

Universidade Federal de Pernambuco Centro de Tecnologia e Geociências Departamento de Engenharia Civil Pós-graduação em Geotecnia

Julliana de Paiva Valadares Fernandes

IMPLEMENTAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO PARA PROBLEMAS GEOMECÂNICOS.

Dissertação de Mestrado

Orientador: Leonardo José do Nascimento Guimarães Co-orientador: Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho

Recife/2008

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

IMPLEMENTAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO PARA PROBLEMAS GEOMECÂNICOS.

Julliana de Paiva Valadares Fernandes

Dissertação submetida ao corpo docente do curso de pós-graduação da universidade federal de Pernambuco como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de mestre em engenharia civil.

Área de concentração: Geotecnia.

Orientador: Leonardo José do Nascimento Guimarães Co-orientador: Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho

Recife/2008

F363i	Fernandes, Julliana de Paiva Valadares.								
	Implementação e aplicação do modelo de visco-dano para								
	problemas geomecânicosl / Julliana de Paiva Valadares Fernandes								
	 Recife: O Autor, 2008. Viii, 73 folhas, il : grafs. figs. Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, 2008. Inclui bibliografia. 1. Engenharia Civil. 2. Elementos finitos. 3.Visco-dano isotrópico. 4. Poro-elasticidade. 4. Ativação de falha e estudo paramétrico.I.Título. 								
								UFPE	
							624	CDD (22. ed.)	BCTG/2007-193

Г

iii

IMPLEMENTAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO PARA PROBLEMAS GEOMECÂNICOS.

Julliana de Paiva Valadares Fernandes

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO COMO PARTE INTEGRANTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS À OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL

Aprovada por:

Leviado finino

Leonardo José do Nascimento Guimarães, Ph. D. (orientador)

Jualdotalita

Ivaldo Dário da Silva Pontes Filho, D. Sc. (co-orientador e examinador Interno)

ernando Pereira Duda, D. Sc. (Examinador Externo)

José Maria Andrade Barbosa, D. Sc. (Examinador Externo)

Recife, PE – Brasil Abril de 2008

AGRADECIMENTO

Ao meu maravilhoso Deus, pai eterno que me permitiu alcançar mais um objetivo. A Ti toda adoração.

Ao meu querido esposo, que sempre me incentivou e é meu braço direito. Nunca poderei retribuir todo amor e dedicação. Amo você.

Ao meu lindo bebê, Pedro, que ficou calminho durante toda gestação me ajudando a terminar o mestrado.

Aos meus pais, meus maiores incentivadores e que sempre investiram nos meus objetivos, mesmo quando estes eram apenas sonhos. Aos meus irmãos, Fabiana, Luciana, Artur pelas orações e ajuda.

A Ewerton, meu querido cunhado, que é meu referencial de vida. Obrigada por tudo, serei sempre grata.

Ao professor Leonardo Guimarães, por toda compreensão e ajuda, pelos conselhos bem vindos nas horas difíceis.

Aos amigos do LMCG, a Rose, a Vânia e Andréa pelo estímulo.

Aos amigos de graduação, Nayra, Alana, Lívia, Júnior, Chico e Laíse. Obrigada por toda ajuda, vocês são muito importantes para mim.

Aos meus amigos da igreja batista, Júlia, Júnior, Arnaldo, Rebeca, Márcia, Cida, Ivoleda e Hélio, pelas orações.

Ao CNPQ.

RESUMO

IMPLEMENTAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO PARA PROBLEMAS GEOMECÂNICOS.

Julliana de Paiva Valadares Fernandes. Abril/2008.

Orientador: Leonardo José do Nascimento Guimarães.

Programa: Engenharia Civil.

Nas últimas décadas houve um grande avanço no que diz respeito ao desenvolvimento de modelos constitutivos que melhor representassem o comportamento dos materiais geomecânicos. Um meio contínuo submetido à degradação de suas propriedades mecânicas tem sua resposta constitutiva diferenciada, por isso, torna-se necessária a adoção de modelos baseados na Mecânica do Dano Contínuo formulados em consistência com os princípios da termodinâmica dos processos irreversíveis, para melhor representá-lo.

Neste trabalho será implementado o modelo de visco-dano, baseado na mecânica do dano contínuo, e que tem como diferença quanto ao modelo de dano, a introdução da regularização viscosa sendo esta feita através do método de Perzyna. Para validação do modelo serão feitas simulações de ensaios de relaxação de tensões e Creep utilizando a ferramenta numérica CODE_BRIGHT, utilizando o método dos elementos finitos – Galerkin, sendo os resultados confrontados com os obtidos através do código numérico COMET. Será analisado um caso de ativação de falha e, a partir deste, analisaremos a sensibilidade através da simulação numérica de vários casos considerando a variação dos parâmetros de grande importância no modelo de visco-dano.

Palavras-chave: elementos finitos, visco-dano isotrópico, poro-elasticidade, ativação de falha e estudo paramétrico.

ABSTRACT

IMPLEMENTAÇÃO E APLICAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO PARA PROBLEMAS GEOMECÂNICOS.

Julliana de Paiva Valadares Fernandes. Abril/2008.

Orientador: Leonardo José do Nascimento Guimarães. Programa: Engenharia Civil.

A great advance in development of constitutive models for better simulation of geomechanical materials behavior has been observed in the last decades. A continuous medium subjected to degradation of its mechanical properties has a differentiated constitutive answer; hence it's required the adoption of models based in Mechanic of Continuous Damage formulated in accordance with thermodynamic principles of irreversible processes for a better representation.

In this dissertation it will be implemented a viscous-damage model, based on mechanic of continuous damage, which is different from the damage model by the introduction of viscous regularization made by Perzyna's method. In order to validate the model, simulation of creep and stress relaxation tests will be carried out by the numerical tool CODE_BRIGHT, using finite element method – Galerkin, and the results compared with the results obtained by the numerical code COMET. An example of fracture activation will be analyzed, and from this example, several numerical simulations changing the value of important parameters of the viscous-damage model will be performed to verify the sensibility.

keywords: finite element, isotropic viscous-damage, poro-elasticity, fracture activation and parametric studying.

Capítulo 1 – Introdução	1
1.1 – Objetivos	2
1.2 – Estrutura da Dissertação	2
Capítulo 2 – Formulação Hidromecânica	4
2.1 – Introdução	4
2.2 – O Fenômeno Adensasmento	4
2.2.1 – O Princípio das Tensões Efetivas	4
2.2.2 – Modelo poroelástico de Biot	5
2.3 – Formulação do Modelo Hidro-mecânico	7
2.3.1 – Problema Mecânico	7
2.3.2 – O Problema de Fluxo	9
2.3.3 – O Acoplamento Hidro-geomecânicos	10
2.4 – O Modelo de Dano	11
2.4.1 – Descrição do Fenômeno de Dano	13
2.4.2 – Dano Elástico	19
2.4.3 – Energia Livre e Relação Constitutiva	20
2.4.3.1 – Energia Potencial Livre de Helmholtz e Potencial de Dissipação	21
2.4.3.2 – Função de dano e Superfície de Danificação	25
2.4.3.3 – Condição de carga - descarga	29
2.4.3.4 – Parâmetros da Lei de Evolução da Superfície de dano	34
2.4.3.5 – Introdução da variável de dano em problemas poro-elásticos	38
2.4.4. – Modelo de visco-dano Perzyna	38
2.5 – Equações de Fluxo em Meio Poroso Deformável	44
Capítulo 3 – Formulação Numérica	46
3.1 – Equações Discretizadas Via MEF-Galerkin	47
3.1.1. – Equações Mecânicas	47
3.1.2. – Equações de Fluxo	49
3.2 – Algoritmo do Newton-Raphson	50
3.3 – Implementação do Modelo de visco-dano	52
Capítulo 4 – Resultados Obtidos	54
4.1 – Validação da Sub-Rotina Implementada no Código Numérico CODE_BRIGHT	54
4.1.1 – Ensaio de Relaxação de Tensões	54

Sumário

5.2 – Sugestões para Pesquisas Futuras	80
5.1 – Conclusões	79
Capítulo 5 – Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras	79
4.3.2 – Resultados	76
4.3.1 – Descrição do Caso	75
falha	75
4.3 – Estudo Paramétrico das Variáveis que influenciam o problema de reativação de	
4.2.2.1 – Caso de Reativação de Falhas em Reservatório de Petróleo	66
4.2.2 – Análise dos Resultados	66
4.2.1 – Descrição do Caso	64
4.2 – Problema de Reativação de Falha Selante em Reservatório de Petróleo utilizando Modelo de Visco-dano	63
4.1.3.1 – Resultados	. 57
4.1.3 – Descrição do Caso	55

Lista de Figuras

Figura 2.1 - Representação do processo de danificação em um material sob carregamen
to multiaxial14
Figura 2.2 - Interpretação física do dano e conceito de tensão efetiva (carregamento
uniaxial) 16
Figura 2.3 - Conseqüência física da evolução do dano em um material (redução do módulo elástico)
Figura 2.4 - Representação esquemática de um ensaio uniaxial (tração/compressão
simples) e definição da tensão de inicialização do dano 29
Figura 2.5 - Curva tensão-deformação de um modelo elástico com dano
Figura 2.6 - Relação linear entre as variáveis internas do modelo de dano
Figura 2.7 - Relação exponencial entre as variáveis internas do modelo de dano37
Figura 2.8 - Representação da variação da superfície de influência para o caso de dano
sem viscosidade 40
Figura 2.9 - Representação da variação da superfície de influência para o caso de dano
com viscosidade 41
Figura 3.1 - Discretização do domínio (Chaves e Alvorado, 1999) 46
Figura 4.1 - Represenação gráfica do ensaio de relaxação de tensões
Figura 4.2 – Represenação gráfica do ensaio de fluência 55
Figura 4.3 - (a) Demonstração das condições de contorno e geometria adotadas
(problema com axissimetria); (b) malha de elementos finitos 56
Figura 4.4 - Representação gráfica da evolução da superfície de dano ocorrida no ensaio de
relaxação de tensões 57
Figura 4.5 - Resultados do ensaio de relaxação, caso 1, (Lei exponencial de dano com
amolecimento) Obtido pelos códigos numéricos CODE_BRIGHT e COMET
Figura 4.6 - Resultados do ensaio de relaxação, caso 2, (Lei linear de dano com amolecimento)
obtido pelos códigos numéricos CODE_BRIGHT e COMET 59
Figura 4.7 - Representação da curva tensão-deformação (casos 1 e 2) obtido pelo código
numérico CODE_BRIGHT. (a) ensaio de relaxação, caso 1, (Lei exponencial de dano com
amolecimento), (b) ensaio de relaxação, caso 2, (Lei linear de dano com amolecimento 60
Figura 4.8 – Resultados do ensaio de relaxação, caso 1, (Lei exponencial de dano com
amolecimento) obtido pelos códigos numéricos CODE_BRIGHT e COMET61

Figura 4.9 - Representação gráfica da evolução da superfície de dano ocorrida no ensaio de fluência
Figura 4.10 – Ensaio de fluência 62
Figura 4.11 - Representação das características do caso base. (a) Divisão dos materiais e
geometria do problema; (b) condições de contorno e inicial
Figura 4.12 - Representação da malha de elementos finitos gerado no programa gráfico
GID65
Figura 4.13 - Representação gráfica do caso base para o geoestático. (a) distribuição de
pressão de líquido. (b) distribuição das tensões 68
Figura 4.14 - Distribuição da pressão de líquido para tempo final (T= 1 dia) 69
Figura 4.15 - Representação gráfica do caso base para o tempo final (T=1dia). (a) distribuição
dos vetores de tensão. (b) zoom do detalhe da distribuição dos vetores de tensão
Figura 4.16 - Curva representativa da evolução da pressão de líquido versus Tempo71
Figura 4.17 - Curva representativa da evolução da produção versus Tempo 72
Figura 4.18 - Curva representativa da evolução do dano versus Tempo73
Figura 4.19 - Curva representativa da evolução da permeabilidade intrínseca versus
Tempo
Figura 4.20 - Distribuição das tensões para tempo final (T=1dia)
Figura 4.21 - Representação gráfica do caso base para o tempo final (T=1dia). (a) distribuição
dos vetores de tensão. (b) zoom do detalhe da distribuição dos vetores de
tensão
Figura 4.22 - Representação gráfica da análise de sensibilidade do dano versus σ_y e E para o
tempo final (T = 1 dia)
Figura 4.23 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da permeabilidade versus σ_{y} e E
para o tempo final (T = 1 dia)
Figura 4.24 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da produção versus σ_y e E para
o tempo final (T = 1 dia)
Figura 4.25 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da constante c versus σ_y e E
para o tempo final (T = 1 dia)

1. INTRODUÇÃO

Fenômenos que ocorrem na natureza podem ser representados por modelos matemáticos que, através de algumas hipóteses simplificadoras, diminuem o grau de complexidade da formulação possibilitando assim a resolução numérica do sistema de equações resultantes (Vasconcelos, 2007). Para isso, são necessários modelos constitutivos que representem de maneira satisfatória as condições observadas experimentalmente. Análises e ajustes de parâmetros são realizados através de ensaios feitos em campo e em laboratório.

Através de códigos computacionais cada vez mais eficazes, aliados a ensaios experimentais realizados com maior precisão, é possível prever problemas recorrentes no campo da engenharia geotécnica como escavações em rochas e solos, estabilidade de taludes entre outros.

De acordo com Vasconcelos (2007), a observação experimental da degradação mecânica em geomateriais lançou as bases para o estudo e implementação de modelos constitutivos baseados na mecânica do Dano Contínuo. As principais características deste modelo são a degradação das propriedades mecânicas do meio e o aumento da permeabilidade nas regiões de ocorrência do dano e sua influência nas condições de fluxo.

Neste trabalho, foi implementado o modelo de visco-dano isotrópico com capacidade de simular os efeitos da danificação sobre as propriedades mecânicas e evolução das caracterísiticas do problema de fluxo em maciços rochosos poroelásticos como também, avaliar as condições sob as quais esse fenômeno ocorre e evolui. Quanto ao acoplamento entre o problema de fluxo e o dano adotou-se uma lei exponencial entre a variável de dano e o tensor de permeabilidade intrínseca.

Falcão (2002) diz que com o intuito de alcançar os objetivos da engenharia de reservatórios, a principal ferramenta utilizada são os simuladores de reservatórios que têm sido usados desde a década de 50 do século passado. No início, tratava-se de modelos rústicos capazes de reproduzir apenas escoamento monofásico em uma

direção. Com o desenvolvimento de computadores digitais de alta velocidade e de métodos numéricos sofisticados, foi possível aperfeiçoá-los, a ponto de hoje modelarem escoamento trifásico tridimensional.

Neste trabalho utilizou-se a ferramenta computacional CODE_BRIGHT (COupled DEformation, BRIne, Gás and Heat Transport), criado por Olivella *et al* em 1995, para análise de problemas como ativação de falha em reservatórios.

1.1. OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são:

- Descrever um modelo de visco-dano através do estudo da mecânica do meio contínuo e a teoria de dano para um meio poro-elástico;
- Apresentar o algoritmo implementado;
- Validar o modelo implementado no programa numérico CODE_BRIGHT através da comparação dos resultados obtidos pela ferramenta numérica COMET (COupled MEchanics and Thermal Analysis) criado por Cervera et al, 1999;
- Verificar as implementações em um caso corrente na engenharia de reservatório, que neste trabalho será a reativação de falha selante em reservatórios;
- Realizar uma análise de sensibilidade dos parâmetros que influenciam o caso de reativação de falha através da simulação de diversos projetos, ou casos.

Para o modelo implementado utilizou-se na regularização viscosa o modelo de Perzyna, como será mostrado no capítulo 3. Vale salientar que, em relação a programação, o caso de dano se comporta como um caso particular do visco-dano, sendo para o primeiro caso, considerada viscosidade igual a zero.

1.2. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho foi dividido em cinco capítulos sendo o segundo responsável pela revisão bibliográfica do modelo de dano e visco-dano, e este último o

modelo utilizado na modelagem do problema de reativação de falha selante em reservatório usando o acoplamento hidro-geomecânico, como também as equações constitutivas poroelásticas, de fluxo em meio poroso saturado, do acoplamento hidromecânico (porosidade e permeabilidade) e o uso do modelo de dano em problemas poroelástico.

No capítulo três são especificadas as equações que descrevem a formulação numérica através das equações de discretização via MEF-Galerkin, uma breve explanação do algotitmo de Newton-Raphson e por fim o algoritmo do modelo de visco-dano.

O quarto capítulo relata as simulações numéricas e resultados dos casos analisados com o objetivo de validação do modelo de visco-dano implementado no código numérico CODE_BRIGHT comparando os resultados obtidos com os do código COMET (criado pelo CIMNE), representando de forma correta os fenômenos físicos envolvidos, como também fazer um estudo paramétrico de algumas das variáveis que influenciam o modelo de dano.

Por fim, o capítulo cinco que relata as conclusões e perspectivas para estudos futuros, visando dar continuidade a este trabalho.

2. FORMULAÇÃO HIDRO-MECÂNICA

2.1. INTRODUÇÃO

A descrição do comportamento macroscópico de geomateriais quando sujeitos a cargas e a condições de fluxo da fase fluida é uma tarefa complexa que requer um tratamento hidro-mecânico acoplado.

Neste contexto, o presente capítulo trata da formulação matemática do comportamento hidro-mecânico de meios porosos saturados por uma fase fluida (geralmente água).

2.2. O FENÔMENO DO ADENSAMENTO

2.2.1. O PRINCÍPIO DAS TENSÕES EFETIVAS

Um grande avanço no desenvolvimento da teoria hidro-mecânica para geomateriais sob condições saturadas foi à introdução do princípio das tensões efetivas proposto por Terzaghi na década de 20 do século passado. De acordo com o princípio das tensões efetivas, as deformações sofridas por um corpo sob condição saturada é função exclusiva da variação da tensão efetiva, caracterizada por:

$$\mathbf{\sigma}' = \mathbf{\sigma} - p_I \mathbf{I} \tag{2.1}$$

Onde σ representa o tensor de tensão total, σ' o tensor das tensões efetivas, p_i a pressão exercida pelo fluido contido nos poros e I é o tensor identidade de segunda ordem.

Posteriormente, Skempton (1954) observou experimentalmente que a equação (2.1) descreve o comportamento dos solos saturados sob a condição de incompressibilidade dos grãos. Se esta condição não é satisfeita a resposta mecânica dos geomateriais é controlada por uma tensão efetiva que é função da tensão total aplicada e da poro-pressão, segundo a seguinte expressão:

$$\mathbf{\sigma}' = \mathbf{\sigma} - \alpha p_1 \mathbf{I} \tag{2.2}$$

Onde o parâmetro α (coeficiente de Biot–Willis) está relacionado com a compressibilidade do meio e é caracterizado por:

$$\alpha = 1 - \frac{K}{K_s} \tag{2.3}$$

Sendo *K* e *K_s* os módulos volumétricos da matriz porosa e dos grãos, respectivamente. Quando as partículas sólidas (grãos) são consideradas incompressíveis com relação à matriz porosa, tem-se $\alpha = 1$. Em meios porosos tais como solos, tal condição é comumente observada, enquanto que em meios rochosos isso nem sempre se verifica (SELVADURAI & NGUYEN, 1995).

2.2.2. O MODELO POROELÁSTICO DE BIOT

Como já mencionado anteriormente, o princípio das tensões efetivas estabelece que as deformações que ocorrem nos solos são devidas exclusivamente a variações no estado de tensões efetivas. Admitindo-se a incompressibilidade das partículas do solo e do fluido contido nos poros, a deformação do meio saturado quando submetido a carregamento é resultado da expulsão do fluido presente nos poros (Bisop e Blight, 1963; Lambe e Withman, 1976). Esse fluxo do líquido resulta no acréscimo das tensões efetivas devido à transferência da pressão da água para os sólidos. O fenômeno do regime de fluxo estabelecido por acréscimo de carga, que pode ser representado pela lei da Darcy, foi estudado por Terzaghi com o desenvolvimento da teoria do adensamento unidimensional.

Posteriormente a teoria unidimensional do adensamento foi estendida por Biot (1941) para materiais elásticos sob condições tri-dimensionais em meios isotrópicos e anisotrópicos. Uma característica do comportamento deste material poroelástico está na decomposição do tensor de deformações em duas parcelas: uma associada à ação da poro-pressão sobre a fase sólida ($\overline{\epsilon}$) e a outra relacionada à deformação da matriz porosa (ϵ '):

$$\mathbf{\varepsilon} = \overline{\mathbf{\varepsilon}} + \mathbf{\varepsilon}' \tag{2.4}$$

tal que:

$$\overline{\varepsilon} = \frac{p_l}{3K_s} \mathbf{I}$$
(2.5)

Na teoria das tensões efetivas proposta por Terzaghi, a primeira parcela da Equação (2.4) não é considerada e o comportamento tensão-deformacão-resistência da matriz porosa é dependente apenas do estado tensões efetivas, o que é geralmente válido para solos, porém pode resultar de forma inadequada para meios porosos tais como rochas.

Neste trabalho serão consideradas algumas hipóteses simplificadoras para a modelagem numérica da poroelasticidade:

- O meio é considerado homogêneo e isotrópico;
- É considerada a hipótese de pequenas deformações;

 Os casos analisados estão sob a condição axissimétrica e de estado plano de deformação;

- O fluxo é considerado monofásico;
- O meio é considerado totalmente saturado, S=100%.

 Considera-se uma porosidade efetiva, ou seja, os poros são considerados interconectados;

A compressibilidade é pequena e não é função da pressão do poro;

2.3. FORMULAÇÃO DO MODELO HIDRO-MECÂNICO

A compreensão apropriada dos mecanismos envolvidos no processo de tensão, deformação, resistência e fluxo em meios porosos deformáveis exige uma formulação adequada do comportamento mecânico, de fluxo e de seu acoplamento.

2.3.1. O PROBLEMA MECÂNICO

As relações macroscópicas da matriz sólida são caracterizadas pela condição de equilíbrio do meio, da cinemática do contínuo e das relações constitutivas apropriadas. Neste sentido, o estado de tensão em cada ponto do meio poroso (σ), representado por um tensor de segunda ordem, deve cumprir a condição de equilíbrio representada pela equação:

$$div\mathbf{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \tag{2.6}$$

Onde **b** é o vetor que representa as forças de corpo atuantes em cada ponto do meio.

O comportamento mecânico do meio deve ser caracterizado por modelos constitutivos apropriados para descrever as observações experimentais. No caso de meios porosos saturados, as deformações observadas são resultantes do campo de tensões efetivas definido pelo Princípio das Tensões. A relação tensão-deformação pode ser caracterizada por:

$$\mathbf{\sigma}' = \mathbf{C} : \mathbf{\epsilon} \tag{2.7}$$

Onde C é a matriz constitutiva que caracteriza o comportamento mecânico do material.

As variáveis primárias do problema mecânico, em análise numérica, são geralmente representadas pelo campo de deslocamento (**u**) em cada ponto do corpo. Por outro lado, as componentes do tensor de deformações podem ser consideradas como funções contínuas das componentes de deslocamento. Para o caso de pequenas deformações, tal relação assume uma configuração linear de acordo com a seguinte relação:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2} \left(\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T \right)$$
(2.8)

Além do comportamento mecânico caracterizado nas equações anteriores, é sabido que os geomateriais constituem um sistema trifásico o que exige a representação das equações de conservação de massa das diversas fases envolvidas. Neste contexto, será considerada a equação de conservação de massa da fase sólida, que, admitindo a hipótese de deformabilidade do meio (Bear, 1988), pode ser representada de acordo com a seguinte relação:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[(1 - \phi) \rho_s \right] + div \left[(1 - \phi) \rho_s \dot{\mathbf{u}} \right] = 0$$
(2.9)

Onde $\dot{\mathbf{u}}$ o vetor de velocidade da fase sólida devido à deformabilidade do meio, ϕ é a porosidade e ρ_s é a densidade dos grãos. A porosidade, por sua vez, é definida como a razão entre o volume dos vazios (poros) (V_V) e o volume total de uma amostra (V_T):

$$\phi = \frac{V_V}{V_T} \tag{2.10}$$

A relação com o índice de vazios (e) é:

$$\phi = \frac{e}{1+e} \tag{2.11}$$

Definindo-se a derivada material de uma variável $\varphi(x, y, z, t)$ (Guimarães, 2002):

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{\partial\varphi}{\partial t} + \dot{u}\nabla\varphi \tag{2.12}$$

É possível estabelecer a relação que permite determinar a variação da porosidade da matriz porosa:

$$\frac{d\phi}{dt} = \frac{(1-\phi)}{\rho_s} \frac{d\rho_s}{dt} + (1-\phi)\dot{\varepsilon}_v$$
(2.13)

Onde $\dot{\varepsilon}_v$ é a taxa de deformação volumétrica e $d\rho_s/dt$ é o termo de compressibilidade da fase sólida. Admitindo-se a hipótese de incompressibilidade da fase sólida, o primeiro termo da Equação (2.13) se anula, e a variação da porosidade é influenciada apenas pela variação na deformação volumétrica, que resulta na clássica equação de adensamento proposta por Terzaghi (Sousa *et al.*, 2003; Sousa, 2004).

2.3.2. O PROBLEMA DE FLUXO

A caracterização fundamental do fluxo isotérmico de um fluido monofásico em um meio poroso deformável baseia-se na equação de conservação de massa e na lei de Darcy. A conservação da massa de líquido nos poros de um meio saturado pode ser caracterizada por:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_l\phi) + div(\rho_l\mathbf{q}_1 + \phi\rho_l\dot{\mathbf{u}}) = 0$$
(2.14)

Onde ρ_l é a densidade do líquido e $\mathbf{q_l}$ é o fluxo volumétrico de líquido de acordo com a lei de Darcy. A Lei de Darcy Generalizada (para a fase fluida), cuja validade restringe-se a uma condição de fluxo laminar (Lambe & Whitman, 1976; BEAR, 1988), pode ser representada pela equação a seguir:

$$\mathbf{q}_{\mathbf{l}} = -\mathbf{k} \big(\nabla p_l + \rho_l \mathbf{g} \big) \tag{2.15}$$

Onde k o tensor de condutividade hidráulica, definido por:

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{\kappa}}{\mu_l} \tag{2.16}$$

Enquanto p_l é a pressão atuante no líquido e **g** o vetor de gravidade. Na Equação (2.16) κ é o tensor de permeabilidade intrínseca para o meio saturado e μ_l a viscosidade do fluido. Para fluxo em meio poroso isotrópico, a condutividade hidráulica pode ser representada por uma grandeza escalar.

2.3.3 O ACOPLAMENTO HIDRO-GEOMECÂNICO

O acoplamento hidro-mecânico deve ser caracterizado através de uma relação direta entre a variação de uma variável mecânica e a evolução de uma propriedade do comportamento hidráulico. Na literatura as relações comumente encontradas permitem determinar as variações de permeabilidade intrínseca através de leis que relacionam esta grandeza com a porosidade (Sousa, 2004). Entre as relações mais utilizadas encontra-se a de Kozeny–Carman que relaciona a permeabilidade intrínseca com a porosidade através de considerações geométricas da estrutura microscópica do meio poroso:

$$\mathbf{\kappa} = \frac{\phi^3 (1 - \phi_0)^2}{\phi_0^3 (1 - \phi)^2} \mathbf{\kappa}_0$$
(2.17)

Onde ϕ_0 e κ_0 são, respectivamente, os valores iniciais da porosidade e permeabilidade intrínseca do meio poroso. Por outro lado, as variações de porosidade em função das variáveis primárias são obtidas a partir da Equação (2.13). A permeabilidade do meio poroso, no entanto, não depende unicamente da porosidade e uma série de fatores devem ser considerados (tamanho e distribuição dos poros, percentual e distribuição dos finos, diâmetro efetivo dos grãos, etc). Em decorrência desta complexidade é muito comum o uso de relações experimentais que representam estimativas aproximadas. No programa CODE_BRIGHT, que foi utilizado neste trabalho, está implementada uma equação que representa a dependência da permeabilidade

intrínseca com a porosidade por meio de uma lei exponencial empírica (Guimarães, 2002; FEBEX, 2001):

$$\mathbf{\kappa} = \mathbf{\kappa}_0 \cdot \exp[b(\phi - \phi_0)] \tag{2.18}$$

Onde *b* é um parâmetro de ajuste que serve para regular a amplitude da influência da variação na porosidade do meio sobre a permeabilidade. A magnitude dos valores assumidos por este parâmetro se justifica pela maior ou menor densidade do material. Em geral valores elevados de *b* são empregados para rochas densas dada a pequena magnitude da variação da porosidade (Sousa, 2004). Essa lei permite representar, de maneira aproximada, o comportamento hidro-mecânico de diversas classes de meios porosos, mediante a escolha do valor do parâmetro de ajuste.

2.4. O MODELO DE DANO

Para a engenharia, o principal objetivo de se analisar o fenômeno do dano e desenvolver uma teoria apropriada para o fenômeno é o de prever o comportamento evolutivo da resistência como também a estabilidade residual da estrutura quando sujeita ao processo de danificação mecânica. O estado atual do conhecimento insere a teoria do dano nos processos termodinâmicos de natureza irreversível e tem sido muito aplicada para avaliar o comportamento de concreto e rochas, como também no estudo de rupturas por creep do material, fraturas dúcteis e falhas por fadiga (Vasconcelos, 2007).

A evolução do dano em um material poroelástico provoca alterações nas características do transporte de fluidos e cada alteração pode ser significativa a medida que o dano evolui até a completa fratura do material. É considerado como mecanismo primário dessas alterações, a evolução dos micro-vazios ou micro-fraturas devido a variação nos níveis de tensão que o material apresenta depois de submetido a carregamentos. Essas alterações devidas ao mecanismo de dano foram pesquisadas por Spooner e Dougill (1975); Suhawardy e Pecknold (1978); Chau e Wong (1997); Bazant e Planas (1998), em rochas e concretos.

O processo de aumento da permeabilidade em rochas na relação dos níveis de tensão foi discutido por Wang e Park (2002). Vários outros estudos conduzidos por Li

et al. (1994 e 1997), Zhu e Wong (1997) apontam também para o acréscimo da permeabilidade com um acréscimo do nível de tensão desviadora. Estas investigações, no entanto, estão concentradas no comportamento do geomaterial no pico das tensões e depois na variação do descarregamento das tensões. Mahyari e Selvadurai (1998) também publicaram relações teóricas que descrevem as alterações, pela indução do dano, na condutividade hidráulica das rochas frágeis poroelásticas.

A teoria do dano é usada para estudar o comportamento de diversos tipos de materiais que vão desde polímeros a materiais frágeis. Sua importância é de avaliar o comportamento dos materiais quando submetidos a processos que degradam as propriedades mecânicas (rigidez e resistência) do material. Sabe-se que este é um processo progressivo que ocorre através da quebra do material implicando na degradação de sua rigidez, devido a movimentos microscópicos, e é representado pela introdução de uma variável interna de dano.

A variável de dano é de essencial importância no estudo da mecânica do dano contínuo, que neste trabalho, é representada através de um escalar por se tratar de um modelo de dano isotrópico. Vetores e tensores de ordem superior são usados na representação do dano anisotrópico. Kachanov (1958) foi o pioneiro no estudo da variável de dano escalar como também pela introdução do conceito de tensão efetiva de dano, seguido por Robotnov (1963) que representou a progressão da variável de dano em creep de metais (Eskandari e Nemes, 1999). Formulações de dano isotrópico são muito utilizadas devido a sua simplicidade e eficiência em algumas aplicações práticas.

O conceito de tensão efetiva aqui denominada tensão efetiva de dano para não confundir com o conceito proposto por Terzaghi para solos saturados, é baseado na consideração de uma configuração fictícia não danificada de um corpo e comparada com uma nova configuração após o material haver sofrido o processo de dano. Kachanov formulou esta teoria usando apenas a tensão uniaxial. Posteriormente outros trabalhos foram publicados aplicando a mecânica do dano contínuo em outras áreas, como nos materiais frágeis (Krajcinovic e Foneska, 1981; Krajcinovic, 1983, 1996) e materiais dúcteis (Lemaitre, 1984, 1985; Kachanov, 1986; Murakami, 1988). Mais recentemente a teoria da mecânica do dano foi estendida para a aplicação em

visco-dano, como também da teoria da plasticidade (Einav, Houlsby e Nguyen, 2006). Neste trabalho foi analisado o modelo de dano associado à viscosidade.

Para uma maior compreensão da teoria do modelo de dano em meio contínuo há trabalhos importantes como o de Krajcinovic (1996), Lamaitre (1984) e mais recentemente, Vasconcelos (2007).

2.4.1. DESCRIÇÃO DO FENÔMENO DE DANO

Neste trabalho será apresentado um modelo de visco-dano isotrópico com uma variável interna escalar que permite localizar o dano local ao longo do tempo. A teoria do visco-dano diferencia-se da teoria do dano pela consideração do parâmetro viscoso (η) como sendo diferente de zero. Será, então, apresentada a teoria do dano contínuo e posteriormente a do visco-dano.

Um dos aspectos fundamentais na elaboração de um modelo de dano, a partir dos conceitos da Mecânica do Dano Contínuo, consiste na definição das variáveis necessárias à descrição do estado danificado, na análise do comportamento constitutivo do material que sofre o processo de degradação das propriedades elásticas e na formulação das equações que regem a evolução das variáveis de dano (Chaboche, 1988; Malena, 2005).

O dano em um material manifesta-se através do surgimento e evolução de microdefeitos tais como microfissuras, vazios, etc., de modo que estes interferem em sua resposta mecânica. Observações experimentais apontam que materiais nos quais predomina uma estrutura interna do tipo cristalina (materiais de natureza granular) são os mais susceptíveis ao dano, especialmente quando da presença de algum constituinte mais frágil no meio. Sendo o dano um processo caracteristicamente irreversível, conforme as observações macroscópicas confirmam, então uma possível justificativa do comportamento não linear de muitos meios sólidos encontra-se fundamentada na Mecânica do Dano. Alguns desses processos irreversíveis originam-se a partir de microdefeitos constituídos por inclusões ou mesmo vazios, que tendem a se constituir como pontos de concentração de tensões. Tais microdefeitos caracterizam o dano inicial do material (Proença, 2001).

Uma vez constatado o processo de degradação do material como resultado da evolução de um campo de defeitos continuamente distribuídos, surge à necessidade de se escolher um conjunto de variáveis (variáveis internas de estado) que, eficientemente, permitam calcular o grau de degradação do meio. Tais variáveis são denominadas variáveis de dano.

Os microdefeitos que caracterizam um estágio de dano em um material não são capazes de resistir a tensões atuantes. O surgimento e evolução de tais defeitos acarretam a redução local da área resistente ao carregamento imposto (ver Figura 2.1) e a variável de dano pode ser definida em termos de área resistente da seção, como:



Figura 2.1 – Representação do processo de danificação em um material sob carregamento multiaxial.

Onde $A_0^{\vec{n}}$ e $A^{\vec{n}}$ são, respectivamente, a área transversal resistente inicial (material virgem) e em um instante qualquer, normais a um dado vetor \vec{n} enquanto que $d^{\vec{n}}$ é a variável de dano associada ao vetor \vec{n} . Dessa forma, a variável $d^{\vec{n}}$ representa a densidade efetiva dos microdefeitos. De acordo com a expressão acima, pode-se facilmente constatar que:

$$0 \le d^{n} \le 1 \tag{2.20}$$

Uma vez que $d^{\vec{n}} = 0$ para o material virgem ($A^{\vec{n}} = A_0^{\vec{n}}$) e $d^{\vec{n}} = 1$ para o caso de dano total ($A^{\vec{n}} = 0$). A observação da Equação (2.19) permite constatar que, no mesmo ponto, a variável de dano pode assumir valores distintos dependendo da orientação definida pela normal \vec{n} . Essa característica indica a natureza intrinsecamente tensorial dessa variável, em conformidade com alguns estudos realizados posteriormente ao trabalho de Kachanov (1958), que, inicialmente, definiu a variável de dano como uma grandeza escalar (Krajcinovic & Fonseka, 1981; Chaboche, 1988; Lemaitre, 1996; Lemaitre & Chaboche, 1998). A observação experimental do comportamento mecânico dos materiais (geomateriais, metais, etc) sujeitos ao processo de danificação mostra que o colapso ocorre a um valor crítico da variável de dano, ou seja, $d^{\vec{n}}_{ruptura} = d^{\vec{n}}_c$, onde, em geral, $d^{\vec{n}}_c < 1$ (Chaboche, 1988; Oliver, 2000; Prat & Gens, 2003; Selvadurai & Shirazi, 2004).

Quando os microdefeitos aparecem uniformemente distribuídos em todas as direções no interior do material o dano é dito isotrópico. Nestas condições, a variável de dano pode ser representada (em cada ponto do meio) por um escalar (Ju, 1991; Guello, 2002; Prat & Gens, 2003; Fernandéz & Ayala, 2004). Observações experimentais mostraram ser a representação escalar para o dano mais apropriada para análises unidimensionais, dadas as restrições impostas pela natureza de tal representação, principalmente no que se refere à evolução das propriedades elásticas dos materiais (Chow & Wei, 1999; Eskandari & Nemes, 1999; Selvadurai & Shirazi, 2004). Por outro lado, a complexidade concernente à teoria de dano aumenta com a ordem do tensor representativo da variável de dano, tornando assim tal abordagem menos atrativa para alguns tipos de análises (Malena, 2005).

Nos modelos de dano é comum correlacionar o estado danificado de um corpo, caracterizado pelas variáveis (ε, σ) com o estado de um meio fictício corresponde ao mesmo corpo em uma condição virgem (sem dano), caracterizado pelas variáveis ($\widetilde{\varepsilon}, \widetilde{\sigma}$). Na Mecânica do Dano Contínuo, tal correlação faz-se mediante os princípios de equivalência, tais como o princípio de equivalência de deformação e o princípio de equivalência de tensão.

A partir do princípio da equivalência da deformação, surge o conceito de tensão efetiva de dano diante da impossibilidade de transferência de tensões

apresentada pelo conjunto de microdefeitos do material (sujeito ao processo de degradação), conforme ilustrado na Figura 2.2. Da condição de equilíbrio imposta tanto ao meio íntegro (antes de qualquer indício de danificação) quanto ao meio danificado, para um determinado estado de tensão uniaxial, resulta que:



Figura 2.2 – Interpretação física do dano e conceito de tensão efetiva (carregamento uniaxial).

$$\sigma \cdot A_0^u = \widetilde{\sigma} \cdot A^u \tag{2.21}$$

Sendo $\tilde{\sigma}$ a tensão efetiva atuando na seção resistente (não degradada) do material. Da expressão anterior, obtém-se:

$$\widetilde{\sigma} = \sigma \cdot \frac{A_0^u}{A^u} \tag{2.22}$$

Da definição da variável de dano, Equação (2.19), para o caso de solicitação uniaxial, resulta na seguinte relação:

$$\frac{A^{u}}{A_{0}^{u}} = 1 - d^{u}$$
(2.23)

Onde d^u representa o valor do dano na seção transversal ao carregamento (uniaxial). Desse modo, é possível obter a relação:

$$\widetilde{\sigma} = \frac{\sigma}{1 - d^u} \tag{2.24}$$

O surgimento e evolução das descontinuidades físicas no meio implicam na redução da área resistente, o que conduz a um valor para a tensão efetiva, em meio danificado, comparativamente superior ao da tensão nominal.

O tensor de tensões efetivas do modelo de dano ($\tilde{\sigma}$) pode ser representado a partir do tensor de tensões de Cauchy (σ) por:

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{M}(\mathbf{D}) : \boldsymbol{\sigma} = (\mathbf{H} - \mathbf{D})^{-1} : \boldsymbol{\sigma}$$
 (2.25)

Onde M(D) é a variável que incorpora o efeito do dano e II é o tensor identidade de quarta ordem. Na equação acima D, um tensor de quarta ordem, representa a variável de dano. Apesar da capacidade de maior armazenamento de informações e da representatividade física concernentes a uma grandeza dada por tensores de ordens superiores, a dificuldade de identificação de todos os parâmetros exigidos por tal representação aliada à complexidade matemática acabam, muitas vezes, por inviabilizar tal abordagem (Chow & Wei, 1999; Eskandari & Nemes, 1999).

Em decorrência da simetria, o tensor de tensões pode ser representado por meio de um vetor com seis componentes. Desse modo, as variáveis D e M(D)reduzem-se a matrizes quadradas com 36 componentes. No caso de se admitir isotropia na variável de dano, recai-se na abordagem escalar para representação do grau de deterioração local das características elásticas. Assim:

$$\mathbf{M}(\mathbf{D}) = \frac{1}{1-d} \mathbf{I}$$
(2.26)

$$\widetilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{1}{1-d} \,\boldsymbol{\sigma} \tag{2.27}$$

Onde I é a matriz identidade 6x6 e d é um escalar representando o dano local.

Em outras palavras, $\tilde{\sigma}$ é o tensor de tensão que deveria ser aplicado ao material virgem de maneira a causar o mesmo efeito, em termos de deformação, que o observado no material que sofre o processo de danificação, sujeito ao estado de tensão caracterizado pelo tensor σ .

No caso de se ter um carregamento _{uniaxial} e, adotando um modelo de dano isotrópico, se ε representa o estado de deformação de um meio real, danificado localmente, e $\widetilde{\varepsilon}$ o estado deformacional para o meio equivalente (sem dano) resulta que:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E^d}$$
 e $\widetilde{\varepsilon} = \frac{\widetilde{\sigma}}{E^0}$ (2.28)

Onde E^d e E^0 representam, respectivamente, o módulo de Young para as configurações com e sem dano material.

Pelo princípio de equivalência enunciado anteriormente ($\varepsilon = \tilde{\varepsilon}$) e utilizando a Equação (2.28), após manipulações meramente algébricas, obtém-se que:

$$E^{d} = (1-d) \cdot E^{0} \tag{2.29}$$

O que significa que a variável de dano implica em uma perda de rigidez do material (ver Figura 2.3).



Figura 2.3 – Conseqüência física da evolução do dano em um material (redução do módulo elástico).

Uma das dificuldades em se avaliar a danificação de um material reside na impraticabilidade de se aferir de maneira direta (e não destrutiva) tal variável. Entretanto é possível avaliá-la de maneira indireta a partir da degradação de propriedades elásticas do material. Uma das metodologias usualmente empregadas para tal intento deriva-se diretamente da Equação (2.29) e pode ser representada por:

$$d = 1 - \frac{E^d}{E^0}$$
(2.30)

2.4.1. DANO ELÁSTICO

A resposta global de um material que sofre o processo de danificação pode se manter dentro dos limites do regime elástico, porém a evolução da variável de dano influencia diretamente as propriedades elásticas do meio. Nessas condições o processo de dano é dito elástico. Por outro lado, se o processo de danificação leva à formação e ao crescimento de microfissuras, o material pode vir a sofrer deformações permanentes e o estudo do comportamento mecânico do meio se baseia nas teorias concernentes a um modelo de dano acoplado à plasticidade (Lemaitre, 1996; Proença, 2001). Vale lembrar que, embora os efeitos do dano e das deformações plásticas sejam caracterizados por sua natureza irreversível, tais processos são fenomenologicamente distintos. As deformações plásticas são definidas como um rearranjo irreversível da microestrutura do material sem que haja perda das propriedades elásticas do meio (Lemaitre, 1996; Malena, 2005), enquanto que a evolução do processo de danificação ocasiona um decréscimo na rigidez do material (degradação das características elásticas). Alguns trabalhos tais como os desenvolvidos por Faria & Oliver (1993), Alvarado et al. (2003), Jason et al. (2004), Einav et al. (2007) apresentam a formulação matemática para modelos de dano e plasticidade. O escopo do presente trabalho limita-se ao estudo de problemas geomecânicos regidos por modelos elásticos com susceptibilidade à evolução do dano durante as etapas de carregamento, embora o comportamento de geomateriais que sofrem processo de danificação, tais como rochas, possa ser descrito de maneira mais realista através de modelos de dano com resposta constitutiva elastoplástica. A abordagem de modelos de degradação mecânica com acoplamento elástico apresenta, no entanto, limitações com respeito à sua utilização. A mais visível delas relaciona-se à impossibilidade em se capturar as feições concernentes à irreversibilidade no campo de deformações, fato comumente observado na resposta constitutiva de muitos materiais quando submetidos a certos níveis de carregamento. Uma outra restrição, que pode ser vista como uma conseqüência da primeira, diz respeito à possibilidade de se superestimar o valor do (Jason et al., 2004) em comparação com resultados observados dano experimentalmente.

2.4.1.1. ENERGIA LIVRE E RELAÇÃO CONSTITUTIVA

Para estabelecer uma lei constitutiva particular, rigorosamente fundamentada na termodinâmica, um potencial de energia livre (potencial de estado) deve ser introduzido, onde as variáveis observáveis (controladas externamente) e internas (responsáveis pelas mudanças internas do material) devem ser representadas (Lubliner

(1972) *apud* Faria & Oliver (1993)). Este potencial caracteriza o estado termodinâmico local, de tal forma que configurações de equilíbrio distintas terão diferentes valores para o potencial de energia livre. A Mecânica do Dano Contínuo, por sua vez, é baseada na termodinâmica de processos irreversíveis e na teoria de variáveis internas de estado. Sendo assim, além da definição de potencial de estado, é necessária a introdução de um potencial de dissipação com vistas a caracterizar a lei cinemática de evolução do fenômeno de dano (Voyiadjis & Zolochevsky, 2000).

2.4.1.2. ENERGIA POTENCIAL LIVRE DE HELMHOLTZ E POTENCIAL DE DISSIPAÇÃO

O potencial de energia livre pode ser caracterizado através da densidade de energia livre de Helmholtz, cuja expressão, para o modelo elástico com dano isotrópico, é definida como:

$$\psi(\mathbf{\epsilon}, d) = \left[1 - d(r)\right] \psi^0 \tag{2.31}$$

A variável ψ^0 é a energia livre elástica, d é a variável de dano e r é uma variável interna que responde pela evolução do processo de danificação. Para o caso de pequenas deformações, a energia livre pode ser caracterizada como uma função do estado de deformação:

$$\psi^{0} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C}^{0} : \boldsymbol{\varepsilon}$$
 (2.32)

Em que \mathbf{C}^0 representa o tensor constitutivo elástico do material virgem, definido por:

$$\mathbf{C}^{0} = \lambda \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} + 2\mu \mathbf{I} \mathbf{I}$$
(2.33)

Onde λ e μ são as constantes de Lamé, que se relacionam com os parâmetros mecânicos do material (E,G, K, ν) de acordo com as seguintes expressões :

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = K - \frac{2}{3}G$$
(2.33)

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3K(1-2\nu)}{2(1+\nu)}$$

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}$$
(2.34)

Como \mathbf{C}^0 é um tensor positivo definido, tem-se que:

$$\psi^0 \ge 0 \tag{2.35}$$

Como $0 \le d \le 1$, conclui-se que:

$$\psi = (1 - d)\psi^0 \ge 0 \tag{2.36}$$

Durante qualquer processo de carregamento a dissipação de energia é sempre positiva, o que implica em um aumento na entropia do sistema, caracterizando assim um processo irreversível, conforme estabelecido pelo Segundo Princípio da Termodinâmica (Faria & Oliver, 1993; Oller, 2001; Prat & Gens, 2003). O fenômeno de degradação local das propriedades elásticas de um material cumpre tais exigências. Desse modo, a inequação de Clausius – Duhem pode ser tida como a expressão matemática capaz de representar tal condição (Faria & Oliver, 1993; Malena, 2005). No caso de deformações infinitesimais, tal inequação é expressa como:

$$\dot{\gamma} = -\dot{\psi} + \mathbf{\sigma} : \dot{\mathbf{\varepsilon}} \ge 0 \tag{2.37}$$

Onde $\dot{\gamma}$ a taxa de dissipação de energia em decorrência do processo de danificação e σ corresponde ao tensor de tensões efetivas.

De acordo com as Equações (2.31) e (2.32):

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d}$$
(2.38)

Substituindo (2.37) em (2.38) e sabendo que:

$$-\frac{\partial \psi}{\partial d} = \psi^0 \tag{2.39}$$

É possível obter a seguinte expressão para a dissipação de energia:

$$\dot{\gamma} = \left(\boldsymbol{\sigma} - \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}}\right) : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} + \psi^0 \dot{\boldsymbol{d}} \ge 0$$
(2.40)

A Equação (2.40) deve ser cumprida quaisquer que sejam as variações temporais na variável livre ε . Em conseqüência, o multiplicador $\dot{\varepsilon}$ deve ser nulo, logo:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \tag{2.41}$$

Que é a relação de Coleman (Faria & Oliver, 1993; Chaves & Alvarado, 1999; Oller, 2001), essencial para a avaliação da lei constitutiva. Para um modelo mecânico elástico, a equação de dissipação reduz-se a:

$$\dot{\gamma} = \psi^0 \dot{d} \tag{2.42}$$

Como ψ^0 é uma variável não negativa conclui-se que $d \ge 0$ para que o processo seja consistente do ponto de vista termodinâmico ($\dot{\gamma} \ge 0$). Lembrando da definição da variável de dano, tem-se que a redução progressiva de área resistente ao carregamento imposto (em decorrência do crescimento da área dos microdefeitos) ocasiona um crescimento contínuo do dano. Esta observação reforça ainda mais a natureza irreversível do processo de danificação, visto que a variável interna de dano não sofre decréscimos em seu valor, mesmo em condições de descarregamento.

É possível também expressar o potencial termodinâmico como uma função do estado de tensão (energia livre de Gibbs). Neste caso, o critério de danificação é postulado de modo que as variáveis que acionam o processo de dano são funções das tensões. Por outro lado, a escolha de um potencial dependente das deformações mostra-se bastante atrativo uma vez que as variáveis de deformação são geralmente adotadas como variáveis observáveis na formulação matemática dos modelos constitutivos.

A Equação (2.41) define a relação constitutiva necessária para a completa caracterização do modelo matemático representativo do comportamento físico do meio. A equação constitutiva para o modelo de dano isotrópico em meio elástico pode ser estabelecida da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\tilde{\boldsymbol{\sigma}} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\frac{\partial \psi^0}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} = (1-d)\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C}^d : \boldsymbol{\varepsilon}$$
(2.43)

A equação anterior pode ser interpretada como uma soma de uma parcela elástica e uma outra, de características inelásticas (Chaves & Alvarado, 1999; Oller, 2001).

$$\boldsymbol{\sigma} = (1-d)\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon} = \underbrace{\mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{Parcela elástica}} - \underbrace{d \cdot \mathbf{C}^0 : \boldsymbol{\varepsilon}}_{\text{Parcela inelástica}} = \boldsymbol{\sigma}^0 - \boldsymbol{\sigma}^d$$
(2.44)

O tensor constitutivo secante do modelo de dano isotrópico (\mathbb{C}^d) é definido, de acordo com a Equação (2.43), por:

$$\mathbf{C}^d = (1-d)\mathbf{C}^0 \tag{2.45}$$

Em conseqüência, a Equação (2.45) implica em uma redução proporcional a (1-d) nas características elásticas do material:

$$\lambda = (1 - d)\lambda^0$$
 e $\mu = (1 - d)\mu^0$ (2.46)

A partir das Equações (2.34) é possível expressar o efeito do dano em termos de parâmetros mecânicos mais conhecidos:

$$K^{d} = (1-d)K^{0}$$
 e $G^{d} = (1-d)G^{0}$ (2.47)

Com K^0 e G^0 representando os parâmetros mecânicos (módulo volumétrico e de cisalhamento) empregados no modelo numa condição de dano nulo. Portanto, a Equação (2.46) evidencia que o coeficiente de Poisson não varia com a evolução da danificação do material. Tal conclusão contrasta com observações experimentais realizadas em geomateriais, tais como concreto e rochas submetidas a compressão (Krajcinovic & Fonseka, 1981; Chow & Wei, 1999; Eskandari & Nemes, 1999). Isso pode ser visto como uma conseqüência da natureza linear da Equação (2.45) (Ju, 1991; Eskandari & Nemes, 1999), decorrente da metodologia baseada na hipótese de equivalência de deformações e do conceito de tensão efetiva do modelo de dano na quantificação do potencial termodinâmico.

2.4.1.3. FUNÇÃO DE DANO E SUPERFÍCIE DE DANIFICAÇÃO

No espaço das tensões a superfície de dano é definida a partir de uma função escalar das tensões que visa estabelecer a região a qual pertencem as diversas combinações de tensões, distinguindo quais apresentam comportamento elástico sem dano e quais apresentam o processo de degradação das propriedades mecânicas do meio (Oliver, 2000). A região da superfície de dano pode ser representada por:

$$f(\mathbf{\sigma}, q) = \tau_{\sigma} - q = 0 \tag{2.48}$$

Onde a variável interna q representa os parâmetros que controlam o tamanho da desta superfície (parâmetros de evolução) e τ_{σ} uma norma (escalar

positivo), no espaço das tensões, relacionada ao respectivo estado tensional do meio em cada ponto. Esse escalar é definido por:

$$\tau_{\sigma} = \sqrt{\mathbf{\sigma} : \mathbf{M}^* : \mathbf{\sigma}} \tag{2.49}$$

Onde \mathbf{M}^* um tensor positivo definido (de quarta ordem), que neste contexto, será adotado como $\mathbf{M}^* = [\mathbf{C}^0]^{-1}$, onde $[\mathbf{C}^0]^{-1}$ é o tensor inverso do tensor constitutivo elástico \mathbf{C}^0 . A função que define tal superfície ($f(\mathbf{\sigma}, q)$) é conhecida como a função de dano no espaço das tensões.

No espaço das deformações, uma função de dano equivalente a $f(\mathbf{\sigma},q)$ pode ser definida em termos da variável interna r (variável de história). Tal função é representada por:

$$g(\mathbf{\epsilon}, r) = \tau_{\varepsilon} - r \tag{2.50}$$

Onde τ_{ϵ} é uma norma do tensor de deformação, definida neste trabalho por:

$$\tau_{\varepsilon} = \sqrt{\mathbf{\varepsilon} : \mathbf{C}^0 : \mathbf{\varepsilon}}$$
(2.51)

Tal que:

$$\tau_{\sigma} = (1 - d)\tau_{\varepsilon} \tag{2.52}$$

De acordo com definição de energia livre (Equação (2.35)):

$$\tau_{\sigma} = (1-d)\sqrt{2\psi^0} \tag{2.53}$$

Onde ψ^0 é a energia livre do modelo elástico linear.

Desse modo a equação da superfície de dano tanto no espaço das tensões quanto no das deformações, são definidas, respectivamente, por:

$$f(\mathbf{\sigma}, q) = 0$$
 e $g(\mathbf{\epsilon}, r) = 0$ (2.54)

Os pontos no interior da superfície de dano caracterizam o domínio elástico, cuja região pode ser representada por:

$$E_{\sigma}=ig\{m{\sigma}\in \Im; f(m{\sigma},q)<0ig\}$$
, para um valor fixo q (espaço das tensões) (2.55)
Ou,

 $E_{\varepsilon} = \{ \mathbf{\epsilon} \in \mathfrak{I}; g(\mathbf{\epsilon}, r) < 0 \}$, para um valor fixo r (espaço das deformações) (2.56)

As variáveis internas $q \in r$, necessárias à avaliação do grau de deterioração local das características mecânicas, podem ser correlacionadas matematicamente de
tal forma a se ter q = q(r). Para o modelo de degradação mecânica desenvolvido neste trabalho, a variável de dano isotrópico (d) é avaliada mediante a evolução dos variáveis de história q e r segundo a expressão (Chaves & Alvarado, 1999; Oliver, 2000; Alvarado *et al.*, 2003; Oliver *et al.*, 2003).

$$d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$$
(2.57)

O que resulta em:

$$q = (1 - d)r$$
 (2.58)

No espaço das tensões, a admissibilidade de qualquer estado de tensões está sujeito à seguinte condição:

$$f(\mathbf{\sigma}, q) = \tau_{\sigma} - q \le 0 \tag{2.59}$$

Substituindo as Equações (2.52) e (2.58) em (2.59), obtém-se:

$$\underbrace{\tau_{\sigma} - q \leq 0}_{f(\mathbf{\sigma}, q)} \Leftrightarrow (1 - d)\tau_{\varepsilon} - (1 - d)r \leq 0 \Leftrightarrow \underbrace{\tau_{\varepsilon} - r \leq 0}_{g(\mathbf{\epsilon}, r)}$$
(2.60)

A partir das relações expressas em (2.59) e (2.60) pode-se concluir se um estado de tensões pertence ao seu respectivo domínio elástico, então o estado de deformações correspondente pertence ao domínio elástico no espaço das deformações. Tal conclusão facilita a implementação do algoritmo do modelo de dano empregado neste trabalho, dado que a variável interna que contabiliza o grau de degradação mecânica do material é avaliada a partir do estado de deformação (variável observável do modelo).

De acordo com as Equações (2.54), o critério de dano, tanto no espaço das tensões quanto no das deformações principais, gera uma superfície de dano com a forma de um elipsóide centrado na origem destes espaços (Alvarado *et al.*, 2003; Chaves & Alvarado, 1999) e, conforme explicitado anteriormente, tais superfícies encerram domínios elásticos equivalentes (Vasconcelos, 2007).

Em resumo, dada uma configuração caracterizada pelas variáveis de estado (σ^*, ϵ^*) e pelas correspondentes variáveis internas (q^*, r^*) , então, no espaço das tensões/deformações, pode-se ter uma das três condições:

• $f(\sigma^*, q^*) < 0$ ou $g(\epsilon^*, r^*) < 0 \rightarrow$ comportamento elástico sem evolução da variável de dano;

• $f(\mathbf{\sigma}^*, q^*) = 0$ ou $g(\mathbf{\epsilon}^*, r^*) = 0$ e $\dot{f} = 0$ ou $\dot{g} = 0 \rightarrow$

comportamento inelástico com possível evolução do dano (para $\dot{r}>0$);

• $f(\mathbf{\sigma}^*, q^*) > 0$ ou $g(\mathbf{\epsilon}^*, r^*) > 0 \rightarrow$ estado inadmissível.

2.4.1.4. CONDIÇÕES DE CARGA – DESCARGA

O critério de dano inicial pode ser estabelecido, no espaço das deformações, através da seguinte expressão:

$$g^{0}(\boldsymbol{\varepsilon}, r_{0}) = \tau_{\varepsilon} - r_{0} \le 0$$
(2.61)

Onde o parâmetro r_0 controla a inicialização do processo de danificação no material. Quando se alcança a superfície de dano pela primeira vez, tem-se que $\tau_{\varepsilon} = r_0$. Nessas condições o material ainda não apresenta quaisquer indícios de danificação e da Equação (2.52) conclui-se que $\tau_{\varepsilon} = \tau_{\sigma}$. Diante do que foi exposto, o parâmetro r_0 pode ser determinado a partir da Equação (2.50), quando aplicada a ensaios uniaxiais simples (ver Figura 2.4), de forma a se obter a seguinte identidade:



Figura 2.4 – Representação esquemática de um ensaio uniaxial (tração/compressão simples) e definição da tensão de inicialização do dano.

$$\sqrt{\underbrace{\sigma_{u} \cdot \frac{1}{E^{0}} \cdot \sigma_{u}}_{\tau_{\sigma} = \tau_{\varepsilon}}} = r_{0}$$
(2.62)

O que permite sua avaliação em termos das características mecânicas do material, segundo a expressão:

$$r_0 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E^0}} \tag{2.63}$$

Onde $\sigma_{_{\!\! u}}$ é a tensão característica do início da danificação do material, obtida de ensaios de compressão/tração simples.

Para um estágio qualquer do problema de dano isotrópico em meio elástico, o critério de danificação pode ser definido em termos da variável interna *r* (que controla o seu tamanho) como:

$$g(\mathbf{\epsilon}, r) = \tau_{\varepsilon} - r \le 0 \tag{2.64}$$

A lei de evolução da degradação mecânica local pode ser estabelecida a partir de considerações micro-mecânicas ou determinada experimentalmente (Selvadurai & Shirazi, 2004). A cinemática da variável de dano pode ser expressa por meio da seguinte equação:

$$\dot{d} = \lambda^* \cdot \frac{\partial g(\boldsymbol{\varepsilon}, r)}{\partial r}$$
(2.65)

Onde:

$$\lambda^* = \dot{r} \tag{2.66}$$

Onde λ^* é um parâmetro de consistência (multiplicador do modelo de dano), utilizado para definir as condições de carregamento e descarregamento através das relações de Kuhn – Tucker (Faria & Oliver, 1993; Oller, 2001; Oliver *et al.*, 2003; Fernandéz & Ayala, 2004; Jason *et al.*, 2004), expressas por:

$$g \le 0$$
 $\lambda^* \ge 0$ $\lambda^* \cdot g = 0$ (2.67)

O parâmetro λ^* pode ser determinado a partir da condição de consistência do dano (Faria & Oliver, 1993; Malena, 2005) representada por:

$$\dot{g} = \dot{\tau}_{\varepsilon} - \dot{r} = 0 \Longrightarrow \dot{\tau}_{\varepsilon} = \dot{r} = \lambda^*$$
 (2.68)

Que confirma a identidade mostrada pela Equação (2.66). A correta interpretação das relações anteriormente descritas conduz às seguintes conclusões:

• g < 0 estabelece que a variável de dano não evolui ($\dot{d} = 0$). Tal fato é claramente expresso por meio da relação (2.67), que, em tais condições, conduz a $\lambda^* = \dot{r} = 0$.

• Quando $\lambda^* > 0$ o processo de danificação evolui ($\dot{d} > 0$). Nesta situação, $\lambda^* g = 0$ determina que g = 0 (estado de tensão/deformação encontra-se na fronteira do respectivo domínio elástico).

As relações de Kuhn–Tucker (Equações (2.67)) e a condição de consistência ($\dot{g} = 0$) permitem a atualização da variável interna do modelo de dano isotrópico, r. Constata-se que essa variável cresce durante os processos de carregamento inelástico e se mantém constante durante os processos de descarregamento, sem haver decréscimo em seu valor (Alvarado *et al.*, 2003; Fernandéz & Ayala, 2004). Assim, a expressão para a variável r, em um dado instante t pode ser calculada por:

$$r_t = \max\{r_0, \tau_{\varepsilon}(s)\} \quad \forall s, 0 \le s \le t$$
(2.69)

Onde $\tau_{\varepsilon}(s)$ o maior valor assumido por τ_{ε} durante a história de carregamento. A condição de complementaridade do modelo de dano é:

$$\dot{g} \cdot \lambda^* = 0 \tag{2.70}$$

Com esta relação é possível descrever matematicamente as seguintes configurações de carregamento:

• Descarga elástica a partir da superfície de dano, caracterizada pela condição $\dot{g} < 0$. A partir das relações expressas em (2.68) e (2.70) conclui-se que $\lambda^* = \dot{r} = 0$, o que significa que o processo de danificação não evolui.

• Carregamento inelástico, caracterizado por uma evolução da superfície de degradação, ou seja, $\dot{g} = 0$ e $\dot{r} > 0 \Rightarrow \lambda^* > 0$.

• Carregamento neutro sem haver evolução da variável de dano e, consequentemente, sem variação da superfície de dano durante o processo de carga, onde $\dot{g} = 0$ e $\dot{r} = \lambda^* = 0$.

Vale salientar que a condição de complementaridade (Equação (2.70)) é satisfeita para qualquer estado de deformação do domínio elástico.

Se G é uma função escalar definida (convenientemente) no espaço das deformações a partir de observações experimentais (Faria & Oliver, 1993; Labadi & Hannachi, 2005) e que caracteriza um potencial de danificação. Uma possível expressão para essa função potencial pode ser estabelecida por meio da Equação (2.57) tal que:

$$G(r) = d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}$$
(2.71)

Portanto, a partir da Equação (2.71) a lei de evolução da variável de dano pode ser representada por:

$$\dot{d} = \begin{cases} 0 & \text{se } g < 0\\ \frac{\partial G(r)}{\partial r}\dot{r} & \text{se } g = 0 \text{ e } \dot{g} = 0 \end{cases}$$
(2.72)

A Figura 2.5 esquematiza tais condições bem como o significado físico das mesmas, em termos do comportamento constitutivo do meio que sofre o processo de danificação.



Figura 2.5 – Curva tensão-deformação de um modelo elástico com dano.

Em decorrência das condições impostas pela Segunda Lei da Termodinâmica admite-se que a variável de dano sempre evolua positivamente, o que acarreta na redução progressiva das propriedades elásticas do meio com a evolução da danificação. Porém há a possibilidade de aumento das propriedades elásticas durante um processo de danificação (cicatrização), que pode ocorrer como resultado da redução ou fechamento de micro-fissuras e micro-vazios durante carregamentos de natureza compressiva no meio poroso (Selvadurai & Shirazi, 2004), sendo tal fenômeno observado em experimentos conduzidos em materiais tais como granitos e asfaltos. A análise de situações nas quais ocorre ganho de rigidez elástica enquanto o material sofre danificação está além do escopo deste trabalho.

2.4.1.5. PARÂMETROS DA LEI DE EVOLUÇÃO DA SUPERFÍCIE DE DANO

Durante um processo de carregamento, a lei de evolução para a variável de dano pode ser expressa por:

$$\dot{d} = \dot{r}\frac{\partial G(r)}{\partial r} = \dot{G}(r) \ge 0$$
(2.73)

A integração da equação anterior (com a condição inicial de dano nulo) permite determinar a expressão que define o valor da variável de dano em cada ponto:

$$d = G(r) \tag{2.74}$$

A escolha da forma particular da função G(r) irá determinar o quanto será realístico o modelo com respeito ao comportamento experimental obtido para o meio que se quer modelar, nas condições particulares às quais o mesmo está sujeito. Uma expressão similar à proposta por Faria & Oliver (1993), decorrente de modelos desenvolvidos para o estudo de dano em concreto, será adotada neste trabalho para representar o comportamento de geomateriais susceptíveis ao processo de degradação local, tanto para condições de tração quanto de compressão, sendo descrita, portanto, pela Equação (2.71). Essa expressão põe em evidência que, uma vez especificado o tensor de deformação, a variável de dano pode ser facilmente avaliada, visto que ela depende apenas da variável r que, por sua vez, é avaliada a partir do campo de deformações, ε (Oliver *et al.*, 2003) tal como explicitado anteriormente:

$$r \ge r_0 \tag{2.75}$$

De acordo com (2.71) e com a restrição imposta aos valores assumidos pela variável de dano ($0 \le d \le 1$), tem-se, para a condição de dano nulo (d = 0), $r = r_0$ e, conseqüentemente, $q = r_0$. Quando o material apresenta dano local total (d = 1) a razão entre as variáveis internas é tal que $q/r \rightarrow 0$. Nestas condições, a variável interna q assume um valor limitado $q = q_{\infty}$, onde $q_{\infty} \in \Re_+$. Uma explanação mais detalhada sobre este caso será apresentada mais adiante.

A vinculação entre as variáveis $q \in r$ pode ser estabelecida com base em uma lei caracteristicamente linear ou exponencial, dependendo do comportamento mecânico do material e de como variam suas propriedades mecânicas. Uma condição que sempre deve ser satisfeita é a de que:

$$q \ge 0$$
 (2.76)

A lei linear que define a variável q em termos da variável r (Figura 2.6) é representada como:

$$q = \begin{cases} r_0 & \text{quando } r = r_0 \\ r_0 + H(r - r_0) & \text{quando } r > r_0 \end{cases}$$
(2.77)

Sendo H um parâmetro de endurecimento/amolecimento (*hardening/softening*), cuja definição é dada por:

$$H = \frac{\partial q}{\partial r}$$
(2.78)

De acordo com as considerações já expostas e dada a Equação (2.78), a evolução de tal superfície depende fundamentalmente do valor de H, de maneira que:



Figura 2.6 – Relação linear entre as variáveis internas do modelo de dano.

• H > 0 caracteriza uma condição de endurecimento com a evolução da danificação e uma conseqüente expansão da superfície de dano no espaço das tensões, a partir de uma configuração inicial.

• H < 0 ilustra uma situação de 'amolecimento' do material à medida em que este se danifica, caracterizada por uma contração da superfície de dano.

• H = 0 significa que a superfície de dano não evolui (dano perfeito).

Por outro lado, a relação exponencial entre as variáveis internas q e r (ver Figura 2.7) é caracterizada por:

$$q = \begin{cases} r_0 & \text{quando } r = r_0 \\ q_{\infty} - (q_{\infty} - r_0) \cdot \exp\left[A\left(1 - \frac{r}{r_0}\right)\right] \text{quando } r > r_0 \end{cases}$$
(2.79)

A variável q_{∞} representa o valor do parâmetro q quando $r \rightarrow \infty$, e está diretamente associado à "resistência residual" apresentada pelo material após sofrer o processo de danificação local (condição de dano crítico). O parâmetro A ($A \ge 0$), por sua vez, é uma grandeza que se presta a avaliar a intensidade da evolução do processo de danificação do meio mediante uma solicitação mecânica externa, sendo assim, diretamente relacionada à estrutura interna da matriz porosa e o quanto esta é susceptível ao dano. Em outras palavras, tal parâmetro controla a velocidade com que a variável q alcança q_{∞} .



Figura 2.7 – Relação exponencial entre as variáveis internas do modelo de dano.

Na lei exponencial, o parâmetro q_{∞} define o tipo de comportamento do material em decorrência da evolução da danificação. A condição $q_{\infty} > r_0$ define uma situação de endurecimento do material após a ativação do dano, enquanto que $q_{\infty} < r_0$ define um comportamento constitutivo caracterizado pelo amolecimento do meio, com a evolução do dano. A condição de dano perfeito é caracterizada por $q = r_0$, $\forall r \ge r_0$, porém também pode ser obtida fazendo-se A = 0 na Equação (2.79).

Cabe ressaltar a semelhança existente entre a Equação (2.79) com expressões desenvolvidas para o estudo do processo de danificação em concreto sob tração (Faria & Oliver, 1993; Oller, 2001). Uma vez que os materiais estudados neste trabalho são maciços rochosos (cujo comportamento hidro-mecânico pode ser aproximado ao do que se observa no concreto), a relação utilizada (entre os parâmetros internos do modelo de dano) durante as modelagens numéricas apresentadas no Capítulo 4 é descrita pela Equação (2.79) e caracterizada pelo amolecimento do material com a danificação.

No espaço das tensões, a superfície de dano pode se expandir ou contrair, de acordo com os parâmetros constitutivos do material presentes na lei de evolução da variável q. Em contrapartida, no espaço das deformações, em decorrência da Equação (2.75), tem-se que a superfície de dano nunca pode contrair.

2.4.1.6. INTRODUÇÃO DA VARIÁVEL DE DANO EM PROBLEMAS PORO-ELÁSTICOS.

Como dito anteriormente, o dano provoca degradação das propriedades elásticas do meio, como também altera positivamente o tensor de permeabilidade, aumentando assim o fluxo de fluido no meio danificado.

Por isso tornou-se necessário e de grande importância a criação de uma lei de acoplamento entre o estado de degradação mecânica e o problema de fluxo. O CODE_BRIGHT adota a lei de acoplamento expressa abaixo.

$$\mathbf{\kappa}^d = \boldsymbol{\beta} \mathbf{\kappa}^0 \tag{2.80}$$

Sendo que $\beta \ge 0$ e este é determinado da seguinte maneira:

$$\beta = e^{c\left(1-\frac{q}{r}\right)}; \quad c \ge 0 \tag{2.81}$$

O β representa o parâmetro que caracteriza o efeito da intensidade do dano nas características hidráulicas do meio.

2.4.4 - MODELO DE VISCO-DANO – PERZYNA

A teoria da elasticidade supõe que as equações do estado sólido são independentes do tempo e admite-se que tanto o estado de deformação resultante aplicado como o de tensão ocorrem instantaneamente. Todos os materiais mostram, alguns de forma mais e outros menos pronunciada, propriedades viscosas que devem ser consideradas (Sánchez, 1997).

Para a regularização viscosa do modelo de dano é necessário a adição do termo viscoso (entra a componente tempo), o que pode melhorar a robustez da convergência, principalmente quando o modelo não viscoso apresenta problemas. Será utilizado à regularização viscosa através do método de Perzyna para implementação do parâmetro (η).

Para se obter o modelo de visco-dano faz-se a regularização viscosa (Prezyna), ou seja, considera-se o termo viscoso na teoria do dano como diferente de zero, com o objetivo de conceder maior robustez a convergência através da componente tempo. Então:

$$\lambda \equiv \frac{\langle g \rangle}{\eta}, \qquad \eta > 0 \tag{2.82}$$

Onde λ é o multiplicador de dano equivalente, η a viscosidade, g é a função de dano no espaço das deformações e $\langle \cdot \rangle$ é uma função monotônica. Agora, calcula-se através da equação abaixo:

$$\dot{r} = \frac{1}{\eta} \left\langle g\left(\boldsymbol{\varepsilon}, r\right) \right\rangle \tag{2.83}$$

Verificando o cumprimento da condições de Kuhn-Tucker para o caso de $\eta \rightarrow 0$, permite-se que recaia no caso de dano sem viscosidade, logo:

$$\lambda = \frac{1}{\eta} \langle g \rangle \ge 0 \tag{2.84}$$

Considerando:

$$\frac{1}{\eta} \ge 0 \quad \mathbf{e} \quad \left\langle g \right\rangle \ge 0 \Longrightarrow \tag{2.85}$$

$$\lambda^2 = r^2 = \frac{1}{\eta^2} \langle g \rangle^2 \therefore$$
 (2.86)

$$\left\langle g\right\rangle^2 = \eta^2 r^2 \tag{2.87}$$

Multiplicando por *g* a equação 2.86, verifica-se que:

$$\lambda g = \frac{1}{\eta} g \left\langle g \right\rangle = \frac{1}{\eta} \left\langle g \right\rangle^2 = \frac{1}{\eta} \eta^2 r^2 = \eta r^2$$
(2.88)

Logo, quando $\eta \rightarrow 0$, $\lambda g=0$, há a recuperação das condições de Kuhn-Tucker. Outra maneira de verificar o cumprimento das condições de Kuhn-Tucker é através da expressão abaixo:

$$\frac{1}{\eta} \langle g \rangle = \dot{r} \Longrightarrow \eta \dot{r} = \langle g \rangle \tag{2.89}$$

Quando $\eta \rightarrow 0$, $\langle g \rangle = 0 \Rightarrow g \leq 0$. Portanto, quando $\eta \rightarrow 0$ o problema cumpre as condições de Kuhn-Tucker e recai em um caso de dano sem viscosidade. ($\eta \rightarrow 0$, $\lambda \geq 0$, $g \leq 0$, $\lambda g = 0$).

Em casos de dano sem viscosidade, a superfície de influência é elevada como pode ser vista através da figura 2.8, mas não é permitida a saída do ponto da envoltória, ou seja, $g \le 0$:



Figura 2.8 - Representação da variação da superfície de influência para o caso de dano sem viscosidade.

Para o caso de visco-dano, é permitido o ponto sair da superfície de influência, podendo ocorrer g > 0, (figura 2.9). O valor $1/\eta$ corresponde a distância que o ponto pode estar fora da superfície.



Figura 2.9 - Representação da variação da superfície de influência para o caso de dano com viscosidade.

Ao se tratar de visco-dano associado, como no nosso trabalho, é possível descrever matematicamente as seguintes configurações de carregamento:

 Descarga elástica a partir da superfície de dano, caracterizada pela condição de se g<0 e f=g, logo f<0 e a taxa de r (que deve ser um parâmetro de evolução de dano) será zero, pois o regime encontra-se dentro da superfície de dano e logo não ocorre a danificação;

- Quando g=0 a taxa de r será nula, não ocorrendo dano;
- E quando g>0, f será >0 e haverá danificação, por isso a taxa de r será diferente de zero e função da regra de fluxo, ou seja, 1/η vezes a função

potencial g>0,
$$\left(\dot{r} = \frac{1}{\eta}g\right)$$
.

Em relação ao potencial de dissipação, a inequação de Clausius-Duhem expressa matematicamente às deformações, no caso, infinitesimais, através da relação abaixo:

$$\dot{\gamma} = -\dot{\psi} + \sigma : \dot{\varepsilon} \ge 0 \tag{2.90}$$

Sendo $\dot{\gamma}$ a taxa de dissipação de energia em decorrência do processo de danificação. Logo:

$$\dot{\psi} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} : \dot{\varepsilon} + \frac{\partial \psi}{\partial d} : \dot{d}$$
(2.91)

Como $-\frac{\partial \psi}{\partial d} = \psi_0$. Logo:

$$D = -\frac{\partial \psi}{\partial d} \dot{d} = \psi_0 \dot{d} \ge 0$$
(2.92)

Sendo o $D \ge 0$, isto implica que $d \ge 0$, ou seja, $d'(r)\dot{r} \ge 0$. Provando assim que a regularização viscosa é termodinâmicamente admissível ($D \ge 0$).

Percebe-se que esta condição, $d'(r) \ge 0$, é a mesma do modelo de dano que para lei de endurecimento:

$$d = 1 - \frac{q(r)}{r} \tag{2.93}$$

Logo obtemos a derivada do dano da seguinte forma:

$$d'(r) \Longrightarrow H = \frac{dq}{dr} \le \frac{q}{r}$$
 (2.94)

Segundo Vasconcelos (2007), nas análises numéricas o comportamento mecânico do meio poroso pode ser avaliado mediante carregamentos (forças/deslocamentos) aplicados na forma de incrementos. Sendo assim, é necessária a formulação matemática de relações constitutivas incrementais apropriadas a descrever o comportamento do material nas condições de carga vigentes durante as diversas etapas da modelagem numérica. Neste contexto, as taxas de tensão efetiva do modelo proposto por Terzaghi (e que descrevem o comportamento mecânico de geomateriais saturados) podem ser relacionadas às taxas de deformação do meio poroso através do tensor constitutivo tangente (**C**¹).

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}^{t} = \boldsymbol{C}^{t} : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$$
(2.95)

Ou seja, para o modelo com visco-dano temos que:

$$\dot{\sigma} = (1 - d)C : \dot{\varepsilon} - dC : \varepsilon \tag{2.96}$$

Sendo agora as tensões e r dependente explicitamente do tempo, ou seja, não são mais só funções de ε , como pode ser visto abaixo:

$$\dot{r} = \frac{1}{\eta} \left\langle g\left(\tau_{\varepsilon}, r\right) \right\rangle \Longrightarrow r = r(\varepsilon(t), t)$$
(2.97)

$$\dot{d} = d'(r)\dot{r} = \frac{d'(r)}{\eta} \left\langle g\left(\tau_{\varepsilon}, r\right) \right\rangle$$
(2.98)

Substituindo a equação (2.96) na equação (2.98), é possível perceber que a tensão, agora, também depende explicitamente do tempo.

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = (1-d)C : \varepsilon - \frac{d'(r)}{\eta} \left\langle g\left(\tau_{\varepsilon}, r\right) \right\rangle \overline{\boldsymbol{\sigma}}$$
(2.99)

Logo:

$$\boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}(t), r(\boldsymbol{\varepsilon}(t)), t) = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}(t), t)$$
(2.100)

Sendo assim, o tensor constitutivo tangente do modelo visco-dano será o mesmo independente de se tratar de carga ou descarga:

$$C^{vd} = \frac{\partial \mathbf{\sigma}}{\partial \mathbf{\varepsilon}} = (1 - d)C \tag{2.101}$$

Com o intuito de simplificar o problema, admitimos que aqui o ponto possa violar a superfície de dano, que por sua vez tentará seguir o ponto com uma velocidade proporcional a η .

A integração aqui não é mais analítica e sim aproximada, sendo esta a desvantagem algorítmica do modelo. No entanto, a regularização viscosa é muito mais robusta algoritmicamente, principalmente quando se tem um problema não linear, no mais, funciona bem inclusive para valores pequenos de η .

2.5. EQUAÇÕES DE FLUXO EM MEIO POROSO DEFORMÁVEL

Neste item é deduzida a equação que governa o fluxo isotérmico de um fluido monofásico em um meio poroso deformável. O princípio fundamental utilizado é o da conservação de massa e as equações constitutivas são as equações de Darcy e de estado.

Formulada por Bear (1990), a equação representativa do fluxo isotérmico e monofásico em meio poroso é governada pela lei de Darcy e a equação de conservação de massa e é expressa da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho,\phi) + \nabla(\rho_l q_l + \phi \rho_l \dot{\mathbf{u}}) = 0$$
(2.102)

Onde ρ é a densidade do líquido e **q**_I representa o fluxo volumétrico de líquido dada pela lei de Darcy. No termo de fluxo tem-se a componente de deformação do

meio poroso (Biot), onde u é a velocidade de deslocamento da fase sólida, que corresponde ao fluxo do fluido com relação à configuração de referência (rocha indeformada). O primeiro termo da equação de conservação de massa refere-se ao termo de armazenamento enquanto que o segundo ao termo de fluxo.

A lei de Darcy assume a forma seguinte:

$$q_l = -k(\nabla p_l + \rho_l \mathbf{g}) \tag{2.103}$$

E:

$$\nabla^{T} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$
(2.104)

Sendo p_l é a pressão de líquido, **g** é o vetor de gravidade e **k** o tensor de condutividade hidráulica, e este é representado a seguir:

$$\mathbf{k} = \frac{\mathbf{\kappa}}{\mu_l} \tag{2.105}$$

Sabendo que κ representa o tensor de permeabilidade intrínseca do meio saturado e μ_l a viscosidade do fluido.

Para um melhor aprofundamento da teoria de fluxo em meios porosos consultar os trabalhos de Pimentel (2002), Falcão (2002), Pastor (2001).

3.FORMULAÇÃO NUMÉRICA

Como citado por Vasconcelos (2007), muitos dos fenômenos reais estudados no ramo da engenharia são descritos por meio de equações diferenciais. O estudo de tais fenômenos faz-se mediante a utilização de modelos matemáticos idealizados, fundamentados em hipóteses simplificadoras convenientemente adotadas com o intuito de se reduzir o grau de complexidade dos mesmos. Cabe ressaltar que muitas das equações comumente utilizadas nas áreas de geociências são resultantes de análises experimentais, o que pode conduzir a um alto grau de empirismo em tais formulações.

A solução analítica das equações que representam o modelo matemático são muito complexas e torna-se difícil sua resolução. Neste caso, podem ser adotadas soluções aproximadas das equações governantes no modelo. A metodologia usualmente empregada para se avaliar a solução aproximada fundamenta-se principalmente em análises gráficas, por analogia e baseadas em aproximações numéricas. Entre os métodos numéricos destacam-se o Método das Diferenças Finitas, o Método dos Elementos Finitos e o Método dos Elementos de Contorno.

O Método dos Elementos Finitos - MEF foi criado na década de 50 com o objetivo de simplificar diversos problemas de diversas áreas, não só da engenharia. A teoria do MEF é baseada na transformação de equações diferenciais em equações algébricas, diminuindo assim, o esforço computacional e a complexidade da resolução.

O problema a ser desenvolvido pelo MEF pode ser unidimensional, bidimensional ou tridimensional. Sua resolução é feita através da discretização do caso desejado em pequenos elementos chamados de elementos finitos que podem ter a forma geométrica triangular, quadrática, por exemplo. O tipo de elemento finito adotado varia dependendo da geometria adotada e também das funções polinomiais associadas a ele, podendo ser linear, triangular de três nós, quadrilátero de 4 nós, etc.



Figura 3.1 – Discretização do domínio (Chaves e Alvorado, 1999).

Neste trabalho foi utilizado o método dos elementos finitos (MEF-Galerkin) para resolver numericamente os problemas de aplicação do modelo de dano. Primeiramente divide-se o domínio em diversas partes e em cada parte as equações mostradas anteriormente são válidas.

A discretização da geometria dos problemas, como também a visualização dos resultados (pós-processo), foram realizadas através da interface gráfica do GID, desenvolvido pelo *International Center for Numerical Methods in Engineering of Barcelona* (CIMNE).

A ferramenta computacional adotada (processador) foi o programa de elementos finitos CODE_BRIGHT (*COupled DEformation BRIne Gas and Heat Transport*), também desenvolvido pelo CIMNE. Este programa é capaz de analisar problemas termo-hidro-mecânicos de maneira acoplada em meios porosos sendo este, desenvolvido, inicialmente, para meios salinos e depois adaptado para outros geomateriais.

3.1. EQUAÇÕES DISCRETIZADAS VIA MEF - GALERKIN

3.1.1. EQUAÇÕES MECÂNICAS

A resolução das equações diferenciais dos modelos constitutivos através do MEF, para problemas mecânicos, é feita através das equações de equilíbrio do meio contínuo.

Corresponde a uma análise global do problema envolvendo as equações globais de carga-descarga. Neste caso parte-se da equação de equilíbrio de tensões de um corpo qualquer (equação 3.1), formulando-se um problema de contorno definido pelas condições de contorno (equação 3.2) e condições iniciais.

$$div\mathbf{\sigma} + \mathbf{b} = 0 \ \mathrm{em}\,\Omega \tag{3.1}$$

$$\mathbf{\sigma}.\mathbf{n} = t \quad \text{em } \Gamma \tag{3.2}$$

Onde Ω e Γ representam o domínio e a fronteira do meio em estudo, σ as componentes do tensor de tensões, **b** as componentes do vetor de forças de corpo, **t** é o vetor representativo das condições de carregamento na fronteira e **n** o vetor unitário normal a superfície.

Para cada elemento consideram-se as propriedades materiais e as relações governantes do fenômeno em estudo e então representa-se em termos de incógnitas nodais. Já no contexto mecânico essas incógnitas são expressas através de uma combinação linear de funções das coordenadas espaciais, sendo os coeficientes dependentes dos deslocamentos nodais nestes elementos (Vasconcelos, 2007).

Tomando-se, agora, a solução aproximada abaixo (Equação 3.3) e após definida as funções de forma N_i , aplica-se MEF-Galerkin para o problema de contorno obtendo a forma integral da equação de equilíbrio de tensões, sendo esta, aplicada a qualquer relação constituitiva e que governa o comportamento de cada elemento finito:

$$\hat{\mathbf{u}} = \sum_{i=1}^{M} N_i . u_i \tag{3.3}$$

$$\int_{\Omega} \mathbf{B}^{T} \cdot \boldsymbol{\sigma} \ d\Omega - \int_{\Gamma} \mathbf{N}^{T} \cdot \mathbf{t} \ d\Gamma - \int_{\Omega} \mathbf{N}^{T} \cdot \mathbf{b} \ d\Omega = 0$$
(3.4)

Onde B^{T} expressa a matriz da relação deformação – deslocamento (para cada material considerando pequenas deformações) e N^{T} uma matriz de funções de forma característica do MEF.

Na formulação do modelo de dano e visco-dano a variável que influência na resposta constitutiva do material é computada na matriz k^e da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} k^e \end{bmatrix} \{ u_n \} = \{ f^e \}$$
(3.5)

$$\mathbf{k}^{e}(d) = \int_{\Omega^{e}} \left[\mathbf{B} \right]^{T} \left[\mathbf{\Lambda}^{d} \right] \left[\mathbf{B} \right] d\Omega^{e}$$
(3.6)

Sendo que Λ^d expressa a matriz constitutiva do modelo de dano. Para o sistema global a equação 3.5 é descrita, na forma incremental, como:

$$\dot{\mathbf{U}}_{n} = \left[\mathbf{\bar{K}}(d) \right]^{-1} \left\{ \dot{\mathbf{F}}^{ext} \right\}$$
(3.7)

Sendo $\overline{\mathbf{K}}(d)$ e $\dot{\mathbf{F}}^{ext}$, respectivamente, a matriz tangente de rigidez (global) e o vetor global da taxa de forças externas. Trabalhos como o de Ferreira (1996), Abbo (1997), Gomes (2006) e Vasconcelos (2007) exploram toda esta teoria de maneira mais ampla.

3.1.2. EQUAÇÕES DE FLUXO

/ \

Para problemas de fluxo as equações diferenciais são resolvidas a partir da equação de conservação de massa de fluido:

$$\frac{\partial(\phi\rho_l s_l)}{\partial t} + \nabla \left[\left(-k\rho_l \lambda_l \left(\nabla p_l - \rho_l \widetilde{g} \right) \right) + \left(\phi s_l \rho_l \dot{\mathbf{u}} \right) \right] = f_l \qquad x \in \Omega, t > 0$$
(3.8)

Onde ϕ é a porosidade, ρ_l é a densidade do fluido, s_l a saturação do fluido, **u** é a velocidade de deslocamento da fase sólida e **i** varia de 1 até o número total de nós por elemento.

Aplicando o método dos resíduos ponderados – Galerkin temos a equação (3.8) na forma integral que é expressa a seguir:

$$\int_{\Omega} W_{i} \left[\frac{\partial (\phi \rho_{l} s_{l})}{\partial t} + \nabla \left[\left(-k \rho_{l} \lambda_{l} \left(\nabla p_{l} - \rho_{l} \widetilde{g} \right) \right) + \left(\phi s_{l} \rho_{l} \dot{\mathbf{u}} \right) \right] \right] d\Omega = 0$$
(3.9)

Inserido a função de forma chegamos então a equação (3.10):

$$\int_{\Omega} N_{i} \frac{\partial(\phi \rho_{l} s_{l})}{\partial t} d\Omega + \int_{\Omega} N_{i} \nabla \left(-k \rho_{l} \lambda_{l} \left(\nabla p_{l} - \rho_{l} \widetilde{g}\right)\right) d\Omega + \int_{\Omega} N_{i} \left(\phi s_{l} \rho_{l}\right) d\Omega = 0$$
(3.10)

Sendo o primeiro termo o de armazenamento, o segundo termo corresponde o termo de fluxo e o terceiro trata-se do termo de acoplamento geomecânico.

As incógnitas das equações de fluxo são a saturação e a pressão como pode ser visto abaixo:

$$\widetilde{s} = \sum_{i} s_{i} N_{i}$$
 e $\widetilde{p} = \sum_{i} p_{i} N_{i}$ (3.11)

3.2. ALGORITMO DO NEWTON-RAPHSON

Para resolver as equações diferenciais de fluxo é necessária a adoção de métodos numéricos que discretizem estas equações. No programa de elementos Finitos CODE_BRIGHT a aproximação numérica das equações é feita de duas formas: a discretização temporal que é feita pelo método das diferenças finitas e a espacial é feita via método dos elementos finitos. A discretização no tempo é linear e o esquema implícito usa dois pontos intermediários $t^{k+\varepsilon}$ e $t^{k+\theta}$ entre os tempos inicial e final t^k e, t^{k+1} respectivamente, e utiliza-se o Método de Newton-Raphson para resolver o esquema iterativo para o problema não-linear (Ollivella *et al*, 1995).

Como a variação de porosidade é assumida como ocorrendo à baixas taxas, sua integração é explicita (utiliza valores em t^k), tendo em vista que a porosidade é expressa pela equação de balanço de massa de sólido que, por sua vez, é substituído em outras equações.

Para a resolução do problema por meio do método de Newton-Raphson é necessário, inicialmente, determinar o resíduo. Logo, com a discretização espacial dos termos das equações obtém-se a seguinte forma de resíduo para um elemento finito:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_{u} \\ \mathbf{r}_{p_{l}} \end{pmatrix} = \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \mathbf{d}_{u} \\ \mathbf{d}_{p_{l}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{a}_{u} \\ \mathbf{a}_{p_{l}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{b}_{u} \\ \mathbf{b}_{p_{l}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$
(3.12)

Onde **r** são os resíduos, $d\mathbf{d}/dt$ são os termos de armazenamento, **a** são os termos de condutância e **b** são os termos de fonte/sumidouro e condições de contorno.

Ao aplicar a discretização temporal, pode-se reescrever a equação do resíduo da seguinte maneira:

$$\mathbf{r}(\mathbf{X}^{k+1}) = \frac{\mathbf{d}^{k+1} - \mathbf{d}^k}{\Delta t^k} + A(\mathbf{X}^{k+\varepsilon})\mathbf{X}^{k+\theta} + \mathbf{b}(\mathbf{X}^{k+\theta}) = 0$$
(3.13)

Onde k é o índice de passo de tempo, $X = [(u_x, u_y, u_z, P_l)_{(1)}, ..., (u_x, u_y, u_z, P_l)_{(n)}]$ é o vetor de incógnitas para cada nó *n* do elemento, sendo no problema abordado nesta dissertação o número máximo de graus de liberdade é 4 e o mínimo é 2 (problema unidimensional), e **A** é a matriz de condutância.

Portanto, a equação do método de Newton-Raphson para solução do sistema não-linear das equações aproximadas é apresentada a seguir:

$$\frac{\partial \mathbf{r}(\mathbf{X}^{k+1})}{\partial \mathbf{X}^{k+1}} = (\mathbf{X}^{k+1,l+1} - \mathbf{X}^{k+1,l}) = -\mathbf{R}(\mathbf{X}^{k+1,l})$$
(3.14)

Onde l é a iteração do processo de solução.

O resíduo é obtido por meio da discretização dos termos das equações governantes, ou seja, termos de armazenamento, de fluxo e fonte/sumidouro, para as equações de balanço de massa, e a discretização da equação de equilíbrio de tensões.

Os termos de armazenamento representam a variação da quantidade de massa ou energia e são calculados pela média das variáveis, ou seja, porosidade e densidade (a saturação é omitida neste trabalho, pois, o fluxo adotado é monofásico, isto é, saturação de fluido igual a 100%). No cálculo destes termos utiliza-se a aproximação conservativa, ou seja, as derivadas são aproximadas diretamente pelo método das diferenças finitas no tempo (conservação de massa no tempo).

3.3. IMPLEMENTAÇÃO DO MODELO DE VISCO-DANO

Neste algoritmo se conhece os valores das deformações e variáveis internas do modelo no instante t_n e também as deformações no instante t_{n+1} :



Calculando as tensões, os novos valores das variáeis internas e a matriz tangente consistente para o instante t_{n+1} . Este algoritmo foi implementado no

programa computacional CODE-BRIGHT e é demonstrado de acordo com o esquema abaixo:





4. RESULTADOS OBTIDOS

4.1. VALIDAÇÃO DA SUB-ROTINA IMPLEMENTADA NO CÓDIGO NUMÉRICO CODE_BRIGHT

Os capítulos anteriores mostraram o equacionamento do problema, as formulações numéricas para sua solução e os detalhes da implementação da subrotina do modelo de visco-dano. Neste capítulo são mostrados os resultados obtidos pelo modelo implementado no código numérico CODE_BRIGHT, através da simulação numérica de ensaios de tensão controlada e fluência e sua comparação com as respostas obtidas através do simulador COMET (*COupled MEchanics andThermal Analysis*). A validação de um modelo em um código se dá através da comparação dos resultados obtidos, para uma mesma análise, com os obtidos através de um código existente e que possua resultados reconhecidos e com precisão ou através de soluções analíticas.

Com o objetivo de validação da sub-rotina de visco-dano implementada no CODE_BRIGHT foram analisados três problemas (casos), cujos resultados foram comparados com os obtidos pela ferramenta numérica COMET. Este último código tem como comprovada sua eficiência em problemas mecânicos, térmicos e nos acoplamentos termo-mecânicos nas análises em uma, duas ou três dimensões (Cervera et al., 1999).

4.1.1. ENSAIO DE RELAXAÇÃO DE TENSÕES

O ensaio de relaxação de tensões é realizado através da aplicação de carga provocando o deslocamento do corpo, causando assim, uma variação do estado de tensões. A partir de um determinado momento, fixa-se este corpo de prova não permitindo mais que ocorra deformação do mesmo. Após isso, percebe-se que as tensões diminuem com o tempo.



Figura 4.1. Representação gráfica do ensaio de relaxação de tensões.

4.1.2. ENSAIO DE FLUÊNCIA

Neste ensaio são aplicadas taxas de tensões num corpo de prova e a partir de um determinado momento, fixam-se as tensões. Como resposta tem-se que há uma evolução das deformações do corpo depois de fixadas as tensões.



Figura 4.2. Representação gráfica do ensaio de fluência.

4.1.3. DESCRIÇÃO DO CASO

Para validação de modelos implementados normalmente se realizam, em grande número de simuladores, ensaios unidimensionais. Os deslocamentos são sempre aplicados na direção x e as malhas utilizadas foram geradas no programa GID utilizando elementos quadriláteros de quatro nós, sendo cada caso composto de uma malha de elementos finitos com 25 elementos e 36 nós. As condições de contorno e as solicitações mecânicas, ou seja, os carregamentos/deslocamentos são mostrados através da figura abaixo:



Figura 4.3 - (a) Demonstração das condições de contorno e geometria adotadas (problema com axissimetria); (b) malha de elementos finitos.

As propriedades e parâmetros adotados em cada caso estão detalhados na forma de tabela (ver tabela 1). Os primeiro e segundo casos tratam-se de ensaios de relaxação de tensões, já o terceiro é um ensaio de fluência. Para o caso 1 foi adotada uma lei exponencial para relacionar as variáveis de dano q e r, já os casos 2 e 3 adotouse uma lei linear.

Lei exponencial (caso 1)			
Parâmetros adotados:			
$E = 2,00 \times 10^6 MPa$	v = 0,00		
σ _y = 8,00 Mpa	A = 1,20		
μ = 10,00	q∞ = 0,00		
Lei linear (casos 2 e 3)			
Parâmetros adotados:			
Caso 2	Caso 3		
E = 2,00x10 ⁻⁶ MPa	$E = 2,00 \times 10^{-6} MPa$		
σ_y = 8,00 Mpa	σ _y = 8,00 Mpa		
<i>N</i> = 0,00	v = 0,15		
H = 0,00	H = 0,25		
μ = 10,00	μ = 10,00		
$Q_{\infty} = 1,0x10^9$	$q_{\infty} = 1,0x10^{99}$		

Tabela 1– Parâmetros adotados nos casos de validação do modelo de visco-dano.

Onde E representa o módulo de elasticidade, σ_u a tensão uniaxial de início de dano, μ a viscosidade, o parâmetro de endurecimento/amolecimento sendo H para lei linear e A para exponencial, v o coeficiente de Poisson e por fim o q_{∞} a variável que representa o valor de q quando r \rightarrow 0 (lei exponencial). Em relação à degradação mecânica, o primeiro caso apresenta comportamento do material com amolecimento (softening), o segundo de dano perfeito (H=0) e o terceiro caso de endurecimento (harderning). Nestas análises feitas foi considerado apenas o comportamento mecânico do material.

4.1.3.1. RESULTADOS



Figura 4.4 – Representação gráfica da evolução da superfície de dano ocorrida no ensaio de relaxação de tensões.

No ensaio de relaxação de tensões, como vemos na figura (4.4), ocorre que enquanto é permitida deformação do corpo de prova, a função de dano no espaço das deformações principais (g) encontra-se no domínio elástico (g<0), ou seja, não há danificação do material. No momento em que o corpo de prova é fixado ocorre a relaxação das tensões, provocando assim a saída do ponto, ou seja, g>0. Com isso, pela equação $(\dot{r} = \langle g \rangle / \eta)$ temos que há uma evolução da taxa de dano e conseqüentemente da variável de dano, como pode ser visto na equação (2.91).

Os resultados do caso 1 são expostos abaixo pelas figuras (4.5 a) e (4.5 c), onde verificamos a evolução de \dot{r} e d. A relaxação das tensões está representada pela figura (4.5 b) e por fim a adoção da lei exponencial que relaciona as variáveis internas q e r.





Da mesma forma verificamos o comportamento do material quando submetido ao ensaio de relaxação de tensões, só que neste caso, a lei que relaciona as variáveis de dano é a exponencial (caso 2). O dano ocorre quase que instantaneamente no momento em que aplica-se as tensões e após fixadas, há a evolução do mesmo. (figuras 4.6 a e 4.6 c). Neste caso ocorre o dano perfeito (figura 4.6 d).



Figura 4.6- Resultados do ensaio de relaxação, caso 2, (Lei linear de dano com amolecimento) obtido pelos códigos numéricos CODE BRIGHT e COMET.



Figura 4.7 - Representação da curva tensão-deformação (casos 1, 2) obtido pelo código numérico CODE_BRIGHT. (a) ensaio de relaxação, caso 1, (Lei exponencial de dano com amolecimento), (b) ensaio de relaxação, caso 2, (Lei linear de dano com amolecimento).

As figuras (4.7 a) e (4.7 b) expressa o comportamento do material adotado nestes ensaios em relação a adoção da lei que relaciona as variáveis de dano. Há uma maior relaxação de tensões quando adota-se a lei exponencial.



Figura 4.8- Resultados do ensaio de fluência (Lei exponencial de dano com amolecimento) obtido pelos códigos numéricos CODE_BRIGHT e COMET.

No ensaio de fluência podemos verificar pela figura (4.9) que no espaço das tensões principais a função f sai do domínio elástico, causando assim uma evolução da superfície de dano e conseqüentemente, uma evolução de \dot{r} e d, como pode ser determinado através das equações (2.58 e 2.57), já que após fixadas as tensões, $g \neq 0$ e esta é dependente de r, então r e d evoluem.



Figura 4.9 – Representação gráfica da evolução da superfície de dano ocorrida no ensaio de fluência.

Como resultado deste último caso vemos que a curva de deformação x tempo (figura 4.8 b), se mostra coerente, pois como se trata de um ensaio de fluência, depois que as tensões são fixadas as deformações continuam aumentando. Outra maneira de se constatar este resultado é através da figura 4.10.



Figura 4.10 - Representação da curva tensão-deformação (caso 3) obtido pelo código numérico CODE_BRIGHT, do ensaio de creep (Lei exponencial de dano com amolecimento).

De posse dos resultados obtidos na simulação numérica via MEF, e comentados anteriormente, é de fácil percepção que quando estes são comparados com os resultados obtidos através do programa computacional COMET, há boa concordância entre os programas, podendo assim considerar o algoritmo implementado no programa CODE_BRIGHT bem eficiente, logo mostrou-se válido e assim possibilitado de ser a outros tipos de problemas.

4.2. PROBLEMA DE REATIVAÇÃO DE FALHA SELANTE EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO UTILIZANDO O MODELO DE VISCO-DANO.

Tanto a produção como a injeção de fluidos no reservatório podem causar deformações da rocha e alterações de suas propriedades resultando em fenômenos como compactação e subsidência, que por sua vez, podem induzir aberturas de falhas (fraturamento) e reativação de falha pré-existente, (Samier et al, 2003), entre outras conseqüências.

O problema da ativação de falha em reservatórios vem sendo amplamente estudado devido a estas influenciarem de forma significativa a percolação de fluidos pelas mesmas, interferindo assim, no processo de produção de fluido. Neste tipo de problema, uma falha selante (impermeável) pode passar a conduzir fluidos após sua ativação mecânica.

A análise de sensibilidade, segundo Morais (2006), é uma técnica matemática empregada para calcular os gradientes das respostas do problema, também conhecidos como sensibilidades, quando critérios ou parâmetros são alterados. A análise de sensibilidade permite avaliar a influência dos parâmetros nas variáveis de projeto, possibilitando uma melhor visualização e maior entendimento do problema, sobretudo quando se trata de acoplamentos complexos, onde diversos parâmetros de natureza diferentes estão envolvidos.

Com o objetivo de analisar a influência de alguns parâmetros adotados no modelo de visco-dano como σ_u (tensão uniaxial de início do dano), E (módulo de elasticidade), c (constante c) e os parâmetros do modelo de dano, H para lei linear e q_{∞} para lei exponencial, foram simulados vários cenários, partindo de um caso base.

Neste capítulo será analisada a sensibilidade do comportamento hidromecânico da rocha reservatório com relação aos parâmetros de acoplamento utilizados no modelo numérico implementado, através de um estudo paramétrico, como também avaliar o processo de ativação de falhas em reservatórios de petróleo.

4.2.1. DESCRIÇÃO DO CASO

O caso proposto neste tópico trata-se de um reservatório de petróleo cortado por uma falha selante inclinada que se estende desde a rocha acima do reservatório (*overburden*), a partir da superfície do fundo do mar, até a rocha abaixo do reservatório (*underburden*). As dimensões e condições de contorno, como também os materiais adotados neste caso, podem ser vistos através das figuras (4.11 a e 4.11 b). O reservatório em questão tem as dimensões de 15 m de largura por 100 m de comprimentos, uma falha selante de 1m de espessura e dois poços, um injetor e um produtor. As condições de contorno impostas foram à restrição de deslocamentos na direção y nas laterais, restrição de deslocamentos na direção x na base.

Na superfície do fundo do mar o estado de tensões efetivas é nulo, onde as tensões totais possuem o mesmo valor da pressão atuante. A partir do estado de tensões iniciais e do campo de pressão inicial foi imposto um gradiente de pressões na direção do poço injetor para o produtor através das condições de contorno, ou seja, foram aplicadas pressões nos poços injetor (P = 3 MPa) e produtor (P = 0,5 MPa), ver figura 4.11.



Figura 4.11 - Representação das características do caso base. (a) Divisão dos materiais e geometria do problema; (b) condições de contorno e inicial.

Foi gerada uma malha de elementos finitos triangulares quadráticos (triângulos de seis nós), com um total de 3677 elementos e 7500 nós (figura 4.12). As propriedades dos materiais estão descritas na tabela 2 para o caso base.



Figura 4.12 - Representação da malha de elementos finitos gerado no programa gráfico GID.

As propriedades dos materiais adotadas para este caso estão expressos na tabela 2.

Tabela 2 – Propriedades e parâmetros dos materiais referente ao caso base.

	MATERIAIS		
Parâmetros	Overburden / underburden	Reservatório	Falha selante
Módulo de elasticidade (E)	8,3x10 ⁴	8,3x10 ³	8,3x10 ⁶
Constante c	0	0	2,0x101
Constante b	0	0	5,0x101
Permeabilidade intrínseca inicial (K)	1,0x10 ⁻²¹	1,0x10 ⁻¹⁴	1,0x10 ⁻²³
Tensão uniaxial de início do dano (σ_u)	1,0x10 ³	1,0x10 ³	4,0
А	0	0	0
Q∞	0	0	2,0x10 ⁻¹
Porosidade (Φ)	4,0x10 ⁻¹	4,0x10 ⁻¹	2,0x10 ⁻¹

4.2.2. ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.2.2.1. CASO DE REATIVAÇÃO DE FALHA EM RESERVATÓRIO DE PETRÓLEO.

No CODE_BRIGHT, o efeito de danificação na permeabilidade da matriz rochosa é determinado através da equação (4.1). Neste caso adotou-se a lei exponencial para relacionar as variáveis internas do modelo de dano q e r.

$$\mathbf{\kappa}^{d} = \mathbf{\kappa}_{0} \cdot \exp\left[c\left(1 - \frac{q}{r}\right)\right]$$
(4.1)

Onde $\mathbf{\kappa}^{d}$ é a permeabilidade intrínseca do meio danificado, $\mathbf{\kappa}_{0}$ é a permeabilidade intrínseca inicial, *b* parâmetro do material, ϕ a porosidade, ϕ_{0} a porosidade inicial, c, q parâmetro que controla o tamanho da superfície de dano e r. O modelo de visco-dano é aplicado apenas no material correspondente a falha selante.

Inicialmente foi gerado o campo de pressões e o estado de tensões (Figuras 4.13 a e 4.13 b).



Figura 4.13 - Representação gráfica do caso base para o geoestático. (a) distribuição de pressão de líquido. (b) distribuição das tensões.

Como o reservatório é compartimentado pela falha selante, na região do reservatório, à esquerda da falha, onde encontra-se o poço injetor, ocorre a pressurização do reservatório pelo processo de injeção porém, inicialmente sem produção, tendo em vista que a falha impede o fluxo do fluido no sentido do poço produtor, o que leva a uma redução das tensões efetivas nesta região. Na outra região do reservatório onde localiza-se o poço produtor ocorre uma descompressão do reservatório pelo processo de produção primária o que leva ao aumento da tensão efetiva em decorrência da redução das pressões (ver figura 4.14). Com essas alterações no estado de tensões iniciais no reservatório geram-se deformações em ambos os lados que levam também a ocorrência de deformações e alteração do estado tensional da falha selante.

Com isto o material da falha se danifica tendo sua rigidez degenerada levando ao aumento de sua permeabilidade , caracterizando o processo de reativação. Ao ocorrer a reativação da falha, ambos os lados do reservatório, os reservatórios, antes

compartimentados, se comunicam fazendo com que a porção do reservatório localizada na região do poço produtor, à direita da falha, seja agora pressurizado pelo processo de injeção permitindo a produção de fluido.



Figura 4.14 – Distribuição da pressão de líquido para tempo final (T= 1 dia).



Figura 4.15 - Representação gráfica do caso base para o tempo final (T=1dia). (a) distribuição dos vetores de fluxo. (b) zoom do detalhe da distribuição dos vetores de fluxo.

Com isso o fluido se desloca no sentido do poço injetor ao produtor, principalmente cruzando a falha na zona de maior ativação, ou seja, de maiores valores da variável de dano. Por tanto, ocorre a danificação em quase toda a falha com maior intensidade no trecho que se encontra dentro do reservatório (figura 4.16 a). Pela relação de dano com a permeabilidade, como exposto na equação (4.1), ocorreu um aumento significativo da permeabilidade da rocha na zona de maior dano (figura 4.16 b). Os trechos circulados mostram que há uma menor danificação do material e conseqüentemente menor alteração da permeabilidade e com isso não há fluxo de fluido ao longo da falha.



Figura 4.16 - Representação gráfica do caso base para o tempo final (T=100.000 s). (a) distribuição da variável de dano. (b) distribuição de pressão de líquido.

Como a ativação da falha é muito rápida a curva de produção se comporta de forma quase linear, porém é possível observar o trecho em que a produção aumenta com o início da danificação do material (a reativação da falha leva a comunicação entre ambos os lados do reservatório), ver figura 4.17.



Figura 4.17 – Curva representativa da evolução produção de líquido versus Tempo.

Quanto à evolução da variável de dano ao longo do tempo, percebe-se que a danificação ocorre quase que instantaneamente (no momento em que a falha é
ativada), permanecendo constante ao longo de toda análise (figura 4.18). É observado, através da (figura 4.19) que expressa a variação da permeabilidade ao longo do tempo, que esta aumenta significativamente no momento da ativação da falha. Isto ocorreu num elemento dentro da falha e no encontro entre esta e o reservatório.



Figura 4.18 – Curva representativa da evolução do dano versus Tempo.



Figura 4.19 – Curva representativa da evolução da permeabilidade intrínseca versus Tempo.

A respeito das tensões, constata-se maior concentração destas no topo da falha devido a sua maior rigidez em relação ao overburden (figura 4.20). Outra maneira de se ver esta concentração de tensões é através da distribuição dos vetores de tensão (figura 4.21a e 4.21b).



Figura 4.20 – Distribuição das tensões para tempo final (T=1dia).



Figura 4.21 – Representação gráfica do caso base para o tempo final (T=1dia). (a) distribuição dos vetores de tensão. (b) zoom do detalhe da distribuição dos vetores de tensão.

4.3. ESTUDO PARAMÉTRICO DAS VARIÁVEIS QUE INFLUENCIAM O PROBLEMA DE REATIVA DE FALHA.

Através da análise de inúmeros projetos ao longo do tempo foi possível verificar a variação do comportamento do material quando submetido a valores diferentes de parâmetros que influenciam diretamente o problema de reativação de falha, permitindo assim, vários formatos de curvas a medida que estes eram modificados. Com a análise de sensibilidade foi possível verificar como se deve alterar cada parâmetro com intuito de obter otimização dos resultados para o caso.

4.3.1. DESCRIÇÃO DO CASO

Uma análise isolada de cada parâmetro foi executada para verificar a influencia deste através da inalterabilidade dos demais parâmetros, ou seja, variando apenas aquele que se pretende verificar no momento. Vários casos com distintos valores dos parâmetros foram analisados. O parâmetro c (relaciona a variável de dano e a permeabilidade e depende do tipo de material adotado), a tensão última de dano (σ_u) e o módulo de Young (E) foram às variáveis escolhidas para analisar a influência dos parâmetros no problema.

A partir de um valor de referência para cada variável, que se denominou caso base, impõe-se uma variação percentual de -100% à +100%, utilizando um incremento de 10%. O caso base, ou de referência, o valor dos parâmetros corresponde a 0%, ou seja, não há incremento. Já para o -100% o parâmetro assumi o valor zero tendo assim o seu efeito anulado e o valor de 100% representando o dobro do valor de referência.

As variáveis de projeto escolhidas para analisar a influência de cada parâmetro no problema em questão foram a produção de fluido, a permeabilidade intrínseca da falha e a variável de dano. Os valores dos parâmetros utilizados no caso base (tabela 3) foram os escolhidos como valores de referência para a análise de sensibilidade.

PARAMETROS	VALORES DE	UNIDADE
	REFERENCIA	
σ _u	4,0	MPa
E	8,0 x 10 ⁶	MPa
C	2,0 x 10 ¹	-

Tabela 3 – Valores dos parâmetros utilizados no caso base.

A sensibilidade das variáveis é analisada de acordo com a inclinação da reta, sendo quando esta se encontra na horizontal, representa a não influência do parâmetro ou mesmo a pouca influência deste em relação a variável analisada. Porém, quanto maior a inclinação da reta, maior será a influência do parâmetro sobre a variável analisada (Morais, 2006).

4.3.2. RESULTADOS

62



Figura 4.22 - Representação gráfica da análise de sensibilidade do dano versus σ_u e E para o tempo final (T=1dia).



Figura 4.23 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da permeabilidade versus σ_u e E para o tempo final (T=1dia).



Figura 4.24 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da produção versus σ_u e E para o tempo final (T=1dia).

As variáveis σ_u e E se comportam de forma inversa já que $\left(r_0 = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E}}\right) e\left(d(r) = 1 - \frac{q(r)}{r}\right)$. Estas variáveis degradam as propriedades mecânicas da falha, logo, quanto mais rígido o material, maior será o dano (figura 4.22). Porém,

quanto mais resistente for, menos ele danificará (figura 4.23). Em relação a permeabilidade verificamos que de acordo com a equação $(\kappa^d = \beta . \kappa^0)$, o dano afeta diretamente na permeabilidade, influenciando positivamente na produção de líquido (figura 4.24).



Figura 4.25 - Representação gráfica da análise de sensibilidade da constante c versus a produção, para o tempo final (T=1dia).

Outra variável que age de forma direta e proporcional na permeabilidade é o coeficiente c (equação 2.67). Aumentos no percentual da produção são observados para valores acima de 20% em relação ao caso base, incrementos inferiores ao de referência não influenciam na produção.

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

5.1. CONCLUSÕES

Neste trabalho foi implementado um algoritmo para o modelo de visco-dano no programa de elementos finitos CODE_BRIGHT e verificada a aplicabilidade deste em problemas comuns na engenharia de reservatório, como ativação de falha selante em reservatório. Para isso, foi implantada uma nova matriz tangente, a matriz tangente do modelo visco-dano, sendo diferenciada da matriz tangente do modelo de dano devido a inserção do termo viscoso ($\eta \neq 0$) através da regularização usada por Perzyna.

O dano age diretamente na degradação da rigidez da matriz rochosa, ou seja, o processo de dano afeta na distribuição da poro-pressão e esta influencia na resistência do material. Por esta razão é necessária a consideração do acoplamento hidro-mecânico, pois os fenômenos ocorrentes são dependentes deste acoplamento e só assim possam responder de forma satisfatória quanto ao comportamento do meio rochoso saturado.

O acoplamento entre as condições de fluxo e o dano foi realizado através da equação (4.1) apenas estimando o valor do parâmetro c que melhor se adéqüe ao tipo de material.

Para a validação do modelo, foram feitos simulações numéricas do ensaio de Fluência e relaxação de tensões. Utilizou-se os resultados obtidos pelo código numérico COMET para serem comparados com os nossos resultados do código CODE_BRIGHT. Em relação à irreversibilidade do processo de danificação, $\dot{d} = 0$, esta condição foi cumprida para os casos simulados.

Quanto aos resultados, obtivemos repostas bem coerentes em relação as respostas mecânicas esperadas, ou seja, reproduzindo o comportamento constitutivo elástico dos geomateriais com a evolução do dano.

65

Neste trabalho foi também simulado um problema de ativação de falha selante em reservatório considerando o fluxo monofásico. A ativação da falha se deu através do processo de danificação do material da falha selante, levando assim ao aumento da permeabilidade e conseqüente perda da característica de barreira impermeável. Isto permitiu que o fluido de injeção (no poço localizado no reservatório à esquerda da falha), permeasse esta zona selante, agora danificada, no sentido do poço produtor (localizado no reservatório à direita da falha), interferindo de forma positiva na produção de fluido.

Na análise de sensibilidade verificou-se a importância dos parâmetros analisados (σ_u , E e c) quanto a influência na ativação da falha, através do dano, da permeabilidade como também, na produção de fluido. Por meio de curvas foi possível perceber a maior ou menor ação destes parâmetros no modelo, pois cada uma assumia diferentes formatos a medida que se variava cada parâmetro.

Quanto mais rígido o meio rochoso (no nosso caso, a falha selante), maior será a sua influência na ativação da falha, ou seja, na evolução do dano, resultando assim, na diminuição da permeabilidade deste meio e aumentando a percolação de fluido através deste, como também na produção de fluido.

A análise de sensibilidade mostrou ser uma ferramenta de grande importância para a adoção de valores de parâmetros de forma significativa ao modelo.

5.2. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Ampliar os estudos do modelo através da adição da plasticidade, ou seja, a implementação de modelo visco-elastoplástico ou visco-plástico de dano para melhor representar as deformações irrecuperáveis que se observa em situações reais, já que o modelo aqui implementado trata-se de um modelo elástico.

Aplicar outros modelos constitutivos, tais como, plasticidade, para o problema de ativação de falha (critério de Mohr Coulomb) de forma a comparar com a análise feita neste trabalho.

Aplicar o modelo visco-dano a outros problemas da engenharia geotécnica, como barragem, obras de contenção, etc.

66

Adotar a variável de dano como tensor de forma a obter maiores informações do meio do material, através desse parâmetro e considerar sua aplicação a problemas anisotrópicos.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-rub, R. K. A.; Voyiadjis, G. Z., 2003. *On the Coupling of anisotropic damage and plasticity model for ductiles materials.* International Journal of Solids and Structure, vol. 40, p.2611-2643, February.
- Alvarado, E. S.; Oliver, X.; Huespe, A. *Contributions to the continuum modelling of strong discontinuities in two-dimensional solids.* March, 2003. 172 p. Monograph CIMNE, nº 72. UPC, Barcelona, 2003.
- Araújo, E. M. P., 2002. Influência da Variação da Permeabilidade na Estabilidade de Poços de Petróleo. 106p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). PUC, Rio de Janeiro, março de 2002.
- Bazant, Z. P.; Planas, J., 1998. Fracture and Size E.ect in Concrete and Other Quasibrittle Materials. CRC Press, Boca Raton, FL.
- Bear, J. *Dynamics of fluids in porous media.* New York : Dover Publications, INC., 1988. 784p.
- Bear, J.; Bachinat, Y., 1990. Introduction to Modeling of Transport Phenomena in Porous Media, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London.
- Biot, M. A., 1941. "General theory of three dimensional consolidation" J. Appl. Phys. 12, 155-164.
- Bishop, A. W.; Blight, G. E., Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soils. Geotechnique, v.13, nº 3, p.177-197, September., 1963.
- Cervera, M. et al, 1999. COMET (COupled Mechanics and Thermal Analysis): Data InputManual – Version 2.0. International Center for Numerical Methods in Engineering (CIMNE), Barcelona, January.
- Chaboche, J. L., *Continuum Damage Mechanics*. Journal of Applied Mechanics, v. 55, p.59-72, March, 1988.
- Chau, K.T.; Wong, R.H.C., 1997. Efective moduli of micro-cracked rocks: theories and experimentation. Int. J. Damage Mech. 6, 258–277.

- Chaves, E. W. V.; Alvarado, E. S., 1999. Visco-plasticity and visco-damage constitutive models by Continuumm Mechanics. 52p. Work for Doctoral Course: Métodos Numéricos em la Mecánica de Sólidos no Lineal. UPC, Barcelona.
- Chow, C. L.; Wei, Y., *Constitutive modeling of material damage for fatigue failure prediction.* International Journal of Damage Mechanics. v. 8, p.355-375, October, 1999.
- Coussy, O., 1995. *Mechanics of Porous Continua*, Wiley and Sons Ltd, New York. de Borst, R. and Mu[°] hlhaus, H.-B. (1992). Gradient-Dependent Plasticity Formulation and Algorithmic Aspects, International Journal of Numerical Methods in Engineering, 35(3): 521–539.
- Einav, I.; Houlsby, G. T.; Nguyen, G. D. *Coupled damage and plasticity models derived from Energy and Dissipation Potentials.* International Journal of Solids and Structures, v. 44, p.2487-2508, 2007.
- Eskandari, H.; Nemes, J. A., 1999. *An isotropic damage model based on a tensorial representation of damage*. International Journal of Damage Mechanics, v. 8, p.254-272, July, 1999.
- Falcão, F. O. L., 2002. Efeitos Geomecânicos na Simulação de Reservaórios de Petróleo. 152p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). PUC, Rio de Janeiro, agosto de 2002.
- Faria, R.; Oliver, X., A rate dependent plastic damage constitutive model for large scale computations in concrete structures. Enero, 1993. 77p. Monograph nº 17. CIMNE, Barcelona, 1993.
- Febex. *Informe sobre los resultados de la modelización THM.* Informe 70-UPC-L-5-010. UPC-DIT. Barcelona, España, 2001.
- Fernandéz, L. E.; Ayala, G., Constitutive modeling of discontinuities by means of discrete and continuum approximations and damage models. Intenational Journal of Solids and Structures, v. 41, p.1453-1471, 2004.
- Ferreira, F. H., 1996. Uma implementação numérica para a solução de problemas de Poroelasticidade. Junho, 1996. 142 p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). PUC, Rio de Janeiro.
- Geerstman, J., 1957. The Effect of Fluid Pressure Decline on Volumetric Changes of Porous Rocks. Petroleum Transaction, AIME - V. 210 - pg 331-339.

- Gomes, I. F., 2006. Implementação de Métodos Explícitos de integração com controle de erro para modelos elastoplásticos e visco-elastoplásticos. Fevereiro, 2006. 106p.
 Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife.
- Guello, G. A., Simulação computacional de estruturas de concreto por meio da Mecânica do Dano. 105 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia). USP, São Paulo, 2002.
- Guimarães, L. J. do N., Análisis multi-componente no isotermo en medio poroso deformable no saturado. Enero, 2002. 195p. Tesis Doctoral. Universitat Politècnica de Catalunya (UPC), Barcelona, 2002.
- Jason, L. *et al. Damage and plasticity for concrete behavior.* In: European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS), Jyväskylä, 24-28 July, 2004.
- Ju J. W., *Isotropic and anisotropic damage variables in Continuum Damage Mechanics*. Journal of Engineering Mechanics, v. 116, nº 12, p.2764-2770, December, 1990.
- Kachanov, L. M., 1958. *Time of the rupture process under creep conditions*. Ivz. Akad. Nauk S. S. R., Otd. Techn. Nauk, v.8, p.26-31.
- Kachanov, L.M., 1986. Introduction to Continuum Damage Mechanics. Martinus Nijho. Publishers, The Netherlands.
- Krajcinovic, D.; Fonseka, G. U., 1981. *The Continuous Damage Theory of brittle materials.* Journal of Applied Mechanics, v. 41, p.809-824, December.
- Krajcionovic, D., 1983. *Constitutive equations for damaging materials*. Journal of Applied Mechanics 50, 355–360.
- Krajcionovic, D., 1996. Damage Mechanics. North-Holland, Amsterdam.
- Labadi, Y.; Hannachi, N. E., *Numerical simulation of brittle damage in concrete specimens*. Strength of Materials, v. 37, nº 3, p.268-281, 2005.
- Lambe, T. L.; Whitman, R. V., *Mecánica de Suelos*. 2ª Reimpressão. México: Ed. Limusa, 1976. 582p.
- Lemaitre, J., 1984. *How to use damage mechanics*. Nuclear Engineering and Design 80, 233–245.
- Lemaitre, J., 1985. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. Journal of Engineering Materials and Technology 107, 83–89.

- Lemaitre, J. *A Course on Damage Mechanics*, Springer, 2nd Edition. New York: Springer, 1996. 228p.
- Lemaitre ,J.; Chaboche, J.L., 1994. *Me´canique des materiaux solides, Dunod, Paris*, 1985, [translated as Mechanics of solid materials, Cambridge University Press.
- Li, S.P.; Wu, Z.Y., 1994. *Permeability-strain equations corresponding to the complete stress–strain path of Yinzhuang sandstone*. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 31, 383–391.
- Li, S.P.; Wu, Z.Y., 1997. Efect of conning pressure, pore pressure and specimen dimensions on permeability of Yinzhuang Sandstone. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 34, Paper no. 175.
- Mahyari, A.T.; Selvadurai, A.P.S., 1998. *Enhanced consolidation in brittle geomaterials susceptible to damage*. Mech. Cohes.-Frict. Mater. 3, 291–303.
- Malena, M., 2005. Analysis of brittle 2D continua via mixed finite elements. Novembre
 2005. 91p. Dottorato di Ricerca in Meccanica Computazionale. Universitá della
 Calábria, Cosenza.
- Morais, M. H. M. F., 2006 *Modelagem de Fenômenos Osmóticos de Fluxo e Deformação em Solos Argilosos.* Dezembro, 2006. 90p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife.
- Murakami, S., 1988, *Mechanical modelling of material damage*, Journal of Applied Mechanics 55, 280_/6.
- Oliver, J., 2000. On the discrete constitutive models induced by strong discontinuity kinematics and continuum constitutive equations. International Journal of Solids and Structures, v. 37, p.7207-7229.
- Oliver, J. et al., Computational modeling of cracking of concrete in strong discontinuity settings. Computers and Concrete, v.1, n° 1, p.61-76, 2003.
- Oller, S., 2001. Fractura mecánica: Un enfoque global. Primera edición. Barcelona: CIMNE, 288p.
- Olivella, S. et al., 1995. Numerical formulation for a simulator (CODE_BRIGHT) for the coupled analysis of saline media. Engineering Computations, v.13, p.87-112.
- Onaisi, A.; Samier, P.; Koutsabeloulis, N.; Longuemare, P., 2002. Management of stress sensitive reservoirs using two coupled stress-reservoir simulation tools : ECL2VIS and ATH2VIS. Paper SPE 78512.

- Pastor, J. A. S. C., 2001. Modelagem de Reservatórios de Petróleo Utilizando Formulação Acoplada de Elementos Finitos. 67p. Tese (Doutorado em Ciências em Eng. Civil). PUC, Rio de Janeiro, abril de 2001.
- Prat. P.; Gens, A., Leyes de comportamiento de materiales. Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería – Curso de Master. Febrero 2003. 102 p. Barcelona, 2003.
- Proença, S. P. B., 2001. Elementos de Mecânica do Dano em meios contínuos (Notas de aula). São Carlos, outubro de 2001. Disponível em: < www.set.eesc.usp.br/mdidatico/resist/SIAE2.0/aulas/apostilas/ >.
- Rabotnov, Y. N., 1963. *On the equations of state for creep.* Prog. In Appl. Mec, Prager Anniversary Volume, MacMillan, Nova York, p.307-315.
- Rabotnov, Y. N., 1969. *Creep problem in structural memberes*, Engl. Trans. by Leckie J.A., Amsterdam.
- Sánchez, M. J., 1997. Implementación de Modelos Viscoelásticos-Viscoplásticos, para Suelos, en Elementos Finites y Simulación de Movimentos Diferidos em Taludes.
 Eneiro de 1997. 187p. Universitat Politécnica de Catalunya, Barcelona.
- Samier, P.; Onaisi, A.; Fontaine, G., 2003. *Coupled Analisys of Geomechanics and Fluid Flow in Reservoir Simulation*. Paper SPE 769698.
- Skempton, A. W., 1954. The Pore-Pressure Coefficients A and B. Géotechnique V. 4 Nº 4 pg 143-147.
- Selvadurai, A. P. S., 2004. *Stationary damage modelling of poroelastic contact.* International Journal of Solids and Structures, v. 41, p.2043-2064.
- Selvadurai, A. P. S.; Nguyen, T. S., *Computational modelling of isothermal consolidation of fractured porous media*. Computers and Geotechnics, v. 17, p.39-73, 1995.
- Selvadurai, A. P. S.; Shirazi, A., 2004. *Mandel-Cryer effects in fluid inclusions in damagesusceptible poroelastic geologic media*. Computers and Geotechnics, v. 31, p.285-300.
- Simo C. J.; JU J. W., Strain and stress based continuum damage models part I: formulation, Int. J. Num. Meth. Eng. 23 (1987), 821-840.
- Sousa, R. M.; Guimarães, L. J. do N.; Pontes filho, I. D. S., *Modelagem da perfuração de poços em rochas frágeis.* Estudos Geológicos, v. 13, p.54-70, Dezembro, 2003.

- Sousa, R. M. Modelagem acoplada hidro-mecânica da perfuração de poços em rochas frágeis. 112 p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife, 2004.
- Spooner, D.C.; Dougill, J.W., 1975. A quantitative assessment of damage sustained in concrete during compressive loading. Mag. Concrete Res. 27, 151–160.
- Suhawardy, M.I.; Pecknold, D.A., 1978. Inelastic response of reinforced concrete columns subjected to two-dimensional earthquake motions. Civ. Eng. Studies SRS-455 Univ. Ill., Urbana-Champ., IL.
- Vasconcelos, R. B., 2007. Implementação de Modelo de Dano Isotrópico Aplicado a Problemas Acoplados Hidro-Geomecânicos. Agosto, 2007. 136p. Dissertação (Mestrado em Ciências em Eng. Civil). UFPE, Recife.
- Voyiadjis, G. Z.; Zolochevsky, **A.** *Thermodynamic modeling of creep damage in materials with different properties in tension and compression.* International Journal of Solids and Structures, v. 37, p.3281-3303, 2000.
- Zhu, W.; Wong, T.-F., 1997. *Transition from brittle faulting to cataclastic .ow: permeability evolution*. J. Geophys. Res. 102, 3027– 3041.
- Wang, J.-A.; Park, H.D., 2002. Fluid permeability of sedimentary rocks in a complete stress–strain process. Eng. Geol. 63, 291–300.

Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo