PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

GEOVANI OLIVEIRA DE SOUZA

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES AUTOMOTIVOS DISSIPATIVOS E REATIVOS

CURITIBA
DEZEMBRO – 2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DO PARANÁ

GEOVANI OLIVEIRA DE SOUZA

ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DO DESEMPENHO DE SILENCIADORES AUTOMOTIVOS DISSIPATIVOS E REATIVOS

Dissertação apresentada como requisito à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Departamento de Ciências Exatas e de Tecnologia, Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Nilson Barbieri
Co-orientador: Prof. Dr. Renato Barbieri

CURITIBA
DEZEMBRO – 2008

RESUMO

Com o avanço tecnológico ocorreu o surgimento de uma grande variedade de técnicas computacionais, que tornaram possível a solução de inúmeros problemas de engenharia. Possibilitou-se, desta forma, predizer o desempenho de um silenciador na fase de projeto através da análise numérica e a fabricação de modelos mais eficientes, compactos e de menor custo aliados a um menor tempo de desenvolvimento, que são requisitos fundamentais.

Mesmo com essa evolução de tecnologia para soluções, o desenvolvimento de silenciadores automotivos considera algumas hipóteses de simplificação. Essas facilitam as análises numéricas, pois diminuem o tempo de processamento requerendo, assim, recursos computacionais menos sofisticados. Dentre estas simplificações, podem ser citadas, por exemplo: a presença do fluxo de gases do escoamento e o preenchimento da câmara interna por materiais absorventes.

Neste estudo, objetiva-se a análise numérica e experimental do desempenho acústico de silenciadores automotivos sem e com presença de materiais absorventes no interior da câmara de expansão, através de simulações computacionais, utilizando as técnicas numéricas de Elementos de Contorno, Elementos Finitos e Matrizes de Transferência bem como medições experimentais em laboratório.

Palavras-chave: silenciador, material absorvente, desempenho acústico, perda de transmissão sonora, FEM, BEM, Matriz de Transferência

ABSTRACT

With the technological evolution a lot of computational techniques variety came up, being possible to solve several engineering problems. It was possible, this way, to predict a muffler performance in the project stage trough numeric analysis and the construction of models more efficient, compact and with lower costs together with a lower development time, witch are fundamentals requisites.

Even with this evolution in technology to get solutions, the automobile muffler development considers some simplification assumptions. These hypotheses improve the numerical analysis because decrease the process time requiring, so, computational resources less sophisticated. Between these assumptions, may be mentioned, as example: the presence of the mean flow and internal chamber with absorbent materials.

In this study, the objective is to analyze numerical and experimental the acoustic performance of automobile mufflers without and with the presence of absorbent materials in the interior of the chamber, across computational simulations, using the numerical technicians Finite Element Method, Boundary Element Method and Transfer Matrix as well experimental measurements in laboratory.

Key-words: muffler, absorbent material, acoustic performance, FEM, BEM, Transfer Matrix

AGRADECIMENTOS

Meus sinceros agradecimentos primeiramente a Deus, pela saúde, coragem e oportunidade de estar realizando este trabalho.

Agradeço muito aos meus pais, responsáveis pela minha educação, formação e ensinamentos da vida, princípios intransponíveis que me fazem ser cada dia uma pessoa melhor. Muito obrigado pelo apoio, incentivo e por sempre acreditarem em mim.

Agradeço também minha querida irmã, familiares e amigos que me incentivaram nas horas mais difíceis e que contribuíram para a conclusão deste estudo.

Um especial agradecimento ao meu orientador Nilson Barbieri, por me incentivar a iniciar este mestrado, pelo apoio no desenvolvimento e conclusão do mesmo.

Ao professor Key Fonseca de Lima, pela atenção, disponibilidade de ajuda e amizade nestes anos de trabalho. Ao companheirismo dos vários jogos que já fomos e os muitos que ainda iremos.

Um agradecimento a todos os professores do mestrado, principalmente ao professor Renato Barbieri. Grato pelo ensinamento e suporte disponibilizado.

Agradeço a CAPES e ao Programa de Pós Graduação em Engenharia Mecânica da PUC pelo apoio educacional proporcionado.

Agradeço a ABS Indústria de Bombas Centrífugas e a Volvo do Brasil, empresas em que trabalhei neste período de estudo, pela colaboração nos momentos em que tive que me ausentar.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SÍMBOLOS

a_0 – velocidade do som no meio

ANSYS – programa computacional de análise numérica

BEM – Método dos Elementos de Contorno (do inglês *Boundary Element Method*)

CAD – desenho auxiliado por computador (do inglês *Computer Aided Design*)

CONAMA – Conselho Nacional do Meio Ambiente

d_h – diâmetro dos furos

e – exponencial

f – freqüência

f_n – freqüência natural

FEM – Método dos Elementos Finitos (do inglês *Finite Element Method*)

IARC – Agência Internacional para a Pesquisa do Câncer (do inglês *International Agency for Reserch on Cancer*)

IL – Perda de Inserção (do inglês *Insertion Loss*)

$i = \sqrt{-1}$ – número imaginário

J_0 – função de Bessel do primeiro tipo de ordem zero

K – coeficiente de perda de pressão de estagnação

k – número de onda

k_0 – número de onda no ar

$k_{A,x,,n}$ – número de onda axial

$k_{A,r,n}$ – número de onda radial

l – comprimento da câmara

Lw – Nível de pressão sonora

M – número de Mach

NR – Redução de Ruído (do inglês *Noise Reduction*)

ONU – Organização das Nações Unidas

OMS – Organização Mundial da Saúde

p – pressão acústica

PBT – Peso Bruto Total

p_0 – pressão ambiente

r – raio do duto

R – resistividade do fluxo

rpm – rotações por minuto

s – entropia

S – área da seção transversal do duto

SYSNOISE – programa computacional de análise numérica

t – tempo

t_w – espessura da parede

TL – Perda de Transmissão (do inglês *Transmition Loss*)

u - velocidade acústica

v – velocidade de massa acústica

V – volume

Y_0 – função de Bessel de segundo tipo de ordem zero

ω – freqüência angular

W – potência sonora

z – coordenada axial ou longitudinal

α – coeficiente de correção da reatância

γ – razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante

ρ – densidade instantânea

ρ_0 – densidade ambiente

ρ_f – densidade do material de absorção

ρ_m – densidade da fibra do material de absorção

λ – número da onda

λ_n – autovalor

$\tilde{\zeta}_p$ – impedância acústica no tubo perfurado

$\psi_{A,n}(r)$ – autofunção

ϕ – porosidade

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 Contexto

No desenvolvimento de projeto de uma nova concepção veicular, o sistema de exaustão deve ser adequado ao espaço físico destinado à sua acomodação. Geralmente, este espaço é restrito, uma vez que o sistema de exaustão é um dos últimos componentes a serem considerados no projeto. Com isso, surge a necessidade de modelos mais compactos e eficazes (Lima, 2001).

No processo de desenvolvimento de silenciadores são construídos e testados diversos protótipos, gastando-se assim, muito tempo e dinheiro. A alta competitividade e o curto ciclo de vida do produto tornam crucial abreviar o tempo de desenvolvimento do produto. A metodologia capaz de substituir este método tradicional é a simulação numérica computacional, tornando assim possível predizer o desempenho acústico dos silenciadores com maior rapidez e precisão.

O estudo atual realizado no desenvolvimento de silenciadores considera algumas hipóteses de simplificação, as quais facilitam as análises numéricas, pois diminuem o tempo de processamento e requerem recursos computacionais menos sofisticados. Dentre estas simplificações, tem-se, por exemplo, inexistência de fluxo de gases do escoamento e não preenchimento da câmara interna por materiais absorventes.

Materiais de absorção sonora atuam transformando parte da energia acústica em energia térmica através da viscosidade do ar. Esses materiais são geralmente classificados em porosos (espumas) e fibrosos (fibra de vidro, lã de rocha ou de basalto, algodão). Os materiais de absorção sonora podem ser utilizados para revestimento de paredes de ambientes e dutos (silenciadores de automóveis) (Gerges, 2000).

A característica de absorção acústica do material é determinada pelo coeficiente de absorção acústica, definido pela razão entre a energia acústica absorvida e a energia acústica incidente (Gerges, 2000).

Os silenciadores são classificados como passivos ou ativos. Os silenciadores passivos ainda são subdivididos em reflexivos (ou reativos) ou dissipativos, dependendo se a energia acústica é refletida para a fonte devido à descontinuidade de área, ou se é dissipada como calor (Lima, 2001).

Os silenciadores passivos podem ser construídos com elementos internos de preenchimento, materiais absorventes com propriedades que auxiliam na atenuação sonora tornando os silenciadores mais eficientes. Os materiais mais usualmente utilizados são: fibra de vidro, materiais de fibras poliméricas, lã de rocha ou de basalto, vários tipos de espumas (isoladas ou combinadas com materiais visco-elásticos).

Essa propriedade do elemento, com as recentes melhorias e aprimoramentos das características de isolamento sonoro, torna esses materiais potencialmente desejáveis na construção dos silenciadores automotivos. Industrialmente, fabricantes de silenciadores automotivos comercializam-nos com a presença de materiais isolantes, preenchendo o interior das câmaras de atenuação, otimizando, assim, a funcionalidade de seus produtos.

Desta forma, torna-se importante predizer o comportamento físico de silenciadores com a análise do efeito dos materiais isolantes. Como se comportam os diferentes materiais empregados, qual o ganho real de atenuação sonora, como dispor da melhor forma os materiais no interior das câmaras dos silenciadores. Essas informações, se conhecidas e dominadas, podem contribuir para o desenvolvimento de silenciadores otimizados, com maior eficiência e desempenho acústico.

1.2 Objetivos

O objetivo deste estudo consiste na análise numérica e experimental do desempenho acústico de silenciadores automotivos sem e com a presença de materiais absorventes no interior da câmara de expansão. Através de simulações computacionais, utilizando as técnicas numéricas de Elementos de Contorno, Elementos Finitos, Matrizes de Transferência e medições experimentais em laboratório, determinar-se-á a curva de perda de transmissão desses modelos.

1.3 Justificativa

O projeto de um abafador acústico sem material absorvente pode ser otimizado considerando-se variações geométricas e inclusão de tubos estendidos. A otimização normalmente utiliza uma função objetivo e um método de ajuste (minimização ou maximização da função) como o Método das direções viáveis de Zoutendijk (Barbieri e Barbieri, 2006), algoritmos genéticos (Barbieri et al., 2006;Chiu e Chang, 2008).

Em alguns casos, é muito difícil conseguir melhorias acústicas sem a inclusão de materiais absorventes. No projeto de um abafador acústico normalmente desconsidera-se o preenchimento do interior da câmara com materiais absorventes e acrescenta-se no cálculo da perda de transmissão um determinado valor conforme o material utilizado e experiência do projetista. Isto pode acarretar erros em relação aos valores experimentais, uma vez, que as características de absorção sonora dos materiais podem variar conforme a perfuração do tubo; espessura da parede do tubo (Lee, 2005) e freqüência de excitação.

As legislações ambientais atuais estão sendo regularmente atualizadas e se tornam cada vez mais severas. Com isso, é de extrema importância se ter o conhecimento de tecnologias para aumentar o desempenho dos silenciadores.

Dentro deste contexto, a área em estudo possui um enorme potencial a se desenvolver e exigem-se profissionais altamente qualificados para atuar. Desta forma, justifica-se o interesse de desenvolvimento de estudo nesta área específica do conhecimento.

Neste trabalho são utilizadas técnicas analíticas para estudo de abafadores com material absorvente considerando-se análise modal. Os resultados são validados com exemplos da literatura e a mesma técnica é empregada para caracterização de protótipo.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo é feita uma revisão sobre silenciadores automotivos, em especial estudos com a inclusão de materiais absorventes. São mostradas técnicas de modelagem e análise de silenciadores automotivos, como o Método dos Elementos Finitos, Método dos Elementos de Contorno, Método da Matriz de Transferência. São mostradas ainda, técnicas de medição experimentais, propriedades de materiais absorventes e sistemas híbridos.

2.1 Método dos Elementos Finitos

A análise unidimensional é restrita ao caso em que há propagação de ondas planas no silenciador. Nos casos em que a geometria dos silenciadores se torna muito complexa, fica impossível a predição mais precisa do desempenho dos silenciadores. Para superar estas dificuldades, o método dos elementos finitos (do inglês FEM – “*Finite Element Method*”) foi utilizado por Young e Crocker (1975) na predição da perda de transmissão de uma câmara de expansão simples. Bons resultados foram obtidos, comparando com as predições da teoria da onda plana. As predições obtidas utilizando-se o FEM mostraram que os resultados tendem a convergir ao valor exato, com o aumento do número de elementos usados na discretização do modelo.

Ao contrário da formulação desenvolvida por Young e Crocker (1975), o método desenvolvido por Craggs (1976) para a análise por elementos finitos era mais abrangente, pois na sua formulação foram usados elementos hexaédricos. Com isso, a análise pode ser estendida para as demais diversas configurações. Posteriormente, o trabalho de Craggs foi estendido, utilizando FEM para analisar câmaras de expansão simples com materiais de absorção revestindo suas paredes internas. O material de revestimento era considerado como sendo localmente reativo e, os valores da impedância acústica normal do material, usados para simular os mesmos, foram obtidos utilizando-se a fórmula desenvolvida por Delaney e Basley (1977).

Estudos feitos por Scott (1946), mostraram que, pelo menos para transmissão sonora em dutos, os materiais de absorção são melhores representados como sendo volumetricamente reativos, ou seja, seu comportamento depende das propriedades volumétricas, como a resistividade estática ao fluxo de gases e a porosidade. Baseando a formulação do material no modelo generalizado por Raileigh, na qual o mesmo possui propriedades isotrópicas e, suas fibras são assumidas como sendo rígidas, foi proposta por Craggs (1977) a utilização do método dos elementos finitos para simular o material absorvente. Posteriormente, uma nova representação foi apresentada novamente por Craggs (1986) para a representação de materiais absorventes, na qual a resistividade efetiva e a densidade do ar se movendo no interior dos poros do material podiam variar com a freqüência. A análise de uma sala retangular, com uma das paredes recobertas com material absorvente foi efetuada, mostrando boa concordância entre os resultados numéricos e experimentais.

Kimura (1995) obteve ótimos resultados na predição da perda de transmissão no estudo de um silenciador de câmara de expansão simples, através de análises com o método dos elementos finitos e elementos de contorno. Tais resultados foram validados experimentalmente com o método de um microfone. Novamente Kimura analisou a perda de transmissão estudando diversas configurações de silenciadores automotivos, incluindo os modelos com dutos internos perfurados. Tal estudo foi validado com uma análise experimental através do método de um microfone obtendo boa concordância entre os resultados.

Peat e Rathi (1995) apresentaram duas formulações para o estudo de silenciadores dissipativos. Neste trabalho analisaram o campo sonoro de um duto com fluxo de alta velocidade, recoberto em seu contorno com material poroso, absorvente, anisotrópico e não homogêneo.

2.2 Método dos Elementos de Contorno

Nos últimos anos, o método dos elementos de contorno (do inglês BEM – "*Boundary Element Method*") vem tendo o seu uso mais difundido, especialmente na análise de ruído na indústria automobilística. Isto se deve ao fato de que apenas as superfícies do objeto precisam ser modeladas para a análise do problema, facilitando a construção do modelo e a generalidade de sua formação, na qual tanto problemas de domínios internos quanto externos podem ser resolvidos por esta técnica.

Em um trabalho apresentado por Seybert e Cheng (1987), foi apresentada uma formulação para análise de regiões internas utilizando-se o BEM. Na formulação apresentada, mesmo as regiões colocadas junto a cantos ou arestas podiam ser analisadas corretamente. Para verificar a precisão do método apresentado, foi feita a análise da performance acústica de uma câmara de expansão simples e uma câmara de expansão dupla, comparando com os resultados da teoria da onda plana e pelo método dos elementos finitos (FEM). Os resultados obtidos pelo BEM e FEM para as duas câmaras foram idênticos. Na comparação com a teoria da onda plana, somente nas baixas freqüências houve concordância, devido à mesma ser válida apenas na região de propagação das ondas planas.

No entanto, alguns tipos de silenciadores mais complexos, com tubos estendidos na entrada e saída da câmara, podem sofrer de problemas de singularidade se forem modelados pelo método apresentado anteriormente, porque parte da superfície se dobra sobre ela mesma. Para resolver este problema, uma nova configuração foi apresentada por Cheng, Seybert e Wu (1991) para a análise pelo BEM, na qual a cavidade em estudo é dividida em diversos subdomínios, de maneira que cada superfície de cada subdomínio seja bem definida. As equações do BEM para subdomínios diferentes são acopladas às outras pelas condições de continuidade de pressão e velocidade normal na interface entre dois subdomínios. O método apresentado, também conhecido como método dos elementos de contorno com múltiplos domínios, foi aplicado na análise de algumas configurações de silenciadores com tubos estendidos, mostrando boa concordância com os resultados obtidos pelo FEM.

Análise de câmaras simples de silenciadores com dutos perfurados, utilizando o BEM com múltiplos domínios, foi feita por Seybert, Mohanty e Miller (1995). Os valores da impedância de transferência utilizada na simulação da perfuração foram deduzidos da fórmula apresentada por Munjal (1987). Os resultados da análise mostraram excelente concordância entre os resultados experimentais e as predições utilizando-se o BEM, mesmo para regiões de alta freqüência.

A modelagem de silenciadores com material absorvente é mais complexa do que a análise de silenciadores com tubos perfurados porque envolve ao menos dois meios acústicos diferentes, ar e o material de absorção sonora. Materiais de absorção sonora reativos são caracterizados pela velocidade complexa do som e a densidade complexa. Estas duas propriedades do material podem ser mensuradas experimentalmente pelo método das duas cavidades ou calculadas pela utilização de fórmulas empíricas.

Selamet e Ji (2000), aplicando o BEM, estudaram a influência do posicionamento dos dutos de entrada e de saída juntamente com a informação de fase das ondas incidentes no desempenho de silenciadores com dois dutos de entrada e um de saída. Neste mesmo ano, em outro trabalho, verificaram o desempenho de silenciadores com um duto de entrada e com dois dutos de saída.

Lima (2001) examinou silenciadores automotivos com câmaras simples e sistemas com tubos perfurados. Desenvolveu um aplicativo computacional próprio – baseado no Método dos Elementos Finitos (FEM) – para avaliar o desempenho por meio do Método dos Quatro Parâmetros Modificado. Validou o aplicativo através do estudo de silenciadores de câmara simples, utilizando, para obtenção da perda de transmissão sonora, a técnica dos dois microfones.

Conzatti (2002) analisou o comportamento de treze modelos de silenciadores, com formatos internos de câmaras e distribuição de furos distintos, simulando-os numericamente através do FEM e validando-os experimentalmente.

2.3 Matriz de Transferência

Somente no final dos anos 50, em trabalhos publicados por Igarashi et al. (1958-60), é que os cálculos das propriedades de silenciadores começaram a ser feitos utilizando a analogia eletro-acústica. Nesses estudos, a pressão sonora e a velocidade de volume são relacionadas antes e após o silenciador através de uma multiplicação de matrizes referente a cada elemento básico formador do silenciador. Também conhecida como matriz dos quatro parâmetros ou matriz dos quatro pólos é composta de quatro elementos que representam cada seção básica. Algumas matrizes para elementos básicos de silenciadores foram obtidas por Igarashi et al. (1958-60), e por Fukuda et al. (1963-70). A partir daí muitos trabalhos foram publicados na obtenção dessas matrizes, sendo um deles o de Munjal (1987).

Na década de 90, foram publicados estudos utilizando a matriz de transferência na predição da perda de transmissão em silenciadores com a simulação numérica através do método dos elementos de contorno. Cheng et al.

(1991) estudaram a predição do desempenho de silenciadores automotivos. Ji et al. (1992) modelaram silenciadores com dutos internos perfurados reativos. Novamente, Ji et al. (1994) estudaram silenciadores de câmara de expansão simples com fluxo de gases em seu interior. Wang et al. (1993) estudaram ressonadores com dutos concêntricos. Todos estes trabalhos esbarraram no fato de que o BEM necessita de duas condições de contorno diferentes nos dutos de saída, velocidade e pressão. Isto leva à necessidade de se resolver a matriz de conectividade dos elementos duas vezes, consumindo muito tempo de processamento.

Wu et al. (1998), utilizaram um método mais rápido, derivado do método dos quatro parâmetros chamado de "método dos quatro parâmetros modificado". Nesse método a matriz de conectividade só necessita ser resolvida uma vez em virtude de se permutar as condições de contorno na saída de modo que somente é utilizada a condição velocidade no contorno. Em seu estudo utilizaram modelos de tubos perfurados concêntricos e paralelos obtendo uma excelente concordância com os resultados experimentais. Este método foi primeiramente apresentado por Kim e Soedel (1989-90).

Thieme (2000) analisou a perda de transmissão sonora em silenciadores automotivos através de uma análise numérica com o método da matriz de transferência e comparou seus resultados com uma análise experimental obtendo bons resultados. Nesse estudo foram desenvolvidos métodos que possibilitam uma melhor otimização das características acústicas dos silenciadores para motores de combustão interna.

Mais recentemente, Pereira (2003) estudou a influência dos elementos construtivos em silenciadores automotivos constituídos por câmaras de expansão, dutos estendidos, ressonadores concêntricos e tubos perfurados através da teoria da matriz de transferência e de uma análise experimental.

2.4 Técnicas de Medições Experimentais

O método do tubo de impedância é o método clássico de medição de propriedades acústicas em dutos. É um processo confiável, mas muito lento, devido à necessidade de identificação das sucessivas magnitudes máximas e mínimas das ondas sonoras, geradas por excitação em freqüências discretas, por ser realizada geralmente de forma manual através da movimentação de um microfone no interior do duto. Outra deficiência do método é que para freqüências muito baixas é necessário o emprego de dutos longos para as medições.

Seybert e Ross (1977) publicaram um novo método de medição para determinação das propriedades acústicas de um duto, considerando o efeito do escoamento de gases em seu interior, chamado de método dos dois microfones. Esta técnica consiste em usar uma fonte sonora gerando um sinal randômico de banda relativamente pequena, para medição da densidade auto-espectral e da densidade espectral-cruzada, entre os sinais de dois microfones alocados em posições estacionárias conhecidas no duto. Com isso, os valores medidos são substituídos num conjunto de equações para se obterem as funções espectrais necessárias ao cálculo das propriedades acústicas desejadas do duto. Nesse trabalho, apresentaram também a medição de um protótipo de um silenciador automotivo que consistia basicamente de uma câmara de expansão simples, cuja entrada e a saída estavam interligadas por um duto perfurado, sem nenhum fluxo de gases no seu interior. Seybert e Ross conseguiram bons resultados em comparação ao método do tubo de impedância para o mesmo silenciador.

Em trabalhos posteriores Chung e Blaser (1980) apresentaram o método da função de transferência para medição das propriedades acústicas dos dutos. Neste método, uma onda estacionária aleatória de banda larga no interior de um duto, após encontrar uma mudança de impedância, é decomposta por cálculos matemáticos, em componentes incidentes e refletidas através da relação da função de transferência entre a pressão acústica, em dois pontos diversos do duto. Esta decomposição permite a determinação do coeficiente de reflexão complexo, e, conseqüentemente, da impedância acústica, do coeficiente de absorção do material e da perda de transmissão dos silenciadores. Testes comparados com cálculos teóricos resultaram em boa concordância.

Lung e Doige (1983) utilizaram-se do método das duas cargas na determinação dos parâmetros de quatro pólos da matriz de transferência do elemento silenciador para pequenas velocidades de fluxo. Este método consiste na medição das pressões acústicas em quatro pontos distintos do duto, dois anteriores e dois posteriores ao elemento analisado, em duas fases. Estas duas fases consistem em realizar as medições das pressões acústicas com diferentes impedâncias de saída na terminação. Tal método se mostrou instável porque as impedâncias das duas terminações não eram suficientemente diferentes numa ampla faixa de freqüência.

Dando prosseguimento aos estudos, Bodén e Abom (1986) estudaram os erros do método dos dois microfones ocasionados durante as medições das propriedades acústicas em dutos. A partir de várias medições realizadas, focalizando-se os erros gerados, contatou-se que a separação entre os microfones, a distância entre a amostra avaliada e o microfone e a calibração correta dos microfones influenciam diretamente nos resultados obtidos. Foram, então, traçadas algumas conclusões sobre como minimizar estes erros, permitindo a determinação das faixas de freqüências válidas para as medições experimentais através deste método.

Abom e Bodén (1988) continuaram os estudos dos erros usando esta técnica de dois microfones, estendendo para o caso com escoamento de gases, tendo sido sugerida uma nova técnica para a medição do número de MACH.

Chu (1986) propôs a adoção de somente um microfone na determinação da função de transferência nas medições de impedância e absorção em um tubo de impedância. Desta maneira, elimina-se qualquer erro associado à diferença de fase entre os dois microfones anteriormente utilizados. Os resultados obtidos foram comparados ao método dos dois microfones com boa concordância entre eles.

Munjal e Doige (1990) desenvolveram um novo método para determinação dos parâmetros da matriz de transferência de um elemento aeroacústico. Este método, chamado de método das duas fontes, consiste na medição das pressões acústicas em quatro pontos distintos do duto, dois anteriores e dois posteriores ao elemento analisado em duas fases. Na primeira fase, a fonte geradora de um sinal pseudo-aleatório se posiciona do lado esquerdo e na segunda fase, esta mesma fonte é transferida para o lado direito, medindo-se as pressões acústicas novamente nos mesmos pontos. Os parâmetros de quatro pólos da matriz de transferência (A, B, C e D) são, então, calculados através das funções de transferências entre estes pontos medidos. Através desta matriz de transferência consegue-se determinar as propriedades acústicas do elemento estudado.

Nesse mesmo trabalho, Munjal e Doige avaliaram o método das duas fontes em comparação com o método das duas cargas.

Uma técnica alternativa de medição das características de silenciadores foi proposta por Singh e Katra (1978) apud Kimura (1995). Nesta técnica, um pulso acústico de curta duração é utilizado para excitar o sistema. Este sinal será identificado por microfones colocados em posições definidas antes e depois do silenciador. Vários pulsos são feitos no domínio do tempo para eliminar componentes de ruído devido ao fluxo de gases. As características acústicas dos silenciadores são, então, calculadas no domínio da freqüência, através da transformada de Fourier das partes referentes às ondas incidentes e transmitida, gravadas no domínio do tempo. Comparações para algumas configurações simples onde se conheciam resultados teóricos foram realizadas e mostraram boa concordância.

Recentemente, Tao, Herrin e Seybert (2003) divulgaram um artigo, fazendo um comparativo entre as técnicas de medição experimentais mais utilizadas na determinação das propriedades acústicas de silenciadores: o método dos dois microfones, o método das duas fontes e o método das duas cargas. Neste artigo, eles indicaram o método das duas fontes como a melhor técnica experimental para a determinação dos parâmetros de quatro pólos de um silenciador.

2.5 Propriedades Acústicas de Materiais Absorventes

A propagação de ondas através de materiais absorventes é dissipada na forma de calor devido ao efeito viscoso da disposição do contorno. Desta forma, com o objetivo de predizer o comportamento acústico de silenciadores dissipativos, o conhecimento das propriedades acústicas dos materiais de absorção é necessário. Propriedades superficiais como impedância da superfície e coeficiente de absorção são usados como condições de contorno para modelos de reação localizada. De outra forma, a propagação de ondas através de materiais absorventes pode ser descrita pela impedância característica complexa e o número de onda. Em função de sua complexidade de determinação, as propriedades acústicas são geralmente obtidas por experimentos. O método dos dois microfones é comumente utilizado para medições da reflexão da onda em materiais absorventes, dos quais as propriedades acústicas podem ser analisadas. Recentemente, técnicas de aplicação de vários microfones foram examinadas, na tentativa de redução dos erros de experimentos. Também foram realizados estudos com diferentes tipos de fontes sonoras em termos de precisão e eficiência.

Materiais de absorção sonora são comumente utilizados na indústria para reduzir ruído. Normalmente, o coeficiente de absorção sonora e a impedância de superfície caracterizam os materiais absorventes e são suficientes em muitas aplicações. Estas propriedades podem ser mensuradas utilizando o método dos dois microfones, providos de uma amostra de espessura apropriada. Porém, conhecendo-se as propriedades de massa do material (impedância característica complexa e o número de onda complexo), obtêm-se as informações necessárias para predizer as propriedades absorventes de materiais de espessura arbitrária, e também para materiais com várias camadas. Tao, Herrin e Seybert (2003), utilizaram do método das duas fontes para medir as propriedades complexas de um material absorvente. Este método utiliza-se do método de matriz de transferência, onde a seção de material absorvente pode ser descrita pelos parâmetros de quatro pólos, assumindo a propagação de ondas planas. Estes quatro parâmetros podem ser calculados experimentalmente através do posicionamento de quatro microfones e utilização de duas fontes. Uma vez encontradas as propriedades do material, o coeficiente de absorção e a impedância superficial podem ser estimados e as propriedades absorventes de materiais podem ser calculadas através do método da matriz de transferência.

2.6 Silenciadores Híbridos

As melhorias nas propriedades dos materiais fibrosos, combinadas com suas características de dissipação acústica, tornam esses materiais potencialmente apropriados para implementação em projetos de silenciadores automotivos. As características de absorção sonora desses materiais foram determinadas nos estudos de Cofer, Bielert e Kullman (1999). O uso de fibras comprova eficiência quando suas características dissipativas são combinadas com silenciadores reativos, formando assim, as configurações de silenciadores híbridos.

O comportamento acústico de uma câmara de expansão com materiais absorventes foi investigado por Cragss (1977) com a utilização do método dos elementos finitos. Ele demonstrou que materiais absorventes aumentam a amplitude e alteram a forma da perda de transmissão, e aumentando-se a espessura do material absorvente, reduz-se o número de picos e aumenta-se o pico de freqüência da perda de transmissão. No estudo em questão desenvolvido, não houve análise de silenciadores com tubos perfurados.

As propriedades do material são essenciais no estudo do comportamento de silenciadores absorventes. Delany e Bazley (1970) sugeriram expressões empíricas para a impedância característica e o número de onda para materiais fibrosos como sendo função da freqüência e da resistência do fluxo. Eles encontraram a resistência do fluxo pela determinação do tamanho da fibra e pela densidade. Recentemente Song e Bolton (2000) estimaram a impedância característica e o número de onda de materiais porosos utilizando a medição de pressões e matrizes de transferência. Os elementos da matriz de transferência são avaliados de um microfone simples e então a reciprocidade da matriz é utilizada para calcular as propriedades acústicas do material absorvente. A conclusão de que a propriedade acústica do material é independente da profundidade da amostra e da condição da terminação.

Materiais absorventes são tipicamente utilizados em combinação com tubos perfurados, resultando em uma interação entre eles. Características acústicas dos poros posicionados faceados nas perfurações foram estudadas por Ingard e Bolt (1951), que tem considerado a perfuração como adição de massa. Selamet e Ji (1999) desenvolveram o estudo analítico via BEM para silenciadores dissipativos com tubo perfurado concêntrico, com diâmetro externo da câmara fixo em 164.4mm e duas porosidades diferentes: 2% e 8%. A comparação da predição e os resultados experimentais mostram a eficiência significativa do material absorvente na impedância das perfurações e consequentemente no desempenho acústica de todo o silenciador dissipativo.

Em seus estudos de silenciadores com presença de materiais absorventes, Selamet, Lee e Huff (2001) objetivaram (1) investigar teórica e experimentalmente a performance acústica de silenciadores absorventes com perfurações uniformes com diferentes diâmetros de saída e densidade de materiais e (2) analisar o comportamento acústico de um silenciador híbrido, com combinação de componentes reativos e dissipativos. As considerações estipuladas foram de material absorvente homogêneo, isotrópico e com estrutura rígida e sem presença de fluxo de gases. Estudos comparativos com materiais de diferentes coeficientes de absorção e sem presença de material no interior do silencioso foram realizados. As conclusões obtidas foram: (1) para baixas freqüências até 280 Hz não há diferença entre os dois materiais com coeficientes diferentes e sem a presença de material; (2) a inclusão de material isolante modifica de vários picos repetidos para um único pico de atenuação sonora; (3) com o material isolante com o dobro da propriedade absorvente, desloca-se o único pico de atenuação para mais baixa freqüência e aumenta-se este pico de perda de transmissão.

Novamente, Selamet et al. (2003), investigaram analiticamente, experimentalmente e computacionalmente com o BEM tridimensional o comportamento acústico de silenciadores híbridos. Neste estudo verificaram que elementos reativos ou um ressonador de Helmholtz combinados com dois elementos dissipativos de grande porosidade podem aumentar a perda de transmissão a altas freqüências.

Tao, Herrin e Seybert (2003) compararam os Métodos das Duas Fontes e o Método das Duas Cavidades, na determinação das propriedades de massa de materiais absorventes – número de onda complexo e impedância característica. Nos estudos conclui-se que o Método das Duas Fontes é superior para materiais de baixa absorção. Alguns exemplos de aplicação da determinação dessas propriedades são abordados: predição do coeficiente de absorção de materiais de isolação com espessura arbitrária e determinação da perda de transmissão de silenciadores híbridos.

Xu et al. (2004), obtiveram boa concordância comparando os resultados computacionais do BEM com uma análise experimental no estudo do desempenho de um silenciador de câmara de expansão simples revestido internamente com material absorvente.

Mais recentemente, Mehdizadeh e Paraschivoiu (2005), verificaram através do FEM a perda de transmissão sonora de um silenciador com a câmara de expansão revestida de material absorvente e um outro silenciador cilíndrico com paredes absorventes paralelas ao fluxo, utilizando-se de elementos tetraédricos quadráticos isoparamétricos com o FEM. Os resultados computacionais apresentaram uma boa concordância com os experimentos realizados. Entretanto, as análises realizadas neste trabalho foram comparadas com o trabalho de Wu et al. (2002) que se utilizou dos mesmos modelos com o BEM. Nessa comparação foram encontradas diferenças para altas freqüências mostrando uma pequena imprecisão dos resultados com BEM na análise de câmaras com material absorvente.

No mesmo ano, Lee (2005) investigou as características acústicas de silenciadores preenchidos com material de absorção. Análises teóricas e experimentais de vários modelos de silenciadores foram formuladas para determinação dos resultados. Utilizando-se do Método de Matriz de Transferência, as formulações dos modelos numéricos foram descritos para simulação dos modelos práticos. Nos experimentos laboratoriais, foram medidos as propriedades de massa do material de absorção, número de onda complexo e impedância característica, através do Método de Duas Fontes. Com isso, algumas configurações de silenciadores foram ensaiadas: tubo perfurado com diferentes porosidades, distintas densidades do material, câmara com preenchimento completo e parcial. Conclui-se com o estudo haver aumento do desempenho do silenciador com preenchimento do material de absorção através do aumento da perda de transmissão sonora.

Panigrahi e Munjal (2005) estudam modelos de silenciadores automotivos com presença de materiais de absorção no interior da câmara de expansão. Três configurações de modelagem são comparadas: propagação de onda plana, análise unidimensional e análise bidimensional. Expressões são descritas e demonstradas através do Método de Matrizes de Transferência para as três hipóteses. Nos modelos práticos são considerados presença do fluxo de gases, diferentes porosidades do tubo da câmara de expansão e diferentes comprimentos de câmaras.

CAPÍTULO 3

CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Um dos grandes problemas dos veículos automotores de combustão interna é o elevado nível de ruído produzido pelo motor devido à explosão do combustível na câmara de combustão, sendo assim uma fonte sonora preponderante nos grandes centros urbanos.

Desta forma é necessário atenuar o nível de ruído com a inserção de um filtro acústico no sistema de exaustão, chamado silenciador automotivo e usualmente conhecido como escapamento veicular. Este deve ter uma dimensão compacta, resistência à corrosão e comportamento acústico estável durante sua vida. Além de reduzir ao máximo possível o ruído emitido pelos motores, o silenciador deve permitir que os gases desprendidos no processo de combustão escoem livremente por seu interior. Com isso, a perda de potência do motor será minimizada e não haverá regiões de contrapressão que o danifiquem.

Como forma de estipular um limite para a poluição sonora, os veículos devem atender a legislações ambientais, que estão se tornando cada vez mais rigorosas, principalmente a Resolução Nº. 272 – 14 de setembro 2000 do Conselho Nacional do Meio Ambiente – CONAMA.

3.1 Legislação Vigente

Conforme a resolução Número 272 de 14 de setembro de 2000 do Conselho Nacional do Meio Ambiente – CONAMA (2000) a emissão de ruído do veículo deverá atender o texto resumido a seguir:

> “Que no uso de suas competências, considerando que o ruído excessivo causa danos à saúde física e mental e afeta particularmente a audição, considerando a necessidade de reduzir a poluição sonora nos centros urbanos, estabelece limites máximos de ruído com os veículos em aceleração, conforme TABELA 3.1, e conforme cronograma abaixo”;
>
> Veículos automotores da categoria “A”:

a) No mínimo quarenta por cento dos veículos nacionais e importados produzidos a partir de 1º de janeiro de 2002;
b) No mínimo oitenta por cento dos veículos, nacionais e importados, produzidos a partir de 1º de janeiro de 2004;
c) Cem por cento dos veículos, nacionais e importados, produzidos a partir de 1º de janeiro de 2006.

Veículos automotores das categorias “B”, “C” e “D”.

a) No mínimo quarenta por cento dos veículos, nacionais e importados, produzidos a partir de 1º de janeiro de 2005;
b) Cem por cento dos veículos, nacionais e importados, produzidos a partir de 2006.

Tabela 3.1 – Limites máximos de emissão de ruídos (CONAMA, 2000)

LIMITES MÁXIMOS DE EMISSÃO DE RUÍDO PARA VEÍCULOS AUTOMOTORES					
	CATEGORIA		NÍVEL DE RUÍDO - dBA		
	DESCRIÇÃO		OTTO	DIESEL	
				DIRETA	INDIRETA
A	Veículos de passageiros até nove lugares		74	75	74
B	Veículos de passageiros com mais de nove lugares	PBT até 2.000kg	76	77	76
	Veículo de carga ou de tração e veículo de uso misto	PBT entre 2.000kg e 3.500kg	77	78	77
C	Veículo de passageiro ou de uso misto com PBT maior que 3.500kg	Potência máxima menor que 150KW (204CV)	78	78	78
		Potência máxima igual ou superior a 150KW (204CV)	80	80	80
D	Veículo de carga ou de tração com PBT maior que 3.500kg	Potência máxima menor que 75KW (102CV)	77	77	77
		Potência máxima entre 75KW (102CV) e 150KW (204CV)	78	78	78
		Potência máxima igual a 150KW (204CV)	80	80	80

3.2 Ciclo de Combustão de Motores como Fonte Acústica

Na Fig. (3.1) é esboçado o ciclo termodinâmico de um motor quatro tempos de combustão interna.

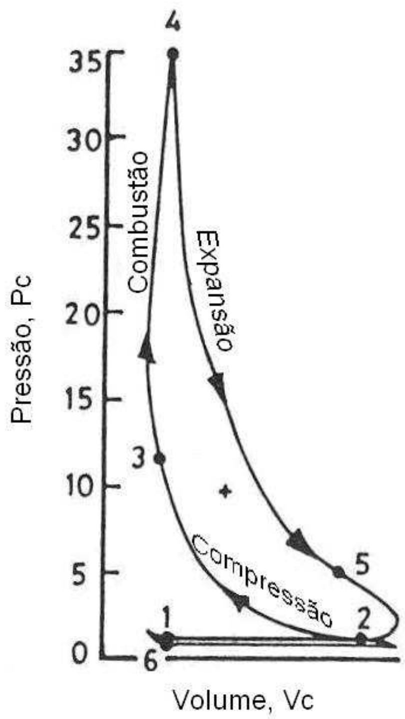

Figura 3.1 – Ciclo Termodinâmico (Munjal, 1987)

Na análise da freqüência para o estudo dos silenciadores, não há diferença entre os ciclos Diesel e Otto. A área no diagrama Pc x Vc, marcada por um sinal (+) representa um trabalho positivo realizado pelos gases no pistão. A pequena área no mesmo diagrama representa o trabalho negativo, marcada por um sinal (-), feito pelo pistão sobre os gases, expulsando-os para fora.

A pressão média em um tubo de escape durante o tempo de exaustão é chamada de pressão média de exaustão. O termo contrapressão é devido à diferença entre esta e a pressão ambiente, que significa que quanto maior a contrapressão, menos potência líquida estará disponível no virabrequim e maior será o consumo de combustível específico.

A Fig. (3.2) mostra o processo de exaustão indicando o movimento do pistão e abertura da válvula de escape. A válvula de escape abre alguns graus antes do pistão chegar ao ponto morto inferior durante o tempo de expansão e fecha alguns graus depois do pistão alcançar o ponto morto superior do tempo de exaustão.

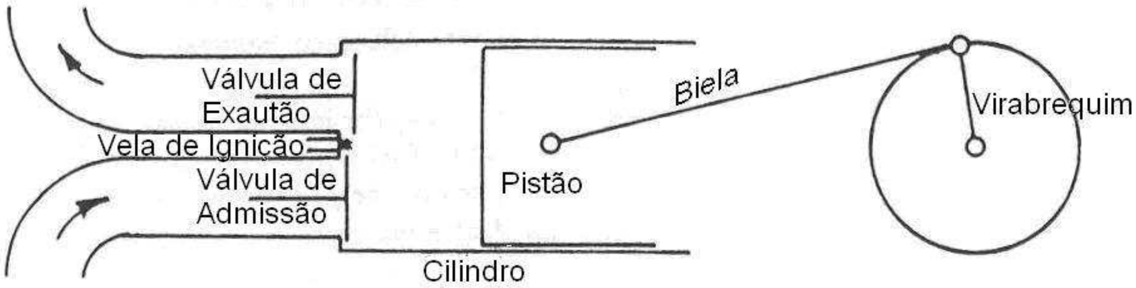

Figura 3.2 – Processo de exaustão de um motor quatro tempos (Munjal, 1987)

Assim, dos 720° graus de movimento do virabrequim (durante o qual se realiza um ciclo termodinâmico), a válvula de escape permanece aberta por aproximadamente 240°. Então os gases da exaustão são exauridos durante 1/3 do tempo do ciclo. No restante do tempo, o sistema de exaustão tem uma terminação fechada no lado do motor com a pressão expulsando os gases para fora, sendo a outra terminação a atmosférica.

Desta forma, na saída da tubulação de exaustão aparecem pulsações com freqüência igual ao número de ciclos (igual à metade do número de revoluções do virabrequim em um motor de quatro tempos) por segundo. Esta freqüência é chamada de “freqüência de explosão” e seu valor em Hz é dada por:

$$2F = \frac{n \times N}{60 \times 2} \qquad (3.1)$$

sendo: n a rotação do motor em rpm e N o número de cilindros.

Acusticamente são importantes as harmônicas da freqüência de explosão, ou seja, a quarta e sexta ordem. Até a freqüência de 700 Hz, esse mecanismo de geração de ruído é chamado de respiro do motor e também é o mais difícil de se atenuar. Acima desta freqüência predominam outros mecanismos de geração de ruído, como o ruído auto-gerado pelo fluxo de gases, ruído de jato na saída do silenciador e ruído na parede produzido por vibrações (Munjal, 1987), sendo que estes mecanismos não são os pontos de interesse do desenvolvimento deste trabalho e serão desconsiderados em análises futuras.

3.3 Classificação dos Silenciadores

O sistema de exaustão completo é composto basicamente de cinco componentes principais:

Coletor de Exaustão: Tem como função o transporte dos gases do motor ao trecho dianteiro do escapamento, sendo conectado diretamente à saída do motor. Para um bom desempenho é necessário que o mesmo possibilite um bom escoamento dos gases para aperfeiçoar o torque do motor, reduzir o consumo de combustível e emissão de gases poluentes. Os coletores podem ser fabricados por dois processos: fundição e conformação de tubos. O primeiro utilizado em escala industrial, possui a vantagem de ter um custo menor, porém desempenho fluidodinâmico inferior (restrições na geometria), bem como alta inércia térmica e peso. O segundo utilizado em motores que necessitam de alto desempenho, apresenta um custo de fabricação maior, entretanto permitem geometrias com otimização fluidodinâmica, menor peso e inércia térmica. Este último fator favorece um melhor desempenho do catalisador.

Tubo do motor: É composto por tubos que ligam o coletor ao catalisador. Em alguns casos possui uma junta flexível que tem como função absorver as vibrações provenientes do motor, preservando o sistema de exaustão.

Catalisador: Tem como função converter gases nocivos provenientes da combustão em H_2O, CO_2 e N_2. Seu desempenho está diretamente relacionado à temperatura dos gases de exaustão.

Silencioso Intermediário: Sua função é eliminar os ruídos de média e alta freqüência, cujo comprimento de onda é menor e pode ser atenuado em câmaras de pequeno volume. Atua, também, como redutor de velocidade dos gases, para que estes cheguem ao silencioso traseiro com uma velocidade menor, minimizando o ruído auto-gerado pelo fluxo dos gases. Usualmente, os silenciadores intermediários são do tipo dissipativos, com revestimento ou não de materiais absorventes, como lã de basalto.

Silenciador Traseiro: Atenua todas as faixas de freqüências, mas principalmente as médias e baixas, cujo comprimento de onda é maior necessitando de câmaras de maiores volumes. Também atua como redutor de velocidade dos gases. Normalmente, os silenciadores traseiros são do tipo reflexivo, também podendo possuir materiais de absorção sonora.

Figura 3.3 – Sistema de exaustão completo (Pereira, 2003)

Os silenciadores são classificados como passivos ou ativos. Os silenciadores passivos ainda são subdivididos em reflexivos (ou reativos) ou dissipativos, dependendo se a energia acústica é refletida para a fonte (motor) devido à descontinuidade de área, ou se é dissipada como calor (Lima, 2001).

Os silenciadores reflexivos (Fig. 3.4) consistem de um conjunto de elementos tubulares de dimensões transversais variadas, com câmaras de volumes e formas diferentes. Tais elementos são unidos para causar, em toda junção, impedâncias distintas e conseqüentemente refletir parte da energia acústica incidente de volta para a fonte.

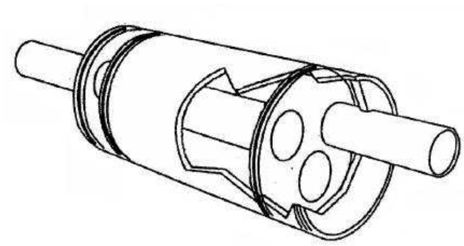

Figura 3.4 – Silenciador Reflexivo (Lima, 2001)

Os silenciadores dissipativos (Fig. 3.5) são fabricados com dutos internos perfurados, revestidos com materiais de absorção acústica, onde a energia sonora incidente é transformada irreversivelmente em calor. Quando usados em veículos, perdem a eficiência gradualmente pela ação do craqueamento térmico. Na prática, alguns veículos são equipados com silenciadores compostos de uma combinação dos tipos reflexivo e dissipativo.

Figura 3.5 – Silenciador Dissipativo (Elnady, 2004)

Os silenciadores ativos (Fig. 3.6) utilizam o princípio da interferência destrutiva de ondas. Uma onda de pressão inversa é gerada no duto de exaustão através de dispositivos eletrônicos para atenuar o ruído proveniente do motor. Estes silenciadores ainda estão em fase de pesquisa para aplicação na área automobilística. A grande vantagem deste tipo de silenciador reside no fato de que não há perda de potência do motor pelo emprego do mesmo.

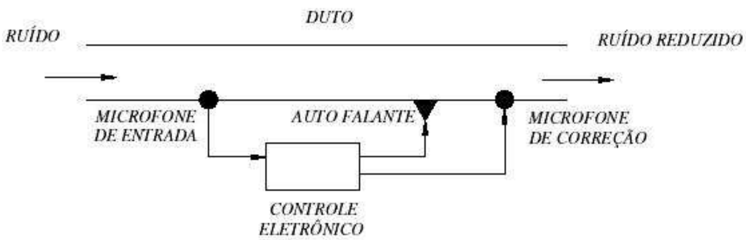

Figura 3.6 – Silenciador Ativo (Lima, 2001)

3.4 Parâmetros de Desempenho Acústico

Os parâmetros de desempenho acústicos mais utilizados na avaliação de silenciadores automotivos são:

3.4.1 Perda de Inserção (*Insertion Loss* – IL)

É definida como a diferença entre o nível de potência sonora medida num mesmo ponto do sistema de exaustão sem silenciador e com silenciador (Fig. 3.7):

$$IL = L_{w1} - L_{w2} \quad \text{[dB]} \tag{3.2}$$

sendo: L_{w1}: Nível de pressão sonora sem o silenciador; L_{w2}: Nível de pressão sonora com o silenciador

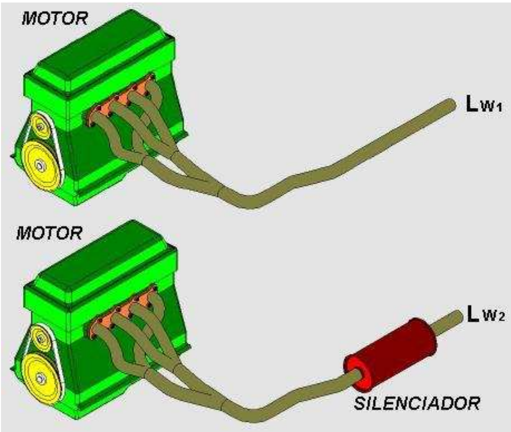

Figura 3.7 – Perda de Inserção (Conzatti, 2002)

3.4.2 Perda de Transmissão (*Transmition Loss* – TL)

É dada pela diferença entre a potência incidente no silenciador e a potência transmitida após o silenciador. Neste critério presume-se que a terminação da saída seja anecóica, ou seja, não há reflexão no duto de saída (Fig. 3.8):

$$TL = W_I - W_O \quad \text{[dB]} \tag{3.3}$$

sendo: W_I a potência sonora incidente na entrada do silenciador [W] e W_O a potência sonora transmitida na saída do silenciador [W]

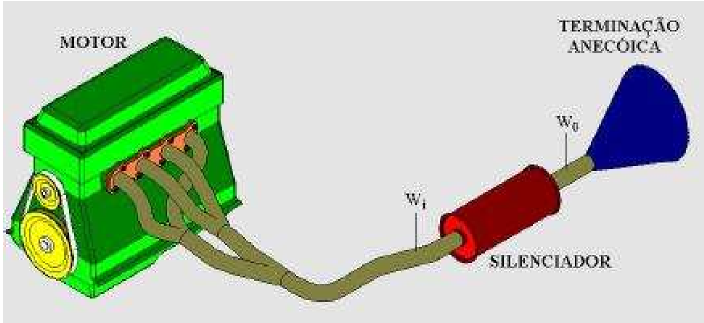

Figura 3.8 – Perda de Transmissão (Conzatti, 2002)

3.4.3 Redução de Ruído (*Noise Reduction* - NR)

É a diferença entre os níveis de pressão sonora medidos em dois pontos arbitrários, um antes do silenciador, $p_{1,}$ e outro após, $p_{2,}$ (Fig. 3.9):

$$NR = L_{w1} - L_{w2} \quad [dB] \tag{3.4}$$

sendo: L_{w1} o nível de pressão sonora antes do silenciador e L_{w2} o nível de pressão sonora depois do silenciador

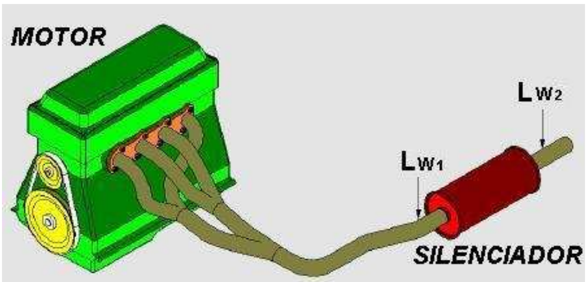

Figura 3.9 – Redução de Ruído (Conzatti, 2002)

Dos três parâmetros de desempenho apresentados acima, a perda de inserção é o critério que apresenta mais adequadamente o desempenho de um silenciador e sua medição é relativamente simples. Por outro lado, a perda de transmissão é mais fácil de predizer teoricamente – é um parâmetro dependente apenas do silenciador propriamente dito – mas, a sua medição é dificultada por haver a necessidade da separação das ondas acústicas em suas componentes incidente e refletida. Os valores da perda de inserção tendem aos valores da perda de transmissão quando a terminação é anecóica.

CAPÍTULO 4

CONCEITOS TEÓRICOS

Para predizer o comportamento acústico de silenciadores automotivos, diferentes considerações podem ser usadas dependendo das suas geometrias e aplicações. Análises unidimensionais podem ser apropriadas para silenciadores com diâmetros relativamente pequenos, aplicando-se a teoria da onda plana. Contudo, desprezando-se o modo de propagação de elevadas ordens pode conduzir a resultados errôneos para modelos de diâmetros maiores ou em altas freqüências.

Neste capítulo, estudos analíticos uni e bidimensional são desenvolvidos para silenciadores assimétricos e cilíndricos com e sem material de preenchimento. As características da propagação de ondas planas são consideradas em condições ideais: ondas se propagando em um tubo de paredes rígidas num meio estacionário e não viscoso.

4.1 Propagação de Ondas Planas Num Meio Estacionário Não-Viscoso

No projeto de desenvolvimento de um silencioso, o tubo ou duto é o principal elemento constituinte da estrutura. Desta forma, a análise da propagação de ondas em dutos, suas características de transmissão, bem como o comportamento para determinadas condições ideais são muito importantes para o entendimento do comportamento físico e acústico de silenciadores. Assim, são estudadas as características da propagação de ondas sonoras planas (pequenas amplitudes) em dutos de silenciosos considerando-se algumas condições ideais para simplificação dos estudos.

Considerando um tubo de paredes rígidas e de pequenas dimensões transversais com um fluído estacionário não viscoso, têm-se ondas de pequena amplitude comportando-se como ondas planas. Assim, a pressão acústica p e a velocidade de partícula u em todos os pontos da seção transversal (plano normal à direção de propagação) são as mesmas, ou seja, possuem a mesma amplitude e fase. A onda sonora, definida como a superfície em que todos os pontos onde p e u

possuem as mesmas amplitudes e ângulos de fase, é o plano normal à direção de propagação da onda, que no caso de um duto é o eixo longitudinal (Munjal, 1987).

As equações básicas linearizadas para esse caso (Munjal, 1987) são:

Equação da Conservação de Massa – Equação da Continuidade

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0; \tag{4.1}$$

Equação do Equilíbrio Dinâmico – Equação de Euler - Lagrange

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial z} = 0; \tag{4.2}$$

Equação da Energia – Equação de Estado

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_S = \frac{\gamma(p_0 + p)}{\rho_0 + \rho} = \frac{\gamma p_0}{\rho_0} = a_0^2; \tag{4.3}$$

sendo:

γ a razão entre o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume constante;

a_0 a velocidade do som no meio (m/s);

z a coordenada axial ou longitudinal;

p a pressão instantânea (N/m^2);

p_0 a pressão ambiente (N/m^2);

ρ a densidade instantânea (Kg/m^3);

ρ_0 a densidade ambiente (Kg/m^3);

s a entropia (KJ/Kg.K);

Considerando também as hipóteses de pequenas perturbações em meios estacionários $p/p_0 << 1$ e $\rho/\rho_0 << 1$ as expressões (4.1) a (4.3) podem ser reescritas como (Munjal, 1987):

$$\rho = \frac{p}{a_0^2} \tag{4.4a}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{1}{a_0^2}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{4.4b}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{1}{a_0^2}\frac{\partial p}{\partial z} \tag{4.4c}$$

Substituindo as Eq. (4.4a) a (4.4c) na Eq. (4.1) e eliminando a variável u das Eq. (4.2) e (4.3), através da diferenciação da primeira em relação a t, da segunda em relação a z e subtraindo-as, obtêm-se a Equação unidimensional da onda (Munjal, 1987):

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial t^2} - a_0^2 \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right] p = 0; \tag{4.5}$$

A Eq. (4.5) é uma equação diferencial parcial linear, bidimensional, homogênea com coeficientes constantes, sendo a_0 independente de z e t. Usando a técnica de separação de variáveis e considerando uma função harmônica, a Eq. (4.5), admite a seguinte solução geral:

$$p(z,t) = \left[C_1 e^{-ikz} + C_2 e^{+ikz}\right] e^{i\omega t}; \tag{4.6}$$

$$v(z,t) = \left[C_1 e^{-ikz} - C_2 e^{+ikz}\right] e^{i\omega t}; \tag{4.7}$$

sendo:

C_1 e C_2	constantes;
$v = S\rho_0 u$	Velocidade de massa acústica (Kg/s);
u	Velocidade acústica (m/s);
$i = \sqrt{-1}$	

$k = \dfrac{\omega}{a_0} = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ Número de onda (rad/m);

ω Freqüência angular (rad/s);

λ Número da onda (rad/m);

$Y_0 = \dfrac{a_0}{S}$ Impedância Característica – velocidade de massa (1/ms);

S Área da seção transversal do duto (m^2);

As constantes C_1 e C_2 nas Eq. (4.6) e (4.7) são determinadas através de condições de contorno.

4.2 Modelo Unidimensional para silenciadores com tubo central perfurado

Figura 4.1 mostra um silenciador com tubo central perfurado e com material absorvente na região entre o tubo central e a parede externa da câmara.

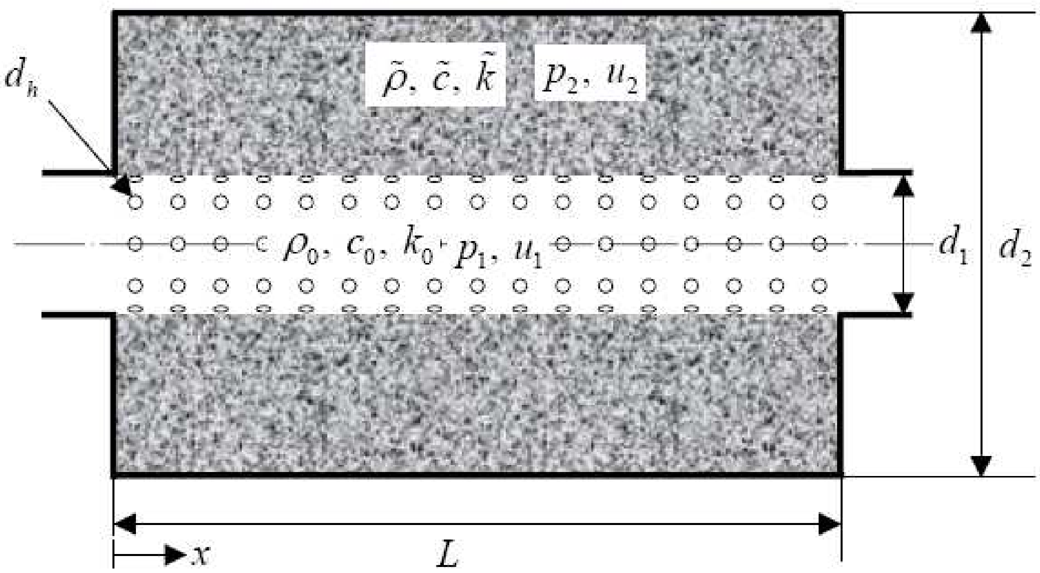

Figura 4.1 – Silenciador com tubo central perfurado e material absorvente (Lee, 2005)

Assumindo propagação de ondas planas harmônicas nos tubos de entrada, saída e central, as equações de continuidade e momento, na ausência de fluxo são (Munjal,1987;Lee, 2005):

$$\frac{d^2p_1}{dx^2}+\left(k_0^2-\frac{4ik_0}{d_1\tilde{\zeta}_p}\right)p_1+\left(\frac{4ik_0}{d_1\tilde{\zeta}_p}\right)p_2=0; \tag{4.8}$$

$$\frac{d^2p_2}{dx^2}+\left(\frac{4d_1}{d_2^2-d_1^2}\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\frac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p}\right)p_1+\left(\tilde{k}^2-\frac{4d_1}{d_2^2-d_1^2}\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\frac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p}\right)p_2=0; \tag{4.9}$$

sendo:

k_0 o número característico da onda no ar;

$\tilde{k}$ o número característico da onda no material absorvente;

$\tilde{\rho}$ a densidade do material absorvente;

p_1 a pressão acústica no tubo central;

p_2 a pressão acústica na parte interna da câmara;

$\tilde{\zeta}_p=\dfrac{p_1-p_2}{\rho_0 c_0 u_1}$ a impedância acústica do tubo perfurado;

u_1 a velocidade de partícula no tubo central;

As Eq. (4.8) e (4.9) podem ser escritas na forma matricial como:

$$\begin{Bmatrix} p_1' \\ \left(\dfrac{dp_1}{dx}\right)' \\ p_2' \\ \left(\dfrac{dp_2}{dx}\right)' \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\left(k_0^2-\dfrac{4}{d_1}\dfrac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p}\right) & 0 & -\dfrac{4}{d_1}\dfrac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\dfrac{4d_1}{d_2^2-d_1^2}\dfrac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\dfrac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p} & 0 & -\tilde{k}^2-\dfrac{4d_1}{d_2^2-d_1^2}\dfrac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\dfrac{ik_0}{\tilde{\zeta}_p} & 0 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} p_1 \\ \dfrac{dp_1}{dx} \\ p_2 \\ \dfrac{dp_2}{dx} \end{Bmatrix} \tag{4.10}$$

sendo que ()’ indica derivada com relação a x. A expressão acima pode ser rearranjada como:

$$\begin{Bmatrix} p_1' \\ \rho_0 c_0 u_1' \\ p_2' \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2' \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -ik_0 & 0 & 0 \\ -ik_0 - \dfrac{4}{d_1}\dfrac{1}{\tilde{\zeta}_p} & 0 & \dfrac{4}{d_1}\dfrac{1}{\tilde{\zeta}_p} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -i\tilde{k} \\ \dfrac{4d_1}{d_2^2 - d_1^2}\dfrac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\dfrac{k_0}{\tilde{k}}\dfrac{1}{\tilde{\zeta}_p} & 0 & -i\tilde{k} - \dfrac{4d_1}{d_2^2 - d_1^2}\dfrac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\dfrac{k_0}{\tilde{k}}\dfrac{1}{\tilde{\zeta}_p} & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ \rho_0 c_0 u_1 \\ p_2 \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2 \end{Bmatrix}$$

Ou ainda:

$$\begin{Bmatrix} p_1' \\ \rho_0 c_0 u_1' \\ p_2' \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2' \end{Bmatrix} = [TA] \begin{Bmatrix} p_1 \\ \rho_0 c_0 u_1 \\ p_2 \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2 \end{Bmatrix} \tag{4.11}$$

A solução para a Eq. (4.11) pode ser expressa em termos de autovalores e autovetores, como:

$$\begin{Bmatrix} p_1(x) \\ \rho_0 c_0 u_1(x) \\ p_2(x) \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2(x) \end{Bmatrix} = [\psi] \begin{Bmatrix} c_1 e^{\lambda_1 x} \\ c_2 e^{\lambda_2 x} \\ c_3 e^{\lambda_3 x} \\ c_4 e^{\lambda_4 x} \end{Bmatrix}; \tag{4.12}$$

sendo λ_n o autovalor da matriz $[TA]$ e $[\Psi]$ a matriz cujas colunas são os autovetores e $\tilde{c}$ é a velocidade de propagação do som no meio absorvente. Fazendo-se o produto da matriz $[\psi]$ com os termos exponenciais, obtêm-se a matriz $[\psi'(x)]$. Desta forma, a Eq. (4.12) pode ser reescrita como:

$$\begin{Bmatrix} p_1(x) \\ \rho_0 c_0 u_1(x) \\ p_2(x) \\ \tilde{\rho}\tilde{c}u_2(x) \end{Bmatrix} = [\Psi'(x)] \begin{Bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \\ c_4 \end{Bmatrix}; \tag{4.13}$$

o que resulta a relação entre a pressão acústica e velocidade de partícula na entrada $(x = 0)$e $(x = L)$ como:

$$\begin{Bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 c_0 u_1(0) \\ p_2(0) \\ \tilde{\rho}\tilde{c} u_2(0) \end{Bmatrix} = [TB] \begin{Bmatrix} p_1(L) \\ \rho_0 c_0 u_1(L) \\ p_2(L) \\ \tilde{\rho}\tilde{c} u_2(L) \end{Bmatrix}; \tag{4.14}$$

sendo

$$[TB] = [\Psi'(0)][\Psi'(L)]^{-1}; \tag{4.15}$$

Para a câmara de saída, as condições de contorno em $x = 0$ e $x = L$ podem ser escritas como:

$$u_2(0) = 0; \tag{4.16}$$

$$u_2(L) = 0; \tag{4.17}$$

Finalmente, combinando as Eq. (4.14), (4.16) e (4.17), o sistema pode ser rearranjado como:

$$\begin{Bmatrix} p_1(0) \\ \rho_0 c_0 u_1(0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1(L) \\ \rho_0 c_0 u_1(L) \end{Bmatrix}; \tag{4.18}$$

sendo:

$$T_{11} = TB_{11} - \frac{TB_{13} TB_{41}}{TB_{43}}; \tag{4.19}$$

$$T_{12} = TB_{12} - \frac{TB_{13} TB_{42}}{TB_{43}}; \tag{4.20}$$

$$T_{21} = TB_{21} - \frac{TB_{23}TB_{41}}{TB_{43}}; \tag{4.21}$$

$$T_{22} = TB_{22} - \frac{TB_{23}TB_{42}}{TB_{43}}; \tag{4.22}$$

Assumindo o tubo principal com a seção transversal constante, a perda de transmissão pode ser calculada pela matriz de transferência como segue:

$$TL = 20\log_{10}\left(\frac{1}{2}\left|T_{11} + T_{12} + T_{21} + T_{22}\right|\right); \tag{4.23}$$

4.3 Modelo Analítico Bidimensional

Figura 4.2 mostra um silenciador com tubo central perfurado e com material absorvente. O silenciador é dividido em vários domínios: I, II e III. Além disso, o domínio II é subdivido nos domínios IIa e IIb. As amplitudes $A_n^+, A_n^-, B_n^+, B_n^-, C_n^+, C_n^-$ são as amplitudes modais das ondas no sentido positivo do movimento e no sentido contrário.

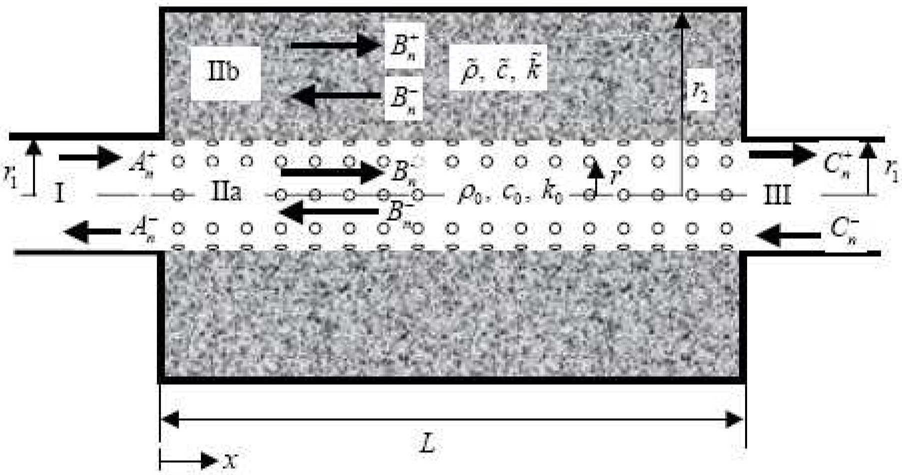

Figura 4.2 – Silenciador com tubo central perfurado e material absorvente (Lee, 2005)

Uma abordagem do conceito bidimensional analítico é introduzida na seqüência para determinação das características de um silenciador dissipativo, cilíndrico, concêntrico, de comprimento L, câmara principal de raio r_1 e raio da câmara r_2, de acordo com a Fig. (4.2). Para propagação de onda harmônica assimétrica bidimensional em um duto circular, a equação de coordenadas cilíndricas pode ser expressa como (Munjal, 1987; Lee, 2005):

$$\nabla^2 p(r,x) + k^2 p(r,x) = 0; \tag{4.24}$$

ou

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2 p = 0; \tag{4.25}$$

A solução da Eq. (4.24) no domínio I ou no tubo de entrada pode ser escrita como:

$$p_A(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}(A_n^+ e^{-ik_{A,x,n}x} + A_n^- e^{ik_{A,x,n}x})\psi_{A,n}(r) \tag{4.26}$$

sendo:

Subscrito A denota o domínio I;

p_A a pressão acústica;

$A_n^+ - A_n^-$ as amplitudes modais correspondentes aos componentes deslocando-se nas direções positiva e negativa de x no domínio I, respectivamente;

$k_{A,x,n}$ o número de onda axial;

$\psi_{A,n}(r)$ as autofunções;

Para os dutos circulares, as autofunções são dadas por:

$$\psi_{A,n}(r) = J_0(k_{A,r,n} r); \tag{4.27}$$

sendo:

J_0 a função de Bessel do primeiro tipo de ordem zero;

$k_{A,r,n}$ o número de onda radial satisfazendo na condição de contorno de parede rígida em $r = r_1$:

$$J_0^{'}(k_{A,r,n} r_1) = J_1(k_{A,r,n} r_1) = 0; \tag{4.28}$$

A relação entre os números de onda axial e radial é dada por:

$$k_{A,x,n} = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - k_{A,r,n}^2}; & k_0 > k_{A,r,n} \\ -\sqrt{k_0^2 - k_{A,r,n}^2}; & k_0 < k_{A,r,n} \end{cases} \tag{4.29}$$

onde o sinal negativo na Eq. (4.29) é adicionado, de forma que $e^{-ik_{A,x,n}x}$ decai exponencialmente na direção de x. A velocidade de partícula na direção axial pode ser escrita, em termos da equação linearizada de momento, como:

$$u_{A,x}(r,x) = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{n=0}^{\infty} k_{A,x,n} \left[A_n^{+} e^{-ik_{A,x,n}x} - A_n^{-} e^{ik_{A,x,n}x} \right] \psi_{A,n}(r); \tag{4.30}$$

A pressão acústica do tubo de saída e a velocidade de partícula na direção axial (domínio III) são similares àquelas no tubo de entrada e são expressas como:

$$p_C(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[C_n^{+} e^{-ik_{C,x,n}(x-L)} + C_n^{-} e^{ik_{C,x,n}(x-L)} \right] \psi_{C,n}(r); \tag{4.31}$$

$$u_{C,x}(r,x) = \frac{1}{\rho_0 \omega} \sum_{n=0}^{\infty} k_{C,x,n} \left[C_n^{+} e^{-ik_{C,x,n}(x-L)} - C_n^{-} e^{ik_{C,x,n}(x-L)} \right] \psi_{C,n}(r); \tag{4.32}$$

sendo:

Subscrito C denota o domínio III;

C_n^+ e C_n^- as amplitudes modais correspondente aos componentes deslocando-se nas direções positivas e negativas do domínio III, respectivamente;

$k_{C,x,n}$ o número de onda axial.

As autofunções são dadas por:

$$\psi_{C,n}(r) = J_0(k_{C,r,n} r); \tag{4.33}$$

e $k_{C,r,n}$ é o número de onda radial satisfazendo as condições de contorno de parede rígida em $r = r_1$:

$$J_0^{'}(k_{C,r,n} r_1) = J_1(k_{C,r,n} r_1) = 0; \tag{4.34}$$

A propagação do som no domínio II é dada por:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + k^2 p = 0; \tag{4.35}$$

sendo:

$$k = \begin{cases} k_0; & 0 \le r \le r_1 \\ \tilde{k}; & r_1 \le r \le r_2 \end{cases} \tag{4.36}$$

As soluções para a Eq. (4.35) são dadas, para o domínio IIa (ar), por:

$$p_{Ba}(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}x} + B_n^- e^{ik_{B,x,n}x}\right)\psi_{Ba,n}(r); \qquad 0 \le r \le r_1; \tag{4.37}$$

E para o domínio IIb (material absorvente):

$$p_{Bb}(r,x) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}x} + B_n^- e^{ik_{B,x,n}x}\right)\psi_{Bb,n}(r); \qquad r_1 \le r \le r_2; \tag{4.38}$$

sendo:

Subscritos Ba e Bb referem-se aos domínios IIa e IIb respectivamente;

B_n^+ e B_n^- as amplitudes modais correspondentes aos componentes deslocando-se na direção positiva e negativa de x no domínio II, respectivamente;

$k_{B,x,n}$ o número de onda comum na direção axial para o ar e material absorvente;

$\psi_{Ba,n}$ e $\psi_{Bb,n}$ as autofunções dos domínios IIa e IIb, respectivamente;

Os números de onda radiais para o ar e material absorvente são diferentes e relacionados por:

$$k_{B,r,n} = \sqrt{k_0^2 - k_{B,x,n}^2}; \tag{4.39}$$

$$\tilde{k}_{B,r,n} = \sqrt{\tilde{k}^2 - k_{B,x,n}^2}; \tag{4.40}$$

Utilizando-se da equação de momento, as velocidades acústicas nas direções radiais são expressas como:

$$u_{Ba,r} = -\frac{1}{i\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}\left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}x} + B_n^- e^{ik_{B,x,n}x}\right)\frac{\partial\psi_{Ba,n}(r)}{\partial r}; \qquad 0 \le r \le r_1; \tag{4.41}$$

$$u_{Bb,r} = -\frac{1}{i\tilde{\rho}\omega}\sum_{n=0}^{\infty}\left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}x} + B_n^- e^{ik_{B,x,n}x}\right)\frac{\partial\psi_{Bb,n}(r)}{\partial r}; \qquad r_1 \le r \le r_2; \tag{4.42}$$

para os domínios IIa e IIb, respectivamente.

As autofunções modais nas Eq. (4.37) e (4.38) podem ser expressas como:

$$\psi_{Ba,n}(r) = B_{1,n}J_0(k_{B,r,n}r) + B_{2,n}Y_0(k_{B,r,n}r); \qquad 0 \le r \le r_1; \tag{4.43}$$

$$\psi_{Bb,n}(r) = B_{3,n}J_0(\tilde{k}_{B,r,n}r) + B_{4,n}Y_0(\tilde{k}_{B,r,n}r); \qquad r_1 \le r \le r_2; \tag{4.44}$$

sendo:

Y_0 a função de Bessel de segundo tipo de ordem zero;

$B_{1,n}$ a $B_{4,n}$ os coeficientes relacionados pelas seguintes condições de contorno $r = 0, r_1, r_2$:

(1) Em $r = 0$ a pressão é infinita, então a Eq. (4.43) resulta:

$$B_{2,n} = 0; \tag{4.45}$$

(2) Em $r = r_2$ a condição de contorno de parede rígida, $u_{B,b,r}(x, r_2) = 0$, resulta:

$$B_{3,n} J_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) + B_{4,n} Y_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) = 0; \tag{4.46}$$

sendo $Y_1 - J_1$ as funções de Bessel de primeiro e segundo tipo e ordem um, respectivamente.

(3) Em $r = r_1$ a continuidade da velocidade radial da partícula, $u_{Ba,r}(x, r_1) = u_{Bb,r}(x, r_1)$ e a Eq. (4.45) resultam:

$$\frac{k_{B,r,n}}{\rho_0} B_{1,n} J_1(k_{B,r,n} r_1) = \frac{\tilde{k}_{B,r,n}}{\tilde{\rho}} \left[B_{3,n} J_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_1) + B_{4,n} Y_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_1)\right]; \tag{4.47}$$

(4) Em $r = r_1$ a diferença de pressão acústica através do duto perfurado é:

$$p_{Ba}(x, r_1) - p_{Bb}(x, r_1) = \rho_0 c_0 \tilde{\zeta}_p u_{Ba,r}(x, r_1); \tag{4.48}$$

e

$$B_{1,n} J_0(k_{B,r,n} r_1) - \left[B_{3,n} J_0(\tilde{k}_{B,r,n} r_1) + B_{4,n} Y_0(\tilde{k}_{B,r,n} r_1)\right] = \frac{\tilde{\zeta}_p k_{B,r,n}}{ik_0} B_{1,n} J_1(k_{B,r,n} r_1); \tag{4.49}$$

Os coeficientes $B_{3,n} - B_{1,n}$ nas Eq. (4.46) e (4.47) são expressas em termos do coeficiente $B_{4,n}$ como:

$$B_{3,n} = -B_{4,n}\,\frac{Y_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_2\right)}{J_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_2\right)} \qquad (4.50)$$

e

$$B_{1,n} = \frac{\tilde{k}_{B,r,n}}{k_{B,r,n}}\,\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\,\frac{1}{J_1(k_{B,r,n} r_1)}\left[-\frac{Y_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_2\right)}{J_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_2\right)} J_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_1\right) + Y_1\left(\tilde{k}_{B,r,n} r_1\right)\right] B_{4,n}; \qquad (4.51)$$

Substituindo-se as Eq. (4.50) e (4.51) na Eq. (4.49) resulta na equação característica:

$$\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\,\frac{\tilde{k}_{B,r,n}}{k_{B,r,n}}\left[\frac{J_0(k_{B,r,n} r_1)}{J_1(k_{B,r,n} r_1)} + i\tilde{\zeta}_p\,\frac{k_{B,r,n}}{k_0}\right] =$$
$$\frac{Y_0(\tilde{k}_{B,r,n} r_1) J_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) - Y_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) J_0(\tilde{k}_{B,r,n} r_1)}{Y_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_1) J_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) - Y_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_2) J_1(\tilde{k}_{B,r,n} r_1)}; \qquad (4.52)$$

Equação (4.52) pode ser expressa, usando-se as Eq. (4.39) e (4.40), como:

$$\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\,\frac{\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}}{\sqrt{k_0^2 - k^2_{B,x,n}}}\left[\frac{J_0(\sqrt{k_0^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1)}{J_1(\sqrt{k_0^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1)} + i\tilde{\zeta}_p\,\frac{\sqrt{k_0^2 - k^2_{B,x,n}}}{k_0}\right] =$$
$$= \frac{Y_0(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1) J_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_2) - Y_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_2) J_0(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1)}{Y_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1) J_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_2) - Y_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_2) J_1(\sqrt{\tilde{k}^2 - k^2_{B,x,n}}\, r_1)};$$
$$(4.53)$$

O número de onda axial $k_{B,x,n}$ pode ser obtido pela resolução da Eq. (4.53).

Eq. (4.43) e (4.44) podem ser reescritas utilizando-se as Eq. (4.45), (4.50) e (4.51) como:

$$\psi_{Ba,n}(r) = B_{1,n} J_0(k_{B,r,n} r); \qquad 0 \le r \le r_1; \qquad (4.54)$$

e

$$\psi_{Bb,n}(r) = B_{1,n}\frac{k_{B,r,n}}{\tilde{k}_{B,r,n}}\frac{\tilde{\rho}}{\rho_0}\frac{J_1\left(k_{B,r,n}r_1\right)}{D}\left[J_1\left(\tilde{k}_{B,r,n}r_2\right)Y_0\left(\tilde{k}_{B,r,n}r\right) - Y_1\left(\tilde{k}_{B,r,n}r_2\right)J_0\left(\tilde{k}_{B,r,n}r\right)\right];$$

$$r_1 \leq r \leq r_2; \qquad (4.55)$$

sendo:

$$D = J_1(\tilde{k}_{B,r,n}r_2)Y_1(\tilde{k}_{B,r,n}r_1) - Y_1(\tilde{k}_{B,r,n}r_2)J_1(\tilde{k}_{B,r,n}r_1); \qquad (4.56)$$

Da equação de momento linearizada, as velocidades de partícula nas direções axiais são obtidas por:

$$u_{Ba,x}(r,x) = \frac{1}{\rho_0\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{B,x,n}\left(B_n^{+}e^{-ik_{B,x,n}x} - B_n^{-}e^{ik_{B,x,n}x}\right)\psi_{Ba,n}(r); \quad 0 \leq r \leq r_1; \qquad (4.57)$$

e

$$u_{Bb,x}(r,x) = \frac{1}{\tilde{\rho}\omega}\sum_{n=0}^{\infty}k_{B,x,n}\left(B_n^{+}e^{-ik_{B,x,n}x} - B_n^{-}e^{ik_{B,x,n}x}\right)\psi_{Bb,n}(r); \quad r_1 \leq r \leq r_2; \qquad (4.58)$$

As soluções para os coeficientes desconhecidos $A_n^{+}, A_n^{-}, B_n^{+}, B_n^{-}, C_n^{+}, C_n^{-}$ podem ser determinadas a partir das condições de contorno na entrada os $x = (0)$ e saída $x = (L)$. Então, depois de definidos, os coeficientes são usados para calcular a perda de transmissão do silenciador. As condições de contorno nas interfaces do tubo de entrada e saída são:

$$p_A = p_B; \qquad 0 \leq r \leq r_1, x = 0; \qquad (4.59)$$

$$u_B = \begin{cases} u_A; & 0 \leq r \leq r_1, x = 0; \\ 0; & r_1 \leq r \leq r_2, x = 0; \end{cases} \qquad (4.60)$$

$$p_C = p_B; \qquad 0 \le r \le r_1, x = L; \tag{4.61}$$

$$u_B = \begin{cases} u_C; & 0 \le r \le r_1, x = L; \\ 0; & r_1 \le r \le r_2, x = L; \end{cases} \tag{4.62}$$

Escrevendo as Equações (4.26), (4.30), (4.31), (4.32), (4.37), (4.57), (4.58), (4.59), (460), (461), (4.62) em termos de séries finitas:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n^+ + A_n^-\right)\psi_{A,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(B_n^+ + B_n^-\right)\psi_{Ba,n}(r); \quad 0 \le r \le r_1; \tag{4.63}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \psi_{B,x,n}\left(B_n^+ - B_n^-\right)\psi_{Ba,n}(r) = \begin{cases} \sum\limits_{n=0}^{\infty} k_{A,x,n}\left(A_n^+ - A_n^-\right)\psi_{A,n}(r); & 0 \le r \le r_1; \\ 0; & r_1 \le r \le r_2; \end{cases} \tag{4.64}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(C_n^+ + C_n^-\right)\psi_{C,n}(r) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}L} + B_n^- e^{ik_{B,x,n}L}\right)\psi_{Ba,n}(r); \quad 0 \le r \le r_1; \tag{4.65}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} k_{B,x,n}\left(B_n^+ e^{-ik_{B,x,n}L} - B_n^- e^{ik_{B,x,n}L}\right)\psi_{Ba,n}(r) = \begin{cases} \sum\limits_{n=0}^{\infty} k_{C,x,n}\left(C_n^+ - C_n^-\right)\psi_{C,n}(r); & 0 \le r \le r_1; \\ 0; & r_1 \le r \le r_2; \end{cases} \tag{4.66}$$

Para solucionar o sistema formado pelas Equações de (4.63) a (4.66), uma série infinita de amplitudes desconhecidas precisam ser truncadas para um determinado número de termos, e o mesmo número de equações é resolvida para as amplitudes de ondas acústicas. Impondo as continuidades das integrais de pressão e velocidade axial sobre zonas discretas das interfaces no tubo de entrada $x = (0)$ e saída $x = (L)$, as Equações (4.63) a (4.66) ficam:

$$\sum_{n=0}^{N} \left(A_n^+ + A_n^-\right)\int_0^{r_{p,m}} \psi_{A,n}(r)dr = \sum_{n=0}^{N} \left(B_n^+ + B_n^-\right)\int_0^{r_{p,m}} \psi_{Ba,n}(r)dr; \tag{4.67}$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{B,x,n}\left(B_n^{+}-B_n^{-}\right)\int_0^{r_{u,m}} \psi_{Ba,n}(r)dr =$$

$$\begin{cases} \sum_{n=0}^{N} k_{A,x,n}\left(A_n^{+}-A_n^{-}\right)\int_0^{r_{u,m}} \psi_{A,n}(r)dr; & 0 \le r_{u,m} \le r_1 \\ \sum_{n=0}^{N} k_{A,x,n}\left(A_n^{+}-A_n^{-}\right)\int_0^{r_1} \psi_{A,n}(r)dr; & r_1 \le r_{u,m} \le r_2 \end{cases} \quad (4.68)$$

$$\sum_{n=0}^{N}\left(C_n^{+}+C_n^{-}\right)\int_0^{r_{p,m}} \psi_{C,n}(r)dr = \sum_{n=0}^{N}\left(B_n^{+}e^{-ik_{B,x,n}L}+B_n^{-}e^{ik_{B,x,n}L}\right)\int_0^{r_{p,m}} \psi_{B,n}(r)dr; \quad (4.69)$$

$$\sum_{n=0}^{N} k_{B,x,n}\left(B_n^{+}e^{-ik_{B,x,n}L}-B_n^{-}e^{ik_{B,x,n}L}\right)\int_0^{r_{u,m}} \psi_{B,n}(r)dr =$$

$$= \begin{cases} \sum_{n=0}^{N} k_{C,x,n}\left(C_n^{+}-C_n^{-}\right)\int_0^{r_{u,m}} \psi_{C,n}(r)dr; & 0 \le r_{u,m} \le r_1; \\ \sum_{n=0}^{N} k_{C,x,n}\left(C_n^{+}-C_n^{-}\right)\int_0^{r_1} \psi_{C,n}(r)dr; & r_1 \le r_{u,m} \le r_2; \end{cases} \quad (4.70)$$

com:

$$r_{p,m} = \frac{m}{N+1} r_1; \qquad m = 1,\ldots,N+1; \quad (4.71)$$

e

$$r_{u,m} = \frac{m}{N+1} r_2; \qquad m = 1,\ldots,N+1; \quad (4.72)$$

Considerando-se que: (1) a onda incidente é plana e A_0^{+} é a unidade, (2) saída com terminação anecóica, considerando C_n^{-} é igual a zero e (3) todas as ondas transmitidas no tubo de saída são modos de propagação, apenas do primeiro modo C_0^{+}, a perda de transmissão é determinada como:

$$\mathrm{TL} = -20\log_{10}\left|C_0^+\right|; \tag{4.73}$$

Como a resolução do sistema de Eq. (4.67) a (4.70) envolvem a resolução de integrais, Panigrahi e Munjal (2005), analisaram 3 tipos de métodos para análise acústica de abafadores com tubos perfurados. Os métodos envolvem a resolução da Eq. (4.53) para determinação autovetores na direção axial. Nos métodos é possível incluir a velocidade do fluxo. A Fig. (4.3) mostra um esquema do sistema utilizado.

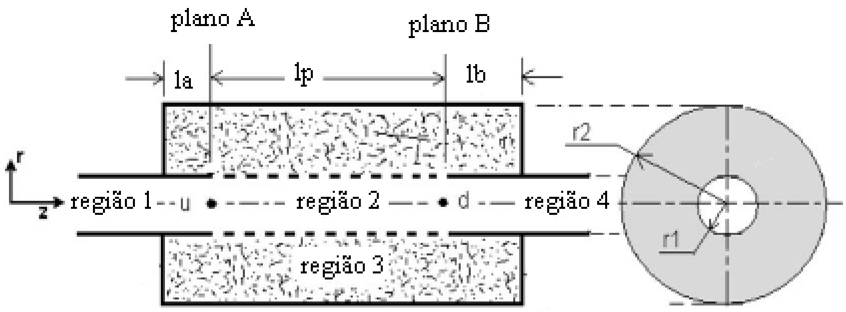

Figura 4.3 – Silenciador dissipativo com tubo central perfurado e material absorvente (Panigrahi e Munjal, 2005).

O conceito de propagação de ondas planas nas regiões 1 e 4 permitem que os campos de pressão sonora nestas regiões sejam expressos como:

$$p_1(z,r) = P_{1_+} e^{-ik_{1z_+} z} + P_{1\_} e^{+ik_{1z\_} z} \tag{4.74}$$

$$p_4(z',r) = P_{4_+} e^{-ik_{4z_+} z'} \tag{4.75}$$

sendo z' medido no início da região 4, que é o ponto “d”. Nota-se que a condição de terminação anecóica pode ser assumida sem perda de generalidade da técnica dos quatro parâmetros, fazendo $P_{4\_} = 0$. A equação do balanço de força no plano A é dada por:

$$S_1(P_{1_+} + P_{1\_}) = P_{p_+} S_{2_+} + P_{p\_} S_{2\_} \tag{4.76}$$

A equação do balanço de força no plano B é dada por:

$$S_4 P_{4_+} = P_{p_+} S_{2_+} e^{-ik_{z_+} l_p} + P_{p_-} S_{2_-} e^{+ik_{z_-} l_p} \tag{4.77}$$

sendo:

$$S_1 = \pi r_1^2 , \qquad S_4 = \pi r_4^2 \tag{4.78}$$

e

$$S_{2_+} = 2\pi \int_0^{r_1} \psi_{2p_+}(r) r dr , \qquad S_{2_-} = 2\pi \int_0^{r_1} \psi_{2p_-}(r) r dr \tag{4.79}$$

As Eq. (4.76) e (4.77) podem ser escritas como:

$$p_1 = P_{p_+} \left(\frac{S_{2_+}}{S_1} \right) + P_{p_-} \left(\frac{S_{2_-}}{S_1} \right) \tag{4.80}$$

$$p_4 = P_{p_+} \left(\frac{S_{2_+}}{S_4} \right) e^{-ik_{z_+} l_p} + P_{p_-} \left(\frac{S_{2_-}}{S_1} \right) e^{+ik_{z_-} l_p} \tag{4.81}$$

As velocidades das partículas, considerando as equações de Euler para a região central com ar e material absorvente, para ondas progressivas, têm-se:

$$\rho_0 \frac{Du_{2_+}}{Dt} = -\frac{\partial p}{\partial z} \tag{4.82}$$

ou

$$i\omega\rho_0 \left(1 - \frac{U}{\omega} k_{z_+} \right) u_{2_+} = P_{p_+} \psi_{2p_+} \left(ik_{z_+} \right) \tag{4.83}$$

sendo U a velocidade do fluxo do fluído. Logo:

$$u_{2_+} = P_{p_+} \psi_{2p_+} \frac{k_{z_+} / k_0}{\rho_0 c_0 \left(1 - M\left(k_{z_+} / k_0\right)\right)} \tag{4.84}$$

Para as ondas na direção do fluxo e contrárias ao fluxo no tubo central:

$$u_{2_\pm} = P_{p_\pm} \psi_{2p_\pm} \alpha_{2_\pm} \tag{4.85}$$

sendo:

$$\alpha_{2_\pm} = \frac{k_{z_\pm} / k_0}{\rho_0 c_0 (1 \mp M(k_{z_\pm} / k_0))} \tag{4.86}$$

Da mesma forma, para a região anular com material absorvente e assumindo que não haja efeito convectivo nesta região, tem-se:

$$u_{3_\pm} = P_{p_\pm} \psi_{3p_\pm} \alpha_{3_\pm} \tag{4.87}$$

e

$$\alpha_{3_\pm} = \left(\frac{k_{z_\pm} / k_0}{\rho_0 c_0}\right)\left(\frac{\rho_0}{\tilde{\rho}}\right) \tag{4.88}$$

A velocidade da partícula no plano A na direção superior da cavidade anular no plano A pode ser expressa como:

$$u(l_a, r) = \frac{P_p(l_a, r)}{Z_a(l_a)} \tag{4.89}$$

sendo $Z_a(l_a)$ a impedância normal no plano A, isto é, a uma distância l_a da terminação esquerda da câmara na direção axial. Desta forma, a velocidade de volume é dada por:

$$v_{l_a} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} u(l_a, r) r dr = \frac{2\pi}{Z_a(l_a)} \int_{r_1}^{r_2} P_p(l_a, r) r dr \tag{4.90}$$

sendo $P_p(l_a, r)$ e $u(l_a, r)$ a pressão e velocidade da partícula a uma distância l_a da terminação esquerda da câmara como uma função da distância radial r.

Considerando a continuidade da velocidade de volume no plano A, tem-se:

$$\frac{S_1}{\rho_0 c_0}\left(P_{1_+} - P_{1_-}\right) = \int_{S_2}\left(u_{2_+} - u_{2_-}\right) dS + \int_{S_3}\left(\frac{P_{p_+}\psi_{3p_+}}{Z_a} - \frac{P_{p_-}\psi_{3p_-}}{Z_a}\right) dS \tag{4.91}$$

O lado direito da eq. (4.91) pode ser dividido em duas partes, ou seja, velocidade do volume devido ondas movendo na direção do movimento e velocidade de volume devido ondas movendo na direção contrária do movimento, ou seja:

$$\frac{S_1}{\rho_0 c_0}\left(P_{1_+} - P_{1_-}\right) = volume_+ - volume_- \tag{4.92}$$

$$volume_+ = P_{p_+}\left[\int_0^{r_1}\left(\alpha_{2_+}\psi_{2p_+} + \frac{1}{Z_a}\psi_{3p_+}\right) 2\pi r dr\right] \tag{4.93}$$

$$volume_- = P_{p_-}\left[\int_0^{r_1}\left(\alpha_{2_-}\psi_{2p_-} + \frac{1}{Z_a}\psi_{3p_-}\right) 2\pi r dr\right] \tag{4.94}$$

Em termos de variáveis acústicas a equação de continuidade da velocidade de volume no plano A é:

$$v_1 = P_{p_+}\left\{\alpha_{2_+} S_{2_+} + \frac{1}{Z_a} S_{3_+}\right\} - P_{p_-}\left\{\alpha_{2_-} S_{2_-} + \frac{1}{Z_a} S_{3_-}\right\} \tag{4.95}$$

Similarmente, considerando a continuidade do volume de velocidade no plano B, tem-se:

$$v_4 = P_{p_+}\left\{\alpha_{2_+} S_{2_+} - \frac{1}{Z_b} S_{3_+}\right\} e^{-i(k_{z_+} l_p)} - P_{p_-}\left\{\alpha_{2_-} S_{2_-} - \frac{1}{Z_a} S_{3_-}\right\} e^{+i(k_{z_-} l_p)} \qquad (4.96)$$

sendo $S_{2_\pm}$ dada pela eq. (4.79) e $S_{3_\pm}$ dadas por:

$$S_{3_+} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \psi_{3p_+}(r) r dr, \qquad S_{3_-} = 2\pi \int_{r_1}^{r_2} \psi_{3p_-}(r) r dr \qquad (4.97)$$

As Eq. (4.80) e (4.95) podem ser escritas de forma compacta como:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [\mathbf{A}] \begin{Bmatrix} P_{p_+} \\ P_{P_-} \end{Bmatrix} \qquad (4.98)$$

sendo

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_{2_+}}{S_1}\right) & \left(\dfrac{S_{2_-}}{S_1}\right) \\ \left(\alpha_{2_+} S_{2_+} + \dfrac{1}{Z_a} S_{3_+}\right) & -\left(\alpha_{2_-} S_{2_-} + \dfrac{1}{Z_a} S_{3_-}\right) \end{bmatrix} \qquad (4.99)$$

Similarmente para a entrada da região 4, usando as Eq. (4.81) e (4.96), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} = [\mathbf{B}] \begin{Bmatrix} P_{p_+} \\ P_{P_-} \end{Bmatrix} \qquad (4.100)$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_{2_+}}{S_4}\right) e^{-ik_{z_+} l_p} & \left(\dfrac{S_{2_-}}{S_4}\right) e^{+ik_{z_-} l_p} \\ \left(\alpha_{2_+} S_{2_+} - \dfrac{1}{Z_b} S_{3_+}\right) e^{-ik_{z_+} l_p} & -\left(\alpha_{2_-} S_{2_-} + \dfrac{1}{Z_b} S_{3_-}\right) e^{+ik_{z_-} l_p} \end{bmatrix} \tag{4.101}$$

Eliminando as amplitudes de pressão $P_{p_\pm}$ das Eq. (4.98) e (4.100), encontram-se as variáveis acústicas para os pontos u e d ,ou seja:

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ v_1 \end{Bmatrix} = [\mathbf{TM}] \begin{Bmatrix} p_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \tag{4.102}$$

sendo

$$[\mathbf{TM}] = [\mathbf{A}][\mathbf{B}]^{-1} \tag{4.103}$$

Com esta matriz de transferência é possível calcular a perda de transmissão sonora usando a técnica dos quatro parâmetros.

Quando as extensões na entrada e saída da câmara são nulas, as impedâncias Z_a e Z_b tendem ao infinito. As matrizes $[\mathbf{A}]$e $[\mathbf{B}]$ ficam sendo:

$$[\mathbf{A}] = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_{2_+}}{S_1}\right) & \left(\dfrac{S_{2_-}}{S_1}\right) \\ \left(\alpha_{2_+} S_{2_+}\right) & -\left(\alpha_{2_-} S_{2_-}\right) \end{bmatrix} \tag{4.104}$$

$$[\mathbf{B}] = \begin{bmatrix} \left(\dfrac{S_{2_+}}{S_4}\right) e^{-ik_{z_+} l_p} & \left(\dfrac{S_{2_-}}{S_4}\right) e^{+ik_{z_-} l_p} \\ \left(\alpha_{2_+} S_{2_+}\right) e^{-ik_{z_+} l_p} & -\left(\alpha_{2_-} S_{2_-}\right) e^{+ik_{z_-} l_p} \end{bmatrix} \tag{4.105}$$

Usando a eq. (4.103) e fazendo $S_1 = S_4$, a matriz de transferência para dutos simples é:

$$[\mathbf{TM}] = \begin{bmatrix} \dfrac{\alpha_{2_-} e^{+ik_{z_+} l_p} + \alpha_{2_+} e^{-ik_{z_-} l_p}}{\alpha_{2_-} + \alpha_{2_+}} & \dfrac{e^{+ik_{z_+} l_p} - e^{-ik_{z_-} l_p}}{S_1 \left(\alpha_{2_-} + \alpha_{2_+} \right)} \\ \dfrac{\alpha_{2_-} \alpha_{2_+} S_1 \left(e^{+ik_{z_+} l_p} - e^{-ik_{z_-} l_p} \right)}{\alpha_{2_-} + \alpha_{2_+}} & \dfrac{\alpha_{2_-} e^{+ik_{z_+} l_p} + \alpha_{2_+} e^{-ik_{z_-} l_p}}{\alpha_{2_-} + \alpha_{2_+}} \end{bmatrix} \tag{4.106}$$

Nota-se na eq. (4.106) que não há necessidade de integrações.

CAPÍTULO 5

TÉCNICAS DE MODELAGEM

No processo de desenvolvimento de silenciadores são construídos e testados diversos protótipos, gastando assim, muito tempo e dinheiro. A alta competitividade e o curto ciclo de vida do produto tornam crucial reduzir o tempo de desenvolvimento do produto. A metodologia capaz de substituir este método tradicional é a simulação numérica computacional.

Com os avanços da tecnologia de computação e de sistemas CAD, modelos complexos podem ser modelados com relativa facilidade. Várias configurações alternativas podem ser testadas no computador antes que um protótipo seja construído, tornando assim possível predizer o desempenho acústico dos silenciadores com maior rapidez e precisão. O desenvolvimento tecnológico trouxe também modernos sistemas eletrônicos que tornaram os experimentos de medição mais simples, rápidos e eficientes.

Neste capítulo será feita uma sucinta apresentação das técnicas numéricas disponíveis e mais utilizadas para este tipo de desenvolvimento.

5.1 Método dos Elementos Finitos (FEM)

O método dos elementos finitos tornou-se uma ferramenta muito poderosa na solução numérica de uma grande gama de problemas em engenharia. Aplicações vão de análise de tensão e deformação de estruturas automotivas, aeronáuticas, edificações e pontes a análises de campo de transferência de calor, escoamento de fluidos, fluxo magnético, acústica, e outros problemas de fluxo.

Neste método o procedimento consiste de uma região complexa, que define um contínuo, ser discretizada em formas geométricas simples chamadas de elementos finitos. As propriedades materiais e equações governantes do problema são consideradas sobre estes elementos e são expressas em termos de valores desconhecidos nos vértices destes elementos. O processo de agrupar estas equações e a aplicação de cargas externas e condições de contorno resultam num sistema de equações, cuja solução mostra o comportamento aproximado do contínuo.

O método de elementos finitos é completamente geral, já que não têm nenhuma limitação quanto à geometria do objeto de estudo, silenciadores, sendo que as condições de contorno, em termos de pressão e velocidade, podem ser especificadas em qualquer lugar do sistema. O grau de precisão desejado pode ser obtido aumentando-se o número de elementos nos qual o sistema é subdividido. Por outro lado, o FEM é muito mais dispendioso que outros métodos, requerendo também um tempo razoável para o processamento, exigindo elevados recursos computacionais, sendo fator limitante para a sua utilização.

5.2 Método dos Elementos de Contorno (BEM)

O Método dos Elementos de Contorno (BEM) é uma técnica computacional poderosa, projetando e fornecendo soluções numéricas a uma escala de problemas científicos. Para o usuário, a característica principal do método é que apenas a malha do contorno do domínio é requerida. O método é mais fácil de aplicar-se do que o Método de Elementos Finitos.

No campo da acústica linear, o BEM é a alternativa importante em relação aos métodos tradicionais. Isto é mais aceitável para os problemas exteriores. Entretanto, é natural usar o BEM em vários tipos de aplicação, desde que somente a malha da superfície do corpo seja requerida, reduzindo-se o tempo de preparação da malha e do processo computacional na solução numérica.

A fim de aplicar o Método dos Elementos de Contorno, a equação diferencial parcial que governa o domínio deve ser reformulada como uma equação integral que relaciona as funções definidas somente na fronteira do domínio. Representando o limite ou a superfície como as funções do limite, a equação integral do limite é reduzida a um sistema linear das equações e uma solução numérica torna-se possível.

O Método dos Elementos de Contorno para a solução de problemas acústicos foi desenvolvido nas últimas três ou quatro décadas. Dentre as três classes de problema consideradas, somente o problema interior foi encontrado para ser direto. O desenvolvimento de soluções BEM para o problema exterior e analise modal interior obteve inicialmente algumas dificuldades, que posteriormente foram superadas.

5.3 Método da Matriz de Transferência

Recentemente, analisou-se a perda de transmissão sonora em silenciadores automotivos através de uma análise numérica com o método da matriz de transferência e compararam-se os resultados com uma análise experimental obtendo-se boa concordância. Nesse estudo foram desenvolvidos métodos que possibilitam uma otimização das características acústicas dos silenciadores para motores de combustão interna (Thieme, 2000).

Um silenciador real é composto de vários elementos, tais como câmaras simples, expansão e contração súbita, tubos estendidos e perfurados. Cada elemento possui uma matriz de transferência particular. Então há a necessidade de estabelecer uma relação entre cada elemento e sua matriz de transferência para se determinar a perda de transmissão sonora ou outro parâmetro acústico.

Para determinação de cada matriz de transferência particular desses elementos, adotam-se a pressão acústica “p” e a velocidade de massa “v” como as duas variáveis de estado. A pressão sonora e a velocidade de volume são relacionadas antes e após o silenciador através de uma multiplicação de matrizes referente a cada elemento básico formador do silenciador. Também conhecida como matriz dos quatro parâmetros ou matriz dos quatro pólos, são compostas de quatro elementos que representam cada seção básica.

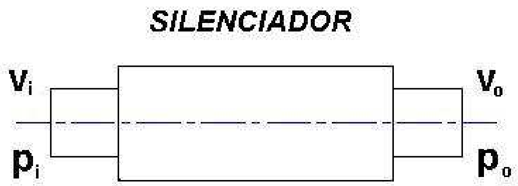

Figura 5.1 – Relação entre pressão e velocidade (Lima, 2001)

A relação entre a pressão sonora e a velocidade na entrada e na saída do silenciador da Fig. (5.1) com o uso dos quatro parâmetros é a seguinte:

$$\begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ -v_0 \end{bmatrix} \tag{5.1}$$

sendo os pares (p_i, v_i) e (p_0, v_0) representantes da pressão sonora e da velocidade na entrada e saída respectivamente. A, B, C e D são os quatro parâmetros que são calculados resolvendo a equação da onda com condições de contorno dadas por:

$$A = \left. \frac{p_i}{p_0} \right|_{v_0 = 0, v_i = 1} \tag{5.2}$$

$$B = \left. \frac{p_i}{-v_0} \right|_{p_0 = 0, v_i = 1} \tag{5.3}$$

$$C = \left. \frac{v_i}{p_0} \right|_{v_0 = 0, v_i = 1} \tag{5.4}$$

$$D = \left. \frac{v_i}{-v_0} \right|_{p_0 = 0, v_i = 1} \tag{5.5}$$

Uma outra propriedade reside no fato que estes quatro parâmetros obedecem ao princípio da reciprocidade, portanto, eles estão relacionados da seguinte forma:

$$AD - BC = 1 \tag{5.6}$$

5.3.1 Matriz de Transferência para Câmara Simples

A matriz de transferência para uma câmara simples de um silenciador possui o seguinte desenvolvimento, desconsiderando o fluxo dos gases, ou seja, o número de Mach M=0:

$$p_i = A_i + B_i \tag{5.7}$$

$$v_i = \frac{A_i - B_i}{Y_i} \tag{5.8}$$

$$p_0 = A_i e^{-ik_0 l_1} + B_i e^{+ik_0 l_1} \tag{5.9}$$

$$p_0 = \left(A_i + B_i\right)\cos(k_0 l_1) - i\left(A_i - B_i\right)sen(k_0 l_1) \tag{5.10}$$

$$p_0 = p_i \cos(k_0 l_1) - iY_i v_i sen(k_0 l_1) \tag{5.11}$$

$$v_0 = \frac{A_i e^{-ik_0 l_1} + B_i e^{+ik_0 l_1}}{Y_i} \tag{5.12}$$

$$v_0 = \frac{\left(A_i - B_i\right)}{Y_i}\cos(k_0 l_1) - i\frac{\left(A_i + B_i\right)}{Y_i}sen(k_0 l_1) \tag{5.13}$$

$$v_0 = v_i \cos(k_0 l_1) - i\frac{p_i}{Y_i}sen(k_0 l_1) \tag{5.14}$$

Da forma matricial:

$$\begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_0 l_1) & -iY_i sen(k_0 l_1) \\ \dfrac{i}{Y_i} sen(k_0 l_1) & \cos(k_0 l_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} \tag{5.15}$$

A matriz de transferência é obtida invertendo-se a matriz de (5.15):

$$\begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(k_0 l_1) & iY_i sen(k_0 l_1) \\ \dfrac{i}{Y_i} sen(k_0 l_1) & \cos(k_0 l_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \tag{5.16}$$

sendo:

p_i e p_0 as pressões acústicas na entrada e saída do silenciador (N/m^2);

v_i e v_0 as velocidades de massa na entrada e saída do silenciador (kg/s);

k_0 o número da onda (rad/m);

Y_1 a impedância característica da seção (1/m.s);

l_1 o comprimento da câmara (m).

Aplicando as condições de contorno, obtêm-se a equação para cálculo da perda de transmissão para a condição de câmara simples de Igarashi e Toyama (1958,1960):

$$TL = 10\log\left[\cos^2\left(\frac{\pi f}{2f_n}\right) + \frac{1}{4}\left(\frac{S_1}{S_i} + \frac{S_i}{S_1}\right)\operatorname{sen}^2\left(\frac{\pi f}{2f_n}\right)\right] \tag{5.17}$$

sendo:

f a freqüência (Hz);

$f_n = \frac{a_0}{4l}$ a freqüência natural (Hz);

a_0 a velocidade do som no meio (m/s);

l o comprimento da câmara de expansão (m);

S_i a área da seção transversal dos dutos (m^2);

S_1 a área da seção transversal da câmara de expansão (m^2);

5.3.2 Matriz de Transferência para Tubos Estendidos

Conforme Pereira (2003), ao passar por uma mudança de área súbita, parte da energia acústica do fluxo de gases de exaustão é transformada em calor, que resulta em um aumento de entropia. Segundo Munjal (1987), este aumento em entropia pode ser medido através de um parâmetro avaliado por meio dos coeficientes mensurados na perda da pressão de estagnação para fluxos incompressíveis ($M^2 << 1$).

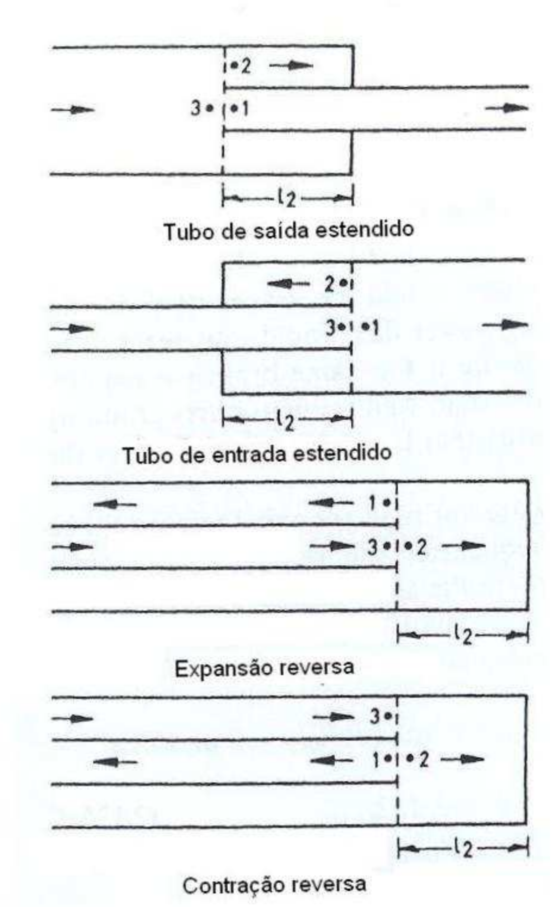

Figura 5.2 – Tipos de elementos de tubos estendidos (Munjal, 1987)

Na Fig. (5.2), ilustram-se os quatro tipos básicos de elementos de tubos estendidos existentes. Diferentemente de um caso onde a pressão estática em uma área descontínua é constante**,** a pressão de estagnação diminui através desta mesma descontinuidade da seção transversal.

O coeficiente de perda da pressão de estagnação K medido para vários fluxos fixos e áreas descontínuas é apresentado conforme a Tabela 5.1.

Tabela 5.1 – Coeficiente de perda de pressão de estagnação (Munjal, 1987)

Elemento	**K**
Contração súbita e tubo de saída estendido	$(1-S_1/S_3)/2$
Expansão súbita e tubo de entrada estendido	$[(S_1/S_3)-1]^2$
Câmara de expansão reversa	$(S_1/S_3)^2$
Câmara de contração reversa	0,5

sendo:

S_1 = Área de seção transversal no ponto 1 (m^2);

S_3 = Área de seção transversal no ponto 3 (m^2).

Tabela 5.2 – Constantes (Munjal, 1987)

Elemento	**C1**	**C2**
Contração súbita e tubo de saída estendido	-1	-1
Expansão súbita e tubo de entrada estendido	-1	+1
Câmara de expansão reversa	+1	-1
Câmara de contração reversa	+1	-1

A matriz de transferência para os elementos com dutos estendidos, em termos de variáveis aeroacústicas, segue o desenvolvimento a seguir, conforme Munjal (1987), considerando as Tabelas 5.1 e 5.2:

$$\begin{bmatrix} p_{c,3} \\ v_{c,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{c,1} \\ v_{c,1} \end{bmatrix} \tag{5.18}$$

sendo:

$$T_{11} = 1 - \frac{KM_1^2}{1 - M_1^2} \tag{5.19}$$

$$T_{12} = \frac{KM_1Y_1}{1 - M_1^2} \tag{5.20}$$

$$T_{21} = \frac{-S_3\left(1 - \dfrac{KM_1^2}{1 - M_1^2}\right) - C_1S_1\left(1 - \dfrac{K(\gamma - 1)M_1^4}{1 - M_1^2}\right) + \dfrac{C_2S_2Z_2(\gamma - 1)KM_1^3}{(1 - M_1^2)Y_1}}{C_2S_2Z_2 + S_3M_3Y_3} \tag{5.21}$$

$$T_{22} = \frac{\dfrac{-S_3KM_1Y_1}{1 - M_1^2} - C_1S_1M1Y_1\left(1 - \dfrac{K(\gamma - 1)M_1^2}{1 - M_1^2}\right) + C_2S_2Z_2\left(1 - \dfrac{(\gamma - 1)KM_1^2}{(1 - M_1^2)}\right)}{C_2S_2Z_2 + S_3M_3Y_3} \tag{5.22}$$

Considerando M=0, ou seja, desprezando a influência dos fluxos de gases, a matriz de transferência para tubos estendidos resulta em:

$$T_{11} = 1 \tag{5.23}$$

$$T_{12} = 0 \tag{5.24}$$

$$T_{21} = \frac{-S_3 - C_1 S_1}{C_2 S_2 Z_2} \tag{5.25}$$

$$T_{22} = 1 \tag{5.26}$$

sendo:

M_1 e M_3 os números de Mach para os pontos 1 e 3;

S_1, S_2 e S_3 as áreas da seção transversal conforme indicado (m^2);

$Y_1 = \frac{a_0}{S_1}$; $Y_2 = \frac{a_0}{S_2}$; $Y_3 = \frac{a_0}{S_3}$ as impedâncias características (1/ms);

$\gamma = \frac{Cp}{Cv}$ a razão calor específico igual a 1,402 para o ar atmosférico;

$Z_2 = -iY_2 \cot[k_0 l_2]$ a impedância acústica.

Considerando-se o desenvolvimento a seguir, tem-se:

$$p = Ae^{-ik_0 z} + Be^{+ik_0 z} \tag{5.27}$$

$$v = \frac{1}{Y}\left(Ae^{-ik_0 z} - Be^{+ik_0 z}\right) \tag{5.28}$$

$$\begin{bmatrix} p_i \\ v_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_0 \\ v_0 \end{bmatrix} \tag{5.29}$$

$$p_i = A_i + B_i \tag{5.30}$$

$$v_i = \frac{A_i - B_i}{Y_i} = \frac{S_i}{a_0}(A_i - B_i) \tag{5.31}$$

$$p_0 = A_i + B_i = A_i[B_0 = 0] \tag{5.32}$$

$$v_o = \frac{A_0 - B_0}{Y_0} = \frac{S_0}{a_0}(A_0 - B_0) = \frac{S_0 A_0}{a_0} \tag{5.33}$$

$$A_i = \frac{p_i + Y_i v_i}{2} = \frac{\left(T_{11}A_0 + T_{12}\left(\frac{A_0}{Y_0}\right)\right) + Y_i\left(T_{21}A_0 + T_{22}\left(\frac{A_0}{Y_0}\right)\right)}{2} \tag{5.34}$$

Desta forma, a perda de transmissão sonora é definida como:

$$TL = 20\log\left(\frac{A_i}{A_0}\right) = 20\log\left[\left(\frac{Y_0}{Y_i}\right)^{1/2}\left|\frac{T_{11} + \frac{T_{12}}{Y_0} + \frac{Y_i}{T_{21}} + \left(\frac{Y_i}{Y_0}\right)T_{22}}{2}\right|\right] \tag{5.35}$$

sendo:

$$Y_i = \frac{a_0}{S_i} \tag{5.36}$$

$$Y_0 = \frac{a_0}{S_0} \tag{5.37}$$

5.3.3 Matriz de Transferência para Tubos Perfurados de Dois Dutos

Conforme Munjal (1987), assumindo a impedância dos tubos perfurados $\rho_0 a_0 \zeta$ uniforme, a velocidade da partícula radial nas perfurações é relacionada pela diferença de pressão através das perfurações, sendo:

$$u(z) = [p_1(z) - p_2(z)]/(\rho_o a_o \zeta) \tag{5.38}$$

sendo, para meio estacionário:

$$\zeta = \left[6\times10^{-3} + ik_o(t+0.75d_h)\right]/\sigma \quad (5.39)$$

e:

t é a espessura da parede do perfurado;

d_h é diâmetro do furo;

σ é a porosidade.

Assumindo que o processo é isentrópico e que a dependência do tempo de todas as variáveis nas equações de continuidade e movimento são harmônicas, e eliminando $u, u_1, u_2, \rho_1, \rho_2$, tem-se a seguinte equação diferencial acoplada:

$$\begin{bmatrix} D^2+\alpha_1 D+\alpha_2 & \alpha_3 D+\alpha_4 \\ \alpha_5 D+\alpha_6 & D^2+\alpha_7 D+\alpha_8 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

sendo:

$$\alpha_1 = -\frac{iM_1}{1-M_1^2}\left(\frac{k_a^2+k_0^2}{k_0}\right); \quad (5.41)$$

$$\alpha_2 = \frac{k_a^2}{1-M_1^2}; \quad (5.42)$$

$$\alpha_3 = \frac{iM_1}{1-M_1^2}\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{k_0}\right); \quad (5.43)$$

$$\alpha_4 = -\left(\frac{k_a^2-k_0^2}{1-M_1^2}\right); \quad (5.44)$$

$$\alpha_5 = \frac{iM_2}{1-M_2^2}\left(\frac{k_b^2-k_0^2}{k_0}\right); \quad (5.45)$$

$$\alpha_6 = -\left(\frac{k_b^2 - k_0^2}{1 - M_2^2}\right); \tag{5.46}$$

$$\alpha_7 = -\frac{iM_2}{1 - M_2^2}\left(\frac{k_b^2 - k_0^2}{k_0}\right); \tag{5.47}$$

$$\alpha_8 = \frac{k_b^2}{1 - M_2^2}; \tag{5.48}$$

Considerando $M_1 = M_2 = 0$, ou seja, desprezando a influência dos fluxos de gases, a matriz de transferência para tubos perfurados de dois dutos resulta em:

$$\alpha_1 = 0; \tag{5.49}$$

$$\alpha_2 = k_a^2; \tag{5.50}$$

$$\alpha_3 = 0; \tag{5.51}$$

$$\alpha_4 = -\left(k_a^2 - k_0^2\right); \tag{5.52}$$

$$\alpha_5 = 0; \tag{5.53}$$

$$\alpha_6 = -\left(k_b^2 - k_0^2\right); \tag{5.54}$$

$$\alpha_7 = 0; \tag{5.55}$$

$$\alpha_8 = k_b^2; \tag{5.56}$$

sendo:

$$k_0 = \frac{\omega}{a_0}; \tag{5.57}$$

$$k_a^2 = k_0^2 - \frac{4k_0 i}{d_1 \zeta}; \tag{5.58}$$

$$k_b^2 = k_0^2 - \frac{4k_0 d_1 i}{\left(d_2^2 - d_1^2\right)\zeta}; \tag{5.59}$$

$$D = \frac{d}{d_z}; \tag{5.60}$$

As equações de segunda ordem podem ser rearranjadas como um conjunto de quatro equações simultâneas de primeira ordem, sendo:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & \alpha_1 & \alpha_3 \\ 0 & 1 & \alpha_5 & \alpha_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1'' \\ p_2'' \\ p_1' \\ p_2' \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ 0 & 0 & \alpha_6 & \alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1' \\ p_2' \\ p_1 \\ p_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.61}$$

sendo:

$$p_1' = y_1; \tag{5.62}$$

$$p_2' = y_2; \tag{5.63}$$

$$p_1 = y_3; \tag{5.64}$$

$$p_2 = y_4; \tag{5.65}$$

A Eq. (5.61) pode ser reduzida para uma forma mais conveniente:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & D & 0 \\ 0 & -1 & 0 & D \\ D & 0 & \alpha_2 & \alpha_4 \\ 0 & D & \alpha_6 & \alpha_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.66}$$

As Eq. (5.66) são transformadas para as principais variáveis $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$, sendo:

$$\begin{bmatrix} D-\beta_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D-\beta_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & D-\beta_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D-\beta_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \\ \Gamma_3 \\ \Gamma_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.67}$$

sendo os β's os zeros dos polinômios característicos $|\Delta|$.

As Eq. (5.67) são as desejadas equações desacopladas. As variáveis do estado principal $\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3, \Gamma_4$ são relacionadas às variáveis y_1, y_2, y_3, y_4 através da Matriz $[\psi]$, sendo:

$$\{y\} = [\psi]\{\Gamma\}; \tag{5.68}$$

sendo:

$$\psi_{1,j} = 1; \tag{5.69}$$

$$\psi_{2,j} = -\frac{\beta_j^2 + \alpha_1\beta_j + \alpha_2}{\alpha_3\beta_j + \alpha_4}; \tag{5.70}$$

$$\psi_{3,j} = \frac{1}{\beta_j}; \tag{5.71}$$

$$\psi_{4,j} = \frac{\psi_{2,j}}{\psi_{3,j}}; \tag{5.72}$$

com $j: 1,2,3,4.$

A solução geral da Eq. (5.67) pode ser escrita como:

$$\Gamma_1(z) = C_1 e^{\beta_1 z} \quad ; \tag{5.73}$$

$$\Gamma_2(z) = C_2 e^{\beta_2 z} \quad ; \tag{5.74}$$

$$\Gamma_3(z) = C_3 e^{\beta_3 z} \quad ; \tag{5.75}$$

$$\Gamma_4(z) = C_4 e^{\beta_4 z} \quad ; \tag{5.76}$$

Agora, podem-se obter as expressões para *$u_1(z)$ e $u_2(z)$.* Então, tem-se:

$$\begin{bmatrix} p_1(z) \\ p_2(z) \\ \rho_0 a_0 u_1(z) \\ \rho_0 a_0 u_2(z) \end{bmatrix} = [A(z)] \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} \tag{5.77}$$

sendo:

$$A_{1,j} = \psi_{3,j} e^{\beta \mathrm{iz}}; \tag{5.78}$$

$$A_{2,j} = \psi_{4,j} e^{\beta \mathrm{iz}}; \tag{5.79}$$

$$A_{3,j} = -\frac{e^{\beta \mathrm{iz}}}{ik_0 + M_1 \beta_j}; \tag{5.80}$$

$$A_{4,j} = -\frac{\psi_{2,j} e^{\beta j z}}{ik_0 + M_2 \beta_j}; \tag{5.81}$$

com $j:1{,}2{,}3{,}4$ para as respectivas colunas de [A(z)].

Finalmente, a pressão e a velocidade em z=0 podem ser relacionadas em z=l através da relação da seguinte matriz de transferência:

$$\begin{bmatrix} p_1(0) \\ p_2(0) \\ \rho_0 a_0 u_1(0) \\ \rho_0 a_0 u_2(0) \end{bmatrix} = [T] \begin{bmatrix} p_1(l) \\ p_2(l) \\ \rho_0 a_0 u_1(l) \\ \rho_0 a_0 u_2(l) \end{bmatrix}$$ (5.82

ERROR: syntaxerror
OFFENDING COMMAND: --nostringval--

STACK:

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo