

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

MODELAGEM DA ESTRUTURA DE SUSTENTAÇÃO DE UM GRUPO GERADOR COM  
APLICAÇÃO OFFSHORE

por

Wilques Wanderson Ferreira Pinheiro

Dissertação para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia

Porto Alegre, Março de 2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

MODELAGEM DA ESTRUTURA DE SUSTENTAÇÃO DE UM GRUPO GERADOR COM  
APLICAÇÃO OFFSHORE

por

Wilques Wanderson Ferreira Pinheiro  
Engenheiro Mecânico

Dissertação submetida ao Corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em  
Engenharia Mecânica, PROMEC, da Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio  
Grande do Sul, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Título de

Mestre em Engenharia

Área de Concentração: Mecânica dos Sólidos

Orientador: Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas

Comissão de Avaliação

Prof. Dr. Ignácio Iturrioz  
UFRGS/PROMEC

Prof. Dr. José Antonio Esmério Mazzaferro  
UFRGS/PROMEC

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Maria Ângela Vaz dos Santos  
PUCRS/FENG

Prof. Dr. Horácio Antonio Vielmo  
Coordenador do PROMEC

Porto Alegre, Março de 2009

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus filhos, Bárbara, Tiago e Carolina.

## **Agradecimentos**

Este trabalho não poderia ser finalizado sem a ajuda de diversas pessoas e instituições às quais presto minha homenagem:

A minha família, principalmente a minha esposa Andréa, pela ajuda incondicional no desenvolvimento das tarefas deste trabalho e pela compreensão durante a minha falta.

Ao meu orientador, Prof. Dr. Walter Jesus Paucar Casas, pela motivação, apoio, dedicação e tranquilidade nos momentos mais difíceis.

Aos bolsistas de iniciação científica do GMAP, em particular ao Gustavo Batista Ribeiro; demais colegas e professores do PROMEC; que colaboraram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho.

À UFRGS e ao PROMEC, pela oportunidade.

Aos professores membros da Comissão de Avaliação pelas sugestões para melhoria deste trabalho.

A Cia de Geração Térmica de Energia Elétrica (CGTEE), por ter concordado com minha ausência nos momentos em que foi necessário.

## Resumo

### MODELAGEM DA ESTRUTURA DE SUSTENTAÇÃO DE UM GRUPO GERADOR COM APLICAÇÃO OFFSHORE

O desenvolvimento da modelagem da estrutura de sustentação de um grupo gerador, tema desta pesquisa, sob condições de contorno definidas como carregamentos e frequência de operação do conjunto a ser protegido, envolvem a determinação de um sistema de isoladores específico para este fim. O trabalho é desenvolvido não só para compreensão do fenômeno físico, mas também para se adquirir sensibilidade quanto aos fatores que influenciam o projeto em sistemas similares. Os principais objetivos do trabalho são: o desenvolvimento dimensional de uma estrutura metálica, robusta e eficiente, que sirva de sustentação a um grupo gerador, o desenvolvimento computacional de um sistema ótimo de isoladores de vibração para o conjunto formado pelo grupo gerador e a estrutura de sustentação, e a avaliação da estrutura de sustentação numa aplicação *offshore*, considerando a análise modal e a análise de tensões da estrutura, quando sujeita a carregamentos estáticos e dinâmicos. A metodologia do trabalho envolve o projeto de uma estrutura de sustentação sujeita ao carregamento provocado por máquinas teoricamente rígidas, entregando-se ao final as seções transversais dos membros principais da estrutura; seguidamente se apresenta um modelo onde a massa distribuída do conjunto, formado pelo gerador e pela estrutura de sustentação, é concentrado como um corpo rígido sobre um sistema de isoladores, a partir do qual se seleciona um sistema ótimo de isoladores em função da minimização da máxima frequência natural do conjunto; e finalmente a análise modal e de tensões garante a adequação estrutural do projeto. Como resultados deste desenvolvimento, são obtidas as seções transversais dos membros longitudinais e transversais da estrutura, evitando uma excessiva deflexão, a definição de uma combinação de isoladores de vibração que possibilitem à estrutura de sustentação operar de forma segura, e a possibilidade de aplicação da estrutura de sustentação sob carregamentos *offshore*.

## **Abstract**

### MODELING OF THE SUPPORTING STRUCTURE OF A POWER GENERATOR WITH OFFSHORE APPLICATION

The modeling of the supporting structure of a power generator, subject of this research, under predefined boundary conditions relative to loadings and frequency of operation of the set to be protected, involves getting a specific system of isolators for this end. This work is developed not only for understanding the physical phenomenon, but also to acquire sensitivity of the factors that influences similar designs. The main objectives of the work are: the dimensional development of a metallic, robust and efficient structure, that serves as support to a power generator, the computational development of an optimal system of vibration isolators for the set constituted by the power generator and the supporting, and the evaluation of the structure in an *offshore* application, considering the modal analysis and the stress analysis of the structure, for static and dynamic loadings. The methodology of the work includes the design of a supporting structure under loadings originated by rigid machines, in order to obtain the cross sections of the main structural members; next the complete set is concentrated as a rigid body over a isolators system, from which it is selected an optimal system of isolators minimizing the maximum natural frequency of the set; and finally the modal analysis and the stress evaluation guarantees the structural capability of the design. Some results of this development includes the development of cross sections relative to the longitudinal and transversal members of the structure preventing an extreme deflection, the definition of a combination of vibration isolators for safe operation of the set, and the possibility for application of the supporting structure for *offshore* loadings.

## Índice

<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Generalidades	1
1.2 Definição do problema	4
1.3 Objetivos da pesquisa	10
1.4 Organização do trabalho	10
<b>2. Pesquisa Bibliográfica</b>	<b>12</b>
<b>3. Fundamentação Teórica</b>	<b>17</b>
3.1 Generalidades	17
3.2 Deflexão da estrutura de sustentação	17
3.2.1 Deflexão por flexão dos membros longitudinais	19
3.2.2 Deflexão por flexão dos membros transversais	20
3.2.3 Resistência à torção de seções abertas de parede fina	22
3.3 Dinâmica de corpo rígido do conjunto	26
3.3.1 Vibração de corpo rígido	26
3.3.2 Equações de movimento de vibração livre	27
3.3.3 Frequências naturais de vibração	34
3.3.4 Problema de otimização numérica	38
3.4 Elementos finitos estruturais	40
3.4.1 Elementos de casca	40
3.4.2 Restrições multipontos e elementos rígidos	43
3.4.3 Elementos de massa concentrada	43
3.4.4 Elemento generalizado mola-amortecedor	44
<b>4. Projeto Dimensional da Estrutura de Sustentação</b>	<b>45</b>
4.1 Generalidades	45
4.2 Parâmetros do projeto da estrutura de sustentação	45
4.3 Projeto da seção transversal dos membros longitudinais	48
4.4 Projeto da seção transversal dos membros transversais	51
4.5 Resistência à torção da estrutura de sustentação	55
<b>5. Dinâmica de Corpo Rígido na Modelagem da Estrutura de Sustentação</b>	<b>59</b>
5.1 Generalidades	59
5.2 Centro de massa do conjunto	59
5.3 Otimização numérica de frequências naturais	60
5.4 Seleção de isoladores	66
5.4.1 Carregamento do motor e do gerador	66
5.4.2 Configuração do conjunto de isoladores	72
<b>6. Análise Estrutural da Estrutura de Sustentação</b>	<b>79</b>
6.1 Generalidades	79
6.2 Modelagem MEF da estrutura de sustentação	79
6.3 Condições de contorno e carregamentos	80
6.4 Análise modal	81
6.5 Análise de deflexões e tensões na estrutura de sustentação	84
6.5.1 Carregamento estático	84
6.5.2 Carregamento dinâmico	86
6.5.3 Carregamento em transito	92
6.5.4 Avaliação de resultados	94

6.6	Estudo de fadiga	96
<b>7.</b>	<b>Conclusões e Sugestões</b>	<b>99</b>
<b>8.</b>	<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>102</b>

## Nomenclaturas

### Letras Latinas

<b>A</b>	: matriz de estado para o caso amortecido	
$a_i$	: constante determinada por condição inicial	
$b$	: largura de uma seção transversal em I	(m)
$b_{rh}$	: largura da seção retangular horizontal	(m)
$b_{ti}$	: largura da parte inferior do membro transversal	(m)
$b_{ts}$	: largura da parte superior do membro transversal	(m)
$c$	: coeficiente de amortecimento do isolador	(N/(m/s))
$c_{ij}$	: elemento da matriz constante de amortecimento com $\{i=1,\dots,6; j=1,\dots,6\}$	(N/(m/s))
<b>c</b>	: matriz dos coeficientes de amortecimento	(N/(m/s))
cm	: unidade de distância, $10^{-2}$ m	
$c_c$	: amortecimento crítico(N/(m/s))	
$c_{xi}$	: coeficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $x$	(N/(m/s))
$c_{yi}$	: coeficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $y$	(N/(m/s))
$c_{zi}$	: coeficiente de amortecimento do amortecedor $i$ no eixo $z$	(N/(m/s))
$d$	: altura de uma seção transversal em I	(m)
$d_{rv}$	: altura da seção retangular vertical	(m)
$d_{ts}$	: altura de uma seção superior transversal em I	(m)
$e$	: altura livre do membro transversal	(m)
gdl	: graus de liberdade	
$h$	: seção horizontal da seção do membro longitudinal	
$H_z$	: unidade de frequência	
$k_a$	: constante de rigidez mola presente no absorvedor de vibrações	(N/m)
$k$	: constante de rigidez do isolador	(N/m)
kg	: unidade de massa, quilo - grama	
$k_{ij}$	: elemento da matriz simétrica de rigidez com $\{i=1,\dots,6; j=1,\dots,6\}$	(N/m)
<b>k</b>	: matriz dos coeficientes de rigidez	(N/m)
$k_{xi}$	: constante de rigidez da mola $i$ no eixo $x$	(N/m)
$k_{yi}$	: constante de rigidez da mola $i$ no eixo $y$	(N/m)
$k_{zi}$	: constante de rigidez da mola $i$ no eixo $z$	(N/m)
$k_{eq}^{Me}$	: constante de rigidez equivalente do lado do motor com carregamento estático	(N/m)
$k_{eq}^{Ge}$	: constante de rigidez equivalente do lado do gerador com carregamento estático	(N/m)
$l_o$	: altura livre do isolador sem pré-tensão	(m)
$l$	: altura livre do isolador sob carga estática	(m)
$l_{xi}$	: distância entre o centro da mola e o centro de gravidade no eixo $x$ no ponto $i$ do modelo de bloco rígido	(m)
$l_{yi}$	: distância entre o centro da mola e o centro de gravidade no eixo $y$ no ponto $i$ do modelo de bloco rígido	(m)
$l_{zi}$	: distância entre o centro da mola e o centro de gravidade no eixo $z$ no ponto $i$ do modelo de bloco rígido	(m)
$l_{max}^d$	: altura máxima sob carga dinâmica	(m)
$l_{min}^d$	: altura mínima sob carga dinâmica	(m)
$l-l_o$	: deflexão estática	(m)
$l_{max}^d-l$	: deflexão dinâmica sob tração	(m)
$l-l_{min}^d$	: deflexão dinâmica sob compressão	(m)
$m_a$	: valor massa existente no interior de um absorvedor de vibrações	
$m$	: massa total do corpo (conjunto)	(kg)

$\mathbf{m}$	: matriz de massa	(kg)
$m$	: unidade de medida a distância, metro	
$mm$	: unidade de distância, $10^{-3}m$	
$m/s$	: unidade de velocidade, metros por segundo	
$m/s^2$	: unidade de aceleração, metros por segundo elevado a segunda potência	
$n^{Me}$	: quantidade necessária de isoladores do lado do motor sob carregamento estático	
$n^{Ge}$	: quantidade necessária de isoladores do lado do gerador sob carregamento estático	
$rad/s$	: unidade de frequência	
$rms$	: valor médio da raiz quadrada	
$rpm$	: rotações por minuto	
$t$	: espessura da alma de uma seção transversal em I	(m)
$t_r$	: espessura da seção retangular	(m)
$t_{ii}$	: espessura da parte inferior do membro transversal	(m)
$\mathbf{u}$	: vetor forma do modo	
$v$	: seção vertical da seção do membro longitudinal	
$x$	: deslocamento do corpo no eixo $x$	(m)
$y$	: deslocamento do corpo no eixo $y$	(m)
$z$	: deslocamento do corpo no eixo $z$	(m)
$\mathbf{x}$	: vetor de deslocamento	(m)
$\dot{x}$	: velocidade do corpo no eixo $x$	(m/s)
$\dot{y}$	: velocidade do corpo no eixo $y$	(m/s)
$\dot{z}$	: velocidade do corpo no eixo $z$	(m/s)
$\ddot{x}$	: aceleração do corpo no eixo $x$	(m/s <sup>2</sup> )
$\ddot{y}$	: aceleração do corpo no eixo $y$	(m/s <sup>2</sup> )
$\ddot{z}$	: aceleração do corpo no eixo $z$	(m/s <sup>2</sup> )
$\ddot{\mathbf{x}}$	: vetor de acelerações	(m/s <sup>2</sup> )
$CM$	: centro de massa do grupo gerador	(m)
$E$	: módulo de elasticidade do material	(Pa)
$F_t^{Gp}$	: força de torque do gerador sob tração em regime permanente	(N)
$F_t^{Gc}$	: força de torque do gerador sob tração em curto circuito	(N)
$F_c^{Gp}$	: força de torque do gerador sob compressão em regime permanente	(N)
$F_{c2}^{Gc}$	: força de torque do gerador sob compressão em curto circuito no ponto de fixação 2	(N)
$F_{c3}^{Gc}$	: força de torque do gerador sob compressão em curto circuito no ponto de fixação 3	(N)
$F_{c2}^{Gp}$	: força de torque do gerador sob compressão em regime permanente no ponto de fixação 2	(N)
$F_{c3}^{Gp}$	: força de torque do gerador sob compressão em regime permanente no ponto de fixação 3	(N)
$F_{t1}^{Gc}$	: força de torque do gerador sob tração em curto circuito no ponto de fixação 1	(N)
$F_{t4}^{Gc}$	: força de torque do gerador sob tração em curto circuito no ponto de fixação 4	(N)
$F_{t1}^{Gp}$	: força de torque do gerador sob tração em regime permanente no ponto de fixação 1	(N)
$F_{t4}^{Gp}$	: força de torque do gerador sob tração em regime permanente no ponto de fixação 4	(N)
$F_c^{Mc}$	: força de torque do motor em compressão em curto circuito	(N)
$F_{ci}^{Mc}$	: força de torque do motor em compressão em curto circuito $\{i=1,\dots,9\}$	(N)
$F_t^{Mc}$	: força de torque do motor em tração em curto circuito	(N)
$F_{ti}^{Mc}$	: força de torque do motor em tração em curto circuito $\{i=1,\dots,5\}$	(N)
$F_t^{Mp}$	: força de torque do motor em tração e em regime permanente	(N)
$F_{ti}^{Mp}$	: força de torque do motor em tração e em regime permanente $\{i=1,\dots,5\}$	(N)
$F_c^{Mp}$	: força de torque do motor em compressão e em regime permanente	(N)
$F_{ci}^{Mp}$	: força de torque do motor em compressão e em regime permanente $\{i=1,\dots,9\}$	(N)
$F_i^{Gp}$	: força do gerador em regime permanente no ponto de fixação $\{i=1,\dots,4\}$	(N)

$F_i^{Gc}$	: força do gerador em curto circuito no ponto de fixação $\{i=1,\dots,4\}$	(N)
$F_y$ máx:	força de inércia máxima do motor no eixo $y$	(N)
$F_z$ máx:	força de inércia máxima do motor no eixo $z$	(N)
$G$	: módulo de rigidez à torção do aço	(Pa)
$G_c$	: gerador em curto circuito	
$G_p$	: gerador em regime permanente	
$I$	: momento de inércia	(m <sup>4</sup> )
$I_u$	: momento de inércia unitário	(m <sup>4</sup> )
$I_{uts}$	: momento de inércia unitário da parte superior do membro transversal	(m <sup>4</sup> )
$kW_b$	: potência de frenagem do motor	(.k W)
$I$	: perfil na forma da letra "I" maiúscula	
$I_{xx}$	: momento principal de inércia entorno do eixo $x$	(m <sup>4</sup> )
$I_{yy}$	: momento principal de inércia entorno do eixo $y$	(m <sup>4</sup> )
$I_{zz}$	: momento principal de inércia entorno do eixo $z$	(m <sup>4</sup> )
$I_1$	: seção transversal 1	
$I_{ti}$	: momento de inércia da parte inferior da seção do membro transversal	(m <sup>4</sup> )
$I_{ts}$	: momento de inércia da parte superior do membro transversal	(m <sup>4</sup> )
$I_{uti}$	: momento de inércia unitário da seção do membro transversal da parte inferior	(m <sup>4</sup> )
$L$	: comprimento de uma viga bi-apoiada	
$L_{mg}$	: distância entre o centro de massa do motor e o centro de massa do gerador	(m)
$L_{ti}$	: comprimento da parte inferior do membro transversal	(m)
$L_{ts}$	: comprimento da parte superior do membro transversal	(m)
$MPa$	: unidade de pressão	(MPa)
$M_y$	: momento de inércia do motor	(m <sup>4</sup> )
$M_y$ máx:	momento de inércia máxima do motor no eixo $y$	(m <sup>4</sup> )
$M_z$ máx:	momento de inércia máxima do motor no eixo $z$	(m <sup>4</sup> )
$MW$	: unidade de potência megaWatt	
$N$	: unidade Newton de peso	(N)
$P-51$	: plataforma Petrobras P-51	
$P_t$	: carga horizontal aplicada a um membro transversal individualmente	(N)
$P_T$	: carga horizontal aplicada na lateral da estrutura de sustentação	(N)
$R_h$	: resistência à torção da seção retangular horizontal	(m <sup>4</sup> )
$R_v$	: resistência à torção da seção retangular vertical	(m <sup>4</sup> )
$R_T$	: resistência total ao giro dos dois membros longitudinais	(m <sup>4</sup> )
$T$	: torque gerado pelo motor	(N m)
$T^{Mp}$	: torque do motor na estrutura de sustentação em regime permanente	(N m)
$T^{Gc}$	: torque do gerador na estrutura de sustentação em curto circuito	(N m)
$T^{Gp}$	: torque do gerador na estrutura de sustentação em regime permanente	(N m)
$W$	: carregamento uniformemente distribuído	(N)
$W_i^G$	: peso do gerador nos pontos de fixação $\{i=1,\dots,4\}$	(N)
$W_i^M$	: peso do motor nos pontos de fixação $\{i=1,\dots,18\}$	(N)

### Letras Gregas

$\beta$	: constante de amortecimento do dispositivo isolador	(kg rad/s)
$\Delta$	: deflexão permissível	(m)
$\Delta_{ti}$	: deflexão da parte inferior do membro transversal	(m)
$\Delta_{ts}$	: deflexão da parte superior do membro transversal	(m)
$\Delta_u$	: deflexão unitária, será dada por $(\Delta / L)$	

$\delta^e$	: deflexão estática dos isoladores em paralelo	
$\zeta$	: razão de amortecimento	(%)
$\theta$	: deslocamento angular do corpo em torno do eixo $z$	(rad)
$\dot{\theta}$	: velocidade angular do corpo, em torno do eixo $z$	(rad/s)
$\ddot{\theta}$	: aceleração angular do corpo, em torno do eixo $z$	(rad/s <sup>2</sup> )
$\lambda$	: autovalor, do problema de autovalor generalizado	
$\lambda_i$	: autovalor complexo, do problema de autovalor generalizado	
$\mu$	: relação entre a massa do absorvedor e a massa do elemento primário	(%)
$\phi_i$	: constante determinada pelas condições iniciais	
$\psi_x$	: deslocamento angular do corpo em torno do eixo $x$	(rad)
$\psi_y$	: deslocamento angular do corpo em torno do eixo $y$	(rad)
$\dot{\psi}_x$	: velocidade angular do corpo, em torno do eixo $x$	(rad/s)
$\dot{\psi}_y$	: velocidade angular do corpo, em torno do eixo $y$	(rad/s)
$\ddot{\psi}_x$	: aceleração angular do corpo, em torno do eixo $x$	(rad/s <sup>2</sup> )
$\ddot{\psi}_y$	: aceleração angular do corpo, em torno do eixo $y$	(rad/s <sup>2</sup> )
$\ddot{\psi}_z$	: aceleração angular em torno do eixo $z$	(rad/s <sup>2</sup> )
$\omega_n$	: frequência natural	(Hz)

#### Abreviações

AMSM	Amortecedores de massas sintonizadas múltiplas.
ASME	American Society for Mechanical Engineering
FPSO	Plataforma de produção e estocagem de óleo
G8P	Gerador de energia elétrica
I S O	Organização internacional de padrões
I S O /A & B	Isolador tipo A e/ou tipo B
M16V	Motor a gás
NLPSolve	Programa de solução de não linearidades
MIL SPEC	Especificação militar
Skid	É a estrutura de sustentação

## Índice de Figuras

Figura 1.1 Sistema flutuante oceânico: a) DTU, b) FPSO em destaque, c) FTL	2
Figura 1.2 Formação de uma FPSO, no destaque	3
Figura 1.3 a) Isolador de vibração, b) Absorvedor de vibração	7
Figura 2.1 Resposta de um sistema de 1GDL sob diversas excitações, (Sek, 2006)	15
Figura 2.2 Absorvedor de massa sintonizado: a) principal b) passivo c) ativo	16
Figura 3.1 Sistema de coordenadas adotado para o projeto	17
Figura 3.2 Membro lateral longitudinal com indicação da seção transversal	18
Figura 3.3 Momento de inércia requerido para carga concentrada	19
Figura 3.4 Parte inferior do membro transversal sujeito a carga horizontal	21
Figura 3.5 Parte superior do membro transversal sujeito a carga horizontal	22
Figura 3.6 Superfície $\Phi$ de uma seção retangular fina, Fonte: Oden e Ripperger (1981)	23
Figura 3.7 Resultantes de tensão de uma seção de uma barra, Fonte: Oden e Ripperger (1981)	24
Figura 3.8 Perfil em I, para calculo da constante torcional	25
Figura 3.9 Origem do sistema de coordenadas $SC$ e centro de massa $CM$	27
Figura 3.10 Sistema de suporte tri-dimensional do corpo	31
Figura 3.11 Sistema de Coordenadas CTRIA3 e CTRIAR	41
Figura 3.12 Forças nos elementos de casca	41
Figura 3.13 Momentos nos elementos de casca	42
Figura 3.14 Tensões no elemento de casca	42
Figura 4.1 Estrutura de sustentação do grupo gerador	45
Figura 4.2 a) Motor M16V, b) Gerador G8P	46
Figura 4.3 Navio plataforma com destaque do grupo gerador	46
Figura 4.4 Isolador de vibração	46
Figura 4.5 Deflexão unitária admissível dos membros da estrutura	48
Figura 4.6 Seção transversal dos elementos longitudinais	50
Figura 4.7 a) Destaque da parte inferior do membro transversal, b) Isométrica	53
Figura 4.8 Detalhes da seção transversal da parte inferior do membro transversal	53
Figura 4.9 Parte superior do membro transversal	55
Figura 4.10 Seção transversal horizontal da parte superior do membro transversal	55
Figura 4.11 Seções retangulares dos membros longitudinais	56
Figura 4.12 Distância entre o centro de massa do motor e o centro de massa do gerador.	56
Figura 5.1 Equipamentos constituintes do conjunto	59

Figura 5.2 Localização do centro de massa do conjunto	60
Figura 5.3 Identificação da posição dos isoladores em relação ao $CM$	63
Figura 5.4 Modelo do conjunto de 1 gdl	66
Figura 5.5 Forças do torque do motor na estrutura de sustentação, $F_c^{Mp}$ em compressão, $F_t^{Mp}$ em tração	68
Figura 5.6 Forças (N) do gerador sobre a estrutura: a) Peso, b) Regime permanente, c) Curto circuito	71
Figura 5.7 Forças resultantes do gerador na estrutura: a) $F^{Gp}$ regime permanente, b) $F^{Gc}$ curto circuito	72
Figura 6.1 Malha da estrutura de sustentação	80
Figura 6.2 Inclinações atribuídas ao movimento de um navio	81
Figura 6.3 Modo 1, do conjunto, frequência natural 1,92 Hz	83
Figura 6.4 Modo 6, do conjunto, frequência natural 9,40 Hz	83
Figura 6.5 Modo 7, do conjunto, frequência natural 27,17 Hz	84
Figura 6.6 Distribuição de deflexões no eixo $z$ em m do carregamento estático	85
Figura 6.7 Distribuição de deflexões por torção em graus do carregamento estático	86
Figura 6.8 Distribuição de tensões em MPa do carregamento estático	86
Figura 6.9 Distribuição de deflexões no eixo $z$ em m do movimento <i>beam sea</i>	88
Figura 6.10 Distribuição de deflexões por torção em graus do movimento <i>beam sea</i>	89
Figura 6.11 Distribuição de tensões em MPa do movimento <i>beam sea</i>	89
Figura 6.12 Distribuição de deflexões no eixo $z$ em m do movimento <i>head sea</i>	90
Figura 6.13 Distribuição de deflexões por torção em graus do movimento <i>head sea</i>	90
Figura 6.14 Distribuição de tensões em MPa do movimento <i>head sea</i>	91
Figura 6.15 Distribuição de deflexões no eixo $z$ em m do movimento <i>crossed sea</i>	91
Figura 6.16 Distribuição de deflexões por torção em graus do movimento <i>crossed sea</i>	92
Figura 6.17 Distribuição de tensões em MPa do movimento <i>crossed sea</i>	92
Figura 6.18 Distribuição de deflexões no eixo $z$ em m carregamento em transito	93
Figura 6.19 Distribuição de deflexões por torção em graus carregamento em transito	94
Figura 6.20 Distribuição de tensões em MPa, carregamento em transito	94
Figura 6.21 Curva $\sigma-N$ do material e tensões de projeto sob diversos carregamentos	98

## Índice de Tabelas

Tabela 1.1 Faixa operacional em diversas situações.....	6
Tabela 1.2 Faixa operacional em problemas de engenharia.....	6
Tabela 3.1 Momentos de inércia unitários $I_u$ de uma seção transversal em I, C e caixão.....	20
Tabela 3.2 Entradas do MPC e dos elementos rígidos.....	43
Tabela 4.1 Massa dos componentes do grupo gerador.....	47
Tabela 4.2 Dimensionamento geral da estrutura de sustentação.....	47
Tabela 4.3 Características mecânicas do material da estrutura de sustentação.....	47
Tabela 4.4 Parâmetros de operação do grupo gerador .....	57
Tabela 5.1 Coordenadas de posição dos isoladores .....	62
Tabela 5.2 Parâmetros otimizados das molas.....	64
Tabela 5.3 Parâmetros otimizados dos isoladores.....	64
Tabela 5.4 Freqüências naturais após otimização .....	65
Tabela 5.5 Esforços exercidos pelo motor e pelo gerador na estrutura.....	66
Tabela 5.6 Distribuição do peso do motor na estrutura de sustentação .....	67
Tabela 5.7 Forças do torque do motor na estrutura segundo condição de operação.....	69
Tabela 5.8 Força de inércia e momento de inércia do motor .....	69
Tabela 5.9 Distribuição do peso do gerador na estrutura.....	70
Tabela 5.10 Forças do torque do gerador na estrutura segundo condição de operação .....	72
Tabela 5.11 Forças resultantes do gerador na estrutura segundo condição de operação .....	72
Tabela 5.12 Parâmetros dos isoladores .....	75
Tabela 5.13 Carregamento dinâmico na estrutura de sustentação, regime permanente a 900 rpm .....	76
Tabela 5.14 Carregamento dinâmico na estrutura de sustentação em curto circuito fase a fase ..	76
Tabela 6.1 Carregamentos na estrutura de sustentação.....	81
Tabela 6.2 Freqüências naturais da estrutura de sustentação livre.....	82
Tabela 6.3 Freqüências naturais do conjunto .....	82
Tabela 6.4 Componentes de aceleração – carregamento estático .....	85
Tabela 6.5 Ângulos e períodos do movimento de um navio .....	87
Tabela 6.6 Componentes de aceleração incluindo carregamentos dinâmicos .....	87
Tabela 6.7 Componentes de aceleração – carregamento em trânsito.....	93
Tabela 6.8 Deflexões por flexão em $z$ .....	95
Tabela 6.9 Deflexões por torção em $x$ .....	95
Tabela 6.10 Coeficiente de segurança do projeto da estrutura de sustentação .....	95



## 1. Introdução

### 1.1 Generalidades

A Sociedade de Classificação Det Norske Veritas (DNV, 2004) da Noruega tem publicado a recomendação – DNV-RP-F205 sob o título *Análise Global da Performance de Estruturas Flutuantes em Águas Profundas*. Nesta recomendação, um sistema flutuante de processamento e produção de óleo situado em águas profundas caracteriza-se como um sistema dinâmico integrado por um navio, amarrações e unidades do tipo seco. O sistema flutuante está sujeito ao vento, às ondas do mar e as correntes oceânicas, compondo um ambiente dinâmico e agressivo para as diferentes estruturas mecânicas.

Um sistema flutuante oceânico envolve múltiplas estruturas, projetadas e instaladas para trabalhar em conjunto. Uma arquitetura típica desse sistema, como se observa na Figura 1.1, é composta por uma unidade de produção e estocagem de óleo – *Floating Production Storage and Offloading FPSO*, uma unidade do tipo árvore seca – *Dry Tree Unit DTU* e linhas de amarração para transferência de fluido – *Fluid Transfer Lines FTL*.

A DNV descreve que o movimento de um sistema flutuante em águas rasas (pouco profundas) é excitado e amortecido pelas forças da água do mar na estrutura. Com o aumento da profundidade, a interação entre o sistema e o volume de água torna-se mais complexa. Uma análise deste sistema acoplado ao volume de água é necessária para avaliar a resposta individual do FPSO, DTU e FTL, onde se considera a disposição das estruturas no oceano, as excitações, o amortecimento das estruturas às cargas e as forças de inércia envolvidas.

A função de uma FPSO é determinada pelo tipo e quantidade de fluido que deve ser processado, assim como pelas necessidades de estocagem do fluido. As dimensões do reservatório do produto processado, definida em termos do volume de estocagem e da sua produtividade, influenciarão no tamanho dos equipamentos de produção e o tempo que a FPSO estará em operação *offshore*. O dimensionamento do casco, por exemplo, deve provir suficiente lastro para assegurar o desempenho e estabilidade ao navio. O casco, por não ser largo, não propicia espaço adequado à instalação de equipamentos e outras facilidades, tornando-se necessária a sua otimização dimensional.

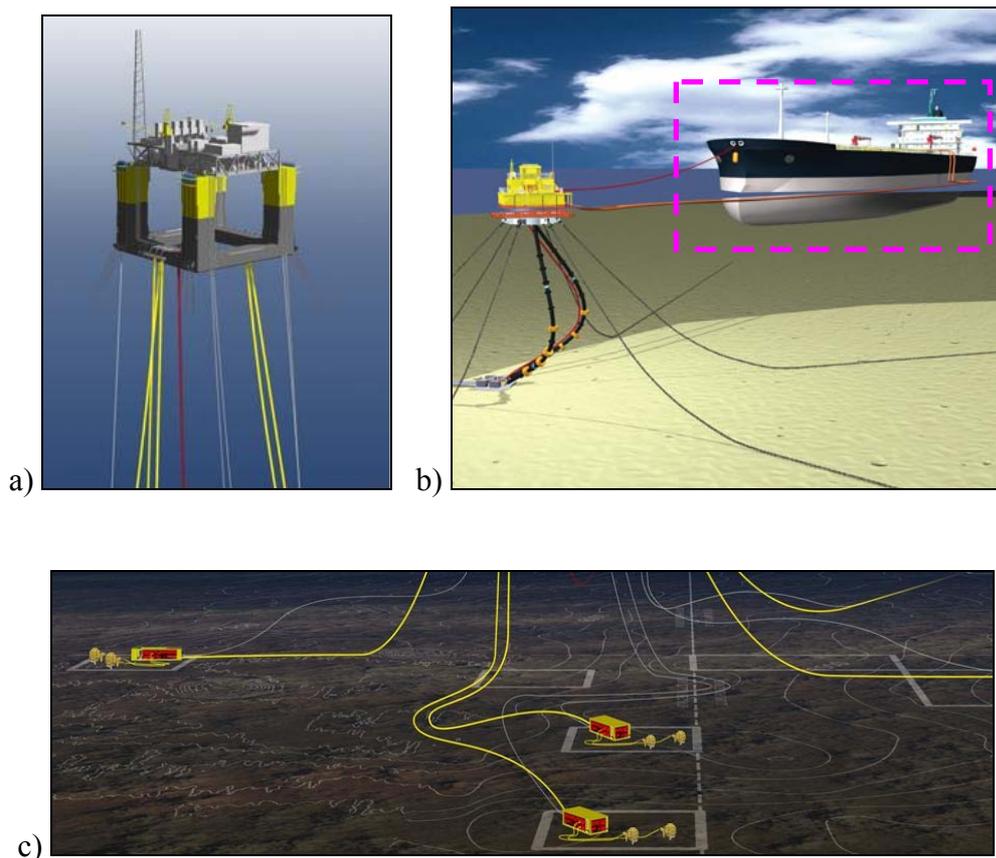


Figura 1.1 Sistema flutuante oceânico: a) DTU, b) FPSO em destaque, c) FTL

As restrições dimensionais consideradas durante o projeto do casco de uma FPSO são devidas aos processos de separação de óleo cru, desidratação e compressão de gás, produção e tratamento de água, tratamento e uso da água do mar, exportação de óleo cru para outras unidades e geração de energia elétrica.

O conjunto de equipamentos dentro de uma FPSO necessita de um sistema de abastecimento elétrico eficiente. Estas unidades possuem sistemas elétricos mais extensos que as plataformas fixas, onde a demanda elétrica é de aproximadamente 40–50 MW. Para um projeto típico assume-se que os motores acionadores são elétricos, com uma carga total conectada de 70MW e de operação igual a 40MW (Torres et al., 2005).

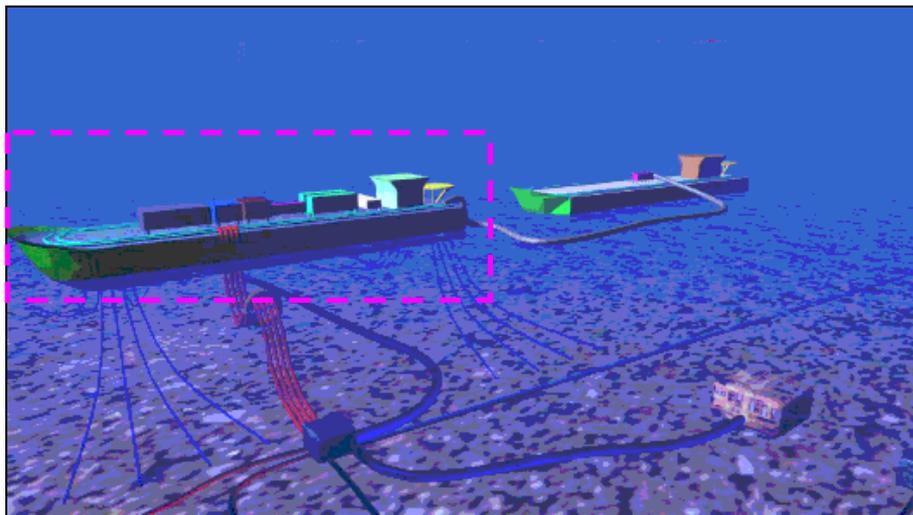


Figura 1.2 Formação de uma FPSO, no destaque

A análise dinâmica de uma estrutura do tipo FPSO encontra-se, por exemplo, embasada nas equações de Laplace, como se observa no manual teórico do programa OTTO. O objetivo deste programa é fazer uma análise das tensões existentes em um navio, submetido às ações do mar com envolvimento da interação fluida-estrutura existente, Otto (1986).

As restrições matemáticas do programa consideram três aspectos principais: 1) o movimento de cada elemento discretizado é pequeno, 2) o fluido é incompressível e 3) o fluxo não possui rotação. Estes aspectos são padrões no estudo do movimento de navios e possibilita reduzir o problema para uma abordagem linear. Os resultados são obtidos no domínio da frequência, contudo o uso da transformada inversa de Fourier pode trazer a resposta para o domínio no tempo. Embora os problemas estruturais se encontrem no domínio do tempo, é mais conveniente estudar a resposta estrutural no domínio da frequência.

O programa OTTO é o precursor do MOSES, que é uma ferramenta computacional especialmente desenvolvida para a engenharia *offshore*. Este programa oferece flexibilidade para criar modelos de estruturas, habilidades específicas de simulação e análise de tensões em estruturas sob forças hidrodinâmicas.

Em 1999, o Dr. Chang-Ho Lee e o Prof. J.Nicholas Neeman fundaram a WAMIT, Inc., sob concordância do MIT. A contribuição do WAMIT (*Wave Analysis MIT*) está relacionada com a análise da interação da superfície das ondas com as estruturas *offshore*. As estruturas podem estar localizadas na superfície, submersos ou montados no convés do navio; viabilizando informações do carregamento existente acima das estruturas oceânicas.

Geralmente os programas, MOSES e WAMIT, entre outros, são aceitos como padrões pela indústria (Torres et al., 2005), para análises hidrodinâmicas e avaliação de carregamentos durante o deslocamento de estruturas *offshore*.

## 1.2 Definição do problema

A exposição dos equipamentos aos carregamentos dinâmicos desenvolve o fenômeno da vibração. Ela, como parte da dinâmica associada ao movimento repetitivo, pode ser encontrada no movimento permanente do mar, cuja energia é transmitida aos navios e subsistemas do seu interior e no convés. Em geral, os navios e subsistemas, também estão sujeitos a forças relativamente grandes e aplicadas repentinamente, durante um período de tempo pequeno, ocasionando um dano local ou podendo excitar vibrações na estrutura. A esta força com as características de impacto, denomina-se de choque, e a severidade é medida em termos do valor máximo da resposta. Após o impacto, a vibração pode gerar ciclos de tensões elevadas na estrutura. Para avaliação da resposta se pode considerar o problema, por exemplo, como se fosse um sistema massa-mola com um grau de liberdade não amortecido, cuja plotagem do pico da resposta para um dado choque é conhecida como espectro do choque ou resposta espectral.

Particularmente, diversos casos podem ser citados a fim de considerar os benefícios ou não da vibração ou mesmo do choque. No caso da vibração, por exemplo, o som que atua em nosso sistema auditivo é transformado em sinais a serem processados pelo cérebro, desenvolvendo o sentido da audição. Por outro lado, a vibração desenvolvida em diversos sistemas mecânicos e estruturas pode ser um evento indesejável e destrutivo. Como exemplo, a vibração nas asas de uma aeronave, provocada pelo fluxo de vento sobre a mesma, pode desenvolver a fadiga do material. O mesmo pode ser observado em estruturas da construção civil sujeitas ao carregamento provocado por diversas fontes. Já os eventos sísmicos podem induzir vibrações levando à destruição das estruturas civis.

Podem-se argumentar três formas básicas, a fim de dissertar sobre vibrações em sistemas mecânicos.

Dependendo do nível de exposição dos equipamentos, o que corresponde a um primeiro argumento, os mesmos podem vir a falhar principalmente pelas diferenças em termos da

concepção do projeto, da forma de construção e da sua operação, bem como pela utilização de itens não certificados.

Uma correta compreensão dos caminhos de transmissão, o que corresponde a um segundo argumento, possibilita diminuir a propagação da energia de vibração, através da utilização de elementos isoladores ou até mesmo procurando evitar a colocação de fontes de vibração próximas uma das outras e coibir o uso de locais críticos. Os caminhos de transmissão são do tipo estrutural, onde a vibração se transmite através dos componentes mecânicos e normalmente sofre amplificação associada ao material de construção dos equipamentos.

As vibrações relativas entre partes de um equipamento podem ser causadas por uma fonte externa, pelo próprio equipamento ou devido à ação de forças geradas durante a operação do equipamento. Neste último argumento, enquadram-se as vibrações forçadas e as geradas por mecanismos de auto-excitação. Em geral, a auto-excitação atinge uma ou outra frequência natural do equipamento, o que pode causar vibrações excessivas comprometendo a funcionalidade do equipamento e provocando uma parada prematura.

Prevendo a necessidade de proteger os equipamentos, assim como reduzir o custo de manutenção e de hora parada, a indústria de isoladores e absorvedores desenvolveu elementos mecânicos dedicados ao isolamento e absorção parcial da energia de vibração gerada nos equipamentos. Tais elementos possuem características operacionais combinadas de forma a melhor atender as solicitações encontradas no ambiente industrial.

Em muitas situações, o fabricante de determinado equipamento deverá se sujeitar a certa faixa de vibração na qual o equipamento poderá ser aceito. Prevendo esta necessidade, os órgãos normatizadores da indústria, a exemplo da ISO (International Organization of Standards), propõem níveis de parâmetros aceitos, normalmente associados ao conforto humano ou ao conforto de operação dos equipamentos. Para o caso de equipamentos militares existem as MIL SPEC (Military Specifications). Finalmente, alguns fabricantes, quando possuem ferramentas e domínio suficientemente qualificado, definem as faixas de operação de seu produto.

Inman (2007) faz uma divisão de possibilidades de elementos para atenuar ou isolar as vibrações geradas por um equipamento, desenvolvendo uma seqüência de tarefas necessárias que devem ser executadas até culminar com a definição do tipo de elemento a ser utilizado. O

assunto passa inicialmente pela utilização de técnicas e métodos para analisar a resposta de vibração do equipamento, que normalmente é objeto de uma ou várias entradas. Conhecidos os parâmetros vibracionais de projeto do equipamento, o próximo passo é ajustar estes parâmetros até que a resposta vibracional se aproxime dos valores especificados de projeto.

Para dano estrutural, o melhor parâmetro é a amplitude da velocidade de deslocamento da estrutura. No homem, a melhor indicação é a aceleração do movimento, pois o corpo humano é mais sensível a esta variável. Outra questão que deve ser definida é com relação à faixa de frequência de operação e a amplitude de deslocamento, expostas de forma geral na Tabela 1.1.

Tabela 1.1 Faixa operacional em diversas situações

Situação	Frequência (Hz)	Amplitude do deslocamento (mm)
Vibração atômica	$10^{12}$	$10^{-7}$
Limiar da percepção humana	1-8	$10^{-2}$
Vibração de construções e maquinaria	10 - 100	$10^{-2}$ - 1
Oscilação em construções elevadas	1 - 5	10 - 1000

Fonte: Inman (2007)

Na Tabela 1.2 se observa a faixa operacional de problemas associados à engenharia mecânica em função da frequência de operação e da amplitude de deslocamento.

Tabela 1.2 Faixa operacional em problemas de engenharia.

Equipamento	Frequência (Hz)	Amplitude de Deslocamento (mm)
Equipamento médico ou ótico	0,1 - 1	$10^{-4}$
Maquinaria	10 - 1000	Faixa (mm até cm)

Fonte: Inman (2007)

As análises de vibrações devem ser claras em três aspectos: o domínio analítico que esta sendo usado (tempo, frequência), as variáveis que a descrevem (deslocamento, velocidade ou aceleração) e a forma estatística utilizada (amplitude instantânea, amplitude média calculada).

Como o quadrado do deslocamento associa-se com a energia potencial de um sistema, a média do deslocamento quadrático resulta um parâmetro vibracional importante. O valor quadrático médio ou variância do deslocamento  $x(t)$ , denotada por  $\bar{x}^2$ , é definido por:

$$\bar{x}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt \quad (1.1)$$

A raiz quadrada desse valor, chamada de *root mean square (rms)*, é geralmente utilizada na especificação da vibração, a partir do qual é possível definir o valor *rms* para velocidade e aceleração.

A ISO publicou um padrão de níveis aceitáveis de vibração em função dos valores *rms*, que podem ser utilizados para definir os níveis de vibração relacionados ao projeto em estudo. O passo seguinte é definir considerações com respeito à resposta do sistema, a qual pode ser detalhada em três itens, quais sejam: especificar a força de acionamento que dá origem a resposta do sistema, classificar a entrada como choque ou vibração e especificar a natureza da resposta.

Diversas técnicas servem para limitar ou alterar o choque ou a vibração de um sistema, se utilizando normalmente dois dispositivos, quais sejam: isoladores ou absorvedores. A Figura 1.3 mostra a diferença construtiva básica entre os dois.

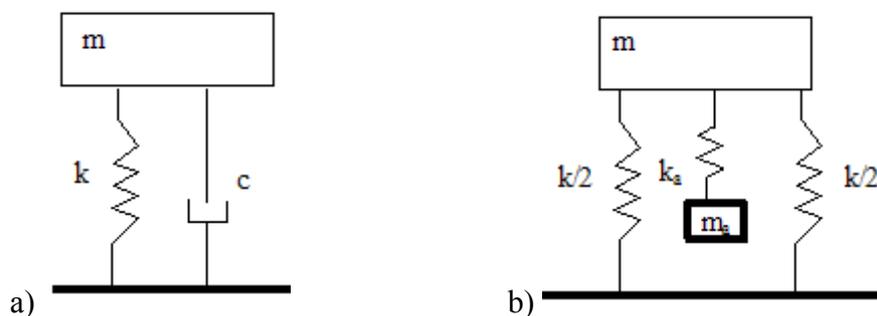


Figura 1.3 a) Isolador de vibração, b) Absorvedor de vibração

Diferente do isolador, um absorvedor consiste de uma segunda combinação de massa-mola associada ao dispositivo primário para protegê-lo da vibração. O maior efeito de adicionar um segundo sistema de massa-mola é mudar de um sistema com um grau de liberdade, para um sistema com dois graus de liberdade. O valor da massa do absorvedor ( $m_a$ ) e o valor da rigidez ( $k_a$ ) do absorvedor é escolhido tal que, o movimento da massa primária ( $m$ ) seja mínimo.

Um absorvedor é normalmente usado em máquinas que giram a velocidade constante, ou ainda em linhas de transmissão ou de telefonia, as quais normalmente são afetadas pela ação do vento. O sucesso na escolha do absorvedor depende dos seguintes fatores: a) conhecer a excitação harmônica; b) se a frequência do excitador flutuar fora da faixa de frequência do

absorvedor, a massa primária poderá sofrer oscilações; c) se há possibilidade de que a frequência principal passe para um sistema combinado de frequências ressonantes; d) se a rigidez da mola é capaz de suportar a força total de excitação e possui uma deflexão correspondente; e, e) para evitar ressonância deve-se avaliar a relação da massa do absorvedor e da massa primária.

Os absorvedores dinâmicos são dispositivos simples acoplados a sistemas mecânicos, ou a estruturas, chamadas de sistemas primários. Estes elementos têm por objetivo reduzir as vibrações quando estas estruturas estão trabalhando em uma faixa de frequências na qual há uma ou várias frequências naturais. Com o avanço tecnológico dos materiais viscoelásticos, os absorvedores de vibração se tornam viáveis para se produzir e aplicar a qualquer estrutura, por mais complexa que esta seja.

Os sistemas de transmissão de vibração podem tanto amplificar como amortecer os estímulos que recebem das fontes. O amortecimento ocorre na maioria dos casos, pela utilização de materiais destinados especificamente a esse fim e/ou por peças de acabamento interno que possuem características favoráveis ao amortecimento, ambos capazes de dispersar parte da energia vibratória, em forma de calor, reduzindo os níveis que chegam até equipamentos mais sensíveis.

Um projeto complexo, como é o caso do sistema de isoladores para um grupo gerador, exige conhecimento prévio do comportamento de todos os subsistemas que farão interação. Neste caso, torna-se indispensável que se estime quando menos o tipo, a magnitude e faixa de frequências das fontes excitadoras, sob diferentes situações de operação, e que se considere a influência da interação entre os subsistemas.

Na atualidade, o desenvolvimento de um projeto é auxiliado com ferramentas numéricas, a exemplo do método dos elementos finitos, elementos de contorno ou análise estatística energética. A fase final é a confirmação dos resultados numéricos com aqueles obtidos em protótipos ou através de experimentação em sistemas similares.

Os fabricantes de estruturas mecânicas estabelecem nas etapas iniciais do projeto os limites de carregamento, os parâmetros modais a serem atingidos e os níveis de respostas permissíveis. Assim, se evidencia a necessidade do pleno domínio das ferramentas numéricas e técnicas experimentais, como qualificações essenciais para a obtenção de importantes

diferenciais tecnológicos dentro do cenário mundial, onde é exigida a constante evolução no controle de ruídos e vibrações.

A atividade de prospecção e exploração de petróleo em alto mar requer investimentos elevados para a implantação dos meios navais necessários. Os efeitos da construção de plataformas, em nível de geração de emprego, desenvolvimento tecnológico e riqueza podem ser sentidos em meio à crise econômica mundial.

As plataformas assim como os navios plataforma estão sujeitos às mais diferentes formas de carregamentos estáticos e dinâmicos, os quais podem ser provocados pelo deslocamento da unidade para o ponto de ancoragem, a ação de correntes marinhas e ventos, a operação em si, etc.

A indústria do petróleo promove alternativas de projeto relacionadas com a tecnologia de desenvolvimento de plataformas, dos equipamentos internos responsáveis pela produção, manutenção e conforto da vida do homem na plataforma.

O tratamento de problemas acoplados, considerando a interação fluido-estrutura, a exemplo dos sistemas ancorados no mar, vem com o passar dos anos, diante da maior disponibilidade de ferramentas analíticas, numéricas e experimentais, sendo um desafio plausível de solução e alvo constante de pesquisa em diversos segmentos tecnológicos da indústria.

Etapa fundamental no projeto da estrutura de sustentação de um grupo gerador é sua concepção estrutural, a fim de definir o tipo, quantidade, posicionamento e geometria dos elementos estruturais. A análise estrutural serve para fazer uma avaliação do comportamento da estrutura, para o qual se considera um modelo analítico simplificado e fundamentado no propósito para o qual a estrutura esta sendo concebida.

Em geral, a concepção de um modelo analítico deve considerar o comportamento real da estrutura, com base em resultados experimentais e estatísticos. Contudo, podem-se adotar uma série de hipóteses simplificadoras relativas ao comportamento físico dos componentes, da geometria do modelo, das condições de suporte com o meio externo, do comportamento dos materiais e das solicitações que agem sobre a estrutura.

O modelo analítico é utilizado para representar matematicamente a estrutura em análise, e incorpora as teorias e hipóteses necessárias para descrever o comportamento da estrutura sob diversas solicitações. Estas hipóteses são baseadas em leis físicas de equilíbrio entre forças e deslocamentos, em relações de compatibilidade entre deslocamentos/deformações e deformações/tensões, e em leis constitutivas dos materiais que compõem a estrutura.

O desenvolvimento da modelagem da estrutura de sustentação de um grupo gerador, tema desta pesquisa, sob condições de contorno definidas como carregamentos e frequência de operação do conjunto a ser protegido, envolve um sistema de isoladores específico para este fim. Contudo, o trabalho é desenvolvido não só para compreensão do fenômeno físico, mas também para se adquirir sensibilidade quanto aos fatores que influenciam o projeto de sistemas similares.

### **1.3 Objetivos da pesquisa**

Os principais objetivos do trabalho são:

O desenvolvimento dimensional de uma estrutura metálica, robusta e eficiente, que sirva de sustentação a um grupo gerador. A estrutura deve suportar o carregamento operacional provocado pelo grupo gerador, constituído por motor, acoplamento e gerador. Como resultados deste desenvolvimento são obtidos as seções transversais dos membros longitudinais e transversais da estrutura.

Desenvolver computacionalmente um sistema ótimo de isoladores de vibração para o conjunto formado pelo grupo gerador e a estrutura de sustentação. Como resultados deste desenvolvimento são definidos as frequências naturais do conjunto, assim como os parâmetros de rigidez e de amortecimento dos isoladores.

Avaliar a estrutura de sustentação numa aplicação *offshore*, considerando a análise modal e a análise de tensões da estrutura, quando sujeita a carregamentos estáticos e dinâmicos.

### **1.4 Organização do trabalho**

O trabalho encontra-se dividido em sete capítulos.

O *Capítulo 1* define e justifica o problema a ser abordado neste trabalho, os principais objetivos que se pretendem alcançar, e a organização da metodologia adotada.

O *Capítulo 2* disponibiliza a pesquisa bibliográfica, envolvendo diferentes desdobramentos de estudos, técnicas e aplicações correlatas às empregadas neste trabalho.

O *Capítulo 3* apresenta o embasamento teórico requerido para a modelagem e análise estrutural da estrutura de sustentação de um grupo gerador.

O *Capítulo 4* têm por finalidade desenvolver a modelagem da estrutura de sustentação de um grupo gerador, onde a estrutura estará sujeita ao carregamento provocado por máquinas teoricamente rígidas, entregando-se ao final uma possibilidade de perfis para a estrutura.

No *Capítulo 5* se desenvolve um modelo onde a massa distribuída do conjunto, formado pelo gerador e pela estrutura de sustentação, é concentrado como um corpo rígido sobre um sistema de isoladores. Tal modelo possibilita selecionar um sistema ótimo de isoladores em função da minimização da máxima frequência natural do conjunto.

O *Capítulo 6* apresenta resultados de aproximação numérica, relativos á análise modal, análise de deflexões e de tensões da estrutura de sustentação de um grupo gerador, considerando cargas dinâmicas *offshore*.

O *Capítulo 7* apresenta as conclusões gerais obtidas, bem como as perspectivas para o desenvolvimento de futuros trabalhos na área.

O *Capítulo 8* lista as referências bibliográficas utilizadas no trabalho.

## 2. Pesquisa Bibliográfica

Neste capítulo se apresenta uma revisão da literatura com o objetivo de conhecer as diferentes contribuições científicas relacionadas ao tema da pesquisa, inclusive com a finalidade de auxiliar na justificativa do tema e definição do problema, na determinação dos objetivos e na construção de hipóteses de solução.

Estudos foram realizados no sentido de generalizar a teoria dos absorvedores de vibração aplicados a estruturas complexas. Nos trabalhos de Espíndola e Silva (1992), uma metodologia geral foi derivada para o projeto ótimo de um sistema de absorvedores, quando acoplados a uma estrutura com geometria complexa. Essa teoria foi aplicada para absorvedores de diversos tipos (Espíndola e Silva, 1992).

Bavastri (1997), utilizando técnicas de otimização, e Bavastri et al (1998), usando um algoritmo híbrido (AG e TONL), propõem uma técnica geral para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos. Com essa metodologia, o controle deixou de ser projetado modo a modo, como em Espíndola e Silva(1992), para ser concebido em banda larga de frequência, onde um ou vários neutralizadores podem ser projetados, simultaneamente, para controlar um ou vários modos na faixa de frequência de interesse.

O assunto neutralizadores dinâmicos foi explorado por Freitas e Steffen Jr (2004). Neutralizadores adaptativos são aqueles cujos parâmetros físicos de massa, rigidez e amortecimento podem ser ajustados, possibilitando a estes dispositivos uma sintonia com uma banda de frequência maior. Steffen Jr. et al (2007) realizou pesquisas em controle ativo de vibração de máquinas rotativas em regime transitório e em regime permanente através da utilização de materiais piezolétricos nos mancais. Resultados experimentais e simulação numérica por elementos finitos mostraram que esta estratégia para o controle de vibração de rotores é válida.

Marcotte (2004) propôs um estudo sobre um dispositivo para a atenuação de ruídos e vibração, através de uma combinação das técnicas clássicas. O dispositivo chamado de DAVA (Distributed Active Vibration Absorber – Absorvedor ativo de vibração distribuído) é a combinação das técnicas de absorção passiva, reativa e ativa. O DAVA é distribuído sobre a área da estrutura que se deseja atenuar o som e atenuar a vibração. O dispositivo é feito de camadas

retas e em forma de onda, as quais estarão em contato com a estrutura flexível. O método de atuação do dispositivo é semelhante a um absorvedor de vibração, com uma massa fixa na estrutura, agindo como um sistema massa mola, com um grau de liberdade, distribuído sobre a área da estrutura. A frequência de ressonância do DAVA, pode ser ajustada através da variação da espessura do elemento elástico, ou ainda através da variação da espessura do absorvedor.

Os absorvedores de vibração, conforme definição de Bavastri et al. (2007), são sistemas ressonantes que ao serem fixados a uma estrutura mecânica, chamada de primária, reduzem os níveis de vibração a valores aceitáveis pela estrutura. Através da modelagem do absorvedor, é possível representar a dinâmica do sistema composto, qual seja; sistema primário mais absorvedor, em função das coordenadas generalizadas do sistema primário. Isto permite trabalhar com um número reduzido de equações em um subespaço modal do sistema a controlar. Este trabalho apresenta a definição de parâmetros equivalentes para diferentes tipos de absorvedores (viscosos, viscoelásticos, eletromecânicos e hidráulicos) e a utilização de simulações numéricas. Com relação à quantidade de absorvedores que podem ser utilizados, dependerá da banda de frequência de interesse; sendo que para um controle em banda, o amortecimento é fundamental.

Os absorvedores, aplicados em controle de vibrações, são eficazes para reduzir vibração em máquinas, edifícios, pontes e outros sistemas mecânicos e eletro mecânicos, apresentando um custo que se pode considerar baixo, em se tratando de atenuação de vibração em máquinas rotativas. Como escrito anteriormente, a vantagem destes dispositivos esta na manipulação das características físicas, quais sejam: massa, rigidez e amortecimento. Permitindo desta forma que o nível de vibração da estrutura (sistema primário) seja reduzida a valores aceitáveis ou a amplitude da sua resposta seja minimizada (Cruz, 2004).

A busca da atenuação ou do isolamento das vibrações presentes nos equipamentos, durante seu período de operação, pode ser verificada através das observações de Dodd (2007), que menciona que desenvolvimentos nessa área já ocorriam há 100 anos. O autor destaca a utilização da teoria das equações diferenciais lineares de segunda ordem com coeficientes constantes, possibilitando uma estratégia para a solução, análise e controle das vibrações.

Dodd (2007) considera um motor de automóvel vibrando em operação e montado na estrutura de base do veículo. Se o motor for montado rigidamente na estrutura de sustentação, a vibração será transmitida entre as mesmas, o que pode causar danos à sustentação do motor, ou

ainda um inaceitável desconforto dentro do automóvel. Uma opção natural para minimizar tal efeito é inserir um dispositivo entre o motor e a estrutura de sustentação, por exemplo, um isolador de vibração, que consiste de um ou mais *pads* de um material elástico, que pode ser uma borracha ou um conjunto de molas, uma câmara contendo ar sob pressão ou ainda uma combinação destes elementos. A relação da força máxima transmitida à estrutura de sustentação através do isolador de vibração, com a força máxima exercida na estrutura de sustentação pelo motor sem isolador, representa a *transmissibilidade*.

No caso das vibrações, os parâmetros de controle, podem ser: a amplitude da vibração, as frequências de vibração e as derivadas de deslocamento e velocidade. Explorando as possíveis fontes de vibração, o caminho percorrido pelo fenômeno, as consequências e as soluções disponíveis, Lamancusa (2002) apresenta o controle inteligente dos níveis de vibração, através do uso das facilidades propostas pela mecatrônica, culminando com a combinação de dispositivos isoladores e absorvedores de vibração.

Como se observa na Figura 2.1, uma das ferramentas desenvolvidas para tratar as equações diferenciais é a programação em blocos, passando-se a interagir com o sistema de maneira virtual, até atingir a solução desejada pela modificação dos parâmetros envolvidos. Neste caso, observam-se diversos sinais para excitação da equação diferencial, chamados de F1, F2, F3, F4 e F5; selecionados independentemente a partir da *chave de múltiplas posições*. A conexão ao corpo da programação é feita via equação diferencial ordinária ou através da função de transferência, a qual trata o sinal no domínio da frequência, que representa a relação entre a entrada e a saída do sinal. Uma vez determinada a resposta no domínio da frequência, se realiza a transformada inversa para ter a resposta no domínio do tempo.

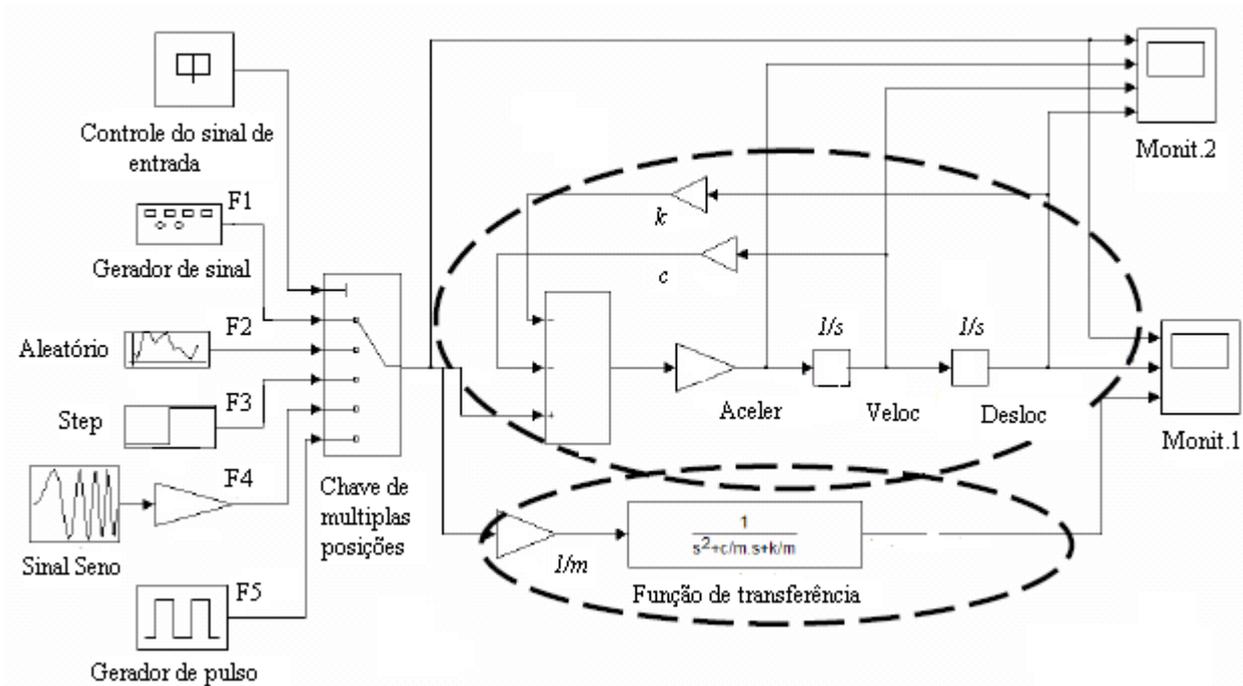


Figura 2.1 Resposta de um sistema de 1GDL sob diversas excitações, (Sek, 2006)

Hoque (2006) propôs o desenvolvimento de um sistema ativo de controle de vibração, utilizando isoladores de vibração. O sistema desenvolvido é capaz de suprimir distúrbios diretos e isolar o sistema de vibrações associadas a translação vertical e a modos rotacionais. Duas categorias de controle estratégico para os atuadores foram propostas, quais sejam de controle local e controle modal. O controle modal, segundo o autor, permite superar limitações de desempenho para os modos rotacionais, as quais não eram contempladas no método de controle proposto anteriormente. Um modelo matemático do sistema é proposto e cada grau de liberdade é tratado separadamente para controlar o sistema. Segundo Hoque, os resultados têm atingido uma boa isolamento da vibração e um bom desempenho de atenuação.

As facilidades dos novos materiais e o avanço tecnológico têm possibilitado a construção de estruturas mais elevadas e flexíveis, contudo mais propensas a vibrações de natureza diversa. Com a finalidade de reduzir o nível de vibração, usa-se o controle passivo através de dispositivos projetados para esse fim, dentre os quais o amortecedor de massa múltiplo (AMSM) tem-se mostrado eficiente, Figura 2.2. Este dispositivo consiste em vários sistemas massa, mola e amortecedor, sintonizados em torno da frequência do sistema principal. Ospina (2008) compara as respostas de um edifício de vinte andares reduzido a um grau de liberdade através da superposição modal. Os resultados obtidos sugerem uma busca numérica *Min.Max.* com a finalidade de encontrar parâmetros que permitam uma melhor eficiência do AMSM para dois, três, quatro e cinco massas, apresentando as equações que governam o sistema AMSM.

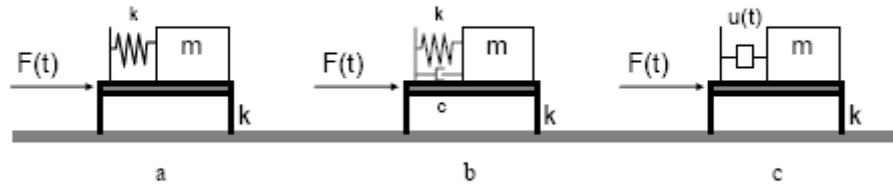


Figura 2.2 Absorvedor de massa sintonizado: a) principal b) passivo c) ativo

### 3. Fundamentação Teórica

#### 3.1 Generalidades

A finalidade deste capítulo é apresentar o embasamento teórico necessário para o desenvolvimento do projeto, modelagem e análise da estrutura de sustentação de um grupo gerador, sujeita a carregamentos operacionais, quer dizer estáticos e dinâmicos.

#### 3.2 Deflexão da estrutura de sustentação

As estruturas de apoio das máquinas, como por exemplo, a estrutura de sustentação de um grupo gerador torna-se fundamental para a adequada performance dinâmica do grupo. As variáveis consideradas no desempenho do grupo aparentam estar relacionadas com a configuração de rigidez da estrutura de sustentação. Esses carregamentos são transmitidos, através dos pontos de fixação à estrutura; por outro lado, as seções transversais dos membros da estrutura devem ter momentos de inércia apropriados, não permitindo deflexões excessivas e garantindo que as tensões se encontrem abaixo do limite de fadiga da estrutura carregada. O sistema de coordenadas adotado no trabalho é mostrado na Figura 3.1.

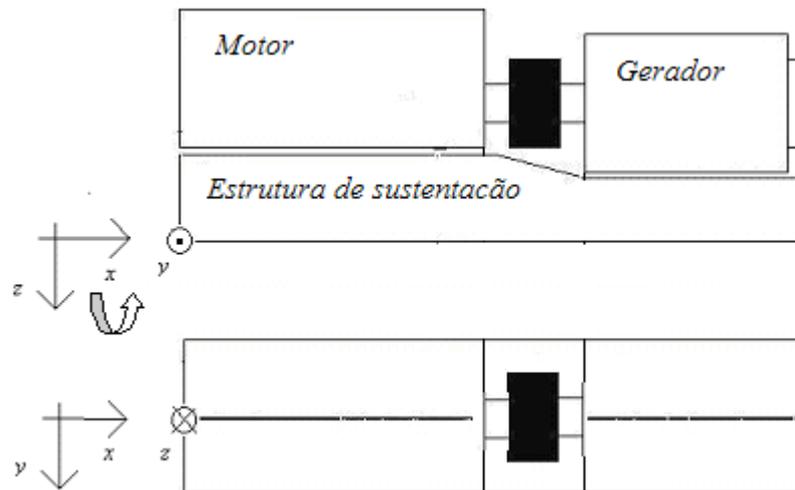


Figura 3.1 Sistema de coordenadas adotado para o projeto

Os componentes da estrutura de sustentação são os membros laterais longitudinais e os membros transversais. Como uma primeira aproximação, considera-se os membros da estrutura de sustentação separadamente, conforme se observa, por exemplo, no esquema do membro

lateral longitudinal da Figura 3.2, a fim de avaliar a sua contribuição para a resistência total à deflexão da estrutura de sustentação.

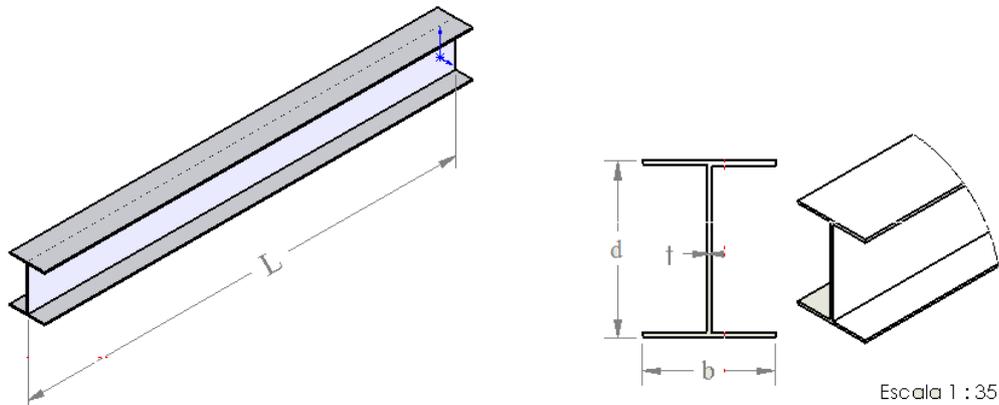


Figura 3.2 Membro lateral longitudinal com indicação da seção transversal

O cálculo da máxima deflexão devido a carregamentos de flexão necessita que o ponto de máxima deflexão deva primeiramente ser encontrado. Normalmente, a estrutura de sustentação possui mais de duas cargas e a máxima deflexão, usualmente não ocorre no meio do comprimento da estrutura. Contudo, duas medidas podem simplificar esta questão, a primeira, considerar somente a deflexão no meio do comprimento do membro ao invés da deflexão máxima num ponto de difícil obtenção visto que elas não diferem em mais de 2%, a segunda, um simples método de adição dos momentos de inércia requerido para cada carga individual pode ser utilizado, (Blodgett, 1976).

Para cada membro encontra-se que cada carga causará certa deflexão. Logo, utilizando o princípio da superposição, a deflexão total será igual à soma das deflexões individuais produzidas pelas cargas individuais.

Este princípio de adição das deflexões pode ser usado de modo reverso, para encontrar a seção requerida do membro com perfil I suposto. Para uma dada deflexão permissível  $\Delta$  no meio do comprimento, cada carga solicitará que o membro tenha uma seção específica ( $I_1, I_2, \dots$ ).

O momento de inércia  $I$  do membro, necessário para suportar todas as cargas verticais dentro da deflexão permissível  $\Delta$ , será igual à soma dos momentos de inércia individuais ( $I_n$ ).

Uma forma gráfica para obtenção do momento de inércia individual ( $I_n$ ) requerido, associado a carregamento e condição de apoio específico, é realizado através da utilização de nomogramas, como apresentado para uma carga concentrada na Figura 3.3, Blodgett (1976).

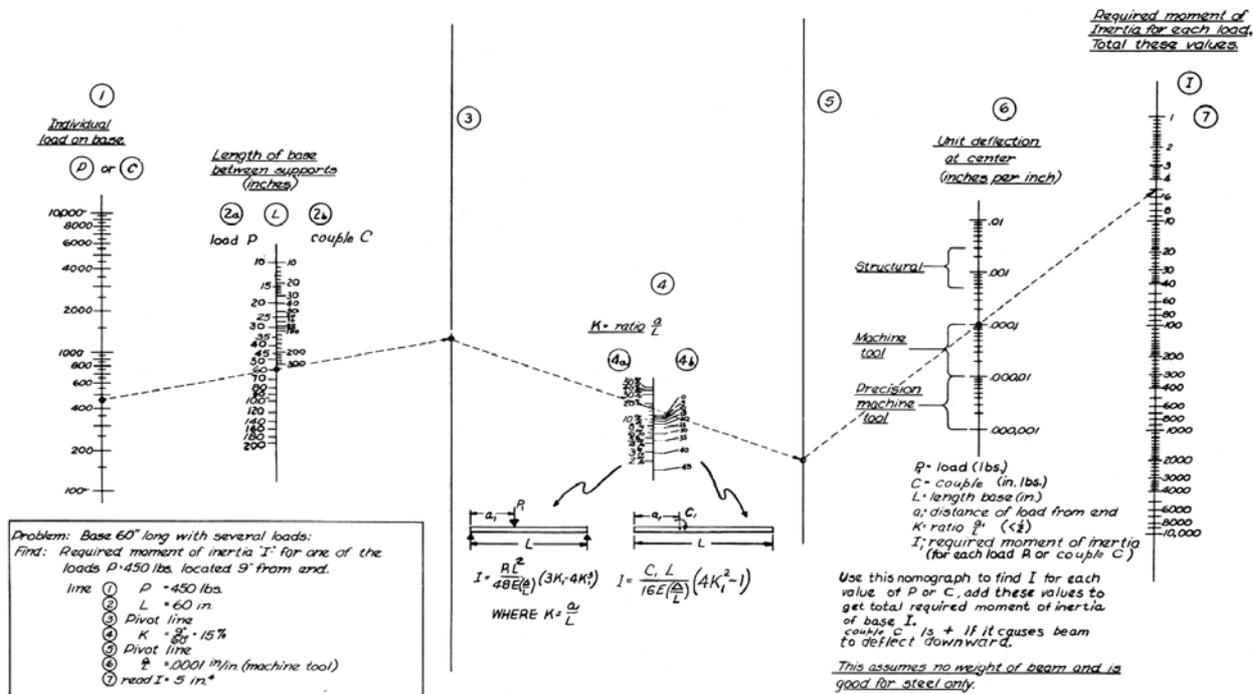


Figura 3.3 Momento de inércia requerido para carga concentrada

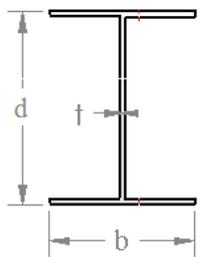
Ao projetar a estrutura de sustentação consideram-se algumas medidas para o incremento da resistência à torção: seções fechadas, reforços diagonais, e conexões rígidas nos extremos dos membros longitudinais.

### 3.2.1 Deflexão por flexão dos membros longitudinais

Blodgett (1976) apresenta um procedimento para obter o momento de inércia através do método das propriedades unitárias; para o qual se determinam as relações da largura  $b$  à altura  $d$  da seção e também o percentual da espessura da alma  $t$  à altura  $d$  da seção. Logo, em tabelas com propriedades unitárias apropriadas para seções de configuração similar, encontra-se o momento de inércia unitário  $I_u$  para uma seção que satisfaça essas relações.

Para o caso de seções em I, utiliza-se as relações da Tabela 3.1, extraída de Blodgett (1976).

Tabela 3.1 Momentos de inércia unitários  $I_u$  de uma seção transversal em I, C e caixão

	Relação espessura/altura, $t/d$ (%)	Relação largura/altura, $b/d$				
		1/2	3/4	1	2	3
	2	0,0067	0,0091	0,0120	0,0205	0,030
	3	0,0095	0,0129	0,0167	0,0305	0,044
	4	0,012	0,0165	0,0212	0,040	0,0570
	5	0,01425	0,01985	0,02562	0,0482	0,07080
	10	0,02457	0,034735	0,04493	0,0856	0,12486
	15	0,0315	0,0457	0,0583	0,1115	0,1645
	20	0,03627	0,0526	0,06763	0,1317	0,1957
	25	0,0390	0,0568	0,0739	0,1455	0,2180
	30	0,0407	0,06013	0,0796	0,1576	0,2355

Visto que o valor de  $I_u$  é válido para uma seção com altura de 1 pol, a fim de se obter o momento de inércia da seção de interesse, multiplica-se dito valor  $I_u$  pela altura da seção elevada à quarta potência.

$$I = I_u d^4 \tag{3.1}$$

A máxima deflexão  $\Delta$  em vigas uniformemente carregadas e apoiadas nos extremos, que é a condição assumida para os membros longitudinais, é obtida através da expressão,

$$\Delta = \frac{5 W L^3}{384 E I}, \tag{3.2}$$

onde

$L$  : comprimento da viga

$I$  : momento de inércia da seção

$E$  : módulo de elasticidade do material

$W$  : carregamento total (uniformemente distribuído)

### 3.2.2 Deflexão por flexão dos membros transversais

O próximo passo é definir as características da seção transversal dos membros transversais da estrutura de sustentação. Embora não exista carga horizontal aplicada na estrutura de sustentação, ela deve ser capaz de suportar uma *carga horizontal*  $P_T$ , assumida neste caso

igual a 1/5 do carregamento uniformemente distribuído da carga vertical total  $W$ , (Blodgett, 1976),

$$P_T = \frac{1}{5}W \quad (3.3)$$

A deflexão da parte inferior do membro transversal  $\Delta_{ti}$ , segundo modelo da Figura 3.4 e conforme Blodgett (1976), é calculada da seguinte forma, ,

$$\Delta_{ti} = \frac{P_t e_i L_{ti}^2}{2 E I_{ti}} \quad (3.4)$$

onde

$L_{ti}$  : comprimento da parte inferior do membro transversal (metade da largura da estrutura)

$I_{ti}$  : momento de inércia da parte inferior da seção do membro transversal

$e_i$  : altura livre do membro transversal inferior

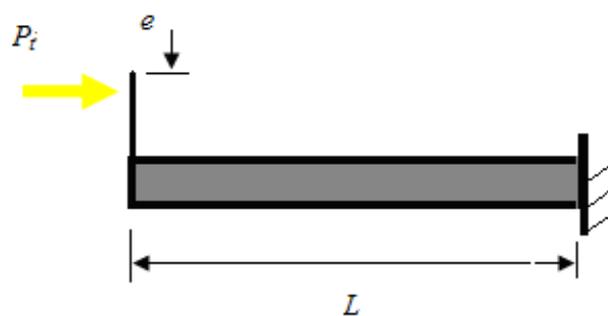


Figura 3.4 Parte inferior do membro transversal sujeito a carga horizontal

O passo seguinte é verificar o momento de inércia necessário da parte superior do membro transversal, aproximado segundo o modelo de viga da Figura 3.5, cuja seção transversal horizontal assemelha-se a uma viga I, conforme Figura 4.10. O flange externo é parte da alma do membro longitudinal, sua alma é a alma do membro transversal, e o flange interno é uma prolongação do flange superior do membro transversal.

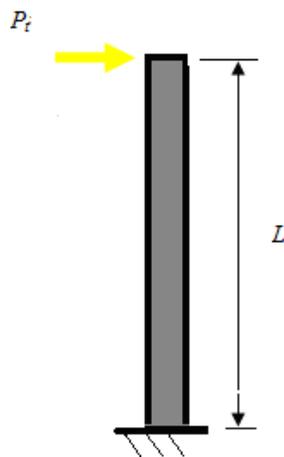


Figura 3.5 Parte superior do membro transversal sujeito a carga horizontal

A deflexão da parte superior do membro transversal é calculada com a expressão,

$$\Delta_{ts} = \frac{P_t L_{ts}^3}{3 E I_{ts}}, \quad (3.5)$$

onde

$L_{ts}$  : comprimento da parte superior do membro transversal

$I_{ts}$  : momento de inércia da parte superior do membro transversal

$P_t$  : carregamento do membro transversal

### 3.2.3 Resistência à torção de seções abertas de parede fina

A obtenção do ângulo de torção aplicável ao trabalho requer o entendimento da estrutura à torção, para o qual se considera que seus membros possam ser considerados como seções abertas de parede fina. Por definição, se considera que uma seção de parede fina seja dita aberta quando a união dos pontos que definem a linha central das paredes não é uma curva fechada. Segundo Oden e Ripperger (1981), as vigas com perfil em I estão dentro das formas estruturais caracterizadas pelas combinações de elementos retangulares de parede fina.

Uma característica básica destas seções é que a espessura  $t$  dos componentes da seção é muito pequena se comparada às outras dimensões. O método para a análise torcional deste tipo de estrutura passa pelo estudo da seção aberta correspondente a um retângulo fino. Para o trabalho, o perfil da seção retangular é simétrico com relação aos eixos locais  $y$  e  $z$ . Assumindo

que a superfície  $\Phi$  da seção seja constante na direção de  $y$ , ela será uma função de  $z$  sem apresentar variação em  $y$ , Figura 3.6.

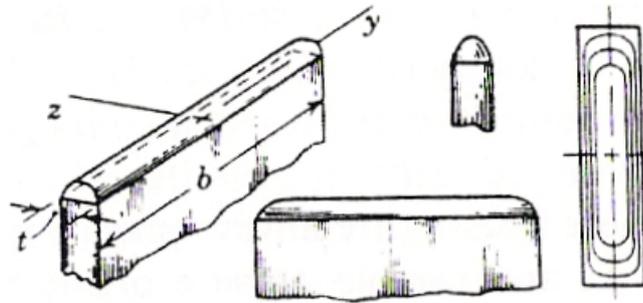


Figura 3.6 Superfície  $\Phi$  de uma seção retangular fina, Fonte: Oden e Ripperger (1981)

Considerando  $\theta$  como o ângulo de torção, a equação de compatibilidade para o problema de torção em barras prismáticas é,

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = -2G\theta \quad (3.6)$$

que para uma seção transversal retangular fina, se reduz a seguinte equação diferencial ordinária,

$$\frac{d^2 \Phi}{dz^2} = -2G\theta \quad (3.7)$$

Integrando-se a equação duas vezes tem-se,

$$\Phi = -G\theta z^2 + C_1 z + C_2 \quad (3.8)$$

onde  $C_1$  e  $C_2$  são constantes de integração. Como  $\Phi = 0$  em  $z = \pm t/2$ , temos assim  $C_1 = 0$  e  $C_2 = G\theta t^2 / 4$ , logo,

$$\Phi = -G\theta \left( z^2 - \frac{t^2}{4} \right) \quad (3.9)$$

Em 1855, Saint-Venant apresenta a teoria da torção; quase meio século depois, Ludwig Prandtl define que o problema torcional pode ser conduzido pela função diferenciável  $\Phi(y, z)$ ,

chamada de função tensão ou *stress function*, onde as tensões de cisalhamento  $\tau_{xy}$  e  $\tau_{xz}$ , mostradas na Figura 3.7, são dadas por,

$$\tau_{xy} = \frac{\partial \Phi}{\partial z} = -2 G \theta z \quad (3.10)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial \Phi}{\partial y} = 0 \quad (3.11)$$

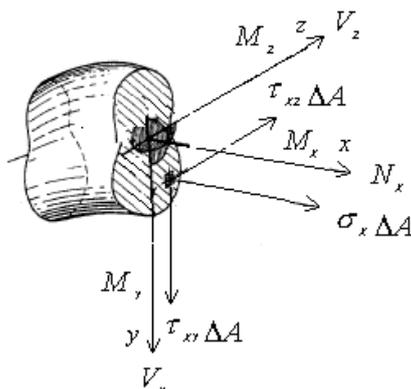


Figura 3.7 Resultantes de tensão de uma seção de uma barra, Fonte: Oden e Ripperger (1981)

Assim, a tensão cisalhamento varia linearmente sobre a espessura e é zero ao longo da linha de centro do retângulo. Definida a constante torcional  $J$  de uma barra de seção arbitrária por,

$$J = \frac{2}{G\theta} \iint_A \Phi \, dydx \quad (3.12)$$

e substituindo nesta expressão a Equação (3.9), obtém-se a constante torcional de uma barra com seção retangular,

$$J = -\int_{-b/2}^{b/2} \int_{-t/2}^{t/2} (2z^2 - \frac{t^2}{2}) \, dydz \quad (3.13)$$

$$J = \frac{bt^3}{3} \quad (3.14)$$

As constantes torcionais e a máxima tensão de cisalhamento podem ser encontradas para muitas seções complexas abertas de parede fina, usando os resultados obtidos para um perfil retangular, o qual é possível por ambos serem diretamente proporcionais ao volume sob a superfície  $\Phi$ . Este volume, para uma seção composta por diversos membros retangulares, é

claramente igual à soma dos volumes elementares. Por exemplo, a constante torcional da seção I, mostrada na Figura 3.8, é exposta na Equação (3.15),

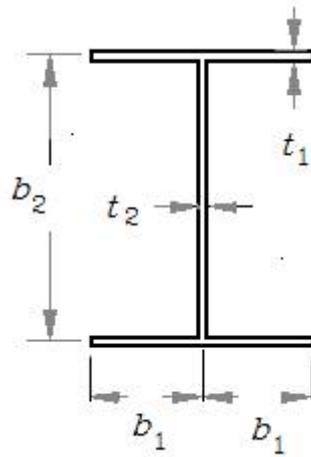


Figura 3.8 Perfil em I, para calculo da constante torcional

$$J = \frac{4 b_1 t_1^3 + b_2 t_2^3}{3} \quad (3.15)$$

De forma geral, uma seção com  $n$  elementos retangulares será dada por,

$$J = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n b_i t_i^3 \quad (3.16)$$

Conforme Oden e Ripperger (1981) o momento de torção total  $T$  em qualquer seção de uma barra não circular é igual a duas vezes o volume baixo a superfície  $\Phi$ ,

$$T = 2 \iint_A \Phi \, dy \, dz \quad (3.17)$$

Já o ângulo de torção  $\theta$  ainda pode ser expresso através da teoria elementar de torção,

$$\theta = \frac{T L}{G J} \quad (3.18)$$

onde

$L$  : comprimento da barra

$G$  : módulo de rigidez à torção do material

$J$  : constante torcional da barra

### 3.3 Dinâmica de corpo rígido do conjunto

Esta seção apresenta a dinâmica de corpo rígido na modelagem da estrutura de sustentação, de forma a obter um conjunto ótimo de isoladores de vibração.

#### 3.3.1 Vibração de corpo rígido

Em sistemas com massa distribuída, um modelo que admita que a massa esteja concentrada em um único ponto ou em certo número de pontos pode, em alguns casos, prover uma aproximação adequada do comportamento do sistema. Um modelo relevante do conjunto sujeita a vibração seria considerá-lo um corpo rígido com massa distribuída restrito por isoladores. Neste caso, o equilíbrio de forças e momentos deve ser satisfeito no movimento do corpo.

Considera-se o conjunto como um corpo rígido com centro de massa  $CM$ , suportado diretamente no solo, como mostrado na Figura 3.9. Sob a ação de forças aplicadas, o corpo pode vibrar em qualquer uma das coordenadas translacionais (longitudinal  $x$ , transversal  $y$ , vertical  $z$ ) ou rotacionais (rolagem/roll  $\psi_x$ , balanço/pitch  $\psi_y$  e guinada/yaw  $\theta$ ).

Na maioria dos casos, a translação vertical e a rotação torsional são desacopladas. A translação longitudinal e o balanço, a translação transversal e a rolagem são acopladas.

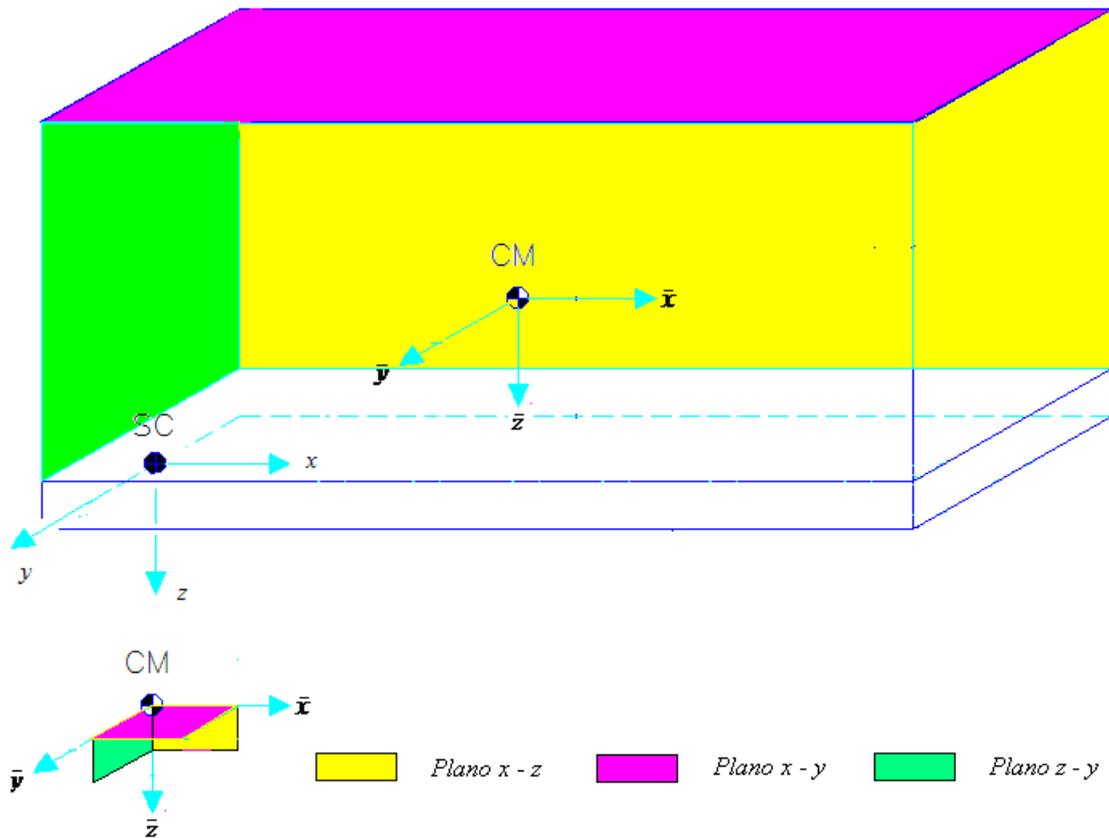


Figura 3.9 Origem do sistema de coordenadas SC e centro de massa CM

Para o sistema de coordenadas indicado na Figura 3.1, as coordenadas do CM do conjunto são calculadas através das expressões,

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_n m_n}{\sum_{i=1}^n m_n}, \quad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_n m_n}{\sum_{i=1}^n m_n}, \quad \bar{z} = \frac{\sum_{i=1}^n z_n m_n}{\sum_{i=1}^n m_n} \quad (3.19)$$

onde

$\bar{x}$  : posição do CM do conjunto com relação ao eixo  $x$ , em mm

$\bar{y}$  : posição do CM do conjunto com relação ao eixo  $y$ , em mm

$\bar{z}$  : posição do CM do conjunto com relação ao eixo  $z$ , em mm

### 3.3.2 Equações de movimento de vibração livre

O suporte do corpo rígido é idealizado com um número discreto de isoladores. Para o corpo, as equações de movimento de vibração livre são desenvolvidas separadamente sem e com amortecimento.

O conjunto assumido como um corpo em três dimensões pode vibrar com até seis graus de liberdade. Para simplificar a análise um número de condições deverão ser impostas tal que:

- 1) Os eixos de referência para o corpo serão escolhidos de forma que os produtos de inércia,  $I_{xy}=I_{yz}=I_{zx}=0$ . A origem dos eixos de referencia passam através do *CM* do corpo e os momentos de inércia  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$ ,  $I_{zz}$  tornam-se os momentos principais de inércia.
- 2) As molas de sustentação são alinhadas tal que os eixos de carregamento são paralelos aos eixos de referência.
- 3) Para as molas de sustentação, considera-se  $k_{xy}=k_{yz}=k_{zx}=0$ , onde, por exemplo,  $k_{xy}$  é a rigidez lateral da mola com eixo longitudinal na direção de  $x$ .
- 4) A fundação é rígida.

As equações de movimento para vibração livre não amortecida, considerando a Figura 3.10, são expressas da seguinte forma,

$$m \ddot{x} + \sum k_{xi}x + \sum (k_{xi}l_{zi})\psi_y - \sum (k_{xi}l_{yi})\theta = 0 \quad (3.20)$$

$$m \ddot{y} + \sum (k_{yi}y) + \sum (k_{yi}l_{zi})\psi_x - \sum (k_{yi}l_{xi})\theta = 0 \quad (3.21)$$

$$m \ddot{z} + \sum k_{zi}z + \sum (k_{zi}l_{yi})\psi_x - \sum (k_{zi}l_{xi})\psi_y = 0 \quad (3.22)$$

$$I_{xx} \ddot{\psi}_x + \sum (k_{yi}l_{zi})y + \sum (k_{zi}l_{yi})z + (\sum (k_{yi}l_{zi}^2) + \sum (k_{zi}l_{zi}^2))\psi_x - \sum (k_{zi}l_{xi}l_{yi})\psi_y - \sum (k_{yi}l_{xi}l_{zi})\theta = 0 \quad (3.23)$$

$$I_{yy} \ddot{\psi}_y + \sum (k_{xi}l_{zi})x - \sum (k_{zi}l_{xi})z - \sum (k_{zi}l_{xi}l_{yi})\psi_x + (\sum (k_{xi}l_{zi}^2) + \sum (k_{zi}l_{xi}^2))\psi_y - \sum (k_{xi}l_{yi}l_{zi})\theta = 0 \quad (3.24)$$

$$I_{zz}\ddot{\theta} - \sum(k_{xi}l_{yi})\dot{x} + \sum(k_{yi}l_{xi})\dot{y} - \sum(k_{yi}l_{xi}l_{zi})\dot{\psi}_x - \sum(k_{xi}l_{yi}l_{zi})\dot{\psi}_y + (\sum(k_{xi}l_{yi}^2) + \sum(k_{yi}l_{xi}^2))\dot{\theta} = 0 \quad (3.25)$$

As equações de movimento para vibração livre amortecida, considerando a Figura 3.10, são expressas da seguinte forma,

$$m\ddot{x} + \sum c_{xi}\dot{x} + \sum(c_{xi}l_{zi})\dot{\psi}_y - \sum(c_{xi}l_{yi})\dot{\theta} + \sum k_{xi}x + \sum(k_{xi}l_{zi})\psi_y - \sum(k_{xi}l_{yi})\theta = 0 \quad (3.26)$$

$$m\ddot{y} + \sum c_{yi}\dot{y} + \sum(c_{yi}l_{zi})\dot{\psi}_x - \sum(c_{yi}l_{xi})\dot{\theta} + \sum k_{yi}y + \sum(k_{yi}l_{zi})\psi_x - \sum(k_{yi}l_{xi})\theta = 0 \quad (3.27)$$

$$m\ddot{z} + \sum c_{zi}\dot{z} + \sum(c_{zi}l_{yi})\dot{\psi}_x - \sum(c_{zi}l_{xi})\dot{\psi}_y + \sum k_{zi}z + \sum(k_{zi}l_{yi})\psi_x - \sum(k_{zi}l_{xi})\psi_y = 0 \quad (3.28)$$

$$I_{xx}\ddot{\psi}_x + \sum(c_{yi}l_{zi})\dot{y} + \sum(c_{zi}l_{yi})\dot{z} + (\sum(c_{yi}l_{zi}^2) + \sum(c_{zi}l_{yi}^2))\dot{\psi}_x - \sum(c_{zi}l_{xi}l_{yi})\dot{\psi}_y - \sum(c_{yi}l_{xi}l_{zi})\dot{\theta} + \sum(k_{yi}l_{zi})y + \sum(k_{zi}l_{yi})z + (\sum(k_{yi}l_{zi}^2) + \sum(k_{zi}l_{yi}^2))\psi_x - \sum(k_{zi}l_{xi}l_{yi})\psi_y - \sum(k_{yi}l_{xi}l_{zi})\theta = 0 \quad (3.29)$$

$$I_{yy}\ddot{\psi}_y + \sum(c_{xi}l_{zi})\dot{x} - \sum(c_{zi}l_{xi})\dot{z} - \sum(c_{zi}l_{xi}l_{yi})\dot{\psi}_x + (\sum(c_{xi}l_{zi}^2) + \sum(c_{zi}l_{xi}^2))\dot{\psi}_y - \sum(c_{xi}l_{yi}l_{zi})\dot{\theta} + \sum(k_{xi}l_{zi})x - \sum(k_{zi}l_{xi})z - \sum(k_{zi}l_{xi}l_{yi})\psi_x + (\sum(k_{xi}l_{zi}^2) + \sum(c_{zi}l_{xi}^2))\dot{\psi}_y - \sum(k_{xi}l_{yi}l_{zi})\theta = 0 \quad (3.30)$$

$$I_{zz}\ddot{\theta} - \sum(c_{xi}l_{yi})\dot{x} + \sum(c_{yi}l_{xi})\dot{y} - \sum(c_{yi}l_{xi}l_{zi})\dot{\psi}_x - \sum(c_{xi}l_{yi}l_{zi})\dot{\psi}_y + (\sum(c_{xi}l_{yi}^2) + \sum(c_{yi}l_{xi}^2))\dot{\theta} - \sum(k_{xi}l_{yi})x + \sum(k_{yi}l_{xi})y - \sum(k_{yi}l_{xi}l_{zi})\psi_x - \sum(k_{xi}l_{yi}l_{zi})\psi_y + (\sum(k_{xi}l_{yi}^2) + \sum(k_{yi}l_{xi}^2))\theta = 0 \quad (3.31)$$

onde

$m$  : massa total do corpo (conjunto)

$l_{xi}$  : distância entre o ponto de fixação do corpo até o  $CM$ , no eixo  $x$

$l_{yi}$  : distância entre o ponto de fixação do corpo até o  $CM$ , no eixo  $y$

$l_{zi}$  : distância entre o ponto de fixação do corpo até o  $CM$ , no eixo  $z$

$x$  : deslocamento do corpo no eixo  $x$

$y$  : deslocamento do corpo no eixo  $y$

$z$  : deslocamento do corpo no eixo  $z$

$\dot{x}$  : velocidade do corpo no eixo  $x$

$\dot{y}$  : velocidade do corpo no eixo  $y$

$\dot{z}$  : velocidade do corpo no eixo  $z$

$\ddot{x}$  : aceleração do corpo no eixo  $x$

$\ddot{y}$  : aceleração do corpo no eixo  $y$

$\ddot{z}$  : aceleração do corpo no eixo  $z$

$k_{xi}$  : constante de rigidez da mola  $i$  no eixo  $x$

$k_{yi}$  : constante de rigidez da mola  $i$  no eixo  $y$

$k_{zi}$  : constante de rigidez da mola  $i$  no eixo  $z$

$c_{xi}$  : coeficiente de amortecimento do amortecedor  $i$  no eixo  $x$

$c_{yi}$  : coeficiente de amortecimento do amortecedor  $i$  no eixo  $y$

$c_{zi}$  : coeficiente de amortecimento do amortecedor  $i$  no eixo  $z$

$\psi_x$  : deslocamento angular do corpo em torno do eixo  $x$

$\psi_y$  : deslocamento angular do corpo em torno do eixo  $y$

$\theta$  : deslocamento angular do corpo em torno do eixo  $z$

$\dot{\psi}_x$  : velocidade angular do corpo, em torno do eixo  $x$

$\dot{\psi}_y$  : velocidade angular do corpo, em torno do eixo  $y$

$\dot{\theta}$  : velocidade angular do corpo, em torno do eixo  $z$

$\ddot{\psi}_x$  : aceleração angular do corpo, em torno do eixo  $x$

$\ddot{\psi}_y$  : aceleração angular do corpo, em torno do eixo  $y$

$\ddot{\theta}$  : aceleração angular do corpo, em torno do eixo  $z$

$I_{xx}$  : momento de inércia principal em relação ao eixo  $x$

$I_{yy}$  : momento de inércia principal, em relação ao eixo  $y$

$I_{zz}$  : momento de inércia principal, em relação ao eixo  $z$

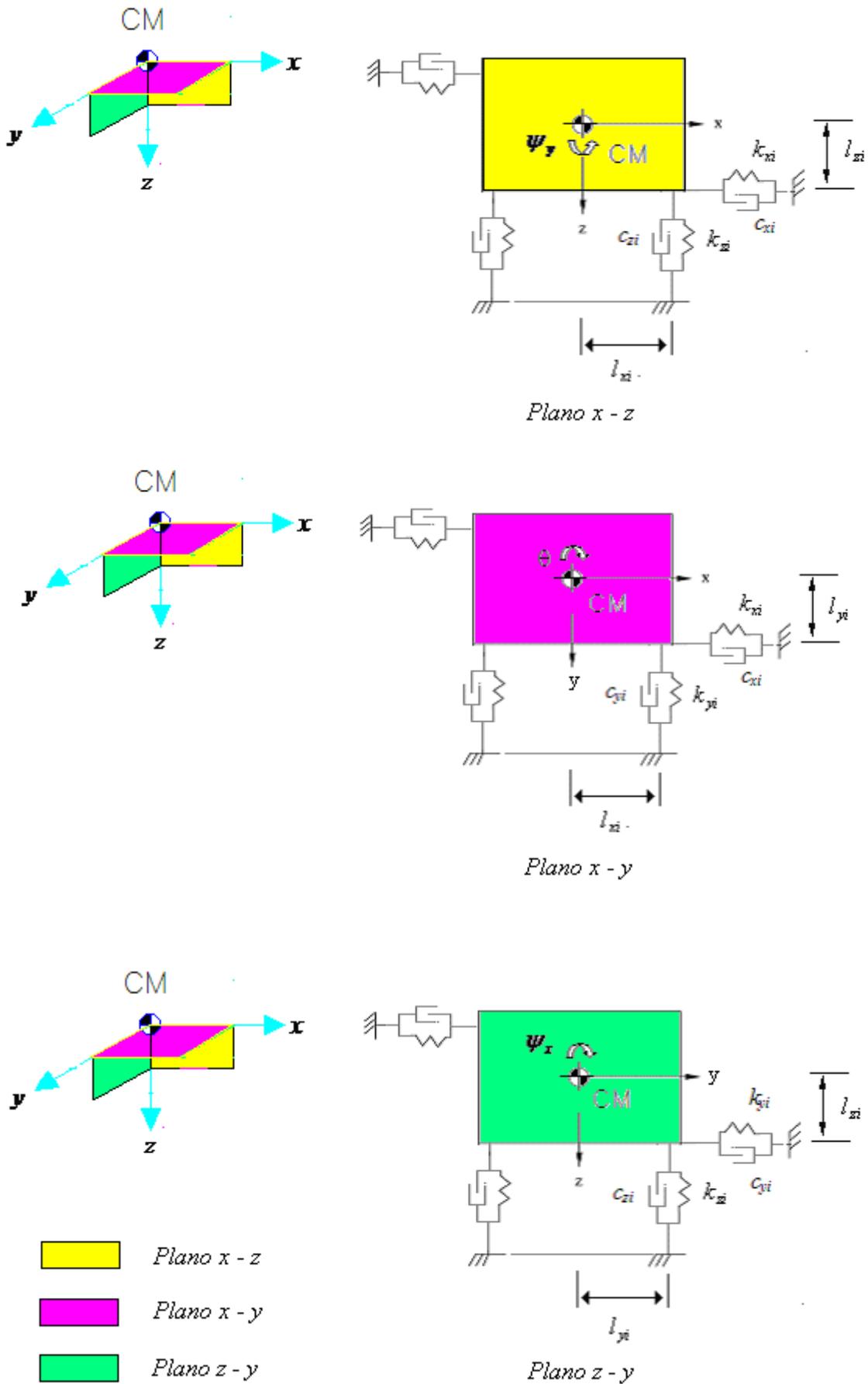


Figura 3.10 Sistema de suporte tri-dimensional do corpo

Para resolver as equações de movimento de vibração livre não amortecida, dada pelas Equações (3.20) até (3.25), o sistema de equações é exposto de forma matricial,

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{k} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.32)$$

onde

$\mathbf{m}$  : matriz de massa

$\mathbf{k}$  : matriz de rigidez

$\mathbf{x}$  : vetor de deslocamentos

$\ddot{\mathbf{x}}$  : vetor de acelerações

As matrizes da Equação (3.32) são apresentadas na forma,

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

Os termos da matriz de rigidez da Equação (3.34) são originados pelos coeficientes relativos aos deslocamentos das Equações (3.20) a (3.25) e expressos nas Equações (3.35) a (3.40).

$$k_{11} = \sum_{i=1}^{16} k_{xi}, \quad k_{12} = k_{13} = k_{14} = 0, \quad k_{15} = \sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{zi}, \quad k_{16} = -\sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{yi} \quad (3.35)$$

$$k_{21} = k_{23} = k_{25} = 0, \quad k_{22} = \sum_{i=1}^{16} k_{yi}, \quad k_{24} = \sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{zi}, \quad k_{26} = -\sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{xi} \quad (3.36)$$

$$k_{31} = k_{32} = k_{36} = 0, \quad k_{33} = \sum_{i=1}^{16} k_{zi}, \quad k_{34} = \sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{yi}, \quad k_{35} = \sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{xi} \quad (3.37)$$

$$k_{41} = 0, \quad k_{42} = \sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{zi}, \quad k_{43} = \sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{yi}, \quad k_{44} = \sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{zi}^2 + \sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{zi}^2, \quad (3.38)$$

$$k_{45} = -\sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{xi} l_{yi}, \quad k_{46} = -\sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{xi} l_{zi}$$

$$k_{51} = \sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{zi}, \quad k_{52} = 0, \quad k_{53} = -\sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{xi}, \quad k_{54} = -\sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{xi} l_{yi}, \quad (3.39)$$

$$k_{55} = \sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{zi}^2 + \sum_{i=1}^{16} k_{zi} l_{xi}^2, \quad k_{56} = -\sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{yi} l_{zi}$$

$$k_{61} = -\sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{yi}, \quad k_{62} = \sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{xi}, \quad k_{63} = 0, \quad k_{64} = -\sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{xi} l_{zi}, \quad (3.40)$$

$$k_{65} = -\sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{yi} l_{zi}, \quad k_{66} = \sum_{i=1}^{16} k_{xi} l_{yi}^2 + \sum_{i=1}^{16} k_{yi} l_{xi}^2$$

Para resolver as equações de movimento de vibração livre amortecida, dada pelas Equações (3.26) a (3.31), o sistema de equações é exposto de forma matricial,

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.41)$$

onde

$\mathbf{c}$  : matriz de amortecimento

$\dot{\mathbf{x}}$  : vetor de velocidades

A matriz  $\mathbf{c}$  da Equação (3.41) é expressa na forma,

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

Os termos da matriz de amortecimento da Equação (3.42) são originados pelos coeficientes relativos às velocidades das Equações (3.26) a (3.31) e expressos nas Equações (3.43) a (3.48).

$$c_{11} = \sum_{i=1}^{16} c_{xi}, \quad c_{12} = c_{13} = c_{14} = 0, \quad c_{15} = \sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{zi}, \quad c_{16} = -\sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{yi} \quad (3.43)$$

$$c_{21} = c_{23} = c_{25} = 0, \quad c_{22} = \sum_{i=1}^{16} c_{yi}, \quad c_{24} = \sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{zi}, \quad c_{26} = -\sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{xi} \quad (3.44)$$

$$c_{31} = c_{32} = c_{36} = 0, \quad c_{33} = \sum_{i=1}^{16} c_{zi}, \quad c_{34} = \sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{yi}, \quad c_{35} = \sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi} \quad (3.45)$$

$$c_{41} = 0, \quad c_{42} = \sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{zi}, \quad c_{43} = \sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{yi}, \quad c_{44} = \sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{zi}^2 + \sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi}^2, \quad (3.46)$$

$$c_{45} = -\sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi} l_{yi}, \quad c_{46} = -\sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{xi} l_{zi}$$

$$c_{51} = \sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{zi}, \quad c_{52} = 0, \quad c_{53} = -\sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi}, \quad c_{54} = -\sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi} l_{yi}, \quad (3.47)$$

$$c_{55} = \sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{zi}^2 + \sum_{i=1}^{16} c_{zi} l_{xi}^2, \quad c_{56} = -\sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{yi} l_{zi}$$

$$c_{61} = -\sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{yi}, \quad c_{62} = \sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{xi}, \quad c_{63} = 0, \quad c_{64} = -\sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{xi} l_{zi}, \quad (3.48)$$

$$c_{65} = -\sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{yi} l_{zi}, \quad c_{66} = \sum_{i=1}^{16} c_{xi} l_{yi}^2 + \sum_{i=1}^{16} c_{yi} l_{xi}^2$$

### 3.3.3 Freqüências naturais de vibração

Considere-se novamente o problema de vibração livre não amortecida da Equação (3.32) para  $n$  graus de liberdade, repetido como,

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{k} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.49)$$

onde, a ordem do vetor  $\mathbf{x}$  é  $n \times 1$ , e as matrizes  $\mathbf{m}$  e  $\mathbf{k}$  são de ordem  $n \times n$  e simétricas. Existem diversas formas para relacionar o problema de vibração ao problema de autovalores.

A forma mais simples e direta é a mais exigente em termos de esforço computacional. Neste caso se utiliza o *problema de autovalor generalizado*, formado a partir da Equação (3.49), pela substituição de  $\mathbf{x} = e^{j\omega t} \mathbf{u}$ , que resulta em,

$$\mathbf{k} \mathbf{u} = \lambda \mathbf{m} \mathbf{u} \quad (3.50)$$

onde o autovalor  $\lambda$  e a freqüência natural  $\omega$  se relacionam por

$$\omega^2 = \lambda \quad (3.51)$$

e  $\mathbf{u}$  é a forma do modo. Assim, a solução da Equação (3.49) é,

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^n a_i \sin(\omega_i t + \phi_i) \mathbf{u} \quad (3.52)$$

onde,  $a_i$  e  $\phi_i$  são constantes determinadas pelas condições iniciais.

Na forma padrão de um *problema de autovalor algébrico*, multiplica-se a Equação (3.50) pela inversa da matriz de massa  $\mathbf{m}^{-1}$  obtendo,

$$-\omega^2 \mathbf{u} + \mathbf{m}^{-1} \mathbf{k} \mathbf{u} = 0 \quad \text{ou} \quad (\mathbf{m}^{-1} \mathbf{k}) \mathbf{u} = \lambda \mathbf{u} \quad (3.53)$$

A matriz  $(\mathbf{m}^{-1} \mathbf{k})$  não é simétrica nem em banda. Se observar novamente que existem  $n$  autovalores  $\lambda_i$ , que são os quadrados das frequências naturais  $\omega_i^2$  e  $n$  autovetores  $\mathbf{u}_i$ . De novo, a solução da Equação (3.49) é idêntica à Equação (3.52).

Considere-se agora o problema de vibração livre amortecida da Equação (3.41) para  $n$  graus de liberdade, repetido como,

$$\mathbf{m} \ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{c} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{k} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.54)$$

onde a matriz  $\mathbf{c}$  de amortecimento viscoso do sistema é assumida simétrica e semidefinida positiva. Multiplicando a Equação (3.54) pela inversa da matriz de massa  $\mathbf{m}^{-1}$  obtém-se,

$$\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{m}^{-1} \mathbf{c} \dot{\mathbf{x}} + \mathbf{m}^{-1} \mathbf{k} \mathbf{x} = \mathbf{0} \quad (3.55)$$

Reescrevendo a expressão na forma de espaço estado pela definição de dois vetores  $n \times 1$   $\mathbf{y}_1$  e  $\mathbf{y}_2$  equivalentes ao deslocamento  $\mathbf{x}$  e a velocidade  $\dot{\mathbf{x}}$  respectivamente, configura-se,

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{y}}_1 &= \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{y}_2 \\ \dot{\mathbf{y}}_2 &= \ddot{\mathbf{x}} = -\mathbf{m}^{-1} \mathbf{k} \mathbf{x} - \mathbf{m}^{-1} \mathbf{c} \dot{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (3.56)$$

Renomeando  $\mathbf{x} = \mathbf{y}_1$  e  $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{y}_2$  na Equação (3.56) e utilizando notação matricial,

$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{y}}_1 \\ \dot{\mathbf{y}}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\mathbf{y}_1 + \mathbf{I}\mathbf{y}_2 \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k}\mathbf{y}_1 - \mathbf{m}^{-1}\mathbf{c}\mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} & -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

obtém-se a equação vetorial diferencial de primeira ordem

$$\dot{\mathbf{y}} = \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (3.58)$$

onde o vetor de estado  $\mathbf{y}$  é definido como,

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} \quad (3.59)$$

e a matriz de estado  $\mathbf{A}$  para o caso amortecido é definido na forma particionada como,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{k} & -\mathbf{m}^{-1}\mathbf{c} \end{bmatrix} \quad (3.60)$$

A solução da Equação (3.59) é assumida na forma exponencial  $\mathbf{y} = \mathbf{z}e^{\lambda t}$  onde  $\mathbf{z}$  é um vetor de constantes diferentes de zero e  $\lambda$  é um escalar, a qual ao ser substituída na Equação (3.59) gera o problema de autovalores

$$\mathbf{A}\mathbf{z} = \lambda\mathbf{z} \quad \mathbf{z} \neq \mathbf{0} \quad (3.61)$$

Isto define novamente um problema padrão de autovalores algébrico, de dimensão  $2n \times 2n$ . Pode-se mostrar que os  $2n$  autovalores  $\lambda_i$  se correspondem as  $n$  frequências naturais  $\omega_i$  através da relação  $\lambda_i = \omega_i j$ , onde  $j = \sqrt{-1}$ . Os  $n$  extra autovalores são  $\lambda_i = -\omega_i j$ , de forma que só existem  $n$  frequências naturais  $\omega_i$ . Os  $2n$  autovetores,  $\mathbf{z}$  da matriz  $\mathbf{A}$ , não entanto, são da forma:

$$\mathbf{z}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_i \\ \lambda_i \mathbf{u}_i \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

onde  $\mathbf{u}_i$  representa a forma dos modos correspondentes ao problema de vibração. A matriz  $\mathbf{A}$  é não simétrica e os autovalores  $\lambda_i$  e autovetores  $\mathbf{z}_i$  seriam, portanto, números complexos. Isto, na realidade, causa que a forma do modo físico  $\mathbf{u}_i$  seja um valor complexo assim como o vetor de resposta livre  $\mathbf{x}(t)$ .

Felizmente, existe uma interpretação física racional do autovalor complexo, modos e a solução resultante determinada pela formulação de espaço estado do problema de autovalores, dado pela Equação (3.58). A resposta física no tempo, dada por  $\mathbf{x}(t)$ , é tomada como a parte real das primeiras  $n$  coordenadas do vetor  $\mathbf{z}(t)$ , calculada a partir da expressão,

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{i=1}^{2n} c_i \mathbf{u}_i e^{\lambda_i t} \quad (3.63)$$

A interpretação física do autovalor complexo  $\lambda_i$  é tomado diretamente dos números complexos da solução de um sistema de um grau de liberdade subamortecido. Em particular, os autovalores complexos  $\lambda_i$ , aparecerão em pares conjugados complexos, com a forma,

$$\begin{aligned} \lambda_i &= -\zeta_i \omega_i - \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} j \\ \lambda_{i+1} &= -\zeta_i \omega_i + \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} j \end{aligned} \quad (3.64)$$

onde

$\omega_i$  : frequência natural não amortecida do  $i$ -ésimo modo

$\zeta_i$  : razão de amortecimento modal associada ao  $i$ -ésimo modo

A solução do problema de autovalor para a matriz de estado  $\mathbf{A}$ , dada na Equação (3.60), produz um conjunto de números complexos da forma  $\lambda_i = \alpha_i + \beta_i j$  onde  $\text{Re}(\lambda_i) = \alpha_i$  e  $\text{Im}(\lambda_i) = \beta_i$ . Comparando estas expressões com a Equação (3.64), têm-se as expressões,

$$\omega_i = \sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2} = \sqrt{\text{Re}(\lambda_i)^2 + \text{Im}(\lambda_i)^2} \quad (3.65)$$

$$\zeta_i = \frac{-\alpha_i}{\sqrt{\alpha_i^2 + \beta_i^2}} = \frac{-\text{Re}(\lambda_i)}{\sqrt{\text{Re}(\lambda_i)^2 + \text{Im}(\lambda_i)^2}} \quad (3.66)$$

Tais expressões viabilizam uma conexão para as notações físicas da frequência natural e razões de amortecimento para o caso de vibração subamortecida. A formulação de equações de espaço de estado do problema de autovalores para a matriz  $\mathbf{A}$ , dada pela Equação (3.60), é relacionada ao problema geral de vibração linear.

### 3.3.4 Problema de otimização numérica

A otimização é usada com o objetivo de calcular os valores mais apropriados para um determinado conjunto de parâmetros de um o projeto, os quais podem ser definidos de forma geral por um vetor  $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , finalmente pertencentes ao conjunto ótimo.

A função objetivo a ser otimizada (maximizada ou minimizada),  $f(\mathbf{x})$ , encontra-se sujeita a restrições de desigualdade,  $g_j(\mathbf{x}) \leq 0$  ( $j=1,2,\dots,l$ ), restrições de igualdade  $g_k(\mathbf{x}) \leq 0$  ( $k=1,2,\dots,m$ ), e restrições de contorno de limite inferior  $\{\mathbf{x}\}^L \leq \{\mathbf{x}\}$  e de limite superior  $\{\mathbf{x}\} \leq \{\mathbf{x}\}^U$ . O problema de otimização restrito pode ser apresentado como,

- Parâmetros do projeto:      Encontrar  $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$

- Função objetivo                      Minimizar     $f(\mathbf{x})$   
 $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$

- Sujeito a:

Restrições de desigualdade  
 $g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1,2,\dots,m$

Restrições de igualdade  
 $h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1,2,\dots,l$

Restrições de contorno  
 $x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \quad i = 1,\dots,n$

onde  $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$  é o vetor de parâmetros do projeto,  $f(f: \mathfrak{R}^n \Rightarrow \mathfrak{R})$  é a função objetivo,  $\mathbf{g}(\mathbf{g}: \mathfrak{R}^n \Rightarrow \mathfrak{R}^m)$  é o vetor de restrições de desigualdade, e  $\mathbf{h}(\mathbf{h}: \mathfrak{R}^n \Rightarrow \mathfrak{R}^l)$  é o vetor de restrições de igualdade. O problema de maximização equivale a minimizar  $-f(\mathbf{x})$ . Neste trabalho, a função objetivo e as restrições são funções não lineares das variáveis de projeto, requerendo, por exemplo, a utilização da programação não linear.

Para resolver um problema não linear necessita-se de um procedimento iterativo para a direção de procura, a ser realizado mediante a solução de um subproblema irrestrito, de programação linear ou de programação quadrática QP (*Quadratic Programming*). O problema QP dita a minimização ou maximização de uma função objetivo quadrática linearmente restrita.

No método de programação quadrática seqüencial SQP (*Sequential Quadratic Programming*), constrói-se uma aproximação quadrática para a função objetivo e uma aproximação linear para as funções de restrição.

Primeiramente, o subproblema seguinte é resolvido usando o *Método Modificado de Direções Factíveis* a fim de calcular a direção de procura  $s$ .

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & Q(\mathbf{s}) = \mathbf{f}^0 + \nabla \mathbf{f}^T \mathbf{s} + 0,5 \mathbf{s}^T \mathbf{B} \mathbf{s} \\ \text{sujeita a:} \quad & \nabla \mathbf{g}_j^T \mathbf{s} + \mathbf{g}_j^0 \leq 0 \quad j = 1, \dots, m \end{aligned}$$

lembrando que a matriz  $\mathbf{B}$  é uma matriz definida positiva, igual em princípio à matriz identidade. Para chegar ao ótimo no problema,  $\mathbf{B}$  é atualizada através da sua aproximação à matriz Hessiana das funções Lagrangeanas.

Para obter o ponto ótimo do problema, os multiplicadores de Lagrange  $\lambda_j$  ( $j=1, \dots, m$ ) precisam ser avaliados. Finalmente, uma aproximação da função Lagrangeana pode ser construída para uma procura unidimensional. Assim, o trabalho visa calcular  $\alpha$  para,

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \Phi = f(\{\mathbf{x}\}) + \sum_{j=1}^m u_j \max[0, g_j(\mathbf{x})] \\ \text{onde:} \quad & \mathbf{x} = \mathbf{x}^{q-1} + \alpha \mathbf{s} \\ & u_j = |\lambda_j| \quad j = 1, \dots, m \quad \text{primeira iteração} \\ & u_j = \max \left[ |\lambda_j|, \frac{1}{2} (u_j + |\lambda_j|) \right] \quad j = 1, \dots, m \quad \text{próximas iterações} \\ \text{e} \quad & u_j = u_j \quad \text{da iteração prévia} \end{aligned}$$

Na procura unidimensional, algumas aproximações são feitas para os componentes de  $\Phi$ , devido a que esta função apresenta derivadas descontínuas nas restrições de contorno. Após a procura unidimensional tornar-se completa, a matriz  $\mathbf{B}$  é atualizada utilizando a fórmula Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno BFGS

### **3.4 Elementos finitos estruturais**

Esta seção caracteriza alguns tipos de elementos finitos disponibilizados pelo programa MSC,Nastran©, os quais são utilizados na análise estrutural da estrutura de sustentação.

#### **3.4.1 Elementos de casca**

O MSC.Nastran possui duas formas diferentes de elementos de casca isoparamétricos (triangular e quadrilateral) com dois sistemas de tensões (membrana e flexão). Existe um total de seis formas diferentes de elementos de casca que são definidas pela sua conectividade:

- CTRIA3 – Elemento isoparamétrico triangular com acoplamento opcional para rigidez de membrana e flexão.
- CTRIA6 – Elemento isoparamétrico triangular com acoplamento opcional para rigidez de membrana e flexão, e opcionalmente nós para meia aresta.
- CTRIAR – Elemento isoparamétrico triangular sem acoplamento para rigidez de membrana e flexão; onde a formulação da rigidez da membrana inclui a rotação sobre a normal ao plano do elemento.
- CQUAD4 – Elemento isoparamétrico quadrilateral com acoplamento opcional de rigidez para membrana e flexão.
- CQUAD8 – Elemento isoparamétrico quadrilateral com acoplamento opcional para rigidez de membrana e flexão, e opcionalmente nós para meia aresta.
- CQUADR – Elemento isoparamétrico quadrilateral sem acoplamento para rigidez de membrana e flexão; onde a formulação de rigidez para membrana inclui a rotação sobre a normal ao plano do elemento.

As propriedades para os elementos acima descritos são definidas na entrada PSHELL. Um material anisotrópico pode ser especificado para todos os elementos de casca. A flexibilidade de cisalhamento transversal pode ser considerada para todos os elementos de flexão de forma opcional. A massa estrutural é calculada a partir da densidade e da espessura da membrana. As massas do tipo não estrutural podem ser especificadas para todos os elementos de casca. Os procedimentos para massa concentrada são usados caso não se solicite massa acoplada. As matrizes de rigidez são geradas para todos os elementos de casca. A análise de deformação plana podem ser solicitadas para todos os elementos de casca.

O sistema de coordenadas do elemento de casca triangular é mostrado na Figura 3.11. Os ínteros 1 até 3 referem-se a ordem da conectividade do nó que define o elemento. O ângulo THETA, é o ângulo de orientação para as propriedades do material.

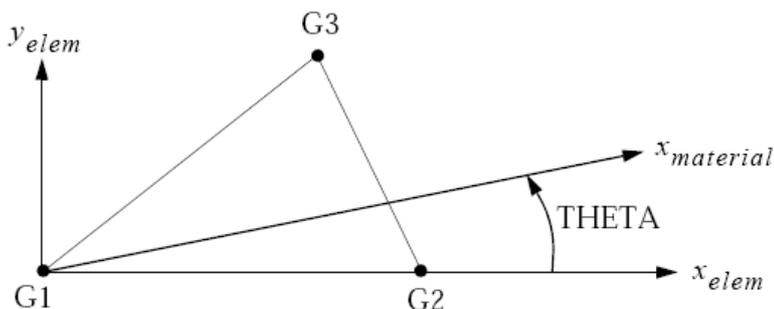


Figura 3.11 Sistema de Coordenadas CTRIA3 e TRIAR

Para os elementos CQUAD4 e CTRIA3, as forças são avaliadas no centróide do elemento. As direções positivas para as forças dos elementos de casca, no sistema de coordenadas do elemento, são mostradas na Figura 3.12 e Figura 3.13. As forças do elemento por unidade de comprimento, na forma real ou complexa, são obtidas quando solicitado:

- Momentos de flexão nas faces  $x$  e  $y$ .
- Momento de torção.
- Forças cortantes nas faces  $x$  e  $y$ .
- Forças normais nas faces  $x$  e  $y$ .

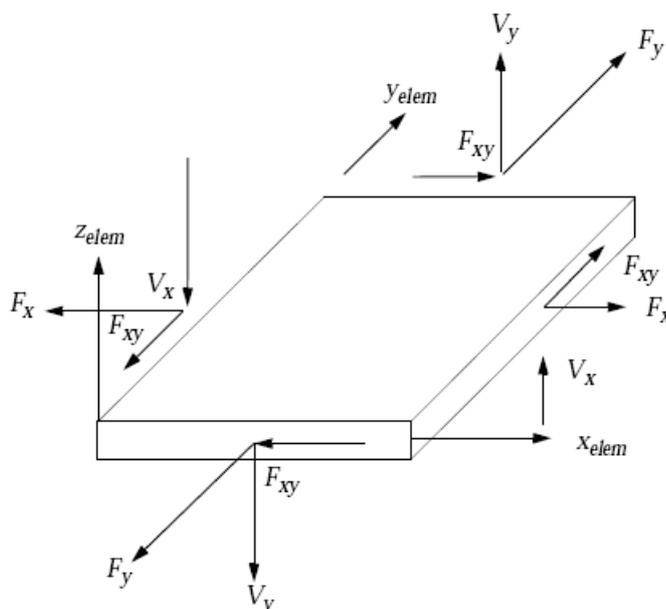


Figura 3.12 Forças nos elementos de casca

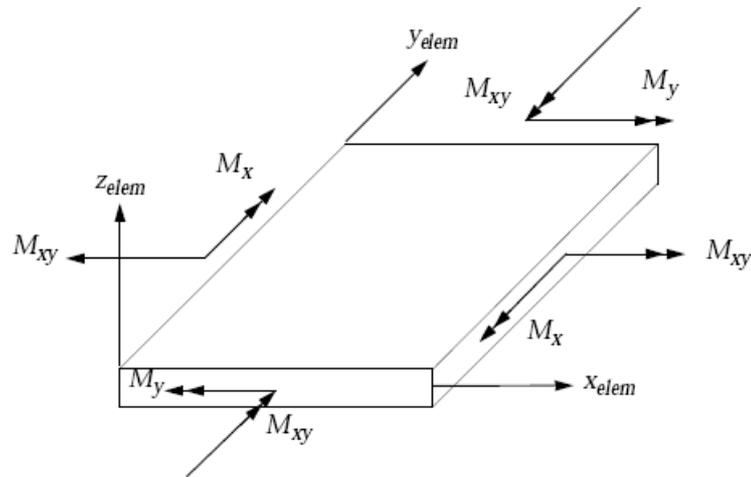


Figura 3.13 Momentos nos elementos de casca

Para os elementos CQUAD4 e CTRIA3, as tensões são avaliadas no centróide do elemento. As direções positivas para as tensões são mostradas na Figura 3.14. As tensões são calculadas sobre o sistema de coordenada do elemento. As tensões reais seguintes são obtidas quando solicitado:

- Tensões normais nas direções x e y.
- Tensões de cisalhamento sobre a face x na direção y.
- Tensões principais maiores e menores.
- Tensão equivalente de von Mises, ou tensão de cisalhamento máxima.

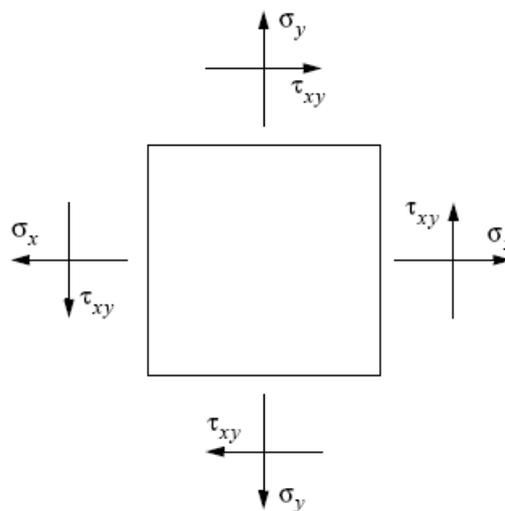


Figura 3.14 Tensões no elemento de casca

### 3.4.2 Restrições multipontos e elementos rígidos

A restrição multiponto, ou entrada MPC, capacita os modelos de corpo rígido e representa outras relações, as quais podem ser tratadas como restrições rígidas. A entrada MPC proporciona generalidade considerável. Especificamente, o usuário deve suprir todos os coeficientes das equações de restrição definidos através da entrada MPC.

Para melhorar a conveniência para o usuário, o MSC,Nastran© possui nove tipos de elementos de corpo rígido, do tipo R, segundo a Tabela 3.2. Estes elementos requerem somente a especificação dos graus de liberdade que estão envolvidos nas equações de restrição. Todos os coeficientes nestas equações de restrição são calculados internamente pelo MSC,Nastran©.

Tabela 3.2 Entradas do MPC e dos elementos rígidos

Nome	Descrição	Rotação finita	$m =$ graus de liberdade dependentes
MPC	Restrições rígidas que envolvem graus de liberdade selecionados pelo usuário, em nós.	N	$m = 1$
RROD	Barra rígida na sua extensão.	Y	$m = 1$
RBAR	Barra rígida com seis graus de liberdade em cada extremidade.	Y	$1 \leq m \leq 6$
RJOINT	Junta rígida com seis graus de liberdade em cada extremidade.	Y	$1 \leq m \leq 6$
RTRPLT	Placa triangular rígida com seis graus de liberdade em cada vértice.	Y	$1 \leq m \leq 12$
RBE2	Corpo rígido conectado a um número arbitrário de nós. Os graus de liberdade independente são os seis componentes de movimento em um único nó. Os graus de liberdade dependentes nos outros nós apresentam os mesmos números de componentes selecionados pelo usuário.	Y	$m \geq 1$
RBE1	Corpo rígido conectado a um número arbitrário de nós. Os graus de liberdade independente e dependente podem ser arbitrariamente selecionados pelo usuário.	Y	$m \geq 1$
RBE3	Define uma relação de restrição na qual o movimento é em um nó de <i>referencia</i> é a média dos mínimos quadrados dos movimentos dos outros nós.	Y	$1 \leq m \leq 6$
RSPLINE	Define uma relação de restrição cujos coeficientes são derivados a partir das deflexões e inclinações de uma viga tubular flexível conectada em nós de referencia.	N	$N \geq 1$
RSSCON	Define uma relação de rigidez de multi ponto, a qual modela uma conexão de engaste entre casca e sólidos.	N	$m \geq 1$

### 3.4.3 Elementos de massa concentrada

Os elementos de massa concentrada são usados para definir uma massa concentrada em um nó. São utilizadas duas formas para ingressar com a massa concentrada, os elementos CONM1 e CONM2.

O elemento CONM1 permite uma matriz de massas simétrica  $6 \times 6$ , em um sistema de coordenadas específico, e assignado a um nó. Adicionalmente, uma forma menos geral, o elemento CONM2 permite uma massa concentrada em torno do seu centro de gravidade, que deve ser especificada. O CONM2 permite a especificação da excentricidade do centro de gravidade da massa concentrada relativa à localização do nó, um sistema de coordenadas de referência, a massa e uma matriz simétrica  $3 \times 3$  dos momentos de inércia, medidos desde o seu centro de gravidade.

### 3.4.4 Elemento generalizado mola-amortecedor

O elemento generalizado mola – amortecedor CBUSH é um elemento escalar estrutural que conecta dois nós não coincidentes, ou dois nó coincidentes, ou ainda um nó com uma entrada associada PBUSH. Esta combinação é válida para qualquer solução estrutural.

Na resposta modal em frequência, os vetores base (modos do sistemas)  $[\Phi]$  serão computados somente uma vez durante a análise e estarão baseados em valores nominais das frequência das molas. Em geral, qualquer mudança em sua rigidez devido a frequência terá um pequeno impacto na contribuição geral nos modos estruturais.

A matriz de rigidez  $\mathbf{K}$  para um elemento CBUSH toma a forma diagonal no sistema do elemento,

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_u & & & & & \\ & k_v & & & & \\ & & k_w & & & \\ & & & k_{\theta_x} & & \\ & & & & k_{\theta_y} & \\ & & & & & k_{\theta_z} \end{bmatrix}$$

Para a matriz de amortecimento  $\mathbf{B}$  os termos  $k$  são substituídos por  $b$ .

## **4. Projeto Dimensional da Estrutura de Sustentação**

### **4.1 Generalidades**

A finalidade deste capítulo é apresentar o projeto dimensional dos membros principais que constituem a estrutura de sustentação de um grupo gerador, sujeita a carregamentos operacionais, quer dizer estáticos e dinâmicos.

### **4.2 Parâmetros do projeto da estrutura de sustentação**

Nesta seção serão especificados os parâmetros constituintes do conjunto, tomando-se como referência as especificações técnicas do motor, do gerador, do acoplamento e dos membros da estrutura de sustentação. A estrutura, Figura 4.1, a ser fabricada em aço, deve suportar um grupo gerador, Figura 4.2, constituído por um motor de 16 cilindros M16V, acoplado a um gerador de 8 pólos G8P, através de um acoplamento flexível AF.

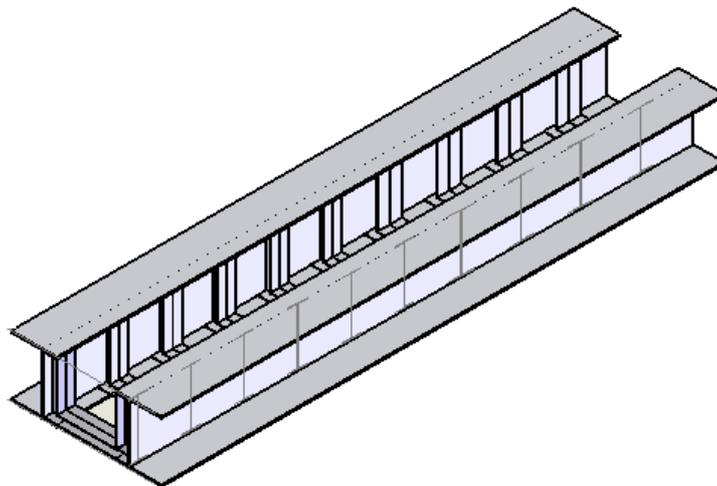


Figura 4.1 Estrutura de sustentação do grupo gerador

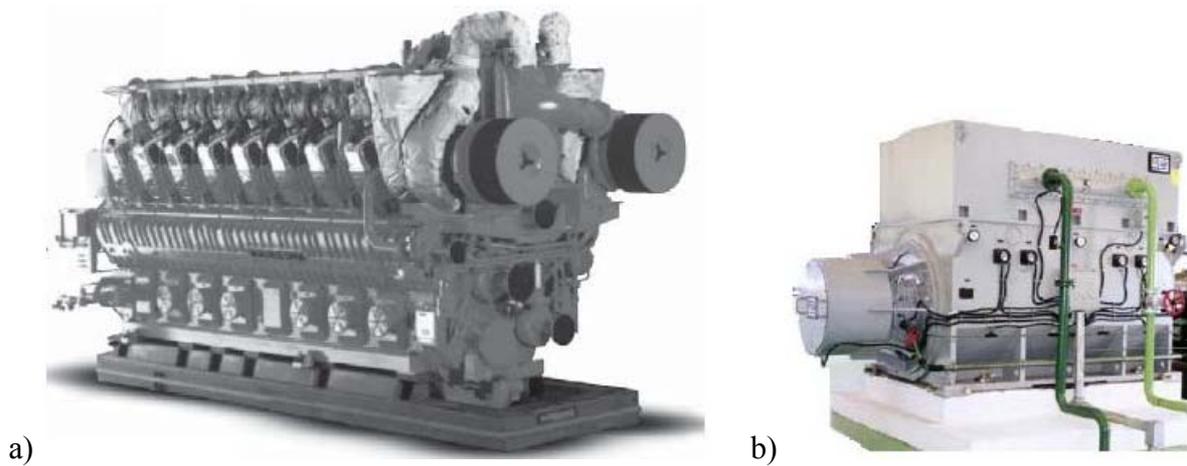


Figura 4.2 a) Motor M16V, b) Gerador G8P

O grupo gerador estará fixado na estrutura de sustentação, a qual, por exemplo, pode estar localizada num navio plataforma, Figura 4.3, sob um conjunto de isoladores, Figura 4.4.

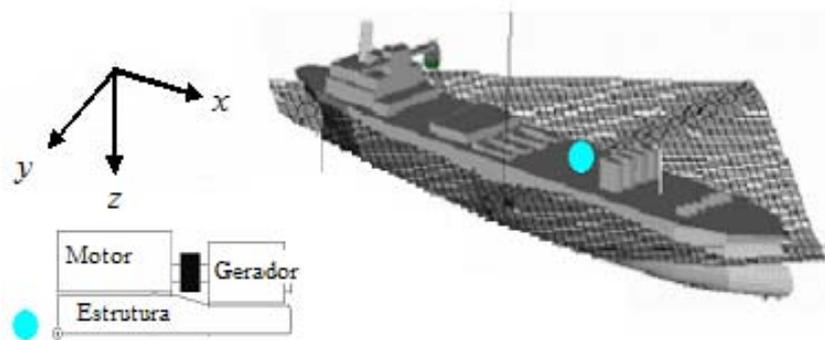


Figura 4.3 Navio plataforma com destaque do grupo gerador

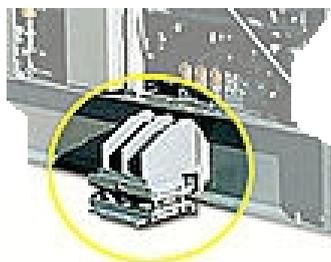


Figura 4.4 Isolador de vibração

Considerando as massas envolvidas do grupo gerador apresentadas na Tabela 4.1, e visando uma deflexão permissível da estrutura de sustentação, considera-se a estrutura com as

dimensões assumidas na Tabela 4.2, onde o comprimento expõe uma distância aproximada entre os isoladores extremos.

Tabela 4.1 Massa dos componentes do grupo gerador

Componente	Massa (kg)
Motor	29832
Acoplamento	648,9
Gerador	21500
Estrutura de sustentação*	20740
Massa total do conjunto	72720,9

\* Ajustado conforme desenvolvimento do projeto

Tabela 4.2 Dimensionamento geral da estrutura de sustentação

Variável	Dimensão (m)
Altura	0,942 m
Largura	1,298 m
Comprimento	6,772 m

As características mecânicas do material da estrutura são apresentadas na Tabela 4.3. A deflexão unitária admissível dos elementos longitudinais e transversais da estrutura é definida através da Figura 4.5, que expõe detalhe da Figura 3.3, a partir da qual se escolhe uma deflexão unitária ( $\Delta/L$ ) igual a 0,0001 m/m (0,0001 pol/pol), semelhante à solicitada em máquinas ferramentas e ainda usada em alguns exemplos de estruturas de sustentação, Blodgett (1976).

Tabela 4.3 Características mecânicas do material da estrutura de sustentação

Característica	Valor
Material	Aço ASTM A 36
Densidade	7712,55 kg/m <sup>3</sup>
Módulo de elasticidade	200 GPa
Resistência ao escoamento	250 MPa
Resistência à tração	400 a 550 MPa
Coefficiente de Poisson	0,26

Fonte: ASTM (2003)

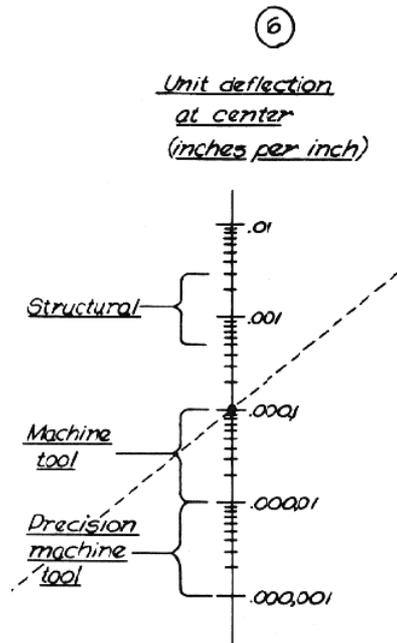


Figura 4.5 Deflexão unitária admissível dos membros da estrutura

### 4.3 Projeto da seção transversal dos membros longitudinais

Os parâmetros dimensionais a serem considerados para a determinação da seção transversal do membro longitudinal da estrutura de sustentação são extraídos da Tabela 4.1 e da Tabela 4.2, sendo o somatório da massa dos componentes e da estrutura de sustentação igual a 72720,9 kg; a altura da estrutura de sustentação igual a 0,942 m, e o comprimento da estrutura de sustentação é aproximada para 6,8 m.

A estrutura de sustentação não deve ter só suficiente resistência, a ser verificada no Capítulo 6, mas também deve ser suficientemente rígida. Neste caso se considera que a deflexão unitária ( $\Delta/L$ ), ou seja, a relação da deflexão dividida pelo comprimento, não deve exceder 0,0001 m/m (0,0001 pol/pol).

Assume-se que o membro está suportado nas extremidades, com carregamento uniforme e que a seção transversal da viga deva ter suficiente momento de inércia para manter a deflexão inferior a 0,0001 m/m (0,0001 pol/pol).

A partir da Equação (3.2) se desenvolve à Equação (4.1) e calcula-se o momento de inércia necessário, que possui uma relação inversamente proporcional à *deflexão unitária*  $\frac{\Delta}{L}$ , conforme se observa na Equação (4.1),

$$I = \frac{5 W L^2}{384 E \left(\frac{\Delta}{L}\right)}, \quad (4.1)$$

Para uma viga longitudinal em aço, o momento de inércia resulta,

$$\begin{aligned} I &= \frac{5 W L^2}{384 E \left(\frac{\Delta}{L}\right)} = \frac{(5) [(72720,9)(9,81)] (6,8)^2}{(384) (200 \times 10^9) (0,0001)} \\ &= 0,0213 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

O momento de inércia calculado  $I$  é válido para as duas vigas longitudinais da estrutura de sustentação, assim para cada um dos dois membros longitudinais resulta,

$$I = 0,0106 \text{ m}^4$$

Neste caso, opta-se por escolher uma seção transversal com perfil I de altura  $d$  igual a 0,942 m (37,07 pol.). Considerando o momento de inércia calculado para um dos membros longitudinais igual a 0,0106 m<sup>4</sup> (25571,11 pol<sup>4</sup>), o momento de inércia unitário conforme a Equação (3.1) resulta,

$$\begin{aligned} I_u &= \frac{25571,11}{(37,07)^4} \\ &= 0,0135 \end{aligned}$$

A partir do valor calculado de  $I_u$ , selecionam-se as relações de largura por altura  $b/d=0,75$  e espessura por altura  $t/d=0,03$  da Tabela 3.1. Dessa maneira, tem-se,

$$t = 0,03 d = 0,03 (0,942)$$
$$= 0,028 \text{ m}$$
$$b = 0,75 d = 0,75 (0,942)$$
$$= 0,706 \text{ m}$$

onde

$t$  : espessura da seção do perfil

$b$  : largura da seção do perfil

$d$  : altura adotada para a seção do perfil

A partir dos resultados obtidos apresenta-se na Figura 4.6 a seção transversal dos dois membros longitudinais que irão proporcionar o momento de inércia requerido de  $I=0,0106 \text{ m}^4$  individualmente.

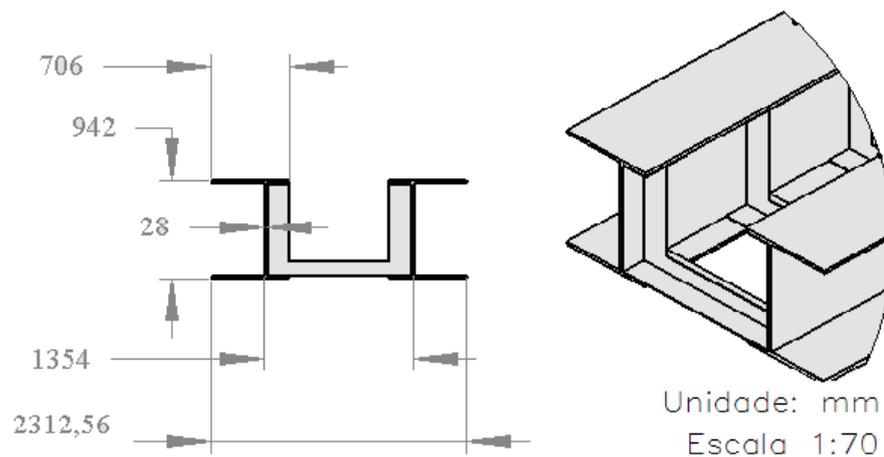


Figura 4.6 Seção transversal dos elementos longitudinais

Para otimizar o espaço de trabalho pode-se diminuir a largura da seção, por exemplo, o valor calculado de 0,706 m pode ser reduzido para um valor médio de 0,492 m, considerado suficiente para fixação dos equipamentos na estrutura de sustentação. Outra possibilidade de alteração pode ser realizada na espessura da seção, cujo valor de 0,028 m pode aumentar para 0,0317 m. Nesse caso, as relações de largura por altura e espessura por altura podem ser recalculadas para,

$$\frac{b}{d} = \frac{0,492}{0,942} = 0,52$$

$$\frac{t}{d} = \frac{0,0317}{0,942} = 0,033$$

#### 4.4 Projeto da seção transversal dos membros transversais

Para o cálculo da carga horizontal  $P_T$  nos membros transversais utiliza-se a Equação (3.3) com as dimensões da largura e altura da Tabela 4.2,

$$P_T = \frac{1}{5} [(72720,9) (9,81)]$$

$$= 142678,41 \text{ N}$$

Ainda na questão da escolha dos membros transversais, se decidiu utilizar 10 membros, desta forma, o carregamento do membro transversal  $P_t$  individualmente é igual a 14267,84 N.

Considerando a parte principal e inferior do membro transversal, destacada na Figura 4.7, ela é avaliada como uma viga bi-engastada nos membros longitudinais. Para a modelagem, considera-se metade dessa viga sujeita a uma carga horizontal, como se observa na Figura 3.4,

A partir da Equação (3.4) se desenvolve à Equação (4.2) e calcula-se o momento de inércia  $I_{ti}$  necessário, que possui uma relação inversamente proporcional à *deflexão unitária da parte inferior do membro transversal*  $\frac{\Delta_{ti}}{L_{ti}}$ , conforme se verifica na Equação (4.2),

$$I_{ti} = \frac{P_t e L_{ti}}{2 E \frac{\Delta_{ti}}{L_{ti}}} \quad (4.2)$$

Para uma viga transversal em aço, o momento de inércia  $I_{ti}$  necessário é calculado a partir dos seguintes dados  $P_t=14267,84 \text{ N}$ ,  $e=0,752 \text{ m}$ ,  $L_{ti}=0,649 \text{ m}$ ,  $E=200 \times 10^9 \text{ N/m}^2$ ,  $\Delta_{ti}/L_{ti}=0,0001$ ;

$$I_{ti} = \frac{(14267,84) (0,752) (0,649)}{(2) (200 \times 10^9) (0,0001)}$$

$$= 0,000174 \text{ m}^4$$

A fim de utilizar novamente o método das propriedades unitárias, neste caso opta-se por escolher uma seção transversal com perfil I de altura  $d_{ii}$  igual a 0,381 m (15 pol). Considerando-se o momento de inércia  $I_{ii}$  necessário e calculado para um dos membros transversais igual a  $0,000174 \text{ m}^4$  ( $418,03 \text{ pol}^4$ ), o momento de inércia unitário  $I_{uti}$  para a parte inferior do membro transversal, conforme a Equação (3.1), resulta,

$$\begin{aligned} I_{uti} &= \frac{I_{ii}}{d_{ii}^4} \\ &= \frac{418,03}{(15)^4} \\ &= 0,0082 \end{aligned}$$

A partir do valor calculado de  $I_{uti}$ , selecionam-se as relações de largura por altura  $b_{ii}/d_{ii}= 0,75$  e espessura por altura  $t_{ii}/d_{ii}= 0,02$  da Tabela 3.1. Dessa maneira, tem-se segundo a Figura 4.7,

$$\begin{aligned} b_{ii} &= 0,75 d_{ii} = (0,75) (0,381) \\ &= 0,286 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t_{ii} &= 0,02 d_{ii} = (0,02) (0,381) \\ &= 0,007 \text{ m} \end{aligned}$$

onde

$t_{ii}$  : espessura da parte inferior da seção do membro transversal

$b_{ii}$  : largura da parte inferior do membro transversal

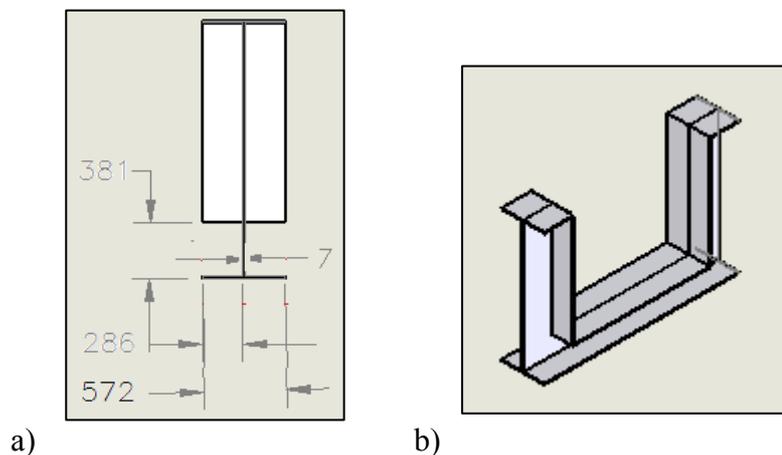


Figura 4.7 a) Destaque da parte inferior do membro transversal, b) Isométrica

A partir dos resultados obtidos apresenta-se na Figura 4.8 a seção transversal da parte inferior dos membros transversais que irão proporcionar o momento de inércia necessário de  $I=0,000174 \text{ m}^4$  individualmente.

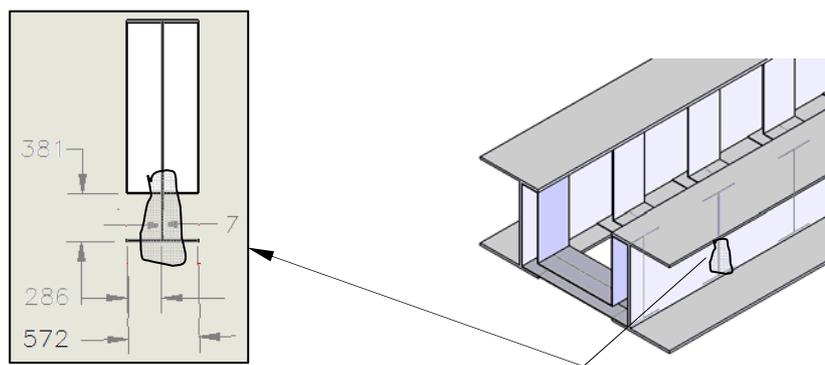


Figura 4.8 Detalhes da seção transversal da parte inferior do membro transversal

Ao invés de se utilizar uma viga em I, pode ser considerada uma viga caixão, por exemplo, de 0,0217 m de espessura e de 0,250 m de largura, com os quais se garante ainda um momento de inércia apropriado. Nesse caso, as relações de largura por altura e espessura por altura são recalculadas para,

$$\frac{b_t}{d_t} = \frac{0,250}{0,381} = 0,66$$

$$\frac{t_t}{d_t} = \frac{0,0217}{0,381} = 0,06$$

A partir da Equação (3.5) se desenvolve à Equação (4.3) e calcula-se o momento de inércia da parte superior do membro transversal, que possui uma relação inversamente proporcional com a *deflexão unitária da parte superior do membro transversal*  $\frac{\Delta_{ts}}{L_{ts}}$ , conforme se verifica na Equação (4.3),

$$I_{ts} = \frac{P_{ts} L_{ts}^2}{3 E \frac{\Delta_{ts}}{L_{ts}}}, \quad (4.3)$$

Para uma viga em aço, o momento de inércia  $I_{ts}$  necessário é calculado com os seguintes dados: carga do membro transversal  $P_{\bar{r}}=14267,84$  N, comprimento da parte superior do membro transversal  $L_{ts}=0,562$  m, módulo de elasticidade  $E=200 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup>, relação  $\frac{\Delta_{ts}}{L_{ts}} = 0,0001$

$$I_{ts} = \frac{(14267,84) (0,562)^2}{(3) (200 \times 10^9) (0,0001)}$$
$$= 7,51 \times 10^{-5} \text{ m}^4 (180,428 \text{ pol}^4)$$

A fim de utilizar novamente o método das propriedades unitárias, opta-se por escolher uma seção transversal com perfil I de altura  $d_{ts}=d_{ti}/2$ , com valor igual a 0,191 m (7,52 pol), valor assumido semelhante à largura  $b_{ts}$ . Considera-se ainda a espessura  $t_{ts}=t_{ti}$ , o que corresponde a 0,0076 m. Dessa maneira, as relações de largura por altura é  $b_{ts}/d_{ts} = 1$  e de espessura por altura  $t_{ts}/d_{ts} = 0,04$ . Com base nas relações encontradas, encontra-se na Tabela 3.1 que o momento de inércia unitário da parte superior do membro transversal é  $I_{uts} = 0,0212$ .

A partir do valor encontrado de  $I_{uts} = 0,0212$  e da altura da parte superior do membro transversal  $d_{ts}=0,191$  m (7,52 pol), determina-se com a equação (3.1) que o momento de inércia da parte superior do membro transversal é,

$$I_{ts} = 0,0212 (0,191)^4$$
$$= 2,82 \times 10^{-5} \text{ m}^4 (67,796 \text{ pol}^4)$$

Conclui-se que a seção possa estar conforme, Figura 4.9 e Figura 4.10, pois o momento de inércia calculado de  $2,82 \times 10^{-5} \text{ m}^4$  considera unicamente parte da alma do membro longitudinal como a flange externa da parte superior do membro transversal.

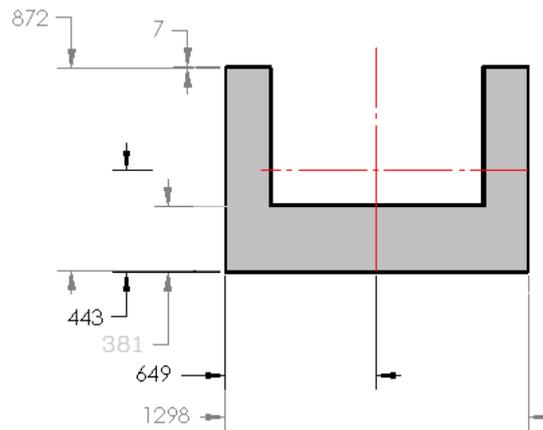


Figura 4.9 Parte superior do membro transversal

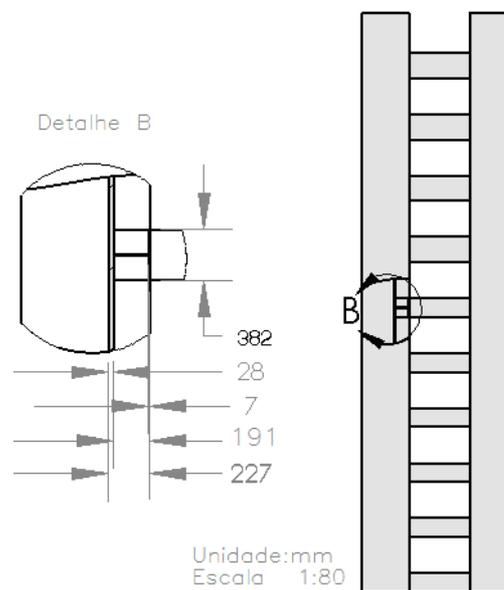


Figura 4.10 Seção transversal horizontal da parte superior do membro transversal

#### 4.5 Resistência à torção da estrutura de sustentação

Visto a definição das Equações (3.15) e (3.16), o passo seguinte é verificar a resistência à torção da estrutura de sustentação. Para este cálculo se considera o somatório da resistência à torção das seções retangulares formadoras dos membros longitudinais da estrutura de sustentação, constituída por quatro seções horizontais ( $h$ ) e duas seções verticais ( $v$ ) como se observa na Figura 4.11.

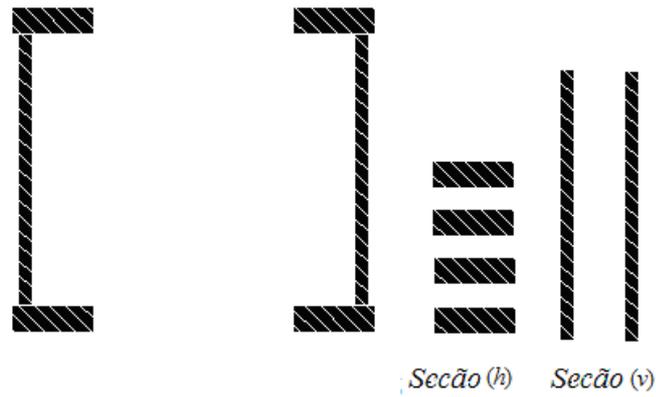


Figura 4.11 Seções retangulares dos membros longitudinais

Para o cálculo da resistência à torção da estrutura de sustentação, considera-se a distância entre o centro de massa do motor e o centro de massa do gerador como sendo  $L_{mg}=4,3$  m, conforme representado na Figura 4.12.

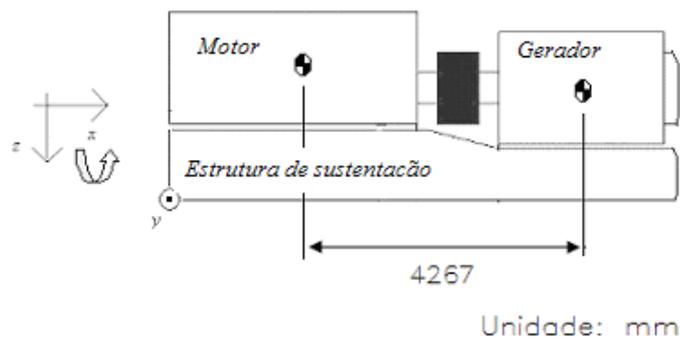


Figura 4.12 Distância entre o centro de massa do motor e o centro de massa do gerador.

Por conveniência de notação nesta seção, a constante torcional definida pela variável  $J$  na seção 3.2.3 é substituída pela variável  $R$ , lembrando sua condição de *resistência* à torção. Assim, para as relações largura/espessura das seções consideradas, as resistências à torção são,

$$R_h = 0,333 b_{rh} t_r^3 \tag{4.4}$$

$$R_v = 0,333 d_{rv} t_r^3 \tag{4.5}$$

onde

$R_h$  : resistência à torção da seção retangular horizontal

$R_v$  : resistência à torção da seção retangular vertical

$b_{rh}$ : largura da seção retangular horizontal

$d_{rv}$ : altura da seção retangular vertical

$t_r$  : espessura da seção retangular

A resistência total ao giro dos dois membros longitudinais  $R_T$  é calculada através do somatório das resistências a torção das seções,

$$R_T = 4 R_h + 2 R_v \quad (4.6)$$

Para as seções indicadas na Figura 4.11 obtém-se,

$$\begin{aligned} R_T &= 4 (0,333) (0,706) (0,028)^3 + 2(0,333) (0,886) (0,028)^3 \\ &= 3,36 \times 10^{-5} \text{ m}^4 \end{aligned}$$

Para determinar o ângulo de torção  $\theta$  da estrutura de sustentação, definida pela Equação (4.7) a partir da Equação (3.18), consideram-se os parâmetros de operação do grupo gerador, constantes na Tabela 4.4.

$$\theta = \frac{T L_{mg}}{G R_T} \quad (4.7)$$

onde

$L_{mg}$ : distância entre o centro de massa do motor e o centro de massa do gerador

$G$  : módulo de rigidez à torção do aço, igual a 79,3 GPa

$R_T$ : resistência total à torção dos dois membros longitudinais

Tabela 4.4 Parâmetros de operação do grupo gerador

Parâmetro	Variável	Valor
Potência transmitida	<i>HP</i>	3920
Rotação nominal do motor	<i>rpm</i>	900
Torque transmitido	<i>T</i>	31014,85 N m (274504,5 lb pol)

Assim, o ângulo de giro dos dois membros longitudinais resulta,

$$\begin{aligned}\theta &= \frac{(31014,85)(4,267)}{(79,3 \times 10^9)(3,36 \times 10^{-5})} \\ &= 0,0497 \text{ rad } (2,846^\circ)\end{aligned}$$

Como o ângulo de giro aparenta ser excessivo para a aplicação, para melhorar essa condição será necessário colocar braços diagonais, encaixotar os dois membros longitudinais, aumentar a espessura de seção e escolher um material mais resistente. Por exemplo, se a espessura da seção for alterada para 0,0317 m, o valor de  $R_T$  aumenta para  $4,88 \times 10^{-5} \text{ m}^4$  e o ângulo de giro diminui para  $1,96^\circ$ .

## 5. Dinâmica de Corpo Rígido na Modelagem da Estrutura de Sustentação

### 5.1 Generalidades

A finalidade deste capítulo é utilizar a dinâmica de corpo rígido na análise da estrutura de sustentação, de forma a obter um conjunto ótimo de isoladores de vibração.

### 5.2 Centro de massa do conjunto

O conjunto está constituído basicamente por um motor de acionamento, um gerador e uma estrutura de sustentação, conforme Figura 5.1, a qual também serve como meio de fixação dos isoladores.

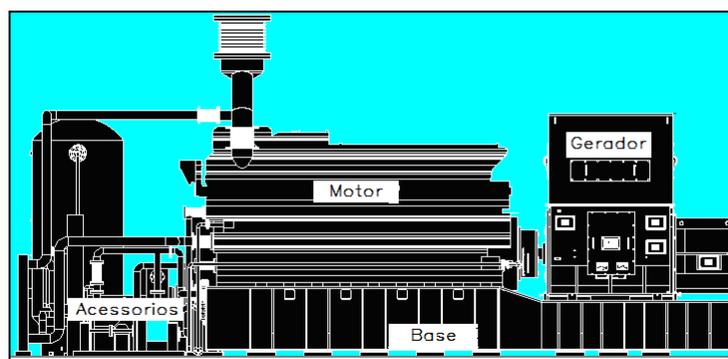


Figura 5.1 Equipamentos constituintes do conjunto

O  $CM$  do conjunto é obtido através da Equação (3.19) considerando dois corpos, um equivalente ao das máquinas e outro correspondente a estrutura de sustentação.

$$\begin{aligned}\bar{x} &= \frac{(4322)(51980,9) + (4502,2)(20740)}{51980,9 + 20740} \\ &= 4373,4 \text{ mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{y} &= \frac{(51980,9)(68,5)}{51980,9 + 20740} \\ &= 49,0 \text{ mm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{z} &= \frac{(1828,9)(51980,9) + (395,6)(20740)}{51980,9 + 20740} \\ &= 1420,1 \text{ mm}\end{aligned}$$

Os valores obtidos para o *CM* do conjunto são ilustrados na Figura 5.2.

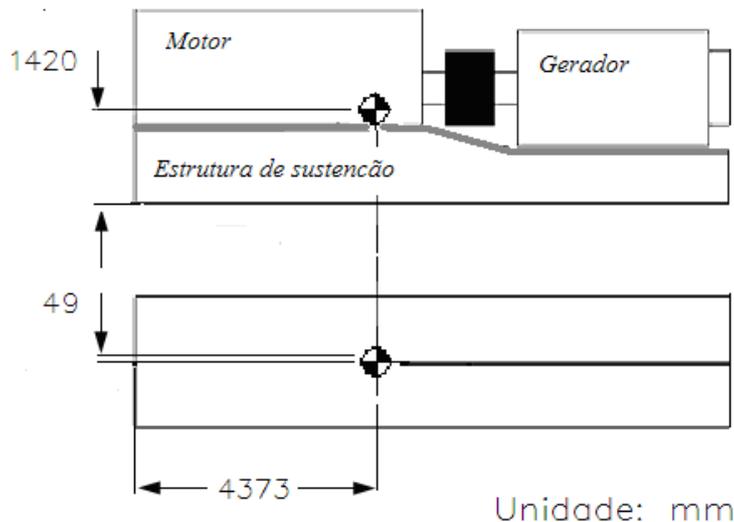


Figura 5.2 Localização do centro de massa do conjunto

### 5.3 Otimização numérica de frequências naturais

O trabalho trata da aplicação da otimização numérica para obter os parâmetros ótimos dos isoladores, com a finalidade de diminuir a maior frequência natural do conjunto, de forma que o sistema opere longe da frequência de excitação. A função *NLPSolve* do programa Maple 10 é usado no contexto da otimização numérica do trabalho. As constantes de rigidez e os coeficientes de amortecimento dos isoladores são escolhidos para serem as variáveis do problema de otimização não linear com restrições.

Considerando-se o equacionamento definido nas Equações (3.51) e (3.65) na determinação das frequências naturais do sistema amortecido e não amortecido, estuda-se o problema da minimização da maior frequência natural do conjunto, para o qual se variam os parâmetros dos isoladores, embora outras escolhas também sejam possíveis relativas às propriedades dos materiais e às propriedades dimensionais do conjunto.

Observando que as frequências naturais são classificadas em ordem crescente; o problema da minimização da sexta frequência natural é colocado de maneira que sejam satisfeitas duas restrições. A primeira diz respeito aos limites da constante de rigidez das molas  $\mathbf{k}$  em N/m, e a segunda diz respeito aos limites de contorno mínimo e máximo dos coeficientes de amortecimento  $\mathbf{c}$  dos amortecedores, respeitando as características tecnológicas de fabricação.

O problema de otimização, é estabelecido como,

$$\begin{aligned}
 &\text{Otimizar} && f(\mathbf{k}, \mathbf{c}) = -\omega_6(\mathbf{k}, \mathbf{c}) \\
 &\mathbf{k} \in \mathfrak{R}^r, \mathbf{c} \in \mathfrak{R}^r \\
 &\text{sujeito a:} && \mathbf{k}^{\min} \leq \mathbf{k} \leq \mathbf{k}^{\max} \\
 &&& \mathbf{c}^{\min} \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{c}^{\max}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

sendo  $r$  o número isoladores igual a 16,  $\mathbf{k}^{\min}$  e  $\mathbf{k}^{\max}$  os vetores das constantes de rigidez mínimo e máximo das molas, e  $\mathbf{c}^{\min}$  e  $\mathbf{c}^{\max}$  os vetores dos coeficientes de amortecimento mínimo e máximo dos amortecedores respectivamente.

Uma otimização sem restrições dos parâmetros dos isoladores pode conduzir a pontos singulares de valor zero. Por outro lado, as restrições  $\mathbf{k} \leq \mathbf{k}^{\max}$  e  $\mathbf{c} \leq \mathbf{c}^{\max}$  podem ser ignoradas escolhendo valores suficientemente grandes de  $\mathbf{k}^{\max}$  e  $\mathbf{c}^{\max}$  de forma que a desigualdade seja sempre verificada. Observa-se que durante o processo de otimização não existe controle explícito sobre o possível cruzamento das frequências naturais.

Considera-se um bloco único representativo do conjunto de massa igual a 72720,9 kg; com dimensões aproximadas de 8,66 m de comprimento, 2,83 de largura e 3,95 de altura; e centro de massa posicionada segundo Figura 5.2. Esses dados mais o teorema dos eixos paralelos permitem a determinação dos momentos de inércia de massa  $I_{xx}$ ,  $I_{yy}$  e  $I_{zz}$ . Esses valores junto com a massa  $m$  possibilitam a construção da matriz de massa  $\mathbf{m}$  do conjunto.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \\
 = \begin{bmatrix} 72720,9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 72720,9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 72720,9 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 142000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 540000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4930000 \end{bmatrix}$$

O próximo passo é a construção das matrizes contendo os termos relativos às constantes de rigidez e coeficientes de amortecimento. Para esta finalidade é necessário identificar a posição dos 16 isoladores adotados segundo a Tabela 5.1, através das coordenadas de posição de cada isolador dadas pelas variáveis  $l_{xi}$ ,  $l_{yi}$ ,  $l_{zi}$  ( $i=1\dots 16$ ) medidas em relação ao centro de massa  $CM$  do conjunto, de acordo com o esquema da Figura 5.3, onde se convencionou numerar os isoladores em sentido horário a partir da vista superior da estrutura de sustentação.

Tabela 5.1 Coordenadas de posição dos isoladores

Isolador ( $i=1\dots 16$ )	Coordenada em relação ao $CM$ (m)		
	$l_{xi}$	$l_{yi}$	$l_{zi}$
1	2,999	1,464	1,440
2	2,299	1,464	1,440
3	1,599	1,464	1,440
5	0,226	1,464	1,440
5	-0,693	1,464	1,440
6	-1,613	1,464	1,440
7	-2,533	1,464	1,440
8	-3,453	1,464	1,440
9	-3,453	-1,364	1,440
10	-2,533	-1,364	1,440
11	-1,613	-1,364	1,440
12	-0,693	-1,364	1,440
13	0,226	-1,364	1,440
14	1,599	-1,364	1,440
15	2,299	-1,364	1,440
16	2,999	-1,364	1,440

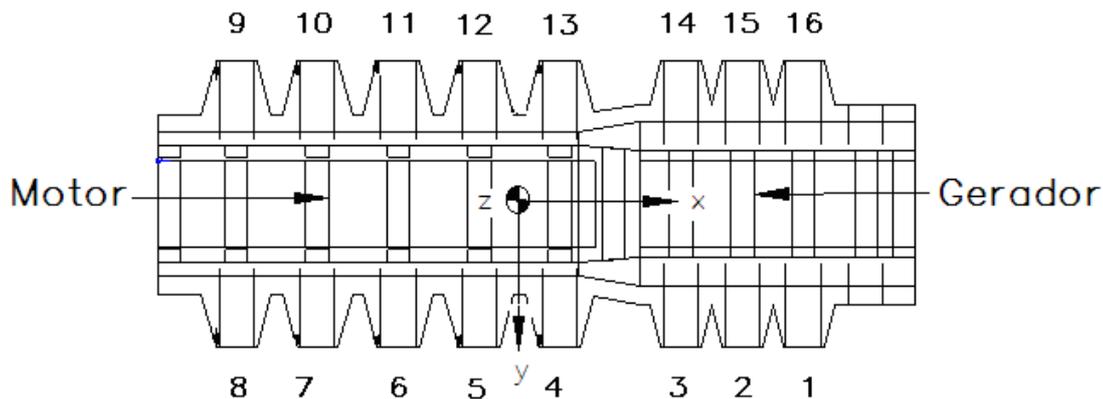


Figura 5.3 Identificação da posição dos isoladores em relação ao *CM*

A construção da matriz de rigidez  $\mathbf{k}$  do conjunto deve ser realizada a partir da definição dos termos desenvolvidos nas Equações (3.35) a (3.40), para o qual é necessário conhecer previamente as constantes de rigidez das molas. Igualmente, a construção da matriz de amortecimento  $\mathbf{c}$  do conjunto deve ser realizada a partir da definição dos termos desenvolvidos nas Equações (3.43) a (3.48), para o qual é necessário conhecer previamente os coeficientes de amortecimento dos isoladores.

Para encontrar as constantes de rigidez e os coeficientes de amortecimento dos  $r=16$  isoladores, executa-se o problema de otimização da Equação (5.1) na forma seguinte,

$$\text{Otimizar } f(\mathbf{k}, \mathbf{c}) = -\omega_o(\mathbf{k}, \mathbf{c})$$

$$\mathbf{k} \in \mathfrak{R}^r, \mathbf{c} \in \mathfrak{R}^r$$

$$\text{sujeito a: } \mathbf{k}^{\min} \leq \mathbf{k} \leq \mathbf{k}^{\max}$$

$$\mathbf{c}^{\min} \leq \mathbf{c} \leq \mathbf{c}^{\max}$$

onde são adotados 12 isoladores do tipo ISO/A para os quais  $k^{\min} = 3,52 \times 10^6$  N/m e  $k^{\max} = 4,30 \times 10^6$  N/m, enquanto os outros 4 isoladores são do tipo ISO/B para os quais  $k^{\min} = 3,95 \times 10^6$  N/m e  $k^{\max} = 4,83 \times 10^6$  N/m. Por sua vez, o coeficiente de amortecimento dos 16 elementos deve apresentar valores mínimos  $c^{\min} = 2,7 \times 10^4$  kg rad/s e máximos de  $c^{\max} = 4,15 \times 10^4$  kg rad/s.

O algoritmo de otimização fornece as respostas ótimas dos parâmetros dos isoladores, na Tabela 5.2 para a situação sem amortecimento e na Tabela 5.3 para a situação com

amortecimento; onde não se observa diferença nas constantes de rigidez para as precisões numéricas assumidas; sendo assim adotam-se os valores das constantes de rigidez e coeficientes de amortecimento indicados na Tabela 5.3 neste trabalho. Destaca-se a adoção da constante de rigidez e coeficiente de amortecimento nas direções longitudinal e transversal, iguais a 20% do valor correspondente na direção vertical, de acordo ao exposto por Rivin (2006) para equipamentos de precisão.

Tabela 5.2 Parâmetros otimizados das molas

Isolador ( $i=1...16$ )	Tipo	Constante de rigidez (N/m)		
		$k_{zi}$	$k_{xi} = 0,2k_{zi}$	$k_{yi} = 0,2k_{zi}$
1	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
2	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$
3	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
5	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
5	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
6	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$
7	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
8	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
9	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
10	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
11	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$
12	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
13	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
14	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$
15	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$
16	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$

Tabela 5.3 Parâmetros otimizados dos isoladores

Isolador ( $i=1...16$ )	Tipo	Constante de rigidez (N/m)			Coeficiente de amortecimento (kg rad/s)		
		$k_{zi}$	$k_{xi} = 0,2k_{zi}$	$k_{yi} = 0,2k_{zi}$	$c_{zi}$	$c_{xi} = 0,2 c_{zi}$	$c_{yi} = 0,2 c_{zi}$
1	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
2	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$	$3,68 \times 10^4$	$7,35 \times 10^3$	$7,35 \times 10^3$
3	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
5	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
5	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
6	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$	$3,68 \times 10^4$	$7,35 \times 10^3$	$7,35 \times 10^3$
7	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
8	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
9	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
10	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
11	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$	$3,68 \times 10^4$	$7,35 \times 10^3$	$7,35 \times 10^3$
12	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
13	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
14	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$
15	ISO/B	$4,39 \times 10^6$	$8,78 \times 10^5$	$8,78 \times 10^5$	$3,68 \times 10^4$	$7,35 \times 10^3$	$7,35 \times 10^3$
16	ISO/A	$3,91 \times 10^6$	$7,82 \times 10^5$	$7,82 \times 10^5$	$3,43 \times 10^4$	$6,85 \times 10^3$	$6,85 \times 10^3$

As frequências naturais para as condições não amortecida e amortecida são praticamente as mesmas como se observa na Tabela 5.4, o qual condiz com os desenvolvimentos das constantes de rigidez obtidas e a teoria relativa à vibrações.

Tabela 5.4 Frequências naturais após otimização

Frequência natural	Não amortecida (Hz)	Amortecida (Hz)
1	1,929350335	1,929350831
2	1,997717543	1,997717435
3	2,081165117	2,081164684
4	4,075077933	4,075081383
5	4,711364358	4,711360370
6	5,803769752	5,803769784

Como referência, de posse dos parâmetros dos isoladores, mostram-se as matrizes de rigidez e de amortecimento do conjunto.

$$\mathbf{k} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} & k_{15} & k_{16} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} & k_{25} & k_{26} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} & k_{35} & k_{36} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & k_{45} & k_{46} \\ k_{51} & k_{52} & k_{53} & k_{54} & k_{55} & k_{56} \\ k_{61} & k_{62} & k_{63} & k_{64} & k_{65} & k_{66} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,29 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 1,86 \times 10^7 & -6,45 \times 10^5 \\ 0 & 1,29 \times 10^7 & 0 & 1,86 \times 10^7 & 0 & 1,70 \times 10^6 \\ 0 & 0 & 6,45 \times 10^7 & 3,22 \times 10^6 & -8,48 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 1,86 \times 10^7 & 3,22 \times 10^6 & 1,60 \times 10^8 & 4,24 \times 10^5 & 2,44 \times 10^6 \\ 1,86 \times 10^7 & 0 & 8,48 \times 10^6 & 4,24 \times 10^5 & 3,34 \times 10^8 & -9,29 \times 10^5 \\ -6,45 \times 10^5 & -1,70 \times 10^6 & 0 & 2,44 \times 10^6 & -9,29 \times 10^5 & 8,72 \times 10^7 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & c_{15} & c_{16} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & c_{25} & c_{26} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & c_{35} & c_{36} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & c_{45} & c_{46} \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & c_{56} \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1,12 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 1,61 \times 10^5 & -5,60 \times 10^3 \\ 0 & 1,12 \times 10^5 & 0 & 1,61 \times 10^5 & 0 & 1,53 \times 10^4 \\ 0 & 0 & 5,58 \times 10^5 & 2,80 \times 10^4 & -7,70 \times 10^4 & 0 \\ 0 & 1,61 \times 10^5 & 2,80 \times 10^4 & 1,40 \times 10^6 & 3,80 \times 10^3 & 2,21 \times 10^4 \\ 1,61 \times 10^5 & 0 & 7,70 \times 10^4 & 3,83 \times 10^3 & 2,90 \times 10^6 & -8,04 \times 10^3 \\ -5,60 \times 10^3 & -1,53 \times 10^4 & 0 & 2,21 \times 10^4 & -8,03 \times 10^3 & 7,56 \times 10^5 \end{bmatrix}$$

## 5.4 Seleção de isoladores

O objetivo desta seção é dimensionar o sistema de isoladores do conjunto. Para o projeto dos isoladores assume-se que o conjunto da Figura 5.1, constituído pelo grupo e a estrutura de sustentação, formam um corpo rígido único de 1 gdl na direção vertical, apoiado sobre uma mola equivalente e um amortecedor equivalente, conforme a Figura 5.4.

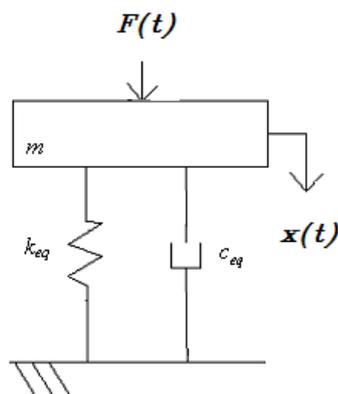


Figura 5.4 Modelo do conjunto de 1 gdl

Para o dimensionamento do conjunto de isoladores, é necessário realizar previamente o cálculo dos esforços localizados na região de fixação do motor e do gerador na parte superior da estrutura de sustentação.

### 5.4.1 Carregamento do motor e do gerador

Condição básica para seleção dos isoladores é o entendimento dos esforços exercidos pelo motor e pelo gerador na estrutura de sustentação, segundo o regime de operação do conjunto, conforme definição da Tabela 5.5. Durante o entendimento de cada esforço atuante na estrutura de sustentação, se considera o sistema de coordenadas adotado na Figura 3.1

Tabela 5.5 Esforços exercidos pelo motor e pelo gerador na estrutura

Condição de operação	Esforços do <i>motor</i> na estrutura + esforços dinâmicos do <i>motor</i> aplicados no seu centro de massa	Esforços do <i>gerador</i> na estrutura
Regime contínuo a 900 rpm	Peso motor + torque + forças e momentos de inércia	Peso gerador + torque
Em curto circuito fase a fase	Peso motor + torque + forças e momentos de inércia*	Peso gerador + torque

\* Na falta de informação, as forças e momentos de inércia em curto consideram-se iguais às do regime permanente

As forças exercidas pelo motor na estrutura de sustentação resultam da composição do peso do motor, do torque do motor, e das forças e momentos de inércia do motor.

O peso do motor sobre a estrutura de sustentação é 292651,92 N, o qual é dividido aproximadamente na mesma proporção em cada um dos 18 pontos de fixação, resultando igual a 16258,44 N independente da condição de operação, em conformidade à Tabela 5.6.

Tabela 5.6 Distribuição do peso do motor na estrutura de sustentação

Condição de operação	Peso do motor nos pontos de fixação (N)
Regime permanente a 900 rpm	$W_i^M \quad i=1,\dots,18$ 16258,44
Em curto circuito fase a fase	$W_i^M \quad i=1,\dots,18$ 16258,44

Por causa do par ação/reação, o torque gerado pelo motor em regime permanente  $T^{Mp}$  na estrutura de sustentação pode ser considerado de forma aproximada similar ao valor do torque calculado no eixo do motor conforme a expressão,

$$T^{Mp} = \frac{(9550 kW_b)}{rpm} \quad (5.2)$$

onde

$kW_b$  : potência de frenagem do motor igual a 2923,38 kW

$rpm$  : rotações por minuto do regime permanente igual a 900 rpm

Assim, o torque gerado pelo motor em regime permanente é,

$$\begin{aligned} T^{Mp} &= \frac{(9550) (2923,14)}{(900)} \\ &= 31017,76 \text{ N m} \end{aligned}$$

Conhecido o valor do torque gerador pelo motor em regime permanente  $T^{Mp}$ , o próximo passo consiste em transformar o torque em forças nos pontos de fixação do motor na parte superior da estrutura de sustentação. Para esse fim, adota-se um binário de braço igual a 1,103 m, equivalente à separação dos pontos de fixação. Consideram-se 5 pontos de fixação quando a

força do binário estiver em tração, prevendo eventuais folgas em 4 pontos de fixação de acordo à Figura 5.5. Por sua vez, adotam-se 9 pontos de fixação quando a força do binário estiver em compressão de acordo à Figura 5.5.

As forças do torque do motor nos pontos de fixação em tração e em regime permanente,  $F_t^{Mp}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_t^{Mp} &= -\frac{31017,76}{(5)(1,103)} \\ &= -5624,25 \text{ N} \end{aligned}$$

As forças do torque do motor nos pontos de fixação em compressão e em regime permanente,  $F_c^{Mp}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_c^{Mp} &= \frac{31017,76}{(9)(1,103)} \\ &= 3124,58 \text{ N} \end{aligned}$$

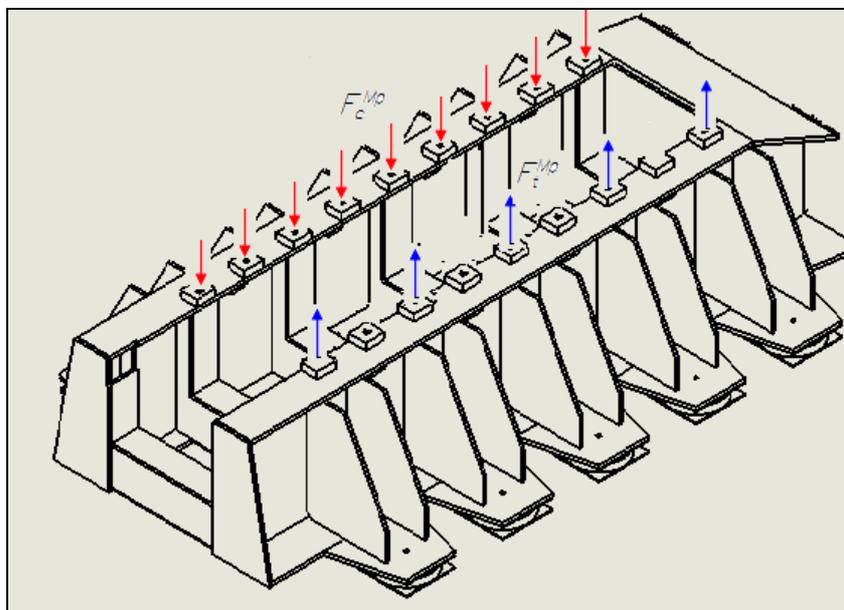


Figura 5.5 Forças do torque do motor na estrutura de sustentação,  $F_c^{Mp}$  em compressão,  $F_t^{Mp}$  em tração

O gerador especifica como torque máximo o torque de curto circuito  $T^{Gc}$  entre duas fases, igual a  $3,098 \times 10^5$  N m. Um valor similar atua no motor, que é usado na determinação das forças do torque do motor nos pontos de fixação sob tração em curto circuito,  $F_t^{Mc}$ , e são iguais a,

$$F_t^{Mc} = -\frac{3,098 \times 10^5}{(5) (1,103)} \\ = -56174,07 \text{ N}$$

As forças do torque do motor nos pontos de fixação sob compressão em curto circuito,  $F_c^{Mc}$ , são iguais a,

$$F_c^{Mc} = \frac{3,098 \times 10^5}{(9) (1,103)} \\ = 31207,82 \text{ N}$$

O resumo das forças do torque do motor nos pontos de fixação mostra-se na Tabela 5.7,

Tabela 5.7 Forças do torque do motor na estrutura segundo condição de operação

Condição de operação	Forças do torque do motor nos 9 pontos de fixação sob compressão (N)	Forças do torque do motor em 5 pontos de fixação sob tração (N)
Regime permanente a 900 rpm	$F_{ci}^{Mp} \quad i=1, \dots, 9$ 3124,58	$F_{ti}^{Mp} \quad i=1, \dots, 5$ -5624,25
Em curto circuito fase a fase	$F_{ci}^{Mc} \quad i=1, \dots, 9$ 31207,82	$F_{ti}^{Mc} \quad i=1, \dots, 5$ -56174,07

As forças e momentos de inércia máximos de desbalanceamento do motor estão apresentados na Tabela 5.8.

Tabela 5.8 Força de inércia e momento de inércia do motor

Força de inércia máxima		Momento de inércia máximo	
$F_y$ máx (N) = $\pm$	5680	$M_y$ máx (N m) = $\pm$	6350
$F_z$ máx (N) = $\pm$	9016	$M_z$ máx (N m) = $\pm$	9664
Frequência (Hz)	15	Frequência (Hz)	30

Fonte: Literatura de fabricantes

As forças exercidas pelo gerador na estrutura de sustentação resultam da composição do peso do gerador e do torque do gerador.

O peso do gerador sobre a estrutura de sustentação é de 210915 N, o qual é dividido na mesma proporção em cada um dos 4 pontos de fixação, resultando igual a 52728,75 N independente da condição de operação, em conformidade à Tabela 5.9 e Figura 5.6.

Tabela 5.9 Distribuição do peso do gerador na estrutura

Condição de operação	Peso do gerador nos pontos de fixação (N)			
Regime permanente a 900 rpm	$W_1^G$	$W_2^G$	$W_3^G$	$W_4^G$
	52729	52729	52729	52729
Em curto circuito fase a fase	$W_1^G$	$W_2^G$	$W_3^G$	$W_4^G$
	52729	52729	52729	52729

O torque que o gerador exerce na estrutura de sustentação em regime permanente  $T^{Gp}$  é considerado semelhante ao torque gerado pelo motor em regime permanente  $T^{Mp}$ , cujo valor previamente calculado foi de 31017,76 N m. Por outro lado, encontra-se em manuais de fabricantes do gerador que o torque máximo de curto circuito  $T^{Gc}$  entre duas fases, é igual a  $3,098 \times 10^5$  N m. Para transformar torque em força nos pontos de fixação do gerador na parte superior da estrutura de sustentação, adota-se um binário de braço igual a 1,4 m. Consideram-se os 2 pontos de fixação existentes quando a força do binário estiver em tração ou compressão, Figura 5.6.

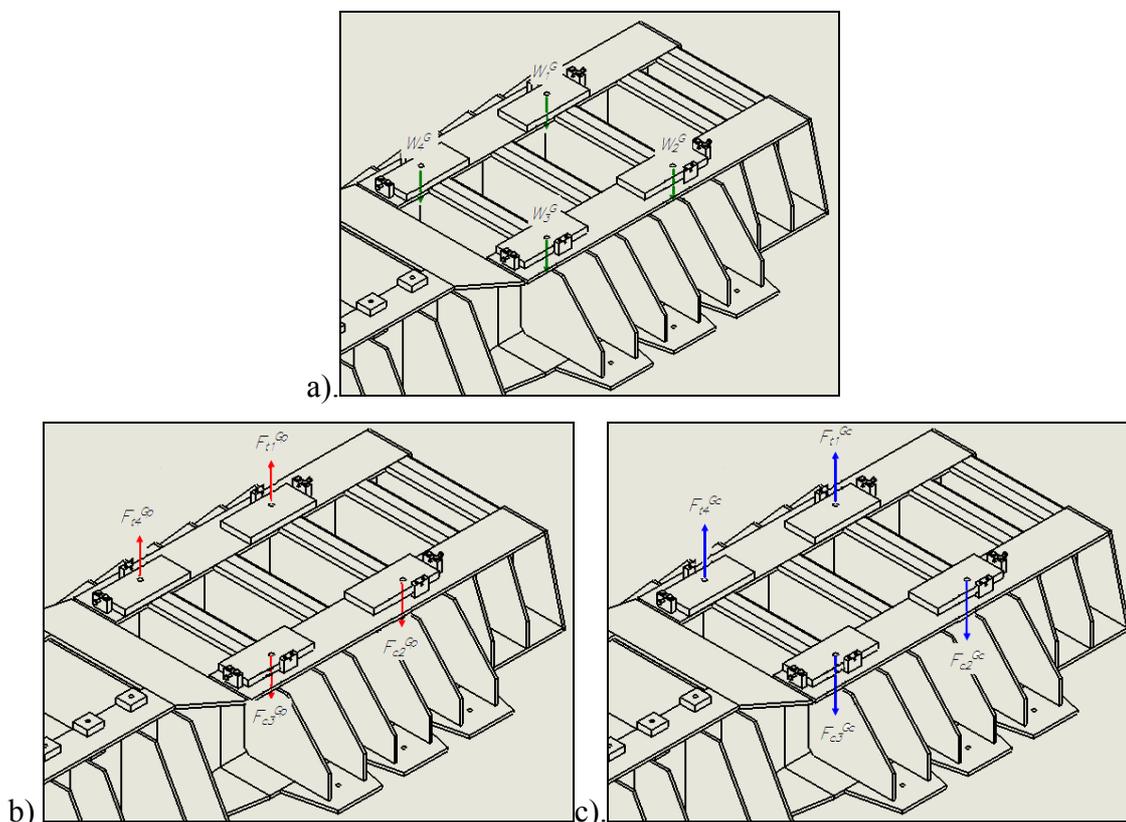


Figura 5.6 Forças (N) do gerador sobre a estrutura: a) Peso, b) Regime permanente, c) Curto circuito

Nos pontos de fixação 1 e 4, as forças do torque do gerador sob tração em regime permanente,  $F_t^{Gp}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_{t1}^{Gp} &= F_{t4}^{Gp} \\ &= -\frac{31017,76}{(2)(1,4)} \\ &= -11077,77 \text{ N} \end{aligned}$$

Nos pontos de fixação 2 e 3, as forças do torque do gerador sob compressão em regime permanente,  $F_c^{Gp}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_{c2}^{Gp} &= F_{c3}^{Gp} \\ &= \frac{31017,76}{(2)(1,4)} \\ &= 11077,77 \text{ N} \end{aligned}$$

Nos pontos de fixação 1 e 4, as forças do torque do gerador sob tração em curto circuito,  $F_t^{Gc}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_{t1}^{Gc} &= F_{t1}^{Gc} \\ &= -\frac{3,098 \times 10^5}{(2)(1,4)} \\ &= -110642,86 \text{ N} \end{aligned}$$

Nos pontos de fixação 2 e 3, as forças do torque do gerador sob compressão em curto circuito,  $F_c^{Gc}$ , são iguais a,

$$\begin{aligned} F_{c2}^{Gc} &= F_{c3}^{Gc} \\ &= \frac{3,098 \times 10^5}{(2)(1,4)} \\ &= 110642,86 \text{ N} \end{aligned}$$

O resumo das forças do torque que o gerador exerce nos pontos de fixação é mostrado na Tabela 5.10,

Tabela 5.10 Forças do torque do gerador na estrutura segundo condição de operação

Condição de operação	Forças do torque do gerador nos pontos de fixação (N)			
Regime permanente a 900 rpm	$F_{t1}^{Gp}$	$F_{c2}^{Gp}$	$F_{c3}^{Gp}$	$F_{t4}^{Gp}$
	-11077,77	11077,77	11077,77	-11077,77
Em curto circuito fase a fase	$F_{t1}^{Gc}$	$F_{c2}^{Gc}$	$F_{c3}^{Gc}$	$F_{t4}^{Gc}$
	-110642,86	110642,86	110642,86	-110642,86

Assim, as forças resultantes exercidas pelo gerador na estrutura, segundo Tabela 5.11 e Figura 5.7, são obtidas pelo somatório do peso do gerador e das forças do torque do gerador nos pontos de fixação, expostas respectivamente na Tabela 5.9 e na Tabela 5.10.

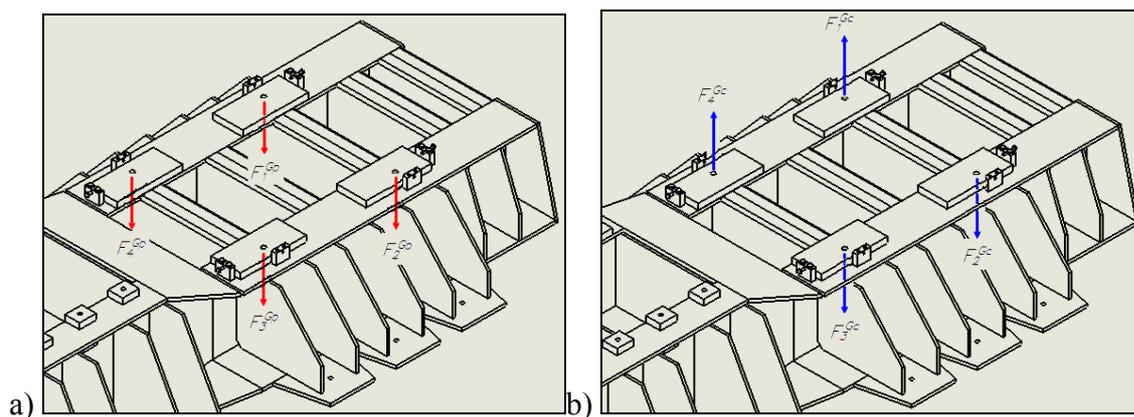


Figura 5.7 Forças resultantes do gerador na estrutura: a)  $F^{Gp}$  regime permanente, b)  $F^{Gc}$  curto circuito

Tabela 5.11 Forças resultantes do gerador na estrutura segundo condição de operação

Condição de operação	Forças do gerador nos pontos de fixação (N)			
Regime permanente a 900 rpm	$F_1^{Gp} = W_1^G + F_{t1}^{Gp}$	$F_2^{Gp} = W_2^G + F_{c2}^{Gp}$	$F_3^{Gp} = W_3^G + F_{c3}^{Gp}$	$F_4^{Gp} = W_4^G + F_{t4}^{Gp}$
	41651,23	63806,77	63806,77	41651,23
Em curto circuito fase a fase	$F_1^{Gc} = W_1^G + F_{t1}^{Gc}$	$F_2^{Gc} = W_2^G + F_{c2}^{Gc}$	$F_3^{Gc} = W_3^G + F_{c3}^{Gc}$	$F_4^{Gc} = W_4^G + F_{t4}^{Gc}$
	-57913,86	163371,86	163371,86	-57913,86

Fonte: Confirmado a partir de informações de fabricante

### 5.4.2 Configuração do conjunto de isoladores

Uma das maneiras para definir as características do isolador que se deseja utilizar é através das especificações e recomendações constantes nos manuais dos dispositivos.

A definição da quantidade de isoladores está associada à deflexão admissível nas condições de carregamento estático e dinâmico do conjunto.

Para a condição de carregamento estático, considera-se que a massa total do conjunto, igual a 72720,9 kg conforme definição da Tabela 4.1, será dividida proporcionalmente nos isoladores de forma a garantir uma deflexão estática máxima permissível de 0,011 m, valor comumente encontrado na literatura para esse tipo de aplicações.

Para essa finalidade, se considera que o peso do motor, o peso do acoplamento e a parte do peso da estrutura de sustentação situado abaixo do motor (aproximado por 120188,10 N, e incluída a junção com o gerador) contribuem na deflexão estática  $\delta^e$  dos isoladores em paralelo localizados na região abaixo do motor, de forma que a constante de rigidez equivalente dos isoladores no lado do motor sob carregamento estático  $k_{eq}^{Me}$  é obtida na forma,

$$\begin{aligned} k_{eq}^{Me} &= \frac{\sum F^{Me}}{\delta^e} \\ &= \frac{\sum F^{Me}}{l - l_0} \\ &= \frac{(29832)(9,81) + (648,9)(9,81) + (120188,10)}{0,011} \\ &= 38,11 \times 10^6 \text{ N/m} \end{aligned}$$

A quantidade necessária de isoladores na parte inferior da estrutura de sustentação na região do motor sob carregamento estático,  $n^{Me}$ , é obtida ao dividir a constante de rigidez equivalente  $k_{eq}^{Me}$  pela média da constante de rigidez de 2 isoladores ISO/B e 8 isoladores ISO/A conforme a Tabela 5.12,

$$\begin{aligned} n^{Me} &= \frac{k_{eq}^{Me}}{k} \\ &= \frac{40,72 \times 10^6}{4,006 \times 10^6} \\ &= 10,2 \end{aligned}$$

Também, se considera que o peso do gerador e a parte do peso da estrutura de sustentação situado abaixo do gerador (aproximado por 83354,88 N) contribuem na deflexão estática  $\delta^e$  dos isoladores em paralelo localizados na região abaixo do gerador, de forma que a constante de rigidez equivalente dos isoladores no lado do gerador sob carregamento estático  $k_{eq}^{Ge}$  é obtida na forma,

$$\begin{aligned}k_{eq}^{Ge} &= \frac{\sum F^{Ge}}{\delta^e} \\ &= \frac{\sum F^{Ge}}{l-l_0} \\ &= \frac{(21500)(9,81) + (83354,88)}{0,011} \\ &= 26,75 \times 10^6 \text{ N/m}\end{aligned}$$

A quantidade necessária de isoladores na parte inferior da estrutura de sustentação na região do gerador sob carregamento estático,  $n^{Ge}$ , é obtida ao dividir a constante de rigidez equivalente  $k_{eq}^{Ge}$  pela média da constante de rigidez de 2 isoladores ISO/B e 4 isoladores ISO/A conforme a Tabela 5.12,

$$\begin{aligned}n^{Ge} &= \frac{k_{eq}^{Ge}}{k} \\ &= \frac{26,80 \times 10^6}{4,07 \times 10^6} \\ &= 6,6\end{aligned}$$

A quantidade dos isoladores selecionados deve ser em número par e seu posicionamento segue uma distribuição relativa ao centro de gravidade dos equipamentos. O afastamento transversal dos isoladores contribui para melhorar a estabilidade do grupo e a distribuição longitudinal visa evitar a ocorrência de momentos dinâmicos. No caso do motor se consideram 8 isoladores ISO/A alinhados intercaladamente com os pontos de fixação em função da disponibilidade de espaço, e 2 isoladores ISO/B sob sua linha de centro para aumentar a sua rigidez. Para o caso do gerador se considera 4 isoladores ISO/A alinhados com os pontos de fixação e 2 isoladores ISO/B sob sua linha de centro, de forma a manter uma distribuição longitudinal próxima para todo o conjunto.

Tabela 5.12 Parâmetros dos isoladores

Isolador		ISO/B	ISO/A
Constante de rigidez vertical *	$k$ (N/m)	$4,39 \times 10^6$	$3,91 \times 10^6$
Altura	livre (sem pré-tensão)	$l_0$ (m)	$117 \times 10^{-3}$
	sob carga estática	$l$ (m)	$106 \times 10^{-3}$
	máxima sob carga dinâmica	$l_{máx}^d$ (m)	$114,7 \times 10^{-3}$
	mínima sob carga dinâmica	$l_{mín}^d$ (m)	$95,1 \times 10^{-3}$
Deflexão	estática ( $l-l_0$ )	$\delta^e$ (m)	$11 \times 10^{-3}$
	dinâmica sob tração ( $l_{máx}^d - l$ )	$\delta_t^d$ (m)	$8,7 \times 10^{-3}$
	dinâmica sob compressão ( $l - l_{mín}^d$ )	$\delta_c^d$ (m)	$10,9 \times 10^{-3}$
Limite de carga estática nominal	N	$47,0 \times 10^3$	$47,0 \times 10^3$
Limite de carregamento dinâmico em tração	N	$38,0 \times 10^3$	$33,8 \times 10^3$
Limite de carregamento dinâmico em compressão	N	$82,5 \times 10^3$	$73,3 \times 10^3$
Limite de deslocamento dinâmico - horizontal	m	$\pm 12 \times 10^{-3}$	$\pm 12 \times 10^{-3}$
Peso unitário	N	385,40	368,73

Fonte: Extraído de manuais de fabricantes de isoladores. \* Valores obtidos.

Para a condição de carregamento dinâmico, os limites de carregamento dinâmico à tração e à compressão dos isoladores selecionados, fornecidos na Tabela 5.12, devem ser respeitados. As cargas máximas dinâmicas correspondem às diferenças entre os limites de carregamento dinâmico e a carga estática aplicada.

Para essa finalidade, se considera que a rigidez da estrutura de sustentação impõe uma compatibilidade de deformações, mobilizando os 8 isoladores da aresta da estrutura de sustentação em consideração. Quer dizer, os 3 isoladores na região do gerador não se deformam de forma independente, obrigando que os outros 5 isoladores na região do motor igualmente sejam deformados. Essa é uma característica de uma estrutura rígida apoiada elasticamente, porquanto a rigidez dos isoladores é menor que a do grupo.

Na Tabela 5.13 e na Tabela 5.14 apresentam-se as cargas dinâmicas do grupo em regime permanente e em curto circuito fase a fase. Consideram-se duas possibilidades para a força de inércia do motor enquanto o momento de inércia  $M_y$  do motor é desconsiderado, visto que as forças envolvidas se cancelam na direção  $z$ . As forças dinâmicas indicadas na Tabela 5.13 e na Tabela 5.14, negativo quando em tração e positivo quando em compressão, que atuam nos isoladores posicionados nas arestas frontal e posterior da estrutura de sustentação, apresentam valores menores que os limites de carregamento dinâmico em tração e compressão da Tabela 5.12.

Tabela 5.13 Carregamento dinâmico na estrutura de sustentação, regime permanente a 900 rpm

Força (N)		Aresta frontal da estrutura de sustentação	Aresta posterior da estrutura de sustentação
Forças do torque do motor nos 9 pontos de fixação sob compressão	$F_{ci}^{Mp} = 3124,58 \quad i=1,\dots,9$		28121,22
Forças do torque do motor em 5 pontos de fixação sob tração	$F_{ti}^{Gp} = F_{t4}^{Gp} = -110 \quad i=1,\dots,5$	-28121,25	
Força de inércia do motor	$F_z \text{ máx} = \pm 9016$	-4508,00 4508,00	-4508,00 4508,00
Força do torque do gerador	$F_{t1}^{Gp} = F_{t4}^{Gp} = -11077,77$		-22155,54
Força do torque do gerador	$F_{c2}^{Gp} = F_{c3}^{Gp} = 11077,77$	22155,54	
Força resultante na aresta (8 isoladores por aresta)		-10473,71 -1457,71	1457,68 10473,68
Força em cada isolador		-1309,21 -182,21	182,21 1309,21

Tabela 5.14 Carregamento dinâmico na estrutura de sustentação em curto circuito fase a fase

Força (N)		Aresta frontal da estrutura de sustentação	Aresta posterior da estrutura de sustentação
Forças do torque do motor nos 9 pontos de fixação sob compressão	$F_{ci}^{Mc} = 31207,82 \quad i=1,\dots,9$		280870,38
Forças do torque do motor em 5 pontos de fixação sob tração	$F_{ti}^{Mc} = -56174,07 \quad i=1,\dots,5$	-280870,35	
Força de inércia do motor	$F_z \text{ máx} = \pm 9016$	-4508,00 4508,00	-4508,00 4508,00
Força do torque do gerador	$F_{t1}^{Gc} = F_{t4}^{Gc} = -110642,86$		-221285,72
Força do torque do gerador	$F_{c2}^{Gc} = F_{c3}^{Gc} = 110642,86$	221285,72	
Força resultante na aresta (8 isoladores por aresta)		-64092,63 -55076,63	55076,66 64092,66
Força em cada isolador		-8011,58 -6884,58	6884,58 8011,58

Os isoladores normalmente dispõem de limitadores de curso para eventos que provoquem deslocamentos verticais e horizontais, estáticos ou dinâmicos, acima de seus limites operacionais.

Na seqüência são expostas as considerações referentes à determinação do coeficiente de amortecimento  $c$  do isolador, através da razão de amortecimento  $\zeta$  e do amortecimento crítico  $c_c$  mediante a expressão,

$$\zeta = \frac{c}{c_c} \quad (5.3)$$

onde

$c$ : coeficiente de amortecimento

$c_c$ : coeficiente de amortecimento crítico

$\zeta$ : razão de amortecimento, aproximada neste caso igual a 0,13

O coeficiente de amortecimento crítico é expresso através de,

$$\zeta = 2 m \omega_n \quad (5.4)$$

Assim, a equação que define o coeficiente de amortecimento é dada por,

$$c = 2 m \omega_n \zeta \quad (5.5)$$

onde

$m$ : massa total do corpo (conjunto)

$\omega_n$ : frequência natural do conjunto

A frequência natural do conjunto em Hz é expressa por,

$$\omega_n = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{\sum k}{m}} \quad (5.6)$$

onde

$k$ : constante de rigidez do isolador

$$\begin{aligned} \omega_n &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4(4,39 \times 10^6) + 12(3,91 \times 10^6)}{72720,9}} \\ &= 4,74 \text{ Hz} \end{aligned}$$

Dessa maneira, obtém-se o coeficiente de amortecimento para cada um dos 16 isoladores igual a,

$$\begin{aligned} c &= \frac{1}{16} \{(2) (72720,9) [(4,74) (2\pi)] (0,13)\} \\ &= 35194,18 \text{ kg rad/s} \end{aligned}$$

A partir do somatório dos valores absolutos das forças resultantes do carregamento dinâmico nas duas arestas da estrutura de sustentação, constante na Tabela 5.14 e igual a 119169,29 N, obtém-se uma massa equivalente dinâmica igual a 12147,74 kg, com o qual pode ser recalculado o coeficiente de amortecimento requerido dos isoladores na forma seguinte,

$$\omega_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{4(4,39 \times 10^6) + 12(3,91 \times 10^6)}{72720,9 + 12147,74}}$$
$$= 4,39 \text{ Hz}$$

$$c = \frac{1}{16} \{(2) (72720,9 + 12147,74) [(4,39) (2\pi)] (0,13)\}$$
$$= 38040,39 \text{ kg rad/s}$$

Embora os valores calculados de  $c$  são aproximados daqueles obtidos pela otimização na Tabela 5.3, para a análise estrutural opta-se pela segurança em considerar um coeficiente de amortecimento idêntico para todos os isoladores e igual a  $c = 38040,39 \text{ kg rad/s}$ .

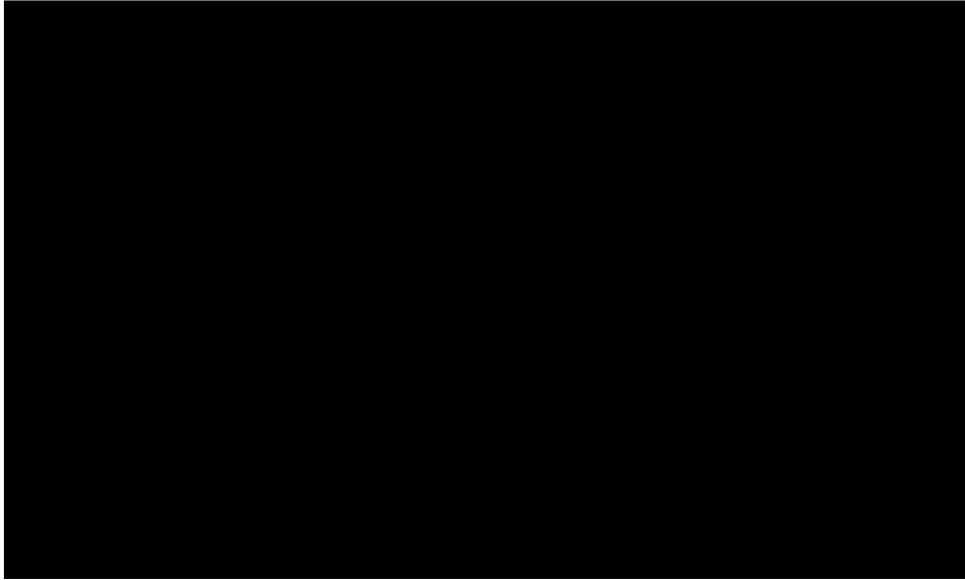
## **6. Análise Estrutural da Estrutura de Sustentação**

### **6.1 Generalidades**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

### **6.2 Modelagem MEF da estrutura de sustentação**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL



**6.3 Condições de contorno e carregamentos**

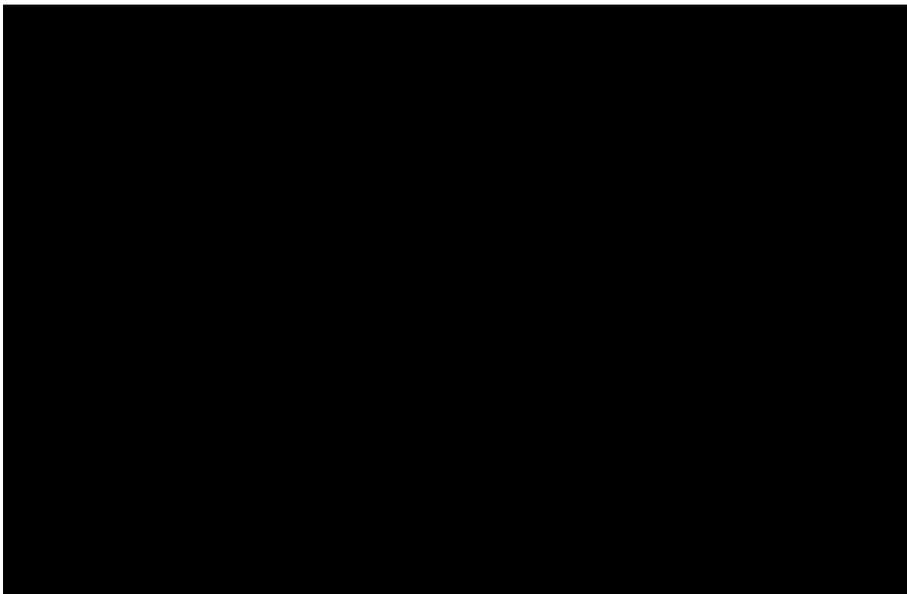
PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

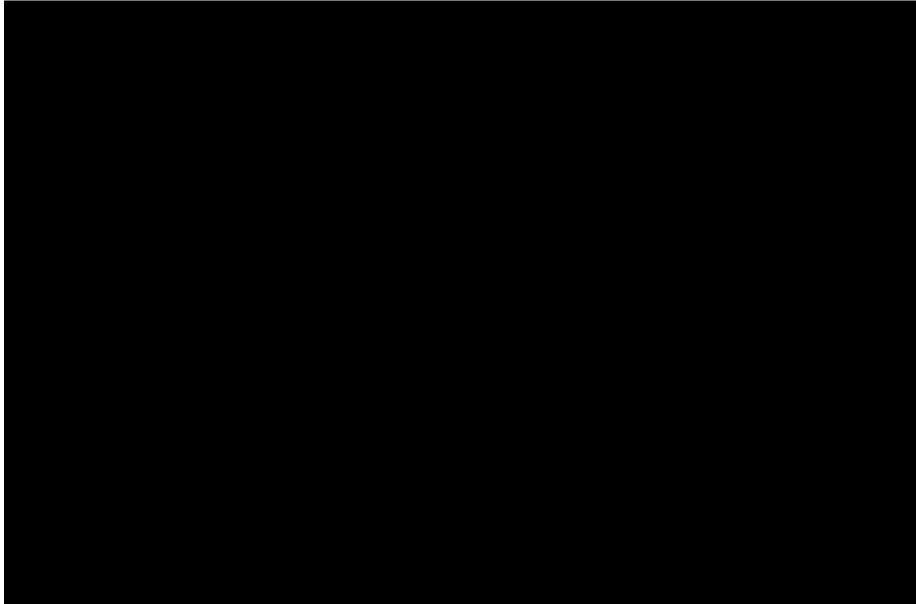


**6.4 Analise modal**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

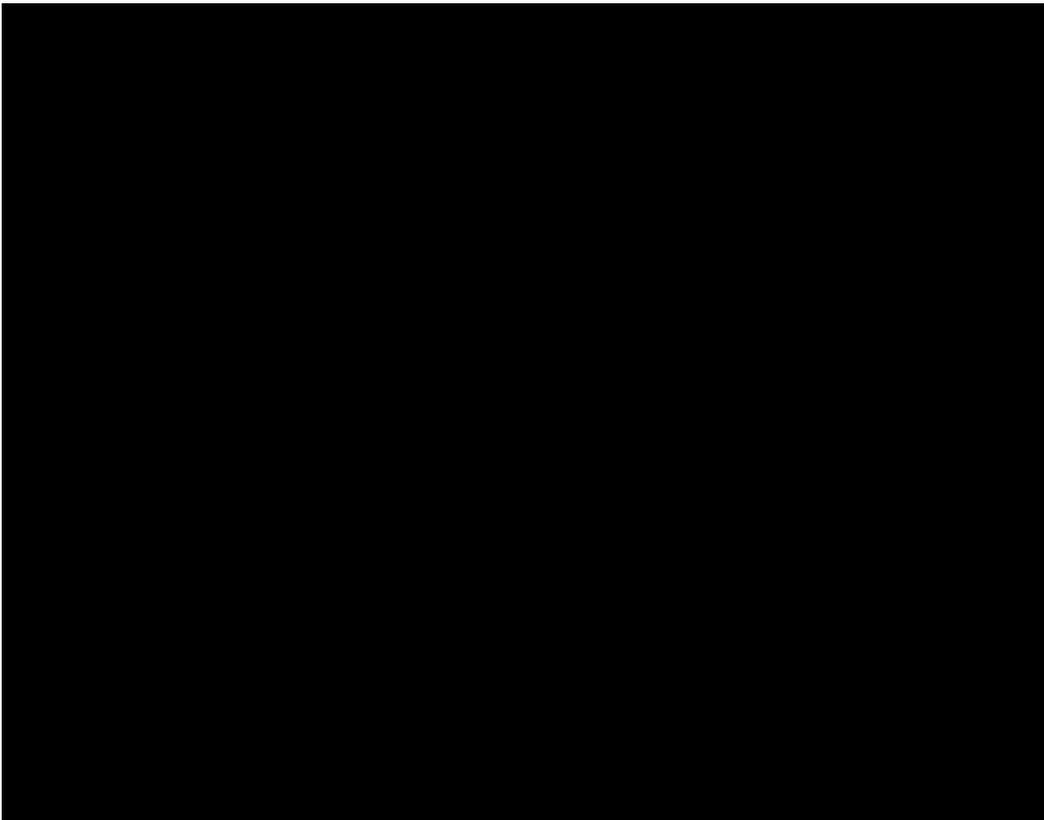


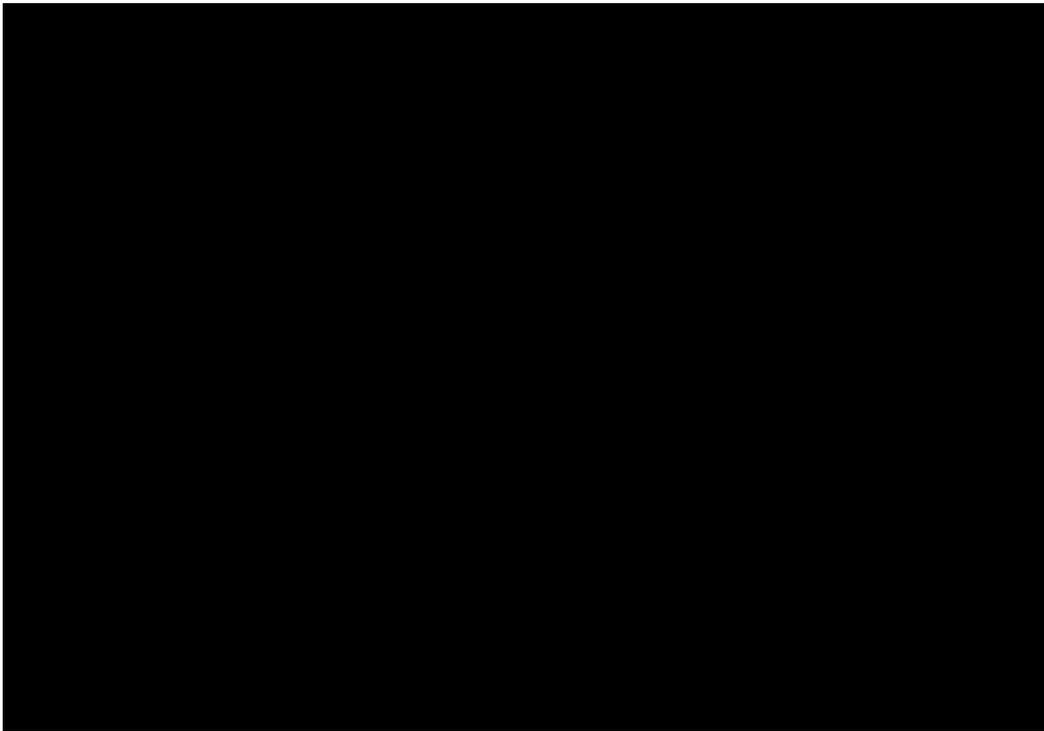
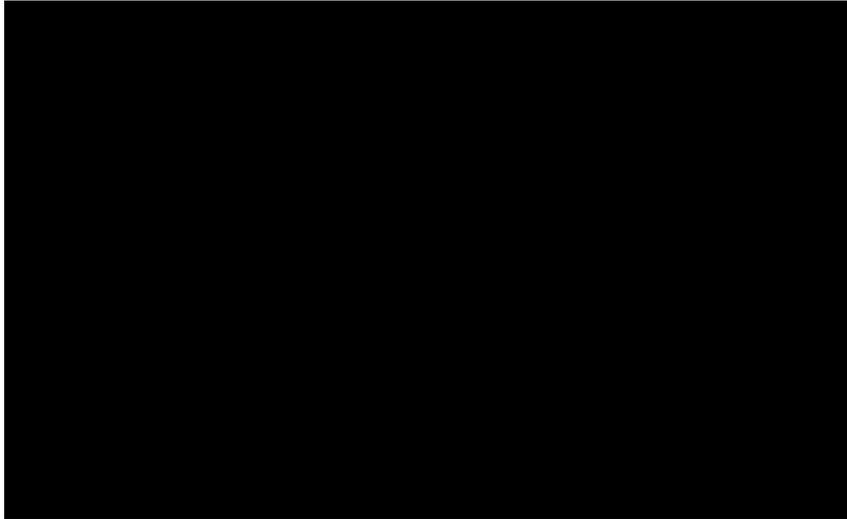




**6.5 Análise de deflexões e tensões na estrutura de sustentação**  
PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

**6.5.1 Carregamento estático**  
PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

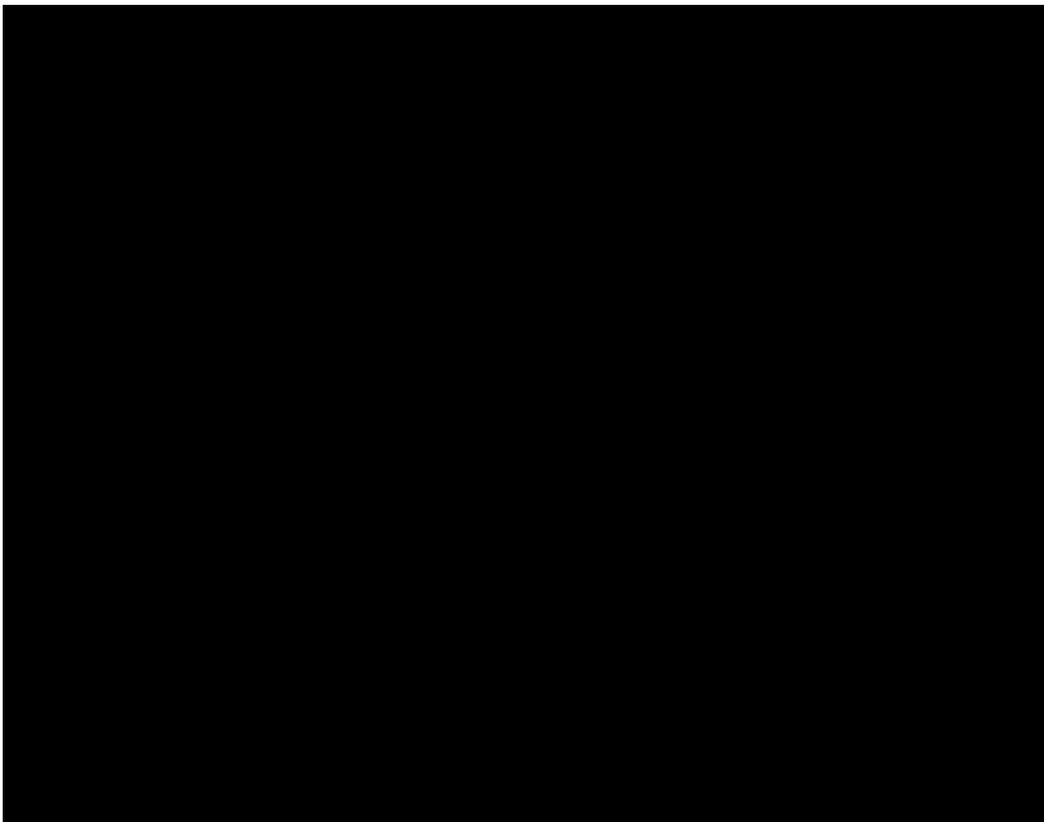


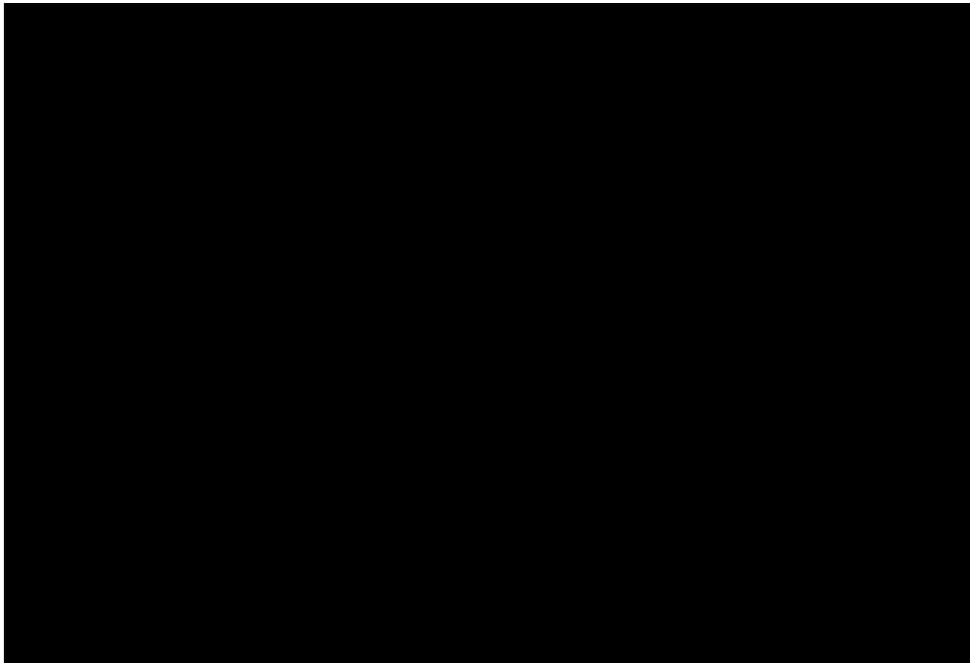


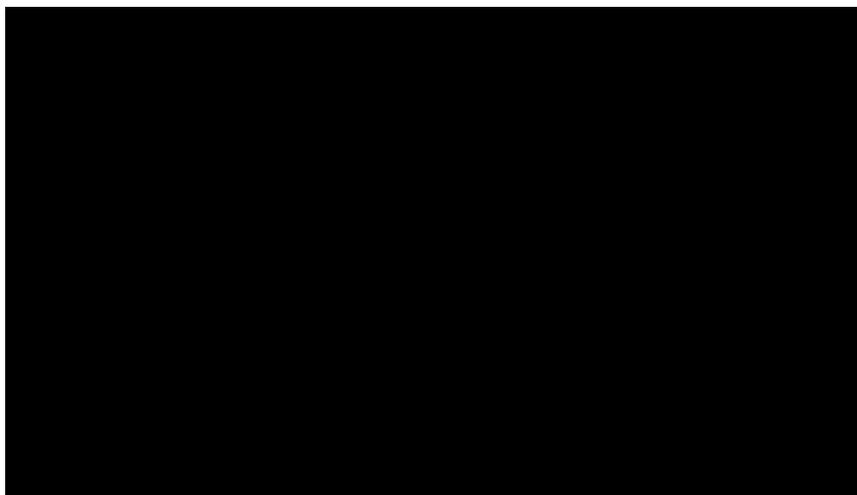
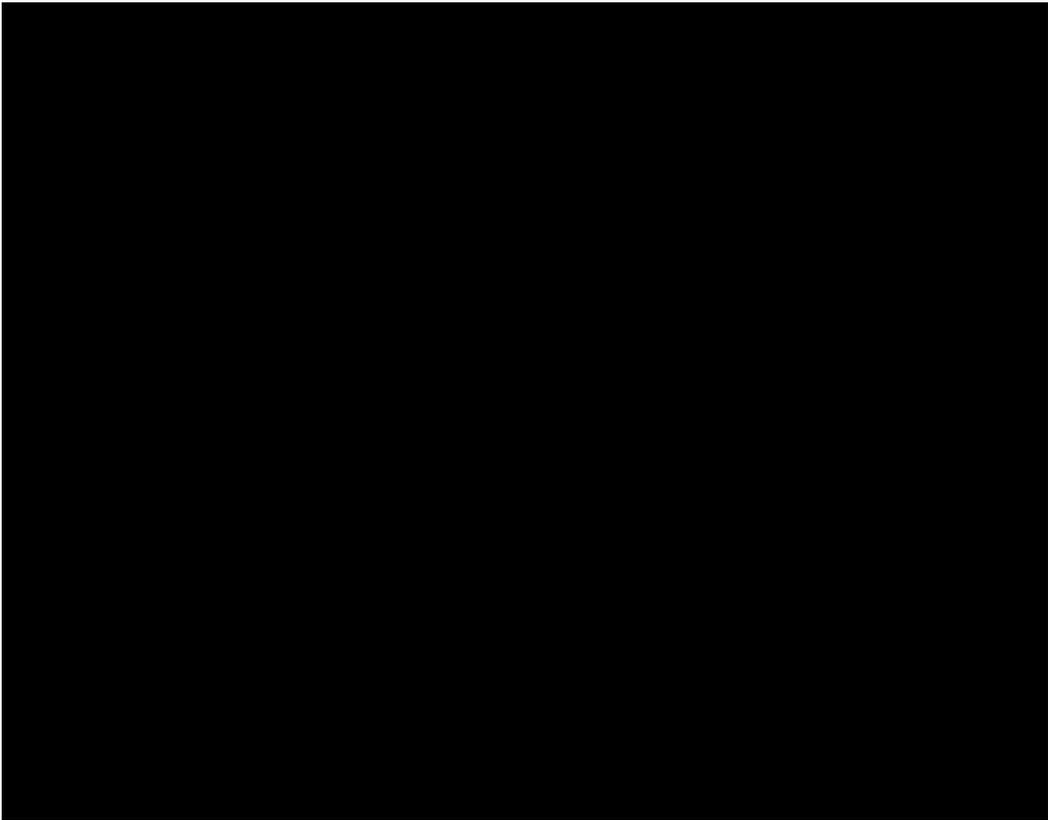
**6.5.2 Carregamento dinâmico**

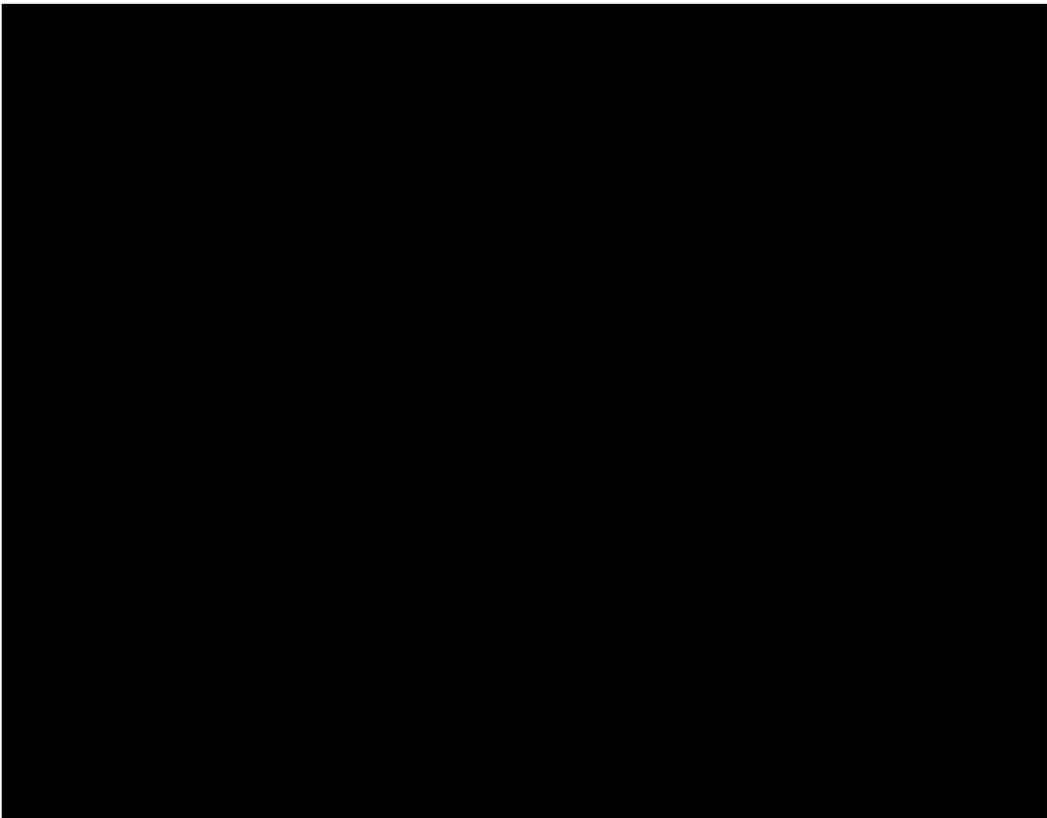
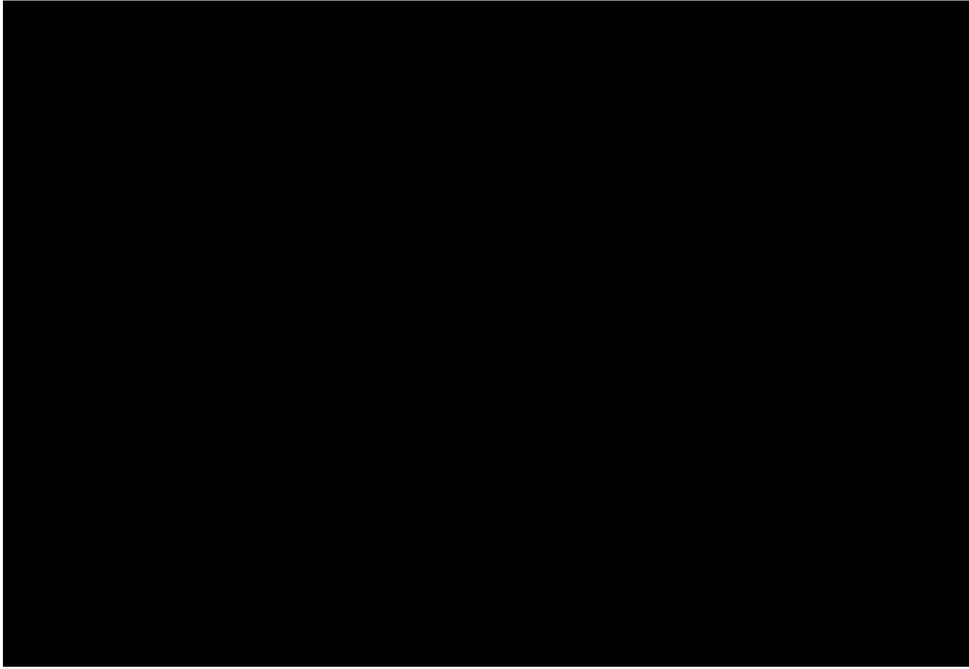
PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL

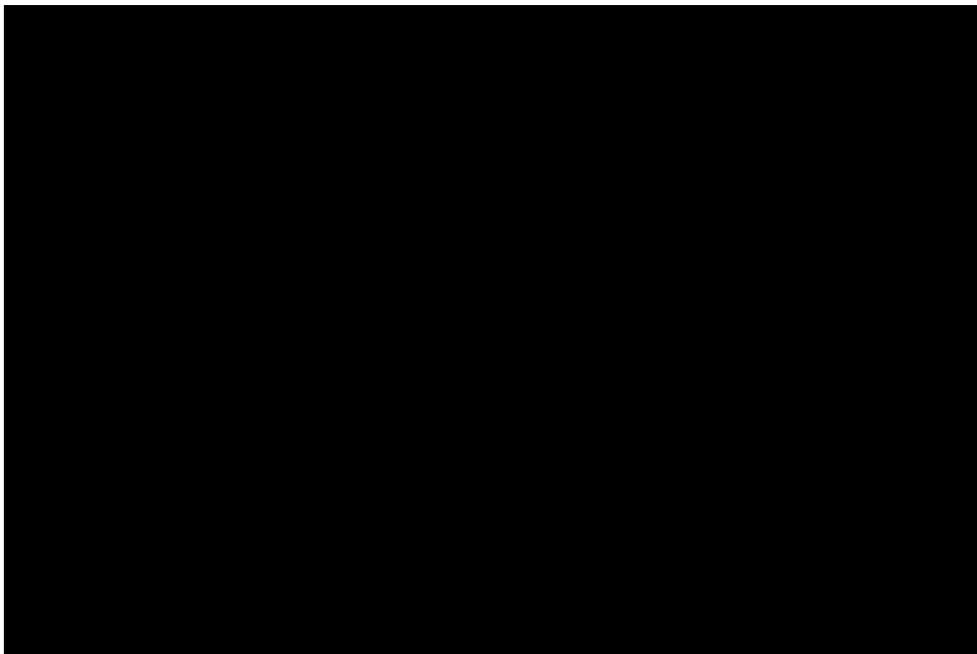






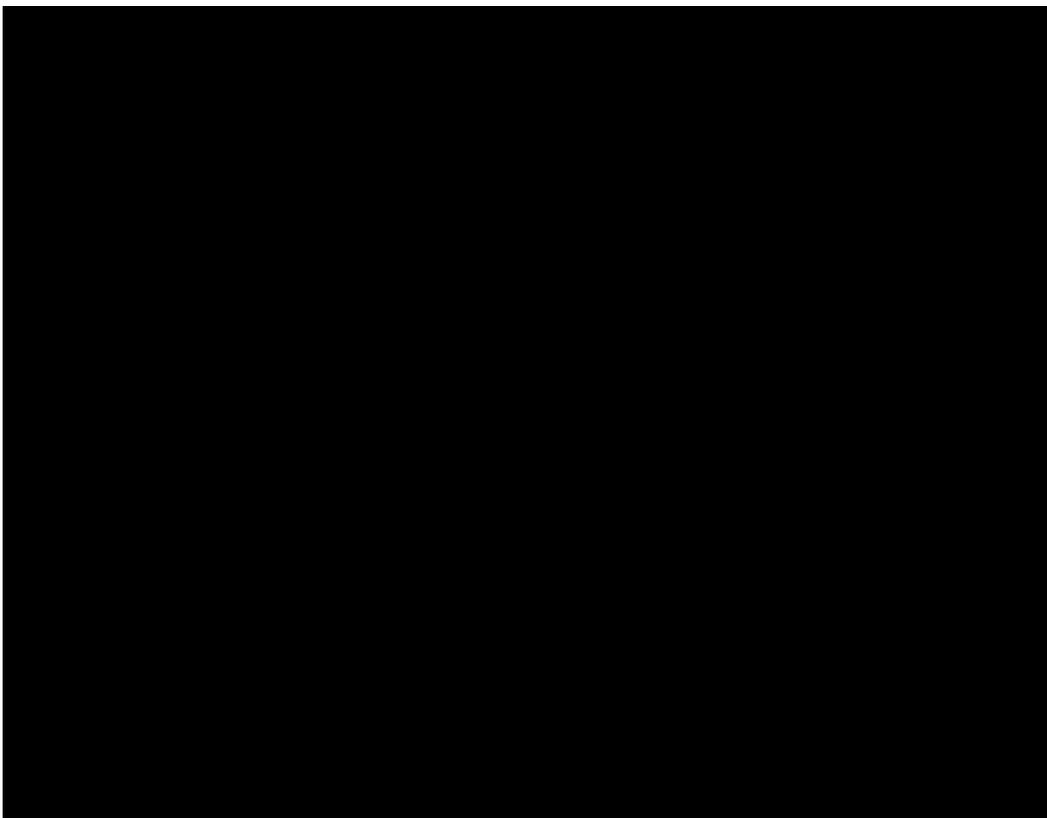


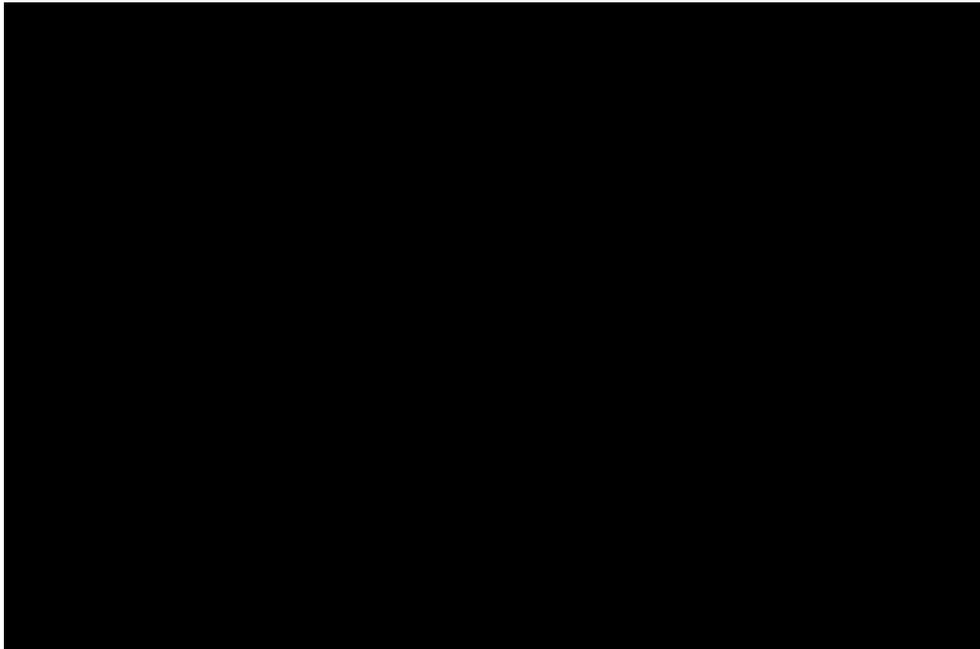
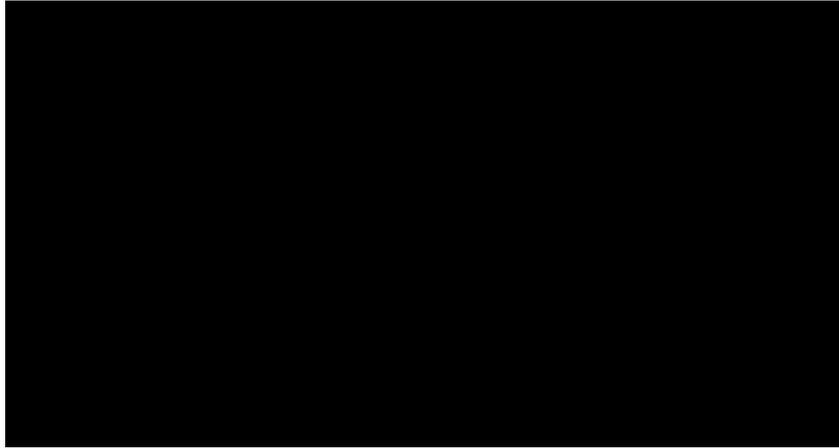




**6.5.3 Carregamento em transito**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL





**6.5.4 Avaliação de resultados**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL



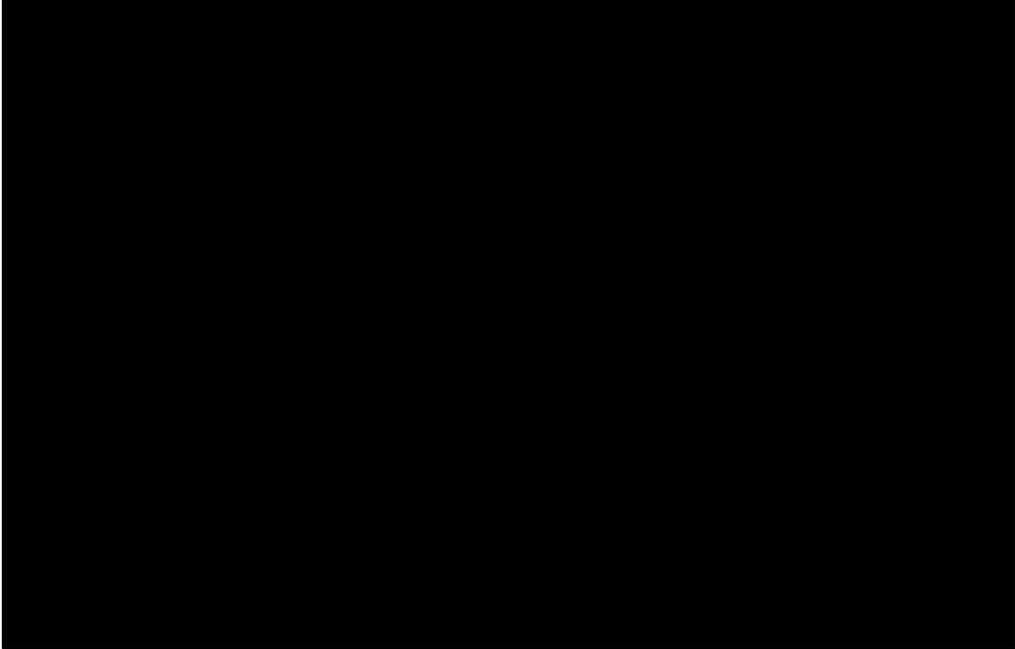


**6.6 Estudo de fadiga**

PROTEGIDO POR SIGILO INDUSTRIAL







## 7. Conclusões e Sugestões

O desenvolvimento da estrutura de sustentação de um grupo gerador foi possível, através da definição de uma deflexão unitária ( $\Delta/L=0,0001$  m/m), compatível com os membros longitudinais e transversais da estrutura e com o grupo gerador. Esta deflexão baliza o momento de inércia unitário ( $I_u$ ) para o cálculo da seção transversal de cada membro, através de tabelas que relacionam altura ( $d$ ), largura ( $b$ ) e espessura ( $t$ ), proporcionando a escolha de seções em I, condizente às deflexões longitudinais e de torção permissíveis.

Em sistemas com massa distribuída, um modelo que admita que a massa esteja concentrada em um único ponto ou em certo número de pontos pode, em alguns casos, prover uma aproximação adequada do comportamento do sistema. Um modelo relevante do conjunto sujeito à vibração foi considerá-lo como um corpo rígido restrito por isoladores. Neste caso, o equilíbrio de forças e momentos deve ser satisfeito no movimento do corpo, possibilitando a determinação de um conjunto de equações, a partir do qual obtém-se o equacionamento necessário para determinar os parâmetros ótimos dos isoladores.

O trabalho aplica a otimização numérica para obter os parâmetros ótimos dos isoladores, com a finalidade de diminuir a maior frequência natural do conjunto, de forma que o sistema opere longe da frequência de operação. A função NLPSolve do programa Maple 10 é usada no contexto da otimização numérica do trabalho. As constantes de rigidez e os coeficientes de amortecimento dos isoladores são escolhidos para serem as variáveis do problema de otimização não linear com restrições.

Considerando-se o equacionamento definido na determinação das frequências naturais do sistema amortecido e não amortecido, estuda-se o problema da minimização da maior frequência natural do conjunto, para o qual se variam os parâmetros dos isoladores, embora outras escolhas também sejam possíveis relativas às propriedades dos materiais e às propriedades dimensionais do conjunto.

O algoritmo de otimização fornece as respostas ótimas dos parâmetros dos isoladores, na situação sem amortecimento e com amortecimento; onde não se observa diferença nas constantes de rigidez para as precisões numéricas assumidas; se obtendo os valores das constantes de rigidez igual  $3,91 \times 10^6$  N/m para 12 isoladores ISO/A e  $4,39 \times 10^6$  N/m para 4 isoladores ISO/B, enquanto o coeficiente de amortecimento resulta 3,43 kg rad/s para os 16 isoladores.

As frequências naturais para as condições não amortecida e amortecida do conjunto rígido são praticamente as mesmas, entre 1,92 e 5,80 Hz, o qual condiz com os desenvolvimentos das constantes de rigidez obtidas e a teoria relativa de vibrações.

Foram obtidos de forma referencial os valores das frequências naturais da estrutura de sustentação livre, num modelo MEF sem vínculos e sem equipamentos, entre 25,6 e 66,8 Hz para as quatro primeiras frequências. Importante mencionar que esses valores se encontram longe da frequência para máquinas em operação entre 10–100 Hz. Por exemplo, para o caso do grupo gerador, a frequência de operação é de 15 Hz, valor que se encontra nesse intervalo.

As frequências naturais do conjunto do modelo MEF forma obtidas entre 1,92 e 9,91 Hz para as seis primeiras frequências e 27,17 Hz a sétima. Neste caso vincula-se a estrutura através dos isoladores e consideram-se as massas dos equipamentos. Importante mencionar que esses valores se encontram longe da frequência de operação do grupo gerador de 15 Hz, ficando o conjunto sob ressonância só na fase de transição do grupo. Observa-se que as seis primeiras frequências naturais do conjunto do modelo MEF se aproximam das frequências naturais do conjunto rígido, entre 1,92 e 5,80 Hz, validando-se os resultados obtidos.

As deflexões por flexão do modelo MEF da estrutura de sustentação sob carregamentos dinâmicos são condizentes com a deflexão unitária assumida sob carregamento estático. Igualmente as deflexões por torção do modelo MEF da estrutura de sustentação são inferiores às deflexões dos membros longitudinais pelo torque do motor, por causa da presença dos membros transversais no modelo MEF. As tensões máximas encontradas para os diversos tipos de carregamento encontram-se abaixo da tensão de escoamento do material da estrutura de sustentação, e ainda inferiores ao limite de fadiga do material da estrutura.

Algumas sugestões para continuidade da pesquisa são esboçadas na seqüência:

Desenvolver uma estrutura de sustentação parametrizada, onde ainda as frequências naturais do conjunto se mantenham afastadas das frequências de operação do grupo gerador, de forma a diminuir a massa da estrutura e reduzindo custos de fabricação e de transporte.

Verificar experimentalmente os resultados obtidos.

Definir novas variáveis e outras funções objetivas, relacionadas ao projeto da estrutura de sustentação, visando a otimização do sistema isolador.

Testar novos algoritmos de otimização.

Explorar outros carregamentos dinâmicos.

Estudar a resposta em frequência do conjunto.

## 8. Referências Bibliográficas

- ALSUWAIYAN A.S. and SHAW, S.W, **Localization of free vibration mode in systems of nearly-identical vibration absorbers**. 20 folhas, Department of Mechanical Engineering Michigan State University, East Lansing, MI 48824, USA
- AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS - ASTM A 36A/A 36M-01: Standard specification for carbon structural steel. 2003, 3 p.
- BAVASTRI, C. A., DOUBRAWA FILHO, F. J., ESPÍNDOLA, J. J. de, LOPES, E. M. O., VENÂNCIO, H. W. Modelo geral de neutralizadores dinâmicos para controle passivo de vibrações e ruídos: parâmetros equivalentes generalizados. Em: **CMNE/CILAMCE 2007**, Porto, 13 a 15 de junho, 2007, APMTAC, Portugal, 19 p.
- BERDS, C, F. **Engineering vibration analysis with application to control systems**. Ellis Horwood Limited and John Wiley & Sons, 1983, 153 p.
- BLODGETT, O, W. **Design of weldments**. Cleveland: The James F. Lincoln Arc Welding Foundation. 1976.
- CRUZ, G. A. **Projeto Ótimo de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos baseado no modelo de derivadas fracionais**. Santa Catarina, Brasil, 2004. Tese (Doutorado). Universidade Federal de Santa Catarina.
- DET NORSKE VERITAS. DNV: **Recommended Practice DNV-RP-F205**, Global Performance Analysis of Deepwater Floating Structures. October 2004.
- DODD, J., Vibration control: vibration isolation. Project for the textbook advanced engineering mathematics by D. G. Zill and M, R. Cullen, **Jones and Bartlett Publishers**, to appear, accepted may 21, 2007.
- ESPÍNDOLA, J.J. e SILVA, H.P. 1992. Modal reduction of vibration by dynamics neutralizers. **Proc of the tenth international modal analysis conference**. San Diego, USA. p 1367 – 1373.

FERREIRA, H. T. **Determinação das frequências naturais e modos de vibrar de um veículo de dois eixo através de um programa**, 2003, 99 p., Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Materiais, Aeronáutica e Automobilística, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo,

FREITAS, T.F.; STEFFEN Jr, V. Atenuação de vibração em sistemas mecânicos e mecatrônicos usando técnicas passivas. **In: Congresso nacional de estudantes de engenharia mecânica (CRÊM)**. Nova Friburgo – RJ, Brasil, Anais, 2004

HOQUE, Emdadul, Development of a three – axis active vibration isolator using zero-power control. **IEEE/ASME Transactions on Mechatronics**, August 2006. Vol. 11, N° 4,

INMAN, D, J. **Engineering vibration**. 3. ed. New Jersey: Pearson Education - Prentice Hall, 2007, 669 p.

JONKMAN, J,M,; Buhl, M,L. Development and verification of a fully coupled simulator for offshore wind turbines, **Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Wind Energy Symposium**, Nevada, 2007

LAMANCUSA, J. S. 2002. Vibration isolation. **In: Noise control**. Cap. 12, Penn State, 14 p.

MARCOTTE, P. **A study of distributed active vibration absorbers** , 2004, 320 p, Dissertation to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, Degree of Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering

MENDES, P.L.F. **Comparação das metodologias de análise acoplada e não acoplada na modelagem de instalação de dutos por reboque**, 2006, 122 p, Dissertação do Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, em Ciências e Engenharia Oceânica.

MOORE, P, J. **Analysis and design of foundations for vibrations**. A. A. Balkema / Rotterdam / Boston, 1985. 512 p.

MSC.SOFTWARE. **MSC.Nastran 2004 Reference manual**. 2004. 1 CD-ROM.

ODEN, J. T. and RIPPERGER, E. A. **Mechanics of elastic structures**. 2. ed. New York: Hemisphere Publication Corporation, 1981, 460 p.

OGATA, K. **Engenharia de controle moderno**. Rio de Janeiro: Editora Prentice/Hall do Brasil Ltda, 1970.

OSPINA, C. S. **Otimização de amortecedores de massa sintonizados, múltiplos e interligados, para controle de vibrações em edifícios altos**. Brasil, 2008. 81 p. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília, DF,

OTTO. 1986. OTTO theory manual. 37 p.

RIVIN, E. I. Vibration isolation of precision objects. **Sound and Vibration**, July 2006. p 12-20

SALVESEN, TUCK and FALTINSEN. **Ship Motions and Sea Loads**. 1970. SNAME Transactions, vol. 78.

SANTILLAN, S. T. **Analysis of the elastic with applications to vibration isolation**. 2007, 125 p, Dissertation of Doctor of Philosophy in the Department of Mechanical Engineering and Materials Science in the Graduate School of Duke University.

SHIGLEY, J. E., MISCHKE, C. R. **Mechanical engineering design**. 5a ed. Mc-Graw Hill, 1989.

SEK, M. Ordinary differential equations, vibrations of single degree of freedom (SDOF) system, mass-spring-dashpot system, In: **ODE-Vibration of SDOF System**, 2006. Victoria University, 6 p.

STEFFEN JR, V ; SIMÕES, R. C; DER HAGOPIAN, J; MAHFOUD, J. Modal active vibration control of a rotor using piezoelectric stack actuators. **Journal of Vibration and Control**, 2007. vol. 13, p. 45-64.

TORRES, F. G. S. Projeto conceptual – FPSOBR. Em: **Anais do XIX Congresso Pan-Americano de Engenharia Naval, Transporte Marítimo e Engenharia Portuária**, Guayaquil, Equador 24 a 28 de outubro de 2005.

USA ARMY CORPS OF ENGINEERS RESEARCH and DEVELOPMENT CENTER..  
Numerical Modeling with WAMIT

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)