

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ESTUDO COMPARATIVO DAS APROXIMAÇÕES BASEADAS NO MÉTODO DE  
DECOMPOSIÇÃO PARAMÉTRICO PARA AVALIAR REDES DE FILAS DE  
MANUFATURA UTILIZANDO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS**

**JOSÉ EDUARDO VIEIRA CAMORIM**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**ESTUDO COMPARATIVO DAS APROXIMAÇÕES BASEADAS NO MÉTODO DE  
DECOMPOSIÇÃO PARAMÉTRICO PARA AVALIAR REDES DE FILAS DE  
MANUFATURA UTILIZANDO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS  
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**

**ESTUDO COMPARATIVO DAS APROXIMAÇÕES BASEADAS NO MÉTODO DE  
DECOMPOSIÇÃO PARAMÉTRICO PARA AVALIAR REDES DE FILAS DE  
MANUFATURA UTILIZANDO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS**

**José Eduardo Vieira Camorim**

**Dissertação de mestrado apresentada  
ao Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia de Produção da  
Universidade Federal de São Carlos,  
como parte dos requisitos para  
obtenção do título de Mestre em  
Engenharia de Produção.**

**Orientador: Prof. Dr. Reinaldo Morabito  
Agência Financiadora: FAPESP**

**SÃO CARLOS  
2008**

**Ficha catalográfica elaborada pelo DePT da  
Biblioteca Comunitária da UFSCar**

C185ec

Camorim, José Eduardo Vieira.

Estudo comparativo das aproximações baseadas no método de decomposição paramétrico para avaliar redes de filas de manufatura utilizando planejamento de experimentos / José Eduardo Vieira Camorim. -- São Carlos : UFSCar, 2008.

180 f.

Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal de São Carlos, 2008.

1. Engenharia de produção. 2. Pessoal - avaliação. 3. Planejamento experimental. 4. Teoria das filas. 5. Manufatura *job-shop*. I. Título.

CDD: 658.5 (20<sup>a</sup>)

**JOSÉ EDUARDO VIEIRA CAMORIM**

**ESTUDO COMPARATIVO DAS APROXIMAÇÕES BASEADAS NO MÉTODO DE  
DECOMPOSIÇÃO PARAMÉTRICO PARA AVALIAR REDES DE FILAS DE  
MANUFATURA UTILIZANDO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS**

**Dissertação apresentada à Universidade Federal de São Carlos, como parte dos  
requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.**

**Aprovado em 29 de Fevereiro de 2008**

**BANCA EXAMINADORA**

---

**Prof. Dr. Reinaldo Morabito Neto**  
**Orientador(a) PPGEP/UFSCar**

---

**Prof<sup>a</sup> Dr<sup>a</sup> Maria Isabel Rodrigues**  
**FEA/UNICAMP**

---

**Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza**  
**DEP/UFMG**

---

**Prof. Dr. Pedro Carlos Oprime**  
**PPGEP/UFSCar**

---

**Prof. Dr. Mário Otávio Batalha**  
**Coordenador PPGEP/UFSCar**

## **DEDICATÓRIA**

Dedico esta dissertação a Deus e aos meus pais.

## AGRADECIMENTO

A Deus, que através do seu amor permite o dom da vida. Obrigado Pai do Céu por nunca me abandonares, mesmo nos momentos em que achei não ter mais para onde ir. Sem Vós, meu Senhor, não seria possível iniciar essa grande jornada em minha vida.

A Nossa Senhora de Nazaré, minha padroeira. Sempre estive comigo desde que deixei Belém e cheguei a São Carlos. Nossa Senhora me fez ver que nos momentos de solidão, onde a vontade de desistir era grande, eu a tinha como inspiração e exemplo que tudo era possível menos desistir.

Agradeço a minha mãe pelo incentivo, amor e dedicação que sempre me deu. Obrigado por eu ser seu filho. AMO VOCÊ.

Ao meu pai que sempre me serviu de espelho moral, além do seu amor e apoio. AMO VOCÊ.

Ao meu orientador Prof. Dr. Reinaldo Morabito por toda a sua ajuda, motivação, conhecimento e paciência. Obrigado por essa grande oportunidade. Tenho uma grande admiração não só pelo professor, mas principalmente pela pessoa que você é.

Aos membros da banca de qualificação (Prof<sup>ª</sup>. Dr<sup>ª</sup>. Maria Isabel Rodrigues e Prof. Dr. Maurício Cardoso de Souza) pela disponibilidade e comentários que engrandeceram esta dissertação.

Agradeço ao Prof. Dr. Miguel Bueno da Costa, pelo incentivo e ajuda desde nossas primeiras conversas em Belém e por ter me ajudado muito em São Carlos.

Não poderia deixar de agradecer aos grandes amigos de Monte Alto, Demerson e André. De colegas de MBA em Araraquara, nos tornamos grandes amigos, irmãos. Espero que à distância não nos faça perder o contato.

Agradeço ao meu amigo e parceiro de tênis Luciano pelas memoráveis partidas nas tardes de sábado. Foi um grande duelo de amigos!

Ao amigo Pantanal por sua amizade, no tênis e nos treinos às 7 da manhã.

Ao amigo César “Japonês” por sua amizade.

Ao Beto pelos esporádicos conselhos dados em algumas madrugadas de laboratório.

Agradeço aos também amigos Molina, Aldara, Raquel, Daniel, Vanessa, pela amizade de vocês, nunca esquecerei.



Agradeço aos meus amigos Sérgio Oba, Alci, Bianca, Ana Paula, Giu, valeu por tudo, e não poderia deixar de esquecer a Maria Oba que me acolheu como um filho. Obrigado pelas macarronadas de mãe.

À FAPESP pelo apoio financeiro que permite gerar novos conhecimentos.

# ESTUDO COMPARATIVO DAS APROXIMAÇÕES BASEADAS NO MÉTODO DE DECOMPOSIÇÃO PARAMÉTRICO PARA AVALIAR REDES DE FILAS DE MANUFATURA UTILIZANDO PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	3
LISTA DE TABELAS.....	6
LISTA DE PRINCIPAIS SÍMBOLOS E ABREVIATURAS .....	8
RESUMO .....	12
ABSTRACT .....	14
1 INTRODUÇÃO .....	16
1.1 Objetivos e Metodologia .....	18
1.2 Estrutura da Tese .....	19
2 REDES DE FILAS .....	21
2.1 Sistemas de Filas.....	21
2.2 Modelos de Redes de Filas .....	25
3 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO .....	29
3.1 Método Exato de Decomposição – Redes de Jackson .....	29
3.2 Método Aproximado de Decomposição – Redes de Jackson Generalizadas.....	34
3.2.1 Redes de Filas $GI/G/1$ de Classe Única .....	36
3.2.2 Redes de Filas $GI/G/m$ de Classe Única .....	43
3.2.3 Redes de Filas $GI/G/m$ de Múltiplas Classes .....	46
4 ANÁLISE E PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS .....	57
4.1 Vantagens do Planejamento de Experimentos .....	59
4.2 Terminologia Usada em Planejamento de Experimentos.....	59
4.3 Estratégias de Planejamento de Experimentos.....	61
4.4 Planejamento Fatorial.....	62
4.4.1 Planejamento Fatorial Completo .....	62
4.4.2 Planejamento Fatorial $2^k$ .....	65
4.5 Delineamentos Experimentais de Plackett & Burman.....	74
4.5.1 Matrizes de Plackett & Burman .....	74
4.5.2 Cálculo dos Efeitos e Erro Padrão para o Delineamento de Plackett & Burman. ....	76
4.6 Metodologia de Análise de Superfície de Resposta - MSR .....	77
4.6.1 Experimento $2^k$ com Pontos Centrais .....	80
4.6.2 Delineamento Composto Central Rotacional (DCCR) .....	80
5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS .....	82

<b>5.1</b>	<b>Realização do experimento para redes de filas com 2 Estações .....</b>	<b>83</b>
<b>5.2</b>	<b>Realização do experimento para redes de filas com 5 Estações .....</b>	<b>94</b>
<b>5.3</b>	<b>Realização do experimento para o exemplo de Bitran e Tirupati (1988) .....</b>	<b>103</b>
<b>5.4</b>	<b>Realização do experimento de Plackett &amp; Burman.....</b>	<b>116</b>
<b>5.5</b>	<b>Aplicação das aproximações em redes de filas reais .....</b>	<b>132</b>
<b>5.5.1</b>	<b>Rede de filas real de Bitran e Tirupati (1988).....</b>	<b>132</b>
<b>5.5.2</b>	<b>Rede de filas real de Silva (2005).....</b>	<b>133</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS .....</b>	<b>139</b>
<b>6.1</b>	<b>Conclusões.....</b>	<b>139</b>
<b>6.2</b>	<b>Perspectivas futuras.....</b>	<b>140</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>142</b>

## Listas de Figuras

FIGURA 1.	Sistemas de filas .....	22
FIGURA 2.	Tipos de redes de filas .....	27
FIGURA 3.	Diagrama das equações de balanço das taxas de transição de estados .....	32
FIGURA 4.	(a) Processo de superposição; (b) Partidas; (c) Processo de separação .....	36
FIGURA 5.	Modelo de um sistema de transformação .....	57
FIGURA 6.	Número de testes necessários para alguns fatoriais de 4 níveis.....	65
FIGURA 7.	Representação esquemática do planejamento $2^2$ .....	68
FIGURA 8.	Representação esquemática do planejamento $2^3$ .....	68
FIGURA 9.	Superfície de resposta plana .....	78
FIGURA 10.	Superfície de resposta não plana.....	79
FIGURA 11.	Roteiros das classes com $n = 2$ estações .....	83
FIGURA 12.	Roteiros das das classes com $n = 5$ estações.....	84
FIGURA 13.	Aprox 1 com 2 estações .....	88
FIGURA 14.	Aprox 2 com 2 estações .....	88
FIGURA 15.	Aprox 3 com 2 estações .....	88
FIGURA 16.	Aprox 4 com 2 estações .....	88
FIGURA 17.	Aprox 5 com 2 estações .....	89
FIGURA 18.	Aprox 6 com 2 estações .....	89
FIGURA 19.	Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	89
FIGURA 20.	Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	89
FIGURA 21.	Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	90
FIGURA 22.	Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	90
FIGURA 23.	Aprox 1 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	90
FIGURA 24.	Aprox 5 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	90
FIGURA 25.	Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	91
FIGURA 26.	Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	91
FIGURA 27.	Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	91
FIGURA 28.	Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	91
FIGURA 29.	Aprox 6 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	92
FIGURA 30.	Aprox 4 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	92
FIGURA 31.	Aprox 1 com 5 estações .....	96
FIGURA 32.	Aprox 2 com 5 estações .....	96

FIGURA 33. Aprox 3 com 5 estações .....	97
FIGURA 34. Aprox 4 com 5 estações .....	97
FIGURA 35. Aprox 5 com 5 estações .....	97
FIGURA 36. Aprox 6 com 5 estações .....	97
FIGURA 37. Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	98
FIGURA 38. Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	98
FIGURA 39. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	98
FIGURA 40. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	98
FIGURA 41. Aprox 6 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	99
FIGURA 42. Aprox 1 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	99
FIGURA 43. Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	99
FIGURA 44. Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	99
FIGURA 45. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	100
FIGURA 46. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	100
FIGURA 47. Aprox 5 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	100
FIGURA 48. Aprox 2 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	100
FIGURA 49. Roteiros das 10 classes para o exemplo de Bitran e Tirupati (1988).....	104
FIGURA 50. Roteiros das 3 famílias adicionais .....	105
FIGURA 51. Aprox 1 com 13 estações .....	109
FIGURA 52. Aprox 2 com 13 estações .....	109
FIGURA 53. Aprox 3 com 13 estações .....	109
FIGURA 54. Aprox 4 com 13 estações .....	109
FIGURA 55. Aprox 5 com 13 estações .....	110
FIGURA 56. Aprox 6 com 13 estações .....	110
FIGURA 57. Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	110
FIGURA 58. Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	110
FIGURA 59. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	111
FIGURA 60. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	111
FIGURA 61. Aprox 4 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $ca_k$ .....	111
FIGURA 62. Aprox 5 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $cs_j$ .....	111
FIGURA 63. Sim - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	112
FIGURA 64. Sim - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	112
FIGURA 65. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	112
FIGURA 66. Aprox 3 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	112

<b>FIGURA 67.</b> Aprox 1 - $E(L_j)$ em função de $ca_k$ e $\rho_j$ .....	113
<b>FIGURA 68.</b> Aprox 6 - $E(L_j)$ em função de $k$ e $\rho_j$ .....	113
<b>FIGURA 69.</b> Aprox 1 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 70.</b> Aprox 2 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 71.</b> Aprox 3 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 72.</b> Aprox 4 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 73.</b> Aprox 5 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 74.</b> Aprox 6 para o experimento de PB.....	124
<b>FIGURA 75.</b> Roteiro para as classes da rede real de Silva (2005).....	134

## Lista de Tabelas

TABELA 1.	Principais aproximações comparadas no estudo.....	55
TABELA 2.	Número de ensaios experimentais .....	64
TABELA 3.	Matriz de planejamento para o experimento $2^2$ .....	66
TABELA 4.	Matriz de planejamento para o experimento $2^3$ .....	67
TABELA 5.	Matriz de planejamento para o experimento $2^3$ considerando as interações ...	70
TABELA 6.	Esquema para obter uma matriz de PB.....	75
TABELA 7.	Valores para $\alpha$ .....	81
TABELA 8.	Dados de entrada para rede com $n = 2$ estações.....	83
TABELA 9.	Dados de entrada para rede com $n = 5$ estações.....	84
TABELA 10	Valores para os níveis dos fatores.....	85
TABELA 11.	Matriz de experimentos.....	85
TABELA 12.	Resultados da simulação e das aproximações $E(L_j)$ para rede com 2 estações.	86
TABELA 13.	Coefficiente de regressão para a Aprox 3 com 2 estações.....	92
TABELA 14.	ANOVA da Aprox 3 com 2 estações.....	93
TABELA 15.	Coefficiente de regressão para o erro-Aprox 3 com 2 estações .....	94
TABELA 16.	ANOVA erro-Aprox 3 com 2 estações .....	94
TABELA 17.	Resultados da simulação e das aproximações $E(L_j)$ para rede com 5 estações.	94
TABELA 18.	Coefficiente de regressão para a Aprox 3 com 5 estações.....	101
TABELA 19.	ANOVA da Aprox 3 com 5 estações.....	101
TABELA 20.	Coefficiente de regressão para o erro-Aprox 3 com 5 estações .....	102
TABELA 21.	ANOVA erro-Aprox 3 com 5 estações .....	102
TABELA 22.	Dados de entrada do exemplo de Bitran e Tirupati (1988) .....	103
TABELA 23.	Dados das famílias 11, 12 e 13 adicionais.....	105
TABELA 24.	Dados de entrada das classes do exemplo de Bitran e Tirupati (1988) .....	106
TABELA 25.	Dados de entrada das estações do experimento de Bitran e Tirupati (1988)..	106
TABELA 26.	Resultados da simulação e das aproximações $E(L_j)$ para o exemplo de Bitran e Tirupati (1988).....	107
TABELA 27.	Coefficiente de regressão para a Aprox 3 na rede de Bitran e Tirupati (1988)	113
TABELA 28.	ANOVA da Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988) .....	114
TABELA 29.	Coefficiente de regressão para o erro-Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988).....	115
TABELA 30.	ANOVA para o erro-Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988) .....	115

TABELA 31. Dados de entrada para o experimento de Plackett & Burman.....	116
TABELA 32. Dados de entrada para as estações no experimento de Plackett & Burman ..	117
TABELA 33. Níveis para $ca_k$ .....	118
TABELA 34. Níveis para $cs_j$ .....	119
TABELA 35. Níveis para $\rho_j$ .....	120
TABELA 36. Resultados da simulação e das aproximações $E(L_j)$ para o delineamento de PB.....	121
TABELA 37. Melhores e piores desvios no delineamento de Plackett & Burman.....	125
TABELA 38. Melhor configuração do experimento de Plackett & Burman.....	126
TABELA 39. Configuração com o menor desvio da Aprox 3 .....	126
TABELA 40. Configuração com o menor desvio da Aprox 6 .....	127
TABELA 41. Configuração ensaio 10 – Aprox 4.....	127
TABELA 42. Configuração ensaio 37 – Aprox 3.....	128
TABELA 43. Resultados dos efeitos da Aprox 2 no PB.....	128
TABELA 44. Resultados dos efeitos da Aprox 3 no PB.....	129
TABELA 45. Resultados dos efeitos da Aprox 6 no PB.....	130
TABELA 46. Taxas de ocupação estatisticamente significantes em cada aproximação.....	131
TABELA 47. Dados de entrada para a rede real de Bitran e Tirupati (1988).....	132
TABELA 48. Dados de entrada para as estações da rede real de Bitran e Tirupati (1988).	132
TABELA 49. Resultados computacionais da rede real de Bitran e Tirupati (1988).....	133
TABELA 50. Dados de entrada da rede real de Silva (2005).....	135
TABELA 51. Dados de entrada das estações da rede real de Silva (2005).....	136
TABELA 52. Dados agregados da rede real de Silva (2005).....	136
TABELA 53. Resultados das aproximações para a rede real usada por Silva (2005) .....	136
TABELA 54. Comparações entre diferentes redes... ..	137



### Lista de principais símbolos e siglas

$1\{\cdot\}$	função que determina 1 caso a expressão $1\{\cdot\}$ seja verdadeira, e 0 caso seja o contrário.
$2^k$	planejamento fatorial completo do tipo $2^k$
$a_0$	intervalo de tempo entre chegadas externas na rede
$a_k$	intervalo de tempo entre chegadas externas da classe de produtos $k$
ANOVA	análise de variância
$cx$	coeficiente quadrático de variação ( <i>scv</i> ) da variável aleatória $x$ , definida como: $cx = \frac{V(x)}{E(x)^2}$
$Cov(x, y)$	covariância entre as variáveis aleatórias $x$ e $y$
CQN	rede de filas fechadas ( <i>closed queueing network</i> )
$d_j$	intervalo de tempo entre partidas da estação $j$
$d_{ji}$	intervalo de tempo entre partidas da estação $j$ para a estação $i$
$d_{j,u}$	intervalo de tempo entre a $(u-1)$ -ésima e a $u$ -ésima partida da estação $j$
$d_{kl}$	intervalo de tempo entre partidas da classe $k$ após a operação $l$ na estação $n_{kl}$
DOE	planejamento de experimentos ( <i>design of experiments</i> )
$e_i$	vetor $(e_1, e_2, e_n, \dots)$ com $e_i = 1$ e $e_j = 0, j = 1, \dots, n, j \neq i$
$E(x)$	valor esperado da variável aleatória $x$
$E(x)_{GI/G/m}$	valor esperado da variável aleatória $x$ no sistema de filas $GI/G/m$
FCFS	primeiro a chegar, primeiro a ser servido ( <i>first come, first served</i> )
FIFO	<i>first in first out</i>
G	processo de chegada ou de serviço genérico num sistema de filas
GI	processo de chegada genérico independente (processo de renovação) num sistemas de filas
GAMS	<i>General Algebraic Modeling System</i>
$\gamma_j$	fator multiplicador para a criação e combinação de <i>jobs</i> na estação $j$
$i, j$	índices em geral utilizados para indicar as estações
<i>iid</i>	independente e identicamente distribuído
$k$	índice em geral utilizado para indicar classes
$l$	índice em geral utilizado para indicar operações
$L$	vetor $(L_1, L_2, \dots, L_3)$ ou matriz $(L_1, L_2, \dots, L_3)$ representando o estado da rede
$L_j$	número de <i>jobs</i> na estação $j$
$\overline{L}_j$	igual a $E(L_j)$ , número médio de <i>jobs</i> na estação $j$

$L_{ji}$	número de <i>jobs</i> na estação <i>j</i> na alternativa <i>i</i>
$\bar{L}_{ji}$	igual a $E(L_{ji})$ , número médio de <i>jobs</i> na estação <i>j</i> na alternativa <i>i</i>
$L_j^k$	número de <i>jobs</i> da classe <i>k</i> na estação <i>j</i>
$Lq_j$	número de <i>jobs</i> na fila da estação <i>j</i>
$\lambda_0$	taxa média de chegada ou partida externa na rede (ou taxa média de produção da rede)
$\lambda_{0j}$	taxa média de chegada externa (estação 0) na estação <i>j</i>
$\lambda_j$	taxa média de chegada na estação <i>j</i>
$\lambda_{j0}$	taxa média de partida externa da estação <i>j</i>
$\lambda_{ij}$	taxa média de chegada na estação <i>j</i> a partir da estação <i>i</i>
$\lambda_k'$	taxa média de chegada externa da classe <i>k</i>
$\lambda_j^k$	taxa média de chegada da classe <i>k</i> na estação <i>j</i>
$\lambda_{0j}^k$	taxa média de chegada externa da classe <i>k</i> na estação <i>j</i>
$\lambda_{ij}^k$	taxa média de chegada da classe <i>k</i> na estação <i>j</i> a partir da estação <i>i</i>
<i>m</i>	número de máquinas paralelas e idênticas num sistema de filas de único estágio
<b><i>m</i></b>	vetor ( $m_1, m_2, m_n$ ) do número de máquinas em cada estação da rede
<i>M</i>	número de máquinas disponíveis na rede. No caso de um sistemas de filas, indica que o processo de chegada ou de serviço é Markoviano
$m_j$	número de máquinas paralelas e idênticas na estação <i>j</i>
$m_j^0$	limitante inferior para o número de máquinas na estação <i>j</i> , $m_j$
$m_{ji}$	número de máquinas paralelas e idênticas da estação <i>j</i> na alternativa <i>i</i>
<i>MSR</i>	metodologia de análise de superfície
$\mu$	vetor ( $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ ) da taxa média de processamento em cada estação da rede
$\mu_j$	taxa média de processamento de cada máquina na estação <i>j</i>
$\mu_{ji}$	taxa média de processamento de cada máquina da estação <i>j</i> na alternativa <i>i</i>
$\mu_{kl}$	taxa média de processamento da operação <i>l</i> do roteiro da classe <i>k</i>
<i>n</i>	número de estações internas na rede
$n_k$	número de operações no roteiro da classe <i>k</i>
$n_{kl}$	estação visitada para a operação <i>l</i> do roteiro da classe <i>k</i>
$n^k$	planejamento fatorial completo
$N(t)$	número de <i>jobs</i> que chegam na rede (a partir da estação 0) durante um intervalo de tempo $(0, t]$

$N_j(t)$	número de <i>jobs</i> que chegam na estação $j$ (a partir da estação 0) durante um intervalo de tempo $(0, t]$
$N_k(t)$	número de <i>jobs</i> da classe $k$ que chega na rede (a partir da estação 0) durante um intervalo de tempo $(0, t]$
$OQN$	redes de filas abertas ( <i>open queueing network</i> )
$\pi$	distribuição do equilíbrio da rede
$\pi_j$	distribuição do equilíbrio da estação $j$
$Q$	matriz de transição sub-estocástica
$q_{0i}$	probabilidade de um <i>job</i> externo entrar na rede pela estação $i$
$q_{i0}$	probabilidade de um <i>job</i> , após ser atendido na estação $i$ , sair da rede
$q_{ij}$	probabilidade de um <i>job</i> , após ser atendido na estação $i$ , seguir para a estação $j$
$q_{ij}^k$	probabilidade de um <i>job</i> da classe $k$ , após ser atendido na estação $i$ , seguir para a estação $j$
$q_{kl}$	proporção de <i>jobs</i> da classe $k$ para operação $l$ , dentre os <i>jobs</i> na estação $n_{kl}$
$r$	número de classes na rede
$R$	matriz de transição estocástica
$r_{ij}$	probabilidade de um <i>job</i> , após ser atendido na estação $i$ , seguir para a estação $j$
$\rho_j$	utilização média da estação $j$
$\rho_{ji}$	utilização média da estação $j$ na alternativa $i$
$s_j$	tempo de processamento na estação $j$
$s_{j,u}$	tempo de processamento do $u$ -ésimo <i>job</i> na estação $j$
$s_{j,p}$	tempo decorrido até ocorrer a $p$ -ésima chegada na estação $j$
$s_{kl}$	tempo de processamento da operação $l$ de um <i>job</i> da classe $k$
$scv$	coeficiente quadrático de variação ( <i>squared coefficient of variation</i> )
$SPT$	menor tempo de processamento ( <i>Shortest Processing Time</i> )
$SQ_i$	soma de quadrados dos efeitos
$SQT_c$	soma de quadrados total corrigido
$SQ_{Res}$	soma de quadrados de resíduos
$T$	<i>leadtime</i> de produção da rede
$T_k$	<i>leadtime</i> de produção da classe $k$
$V_j$	número de visitas na estação $j$

$V(x)$	variância da variável aleatória $x$
$W_j$	tempo de espera em fila e serviço na estação $j$
$\bar{W}_j$	igual a $E(W_j)$ , tempo médio de espera em fila e em serviço na estação $j$
$Wq_j$	tempo de espera em fila na estação $j$

## Resumo

**Camorim, J. E. V. (2008).** “Estudo comparativo das aproximações baseadas no método de decomposição paramétrico para avaliar redes de filas de manufatura utilizando planejamento de experimentos”. **Dissertação, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, São Paulo, p.180**

Esta dissertação estuda as aproximações baseadas nos métodos analíticos paramétricos de decomposição usados em redes de filas abertas que modelam sistemas discretos de manufatura do tipo *job-shop*. Estas aproximações possuem um importante papel na avaliação do desempenho de sistemas produtivos e vem se mostrando eficiente para uma grande diversidade de situações. Além disso, são aproximações relativamente fáceis de serem aplicadas, necessitando poucos dados em relação a outros métodos, pois utilizam apenas a média e o *scv* (coeficiente quadrático de variação) como parâmetros para caracterizar os processos de chegadas e os processos de serviço da rede. O foco deste trabalho está em realizar análises e comparações entre diversas aproximações, pois ainda não existe nenhuma comparação mais efetiva entre elas na literatura. Para isso, diversas situações de redes foram exploradas para identificar quais aproximações são mais adequadas para quais situações. Primeiramente é analisado uma rede com 2 estações, posteriormente uma outra com 5 estações e por fim usou um exemplo real de uma fábrica de semi-condutores, analisada por Bitran e Tirupati (1988). Para que seja possível atingir esses objetivos, estudou-se o estado da arte das aproximações dos métodos de avaliação de desempenho para redes de filas abertas, e comparou-se as aproximações por meio de técnicas de planejamento de experimentos, parte importante na construção das configurações das redes e análise dos resultados. Os resultados apresentados nesta dissertação mostram que essas aproximações podem ser bem eficientes ao avaliar o desempenho de sistemas discretos de manufatura do tipo *job-shop*. Independente das configurações analisadas, vale destacar a Aproximação 3 e a Aproximação 2, em geral, obtendo os melhores resultados, entre as aproximações, em comparação aos valores obtidos pela simulação para avaliar o desempenho de redes de filas *OQN*. As outras aproximações demonstraram certo comportamento em sobreestimar  $E(L_j)$ , quando o número de estações aumentam. Este estudo pretende contribuir para o desenvolvimento de sistemas computacionais

para apoiar decisões de projeto, planejamento e controle dos sistemas discretos de manufatura, usando aproximações baseadas em métodos de decomposição paramétrico.

**Palavras-chave:** teoria de redes de filas, modelos de avaliação de desempenho, métodos de decomposição paramétricos, sistemas discretos de manufatura *job-shop* e planejamento de experimentos.

## Abstract

**Camorim, J. E. V. (2008).** “A comparative study of approximations based on the parametric decomposition method to evaluate manufacturing queueing networks using designing of experiments”. **Masters *Dissertation*, Production Engineering Department, Federal University of São Carlos. São Carlos, São Paulo, p.180**

This is a study of approximations based on parametric decomposition methods used in open queueing networks for modeling discrete job-shop manufacturing systems. These approximations play an important role in evaluating the performance of productive systems and have proved effective in many situations. Besides, these approximations are relatively easy to apply requiring fewer data compared to other methods because they use the average rate and SCV (square coefficient of variation) as the only parameters to characterize the network arrival and service processes. This work is aimed at analyzing and comparing several approximations since they are not yet available in the literature. Hence, several network situations were tested in order to identify the most adequate approximation for each situation. Firstly, a two-station network was analyzed followed by the analysis of a five-station network and lastly, a real example of a semiconductor plant, analyzed by Bitran e Tirupati (1988), was used. In order to reach these goals, the state of the art of approximation methods to evaluate the performance of open queueing networks was studied, and the approximations were compared using the experiment planning technique, important factors for building network configuration and data analysis. The findings of this work demonstrate that approximations can be highly efficient to evaluate the performance of discrete job-shop manufacturing systems. Regardless of the configurations studied, it is worth mentioning that approximations 3 and 2, in general, showed the best results if compared to the other values obtained from simulations to evaluate the performance of open queueing networks, *OQN*. The other approximations tended to overestimate  $E(L_j)$  when the number of stations is higher. This study intends to contribute to the development of computing systems in order to support project decisions and the planning and control of discrete manufacturing systems using approximations based on the parametric decomposition method.

**Keywords:** queueing network theory, performance evaluation models, parametric decomposition method, discrete job-shop manufacturing systems, design of experiments.



# 1 INTRODUÇÃO

As constantes mudanças das condições de mercados pressionam as empresas a desenvolver capacidades para atender as exigências desse ambiente competitivo. Ser eficiente é fundamental para alcançar esses objetivos, mas é uma tarefa complexa já que envolve projetar, planejar e gerenciar sistemas de manufatura em ambientes de mudanças rápidas e que envolvem incertezas.

Basicamente, sistemas de manufatura consistem na utilização de máquinas ou centros de trabalho que servem para transformar determinadas partes, itens, submontagens e montagens em produtos acabados, cujo destino final de entrega são os clientes (BUZACOTT e SHANTHIKUMAR, 1993; GERSHWIN, 1994; NAHMIA, 1995). Indústrias mecânicas, elétricas e eletrônicas são exemplos desses sistemas de manufatura, onde são produzidos bens físicos como, carros, refrigeradores, geradores elétricos e computadores, entre muitos outros. Um sistema de manufatura é considerado do tipo discreto quando os itens processados são distintos. Tradicionalmente a manufatura discreta pode ser classificada ou organizada como um *job-shop* ou um *flow-shop*.

O sistema *job-shop* é aquele capaz de processar uma grande diversidade de itens/produtos, logo, possui capacidade de escopo, mas restrições quanto ao volume, capacidade de escala, trabalhado. Isso se deve muito em razão das dificuldades encontradas pelo *job-shop* em controlar as movimentações dos *jobs* e também quanto ao tempo de *setup* gasto na preparação das máquinas, o que resulta, em geral, longos *leadtimes* de produção e grandes quantidades de estoque em processo (*WIP - Work-In-Process*). Um sistema *job-shop* é conhecido como *lay-out* por processo ou funcional devido às máquinas estarem organizadas em um mesmo local, desempenhando funções de processamento semelhantes. Um sistema *flow-shop* é diferente, já que seu *lay-out* é por produto, com máquinas dispostas em linha e os *jobs* visitando cada máquina, uma após outra, na mesma seqüência, desde a primeira até a última. Esse tipo de sistema possui capacidade em escala, o que permite facilidade em produzir grandes volumes de produtos, mas não possui capacidade em escopo, o que acarreta baixos *leadtimes* de produção e também baixos níveis de estoque em processo. Mais informações sobre essas e outras classificações podem ser encontradas em Krajewski e Ritzman (1990), Fernandes (1991), Chase e Aquilano (1992), Askin e Strandridge (1993),

Morabito (1998). Neste trabalho o interesse está voltado para os sistemas de manufatura discretos do tipo *job-shop*, em razão da facilidade e da adequação das redes de filas em modelar tais sistemas.

Redes de filas são estruturas formadas por mais de um sistema de filas, onde *jobs* entram no sistema para receber algum tipo de serviço. Uma rede de filas possui como característica o número de estações ou nós, o roteiro seguido pelos usuários ao longo das estações e o tipo de rede (aberta, fechada ou mista). Basicamente usuários entram numa rede de filas para serem processados e esperam em filas, caso as estações estejam ocupadas. Desocupando qualquer uma das estações, o usuário é atendido e de acordo com seu roteiro, o usuário ou segue para outras estações (podendo visitar novamente a mesma estação) ou sai para fora do sistema de redes de filas. Independente de visitar uma, duas ou a mesma estação, o usuário sempre estará sujeito a esperar em filas caso estações estiverem ocupadas processando outros usuários. Redes de filas podem desempenhar um papel relevante na avaliação sobre o comportamento do desempenho de um sistema de manufatura real, servindo como um instrumento de apoio as tomadas de decisões.

Ao estudar métodos de avaliação de desempenho em redes de filas, uma importante característica é o seu caráter descritivo, já que têm como objetivo descrever o comportamento de um sistema sob uma dada configuração, avaliando medidas de desempenho da sua operação. Esses métodos servem para estimar medidas como: média e variância do número de *jobs* no sistema e em cada estação, média e variância do *leadtime* de produção no sistema e em cada estação, taxa média de produção do sistema, entre outros.

Na literatura os métodos de avaliação de desempenho podem ser classificados em: Métodos Exatos que servem para avaliar o desempenho de sistemas Markovianos (Redes de Jackson, de Kelly e *BCMP*); Métodos Aproximados que são uma resposta a falta de sucesso em obter soluções exatas ao avaliar redes mais gerais e Simulação e técnicas relacionadas que também são usadas em substituição a falta de capacidade dos Métodos Exatos em avaliar adequadamente redes de filas genéricas.

Aqui são estudadas as aproximações para resolver modelos de redes de filas abertas (*OQN – Open Queueing Networks*) para avaliação de desempenho em sistemas discretos de manufatura do tipo *job-shop*. As aproximações de interesse são as baseadas nos métodos analíticos paramétricos de decomposição, que usam a média e o *scv* (coeficiente quadrático de variação), para caracterizar os processos de chegada e de serviço, gerando medidas de congestão para avaliar o desempenho do sistema.

## 1.1 Objetivos e Metodologia

O objetivo principal desse estudo é analisar e comparar as aproximações, baseadas nos métodos de decomposição paramétricos, em diversas situações simuladas (por meio de experimentos computacionais) e reais, e identificar quais aproximações são mais adequadas para quais situações. Em outras palavras, pretende-se:

- a) Fazer uma revisão sobre métodos descritivos de redes de filas para avaliar o desempenho de sistemas de manufatura do tipo *job-shop*, bem como da literatura sobre planejamento de experimentos, para construir os ensaios experimentais de comparação entre as aproximações. Estudar a aplicação dos métodos analíticos de desempenho para redes de filas em sistemas *job-shops*;
- b) Realizar uma comparação computacional efetiva entre as aproximações analíticas baseadas nos métodos de decomposição paramétricos, com base em medidas de desempenho produzidas para tomada de decisões em redes generalizadas. A simulação discreta é utilizada para validar e comparar os resultados gerados pelas aproximações analíticas;
- c) Identificar as aproximações mais apropriadas para cada situação. Ou seja, para uma determinada configuração da rede, por exemplo, com *mix* de produtos, tráfego leve ou pesado, níveis de ocupação, número de estações, pequena variabilidade no seu processo de chegadas externas à rede, etc., determinar o sistema de aproximação mais adequado para descrever e avaliar a rede. Este estudo poderá servir de base para o desenvolvimento de um futuro sistema computacional de apoio a decisões de projeto, planejamento e controle de sistemas discretos de manufatura do tipo *job-shop*.

Para proceder com as comparações, é utilizada a técnica de planejamento de experimentos. Nesse trabalho, primeiramente é adotado um planejamento fatorial, mais precisamente, utiliza-se um planejamento  $2^4$  com 1 ponto central e 8 pontos axiais, pois gera uma eficiente qualidade de informações para situações onde se deseja determinar os efeitos para quantidade de variáveis existentes e uma possível otimização do processo. Posteriormente, com a intenção de melhor explorar uma das redes apresentada, é utilizado um delineamento de Plackett & Burman em razão da sua capacidade em lidar com um número suficientemente grande de variáveis a serem avaliadas.

Com esses experimentos será possível conhecer mais detalhadamente as características do sistema, envolvendo as redes de filas abertas e a utilização dos métodos de aproximações para avaliar o seu desempenho. O foco é na mudança das configurações da rede, variando determinados parâmetros para determinar as aproximações mais apropriadas para cada situação. Com a abordagem de planejamento de experimentos, é possível entender como as variáveis vão interferir nos dados de saída, e com isso os resultados ficam menos sensíveis a erros, originando interpretações mais confiáveis sobre as aproximações.

Com esta dissertação se propõe a estudar pesquisa futura apontada em Morabito (1998) e Silva (2005), que evidenciaram a falta de comparações efetivas entre as aproximações disponíveis na literatura e sobre o melhor comportamento relativo de tais aproximações. Espera-se que este estudo contribua para o conhecimento da área e para o desenvolvimento de sistemas computacionais de apoio a decisões em projeto, planejamento e controle de sistemas discretos de manufatura.

## 1.2 Estrutura da Tese

No capítulo 2, revisa-se e discute-se brevemente sistemas de filas. Em particular, a ênfase é nas redes de filas, seus conceitos e suas principais características.

No capítulo 3, analisa-se métodos de avaliação de desempenho comumente utilizados em redes de filas abertas *OQN* (*Open Queueing Network*). É dado destaque aos métodos de avaliação de desempenho originados do método de decomposição paramétrico para avaliar sistemas de manufatura do tipo *job-shop*. A seção 3.1 apresenta métodos exatos de decomposição para as redes de Jackson, e a seção 3.2, apresenta os métodos aproximados de decomposição para as redes de Jackson generalizadas (classe única e múltiplas classes).

No capítulo 4 apresenta-se uma revisão sobre planejamento de experimentos *DOE* (*Design of Experiments*). Nele é discutido como se constrói um planejamento de experimentos. A seção 4.1 apresenta algumas vantagens em se utilizar planejamento de experimentos. A seção 4.2 apresenta os termos que qualquer experimentador deve encontrar ao usar esta técnica. A seção 4.3 aborda brevemente alguns tipos de experimentos disponíveis na literatura. Na seção 4.4 apresenta o planejamento fatorial e nele são discutidos o planejamento fatorial completo e, em particular, o mais usado planejamento fatorial completo que é o do tipo  $2^k$ . É evidenciada a dificuldade em realizar experimentos a partir do momento que o número de fatores estudados aumenta. A seção 4.5 apresenta os delineamentos de

Plackett & Burman, os procedimentos para a construção das matrizes de Plackett & Burman, além dos cálculos dos efeitos e erro padrão. Na seção 4.6 é apresentado a metodologia de análise de superfície de resposta *MSR*. Esta seção é importante em razão da necessidade de se utilizar pontos centrais e axiais para a construção do experimento, verificação de curvatura e se possível a otimização das variáveis resposta.

No capítulo 5 foi utilizado, como exemplo, algumas redes de filas simples e uma aplicação real de um *job-shop* com 10 classes de produtos e 13 estações de trabalho, derivada de uma fábrica de semi-condutores e estudada em Bitran e Tirupati (1988). Neste capítulo são apresentados e discutidos o resultados computacionais, desde as inferências estatísticas do planejamento de experimentos, assim como a determinação dos fatores estatisticamente significantes que explicam os comportamentos das aproximações e a efetiva comparação entre as aproximações para diversas situações das redes de filas estudadas. Também é apresentado outro exemplo real de rede de filas estudado por Silva (2005), além dos resultados computacionais entre as 6 aproximações e a simulação apresentado em Morabito (1998), que usou a mesma rede de Bitran e Tirupati (1988).

Finalmente, no capítulo 6 são apresentadas as conclusões e perspectivas para futuros trabalhos desta dissertação de mestrado.

## 2 REDES DE FILAS

Redes de filas são um conjunto de vários sistemas de filas que estão interligados entre si, realizando algum tipo de serviço, ou seja, elas recebem usuários para serem processados. Koenigsberg (1982), Disney e Konig (1985), Wein (1990b), Kouvelis e Tirupati (1991), Calabrese (1992), Hsu *et al.* (1993), Suri *et al.* (1993), Gershwin (1994), Stecke (1994), Bitran e Sarkar (1994a), Morabito (1998), Silva (2005), Silva e Morabito (2007) são exemplos de estudos onde podem ser encontradas aplicações de redes de filas para avaliar diferentes sistemas.

Antes de prosseguir em redes de filas é conveniente uma introdutória discussão sobre filas, já que é o ponto de partida para entender melhor o comportamento das redes como um todo.

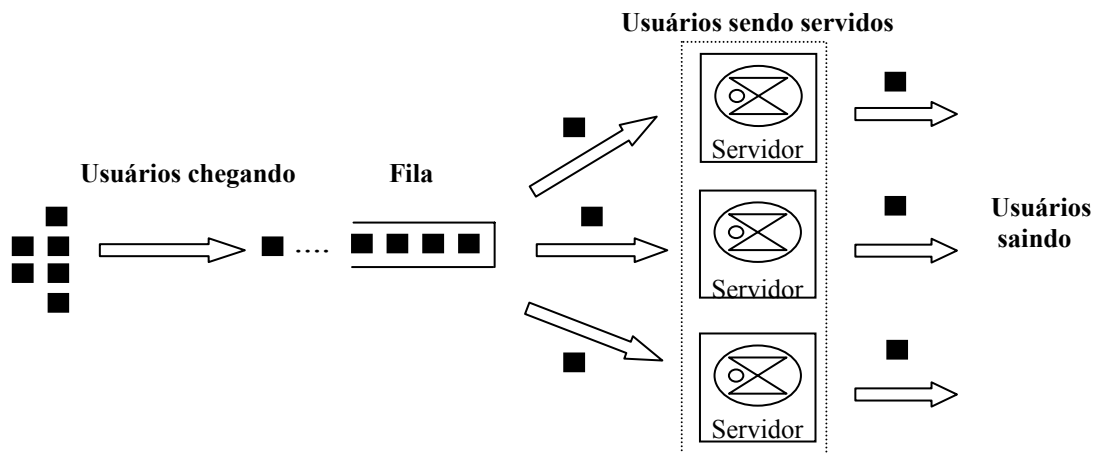
### 2.1 Sistemas de Filas

Filas estão presentes em nosso dia-a-dia nas mais diversas ocasiões. Encontram-se filas em um banco para pagar uma conta, ao comprar ingressos em uma bilheteria para assistir um *show* ou ver um filme no cinema, quando pagam-se as compras em um caixa de supermercado, entre outros. Além dessas situações comuns a qualquer pessoa, as filas também podem ser vistas dentro de sistemas produtivos. É o caso de peças de aço inox que precisam esperar por um determinado tempo para receber o serviço de usinagem, tecidos de uma tinturaria industrial que esperam seu processamento para obter a cor desejada, contêineres que esperam em filas pela sua vez para serem carregados ou descarregados por empilhadeiras. Muitas das vezes é passado despercebido, mas pilhas de pratos em uma cozinha que precisam ser lavados, pilhas de documentos referentes a pedidos de produção em uma fábrica de carros, ou equipamentos que precisam ser consertados e esperam porque os responsáveis do setor de manutenção estão todos ocupados, também são filas.

Larson e Odoni (1981) definem de forma simples e direta sistemas de filas como estações de serviços que contém um número de servidores. As filas existem a partir do momento que o sistema, durante um determinado período, não é capaz de atender a todos os usuários que chegam. Portanto, um sistema de filas nada mais é do que clientes ou usuários

chegando para receber um certo serviço, se preciso esperam por esse serviço, e após serem atendidos deixam o sistema.

Na Figura 1 podemos observar um dos sistemas de filas que formam a rede:



**Figura 1. Sistema de filas**

É muito comum existir sistemas de filas do tipo usuários-para-servidores, em que o próprio usuário se desloca até o servidor para receber o seu serviço, o que é o caso dos exemplos citados acima. Outros sistemas de filas conhecidos são do tipo servidores-para-usuários, nos quais quem se desloca para o local onde se encontra o usuário é o servidor, como, por exemplo, serviços de ambulâncias, viaturas policiais, entrega de cartas pelo correio, serviços que entregam comida ou remédio em casa. Nessas situações é relevante notar que os usuários que esperam pelo serviço encontram-se dispersos e não enfileirados em frente ao servidor. No caso de sistemas usuários-para-servidores, os usuários que esperam pelo serviço também podem ser encontrados espacialmente dispersos, como é o caso de aviões sobrevoando o aeroporto, esperando a liberação da torre de controle para aterrissar, ou navios esperando no mar a sua vez para atracar num porto.

Independente de qualquer situação, as filas e geral não são nada agradáveis. Seria ideal se todos os usuários que entram num sistema não tivessem que esperar em nenhuma etapa do processo para serem atendidos, assim, não existiriam filas. Mas isso é inviável, uma vez que muitas das vezes, não se ter filas significa um superdimensionamento do sistema de tal forma que a capacidade de atendimento seria muito maior do que a demanda de usuários chegando no sistema, portanto, muitas estações passariam a ficar ociosas ocasionando aumento nos custos operacionais do sistema. Por outro lado, a espera de uma

peça que precisa ser processada pode contribuir para o aumento do tempo de produção, o que também pode resultar em custos e atrasos na entrega dos pedidos, logo, insatisfação por parte dos clientes.

Pode-se afirmar, então, que as filas são um mal necessário e que é preciso saber melhor configurar o sistema de maneira que os custos de capacidade para atender os usuários e os custos relacionados com os atrasos estejam em níveis aceitáveis. Encontrar o melhor balanceamento do sistema depende de muitas questões que devem ser levadas em consideração, como o tipo de sistemas de filas, e para melhor ajudar nesse equilíbrio no sistema são utilizadas certas medidas de desempenho. Qualquer gerente em uma fábrica ou um banco poderia, para melhor avaliar o seu sistema, buscar informações do tipo: a taxa média de ocupação do sistema, a quantidade média de operadores que ficam ocupados e a quantidade de tempo que os servidores ficam ocupados atendendo ininterruptamente. Do ponto de vista de quem usufrui do sistema, ou seja, o usuário, o gerente está preocupado com o tempo médio que é gasto para atender o usuário, o tempo médio de espera em fila, e o número médio de usuários na fila.

Para dimensionar um sistema de filas, as possíveis opções que podem ser utilizadas são:

- a) Uma única fila e um único servidor;
- b) Uma única fila e diversos servidores em paralelo;
- c) Diversas filas e diversos servidores em paralelo;
- d) Uma única fila e múltiplos servidores em série.

Todas as configurações mencionadas têm como característica ou apenas um único estágio para o processamento de usuários ou vários estágios. Um sistema com apenas uma fila e um servidor ou vários servidores em paralelos são exemplos comuns utilizados por várias lojas de departamentos, correios, bilheterias de teatros, enquanto sistemas com várias filas e vários servidores em paralelo são comuns de se encontrar em supermercados ou pedágios. Para um sistema que contém vários estágios, como do tipo uma única fila e vários servidores em série, em que os usuários devem passar por mais de um servidor antes de irem embora do sistema, restaurantes do tipo *fast-food* oferecem o serviço de *drive-in*, em que os clientes primeiramente fazem o pedido e pagam, e posteriormente, em outro local subsequente, recebem os seus respectivos pedidos, para, então, saírem do sistema.



Dimensionar filas depende muito das características do sistema em estudo, pois um determinado tipo de filas como, por exemplo, uma única fila e diversos servidores em paralelo, pode ser bom para uma determinada situação, como nos bancos, mas inapropriado para atender outro sistema, como nos casos de supermercados.

Um sistema de filas possui as seguintes características:

- a) População;
- b) Clientes ou entidades, item/produtos ou *jobs*;
- c) Fila;
- d) Configuração do sistema com um ou mais servidores em paralelo.

Um cliente tem como origem uma população considerada infinita, quando esta é muito grande. Todo cliente proveniente de uma população entra no sistema e é logo atendido por uma estação, a menos que a estação esteja ocupada, o que o levará a esperar em fila. Após realizar um atendimento a um cliente a estação, está pronta para atender outro cliente que esteja esperando por serviço. Caso não exista nenhuma fila, a estação não atende ninguém, logo, permanece ociosa.

Em muitos modelos de filas considera-se que as chegadas e saídas que acontecem no sistema ocorrem de acordo com um processo de nascimento e morte. O processo de nascimento está relacionado às chegadas de usuários no sistema e o processo de morte às partidas dos usuários que deixam o sistema depois de serem atendidos. A importância desse fundamento serve para explicar probabilisticamente como o sistema se comporta ao longo do tempo, ou seja, fenômenos aleatórios explicam a ocorrência de nascimento e morte, elucidado somente pelo estado atual do sistema. Segundo o processo de nascimento e morte, há um balanço entre o que entra e o que sai, portanto, o número de chegadas e de partidas têm que ser iguais.

Em Kleinrock (1976), pode ser visto a notação padrão proposta por David Kendall  $A/B/c/K/m/Z$ , para um modelo de filas, que significa:

- a) A letra A representa o comportamento da distribuição do processo de chegada.
- b) A letra B representa o comportamento do tempo de serviço.
- c) A letra C representa as quantidades de atendentes paralelos;

- d) A letra K representa a máxima capacidade do sistema (número máximo de clientes dentro do sistema).
- e) A letra M é o tamanho da população que dá origem aos clientes.
- f) A letra Z é o tipo de disciplina de atendimento seguida pela fila.

Os valores que A e B assumem dependem do tipo de distribuição que eles se referem, por exemplo:

- a)  $M$ : Exponencial Negativa ou Markoviana ou de Poisson.
- b)  $E_p$ : Erlang com parâmetro de forma  $p$ .
- c)  $H_m$ : Hiper-exponencial de estágio  $m$ .
- d) Determinística.
- e) Geral.

## 2.2 Modelos de Redes de Filas

Modelos de redes de filas são descritos por meio de nós, arcos conectados aos nós e a existência de *jobs*. Cada nó interno da rede representa as estações, sendo que cada estação pode ser visitada mais de uma vez por um mesmo *job*, não importando se este vai realizar operações diferentes.

Itens/produtos ou *jobs* são representação de clientes que entram na rede para receber algum tipo de serviço. Chegam ao sistema de um nó externo para um nó interno, e se movimentam de um nó para outro nó, ao longo da rede, através de arcos, seguindo um roteiro. Durante todo esse processo, caso uma estação (qualquer nó) estiver ocupada, os *jobs* entram em uma fila e esperam até que o servidor esteja desocupado e pronto para atendê-lo. Depois de serem atendidos, os *jobs* continuam visitando outros nós, até completar o seu roteiro, quando este sai do último nó interno visitado para o nó externo, deixando a rede.

Os roteiros podem ser determinístico ou probabilístico, seqüencial, seqüencial com realimentação, de montagem, cíclico e acíclico. Para Silva (2005), roteiros probabilísticos podem representar, por exemplo, a probabilidade de quebra de máquinas ou a necessidade de retrabalho de um item/produto.

Em uma rede de filas é necessário conhecer alguns elementos importantes de cada nó ou estação, como:

- a) Processo de chegada no sistema.
- b) Processo de atendimento.
- c) Fila de espera.

### **Processo de chegada**

É o processo que descreve de quanto em quanto tempo um determinado usuário chega no sistema. Pode envolver distribuições com características determinísticas ou probabilísticas. No caso de assumir distribuições probabilísticas, o processo de chegada é dito G (Genérico), quando depende de outros intervalos de tempos entre chegadas e/ou do processo de serviço. Também pode ser chamado de GI (Genérico Independente) ou processo de renovação, quando os intervalos entre chegadas são *independentes e identicamente distribuídos (iid)*. Entende-se *iid* como variáveis aleatórias que possuem a mesma distribuição de probabilidade e são mutualmente independentes.

### **Processo de Serviço**

O processo de serviço também pode ter distribuições com características determinísticas ou probabilísticas e representa o quanto de tempo um usuário ficou sendo atendido numa determinada estação. Ao assumir uma distribuição probabilística, o processo de serviço depende de outros tempos de processamento e/ou do processo de chegadas ou de tempos de processamentos *iid*. Nesse trabalho usa-se apenas a notação G para qualquer das duas situações, apesar de que alguns autores utilizarem também a notação GI para o segundo caso do processo de serviço (DISNEY e KONIG, 1995).

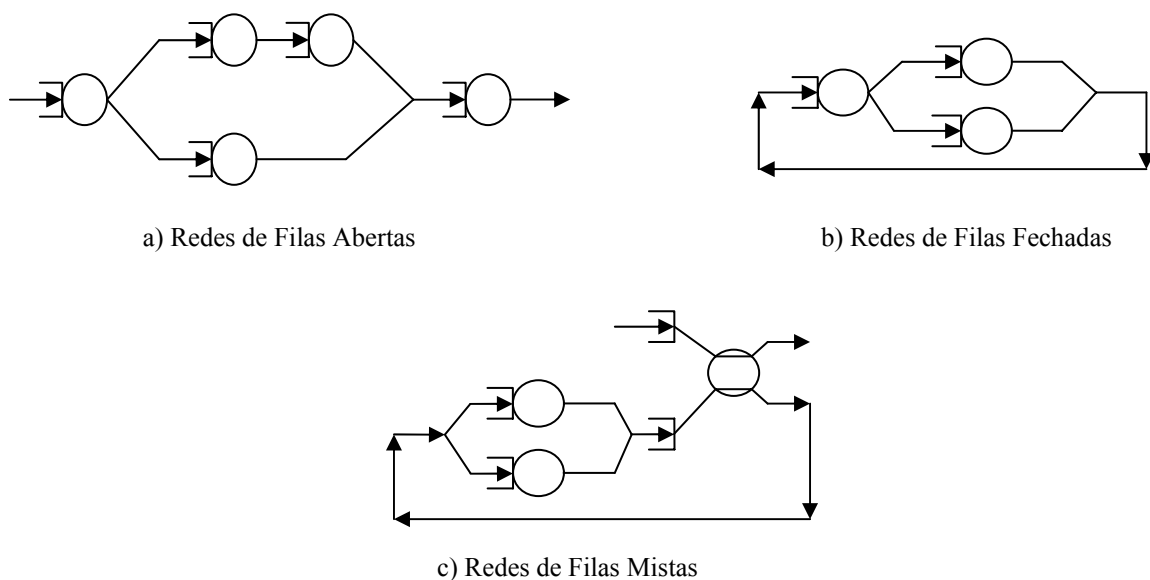
### **Filas**

As filas surgem quando usuários vindos de uma certa população aparecem e aguardam para receber algum tipo de serviço. Toda fila possui uma disciplina que nada mais é do que uma regra que define qual o próximo cliente a ser atendido. É muito comum que o primeiro a ser atendido foi aquele que primeiro chegou na fila, situação essa também conhecida como *FIFO (First In First Out)*. Há outras disciplinas como último a chegar e primeiro a ser atendido *LIFO (Last In First Out)*, primeiro com menor tempo de

processamento *SPT* (*Shortest Processing Time*), primeiro com maior tempo de processamento (*Largest Processing Time First*) e serviço por ordem de prioridades.

Deve existir algum local ou área de espera para as filas. É comum que se use a experiência sobre o sistema, para dimensionar a área de espera para atender uma certa quantidade máxima de clientes. Aumentando a demanda é possível expandir essa área, mas há casos em que a capacidade chegou ao seu limite máximo e o sistema pode recusar um novo usuário, restando a esse usuário uma nova tentativa mais tarde.

Uma rede de filas pode ser classificada em aberta, fechada ou mista. A Figura 2 apresenta tais classificações:



**Figura 2. Tipos de redes de filas**

Em uma rede de filas abertas (*Open Queueing Network – OQN*), os clientes entram na rede, visitam nós necessários para realizar todas as suas operações e, depois, saem, do sistema. Uma característica de *ONN* é que a quantidade de usuários nos nós é uma variável aleatória.

Já para uma rede de filas fechada (*Closed Queueing Network - CQN*) o que é aleatório é o comportamento da taxa de partida de cada nó, sendo que não são permitidas as chegadas ou partidas externas, mantendo-se constante a quantidade de usuários percorrendo a rede.

Redes de filas mistas aparecem em situações em que o sistema possui múltiplas classes de clientes, dessa forma, é possível que a rede seja dividida entre uma sub-rede aberta e outra sub-rede fechada.

Os métodos para avaliação de desempenho de uma rede de filas podem ser descritos segundo Bitran e Tirupati (1988), em:

- a) Métodos exatos.
- b) Métodos aproximados.
- c) Simulação e técnicas relacionadas.

Os métodos exatos, são destinados para avaliar modelos de filas Markovianos, como Redes de Jackson, Redes de Kelly e Redes *BCMP*.

Bitran e Dasu (1992), Bitran e Morabito (1996), Morabito (1998) apresentam os seguintes métodos aproximados para avaliar o desempenho de redes de filas genéricas:

- a) Aproximação por difusão;
- b) Método de decomposição paramétrico;
- c) Análise operacional;
- d) Aproximação exponencial;
- e) Análise de valor médio.

Nesta dissertação são estudadas apenas as aproximações originadas do método de decomposição, por apresentarem resultados bastantes adequados ao lidar com situações práticas, além disso, é o método analítico que tem sido mais utilizado para analisar modelos de *OQN* em *job-shops*.

A simulação e técnicas relacionadas são métodos experimentais que, assim como os métodos analíticos aproximados, substituem os métodos exatos quando estes não são capazes de avaliar redes de filas devido às suas limitações (Law e Haider, 1989, Schriber, 1991). A simulação é uma técnica bastante estudada e explorada para avaliar muitas situações. Possui vantagens e desvantagens em relação aos métodos de decomposição. Nos próximos capítulos a simulação serve como instrumento para validar os resultados das aproximações analíticas.

### 3 MÉTODOS DE AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO

#### 3.1 Método Exato de Decomposição - Redes de Jackson

Vamos considerar algumas notações para os dados de entrada:

$n$	número de estações internas na rede.
$\lambda_0$	taxa média de chegada externa na rede ( $\lambda_0 = 1/E(a_0)$ ).
$\lambda_{ij}$	taxa média de chegada na estação $j$ a partir da estação $i$ .
$\lambda'_k$	taxa média de chegada externa da classe $k$ ( $\lambda'_k = 1/E(a'_k)$ ).
$r_{ij}$	probabilidade de um <i>job</i> , após ser atendido na estação $i$ , seguir para a estação $j$ .
$m_j$	número de máquinas na estação $j$ .
$E(s_j)$	valor esperado do tempo de serviço de um <i>job</i> na estação $j$ .
$\mu_j$	taxa média de serviço para cada máquina na estação $j$ ( $\mu_j = 1/E(s_j)$ ).
$L_j$	número de <i>jobs</i> na estação $j$ . ( $L = \sum_{j=1}^n L_j$ , número total de <i>jobs</i> no sistema).
$\rho_j$	intensidade de tráfego na estação $j$ ( $\rho_j = \lambda_{ij} / m_j \mu_j$ ).

Os estudos em Jackson (1957; 1963) têm uma grande importância em redes de filas sobre o comportamento no equilíbrio do número de usuários para uma grande variedade de redes, que podem ser resolvidos em forma de produto, além de cada estação poder ser analisada de forma individual igual a um sistema de fila do tipo  $M/M/m$  estocasticamente independente. Entende-se que no caso dos intervalos de tempos entre chegadas externas  $a_0$  e os tempos de serviço  $s_j$  assumirem distribuições exponenciais (processos de Poisson), o sistema será referenciado uma *rede de Jackson*; diferente dessa situação a *rede de Jackson* é generalizada ou simplesmente genérica.

*Redes de Jackson* possuem as seguintes características (KLEINOCK, (1975); BITRAN E TIRUPATI, (1988); MAGALHÃES, (1996); SILVA, (2005)):

- processo de chegada é Poisson com parâmetro  $\lambda(L)$ . Ao permitir que o processo de chegadas possa depender do número total de itens/produtos no sistema,  $L$ , redes fechadas ( $CQN$ ) podem ser consideradas como casos particulares de  $OQN$ , pois podem ser criadas a partir delas.

- b) para cada nó  $j$  pertencendo à rede, o atendimento é em ordem de chegada com distribuição exponencial com parâmetro  $\mu_j(L_j)$ ,  $\mu_j(0) = 0$ .
- c) após o usuário completar seu serviço na estação  $i$ , ele move-se para outros servidores  $j$  com probabilidade  $r_{ij}$ , onde  $i, j$  são nós quaisquer da rede, permitindo inclusive que haja retornos à mesma estação. Por outro lado, se o usuário já completou sua demanda de serviço na rede, ele deixa o sistema após ser atendido na estação  $i$ , com probabilidade  $r_{i,0} = 1 - \sum_{j=1}^n r_{ij}$ , onde  $0$  é o nó artificial representando o exterior da rede. Todas as transferências são supostas instantâneas e, assim, o tempo gasto no sistema é proveniente de esperas e atendimentos nas estações.
- d) todos os nós da rede podem receber usuários externos de forma direta ou indireta.

Isto é, qualquer que seja  $j$  ( $j=1, \dots, n$ ), ou  $\lambda_{0j} > 0$  ou existe um  $i$  tal que  $\lambda_{0i} > 0$  e  $i$  se comunica com  $j$  (ou seja, é possível, em algum número de etapas, partir de  $i$  e alcançar  $j$ ).

e) o usuário servido em  $j$  tem probabilidade positiva de sair da rede em uma ou mais etapas. Ou seja, qualquer que seja  $j$  ( $j=1, \dots, n$ ), ou  $r_{j,0} > 0$  ou existe um  $i$  tal que  $r_{i,0} > 0$  e  $i$  se comunica com  $j$ .

Seja  $R = \{r_{ij}, 0 \leq r_{ij} \leq 1, i = 0, \dots, n, j = 0, \dots, n\}$ , como a matriz de transição da cadeia de Markov para representar o fluxo de *jobs* entre as estações da rede, onde  $\sum_{j=0}^n r_{ij} = 1, i = 0, \dots, n$  e  $r_{00} = 0$  por definição.

Define-se também  $Q = \{q_{ij}, i = 1, \dots, j = 1, \dots, n\}$  e  $q_{i0} = 1 - \sum_{j=1}^n q_{ij}$ . Só que  $Q$  é uma matriz subestocástica que define a rota probabilística dos *jobs* entre cada estação interna da rede, já que  $Q$  é a matriz  $R$  sem ter a linha  $0$  e coluna  $0$ , portanto, define a probabilidade de um *job* entrar na rede por uma estação  $j$  e sair da rede por uma estação  $i$ , respectivamente.

### Equações de Taxa de Tráfego

São equações que definem a taxa média de chegada de cada fluxo de *jobs* nas estações. Sendo  $\lambda_j = 1/E(a_j)$  a taxa média de chegada na estação  $j$  e  $a_j$  o intervalo de tempo entre chegadas (externas e internas) na estação  $j$ , para o cálculo de  $\lambda_j$  utiliza-se:

$$\lambda_j = \lambda_{0j} + \sum_{i=1}^n \gamma_j q_{ij} \lambda_i \quad j=1, 2, \dots, n \quad (1)$$

Para que se possa melhor entender o sistema de equações lineares acima,  $\lambda_j$  é a taxa total que entra na estação  $j$ , ou seja, a somatória entre as chegadas externas ( $\lambda_{0j}$ ) mais todas as saídas das estações internas existentes na rede que se movimentaram para a estação  $j$ . O parâmetro  $\gamma_i$  indica se houve a criação ( $\gamma_i > 1$ ) ou combinação ( $\gamma_i < 1$ ) de itens. Caso não exista nenhuma dessas situações anteriores, então  $\gamma_i = 1$ .

### Teorema de Jackson

Dado o vetor  $\mathbf{L} = (L_1, L_2, \dots, L_n)$  como sendo o estado do sistema, onde cada  $L_j$  representa o número de usuários que estão em fila e recebendo algum serviço na estação  $j$ . Para todo  $j = 1, 2, \dots, n$ , caso  $\rho_j < 1$ , a probabilidade de equilíbrio do sistema encontrar-se em  $L$ ,  $\pi(L)$ , pode ser definida de acordo com a forma de produto (Jackson, 1957; 1963):

$$\pi(L) = \prod_{j=1}^n \pi_j(L_j) \quad (2)$$

Onde:

$$\pi_j = f_j(L_j) \pi_j(0) \quad \text{para } L_j = 0, 1, \dots ;$$

$$f_j(L_j) = f_j(L_j - 1) \frac{\lambda_j}{\mu_j r_j(L_j)} \quad \text{para } L_j = 1, 2, \dots \quad \text{e} \quad f_j(0) = 1$$

$$\pi_j(0) = \frac{1}{\sum_{L_j=0}^{\infty} f_j(L_j)}$$

sendo:

$\pi_j(L_j) \rightarrow$  distribuição conjunta do número de *jobs* em fila e em serviço na estação  $j$ .

$\mu_j r_j(L_j) \rightarrow$  taxa de serviço na estação  $j$  em função da rede de filas ter  $L_j$  *jobs*.



Observa-se que quando o sistema possui capacidade e população infinitas  $r_j(L_j) = \min\{L_j, m_j\}$ , os valores para  $\pi_j(L_j)$  e  $\pi_j(0)$  são determinados através de:

$$\pi_j(L_j) = \begin{cases} \frac{(\lambda_j/\mu_j)^{L_j}}{L_j!} \pi_j(0), & \text{se } L_j \leq m_j \\ \frac{(\lambda_j/\mu_j)^{L_j}}{m_j^{L_j-m_j} m_j!} \pi_j(0), & \text{se } L_j > m_j \end{cases} \quad (3)$$

$$\pi_j(0) = \left\{ \sum_{t=0}^{m_j} \frac{(\lambda_j/\mu_j)^t}{t!} + \frac{(\lambda_j/\mu_j)^{m_j}}{(1-\rho_j)m_j!} \right\}^{-1}$$

A partir das equações acima, explica-se que a equação (2) satisfaz as equações de balanço do sistema abaixo, ou seja, o valor da taxa média de entrada do estado  $L$  (lado esquerdo da expressão (4)) é igual a taxa média que sai do estado  $L$  (do lado direito de (4)):

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \lambda_{0i} \pi(L - e_i) + \sum_{i=1}^n \mu_i r_i(L_i + 1) q_{i0} \pi(L + e_i) + \sum_{i=1}^n \sum \mu_i r_i(L_i + 1) q_{ij} \pi(L + e_i - e_j) = \\ \sum_{i=1}^n [\lambda_{0i} + \mu_i r_i(L_i)(1 - q_{ii})] \pi(L) \quad L \in N^n \dots \end{aligned} \quad (4)$$

A Figura 3 abaixo representa o comportamento das taxas de transição de estados e serve adequadamente para explicar a equação de balanço (4).

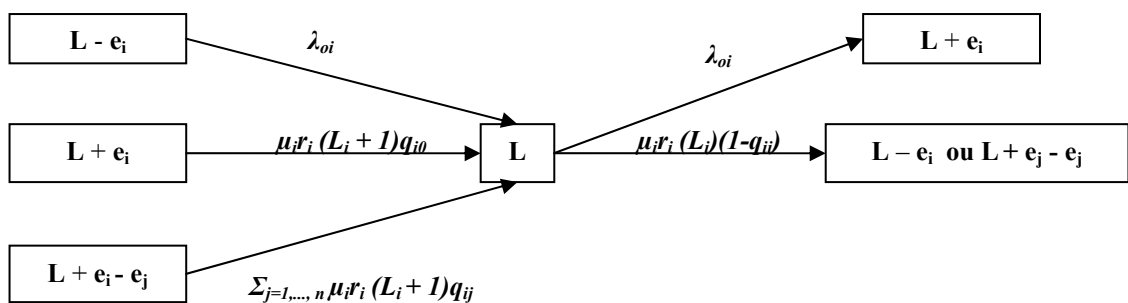


Figura 3. Diagrama das equações de balanço das taxas de transição de estados

A taxa de transição do estado  $L - e_i$  para o estado  $L$ , que se encontra no lado esquerdo da equação (4), representa qualquer chegada de um *job* da estação externa do sistema para a estação  $i$ . O segundo termo representa a taxa de transição de  $L + e_i$  para o estado  $L$  após a estação  $i$  finalizar uma operação num *job* que posteriormente sai do sistema. O terceiro termo corresponde a taxa de transição entre  $L + e_i - e_i$  e  $L$  após o *job* ter recebido

um serviço na estação  $i$  e seguir para a estação  $j$ , sem deixar o sistema. Já no lado direito da equação, a taxa de transição entre  $L$  e os demais estados correspondem a chegada externa de um usuário ou o fim do serviço de um *job* na estação  $i$ , mas que não volte imediatamente à estação  $i$ .

Pelo teorema de Jackson é possível concluir que, para um certo estado  $L$ , a probabilidade de equilíbrio pode ser definida considerando cada estação  $j$  se comportando independente das demais estações de serviço (Magalhães, 1996; Morabito, 1998).

Entrando como dados iniciais  $\{m_j, \lambda_j, \mu_j\}$  e a matriz  $Q$ , além de resolver a equação (1) para achar o valor de  $\lambda_j$ , encontra-se o sistema descrito pelos parâmetros  $\{m_j, \lambda_j, \mu_j\}$ , tendo a rede analisada decomposta em  $n$  estações individuais do tipo  $M/M/m_j$ . Logo, para cada avaliação de desempenho do sistema, as estações devem ser analisadas de forma separada das demais. Tijms (1986) apresenta para o cálculo do número médio de *jobs*  $E(L_j)$  a seguinte equação:

$$E(L_j) = \sum_{L_j}^{\infty} L_j \pi_j(L_j) = \frac{\rho_j (\lambda_j / \mu_j)^{m_j} \pi_j(0)}{(1 - \rho_j)^2 m_j!} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} \quad (5)$$

onde  $\pi_j(0)$  foi já declarado em (3). Com o resultado de  $E(L_j)$ , fica facilitado o cálculo de outras medidas de desempenho, como número médio de usuários em fila,  $E(L_{qj})$ , o tempo médio de espera em fila,  $E(W_{qj})$ , e o tempo médio de permanência em fila e em serviço  $E(W_j)$  na estação  $j$  para quaisquer sistemas de filas (Kleinrock, 1975):

$$E(L_j) = \lambda_j E(W_j) \quad (6-a)$$

$$E(L_j) = E(L_{qj}) + \lambda_j / \mu_j \quad (6-b)$$

$$E(W_j) = E(W_{qj}) + E(s_j) \quad (6-c)$$

Para calcular o número médio de *jobs* na rede, utiliza-se:

$$E(L) = \sum_{j=1}^n E(L_j) \quad (7)$$

Sabendo-se com base na equação (2), que o número de usuários na rede é estatisticamente independente, logo, a variância é dada por:

$$V(L) = \sum_{j=1}^n V(L) \quad (8)$$

O *leadtime* médio é:

$$E(T) = \sum_{j=1}^n E(V_j)E(W_j) = \sum_{j=1}^n E(V_j)[E(W_{q_j}) + E(s_j)] \quad (9)$$

sendo que  $E(W_{q_j})$  é o atraso médio gasto em uma fila do tipo  $M/M/m_j$ , resultado entre as equações (5), (6 – a) e (6 – c), portanto:

$$E(W_{q_j}) = \frac{(\lambda_j / \mu_j)^{m_j} \pi_j(0)}{\mu_j m_j (1 - \rho_j)^2 m_j!} \quad (10)$$

O valor de  $E(V_j)$ , número médio de visitas de um usuário qualquer na estação  $j$ , é dado por:

$$E(V_j) = \frac{\lambda_j}{\lambda_0} \quad (11)$$

Com  $\lambda_0$ , no equilíbrio, a taxa média de produção da rede é calculada por:

$$\lambda_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_{0j} = \sum_{j=1}^n \lambda_{j0}$$

### 3.2 Método Aproximado de Decomposição - Redes de Jackson Generalizadas

O método de decomposição paramétrico vem sendo bastante utilizado na literatura em razão dos resultados satisfatórios para a avaliação de desempenho de uma grande variedade de sistemas produtivos. Whitt (1995), Bitran e Morabito (1996), Morabito (1998), Asadathorn e Chao (1999), Kim (2004), Silva (2005), são alguns exemplos de aplicação desse método.

Basicamente, o método admite um processo de renovação para aproximar os processos de chegadas e serviços, considerando cada estação do sistema de forma estocasticamente independente. Assim, as estações isoladas são avaliadas de acordo com um sistema de filas do tipo  $GI/G/m$ , em que tanto o processo de chegada como o de serviço são definidos e dependem apenas das médias e os  $scv$  (coeficiente de variação). Portanto, envolve poucos parâmetros, o que justifica o nome de método de decomposição paramétrico. Para Whitt (1983a) e Bitran e Tirupati (1988), esses parâmetros são suficientes para descrever com boa precisão redes de filas genéricas.

É importante ressaltar que o método de decomposição paramétrico é uma resposta a falta de capacidade dos métodos exatos em lidar com redes mais gerais (Redes Generalizadas ou Genéricas), já que são extensões da solução em forma de produto e da independência entre as estações das redes de Jackson. O método de decomposição paramétrico é adequado em situações de redes não-Markovianas, onde os processos de chegadas externas não são de Poisson e/ou os tempos de serviços não são definidos de acordo com uma distribuição exponencial (WHITT, 1983a).

Segundo Shanthikumar e Buzacott (1981), o método de decomposição paramétrico pode ser descrito nos três passos abaixo:

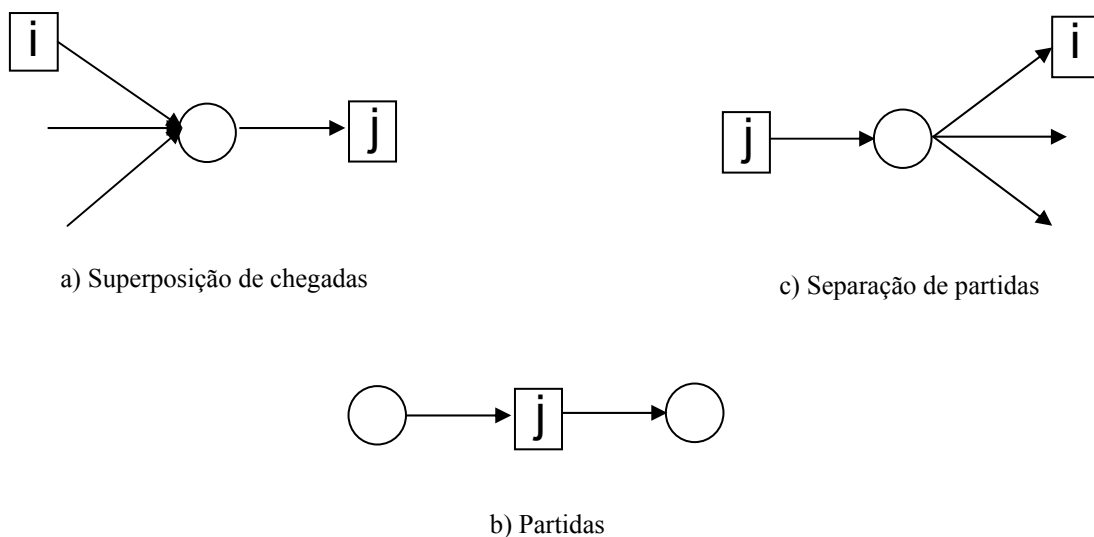
- a) Passo 1 - Análise das interações entre estações da  $OQN$ .
- b) Passo 2 - A  $OQN$  é separada em subsistemas, cada um com suas próprias estações individuais, para que seja possível a avaliação das suas medidas de desempenho isoladamente.
- c) Passo 3 - Os resultados dos passos 1 e 2 são recompostos, para a avaliação das medidas de desempenho da rede como um todo.

O passo 1 tem uma grande importância para o método de decomposição e envolve ações fundamentais para analisar as interações entre as estações em uma rede de filas (WHITT, 1983a; BITRAN E TIRUPATI, 1988):

- a) Superposição das chegadas;
- b) Partidas;
- c) Separação de partidas.

O processo (a) é o fluxo agregado ou total de todas as chegadas em cada uma estação, sejam elas originadas da estação externa ou de outras estações da rede. O processo (b) é causado pela soma entre o processo de chegada agregado mais o processo de serviço. Já o processo (c) separa o fluxo de partida agregada em outros fluxos individuais que saem dessa estação para outras estações incluindo a estação externa.

A Figura 4 descreve o comportamento desses três processos do passo 1.



**Figura 4. (a) Processo de superposição de chegadas; (b) Processo de partidas; (c) Processo de separação**

As seções seguintes são baseadas nos estudos de Shanthikumar e Buzacott (1981), Whitt (1983a, 1983b), Bitran e Tirupati (1988), Segal e Whitt (1989), Albin (1982, 1984), Kuehn (1979), Bitran e Morabito (1996), Morabito (1998), Bitran e Dasu (1992) e Tijms (1986).

### 3. 2. 1 Redes de Filas $GI/G/1$ de única classe

Aqui se considera uma única classe de produtos, podendo ou não essa classe ter seus produtos devidamente agregados, que percorre as estações de acordo com um roteiro probabilístico. Apenas um único servidor vai existir em cada uma das estações da rede e os processos de chegadas e de serviços seguem distribuições genéricas, enfatizando que tanto os intervalos de tempos entre chegadas externas ( $a_{0j}$ ) como os tempos de serviços ( $s_j$ ) são considerados *idd*.

Para os dados de entrada, são necessários as seguintes notações:

$n$	número de estações internas na rede.
$\lambda_{0j}$	taxa média de chegada externa na estação $j$ ( $\lambda_{0j} = 1/E(a_{0j})$ ).
	Para cada estação $j = 1, \dots, n$ :
$ca_{0j}$	parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas externas na estação $j$ , ( $ca_{0j} = V(a_{0j})/(E(a_{0j})^2)$ ), sendo $V(x)$ a variância e $E(x)$ o valor esperado da variável aleatória $x$
$\mu_j$	taxa média de serviço na estação $j$ ( $\mu_j = 1/E(s_j)$ )
$cs_j$	parâmetro de variabilidade do tempo de serviço na estação $j$ ( $cs_j = V(s_j)/(E(s_j)^2)$ )
$q_{ij}$	probabilidade de um <i>job</i> percorrer uma estação $i$ e posteriormente seguir para a estação $j$ . Seja $i = 1, 2, 3, \dots, n$ e $j = 1, 2, 3, \dots, n$ .

O congestionamento em cada estação pode ser definido através de aproximações que necessitam de apenas 4 parâmetros  $\{\lambda_{0j}, ca_{0j}, \mu_j, cd_j\}$  e a matriz de transição  $Q = \{q_{ij}, i = 1, \dots, j = 1, \dots, n\}$  define os fluxos de *jobs* entre as estações, sendo que não existe realimentação imediata em nenhuma das estações.

Os valores de  $\lambda_{0j}$  e  $\mu_j$  podem ser calculados usando:

$$\lambda_{0j} = q_{0j}\lambda_0 \quad (12)$$

Definindo-se  $N(t)$  como o número de *jobs* que chegam a rede a partir da estação 0 externa em um intervalo de tempo  $(0,t]$ , temos:

$$\lambda_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{N(t)}{t} \quad (13)$$

E definindo-se  $s_{j,u}$  como o tempo de processamento do  $u$ -ésimo *job* que recebeu operação na estação interna  $i$ , desconsiderando o tempo do *job* na fila, então:

$$E(s_j) = \lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\sum_{v=1}^u S_{j,v}}{u} \quad (14)$$

Note que  $E(s_j)$  é o valor esperado do tempo de serviço de um *job* na estação  $j$  e  $\mu_j$  a taxa média de serviço como sendo  $\mu_j = 1 / E(s_j)$ .

### Passo 1

O objetivo do passo 1 é calcular a taxa média de chegada  $\lambda_j$ , como sendo  $\lambda_j = 1 / E(a_j)$  e o coeficiente quadrático de variação  $ca_j$ , com  $a_j$  o intervalo de tempo entre chegadas na estação  $j$ . Utilizando as equações de taxa de tráfego, é possível calcular as taxas médias que posteriormente são utilizadas para calcular os parâmetros de variabilidade, usando para esse caso as equações de variabilidade de tráfego, que estão descritas mais adiante. Resumindo, com base nos dados iniciais  $\{\lambda_{0j}, ca_{0j}, \mu_j, cd_j\}$  e a matriz  $\mathbf{Q}$ , procura-se descrever cada estação individual através dos parâmetros  $\{\lambda_j, ca_j, \mu_j, cd_j\}$  e  $\mathbf{Q}$ .

Essas aproximações são baseadas na combinação de dois métodos: o método assintótico e o método dos intervalos estacionários.

### Superposição de chegadas

Esse processo é baseado tanto no método assintótico como no método dos intervalos estacionários. O método assintótico leva em consideração um período longo para captar a dependência entre os intervalos de tempo entre as sucessivas chegadas, diferente do método de intervalos estacionários, o qual não considera algum tipo de dependência no processo de chegada e precisa de um curto espaço de tempo para determinar o comportamento do processo.

O parâmetro  $ca_j$  é calculado segundo Sevcik et al. (1977), que pelo método assintótico é uma combinação convexa de  $ca_{ij}$  (coeficiente quadrático de variação do intervalo de tempo entre chegadas na estação  $j$  a partir da estação  $i$ ):

$$ca_j = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} \quad (15)$$

sendo que:

$$\lambda_{ij} = q_{ij}\lambda_j \quad (16)$$

onde  $\lambda_j$  é calculado usando (1). É importante notar que se  $ca_{ij}$  for igual a 1, logo todos os processos de chegada são Poisson, então a equação (15) se reduz a  $ca_j = 1$ , tornando-se exata.

Estudos em Albin (1982) resultaram num método chamado de híbrido, que consiste numa combinação convexa entre o valor do método assintótico e o valor do método dos intervalos estacionários. Isso se deve ao fato de que nenhum dos dois métodos anteriores eram capazes de aproximar bem o valor de  $ca_j$  em algumas situações, portanto:

$$ca_j = w_j ca_j^{AS} + (1 - w_j) ca_j^{IE} \quad (17)$$

A variável  $ca_j^{AS}$  é definida como sendo o *scv* aproximado pelo método assintótico, já  $ca_j^{IE}$  é o *scv* aproximado pelo método dos intervalos estacionários.

Whitt (1983a) melhorou ainda mais o que já foi refinado por Albin (1982), através da aproximação do método dos intervalos estacionários a um processo de Poisson ( $ca_j^{IE} = 1$ ), originando:

$$ca_j = w_j \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} + (1 - w_j) \quad (18)$$

O valor de  $w_j$  é calculado usando:

$$w_j = \frac{1}{1 + 4(1 - \rho_j)^2 (w'_j - 1)} \text{ e } w'_j = \frac{1}{\sum_{i=0}^n \left( \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} \right)^2}$$

Albin (1982) encontrou a expressão para  $w_j$ , após extensivos experimentos com simulação.



## Processo de Partida

O valor de tráfego do próximo nó para onde a partida está direcionada influencia muito esse processo. Aqui o objetivo é calcular a taxa média de partida superposta e o *scv* do intervalo de tempo entre partidas superposto da estação  $j$ . Para isso são necessários os valores da taxa média de chegada superposta, o *scv* do intervalo de tempo entre chegadas superposto  $ca_j$  e o *scv* do tempo de serviço  $cs_j$ . Caso a estação  $j$  da rede de filas estiver em estado de equilíbrio ( $\rho_j < 1$ ), admite-se que a taxa média da partida agregada é igual a taxa média de chegada superposta. Buzacott e Shanthikumar (1993), através do método dos intervalos estacionários, aproximam  $cd_j$  usando:

$$cd_j = ca_j + 2\rho_j^2 cs_j - 2\rho_j(1 - \rho_j)\mu_j E(W_{qj}) \quad (19)$$

onde  $E(W_{qj})$  é definido como o tempo médio de espera em fila na estação  $j$ . Essa variável na equação acima afeta a variabilidade do processo de partida em razão do congestionamento da estação  $j$ . Devido a esse fato, é necessário uma aproximação para  $E(W_{qj})$  em uma fila do tipo  $GI/G/1$ , que pode ser calculada através de:

$$E(L_j) = \frac{\rho_j(ca_j + cs_j)g(\rho_j, ca_j, cs_j)}{2(1 - \rho_j)} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} \quad (20)$$

sendo:

$$g(\rho_j, ca_j, cs_j) = \begin{cases} \exp\left[\frac{-2(1-\rho_j)(1-ca_j)^2}{3\rho_j(ca_j+cs_j)}\right], & \text{se } ca_j < 1 \\ 1, & \text{se } ca_j \geq 1 \end{cases}$$

Usando a lei de Little e as equações (6-a), (6-b) (6-c), define-se:

$$E(W_{qj}) = \frac{\rho_j(ca_j + cs_j)g(\rho_j, ca_j, cs_j)}{2\mu_j(1 - \rho_j)} \quad (21)$$

Whitt (1993a) propõe a aproximação abaixo como uma combinação convexa entre  $cs_j$  e  $ca_j$ , definindo  $g(\rho_j, ca_j, cs_j) = 1$  na equação (21) e substituindo em (19):

$$cd_j = \rho_j^2 cs_j + (1 - \rho_j^2) ca_j \quad (22)$$

Observa-se que  $cd_j = 1$  se dá quando  $ca_j = cs_j = 1$ . Isto significa que se os intervalos de tempo entre chegadas e de serviços são exponenciais, os intervalos de tempo entre partidas seguem também distribuições exponenciais (KLEINROCK, 1975). Além disso, se  $\rho_j \rightarrow 0$ , o  $cd_j \rightarrow ca_j$ , ou seja, se a taxa de utilização média da estação  $j$  for pequena, o  $scv$  do intervalo de tempo entre partidas tende ao  $scv$  do intervalo de tempo entre chegadas. Por outro lado, se  $\rho_j \rightarrow 1$ , o  $cd_j \rightarrow cs_j$ . Isto quer dizer que quando a taxa de utilização média da estação for grande, o  $scv$  do intervalo de tempo entre partidas tende ao  $scv$  do tempo de serviço.

Com o método assintótico,  $cd_j$  assume uma aproximação bem mais simples:

$$cd_j = ca_j \quad (23)$$

### Processo de Separação das Partidas

O processo de separação de partidas separa a taxa média de partida superposta e o coeficiente de variação do intervalo de tempo entre as partidas superpostas da estação  $j$ , produzindo as taxa médias  $\lambda_{ij}$  (taxa média de partida da estação  $j$  para a estação  $i$ ).

O coeficiente de variação do tempo entre partidas é dado por:

$$cd_{ji} = q_{ji} cd_j + (1 - q_{ji}) \quad (24)$$

Quando  $q_{ij} \rightarrow 1$ , tem-se que  $cd_{ji} \rightarrow cd_j$  significando que a taxa média de partida da estação  $j$  para a estação  $i$  tende para a taxa média de partida superposta da estação  $j$ , o  $scv$  do intervalo de tempo entre partidas superposto da estação  $j$  para a estação  $i$  também tende para o  $scv$  do intervalo de tempo entre partidas da estação  $j$ . A equação (24) é dita exata quando assume  $cd_j = 1$ , tem-se  $cd_{ji} = 1$ , ou o processo de partida agregada é Poisson. Para  $q_{ji} \rightarrow 0$ , o  $cd_{ji} \rightarrow 1$ , logo, tende a um processo de partida seguindo Poisson, já que o fluxo da estação  $j$  para a estação  $i$  é muito pequeno.

Observa-se também nas equações (18) e (24) que  $cd_{ji} = ca_{ji}$ . Isto implica que o *scv* do intervalo de tempo entre partidas da estação  $j$  para a estação  $i$  é igual ao mesmo *scv* do intervalo de tempo entre chegadas da estação  $j$  para  $i$ . Assumindo que o processo de partida seja um processo de renovação e as probabilidades  $q_{ij}$  com  $i = 1, 2, \dots, n$  e  $j = 1, 2, \dots, n$ , seguem roteiros Markovianos, então os valores dos métodos assintótico e de intervalos estacionários são iguais.

Utilizando o sistema de equações lineares formados pelas expressões (15), (22) e (24), são apresentadas as equações de variabilidade de tráfego que são aproximações consideradas bem adequadas para determinar  $ca_j, j = 1, \dots, n$ , (SILVA, 2005). Tendo em mãos a solução desse sistema, é possível descrever cada estação pelos parâmetros  $\{\lambda_j, ca_j, \mu_j, cs_j\}$  e, assim, calcular algumas medidas de desempenho, o que é mostrado nas seções seguintes.

## Passo 2

No Passo 2 as medidas de desempenho são avaliadas. Isso porque o sistema de redes de filas já foi dividido, como se fossem estocasticamente independentes, em subsistemas isolados para cada nó da rede, cada um descrito pelos parâmetros  $\{\lambda_j, ca_j, \mu_j, cs_j\}$ . É importante lembrar que as interações de cada nó já foram levadas em conta quando os cálculos de  $\lambda_j$  e  $ca_j$  foram realizados no Passo 1.

Utilizando as aproximações de Kleinrock (1975); Tijms (1986); Whitt (1983a), pode-se calcular as medidas de desempenho para redes de filas do tipo  $GI/G/1$  com disciplina  $FCFS$ , assim como foi apresentado anteriormente nas equações (20) e (21).

## Passo 3

Neste passo, é possível calcular para a rede como um todo, algumas medidas de desempenho, por exemplo, a taxa média de produção da rede, dada por:

$$\lambda_0 = \sum_{j=1}^n \lambda_{oj} \quad (25)$$

Para a equação acima, considera-se o sistema em equilíbrio.

As equações (7) e (8) são usadas para determinar o valor da média e variância. A equação (8) serve tanto para redes Markovianas, como também pode ser usada em redes generalizadas. As equações (9) e (10), são utilizadas, respectivamente, para os cálculos do *leadtime* médio para qualquer *job* e o tempo médio de espera na fila em uma determinada estação *j*.

### 3. 2. 2 Redes de Filas *GI/G/m* de classe única

Redes *GI/G/m* são sistemas de filas com a configuração de mais de uma máquina paralela e idêntica em cada nó da rede. Como na seção anterior, considera a existência de *jobs*, seja na forma agregada ou não, a uma única classe de produtos, cada um seguindo um roteiro probabilístico visitando cada estação.

#### Passo 1

A partir dos dados  $\{m_j, \lambda_j, ca_j, \mu_j, cd_j\}$ ,  $\lambda_j$  é calculado usando a equação (1) e  $ca_j$  utilizando as três etapas do Passo 1. Ressalta-se que, diferente de redes de filas *GI/G/1*, agora são necessários 5 parâmetros, tanto para iniciar a análise, como para descrever cada estação *j* em  $\{m_j, \lambda_j, ca_j, \mu_j, cd_j\}$ . É necessário admitir  $m_j$  (número de máquinas idênticas e paralelas na estação *j*),  $m_j \geq 1$ . Whitt (1983a) utiliza a equação abaixo para atender o processo de partidas em redes de filas *GI/G/1*, no lugar da equação (22), estendendo a:

$$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2(cs_j - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (26)$$

A equação (26) tem como resultado um processo de Poisson ( $cd_j = 1$ ) quando lida com sistemas de redes do tipo *M/M/1* ( $ca_j = cs_j = 1$ ) e também com sistemas *M/G/∞* ( $ca_j = 1, m_j \rightarrow \infty$ ). A última situação é explicada em razão de  $m_j$  ser infinitamente grande, não ocasionando filas no sistema, o que faz com que o processo de serviço não tenha nenhuma influência sobre o processo de partida, semelhante com o processo de chegada que segue Poisson. A equação acima será igual a equação (22), caso  $m_j$  seja igual a 1. Observa-se que em sistemas do tipo *M/D/1* ( $ca_j = 1$  e  $cs_j = 0$ ), tanto (26) como (22) apresentam valores

distorcidos sobre o *scv* do intervalo de tempo entre partidas menor do que o *scv* do intervalo de tempo entre chegadas. Como exemplo, verificam-se os resultados de Shanthikumar e Buzacott (1981) em sistemas do tipo  $M/D/1$  e  $GI/D/1$  usando a aproximação (22). Whitt (1983a) definiu a equação abaixo como uma saída para diminuir tais erros de distorção, modificando a equação (26):

$$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (27)$$

Usando as equações (27), (15) e (24), surge mais um sistema linear que serve para calcular os valores de  $ca_j$ :

$$ca_j = \alpha_j + \sum_{i=1}^n \beta_{ij} ca_j \quad j = 1, \dots, n \quad (28)$$

onde:

$$\alpha_j = 1 + w_j \{p_{0j} ca_{0j} - 1 + \sum_{i=1}^n p_{ij} [(1 - q_{ij}) + q_{ij} \rho_i^2 x_i]\} \quad \text{e} \quad \beta_{ij} = w_j p_{ij} q_{ij} (1 - \rho_i^2)$$

com  $w_j$  sendo definido já em (18) e

$$p_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j}, \quad q_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i}, \quad x_i = 1 + \frac{\max\{cs_i, 0, 2\} - 1}{\sqrt{m_j}}$$

O passo 2 e o passo 3 seguem os mesmos procedimentos mostrados anteriormente, mas utiliza-se das equações aproximadas para redes de filas  $GI/G/m$ .

Uma aproximação para o número médio de usuários na estação  $j$  é:

$$E(L_j) = \frac{\lambda_j (ca_j + cs_j)}{2} E(Lq_j)_{M/M/m} + \frac{\lambda_j}{\mu_j} \quad (29)$$

Tijms (1986) propõe para o cálculo do número de usuários em uma fila  $M/M/m_j$  ( $E(Lq_j)$ ) a equação:

$$E(Lq_j)_{M/M/m} = \frac{\rho_j (\lambda_j / \mu_j)^{m_j} \pi_j(0)}{(1 - \rho_j)^2 m_j!}, \text{ com } \pi_j(0) \text{ assim como definido em (3).}$$

Uma aproximação para o tempo médio de espera em fila na estação  $j$  com o auxílio da combinação entre (6-a) (6-b) (6-c) é:

$$E(Wq_j) = \frac{(ca_j + cs_j)}{2} E(Wq_j)_{M/M/m} \quad (30)$$

O tempo médio de espera em uma fila  $M/M/m_j$  ( $E(Wq_j)$ ) pode ser encontrado usando (10).

Uma aproximação para o tempo médio de permanência na estação  $j$  (tempo que o *job* fica esperando na fila mais o tempo gasto para ser realizado o serviço) é:

$$E(W_j) = \frac{(ca_j + cs_j)}{2} E(Wq_j)_{M/M/m} + \frac{1}{m_j \mu_j} \quad (31)$$

Buzacott e Shanthikumar (1993) apresentam outras aproximações para determinar os valores de  $E(L_j)$  e  $E(W_j)$ :

$$E(L_j) = \frac{E(Lq_j)_{M/M/m}}{E(Lq_j)_{M/M/1}} E(Lq_j)_{GI/G/1} + \frac{\lambda_j}{\mu_j}$$

e

$$E(Wq_j) = \frac{E(Wq_j)_{M/M/m}}{E(Wq_j)_{M/M/1}} E(Wq_j)_{GI/G/1}$$

onde  $E(Lq_j)_{GI/G/1}$  e  $E(Wq_j)_{GI/G/1}$  são valores das equações (20), desconsiderando a carga ofertada e (21), respectivamente. Whitt (1983a; 1993) determina para o cálculo de  $L_j$  e  $Wq_j$  as equações:

$$V(L_j) = E(L_j^2) - E(L_j)^2 = E(L_j)^2 c_{L_j} \quad (32)$$

e

$$V(Wq_j) = E(Wq_j)^2 c_{wq_j} \quad (33)$$

sendo:

$$c_{L_j} = \frac{\frac{\lambda_j}{\mu_j}(1+P(L_j \geq m_j)) + [P(L_j \geq m_j)\rho_j + P(1-P(L_j \geq m_j))]}{\left[ \frac{\lambda_j}{\mu_j} + P(L_j \geq m_j) \frac{\rho_j}{(1-\rho_j)} \right]^2} \frac{\rho_j^2}{(1-\rho_j)^2}$$

e

$$c_{wq_j} = \frac{2 - P(Wq_j > 0)}{P(Wq_j > 0)}$$

com:

$$P(L_j \geq m_j) = P(Wq_j > 0) = \frac{\left( \frac{\lambda_j}{\mu_j} \right)^{m_j} \pi_j(0)}{(1-\rho_j)m_j!}, \text{ para } \pi_j(0) \text{ já definido em (3).}$$

### 3.2.3 Redes de Filas GI/G/m de múltiplas classes

A diferença deste modelo para os outros dois já discutidos é que agora se busca analisar *OQN* com múltiplas classes ou convenientemente agregados, movimentando-se entre as estações seguindo um roteiro determinístico.

Para este modelo devemos adotar os seguintes índices abaixo para os dados de entrada:

$n$	número de estações internas na rede
$r$	número de classes na rede
$m_j$	número de máquinas na estação $j$
$n_k$	número de operações no roteiro da classe $k$
$\lambda'_k$	taxa média de chegada externa da classe $k$ ( $\lambda'_k = 1/E(a'_k)$ )
$ca'_k$	parâmetro de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas externas da classe $k$ ( $ca'_k = V(a'_k)/(E(a'_k)^2)$ )

$n_{kl}$	estação visitada para a operação $l$ do roteiro da classe $k$
$E(s_{kl})$	tempo médio de serviço da operação $l$ do roteiro da classe $k$
$\mu_{kl}$	taxa média de serviço da operação $l$ do roteiro da classe $k$ ( $\mu_{kl} = 1/E(s_{kl})$ )
$cs_{kl}$	parâmetro de variabilidade do tempo de serviço da operação $l$ do roteiro da classe $k$ ( $cs_{kl} = V(s_{kl})/E(s_{kl})$ ).

Os índices  $n_k$  e  $n_{kl}$  são responsáveis pelo roteiros da classe  $k$ , ao invés do que acontecia nos outros modelos, em que a matriz  $Q$  tinha essa função.

Como nessa rede de filas existem múltiplas classes e os parâmetros iniciais estão em função das classes dos produtos e dos roteiros, é necessário utilizar um artifício que seja capaz de reduzir a  $OQN$  original em uma  $OQN$  com uma única classe, para que seja possível uma análise agregada da classe e, assim, obter cada parâmetro da classe agregada em cada estação  $j, j = 1, 2, \dots, n$ . Posteriormente deve-se determinar as medidas de desempenho, como já foi visto nas seções anteriores. Esse artifício de agregação das classes considera os estudos de Whitt (1983a).

A taxa média de chegadas externas (estação 0) para todas as classes em que o primeiro serviço é na estação  $j$ , para  $jobs$  que estão agregados em uma única classe seguindo um roteiro determinístico, é dado por:

$$\lambda_{0j} = \sum_{k=1}^r \lambda_k' 1\{n_{k1} = j\} \quad (34)$$

onde  $1\{.\}$  é uma função indicadora que assume valor igual a 1 caso a expressão  $\{.\}$  seja verdadeira e 0, quando é falsa.

As taxas agregadas  $\lambda_j$  e  $\lambda_{ij}$  (taxa média de chegada agregada na estação  $j$  e taxa média de chegada agregada na estação  $j$  a partir da estação  $i$ , com  $i, j = 0, \dots, n$  e  $i \neq j$ ), podem ser calculadas através de:

$$\lambda_j = \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \lambda_k' 1\{n_{kl} = j\} \quad (35)$$

$$\lambda_{ij} = \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k-1} \lambda_k' 1\{n_{kl} = i, n_{k,l+1} = j\} \quad (36)$$



A matriz de transição  $Q$ , com seus elementos  $q_{ij}$  ( $i = 1, \dots, n$  e  $j = 1, \dots, n$ ), define a quantidade de produtos da classe agregada que se deslocam para a estação  $i$  e saem para a estação  $j$ . Estes elementos podem ser calculados usando:

$$q_{ij} = \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_i} \quad (37)$$

O tempo de serviço agregado na estação  $j$ ,  $E(s_j)$  é dado por:

$$E(s_j) = \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} E(s_{kl}) \lambda_k' 1\{n_{kl} = j\}}{\lambda_j} \quad (38)$$

Essa fórmula é uma média ponderada, na qual observa-se que existe uma probabilidade  $P[s_j = s_{kl}] = \frac{\lambda_k' 1\{n_{kl} = j\}}{\lambda_j}$ , ou seja, o tempo de serviço na estação  $j$  é igual ao tempo de serviço da  $l$ -ésima operação do *job* da classe  $k$  ( $s_j = s_{kl}$ ).

O *scv* do tempo de serviço agregado na estação  $j$ ,  $cs_j$  é calculado usando (35), portanto:

$$cs_j = \frac{V(s_j)}{(E(s_j))^2} = \frac{E(s_j^2)}{(E(s_j))^2} - 1 = \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} E(s_{kl}^2) \lambda_k' 1\{n_{kl} = j\}}{\lambda_j (E(s_j))^2} - 1$$

É importante notar a propriedade na equação (38) de que o segundo momento da soma de distribuições independentes é igual à soma dos respectivos segundo momentos.

Pela equação (35), além da definição de variância,  $V(s_{kl}) = E(s_{kl}^2) - (E(s_{kl}))^2$ , e do coeficiente quadrático de variação para  $s_{kl}$ ,  $cs_{kl} = V(s_{kl}) / (E(s_{kl}))^2$ , conclui-se:

$$cs_j = \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} (E(s_{kl}))^2 (cs_{kl} + 1) \lambda_k' 1\{n_{kl} = j\}}{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \lambda_k' 1\{n_{kl} = j\} \cdot (E(s_j))^2} - 1 \quad (39)$$

Então, definem-se os valores para  $ca_{0j}$ , o coeficiente quadrático de variação do intervalo de tempo entre as chegadas da classe agregada na estação  $j$ , para completar a análise dos valores iniciais da classe agregada. Essa equação é baseada no que foi proposto por Whitt (1983a), utilizando o método híbrido superpondo todos os parâmetros de variabilidade dos intervalos de tempo entre chegadas externas à estação  $j$ :

$$ca_{0j} = w_j \sum_{k=1}^r \frac{\lambda'_k 1\{n_{kl} = j\} ca'_k}{\sum_{l=1}^{n_k} \lambda'_k 1\{n_{l1} = j\}} + 1 - w_j \quad (40)$$

onde:

$$w_j = \frac{1}{1 + 4(1 - \rho_j)^2 (w'_j - 1)} \quad \text{e} \quad w'_j = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \left( \frac{\lambda'_k 1\{n_{k1} = j\}}{\sum_{l=1}^r \lambda'_k 1\{n_{l1} = j\}} \right)^2}$$

Os parâmetros de entrada  $\{m_j, \lambda_{0j}, ca_{0j}, \mu_j, cs_j\}$  da classe agregada podem ser calculados usando as equações de (34) a (40). Determinado esses parâmetros para cada estação, pelo Passo 1, calcula-se os valores de  $\{m_j, \lambda_j, ca_j, \mu_j, cs_j\}$ . O Passo 2 avalia as medidas de desempenho da classe agregada para cada estação e o Passo 3 avalia o desempenho para a rede. Após cada classe individual ter tido suas medidas de desempenho analisadas com base na classe agregada, a rede inicial ou original é analisada por meio de, por exemplo, o *leadtime* médio  $E(T_k)$  de um *job* da classe  $k$ :

$$E(T_k) = \sum_{l=1}^{n_k} E(W_{q_{nl}}) + \sum_{l=1}^{n_k} E(s_{kl}) \quad (41)$$

A variância do *leadtime*  $V(T_k)$  é:

$$V(T_k) = \sum_{l=1}^{n_k} V(W_{q_{nl}}) + \sum_{l=1}^{n_k} V(s_{kl}) = \sum_{l=1}^{n_k} V(W_{q_{nl}}) + \sum_{l=1}^{n_k} E(s_{kl})^2 cs_{kl} \quad (42)$$

Usa-se a equação (33) para aproximar  $V(W_{q_{nl}})$  em que  $n_{kl} = j$ .

### Problema da Interferência entre as Classes

A interferência entre as classes, ou desvios ou distorções, é um problema comum em redes de filas abertas que representam manufaturas do tipo *job-shop* processando múltiplas classes de produtos e roteiros determinísticos. A existência de vários produtos na rede acaba ocasionando desvios no *scv* de um outro produto, o que interfere na capacidade em se avaliar o processo de separação de partidas.

Bitran e Tirupati (1988) mostraram a falta de eficiência da equação (24) em situações como essa, onde a equação (24) acaba ignorando a interferência e propõem uma solução para esse problema de modo que a equação capture esse efeito. Esse método funciona na redução em duas classes:

- a) A classe de interesse;
- b) A agregação das demais classes.

Considerando como a  $k$  classe e  $l$  operação, a classe de interesse é definida como  $(k, l)$  e as outras classes agregadas como  $(k', l')$ , sendo que  $(k', l') \neq (k, l)$ , com as classes agregadas chegando (ou saindo) entre duas chegadas (ou partidas) sucessivas da classe de interesse  $(k, l)$  em uma determinada estação  $n_{kl}$  (considerando *iid* para os intervalos de tempos entre chegadas e entre partidas para todas as classes) pertencente a uma *OQN* com múltiplas classes e seguindo um roteiro determinístico, o valor de  $\lambda_{n_{kl}}$  (taxa de chegada total na estação  $n_{kl}$ ) é calculado usando:

$$\lambda_{n_{kl}} = \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \lambda'_k 1\{n_{kl} = n_{kl}\} \quad (43)$$

e:

$$q_{kl} = \frac{\lambda'_k}{\lambda_{n_{kl}}} \quad (44)$$

A equação (44) serve para determinar a proporção da classe de interesse  $(k, l)$  na estação  $n_{kl}$ .

Define-se  $d_{kl}$  como o intervalo de tempo entre partidas da classe  $(k, l)$  na estação  $n_{kl}$ ,  $d_{n_{kl}}$  o intervalo de tempo entre partidas de todas as classes na estação  $n_{kl}$ , e  $z_{kl}$  o número de *jobs* da classe agregada que chega ou sai na estação  $n_{kl}$  durante um intervalo de tempo entre chegadas ou partidas de  $(k, l)$ . A variável  $d_{kl}$  é dada por:

$$d_{kl} = \sum_{i=1}^{z_{kl}} d_{n_{kl}}^i$$

Isso significa que  $d_{kl}$  é a soma de  $z'_{kl}$  (número de intervalos de tempo entre chegadas (ou partidas) entre duas chegadas (ou partidas) sucessivas da classe de interesse  $(k, l)$ ), definido como:

$$z'_{kl} = z_{kl} + 1$$

Segundo Kleinrock (1975), a média é a variância para a soma de  $z'_{kl}$  são:

$$E(d_{kl}) = E(z'_{kl})E(d_{n_{kl}}) \quad (45)$$

$$V(d_{kl}) = E(z'_{kl})V(d_{n_{kl}}) + V(z'_{kl})(E(d_{n_{kl}}))^2 \quad (46)$$

sendo:

$$E(d_{kl}) = \frac{1}{\lambda'_k} \text{ e } E(d_{n_{kl}}) = \frac{1}{\lambda_{n_{kl}}} . \text{ Substituindo em (45), temos:}$$

$$E(z'_{kl}) = \frac{\lambda_{n_{kl}}}{\lambda'_k} \quad (47)$$

O valor da variável  $cd_{kl}$  (coeficiente de variação das partidas de cada classe de *job*, ou seja, do produto  $k$  que faz a  $l$ -ésima operação) é:

$$cd_{kl} = q_{kl}cd_{n_{kl}} + cz'_{kl} \quad (48)$$

Bitran e Tirupati (1988) chamam a atenção para o primeiro elemento da equação (48) no lado direito. Esse termo explica como se comporta a estação  $n_{kl}$  sob a influência da existência de filas. O segundo termo não depende do processo de serviço e considera o efeito da distribuição das chegadas de classes entre duas chegadas da classe de interesse, o que não acontece com a equação (24).

O cálculo envolvendo  $cz'_{kl}$  é muito difícil, portanto, é mostrado que para determinar essa variável, considerando que  $z_{kl}$  assume Poisson com taxa  $(1-q_{kl})\lambda_{nkl}$ , tem-se (BITRAN E TIRUPATI, 1988; MORABITO, 1998):

$$cz'_{kl} = (1 - q_{kl}) [q_{kl} + (1 - q_{kl})ca_{kl}]$$

Assim, usando a equação para o processo de separação (48), temos uma aproximação definida como:

$$cd_{kl} = q_{kl}cd_{n_{kl}} + (1 - q_{kl})q_{kl} + (1 - q_{kl})^2 ca_{kl} \quad (49)$$

A equação (49) é mais eficiente do que a equação (28), para prever estimativas de valores de  $ca_j$ , como pode ser verificado nos estudos de Bitran e Tirupati (1988, 1989b) e Morabito (1998).

Segundo Morabito (1998), a equação (49) é considerada uma generalização de (24), quando *jobs* pertencentes a classe de interesse  $k$  juntos com outros *jobs* de outras classes que também entraram pela estação  $j$  ficam em fila esperando seu atendimento e após a realização do serviço só há o deslocamento para uma certa estação  $i$  os *jobs* da classe de interesse  $k$ . Com essa situação a taxa média de partida do arco  $(j, i)$  é  $\lambda_{ji} = \lambda'_k$  e a proporção dos *jobs* que se deslocam entre  $j$  e  $i$  é  $q_{ji} = \lambda'_k / \lambda_j$ . Considerando  $d_{ji}$  o intervalo de tempo entre partidas da estação  $j$  para a estação  $i$ ;  $z_{ji}$  o número de *jobs* da classe agregada que chega (ou que sai) da estação  $j$  durante um intervalo de tempo entre chegadas (entre partidas) da classe de interesse  $e$ ;  $z'_{ji}$  o número de intervalos de tempo entre chegadas (ou de partidas) entre duas chegadas (partidas) sucessivas da classe de interesse  $k$ , podemos rescrever (48) como:

$$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + cz'_{ji} \quad (50)$$

Aceitando uma distribuição de Poisson para  $z_{ji}$  com taxa  $(1-q_{ji})\lambda_j$  e  $cz'_{ji} = (1-q_{ji})[q_{ji} + (1-q_{ji})ca'_k]$ , a equação (49) e rescrita como:

$$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + (1-q_{ji})q_{ji} + (1-q_{ji})^2 ca'_k \quad (51)$$

A equação (51) é reduzida para a equação (24) no caso da classe  $k$  ter chegadas definidas por Poisson ( $ca'_k = 1$ ), só que (24) apresenta  $cd_{ji}$  diferente de (51), pois em (24) tem-se  $cd_{ji} \rightarrow 0$  e para (51),  $cd_{ji} \rightarrow ca'_k$ , se  $q_{ji}$  tende a zero. Bitran e Tirupati (1988) considera o resultado do que foi dito acima como exato, o que permitiu Whitt (1988) propor o que é conhecido como princípios de aproximação por tráfego leve.

Para Whitt (1988, p.1335), o princípio de aproximação de tráfego leve para processos de partidas de classe única de filas com múltiplas classes é descrito como:

“Se a contribuição da taxa de chegada desta classe em cada visita em cada estação da rede for uma pequena proporção da taxa total de chegada da estação, então o processo de partida desta classe a partir de cada visita de cada estação, e portanto da rede inteira, é quase igual ao processo de chegada externa desta classe na rede.”

Segundo Whitt (1988, p.1335), o princípio de aproximação de tráfego leve para redes de filas com múltiplas classes e roteiro determinístico é:

“Se a contribuição da taxa de chegada desta classe em cada visita em cada estação da rede for uma pequena proporção da taxa total de chegada da estação, então o processo de partida desta classe a partir de cada visita de cada estação, e portanto da rede inteira, é quase igual ao processo de chegada externo desta classe na rede.”

A variável  $q_{kl}$  pode ser calculada usando (44),  $ca_{kl} = cd_{k,l-1}$ , e é definido como o *scv* do intervalo de tempo entre chegadas da classe de interesse na estação  $n_{kl}$ . A equação (18), para o processo de renovação, pode ser reescrita em função de  $ca_{kl}$  (BITRAN E MORABITO, 1996):

$$ca_j = w_j \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \frac{\lambda'_k}{\lambda_j} ca_{kl} 1\{n_{kl} = j\} + (1-w_j) \quad (52)$$

tendo:

$$w_j = \frac{1}{1 + 4(1 - \rho_j)^2 (w'_j - 1)} \quad e \quad w'_j = \frac{1}{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \left( \frac{\lambda'_k}{\lambda_j} \right)^2 1\{n_{kl} = 1\}}$$

O valor de  $\lambda_j$  é calculado por meio de (43). Usando a combinação entre (52), (27) e (49), temos um sistema linear que também pode ser aplicado para obter  $ca_j$  em função das variáveis  $ca_j$ ,  $cd_j$  e  $cd_{kl}$  ( $cd_{kl} = cd_{k,l+1}$ ), resultando no Passo 1, descrevendo cada estação  $j$  por  $\{m_j, \lambda_j, ca_j, \mu_j, cs_j\}$ , o que permite passar para os Passos 2 e 3, como demonstrado anteriormente.

Segal e Whitt (1989), com as aproximações já discutidas, enunciaram uma aproximação que também pode ser usada no processo de separação de *OQN* com múltiplas classes e roteiros determinísticos, definida como:

$$ce_j = \frac{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \lambda'_k 1\{n_{kl} = j\} ca'_k}{\sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \lambda'_k 1\{n_{kl} = j\}} \quad (53)$$

Onde  $ce_j$  é a média dos parâmetros de variabilidade do intervalo de tempo entre chegadas externas na estação  $j$ , ponderada pelo número de visitas de cada classe na estação  $j$ .

Com (53), o *scv* das partidas entre as estações  $j$  e  $i$  é dado por:

$$cd_{ji} = q_{ji} cd_j + (1 - q_{ji}) q_{ji} ca_j + (1 - q_{ji})^2 ce_j \quad (54)$$

Caso  $ce_j$  e  $ca_j$  assumam valores iguais a 1, então (54) fica equivalente a (24). Segal e Whitt (1989) propõem a utilização de (24) no lugar de (54) nas situações em que as classes envolverem roteiros puramente determinísticos. Eles também indicam o uso de uma combinação convexa entre essas equações visando otimizar os resultados envolvendo roteiros probabilísticos no processo de separação, surgindo assim, outra meio para calcular  $ca_j$ , só que para isto utilizando o sistema linear com as equações (18), (27) e (54).

Métodos de decomposição paramétrico são úteis para desenvolver aproximações que avaliam o desempenho de uma grande quantidade de sistemas (MORABITO, 1998; SILVA, 2005). Essa característica é um dos principais motivadores para muitos autores utilizarem esse método, que também é adotado neste trabalho.

Com o objetivo de ajudar o leitor a melhor entender as aproximações, a Tabela 1, apresenta os principais sistemas lineares de equações de variabilidade de tráfego (aproximações) que são comparadas no Capítulo 5.

<b>Sistema Linear 1 - Aprox 1 – Whitt (1983a)</b>	
$ca_j = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} \quad (15)$	
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (27)$	
$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + (1 - q_{ji}) \quad (24)$	
<b>Sistema Linear 2 - Aprox 2 - Bitran e Tirupati (1988)</b>	
$ca_j = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} \quad (15)$	
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (27)$	
$cd_{kl} = q_{kl}cd_{n_{kl}} + (1 - q_{kl})q_{kl} + (1 - q_{kl})^2 ca_{kl} \quad (49)$	
<b>Sistema Linear 3 - Aprox 3 - Segal e Whitt (1989)</b>	
$ca_j = \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} \quad (15)$	
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (27)$	
$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + (1 - q_{ji})q_{ji}ca_j + (1 - q_{ji})^2 ce_j \quad (54)$	
<b>Sistema Linear 4 - Aprox 4 - Whitt (1983a)</b>	
$ca_j = w_j \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} + (1 - w_j) \quad (18)$	
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}} \quad (27)$	



$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + (1 - q_{ji})$ (24)
<b>Sistema Linear 5 - Aprox 5 - Bitran e Tirupati (1988)</b>
$ca_j = w_j \sum_{k=1}^r \sum_{l=1}^{n_k} \frac{\lambda'_k}{\lambda_j} ca_{kl} I\{n_{kl} = j\} + (1 - w_j)$ (52)
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}}$ (27)
$cd_{kl} = q_{kl}cd_{n_{kl}} + (1 - q_{kl})q_{kl} + (1 - q_{kl})^2 ca_{kl}$ (49)
<b>Sistema Linear 6 - Aprox 6 - Segal e Whitt (1989)</b>
$ca_j = w_j \sum_{i=0}^n \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_j} ca_{ij} + (1 - w_j)$ (18)
$cd_j = 1 + (1 - \rho_j^2)(ca_j - 1) + \frac{\rho_j^2 (\max\{cs_j, 0, 2\} - 1)}{\sqrt{m_j}}$ (27)
$cd_{ji} = q_{ji}cd_j + (1 - q_{ji})q_{ji}ca_j + (1 - q_{ji})^2 ce_j$ (54)

**Tabela 1. Principais aproximações comparadas no estudo**

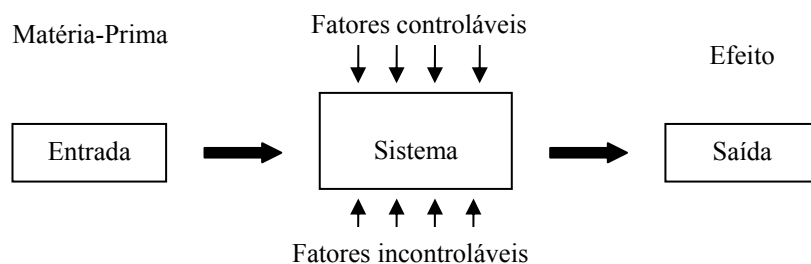
## 4 ANÁLISE E PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

O Planejamento de Experimentos é um método com a finalidade de melhor explorar certos dados nas quantidades e condições adequadas ao longo de um experimento, obtendo maior precisão estatística sobre a variável resposta com menor custo e num menor tempo de execução.

Podem ser encontradas várias definições para planejamento de experimentos, por exemplo, Spiegel (1982) o define como “o estudo dos métodos de amostragem e dos problemas correlatos que surgem”.

Um experimento nada mais é do que uma prova, um teste ou testes. Experimentos são utilizados com o intuito de se buscar saber algo sobre um determinado sistema, ou para comparar os efeitos causados por vários fatores num fenômeno (MONTGOMERY, 1991). Portanto, por meio de uma série de testes são realizadas mudanças ou certos estímulos nas variáveis de entrada (*inputs*) do sistema, para que se possa observar e identificar os efeitos nas variáveis de resposta ou de saída (*output*), geradas pelo próprio sistema.

A Figura 5 é uma representação de um sistema de transformação. Para Wild (1981), “sistema é uma configuração de recursos combinados, para prover bens e/ou serviços”. Um sistema é responsável em transformar entradas em saídas, agregando valor ao produto final, de acordo com os objetivos definido pela organização (NOLLET *et al.*, 1986). Nela existem variáveis de entradas correspondendo a fatores ou causas do sistema (insumos, equipamentos, informações do processo ou medidas, condições ambientais, pessoas e métodos ou procedimentos), podendo ou não ser controláveis, com o intuito de atingir um determinado efeito (saída), com repostas possíveis de serem observadas (WERKEMAR e AGUIAR, 1996).



**Figura 5. Modelo de um sistema de transformação**  
 Fonte: Adaptado de Montgomery (1991)

O planejamento de experimentos busca o que seria uma confirmação, em que o sistema é completamente verificado para o seu melhor conhecimento, ou explorado, para se estudar os efeitos das novas condições do sistema.

Para Montgomery (1991) e Button (2001), os objetivos de um planejamento experimental podem ser considerados:

- a) Identificar aquelas variáveis (fatores de controle) do sistema que mais interferem sobre os parâmetros de resposta de interesse.
- b) Atribuir valores às variáveis de influência para o processo, de modo que a variabilidade da resposta de interesse seja mínima, ou que o valor do resultado seja próximo do valor nominal.
- c) Especificar para as variáveis em estudo os valores que elas podem assumir de tal maneira que os fatores não controláveis tenham sua influência o mínimo possível.
- d) Atribuir valores às variáveis que interferem no sistema, de modo que o efeito sobre as variáveis incontroláveis seja minimizado.

Planejamentos de experimentos são utilizados em pesquisas científicas, assim como na área industrial, abordando, na maioria das vezes, propósitos dos mais diferentes interesses. No contexto da pesquisa científica, busca-se identificar estatisticamente como um determinado efeito interage na variável de interesse.

No campo industrial, o objetivo desses estudos é entender ao máximo os fatores que afetam seus processos de produção, com o mínimo de observações. Bonduelle (2004) afirma que “a utilização de planejamento de experimentos pode contribuir com o desenvolvimento industrial pela otimização dos fatores influentes sobre essas grandezas, eventualmente das suas interações, e pela minimização dos efeitos de variabilidade sobre o desempenho de um processo ou de um produto.” Estudos nesse setor são desenvolvidos principalmente na área da qualidade, desenvolvimento do produto, projeto preliminar, projeto do produto e processo de fabricação, etapas de avaliação e melhoria, redução de custos. Apesar disso, no Brasil, segundo pesquisa realizada por Kruglianskas (1995), a sua difusão e aplicação ainda é pouco utilizada por diversas razões.

Em Jain (1991), Rouiller (1995), Achcar (1995), Caten e Ribeiro (1996), Cominatto (1997), Lopes *et al.* (1998), Pulitano (1999), Bonduelle (2000), Mattos *et al.* (2002), Cabrelon *et al.* (2006), são encontrados alguns exemplos desses tipos de estudos.

#### **4.1 Vantagens do Planejamento de Experimentos**

O planejamento de experimentos exige o conhecimento de várias técnicas estatísticas, o que envolve uma grande quantidade de cálculos. Esse é um dos principais motivos dessa técnica não ter sido mais explorada. Atualmente, com os avanços tecnológicos permitindo computadores cada vez mais velozes e o aparecimento de pacotes estatísticos facilitando a organização e análise dos dados, permite-se um maior interesse e consequentemente uma aplicação mais intensa dessa técnica.

Algumas das principais vantagens do uso planejamento de experimentos podem ser encontradas em Rodrigues e Iemma (2005):

- a) É menor o número de ensaios realizados, logo, economia de tempo e custos, além da melhor precisão na qualidade da informação procurada pelo experimentador.
- b) Análise dos fatores de forma simultânea, permitindo explorar todas as possíveis relações dos efeitos entre os fatores de interesse, o que pode servir para encontrar a condição otimizada do experimento.
- c) É possível que o experimentador deseje otimizar mais de uma variável resposta, portanto, de forma isolada ou conjunta, uma ou mais de duas variáveis podem ser otimizadas ao mesmo tempo
- d) O erro experimental pode ser calculado, assim é permitido verificar até que ponto ou o quanto pode-se confiar se o resultado esperado garantirá a estabilidade do processo.
- e) O sucesso do planejamento de experimentos está bastante relacionado ao conhecimento do experimentador sobre o seu sistema ou processo, e não só do seu conhecimento em estatística.

#### **4.2 Terminologia Utilizada em Planejamento de Experimentos**

Existem termos que especificam os elementos básicos envolvidos em planejamento de experimentos, sendo necessário conhecer essa terminologia usada durante a experimentação, como:

### **Variáveis de resposta**

Durante um experimento, são as variáveis de resposta que sofrem algum tipo de efeito, quando mudanças ocorrem, provocadas pelos fatores. Nos testes, podem existir uma ou mais variáveis de resposta que sejam importantes avaliar.

### **Fatores de Controle**

São os fatores alterados propositalmente no experimento, para que se avalie o efeito produzido nas variáveis de resposta e assim, poder determinar os principais fatores do processo.

### **Fatores de Ruído**

Podem ser conhecidos ou não, e possuem o papel de influenciar as variáveis de resposta definidas no experimento, podendo ou não serem controlados.

### **Níveis dos fatores**

São diferentes grupos que se quer comparar. Esses níveis podem assumir valores quantitativos, como valores que determinam a massa corporal de uma pessoa, temperatura, ou podem ser qualitativos, como a ausência ou presença de um fator.

### **Tratamentos**

São as combinações específicas dos níveis dos fatores de controle no experimento. Isto é, cada uma das corridas do experimento representará um tratamento.

### **Contraste**

São combinações lineares formadas pelas respostas, com a soma dos seus coeficientes igual a zero, que servem para o cálculos dos efeitos.

**Efeito**

Definido como a mudança ocorrida na resposta quando se move do nível baixo (-) para o nível alto (+).

**Interação**

Por interação entende-se a mútua influência entre dois ou mais fatores envolvidos num experimento.

**Replicações**

Replicar significa realizar várias vezes um determinado experimento.

**Projeto**

É uma espécie de estratégia de ação que o experimento assume, ocasionando a definição de um número de experimentos que devem ser realizados, bem como o número de replicações de cada experimento e da forma que os mesmos serão efetivados.

**4. 3 Estratégias de Planejamento de Experimentos**

Existe uma grande quantidade de estratégias que podem ser adotadas para a execução de um planejamento de experimentos, tais como: bom senso; um fator por vez; tratamentos em pares; tratamentos em blocos aleatorizados; blocos incompletos parcialmente balanceados; quadrado grego-latino; quadrados de *Youden*; hierárquico; Plackett & Burman e experimentos fatoriais. Cada uma dessas estratégias possui suas particularidades, tornando-as mais adequadas do que outras, dependendo da situação problema que se pretende avaliar. Mais detalhes podem ser encontrados na literatura em Juran et al. (1951), Chew (1957), Steinber e Hunter (1984), Barker (1985), Nanni e Ribeiro (1987), Myers e Montgomery (1995), Wu e Hamada (2000), Montgomery (2001), Rodrigues e Iemma (2005) entre outros.

É importante ficar claro que a idéia deste trabalho não é explorar todas as possíveis técnicas de planejamento de experimentos, a não ser o planejamento de experimento

fatorial e o delineamento experimental de Plackett & Burman. Optou-se por escolher essas duas estratégias não só pelas características particulares de cada uma que são essenciais para atingir os objetivos dessa dissertação, fornecendo informações importantes para o estudo, mas principalmente em função de melhor permitirem estruturar as configurações das redes respeitando certas restrições dos modelos e também o número de variáveis estudadas.

#### 4.4 Planejamento Fatorial

O experimento fatorial é aquele que lida com as combinações entre os níveis de dois ou mais fatores. É bastante útil em situações que se deseja explorar vários fatores de interesse num experimento, assim permitindo avaliar os efeitos de uma ou mais variáveis de resposta pertencentes a um processo.

Esse tipo de planejamento é o único mecanismo capaz de prever as interações entre fatores. Aplicações envolvendo planejamento fatorial podem ser encontradas em Box e Draper (1957), Bonduelle (2000), Gáldamez e Carpinetti (2001), Calado e Montgomery (2003), Heck *et al.* (2006), Rodrigues e Iemma (2005), entre outros.

##### 4.4.1 Planejamento Fatorial Completo

Quando lidamos com um experimento que envolve todas as possíveis combinações entre os fatores e seus diferentes níveis, então, tem-se um projeto fatorial chamado de completo. Caso essa situação não ocorra, então o planejamento fatorial é chamado de incompleto.

Diferente do que acontece num planejamento de experimento um fator por vez, por exemplo, no planejamento fatorial completo, todos os fatores e conseqüentemente seus níveis são variados ao mesmo tempo.

Num delineamento de experimentos desse tipo, onde existem  $k$  fatores, com o  $i$ -ésimo fator tendo  $n_i$  níveis, obriga a existir  $n$  experimentos:

$$n = \prod_{i=1}^k n_i \quad (55)$$

Assim, num estudo envolvendo 2 fatores e cada fator com 2 diferentes níveis, são necessários 4 experimentos para avaliar quais os efeitos (ou influências) desses fatores em uma determinada variável resposta, podendo existir interação entre eles. Se nesse mesmo estudo, ao invés de 2 fatores, existir 3 fatores, cada um com 2 diferentes níveis, serão necessários 8 experimentos agora.

Na primeira situação envolvendo 2 fatores (**A** e **B**), 2 níveis diferentes (**A**<sub>1</sub>, **A**<sub>2</sub> e **B**<sub>1</sub>, **B**<sub>2</sub>), as combinações do experimento seriam as seguintes:

**A**<sub>1</sub> **B**<sub>1</sub> **A**<sub>1</sub> **B**<sub>2</sub>

**A**<sub>2</sub> **B**<sub>1</sub> **A**<sub>2</sub> **B**<sub>2</sub>

Ou seja, experimento com  $k = 2$  e  $n_i = 2$ , portanto  $n = 2 \times 2 = 4$  experimentos.

Para a situação com 3 fatores (**A**, **B** e **C**), e 2 níveis cada, (**A**<sub>1</sub>, **A**<sub>2</sub>; **B**<sub>1</sub>, **B**<sub>2</sub> e **C**<sub>1</sub>, **C**<sub>2</sub>), os experimentos seriam as combinações entre:

**A**<sub>1</sub> **B**<sub>1</sub> **C**<sub>1</sub> **A**<sub>1</sub> **B**<sub>1</sub> **C**<sub>2</sub>

**A**<sub>1</sub> **B**<sub>2</sub> **C**<sub>1</sub> **A**<sub>1</sub> **B**<sub>2</sub> **C**<sub>2</sub>

**A**<sub>2</sub> **B**<sub>1</sub> **C**<sub>1</sub> **A**<sub>2</sub> **B**<sub>1</sub> **C**<sub>2</sub>

**A**<sub>2</sub> **B**<sub>2</sub> **C**<sub>1</sub> **A**<sub>2</sub> **B**<sub>2</sub> **C**<sub>2</sub>

Ou seja, experimento com  $k = 3$  e  $n_i = 2$ , portanto  $n = 2 \times 2 \times 2 = 8$  experimentos.

Como mencionado anteriormente,  $k$  especifica o número de fatores e  $n$  os níveis desses fatores num estudo. Assim, um planejamento fatorial completo pode ser adequadamente representado por  $n^k$ .

Em um experimento organizado dessa forma é possível observar-se (DEVOR et al., 1992):

- a) A mudança no nível do fator A causa uma significativa alteração na variável de resposta.
- b) A mudança no nível do fator B causa uma significativa alteração na variável de resposta.
- c) A variável de resposta é significativamente alterada pela interação entre os fatores.



A Tabela 2 abaixo apresenta os números de ensaios experimentais necessários para que sejam realizados, caso qualquer experimentador trabalhe com planejamento fatorial completo. Por meio desta tabela, fica evidente que é muito difícil realizar experimentos envolvendo valores de  $k$  maiores do que, por exemplo, 6 para  $n = 2$ . Outros ensaios poucos impraticáveis estariam dentro da faixa de 4 ou mais  $k$  a partir de 3 níveis. Há situações em que utilizam-se 4 fatores, cada um com 6 níveis diferentes, ou seja, mais de 1000 experimentos. Esses números de ensaios poderiam aumentar ainda mais caso fosse necessário realizar replicações sobre esses ensaios, o que aumentaria os custos e os tempos nesse estudo. Uma parte desse comportamento pode ser explicado já que aumentando o número de níveis o experimentador estará adicionando mais pontos experimentais, procedimento que não deve ser muito desejado durante um planejamento.

Fatores	n Níveis							
	2	3	4	5	6	7	...	n
$k = 2$	$2^2 = 4$	$3^2 = 9$	$4^2 = 16$	$5^2 = 25$	$6^2 = 36$	$7^2 = 49$	...	$n^2$
$k = 3$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$	$4^3 = 64$	$5^3 = 125$	$6^3 = 216$	$7^3 = 343$	...	$n^3$
$k = 4$	$2^4 = 16$	$3^4 = 81$	$4^4 = 256$	$5^4 = 625$	$6^4 = 1296$	$7^4 = 2401$	...	$n^4$
$k = 5$	$2^5 = 32$	$3^5 = 243$	$4^5 = 1024$	$5^5 = 3125$	$6^5 = 7776$	$7^5 = 16807$	...	$n^5$
$k = 6$	$2^6 = 64$	$3^6 = 729$	$4^6 = 4096$	$5^6 = 15625$	$6^6 = 46656$	$7^6 = 11765$	...	$n^6$
$k = 7$	$2^7 = 128$	$3^7 = 2187$	$4^7 = 16384$	$5^7 = 78125$	$6^7 = 279936$	$7^7 = 82354$	...	$n^7$
$k = 8$	$2^8 = 256$	$3^8 = 6561$	$4^8 = 65536$	$5^8 = 390625$	$6^8 = 1679616$	$7^8 = 5764801$	...	$n^8$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
$k$	$2^k$	$3^k$	$4^k$	$5^k$	$6^k$	$7^k$	...	$n^k$

**Tabela 2. Número de ensaios experimentais**

A Figura 6 complementa o que foi dito acima, sendo possível observar que o comportamento do número de ensaios necessários num experimento assume uma tendência de crescimento na forma de uma exponencial, como é o caso de um fatorial completo com 4 níveis, como exemplo.

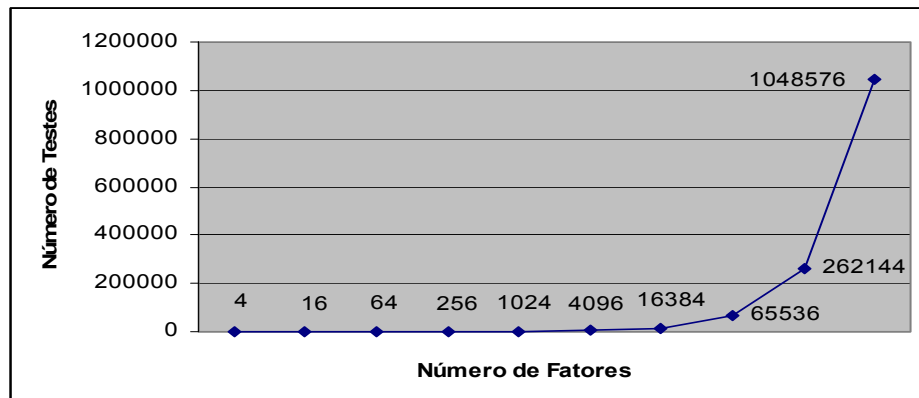


Figura 6. Número de testes necessários para alguns fatoriais de 4 níveis

Uma solução para lidar com o crescimento dos ensaios experimentais em fatoriais completos seria a utilização de outras estratégias para selecionar (*Screening designs*), níveis ou fatores importantes para serem analisados, baseadas em fatoriais fracionários e servem de etapas preliminares ao DCCR com o objetivo de otimização de processos (RODRIGUES E IEMMA, 2005). Para atingir os objetivos desse trabalho não se faz necessário discutir tais estratégias com base no fatorial fracionário.

#### 4.4.2 Planejamento Fatorial $2^k$

O planejamento fatorial  $2^k$  é um dos mais utilizados planejamentos fatoriais completos, onde  $k$  fatores são testados em apenas 2 níveis, originando  $2^k$  combinações possíveis.

Entre aqueles delineamentos experimentais de fatorial completo, o planejamento fatorial  $2^k$  é o que permite a menor quantidade de combinações possíveis para os quais os fatores podem ser analisados. Têm uma grande utilização em estudos voltados para a seleção de fatores, além de serem muito utilizados em ambientes onde as fontes externas de variação podem ser bem controladas. Esse tipo de estratégia tem sua importância devido (Oliveira (1999); Montgomery (1991); Freitas (2001)):

- a) Facilidade de implementação.
- b) Os analistas menos experientes possuem menos dificuldade em compreender os experimentos.

- c) Maior facilidade de interpretação dos efeitos nas variáveis de respostas. Isto ajuda a construir melhor novos experimentos que sejam necessários posteriormente.
- d) Capacidade de classificação dos fatores em função da sua ordem de importância.

Uma outra vantagem relevante ao se utilizar esse tipo de experimentos é a capacidade de apresentar um maior número de graus de liberdade para o resíduo. Entende-se como graus de liberdade a capacidade de qualquer uma das  $(n-1)$  observações de uma amostra determinar completamente a outra observação.

O processo envolvido na planejamento experimental  $2^k$  envolve analisar todas as possíveis combinações da matriz experimental, permitindo a determinação e interpretação dos efeitos principais e de interação dos fatores envolvidos, para que as condições de desempenho ótimo do produto ou processo de fabricação sejam identificados e trabalhados.

Para um planejamento adequado dos experimentos é importante construir o que se chama de matriz de experimentos. A matriz de experimentos é muito útil quando existem mais de 2 variáveis que precisam ser conjuntamente estudadas.

Nela são organizadas todas as informações necessárias ao desenvolvimento de um planejamento fatorial de forma sistemática, garantindo que as colunas fiquem dispostas ortogonalmente entre si, definindo sua ordem padrão. Respeitando a condição de ortogonalidade, então, é possível determinar todos os efeitos principais e de interação que as variáveis independentes induzem nas variáveis respostas.

Um dos casos especiais do planejamento fatorial  $2^k$  é o planejamento experimental  $2^2$ , sendo esse planejamento o mais simples que se pode encontrar.

A construção da matriz de experimentos de um planejamento do tipo  $2^2$  pode ser vista na Tabela 3:

Teste	Efeitos de controle		Resp
	$X_1$	$X_2$	$Y$
1	-1	-1	$Y_1$
2	+1	-1	$Y_2$
3	-1	+1	$Y_3$
4	+1	+1	$Y_4$

Tabela 3. Matriz de planejamento para experimento  $2^2$ .

Para um planejamento do tipo  $2^3$  a sua matriz de experimentos teria a seguinte configuração:

Teste	Efeitos de controle			Resp
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$Y$
1	-1	-1	-1	$Y_1$
2	+1	-1	-1	$Y_2$
3	-1	+1	-1	$Y_3$
4	+1	+1	-1	$Y_4$
5	-1	-1	+1	$Y_5$
6	+1	-1	+1	$Y_6$
7	-1	+1	+1	$Y_7$
8	+1	+1	+1	$Y_8$

**Tabela 4. Matriz de planejamento para experimento  $2^3$ .**

Portanto, segundo Devor et al. (1992), em um experimento do tipo  $2^k$ , para qualquer valor de  $k$ , a matriz tem que ser construída da seguinte forma:

- Na coluna  $X_1$ , os sinais de (1) vão aparecer se alternando um após o outro em grupos de  $2^0 = 1$ ;
- Na coluna seguinte  $X_2$ , os sinais de (1) devem estar dispostos alternadamente, só que em pares, de acordo com os grupos  $2^1 = 2$ .
- Em  $X_3$  os sinais de (1) alternam respeitando grupos de  $2^2 = 4$ , ou seja, seguindo grupos de 4 em 4.
- Generalizando, para a coluna  $X_k$ , os sinais de (1) vão ter que se alternar de  $2^{(k-1)}$  vezes para (-1), seguidos de  $2^{(k-1)}$  vezes para (+1), alternadamente.

Os sinais (-) e (+) das colunas de (1) são representações dos menores e maiores valores assumidos pelos níveis de um fator. Estruturar uma matriz de planejamento com essas atribuições é de grande importância para que sejam realizados os cálculos que vão determinar a influência das variáveis estudadas e as suas interações no sistema.

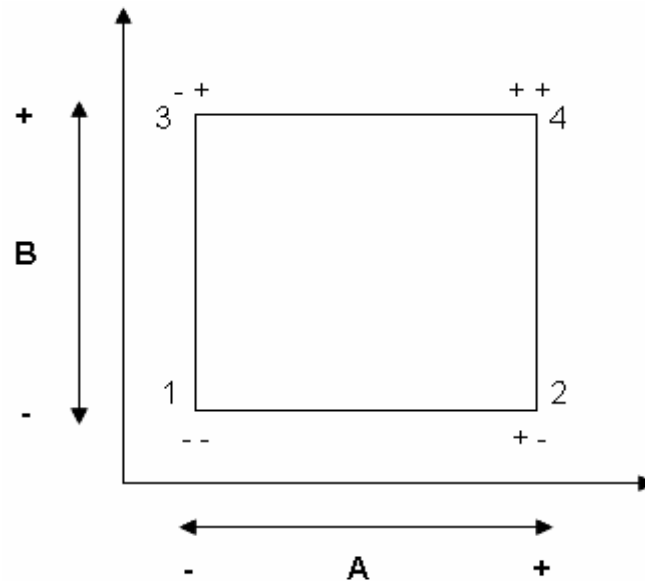


Figura 7. Representação esquemática do planejamento  $2^2$

Uma outra maneira de interpretação de um planejamento fatorial é através da representação em forma de uma figura geométrica. Quando se está estudando um experimento do tipo  $2^2$ , a figura geométrica tem a seguinte forma, como apresentado pela Figura 7, acima.

Para um experimento do tipo  $2^3$ , com 8 experimentos, a figura geométrica tem a seguinte forma, como visto na Figura 8:

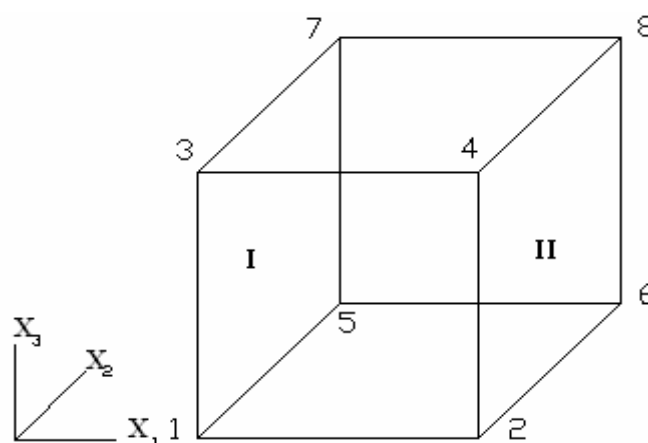


Figura 8. Representação esquemática do planejamento  $2^3$

Esses arranjos da figura geométrica, ou os vértices do quadrado (1 – 4), da Figura 7 e os vértices do cubo (1 – 8), da Figura 8, podem ser entendidos como condições de

testes (ensaios) a serem realizadas nos experimentos, portanto, seriam as linhas da Tabela 3 e da Tabela 4, respectivamente.

Na literatura outros autores como Juran (1951); Montgomery (1991); Oliveira (1999); Devor et al. (1992) citam o algoritmo de Yates, como outra técnica para determinar os efeitos de um planejamento fatorial do tipo  $2^k$ , não sendo discutido nesse estudo.

### **Cálculo dos Efeitos Principais e de Interação**

O efeito principal mede o grau de variação que um determinado fator **A**, por exemplo, causa na variável resposta quando todos os níveis desse fator forem avaliados, independentemente dos comportamentos dos demais fatores existentes. O efeito pode ser definido como:

$$E_i = X_i(+)-X_i(-) \quad (56)$$

em que:

$X_i(+)$  e  $X_i(-)$ , são os valores do fator  $i$  quando o nível de  $X_i$  sofre alteração de (-1) para (+1), tendo os outros fatores constantes.

Pode-se entender efeito principal como sendo a média das diferenças ou contrastes. Este efeito principal é médio em razão de existir  $2^{(k-1)}$  comparações para representar a mudança na resposta de (-1) para (+1). Assim, pela Figura 8, podemos observar que são os valores pertencentes ao Plano II, onde se encontra o nível alto de  $X_i$  e os valores do Plano I, onde se encontra o nível baixo.

Organizando o Efeito principal é dado por:

$$\text{EfeitoPrincipal} = 2 \left( \frac{\sum X_i^+ - \sum X_i^-}{2^k} \right) \quad (57)$$

Para o cálculo dos efeitos de interação, primeiramente, é necessário que a matriz de experimentos seja reestruturada, passando a considerar tais interações. Assim para um planejamento  $2^3$ , a nova matriz teria a seguinte estrutura:

Teste	Efeitos Principais			Efeitos de Interação			
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1X_2$	$X_1X_3$	$X_2X_3$	$X_1X_2X_3$
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

**Tabela 5. Matriz de planejamento para experimento  $2^3$  considerando as interações.**

As colunas de interações são calculadas através da multiplicação entre colunas dos efeitos principais. Para calcular o valor dos efeitos de interação nas respostas basta:

- Multiplicar os resultados da variável de resposta pela coluna de interação;
- Somar todos os valores;
- Dividir essa soma sempre pela metade do número de condições de teste,  $N/2$ .

Esse mecanismo para calcular as interações também pode ser usado para calcular os efeitos principais de cada fator em estudo. Essa forma de calcular tanto os efeitos principais como de interações é chamado de método de sinais (OLIVEIRA, 1999).

Dessa maneira evidencia-se o seguinte:

- Cada efeito principal é calculado como sendo a média entre os contrastes;
- Para cada efeito de interação considera-se a diferença média entre os contrastes.

### **Modelo Matemático para a Resposta**

A variação da resposta  $y$  pode ser representada em função dos fatores do experimento por um modelo matemático. É claro que a construção desse modelo linear depende do número de parâmetros existentes no experimento. Para um experimento  $2^3$ , o modelo assumiria os seguintes termos:

$$y = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 + b_{123}x_1x_2x_3 + \varepsilon \quad (58)$$

sendo que:

$x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$ , são as variáveis codificadas, ou seja, representam os níveis baixo (-1) e alto (+1)

$b_0$  é a média dos resultados

$b_1$  é o efeito principal do fator  $x_1$

$b_2$  é o efeito principal do fator  $x_2$

$b_3$  é o efeito principal do fator  $x_3$

$b_{12}$  é o efeito de interação entre os fatores  $x_1$  e  $x_2$

$b_{13}$  é o efeito de interação entre os fatores  $x_1$  e  $x_3$

$b_{23}$  é o efeito de interação entre os fatores  $x_2$  e  $x_3$

$b_{123}$  é o efeito de interação entre os fatores  $x_1$ ,  $x_2$  e  $x_3$

$\varepsilon$  é o erro experimental

$b_0$  é calculado como sendo a média de todos os resultados da resposta.  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_{12}$ ,  $b_{13}$ ,  $b_{23}$  e  $b_{123}$  são calculados como a metade dos valores dos efeitos correspondentes. Assim:

$$b_0 = \frac{1}{N} [y_1 + y_2 + \dots + y_N] \quad (59)$$

O coeficiente, por exemplo, para um efeito de interação entre os três fatores de um experimento ( $E_{123}$ ), seria dado por:

$$b_{123} = \frac{E_{123}}{2}$$

### **Análise de Variância (ANOVA) para um Experimento Fatorial**

Para analisar todos os resultados de um planejamento fatorial é utilizado o quadro de ANOVA para determinar quais efeitos diferem de zero. Esse método permite



definir quais fatores são estatisticamente significantes ou importantes em um experimento, assim como se existe interação entre eles (MONTGOMERY, 2001).

A idéia de usar ANOVA é fundada pela variabilidade das médias entre os grupos e da variabilidade das observações dentro dos grupos, considerando uma distribuição de Fisher com um nível de significância igual a  $\alpha$ .

Para qualquer um dos efeitos a soma dos quadrados é calculado por:

$$SQ_i = \frac{[E_i]^2}{4r} \quad (60)$$

sendo  $E_i$  a estimativa do contraste e  $r$  o número de observações realizadas.

Para a Soma de Quadrados Total Corrigido:

$$SQT_c = \sum_{i=1}^n y_i^2 - n\bar{y}^2 \quad (61)$$

Sendo  $n$  o número de repetições,  $y_i$  o valor experimental observado na variável resposta e  $\bar{y}$  a média geral das respostas.

A Soma de Quadrados dos Resíduos é dada pela diferença dos valores da soma de quadrados total corrigida e a soma dos quadrados dos parâmetros:

$$SQ_{Res} = SQT_c - SQ_{Parâmetros} \quad (62)$$

Para encontrar os valores de  $F_{calc}$ , de cada efeito, basta considerar a relação entre o quadrado médio da regressão linear e o quadrado médio do resíduo, logo:

$$F_{calc} = \frac{Q_{M_{Reg}}}{Q_{M_{Res}}} \quad (63)$$

O  $F_{calc}$  é um teste usado para concluir a existência ou não da regressão linear.

O teste  $p$ -valor, também conhecido como probabilidade de significância, garante a significância dos fatores rejeitando ou não certa hipótese  $H_0$ , de acordo com o valor

do  $p$ -valor comparado com o nível de  $\alpha$  anteriormente estabelecido. Se o valor do  $p$ -valor for menor ou igual a  $\alpha$ , então rejeita-se  $H_0$ , assim entende-se que tal fator é significativo. Caso contrário,  $H_0$  não é rejeitada se o valor do  $p$ -valor for maior que  $\alpha$ , logo os fatores não têm significância nos resultados da resposta.

Outro importante teste do quadro ANOVA é o de  $R^2$ , conhecido como coeficiente de determinação ou de explicação. Nessa medida é possível identificar o quão os coeficientes do modelos estão ajustados, ou seja, serve para verificar a proporção da variação explicada pela equação de regressão comparada à variação total das respostas e normalmente é declarada em porcentagens.  $R^2$  é calculado por:

$$R^2\% = 1 - \frac{SQ_{Res}}{SQ_{T_c}} \quad (64)$$

Assumindo que  $0 \leq R^2 \leq 100\%$ , portanto, quanto maior o valor de  $R^2$ , mais ajustado está o modelo.

### **Fatorial $2^k$ sem repetições**

Existem casos em que não existe o interesse ou não há como, devido certas restrições de *softwares* ou do próprio sistema, realizar repetições num experimento fatorial. Nessa situação surge um problema para o experimentador, pois, sem repetições, não existirão graus de liberdade para calcular os resíduos. Isso significa que sem graus de liberdade não teremos como calcular o erro padrão, não poderemos determinar estimativas por intervalos, testes de hipóteses, enfim, impossibilita identificar a importância significativa de cada parâmetro.

Esse tipo de restrição é comum e considerada por alguns autores como Montgomery (1991); Abraham et al. (1999), como umas das limitações do planejamento fatorial  $2^k$ .

Existem soluções para esse tipo de problema, como utilizar o gráfico de probabilidade normal. Esse tipo de gráfico permite identificar quais as variáveis significativas, considerando que aqueles fatores não significantes estarão dispostos segundo uma distribuição normal centrada em zero e com variância  $\sigma^2$ , logo, estarão dispostos ao longo de

uma reta no gráfico. Já aqueles fatores significativos, portanto diferentes de zero, estarão fora dessa reta.

Uma outra maneira de conseguir trabalhar com experimentos sem replicações é desconsiderando os efeitos de interações referentes a algumas ordens. A medida que se aumenta o número de ordens das interações, o valor da interação tende a diminuir, assim, são adicionadas ao termo do erro no quadro ANOVA (BATISTA, 1976, BOX et al. 1978, MONTGOMERY, 2001; CALADO E MONTGOMERY, 2003). Com isso é permitido que sejam feitas inferências estatísticas no modelo. Em Rodrigues e Iemma (2005), pode ser visto um delineamento fatorial completo envolvendo 7 (sete) variáveis sem replicações e os resultados com os comportamentos dos efeitos de interação.

#### **4.5 Planejamento de Plackett & Burman**

Os delineamentos experimentais de Plackett & Burman são fundamentados nas matrizes de Hadamard, que são matrizes usadas para determinar estimadores dependentes e que tenham menor variância. Em 1946 R. L. Plackett e J. P. Burman desenvolveram o primeiro trabalho sobre esses tipos de experimentos. Desde então essas matrizes deixaram de serem aplicadas apenas para o desenvolvimento da matemática e passaram a serem utilizadas como ferramentas para a inferência estatística.

Em situações com até 8 variáveis independentes, os planejamentos fracionários são bem capazes de resolver. Experimentos que envolvem um número superior a 8 variáveis independentes, utiliza-se Plackett & Burman, sendo que deve-se sempre respeitar pelo menos uma quantidade de ensaios 4 vezes maior do que o número de variáveis analisadas. É uma estratégia de planejamento de seleção (*screening designs*), eficientes em situações que envolvem uma grande quantidade de variáveis a serem exploradas, já que tem a vantagem de reduzir bastante número de ensaio, caso o experimento fosse realizado com uma estratégia como o planejamento fatorial completo, por exemplo.

##### **4.5.1 Matrizes de Plackett & Burman**

Matrizes de Plackett & Burman vão existir para ensaios que sejam múltiplos de 4, portanto podemos construir matrizes de Plackett & Burman para ensaios de 8, 12, 16, ..., 100, 104, 108, .... Uma matriz assume uma configuração de sinais -1 e +1, diferente para

cada ensaio, logo, uma matriz de PB 12 não pode ser montada utilizando a configuração de sinais da matriz de PB 8, da mesma forma que uma matriz de 16 não pode ser construída com os sinais de uma matriz de 12.

A Tabela 6 apresenta a combinação dos sinais – e + para a construção de uma matriz de Plackett & Burman.

1														
1	1													
1	1	1												
1	1	1	1											
-1	1	1	1	1										
1	-1	1	1	1	1									
-1	1	-1	1	1	1	1								
1	-1	1	-1	1	1	1	1							
1	1	-1	1	-1	1	1	1	1						
-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1					
-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1				
1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1			
-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1		
-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1	
-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1	1
-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1	1	1
	↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	1	-1	1
		↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	1
			↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
				↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1	-1
					↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
						↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	1
							↙	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1
								↙	-1	-1	-1	-1	1	-1
									↙	-1	-1	-1	-1	1
										↙	-1	-1	-1	-1
											↙	-1	-1	-1
												↙	-1	-1
													↙	-1

**Tabela 6. Esquema para obter uma matriz de PB**

Fonte: Adaptado de Rodrigues e Iemma, 2005

As matrizes são construídas na movimentação dos sinais de uma linha pertencentes a uma coluna que se desloca para uma posição abaixo a sua, para a formação de outra coluna seguinte (RODRIGUES E IEMMA, 2005). Após todas as possíveis movimentações, é formada uma matriz ortogonal e todos os sinais formados pertencentes a diagonal superior vão ser iguais aos da diagonal inferior. Para terminar na última linha do ensaio o sinal de – deve ser colocado para cada uma das colunas. Esse procedimento serve para a construção de todas as matrizes de Plackett & Burman.

Em nosso estudo no Capítulo 5 é utilizado um Plackett & Burman de 44 ensaios para avaliar 39 variáveis independentes.

#### 4.5.2 Cálculo dos efeitos principais e erro padrão para os delineamentos de Plackett & Burman

Para o cálculo dos efeitos e o erro padrão é necessário seguir alguns passos, como:

- a) Determinar a média global, adicionando uma coluna antes da coluna  $X_1$ , com sinais positivos para cada uma das linhas do ensaio.
- b) Adicionar todas as respostas que possuem relação com o sinal +.
- c) Adicionar todas as respostas que possuem relação com o sinal -.
- d) Somar os valores positivos e negativos.
- e) Achar a diferença entre o valor da soma + e soma -.
- f) Achar o efeito das variáveis.
- g) Determinar o valor de  $t$ .
- h) Determinar o nível de significância através do valor de  $p$ -valor.
- i) Calcular o erro padrão usando a seguinte fórmula:

$$ep = \frac{\left( ep(ef)n^{\frac{1}{2}} \right)}{2} \quad (65)$$

onde:

$$ep(ef) = \left\{ \left[ (U1)^2 + (U2)^2 + (U3)^2 \dots (Uq)^2 \right] / q \right\}^{\frac{1}{2}}$$

e

$$U_i = \frac{(\sum VI_i x Y)}{n}$$

O erro padrão do efeito é dado por  $ep(ef)$ . As variáveis inertes, que ficam logo após as colunas das variáveis analisadas, são representadas por  $VI$ . A quantidade de variáveis inertes é dada por  $q$  e  $n$  é a quantidade de ensaios.

#### 4.6 Metodologia de Análise de Superfície de Resposta – MSR

A técnica de superfície de resposta é um método de planejamento e análise de experimentos, utilizado no modelo matemático da resposta quando esse é influenciado por uma série de variáveis independentes e deseja-se encontrar os níveis dos fatores para os quais a resposta trabalhe em condições ótimas.

Em Box e Hunter (1957) são apresentados alguns motivos para utilizar o método de superfície de resposta nos mais variados problemas:

- a) Determinar os valores dos fatores que otimizam o valor da resposta  $y$ .
- b) Identificar quais as características da função resposta que mais se aproxima da situação real de operação do sistema, servindo como informação para mudanças que venham melhorar os processos de fabricação sem alterar os custos.
- c) Determinar o comportamento entre os parâmetros do processo e as respostas.

O modelo matemático que representa a superfície de resposta para uma determinada variável é dada por (Cochran e Cox (1957); Montgomery (2001)):

$$y = f(x_1 + x_2, \dots, x_k) + \varepsilon \tag{66}$$

A função matemática acima é chamada de superfície de resposta, sendo  $\varepsilon$ , ruído ou erro experimental, representando como os resultados se comportam em relação a função matemática aproximada aos pontos. Os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_k$  são os fatores experimentais.

O passo inicial para analisar a superfície de uma resposta é determinar como os fatores de controle são responsáveis por algum tipo de variação na resposta. Assim, é necessário escrever a relação matemática entre eles. Para se chegar o mais próximo da região de resposta, utilizam-se polinômios algébricos, em razão da aproximação da resposta estar em função do grau de polinômio e a faixa de intervalo definido (MYERS et al. 1989, GUEDES 1996).

Se um polinômio do tipo mais simples conseguir ajustar bem a resposta, teremos uma superfície plana modelando a resposta em função dos seus fatores, e então a função será um polinômio de primeira ordem como abaixo:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + \varepsilon \quad (67)$$

onde  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , representam os coeficientes do polinômio de primeira ordem. Os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_k$  são os fatores experimentais e  $\varepsilon$  o erro experimental. A Figura 9 apresenta um gráfico de superfície de resposta com superfície plana.

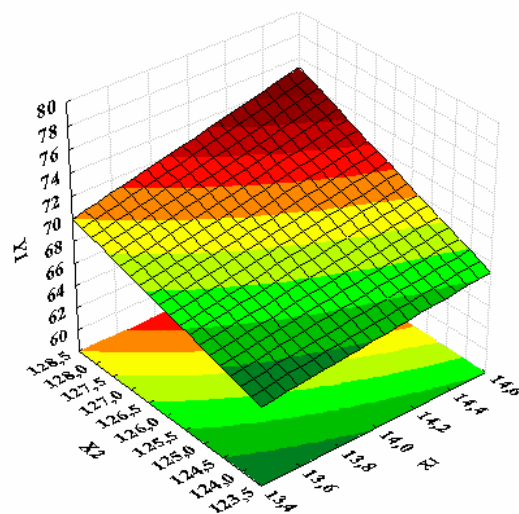
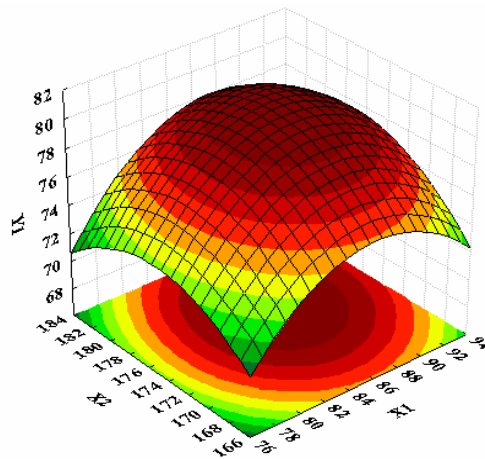


Figura 9. Superfície de resposta plana

Caso um modelo linear desse tipo não consiga ajustar a resposta, então existe uma curvatura na superfície de resposta. Desta maneira, é necessário modelar a resposta em relação aos seus fatores de uma outra forma, utilizando uma superfície não plana, com um polinômio de maior ordem, um modelo de segunda ordem ou quadrático, dado por:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i x_i + \sum_{i=1}^k \beta_{ii} x_i^2 + \sum_i \sum_j \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \quad (68)$$

sendo que  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$ , representam os coeficientes do polinômio de primeira ordem. Os valores de  $x_1, x_2, \dots, x_k$  são os fatores experimentais e  $\varepsilon$  o erro experimental. A Figura 10 apresenta um superfície de resposta não plana.



**Figura 10. Superfície de resposta não plana**

Outra forma diferente de equações polinomiais usadas para se aproximar a região de resposta é o método Splines, não sendo explorado nesse trabalho. Pelas funções Splines, busca-se diminuir ao máximo a distância entre a função ajustada e a função do sistema, e para isso o intervalo de aproximação é subdividido em intervalos. Mais informações sobre o método Splines podem ser encontradas em Shumaker (1968) e Dierckx (1983).

Na metodologia de análise de superfície, um modelo de primeira ordem consegue satisfatoriamente ajustar o modelo matemático da resposta, quando se está bem longe do nível ótimo da resposta. Mas quando a idéia é achar o ponto ótimo da resposta, e a



partir do momento que se encontra a região onde são grandes as chances de estar a resposta otimizada, um modelo de segunda ordem deve ser utilizado.

Como no delineamento fatorial  $2^k$  é praticamente impossível saber imediatamente o comportamento da resposta, na forma linear ou não linear, pois estamos lidando com parâmetros que possuem apenas dois níveis, então é importante para solucionar esses problemas usar delineamentos fatoriais com pontos centrais ou o delineamento composto central.

#### **4.6.1 Experimento $2^k$ com Pontos Centrais**

Esse método serve para testar se o modelo matemático de primeira ordem é capaz de ajustar a superfície de resposta. Para que esse teste seja feito, é necessário realizar um experimento  $2^k$ , com  $n_c$  corridas no ponto central (0,0). Portanto, são adicionados mais pontos experimentais, entre os níveis (-1, +1), para determinar todos os parâmetros desse modelo, além de erros experimentais, sem interferir nos efeitos produzidos pelos fatores na resposta, mantendo a linearidade dos efeitos.

Planejamento fatorial com pontos centrais também são utilizados em situações de impossibilidade de replicações nos pontos do planejamento. Desta forma é mais uma técnica que se soma às soluções para as limitações do planejamento  $2^k$ . Para Calado e Montgomery (2003), podem-se usar os  $n_c$  pontos centrais para construir uma estimativa do erro com  $n_c - 1$  graus de liberdade.

#### **4.6.2 Delineamento Composto Central Rotacional (DCCR)**

A partir do momento em que a função matemática de primeira ordem não foi capaz de ajustar a superfície de resposta, então existe certa torção na região, desta forma, é necessário propor um modelo de segunda ordem. Entende-se torção como sendo qualquer curvatura ou “quebra” apresentada pela superfície estudada.

Para Box e Hunter (1957), um modelo de superfície de segunda ordem tem que ser rotacionável. Isso significa que a variância da resposta estimada em relação a qualquer ponto  $x_i$  está em função de uma distância do ponto ao centro, ao invés da direção, portanto, a variância da resposta prevista será constante.

Para respeitar essa condição, utiliza-se o planejamento composto central, técnica usada em modelos matemáticos não lineares para verificar a existência ou não de curvatura. Esse tipo de planejamento é formado por um experimento  $2^k$ , mais  $2k$  corridas axiais ou estrela e  $n_c$  observações no ponto central.

No planejamento composto central é destacada a importância do parâmetro  $\alpha$  como a distância do centro do planejamento até os pontos axiais. O parâmetro  $\alpha$  garante a rotabilidade do planejamento composto central e é dependente do número de pontos existentes na porção fatorial do planejamento. O cálculo de  $\alpha$  é dado pela equação abaixo:

$$\alpha = (2^k)^{1/4} \quad (69)$$

Com  $2k$  pontos axiais, esses pontos ficam organizados em  $(\pm\alpha, 0, 0, \dots, 0)$ ,  $(0, \pm\alpha, 0, \dots, 0)$ ,  $(0, 0, \pm\alpha, \dots, 0)$ , ...,  $(0, 0, 0, \dots, \pm\alpha)$ . Abaixo é apresentado a Tabela 7 com alguns valores para  $\alpha$ .

k	2	3	4	5	6
$\alpha$	$\pm 1,4142$	$\pm 1,6818$	$\pm 2,0000$	$\pm 2,3784$	$\pm 2,8284$

**Tabela 7. Valores para  $\alpha$**

Além da técnica apresentada anteriormente, podemos utilizar o Método de Taguchi, com suas matrizes ortogonais, para o delineamento de experimentos. A literatura apresenta um maior aprofundamento do assunto em Kackar (1985); Taguchi (1993); Bernardin (1994), Ross (1991); Elsayed e Chen (1993); Ton et al. (1997); Reddy et al. (1998), não sendo de interesse desse estudo utilizar o Método de Taguchi.

## 5 RESULTADOS COMPUTACIONAIS

Com a intenção de avaliar as aproximações do método de decomposição paramétrico (Capítulo 3), por meio de planejamento de experimentos (Capítulo 4), a seguir são apresentados resultados computacionais utilizando, primeiramente, duas redes de filas bem simples. A primeira rede possui apenas  $n = 2$  estações e a segunda,  $n = 5$  estações. Estas redes são hipotéticas e foram construídas arbitrariamente para testar preliminarmente as aproximações em situações em que as estações de trabalho são dispostas sequencialmente, em série. Por conveniência, foram utilizados as mesmas 13 famílias de produtos discutidas adiantes na seção 5.3. Portanto para essas redes foi considerado determinístico o roteiro de fabricação de cada família de produtos, sendo que é possível ou não uma família visitar mais de uma vez uma mesma estação, realizando operações diferentes. Também não existe nenhum tipo de limitação em relação a capacidade da fila e a taxa média de chegadas na rede  $\lambda_0$  é igual a 1.

É importante ressaltar que as aproximações, geradas pelo método de decomposição paramétrico, envolvem a solução de sistemas lineares. Estes sistemas foram resolvidos utilizando o *software GAMS/CPLEX*<sup>®</sup>, para calcular os parâmetros de variabilidade. O tempo gasto durante a execução do programa para todos os sistemas, foi menos de um segundo em um microcomputador Pentium IV, com processador de 3 GHz e 2 GB de memória RAM.

Os resultados de simulação foram obtidos usando o *software* de simulação *GPSS/H*<sup>®</sup>, após serem simuladas diversas réplicas, num total de 200000 *jobs*. Os primeiros 100000 *jobs* foram deixados de lado, para evitar qualquer efeito do estado transiente, e os outros 100000 *jobs* foram usados para a inferência estatística, considerando o sistema em equilíbrio. Esse é um procedimento chamado de período de *warm up* e é comum em situações envolvendo simulação. Para simular esses dados, que servem de comparação com as aproximações, foram gastos poucos segundos usando o mesmo microcomputador.

### 5.1 Realização do Experimento para as Redes de Filas com 2 Estações

A Tabela 8 apresenta os roteiros ( $n_{kl}$ ) percorridos pelas  $k$  famílias de produtos,  $k = 1, 2, \dots, 13$ , e o número de operações ( $n_k$ ) para a rede com 2 estações. Os roteiros de cada família representam as ordens ou as seqüências de estações visitadas pelos produtos. Os demais detalhes dos processos de chegada e serviço destas 13 famílias estão descritos adiante, nas Tabelas 24 e 25 da seção 5.3.

$k$	$n_k$	$n_{kl}$
1	2	1, 2
2	1	2
3	2	1, 2
4	2	2, 1
5	1	1
6	2	2, 1
7	2	1, 2
8	2	1, 2
9	2	2, 1
10	1	2
11	2	1,2
12	2	2,1
13	2	1,2

Tabela 8. Dados de entrada para rede com  $n = 2$  estações

Na Figura 11 são apresentados os roteiros das  $k$  classes para uma rede com  $n = 2$  estações.

(a)  $k$  1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 e 13

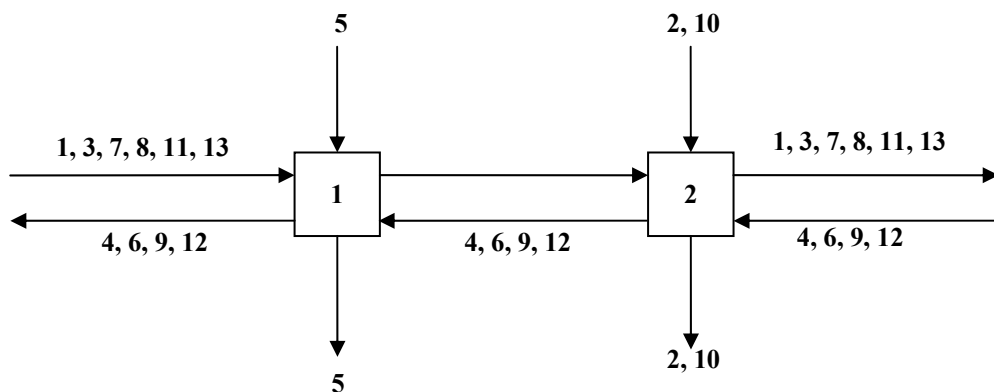


Figura 11. Roteiro das classes com  $n = 2$  estações

Na Tabela 9 são apresentados todos os roteiros ( $n_{kl}$ ), além do número de operações ( $n_k$ ) de cada família  $k$  produtos,  $k = 1, 2, \dots, 13$ , só que agora para a rede de filas com 5 estações.

$k$	$n_k$	$n_{kl}$
1	2	1,3,2,5,4
2	1	2,4,2,3,5
3	2	1,2,4,3,5
4	2	1,3,2,3,5
5	1	3,4,2,4,5
6	2	1,2,4,3,4
7	2	1,3,5,2,3
8	2	3,1,3,4,5
9	2	2,3,1,4,5
10	1	1,2,3,5,4
11	2	3,2,4,1,4
12	2	1,2,3,2,4
13	2	1,4,2,1,5

Tabela 9. Dados de entrada para rede com  $n = 5$  estações

Na Figura 12 são apresentados os roteiros das  $k$  classes para uma rede com  $n = 5$  estações.

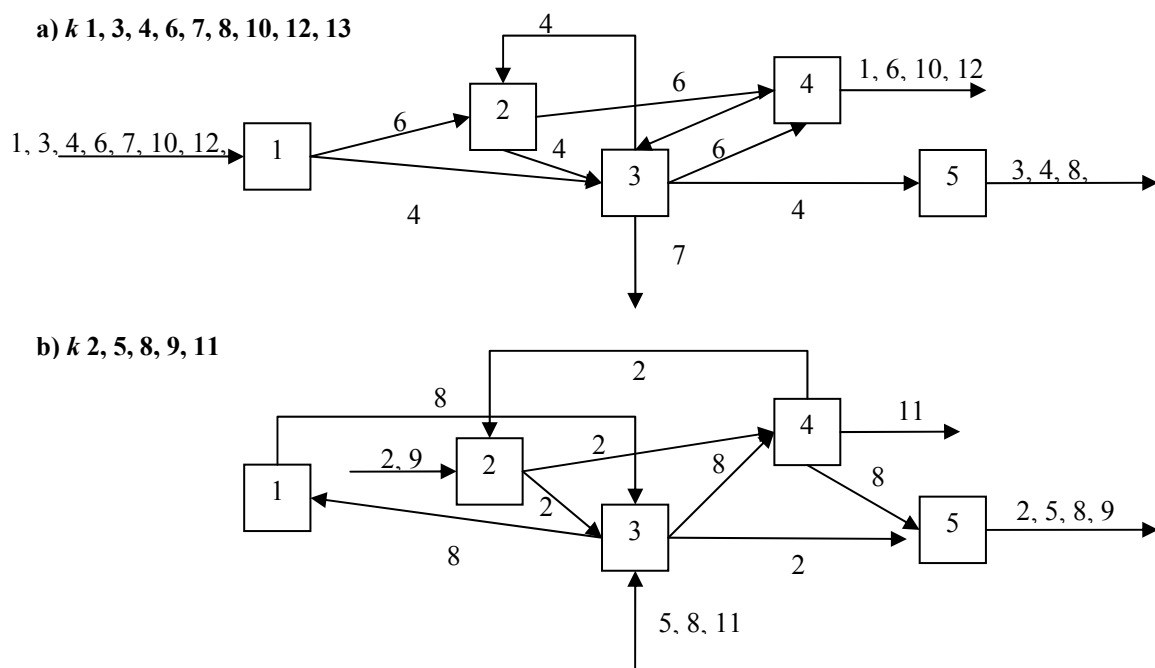


Figura 12: Roteiro das classes com  $n = 5$  estações

Para a realização dos experimentos, foram considerados 4 fatores de controle ( $X_1 = k$ ,  $X_2 = ca_k$ ,  $X_3 = cs_j$  e  $X_4 = \rho_j$ ), cada um deles com dois níveis. Com essa quantidade de variáveis poderíamos usar um planejamento fracionário do tipo  $2^{4-1}$ , ou até mesmo um delineamento de Plackett & Burman. Essas duas estratégias servem para calcular efeitos principais e são bastantes usadas em processos que exigem uma redução de ensaios por motivos financeiros ou por escassez de matéria-prima. A seguir, optou-se por um delineamento composto central rotacional (DCCR) com as seguintes características:  $2^4 = 16 + 1$  ponto central + 8 pontos axiais. Essa estratégia fornece boas informações em situações como as encontradas nesse estudo, que envolvem 4 diferentes variáveis, permitindo uma inferência estatística do experimento e, conseqüentemente, a significância e possível otimização das variáveis analisadas.

Pela equação (69), os valores para  $\alpha$  são iguais a  $\pm 2$ , e são apresentados na Tabela 10:

Fatores	-2	-1	0	+1	+2
$k$	1	4	7	10	13
$ca_k$	0,25	0,5	0,75	1	1,25
$cs_j$	0	0,25	0,5	0,75	1
$\rho_i$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9

Tabela 10. Valores para os níveis dos fatores

Com os fatores de controle e os seus níveis definidos, a matriz de experimento com todas as possíveis combinações é apresentada na Tabela 11:

Testes	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_i$
1	-1	-1	-1	-1	4	0,5	0,25	0,3
2	+1	-1	-1	-1	10	0,5	0,25	0,3
3	-1	+1	-1	-1	4	1	0,25	0,3
4	+1	+1	-1	-1	10	1	0,25	0,3
5	-1	-1	+1	-1	4	0,5	0,75	0,3
6	+1	-1	+1	-1	10	0,5	0,75	0,3
7	-1	+1	+1	-1	4	1	0,75	0,3
8	+1	+1	+1	-1	10	1	0,75	0,3
9	-1	-1	-1	+1	4	0,5	0,25	0,7
10	+1	-1	-1	+1	10	0,5	0,25	0,7
11	-1	+1	-1	+1	4	1	0,25	0,7
12	+1	+1	-1	+1	10	1	0,25	0,7
13	-1	-1	+1	+1	4	0,5	0,75	0,7
14	+1	-1	+1	+1	10	0,5	0,75	0,7
15	-1	+1	+1	+1	4	1	0,75	0,7
16	+1	+1	+1	+1	10	1	0,75	0,7
17	0	0	0	0	7	0,75	0,5	0,5

Testes	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$
18	-2	0	0	0	1	0,75	0,5	0,5
19	2	0	0	0	13	0,75	0,5	0,5
20	0	-2	0	0	7	0,25	0,5	0,5
21	0	2	0	0	7	1,25	0,5	0,5
22	0	0	-2	0	7	0,75	0	0,5
23	0	0	2	0	7	0,75	1	0,5
24	0	0	0	-2	7	0,75	0,5	0,1
25	0	0	0	2	7	0,75	0,5	0,9

Tabela 11. Matriz de experimentos

Já na Tabela 12 são apresentadas todas as possíveis combinações do experimento, junto com os respectivos resultados do números de *jobs*  $E(L_j)$ . Na primeira coluna, as linhas de 1 à 16 são referentes aos pontos do experimento  $2^4$ , a linha 17 refere-se ao ponto central e as linhas de 18 à 25 são os ensaios dos pontos axiais. Na sexta coluna é possível observar os valores de  $E(L_j)$ , da simulação obtida pelo *software* de simulação *GPSS/H*<sup>®</sup>, e nas colunas de 7 à 12, das 6 aproximações da Tabela 1, determinadas pelo *software* *GAMS*<sup>®</sup>, para uma rede de filas com 2 estações. Conforme apresentado na Tabela 1 do Capítulo 3, a **Aprox 1** de Segal e Whitt (1989) é definida pelo sistema linear (15), (27) e (24), a **Aprox 2** de Bitran e Tirupati (1988) pelo sistema linear (15), (27) e (49), a **Aprox 3** de Segal e Whitt (1989) pelo sistema (18), (27) e (54), a **Aprox 4** de Whitt (1983a) pelo sistema (18), (27) e (24), a **Aprox 5** de Bitran e Tirupati (1988) pelo sistema (52), (27) e (49) e finalmente, a **Aprox 6** de Segal e Whitt (1989) pelo sistema (18), (27) e (54). Todas essas aproximações já foram discutidas em detalhes no Capítulo 3.

Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	4	0,5	0,25	0,3	<b>0,6922</b>	0,7400	0,6690	0,7190	0,7550	0,7500	0,7510
	Desvio				<b>0%</b>	<b>6,91%</b>	<b>3,35%</b>	<b>3,87%</b>	<b>9,07%</b>	<b>8,35%</b>	<b>8,49%</b>
2	10	0,5	0,25	0,3	<b>0,7269</b>	0,7540	0,6630	0,7360	0,7580	0,7560	0,7540
	Desvio				<b>0%</b>	<b>3,73%</b>	<b>-8,79%</b>	<b>1,25%</b>	<b>4,28%</b>	<b>4,00%</b>	<b>3,73%</b>
3	4	1	0,25	0,3	<b>0,7564</b>	0,7590	0,7600	0,7590	0,7600	0,7600	0,7600
	Desvio				<b>0%</b>	<b>0,34%</b>	0,48%	<b>0,34%</b>	0,48%	0,48%	0,48%
4	10	1	0,25	0,3	<b>0,7584</b>	0,7590	0,7600	0,7580	0,7600	0,7600	0,7600
	Desvio				<b>0%</b>	<b>0,08%</b>	<b>0,21%</b>	<b>-0,05%</b>	<b>0,21%</b>	<b>0,21%</b>	<b>0,21%</b>
5	4	0,5	0,75	0,3	<b>0,7444</b>	0,6010	0,7320	0,7850	0,8190	0,8150	0,8150
	Desvio				<b>0%</b>	<b>-19,26%</b>	<b>-1,67%</b>	<b>5,45%</b>	<b>10,02%</b>	<b>9,48%</b>	<b>9,48%</b>
6	10	0,5	0,75	0,3	<b>0,7990</b>	0,8180	0,7240	0,8020	0,8240	0,8210	0,8190
	Desvio				<b>0%</b>	<b>2,38%</b>	<b>-9,39%</b>	<b>0,38%</b>	<b>3,13%</b>	<b>2,75%</b>	<b>2,50%</b>
7	4	1	0,75	0,3	<b>0,8099</b>	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240
	Desvio				<b>0%</b>	<b>1,74%</b>	<b>1,74%</b>	<b>1,74%</b>	<b>1,74%</b>	<b>1,74%</b>	<b>1,74%</b>
8	10	1	0,75	0,3	<b>0,8079</b>	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240	0,8240
	Desvio				<b>0%</b>	<b>1,99%</b>	<b>1,99%</b>	<b>1,99%</b>	<b>1,99%</b>	<b>1,99%</b>	<b>1,99%</b>
9	4	0,5	0,25	0,7	<b>2,7880</b>	2,8930	2,5750	2,6540	3,0450	3,0170	2,8940

Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
	Desvio				0%	3,77%	-7,64%	-4,81%	9,22%	8,21%	3,80%
10	10	0,5	0,25	0,7	2,8413	3,0960	2,5460	2,8880	3,1920	3,2240	3,0580
	Desvio				0%	8,96%	-10,39%	1,64%	12,34%	13,47%	7,63%
11	4	1	0,25	0,7	3,2429	3,3210	3,3610	3,3070	3,3540	3,4020	3,3460
	Desvio				0%	2,41%	3,64%	1,98%	3,43%	4,91%	3,18%
12	10	1	0,25	0,7	3,2338	3,3280	3,4120	3,3150	3,3600	3,4340	3,3520
	Desvio				0%	2,91%	5,51%	2,51%	3,90%	6,19%	3,66%
13	4	0,5	0,75	0,7	3,3820	3,8000	3,4560	3,5760	3,9260	3,8640	3,7820
	Desvio				0%	12,36%	2,19%	5,74%	16,09%	14,25%	11,83%
14	10	0,5	0,75	0,7	3,8617	3,9940	3,3860	3,8010	4,0670	4,0450	3,9400
	Desvio				0%	3,43%	-12,32%	-1,57%	5,32%	4,75%	2,03%
15	4	1	0,75	0,7	4,4660	4,2180	4,2320	4,2140	4,2300	4,2450	4,2270
	Desvio				0%	-5,55%	-5,24%	-5,64%	-5,28%	-4,95%	-5,35%
16	10	1	0,75	0,7	4,4365	4,2210	4,2480	4,2160	4,2320	4,2560	4,2280
	Desvio				0%	-4,86%	-4,25%	-4,97%	-4,61%	-4,07%	-4,70%
17	7	0,75	0,5	0,5	1,6907	1,7120	1,6110	1,6810	1,7320	1,7300	1,7190
	Desvio				0%	1,26%	-4,71%	-0,57%	2,44%	2,32%	1,67%
18	1	0,75	0,5	0,5	1,5979	1,5830	1,5830	1,5830	1,5830	1,5830	1,5830
	Desvio				0%	-0,93%	-0,93%	-0,93%	-0,93%	-0,93%	-0,93%
19	13	0,75	0,5	0,5	1,6992	1,7220	1,6090	1,6930	1,7370	1,7390	1,7250
	Desvio				0%	1,34%	-5,31%	-0,36%	2,22%	2,34%	1,52%
20	7	0,25	0,5	0,5	1,5542	1,6550	1,2660	1,5530	1,7060	1,6900	1,6670
	Desvio				0%	6,49%	-18,54%	-0,08%	9,77%	8,74%	7,26%
21	7	1,25	0,5	0,5	1,8370	1,7610	1,8610	1,7850	1,7560	1,7670	1,7670
	Desvio				0%	-4,14%	1,31%	-2,83%	-4,41%	-3,81%	-3,81%
22	7	0,75	0	0,5	1,4297	1,4530	1,3580	1,4210	1,4770	1,4800	1,4650
	Desvio				0%	1,63%	-5,02%	-0,61%	3,31%	3,52%	2,47%
23	7	0,75	1	0,5	1,9561	1,9750	1,8670	1,9480	1,9880	1,9810	1,9770
	Desvio				0%	0,97%	-4,55%	-0,41%	1,63%	1,27%	1,07%
24	7	0,75	0,5	0,1	0,2180	0,1880	0,2100	0,2160	0,2160	0,2160	0,2160
	Desvio				0%	-13,76%	-3,67%	-0,92%	-0,92%	-0,92%	-0,92%
25	7	0,75	0,5	0,9	11,5280	12,2020	11,8910	11,6700	12,2650	12,2430	11,7630
	Desvio				0%	5,85%	3,15%	1,23%	6,39%	6,20%	2,04%
<b>TOTAL GERAL</b>					<b>57,86</b>	<b>59,20</b>	<b>56,43</b>	<b>57,73</b>	<b>60,19</b>	<b>60,23</b>	<b>59,02</b>
<b>DESVIO GERAL</b>					<b>0%</b>	<b>2,32%</b>	<b>-2,47%</b>	<b>-0,22%</b>	<b>4,03%</b>	<b>4,09%</b>	<b>2,00%</b>

Tabela 12. Resultados da simulação e das aproximações  $E(L_j)$  para a rede com 2 estações

Os valores em destaque na Tabela 12 referem-se aos menores desvios em relação a simulação. Dos 25 ensaios experimentais, para esse exemplo, em 3 situações (Ensaio 5, 13 e 20), pelo menos uma das aproximações ultrapassaria valores maiores do que 10%. No ensaio 5, a **Aprox 1** obteve o pior resultado entre todas as aproximações do experimento, com 19,26% de desvio. Um situação semelhante acontece no ensaio 20 para a **Aprox 1**, com desvio de 18,54%. No ensaio 13 com uma configuração igual a  $k = 4$ ,  $ca_k = 0,5$ ,  $cs_j = 0,75$  e  $\rho_j = 0,7$ , a **Aprox 1**, obteve 12,36% de desvio, mas diferente dos outros casos as aproximações 4, 5 e 6 resultaram em desvios acima dos 10%, com 16,09%, 14,25%, 11,83%, respectivamente. Neste caso, a **Aprox 2** alcançou o menor desvio (2,19%), seguida pela



**Aprox 3** com 5,74% de desvio. Podemos notar que a **Aprox 3** foi aquela que obteve, em média, os melhores resultados computacionais em comparação a simulação. Dentre as 25 configurações de situações da rede, a **Aprox 3** foi a melhor em 76% dos casos, 19 vezes. Em geral, seu desvio foi de apenas 0,22%. As outras aproximações também em geral alcançaram um bom comportamento, não ultrapassando a casa dos 4%, como os valores obtidos pelas **Aprox 4** e a **Aprox 5**, com 4,03% e 4,09%, respectivamente.

As Figuras de 13 a 18 apresentam os comportamentos dos desvios das aproximações para cada ensaio realizado.

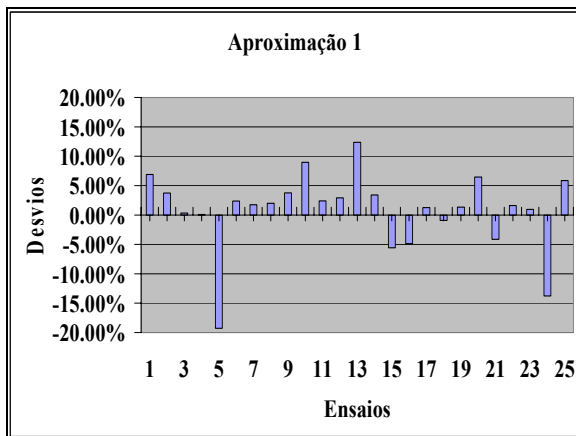


Figura 13. Aprox 1 com 2 estações

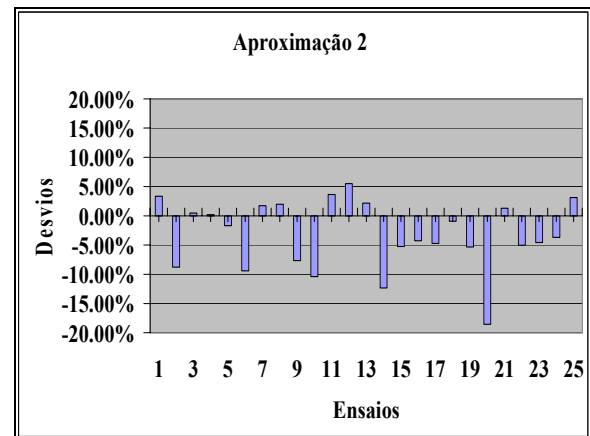


Figura. 14. Aprox 2 com 2 estações

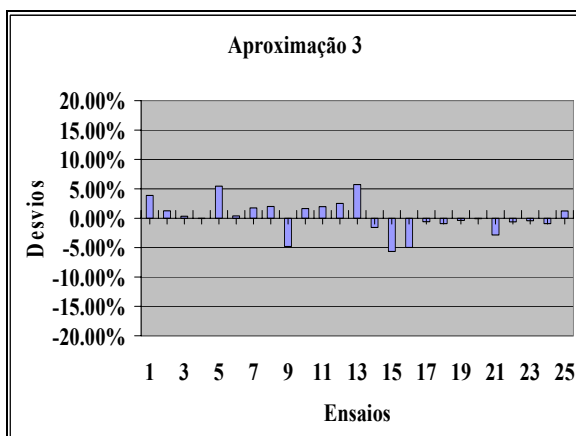


Figura 15. Aprox 3 com 2 estações

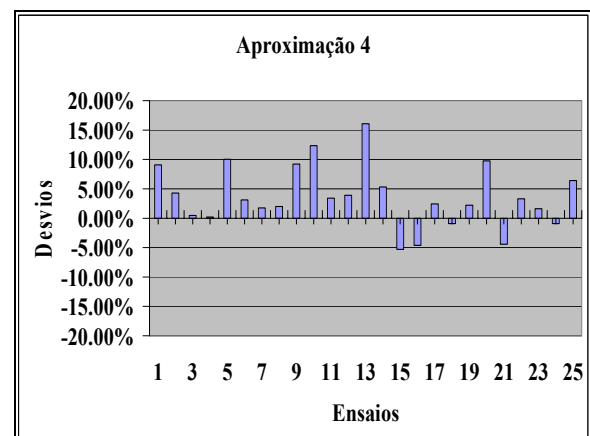


Figura. 16. Aprox 4 com 2 estações

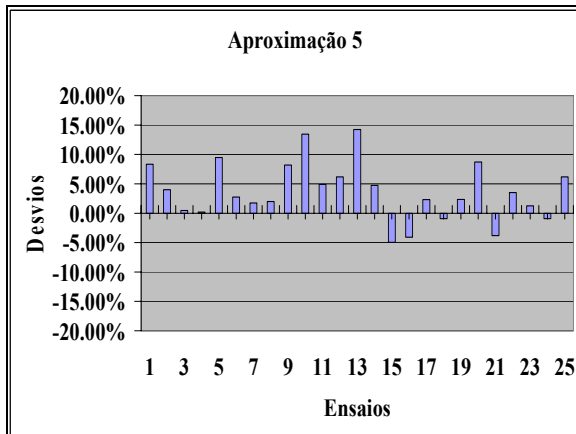


Figura 17. Aprox 5 com 2 estações

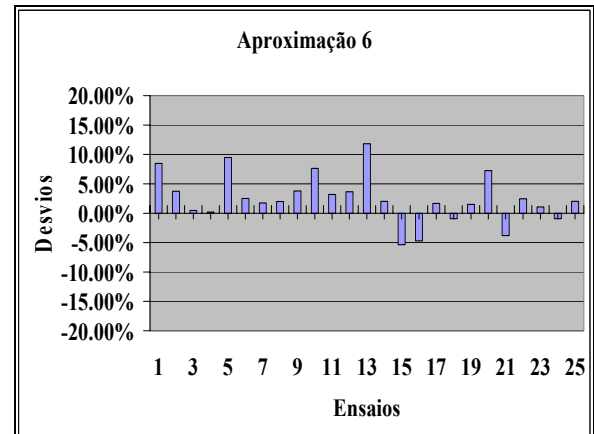


Figura 18. Aprox 6 com 2 estações

As Figuras de 19 a 30 apresentam superfícies de respostas para a variável resposta  $E(L_j)$  em função dos fatores  $k - ca_k$ ;  $ca_k - cs_j$ ;  $ca_k - \rho_j$  e  $k - \rho_j$ .

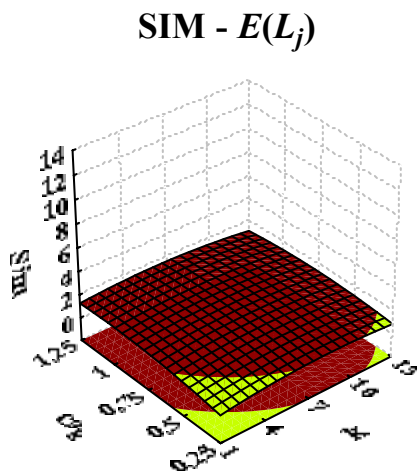


Figura 19. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$

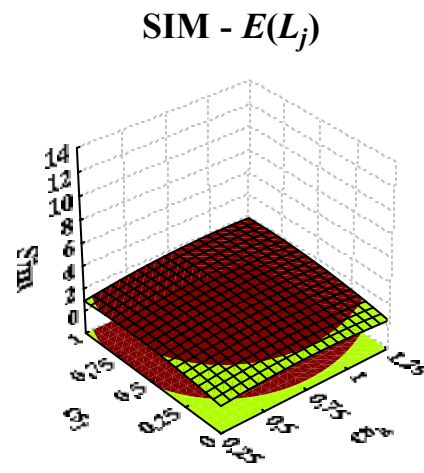
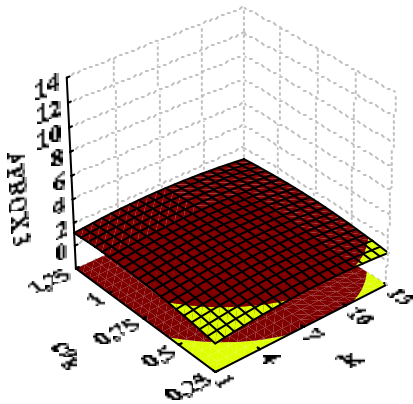
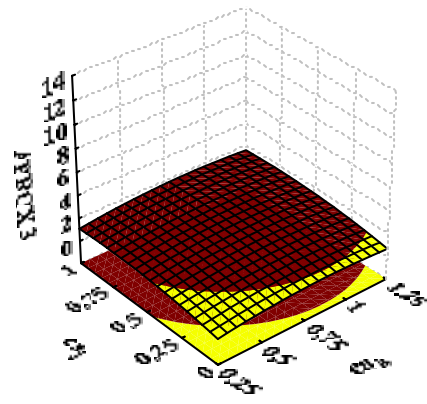
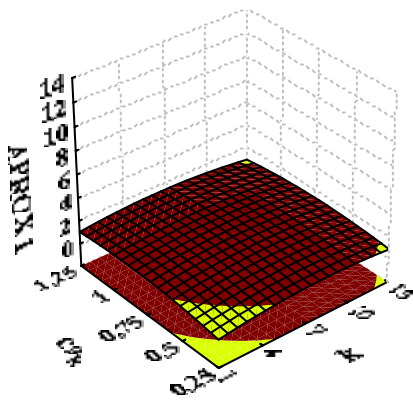
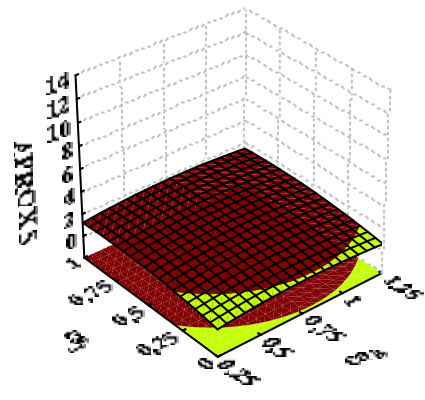
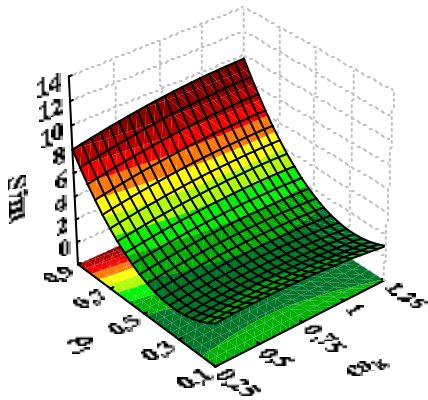
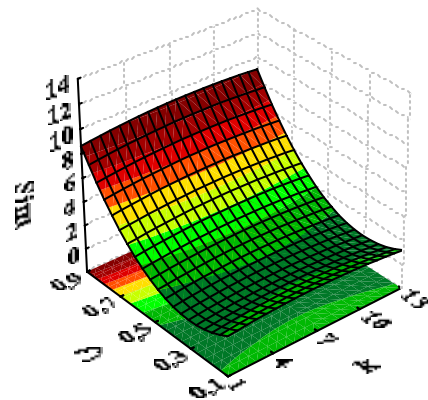
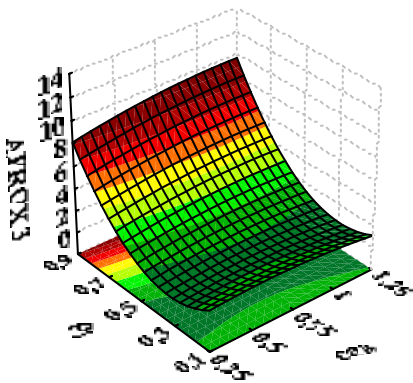
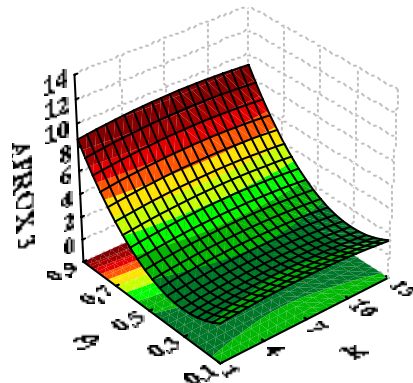
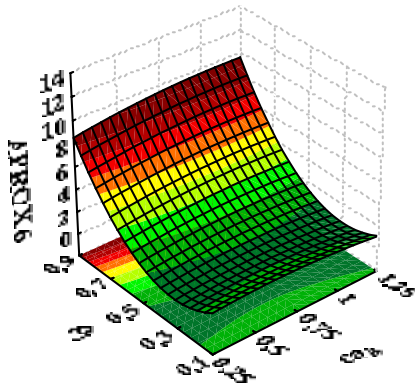
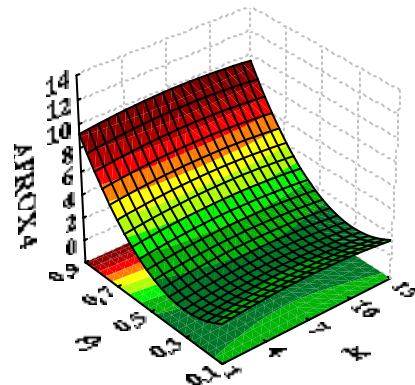


Figura 20. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$ Figura 21. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$ APROX3 -  $E(L_j)$ Figura 22. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$ APROX 1 -  $E(L_j)$ Figura 23. Aprox 1 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$ APROX 5 -  $E(L_j)$ Figura 24. Aprox 5 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$

SIM  $E(L_j)$ Figura 25. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$ SIM  $E(L_j)$ Figura 26. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$ APROX 3  $E(L_j)$ Figura 27. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$ APROX 3 -  $E(L_j)$ Figura 28. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

APROX 6  $E(L_j)$ APROX 4 -  $E(L_j)$ Figura 29. Aprox 6 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$ Figura 30. Aprox 4 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$ 

A Tabela 13 apresenta os valores do coeficiente de regressão, o erro padrão, o teste  $t_{cal}$ , o  $p$ -valor, além das estimativas por intervalos dos coeficientes (95 %) para a variável resposta **Aprox 3**.

	Coeficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	$p$ - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
Média	11,670000	1,421386	8,210290	0,000009	8,502950	14,837050
$k$ (L)	0,012750	0,580279	0,043940	0,965814	1,267440	1,318440
$k$ (Q)	-2,400980	0,845894	-5,676780	<b>0,000205</b>	-6,686730	-2,917190
$ca_k$ (L)	0,082330	0,580279	0,283770	0,782374	-1,128270	1,457610
$ca_k$ (Q)	-2,403230	0,845894	-5,682100	<b>0,000203</b>	-6,691230	-2,921690
$cs_j$ (L)	0,132420	0,580279	0,456390	0,657861	-1,028110	1,557770
$cs_j$ (Q)	-2,408230	0,845894	-5,693930	<b>0,000200</b>	-6,701230	-2,931690
$\rho_i$ (L)	0,762500	0,580279	2,628050	<b>0,025247</b>	0,232060	2,817940
$\rho_i$ (Q)	-2,538480	0,845894	-6,001880	<b>0,000132</b>	-6,961730	-3,192190
$k(L)ca_k(L)$	-0,030250	0,710693	-0,085130	0,933840	-1,644020	1,523020
$k(L)cs_j(L)$	-0,000870	0,710693	-0,002460	0,998084	-1,585270	1,581770
$k(L)\rho_i(L)$	0,027250	0,710693	0,076690	0,940386	-1,529020	1,638020
$ca_k(L)cs_j(L)$	-0,001750	0,710693	-0,004920	0,996167	-1,587020	1,580020
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,125630	0,710693	0,353530	0,731032	-1,332270	1,834770
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,211250	0,710693	0,594490	0,565391	-1,161020	2,006020

Tabela 13. Coeficientes de regressão para a Aprox 3 com 2 estações

A Tabela 14 apresenta a Análise de Variância (ANOVA), com os valores dos graus de liberdade, soma de quadrados, quadrados médios, Teste-F, para a variável resposta **Aprox 3**.

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
<b>Regressão</b>	<b>107,25</b>	<b>14</b>	<b>7,66</b>	<b>3,79</b>
<b>Resíduos</b>	<b>20,20</b>	<b>10</b>	<b>2,02</b>	
<b>Total</b>	<b>127,45</b>	<b>24</b>	-	-
<b><math>R^2</math></b>	<b>0,841400</b>	<b>84,14%</b>	-	-

**Tabela 14 – ANOVA da Aprox 3 com 2 estações**

Os valores da Tabela 13 que estão destacados em vermelho, representam os fatores que são estatisticamente significantes, ou seja, alcançaram valores de  $p$ -valor menores do que 5%. É possível observar que o fator mais significativo foi  $\rho_j$  quadrático, com  $p$ -valor igual a 0,00013. Os efeitos de interação, como, por exemplo, entre os termos lineares de  $k$  e  $cs_j$  ( $k(L)cs_j(L)$ ), não parecem ser significantes, já que o valor de  $p$ -valor para essa interação foi de 0,998084, maior do que 0,05%. Logo, não influencia nos resultados da variável resposta.

Pela Tabela 14 podemos observar o valor do coeficiente  $R^2$ , igual a 0,8414 o que explica a variação total das respostas, apesar do valor de  $F_{calc}$  ter sido baixo e igual a 3,79; mesmo assim é maior que o  $F_{tab} = F_{14; 10; 5\%} = 2,85$ .

Em se tratando de otimização, é necessário minimizar o desvio em relação a simulação (**Erro** =  $E(L_j)_{Aprox} - E(L_j)_{Sim}$ ), ou **erro-Aprox 3**. Pelo estudo de planejamento de experimentos foi possível verificar que não há como otimizar o **erro-Aprox 3**, pois agora para esta variável resposta não há nenhum tipo de efeito, seja principal ( $k$ ,  $ca_k$ ,  $cs_j$ ,  $\rho_j$ ) ou de interação ( $kca_k$ ,  $kcs$ ,  $k\rho_j$ ,  $ca_kcs_j$ ,  $cs_j\rho_j$ ), que sejam estatisticamente significantes, portanto nenhum efeito teve  $p$ -valor menor do que 5%. A Tabela 15, apresenta os valores dos coeficientes de regressão para a variável resposta **erro-Aprox 3**. É possível observar pela tabela que não há nenhum valor em destaque na coluna do  $p$ -valor, portanto, não existe fator estatisticamente significativo para essa resposta.

	Coefficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
Média	0,012300	0,019564	0,628720	0,543628	-0,031291	0,055891
$k$ (L)	-0,006037	0,007987	-1,511860	0,161508	-0,029871	0,005721
$k$ (Q)	0,001978	0,011643	0,339800	0,741033	-0,021985	0,029898
$ca_k$ (L)	-0,002521	0,007987	-0,631250	0,542038	-0,022837	0,012754
$ca_k$ (Q)	0,000653	0,011643	0,112190	0,912889	-0,024635	0,027248
$cs_j$ (L)	0,002746	0,007987	0,687590	0,507345	-0,012304	0,023287
$cs_j$ (Q)	0,004403	0,011643	0,756370	0,466870	-0,017135	0,034748
$\rho_j$ (L)	0,006171	0,007987	1,545250	0,153320	-0,005454	0,030137
$\rho_j$ (Q)	0,001766	0,011643	0,303300	0,767877	-0,022410	0,029473
$k(L)ca_k(L)$	0,009281	0,009782	1,897650	0,086959	-0,003233	0,040358
$k(L)cs_j(L)$	-0,002569	0,009782	-0,525210	0,610885	-0,026933	0,016658
$k(L)\rho_j(L)$	0,000156	0,009782	0,031950	0,975143	-0,021483	0,022108
$ca_k(L)cs_j(L)$	0,004931	0,009782	1,008250	0,337110	-0,011933	0,031658
$cs_j(L)\rho_j(L)$	0,005106	0,009782	1,044030	0,321054	-0,011583	0,032008
$cs_j(L)\rho_j(L)$	0,001831	0,009782	0,374420	0,715911	-0,018133	0,025458

Tabela 15. Coeficiente de regressão para o erro-Aprox 3 com 2 estações

A Tabela 16 apresenta a ANOVA para essa variável. Observa-se que os valores de  $R^2$  e  $F_{calc}$  são baixos.

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
Regressão	107,25	14	7,66	3,79
Resíduos	20,20	10	2,02	
Total	127,45	24	-	-
$R^2$	0,555350	55,54%	-	-

Tabela 16. ANOVA do erro-Aprox 3 com 2 estações

## 5.2 Realização do Experimento para as Redes de Filas com 5 Estações

A Tabela 17 abaixo apresenta os resultados para o exemplo de rede com 5 estações.

Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	4	0,5	0,25	0,3	1,7497	1,8660	1,7300	1,7160	1,8886	1,8860	1,8740
	Desvio					0%	6,65%	-1,13%	-1,93%	7,94%	7,79%
2	10	0,5	0,25	0,3	1,7573	1,8850	1,6910	1,7270	1,8985	1,8940	1,8850
	Desvio					0%	7,27%	-3,77%	-1,72%	8,04%	7,78%
3	4	1	0,25	0,3	1,8430	1,8900	1,8920	1,8870	1,8985	1,9000	1,8980
	Desvio					0%	2,55%	2,66%	2,39%	3,01%	3,09%

Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
4	10	1	0,25	0,3	1,8620	1,8950	1,8980	1,8930	1,9004	1,9000	1,9000
	Desvio				0%	1,77%	1,93%	1,66%	2,06%	2,04%	2,04%
5	4	0,5	0,75	0,3	1,9028	2,0370	1,8980	1,8890	2,0600	2,0490	2,0380
	Desvio				0%	7,05%	-0,25%	-0,73%	8,26%	7,68%	7,11%
6	10	0,5	0,75	0,3	1,9259	2,0520	1,8530	1,8950	2,0601	2,0550	2,0460
	Desvio				0%	6,55%	-3,79%	-1,60%	6,97%	6,70%	6,24%
7	4	1	0,75	0,3	2,1806	2,0580	2,0590	2,0580	2,0613	2,0600	2,0600
	Desvio				0%	-5,62%	-5,58%	-5,62%	-5,47%	-5,53%	-5,53%
8	10	1	0,75	0,3	1,9605	2,0600	2,0600	2,0600	2,0619	2,0600	2,0600
	Desvio				0%	5,08%	5,08%	5,08%	5,17%	5,08%	5,08%
9	4	0,5	0,25	0,7	6,4155	7,1994	6,7400	6,2670	7,8226	7,8030	7,2290
	Desvio				0%	12,22%	5,06%	-2,31%	21,93%	21,63%	12,68%
10	10	0,5	0,25	0,7	6,6887	7,4762	6,5750	6,4810	8,2068	8,1850	7,6090
	Desvio				0%	11,77%	-1,70%	-3,10%	22,70%	22,37%	13,76%
11	4	1	0,25	0,7	7,6449	7,9370	8,0200	7,8030	8,1562	8,3550	8,1080
	Desvio				0%	3,82%	4,91%	2,07%	6,69%	9,29%	6,06%
12	10	1	0,25	0,7	7,9588	8,1700	8,3330	8,0880	8,3660	8,5440	8,3440
	Desvio				0%	2,65%	4,70%	1,62%	5,12%	7,35%	4,84%
13	4	0,5	0,75	0,7	7,0202	10,0200	9,2180	8,9280	10,1694	10,1965	9,6330
	Desvio				0%	42,73%	31,31%	27,18%	44,86%	45,25%	37,22%
14	10	0,5	0,75	0,7	7,7977	10,241	8,83	8,93	10,410562	10,268	9,839
	Desvio				0%	31,33%	13,24%	14,52%	33,51%	31,68%	26,18%
15	4	1	0,75	0,7	8,2331	10,4310	10,4570	10,3900	10,5008	10,5640	10,4850
	Desvio				0%	26,70%	27,01%	26,20%	27,54%	28,31%	27,35%
16	10	1	0,75	0,7	8,9487	10,5040	10,5570	10,4780	10,5676	10,6260	10,6500
	Desvio				0%	17,38%	17,97%	17,09%	18,09%	18,74%	19,01%
17	7	0,75	0,5	0,5	3,9803	4,2810	4,0710	4,0610	4,3385	4,3390	4,2950
	Desvio				0%	7,55%	2,28%	2,03%	9,00%	9,01%	7,91%
18	1	0,75	0,5	0,5	2,9871	3,2130	3,1450	3,0850	3,2774	3,2440	3,2280
	Desvio				0%	7,56%	5,29%	3,28%	9,72%	8,60%	8,06%
19	13	0,75	0,5	0,5	4,0827	4,3130	4,0510	4,0750	4,3580	4,3550	4,3090
	Desvio				0%	5,64%	-0,78%	-0,19%	6,74%	6,67%	5,54%
20	7	0,25	0,5	0,5	3,5264	4,1990	3,4090	3,4460	4,3002	4,2750	4,1650
	Desvio				0%	19,07%	-3,33%	-2,28%	21,94%	21,23%	18,11%
21	7	1,25	0,5	0,5	4,5523	4,3560	4,5620	4,5190	4,3738	4,3990	4,4130
	Desvio				0%	-4,31%	0,21%	-0,73%	-3,92%	-3,37%	-3,06%
22	7	0,75	0	0,5	3,2494	3,6200	3,4160	3,3850	3,7020	3,7120	3,6570
	Desvio				0%	11,41%	5,13%	4,17%	13,93%	14,24%	12,54%
23	7	0,75	1	0,5	4,7051	4,9630	4,7440	4,7660	4,9822	4,9690	4,9410
	Desvio				0%	5,48%	0,83%	1,29%	5,89%	5,61%	5,01%
24	7	0,75	0,5	0,1	0,5232	0,5400	0,5300	0,5320	0,5415	0,5400	0,5400
	Desvio				0%	3,21%	1,30%	1,68%	3,50%	3,21%	3,21%
25	7	0,75	0,5	0,9	27,2494	31,2480	29,7630	28,4410	31,4521	29,7910	28,9770
	Desvio				0%	14,67%	9,22%	4,37%	15,42%	9,33%	6,34%
<b>TOTAL GERAL</b>					<b>130,75</b>	<b>148,45</b>	<b>141,50</b>	<b>138,80</b>	<b>151,35</b>	<b>149,97</b>	<b>146,18</b>
<b>DESVIO GERAL</b>					<b>0%</b>	<b>13,54%</b>	<b>8,23%</b>	<b>6,16%</b>	<b>15,76%</b>	<b>14,70%</b>	<b>11,81%</b>

Tabela 17. Resultados da simulação e das aproximações  $E(L_j)$  para a rede com com 5 estações



Dos 25 ensaios realizados, em 8 casos (Ensaio 9, 10, 13, 14, 15, 16, 20 e 25), pelo menos uma das aproximações alcançou resultados acima dos 10%. Nessas situações as aproximações se comportaram com resultados bem piores do que visto na rede com 2 estações. Os resultados dos desvios no ensaio 13, com 5 estações, foram bastante altos. O maior desvio alcançado foi pela **Aprox 5**, desvio de 45,25%, e o menor desvio entre os maiores desvios, para esse ensaio, ficou em 27,18%, obtido pela **Aprox 3**. No exemplo com 2 estações o pior resultado foi de 16,09%, **Aprox 4**. Mais uma vez, a **Aprox 3** foi a que em média melhor se apresentou. Desta vez, esta aproximação apresentou um desvio de 6,16% no geral, contra 8,23% da **Aprox 2**, 11,81% da **Aprox 6**, 13,54% da **Aprox 1**, 14,70% da **Aprox 5** e 15,76% da **Aprox 4**. Entre as 25 ensaios experimentais, em 17 vezes (68%), a **Aprox 3** foi a que teve menor desvio. Em situações com configurações como  $k = 10$ ,  $ca_k = 0,5$ ,  $cs_j = 0,75$  e  $\rho_j = 0,3$ , ensaio 6 e  $k = 10$ ,  $ca_k = 0,5$ ,  $cs_j = 0,75$  e  $\rho_j = 0,7$ , ensaio 14, é possível observar que, aumentando os valores da taxa de ocupação  $\rho_j$ , os valores dos desvios pioram. Isso também é observado nos casos 17, 24 e 25. Nas Figuras de 31 a 36 são apresentados os comportamentos das aproximações para cada ensaio experimental na rede de filas com 5 estações de trabalho.

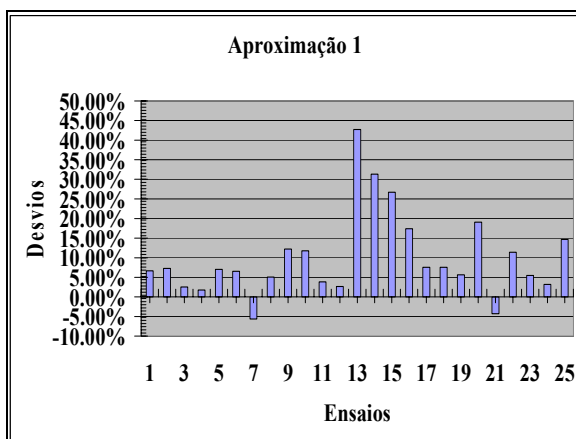


Figura 31. Aprox 1 com 5 estações

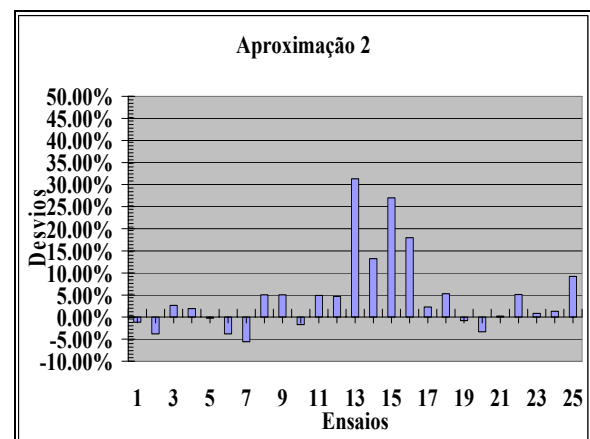


Figura 32. Aprox 2 com 5 estações

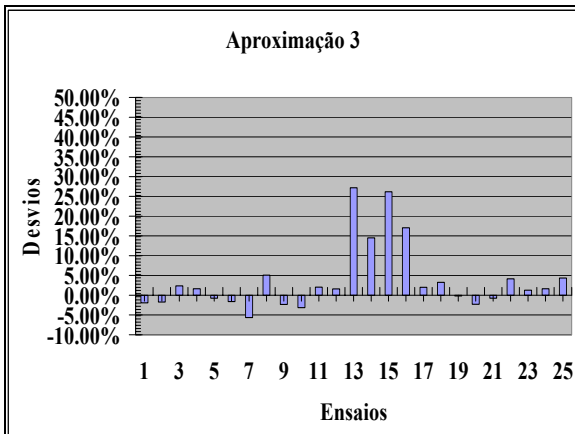


Figura 33. Aprox 3 com 5 estações

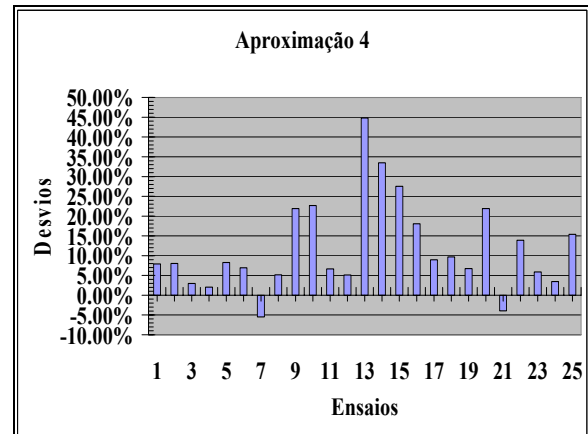


Figura 34. Aprox 4 com 5 estações

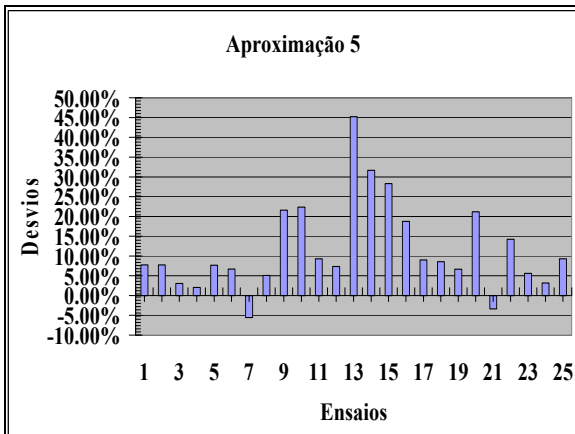


Figura 35. Aprox 5 com 5 estações

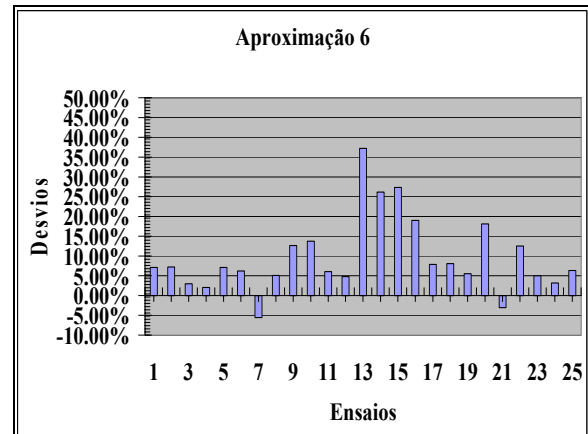
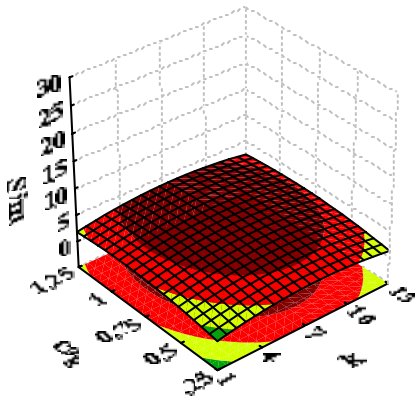
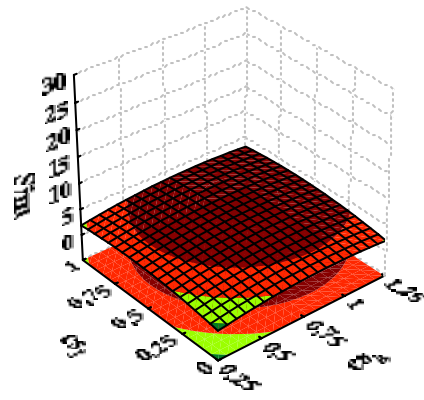
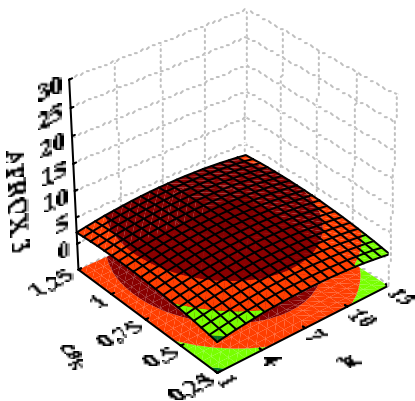
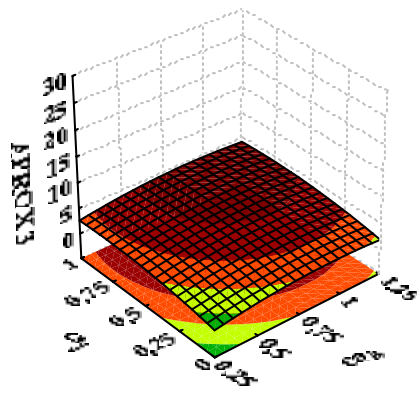
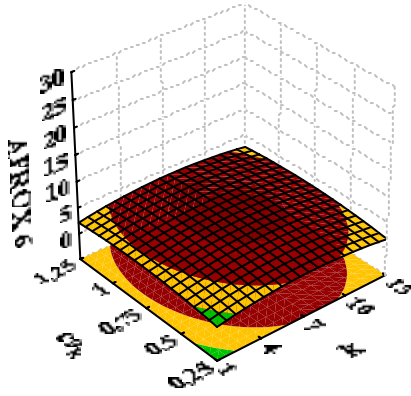
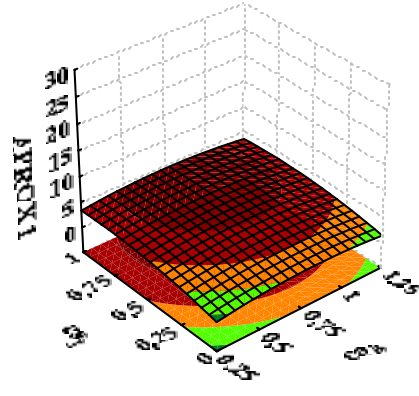
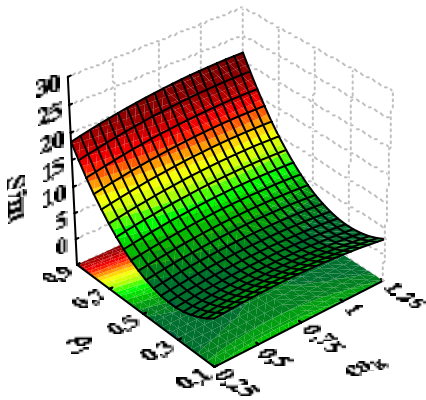
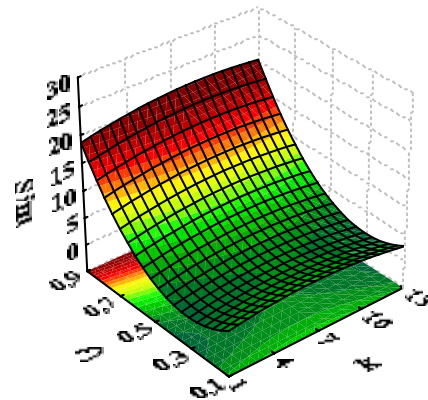


Figura 36. Aprox 6 com 5 estações

As Figuras de 37 a 48 apresentam superfícies de respostas para a variável resposta  $E(L_j)$ , número médio de *jobs*, em função dos fatores  $k - ca_k$ ,  $ca_k - cs_j$ ,  $ca_k - \rho_j$  e  $k - \rho_j$ . Nesse exemplo de redes de filas com 5 estações fica mais evidente que a superfície de respostas, independente dos fatores analisados que possui um comportamento mais próximo do que a superfície da simulação foi a **Aprox 3**. Isso pode ser observado, por exemplo, nas Figuras 38, 40 e 42, onde o desenho da superfície com as cores delimitando intervalos na superfície são mais parecidos entre **Sim** e **Aprox 3** do que **Sim** e **Aprox 1**. Essa situação era de se esperar em razão dos valores obtidos de  $E(L_j)$ , já que, em média, a **Aprox 3** obteve melhor desempenho, em relação as demais aproximações, quando comparado com os valores de  $E(L_j)$  da simulação.

SIM -  $E(L_j)$ Figura 37. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$ SIM -  $E(L_j)$ Figura 38. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$ APROX 3 -  $E(L_j)$ Figura 39. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$ APROX 3 -  $E(L_j)$ Figura 40. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$

APROX 6 -  $E(L_j)$ Figura 41. Aprox 6 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$ APROX 1 -  $E(L_j)$ Figura 42. Aprox 1 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$ SIM -  $E(L_j)$ Figura 43. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$ SIMULAÇÃO -  $E(L_j)$ Figura 44. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$

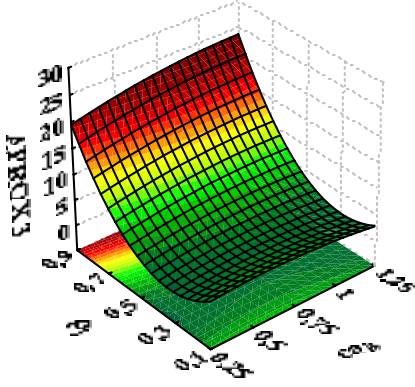


Figura 45. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$

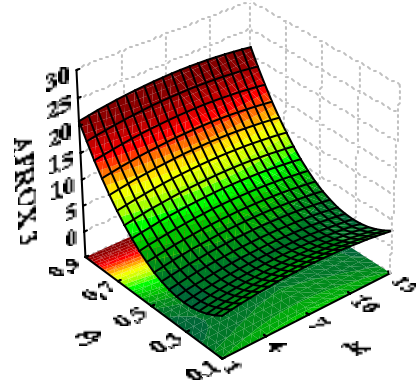


Figura 46. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

APROX 5 -  $E(L_j)$

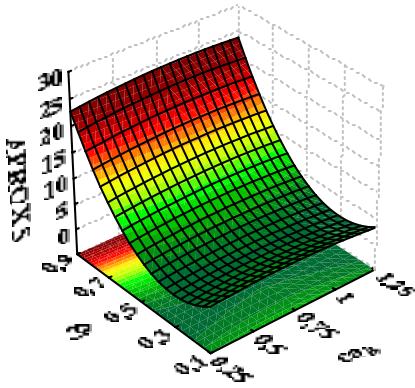


Figura 47. Aprox 5 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$

APROX 2 -  $E(L_j)$

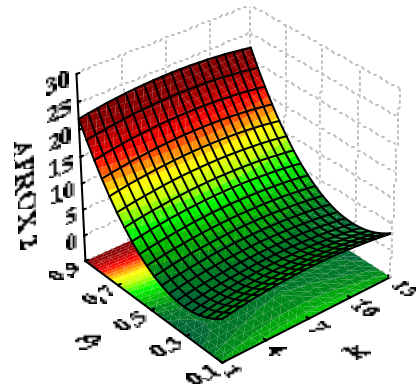


Figura 48. Aprox 2 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

Na Tabela 18 pode ser visto a estimativa por ponto e por intervalo e os testes para os coeficientes. Atenção deve ser dada para a significância estatística do parâmetro  $\rho_j$ , o que ajuda a entender o comportamento apresentado pelos ensaios discutidos acima.

	Coeficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
Média	28,441000	3,489091	8,151410	0,000010	20,6668	36,215180
$k$ (L)	-0,055750	1,424415	-0,078280	0,939151	-3,2853	3,062300
$k$ (Q)	-5,938330	2,076424	-5,719770	0,000193	-16,5032	-7,250100
$ca_k$ (L)	0,231920	1,424415	0,325630	0,751415	-2,7100	3,637630
$ca_k$ (Q)	-5,891460	2,076424	-5,674620	0,000205	-16,4095	-7,156350
$cs_j$ (L)	0,354080	1,424415	0,497160	0,629822	-2,4656	3,881960
$cs_j$ (Q)	-5,843580	2,076424	-5,628510	0,000219	-16,3137	-7,060600
$\rho_i$ (L)	1,823830	1,424415	2,560820	0,028333	0,4739	6,821460
$\rho_i$ (Q)	-6,169330	2,076424	-5,942270	0,000143	-16,9652	-7,712100
$k(L)ca_k(L)$	0,009250	1,744545	0,010600	0,991748	-3,8686	3,905590
$k(L)cs_j(L)$	-0,026120	1,744545	-0,029950	0,976696	-3,9393	3,834840
$k(L)\rho_i(L)$	0,035250	1,744545	0,040410	0,968560	-3,8166	3,957590
$ca_k(L)cs_j(L)$	-0,008500	1,744545	-0,009740	0,992417	-3,9041	3,870090
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,342620	1,744545	0,392800	0,702713	-3,2018	4,572340
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,588000	1,744545	0,674100	0,515526	-2,7111	5,063090

Tabela 18. Coeficiente de regressão para a Aprox 3 com 5 estações

Pela Tabela 18 observamos que os mesmos fatores que foram estatisticamente significantes para a **Aprox 3** no exemplo da rede com 2 estações também foram os fatores significativos neste exemplo.

A Tabela 19 apresenta a ANOVA para a variável resposta **Aprox 3** para a rede com 5 estações.

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
Regressão	639,39	14	45,67	3,75
Resíduos	121,74	10	12,17	
Total	761,13	24	-	-
$R^2$	0,840060	84,01%	-	-

Tabela 19. ANOVA da Aprox 3 com 5 estações

O valor de  $R^2$  é igual a 84,01%. O valor de  $F_{calc}$ , é baixo, apesar de ser maior do que o valor de  $F_{tab} = F_{14; 10; 5\%} = 2,85$ . Não houve nenhum efeito principal ( $k$ ,  $ca_k$ ,  $cs_j$ ,  $\rho_j$ ) ou de

interação ( $kca_k$ ,  $kcs$ ,  $k\rho_j$ ,  $ca_kcs_j$ ,  $cs_j\rho_j$ ), que sejam estatisticamente significantes, tendo como variável resposta o **erro-Aprox 3**. Pela Tabela 20 podemos observar que nenhum dos fatores são estatisticamente significantes, portanto assim como no exemplo de redes com 2 estações, também não há como otimizar a variável resposta **erro-Aprox 3**, para o exemplo de redes com 5 estações.

	Coefficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
<b>Média</b>	<b>0,177404</b>	<b>0,077893</b>	<b>2,277540</b>	<b>0,045978</b>	<b>0,003848</b>	<b>0,350960</b>
$k$ (L)	0,002075	0,031800	0,130530	0,898737	-0,066703	0,075005
$k$ (Q)	-0,017126	0,046356	-0,738880	0,476966	-0,137538	0,069036
$ca_k$ (L)	-0,014492	0,031800	0,911470	0,383495	-0,099838	0,041870
$ca_k$ (Q)	-0,031708	0,046356	-1,368050	0,201248	-0,166703	0,039870
$cs_j$ (L)	0,029528	0,031800	1,857130	0,092952	-0,011798	0,129910
$cs_j$ (Q)	-0,023701	0,046356	-1,022580	0,330606	-0,150689	0,055884
$\rho_j$ (L)	0,027617	0,031800	1,736920	0,113046	-0,015621	0,126087
$\rho_j$ (Q)	-0,031748	0,046356	-1,369740	0,200738	-0,166782	0,039792
$k(L)ca_k(L)$	0,019917	0,038946	1,022770	0,330523	-0,046945	0,126611
$k(L)cs_j(L)$	0,008410	0,038946	0,431900	0,674982	-0,069957	0,103599
$k(L)\rho_j(L)$	0,008554	0,038946	0,439280	0,669802	-0,069670	0,103886
$ca_k(L)cs_j(L)$	-0,012092	0,038946	-0,620940	0,548530	-0,110962	0,062595
$cs_j(L)\rho_j(L)$	-0,030451	0,038946	-1,563760	0,148940	-0,147681	0,025875
$ca_k(L)\rho_j(L)$	0,034768	0,038946	1,785440	0,104499	-0,017241	0,156315

Tabela 20. Coeficiente de regressão para o erro-Aprox 3 com 5 Estações

Na Tabela 21 é apresentado a ANOVA para a variável resposta **erro-Aprox 3** para a rede de filas com 5 estações. Note o baixos valores para  $R^2$  e  $F_{calc}$ , sendo que este último não foi superior ao tabelado, ou seja,  $F_{tab} = F_{14; 10; 5\%} = 2,85$ .

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
<b>Regressão</b>	<b>0,1048</b>	<b>14</b>	<b>0,0075</b>	<b>1,23</b>
<b>Resíduos</b>	<b>0,0607</b>	<b>10</b>	<b>0,0061</b>	
<b>Total</b>	<b>0,1654</b>	<b>24</b>	-	-
$R^2$	0,633270	63,33%	-	-

Tabela 21. ANOVA erro-Aprox 3 com 5 estações

### 5.3 Realização do Experimento para o Exemplo de Bitran e Tirupati (1988)

A seguir são apresentados os resultados de um exemplo real de uma fábrica de semicondutores analisado por Bitran e Tirupati (1988). O sistema original é um *jobshop* com 13 estações processando  $r = 10$  famílias de produtos. Cada família de produtos segue um roteiro determinístico, não havendo nenhum tipo de limitação de capacidade de fila, com intervalos de tempo entre chegadas considerados como sendo *iid* com distribuições Erlang com parâmetros 2, 3, 4, distribuições exponenciais e distribuições uniformes com coeficiente de variação igual a 0,333. A taxa média de chegadas na rede  $\lambda_0$  é igual a 1. Nesta rede, todas as famílias visitam a estação 2, mais de uma vez, cada vez envolvendo uma operação diferente. A Tabela 22 apresenta alguns dados de entrada do problema, como os roteiros ( $n_{kl}$ ) percorridos pelas  $k$  famílias de produtos,  $k = 1, 2, \dots, 10$ , e o número de operações ( $n_k$ ) para a rede com 13 estações. Os roteiros de cada família representam as ordens ou as seqüências de estações visitadas pelos produtos.

$k$	$n_k$	$n_{kl}$
1	7	1, 2, 4, 2, 9, 10, 11
2	8	1, 2, 5, 2, 8, 9, 10, 11
3	8	1, 2, 6, 4, 2, 9, 12, 11
4	8	1, 2, 7, 4, 2, 9, 10, 11
5	8	1, 2, 4, 12, 2, 9, 2, 13
6	8	1, 2, 5, 12, 2, 9, 2, 13
7	8	1, 2, 6, 12, 2, 8, 2, 13
8	12	1, 2, 3, 7, 4, 12, 2, 8, 6, 9, 2, 13
9	13	1, 2, 3, 5, 4, 6, 12, 2, 8, 2, 10, 6, 13
10	13	1, 2, 3, 6, 2, 4, 12, 7, 2, 9, 11, 5, 13

Tabela 22: Dados de entrada do exemplo de Bitran e Tirupati (1988)

Mais características dos processos de chegada das famílias e de serviço das estações podem ser encontrados em Bitran e Tirupati (1988), Bitran e Morabito (1995a) e Morabito (1995). A Figura 49 ilustra o roteiro de cada classe  $k$ .



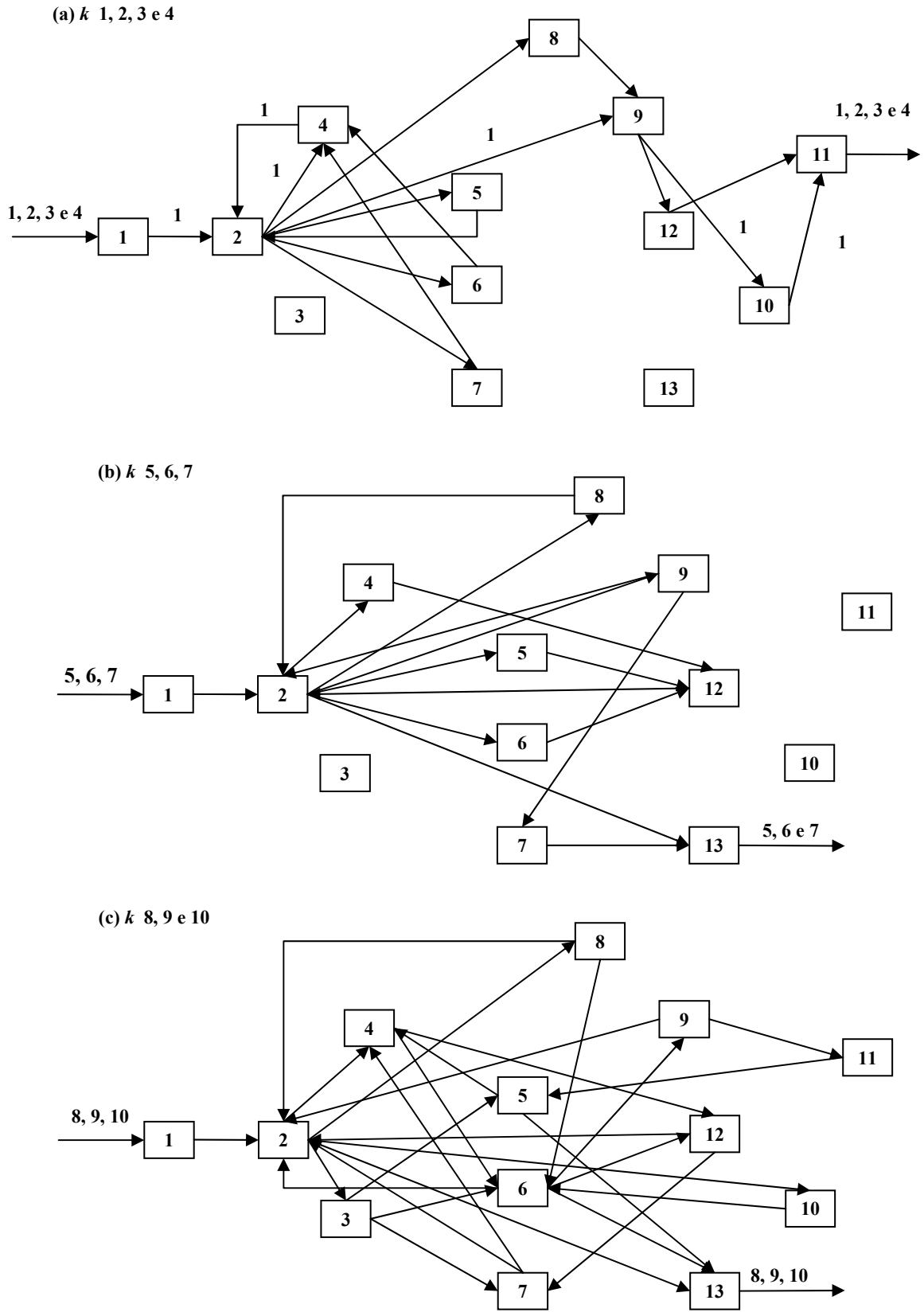


Figura 49. Roteiros das 10 classes do exemplo de Bitran e Tirupati (1988)

Pela Tabela 10, o parâmetro  $k$  assume valores iguais a 1, 4, 7, 10 e 13 famílias de produtos. Como já citado, no exemplo de Bitran e Tirupati (1988), a rede de filas da fábrica de semicondutores possui apenas 10 classes de famílias. Logo, para realizar os experimentos são necessários mais 3 classes adicionais. Os roteiros destas classes adicionais foram determinadas aleatoriamente, por meio de um sorteio tendo como base as 13 estações do exemplo. A Tabela 23 apresenta os dados de entrada para as 3 classes adicionais do experimento DCCR.

$k$	$n_k$	$n_{kl}$
11	8	1, 3, 2, 5, 8, 7, 11, 13
12	7	1, 2, 4, 6, 8, 12, 13
13	7	1, 4, 5, 7, 9, 8, 11

Tabela 23. Dados das famílias 11, 12 e 13 adicionais

A Figura 50 ilustra o roteiro para as famílias 11, 12 e 13 adicionais.

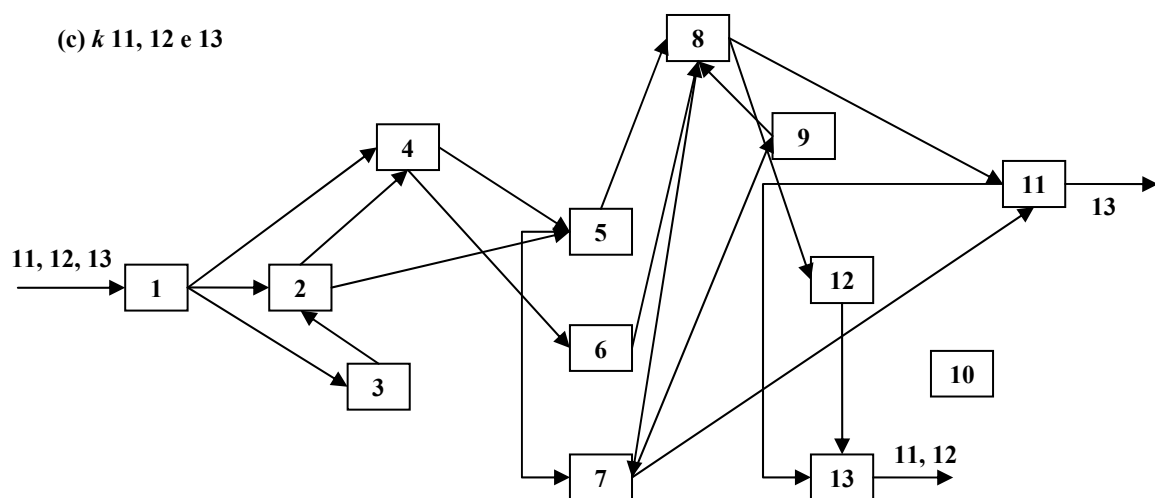


Figura 50. Roteiros das 3 famílias adicionais

A Tabela 24 apresenta, para as  $k$  famílias, a distribuição do intervalo de tempo entre chegadas, a taxa média de chegada externa ( $\lambda'_k$ ), o número de classes ( $k$ ) e o *scv* do intervalo de tempo entre chegadas externas ( $ca_k$ ), usadas para esse estudo.

Ensaio	Distribuição	$k$	$\lambda'_k$	$ca_k$
--------	--------------	-----	--------------	--------

1	Erlang 2	4	0,1	0,5
2	Erlang 2	10	0,1	0,5
3	Exponencial	4	0,1	1,00
4	Exponencial	10	0,1	1,00
5	Erlang 2	4	0,1	0,5
6	Erlang 2	10	0,1	0,5
7	Exponencial	4	0,1	1,00
8	Exponencial	10	0,1	1,00
9	Erlang 2	4	0,1	0,5
10	Erlang 2	10	0,1	0,5
11	Exponencial	4	0,1	1,00
12	Exponencial	10	0,1	1,00
13	Erlang 2	4	0,1	0,5
14	Erlang 2	10	0,1	0,5
15	Exponencial	4	0,1	1,00
16	Exponencial	10	0,1	1,00
17	Normal	7	0,1	0,75
18	Normal	1	0,1	0,75
19	Normal	13	0,1	0,75
20	Erlang 4	7	0,1	0,25
21	Normal	7	0,1	1,25
22	Normal	7	0,1	0,75
23	Normal	7	0,1	0,75
24	Normal	7	0,1	0,75
25	Normal	7	0,1	0,75

Tabela 24. Dados de entrada das classes do exemplo de Bitran e Tirupati (1988)

A Tabela 25 apresenta, a distribuição, a taxa de utilização média ( $\rho_j$ ), além do scv do tempo de processamento ( $cs_j$ ), para cada estação dos 25 ensaios experimentais.

Ensaio	Distribuição	$\rho_j$	$cs_j$
1	Erlang 4	0,3	0,25
2	Erlang 4	0,3	0,25
3	Erlang 4	0,3	0,25
4	Erlang 4	0,3	0,25
5	Normal	0,3	0,75
6	Normal	0,3	0,75
7	Normal	0,3	0,75
8	Normal	0,3	0,75
9	Erlang 4	0,7	0,25
10	Erlang 4	0,7	0,25
11	Erlang 4	0,7	0,25
12	Erlang 4	0,7	0,25
13	Normal	0,7	0,75
14	Normal	0,7	0,75
15	Normal	0,7	0,75
16	Normal	0,7	0,75
Ensaio	Distribuição	$\rho_j$	$cs_j$

17	Erlang 2	0,5	0,5
18	Erlang 2	0,5	0,5
19	Erlang 2	0,5	0,5
20	Erlang 2	0,5	0,5
21	Erlang 2	0,5	0,5
22	Determinística	0,5	0
23	Exponencial	0,5	1,00
24	Erlang 2	0,1	0,5
25	Erlang 2	0,9	0,5

Tabela 25. Dados de entrada das estações do exemplo de Bitran e Tirupati (1988)

Na Tabela 26 são apresentadas todas as possíveis combinações do experimento, além dos respectivos resultados do números de *jobs*  $E(L_j)$ , para a simulação obtida pelo *software* de simulação *GPSS/H*<sup>®</sup> e para as 6 aproximações determinadas pelo *software* *GAMS*<sup>®</sup>.

Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	4	0,5	0,25	0,3	<b>4,4895</b>	4,8800	4,6440	4,3420	4,9130	4,9070	4,8670
	Desvio				<b>0%</b>	<b>8,70%</b>	<b>3,44%</b>	<b>-3,29%</b>	<b>9,43%</b>	<b>9,30%</b>	<b>8,41%</b>
2	10	0,5	0,25	0,3	<b>4,6458</b>	4,9030	4,5430	4,3870	4,9250	4,9240	4,8810
	Desvio				<b>0%</b>	<b>5,54%</b>	<b>-2,21%</b>	<b>-5,57%</b>	<b>6,01%</b>	<b>5,99%</b>	<b>5,06%</b>
3	4	1	0,25	0,3	<b>4,7390</b>	4,9370	4,8850	4,8250	4,9180	4,9330	4,9170
	Desvio				<b>0%</b>	<b>4,18%</b>	<b>3,08%</b>	<b>1,81%</b>	<b>3,78%</b>	<b>4,09%</b>	<b>3,76%</b>
4	10	1	0,25	0,3	<b>4,8055</b>	4,9060	4,9170	4,8970	4,9260	4,9400	4,9260
	Desvio				<b>0%</b>	<b>2,09%</b>	<b>2,32%</b>	<b>1,90%</b>	<b>2,51%</b>	<b>2,80%</b>	<b>2,51%</b>
5	4	0,5	0,75	0,3	<b>5,1784</b>	5,3360	5,1160	4,7230	5,3480	5,3340	5,3040
	Desvio				<b>0%</b>	<b>3,04%</b>	<b>-1,21%</b>	<b>-8,79%</b>	<b>3,28%</b>	<b>3,00%</b>	<b>2,43%</b>
6	10	0,5	0,75	0,3	<b>4,8480</b>	5,3450	4,9850	4,8450	5,3530	5,3420	5,3130
	Desvio				<b>0%</b>	<b>10,25%</b>	<b>2,83%</b>	<b>-0,06%</b>	<b>10,42%</b>	<b>10,19%</b>	<b>9,59%</b>
7	4	1	0,75	0,3	<b>4,9520</b>	5,3460	5,3430	5,1930	5,3530	5,3560	5,3530
	Desvio				<b>0%</b>	<b>7,96%</b>	<b>7,90%</b>	<b>4,87%</b>	<b>8,10%</b>	<b>8,16%</b>	<b>8,10%</b>
8	10	1	0,75	0,3	<b>5,0537</b>	5,3490	5,3520	5,3480	5,3540	5,3560	5,3540
	Desvio				<b>0%</b>	<b>5,84%</b>	<b>5,90%</b>	<b>5,82%</b>	<b>5,94%</b>	<b>5,98%</b>	<b>5,94%</b>
9	4	0,5	0,25	0,7	<b>16,3045</b>	19,0990	17,7600	14,7700	19,8040	19,8500	18,0390
	Desvio				<b>0%</b>	<b>17,14%</b>	<b>8,93%</b>	<b>-9,41%</b>	<b>21,46%</b>	<b>21,75%</b>	<b>10,64%</b>
10	10	0,5	0,25	0,7	<b>17,0439</b>	20,0550	17,8070	15,9880	20,6970	20,9680	18,9670
	Desvio				<b>0%</b>	<b>17,67%</b>	<b>4,48%</b>	<b>-6,20%</b>	<b>21,43%</b>	<b>23,02%</b>	<b>11,28%</b>
11	4	1	0,25	0,7	<b>19,0003</b>	19,3680	19,4080	18,0650	20,0400	20,6100	19,7350
	Desvio				<b>0%</b>	<b>1,94%</b>	<b>2,15%</b>	<b>-4,92%</b>	<b>5,47%</b>	<b>8,47%</b>	<b>3,87%</b>
12	10	1	0,25	0,7	<b>19,5151</b>	20,1810	20,7520	19,7940	20,8070	21,8280	20,6700
	Desvio				<b>0%</b>	<b>3,41%</b>	<b>6,34%</b>	<b>1,43%</b>	<b>6,62%</b>	<b>11,85%</b>	<b>5,92%</b>
13	4	0,5	0,75	0,7	<b>18,8853</b>	26,4390	25,1820	21,4250	26,6780	26,3490	25,2210
	Desvio				<b>0%</b>	<b>40,00%</b>	<b>33,34%</b>	<b>13,45%</b>	<b>41,26%</b>	<b>39,52%</b>	<b>33,55%</b>
14	10	0,5	0,75	0,7	<b>19,3080</b>	26,8590	24,3180	23,2680	27,0700	26,6550	25,5080
	Desvio				<b>0%</b>	<b>39,11%</b>	<b>25,95%</b>	<b>20,51%</b>	<b>40,20%</b>	<b>38,05%</b>	<b>32,11%</b>
15	4	1	0,75	0,7	<b>25,9627</b>	26,7030	26,7449	24,5120	26,9110	27,0820	26,8150
	Desvio				<b>0%</b>	<b>2,85%</b>	<b>3,01%</b>	<b>-5,59%</b>	<b>3,65%</b>	<b>4,31%</b>	<b>3,28%</b>
16	10	1	0,75	0,7	<b>22,2618</b>	26,9830	27,1570	26,8630	27,1800	27,4990	27,1360
	Desvio				<b>0%</b>	<b>21,21%</b>	<b>21,99%</b>	<b>20,67%</b>	<b>22,09%</b>	<b>23,53%</b>	<b>21,89%</b>
Ensaio	$k$	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6

17	7	0,75	0,5	0,5	<b>10,1391</b>	11,0980	9,1630	10,3740	11,2260	11,2650	11,0890
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>9,46%</b>	<b>-9,63%</b>	<b>2,32%</b>	<b>10,72%</b>	<b>11,10%</b>	<b>9,37%</b>
18	1	0,75	0,5	0,5	<b>7,2829</b>	8,1090	7,8390	7,6310	8,2720	8,1440	8,1460
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>11,34%</b>	<b>7,64%</b>	<b>4,78%</b>	<b>13,58%</b>	<b>11,82%</b>	<b>11,85%</b>
19	13	0,75	0,5	0,5	<b>10,2354</b>	11,1990	10,6520	10,4520	10,9340	11,3010	11,1750
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>9,41%</b>	<b>4,07%</b>	<b>2,12%</b>	<b>6,83%</b>	<b>10,41%</b>	<b>9,18%</b>
20	7	0,25	0,5	0,5	<b>9,5591</b>	11,4550	9,7050	8,7310	11,6010	11,1390	10,7860
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>19,83%</b>	<b>1,53%</b>	<b>-8,66%</b>	<b>21,36%</b>	<b>16,53%</b>	<b>12,83%</b>
21	7	1,25	0,5	0,5	<b>10,3250</b>	11,5110	9,7490	11,6230	11,2460	11,3870	11,3640
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>11,49%</b>	<b>-5,58%</b>	<b>12,57%</b>	<b>8,92%</b>	<b>10,29%</b>	<b>10,06%</b>
22	7	0,75	0	0,5	<b>8,3863</b>	9,2990	8,9250	8,5060	9,5160	9,6130	9,3620
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>10,88%</b>	<b>6,42%</b>	<b>1,43%</b>	<b>13,47%</b>	<b>14,63%</b>	<b>11,63%</b>
23	7	0,75	1	0,5	<b>11,9409</b>	13,4880	12,6020	12,3850	12,9900	12,9380	12,8670
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>12,96%</b>	<b>5,54%</b>	<b>3,72%</b>	<b>8,79%</b>	<b>8,35%</b>	<b>7,76%</b>
24	7	0,75	0,5	0,1	<b>1,3896</b>	1,4040	1,3900	1,3760	1,4040	1,4040	1,4040
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>1,04%</b>	<b>0,03%</b>	<b>-0,98%</b>	<b>1,04%</b>	<b>1,04%</b>	<b>1,04%</b>
25	7	0,75	0,5	0,9	<b>65,3565</b>	79,2240	76,9510	71,1290	79,6820	78,9720	72,4980
	<b>Desvio</b>				<b>0%</b>	<b>21,22%</b>	<b>17,74%</b>	<b>8,83%</b>	<b>21,92%</b>	<b>20,83%</b>	<b>10,93%</b>
<b>TOTAL GERAL</b>					<b>331,61</b>	383,48	365,89	345,45	387,15	388,10	371,70
<b>DESVIO GERAL</b>					<b>0%</b>	<b>15,64%</b>	<b>10,34%</b>	<b>4,17%</b>	<b>16,75%</b>	<b>17,03%</b>	<b>12,09%</b>

**Tabela 26. Resultados da simulação e das aproximações  $E(L_j)$  para a rede de Bitran e Tirupati (1988)**

Em 7 situações (Ensaio 9, 10, 13, 14, 16, 20 e 25), as aproximações tiveram como resultados desvios bem acima dos 10%. Como no exemplo com 5 estações, os ensaios 13 e 14 foram aqueles que apresentaram os piores resultados. A **Aprox 4** no ensaio 13 teve o pior desvio entre todas as aproximações, com 41,26%. É possível observar que nos 25 ensaios do experimento, a **Aprox 3** de Segal e Whitt (1989) foi a que teve menor desvio em 64% dos casos, ou seja, 16 vezes. Em seguida, a **Aprox 2** de Bitran e Tirupati (1988) com 28%, e a **Aprox 1** de Whitt (1983a) com apenas 8% dos casos.

Na última linha da Tabela 26 é possível notar os desvios das aproximações em relação ao número de *jobs* na rede da simulação. A **Aprox 3** foi a única aproximação que conseguiu valores abaixo dos 10%, com 4,17%, seguida da **Aprox 2**, com 10,34%. A **Aprox 4** e a **Aprox 5** alcançaram desvios de 16,75% e 17,03%, respectivamente, em relação a simulação. Podemos observar em situações como nos ensaios 1 e 9, por exemplo, que os desvios aumentam quando os valores de  $\rho_j$  passam de 0,3 para 0,7. O mesmo acontece para a **Aprox 3** nas configurações de redes 17, 24 e 25. Nestas situações, quanto maior o valor de  $\rho_j$ , maior o desvio em relação a simulação.

Nas Figuras de 51 a 56 são apresentadas uma análise entre os desvios das aproximações e os ensaios realizados. Podemos observar que Comparando-se os desempenhos da **Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6** nos experimentos com redes de 2 nós, 5 nós e 13 nós, para o mesmo conjunto de ensaios experimentais, nota-se que existe uma tendência de

sobreestimativas dos valores de  $E(L_j)$  (i.e, desvios positivos), a medida que aumenta o número de nós na rede. Observe nas Figuras, 51, 54, 55 e 56 que, para a rede com  $n = 13$  nós, todos os desvios de  $E(L_j)$  são positivos.

Isso sugere que estas aproximações (**Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6**) se deterioram a medida que o número de estações da rede aumenta, e, portanto devem ser aplicadas com certa cautela.

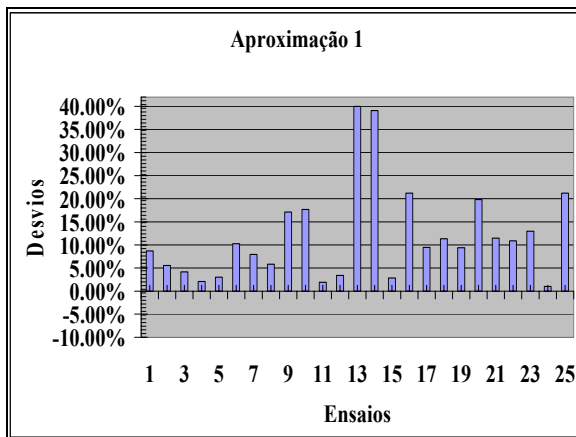


Figura 51. Aprox 1 com 13 estações

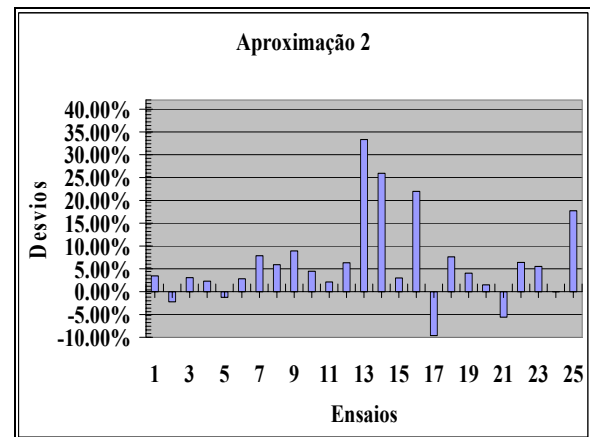


Figura 52. Aprox 2 com 13 estações

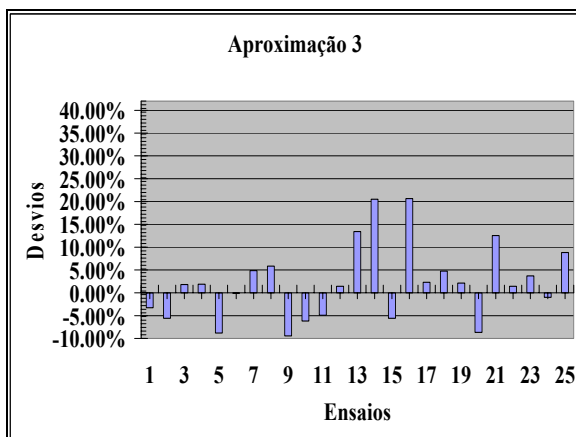


Figura 53. Aprox 3 com 13 estações

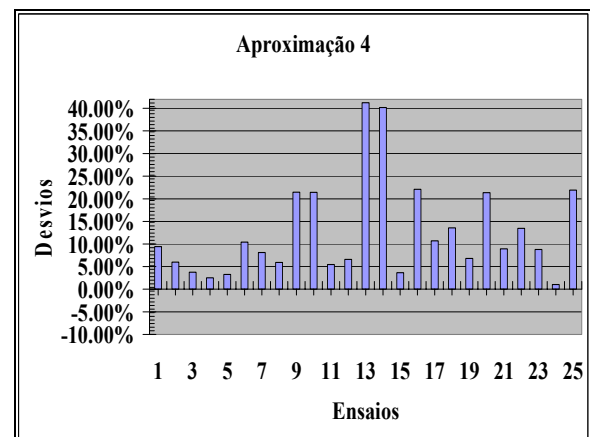


Figura 54. Aprox 4 com 13 estações

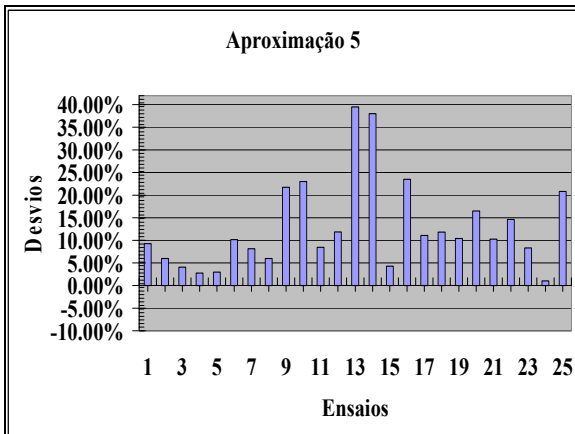


Figura 55. Aprox 5 com 13 estações

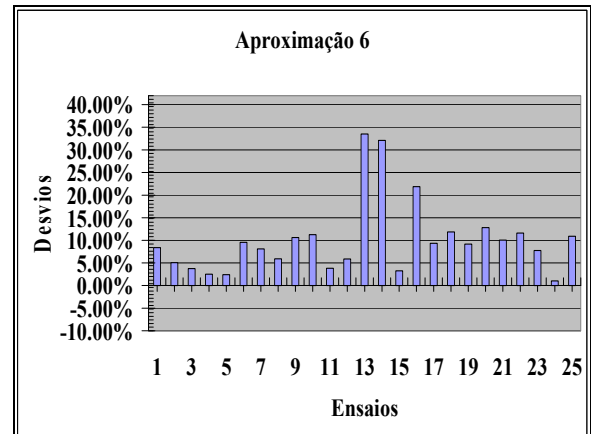


Figura. 56. Aprox 6 com 13 estações

As superfícies de respostas para a variável resposta  $E(L_j)$  são apresentadas nas Figuras 57 a 68.

Mais um vez as superfícies de respostas avaliando os valores de  $E(L_j)$  obtidos pela **Aprox 3** se comportaram com desenhos mais semelhantes ao apresentados pela superfície de respostas da simulação.

SIM -  $E(L_j)$

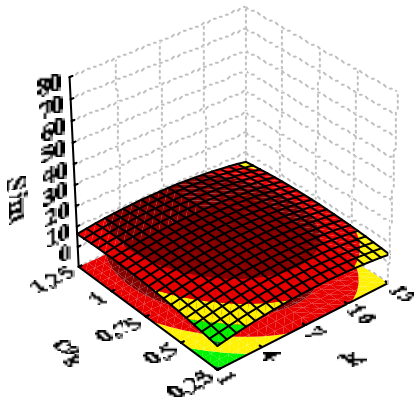


Figura 57. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$

SIM  $E(L_j)$

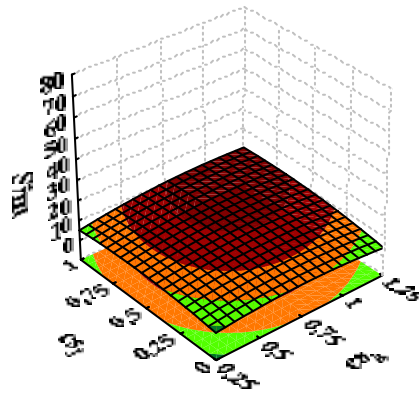


Figura 58. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$

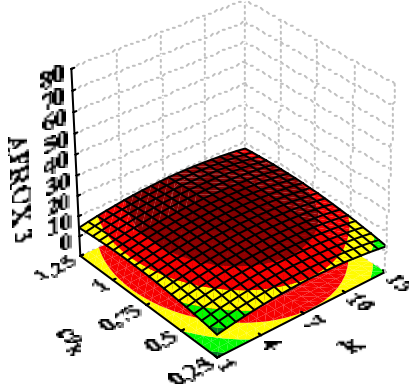


Figura 59. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$

APROX 3 -  $E(L_j)$

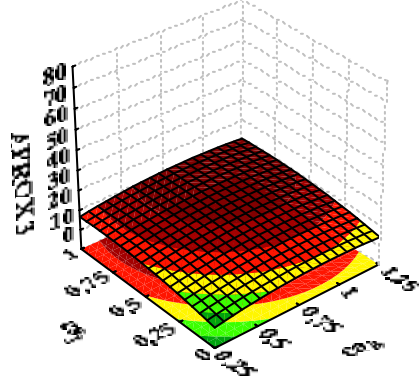


Figura 60. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$

APROX 4 -  $E(L_j)$

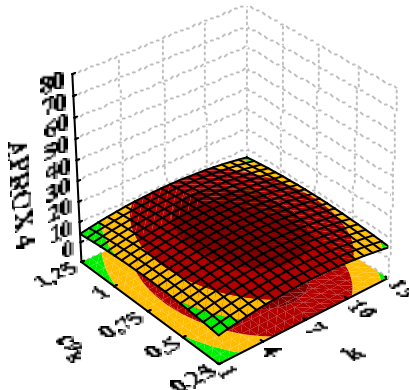


Figura 61. Aprox 4 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $ca_k$

APROX 5 -  $E(L_j)$

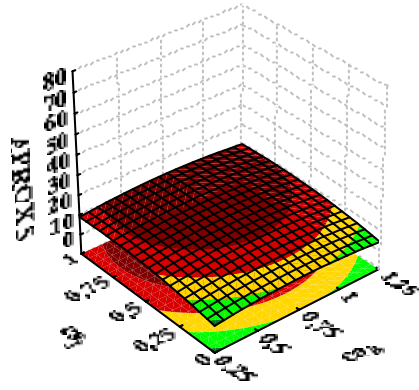


Figura 62. Aprox 5 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $cs_j$



SIM -  $E(L_j)$

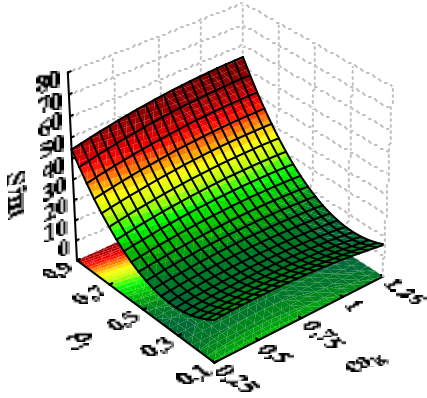


Figura 63. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$

SIM -  $E(L_j)$

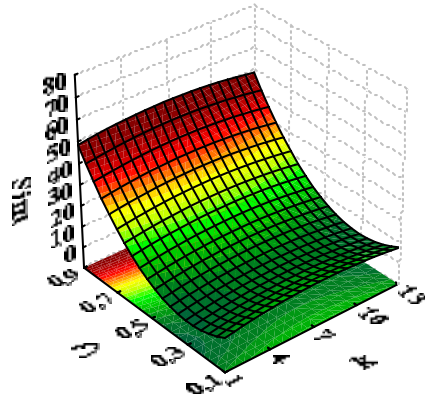


Figura 64. Sim -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$

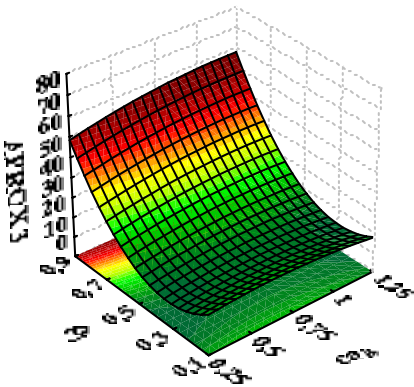


Figura 65. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$

APROX 3 -  $E(L_j)$

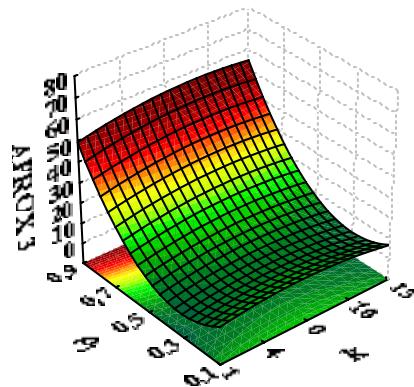
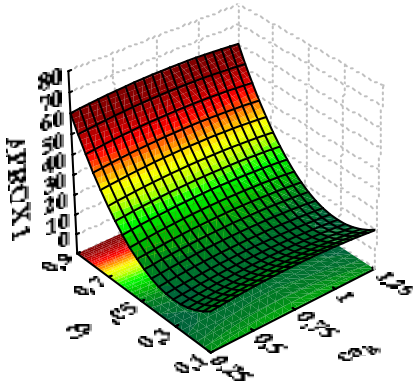
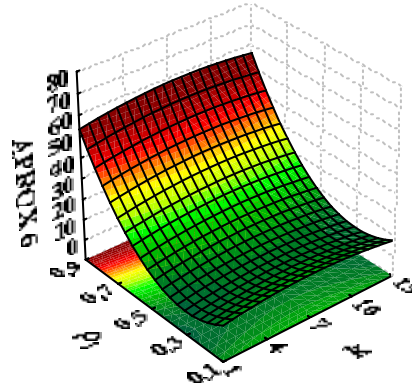


Figura 66. Aprox 3 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$

APROX 1 -  $E(L_j)$ APROX 6 -  $E(L_j)$ Figura 67. Aprox 1 -  $E(L_j)$  em função de  $ca_k$  e  $\rho_j$ Figura 68. Aprox 6 -  $E(L_j)$  em função de  $k$  e  $\rho_j$ 

É importante observar que nas Figuras 63, 64, 65, 66, 67 e 68, para o exemplo com 13 estações, assim como acontece com o exemplo de redes de filas com 2 estações, Figuras 25, 26, 27, 28, 29 e 30; e com o exemplo de redes de filas com 5 estações, Figuras 43, 44, 45, 46, 47, 48, as superfícies de respostas possuem comportamentos bem diferentes quando avaliam  $E(L_j)$  em função do fator  $\rho_j$ , ou seja, os desenhos dessas superfícies sofreram curvaturas diferentes das demais. Nessas situações fica evidente que  $\rho_j$ , afeta mais do que os outros fatores ( $k$ ,  $ca_k$  e  $cs_j$ ), a variável resposta  $E(L_j)$ .

O comportamento de  $\rho_j$  pode ser explicado pelos valores da Tabela 27, que apresenta os coeficientes de regressão para a variável de resposta **Aprox 3**.

	Coefficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
Média	71,1290	8,572828	8,297030	0,000009	52,0275	90,2305
$k$ (L)	0,0854	3,499842	0,048790	0,962049	-7,6274	7,9689
$k$ (Q)	-14,8953	5,101853	-5,839170	<b>0,000164</b>	-41,1582	-18,4229
$ca_k$ (L)	0,5128	3,499842	0,293040	0,775485	-6,7726	8,8237
$ca_k$ (Q)	-14,7480	5,101853	-5,781440	<b>0,000177</b>	-40,8637	-18,1284
$cs_j$ (L)	0,9531	3,499842	0,544670	0,597918	-5,8919	9,7044
$cs_j$ (Q)	-14,6298	5,101853	-5,735090	<b>0,000189</b>	-40,6272	-17,8919
$\rho_j$ (L)	4,3378	3,499842	2,478850	<b>0,032607</b>	0,8774	16,4737
$\rho_j$ (Q)	-15,4258	5,101853	-6,047130	<b>0,000124</b>	-42,2192	-19,4839
$k(L)ca_k(L)$	0,0674	4,286414	0,031470	0,975517	-9,4159	9,6856
$k(L)cs_j(L)$	0,0879	4,286414	0,041030	0,968079	-9,3749	9,7266
$k(L)\rho_j(L)$	0,4217	4,286414	0,196760	0,847960	-8,7074	10,3941

	Coefficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
$ca_k(L)cs_j(L)$	-0,0274	4,286414	-0,012800	0,990038	-9,6056	9,4959
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,7386	4,286414	0,344610	0,737528	-8,0736	11,0279
$cs_j(L)\rho_i(L)$	1,6121	4,286414	0,752170	0,469281	-6,3266	12,7749

Tabela 27. Coeficiente de regressão para a Aprox 3 na rede de Bitran e Tirupati (1988)

É possível identificar que  $\rho_j$  quadrático é o fator mais significante, entre os fatores analisados, ou seja, é aquele que mais influencia nos resultados da variável resposta. Seu  $p$ -valor é menor do que 5% e igual a 0,000124, seguido por  $k$  quadrático com  $p$ -valor igual a 0,000164, depois  $ca_k$  quadrático com 0,000177,  $cs_j$  quadrático igual a 0,000189 e  $\rho_j$  linear com  $p$ -valor igual a 0,032607. Note que, mais uma, vez não há significância em qualquer interação entre os fatores.

A ANOVA para a variável **Aprox 3** é apresentado na Tabela 28.

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
Regressão	3966,49	14	283,32	3,86
Resíduos	734,93	10	73,49	
Total	4701,42	24	-	-
$R^2$	0,843680	84,37%	-	-

Tabela 28. ANOVA da Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988)

O valor que explica a qualidade do ajuste da reta, dado por  $R^2$ , é igual a 84,37%, além do  $F_{cal}$  ter sido maior que o valor tabelado.

Como foi dito, a **Aprox 3** foi a mais robusta, obtendo menor desvio em relação a simulação. Para que seja possível otimizar a resposta, é necessário minimizar os seus erros. Utilizando o mesmo planejamento de experimentos realizado para os valores da simulação e das aproximações, a Tabela 29 apresenta os valores dos coeficientes de regressão para a variável **erro-Aprox 3**.

	Coefficiente de regressão	Erro Padrão	t(10)	p - valor	Lim. Conf. - 95%	Lim. Conf. + 95%
Média	0,088323	0,067004	1,318170	0,216842	-0,060972	0,237619
$k$ (L)	0,006232	0,027354	0,455671	0,658361	-0,048485	0,073414
$k$ (Q)	-0,008924	0,039876	-0,447586	0,663992	-0,106696	0,071001
$ca_k$ (L)	-0,002986	0,027354	-0,218310	0,831579	-0,066921	0,054978
$ca_k$ (Q)	-0,004321	0,039876	-0,216701	0,832798	-0,097490	0,080207
$cs_j$ (L)	0,009558	0,027354	0,698810	0,500600	-0,041834	0,080065
$cs_j$ (Q)	-0,000296	0,039876	-0,014847	0,988446	-0,089441	0,088256
$\rho_i$ (L)	0,018571	0,027354	1,357799	0,207374	-0,023808	0,098091
$\rho_i$ (Q)	-0,011922	0,398760	-0,597967	0,563159	-0,112693	0,065004
$k(L)ca_k(L)$	0,009522	0,033502	0,568451	0,582268	-0,055603	0,093692
$k(L)cs_j(L)$	0,011689	0,033502	0,697796	0,501207	-0,051270	0,098025
$k(L)\rho_i(L)$	0,013021	0,033502	0,777333	0,454958	-0,048605	0,100690
$ca_k(L)cs_j(L)$	0,005328	0,033502	0,318072	0,756973	-0,063992	0,085304
$cs_j(L)\rho_i(L)$	-0,008533	0,033502	-0,509415	0,621514	-0,091714	0,057581
$cs_j(L)\rho_i(L)$	0,019553	0,033502	1,167238	0,270193	-0,035543	0,113753

Tabela 29. Coeficiente de regressão para o erro-Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988)

Pela Tabela 29 é possível observar que nenhum dos parâmetros estudados são importantes, já que todos os  $p$ -valores são maiores que 5%. Sem a existência de significância de pelo menos um dos parâmetros, fica difícil otimizar esta variável, pois não há sentido em determinar valores para os parâmetros  $k$ ,  $ca_k$ ,  $cs_j$  e  $\rho_j$  que influenciam numa resposta ideal, se estes não são significativos. Na verdade, a resposta dessa variável é obtida pela existência de certa aleatoriedade no estudo que não pode ser explicada por esses parâmetros. A análise para o **erro-Aprox 3** é o mesmo, com baixo  $R^2$  e nenhum dos parâmetros são estatisticamente significativos.

A Tabela 30 apresenta a ANOVA para a variável **erro-Aprox3**.

Fonte de variação	Soma de Quadrados	Graus de liberdade	Quadrado Médio	$F_{calc}$
Regressão	0,0288	14	0,0021	0,46
Resíduos	0,0449	10	0,0045	
Total	0,0737	24	-	-
$R^2$	0,391080	39,11%	-	-

Tabela 30. ANOVA para o erro-Aprox 3 para a rede de Bitran e Tirupati (1988)

O  $R^2$  para esta variável é igual a 39,10%, muito baixo.

Como pode ser observado nos 3 exemplos, a **Aprox 3** foi a que obteve o melhor desempenho, seguida da **Aprox 2**. Em situações onde os desvios das aproximações

não foram satisfatórios, mesmo assim a **Aprox 3** foi aquela que obteve, em geral, desvio mais próximo (e.g. menor que 10%). Ensaios experimentais como o 13 e o 14, com configuração de parâmetros iguais a  $k = 4$ ,  $ca_k = 0,5$ ,  $cs_j = 0,75$  e  $\rho_j = 0,7$  e  $k = 10$ ,  $ca_k = 0,5$ ,  $cs_j = 0,75$  e  $\rho_j = 0,7$ , respectivamente, não são os mais indicados para utilizar as aproximações, independente do número de estações que a rede esteja trabalhando.

#### 5.4 Realização do Experimento de Plackett & Burman

Com a intenção de melhor explorar o exemplo de redes de filas apresentado anteriormente, nessa seção é apresentado um planejamento de experimentos para entender o comportamento das aproximações e conseqüentemente compará-las, em outras situações onde tanto as taxas de chegadas como as taxas de serviços, são diferentes para cada classe de produtos e cada estação.

Até o momento, nos experimentos analisados nas seções **5.1**, **5.2** e **5.3**, cada família de produtos tem o mesmo valor para a variável de controle  $ca_k$  e cada estação o mesmo valor para as variáveis  $cs_j$  e  $\rho_j$ . Para esse novo experimento a estratégia adotada é o delineamento de Plackett & Burman, pois é adequado para analisar situações que envolvem uma grande quantidade de variáveis a serem analisadas. Nesse caso, são 39 variáveis ( $ca_1, ca_2, \dots, ca_{13}; cs_1, cs_2, \dots, cs_{13}; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{13}$ ), o que exige um PB 44, ou seja, agora são 44 ensaios ou 44 diferentes configurações de redes que servem de comparações para as aproximações, diferente dos 25 ensaios já analisados anteriormente.

A Tabela 31 apresenta para cada família de produtos, as distribuições do intervalo de tempo entre chegadas e os  $scv$  do intervalo de tempo entre chegadas externas ( $ca_k$ ), usados nesse experimento.

Produto	$ca_k$	Distribuição
1	1	Exponencial 10.0
	0,5	Erlang 5.0, 2
2	1	Exponencial 10.0
	0,33	Erlang 3.333, 3
3	1	Exponencial 10.0
	0,25	Erlang 2.5, 4
4	0,5	Erlang 5.0, 2
	0,33	Erlang 3.333, 3
5	0,5	Erlang 5.0, 2
	0,25	Erlang 2.5, 4

Produto	$ca_k$	Distribuição
6	0,33	Erlang 3.333, 3
	0,25	Erlang 2.5, 4
7	0,33	Erlang 3.333, 3
	0,5	Erlang 5.0, 2
8	1	Exponencial 10.0
	0,25	Erlang 2.5, 4
9	0,33	Erlang 3.333, 3
	0,25	Erlang 2.5, 4
10	1	Exponencial 10.0
	0,5	Erlang 5.0, 2
11	0,5	Erlang 5.0, 2
	0,25	Erlang 2.5, 4
12	1	Exponencial 10.0
	0,33	Erlang 3.333, 3
13	0,5	Erlang 5.0, 2
	0,33	Erlang 3.333, 3

**Tabela 31. Dados de entrada para o experimento de Plackett & Burman**

Convém notar que a taxa média de chegada externa ( $\lambda'_k$ ) continua a mesma para todas as famílias de produtos, como nos experimentos anteriores, ou seja,  $\lambda'_k = 0,1$ .

A Tabela 32 apresenta o *scv* do tempo de processamento ( $cs_j$ ), a distribuição e a taxa média de utilização ( $\rho_j$ ) para cada uma das 13 estações da rede de filas usada no experimento.

Produto	$cs_j$	Distribuição	$\rho_j$
1	1	Exponencial	0,9
	0,5	Erlang Ordem 2	
1	1	Exponencial	0,7
	0,5	Erlang Ordem 2	
2	1	Exponencial	0,9
	0,33	Erlang Ordem 3	
2	1	Exponencial	0,5
	0,33	Erlang Ordem 3	
3	1	Exponencial	0,9
	0,25	Erlang Ordem 4	
3	1	Exponencial	0,3
	0,25	Erlang Ordem 4	
4	0,5	Erlang Ordem 2	0,7
	0,33	Erlang Ordem 3	
4	0,5	Erlang Ordem 2	0,5
	0,33	Erlang Ordem 3	
5	0,5	Erlang Ordem 2	0,7
	0,25	Erlang Ordem 4	
5	0,5	Erlang Ordem 2	0,3
	0,25	Erlang Ordem 4	
6	0,33	Erlang Ordem 3	0,5

<b>Produto</b>	$cs_j$	<b>Distribuição</b>	$\rho_j$
6	0,25	Erlang Ordem 4	0,5
	0,33	Erlang Ordem 3	
	0,25	Erlang Ordem 4	0,3
7	0,5	Erlang Ordem 2	0,7
	0,33	Erlang Ordem 3	
	0,5	Erlang Ordem 2	0,5
	0,33	Erlang Ordem 3	
8	1	Exponencial	0,9
	0,25	Erlang Ordem 4	
	1	Exponencial	0,3
	0,25	Erlang Ordem 4	
9	0,33	Erlang Ordem 3	0,5
	0,25	Erlang Ordem 4	
	0,33	Erlang Ordem 3	0,3
	0,25	Erlang Ordem 4	
10	1	Exponencial	0,9
	0,5	Erlang Ordem 2	
	1	Exponencial	0,7
	0,5	Erlang Ordem 2	
11	0,5	Erlang Ordem 2	0,7
	0,25	Erlang Ordem 4	
	0,5	Erlang Ordem 2	0,3
	0,25	Erlang Ordem 4	
12	1	Exponencial	0,9
	0,33	Erlang Ordem 3	
	1	Exponencial	0,5
	0,33	Erlang Ordem 3	
13	1	Exponencial	0,5
	0,5	Erlang Ordem 2	
	1	Exponencial	0,3
	0,5	Erlang Ordem 2	

**Tabela 32. Dados de entrada para as estações do experimento de Plackett & Bruman**

Na Tabela 33 seguinte, são apresentados os níveis adotados no fator  $ca_k$  para cada uma das 13 família de produtos.

<b>Ensaio</b>	$ca_1$	$ca_2$	$ca_3$	$ca_4$	$ca_5$	$ca_6$	$ca_7$	$ca_8$	$ca_9$	$ca_{10}$	$ca_{11}$	$ca_{12}$	$ca_{13}$
<b>1</b>	1	0,33	1	0,5	0,25	0,33	0,33	1	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5
<b>2</b>	1	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,33	1	0,25	0,33	0,33
<b>3</b>	0,5	1	1	0,33	0,5	0,33	0,33	1	0,25	1	0,5	0,33	0,33
<b>4</b>	0,5	0,33	1	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5	0,5	1	0,33
<b>5</b>	1	0,33	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	1	0,25	1	0,25	1	0,5
<b>6</b>	0,5	1	0,25	0,33	0,5	0,33	0,33	1	0,33	0,5	0,5	0,33	0,5
<b>7</b>	1	0,33	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,25	1	0,33
<b>8</b>	0,5	1	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	1	0,25	1	0,5	0,33	0,5
<b>9</b>	0,5	0,33	1	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,33	0,5	0,5	1	0,33
<b>10</b>	1	0,33	0,25	0,5	0,25	0,33	0,33	0,25	0,33	1	0,25	1	0,5

Ensaio	$ca_1$	$ca_2$	$ca_3$	$ca_4$	$ca_5$	$ca_6$	$ca_7$	$ca_8$	$ca_9$	$ca_{10}$	$ca_{11}$	$ca_{12}$	$ca_{13}$
11	1	1	0,25	0,33	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	1	0,5	0,33	0,5
12	1	1	1	0,33	0,25	0,33	0,33	1	0,25	0,5	0,5	1	0,33
13	0,5	1	1	0,5	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	1	0,5
14	1	0,33	1	0,5	0,5	0,25	0,33	1	0,25	1	0,25	0,33	0,5
15	1	1	0,25	0,5	0,5	0,33	0,33	0,25	0,33	0,5	0,5	0,33	0,33
16	1	1	1	0,33	0,5	0,33	0,5	0,25	0,25	1	0,25	1	0,33
17	1	1	1	0,5	0,25	0,33	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,33	0,5
18	1	1	1	0,5	0,5	0,25	0,5	1	0,33	0,5	0,25	1	0,33
19	0,5	1	1	0,5	0,5	0,33	0,33	1	0,33	1	0,25	0,33	0,5
20	0,5	0,33	1	0,5	0,5	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,5	0,33	0,33
21	0,5	0,33	0,25	0,5	0,5	0,33	0,5	1	0,25	1	0,5	1	0,33
22	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,33	0,5	1	0,33	0,5	0,5	1	0,5
23	0,5	1	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	1	0,33	1	0,25	1	0,5
24	1	0,33	1	0,33	0,25	0,25	0,5	1	0,33	1	0,5	0,33	0,5
25	1	1	0,25	0,5	0,25	0,25	0,33	1	0,33	1	0,5	1	0,33
26	1	1	1	0,33	0,5	0,25	0,33	0,25	0,33	1	0,5	1	0,5
27	0,5	1	1	0,5	0,25	0,33	0,33	0,25	0,25	1	0,5	1	0,5
28	0,5	0,33	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,5
29	0,5	0,33	0,25	0,5	0,5	0,33	0,33	1	0,25	0,5	0,25	1	0,5
30	0,5	0,33	0,25	0,33	0,5	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5
31	0,5	0,33	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	1	0,25	1	0,25	0,33	0,33
32	1	0,33	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	1	0,33	0,5	0,5	0,33	0,33
33	0,5	1	0,25	0,33	0,25	0,25	0,33	1	0,33	1	0,25	1	0,33
34	0,5	0,33	1	0,33	0,25	0,25	0,33	0,25	0,33	1	0,5	0,33	0,5
35	0,5	0,33	0,25	0,5	0,25	0,25	0,33	0,25	0,25	1	0,5	1	0,33
36	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,5
37	1	1	0,25	0,33	0,25	0,33	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	1	0,5
38	0,5	1	1	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5
39	1	0,33	1	0,5	0,25	0,25	0,33	1	0,25	0,5	0,25	0,33	0,33
40	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,33
41	1	0,33	1	0,33	0,5	0,33	0,33	0,25	0,25	1	0,25	0,33	0,33
42	1	1	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	0,33	0,33
43	0,5	1	1	0,33	0,5	0,25	0,5	1	0,25	0,5	0,25	1	0,33
44	0,5	0,33	0,25	0,33	0,25	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	0,33

Tabela 33. Níveis para  $ca_k$ 

Na Tabela 34, são apresentadas os níveis de  $cs_j$  para cada estação.

Ensaio	$cs_1$	$cs_2$	$cs_3$	$cs_4$	$cs_5$	$cs_6$	$cs_7$	$cs_8$	$cs_9$	$cs_{10}$	$cs_{11}$	$cs_{12}$	$cs_{13}$
1	0,5	0,33	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	1	0,25	1	0,25	0,33	0,5
2	1	0,33	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	1	0,33	0,5	0,5	0,33	0,5
3	0,5	1	0,25	0,33	0,25	0,25	0,33	1	0,33	1	0,25	1	0,5
4	0,5	0,33	1	0,33	0,25	0,25	0,33	0,25	0,33	1	0,5	0,33	1
5	0,5	0,33	0,25	0,5	0,25	0,25	0,33	0,25	0,25	1	0,5	1	0,5
6	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	0,5	1	1
7	1	1	0,25	0,33	0,25	0,33	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	1	1
8	0,5	1	1	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	1
9	1	0,33	1	0,5	0,25	0,25	0,33	1	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5
10	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5
11	1	0,33	1	0,33	0,5	0,33	0,33	0,25	0,25	1	0,25	0,33	0,5



Ensaio	$cs_1$	$cs_2$	$cs_3$	$cs_4$	$cs_5$	$cs_6$	$cs_7$	$cs_8$	$cs_9$	$cs_{10}$	$cs_{11}$	$cs_{12}$	$cs_{13}$
12	1	1	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	0,33	0,5
13	0,5	1	1	0,33	0,5	0,25	0,5	1	0,25	0,5	0,25	1	0,5
14	1	0,33	1	0,5	0,25	0,33	0,33	1	0,33	0,5	0,25	0,33	1
15	1	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,33	1	0,25	0,33	0,5
16	0,5	1	1	0,33	0,5	0,33	0,33	1	0,25	1	0,5	0,33	0,5
17	0,5	0,33	1	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5	0,5	1	0,5
18	1	0,33	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	1	0,25	1	0,25	1	1
19	0,5	1	0,25	0,33	0,5	0,33	0,33	1	0,33	0,5	0,5	0,33	1
20	1	0,33	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,25	1	0,5
21	0,5	1	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	1	0,25	1	0,5	0,33	1
22	0,5	0,33	1	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,33	0,5	0,5	1	0,5
23	1	0,33	0,25	0,5	0,25	0,33	0,33	0,25	0,33	1	0,25	1	1
24	1	1	0,25	0,33	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	1	0,5	0,33	1
25	1	1	1	0,33	0,25	0,33	0,33	1	0,25	0,5	0,5	1	0,5
26	0,5	1	1	0,5	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	1	1
27	1	0,33	1	0,5	0,5	0,25	0,33	1	0,25	1	0,25	0,33	1
28	1	1	0,25	0,5	0,5	0,33	0,33	0,25	0,33	0,5	0,5	0,33	0,5
29	1	1	1	0,33	0,5	0,33	0,5	0,25	0,25	1	0,25	1	0,5
30	1	1	1	0,5	0,25	0,33	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,33	1
31	1	1	1	0,5	0,5	0,25	0,5	1	0,33	0,5	0,25	1	0,5
32	0,5	1	1	0,5	0,5	0,33	0,33	1	0,33	1	0,25	0,33	1
33	0,5	0,33	1	0,5	0,5	0,33	0,5	0,25	0,33	1	0,5	0,33	0,5
34	0,5	0,33	0,25	0,5	0,5	0,33	0,5	1	0,25	1	0,5	1	0,5
35	1	0,33	0,25	0,33	0,5	0,33	0,5	1	0,33	0,5	0,5	1	1
36	0,5	1	0,25	0,33	0,25	0,33	0,5	1	0,33	1	0,25	1	1
37	1	0,33	1	0,33	0,25	0,25	0,5	1	0,33	1	0,5	0,33	1
38	1	1	0,25	0,5	0,25	0,25	0,33	1	0,33	1	0,5	1	0,5
39	1	1	1	0,33	0,5	0,25	0,33	0,25	0,33	1	0,5	1	1
40	0,5	1	1	0,5	0,25	0,33	0,33	0,25	0,25	1	0,5	1	1
41	0,5	0,33	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1	1
42	0,5	0,33	0,25	0,5	0,5	0,33	0,33	1	0,25	0,5	0,25	1	1
43	0,5	0,33	0,25	0,33	0,5	0,33	0,5	0,25	0,33	0,5	0,25	0,33	1
44	0,5	0,33	0,25	0,33	0,25	0,25	0,33	0,25	0,25	0,5	0,25	0,33	0,5

Tabela 34. Níveis para  $cs_j$ 

Os níveis do fator de controle  $\rho_j$  para cada uma das 13 estações são apresentadas na Tabela 35:

Ensaio	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	$\rho_5$	$\rho_6$	$\rho_7$	$\rho_8$	$\rho_9$	$\rho_{10}$	$\rho_{11}$	$\rho_{12}$	$\rho_{13}$
1	0,9	0,9	0,9	0,7	0,7	0,3	0,7	0,9	0,5	0,7	0,3	0,9	0,3
2	0,7	0,9	0,9	0,7	0,7	0,5	0,5	0,9	0,5	0,9	0,3	0,5	0,5
3	0,7	0,5	0,9	0,7	0,7	0,5	0,7	0,3	0,5	0,9	0,7	0,5	0,3
4	0,7	0,5	0,3	0,7	0,7	0,5	0,7	0,9	0,3	0,9	0,7	0,9	0,3
5	0,9	0,5	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,9	0,5	0,7	0,7	0,9	0,5
6	0,7	0,9	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7	0,9	0,5	0,9	0,3	0,9	0,5
7	0,9	0,5	0,9	0,5	0,3	0,3	0,7	0,9	0,5	0,9	0,7	0,5	0,5
8	0,9	0,9	0,3	0,7	0,3	0,3	0,5	0,9	0,5	0,9	0,7	0,9	0,3
9	0,9	0,9	0,9	0,5	0,7	0,3	0,5	0,3	0,5	0,9	0,7	0,9	0,5
10	0,7	0,9	0,9	0,7	0,3	0,5	0,5	0,3	0,3	0,9	0,7	0,9	0,5
11	0,7	0,5	0,9	0,7	0,7	0,3	0,7	0,3	0,3	0,7	0,7	0,9	0,5

Ensaio	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_4$	$\rho_5$	$\rho_6$	$\rho_7$	$\rho_8$	$\rho_9$	$\rho_{10}$	$\rho_{11}$	$\rho_{12}$	$\rho_{13}$
12	0,7	0,5	0,3	0,7	0,7	0,5	0,5	0,9	0,3	0,7	0,3	0,9	0,5
13	0,7	0,5	0,3	0,5	0,7	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,5
14	0,7	0,5	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7	0,9	0,3	0,9	0,3	0,5	0,3
15	0,9	0,5	0,3	0,5	0,3	0,3	0,7	0,9	0,5	0,7	0,7	0,5	0,3
16	0,7	0,9	0,3	0,5	0,3	0,3	0,5	0,9	0,5	0,9	0,3	0,9	0,3
17	0,7	0,5	0,9	0,5	0,3	0,3	0,5	0,3	0,5	0,9	0,7	0,5	0,5
18	0,7	0,5	0,3	0,7	0,3	0,3	0,5	0,3	0,3	0,9	0,7	0,9	0,3
19	0,9	0,5	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,3	0,3	0,7	0,7	0,9	0,5
20	0,9	0,9	0,3	0,5	0,3	0,5	0,5	0,3	0,3	0,7	0,3	0,9	0,5
21	0,7	0,9	0,9	0,5	0,3	0,3	0,7	0,3	0,3	0,7	0,3	0,5	0,5
22	0,9	0,5	0,9	0,7	0,3	0,3	0,5	0,9	0,3	0,7	0,3	0,5	0,3
23	0,7	0,9	0,3	0,7	0,7	0,3	0,5	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,3
24	0,9	0,5	0,9	0,5	0,7	0,5	0,5	0,3	0,3	0,9	0,3	0,5	0,3
25	0,9	0,9	0,3	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,3	0,7	0,7	0,5	0,3
26	0,7	0,9	0,9	0,5	0,7	0,3	0,7	0,9	0,3	0,7	0,3	0,9	0,3
27	0,9	0,5	0,9	0,7	0,3	0,5	0,5	0,9	0,5	0,7	0,3	0,5	0,5
28	0,9	0,9	0,3	0,7	0,7	0,3	0,7	0,3	0,5	0,9	0,3	0,5	0,3
29	0,7	0,9	0,9	0,5	0,7	0,5	0,5	0,9	0,3	0,9	0,7	0,5	0,3
30	0,7	0,5	0,9	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,7	0,7	0,9	0,3
31	0,9	0,5	0,3	0,7	0,7	0,3	0,7	0,9	0,3	0,9	0,3	0,9	0,5
32	0,7	0,9	0,3	0,5	0,7	0,5	0,5	0,9	0,5	0,7	0,7	0,5	0,5
33	0,9	0,5	0,9	0,5	0,3	0,5	0,7	0,3	0,5	0,9	0,3	0,9	0,3
34	0,7	0,9	0,3	0,7	0,3	0,3	0,7	0,9	0,3	0,9	0,7	0,5	0,5
35	0,7	0,5	0,9	0,5	0,7	0,3	0,5	0,9	0,5	0,7	0,7	0,9	0,3
36	0,9	0,5	0,3	0,7	0,3	0,5	0,5	0,3	0,5	0,9	0,3	0,9	0,5
37	0,9	0,9	0,3	0,5	0,7	0,3	0,7	0,3	0,3	0,9	0,7	0,5	0,5
38	0,9	0,9	0,9	0,5	0,3	0,5	0,5	0,9	0,3	0,7	0,7	0,9	0,3
39	0,7	0,9	0,9	0,7	0,3	0,3	0,7	0,3	0,5	0,7	0,3	0,9	0,5
40	0,9	0,5	0,9	0,7	0,7	0,3	0,5	0,9	0,3	0,9	0,3	0,5	0,5
41	0,9	0,9	0,3	0,7	0,7	0,5	0,5	0,3	0,5	0,7	0,7	0,5	0,3
42	0,9	0,9	0,9	0,5	0,7	0,5	0,7	0,3	0,3	0,9	0,3	0,9	0,3
43	0,9	0,9	0,9	0,7	0,3	0,5	0,7	0,9	0,3	0,7	0,7	0,5	0,5
44	0,7	0,5	0,3	0,5	0,3	0,3	0,5	0,3	0,3	0,7	0,3	0,5	0,3

Tabela 35. Níveis para  $\rho_j$ 

Os resultados para a simulação e as aproximações com base no planejamento de Plackett & Burman 44, são apresentados na Tabela 36:

Ensaio	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	32,5917	39,207	34,025	31,861	39,761	37,841	34,578
	0%	20,30%	4,40%	-2,24%	22,00%	16,11%	6,09%
2	30,7082	35,004	31,12	28,41	35,61	34,478	31,216
	0%	13,99%	1,34%	-7,48%	15,96%	12,28%	1,65%
3	23,6138	27,524	23,985	23,56	27,768	26,189	26,28
	0%	16,56%	1,57%	-0,23%	17,59%	10,91%	11,29%
4	25,1857	31,777	26,682	24,189	32,294	29,973	28,626
	0%	26,17%	5,94%	-3,96%	28,22%	19,01%	13,66%
5	27,6028	32,043	28,309	26,968	32,416	31,084	29,956
	0%	16,09%	2,56%	-2,30%	17,44%	12,61%	8,53%
6	28,926	34,429	30,191	27,384	35,044	33,609	30,431

Ensaio	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
	0%	19,02%	4,37%	-5,33%	21,15%	16,19%	5,20%
7	28,6408	34,772	29,433	28,973	34,956	32,107	32,461
	0%	21,41%	2,77%	1,16%	22,05%	12,10%	13,34%
8	31,8371	39,298	33,854	32,987	39,511	37,397	35,134
	0%	23,43%	6,34%	3,61%	24,10%	17,46%	10,36%
9	36,3387	40,795	36,839	34,278	41,422	40,013	37,26
	0%	12,26%	1,38%	-5,67%	13,99%	10,11%	2,54%
10	27,5225	35,643	29,008	29,029	35,799	32,218	31,514
	0%	29,50%	5,40%	5,47%	30,07%	17,06%	14,50%
11	24,3865	28,938	24,77	23,512	29,21	27,143	26,729
	0%	18,66%	1,57%	-3,59%	19,78%	11,30%	9,61%
12	20,4518	24,355	21,015	20,172	24,535	23,148	22,332
	0%	19,08%	2,75%	-1,37%	19,96%	13,18%	9,19%
13	12,2824	14,008	12,276	11,944	14,101	13,908	13,588
	0%	14,05%	-0,05%	-2,76%	14,81%	13,24%	10,63%
14	20,6677	24,671	22,045	20,886	24,91	24,029	23,407
	0%	19,37%	6,66%	1,06%	20,53%	16,26%	13,25%
15	20,977	24,328	21,255	20,419	24,43	23,653	22,849
	0%	15,97%	1,33%	-2,66%	16,46%	12,76%	8,92%
16	33,2883	38,686	34,79	33,353	38,784	37,37	35,132
	0%	16,22%	4,51%	0,19%	16,51%	12,26%	5,54%
17	22,417	24,876	22,762	21,373	25,187	24,321	23,934
	0%	10,97%	1,54%	-4,66%	12,36%	8,49%	6,77%
18	24,3581	27,373	25,346	23,773	27,595	26,959	25,987
	0%	12,38%	4,06%	-2,40%	13,29%	10,68%	6,69%
19	19,6755	22,759	20,116	19,814	22,922	22,14	21,651
	0%	15,67%	2,24%	0,70%	16,50%	12,53%	10,04%
20	27,4087	29,891	26,376	25,26	30,229	29,055	27,444
	0%	9,06%	-3,77%	-7,84%	10,29%	6,01%	0,13%
21	20,4335	25,325	21,755	22,239	25,4	23,913	23,455
	0%	23,94%	6,47%	8,84%	24,31%	17,03%	14,79%
22	27,3143	30,833	27,867	26,513	31,187	29,871	29,195
	0%	12,88%	2,02%	-2,93%	14,18%	9,36%	6,89%
23	16,8454	18,464	16,192	15,87	18,789	18,309	17,329
	0%	9,61%	-3,88%	-5,79%	11,54%	8,69%	2,87%
24	26,2311	30,305	27,004	26,846	30,406	28,921	29,205
	0%	15,53%	2,95%	2,34%	15,92%	10,25%	11,34%
25	25,3772	27,932	25,352	25,315	28,012	27,421	26,543
	0%	10,07%	-0,10%	-0,25%	10,38%	8,05%	4,59%
26	35,9663	42,21	36,804	36,95	42,325	39,247	38,63
	0%	17,36%	2,33%	2,74%	17,68%	9,12%	7,41%
27	31,7596	34,395	31,215	30,351	34,585	33,122	32,862
	0%	8,30%	-1,71%	-4,44%	8,90%	4,29%	3,47%
28	27,412	32,255	28,177	27,886	32,336	31,078	29,743
	0%	17,67%	2,79%	1,73%	17,96%	13,37%	8,50%
29	34,3497	42,791	36,176	36,596	42,873	39,229	38,746
	0%	24,57%	5,32%	6,54%	24,81%	14,20%	12,80%
30	22,4866	28,6	22,98	22,204	28,777	25,795	25,786
	0%	27,19%	2,19%	-1,26%	27,97%	14,71%	14,67%
31	33,6007	41,151	35,684	34,213	41,256	38,834	37,862
	0%	22,47%	6,20%	1,82%	22,78%	15,57%	12,68%
32	25,3711	30,989	26,545	26,116	31,085	29,644	27,952
	0%	22,14%	4,63%	2,94%	22,52%	16,84%	10,17%

Ensaio	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
33	30,6544	35,149	31,477	29,707	35,61	33,88	33,175
	0%	14,66%	2,68%	-3,09%	16,17%	10,52%	8,22%
34	27,1111	33,18	29,154	26,788	33,848	32,577	30,069
	0%	22,39%	7,54%	-1,19%	24,85%	20,16%	10,91%
35	28,62	34,99	29,58	27,81	35,23	32,52	31,62
	0%	22,25%	3,35%	-2,83%	23,10%	13,61%	10,48%
36	25,5686	30,551	26,938	25,293	30,727	29,629	28,299
	0%	19,49%	5,36%	-1,08%	20,17%	15,88%	10,68%
37	28,7987	31,413	28,128	26,097	32,037	31,236	29,26
	0%	9,08%	-2,33%	-9,38%	11,24%	8,46%	1,60%
38	39,8296	48,043	40,313	40,65	48,107	43,736	42,895
	0%	20,62%	1,21%	2,06%	20,78%	9,81%	7,70%
39	32,2009	38,106	32,652	32,685	38,186	35,337	34,514
	0%	18,34%	1,40%	1,50%	18,59%	9,74%	7,18%
40	30,4906	37,133	30,881	29,514	37,507	33,955	34,442
	0%	21,79%	-1,05%	3,16%	-23,77%	-9,24%	-11,64%
41	20,359	23,136	20,173	19,132	23,567	23,202	21,404
	0%	13,64%	-0,91%	-6,03%	15,76%	13,96%	5,13%
42	31,8031	37,535	32,207	29,391	38,299	35,959	33,205
	0%	18,02%	1,27%	-7,58%	20,43%	13,07%	4,41%
43	27,1616	31,592	28,152	26,255	32,114	31,374	28,687
	0%	16,31%	3,65%	-3,34%	18,23%	15,51%	5,62%
44	8,5324	9,573	7,936	7,826	9,69	9,601	9,392
	0%	12,20%	-6,99%	-8,28%	13,57%	12,52%	10,07%
TG	1177,16	1386,03	1207,54	1160,39	1398,44	1325,02	1274,78
DG	0%	17,74%	2,58%	-1,42%	18,80%	12,56%	8,29%

Tabela 36. Resultados da simulação e das aproximações  $E(L_j)$  para o delineamento de PB

Os valores em destaque na Tabela 36 representam os menores desvios das aproximações em relação a simulação. Na primeira coluna, temos cada um dos 44 ensaios realizados e nas duas últimas linhas, ainda dessa coluna, os valores de **TG** e de **DG**, ou seja, total geral e desvio geral, para o número médio de *jobs*, respectivamente. Na segunda coluna, temos o número médio de *jobs* obtido pela simulação e nas demais colunas de 2 a 7, os valores dos números médio de *jobs* com base nas 6 aproximações estudadas.

Como podemos observar na última linha da Tabela 36, o maior desvio foi de 18,80%, **Aprox 4**. A **Aprox 1** alcançou 17,74% e a **Aprox 5** 12,56% de desvio. Três aproximações tiveram os menores desvios relativos à simulação para o número médio de *jobs* na rede. A **Aprox 6** obteve um valor de 8,29% e a **Aprox 2**, um valor de 2,58%. Mais uma vez, a **Aprox 3** obteve em média o melhor desempenho (menor desvio em relação à simulação), quando comparado as demais aproximações. No total geral, o desvio da **Aprox 3** foi de apenas 1,42%. Dessa vez, assim como aconteceu em Morabito (1998) e Silva (2005), as 3 aproximações (**Aprox 3**, **Aprox 2** e **Aprox 6**), foram as que melhor descreveram o

comportamento do sistema em relação à simulação, para essa rede estudada. Nas Figuras de 69 a 74 são apresentadas uma análise das aproximações e os ensaios realizados.

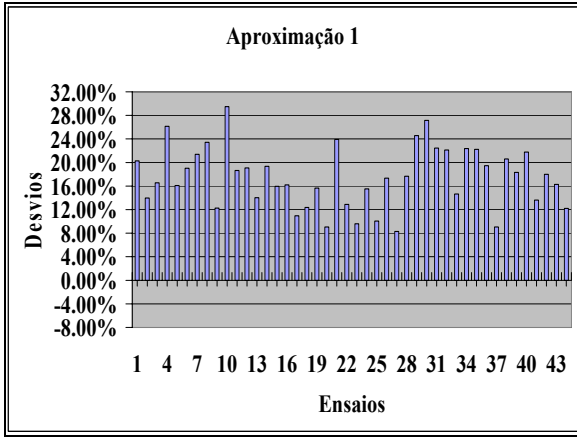


Figura 69. Aprox 1 para o experimento de PB

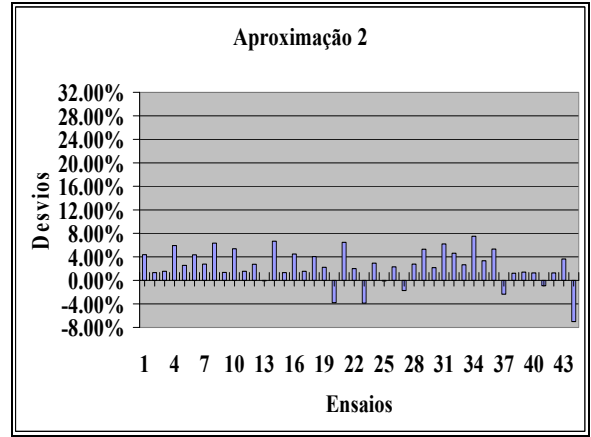


Figura 70. Aprox 2 para o experimento de PB

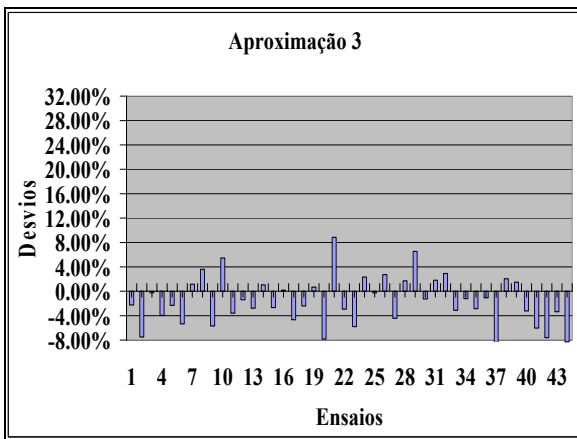


Figura 71. Aprox 3 para o experimento de PB

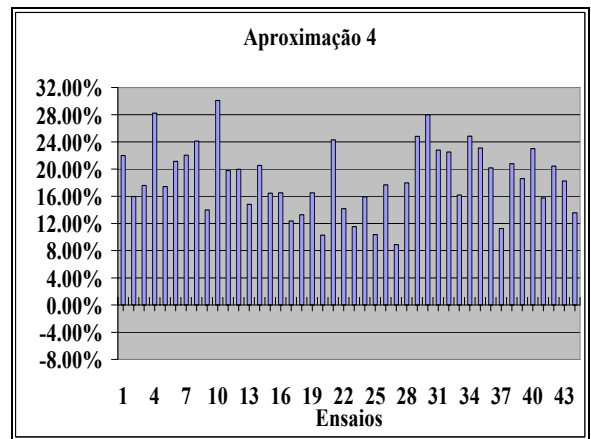


Figura 72. Aprox 4 para o experimento de PB

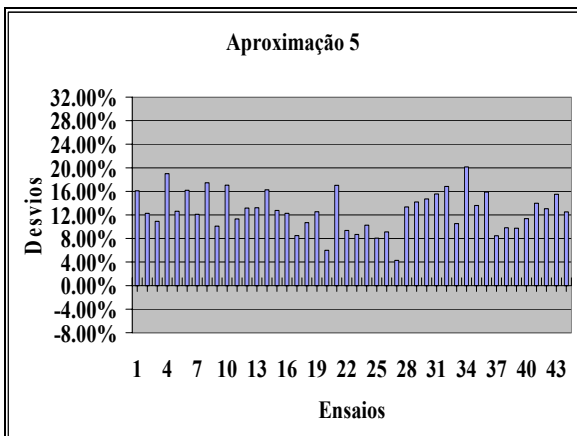


Figura 73. Aprox 5 para o experimento de PB

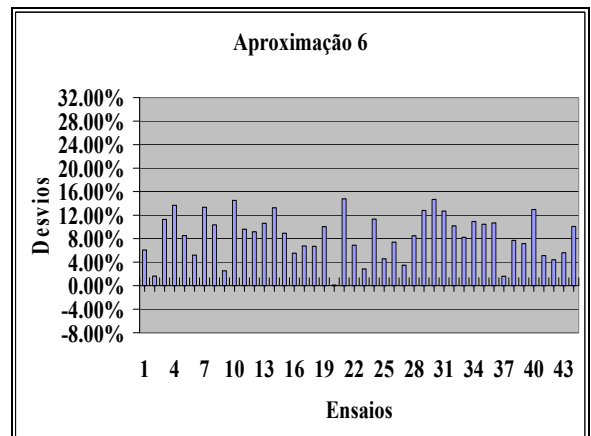


Figura 74. Aprox 6 para o experimento de PB

Note que a mesma tendência de sobreestimar observada para a **Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6** nos experimentos com a rede de Bitran e Tirupati (1988), também é aqui observada nas Figuras 33, 36, 37 e 38 de PB.

Analisando mais detalhadamente o experimento, ensaio por ensaio, é interessante notar que, dos 44 ensaios que foram realizados para esse experimento de Plackett & Burman, em 21 situações (47,70%), a **Aprox 2** teve menores desvios relativos à simulação. A **Aprox 3** que em média foi mais eficiente, ficou atrás em apenas um ensaio, ou seja, em 20 configurações de redes, cerca de 45,50%. A **Aprox 6** ficou em apenas 3 situações (6,80%), como a melhor aproximação em comparação as demais. As **Aprox 1**, **Aprox 4** e **Aprox 5** não foram melhores em nenhuma das 44 configurações analisadas para a rede.

Em muitas situações nesse experimento realizado, os desvios para a **Aprox 2** e a **Aprox 3** se mostraram bem baixos, próximos dos resultados da simulação. Alguns exemplos são: ensaio 12, 2,75% para a **Aprox 2** e 1,37% para a **Aprox 3**; ensaio 22, 2,02% para a **Aprox 2** e 2,93% para a **Aprox 3**; ensaio 33, 2,68% para a **Aprox 2** e 3,09% para a **Aprox 3**. Fica evidente que tanto a **Aprox 2** como a **Aprox 3** são bem mais eficientes para redes de filas com características como as estudadas até agora, ou seja, rede genérica, com múltiplas classes de produtos com roteiros determinísticos e estações de trabalho *GI/G/1* representando sistemas de manufaturas. Essas aproximações diferem uma da outra durante o processo de separação de partidas. A **Aprox 3** utiliza o sistema linear (54), alternativo ao sistema linear (49) usado pela **Aprox 2**. As duas aproximações consideram a interferência entre as classes.

A **Aprox 2** e a **Aprox 3** foram as únicas aproximações que não tiveram desvios acima dos 10% em nenhum dos 44 ensaios. Isso pode ser melhor observado pelas Figuras 34 e 35. Por outro lado, podemos encontrar desvios acima dos 10%. No ensaio 4 a **Aprox 6** obteve um desvio de 13,66%, no ensaio 33, a **Aprox 5** teve um desvio de 16,17%, no ensaio 1, a **Aprox 4** obteve desvio de 22,00%, esses são alguns exemplos.

A Tabela 37 apresenta os melhores e piores desvios entre as aproximações.

Melhor	Desvio	Ensaio	Pior	Desvio	Ensaio
<b>Aprox 1</b>	8,30%	28	<b>Aprox 1</b>	29,50%	10
<b>Aprox 2</b>	0,05%	13	<b>Aprox 2</b>	7,54%	34
<b>Aprox 3</b>	0,19%	16	<b>Aprox 3</b>	9,38%	37
<b>Aprox 4</b>	8,90%	27	<b>Aprox 4</b>	30,07%	10
<b>Aprox 5</b>	4,29%	27	<b>Aprox 5</b>	20,16%	34
<b>Aprox 6</b>	0,13%	20	<b>Aprox 6</b>	14,79%	21

Tabela 37. Melhores e piores desvios no experimento de Plackett & Burman

A título de ilustração, a Tabela 38 abaixo apresenta a configuração da rede que obteve o melhor desvio dentre todos.

<b>Produtos/Estações</b>	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_i$
<b>1</b>	0,5	0,5	0,7
<b>2</b>	1	1	0,5
<b>3</b>	1	1	0,3
<b>4</b>	0,5	0,33	0,5
<b>5</b>	0,25	0,5	0,7
<b>6</b>	0,25	0,25	0,5
<b>7</b>	0,5	0,5	0,7
<b>8</b>	0,25	1	0,3
<b>9</b>	0,33	0,25	0,5
<b>10</b>	0,5	0,5	0,7
<b>11</b>	0,25	0,25	0,3
<b>12</b>	1	1	0,5
<b>13</b>	0,5	0,5	0,5

**Tabela 38. Melhor configuração do experimento de Plackett & Burman**

A Tabela 39 apresenta a configuração dos parâmetros analisados no experimento para o melhor valor da **Aprox 3** no ensaio 16, com desvio de 0,19%

<b>Produtos/Estações</b>	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_i$
<b>1</b>	1	0,5	0,7
<b>2</b>	1	1	0,9
<b>3</b>	1	1	0,3
<b>4</b>	0,33	0,33	0,5
<b>5</b>	0,5	0,5	0,3
<b>6</b>	0,33	0,33	0,3
<b>7</b>	0,5	0,33	0,5
<b>8</b>	0,25	1	0,9
<b>9</b>	0,25	0,25	0,5
<b>10</b>	1	1	0,9
<b>11</b>	0,25	0,5	0,3
<b>12</b>	1	0,33	0,9
<b>13</b>	0,33	0,5	0,3

**Tabela 39. Configuração com o menor desvio da Aprox 3**

A Tabela 40 apresenta os níveis das variáveis de controle no ensaio 20, onde a **Aprox 6** teve desvio de 0,13% do obtido da simulação.

Produtos/Estação	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$
1	0,5	1	0,9
2	0,33	0,33	0,9
3	1	1	0,3
4	0,5	0,33	0,5
5	0,5	0,25	0,3
6	0,33	0,33	0,5
7	0,33	0,5	0,5
8	1	0,25	0,3
9	0,33	0,33	0,3
10	1	1	0,7
11	0,25	0,25	0,3
12	0,33	1	0,9
13	0,5	0,5	0,5

Tabela 40. Configuração com o menor desvio da Aprox 6

A **Aprox 2** e a **Aprox 3** podem ser utilizadas para avaliar o comportamento do desempenho de redes de filas em todas os 44 ensaios estudados, principalmente em situações onde a rede possui características de configurações como as apresentadas nas Tabelas 38 e 39, por exemplo. Por outro lado, não é recomendável a utilização da **Aprox 4**, especialmente em redes como do ensaio 10, no qual obteve o pior resultado entre todos os ensaios. A Tabela 41 apresenta as configurações das variáveis para o ensaio 10, onde a **Aprox 4** não teve bom desempenho.

Produtos/Estações	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$
1	1	0,5	0,7
2	0,33	1	0,9
3	0,25	0,25	0,9
4	0,5	0,5	0,7
5	0,25	0,5	0,3
6	0,33	0,25	0,5
7	0,33	0,33	0,5
8	0,25	0,25	0,3
9	0,33	0,33	0,3
10	1	0,5	0,9
11	0,25	0,25	0,7
12	1	0,33	0,9
13	0,5	0,5	0,5

Tabela 41. Configuração do ensaio 10 – Aprox 4

A **Aprox 2** e a **Aprox 3** em nenhuma situação tiveram desvios maiores do que 10%. Mesmo assim, convém destacar o ensaio 37, onde a **Aprox 3** obteve seu maior desvio, que foi de 9,38%. A Tabela 42 abaixo apresenta a configuração que esse ensaio teve.



Produtos/Estações	$ca_k$	$cs_j$	$\rho_j$
1	1	1	0,9
2	1	0,33	0,9
3	0,25	1	0,3
4	0,33	0,33	0,5
5	0,25	0,25	0,7
6	0,33	0,25	0,3
7	0,33	0,5	0,7
8	0,25	1	0,3
9	0,25	0,33	0,3
10	0,5	1	0,9
11	0,25	0,5	0,7
12	1	0,33	0,5
13	0,5	1	0,5

Tabela 42. Configuração do ensaio 37 – Aprox 3

A Tabela 43 apresenta os resultados dos efeitos do delineamento PB 44 para a Aprox 2.

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
Média	27,14447	0,701947	38,67024	0,000003
$ca_1$	-0,25552	1,403895	-0,18201	0,864429
$ca_2$	-0,74161	1,403895	-0,52825	0,625275
$ca_3$	-0,63627	1,390587	-0,45755	0,671025
$ca_4$	0,90572	1,390587	0,65132	0,550364
$ca_5$	-1,02617	1,390587	-0,73794	0,501499
$ca_6$	-0,46939	1,403895	-0,33435	0,754912
$ca_7$	0,49234	1,403895	0,35069	0,743509
$ca_8$	1,46717	1,390587	1,05508	0,350902
$ca_9$	-1,22143	1,403895	-0,87003	0,433381
$ca_{10}$	-0,19679	1,403895	-0,14017	0,895297
$ca_{11}$	-0,00306	1,403895	-0,00218	0,998364
$ca_{12}$	0,10457	1,403895	0,07449	0,944199
$ca_{13}$	-0,7299	1,390587	-0,52489	0,627408
$cs_1$	2,78517	1,390587	2,00288	0,115736
$cs_2$	0,60312	1,403895	0,4296	0,689614
$cs_3$	1,45176	1,403895	1,03409	0,359513
$cs_4$	-0,56336	1,390587	-0,40512	0,706119
$cs_5$	1,51224	1,403895	1,07718	0,342031
$cs_6$	0,72154	1,390587	0,51887	0,631234
$cs_7$	-1,30008	1,390587	-0,93492	0,402759
$cs_8$	2,45945	1,390587	1,76864	0,15168
$cs_9$	-0,40699	1,390587	-0,29268	0,784324
$cs_{10}$	2,43543	1,403895	1,73476	0,157801
$cs_{11}$	1,75199	1,390587	1,25989	0,276204
$cs_{12}$	0,75366	1,403895	0,53684	0,619848
$cs_{13}$	-1,58745	1,390587	-1,14157	0,317333
$\rho_1$	4,77917	1,390587	3,4368	0,026371
$\rho_2$	4,32948	1,403895	3,08391	0,036791
$\rho_3$	4,06092	1,390857	2,92029	0,043231
$\rho_4$	1,27436	1,390857	0,91642	0,411301
$\rho_5$	-0,87699	1,390857	-0,63066	0,562498

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
$\rho_6$	0,75772	1,390857	0,54489	0,614785
$\rho_7$	-0,44234	1,403895	-0,31508	0,768455
$\rho_8$	4,43228	1,390587	3,18734	0,033301
$\rho_9$	0,68979	1,403895	0,49134	0,648925
$\rho_{10}$	4,97297	1,403895	3,54227	0,023964
$\rho_{11}$	1,60963	1,390587	1,15752	0,311472
$\rho_{12}$	3,96555	1,390587	2,85171	0,046316
$\rho_{13}$	0,55824	1,403895	0,39764	0,711203

Tabela 43. Resultados dos efeitos da Aprox 2 no PB

O coeficiente de variação do intervalo de tempo entre chegadas ( $ca_k$ ) e o coeficiente de variação do tempo de atendimento ( $cs_j$ ) não foram estatisticamente significativos. Apenas a taxa de ocupação ( $\rho_j$ ), e, mesmo assim, das estações  $\rho_1, \rho_2, \rho_3, \rho_8, \rho_{10}$  e  $\rho_{12}$ , obtiveram valores de  $p$ -valor abaixo dos 5%, o que indica influência nessa variável resposta. Para a **Aprox 3**, mais uma vez, apenas a taxa de ocupação de algumas estações foram estatisticamente significativas em relação as demais variáveis analisadas. Pela Tabela 44, nota-se que, diferente da **Aprox 2**, a taxa de ocupação  $\rho_{12}$  na **Aprox 3** tem o  $p$ -valor maior do que 5%, portanto não sendo importante para essa variável resposta.

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
Média	26,04171	0,713708	36,48793	0,000003
$ca_1$	-0,40076	1,427415	-0,28076	0,792819
$ca_2$	-0,97039	1,427415	-0,67983	0,533923
$ca_3$	-0,59245	1,413885	-0,41902	0,696721
$ca_4$	1,07309	1,413885	0,75896	0,490138
$ca_5$	-1,20882	1,413885	-0,85496	0,440758
$ca_6$	-0,4477	1,427415	-0,31364	0,769469
$ca_7$	0,54612	1,427415	0,3826	0,721481
$ca_8$	1,68309	1,413885	1,1904	0,299707
$ca_9$	-1,48349	1,427415	-1,03928	0,357366
$ca_{10}$	0,04533	1,427415	0,03176	0,976186
$ca_{11}$	-0,25839	1,427415	-0,18102	0,865152
$ca_{12}$	0,1897	1,427415	0,13289	0,900694
$ca_{13}$	-0,51763	1,413885	-0,36611	0,732826
$cs_1$	2,97218	1,413885	2,10214	0,103404
$cs_2$	1,75297	1,427415	1,22807	0,286741
$cs_3$	1,42724	1,427415	0,99988	0,373953
$cs_4$	-0,50791	1,413885	-0,35923	0,737585
$cs_5$	1,50912	1,427415	1,05724	0,350024
$cs_6$	0,64118	1,413885	0,45349	0,67371
$cs_7$	-1,56054	1,413885	-1,10373	0,331643
$cs_8$	2,17845	1,413885	1,54076	0,198225
$cs_9$	-0,41	1,413885	-0,28998	0,786243
$cs_{10}$	2,61176	1,427415	1,82971	0,141275
$cs_{11}$	1,65027	1,413885	1,16719	0,307968
$cs_{12}$	0,77097	1,427415	0,54012	0,617784

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
$cs_{13}$	-1,70327	1,413885	-1,20467	0,29473
$\rho_1$	<b>4,62054</b>	<b>1,413885</b>	<b>3,26798</b>	<b>0,030848</b>
$\rho_2$	<b>4,27788</b>	<b>1,427415</b>	<b>2,99694</b>	<b>0,040063</b>
$\rho_3$	<b>4,11018</b>	<b>1,413885</b>	<b>2,90701</b>	<b>0,043809</b>
$\rho_4$	1,14682	1,413885	0,81111	0,462805
$\rho_5$	-1,12418	1,413885	-0,7951	0,471068
$\rho_6$	0,79645	1,413885	0,56331	0,603304
$\rho_7$	-0,73176	1,427415	-0,51265	0,63521
$\rho_8$	<b>3,98755</b>	<b>1,413885</b>	<b>2,82028</b>	<b>0,047815</b>
$\rho_9$	0,51339	1,427415	0,35967	0,737281
$\rho_{10}$	<b>4,32803</b>	<b>1,427415</b>	<b>3,03208</b>	<b>0,038702</b>
$\rho_{11}$	1,722	1,413885	1,21792	0,290182
$\rho_{12}$	3,45346	1,413885	2,44253	0,071014
$\rho_{13}$	0,34094	1,427415	0,23885	0,822959

Tabela 44. Resultados dos efeitos da Aprox 3 no PB

Uma situação semelhante que ocorre com a **Aprox 2**, acontece com os efeitos para a **Aprox 6**, como pode ser visto na Tabela 45. Nenhum dos  $ca_k$  e nenhum dos  $cs_j$  foram importantes. Novamente, apenas as taxas de  $\rho_1$ ,  $\rho_2$ ,  $\rho_3$ ,  $\rho_8$ ,  $\rho_{10}$  e  $\rho_{12}$  foram estatisticamente significativas.

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
Média	28,61939	0,773703	36,99013	0,000003
$ca_1$	-0,62268	1,547407	-0,4024	0,707966
$ca_2$	-1,16913	1,547407	-0,75554	0,491974
$ca_3$	-0,40088	1,532739	-0,26154	0,80659
$ca_4$	0,48488	1,532739	0,31635	0,767561
$ca_5$	-1,34195	1,532739	-0,87552	0,430716
$ca_6$	-0,29914	1,547407	-0,19332	0,85613
$ca_7$	-0,04521	1,547407	-0,02922	0,97809
$ca_8$	1,30231	1,532739	0,84966	0,443376
$ca_9$	-1,38368	1,547407	-0,89419	0,42176
$ca_{10}$	-0,18859	1,547407	-0,12187	0,908877
$ca_{11}$	0,27603	1,547407	0,17838	0,867092
$ca_{12}$	0,51267	1,547407	0,33131	0,757042
$ca_{13}$	-0,19615	1,532739	-0,12797	0,904347
$cs_1$	2,43642	1,532739	1,58959	0,187131
$cs_2$	1,84121	1,547407	1,18987	0,299893
$cs_3$	2,07867	1,547407	1,34332	0,250317
$cs_4$	0,08631	1,532739	0,05631	0,957796
$cs_5$	1,49931	1,547407	0,96892	0,387452
$cs_6$	0,90686	1,532739	0,59166	0,585899
$cs_7$	-1,6574	1,532739	-1,08133	0,340386
$cs_8$	1,67469	1,532739	1,09262	0,335955
$cs_9$	-0,49177	1,532739	-0,32084	0,764394
$cs_{10}$	2,74159	1,547407	1,77173	0,151134
$cs_{11}$	1,35488	1,532739	0,88396	0,426651
$cs_{12}$	1,46121	1,547407	0,9443	0,398486
$cs_{13}$	-0,97751	1,532739	-0,63775	0,558312

	Efeitos	Erro padrão	t(4)	p-valor
$\rho_1$	4,98386	1,532739	3,2516	0,031328
$\rho_2$	3,63541	1,547407	2,34936	0,07857
$\rho_3$	4,44523	1,532739	2,90019	0,04411
$\rho_4$	0,85924	1,532739	0,56059	0,604989
$\rho_5$	-0,89795	1,532739	-0,58585	0,589441
$\rho_6$	0,35215	1,532739	0,22975	0,829556
$\rho_7$	0,09767	1,547407	0,06312	0,952702
$\rho_8$	4,32642	1,532739	2,82267	0,047699
$\rho_9$	-0,04694	1,547407	-0,03033	0,977253
$\rho_{10}$	4,48815	1,547407	2,90043	0,044099
$\rho_{11}$	2,00495	1,532739	1,30808	0,260952
$\rho_{12}$	4,33276	1,532739	2,82681	0,047499
$\rho_{13}$	-0,00912	1,547407	-0,0059	0,995579

Tabela 45. Resultados dos efeitos da Aprox 6 no PB

A Tabela 46 indica quais as taxas de ocupações que são estatisticamente significativas para todas as aproximações e a simulação.

	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$	$\rho_8$	$\rho_{10}$	$\rho_{12}$
<b>Simulação</b>						
<b>Aprox 1</b>						
<b>Aprox 2</b>						
<b>Aprox 3</b>						
<b>Aprox 4</b>						
<b>Aprox 5</b>						
<b>Aprox 6</b>						

Tabela 46. Taxas de ocupação estatisticamente significativas em cada aproximação

As taxas de ocupação  $\rho_1$  e  $\rho_{12}$  para a **Aprox 1**, tiveram p-valor iguais a 0,062978 e 0,051103, respectivamente. A taxa de ocupação  $\rho_{12}$ , para a **Aprox 3**, obteve p-valor de 0,071014.

Analisando isoladamente cada uma dessas estações, onde as taxas de ocupação foram estatisticamente significativas, foi possível identificar que em nenhum ensaio uma mesma estação tinha um comportamento com só os melhores ou só os piores desvios, independente das aproximações. Por exemplo, na estação 10 há situações que para um certo ensaio o valor de  $E(L_j)$  está mais próximo da simulação. Por outro lado, num outro ensaio com outra configuração de rede, o desvio para a estação 10 é alto, algumas vezes acima dos 10%. Isso pode também ser verificado com outras estações.

## 5.5 Aplicação das Aproximações em Redes de Filas Reais

### 5.5.1 Rede de Filas Real de Bitran e Tirupati (1988)

A seguir aplicamos as aproximações para analisar duas redes de filas reais disponíveis na literatura.

Em Bitran e Tirupati (1988) foram apresentados os dados de um exemplo real de uma fábrica de semicondutores. Dados como o número de operações ( $n_k$ ) e o roteiro ( $n_{kl}$ ) já foram apresentados na seção 5.3. A Tabela 47 apresenta a distribuição e o  $scv$  do intervalo de tempo entre chegadas de cada família de produtos desse exemplo.

Classe	Distribuição	$ca_k^2$
1	Erlang -3	0,333
2	Erlang -2	0,500
3	Uniforme	0,333
4	Erlang -3	0,333
5	Erlang -4	0,250
6	Erlang -2	0,500
7	Erlang -4	0,250
8	Uniforme	0,333
9	Erlang -4	0,250
10	Erlang -2	0,500

Tabela 47. Dados de entrada para a rede real de Bitran e Tirupati (1988)

A Tabela 48 apresenta os dados de entrada para cada estação:

Estação	Distribuição	$E(s_j)$	$cs_j$	$\mu_j$	$\lambda_j$	$\rho_j$
1	Uniforme	0,780	0,333	1,282	1,0	0,78
2	Uniforme	0,348	0,333	2,874	2,5	0,87
3	Erlang - 2	2,667	0,500	0,375	0,3	0,80
4	Exponencial	1,057	1,000	0,946	0,7	0,74
5	Erlang - 3	2,000	0,333	0,500	0,5	0,80
6	Erlang - 4	1,400	0,250	0,714	0,6	0,74
7	Uniforme	1,775	0,333	0,563	0,4	0,71
8	Uniforme	1,875	0,333	0,533	0,4	0,75
9	Erlang - 2	1,175	0,500	0,851	0,8	0,94
10	Erlang - 3	1,800	0,333	0,556	0,4	0,72
11	Exponencial	1,440	1,000	0,694	0,5	0,72
12	Erlang - 4	1,157	0,250	0,864	0,7	0,81
13	Uniforme	1,450	0,333	0,690	0,6	0,87

Tabela 48. Dados de entrada para as estações da rede real de Bitran e Tirupati (1988)

Como Bitran e Tirupati (1988) não analisam a aplicação de todas as aproximações discutidas nessa dissertação, na Tabela 49 são apresentados resultados computacionais obtidos por cada uma delas, utilizando o mesmo exemplo da fábrica de semicondutores de Bitran e Tirupati (1988). Estes resultados também foram analisados em Morabito (1998).

Classe	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	1,96	1,63	1,63	1,63	1,63	2,29	1,63
2	3,23	3,61	3,34	2,8	3,83	4,26	3,28
3	2,18	3,08	2,22	2,05	3,09	2,49	2,09
4	2,27	2,72	2,28	2,07	2,77	2,66	2,44
5	2,1	2,84	2,25	1,85	2,86	2,51	2,13
6	2,38	3,44	2,61	2,08	3,48	3,00	2,54
7	1,46	1,81	1,46	1,23	1,84	1,69	1,58
8	1,58	2,14	1,78	1,42	2,14	2,01	1,46
9	7,74	11,01	9,14	7,04	11,04	9,66	7,33
10	1,45	1,82	1,6	1,31	1,85	1,8	1,43
11	2,03	2,36	2,24	1,9	2,43	2,45	2,14
12	2,17	2,82	2,24	1,88	2,86	2,62	2,27
13	3,19	4,5	3,73	2,78	4,54	4,07	3,14
<b>Total</b>	33,71	43,8	36,53	30,06	44,37	41,52	33,48
<b>Desvio</b>	0%	29,92%	8,36%	-10,83%	31,62%	23,14%	-0,71%

**Tabela 49. Resultados computacionais da rede real de Bitran e Tirupati (1988)**

Conforme esperado os resultados com os experimentos da seção 5.3 e 5.4, observa-se que **Aprox 1**, **Aprox 4** e **Aprox 5** soberestimam  $E(L_j)$ . No entanto, isso não foi observado com **Aprox 6**. De fato, em alguns ensaios no delineamento de Plackett & Burman, **Aprox 6** foi a que teve o melhor desempenho.

Como podemos notar, a **Aprox 2**, **Aprox 3** e **Aprox 6** tiveram os melhores comportamentos em relação a simulação, com desvios menores que 10% em relação à simulação.

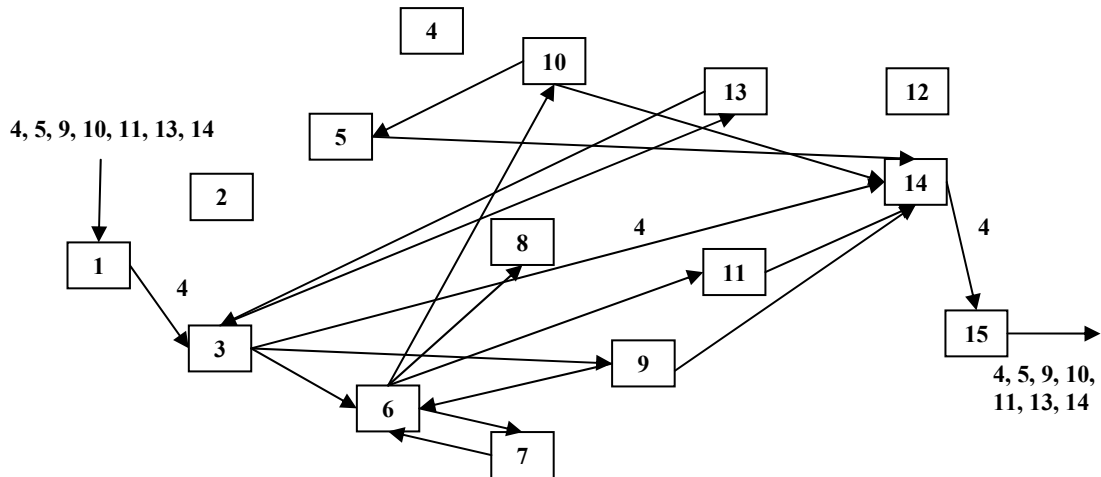
### 5.5.2 Rede de Filas real de Silva (2005)

Silva (2005) realizou um estudo numa fábrica fornecedora de peças metálicas que atendem indústrias automotivas e de eletrodomésticos (linha branca). Especificamente o sistema de manufatura *job-shop* analisado foi aquele responsável em produzir peças que atendem uma indústria automobilística. O sistema foi modelado como uma rede de filas abertas do tipo  $GI/G/1$  de múltiplas classes, dividida em 15 estações de trabalho ( $j = 1, 2,$

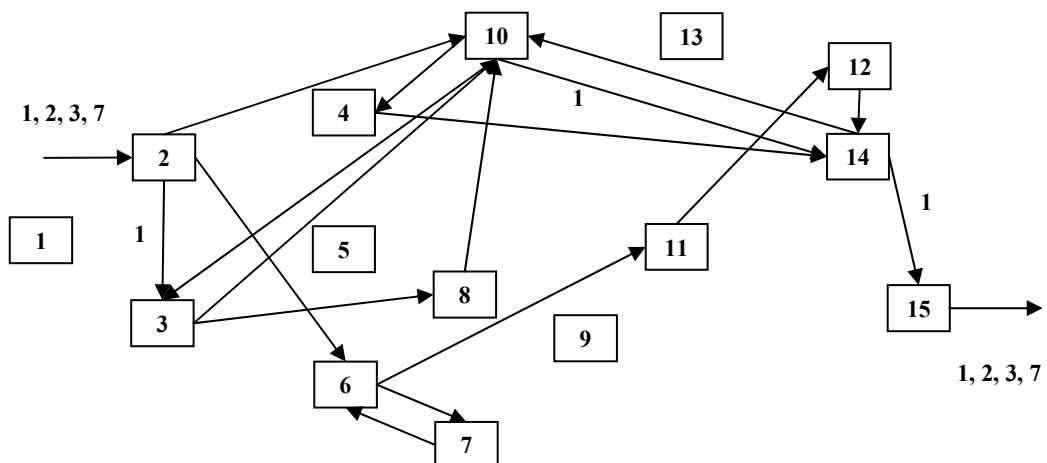
...,15), processando 14 classes de produtos ( $k = 1, 2, \dots, 14$ ). Os roteiros de fabricação para cada classe de produtos foram considerados determinísticos.

A Figura 75 mostra o roteiro de cada classe do sistema *job-shop* estudado por Silva (2005).

(a)  $k$  4, 5, 9, 10, 11, 13, 14



(b)  $k$  1, 2, 3 e 7



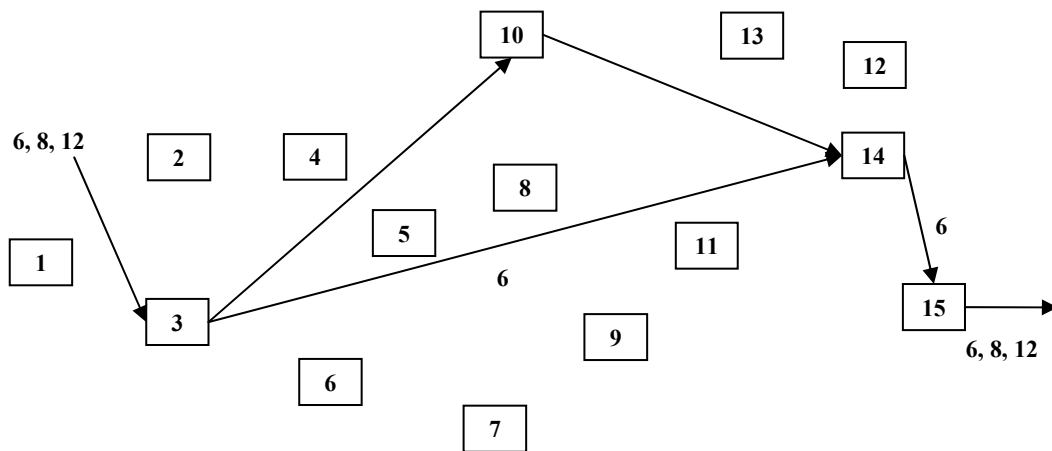
(c)  $k = 6, 8 \text{ e } 12$ 

Figura 75. Roteiros para as classes da rede real de Silva (2005)

A Tabela 50 mostra os dados de entrada utilizados por Silva (2005), que caracterizam os processos de chegadas externas e os roteiros de fabricação para cada uma das 14 família de produtos.

Classe	$\lambda'_k$	$ca'_k$	$n_k$	$n_{kl}$
1	0,003571	0,3818	5	2, 3, 10, 14, 15
2	0,007617	0,3377	8	2, 10, 3, 8, 10, 4, 14, 15
3	0,003891	0,2569	9	2, 6, 7, 6, 11, 12, 14, 14, 15
4	0,002113	0,5092	4	1, 3, 14, 15
5	0,002292	0,2853	8	1, 3, 9, 6, 10, 5, 14, 15
6	0,001932	0,4048	4	3, 14, 14, 15
7	0,001857	0,2939	7	2, 10, 14, 14, 10, 14, 15
8	0,001490	0,2934	5	3, 14, 14, 14, 15
9	0,002800	0,4131	8	1, 3, 9, 6, 8, 10, 14, 15
10	0,001079	0,2817	5	1, 3, 14, 14, 15
11	0,003455	0,4351	5	1, 3, 9, 14, 15
12	0,002862	0,3607	4	3, 10, 14, 15
13	0,001433	0,3037	9	1, 3, 6, 7, 6, 11, 14, 14, 15
14	0,001355	0,3528	7	1, 3, 13, 3, 9, 14, 15

Tabela 50. Dados de entrada rede real de Silva (2005)

A Tabela 51 apresenta os tempos médios de serviço em cada operação  $l$  para cada classe  $k$ .



<i>l</i>	Classe – <i>k</i>													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	5,76	19,19	26,94	0,72	1,080	42,33	14,60	38,15	23,90	54,63	1,261	24,265	3,21	0,57
2	27,83	8,66	33,83	17,56	22,04	3,97	18,96	3,89	30,97	41,87	11,395	8,565	19,70	24,16
3	4,77	27,99	35,66	1,77	18,40	3,03	3,29	2,03	28,48	4,53	21,002	3,731	10,12	13,57
4	5,51	12,49	47,81	2,19	14,02	2,56	8,05	6,49	25,13	7,158	5,216	2,676	17,69	19,45
5	2,346	31,368	9,14	-	7,60	-	32,35	3,103	6,399	4,320	1,82	-	10,98	48,55
7	-	6,971	4,52	-	8,92	-	6,64	-	6,281	-	-	-	2,623	6,881
8	-	12,639	3,247	-	2,700	-	-	-	3,62	-	-	-	3,399	-
9	-	-	2,56	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1,60	-

Tabela 51. Dados de entrada das estações da rede real de Silva (2005)

A Tabela 52 apresenta os dados obtidos após o processo de agregação de classes.

Estação	$\lambda'_k$	$E(a_{0j})$	$ca_{0j}$	$\mu_j$	$E(s_j)$	$cs_j$
1	0,015	66,67	0,962	0,104	9,62	2,948
2	0,017	58,82	0,874	0,057	17,54	0,527
3	0,006	166,67	0,431	0,038	26,32	0,366
4	-	-	-	0,067	14,93	0,453
5	-	-	-	0,152	6,58	0,254
6	-	-	-	0,035	28,57	0,471
7	-	-	-	0,032	31,25	0,288
8	-	-	-	0,092	10,87	0,513
9	-	-	-	0,038	26,32	0,359
10	-	-	-	0,063	15,87	1,009
11	-	-	-	0,126	7,94	0,280
12	-	-	-	0,211	4,74	0,197
13	-	-	-	0,074	13,51	0,117
14	-	-	-	0,199	5,03	0,444
15	-	-	-	0,201	4,98	1,319

Tabela 52. Dados agregados da rede real de Silva (2005)

Já na Tabela 53 é apresentado os resultados com o número médio de itens para todas as classes, obtidos pela simulação e pelas 6 aproximações, assim como, os desvios em relação aos valores da simulação.

Classe	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
1	0,477	0,623	0,465	0,502	0,631	0,577	0,554
2	1,709	2,123	1,754	1,817	2,146	2,031	1,975
3	0,948	1,023	0,946	0,937	1,032	1,029	1,018
4	0,217	0,283	0,202	0,222	0,287	0,256	0,243
5	0,405	0,518	0,407	0,419	0,525	0,498	0,471
6	0,314	0,409	0,337	0,352	0,413	0,384	0,373
7	0,304	0,331	0,306	0,306	0,333	0,332	0,329
8	0,344	0,395	0,338	0,349	0,397	0,376	0,367

Classe	Sim	Aprox 1	Aprox 2	Aprox 3	Aprox 4	Aprox 5	Aprox 6
9	0,671	0,781	0,646	0,660	0,791	0,758	0,725
10	0,241	0,297	0,255	0,265	0,299	0,283	0,277
11	0,457	0,534	0,402	0,432	0,540	0,502	0,467
12	0,341	0,465	0,349	0,368	0,471	0,428	0,409
13	0,356	0,391	0,314	0,320	0,396	0,374	0,362
14	0,363	0,460	0,359	0,383	0,464	0,430	0,408
<b>Total</b>	7,147	8,633	7,082	7,333	8,723	8,257	7,980
<b>Desvio</b>	0%	20,8%	-0,9%	2,6%	22,1%	15,5%	11,7%

Tabela 53. Resultados das aproximações para a rede real usada por Silva (2005)

Observa-se que, conforme esperado, novamente **Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6** sobrestimam os valores de  $E(L_j)$ .

Como pode ser notado, a **Aprox 2**, **Aprox 3** e **Aprox 6** obtiveram os menores desvios, 0,9%, 2,6% e 11,7%, respectivamente. A **Aprox 4** foi aquela que teve o maior desvio entre todas as outras aproximações, seguida pela **Aprox 1** e a **Aprox 5**.

Silva (2005) ainda experimentou considerar a rede de filas como determinística e como uma rede de Jackson e, desta maneira, comparar os resultados com o que foi obtido pela simulação e pela **Aprox 2**. A Tabela 54 apresenta estes resultados.

Classe	Sim	Determ	Jackson	Aprox 2
1	0,477	0,248	0,96	0,465
2	1,709	1,232	2,914	1,754
3	0,948	0,879	1,162	0,946
4	0,217	0,088	0,464	0,202
5	0,405	0,248	0,781	0,407
6	0,314	0,234	0,571	0,337
7	0,304	0,275	0,372	0,306
8	0,344	0,258	0,521	0,338
9	0,671	0,451	1,105	0,646
10	0,241	0,196	0,391	0,255
11	0,457	0,208	0,859	0,402
12	0,341	0,178	0,724	0,349
13	0,356	0,215	0,557	0,314
14	0,363	0,213	0,698	0,359
<b>Total</b>	7,147	4,922	12,08	7,082
<b>Desvio</b>	0%	-31,1%	69,0%	-0,9%

Tabela 54. Comparações entre diferentes redes

Quando a rede foi considerada determinística ( $ca'_k = cs_{kl} = 0$ ,  $k = 1, \dots, r$ ;  $l = 1, \dots, n_k$ ), não existindo incertezas tanto no processo de chegadas como no de serviços, o desvio em relação ao obtido pela simulação é de 31,1%, o que subestima sensivelmente o

valor do número de itens. Situação pior foi quando se considerou a rede como de Jackson ( $ca'_k = cs_{kl} = 1$ ,  $k = 1, \dots, r$ ;  $l = 1, \dots, n_k$ ). O desvio foi de 69,0%, superestimando substancialmente o número de itens. Tais subestimações e superestimações eram já esperadas.

Os resultados da aplicação das aproximações nas redes de filas reais analisadas em Bitran e Tirupati (1988) (seção 5.5.1) e em Silva (2005) (está seção), mostram comportamentos similares ao observados com os exemplos aleatórios nas seções anteriores deste capítulo.

## 6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

### 6.1 Conclusões

Métodos analíticos de aproximação surgem em razão das dificuldades e das limitações dos métodos analíticos exatos em avaliar redes de filas genéricas, ou seja, redes com características não-Markovianas, onde os processos de chegadas externas não seguem uma distribuição de Poisson e/ou os processos de serviços não são exponenciais. Na literatura, os métodos analíticos de aproximação mais utilizados para avaliar sistemas de manufatura *job-shop* são os métodos de decomposição, em razão da facilidade desses métodos em descrever o desempenho da rede, basicamente em função de poucos parâmetros.

Esta dissertação estudou o uso de redes de filas abertas (*OQN*) para representar sistemas discretos de manufatura do tipo *job-shop*, com a finalidade de realizar uma comparação mais aprofundada entre as diferentes aproximações para avaliar medidas de desempenho das redes, baseadas no método aproximado de decomposição paramétrico.

Para realizar uma efetiva comparação entre as aproximações, foi realizada uma pesquisa bibliográfica para revisar os sistemas lineares envolvidos nos métodos exatos e nos métodos aproximados de decomposição para avaliar redes de filas *OQN*. A comparação utilizou procedimentos de análise de planejamento de experimentos, com destaque para as estratégias de planejamento fatorial e Plackett & Burman, que serviram para estruturar as configurações das redes.

Inicialmente foram construídos 4 diferentes experimentos, tendo como base, o exemplo real de redes de filas abordado em Bitran e Tirupati (1988). Para os três primeiros experimentos foram utilizados os mesmos parâmetros ( $k$ ,  $ca_k$ ,  $cs_j$  e  $\rho_j$ ) e níveis para todas as classes de produtos  $k$  e todas as estações  $j$  da rede, variando apenas a combinação de parâmetros e os valores dos níveis para 25 diferentes configurações de redes. O primeiro experimento envolveu uma rede com apenas 2 estações, o segundo uma rede com 5 estações, e o terceiro uma rede com 13 estações. Em seguida, foi realizado um outro experimento com uma rede com 13 classes de produtos e 13 estações, para observar o comportamento do desempenho das aproximações em que cada classe de produtos e cada estação da rede

envolvia diferentes parâmetros ( $ca_{1\dots}, ca_{2\dots}, ca_{13}; cs_{1\dots}, cs_{2\dots}, cs_{13}$  e  $\rho_{1\dots}, \rho_{2\dots}, \rho_{13}$ ), o que tornou o experimento mais realista.

Convém salientar a importância da análise e planejamento de experimentos no trabalho. Todas as comparações envolvendo as aproximações foram feitas com base em uma metodologia sistematizada que permitiu explorar as habilidades dessa ferramenta em identificar variáveis importantes no sistema. Cada ensaio foi definido nas matrizes de experimentos como possíveis configurações para as redes de filas, para estruturar as comparações entre as aproximações.

Os resultados mostraram que sistemas de manufatura discretos do tipo *job-shop* podem ter seus desempenhos adequadamente avaliados por esses tipos de aproximações. Não existem aproximações que dominem as demais aproximações em todos os experimentos, mas sim, aproximações que permitem resultados razoavelmente satisfatórios quando avaliam um sistema de manufatura modelado por uma rede de filas. Independentemente das configurações analisadas, a **Aprox 3** e a **Aprox 2** se destacam e são capazes de produzir, em geral, resultados robustos para avaliar o desempenho das redes de filas *OQN*. O uso das **Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6**, como foi já discutido no capítulo anterior, apresentam um certo comportamento de sobreestimar  $E(L_j)$ , a medida que o número de estações aumentam, logo, exige cuidados adicionais.

## 6.2 Perspectivas futuras

Uma perspectiva para pesquisa futura seria realizar novos experimentos para redes de filas com outras características das aqui estudadas, por exemplo, redes com maiores números de classes de produtos, maiores números de estações e com outras topologias de redes, como por exemplo, situações onde exista produtos visitando poucas estações ou apenas uma estação antes de saírem do sistema. Como se comportariam as aproximações nestes casos? **Aprox 3** e a **Aprox 2** continuariam tendo um bom desempenho em relação às demais? Também realizar experimentos adicionais para entender melhor o comportamento de tendência (*bias*) dos resultados da **Aprox 1**, **Aprox 4**, **Aprox 5** e **Aprox 6** em redes com as características das de Bitran e Tirupati (1988).

Outra perspectiva interessante de pesquisa seria estudar e entender melhor o motivo que leva a **Aprox 1** ou a **Aprox 4**, que possuem como características não considerarem o problema da interferência entre as classes, em algumas configurações terem

desvios semelhantes ou até melhores do que as outras aproximações que consideram esse problema. Conhecer melhor esses comportamentos ajudariam a melhor interpretar e entender o problema da interferência entre as classes, e possivelmente refinar as aproximações.

Outro tópico importante seria comparar os resultados da seção 5.4 gerados pela utilização do delineamento experimental de Plackett & Burman com outras ferramentas como, por exemplo, o Método de Taguchi. Os fatores de controle estatisticamente significativos continuariam sendo os mesmos para os novos resultados? Quais as vantagens e desvantagens de utilizar uma ou outra metodologia quando for estruturar as comparações entre as aproximações? Como seria o comportamento das aproximações?

Por fim, uma outra perspectiva importante para pesquisa futura é a continuação da aplicação da metodologia de análise e planejamento de experimentos, com o objetivo de otimizar as variáveis analisadas nos experimentos. Isso não foi possível neste trabalho em razão de como foram estruturados os experimentos nas seções 5.1, 5.2 e 5.3, tendo como variável resposta o desvio ou erro ( $\text{Erro} = E(L_j)_{\text{Aprox}} - E(L_j)_{\text{Sim}}$ ), não apresentar fatores estatisticamente significativos para nenhum dos ensaios nos experimentos. Como já foi mencionado, o delineamento experimental de Plackett & Burman, usado na seção 5.4, não é usado para otimizar valores, mas apenas descrever significâncias estatísticas dos fatores analisados, sendo uma estratégia eficiente e bastante usada para selecionar fatores que realmente interferem na variável resposta.

Uma questão para ser estudada é como estruturar os experimentos. Uma possibilidade é uma análise de superfície tendo como variável resposta a ser analisada os valores de  $E(L_j)$  obtidos por cada aproximação, ao invés dos desvios ou erros dessas aproximações. Ao gerar uma superfície de resposta ou um gráfico de contorno, seria possível identificar valores ou faixas de valores para os fatores que, combinados, originariam valores de  $E(L_j)$  mais próximos dos valores da simulação.

## 7. REFERÊNCIAS

- Abraham, B.; Chipman, H.; Vijayan, K. (1999). "Some risks in the construction and analysis of supersaturated designs". *Technometrics*, v.41, n.2, 135-141, May.
- Achcar, J. (1995). "Planejamento de experimentos em engenharia e indústria". *Apostila ICMC-USP*, São Carlos
- Albin, S. L. (1982). "Poisson approximations for superposition arrival processes in queues". *Management Science*, 28(2), 126-137.
- Albin, S. L. (1984). "Approximating a point process by a renewal process, II: Superposition arrival processes of queues". *Operations Research* 30(5), 1133-1162.
- Albin, S. L. (1986). "Delays for customers from different arrival streams to a queue". *Management Science* 32(4), 329-340.
- Askin, R. G. e Standridge, C. R. (1993). "Modeling and analysis of manufacturing systems", John Wiley & Sons, New York.
- Asadorhorn, N. e Chao, X. (1999). "A decomposition approximation for assembly-disassembly queueing network with finite buffer and blocking". *Annals of Operations Research* 87, 247-261.
- Barker, T. B. (1985). "Quality by experimental design". New York:
- Batista, L. B. (1976). "Determinação de  $\alpha$  para tornar ortogonal o delineamento composto central". *Dissertação de Mestrado*. Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Baskett, F., Chandy, K. M., Muntz, R. R., Palacios, F. G. (1975). "Open, closed, and mixed networks of queues with different classes of customers". *Journal of the Association for Computing Machinery* 22(2), 248-260.
- Bernardin, A. M. (1994). "Delineamento de experimentos utilizando as técnicas de Taguchi para formulação de massa cerâmica". *Dissertação de Mestrado*, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina.
- Bitran, G. R. e Dasu, S. (1992). "A review of open queueing network models of manufacturing systems". *Queueing Systems* 12, 95-134.
- Bitran, G. R. e Morabito, R. (1995a). "Um exame dos modelos de redes de filas abertas aplicados a sistemas de manufatura discretos - Parte I". *Gestão & Produção* 2(2), 192-219.
- Bitran, G. R. e Morabito, R. (1995b). "Um exame dos modelos de redes de filas abertas aplicados a sistemas de manufatura discretos - Parte II". *Gestão & Produção* 2(3), 297-320.
- Bitran, G. R. e Morabito, R. (1995c). "Modelos de otimização de redes de filas abertas para projeto e planejamento de *job-shops*". *Pesquisa Operacional* 15(1), 1-22.
- Bitran, G. R. e Morabito, R. (1995d). "Manufacturing systems design: Trade-off curve analysis". *Working Paper* WP#3805-95, Sloan School of Management, MIT, Cambridge, MA.

- Bitran, G. R. e Morabito, R. (1996). "Open queueing networks: Optimization and performance evaluation models for discrete manufacturing systems". *Production and Operations Management* 5(2), 163-193.
- Bitran, G, Morabito, R. (1999). "An overview of tradeoff curves in manufacturing systems design". *Production and Operations Management*, 8(1), 56-75.
- Bitran, G. R. e Sarkar, D. (1994a). "Throughput analysis in manufacturing networks". *European Journal of Operational Research* 74, 448-465.
- Bitran, G. R. e Sarkar, D. (1994c). "Focused factory design: Complexity, capacity and inventory trade-offs". *Technical Memorandum*, AT&T Bell Lab., Holmdel, NJ.
- Bitran, G. R. e Tirupati, D. (1988). "Multiproduct queueing networks with deterministic routing: Decomposition approach and the notion of interference". *Management Science* 34(1), 75-100.
- Bitran, G. R. e Tirupati, D. (1989a). "Trade-off curves, targeting and balancing in manufacturing queueing networks". *Operations Research* 37(4), 547-564.
- Bitran, G. R. e Tirupati, D. (1989b). "Capacity planning in manufacturing networks with discrete options". *Annals of Operations Research* 17, 119-136.
- Bitran, G. R. e Tirupati, D. (1989c). "Approximations for product departures from a single server station with batch processing in multi-product queues". *Management Science* 35(7), 851-878.
- Bitran, G. R. e Tirupati, D. (1991). "Approximations for network of queues with overtime". *Management Science* 37(3), 282-300.
- Bonduelle, G. M. (2000). "Aplicação do planejamento de experimentos no controle da fabricação de chapas de fibras de madeiras". *CERNE*, 6, 2, 1-10.
- Bonduelle, A. (1994). "*Caractérisation du panneau de particules surface mélaminé par son aptitude a l'usinabilité*". Tese de Doutorado. Universidade de Nancy, Nancy.
- Box, G. E. P.; Draper, N. R. (1957). "Empirical model-building and response surfaces". New York: Wiley.
- Box, G. E. P. e Hunter, J. S. (1957). "Experimental design for the exploration and exploitation of response surfaces" New York: John Wiley 7 Sons, Inc.
- Box, G. E. P.; Hunter, W. G.; Hunter, J. S. (1978). "Statistics for experiments: an introduction to design, data analysis and model building". John Wiley & Sons.
- Button. S. T. (2001). "Metodologia para planejamento experimental e análise da qualidade de produtos e processos". Tese de Doutorado. Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis.
- Buzacott, J. A. e Shanthikumar, J. G. (1992). "Design of manufacturing systems using queueing models". *Queueing Systems*, 12, 135-214.
- Buzacott, J. A. e Shanthikumar, J. G. (1993). *Stochastic models of manufacturing systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Buzacott, J. A. e Yao, D. D. (1986). "Flexible manufacturing systems: A review of analytical models". *Management Science* 32(7), 890-905.



- Cabrelon, M. D.; Zauberas, R. T.; Melchiades, F. G.; Boschi, A. O. (2006). "Design of experiments with mixture variables as a tool for the formulation of pigments: the case of the blue (V-ZrSiO<sub>4</sub>)". *Ceramic Forum International*, v.83, n.9, 1-6, Alemanha.
- Calabrese, J. M. (1992). "Optimal workload allocation in open networks of multiserver queues". *Management Science* 12, 135-134.
- Calado, V. e Montgomery, D. C. (2003). "Planejamento de experimentos usando *Statistica*". Rio de Janeiro: E- Papers Serviços Editoriais.
- Caten, C. S e Ribeiro, J. L. D. (1996). "Etapas na otimização experimental de produtos e processos: Discussão e estudo de caso". *Produção*, v.6, n.1, p.45-46.
- Chandy, K. M.; Sauer, C. H. (1978). "Approximate methods for analyzing queueing networks models of computer systems". *ACM Computing Srv.*, 10, 3, 281-317.
- Chase, R. B.; Aquilano, N. J. (1992). "Production and operations management – A life cycle approach", Irwin, Homewood, MA.
- Chew, V. (1957). "Experimental designs in industry". New York: John Wiley & Sons, Inc.
- Cochran, W. G.; Cox, G. M. (1957). "Experimental designs". 2.ed. London: John Wiley & Sons.
- Cominatto, A. C. (1997). "Influências das variáveis do ciclo no produto final". Apostila ASTRA S/A Indústria e Comércio, São Paulo.
- Cox, D. R. (1992). "Planning of experiments". New York: John Wiley & Sons.
- Dai, J. G., Yeh, D. H. e Zhou, C. (1997). "The QNET method for re-entrant queueing networks with priority disciplines". *Operations Research* 45(4), 610-623.
- Dallery, Y. e David, R. (1986). "Operational analysis of multiclass queueing networks." *Proceedings of the 25<sup>th</sup> IEEE Conference Decision and Control*, Athens, Greece, 1728-1732.
- Denning, P. J.; Buzen, J. P. (1978). "The operational analysis of queueing networks". *Association for Computing Machinery (ACM) Computing Surveys* 10(3), 225-261.
- Devor, R. E.; Chang, T.; Sutherland, J. W. (1992). "Statistical quality design and control: Contemporary concepts and methods". New Jersey: Prentice Hall, Inc.
- Dierckx, P. (1993). "Curve and surface fitting with splines". Oxford : Oxford Science Publications.
- Disney, R. L. e Konig, D. (1985). "Queueing networks: A survey of their random processes." *SIAM Review* 27(3), 335-403.
- Elsayed, E. A. e Chen, A. (1993). "Optimal levels of process parameters for products with multiple characteristics". *International Journal Production Research*. v.31, n.5, 1117 – 1132.
- Fernandes, F. C. F. (1991). "Concepção de um sistema de controle da produção para a manufatura celular". *Tese de Doutorado*, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP.
- Freitas, F. P. J. (2001). "Introdução à Modelagem e Simulação de Sistemas - com Aplicações em Arena". Florianópolis: Visual Books, v. 1.

- Galdámez, E. V. C.; Carpinetti, L. C. R. (2001). "Uso de Técnicas de Experimentação para a Melhoria da Qualidade de Moldagem Plástica". Anais do XXI ENEGEP, 17 a 19 de Outubro, Salvador, BA.
- Gershwin, S. B. (1994). "Manufacturing systems engineering", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- Guedes, T. A. (1996). "Procedimentos de otimização no planejamento e controle da qualidade de produtos e processos". *Tese de Doutorado*. Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, SC.
- Guimarães, I. F. G. (2005). "Modelo de rede de filas para avaliação de performance em trechos singelos de malhas ferroviárias". *Tese de Mestrado*, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Universidade federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.
- Harrison, J. e Nguyen, V. (1990). "The QNET method for two-moment analysis of open queueing networks." *Queueing Systems* 6, 1-32.
- Harrison, J. e Nguyen, V. (1993). "Brownian models of multiclass queueing networks: Current status and open problems." *Queueing Systems* 13, 5-40.
- Harrison, J. e Pich, M. T. (1996). "Two-moment analysis of open queueing networks with general workstation capabilities". *Operations Research* 44(6), 936-950.
- Harrison, J. e Williams, R. (1987). "Brownian models of open queueing networks with homogeneous customer populations." *Stochastic* 22, 77-115.
- Heck, I.; Brondani, I. L.; Menezes, L. F. G.; Filho, D. C. A.; Restle, J.; Ferreira, J. J.; Metz, P. A. M.; Farenzena, R. (2006). "Suplementação com diferentes níveis de silagem de milho para vacas de descarte de diferentes grupos genéticos submetidas ao pastejo". *Ciência Rural*, v.26, n.1, p.203-208, jan-fev, Santa Maria.
- Hsu, L. F.; Tapiero, C. S.; Lin, C. (1993). "Network of queues modeling in flexible manufacturing systems: A survey". *Recherche Operationnelle/Operations Research* 27(2), 201-248.
- Jackson, J. R. (1957). "Networks of waiting lines." *Operations Research* 5(4), 518-521.
- Jackson, J. R. (1963). "Job-shop like queueing systems". *Management Science* 10(1), 131-142.
- Jain, R. (1991). "The art of computer systems performance analysis: Techniques for experimental design, measurement, simulation, and modeling". John Wiley & Sons.
- Juran, J. M.; Gryna JR., F. M.; Bingham JR., R. S. (1951). "Quality control handbook". 3 ed. New York: McGraw-Hill.
- Kackar, R. N. (1985). "Off-Line quality control, parameter design, and the Taguchi method". *Journal of Quality technology*, v.17, n. 4, p. 176-188, 1985.
- Kelly, F. P. (1975). "Networks of queues with customers of different types." *Journal of Applied Probability*, 12, 542-554.
- Kelly, F. P. (1979). "Reversibility and Stochastic Processes". John Wiley & Sons, New York.

- Kim, S. (2004). "The heavy-traffic bottleneck phenomenon under splint and superposition". *European Journal of Operational Research*, 157, 736-745.
- Kleinrock, L. (1964). "Communication nets: stochastic message flow and delay". Dover Publishing, New York.
- Kleinrock, L. (1975). "Queueing systems, vol 1: Computer applications". John Wiley & Sons, New York.
- Kleinrock, L. (1976). "Queueing systems, vol 2: Computer applications". John Wiley & Sons, New York.
- Kobayashi, H. (1974). "Application of the diffusion approximation to queueing networks I: Equilibrium queue distributions." *Journal of the Association for Computing Machinery* 21(2), 316-328.
- Koenigsberg, E. (1982). "Twenty five years of cyclic queues and closed queue networks: A review." *Journal of the Operational Research Society*, 33(7), 605-619.
- Kouvelis, P. e Tirupati, D. (1991). "Approximate performance modeling and decision making for manufacturing systems: A queueing network optimization framework." *Journal of Intelligent Manufacturing* 2, 107-134.
- Krajewski, L. J. e Ritzman, P. L. (1990). "Operations management: Strategy and analysis". 2nd.ed., Addison-Wesley, Reading, MA.
- Kuehn, P. J. (1979). "Approximate analysis of general networks by decomposition." *IEEE Transactions Commun.* 27(1), 113-126.
- Kruglianskas, I. (1995). "Engenharia simultânea e técnicas associadas em empresas tecnologicamente dinâmicas". *Revista de Administração*, v.30, n.2, p.25-38, Abr/Jun.
- Larson, R. C. e Odoni, A. R. (1981). "Urban operations research". Prentice-Hall, New Jersey.
- Law, A. M e Haider, S. W. (1989). "Selecting simulation software for manufacturing applications: practical guidelines & software survey". *American Institute of Industrial Engineers*, v.21, n.5, 33-46, Maio.
- Levine, D. M.; Berenson, M. L.; Stephan, D. (1998). "Estatística: Teoria e aplicações". Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos (LTC).
- Leung, Y.; Suri, R. (1990). "Performance evaluation of discrete manufacturing systems". *IEEE Control Systems Magazine*, Junho, 77-86.
- Lopes, S. J.; Storck, L.; Heldwein, A. B.; Feijó, S.; Daros, C. A. (1998). "Técnicas experimentais para tomateiro tipo salada sob estufas plásticas". *Ciência Rural*, Santa Maria. v.28, n.2, p.193-197.
- Magalhães, M. N. (1996). "Introdução à redes de filas". 12º SINAPE (Simpósio Nacional de Probabilidade e Estatística). Associação Brasileira de Estatística, Caxambu, SP, p. 116.
- Mattos, V. L. D.; Barbeta, P. A.; Samohyl, R. W. (2002). "Identificação de efeitos de dispersão em experimentos fatoriais dos tipos 2k e 2k-p: Um estudo de caso". *Encontro Nacional de Engenharia de Produção*, Curitiba – PR.

- Montgomery, D. C. (1991). "Design and analysis of experiments". 3ed. New York: John Wiley & Sons.
- Morabito, R. (1998). "Análise de curvas de trade-off baseada em teoria de redes de filas para o projeto e planejamento de sistemas discretos de manufatura". São Carlos, *Tese Livre-Docência*, EESC/USP, 136pg.
- Morabito, R.; Lima, F., "Um modelo para analisar o problema de filas em caixas de supermercado: Um estudo de caso", *Pesquisa Operacional* 20(1), 59-71, 2000.
- Myers, R. H; Khuri, A. I.; Carter JR, W. H. (1989). "Response surface methodology". *Technometrics*, v.31, n.2, 137-157, May.
- Myers, R. H e Montgomery, D. C. (1995). "Response surface methodology: Process and product optimization using designed experiments". Canada: John Wiley & Sons, Inc.
- Nahmias, S. (1995). "Production and operations analysis". Richard D. Irwin, Inc.
- Nanni, L. F.; Ribeiro, J. L. "Planejamento e avaliação de experimentos". Porto Alegre: CPGEC/UFRGS, 1987. 193 p. (Caderno Técnico, 17).
- Nollet, J.; Kélada, J.; Mattio, O. D. (1986). "La gestion des opérations et de la production". Québec, Gaëtan Morin.
- Oliveira, L. C. (1999). "Uso integrado do método *QFD* e de técnicas estatísticas de planejamento e análise de experimentos na etapa do projeto do produto e do processo". Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, MG.
- Pulitano, V. M. S. E. (1999). "Otimização do efeito de algumas variáveis sobre o crescimento celular e a produção de penicilina pelo fungo *penicillium chrysogenum* através de análise de superfície de resposta". *Tese de Doutorado*. CCET-Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal de São Carlos, UFSCar, São Carlos.
- Reddy, P. B. S.; Nishina, K.; Babu, S. A. (1998). "Taguchi's methodology for multi-response optimization: a case study in the Indian plastics industry". *International Journal of Quality & Reliability Management*. v.15, n.6, 646 – 668.
- Reiman, M. I. (1990). "Asymptotically exact decomposition approximations for open queueing networks". *Operations Research Letters* 9(6), 363-370.
- Reiser, M. e Kobayashi, H. (1974). "Accuracy of diffusion approximations for some queueing systems." *IBM Journal of Research and Development* 18, 110-124.
- Rodrigues, M. I. e Iemma, A. F. (2005). "Planejamento de experimentos e otimização de processos: Uma estratégia sequencial de planejamentos". 1ed. Campinas: Casa do Pão Editora.
- Ross, P. J. (1991). "Aplicações das Técnicas de Taguchi na Engenharia da Qualidade". McGraw-Hill Ltda. São Paulo.
- Rouiller, C. O. (1995). "Preparação, caracterização e testes de catalizadores Ni/Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> usando planejamento e experimentos". *Dissertação de Mestrado*. CCET-Centro de Ciências Exatas e de Tecnologia. Departamento de Engenharia Química, Universidade Federal de São Carlos, UFSCar, São Carlos.
- Schriber, T. J. (1991). "An introduction to simulation using *GPSS/H*". John Wiley & Sons, New York, 473 pg.

- Schweitzer, P. e Seidmann, A. (1991). "Optimizing processing rates for flexible manufacturing systems". *Management Science* 37(4), 454-466.
- Silva, C. R. N. (2005). "Aplicação de modelos de redes de filas abertas no projeto e planejamento de sistemas discretos de manufaturas". *Tese de Doutorado*, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, SP.
- Silva, C. R. N. e Morabito, R. (2007). "Aplicação de modelos de redes de filas abertas no planejamento do sistema job-shop de uma planta metal-mecânica". *Gestão & Produção*, 14, 2, 393-410.
- Silva, C. R. N. e Morabito, R. (2007). "Análise de problemas de partição de instalações em sistemas job-shops por meio de modelos de redes de filas". *Pesquisa Operacional*, 27, 2, 333-356.
- Steinberg, M. D e Hunter, W. G. (1984). "Experimental design: Review and comment". *Technometrics*, v.26, n.2, p.71-130, May.
- Sevcik, K. C., Levy, A. I., Tripathi, S. K., Zahoran, J. L. (1977). "Improving approximations of aggregated queueing network systems" in *Computer Performance* (eds. K. Chandy and M. Reiser), North-Holland, 1-22.
- Segal, M. e Whitt, W. (1989). "A queueing network analyzer for manufacturing" in *Teletraffic Science for New Cost-Effective Systems, Networks and Services*, ITC-12, M. Bonatti (ed.), Elsevier, North-Holland, Amsterdam, 1146-1152.
- Seidmann, A.; Schweitzer, P. J.; Shalev-Oren, S. (1987). "Computerized closed queueing network models of flexible manufacturing systems: A comparative evaluation". *Large Scale Systems* 12, 91-107.
- Shanthikumar, J. G. e Buzacott, J. A. (1981). "Open queueing network models of dynamic job shops." *International Journal of Production Research* 19(3), 255-266.
- Shanthikumar, J. G. e Buzacott, J. A. (1984). "The time spent in a dynamic job shop." *European Journal of Operational Research* 17, 215-226.
- Shanthikumar, J. G. e Yao, D. D. (1987). "Optimal server allocation in a system of multi-server stations". *Management Science* 33(9), 1173-1180.
- Shanthikumar, J. G. e Yao, D. D. (1988). "On server allocation in multiple center manufacturing systems". *Operations Research* 36(2), 333-342.
- Shumaker, L.L. (1968). "Approximation by splines". In: *Proceedings of an advanced seminar conducted by the Mathematics Research Center*, United States Army, University of Wisconsin, Madison. New York : Academic Press.
- Spiegel, M. R. (1982). "*Théorie et applications de la statistique*". Paris: McGrawHill.
- Stecke, K. E. e Raman, N. (1994). "Production planning decisions in flexible manufacturing systems with random material flows". *IIE Transactions* 26(5), 2-17.
- Stecke, K. E. e Solberg, J. J. (1985). "The optimality of unbalancing both workloads and machine group size in closed queueing networks of multi-server queues". *Operations Research* 33, 882-910.

- Steinberg, M. D.; Hunter, W. G. (1984). "Experimental design: review and comment". *Technometrics*, v. 26, n. 2, p. 71-130, Maio.
- Suri, R. (1989). "Perturbation analysis: The state of the art and research issues explained via the G/G/1 queue". *Proceedings IEEE 77*, 114-137.
- Suri, R.; Sanders, J. L.; Kamath, M. (1993). "Performance evaluation of production networks" in *Handbooks in OR/MS*, S.C. Graves (ed.), vol.4, Elsevier, North-Holland, Amsterdam.
- Suri, R., Diehl, G. W., De Treville, S., Tomsicek, M. J. (1995). "From CAN-Q to MPX: Evolution of queueing software for manufacturing". *Interfaces 25(5)*, 128-150.
- Taguchi, G. (1993). "Taguchi on robust technology development: Bringing quality upstream by Genichi Taguchi". New York: ASME.
- Takeda, R., Widmer, J. e Morabito, R. (2007) "Analysis of ambulance decentralization of an urban emergency medical service using the hypercube queueing model". *Computers & Operations Research*, 34(3), 727-741.
- Tetzlaff, U. (1996). "A queueing network model for flexible manufacturing systems with tool management". *IIE Transactions 28*, 309-317.
- Tijms, H. C. (1986). "Stochastic modeling and analysis: A computational approach". John Wiley & Sons, New York.
- Ton, L.; Su, T.; Wang, C. H. (1997). "The optimization of multi-response problems in the Taguchi method". *International Journal of Quality & Reliability Management*, v.14, n.4, 367 – 380.
- Walrand, J. (1990). "Queueing networks" in *Handbooks in OR/MS*, D. P. Heyman and M. J. Sobel (ed.), vol.2, Elsevier, North-Holland, Amsterdam.
- Wein, L. M. (1990a). "Capacity allocation in generalized Jackson networks". *Operations Research Letters 15*, 215-242.
- Wein, L. M. (1990b). "Scheduling networks of queues: Heavy traffic analysis of a two-station network with controllable inputs". *Operations Research 38(6)*, 1065-1078.
- Werkemar, M. C. C.; Aguiar, S. (1996). "Planejamento e análise de experimentos: como identificar as principais variáveis influentes em um processo". Belo Horizonte: Fundação Christiano Ottoni.
- Whitt, W. (1982). "Approximating a point process by a renewal process, I: Two basic methods". *Operations Research 30(1)*, 125-147.
- Whitt, W. (1983a). "The queueing network analyzer". *The Bell System Technical Journal 62(9)*, 2779-2815.
- Whitt, W. (1983b). "The queueing network analyzer". *The Bell System Technical Journal 63(9)*, 1911-1979.
- Whitt, W. (1984). "Open and closed models for networks of queues". *AT&T Bell Laboratories Technical Journal 63(9)*, 1911-1979.
- Whitt, W. (1988). "A light-traffic approximation for single-class departures from multi-class queues". *Management Science 34(11)*, 1333-1346.
- Whitt, W. (1992). "Understating the efficiency of multi-server service systems". *Management Science 38(5)*, 708-723.

- Whitt, W. (1993). "Approximations for the  $GI/G/m$  queue". *Production and Operations Management* 2(2), 114-161.
- Whitt, W. (1994). "Towards better multi-class parametric-decomposition approximations for open queueing networks". *Annals of Operations Research* 48, 221-248.
- Whitt, W. (1995). "Variability functions for parametric decomposition approximations of queueing networks". *Management Science* 41(10), 1704-1715.
- Wild, R. (1981). "Concepts for operations management". London, John Wiley & Sons.
- Wu C. F.; Hamada, M. (2000). "Experiments: planning, analysis, and parameter design optimization". New York: John Wiley and Sons, Inc.
- Yao, D. D.; Buzacott, J. A. (1986). "The exponentialization approach to flexible manufacturing system models with general processing times". *European Journal of Operational Research* 24, 410-416.

## APÊNDICE A – MODELO EM *GAMS/CPLEX*<sup>®</sup>

Este anexo apresenta como foi construído o modelo em para , utilizando a **APROX 2**, para a rede de Bitran e Tirupati (1988), com a seguinte configuração:  $k = 10$ ;  $ca_k=0,5$   $cs_j = 0,25$  e  $\rho_j = 0,7$ .

```

$ontext;
Rede de Filas Aberta
APROX2 k=10 cak=0.5 csj=0.25 e roj=0.7 - Experimento 10
$offtext;
$eolcom #
options limrow=0, limcol=0, solprint=off;
sets
  j estacoes /1*5/
  k classes /1*10/
  l no maximo de operacoes considerando todas as classes /1*5/
  m maquinas /1*1/ ;
alias(j,i); alias(i,i1); alias(k,k1); alias(m,m1);
parameters
Mj(j) no maquinas na estacao j
  / 1 1
    2 1
    3 1
    4 1
    5 1      /

Lk(k) taxa media de chegada externa da classe k
  / 1 0.100000
    2 0.100000
    3 0.100000
    4 0.100000
    5 0.100000
    6 0.100000
    7 0.100000
    8 0.100000
    9 0.100000
   10 0.100000      /

```



CAk(k) scv of external interarrival times of class k

/ 1 0.5  
 2 0.5  
 3 0.5  
 4 0.5  
 5 0.5  
 6 0.5  
 7 0.5  
 8 0.5  
 9 0.5  
 10 0.5 /

Nk(k) no de operacoes no roteiro da classe k

/ 1 5  
 2 5  
 3 5  
 4 5  
 5 5  
 6 5  
 7 5  
 8 5  
 9 5  
 10 5 / ;

table Nkl(k,l) estacao visitada para l-esima operacao da classe k

	1	2	3	4	5
1	1	3	2	5	4
2	2	4	2	3	5
3	1	2	4	3	5
4	1	3	2	3	5
5	3	4	2	4	5
6	1	2	4	3	4
7	1	3	5	2	3
8	3	1	3	4	5
9	2	3	1	4	5
10	1	2	3	5	4

;

\*\*\*\*\*

\* PASSO 1: CALCULO DA TAXA MEDIA E DO SCV DAS CHEGADAS AGREGADAS EM CADA ESTACAO j

\* 1.1 AGREGACAO DAS CLASSES E CALCULO DA TAXA MEDIA

Parameters

Lj(j) chegada total na estacao j

Eaj(j) intervalo de tempo medio entre chegadas na estacao j

Sj(j) tempo medio de servico na estacao j

MIj(j) taxa media de servico na estacao j

CSj(j) scv do tempo de servico na estacao j

ROj(j) intensidade de trafico medio na estacao j;

$L_j(j) = \sum(k, \sum(l, \mathbb{1}_{\{N_k(k) \geq \text{ord}(l)\}}, L_k(k) \mathbb{1}_{\{N_{kl}(k,l) = \text{ord}(j)\}}))$ ;

$E_{aj}(j) \mathbb{1}_{\{L_j(j) > 0\}} = 1/L_j(j)$ ;

$*S_j(j) = (\sum(k, \sum(l, \mathbb{1}_{\{N_k(k) \geq \text{ord}(l)\}}, Skl(k,l) * L_k(k) \mathbb{1}_{\{N_{kl}(k,l) = \text{ord}(j)\}})))/L_j(j)$ ;

parameters

Sj(j)

/ 1 0.875000

2 0.700000

3 0.538462

4 0.700000

5 0.777778 /;

MIj(j)=1/Sj(j);

$*CS_j(j) = (\sum(k, \sum(l, \mathbb{1}_{\{N_k(k) \geq \text{ord}(l)\}}, ((CSkl(k,l)+1) * L_k(k) * (Skl(k,l)**2)) \mathbb{1}_{\{N_{kl}(k,l) = \text{ord}(j)\}})))/L_j(j) * (S_j(j)**2) - 1$ ;

\* (Nkl(k,l)=ord(j)))/Lj(j)\*(Sj(j)\*\*2))-1;

parameters

CSj(j)

/ 1 0.250

2 0.250

3 0.250

4 0.250

5 0.250 /;

ROj(j)= Lj(j)/ MIj(j);

display Eaj, Lj, Sj, MIj, CSj, CAk, ROj;

\*\$ontext;

\*

\*\*\*\*\*

\*1.2 DETERMINACAO DO SCV DE CHEGADA DA CLASSE AGREGADA: EQUACOES DE VARIABILIDADE

parameters

Qkl(k,l) proporcao de chegadas da classe (k l) na estacao Nkl

MAXAUXj(j) variavel usada na equacao partida(j) para substituir max(CSj(j) 0.2);

```

Qkl(k,l)$(Nk(k)>=ord(l))=Lk(k)/sum(j$(Nkl(k,l)=ord(j)),Lj(j));
MAXAUXj(j)$(CSj(j)<0.2)=0.2;
MAXAUXj(j)$(CSj(j)>=0.2)=CSj(j);
display Qkl, MAXAUXj;
*
variables
    Z      funcao objetivo ficticia
    CAj(j) scv do intervalo de tempo entre chegadas na estacao j
    CDj(j) scv do intervalo de tempo entre partidas da estacao j
    CDkl(k,l) scv do int de tempo entre partidas da estacao j para a i (=CAji);
positive variables CAj, CDj, CDkl;
equations
    objfun1      funcao objetivo ficticia
    superpos(j)  equacao de superposicao das chegadas na estacao j
    partida(j)   equacao de partida agregada da estacao j
    desagreg(k,l) equacao de desagregacao da partida da estacao j;
objfun1.. Z =e= sum(j, Mj(j));
superpos(j)..
    CAj(j)=e=sum(k,sum(l$(Nk(k)>=ord(l)),(Lk(k)/Lj(j))*(CAk(k)$(ord(l)=1)+
        CDkl(k,l-1)$(ord(l)>1))$(Nkl(k,l)=ord(j))));
partida(j)..
*   CDj(j)=e=1+(1-ROj**2)*(CAj(j)-1)+ROj**2*(CSj(j)-1)/sqrt(Mj(j));
    CDj(j)=e=1+(1-ROj(j)**2)*(CAj(j)-1)+ROj(j)**2*(MAXAUXj(j)-1)/sqrt(Mj(j));
desagreg(k,l)$(Nk(k)>=ord(l))..
    CDkl(k,l)=e=Qkl(k,l)*(sum(j$(Nkl(k,l)=ord(j)),CDj(j)))+(1-Qkl(k,l))+
        (1-Qkl(k,l))**2*(CDkl(k,l-1)$(ord(l)>1)+CAk(k)$(ord(l)=1));
model passo1 / objfun1, superpos, partida, desagreg/;
solve passo1 minimizing Z using lp;
display CAj.l, CDj.l, CDkl.l;
*
*****
*PASSO 2: AVALIACAO DE DESEMPENHO DA CLASSE AGREGADA NAS ESTACOES
*NUMERO MEDIO DE JOBS EM CADA ESTACAO J: MODELO DE KRAEMER E LAGENBACH-BELZ
*VARIANCIA DO NUMERO DE JOBS EM CADA ESTACAO J: (V(Lj)=(E(Lj)**2)*CLj
*
parameters
    GAUXj(j) funcao g do modelo de Kraemer
    ELj(j)   no medio de jobs na estacao j
    EWqj(j) tempo medio de espera em fila na estacao j

```

PLj(j) probabilidade de que  $L_j \geq m_j$

CLj(j) expressao usada em VLj(j)

VLj(j) variancia do numero de jobs na estacao j

DPLj(j) modulo do desvio padrao do numero de jobs na estacao j;

GAUXj(j) $\$(CAj.l(j) \geq 1) = 1;$

GAUXj(j) $\$(CAj.l(j) < 1) = \exp((-2 * (1 - ROj(j)) * (1 - CAj.l(j))^{**2}) /$   
 $(3 * ROj(j) * (CAj.l(j) + CSj(j))));$

ELj(j) =  $(ROj(j)^{**2} * (CAj.l(j) + CSj(j)) * GAUXj(j)) / (2 * (1 - ROj(j)) + ROj(j));$  #Kraemer

EWqj(j) =  $(ROj(j) * (CAj.l(j) + CSj(j)) * GAUXj(j)) / (2 * MIj(j) * (1 - ROj(j)));$  #Kraemer

PLj(j) =  $(ROj(j) * (1 - ROj(j)) / (1 - ROj(j)));$  #aqui foi considerado  $M_j(j) = 1$  e  $ROj(j) = L_j / MI_j$

CLj(j) =  $((L_j(j) / MI_j(j)) * (1 + PL_j(j)) + (PL_j(j) * RO_j(j) + PL_j(j) * (1 - PL_j(j))) *$   
 $(RO_j(j) / (1 - RO_j(j)))^{**2}) / (L_j(j) / MI_j(j) + PL_j(j) * (RO_j(j) / (1 - RO_j(j)))^{**2});$

VLj(j) =  $CL_j(j) * (EL_j(j)^{**2});$  #Whitt, 1983a e 1993

DPLj(j) =  $\text{sqrt}(VL_j(j));$

display GAUXj, ELj, EWqj, PLj, CLj, VLj, DPLj;

\*\*\*\*\*

\* PASSO 3: AVALIACAO DE DESEMPENHO DA CLASSE AGREGADA NA REDE

\* NUMERO MEDIO DE JOBS NA REDE

\* VARIANCIA DO NUMERO DE JOBS NA REDE

\*

parameter

EL numero medio de lotes de jobs na rede

VL variancia do numero de lotes de jobs na rede supondo estacoes iid

CL scv do numero de lotes de jobs na rede supondo estacoes iid

DPL modulo do desvio padrao do numero de lotes na rede supondo estacoes iid;

EL =  $\text{sum}(j, EL_j(j));$

VL =  $\text{sum}(j, VL_j(j));$

CL =  $VL / (EL)^{**2};$

DPL =  $\text{sqrt}(VL);$

display EL, VL, CL, DPL;

## APÊNDICE B– MODELO DE SIMULAÇÃO EM GPSS/H<sup>®</sup>

Este anexo mostra o modelo de simulação construído no software de simulação GPSS/H<sup>®</sup>. A intenção é ilustrar como o modelo foi desenvolvido nesse software, portanto é apresentado apenas um único modelo que se refere ao ensaio 10 do experimento para a rede de Bitran e Tirupati (1988), com 13 estações, com a seguinte configuração:  $k = 10$ ;  $ca_k = 0,5$   $cs_j = 0,25$  e  $\rho_j = 0,7$ .

```

SIMULATE
REALLOCATE COM,10000000
*   K=10 CAK=05 CS=025 E ROJ=07   EXPERIMENTO 10
*****
*   Bitran & Tirupati (1988, tables A1,A2,A3, pg.98)   *
*****
INTEGER  &I,&J   &I e &J is a DO-loop index
REAL &A(13),&B(13),&C(13),&D(13),&F(10),&H(10),&L(10),&N(10),&M,&T,&LOTE
CHAR*10 &E(13),&G(10)
*****
STATION1 STORAGE 1 station 1 machines
STATION2 STORAGE 1 station 2 machines
STATION3 STORAGE 1 station 3 machines
STATION4 STORAGE 1 station 4 machines
STATION5 STORAGE 1 station 5 machines
STATION6 STORAGE 1 station 6 machines
STATION7 STORAGE 1 station 7 machines
STATION8 STORAGE 1 station 8 machines
STATION9 STORAGE 1 station 9 machines
STATIO10 STORAGE 1 station 10 machines
STATIO11 STORAGE 1 station 11 machines
STATIO12 STORAGE 1 station 12 machines
STATIO13 STORAGE 1 station 13 machines
*****
*   Model Segment 1 (Path for class 1 Jobs)   *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)
*           2-Erlang

```

```

QUEUE 1
QUEUE STATION1 start STATION1 Queue membership
ENTER STATION1 request/capture a STATION1 machine
DEPART STATION1 end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
4-Erlang
LEAVE STATION1 let the STATION1 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION4 start STATION4 Queue membership
ENTER STATION4 request/capture a STATION4 machine
DEPART STATION4 end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
4-Erlang
LEAVE STATION4 let the STATION4 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION9 start STATION9 Queue membership
ENTER STATION9 request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9 end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
4-Erlang
LEAVE STATION9 let the STATION9 machine go
*
QUEUE STATIO10 start STATIO10 Queue membership
ENTER STATIO10 request/capture a STATIO10 machine
DEPART STATIO10 end STATIO10 Queue membership

```

```

ADVANCE  RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATIO10   let the STATIO10 machine go
*
QUEUE   STATIO11   start STATIO11 Queue membership
ENTER   STATIO11   request/capture a STATIO11 machine
DEPART  STATIO11   end STATIO11 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATIO11   let the STATIO11 machine go
DEPART  1          leadtime classe 1
*
TERMINATE 1        class 1 job leaves the shop,
*
          reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 2 (Path for class 2 Jobs)           *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)  2-Erlang
QUEUE   2
QUEUE   STATION1   start STATION1 Queue membership
ENTER   STATION1   request/capture a STATION1 machine
DEPART  STATION1   end STATION1 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION1   let the STATION1 machine go
*
QUEUE   STATION2   start STATION2 Queue membership
ENTER   STATION2   request/capture a STATION2 machine
DEPART  STATION2   end STATION2 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION2   let the STATION2 machine go
*
QUEUE   STATION5   start STATION5 Queue membership
ENTER   STATION5   request/capture a STATION5 machine
DEPART  STATION5   end STATION5 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION5   let the STATION5 machine go

```

```

*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION8 start STATION8 Queue membership
ENTER STATION8 request/capture a STATION8 machine
DEPART STATION8 end STATION8 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
4-Erlang
LEAVE STATION8 let the STATION8 machine go
*
QUEUE STATION9 start STATION9 Queue membership
ENTER STATION9 request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9 end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
4-Erlang
LEAVE STATION9 let the STATION9 machine go
*
QUEUE STATIO10 start STATIO10 Queue membership
ENTER STATIO10 request/capture a STATIO10 machine
DEPART STATIO10 end STATIO10 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
4-Erlang
LEAVE STATIO10 let the STATIO10 machine go
*
QUEUE STATIO11 start STATIO11 Queue membership
ENTER STATIO11 request/capture a STATIO11 machine
DEPART STATIO11 end STATIO11 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)
*
4-Erlang
LEAVE STATIO11 let the STATIO11 machine go
DEPART 2 leadtime classe 2
*
TERMINATE 1 class 2 job leaves the shop,
*
reduce TC by 1

```



```

*****
*   Model Segment 3 (Path for class 3 Jobs)   *
*****
GENERATE  RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)  2-Erlang
QUEUE    3
QUEUE    STATION1  start STATION1 Queue membership
ENTER    STATION1  request/capture a STATION1 machine
DEPART   STATION1  end STATION1 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION1  let the STATION1 machine go
*
QUEUE    STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER    STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART   STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE    STATION6  start STATION6 Queue membership
ENTER    STATION6  request/capture a STATION6 machine
DEPART   STATION6  end STATION6 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION6  let the STATION6 machine go
*
QUEUE    STATION4  start STATION4 Queue membership
ENTER    STATION4  request/capture a STATION4 machine
DEPART   STATION4  end STATION4 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION4  let the STATION4 machine go
*
QUEUE    STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER    STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART   STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION2  let the STATION2 machine go

```

```

*
QUEUE  STATION9  start STATION9 Queue membership
ENTER  STATION9  request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9  end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION9  let the STATION9 machine go
*
QUEUE  STATIO12  start STATIO12 Queue membership
ENTER  STATIO12  request/capture a STATIO12 machine
DEPART STATIO12  end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO12  let the STATIO12 machine go
*
QUEUE  STATIO11  start STATIO11 Queue membership
ENTER  STATIO11  request/capture a STATIO11 machine
DEPART STATIO11  end STATIO11 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO11  let the STATIO11 machine go
DEPART 3         leadtime classe 3
*
TERMINATE 1      class 3 job leaves the shop,
*
      reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 4 (Path for class 4 Jobs)           *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)
*
      2-Erlang
QUEUE  4
QUEUE  STATION1  start STATION1 Queue membership
ENTER  STATION1  request/capture a STATION1 machine
DEPART STATION1  end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION1  let the STATION1 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership

```

```

ENTER   STATION2   request/capture a STATION2 machine
DEPART  STATION2   end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION2   let the STATION2 machine go
*

QUEUE   STATION7   start STATION7 Queue membership
ENTER   STATION7   request/capture a STATION7 machine
DEPART  STATION7   end STATION7 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION7   let the STATION7 machine go
*

QUEUE   STATION4   start STATION4 Queue membership
ENTER   STATION4   request/capture a STATION4 machine
DEPART  STATION4   end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION4   let the STATION4 machine go
*

QUEUE   STATION2   start STATION2 Queue membership
ENTER   STATION2   request/capture a STATION2 machine
DEPART  STATION2   end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION2   let the STATION2 machine go
*

QUEUE   STATION9   start STATION9 Queue membership
ENTER   STATION9   request/capture a STATION9 machine
DEPART  STATION9   end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION9   let the STATION9 machine go
*

QUEUE   STATIO10   start STATIO10 Queue membership
ENTER   STATIO10   request/capture a STATIO10 machine
DEPART  STATIO10   end STATIO10 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
        4-Erlang

```

```

LEAVE  STATIO10  let the STATIO10 machine go
*
QUEUE  STATIO11  start STATIO11 Queue membership
ENTER  STATIO11  request/capture a STATIO11 machine
DEPART STATIO11  end STATIO11 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO11  let the STATIO11 machine go
DEPART 4         leadtime classe 4
*
TERMINATE 1      class 4 job leaves the shop,
*
      reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 5 (Path for class 5 Jobs)           *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)
*
      2-Erlang
QUEUE  5
QUEUE  STATION1  start STATION1 Queue membership
ENTER  STATION1  request/capture a STATION1 machine
DEPART STATION1  end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION1  let the STATION1 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE  STATION4  start STATION4 Queue membership
ENTER  STATION4  request/capture a STATION4 machine
DEPART STATION4  end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION4  let the STATION4 machine go
*

```

```

QUEUE  STATIO12  start STATIO12 Queue membership
ENTER  STATIO12  request/capture a STATIO12 machine
DEPART STATIO12  end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO12  let the STATIO12 machine go
*

QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*

QUEUE  STATION9  start STATION9 Queue membership
ENTER  STATION9  request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9  end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION9  let the STATION9 machine go
*

QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*

QUEUE  STATIO13  start STATIO13 Queue membership
ENTER  STATIO13  request/capture a STATIO13 machine
DEPART STATIO13  end STATIO13 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO13  let the STATIO13 machine go
DEPART 5         leadtime classe 5
*

TERMINATE 1      class 5 job leaves the shop,
*
      reduce TC by 1
*****

```

```

*   Model Segment 6 (Path for class 6 Jobs)   *
*****
GENERATE  RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)  2-Erlang
QUEUE    6
QUEUE    STATION1    start STATION1 Queue membership
ENTER    STATION1    request/capture a STATION1 machine
DEPART   STATION1    end STATION1 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION1    let the STATION1 machine go
*
QUEUE    STATION2    start STATION2 Queue membership
ENTER    STATION2    request/capture a STATION2 machine
DEPART   STATION2    end STATION2 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION2    let the STATION2 machine go
*
QUEUE    STATION5    start STATION5 Queue membership
ENTER    STATION5    request/capture a STATION5 machine
DEPART   STATION5    end STATION5 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION5    let the STATION5 machine go
*
QUEUE    STATIO12    start STATIO12 Queue membership
ENTER    STATIO12    request/capture a STATIO12 machine
DEPART   STATIO12    end STATIO12 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.107)+RVEXPO(10,0.107)+RVEXPO(10,0.107)+RVEXPO(10,0.107)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATIO12    let the STATIO12 machine go
*
QUEUE    STATION2    start STATION2 Queue membership
ENTER    STATION2    request/capture a STATION2 machine
DEPART   STATION2    end STATION2 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE    STATION2    let the STATION2 machine go
*

```

```

QUEUE  STATION9  start STATION9 Queue membership
ENTER  STATION9  request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9  end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.094)+RVEXPO(10,0.094)+RVEXPO(10,0.094)+RVEXPO(10,0.094)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION9  let the STATION9 machine go
*

QUEUE  STATION7  start STATION7 Queue membership
ENTER  STATION7  request/capture a STATION7 machine
DEPART STATION7  end STATION7 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION7  let the STATION7 machine go
*

QUEUE  STATIO13  start STATIO13 Queue membership
ENTER  STATIO13  request/capture a STATIO13 machine
DEPART STATIO13  end STATIO13 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO13  let the STATIO13 machine go
DEPART 6         leadtime classe 6
*

TERMINATE 1      class 6 job leaves the shop,
*
      reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 7 (Path for class 7 Jobs)   *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)
*
      2-Erlang
QUEUE  7
QUEUE  STATION1  start STATION1 Queue membership
ENTER  STATION1  request/capture a STATION1 machine
DEPART STATION1  end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION1  let the STATION1 machine go
*

QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine

```

```

DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION6 start STATION6 Queue membership
ENTER STATION6 request/capture a STATION6 machine
DEPART STATION6 end STATION6 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
4-Erlang
LEAVE STATION6 let the STATION6 machine go
*
QUEUE STATIO12 start STATIO12 Queue membership
ENTER STATIO12 request/capture a STATIO12 machine
DEPART STATIO12 end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
4-Erlang
LEAVE STATIO12 let the STATIO12 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION8 start STATION8 Queue membership
ENTER STATION8 request/capture a STATION8 machine
DEPART STATION8 end STATION8 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
4-Erlang
LEAVE STATION8 let the STATION8 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go

```



```

*
  QUEUE  STATIO13  start STATIO13 Queue membership
  ENTER  STATIO13  request/capture a STATIO13 machine
  DEPART STATIO13  end STATIO13 Queue membership
  ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
          4-Erlang
  LEAVE  STATIO13  let the STATIO13 machine go
  DEPART 7        leadtime classe 7
*
  TERMINATE 1      class 7 job leaves the shop,
*
          reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 8 (Path for class 8 Jobs)           *
*****
  GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5) 2-Erlang
  QUEUE  8
  QUEUE  STATION1  start STATION1 Queue membership
  ENTER  STATION1  request/capture a STATION1 machine
  DEPART STATION1  end STATION1 Queue membership
  ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
          4-Erlang
  LEAVE  STATION1  let the STATION1 machine go
*
  QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
  ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
  DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
  ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
  LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
  QUEUE  STATION3  start STATION3 Queue membership
  ENTER  STATION3  request/capture a STATION3 machine
  DEPART STATION3  end STATION3 Queue membership
  ADVANCE RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)
*
          4-Erlang
  LEAVE  STATION3  let the STATION3 machine go
*
  QUEUE  STATION7  start STATION7 Queue membership
  ENTER  STATION7  request/capture a STATION7 machine

```

```

DEPART STATION7 end STATION7 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
4-Erlang
LEAVE STATION7 let the STATION7 machine go
*
QUEUE STATION4 start STATION4 Queue membership
ENTER STATION4 request/capture a STATION4 machine
DEPART STATION4 end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
4-Erlang
LEAVE STATION4 let the STATION4 machine go
*
QUEUE STATIO12 start STATIO12 Queue membership
ENTER STATIO12 request/capture a STATIO12 machine
DEPART STATIO12 end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
4-Erlang
LEAVE STATIO12 let the STATIO12 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATION8 start STATION8 Queue membership
ENTER STATION8 request/capture a STATION8 machine
DEPART STATION8 end STATION8 QNHueue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
4-Erlang
LEAVE STATION8 let the STATION8 machine go
*
QUEUE STATION6 start STATION6 Queue membership
ENTER STATION6 request/capture a STATION6 machine
DEPART STATION6 end STATION6 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
4-Erlang
LEAVE STATION6 let the STATION6 machine go

```

```

*
QUEUE STATION9 start STATION9 Queue membership
ENTER STATION9 request/capture a STATION9 machine
DEPART STATION9 end STATION9 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
4-Erlang
LEAVE STATION9 let the STATION9 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership
ENTER STATION2 request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2 end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
4-Erlang
LEAVE STATION2 let the STATION2 machine go
*
QUEUE STATIO13 start STATIO13 Queue membership
ENTER STATIO13 request/capture a STATIO13 machine
DEPART STATIO13 end STATIO13 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
4-Erlang
LEAVE STATIO13 let the STATIO13 machine go
DEPART 8 leadtime classe 8
*
TERMINATE 1 class 8 job leaves the shop,
*
reduce TC by 1
*****
* Model Segment 9 (Path for class 9 Jobs) *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)
*
2-Erlang
QUEUE 9
QUEUE STATION1 start STATION1 Queue membership
ENTER STATION1 request/capture a STATION1 machine
DEPART STATION1 end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
4-Erlang
LEAVE STATION1 let the STATION1 machine go
*
QUEUE STATION2 start STATION2 Queue membership

```

```

ENTER   STATION2   request/capture a STATION2 machine
DEPART  STATION2   end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION2   let the STATION2 machine go
*

QUEUE   STATION3   start STATION3 Queue membership
ENTER   STATION3   request/capture a STATION3 machine
DEPART  STATION3   end STATION3 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION3   let the STATION3 machine go
*

QUEUE   STATION5   start STATION5 Queue membership
ENTER   STATION5   request/capture a STATION5 machine
DEPART  STATION5   end STATION5 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION5   let the STATION5 machine go
*

QUEUE   STATION4   start STATION4 Queue membership
ENTER   STATION4   request/capture a STATION4 machine
DEPART  STATION4   end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION4   let the STATION4 machine go
*

QUEUE   STATION6   start STATION6 Queue membership
ENTER   STATION6   request/capture a STATION6 machine
DEPART  STATION6   end STATION6 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
        4-Erlang
LEAVE   STATION6   let the STATION6 machine go
*

QUEUE   STATIO12   start STATIO12 Queue membership
ENTER   STATIO12   request/capture a STATIO12 machine
DEPART  STATIO12   end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
        4-Erlang

```

```

LEAVE  STATIO12  let the STATIO12 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE  STATION8  start STATION8 Queue membership
ENTER  STATION8  request/capture a STATION8 machine
DEPART STATION8  end STATION8 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION8  let the STATION8 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE  STATIO10  start STATIO10 Queue membership
ENTER  STATIO10  request/capture a STATIO10 machine
DEPART STATIO10  end STATIO10 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO10  let the STATIO10 machine go
*
QUEUE  STATION6  start STATION6 Queue membership
ENTER  STATION6  request/capture a STATION6 machine
DEPART STATION6  end STATION6 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION6  let the STATION6 machine go
*
QUEUE  STATIO13  start STATIO13 Queue membership
ENTER  STATIO13  request/capture a STATIO13 machine

```

```

DEPART  STATIO13  end STATIO13 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATIO13  let the STATIO13 machine go
DEPART  9         leadtime classe 9
*
TERMINATE 1      class 9 job leaves the shop,
*
          reduce TC by 1
*****
*   Model Segment 10 (Path for class 10 Jobs)   *
*****
GENERATE RVEXPO(10,5)+RVEXPO(10,5)  2-Erlang
QUEUE   10
QUEUE   STATION1  start STATION1 Queue membership
ENTER   STATION1  request/capture a STATION1 machine
DEPART  STATION1  end STATION1 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)+RVEXPO(10,0.175)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION1  let the STATION1 machine go
*
QUEUE   STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER   STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART  STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE   STATION3  start STATION3 Queue membership
ENTER   STATION3  request/capture a STATION3 machine
DEPART  STATION3  end STATION3 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)+RVEXPO(10,0.5830)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION3  let the STATION3 machine go
*
QUEUE   STATION6  start STATION6 Queue membership
ENTER   STATION6  request/capture a STATION6 machine
DEPART  STATION6  end STATION6 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
          4-Erlang

```

```

LEAVE  STATION6  let the STATION6 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE  STATION4  start STATION4 Queue membership
ENTER  STATION4  request/capture a STATION4 machine
DEPART STATION4  end STATION4 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION4  let the STATION4 machine go
*
QUEUE  STATIO12  start STATIO12 Queue membership
ENTER  STATIO12  request/capture a STATIO12 machine
DEPART STATIO12  end STATIO12 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)+RVEXPO(10,0.250)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATIO12  let the STATIO12 machine go
*
QUEUE  STATION7  start STATION7 Queue membership
ENTER  STATION7  request/capture a STATION7 machine
DEPART STATION7  end STATION7 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION7  let the STATION7 machine go
*
QUEUE  STATION2  start STATION2 Queue membership
ENTER  STATION2  request/capture a STATION2 machine
DEPART STATION2  end STATION2 Queue membership
ADVANCE RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)+RVEXPO(10,0.070)
*
      4-Erlang
LEAVE  STATION2  let the STATION2 machine go
*
QUEUE  STATION9  start STATION9 Queue membership
ENTER  STATION9  request/capture a STATION9 machine

```

```

DEPART  STATION9    end STATION9 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)+RVEXPO(10,0.219)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION9    let the STATION9 machine go
*
QUEUE   STATIO11    start STATIO11 Queue membership
ENTER   STATIO11    request/capture a STATIO11 machine
DEPART  STATIO11    end STATIO11 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)+RVEXPO(10,0.350)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATIO11    let the STATIO11 machine go
*
QUEUE   STATION5    start STATION5 Queue membership
ENTER   STATION5    request/capture a STATION5 machine
DEPART  STATION5    end STATION5 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)+RVEXPO(10,0.438)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATION5    let the STATION5 machine go
*
QUEUE   STATIO13    start STATIO13 Queue membership
ENTER   STATIO13    request/capture a STATIO13 machine
DEPART  STATIO13    end STATIO13 Queue membership
ADVANCE  RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)+RVEXPO(10,0.292)
*
          4-Erlang
LEAVE   STATIO13
DEPART  10          leadtime classe 10
*
TERMINATE 1         class 10 job leaves the shop,
*
          reduce TC by 1

```

```
*****
```

```
*   Run-Control Statements   *
```

```
*****
```

```

DO      &I=1,10,1    control for 10 replications
        START 100000 start the &I-th replication; TC=1
        PUTPIC LINES=3,FILE=SYSPRINT,(&I)

```

```
0=====
```

The Postsimulation Report above is for "transient" replication \*.



```

=====
RESET          reset for the &I-th replication
START 100000   re-start for the &I-th replication
PUTPIC LINES=3,FILE=SYSPRINT,(&I)
=====

```

0

The Postsimulation Report above is for "steady-state" replication \*.

```

=====
LET &A(1)=SA(STATION1)
LET &A(2)=SA(STATION2)
LET &A(3)=SA(STATION3)
LET &A(4)=SA(STATION4)
LET &A(5)=SA(STATION5)
LET &A(6)=SA(STATION6)
LET &A(7)=SA(STATION7)
LET &A(8)=SA(STATION8)
LET &A(9)=SA(STATION9)
LET &A(10)=SA(STATIO10)
LET &A(11)=SA(STATIO11)
LET &A(12)=SA(STATIO12)
LET &A(13)=SA(STATIO13)

```

\*

```

LET &B(1)=QA(STATION1)
LET &B(2)=QA(STATION2)
LET &B(3)=QA(STATION3)
LET &B(4)=QA(STATION4)
LET &B(5)=QA(STATION5)
LET &B(6)=QA(STATION6)
LET &B(7)=QA(STATION7)
LET &B(8)=QA(STATION8)
LET &B(9)=QA(STATION9)
LET &B(10)=QA(STATIO10)
LET &B(11)=QA(STATIO11)
LET &B(12)=QA(STATIO12)
LET &B(13)=QA(STATIO13)

```

\*

```

LET &E(1)='EST 1'
LET &E(2)='EST 2'
LET &E(3)='EST 3'
LET &E(4)='EST 4'

```

LET &E(5)='EST 5'  
LET &E(6)='EST 6'  
LET &E(7)='EST 7'  
LET &E(8)='EST 8'  
LET &E(9)='EST 9'  
LET &E(10)='EST 10'  
LET &E(11)='EST 11'  
LET &E(12)='EST 12'  
LET &E(13)='EST 13'

\*

LET &F(1)=QT(1)  
LET &F(2)=QT(2)  
LET &F(3)=QT(3)  
LET &F(4)=QT(4)  
LET &F(5)=QT(5)  
LET &F(6)=QT(6)  
LET &F(7)=QT(7)  
LET &F(8)=QT(8)  
LET &F(9)=QT(9)  
LET &F(10)=QT(10)

\*

LET &L(1)=QA(1)  
LET &L(2)=QA(2)  
LET &L(3)=QA(3)  
LET &L(4)=QA(4)  
LET &L(5)=QA(5)  
LET &L(6)=QA(6)  
LET &L(7)=QA(7)  
LET &L(8)=QA(8)  
LET &L(9)=QA(9)  
LET &L(10)=QA(10)

\*

LET &G(1)='CLAS 1'  
LET &G(2)='CLAS 2'  
LET &G(3)='CLAS 3'  
LET &G(4)='CLAS 4'  
LET &G(5)='CLAS 5'  
LET &G(6)='CLAS 6'  
LET &G(7)='CLAS 7'

```

LET &G(8)='CLAS 8'
LET &G(9)='CLAS 9'
LET &G(10)='CLAS 10'
DO &J=1,13,1
LET &C(&J)=&A(&J)+&B(&J) soma dos usuarios em servico+fila espera
ENDDO
PUTPIC LINES=5,FILE=RESP,(&I)
0=====
DADOS DA REPLICA *.
NUMERO MEDIO EM NUMERO MEDIO NA NUMERO MEDIO NO SISTEMA
ESTACAO SERVICIO (S) FILA DE ESPERA (F) (F+S)
-----
DO &J=1,13,1
PUTPIC FILE=RESP,(&E(&J),&A(&J),&B(&J),&C(&J))
***** **.* **.* **.* **.*
LET &D(&J)=&D(&J)+&C(&J) soma (S+F) p/ calculo media nas 5 replicas
LET &M=&M+&C(&J) soma o numero de jobs em todas estacoes para cada replica
ENDDO
PUTPIC LINES=2,FILE=RESP,(&I,&M)
-----
O NUMERO TOTAL DE LOTES NO SISTEMA NA REPLICA ** EH DE **.* **.*
PUTPIC LINES=4, FILE=RESP,(&I)
0=====
DADOS DA REPLICA *.
CLASSE LEAD TIME MEDIO (HORAS)
-----
DO &J=1,10,1
PUTPIC FILE=RESP,(&G(&J),&F(&J))
***** **.* **.*
LET &H(&J)=&H(&J)+&F(&J) soma do leadtime para calculo da media das 10 replicas
ENDDO
PUTPIC LINES=4,FILE=RESP,(&I)
0=====
DADOS DA REPLICA *.
CLASSE NUMERO MEDIO DE LOTES POR CLASSE NO SISTEMA (LOTES)
-----
DO &J=1,10,1
PUTPIC FILE=RESP,(&G(J),&L(&J))
***** **.* **.*

```

```

LET &N(&J)=&N(&J)+&L(&J) soma o numero de lotes para calculo da media das 10 replicas
LET &LOTE=&LOTE+&L(&J) soma o numero de lotes para cada replica
ENDDO
PUTPIC LINES=2, FILE=RESP,(&I,&LOTE)

```

-----

O NUMERO TOTAL DE LOTES (CONSIDERANDO AS CLASSES) NA REPLICAS \*\* EH DE \*\*.\*\*\*\*

```

CLEAR          clear for the next replication
LET &LOTE=0
LET &M=0
ENDDO          proceed to the next value of &I
PUTPIC FILE=RESP, LINES=3
ESTACAO       NUMERO MEDIO DE USUARIOS
*             DAS 10 REPLICAS NO SISTEMA

```

```

DO &J=1,13,1
LET &D(&J)=&D(&J)/10 valor medio do numero no sistema das 10 replicas
PUTPIC FILE=RESP,(&E(&J),&D(&J))
*****      **.****
LET &T=&T+&D(&J) total na rede apos 10 replicas
ENDDO
PUTPIC FILE=RESP,(&T)
O NUMERO MEDIO DE USUARIOS NA REDE APOS 10 REPLICAS EH **.****.
PUTPIC FILE=RESP,LINES=3

```

0=====

CLASSE LEADTIME MEDIO (HORAS) DAS 10 REPLICAS

```

-----
DO &J=1,10,1
LET &H(&J)=&H(&J)/10 valor medio do leadtime nas 5 replicas
PUTPIC FILE=RESP,(&G(&J),&H(&J))
*****      ***. **
ENDDO
PUTPIC FILE=RESP, LINES=3

```

0=====

\*CLASSE NUMERO MEDIO (LOTES) DAS 10 REPLICAS PARA CADA CLASSE

```

DO &J=1,10,1
LET &N(&J)=&N(&J)/10 valor medio obtido nas 10 replicas
PUTPIC FILE=RESP,(&G(&J),&N(&J))
*****      ***. ****

```

ENDDO

END           end of Model-File execution

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)