



**UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA**  
**CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ZOOTECNIA**

**MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO  
DE MEL EM COLMÉIAS DE *Apis mellifera* L. (HYMENOPTERA, APIDAE) NO  
CARIRI PARAIBANO**

**DENIZE NÚBIA SOUZA**

**AREIA – PB**  
**MAIO – 2008**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**DENIZE NÚBIA SOUZA**

**MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO  
DE MEL EM COLMÉIAS DE *Apis mellifera* L. (HYMENOPTERA, APIDAE) NO  
CARIRI PARAIBANO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Zootecnia da Universidade Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre em Zootecnia com área de concentração em Produção Animal.

Comitê de Orientação:

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Adriana Evangelista Rodrigues

Prof. Dr. George Rodrigo Beltrão da Cruz

Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Márcia de Fátima Ribeiro

**AREIA – PB**

**MAIO – 2008**

Ficha Catalográfica Elaborada na Seção de Processos Técnicos da  
Biblioteca Setorial de Areia-PB, CCA/UFPB.  
Bibliotecária: Elisabete Sirino da Silva CRB. 4/905

S729m Souza, Denize Núbia.  
Modelos matemáticos aplicados ao crescimento e produção de mel em  
colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri paraibano./  
Denize Núbia Souza – Areia- PB:UFPB/CCA, 2008.  
126 f.  
Dissertação (Mestrado em Zootecnia) - Universidade Federal da  
Paraíba-Centro de Ciências Agrárias, Areia, 2008.

Bibliografia

Orientadora: Adriana Evangelista Rodrigues

1. Mel- abelhas- produção-Cariri paraibano 2. Abelhas- produção de  
mel-Cariri paraibano 3. Colméias- crescimento-modelos matemáticos- Cariri  
paraibano I. Rodrigues, Adriana Evangelista (Orientadora) II. Título.

CDU: 638.165 (813.3) (043.3)

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA  
CENTRO DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ZOOTECNIA

PARECER DE DEFESA DO TRABALHO DE DISSERTAÇÃO

**TÍTULO:** "Modelos Matemáticos Aplicados ao Crescimento e Produção de Mel em Colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano".

**AUTORA:** Denize Núbia Souza

**ORIENTADORA:** Profª. Drª. Adriana Evangelista Rodrigues

JULGAMENTO

**CONCEITO:** APROVADO

**EXAMINADORES:**

  
Profª. Drª. Adriana Evangelista Rodrigues  
Presidente  
Departamento de Zootecnia/CCA/UFPB

  
Prof. Dr. Eduardo Barbosa Bezerra  
Examinador  
Departamento de Biologia/UEPB

  
Prof. Dr. Jacinto de Luna Batista  
Examinador  
Departamento de Fitotecnia/CCA/UFPB

Areia, 21 de maio de 2008.

***I have a dream***  
***(Eu tenho um sonho)***

*Eu tenho um sonho no qual um dia esta nação se erguerá e viverá o verdadeiro significado do seu credo... que todos os homens são criados iguais...*

*Eu tenho um sonho de que algum dia, nas colinas vermelhas da Geórgia, os filhos dos escravos e os filhos dos senhores de escravos se sentarão juntos à mesa da fraternidade. Está é a nossa esperança...*

*Eu tenho um sonho! Com está Fé, eu volto para o Sul. Com está Fé, arrancaremos da montanha da angústia um pedaço da esperança. Com está Fé, poderemos trabalhar juntos, orar juntos, ir juntos à prisão, certos de que um dia seremos livres...*

*Quando deixarmos o sino da liberdade tocar em qualquer vilarejo ou aldeia de qualquer estado, de qualquer cidade, neste dia estaremos prontos para nos erguer. Todos os filhos de Deus, brancos ou negros, judeus ou gentios, protestantes ou católicos, estarão prontos para dar as mãos e cantar aquele velho hino dos escravos:*

*“Finalmente livres!*

*Finalmente livres!*

*Graças ao Deus Todo-Poderoso,*

*Nós somos finalmente livres.”*

***(Martin Luther King)***

## DEDICATÓRIA

*A Deus, minha fortaleza e meu refúgio. Nada temerei, pois é dele que emana a força, a determinação, a glória, a justiça e a vitória.*

*Aos meus amados pais, José de Assis Souza e Odaci Matias Souza, que me cultivaram valores importantes para a vida e que são exemplos de determinação, superação e amor.*

*As minhas queridas irmãs, Danielle Núbia Souza e Delany Matias Souza, pelas experiências compartilhadas e companheirismo afetuoso.*

## AGRADECIMENTOS

*A Deus, que, diante das incertezas e provações, encorajou-me a prosseguir a caminhada, injetando-me força e perseverança para a concretização desse trabalho.*

*À minha querida família, meu alicerce, pelo amor, estímulos e cuidados prestados de forma tão afetuosa e irrestrita durante essa caminhada.*

*À Universidade Federal da Paraíba (UFPB), instituição que possibilitou o desenvolvimento desse trabalho e a oportunidade de capacitação profissional.*

*À CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), pela concessão de bolsa e incentivo a pesquisa.*

*À Prof<sup>ª</sup>. Dra. Adriana Evangelista Rodrigues e ao Prof. Dr. George Rodrigo Beltrão da Cruz, pelo apoio, paciência e orientação concedidos para a realização desse trabalho.*

*Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Eduardo Barbosa Beserra e Prof. Dr. Jacinto de Luna Batista, pela importante participação e pelas sugestões para o melhoramento deste trabalho.*

*Ao corpo docente do Programa de Pós-Graduação em Zootecnia (PPGZ/CCA/UFPB), pelos ensinamentos oferecidos.*

*Aos funcionários do Programa de Pós-graduação em Zootecnia e da Estação Experimental de São João do Cariri (CCA/UFPB), em especial ao Sr. Jaime pela colaboração no desenvolvimento desta pesquisa.*

*Aos funcionários da Estação Meteorológica da Universidade Federal de Campina Grande, pela concessão dos dados meteorológicos da região de São João do Cariri.*

*Aos funcionários da Biblioteca, pela receptividade e ajuda na concessão de material bibliográfico necessários para o andamento e realização desse trabalho.*

*Aos funcionários do Módulo de Apicultura (Sr. Tuta, Roberto e Josenildo) pela apoio prestado.*

*Aos colegas do Módulo de Apicultura, em especial a Claudete Maria e Glayciane Costa, pelo apoio, incentivo e companheirismo.*

*Aos colegas do Programa de Pós-graduação, pelas experiências adquiridas e compartilhadas no transcorrer dessa caminhada.*

*À todos que direta ou indiretamente contribuíram para o andamento deste trabalho.*

## BIOGRAFIA DA AUTORA

*Denize Núbia Souza*, filha de José de Assis Souza e Odaci Matias Souza, nasceu em 25 de janeiro de 1979, na cidade de Campina Grande, Paraíba. Em 2000, ingressou no curso de Bacharelado e Licenciatura Plena em Ciências Biológicas da Universidade Estadual da Paraíba. Quando acadêmica, foi estagiária da Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (EMBRAPA- Algodão) e do Laboratório de Controle Biológico de Pragas da UEPB, onde neste último desenvolveu a pesquisa para o seu trabalho de conclusão de curso: “Bioatividade de Extratos Vegetais sobre a Biologia de *Spodoptera frugiperda* (J. E. Smith, 1797) (Lepidoptera: Noctuidae). Em 18 de dezembro de 2004, formou-se em Ciências Biológicas pela Universidade Estadual da Paraíba. Em março de 2006, ingressou no Programa de Pós-Graduação em Zootecnia pelo Centro de Ciências Agrárias da Universidade Federal da Paraíba, em nível de mestrado, na qual foi bolsista da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, desenvolvendo sua pesquisa na área de Produção Animal com enfoque à Produção de Abelhas Sociais.

## SUMÁRIO

	<b>Páginas</b>
<i>Lista de Tabelas</i> .....	xi
<i>Lista de Figuras</i> .....	xv
<i>Resumo Geral</i> .....	xx
<i>Abstract</i> .....	xxi
<b>Capítulo I – Referencial Teórico</b> .....	22
1. Aspectos históricos da apicultura .....	23
2. Aspectos sócio-econômicos e ecológicos da apicultura .....	24
3. Aspectos organizacionais, biológicos e produtivos da abelha <i>Apis mellifera</i> ..	27
3. 1. Organização da colméia .....	27
3. 2. Biologia da abelha <i>Apis mellifera</i> .....	30
3. 3. Fatores que influenciam a produção da abelha <i>Apis mellifera</i> .....	31
4. Modelos matemáticos em produção animal: aplicação de curvas de crescimento e produção .....	33
Referências bibliográficas .....	38
<b>Capítulo II - Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Crescimento em Colméias de <i>Apis mellifera</i> L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano</b> .....	42
Resumo .....	43
Abstract .....	44
Introdução .....	45
Material e Métodos .....	47
Resultados e Discussão .....	53
Conclusões .....	73
Referências bibliográficas .....	74
Apêndice .....	77

<b>Capítulo III - Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Produção de Mel em Colméias de <i>Apis mellifera</i> L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano</b> .....	89
Resumo .....	90
Abstract .....	91
Introdução .....	92
Material e Métodos .....	94
Resultados e Discussão .....	100
Conclusões .....	116
Referências bibliográficas .....	117
Apêndice .....	119

## LISTA DE TABELAS

### Capítulo II

		<b>Página</b>
<b>Tabela 1.</b>	Modelos matemáticos utilizados para descreverem o crescimento de ninhos de colméias de <i>Apis mellifera</i> nidificadas em colméias Langstroth no município de São João do Cariri-PB .....	50
<b>Tabela 2.</b>	Peso médio dos ninhos (kg) de abelhas <i>Apis mellifera</i> em São João do Cariri – PB, ao longo do experimento (abril a novembro, 2007) .....	53
<b>Tabela 3.</b>	Média dos parâmetros estimados, erro padrão e coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), de acordo com o modelo utilizado para colméias de <i>Apis mellifera</i> em São João do Cariri – PB (abril a setembro, 2007) .....	59
<b>Tabela 4.</b>	Distribuição dos dados climáticas em São João do Cariri – PB no período de abril a novembro de 2007.....	60
<b>Tabela 5.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Quadrático Logarítmico.....	61
<b>Tabela 6.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Gama Incompleto .....	65
<b>Tabela 7.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Logístico.....	68
<b>Tabela 8.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Linear .....	69

<b>Tabela 9.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Linear Hiperbólico .....	70
<b>Tabela 10.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Quadrático .....	71
<b>Tabela 11.</b>	Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Polinomial Inverso .....	72

## LISTA DE TABELAS

### Capítulo III

		<b>Página</b>
<b>Tabela 1.</b>	Modelos matemáticos utilizados para descreverem o crescimento da produção de mel em colméias de <i>Apis mellifera</i> nidificadas em colméias Langstroth no município de São João do Cariri-PB .....	97
<b>Tabela 2.</b>	Peso médio da produção de mel (kg) de abelhas <i>Apis mellifera</i> em São João do Cariri – PB (abril a novembro, 2007) .....	100
<b>Tabela 3.</b>	Média dos parâmetros estimados, erro padrão, interações e coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), de acordo com o modelo utilizado para produção de <i>Apis mellifera</i> em São João do Cariri – PB (abril a novembro, 2007) .....	105
<b>Tabela 4.</b>	Distribuição dos dados climáticas em São João do Cariri – PB no período de abril a novembro de 2007 .....	106
<b>Tabela 5.</b>	Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso da melgueiras pelo modelo Linear .....	107
<b>Tabela 6.</b>	Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Linear Hiperbólico .....	112
<b>Tabela 7.</b>	Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Quadrático .....	113
<b>Tabela 8.</b>	Distribuição da produção das colméias e estimativa do peso das melgueiras pelo modelo Quadrático Logarítmico .....	114

<b>Tabela 9.</b>	Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Polinomial Inverso .....	115
------------------	--	-----

**LISTA DE FIGURAS****Capítulo I**

	<b>Página</b>
<b>Figura 1.</b> Detalhe do favo mostrando sua construção fundo-a-fundo e a inclinação dos alvéolos.....	28
<b>Figura 2.</b> Morfologia das três castas: A – operária; B – rainha; C – zangão .	29

## LISTA DE FIGURAS

### Capítulo II

		<b>Página</b>
<b>Figura 1.</b>	Curva média de crescimento observada para colméias de <i>Apis mellifera</i> .....	55
<b>Figura 2.</b>	Curvas de crescimento estimado e observado, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático Logarítmico .....	63
<b>Figura 3.</b>	Curvas de crescimento estimado e observado, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático Logarítmico .....	64
<b>Figura 4.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Gama Incompleto .....	77
<b>Figura 5.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Gama Incompleto .....	78
<b>Figura 6.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Logístico .....	79
<b>Figura 7.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Logístico .....	80
<b>Figura 8</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear .....	81
<b>Figura 9</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear .....	82

<b>Figura 10.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear Hiperbólico .....	83
<b>Figura 11.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear Hiperbólico .....	84
<b>Figura 12.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático .....	85
<b>Figura 13.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático .....	86
<b>Figura 14.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Polinomial Inverso .....	87
<b>Figura 15.</b>	Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Polinomial Inverso .....	88

## LISTA DE FIGURAS

### Capítulo III

		<b>Página</b>
<b>Figura 1.</b>	Curvas de crescimento e produção observada para colméias de <i>Apis mellifera</i> .....	104
<b>Figura 2.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear .....	108
<b>Figura 3.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear .....	109
<b>Figura 4.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear Hiperbólico .....	119
<b>Figura 5.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear Hiperbólico .....	120
<b>Figura 6.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático .....	121
<b>Figura 7.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático .....	122
<b>Figura 8.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrática Logarítmica .....	123
<b>Figura 9.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrática Logarítmica .....	124

<b>Figura 10.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Polinomial Inverso .....	125
<b>Figura 11.</b>	Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Polinomial Inverso .....	126

**MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO CRESCIMENTO E PRODUÇÃO DE MEL EM COLMÉIAS DE *Apis mellifera* L. (HYMENOPTERA, APIDAE) NO CARIRI PARAIBANO**

**RESUMO** - A apicultura é uma das poucas atividades agropecuária que atende aos três requisitos da sustentabilidade: o econômico, o social e o ecológico. Sendo assim, fornece renda para o apicultor, ocupa mão-de-obra familiar ou contratada e contribui para a preservação da flora nativa, pois é dela que são extraídos o néctar e o pólen, componentes essenciais para a vida da colméia. Além disso, essa atividade pode ser desenvolvida até mesmo em regiões de clima semi-árido, onde a atividade agrícola tradicional é limitada devido às condições edafo-climáticas da região. Buscando avaliar a potencialidade dessa atividade no Cariri Paraibano, objetivou-se a utilização de modelos matemáticos adequados para estimar o crescimento e produção de mel das colônias, contribuindo para o direcionamento do manejo adequado para a região. Os dados foram tomados semanalmente com a pesagem de ninhos e melgueiras de 20 colméias instaladas na Estação Experimental de São João do Cariri (CCA/UFPB). A estimativa dos parâmetros foi feita por meio de regressões não-lineares, pelo procedimento NLIN do Programa SAS (Statistical Analysis System), utilizando-se o método modificado de Grauss-Newton. Para a escolha dos melhores modelos, utilizou-se número de interações, o coeficiente de determinação ( $R_a^2$ ) e o gráfico de distribuição de resíduo. Entre os modelos estudados, os que apresentaram melhores ajustes para o crescimento e produção de mel sob as condições do Cariri Paraibano foram, respectivamente, o quadrático logarítmico e o linear.

**Palavras - Chave:** apicultura, produtividade, ajuste de curva.

**MATHEMATICAL MODELS APPLIED TO THE GROWTH AND PRODUCTION OF HONEY IN BEEHIVES OF *Apis mellifera* L. (HYMENOPTERA, APIDAE) IN CARIRI PARAIBANO**

**ABSTRACT** - The beekeeping is one of the few agricultural activities that assists to the three requirements of the sustainability: the economical, the social and the ecological. Being like this, it supplies income for the beekeeper, it occupies family labor or contracted one and it contributes to the preservation of the native flora, because from it are extracted the nectar and the pollen, essential components for the life of the beehive. Besides, that activity can be developed even in areas of semi-arid climate, where the traditional agricultural activity is limited due to the edafo-climatic conditions of the area. Looking for to evaluate the potentiality of that activity in Cariri Paraibano, the use of appropriate mathematical models was aimed at to esteem the growth and production of honey of the colonies, contributing to the direction of the appropriate handling for the area. The data were weekly taken with the weighing of nests and melgueiras of 20 beehives installed in the São João of Cariri Experimental Station (CCA/UFPB). The estimate of the parameters was made through no-lineal regressions, for the procedure NLIN of the SAS Program (Statistical Analysis System), being used Gauss-Newton's modified method. For the choice of the best models, number of interactions, the determination coefficient ( $R_a^2$ ) and the graph of residue distribution were used. Among the studied models, the ones that presented better fittings for the growth and production of honey under Cariri Paraibano's conditions they were, respectively, the Quadratic Logarithmic and the Lineal.

**Key - words:** beekeeping, productivity, curve adjustment.

## *CAPÍTULO I*

---

### **Referencial Teórico**

**Modelos Matemáticos Aplicados ao Crescimento e Produção de Mel em Colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano**

## 1. Aspectos históricos da apicultura

As abelhas surgiram na Terra há mais de dois milhões de anos e pertencem à ordem Hymenoptera, sendo classificados em duas subordens e em várias famílias. No entanto, as abelhas sociais são as mais conhecidas, por serem exploradas para a obtenção especialmente do mel estocado em suas colméias e por participarem da polinização de diversas espécies de plantas (Nogueira-Couto e Couto, 2006).

Desde a antiguidade as abelhas são valorizadas pelos seus produtos e admiradas pelo seu comportamento. Os egípcios, possivelmente, foram os primeiros povos a praticar a atividade apícola, embora existam relatos e desenhos na Europa, África e Ásia que permitem inferir que as abelhas já eram exploradas pela espécie humana há mais de 50 mil anos (Wiese, 1993; Laín e Ferreras, 2000).

Segundo Padilla et al. (1992), os habitantes da América utilizavam as abelhas nativas sem ferrão como a *Melipona beecheii* para a obtenção de mel. De acordo com os autores, a chegada das primeiras colméias de *Apis mellifera* ocorreu em 1621, provenientes da Inglaterra, estabelecendo-se, a princípio, na América do Norte.

No final do século XVIII, foram enviadas as primeiras colméias à América Central e do Sul, possivelmente ao Brasil, procedentes da Espanha e Portugal. Antes de 1800 as raças européias chegadas à América foram, provavelmente, *Apis mellifera mellifera* e *Apis mellifera iberica*, sendo que ao final do século se introduziu outra raça, *Apis mellifera ligustica*, procedente da Itália. A raça ligustica adaptou-se rapidamente ao continente americano e por serem dóceis foram adotadas pelos apicultores, substituindo outras raças (Padilla et al., 1992).

*A. mellifera ligustica* tornou-se a raça favorita explorada industrialmente, sendo introduzidas no Brasil em 1848 por D. Patrício Larrain Gandarrilhas. A ocasião de sua

chegada marca o período de inovações e modificações da atividade apícola que são utilizadas até hoje (Padilha et al., 1992).

O advento da apicultura moderna ocorreu, essencialmente, em 1851, quando o apicultor e pastor norte-americano Lorenzo Lorraine Langstroth projetou uma colméia racional com quadros móveis, hoje chamada de colméia Langstroth ou colméia americana (Enciclopédia Mirador Internacional, 1990; Winston, 2003).

Em 1956, foi introduzida no Brasil a abelha africana, *Apis mellifera scutellata*, com o intuito de se executar um programa de melhoramento genético que fosse capaz de aumentar a produção de mel do País, associada à baixa agressividade (Soares, 2004). Entretanto, devido aos problemas na manipulação, ocorreu a enxameação de algumas famílias, o que levou ao início de um processo de cruzamentos naturais com abelhas de origem européia que haviam sido trazidas pelos imigrantes entre 1840 e 1850, propiciando a formação de um híbrido, a abelha africanizada.

A abelha africanizada, ainda que muito produtiva, causou um forte impacto no início de sua dispersão, devido ao elevado grau de agressividade que ela apresentava e às deficiências dos apicultores e da população que não sabiam como trabalhar e conviver com ela. Com o passar do tempo, os apicultores se conscientizaram que essa abelha poderia ser controlada e explorada com sucesso, se houvesse uma adequação e uma total reformulação de técnicas e conceitos (Soares, 2004).

## **2. Aspectos sócio-econômicos e ecológicos da apicultura**

A criação de abelhas *A. mellifera* L. é uma das atividades zootécnicas que mais tem crescido nas últimas décadas, sendo hoje considerada uma das grandes opções para a agricultura familiar por proporcionar o aumento de renda, através da oportunidade de

aproveitamento da potencialidade natural do meio ambiente e de sua capacidade produtiva (Pereira et al. 2005).

De acordo com Paulo-Neto e Almeida-Neto (2006), a apicultura apresenta certas vantagens em relação às demais atividades, como: ter a imensa quantidade e diversidade de flora como base alimentar para as abelhas e para a produção de mel; a condição de fixar o homem do campo por se tratar de uma atividade de baixo custo de implantação e manutenção, rápido retorno financeiro, boa renda anual para o pequeno agricultor e pelo fato de ser uma atividade que congrega as comunidades em associações e pequenas cooperativas, favorecendo a socialização da atividade; a grande diversidade de produtos (mel, própolis, pólen, cera, geléia real, apitoxina), atividades remuneradas (coleta de pólen, criação de rainhas, produção de enxames e polinização dirigida de diversas culturas de interesse econômico) e serviços à natureza (preservação do meio ambiente através da polinização da flora nativa, além da própria preservação da mata nativa pelo apicultor).

Outras vantagens apresentadas pela atividade apícola, segundo os mesmos autores, são: a utilização de pequenas áreas para sua implantação, não dependendo de instalações sofisticadas, nem de despesas com alimentação, vacinação e medicamentos; os mercados interno e externo, em plena expansão, além de preços atrativos para a comercialização; a ampliação do mercado orgânico, encontrando um espaço para expansão no Nordeste, considerando-se as características da região; e a vasta extensão territorial detentora de potencial para a apicultura e ainda não explorada.

Nas estatísticas de produção da Organização das Nações Unidas para Agricultura e Alimentação (FAO/ONU, 2007), o maior produtor mundial de mel, em 2005, foi a China, seguida da Argentina e Turquia, respectivamente. O Brasil ocupa a posição de décimo terceiro maior produtor mundial de mel com 33.750 mil toneladas (Tabela 1), sendo essa

informação também compatível aos valores encontrados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE, 2007).

O consumo médio anual de mel, segundo informações da FAO, no ano de 2005, foi de 0,59 g/dia/pessoa, enquanto que no Brasil foi 0,04 g/dia/pessoa. No cenário internacional, o Brasil aparece na sétima posição com cerca de 14.720 mil toneladas de mel exportados durante o ano de 2005, o que representa 3,54% do mercado mundial (FAO, 2007).

Um dos fatores que beneficia a demanda nacional e internacional é a preferência dos consumidores por produtos naturais, sem contaminações de quaisquer espécies, o que coloca o Brasil em situação privilegiada de fornecimento de produtos nesse setor, tendo por base a biodiversidade da flora, a rusticidade das abelhas e as características do clima (SEBRAE, 2007).

Na região Nordeste, o ecossistema caatinga é responsável por uma considerável parte da produção do mel, representando, no ano de 2005, o segundo maior produtor do país com 10.910,916 kg de mel produzido (IBGE, 2007), garantindo, assim, produção que atenda a demanda e as exigências do mercado, principalmente o mercado externo.

Segundo os dados do IBGE (2007), no ano de 2005 o Estado do Piauí se destacou como o maior produtor de mel da região Nordeste, contribuindo com aproximadamente 41% de toda a produção regional; já o Estado da Paraíba, no mesmo período, encontrou-se na oitava posição, contribuindo apenas com cerca de 1% de toda produção, o que representa 87.607 kg de mel. Quando se compara esses resultados com o ano de 2003, percebemos que o Estado da Paraíba aumentou sua produção em torno de 14.576 kg de mel nos últimos dois anos, reflexo também obtido pelos demais estados do Nordeste como: Piauí, Bahia, Pernambuco, Maranhão, Alagoas e Sergipe.

De acordo com Paulo-Neto e Almeida-Neto (2006), esse incremento na produção foi devido em primeiro lugar, à entrada recente de um grande contingente de apicultores e pela criação de um grande número de associações e cooperativas.

### **3. Aspectos organizacionais, biológicos e produtivos da abelha *Apis mellifera***

#### **3.1. Organização da colméia**

As colméias de abelhas, como insetos eusociais têm uma estrutura interna organizada, com divisão de funções e regulada quimicamente por uma única rainha. Como características da vida social as abelhas apresentam origem comum (filhas da mesma mãe), existência de um ninho comum que dá proteção e permite o aprovisionamento, longevidade da rainha e sobreposição de gerações de irmãs, distribuição e reparo de funções da colméia, com o aparecimento das castas, e a comunicação entre todos os componentes do grupo social (Martínez et al, 2004). Assim, a vida social confere a esses animais determinadas vantagens no aproveitamento dos recursos, permitindo que ganhem maior êxito evolutivo.

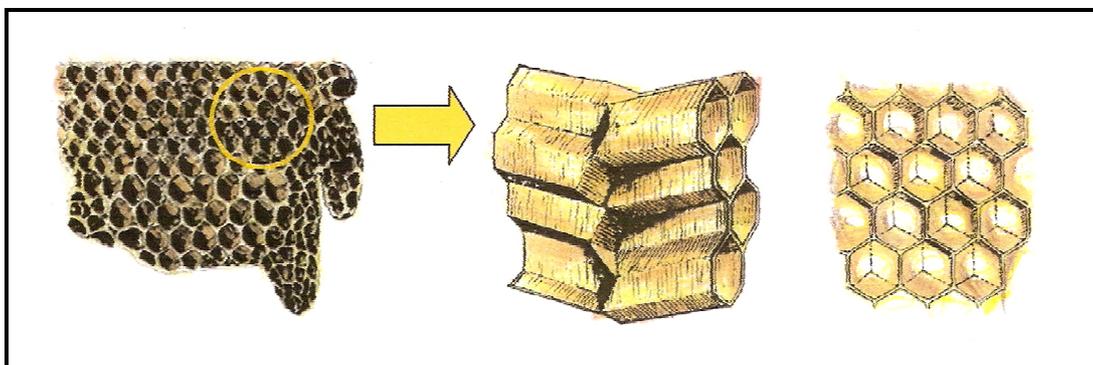
De acordo com Winston (2003) e Martínez et al. (2004) uma colméia é constituída pelo o ninho e o enxame. O ninho é o lugar que ocupa o enxame ou colônia de abelhas. Este proporciona alojamento e abrigo, mantendo um ambiente interno isolado do exterior. Além disso, serve como lugar de cria e armazenamento de alimentos (Muxfeldt, 1982, Pereira et al, 2005).

De acordo com Zmitrowicz (2001) e Martínez et al. (2004), os locais naturais para a construção do ninho são, geralmente, troncos ocos de árvores ou fendas de rochas, cujas

aberturas e fissuras, com exceção de um único acesso, são fechadas com substâncias resinosas (própolis), mantendo o calor e umidade, e oferecendo segurança ao ninho.

A temperatura no interior das colméias é mantida entre 34,5 e 35,5°C. Isto é conseguido não apenas por isolamento térmico dos abrigos, mas também pela ação dos próprios insetos, aquecendo o microambiente pelo metabolismo ou resfriando-o mediante a evaporação de gotas de água (Zmitrowicz, 2001).

Em seu interior, o ninho é constituído por um conjunto de favos que são dependurados verticalmente, facilitando o multiuso das células (alvéolos), de seção hexagonal, que servem tanto para o abrigo de crias quanto para armazenar mel e pólen. Estes alvéolos possuem formato prismático, padronizado, e executado com extrema precisão em termos de tamanho, ângulos formados e espessuras, obtendo máximo aproveitamento do material (Zmitrowicz, 2001; Winston 2003) (Figura 1).

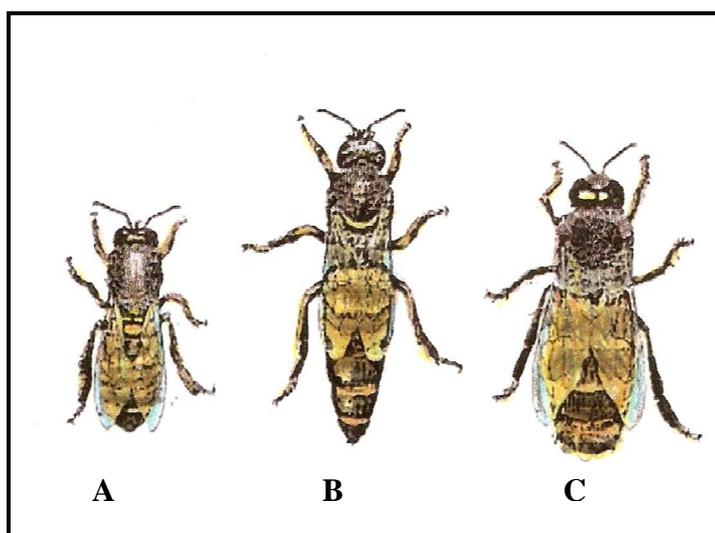


**Figura 1.** Detalhe do favo mostrando sua construção fundo-a-fundo e a inclinação dos alvéolos (Adaptado a partir de Frisch, 1974).

*Figure 1. Honeycomb detail showing its construction bottom-to-bottom and the inclination of the alveoli (Adapted starting from Frisch, 1974).*

De acordo com Amaral e Alves, (1979) e Martínez et al. (2004), muitas dessas características foram incorporadas às colméias artificiais, permitindo ao ser humano melhor manipulação das abelhas.

O enxame ou colônia é a população de abelhas que constituem uma sociedade. Os componentes desta sociedade estão organizados cooperativamente para a obtenção do bem comum da colméia. Assim sendo, encontra-se três tipos de indivíduos morfológica e funcionalmente diferenciados que constituem as castas: operárias, zangões e rainha (Hang et al, 1994; Fewell e Page, 2000) (Figura 2).



**Figura 2.** Morfologia das três castas: A – operária; B – rainha; C – zangão (Adaptado a partir de Martinez, 2004).

*Figure 2. Morphology of the three breeds: A – worker; B – queen; C – drone (Adapted starting from Martinez, 2004).*

De acordo com Buzzi e Miyazaki (1999), uma casta pode ser definida como uma divisão que se encontra nos insetos sociais, nos quais os indivíduos estão estruturalmente e fisiologicamente especializados para realizar uma função particular. A casta trabalhadora é formada pelas operárias que são as encarregadas das tarefas de infra-estrutura e manutenção da colméia. Já a casta reprodutora está formada pelos machos (zangões) e uma fêmea fértil (rainha).

### 3. 2. **Biologia da abelha *Apis mellifera***

A biologia das abelhas de uma colônia, quando esta é alojada pelo homem em ninhos artificiais, permanece inalterada e seu comportamento é tão primitivo e selvagem quanto aqueles espécimes que vivem em seu habitat natural. Por ser as colônias permanentes no tempo e por depender da presença das flores para a sua alimentação, a atividade das abelhas é grande e constante durante os períodos de disponibilidade de recursos florais, já que não devem só recolher alimentos para sua sobrevivência diária, mas também para acumular excedentes para o período de escassez de recursos (Winston, 2003; Martínez et al., 2004).

De acordo com os autores acima citados, o conhecimento da biologia das abelhas permite ao ser humano desenvolver técnicas apícolas com as quais dirige à atividade da colméia em direção a fabricação de determinados produtos. Por isso, é tão fundamental conhecer a biologia e as atividades das diferentes castas nos distintos momentos de sua vida, para compreender de forma global o funcionamento da colméia.

A rainha é a única fêmea fértil diplóide da colméia, produzindo ovos fertilizados, que dão origem às fêmeas (operárias ou novas rainhas), e ovos não fertilizados, que originam os zangões. A capacidade de postura da rainha pode ser de até 2.500 a 3.000 ovos por dia, em condições de abundância de alimento (Nogueira-Couto e Couto, 2006). Ela pode viver e reproduzir-se, em média, por até 3 anos, porém, em climas tropicais, sua taxa de postura diminui após o primeiro ano. Outra função importante da rainha é a manutenção da ordem social na colméia através da liberação de feromônios (Martínez et al., 2004; Pereira et al., 2005).

Os zangões são machos férteis haplóides com a única função de fecundar a rainha durante o vôo nupcial. As larvas de zangões são criadas em alvéolos maiores que os

alvéolos das larvas de operárias e levam 24 dias para completarem seu desenvolvimento de ovo a adulto. Durante o acasalamento, o órgão genital do zangão (endófalo) fica preso no corpo da rainha e se rompe, ocasionando sua morte (Winston, 2003; Nogueira-Couto e Couto, 2006).

As operárias são fêmeas diplóides, diferindo da rainha por serem estéreis, possuindo órgãos de defesa e trabalho perfeitamente desenvolvidos, muitos dos quais não são observados na rainha e no zangão, como a corbícula (onde é feito o transporte de materiais sólidos) e as glândulas de cera. São os indivíduos mais abundantes e os menores da colméia. Elas realizam todo o trabalho para a manutenção da colméia, executando atividades distintas, de acordo com a idade, desenvolvimento glandular e necessidade da colônia (Free, 1980; Nogueira-Couto e Couto, 2006).

### **3. 3. Fatores que influenciam a produção da abelha *Apis mellifera***

O Brasil apresenta características especiais de flora e clima que, aliado a presença de abelhas, lhe confere grande potencial para a atividade apícola. A qualidade e a quantidade da flora apícola é fator limitante de produção. Uma planta é considerada apícola se for atrativa para a abelha e com produção de pólen e/ou néctar (Pereira et al., 2005).

Segundo Silveira (1987) e Nogueira-Couto e Couto (2006), a flora apícola ideal é aquela que fornece grande quantidade de alimento, durante todo o ano, possibilitando dessa forma que suas colônias se mantenham em desenvolvimento constante e que o apicultor possa, também, coletar mel de boa qualidade, continuamente. Entretanto, o potencial apícola difere de região para região, podendo a produção se concentrar em determinados períodos do ano em determinadas regiões.

Freitas (1996) argumenta que o fluxo de néctar e de pólen na caatinga apresenta picos durante a estação chuvosa, caindo abruptamente na estação seca, sendo, portanto a estação das chuvas a época apropriada para a exploração de mel e/ou pólen na caatinga. O autor ainda expõe que a frequência e a densidade das diversas espécies vegetais da caatinga variam bastante entre diferentes localidades, influenciando o fluxo de néctar e pólen para as colméias.

A potencialidade para secreção do néctar, pela planta, é hereditária. Até quanto esse potencial se expressa, entretanto, depende das condições ambientais que são basicamente aquelas referentes ao clima (radiação solar, temperatura do ar, umidade do ar e altitude) e ao solo (umidade e fertilidade do solo), os quais estão inter-relacionados (Portella e Gallego, 1999).

De acordo com Pegoraro et al. (1999) e Marchini e Moreti (2003), as operárias de *A. mellifera* coletam pólen e/ou néctar segundo as necessidades da colônia. Já Free e Prece, (1969) e Dreller e Tarpy, (2000), relatam que a quantidade de mel e pólen armazenados está correlacionada com a quantidade de cria (ovos, larvas e pupas) e com a quantidade de operárias forrageiras, sendo que a duas variáveis dependem do tamanho da colônia.

Segundo Soares (1994) e Mello et al. (2003), quando há escassez de alimento, condições climáticas desfavoráveis e ameaça de predação, todas as abelhas da colônia deixam a colméia e migram para outros locais mais favoráveis ao seu desenvolvimento, constituindo, assim, a enxameação de abandono.

#### **4. Modelos matemáticos em produção animal: aplicação de curvas de crescimento e produção**

Segundo Freitas et al. (1984), o crescimento dos animais em função do tempo é um fenômeno bastante complexo, onde envolve conhecimentos biológicos e matemáticos para interpretar tal fenômeno, sendo de grande importância para a biologia, e a zootecnia. Com o grande progresso da informática nos últimos anos e devido à maior participação conjunta de biólogos e estatísticos, o estudo do crescimento através de modelos matemáticos tem despertado grande interesse.

Guedes et al. (2004) informam que o estudo da curva de crescimento em produção animal descreve os processos biológicos que ocorrem com o animal em determinadas fases, refletindo as relações de crescimento entre as várias partes do organismo animal até a sua finalização com a maturidade, em situações ambientais distintas.

De acordo com Freitas (2005), entre as várias aplicações das curvas de crescimento na produção animal, destacam-se: a) resumir em três ou quatro parâmetros as características de crescimento da população, pois alguns parâmetros dos modelos utilizados possuem interpretabilidade biológica; b) avaliar o perfil de resposta ao longo do tempo; c) estudar as interações de resposta das subpopulações ou tratamentos com o tempo; d) identificar em uma população os animais mais pesados em idades mais jovens. Essas informações podem ser obtidas investigando-se o relacionamento entre o parâmetro  $k$  das curvas de crescimento, que expressam a taxa de declínio na taxa de crescimento, e o peso limite do animal ou peso assintótico e e) obter variância entre e dentro de indivíduos de grande interesse nas avaliações genéticas.

A escolha da melhor função é determinada por vários fatores, como condições experimentais, e principalmente o manejo e a temperatura que podem determinar a

tendência da curva. No entanto, o coeficiente de determinação e a distribuição dos resíduos, podem contribuir para a tomada de decisões quanto à qualidade de ajuste proporcionada por uma função (Cruz, 2000).

Tedeschi et al (2000) relataram que várias funções têm sido empregadas para moldarem o crescimento animal. Porém, as funções que atualmente apresentam grande uso são as funções não-lineares com componentes exponenciais. Essas funções apresentam interpretação biológica do crescimento e são facilmente comparadas entre diferentes cenários de produção.

Um dos métodos recomendados para a escolha da melhor modelo matemático é a avaliação do desvio entre o valor predito e o observado na curva (Brown et al., 1976), porém outros métodos mais empregados são: a menor soma dos quadrados residuais (Perotto et al., 1992), desvios de regressão, coeficiente de determinação ( $R^2$ ), porcentagem e dificuldade de convergência (Brown et al., 1976), comportamento das curvas e avaliação dos parâmetros por comparação e avaliação gráfica das curvas (Fitzhugh, 1976).

Pesquisas feitas com suínos, utilizando ajustamento de modelos não-lineares a dados de crescimento foram realizadas por Freitas et al. (1983). Segundo os autores, dos cinco modelos empregados o modelo Logístico foi o que apresentou os resultados mais adequados para o estudo, baseado nos valores do coeficiente de determinação corrigido ( $R^2$ ), quadrado médio residual e interpretabilidade biológica dos parâmetros ajustados.

Modelos de curvas de crescimento em frangos de corte foram determinados por Freitas et al. (1984), onde as funções de Gompertz e Logística apresentaram estimativas adequadas ao peso e idade desses animais.

Curvas de crescimento também foram empregadas para diferentes frequências de pesagens em gado Nelore por Nobre et al. (1987). Esses autores utilizaram cinco modelos

matemáticos, sendo que o modelo de Richards convergiu mais rapidamente quando ajustado, apresentando maior número de interações.

Estudando curva de crescimento de animais da raça Guzerá e seus cruzamentos, Tedeschi et al. (2000), concluíram que a função que melhor se enquadrou nos parâmetros de seleção por intermédio dos índices de comparação foi Gompertz, seguida da função de von Bertalanffy. O nível de dificuldade de convergência foi maior para a curva de Richards; já as funções de Brody tenderam a superestimar o peso adulto, enquanto as funções de Gompertz modificada e Logística tenderam a subestimá-lo.

Pesquisas de Bergamasco et al. (2001) com ajuste de modelos não-lineares a dados de crescimento de 65 vacas Holandesas, utilizando os modelos Brody, Gompertz e Logístico, concluíram que todos os modelos ajustaram-se bem aos dados e o modelo de Gompertz foi o mais indicado para descrever o crescimento das novilhas.

Curvas de crescimento de cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia considerando a heterogeneidade de variância foram estudados por Guedes et al. (2004). Os autores ajustaram funções de crescimento não-lineares a dados de peso-idade de 40 cordeiros, sendo as funções von Bertalanffy e Gompertz as que melhores apresentaram qualidade de ajuste, ao passo que as funções de Richards, Logística e Brody não se mostraram adequadas para descrever o crescimento dos animais por apresentarem estimativas não condizentes com a realidade.

Freitas (2005) discutiu as propriedades de sete modelos não-lineares, considerando-se o ajuste de curvas de crescimento na produção animal, onde utilizou diversos modelos como: Brody, Richards, von Bertalanffy e duas alternativas de Gompertz e de Logístico que foram ajustados a dados peso-idade das espécies de camarão-d'água-doce, rã-pimenta, coelho, frango, ovino, caprino, suíno e bovino. O autor concluiu que o modelo Logístico estimou o peso em todas as espécies animais, enquanto o de von Bertalanffy apenas não foi

adequada para o camarão, já os dois modelos Gompertz foram adequados para camarão, rã, frango, suíno e bovino. Em cada espécie estudada pelo menos dois dos sete modelos mostraram-se adequados para estimar o crescimento corporal das espécies animais, uma vez que os coeficientes de determinação foram superiores a 92%.

Modelos matemáticos que são utilizados para a produção de leite, avaliam aspectos necessários para a compreensão do comportamento produtivo, como: o pico de produção, que é a produção máxima diária, e persistência, que é o grau no qual a taxa de produção é mantida ao longo do tempo (Santoro, 2003). O emprego destes modelos em curvas de crescimento e produção em abelhas, é um provável recurso que permite interpretar o modelo enfatizando o significado biológico dos parâmetros.

O comportamento da curva de lactação de 31 cabras mestiças Saanen em função da suplementação de concentrado e do sistema de produção foi pesquisado por Paulo-Macedo et al. (2001). Estes autores empregaram os modelos Wood linear ( $\log_y = a + b \log_n - cn$ ) e não linear ( $y = an^b e^{-cn}$ ), Morant linear ( $\log_y = a e (bn' + cn'^2 + d/n)$ ) e não linear ( $y = a e (bn' + cn'^2 + d/n)$ ), D-set ( $y = a e (b(1 + n'/2)n')$ ) e Grossmam ( $y = a_i b_i \{1 - \tanh^2 [b_i (n - c_i)]\}$ ) e verificaram que o modelo Wood não linear foi o que melhor descreveu o comportamento da curva de lactação, uma vez que este modelo apresentou a menor variância residual associado ao comportamento das estimativas ao longo da lactação.

Guimarães et al. (2006), utilizando funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos, verificaram que entre os diversos modelos comparados, o proposto por Brody et al. (1924) ( $Y = ae^{bt} - ae^{-ct}$ ) e Nelder (1966) ( $Y = t/a + bt + ct^2$ ) foram os que apresentaram melhores ajustes para à curva de lactação dos animais, com base nas informações do gráfico de distribuição de resíduo, da média dos desvios absolutos e do quadrado médio dos resíduos e, principalmente, pela comparação das curvas estimada e observada por avaliação visual.

Diante do exposto, há necessidades de estudos relacionados a aplicação dos modelos matemáticos às curvas de crescimento e produção em colméias de *A. mellifera*, visando apresentar uma proposta para adequação de estimativas de safras e entressafras nas diversas regiões que desenvolvam atividade apícola em sistemas comerciais.

### Referências Bibliográficas

- AMARAL, E.; ALVES, S. B. **Insetos Úteis**. Piracicaba: Livroceres, 1979, 192 p.
- BARGAMASCO, A. F.; AQUINO, L. H.; MUNIZ, J. A. Ajuste de modelos não-lineares a dados de crescimento de fêmeas da raça Nelore, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 25, n. 2, p. 235 - 241, 2001.
- BROWN, J. E., FITZHUGH JR., H. A., CARTWRIGHT, T. C. A comparison of nonlinear models for describing weightage relationships in cattle, **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 810 – 818, 1976.
- BUZZI, J. Z.; MIYAZAKI, R. D. Entomologia Didática. 3. ed. Curitiba: Editora da UFPR, 1999. 308 p.
- CRUZ, G. R. B. **Aplicação de modelos matemáticos no ajuste da curva de crescimento de caprinos no estado da Paraíba**. 2000. 84 f. Dissertação (Mestrado em Zootecnia). Universidade Federal da Paraíba, Areia, 2000.
- DRELLER, C.; TARPY, D. R. Perception of the pollen need by foragers in a honeybee colony. **Animal Behaviour**, Lodon, v. 59, n. 1, p. 91 – 96, 2000.
- ENCICLOPÉDIA MIRADOR INTERNACIONAL. São Paulo: Ed. Encyclopaedia Britannica do Brasil Pulicações, p. 653-658, 1990. 3 v.
- FEWELL, J. H.; PAGE, R. E. Jr. Colony-level selection effects on individual and colony foraging task performance in honeybee, *Apis mellifera* L., **Behavioral Ecology and Sociobiology**, Germany, v. 15, n. 41, p. 173 – 181, 2000.
- FITZHUGH, H. A. Analysis of growth curves and strategies for altering their shapes, **Journal of Animal Science**, Champaign, v. 42, n. 4, p. 1036 – 1051, 1976.
- FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS – FAO/ONU. Disponível em: <<http://www.fao.org>>. Acesso em: 11 jul. 2007
- FREE, J. B. **A organização social das abelhas (Apis)**. v. 13. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1980. 79 p.
- FREE, J. B.; PRECE, D. A. The effect of the size of a honeybee colony on its foraging activity, **Insectes Sociaux**, Paris, v. 16, n. 1, p. 73- 78, 1969.
- FREITAS, A. R de; COSTA, C. N. Ajustamento de modelos não-lineares a dados de crescimento de suínos, **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 18, n. 10, p. 1147-1154, 1983.

- FREITAS, A. R de; ALBINO, L. F. T.; MICHELAN-FILHO, T.; ROSSO, L. A. de. Modelos de curvas de crescimento em frangos de corte, **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 19, n. 9, p. 1057-1064, 1984.
- FREITAS, B. M. Caracterização e fluxo de néctar e pólen na caatinga do nordeste. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE APICULTURA, 11., 1996, Teresina. **Anais...** Teresina: CBA, 1996, p.181 – 185.
- FREITAS, A. R de. Curvas de crescimento na produção animal, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786–795, 2005.
- FRISCH, K. von. **Animal architecture**. New York: Harcourt Brace Jovanovich, 1974.
- GUEDES, M. H. P.; MUNIZ, J. A.; PEREZ J. R. O.; SILVA, F. F. e; AQUINO, L. H. de; SANTOS, C. L. de. Estudo das curvas de crescimento de cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 2, p. 381-388, 2004.
- GUIMARÃES, V. P.; RODRIGUES, M. T.; SARMENTO, J. L. R.; ROCHA, D. T. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 35, n. 2, p. 535–543, 2006.
- HANG, Z. Y. ROBINSON, G. E.; BORST, D. W. Physiological correlates of division of labor among similarly aged honey bees, **Journal of Comparative Physiology**, v. 174, p. 731 – 739, 1994.
- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA - IBGE. Disponível em: <<http://www.ibge.gov.br>>. Acesso em: 11 jul. 2007.
- LAÍN, C. S.; FERRERAS, C. G. **Mieles españolas: características e dentificación mediante el análisis del pólen**. Madrid: Ediciones Mundi-Prensa. 2000, 163 p.
- MARCHINI, L. C.; MORETI, A. C. Comportamento de coleta de alimento por *Apis mellifera* L., 1758 (Hymenoptera, apidae) em cinco espécies de eucalyptus. **Archivos Latinoamericanos de Producción Animal**, v. 11, n. 2, p. 75 – 79, 2003.
- MARTÍNEZ, A. Q.; REAL, S. M.; RODRÍGUEZ, L. F.; GARCÍA, R. R. IBARRA, R. O; MENÉNDEZ, J. J. L.; MODERA, J. F.; LLAMA, F. C.; MARTÍN-GARCÍA, E. GONZÁLEZ, T. E. D.; LLARENTE-MATÍNEZ, J.; GÓMEZ, P. P. **Las abejas y la apicultura**. España: Editorial Universidad de Oviedo, 2004. 124 p.
- MELLO, M. H. S. H. de; SILVA, E. A. da; NATAL, D. Abelhas africanizadas em área metropolitana do Brasil: abrigos e influências climáticas, **Revista Saúde Pública**, São Paulo, v. 37, n. 2, p. 237 – 241, 2003.
- MUXFELDT, H. **Apicultura para todos**. 4. ed. Porto Alegre: Sulina, 1982, 243 p.
- NOBRE, P. R. C.; ROSA, A. do N.; SILVA, L. O. C. da; EVANGELISTA, S. R. M. Curvas de crescimento de gado nelore ajustadas para diferentes frequências de

- pesagens, **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v. 22, n. 9/10, p. 1027-1037, 1987.
- NOGUEIRA-COUTO, R. H.; COUTO, L. A. **Apicultura: manejo e produtos**. 3. ed. Jaboticabal: FUNEP, 2006. 193 p.
- PADILLA, F.; PUERTA, F.; FLORES, J. M.; BUSTOS, M. Bees, Apiculture and New Word. **Archivos de Zootecnia**, Córdoba, v. 41, n. 154 (extra), p. 563 – 567, 1992.
- PAULO-NETO; ALMEIDA-NETO. Apicultura nordestina: principais mercados, riscos e oportunidades. Fortaleza: Banco do Nordeste do Brasil, 2006, 78 p. (**Série Documentos do ENETE, n.12**)
- PAULO-MACEDO, V. de P.; DAMASCENO, J. C.; SANTOS, G. T, dos; MARTINS, E. N.; MACEDO, F. de A. F. Curvas de crescimento na produção animal, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 30, n. 6S, p. 786–795, 2001.
- PEGORARO, MARQUES, E. N.; CHAVES NETO, FEDALTO, L. M. Estoque de recursos alimentares em *Apis mellifera scutellata* (Hym., Apidae). **Archives of Veterinary Science**, Paraná, v. 4, n. 1, p. 51 – 56, 1999.
- PEREIRA, F. de M.; LOPES, M. T. do R.; CAMARGO, R, C. R. de; VILELA, S. L. de O. **Sistemas de Produção de Mel**. Disponível em: <<http://www.cpamn.embrapa.br/pesquisa/apicultura/mel/index.htm>> Acesso em: 07 set. 2005.
- PEROTTO, D., CUE, R.I., LEE, A.J. Comparison of nonlinear functions for describing the growth curve of three genotypes of dairy cattle. **Canadian of Journal Animal Science**, Canadá, v. 72, n. 4, p. 773 – 782, 1992.
- POTELA, E. M. R.; GALLEGU, J. C. S. **Alimentación de las abejas: aplicación práctica de los fundamentos fisiológicos de la nutrición**. Madrid: ELGIDO-AMAZÁN, 1999.195 p.
- SANTORO, K. R. **Ajuste de curvas**. 2003. 131 f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.
- SEBRAE. **Projeto Apis**. Disponível em: <<http://www.apis.sebrae.com.br> > Acesso em: 10 nov. 2007.
- SILVEIRA, F. de A. Flora apícola: um desafio à apicultura brasileira. **Informe Agropecuário**, v. 106, n. 9, p. 26 – 30, 1987.
- SOARES, A. E. E.; MICHELETTE, E. R. F., DINIZ, N. M. TEIXEIRA, M. V. Dispersão das abelhas africanizadas nas Américas: aspectos comportamentais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE APICULTURA, 10., 1994, Pousada do Rio Quente. **Anais...** Pousada do Rio Quente: CBA, 1994, p. 204 – 211.

SOARES, A. E. E. Captura de enxames com caixas iscas e sua importância no melhoramento de abelhas africanizadas. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE APICULTURA, 16., 2004, Natal. **Anais...** Natal: CBA, 2004. I CD-RON.

TEDESCHI, L. O.; BOIN, C.; NADON, R. F.; LEME, P. R. Estudo da curva de crescimento de animais da raça guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto, com e sem suplementação. 1. análise e seleção das funções não-lineares, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 29, n 2, p. 630-637, 2000.

WIESE, H. **Nova apicultura**. 9. ed. Guaíba: Agropecuária, 1993. 493 p.

WINSTON, M. L. **A biologia da abelha**. Porto Alegre: Magister, 2003. 276 p.

ZMITROWICZ, W. As estruturas territoriais dos insetos, **Revista Estudos Avançados**, São Paulo, v. 15, n. 41, p. 193 – 211, 2001.

## *CAPÍTULO II*

---

**Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Crescimento em Colméias  
de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano**

## CAPÍTULO II

### **Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Crescimento em Colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano**

**RESUMO** - Objetivou-se, com esse trabalho, aplicar modelos matemáticos que melhor estimem o crescimento dos ninhos de *Apis mellifera*, visando contribuir para o direcionamento do manejo adequado para a região do Cariri Paraibano. Os dados foram tomados semanalmente com a pesagem de ninhos de 20 colméias instaladas na Estação Experimental de São João do Cariri (CCA/UFPB). A estimativa dos parâmetros foi feita por meio de regressões não-lineares, pelo procedimento NLIN do Programa SAS (Statistical Analysis System), utilizando-se o método modificado de Grauss-Newton. Para a escolha do melhor modelo, utilizou-se número de interações, o coeficiente de determinação ( $R_a^2$ ) e o gráfico de distribuição de resíduo. Entre os modelos avaliados, o que apresentou melhor ajuste para a estimativa de crescimento da colméia, sob as condições do Cariri Paraibano foi o quadrático logarítmico.

**Palavras – chave:** abelha, crescimento do ninho, modelagem matemática.

**Application of Mathematical Models in the Adjustment of Curve of Growth in  
Beehives of *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) in Cariri Paraibano**

**ABSTRACT** - It was aimed at, with that work, to apply mathematical models that best esteems the growth of the nests of *Apis mellifera*, seeking to contribute for the direction of the appropriate handling for Cariri Paraibano's area. The data were weekly taken with the weighing of nests of 20 beehives installed in the São João of Cariri Experimental Station (CCA/UFPB). The estimate of the parameters was made through non-linear regressions, for the procedure NLIN of the SAS Program (Statistical Analysis System), being used Gauss-Newton's modified method. For the choice of the best model, number of interactions, the determination coefficient ( $R_a^2$ ) and the graph of residue distribution were used. Among the appraides models, what presented better adjustment for the estimate of growth of the beehive, under Cariri Paraibano's conditions it was the Quadratic Logarithmic.

**Key – Words:** bee, growth of the nest, mathematical modelling.

## 1. Introdução

A apicultura é uma das atividades que contribui com fatores sociais e econômicos, através da exploração de mel, cera, própolis, geléia real, pólen e apitoxina, além dos benefícios da polinização às culturas vegetais.

Essa atividade depende dos recursos naturais, oscilando a produção de acordo com as condições climáticas e ambientais de cada região. A região semi-árida nordestina oferece condições naturais e propícias para o desenvolvimento de grandes projetos apícolas com escala comercial e industrial (Pereira et al. 2005; Nogueira-Couto e Couto, 2006).

Para a apicultura ser produtiva é necessário o conhecimento acerca da disponibilidade de alimento (néctar e pólen) fornecido pelas flores de diversas espécies vegetais e qual a real participação destas plantas na produção anual, através da catalogação de espécies melíferas nas várias regiões.

O conhecimento da produção apícola é um tópico de bastante interesse, pois permite que o manejo das colméias seja conduzido eficientemente, permitindo inclusive que programas de seleção de abelhas sejam elaborados para as características de crescimento e produção.

Ren e Becker (1981) citam o estudo de crescimento de seres vivos através de modelos matemáticos, utilizando-se de funções paramétricas com o propósito de descrever o desenvolvimento do animal durante sua vida com características de crescimento em condições diferentes como, por exemplo, tempo, doses, etc. Entre essas análises, destaca-se a de lactação e a de crescimento animal que são submetidas às funções matemáticas. Nas curvas de lactação estão relacionados a produção de leite ( $y$ ) e dias de lactação ( $t$ ) (Cobuci et al, 2000; Guimarães et al, 2006) e para a curva de crescimento, relacionam-se pesos ( $y$ )

e idades (t) dos animais, por meio de modelos não-lineares (Guedes et al., 2004; Paz et al., 2004; Freitas, 2005).

A modelagem de crescimento e produção, segundo Sandland e McGlichrist (1979), pode ser considerada do ponto de vista biológico e estatístico. O primeiro interpreta o modelo enfatizando o significado biológico dos parâmetros, enquanto o segundo preocupa-se com a estrutura dos dados, a escolha do modelo, sua estimação e utilização para propósitos de produção.

No caso de abelhas, para se determinar a produção de mel de cada colméia, e qual é a sua velocidade de crescimento dentro dos diversos fatores ambientais locais, busca-se melhores estratégias de manejo para a produção comercial. O mel é um produto diário da colméia e sua produção está relacionada com a disponibilidade de néctar das plantas. Assim, optou-se neste estudo por aplicar modelos de curvas utilizados para a lactação, uma vez que existe inter-relação entre produção de mel e dias de produção, assim como nos modelos empregados para a lactação, onde se utiliza como parâmetro o pico de produção e a persistência da produção.

O emprego de modelos matemáticos aplicados à lactação no estudo do crescimento dos ninhos é o que melhor condiz para explicar o fenômeno, haja visto que o crescimento populacional das abelhas apresenta oscilações no transcorrer do tempo, diferindo, assim, das características apresentadas no crescimento animal (curva sigmóide).

A utilização de modelos matemáticos pode contribuir para o melhor entendimento do sistema de produção, pois o conhecimento da forma da curva e suas implicações sobre o crescimento do ninho podem auxiliar na estimativa de crescimento máximo em determinado período de tempo e, também, na tomada de decisões quanto ao manejo.

O estudo de curvas de crescimento por meio de modelos matemáticos, geralmente, sintetiza informações de todo o período de vida dos animais, ou seja, um conjunto de

informações em série de peso por idade, em um pequeno conjunto de parâmetros interpretáveis biologicamente, facilitando o entendimento do fenômeno (Oliveira et al., 2000; Cobuci et al, 2001).

Diversos modelos matemáticos são empregados para o ajustamento de curvas de lactação com o intuito de estimar a produção: gama incompleto, quadrática, quadrática logarítmica, linear hiperbólica, polinomial inversa, linear entre outras. Já para descrever o crescimento em produção animal as funções mais utilizadas são: Brody, Richards, von Bertalanffy, Gompertz e logística. Essas funções apresentam três parâmetros biologicamente interpretáveis (peso inicial, produção máxima, taxa de declínio) e um outro que se identifica como uma constante matemática (Mazzini, et al., 2003). Outras funções, como Logística dupla, Mitscherlinch, Morgagan-Mercer-Flodin e Weibull, também são aplicadas em curvas de crescimento (Santoro, 2003).

Assim, objetiva-se aplicar modelos matemáticos que melhor estimem o crescimento dos ninhos de *Apis mellifera*, visando contribuir para o direcionamento do manejo adequado para a região do Cariri Paraibano.

## **2. Material e Métodos**

### **2.1. Localização do experimento**

O experimento foi conduzido no apiário da Estação Experimental de São João do Cariri, pertencente ao Centro de Ciências Agrárias (CCA) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), durante o período de 12 de abril a 10 de novembro de 2007.

A Estação Experimental de São João do Cariri está localizada ao norte do município de São João do Cariri, onde integra a mesorregião da Borborema Central e microrregião dos

Cariris Velhos da Paraíba (Paraíba, 1985), nas coordenadas 07°23'27'' de latitude sul e 36°31'58'' de longitude oeste. A altitude varia de 450 a 550 m, apresentado clima semi-árido quente com a estação chuvosa se iniciando em janeiro/fevereiro com término em setembro, podendo se adiantar até outubro (Enciclopédia dos Municípios Paraibanos, 1987; Andrade et al., 1999; Carvalho et al., 2002; Araújo et al., 2005). A precipitação pluviométrica média anual é de 386,6 mm, com um desvio padrão de 177,7 mm, com temperatura média máxima de 32° C e mínima de 20° C e umidade relativa do ar de 70% aproximadamente.

A região do município de São João do Cariri está incluída entre as áreas de caatinga hiperxerófilas, onde predominam plantas mais adaptadas às condições de elevada aridez (Centre D'Etudes de Geographie Tropicale, 1980). Esta vegetação é predominantemente composta por plantas arbóreas como o Marmeleiro (*Croton sonderianus*), o Mofumbo (*Combretum leprosum*), e o Pinhão Branco (*Jatropha molissima*); plantas lenhosas como o Angico (*Anadenanthera colubrina*), a Catingueira (*Caesalpinia pyramidalis*), a Umburana (*Amburana cearensis*), e o Umbuzeiro (*Spondias tuberosa*); e as cactáceas como o Facheiro (*Cereus squamosa*), o Xique-Xique (*Pilocereus gounellei*), a Cubeba (*Opuntia inamoena*), e o Mandacará (*Cereus jamacaru*) (Aguiar et al., 1995; Aguiar e Martins, 1997; Araújo et al., 2005).

## **2.2. Condução experimental**

Durante o experimento foram utilizadas 20 colméias nidificadas em caixas modelo Langstroth, distribuídas no Apiário da Estação Experimental. As colônias eram naturais, capturadas na região, não sofreram substituição de rainhas e cuja fonte de alimentação foi a flora local.

As colméias receberam manejo contínuo de produção sem a intervenção de novas famílias. Não houve necessidade de nenhuma medicação ao longo do período experimental.

Para estimar o crescimento das colônias, semanalmente, foram realizadas as pesagens dos ninhos diretamente no campo, utilizando-se balança eletrônica com bateria para carga máxima de 30 kg, durante 31 semanas.

As pesagens dos ninhos foram realizadas sempre no mesmo dia da semana e no período da tarde.

Os dados das pesagens foram anotados para edição de um banco de dados com o número de colméias, número da pesagem, data de pesagem, dados de crescimento, temperatura máxima, temperatura mínima, temperatura média, pluviosidade, umidade relativa do ar e insolação.

Ao longo do período experimental, devido às condições climáticas e de floração da região, foram perdidas oito colméias decorrentes da enxameação por abandono, por isso, ficando o experimento com diferentes números de colméias observadas nas semanas de pesagem. Não houve intervenção para controle da enxameação porque havia como objetivo identificar a realidade local em época propícia, permitindo-se que as colméias respondessem naturalmente aos fatores ambientais.

### **2. 3. Funções utilizadas para o ajuste**

Os dados médios das pesagens semanais das unidades experimentais foram tabulados para a aplicação das sete funções matemáticas (Tabela 1).

**Tabela 1.** Modelos matemáticos utilizados para descreverem o crescimento de ninhos de colméias de *Apis mellifera* nidificadas em colméias Langstroth no município de São João do Cariri-PB

Table 1. Mathematical model used to describe the growth of nests of *Apis mellifera* at Langstroth beehives in São João do Cariri – PB

<b>Modelo</b> <i>Model</i>	<b>Função</b> <i>Function</i>	<b>Referência</b> <i>Reference</i>
Gama Incompleto <i>Gamma Incomplete</i>	$y = a_0 x^{a_1} e^{-a_2 x}$	Wood, 1967
Logístico <i>Logistic</i>	$y = a_0 + (1 + a_1 e^{-a_2 x})^{-1}$	Freitas et al., 1997
Linear <i>Lineal</i>	$y = a_0 + a_1 x$	Bianchini Sobrinho, 1984
Linear Hiperbólico <i>Hyperbolic Lineal</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^{-1}$	Bianchini Sobrinho, 1984
Quadrático <i>Quadratic</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$	Dave, 1971
Quadrático Logarítmico <i>Quadratic Logarithmic</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 \ln x$	Bianchini Sobrinho, 1984
Polinomial Inversa <i>Polynomial Inverse</i>	$y = x (a_0 + a_1 x + a_2 x^2)^{-1}$	Nelder, 1966

Para estas funções,  $y$  representa o crescimento do ninho (kg);  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são parâmetros da curva a serem estimados e  $x$  é o número de dias das pesagens.

Os parâmetros das funções foram estimados através de técnicas não-lineares, usando-se o método modificado de Gauss-Newton disponível no PROC NLIN (SAS, 1996).

## 2. 4. Estatísticas usadas para escolha da melhor função

### 2. 4.1. Coeficiente de determinação ajustado

Segundo Ribeiro (1997), quando se compara um modelo com diferentes números de parâmetros, é adequado utilizar o coeficiente de determinação ajustado ao número de parâmetros de cada modelo, para que estes sejam comparados em iguais condições. De acordo com Draper e Smith (1981) a equação utilizada é:

$$R_a^2 = \frac{(n-1)R^2 - p}{n - p - 1}$$

Em que:

$R_a^2$  = coeficiente de determinação ajustado;

$p$  = número de parâmetros do modelo;

$n$  = número de observações;

$R^2$  = coeficiente de determinação.

$$R^2 = \frac{\text{Soma dos quadrados de regressão corrigidos}}{\text{Soma de quadrados total corrigido}}$$

### 2. 4. 2. Gráfico de distribuição dos resíduos

Para mostrar a qualidade do ajuste proporcionado para cada função, foi utilizado um gráfico de distribuição de resíduos que mostra a dispersão destes em função do tempo. Se os resíduos apresentam-se distribuídos aleatoriamente em relação a variável classificatória  $t$ , é indicativo de bom ajuste. Caso estes se apresentem em blocos de valores

positivos ou negativos, é indicativo de auto-correlação residual positiva ou negativa, o que indica que ocorreu ajuste não satisfatório.

### **2. 4. 3. Desvios entre as pesagens observadas e estimadas**

Os desvios entre os pesos de ninhos observados e estimados pelos modelos foram utilizados como parâmetro de escolha do modelo. Os pesos totais estimados pelas funções foram obtidos pela somatória dos pesos estimados em cada dia da pesagem. Assim, os desvios são dados por:

$$Desvio (\%) = \frac{(PN - PNE) \times 100}{PN}$$

Em que:

*Desvio (%)* = porcentagem do desvio;

*PN* = peso do ninho observado;

*PNE* = peso do ninho estimado;

### **2. 4. 4. Número de interações**

O número de interações foi obtido através do procedimento para ajuste de modelo não-linear do SAS, o qual demonstra o grau de dificuldade computacional para o ajuste dos modelos utilizados, o que representa a facilidade ou dificuldade na convergência dos dados.

### 3. Resultados e Discussão

Na Tabela 2 são apresentados os pesos médios dos ninhos obtidos ao longo de trinta e uma semanas experimentais.

**Tabela 2.** Peso médio dos ninhos (kg) de abelhas *Apis mellifera* em São João do Cariri – PB (abril a novembro, 2007)

Table 2. Average weight of the nests (kg) of honeybee *Apis mellifera* in São João do Cariri – PB (april to November, 2007)

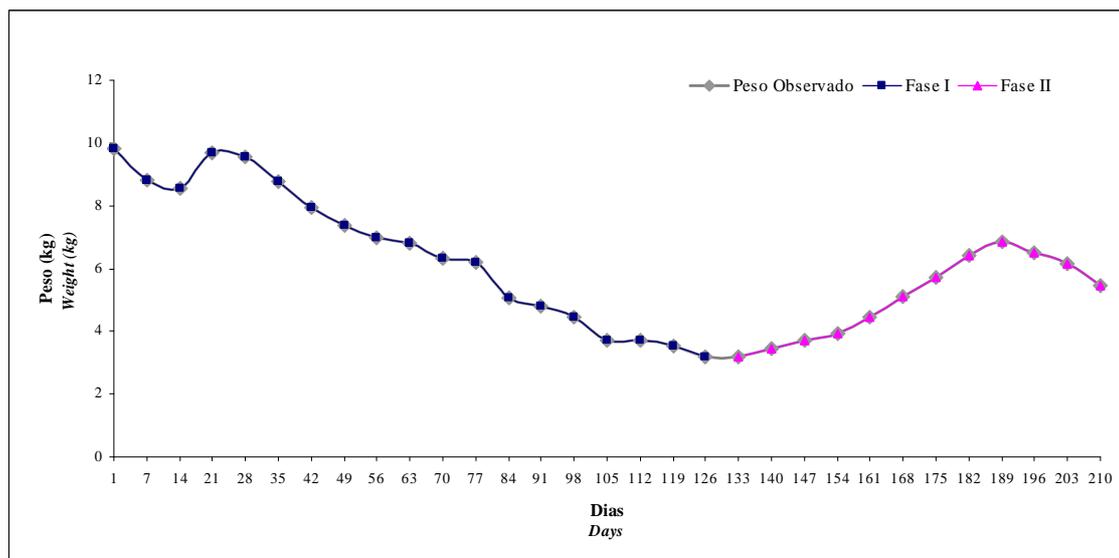
	<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Colméias</b> <i>Number of beehave</i>	<b>Peso Médio (kg)</b> <i>Mean weight</i>
<b>Fase I</b>	1	1	20	9,832
	2	7	20	8,835
	3	14	20	8,560
	4	21	20	9,683
	5	28	20	9,545
	6	35	19	8,760
	7	42	19	7,947
	8	49	18	7,395
	9	56	17	6,995
	10	63	17	6,803
	11	70	17	6,338
	12	77	17	6,184
	13	84	16	5,047
	14	91	16	4,820
	15	98	15	4,436
	16	105	15	3,706
	17	112	15	3,688
	18	119	14	3,552
	19	126	14	3,193
<b>Fase II</b>	20	133	14	3,198
	21	140	14	3,439
	22	147	14	3,713
	23	154	14	3,929
	24	161	14	4,444
	25	168	14	5,100
	26	175	14	5,738
	27	182	14	6,434
	28	189	14	6,839
	29	196	14	6,481
	30	203	14	6,153
	31	210	12	5,455
	$\bar{X}$			6,008

Para melhor convergência dos dados na análise estatística, empregou-se a divisão dos dados em duas fases. A fase I que corresponde aos dados da 1ª a 19ª pesagem e a fase II que corresponde aos dados da 20ª a 31ª pesagem.

A média de peso dos ninhos de *Apis mellifera* foi de 6,008 kg, em um período de 210 dias, com coeficiente de variação de 34,44%. A curva média de crescimento do ninho está representada na Figura 1, onde se percebe flutuações no crescimento ao longo do tempo.

Freqüentemente as flutuações no tamanho das populações resultam de mudanças sazonais ou anuais na disponibilidade de recursos, ou podem ser aleatórias. As populações de insetos não são constantes, pois apresentam crescimento quando o ambiente é favorável e decréscimo quando sobrepujam os fatores desfavoráveis. Portanto, num determinado espaço de tempo as populações flutuam, na dependência dos fatores ambientais (temperatura, umidade, luminosidade, correntes de vento, gravidade e pressão) conforme o local e a movimentação dos indivíduos na própria área ou de uma área para outra.

Azerefgne et al. (2001) relatam que oscilações no número de indivíduos, amostrados em estudos de flutuação populacional, normalmente são atribuídas a fatores relativos ao clima, principalmente temperatura. No entanto, diversos estudos de modelagem têm revelado a ocorrência de interações ecológicas, dinâmicas intrínsecas ou mesmo outros fatores não climáticos, regulando as oscilações de indivíduos (Turchin et al., 1991).



**Figura 1.** Curva média de crescimento observada para colméias de *Apis mellifera*.  
*Figure 1.* Growth average curve observed for *Apis mellifera* beehives.

Na Figura 1, percebe-se um decréscimo do peso inicial até o 14º dia, ocorrendo em seguida crescimento. Esse comportamento pode ser resultante, possivelmente, do estresse inicial sofrido pelas populações de abelhas durante as primeiras manipulações, haja visto que nesse período, a oferta de alimento (néctar e pólen) foi satisfatória, ou então, decorrentes de outros fatores como chuvas locais (Tabela 4), que impossibilitaram o forrageamento das abelhas. Após a restituição das condições favoráveis ao crescimento, as populações de abelhas se recuperaram no 21º dia, porém a partir do 28º dia se inicia gradativo decréscimo com seu restabelecimento ocorrendo no 133º dia, onde inicia novo crescimento, atingindo o pico no 189º dia seguido de decréscimo.

Ao longo das 31 semanas experimentais a curva apresentou flutuações em seu formato, o que caracteriza curvas de crescimento populacional em insetos. Nos primeiros 28 dias os valores de peso variaram de 9,832 a 9,5453 kg. Neste período, as condições ambientais estavam favoráveis e várias espécies vegetais encontravam-se em floração (Marmeleiro (*Combretum leprosum*), Catingueira (*Caesalpinia pyramidalis*), Mofumbo (*Combretum leprosum*), Pinhão Branco (*Jatropha molissima*), Malva (*Walttheria sp.*) e

outras espécies vegetais de baixa densidade populacional na região de estudo. Durante esse período, apenas uma só colméia enxameou por abandono, provavelmente, pelo menor número de indivíduos capazes de forragear para a coleta de néctar e pólen em plantas mais distantes.

A partir do 28º dia houve queda acentuada do crescimento das colméias de *A. mellifera*, cujo peso médio observado, nesse período, foi de 9,545 kg, atingindo aos 126 dias de observação 3.193 kg. Esse decréscimo no peso médio das colméias é decorrente do período de estiagem que caracteriza a região e da escassez de vegetação em florescimento. Assim, sem recursos (néctar e pólen) as abelhas diminuem seu tamanho populacional e consomem o mel estocado nos favos de suas colméias, o que caracteriza gradativa diminuição do peso das colméias.

Aos 133 dias de observação é percebido leve acréscimo do peso das colméias, decorrente do florescimento da espécie vegetal exótica *Prosopis juliflora* (Algaroba), que teve início no mês de agosto durante o período de estiagem na região. O pico máximo é atingido no 189º dia com peso médio de 6,839 kg.

À medida que recursos florais (pólen e néctar) vão sendo disponibilizados para a colônia, estas tendem a aumentar o número de indivíduos, sendo o seu crescimento relacionado à oferta de alimentos. O declínio da população é decorrente da escassez de recursos ofertados a colméia.

Segundo Free (1980), como resultado do aumento do número de crias que é acompanhada pelo aumento de coleta de recursos, a população adulta de abelhas aumenta, e se a coleta permanecer abundante, assim também o serão o número de abelhas coletoras e a quantidade de alimento coletado. Por sua vez, a quantidade de alimento coletado é influenciada pela quantidade de crias presentes na colméia.

Durante o período experimental houve perda de oito colméias por abandono devido ao número reduzido de indivíduos e também pela escassez de reservas de alimentos, já que houve a opção de não entrar com alimentação artificial, visando obter dados reais da região.

As médias dos parâmetros estimados, os erros padrões, o número de interações e os coeficientes de determinação ajustados ( $R_a^2$ ) para os modelos estudados, encontram-se na Tabela 3.

As médias dos parâmetros estudados nos diversos modelos permitem a interpretação biológica dos dados para ressaltar características relevantes para o estudo do crescimento ou produção. Segundo Paz et al. (2002), os modelos não-lineares são mais adequados para se relacionar peso e idade principalmente porque possuem parâmetros com interpretação biológica, importante do ponto de vista de aplicação, com exceção do modelo polinomial inverso. Assim, na Tabela 3 observa-se que o parâmetro  $a_0$  corresponde ao peso inicial, quando o tempo  $t$  tende ao infinito;  $a_1$  representa o fator de integração que ajusta os valores de peso inicial, e  $a_2$  corresponde à taxa de crescimento do animal (Tedeschi, 2000).

Dentre os modelos avaliados, as funções polinomial inversa e linear hiperbólica necessitam que o parâmetro  $a_0$  se apresente com valor positivo e próximo ao peso inicial observado porque a função tem em sua fórmula um expoente negativo. Assim, dentre os diversos modelos, o quadrático e quadrático logarítmico foram os que mais se aproximaram do valor observado com 9,871 kg e 9,551 kg para a fase I, respectivamente; enquanto que para a fase II, os melhores modelos foram o linear e o quadrático logarítmico com 3,337 kg e 3,158 kg, respectivamente (Tabela 3). Quando este parâmetro apresenta valor negativo, sugere a ocorrência de curvas atípicas, que são caracterizadas por apresentarem estimativas irreais e fora dos limites biológicos aceitáveis para os parâmetros da curva de produção.

Observa-se na Tabela 3 que o número de interações variou de 2 a 24 para a fase I e de 2 a 34 para a fase II, sendo os menores valores atribuídos para os modelos linear, linear hiperbólico, quadrático e quadrático logarítmico com duas interações cada. Esses dados indicam que quanto maior o valor maior será a o grau de dificuldade computacional no ajuste dos dados.

Dentre os modelos estudados, nota-se que houve variação do coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ) de 79,9 a 77,7% para a fase I e de 44,8 a 37,6 para a fase II (Tabela 3), sendo os modelos linear e quadrático logarítmico aqueles que apresentaram maiores valores (79,9%) para a fase I e para a fase II (44,8%), respectivamente. De acordo com Cruz (2007), o  $R_a^2$  indica o quanto da variação total foi explicada pelo modelo de regressão e elevados valores de  $R_a^2$  indicam bons ajustes.

De acordo com Regazzi (2003), os valores de  $R_a^2$  encontrados na literatura são, em sua maioria, próximos a 100%, mesmo quando há grande variação entre os valores observados e estimados. Na fase II do experimento, os baixos valores médios dos pesos e o grande número de pesagens contribuíram para os baixos valores  $R_a^2$ , porém estabeleceu-se o maior valor obtido como o melhor nas condições estudadas em *A. mellifera*.

Guimarães et al. (2006), obtiveram para determinação de curva de lactação em caprinos baixos valores de  $R_a^2$  decorrente da utilização de dados individuais na estimativa dos parâmetros, visto que alguns pesquisadores utilizam a média de produção por período, o que tende a eliminar a variação dos dados.

**Tabela 3.** Média dos parâmetros estimados, erro padrão, interações e coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), de acordo com o modelo utilizado para colméias de *Apis mellifera* em São João do Cariri – PB (abril a novembro, 2007)

*Table 3. Parameters estimated means, standard error, interactions and fill coefficient according to the model used to beehives of Apis mellifera in São João do Cariri – PB (april to novnber, 2007)*

Modelos <i>Models</i>	Parâmetros <i>Parameters</i>	Fase I				Fase II			
		Média <i>Mean</i>	Erro Padrão <i>Standard Error</i>	Interações <i>Interactions</i>	$R_a^2$ (%)	Média <i>Mean</i>	Erro Padrão <i>Standard Error</i>	Interações <i>Interactions</i>	$R_a^2$ (%)
Gama Incompleto <i>Gamma Incomplete</i>	$a_0$	9,2481	0,6779			2,6977	0,9358		
	$a_1$	0,0752	0,0338	10	78,5	0,1500	0,1510	8	38,0
	$a_2$	0,0107	0,0013			-0,0030	0,0056		
Logístico <i>Logistic</i>	$a_0$	11,059	1,4174			6,5916	1,1053		
	$a_1$	0,1381	0,1045	24	78,7	1,4006	0,6159	34	38,4
	$a_2$	-0,0240	0,0057			0,0489	0,0341		
Linear <i>Lineal</i>	$a_0$	10,1608	0,3210			3,3378	0,5772		
	$a_1$	-0,0565	0,0043	2	79,9	0,0451	0,0127	2	44,8
Linear Hiperbólico <i>Hyperbolic Lineal</i>	$a_0$	10,2938	0,3871			3,4724	0,7617		
	$a_1$	-0,0580	0,0049	2	78,6	0,0427	0,0154	2	38,0
	$a_2$	-0,5316	0,8628			-0,3738	1,3772		
Quadrático <i>Quadratic</i>	$a_0$	9,8712	0,4567			2,5819	0,8016		
	$a_1$	-0,0421	0,0168	2	78,6	0,1084	0,0484	2	38,4
	$a_2$	-0,0001	0,0001			-0,0008	0,0006		
Quadrático Logarítmico <i>Quadratic Logarithmic</i>	$a_0$	9,5515	0,6891			3,1518	1,0069		
	$a_1$	-0,0612	0,0351			0,1116	0,1116		
	$a_2$	-0,0000	0,0002	2	79,9	-0,0010	0,0010	2	44,8
	$a_3$	0,2658	0,4288			-0,8063	0,8617		
Polinomial Inversa <i>Polynomial Inverse</i>	$a_0$	0,0170	0,0105			0,0997	0,1327		
	$a_1$	0,0859	0,0057	8	77,7	0,2393	0,0350	9	37,6
	$a_2$	0,0012	0,0001			-0,0011	0,0005		

A seguir se inicia a apresentação das tabelas e gráficos representativos dos modelos estudados. A tabela 4 apresenta informações inerentes às condições climáticas durante o período experimental.

**Tabela 4.** Distribuição dos dados climáticas em São João do Cariri – PB no período de abril a novembro de 2007

*Table 4. Distribution of the climatic data in São João do Cariri – PB in the april to November of 2007*

Estágio <i>Stage</i>	Dias <i>Days</i>	Número de Colméias <i>Number of beehave</i>	T <sub>máx</sub> <sup>1</sup>	T <sub>mín</sub> <sup>2</sup>	T <sub>méd</sub> <sup>3</sup>	URAr <sup>4</sup>	Pluv <sup>5</sup>	Inso <sup>6</sup>
1	1	20	31,0	23,3	27,7	52,5	00,0	64,7
2	7	20	30,6	22,4	26,8	57,9	06,8	52,4
3	14	20	28,5	22,8	26,4	72,2	18,7	54,1
4	21	20	28,1	23,1	26,2	70,5	37,5	42,3
5	28	20	27,1	21,4	24,4	69,2	10,2	48,3
6	35	19	29,3	21,3	26,0	56,3	00,0	56,8
7	42	19	28,7	22,2	25,5	62,8	08,8	50,3
8	49	18	28,3	21,5	25,5	64,3	44,5	51,9
9	56	17	27,1	22,2	25,3	66,7	01,0	41,2
10	63	17	27,0	20,6	23,9	65,8	02,8	37,2
11	70	17	26,8	20,6	23,9	65,8	00,8	46,8
12	77	17	26,0	20,6	23,1	70,0	11,5	36,4
13	84	16	26,2	20,9	23,5	65,8	07,8	54,7
14	91	16	26,1	20,9	23,7	68,9	03,0	43,3
15	98	15	27,4	20,7	24,1	63,1	00,0	53,3
16	105	15	26,0	20,6	23,2	65,2	08,2	53,4
17	112	15	26,7	19,9	23,5	61,4	02,1	53,8
18	119	14	25,8	20,0	23,5	68,1	14,3	49,3
19	126	14	25,8	19,2	22,8	65,4	03,1	37,8
20	133	14	26,2	20,4	23,3	65,4	00,2	42,7
21	140	14	27,9	20,5	24,3	54,0	00,0	56,0
22	147	14	26,7	21,0	23,7	62,6	01,7	49,6
23	154	14	25,9	19,2	22,9	62,4	01,4	50,7
24	161	14	28,4	21,3	25,2	59,1	02,1	59,8
25	168	14	28,7	20,1	25,0	54,6	00,0	65,1
26	175	14	29,2	21,2	26,3	53,7	00,0	62,0
27	182	14	28,8	22,2	27,2	56,8	00,0	59,5
28	189	14	28,8	22,1	26,2	53,8	00,0	70,6
29	196	14	30,4	23,2	26,9	53,9	00,0	70,7
30	203	14	29,6	21,7	26,8	52,7	00,0	64,4
31	210	12	30,0	21,8	26,5	53,3	00,0	69,5

<sup>1</sup>T<sub>máx</sub> = Temperatura máxima; <sup>2</sup>T<sub>mín</sub> = Temperatura mínima; <sup>3</sup>T<sub>méd</sub> = Temperatura média; <sup>4</sup>URAr = Umidade relativa do ar; <sup>5</sup>Pluv = Pluviosidade; <sup>6</sup>Inso = Insolação

**Tabela 5.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Quadrático Logarítmico

*Table 5. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Quadratic Logarithmic model*

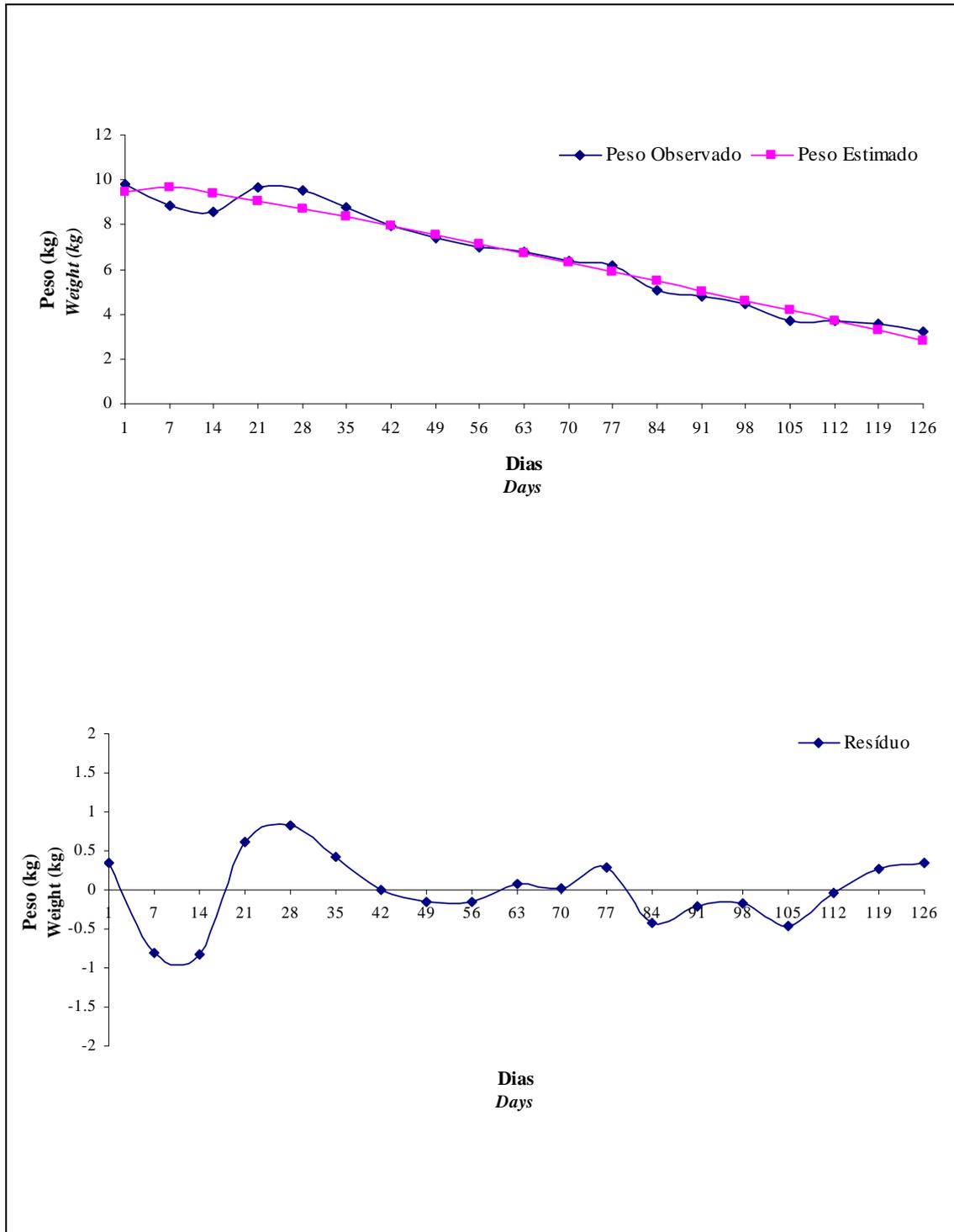
<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Desviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,4903	3,4705	0,3411
2	7	20	8,8345	9,6395	-9,1120	-0,8050
3	14	20	8,5595	9,3929	-9,7366	-0,8334
4	21	20	9,6830	9,0680	6,3513	0,6149
5	28	20	9,5450	8,7101	8,7470	0,8348
6	35	19	8,7602	8,3333	4,8732	0,4269
7	42	19	7,9467	7,9438	0,0365	0,0028
8	49	18	7,3953	7,5451	-2,0256	-0,1498
9	56	17	6,9947	7,1392	-2,0658	-0,1445
10	63	17	6,8032	6,7273	1,1157	0,0758
11	70	17	6,3882	6,3104	1,2179	0,0278
12	77	17	6,1837	5,8890	4,7658	0,2946
13	84	16	5,0470	5,4637	-8,2564	-0,4167
14	91	16	4,8200	5,0348	-4,4564	-0,2148
15	98	15	4,4360	4,6025	-3,7534	-0,1665
16	105	15	3,7057	4,1671	-12,4511	-0,4613
17	112	15	3,6882	3,7287	-1,0981	-0,0405
18	119	14	3,5522	3,2876	7,4489	0,2646
19	126	14	3,1930	2,8438	10,9364	0,3491
20	133	14	3,1980	3,3527	-4,8374	-0,1547
21	140	14	3,4385	2,9228	14,9978	0,5156
22	147	14	3,7130	3,5486	4,4277	0,1643
23	154	14	3,9290	4,2511	-8,1980	-0,3221
24	161	14	4,4440	4,8932	-10,1080	-0,4492
25	168	14	5,1000	5,4320	-6,5098	-0,3320
26	175	14	5,7380	5,8484	-1,9240	-0,1104
27	182	14	6,4340	6,1322	4,6907	0,3017
28	189	14	6,8390	6,2773	8,2132	0,5616
29	196	14	6,4810	6,2798	3,1045	0,2011
30	203	14	6,1530	6,1370	0,2600	0,0159
31	210	12	5,4550	5,8469	-7,1842	-0,3919

As Figuras 2 e 3 representam as curvas de crescimento médio estimados pelo modelo quadrático logarítmico, onde nota-se uma boa representação dessa curva, quando comparado aos demais modelos estudados. Observando o peso inicial, percebemos subestimação em 0,341 kg e superestimação do final em 0,391 kg. Pontos de inflexões da curva ocorram ao 21° e 189° dia, com subestimação do peso estimado

em 0,614 e 0,561 kg, respectivamente. Quanto às condições climáticas (Tabela 4), estas foram satisfatórias para o crescimento das colônias, independente do modelo matemático, sendo o crescimento do enxame diretamente relacionado com os recursos florais disponíveis. A análise do coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), o número de interações (Tabela 3), a avaliação gráfica das curvas estimada e observada e do gráfico do resíduo mostram bom ajuste do modelo quadrático logarítmico.

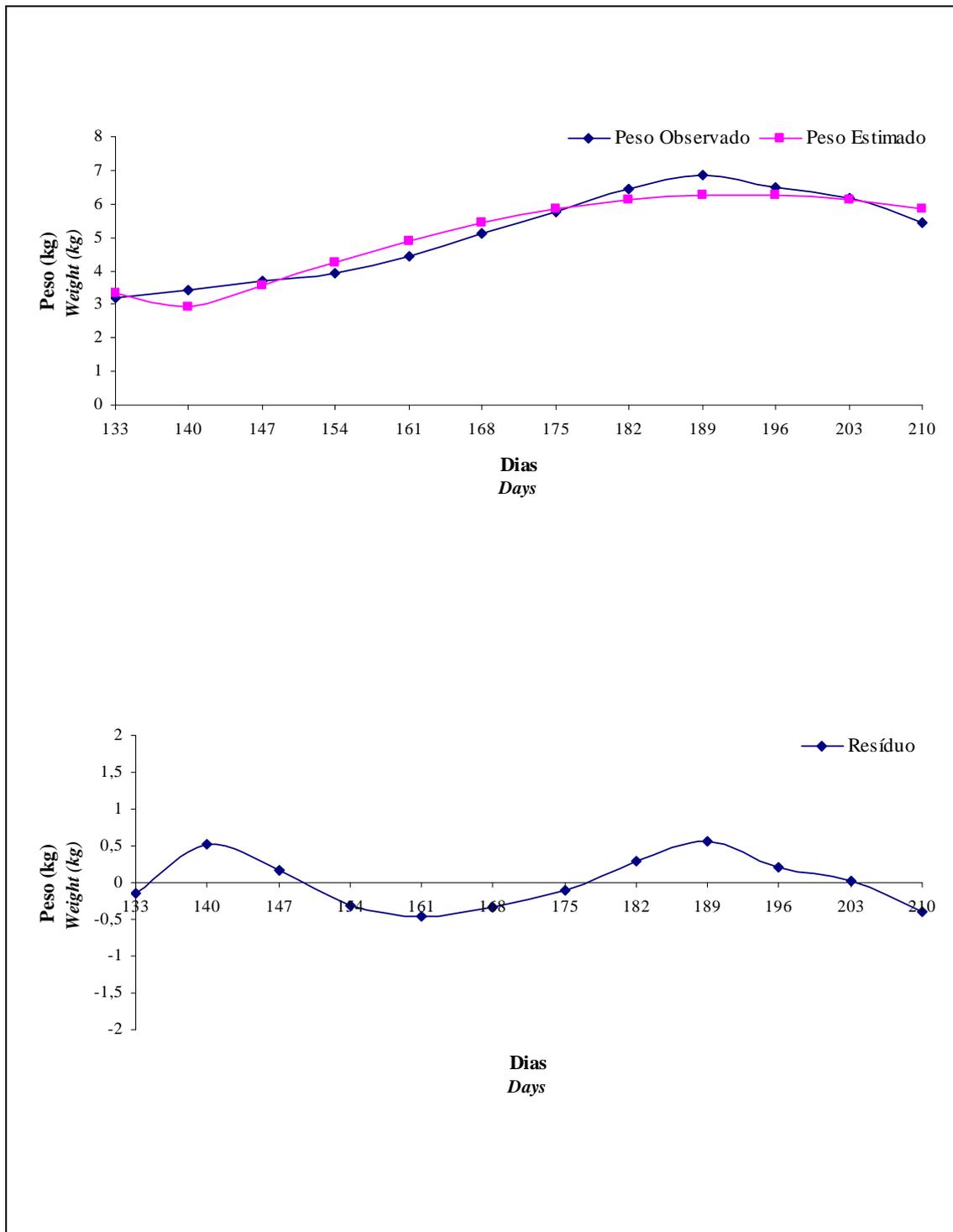
São apresentados na Tabela 6 o peso médio observado e estimado, bem como os resíduos obtidos pelo modelo gama incompleto. Os dados demonstram que o peso inicial foi subestimado em 0,681 kg, tendo em vista que o peso médio observado foi de 9,831 kg, considerando-se este valor o mais elevado dentre os modelos estudados. Rodrigues (2005), estudando curva de crescimento em rã-touro, obteve, também, subestimação do peso inicial pós-metamórfico quando comparado ao peso médio observado.

Observando-se o peso final proposto pelo modelo gama incompleto, houve superestimação em 1,097 kg, uma vez que o peso médio observado foi de 8,559 kg. Quanto aos pontos de inflexões da curva, ocorridos no 21º e 189º dia, nota-se subestimação (0,392 kg) e superestimação (0,981 kg), respectivamente. O menor peso médio observado foi alcançado no 19º semana com 3,193 kg, ocorrendo superestimação do modelo estudado em 0,270 kg



**Figura 2.** Curvas de crescimento estimado e observado, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático Logarítmico.

*Figure 2.* Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Quadratic Logarithmic model.



**Figura 3.** Curvas de crescimento estimado e observado, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático Logarítmico.

*Figure 3.* Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Quadratic Logarithmic model.

**Tabela 6.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Gama Incompleto

*Table 6. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Gamma Incomplete model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Desviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,1498	6,9338	0,6816
2	7	20	8,8345	9,9335	-12,4399	-1,0990
3	14	20	8,5595	9,7110	-13,4529	-1,1515
4	21	20	9,6830	9,2904	4,0545	0,3925
5	28	20	9,5450	8,8096	7,7046	0,7353
6	35	19	8,7602	8,3133	5,1015	0,4468
7	42	19	7,9467	7,8210	1,5818	0,1257
8	49	18	7,3953	7,3422	0,7180	0,0531
9	56	17	6,9947	6,8821	1,6098	0,1126
10	63	17	6,8032	6,4431	5,2931	0,3600
11	70	17	6,3882	6,0266	5,6604	0,3116
12	77	17	6,1837	5,6327	8,9105	0,5510
13	84	16	5,0470	5,2612	-4,2441	-0,2142
14	91	16	4,8200	4,9117	-1,9025	-0,0917
15	98	15	4,4360	4,5834	-3,3228	-0,1474
16	105	15	3,7057	4,2754	-15,3736	-0,5696
17	112	15	3,6882	3,9867	-8,0934	-0,2984
18	119	14	3,5522	3,7164	-4,6225	-0,1642
19	126	14	3,1930	3,4636	-8,4748	-0,2706
20	133	14	3,1980	2,7059	15,3877	0,4920
21	140	14	3,4385	3,6902	-7,3201	-0,2517
22	147	14	3,7130	4,1833	-12,6663	-0,4703
23	154	14	3,9290	4,5420	-15,6019	-0,6130
24	161	14	4,4440	4,8451	-9,0257	-0,4911
25	168	14	5,1000	5,1186	-0,3647	-0,0186
26	175	14	5,7380	5,3746	6,3332	0,3633
27	182	14	6,4340	5,6195	12,6593	0,8144
28	189	14	6,8390	5,8575	14,3515	0,9814
29	196	14	6,4810	6,0912	6,0145	0,3897
30	203	14	6,1530	6,3224	-2,7531	-0,1694
31	210	12	5,4550	6,5525	-20,1192	-1,0975

Na Tabela 7 são apresentados o peso estimado e o resíduo do modelo logístico.

Este modelo subestimou o peso médio inicial em 0,143 kg, enquanto que o peso médio final foi superestimado em 0,929 kg. Os pontos de inflexões da curva, ocorridos no 21º e 189º dia, foram subestimados em 0,682 e 0,794 kg, respectivamente.

Guedes et al. (2004), estudando curva de crescimento em cordeiros das raças Santa Inês e Bergamácia, obtiveram, pelo mesmo modelo avaliado, para as duas raças, subestimação do peso adulto dos animais. Esse resultado permite inferir uma tendência do modelo a subestimação, porém esse comportamento pode ser variável para distintas espécies animais.

O peso médio observado e estimado e os resíduos obtidos pelo modelo linear são apresentados na Tabela 8. Os dados demonstram que o peso inicial e final foram superestimados em 0,272 e 0,303 kg, respectivamente. Todavia, este modelo foi o que apresentou menor valor para o peso médio final dentre os demais modelos estudados. Os pontos de inflexões obtidos no 21º e 189º dia foram subestimados em 0,709 e 0,977 kg, concomitantemente. Este modelo ajustou bem à curva média de crescimento de *A. mellifera*, contudo a média do parâmetro  $a_0$  foi superior quando comparado ao peso médio observado e seus valores residuais foram altos, variando entre 0,977 a -0,930 kg para o crescimento de colméias sob às condições estudadas.

Na Tabela 9 são apresentados os pesos estimados e os resíduos obtidos pelo modelo linear hiperbólico. Os dados evidenciam que o peso inicial foi subestimado em 0,127 kg, cujo peso final foi superestimado em 1,303 kg, sendo este último o maior valor dentre os modelos estudados para o peso final. Já para os pontos de inflexões encontrados na curva, percebe-se subestimação de 0,632 e 0,976 kg, respectivamente, para o 21º e 189º dia.

Os pesos médios estimados e os resíduos obtidos pelo modelo quadrático são apresentados na Tabela 10. Pode-se observar a estimação do peso médio inicial em 9,828 kg com um valor residual em 0,002 kg. Entre os modelos estudados, este foi o que apresentou valor aproximado do peso médio observado e estimado das colméias.

Contudo houve superestimação do peso final em 0,631 kg. Os pontos de inflexões observadas do o 21º e 189º dia foram subestimados em 0,745 e 0,747 kg.

São apresentados na Tabela 11 os pesos médios estimados e os resíduos obtidos pelo modelo polinomial inverso. Esse modelo superestimou o peso médio inicial em 0,226 kg e o final em 1,211 kg nas colméias de *A. mellifera*. Os pontos de inflexões da curva encontrados no 21º e 189º dia experimental foram subestimados em 1,220 e 1,131 kg, respectivamente, sendo estes os mais altos valores encontrados dentre os modelos. Cruz (2007) obteve para curva de lactação em vacas da raça Guzerá e Sindi os melhores ajustes de parâmetros de curva individual por meio deste modelo.

A determinação dos pontos de inflexões das curvas permite definir o momento em que ocorreu decréscimo do peso, e, assim, agir nas tomadas de decisões cabíveis para restabelecer o crescimento e conseqüentemente sua produção.

A importância do estudo de curvas de crescimento em abelhas *A. mellifera* reside em permitir, através de modelos matemáticos, o fornecimento de parâmetros que possam ser utilizados na interpretação biológica dos dados, uma vez que essas informações possibilitarão a determinação dos períodos máximos e mínimos de crescimento populacional dessa espécie. Com esses resultados, é possível traçar estratégias de manejos que viabilizem a produção, haja visto que em colméias fortes (com número elevado de abelhas operárias e crias) a produção é bem mais elevada quando comparada com colméias fracas. Outro ponto positivo desse estudo é determinar o período de safra e entressafra da região do Cariri Paraibano, uma vez que o aumento do crescimento da população de abelhas ocorre quando fontes de alimentos (néctar e pólen) estão disponíveis, refletindo significativamente na produção de mel.

**Tabela 7.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Logístico

Table 7. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Logistic model.

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Deviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,6882	1,4576	0,1432
2	7	20	8,8345	9,5057	-7,5975	-0,6712
3	14	20	8,5595	9,2676	-8,2727	-0,7081
4	21	20	9,6830	9,0009	7,0443	-0,6820
5	28	20	9,5450	8,7045	8,8057	0,8404
6	35	19	8,7602	8,3782	4,3606	0,3819
7	42	19	7,9467	8,0225	-0,9539	-0,0757
8	49	18	7,3953	7,6388	-3,2926	-0,2434
9	56	17	6,9947	7,2297	-3,3597	-0,235
10	63	17	6,8032	6,7990	0,0617	0,0041
11	70	17	6,3882	6,3514	0,5761	-0,0132
12	77	17	6,1837	5,8926	4,7075	0,2911
13	84	16	5,0470	5,4286	-7,5609	-0,3816
14	91	16	4,8200	4,9661	-3,0311	-0,1461
15	98	15	4,4360	4,1360	6,7628	-0,0753
16	105	15	3,7057	4,0705	-9,8443	-0,3647
17	112	15	3,6882	3,6486	1,0737	0,0395
18	119	14	3,5522	3,2502	8,5018	0,3919
19	126	14	3,1930	2,8784	9,8528	0,3143
20	133	14	3,1980	2,8244	11,6823	0,3735
21	140	14	3,4385	3,3047	3,8912	0,1337
22	147	14	3,7130	3,8631	-4,0426	-0,1501
23	154	14	3,9290	4,3898	-11,7282	-0,4608
24	161	14	4,4440	4,8604	-9,3699	-0,4164
25	168	14	5,1000	5,2609	-3,1549	-0,1609
26	175	14	5,7380	5,5879	2,6159	0,1500
27	182	14	6,4340	5,8459	9,1405	0,5880
28	189	14	6,8390	6,0441	11,6230	0,7948
29	196	14	6,4810	6,1932	4,4407	0,2877
30	203	14	6,1530	6,3036	-2,4476	-0,1506
31	210	12	5,4550	6,3845	-17,0394	-0,9295

**Tabela 8.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo LinearTable 8. *Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Lineal model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de</b> <b>Observações</b> <i>Number of</i> <i>Observations</i>	<b>Peso</b> <b>Observado</b> <i>Observed</i> <i>weight</i>	<b>Peso</b> <b>Estimado</b> <i>Estimated</i> <i>weight</i>	<b>Desvio</b> <b>(%)</b> <i>Desviation</i> <i>(%)</i>	<b>Resíduo</b> <b>(kg)</b> <i>Residual</i> <i>(kg)</i>
1	1	20	9,8315	10,1042	-2,7737	-0,2727
2	7	20	8,8345	9,7649	-10,5314	-0,9304
3	14	20	8,5595	9,3691	-9,4585	-0,8096
4	21	20	9,6830	8,9733	7,3293	0,7096
5	28	20	9,5450	8,5776	10,1351	0,9673
6	35	19	8,7602	8,1818	6,6026	0,5784
7	42	19	7,9467	7,7860	2,0222	0,1607
8	49	18	7,3953	7,3902	0,0690	0,0051
9	56	17	6,9947	6,9944	0,0043	0,0002
10	63	17	6,8032	6,5986	3,0074	0,2045
11	70	17	6,3882	6,2028	2,9022	0,1353
12	77	17	6,1837	5,8070	6,0918	0,3766
13	84	16	5,0470	5,4112	-7,2162	-0,3642
14	91	16	4,8200	5,0155	-4,0560	-0,1955
15	98	15	4,4360	4,6197	-4,1411	-0,1837
16	105	15	3,7057	4,2239	-13,9839	-0,5181
17	112	15	3,6882	3,8281	-3,7932	-0,1398
18	119	14	3,5522	3,4323	3,3754	0,1198
19	126	14	3,1930	3,0365	4,9013	-0,1564
20	133	14	3,1980	3,6902	-15,3909	-0,1849
21	140	14	3,4385	3,6533	-6,2469	-0,2148
22	147	14	3,7130	3,9688	-6,8893	-0,2558
23	154	14	3,9290	4,2843	-9,0430	-0,3553
24	161	14	4,4440	4,5998	-3,5059	-0,1558
25	168	14	5,1000	4,9153	3,6216	0,1846
26	175	14	5,7380	5,2308	8,8393	0,5071
27	182	14	6,4340	5,5463	13,7970	0,8876
28	189	14	6,8390	5,8618	14,2886	0,9771
29	196	14	6,4810	5,5463	14,4222	0,8876
30	203	14	6,1530	5,8618	4,7327	0,9771
31	210	12	5,4550	6,1773	-13,2411	0,3036

**Tabela 9.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Linear Hiperbólico

*Table 9. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Hyperbolic Lineal model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de</b> <b>Observações</b> <i>Number of</i> <i>Observations</i>	<b>Peso</b> <b>Observado</b> <i>Observed</i> <i>weight</i>	<b>Peso</b> <b>Estimado</b> <i>Estimated</i> <i>weight</i>	<b>Desvio</b> <b>(%)</b> <i>Desviation</i> <i>(%)</i>	<b>Resíduo</b> <b>(kg)</b> <i>Residual</i> <i>(kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,7041	1,2958	0,1273
2	7	20	8,8345	9,8119	-11,0634	-0,9774
3	14	20	8,5595	9,4440	-10,3335	-0,8845
4	21	20	9,6830	9,6330	0,5164	-0,6322
5	28	20	9,5450	8,6511	9,3651	0,8938
6	35	19	8,7602	8,2490	5,8355	0,5111
7	42	19	7,9467	7,8457	1,2710	0,1010
8	49	18	7,3953	7,4416	-0,6261	-0,0462
9	56	17	6,9947	7,0370	-0,6047	-0,0423
10	63	17	6,8032	6,6322	2,5135	0,1709
11	70	17	6,3882	6,2271	2,5218	0,1110
12	77	17	6,1837	5,8219	5,8509	0,3617
13	84	16	5,0470	5,4166	-7,3232	-0,3696
14	91	16	4,8200	5,0112	-3,9668	-0,1912
15	98	15	4,4360	4,6057	-3,8255	-0,1697
16	105	15	3,7057	4,2002	-13,3443	-0,4944
17	112	15	3,6882	3,7946	-2,8849	-0,1064
18	119	14	3,5522	3,3890	4,5943	0,1632
19	126	14	3,1930	2,9833	6,5675	0,2096
20	133	14	3,1980	3,1413	1,7730	0,0566
21	140	14	3,4385	3,7181	-8,1315	-0,2796
22	147	14	3,7130	4,0440	-8,9146	-0,3310
23	154	14	3,9290	4,3521	-10,7686	-0,4231
24	161	14	4,4440	4,6577	-4,8087	-0,2117
25	168	14	5,1000	4,9576	2,7922	0,1423
26	175	14	5,7380	5,2585	8,3566	0,4794
27	182	14	6,4340	5,5590	13,5996	0,8749
28	189	14	6,8390	5,8591	14,3281	0,9798
29	196	14	6,4810	6,1591	4,9668	0,3218
30	203	14	6,1530	6,4588	-4,9699	-0,3058
31	210	12	5,4550	6,7585	-23,8955	-1,3035

**Tabela 10.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Quadrático

*Table 10. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Quadratic model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de</b> <b>Observações</b> <i>Number of</i> <i>Observations</i>	<b>Peso</b> <b>Observado</b> <i>Observed</i> <i>weight</i>	<b>Peso</b> <b>Estimado</b> <i>Estimated</i> <i>weight</i>	<b>Desvio</b> <b>(%)</b> <i>Desviation</i> <i>(%)</i>	<b>Resíduo</b> <b>(kg)</b> <i>Residual</i> <i>(kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,8289	0,0264	0,0025
2	7	20	8,8345	9,5710	-8,3366	-0,7365
3	14	20	8,5595	9,2597	-8,1804	-0,7002
4	21	20	9,6830	8,9371	7,7032	0,7458
5	28	20	9,5450	8,6034	9,8649	0,9415
6	35	19	8,7602	8,2584	5,7282	0,5018
7	42	19	7,9467	7,9022	0,5600	0,0445
8	49	18	7,3953	7,5347	-1,8850	-0,1394
9	56	17	6,9947	7,1561	-2,3075	-0,1613
10	63	17	6,8032	6,7662	0,5439	0,0369
11	70	17	6,3882	6,3651	0,3616	-0,0268
12	77	17	6,1837	5,9528	3,7340	0,2309
13	84	16	5,0470	5,5292	-9,5542	-0,4822
14	91	16	4,8200	5,0944	-5,6929	-0,2744
15	98	15	4,4360	4,6485	-4,7904	-0,2125
16	105	15	3,7057	4,1912	-13,1014	-0,4855
17	112	15	3,6882	3,7228	-0,9381	-0,0345
18	119	14	3,5522	3,2431	8,7016	0,3090
19	126	14	3,1930	2,7522	13,8052	0,4407
20	133	14	3,1980	2,6895	15,9006	0,5084
21	140	14	3,4385	3,3007	4,0076	0,1377
22	147	14	3,7130	3,9394	-6,0975	-0,2264
23	154	14	3,9290	4,4981	-14,4846	-0,5691
24	161	14	4,4440	4,9768	-11,9892	-0,5328
25	168	14	5,1000	5,3754	-5,4000	-0,2754
26	175	14	5,7380	5,6940	0,7668	0,0439
27	182	14	6,4340	5,9326	7,7930	0,5013
28	189	14	6,8390	6,0911	10,9358	0,7478
29	196	14	6,4810	6,1696	4,8048	0,3113
30	203	14	6,1530	6,1681	-0,2454	-0,0151
31	210	12	5,4550	6,0865	-11,5765	-0,6315

**Tabela 11.** Distribuição do crescimento das colméias e estimativa de peso do ninho pelo modelo Polinomial Inverso

*Table 11. Distribution of the growth of the beehives and estimation of weight of the nest by the Polynomial Inverse model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de</b> <b>Observações</b> <i>Number of</i> <i>Observations</i>	<b>Peso</b> <b>Observado</b> <i>Observed</i> <i>weight</i>	<b>Peso</b> <b>Estimado</b> <i>Estimated</i> <i>weight</i>	<b>Desvio</b> <b>(%)</b> <i>Desviation</i> <i>(%)</i>	<b>Resíduo</b> <b>(kg)</b> <i>Residual</i> <i>(kg)</i>
1	1	20	9,8315	9,6049	2,3048	0,2265
2	7	20	8,8345	10,3389	-17,0287	-1,5044
3	14	20	8,5595	9,6232	-12,4271	-1,0637
4	21	20	9,6830	8,9350	7,7249	0,7479
5	28	20	9,5450	8,3246	12,7858	1,2203
6	35	19	8,7602	7,7873	11,1059	0,9728
7	42	19	7,9467	7,3130	7,9744	0,6336
8	49	18	7,3953	6,8921	6,8043	0,5032
9	56	17	6,9947	6,5163	6,8395	0,4783
10	63	17	6,8032	6,1791	9,1736	0,6241
11	70	17	6,3882	5,8748	8,0367	0,4634
12	77	17	6,1837	5,5989	9,4571	0,5847
13	84	16	5,0470	5,3477	-5,9580	-0,3007
14	91	16	4,8200	5,1179	-6,1805	-0,2979
15	98	15	4,4360	4,9071	-10,6199	-0,4711
16	105	15	3,7057	4,7129	-27,1798	-1,0071
17	112	15	3,6882	4,5334	-22,9163	-0,8451
18	119	14	3,5522	4,3671	-22,9407	-0,8148
19	126	14	3,1930	4,2125	-31,9292	-1,0195
20	133	14	3,1980	2,9604	7,4296	0,2375
21	140	14	3,4385	4,0767	-18,5604	-0,6382
22	147	14	3,7130	4,3489	-17,1263	-0,6359
23	154	14	3,9290	4,5592	-16,0397	-0,6302
24	161	14	4,4440	4,7638	-7,1962	-0,3198
25	168	14	5,1000	4,9759	2,4333	-0,1240
26	175	14	5,7380	5,2013	9,3534	0,5366
27	182	14	6,4340	5,4441	15,3855	0,9898
28	189	14	6,8390	5,7079	16,5390	1,1310
29	196	14	6,4810	5,9966	7,4742	0,4843
30	203	14	6,1530	6,3144	-2,6231	-0,1614
31	210	12	5,4550	6,6665	-22,2090	-1,2115

#### 4. Conclusões

O melhor modelo que descreveu o comportamento da curva de crescimento nas condições estudadas foi o quadrático logarítmico, por este apresentar menor número de interações, valor elevado de  $R_a^2$ , avaliação gráfica satisfatória da curva da média de peso observado e estimado, do resíduo, além de interpretabilidade biológica.

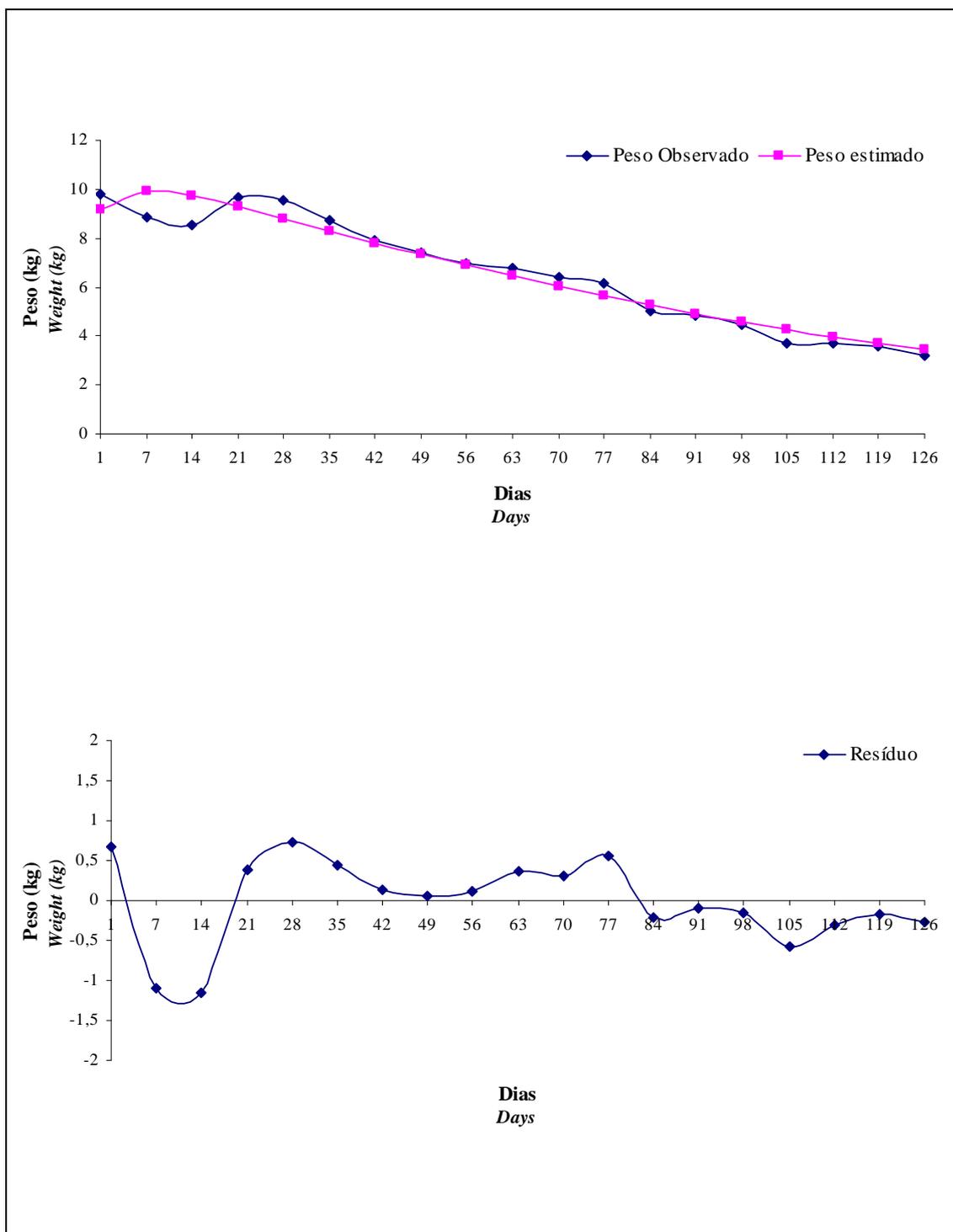
## 5. Referências Bibliográficas

- AGUIAR, C. M. L.; MARTINS C. F.; MOURA, A. C. A. Recursos florais utilizados por abelhas (Hymenoptera, Apoidea) em área da caatinga (São João do Cariri, Paraíba). **Revista Nordestina de Biologia**, João Pessoa, v. 10, n. 2, p. 101– 117, 1995.
- AGUIAR, C. M. L.; MARTINS C. F. Abundância relativa de abelhas (Hymenoptera, Apoidea) na caatinga, São João do Cariri, Paraíba, Brasil. **Iheringia**, Porto Alegre, n. 83, p. 151– 163, 1997.
- ANDRADE, L. A.; REIS, M. G.; REIS, G. G. Classificação ecológica do Estado da Paraíba: interpolação de dados climáticos por aproximação numérica. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 23, n. 1, p. 23 – 32, 1999.
- ARAÚJO, K. D.; ANDRADE, A. P. de; RAPOSO, R. W. C.; ROSA, P. R. de, PAZERA, E. Jr. Análise das condições meteorológicas de São João do Cariri no semi-árido paraibano. **Revista Geografia**, v. 14, n. 1, p. 61 – 72, 2005.
- AZEREFEGNE, F.; SOLBRECK, C.; IVES, A. R. Environmental forcing and high amplitude fluctuations in the population dynamics of the tropical butterfly *Acraea acerata* (Lepidoptera: Nymphalidae). **Journal of Animal Ecology**, Oxford, v. 70, n. 6, p. 1032 – 1045, 2001.
- BIANCHINI SOBRINHO, E. **Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir**. 1984. 88 f. Tese (Doutorado em Genética). Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1984.
- CARVALHO, M. G. F. de; TRAVASSOS, M. do S. B.; MACIEL, V. da S. Clima, vegetação e solo. In: RODRIGUEZ J. L. (Ed). **Atlas Escolar da Paraíba**. 3. ed. GRAFSET: João Pessoa, 2002. 191p.
- CENTRE D'ETUDES DE GEOGRAPHIE TROPICALE (CEGET-CNRS). Géographie et écologie de la Paraíba (Brésil), **Travaux et Documents de Géographie Tropicale**, Brurdeaux, v. 41, p. 1 - 180, 1980.
- COBUCCI, J. A.; EUCLYDES, R. F.; VERNEQUE, R. da S.; TEODORO, R. L.; LOPES, P. S.; SILVA, M. de A. Curva de lactação na raça Guzerá, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 29, n. 5, p. 1332 – 1339, 2000.
- COBUCCI, J. A. EUCLYDES, R. F.; TEODORO, R. L.; VERNEQUE, R. da S.; LOPES, P. S.; SILVA, M. de A. Aspectos genéticos e ambientais da curva de lactação de vacas da raça Guzerá., **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 30, n. 4, p. 1204 – 1211, 2001.
- CRUZ, G. R. B. **Estimativas dos parâmetros genéticos e de ambiente para medidas repetidas de produção de leite e de gordura em bovinos da raça Sindi e Guzerá**.

2007. 135f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2007.
- DRAPER, N.M.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 2. ed. New York: Wiley, 1981. 709p.
- DAVE, B. K. Frist lactation curve of Indian water buffalo. **Jawaharlal Nehru Krishi Vishwa Vidyalaya Research Journal**, v. 5, p. 93, 1971.
- ENCICLOPÉDIA DOS MUNICÍPIOS PARAIBANOS. João Pessoa: UNIGRAF, 1987, 46p.
- FREE, B. J. **A organização social das abelhas** (Apis). v. 13. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 1980. 79 p.
- FREITAS, A. F., DURÕES, M. C.; TEXEIRA, N. M. Curvas de crescimento de novilhas da raça holandesa mantidas em regime de confinamento. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 9, n. 1, p. 85-93, 1997.
- FREITAS, A. R de. Curvas de crescimento na produção animal, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 34, n. 3, p. 786–795, 2005.
- GUEDES, M. H. P.; MUNIZ, J. A.; PEREZ J. R. O.; SILVA, F. F. e; AQUINO, L. H. de; SANTOS, C. L. de. Estudo das curvas de crescimento de cordeiros das raças santa inês e bergamácia considerando heterogeneidade de variâncias, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras, v. 28, n. 2, p. 381-388, 2004
- GUIMARÃES, V. P.; RODRIGUES, M. T.; SARMENTO, J. L. R.; ROCHA, D. T. Utilização de funções matemáticas no estudo da curva de lactação em caprinos, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 35, n. 2, p. 535–543, 2006.
- MAZZINI, A. R. de A.; Muniz, J. A.; Silva, F. F.; Aquino, L. H de. Análise da curva de crescimento de machos hereford, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras. v. 27, n.5, p.1105-1112, 2003
- NELDER, J. A. Inverse polynomials a useful group of multi-factor response functions. **Biometrics**, Virgínia, v. 22, n. 1, p. 128 – 141, 1996.
- NOGUEIRA-COUTO, R. H.; COUTO, L. A. **Apicultura: manejo e produtos**. 3. ed. Jaboticabal: FUNEP, 2006. 193 p.
- OLIVEIRA, H. N. L; LÔBO, R. B.; PEREIRA, C. S. Comparação de modelos não lineares para descrever o crescimento de fêmeas da raça Guzerá. **Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, v.35, n.9, p.1843-1851, 2000.
- PAZ, C. C. P. PACKER, I. U.; FREITAS, A. R. de; TAMBASCO-TALHARI, D.; REGITANO, L. C. de A.; ALENCAR, M. M.; CRUZ, G. M. Ajuste de modelos não-lineares em estudos de associação entre polimorfismos genéticos e crescimento

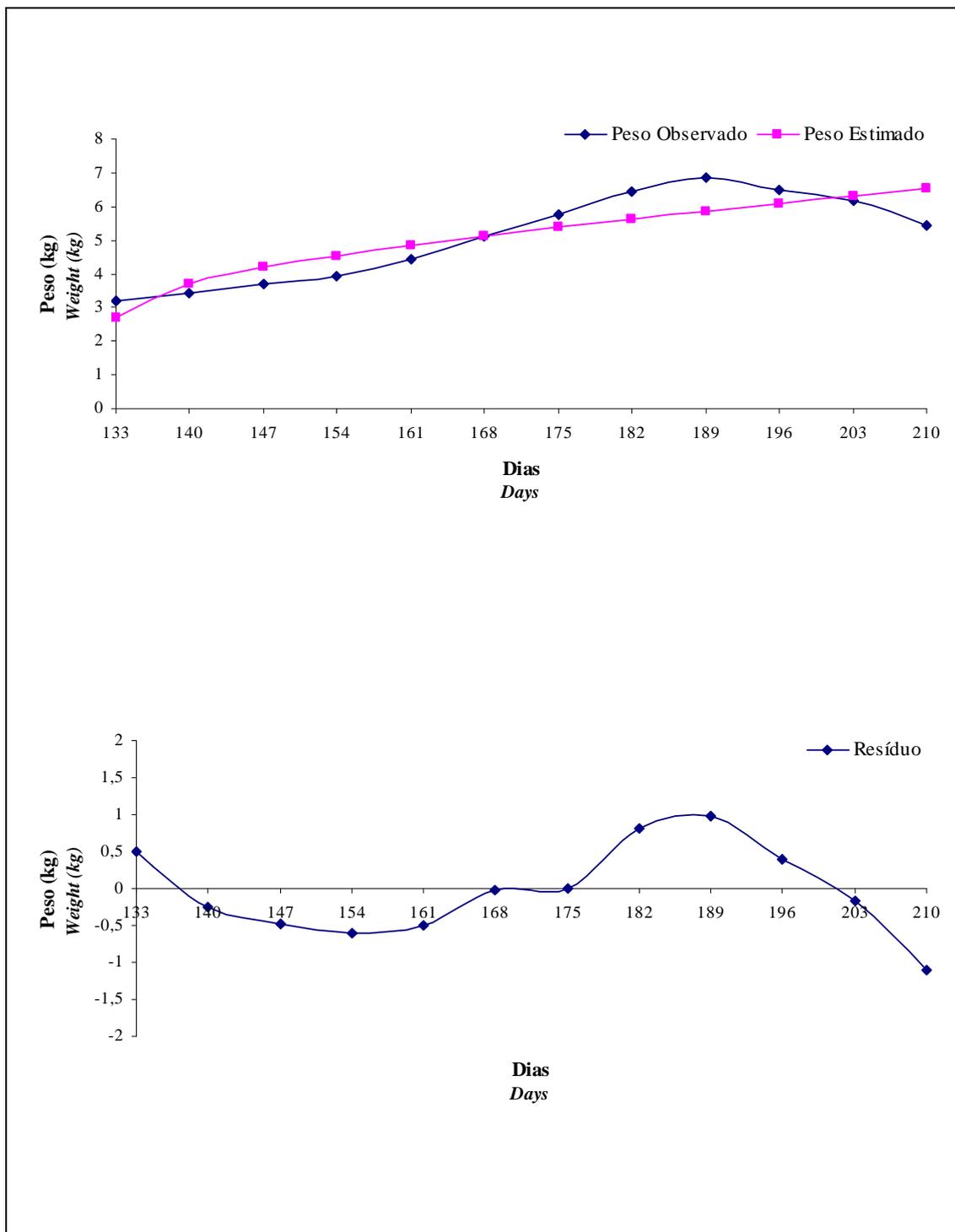
- em bovino de corte. **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v.33, n.6, p.1416-1425, 2004.
- PARAÍBA. Secretária da Educação/Universidade Federal da Paraíba **Atlas geográfico do estado da Paraíba**. João Pessoa: Grafiset, 1985. 100 p.
- PEREIRA, F. de M. et al. **Sistemas de Produção de Mel**. Disponível em: <<http://www.cpamn.embrapa.br/pesquisa/apicultura/mel/index.htm>>. Acesso em: 07 set. 2005.
- REGAZZI, A. J. Teste para verificar a igualdade de parâmetros e a identidade de modelos de regressão não-linear, **Revista Ceres**, Viçosa, v. 50, n. 287, p. 9 – 26, 2003.
- REN, Y. T.; BECKER, W. A. Growth of body and abdominal fat weights in male broiler chickens. **Poultry Science**, Pascal, n. 60, p. 1101 – 1106, 1981.
- RIBEIRO, M.N.; ALBUQUERQUE, L.G.; PIMENTA FILHO, E.C. Comparação de funções matemáticas no ajuste da curva de lactação de cabras mestiças no Cariri paraibano. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 34, 1997, Juiz de Fora. **Anais...** Juiz de Fora: Sociedade Brasileira de Zootecnia, 1997. p. 272-274.
- RODRIGUES, M. L. **Curva de crescimento médio e efeitos dos níveis e relação energia/proteína sobre o desempenho e fecundidade da rã-touro**. 2005. 88 f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal da Paraíba, Areia, 2005.
- SANDLAND, R. L.; McGLICHRIST, C. A. Stochastic growth curve analysis. **Biometrics**, Virgínia, v. 35, n. 1, p. 255 – 271, 1979.
- SANTORO, K. R. **Ajuste de curvas**. 2003. 131 f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.
- STATISTICAL ANALYSES SYSTEM – SAS. **User's guide**: statistics. version 8, v.2, Cary: 1999-2001.
- TEDESCHI, L. O.; BOIN, C.; NADON, R. F.; LEME, P. R. Estudo da curva de crescimento de animais da raça guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto, com e sem suplementação. 1. análise e seleção das funções não-lineares, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 29, n 2, p. 630-637, 2000.
- TURCHIN, P.; LORIO JUNIOR, P. L.; TAYLOR, A. D.; BILLINGS, R. F. Why do populations of southern pine beetles (Coleóptera: Scolytidae) fluctuate? **Environmental Entomology**, Lanham, v. 20, n. 2, p. 401 – 409, 1991.
- WOOD, P. D. P. Algebraic model of the lactation curve in cattle, **Nature**, London, v. 216, n. 5111, p. 164 – 165, 1967.

## Apêndice



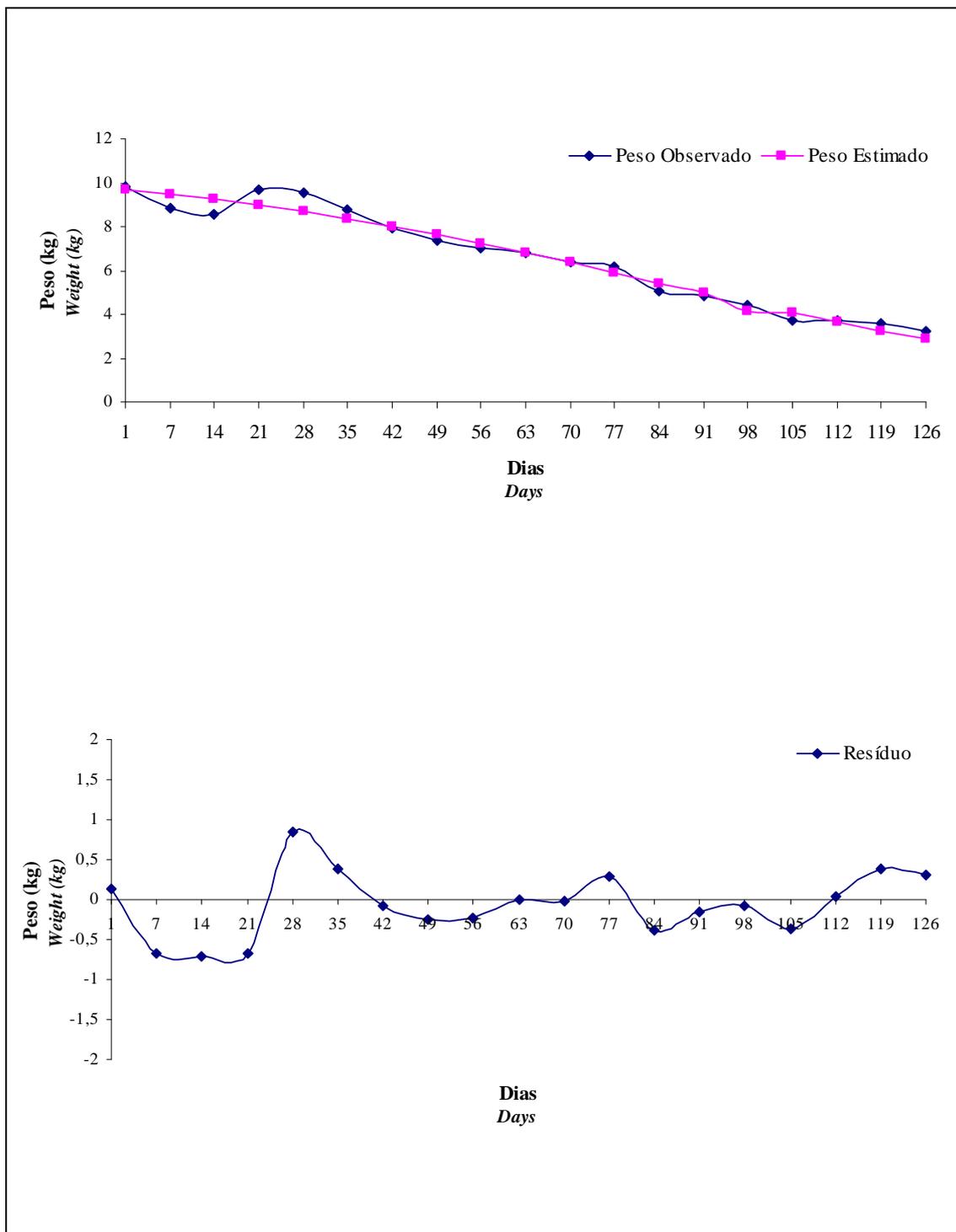
**Figura 4** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Gama Incompleto.

Figure 4. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Gamma Incomplete model.



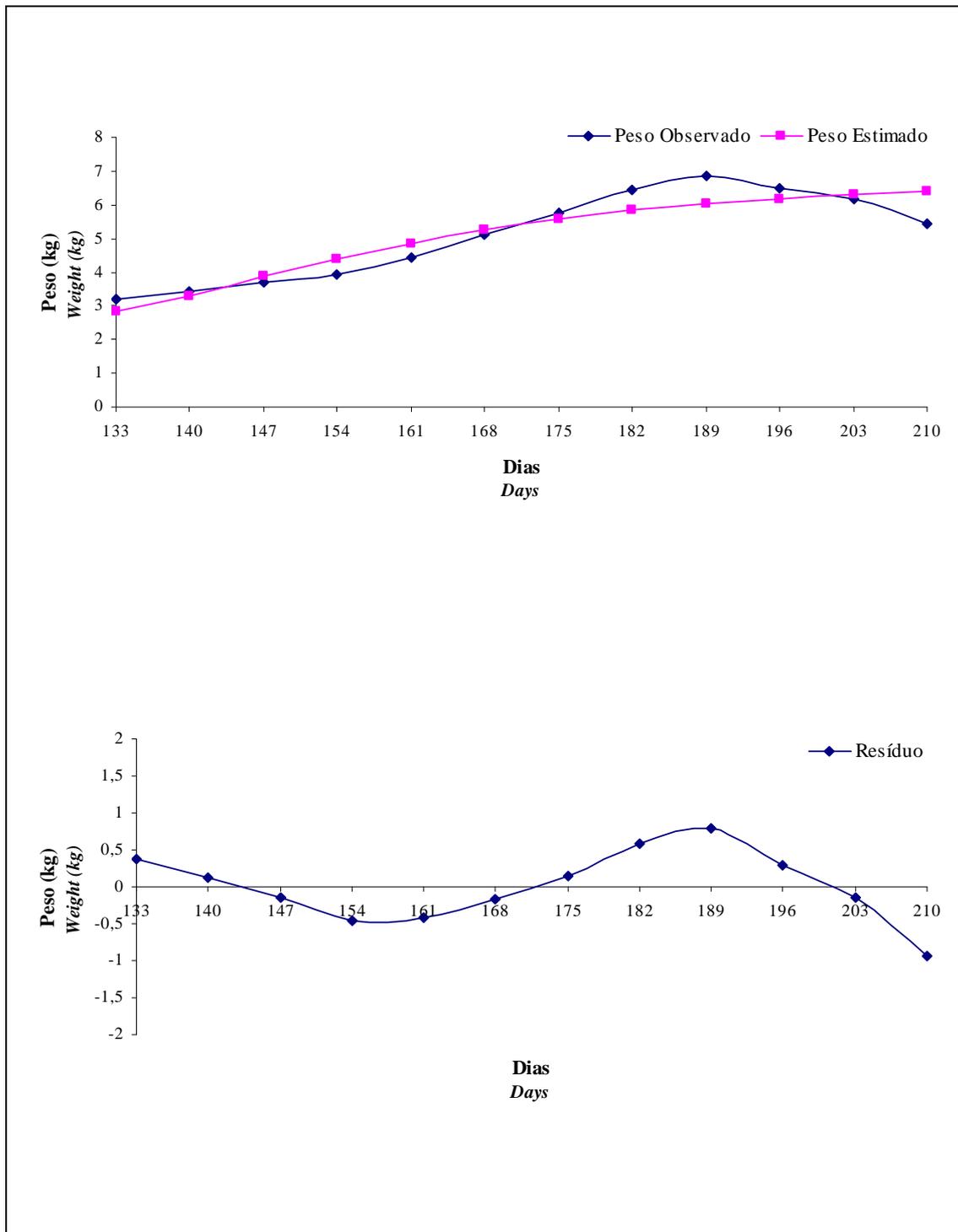
**Figura 5.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Gama Incompleto

*Figure 5.* Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Gamma Incomplete model.



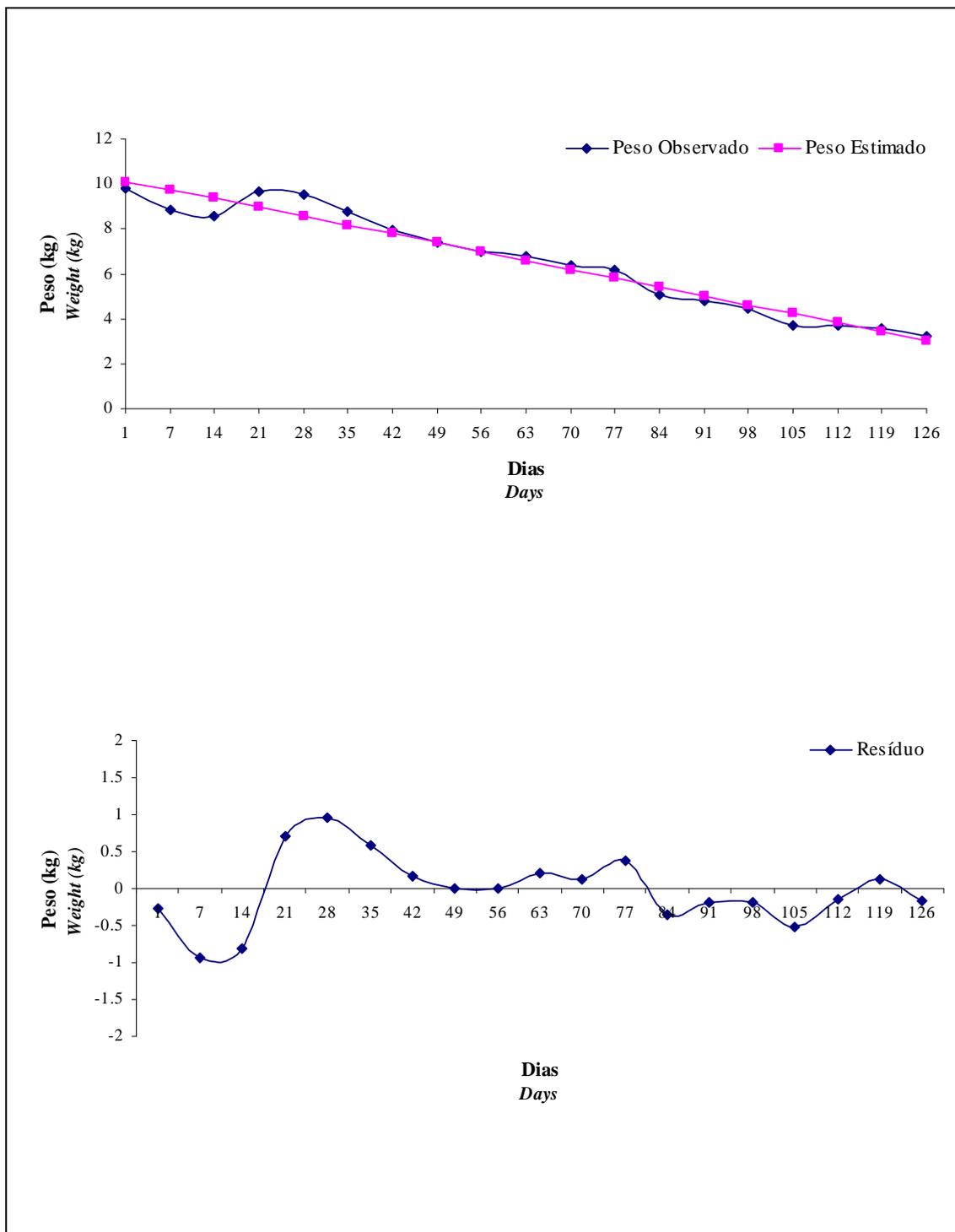
**Figura 6.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Logístico.

*Figure 6. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Logistic model.*



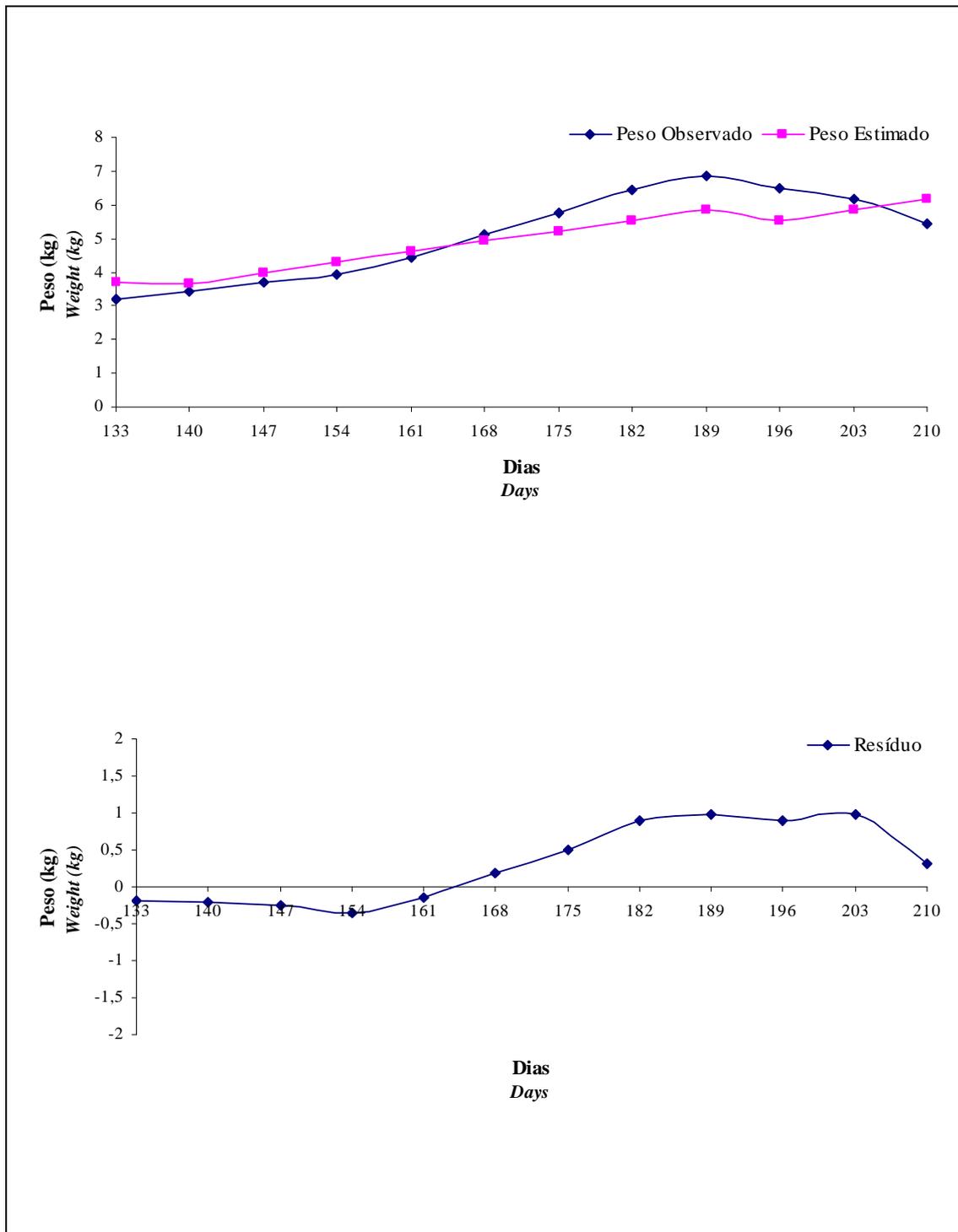
**Figura 7.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Logístico.

*Figure 7. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Logistic model.*



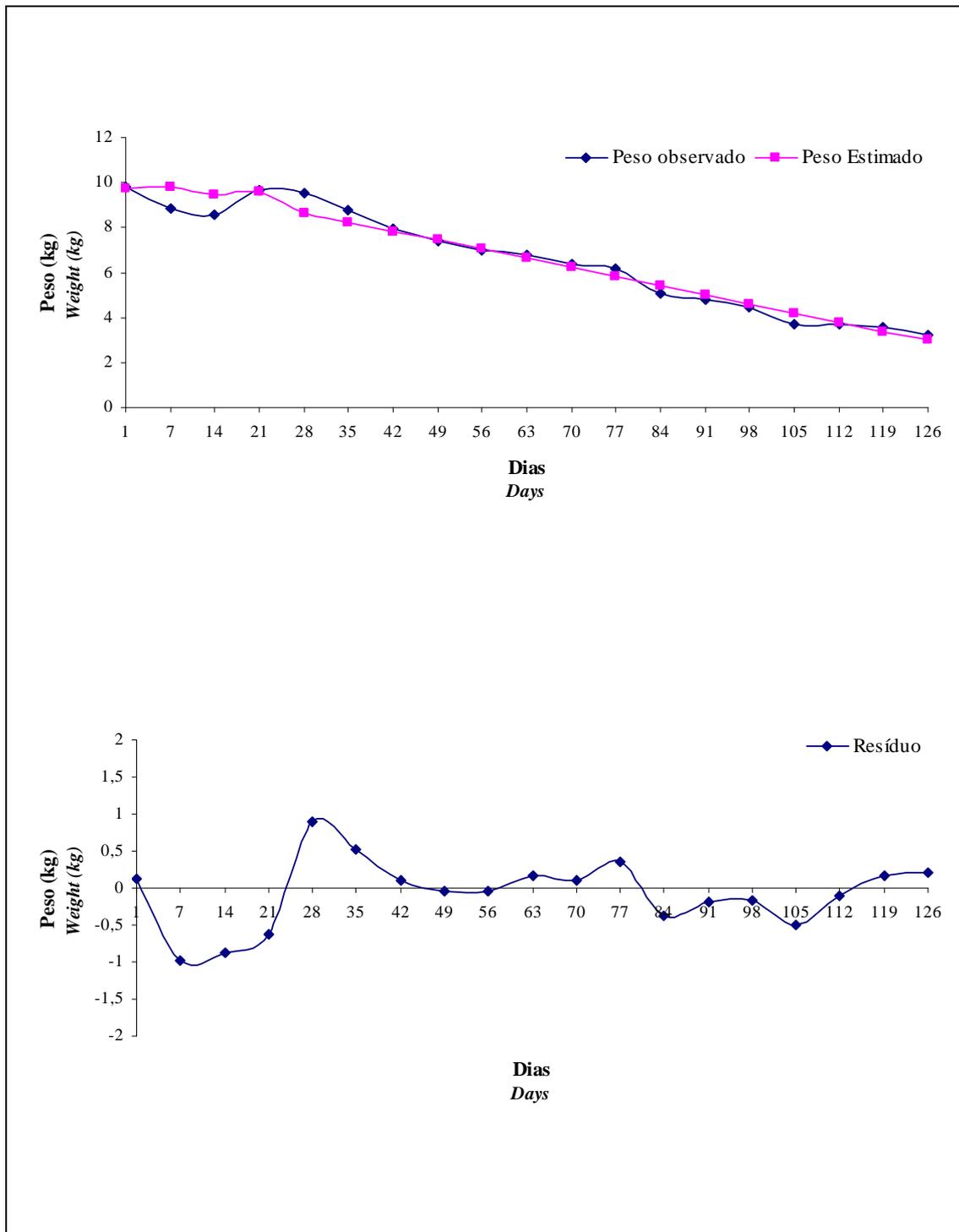
**Figura 8.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear.

*Figure 8.* Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Linear model.



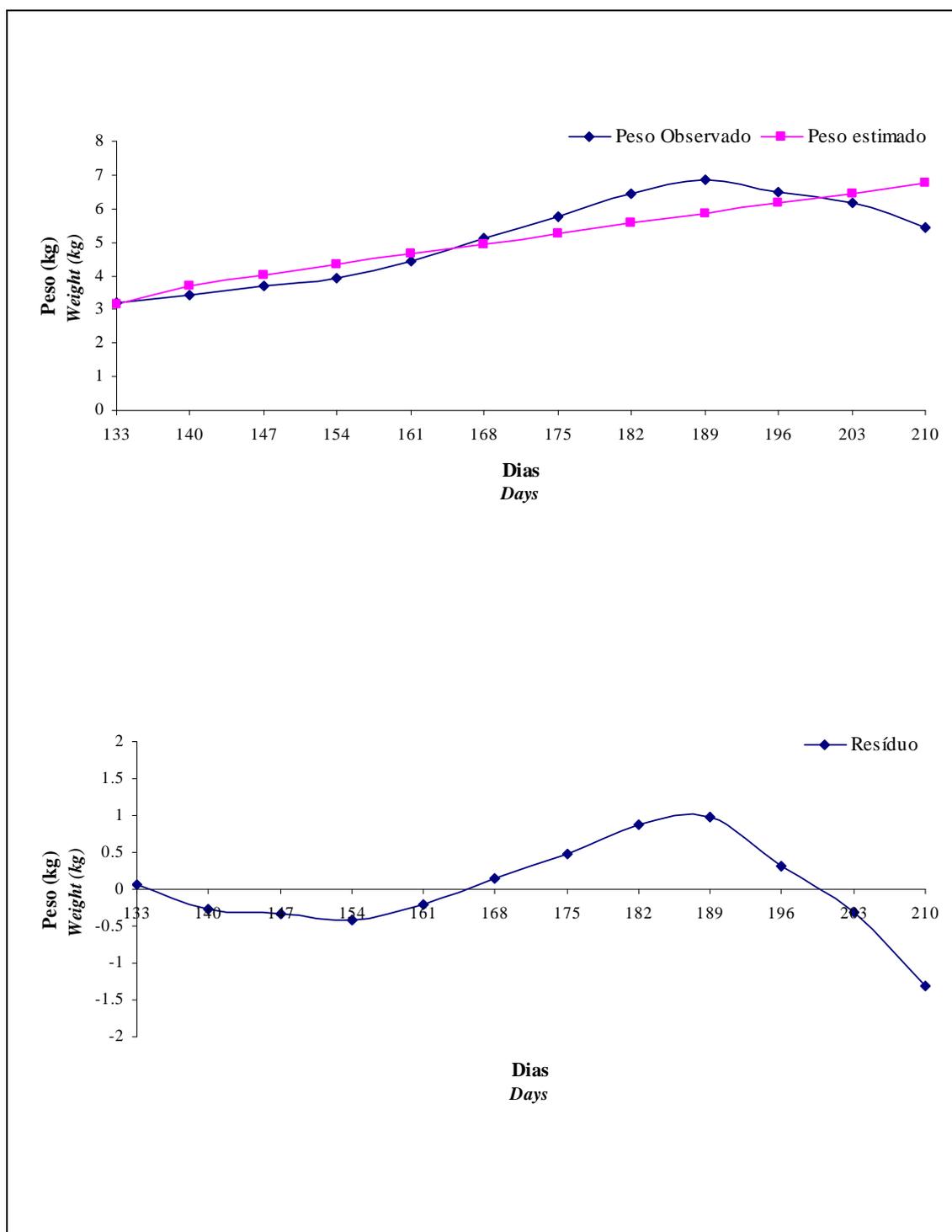
**Figura 9.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear.

*Figure 9.* Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Lineal model.



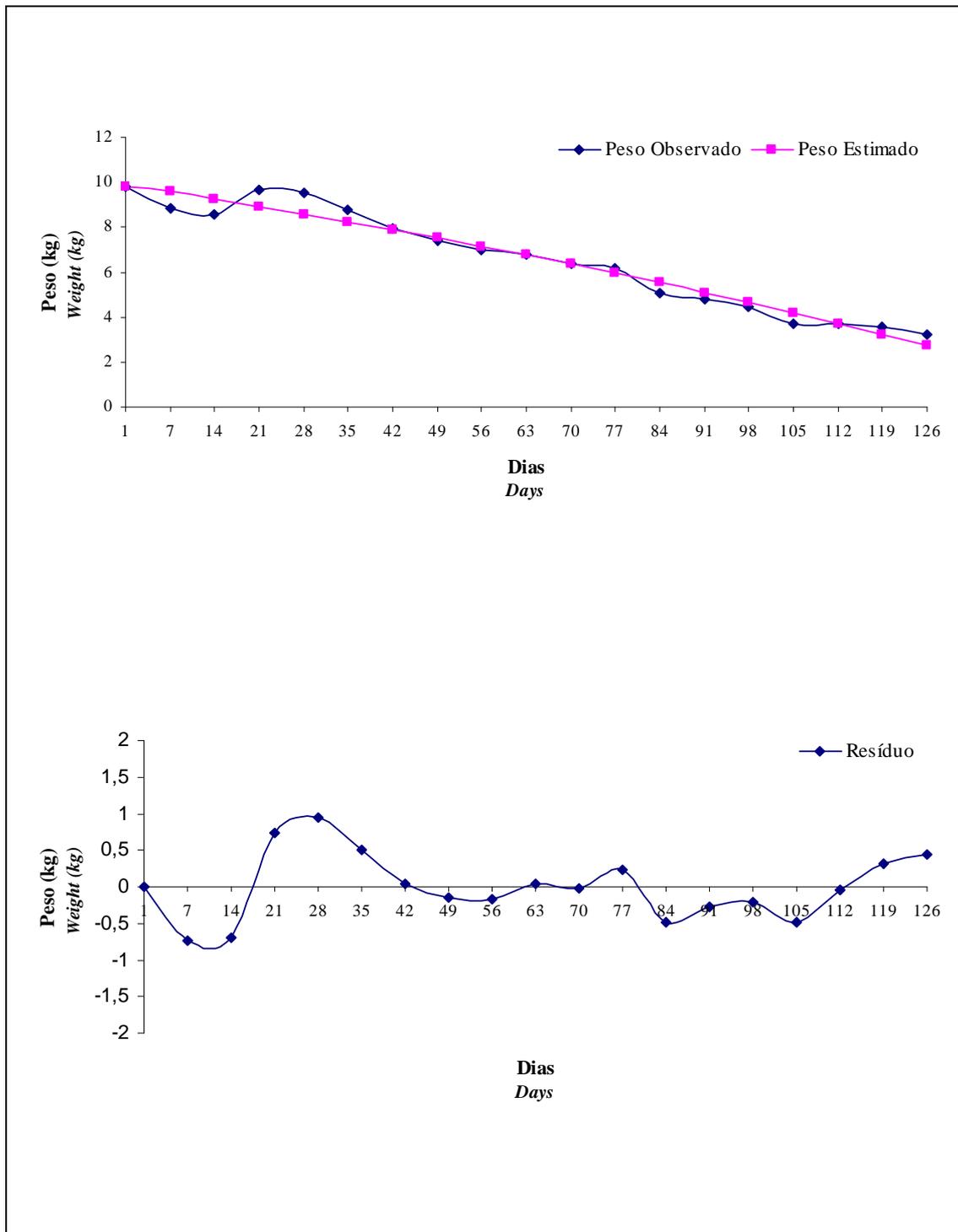
**Figura 10.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear Hiperbólico.

*Figure 10. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Hyperbolic Lineal model.*



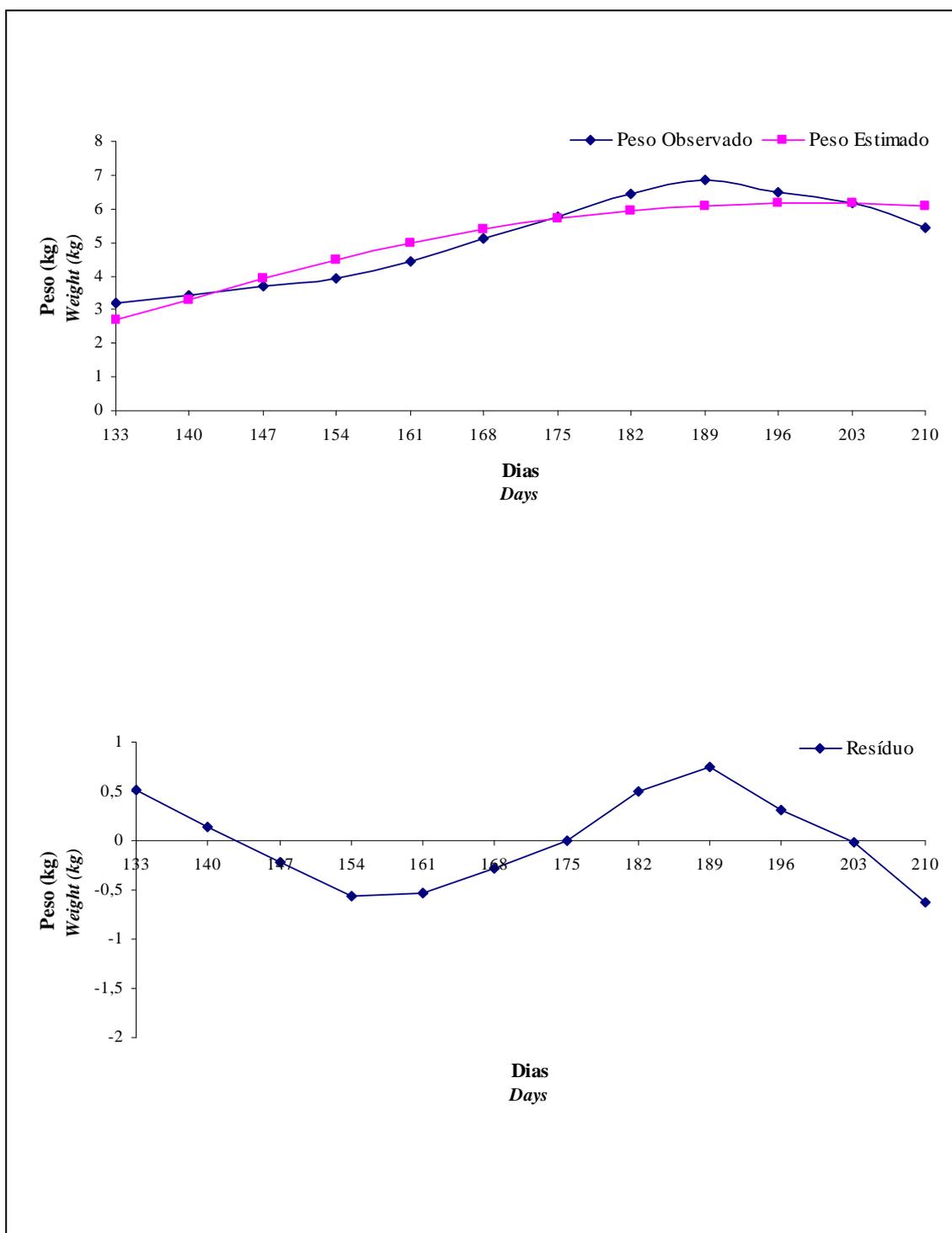
**Figura 11.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear Hiperbólico.

*Figure 11. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Hyperbolic Lineal model.*



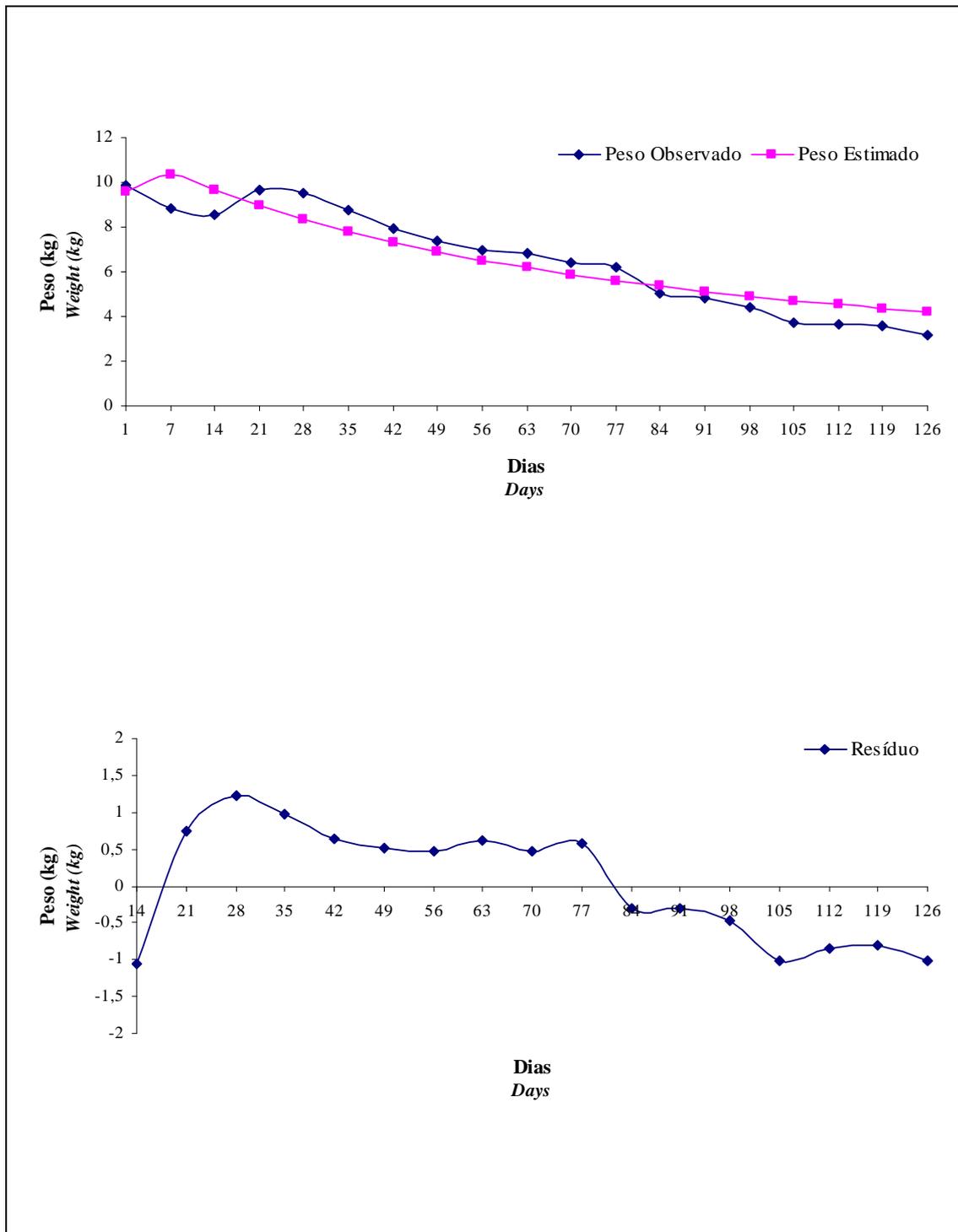
**Figura 12.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático.

*Figure 12. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Quadratic model.*



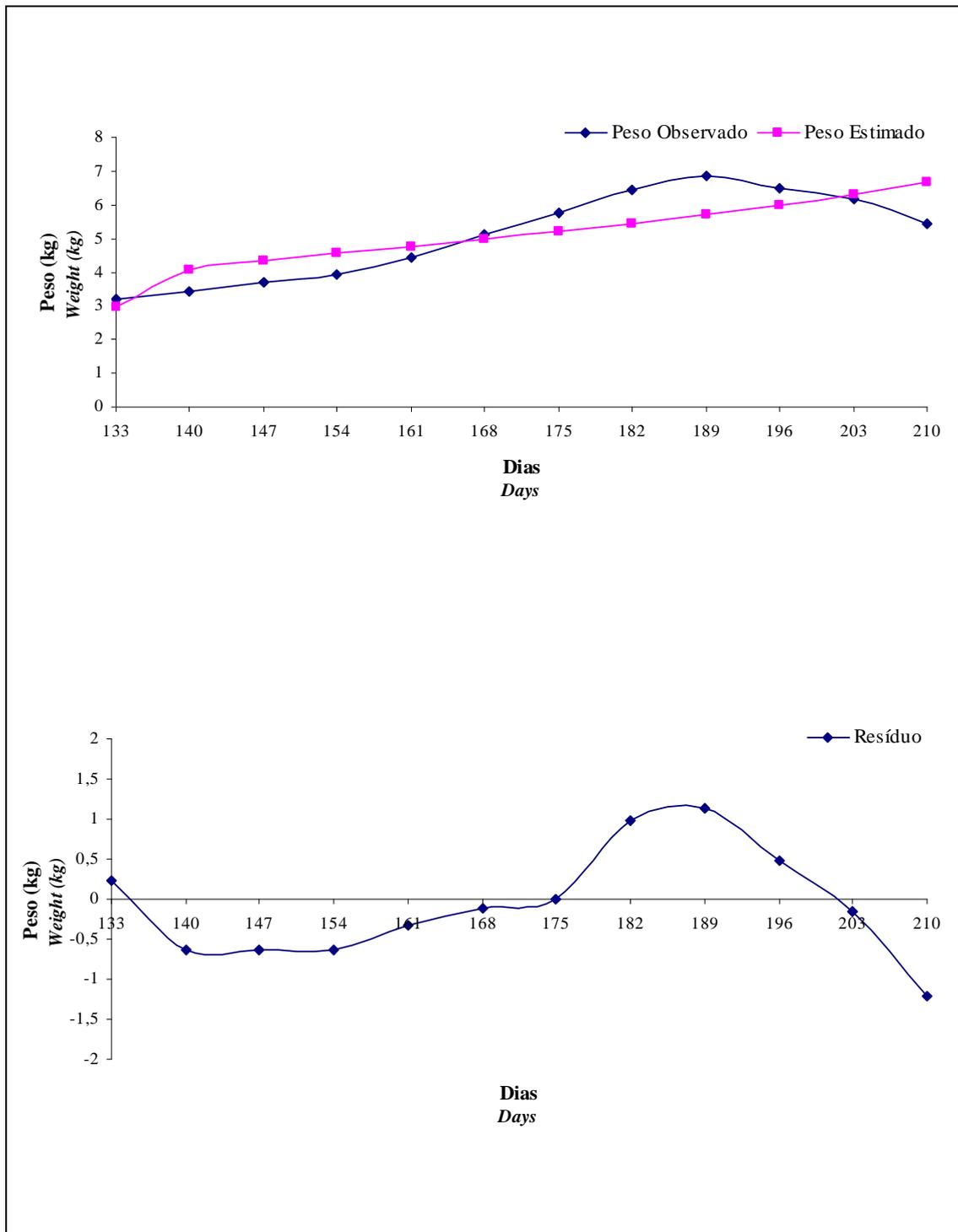
**Figura 13.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático.

*Figure 13. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Quadratic model.*



**Figura 14.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Polinomial Inverso.

*Figure 14. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase I of the Polynomial Inverse model.*



**Figura 15.** Curvas de crescimento estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Polinomial Inverso.

*Figure 15. Observed and estimated growth curve, and mean of residual for the phase II of the Polynomial Inverse model.*

### ***CAPÍTULO III***

---

**Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Produção de Mel em Colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano**

### CAPÍTULO III

#### **Aplicação de Modelos Matemáticos no Ajuste de Curva de Produção de Mel em Colméias de *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) no Cariri Paraibano**

**RESUMO** - Objetivou-se aplicar modelos matemáticos que melhor estimem a produção de mel em colméias de *Apis mellifera*, visando determinar, ao longo do período em estudo, os meses de produção e de subsistência para a região do Cariri Paraibano. Os dados foram tomados semanalmente com a pesagem de melgueiras de 20 colméias instaladas na Estação Experimental de São João do Cariri (CCA/UFPB). A estimativa dos parâmetros foi feita por meio de regressões não-lineares, pelo procedimento NLIN do Programa SAS (Statistical Analysis System), utilizando-se o método modificado de Grauss-Newton. Para a escolha do melhor modelo, utilizou-se número de interações, o coeficiente de determinação ( $R_a^2$ ) e o gráfico de distribuição de resíduo. Entre os modelos estudados, o que apresentou melhor ajuste para a produção de *A. mellifera* sob as condições do Cariri Paraibano foi o linear.

**Palavras - chave:** melgueiras, produtividade de mel, funções matemáticas.

**Application of Mathematical Models in the Adjustment of Curve of Growth in Beehives of *Apis mellifera* L. (Hymenoptera, Apidae) in Cariri Paraibano**

**ABSTRACT** - It was aimed at to apply mathematical models that best esteems the production of *Apis mellifera*, seeking to determine, along the period in study, the months of production and of subsistence for Cariri Paraibano's area. The data were weekly taken with the weighing of melgueiras of 20 beehives installed in the São João of Cariri Experimental Station (CCA/UFPB). The estimate of the parameters was made through no-linear regressions, for the procedure NLIN of the SAS Program (Statistical Analysis System), being used Grauss-Newton's modified method. For the choice of the best model, number of interactions, the determination coefficient ( $R_a^2$ ) and the graph of residue distribution were used. Among the studied models, what presented better adjustment for the production of *A. mellifera* under Cariri Paraibano's conditions it was the Lineal.

**Key – Words:** melgueiras, honey productivity, mathematical functions.

## 1. Introdução

O mel é considerado o produto apícola mais fácil de ser explorado, sendo também o mais conhecido e aquele com maiores possibilidades de comercialização. Além de ser um alimento, é também utilizado em indústrias farmacêuticas e cosméticas, pelas suas conhecidas ações terapêuticas (Freitas et al., 2004). Entretanto, a sua produção, pelas abelhas, depende da disponibilidade de recursos naturais, o que leva a uma oscilação da produção de acordo com as condições climáticas e ambientais de cada região.

A região semi-árida nordestina oferece condições naturais e propícias para o desenvolvimento da atividade apícola em escala comercial e industrial. Uma vez que, a caatinga, vegetação predominante dessa região possui espécies botânicas que se destacam pela capacidade de produção, adaptação edafo-climática e resistência a pragas e doenças (Soares, 2000). Segundo Aguiar et al. (1995), a estação seca nessa região caracteriza-se pelo florescimento de poucas espécies de plantas, o que reflete em uma baixa produção de mel, porém na estação chuvosa ocorre um aumento na diversidade de plantas em florescimento.

O conhecimento da produção apícola é um assunto de bastante interesse, pois permite que o manejo das colméias seja conduzido eficientemente, permitindo, assim, o desenvolvimento de estratégias para otimizar a produção na região.

Na apicultura, buscam-se melhores estratégias de manejo para a produção comercial para se determinar a produção de mel de cada colméia, e qual é a sua velocidade de crescimento dentro dos diversos fatores ambientais locais. O mel é um produto diário da colméia e sua produção está relacionada com a disponibilidade de néctar das plantas. Assim a utilização de modelos matemáticos pode contribuir para o

melhor entendimento do sistema de produção, pois o conhecimento da forma da curva e suas implicações sobre a produção de mel podem auxiliar na estimativa de produção máximo em determinado período de tempo e, também, na tomada de decisões quanto ao manejo.

De acordo com Sandland e McGlichrist (1979), a modelagem de produção, pode ser considerada do ponto de vista biológico e estatístico. O primeiro interpreta o modelo enfatizando o significado biológico dos parâmetros, enquanto o segundo preocupa-se com a estrutura dos dados, a escolha do modelo, sua estimação e utilização para propósitos de produção.

O emprego de modelos matemáticos aplicados à lactação no estudo do produção de mel é o que melhor condiz para explicar o fenômeno, haja visto que a produção de mel pelas abelhas apresentam oscilações no transcorrer do tempo, diferindo, assim, das características apresentadas no crescimento animal (curva sigmóide).

Diversos modelos matemáticos são empregados para o ajustamento de curvas de lactação com o intuito de estimar a produção: gama incompleto, quadrática, quadrática logarítmica, linear hiperbólica, polinomial inversa, linear entre outras. Já para descrever o crescimento em produção animal as funções mais utilizadas são: Brody, Richards, von Bertalanffy, Gompertz e logística. Essas funções apresentam três parâmetros biologicamente interpretáveis (peso inicial, produção máxima, taxa de declínio) e um outro que se identifica como uma constante matemática (Mazzini, et al., 2003). Outras funções, como Logística dupla, Mitscherlinch, Morgagan-Mercer-Flodin e Weibull, também são aplicadas em curvas de crescimento (Santoro, 2003).

Assim posto, busca-se neste trabalho aplicar modelos matemáticos que melhor estimem a produção de mel de *Apis mellifera*, visando determinar, ao longo do período em estudo, meses de produção e de manutenção da subsistência.

## 2. Material e Métodos

### 2.1. Localização do experimento

O experimento foi conduzido no apiário da Estação Experimental de São João do Cariri, pertencente ao Centro de Ciências Agrárias (CCA) da Universidade Federal da Paraíba (UFPB), durante o período de 12 de abril a 10 de novembro de 2007.

A Estação Experimental de São João do Cariri está localizada ao norte do município de São João do Cariri, onde integra a mesorregião da Borborema Central e microrregião dos Cariris Velhos da Paraíba (Paraíba, 1985), nas coordenadas 07°23'27'' de latitude sul e 36°31'58'' de longitude oeste. A altitude varia de 450 a 550 m, apresentado clima semi-árido quente com a estação chuvosa se iniciando em janeiro/fevereiro com término em setembro, podendo se adiantar até outubro (Enciclopédia dos Municípios Paraibanos, 1987; Andrade et al., 1999; Carvalho et al., 2002; Araújo et al., 2005). A precipitação pluviométrica média anual é de 386,6 mm, com um desvio padrão de 177,7 mm, com temperatura média máxima de 32° C e mínima de 20° C e umidade relativa do ar de 70% aproximadamente.

A região do município de São João do Cariri está incluída entre as áreas de caatinga hiperxerófilas da Paraíba, onde predominam plantas mais adaptadas às condições de elevada aridez (Centre D'Études de Géographie Tropicale, 1980). Esta vegetação é predominantemente composta plantas arbóreas como o Marmeleiro (*Croton sonderianus*), o Mofumbo (*Combretum leprosum*), e o Pinhão Branco (*Jatropha molissimo*); plantas lenhosas como o Angico (*Anadenanthera colubrina*), a Catingueira (*Caesalpinia pyramidalis*), a Umburana (*Amburana cearensis*), e o Umbuzeiro (*Spondias tuberosa*); e as cactáceas como o Facheiro (*Cereus squamosa*), o Xique-Xique

(*Pilocereus gounellei*), a Cubeba (*Opuntia inamoena*), e o Mandacará (*Cereus jamacaru*) (Aguiar et al., 1995; Aguiar e Martins, 1997; Araújo et al., 2005).

## **2. 2. Condução experimental**

Durante o experimento foram utilizadas 20 colméias nidificadas em caixas modelo Langstroth, distribuídas no Apiário da Estação Experimental. As colônias eram naturais, capturadas na região, não sofreram substituição de rainhas e cuja fonte de alimentação foi a flora local.

As colméias receberam manejo contínuo de produção sem a intervenção de novas famílias. Não houve necessidade de nenhuma medicação ao longo do período experimental.

Para estimar o crescimento da produção de mel, semanalmente, foram realizadas as pesagens das melgueiras diretamente no campo, utilizando-se balança eletrônica com bateria para carga máxima de 30 kg, durante 31 semanas.

Para se determinar a tara da melgueira para posterior cálculo do efetivo crescimento da produção de mel, todas as melgueiras vazias, juntamente com seus quadros, foram pesados.

As pesagens das melgueiras foram realizadas sempre no mesmo dia da semana e no período da manhã, porque é o horário em que a grande maioria das operárias da colméia se encontra forrageando, permitindo, assim, melhor manipulação das melgueiras para pesagem e melhor estimativa de produção.

Os dados das pesagens foram anotados para a edição de um banco de dados com o número de colméias, número da pesagem, data de pesagem, dados de crescimento,

temperatura máxima, temperatura mínima, temperatura média, pluviosidade, umidade relativa do ar e insolação.

Ao longo do período experimental, devido às condições climáticas e de floração da região, foram perdidas oito colméias decorrentes da enxameação por abandono, por isso, ficando o experimento com diferentes números de colméias observadas nas semanas de pesagem. Não houve intervenção para o controle da enxameação porque havia como objetivo identificar a realidade local para posterior sugestão de manejo em época propícia, permitindo-se que as colméias respondessem naturalmente aos fatores ambientais.

### **2. 3. Funções utilizadas para o ajuste**

Ao longo do período experimental, os dados médios das pesagens semanais das unidades experimentais foram tabulados para a aplicação das sete funções matemáticas (Tabela 1).

Para estas funções,  $y$  representa o peso da produção de mel (kg);  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são parâmetros da curva a serem estimados e  $x$  é o número de dias das pesagens.

Os parâmetros das funções foram estimados através de técnicas não-lineares, usando-se o método modificado de Gauss-Newton disponível no PROC NLIN (SAS, 1996).

**Tabela 1.** Modelos matemáticos utilizados para descreverem o crescimento da produção de mel em colméias de *Apis mellifera* nidificadas em colméias Langstroth no município de São João do Cariri-PB

Table 1. Mathematical model used to describe the growth of the honey production of *Apis mellifera* at Langstroth beehives in São João do Cariri – PB

<b>Modelo</b> <i>Model</i>	<b>Função</b> <i>Function</i>	<b>Referência</b> <i>Reference</i>
Gama Incompleto <i>Gamma Incomplete</i>	$y = a_0 x^{a_1} e^{-a_2 x}$	Wood, 1967
Logístico <i>Logistic</i>	$y = a_0 + (1 + a_1 e^{-a_2 x})^{-1}$	Freitas et al., 1997
Linear <i>Lineal</i>	$y = a_0 + a_1 x$	Bianchini Sobrinho, 1984
Linear Hiperbólico <i>Hyperbolic Lineal</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^{-1}$	Bianchini Sobrinho, 1984
Quadrático <i>Quadratic</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$	Dave, 1971
Quadrático Logarítmico <i>Quadratic Logarithmic</i>	$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 \ln x$	Bianchini Sobrinho, 1984
Polinomial Inversa <i>Polynomial Inverse</i>	$y = x (a_0 + a_1 x + a_2 x^2)^{-1}$	Nelder, 1966

## 2. 4. Estatísticas usadas para escolha da melhor função

### 2. 4.1. Coeficiente de determinação ajustado

Segundo Ribeiro (1997), quando se compara um modelo com diferentes números de parâmetros, é adequado utilizar o coeficiente de determinação ajustado ao numero de parâmetros de cada modelo, para que estes sejam comparados em iguais condições. De acordo com Draper e Smith (1981) a equação utilizada é:

$$R_a^2 = \frac{(n-1)R^2 - p}{n-p-1}$$

Em que:

$R_a^2$  = coeficiente de determinação ajustado;

$p$  = número de parâmetros do modelo;

$n$  = número de observações;

$R^2$  = coeficiente de determinação.

$$R^2 = \frac{\text{Soma dos quadrados de regressão corrigidos}}{\text{Soma de quadrados total corrigido}}$$

#### 2. 4. 2. Gráfico de distribuição dos resíduos

Para mostrar a qualidade do ajuste proporcionado para cada função, foi utilizado um gráfico de distribuição de resíduos que mostra a dispersão destes em função do tempo. Se os resíduos apresentam-se distribuídos aleatoriamente em relação à variável classificatória  $t$ , é indicativo de bom ajuste. Caso estes se apresentem em blocos de valores positivos ou negativos, é indicativo de auto-correlação residual positiva ou negativa, o que indica que ocorreu ajuste não satisfatório.

#### 2. 4. 3. Desvios entre as pesagens observadas e estimadas

Os desvios entre os pesos da produção de mel observados e estimados pelos modelos foram utilizados como parâmetro de escolha do modelo. Os pesos totais estimados pelas funções foram obtidos pela somatória dos pesos estimados em cada dia da pesagem. Assim, os desvios são dados por:

$$Desvio (\%) = \frac{(PP - PPE) \times 100}{PP}$$

Em que:

*Desvio (%)* = porcentagem do desvio;

*PP* = peso da produção de mel observado;

*PME* = peso da produção de mel estimado;

#### **2. 4. 4. Número de interações**

O número de interações foi obtido através do procedimento para ajuste de modelo não-linear do SAS, o qual demonstra o grau de dificuldade computacional para o ajuste dos modelos utilizados, o que representa a facilidade ou dificuldade na convergência dos dados.

### 3. Resultados e Discussão

Na Tabela 2 são apresentados os pesos médios da produção de mel obtidos ao longo de 31 semanas experimentais.

**Tabela 2.** Peso médio da produção de mel (kg) de abelhas *Apis mellifera* em São João do Cariri – PB, ao longo do experimento (abril a novembro, 2007)

Table 2. Average weight of the honey production (kg) of honeybee *Apis mellifera* in São João do Cariri – PB, along the experiment (april to November, 2007)

	<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Colméias</b> <i>Number of beehave</i>	<b>Peso Médio (kg)</b> <i>Mean weight</i>
<b>Fase I</b>	1	1	20	0,0000
	2	7	20	0,0000
	3	14	20	0,0017
	4	21	20	0,0070
	5	28	20	0,0105
	6	35	19	0,0116
	7	42	19	0,0180
	8	49	18	0,0225
	9	56	17	0,0225
	10	63	17	0,0225
	11	70	17	0,0225
	12	77	17	0,0225
	13	84	16	0,0225
	14	91	16	0,0210
	15	98	15	0,0225
	16	105	15	0,0190
	17	112	15	0,0190
	18	119	14	0,0190
	19	126	14	0,0190
<b>Fase II</b>	20	133	14	0,0190
	21	140	14	0,0190
	22	147	14	0,0190
	23	154	14	0,0190
	24	161	14	0,0190
	25	168	14	0,0190
	26	175	14	0,0535
	27	182	14	0,2165
	28	189	14	0,4555
	29	196	14	0,5470
	30	203	14	0,5735
	31	210	12	0,5065
	$\bar{X}$			0,089

Para uma melhor convergência dos dados na análise estatística, utilizou-se a divisão dos dados em duas fases, onde a fase I corresponde aos dados obtidos da 1ª a 19ª semana de pesagem e a fase II que corresponde aos dados da 20ª e 31ª semana.

A média de peso da produção de mel de *Apis mellifera* foi de 0,089 kg, em um período de 210 dias, com coeficiente de variação de 6,16%. A curva média de produção das melgueiras está representada na Figura 1, onde é comparada com o crescimento médio do ninho.

Na Figura 1, percebe-se um acréscimo da produção de mel a partir do 175º dia de observação (correspondente a 26ª semana), o qual atinge máxima produção no 203º dia (correspondente a 30ª semana) seguida de decréscimo no 210º dia de observação. Quando comparada à produção de mel com o crescimento da colônia, percebe-se que esta primeira só acontece após sete semanas (42 dias) do início do crescimento das colônias. Esse comportamento é explicado devido ao restabelecimento da colônia, que nas condições impostas pelo experimento, necessitou de tempo para que a rainha intensificasse a sua postura, influenciando, assim, no aumento do número de operárias campeiras necessárias para a busca do recurso florais ofertado durante o período estabelecido.

O acréscimo da produção de mel das colméias estudadas, durante o período acima descrito, foi decorrente do florescimento da espécie vegetal exótica *Prosopis juliflora* (Algaroba), que teve início no mês de agosto durante o período de estiagem na região. O pico máximo de produção foi alcançado 203º dia de observação com peso médio de 0,573 kg.

Para a produção apícola, o conhecimento do comportamento acima descrito, permite uma tomada de decisões, por parte do produtor, que visa antecipar o restabelecimento da população de abelhas, resultando num acréscimo da produção de

mel, haja visto que, o período antes gasto para o fortalecimento das colméias será convertido na otimização da coleta de recursos (néctar e/ou pólen) pelas abelhas, resultando no acréscimo da produção e melhor exploração da oferta de recursos florais fornecidos pelas espécies botânicas locais durante seu período de florescimento.

Para a análise estatística, foram utilizados cinco dos modelos propostos, com exceção dos modelos gama incompleto e logístico, os quais apresentaram não divergência dos dados na análise.

Na Tabela 3 observa-se que o parâmetro  $a_0$  corresponde ao peso inicial,  $a_1$  representa o fator de integração que ajusta os valores de peso inicial, e  $a_2$  corresponde à taxa de crescimento do animal (Tedeschi, 2000). As médias desses parâmetros, presentes nos diversos modelos estudados, permitem a interpretação biológica dos dados para ressaltar características relevantes para o estudo de produção.

Dentre os diversos modelos, o quadrático logarítmico e o quadrático foram os que mais se aproximaram do valor observado com -0,003 kg e 0,001 kg para a fase I, respectivamente; bem como na fase II, com 0,004 e 0,034, respectivamente (Tabela 3).

Observa-se na Tabela 3 que o número de interações variou de 2 a 17 para a fase I e de 2 a 16 para a fase II, sendo os menores valores atribuídos para os modelos linear, linear hiperbólico, quadrático e quadrático logarítmico com duas interações cada. Esses valores demonstram o grau de dificuldade computacional no ajuste dos dados.

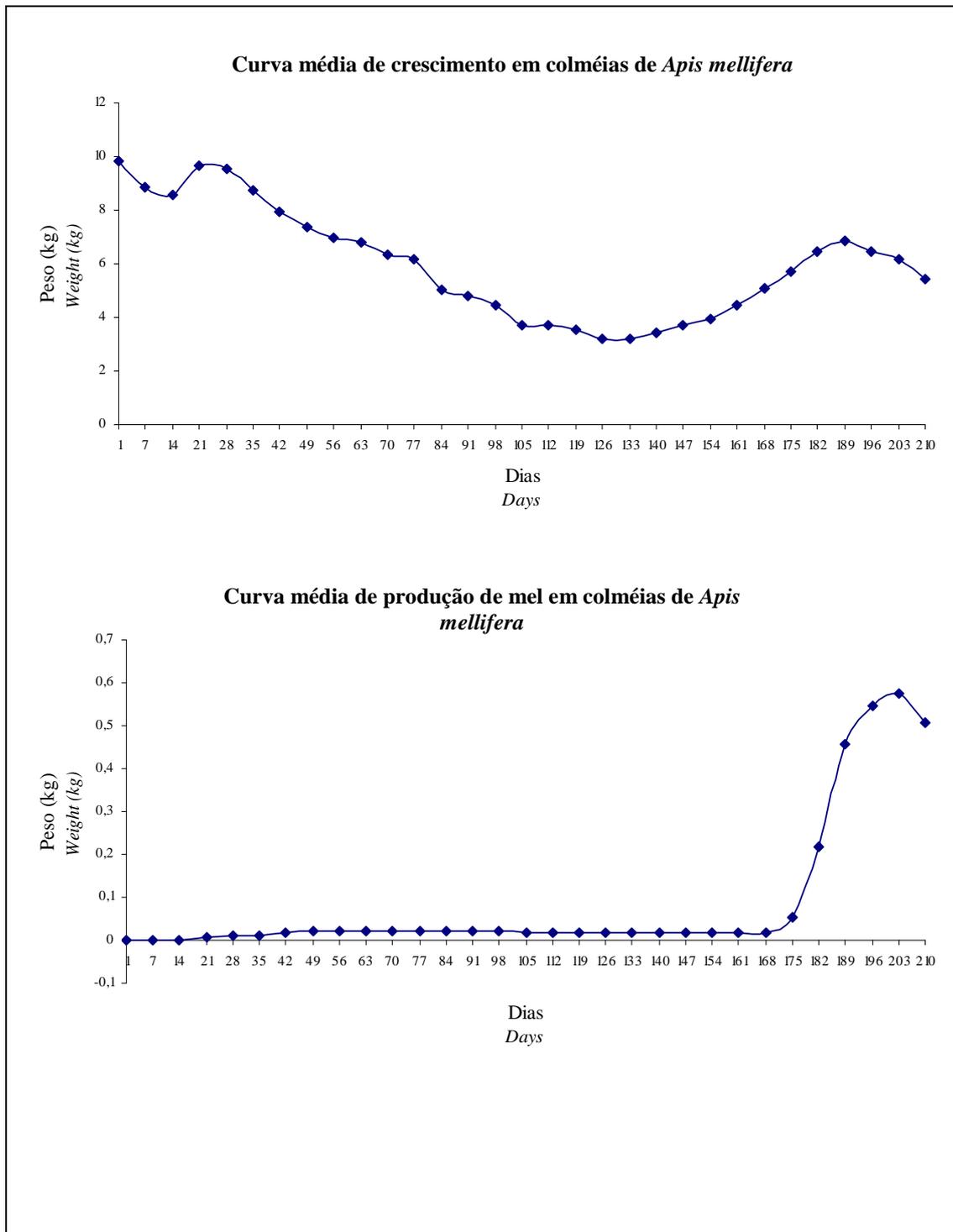
Dentre os modelos estudados, nota-se que houve variação do coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ) de 0,8 a -12,1% para a fase I e de -13,5 a -50,4 para a fase II (Tabela 2), sendo o modelo linear aquele que apresentou maior valor (0,8%) para a fase I e para a fase II (-13,5%). Segundo Cruz (2007), o  $R_a^2$  indica o quanto da variação total foi explicada pelo modelo de regressão e elevados valores de  $R_a^2$  indicam bons ajustes. Porém, com relação aos modelos estudados são percebidos baixos valores

decorrentes de pesos médios baixos das melgueiras e do grande número de pesagens, porém estabeleceu-se o maior valor obtido como o melhor nas condições pesquisadas em *A. mellifera*. Em trabalhos com produção de leite, Kellogg et al, (1977) e Cobuci et al. (2001) obtiveram os piores ajustes dos modelos estudados, justificando tal resultado ao achatamento da curva, o qual não evidenciou o pico de produção nos primeiros meses de lactação.

Em seqüência são apresentados as tabelas e gráficos representativos dos modelos estudados. A tabela 4 apresenta informações inerentes às condições climáticas durante o período experimental para melhor discussão dos dados apresentados.

Na tabela 5 apresenta dados de peso médio observado e estimado e o resíduo do modelo Quadrático Logarítmico.

Nas Figuras 1e 2 são representados o peso estimado e o resíduo do modelo linear, onde nota-se uma boa representação dessa curva, além do modelo atender critérios como: menor número de interação,  $R_a^2$  satisfatório e peso inicial próximo ao parâmetro  $a_0$  modelo. Os dados demonstram, na fase I, subestimação do peso máximo da produção de mel, ocorrido inicialmente na 8ª semana, em 0,008 kg, enquanto que o ponto de inflexão da curva, ocorrido na 16ª semana de observação, também, subestimou a produção em 0,002 kg. Com relação à fase II, a produção máxima de mel, ocorrida na 30ª semana de observação, subestimou o peso em 0,101 kg, com ponto de inflexão ocorrendo na semana 31ª, e com valor superestimado em 0,025 kg. Neste aspecto, o modelo estudado apresentou um dos mais altos valores residuais, quando comparado aos demais modelos. Quanto às condições climáticas (Tabela 4), estas foram satisfatórias para a produção das colônias, independente do modelo estudado, estando a produção de mel diretamente relacionada com o fornecimento de recurso florais disponíveis.



**Figura 1.** Curvas de crescimento e produção observada para colméias de *Apis mellifera*.

*Figure 1.* Growth and production average curve observed for *Apis mellifera* beehives.

**Tabela 3.** Média dos parâmetros estimados, erro padrão, interações e coeficiente de determinação ajustado ( $R_a^2$ ), de acordo com o modelo utilizado para produção de *Apis mellifera* em São João do Cariri – PB (abril a novembro, 2007)

Table 3. Average of the estimated parameters, standard error, interactions and fill coefficient ( $R_a^2$ ), according to the model used to production of *Apis mellifera* in São João do Cariri – PB (april to november)

Modelos <i>Models</i>	Parâmetros <i>Parameters</i>	Fase I				Fase II			
		Média <i>Mean</i>	Erro Padrão <i>Standard Error</i>	Interações <i>Interactions</i>	$R_a^2$ (%)	Média <i>Mean</i>	Erro Padrão <i>Standard Error</i>	Interações <i>Interactions</i>	$R_a^2$ (%)
Linear <i>Lineal</i>	$a_0$	0,0060	0,0046	2	0,8	-0,1219	0,1173	2	-13,5
	$a_1$	0,0001	0,0000			0,0084	0,0025		
Linear Hiperbólica <i>Hyperbolic Lineal</i>	$a_0$	0,0082	0,0055	2	-5,6	-0,2041	0,1546	2	-29,3
	$a_1$	0,0001	0,0000			0,0099	0,0037		
	$a_2$	-0,0102	0,0124			0,2285	0,2795		
Quadrática <i>Quadratic</i>	$a_0$	-0,0034	0,0065	2	-5,5	0,0049	0,1631	2	-28,9
	$a_1$	0,0006	0,0002			-0,0021	0,0098		
	$a_2$	-3,3600	1,8410			0,0001	0,0001		
Quadrática Logarítmica <i>Quadratic Logarithmic</i>	$a_0$	-0,0013	0,0098	2	-12,1	0,0342	0,2052	2	-50,4
	$a_1$	0,0007	0,0005			0,0027	0,0228		
	$a_2$	-4,3900	2,8970			0,0000	0,0002		
	$a_3$	-0,0017	0,0061			-0,0414	0,1756		
Polinomial Inversa <i>Polynomial Inverse</i>	$a_0$	3926,5000	3348,8000	17	-4,6	1828,8000	1828,8000	16	-28,1
	$a_1$	-64,7896	99,0463			-53,3754	56,0721		
	$a_2$	0,7312	0,6920			0,4074	0,4281		

**Tabela 4.** Distribuição dos dados climáticas em São João do Cariri – PB no período de abril a novembro de 2007

Table 4. Distribution of the climatic data in São João do Cariri – PB in the april to November of 2007

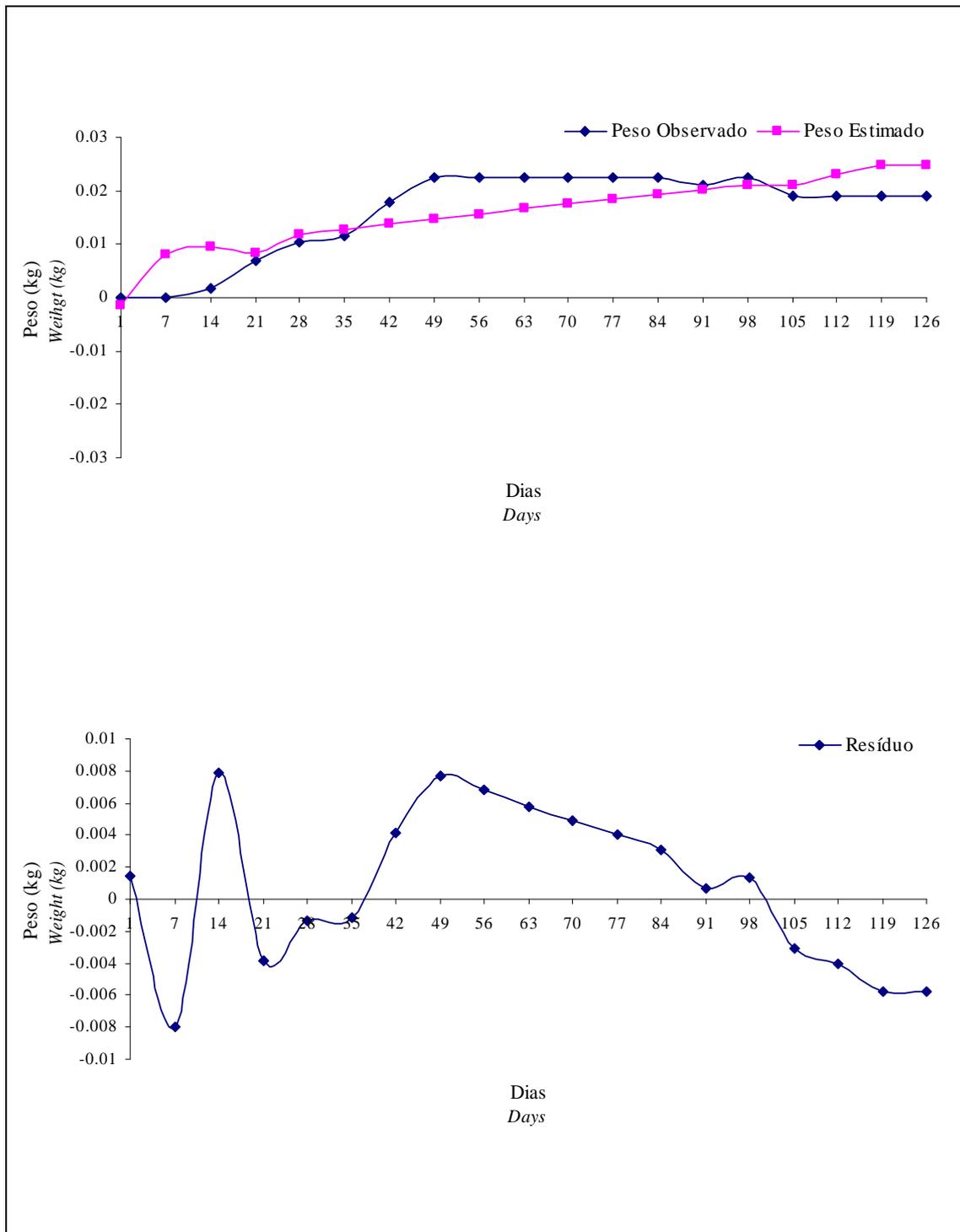
Estágio Stage	Dias Days	Número de Colméias Number of beehave	Tmáx <sup>1</sup>	Tmín <sup>2</sup>	Tméd <sup>3</sup>	URAr <sup>4</sup>	Pluv <sup>5</sup>	Inso <sup>6</sup>
1	1	20	31,0	23,3	27,7	52,5	00,0	64,7
2	7	20	30,6	22,4	26,8	57,9	06,8	52,4
3	14	20	28,5	22,8	26,4	72,2	18,7	54,1
4	21	20	28,1	23,1	26,2	70,5	37,5	42,3
5	28	20	27,1	21,4	24,4	69,2	10,2	48,3
6	35	19	29,3	21,3	26,0	56,3	00,0	56,8
7	42	19	28,7	22,2	25,5	62,8	08,8	50,3
8	49	18	28,3	21,5	25,5	64,3	44,5	51,9
9	56	17	27,1	22,2	25,3	66,7	01,0	41,2
10	63	17	27,0	20,6	23,9	65,8	02,8	37,2
11	70	17	26,8	20,6	23,9	65,8	00,8	46,8
12	77	17	26,0	20,6	23,1	70,0	11,5	36,4
13	84	16	26,2	20,9	23,5	65,8	07,8	54,7
14	91	16	26,1	20,9	23,7	68,9	03,0	43,3
15	98	15	27,4	20,7	24,1	63,1	00,0	53,3
16	105	15	26,0	20,6	23,2	65,2	08,2	53,4
17	112	15	26,7	19,9	23,5	61,4	02,1	53,8
18	119	14	25,8	20,0	23,5	68,1	14,3	49,3
19	126	14	25,8	19,2	22,8	65,4	03,1	37,8
20	133	14	26,2	20,4	23,3	65,4	00,2	42,7
21	140	14	27,9	20,5	24,3	54,0	00,0	56,0
22	147	14	26,7	21,0	23,7	62,6	01,7	49,6
23	154	14	25,9	19,2	22,9	62,4	01,4	50,7
24	161	14	28,4	21,3	25,2	59,1	02,1	59,8
25	168	14	28,7	20,1	25,0	54,6	00,0	65,1
26	175	14	29,2	21,2	26,3	53,7	00,0	62,0
27	182	14	28,8	22,2	27,2	56,8	00,0	59,5
28	189	14	28,8	22,1	26,2	53,8	00,0	70,6
29	196	14	30,4	23,2	26,9	53,9	00,0	70,7
30	203	14	29,6	21,7	26,8	52,7	00,0	64,4
31	210	12	30,0	21,8	26,5	53,3	00,0	69,5

<sup>1</sup>Tmáx = Temperatura máxima; <sup>2</sup>Tmín = Temperatura mínima; <sup>3</sup>Tméd = Temperatura média; <sup>4</sup>URAr = Umidade relativa do ar; <sup>5</sup>Pluv = Pluviosidade; <sup>6</sup>Inso = Insolação

**Tabela 5.** Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso da melgueira pelo modelo Linear

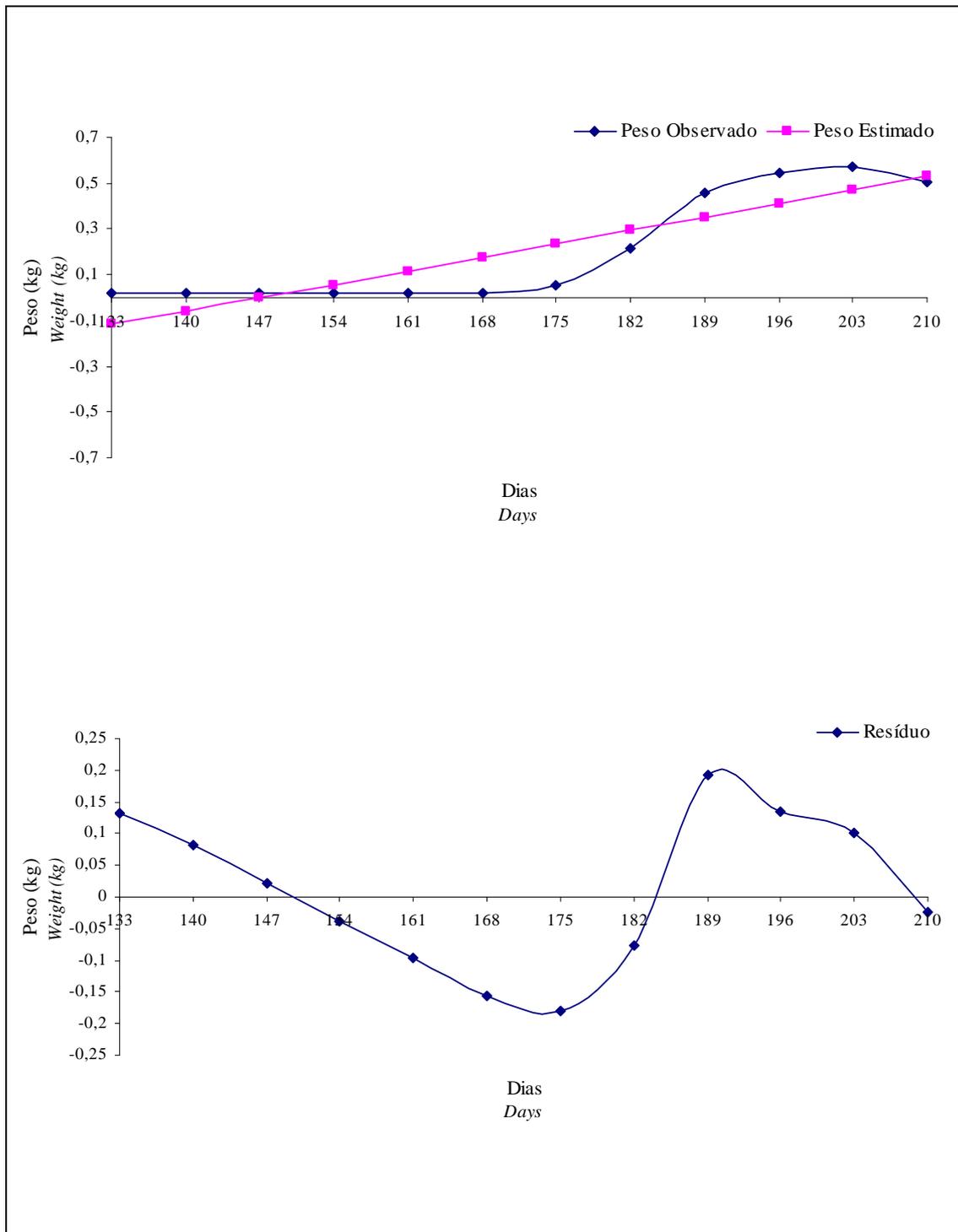
Table 5. Distribution of the production of the beehives and estimation of weight of the nest by the Lineal model

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de</b> <b>Observações</b> <i>Number of</i> <i>Observations</i>	<b>Peso</b> <b>Observado</b> <i>Observed</i> <i>weight</i>	<b>Peso</b> <b>Estimado</b> <i>Estimated</i> <i>weight</i>	<b>Desvio</b> <b>(%)</b> <i>Desviation</i> <i>(%)</i>	<b>Resíduo</b> <b>(kg)</b> <i>Residual</i> <i>(kg)</i>
1	1	20	0,0000	0,0062	-	-0,0062
2	7	20	0,0000	0,0071	-	-0,0071
3	14	20	0,0017	0,0082	-382,3529	-0,0065
4	21	20	0,0070	0,0093	-32,8571	-0,0023
5	28	20	0,0105	0,0104	0,9523	0,0000
6	35	19	0,0116	0,0115	0,8620	0,0000
7	42	19	0,0180	0,0126	30,0000	0,0053
8	49	18	0,0225	0,0137	39,1111	0,0087
9	56	17	0,0225	0,0148	34,2222	0,0076
10	63	17	0,0225	0,0159	29,3333	0,0065
11	70	17	0,0225	0,0170	24,4444	0,0054
12	77	17	0,0225	0,0181	19,5555	0,0043
13	84	16	0,0225	0,0192	14,6666	0,0032
14	91	16	0,0210	0,0203	3,3333	0,0006
15	98	15	0,0225	0,2146	-853,7777	0,0010
16	105	15	0,0190	0,0225	-18,4210	-0,0035
17	112	15	0,0190	0,0236	-24,2105	-0,0046
18	119	14	0,0190	0,1247	-556,3157	-0,0057
19	126	14	0,0190	0,0258	-35,7894	-0,0068
20	133	14	0,0190	-0,1134	696,8421	0,1324
21	140	14	0,0190	-0,0624	428,4210	0,0814
22	147	14	0,0190	-0,0030	115,7894	0,0220
23	154	14	0,0190	0,0563	-196,3157	-0,0373
24	161	14	0,0190	0,1157	-508,9473	-0,0967
25	168	14	0,0190	0,1751	-821,5789	-0,1561
26	175	14	0,0535	0,2345	-338,3177	-0,1810
27	182	14	0,2165	0,2939	-35,7505	-0,0774
28	189	14	0,4555	0,3533	22,4368	0,1921
29	196	14	0,5470	0,4127	24,5521	0,1342
30	203	14	0,5735	0,4721	17,6809	0,1013
31	210	12	0,5065	0,5315	-4,9358	-0,0250



**Figura 2.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear.

*Figure 2.* Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase I of the Lineal model.



**Figura 3.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear.

*Figure 3. Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase II of the Lineal model.*

A Tabela 6 apresenta o peso estimado e o resíduo do modelo linear hiperbólico. Pode-se observar na fase I deste modelo subestimação do peso máximo da produção de mel na 8ª semana da ordem de 0,007 kg, enquanto que o ponto de inflexão da curva ocorreu na 16ª semana de observação com subestimação da produção em 0,004 kg. Entretanto na fase II, nota-se que a produção máxima de mel ocorreu na 30ª semana com subestimação do peso em 0,080 kg, cujo ponto de inflexão observado na 31ª semana foi superestimação em 0,055 kg.

Os pesos estimados e os resíduos do modelo quadrático são apresentados na Tabela 7. Na fase I, este modelo subestimou o peso máximo da produção de mel, em 0,003 kg, o qual ocorreu na 8ª semana de observação; entretanto, o ponto de inflexão da curva ocorreu na 16ª semana com superestimação da produção em 0,002 kg. Quanto à fase II, percebe-se máxima produção de mel na 30ª semana com subestimação do peso em 0,046 kg e com ponto de inflexão da curva ocorrendo na 31ª semana de observação, com superestimação da produção em 0,146 kg.

Na Tabela 8 são apresentados o peso estimado e o resíduo do modelo quadrático logarítmico. Este modelo, na fase I, subestimou o peso máximo da produção de mel, ocorrido inicialmente na 8ª semana, em 0,004 kg, enquanto que o ponto de inflexão da curva ocorreu na 16ª semana de observação com superestimação da produção em 0,002 kg. Já na fase II, a produção máxima de mel ocorreu na 30ª semana com subestimação do peso em 0,048 kg, e com ponto de inflexão ocorrendo na semana seguinte (31ª semana) de observação com superestimação da produção em 0,133 kg.

Na Tabela 9 são apresentados o peso estimado e o resíduo do modelo polinomial inverso. Este modelo subestimou o peso máximo da produção de mel, na fase I, em 0,002 kg, correspondente a 8ª semana de observação, cujo ponto de inflexão da curva ocorreu na 16ª semana de observação com subestimação da produção em 0,005 kg. Na

fase II, a produção máxima de mel ocorreu na 30ª semana com superestimação do peso em 0,026 kg, e com ponto de inflexão da curva, ocorrendo 31ª semana de observação com subestimação da produção em 0,032 kg.

A importância do estudo de curvas de produção de mel em *A. mellifera* está relacionada diretamente no fornecimento de parâmetros matemáticos disponíveis pelos modelos empregados no estudo, uma vez que esses parâmetros são fundamentais na interpretação biológica dos dados, permitindo, assim, determinação dos períodos máximos e mínimos de produção de mel. Com tais informações, é possível traçar estratégias de manejo que otimizem a produção, bem como na determinação de período de safra e entressafra na região do Cariri Paraibano.

Com base nesses resultados, sugere-se na região do Cariri Paraibano, que um manejo de alimentação artificial seja empregado no período de abril a agosto de cada ano. Isso porque na escassez de chuvas é conseqüente a falta de alimento, que reflete em queda do crescimento das colônias de abelhas. O emprego deste manejo permite manter as colméias até que haja condições de recursos florais adequados a sobrevivência e produção o que acontece a partir da 20ª semana. Não havendo este manejo, as colméias tendem a enfraquecer e o produtor, além da possibilidade de perda de enxames, levará aproximadamente cinco semanas para restabelecer as colméias para posterior produção.

Em uma região onde há picos de floradas de plantas nativas, a perda de cinco semanas de coleta pode significar um prejuízo apreciável, principalmente se considerar uma produção 15 kg de mel por melgueira por época de produção.

**Tabela 6.** Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Linear Hiperbólico

*Table 6. Distribution of the production of the beehives and estimation of weight of the nest by the Hyperbolic Lineal model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Deviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	0,0000	-0,0014	-	0,0014
2	7	20	0,0000	0,0080	-	-0,0080
3	14	20	0,0017	0,0096	-464,7069	0,0079
4	21	20	0,0070	0,0084	-20,0000	-0,0038
5	28	20	0,0105	0,0118	-12,3810	-0,0013
6	35	19	0,0116	0,0128	-10,3448	-0,0012
7	42	19	0,0180	0,0138	23,3333	0,0041
8	49	18	0,0225	0,0147	34,6666	0,0077
9	56	17	0,0225	0,0156	30,6666	0,0068
10	63	17	0,0225	0,0166	26,2222	0,0058
11	70	17	0,0225	0,0175	22,2222	0,0049
12	77	17	0,0225	0,0184	18,2222	0,0040
13	84	16	0,0225	0,0193	14,2222	0,0031
14	91	16	0,0210	0,0202	3,8095	0,0007
15	98	15	0,0225	0,0211	6,2222	0,0013
16	105	15	0,0190	0,0210	-10,5263	-0,0031
17	112	15	0,0190	0,0230	-21,0526	-0,0040
18	119	14	0,0190	0,0248	-30,5263	-0,0058
19	126	14	0,0190	0,0248	-30,5263	-0,0058
20	133	14	0,0190	0,0342	-80,0000	-0,0190
21	140	14	0,0190	-0,1021	637,3684	0,1211
22	147	14	0,0190	-0,0490	357,8947	0,0680
23	154	14	0,0190	0,0148	22,1053	0,0041
24	161	14	0,0190	0,0815	-328,9474	-0,0625
25	168	14	0,0190	0,1493	-685,7895	-0,1303
26	175	14	0,0535	0,2175	-306,5421	-0,1640
27	182	14	0,2165	0,2861	-32,1478	-0,0696
28	189	14	0,4555	0,3549	22,0856	0,1005
29	196	14	0,5470	0,4239	22,5046	0,1230
30	203	14	0,5735	0,4929	14,0541	0,0805
31	210	12	0,5065	0,5620	-10,9576	-0,0555

**Tabela 7.** Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Quadrático

Table 7. Distribution of the production of the beehives and estimation of weight of the nest by the Quadratic model

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Deviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	0,0000	0,0028	-	-0,0028
2	7	20	0,0000	0,0007	-	-0,0007
3	14	20	0,0017	0,0046	-170,5882	-0,0029
4	21	20	0,0070	0,0081	-15,7143	-0,0011
5	28	20	0,0105	0,0103	1,9048	-0,0008
6	35	19	0,0116	0,0140	-20,6897	-0,0024
7	42	19	0,0180	0,0164	8,8889	0,0015
8	49	18	0,0225	0,0185	17,7778	0,0039
9	56	17	0,0225	0,0201	10,6667	0,0023
10	63	17	0,0225	0,0214	4,8889	0,0010
11	70	17	0,0225	0,0223	0,8889	0,0001
12	77	17	0,0225	0,0229	-1,7778	-0,0004
13	84	16	0,0225	0,0231	-2,6667	-0,0006
14	91	16	0,0210	0,0229	-9,0476	-0,0019
15	98	15	0,0225	0,0224	0,4444	0,0000
16	105	15	0,0190	0,0215	-13,1579	-0,0025
17	112	15	0,0190	0,0202	-6,3158	-0,0012
18	119	14	0,0190	0,0185	2,6316	0,0004
19	126	14	0,0190	0,0165	13,1579	0,0024
20	133	14	0,0190	0,0029	84,7368	0,0160
21	140	14	0,0190	-0,0033	117,3684	0,0223
22	147	14	0,0190	0,0018	90,5263	0,0171
23	154	14	0,0190	0,0204	-7,3684	-0,0014
24	161	14	0,0190	0,0524	-175,7895	-0,0334
25	168	14	0,0190	0,0979	-415,2632	-0,0789
26	175	14	0,0535	0,1568	-193,0841	-0,0789
27	182	14	0,2165	0,2291	-5,8198	-0,0126
28	189	14	0,4555	0,3148	30,8891	0,1406
29	196	14	0,5470	0,4140	24,3144	0,1329
30	203	14	0,5735	0,5266	8,1778	0,0468
31	210	12	0,5065	0,6526	-28,8450	-0,1461

**Tabela 8.** Distribuição da produção das colméias e estimativa do peso das melgueiras pelo modelo Quadrático Logarítmico

*Table 8. Distribution of the production of the beehives and estimation of weight of the nest by the Quadratic Logarithmic model.*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Deviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	0,0000	-0,0006	-	0,0006
2	7	20	0,0000	0,0003	-	-0,0003
3	14	20	0,0017	0,0037	-117,6471	-0,0003
4	21	20	0,0070	0,0073	-4,2857	-0,0003
5	28	20	0,0105	0,0106	-0,9523	-0,0001
6	35	19	0,0116	0,0135	-16,3793	-0,0019
7	42	19	0,0180	0,0162	10,0000	0,0017
8	49	18	0,0225	0,0184	18,2222	0,0040
9	56	17	0,0225	0,0202	10,2222	0,0022
10	63	17	0,0225	0,0217	3,5555	0,0007
11	70	17	0,0225	0,0227	-0,8888	-0,0002
12	77	17	0,0225	0,0233	-3,5555	-0,0008
13	84	16	0,0225	0,0235	-4,4444	-0,0010
14	91	16	0,0210	0,0233	-10,9524	-0,0023
15	98	15	0,0225	0,0227	-0,8888	-0,0002
16	105	15	0,0190	0,0216	-13,6842	-0,0026
17	112	15	0,0190	0,0201	-5,7894	-0,0011
18	119	14	0,0190	0,0182	4,2105	0,0007
19	126	14	0,0190	0,0159	16,3157	0,0030
20	133	14	0,0190	0,0370	-94,7368	-0,0180
21	140	14	0,0190	-0,0227	219,4737	0,0417
22	147	14	0,0190	-0,0182	195,7895	0,0372
23	154	14	0,0190	0,0077	59,4736	0,0112
24	161	14	0,0190	0,0190	0,0000	-0,0291
25	168	14	0,0190	0,1008	-430,5263	-0,0818
26	175	14	0,0535	0,1647	-207,8505	-0,1112
27	182	14	0,2165	0,2393	-10,5312	-0,0228
28	189	14	0,4555	0,3244	28,7815	0,1310
29	196	14	0,5470	0,4197	23,2723	0,1272
30	203	14	0,5735	0,5250	8,4568	0,0484
31	210	12	0,5065	0,6403	-26,4166	-0,1338

**Tabela 9.** Distribuição da produção das colméias e estimativa de peso das melgueiras pelo modelo Polinomial Inverso

*Table 9. Distribution of the production of the beehives and estimation of weight of the nest by the Polynomial Inverse model*

<b>Estágio</b> <i>Stage</i>	<b>Dias</b> <i>Days</i>	<b>Número de Observações</b> <i>Number of Observations</i>	<b>Peso Observado</b> <i>Observed weight</i>	<b>Peso Estimado</b> <i>Estimated weight</i>	<b>Desvio (%)</b> <i>Desviation (%)</i>	<b>Resíduo (kg)</b> <i>Residual (kg)</i>
1	1	20	0,0000	0,0002	-158,8235	-0,0002
2	7	20	0,0000	0,0019	-2,8571	-0,0019
3	14	20	0,0017	0,0044	0,9524	-0,0026
4	21	20	0,0070	0,0072	-18,1034	-0,0002
5	28	20	0,0105	0,0104	6,6667	0,0000
6	35	19	0,0116	0,0137	13,3333	-0,0020
7	42	19	0,0180	0,0168	4,0000	0,0011
8	49	18	0,0225	0,0195	-1,7778	0,0029
9	56	17	0,0225	0,0216	-4,4444	0,0008
10	63	17	0,0225	0,0229	-4,4444	-0,0004
11	70	17	0,0225	0,0235	-4,0000	-0,0010
12	77	17	0,0225	0,0235	-5,7143	-0,0010
13	84	16	0,0225	0,0234	5,3333	-0,0005
14	91	16	0,0210	0,0222	-6,3158	-0,0012
15	98	15	0,0225	0,0213	-0,5263	0,0011
16	105	15	0,0190	0,0202	4,7368	-0,0012
17	112	15	0,0190	0,0191	10,5263	-0,0001
18	119	14	0,0190	0,0181	-158,8235	0,0008
19	126	14	0,0190	0,0170	-2,8571	0,0019
20	133	14	0,0190	0,0005	97,3684	0,1184
21	140	14	0,0190	-0,0046	124,2105	0,0143
22	147	14	0,0190	-0,0117	161,5789	0,0072
23	154	14	0,0190	0,0229	-20,5263	-0,0039
24	161	14	0,0190	0,0410	-115,7895	-0,022
25	168	14	0,0190	0,0717	-277,3684	-0,0527
26	175	14	0,0535	0,1258	-135,1402	-0,0723
27	182	14	0,2165	0,2231	-3,0485	-0,0066
28	189	14	0,4555	0,3852	15,4336	0,0702
29	196	14	0,5470	0,5671	-3,6746	-0,0201
30	203	14	0,5735	0,5996	-4,5510	-0,0261
31	210	12	0,5065	0,4744	6,3376	0,0320

#### 4. Conclusões

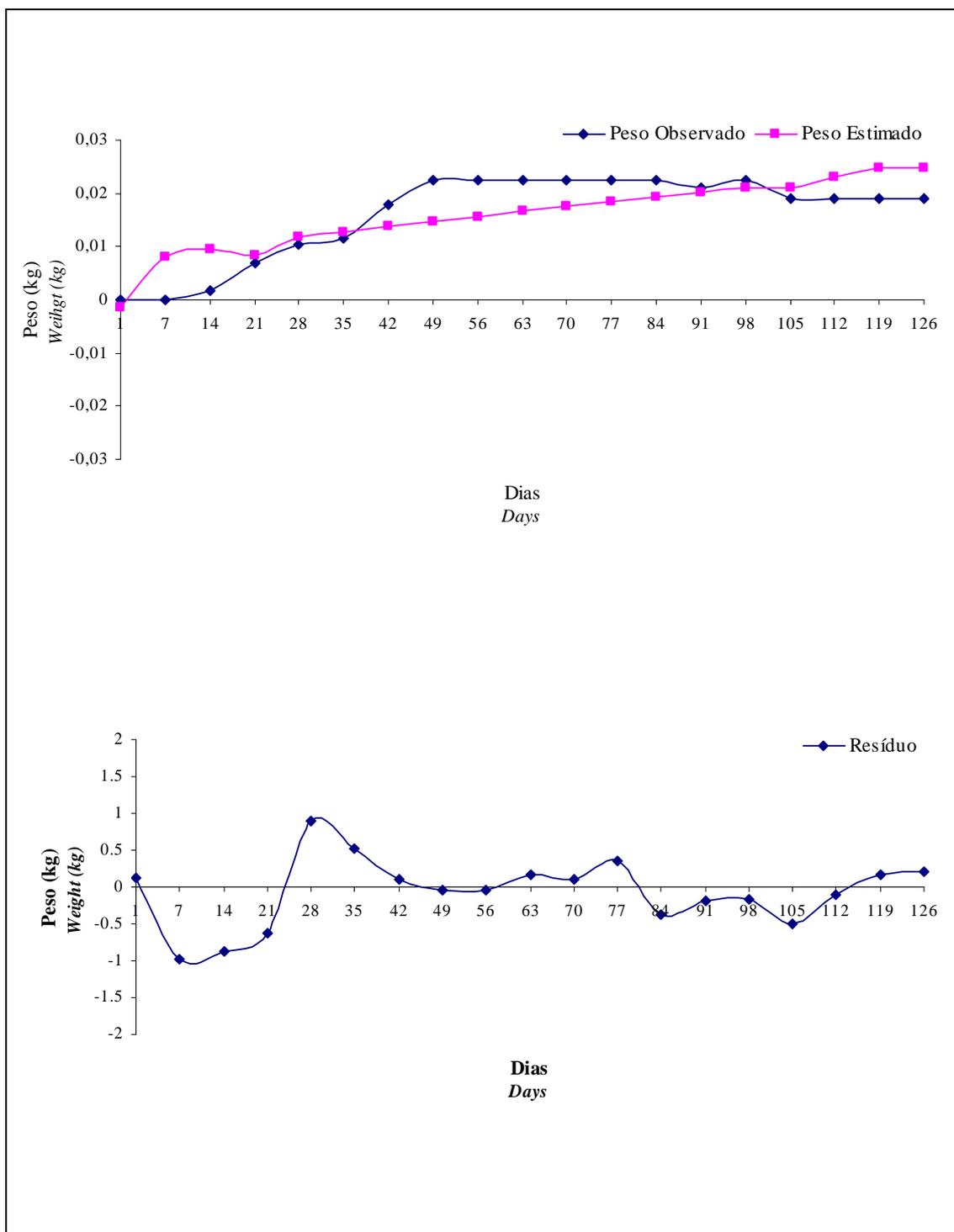
A curva média que melhor ajustou a curva de produção de mel para colméias de *Apis mellifera*, bem como seu comportamento nas condições estudadas foi linear. Este modelo apresentou, por sua vez, menor número de interações, melhor valor de  $R_a^2$ , avaliação gráfica satisfatória da curva da média de peso observado e estimado, do resíduo, além de interpretabilidade biológica.

## 5. Referências bibliográficas

- AGUIAR, C. M. L.; MARTINS, C. F.; MOURA, A. C. DE A. Recursos florais utilizados por abelhas (Hymenoptera, Apoidea) em área de caatinga (São João do Cariri, Paraíba), **Revista Brasileira de Biologia**, João Pessoa, v. 10, n. 2, p. 101 – 117, 1995.
- AGUIAR, C. M. L.; MARTINS C. F. Abundância relativa de abelhas (Hymenoptera, Apoidea) na caatinga, São João do Cariri, Paraíba, Brasil. **Iheringia**, Porto Alegre, n. 83 , p. 151– 163, 1997.
- ANDRADE, L. A.; REIS, M. G.; REIS, G. G. Classificação ecológica do Estado da Paraíba: interpolação de dados climáticos por aproximação numérica. **Revista Árvore**, Viçosa, v. 23, n. 1, p. 23 – 32, 1999.
- ARAÚJO, K. D.; ANDRADE, A. P. de; RAPOSO, R. W. C.; ROSA, P. R. de, PAZERA, E. Jr. Análise das condições meteorológicas de São João do Cariri no semi-árido paraibano. **Revista Geografia**, v, 14, n. 1, p. 61 – 72, 2005.
- BIANCHINI SOBRINHO, E. **Estudo da curva de lactação de vacas da raça Gir**. 1984. 88 f. Tese (Doutorado em Genética). Universidade de São Paulo, Ribeirão Preto, 1984.
- CARVALHO, M. G. F. de; TRAVASSOS, M. do S. B.; MACIEL, V. da S. Clima, vegetação e solo. In: RODRIGUEZ J. L. (Ed). **Atlas Escolar da Paraíba**. 3. ed. GRAFSET: João Pessoa, 2002. 191p.
- COBUCCI, J. A., EUCLYDES, R. F.; VERNEQUE, R. da S.; TEODORO, R. L.; LOPES, P. de S.; SILVA, M. de A. e S. Curva de lactação na raça Guzerá. **Revista Brasileiro de Zootecnia**, Viçosa, v. 30, n. 4, p. 1204 -1211, 2001.
- CRUZ, G. R. B. **Estimativas dos parâmetros genéticos e de ambiente para medidas repetidas de produção de leite e de gordura em bovinos da raça Sindi e Guzerá**. 2007. 135f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2007.
- CENTRE D'ETUDES DE GEOGRAPHIE TROPICALE (CEGET-CNRS). Géographie et écologie de la Paraíba (Brésil), **Travaux et Documents de Géographie Tropicale**, Brurdeaux, v. 41, p. 1 - 180, 1980.
- DAVE, B. K. Frist lactation curve of Indian water buffalo. **Jawaharlal Nehru Krishi Vishwa Vidyalaya Research Journal**, v. 5, p. 93, 1971.
- DRAPER, N.M.; SMITH, H. **Applied regression analysis**. 2. ed. New York: Wiley, 1981. 709p.
- ENCICLOPÉDIA DOS MUNICÍPIOS PARAIBANOS. João Pessoa: UNIGRAF, 1987, 46p.

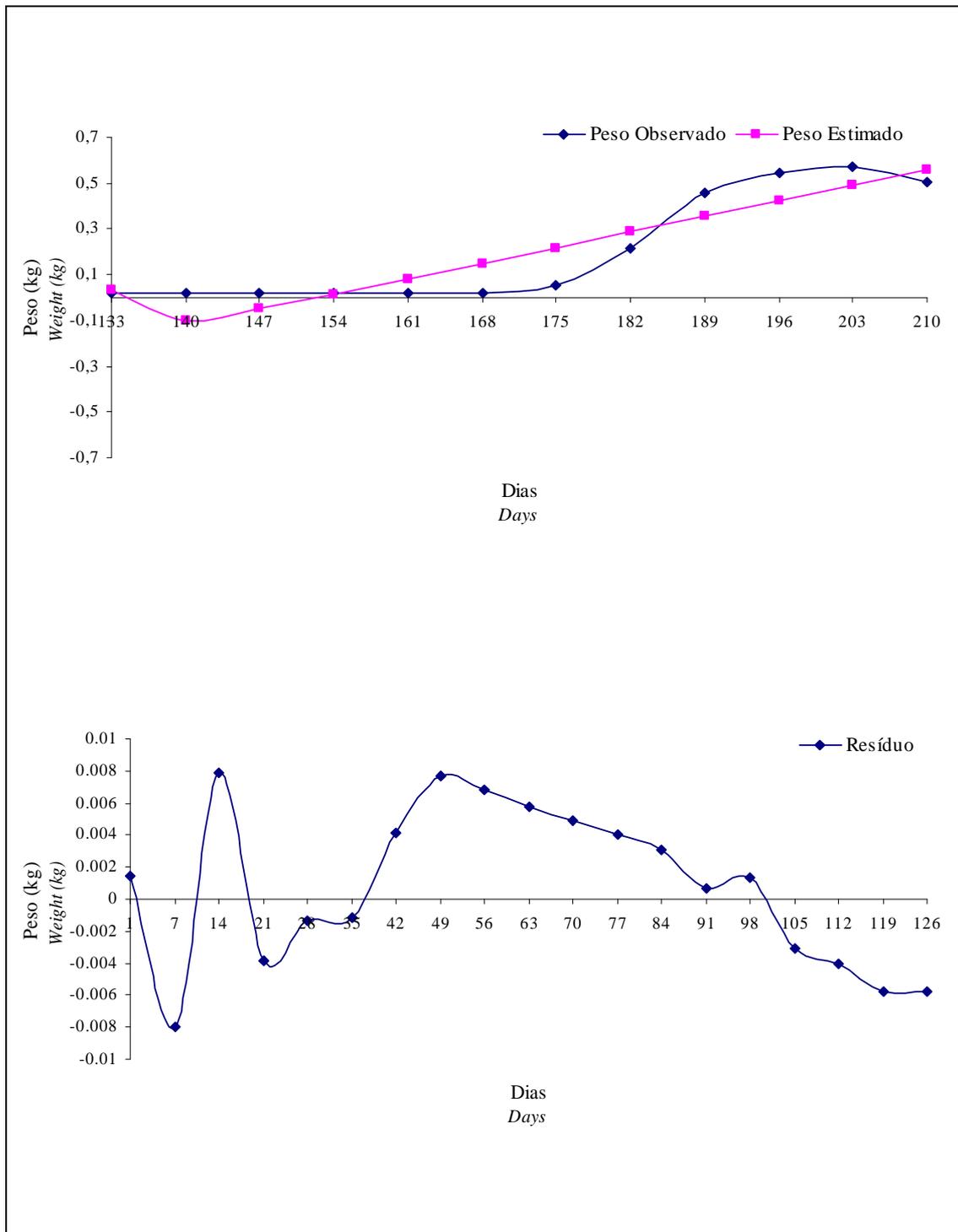
- FREITAS, A. F., DURÕES, M. C.; TEXEIRA, N. M. Curvas de crescimento de novilhos da raça holandesa mantidas em regime de confinamento. **Arquivo Brasileiro de Medicina Veterinária e Zootecnia**, Belo Horizonte, v. 9, n. 1, p. 85-93, 1997.
- FREITAS, D. G. F.; KHAN, A. S.; SILVA, L. M. R. Nível tecnológico e rentabilidade de produção de mel de abelha (*Apis mellifera*) no Ceará, **Revista de Economia Rural**, Rio de Janeiro, v. 42, n.1, p. 171 -188, 2004.
- KELLOGG, D. W.; URQURART, N. S. ORTEGA, A. J. Estimating Holstein lactation curves with a gamma curve. **Journal Dairy Science**, v. 60, n. 8, p. 1308 – 1315.
- MAZZINI, A. R. de A.; Muniz, J. A.; Silva, F. F.; Aquino, L. H de. Análise da curva de crescimento de machos hereford, **Ciência e Agrotecnologia**, Lavras. v. 27, n.5, p.1105-1112, 2003.
- NELDER, J. A. Inverse polynomials a useful group of multi-factor response functions. **Biometrics**, Virgínia, v. 22, n. 1, p. 128 – 141, 1996.
- PARAÍBA. Secretária da Educação/Universidade Federal da Paraíba **Atlas geográfico do estado da Paraíba**. João Pessoa: Grafiset, 1985. 100 p.
- RIBEIRO, M.N.; ALBUQUERQUE, L.G.; PIMENTA FILHO, E.C. Comparação de funções matemáticas no ajuste da curva de lactação de cabras mestiças no Cariri paraibano. In: REUNIÃO ANUAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE ZOOTECNIA, 34., 1997, Juiz de Fora. **Anais...** Juiz de Fora: Sociedade Brasileira de Zootecnia, 1997. p.272-274.
- SANDLAND, R. L.; McGLICHRIST, C. A. Stochastic growth curve analysis. **Biometrics**, Virgínia, v. 35, n. 1, p. 255 – 271, 1979.
- SANTORO, K. R. **Ajuste de curvas**. 2003. 131 f. Tese (Doutorado em Zootecnia). Universidade Federal Rural de Pernambuco, Recife, 2003.
- SOARES, j. G. G. Cultivo da maniçoba para produção de forragem no semi-árido brasileiro. Petrolina: EMBRAPA-CPATSA, 1995, 4 p. (**Comunicado Técnico**).
- STATISTICAL ANALYSES SYSTEM – SAS. **User's guide**: statistics. version 8, v.2, Cary: 1999-2001.
- TEDESCHI, L. O.; BOIN, C.; NADON, R. F.; LEME, P. R. Estudo da curva de crescimento de animais da raça guzerá e seus cruzamentos alimentados a pasto, com e sem suplementação. 1. análise e seleção das funções não-lineares, **Revista Brasileira de Zootecnia**, Viçosa, v. 29, n 2, p. 630-637, 2000.
- WOOD, P. D. P. Algebraic model d the lactation curve in cattle, **Nature**, London, v. 216, n. 5111, p. 164 – 165, 1967.

## Apêndice



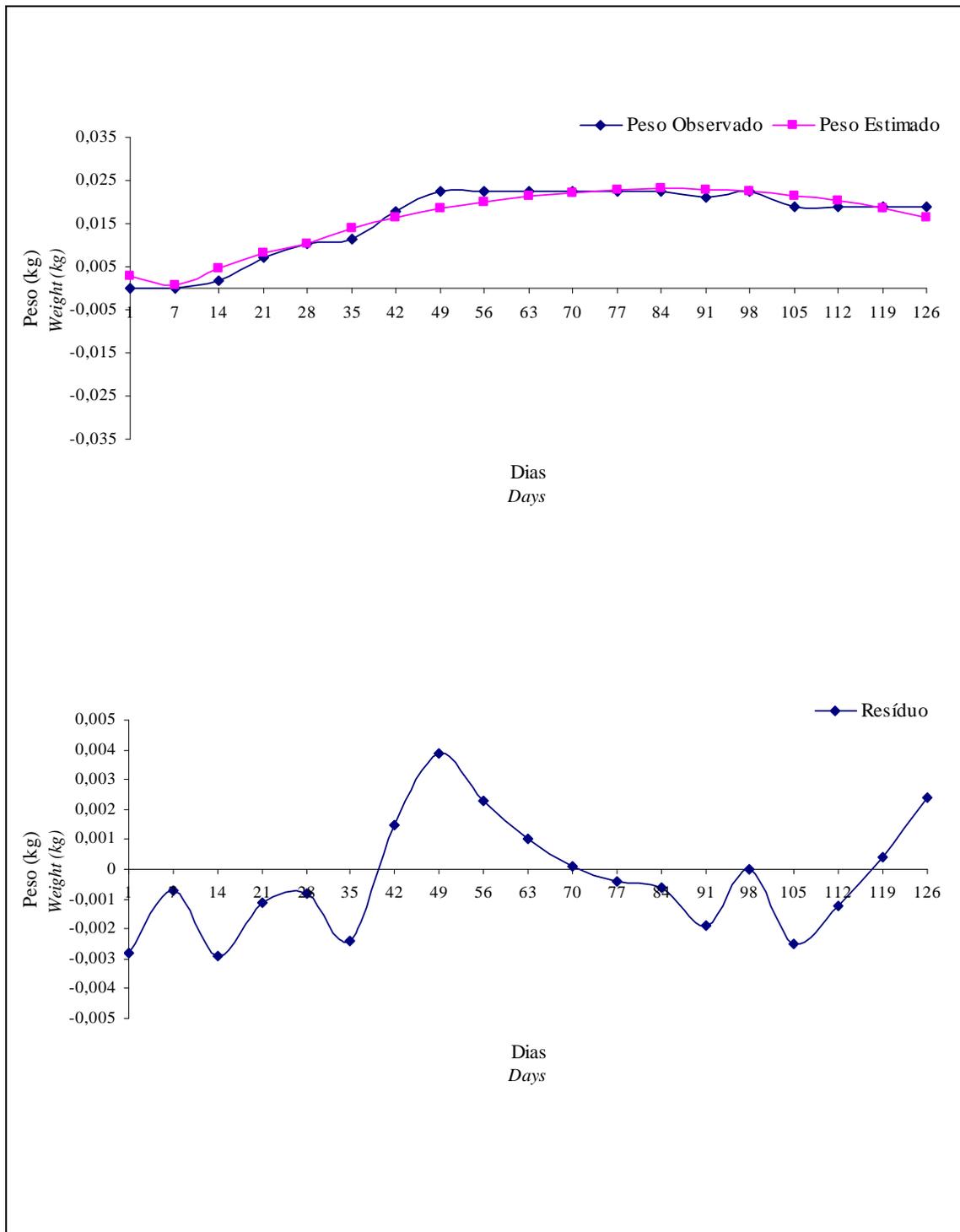
**Figura 4.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Linear Hiperbólico.

*Figure 4.* Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase I of the Hyperbolic Lineal model.



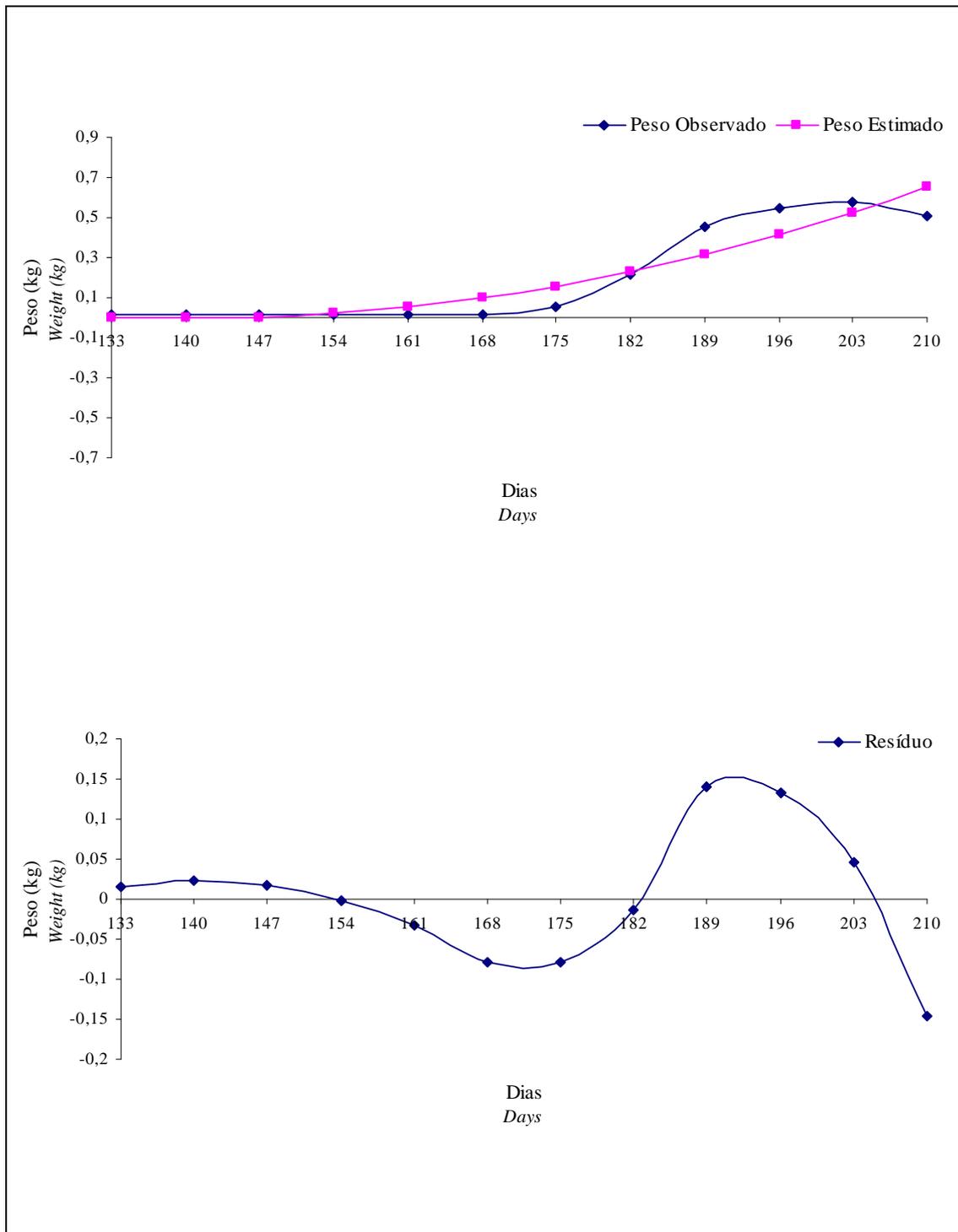
**Figura 5.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Linear Hiperbólico.

*Figure 5.* Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase II of the Hyperbolic Linear model.



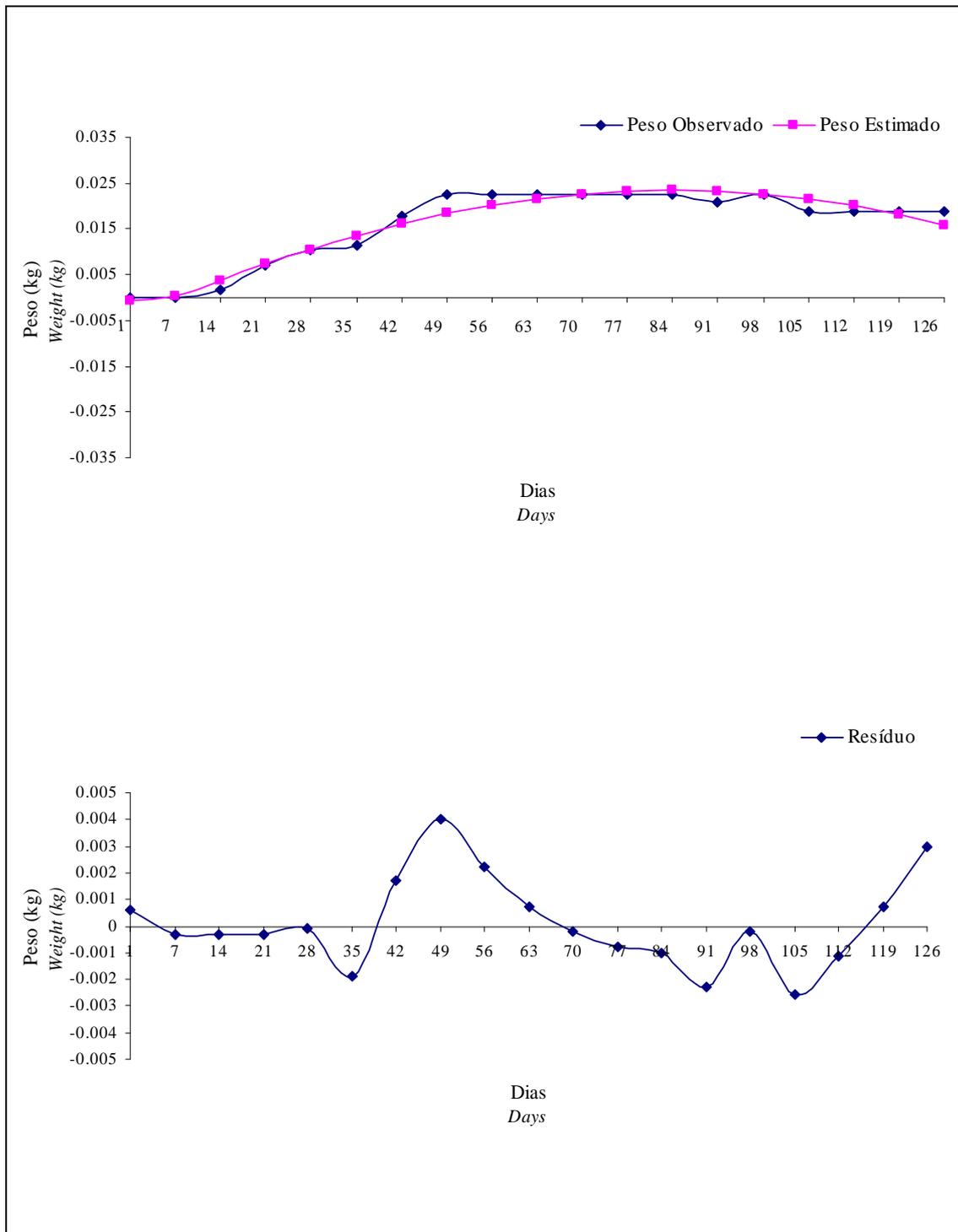
**Figura 6.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrático.

Figure 6. Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase I of the Quadratic model.



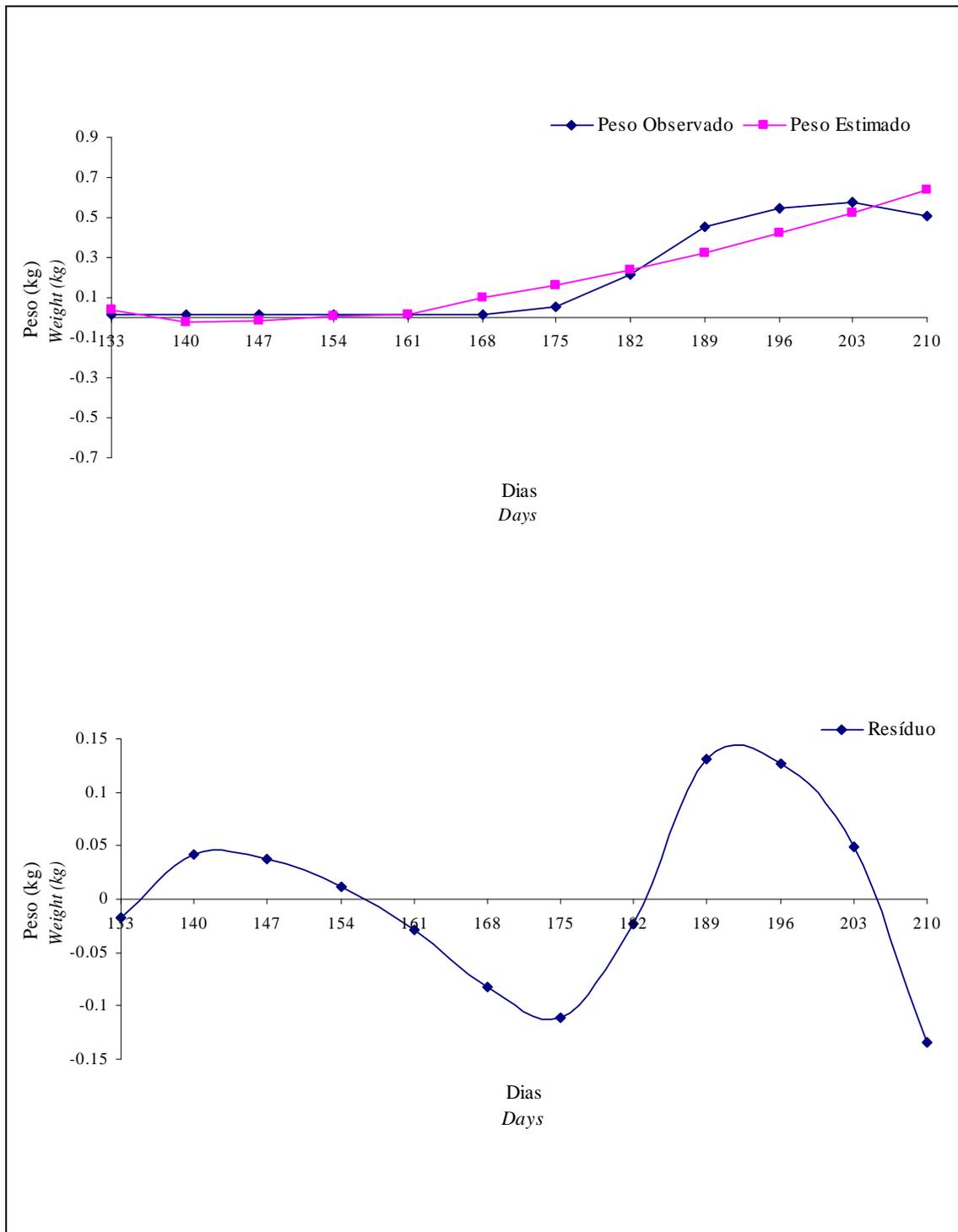
**Figura 7.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrático.

*Figure 7.* Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase II of the Quadratic model.



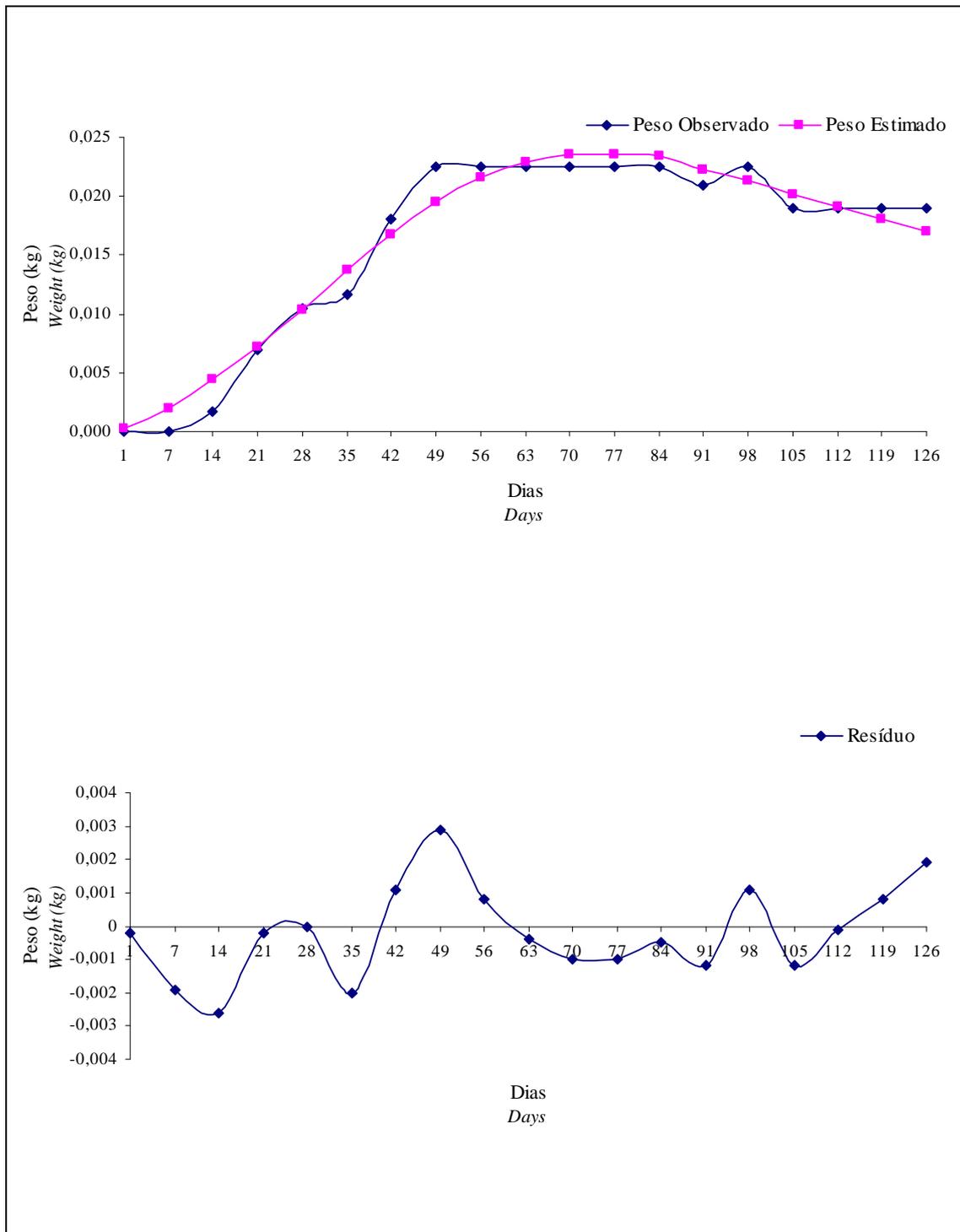
**Figura 8.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Quadrática Logarítmica.

*Figure 8.* Observed and production growth curve, and mean of residual for the phase I of the Quadratic Logarithmic model.



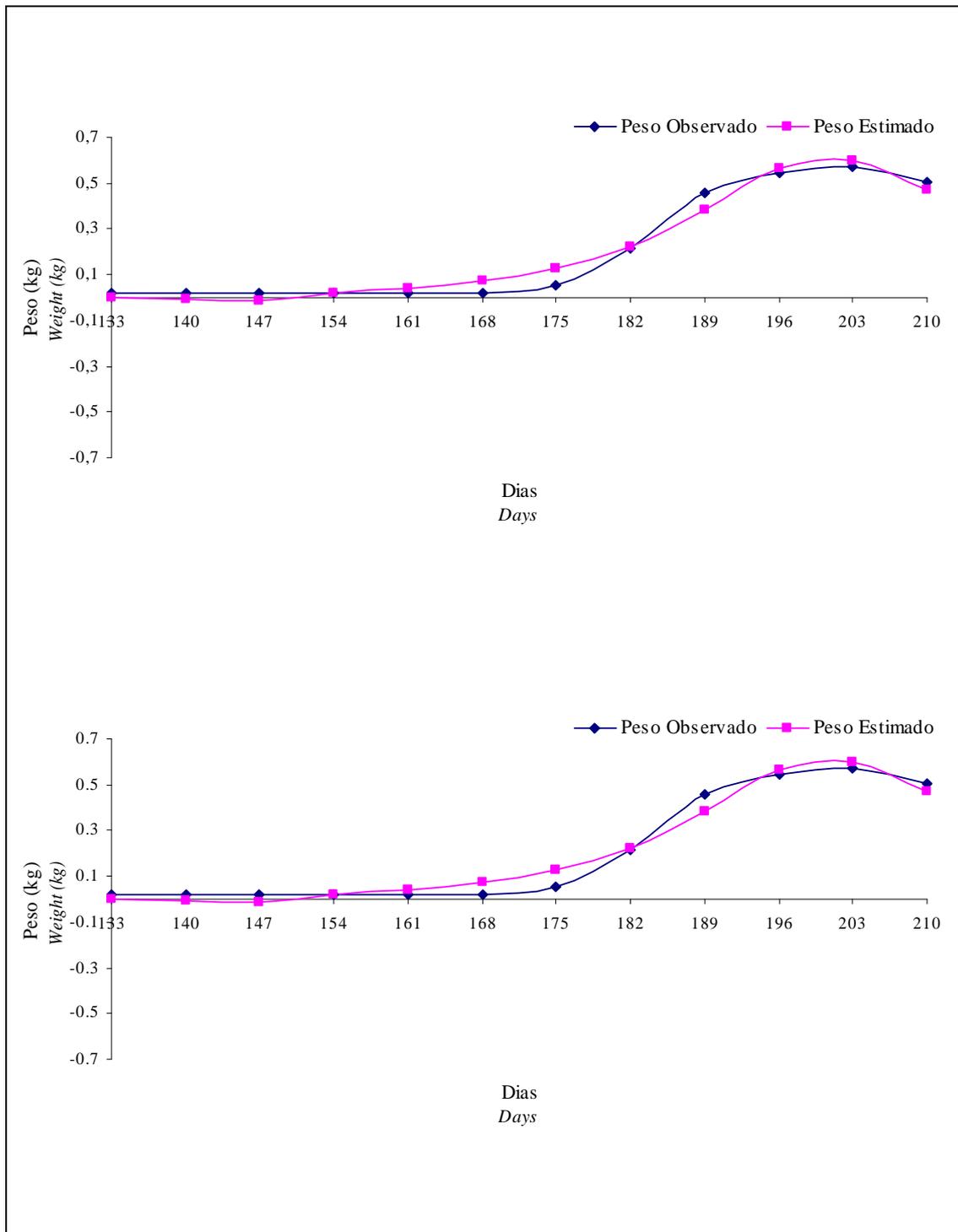
**Figura 9.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Quadrática Logarítmica .

*Figure 9.* Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase II of the Quadratic Logarithmic model.



**Figura 10.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase I do modelo Polinomial Inverso.

*Figure 10. Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase I of the Polynomial Inverse model.*



**Figura 11.** Curvas de produção estimada e observada, e média do resíduo para a fase II do modelo Polinomial Inverso.

*Figure 11. Observed and estimated production curve, and mean of residual for the phase II of the Polynomial Inverse model.*

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)