



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS DE CURITIBA
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
E DE MATERIAIS - PPGEM

VANDERLI ROBERTO SÊGA

EFEITO DE UMA PAREDE FRONTAL NA
CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE
ABERTA

CURITIBA

MARÇO - 2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

VANDERLI ROBERTO SÊGA

**EFEITO DE UMA PAREDE FRONTAL NA
CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE
ABERTA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Engenharia Térmica, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: prof. Admilson T. Franco, Dr.

Co-orientador: prof. Silvio L. M. Junqueira, Dr.

CURITIBA

MARÇO – 2009

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca da UTFPR – Campus Curitiba

S454e Sêga, Vanderli Roberto
Efeito de uma parede frontal na convecção natural em uma cavidade aberta / Vanderli Roberto Sêga. – 2009.
xvii, 109 f. : il. ; 30 cm

Orientador: Admilson T. Franco
Co-orientador: Silvio L. M. Junqueira
Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. Área de Concentração em Engenharia Térmica, Curitiba, 2009
Bibliografia: f. 93-7

1. Calor – Transmissão. 2. Calor – Convecção natural. 3. Problemas de condições de contorno. 4. Modelagem matemática. 5. Método dos volumes finitos. 6. Engenharia térmica. I. Franco, Admilson Teixeira, orient. II. Junqueira, Silvio Luiz de Mello Junqueira, co-orient. III. Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais. Área de Concentração em Engenharia Térmica. IV. Título.

CDD 620.1

TERMO DE APROVAÇÃO

VANDERLI ROBERTO SÊGA

EFEITO DE UMA PAREDE FRONTAL NA CONVECÇÃO NATURAL EM UMA CAVIDADE ABERTA

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em engenharia térmica, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Giuseppe Pintaúde, Dr.
Coordenador do PPGEM

Banca Examinadora

Prof. Admilson T. Franco, Dr.
(UTFPR)

Prof. Marcelo R. Errera, PhD.
(UFPR)

Prof. Luciano F. S. Rossi, Dr.
(UTFPR)

Prof^a. Viviana C. Mariani, Dr.
(PUC- PR)

Curitiba, 26 de Março de 2009

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho à minha esposa Zeide e ao meu filho Daniel, pelo amor e compreensão nos momentos mais complicados durante estes anos. Vocês são o motivo desta conquista.

AGRADECIMENTOS

Ao Supremo Deus pelo dom da paciência e perseverança nos momentos em que a sabedoria humana necessitou do conselho divino.

Aos meus pais que desde cedo inculcaram em mim o gosto pelo aprender. A minha irmã Lidiane por acreditar em meu potencial.

A querida Leni que sempre me incentivou nos momentos mais críticos.

Ao estimado prof. Admilson, que possui a arte da motivação. Meu muito obrigado por sempre apresentar-me novos horizontes.

Ao prof. Silvio os meus sinceros agradecimentos pelos conhecimentos compartilhados nas aulas sobre convecção natural.

Aos meus estimados colegas Wagner, Sandra, Fernando de Lai, Rafael e Ernani, sou grato pela troca de experiências e pelo apoio nestes anos.

“A persistência é o caminho do êxito.”

SÊGA, VANDERLI ROBERTO, **Efeito de uma Parede Frontal na Convecção Natural em uma Cavidade Aberta**, 2009, Projeto de Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2009.

RESUMO

Neste trabalho é simulado numericamente o processo de transferência de calor por convecção natural em uma cavidade quadrada aberta, de paredes horizontais adiabáticas e parede vertical mantida à temperatura constante. A cavidade abre-se para um canal vertical cuja parede é feita isotérmica ou adiabática. A distância b/H assume os valores de 1,0, 0,5, 0,2 e 0,1 para o número de Ra variando de 10^3 a 10^7 e número de Prandtl igual a 1,0. É feita a análise do efeito da distância b/H e das condições de contorno da parede frontal sobre os números de Nusselt médio e de Rayleigh, sobre a vazão volumétrica na entrada da cavidade e na entrada e saída do canal vertical. A modelagem matemática é realizada com base nas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da conservação de energia. Para a obtenção da solução numérica é utilizado o Método de Volumes Finitos. No tratamento dos termos convectivos é empregado o esquema Híbrido e o algoritmo SIMPLEST para o acoplamento pressão-velocidade. Para a validação do método numérico implementado e dos resultados obtidos, são realizadas comparações com resultados analíticos e numéricos disponíveis na literatura corrente. Os resultados obtidos mostraram que nas condições limites, quando a distância b/H tende a zero, os valores do número de Nu médio aproximam-se dos valores encontrados em uma cavidade fechada, e para a distância b/H maior ou igual a 1,0 o efeito da parede frontal adiabática ou isotérmica é indiferente à presença da parede e das condições de contorno.

Palavras-chave: Cavidade Aberta, Convecção Natural, Canal Vertical, Condições de Contorno, Simulação Numérica.

SÊGA, VANDERLI ROBERTO, **The Effects of a Shrouding Wall on Natural Convection in an Open Cavity**, 2009, Dissertation (Master in Engineering) – Program of Post-graduation in Mechanical and Materials Engineering, Federal Technological University - Parana, Curitiba, 2009.

ABSTRACT

In this work is numerically simulated the heat transfer process by natural convection in a square open cavity, with horizontal adiabatic walls and vertical wall heated uniformly at constant temperature. Cavity is placed in front of a vertical channel where wall is isothermal or adiabatic. The distance b/H between the shrouding wall and the opening (wall-to-wall space) takes 1,0; 0,5; 0,2 and 0,1, for Rayleigh number range from 10^3 to 10^7 and Prandtl number equals to 1,0. The distance b/H and the boundary conditions at the shrouding wall effects on the average Nusselt and Rayleigh numbers, volumetric flow rate through cavity and vertical channel are investigated. Mathematical model is based on mass, momentum and energy conservation equations. The numerical solutions are obtained applying the Finite Volume Method, the hybrid differencing scheme is used for convective terms and SIMPLEST algorithm for pressure-velocity coupling. The validation of numerical method implemented and output data, will be compared with analytical and numerical results available in the literature. The results found had indicated two limits conditions, when b/H distance tends to zero, the average Nusselt number is approximated to values found in a closed cavity, and for b/H distance more or equal to 1,0, the effect of frontal isothermal or adiabatic wall is not meaningful due to wall presence and boundary conditions.

Keywords: Open cavity, Natural Convection, Vertical Channel, Boundary Conditions, Numerical Simulation.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	18
1.1 Engenharia Térmica e Convecção Natural	18
1.2 Convecção Natural em Cavidades Abertas	19
1.3 Justificativa	21
1.4 Objetivos Gerais	21
1.5 Organização do Trabalho.....	22
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	24
2.1 Introdução.....	24
2.2 Cavidades Abertas	24
2.3 Cavidades Abertas para um Canal	28
2.4 Condições de Contorno para Canais Verticais Abertos.....	29
2.5 Considerações Finais.....	31
3. MODELAGEM MATEMÁTICA	33
3.1 Introdução.....	33
3.2 Equações Governantes.....	34
3.3 Hipóteses Simplificadoras	35
3.4 Aproximação de Boussinesq.....	36
3.5 Equações na Forma Adimensional	37
3.6 Condições de Contorno.....	39
3.7 Números de Nusselt Local e Médio para a Cavidade Aberta	40
3.8 Convecção Natural em uma Placa Vertical Aquecida.....	41
3.9 Vazão Volumétrica e Função Corrente	46
3.10 Considerações Finais.....	47
4. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS.....	48
4.1 Introdução.....	48
4.2 Equação Geral de Transporte.....	49
4.3 Discretização da Equação Geral de Transporte	50
4.4 Determinação do Campo de Velocidades.....	53
4.5 Solução do Sistema Linear de Equações	56
4.6 Fator de Sub-relaxação.....	57
5. VALIDAÇÃO NUMÉRICA	58
5.1 Introdução.....	58
5.2 Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada Aquecida Lateralmente	58
5.3 Parâmetros Básicos para Simulação – Cavidade Fechada.....	59
5.4 Análise Comparativa entre as Simulações – Cavidade Fechada.....	61
5.5 Isotermas e Linhas de Corrente – Cavidade Fechada.....	64
5.6 Convecção Natural em Cavidade Aberta com Parede Vertical Aquecida	65
5.7 Parâmetros Básicos para Simulação – Cavidade Aberta	66
5.8 Análise Comparativa entre as Simulações – Cavidade Aberta	66
5.9 Comentários Finais.....	69
6. RESULTADOS	70

6.1	Introdução.....	70
6.2	Parede Frontal Isotérmica	72
6.3	Parede Frontal Adiabática.....	89
6.4	Efeito da Distância b/H - Comentários Gerais	101
7.	CONCLUSÕES.....	107
7.1	Sugestões.....	109
	REFERÊNCIAS.....	110
	APÊNDICE A – ALGORITMO SIMPLEST.....	115
	APÊNDICE B – FATOR POWER LAW	116
	APÊNDICE C - INFORM	118
	APÊNDICE D – TABELAS COMPARATIVAS PARA UMA CAVIDADE FECHADA	122
	APÊNDICE E – TABELAS DE COEFICIENTES	125

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Parede adiabática ou isotérmica em frente a uma cavidade aberta quadrada – figura esquemática.....	20
Figura 3.1 – Geometria e condições de contorno de uma parede em frente a uma cavidade quadrada aberta.....	33
Figura 3.2 – Convecção natural em uma placa vertical aquecida.	42
Figura 4.1 – Volume de controle para uma situação bidimensional.	51
Figura 4.2 – Malha bidimensional com arranjo deslocado.	55
Figura 5.1 – Geometria e condições de contorno para o problema de convecção natural em uma cavidade quadrada com gradiente horizontal de temperatura (HORTMANN <i>et. al.</i> , 1990).	59
Figura 5.2 – Números de Nusselt médio e máximo para a cavidade fechada.....	62
Figura 5.3 – Isotermas e linhas de corrente, malha de 160×160 v.c.	64
Figura 5.4 – Geometria do Problema – Cavidade Aberta (CHAN & TIEN, 1985a)....	65
Figura 5.5 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - cavidade aberta.	68
Figura 6.1 – Representação típica de malha não-uniforme ($FPL=2,0$) formada por 40×40 V.C. na cavidade.....	71
Figura 6.2 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^3$ - parede isotérmica.....	74
Figura 6.3 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^4$ - parede isotérmica.....	75
Figura 6.4 – Isotermas, linhas de corrente e campo Vetorial - $Ra=10^5$ - parede isotérmica.....	77
Figura 6.5 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^6$ - parede isotérmica.....	78

Figura 6.6 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^7$ - parede isotérmica.....	80
Figura 6.7 – Isotermas e linhas de corrente - $b/H=0,1$ - parede isotérmica.....	82
Figura 6.8 – Variação do número de \overline{Nu} em função do número de Ra - parede isotérmica.....	84
Figura 6.9 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{m} na cavidade - parede isotérmica.....	85
Figura 6.10 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{M}_{ent} na entrada do canal vertical - parede isotérmica.....	85
Figura 6.11 – Perfil da componente U da velocidade na abertura da cavidade – parede isotérmica.....	87
Figura 6.12 – Perfil de temperatura na abertura da cavidade – parede isotérmica...	88
Figura 6.13 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^3$ - parede adiabática.....	90
Figura 6.14 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^4$ - parede adiabática.....	91
Figura 6.15 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^5$ - parede adiabática.....	92
Figura 6.16 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^6$ - parede adiabática.....	93
Figura 6.17 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^7$ - parede adiabática.....	94
Figura 6.18 – Variação do número de \overline{Nu} em função do número de Ra - parede adiabática.....	96
Figura 6.19 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{m} na cavidade - parede adiabática.....	96
Figura 6.20 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{M}_{ent} na entrada do canal vertical - parede adiabática.....	98

Figura 6.21 – Perfil da componente U da velocidade na abertura da cavidade – parede adiabática.....	99
Figura 6.22 – Perfil de temperatura na abertura da cavidade – parede adiabática.	100
Figura 6.23 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra = 10^3$	101
Figura 6.24 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^3$	102
Figura 6.25 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra = 10^4$	103
Figura 6.26 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^4$	103
Figura 6.27 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra = 10^5$	104
Figura 6.28 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^5$	104
Figura 6.29 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra = 10^6$	105
Figura 6.30 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^6$	105

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Tabela Comparativa das Revisões Bibliográficas ($\gamma = 0^0$).....	31
Tabela 4.1 – Equações governantes na forma geral – (MALISKA, 2004).....	49
Tabela 4.2 – Fatores de sub-relaxação recomendados (NAKAYAMA,1995).	57
Tabela 5.1 – Propriedades do fluido e dimensões da cavidade fechada (HORTMANN <i>et al.</i> , 1990).	59
Tabela 5.2 – Variações de \overline{Nu} e \dot{m} ($B=1,0$ e $Pr=1,0$).	66
Tabela 5.3 – Variações de \overline{Nu} e \dot{m} – estudo comparativo para cavidade aberta. ...	67
Tabela 6.1 – Parâmetros gerais de simulação para cavidade aberta para um canal.	70
Tabela 6.2 – Comparativo para \overline{Nu} entre uma cavidade fechada (BRAGA e LEMOS, 2005) e uma cavidade aberta em frente uma parede isotérmica.	83
Tabela D.1 – Tabela comparativa para $Ra=10^4$, malha não uniforme.....	122
Tabela D.2 – Tabela comparativa para $Ra=10^5$, malha não uniforme.....	123
Tabela D.3 – Tabela comparativa para $Ra=10^6$, malha não uniforme.....	124
Tabela E.1 – Tabela de coeficientes e fatores de correlação - $Ra=10^3-10^4$	125
Tabela E.2 – Tabela de coeficientes e fatores de correlação - $Ra=10^5-10^6$	126

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADI	- <i>Alternating Direction Implicit</i>
CFD	- <i>Computational Fluid Dynamics</i>
EDP	- <i>Equação Diferencial Parcial</i>
FPL	- <i>Fator Power Law</i>
MDF	- <i>Método de Diferenças Finitas</i>
MEF	- <i>Método dos Elementos Finitos</i>
MFV	- <i>Método dos Volumes Finitos</i>
PHOENICS	- <i>Parabolic, Hyperbolic or Elliptic Numerical Integration Code Series</i>
PISO	- <i>Pressure Implicit with Splitting Operators</i>
PPGEM	- <i>Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais</i>
PRIME	- <i>Pressure Implicit, Momentum Explicit</i>
QUICK	- <i>Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics</i>
SIMPLE	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations</i>
SIMPLEC	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent</i>
SIMPLER	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised</i>
SIMPLEST	- <i>Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Shortened</i>
SOLA	- <i>Solution Algorithm</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

LETRAS LATINAS

A	- Razão de aspecto do canal vertical, H / d	
a	- Amplitude da obstrução senoidal	
B	- Razão de aspecto da cavidade, L / H	
B	- Vetor de força de campo	N
C_p	- Calor específico à pressão constante	$J / Kg.K$
E	- Ponto vizinho a P na direção horizontal sentido leste	
F	- Vetor força de corpo por unidade de volume	N / m^3
f	- Fator de interpolação	$[-]$
f_t	- Fator de ponderação	$[-]$
g	- Aceleração da gravidade	m / s^2
Gr	- Número de Grashof	$[-]$
H	- Altura da parede vertical da cavidade	m
H	- Comprimento aquecido no canal em forma de L	m
h	- Coeficiente de transmissão de calor por convecção	$W / m^2.K$
k	- Condutividade térmica	$W / m.K$
L	- Largura da cavidade	m
L	- Comprimento da placa vertical	m
\dot{M}	- Vazão volumétrica no canal	$[-]$
\dot{m}	- Vazão volumétrica na entrada da cavidade aberta	$[-]$
m	- Fluxo total de massa na camada limite	$[kg / s]$
N	- Ponto vizinho a P na direção vertical sentido norte	
Nu	- Número de Nusselt ao longo da parede de altura H	
Nu_{loc}	- Número de Nusselt local	
\overline{Nu}	- Número de Nusselt médio	
P	- Pressão adimensional	$[-]$
p	- Pressão termodinâmica	Pa
P	- Ponto de referência do volume de controle	
Pr	- Número de Prandtl	$[-]$

Ra	- Número de Rayleigh	$[-]$
Ra^*	- Número de Rayleigh no canal vertical	$[-]$
S	- Termo fonte da equação geral de transporte	
S	- Largura do canal em forma de "L"	m
S	- Ponto vizinho a P na direção vertical sentido sul	
S_C	- Parte constante do termo fonte	
$S_{C\phi}$	- Coeficiente de linearização	
T_0	- Temperatura de referência	K
T_∞	- Temperatura ambiente	K
T_H	- Temperatura da parede vertical aquecida da cavidade	K
T_P	- Temperatura da placa vertical aquecida	K
U	- Componente horizontal adimensional da velocidade	$[-]$
u	- Componente horizontal dimensional da velocidade	m/s
V	- Vetor velocidade	m/s
V_{dif}	- Velocidade de Difusão	m/s
V	- Componente vertical adimensional da velocidade	$[-]$
v	- Componente vertical dimensional da velocidade	m/s
W	- Ponto vizinho a P na direção horizontal sentido oeste	
X	- Coordenada espacial horizontal adimensional	
x	- Coordenada espacial horizontal dimensional	m
Y	- Coordenada espacial vertical adimensional	
y	- Coordenada espacial vertical dimensional	m

LETRAS GREGAS

α	- Difusividade térmica	m^2/s
α	- Fator de sub-relaxação	$[-]$
β	- Coeficiente de expansão térmica volumétrica	K^{-1}
Γ	- Coeficiente de difusão	
Δ	- Valor infinitesimal	
δ	- Espaçamento mínimo da malha	m

η	- Direção normal à parede ou fronteira	
θ	- Temperatura adimensional	$[-]$
ρ	- Massa específica	Kg / m^3
μ	- Viscosidade dinâmica	$Pa.s$
∇	- Operador nabla	
ν	- Viscosidade cinemática	m^2 / s
Φ	- Termo de dissipação viscosa	
ϕ	- Função genérica	
Ψ	- Função-corrente adimensional	
γ	- Ângulo de inclinação da cavidade	$^\circ$

SOBRESCRITOS

$()^n$	- Instante de tempo atual ou novo valor
$()^0$	- Instante de tempo anterior
$()'$	- Valor corrigido
$()^*$	- Valor adimensional

SUBSCRITOS

$()_e$	- Face leste do volume de controle
$()_{ent}$	- Valor de entrada
$()_{sai}$	- Valor de saída
$()_{loc}$	- Valor local
$()_{max}$	- Valor máximo
$()_{med}$	- Valor médio
$()_n$	- Face norte do volume de controle
$()_s$	- Face sul do volume de controle
$()_w$	- Face oeste do volume de controle

1. INTRODUÇÃO

1.1 Engenharia Térmica e Convecção Natural

A Engenharia Térmica tem aumentado seu campo de estudo devido a relevantes aplicações na indústria, e uma das questões enfocadas é a economia de energia. Não é possível imaginar projetos de produtos e desenvolvimentos de sistemas que não se relacionem diretamente aos princípios da transmissão de calor, da mecânica dos fluidos e da termodinâmica, que são os pilares deste ramo de conhecimento.

Dentre os ramos da Engenharia Térmica, os estudos que investigam a convecção natural sempre atraíram a atenção de pesquisadores, face ao grau de restrição no uso da convecção forçada em algumas aplicações práticas. A inviabilidade técnica e os altos custos na execução de ensaios em laboratórios (que modelem este fenômeno físico em condições similares), são fatores importantes que acabam ratificando a necessidade de projetos na área de simulação numérica. Os experimentos numéricos, em geral, demandam custos operacionais mais baixos e geram resultados dentro de uma margem satisfatória de erro. Portanto, a análise numérica mostra-se cada vez mais importante na simulação destas condições.

Devido a sua importância nos processos de transmissão de calor, a convecção natural tem sido estudada com afinco em projetos como: processos de geração de energia em sistemas automatizados de aquecimento solar (ZAMORA e KAISER, 2009), secagem de materiais, movimentação e dispersão de poluentes no ar, sistemas de ventilação, arrefecimento e refrigeração, cultura e proliferação de bactérias, fungos e vírus, processos de pinturas, resfriamento de dutos submarinos de petróleo e gás, climatização de galpões agrícolas e aviários, projetos de resfriamento de sistemas eletrônicos integrados (DEGHAN e BEHNIA, 1996), movimento de corrente marítimas, entre outros.

1.2 Convecção Natural em Cavidades Abertas

Para citar a importância da convecção natural, é considerado o uso de geometrias mais simples, como uma cavidade aberta, na modelagem teórica, numérica e experimental de sistemas mais complexos. Dentre algumas aplicações, pode ser citado o dimensionamento de sistemas de microeletrônica (LIU e PHANTHIEN, 2000). Esses sistemas possuem microestruturas internas muito complexas e um dos objetivos é conciliar a alta flexibilidade e a maior rapidez das operações realizadas. É evidente que restrições técnicas podem inviabilizar a execução de um projeto real, dentre as quais, as dificuldades inerentes ao sistema de resfriamento de circuitos integrados e outros componentes similares, empregados usualmente na microeletrônica moderna. Pontos quentes (*hot spots*) resultam na diminuição da vida útil do componente eletrônico, e de certa forma, transformam-se em entraves na busca de projetos mais compactos e com melhores rendimentos.

A minimização dos efeitos dos pontos quentes ou de superaquecimento em tais sistemas está relacionada aos processos de convecção natural e a otimização da performance, tendo em conta, as formas e estruturas definidas do sistema a ser estudado. Partindo de uma simplificação das condições iniciais e de contorno, o objetivo é simular uma condição de referência, de modo a manter-se um erro não significativo em comparação com estudos atuais e relacionados ao assunto.

Dentre outros problemas que aplicam geometrias similares à uma cavidade aberta, também podem ser mencionadas aplicações em posicionamento de coletores de energia solar, isolamento de reatores, resfriamento em containeres com perda de radioatividade, ventilação de salas, sistemas de prevenção de incêndios, em dispersão de poluentes, estudos climáticos, dispersão de calor rejeitado em estuários e crescimento de cristais em líquidos (DAVIS e JONES, 1983).

A figura 1.1 representa esquematicamente o tipo de problema a ser discutido neste trabalho,

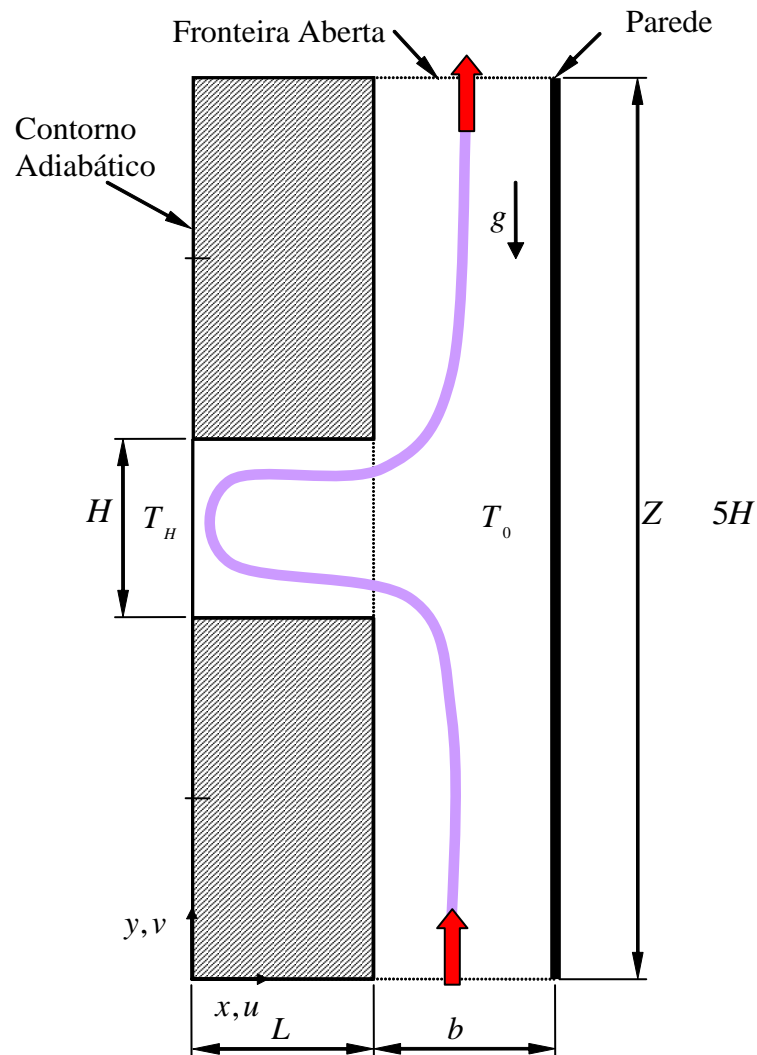


Figura 1.1 – Parede adiabática ou isotérmica em frente a uma cavidade aberta quadrada – figura esquemática.

sendo:

(L) a largura da cavidade;

(H) a altura da cavidade;

(b) a largura do canal formado pela parede vertical adiabática ou isotérmica;

(Z) a altura total do canal;

(T_H) a temperatura da parede vertical aquecida;

(T_0) a temperatura ambiente ou de referência.

1.3 Justificativa

A necessidade de novas tecnologias sugere trabalhos direcionados à área de convecção natural, os quais têm sido fortemente estudados para a solução de problemas que são considerados como entraves no desenvolvimento de sistemas térmicos com melhores performances. Em contrapartida, desafios do passado (considerados insolúveis na época) agora podem ser analisados com ferramentas mais consistentes de simulação numérica. O desenvolvimento de sistemas computacionais mais robustos trouxe consigo novas alternativas para a solução de equações diferenciais parciais, gerando assim resultados que podem ser aplicados com maior segurança em uma situação real.

Este estudo justifica-se tendo em conta o uso do aparato computacional e de teorias já estabelecidas, como a da convecção natural (BEJAN, 1995), que servirão de base na obtenção de novos resultados em projetos de sistemas térmicos. Pode-se ainda citar como importantes vantagens da aplicação da convecção natural: o baixo custo de projeto, o baixo índice de falhas, o resfriamento passivo e também não há a necessidade de equipamentos adicionais, uma vez que o movimento do ar é provocado pelos gradientes de massa específica na presença do campo gravitacional.

1.4 Objetivos Gerais

O objetivo deste estudo é analisar a transferência de calor por convecção natural no resfriamento de uma cavidade quadrada aberta formada por duas paredes horizontais adiabáticas, uma parede vertical aquecida e outra aberta para um canal vertical. São investigadas as influências do número de Rayleigh (Ra), da distância (b/H) da parede frontal até a entrada da cavidade, e das condições de contorno (isotérmica ou adiabática) da parede frontal, sobre o número de Nusselt (Nu) da parede vertical da cavidade.

Os conceitos da convecção natural em uma placa vertical aquecida (BEJAN, 1995 e WINTERTON, 1997) servirão de base para se descrever a transferência de

calor na camada limite, decorrente da estratificação térmica para determinados números de Rayleigh.

A metodologia consiste em comparar os resultados de estudos anteriores, com formas geométricas mais simples e já consolidadas teórica e experimentalmente, como o escoamento em cavidade fechada aquecida lateralmente, e em uma cavidade aberta com parede vertical aquecida e as horizontais adiabáticas. Será analisado o posicionamento de uma parede adiabática ou isotérmica frontal à cavidade e sua influência na formação de pluma (camada limite) e das condições de contorno aplicadas no programa de simulação PHOENICS.

Adicionalmente, será investigado o comportamento do escoamento para os perfis de velocidade e temperatura na entrada da cavidade e os resultados obtidos para algumas distâncias (b/H) para casos específicos, como por exemplo, $(b/H) = 0,1$.

1.5 Organização do Trabalho

O trabalho está organizado de modo a apresentar no capítulo 2, as importantes referências teóricas de estudos de transferência de calor e de mecânica dos fluidos computacional em cavidades abertas e em canais verticais abertos.

No capítulo 3, as equações governantes do processo de convecção natural são apresentadas, bem como, a teoria de convecção natural em uma placa plana vertical aquecida é utilizada como importante modelo de comparação com o estudo proposto neste trabalho.

Devido ao seu caráter conservativo, no capítulo 4, o Método dos Volumes Finitos é empregado na obtenção da solução das equações governantes. O acoplamento entre as variáveis da velocidade, temperatura e pressão é realizado numericamente por meio da discretização das equações governantes e da aplicação do algoritmo SIMPLEST (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Shortened*), descrito no trabalho de SPALDING (2006).

No capítulo 5, a validação numérica baseia-se no estudo de casos simples de cavidade fechada, e progressivamente aumenta-se o grau de complexidade como o caso em que uma parede é alocada em frente à cavidade aberta, bem como, avalia-

se o posicionamento da parede frontal e sua influência no escoamento na entrada e saída do canal. Sendo assim, são obtidos os parâmetros e os resultados característicos para este tipo de geometria.

Nos capítulos 6 e 7, uma análise dos resultados obtidos, indicará a influência da posição da parede frontal à cavidade no processo de transferência de calor (Número de Nusselt), e a validação de novos resultados em relação à condição de contorno adotada neste estudo. No capítulo 7, novas aplicações e variações do problema proposto neste trabalho são sugeridas para futuros estudos científicos.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Introdução

A revisão bibliográfica ressalta principalmente os casos focados em estudos representativos sobre uma cavidade aberta, com razão de aspecto (B) igual a 1,0 e domínio computacional estendido. Para este tipo de geometria são escolhidas referências da literatura com maior afinidade com o tema em estudo neste trabalho, tendo em vista que há uma quantidade considerável de trabalhos disponíveis.

Em contrapartida, a elaboração de estudos em cavidades abertas voltadas para um canal apresenta uma maior dificuldade computacional inerente ao processo de convecção natural, bem como, a escolha mais adequada das condições de contorno. Nem sempre os tratamentos teóricos e experimentais são satisfatórios em comparação com os fenômenos físicos que descrevem a convecção natural, disto resulta um menor número de literaturas relacionadas a este tema.

Artigos que tratam de escoamentos em canais verticais abertos são apresentados na parte final da revisão bibliográfica tendo em vista a análise das condições de contorno a serem adotadas neste trabalho e sua influência nos resultados numéricos gerados.

2.2 Cavidades Abertas

LE QUERE *et al.* (1981) investigaram o escoamento laminar bidimensional de ar, termicamente induzido por forças de empuxo, em uma cavidade aberta na face direita, com as demais paredes aquecidas a temperatura constante (T_w) e paredes verticais adiabáticas (na saída da cavidade). Os parâmetros governantes relevantes foram: número de Grashof (Gr) de 10^4 a 3×10^7 , número de Prandtl (Pr) igual a 0,73, a diferença de temperatura entre a parede da cavidade e a temperatura ambiente (ΔT) igual a 50 e 500, a razão de aspecto (a/b) igual a 0,5 e 2,0 para $\gamma = 0^\circ$ (sendo γ o ângulo de inclinação da cavidade, a e b a largura e altura da cavidade respectivamente) e $(a/b) = 1,0$ para $\gamma = 20^\circ$ e 45° . Empregou-se como método de

solução, o algoritmo SIMPLE (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations*), descrito no trabalho de PATANKAR (1980) e o esquema QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*) detalhado no trabalho de LEONARD (1979). Utilizou-se uma malha formada por 48×36 volumes de controle, sendo 23×22 volumes no interior da cavidade. Os resultados mostraram que, em geral, o número de Nusselt é diretamente proporcional ao número de Grashof e inversamente proporcional a razão de aspecto da cavidade. A influência da inclinação da cavidade na transferência de calor mostrou-se ser mais complexa, pois com o aumento do ângulo γ , o número de Nusselt aumenta seu valor na parede inferior, enquanto que na parede vertical o número de Nusselt diminui.

Em outro trabalho, PENOT (1982) estudou a transferência de calor por convecção natural em uma cavidade quadrada aberta na face direita, com paredes horizontais e verticais isotérmicas. O objetivo foi avaliar os efeitos do número de Grashof e da inclinação da cavidade. Os parâmetros governantes relevantes foram: número de Grashof (Gr) de 10^3 a 10^7 , número de Prandtl (Pr) igual a 0,7, razão de aspecto ($B = L/H$) igual a 1,0 (sendo H e L a altura e largura da cavidade respectivamente) e ângulos de inclinação γ variando de 0 a 180° . O Método de Diferenças Finitas foi empregado na solução, sendo que as equações de temperatura e de vorticidade foram resolvidas pelo esquema ADI (*Alternating Direction Implicit*) de PEACEMAN e RACHFORD (1955) e DOUGLAS (1955), com malha formada por 27×28 volumes de controle. Os resultados mostraram que devido à natureza dependente do tempo no esquema adotado, dois tipos de movimentos instáveis podem ocorrer na cavidade. Para $Gr > 10^5$ na cavidade vertical a instabilidade é de ordem térmica. As instabilidades de ordem hidrodinâmica ocorrem quando as faces da cavidade estão voltadas para cima. Todas as soluções tendem ao regime permanente quando a cavidade é inclinada para baixo. A natureza complexa da convecção natural em uma cavidade aberta ficou evidenciada.

CHAN e TIEN (1985a) modelaram numericamente a convecção natural em cavidade quadrada aberta com paredes horizontais adiabáticas e parede vertical aquecida. Os resultados foram obtidos para o número de Rayleigh (Ra) na faixa de

10^3 a 10^9 , número de Prandtl (Pr) igual a 1,0 (propriedades constantes) e razão de aspecto (B) igual a 1,0. Foi adotada a aproximação de Boussinesq (discutida no capítulo 3). O método de solução empregado foi o algoritmo SIMPLER (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Revised*), de acordo com PATANKAR (1980), com malha não uniforme formada por 41×52 volumes de controle no domínio computacional (20×20 volumes no interior da cavidade). Verificaram que, para baixos valores do número de Rayleigh ($Ra=10^3$) o mecanismo de transferência de calor dominante é o de condução, já que o valor do número de Nusselt aproxima-se do valor unitário. À medida que o número de Rayleigh aumenta, o espaçamento entre as isothermas vai diminuindo e o regime de camada limite é facilmente identificável (formação de pluma). Para o número de Rayleigh com valores altos, o escoamento penetra a cavidade em determinado ângulo e produz zonas de recirculação próximas a parede horizontal inferior. Os resultados na transferência de calor aproximam-se dos encontrados em uma placa vertical aquecida sob convecção natural. Trata-se, da primeira referência com características similares ao presente trabalho.

CHAN e TIEN (1985b) investigaram cavidades rasas abertas com valores de razão de aspecto baixas. Variáveis primitivas foram aplicadas no código computacional para resolver o escoamento laminar bidimensional em regime permanente, baseadas no algoritmo SIMPLER. Inicialmente foram realizados testes comparativos entre uma cavidade com domínio computacional restrito e domínio estendido. Não foram considerados os efeitos na região externa e nas quinas da cavidade, desta forma o domínio restrito foi adotado no estudo. As simulações numéricas foram executadas com propriedades constantes e com a aproximação de Boussinesq. O número de Prandtl foi adotado como igual a 7,0 (água a 22° C) para uma cavidade rasa de razão de aspecto B igual a 7,0. A malha não uniforme formada por 96×22 volumes de controle foi aplicada de acordo com as condições de contorno do domínio estendido. O escoamento é laminar em regime permanente e os valores de transferência de calor, as isothermas, as linhas de corrente e os perfis de temperatura e velocidade foram obtidos para o número de Rayleigh (Ra) na faixa de 10^3 a 10^6 . Os resultados mostraram que o número de Nusselt tende ao valor 1,0 para números de Rayleigh baixos na cavidade quadrada, e 0,143 na cavidade rasa,

ambos com a mesma razão de aspecto. À medida que Ra aumenta, ambos os valores de Nu para a cavidade quadrada e rasa, tendem a uma região de transição onde o regime de convecção propicia a maior transferência de calor.

ANGIRASA *et al.* (1992) analisaram numericamente o escoamento transiente e permanente em uma cavidade quadrada aberta com a parede vertical aquecida e as paredes horizontais adiabáticas, tendo utilizado o domínio restrito à cavidade. O esquema ADI foi utilizado na solução das equações de vorticidade e de energia. O número de Prandtl foi adotado como igual a 0,7 e 7,0, a razão de aspecto B igual a 1,0 e número de Grashof variando de 10^6 a 10^8 . Todos os resultados obtidos foram baseados em uma malha uniforme formada por 41×41 volumes de controle, exceto para $Gr=10^8$, o qual utilizou uma malha uniforme formada por 51×51 volumes de controle. O estudo indicou que é possível obter soluções acuradas para escoamentos por convecção natural usando a formulação de vorticidade e linhas de corrente, quando o domínio computacional está confinado à cavidade. Os fluxos de calor que direcionam o escoamento sobre a parede são bem estabelecidos, mesmo antes de o escoamento atingir a saída da cavidade.

KHANAFER e VAFAI (2000) fizeram um estudo em uma cavidade aberta para um domínio computacional estendido, com paredes horizontais adiabáticas e parede vertical aquecida a uma temperatura constante (T_w), tendo em vista a obtenção de uma representação mais acurada das condições de contorno efetivas na abertura da cavidade e os melhores resultados em termos de tempo computacional. O método de solução aplicado foi baseado no Método dos Elementos Finitos (Garlekin). O estudo foi elaborado a partir de comparações entre as condições de contorno para um domínio computacional estendido, conforme proposto no trabalho de CHAN e TIEN (1985a), e as equações das velocidades e temperaturas adimensionais das condições de contorno efetivas na abertura da cavidade. As equações de velocidade e temperatura foram geradas em simulações em que variaram o número de Rayleigh (Ra) de 10^3 a 10^5 , o número de Prandtl (Pr) de 0,7 a 7,0, e a razão de aspecto B de 0,25 a 1,0. Os resultados gerados em um domínio computacional restrito a abertura da cavidade mostraram uma boa concordância com aqueles em que o domínio é estendido a uma região exterior à cavidade e indicaram substanciais economias em tempo e memória computacional.

HINOJOSA *et al.* (2005) estudaram numericamente o escoamento de ar ($Pr=0,71$) e a transferência de calor em uma cavidade quadrada aberta em regime permanente e transiente. As considerações relevantes na formulação matemática foram: o escoamento é laminar, o fluido é radiativamente não participativo e a aproximação de Boussinesq é válida. As equações de conservação em variáveis primitivas foram resolvidas para uma faixa do número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 , aplicando o Método dos Volumes Finitos e o algoritmo SIMPLEC (*Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations Consistent*) de VAN DOORMAL e RAITHBY (1984). O estudo considerou o efeito único da convecção natural e o conjugado da convecção natural e da radiação térmica. Dentre os resultados obtidos em relação ao efeito da convecção natural, ressalta-se que, para Ra igual a 10^6 e 10^7 as plumas térmicas aparecem de forma irregular próximas à parede inferior e alguns vórtices também aparecem na cavidade. Para Ra igual a 10^7 , o regime permanente não é atingido. A formação irregular de plumas na parede inferior da cavidade e seus movimentos posteriores expõem de modo claro o comportamento irregular do número de Nusselt em relação ao tempo. Uma relação é obtida para o número de Nusselt em função do número de Rayleigh quando há somente o efeito da convecção natural: $Nu = 0,25Ra^{0,29}$.

2.3 Cavidades Abertas para um Canal

HUMPHREY e JACOBS (1981) examinaram a transferência de calor em uma cavidade aberta para um canal, resfriada por convecção natural e forçada. O estudo avaliou o efeito da direção do escoamento forçado e a forma do perfil da velocidade na entrada do canal, tendo em conta os seguintes parâmetros governantes relevantes: número de Reynolds (Re) igual a 300, número de Prandtl (Pr) igual a 0,709, número de Grashof (Gr) igual a 4500, o ângulo de inclinação da cavidade (γ) foi fixado em 0° , 45° e -45° . Como método de solução, empregou-se o programa TEACH 2-E adaptado para a aproximação de Boussinesq. Os resultados mostraram que a transferência de calor aumenta quando as forças de empuxo e o escoamento forçado têm direções opostas. Quando os fluxos estão alinhados, uma zona de

recirculação é criada, o que contribui para a diminuição da transferência de calor. Não ocorreram diferenças significativas na transferência de calor comparando as inclinações (γ) em 0° e 45° . Em contrapartida, para o ângulo de -45° ocorreram reduções em transferência de calor consideráveis.

Em um estudo posterior, FRANCO (1999) examinou a convecção natural laminar em uma cavidade aberta para um canal com paredes horizontais adiabáticas, e a parede vertical mantida à temperatura constante. A face oposta à parede foi feita isotérmica ou adiabática. Os parâmetros governantes relevantes foram: número de Rayleigh de 10^3 a 10^7 , número de Prandtl (Pr) igual a 1,0 e a razões de aspecto ($B = L/H$) iguais a 0,5, 1,0, 3,0 e 6,0. A distância da parede à entrada da cavidade (b/H) foi examinada para valores iguais a 1,0, 0,5 e 0,2, sendo, b a distância entre as paredes verticais do canal e H a altura da cavidade. O Método dos Volumes Finitos (PATANKAR, 1980) foi utilizado na discretização das equações governantes e o método SOLA (HIRT *et al.*, 1975) na discretização temporal. Os resultados mostraram que, para diferentes condições de contorno na entrada e na saída do canal, considerando Ra igual a 10^4 , a forma do perfil da componente horizontal da velocidade mostrou-se bastante diferente. Não foi possível obter uma solução em regime permanente para Ra igual a 10^7 . Verificou-se que, quando o escoamento no canal está presente, o número de Nusselt exibe fraca dependência da condição de contorno da parede frontal. Para a parede frontal isotérmica, a transferência de calor assemelha-se à cavidade fechada com as paredes verticais a diferentes temperaturas e as horizontais adiabáticas. Quando a razão b/H aumenta, a cavidade aproxima-se da cavidade aberta sem parede frontal, independentemente da condição de contorno na parede frontal.

2.4 Condições de Contorno para Canais Verticais Abertos

MARCONDES e MALISKA (1999) propuseram em seu trabalho a solução numérica de escoamentos elípticos em canais abertos nas extremidades. A aplicação das condições de contorno de pressão e velocidade para este tipo de escoamento foi considerada e um novo método para a aplicação das condições de

contorno na entrada do canal foi exposto. O estudo numérico foi avaliado em um canal aberto em forma de “L” sob convecção natural. Os parâmetros governantes do problema foram: a relação (S/H) assumiu os valores de 0,0437, 0,0547, 0,0666 e 0,0875, sendo S a largura do canal e H o comprimento aquecido da parede; a relação $(S/H)Ra_s$ variou de 10^3 a 5×10^4 (sendo Ra_s o número de Rayleigh baseado na largura do canal) e o número de Rayleigh (Ra_H) baseado no comprimento H variou de 10^8 a 8×10^8 . O Método do Volumes Finitos foi aplicado em conjunto com o algoritmo de acoplamento da pressão-velocidade PRIME (*PRessure Implicit, Momentum Explicit*) de acordo com MALISKA (2004). Dentre os resultados obtidos, verificou-se a formação de um escoamento reverso na saída do canal e que não pode ser analisado, assumindo-se o comportamento parabólico da velocidade. Eles demonstraram que uma pressão incorretamente aplicada na entrada do canal pode eliminar o escoamento reverso na saída do canal. O coeficiente de transferência de calor não é influenciado por um perfil incorreto de velocidade. Cálculos para um canal em “L” demonstraram que o modelo numérico pode ser aplicado a canais abertos nas extremidades com geometrias complexas.

ABDELLAH *et al.* (2006) estudaram numericamente o escoamento do tipo laminar por convecção natural em um canal vertical com uma obstrução de geometria senoidal. O fluido estudado foi o ar ($Pr=0,71$). A parede contendo a obstrução é aquecida e a outra parede é adiabática. As equações governantes foram discretizadas em um domínio computacional bidimensional usando o Método dos Volumes Finitos com malhas de arranjo não localizado, o algoritmo PISO (*Pressure Implicit with Splitting of Operators*), proposto por ISSA (1986), foi aplicado no acoplamento da pressão-velocidade. As simulações foram efetuadas para uma faixa de amplitude da obstrução senoidal $a=0,0-0,5$, uma razão de aspecto do canal $A=H/d=5$ e o número de Rayleigh do canal ($Ra^* = Ra/A$) variou de 10^2 a 2×10^5 . Os resultados demonstraram que a influência da obstrução senoidal é mais significativa à medida que a amplitude aumenta. O número de Nusselt local é máximo no topo da obstrução e o número de Nusselt médio diminui quando comparado ao um canal sem obstrução, devido a redução da vazão mássica e a região de estagnação causada pela obstrução.

2.5 Considerações Finais

Na tabela 2.1 são apresentados de maneira sumarizada os principais parâmetros de comparação da revisão bibliográfica para cavidades abertas com domínio computacional restrito e estendido e para cavidades abertas para um canal vertical.

Tabela 2.1 – Tabela Comparativa das Revisões Bibliográficas ($\gamma = 0^\circ$).

Cavidade Aberta					
Autores	<i>Pr</i>	<i>Ra</i>	<i>Gr</i>	<i>B</i>	<i>b/H</i>
LE QUERE <i>et al.</i> (1981)	0,73	-	10^4 a 3×10^7	0,5 e 2,0	-
PENOT (1982)	0,70	-	10^3 a 10^7	1,0	-
CHAN e TIEN (1985a)	1,0	10^3 a 10^9	-	1,0	-
CHAN e TIEN (1985b)	7,0	10^3 a 10^6	-	7,0	-
ANGIRASA <i>et al.</i> (1992)	0,7 e 7,0	-	10^3 a 10^6	1,0	-
KHANAFER e VAFAI (2000)	0,7 e 7,0	10^3 a 10^5	-	0,25 a 1,0	-
HINOJOSA <i>et al.</i> (2005)	0,71	10^3 a 10^7	-	1,0	-
Cavidade Aberta para um Canal					
Autores	<i>Pr</i>	<i>Ra</i>	<i>Gr</i>	<i>B</i>	<i>b/H</i>
HUMPHREY e JACOB (1981)	0,709	-	4500	1,0	-
FRANCO (1999)	1,0	10^3 a 10^7	-	0,5 a 6,0	0,2; 0,5; 1,0
Presente Trabalho	1,0	10^3 a 10^7	-	1,0	0,1 a 1,0

Estudos sobre convecção natural em cavidades como os de HORTMANN *et al.* (1990), CHAN e TIEN (1985a) e FRANCO (1999) servirão como referência para a validação do programa de simulação PHOENICS, sendo apresentadas esquematicamente na metodologia de solução.

No próximo capítulo é apresentada a modelagem matemática que servirá de base para a simulação numérica. Também, os parâmetros e conceitos da convecção natural são expostos com maiores detalhes e direcionados para o tipo de aplicação proposto neste trabalho.

Diante de algumas semelhanças apresentadas nos artigos citados na tabela 2.1, o trabalho em questão diferencia-se pelo fato de investigar o escoamento em

uma cavidade quadrada aberta para um canal, considerando a taxa de transferência de calor em função do número de Rayleigh, e a influência da distância b/H de uma parede isotérmica ou adiabática. A distância b/H assume os valores de 1,0, 0,5, 0,2 e 0,1 para Pr igual a 1,0 e estuda-se sua influência em relação ao número de Ra variando de 10^3 a 10^7 e à vazão volumétrica na cavidade e no canal vertical. Adicionalmente, um estudo sobre a influência da distância b/H em função do número de Nu e da vazão volumétrica \dot{m} é apresentado para os valores de b/H iguais a 1,0 ; 0,8 ; 0,6 ; 0,5 ; 0,4 ; 0,3 ; 0,2 e 0,1 para $Ra=10^3, 10^4, 10^5$ e 10^6 . Equações que correlacionam o número de Nusselt médio (\overline{Nu}) e a vazão volumétrica na entrada da cavidade aberta (\dot{m}) em função da distância b/H e do número de Rayleigh (Ra) são apresentadas no capítulo de resultados.

3. MODELAGEM MATEMÁTICA

3.1 Introdução

Neste capítulo é apresentada a modelagem matemática do problema, de modo a expor com maiores detalhes os parâmetros relevantes na solução do problema deste trabalho. Os princípios da convecção natural em uma placa plana vertical aquecida, apresentados nos trabalhos de WINTERTON (1997) e BEJAN (1995), são utilizados como referência para comparação com o estudo proposto neste trabalho.

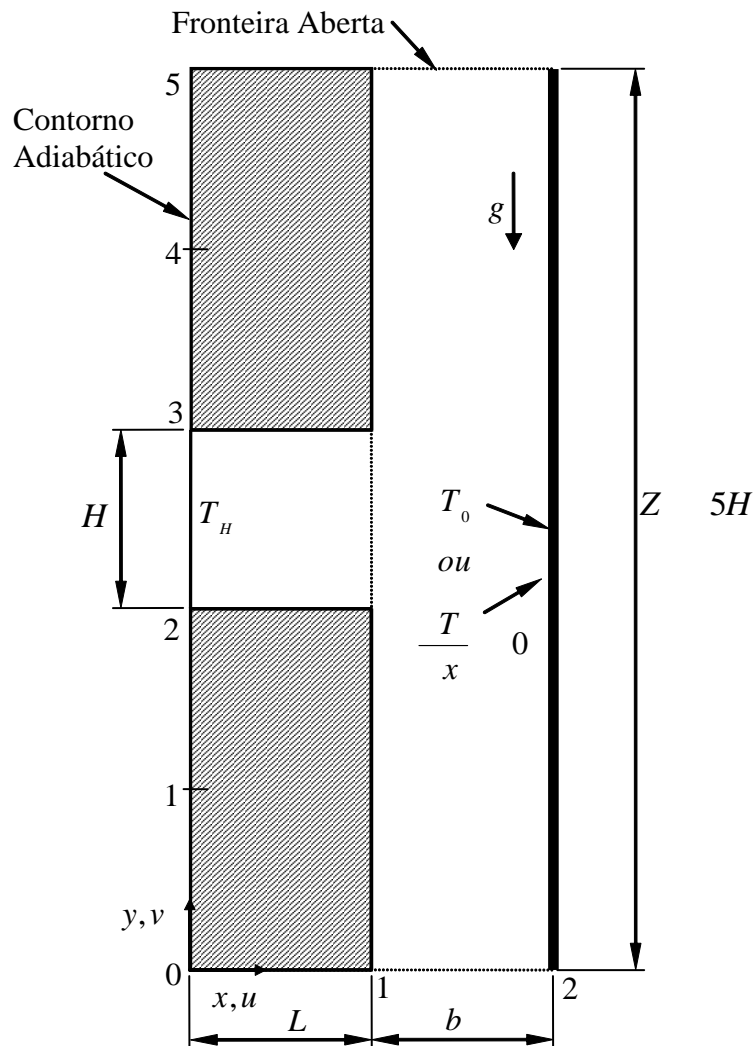


Figura 3.1 – Geometria e condições de contorno de uma parede em frente a uma cavidade quadrada aberta.

A geometria e as condições de contorno do problema a ser estudado analítica e numericamente são mostradas na figura 3.1. A cavidade aberta está no domínio $L \times H$. O domínio estendido é a região $b \times Z$, onde $Z=5H$. A parede vertical na cavidade é mantida à temperatura constante T_H e o fluido no reservatório (ou no ambiente) à temperatura de referência T_0 . A parede vertical em frente à abertura da cavidade é mantida a temperatura de referência $T_0=0$ ou feita adiabática ($\partial T/\partial x=0$). A razão de aspecto da cavidade é $B=L/H=1,0$. A relação entre a distância da parede frontal até a cavidade e a altura da cavidade é dada por b/H .

3.2 Equações Governantes

Segue a apresentação das equações governantes na forma vetorial para o escoamento em uma cavidade aberta. As equações governantes também denominadas de equações de Conservação de Massa, de Navier-Stokes e da Conservação da Energia.

Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) = 0, \quad (3.1)$$

Sendo \vec{v} o vetor velocidade (u, v, w) e ρ a massa específica.

Equação da Quantidade de Movimento

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{v} + \vec{F}, \quad (3.2)$$

sendo \vec{F} o vetor força de corpo por unidade de volume e D/Dt representa o operador derivada material.

Equação da Conservação de Energia

$$\rho C_p \frac{DT}{Dt} = \nabla \cdot (k \nabla T) + q''' + \beta \frac{DP}{Dt} + \mu \Phi, \quad (3.3)$$

sendo, q''' a taxa de geração interna de calor, k a condutividade térmica, C_p o calor específico à pressão constante, β o coeficiente de expansão térmica e Φ a função de dissipação viscosa, que é dada por:

$$\Phi = 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2. \quad (3.4)$$

3.3 Hipóteses Simplificadoras

São consideradas as seguintes hipóteses para a solução do problema proposto na figura 3.1:

- 1) O escoamento está em regime permanente: $\partial(\quad)/\partial t = 0$;
- 2) O fluido é incompressível: ρ é constante (exceto para o termo de empuxo para o qual supõe-se a validade da aproximação de Boussinesq);
- 3) O escoamento é bidimensional (plano x - y);
- 4) A função de dissipação viscosa é considerada desprezível;
- 5) O fluido é newtoniano;
- 6) O regime de escoamento é laminar;
- 7) A força da gravidade atua somente na direção vertical para baixo;
- 8) Ausência de termo fonte na equação da energia.

Portanto, as equações (3.1), (3.2) e (3.3) são reescritas como:

Equação da Conservação da Massa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad (3.5)$$

Equação da Quantidade de Movimento na direção x

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right), \quad (3.6)$$

sendo ν a viscosidade cinemática, dada por $\nu = \mu / \rho_0$, e ρ_0 a massa específica na temperatura de referência T_0 (temperatura da parede fria, no caso de parede isotérmica – figura 3.1),

Equação da Quantidade de Movimento na direção y

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - \frac{\rho}{\rho_0} g, \quad (3.7)$$

Equação da Conservação da Energia

$$\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right), \quad (3.8)$$

sendo, α a difusividade térmica, que é dada por:

$$\alpha = k / \rho_0 C_p. \quad (3.9)$$

3.4 Aproximação de Boussinesq

De acordo com GEBHART (1973) e GEBHART *et al.* (1988), a pressão estática local P do fluido pode ser decomposta em duas componentes:

$$P = P_m + P_h, \quad (3.10)$$

sendo P_m a componente da pressão devido ao movimento do fluido e P_h a componente da pressão hidrostática local no fluido em repouso com massa específica ρ_0 .

Assim,

$$\frac{dP_h}{dy} = -\rho_0 g. \quad (3.11)$$

Escrevendo apenas o termo da pressão P e o da força de campo da equação da quantidade de movimento na direção y fica:

$$\frac{1}{\rho_0} \left(-\frac{\partial P}{\partial y} - \rho g \right). \quad (3.12)$$

E aplicando as equações 3.10 e 3.11, obtém-se,

$$\frac{1}{\rho_0} \left[-\frac{\partial P_m}{\partial y} - g(\rho - \rho_0) \right]. \quad (3.13)$$

O termo $g(\rho - \rho_0)$ é a força de empuxo. Para pequenos valores da variação relativa da massa específica $\Delta\rho/\rho_0$, de acordo com ARPACI e LARSEN (1984), a massa específica pode ser expressa na equação da força de empuxo como

$$\rho = \rho_0 [1 - \beta(T - T_0)], \quad (3.14)$$

sendo β uma propriedade termodinâmica denominada coeficiente de expansão térmica volumétrica a pressão constante, dada por

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p. \quad (3.15)$$

Assim, a equação (3.7), pode ser reescrita como:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P_m}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) + g\beta(T - T_0). \quad (3.16)$$

A equação (3.16), juntamente com as equações (3.5), (3.6) e (3.8), constitui o conjunto completo das equações governantes do problema, após as simplificações decorrentes das aproximações de Boussinesq. A validade destas aproximações é discutida mais detalhadamente por GEBHART *et al.* (1988), TRITTON (1977) e GRAY e GIORGINI (1976).

3.5 Equações na Forma Adimensional

De acordo com CHAN e TIEN (1985a), as escalas para tornar adimensionais as variáveis do problema são:

$$(X, Y) = \frac{(x, y)}{L}, \quad (3.17)$$

$$(U, V) = \frac{(u, v)H}{\alpha}, \quad (3.18)$$

$$\theta = \frac{(T - T_0)}{(T_H - T_0)}, \quad (3.19)$$

sendo θ o valor da temperatura adimensional,

$$P = \frac{(p - p_0)H^2}{\rho\alpha^2}. \quad (3.20)$$

Os números de Prandtl (Pr) e Rayleigh (Ra) são definidos como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu C_p}{k}, \quad (3.21)$$

$$Ra = \frac{g\beta(T_H - T_0)H^3}{\nu\alpha}. \quad (3.22)$$

O número de Prandtl é um importante número adimensional que expressa a relação entre as espessuras da camada limite hidrodinâmica e da camada limite térmica (HOLMAN, 1983). O número de Rayleigh pode ser interpretado fisicamente como um grupo adimensional que representa a relação entre as forças de empuxo e as forças viscosas na convecção natural.

As equações governantes podem ser escritas na forma adimensional com o auxílio das expressões (3.17) a (3.22), como:

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = 0 \quad (3.23)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial X} + V \frac{\partial U}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial X} + Pr \left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial Y^2} \right) \quad (3.24)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial X} + V \frac{\partial V}{\partial Y} = -\frac{\partial P}{\partial Y} + Pr \left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial Y^2} \right) + Ra Pr \theta \quad (3.25)$$

$$U \frac{\partial \theta}{\partial X} + V \frac{\partial \theta}{\partial Y} = \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial X^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \right) \quad (3.26)$$

As equações (3.23), (3.24), (3.25) e (3.26) são respectivamente as equações de Conservação da Massa, Quantidade de Movimento na direção x e na direção y e Conservação de Energia; as quais, representam um conjunto de equações diferenciais parciais que governam o escoamento de um fluido newtoniano sujeito a convecção natural. Este sistema envolve um forte acoplamento entre pressão, velocidade e temperatura, que deve ser resolvido conjuntamente de forma numérica neste trabalho.

3.6 Condições de Contorno

As condições de contorno para a cavidade mostrada na Figura 3.1 são:

1) Paredes sólidas adiabáticas: $U = 0$, $V = 0$ e $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$, sendo η a direção normal à parede;

2) Na entrada do canal (parte inferior): $\left(\frac{\partial U}{\partial Y}, \theta_{ent} \right) = 0$, $V = V_{ent}$ e $P = 0$;

3) Na saída do canal (parte superior): $\left(\frac{\partial U}{\partial Y}, \frac{\partial V}{\partial Y}, \frac{\partial \theta_{sai}}{\partial Y} \right) = 0$ e $P = 0$;

4) Parede vertical frontal à cavidade aberta: $\theta = 0$ ou $\frac{\partial \theta}{\partial \eta} = 0$.

Em relação à condição de contorno 2, a especificação dos valores de pressão na entrada do canal pode ser feita por dois métodos:

a) utilizar a equação de Bernoulli ($P = -0,5\rho\bar{V}^2$) e considerar que o escoamento do fluido próximo à entrada do canal é irrotacional (MARCONDES e MALISKA, 1999);

b) assumir que a pressão é nula ($P = 0$);

Segundo AVELAR (2001), as soluções obtidas utilizando-se os dois métodos são praticamente as mesmas para o problema considerado. Optou-se por assumir

que $P = 0$ na entrada e saída do canal, de acordo com os trabalhos de OZSUNAR *et al.* (2001) e ABDELLAH *et al.* (2006).

3.7 Números de Nusselt Local e Médio para a Cavidade Aberta

O número de Nusselt Local (Nu_{loc}) ou a medida da transferência de calor por convecção, é obtido igualando-se o calor conduzido da parede da cavidade e o calor transmitido por convecção no meio aquiescente, ou seja, combinando a lei de Fourier com a Lei de Newton de resfriamento (HOLMAN, 1983):

$$-k \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = h(T_H - T_\infty), \quad (3.27)$$

sendo, k a condutividade do fluido e T_∞ a temperatura ambiente.

Mas,

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \text{ e } X = x / L, \quad (3.28)$$

então:

$$T = (T_H - T_\infty)\theta + T_\infty \quad (3.29)$$

e

$$\partial T = (T_H - T_\infty)\partial\theta. \quad (3.30)$$

Considerando as equações (3.29) e (3.30), a equação (3.27) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\frac{-\partial \left(\frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \right)}{\partial (x/L)} \Big|_{x=0} = \frac{hL}{k} = Nu_{loc}. \quad (3.31)$$

Então, o número de Nusselt local é expresso pela seguinte relação:

$$Nu_{loc} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0}. \quad (3.32)$$

O número de Nusselt médio (\overline{Nu}) é definido por:

$$\overline{Nu} = -\int_0^1 Nu_{loc} dY = -\int_0^1 \left. \frac{\partial \theta}{\partial X} \right|_{X=0} dY. \quad (3.33)$$

3.8 Convecção Natural em uma Placa Vertical Aquecida

Os princípios da convecção natural são apresentados de um modo simplificado e com um mínimo de análise de acordo com o trabalho de WINTERTON (1997), tendo em vista a apresentação de novas definições dos números de Nusselt e de Rayleigh. Equações que descrevem a transferência de calor para uma placa vertical são expostas em seguida, e seus resultados servem de referência para a comparação a ser aplicada, com pequenas modificações, em uma cavidade aberta.

O número de Nusselt é um grupo adimensional que está relacionado com o coeficiente de transmissão de calor por convecção. Uma vez conhecido o seu valor, o coeficiente de transmissão de calor por convecção h pode ser calculado. Para tanto, será necessário definir alguns parâmetros relacionados à taxa de transferência de calor na cavidade.

Considere a superfície de uma placa vertical aquecida a uma temperatura T_p e com comprimento L . A análise é feita para a camada limite formada por convecção natural. Conforme a figura 3.2, o fluido na camada limite está sujeito às forças viscosas e de empuxo.

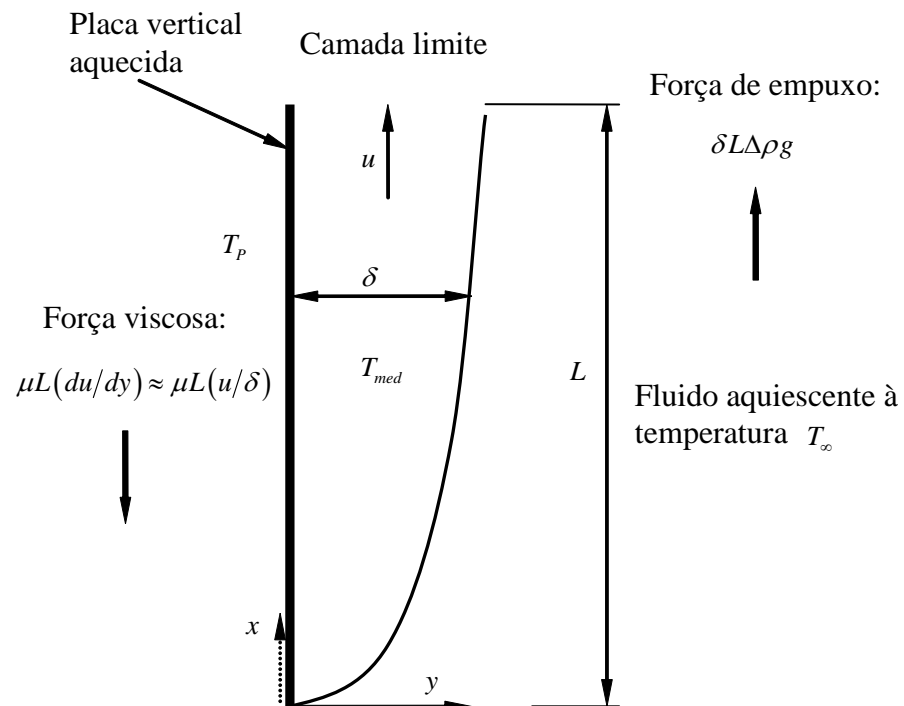


Figura 3.2 – Convecção natural em uma placa vertical aquecida.

Igualando então as forças viscosas e de empuxo, obtêm-se uma equação que relaciona a espessura da camada limite δ e a velocidade do fluido u . Segundo WINTERTON (1997), desde que o escoamento é assumido ser laminar, a transferência de calor através da camada limite dá-se por condução. Iguala-se o calor total que entra na superfície à energia transportada na camada limite até a parte superior da placa. Nesta análise, a simplificação considera somente os valores médios de δ e u e da temperatura média T_{med} . Desconsidera-se que a temperatura e a velocidade variem em relação ao eixo y , isto é, que há perfis de velocidade e temperatura, e também, o aumento da espessura da camada limite δ com a distância x acima da placa.

As forças viscosas na superfície sólida vêm da Lei de Newton da viscosidade. O gradiente de velocidade é aproximado por u/δ (e é assumido ser zero na região externa ao eixo da camada limite, com uma mistura suave da camada limite e do fluido quiescente). A força de empuxo líquida depende do volume da camada $\delta \times L$ (a largura é igual 1) e da diferença entre o empuxo do fluido frio quiescente e o peso do fluido aquecido na camada limite.

Igualando a força de empuxo na expressão simplificada da força viscosa:

$$\delta L \Delta \rho g = \mu L u / \delta \quad (3.34)$$

ou

$$\delta^2 = \mu u / \Delta \rho g . \quad (3.35)$$

A lei de condução de calor de Fourier que indica o fluxo de calor na superfície sólida é:

$$q = -k(dT / dy) \text{ ou } q = -\frac{k}{\delta}(T_p - T_\infty). \quad (3.36)$$

Também, pela definição de coeficiente de transmissão de calor h ,

$$q = -h(T_p - T_\infty). \quad (3.37)$$

Então,

$$h = k / \delta . \quad (3.38)$$

Multiplicando o fluxo de calor pela área total, a taxa total de calor na entrada Q é $Lk(T_p - T_\infty) / \delta$, que pode convenientemente ser escrita como:

$$Q = kL\Delta T / \delta . \quad (3.39)$$

O fluxo total de massa do fluido na camada limite é $m = \rho u \delta$. O fluido quiescente entra na camada limite à temperatura T_∞ e é aquecido à temperatura T_{med} que tem valor entre T_∞ e T_p . Se, assumido que $T_{med} = (T_\infty + T_p) / 2$, então o calor requerido para aquecer o escoamento do fluido em relação ao diferencial de temperatura $(T_{med} - T_\infty)$ é

$$Q = \rho u \delta c (T_{med} - T_\infty) = \rho u \delta c (T_p - T_\infty) / 2 = \rho u \delta c \Delta T / 2 , \quad (3.40)$$

sendo c o calor específico.

O que resulta em

$$u = 2kL / (\delta^2 \rho c). \quad (3.41)$$

Substituindo (3.41) na equação (3.35),

$$\delta^4 = 2\mu k L / \Delta\rho g \rho c . \quad (3.42)$$

Usando a definição do número de Nusselt e a equação (3.38), obtém-se,

$$Nu = hL / k = \left[L^3 (\Delta\rho) g \rho c / 2\mu k \right]^{1/4} . \quad (3.43)$$

Será necessário relacionar a diferença de massa específica entre o fluido quente e o frio à diferença de temperatura, para tanto, a massa específica em T_{med} é relacionada à massa específica em T_∞ por:

$$\rho_{med} = \frac{\rho_\infty}{(1 + \beta [T_{med} - T_\infty])} . \quad (3.44)$$

Então,

$$\Delta\rho = \rho_\infty - \rho_{med} = \rho_{med} \beta [T_{med} - T_\infty] . \quad (3.45)$$

Desde que $T_{med} = (T_\infty + T_p) / 2$, a diferença de massa específica torna-se:

$$\Delta\rho = \frac{\rho_{med} \beta [T_p - T_\infty]}{2} = \frac{\rho_{med} \beta \Delta T}{2} = \frac{\rho \beta \Delta T}{2} . \quad (3.46)$$

Substituindo a equação (3.46) na equação (3.43):

$$Nu = \left(\frac{L^3 \rho \beta \Delta T g \rho c}{4\mu k} \right)^{1/4} \quad (3.47)$$

ou

$$Nu = 0,71 Ra^{1/4} \quad (\text{para } c = 1), \quad (3.48)$$

sendo o número de Rayleigh definido, neste caso, como

$$Ra = \frac{\rho^2 \beta \Delta T g L^3}{\mu k} . \quad (3.49)$$

Esta equação pode ser comparada às equações mais acuradas sugeridas por (WINTERTON,1997) e (SCHLICHTING,1979), respectivamente: $Nu = 0,51Ra^{1/4}$ para o ar e $Nu = 0,67Ra^{1/4}$ para o fluido em que o número de Prandtl tende ao infinito ($Ra \rightarrow \infty$).

Segundo BEJAN (1995), a correlação empírica para o número de Nusselt médio proposta originalmente por CHURCHILL e CHU (1975), é válida para toda a faixa de números de Prandtl e para qualquer regime de escoamento:

$$\overline{Nu} = \left(0,825 + \frac{0,387Ra^{1/6}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16} \right]^{8/27}} \right)^2. \quad (3.50)$$

Esta correlação é válida para $10^{-1} < Ra < 10^{12}$. As propriedades utilizadas em todos os números adimensionais devem ser avaliadas na temperatura de filme, $(T_p + T_\infty) / 2$. No caso em que o fluido é o ar ($Pr = 0,72$), a equação 3.50 reduz-se a:

$$\overline{Nu} = \left(0,825 + 0,325Ra^{1/6} \right)^2, \quad \text{para } Pr = 0,72. \quad (3.51)$$

CHURCHILL e CHU (1975), propõem outra correlação que reproduz resultados mais satisfatórios, se $Gr < 10^9$ (regime laminar):

$$\overline{Nu} = 0,68 + \frac{0,67Ra^{1/4}}{\left[1 + (0,492 / Pr)^{9/16} \right]^{4/9}}, \quad (3.52)$$

sendo Gr o Número de Grashof dado por $Gr = Ra / Pr$.

Ou ainda, para ($Pr = 1,0$):

$$\overline{Nu} = 0,68 + 0,533Ra^{1/4}. \quad (3.53)$$

3.9 Vazão Volumétrica e Função Corrente

A vazão volumétrica adimensional na entrada da cavidade aberta da figura 3.1 é calculada por:

$$\dot{m} = -\int_2^3 U_{ent} dY, \quad (3.54)$$

$$U_{ent} = U_{x=1} \text{ se } U_{x=1} < 0, \quad (3.55)$$

sendo U_{ent} a velocidade de entrada adimensional na cavidade.

De modo similar as vazões volumétricas adimensionais na entrada e saída do canal da figura 3.1 são calculadas do seguinte modo:

$$\dot{M}_{ent} = \int_1^2 V_{ent} dX, \quad (3.56)$$

$$V_{ent} = V_{y=0} \text{ se } V_{y=0} \geq 0, \quad (3.57)$$

sendo V_{ent} a velocidade de entrada adimensional na parte inferior do canal.

$$\dot{M}_{sai} = \int_1^2 V_{sai} dX, \quad (3.58)$$

$$V_{sai} = V_{y=Z} \text{ se } V_{y=Z} \geq 0, \quad (3.59)$$

sendo V_{sai} a velocidade de saída adimensional na parte superior do canal.

A função-corrente, na forma adimensional, é definida como:

$$U = -\frac{\partial \Psi}{\partial Y} \text{ e} \quad (3.60)$$

$$V = \frac{\partial \Psi}{\partial X}, \quad (3.61)$$

sendo Ψ é a função-corrente ao longo do escoamento. O seu valor é igual a zero nas superfícies sólidas. As linhas de corrente são delineadas por $\Delta \Psi = (\Psi_{\max} - \Psi_{\min})/n$, sendo n o número de intervalos.

3.10 Considerações Finais

A análise em uma cavidade aberta para um canal será obtida com certo grau de precisão ao encontrar-se resultados coerentes com os obtidos na teoria da convecção natural em placa vertical aquecida, isto se deve ao fato de que os valores de transmissão de calor obtidos em uma cavidade aberta, para números de Rayleigh altos, aproximam-se daqueles obtidos em uma placa vertical aquecida. Da mesma forma, valores obtidos em canais em que a distância da parede isotérmica ou adiabática aproxima-se da cavidade aberta, tendem aos encontrados em uma cavidade fechada (FRANCO, 1999). No próximo capítulo é apresentada esta metodologia, o programa PHOENICS é utilizado inicialmente em uma geometria básica como uma cavidade fechada de acordo com o trabalho de HORTMANN *et al.* (1990) e outra mais complexa como no trabalho de CHAN e TIEN (1985a), que consiste na solução do escoamento na cavidade aberta para um reservatório de fluido.

4. MÉTODO DOS VOLUMES FINITOS

4.1 Introdução

Este capítulo apresenta o método numérico que será utilizado na resolução do problema proposto na modelagem matemática. O embasamento do Método dos Volumes Finitos é exposto de forma sucinta, e as geometrias básicas são tratadas numericamente com o propósito de compreender as equações discretizadas utilizadas pelo programa PHOENICS, a ser aplicado no tema deste estudo.

Segundo MALISKA (2004), os métodos tradicionais para a solução numérica de equações diferenciais parciais (EDP) são os Métodos de Diferenças Finitas (MDF), de Volumes Finitos (MVV) e de Elementos de Finitos (MEF). Historicamente, o MDF foi sempre empregado na área de mecânica dos fluidos, enquanto que o MEF foi para a área estrutural na solução de problemas de elasticidade; porém atualmente, o MEF vem sendo aplicado em diversos problemas de transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional. De acordo com MALISKA (2004), a aplicação destes métodos depende do problema a ser abordado e o aparato computacional disponível. A solução analítica de uma EDP é aplicada somente em casos onde as geometrias e condições de contorno são simples, podendo ocasionar um desvio significativo do fenômeno físico real. Em contraste, uma solução numérica retorna como resposta somente pontos discretos em um domínio, denominados pontos de uma malha.

O Método dos Volumes Finitos, em função de sua robustez, será aplicado neste projeto para a resolução numérica das equações governantes, devido ao caráter conservativo, necessário em escoamento de fluidos, e também por sua disponibilidade em pacotes comerciais de programas de CFD (a sigla CFD significa em inglês *Computational Fluid Dynamics*). Tanto o MDF como o MEF não utilizam volumes de controle, somente os pontos da malha; sendo assim, não são conservativos em nível discreto.

Na solução do problema, é aplicado o programa comercial PHOENICS que emprega o método SIMPLEST para tratar o acoplamento pressão-velocidade, e

resolve as equações de conservação para variáveis, tais como, temperatura, velocidade e pressão.

Uma síntese da teoria do MVF é apresentada devido a sua importância como ferramenta de simulação e na geração de resultados que possam ser comparados com a teoria da convecção natural.

4.2 Equação Geral de Transporte

Todas as equações governantes derivam das leis básicas do transporte de massa, de quantidade de movimento e de energia e podem ser resumidas na equação geral de transporte abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\Gamma^\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + S^\phi, \quad (4.1)$$

sendo ϕ a propriedade geral de transporte, Γ o coeficiente de difusão e S^ϕ o termo fonte.

Os termos da equação geral de transporte (4.1) são apresentados na tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Equações governantes na forma geral – (MALISKA, 2004).

Valores de ϕ , Γ^ϕ e S^ϕ			
Equação de Conservação:	ϕ	Γ^ϕ	S^ϕ
Massa Global	1	0	0
Quantidade de Movimento em x	u	μ	S_1
Quantidade de Movimento em y	v	μ	S_2
Energia	T	$\frac{k}{C_p}$	$\frac{1}{C_p} \frac{DP}{Dt} + \frac{\mu}{C_p} \Phi$

As equações dos termos S_1 e S_2 são:

$$S_1 = \vec{F}_x + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \nabla \square \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (4.2)$$

$$S_2 = \vec{F}_y + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \nabla \square \vec{V} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) - \frac{\partial P}{\partial y}, \quad (4.3)$$

sendo \vec{F}_x e \vec{F}_y os vetores força de corpo nas direções x e y respectivamente.

4.3 Discretização da Equação Geral de Transporte

Considere o volume de controle cujo volume é $\Delta x \cdot \Delta y \cdot 1$ com centro no nó P (pólo), como indicado na figura 4.1. As letras E (leste), W (oeste), N (norte) e S (sul) denotam a vizinhança do ponto P . Da mesma forma, as letras minúsculas e , w , n e s denotam as quatro faces do volume de controle, $(\delta x)_e, (\delta x)_w, (\delta y)_n, (\delta y)_s$, denotam as distâncias entre os nós. Os símbolos f_e, f_w, f_n e f_s são os fatores de interpolação. Os termos d_n, d_s e d_y são as distâncias em relação ao ponto de referência, respectivamente para as faces n e s e o centro do volume de controle na direção y .

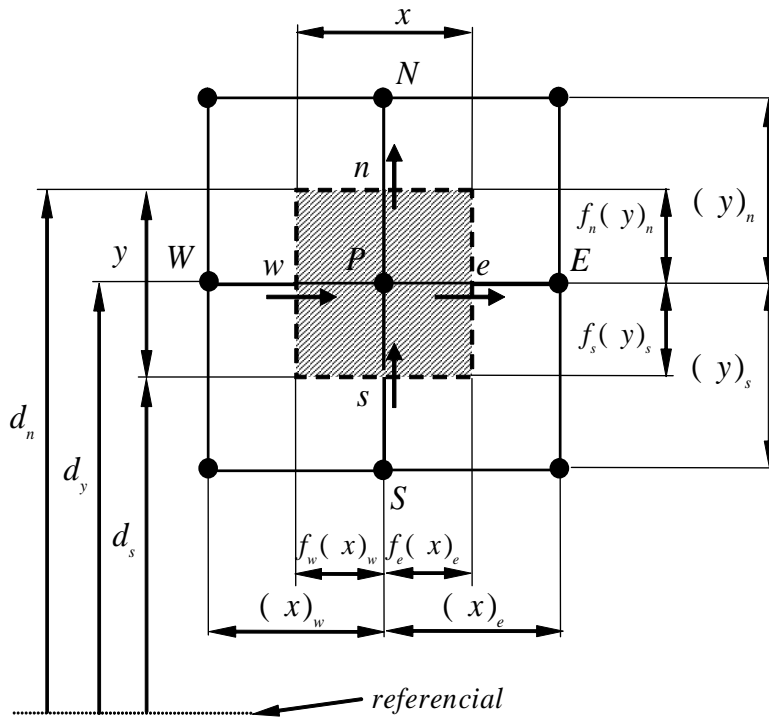


Figura 4.1 – Volume de controle para uma situação bidimensional.

A distância d_y é dada por:

$$d_y = \frac{d_n + d_s}{2}. \tag{4.4}$$

A equação geral de diferença finita pode ser obtida pela integração da equação geral de transporte (4.1) sobre o volume de controle $\Delta x \Delta y$,

$$\begin{aligned} & \int_s^n \int_w^e \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy \\ & = \int_s^n \int_w^e S^\phi dx dy. \end{aligned} \tag{4.5}$$

Os termos de convecção-difusão são integrados da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} & \int_s^n \int_w^e \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) \right\} dx dy = \\ & = \left\{ \left(u\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^e \Delta y + \left(v\phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^n \Delta x \right\}. \end{aligned} \tag{4.6}$$

Os termos fonte ao serem integrados resultam em:

$$\int_s^n \int_w^e S^\phi dx dy = S_p \Delta x \Delta y = (S_{C_p} + S_{P_p} \phi_p) \Delta x \Delta y, \quad (4.7)$$

sendo que o termo fonte S^ϕ foi dividido em S_C e $S_P \phi$ (que não são necessariamente constantes), ou seja, uma parte aproximadamente constante e a outra, um coeficiente de linearização. A linearização do termo fonte acelera a convergência quando S^ϕ é dividido, de modo que S_P seja negativo.

Portanto, após algumas substituições e simplificações, é obtida a seguinte equação geral de diferenças finitas para o transporte de ϕ :

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b, \quad (4.8)$$

sendo:

$$a_E = -f_e F_e + \frac{\Gamma_e \Delta y d_y}{(\delta x)_e}, \quad (4.9)$$

$$a_W = f_w F_w + \frac{\Gamma_w \Delta x d_y}{(\delta x)_w}, \quad (4.10)$$

$$a_N = -f_n F_n + \frac{\Gamma_n \Delta x d_n}{(\delta y)_n}, \quad (4.11)$$

$$a_S = f_s F_s + \frac{\Gamma_s \Delta y d_s}{(\delta y)_s}, \quad (4.12)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + F_e - F_w + F_n - F_s - S_{P_p} \Delta x \Delta y, \quad (4.13)$$

$$b = S_{C_p} \Delta x \Delta y, \quad (4.14)$$

$$F_e = u_e \Delta y d_y, \quad (4.15)$$

$$F_w = u_w \Delta y d_y, \quad (4.16)$$

$$F_n = v_n \Delta x d_n, \quad (4.17)$$

$$F_s = v_s \Delta x d_s, \quad (4.18)$$

4.4 Determinação do Campo de Velocidades

De acordo com PATANKAR (1980), a real dificuldade no cálculo do campo de velocidade reside no fato de o campo de pressão ser desconhecido. O gradiente de pressão faz parte do termo fonte na equação da quantidade de movimento, desta forma, não há uma equação óbvia para a obtenção da pressão. Para um dado campo de pressão, é verdade que não há uma dificuldade particular na solução das equações de movimento, entretanto, a maneira de se determinar o campo de pressão parece um tanto obscura. O campo de pressão é indiretamente especificado via equação da conservação da massa. É necessário então, encontrar um campo de pressão correto que, quando inserido nas equações da quantidade de movimento, origine um campo de velocidade que satisfaça a equação da conservação da massa. Este tipo de procedimento não é útil, pois a intenção é justamente descobrir a solução direta de todas as equações discretizadas resultantes das equações da quantidade de movimento e da conservação da massa.

De acordo com a figura 4.1, se as pressões nas faces e e w são obtidas por interpolação linear, o gradiente de pressão $\partial P / \partial x$ na equação da quantidade de movimento na direção x é dada por:

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{p_e - p_w}{\Delta x} = \frac{\left(\frac{p_E + p_P}{2}\right) - \left(\frac{p_P + p_W}{2}\right)}{\Delta x} = \frac{p_E - p_W}{2\Delta x}. \quad (4.19)$$

Da mesma forma, o gradiente de pressão $\partial P / \partial y$ para a equação da quantidade de movimento na direção y é avaliado como:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{p_N - p_S}{2\Delta y}. \quad (4.20)$$

Desta forma, a equação da quantidade de movimento conterà a diferença de pressão entre dois pontos alternados da malha e não entre os pontos adjacentes entre si. A implicação é que a pressão, na prática, é tomada de uma malha mais grosseira que a proposta inicialmente. Isto deve diminuir a acurácia da solução, mas há outra implicação mais séria. Para algum ponto P na malha, os valores correspondentes de $p_E - p_W$ ou $p_N - p_S$ podem ser iguais a zero, se todos os

valores alternados da pressão forem iguais. Como resultado, o campo de pressão torna-se uniforme nas equações discretizadas. Aplicar uma malha deslocada para os componentes da velocidade é a solução apresentada por HARLOW E WELCH (1965), para este tipo de problema. As variáveis escalares como pressão, massa específica, temperatura, etc, estão localizadas nos pontos nodais, indicados na figura 4.2 por (\bullet), porém os componentes da velocidade são calculados em malhas deslocadas que estão centradas nas faces ao redor dos pontos nodais (indicadas por setas). As setas horizontais (\rightarrow) indicam a localização da velocidade u e as setas verticais (\uparrow) a localização da velocidade v .

Na malha com arranjo desencontrado (*staggered grid*), os nós de pressão coincidem com as faces da célula do volume de controle em u , o gradiente de pressão $\partial P / \partial x$ é dado por

$$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{p_P - p_W}{\delta x_u}, \quad (4.21)$$

sendo δx_u a largura do volume de controle em u .

Da maneira análoga, $\partial P / \partial y$ para o volume de controle em v é dado por:

$$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{p_P - p_S}{\delta y_v}, \quad (4.22)$$

sendo δy_v a largura do volume de controle em v .

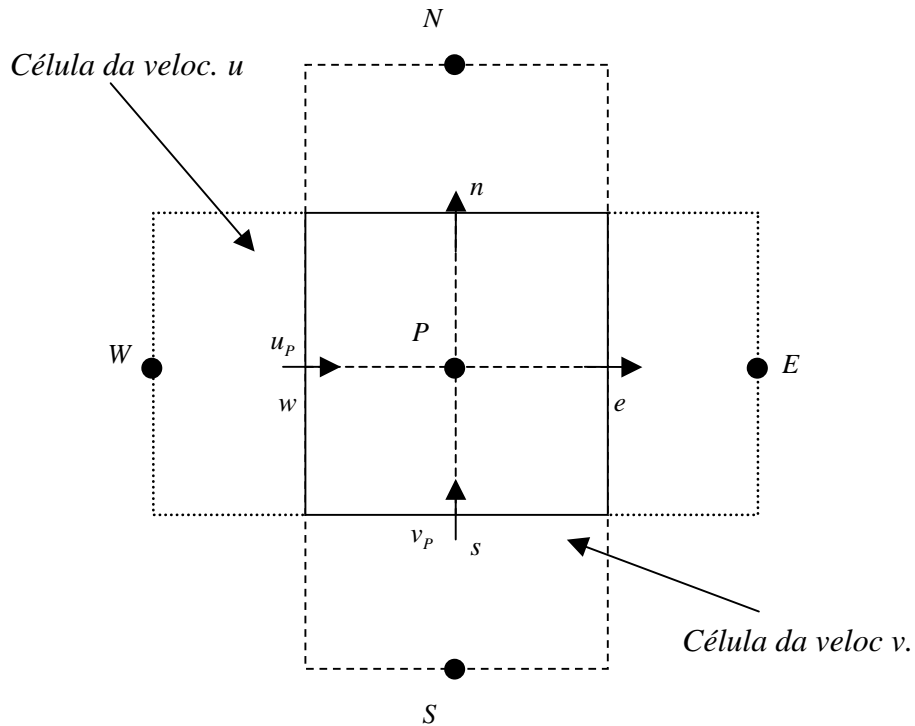


Figura 4.2 – Malha bidimensional com arranjo deslocado.

E, finalmente, a equação da quantidade de movimento em x e y discretizada é obtida com a substituição dos componentes da velocidade u e v na função ϕ :

$$a_P u_P = a_E u_E + a_W u_W + a_N u_N + a_S u_S + \Delta y (p_w - p_e) + b \quad (4.23)$$

$$a_P v_P = a_E v_E + a_W v_W + a_N v_N + a_S v_S + \Delta x (p_s - p_n) + b \quad (4.24)$$

PANTAKAR E SPALDING (1972) propuseram um algoritmo eficiente denominado SIMPLE (*Semi-Implicit Pressure Linked Equation*) para interligar a equação da conservação da massa ao campo de pressão. No algoritmo SIMPLE os fluxos convectivos por unidade de massa (F) através das faces das células são avaliados por meio dos componentes estimados de velocidade. Além disso, um campo de pressão estimado é usado para resolver a equação da conservação de movimento e, a equação da correção de pressão, deduzida da equação da conservação da massa, é resolvida para obter-se um campo de pressão corrigido, o qual é usado novamente para atualizar os campos de velocidade e pressão. Para

iniciar o processo de iterações, os campos de velocidade e pressão são inicialmente estimados. O processo iterativo prossegue até a convergência dos campos de velocidade e pressão (ver VERSTEEG e MALALASEKERA, 2007).

As equações governantes serão modeladas utilizando o programa comercial de CFD denominado PHOENICS. Este código computacional foi desenvolvido por SPALDING (2006), é baseado no método de discretização de volumes finitos com malhas de arranjo deslocado, similar àquele desenvolvido por PATANKAR (1980). O programa PHOENICS utiliza uma variante do algoritmo SIMPLE denominado SIMPLEST. Os principais passos são os mesmos para algoritmos SIMPLE e SIMPLEST, exceto que o último difere do primeiro no modo como a equação da quantidade de movimento em volumes finitos é discretizada, atuando na derivada da velocidade em relação à pressão (ver apêndice A). O algoritmo SIMPLEST produz uma convergência mais suave que o SIMPLE e necessita de menor sub-relaxação (SPALDING, 2006).

4.5 Solução do Sistema Linear de Equações

Segundo MALISKA (2004), a aproximação numérica de uma equação diferencial parcial linear dá origem a um sistema linear de equações cuja matriz tem coeficientes constantes. Quando o problema não é linear, novamente a aproximação dá origem a um sistema linear de equações, mas, desta feita, a matriz contém coeficientes dependentes da variável e deve, portanto, ser atualizada ao longo das iterações. Um sistema linear de equações é descrito da seguinte forma:

$$[A][x] = [B], \quad (4.25)$$

sendo $[A]$ a matriz dos coeficientes, $[x]$ o vetor de variáveis a ser determinado e $[B]$ o vetor de constantes.

Os métodos de solução de um sistema linear podem ser classificados em diretos e iterativos. Os métodos diretos são todos aqueles que trabalham com a matriz completa e necessitam de uma forma ou de outra, de processos equivalentes

à inversão da matriz completa. Os métodos iterativos são aqueles que requerem uma estimativa inicial para dar prosseguimento ao processo de solução.

4.6 Fator de Sub-relaxação

Durante a execução do algoritmo SIMPLE a equação de correção da pressão é suscetível a divergência a não ser que algum fator de sub-relaxação seja usado durante o processo iterativo. Desta forma, uma nova pressão é obtida da seguinte forma:

$$p^n = p^* + \alpha_p p', \quad (4.26)$$

sendo α_p o fator de sub-relaxação para a pressão com valor entre 0 a 1, p^n o novo valor da pressão, p' a pressão corrigida e p^* a pressão estimada.

As velocidades são também sub-relaxadas. Os componentes das velocidades u^n e v^n iterativamente melhorados são obtidos de:

$$u^n = \alpha_u u + (1 - \alpha_u) u^{n-1}, \quad (4.27)$$

$$v^n = \alpha_v v + (1 - \alpha_v) v^{n-1}, \quad (4.28)$$

sendo α_u e α_v os fatores de sub-relaxação para as velocidades u e v com valores entre 0 e 1, u e v os componentes das velocidades corrigidas sem relaxação e, u^{n-1} e v^{n-1} representam seus valores obtidos nas iterações anteriores.

NAKAYAMA (1995) sugere os seguintes fatores de sub-relaxação na tabela 4.2.

Tabela 4.2 – Fatores de sub-relaxação recomendados (NAKAYAMA, 1995).

Variável	u	v	p	T
α	0,3	0,3	0,2	0,5

5. VALIDAÇÃO NUMÉRICA

5.1 Introdução

A proposta deste trabalho é realizar uma abordagem numérica do problema de convecção natural em uma cavidade aberta para um canal. Uma das etapas inerentes à simulação numérica é comparar os resultados gerados com as referências da literatura e/ou estudos teóricos do caso em foco. Para aumentar a afinidade e indicar os parâmetros relevantes do programa PHOENICS, serão consideradas algumas configurações básicas relacionadas aos problemas de convecção natural em cavidades fechadas e abertas.

Os artigos de HORTMANN *et al.* (1990) e CHAN e TIEN (1985a) serão utilizados como referências para a validação numérica. Em adição, são apresentados os resultados obtidos no programa PHOENICS em comparação a estas referências e são indicados o erro porcentual, as linhas de corrente, as isotermas, os gráficos comparativos e outras informações inerentes.

5.2 Convecção Natural em Cavidade Quadrada Fechada Aquecida Lateralmente

A geometria e as condições de contorno do problema utilizadas no estudo numérico são mostradas na figura 5.1.

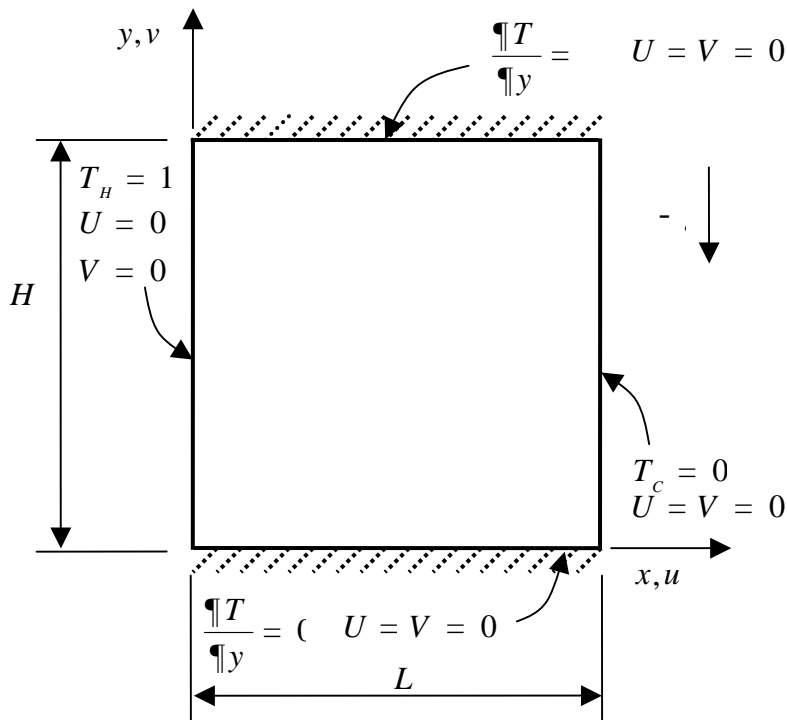


Figura 5.1 – Geometria e condições de contorno para o problema de convecção natural em uma cavidade quadrada com gradiente horizontal de temperatura (HORTMANN *et. al.*, 1990).

5.3 Parâmetros Básicos para Simulação – Cavidade Fechada

O estudo investiga a transferência de calor em uma cavidade fechada, sendo as propriedades do fluido e as dimensões indicadas na tabela 5.1:

Tabela 5.1 – Propriedades do fluido e dimensões da cavidade fechada (HORTMANN *et al.*, 1990).

Ra	ρ [kg/m ³]	μ [kg/m ³]	β [1/K]	Pr	g [m/s ²]	T_H [K]	T_C [K]	L [m]	H [m]
10^4	1,19	$1,8 \times 10^{-5}$	0,00341	0,71	9,81	12	2	0,021277	0,021277
10^5	1,19	$1,8 \times 10^{-5}$	0,00341	0,71	9,81	12	2	0,045841	0,045841
10^6	1,19	$1,8 \times 10^{-5}$	0,00341	0,71	9,81	12	2	0,098761	0,098761

Os seguintes valores para o calor específico à pressão constante e condutividade térmica são empregados, respectivamente: $C_p = 1,0 \text{ J/kg.K}$ e $k = 2,535 \cdot 10^{-5} \text{ W/mK}$.

Malhas uniformes e não-uniformes foram empregadas na simulação, sendo que, aquelas de espaçamentos menores localizam-se próximas à parede e as maiores no centro da cavidade. No trabalho de HORTMANN *et al.*, (1990), o espaçamento das malhas não é uniforme, ou seja, a taxa de expansão utilizada é dada por:

$$\eta_k = \sqrt{\eta_{k-1}}, \quad (5.1)$$

sendo η a taxa de expansão da malha e $\eta_1 = 1,352$ o valor inicial utilizado para a malha não uniforme formada por 10×10 volumes de controle. Portanto, a malha mais fina com 640×640 volumes de controle é quase uniforme, com $\eta_7 = 1,0047$.

Os erros relativos percentuais entre as soluções obtidas e os valores numéricos obtidos na literatura são calculados da seguinte maneira:

$$E = \left| \frac{\phi_{ref} - \phi_{cal}}{\phi_{ref}} \right| \cdot 100\%, \quad (5.2)$$

sendo

E o erro relativo porcentual,

ϕ_{ref} o valor da variável obtida na literatura,

ϕ_{cal} o valor da variável obtida no programa PHOENICS.

Neste estudo de validação numérica, as velocidades U_{max} e V_{max} e a velocidade de difusão (V_{dif}) são expressas na forma adimensional (HORTMANN *et al.*, 1990), como:

$$V_{dif} = \frac{\mu}{Pr \rho L} = \frac{\nu}{Pr L} \quad (5.3)$$

A equação (5.3) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$V_{dif} = \frac{k}{\rho C_p L}, \quad (5.4)$$

sendo k a condutividade térmica e C_p o calor específico à pressão constante do material.

Outros parâmetros (além dos campos de pressão, temperatura e velocidade) foram analisados e monitorados:

- 1 - velocidade horizontal máxima, U_{max} , no plano central vertical $x = L / 2$.
- 2 - velocidade vertical máxima, V_{max} , no plano central horizontal $y = H / 2$.
- 3 - máximo valor do número de Nusselt local na parede fria, Nu_{max} .
- 4 - valor do número de Nusselt médio na parede fria, \overline{Nu} .

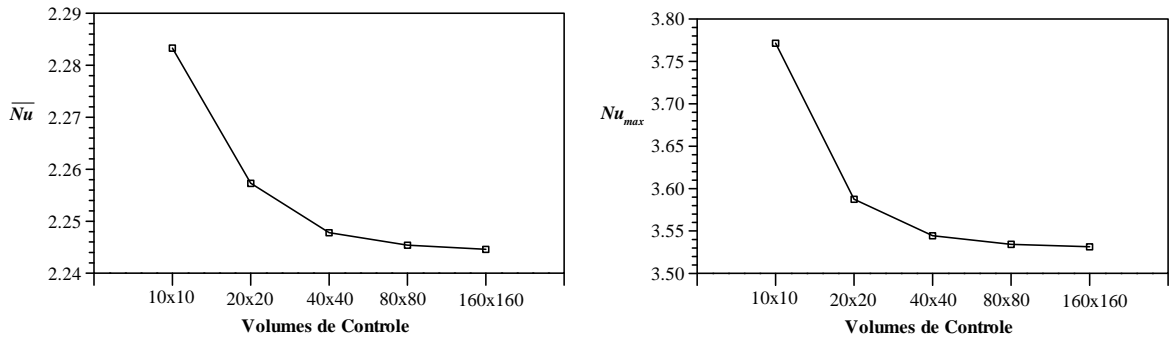
Para a implementação de quaisquer funções adicionais no PHOENICS, inclusive os parâmetros indicados anteriormente, introduz-se os dados de entrada por meio de fórmulas aplicando uma linguagem denominada *In-Form*. Especificamente, esta linguagem permite aos usuários expressar suas necessidades de maneira simplificada por meio de fórmulas algébricas, dentre as quais: discretização de tempo e espaço, propriedades dos materiais, valores iniciais, termos fonte, condições de contorno, geometrias especiais e ajustes na impressão dos dados de saída.

5.4 Análise Comparativa entre as Simulações – Cavidade Fechada

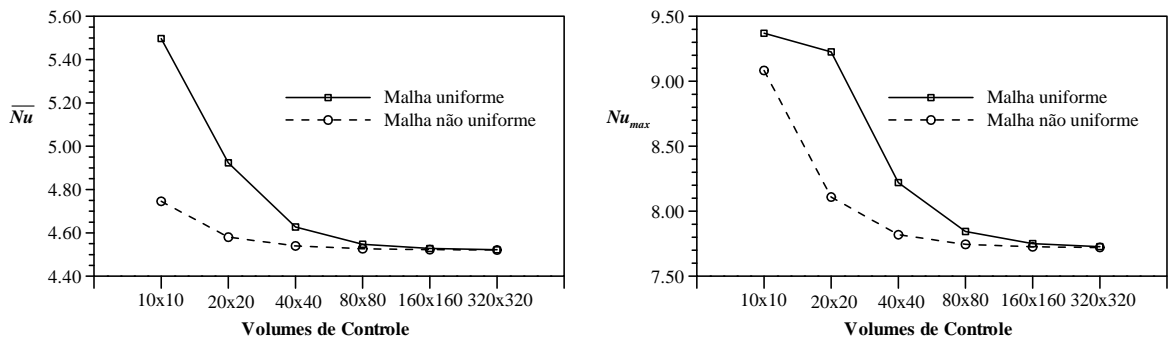
A convecção natural em uma cavidade quadrada fechada foi simulada numericamente para Ra igual a 10^4 , 10^5 e 10^6 (malha de espaçamento não uniforme), adotando-se os valores da tabela 5.1. Os resultados obtidos no estudo comparativo encontram-se no apêndice D.

De modo geral, o ajuste a partir da malha formada por 20×20 volumes de controle foi adequado, nos cálculos do Nu_{max} e do \overline{Nu} , o erro percentual apresentou

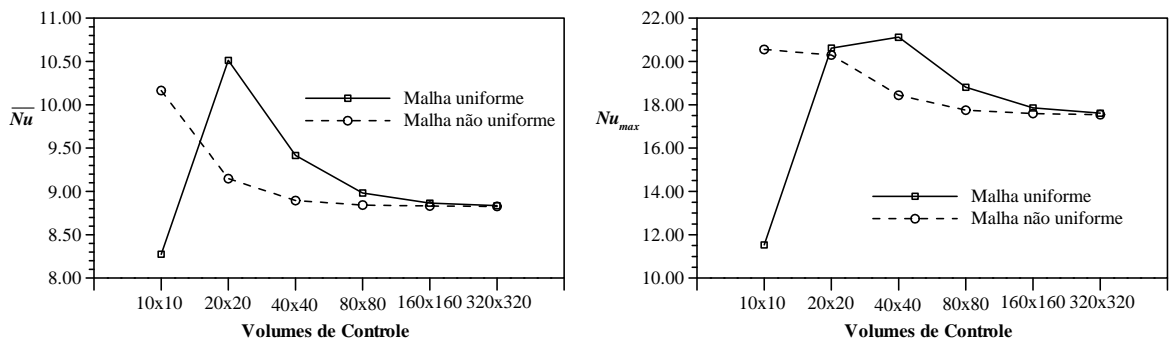
valores abaixo de 2%, obtendo-se ótimos resultados quando comparados à referência utilizada (HORTMANN *et. al.*, 1990).



a) $Ra=10^4$ – Números de Nusselt médio e máximo – malha não uniforme



b) $Ra=10^5$ – Números de Nusselt médio e máximo



c) $Ra=10^6$ – Números de Nusselt médio e máximo

Figura 5.2 – Números de Nusselt médio e máximo para a cavidade fechada.

Os gráficos das figuras 5.2a, 5.2b e 5.2c mostram a convergência de valores encontrados no PHOENICS, para os números de Nusselt médio e máximo em função do tamanho da malha. Para $Ra=10^5$ e 10^6 são apresentados os resultados para malhas uniformes e não uniformes.

Para $Ra=10^5$ e $Ra=10^6$, nota-se que, a partir da malha formada por 160×160 volumes de controle, os valores de Nu_{max} e \overline{Nu} tendem a convergir, tornando indiferente a escolha entre simulações com malhas uniformes e não uniformes. No cálculo do \overline{Nu} para $Ra=10^6$, as simulações com malha uniforme apresentaram uma melhor convergência; nas malhas formadas por 10×10 e 20×20 volumes de controle (não uniformes), em comparação com a malha uniforme, verifica-se a existência de pontos totalmente distintos da curva de tendência.

5.5 Isotermas e Linhas de Corrente – Cavity Fechada

As isotermas e linhas de corrente são apresentadas na figura 5.3 para uma malha não uniforme formada por 160×160 volumes de controle:

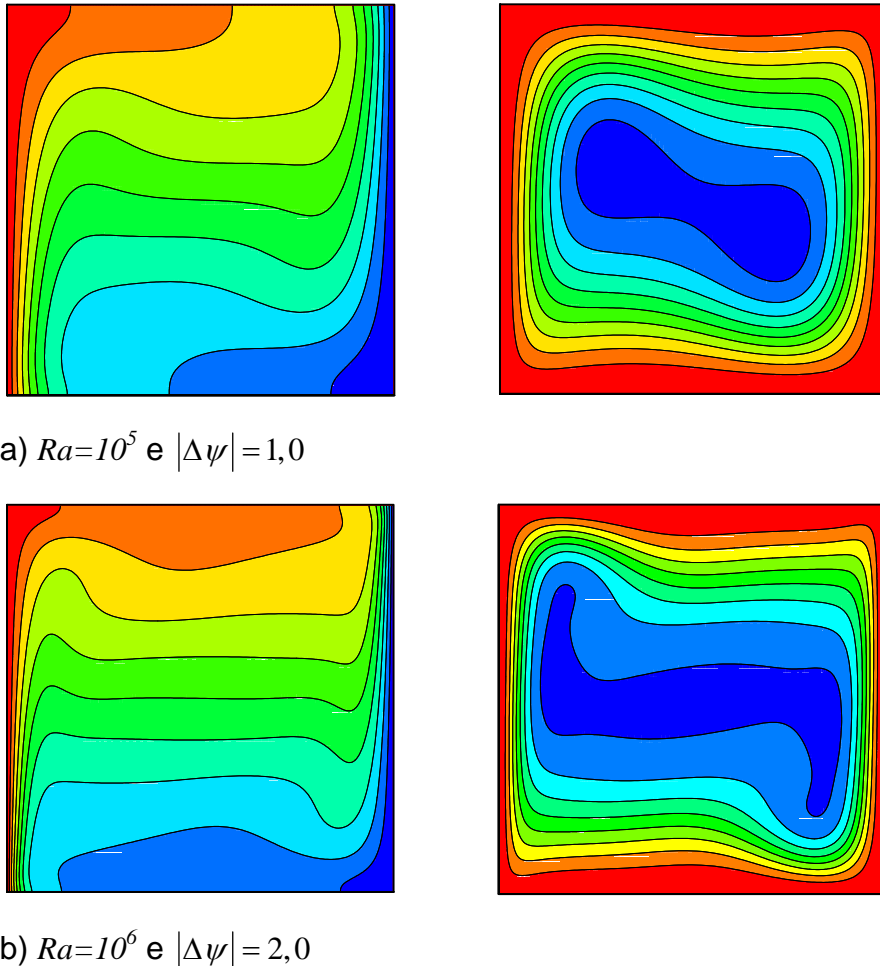


Figura 5.3 – Isotermas e linhas de corrente, malha de 160×160 v.c.

Em termos qualitativos, as isotermas e linhas de corrente geradas no PHOENICS assemelham-se aos padrões de escoamentos apresentados na literatura corrente, como no artigo de DAVIS (1983). Em termos quantitativos, os resultados obtidos apresentaram excelente concordância com o trabalho de HORTMANN *et al.*, (1990).

5.6 Convecção Natural em Cavity Aberta com Parede Vertical Aquecida

A geometria do problema de convecção natural em uma cavity aberta com parede vertical, estudado numericamente no PHOENICS, é mostrada na figura 5.4.

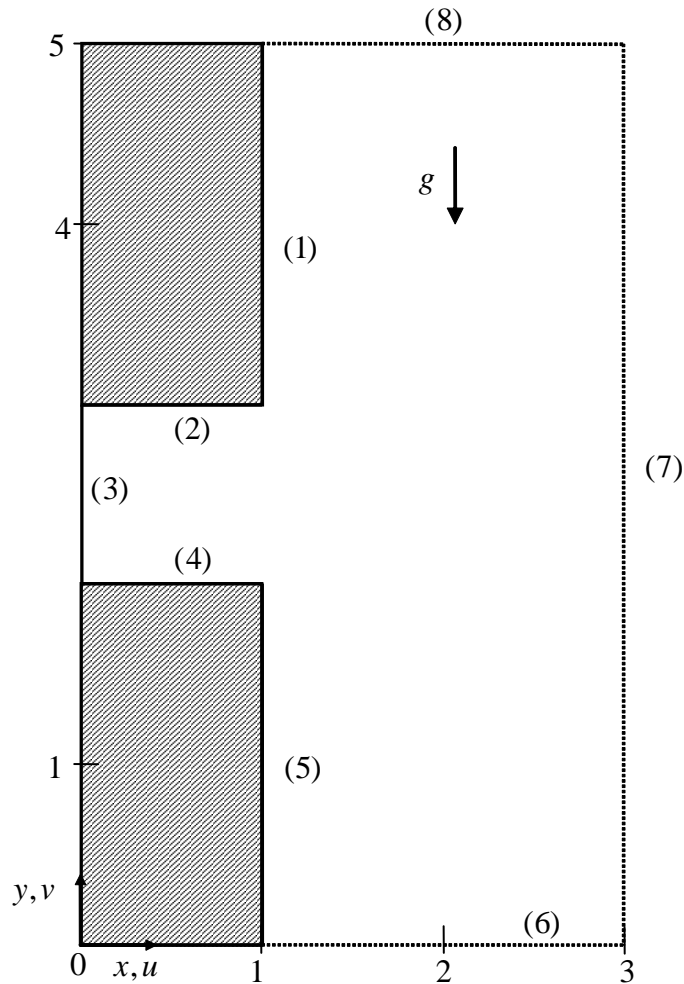


Figura 5.4 – Geometria do Problema – Cavity Aberta (CHAN & TIEN, 1985a).

As condições de contorno para as fronteiras apresentadas na figura 5.4, adotando as variáveis adimensionais apresentadas no capítulo 3, são:

- 1) parede impermeável adiabática: $U = V = \partial\theta / \partial X = 0$
- 2) parede impermeável adiabática: $U = V = \partial\theta / \partial Y = 0$
- 3) parede impermeável isotérmica: $U = V = 0$; $\theta = 1$
- 4) parede impermeável adiabática: $U = V = \partial\theta / \partial Y = 0$
- 5) parede impermeável adiabática: $U = V = \partial\theta / \partial X = 0$

- 6) fronteira aberta inferior: $\partial U / \partial Y = V = \theta_{ent} = 0; P = 0$
- 7) fronteira aberta à direita: $(\partial U / \partial X) = (\partial V / \partial X) = \theta_{ent} = 0; P = 0$
- 8) fronteira aberta superior: $(\partial U / \partial Y) = (\partial V / \partial Y) = (\partial \theta_{sai} / \partial Y) = 0, \theta_{ent} = 0; P = 0$

5.7 Parâmetros Básicos para Simulação – Cavidade Aberta

No estudo investiga-se a transferência de calor em uma cavidade quadrada aberta com parede vertical aquecida conforme a geometria e condições de contorno indicadas na figura 5.4. Os principais parâmetros utilizados por CHAN e TIEN (1985a) para a simulação numérica estão indicados na tabela 5.2:

Tabela 5.2 – Variações de \overline{Nu} e \dot{m} ($B=1,0$ e $Pr=1,0$).

	Ra				
	10^3	10^4	10^5	10^6	10^7
\overline{Nu}	1,07	3,41	7,69	15,0	28,6
\dot{m}	1,95	8,02	21,1	47,3	96,0

5.8 Análise Comparativa entre as Simulações – Cavidade Aberta

Os resultados expostos no artigo de CHAN e TIEN (1985a) são confrontados com as simulações realizadas no PHOENICS, bem como, outros parâmetros (além dos campos de pressão, temperatura e velocidade) foram analisados e monitorados no presente trabalho. O resumo do estudo comparativo está apresentado na tabela 5.3.

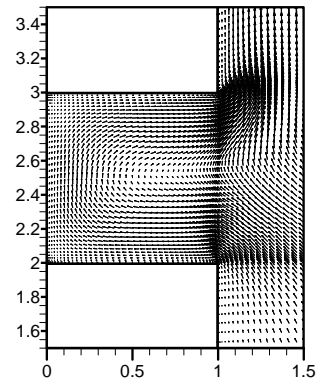
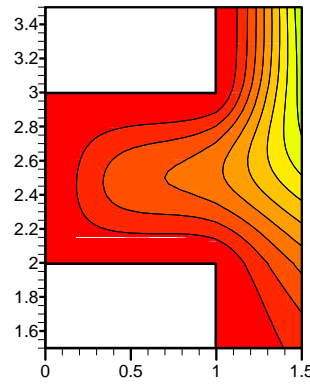
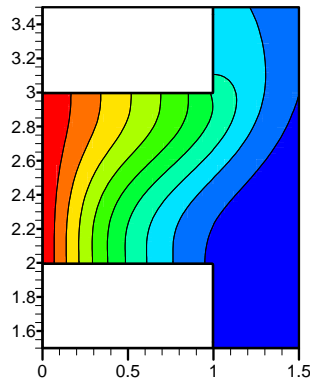
Tabela 5.3 – Variações de \overline{Nu} e \dot{m} – estudo comparativo para cavidade aberta.

Ra	CHAN & TIEN (1985a)	Presente Trabalho	E (%)	CHAN & TIEN (1985a)	Presente Trabalho	E (%)
	\overline{Nu}	\overline{Nu}		\dot{m}	\dot{m}	
10^3	1,07	1,05	1,90	1,95	1,90	2,56
10^4	3,41	3,40	0,29	8,02	7,92	1,23
10^5	7,69	7,70	0,08	21,1	21,00	0,47
10^6	15,00	15,02	0,11	47,30	45,36	4,27
10^7	28,60	28,10	1,77	96,00	89,87	6,82

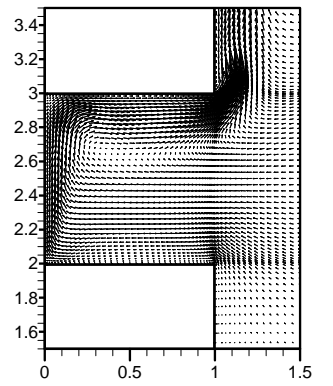
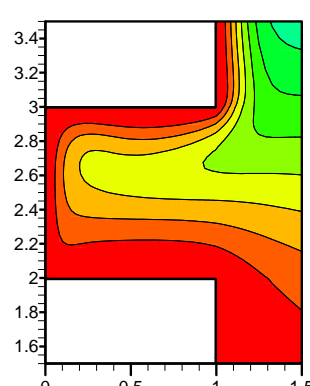
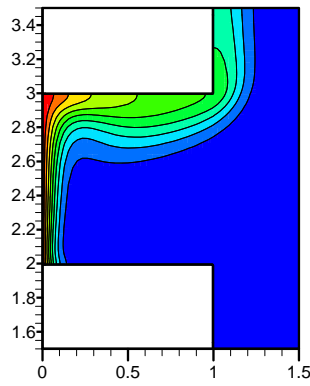
Os valores da tabela 5.3 foram gerados para malha não uniforme formada por 40×40 volumes de controle e $FPL=1,5$, sendo FPL o fator *power-law* de distanciamento da malha (ver apêndice B). A razão de aspecto da cavidade (B) e o número de Prandtl são iguais a 1,0. Os erros relativos percentuais (E) entre as soluções obtidas e os valores numéricos mencionados na literatura são calculados conforme a equação 5.2.

Os resultados apresentados na tabela 5.3 indicam que há uma boa concordância entre os resultados gerados no programa PHOENICS com o trabalho de CHAN & TIEN (1985a) para os valores de Ra na faixa de 10^3 a 10^7 . Portanto, a aplicação do programa PHOENICS para as simulações propostas neste trabalho é adequada e viável.

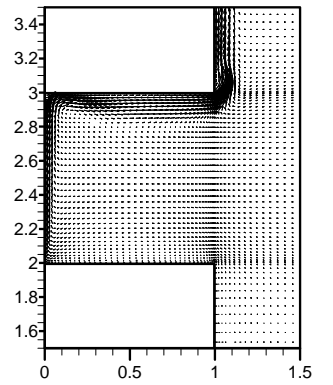
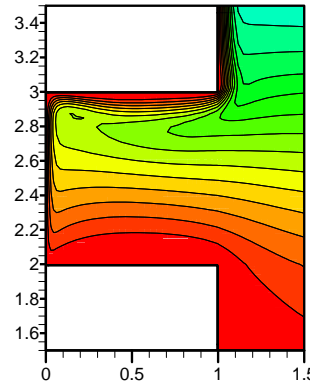
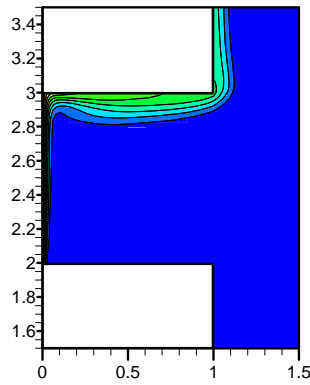
Em termos qualitativos, na figura 5.5 são apresentadas as isotermas, as linhas de corrente e o campo vetorial para Ra igual a 10^3 , 10^5 e 10^7 . Os detalhes do escoamento do fluido são apresentados no intervalo $1,5 \leq y \leq 3,5$ e $0 \leq x \leq 1,5$. Os gráficos apresentaram excelente concordância com o trabalho de CHAN & TIEN (1985a).



a) $Ra=10^3$ e $|\Delta\psi|=0,05$



b) $Ra=10^5$ e $|\Delta\psi|=0,05$



c) $Ra=10^7$ e $|\Delta\psi|=0,01$

Figura 5.5 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - cavidade aberta.

5.9 Comentários Finais

As simulações executadas no programa PHOENICS a fim de efetuar-se a validação numérica e o ajuste de malha, tendo como problema a convecção natural em uma cavidade fechada com paredes horizontais adiabáticas e paredes verticais com um gradiente horizontal de temperatura, apresentaram excelentes resultados em relação a referências utilizadas (DAVIS, 1983 e HORTMANN *et al.*, 1990).

Igualmente, os resultados obtidos para a cavidade aberta com um domínio computacional estendido permitiram verificar que, para o tamanho de malha formada por 40×40 volumes de controle no interior na cavidade há uma concordância condizente com o trabalho de CHAN & TIEN (1985a). Alguns fatores de distribuição para a malha não uniforme (*FPL*) foram testados, dentre os quais, foram obtidos resultados satisfatórios com os seguintes valores: *FPL*=2,0 e *FPL*=1,5.

De modo geral, os resultados dos problemas de convecção natural obtidos com o programa PHOENICS, se mostraram coerentes com os apresentados na literatura mencionada, o que viabiliza o uso do programa no estudo proposto.

6. RESULTADOS

6.1 Introdução

Os resultados apresentados neste capítulo correspondem ao estudo numérico do escoamento de fluido em uma cavidade aberta para um canal cuja parede vertical é isotérmica ou adiabática. Os valores do número de Prandtl (Pr) e da razão de aspecto (B) da cavidade são iguais a 1,0. Este capítulo apresenta os campos de velocidade, temperatura e linhas de corrente, bem como um comparativo do efeito da distância da parede frontal (b/H) em frente à cavidade aberta em função do número de Nusselt médio e das vazões volumétricas na entrada da cavidade e na entrada e saída do canal vertical.

Os valores adotados na execução das simulações são expostos na tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Parâmetros gerais de simulação para cavidade aberta para um canal.

	Variável	Valores
Número de Rayleigh	Ra	$10^3; 10^4; 10^5; 10^6; 10^7$
Distância da Parede Frontal	b/H	$1,0; 0,5; 0,2; 0,1$

Adicionalmente são apresentados os perfis de velocidade adimensional horizontal dada pela relação U/U_{\max} e a temperatura adimensional na entrada da cavidade aberta para diferentes valores de Ra .

Na fase de refinamento são adotadas as malhas formadas por 10×10 , 20×20 , 30×30 , 40×40 e 80×80 volumes de controle na cavidade e de tamanhos proporcionais no canal. Por exemplo, para a razão $b/H=0,5$, ao utilizar-se uma malha formada por 20×20 volumes de controle na cavidade, no canal há 10×100 volumes de controle. A malha é gerada pela distribuição do tipo *Power Law (FPL)* - ver apêndice B.

Para a malha formada a partir de 40×40 volumes de controle na cavidade, são obtidos resultados independentes do tamanho da malha, para todas as distâncias b/H . Este tamanho é adotado neste trabalho para os estudos comparativos. Devido

às características geométricas do problema, ao melhor espaçamento entre as malhas de acordo com o fenômeno físico da convecção natural e aos resultados obtidos na fase de refinamento das malhas, é adotado o uso de malhas uniformes ($FPL=1,0$) para $Ra=10^3$ e $Ra=10^4$, e malhas não uniformes ($FPL=2,0$) para $Ra=10^5$ a 10^7 , com distanciamento simétrico do centro da malha para as laterais, para ambas as condições de contorno, sendo a parede do canal isotérmica ou adiabática. Na figura 6.1 é ilustrado o tipo de malha não uniforme adotado neste trabalho.

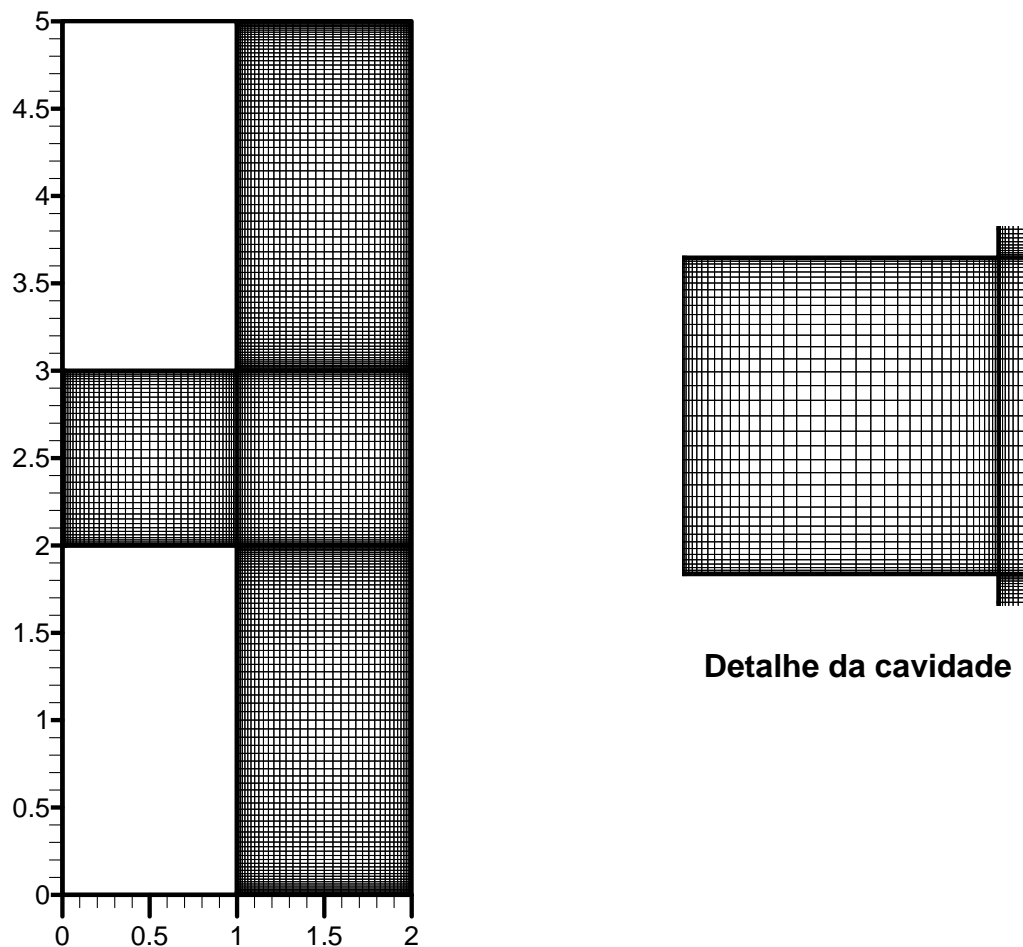


Figura 6.1 – Representação típica de malha não-uniforme ($FPL=2,0$) formada por 40×40 V.C. na cavidade.

As simulações no PHOENICS são efetuadas no domínio computacional indicado na figura 6.1, porém, tendo em conta uma visualização mais restrita à região próxima à entrada da cavidade, os gráficos que são expostos nas próximas sessões restringem-se aos seguintes limites: $0 \leq x \leq 2$ e $1 \leq y \leq 4$.

Os resultados gerados para as condições de contorno em que a parede vertical que forma o canal em frente a cavidade aberta é isotérmica ou adiabática referem-se a simulações em regime permanente; sendo que, a função de convergência automática do programa PHOENICS é utilizada na faixa de Ra de 10^3 a 10^5 , e para $Ra=10^6$ nas razões $b/H= 0,2$ e $0,5$. A função de convergência do PHOENICS é um recurso que automaticamente impõe, entre outros, os valores iniciais, os limites máximos e mínimos das variáveis, os fatores de relaxação e outros parâmetros que promovem a convergência. Para $Ra=10^7$ o controle de convergência é manual, mediante ajustes nos fatores de relaxação (discutidos no capítulo 4).

6.2 Parede Frontal Isotérmica

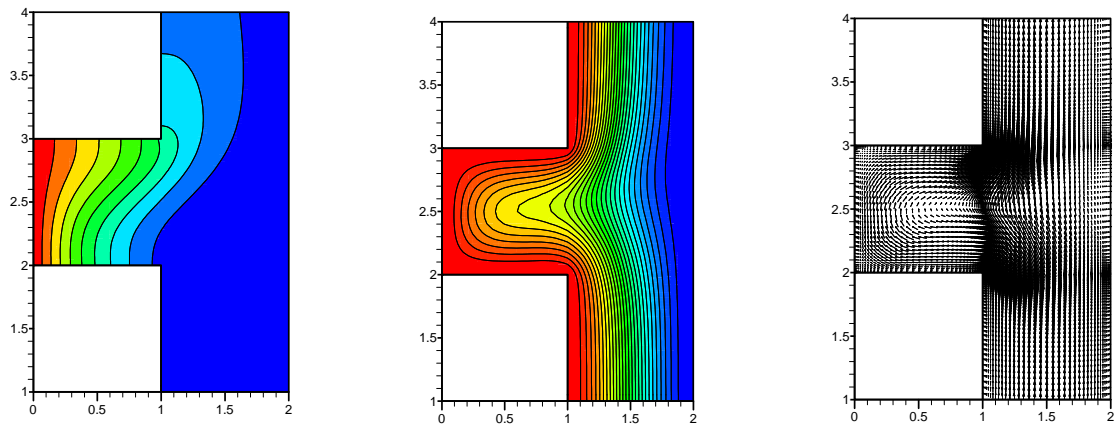
Nesta sessão são apresentados os resultados obtidos na análise do efeito de uma parede isotérmica em frente a uma cavidade aberta.

Nas figuras 6.2 a 6.6 são apresentadas as linhas de corrente, as isotermas e os campos vetoriais para Ra variando de 10^3 a 10^7 . Os resultados discutidos nesta sessão, levam em conta um diferencial de temperatura entre as paredes verticais igual a 1,0, ou seja, $\Delta\theta=1,0$. De acordo com a figura 3.1, a parede frontal à cavidade aberta é isotérmica $\theta=0$ e a parede vertical da cavidade é aquecida à temperatura $\theta=1,0$.

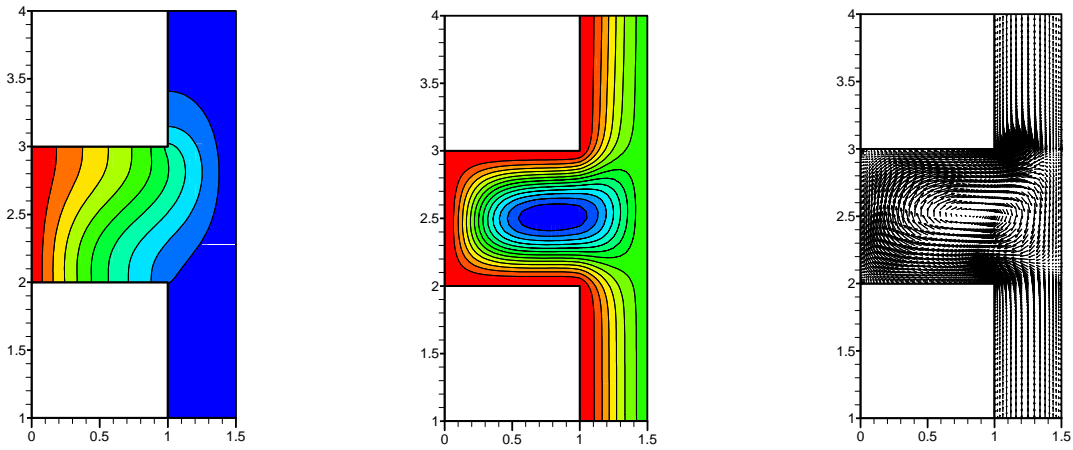
Pela análise dos gráficos da figura 6.2, nota-se que, as linhas de corrente são uniformes e praticamente simétricas em relação ao eixo de simetria da cavidade e em relação ao centro do canal vertical, e indicam uma região de recirculação quando a parede aproxima-se do canal ($b/H=0,2$). A temperatura varia de forma quase linear na cavidade para $Ra=10^3$ e $b/H=0,2$ e $0,5$, e portanto, os efeitos do regime de convecção são desprezíveis e o regime de condução é dominante. Para as distâncias $b/H=1,0$ e $0,5$ nota-se que algumas isotermas (as de valores $\Delta\theta=0,1$ e

0,2) estendem-se em direção ao canal vertical. Este efeito atenua a transferência de calor por condução através da abertura da cavidade enquanto que a transferência de calor por convecção é retomada nesta região.

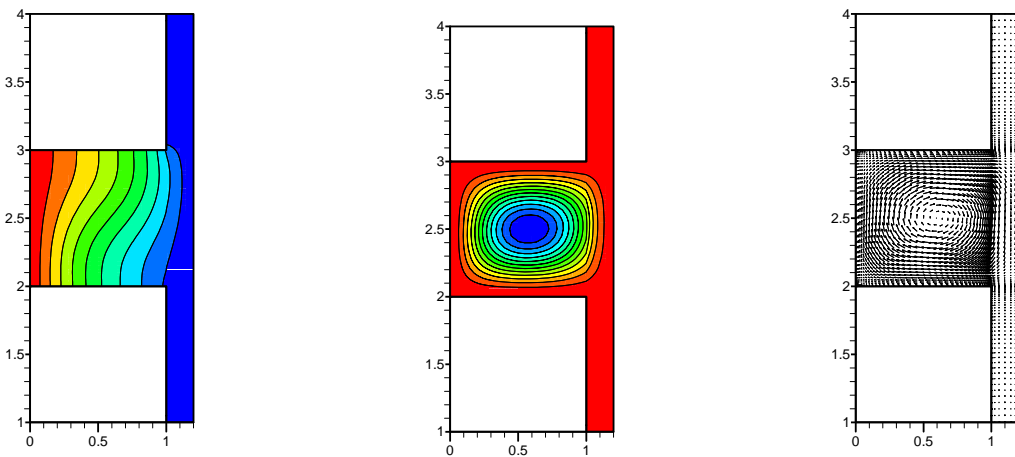
À medida que o Número de Rayleigh aumenta, as isothermas passam a ser comprimidas em direção à parede vertical aquecida (ver figuras 6.3a e 6.3b), a parcela referente ao regime de convecção vai aumentando e passa a atuar na formação da pluma no canal. Da mesma forma, o processo de formação da camada limite na parede horizontal superior da cavidade e no canal vertical pode ser verificado quando são comparadas as figuras 6.4a e 6.4b com as figuras 6.5a e 6.5b. Nas figuras 6.2 e 6.3, o fluido entra na parte inferior da cavidade, circula em sentido horário seguindo o contorno da cavidade e deixa a cavidade na parte superior para as distâncias $b/H=1,0$ e $0,5$. Verifica-se claramente a formação de uma região de recirculação para $b/H=0,2$, situação em que praticamente não há escoamento de fluido no canal vertical. Na figura 6.4, nota-se também que as linhas de corrente no canal, passam a ter ligeira inclinação para a região superior na abertura da cavidade e na parte superior esquerda do canal. As linhas de corrente e o campo de vetores da figura 6.3 têm geometrias similares à figura 6.2, porém, o fluido move-se mais rápido para $Ra=10^4$ devido ao aumento das forças de empuxo e ao aumento da quantidade (ou densidade) de linhas de corrente.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=0,2$

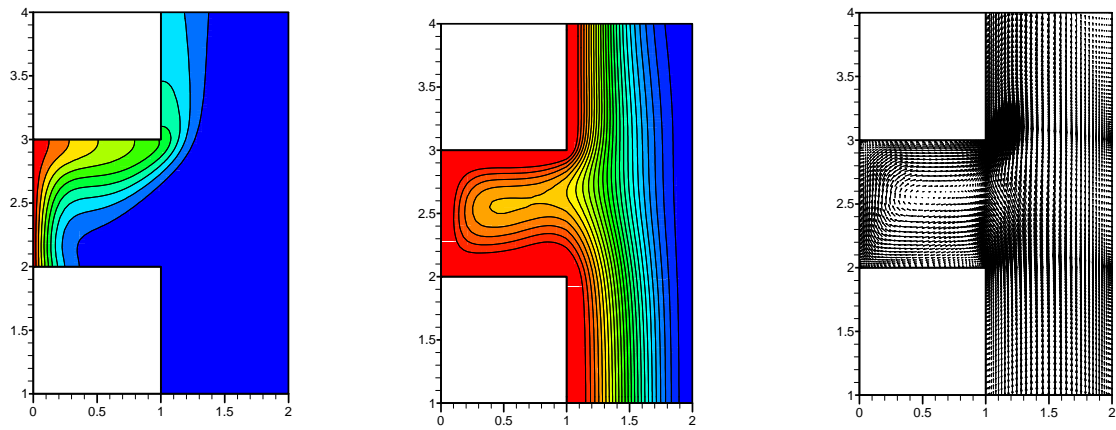


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=0,1$

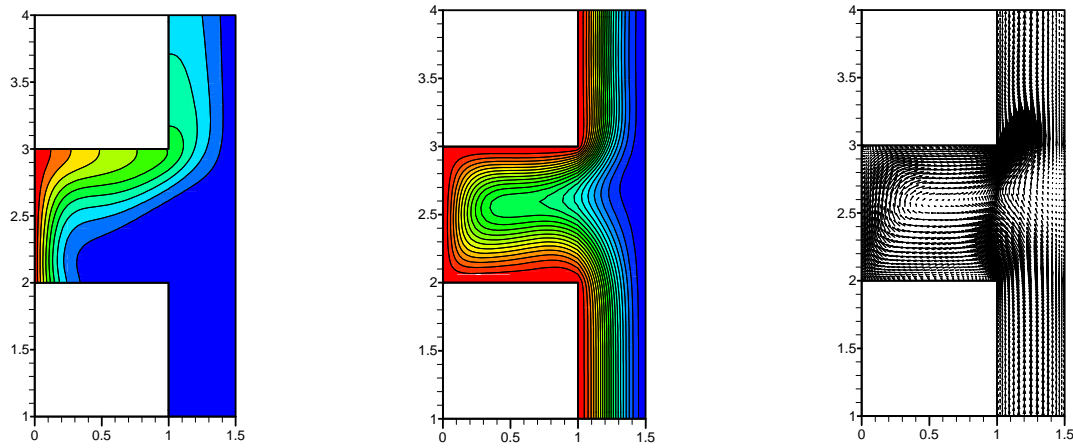


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=0,1$

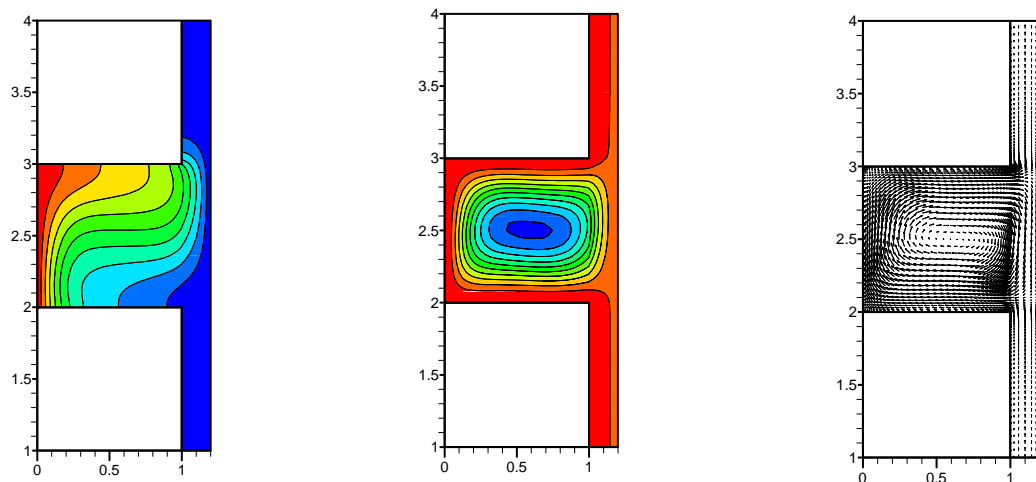
Figura 6.2 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^3$ - parede isotérmica.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=1,0$



b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=0,5$

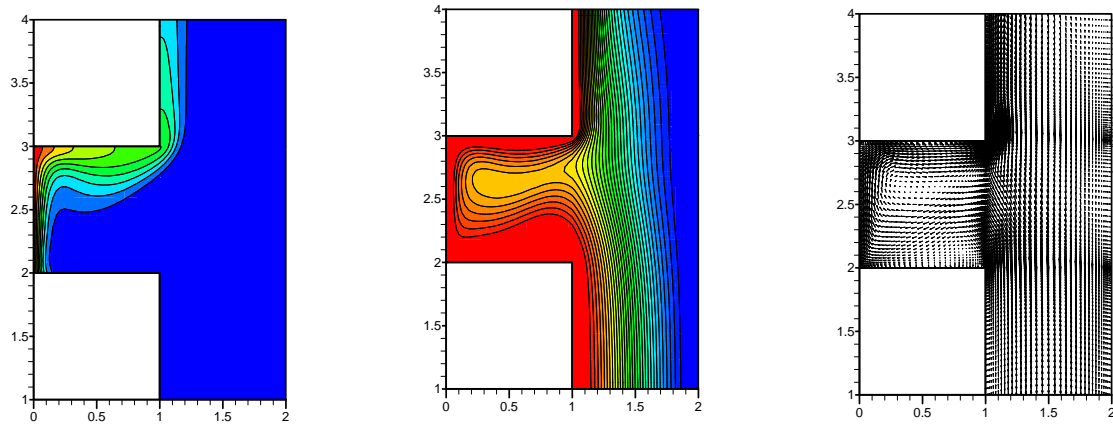


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=0,5$

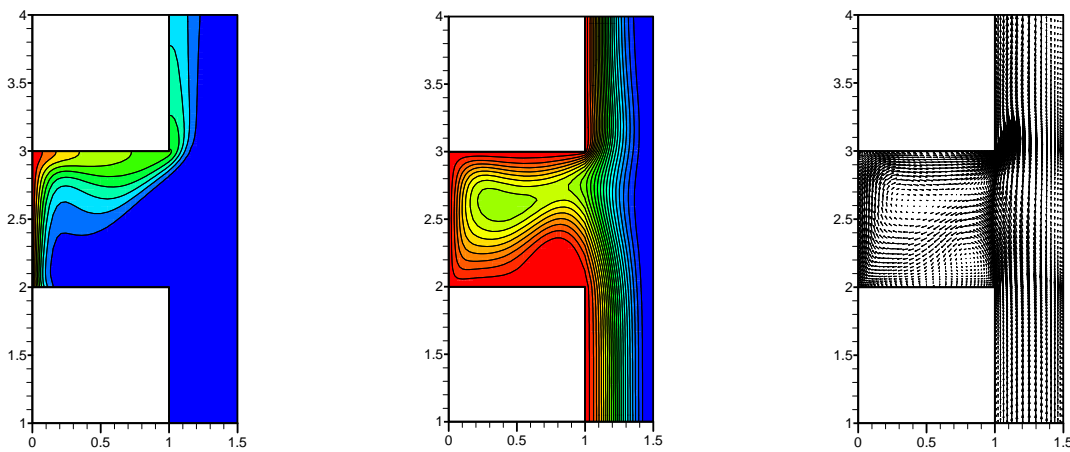
Figura 6.3 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^4$ - parede isotérmica.

As linhas de corrente e as isothermas para $Ra=10^5$ e 10^6 , indicadas nas figuras 6.4 e 6.5, apresentam formas similares, entretanto, à medida que o número de Ra aumenta, a camada limite superior torna-se mais delgada, a velocidade do fluido escoando na saída da cavidade aumenta e a área que é ocupada pelo fluido aquecido deixando a cavidade, diminui em comparação com o fluido frio que está entrando. Verifica-se que a velocidade do fluido frio que entra na cavidade diminui (ver figura 6.11). À medida que o número de Rayleigh aumenta, as isothermas tendem a desaparecer na parte baixa da parede aquecida, onde a transferência de calor é alta. Nota-se também, a formação de uma região de recirculação na entrada da cavidade e na parte inferior da cavidade; esta região torna-se mais acentuada com o aumento do número de Ra , o que pode ser verificado quando são comparadas as figuras 6.4b e 6.5b para a distância $b/H=0,5$ e as figuras 6.5c e 6.6c para a distância $b/H=0,2$.

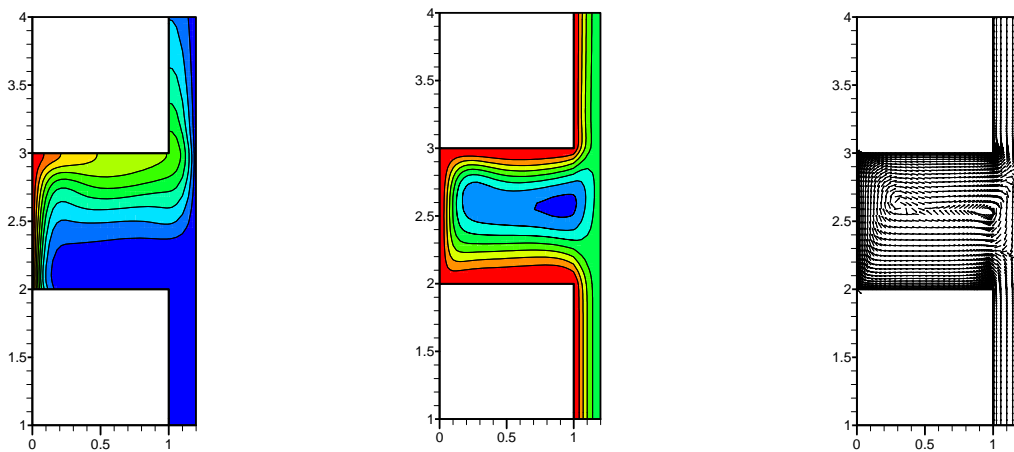
Na parte superior do canal indicada na figura 6.5a, observa-se igualmente a formação de uma região de entrada e saída de fluido, ou seja, além da vazão volumétrica proveniente da região inferior do canal, um pequeno fluxo é induzido na saída do canal, que pode ser justificado pela diferença líquida entre a vazão volumétrica na entrada e saída do canal. Este tipo de comportamento é denominado fluxo reverso e foi descrito nos trabalhos de ABDELLAH *et al.* (2006) e BADE e HALDENWANG (1998). De acordo com MARCONDES *et al.* (2006), o fluxo reverso ocorre porque o escoamento é direcionado para as paredes do canal devido ao empuxo, desta forma é necessário que um fluido externo seja admitido através da saída do canal para satisfazer a conservação da massa. MARCONDES e MALISKA (1999) demonstraram que uma pressão incorreta aplicada na entrada do canal pode suprimir o fluxo reverso na saída do canal.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=2,0$

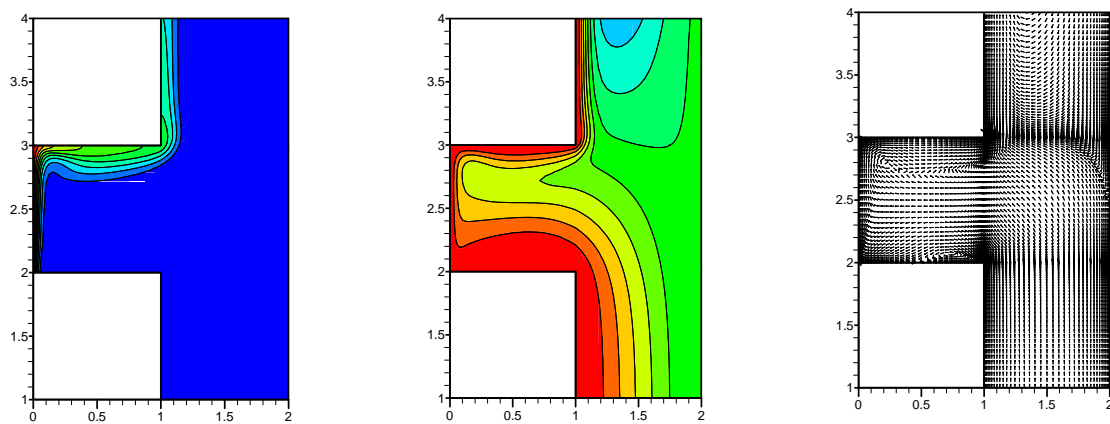


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=2,0$

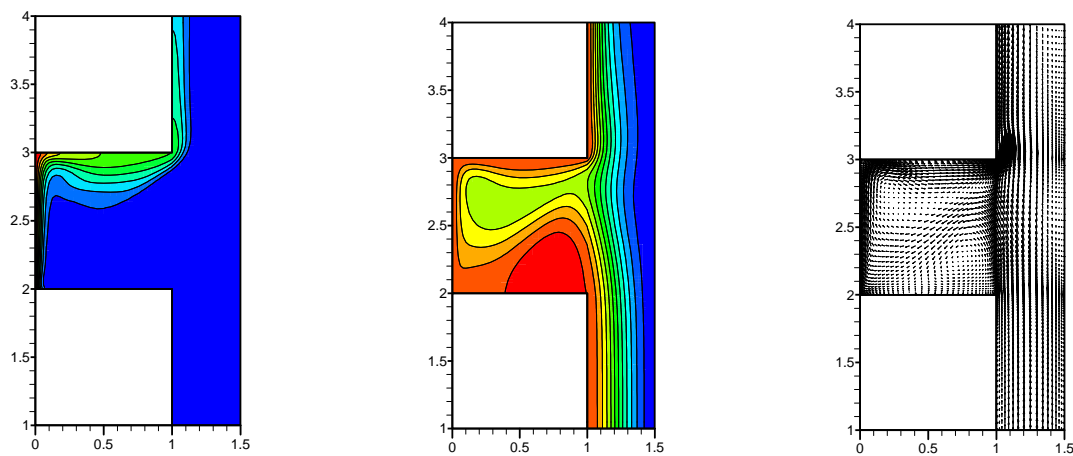


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=2,0$

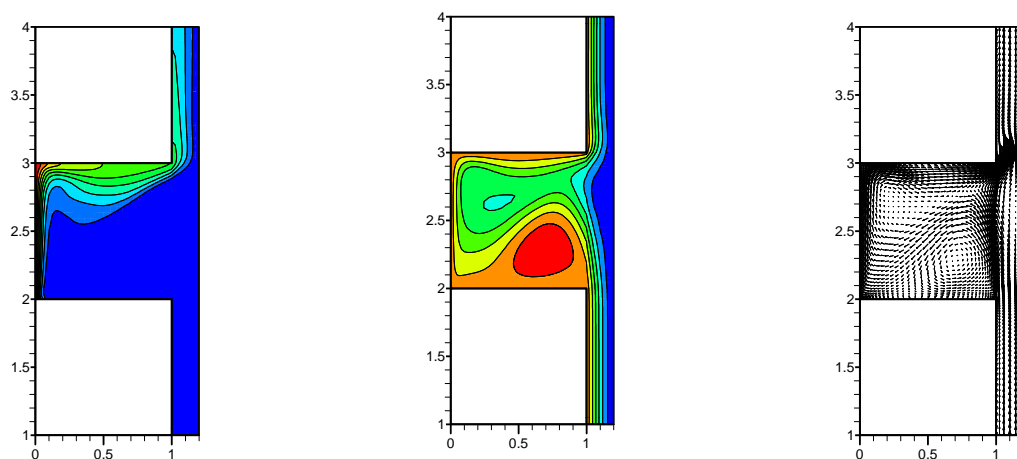
Figura 6.4 – Isotermas, linhas de corrente e campo Vetorial - $Ra=10^5$ - parede isotérmica.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=10,0$



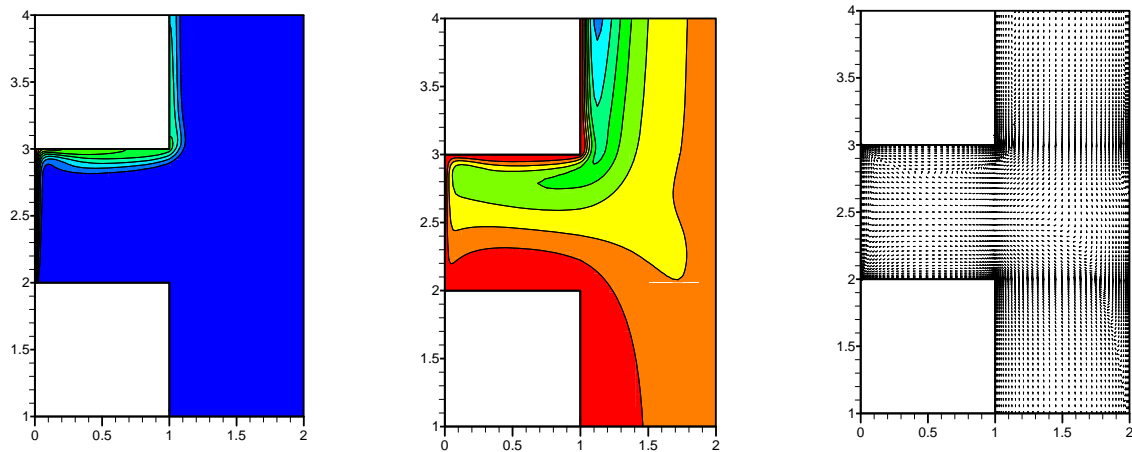
b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=10,0$



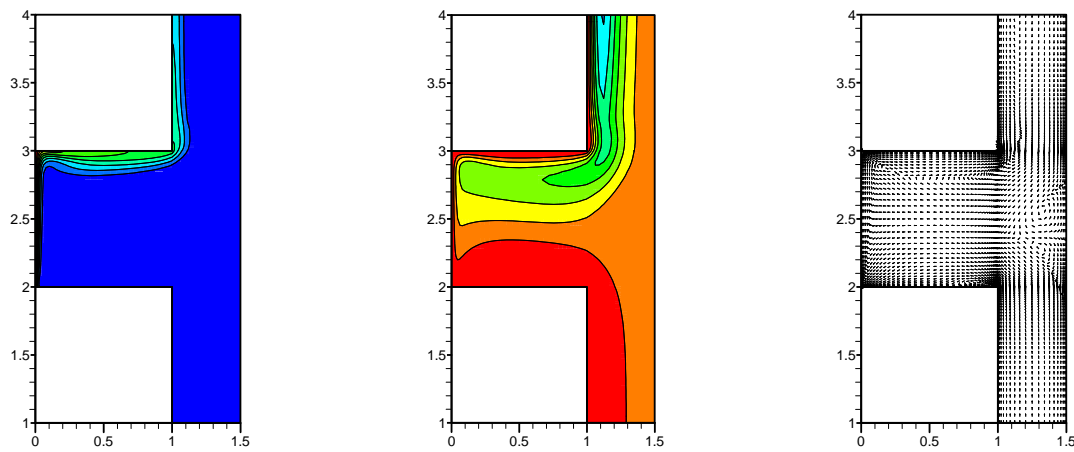
c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=10,0$

Figura 6.5 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^6$ - parede isotérmica.

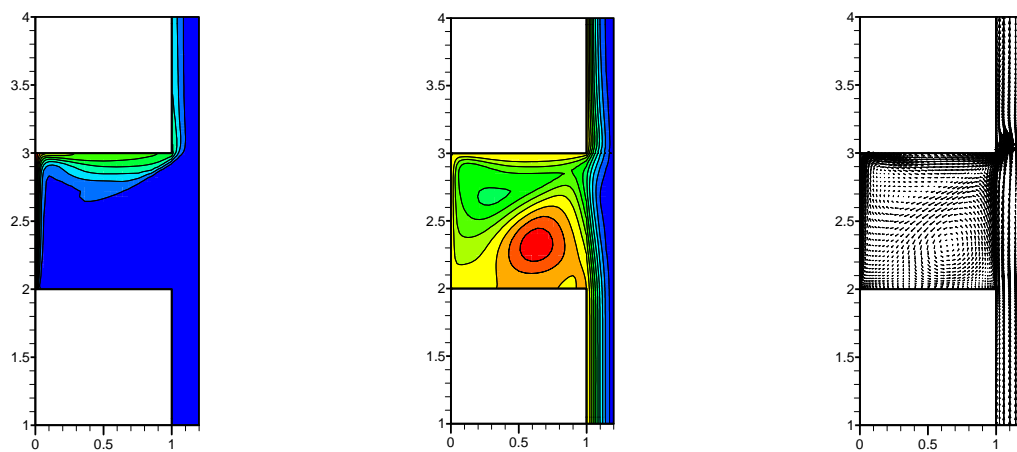
Para $Ra=10^7$, a camada limite na parte superior da cavidade torna-se mais delgada. A pluma no canal exibe a natureza da camada limite, devido ao efeito acentuado do empuxo. A região de recirculação (entre a parede horizontal inferior e a linha de corrente de menor valor) torna-se mais protuberante à medida que o número de Rayleigh aumenta, principalmente para a razão $b/H=0,2$. O regime de convecção natural é totalmente dominante para $Ra=10^6$ e $Ra=10^7$, devido ao escoamento termicamente estratificado na região superior da cavidade. As isothermas mostram que a pluma térmica pode ser dividida em três partes facilmente identificadas: uma move-se em sentido ascendente próxima a parede vertical aquecida da cavidade, outra bem próxima à parede adiabática superior e outra na parte superior esquerda do canal formado pela parede vertical isotérmica (devido aos efeitos consideráveis da força de empuxo).



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=20,0$



b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=20,0$

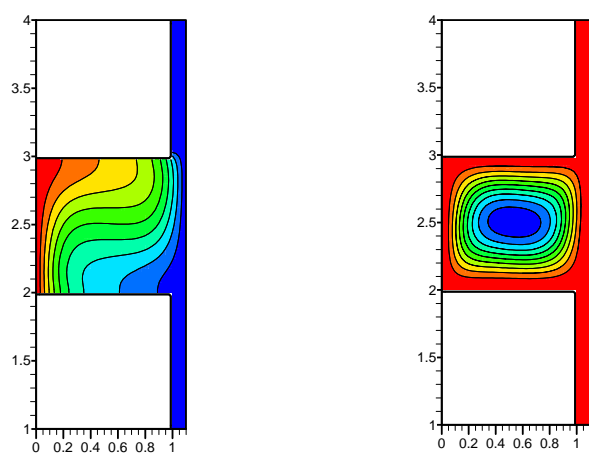


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=20,0$

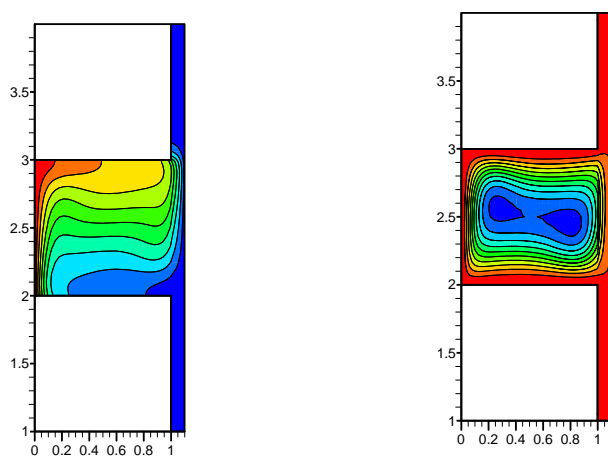
Figura 6.6 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^7$ - parede isotérmica.

Diante do exposto, nota-se que o problema investigado neste trabalho está situado entre dois casos limites. O primeiro caso, indica que o regime condutivo é dominante. Na figura 6.7 são apresentadas as linhas de corrente e isothermas para $Ra=10^4$ a $Ra=10^6$ e distância $b/H=0,1$. Ao diminuir a distância b/H as isothermas tendem a assemelhar-se aos dos perfis encontrados em uma cavidade fechada, com gradiente horizontal de temperatura. Isto pode ser verificado ao comparar-se os perfis da figura 6.7 aos expostos na figura 5.5 para $Ra=10^5$ e $Ra=10^6$.

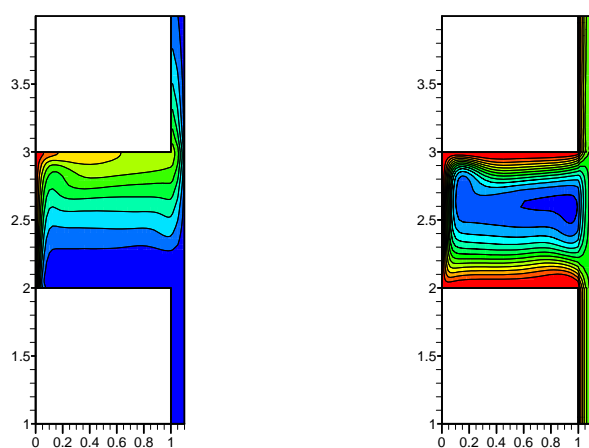
A tabela 6.2 confirma que à medida que a distância b/H diminui os valores do número de \overline{Nu} aproximam-se dos valores encontrados na literatura para o caso de uma cavidade fechada com gradiente horizontal de temperatura e $Pr=1,0$, conforme citado no trabalho de BRAGA e LEMOS (2005). Verifica-se, entretanto, que o erro porcentual (veja a equação 5.16) é consideravelmente menor quando o regime condutivo é dominante ($Ra \leq 10^4$).



a) $Ra=10^4$, $b/H=0,1$ e $|\Delta\psi|=0,5$



b) $Ra=10^5$, $b/H=0,1$ e $|\Delta\psi|=1,0$



c) $Ra=10^6$, $b/H=0,1$ e $|\Delta\psi|=2,0$

Figura 6.7 – Isothermas e linhas de corrente - $b/H=0,1$ - parede isotérmica.

Tabela 6.2 – Comparativo para \overline{Nu} entre uma cavidade fechada (BRAGA e LEMOS, 2005) e uma cavidade aberta em frente uma parede isotérmica.

	BRAGA & LEMOS	Presente Trabalho	
Ra	\overline{Nu}	\overline{Nu}	E (%)
10^4	2,2490	2,2020	2,09
10^5	4,5750	4,8677	6,40
10^6	8,9180	12,9188	44,86

Os valores da tabela 6.2 foram gerados para malha uniforme formada por 40×40 volumes de controle ($FPL=1,0$). A distância da parede frontal (b/H) é igual a 0,1 e o número de Prandtl é igual a 1,0.

Na figura 6.8, para o caso limite em que o regime de convecção é dominante ($Ra \geq 10^6$), observa-se que os valores do \overline{Nu} tendem aos valores encontrados no caso de convecção natural em uma placa vertical aquecida, como exposto na sessão 3.8, sendo a correlação da equação 3.53 (CHURCHILL e CHU, 1975) utilizada no estudo comparativo.

Pode ser observado novamente na figura 6.8 que os valores do número de Nusselt são bem próximos ao encontrados no trabalho de CHAN e TIEN (1985a), cerca de 2,5% de desvio para a distância $b/H=1,0$, esse artigo também serve como fonte de comparação, ou seja, para a distância $b/H > 1,0$ os efeitos da parede isotérmica em frente a cavidade podem ser desconsiderados e o problema equivale ao estudado por CHAN e TIEN (1985a).

Para o número de Rayleigh igual a 10^3 , o regime de transferência de calor condutivo é predominante, o que pode ser comprovado face ao valor do número de Nusselt médio aproximar-se do valor unitário ($\overline{Nu} = 0,9893$ para $b/H = 0,2$).

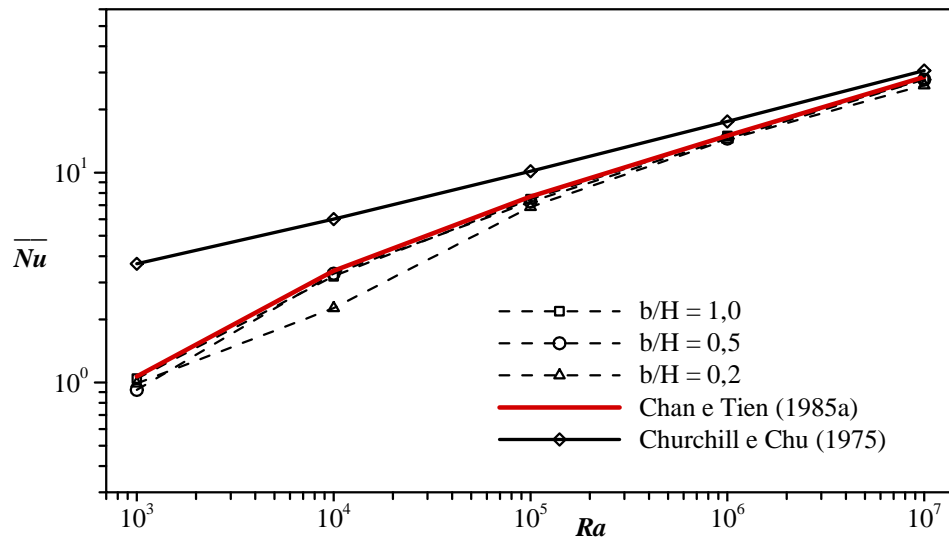


Figura 6.8 – Variação do número de \overline{Nu} em função do número de Ra - parede isotérmica.

Na figura 6.9, a vazão volumétrica induzida pela parede aquecida para dentro da cavidade em função do número de Rayleigh é apresentada a fim de verificar algumas características interessantes do escoamento. Os valores da vazão volumétrica \dot{m} aproximam-se entre si para $Ra > 10^5$, independentemente da distância b/H . Para $Ra < 10^4$ o regime de condução é predominante, logo o fluido passa a ser confinado dentro da cavidade, e conseqüentemente, a vazão volumétrica no canal diminui sensivelmente. Nota-se também que a vazão volumétrica \dot{m} é mais sensível à presença da parede frontal em função do número de Ra , do que o número de \overline{Nu} .

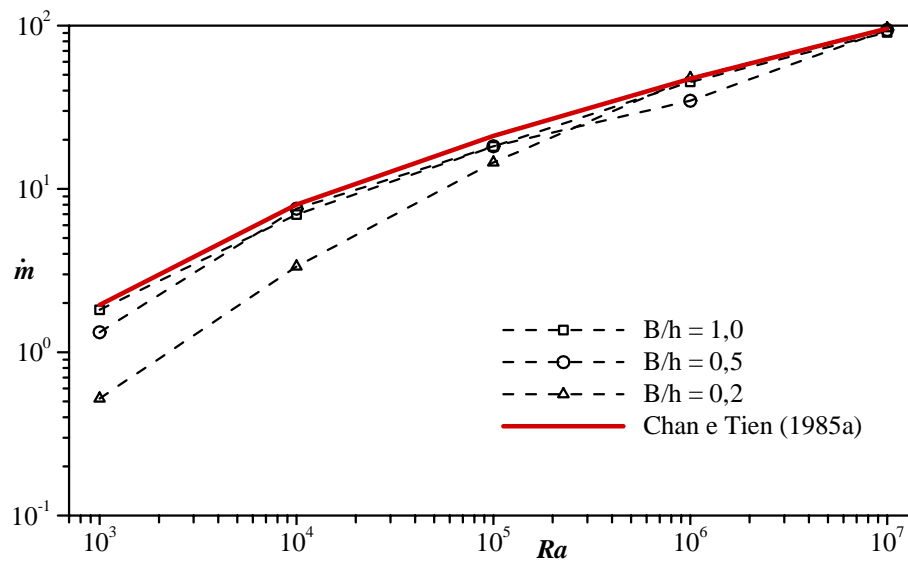


Figura 6.9 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{m} na cavidade - parede isotérmica.

Na figura 6.10, é analisado o comportamento da vazão volumétrica (\dot{M}_{ent}) induzida na entrada do canal (na posição $y=0$ - ver figura 3.1) em função do número de Ra . Observa-se que para a distância $b/H=0,2$ e $Ra \leq 10^4$, praticamente não há escoamento significativo no canal vertical, mas há somente recirculação no interior da cavidade (ver figura 6.2c).

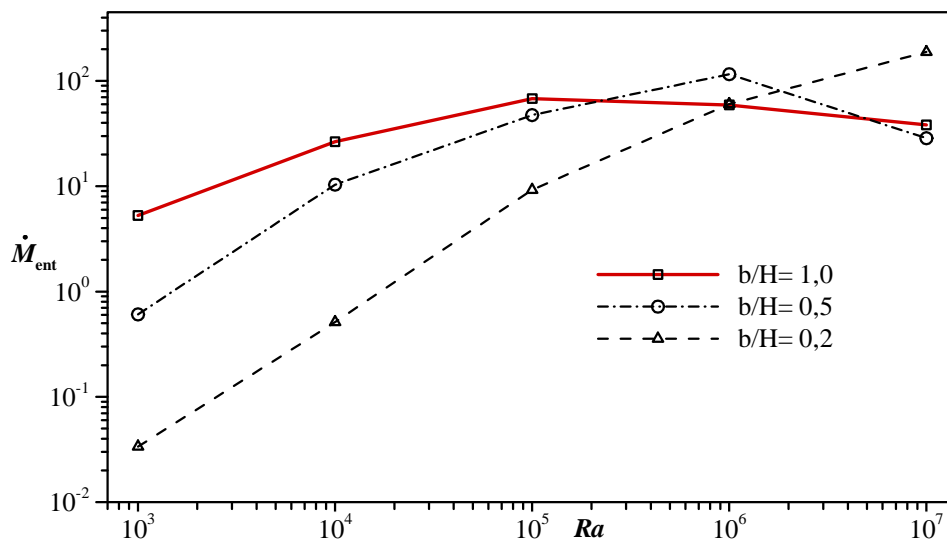
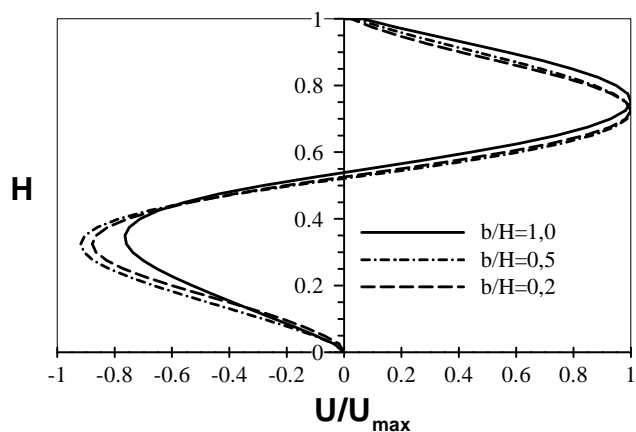


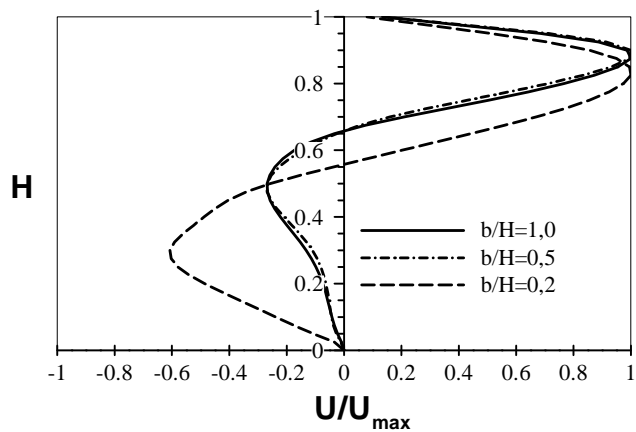
Figura 6.10 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{M}_{ent} na entrada do canal vertical - parede isotérmica.

Na figura 6.11 são mostrados os perfis de velocidade horizontal na abertura da cavidade para $Ra=10^3$, 10^5 e 10^7 respectivamente. A velocidade U é normalizada dividindo-a por U_{\max} , a máxima velocidade horizontal de saída da cavidade e H corresponde à altura da cavidade. Os perfis de velocidade de saída da cavidade mostram a influência da distância da parede isotérmica b/H . De modo geral, verifica-se que os perfis para $b/H= 1,0$ e $0,5$ são praticamente idênticos e apresentam certa simetria e suavidade para $Ra=10^3$. Para $Ra=10^5$, o perfil de velocidade de entrada na cavidade tende a achatar-se e a velocidade de saída torna-se muito mais acentuada na região superior da cavidade. À medida que o Ra aumenta, a área ocupada pela velocidade de entrada na cavidade também aumenta, para $Ra=10^7$ a área de entrada é bem maior (cerca de 70% para $b/H= 1,0$), o que resulta em velocidades com maiores valores na região superior da cavidade.

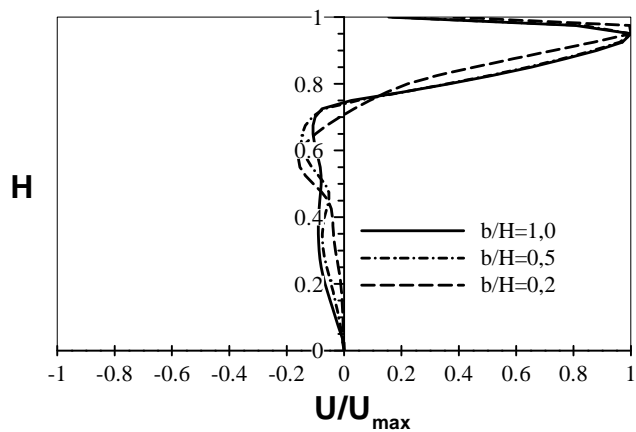
Os perfis de temperatura são apresentados na figura 6.12 para os valores do número de Ra iguais a 10^3 , 10^5 e 10^7 , sendo θ , neste caso, a temperatura adimensional na abertura da cavidade. Os gráficos indicam o processo de estratificação térmica gradual que ocorre a medida que o número de Ra aumenta. Para $Ra=10^7$, por exemplo, cerca de 70% da abertura da cavidade mantém-se a uma temperatura constante.



a) $Ra = 10^3$

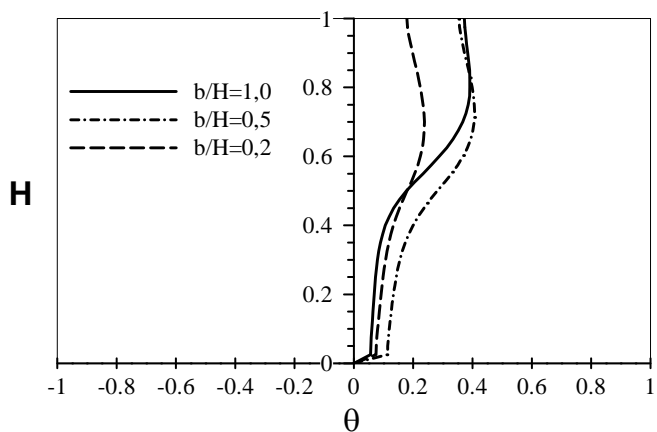


b) $Ra = 10^5$

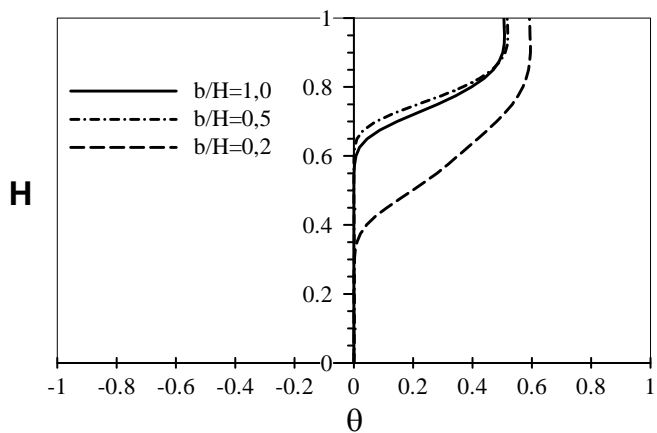


c) $Ra = 10^7$

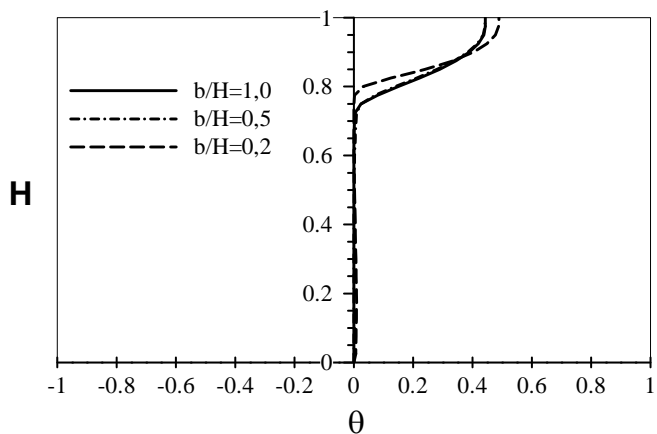
Figura 6.11 – Perfil da componente U da velocidade na abertura da cavidade – parede isotérmica.



a) $Ra = 10^3$



b) $Ra = 10^5$



c) $Ra = 10^7$

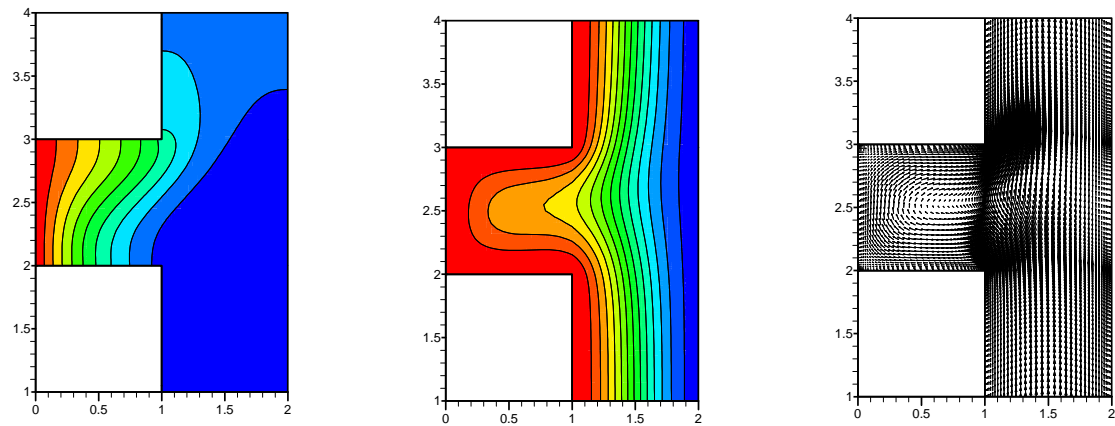
Figura 6.12 – Perfil de temperatura na abertura da cavidade – parede isotérmica.

6.3 Parede Frontal Adiabática

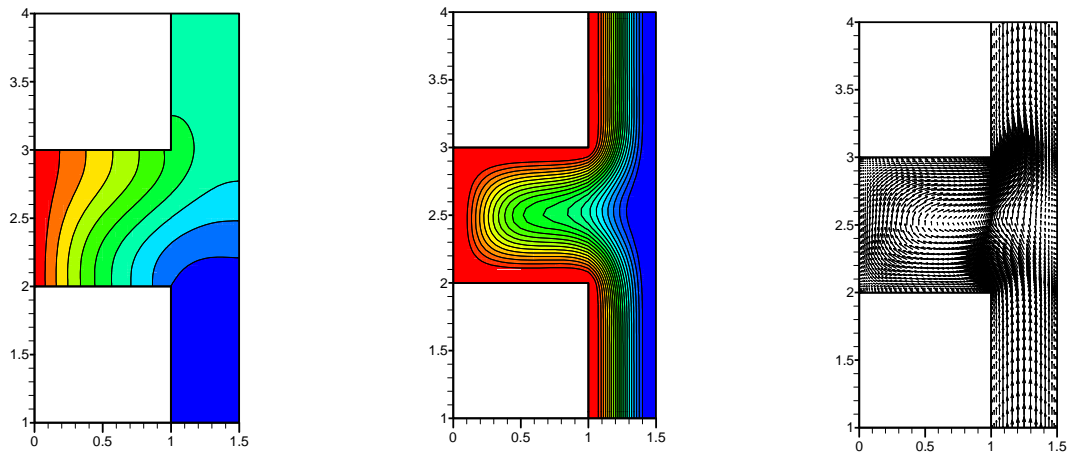
Nesta sessão são apresentados os resultados referentes ao posicionamento de uma parede vertical frontal adiabática ($\partial T/\partial \eta = 0$) em frente a uma cavidade aberta em que sua parede vertical é aquecida à temperatura $T=1,0$, de acordo com a figura 3.1.

Nas figuras 6.13 a 6.17 são apresentadas as linhas de corrente, as isothermas e os campos vetoriais para Ra variando de 10^3 a 10^7 .

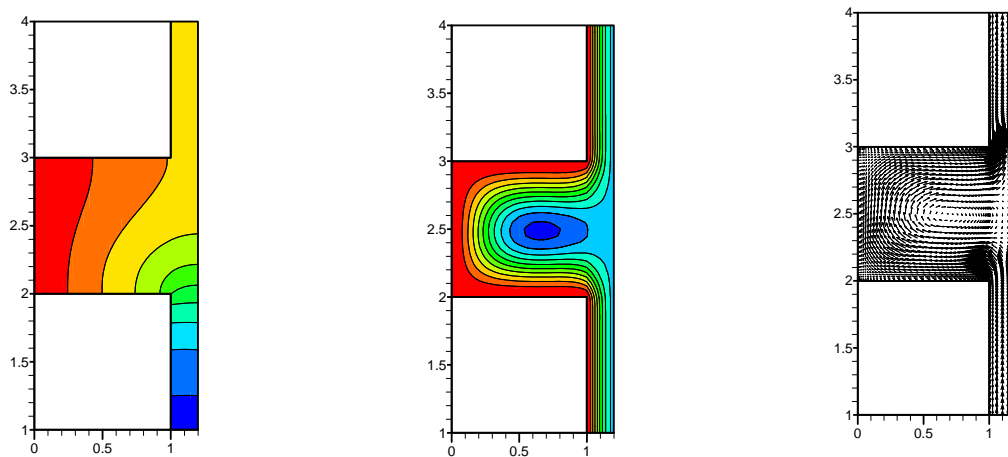
De um modo geral, os padrões de linhas de corrente e campo de vetores apresentados para a parede frontal adiabática assemelham-se aos casos analisados para a parede isotérmica. Uma das principais diferenças é a ocorrência de distorções nas isothermas, que tendem a criar uma região termicamente estratificada horizontal na parte inferior do canal e em direção à parede adiabática do canal, isto é evidente, para $Ra=10^3$, $Ra=10^4$ e $Ra=10^5$ para a distância $b/H = 0,2$ (ver figuras 6.13c, 6.14c e 6.15c).



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=0,5$

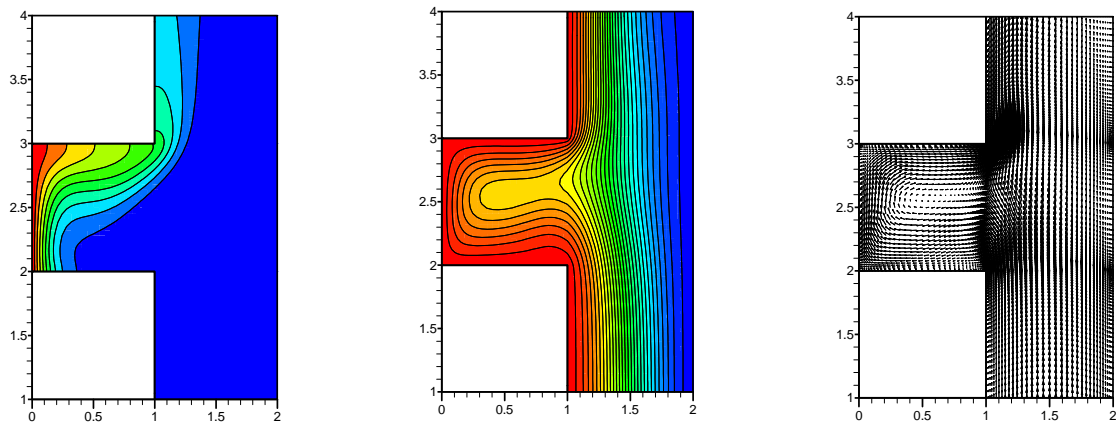


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=0,1$

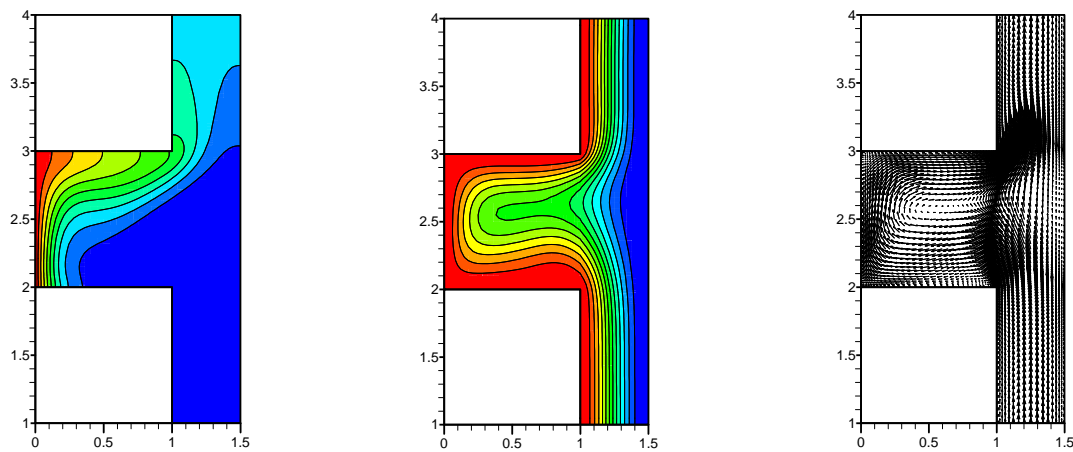


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=0,05$

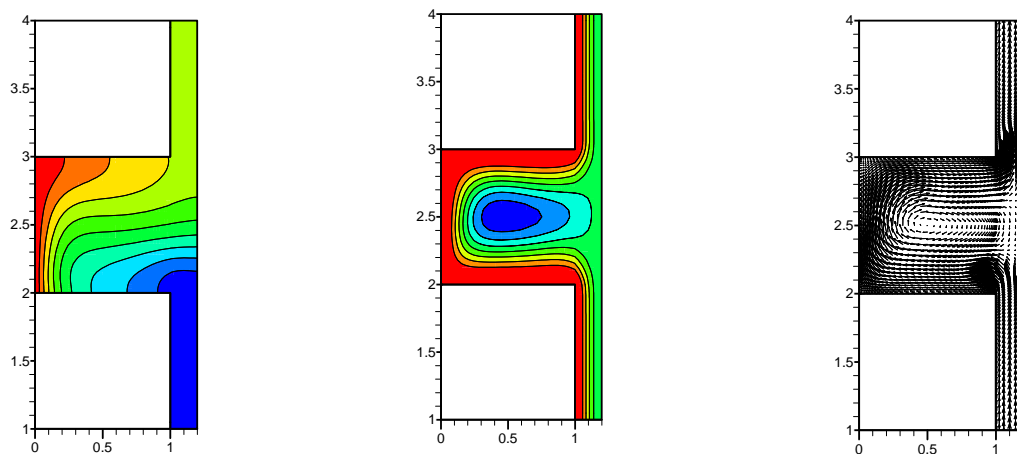
Figura 6.13 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^3$ - parede adiabática.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=1,0$

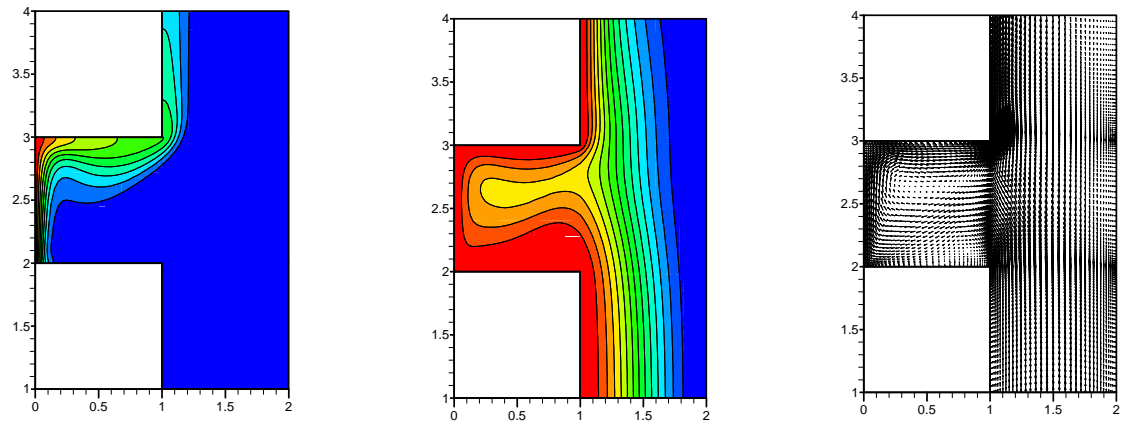


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=1,0$

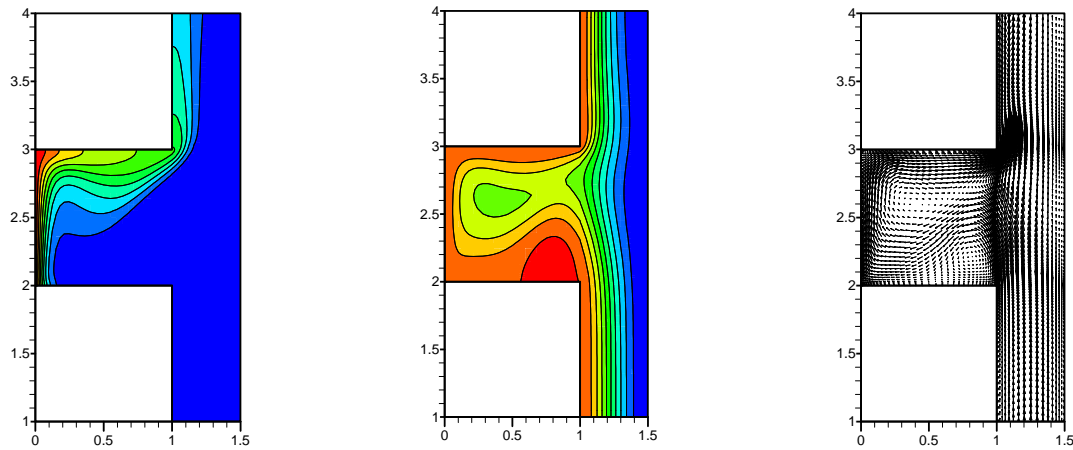


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=0,5$

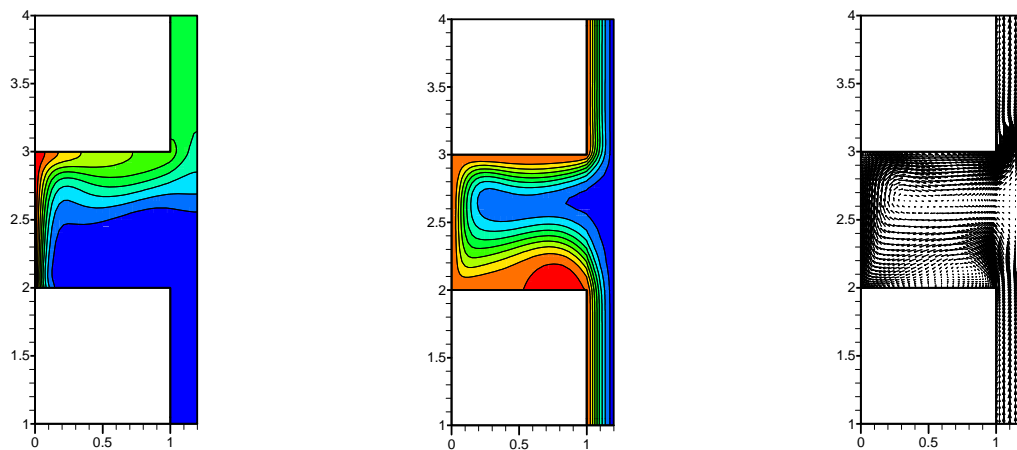
Figura 6.14 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^4$ - parede adiabática.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=5,0$

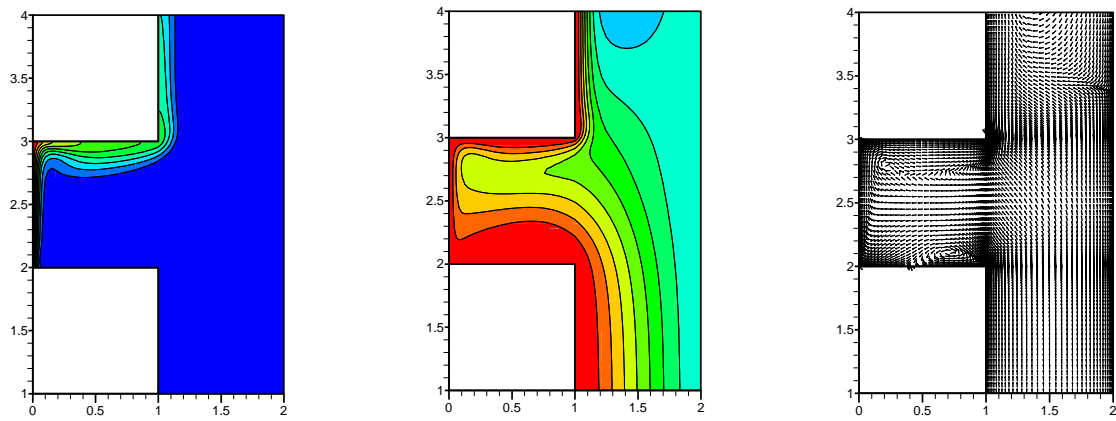


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=5,0$

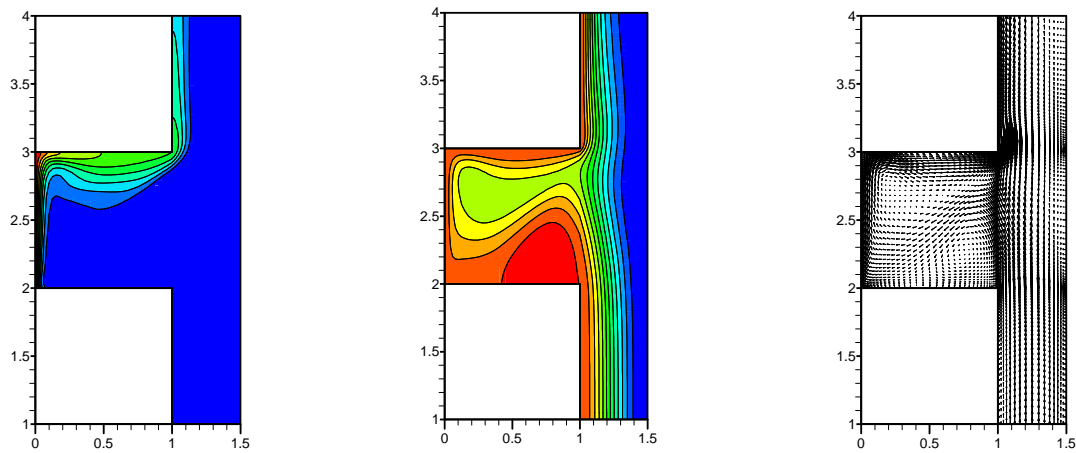


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=2,0$

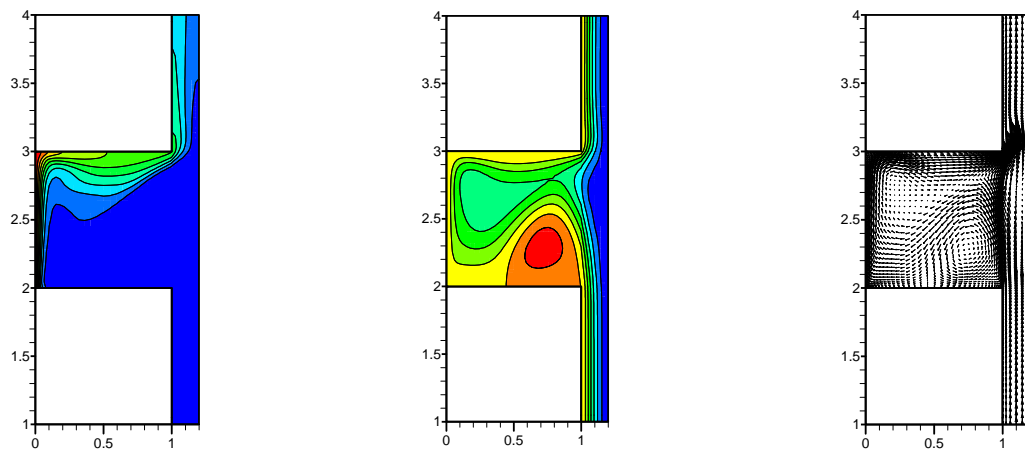
Figura 6.15 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^5$ - parede adiabática.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi|=10,0$

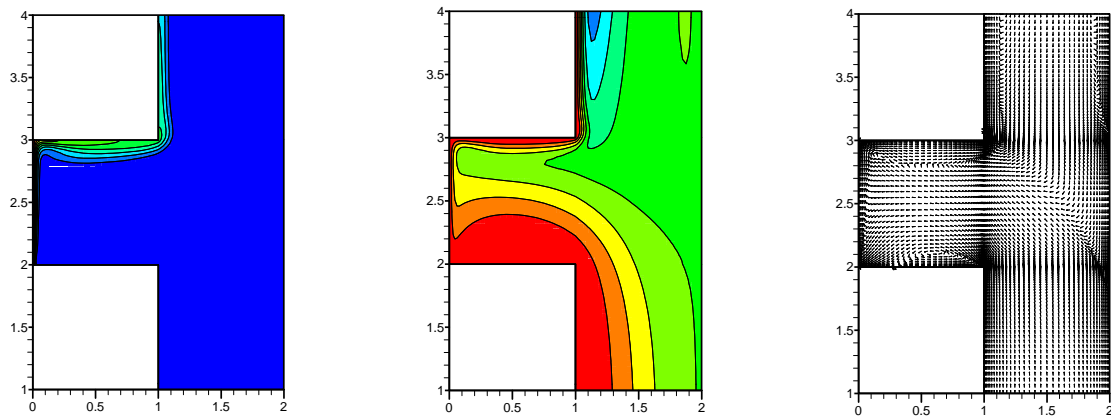


b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi|=10,0$

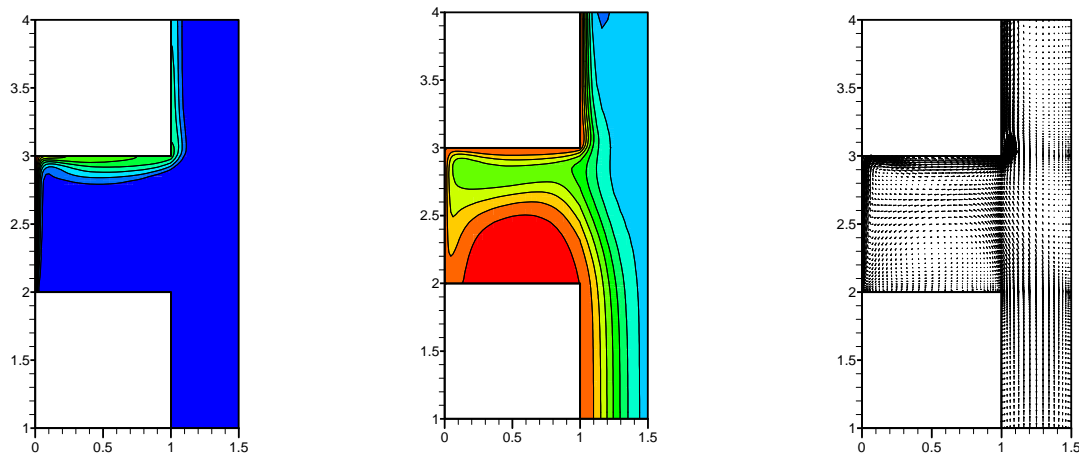


c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi|=10,0$

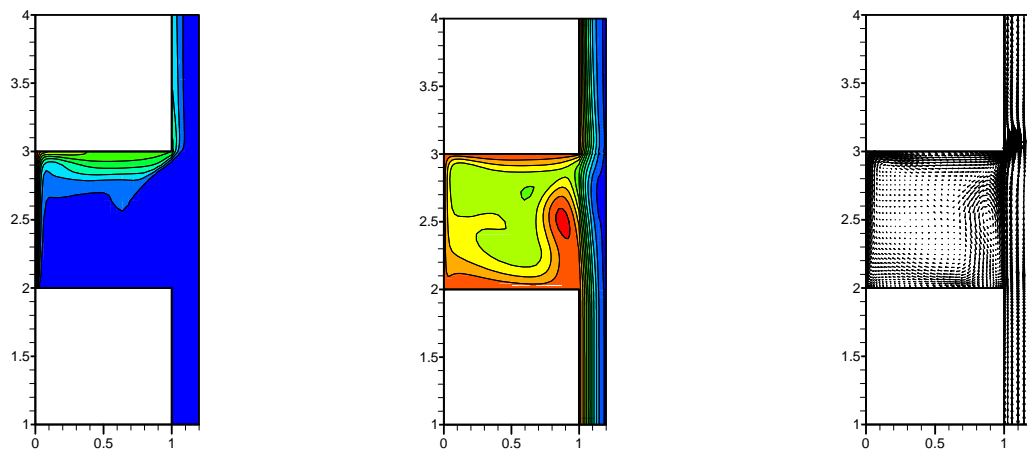
Figura 6.16 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^6$ - parede adiabática.



a) $b/H=1,0$ e $|\Delta\psi| = 20,0$



b) $b/H=0,5$ e $|\Delta\psi| = 20,0$



c) $b/H=0,2$ e $|\Delta\psi| = 20,0$

Figura 6.17 – Isotermas, linhas de corrente e campo vetorial - $Ra=10^7$ - parede adiabática.

Pela análise dos gráficos da figura 6.13, 6.14 e 6.15, nota-se que, para o número de Rayleigh igual a 10^3 e 10^4 (distâncias $b/H= 1,0, 0,5$ e $0,2$), e 10^5 (para a distância $b/H=0,2$), o regime condutivo é predominante. Na figura 6.13c, a temperatura varia de forma quase linear na cavidade somente para $Ra=10^3$ e $b/H=0,2$, o que estabelece que o regime de condução é dominante. Nas figuras 6.13 e 6.14, as linhas de corrente são uniformes e simétricas em relação ao eixo de simetria da cavidade e em relação ao centro do canal vertical, porém, ao contrário da condição de contorno isotérmica, pode ser observado um escoamento significativo no canal para as distâncias $b/H = 0,2$.

Na figura 6.14a, para a distância $b/H=1,0$ e $Ra=10^4$ nota-se que algumas isotermas estendem-se em direção ao canal vertical de modo similar ao comportamento apresentado na parede isotérmica. À medida que o número de Rayleigh aumenta, as isotermas passam ser comprimidas em direção à parede aquecida (ver figura 6.14a). A parcela referente ao regime de convecção vai aumentando e passa a atuar na formação da pluma no canal, da mesma forma, o processo de formação de camada limite na parede aquecida da cavidade pode ser verificado quando comparadas às figuras 6.14a e 6.14b com as figuras 6.15a e 6.15b.

Em termos qualitativos, o comportamento das linhas de corrente e das isotermas para a parede adiabática é semelhante ao apresentado na parede isotérmica para $Ra \geq 10^6$. Na figura 6.18 é constatado que, a condição de contorno adiabática não tem influência significativa no número de Nusselt médio para as distâncias $b/H=0,5$ e $b/H=1,0$, pois os valores do \overline{Nu} obtidos para ambas as distâncias b/H são muito próximos $Ra \geq 10^5$.

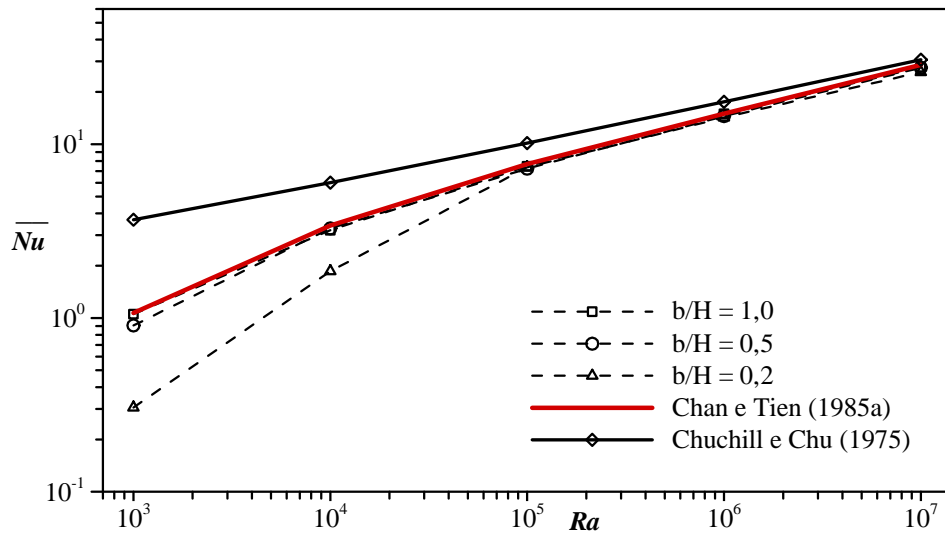


Figura 6.18 – Variação do número de \overline{Nu} em função do número de Ra - parede adiabática.

A figura 6.19 indica, da mesma forma, que os valores de vazão volumétrica na cavidade mantêm a mesma tendência de comportamento apresentada no número de Nusselt médio (figura 6.18). Nota-se que, para valores de $Ra < 10^4$, a vazão volumétrica \dot{m} é baixa e induz uma região de recirculação para a distância $b/H=0,2$.

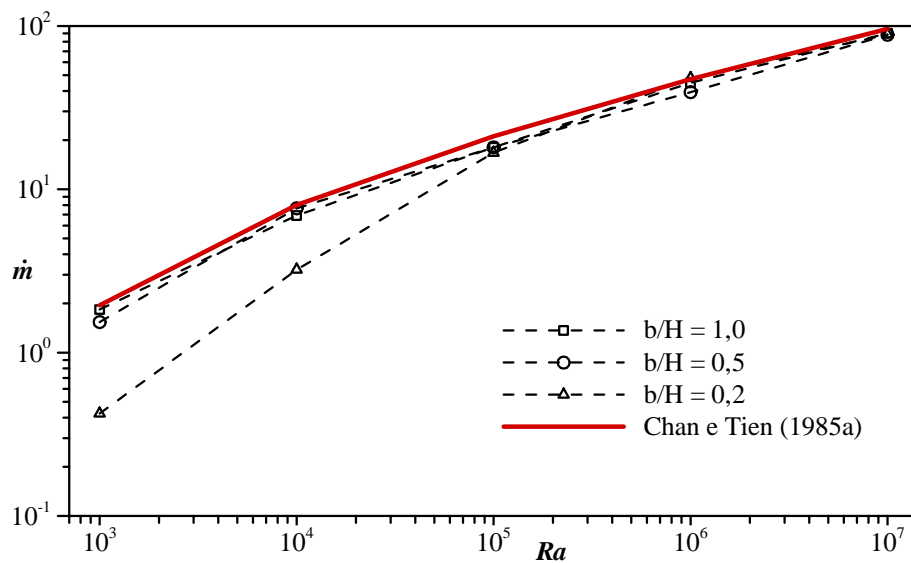


Figura 6.19 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{m} na cavidade - parede adiabática.

De acordo com FRANCO (1999), há a caracterização de uma região de transição do regime condutivo para o convectivo, expressa por meio da relação que resulta da análise de escala efetuada na equação da quantidade de movimento (balanço entre as forças viscosas e de empuxo no canal):

$$Ra \left(\frac{b}{H} \right)^2 \approx 10^4 \quad (6.1)$$

Ainda segundo FRANCO (1999), o domínio $Ra \times b/H$ pode ser dividido em duas regiões: escoamento na cavidade e escoamento no canal. A região de escoamento na cavidade corresponde, para a parede frontal isotérmica, ao caso da cavidade fechada com diferentes temperaturas nas paredes verticais e as horizontais adiabáticas. Para a parede frontal adiabática corresponde ao limite de condução, até para valores moderados do número de Rayleigh. O escoamento no canal apresenta um comportamento similar para valores moderados do número de Rayleigh, independente da condição de contorno da parede frontal.

A formação da camada limite pode ser identificada se comparada às figuras 6.15 e 6.16, quando o mecanismo de transmissão de calor muda de condução dominante para o convectivo, sendo muito similar ao comportamento apresentado para uma parede frontal isotérmica.

Podem ser ainda observadas similaridades entre os resultados para a parede isotérmica e adiabática por meio da comparação entre as figuras 6.20 e 6.10, onde são apresentadas as vazões volumétricas na entrada do canal (\dot{M}_{ent}).

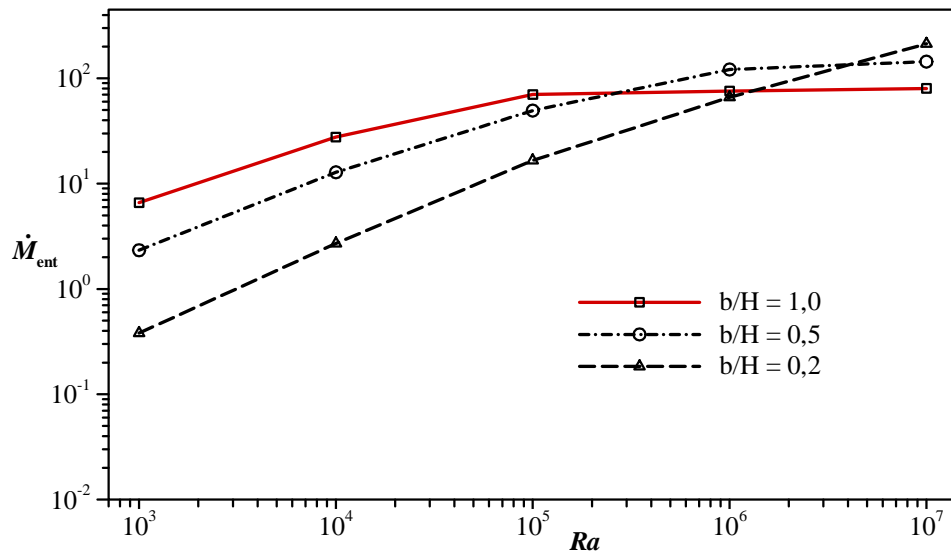
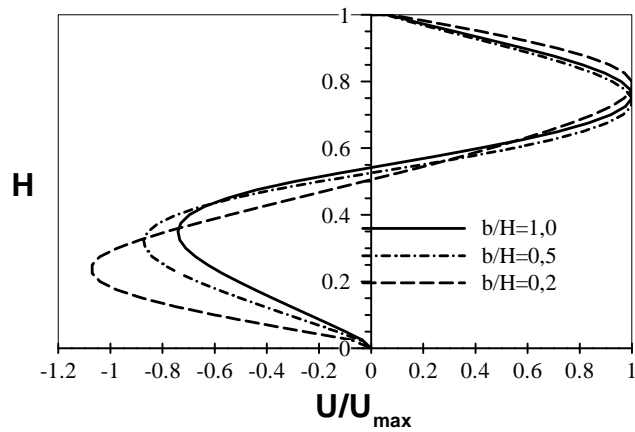


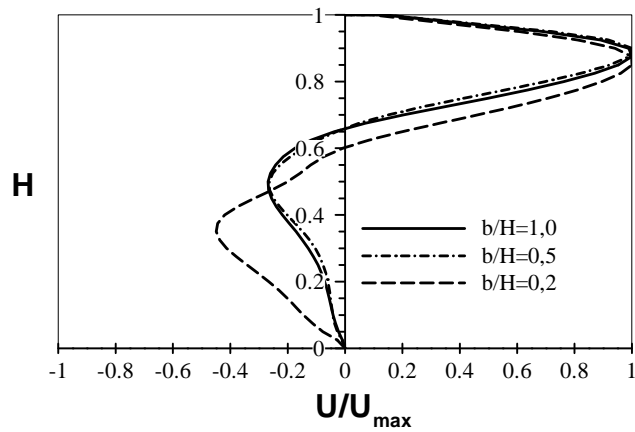
Figura 6.20 – Efeito no número de Ra na vazão volumétrica \dot{M}_{ent} na entrada do canal vertical - parede adiabática.

Na figura 6.21 são mostrados os perfis de velocidade horizontal na abertura da cavidade para $Ra=10^3$, 10^5 e 10^7 respectivamente. Os perfis de velocidade de saída da cavidade para a condição de contorno com parede adiabática, de modo similar, apresentaram qualitativamente as mesmas características encontradas no escoamento com a parede isotérmica. De modo análogo os perfis para as distâncias $b/H=1,0$ e $0,5$ mostraram-se coincidentes para Ra iguais a 10^5 e 10^7 .

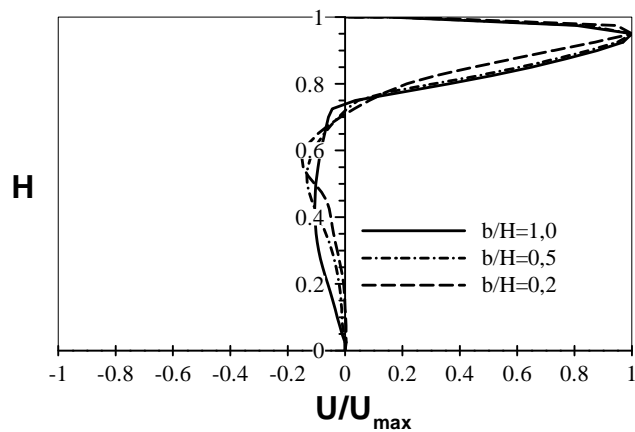
Os perfis de temperatura são apresentados na figura 6.22 para os valores do número de Ra iguais a 10^3 , 10^5 e 10^7 , sendo θ , a temperatura adimensional na abertura da cavidade. Os gráficos indicam a forte influência da distância $b/H=0,2$ no perfil de temperatura para $Ra=10^3$, caracterizando o regime de condução dominante e uma região de estratificação térmica no interior da cavidade como já apontado anteriormente na figura 6.13c.



a) $Ra = 10^3$

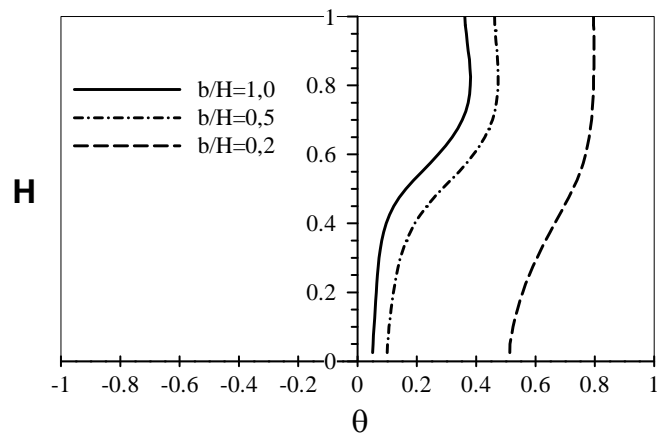


b) $Ra = 10^5$

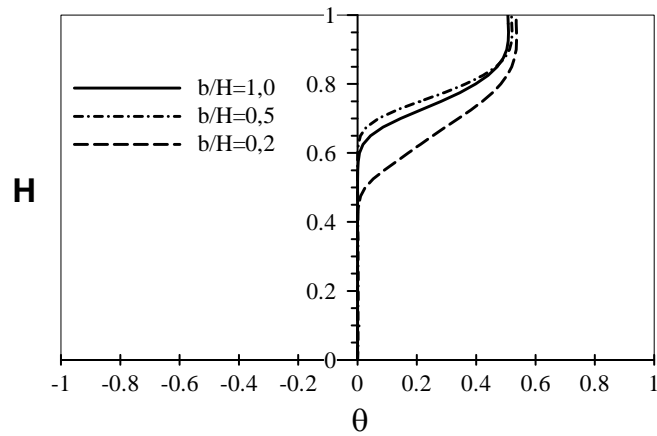


c) $Ra = 10^7$

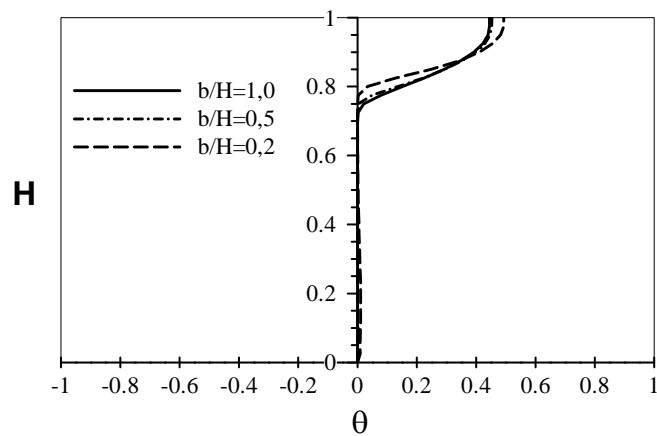
Figura 6.21 – Perfil da componente U da velocidade na abertura da cavidade – parede adiabática.



a) $Ra = 10^3$



b) $Ra = 10^5$



c) $Ra = 10^7$

Figura 6.22 – Perfil de temperatura na abertura da cavidade – parede adiabática.

6.4 Efeito da Distância b/H - Comentários Gerais

A fim de verificar o comportamento geral da influência da distância da parede vertical em frente à cavidade aberta, ou seja, o efeito da razão b/H , as figuras 6.23 a 6.30 apresentam a correlação entre os valores do número de Nusselt médio e da vazão volumétrica na entrada da cavidade em relação ao estreitamento da largura do canal a partir da distância $b/H=1,0$ até $b/H=0,1$, para $Ra=10^4$ a $Ra=10^6$.

Para o regime condutivo, considerando $Ra=10^3$, verifica-se que a curva é suave em relação ao número de Nusselt e a vazão volumétrica. Nota-se que, para a parede isotérmica na distância $b/H=0,5$, há uma região em que o \overline{Nu} apresenta um valor de mínimo. O gráfico da figura 6.23 demonstra que, à medida que a distância b/H tende a zero os valores do \overline{Nu} para a condição em que a parede é isotérmica aproximam-se aos encontrados em uma cavidade aberta com domínio computacional estendido (CHAN & TIEN, 1985a), entretanto, ainda que apresentando características bem distintas em relação ao \overline{Nu} , o gráfico da figura 6.24 indica que as vazões volumétricas para as paredes isotérmica e adiabática apresentam geometrias muito semelhantes, indicando que há um comportamento distinto em relação ao \overline{Nu} quando comparadas as condições de contorno da parede (isotérmica e adiabática).

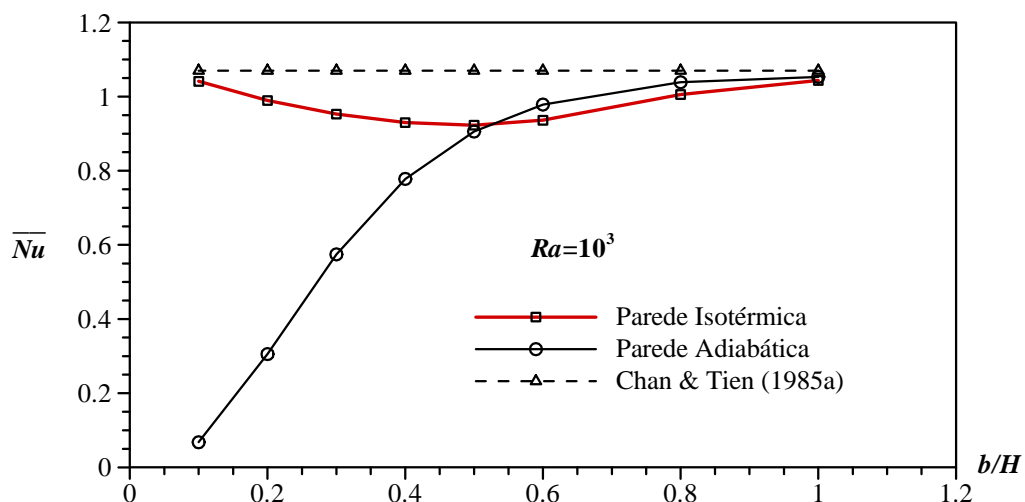


Figura 6.23 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra=10^3$.

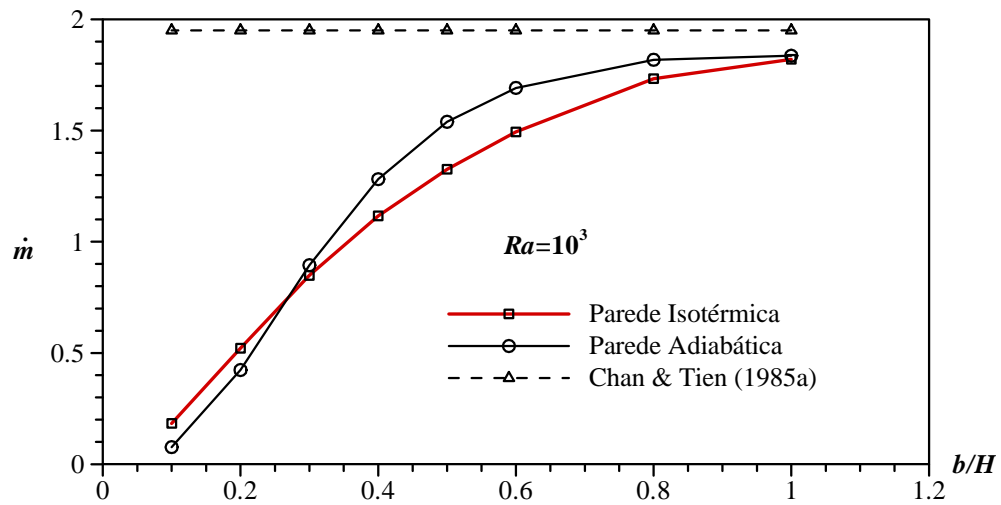


Figura 6.24 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra=10^3$.

Para o regime condutivo, considerando $Ra=10^4$, na figura 6.25, há definido um ponto de máxima transferência de calor localizado aproximadamente na distância $b/H=0,5$ nas paredes isotérmica e adiabática. Os valores do \overline{Nu} para a parede isotérmica do canal, em relação à distância b/H estão distintamente dentro dos limites de máximo (cavidade aberta, CHAN & TIEN, 1985a) e de mínimo (cavidade fechada, HORTMANN *et al.*, 1990). Os valores de \overline{Nu} para a parede isotérmica apresentam-se de modo distinto em relação à condição de contorno para a parede adiabática. Para $b/H \leq 0,2$, os valores estão abaixo dos encontrados em uma cavidade fechada.

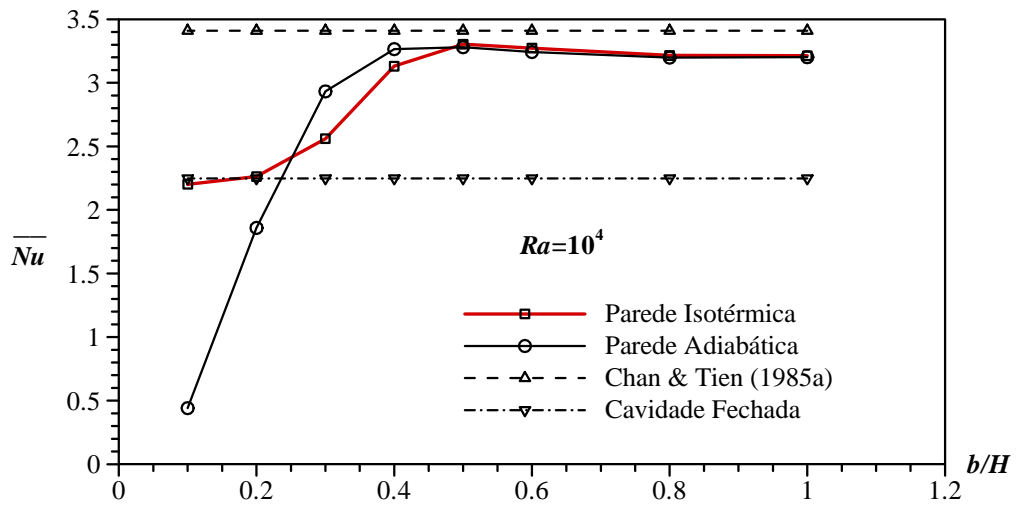


Figura 6.25 – Influência da razão b/H sobre o \bar{Nu} para $Ra = 10^4$.

Na figura 6.26 observa-se que não há diferença significativa nos gráficos da vazão volumétrica para as paredes isotérmica e adiabática.

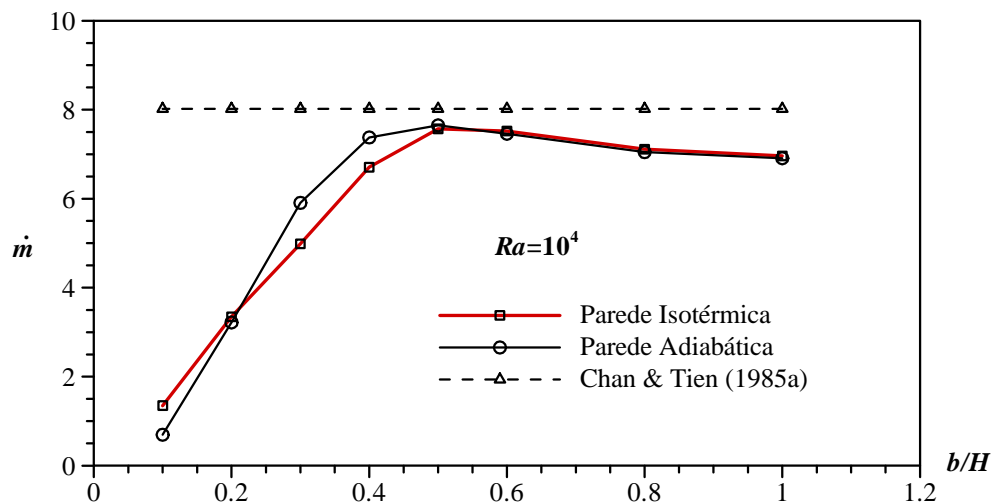


Figura 6.26 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^4$.

Nas figuras 6.27 e 6.29, à medida que o número de Rayleigh aumenta pode ser verificado que o declínio dos valores de \bar{Nu} e \dot{m} ocorre a distâncias b/H cada vez menores. A distância b/H onde ocorre o declínio do \bar{Nu} aproxima-se de 0,3 para

$Ra=10^5$ e $0,2 Ra=10^6$. Nas figuras 6.28 e 6.30, observa-se um ponto de máximo para a vazão volumétrica para a distância $b/H=0,2$ para a condição em que a parede é isotérmica ou adiabática.

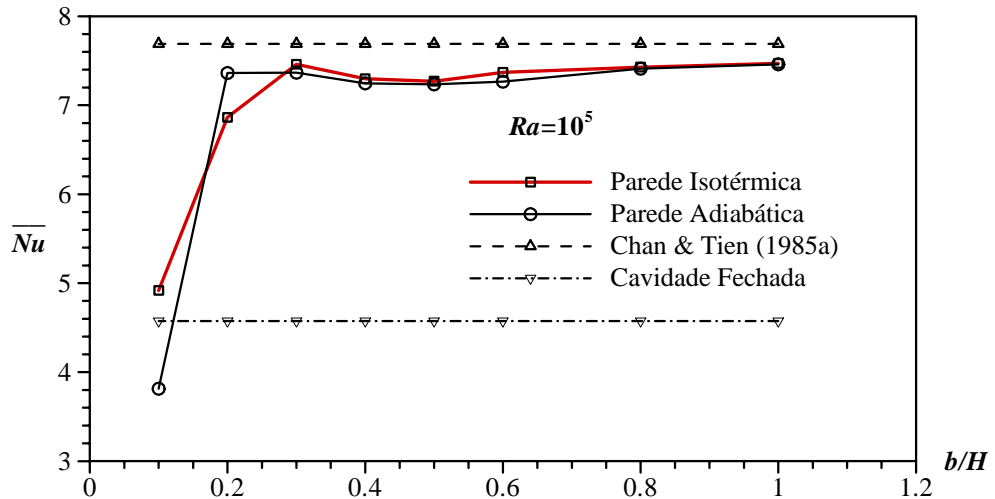


Figura 6.27 – Influência da razão b/H sobre o \bar{Nu} para $Ra = 10^5$.

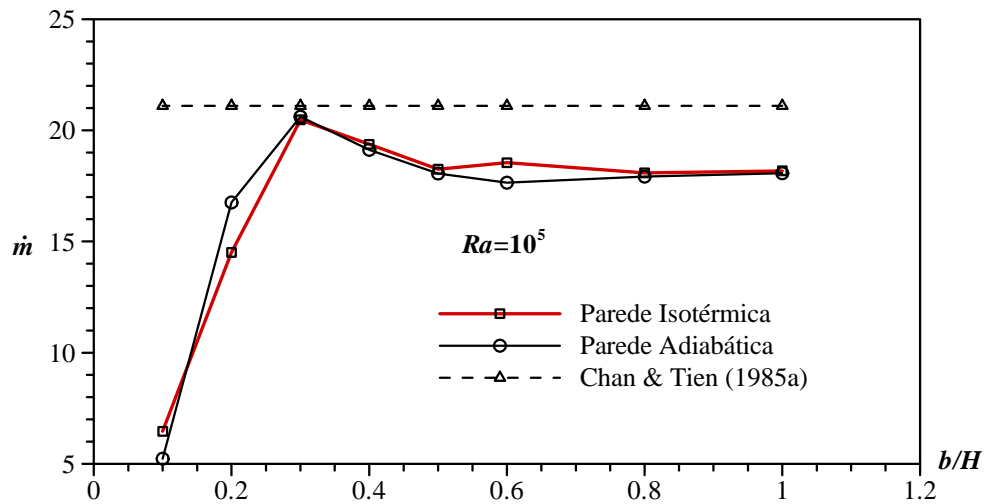


Figura 6.28 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^5$.

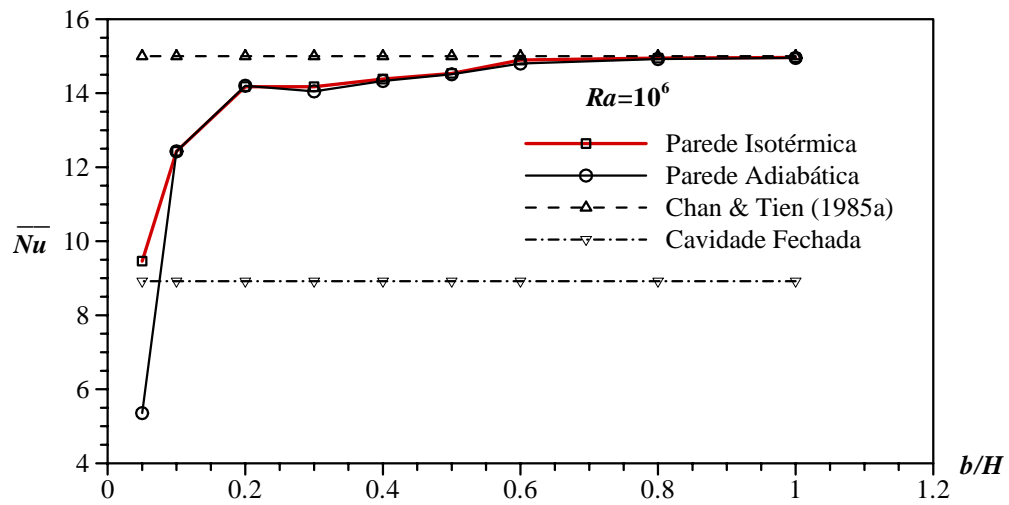


Figura 6.29 – Influência da razão b/H sobre o \overline{Nu} para $Ra = 10^6$.

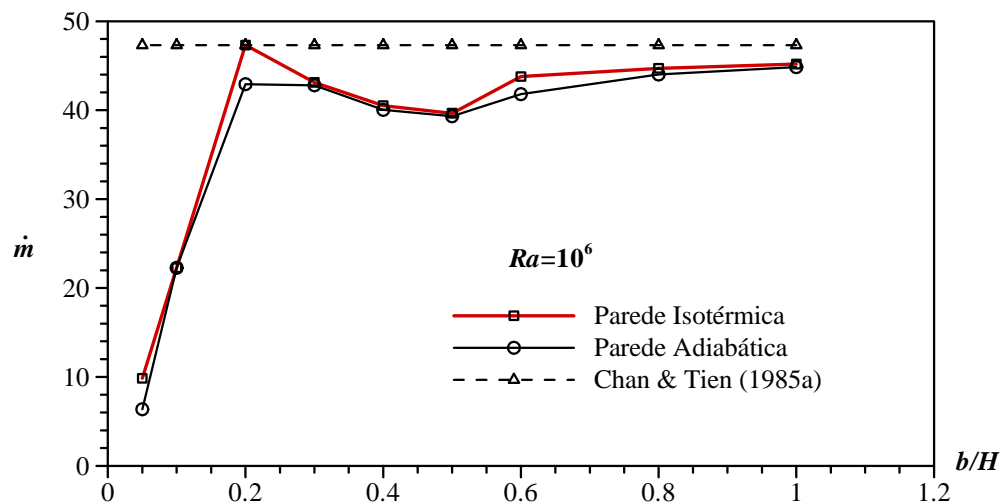


Figura 6.30 – Influência da razão b/H sobre a vazão volumétrica \dot{m} para $Ra = 10^6$.

De modo geral, o número Nusselt médio e a vazão volumétrica apresentados nos gráficos 6.23 a 6.30 estão correlacionados em função da distância b/H da parede frontal à cavidade aberta. As correlações que descrevem o comportamento do número de Nusselt médio (\overline{Nu}) e da vazão volumétrica (\dot{m}) são propostas em equações polinomiais de sexta ordem, por apresentarem os melhores coeficientes de correlação:

- Parede Isotérmica:

$$\overline{Nu} = a_0 + a_1(b/H) + a_2(b/H)^2 + \dots + a_6(b/H)^6 \quad (6.2)$$

e

$$\dot{m} = b_0 + b_1(b/H) + b_2(b/H)^2 + \dots + b_6(b/H)^6; \quad (6.3)$$

- Parede Adiabática:

$$\overline{Nu} = c_0 + c_1(b/H) + c_2(b/H)^2 + \dots + c_6(b/H)^6 \quad (6.4)$$

e

$$\dot{m} = d_0 + d_1(b/H) + d_2(b/H)^2 + \dots + d_6(b/H)^6. \quad (6.5)$$

Os valores dos coeficientes a_0, a_1, \dots, a_6 , b_0, b_1, \dots, b_6 , etc, são apresentados no apêndice E.

7. CONCLUSÕES

Nesse trabalho foi investigado o estudo do escoamento de um fluido newtoniano por meio de convecção natural em regime laminar em uma cavidade quadrada aberta voltada para um canal com parede vertical com condições de contorno isotérmica e adiabática. A cavidade aberta tem uma parede vertical aquecida e as demais paredes horizontais adiabáticas. O principal parâmetro estudado foi a razão de abertura do canal b/H assumindo os seguintes valores 1,0, 0,5, 0,2 e 0,1. A faixa do número de Rayleigh estudada foi de 10^3 a 10^7 e o número de Prandtl foi fixado como 1,0.

No capítulo da revisão bibliográfica, foram apresentadas as principais referências disponíveis na literatura e os conceitos fundamentais para o desenvolvimento deste trabalho. Mediante o estudo de trabalhos relacionados, as informações e características relevantes foram levantadas. Os princípios da convecção natural, estudados em uma placa vertical aquecida e em uma cavidade aberta, foram expostos a fim de ratificar a importância e aplicabilidade desses tipos de problemas na engenharia térmica. Para a aplicação da metodologia numérica foi utilizado o programa comercial PHOENICS, baseado no Método de Volumes Finitos. Este programa foi escolhido por permitir ao usuário a implementação de suas próprias rotinas. Para o acoplamento da equação de conservação de massa e os termos de pressão das equações de Navier-Stokes foi adotado o algoritmo SIMPLEST, o esquema de alta ordem denominado de Híbrido foi aplicado no transporte convectivo.

Foram simulados numericamente os seguintes problemas:

1. Convecção natural em cavidade quadrada fechada com paredes horizontais adiabáticas e com um diferencial de temperatura entre as paredes verticais (HORTMANN,1990);
2. Convecção natural em uma cavidade quadrada aberta, com razão de aspecto $B=1,0$ e $Pr=1,0$ voltada para um meio semi-infinito, com as paredes horizontais adiabáticas e parede vertical mantida a uma temperatura constante, (CHAN & TIEN, 1985a);

3. Convecção natural em uma cavidade aberta quadrada ($B=1,0$), com a parede vertical aquecida e paredes horizontais adiabáticas, tendo uma parede frontal, isotérmica ou adiabática, posicionada em frente da abertura. A razão de abertura do canal b/H assumindo as seguintes valores 1,0, 0,5, 0,2 e 0,1.

Para a condição de contorno para a parede isotérmica e distância $b/H=0,1$ verifica-se que as linhas de corrente e as isotermas assemelham-se aos perfis de uma cavidade quadrada fechada com paredes horizontais adiabáticas e paredes verticais com um diferencial de temperatura.

Para o número de Rayleigh com valores baixos ($Ra \leq 10^4$), o regime condutivo é predominante. A partir de $Ra=10^5$ as isotermas tendem a desaparecer na parte inferior da parede aquecida e são comprimidas na direção da parede aquecida, onde o (\overline{Nu}) apresenta os maiores valores. Há a formação de uma região de recirculação na entrada e na parte inferior da cavidade. A partir de $Ra=10^6$, é muito mais sensível a formação da camada limite na região superior da cavidade.

Na parte superior do canal, observa-se igualmente a formação de uma região de recirculação, ou seja, além da vazão volumétrica proveniente da região inferior do canal, um pequeno fluxo é induzido na saída do canal, o que pode ser percebido pela diferença líquida entre a vazão volumétrica na entrada e saída do canal.

A vazão volumétrica mostrou-se mais sensível à presença da parede frontal do que o número de Nusselt médio, analisado em relação às distâncias da parede frontal (b/H).

O comportamento do número de Nusselt e da vazão volumétrica em relação à condição de contorno com parede adiabática são muito similares a condição de contorno com parede isotérmica para os valores $b/H=0,5$ e $b/H=1,0$, o que pode ser comprovado pela análise das isotermas, das linhas de corrente e dos perfis de velocidade. Para a razão $b/H=0,2$ verifica-se uma distorção das linhas de corrente em direção à parede adiabática de modo muito mais acentuado para $Ra=10^3$ e $Ra=10^4$, onde ainda o modo de condução é predominante.

À medida que a distância b/H aumenta, os valores do número de Nusselt médio e da vazão volumétrica \dot{m} , tendem no limite, aos valores do trabalho de CHAN & TIEN (1985a), ou seja, não é percebida nenhuma influência da parede vertical

isotérmica ou adiabática em frente a cavidade aberta e o problema pode ser tratado normalmente com um domínio estendido.

7.1 Sugestões

Para os trabalhos futuros nesta área, cabem as seguintes sugestões:

- Realizar testes experimentais em laboratório de modo a descrever o fenômeno físico da convecção natural de acordo com as condições de contorno propostas neste trabalho;

- Investigar minuciosamente as condições de contorno da entrada e saída do canal e/ou criar novas geometrias nesta região, por exemplo, um domínio estendido de modo a simplificar as condições de contorno;

- Realizar um estudo alterando a razão b/H e altura Z do canal a fim de verificar sua influência na transferência de calor;

- Alterar o ângulo de inclinação do canal e da cavidade e identificar as regiões de máxima e mínima transferência de calor;

- Investigar com maior rigor o regime transitório para Ra maior que 10^6 ;

- Identificar as distâncias b/H máximas e mínimas em função do número de Rayleigh;

- Investigar processos de transferência conjugada em que haja condução, convecção natural e radiação térmica envolvidas;

- Alterar as condições de contorno das paredes sólidas da cavidade;

- Adicionar fontes de calor internamente na cavidade e no canal;

- Adicionar elementos discretos no interior da cavidade com ou sem dissipação de potência térmica de modo a simular um meio poroso;

- Investigar o efeito da variação do número de Prandtl;

- Utilizar outras alternativas à aproximação Boussinesq;

- Investigar o problema em regime turbulento.

REFERÊNCIAS

- ABDELLAH, B.; MEBROUK, R.; BELKACEM, D.; SALAH, C.; **Laminar Natural Convection in a Vertical Channel with a Sinusoidal Obstruction**, Journal of Applied Sciences, vol. 6 (7), pp 1426-1436, 2006.
- ANGIRASA, D.; POURQUIÉ, M.J.BM.; NIEUWSTADT, F.TM; **Numerical Study of Transient and Steady Laminar Buoyancy-Driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity**, Numerical Heat Transfer, vol. 22, pp 223-239, 1992.
- ARPACI, V.S.; LARSEN, P.S.; **Convection Heat Transfer**, Prentice-Hall, USA, 1984.
- AVELAR, A.C.; **Convecção Natural em Canais Verticais Contendo Elementos Protuberantes: Aquecimento Uniforme e Não Uniforme das Placas**, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, Campinas, 2001.
- BEJAN, ADRIAN; **Convection Heat Transfer**, Editora John Wiley & Sons, 2ª edição, New York , 1995.
- BEJAN, ADRIAN; **Shape and Structure, from Engineering to Nature**, Editora Cambridge University Press, 1ª edição, Cambridge , 2000.
- BRAGA, E.J.; LEMOS, M.J.S.; **Heat transfer in enclosures having a fixed amount of solid material simulated with heterogeneous and homogeneous models**, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 48, pp 4748-4765,. 2005.
- CHAN, Y.L.; TIEN, C.L.; **A Numerical Study of Two-dimensional Natural Convection in Square Open Cavities**, Numerical Heat Transfer, vol. 8, pp 65-80, 1985a.
- CHAN, Y.L.; TIEN, C.L.; **A Numerical Study of Two-dimensional Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities**, International Journal Heat and Mass Transfer, vol. 28, pp 603-612, 1985b.

CHURCHILL, S.W.; CHU, H.H.S.; **Correlating Equations for Laminar and Turbulent Free Convection from a Vertical Plate**, International Journal Heat and Mass Transfer, vol. 18, pp 1323-1329, 1975.

DAVIS, G.V.; JONES, I.P.; **Natural Convection in Square Cavity: a Comparison Exercise**, Int. Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 3, pp 227-248, 1983.

DOUGLAS, J. JR.; **On the Numerical Integration of $\partial^2 u / \partial x^2 + \partial^2 u / \partial y^2 = \partial u / \partial t$ by Implicit Methods**, J. Society of Industrial Applied Mathematics, vol. 3, pp 42-65, 1955.

DEGHAN, A.A.; BEHNIA, M.; **Numerical Investigation of Natural Convection in a Vertical Slot with Two Heat Source Elements**, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 17, pp 474-482, 1996.

FRANCO, A.T.; **Convecção Natural em uma Cavidade Aberta para um Canal**, Tese de Doutorado, Faculdade de Engenharia Mecânica da UNICAMP, Campinas, 1999.

GEBHART, B.; **Natural Convection Flow and Stability**, Adv. Heat Transfer, Part A, vol. 9, pp 273-348, 1973.

GEBHART, B.; JALURIA, Y.; MAHAJAN, R.L.; SAMMAKIA, B.; **Buoyancy-Induced Flows and Transport**, Hemisphere Publish Corporation, New York, 1988.

GRAY, D.D.; GIORGINI, A.; **The Validity of Boussinesq Approximation for Liquids and Gases**, Int. Journal of Heat Mass Transfer, vol. 19, pp 545-551, 1976.

HOLMAN, J.P.; **Transferência de Calor**, Editora McGraw-Hill, 1ª edição, São Paulo, 1983.

HARLOW, F.H.; WELCH, J.E.; **Numerical Calculation of Time-dependent Viscous Incompressible Flow of Fluid with free Surface**, Physical Fluids, vol. 8, pp 21182-2189, 1965.

HINOJOSA, J.F.; ESTRADA, C.A.; CANILLAS, R.E.; ALVAREZ, G.; **Numerical Study of Transient and Steady-State Natural Convection and Surface Thermal**

Radiation in a Horizontal Square Open Cavity, Numerical Heat Transfer, Part A, vol. 48, pp 179-196, 2005.

HIRT, C.W.; NICHOLS, B.D.; ROMERO, N.C.; **SOLA – Numerical Solution Algorithm for Transient Fluid Flow**, Los Alamos Laboratory, Report LA-5582, 1975.

HORTMANN, M.; PERIC, M.; SCHEUERER, G.; **Finite Volume Prediction of Laminar Natural Convection: Bench-mark Solutions**, Int. Journal for Numerical Methods in Fluids, vol. 11, pp 189-207, 1990.

HUMPHREY, J.A.C.; JACOBS, E.W.; **Free-Forced Laminar Flow Convective Heat Transfer from a Square Cavity in a Channel with a Variable Inclination**, Int. Journal Heat Mass Transfer, vol. 24 , pp 1589-1597, 1981.

ISSA, R.I.; **Solution of Implicitly Discretised Fluid Flow Equations by Operator-Splitting**, Journal of Computational Physics, vol. 62 , pp 40-65, 1986.

KHANAFER, K.; VAFAI, K.; **Buoyancy-driven Flow and Heat Transfer in Open-ended Enclosures: Elimination of The Extended Boundaries**, International Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 43, pp 4087-4100, 2000.

LE QUERE, P.; HUMPHREY, J.A.C.; SHERMAN, F.S.; **Numerical Calculation of Thermally Driven Two-dimensional Unsteady Laminar Flow in Cavities of Rectangular Cross Section**, Numerical Heat Transfer, vol. 4, pp 249-283, 1981.

LEONARD, B.P.; **A Stable Accurate Convective Modeling Procedure Based on Quadratic Upstream Interpolation**, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 19, pp 59-88, 1979.

LIU, Y.; PHAN-TIEN, N.; **An Optimum Spacing Problem for Three Chips Mounted on a Vertical Substrate in an Enclosure**, Numerical Heat Transfer, vol. A 37, pp 613-630, 2000.

MALISKA, C.R.; **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**, Editora LTC, 2ª edição, Rio de Janeiro, 2004.

MARCONDES, F.; MALISKA, C.R.; **Treatment of the Inlet Boundary Conditions in Natural – Convection Flows in Open-ended Channels**, Numerical Heat Transfer, vol. B 35, pp 317-345 , 1999.

MARCONDES, F.; MELO, V.S.; GURGEL, J.M.; **Numerical Analysis of Natural Convection in Parallel, Convergent, and Divergent Open-ended Channels**, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, vol. 16, pp 304-323, 2005.

BADE, F.; HALDENWANG, P.; **High Order Scheme Thermally Driven Flows in an Open Channel**, Computers & Fluids, vol. 27, pp 273-290, 1998.

NAKAYAMA, A.; **PC-Aided Numerical Heat Transfer and Convective Flow**, Editora CRC Press, 1ª edição, Flórida , 1995.

OZSUNAR, A.; BASKAYA, S.; SIVRIOGLU, M.; **Numerical Analysis of Grashof Number, Reynolds Number and Inclination Effects on Mixed Convection Heat transfer in Rectangular Cavities**, Int. Comm. Heat Transfer, vol. 28, pp 985-994, 2001.

PATANKAR, S.V. **Numerical Heat Transfer and Fluid Flow**, Editora Taylor & Francis, 1ª edição, USA, 1980.

PEACEMAN, D.W.; RACHFORD, H.H., JR.; **The Numerical Solution of Parabolic and Elliptic Differential Equations**, J. Soc. Industrial Applied Mathematics, vol. 3, pp 28-41, 1955.

PENOT, F.; **Numerical Calculation of Two-dimensional Natural Convection in Isothermal Open Cavities**, Numerical Heat Transfer, vol. 5, pp 421-437, 1982.

SCHLICHTING, H.; **Boundary Layer Theory**, Editora McGraw-Hill, 7ª edição, New York, 1979.

SPALDING, B.; **The PHOENICS Encyclopedia**, CHAM Ltd., London, UK, 2006.

TRITTON, D.J.; **Physical Fluid Dynamics**, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1977.

VAN DOORMAL, J.P.; RAITHBY, G.D.; **Enhancements of the SIMPLE Method for Predicting Incompressible Fluid Flows**, Numerical Heat Transfer, vol. 7, pp 147-163, 1984.

VERSTEEG, H.K; MALALASEKERA, W.; **An Introduction to Computational Fluid Dynamics - The Finite Volume Method**, Editora Pearson Education Ltd., 2^a edição, Harlow, England, 2007.

WINTERTON, R.H.S. **Heat Transfer**, Editora Oxford University Press, 1^a edição, New York, 1997.

ZAMORA, B.; KAISER A.S.; **Optimum Wall-to-wall Spacing in Solar Chimney Shaped Channels in Natural Convection by Numerical Investigation**, Applied Thermal Engineering, vol. 29, pp 762-769, 2009.

APÊNDICE A – ALGORITMO SIMPLEST

De acordo com SPALDING (2006), o PHOENICS usa uma variante do algoritmo SIMPLE, denominada SIMPLEST (*SIMPLEShortened*). Os principais passos em ambos os algoritmos são os mesmos, o SIMPLEST difere do SIMPLE somente no modo como a equação do momento em volumes finitos é formulada, isto é, o termo $\partial V / \partial P$.

A influência da velocidade na direção x no ponto P , isto é u_p , das velocidades ao norte, à leste, à oeste, etc. nos pontos vizinhos, u_N , u_S , u_E , u_W , etc., são representados na equação de volumes finitos do SIMPLE da seguinte maneira:

$$a_p u_p = a_N u_N + a_S u_S + a_E u_E + a_W u_W + \dots, \quad (\text{A.01})$$

sendo a_N , a_S , a_E , a_W , etc., os coeficientes que representam a influência de ambas, a convecção (isto é, fluxo de massa na entrada adjacente na célula) e a difusão (isto é a ação viscosa). Os coeficientes são divididos em duas partes da seguinte forma:

$$a_N = c_N + d_N + \dots \quad (\text{A.02})$$

Isto permite que os termos da equação de volumes finitos possam ser representados como:

$$a_p u_p = c_N u_N + d_N u_N + c_S u_S + d_S u_S + \dots \quad (\text{A.03})$$

O ponto importante é separar os termos convectivos dos termos difusivos e alocá-los nos termos fonte no balanço da equação do momento, sendo os mesmos tratados como constantes conhecidas, portanto:

$$a_p u_p = d_N u_N + d_S u_S + \dots + (c_N u_N + c_S u_S + \dots + fontes) \quad (\text{A.04})$$

Portanto, nesta notação o coeficiente de correção de u_N depende somente de d_N .

APÊNDICE B – FATOR POWER LAW

O Fator *Power Law* (*FPL*) ou fator da lei de potência, é um parâmetro do PHOENICS que ajusta a distância entre as malhas (volumes de controle) do domínio a ser estudado ou o número de intervalos entre os tempos final e inicial (em regime transitório). O *FPL* é aplicado em malhas não uniformes neste trabalho e indicado no PHOENICS por meio de um comando denominado GRDPWR. Este comando tem quatro argumentos, definidos como:

- primeiro argumento: X, Y, Z ou T, indicando qual dimensão está em questão;
- segundo argumento: NX, NY, NZ, ou LSTEP, respectivamente, indicando o número de subdivisões da dimensão;
- terceiro argumento: XULAST, YVLAST, ZWLAST ou TLAST, indica a extensão máxima da dimensão;
- quarto argumento: um número real que indica os tamanhos relativos dos elementos dos seguintes parâmetros, XFRAC, YFRAC, ZFRAC e TFRAC, os quais indicam qual dimensão será dividida.

Como exemplo, a notação GRDPWR(T, 10, 50.0, -2.0), indica um espaçamento temporal para regime transitório para 10 divisões de tempo, o tempo máximo de 50 segundos e o fator de 2,0.

Malhas ou intervalos de tempo com espaçamento do tipo *Power Law* são definidos pela seguinte expressão:

$$TFRAC(i) = 1 - \left(\frac{(LSTEP - i)}{LSTEP} \right)^N, \quad (B.01)$$

sendo,

TFRAC, a fração de divisão do tempo,

LSTEP, o número de subdivisões do intervalo de tempo total,

e *i*, o intervalo.

Se $N = 1$, o espaçamento é uniforme.

Se $N > 1$, o espaçamento não é uniforme e o passo inicial é menor que o passo final.

Se $N < 1$, o espaçamento não é uniforme e o passo inicial é maior que o passo final.

Uma malha simétrica com espaçamento power-law, os limites iniciais e finais de cada dimensão convergem para a região central da malha, esta malha é formada com a inserção de um valor negativo no segundo argumento, ou seja, GRDPWR (T, -10, 50.0, 2.0).

APÊNDICE C - *INFORM*

Neste apêndice é apresentada a linguagem *INFORM* utilizada para a rotina de cálculo de variáveis não disponíveis diretamente no PHOENICS, como por exemplo, número de Nusselt e vazão volumétrica. O algoritmo abaixo refere-se à condição de contorno para a parede vertical isotérmica, $Ra = 10^4$, $b/H = 1,0$ e $FPL = 1,0$.

```

*inform7begin
  *Numero de Nusselt e Vazao Volumetrica*
  *TH = hot wall temperature
  *TC = cold wall temperature
real(TH); TH=1.
real(TC); TC=0.
real(TETH); TETH=1.
real(UAV0); UAV0=0.
real(VAV0); VAV0=0.
real(HCAV); HCAV=1.0
(stored of DELT is TH-TC)
  *Velocidade Adimensional
(STORED OF UADM IS ((U1*1*CP1*RHO1)/KOND))
(STORED OF VADM IS ((V1*1*CP1*RHO1)/KOND))
(stored of MVU at UP is V1[&NY-1&])
(stored of MVD at DOWN is V1[&1&])
(stored of MU is U1)
(stored of TETA is (TEM1-TC)/(DELT))
(stored of DTX is DXU/HCAV)
(stored of DTY is DYV/HCAV)
(stored of UAV is ((U1[-1&&]+U1)/2)/VDIF with if(XG.NE.XG[1&&]))
(stored of UAV is ((UAV0+U1[1&&])/2)/VDIF with if(XG.EQ.XG[1&&]))
(stored of VAV is ((V1[&-1&]+V1)/2)/VDIF)
(stored of VAV at BOTTOM is ((VAV0+V1[&((NY*0.4)+1)&])/2)/VDIF)
(stored of VAV at TOP is ((VAV0+V1[&-1&])/2)/VDIF)

```

(stored of VAV at UP is $((V1+V1[1&])/2)/VDIF$)
 (stored of VAV at DOWN is $V1[1&]/VDIF$)
 *VDIF = velocidade de difuso
 (stored of VDIF is $KOND/(RHO1*CP1*HCAV)$)
 *NULH = Nusselt Local
 (stored of NULH at LEFT is $-((TEM1[1&&]-TH)/(DXU/2))*(HCAV/DELTA)$)
 (stored of NUL is $-((TETA-TETH)/(DTX/2))$ with $if(XG.EQ.XG[1&&])$)
 *NUMH = Nusselt Medio na parede e na saida da cavidade
 (stored of NUMH at LEFT is $((sum(NULH[1&&]*DYV[1&&])/HCAV)$)
 *NMEA = Medium Nusselt Number on hot wall (Second Method)
 *QLOC = Local heat transfer rate on hot wall
 (stored of QLOC at LEFT is $-(KOND[1&&]*(TEM1[1&&]-TH)/(0.5*DXU))*DY$$
 $V[1&&])$
 (stored of NMEA at LEFT is $((sum(QLOC[1&&]*HCAV))/(KOND[1&&]*DELTA*$$
 $HCAV)$)
 (stored of CNE1 is $1E3*DYV*P1$ with $if(XG.EQ.XG[NX&&])$)
 (stored of CNE1 is $CNE1/VDIF$)

*inform7end

Echo InForm settings for Group 13

*inform13begin

* Declaracao dos Patches

REAL(TH, TC)

TC=0; TH=1

PATCH (RESTO,VOLUME,((NX/2)+1),NX,1,NY,1,1,1,1)

PATCH (CAV,VOLUME,1,(NX/2),((NY*2/5)+1),((NY*3/5)),1,1,1,1)

PATCH (RESTO1,VOLUME,((NX/2)+1),NX,1,(NY*2/5),1,1,1,1)

PATCH (RESTO2,VOLUME,((NX/2)+1),NX,((NY*2/5)+1),(NY*3/5),1,1,1,1)

PATCH (RESTO3,VOLUME,((NX/2)+1),NX,((NY*3/5)+1),NY,1,1,1,1)

PATCH (RESTO4,VOLUME,((NX/2)+1),NX,1,1,1,1,1,1)

PATCH (RESTO5,VOLUME,((NX/2)+1),NX,NY,NY,1,1,1,1)

*Linhas de Corrente

(STORED OF VLC AT RESTO IS (VADM+VADM[&-1&])/2 WITH
IF(YG.NE.YG[&1&]
].AND.YG.NE.YG[&NY&]))

(STORED OF VLC AT RESTO IS VADM WITH IF(YG.EQ.YG[&1&]))

(STORED OF VLC AT RESTO IS VADM[&-1&] WITH IF(YG.EQ.YG[&NY&]))

(STORED OF VLC AT CAV IS (VADM+VADM[&-1&])/2 WITH
IF(YG.NE.YG[&((NY\$
*2/5)+1)&].AND.YG.NE.YG[&(NY*3/5)&]))

(STORED OF VLC AT CAV IS VADM/2 WITH IF(YG.EQ.YG[&((NY*2/5)+1)&]))

(STORED OF VLC AT CAV IS VADM[&-1&]/2 WITH
IF(YG.EQ.YG[&(NY*3/5)&]))

(stored of LC AT CAV is 0 with if(XG.EQ.XG[1&&]))

(stored of LC AT CAV is LC[-1&&]-VLC*DXU with if(XG.NE.XG[1&&]))

(stored of LC AT RESTO is LC[-1&&]-VLC*DXU with if(XG.NE.XG[&((NX/2)\$
+1)&&]))

(stored of LC AT RESTO1 is 0 with if(XG.EQ.XG[&((NX/2)+1)&&]))

(stored of LC AT RESTO2 is LC[-1&&]-VLC*DXU)

(stored of LC AT RESTO3 is 0 with if(XG.EQ.XG[&((NX/2)+1)&&]))

*Vazao Volumetrica na cavidade

(STORED OF VAZ AT CAV IS (UADM*DYV) WITH IF(XG.EQ.XG[NX/2&&]))

(STORED OF VAZE AT CAV IS VAZ WITH
IF((XG.EQ.XG[NX/2&&]).AND.(VAZ<=\$
0)))

(STORED OF VAZS AT CAV IS VAZ WITH
IF((XG.EQ.XG[NX/2&&]).AND.(VAZ>=\$
0)))

(STORED OF VVNT AT CAV IS SUM(VAZE[NX/2&&])/(NX/2))

(STORED OF VVPT AT CAV IS SUM(VAZS[NX/2&&])/(NX/2))

(STORED OF VT AT CAV IS $SUM(VAZ[NX/2&&])/(NX/2)$)

*Vazao volumetrica no Canal

(stored of VVU is $VAV*DTX$ with if($YG.EQ.YG[&NY-1&]$))

(stored of VVD is $VAV*DTX$ with if($YG.EQ.YG[&1&]$))

(stored of VVS at UP is $VAV[&NY-1&]*DTX$)

(stored of VVST is $SUM(VVS)$ with if($VVU.GT.0.0$))

(stored of VVE at DOWN is $VAV[&1&]*DTX$)

(stored of VVET is $SUM(VVE)$ with if($VVD.GT.0.0$))

(stored of VVS at UP is $VAV[&NY-1&]*DTX$)

*inform13end

APÊNDICE D – TABELAS COMPARATIVAS PARA UMA CAVIDADE FECHADA

Neste apêndice são apresentadas as tabelas comparativas para as simulações numéricas executadas no programa PHOENICS tendo como caso de estudo o problema de convecção natural em uma cavidade quadrada fechada com gradiente horizontal de temperatura.

Tabela D.1 – Tabela comparativa para $Ra=10^4$, malha não uniforme.

U_{\max}	Ra= 10^4 - Não Uniforme			V_{\max}	Ra= 10^4 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	15,0954	15,8054	4,7036	10x10	18,1414	19,0508	5,0130
20x20	15,8602	16,1327	1,7181	20x20	19,1925	19,4971	1,5871
40x40	16,0955	16,1656	0,4354	40x40	19,5303	19,6166	0,4417
80x80	16,1630	16,1796	0,1025	80x80	19,6082	19,6281	0,1015
160x160	16,1759	16,1742	0,0103	160x160	19,6242	19,6240	0,0009
Nu_{\max}	Ra= 10^4 - Não Uniforme			\overline{Nu}	Ra= 10^4 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	3,6262	3,7714	4,0047	10x10	2,2260	2,2833	2,5743
20x20	3,5585	3,5874	0,8122	20x20	2,2400	2,2573	0,7688
40x40	3,5373	3,5444	0,2000	40x40	2,2436	2,2478	0,1878
80x80	3,5326	3,5343	0,0471	80x80	2,2445	2,2454	0,0413
160x160	3,5313	3,5314	0,0033	160x160	2,2447	2,2446	0,0037

Tabela D.2 – Tabela comparativa para $Ra=10^5$, malha não uniforme.

U_{\max}	Ra= 10^5 - Não Uniforme			V_{\max}	Ra= 10^5 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	33,6327	36,2882	7,8954	10x10	63,5864	66,5570	4,6718
20x20	34,4483	35,1563	2,0554	20x20	68,8421	69,5238	0,9903
40x40	34,6324	34,7600	0,3686	40x40	68,0898	68,2266	0,2009
80x80	34,7132	34,7274	0,0408	80x80	68,5383	68,5743	0,0526
160x160	34,7342	34,7345	0,0008	160x160	68,6239	68,6290	0,0075
320x320	34,7385	34,7108	0,0797	320x320	68,6359	68,6264	0,0139
Nu_{\max}	Ra= 10^5 - Não Uniforme			\overline{Nu}	Ra= 10^5 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	9,0589	9,0831	0,2668	10x10	4,7727	4,7459	0,5604
20x20	8,0665	8,1092	0,5294	20x20	4,5841	4,5804	0,0793
40x40	7,8018	7,8192	0,2228	40x40	4,5373	4,5400	0,0599
80x80	7,8289	7,7452	1,0690	80x80	4,5256	4,5269	0,0287
160x160	7,7252	7,7262	0,0128	160x160	4,5226	4,5227	0,0029
320x320	7,7214	7,7213	0,0013	320x320	4,5219	4,5211	0,0177

Tabela D.3 – Tabela comparativa para $Ra=10^6$, malha não uniforme.

U_{\max}	Ra= 10^6 - Não Uniforme			V_{\max}	Ra= 10^6 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	56,3397	67,4932	19,7969	10x10	247,4110	242,7691	1,8762
20x20	63,3498	67,4071	6,4046	20x20	225,3840	227,0077	0,7204
40x40	64,2963	65,0810	1,2204	40x40	218,1630	219,2722	0,5084
80x80	64,6276	64,7641	0,2113	80x80	220,4970	220,6490	0,0689
160x160	64,7885	64,8235	0,0541	160x160	220,6410	220,5847	0,0255
320x320	64,8249	64,8183	0,0102	320x320	220,5070	220,5725	0,0297
Nu_{\max}	Ra= 10^6 - Não Uniforme			\overline{Nu}	Ra= 10^6 - Não Uniforme		
Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $	Malha	HORTMANN	PHOENICS	$ E(\%) $
10x10	22,8150	20,5536	9,9118	10x10	10,4798	10,1640	3,0134
20x20	20,6270	20,2974	1,5980	20x20	9,2529	9,1474	1,1404
40x40	18,3740	18,4402	0,3603	40x40	8,9313	8,8948	0,4079
80x80	17,7430	17,7527	0,0549	80x80	8,8515	8,8431	0,0942
160x160	17,5870	17,5958	0,0498	160x160	8,8317	8,8318	0,0010
320x320	17,5490	17,5441	0,0281	320x320	8,8268	8,8266	0,0015

APÊNDICE E – TABELAS DE COEFICIENTES

Neste apêndice são apresentados os coeficientes das equações 6.2 a 6.5:

Tabela E.1 – Tabela de coeficientes e fatores de correlação - $Ra=10^3-10^4$.

		Parede Isotérmica				Parede Adiabática			
Ra		\overline{Nu}		\dot{m}		\overline{Nu}		\dot{m}	
10³	a ₀	1,1248	b ₀	-0,0145	c ₀	0,1150	d ₀	0,3420	
	a ₁	-1,1052	b ₁	0,3845	c ₁	-3,3210	d ₁	-8,3391	
	a ₂	3,4962	b ₂	21,9875	c ₂	37,9838	d ₂	74,1350	
	a ₃	-9,4819	b ₃	-70,3655	c ₃	-109,1527	d ₃	-196,5910	
	a ₄	15,7260	b ₄	102,7900	c ₄	149,5686	d ₄	254,2589	
	a ₅	-11,8165	b ₅	-73,6114	c ₅	-101,7884	d ₅	-165,0322	
	a ₆	3,1001	b ₆	20,6495	c ₆	27,6480	d ₆	43,0623	
	R²	1,0000		1,0000		1,0000		1,0000	
10⁴	a ₀	1,5950	b ₀	-4,5255	c ₀	0,6674	d ₀	2,8695	
	a ₁	16,4738	b ₁	104,5322	c ₁	-23,9622	d ₁	-71,5433	
	a ₂	-163,9522	b ₂	-655,5994	c ₂	314,0910	d ₂	678,0375	
	a ₃	736,7455	b ₃	2379,0924	c ₃	-1149,9265	d ₃	-2080,1471	
	a ₄	-1490,4888	b ₄	-4371,8854	c ₄	1928,7595	d ₄	3006,7053	
	a ₅	1373,1160	b ₅	3820,1282	c ₅	-1541,4152	d ₅	-2109,0951	
	a ₆	-470,2758	b ₆	-1264,7809	c ₆	474,9877	d ₆	580,0823	
	R²	0,9982		0,9999		0,9999		0,9999	

Obs.: R^2 é o coeficiente de correlação.

Tabela E.2 – Tabela de coeficientes e fatores de correlação - $Ra=10^5-10^6$.

Ra		Parede Isotérmica				Parede Adiabática			
		\overline{Nu}		\dot{m}		\overline{Nu}		\dot{m}	
10⁵	a ₀	1,3516	b ₀	23,4752	c ₀	-12,2397	d ₀	-12,6447	
	a ₁	41,3452	b ₁	-489,3190	c ₁	275,0317	d ₁	179,0390	
	a ₂	-29,6738	b ₂	4613,5765	c ₂	-1498,6387	d ₂	272,1024	
	a ₃	-370,0510	b ₃	-16970,5540	c ₃	4090,8901	d ₃	-3500,9093	
	a ₄	1084,8063	b ₄	29809,8840	c ₄	-5949,1738	d ₄	8189,2582	
	a ₅	-1130,0034	b ₅	-25017,5310	c ₅	4393,5640	d ₅	-7773,4549	
	a ₆	409,6957	b ₆	8048,6458	c ₆	-1291,9735	d ₆	2664,6801	
R²	0,9997		0,9990		0,9998		0,9994		
10⁶	a ₀	3,8092	b ₀	-3,8341	c ₀	-9,5299	d ₀	-15,0529	
	a ₁	149,6005	b ₁	182,3325	c ₁	415,7433	d ₁	446,1331	
	a ₂	-835,5883	b ₂	2208,5225	c ₂	-2713,4793	d ₂	-250,8901	
	a ₃	2312,2853	b ₃	-15398,0200	c ₃	8530,7125	d ₃	-5372,1882	
	a ₄	-3345,2825	b ₄	35534,4540	c ₄	-13801,0910	d ₄	15989,5420	
	a ₅	2426,6294	b ₅	-34934,8220	c ₅	11037,5400	d ₅	-17048,9380	
	a ₆	-696,4908	b ₆	12456,5610	c ₆	-3444,9465	d ₆	6296,2402	
R²	0,9997		0,9906		0,9972		0,9986		

Obs.: R^2 é o coeficiente de correlação.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)