.4 Conclusões

Neste capítulo, apresentamos uma teoria geral para a propagação dos polaritons em super-redes fotônicas periódica e quasiperiódica, com um dos blocos constituintes sendo um material com índice de refração negativo, ou seja, com permissividade elétrica ϵ e permeabilidade magnética μ simultaneamente negativos para a mesma faixa de frequência. Os espectros são ilustrados nas Figs. 6.2 (super-rede periódica) e 6.3 (as três super-redes quasiperiódicas). Em ambos os casos, observamos que os efeitos da introdução de um material com índice de refração negativo é mais acentuado na região $0.276 \leq \omega/\omega_p \leq 1.0$, onde ocorrem muitos modos de volume e de superfície com comportamento reverso, que é uma propriedade característica dos metamateriais. Por outro lado, no intervalo $0 \leq \omega/\omega_p \leq 0.276$, temos somente propagações ordinárias, que são típicas de materiais com índice de refração positivo. Destes resultados, podemos concluir que o espectro do polariton apresenta propriedades de ambos os materiais (índices de refração positivo e negativo), em um intervalo fora da faixa, onde o índice de refração é negativo, isto é, $0.4 \leq \omega/\omega_p \leq 0.6$. Esta é uma propriedade interessante, que não foi explorada em um artigo recente [30], onde estudamos os espectros de transmissão para as seqüências quasiperiódicas estudadas aqui.

Estudamos também algumas propriedades físicas destas seqüências substitucionais, principalmente, aquelas relacionadas com a localização dos modos, como foi expressa pela distribuição de espessuras de bandas mostradas nas Figs. 6.5(a), 6.6(a) e 6.7(a). Por sua vez, o comportamento autosimilar foi descrito através das leis de potência nas Figs. 6.5(b), 6.6(b) e 6.7(b), distinto de caso periódico.

A técnica experimental mais importante para investigar estes espectros são o espalhamento Raman da luz e a reflexão total atenuada (*attenuated total reflection*-ATR). No caso do espalhamento Raman, usa-se um espectrômetro de grade para detectar e analisar a luz espelhada. O deslocamento típico da frequência da luz espalhada está na faixa de 0.6-500 meV, que torna esta técnica muito apropriada para investigar os espectros

do polariton. Por outro lado, a espectroscopia ATR é muito fácil de lidar do que com o Raman, mas os resultados são menos precisos. Contudo, tem sido empregada com sucesso em um certo número de experimentos para materiais ordinários [156], incluindo interfaces com o vácuo e com metamaterial [147].

CAPÍTULO 7

Conclusões Gerais e Perspectivas

O estudo das propriedades ópticas das super-redes nanoestruturadas é um campo de pesquisa que se mantém muito ativo na atualidade. Talvez porque o eletromagnetismo seja, entre as áreas da física, umas das que mais contribuíram para o progresso tecnológico observado nas sociedades modernas, ganhando um forte impulso pela promessa do uso dos fótons no lugar dos elétrons no processamento de dados em circuitos integrados. Ou ainda, podemos manipular os campos eletromagnéticos para modificar as propriedades elétricas ou magnéticas da matéria, e assim, explorar este conhecimento para construir dispositivos óptico-eletrônicos mais potentes. Mas é claro que o interesse do cientista vai além do uso prático do conhecimento, pois muitas vezes, estamos interessados em estudar simplesmente os fundamentos de uma ciência.

Seguindo este preceito, fornecemos contribuições para a compreensão da dinâmica da propagação dos polaritons de exciton em nanoestruturas periódicas e quasiperiódicas. Inicialmente, no Capítulo 2 [1], descrevemos a relação de dispersão dos polaritons para uma super-rede periódica, constituída por camadas de nitreto de gálio (GaN) e safira (Al_3O_2) alternadas, como $\cdots \mathbf{ABABA} \cdots$, onde as camadas **A** e **B** representam o GaN e a safira, respectivamente. Salientamos que os nitretos III formam uma nova classe de materiais que têm sido estudada extensivamente, devido as suas características eletrônicas, ópticas e mecânicas que tornam estes materiais promissores para aplicações na indústria de alta tecnologia, como por exemplo, na confecção de diodos de emissão de luz (ou *light emitting diode* - LED) e diodos *laser* de comprimento de onda curto (ou *laser diode* - LD).

A razão é que os nitretos possuem um *gap* de banda largo e direto, correspondendo a região do visível até a região do ultravioleta próximo do espectro, e também, uma eficiência alta na emissão. Por sua vez, os nitretos são semicondutores, nos quais os polaritons de exciton podem ser estudados, e que podem ser empregados na obtenção do laser de polaritons.

A relação de dispersão dos polaritons de exciton na super-rede periódica de GaN/safira fornece um espectro com uma “assinatura” característica de uma forma de “cálice”, similar a observada no cristal isotrópico e infinito. A mudança mais significativa é na grande quantidade de modos de volume e de superfície, que são sensíveis ao tipo da polarização (p ou s), as espessuras relativas entre as camadas GaN e safira e a condição de contorno empregada, as chamadas ABCs (*Additional Boundary Condition*), ou condições de contorno adicionais.

No Capítulo 3 [2], demos continuidade à investigação da propagação dos modos de polaritons em nanoestruturas, conhecidas como seqüências quasiperiódicas, que são crescidas segundo regras de recorrência específicas. Neste caso, resolvemos dispor as camadas de GaN e safira de maneira a obedecer a seqüência de Fibonacci. As seqüências quasiperiódicas fornecem características novas aos espectros, como observamos, por exemplo, quando analisamos a fragmentação do espectro de energia do polariton em função das gerações de Fibonacci. As bandas de volume ficam mais estreitas à medida que aumentamos o número da geração da seqüência de Fibonacci, o que mostra que os modos são mais localizados. Além disso, a forma do espectro lembra um conjunto de Cantor, e como um objeto fractal, exhibe a característica de auto-similaridade.

No Capítulo 4 [30], analisamos como os espectros de transmissão da luz podem ser modificados na presença de cristais fotônicos quasiperiódicos, onde um dos materiais possui um índice de refração negativo. Em nossa descrição, o índice de refração é uma das características mais importantes dos materiais. Entre eles, destacam-se os metamateriais com índice de refração negativo, que podem levar ao desenvolvimento de superlentes capazes de fornecer imagens de objetos ou estruturas que são muito menores do que o comprimento de onda da luz. Outras aplicações dos metamateriais incluem a fabricação

de antenas com propriedades novas, em nanolitografia óptica e em nanocircuitos.

Nossos resultados mostraram que os espectros de transmissão para cristais fotônicos tipo Fibonacci, no caso que consideramos o índice de refração independente da frequência, exibem um padrão auto-similar depois de seis gerações. Além disso, os espectros para Fibonacci mostram uma simetria especular única, que é a principal assinatura dos espectros de transmissão da luz, observados também para as seqüências quasiperiódicas de Thue-Morse e período duplo. Por outro lado, um caso mais realístico para um índice de refração (da camada **B**) dependente da frequência é apresentado, dando origem a um rico espectro de transmissão de picos de Bragg, sem características fractais (nenhuma auto-similaridade), nem características especulares de simetria.

No Capítulo 5 [31], investigamos o comportamento térmico das ondas eletromagnéticas em estruturas fotônicas quasiperiódicas, isto é, estruturas construídas obedecendo as relações recursivas para as seqüências de Fibonacci, Thue-Morse e período duplo, onde um dos componentes é um material com índice de refração negativo. Investigamos, também, o caso periódico. No caso em que a permissividade elétrica e a permeabilidade magnética são constantes, os resultados numéricos fornecem uma interessante estrutura de bandas espectrais, com picos de emissividade acompanhando o contorno da curva de emissão térmica de um corpo negro perfeito. Para um caso mais realístico, analisamos a dependência dos espectros com a polarização e a frequência da onda incidente, como também, em relação ao ângulo de incidência. Em todos os casos, os espectros mostram uma distribuição simétrica em relação $\theta = 0$. O caso periódico revela uma mudança significativa para os dois modos de polarização, enquanto para as estruturas quasiperiódicas, esta sensibilidade para as duas polarizações (TE e TM) pode ser negligenciada, já que os espectros não se diferenciam de maneira significativa. Além disso, os espectros térmicos quasiperiódicos fornecem bandas proibidas largas para emissividade.

No Capítulo 6 [32], descrevemos o comportamento do polariton de plasmon em cristais fotônicos quasiperiódicos, com a presença de materiais com índice de refração negativo. Em materiais convencionais, a estrutura de bandas mostra que a velocidade de grupo da

excitação é sempre positiva. Agora, os espectros podem ser distinguidos, entre outras coisas, por apresentarem regiões com velocidades de grupo positiva e negativa. Por outro lado, as características ligadas a quasiperiodicidade, como o espectro fractal tipo conjunto de Cantor, e as leis de potência que o descreve, apresentam um comportamento semelhante ao observado nos espectros de sistemas quasiperiódicos em materiais convencionais. Assim, as propriedades geométricas associadas às super-redes, e expressas nos espectros, não são afetadas pela escolha dos materiais que compõem estas estruturas.

Baseados nos resultados que encontramos e que descrevemos nesta tese, algumas sugestões de trabalhos futuros são:

1. descrever a propagação do polaritons de exciton em geometrias quasiperiódicas não-planares;
2. descrever a propagação de polaritons em fibras ópticas;
3. estudar o *laser* de polaritons de exciton;
4. analisar o comportamento de outras excitações em cristais fotônicos.

Este capítulo encerra nossas conclusões a respeito da propagação das ondas eletromagnéticas em nanoestruturas quasiperiódicas constituídas de materiais convencionais (GaN) ou não convencionais (cristais fotônicos e metamateriais), ora estudando os modos de propagação mistos, como os polaritons de exciton e plasmon, ora analisando os resultados da presença de um metamaterial numa super-rede fotônica, para descrever os seus espectros de transmitância e emitância. Esperamos que este trabalho sirva de apoio a novas pesquisas nesta área, potencialmente mais importante, tanto do ponto de vista científico quanto tecnológico.

Apêndice A

Matriz de Transferência

A.1 Polarização p

Aqui, vamos mostrar como obter a matriz de transferência na Eq. (2.20) para a super-rede periódica descrita no capítulo 2. Aplicando as condições de contorno padrões do eletromagnetismo, mais a Eq. (2.10) adicional, para a n -ésima célula unitária, nas interfaces em $z = nL$, $z = nL + a$ e $z = (n + 1)L$, obtém-se que

$$\bar{f}_1 A_1^n - f_1 B_1^n + \bar{f}_2 A_2^n - f_2 B_2^n + f_L A_L^n - \bar{f}_L B_L^n - E_1^n - E_2^n = 0, \quad (\text{A.1})$$

$$\epsilon_1(k_1) \frac{k_x}{k_1^z} (\bar{f}_1 A_1^n + f_1 B_1^n) + \epsilon_2(k_2) \frac{k_x}{k_2^z} (\bar{f}_2 A_2^n + f_2 B_2^n) - \epsilon_B \frac{k_x}{\alpha_B} (E_1^n - E_2^n) = 0, \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1(\mu - k_1^z \nu) A_1^n - \chi_1(\mu + k_1^z \nu) B_1^n + \chi_2(\mu - k_2^z \nu) A_2^n - \chi_2(\mu + k_2^z \nu) B_2^n - \\ & \epsilon_\infty(\nu + k_L^z \nu) A_L^n - \epsilon_\infty(\nu - k_L^z \nu) B_L^n = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} (\mu - k_1^z \nu) A_1^n + \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} (\mu + k_1^z \nu) B_1^n + \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} (\mu - k_2^z \nu) A_2^n + \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} (\mu + k_2^z \nu) B_2^n + \\ & \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} (\mu + k_L^z \nu) A_L^n - \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} (\mu - k_L^z \nu) B_L^n = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \bar{f}_1 (\mu - k_1^z \nu) A_1^n - \chi_1 f_1 (\mu + k_1^z \nu) B_1^n + \chi_2 \bar{f}_2 (\mu - k_2^z \nu) A_2^n - \chi_2 f_2 (\mu + k_2^z \nu) B_2^n - \\ & \epsilon_\infty f_L (\mu + k_L^z \nu) A_L^n - \epsilon_\infty \bar{f}_L (\mu - k_L^z \nu) B_L^n = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} \bar{f}_1(\mu - k_1^z \nu) A_1^n + \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} f_1(\mu + k_1^z \nu) B_1^n + \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} \bar{f}_2(\mu - k_2^z \nu) A_2^n + \\ & \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} f_2(\mu + k_2^z \nu) B_2^n + \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} f_L(\mu + k_L^z \nu) A_L^n - \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} \bar{f}_L(\mu - k_L^z \nu) B_L^n = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

$$A_1^{n+1} - B_1^{n+1} + A_2^{n+1} - B_2^{n+1} + A_L^{n+1} + B_L^{n+1} - \bar{f}_B E_1^n - f_B E_2^n = 0, \quad (\text{A.7})$$

$$\epsilon_1(k_1) \frac{k_x}{k_1^z} (A_1^{n+1} + B_1^{n+1}) + \epsilon_2(k_2) \frac{k_x}{k_2^z} (A_2^{n+1} + B_2^{n+1}) - \epsilon_B \frac{k_x}{\alpha_B} (\bar{f}_B E_1^n - f_B E_2^n) = 0 \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1(\mu - k_1^z \nu) A_1^{n+1} - \chi_1(\mu + k_1^z \nu) B_1^{n+1} + \chi_2(\mu - k_2^z \nu) A_2^{n+1} - \chi_2(\mu + k_2^z \nu) B_2^{n+1} - \\ & \epsilon_\infty(\nu + k_L^z \nu) A_L^{n+1} - \epsilon_\infty(\nu - k_L^z \nu) B_L^{n+1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} (\mu - k_1^z \nu) A_1^{n+1} + \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} (\mu + k_1^z \nu) B_1^{n+1} + \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} (\mu - k_2^z \nu) A_2^{n+1} + \\ & \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} (\mu + k_2^z \nu) B_2^{n+1} + \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} (\mu + k_L^z \nu) A_L^{n+1} - \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} (\mu - k_L^z \nu) B_L^{n+1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \bar{f}_1(\mu - k_1^z \nu) A_1^{n+1} - \chi_1 f_1(\mu + k_1^z \nu) B_1^{n+1} + \chi_2 \bar{f}_2(\mu - k_2^z \nu) A_2^{n+1} - \\ & \chi_2 f_2 k_x (\mu + k_2^z \nu) B_2^{n+1} - \epsilon_\infty f_L(\mu + k_L^z \nu) A_L^{n+1} - \epsilon_\infty \bar{f}_L(\mu - k_L^z \nu) B_L^{n+1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{aligned} & \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} \bar{f}_1(\mu - k_1^z \nu) A_1^{n+1} + \chi_1 \frac{k_x}{k_1^z} f_1(\mu + k_1^z \nu) B_1^{n+1} + \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} \bar{f}_2(\mu - k_2^z \nu) A_2^{n+1} + \\ & \chi_2 \frac{k_x}{k_2^z} f_2(\mu + k_2^z \nu) B_2^{n+1} + \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} f_L(\mu + k_L^z \nu) A_L^{n+1} - \epsilon_\infty \frac{k_L^z}{k_x} \bar{f}_L(\mu - k_L^z \nu) B_L^{n+1} = 0, \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

onde $\epsilon_j(k_j)$ é a função dielétrica associada com cada modo transversal k_j dada pela Eq. (2.6); ϵ_∞ é a constante dielétrica de fundo. Por sua vez, as Eqs. (A.1)-(A.12) podem ser reescritas na forma matricial como:

$$M_1 |C_{1A}^n \rangle + M_2 |C_{2A}^n \rangle + M_3 |C_{LA}^n \rangle = N_1 |C_B^n \rangle, \quad (\text{A.13})$$

$$M_4 |C_{1A}^n \rangle + M_5 |C_{2A}^n \rangle - M_6 |C_{LA}^n \rangle = 0, \quad (\text{A.14})$$

$$M_7 |C_{1A}^n \rangle + M_8 |C_{2A}^n \rangle - M_9 |C_{LA}^n \rangle = 0, \quad (\text{A.15})$$

$$M_{10}|C_{1A}^{n+1}\rangle + M_{11}|C_{2A}^{n+1}\rangle + M_{12}|C_{LA}^{n+1}\rangle = N_2|C_B^n\rangle, \quad (\text{A.16})$$

$$M_{13}|C_{1A}^{n+1}\rangle + M_{14}|C_{2A}^{n+1}\rangle - M_{15}|C_{LA}^{n+1}\rangle = 0, \quad (\text{A.17})$$

$$M_{16}|C_{1A}^{n+1}\rangle + M_{17}|C_{2A}^{n+1}\rangle - M_{18}|C_{LA}^{n+1}\rangle = 0, \quad (\text{A.18})$$

onde

$$\begin{aligned} |C_{jA}^n\rangle &= \begin{bmatrix} A_j^n \\ B_j^n \end{bmatrix}, \quad |C_{jA}^{n+1}\rangle = \begin{bmatrix} A_j^{n+1} \\ B_j^{n+1} \end{bmatrix}, \quad |C_B^n\rangle = \begin{bmatrix} E_1^n \\ E_2^n \end{bmatrix}, \quad |C_{LA}^n\rangle = \begin{bmatrix} A_L^n \\ B_L^n \end{bmatrix}, \\ M_1 &= \begin{bmatrix} \bar{f}_1 & -f_1 \\ \epsilon_1 q_1 \bar{f}_1 & \epsilon_1 q_1 f_1 \end{bmatrix}, \quad M_2 = \begin{bmatrix} \bar{f}_2 & -f_2 \\ \epsilon_2 q_2 \bar{f}_2 & \epsilon_2 q_2 f_2 \end{bmatrix}, \quad M_3 = \begin{bmatrix} f_L & \bar{f}_L \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ N_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_B q_B & -\epsilon_B q_B \end{bmatrix}, \quad M_4 = \begin{bmatrix} \chi_1^- & -\chi_1^+ \\ \chi_1^- q_1 & \chi_1^+ q_1 \end{bmatrix}, \quad M_5 = \begin{bmatrix} \chi_2^- & -\chi_2^+ \\ \chi_2^- q_2 & \chi_2^+ q_2 \end{bmatrix}, \\ M_6 &= \begin{bmatrix} \epsilon_\infty^+ & \epsilon_\infty^- \\ -\epsilon_\infty^+ \bar{q}_L & \epsilon_\infty^- \bar{q}_L \end{bmatrix}, \quad M_7 = \begin{bmatrix} \chi_1^- \bar{f}_1 & -\chi_1^+ f_1 \\ \chi_1^- q_1 \bar{f}_1 & \chi_1^+ q_1 f_1 \end{bmatrix}, \quad M_8 = \begin{bmatrix} \chi_2^- \bar{f}_2 & -\chi_2^+ f_2 \\ \chi_2^- q_2 \bar{f}_2 & \chi_2^+ q_2 f_2 \end{bmatrix}, \\ M_9 &= \begin{bmatrix} \epsilon_\infty^+ f_L & \epsilon_\infty^- \bar{f}_L \\ -\epsilon_\infty^+ \bar{q}_L f_L & \epsilon_\infty^- \bar{q}_L \bar{f}_L \end{bmatrix}, \quad M_{10} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \epsilon_1 q_1 & \epsilon_1 q_1 \end{bmatrix}, \quad M_{11} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ \epsilon_2 q_2 & \epsilon_2 q_2 \end{bmatrix}, \\ M_{12} &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad N_2 = \begin{bmatrix} \bar{f}_B & f_B \\ \epsilon_B q_B \bar{f}_B & -\epsilon_B q_B f_B \end{bmatrix}, \\ M_{13} &= M_4, \quad M_{14} = M_5, \quad M_{15} = M_6, \\ M_{16} &= M_7, \quad M_{17} = M_8, \quad M_{18} = M_9. \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Aqui, $\chi_j^\pm = \chi_j(\mu \pm k_j^z \nu)$, onde $\chi_j = S(Dk_j^2 - \Omega^2)$, enquanto $\epsilon_\infty^\pm = \epsilon_\infty(\mu \pm k_L^z \nu)$, $q_j = k_x/k_j^z$ e $\epsilon_j = \epsilon_j(k_j)$ para $j = 1, 2$, $q_L = k_x/k_L^z$ e $\bar{q}_L = 1/q_L$, e $q_B = k_x/\alpha_B$. As Eqs. (A.13)-(A.15), após eliminar A_{2A}^n , B_{2A}^n , A_{LA}^n e B_{LA}^n , fornecem que

$$\begin{aligned} |C_B^n\rangle &= N_1^{-1} [M_1 + M_3 M_6^{-1} M_4 - (M_2 + M_3 M_6^{-1} M_5)(M_8 - M_9 M_6^{-1} M_5)^{-1} \times \\ &\quad (M_7 - M_9 M_6^{-1} M_4)] |C_{1A}^n\rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

De forma semelhante, obtemos das Eqs. (A.16)-(A.18) a seguinte relação

$$|C_{1A}^{m+1}\rangle = [M_{10} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{13} - (M_{11} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{14})(M_{17} + M_{18}M_{15}^{-1}M_{16}) \times \\ (M_{16} - M_{18}M_{15}^{-1}M_{13})]^{-1}N_2|C_B^m\rangle. \quad (\text{A.21})$$

Combinando as Eqs. (A.20) e (A.21) encontramos que

$$|C_{1A}^{m+1}\rangle = T|C_{1A}^m\rangle, \quad (\text{A.22})$$

onde

$$T = [M_{10} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{13} - (M_{11} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{14})(M_{17} + M_{18}M_{15}^{-1}M_{16}) \times \\ (M_{16} - M_{18}M_{15}^{-1}M_{13})]^{-1}N_2N_1^{-1}[M_1 + M_3M_6^{-1}M_4 - (M_2 + M_3M_6^{-1}M_5) \times \\ (M_8 - M_9M_6^{-1}M_5)^{-1}(M_7 - M_9M_6^{-1}M_4)], \quad (\text{A.23})$$

onde T é a matriz de transferência. Da Eq. (A.23), substituindo as matrizes definidas na Eq. (A.19), obtemos os elementos da matriz de transferência para a super-rede GaN/safira, que são dados por

$$T_{11} = [\epsilon_1q_1 + \epsilon_2q_2(\lambda_{12} + \lambda_{22})][\eta \cosh(\alpha_B b) - \zeta \sinh(\alpha_B b)] - \\ \epsilon_Bq_B[\gamma_1^+ + \gamma_2^+\lambda_{22} - \gamma_2^-\lambda_{12}][\eta \sinh(\alpha_B b) - \zeta \cosh(\alpha_B b)]/D_2, \quad (\text{A.24})$$

$$T_{12} = -[\epsilon_1q_1 + \epsilon_2q_2(\lambda_{12} + \lambda_{22})][x \cosh(\alpha_B b) + y \sinh(\alpha_B b)] + \\ \epsilon_Bq_B[\gamma_1^+ + \gamma_2^+\lambda_{22} - \gamma_2^-\lambda_{12}][x \sinh(\alpha_B b) + y \cosh(\alpha_B b)]/D_2, \quad (\text{A.25})$$

$$T_{21} = -[\epsilon_1q_1 + \epsilon_2q_2(\lambda_{11} + \lambda_{21})][\eta \cosh(\alpha_B b) - \zeta \sinh(\alpha_B b)] - \\ \epsilon_Bq_B[\gamma_1^- + \gamma_2^-\lambda_{11} - \gamma_2^+\lambda_{21}][\eta \sinh(\alpha_B b) - \zeta \cosh(\alpha_B b)]/D_2, \quad (\text{A.26})$$

$$T_{22} = [\epsilon_1q_1 + \epsilon_2q_2(\lambda_{11} + \lambda_{21})][x \cosh(\alpha_B b) + y \sinh(\alpha_B b)] + \\ \epsilon_Bq_B[\gamma_1^+ + \gamma_2^-\lambda_{11} - \gamma_2^+\lambda_{21}][x \sinh(\alpha_B b) + y \cosh(\alpha_B b)]/D_2, \quad (\text{A.27})$$

onde

$$D_2 = \epsilon_1 q_1 [\gamma_1^+ + \gamma_1^- + \gamma_2^- (\lambda_{11} - \lambda_{12}) + \gamma_2^+ (\lambda_{22} - \lambda_{21})] + \epsilon_2 q_2 \{ (\lambda_{12} + \lambda_{22}) \times \\ [\gamma_1^- + \gamma_2^- \lambda_{11} - \gamma_2^+ \lambda_{21}] + (\lambda_{11} + \lambda_{21}) [\gamma_1^+ + \gamma_2^+ \lambda_{22} - \gamma_2^- \lambda_{11}] \}, \quad (\text{A.28})$$

$$\lambda_{11} = -[\chi_1^- \chi_2^+ (q_1 + q_2) [\bar{f}_1 \bar{f}_2 + 1 - (\bar{f}_1 + \bar{f}_2) \cosh(k_L^z a) - (q_L q_1 q_2 + \bar{q}_L) (\bar{f}_1 - \bar{f}_2) \times \\ \sinh(k_L^z a)] / D_3, \quad (\text{A.29})$$

$$\lambda_{12} = -[\chi_1^+ \chi_2^+ (q_1 - q_2) [f_1 f_2 + 1 - (f_1 + f_2) \cosh(k_L^z a)] - (q_L q_1 q_2 - \bar{q}_L) (f_1 - f_2) \times \\ \sinh(k_L^z a)] / D_3, \quad (\text{A.30})$$

$$\lambda_{21} = -[\chi_1^- \chi_2^+ (q_1 - q_2) [\bar{f}_1 \bar{f}_2 + 1 - (\bar{f}_1 + \bar{f}_2) \cosh(k_L^z a)] - (q_L q_1 q_2 - \bar{q}_L) (\bar{f}_1 - \bar{f}_2) \times \\ \sinh(k_L^z a)] / D_3, \quad (\text{A.31})$$

$$\lambda_{22} = -[\chi_1^+ \chi_2^- (q_1 + q_2) [f_1 \bar{f}_2 + 1 - (f_1 + \bar{f}_2) \cosh(k_L^z a) + (q_L q_1 q_2 + \bar{q}_L) (f_1 - \bar{f}_2) \times \\ \sinh(k_L^z a)] / D_3, \quad (\text{A.32})$$

$$D_3 = 2q_2 \chi_2^+ \chi_2^- \left\{ 2 \left[1 - \cosh(k_2^z a) \cosh(k_L^z a) \right] + \left(\frac{1}{q_L q_2} + q_L q_2 \right) \sinh(k_2^z a) \times \right. \\ \left. \sinh(k_L^z a) \right\}, \quad (\text{A.33})$$

$$\gamma_1^+ = 1 + (1/2) \chi_1^+ \left(\frac{1 + q_1 q_L}{\epsilon_\infty^+} + \frac{1 - q_1 q_L}{\epsilon_\infty^-} \right), \quad (\text{A.34})$$

$$\gamma_1^- = 1 + (1/2) \chi_1^- \left(\frac{1 - q_1 q_L}{\epsilon_\infty^+} + \frac{1 + q_1 q_L}{\epsilon_\infty^-} \right), \quad (\text{A.35})$$

$$\gamma_2^+ = 1 + (1/2) \chi_2^+ \left(\frac{1 + q_2 q_L}{\epsilon_\infty^+} + \frac{1 - q_2 q_L}{\epsilon_\infty^-} \right), \quad (\text{A.36})$$

$$\gamma_2^- = 1 + (1/2)\chi_2^- \left(\frac{1 - q_2 q_L}{\epsilon_\infty^+} + \frac{1 + q_2 q_L}{\epsilon_\infty^-} \right), \quad (\text{A.37})$$

$$\eta = \bar{f}_1 + (1/2)\chi_1^- \left[\frac{f_L(1 - q_L q_1)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 + q_L q_1)}{\epsilon_\infty^-} \right] + \left(\bar{f}_2 + (1/2)\chi_2^- \times \quad (\text{A.38})$$

$$\left[\frac{f_L(1 - q_L q_2)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 + q_L q_2)}{\epsilon_\infty^-} \right] \lambda_{11} + \left(f_2 + (1/2)\chi_2^+ \left[\frac{f_L(1 + q_L q_2)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 - q_L q_2)}{\epsilon_\infty^-} \right] \right) \lambda_{21}, \quad (\text{A.39})$$

$$\zeta = \bar{f}_1 \frac{\epsilon_1 q_1}{\epsilon_B q_B} + \frac{\epsilon_2 q_2}{\epsilon_B q_B} \left[\bar{f}_2 \lambda_{11} + f_2 \lambda_{21} \right], \quad (\text{A.40})$$

$$x = f_1 + (1/2)\chi_1^+ \left[\frac{f_L(1 + q_L q_1)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 - q_L q_1)}{\epsilon_\infty^-} \right] + \left(f_2 + (1/2)\chi_2^+ \times \quad (\text{A.41})$$

$$\left[\frac{f_L(1 + q_L q_2)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 - q_L q_2)}{\epsilon_\infty^-} \right] \lambda_{22} - \left(f_2 + (1/2)\chi_2^- \times \quad (\text{A.42})$$

$$\left[\frac{f_L(1 - q_L q_2)}{\epsilon_\infty^+} + \frac{\bar{f}_L(1 + q_L q_2)}{\epsilon_\infty^-} \right] \lambda_{12}, \quad (\text{A.43})$$

$$y = f_1 \frac{\epsilon_1 q_1}{\epsilon_B q_B} + \frac{\epsilon_2 q_2}{\epsilon_B q_B} \left[\bar{f}_2 \lambda_{12} + f_2 \lambda_{22} \right]. \quad (\text{A.44})$$

Apêndice B

Seqüência de Fibonacci

B.1 Matriz de Transferência

Para calcular as matrizes de transferência das Eqs. (3.4) e (3.5), vamos partir dos resultados obtidos no Apêndice A. No caso periódico, a célula unitária corresponde a geração S_2 da seqüência de Fibonacci e deve ser calculada para obter os casos seguintes. Esta é uma das grandes vantagens do método da matriz de transferência, pois permite através das relações de recursividade obter as matrizes das gerações superiores, e computacionalmente, é fácil obter por iteração estas matrizes.

A matriz de transferência para a geração S_2 de Fibonacci, como foi encontrada no Apêndice A, é

$$\begin{aligned} T_{S_2} = & [M_{10} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{13} - (M_{11} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{14})(M_{17} + M_{18}M_{15}^{-1}M_{16}) \times \\ & (M_{16} - M_{18}M_{15}^{-1}M_{13})]^{-1}N_2N_1^{-1}[M_1 + M_3M_6^{-1}M_4 - (M_2 + M_3M_6^{-1}M_5) \times \\ & (M_8 - M_9M_6^{-1}M_5)^{-1}(M_7 - M_9M_6^{-1}M_4)], \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

que pode ser reescrita da seguinte forma

$$T_{S_2} = N_A^{-1}M_BN_B^{-1}M_A, \quad (\text{B.2})$$

onde

$$N_A = [M_{10} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{13} - (M_{11} + M_{12}M_{15}^{-1}M_{14})(M_{17} + M_{18}M_{15}^{-1}M_{16}) \times (M_{16} - M_{18}M_{15}^{-1}M_{13})], \quad (\text{B.3})$$

$$M_B = N_2, \quad (\text{B.4})$$

$$N_B = N_1, \quad (\text{B.5})$$

$$M_A = [M_1 + M_3M_6^{-1}M_4 - (M_2 + M_3M_6^{-1}M_5)(M_8 - M_9M_6^{-1}M_5)^{-1} \times (M_7 - M_9M_6^{-1}M_4)], \quad (\text{B.6})$$

cujas matrizes do lado direito das igualdades são descritas no Apêndice A. Após algumas passagens algébricas, temos que

$$N_A = \begin{bmatrix} n_{A11} & n_{A12} \\ n_{A21} & n_{A22} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.7})$$

onde

$$n_{A11} = 1 + \frac{\chi_1^- S_1^-}{2} + \left(1 + \frac{\chi_2^- S_2^-}{2}\right) \lambda_{11} - \left(1 + \frac{\chi_2^+ S_2^+}{2}\right) \lambda_{21},$$

$$n_{A21} = \epsilon_1 q_1 + \epsilon_2 q_2 (\lambda_{11} + \lambda_{21}),$$

$$n_{A12} = -\left(1 + \frac{\chi_1^- S_1^-}{2}\right) + \left(1 + \frac{\chi_2^- S_2^-}{2}\right) \lambda_{12} - \left(1 + \frac{\chi_2^+ S_2^+}{2}\right) \lambda_{22},$$

$$n_{A22} = \epsilon_1 q_1 + \epsilon_2 q_2 (\lambda_{12} + \lambda_{22}),$$

$$S_j^\pm = \chi_j^\pm \left(\frac{1 \pm q_j q_L}{\epsilon_\infty^+} + \frac{1 \mp q_j q_L}{\epsilon_\infty^-} \right), \text{ para } j = 1, 2,$$

$$M_B = \begin{bmatrix} \bar{f}_B & f_B \\ \epsilon_B q_B \bar{f}_B & -\epsilon_B q_B f_B \end{bmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

$$N_B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \epsilon_B q_B & -\epsilon_B q_B \end{bmatrix}, \quad (\text{B.9})$$

$$M_A = \begin{bmatrix} m_{A11} & m_{A12} \\ m_{A21} & m_{A22} \end{bmatrix}, \quad (\text{B.10})$$

onde

$$m_{A11} = \bar{f}_1 + \frac{\chi_1^- Z_1^-}{2} + \left(\bar{f}_2 + \frac{\chi_2^- Z_2^-}{2} \right) \lambda_{11} - \left(f_2 + \frac{\chi_2^+ Z_2^+}{2} \right) \lambda_{21},$$

$$m_{A21} = \epsilon_1 q_1 \bar{f}_1 + \epsilon_2 q_2 \left(\bar{f}_2 \lambda_{11} + f_2 \lambda_{21} \right),$$

$$m_{A12} = -f_1 - \frac{\chi_1^+ Z_1^+}{2} + \left(\bar{f}_2 + \frac{\chi_2^- Z_2^-}{2} \right) \lambda_{12} - \left(f_2 + \frac{\chi_2^+ Z_2^+}{2} \right) \lambda_{22},$$

$$m_{A22} = \epsilon_1 q_1 f_1 + \epsilon_2 q_2 \left(\bar{f}_2 \lambda_{12} + f_2 \lambda_{22} \right),$$

$$Z_j^\pm = f_L \frac{1 \pm q_L q_j}{\epsilon_\infty^+} + \bar{f}_L \frac{1 \mp q_L q_j}{\epsilon_\infty^-}, \text{ para } j = 1, 2.$$

Aqui não repetimos muitas das definições já expostas anteriormente, que podem ser encontradas no corpo desta tese.

Apêndice C

Trabalhos Científicos Originados desta Tese de
Doutorado

Referências Bibliográficas

- [1] F. F. de Medeiros, E. L. Albuquerque, M. S. Vasconcelos, *Microelectronics Journal* **36**, 1006 (2005).
- [2] F. F. de Medeiros, E. L. Albuquerque, G. A. Farias, *Surf. Science* **600**, 4337 (2006).
- [3] E. L. Albuquerque, M. G. Cottam, *Polaritons in Periodic and Quasiperiodic Structures*, Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [4] R. J. Holmes, S. R. Forrest, *Organic Electronics* **8**, 77 (2007).
- [5] M. M. Voronov, E. L. Ivchenko, M. V. Erementchouk, L. I. Deych, A. A. Lisyansky, *Journal of Luminescence* **125**, 112 (2007).
- [6] V. M. Agranovich, Yu. N. Garstein, *Phys. Rev. B* **75**, 075302 (2007).
- [7] D. K. Loginov et al., *Phys. of the Solid State* **48**, 2100 (2006).
- [8] R. P. Seisyan, V. A. Kosobukin, M. S. Markosov, *Semiconductors* **40**, 1287 (2006).
- [9] J. Kasprzak et al., *Nature* **443**, 409 (2006).
- [10] E. L. Ivchenko, A. N. Poddubnyi, *Phys. of the Solid State* **48**, 581 (2006).
- [11] M. V. Erementchouk, L. I. Deych, A. A. Lisyansky, *Phys. Rev. B* **73**, 115321 (2006).
- [12] G. Malpuech, M. M. Galzov, I. A. Shelykh, P. Bigenwald, *Appl. Phys. Lett.* **88**, 111118 (2006).
- [13] G. Malpuech, Y. G. Rubo, F. P. Laussy, P. Bigenwald, A. V. Kasokin, *Semicond. Sci. Technol.* **18**, S395 (2003).

- [14] M. S. Vasconcelos, E. L. Albuquerque, G. A. Farias, V. N. Freire, *Solid State Commun.* **124**, 109 (2002).
- [15] L. V. Butov, *Nature* **447**, 540 (2007).
- [16] V. G. Veselago, *Soviet Physics USPEKHI* **10**, 509 (1968).
- [17] L. Esaki and R. Tsu, IBM Research Note RC-2418, (1969).
- [18] L. Esaki and R. Tsu, *IBM J. Res. Dev.* **14**, 61 (1970).
- [19] L. L. Chang, L. Esaki, W. E. Howard and R. Ludeke, *J. Vac. Sci. Technol.* **10**, 11 (1973).
- [20] L. L. Chang, L. Esaki, W. E. Howard, R. Ludeke and G. Schul, *J. Vac. Sci. Technol.* **10**, 655 (1973).
- [21] L. Esaki and L. L. Chang, *Phys. Rev. Lett.* **33**, 495 (1974).
- [22] R. Dingle, A. C. Gossard, W. Wiegmann, *Phys. Rev. Lett.* **34**, 1327 (1975).
- [23] L. Esaki, *Science* **183**, 1149 (1974).
- [24] S. Adachi, *J. Appl. Phys.* **58**, R1 (1985).
- [25] O. Madelung (ED.), *Semiconductors: Group IV Elements and III-V Compounds, Data in Science and Technology*, Springer, Berlin, (1991).
- [26] E. H. Li, *Physica E* **5**, 215 (2000).
- [27] I. Vurgaftman, J. R. Meyer, L. R. Ram-Mohan, *J. Appl. Phys.* **89**, 5815 (2001).
- [28] E. L. Albuquerque, M. G. Cottam, *Phys. Rep.* **233**, 67 (1993).
- [29] N. W. Ashcroft, N. D. Mermin, *Solid State Physics*. United States: Thomson Learning, 1976.
- [30] F. F. de Medeiros, E. L. Albuquerque, M. S. Vasconcelos, *J. Phys.: Condens. Matter* **18**, 8737 (2006).

- [31] F. F. de Medeiros, E. L. Albuquerque, M. S. Vasconcelos, *J. Phys.: Condens. Matter* (submetido em 05 set 2007).
- [32] M. S. Vasconcelos, P. W. Mauriz, F. F. de Medeiros, A. L. Albuquerque, *Phys. Rev. B* **76**, (aceito).
- [33] I. Akasaki, H. Amano, *Tech. Dig. Int. Electron Devices Meet.* **96**, 231 (1996).
- [34] I. Akasaki, H. Amano, I. Suemune, *Inst. Phys. Conf. Ser.* **142**, 7 (1996).
- [35] S. Nakamura, *MRS Bull.* **22**, 29 (1997).
- [36] S. Nakamura, in *GaN and Related Materials*, J. Pankore and T. D. Moustakas, Vol. 1, Academic, New York, pp. 459-72, 1998.
- [37] S. Nakamura, *Sel. Top. Quantum Electron* **3**, 712 (1997).
- [38] S. Nakamura, *Science* **281**, 956 (1998).
- [39] S. J. Pearton, J. C. Zolper, R. J. Shul, F. Ren, *J. Appl. Phys.* **86**, 1 (1999).
- [40] S. J. Pearton, F. Ren, J. C. Zolper, R. J. Shul, *Mater. Res. Soc. Symp. Proc.* **482**, 961 (1998).
- [41] S. C. Jain, M. Willander, J. Narayan, R. Van Overstraeten, *J. Appl. Phys.* **87**, 975 (2000).
- [42] S. C. Binari, H. C. Dietrich, in *GaN and Related Materials*, edited by S. J. Pearton, Gordon and Breach, New York, pp. 509-34, 1997.
- [43] J. Y. Duboz, M. A. Khan, in *Group III Nitride Semiconductor Compounds*, edited by B. Gil, Clarendon, Oxford, 1998.
- [44] R. Juza, H. Hahn, *Z. Anorg. Allg. Chem.* **234**, 282 (1938); **244**, 133 (1940).
- [45] H. Grimmeiss, Z. H. Koelmans, *Nature (London)* **14a**, 264 (1959).
- [46] H. P. Maruska, J. J. Tietjen, *Appl. Phys. Lett.* **15**, 327 (1969).

- [47] J. I. Pankove, in *GaN and Related Materials*, edited by S. J. Pearton, Gordon and Breach, New York, pp. 1-9, 1997.
- [48] J. I. Pankove, E. A. Miller, J. E. Berkeyheiser, *J. Lumin.* **5**, 84 (1972); J. I. Pankove, E. A. Miller and J. E. Berkeyheiser, *RCA Rev.* **32**, 383 (1971); J. I. Pankove, M. T. Duffy, E. A. Miller and J. E. Berkeyheiser, *J. Lumin.* **8**, 89 (1972).
- [49] R. Dingle, K. L. Shaklee, R. F. Leheny, R. B. Zetterstrom, *Appl. Phys. Lett.* **19**, 5 (1971).
- [50] S. Nakamura, T. Mukai, M. Senoh, *Jpn. J. Appl. Phys.* **32** Part 2, L8 (1993).
- [51] C. R. Abernathy, in *GaN and Related Materials*, edited by S. J. Pearton, Gordon and Breach, New York, pp. 11-51, 1997.
- [52] G. Popovici, H. Morkoç, S. Noor Mohammad, in *Group III Nitride Semiconductor Compounds*, edited by B. Gil, Clarendon, Oxford, 1998.
- [53] D. L. Mills, E. Burstein, *Rep. Prog. Phys.* **37**, 817 (1974).
- [54] R. Loudon, *Adv. Phys.* **13**, 423 (1964).
- [55] E. Burstein, F. Martini, Eds., *Polaritons*, Pergamon, Oxford, 1974.
- [56] S. I. Pekar, *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **33**, 1022 (1957) [*Sov. Phys.-JETP* **6**, 785 (1958)].
- [57] J. J. Hopfield, *Phys. Rev.* **112**, 1555 (1958).
- [58] V. M. Agranovich, A.A. Rukhadze, *Sov. Phys.-JETP* **7**, 685 (1959).
- [59] J. J. Hopfield, D. J. Thomas, *Phys. Rev.* **132**, 563 (1963).
- [60] A. A. Maradudin, D. L. Mills, *Phys. Rev. B* **7**, 2787 (1973).
- [61] V. M. Agranovich, Y. N. Garststein, *Phys. Rev. B* **75**, 075302 (2007).
- [62] N. Tomassini, D. Schiumarini, L. Pilozz, A. D. Andrea, *Phys. Rev. B* **75**, 085317 (2007).

- [63] F. F. de Medeiros, *Polaritons de Exciton em Super-redes Semicondutoras*. Natal, 2004. Dissertação (Mestrado em Física) - Programa de Pós-graduação em Física. Universidade Federal do Rio Grande do Norte.
- [64] S. I. Pekar, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **34**, 1176 (1958) [Sov. Phys.-JETP **7**, 813 (1958)].
- [65] V. L. Ginzburg, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **34**, 1593 (1958).
- [66] V. M. Agranovich, V. L. Ginzburg, Sov. Phys.-Uspekhi **5**, 323, 675 (1962).
- [67] E. L. Ivchenko, V. A. Kosobukhin, Fiz. Tekh. Poluprovodn. **22**, 24 (1988)[Sov. Phys. Semicond. **22**, 15 (1988)].
- [68] C. S. Ting. M. J. Frankel, J. L. Birman, Solid State Comun. **17**, 1285 (1975).
- [69] P. Haveli in *Excitons in Confined Systems*, edited by R. Del Sole, A. D'Andrea and A. Lapicciarella, Springer Proceedings in Physics Vol. 25, Springer Verlag, Berlin, 1988.
- [70] G. S. Agarwal, D. N. Pattanayk, E. Wolf, Phys. Rev. Lett. **27**, 1022 (1971).
- [71] R. Del Sole and A. D'Andrea, *Excitons in Confined Systems* (Ref. 93), p.14.
- [72] D. R. Tilley, J. Phys. C **13**, 781 (1980).
- [73] J. S. Nkoma, J. Phys. C **16**, 3713 (1983).
- [74] E. L. Albuquerque, C. E. T. Gonçalves da Silva, J. Phys. C **18**, 665 (1985).
- [75] R. N. Philip, D. R. Tilley, Phys. Rev. B **44**, 8170 (1991).
- [76] M. Tchounkeu, O. Briot, B. Gil, J. P. Alexis, R. L. Aulombard, J. Appl. Phys. **80**, 5352 (1996).
- [77] J. Y. Duboz, M. A. Khan, in: B. Gil (Ed.), *Physics and Applications of Nitride Compounds Semiconductors*, Oxford University Press, New York, 1997.
- [78] E. L. Albuquerque, M. G. Cottam, Phys. Rep. **376**, 225 (2003).
- [79] D. Shechtman, I. Blech, D. Gratias, J. W. Cahn, Phys. Rev. Lett. **53**, 1951 (1984).
- [80] D. Levine, P. J. Steinhardt, Phys. Rev. Lett. **53** 2477 (1984).

- [81] R. Penrose, Bull. Inst. Math. Appl. **10**, 266 (1984).
- [82] F. Axel, J. Peyrière, C. R. Acad. Sci. de Paris **306**, 179 (1988).
- [83] F. Axel, H. Terauchi, Phys. Rev. **66**, 2223 (1991).
- [84] E. Maciá, F. Domínguez-Adame, *Electrons, Phonons and Exciton in Low Dimensional Aperiodic Systems*, Editorial Complutense, Madrid, 2000.
- [85] L. E. Reichl, *A Modern Course in Statistical Physics*, Texas University Press, Austin, 1980.
- [86] H. E. Stanley, *Introduction to Phase Transitions and Critical Phenomena*, Oxford University Press, Oxford, 1971.
- [87] J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves, R. D. Pinto Phys. Rev. B, **49**, 3963 (1994).
- [88] T. J. P. Penna, P. M. C. de Oliveira, J. C. Sartorelli, W. M. Gonçalves, R. D. Pinto, Phys. Rev. E, **52** R2168 (1995).
- [89] R. Merlin, K. Bajema, R. Clarke, F.-Y. Juang, P. K. Bhattacharya, Phys. Rev. Lett. **55**, 1768 (1985).
- [90] J. Todd, R. Merlin, R. Clarke, K. M. Mohanty, J. D. Axe, Phys. Rev. Lett. **57**, 1157 (1986).
- [91] K. Bajema, R. Merlin, Phys. Rev. B **36**, 4555 (1987).
- [92] Z. Cheng, R. Savit, R. Merlin. Phys. Rev. B **37**, 4375 (1988).
- [93] M. Kohmoto, J. R. Banavar, Phys. Rev. B **34**, 563 (1984).
- [94] F. M. Dekking, J. Comb. Theory 27A, 292 (1976).
- [95] F. M. Dekking, C. R. Acad. Sci. de Paris **285**, 157 (1977).
- [96] G. Christol, T. Kamae, M. Mendes-France, G. Rauzy, Soc. Math. (France) **108**, 401 (1980).
- [97] A. Cobham, Math. Syst. Theory **3**, 186 (1969).

- [98] A. Cobham, *Math. Syst. Theory* **6**, 164 (1972).
- [99] G. T. Herman, G. Hozenberg, *Developmental Systems and Languages*, North-Holland Amsterdam, 1975.
- [100] M. I. Al-Suwaiyel, A. Alani, A. Al-Swailem, *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation* **7**, 133 (2006).
- [101] T. J. Cooke, *Botanical Journal of the Linnean Society* **150**, 3 (2006).
- [102] A. Thue, *Norske Vididensk. Selsk. Skr. I.* **7**, 1 (1906).
- [103] M. Morse, *Trans. Am. J. Math. Soc.* **22**, 84 (1921).
- [104] M. Morse, *Am. J. Math. Soc.* **43**, 35 (1921).
- [105] J. M. Luck, *Phys. Rev. B* **39**, 5834 (1989).
- [106] G. Steinmeyer, D. Jaspert, F. Mitschke, *Opt. Commun.* **104**, 379 (1994).
- [107] H. Morkoç, S. Strite, G. B. Gao, M. E. Lin, B. Sversodlov, M. Burns, *J. Appl. Phys.* **73**, 5352 (1994).
- [108] P. Hawrylak, J. J. Quinn, *Phys. Rev. Lett.* **57**, 380 (1986).
- [109] D. H. A. L. Anselmo, M. G. Cottam, E. L. Albuquerque, *J. Phys. Condens. Matter* **12**, 1041 (2000).
- [110] W. Brening, R. Zeyher, J. L. Birman, *Phys. Rev. B* **6**, 4617 (1972).
- [111] R. A. Shelby, D. R. Smith, S. Schultz, *Science* **292**, 77 (2001).
- [112] C. G. Parazolli *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **84**, 3232 (2004).
- [113] M. C. Wiltshire *et al.*, *Science* **291**, 849 (2001).
- [114] J. B. Pendry, *Phys. Rev. Lett.*, **85**, 3966 (2000).
- [115] J. B. Pendry, D. R. Smith, *Physics Today*, June 37 (2004).
- [116] D. R. Smith, J. B. Pendry, M. C. Wiltshire, *Science* **305**, 788 (2004).

- [117] Z. M. Zhang, C. J. Fu, Appl. Phys. Lett. **80**, 1097 (2001).
- [118] J. Gerardin, A. Lakhtakia, Microwave Opt. Technol. Lett **34**, 409 (2002).
- [119] I. V. Shadrivov, A. A. Sukhorukov, Y. S. Kivshar, Appl. Phys. Lett. **82**, 3820 (2003).
- [120] J. Li, L. Zhou, C.T. Chan, P. Sheng, Phys. Rev. Lett. **90**, 083901 (2003).
- [121] W. L. Barnes, A. Dereux, T. W. Ebbesen, Nature **424**, 824 (2003).
- [122] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. Canada: John Wiley and Sons, 2 nd. 1975.
- [123] J. B. Pendry, Contemp. Phys. **45**, 191 (2004).
- [124] P. V. Parimi, W. T. Lu, P. Vodo, S. Sridhar, Nature **426**, 404 (2003).
- [125] P. V. Parimi *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, 127401 (2004).
- [126] E. Cubukcu, K. Aydin, E. Ozbay, S. Foteinopoulou, C. M. Soukoulis, Nature **423**, 604 (2003).
- [127] C. Luo, S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, J. B. Pendry, Phys. Rev. B **65**, 2011104 (2002).
- [128] A. Berrier, M. Mulot, M. Swillo, M. Qiu, L. Thylén, A. Talneau, S. Anand, Phys. Rev. Lett. **93**, 73902 (2004).
- [129] J. W. S. Rayleigh, Phil. Mag. **26**, 256 (1888).
- [130] S. G. Johnson, J. D. Joannopoulos, *Photonic Crystals: The Road from Theory to Practice*. Boston: Kluwer, 2002.
- [131] E. Yablonovitch, Phys. Rev. Lett. **58**, 2059 (1987).
- [132] S. John, Phys. Rev. Lett. **58**, 2486 (1987).
- [133] M. Notomi, Phys. Rev. B, **62**, 10696 (2000).
- [134] D. R. Smith *et al.*, Appl. Phys. Lett. **82**, 1506 (2003).
- [135] Z-Q. Zhang, Phys Rev. B, **52**, 7960 (1995).

- [136] K. Kono, S. Nakada, Y. Narahara, Y. Ootuka, J. Phys. Soc. Japan **60**, 368 (1991).
- [137] M. S. Vasconcelos, E. L. Albuquerque, Phys. Rev. B **59**, 11128 (1999).
- [138] M. Kohmoto, B. Sutherland, K. Iguchi, Phys. Rev. Lett. **58**, 2436 (1987).
- [139] D. R. Smith, W.J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser and S. Schultz, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
- [140] M. Planck, *The Theory of Heat Radiation*, New York: Dover, 1959.
- [141] C. M. Cornelius, J. P. Dowling, Phys. Rev. A **59**, 4736 (1999).
- [142] P. Pigeat, D. Rouzel, B. Weber, Phys. Rev. A **57**, 9293 (1998).
- [143] R.W. Ziolkowski and E. Heyman, Phys. Rev. E **64**, 056625 (2001).
- [144] C. H. Henry, J. J. Hopfield, Phys. Rev. Lett. **15**, 964 (1965).
- [145] Z. Sun, H. K. Kima, Applied Phys. Lett. **85**, 642 (2004).
- [146] D. R. Smith, W. J. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, Schultz, Phys. Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
- [147] J. N. Gollub, D. R. Smith, D. C. Vier, T. Perram, J. J. Mock, Phys. Rev. B **71**, 195402 (2005).
- [148] M.S. Vasconcelos and E.L. Albuquerque, Phys. Rev. B **57**, 2826 (1998).
- [149] A. Namdar, I.V. Shadrivov and Y.S. Kivshar, Appl. Phys. Lett. **89**, 114104 (2006).
- [150] I.S. Nefedov and S.A. Tretyakov, Phys. Rev. E **66**, 036611 (2002).
- [151] L. Wu, S. He and L. Shen, Phys. Rev. B **67**, 235103 (2003).
- [152] N. C. Panoiu, R. M. Osgood Jr., S. Zhang and S. R. J. Brueck, J. Opt. Soc. Am. B **23**, 506 (2006).
- [153] P. Hawrylak and J. J. Quinn, Phys. Rev. Lett. **57**, 380 (1986).

- [154] I. Procaccia in: Proceedings of Nobel Symposium on Chaos and Related Problems [Phys. Scr. **T9**, 40 (1985)].
- [155] T.C. Halsey, P. Meakin and I. Procaccia, Phys. Rev. Lett. **56**, 854 (1986).
- [156] N. Raj and D.R. Tilley, in: *The Dielectric Function of Condensed Systems*, eds. L.V. Keldysh, D.A. Kirzhnits and A.A. Maradudin, North-Holland, Amsterdam, 1989.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)