



AGNALDO LUÍS GUOLO

**ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO E  
RADIÇÃO ATRAVÉS DE MEIOS SEMITRASPARENTES COM ÍNDICE  
DE REFRAÇÃO NÃO UNITÁRIO**

CURITIBA – PR  
2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

AGNALDO LUÍS GUOLO

**ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO E  
RADIÇÃO ATRAVÉS DE MEIOS SEMITRANSSPARENTES COM ÍNDICE  
DE REFRAÇÃO NÃO UNITÁRIO**

Dissertação apresentada para a obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. Luís Mauro Moura

CURITIBA – PR  
2005

# **TERMO DE APROVAÇÃO**

AGNALDO LUÍS GUOLO

## **ANÁLISE DA TRANSFERÊNCIA DE CALOR POR CONDUÇÃO E RADIAÇÃO ATRAVÉS DE MEIOS SEMITRANSSPARENTES COM ÍNDICE DE REFRAÇÃO NÃO UNITÁRIO**

Dissertação aprovada para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontifícia Universidade Católica do Paraná, pela seguinte banca examinadora:

Orientador:

Prof. Dr. Luís Mauro Moura

Banca Examinadora:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup> Viviana Cocco Mariani

Prof. Dr. Silvio Luiz de Mello Junqueira

Prof. Dr. Antônio José da Silva Neto

*À Silvia Clara pelo seu carinho e apoio.*

## **AGRADECIMENTOS**

À Deus por me permitir realizar este trabalho.

À minha família, pelo incentivo e apoio durante todo o curso.

Ao Prof. Luís Mauro Moura , pela orientação dedicada e pelo incentivo.

Aos professores da banca examinadora, pela avaliação construtiva e pelas sugestões.

Aos colegas do programa de Mestrado pela cooperação e pela amizade.

# SUMÁRIO

## LISTA DE FIGURAS

## SIMBOLOGIA

## RESUMO

## ABSTRACT

<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	13
<b>CAPÍTULO 2 – CONCEITOS BÁSICOS E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA</b> .....	17
2.1 - A transferência radiativa .....	17
2.1.1 - Introdução .....	17
2.1.2 - Definição e leis da radiação eletromagnética .....	17
2.1.3 - Interação radiação-matéria .....	18
2.1.4 - Conceitos básicos .....	21
2.1.5 - A equação de transferência radiativa (ETR) .....	26
2.1.6 - Condição de simetria azimutal .....	29
2.1.7 - Solução da Equação de Transferência Radiativa: Método das Ordenadas Discretas .....	30
2.2 - Formulação para mudança do índice de refração .....	32
2.2.1 – Formulação .....	33
2.3 - Combinação da radiação com a condução .....	35
2.4 - Discretização da equação da difusão .....	37
2.4.1 - Obtenção das equações para as fronteiras .....	39
2.5 – Método TDMA (“ <i>TriDiagonal Matrix Algorithm</i> ”) .....	42
<b>CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA</b> .....	45
3.1 – Algoritmo .....	47
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS NUMÉRICOS E DISCUSSÃO</b> .....	48
4.1 - Simulação da condução em regime permanente com geração interna de calor .....	48
4.2 - Simulação da condução e radiação acoplados para o caso de um meio sem espalhamento entre placas negras ( $n=1$ ; $k=1,5$ ) .....	50
4.3 - Simulação da condução e radiação acoplados para o caso de um meio com espalhamento isotrópico entre placas negras ( $n=1$ ; $k=1,5$ ) .....	57
4.4 - Simulação da condução e radiação acoplados para o caso de um meio sem espalhamento (vidro), com feixe incidente e $n>1$ .....	58
4.5 - Simulação da condução e radiação acoplados para o caso de um meio com espalhamento (aerogel 1), com feixe incidente e $n>1$ ( $k=1,5$ ) .....	60

4.6 – Análise comparativa entre os aerogéis 1 e 2 e o vidro para várias espessuras do meio e para o caso de feixe incidente .....	69
<b>CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES</b> .....	73
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	75



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Espectro de ondas eletromagnéticas .....	18
Figura 2.2 - Perdas existentes num feixe de radiação térmica ao atravessar um meio semitransparente não difusor .....	20
Figura 2.3 - Processo de difusão em uma partícula .....	20
Figura 2.4 - Espalhamento da radiação incidente, na direção $(\theta, \varphi)$ , no ângulo sólido $d\Omega_i$ .....	21
Figura 2.5 - Espalhamento de uma partícula esférica em função do diâmetro, $n=(8,4 \times 10^{-7}i+1,754)$ e $\lambda=3 \mu\text{m}$ .....	22
Figura 2.6 - Reflexão especular de um material dielétrico com $n_2 > n_1$ .....	24
Figura 2.7 - Polarização da radiação por reflexão .....	24
Figura 2.8 - Ilustração do ângulo crítico e reflexão interna total .....	25
Figura 2.9 - Reflexão especular de um material dielétrico com $n_2 < n_1$ .....	25
Figura 2.10 - Definição dos co-senos diretores $(\mu, \xi, \eta)$ .....	28
Figura 2.11 - Sistema de coordenadas unidimensional (meio plano semitransparente) .....	29
Figura 2.12 - Discretização polar do espaço em vários anéis .....	30
Figura 2.13 - Feixe de radiação de intensidade $I_{\lambda,1}$ , atravessando uma interface com índices de refração diferentes .....	33
Figura 2.14 - Discretização com volumes finitos .....	37
Figura 2.15 - Variação da temperatura entre volumes finitos vizinhos .....	38
Figura 2.16 - Discretização da face oeste .....	39
Figura 2.17 - Discretização da face leste .....	41
Figura 2.18 - Método TDMA em um problema unidimensional .....	42
Figura 3.1 - Fluxograma do programa Fortran .....	47
Figura 4.1 - Perfil de temperatura no vidro plano com espessura $L = 0,02 \text{ m}$ e com geração interna de calor constante $Q''' = 10^5 \text{ W/m}^3$ .....	49
Figura 4.2 - Perfil de temperatura no aerogel plano com espessura $L = 0,02 \text{ m}$ e com geração interna de calor constante $Q''' = 10^5 \text{ W/m}^3$ .....	50
Figura 4.3 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados com $\omega=0$ , $\tau=1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	51
Figura 4.4 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para diferentes valores de $N$ , com $\omega=0$ , $\tau=10$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	52
Figura 4.5 - Distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e	

radiação acoplados com $\omega=0$ , $\tau =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	53
Figura 4.6 - Tempo de processamento para o cálculo da distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e radiação acoplados com $\omega=0$ , $\tau =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	54
Figura 4.7 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados com $k=f(T)$ , $\omega=0$ , $\tau =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	55
Figura 4.8 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para diferentes quantidades de volumes de controle, com $N=0,1$ , $\omega=0$ , $\tau =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	56
Figura 4.9 - Distribuição de temperatura adimensional para vários albedos, $\tau =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	57
Figura 4.10 - Distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e radiação acoplados com $\omega=0,98$ , $\tau =1$ , $N=0,1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$ .....	58
Figura 4.11 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ .....	59
Figura 4.12 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ .....	60
Figura 4.13 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ .....	61
Figura 4.14 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ .....	62
Figura 4.15 - Função de fase ( $f1=0.9$ , $g1=0.84$ , $f2=0.95$ , $g2=-0.6$ ) .....	63
Figura 4.16 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento anisotrópico .....	64
Figura 4.17 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau$ ), com $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , $n=2$ , feixe de radiação incidente	

normal, relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$ e espalhamento anisotrópico	65
Figura 4.18 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função do índice de refração ( $n$ ) para $\omega=0$ e $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,25$	66
Figura 4.19 - Quadratura de Nicolau para um problema com simetria azimutal	67
Figura 4.20 - Erro percentual do fluxo total para condução e radiação acoplados em função do número de direções da quadratura ( $N_d$ ) na posição central do meio ( $x/L=0,5$ ) para $\omega=0$ e $\omega=0,9$ , $N=0,1$ , $n=2$ , $\tau=1$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,5$	68
Figura 4.21 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na face direita ( $x/L=1$ ) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$	69
Figura 4.22 - Distribuição da temperatura adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na posição central ( $x/L=0,5$ ) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$	70
Figura 4.23 - Comparação do fluxo de calor total dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na face direita ( $x/L=1$ ) com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$	71
Figura 4.24 - Comparação da temperatura na posição central ( $x/L=0,5$ ) dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura ( $L$ ) com relação de temperatura das faces $T_2/T_1=0,20$ e $n=2$	72

## SIMBOLOGIA

A	área	[m <sup>2</sup> ]
c <sub>p</sub>	calor específico	[J/KgK]
E	radiação polarizada	[ W/m <sup>2</sup> μm]
g	parâmetro adimensional da radiação incidente	
G	radiação incidente	[ W/m <sup>2</sup> μm]
I	intensidade radiativa	[ W/m <sup>2</sup> srμm]
I <sub>c</sub>	intensidade radiativa do feixe colimado incidente	[ W/m <sup>2</sup> srμm]
k	condutividade térmica	[W/mK]
L	espessura do meio	[m]
m	massa específica	[Kg/m <sup>3</sup> ]
n	índice de refração	
n <sub>x</sub>	número de volumes	
N	parâmetro de relação entre condução e radiação	
N <sub>d</sub>	número de direções da quadratura	
N <sub>d</sub> L1	número de direções na zona μ <sub>o</sub> ≤ μ ≤ 1	
N <sub>d</sub> L2	número de direções na zona 20° ≤ μ ≤ μ <sub>o</sub>	
N <sub>d</sub> L3	número de direções na zona 90° ≤ μ ≤ 20°	
p	função de fase de espalhamento	
q̇	divergente do fluxo radiativo	[W/m <sup>3</sup> ]
q <sub>a</sub>	fluxo de calor absorvido	[W/m <sup>2</sup> ]
q <sub>c</sub>	fluxo por condução	[W/m <sup>2</sup> ]
q <sub>R</sub>	fluxo radiativo	[W/m <sup>2</sup> ]
q <sub>Rf</sub>	fluxo de calor refletido	[W/m <sup>2</sup> ]
q <sub>t</sub>	fluxo de calor transmitido	[W/m <sup>2</sup> ]
q <sub>T</sub>	fluxo de calor total	[W/m <sup>2</sup> ]
Q'''	geração interna de calor	[W/m <sup>3</sup> ]
$\vec{S}$	vetor posição	
T	temperatura	[K]
tep	perfil de temperatura	[K]
V	volume	[m <sup>3</sup> ]
w	fator de ponderação (Método das Ordenadas Discretas)	

## Letras Gregas

$\beta$	coeficiente de extinção	$[m^{-1}]$
$\varepsilon$	emissividade	
$\eta$	cosseno diretor referente ao eixo y	
$\theta$	ângulo polar	
$\theta_B$	ângulo de Brewster	
$\theta_c$	ângulo crítico	
$\theta_L$	parâmetro adimensional das temperaturas das faces	
$\theta_0$	ângulo de divergência do feixe colimado	
$\theta_p$	ângulo entre as direções de incidência e de saída	
$\theta_T$	coordenada adimensional de temperatura	
$\mu$	$\cos \theta$	
$\mu_0$	$\cos \theta_0$	
$\mu_p$	$\cos \theta_p$	
$\xi$	cos-seno diretor referente ao eixo z	
$\xi_x$	parâmetro adimensional de posição (eixo x)	
$\rho$	coeficiente de refletividade	
$\rho'$	coeficiente de reflexão especular	
$\sigma$	constante de Stefan-Boltzmann, $\sigma = 5,67051 \times 10^{-8}$	$[W/m^2K^4]$
$\sigma_a$	coeficiente de absorção	$[m^{-1}]$
$\sigma_d$	coeficiente de espalhamento	$[m^{-1}]$
$\tau$	coordenada ótica	
$\tau_o$	espessura ótica do meio	
$\tau'$	transmissividade	
$\Phi$	ângulo azimutal	
$\Psi_R$	parâmetro adimensional do fluxo radiativo	
$\omega$	albedo	
$\Omega$	ângulo sólido	$[sr]$

## Sub-índices

b	corpo negro
e	lado leste

p	posição principal
R	radiação
w	lado oeste
$\lambda$	comprimento de onda (espectral)
$\nu$	freqüência
$\parallel$	polarização paralela ao plano de incidência
$\perp$	polarização perpendicular ao plano de incidência
S	caminho percorrido pela radiação
i	incidente
r	refletida
t	transmitida

### **Sobre-índices**

'	direção de saída
---	------------------

## RESUMO

Apresenta-se neste trabalho uma formulação para o estudo da transferência de calor através de meios semitransparentes, tendo sido estudados dois casos de materiais: o vidro e o aerogel. Foram considerados os processos de condução e radiação acoplados para uma geometria unidimensional (meio plano) com a incidência de um feixe de radiação colimado perpendicular ao material, em regime permanente.

A equação da Transferência Radiativa (ETR) é resolvida numericamente pelo Método das Ordenadas Discretas sendo a discretização espacial realizada através da técnica de Volume de Controle. A equação da condução é resolvida pelo algoritmo de Thomas ou método TDMA, que resolve o problema numa linha a partir das temperaturas das faces.

O programa desenvolvido permite a análise da influência de cada processo (condução/radiação) na transferência total de calor através dos materiais, assim como a comparação do efeito de isolamento térmico do aerogel em relação ao vidro para determinadas condições de temperatura nas faces.

Ainda são analisados os erros decorrentes da variação do número de volumes e do número de direções da quadratura utilizados.

## **ABSTRACT**

This work presents a formulation to study the heat transfer through semitransparent media, where two types of materials were considered: the glass and the aerogel. It was considered the process of conduction and radiation combined in a one-dimensional geometry (slab) with a collimated irradiation incident perpendiculary on the surface, in steady state.

The equation of Radiation Transfer is solved numerically by the method of Discrete Ordinates. The spatial discretization was done by the Control Volume Method. The conduction equation is solved by the Thomas algorithm or TDMA method.

The computational routine developed allows the analysis of the influence of each process (conduction/radiation) on the total heat transfer through the media, as well as the effect of thermal insulation of the aerogel compared to the glass in certain temperatures of the faces.

Finally, it is presented an analysis of the errors originated from varying the number of volumes and directions of the quadrature used.



## CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A transferência de calor por condução e/ou convecção combinada com a radiação através de um meio participante que absorve, emite e difunde a radiação térmica é um fenômeno que aparece em muitas aplicações práticas e de engenharia; alguns exemplos são as janelas de edificações, fornos, automóveis e aeronaves, onde são utilizados materiais semitransparentes como o vidro e mais recentemente o aerogel.

O aerogel combina transparência com alta resistividade térmica, o que o torna um material atrativo para várias aplicações tais como: espaçadores entre placas de vidro em janelas isoladas, sistemas de isolamento transparentes para muros de casas e ainda como material substituto para o vidro. Além disso, partículas são adicionadas à matriz deste material de maneira a refletir uma parcela da radiação solar incidente.

O processo de transferência radiativa em aerogéis, sobretudo os que possuem uma matriz com índice de refração diferente da unidade, é complexo. A radiação incidente na interface é uma parte refletida e a restante refratada para o interior do material. Em seguida, a parcela de energia que atravessa este material sofre espalhamento em função da diferença de índices de refração entre as partículas dispersas e a matriz, e então, finalmente noutra interface uma parcela do feixe é novamente refletida e refratada, e assim por diante (Moura - 2002).

Algumas aplicações importantes envolvendo o vidro são as placas de cobertura dos coletores solares e os vidros das janelas de edificações. Em especial nos edifícios comerciais envidraçados, as vidraças (“*glazings*”) desempenham um importante papel na performance térmica destes edifícios; além de permitirem um contato visual com o meio ambiente externo e da sua função estética, as vidraças atuais são verdadeiros filtros de calor e/ou radiação solar (Borges – 2004); são sistemas compostos por uma ou várias camadas de vidro combinadas com algum tipo de revestimento: revestimento de um único metal (nobre) e/ou de óxido metálico, tingimento ou revestimento de multicamadas (películas de controle solar) (Pfrommer *et al.* - 1995).

Os vidros multicamadas por sua vez, possuem uma aplicação crescente na área de edificações e da indústria automobilística como vidros de segurança, apresentando várias composições e configurações em função do grau de proteção requerido.

Um estudo do uso de multicamadas de tintas com índices de refração diferentes ou então com partículas difusoras em seu interior pode ser usado para reduzir a transferência de calor em paredes ou então também reduzir o risco de combustão em casos de incêndio (nos Estados Unidos esse estudo está em andamento com o objetivo de evitar a propagação de incêndio através de casas próximas, sobretudo quando construídas de madeira) (Moura - 2002).

Em todas as aplicações descritas acima, é de fundamental importância o cálculo da transferência de calor através do vidro para se determinar a carga térmica envolvida no projeto ou sistema já existente.

Apesar das janelas e revestimentos serem normalmente finos, o conhecimento do perfil de temperatura no seu interior é importante em algumas aplicações tais como nos processos de tratamento térmico dos vidros, processos de laminação de vidros de segurança multicamadas, em componentes solares para altas temperaturas, na determinação da distribuição de temperatura em tanques de derretimento de vidro, aquecimento das janelas de naves espaciais e aeronaves, em alguns revestimentos isolantes de calor e no estudo do aquecimento de janelas e lentes através de raio laser (Siegel e Howell – 2002).

O modelo de simulação é baseado no Método das Ordenadas Discretas na condição de simetria do campo radiativo. Simulações numéricas permitem compreender o processo de transferência de calor por radiação e estudar os parâmetros que influenciam este processo.

Barker e Sutton (1985) investigaram a transferência de calor transiente envolvendo radiação e condução para um meio plano, cinza e participante tendo suas faces aquecidas externamente. A técnica da transformada integral é utilizada para resolver a equação de energia transiente enquanto um método iterativo fornece a solução para a transferência de calor acoplada.

Glass *et al.* (1987) analisaram o acoplamento da condução e da radiação num meio semitransparente cinzento, emissor e absorvedor tendo o fluxo de calor nas faces externas como condições de contorno. Ressalta-se a análise da influência do parâmetro de relação entre condução e radiação ( $N$ ), da espessura ótica e das emissividades das faces (com revestimentos opacos) e do meio no aumento da temperatura das faces.

Siegel e Spuckler (1992) estudaram o efeito do índice de refração de um meio semitransparente na distribuição de temperatura e no fluxo de calor radiativo; o meio considerado é composto de apenas uma camada, sendo que absorve, emite e espalha a radiação isotropicamente. Para o caso de equilíbrio radiativo, apresenta-se um modelamento que permite obter a distribuição de temperatura e o fluxo de calor radiativo para qualquer índice de refração a partir dos resultados para o índice de refração unitário.

Siegel e Spuckler (1993) estudaram um meio semitransparente com várias subcamadas cada uma com seu índice de refração e espessura ótica próprios. As temperaturas e o fluxo de calor resultantes são dados para se mostrar o efeito das variações do índice de refração e espessura ótica através das subcamadas.

Siewert (1995) resolveu o problema de condução e radiação acoplados; utilizou um método que combina o método de Newton e o  $P_n$  para a solução de uma categoria de problemas não-lineares na transferência por radiação. Considerou ainda, espalhamento anisotrópico e fronteiras com reflexão especular e difusa.

Heinemann *et al.* (1996) analisaram a transferência de calor por condução e radiação acoplados em sílica aerogéis com baixa densidade. Foi feito um estudo teórico e experimental para várias espessuras óticas e relações de transferência de calor condução/radiação; sendo materiais com alta porosidade, foi variada a pressão no interior dos mesmos, considerando-se a variação das propriedades físicas resultantes.

Nicolau e Maluf (2001) determinaram algumas propriedades de vidros comerciais como o índice de refração e o coeficiente de absorção. Diferentes espessuras são ensaiadas. Apresentaram também o conjunto experimental completo, além dos modelos numéricos.

Moura *et al.* (1998) analisaram diferentes tipos de funções de interpolação utilizadas no cálculo da variação das intensidades radiativas no volume de controle no método das ordenadas discretas aplicado à Equação de Transferência Radiativa (ETR).

Moura *et al.* (1997) apresentaram uma análise numérica de diferentes conjuntos de quadraturas num método de ordenadas discretas para resolver a Equação de Transferência Radiativa (ETR). Duas quadraturas diferentes são derivadas das quadraturas clássicas de Gauss e Radau.

Nicolau (1994) estudou a transferência de calor por condução e radiação em um meio semitransparente plano. O meio apresenta emissão, absorção e espalhamento isotrópico, entre superfícies negras. A discretização da ETR foi feita através de diferenças finitas. Foram obtidas as distribuições de temperatura, fluxos de calor e intensidades radiativas em função de vários parâmetros.

Xia *et al.* (2001) analisaram o campo de temperatura num meio semitransparente absorvedor e emissor, estando as faces limitadas por duas superfícies semitransparentes especulares, com equilíbrio radiativo. Foi considerado o índice de refração variando no espaço e também noutro caso variando com a temperatura. Os resultados mostraram que o índice de refração tem grande influência sobre o perfil de temperatura.

Diferentemente dos trabalhos já publicados, neste trabalho apresenta-se um modelo para a transferência de calor por radiação e condução acoplados, através de um meio semitransparente que apresenta espalhamento constituído de uma matriz sólida com índice de refração não unitário (aerogel) e também através de um meio semitransparente não difusor (vidro), fazendo-se um estudo comparativo amplo entre estes materiais para dois casos de condições de contorno: placas negras e feixe de raios incidentes. Como objetivo final busca-se avaliar as vantagens da aplicação do Aerogel como substituto do vidro comercial.

O fluxo de calor ao longo da espessura do meio, o perfil de temperatura resultante para dadas condições de contorno e a relação entre o fluxo de calor por radiação e o fluxo por condução envolvidos são os principais resultados que se pretende determinar neste trabalho.

Este trabalho está dividido em 5 capítulos. O Capítulo 1 apresenta o contexto no qual o trabalho está inserido, mencionando os trabalhos de pesquisa realizados na área de transferência de calor envolvendo a radiação térmica em meios semitransparentes. O Capítulo 2 apresenta os conceitos

básicos da radiação térmica e a formulação da Equação de Transferência Radiativa (ETR). Também é apresentado o Método das Ordenadas Discretas utilizado na solução da ETR.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia utilizada para abordagem do problema. São apresentadas cinco categorias de simulações; a primeira tem por objetivo o teste do código numérico da parte de condução, a segunda e terceira simulam o acoplamento da condução e radiação considerando placas negras nas faces para os casos com e sem espalhamento e finalmente nas categorias quatro e cinco simula-se o acoplamento com raio incidente e índice de refração maior do que a unidade. São considerados três tipos de materiais com propriedades distintas entre si: vidro flotado, aerogel 1 e aerogel 2, sendo que os dois últimos diferenciam-se pela condutividade térmica (k).

O Capítulo 4 apresenta os resultados obtidos através da simulação numérica e a comparação com outras publicações. Também é feita uma análise comparativa dos resultados obtidos para os três materiais estudados.

No Capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho.

## CAPÍTULO 2 – CONCEITOS BÁSICOS E FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

### 2.1 A Transferência Radiativa

#### 2.1.1 Introdução

Nos últimos anos o estudo da transferência de calor por radiação tem se tornado cada vez mais importante, em princípio devido à era espacial quando surgiram várias aplicações em que era necessário o estudo da transferência de calor com altas temperaturas envolvidas (ex.: foguetes e naves espaciais) e posteriormente devido aos estudos de melhoria energética em aplicações industriais tais como fornos elétricos e à gás, motores à combustão, reatores nucleares, etc.. A radiação térmica também é importante em aplicações que utilizam a radiação solar como fonte de energia, tais como em coletores e fornos solares. Os fornos são usados em aplicações diversas, como cura de materiais (colas, plásticos, cerâmicas, etc.), secagem, preparação de alimentos, etc.; entretanto uma grande parte da energia radiativa emitida pode ser desperdiçada quando ela não se encontra numa banda espectral de absorção dos produtos contidos nestes fornos.

Mesmo em aplicações onde as temperaturas não são elevadas, verificamos a importância da radiação térmica; alguns exemplos são a radiação solar no processo de fotossíntese das plantas e no conforto térmico para as pessoas expostas ao sol (Siegel e Howell – 2002).

Em aplicações arquitetônicas cita-se como exemplo o tipo de iluminação utilizado em um ambiente (natural, incandescente, fluorescente, e outros). A iluminação natural é sempre a mais recomendada devido ao seu baixo custo, mas uma iluminação natural direta além de ser muitas vezes desagradável devido a sua grande intensidade resulta em um aquecimento indesejável do ambiente. Neste caso procura-se espalhar o máximo possível a luz para que a iluminação torne-se mais isotrópica (Moura - 2002).

#### 2.1.2 Definição e Leis da Radiação Eletromagnética

Um corpo<sup>1</sup> emite radiação sob o efeito de diversas excitações (térmica, elétrica, etc.). A radiação emitida pode ser representada através de ondas eletromagnéticas.

O espectro de ondas eletromagnéticas é composto por uma banda muito larga de frequências, subdividindo-se em grupos, função do modo de produção e seus efeitos (figura 2.1).

---

<sup>1</sup> Alguns autores usam a palavra superfície, mas este termo não está correto, pois somente a matéria tem a propriedade de emitir energia. Entretanto a radiação térmica pode ser gerada numa camada muito fina próxima à parede (da ordem do livre caminho médio das partículas).

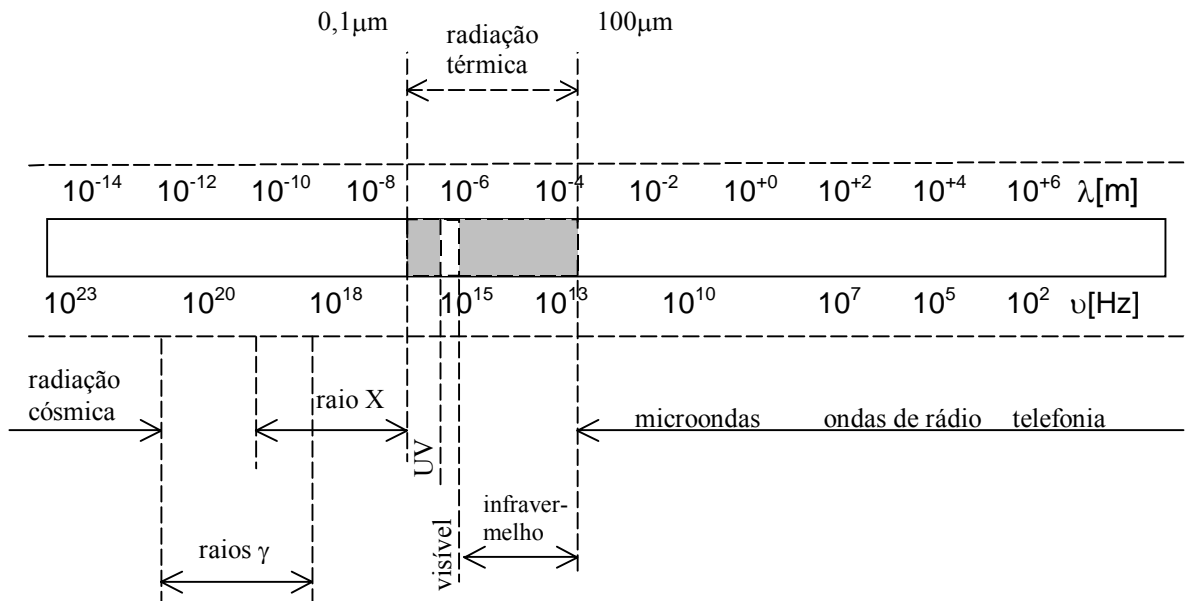


Figura 2.1 - Espectro de ondas eletromagnéticas (Moura - 2002).

A radiação térmica situa-se numa faixa entre  $0,1$  e  $100 \mu\text{m}$  e é produzida por um corpo em função de sua temperatura. Subdivide-se em Ultravioleta (UV), visível e infravermelho (IR). Existem ainda outras fontes de radiação no visível que emitem radiação não por efeito de sua temperatura, mas por outros fenômenos físicos como fosforescência, fluorescência ou descargas elétricas em gases rarefeitos. A radiação UV ( $0,1$  a  $0,38 \mu\text{m}$ ) é presente na radiação solar. É ela que bronzeia e pode ser usada em certos processos de esterilização. O espectro visível situa-se no ponto de maior intensidade de energia do espectro solar ( $0,38$  a  $0,76 \mu\text{m}$ ). O IR ( $0,76$  a  $100 \mu\text{m}$ ) é insensível pelo olho humano mas pode ser sentido pela pele sob a forma de calor.

### 2.1.3 Interação Radiação-Matéria

A radiação térmica é gerada pela emissão de ondas eletromagnéticas de um corpo a uma determinada temperatura. Corpos ideais (corpos negros) são representados pela equação de Stefan-Boltzmann:

$$q_R = \sigma T^4 \quad (2.1)$$

que define o fluxo total emitido por um corpo função somente de sua temperatura, sendo  $q_R$  o fluxo radiativo,  $\sigma$  a constante de Stefan-Boltzmann, ( $\sigma = 5,67051(19) \times 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2\text{K}^4)$  - (NIST – CODATA, apud. Moura-1998)) e  $T$  a temperatura em K.

Corpos reais possuem uma emissão inferior ao corpo negro podendo variar rapidamente para comprimentos de onda muito próximos (por exemplo, os gases), como previsto no modelo de Lorentz.

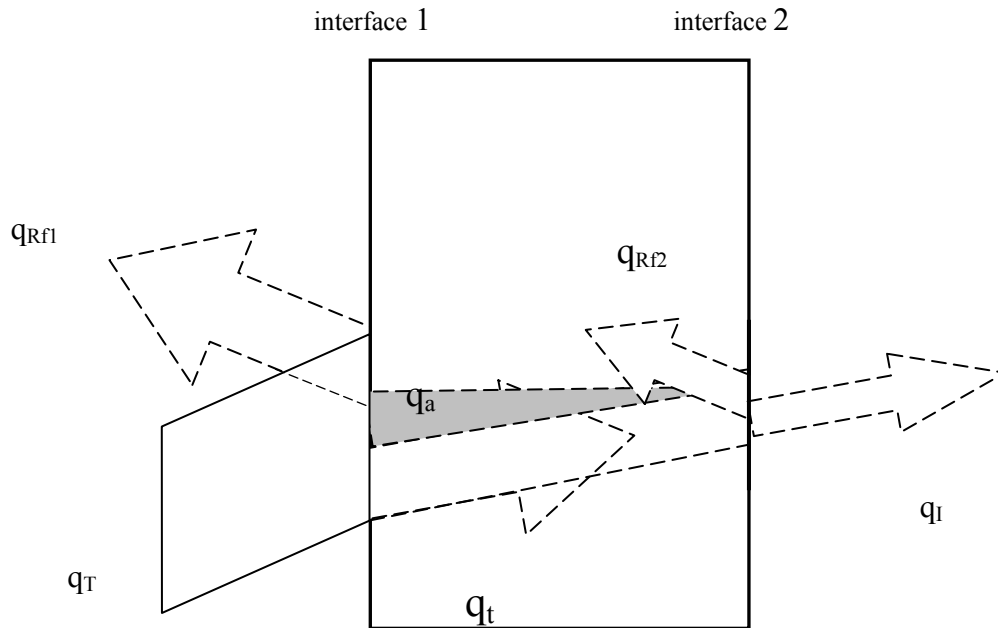
Quando uma onda eletromagnética atravessa (ou incide em) um meio “homogêneo” três fenômenos físicos podem ocorrer: *reflexão*, *absorção* e *transmissão* (Figura 2.2). Estes fenômenos são funções do comprimento de onda incidente e em geral da temperatura do corpo.

A *reflexão* consiste na mudança de direção da onda na interface do corpo em questão. Para interfaces lisas (polidas) a reflexão é do tipo especular, para interfaces rugosas a reflexão têm uma componente especular (podendo ser nula) e outra espalhada.

A onda eletromagnética que penetra no meio será completamente ou parcialmente transmitida. Se a incidência for inclinada em relação à normal esta onda mudará de direção (lei da *refração*). Este fenômeno pode ser descrito como função somente do ângulo de incidência e do índice de refração do meio (equação de Snell). Uma parte desta onda eletromagnética transmitida pelo meio poderá ser absorvida, este fenômeno é denominado de *absorção*. A *absorção* ocorre devido a facilidade do material (átomos ou partículas constituintes) a dissipar esta energia através do aumento da vibração dessas partículas (elevação de temperatura), entretanto outros processos podem ocorrer como a fluorescência ou a fosforescência. Nesta etapa existe a transformação da onda eletromagnética em outra forma de energia, por exemplo, térmica.

Num meio com duas interfaces (figura 2.2), por exemplo, um vidro ou folha plástica, o processo de reflexão ocorre inúmeras vezes devido às múltiplas reflexões que existentes nas interfaces.

Em meios heterogêneos, além da *reflexão*, *absorção* e *transmissão*, ocorre um outro fenômeno físico do espalhamento (*scattering*) que torna o estudo destes materiais muito mais complexo. O espalhamento ocorre pela mudança de direção da onda nas interfaces matriz/partículas, constituintes do meio, pelos processos de refração, difração, transmissão e reflexão (figura 2.3). Como exemplo pode-se citar ar e líquidos com partículas em suspensão, sólidos constituídos por grãos ou fibras, etc..



- $q_T$ :    fluxo de calor incidente                       $q_{Rf1}$ :    fluxo de calor refletido na interface 1
- $q_a$ :    fluxo de calor absorvido pelo meio                       $q_{Rf2}$ :    fluxo de calor refletido na interface 2
- $q_l$ :    fluxo de calor resultante noutro lado da parede
- $q_t$ :    fluxo de calor transmitido

Figura 2.2 - Perdas existentes num feixe de radiação térmica ao atravessar um meio semitransparente sem espalhamento (Moura - 2002).

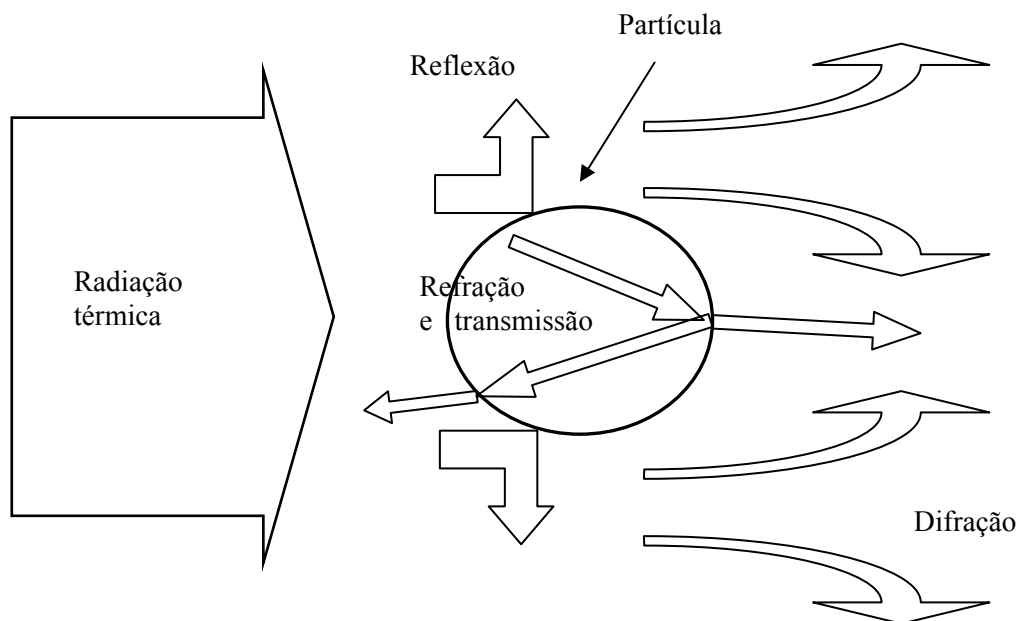


Figura 2.3 - Processo de espalhamento em uma partícula (Moura - 2002).



## 2.1.4 Conceitos Básicos

### a) Função de Fase

A função de fase pode ser definida como a razão entre a intensidade radiativa ( $I$ ) difundida numa certa direção e a intensidade radiativa que seria espalhada se o espalhamento fosse isotrópico.

Observamos ainda que a função de fase descreve a distribuição angular da intensidade radiativa (Siegel e Howell – 2002):

$$p(\theta, \phi) = \frac{dI_s(\theta, \phi)}{(1/4\pi) \int_{\Omega_s=0}^{4\pi} dI_s(\theta, \phi) d\Omega_s} \quad (2.2)$$

onde  $I_s$  é a intensidade radiativa percorrendo o caminho  $S$ ,  $\Omega_s$  é o ângulo sólido,  $\theta$  é o ângulo polar e  $\phi$  é o ângulo azimutal, conforme representado na figura 2.4; para o espalhamento isotrópico tem-se  $p(\theta, \phi)=1$ , ou seja, a energia é difundida por igual em todas as direções (Modest – 1993). Uma maneira usual é a representação da função de fase como uma expansão na forma de polinômios de Legendre, infelizmente essa forma necessita de um número elevado de coeficientes para descrever o espalhamento de materiais com forte pico de espalhamento (anisotrópico) (figura 2.5) (Moura - 2002).

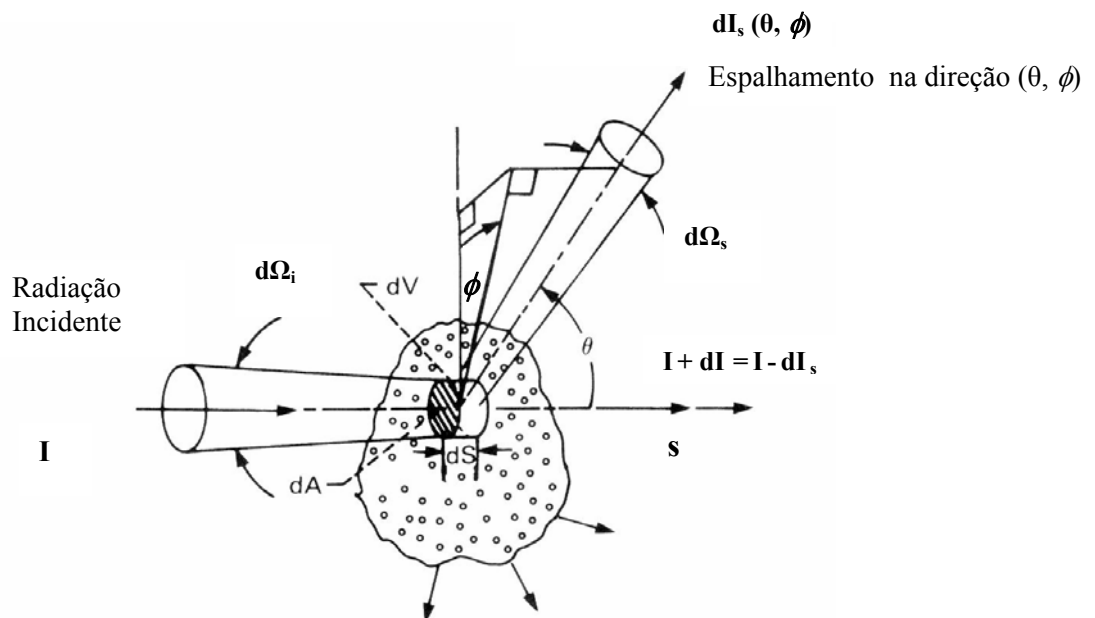


Figura 2.4 – Espalhamento da radiação incidente, na direção  $(\theta, \phi)$ , no ângulo sólido  $d\Omega_i$ . (Siegel e Howell – 2002).

Por definição a função não pode criar ou extinguir a energia do processo, desta forma, o balanço das contribuições em todas as direções do espaço deve ser unitário (Doermann – 2005):

$$\frac{1}{4\pi} \int_{\Omega_s=0}^{4\pi} p(\theta, \phi) d\Omega_s = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi p(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi = 1 \quad (2.3)$$

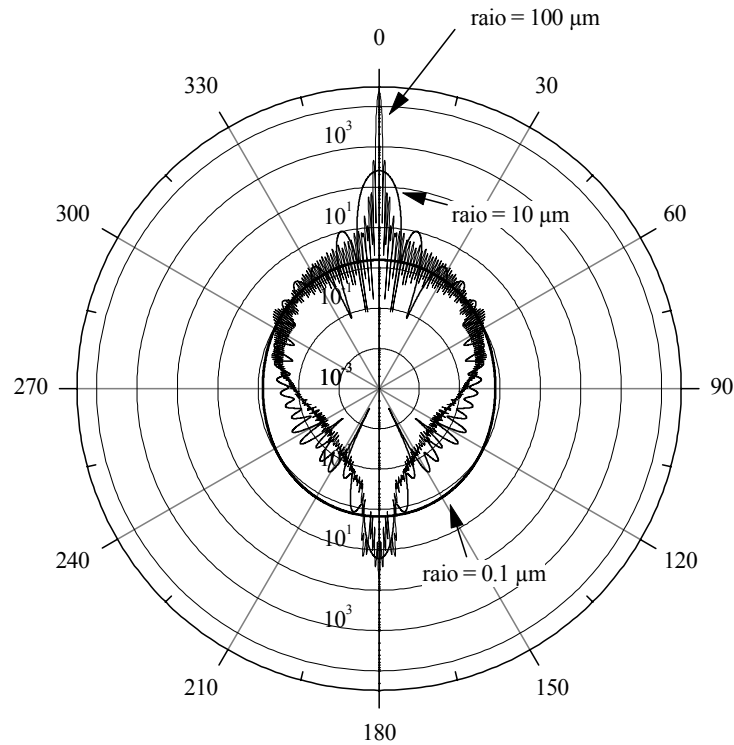


Figura 2.5 - Espalhamento da radiação com  $\lambda=3 \mu\text{m}$  em uma partícula esférica em função do diâmetro, onde  $n=(8,4 \cdot 10^{-7}i+1,754)$  e (Moura – 2002).

### b) Albedo

É definido como a razão entre o espalhamento e a extinção total (absorção mais espalhamento):

$$\omega = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \sigma_a} = \frac{\sigma_d}{\beta} \quad (2.4)$$

sendo  $\beta$  o coeficiente de extinção,  $\sigma_d$  o coeficiente de espalhamento e  $\sigma_a$  o coeficiente de absorção.

O albedo varia entre 0 e 1 e indica a contribuição relativa da absorção e do espalhamento sobre a extinção total. O valor nulo para o albedo indica um meio sem espalhamento, onde a extinção é dada apenas pela absorção. O valor unitário indica um meio puramente com espalhamento, ou seja, com absorção nula.

### c) Espessura Ótica

A espessura ótica ou opacidade é definida como a integral do coeficiente de extinção ( $\beta$ ) ao longo do caminho  $S$ :

$$\tau_0 = \int_0^S \beta(s) ds \quad (2.5)$$

A espessura ótica é uma medida da capacidade de certo meio de atenuar a radiação que percorre determinado caminho.

Para um meio com composição, temperatura e pressão uniformes ou com o coeficiente de extinção independente destes parâmetros, temos:

$$\tau_0 = \beta S \quad (2.6)$$

### d) Ângulo Crítico

A reflexão especular ( $\rho^?$ ) para materiais dielétricos, como é o caso do vidro e do aerogel considerados neste trabalho, comporta-se como mostrado na figura 2.6, onde os símbolos  $\perp$  e  $\parallel$  representam respectivamente a componente da radiação com polarização perpendicular e paralela ao plano de incidência. O seu valor atinge um valor mínimo de zero num ângulo de incidência  $\theta_B$ , chamado de ângulo de Brewster (Brewster - 1992):

$$\theta_B = \tan^{-1} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \quad (2.7)$$

sendo  $n_1$  e  $n_2$  os índices de refração dos meios 1 e 2 respectivamente.

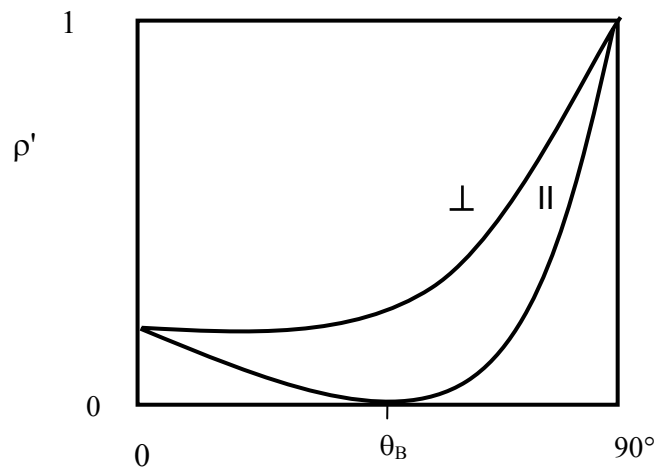


Figura 2.6 - Reflexão especular de um material dielétrico com  $n_2 > n_1$  (Brewster - 1992).

Para este ângulo, a componente de radiação com polarização paralela ( $E_{i\parallel}$ ) em um material dielétrico será completamente transmitida pela interface. A radiação refletida terá apenas a componente perpendicular ( $E_{r\perp}$ ), desde que a radiação incidente tenha componente nesta direção (figura 2.7). Geralmente as superfícies dos materiais não possuem uma rugosidade com direções preponderantes e pode-se usar uma média ponderada entre as duas componentes (Moura – 2002).

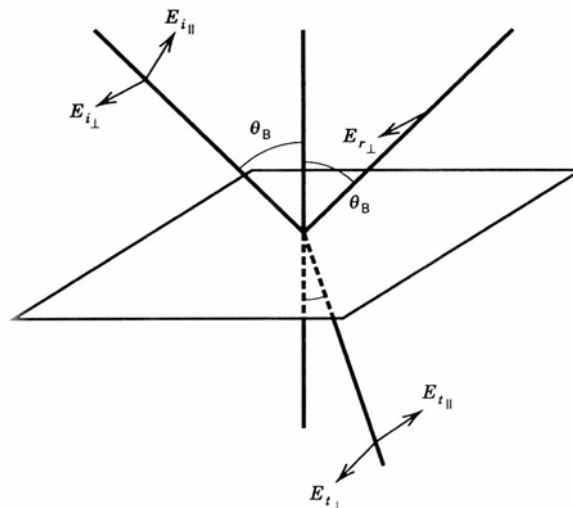


Figura 2.7 – Polarização da radiação por reflexão (Brewster - 1992).

Ainda observa-se que ao trocarem-se entre si os índices de refração  $n_1$  e  $n_2$ , também ficam trocados os ângulos de incidência e refração (Lei de Snell) e de acordo com as relações de Fresnel a refletividade ( $\rho$ ) permanece a mesma.

Considerando-se uma interface com  $n_2 < n_1$ , onde o feixe de radiação é proveniente de um meio com um baixo índice de absorção (ar/vidro) (figuras 2.8 e 2.9), observa-se que à medida que se aumenta o ângulo de incidência, chega-se a um ângulo, chamado de ângulo crítico ( $\theta_c$ ), onde a direção da radiação transmitida é paralela à interface. Para ângulos superiores a  $\theta_c$  o feixe de radiação será completamente refletido.

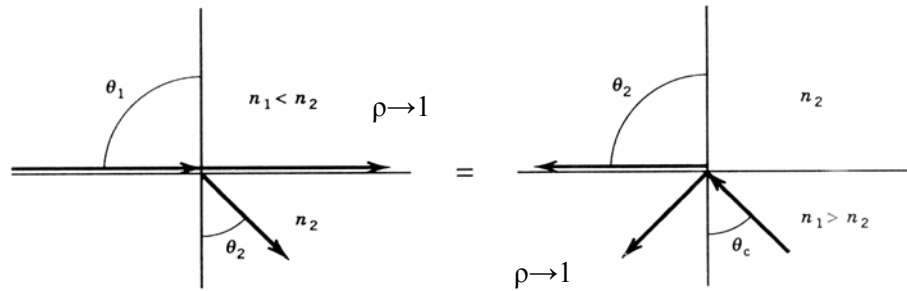


Figura 2.8 - Ilustração do ângulo crítico e reflexão interna total (Brewster - 1992).

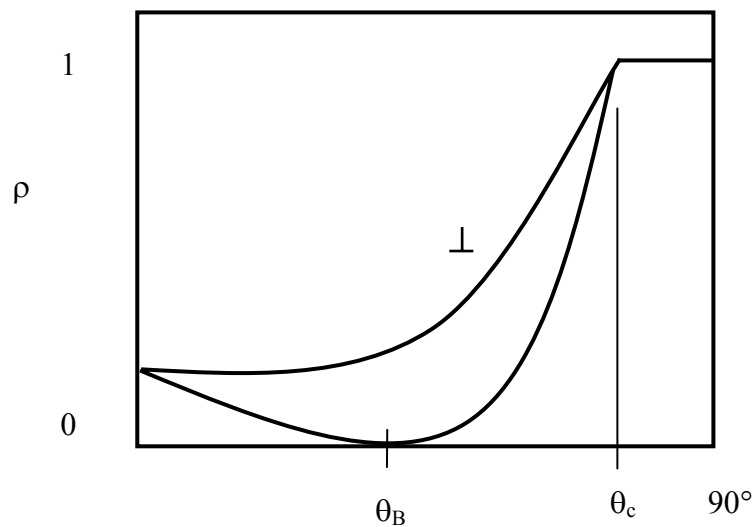


Figura 2.9 - Reflexão especular de um material dielétrico com  $n_2 < n_1$  (Brewster - 1992).

### e) Radiação Incidente

A radiação incidente representa a soma da radiação que incide de todas as direções do espaço. É definida por:

$$G(\tau) = \int_{\Omega=4\pi} I(\tau, \vec{\Omega}) d\Omega \quad (2.8)$$

sendo  $\tau$  a coordenada ótica,  $I$  a intensidade radiativa e  $\Omega$  o ângulo sólido.

#### f) Vetor Fluxo Radiativo

Na forma espectral é representado pela expressão:

$$\vec{q}_{R\nu}(\tau) = \int_{\Omega=4\pi} I_\nu(\tau, \vec{\Omega}) \vec{\Omega} d\Omega \quad (2.9)$$

Integrando-se para todas as frequências  $\nu$  obtemos o vetor fluxo radiativo total:

$$\vec{q}_R(\tau) = \int_0^\infty \vec{q}_{R\nu}(\tau) d\nu \quad (2.10)$$

#### g) Divergente do Vetor Fluxo Radiativo

O divergente do Vetor Fluxo Radiativo representa a energia radiativa líquida que é absorvida ou emitida pelo meio:

$$\text{div}(\vec{q}_R(s)) = \vec{\nabla} \cdot \int_{\Omega=4\pi} \vec{\Omega} I(\tau, \vec{\Omega}) d\Omega = \sigma_a \left[ 4\pi I_b - \int_{\Omega=4\pi} I(\tau, \vec{\Omega}) d\Omega \right] = \sigma_a (4\pi I_b - G) \quad (2.11)$$

onde  $I_b$  representa a intensidade radiativa do corpo negro.

Quando o divergente do vetor fluxo radiativo é nulo diz-se que o meio está em equilíbrio radiativo.

### 2.1.5 A Equação de Transferência Radiativa (ETR)

O estudo da transferência de calor por radiação em meios participantes é realizado através da solução da Equação de Transferência Radiativa (ETR). Nesta análise considera-se um meio homogêneo, emissor, absorvedor, com espalhamento e em equilíbrio termodinâmico. As fronteiras possuem componentes de reflexão especular e de espalhamento, além de efetuarem refração a um

feixe incidente não normal a superfície. Neste estudo a ETR é considerada para uma geometria com simetria azimutal.

Através da Equação da Transferência Radiativa (ETR) podem-se calcular as trocas de energia entre interfaces (paredes, fronteiras) considerando um Meio Participante (Meio Semitransparente – MST). A ETR descreve a variação da intensidade radiativa  $I$  (num ângulo sólido  $d\Omega$ , função da coordenada ótica  $\tau$ ). Esta equação foi obtida para um meio pseudocontínuo em relação à transferência radiativa existente num material disperso real.

Para a obtenção da ETR efetua-se um balanço dos mecanismos físicos de interação radiação/meio por um feixe de radiação se propagando através de um meio que absorve, emite, ou espalha, obtém-se a expressão da ETR monocromática:

$$\frac{1}{(\sigma_a + \sigma_d)} \vec{\Omega} \cdot \nabla I(\vec{s}, \vec{\Omega}) + I(\vec{s}, \vec{\Omega}) = \left(1 - \frac{\sigma_d}{(\sigma_a + \sigma_d)}\right) I_b(T) + \frac{1}{4\pi} \frac{\sigma_d}{(\sigma_a + \sigma_d)} \int_{\Omega'=4\pi} p(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I(\vec{s}, \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (2.12)$$

onde  $I$  é a intensidade radiativa,  $I_b$  aquela do corpo negro,  $\vec{s}$  é a variável de posição função do sistema de coordenadas utilizado,  $\vec{\Omega}$  é a variável direcional,  $\sigma_a$  é o coeficiente de absorção,  $\sigma_d$  é o coeficiente de espalhamento  $p(\vec{\Omega}', \vec{\Omega})$  é a função de fase. A intensidade total da radiação de um corpo negro é dada por:

$$I_b = \frac{n^2 \sigma T^4}{\pi} \quad (2.13)$$

onde  $\sigma$  é a constante de Stefan-Boltzmann,  $n$  é o índice de refração do meio equivalente a um meio homogêneo e  $T$  é a temperatura.

A ETR pode ser escrita na sua forma adimensional. Neste caso os termos da equação (2.12) serão substituídos por:

$$\begin{aligned} \tau &= \beta x \\ \beta &= \sigma_a + \sigma_d \end{aligned} \quad \omega = \frac{\sigma_d}{\sigma_d + \sigma_a} = \frac{\sigma_d}{\beta} \quad (2.14)$$

onde  $\beta$  é o coeficiente de extinção,  $\tau$  é a coordenada ótica na direção do eixo  $x$ , sendo que  $\tau = \beta x$  para um coeficiente de extinção invariante com a posição e  $\omega$  é o albedo.

A radiação percorre uma distância no interior do meio e este percurso deve ser projetado sobre um sistema de coordenadas. O sistema de coordenadas cartesianas e seus co-senos diretores respectivos  $(\mu, \eta, \xi)$  são mostrados na figura 2.10. As equações dos ângulos da direção  $\vec{\Omega}$  em relação aos eixos são relacionadas através das seguintes equações:

$$\begin{cases} \mu = \cos\theta \\ \eta = \cos\alpha_y = \text{sen}\theta\cos\phi \\ \xi = \cos\alpha_z = \text{sen}\theta\text{sen}\phi \end{cases} \quad d\Omega = \text{sen}\theta d\theta d\phi \quad (2.15)$$

$$\vec{\Omega}' \cdot \vec{\Omega} = \cos\theta_p = \mu_p = \mu\mu' + \sqrt{1-\mu^2}\sqrt{1-\mu'^2}\cos(\phi - \phi') \quad (2.16)$$

$$\cos\theta_p = \mu_p = \mu\mu' + \eta\eta' + \xi\xi' \quad (2.17)$$

As equações 2.16 e 2.17 definem o ângulo  $\theta_p$  formado entre duas direções  $(\vec{\Omega}', \vec{\Omega})$  a partir dos co-senos diretores. O ângulo correspondente a  $\mu$  é o ângulo polar e o ângulo  $\phi$  é o ângulo de azimute.

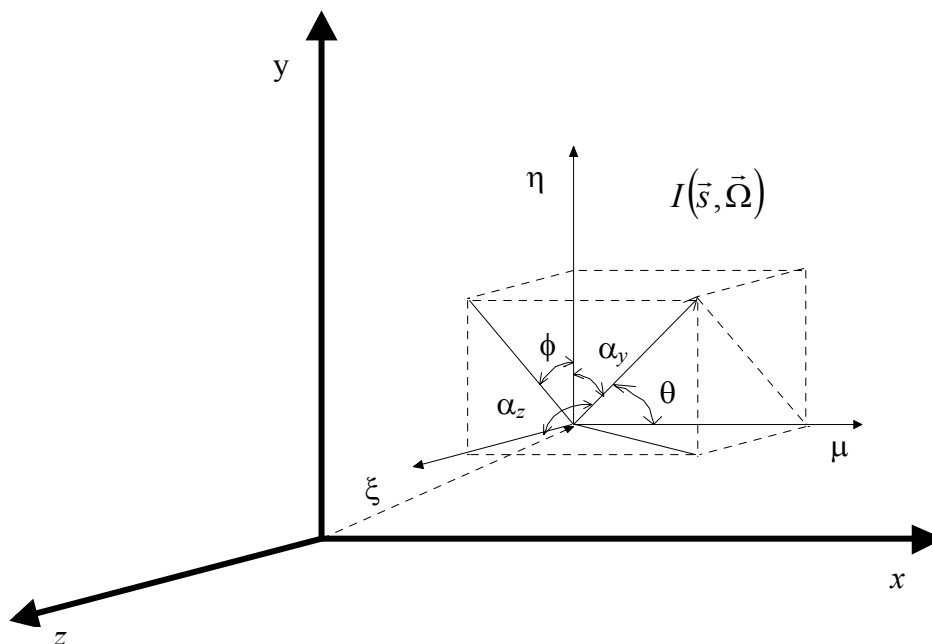


Figura 2.10 - Definição dos co-senos diretores  $(\mu, \eta, \xi)$  (Moura - 2002).



Para uma geometria unidimensional cartesiana ( figura 2.11), a ETR se simplifica:

$$\frac{1}{\beta} \frac{dI(\vec{s}, \vec{\Omega})}{ds} + I(\vec{s}, \vec{\Omega}) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{4\pi} \int_{\Omega'=4\pi} p(\vec{\Omega}', \vec{\Omega}) I(\vec{s}, \vec{\Omega}') d\Omega' \quad (2.18)$$

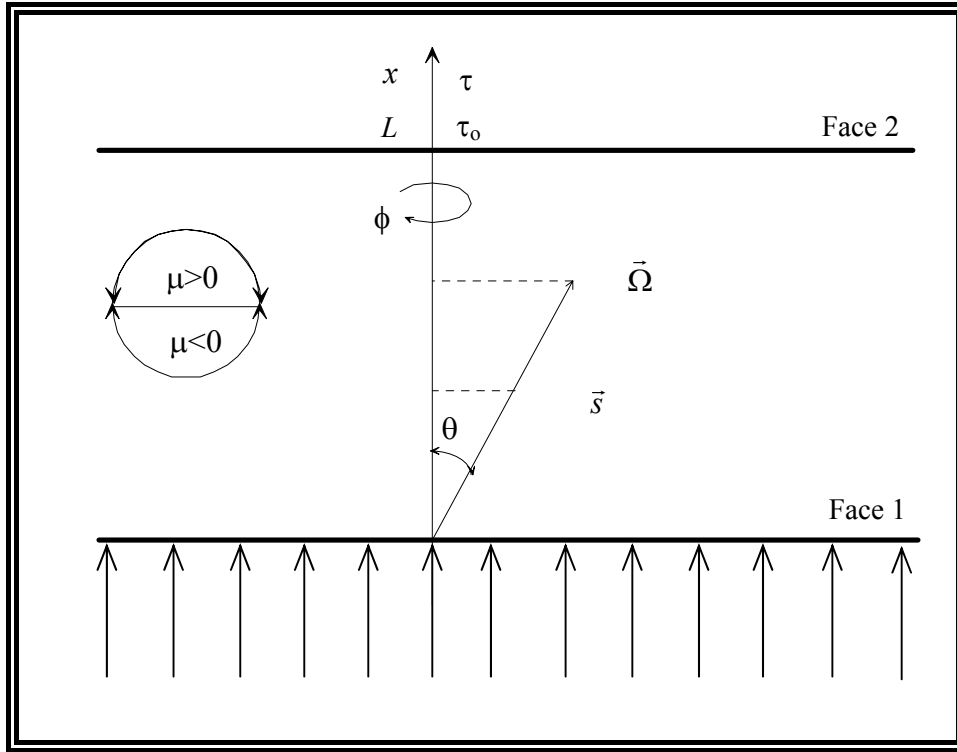


Figura 2.11 - Sistema de coordenadas unidimensional (meio plano semitransparente) (Moura - 2002).

### 2.1.6 Condição de Simetria Azimutal

A condição de simetria azimutal é normalmente utilizada devido à facilidade de resolução que ela fornece à ETR. Utilizando esta condição, as variáveis tornam-se independentes do ângulo de azimute,  $\phi$ , e são constantes em torno de um cone de ângulo sólido ( $\Omega$ ) centrado no eixo  $x$  (figura 2.12). Neste caso:

$$I(\vec{s}, \vec{\Omega}) = I(x, \mu, \phi) = I(x, \mu)$$

$$\int_{\Omega=4\pi} \dots d\Omega = \int_{\phi=0}^{2\pi} \int_{\theta=0}^{\pi} \dots \text{sen } \theta d\theta d\phi = 2\pi \int_{-1}^1 \dots d\mu \quad (2.19)$$

A ETR, equação (2.18), torna-se:

$$\frac{1}{\beta} \mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} + I(\tau, \mu) = (1 - \omega) I_b(T) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') p(\mu', \mu) d\mu' \quad (2.20)$$

onde:

$\tau$  : coordenada ótica

$I_b(T)$  : intensidade de radiação emitida pelo corpo negro à temperatura do meio

$\omega$ : albedo

$p$  : função de fase

termo integral: representa o ganho por difusão para cada semi-hemisfério.

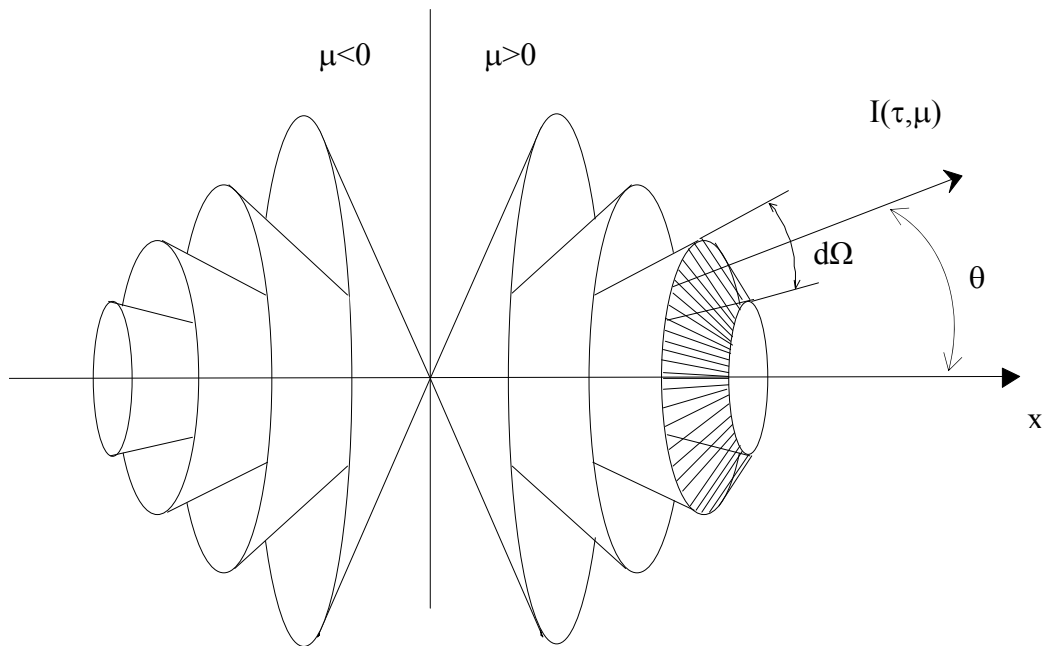


Figura 2.12 - Discretização polar do espaço em vários anéis (Rupertí - 1996).

### 2.1.7 Solução da Equação de Transferência Radiativa: Método das Ordenadas Discretas

Neste trabalho, a ETR será resolvida numericamente pelo Método das Ordenadas Discretas (MOD) aplicado a um volume de controle. Esta técnica de solução da ETR é descrita detalhadamente em Moura *et al.* (1997 e 1998).

A equação 2.20 é do tipo integro-diferencial. Sua solução pelo Método das Ordenadas Discretas é constituída de duas etapas: *i*) uma discretização angular, sendo o termo integral substituído por uma soma das intensidades radiativas. Desta maneira, obtém-se um conjunto de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem; *ii*) uma discretização espacial, considerando um volume de controle, para a solução das equações diferenciais ordinárias.

Considerando-se como condição de contorno faces opacas, espalhadoras em emissão e reflexão, tem-se as intensidades radiativas dadas por:

$$\begin{cases} \tau=0 \rightarrow I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2(1 - \varepsilon_1) \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' + \tau' I_c & \mu_o > \mu > 0 \\ \tau=0 \rightarrow I(0, \mu) = \varepsilon_1 I_b(T_1) + 2(1 - \varepsilon_1) \int_0^1 I(0, -\mu') \mu' d\mu' & \mu > \mu_o \\ \tau=\tau_o \rightarrow I(\tau_o, \mu) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2(1 - \varepsilon_2) \int_0^1 I(\tau_o, \mu') \mu' d\mu' & \mu < 0 \end{cases} \quad (2.21)$$

onde:

$\varepsilon_1$  : emissividade da parede 1

$\varepsilon_2$  : emissividade da parede 2

$\tau_o$  : espessura ótica da face 2

$\tau'$  : transmissividade da face

$\mu_o$  : co-seno do ângulo de divergência do feixe colimado

$T_1$  e  $T_2$  : temperaturas das faces 1 e 2 respectivamente

$I_c$  : intensidade radiativa do feixe colimado incidente

Considerando-se uma função de interpolação linear para o cálculo da variação da intensidade radiativa no interior do volume, obtém-se então, a partir da equação 2.20, uma equação discretizada na seguinte forma:

$$I_{i+1/2,j} = \frac{S_{i+1/2,j} \alpha_j / 2 + I_{i,j}}{1 + \alpha_j / 2} \quad (2.22)$$

sendo

$$\alpha_j = \frac{\Delta \tau_{i+1/2}}{\mu_j} \quad e \quad (2.23)$$

$$S_{i+1/2,j} = (1 - \omega) I_b(T_{i+1/2}) + \frac{\omega}{2\beta} \left[ \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (p_{nj} I_{i+1/2,n} + p_{-nj} I_{i+1/2,-n}) \right] \quad (2.24)$$

onde o índice  $i+1/2$  representa o centro do volume situado entre as faces de índice  $i$  e  $i+1$ . Na equação 2.22  $I_{i,j}$  é um valor conhecido e calcula-se  $I_{i+1/2,j}$  através de várias iterações, atualizando o termo fonte  $S_{i+1/2,j}$ . As ponderações são representadas por  $w_n$  e são associadas as direções  $\mu_n$ ;  $\Delta\tau$  representa a variação da variável ótica,  $p$  representa a função de fase e  $N_d$  representa o número de direções da quadratura.

As condições de contorno são obtidas a partir das equações 2.21:

$$\begin{cases} I(0, \mu_j) = \varepsilon_1 I_b(T_1) - 2(1-\varepsilon_1) \sum_{\mu_n < 0} w_n \mu_n I(0, \mu_n) & \mu_j > 0 \\ I(\tau_o, \mu_j) = \varepsilon_2 I_b(T_2) + 2(1-\varepsilon_2) \sum_{\mu_n > 0} w_n \mu_n I(\tau_o, \mu_n) & \mu_j < 0 \end{cases} \quad (2.25)$$

O fluxo de calor ( $q_R$ ), a radiação incidente ( $G$ ) e o divergente do fluxo radiativo ( $\dot{q}$ ) são definidos como:

$$q_{Ri} = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n \mu_n (I_{i,n} - I_{i,-n}) \quad (2.26)$$

$$G_i = 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \quad (2.27)$$

$$\dot{q}_i = \text{div}(\vec{q}_R) = \sigma_a \left[ 4n^2 I_b - 2\pi \sum_{n=1}^{N_d/2} w_n (I_{i,n} + I_{i,-n}) \right] \quad (2.28)$$

## 2.2 Formulação para Mudança do Índice de Refração

O índice de refração de um material indica a mudança de direção que um feixe de radiação incidente sofre ao atravessar o meio, sendo que para um índice de refração unitário não há desvio.

Um grande número de materiais semitransparentes possui índice de refração não unitário incluindo-se o vidro e o aerogel considerados neste trabalho; nestes casos o índice de refração tem grande influência sobre o perfil de temperatura e sobre o fluxo de calor radiativo ao longo do material.

Considerando-se que as reflexões nas superfícies dependem dos índices de refração, no caso de radiação térmica nas fronteiras, verifica-se que os mesmos influenciam a quantidade de energia externa transmitida para o interior do material assim como a quantidade de energia refletida de volta

para o interior do mesmo; verifica-se ainda que a emissão no interior do material varia com o quadrado do índice de refração ( $n^2$ ).

Nas interfaces tem-se uma grande intensidade de reflexões na superfície interna o que propicia uma redistribuição da energia no interior da camada e torna o perfil de temperatura mais uniforme.

### 2.2.1 Formulação

A seguir apresenta-se a formulação para os materiais dielétricos, não sendo considerados os materiais metálicos já que não são objeto de estudo deste trabalho.

Seja um feixe com intensidade radiativa  $I_{\lambda,1}$ , numa parcela de ângulo sólido  $d\Omega_1$ , percorrendo um meio dielétrico com índice de refração  $n_1$  e que atravessa um segundo meio com índice de refração  $n_2$  (figura 2.13).

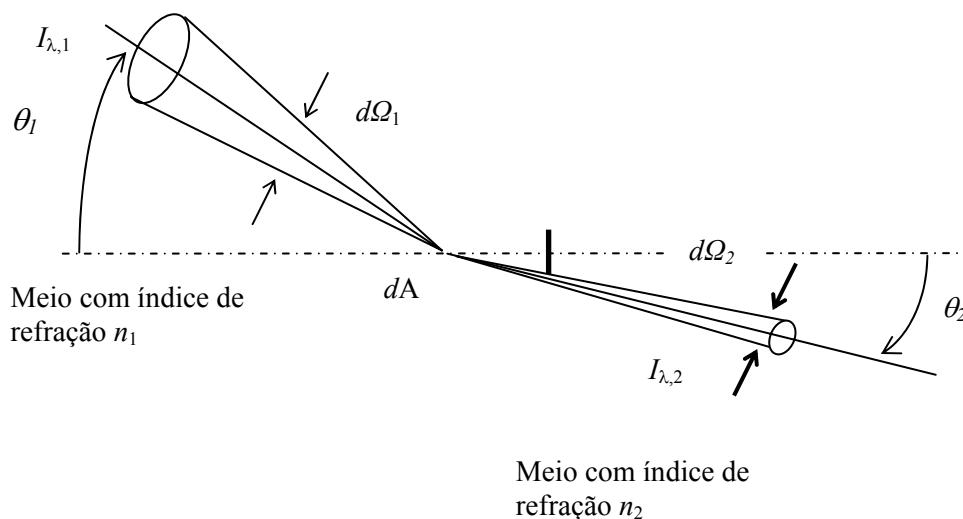


Figura 2.13 - Feixe de radiação de intensidade  $I_{\lambda,1}$ , atravessando uma interface com índices de refração diferentes (Moura - 2002).

A mudança de direção do feixe incidente devido à mudança do índice de refração é dada pela lei de Snell:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{\text{sen } \theta_2}{\text{sen } \theta_1} \quad (2.29)$$

Diferenciando a equação acima com relação ao ângulo  $\theta$ , resulta:

$$n_1 \cos \theta_1 d\theta_1 = n_2 \cos \theta_2 d\theta_2 \quad (2.30)$$

Fazendo-se o balanço de energia na superfície de controle no elemento de área  $dA$  da interface (figura 2.13), (Siegel e Howell - 2002 ) tem-se:

$$I_{\lambda_1}(\lambda_1)[1 - \rho_\lambda(\theta_1)] \cos \theta_1 dA d\Omega_1 d\lambda_1 = I_{\lambda_2}(\lambda_2) \cos \theta_2 dA d\Omega_2 d\lambda_2 \quad (2.31)$$

sendo  $\rho_\lambda(\theta_1)$  a refletividade direcional hemisférica da interface e  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  os comprimentos de onda os meios 1 e 2 respectivamente.

A relação entre  $\lambda_1$  e  $\lambda_2$  é dada pela seguinte expressão (Siegel e Howell, 2002):

$$\lambda_2 = \frac{n_1}{n_2} \lambda_1 \quad (2.32)$$

Partindo-se da equação 2.31 e utilizando-se a relação para ângulo sólido  $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$ , obtém-se:

$$I_{\lambda_1}(\lambda_1)[1 - \rho_\lambda(\theta_1)] \sin \theta_1 \cos \theta_1 dA d\theta_1 d\lambda_1 = I_{\lambda_2}(\lambda_2) \sin \theta_2 \cos \theta_2 dA d\theta_2 d\lambda_2 \quad (2.33)$$

Substituindo a equação acima na equação 2.30, obtém-se:

$$\frac{I_{\lambda_1}(\lambda_1)[1 - \rho_\lambda(\theta_1)] d\lambda_1}{n_1^2} = \frac{I_{\lambda_2}(\lambda_2) d\lambda_2}{n_2^2} \quad (2.34)$$

A refletividade direcional hemisférica  $\rho$  pode ser obtida por sua vez, através das equações de Fresnel sendo função apenas do termo  $n=n_1/n_2$  e do ângulo de incidência na interface ( $\theta$ ). Assumindo-se a hipótese que a reflexão seja uma ponderação média entre as duas componentes da luz, tem-se (Brewster – 1992):

$$\rho = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} - \cos \theta}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} + \cos \theta} \right)^2 + \left( \frac{n^2 \cos \theta - \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}}{n^2 \cos \theta + \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta}} \right)^2 \right] \quad (2.35)$$

ou em termos da transmissão, a partir da equação 2.35 (McCluney - 1994 e Brewster - 1992) resulta:

$$\tau' = (1 - \rho) \left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 \quad (2.36)$$

Sendo a intensidade radiativa calculada por (Hottel *et al.* - 1968):

$$\frac{I(\tau_1, \mu)}{I(\tau_1, \mu')} = \frac{I(0, \mu)}{I(0, \mu')} = \frac{[1 - \rho]}{n^2} \quad (2.37)$$

com  $n = n_2/n_1$ .

### 2.3 Transferência de Calor por Condução e Radiação Combinadas

A equação da energia para os processos de radiação e condução simultâneos em um meio participante pode ser escrita da seguinte forma:

$$m c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k \vec{\nabla} T) + Q''' - \vec{\nabla} \cdot \vec{q}_R \quad (2.38)$$

onde:

m : massa específica

$c_p$ : calor específico

k : condutividade térmica

$Q'''$  : geração interna de calor

$q_R$ : fluxo radiativo

Para o caso de um meio unidimensional, plano e com regime permanente e sem geração interna de calor, a equação 2.38 fica reduzida a:

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} - q_R \right) = 0 \quad (2.39)$$

As condições de contorno correspondem às temperaturas nas duas faces:

$$x = 0: T(0) = T_1 \quad (2.40)$$

$$x = L: T(L) = T_2 \quad (2.41)$$

O divergente do fluxo radiativo será obtido pelo Método das Ordenadas Discretas:

$$\frac{dq_R}{dx} = \int_0^\infty \sigma_{av} (4\pi I_{bv} - G_v) dv \quad (2.42)$$

onde

$$G_v = \int_{4\pi} I_v d\Omega \quad (2.43)$$

Introduzindo-se as variáveis e parâmetros adimensionais (Modest - 1993):

$$\xi = \frac{x}{L}, \quad \theta_T = \frac{T}{T_1}, \quad \Psi_R = \frac{q_R}{n^2 \sigma T_1^4}, \quad g = \frac{G}{4n^2 \sigma T_1^4}; \quad (2.44)$$

$$\tau_0 = \beta L, \quad \theta_L = \frac{T_2}{T_1}, \quad N = \frac{k\beta}{4\sigma T_1^3},$$

onde:

$\tau_0$ : espessura ótica do meio

N: parâmetro de relação entre condução e radiação

L: espessura do meio



Reduz-se as equações 2.39 a 2.42 a:

$$\frac{d^2\theta_T}{d\tau^2} = \frac{1}{4N} \frac{d\Psi_R}{d\tau} \quad (2.45)$$

$$\frac{d\Psi_R}{d\tau} = 4(\theta_T^4 - g) \quad (2.46)$$

$$\theta_T(0) = 1 ; \quad \theta_T(\tau_0) = \theta_L \quad (2.47)$$

## 2.4 Discretização da Equação da Difusão

A equação da difusão será também resolvida numericamente pelo Método dos Volumes Finitos.

Considerando-se um problema unidimensional em regime permanente, a equação da difusão pode ser representada pela seguinte expressão:

$$\frac{d}{dx} \left( k \frac{dT}{dx} \right) + \dot{q} = 0 \quad (2.48)$$

Sendo  $\dot{q}$  o divergente do fluxo radiativo e  $k$  a condutividade térmica do meio (função da temperatura).

A discretização da equação 2.48 é feita dividindo-se o meio em volumes justapostos na direção da espessura (eixo  $x$ ). Para cada volume de controle (figura 2.14) são considerados os volumes anterior (W) e posterior (E) utilizando-se sempre como referência os pontos centrais.

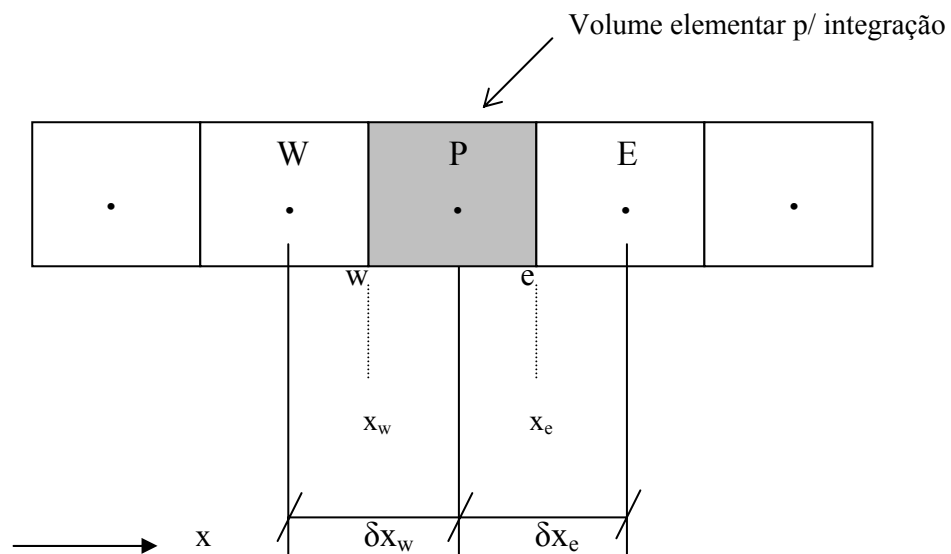


Figura 2.14 - Discretização com volumes finitos.

Sendo  $\Delta x = x_e - x_w$  e integrando o volume de controle entre os limites  $x_w$  e  $x_e$  tem-se:

$$\int_{x_w}^{x_e} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \dot{q} \right] dx = 0 \quad (2.49)$$

$$\left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e - \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (2.50)$$

Utilizando-se uma aproximação de 1ª ordem para as derivadas da temperatura tem-se:

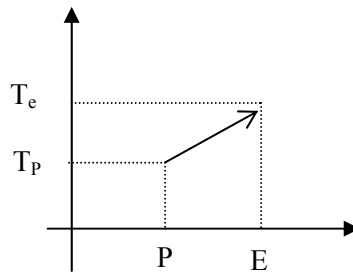


Figura 2.15 – Variação da temperatura entre volumes finitos vizinhos.

$$\left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_e = \frac{T_e - T_p}{\Delta x_e} \quad \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_w = \frac{T_p - T_w}{\Delta x_w} \quad (2.51)$$

Substituindo-se as equações 2.51 nas derivadas da equação 2.50 resulta:

$$k_e \frac{(T_e - T_p)}{\Delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\Delta x_w} + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (2.52)$$

Colocando-se as temperaturas em evidência tem-se:

$$T_p \left( \frac{k_e}{\Delta x_e} + \frac{k_w}{\Delta x_w} \right) = T_e \left( \frac{k_e}{\Delta x_e} \right) + T_w \left( \frac{k_w}{\Delta x_w} \right) + \dot{q} \Delta x \quad (2.53)$$

Ou de outra forma, substituindo-se os termos entre parênteses por coeficientes simplificados resulta a equação:

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + b \quad (2.54)$$

Esta forma de equação será conveniente para a resolução pelo método TDMA descrito na próxima seção.

Assim têm-se os coeficientes das temperaturas (a) e termo independente (b) dados por:

$$a_p = \frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w}$$

$$a_e = \frac{k_e}{\delta x_e}$$

$$a_w = \frac{k_w}{\delta x_w}$$

$$b = \dot{q}\Delta x$$

(2.55)

#### 2.4.1 Obtenção das Equações para as Fronteiras

Além das equações para os volumes internos são necessárias equações especiais para os volumes nas fronteiras. Estes volumes irão carregar as condições de contorno do problema.

##### Face Oeste

A face oeste só possui o volume vizinho da direita como mostra a figura 2.16.

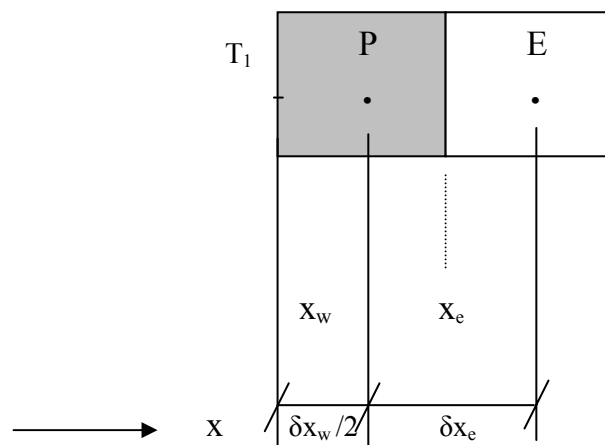


Figura 2.16– Discretização da face oeste

Partindo-se da equação 2.52 e substituindo a temperatura  $T_w$  pela temperatura da face  $T_1$ , tem-se:

$$k_e \frac{(T_e - T_p)}{\delta x_e} - k_w \frac{(T_p - T_1)}{\delta x_w / 2} + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (2.56)$$

Colocando-se as temperaturas em evidência resulta:

$$T_p \left( \frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w / 2} \right) = T_e \left( \frac{k_e}{\delta x_e} \right) + T_1 \left( \frac{k_w}{\delta x_w / 2} \right) + \dot{q} \Delta x \quad (2.57)$$

Ou de outra forma, substituindo-se os termos entre parênteses por coeficientes simplificados:

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + b \quad (2.58)$$

Assim têm-se os coeficientes das temperaturas (a) e termo independente (b) dados por:

$$a_p = \frac{k_e}{\delta x_e} + \frac{k_w}{\delta x_w / 2}$$

$$a_e = \frac{k_e}{\delta x_e}$$

$$a_w = 0$$

$$b = \frac{T_1 k_w}{\delta x_w / 2} + \dot{q} \Delta x \quad (2.59)$$

### Face Leste

A face leste só possui o volume vizinho da esquerda como mostra a figura 2.17.

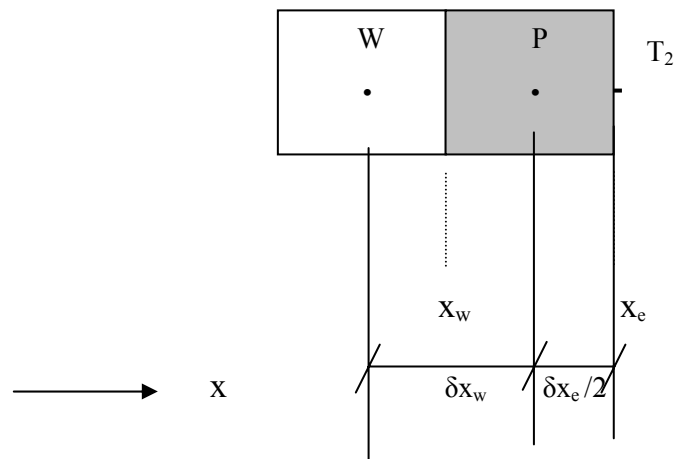


Figura. 2.17 – Discretização da face leste.

Partindo-se da equação 2.52 e substituindo a temperatura  $T_e$  pela temperatura da face  $T_2$ , tem-se:

$$k_e \frac{(T_2 - T_p)}{\delta x_e / 2} - k_w \frac{(T_p - T_w)}{\delta x_w} + \dot{q} \Delta x = 0 \quad (2.60)$$

Colocando-se as temperaturas em evidência resulta:

$$T_p \left( \frac{k_e}{\delta x_e / 2} + \frac{k_w}{\delta x_w} \right) = T_w \left( \frac{k_w}{\delta x_w} \right) + T_2 \left( \frac{k_e}{\delta x_e / 2} \right) + \dot{q} \Delta x \quad (2.61)$$

Ou de outra forma, substituindo-se os termos entre parênteses por coeficientes simplificados obtém-se:

$$a_p T_p = a_e T_e + a_w T_w + b \quad (2.62)$$

Desta forma os coeficientes das temperaturas (a) e termo independente (b) são dados por:

$$a_p = \frac{k_e}{\delta x_e / 2} + \frac{k_w}{\delta x_w}$$

$$a_e = 0$$

$$a_w = \frac{k_w}{\delta x_w} \tag{2.63}$$

$$b = \frac{T_2 k_e}{\delta x_e / 2} + \dot{q} \Delta x$$

## 2.5 Método TDMA (TriDiagonal Matrix Algorithm)

As equações 2.54, 2.58 e 2.62 serão resolvidas pelo algoritmo de Thomas ou método TDMA; é um método linha a linha que, resolve cada linha sendo conhecidas as temperaturas das duas linhas vizinhas. No caso de um problema unidimensional este método é direto, sendo que para problemas bi e tridimensionais é iterativo sendo processado linha a linha e coluna a coluna .

Escrevendo-se esta equação de outra forma, tem-se (Maliska - 2004):

$$A_m T_m + B_m T_{m+1} + C_m T_{m-1} = D_m \tag{2.64}$$

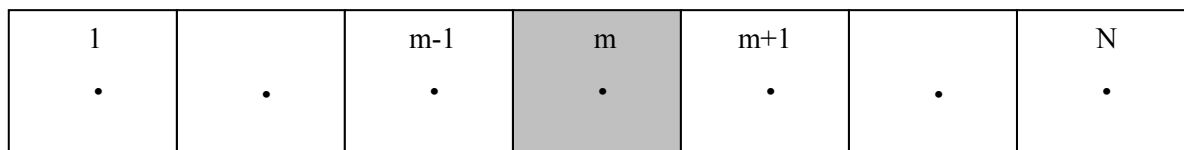


Figura 2.18 - Método TDMA em um problema unidimensional

Considerando-se a célula “m”, sua temperatura pode ser escrita na forma:

$$T_m = P_m T_{m+1} + Q_m \tag{2.65}$$

que será utilizada para correr a linha num sentido e, a partir das condições de contorno, determinar os coeficientes P e Q, e retornar determinando os valores da temperatura. A partir da equação 2.65, baixando-se um índice, pode-se escrever :

$$T_{m-1} = P_{m-1}T_m + Q_{m-1} \quad (2.66)$$

Substituindo-se a equação 2.66 na equação 2.64 e comparando-se o resultado com a equação 2.65 chega-se às seguintes expressões para os coeficientes P e Q:

$$P_m = \frac{-B_m}{A_m + C_m P_{m-1}} \quad (2.67)$$

$$Q_m = \frac{D_m - C_m Q_{m-1}}{A_m + C_m P_{m-1}} \quad (2.68)$$

Os valores de P e Q são calculados através das equações 2.67 e 2.68, depois de conhecidos os valores de  $P_1$  e  $Q_1$ . Para o nosso problema dado pela equação 2.55, quando a marcha for para a direita, conforme mostrado na figura 2.18, tem-se:

$$A_m = a_p \quad B_m = -a_e \quad C_m = -a_w \quad (2.69)$$

e

$$D_m = b_p \quad (2.70)$$

Para a determinação de  $P_1$  e  $Q_1$ , considerando-se o crescimento dos índices para a direita (figura 2.18) e observando-se as equações 2.67 e 2.68, tem-se que a equação aproximada para o volume de fronteira (volume 1) não poderá depender de valores da variável à esquerda; assim,  $C_1$  deverá ser zero, resultando em (Maliska - 2004):

$$P_1 = -\frac{B_1}{A_1} \quad (2.71)$$

$$Q_1 = \frac{D_1}{A_1} \quad (2.72)$$

Analogamente, para o outro volume de fronteira (volume N), sabe-se que a equação aproximada não poderá depender da variável à direita. Logo,  $B_N$  deverá ser zero, pela equação 2.67, o que resulta, pela equação 2.65, em:

$$T_N = Q_N \quad (2.73)$$

O algoritmo para aplicar o método TDMA pode ser resumido por (Maliska - 2004):

- a) estimar o campo de variáveis iniciais;
- b) calcular  $P_1$  e  $Q_1$  através das equações 2.71 e 2.72;
- c) calcular todos os  $P_m$  e  $Q_m$  com “m” de 2 até N usando as equações 2.67 e 2.68;
- d) fazer  $T_N = Q_N$ ;
- e) calcular as variáveis para os pontos N-1 até 1 usando a equação 2.66.



## CAPÍTULO 3 – METODOLOGIA

Neste trabalho a simulação numérica foi adaptada a partir do algoritmo desenvolvido por Moura (1998) para a identificação de propriedades radiativas. Nesta análise utilizou-se somente a parte dita “direta” deste código, sendo desenvolvido neste trabalho o código para a condução de calor em regime permanente acoplado à ETR.

Estudaram-se dois tipos de materiais: o vidro e o aerogel, levando-se em conta as premissas enumeradas abaixo para análise do problema:

- a) Para o aerogel consideraram-se dois casos em relação às direções do espalhamento (função de fase): comportamento isotrópico conforme Siegel e Spuckler (1994a e 1994b) e comportamento anisotrópico (Modelo de Henyey-Greenstein modificado, Moura-1998);
- b) O feixe incidente foi considerado do tipo colimado incidindo perpendicularmente à face;
- c) Foi utilizada a quadratura de Radau modificada para determinar a distribuição das intensidades radiativas no caso do vidro e a quadratura de Nicolau para o caso do aerogel (Moura – 1998);
- d) A malha utilizada para divisão da espessura do meio foi a malha regular onde todos os volumes possuem a mesma dimensão  $\Delta x$ ; existe a possibilidade de utilização de outras malhas não-regulares que propiciam um refinamento maior em uma determinada região, como por exemplo a malha de Tchebycheff que refina as regiões próximas das extremidades;
- e) A variação da intensidade do feixe ao longo do volume foi considerada linear;
- f) Os índices de refração foram considerados constantes com a temperatura, tendo sido adotados valores médios;
- g) No caso do vidro o coeficiente de condutividade térmica no processo de condução foi considerado variável com a temperatura em algumas simulações ( $k = 1,14 + 6,24 \times 10^{-4} T$  [W/mK]) (LACROIX *et al.* - 2002) e constante em outras por questão de simplificação na dedução das fórmulas do modelo. No caso do aerogel a condutividade térmica foi considerada constante, também por questão de simplificação.

As simulações numéricas foram divididas em cinco casos:

- condução em regime permanente com geração interna de calor;
- condução e radiação acoplados para o caso de um meio sem espalhamento (Vidro) entre placas negras e  $n=1$ ;
- condução e radiação acoplados para o caso de um meio com espalhamento entre placas negras e  $n=1$ ;
- condução e radiação acoplados para o caso de um meio sem espalhamento (Vidro) com feixe incidente e  $n>1$ ;

- condução e radiação acoplados para o caso de um meio com espalhamento (Aerogel) com feixe incidente e  $n > 1$ .

Os três primeiros casos têm o objetivo principal de validar o código numérico comparando os resultados com a bibliografia já existente. No primeiro caso os resultados numéricos são comparados com a solução analítica do problema de condução conforme Holman (1983) e Incropera (1996). No segundo e terceiro casos de simulação os resultados obtidos são comparados com Nicolau (1994) que apresenta os resultados numéricos das distribuições de temperatura e fluxos radiativos para os casos de materiais semitransparentes com e sem espalhamento; no segundo caso ainda, para materiais sem espalhamento os resultados são também comparados com Modest (1993) que apresenta a solução analítica da distribuição de temperatura para vários valores do parâmetro de acoplamento  $N$ .

Neste trabalho foram estudados três materiais com propriedades físicas distintas: vidro comercial flutado e aerogel com massa específica  $m=5 \text{ kg/m}^3$  e emissividades  $\epsilon=0,04$  e  $\epsilon=0,74$  (tabela 3.1). Todas as propriedades da tabela 3.1 referem-se a uma temperatura média de 300K. As temperaturas das faces para cada caso de simulação foram calculadas a partir dos valores de  $N$  e  $\tau$ , mantidos fixas as demais grandezas ( $\omega$ ,  $\beta$ ,  $k$ ,  $n$ ).

Tabela 3.1 – propriedades físicas dos materiais considerados nas simulações.

Materiais	Albedo ( $\omega$ )	Coef. extinção ( $\beta$ ) [ $\text{m}^{-1}$ ]	Condutividade térmica ( $k$ ) [W/mK]	Índice de refração ( $n$ )
Vidro flutado	0	50 [1]	1,5 [2]	2 [3]
Aerogel 1 [4]	0,90	10	1,5	2
Aerogel 2 [4]	0,90	10	0,8	2

[1] Nicolau – 2001 [2] Brewster, 2002 [3] McCluney - 1994 [4] Heinemann *et al.* - 1996

O critério de convergência adotado foi o de uma variação menor que  $10^{-10}$  K para duas iterações sucessivas para o perfil de temperatura ( $tep$ ); para se evitar a divergência foi inserida no programa uma relaxação para o divergente do fluxo radiativo ( $\dot{q}$ ), onde apenas uma parcela da iteração anterior era incorporada à iteração atual.

### 3.1 Algoritmo

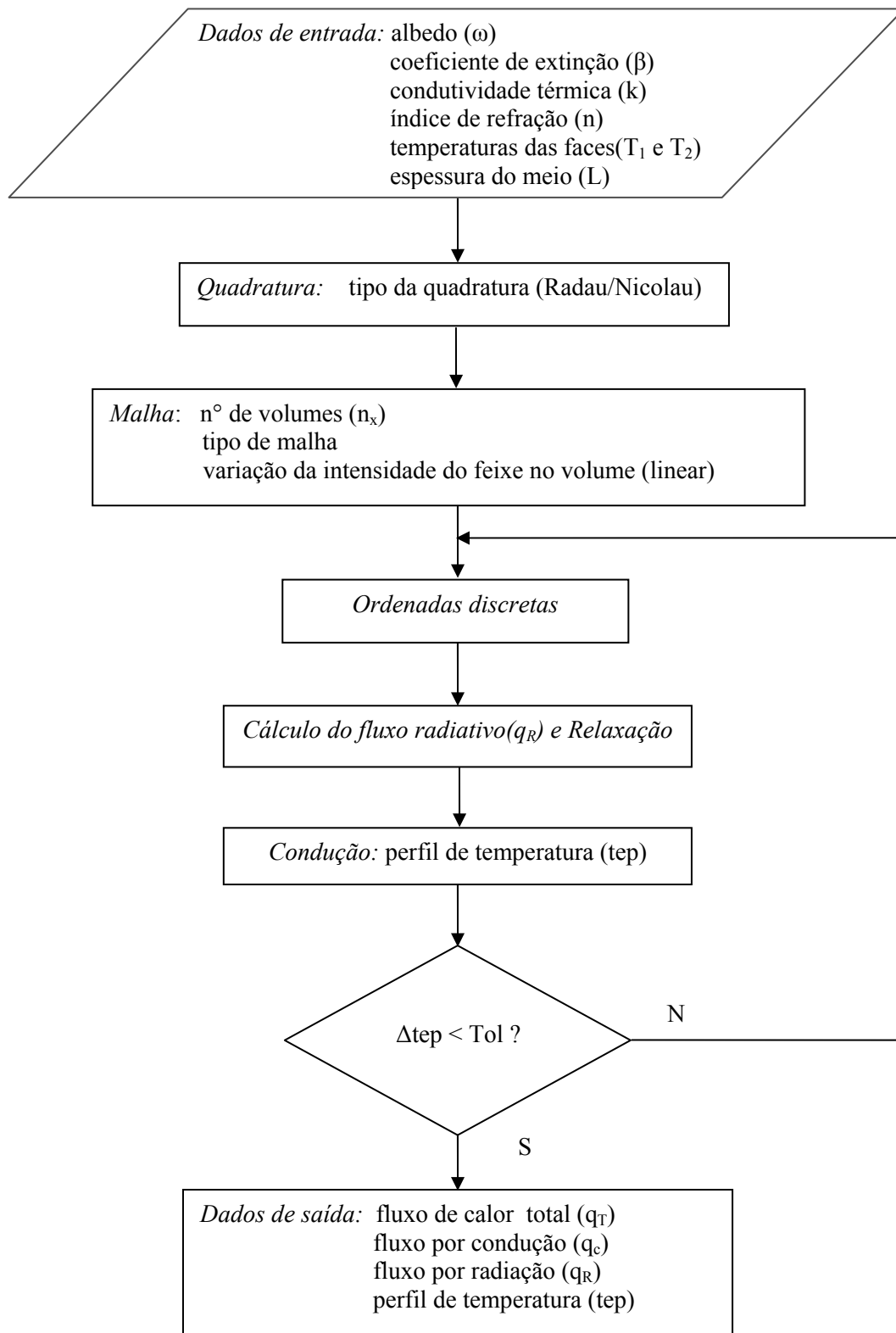


Figura 3.1 - Fluxograma do programa Fortran.

## CAPÍTULO 4 – RESULTADOS OBTIDOS E DISCUSSÃO

### 4.1 Simulação da Condução em Regime Permanente com Geração Interna de Calor

Para a validação do código de condução propõe-se um problema clássico analítico e que poderá ser comparado com a solução numérica.

Para o caso de parede plana com condução unidimensional, geração interna de calor uniforme e propriedades constantes, tem-se (Holman – 1983):

$$\frac{d^2T}{dx^2} + \frac{Q'''}{k} = 0 \quad (4.1)$$

Considerando-se as condições de contorno:

$$T = T_p \text{ em } x=0 \text{ e } x=L$$

sendo  $T_p$  a temperatura das faces, a equação da condução resulta:

$$T(x) = -\frac{Q'''}{2k}x^2 + \frac{Q'''L}{2k}x + T_p \quad (4.2)$$

Substituindo-se os valores adotados para o problema, tem-se:

#### a) Vidro

$$k = 1,15 \text{ W/mK} \quad (k = 1,14 + 6,24 \cdot 10^{-4} T) \text{ (LACROIX } et al. - 2002)$$

$$T_p = 20^\circ\text{C}$$

$$L = 0,02 \text{ m}$$

$$Q''' = 10^5 \text{ W/m}^3$$

Da equação 4.2 para  $x = L/2$  resulta:  $T_{L/2} = 24,35^\circ\text{C}$

#### b) Aerogel 2

$$k = 0,8 \text{ W/mK} \quad (\text{HEINEMANN } et al. - 1996) \text{ (m=5 kg/m}^3 \text{ a vácuo)}$$

$$T_p = 20^\circ\text{C}$$

$$L = 0,02 \text{ m}$$

$$Q''' = 10^5 \text{ W/m}^3$$

Da equação 4.2 para  $x = L/2$  resulta  $T_{L/2} = 26,25^\circ\text{C}$

As figuras 4.1 e 4.2 mostram um erro muito pequeno ( $< 0,05\%$ ) entre a distribuição obtida pelo método numérico (TDMA) e analítico utilizados, tendo sido adotada a discretização com 40 volumes.

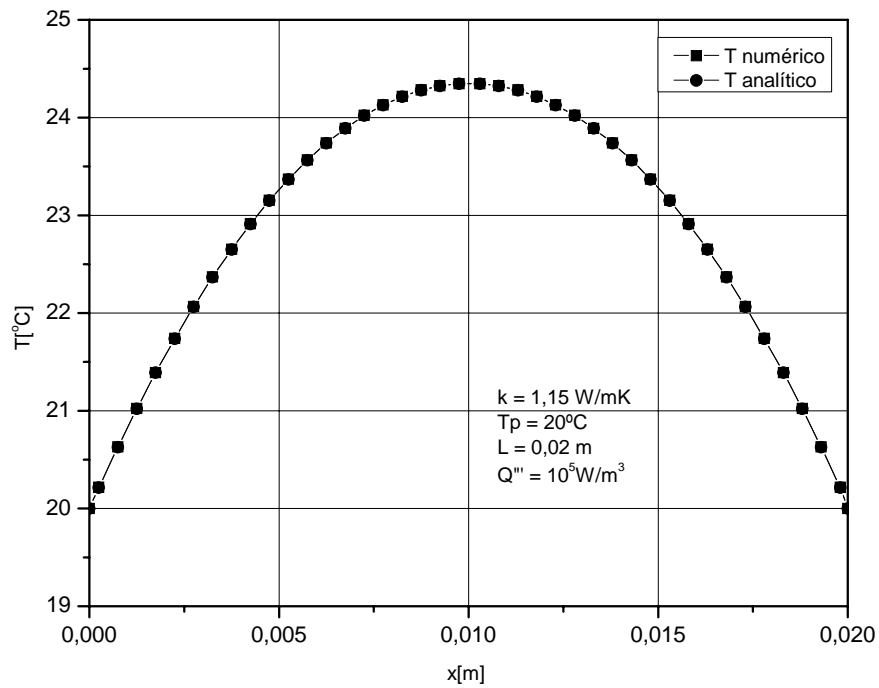


Figura 4.1 - Perfil de temperatura em uma placa de vidro com espessura  $L = 0,02$  m e com geração interna de calor constante  $Q''' = 10^5$  W/m<sup>3</sup>.

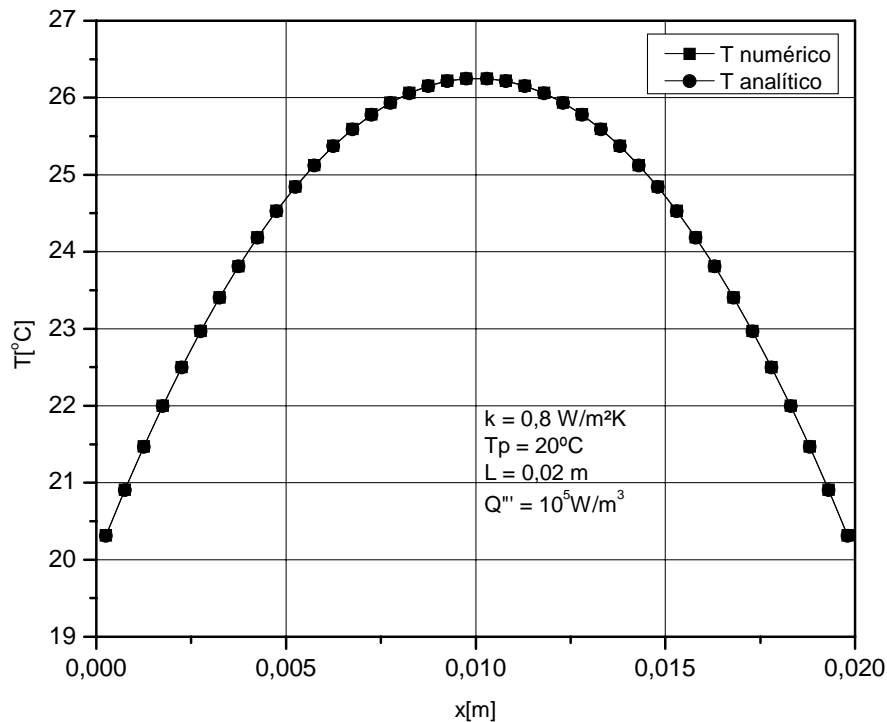


Figura 4.2 – Perfil de temperatura em uma placa de aerogel 2 com espessura  $L = 0,02 \text{ m}$  e com geração interna de calor constante  $Q''' = 10^5 \text{ W/m}^3$ .

Conforme se esperava a distribuição da temperatura ao longo da espessura da lâmina é parabólica tendo-se a temperatura máxima no plano médio ( $x = L/2$ ). Observa-se a diferença de temperatura no plano médio entre o vidro e o aerogel devido à diferença de condutividade térmica, resultando uma temperatura mais alta para o aerogel (7,8%).

#### 4.2 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio sem Difusão entre Placas Negras ( $n=1$ ; $k=1,5 \text{ W/mK}$ )

Neste caso enquadram-se os materiais como o vidro que apresentam apenas absorção, não tendo espalhamento e nem emissão, e condutividade térmica constante com a temperatura; nas faces tem-se placas negras (emissividade=1) e relação de temperaturas  $T_2/T_1=0,5$ .

A figura 4.3 apresenta a variação da temperatura adimensional ao longo da espessura do material para diferentes valores do parâmetro  $N$  e espessura óptica unitária ( $\tau_0 = 1$ ). Para  $N=0$  não há condução e observa-se que o perfil de temperatura é descontínuo nas paredes; para valores de  $N$  baixos ( $N=0,01$ ) o perfil de temperatura é semelhante, mudando apenas próximo das paredes onde se aproxima rapidamente das temperaturas das faces. À medida que o  $N$  aumenta o efeito da condução também aumenta até que o perfil de temperatura torna-se linear, com temperaturas mais baixas em

quase toda a extensão do meio. Estes resultados são semelhantes àqueles apresentados por Modest (1993), validando o acoplamento condução/radiação realizado pelo código.

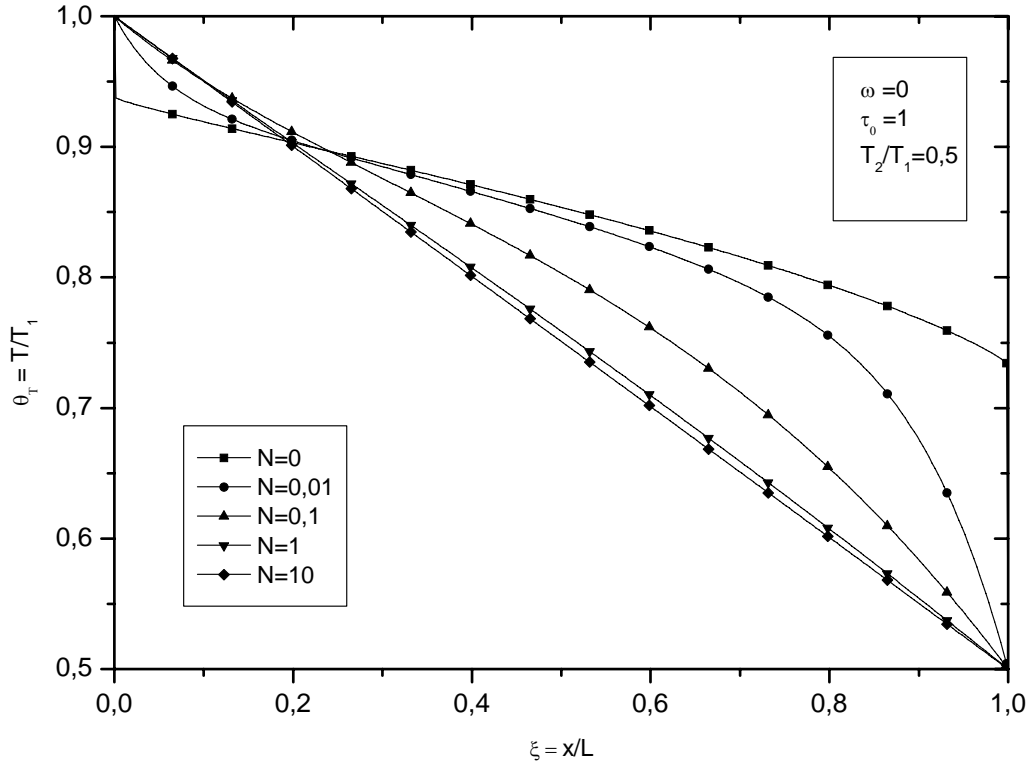


Figura 4.3 – Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados com  $\omega=0$ ,  $\tau_0=1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

Na figura 4.4 tem-se os mesmos resultados, contudo para um meio mais espesso, sendo a espessura ótica  $\tau_0=10$ . Para  $N=10$  observa-se uma curva praticamente retilínea. À medida que o  $N$  decresce as curvas afastam-se desta reta com temperaturas mais altas. Para  $N=0$  os degraus de temperatura junto às paredes são menores em relação ao caso da figura 4.3 contudo ainda existem. Os resultados encontrados são semelhantes àqueles apresentados por Nicolau (1994).

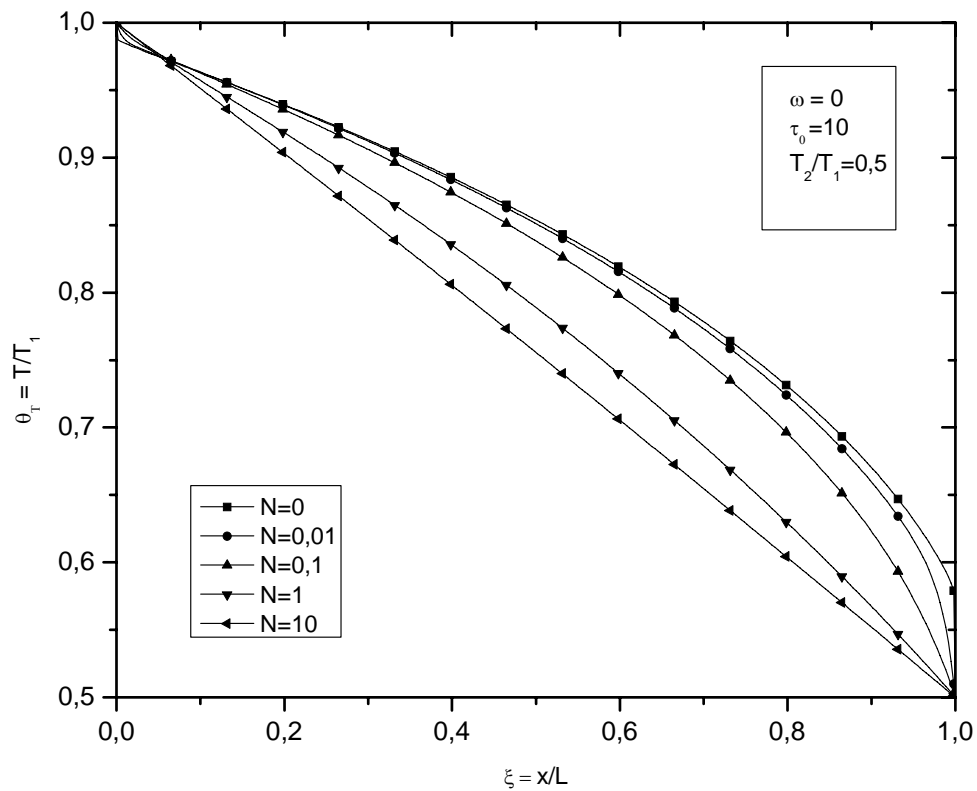


Figura 4.4 – Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acopladas para diferentes valores de  $N$ , com  $\omega=0$ ,  $\tau_0=10$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

A figura 4.5 apresenta as curvas de temperatura e fluxos ainda considerando um meio sem espalhamento e  $N=0,1$ . O fluxo por condução tem o seu valor mínimo para  $x/L=0,3$  onde o fluxo por radiação apresenta o seu valor máximo confirmando a condição imposta ao problema de soma constante dos dois fluxos ao longo do meio. Também se confirma a menor contribuição da condução em relação à radiação para este valor de  $N$ .

Também neste caso os resultados são semelhantes àqueles apresentados por Nicolau (1994).



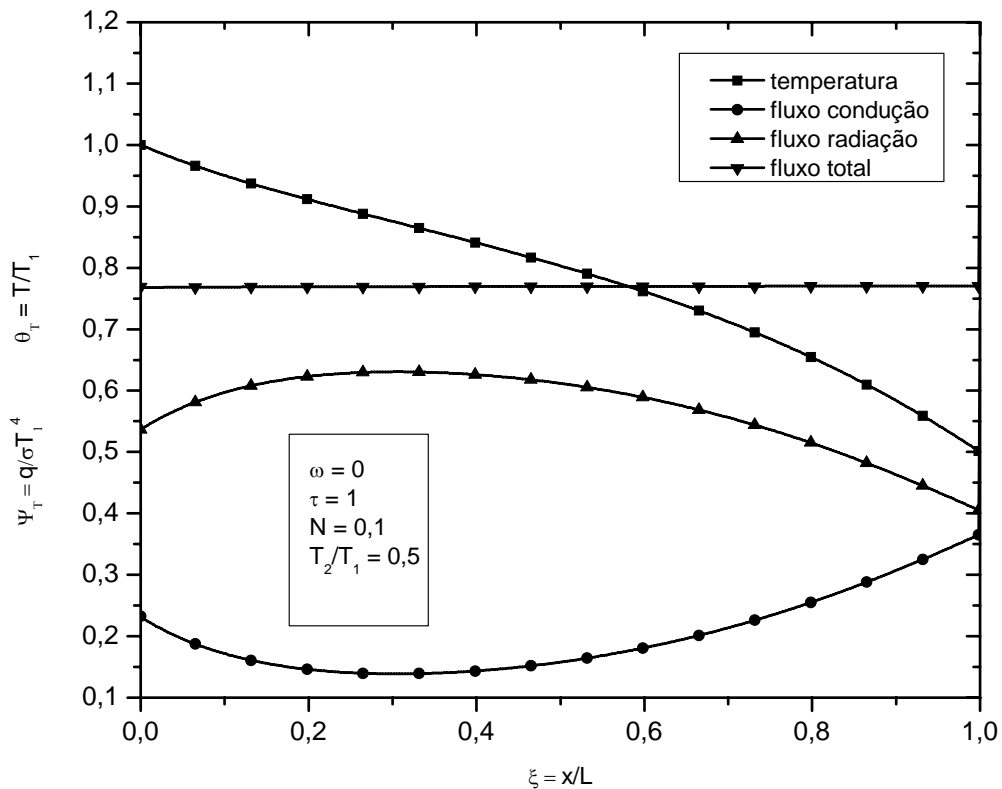


Figura 4.5 – Distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e radiação acopladas com  $\omega=0$ ,  $\tau_0 = 1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

A figura 4.6 apresenta o tempo de processamento para o cálculo do perfil de temperatura e fluxos de calor utilizando-se um computador PC Celeron . Para  $N=0$  têm-se tempos menores já que neste caso não há condução e há menos iterações no programa conforme apresentado na figura 3.1. Para  $N=0,1$  têm-se os processos de transferência de calor por radiação e condução acoplados o que faz aumentar o tempo de processamento. Neste caso também se verifica um aumento mais acentuado do tempo com o aumento do número de volumes utilizados no cálculo.

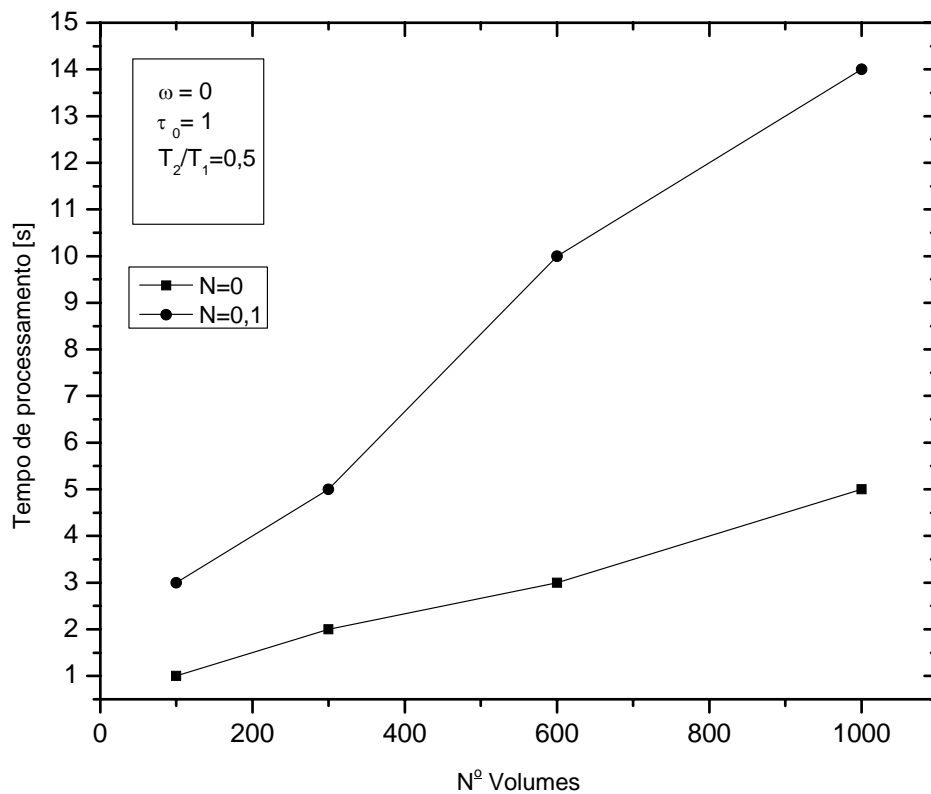


Figura 4.6 – Tempo de processamento para o cálculo da distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e radiação acoplados com  $\omega=0$ ,  $\tau_0=1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

A figura 4.7 mostra as curvas de temperatura para diferentes valores do parâmetro  $N$  e espessura ótica unitária ( $\tau_0=1$ ) considerando dois casos: o caso do coeficiente de condutividade térmica ( $k$ ) ser constante como já apresentado na figura 4.3 e o caso do mesmo ser uma função linear da temperatura conforme a equação  $k=1,4+6.24 \times 10^{-4} \cdot T$  (Lacroix – 2002) para vidros flutados. Verifica-se que para todos os valores de  $N$  a diferença devido ao  $k$  variável não ultrapassa 2% sendo ligeiramente maior para os casos de  $N=0,01$  e  $N=10$ . Para  $N=0$  o  $k$  não tem influência já que existe apenas radiação.

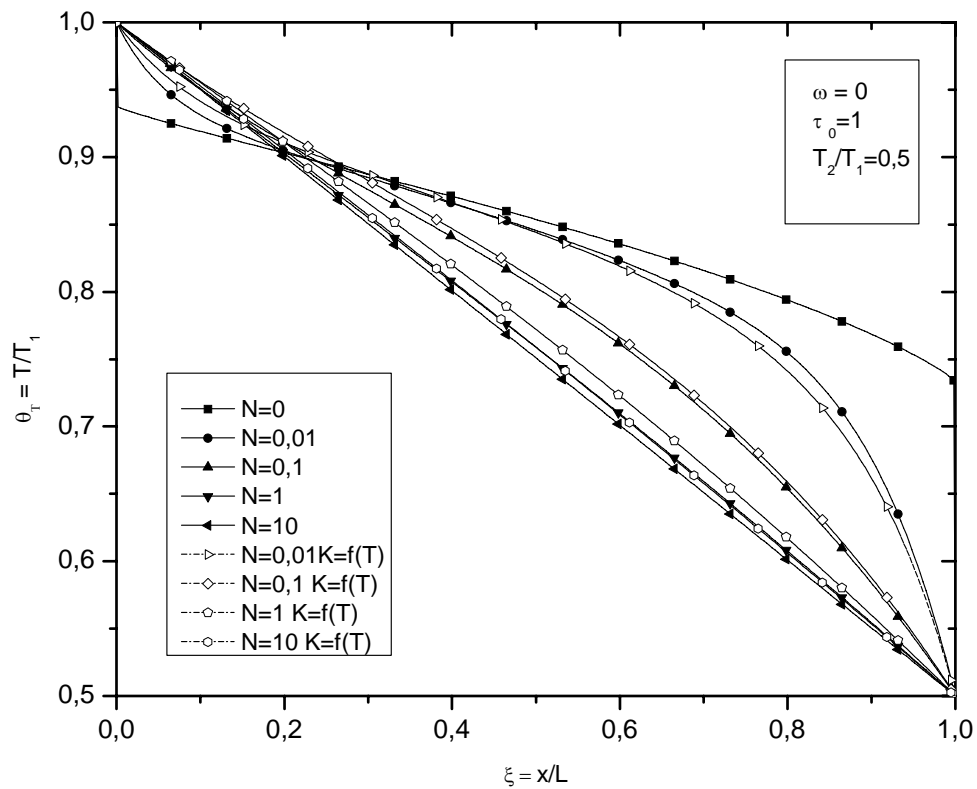


Figura 4.7 – Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados com  $k=f(T)$ ,  $\omega=0$ ,  $\tau_0 =1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

A figura 4.8 apresenta o efeito da variação do número de volumes de controle na curva do fluxo de calor total ( $\Psi_T$ ). Para 10 volumes verifica-se um grande desvio da curva em especial próximo das faces. À medida que o número de volumes aumenta este efeito vai diminuindo, sendo que acima de 300 volumes  $\Psi_T$  torna-se constante.

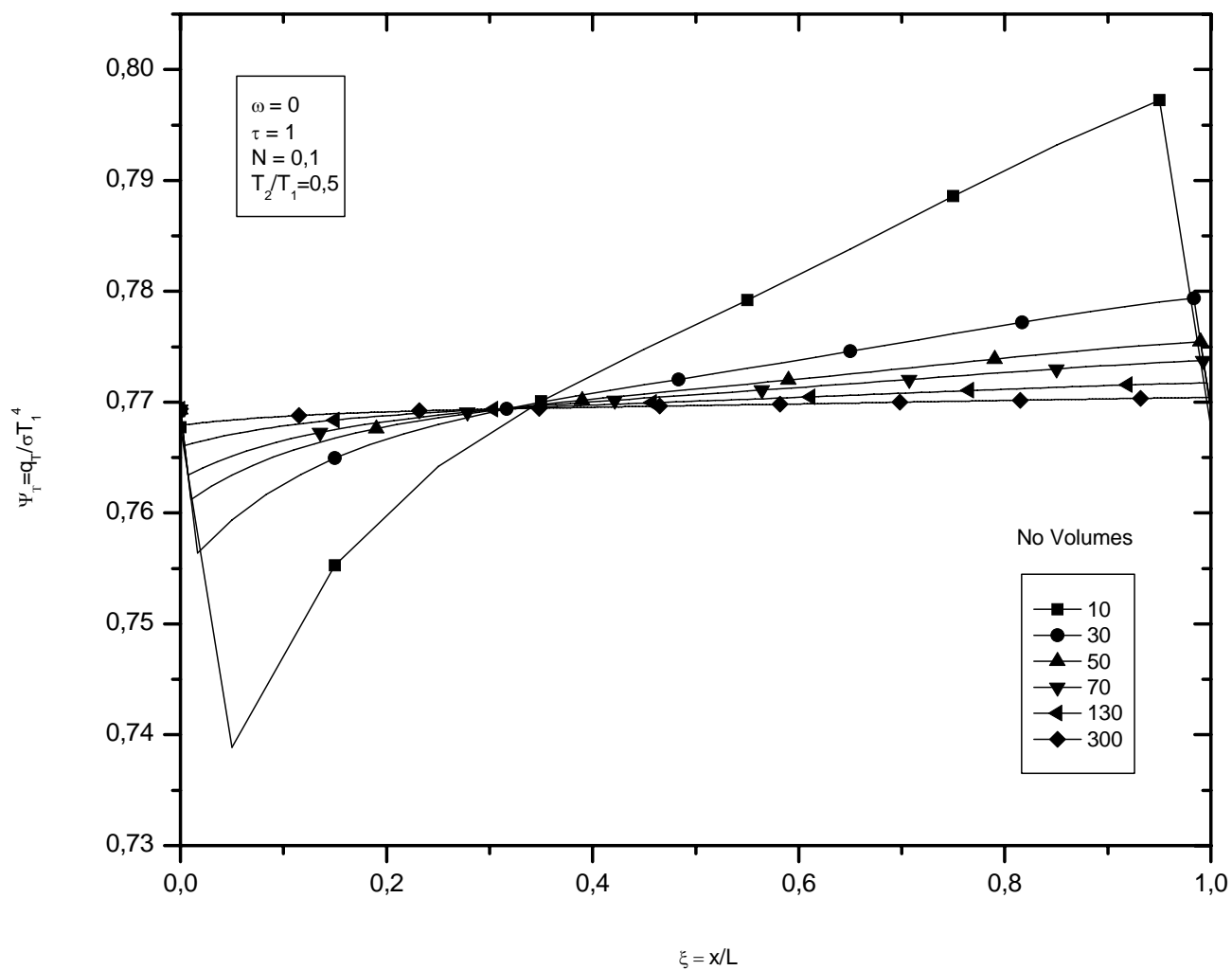


Figura 4.8 – Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para diferentes quantidades de volumes de controle, com  $N=0,1$ ,  $\omega=0$ ,  $\tau_0=1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

### 4.3 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio com Espalhamento Isotrópico entre Placas Negras ( $n=1$ , $k=1,5$ W/mK)

Neste caso enquadram-se alguns materiais semelhantes ao aerogel porém com índice de refração unitário.

A figura 4.9 apresenta os perfis de temperatura para vários albedos ( $\omega$ ). Verifica-se que à medida que o valor do albedo cresce, ou seja que o espalhamento fica maior, a curva tende à forma linear. No caso de  $\omega=0$  a curva é a mesma já apresentada na figura 4.3. Para  $\omega=1$  a absorção da radiação pelo meio é nula o que torna o perfil de temperatura linear pois é regido apenas pela condução.

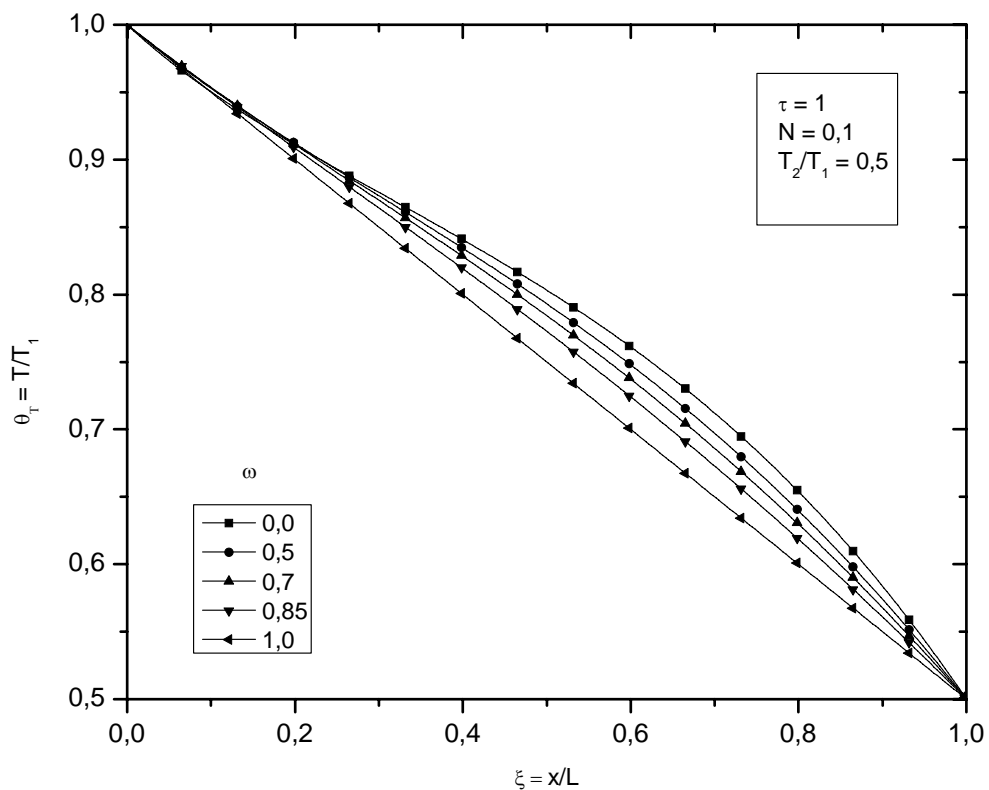


Figura 4.9 – Distribuição de temperatura adimensional para vários albedos,  $\tau=1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

Na figura 4.10 são apresentadas as curvas dos fluxos de calor para o caso de um meio com praticamente apenas espalhamento, com pouca absorção ( $\omega=0,98$ ). Verifica-se que os fluxos são constantes e o perfil de temperatura é praticamente linear uma vez que há pouca interação entre trocas por radiação e o meio. Verifica-se ainda a menor parcela do fluxo por condução em relação ao fluxo

total em concordância com o  $N$  adotado. Estes resultados assim com os da figura 4.9 são confirmados pelas análises feitas por Nicolau (1994).

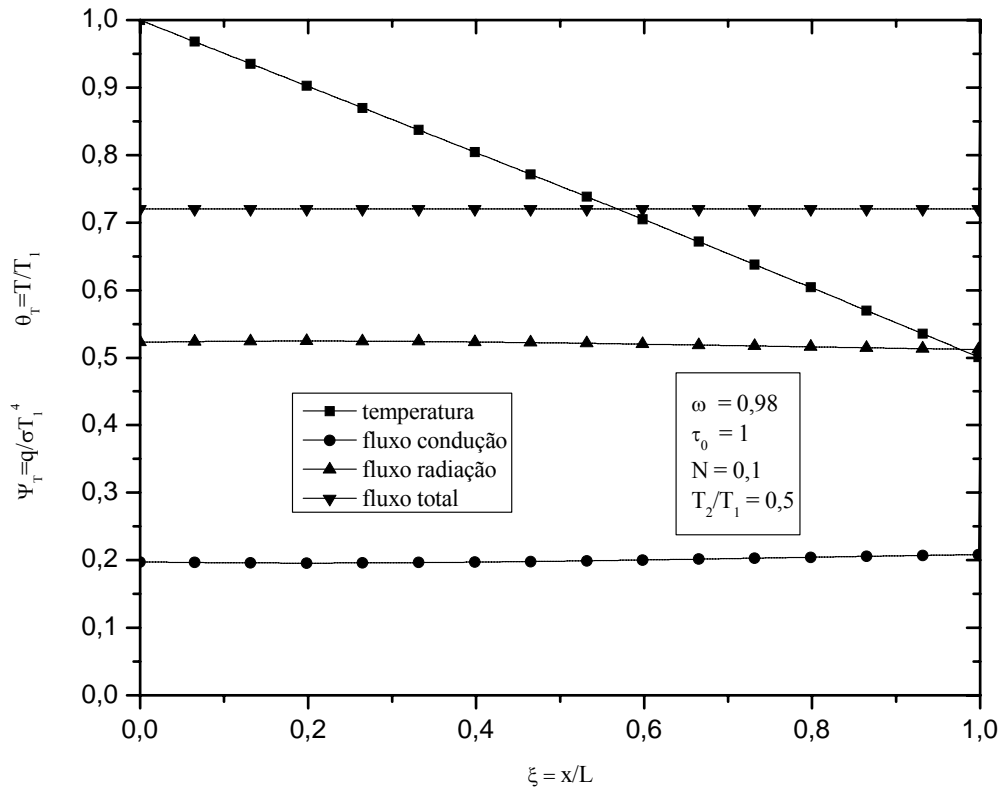


Figura 4.10 - Distribuição de temperatura adimensional e fluxos de calor para condução e radiação acopladas com  $\omega=0,98$ ,  $\tau_0=1$ ,  $N=0,1$ , placas negras nas faces e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .

#### 4.4 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio sem Espalhamento (Vidro) com Feixe Incidente e $n>1$

A figura 4.11 apresenta a distribuição de temperatura para várias espessuras óticas e albedo nulo. Observa-se que para todas as curvas existe uma variação maior da curvatura próximo da face de incidência da radiação, ficando mais suave ao longo da espessura para a direita. No caso de  $\tau_0=1$  esta variação da curvatura é mais acentuada, onde a influência da radiação é maior já que o material não é óticamente delgado nem tão pouco espesso. O mesmo comportamento da curva para  $\tau_0=1$  foi encontrado por Siegel e Spuckler (1994a) num estudo semelhante para feixe de radiação incidente nas duas faces.

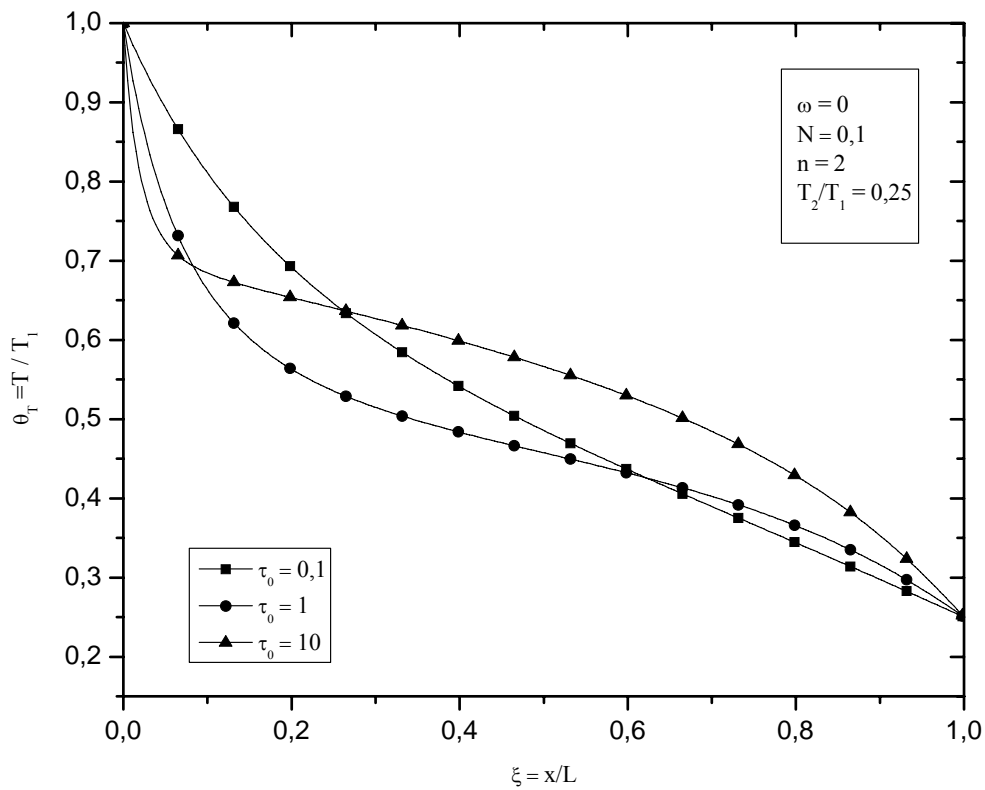


Figura 4.11- Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$ .

Na figura 4.12 tem-se as curvas de fluxo total ao longo da espessura. Analogamente aos perfis de temperatura da figura 4.11 verifica-se que no lado da incidência da radiação a variação das curvaturas é maior ficando constante a partir da posição  $x/L=0,07$  aproximadamente, sendo que a maior variação de curvatura foi verificada para  $\tau_0=10$ ; Após este ponto existe pouca diferença nos valores do fluxo total entre as curvas.

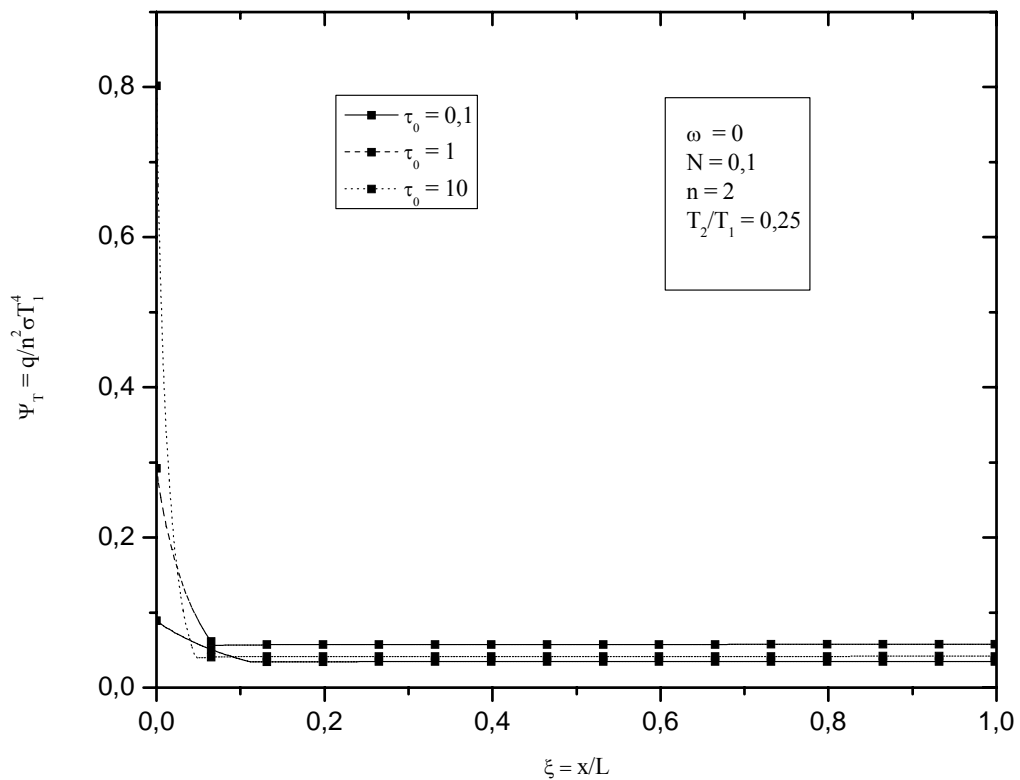


Figura 4.12 – Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$ .

#### 4.5 Simulação da Condução e Radiação Acoplados para o Caso de um Meio com Espalhamento (Aerogel 1) com Feixe Incidente e $n>1$ ( $k=1,5$ )

A figura 4.13 apresenta as curvas de temperatura para vários casos de espessura ótica e albedo de 0,9. Comparando-se com as curvas da figura 4.11 onde o espalhamento é nulo, verifica-se que o espalhamento (isotrópico) causa uma diminuição da variação da curvatura. No caso de  $\tau_0=0,1$  a curva é praticamente linear.



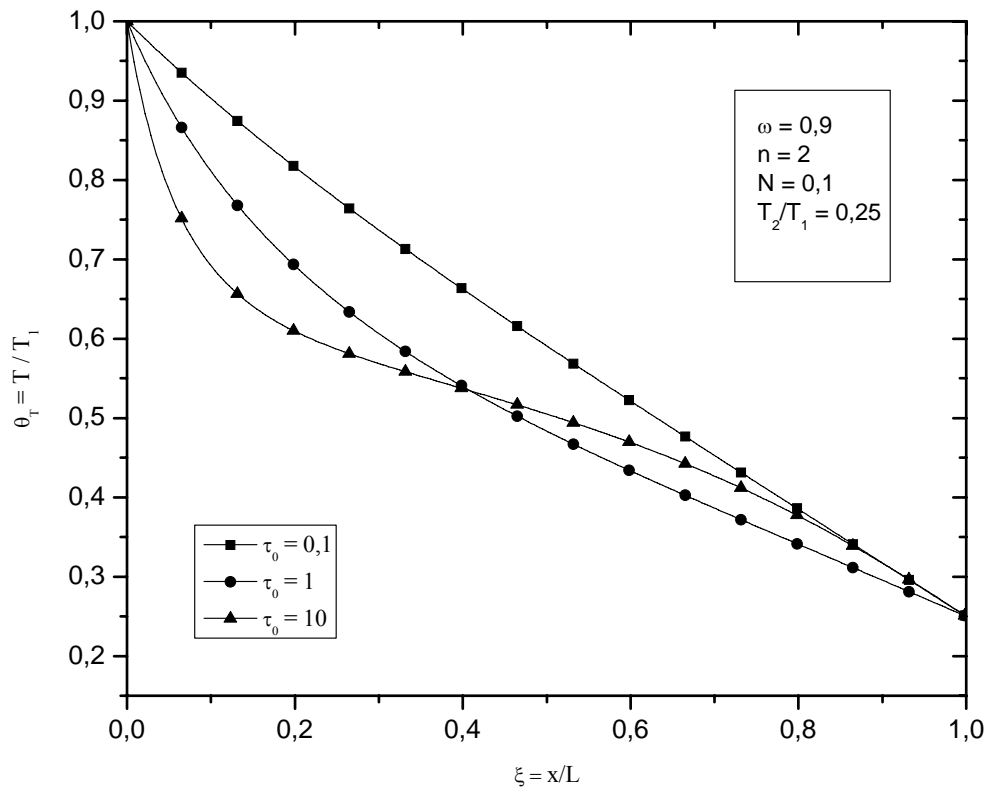


Figura 4.13 - Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$  e espalhamento isotrópico.

A figura 4.14 mostra as curvas de fluxo total para o caso de albedo não nulo ( $\omega=0,9$ ). No lado da face de incidência as curvas apresentam maior variação de curvatura em relação às curvas da figura 4.12 para albedo nulo, sendo que os fluxos ficam constantes a partir da posição  $x/L=0,13$  aproximadamente. A partir deste ponto os valores de fluxo são também ligeiramente inferiores em relação àqueles com albedo nulo.

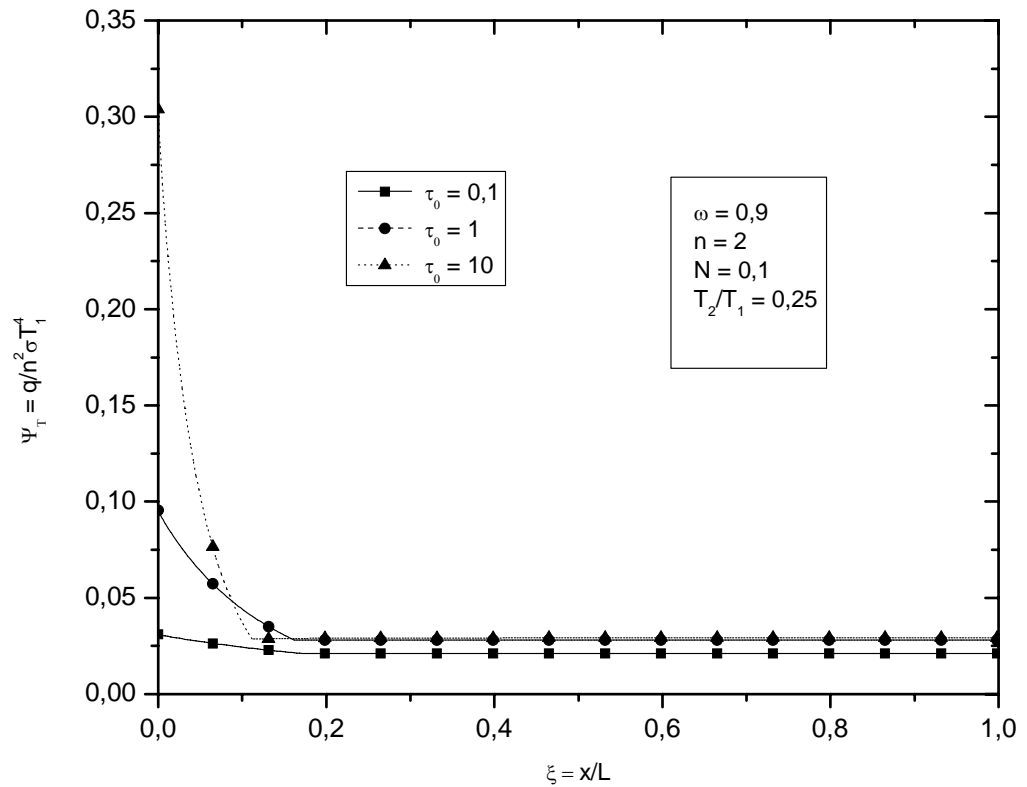


Figura 4.14 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$  e espalhamento isotrópico.

A figura 4.16 apresenta os perfis de temperatura para o caso de espalhamento anisotrópico. Utilizou-se o modelo de Henyey-Greenstein Modificado (Moura-1998)(figura 4.15) para a função de fase ( $p$ ):

$$p(\mu', \mu) = f_1 f_2 p_{HG, g_1}(\mu', \mu) + (1 - f_1) f_2 p_{HG, g_2}(\mu', \mu) + (1 - f_2) \quad (4.3)$$

Sendo  $p_{HG}$  o modelo de Henyey-Greenstein para a função de fase e os parâmetros  $f_1 = 0,90$ ,  $f_2 = 0,95$ ,  $g_1 = 0,84$  e  $g_2 = 0,60$ .

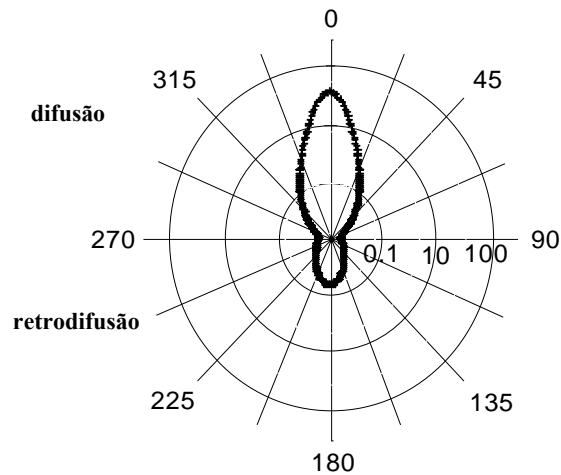


Figura 4.15 - Função de fase ( $f1=0.9$ ,  $g1=0.84$ ,  $f2=0.95$ ,  $g2=-0.6$ ).

Comparando-se os resultados obtidos com a figura 4.13 onde considerou-se o espalhamento como isotrópico, verifica-se uma diferença da ordem de 10% para as espessuras óticas  $\tau_0 = 1$  e  $\tau_0 = 10$  e da ordem de 4% para  $\tau_0 = 0,1$ .

Analogamente, a figura 4.17 apresenta as curvas do fluxo total adimensional considerando-se o espalhamento como anisotrópico. Comparando-se com os resultados obtidos na figura 4.14 para o caso de espalhamento isotrópico resulta uma diferença da ordem de 41,5% (parte constante da curva) para a espessura ótica  $\tau_0 = 0,1$ , 27% para  $\tau_0 = 1$  e de cerca de 4,7% para a espessura ótica  $\tau_0 = 10$ .

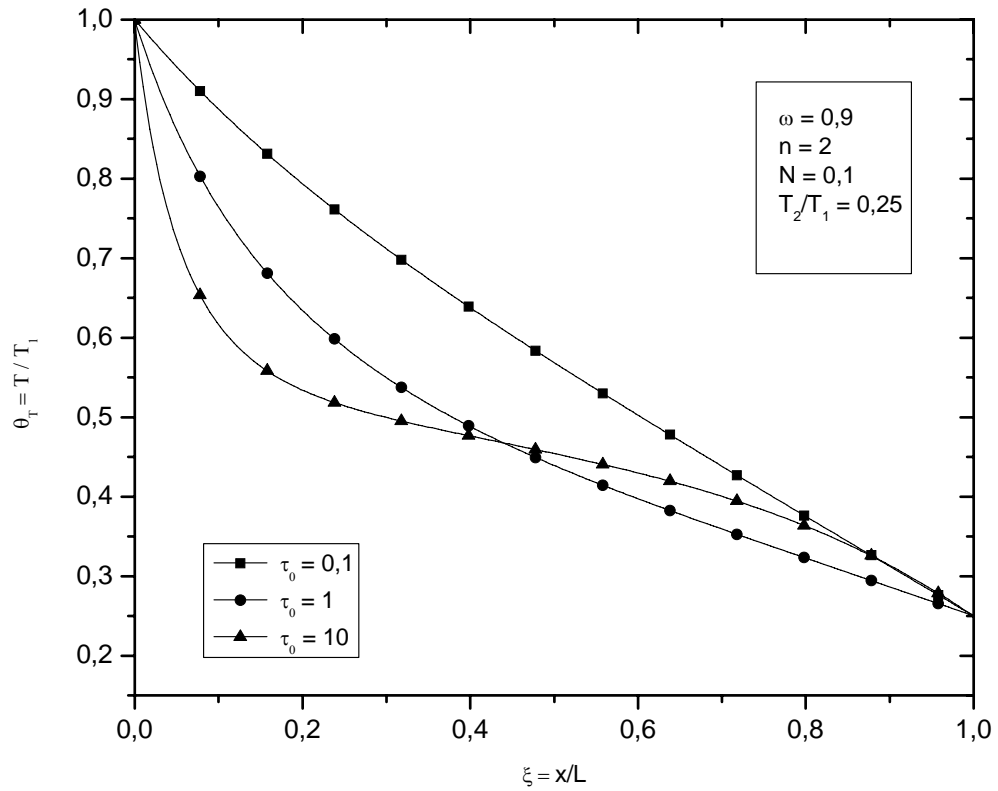


Figura 4.16 – Distribuição de temperatura adimensional para condução e radiação acopladas para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$  e espalhamento anisotrópico.

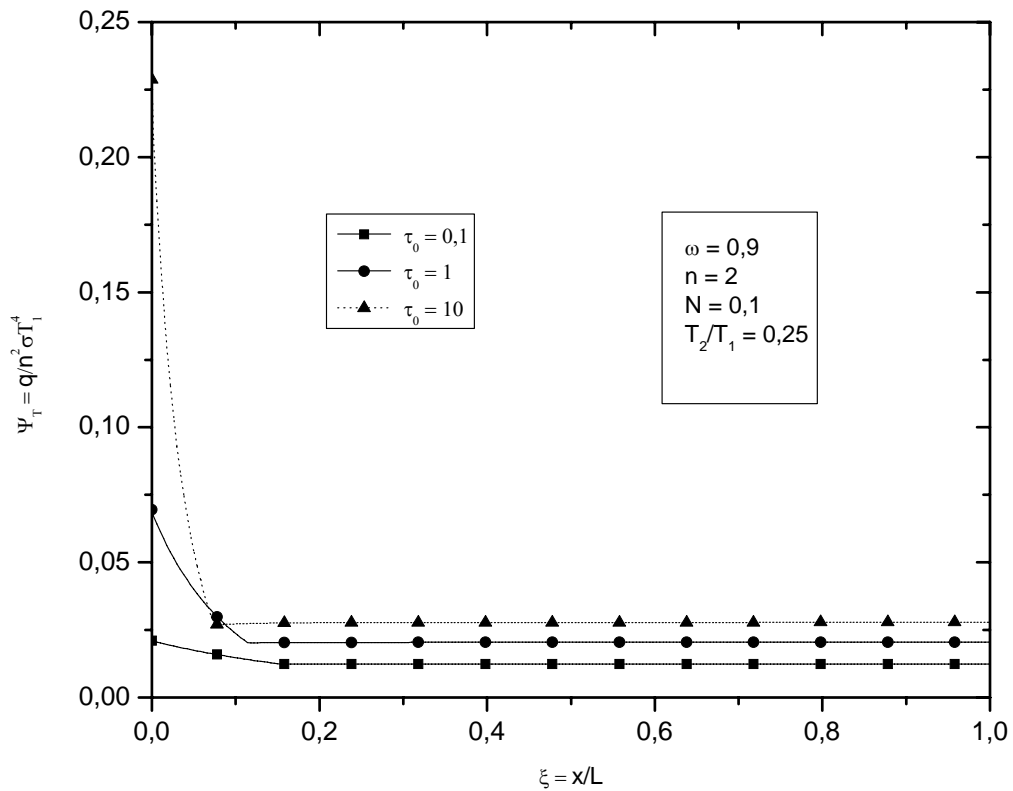


Figura 4.17 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados para várias espessuras óticas ( $\tau_0$ ), com  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ , feixe de radiação incidente normal, relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$  e espalhamento anisotrópico.

Na figura 4.18 mostra-se a variação do fluxo total na posição central do meio em função do índice de refração para os casos de albedo nulo e não nulo ( $\omega=0,9$ ); o parâmetro de acoplamento utilizado neste caso é dado por  $N=k/\sigma T_1^3 L$ . Para os dois casos à medida que o índice de refração aumenta, o fluxo diminui com comportamento bastante semelhante, mostrando que o espalhamento neste caso tem pouca influência sobre o comportamento da curva, apenas fazendo diminuir o patamar dos valores. Estes resultados são semelhantes aos obtidos por Siegel e Spuckler (1993) onde se estudou uma amostra com várias subcamadas, cada uma delas com um índice de refração próprio.

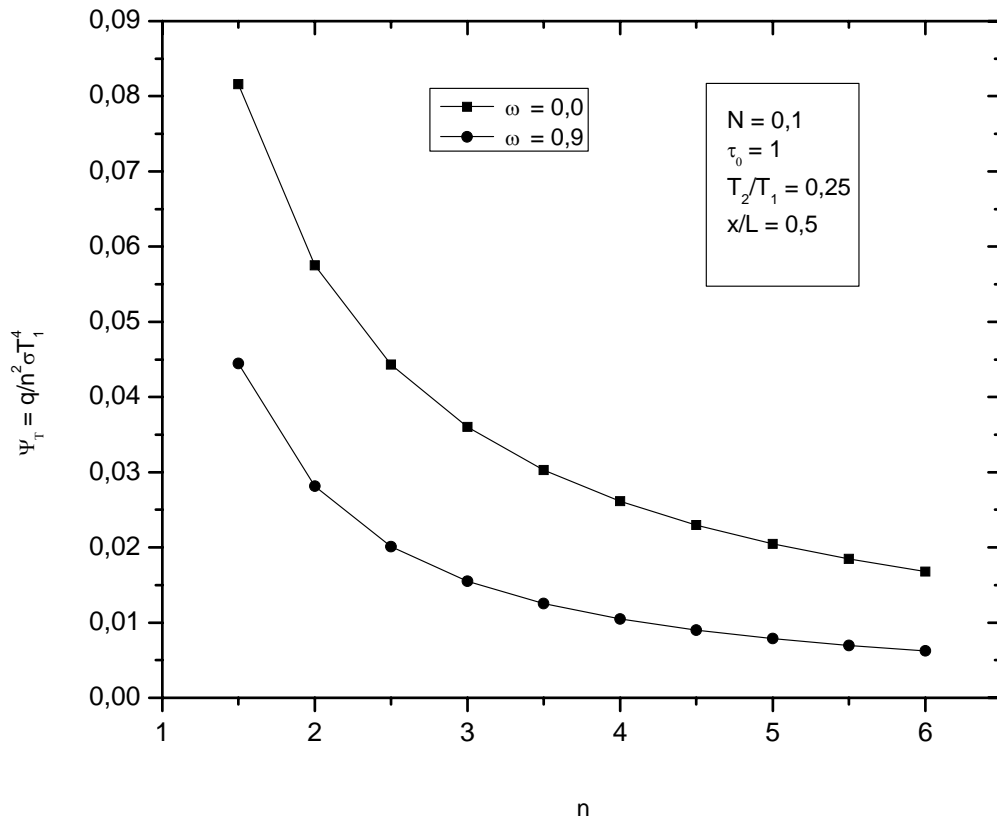
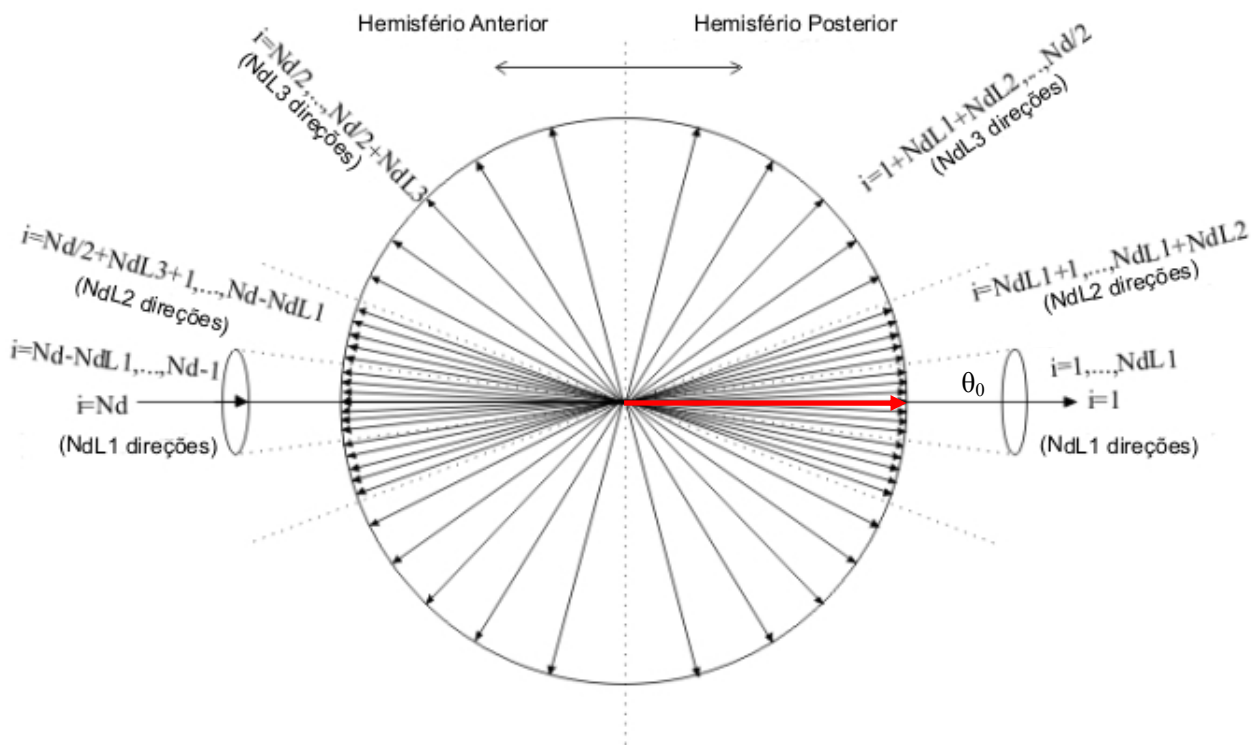


Figura 4.18 – Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função do índice de refração ( $n$ ) para  $\omega=0$  e  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,25$ .

A figura 4.20 apresenta o erro percentual do fluxo total ao variar-se o número de direções da quadratura para os casos de material sem e com espalhamento. Como referência foi utilizado o cálculo do fluxo com 96 direções já que acima desta quantidade praticamente não há variação dos valores. Verifica-se a mesma tendência para ambas as curvas sendo que para um número de direções inferior a 10 o erro torna-se significativo. A quadratura utilizada neste caso foi a de Nicolau (figura 4.19)(Moura - 1998).



- $N_dL1$  : número de direções na zona  $\mu_0 \leq \mu \leq 1$   
 $N_dL2$  : número de direções na zona  $20^\circ \leq \mu \leq \mu_0$   
 $N_dL3$  : número de direções na zona  $90^\circ \leq \mu \leq 20^\circ$

Figura 4.19 - Quadratura de Nicolau para um problema com simetria azimutal (Moura - 1998).

Tabela 4.1 – Direções e ponderações da quadratura de Nicolau (Moura - 1998).

	Direção ( $\mu$ )	Ponderação ( $w$ )
1	1.0000000000000000	9.517784181422018E-004
2	9.979537419492756E-001	2.800120433972411E-003
3	9.933570437277633E-001	6.347447943166013E-003
4	9.853906565671194E-001	9.501545365101708E-003
5	9.745532308208386E-001	1.205912467531457E-002
6	9.615254804006200E-001	1.385908978760419E-002
7	9.471259249878312E-001	1.478827259079047E-002
8	9.151727781828069E-001	6.265057026475118E-002
9	8.128936621898530E-001	1.404383299632994E-001
10	6.384361578219329E-001	2.058738381710948E-001
11	4.072584537458540E-001	2.530279491588329E-001
12	1.398961177654189E-001	2.777019332279304E-001
24	-1.398961177654189E-001	2.777019332279304E-001
23	-4.072584537458540E-001	2.530279491588329E-001
22	-6.384361578219329E-001	2.058738381710948E-001
21	-8.128936621898530E-001	1.404383299632994E-001

20	-9.151727781828069E-001	6.265057026475118E-002
19	-9.471259249878312E-001	1.478827259079047E-002
18	-9.615254804006200E-001	1.385908978760419E-002
17	-9.745532308208386E-001	1.205912467531457E-002
16	-9.853906565671194E-001	9.501545365101708E-003
15	-9.933570437277633E-001	6.347447943166013E-003
14	-9.979537419492756E-001	2.800120433972411E-003
13	-1.000000000000000	9.517784181422018E-004

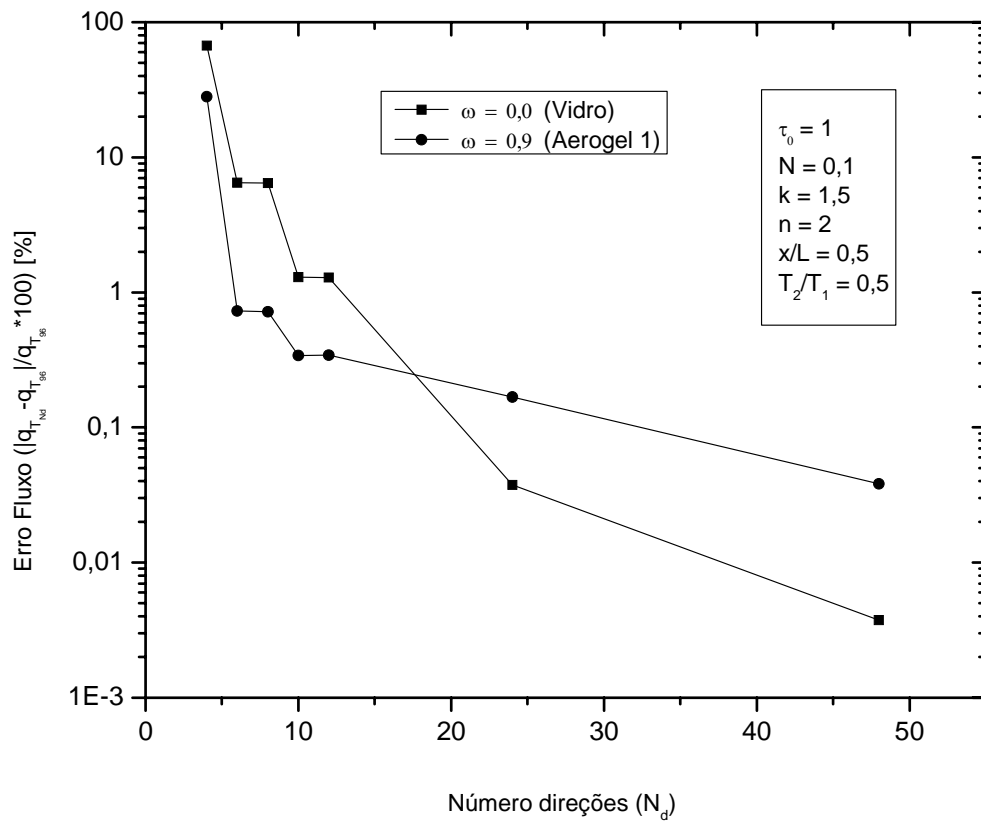


Figura 4.20 – Erro percentual do fluxo total para condução e radiação acoplados em função do número de direções da quadratura ( $N_d$ ) na posição central do meio ( $x/L=0,5$ ) para  $\omega=0$  e  $\omega=0,9$ ,  $N=0,1$ ,  $n=2$ ,  $\tau_0=1$ , feixe de radiação incidente normal e relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,5$ .



#### 4.6 Análise comparativa entre Aerogéis 1 e 2 e o Vidro, considerando-se várias espessuras para o Meio e o caso de Feixe Incidente

Apresenta-se na seqüência uma análise comparativa entre aerogéis 1 e 2 e o vidro, considerando-se várias espessuras para o meio e o caso de feixe incidente. Os fluxos de calor referem-se à face direita e a temperatura corresponde à posição central do meio.

A figura 4.21 apresenta um grande decaimento do fluxo total adimensional para os três materiais até a espessura de cerca de 0,010 m, tendendo a ficar linear após este ponto.

Na figura 4.22 verifica-se uma diminuição da temperatura no centro do meio bem mais acentuada no caso do Vidro à medida que se aumenta a espessura. Comparando-se o Aerogel 1 com o Aerogel 2 fica evidente o efeito da diferença de condutividade térmica ( $k$ ) entre eles à medida que a espessura do meio aumenta.

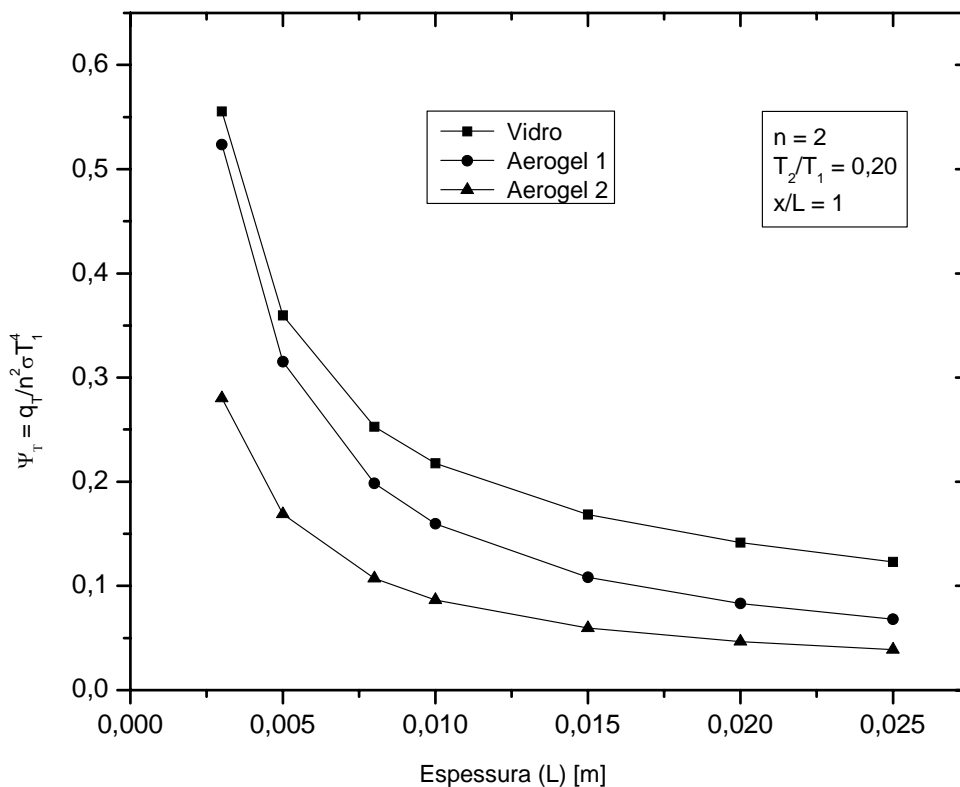


Figura 4.21 - Distribuição do fluxo total adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na face direita ( $x/L=1$ ) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,20$  e  $n=2$ .

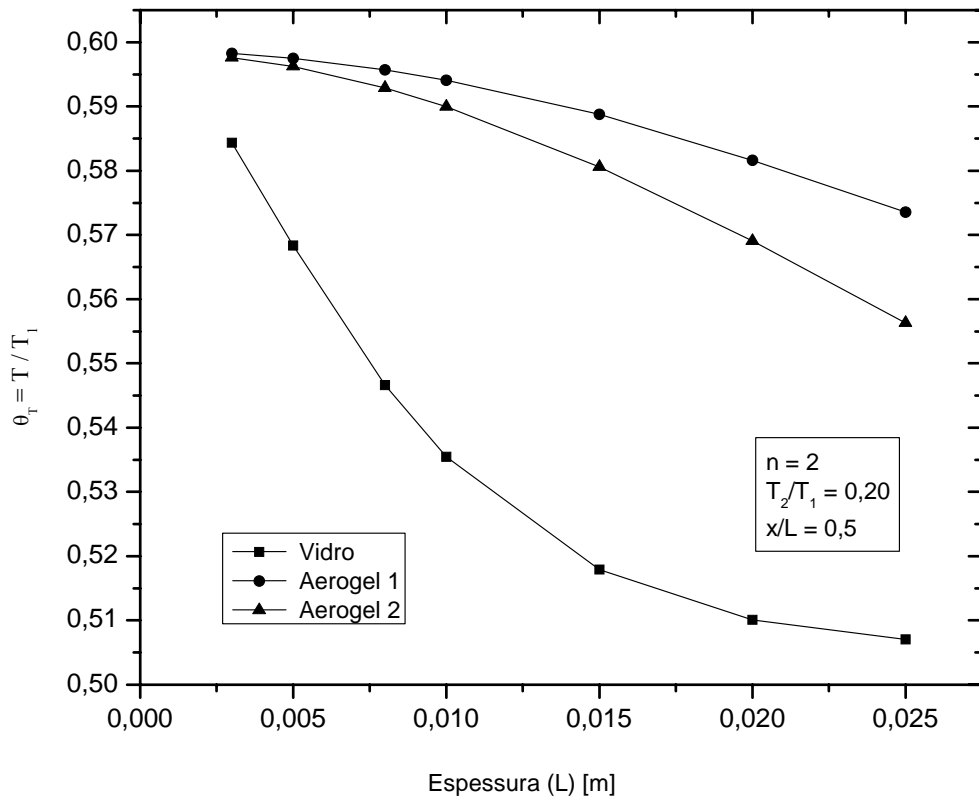


Figura 4.22 - Distribuição da temperatura adimensional para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na posição central ( $x/L=0,5$ ) para o vidro e aerogel, com relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,20$  e  $n=2$ .

A figura 4.23 apresenta uma comparação percentual do fluxo de calor total na face direita entre o aerogel (1 e 2) e o vidro. Verifica-se uma redução expressiva do fluxo principalmente no caso do Aerogel 2, chegando próximo a 30% para a espessura de 0,025 m, confirmando assim suas propriedades de isolamento térmico, principal objeto deste estudo.

Analogamente, na figura 4.24 tem-se a comparação percentual da temperatura na posição central da espessura entre o aerogel (1 e 2) e o vidro. Neste caso as temperaturas são sempre superiores às do vidro. Verifica-se um crescimento das curvas até a espessura aproximada de 0,0155 m, voltando a cair a partir deste ponto.

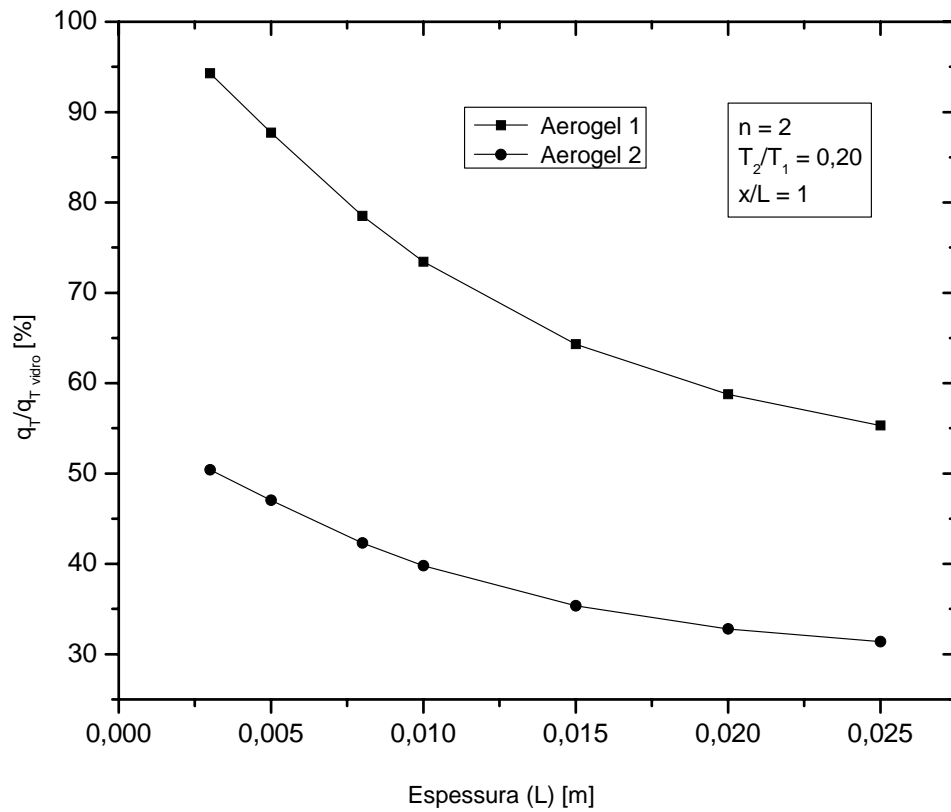


Figura 4.23 – Comparação do fluxo de calor total dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura do meio ( $L$ ) na face direita ( $x/L=1$ ) com relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,20$  e  $n=2$ .

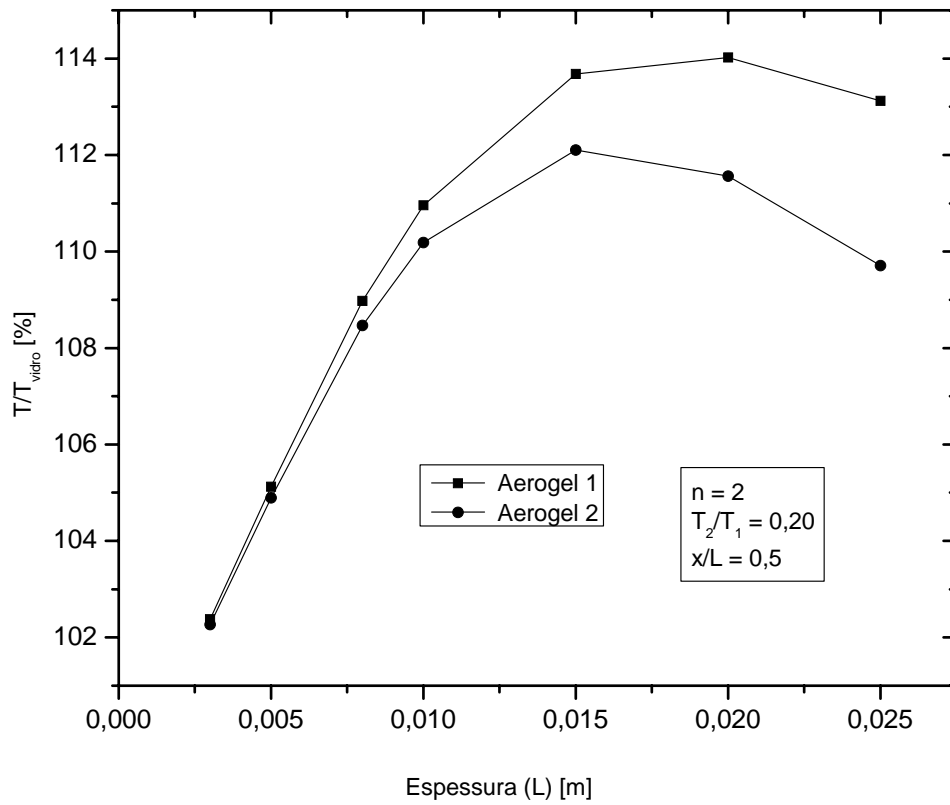


Figura 4.24 – Comparação da temperatura na posição central ( $x/L=0,5$ ) dos aerogéis 1 e 2 com o vidro para condução e radiação acoplados em função da espessura ( $L$ ) com relação de temperatura das faces  $T_2/T_1=0,20$  e  $n=2$ .

## CAPÍTULO 5 – CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se um estudo da transferência de calor em meios semitransparentes com índice de refração diferente da unidade, comparando-se dois casos de materiais em especial: o vidro e o aerogel, sendo este último objeto de pesquisas que visam à substituição do vidro em diversas aplicações. Dois casos de aerogel foram estudados: aerogel 1 e aerogel 2, sendo que se diferenciam pela condutividade térmica ( $k$ ).

O modelo matemático adotado e o código computacional desenvolvido mostraram-se adequados para a representação do fenômeno de condução e radiação acopladas; o programa foi testado através da comparação dos resultados obtidos com a solução exata apresentada pela literatura e publicações específicas.

No caso de condução pura e com geração interna de calor, o aerogel 2 com condutividade térmica  $k=0,8$  W/mK, inferior à do vidro, leva a um perfil de temperatura mais alto não sendo recomendado portanto, para algumas aplicações como placas multicamadas ou com filmes laminados onde a temperatura mais alta pode prejudicar a qualidade do produto final (Ex.: pára-brisas automotivos com desembaçador elétrico embutido).

As simulações da condução e radiação acoplados entre placas negras demonstraram que o fator de acoplamento ( $N$ ) é determinante sobre o comportamento da distribuição de temperatura, alterando sensivelmente a forma das curvas principalmente próximo das faces. No caso da simulação com espalhamento verificou-se que o albedo ( $\omega$ ) não teve influência significativa sobre a forma das curvas, que apresentaram variação gradativa da curvatura nas posições mais internas da lâmina de material (figura 4.9). Observou-se ainda que os perfis dos fluxos de calor por condução e radiação ao longo da espessura ficaram mais lineares no caso do material com espalhamento permanecendo o fluxo total com pouca alteração em relação ao material sem espalhamento (figuras 4.5 e 4.10). Também verificou-se que a utilização de um número de volumes de controle muito baixo ( $<50$ ) pode resultar em grandes erros no valor do fluxo total, especialmente próximo das faces, apesar de também diminuir significativamente o tempo de processamento do código computacional.

No caso das simulações com feixe incidente, verificou-se que o aerogel apresentou o fluxo total de calor inferior ao vidro permanecendo praticamente constante para ambos os materiais exceto próximo da face da esquerda (figuras 4.12 e 4.14). Os perfis de temperatura tenderam a ficar mais lineares no caso do aerogel em função da difusão (figuras 4.11 e 4.13). Verificou-se ainda uma variação sensível do fluxo total de calor com a variação do índice de refração para ambos os materiais (figura 4.18). O número de direções da quadratura também pode resultar em grandes erros no fluxo total de calor, caso se utilize valores muito baixos ( $<10$ ) (figura 4.20).

A análise comparativa entre os aerogéis 1 e 2 e o vidro para o caso de feixe incidente considerando-se várias espessuras mostrou uma grande redução do fluxo de calor para os aerogéis confirmando suas aplicações como bons isolantes térmicos; as temperaturas no centro do meio por sua vez resultaram ligeiramente maiores para os aerogéis, principalmente para as espessuras intermediárias.

A seguir propõem-se algumas sugestões para trabalhos futuros:

- a) Estudo de materiais multicamadas e revestidos, considerando-se as propriedades individuais de cada camada;
- b) Estudo de outras categorias de vidros e aerogéis ou mesmo de outros materiais semitransparentes, cujas propriedades propiciem um ganho ainda maior na redução da transferência de calor;
- c) Aperfeiçoamento do estudo realizado considerando-se as propriedades espectrais dos materiais, já que neste trabalho utilizaram-se valores médios;
- d) Utilização de modelos com outras condições de contorno, como a convecção por exemplo.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORGES, M. T. C. M. - *Determinação de propriedades radiativas espectrais de vidros e películas*. Dissertação de Mestrado. UFSC, Florianópolis, SC, Brasil, 2004.

BARKER, C. e SUTTON, W. H. – *The transient radiation and conduction heat transfer in a gray participating medium with semitransparent boundaries*. Radiation Heat Transfer, vol. 49, 1985.

BREWSTER, M.Q. – *Thermal radiative transfer and properties*. Ed. John Wiley & Sons, Inc., 543p., New York, 1992.

DOERMANN, D. – *Modélisation des transferts thermiques dans des matériaux semi-transparents de type mousse à pores ouverts et prédiction des propriétés radiatives*. Thèse de doctorat n° 95ISAL0010, INSA, Lyon, 271p., 1995.

GLASS, D. E., ÖZISIK, M. N. e McRAE, D. S. – *Combined conduction and radiation with flux boundary condition for a semitransparent medium covered by thin radiating layers*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 38, N° 3, pp. 201-208, 1987.

HEINEMANN, U., CAPS, R. e FRICKE, J. – *Radiation-conduction interaction: an investigation on silica aerogels*, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol 39, N° 10, pp. 2115-2130, 1996.

HOLMAN, J.P. – *Transferência de calor*, McGraw Hill do Brasil Ltda, São Paulo, SP, 639p., 1983.

HOTTEL, H.C., SAROFIM, A.F., EVANS, L.B., VASOLOS, I.A. – *Radiative Transfer in Anisotropically Scattering Media: Allowance for Fresnel Reflection at the Boundaries*, ASME Journal of Heat Transfer, pp. 56-62, 1968.

INCROPERA, F.P. e De WITT, D.P. – *Fundamentals of heat and mass transfer*, John Wiley, New York, 455p., 1996.

LACROIX, D., PARENT, G., ASLLANAJ, F. e JEANDEL, G. – *Coupled radiative and conductive heat transfer in a non-grey absorbing and emitting semitransparent media under collimated radiation*, Journal of Quantitative Spectroscopy & Radiative Transfer 75, pp. 589-609, 2002.

MALISKA, C. R. – *Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional*, LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro, RJ, 453 p., 2004.

McCLUNEY, R. – *Introduction to radiometry and photometry*, Artech House, Boston, 402p., 1994.

MODEST, M. F.- *Radiative heat transfer*, McGraw-Hill, Inc, 832p., 1993.

MOURA, L.M. - *Identification des proprietes radiatives des materiaux semi-transparentes diffusants en situation de non-symetrie azimutale du champ radiatif*. Thèse de doctorat n° 98ISAL0059, INSA de Lyon, Lyon. 217p. , 1998.

MOURA, L.M. - *Determinação das propriedades radiativas de materiais com índice de refração diferente da unidade*. Monografia apresentada para obtenção do título de professor titular da PUC PR, Curitiba, PR, 2002.

MOURA, L.M., BAILLIS, D. e SACADURA, J.F. - *Análise do método de ordenadas discretas: discretização espacial*. In: Encontro Nacional de Ciências Térmicas (ENCIT98), 1998.

MOURA, L.M., BAILLIS, D. e SACADURA, J.F. – *Analysis of the discrete ordinate method: angular discretization*. 14<sup>th</sup> Brazilian Congress of Mechanical Engineering, COB1425, Bauru, Brazil, December 8-12<sup>th</sup> 1997.

NICOLAU, V.P. – *Radiação e condução combinadas em um meio semitransparente com absorção e difusão isotrópica*, Florianópolis, SC, 1994.

NICOLAU, V.P. e MALUF, F.P. – *Determination of radiative properties of commercial glass*, 18<sup>th</sup> International Conference on Passive and Low Energy Architecture, Florianópolis, SC, 7-9 Novembro, 2001.

ÖZISIK, M.N. – *Heat conduction*, John Wiley & Sons, Inc., 1993

PFROMMER, P., LOMAS K. J., SEALE C. e KUPKE CHR – *The radiation transfer through coated and tinted glazing*. *Solar Energy*, vol. 54, N° 5, pp. 287-299, 1995.

POULIKAKOS, D. – *Conduction heat transfer*, Prentice-Hall, Inc., pg. 269-293, 1994.



RUPERTI J.R., N.J., RAYNAUD, M. e SACADURA, J.F. – *A method for the solution of the coupled inverse heat conduction-radiation problem*, ASME Journal of Heat Transfer, february 1996, 118, 10-117.

RUPERTI, J.R., N.J. - *Etude du problème inverse de conduction-rayonnement de la chaleur*. Thèse de doctorat n° 96ISAL0041, INSA de Lyon, Lyon, 152p., 1996.

SIEGEL, R. e HOWELL, J. R. – *Thermal radiation heat transfer*, Taylor & Francis, 4a edição, 868p., New York, NY, 2002.

SIEGEL, R. e SPUCKLER, C. M. – *Effect of index of refraction on radiation characteristics in a heated absorbing, emitting, and scattering layer*. Journal of Heat Transfer, vol. 114, august 1992.

SIEGEL, R. e SPUCKLER, C. M. – *Approximate solution methods for spectral radiative transfer in high refractive index layers*. International Journal of Heat and Mass Transfer , vol. 37, pp. 403-413, 1994a.

SIEGEL, R. e SPUCKLER, C. M. – *Effects of refractive index and diffuse or specular boundaries on a radiating isothermal layer*. Journal of Heat Transfer, vol. 116, august 1994b.

SIEGEL, R. e SPUCKLER, C. M. – *Variable refractive index effects on radiation in semitransparent scattering multilayered regions*. Journal of Thermophysics and Heat Transfer, vol. 7, N° 4, Oct.-Dec. 1993.

SIEWERT, C. E. – *An improved iterative method for solving a class of coupled conductive-radiative heat transfer problems*, J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer, Vol. 54, N° 4, pp. 599-605, 1995.

XIA, X. L., HUANG, Y. e TAN, H. P. – *Temperature field inside a gradient index absorbing-emitting with specular surfaces*, School of Energy Science and Eng., Harbin Institute of Tech., Harbin, China, 2001.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)