

ALZENIR VIRGINIA FERREIRA SOISTAK

**MODELAGEM MATEMÁTICA NO CONTEXTO DO ENSINO MÉDIO:  
POSSIBILIDADE DE RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM O COTIDIANO.**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do grau de Mestre em Educação, do Programa de Pós Graduação em Educação, Setor de Ciências Humanas, Letras e Arte da Universidade Estadual de Ponta Grossa. Área de Concentração: Ensino Aprendizagem.

Orientador: Prof. Dr. Dionísio Burak.

PONTA GROSSA

2006

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*Aos meus pais Antônio e Precilia, pelo amor e educação.*

*Ao meu esposo Jorge, pelo amor, incentivo e companheirismo.*

*À minha filha Amanda, razão e motivo de alegria.*

## AGRADECIMENTOS

A Deus pelo dom da vida e pela família maravilhosa que me concedeu.

Aos Professores e colaboradores do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG), que com profissionalismo contribuíram para o crescimento e enriquecimento pessoal e profissional.

Ao Professor Dr. Dionísio Burak, que com carinho e dedicação me orientou e acompanhou na realização deste trabalho.

A Professora Dr Ettiene, Professores Dr Ademir e Ivo, pela participação na banca e orientações pertinentes à melhoria do trabalho.

Aos colegas do curso de Mestrado e participantes do GEPEMA, pela amizade.

Às Professoras Marlene Perez e Joseli Almeida Camargo, pelo incentivo e contribuições.

Aos alunos que participaram com entusiasmo das situações de Modelagem Matemática aqui relatada.

Aos colegas e amigos do Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas e Escola Municipal Prof. Zair Santos Nascimento, em especial as professoras Andriele, Adriane e Iluir pelo incentivo.

A todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

Muito Obrigado!

*A verdadeira dificuldade não está  
em aceitar idéias novas, mas  
escapar das idéias antigas.*  
(John Maynard Keynes)

## RESUMO

Este trabalho é resultado da investigação realizada durante a aplicação da Modelagem Matemática no contexto do Ensino Médio na perspectiva da busca de uma alternativa metodológica para o ensino de Matemática. A opção por essa estratégia de ensino se deu após estudos, discussões e reflexões sobre a Matemática e a Educação Matemática com o propósito de buscar melhorias para o ensino aprendizagem da mesma. A Modelagem Matemática procura tornar o processo de ensino e aprendizagem mais significativa para o aluno, uma vez que tem como princípio partir de temas de interesse do grupo. A questão a ser respondida pela investigação é: Qual a melhor maneira de relacionar os conhecimentos cotidianos, trazidos pelos alunos com os conhecimentos matemáticos sistematizados pela escola? Tal indagação estabeleceu como objetivo: analisar a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, considerando a contextualização, a aplicabilidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos. A investigação foi desenvolvida em dois momentos: três bimestres de 2004 e primeiro semestre de 2005. As duas turmas participantes, uma composta por alunos externos e outra pelos alunos internos, freqüentavam a primeira série do Colégio Agrícola Augusto Ribas, Ponta Grossa, Paraná com o tema comum: Cultura do Soja. Em face do objetivo proposto a investigação segue a perspectiva qualitativa com enfoque na etnografia do trabalho escolar. A coleta de dados deu-se a partir das observações, entrevistas, documentos e manifestações espontâneas dos participantes. Os resultados mostram a abertura proporcionada por essa alternativa metodológica, o novo papel a ser desempenhado pelo professor e pelos alunos envolvidos. Faz-se também uma reflexão acerca das dificuldades encontradas para efetivação da Modelagem, no contexto escolar, para romper com a forma atual de ensino de Matemática, onde na maioria das ações se prioriza o produto em detrimento do processo.

**Palavras-chave:** Modelagem Matemática, Ensino Aprendizagem, Educação Matemática; Metodologia.

## ABSTRACT

The present work is the result of an investigation accomplished during the application of the Mathematics Modelling into the context of high school, considering a perspective of a searching for a methodological alternative of the Mathematics studies. The option for this learning strategy arose after studies, discussions and reflections about the Mathematics in itself and Mathematics Education, with the purpose to search improvements to the Mathematics teaching and learning process. The Mathematics Modelling approach seeks to make the learning process more significant for the student, once it has as its objective starting with subjects that the students' group would be interested for. The question to be answered by the investigation is: 'What's the best way to link up the everyday knowledge, brought by the students, with the Mathematics ones, which are originally set by the school? Such important question establishes an objective: to analyze the Mathematics Modelling application in the classroom, taking into account the context, the ways to get results and the comprehension of the Mathematics subjects. The investigation was developed in two moments: three bi-monthly terms of 2004 and the first bi-monthly term of 2005. The two streams involved, a group of external students and another group of inmates, were attending the first grade in the Augusto Ribas Agricultural School, Ponta Grossa, Paraná, and were studying the same theme: the Soya bean cultivation. In the presence of the aim that has been intended, the investigation followed the qualitative perspective with the emphasis in the ethnography of the school work. The data collection started from interviews, documents, observances and from some participants' spontaneous demonstrations. The results point out the opening created by this methodological alternative, the new role of teachers and students involved in the process. One reflection is also done about the difficulties found for putting into effect the Mathematics Modelling purposes in the school context, in order to break up with the current way of Mathematics teaching, in what most actions are focused in give priority to the final product in detriment of the process.

**Key-words:** Mathematics Modeling; Teaching and Learning Process, Mathematics Education, Methodological.

**LISTA DE TABELAS**

TABELA 1 – Indicador de escolha de disciplinas.....	62
TABELA 2 – Exportação do soja .....	68
TABELA 3 – Relação de grãos colhidos pela área plantada .....	69
TABELA 4 – Escolha do tema da Modelagem .....	72
TABELA 5 – Medidas não oficiais .....	73
TABELA 6 – Múltiplos e submúltiplos do metro .....	75
TABELA 7 – Múltiplos e submúltiplos da medidas de superfície .....	75
TABELA 8 – Medidas agrárias .....	76
TABELA 9 – Quantidade de metros lineares por hectare .....	78
TABELA 10 – Quantidade de sementes por metro linear.....	78
TABELA 11 – Preço do soja .....	79
TABELA 12 – Colheita do soja por hectares .....	79
TABELA 13 – Preço do soja II .....	80
TABELA 14 – Perda da produção .....	81
TABELA 15 – Preço do veneno .....	81
TABELA 16 – Quantidade de metros lineares por hectare II .....	83
TABELA 17 – Área do galpão .....	87



## LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1 – Relação de grãos colhidos pela área plantada .....	69
GRÁFICO 2 – Quantidade de metros lineares por hectare .....	78
GRÁFICO 3 – Quantidade de sementes por metro linear .....	79
GRÁFICO 4 – Preço do soja .....	79
GRÁFICO 5 – Colheita do soja por hectares .....	80
GRÁFICO 6 – Preço do soja II .....	80
GRÁFICO 7 – Perda da produção .....	81
GRÁFICO 8 – Preço do veneno .....	82
GRÁFICO 9 – Quantidade de metros lineares por hectare II .....	84
GRÁFICO 10 – Função quadrática .....	88

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Comparação entre conhecimento espontâneo e conhecimento escolar.....	16
QUADRO 2 – Concepções metodológicas da Matemática .....	23
QUADRO 3 – Competências e habilidades para o ensino da Matemática .....	32
QUADRO 4 – Conteúdos estruturantes e conteúdos específicos .....	33
QUADRO 5 – Temas abordados sobre a cultura do soja pela 1 <sup>a</sup> C .....	68
QUADRO 6 – Temas abordados sobre a cultura do soja pela 1 <sup>a</sup> A .....	73

## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO I – O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E A ESCOLA .....</b>	<b>15</b>
1.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE CONHECIMENTO E AQUISIÇÃO DE CONHECIMENTO .....	15
1.1.1 Visão empirista .....	18
1.1.2 Visão apriorista .....	19
1.1.3 Visão construtivista.....	21
1.2 UMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO .....	23
1.3 ORGANIZAÇÃO CURRICULAR DO ENSINO MÉDIO BRASILEIRO E A MATEMÁTICA .....	29
<b>CAPÍTULO II – MODELAGEM MATEMÁTICA.....</b>	<b>36</b>
2.1 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL .....	36
2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA – UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO ....	42
2.3- FORMAÇÃO E ATUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA.....	50
<b>CAPÍTULO III - SITUAÇÕES DE APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO PROFISSIONALIZANTE.....</b>	<b>59</b>
3.1 METODOLOGIA DO TRABALHO.....	59
3.2 ALGUNS DADOS SOBRE O TEMA ESCOLHIDO.....	64
3.3 SITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM A 1ª SÉRIE C.....	66
3.4 SITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM A 1ª SÉRIE A.....	71
<b>CAPÍTULO IV – DISCUSSÃO E ANÁLISE DAS SITUAÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA .....</b>	<b>89</b>
4.1 VISÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA X ENSINO TRADICIONAL.....	89
4.2 PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO X CONTEÚDO CURRICULAR .....	93
4.3 DO TRABALHO EM GRUPO.....	97
4.4 DESAFIOS E CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA PARA O ENSINO.....	98
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>105</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>108</b>
<b>ANEXO - ENTREVISTAS COM OS ALUNOS .....</b>	<b>111</b>

## INTRODUÇÃO

Atualmente nas práticas escolares, a Matemática ao lado da Língua Materna, formam juntas as disciplinas básicas dos currículos, desde os primeiros anos de escolaridade, independente de raças, credos ou sistemas políticos recebendo importante destaque na formação dos educandos (MACHADO, 2001, p.8).

Porém, juntamente com outras disciplinas contribuem para o pouco êxito do sistema escolar, onde os problemas educacionais são geralmente identificados e as soluções para o mesmo são difíceis de encontrar.

Geralmente as reformas curriculares tratam os problemas de forma superficial, e os “novos programas mudam os nomes das coisas e deixam todo o resto igual” como se os problemas educacionais fossem puramente técnicos, em relação ao que acontece dentro das salas de aulas (DELVAL, 2001, p. vii).

Especificamente no ensino da Matemática, esses problemas educacionais, são por nós vivenciados no dia-a-dia da sala de aula, refletindo na aprendizagem dos alunos. Quando da indagação sobre a importância da Matemática aos alunos, concordam que ela deve ser ensinada na escola. Mas confessam que encontram dificuldades de aprendizagem e não conseguem relacionar a Matemática presenciada na escola com a Matemática encontrada em situações do cotidiano.

Conforme Lima (1999, p. 6) um ensino com “falta de aplicações para os temas estudados em classe é o defeito mais gritante do ensino da Matemática em todas as séries escolares,” seja em nível fundamental, médio ou superior. O ensino é feito em forma de transmissão de conteúdos, em que eles são apresentados, cabendo ao aluno somente reproduzirem o que lhe foi proposto.

Refletindo sobre tais situações denunciadas no sistema escolar, constata-se a necessidade de mudanças em nossas práticas escolares. Mudanças que visem tornar o ensino da Matemática mais significativo, que tornem as aulas mais agradáveis, proporcionando aos alunos condições mais eficazes de aprendizagem e de aplicação dos conteúdos aprendidos em situações cotidianas.

Procurando reverter essa situação, a Educação Matemática propõe que o ensino da Matemática passe a se constituir em um processo de interação entre professor e aluno, em que ambos possam problematizar, refletir e construir conhecimentos matemáticos.

Na proposição da construção do conhecimento matemático, encontramos metodologias diferenciadas para o ensino da Matemática, como Jogos, Resolução de Problemas, Etnomatemática, Modelagem Matemática e outros. Dentre elas a que nos chamou mais atenção e interesse foi a Modelagem Matemática, uma alternativa de ensino que busca relacionar os conhecimentos práticos do aluno, do seu cotidiano com conhecimentos matemáticos sistematizados na escola, partindo de um tema de seu interesse.

Na literatura encontramos vários autores (BURAK, 1987, 1992; MONTEIRO; POMPEU, 2001; BASSANEZI, 2002; BARBOSA, 2003; BIEMBENGUT, 2003; e outros) que aplicaram a Modelagem Matemática em sala de aula e obtiveram sucesso, e assim sugerem que essa forma de ensino seja praticada em nossas escolas.

Diante da sugestão deixada por tais autores, pela possibilidade de mudar nossa prática e tornar o ensino atraente, sentimo-nos instigadas a aplicar e analisar os efeitos da Modelagem Matemática em turmas que atuamos. No intuito de encontrar resposta à seguinte questão: qual a melhor maneira de relacionar os conhecimentos cotidianos, trazidos pelos alunos com os conhecimentos matemáticos sistematizados pela escola?

Para tanto estabelecemos como objetivo: analisar a aplicação da Modelagem Matemática em situação de sala de aula, ante a contextualização, a aplicabilidade e a compreensão dos conteúdos matemáticos.

Norteados por tal objetivo, aplicamos a Modelagem Matemática com uma abordagem qualitativa, subsidiando-nos na etnografia escolar. Os dados foram coletados durante o desenvolvimento da Modelagem em duas turmas regulares da primeira série do Ensino Médio Profissionalizante do Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas, em dois anos consecutivos, os quais nos levaram a resultados significativos de mudança da prática escolar.

Organizamos esse trabalho em quatro capítulos procurando refletir sobre a Educação Matemática como um todo e descrever as contribuições deixadas pela aplicação da metodologia da Modelagem Matemática no contexto escolar do Ensino Médio.

No primeiro capítulo: **O conhecimento matemático e a escola**, faremos uma abordagem geral sobre aquisição de conhecimento e as visões de ensino encontradas na prática escolar. Também teceremos um breve histórico da organização do conhecimento matemático no decorrer dos tempos, e como esse está organizado na estrutura curricular do Ensino Médio, baseados na Lei de Diretrizes e Bases da Educação e nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio, nosso lugar de atuação profissional e conseqüentemente palco das reflexões.

No segundo capítulo: **Modelagem Matemática**, abordaremos sobre as tendências do ensino da Matemática especificamente no Brasil. Veremos como a Educação Matemática surgiu, sendo uma tendência que reflete e propõe alternativas metodológicas diferenciadas para que o ensino da Matemática se torne significativo ao aluno, vencendo a imagem de “bicho papão” e mostrando a necessidade de mudança no ensino. Descreveremos especificamente sobre a Modelagem Matemática na visão de vários autores estudiosos dessa alternativa de ensino da Matemática e refletiremos sobre a formação e atuação do professor de

matemática nas escolas, já que ele é visto como o principal responsável pelo processo de ensino e aprendizagem em sala de aula.

No terceiro capítulo: **Situações de Aplicação da Modelagem Matemática no Ensino Médio Profissionalizante**, descreveremos e analisaremos as duas situações de aplicação da Modelagem Matemática, realizadas em turmas regulares de primeira série do Ensino Médio Profissionalizante. A Modelagem foi aplicada como alternativa de ensino capaz de despertar o interesse nos alunos e melhorar o seu rendimento escolar. Mostraremos como desenvolvemos nosso trabalho através do tema escolhido – cultura do soja – relacionando as coletas de informações, as situações problemas levantadas, os conteúdos matemáticos estudados e as análises feitas durante a aplicação das etapas para essa metodologia apontadas por Burak (1998, p. 32).

No quarto capítulo, **Discussão e Análise das situações de Modelagem Matemática**, faremos a discussão e a análise dos dados coletados durante a realização da Modelagem Matemática nessas turmas. Estabelecemos algumas linhas norteadoras para análise e reflexões e apontamos alguns desafios e contribuições durante a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula.

Finalizando colocaremos nossas considerações frente à investigação realizada, procurando incentivar professores a aplicar a Modelagem Matemática em suas práticas escolares, no intuito de melhorar o ensino da Matemática em nossas escolas.

# CAPÍTULO I

## O CONHECIMENTO MATEMÁTICO E A ESCOLA

### 1.1 ALGUMAS CONSIDERAÇÕES SOBRE CONHECIMENTO E AQUISIÇÃO DE CONHECIMENTO

Desde o início dos tempos o homem foi acumulando conhecimentos e saberes. Na medida em que os dominava, foram sendo aperfeiçoados e repassados às gerações futuras.

Depois de algum tempo houve a necessidade de registros dos mesmos para que não se perdessem e assim cada geração continuasse progredindo com os conhecimentos já elaborados pelas gerações passadas, aperfeiçoando-os e os adaptando as suas necessidades.

Dessa forma o acúmulo de conhecimentos se tornou muito variado e diversificado sendo importante para alguns e não tão importante para outros, dependendo da região e da historicidade de cada grupo. Conforme sua importância e utilidade foram sendo aperfeiçoados e modificados, ficando alguns conhecimentos de domínio para todos e outros de domínio regionais, havendo assim um acúmulo diversificado de conhecimentos, um acúmulo de cultura.

Entende-se como cultura o:

[ ... ] conjunto de todas as acumulações realizadas pelos seres humanos que determinam a sociedade. Incluem-se os conhecimentos, os tipos de relação social, o processo de produção, as formas de organização política, os costumes, a arte, a música, a dança, etc. (DELVAL, 2001, p.16)

É graças a esse acúmulo de cultura e a capacidade de ensino e aprendizagem dos seres humanos que estamos em contínua mudança e transformações, essas consideradas sempre para algo “melhor”, ampliando o meio ambiente para sobrevivência da espécie.

As formas de transmissão da cultura com o passar dos tempos foram sendo deixadas de serem responsabilidade somente da família, havendo a necessidade de uma organização



oficial que se encarregasse de preparar as gerações mais novas, partindo dos conhecimentos já elaborados.

Coube então a escola a responsabilidade de formação e transmissão desses conhecimentos, mas também a missão de socializar a criança preparando-as para a vida adulta em sociedade (DELVAL, 2001, p. 17).

Segundo Delval (2001, p.81-83) desde a invenção da escola, nas culturas do Egito, Mesopotâmia e Grécia, essa era reservada a poucos – aos membros das classes privilegiadas. A partir do século XVIII, enfrentando fortes resistências, a escola começou a se generalizar e atualmente a escolarização é obrigatória na maioria dos países, mesmo que em alguns deles essa exigência não se cumpra totalmente.

O conhecimento ensinado na escola é mais teórico e científico, devido ao próprio desenvolvimento das ciências e da humanidade. Porém na atual situação que se encontra a educação, o conhecimento escolar proporciona pouco significado ao aluno. Os conteúdos ensinados não estão e dificilmente estarão presentes em situações do cotidiano, e por isso o aluno sente dificuldade em aprendê-lo e muitas vezes decoram para realizar uma prova e depois esquecem.

Já o conhecimento cotidiano “tem seu início sempre em problemas que apresentam um significado para o sujeito e para os quais este tenta transpor a distância existente entre sua posição e a meta a que se propõe” (DELVAL, 2001, p.110). O que a escola precisa fazer é aliar o conhecimento escolar, com o conhecimento espontâneo do aluno, para que assim o educando vendo a utilidade do conhecimento proposto possa interagir com ele e aprender de uma forma mais significativa. O conhecimento cotidiano deve ser visto como um aliado auxiliando na elaboração do ensino escolar da ciência, já que o conhecimento cotidiano é um componente muito importante na vida das pessoas.

O quadro a seguir, elaborado por Delval (2001, p. 97) estabelece uma comparação entre o conhecimento espontâneo, aquele adquirido de forma prazerosa e significativa, do cotidiano do sujeito e o conhecimento escolar, e propõe algumas sugestões que se implantadas no sistema escolar, podem melhorar a aprendizagem escolar.

QUADRO 1 –Comparação entre conhecimento espontâneo e conhecimento escolar

Conhecimento espontâneo	As crianças aprendem continuamente desde o nascimento, atuando sobre a realidade, transformando-a e observando os resultados de suas ações. Dessa maneira formam representações ou modelos de funcionamento da realidade que lhes permitem agir. Esse é o procedimento geral para adquirir novos conhecimentos.[...] esse conhecimento permite-lhes sobreviver e atuar sobre a realidade. É um conhecimento para a ação e para obtenção de resultados práticos	Responde a problemas prévios. Serve para a ação. É prático. Percebe-se sua utilidade.
Conhecimento escolar	Muitas das coisas ensinadas às crianças na escola não respondem a problemas que tenham sido propostos previamente. Serão dadas soluções para problemas que não existem (para a criança). É um ensino que não está conectado com a vida da criança nem com os problemas que a preocupam. Por isso o ensino está desconectado com a vida do contexto e o que se ensina não serve para a ação, porque não se relaciona com ela. O conhecimento escolar está distanciado da vida não facilita a ação. O conhecimento científico originou-se de problemas concretos para os quais se pretendeu buscar soluções e, depois, a própria ciência foi estabelecendo novos problemas.	Não responde a problemas prévios. Não serve para a ação. Não é prático. Não se percebe sua utilidade.
Relações entre ambos	São dois sistemas de conhecimento, e cada um é utilizado em determinado contexto. Para responder às perguntas do professor, utiliza-se o conhecimento escolar e, na vida fora da escola, continua-se utilizando o conhecimento espontâneo.	Dois sistemas independentes que não se relacionam.
Soluções	Partir de problemas de conhecimento da própria criança e fazer com que os conhecimentos vinculem-se com sua vida, mostrando como o conhecimento serve para resolver problemas. A partir de problemas da criança, apresentar outros problemas e colocações mais teóricas. Deve-se mostrar que o conhecimento é uma força para transformar a realidade.	Construir o conhecimento escolar a partir de conhecimento espontâneo.

Seguida a sugestão proposta, se o ensino partir das situações do cotidiano da criança, do aluno de um modo geral, não importando a idade em que se encontre, e explorar o que ele já sabe para depois estruturar o conhecimento escolar, o conhecimento científico do fato, acredita-se que a aprendizagem melhorará significativamente. O aluno conseguirá aprender melhor se sentir-se capaz de aprender, se compreender que o que já sabe é também importante e pode ser melhorado e utilizado em situações vividas em sua realidade.

Mesmo propondo que as atividades curriculares partam do cotidiano, dos conhecimentos espontâneos dos alunos, a escola ainda não conseguiu se adaptar e mudar os

paradigmas vigentes de educação. O que geralmente encontramos são escolas deficitárias e confusas em cumprir seu papel, e ao mesmo tempo lutando de maneiras diferentes para que se possa atingir tal objetivo, e mudar o conceito que a está permeando.

Segundo Becker (2002) em pesquisa realizada com professores, existem epistemologicamente algumas visões diferenciadas sobre a maneira de como se constrói o conhecimento que permeiam o professor, e conforme seja tal visão assim será sua atuação em sala, e conseqüentemente a “aprendizagem” de seus alunos.

### **1.1.1 Visão empirista**

A visão empirista, a que está mais de acordo com a visão do senso comum, considera que o sujeito nasce como uma “tábula rasa” sem saber nada e sobre ele são depositados os conhecimentos que foram se acumulando com o passar dos anos. “O conhecimento seria uma cópia da realidade e seria tanto melhor quanto mais fiel fosse a cópia” (DELVAL, 2001, p.70).

Nessa visão a origem do conhecimento se dá pelos sentidos, isto é, o sujeito precisa experimentar através dos seus cinco sentidos, visão, audição, paladar, olfato e tato o que está ao seu redor, o objeto a ser conhecido e somente depois de passar pelos sentidos é que se pode dizer que conheceu tal objeto. Esquematicamente essa visão de aquisição de conhecimento pode assim ser representada:

Sujeito ← Objeto
------------------

Como o conhecimento passa pelos sentidos, ao se deparar com o conhecimento que necessita da abstração, essa visão encontra dificuldades de se fundamentar, pois as ações e relações que o sujeito faz em relação ao objeto são desconsideradas e o conhecimento abstrato nasce das relações intelectuais estabelecidas pelo sujeito em relação ao objeto.

O professor representante dessa forma de aquisição de conhecimento comporta-se como o centro das atenções e como o principal responsável pelo conhecimento, sem ele o aluno não aprende. Ao aluno cabe somente ficar em silêncio, ouvir e repetir/reproduzir o que foi transmitido pelo professor. O bom aluno seria aquele que melhor repetisse o que lhe foi ensinado. Esquemmatizando esse modelo pedagógico temos:

Aluno ← Professor
-------------------

Segundo Becker (2001, p. 19) “nessa relação, o ensino e aprendizagem são pólos dicotômicos: o professor jamais aprenderá e o aluno jamais ensinará”. Há nesse modelo de ensino uma autoridade superior do professor sua função é somente ensinar e o aluno somente aprender, e isso não pode, não deve ser mudado.

No ensino da Matemática essa visão é encontrada com frequência, leigos e especialistas difundem que o “conhecimento matemático possui características gerais de objetividade, de precisão, de rigor, de neutralidade do ponto de vista ideológico que o universalizam” (MACHADO, 2001, p. 9). Assim encontramos as famosas listas de exercícios, onde se tem um modelo e os demais exercícios somente os repetem, sem que haja reflexão ou questionamento sobre o que se está fazendo. Professores e alunos acreditam que quanto maior for a repetição, melhor será a aprendizagem.

Esse modelo contribui para a reprodução da ideologia, pois os alunos egressos da formação nessa escola aprenderam a silenciar e obedecer perante as autoridades, a não expressarem suas opiniões, a não lutarem por seus direitos.

### **1.1.2 Visão apriorista**

A visão apriorista considera que o sujeito já nasce com pré-disposições, *a priori*, para aprender, e sem tais condições que passam pelo processo de maturação em determinados

estágios de acordo com a idade, seria quase impossível adquirir conhecimento. “As ações espontâneas farão a criança transitar por fases de desenvolvimento, cronologicamente fixas” (BECKER, 2001, p. 21).

Nessa visão todo o conhecimento está dentro do sujeito, são hereditários, nasce com o sujeito, é de sua exclusividade e o meio tem pouca ou quase nenhuma influência em sua aprendizagem, ela “opõe-se à empirista na medida em que relativiza a experiência, absolutizando o sujeito” (BECKER, 2002, p. 15). Esquemáticamente pode ser representada:

Sujeito → Objeto

Toda responsabilidade de aprendizagem está no sujeito, basta um mínimo de exercícios para se desenvolver o físico e um mínimo de estímulos para se desenvolver o intelecto, pois todo conhecimento é herdado pelo sujeito que somente age sobre objeto. “O professor, imbuído de uma epistemologia apriorista – inconsciente, na maioria das vezes – renuncia àquilo que seria a característica fundamental da ação docente: a intervenção no processo de aprendizagem do aluno” (BECKER, 2001, p. 21).

Essa visão é pouco encontrada nas salas de aula em nossas escolas, pois um professor que vê o conhecimento dessa maneira acredita que o aluno aprende sozinho, cabe a ele somente facilitar a aprendizagem, a ele não cabe ensinar, pois ensinar prejudica o aluno e dessa forma o ensino tende ao fracasso. No modelo pedagógico essa relação se dá da seguinte forma:

Aluno → Professor

Com essa visão tudo permanece como está não há perspectivas de mudanças, pois tudo que se possa aprender já está predestinado ao indivíduo que já nasce com tais condições, e nada se pode ensinar, assim ensino aprendizagem “não conseguem fecundar-se mutuamente: a aprendizagem por julgar-se auto-suficiente, e o ensino por ser proibido de interferir” (BECKER, 2001, p. 22).

Essa concepção legitima a não aprendizagem principalmente daqueles alunos marginalizados economicamente, pois a escola e a sociedade em geral os concebem como desprovidos do saber, já que esse é considerado herdado, e se o aluno não herdou tais características, o professor e a escola não se sentem culpados pelo fracasso do mesmo.

No ensino da Matemática, encontramos aqueles alunos que não compreendem e não aprendem conhecimentos matemáticos e justificam a sua não aprendizagem, porque “não nasceram com o dom” da Matemática. Por mais que alguém os incentive não conseguem acreditar que possam aprender, pois justificam a não aprendizagem pela falta desse dom. Também há professores e equipe pedagógica que justificam a defasagem de aprendizagem de alguns alunos em Matemática pela falta desse dom, que seria herdado e que com ele a aprendizagem seria melhor, e se não nasceu com os pré-requisitos adquiridos a priori, dificilmente tais alunos aprenderão Matemática.

### 1.1.3 Visão construtivista

A terceira visão, a construtivista tem em Piaget seu principal representante. “Para Piaget o conhecimento tem início quando o recém nascido age, assimilando alguma coisa do meio físico ou social” (BECKER, 2001, p. 25) e assim continua construindo seu conhecimento por toda sua existência na ação, na interação existente entre sujeito e objeto.

Nessa visão de conhecimento Becker (2002, p. 21) coloca que:

[...] As verdadeiras formas ou estruturas de conhecimento não são dadas na bagagem hereditária; mas também não são resultado de um decalque das organizações dos objetos, ou do meio físico ou social, por força da pressão deste meio; mas são resultado de um processo de interação radical entre o mundo do sujeito e o mundo do objeto, (inter)ação ativada pela ação do sujeito.

Em forma de modelo epistemológico, pode assim ser representado:

Sujeito ↔ Objeto
------------------

Porém essa teoria não abandona totalmente as idéias defendidas pela empirista e apriorista, mas resgata dois pontos, que segundo Becker (2002, p. 11) são qualidades de cada uma delas que ajudam na superação das mesmas e dão importância aos pólos da relação escolar, aluno e professor:

- 1) Resgata-se do primeiro, a importância que se dá ao conteúdo, sistematizado pelas várias ciências (“acervo cultural da humanidade”), e a autoridade do saber do professor: do segundo, resgata-se a experiência de vida, o saber até agora construído e a capacidade de construir conhecimento que a sala de aula tem por função ativar.
- 2) Nega-se, por outro lado, o saber absoluto atribuído ao professor e o autoritarismo daí derivado; a pretensa incapacidade de o professor influir no aluno e a inutilidade dos conhecimentos deste. Por outro lado, nega-se a ignorância absoluta atribuída ao aluno e a subserviência e a inanição que lhe são cobradas; o autoritarismo do aluno e a pretensa auto-suficiência de seus instrumentos de acesso ao conhecimento.

Resgatando as qualidades e negando as más influências das duas teorias até então defendidas e praticadas na escola o professor que acredita que o conhecimento não pode ser transmitido, nem despertado mas sim construído, interage com seus alunos. Ele cria situações nas quais o aluno problematiza e reflete a sua ação. Esquemáticamente essa relação pode ser assim representada:

Aluno ↔ Professor

O professor sabe que para se construir um conhecimento novo (BECKER, 2001, p. 23) duas condições são necessárias:

1-que o aluno aja (assimilação) sobre o material no qual o professor presume que tenha algo de significativo para ele;

2-que o aluno responda para si mesmo às perturbações (acomodação) provocadas pela assimilação do material, e ele reflita sobre sua ação.

Dessa forma o professor necessita primeiramente conhecer o que o aluno já sabe, pois todo sujeito traz consigo estruturas cognitivas que lhe possibilitam aprendizagens futuras. E o aluno precisa estar disposto a aprender o que o professor lhe desafia, o que ele tem a lhe ensinar (conteúdos formais acumulados durante a história da civilização), tornando o processo

ensino aprendizagem dinâmico e dialético, com o professor ensinando e aprendendo junto com seu aluno.

No ensino da Matemática essa visão de aquisição do conhecimento é ainda pouco praticada, encontramos somente alguns exemplos de professores que colocam seus alunos em confronto com situações que lhe exigem a interação entre sujeito e objeto, que exijam do aluno buscar conhecimentos que já são de seu domínio para assim poderem ser melhorados. Também encontramos alunos não acreditando na possibilidade de aprender sozinhos, isto é, que possam construir seu conhecimento, eles esperam passivamente pelas ordens e explicações do professor a lhe ensinar a forma correta de resolver, isto é, lhe fornecendo o modelo a ser seguido para realizar o que lhe foi proposto.

Na escola a Matemática possui características de conhecimento abstrato (DELVAL, 2001, p. 84), e só poderá ser efetivada pelas relações lógico-matemáticas dependentes da ação do sujeito e não pela simples realização mecânica de fórmulas e teoremas sem a devida apropriação da lógica que organizam o conhecimento matemático.

## 1.2 UMA ABORDAGEM HISTÓRICA DA ORGANIZAÇÃO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO

Dentre os conhecimentos criados, elaborados e aperfeiçoados por várias culturas e que sempre mereceu destaque é o conhecimento matemático. Considerado por alguns pela sua beleza ao se adaptar à diversas situações e por outros pela sua precisão e rigor.

Monteiro e Pompeu (2001, p. 31) citando Souza (1980) colocam que o conhecimento matemático pode ser classificado em quatro concepções metodológicas conforme seu desenvolvimento.



QUADRO 2 – Concepções metodológicas da Matemática

Concepção	Visão da Matemática
Empírica	Prática, surge para resolver problemas surgidos no cotidiano.
Dedutiva	Visão platônica, a Matemática está ligada ao mundo das idéias, e os objetos reais seriam representações do imaginário.
Racional	Continuam as idéias platônicas, mas com possibilidades de adaptação ao real.
Simbólica	Três correntes distintas: Logicismo, a Matemática é construção do pensamento lógico; Formalismo, a Matemática segue seqüências lógicas e extremamente formais; Intuicionismo, a Matemática nasce da intuição.

Primeiramente na **concepção empírica**, a Matemática surge nos primórdios da civilização sem preocupação com sistematizações, somente como necessária para resolver problemas de ordem prática e direta que se apresentavam num determinado momento.

Podemos citar como exemplo os primeiros processos de contagem e de relações entre quantidades utilizando o modo rudimentar de pedras, desenhos em cavernas ou ranhuras em ossos, estabelecendo correspondência entre os elementos de um conjunto.

Também a civilização egípcia trouxe grandes contribuições para o desenvolvimento da Matemática, dentro da concepção empírica sendo utilizada de modo prático, em situações cotidianas. Para resolver os problemas ocasionados pela enchente do Rio Nilo, onde necessitavam de remarcações da terra para o cultivo da agricultura e para o pagamento de impostos, construíram reservatórios de água, canais de irrigação e drenagens utilizando-se de uma geometria elementar e de uma trigonometria básica.

Através das demarcações de terra, acredita-se que se procedeu ao princípio de cálculo de áreas e as relações métricas do triângulo retângulo que somente mais tarde foram formalizados por Pitágoras.

Também os babilônicos trouxeram grande contribuição à História do conhecimento matemático, por possuírem uma linguagem mais acessível que a egípcia, tinham uma maior habilidade e facilidade em resolver cálculos e equações. Outro fato que contribuiu, foi a sua melhor localização geográfica. Por estarem situados na Mesopotâmia, tiveram um melhor acesso à navegação e assim um maior contato com outros povos, proporcionando a divulgação do avanço matemático desenvolvido por eles.

Assim a Matemática empírica, desenvolvida pelos egípcios e babilônicos, foi um dos principais pilares da Matemática grega, que a partir do século VI a.C. se torna o berço das ciências, dando a Matemática a **concepção dedutiva** e concedendo-lhe o glamour de beleza e como algo pertencente ao mundo das idéias. A idéia de representação de um objeto estaria somente no imaginário de quem o idealizou, não podendo se tornar real, por mais perfeito que tal objeto estivesse representado. Essa é a concepção platônica de conhecimento matemático.

Para Platão as “Formas matemáticas não eram idealizações de objetos empíricos, mas preexistiam, independentemente deles e a eles serviam de modelos” (MACHADO, 2001, p.20).

Apesar de ter surgido há muito tempo e ser contestado por muitos, essa concepção platônica permanece viva em muitas salas de aula, professores que não entendem a verdadeira função do conhecimento matemático na escola, continuam transmitindo uma matemática pertencente ao “mundo das idéias”, desligada da realidade.

Nesse período encontramos ainda Aristóteles, que apesar de ter sido discípulo de Platão, recusou a idéia platônica de Matemática e concebeu-a como “estudo das abstrações matemáticas elaboradas pelos matemáticos a partir dos objetos do mundo da percepção sensível” (MACHADO, 2001, p. 21). Ele aproxima o mundo empírico das abstrações dedutivas (proposições e demonstrações) tornando-a com características, apesar de tímidas, mais próximas da realidade.

Não podemos esquecer de destacar ainda as contribuições deixadas por Euclides de Alexandria, em uma de suas obras mais conhecida e renomada na história da Matemática, *Os Elementos*. Essa obra é um livro-texto, onde Euclides coloca assuntos básicos da Matemática elementar em ordem lógica, dividindo a obra em treze livros ou capítulos dos quais “os seis primeiros são sobre geometria plana elementar, os três seguintes sobre teoria dos números, o

Livro X sobre incomensuráveis e os três últimos versam principalmente sobre geometria no espaço” (BOYER, 1996, p. 72).

Nessa obra encontramos uma grande fundamentação e aplicação da álgebra a geometria, em forma de axiomas e postulados, ensinados na escola até os dias de hoje, por apresentarem um grande rigor e verdade em seus estudos. Apesar dos estudos e modificações contestadas bem mais tarde pela geometria não euclidiana<sup>1</sup>, esta não conseguiu se fixar nos conteúdos escolares, por ser mais difícil de ser entendida e chegar ao mesmo resultado.

Na terceira concepção do conhecimento matemático, a **concepção racional** (século XVII), a matemática continua sendo algo fora do real, mas com possibilidades de ser aplicada para justificar ou explicar algum fato da realidade.

Os matemáticos dessa época retornam às idéias e concepções platônicas procurando aplicar as principais descobertas a fenômenos reais, mostrando que a Matemática apesar de ser perfeita e abstrata pode adaptar-se a situações vividas.

A **concepção simbólica** começa a surgir no final do século XIX, com três grandes correntes do pensamento matemático, Logicismo, Formalismo e Intuicionismo. Cada uma com a pretensão de fundamentar a Matemática, sua produção e seu ensino devido a análises dos filósofos que se dedicavam ao estudo da mesma.

O Logicismo reduz a Matemática a conceitos lógicos, onde os logicistas deveriam mostrar que “todas as proposições matemáticas podem ser expressas na terminologia da Lógica e que todas as proposições matemáticas verdadeiras são expressões de verdades lógicas” (MACHADO, 2001, p. 27).

O Formalismo teve suas raízes em Kant e considerava que os teoremas decorrem de axiomas de acordo com as leis da Lógica, porém nega que os axiomas sejam princípios

---

<sup>1</sup> Estudos sobre outras de formas de organização que não as euclidianas, surgiram somente dois mil anos depois da publicação de *Os elementos*, e foram conhecidas como não euclidianas, porque bastava substituir os axiomas de Euclides para se obter “outras geometrias”.

lógicos ou consequência de tais princípios e o papel que a lógica desempenha na Matemática é o mesmo que desempenha em qualquer conhecimento.

Hilbert (1901) foi um dos principais representantes dessa corrente, que tinha a pretensão inicial de obter um sistema formal que englobasse toda a Matemática clássica, que fosse consistente e completo. Essa visão ganhou mais força e mais adeptos com o desenvolvimento das geometrias não euclidianas.

O Intuicionismo considera que “a Matemática é uma atividade totalmente autônoma, auto suficiente” (MACHADO, 2001, p. 39), abstrata, que nasce a partir da intuição do matemático, não necessitando na sua construção da linguagem lógica ou da rigorosidade formal do sistema dedutivo. E atribuíam à linguagem matemática uma função essencialmente pedagógica, onde os sistemas formais eram acessórios às construções matemáticas.

De acordo com as concepções encontradas para a natureza do conhecimento matemático, existem momentos em que sua ênfase está no sujeito que cria, e há outros momentos que se volta para o objeto do conhecimento, e conforme essas diferenças na compreensão da Matemática acarretarão diferenças também na forma de ver seu ensino.

Procurando entender se “a Matemática se impõe, a priori, à realidade empírica, ou a Matemática é constituída a partir de construções abstratas que emergem dessa realidade” (MACHADO, 2001, p. 42), isto é, se está no sujeito ou no objeto, é que Piaget desenvolveu em parte do seu trabalho, a busca para explicar como se efetiva o conhecimento matemático no sujeito.

Piaget (1973, p. 39; 119) considera de extrema importância que o conhecimento seja construído, na interação do sujeito com o objeto e o meio. Em seus estudos destaca três tipos de conhecimentos possíveis: o conhecimento inato (ligado aos mecanismos hereditários); o conhecimento físico (elaborado pela ação direta do sujeito sobre o objeto) e o conhecimento

lógico matemático (elaborado pela coordenação das relações exercidas entre o sujeito e o objeto, realizadas por sua atividade intelectual).

O raciocínio lógico matemático é considerado de extrema importância, pois é ele que garante o desenvolvimento mental do sujeito e possibilita a aprendizagem em qualquer área do conhecimento. Assim a escola tem a responsabilidade de oferecer condições ambientais e sociais para que o sujeito se depare sempre com situações que exijam a ordenação e re-ordenação das relações que estão interiorizadas no sujeito sobre o objeto havendo a possibilidade de serem aperfeiçoadas e melhoradas criando a autonomia intelectual, permitindo ao sujeito compreender e agir no seu ambiente social.

Piaget (1974, p. 67 apud RIES, 2002, p. 114) recomenda que:

[...] é a partir da escola maternal que deve ser preparado o ensino da Matemática por uma série de manipulações voltadas para os conjuntos lógicos e numéricos, os comprimentos e as superfícies etc., e esse gênero de atividades concretas deveria ser desenvolvido e enriquecido ininterruptamente, de forma muito sistemática, no decorrer de todo o ensino de primeiro grau, a fim de se transformar pouco a pouco no início do segundo grau, em experiências de Física e de Mecânica elementares. Nessa hipótese, o ensino propriamente da Matemática estaria situado em seu meio natural de adequação aos objetos e possibilitaria um desenvolvimento da inteligência superior àquele alcançado enquanto permanecer verbal ou gráfico.

Nessas palavras percebemos a necessidade de um bom desenvolvimento do conhecimento matemático desde os primeiros anos escolares, para que a criança consiga se desenvolver plenamente e tenha condições de sempre estar aperfeiçoando o seu conhecimento.

A sistematização do conhecimento matemático é de responsabilidade da escola, e ela sabe disso, mas então porque encontramos tanta dificuldade no ensino da Matemática? E porque tantos alunos não conseguem aprender e apresentam desprezo por esse conhecimento, pelo que vimos é de fundamental importância para a aquisição da autonomia no sujeito?

Talvez a resposta seja encontrada na concepção de conhecimento de como a Matemática vem sendo desenvolvida nas escolas. Para proporcionar o conhecimento lógico-

matemático a escola deve propiciar situações em que se exijam reflexão e ordenação das idéias aos alunos. Situações que de uma maneira ou de outra dê chance do aluno expor seu pensamento e seu raciocínio, pois “a fonte de aprendizagem é a ação do sujeito, ou seja, ele só aprende por força das ações que ele mesmo pratica” ( BECKER, 2003, p. 14) .

Procurando conhecer a organização do sistema escolar vigente, principalmente o Ensino Médio veremos a seguir que em seus pressupostos teóricos, em especial no ensino da Matemática, contemplam o desenvolvimento integral do aluno, proporcionando um desenvolvimento de autonomia. Apesar de contemplar tais objetivos continuam cobranças e acúmulos de conteúdos, sendo esse um dos fatores, que ao nosso entender, geram defasagens no sistema ensino aprendizagem da Matemática.

### 1.3 ORGANIZAÇÃO CURRICULAR DO ENSINO MÉDIO BRASILEIRO E A MATEMÁTICA

A organização escolar, já passou por várias leis e reformas curriculares visando um melhor funcionamento da escola, conforme a visão de sociedade, de homem e de mundo vigentes em cada época.

Atualmente a lei que rege a educação brasileira é a Lei de Diretrizes e Bases da Educação nº 9394/96 de 20 de dezembro de 1996, onde constam os objetivos, a organização curricular e institucional das instituições escolares, sejam elas públicas (municipais, estaduais ou federais) ou particulares, nos níveis de Educação Básica (Ensino Infantil, Fundamental e Médio) e Educação Superior, para que o princípio da igualdade seja assegurado à todos.

Essa lei foi aprovada após estudos e discussões por especialistas em educação e por representantes das Secretarias Estaduais de Educação, que também organizaram as Diretrizes Curriculares (DCN) juntamente com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) para

auxiliarem no desenvolvimento do trabalho escolar desde a Educação Infantil, o Ensino Fundamental até o Ensino Médio, as três áreas que compõe a Educação Básica brasileira.

A Educação Infantil atende as crianças de 0 a 6 anos constituindo a primeira etapa da Educação Básica e tem como finalidade o desenvolvimento da criança nos seus aspectos físico, social e psicológico.

O Ensino Fundamental, obrigatório e gratuito tem oito anos de duração e seu objetivo é a formação básica do cidadão, mediante o pleno domínio da leitura, escrita e cálculo, bem como desenvolvimento de aquisição de conhecimentos e habilidades que o auxiliem na formação de atitudes e valores para o pleno exercício da cidadania.

O Ensino Médio, só a partir dessa Lei é que foi considerado como etapa final da Educação Básica, e diante desse fato está construindo sua identidade. A Lei propõe, ao jovem brasileiro em nível médio, “a formação geral, em oposição à formação específica; o desenvolvimento de capacidades de pesquisar, buscar informações, analisá-las e selecioná-las; a capacidade de aprender, criar, formular, ao invés do simples exercício de memorização” (BRASIL, 1999, p.16).

Para atingir tais objetivos propostos em Lei e melhorar a Educação brasileira de um modo geral, tão necessária e importante, devido a grande defasagem que vem apresentando em relação aos outros países, ela se fundamenta nas quatro premissas estruturais da educação: aprender a conhecer, aprender a fazer, aprender a viver e aprender a ser.

Aprender a conhecer: busca na a formação do aluno a garantia da aquisição dos conhecimentos e valores que lhe serão necessários para enfrentar as situações que a vida lhe propor. O domínio dos instrumentos de conhecimento de várias áreas se reveste de grande importância, para desenvolver no aluno a autonomia para uma continuidade de educação permanente, adaptando-se às várias situações que o trabalho ou mundo social lhe colocar pela frente.

Aprender a fazer: é de fundamental importância a aplicação e adaptação dos conhecimentos adquiridos, enriquecendo assim o desenvolvimento do aluno, fazendo com que ele saiba como agir em situações novas com autonomia e criatividade.

Aprender a viver: é utilizar a aprendizagem em prol dos outros, sabendo conviver com os que rodeiam de forma pacífica e solidária, resolvendo as situações problemas de modo que todos saiam beneficiados, sem massacrar nenhuma das partes envolvidas.

Aprender a ser: supõe que todo processo educativo deve levar o aluno a desenvolver sentimentos de solidariedade com os outros e competência suficiente para resolver com autonomia e sabedoria as situações problemas que surgirem em sua vida utilizando-se da liberdade de pensamento, dos sentimentos e discernimento para o que for melhor.

“Aprender a viver e aprender a ser decorrem, assim, das duas aprendizagens anteriores – aprender a conhecer e aprender a fazer – e devem constituir ações permanentes que visem à formação do educando como pessoa e como cidadão” (BRASIL, 1999, p. 30).

Fundamentadas nos quatro eixos, a reforma curricular e a organização do novo Ensino Médio, estruturou o conhecimento escolar dividindo-o em três áreas – Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias e Ciências Humanas e suas Tecnologias – criando condições para que os conhecimentos que compartilham os objetos de estudo, se desenvolvam mais facilmente numa perspectiva interdisciplinar.

A área denominada como Linguagens, Códigos e suas Tecnologias, buscam ressaltar o entendimento da importância do domínio da leitura e da escrita, que esses são dinâmicos e estão situados no espaço e no tempo com suas respectivas implicações de caráter histórico e sociológico, com os quais se garante o acesso às produções e as tecnologias da sociedade moderna.



Na área das Ciências Humanas e suas Tecnologias se pretende que os conhecimentos adquiridos pelo aluno se traduzam em consciências críticas e criativas, para que ele compreenda e participe ativamente dos problemas atuais.

O conhecimento adquirido na área das Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias levam a compreensão e a utilização dos conhecimentos científicos no funcionamento dos elementos que compõe o mundo, e também tem por finalidade auxiliar no planejamento, execução e avaliação das ações na realidade. Esses conhecimentos devem “contemplar formas de apropriação e construção de sistemas de pensamento mais abstratos e ressignificados” (BRASIL, 1999, p. 33).

Os conhecimentos da Matemática devem levar o aluno a compreender que “a Matemática é uma linguagem que busca dar conta de aspectos do real e que é instrumento formal de expressão e comunicação para diversas ciências” (BRASIL, 1999, p.33). Não esquecendo que ela está em fatos ocorridos no seu cotidiano e estes devem ser os pontos de partida para uma aprendizagem mais significativa, contextualizada e principalmente de forma interdisciplinar.

Assim fica ressaltada novamente a importância do conhecimento matemático para o desenvolvimento da cultura, não mais um conhecimento pronto e acabado mais um conhecimento que desenvolva o aluno possibilitando-o a adquirir autonomia e confiança no seu pensamento e raciocínio lógico e assim possa intervir de modo eficiente no seu meio, seja o meio social ou no ambiente de trabalho.

Ao final dos três anos destinados ao Ensino Médio os conhecimentos adquiridos em Matemática pelo aluno deve levá-lo ao desenvolvimento das seguintes competências e habilidades previstas nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (BRASIL, 1999, p. 259):

QUADRO 3- Competências e habilidades para o ensino da Matemática

Representação e comunicação	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Ler e interpretar textos matemáticos</li> <li>▪ Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc).</li> <li>▪ Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem</li> </ul>
-----------------------------	--

	<p>simbólica (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas, etc) e vice-versa.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Expressar-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando terminologia correta.</li> <li>▪ Produzir textos matemáticos adequados.</li> <li>▪ Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação.</li> <li>▪ Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.</li> </ul>
Investigação e compreensão	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc).</li> <li>▪ Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema.</li> <li>▪ Formular hipóteses e prever resultados.</li> <li>▪ Selecionar estratégias de resolução de problemas.</li> <li>▪ Interpretar e criticar resultados numa situação concreta.</li> <li>▪ Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos.</li> <li>▪ Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades.</li> <li>▪ Discutir idéias e produzir argumentos convincentes.</li> </ul>
Contextualização sócio-cultural	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real.</li> <li>▪ Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento.</li> <li>▪ Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade.</li> <li>▪ Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.</li> </ul>

Diante de tais competências a serem desenvolvidas sabemos que a escola tem vários desafios e obstáculos que deverão ser superados, devido a sua organização linear e a falta de estrutura suficiente para disponibilizar ao aluno todos os aparatos necessários ao seu completo desenvolvimento.

Assim procurando dar voz e vez aos professores, para que opinem e discutam as reformas propostas, o Estado do Paraná realizou nos anos de 2003 e 2004 encontros, seminários e simpósios que com a ajuda dos professores realizaram as primeiras discussões em torno da “Identidade do Ensino Médio e das Orientações Curriculares” a serem aplicadas para o ensino em nossas escolas estaduais.

No ano de 2005 as discussões chegaram às escolas em forma de capacitações descentralizadas, em que cada escola teve a chance de opinar e sugerir mudanças aos conteúdos curriculares que estão agrupados em conteúdos estruturantes considerados os mais importantes para nortear o ensino nas disciplinas que compõem o Ensino Médio, não deixando de lado a contextualização dos conteúdos e a interdisciplinaridade.

O quadro a seguir, (PARANÁ, 2005, p.11) mostra a distribuição dos conteúdos estruturantes para a disciplina de Matemática a serem tratados no decorrer dos três últimos anos da Educação Básica, em quatro aulas semanais.

QUADRO 4-Conteúdos estruturantes e conteúdos específicos

Números e Álgebra	Funções	Geometria	Tratamento da Informação
<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Conjunto dos números reais e noções de números complexos;</li> <li>▪ Matrizes;</li> <li>▪ Determinantes;</li> <li>▪ Sistemas Lineares;</li> <li>▪ Polinômios.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Função afim;</li> <li>▪ Função Quadrática;</li> <li>▪ Função exponencial;</li> <li>▪ Função logarítmica;</li> <li>▪ Função trigonométrica;</li> <li>▪ Função modular;</li> <li>▪ Progressão aritmética e Progressão geométrica.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Geometria plana;</li> <li>▪ Geometria espacial;</li> <li>▪ Geometria Analítica;</li> <li>▪ Noções básicas de Geometria não euclidiana</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>▪ Análise combinatória;</li> <li>▪ Binômio de Newton;</li> <li>▪ Probabilidades;</li> <li>▪ Estatística;</li> <li>▪ Matemática financeira.</li> </ul>

Como estratégias para desenvolver tais conteúdos e se chegar ao objetivo de desenvolver as competências almejadas, metodologias diferenciadas de trabalho por parte do professor são necessárias e a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) giram em torno das metodologias que busquem desenvolver a autonomia, a criticidade dos alunos partindo de um contexto real.

A perspectiva metodológica sugerida pelas Orientações Curriculares do Estado do Paraná e apoiada pelo PCNEM é a utilização da resolução de problemas, que permitem o acesso a diferentes opiniões e estratégias de resolução, quando tomadas em contexto real. Sobre a resolução de problemas se destaca ainda o aspecto desafiador o qual permite o engajamento e interesse dos alunos e assim a continuidade da aprendizagem. “Nesse sentido, a postura do professor de problematizar e permitir que os alunos pensem por si mesmos, errando e persistindo, é determinante para o desenvolvimento das competências juntamente com a aprendizagem dos conteúdos específicos” (BRASIL, 2002, p. 129).

Nessa perspectiva outras metodologias podem ser aplicadas no Ensino Médio, desde que busquem desenvolver o aluno integralmente, e a Modelagem Matemática é uma delas. Essa forma de ensino parte de assuntos do interesse do aluno, o envolve durante a resolução de situações problemas e possibilita que o ensino aprendizagem seja realizado através do

trabalho em grupo, que pode ser uma ótima estratégia para desenvolvimento da comunicação e da socialização entre os alunos.

Dentro da organização escolar em que nos encontramos, o professor é o principal responsável pela escolha da metodologia que irá adotar para melhor desenvolver o trabalho em sala de aula, não esquecendo que:

Ao se escolher a forma com a qual se vai trabalhar, deve-se reconhecer que os alunos precisam de tempo para desenvolver os conceitos relativos aos temas selecionados e, ainda, para desenvolver a capacidade de acompanhar encadeamentos lógicos de raciocínio e comunicar-se matematicamente; por isso é essencial o contato repetido com as diferentes idéias, em diferentes contextos, ao longo do ano e de ano para ano (BRASIL, 2002, p. 130).

Com esses pressupostos e encaminhamentos sugeridos no plano DCNEM/PCNEM, aposta-se numa significativa mudança e melhora no Ensino Médio de um modo geral, porém não podemos esquecer que essas mudanças partem de uma estrutura política, e isso pode ser mudado a qualquer momento, dependendo da vontade e da visão de educação que permeiam nossos governantes.

Apesar de haverem mudanças a atuação em sala de aula do professor vai depender exclusivamente da sua visão de ensino. O encaminhamento dos conteúdos, a metodologia de ensino depende do seu comprometimento por uma Educação melhor.

No próximo capítulo faremos uma retrospectiva sobre as tendências de ensino da Matemática e como são muitas as metodologias que podem ser desenvolvidas pelo professor em sala de aula, procurando a melhor forma de ensino aprendizagem para seus alunos. Determinamos em comentar a metodologia alternativa da Modelagem Matemática e suas contribuições para o ensino da Matemática. Também achamos necessário refletir sobre a formação e atuação do professor de Matemática nas escolas, bem como seus conflitos e dificuldades na organização do trabalho escolar.

## CAPÍTULO II

### MODELAGEM MATEMÁTICA

#### 2.1 TENDÊNCIAS DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA NO BRASIL

Ver a matemática e conseqüentemente o ensino de modo estático e independente do ser histórico e social faz parte da trajetória do ensino da Matemática. Revendo a história do seu ensino aprendizagem, notamos visivelmente a separação existente entre a matemática “ciência/formal”, aquela estudada por pesquisadores e ensinada nos diversos níveis de escolarização e a matemática “cotidiana” aquela vivenciada no dia-a-dia de cada um de nós, e que muitas vezes não relacionamos com matemática ensinada na escola. Segundo Fiorentini:

[...] assim como acontece com todo conhecimento, a Matemática é também um conhecimento historicamente em construção que vem sendo produzido nas e pelas relações sociais. E, como tal, tem seu pensamento e sua linguagem. Ocorre, entretanto, que essa linguagem, com o passar dos anos, foi se tornando formal, precisa e rigorosa,... distanciando-se daqueles conteúdos dos quais originou, ocultando, assim, os processos que levaram a Matemática a tal nível de abstração e formalização. O acesso a esse saber matemático altamente sistematizado e formalizado tornou-se muito difícil e passou a ser privilégio de poucos (FIORENTINI, 1995, p. 32).

Em estudos realizados por Fiorentini (1995) o ensino da Matemática passou por várias tendências, cada uma focalizando um determinado aspecto em detrimento de outro, e cada tendência se comportava e comporta-se seguindo visão de homem, sociedade e política vigentes em sua época. Ele classificou as tendências em: formalista clássica, empírico ativista, formalista moderna, tecnicista e suas variações, construtivista e sócioetnocultural.

A tendência formalista clássica caracterizava a Matemática “por uma visão estática, a - histórica e dogmática,” (FIORENTINI, 1995, p. 6) tinha uma concepção platônica de ensino, sendo o professor transmissor de conteúdos e a aprendizagem do aluno se daria através de imitações e repetições dos conteúdos, que fossem a ele transmitidos.

No contexto dessa tendência, a Matemática se destinava a poucos, os que eram privilegiados intelectual e economicamente, aos outros restava uma Matemática com uma visão mais mecânica e pragmática. Ainda dentro dessa tendência o conhecimento matemático levaria ao desenvolvimento do espírito, do pensamento lógico – dedutivo, seguindo o modelo euclidiano que “caracteriza-se pela sistematização lógica do conhecimento matemático a partir de elementos primitivos (definições, axiomas, postulados)” (FIORENTINI, 1995, p. 5).

A melhoria do ensino da Matemática se daria por um melhor estudo por parte do professor e dos elaboradores dos currículos, pois o conteúdo matemático era visto como uma dimensão técnica e formal.

Na tendência empírico – ativista “o conhecimento matemático emerge do mundo físico e é extraído pelo homem através dos sentidos” (FIORENTINI, 1995, p. 9). Dessa forma privilegia-se a manipulação de materiais diversos para a descoberta de noções e conceitos matemáticos através da experiência manipulativa dos mesmos. Carregava em seus pressupostos a visão empirista de Locke de que o conhecimento se dá de fora para dentro do indivíduo. Assim o aluno passa a ser o centro do processo de ensino aprendizagem, agora ele é um ser ativo e o professor o facilitador da aprendizagem, respeitando seu interesse e oferecendo-lhe oportunidades de atividades interessantes que oportunizem o contato com materiais manipulativos. Porém mesmo com a valorização da experiência por parte do aluno, epistemologicamente essa tendência continua com uma concepção idealista de conhecimento e poucos avanços ou modificações ocorreram no processo de ensino e aprendizagem.

Nas décadas de 60 e 70 destacamos a tendência Formalista Moderna, que surgiu de intensas mobilizações e engajamento de matemáticos e professores nos cinco Congressos Brasileiros de Ensino de Matemática (1955, 1957, 1959, 1961 e 1966) e no Movimento da Matemática Moderna, que reformulou e modernizou o currículo escolar.

Essa tendência teve como propósito unificar os três campos fundamentais da Matemática (Teoria dos Conjuntos, Estruturas Algébricas e Relações e Funções), dando maior ênfase aos aspectos estruturais e lógicos da Matemática, apoiados pela álgebra tornando a Matemática mais poderosa, precisa e lógica.

Acreditava-se que:

[...] mais importante que aprendizagem de conceitos e as aplicações da matemática, seria a apreensão da estrutura subjacente, a qual, acreditava-se, capacitaria o aluno a aplicar essas formas estruturais de pensamento inteligente aos mais variados domínios dentro e fora da Matemática (MIGUEL; FIORENTINI; MIORIM, apud FIORENTINI, 1995, p. 14).

Com essa concepção o ensino da Matemática visava a formação de um especialista em Matemática. Tal concepção perdura ainda hoje em muitos cursos de Licenciatura em Matemática, que esquecem de trabalhar, ou trabalha-se muito pouco com a formação pedagógica do acadêmico, dando-se ênfase a Matemática mais científica. Quando o recém formado vai atuar em sala de aula sente dificuldade de relacionamento com os alunos e com o conteúdo matemático curricular e continua dando ênfase ao conjunto de regras e linguagens formais ao ensino da Matemática, tal qual aprendeu.

Destacamos ainda uma outra tendência, a tecnicista, que visava a sociedade harmoniosa, organizada e funcional, e a escola tinha o papel de formar o cidadão passivo, obediente, cumpridor de ordens, capaz e útil ao sistema, sem coragem ou capacidade de contestar qualquer situação, um perfeito alienado. Esse é o modelo “oficial do regime militar pós 64 que pretendia inserir a escola nos modelos de racionalização do sistema de produção capitalista” (FIORENTINI, 1995, p. 15).

Assim a Matemática, nessa tendência é neutra, é enfatizada como conjunto de regras, fórmulas e definições, sem significados e sem relações com interesses sociais e políticos. O

aluno aprende Matemática resolvendo exercícios, seguindo os modelos que lhe são disponíveis sem fundamentos ou justificativas, faz exercícios somente por fazer.

Na pedagogia tecnicista, professores e alunos são aspectos secundários, meros executores de técnicas, planejadas e organizadas por especialistas que teriam a função de elaborar o sistema de ensino e materiais instrucionais mais eficientes aos alunos, porém descontextualizados.

Porém como essa tendência não considerava o aluno, valorizava a organização de um melhor sistema, entra em crise e não consegue obter êxito em suas técnicas. Surge então a tendência construtivista de Piaget, que embora não tenha se preocupado em criar uma teoria de ensino, sua epistemologia genética trouxe fortes influências para o ensino, principalmente ao ensino da Matemática.

“O construtivismo vê a Matemática como uma construção humana constituída por estruturas e relações abstratas entre formas e grandezas reais ou possíveis. Por isso essa corrente prioriza mais o processo que o produto do conhecimento” (FIORENTINI, 1995, p.20).

Essa tendência tem uma nova forma de encarar o processo ensino aprendizagem, valorizando todo o processo pelo qual se passa até chegar ao conhecimento, e considera o erro um passo importante, pois é através dele que se consegue refletir e interagir, construindo e reconstruindo o pensamento até se chegar ao conhecimento.

A tendência Sócioetnocultural considera o conhecimento matemático “como um saber prático, relativo, não-universal e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo ser sistematizado ou não” (FIORENTINI, 1995, p. 26). Dentro da Matemática, essa tendência tem como principal idealizador e representante Ubiratan D’Ambrósio que com a Etnomatemática trouxe grandes contribuições e renovações ao ensino,



já que considera os problemas da realidade o ponto de partida do processo ensino aprendizagem.

A tendência que considera a construção do conhecimento, é conhecida como Educação Matemática, que no Brasil desde a década de 80, vem atuando cada vez mais em pesquisas de ensino. Essas pesquisas procuram mostrar e tornar o processo de ensino aprendizagem da Matemática em nossas escolas mais vivo e dinâmico proporcionando ao aluno construir o conhecimento matemático necessário a sua formação como ser humano crítico, reflexivo e comprometido com a transformação social. Para esse tipo de Educação a relação professor aluno deve ser dialógica, de igual para igual, ambos inseridos no processo de ensino aprendizagem dispostos a construir juntos o conhecimento.

Assim a Educação Matemática possui

[...] um dinamismo que lhe é próprio, quer na aceitação de metodologias alternativas, quer seja por não poder desvincular sua prática de pesquisa da ação pedagógica, pela tendência em valorizar o processo em detrimento do produto ou por suas várias tentativas de estabelecer para si própria, parâmetros próprios para qualificar suas ações (BICUDO; GARNICA, 2003, p. 74).

Com isso encontramos diferentes formas de trabalhar o ensino da Matemática, focalizando aspectos diversificados, mas todos voltados para um melhor ensino e aprendizagem da Matemática nas escolas.

A Educação Matemática Crítica (SKVOSMOSE, 2001) tem como objetivo levar os alunos a interpretarem a realidade de modo crítico, tornando-os capazes de se organizarem e intervirem nessa situação, modificando questões políticas e sociais em que estão inseridos. Acredita-se que se a criticidade dos alunos for desenvolvida, a Matemática pode deixar de ser objeto de alienação, para constituir-se numa importante ferramenta na busca de uma sociedade mais igualitária.

Também a Etnomatemática busca despertar a criticidade, a conscientização nos alunos, mas partindo do estudo da cultura local, investigando a identidade do grupo cultural a qual se relaciona, e assim conhecer a Matemática existente nesse grupo.

Procurando uma definição mais etimológica, a etnomatemática (etno + matema + tica) “é a arte ou técnica (techné = tica) de explicar, de entender, de se desempenhar na realidade (matema), dentro de um contexto cultural próprio (etno)” (D’AMBRÓSIO, 1993, p. 9).

Monteiro e Pompeu (2001, p. 47) entendem a Etnomatemática assim como D’Ambrósio como um programa de pesquisa que:

[...] apropria-se de uma ciência construída e estabelecida por diferentes grupos, podendo caracterizar-se por um discurso narrativo quase sempre oral ou por práticas manuais como a construção de cestos e também legitimar-se por estabelecer valores e critérios de aplicabilidade constituídos no interior do grupo. O saber acadêmico, por exemplo, é um saber constituído e legitimado por um grupo. O que muda na perspectiva da Etnomatemática é que, para ela, os diferentes discursos excluídos e renegados porque não legitimados pelo saber acadêmico devem, também, ser reconhecidos e valorizados. Não se trata de sobrepor um tipo de saber ao outro, mas sim buscar as possibilidades de diálogos entre diferentes formas de interpretar a realidade.

Nessa perspectiva, a Etnomatemática necessita de um caminho, de uma metodologia para se efetivar e uma das possibilidades metodológicas propostas por esses autores e que pode ser adotada no ensino da Matemática é a Modelagem Matemática.

A Modelagem Matemática também procura estudar a Matemática do cotidiano do aluno, através de temas sugeridos pelos alunos e assim relacionar a Matemática cotidiana com a Matemática formal/ciência. Sobre essa metodologia e/ou alternativa de ensino nos deteremos mais detalhadamente a seguir.

Inserindo-se de forma gradativa no ensino aprendizagem da Matemática, encontramos a informática, a tecnologia dos computadores, como uma perspectiva de avanço e melhora na educação como um todo. Porém essa nova perspectiva encontra várias discussões entre os professores que acham que os alunos deixarão de pensar, já que os computadores realizam

qualquer tipo de cálculos, e outros que acreditam na possibilidade de enfatizar o pensamento, o raciocínio do aluno em resolver problemas, deixando o trabalho de desenvolvimento de cálculo ao computador, pois a resposta é encontrada de forma muito mais rápida.

Essas tendências são as geralmente praticadas em sala de aula, além da forma tradicional de ensino, alguns professores mais defensores de umas do que de outras, assim atualmente encontramos diversidade de empregos na prática educativa.

Procurando aprofundar a metodologia alternativa da Modelagem Matemática, teceremos a seguir a visão de alguns autores que se detêm em aplicar e divulgar essa metodologia de ensino.

## 2.2 MODELAGEM MATEMÁTICA – UMA ALTERNATIVA PARA O ENSINO

A Modelagem Matemática tem raízes na Matemática Aplicada, onde matemáticos desenvolvem modelos que podem ser aplicados em situações de Economia, Administração, Engenharia e outras áreas diversificadas do conhecimento.

Segundo Burak (2004, p.1), no Brasil, ela começou a ser trabalhada, na década de 80, na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP- por um grupo de professores, em Biomatemática, coordenados pelo Prof. Dr. Rodney Bassanezi, que obteve resultados significativos na adaptação entre o programa definido e o desenvolvimento e interesse dos alunos.

O Programa de Mestrado em Ensino de Matemática pela Unesp, também trouxe grande contribuição para o desenvolvimento da Modelagem Matemática e da Educação Matemática em geral, pois havia “a preocupação de encontrar formas alternativas para o ensino da Matemática que trabalhassem ou que tivessem a preocupação de partir de situações vivenciadas pelo aluno” (BURAK, 2004, p. 1).

A escrita e divulgação de artigos e dissertações na perspectiva da Modelagem Matemática, começaram a surgir a partir de 1987, refletindo formas diferenciadas de conceber e aplicá-la em sala de aula.

Procurando conhecer melhor essa metodologia, no âmbito da Educação Matemática encontramos nela uma forma de ensino, que busca resgatar o conhecimento que o aluno possui sobre determinado assunto escolhido por ele e partindo desse conhecimento relacionar ao conteúdo, através de ferramentas específicas (conteúdos matemáticos), permitindo ao aluno a construção do conhecimento via experiências que já possui sobre o assunto.

Analisando esse processo percebemos que a Modelagem Matemática é um processo muito antigo, pois “desde a Pré-História o homem vive na busca contínua para conhecer e compreender o seu ambiente [...] e a medida que procura esses conhecimentos, o homem começou a criar e desenvolver sua ciência” (BURAK, 1992, p. 61). Conforme a visão de sociedade e de mundo no momento algumas ciências tiveram uma maior importância e conseqüentemente um crescimento maior, foi o caso da Matemática, que passou a ser esquematizada a partir de situações concretas de rotinas diárias dos povos.

Assim como no passado, para muitas de nossas atividades precisamos evocar conhecimentos já vivenciados para desenvolver atividades diárias, readaptando o que já é conhecido as novas situações realizando um processo de modelagem, “basta para isso ter um problema que exija criatividade, intuição e instrumental matemático. Nesse sentido, a Modelagem Matemática não pode deixar de ser considerada no contexto escolar” (BIEMBENGUT, 2003, p. 17).

Atualmente a Modelagem Matemática vem sendo aplicada, ainda de forma tímida e como uma alternativa de ensino por alguns professores que a aplicam no processo ensino aprendizagem, tornando-o mais atraente e enriquecedor ao aluno, partindo de situações reais.

D'AMBRÓSIO (1986, p. 11) um dos primeiros pesquisadores em Educação Matemática, caracteriza o que entende por Modelagem Matemática pela dinâmica “realidade-reflexão sobre a realidade”. Onde o indivíduo cria um modelo que o auxilie a entender a realidade, refletir sobre a mesma e assim aplicar toda a sua experiência, conhecimento e recursos disponíveis agindo sobre essa mesma realidade, através de um ferramental matemático mais adequado para solução da situação problema em estudo.

BASSANEZI (2002, p. 16) acredita na necessidade de se:

[...] buscar estratégias alternativas no processo ensino-aprendizagem da Matemática que facilitem sua compreensão e utilização e dessa forma a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los, interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.

Assim a Modelagem Matemática vem ao encontro da ansiedade de vários alunos que procuram a aplicabilidade do conteúdo ensinado na sala de aula com situações que enfrentam no cotidiano.

Nesse processo vários são os pontos e diferentes formas de resolução encontradas pelos alunos que de uma forma dialética confrontam seus resultados e analisam verificando que a um mesmo problema podem ser seguidos diversos caminhos para se chegar ao mesmo resultado.

BIEMBENGUT (2003, p. 28) pontua a Modelagem Matemática como “metodologia de ensino-aprendizagem que parte de uma situação/tema e sobre ela desenvolve questões, que tentarão ser respondidas mediante o uso de ferramental matemático e da pesquisa sobre o tema”.

Aprender Matemática dessa forma se torna uma atividade significativa e prazerosa. Salientamos, porém o inconveniente de enquanto professores, e talvez iniciantes nessa prática, não sabermos inicialmente que caminhos o modelo poderá apontar e talvez venha a fornecer um modelo com dificuldades de adequação ao currículo estabelecido. Diante desse obstáculo

Biembengut procura fazer uma adaptação da Modelagem Matemática para Modelação onde o “professor pode optar por escolher determinados modelos, fazendo sua recriação em sala de aula, juntamente com os alunos, de acordo com o nível em questão, além de obedecer ao currículo inicialmente proposto” (BIEMBENGUT, 2003, p. 28).

Sabemos enquanto professores, das várias burocracias que a escola como um todo enfrenta. São cobranças que giram em torno de uma melhor qualidade de ensino e para isso o acúmulo da cultura deve ser repassada às gerações presentes, e essas devem construir seus conhecimentos partindo do que já foi elaborado para haver um maior progresso da sociedade.

Assim a escola se organizou de modo que o currículo escolar se tornou a linha condutora que levará todos os alunos de uma mesma faixa etária, em qualquer lugar do país, e no caso da Matemática até do mundo, a conhecer os mesmos conteúdos matemáticos dando a Matemática o caráter de ciência universal. Porém não podemos deixar de lado as características regionais e os interesses que envolvem a vida de nossos alunos e assim segundo Scheffer e Campagnollo (1998, p. 360):

A Modelagem Matemática é uma alternativa de ensino-aprendizagem na qual a Matemática trabalhada com os alunos parte de seus próprios interesses e o conteúdo desenvolvido tem origem no tema a ser problematizado, nas dificuldades do dia-a-dia, nas situações de vida. Valoriza o aluno no contexto social que o mesmo está inserido, proporcionando-lhe condições para ser uma pessoa crítica e capaz de superar suas dificuldades.

A formação integral do aluno para atuar em seu contexto social pode ser proporcionada com a aplicação da Modelagem Matemática, pois seus problemas e anseios são valorizados na busca da compreensão dos conteúdos matemáticos que estão sendo estudados. Mas para isso uma boa formação profissional se torna muito necessária na medida em que o professor precisa ter perspicácia na melhor forma de abordagem dos assuntos, para que o interesse pelo tema, um dos principais requisitos na aplicação da Modelagem Matemática, não seja desestimulado.

Para auxiliar o trabalho do professor, Barbosa (2003, p. 71) coloca a situação da Modelagem Matemática em três casos, dando uma maior confiança ao professor iniciante nessa prática.

Caso 1: o professor formula o problema da maneira que achar conveniente e também fornece alguns ou todos os dados solicitados pelos alunos, mas a resolução é feita conjuntamente entre alunos, que podem estar dispostos em grupos e o professor.

Caso 2: o professor somente formula uma situação problema, mas são os alunos que buscam e coletam os dados e informações consideradas necessários para a resolução do mesmo. Na etapa da resolução o professor pode intervir questionando e auxiliando na resolução.

Caso 3: alunos e professores formulam os problemas, coletam dados e resolvem o problema juntos. Esse caso é o que demanda mais tempo e trabalho por parte de alunos e professor.

Seja qual for o caso adotado pelo professor em sala de aula, o trabalho com a Modelagem Matemática pode ser desenvolvido nos diversos contextos escolares, levando o aluno a problematizações e investigações sobre o assunto que está proposto.

Para Burak (1987, p. 21) a Modelagem Matemática “constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões,” proporcionando ao aluno aprender matemática de forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos. Em muitas situações a Modelagem Matemática proporciona a interdisciplinariedade quando o tema escolhido proporciona o envolvimento com outros conteúdos que não são só matemáticos, mas abrangem outras disciplinas ministradas na escola.

Aprender Matemática de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos traz em si o desenvolvimento de competências e habilidades que são essencialmente formadoras, à medida que instrumentalizam e estruturam o pensamento do aluno, capacitando-o para compreender e interpretar situações, para se apropriar de linguagens específicas, argumentar, analisar e avaliar, tirar conclusões próprias tomar decisões, generalizar e para muitas outras ações necessárias à sua formação. (BRASIL, 2002, p. 111)

Na aplicação dessa metodologia Burak (1998, p. 32) nos apresenta cinco etapas que proporcionam a significação e formação do conhecimento matemático:

1. Escolha do tema: o professor incentiva e oferece oportunidades para que os alunos escolham um tema que faça parte de sua vivência ou que seja de interesse do grupo e sobre esse tema os alunos realizam a pesquisa . O interesse é o princípio para que um bom trabalho com Modelagem Matemática obtenha sucesso.
2. Pesquisa exploratória: permite aos alunos coletarem todos os dados que considerarem relevantes ao tema que estão pesquisando e procurando conhecer melhor.
3. Levantamento dos problemas: de posse dos dados coletados pela pesquisa exploratória, os alunos elaboram e esquematizam os problemas surgidos sobre o tema, conforme seus anseios, curiosidades ou necessidades.
4. Resolução dos problemas: paralelamente a etapa anterior, é desenvolvida a resolução dos problemas e é nessa etapa que surge a necessidade dos conteúdos matemáticos ou modelos matemáticos que ajudam na resolução e compreensão da situação.
5. Análise crítica: permite aos alunos desenvolverem sua criticidade, reflexão, coerência, enfim a relação e adequação dos resultados com a realidade, adequabilidade, coerência e exequibilidade do resultado.

Essas etapas caminham juntas, num constante ir e vir, pois a reflexão sobre o que se está fazendo é muito importante para o bom êxito do trabalho.

Assim como o trabalho com a Modelagem Matemática exige esforço e dedicação não só do professor, mas também de alunos e instituição, ela encontra argumentos favoráveis e



desfavoráveis para sua implantação em cursos regulares de ensino. Entre os argumentos favoráveis citamos:

1. Argumento formativo – enfatiza as aplicações matemáticas, a performance da Modelagem Matemática e a resolução de problemas como processos para desenvolver capacidade em geral e atitudes dos estudantes, tornando-os explorativos, criativos e habilidosos na resolução de problemas.
2. Argumento de competência crítica – focaliza a preparação dos estudantes para a vida real como cidadãos atuantes na sociedade, competentes para ver e formar juízos próprios, reconhecer e entender exemplos representativos de aplicações de conceitos matemáticos.
3. Argumento de utilidade – enfatiza que a instrução matemática pode preparar o estudante para utilizar a matemática como ferramenta para resolver problemas em diferentes situações e áreas.
4. Argumento intrínseco – insiste em que a inclusão de Modelagem, resolução de problemas e aplicações fornece ao estudante um rico arsenal para entender e interpretar a própria matemática em todas as suas facetas.
5. Argumento de aprendizagem – garante que os processos aplicativos facilitam ao estudante compreender melhor os argumentos matemáticos, guardar os conceitos e os resultados e valorizar a própria matemática.
6. Argumento da alternativa epistemológica – a Modelagem também se encaixa no programa Etnomatemática, indicado por D’Ambrósio(1990) “que propõem um enfoque epistemológico alternativo associado a uma historiografia mais ampla. Parte da realidade e chega de maneira natural e através de um enfoque cognitivo, com forte fundamentação cultural, à ação pedagógica”, atuando, dessa forma, como uma metodologia alternativa mais adequada às diversas realidades socioculturais (MONTEIRO; POMPEU, 2001, p. 74).

Os argumentos desfavoráveis são citados como obstáculos de ordem institucionais, discentes e docentes.

Os alunos porque já “estão acostumados em ver o professor como transmissor do conhecimento” (BARBOSA, 1999, p.78) e a eles mesmos como agentes passivos, somente recebendo os conhecimentos transmitidos, sem questionar e muitas vezes sem interesse do aprender efetivamente. Da forma como a escola está estruturada a posição do aluno receptivo e executor de ordens é muito mais cômodo ao sistema, os conteúdos são transmitidos pelo professor e alunos reproduzem. Não há diálogo entre professor-aluno e conhecimento e uma mudança de posição podem ser encarados como não sendo papel da escola.

A segunda dificuldade apontada pelos professores é a aceitação da implantação da Modelagem Matemática pela instituição, porque a instituição, seja pública ou privada, exige o cumprimento da grade curricular e a preparação do aluno para o vestibular. “A Modelagem

pode ser um processo muito demorado, não dando tempo para se cumprir o programa todo” (MONTEIRO; POMPEU, 2001, p.76). Outro fator de relevância é a falta de materiais de apoio à execução de novas estratégias de ensino, deixando vários projetos somente no papel, não se efetivando na prática da sala de aula, pela falta de recursos e incentivo.

Não esquecendo, também do vínculo empregatício do professor com a instituição em que está atuando, seja ela pública ou particular, que o torna um executor de tarefas programadas, limitando sua autonomia frente ao processo ensino aprendizagem.

E finalmente, os próprios professores constituem um obstáculo na implantação da Modelagem em sala de aula. Eles ainda não se encontram totalmente preparados na aplicação da nova metodologia, pois acreditam que preparar as aulas dentro da perspectiva da Modelagem Matemática requer muito tempo, e que a aula expositiva é a forma com que aprenderam e receberam toda a sua formação.

Aceitam também que trabalhar dessa forma exige uma posição diferenciada do professor, que precisa abandonar a posição de detentor do saber e passar a oferecer oportunidades de participação do aluno, para que esse construa seu conhecimento. Além dessa mudança epistemológica outras mudanças de ordem de formação profissional e institucional também precisam ser revistas.

Monteiro e Pompeu (2001, p. 77) colocam que em suas experiências com a Modelagem Matemática dificuldades pode aparecer e enfatizam que:

[...] a Modelagem Matemática é uma estratégia na qual o mais importante não é chegar imediatamente a um modelo bem sucedido, mas caminhar seguindo etapas em que o conteúdo matemático vai sendo sistematizado e aplicado. O processo de ensino-aprendizagem não mais se dá no sentido único do professor para o aluno, mas como resultado da interação do aluno com seu ambiente natural.

Também Guérios (2001, p. 34; 37) corrobora com a pesquisa que realiza com seu grupo no Laboratório de Ensino Aprendizagem de Matemática e Ciências Físicas e Biológicas, da Universidade Federal do Paraná. Nesse Laboratório professores e acadêmicos

estudam e aplicam a Modelagem Matemática em sala de aula na busca de encontrar soluções que contribuam na atenuação da atual defasagem do ensino. Para ela a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula requer que a problematização deva ser o ponto de início que leve a desencadear toda a organização das atividades didáticas, evidenciando a necessidade do conhecimento matemático. Para isso o professor deve focalizar a dinâmica da sala de aula para o aluno, onde continuamente o aluno seja estimulado a observar, pesquisar e analisar o mundo matemático que o cerca.

Assim um primeiro passo a ser tomado é caminhar rumo a uma mudança epistemológica por parte do professor na sua prática diária que conseqüentemente ocasionará mudanças de postura em seus alunos.

Com isso achamos necessário refletir e analisar a formação profissional que acadêmicos recebem durante o período de permanência nas Universidades e como essa formação acarreta em suas futuras práticas escolares.

### 2.3 FORMAÇÃO E ATUAÇÃO DO PROFESSOR DE MATEMÁTICA

No âmbito do processo da Modelagem Matemática a função do professor é ser um agente que provoca e auxilia, mas o aluno é o principal responsável pela construção do seu conhecimento. Nesse ambiente de aprendizagem o professor precisa somente oferecer situações que provoquem a ação do aluno e mediar a construção do conhecimento.

Assumir a posição de professor que mantém visão construtivista de ensino requer mudança da base epistemológica de conhecimento, requer o abandono das práticas que submetem incondicionalmente o aluno ao professor. Essa situação precisa ser reestruturada não somente no âmbito da sala de aula, mas também no que concerne à sua formação profissional (BECKER, 2003, p. 72). Geralmente na sua formação, enquanto acadêmico,

principalmente no curso de Matemática, poucas oportunidades diferenciadas de ensino lhe são oferecidas, e conseqüentemente ensinar de modo construtivo requer tempo e preparo que lhe foram negados.

Esses problemas da formação inicial do professor são considerados como históricos e resultam de uma formação freqüentemente livresca, onde há distância entre a teoria e prática, onde é enfatizada a formação no conteúdo da área, desligados das situações ocorridas em sala de aula. Assim enquanto está em formação “o professor não aprende a criar situações didáticas eficazes nas quais sua área de conhecimento surja em contextos de interesse efetivo de seus estudantes” (BRASIL, 2002, p. 140).

Apesar de ocorrerem mudanças no curso de Licenciatura em Matemática, poucas modificações epistemológicas ocorrem, permanecendo professores voltados mais para uma formação tradicional, onde os conteúdos são transmitidos, repassados aos alunos. E outros professores, principalmente os ligados a área pedagógica, procurando fazer com que os acadêmicos construam seu conhecimento, para depois poderem atuar em sala de aula com a devida competência que lhes é exigida.

No meio desse impasse os acadêmicos se sentem perdidos e geralmente quando graduados aplicam em sua prática forma tradicional de ensino do conteúdo matemático, pois foi essa a maneira com a qual tiveram maior contato e que lhe é mais segura de ensinar, além de ser a mais cômoda e rápida.

Diante dessa situação e das constantes reformas curriculares principalmente a Lei de Diretrizes e Bases da Educação - Lei 9394/96, que regulamenta a Educação Básica e que é o principal campo de trabalho dos alunos formados pelas Universidades nos cursos de Licenciatura, se faz necessário a reformulação urgente nesses cursos de formação de professores, procurando formar nesses alunos condições necessárias à sua atuação em sala de aula enquanto professor reflexivo do processo ensino aprendizagem.

Segundo Pires (2002, p. 44) a partir do ano 2000 essas mudanças já começaram ser refletidas e debatidas em comissões e reuniões organizadas pelo Conselho Nacional de Educação CNE juntamente com os responsáveis pelo ensino superior nas devidas áreas de atuação, procurando levantar os problemas e apontar as soluções para a reforma curricular da formação inicial de professores para a Educação Básica em cursos de Nível Superior.

Burak (2003, p. 20) enumera entre outras, as principais exigências para o papel docente, conforme documento elaborado pelo Conselho Nacional de Educação:

- I- orientar e mediar o ensino e a aprendizagem dos alunos;
- II- responsabilizar-se pelo sucesso da aprendizagem dos alunos;
- III- assumir e saber lidar com a diversidade existente entre os alunos;
- IV- incentivar atividades de enriquecimento curricular;
- V- elaborar e executar projetos para desenvolver conteúdos curriculares;
- VI- utilizar novas metodologias, estratégias e materiais de apoio;
- VII- desenvolver hábitos de colaboração e trabalho em equipe.

Todas essas exigências precisam ser bem trabalhadas na formação do professor. Para isso os discentes formadores precisam estabelecer coerência entre a formação oferecida e a prática esperada do futuro profissional. O futuro professor em sua preparação “tem uma peculiaridade muito especial: ele aprende a profissão no lugar similar àquele em que vai atuar, porém numa situação invertida” (PIRES, 2002, p. 47).

Assim enquanto aluno, o professor em formação muitas vezes passa pelas situações que irá encontrar enquanto profissional e havendo a possibilidade de reflexão sobre a sua futura ação, encontram nos professores formadores exemplos de atitudes de como ele poderá agir em situações parecidas com a que estará encontrando em sala de aula. Ele poderá optar em seguir os passos do professor ou rejeitar a atitude daquele, agindo de forma diferenciada valorizando o aluno da mesma maneira que gostaria de estar sendo valorizado no momento ou agindo com o aluno conforme foi tratado pelos seus professores.

Na formação dos professores de Matemática o debate tem fundamental importância devido ao fato de acontecerem críticas ao ensino de Matemática nas escolas, no que diz

respeito à utilidade e aplicabilidade dos conteúdos matemáticos que vêm sendo ministrados e que geralmente não estão atingindo os objetivos, havendo defasagem de aprendizagem, bem como a rejeição da Matemática por alguns alunos.

Nesse caso além das competências de ordem metodológicas, exigidas pelo professor de qualquer área, apontada pelo documento elaborado pelo CNE, existem as competências específicas ao professor de Matemática, propostas por Paulo Abrantes e citadas por Pires (2003, p. 47) para que possam ser mudadas e melhoradas após análise e reflexão:

- Conceber que a validade de uma afirmação está relacionada com a consistência da argumentação;
- Comunicar-se matematicamente por meio de diferentes linguagens;
- Compreender noções de conjectura, teorema, demonstração;
- Examinar conseqüências do uso de diferentes definições;
- Analisar os erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;
- Decidir sobre a razoabilidade de um resultado de cálculo, usando o cálculo mental, exato e aproximado, as estimativas, os diferentes tipos de algoritmos e propriedades e o uso de instrumentos tecnológicos;
- Explorar situações problema, procurar regularidades, fazer conjecturas, fazer generalizações, pensar de maneira lógica;
- Ter confiança pessoal em desenvolver atividades Matemáticas;
- Apreciar a estrutura abstrata que está presente na Matemática.

Esses pontos mostram que na formação do futuro bom professor a análise, a reflexão e a lógica devem ser os principais objetivos a serem atingidos. Cabe a Universidade assumir seu papel de responsável pela formação inicial de eficientes profissionais da Educação Básica. Para isso a Universidade pode iniciar revendo e refletindo sobre suas principais deficiências, apoiadas em discussões como:

[...] a mudança de concepções de Educação, as oportunidades promovidas pelo uso da tecnologia da informação e da comunicação, os resultados das avaliações do Sistema, a estrutura curricular, as propostas das Secretarias Estaduais e Municipais de Educação, a própria concepção de Educação Básica que ganha uma nova dimensão com a inclusão da Educação Infantil e do Ensino Médio, e as modalidades de Educação que contemplam a educação dos alunos com necessidades especiais que podem estar presentes em salas regulares, ou mesmo alunos considerados portadores de deficiência quando na verdade não o são. Discutir os aspectos da dificuldade de aprendizagem, e também de ensino, constituem momentos privilegiados para ampliar as dimensões dos cursos envolvidos na formação de professores (BURAK, 2003, p. 26).

A partir do momento em que tais aspectos começarem a acontecer, acredita-se que o objetivo de formar bons profissionais da Educação, comprometidos com o papel educacional, social, político e reflexivo, foi atingido e conseqüentemente os alunos frequentadores da Educação Fundamental e do Ensino Médio terão um melhor ensino e aprendizagem enquanto estudantes e uma melhor formação como cidadãos.

Essas são reflexões e debates que vêm sendo realizados partindo da deficiência em que se encontram a Formação de Professores e mostram a necessidade de reformulações. Reformulações que visem mudanças não só nos conteúdos curriculares mas também nas atitudes dos professores formadores. Há necessidade de um trabalho conjunto entre professores formadores de conteúdo matemático (bacharéis) e professores formadores na área pedagógica (educadores), para uma melhor formação profissional.

Diante do exposto, o que fazer com os professores que já estão formados, e que já possuem uma concepção de ensino que na maioria das vezes apenas transmite o conhecimento? O que fazer com professores angustiados que muitas vezes se sentem incapacitados perante as dificuldades de ensino e aprendizagem apresentadas por seus alunos?

A esses professores cabe inicialmente a reflexão exposta acima, e conscientes desse problema, partir para uma formação profissional contínua, onde haja reflexão constante sobre sua ação no processo de desenvolvimento profissional. Mas a formação continuada oferecida a esses professores necessita do engajamento de todos os componentes integrantes da escola, seu ambiente de trabalho. Toda a equipe pedagógica, professores e responsáveis pela parte educacional nas secretarias municipais e estaduais no intuito de todos estarem comprometidos com a melhoria da formação integral do aluno.

Estar comprometido é responsabilizar-se pela aprendizagem eficaz do aluno que está sob sua orientação e para isso é necessário guiá-lo pelo caminho da construção do conhecimento.

Procurando mudar a concepção de Educação vigente nas escolas, e vencendo a formação recebida encontramos diversos professores que se colocam no papel de mediadores do conhecimento a ser construído pelo aluno. Para isso, geralmente ele procura orientação nos cursos de formação continuada que é o caminho que lhe está mais acessível. Mas esses também apresentam algumas falhas, que torna a mudança de paradigma do professor ainda mais difícil.

Uma das falhas mais comuns apontadas por Riggio (2003, p. 104) é sobre os cursos ministrados a professores que tratam das abordagens construtivistas de ensino, serem ministrados da maneira tradicional. Geralmente são apenas repassadas as maravilhas de uma mudança do ensino proporcionada por tal abordagem, mas impede mais uma vez a possibilidade do professor vivenciar a construção do seu próprio conhecimento, de sentir na pele como se constrói o conhecimento.

É necessário oferecer ao professor “angustiado” com a atual situação de ensino reflexões e opções para vencer primeiramente o principal obstáculo, que está dentro dele, a mudança de concepção de ensino, para depois ocorrerem as mudanças de ordem pedagógicas e metodológicas em sala de aula, seja a nível fundamental, médio ou superior, além de vencer os obstáculos impostos pelo sistema educacional como um todo e urgentemente necessários de serem mudados pelo avanço das ciências.

Os professores que realizam em suas aulas mudanças de ordem metodológicas, o fazem na busca de um ensino que faça com que o aluno pense, discuta, informe-se, reflita, questione, mude, enfim ele proporciona a “liberdade ao aluno, porém com direção, não permitindo que faça o que quiser, sem saber onde chegar” (POHLENZ, 2003, p. 59). Esses professores proporcionam ao aluno a construção do conhecimento através de reflexões e orientações sobre o conteúdo curricular que melhor o auxilia na resolução da questão proposta, e no caso da Matemática a adequação do conteúdo proposto no programa curricular



com fatos que ocorrem fora da escola, na sua vida cotidiana, viabilizando-os através da Modelagem Matemática, que pode ser um dos caminhos seguidos pelo professor.

Conforme pesquisa realizada por Barbosa (1999, p. 77) num grupo de 40 professores, oriundos de dez estados (RS, SP, RJ, BA, SC, RN, DF, PA, PR e MG) participantes de um mini-curso sobre Modelagem Matemática, ministrado por ele durante o IV Encontro Nacional de Educação Matemática, alguns professores “vêm que a Modelagem pode tornar possível a ligação entre vários conteúdos, possibilitando ainda a retomada de conceitos já trabalhados, imprimindo, desse modo, um caráter espiral ao currículo” porém reconhecem que é pouco aplicada nos cursos regulares, tanto a nível do Ensino Fundamental como Médio.

Justificam a dificuldade na implantação da Modelagem Matemática em sala de aula, concentrando-as em três eixos: corpo discente, corpo docente e instituição, já comentados anteriormente.

Os professores têm consciência, de que a Modelagem redefine seu papel “no momento em que ele perde o caráter de detentor e transmissor do saber para ser entendido como aquele que está na condução das atividades, numa posição de partícipe” (BARBOSA, 1999, p. 71).

Essa mudança de posição gera ao professor insegurança para a implantação da Modelagem Matemática em sala de aula regulares, visto que mudanças de ordem epistemológica não ocorrem de modo instantâneo, necessitando assim que o professor experimente a aplicação da Modelagem de modo gradativo, como os casos sugeridos por Barbosa para então alterar suas posturas didáticas.

Vencendo-se tais obstáculos encontramos exemplos de professores (BURAK, 1987, 1992, 1998; MONTEIRO&POMPEU, 2001; GUÈRIOS, 2001; BASSANEZI, 2002; BARBOSA, 2003; BIEMBENGUT, 2003 e outros) que aplicaram a Modelagem Matemática em sala de aula em diferentes níveis educacionais e obtiveram resultados satisfatórios no

processo de ensino aprendizagem da Matemática, incentivando assim que outros professores também invistam nessa abordagem de ensino.

Barbosa (2003, p. 72) coloca sua posição enquanto professor reflexivo que o ajuda a enfrentar as dificuldades e incertezas que surgem perante situações em que não consegue realizar aquilo que deseja, refletindo sobre as seguintes questões: “o que é possível, tendo em conta as limitações do contexto escolar, os interesses dos alunos e a própria percepção de nossos saberes?” E na reflexão e tentativa de responder tais questões acaba encontrando soluções que refazem a sua prática educacional, procurando formar nos alunos a consciência crítica dentro das possibilidades e dos argumentos de que dispõe no momento.

Adotando essa postura de professor que reflete, questiona e orienta o processo ensino aprendizagem, Monteiro e Pompeu (2001, p. 67) nos colocam que:

o professor deve ensinar Matemática como um conteúdo:

- a) de debate, no sentido de que o conhecimento matemático é construído pelos alunos e professor;
- b) complementar, no sentido de que as aulas de matemática são baseadas no conhecimento que os alunos trazem de fora da escola; e finalmente
- c) produtiva, no sentido de que o conhecimento matemático é desenvolvido a partir de situações próprias dos alunos.

Essa consciência, ou melhor, essa postura assumida pelo professor deve a nosso entender, nortear o seu trabalho para que o ensino da matemática seja significativo e importante. Salientamos ainda que o professor deve partir das situações do cotidiano dos alunos, mas não ficar somente nelas, e “ter a sensibilidade de perceber que o aluno, ao ir à escola, procura também por motivações que vão além de seu cotidiano de trabalho”(MONTEIRO; POMPEU, 2001, p. 63).

Assim é de fundamental importância o caminho adotado pelo professor no processo de ensino aprendizagem da Matemática. Durante o processo e o tempo em que professor e aluno permanecem na escola, o convívio entre ambos deve ser harmonioso. Com reflexões e questionamentos que superem o conhecimento equivalente ao senso comum, e com o

conhecimento adquirido, refletido e modificado possam intervir na sociedade em que vivem adaptando a melhor maneira de convívio possível.

No próximo capítulo, colocaremos duas situações de aplicação da Modelagem Matemática, em nível do Ensino Médio, em Colégio Estadual, no qual atuamos como professora, inicialmente procurando vencer as barreiras que são encontradas quando se procura mudar de paradigma de ensino. Também buscamos reflexões e considerações sobre as contribuições deixadas por essa alternativa de ensino da Matemática.

### CAPÍTULO III

## SITUAÇÕES DE APLICAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO PROFISSIONALIZANTE

### 3.1 METODOLOGIA DO TRABALHO

Levando em consideração os aspectos teóricos referente a Modelagem Matemática, esta foi aplicada em uma turma regular em que atuamos como professora regente da disciplina de Matemática a nível de Ensino Médio, no Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas.

O Colégio Estadual Agrícola Augusto Ribas oferece à seus alunos uma formação profissionalizante com o Curso Técnico em Agropecuária. Possui uma grade curricular ampla atendendo ao núcleo comum de formação ao nível médio e parte profissionalizante perfazendo uma carga horária total de 3 000 horas/aula<sup>2</sup>.

Nesse ambiente de formação a Modelagem Matemática foi aplicada em duas primeiras séries, em época diferentes, a primeira aplicação em 2004 e outra no primeiro semestre de 2005. Escolhemos as turmas de primeira série pela oportunidade de haver no conteúdo curricular da série uma abertura de revisar vários assuntos estudados a nível de Ensino Fundamental.

No ano de 2004 a escolha pela turma 1<sup>o</sup> C, ocorreu devido um número significativo de alunos terem obtido nota abaixo da média no 1<sup>o</sup> bimestre, em Matemática e em outras disciplinas, por apresentarem “desinteresse” nas aulas de Matemática, até então executadas conforme apostila adotada pelo Colégio e por último por apresentarem problemas disciplinares em sala de aula.

---

<sup>2</sup>O regime de freqüência dos alunos durante o ano letivo é em turno integral, com 10 horas/aulas diárias, e ainda complementam a formação com 400 horas de estágio supervisionado em fazendas de cultivos agrícola (200horas) e criação de animais (200horas) nos períodos de julho, dezembro e janeiro.

A 1ª série C estava composta por trinta e seis alunos, e o fato de todos serem externos<sup>3</sup> contribuíra para realização de pesquisas e encontros extras que pudessem ser realizados no decorrer da aplicação da Modelagem Matemática. Essa primeira aplicação foi executada em duas das quatro aulas semanais de Matemática prevista para cada série.

Para segunda aplicação, realizada nos dois primeiros bimestres do ano letivo de 2005, escolhemos uma outra primeira série, para podermos confrontar os resultados em ambas. Mas para essa a turma escolhida foi a 1ª série A, alunos internos, com o intuito de verificar se por serem oriundos principalmente de cidades do interior, o interesse seria diferente dos apresentados pelos alunos externos.

A coleta de dados deu-se na sala de aula, estudando a prática escolar cotidiana durante o desenvolvimento da Modelagem Matemática, onde o professor é também o pesquisador, que analisa e interage com seus pesquisados, os alunos, afetando e sendo afetado por eles e pelo processo, e também com a preocupação de atribuir significado as manifestações realizadas, atribuindo assim uma abordagem qualitativa à pesquisa.

Uma pesquisa qualitativa busca mais que grandes dados numéricos, ela busca entender e interpretar dados e discursos colhidos no decorrer da pesquisa (BORBA; ARAÚJO, 2004, p.12) na relação pesquisador e pesquisado, possuindo cinco características básicas:

- 1- tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como o seu principal instrumento.
- 2- os dados coletados são eminentemente descritivos;
- 3- a preocupação maior é com o processo mais do que com o produto;
- 4- o “significado” que as pessoas dão às coisas e a sua vida merece atenção especial do pesquisador;
- 5- a análise dos resultados tende a seguir um processo indutivo (BOGDAN & BIKLEN, 1982 apud BURAK, 1992, p. 53).

Dentro dessa perspectiva de pesquisa, para a coleta de dados fizemos “uso das técnicas que tradicionalmente são associadas à etnografia, ou seja, a observação participante, a

---

<sup>3</sup> Designa-se alunos internos aqueles que moram no alojamento masculino ou feminino do Colégio, e recebem serviços de lavanderia, refeições e pernoite, e alunos externos aqueles que residem na cidade de Ponta Grossa.

entrevista e a análise de documentos” (ANDRÉ, 1995, p. 28), que segundo Burak (1992, p. 54) esses métodos etnográficos de pesquisa e o próprio processo da Modelagem Matemática possuem uma harmonia consistente.

A etnografia desenvolvida na prática escolar vem contribuir na coleta e na descrição dos dados coletados, dando-os significado e interpretação às ações desenvolvidas pelas pessoas envolvidas no processo, já que a preocupação central da pesquisa é o processo educativo como um todo, em suas dimensões institucionais, pedagógicas e sócio-política/cultural (ANDRÉ, 1995, p. 42).

As observações foram feitas na própria sala de aula conforme os fatos significativos levantados por alunos e pelo professor, pela observação do comportamento e interesse levantado pelos alunos e o desenrolar da aplicação da Modelagem Matemática, e também sobre a própria dinâmica dessa metodologia de ensino. Os acontecimentos ocorridos durante as aulas, bem como os conteúdos e encaminhamentos tomados, eram registradas em caderno próprio de anotações, colocando todas as observações consideradas importantes para futuras consultas.

Durante as aulas, os alunos eram questionados sobre a forma que resolviam os problemas e como desenvolviam os conteúdos relacionados ao problema formulado. Os trabalhos foram desenvolvidos em grupo, nas duas aplicações, para entrosamento e discussão das idéias, dando maior abertura de encaminhamento na solução do problema. O trabalho em grupo também ajuda na última etapa da Modelagem Matemática, a análise dos resultados, pois cada integrante tem muito a colaborar nas colocações de suas opiniões.

As entrevistas semi - estruturadas contribuíram na medida em houve a necessidade de aprofundar questões ou esclarecer problemas observados sobre o ensino da Matemática e da Modelagem Matemática, as quais foram realizadas uma no início do ano de 2005, somente

para a 1ª série A, e outra no final do mês de setembro de 2005, para as duas turmas, além das falas e comentários ocorridas no decorrer da aplicação da Modelagem Matemática.

A entrevista<sup>4</sup> realizada no início do ano de 2005, com os alunos da 1ª série A, foi devido a necessidade de caracterizar melhor os alunos e procurar identificar a visão de Matemática que carregam, já que todos já passaram por no mínimo 8 anos de estudo no Ensino Fundamental.

Os 38 alunos dessa turma eram internos e oriundos de outras cidades<sup>5</sup>, com idade variando de 14 a 17 anos, sendo 29 do sexo masculino e 9 do sexo feminino.

Procurando saber a preferência de disciplina de cada aluno, foi pedido para numerar as disciplinas de Português, Matemática, História, Geografia e Ciências em ordem crescente de preferência. O resultado foi o seguinte:

TABELA 1- Indicador de escolha por disciplinas

ESCOLHA	PORTUGUÊS	MATEMÁTICA	HISTÓRIA	GEOGRAFIA	CIÊNCIAS	TOTAL
1º	3	8	5	6	13	35
2º	7	3	9	5	11	35
3º	5	6	8	11	5	35
4º	7	10	5	10	3	35
5º	13	8	8	3	3	35
TOTAL	35	35	35	35	35	35

Como podemos observar a disciplina de maior preferência entre os alunos foi Ciências, a maioria justificou sua preferência por ser uma disciplina que trata da vida do homem, dos animais, das plantas, enfim dos seres vivos em geral e da forma com que eles se relacionam no meio ambiente, e também porque é uma disciplina que possibilita a realização de experiências, de estudar coisas práticas. Matemática teve o segundo lugar na ordem de preferência seguida de Geografia, História e Português. Tendo três alunos que não souberam responder.

<sup>4</sup> Roteiro da entrevista encontra-se no anexo, página 111 dessa dissertação.

<sup>5</sup> Cidades de origem dos alunos da 1ª série A: Capanema (1); Curitiba (2); Guaraniaçu (11); Ipiranga (3); Irineópolis (2); Pinhão(3); Piraí do Sul (2); Pontal do Sul(1); Prudentópolis (1); São Mateus do sul (1); Teixeira Soares (2) e Tibagi (9).

Sobre o questionamento acerca da importância da Matemática, todos concordaram que ela é importante, porque está presente em situações do dia-a-dia, como recebimento ou elaboração de um troco em compras, para não ser “logrado” em negócios, porque melhora o raciocínio, porém sentem dificuldades na aprendizagem. Somente um aluno disse que ela não é importante porque ele não a entende, e por isso não é um bom aluno e necessita de várias explicações individuais por parte do professor.

Dentre os alunos que preferem Matemática como matéria de maior preferência, sua justificativa em serem bons alunos está relacionada principalmente a boa explicação que o professor faz quando ensina uma matéria nova e a boa vontade e atenção que dispõem ao aprender.

Os outros alunos que se consideram alunos regulares ou “maus” alunos, justificam-se por não prestarem atenção nas aulas, pelos conteúdos serem complicados e difíceis, por terem que decorar fórmulas, por achar que as “contas modernas” não tem nada a ver, por haver muitos cálculos, e porque tiveram professores não muitos bons, que não explicavam direito ou ficavam contando piadas, e por isso agora sentem dificuldades em aprender conteúdos novos.

Quando solicitados se haviam participado de alguma aula de Matemática em que consideravam ter aprendido a matéria foram unânimes em afirmar que sim, e esse momento foi quando estavam “interessados e prestando atenção” nas explicações do professor. Também salientaram o atendimento individual prestado pelo professor em aulas particulares ou de recuperação onde haviam poucos alunos e silêncio para se concentrarem.

As sugestões deixadas para uma aula ideal de Matemática são aquelas em que o professor é bom e sabe explicar bem o conteúdo, em que haja cooperação de todos os alunos ficando em silêncio se interessando e prestando atenção, com bastante exercícios. Também foi sugerida aula descontraída com brincadeiras, jogos e com conteúdos fáceis e práticos.



Com essas considerações pudemos identificar e conhecer mais profundamente os alunos que estavam fazendo parte da nossa pesquisa.

Consideramos como material para análise os relatórios finais solicitados aos alunos no término da aplicação da Modelagem Matemática, bem como as atividades desenvolvidas e as manifestações durante as aulas, dentro do processo ensino aprendizagem.

De posse dos dados coletados as análises sobre a aplicação da Modelagem Matemática foram realizadas estabelecendo como linhas condutoras: a visão da Modelagem Matemática frente o ensino tradicional, a matemática do cotidiano e a matemática do currículo e o trabalho em grupo. Não pretendendo comprovar teorias ou fazer grandes generalizações, mas buscando descrever as situações e compreendê-las, com um olhar observador e atento aos significados (ANDRÉ, 1995, p. 37).

### 3.2 ALGUNS DADOS SOBRE TEMA ESCOLHIDO

Os dados apresentados a seguir foram organizados a partir da coleta de informações realizada pelos alunos sobre o soja e sobre esses dados a Modelagem Matemática desenvolvida, conforme o interesse de cada turma.

O soja cujo nome científico é *glycine max* é uma planta originária da Ásia, sendo os chineses os responsáveis pelo melhoramento genético da mesma.

Apesar de ser consumido pela civilização oriental desde milhares de anos, como alimento ou como remédio, o soja somente foi introduzido na Europa no século XV, como curiosidade nos jardins botânicos da Inglaterra e França.

No Brasil após ter sido introduzido na Bahia em 1892, teve sua expansão a partir de 1960 como conseqüência da produção comercial de suínos e aves e esses serem grandes consumidores de farelo de soja, e pela necessidade de aproveitamento da infra-estrutura da

lavoura de trigo que ficava ociosa no período de verão, e também pelo incentivo recebido do governo para seu plantio.

O Brasil no ano de 2004 obtinha o título de segundo maior produtor mundial de soja, com produção de 50 milhões de toneladas, correspondente a 25% da produção mundial. Tendo o Estado de Mato Grosso como maior produtor brasileiro com uma área de 5,15 milhões de hectares e o Paraná o segundo com uma área de 3,93 milhões de hectares.

O soja é um grão muito versátil que dá origem a produtos e subprodutos muito usados pela agroindústria, indústria química e de alimentos. O seu uso mais conhecido é como óleo refinado, obtido a partir do óleo bruto, que também é utilizado na confecção de tintas e sabão. No processo de refinamento do óleo também é produzido a lactina utilizada na fabricação de salsichas, maioneses, achocolatados, temperos e outros.

Recentemente, o soja vem crescendo em pesquisas, como fonte alternativa de combustível, o biodiesel, e está sendo testado em algumas cidades brasileiras.

O soja é uma planta anual, que necessita desde a sua germinação até a completa maturação de 75 dias para as variedades precoces e até 200 dias para as mais tardias. A sua semeadura deve ser feita preferencialmente no mês de novembro, com um espaçamento variando de 40cm a 60cm entre linhas, perfazendo em torno de 400 mil plantas por hectare ou 40 plantas por metro quadrado, o que corresponde a 16 sementes de soja em um metro linear, aproximadamente.

Os agricultores têm um procedimento prático para determinar o rendimento na lavoura antes mesmo da colheita, para isso é limitada uma região de um metro quadrado em cinco áreas representativas da plantação. Nesse espaço são recolhidos mesmo que estejam caídos, as vagens e todos os grãos para serem pesados. Esse valor é dividido por cinco, porque foram cinco regiões diferentes que forneceram a amostra, e esse valor em gramas provavelmente será o rendimento da lavoura em um metro quadrado. Conhecido esse valor ele multiplica

pela quantidade de metros quadrados ou hectares plantados e obtém-se aproximadamente a quantidade de soja que será colhida na safra.

As principais pragas que afetam o soja são a lagarta da soja e três espécies de percevejos, além das plantas daninhas que competem com o soja roubando-lhe água, luz e nutrientes reduzindo a produtividade e aumentando o custo de produção.

A soja é uma planta de muita importância no desenvolvimento agrícola do país, pois tem uma grande representatividade de cultivo e gera uma grande movimentação na economia do país, sendo também exportada para outros países.

### 3.3 SITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM 1ª SÉRIE C

A primeira aplicação da Modelagem Matemática foi realizada a partir do segundo bimestre de 2004 com uma turma composta por trinta e seis alunos de primeira série C, com faixa etária variando entre 14 anos e 16anos, em duas aulas semanais. Essa turma era composta por alunos externos, sendo que todos moravam na cidade de Ponta Grossa.

Para aplicação da Modelagem Matemática iniciamos com uma conversa sobre a importância da Matemática no dia a dia e na escola. Nessa conversa todos concordaram que a Matemática é importante porque está presente em nossa vida e portanto necessária de ser aprendida. Porém na medida em que acham importante muitos alunos consideram a Matemática complicada, difícil, sem graça, chata e confusa, pois envolve vários cálculos e números que na maioria das vezes não será aplicada em situações reais e conseqüentemente não servirá para nada, e que ela foi feita para somente alguns alunos que possuem facilidade em entender, os designados “gênios” da sala de aula.

Procurando mostrar a aplicabilidade de alguns conteúdos matemáticos e tornar a aprendizagem mais significativa é que propusemos a aplicação da Modelagem Matemática

como uma metodologia alternativa que torna o ensino da Matemática mais dinâmico e atrativo.

Inicialmente, comentamos sobre a forma de encaminhamento do trabalho durante a aplicação dessa metodologia. Os alunos se entusiasmaram com a possibilidade de aprender Matemática de modo mais relacionado com seu cotidiano. Ao escolherem o assunto que iriam estudar manifestaram a preocupação com a “nota”, perguntando se Modelagem Matemática ajudaria a melhorar a nota no final do bimestre.

Após explanação sobre a aplicação da Modelagem Matemática levantamos alguns assuntos que gerariam interesse ao serem estudados. Como o curso é profissionalizante em Agropecuária os assuntos voltaram para aqueles que abordam o seu futuro campo de trabalho como criação de bovinos, cavalos, aves, agricultura do soja ou milho, clonagem de animais e um grupo sugeriu o histórico do colégio. Os temas sugeridos foram postos em votação para que se escolhesse um tema comum à turma, facilitando assim o trabalho de professor e alunos e também para que se pudesse confrontar os resultados entre os grupos, havendo uma melhor interação na sala de aula.

Durante a exposição de cada tema houve muita discussão entre os alunos, alguns defendendo o que propuseram e outros mudando de opinião, achando os outros mais interessantes. Durante essa aula não foi possível realizar a votação, ficando para a aula seguinte depois de cada um refletir e definir qual o tema estaria disposto a pesquisar.

Após a votação que teve como tema escolhido - *a cultura do soja*, os alunos divididos em seis grupos, ficaram responsáveis em coletar os dados que considerassem mais relevantes sobre essa cultura e expor aos demais grupos, interagindo entre eles.

Nessa etapa alguns grupos sentiram dificuldades para coleta de dados e na data marcada para começarem as apresentações das pesquisas por cada grupo, esta não havia sido

realizada, os alunos alegaram falta de tempo para realizarem a pesquisa, e que o tema era muito amplo e não sabiam o que fazer.

Conversamos novamente sobre o assunto e enumeramos algumas considerações que poderiam ser levantadas na pesquisa, como a área a ser plantada, tipos de sementes, investimento, lucro e outros e um novo prazo foi estipulado para os grupos se organizarem.

Na data marcada começaram as apresentações de cada grupo sobre vários assuntos, conforme quadro a seguir, que proporcionaram questionamentos e dúvidas. Houve infelizmente alguns alunos que ficaram apáticos não participando das apresentações.

Quadro 5- Temas abordados sobre a cultura do soja pela 1ª série C

Grupos	Temas abordados
1	Importância da análise do solo para o correto plantio da soja;
2	Variedades do soja, aumento da produção e sobre o valor nutricional do grão;
3	Gráfico da margem de lucro, perda e custo da safra do soja;
4	Tabela com variação do preço em dólar dos principais produtos derivados do soja (óleo, farelo e grãos) no intervalo de 1992 a 2004;
5	Principais regiões que cultivam o soja e insumos utilizados nessa cultura;
6	Fórmula de cálculo para perdas em hectares.

Partindo de uma tabela apresentada pela quarta equipe foi levantado a situação de saber estabelecer e montar as porcentagens de aumento e variação que os produtos sofreram durante esses anos. Durante a apresentação dessa tabela os próprios alunos levantaram o problema de saber analisar a variação dos preços e das quantidades produzidas que ali estavam apresentadas de modo mais prático, por porcentagem. Assim houve a necessidade de aprofundar o assunto de porcentagem e regra de três, complementando esse conteúdo com os exercícios propostos pela apostila.

Tabela parcial apresentada pelo grupo 4

TABELA 2: Exportação da soja

ANO	PRODUTO	VOLUME (TONELADAS)	VALOR US\$ (TON)
2002	Grão	15.970	190
2002	Farelo	12.517	176
2002	Óleo	1.934	402
2003	Grão	18.890	216
2003	Farelo	13.602	191
2003	Óleo	2.486	496

Também aproveitamos para fazer uma análise sobre as cotações do dólar em relação as outras moedas sua valorização perante o real e desvalorização perante o euro, por exemplo.

Ainda desse grupo retiramos a seguinte afirmação: “a produtividade média nas lavouras brasileiras se mantém em 800 kg/ha.” Interpretando tal afirmação e de modo intuitivo chegamos a conclusão que conforme a área plantada varia, os grãos colhidos também variam. Começamos então o conteúdo matemático sobre funções estabelecendo a noção de função, o conceito, a lei de formação e o gráfico representado por essa função em particular.

TABELA 3– Relação de grãos colhidos pela área plantada

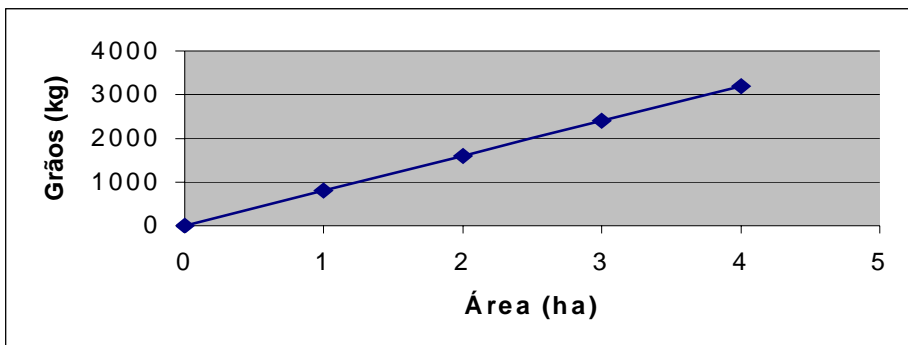
ÁREA (HECTARE-HA)	GRÃOS (QUILOS)	RESULTADO
1	800	1 . 800
2	1600	2 . 800
3	2400	3 . 800
....	.....	.....
....	.....	.....
.....	.....	.....
x	y	x . 800

Lei matemática que associa grãos e área:  $y = 800 x$

y- variável dependente : quantidade de grãos (quilos) colhidos

x- variável independente: área ( hectares) plantada.

GRÁFICO 1 – Relação dos grãos colhidos pela área plantada



$$D = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0\}$$

$$Im = \{y \in \mathbb{R} / y \geq 0\}$$

Dando continuidade ao assunto de funções estudamos as funções lineares e quadráticas, conforme variações apresentadas na apostila, relacionando com o tema estudado.

Apesar do engajamento dos alunos ocorrerem de forma tímida, por tratar-se de uma experiência nova a etapa da análise crítica dos resultados permitiu aos alunos desenvolverem sua criticidade e analisarem a validade dos conteúdos matemáticos com a realidade em questão.

Mas como as conclusões e análises demoraram um pouco para acontecer, alguns alunos acostumados com a transmissão de conteúdos por parte do professor e por achar essa maneira mais fácil, ouvir a explicação e resolver os exercícios, propuseram que o professor retornasse aos conteúdos e exercícios da apostila em todas as aulas e que a metodologia da Modelagem Matemática fosse abandonada alegando muito trabalho e que tinham que pensar muito nas aulas de Matemática.

Conversamos novamente sobre a oportunidade de aprendizagem diferenciada da Matemática proporcionada pela Modelagem Matemática e a possibilidade de plantação de soja numa área de doze alqueires no colégio, despertou novamente o interesse desses alunos que haviam se desmotivado por algum tempo. Pois já que iriam plantar o soja no colégio, eles poderiam relacionar os conteúdos aprendidos na sala, não só em Matemática, mas também em outras disciplinas com a prática que lhes estava sendo proporcionada. Dando continuidade à essa etapa os grupos foram subdivididos, a pedido dos próprios alunos que consideraram que em grupos menores, agora com três participantes em cada, haveria um maior entrosamento e participação para realização do trabalho que estava sendo proposto.

Dessa forma a seguinte situação foi proposta “fazer o levantamento do que precisa e de quanto precisa para plantar soja numa área limitada por 2km de perímetro.”

Esse questionamento fez com que os grupos tivessem que encontrar a área que seria plantada para poderem calcular a quantidade de sementes e as dúvidas e discussões surgidas nos grupos foram muito importantes para despertar um interesse maior em se envolver e resolver a situação problema.

Para essa etapa os próprios alunos sentiram a necessidade de conhecer melhor as medidas agrárias e sobre esse assunto realizaram uma nova coleta de informações. Durante a explanação da coleta de informações o professor questionou junto a eles como surgiram os sistemas de medidas e como fazer para realizar tais medidas, bem como foram levantadas todas as relações existentes entre as medidas oficiais (metro e seus derivados) e arbitrárias (litro, braças, palmos,...).

O envolvimento da família de alguns alunos foi necessária e muito bem vinda, pois muitos pais originários de regiões agrícolas conhecem as medidas usadas na agricultura como braça, alqueire, litro e os alunos questionaram em casa e trouxeram as respostas para discussão e análise em grupo.

Também houve o envolvimento do técnico agrícola do colégio responsável pelo estágio dos alunos nas plantações e da agrônoma e também professora do colégio da disciplina de horticultura<sup>6</sup> para esclarecimento das dúvidas surgidas pelos alunos para o plantio.

Houve, porém uma decepção no meio do caminho para alunos e professores envolvidos no projeto da plantação da soja, a área que seria cedida para plantação foi embargada e a plantação não foi executada. Mas a aplicação da Modelagem Matemática fez com que os alunos continuassem seus cálculos e chegassem as conclusões, validações e análises críticas dos seus resultados, mesmo não havendo a prática da plantação do soja.

### 3.4 SITUAÇÃO DE MODELAGEM MATEMÁTICA COM 1ª SÉRIE A

Depois de aplicado o questionário onde os alunos colocaram sua visão sobre a Matemática, conversamos sobre a possibilidade do desenvolvimento da alternativa de ensino

---

<sup>6</sup> Ambos seriam os responsáveis pela plantação e pelo apoio e atendimento aos alunos em todos os momentos do cultivo da cultura da soja.



da Modelagem Matemática e notou-se grandes expectativas com o ensino realizado dessa forma.

Dividimos a turma então em oito grupos, sendo seis grupos com cinco alunos e dois grupos com quatro alunos<sup>7</sup>, que conversaram sobre a sugestão do tema que iriam a votação para depois ser realizada a pesquisa e os conteúdos matemáticos serem estudados.

Os dados sobre os temas sugeridos e a respectiva votação, que foi realizada secretamente após exposição das equipes, seguem conforme Tabela 4:

TABELA 4 – Escolha do tema da Modelagem

TEMA	QUANTIDADE DE VOTOS	PORCENTAGEM
Bovino	7	18,91%
Soja	15	40,54%
Futsal	2	5,41%
Cesta básica	2	5,41%
Suínos	4	10,81%
Milho	6	16,22%
Equino	1	2,7%
TOTAL	37	100%

Como pudemos perceber o tema escolhido foi novamente a cultura do soja, talvez isso tenha acontecido porque muitos dos alunos, precisamente 25 alunos serem filhos de agricultores e possuírem essa cultura em suas propriedades, e também porque o soja é uma das culturas que proporciona boa lucratividade.

Após orientações sobre como se realizaria a coleta de informações estipulou-se o prazo de onze dias para cada grupo pesquisar e apresentar os dados considerados importantes sobre o assunto.

Nesse intervalo de tempo, destinado à pesquisa durante as aulas de Matemática, estudamos os conteúdos matemáticos conforme apostila adotada pelo Colégio, abordando o assunto de conjuntos numéricos.

Na data marcada começaram as apresentações e o envolvimento dos alunos foi muito bom, havendo vários questionamentos e participação entre as equipes. Como é comum

<sup>7</sup> Durante o primeiro semestre do ano letivo houve a transferência de sete alunos. Terminamos então aplicação com 4 grupos de 5alunos, 2 grupos com 4 alunos e 1 grupo de 3alunos, totalizando trinta e um alunos.

quando se tenta mudar a forma de ensino com o qual está acostumado, alguns alunos pensaram que era “brincadeira e matação de aula” e não prestaram muita atenção, em alguns momentos chegando a tumultuar a aula.

Quadro 6 - Temas abordados sobre cultura do soja pela 1ª série A

Grupos	Temas abordados
1	Breve histórico do soja, produção e produtividade da cultura nos anos de 1967 a 1973, principais pragas e inseticidas utilizados;
2	Características e composição científica da planta;
3	Histórico do soja, uso na alimentação e aumento da produção nos estados brasileiros;
4	Dados econômicos em relação a plantação do soja;
5	Plantio, manejo e conservação do soja;
6	Espaçamento entre plantas, vantagens e desvantagens do plantio direto;
7	Cálculo para determinar possível colheita de grãos;
8	Desenvolvimento, evolução e cuidados com o plantio do soja.

Após a exposição de todos os grupos, conversamos sobre que problema iríamos abordar em um primeiro momento, e a maioria levantou a questão das medidas agrárias e lineares, de como saber medir corretamente e as relações existentes entre as diferentes medidas. Sobre esse questionamento começamos a estudar os sistemas de medidas.

Primeiramente conversamos o que cada um entendia sobre o que era medir. As respostas giraram em torno de que “medir é encontrar quantos metros tem cada coisa.” Então o seguinte questionamento foi feito, mas se não temos nenhum instrumento a disposição para medir o que faremos para saber as dimensões da carteira, por exemplo?

Alguns alunos comentaram que não podia se fazer nada, outros que não sabiam e outros utilizariam o palmo. Partindo dessa resposta fizemos um levantamento sobre as formas de medir utilizando as partes do corpo, e pesquisando as relações que elas têm com a medida oficial metro. Montando as relações conforme a Tabela 5:

TABELA 5: Medidas não oficiais

MEDIDA	EQUIVALÊNCIA
Palmo	22 cm
Cúbito	52,4cm (egípcio) 43cm (pérsico)
Braça	2,2 m
Pé	30,48 cm
Polegada	2,54 cm
Passo	0,83 cm
Jarda inglesa	91,44 cm

Conforme as medidas eram levantadas, abordava-se como se media e de que forma era realizada tal medida e muitos alunos admiravam-se ao descobrir tais formas. Então se chegou à conclusão que medir é comparar grandezas entre si e assim foi proposto medir a carteira utilizando-se das seguintes unidades: lápis, palmos, polegadas. As respostas foram confrontadas e as diferenças discutidas mostrando que por causa dessas diferenças houve a necessidade de oficialização de uma medida padrão.

O metro como unidade de medida padrão foi introduzido em 1801 por lei da Assembléia Francesa e

[...] corresponde à décima milionésima parte do quadrante do meridiano terrestre e os matemáticos Delambre e Méchain foram incumbidos da medida de um arco de 10 graus no meridiano que vai Dunquerque, no norte da França, a Monjony, próximo de Barcelona, empregando como unidade de medida a toesa do Peru (1,949m) (SOUZA, 1981, p. 83).

O protótipo de metro padrão é uma barra feita de uma liga de 90% de platina e 10% de irídio, com densidade igual a 21,53 e é conservada no Bureau Internacional de Pesos e Medidas, em Sèvres, Paris. Foram confeccionadas cópias dessa barra e distribuídos aos Institutos de Medidas de todo o mundo para que confeccionassem e distribuíssem essa medida.

A partir de 1960 a definição do metro passou a ser baseada no comprimento de onda da radiação emitida por um gás raro, o criptônio<sup>8</sup>, tal mudança adota pela Comissão Internacional de Pesos e Medidas se deu em função da indestrutibilidade e constância do comprimento da onda ao longo do tempo.

No Brasil essa medida foi instituída como oficial em 1874, porém ainda hoje em muitos estados as pessoas utilizam o sistema de medidas antigo.

---

<sup>8</sup> O metro é agora definido como 1 650 763,73 vezes o comprimento de onda (no vácuo) da radiação correspondente à transição entre os níveis 2P<sub>10</sub> e 5d<sub>s</sub> do átomo do criptônio. ( OLIVEIRA; SILVA, s. d , p. 29)

Após saberem do histórico do metro, cada aluno confeccionou um metro para si utilizando-se da régua para medir e estabelecer relações com os múltiplos e submúltiplos do metro, convertendo as unidades e compreendendo o sistema métrico decimal utilizado para medir comprimentos maiores ou menores do que ele. Esses múltiplos e submúltiplos são obtidos por sucessivas multiplicações ou divisões por 10.

TABELA 6 – Múltiplos e submúltiplos do metro

NOMES	SÍMBOLOS	VALORES
Quilômetro	km	1 000 m
Hectômetro	hm	100 m
Decâmetro	dam	10 m
METRO	m	Unidade fundamental
Decímetro	dm	$10^{-1} \text{ m} = 1 / 10\text{m} = 0,1\text{m}$
Centímetro	cm	$10^{-2} \text{ m} = 1 / 100\text{m} = 0,01\text{m}$
Milímetro	mm	$10^{-3} \text{ m} = 1 / 1000\text{m} = 0,001\text{m}$

Além de comprimentos, medida linear podemos encontrar medida de superfície ou área, e para tal medição utiliza-se como medida padrão o metro quadrado ( $\text{m}^2$ ), que é uma região limitada por um quadrado de um metro de lado, comparando-o com uma superfície qualquer. Os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado são obtidos por multiplicações ou divisões por 100.

TABELA 7 – Múltiplos e submúltiplos das medidas de superfície

MÚLTIPLOS	MÚLTIPLOS	MÚLTIPLOS	UNIDADE FUNDA- MENTAL	SUB- MÚLTIPLOS	SUB- MÚLTIPLOS	SUB- MÚLTIPLOS
$\text{km}^2$	$\text{hm}^2$	$\text{dam}^2$	$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1.000.000	10.000	100	1	0,001 $10^{-2}$	0,0001 $10^{-4}$	0,000001 $10^{-6}$

Durante a construção da tabela, foram desenhados um centímetro quadrado no caderno, e foi pedido para desenhar um metro quadrado e fazer a comparação entre os dois. Os alunos admiraram-se ao perceber a diferença entre essas unidades e que dentro de um metro quadrado cabem 10 000 centímetros quadrados, duvidando que isso fosse possível, mas comprovando através da comparação e equivalência das medidas traçadas.

Mas para realizar as medidas em terras são utilizadas as medidas agrárias que adota o *are* como unidade padrão que equivale a  $100\text{m}^2$ , tendo apenas um múltiplo denominado de hectare, correspondente a  $10\,000\text{m}^2$ , e um submúltiplo denominado centiare, que é igual a  $1\text{m}^2$ . Porém nas medidas de terras o mais utilizado é o hectare.

Pela lei nº 1.157, de 26 de junho de 1862, é obrigatória a aplicação das unidades de superfície do sistema métrico decimal, porém em muitos lugares do país ainda são empregadas as medidas chamadas antigas, quase todas derivadas da braça, e que possuem características regionais.

As medidas chamadas antigas são as de maior conhecimento dos alunos, conseqüentemente por terem vindo de regiões agrícolas e estarem acostumados a elas, porém não sabiam como elas haviam surgido e como se efetuava suas transformações para a medida oficial. Estudamos assim o surgimento das medidas não oficiais e sua correspondência em metros quadrados, fazendo as transformações através da regra de três simples e montando um procedimento prático para a mesma.

TABELA 8 – Medidas agrárias

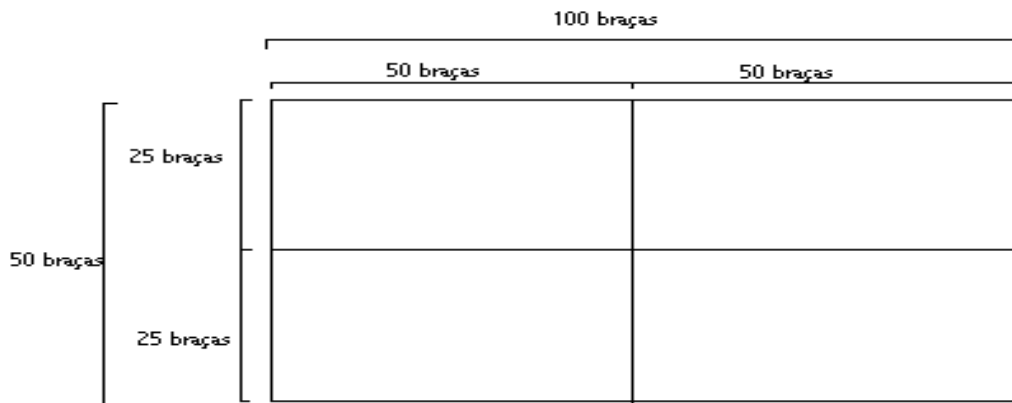
MEDIDA	SÍMBOLO	EQUIVALÊNCIA
Braça quadrada	br quadrada	$2,20 \times 2,20 = 4,84\text{m}^2$
Hectare	ha	$100\text{m} \times 100\text{m} = 10\,000\text{m}^2$
Alqueire paulista	alq.	$50\text{br} \times 100\text{br} = 110\text{m} \times 220\text{m} = 24\,200\text{m}^2 = 2,42\text{ha}$
Quarta		$25\text{br} \times 50\text{br} = 55\text{m} \times 110\text{m} = 6\,050\text{m}^2 = 0,605\text{ha}$
Litro		$605\text{m}^2$

As regras de três para as equivalências foram montadas da seguinte forma:

$$\begin{array}{rcl}
 1\text{ ha} & - & 10\,000\text{m}^2 \\
 & \times & 24\,200\text{m}^2 \\
 \hline
 10\,000x & = & 24\,200 \\
 & & x = 2,42\text{ ha}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 1\text{ ha} & - & 10\,000\text{m}^2 \\
 & \times & 6\,050\text{m}^2 \\
 \hline
 10\,000x & = & 6\,050 \\
 & & x = 0,605\text{ ha}
 \end{array}$$

A medida da quarta muito utilizada entre os agricultores, corresponde a quarta parte da área conhecida como alqueire (  $\frac{1}{4}$  do alqueire paulista) assim dividimos  $24\,200\text{ m}^2$  por 4 obtemos  $6\,050\text{ m}^2$ , colocando em representação, temos a figura 1:

Figura 1 – Representação do alqueire



Também relembremos conceito de fração, operações e simplificação de fração, partindo da interpretação da medida agrária quarta.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \text{ alqueire}$$

$$\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \text{ meio alqueire mais uma quarta}$$

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1 \text{ alqueire}$$

Ainda temos a medida do litro, que corresponde a região em se faz a semeadura de um litro (capacidade) de sementes de milho debulhado com espaçamento de um metro quadrado para cada 5 ou 6 grãos, preenchendo assim uma área correspondente a  $605\text{ m}^2$ . Juntando uma área de plantação de 10 litros temos a correspondência de plantação de uma quarta.

De posse dessas informações os alunos reuniram-se em grupos e realizaram transformações de medidas referentes a medida das propriedades que cada aluno possui. Assim os conteúdos de razão, proporção, regra de três simples e composta, porcentagem foram aprofundados, e relacionados com os exercícios propostos na apostila.

Dando continuidade foi solicitado aos alunos que montassem uma tabela que relacionasse algum assunto do soja, em que uma coluna dependesse da outra, aprofundando o

conceito de função, a lei de formação matemática da função apresentada e a representação no plano cartesiano. Depois de reunidos em grupos os alunos apresentaram sua situação e o seu estudo aos demais alunos e isso geraram várias discussões e análises das funções, quanto sua forma e validade com situações reais. Segue abaixo as tabelas, a lei de formação da função e o gráfico da mesma conforme apresentação dos alunos do GRUPO 1

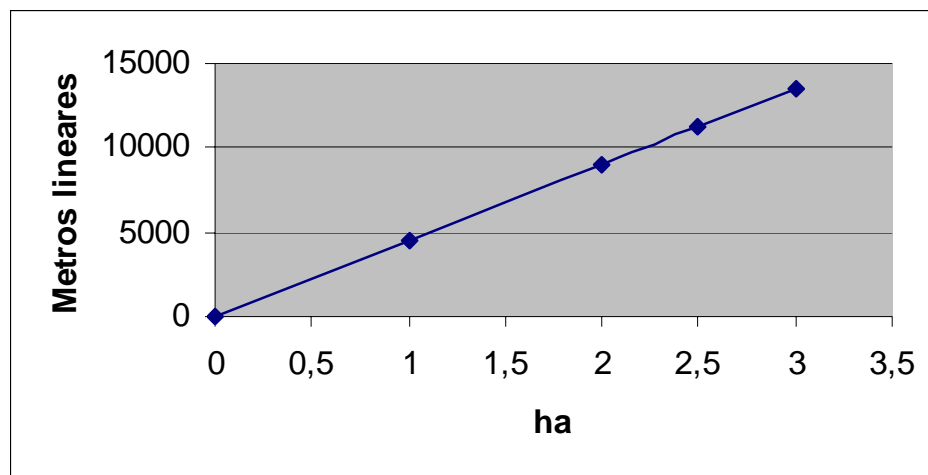
Situação considerada: em um hectare são plantadas 4500 metros lineares de soja.

TABELA 9 – Quantidade de metros lineares por hectares

HECTARES	METROS LINEARES
1	4500
2	9000
2,5	11250
3	13500

Lei de formação:  $y = 4500x$  com  $y \in \mathbb{N}$ .

GRÁFICO 2 – Quantidade de metros lineares por hectares



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 2:

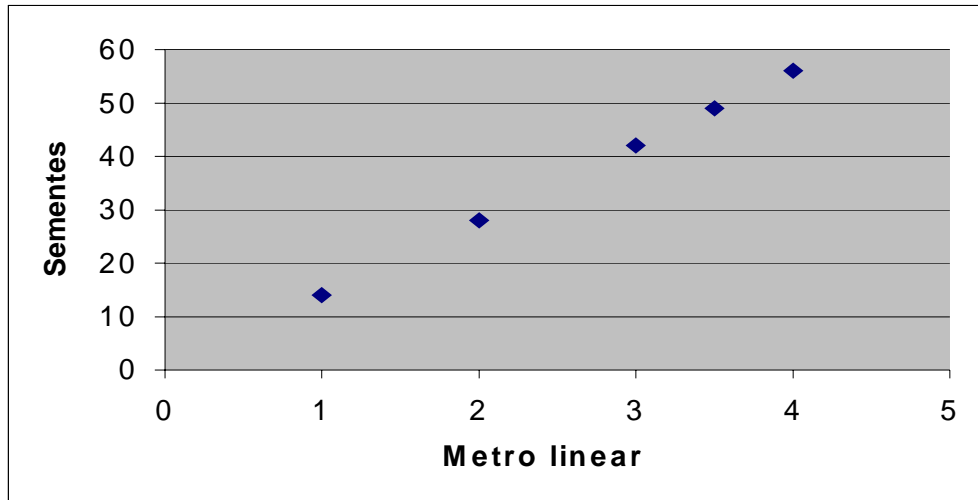
Situação considerada: em um metro linear são plantadas 14 sementes de soja.

TABELA 10 - Quantidade de semente por metro linear

METRO LINEAR	SEMENTES
1	14
2	28
3	42
3,5	49
4	56

Lei de formação:  $y = 14x$

GRÁFICO 3 – Quantidade de sementes por metro linear



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 3:

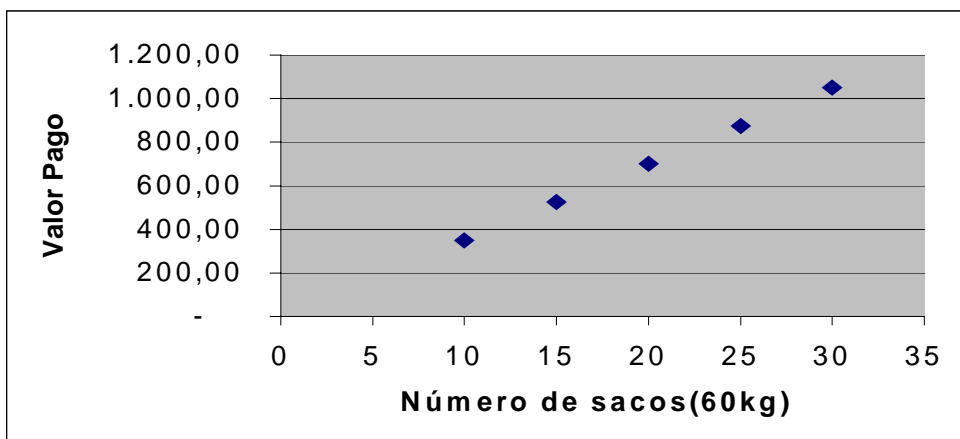
Situação considerada: um saco de 60 kg de soja custa R\$ 35,00.

TABELA 11 – Preço do soja

SACOS DE 60 KG	VALOR PAGO - R\$	VALOR POR SACO- R\$
10	350,00	35,00
15	525,00	35,00
20	700,00	35,00
25	875,00	35,00
30	1050,00	35,00

Lei de formação:  $y = 35x$  com  $x \in \mathbb{N}$ .

GRÁFICO 4 – Preço do soja



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 4.

Situação considerada: em um hectare de soja são colhidas 200 sacas.

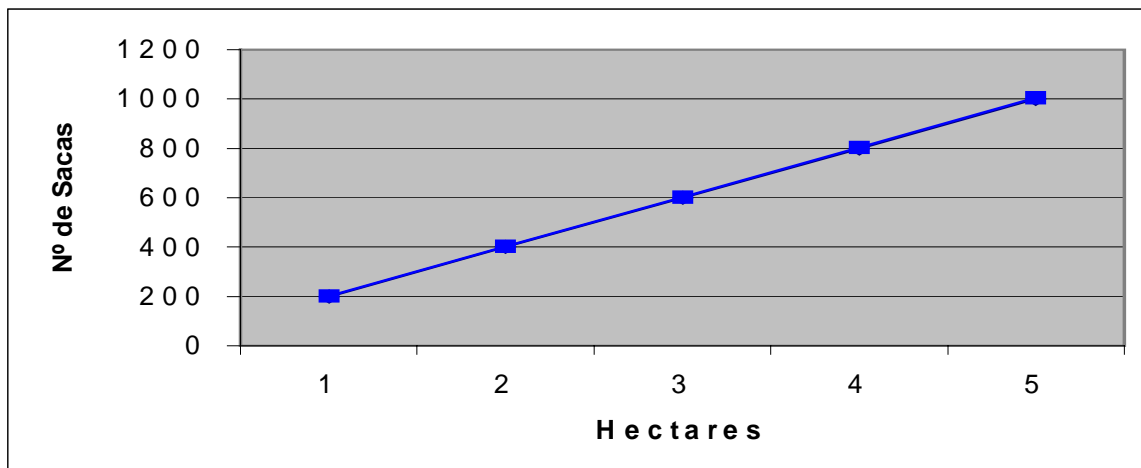


TABELA 12 – Colheita de soja por hectares

SACAS	HECTARES
200	1
400	2
600	3
800	4
1000	5

Lei de formação:  $y = 200x$

GRÁFICO 5 – Colheita de soja por hectares



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 5.

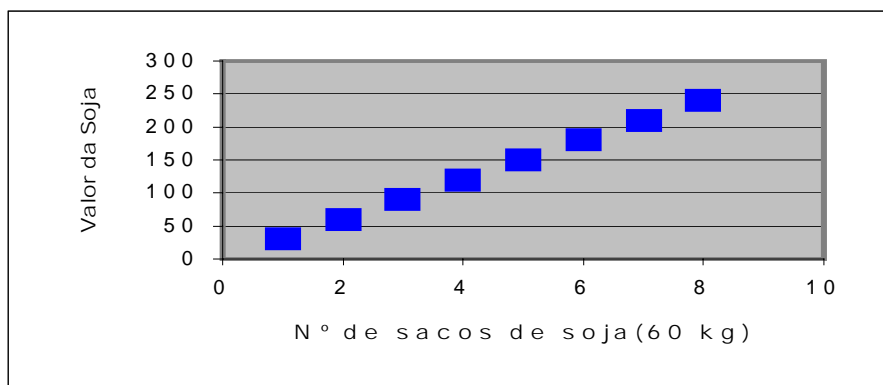
Situação considerada: o preço de um saco de soja é de R\$ 30,00.

TABELA 13 – Preço do soja II

VARIÁVEL INDEPENDENTE SACOS (60 KG)	VARIÁVEL DEPENDENTE PREÇO – R\$
1	30,00
2	60,00
3	90,00
4	120,00
5	150,00
6	180,00
7	210,00
8	240,00

Lei de formação:  $y = 30x$  com  $x \in \mathbb{N}$

GRÁFICO 6 – Preço do soja II



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 6.

Situação considerada: no ano de 2000 houve uma perda na produção da soja de 5%, considerando que em um hectare são colhidas 800 sacas, o que realmente será colhido?

TABELA 14 – Perda de produção

HECTARES	CÁLCULO DA PERDA	COLHEITA (SACAS)
1	800 – 5%	760
2	1.600 – 5%	1.520
3	2.400 – 5%	2.280
4	3.200 – 5%	3.040
5	4.000 – 5%	3.800
6	4.860 – 5%	4.560

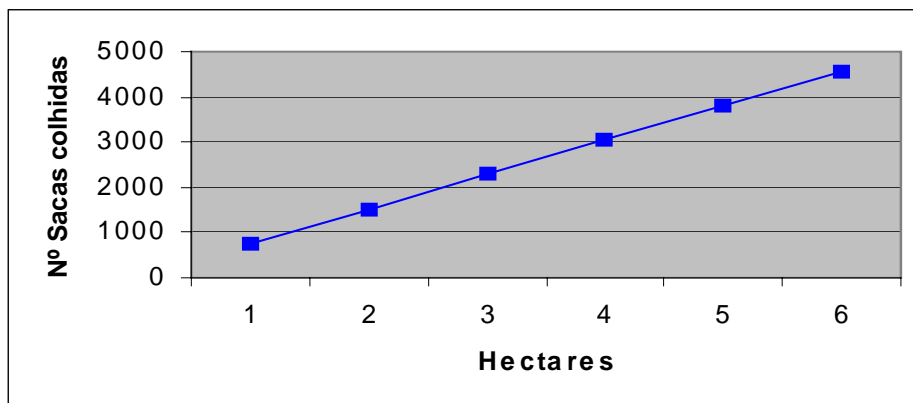
Lei de formação:  $y = 800x - (5\% \cdot 800) x$

$$y = 800x - (0,05 \cdot 800) x$$

$$y = 800x - 40x$$

$$y = 760x$$

GRÁFICO 7 – Perda de produção



Segue tabela, lei da formação da função e gráfico referente ao GRUPO 7.

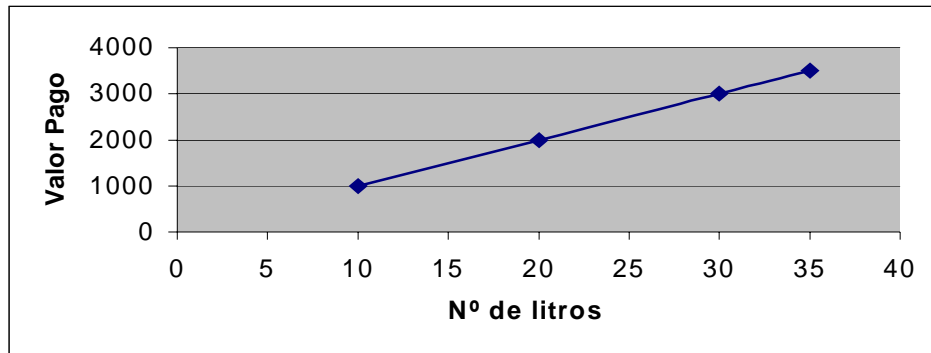
Situação considerada: o preço de um litro de veneno é R\$ 100,00.

TABELA 15 – Preço de veneno

LITROS DE VENENO	PREÇO POR LITRO
10	1000,00
20	2000,00
30	3000,00
35	3500,00

Lei de formação:  $y = 100x$

GRÁFICO 8 – Preço de veneno



Após a exposição dos grupos analisamos cada lei de formação e gráfico retirando semelhanças e diferenças e também verificando sua validade.

O grupo que apresentou as funções com as leis de formação  $y = 200x$  (grupo 4) e  $y=760x$  (grupo 6) geraram muita polêmica pois os dados apresentados não coincidem com a realidade da colheita do soja.

Em um hectare são colhidos em média 12 sacos e os valores usados foram muito acima do esperado (200 sacas), são impossíveis de acontecer. Porém os cálculos, a lei de formação e o gráfico estavam corretos, mas o modelo encontrado não pode ser utilizado conforme a situação em que estava sendo considerado. Nesse momento a argumentação e a análise foram de muita importância para os alunos que envolvidos na situação pesquisaram os dados corretos e reformularam seu estudo.

O grupo 4 que apresentou a função  $y = 200x$  significando que em cada hectare eram colhidos 200 sacos de soja mudaram a situação utilizada, em cada alqueire quando há uma boa produtividade podem ser colhidos aproximadamente duzentas sacas de soja.

O grupo 7 mudou somente a unidade de medida de 800 sacos para 800 kg de soja por hectare, e assim a lei de formação continuou a mesma porém com dados mais reais, para análise.

Salientamos nesse momento a importância da quinta etapa da Modelagem Matemática a análise crítica frente as soluções encontradas às situações- problema. A análise dos resultados foi extremamente necessária para a validade da resposta encontrada, pois a mesma

não estava de acordo com a situação considerada e isso mostra a necessidade de retomar a situação para encontrar o que não estava de acordo e refazer o caminho até encontrar a resposta válida.

O grupo 1 também apresentou dados que não estavam corretos mas que não foram percebidos no momento da apresentação, e somente mais tarde com a intervenção da professora da disciplina de culturas, alertando sobre o espaçamento e o número de metros lineares para plantação da soja<sup>9</sup> foi detectado e corrigido com a quantidade correta, ficando a tabela e a lei de formação conforme Tabela 17 ;

Situação considerada: em um hectare são plantadas 22 222 metros lineares de soja.

TABELA 16 – Quantidade de metros lineares por hectare II

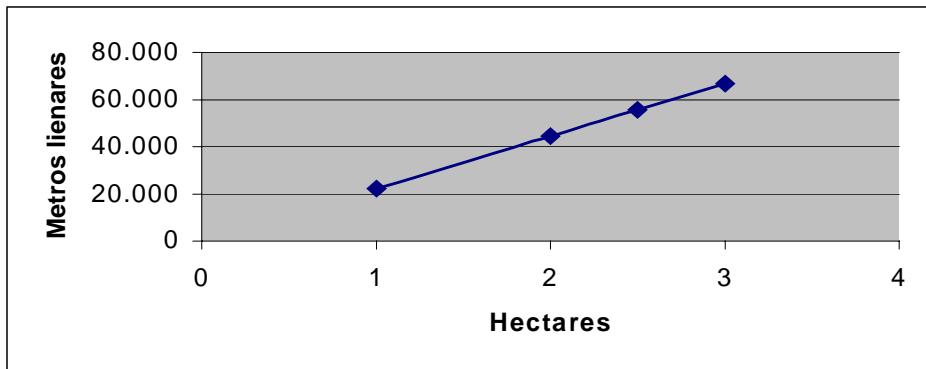
HECTARES	METROS LINEARES
1	22 222
2	44 444
2,5	55 555
3	66 666

Lei de formação:  $y = 22222x$

O valor da quantidade de metros lineares de soja plantadas em hectare foi obtida através da divisão de  $10\,000\text{m}^2$  que corresponde a um hectare por  $0,45\text{m}$  que é o espaçamento entre linhas utilizado na cultura da soja, dando um valor aproximado de  $22.222$  metros lineares. No momento do primeiro cálculo o grupo inverteu a operação que deveria ser utilizada, ao invés de dividir, o grupo multiplicou  $10\,000$  por  $0,45$  obtendo um resultado não correspondente com a realidade.

<sup>9</sup> Esse aspecto foi levantado devido uma conversa entre a professora de culturas e professora de matemática, em que estavam discutindo sobre a validade das situações em haviam sido levantadas no trabalho, e após comentadas em sala de aula.

GRÁFICO 9: Quantidade de metros lineares por hectare



Diante desses dados todas as características das funções de primeiro grau foram levantadas e estudadas generalizando para forma da função de 1º grau  $y = a x + b$ , e resolvendo os exercícios propostos na apostila.

Partindo do exemplo da função  $y = 100x$ , que representava o preço de um litro de determinado veneno utilizado na cultura do soja, em que o domínio era a quantidade de litros compradas e  $y$ , a imagem da função o preço a pagar, foi proposto o inverso: com determinada quantia de dinheiro, quantos litros poderiam ser comprados? Todos concordaram que continuaria sendo função, porém domínio e imagem estavam invertidos e então outra lei de formação para a função era necessária e para isso basta trocar  $x$  por  $y$  e  $y$  por  $x$  e assim encontrar a função inversa  $f^{-1}(x)$  da função dada.

Função dada;  $y = 100x$

Função inversa:  $x = 100y$

$$y = \frac{x}{100}$$

Depois de explorada essa situação, os alunos estavam aptos para resolver os exercícios da apostila.

Para estudarmos as funções compostas, a seguinte situação problema foi proposta, para que fizessem a lei de formação da função e a representação em diagrama.

Em um hectare são colhidos em média 720 kg de soja que são ensacados em sacos de 60kg. Sabendo que cada saco de soja é vendido a R\$ 35,00, e o agricultor paga uma taxa fixa de R\$ 100,00 pelo transporte até a cooperativa, qual a função que representa a receita obtida em função da área plantada?

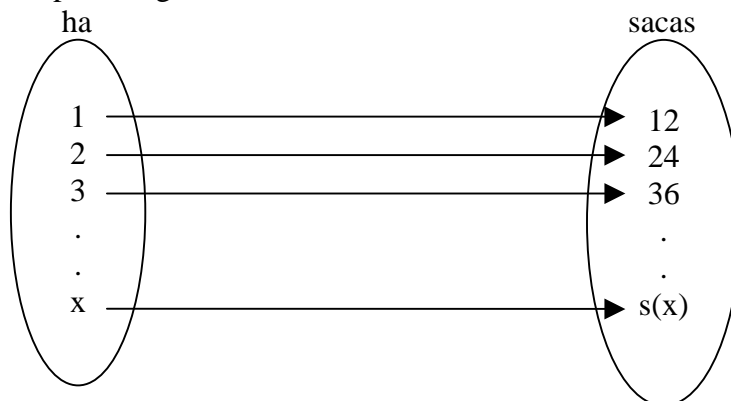
O problema foi resolvido em duas etapas, primeiramente era necessário saber a função da quantidade de sacos colhidos em relação a área plantada.

$$s(x) = \frac{720}{60} x$$

$$s(x) = 12x$$

60

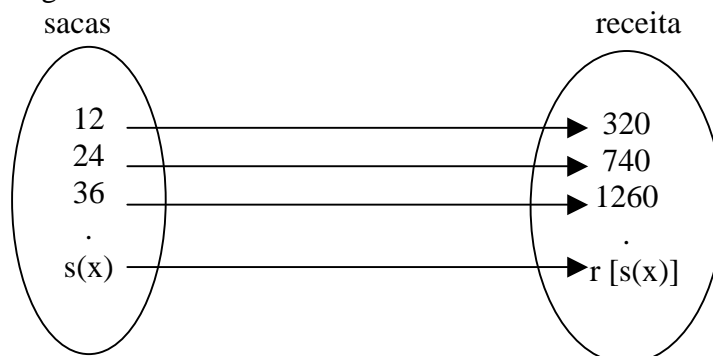
Representada pelo diagrama



Sabendo a quantidade de sacos colhidos, encontramos a função da receita obtida.

$$r(x) = 35x - 100$$

Através do diagrama:

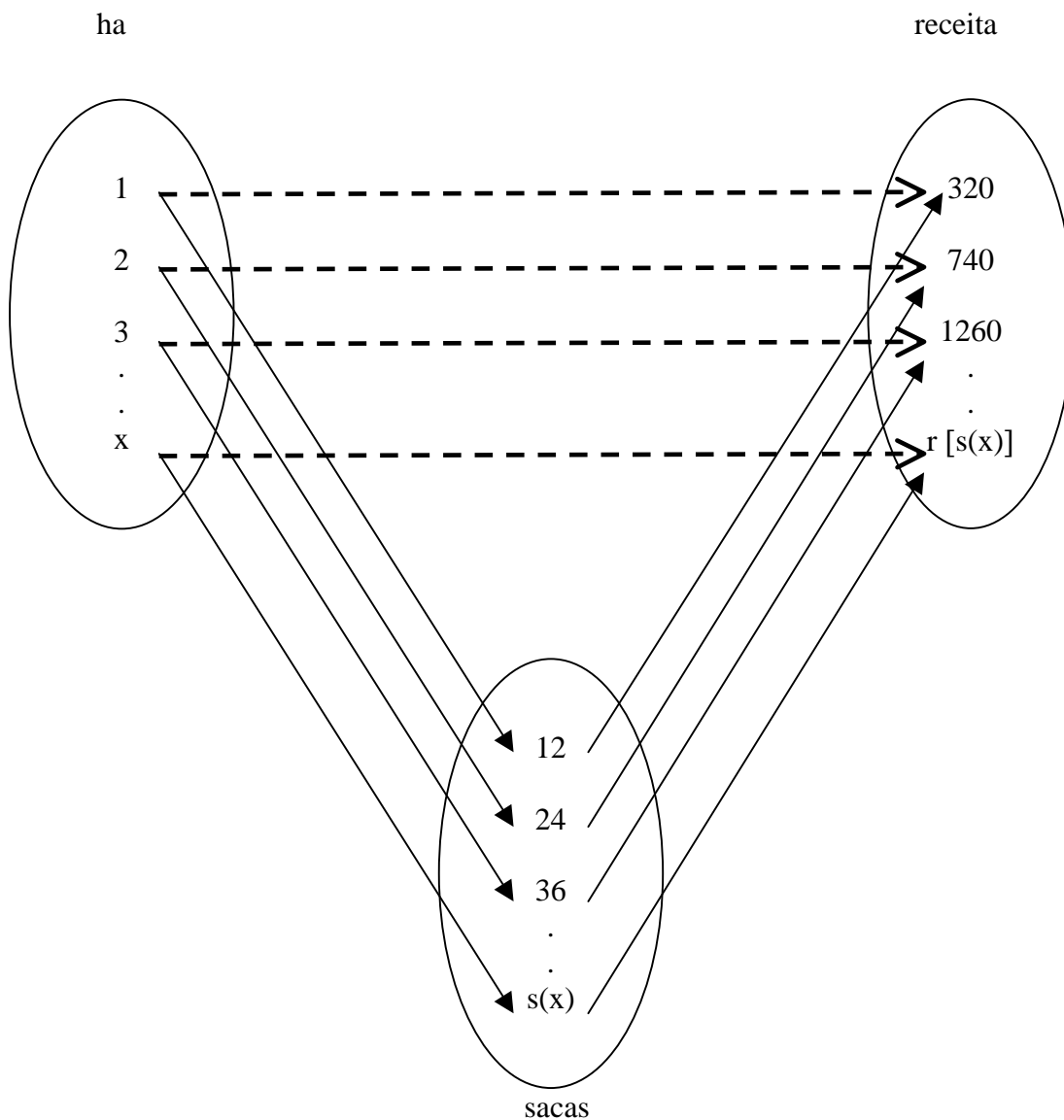


Observando e analisando as relações, concluímos que a função da receita obtida é encontrada através da função das sacos colhidas, e essa através da área plantada, assim

podemos obter a função da receita diretamente relacionada com a área plantada fazendo a função composta da receita com a quantidade de sacas, assim:

$$r [s(x)] = 35 (12x) - 100$$

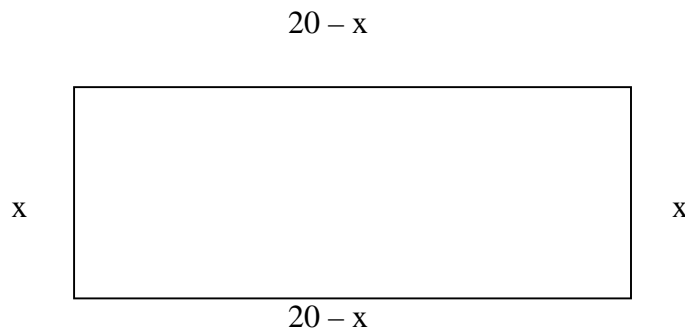
$$r [s(x)] = 420x - 100$$



Compreendendo a função composta pelo exemplo acima outros exercícios sobre função composta foram propostos e resolvidos.

Para introdução do estudo da função quadrática, usamos como ponto de partida uma situação – problema que foi apresentada aos alunos para que analisassem e resolvessem.

Um agricultor deseja construir um galpão retangular que utilizará para depósito. Para isso ele dispõe de 40m de madeira suficientes para cercar o galpão. Utilizando os 40m de madeira, quais devem ser as dimensões do galpão de modo a obter a maior área interna possível?



Perímetro é a soma de todos os lados, então no esquema acima temos:

$$2p = x + x + (20 - x) + (20 - x)$$

$$2p = 2x + 2(20 - x)$$

Os 40m de madeira serão utilizados para o perímetro do galpão, assim temos que descobrir o valor da base e da altura do retângulo que multiplicados fornecerão a área interna do galpão. Após montado o esquema acima chegou-se a Tabela 17:

TABELA 17 – Área do galpão

Altura x	Base x altura (20 - x) x	Área y
0	20 . 0	0
3	17 . 3	51
5	15 . 5	75
8	12 . 8	96
9	11 . 9	99
10	10 . 10	100
11	9 . 11	99
12	8 . 12	96
15	5 . 15	75
17	3 . 17	51
20	0 . 20	0

Pela tabela montada a maior área interna obtida no galpão será de  $100 \text{ m}^2$ , obtida com um galpão de dimensões 10m de lado.

Conforme a variação da medida do lado a medida da área também varia, obtemos então uma função, e sua lei de formação pode ser obtida:



$A = \text{base} \times \text{altura}$

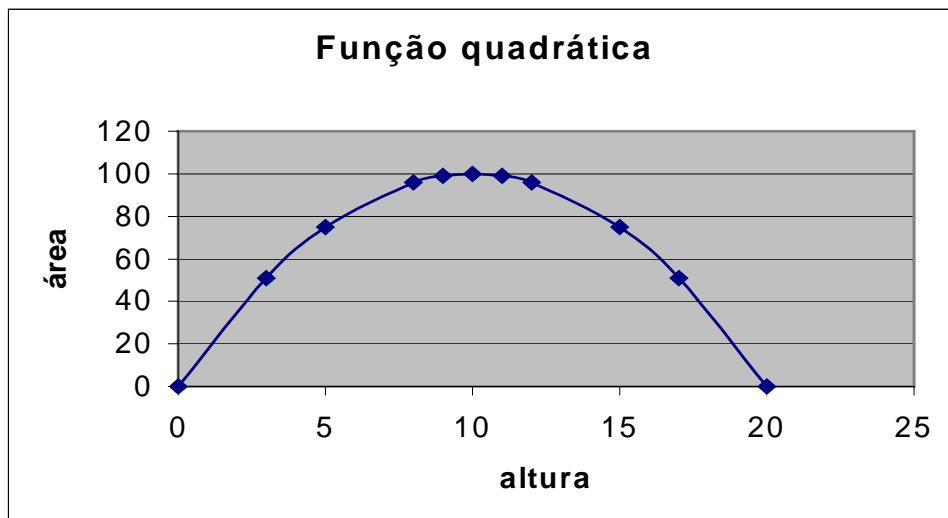
$$A = (20 - x) \cdot x$$

$$A = 20x - x^2 \text{ ou}$$

$y = f(x) = -x^2 + 20x \rightarrow$  função quadrática ou de 2º grau

$y = ax^2 + bx + c \rightarrow$  forma geral da função quadrática, com  $a, b$  e  $c \in \mathbb{R}$  e  $a \neq 0$

GRÁFICO 10 – Função quadrática



$$D = \{ x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 20 \}$$

$$Im = \{ y \in \mathbb{R} / 0 \leq y \leq 100 \}$$

Ponto de máximo ou vértice da parábola: (10, 10)

Partindo desse exercício, trabalhamos as particularidades da função quadrática, como vértice, raízes, concavidade da parábola, construção de gráficos, domínio e imagem da função quadrática, comparando com as semelhanças e diferenças das funções de primeiro grau.

Com essas atividades findamos o segundo bimestre do presente ano letivo, e como parte da avaliação foi solicitado um relatório individual aos alunos, onde constassem algumas considerações sobre a soja, o que consideraram mais importante e as relações da soja com conteúdos matemáticos estudados nesses dois bimestres, e também uma conclusão com colocações sobre a Modelagem Matemática.

## CAPÍTULO IV

### DISCUSSÃO E ANÁLISE DAS SITUAÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Tendo como material de análise o registro das observações, os depoimentos realizados pelos alunos durante as aulas e os depoimentos escritos nos relatórios finais, onde colocaram suas opiniões e sugestões necessárias e pertinentes sobre a aplicação da Modelagem Matemática, iniciamos as discussões e análises referentes aos dados coletados.

Para uma melhor análise estabelecemos algumas linhas norteadoras retiradas da coleta de dados, que nos ajudaram a compreender melhor as situações de aplicação da Modelagem Matemática realizada.

#### 4.1 VISÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA X ENSINO TRADICIONAL

Nas duas aplicações no momento inicial da proposta, houve por parte dos alunos, o vislumbamento de estudar Matemática de modo “diferente” e também a preocupação frente à mudança em que estávamos propondo.

Num primeiro momento, concordaram que a nova forma de ensino seria interessante e menos cansativa. Mas quando lhes foi explicado as etapas pelas quais passam a Modelagem Matemática e o próprio desenrolar das aulas surge o questionamento por parte dos alunos: o que faremos com a apostila? Por que gastar dinheiro em comprá-la se não a utilizaremos? A situação foi contornada explicando que a apostila seria utilizada conforme surgisse a necessidade de aplicação dos conteúdos.

Outro ponto a considerar foi a tentativa de rompimento da proposta de trabalho por parte de alguns alunos, da turma do 1º C. Eles alegaram que aprender através da Modelagem Matemática dá muito trabalho e que a função de explicar e pesquisar é somente do professor. O papel do aluno é fazer o que o professor “manda”.

Esses dois momentos refletem a visão linear de Matemática presente nos alunos e no sistema escolar, onde o professor dita as ordens e os alunos executam. Visão essa apoiada pelos conteúdos trazidos de modo linear nos livros didáticos e nas propostas curriculares. Essa postura faz parte da história da escola, a visão empirista de ensino onde o professor é centro do processo ensino aprendizagem ainda continua vivo, conforme constatado por Becker (2001, p. 19)

Na continuidade da primeira aplicação, outro ponto chamou a atenção, a tristeza e decepção dos alunos no momento da notícia do embargo da área que seria plantada o soja, impedindo-os de constatarem na prática o desenvolvimento da plantação. Porém a notícia não fez com que a forma de trabalho fosse abandonada, porque as discussões sobre o tema continuaram e dessa forma abordamos sobre a burocracia que faz parte do cotidiano e como superá-las.

Nos depoimentos sobre a Modelagem Matemática, após o término da aplicação, sentimos que ela teve uma boa receptividade para a turma do 1º C e um menor índice de aceitação pela turma do 1ª A.

Na turma do 1º C, o questionário foi aplicado um ano após a aplicação da Modelagem Matemática, onde recolhemos 20 respostas. A maioria dos alunos comentou que preferem aprender através da Modelagem Matemática por ser mais significativo de estudar Matemática, pois nele aprende-se melhor porque não decora e compreende como se faz os cálculos matemáticos. Ressaltamos a fala de um aluno que achamos que expressa muito bem o que ele sentiu sobre a forma diferenciada em que aprendeu:

- “Este trabalho nos proporcionou aprender matemática de forma diferente, porque desta maneira as aulas eram divertidas e o conteúdo era melhor repassado, não era monotonia como sempre.”

Somente dois alunos desse grupo preferem o método tradicional de ensino, e salientam que a forma linear de aprender seguindo tópicos sequencialmente e regras, sem preocupação com pesquisas e atividades extra-classe, é mais fácil. Comentam ainda que o ensino de Matemática, precisa de professores qualificados e atualizados, que expliquem bem a matéria com vários detalhes e “macetes” para que não se esqueçam.

Vemos que a esses alunos a oportunidade de aprender Matemática de modo mais concreto foi-lhes oferecida, porém preferem ficar na heteronomia com a qual já estão acostumados, porque dessa forma recebem os conteúdos pacificamente e executam os exercícios sem reflexão, para eles o ensino está fragmentado em disciplinas isoladas cada uma com a responsabilidade de cumprir bem o programa. O professor nessa visão tem sozinho a responsabilidade de ensinar, isto é, de repassar bem os conteúdos, se isso acontecer o aluno aprende.

Para a segunda turma, 1<sup>a</sup> A, o segundo questionário foi aplicado um bimestre após a aplicação da Modelagem Matemática, e verificamos que essa turma mostrou-se mais resistente frente ao novo modo de aprender Matemática, dez alunos desse grupo preferem o ensino tradicional, porque não precisa pensar e é só seguir a apostila, conforme a fala de um dos alunos:

- “Eu prefiro a forma tradicional, porque tem a apostila e é só ler a matéria e responder os exercícios. Fica bem mais fácil estudar para as provas.”

Outra fala que nos chamou a atenção foi:

- “A forma tradicional, porque o conteúdo termina mais rápido, já a Modelagem demora mais tempo.”

Notamos nessa fala, que para esse aluno é mais importante a quantidade de exercícios, que se termine logo a matéria, do que a qualidade do processo como um todo para aprender. A Modelagem Matemática necessita de mais tempo para aprendizagem porque leva em

consideração as relações mentais necessárias à aprendizagem. Necessita de tempo para que o aluno reflita e organize suas estruturas mentais. Como até então isso não era feito e o aluno somente decorava, dando-se ênfase a quantidade de exercícios, agora ele acha que levar “mais tempo cronológico” na escola é sinônimo de “enrolação” de não aprendizagem, quanto mais exercícios fizerem em sala de aula, quanto mais passivamente receber o conteúdo, mais estará aprendendo.

Ainda nesse grupo os alunos que se adaptaram com a metodologia da Modelagem Matemática, consideram que se o tema é de interesse, se vê onde pode aplicar os conteúdos, onde serve para o seu cotidiano fica bem mais fácil aprender. Como estão no colégio profissionalizante a Modelagem Matemática os ajuda melhor aprender porque se podem usar temas relacionados com a agricultura, e assim a Matemática se torna mais fácil e também mais significativa.

Alguns alunos colocaram que dos dois modos aprendem, porque é só prestar atenção e se interessar pela matéria, porém na forma da Modelagem Matemática o interesse é maior e conseqüentemente aprenderam mais, porque estavam sentindo e vendo a utilidade da Matemática em situações do cotidiano de um técnico agrícola.

Apesar de terem alunos que não se adaptaram a metodologia da Modelagem Matemática, os outros alunos gostaram dessa forma e isso encoraja a continuação de aplicação dessa metodologia alternativa. Continuar aplicando com o propósito de reverter a visão predominante, na maioria das escolas, de um ensino de matemática compartimentado.

#### 4.2 PERCEPÇÃO DA MATEMÁTICA NO COTIDIANO X CONTEÚDO CURRICULAR

Nos dois grupos, a verificação de aplicabilidade e relacionamento do conteúdo matemático escolar com situações do cotidiano foi percebida e isso tornou a aprendizagem da Matemática mais significativa.

Os alunos perceberam que a Matemática é importante e pode ajudar muito no exercício de suas profissões:

- “A Matemática na agricultura é fundamental e cada vez mais procura facilitar a vida dos agricultores.”
- “Através desse trabalho pudemos perceber a importância da Matemática.”

Nesses depoimentos vemos que os alunos conseguiram encontrar a utilidade para a Matemática, eles perceberam através dos cálculos que estavam realizando não eram somente para cumprir um programa, ou resolver a apostila, para fazer uma prova e obter nota, mas que os conteúdos trabalhados tinham também o objetivo de facilitar a vida do agricultor. Dessa forma os cálculos realizados deixaram de ser “mecânicos” e passaram a ter significado para o aluno que o estava realizando.

- “Concluimos com esse trabalho que é preciso vários cálculos para fazer uma simples plantação de soja. Aprendemos que é muito importante saber calcular a área e o perímetro.
- “Esse trabalho foi interessante pois conhecemos e aprendemos várias medidas.”

O conteúdo sobre unidades de medidas (linear e de superfície) mostrou ser muito significativo e importante, pois um bom técnico agrícola deve conhecer bem a área que irá plantar para poder calcular com maior exatidão possível a quantidade de sementes, adubos e agrotóxicos necessários no momento do cultivo não só do soja, mas de qualquer outra cultura que possa vir a realizar.

Apesar do conteúdo sobre medidas já ter sido visto em sala de aula por todos os alunos, pois esse faz parte do currículo escolar desde o Ensino Fundamental, percebemos que muitos alunos não o haviam compreendido ainda, e ao ser tratado dentro da metodologia da Modelagem Matemática, levando em consideração o contexto da necessidade desse conteúdo, da sua aplicação em situações diárias, o conteúdo foi encarado com mais seriedade e interesse por parte dos alunos que acreditamos conseguiram aprender.

- “E até na agricultura é muito usado os cálculos matemáticos.”

Nessa fala percebemos que o aluno conseguiu ver importância dos “cálculos matemáticos” em várias situações da vida, inclusive na agricultura onde era a situação em que estávamos mais entretidos naquele momento. Outra fala que contribuiu para isso foi no momento em que colocamos os dados da tabela no gráfico (exemplo citado na página 69) e o qual formou uma função linear e um aluno comentou:

- “Assim no gráfico é bem mais fácil ver o aumento da quantidade dos grãos colhidos.”

Outro aluno comentando sobre a aplicabilidade do conteúdo matemático:

- “Concluí que com base na soja é mais fácil o aprendizado em matemática, assim a gente obtém mais informações e facilita o cálculo.”

O cálculo ficou mais fácil para esse aluno porque ele estava dentro de um contexto que era de seu interesse, por isso se sentia mais motivado e interessado para efetuar-lo.

- “Eu aprendi muitas coisas sobre a soja. Aprendi a fazer muitas contas sobre função, vértice, imagem e gráficos relacionados com a soja, ficaram mais interessantes.”
- “Conclui com esse trabalho que se fizermos funções em cima da importância do soja fica bem mais fácil de entender e compreendê-la.”
- “Com a soja nós podemos fazer os cálculos de matemática ficarem mais fáceis.”

Sobre o conteúdo de funções proposto no conteúdo curricular, percebemos que os alunos conseguiram aprender melhor, relacionado com o soja, que é um assunto de interesse deles os termos matemáticos como vértice, imagem e outros foram naturalmente entendidos.

- “Eu aprendi as medidas agrárias e achei bem interessante estudar matemática relacionada com o soja.”

Esse aluno salientou que estudando os conteúdos de matemática relacionados com o soja, mostrou-se a aplicação do conteúdo com a sua prática e com isso pode se aperfeiçoar e aprender ao mesmo tempo matemática e a cultura do soja na teoria, e aplicar mais tarde na prática, e que estudando matemática dessa forma é bem mais interessante.

Infelizmente para alguns alunos essa visão diferenciada de ensino não foi adquirida e para eles a forma tradicional de ensino é melhor. A visão linear da Matemática incorporada na escola por programas curriculares prontos, nos livros didáticos adotados e no ensino da Matemática como um todo, precisam de mudanças e essas não ocorrem de um dia para outro.

Visão essa equivocada, mas que está enraizada no contexto escolar das instituições e é apoiada por pais e pela sociedade como um todo, pois foi exatamente dessa forma seguindo o livro didático, não só de Matemática, mas o de Português, História e outros que a escola firmou-se como reprodutora de conhecimentos.

Outro fato que merece consideração por refletir é a forma descontextualizada de ensinar Matemática, onde os conteúdos são somente colocados aos alunos sem reflexão ou análise ao qual o aluno está acostumado e assim acha perda de tempo fazer relações de Matemática com outros assuntos, como foi constatado no depoimento de um aluno:

- “A matéria até que é boa de estudar só que é a mesma coisa que usar qualquer outro elemento como máquinas e etc. Portanto, a professora devia se preocupar mais em ensinar matemática e deixar culturas de lado!!!”



Nessa fala, está nítido a concepção que o aluno possui de Matemática, uma matemática fragmentada, que não pode ser relacionada com assuntos que seriam de “outras disciplinas” que se perde tempo quando isso ocorre e a preocupação principal do professor deve ser “ensinar bem a sua matéria”, cada um dentro do seu horário e dentro da sua formação. Assim nessa fala um professor de Matemática não pode interferir nos erros de Português cometidos por seus alunos, por exemplo.

As características de **nossa tradição escolar** diferem muito de que seria necessário para a nova escola. De um lado, essa tradição compartimentada disciplinas em ementas estanques, em atividades padronizadas, não referidas a contextos reais. De outro lado, ela impõe ao conjunto dos alunos uma atividade de passividade, tanto em função dos métodos adotados quanto da configuração física dos espaços e das condições de aprendizado. Estas, em parte, **refletem a pouca participação do estudante, ou mesmo do professor, na definição das atividades formativas** (BRASIL, 2002, p.9, grifo nosso).

Uma colocação importante a salientar é que esse aluno é considerado como “bom aluno” dentro das características dessa nossa tradição escolar, tira boas notas em Matemática e em outras disciplinas e considera de extrema importância a total resolução dos exercícios propostos na apostila.

Outro aluno também ressaltou em sua fala a importância da resolução da apostila dizendo que “o trabalho com apostila foi perfeitamente concluído, apesar de ficarmos várias aulas fazendo as coisas sobre o soja.” .

Diante dessa evidência da tradição escolar nos alunos, reforçamos a idéia de que somente através de práticas diferenciadas de ensino é que poderemos mudar tal visão. E cada vez mais acreditamos que a Modelagem Matemática, é um dos caminhos para essa mudança. Através de sua aplicação foi possível conciliar uma Matemática mais viva, relacionada com a realidade, com a Matemática da apostila, ou do programa curricular, dando oportunidades para o aluno questionar e enfrentar situações do dia a dia, com o auxílio de ferramentas matemáticas.

### 4.3 DO TRABALHO EM GRUPO

Quando iniciamos os trabalhos em grupo muitos alunos, achavam que era “matação” de aula, pois havia muita conversa sobre outros assuntos que não estavam relacionados ao que foi proposto para discussão, com isso demoravam a atingir os objetivos propostos, ficando tarefas a serem terminadas nas aulas seguintes.

Essa dificuldade com a realização de trabalhos em grupo mostra que o ensino até então está individualizado, cada um por si e que quando lhes é proposto outra forma de trabalho, encontram obstáculos para construção conjunta e execução de tarefas e que não havendo colaboração de alguns todo o grupo fica prejudicado, como constamos nas seguintes falas:

- “Trabalhar em grupo é bom porque ajuda na nota, mas também há muita bagunça, conversas e isso atrapalha a minha aprendizagem.”
- “Nossas aulas foram bem descontraídas, mas a bagunça era muita, se os que fizeram bagunça colaborassem nossas aulas teriam melhor rendimento.”

Nessas falas percebemos que nas práticas escolares, quando é realizado algum trabalho em grupo a responsabilidade é deixada para alguns ou somente um aluno, aquele que é considerado o melhor aluno, aquele que tira as maiores notas, enquanto que outros aproveitam para conversar e dispersar a atenção durante as aulas.

Talvez isso aconteça pela falta de autonomia dos alunos, que é reforçada pela forma em que o ensino vem sendo ministrado nas escolas. No início da aplicação da Modelagem Matemática a autonomia demonstrada pelos alunos era bastante baixa, os alunos esperavam as orientações do professor e não sentiam segurança em realizar as atividades sozinhos. Em muitas situações diziam que não sabiam fazer porque não havia sido explicada a matéria, e não sabiam que “conta” deveriam fazer, o professor não havia fornecido o modelo a ser seguido e essa era forma com a qual estavam acostumados.

No decorrer da Modelagem Matemática, alguns alunos iniciaram o seu pensamento de forma mais autônoma, e começaram a ajudar os colegas a acreditarem em seus raciocínios e tentarem resolver as situações propostas. Também começaram aceitar resoluções diferentes para o mesmo problema, pois antes aceitavam somente a resolução do professor e procuravam resolver todos os exercícios da mesma forma.

A fala dos componentes de um grupo da 1<sup>a</sup> C: “O trabalho foi interessante porque todo mundo participou cada um fazia alguma coisa,” ressalta o engajamento entre seus componentes e isso faz com que o trabalho com a Modelagem Matemática, torne o ensino mais agradável, responsável e colaborativo. Em grupo as tarefas são divididas entre seus integrantes e socializadas posteriormente fazendo com que aprendizagem seja facilitada.

Essa forma de trabalho em grupo deve ser sempre praticada na escola, pois proporciona cooperação entre seus participantes, e isso contribui muito para o progresso do conhecimento (LERNER, 2005, p. 101).

Constatamos que o trabalho em grupo pode ser uma importante ferramenta para efetivação da Modelagem Matemática nas salas de aula. Essa estratégia contribuiu muito no processo ensino aprendizagem, pois ajuda a socialização tanto pelo convívio entre os alunos como no conhecimento que pode ser elaborado coletivamente.

#### 4.4 DESAFIOS E CONTRIBUIÇÕES DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO

Analisando as duas aplicações da Modelagem Matemática percebemos que ambas trouxeram um enriquecimento muito significativo à atuação profissional. Na medida em que contribuíram para mudança de atitudes frente ao ensino da Matemática até então ministrada, com exercícios prontos e conteúdos que muitas vezes não estavam relacionados com o interesse do aluno.

Apesar do fato de alguns professores levarem algumas atividades diversificadas, essas dificilmente partem do interesse do aluno, a assuntos ligados ao seu cotidiano. Muitas vezes as “situações - problema” são como pretexto de início ou fixação de algum conteúdo retirado de algum livro didático. Não que isso não seja importante, mas sentimos que se forem trabalhadas dentro da Modelagem Matemática, elas se apresentam contextualizadas e mais significativas para o aluno e por isso são melhor aprendidas.

O trabalho com a Modelagem Matemática exige muita dedicação por parte do professor e esse muitas vezes não está preparado, devido à formação deficitária recebida e também porque não tem tempo para pesquisar e montar atividades de acordo com o tema escolhido pela turma. O professor muitas vezes trabalha os três turnos, em sala de aula, totalizando dez doze turmas, e isso dificulta a sua atuação e aperfeiçoamento profissional. E outros que possuem a visão empirista de ensino da Matemática, na qual o aluno só aprende se resolver listas enormes de exercícios, tipo siga o exemplo.

Nas duas aplicações houve momentos de insegurança, diante de situações de não conhecimento de uma melhor maneira de envolver os alunos e relacionar a matemática trazida por eles ainda bem simplificada, do dia a dia com conhecimentos de conteúdos matemáticos mais elaborados, os conteúdos propostos pelo programa curricular da série em questão. Por exemplo, produção de grãos de soja por hectare, a qual relacionamos com o conteúdo de funções de 1° grau montando a lei de formação e os gráficos e as particularidades dessa função como: domínio, imagem e raízes. A alegação dos alunos era que se os problemas podiam ser resolvidos de forma mais simplificada, com o conhecimento que eles já possuíam, porque “complicar” com outras formas de resolução?

Os desafios surgidos durante as etapas da Modelagem foram muitos, principalmente quando nos propomos a aplicá-la na turma do 1° C durante duas aulas, das quatro aulas regulares da disciplina de Matemática. Almejando além de tornar o ensino mais atraente ter

que vencer com o conteúdo curricular programado pela Secretaria de Educação, e a cobrança de alguns alunos em ver que a apostila não seria estudada até o final e não havendo tempo para realizar tudo que estava sendo proposto. Apesar de vários conteúdos curriculares serem abordados durante o desenvolvimento da Modelagem Matemática, muitos outros não foram tratados através da Modelagem e sim da forma tradicional, explicando-os pela apostila, e outros ainda nem foram abordados da melhor maneira, faltando tempo de estudar e relacionar alguns conteúdos matemáticos com a cultura do soja.

Na segunda aplicação fomos mais ousadas e realizamos a Modelagem Matemática em todas as aulas sem nos preocuparmos com a seqüência da apostila, e sim com o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos surgidos dentro do tema e conciliando com os exercícios da apostila quando era possível, por causa da exigência de alunos, pais e escola.

Esses aspectos mostram que as estruturas de ensino de nossas escolas ainda privilegiam os conteúdos, o mero cumprimento deles, sem a atenção devida ao processo de construção desse conhecimento. A preocupação centralizada no cumprimento de um programa em detrimento da compreensão e do significado. Essas situações evidenciam uma concepção de ensino, de educação e de matemática “conservadora comprometida com a reprodução do autoritarismo, da heteronomia, da submissão passiva e da ausência de crítica” (HOFF, 1996, p.77) e que nós professores muitas vezes teimamos em conservar.

A abertura para mudança pode ser encontrada nas Diretrizes Curriculares para o ensino, onde percebemos a necessidade de mudanças nas concepções de ensino que permeiam a escola, para poder formar um cidadão competente, capaz de inserir-se no processo produtivo considerando os diversos contextos em que está inserido.

A integração dos diferentes conhecimentos pode criar as condições necessárias para uma aprendizagem motivadora, na medida em que ofereça maior liberdade aos professores e alunos para a seleção de conteúdos mais diretamente relacionados aos assuntos ou problemas que dizem respeito à vida da comunidade. (BRASIL, 1999, p.36)

Essa abertura à liberdade do professor coloca a necessidade da contextualização e da interdisciplinaridade entre os conteúdos que devem ser ministrados na escola. “O conhecimento espontâneo auxilia a dar significado ao conhecimento escolar. Este último, por sua vez, reorganiza o conhecimento espontâneo e estimula o processo de sua abstração” (BRASIL, 1999, p. 95). Porém ao mesmo tempo que essa abertura é dada, os conteúdos curriculares de Matemática, ou das outras disciplinas, são listados e apresentados como os mais importantes, cada um dentro de sua justificativa e que ao longo da formação do aluno devem ser contemplados, e ainda alerta para que não haja a “banalização” dos conhecimentos cotidianos “com o risco de perder o essencial da aprendizagem escolar que é seu caráter sistemático, consciente e deliberado” (BRASIL, 1999, p. 94).

Além disso, ao final de cada bimestre a “nota” do aluno em relação ao conteúdo que foi trabalhado é cobrada do professor pelos pais e escola. Não esquecendo ainda o poder dominador exercido pelo livro didático nas práticas escolares, em que muitas vezes não nos damos conta. O livro apresenta os conteúdos, principalmente os de Matemática de forma linear, há explícita a necessidade de se aprender primeiro um conteúdo para depois o outro. Os conteúdos são apresentados na maioria das vezes em forma de conceito e exercícios, tirando do aluno a capacidade de reflexão de organização das suas idéias. Ele dita o que deve ser aprendido primeiro e quais são os exercícios que devem ser feitos para fixação do conteúdo.

Essas palavras não são motivos de desânimo, nem razão para desistir, mas mostram os obstáculos que precisam ser superados, tais como: a concepção de Matemática vigente, onde prevalece a resolução dos exercícios sem um contexto, onde prevalece a mera aplicação de fórmulas, memorização, exercícios mecânicos, a concepção de ensino descontextualizada, onde se privilegia o como fazer em detrimento do porquê fazer. Vencendo tais obstáculos

poderemos oferecer uma Educação Matemática mais viva, atuante e crítica aos nossos alunos, encontrando a utilidade da Matemática nas situações cotidianas.

Essas dificuldades e outras podem surgir no decorrer do trabalho com a Modelagem Matemática e precisam ser vencidas. Com o passar do tempo a experiência que vem sendo adquirida com a Modelagem Matemática tornará mais fácil de ser aplicada, pois “...para a incorporação da Modelagem Matemática nas escolas não precisamos esperar que a escola, enquanto sistema, mude. As mudanças deverão ocorrer a partir da sua base de sustentação que são os professores e alunos” (CALDEIRA, 2004, p. 5).

Salientamos que a aplicação da Modelagem Matemática proporcionou a possibilidade de refletir na ação e sobre a ação desenvolvida. O processo reflexão – ação – reflexão na ação e sobre a ação envolve de forma contínua professor e alunos. As várias idas e vindas, necessárias e desenvolvidas durante as etapas da Modelagem mostram que o processo de ensino é não linear, cabe ao professor uma disposição de mudar a sua postura ao compartilhar o processo de ensino com os alunos, implica em co-responsabilizar os alunos pela aprendizagem.

Durante as aulas muitas vezes nos comportamos como detentores do saber e esquecemos que a aprendizagem “é do aluno”, só dele, e damos à ele as coisas prontas e acabadas, e ainda reclamamos que o nosso aluno “não pensa” e “não quer fazer nada.” Está na hora de deixarmos o papel central no processo de ensino aprendizagem e passarmos a oferecer ao aluno situações que “mexam” em suas estruturas mentais, que dêem a ele a oportunidade de refletir e construir seu conhecimento.

A aplicação da Modelagem Matemática trouxe mudanças sobre a visão que muitos tinham sobre a Matemática, pois através dela houve a oportunidade de pensar e organizar as estruturas mentais. Cabe ao aluno aceitar esse desafio e construir seu conhecimento.

Um ensino realizado dessa forma, através da Modelagem Matemática, proporciona ao aluno uma formação crítica para atuar enquanto pessoa inserida na sociedade. Também torna a ação do professor reflexiva na contribuição da formação adequada desse cidadão, almejada por muitos educadores no decorrer da História da Educação. Possibilita ainda uma visão mais abrangente para o ensino, pois se abre espaço para abordar assuntos não só matemáticos ou relacionados ao tema, mas também de fundo social, econômico ou ambiental, como:

- ➔ a discussão dos fertilizantes mais usados e quais as conseqüências e riscos que trazem ao meio ambiente e à saúde do agricultor e/ou consumidor;
- ➔ a área ocupada pela plantação da soja em detrimento a área de preservação ambiental está de acordo com a continuidade e preservação do meio ambiente;
- ➔ a condição social das pessoas que plantam e a relação investimento, risco e lucro que as mesmas enfrentam, e outras abordagens que surgem no decorrer do trabalho dependendo do tempo disponível e do interesse do grupo envolvido no trabalho.

O ensino aprendizagem através da Modelagem Matemática necessita de mais tempo cronológico para o aluno aprender do que quando o realizamos através do ensino tradicional. A atual organização escolar demarca um tempo cronológico, com hora para iniciar e terminar o que se está aprendendo, o espaço das horas aulas destinadas a cada disciplina, e esse tempo muitas vezes não é suficiente para o aluno construir um conceito e entender o conteúdo proposto.

Já no processo de aprendizagem através da Modelagem Matemática, esse tempo limitado não é marcado, mas sim é proporcionado ao aluno o tempo suficiente para ele organizar e reestruturar suas estruturas cognitivas. Leva-se em consideração o tempo psicológico do aluno, o seu desenvolvimento, para que possa construir seu conhecimento, e que o conhecimento construído seja com significado.



Também no âmbito do processo de Modelagem não é exigida quantidade de conteúdos, mas exige-se um processo de qualidade durante a organização dos conteúdos matemáticos que estão sendo trabalhados para que realmente haja aprendizagem e não um sistema de memorização que depois de algum tempo é esquecido e o aluno não consegue mais resolver situações semelhantes.

Enfim acreditamos que a Modelagem Matemática é uma alternativa de ensino viável que pode vir a melhorar o ensino da Matemática nas escolas, desde que seja realizado com seriedade e provoque inquietudes nos alunos levando-os a problematizar e investigar as situações propostas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme as dificuldades educacionais encontradas nas escolas e o que sabemos da maneira como se constrói o conhecimento nos seres humanos, nós enquanto professores ainda temos muito que aprender e modificar nossa prática diária em sala de aula e isso foi verificado no trabalho aqui apresentado.

A visão empirista de ensino, em que o professor é o centro da aprendizagem e o aluno somente um receptor, ainda está muito presente em nossas escolas. Em consequência disso o ensino continua efetivando-se de forma linear, com resultados pouco satisfatórios de aprendizagem, principalmente no ensino da Matemática.

O conhecimento matemático ensinado na escola, muitas vezes se dá de forma não reflexiva e esse fato contribui para a alienação, formando cidadãos com baixo índice de reflexão e iniciativas para tomada de decisões. Um exemplo disso são várias pessoas que dificilmente conseguem enxergar as verdadeiras condições e consequências de uma compra a prazo, pagando muitas vezes juros absurdos, por não terem capacidade de calcular e analisar as vantagens e desvantagens de tal ato.

Refletir, analisar e decidir são algumas das capacidades que devem ser oportunizadas nas escolas, enquanto o aluno está em formação, e para isso a organização escolar, a ação do professor em sala de aula e os conteúdos propostos devem ser encaminhados.

Vimos que a reforma educacional, proposta pela Lei de Diretrizes e Bases da Educação (BRASIL, 1996) aponta para a necessidade de a Matemática deixar de ser ensinada de forma linear, pronta e acabada. E passar a ser dinâmica com alunos e professores interagindo com o saber a ser construído.

No caminho rumo a mudanças no sistema educacional, o professor depara-se com várias metodologias, estratégias ou alternativas para ensinar o conteúdo proposto e modificar

sua prática. Formas essas que são pesquisadas e aperfeiçoadas trazendo várias contribuições ao sistema como um todo.

No decorrer desse trabalho nos detivemos em refletir sobre a aplicação da Modelagem Matemática, que trouxe resultados favoráveis de aprendizagem aos alunos participantes dessa prática. Através da descrição da aplicação da Modelagem Matemática, nas duas turmas vimos que o processo foi dinâmico, pois foram duas aplicações sobre o mesmo tema e com um desenvolvimento totalmente diferente entre elas.

Os conteúdos matemáticos abordados surgiram de forma natural e descontraída, proporcionando a aplicabilidade da Matemática em situações do cotidiano dos alunos, de questões que são de seu interesse e de necessidade em suas futuras práticas, enquanto técnicos agrícolas. Abordando os conteúdos matemáticos a partir de dúvidas e interrogações levantadas no decorrer do processo, durante a realização das etapas (BURAK, 1998, p. 32) inseridas no tema abordado, o interesse dos alunos foi despertado e a aprendizagem tornou-se significativa.

Através da discussão dos resultados, observamos que a maioria dos alunos gostou e aprendeu Matemática de forma mais interessante e conseguiram encontrar significado em estudá-la. Eles sentiram a Matemática, dentro de um contexto e com necessidade de aplicação em situações do dia-a-dia. Também perceberam que diferentes caminhos podem ser percorridos para se chegar a solução de um problema, e que o trabalho em grupo traz muitas contribuições no desenvolvimento do trabalho.

Sentimos também a resistência de alguns alunos, onde as práticas da tradição escolar, que coloca o professor como centro do processo e o aluno como receptor são muito presentes, e isso ocasiona uma certa apreensão frente ao novo. Entretanto, fugir dessa ação e romper totalmente com a forma usual de ensino da Matemática não foi possível e outras aplicações de metodologias diferenciadas são necessárias, no intuito de mudar tal visão.

Também percebemos que a postura assumida pelo professor e pelo aluno no desenvolvimento da Modelagem Matemática é diferente, e isso é desafiador para ambos. Em muitas ocasiões se sentem perdidos na hora de tomar a decisão que solucionará o problema a ser estudado e isso ocasiona mudança de postura, pois o ensino passa a ser refletido.

Na prática escolar a adoção da Modelagem Matemática para o ensino é pouco praticada e um dos motivos é a falta de conhecimento por parte dos professores das contribuições deixadas por tal abordagem de ensino. Outro fator é a insegurança que professores sentem ao se proporem em mudar sua prática. Insegurança essa por nós também sentida, mas que com o tempo e a experiência adquirida nos encorajam a continuar aplicando, buscando uma melhora no ensino da Matemática.

Ao finalizar estas considerações, sugerimos a aplicação da Modelagem Matemática nas diversas séries da Educação Básica, como um dos caminhos que pode contribuir para tornar o ensino da Matemática mais dinâmico e interessante ao aluno. Nas situações analisadas ela contribuiu na melhoria do rendimento escolar. Percebemos também que instigou a participação dos alunos em resoluções de problemas que envolviam situações do cotidiano, mostrando assim que a Matemática escolar pode ser contextualizada e aplicada em diversos momentos da vida de cada pessoa.

## REFERÊNCIAS

ANDRÉ, M. E. D. A. **Etnografia da Prática Escolar**. Campinas: Papirus, 1995. (Série Prática Pedagógica).

BARBOSA, J.C. O que pensam os professores sobre a Modelagem Matemática? **Zetetiké**, Campinas, v.7, n.11, p. 67 – 83, jan./jun. 1999.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática na Sala de Aula. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p.65-74, jun. 2003.

BASSANEZI, R.C. **Ensino – aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BECKER, F. **Educação e Construção do Conhecimento**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

\_\_\_\_\_. **A Epistemologia do Professor**: o cotidiano da escola. Rio de Janeiro: Vozes, 2002.

\_\_\_\_\_. **A origem do conhecimento e a aprendizagem escolar**. Porto Alegre: Artmed .2003.

BICUDO, M. A.V.; GARNICA, A. A.V. M. **Filosofia da Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática & implicações no ensino e aprendizagem de matemática**. Blumenau: Furb, 2003.

BORBA, M. de C; ARAÚJO, J. L. (Org.). **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução Elza F. Gomide. 2.ed. São Paulo: Edgard Blucher, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC, 1999.

\_\_\_\_\_. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **PCN + Ensino Médio**: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: MEC; SEMTEC, 2002.

BURAK, D. **Modelagem Matemática**: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho, Rio Claro, 1987.

\_\_\_\_\_. **Modelagem Matemática**: ações e interações no processo ensino-aprendizagem. 329f. Tese (Doutorado em Psicologia Educacional). Universidade de Campinas, Campinas, 1992.

\_\_\_\_\_. Formação dos pensamentos algébrico e geométrico: uma experiência com modelagem matemática. **Pró-Mat. Paraná**, Curitiba, v. 1, n. 1, p.32-41, 1998.

\_\_\_\_\_. O Papel da Universidade e o Comprometimento Profissional na Formação de Professores para a Educação Básica. **Perspectiva**, Erechim, v. 27, n. 98, p.17-31, jun. 2003.

\_\_\_\_\_. Modelagem Matemática e a sala de aula. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Londrina: **Anais...**, Londrina: UEL, 2004. 1 CD –ROM.

CALDEIRA, A D. Modelagem Matemática: Possibilidades e Perspectivas. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Londrina: **Anais...**, Londrina: UEL, 2004. 1 CD – ROM.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à Ação**: reflexões sobre educação e matemática. Campinas: Summus, 1986.

\_\_\_\_\_. Etnomatemática: um Programa. **Educação Matemática em Revista**, Blumenau, Ano 1, n.1, p.5-11, 2º Semestre, 1993.

DELVAL, J. **Aprender na Vida e Aprender na Escola**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

FIorentini, D. Alguns modos de ver e conceber o Ensino da Matemática no Brasil. **Zetetiké**, Campinas, v.3, n.4, jul/dez, 1995.

GUÉRIOS, E. Da medida Linear à medida Cúbica: uma inter-relação entre os eixos “grandezas e medidas” e “espaço e forma”, In: **Coletânea de Trabalhos do PRAPEM – VII ENEM**, Publicação do Círculo de Estudo, Memória e Pesquisa em Educação Matemática da Faculdade de Educação da Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2001, p 33-37.

HOFF, M. S. A Matemática na Escola nos anos 80-90: Críticas e Tendências Renovadoras. **Cadernos de Pesquisa**. São Paulo, n. 98, ago, 1996.

LERNER, D. O ensino e o aprendizado escolar: argumentos contra uma falsa oposição. In: CASTORINA, A.C, et al. **Piaget – Vygotsky**: Novas contribuições para o debate. 6ª edição. São Paulo: Editora Ática, 2005. (Série Fundamentos).

LIMA, E. L. Conceituação, Manipulação e Aplicações: Os três componentes do ensino da Matemática. **Revista do Professor de Matemática**, Rio de Janeiro: n. 41, 2º sem. 1999. (Sociedade Brasileira de Matemática).

MACHADO, N. J. **Matemática e Realidade**. 5. ed. São Paulo: Cortez, 2001.

MONTEIRO, A.; POMPEU JR, G. **A Matemática e os Temas Transversais**. São Paulo: Moderna, 2001. (Educação em Pauta: Temas Transversais).

PARANÁ. Departamento de Ensino Médio. **Orientações Curriculares**, Matemática. Curitiba: SEED, jul. 2005. ( versão preliminar)

OLIVEIRA, A. M; SILVA, A. **Curso de Matemática Moderna** – Lisa. São Paulo: Lisa, s.d.

PIAGET, J. **Biologia e conhecimento**. Petrópolis: Vozes, 1973.

PIRES, C. M. C. Reflexões sobre os cursos de Licenciatura em Matemática, tomando como referências as orientações propostas nas Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação de professores da Educação Básica. **Educação Matemática em Revista**, Edição Especial, São Paulo: ano 9, p.44-56, abr. 2002.

POHLENZ, V. A Formação do Professor e o Ensino de Matemática. In: LOMBARDI, J. C. (Org.). **Temas de Pesquisa em Educação**. Campinas: Autores Associados, 2003. (Coleção Educação Contemporânea).

RIES, B. E. A aprendizagem sob um enfoque cognitivista: Jean Piaget. In: LA ROSA, J. (Org.). **Psicologia e Educação: O significado do Aprender**. Porto Alegre: Edipucrs, 2002.

RIGGIO, M. A. O professor e os paradigmas: reflexão, pesquisa ou desorientação? In PEREIRA, G. R. de M; ANDRADE, M. da C.L. (Org.). **O Educador-pesquisador e a produção social do conhecimento**. Florianópolis: Insular, 2003.

SCHEFFER, N. F.; CAMPAGNOLLO, A. J. Modelagem Matemática uma alternativa para ensino-aprendizagem da matemática no meio rural. **Zetetiké**, Campinas: v. 6, n.10, jul./dez. 1998.

SKVSMOSE. O. **Educação Matemática Crítica: a questão da democracia**. São Paulo: Papyrus, 2001.

SOUZA, J. O. de. **Agrimensura**. 2.ed. São Paulo: Nobel, 1981.

**ANEXO**  
**ENTREVISTAS COM OS ALUNOS**

Entrevista realizada em 16/02/2005 com os alunos participantes da 1ª série A.

1- Cidade de origem \_\_\_\_\_

2- Sua idade é de \_\_\_\_\_ anos.

3- Sexo

( ) Feminino                      ( ) Masculino

4- Em ordem de maior preferência para você, numere de 1 a 5 a ordem das disciplinas abaixo:

- ( ) Português
- ( ) Matemática
- ( ) História
- ( ) Geografia
- ( ) Ciências

5- Como você justifica a maior preferência pela disciplina escolhida acima?

---

---

---

6- Você acha que a matemática é importante? Por quê?

---

---

---

---

7- Você se considera um bom aluno em Matemática? Justifique.

---

---

---

---

8- Você já participou de alguma aula de Matemática na qual você considerou que aprendeu os conteúdos trabalhados? Comente como foi.

---

---

---

9- Deixe sua sugestão de como gostaria que as aulas de Matemática, durante esse ano fossem desenvolvidas.

---



Entrevista realizada em 27/ 09/ 2005 com todos os alunos participantes da aplicação da Modelagem Matemática

Nome: \_\_\_\_\_ Série: \_\_\_\_\_  
Data de nascimento: \_\_\_\_\_ Idade: \_\_\_\_\_  
Cidade/Bairro que você mora: \_\_\_\_\_

- 1- Você lembra do trabalho realizado com Modelagem Matemática? Fale alguma coisa sobre ele.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 2- Você é capaz de enumerar alguns conteúdos que foram trabalhados partindo da cultura do soja?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 3- Qual forma de estudar Matemática (tradicional ou com Modelagem Matemática) tem mais significado para você? Por quê?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 4- Como você gostaria que a Matemática fosse ensinada?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
- 5- Se você fosse um professor de Matemática, o que você consideraria importante ensinar para seus alunos?

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)