

Simulação da Aeração de Grãos Armazenados Variando as Condições do Ar Ambiente

por

Luiz Carlos Radtke

Dissertação de Mestrado

Ijuí, RS – Brasil

2009.

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL

DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA

DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

Simulação da Aeração de Grãos Armazenados Variando as Condições do Ar Ambiente

por

Luiz Carlos Radtke

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática da Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul (UNIJUÍ), como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Modelagem Matemática.

Ijuí, RS – Brasil

2009.

UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
DeFEM – DEPARTAMENTO DE FÍSICA, ESTATÍSTICA E MATEMÁTICA
DeTEC – DEPARTAMENTO DE TECNOLOGIA

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação

**“Simulação da Aeração de Grãos Armazenados
Variando as Condições do Ar Ambiente”**

elaborada por

LUIZ CARLOS RADTKE

Como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Modelagem
Matemática

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Oleg A. Khatchatourian (Orientador) – DeFEM

Prof^a. Dr^a. Fabiane Avena de Oliveira – DeFEM

Prof. Dr. Vitor José Petry – UDESC

Ijuí, 27 de Fevereiro de 2009.

*Aos meu pais, Valdir e Leoni,
meus grandes mestres na escola da vida.*

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, por ter se mostrado presente ao longo de toda minha vida.

A minha noiva Juliane pelo apoio em todos os momentos dessa minha caminhada.

A minha mãe Leoni, pelo incansável apoio, incentivo e acima de tudo pelo amor incondicional ao longo de minha vida.

Aos meus irmãos, que mesmo à distância sempre demonstraram apoio.

Ao Professor Dr. Oleg Khatchatourian, pela amizade, dedicação e empenho na orientação deste trabalho.

Aos professores do Mestrado em Modelagem Matemática, pelo conhecimento transmitido, ajuda nos momentos de necessidade e pelas amizades formadas.

Aos meus amigos, colegas e em especial ao Gilberto e ao Fernando sempre prontos para dar seu valioso apoio e oferecer um ombro amigo.

E a todos que de alguma forma contribuíram para que este trabalho acontecesse.

*“É graça divina começar bem.
Graça maior é persistir na caminhada certa.
Mas graças das graças, é não desistir nunca.”*

D. Helder Câmara

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE TABELAS	xii
LISTA DE SÍMBOLOS	xiii
RESUMO	xvi
ABSTRACT	xvii
INTRODUÇÃO	1
1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.1 Massa de grãos	4
1.1.1 Grãos	7
1.1.1.1 Higroscopia dos grãos	8
1.1.2 Ar	9
1.1.2.1 Psicrometria do ar	9
1.1.3 Porosidade da massa de grãos	14
1.2 Aeração	15
1.2.1 Principais objetivos da aeração	15
1.2.1.1 Resfriamento da massa de grãos	16
1.2.1.2 Impedir a migração e condensação de umidade	16
1.2.1.3 Controle de pragas	18
1.2.1.4 Remoção de maus odores	19

1.2.1.5	Secagem limitada	19
1.2.2	Sistema de aeração	19
2	MÉTODOS NUMÉRICOS PARA EQUAÇÕES DIFERENCIAIS	21
2.1	Métodos de diferenças finitas	21
2.2	Problema modelo	22
2.2.1	Discretização	23
2.2.2	Método explícito	24
2.2.3	Análise numérica	25
2.2.3.1	Consistência e erro de truncamento	25
2.2.3.2	Convergência	25
2.2.3.3	Estimativas de erro	26
3	MODELOS MATEMÁTICOS	29
3.1	Introdução	29
3.2	Modelo proposto por Thorpe (2001)	29
3.2.1	Conservação de massa	29
3.2.1.1	Conservação de massa do ar seco	29
3.2.1.2	Conservação de massa de água (umidade)	30
3.2.2	Conservação de energia	31
3.2.2.1	O balanço de energia e umidade expressos em termos da umidade contida no domínio	34

3.2.3	Resolução e implementação computacional do modelo	39
3.3	Modelo proposto por Khatchourian et al. (2005)	44
3.3.1	Balanço de energia	44
3.3.2	Balanço de massa	45
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	47
	CONCLUSÕES	54

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	Psicrômetro.	10
Figura 1.2	Perfil da migração de umidade nos períodos frios.	17
Figura 1.3	Perfil da migração de umidade nos períodos quentes.	18
Figura 2.1	Discretização do domínio em diferenças finitas.	22
Figura 2.2	Esquemas de métodos numéricos baseados em diferenças finitas. . .	22
Figura 3.1	Discretização do domínio	40
Figura 3.2	Discretização do domínio e esquema simplificado do resfriamento. . .	44
Figura 4.1	Esquema da bancada usada na aquisição dos dados experimentais. .	47
Figura 4.2	Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,15$ m.	48
Figura 4.3	Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,27$ m.	49
Figura 4.4	Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,40$ m.	50
Figura 4.5	Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,54$ m.	51
Figura 4.6	Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 0,25$ m.	51

Figura 4.7	Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 0,75$ m.	52
Figura 4.8	Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 1,25$ m.	52
Figura 4.9	Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 1,75$ m.	53
Figura 4.10	Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 2,25$ m.	53

LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1	Constantes empregadas na equação de Chung-Pfost.	6
Tabela 1.2	Constantes empregadas na equação de Henderson modificada. . . .	7
Tabela 1.3	Porosidade da massa de grãos.	14

LISTA DE SÍMBOLOS

A, B, C	Constantes que dependem do produto armazenado (Tabela 1.1);
c_a	Calor específico do ar, $J kg^{-1} ^\circ C$;
c_1	Calor específico do vapor de água, $J kg^{-1} ^\circ C$;
c_{pw}	Calor específico da água, $J kg^{-1} ^\circ C$;
c_σ	Calor específico dos grãos, $J kg^{-1} ^\circ C$;
d_m	Derivada da perda de materia seca em relação ao tempo, $kg s^{-1}$;
d_{hV}	Derivada do calor latente de vaporização em relação à temperatura;
h	Entalpia específica do ar, $J kg^{-1}$;
h_a	Entalpia específica do ar seco, $J kg^{-1}$;
h_1	Entalpia específica da umidade, $J kg^{-1}$;
h_W	Entalpia específica do vapor de água, $J kg^{-1}$;
h_V	Entalpia específica de vaporização da água, $J kg^{-1}$;
h_S	Entalpia diferencial de sorção da água, $J kg^{-1}$;
h	Entalpia específica do ar na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
h_1^0	Entalpia da umidade na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
h_σ^0	Entalpia dos grãos na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
h_W^0	Entalpia específica da água na temperatura de referência θ_W^0 , $J kg^{-1}$;
H	Entalpia específica dos grãos úmidos, $J kg^{-1}$;
H_W	Calor de umedecimento dos grãos, $J kg^{-1}$;
i	Identifica qual o nó está sendo utilizado nos cálculos;
k_{eff}	Condutividade térmica da massa de grãos, $W m^{-1} s^{-1}$;
K, N, G	Constantes que dependem do produto armazenado (Tabela 1.2);
L	Altura da massa de grãos, m ;
n	Localização temporal do nó;
NC	Numero de camadas;
Nt	Número de divisões temporais;

P_V	Pressão parcial de vapor, kPa ;
P_{VS}	Pressão de vapor de saturação, kPa ;
P_{VG}	Pressão de vapor na superfície do grão, kPa ;
P_{atm}	Pressão atmosférica, kPa ;
P_{Va}	Pressão parcial de vapor do ar de aeração, kPa ;
Q_R	Calor de oxidação dos grãos, $J s^{-1} m^{-3}$;
R	Razão de mistura, g vapor de água g^{-1} ar seco;
R_0	Razão de mistura do ar no primeiro nó da massa de grãos, $g g^{-1}$;
R_S	Razão de mistura a pressão de saturação, g vapor de água g^{-1} ar seco;
T	Tempo total de aeração, s ;
T_{BS}	Temperatura de bulbo seco, $^{\circ}C$;
T_{BM}	Temperatura de bulbo molhado, $^{\circ}C$;
T_{PO}	Temperatura do ponto de orvalho, $^{\circ}C$;
T_K	Temperatura do ar, K ;
u_a	Velocidade de Darcy do ar seco, $m s^{-1}$;
u_1	Velocidade de Darcy do vapor de água, $m s^{-1}$;
U	Umidade dos grãos expressa em base seca;
U_0	Teor de água dos grãos no primeiro nó da massa de grãos, $b.s.$;
$U_{b.s.}$	Umidade dos grãos expressa em base seca;
$U_{b.u.}$	Umidade dos grãos expressa em base úmida;
U_R	Umidade relativa do ar, %;
UR_a	Umidade relativa do ar de aeração, %;
U_I	Umidade inicial dos grãos, $b.s.$;
U_{RE}	Umidade relativa de equilíbrio, %;
V_E	Volume específico, $m^3 kg^{-1}$;

Ω	Volume de controle;
ε	Porosidade da massa de grãos, decimal;
Δt	Diferença entre o tempo de simulação atual e o tempo anterior, s;
Δy	Altura da camada, m ;
ρ_a	Densidade do ar seco, $kg\ m^{-3}$;
ρ_1	Densidade do vapor da umidade intersticial, $kg\ m^{-3}$;
ρ_σ	Densidade dos grãos, $kg\ m^{-3}$;
θ	Temperatura dos grãos, $^{\circ}C$;
θ^0	Temperatura de referência (normalmente $0^{\circ}C$), $^{\circ}C$;
θ_a	Temperatura do ar de aeração, $^{\circ}C$;
θ_I	Temperatura inicial dos grãos, $^{\circ}C$;

RESUMO

No Brasil a cada ano temos um aumento significativo no plantio e consumo de grãos, se tornando necessário não somente a ampliação das unidades de armazenamento como também gerando uma preocupação maior com a qualidade do produto armazenado. Diante do fato de que os grãos permanecem por longos períodos armazenados, as variações de temperatura e umidade nestes grãos são os fatores que mais contribuem para a deteriorização do produto, tornando-se necessário um controle rigoroso da temperatura e da umidade durante o armazenamento. Uma das maneiras mais eficazes de realizar este controle é através da aeração. Neste trabalho, realizou-se o estudo e a implementação de dois modelos matemáticos para determinar o comportamento da massa de grãos sujeita a aeração. O primeiro modelo abordado neste trabalho é baseado no modelo proposto por Thorpe (2001), este modelo relaciona as propriedades psicrométricas do ar com as equações de balanço de massa e de energia. O segundo modelo abordado neste trabalho foi baseado no modelo formulado por Khatchatourian et al. (2005) no qual se considera haver conservação de energia entre os grãos e o ar em qualquer instante de tempo, em uma determinada camada. Ambos os modelos apresentam resultados satisfatórios quando comparados com dados experimentais.

ABSTRACT

There is a significant increase in the plantation and consumption of grains with every year in Brazil. It necessitates not only the amplification of the units of grain storage but also provokes a larger attention to the quality of the stored product. As grain mass are stored for a long time, the variation of grain temperature and humidity are factors which bring the greatest contribution in a product deterioration, doing necessary the strict control of temperature and humidity during storage.

One of effective methods to realize this control is aeration. In this work, it was performed the study and implementation of two mathematical models to determine the grain mass behavior under aeration conditions. The first of these models, proposed by Thorpe (2001), relates the psychrometric properties with equations of mass and heat conservation. The second method applied in this work was based on a method proposed by Khatchatourian et al. (2005). In this method, the deep bed has been hypothetically divided into a limited number of thin layers and thermal equilibrium was assumed between the grain and surrounding air. Both of the models present satisfactory coincidence with experimental results.

INTRODUÇÃO

Nas últimas décadas, tem-se discutido a utilização de processos e métodos que garantam a qualidade dos produtos armazenados e não prejudiquem a saúde dos consumidores. Não preocupando-se somente com danos visíveis aos grãos, tem-se trabalhado no sentido de implementar medidas que evitem a degradação nutricional e a contaminação do produto armazenado.

Muitas pesquisas tem sido desenvolvidas visando métodos que não utilizem produtos químicos para controle de pragas no sistema de armazenamento. Entre as opções de controle de armazenagem que não incluem produtos químicos destaca-se a aeração. Na aeração, o ar ambiente é forçado a passar através da massa de grãos armazenados, com o objetivo principal de manter a homogeneidade da temperatura dentro do ambiente armazenado e caso seja possível, resfriar o produto armazenado (Hara & Corrêa, 1981).

Para aplicação do método de aeração dos grãos são utilizados grandes ventiladores juntamente com um sistema de condução do ar até a parte inferior dos silos ou armazéns graneleiros.

Para minimizar o consumo de energia dos ventiladores utilizados, bem como garantir a eficiência do processo de aeração é necessário o conhecimento do que ocorre com a massa de grãos exposta a aeração sob diferentes condições ambientes que é o principal alvo de estudo deste trabalho.

No capítulo 1 é apresentada uma revisão bibliográfica sobre as principais características a serem consideradas frente ao estudo de transferência de calor e massa no ambiente de armazenamento.

No capítulo 2 são apresentados os principais métodos numéricos utilizados para resolução de equações diferenciais parciais, em especial os métodos de

diferenças finitas sendo destacado o método de Euler explícito utilizado neste trabalho para resolução do modelo proposto por Thorpe (2001).

No capítulo 3 são apresentados dois modelos: O primeiro modelo proposto por Thorpe (2001) que leva em consideração as relações psicrométricas nas equações de balanço de massa e energia. O segundo baseado no modelo proposto por Khatchatourian et al. (2005) que considera haver conservação de energia em qualquer camada para qualquer tempo.

No capítulo 4 são apresentados os resultados obtidos através das simulações para ambos os modelos e comparados com os dados experimentais.

Finalmente no capítulo 5 são apresentadas as conclusões pertinentes obtidas pelas comparações entre os dados experimentais e as simulações.

1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O Brasil dispõe de enormes áreas adequadas à produção de grãos, sendo que milhares de municípios tem na agricultura sua principal atividade econômica, tendo como exemplo a região noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, que se destaca na produção de cereais e oleaginosas.

Mas a produção de grãos não consiste somente no plantio e na colheita, há outro elemento importante que faz parte deste processo, o qual se traduz no armazenamento da produção.

No Brasil, a estrutura da rede de armazenagem de grãos é composta por unidades armazenadoras, que podem ser classificadas sob três critérios:

- a) Entidades a que pertencem - órgãos governamentais, cooperativas e particulares;
- b) Localização - a nível de fazenda, coletoras, subterminais e terminais; e
- c) Tipos de edificação - convencional e a granel.

Frente ao item c, destacamos a utilização do armazenamento a granel para o acondicionamento de grandes quantidades de grãos. Sendo que os tipos de edificação a granel podem possuir em suas estruturas silos metálicos, silos em concreto e, ou, armazéns graneleiros.

Tendo em vista o armazenamento destes grãos por elevados períodos de tempo, devido a espera de melhores preços e, ou, controle de abastecimento, faz-se necessário o uso de um dispositivo para manutenção da qualidade dos grãos.

Um dispositivo que é bastante difundido é a aeração, empregada desde a década de 40 nos Estados Unidos e na Europa, assim:

A aeração consiste na movimentação forçada do ar ambiente adequado através da massa de grãos, com o objetivo geral de diminuir e uniformizar a temperatura, propiciando a essa massa condições favoráveis para conservação da qualidade durante um período de tempo prolongado (Pereira, 1995).

Dessa forma a aeração tem como principal objetivo controlar o microclima da massa de grãos, evitando assim perdas de qualidade e ataque de fungos e insetos.

1.1 Massa de grãos

A massa de grãos pode ser considerada um sistema ecológico, onde os organismos vivos (componentes biológicos) e o meio ambiente do interior da massa, onde há componentes que não são organismos vivos (meio abiótico) interagem entre si. Neste sistema, o principal organismo vivo é o grão e a deterioração dos mesmos resulta da interação entre variáveis físicas, químicas e biológicas (Pereira, 1995).

Para entendermos melhor o que ocorre neste meio ecológico faz-se necessário conhecermos as propriedades dos grãos que tem maior relevância em um sistema de armazenamento, que são:

- a) Porosidade - É a relação entre o volume ocupado pelo ar existente na massa de grãos e o volume total ocupado por esta massa, tendo grande influência sobre a pressão de fluxo de ar que atravessa a massa de grãos;
- b) Condutividade térmica - É a taxa de calor que flui por condução normal a uma superfície por unidade de tempo, quando é estabelecido um gradiente de temperatura entre esta superfície e outra paralela. O valor desta propriedade varia de acordo com a espécie de grão, sua umidade e temperatura, sendo sempre muito baixo, o que possibilita que o microclima modificado seja mantido por um período considerável depois que o processo de aeração ocorre;

- c) Difusividade térmica - É a variação de temperatura produzida em um volume unitário de determinada substância pela quantidade de energia fluindo entre duas faces na unidade de tempo, esta propriedade é importante porque expressa quão rapidamente um corpo se ajusta por inteiro à temperatura de seu entorno;
- d) Ângulo de repouso - É o ângulo máximo do talude formado pelos grãos na horizontal, sendo influenciado pelo teor de água, pelo tamanho, e pela forma e constituição externa do grão. O ângulo de repouso interfere na uniformidade da distribuição de ar dentro de uma estrutura de armazenagem durante o processo de aeração;
- e) Massa específica granular - Traduz-se na razão entre a massa total e o volume de uma quantidade de produto, é utilizada como parâmetro na avaliação de qualidade de alguns produtos, na determinação do teor de água e na estimativa de danos causados por pragas, entre outros;
- f) Massa específica aparente - É a razão entre a massa total e o volume, excluindo os espaços intergranulares;
- g) Calor específico - É a quantidade de energia térmica requerida para aumentar a temperatura de 1 kg de produto em $1^{\circ}C$. Esta propriedade influencia os processos de transferência de calor e massa durante a aeração;
- h) Calor latente de vaporização - É o calor aplicado à água que causa sua mudança de estado líquido para vapor;
- i) Entalpia diferencial de umedecimento - É a redução de energia que ocorre quando 1 kg de água pode ser adicionado uniformemente a massa de grãos de maneira que à unidade dos grãos não seja alterada significativamente; e
- j) Entalpia diferencial de sorção - É a energia total requerida para remover uma unidade de massa de água da massa de grãos. Este valor é a

diferença entre o calor latente de vaporização e a entalpia diferencial de umedecimento (Navarro & Noyes, 2001).

Em uma massa de grãos armazenados, com determinada umidade e temperatura, a temperatura e a umidade do espaço intergranular estarão em equilíbrio com essas condições do grão, desta forma, a temperatura do ar e a temperatura do grão serão iguais, e a umidade relativa de equilíbrio (U_{RE}) do ar será determinada pela umidade e temperatura do grão.

Segundo Brooker et al. (1992), existe uma variedade de modelos matemáticos empregados na estimativa da umidade relativa de equilíbrio. Dentre estes modelos, os mais utilizados são as equações de Chung-Pfost (1.1) e de Henderson modificada (1.2).

$$U_{RE} = 100 \exp \left[-\frac{A}{\theta + C} \exp(-BU_{b.s.}) \right] \quad (1.1)$$

$$U_{RE} = 100 \{1 - \exp[-K(\theta + G)(100U_{b.s.})^N]\} \quad (1.2)$$

onde:

- U_{RE} - Umidade relativa de equilíbrio, %;
- A, B, C - Constantes que dependem do produto armazenado (Tabela 1.1);
- K, N, G - Constantes que dependem do produto armazenado (Tabela 1.2);
- $U_{b.s.}$ - Umidade dos grãos expressa em base seca;
- θ - Temperatura dos grãos, $^{\circ}C$.

Produto	A	B	C
Arroz	594,65	21,733	35,703
Cevada	761,74	19,889	91,323
Milho	312,31	16,958	30,205
Soja	138,45	14,967	24,576
Sorgo	1099,68	19,644	102,849
Trigo	725,59	23,607	35,662

Fonte: Pfost et al. (1976).

Tabela 1.1: Constantes empregadas na equação de Chung-Pfost.

Produto	K	N	G
Arroz	$1,9187 \times 10^{-5}$	2,4451	51,161
Cevada	$2,2919 \times 10^{-5}$	2,0123	195,267
Milho	$8,6541 \times 10^{-5}$	1,8634	49,81
Soja	$50,3633 \times 10^{-5}$	1,3628	43,016
Sorgo	$8,532 \times 10^{-5}$	2,4757	113,725
Trigo	$1,23 \times 10^{-5}$	2,5558	64,436

Fonte: Pfost et al. (1976).

Tabela 1.2: Constantes empregadas na equação de Henderson modificada.

1.1.1 Grãos

O principal fator biótico da massa de grãos é o grão, pois todas as ações envolvidas no gerenciamento de um sistema de armazenamento visam a sua preservação.

O grão é composto por substância sólida (matéria seca (m_s)) e por uma porcentagem de água (massa de água (m_w)), a umidade do grão geralmente é expressa em base seca ($U_{b.s.}$) ou base úmida ($U_{b.u.}$). A umidade em base úmida expressa a razão entre a massa de água e a massa total de produto (1.3) e na base seca expressa a razão entre a massa de água e a massa de matéria seca do produto (1.4).

$$U_{b.u.} = \frac{m_w}{m_s + m_w} \quad (1.3)$$

$$U_{b.s.} = \frac{m_w}{m_s} \quad (1.4)$$

O grão é considerado um organismo vivo com atividade fisiológica reduzida, podendo permanecer assim por longos períodos. Esta baixa atividade fisiológica se deve a baixos teores de água necessários para garantir uma armazenagem segura. Altos valores de umidade combinados com valores de temperatura inadequados podem causar a germinação dos grãos, resultando em perdas do seu valor nutritivo e impedindo um armazenamento seguro (Navarro & Noyes, 2001).

Para uma armazenagem segura se faz necessário a manutenção da umidade dos grãos entre 12 e 13% b.u., juntamente com o controle de temperatura que dever ser mantida entre 16 e 18°C. Este controle de temperatura é bem atendido pelo sistema de aeração que faz a uniformização e possivelmente a redução da temperatura do produto armazenado.

1.1.1.1 Higroscopia dos grãos

O grão das diferentes espécies de cereais, de oleaginosas e de outras culturas, tem natureza higroscópica, isto é, de acordo com as condições de temperatura e umidade relativa do ar ambiente onde o grão se encontra, ele pode ganhar umidade (absorção) ou perder umidade (dissorção). Para cada combinação de temperatura e umidade relativa do ar há somente um teor de umidade do grão que se mantém em equilíbrio, este teor de umidade é denominado de umidade de equilíbrio do grão.

A higroscopicidade ocorre devido a diferença de valores de pressão de vapor do ar (P_V) e a pressão de vapor na superfície do grão (P_{VG}). Existem três situações de fluxo de umidade que podem ocorrer.

- a) Se $P_{VG} > P_V$, ocorre a dissorção;
- b) Se $P_{VG} < P_V$, ocorre a absorção; e
- c) Se $P_{VG} = P_V$, tem-se o equilíbrio higroscópico, nesta situação não há fluxo de umidade.

Com a aplicação da aeração através da renovação do ar intergranular pretende-se reduzir a pressão de vapor no ar, reduzindo ou até mesmo eliminando o gradiente de pressão de vapor, evitando assim o fluxo de migração de umidade entre o ar e os grãos.

1.1.2 Ar

As características do ar intergranular são relevantes para a manutenção da qualidade no armazenamento, o ar representa em média 40 a 55% do volume total de massa. Uma característica relevante é o fato que o ar intergranular não é estático, ele move-se no interior da massa armazenada devido a diferença de densidade do ar quente e frio formando correntes de convecção.

As correntes de convecção movem o ar das regiões mais quentes para regiões mais frias, com isso, o ar quente perde calor apresentando o aumento da umidade relativa, desta forma o ar cede parte da umidade para os grãos ocasionando a migração de umidade na massa de grãos (Radtke, 2007).

1.1.2.1 Psicrometria do ar

No processo de aeração de grãos armazenados, as relações psicrométricas são de grande utilidade sobre as condições do ar ambiente e de aeração. As principais propriedades psicrométricas do ar que afetam o processo de aeração são:

- a) Temperatura de bulbo seco e bulbo molhado;
- b) Pressão parcial de vapor;
- c) Razão de mistura;
- d) Umidade relativa;
- e) Temperatura do ponto de orvalho;
- f) Volume específico; e
- g) Entalpia.

A temperatura de bulbo seco (T_{BS}) e a temperatura de bulbo molhado (T_{BM}) são determinadas por um psicrômetro. O psicrômetro é um aparelho cons-

tituído por dois termômetros idênticos colocados um ao lado do outro. A diferença entre os dois termômetros é que um deles trabalha com o bulbo seco e o outro com o bulbo molhado.

O termômetro de bulbo molhado tem o bulbo coberto por uma malha porosa (geralmente de algodão), que fica mergulhada num recipiente contendo água destilada. Esta malha fica constantemente úmida devido ao efeito de capilaridade. A evaporação da água contida na malha envolvente retira calor do bulbo, fazendo com que o termômetro de bulbo úmido indique uma temperatura mais baixa do que a do outro termômetro, que indica a temperatura ambiente. Essa evaporação, e conseqüentemente a redução na temperatura de bulbo úmido, é tanto maior quanto mais seco está o ar atmosférico e é nula quando a atmosfera está saturada de vapor de água.

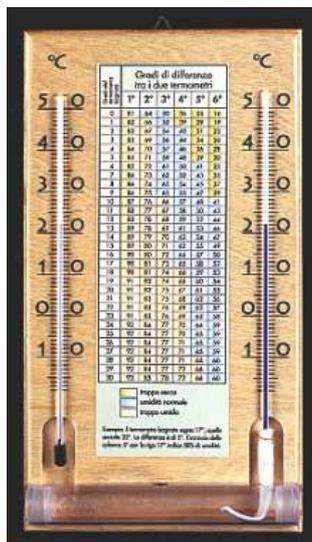


Figura 1.1: Psicrômetro.

Pressão parcial de vapor é definida como a pressão exercida pelas moléculas de vapor de água existentes na atmosfera, quando o ar contém o máximo de vapor de água permissível diz-se que ele encontra-se saturado então a pressão de vapor é denominada de pressão de saturação. Ressalta-se que a quantidade de vapor que pode existir em uma atmosfera depende da sua temperatura. Para temperaturas

mais elevadas podemos ter mais quantidade de vapor do que para temperaturas mais baixas.

A pressão de vapor de saturação pode ser estimada utilizando-se a equação (1.5) ou (1.6), propostas por Wilhelm (1976) dependendo da faixa de temperatura considerada. Para temperatura entre -40 e $0^{\circ}C$ é aplicada a equação (1.5) e para temperatura entre 0 e $120^{\circ}C$ é aplicada a equação (1.6).

$$P_{VS} = \exp \left(24,2779 - \frac{6238,64}{T_K} - 0,344438 \ln(T_K) \right) \quad (1.5)$$

$$P_{VS} = \exp \left[\frac{-7511,52}{T_K} + 89,63121 + 0,0239989T_K - 1,1654551 \times 10^{-5}T_K^2 - \right. \\ \left. -1,2810336 \times 10^{-8}T_K^3 - 2,0998405 \times 10^{-11}T_K^4 - 12,150799 \ln(T_K) \right] \quad (1.6)$$

onde:

- P_{VS} - Pressão de vapor de saturação, kPa ;
- T_K - Temperatura do ar, K .

A pressão parcial de vapor é calculada pela equação (1.7) apresentada por Wilhelm (1976).

$$P_V = \frac{P_{atm}R}{0,622 + R} \quad (1.7)$$

onde:

- P_V - Pressão parcial de vapor, kPa ;
- P_{atm} - Pressão atmosférica, kPa ;
- R - Razão de mistura, g vapor de água g^{-1} ar seco.

A razão de mistura é a razão entre a massa de vapor de água e a massa de ar seco em um dado volume de mistura. Quando as temperaturas de bulbo seco e bulbo molhado são conhecidas, a razão de mistura pode ser calculada pela equação (1.8) (Wilhelm, 1976).

$$R = \frac{(2501 - 2,41T_{BM})R_S - 1,006(T_{BS} - T_{BM})}{2401 + 1,775T_{BS} - 4,186T_{BM}} \quad (1.8)$$

onde:

- R - Razão de mistura, g vapor de água g^{-1} ar seco;
- R_S - Razão de mistura a pressão de vapor de saturação, $g g^{-1}$;
- T_{BS} - Temperatura de bulbo seco, $^{\circ}C$;
- T_{BM} - Temperatura de bulbo molhado, $^{\circ}C$.

A razão de mistura a pressão de vapor de saturação é calculada pela equação (1.9).

$$R_S = 0.6219 \left(\frac{P_{VS}}{P_{atm} - P_{VS}} \right) \quad (1.9)$$

onde:

- R_S - Razão de mistura a pressão de vapor de saturação, $g g^{-1}$;
- P_{VS} - Pressão de vapor de saturação, kPa ;
- P_{atm} - Pressão atmosférica, kPa .

A umidade relativa do ar é a relação entre a quantidade de vapor de água presente no ambiente e aquela que prevaleceria em condições saturadas mantendo a mesma temperatura, sendo expressa em porcentagem. Ou seja, a umidade relativa é a razão entre a pressão de vapor exercida pelas moléculas de água presentes no ar e a pressão de saturação, na mesma temperatura, como mostra a equação (1.10) (Navarro & Noyes, 2001).

$$U_R = 100 \frac{P_V}{P_{VS}} \quad (1.10)$$

onde:

- U_R - Umidade relativa do ar, %;
- P_V - Pressão parcial de vapor, kPa ;
- P_{VS} - Pressão de vapor de saturação, kPa .

Quando a umidade relativa do ar para uma determinada temperatura é 100%, o ar está saturado com vapor de água e sua umidade não poderá aumentar.

Temperatura do ponto de orvalho é aquela na qual o vapor de água começa a se condensar por um processo de resfriamento, mantendo-se constantes a

pressão de vapor e a razão de mistura. Esta propriedade deve ser avaliada durante os processos de aeração por ser responsável pelo processo de condensação nos ambientes de armazenamento.

Wilhelm (1976) propôs a utilização de três equações para o cálculo da temperatura de ponto de orvalho, dependendo da faixa de temperatura considerada. Para temperaturas inferiores a $0^{\circ}C$ deve ser utilizada a equação (1.11), para temperaturas entre 0 e $50^{\circ}C$ a equação (1.12) e para temperaturas entre 50 e $110^{\circ}C$ a equação (1.13).

$$T_{PO} = 5,994 + 12,41 \ln(P_V) + 0,427 \ln^2(P_V) \quad (1.11)$$

$$T_{PO} = 6,938 + 14,38 \ln(P_V) + 1,079 \ln^2(P_V) \quad (1.12)$$

$$T_{PO} = 13,8 + 9,478 \ln(P_V) + 1,991 \ln^2(P_V) \quad (1.13)$$

onde:

T_{PO} - Temperatura do ponto de orvalho, $^{\circ}C$;

P_V - Pressão parcial de vapor, kPa ;

O volume específico é definido como o volume ocupado pela massa de ar seco mais vapor d'água por unidade de massa de ar seco. E pode ser calculado utilizando a equação (1.14) (Wilhelm, 1976).

$$V_E = \frac{0,28705 T_K}{P_{atm}} (1 + 1,6078 R) \quad (1.14)$$

onde:

V_E - volume específico, $m^3 kg^{-1}$;

P_{atm} - Pressão atmosférica, kPa ;

T_K - Temperatura do ar, K ;

R - Razão de mistura, g vapor de água g^{-1} ar seco.

A entalpia específica do ar é a energia de ar úmido por unidade de massa de ar seco, para temperaturas superiores a uma temperatura de referência

(normalmente $0^{\circ}C$), Wilhelm (1976) propôs a utilização da equação (1.15) para calcular a entalpia específica do ar.

$$h = 1,006(T_K - 273,15) + R[2501 + 1,775(T_K - 273,15)] \quad (1.15)$$

onde:

- h - Entalpia específica do ar, $kJ\ kg^{-1}$;
- T_K - Temperatura do ar, K ;
- R - Razão de mistura, g vapor de água g^{-1} ar seco.

1.1.3 Porosidade da massa de grãos

Os grãos armazenados formam uma massa porosa, constituída pelos grãos e os espaços intergranulares. A porosidade da massa de grãos é determinada pela razão entre o volume de vazios (espaço intergranular) e o volume total. Do ponto de vista da aeração, a porosidade é extremamente importante, visto que a passagem do ar de aeração acontece nos espaços intergranulares.

Espécie de Grão	Teor de Umidade (% base úmida)	Massa Específica (kg/m^3)	Porosidade (%)
Arroz	12,0	586	0,596
	14,0	588	0,593
	16,0	605	0,579
	18,0	615	0,569
Milho	-	769	0,400
	-	718	0,450
	-	692	0,455
Trigo	-	401	0,440
	-	769	0,450
	-	730	0,470
Soja	6,9	-	0,361
Aveia	10,3	-	0,555

Fonte: Brooker et al. (1974).

Tabela 1.3: Porosidade da massa de grãos.

São diversos os fatores que determinam a porosidade na massa de grãos: Espécie de grão, variedade do grão, teor de umidade impurezas e compactação. O principal fator responsável pela porosidade é a espécie de grão armazenado como podemos observar na Tabela (1.3).

1.2 Aeração

Quando a aeração for utilizada, é importante que o seu objetivo específico seja bem definido e as condições do processo sejam bem conhecidas para que o efeito produzido seja o esperado. Deve-se empregar uma vazão mínima de ar necessária para que a massa de grãos alcance a temperatura desejada em um intervalo de tempo. Se a aeração demorar muito seus objetivos podem não serem alcançados e se o processo for muito rápido será requerida uma vazão muito alta, que poderá secar ou umedecer os grãos.

A vazão específica mínima de ar requerida depende da espécie de grão armazenado, da espessura da massa de grãos e do tipo de instalação. Geralmente, em climas temperados e estruturas verticais, as vazões específicas características para sistemas de aeração variam entre 0,05 e 0,1 $m^3min^{-1}t^{-1}$ e nas estruturas horizontais estas vazões variam entre 0,1 e 0,2 $m^3min^{-1}t^{-1}$. Em regiões quentes as vazões requeridas variam entre 0,1 e 0,2 $m^3min^{-1}t^{-1}$ para estruturas horizontais que armazenam grãos secos e entre 0,03 e 0,1 $m^3min^{-1}t^{-1}$ para estruturas verticais (Silva et al., 2000).

1.2.1 Principais objetivos da aeração

Os objetivos da aplicação da técnica de aeração estão relacionados as condições de umidade e temperatura da massa de grãos e do ar ambiente, sendo os principais:

- a) Resfriamento da massa de grãos;

- b) Impedir a migração e condensação de umidade;
- c) Controle de pragas;
- d) Remoção de maus odores; e
- e) Secagem limitada.

1.2.1.1 Resfriamento da massa de grãos

Em regiões com clima temperado ou frio, o resfriamento dos grãos é o objetivo mais comum relacionado com a aeração. Se a umidade do ar frio está adequada, ele é forçado a passar pela massa de grãos diminuindo assim a temperatura da massa, criando um microclima impróprio para a proliferação de insetos e fungos. Mas para países com clima tropical e subtropical como o Brasil é difícil atingir temperaturas e teores de água baixos. Nessas regiões, recomenda-se que os grãos sejam armazenados secos (entre 11 e 13% b.u.) e que a aeração seja utilizada com o principal objetivo de manter a homogeneidade da temperatura na massa de grãos (Filho & Afonso, 1992).

A utilização da aeração para resfriar a massa de grãos em regiões de climas tropicais e subtropicais tem se mostrado vantajosa onde essas regiões apresentam noites e invernos frios.

1.2.1.2 Impedir a migração e condensação de umidade

A aeração com o objetivo de manter um baixo gradiente de temperatura no ambiente de armazenamento possibilita a prevenção da migração de umidade e a condensação de água.

O perfil da migração varia de acordo com os períodos do ano. Durante os períodos de inverno e outono, os grãos localizados próximos as paredes do silo e no topo da massa de grãos são resfriados com mais facilidade do que aqueles localizados na parte inferior e no centro do silo. Com o passar do tempo, devido ao gradiente

de temperatura na massa de grãos, são geradas correntes convectivas, ou seja, o ar intergranular frio denso localizado mais próximo as paredes do silo é puxado para baixo, fluindo pelo centro do silo e empurrado para cima o ar quente menos denso localizado inicialmente nesta região (Pereira, 1995)(Figura 1.2).

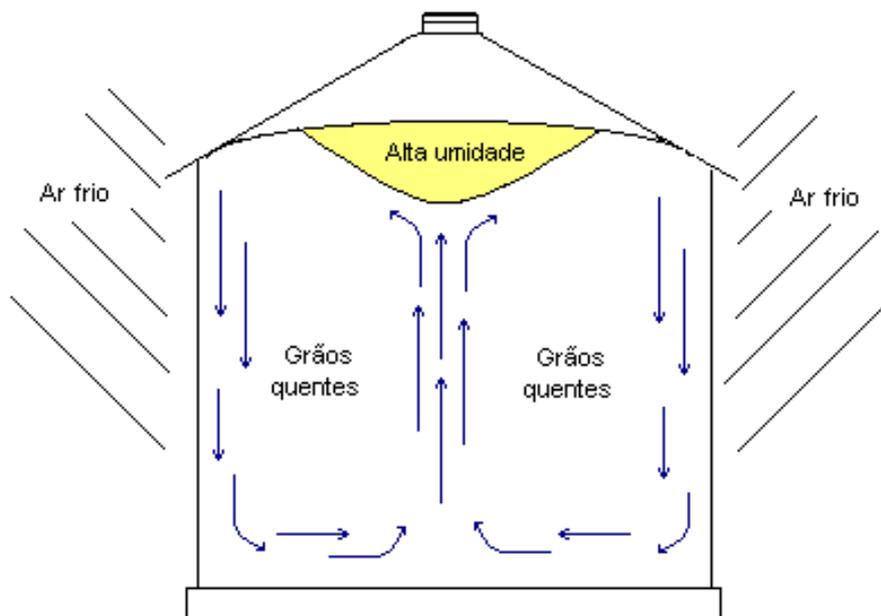


Figura 1.2: Perfil da migração de umidade nos períodos frios.

Na primavera e no verão, a temperatura dos grãos próximos as paredes do silo aumentam e os grãos localizados no centro da instalação se mantém resfriados. Nestes períodos as correntes convectivas mudam sua direção. O ar frio e mais denso, localizado no centro do silo, flui para baixo, resultando em um movimento das correntes convectivas a partir do centro do silo em direção as suas laterais (Pereira, 1995)(Figura 1.3).

A condensação de água nos grãos armazenados é um processo natural e ocorre com mais frequência em climas muito quentes. Geralmente a água que se condensa e goteja sobre o produto armazenado contém a umidade do ar que se acumula no espaço entre a superfície da massa de grãos e o teto do silo. Isto ocorre porque o teto do silo aquecido durante o dia, é resfriado durante a noite e o espaço

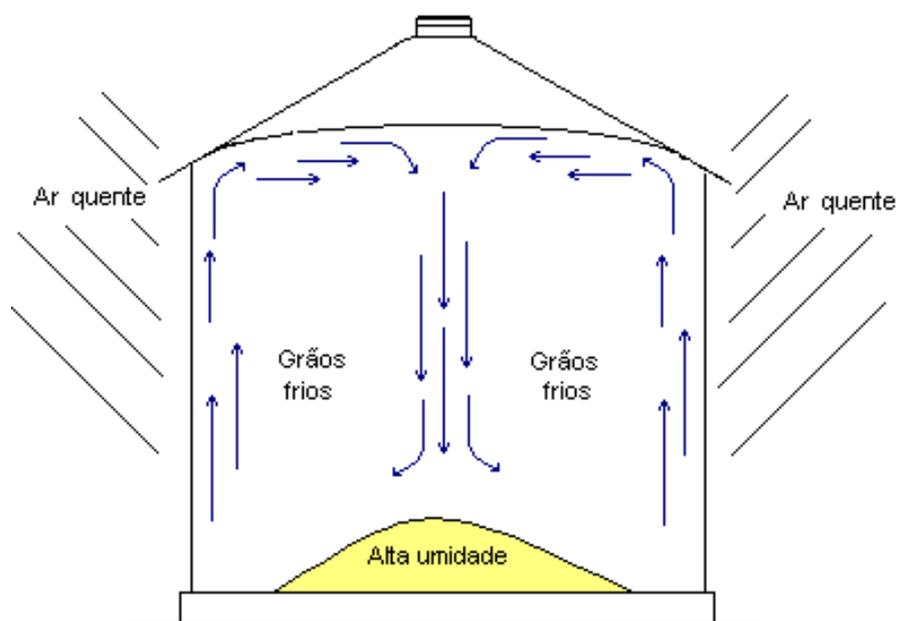


Figura 1.3: Perfil da migração de umidade nos períodos quentes.

entre a superfície dos grãos e o teto do silo alcança a temperatura de ponto de orvalho (Pereira, 1995).

Em climas subtropicais e temperados, se os grãos são armazenados com altas temperaturas e não são resfriados adequadamente antes da estação fria, a umidade pode se condensar também na parte inferior do silo.

1.2.1.3 Controle de pragas

O processo de aeração pode inibir a atividade de fungos e insetos através do controle de temperatura e umidade da massa de grãos. Para temperaturas abaixo de $17^{\circ}C$ o desenvolvimento da maioria das espécies de fungos é insignificante, mas se necessário pode ser feita a aplicação de fumigantes na massa de grãos (Lasseran, 1981).

A aplicação de fumigantes na massa de grãos pode ser feita através do sistema de aeração, a qual possui várias vantagens em relação ao método Gra-

vitacional, entre estas, podemos citar a economia de fumigantes, uniformidade na aplicação, eficiência e praticidade na execução.

1.2.1.4 Remoção de maus odores

A aplicação da aeração possibilita a retirada de maus odores da massa de grãos causados pelo crescimento de fungos, fermentação e ransificação do óleo.

Alguns odores como os provenientes da fermentação são facilmente e totalmente removidos com a renovação do ar intergranular, enquanto outros dificilmente serão eliminados totalmente como os maus odores de um produto rançoso (Pereira, 1995).

A dissipação dos maus odores dos grãos armazenados não elimina os problemas do crescimento dos fungos e da ransificação do óleo.

1.2.1.5 Secagem limitada

Apesar de não ser projetada para alcançar este objetivo, a aeração pode ser aplicada para promover a secagem dentro de certos limites, mas quando aplicada com este objetivo deve-se ter cuidado e observar as condições do clima, do produto e do próprio sistema de aeração.

A utilização de secagem em silos deve ser diferenciada da aeração de resfriamento e manutenção, pela necessidade de vazões mínimas de ar usadas na secagem serem de 10 a 20 vezes maiores (Pereira, 1995).

1.2.2 Sistema de aeração

O sistema de aeração é composto por elementos que visam a distribuição uniforme de ar através da massa de grãos. Os principais componentes são:

- a) Ventiladores;

- b) Conduitos perfurados que conduzem e distribuem o ar através da massa de grãos;
- c) Tubos de conexão entre o ventilador e os conduitos; e
- d) Sistema de controle de aeração;

Os ventiladores são responsáveis pela insuflação ou aspiração do ar que passa através da massa de grãos. A escolha do mesmo é baseada no tipo da estrutura de armazenamento, capacidade e nos objetivos buscados pela aplicação do método, se um dos objetivos for a secagem limitada torna-se indispensável optar por um ventilador de potência mais elevada (Pereira, 1995).

Os conduitos perfurados são vias que objetivam a distribuição do ar na massa de grãos, o tipo mais comum é através de chapas perfuradas no assoalho do silo ou armazém, a ligação entre os conduitos perfurados e o ventilador é feita através de tubos e conexões.

Juntamente com os ventiladores, conduitos e conexões se faz necessário um sistema de controle, o qual é responsável pela coleta de dados do ambiente interno e externo a massa de grãos. Dependendo da tecnologia empregada, a própria tomada de decisão sobre o acionamento do processo de aeração é realizada pelo sistema de controle.

2 MÉTODOS NUMÉRICOS PARA EQUAÇÕES DIFERENCIAIS

Na modelagem matemática de problemas físicos, químicos, biológicos, entre outros, nos deparamos quase que inevitavelmente com equações diferenciais parciais, as quais, em sua grande maioria, não temos soluções analíticas. Logo, é de extrema importância o domínio de métodos numéricos para obtermos soluções aproximadas para tais problemas.

As duas principais estratégias de resolução numérica de equações diferenciais parciais são os métodos de diferenças finitas e os métodos de elementos finitos.

O método de diferenças finitas, o qual será apresentado e utilizado na resolução dos problemas apresentados neste trabalho, é bastante natural, baseado na discretização dos operadores diferenciais. Em contrapartida, temos os métodos dos elementos finitos, que são baseados em formulações variacionais.

2.1 Métodos de diferenças finitas

A idéia fundamental dos métodos de diferenças finitas é a discretização do domínio, figura 2.1. Este método se aplica à solução das equações diferenciais parciais, sendo especialmente úteis no caso de equações que representam o comportamento transiente de sistemas.

Como exemplo dos métodos de diferenças finitas podemos citar diferentes esquemas, figura 2.2, destacando entre estes o esquema numérico do método de Euler explícito, o qual é tomado como base para a abordagem realizada neste trabalho.

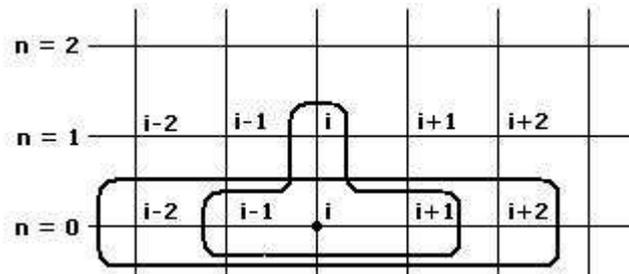


Figura 2.1: Discretização do domínio em diferenças finitas.

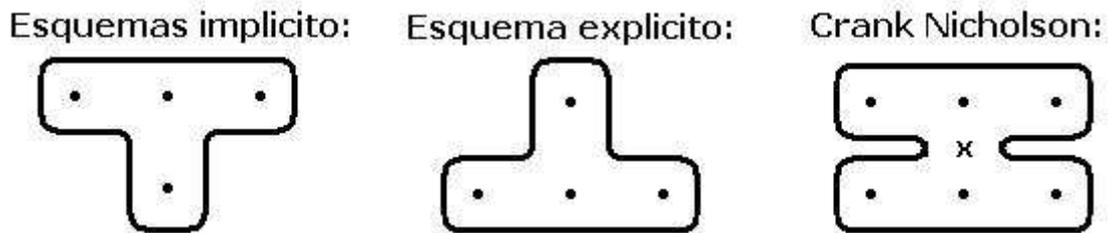


Figura 2.2: Esquemas de métodos numéricos baseados em diferenças finitas.

2.2 Problema modelo

Com o objetivo de apresentar aproximações por diferenças finitas para um problema modelo, tomemos como exemplo o problema de calor transiente unidimensional, representados por uma equação diferencial parcial de primeira ordem no tempo e de segunda ordem no espaço. Estabeleceremos para este caso, consistência, estabilidade, convergência, ordem de aproximação e estimativas de erro.

Problema modelo: Achar $\theta(y, t)$; $y \in \Omega = [0, 1]$; $t \in [0, T]$ satisfazendo à equação diferencial parcial

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} - a \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} = 0$$

com condições de contorno homogêneas

$$\theta(0, t) = \theta(1, t) = 0; \quad \forall t \in [0, T]$$

e a condição inicial

$$\theta(y, 0) = \phi(y)$$

2.2.1 Discretização

Definimos $\Delta t = \frac{T}{Nt}$, $\Delta y = \frac{1}{NC}$ e uma malha de pontos $(y_i, t^{(n)})$ com

$$y_i = i\Delta y; \quad i = 0, 1, \dots, NC$$

e

$$t^{(n)} = n\Delta t; \quad n = 1, 2, \dots, Nt$$

onde NC e Nt são inteiros positivos.

Definindo

$$\partial_y \theta_i^{(n)} = \frac{\theta_{i+1}^{(n)} - \theta_i^{(n)}}{\Delta y}$$

$$\bar{\partial}_y \theta_i^{(n)} = \frac{\theta_i^{(n)} - \theta_{i-1}^{(n)}}{\Delta y}$$

e, similarmente

$$\partial_t \theta_i^{(n)} = \frac{\theta_i^{(n+1)} - \theta_i^{(n)}}{\Delta t}$$

$$\bar{\partial}_t \theta_i^{(n)} = \frac{\theta_i^{(n)} - \theta_i^{(n-1)}}{\Delta t}$$

Usando a série de Taylor observamos que

$$\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) = \theta(y_i, t^{(n)}) + \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y_i} \Delta y + \frac{\partial^2 \theta(y_i, t^{(n)})}{2! \partial y_i^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^3 \theta(y_i, t^{(n)})}{3! \partial y_i^3} \Delta y^3 + \dots \quad (2.1)$$

denotando

$$\xi = \frac{\partial^2 \theta(y_i, t^{(n)})}{2! \partial y_i^2} \Delta y^2 + \frac{\partial^3 \theta(y_i, t^{(n)})}{3! \partial y_i^3} \Delta y^3 + \dots = \mathcal{O}(\Delta y^2)$$

reescrevendo a equação (2.1)

$$\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) = \theta(y_i, t^{(n)}) + \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y_i} \Delta y + \xi$$

da qual obtemos

$$\frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y_i} = \frac{\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - \theta(y_i, t^{(n)})}{\Delta y} - \mathcal{O}(\Delta y)$$

ou ainda

$$\partial_y \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - \theta(y_i, t^{(n)})}{\Delta y} = \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y} + \mathcal{O}(\Delta y)$$

de forma análoga podemos obter

$$\bar{\partial}_y \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i, t^{(n)}) - \theta(y_i - \Delta y, t^{(n)})}{\Delta y} = \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y} + \mathcal{O}(\Delta y)$$

$$\bar{\partial}_y \partial_y \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - 2\theta(y_i, t^{(n)}) + \theta(y_i - \Delta y, t^{(n)})}{\Delta y^2} = \frac{\partial^2 \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y^2} + \mathcal{O}(\Delta y^2)$$

$$\partial_t \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i, t^{(n)} + \Delta t) - \theta(y_i, t^{(n)})}{\Delta t} = \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial t} + \mathcal{O}(\Delta t)$$

$$\bar{\partial}_t \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i, t^{(n)}) - \theta(y_i, t^{(n)} - \Delta t)}{\Delta t} = \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial t} + \mathcal{O}(\Delta t)$$

$$\frac{\bar{\partial}_t + \partial_t}{2} \theta(y_i, t^{(n)}) = \frac{\theta(y_i, t^{(n)} + \Delta t) - \theta(y_i, t^{(n)} - \Delta t)}{2\Delta t} = \frac{\partial \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial t} + \mathcal{O}(\Delta y)$$

Usando as definições e notações introduzidas acima podemos construir diferentes aproximações por diferenças finitas.

2.2.2 Método explícito

A aproximação mais simples que podemos apresentar para o problema do calor consiste em encontrar $\theta_i^{(n+1)}$ tal que

$$\partial_t \theta_i^{(n)} - a \bar{\partial}_y \partial_y \theta_i^{(n)} = 0 \quad (2.2)$$

ou

$$\frac{\theta_i^{(n+1)} - \theta_i^{(n)}}{\Delta t} - a \frac{\theta_{i+1}^{(n)} - 2\theta_i^{(n)} + \theta_{i-1}^{(n)}}{\Delta y^2} = 0$$

donde explicitamos

$$\theta_i^{(n+1)} = \theta_i^{(n)} + \frac{\Delta t a}{\Delta y^2} (\theta_{i+1}^{(n)} - 2\theta_i^{(n)} + \theta_{i-1}^{(n)}) \quad (2.3)$$

com condições de contorno

$$\theta_0^{(n)} = \theta_{NC}^{(n)} = 0; \quad n = 0, 1, 2, \dots, Nt$$

e condição inicial

$$\theta_i^0 = \theta(y_i, 0) = \phi(y_i); \quad i = 0, 1, 2, \dots, NC$$

2.2.3 Análise numérica

2.2.3.1 Consistência e erro de truncamento

Usando série de Taylor, podemos facilmente mostrar que a discretização pelo método explícito introduzida anteriormente é consistente. Mais especificamente, a solução exata satisfaz a seguinte equação de diferenças:

$$\partial_t \theta(y_i, t^{(n)}) - a \bar{\partial}_y \partial_y \theta(y_i, t^{(n)}) = \mathcal{O}(\Delta t, \Delta y^2)$$

ou

$$\theta(y_i, t^{(n)} + \Delta t) = \theta(y_i, t^{(n)}) + \frac{\Delta t a}{\Delta y^2} \left[\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - 2\theta(y_i, t^{(n)}) + \theta(y_i - \Delta y, t^{(n)}) \right] + \Delta t \tau \quad (2.4)$$

com

$$\tau = \mathcal{O}(\Delta t, \Delta y^2)$$

2.2.3.2 Convergência

Definindo

$$\sigma = \frac{\Delta t a}{\Delta y^2}$$

$$\left| \theta^{(n)} \right|_{\infty} = \max_{0 \leq i \leq NC} \left| \theta_i^{(n)} \right|$$

$$e_i^{(n)} = \theta(y_i, t^{(n)}) - \theta_i^{(n)}$$

e subtraindo (2.3) de (2.4), obtemos

$$e_i^{(n+1)} = (1 - 2\sigma)e_i^{(n)} + \sigma(e_{i+1}^{(n)} + e_{i-1}^{(n)}) + \tau \Delta t$$

Supondo que $1 - 2\sigma \geq 0$, ou seja, $\sigma \leq \frac{1}{2}$, pela desigualdade triangular temos

$$\left| e^{(n+1)} \right|_{\infty} \leq (1 - 2\sigma) \left| e^{(n)} \right|_{\infty} + \sigma \left(\left| e^{(n)} \right|_{\infty} + \left| e^{(n)} \right|_{\infty} \right) + |\tau| \Delta t$$

donde obtemos

$$\left| e^{(n+1)} \right|_{\infty} \leq \left| e^{(n)} \right|_{\infty} + |\tau| \Delta t$$

Aplicando recursivamente a desigualdade acima, encontramos

$$|e^{(n)}|_{\infty} \leq |e^0|_{\infty} + |\tau| t^{(n)}$$

Uma vez que $\tau = \mathcal{O}(\Delta t, \Delta y^2)$, $|e^0|_{\infty} = 0$ e $\Delta t = \mathcal{O}(\Delta y^2)$, temos que, se $\theta(y, t) \in C^{4,2}$, isto é, a solução exata tem derivadas de ordem 4 em y e de ordem 2 em t limitadas, e

$$\Delta t \leq \frac{\Delta y^2}{2a}$$

então

$$\left| \theta(y_i, t^{(n)}) - \theta_i^{(n)} \right|_{\infty} \leq \mathcal{O}(\Delta y^2)$$

Convém observar que para $\sigma > \frac{1}{2}$ ou, equivalentemente, para $\Delta t > \frac{\Delta y^2}{2a}$ este método explícito é instável para a resolução do problema modelo.

2.2.3.3 Estimativas de erro

Na análise da convergência desta aproximação podemos aplicar os resultados obtidos anteriormente para o método explícito resultando em uma estimativa de erro da ordem de Δy^2 , para $\Delta t \leq \frac{\Delta y^2}{2}$. Visando obter estimativas mais refinadas, com precisa avaliação qualitativa e quantitativa do erro, vamos refazer a análise do método explícito para o problema modelo. Assim, começaremos por avaliar mais detalhadamente o erro de truncamento utilizando as seguintes expansões:

$$\frac{\theta(y_i, t^{(n)} + \Delta t) - \theta(y_i, t^{(n)})}{\Delta t} = \frac{\partial \theta}{\partial t}(y_i, t^{(n)}) + (\tau_i^{(n)})_1$$

$$\frac{\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - 2\theta(y_i, t^{(n)}) + \theta(y_i - \Delta y, t^{(n)})}{\Delta y^2} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}(y_i, t^{(n)}) + (\tau_i^{(n)})_2$$

com

$$(\tau_i^{(n)})_1 = \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(y_i, t^{(n)}) + \frac{\Delta t^2}{3!} \frac{\partial^3 \theta}{\partial t^3}(y_i, \xi^{(n)})$$

$$(\tau_i^{(n)})_2 = \frac{2 \Delta y^2}{4!} \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4}(y_i, t^{(n)}) + \frac{\Delta y^4}{6!} \left(\frac{\partial^6 \theta}{\partial y^6}(\eta_i^1, t^{(n)}) + \frac{\partial^6 \theta}{\partial y^6}(\eta_i^2, t^{(n)}) \right)$$

para $t^{(n)} \leq \xi \leq t^{(n)} + \Delta t$; $y_i - \Delta y \leq \eta_i^2 \leq y_i$; $y_i \leq \eta_i^1 \leq y_i + \Delta y$.

Verificamos, deste modo, que a solução exata satisfaz a seguinte equação de diferenças

$$\begin{aligned} \frac{\theta(y_i, t^{(n)} + \Delta t) - \theta(y_i, t^{(n)})}{\Delta t} - \frac{\theta(y_i + \Delta y, t^{(n)}) - 2\theta(y_i, t^{(n)}) + \theta(y_i - \Delta y, t^{(n)})}{\Delta y^2} = \\ = \left(\frac{\partial \theta}{\partial t}(y_i, t^{(n)}) - \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}(y_i, t^{(n)}) \right) + \tau_i^{(n)} = \tau_i^{(n)} \end{aligned} \quad (2.5)$$

com

$$\tau_i^{(n)} = (\tau_i^{(n)})_1 - (\tau_i^{(n)})_2 = \frac{\Delta t}{2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}(y_i, t^{(n)}) - \frac{2\Delta y^2}{4!} \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4}(y_i, t^{(n)}) + \mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4)$$

onde

$$\mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4) = \frac{\Delta t^2}{3!} \frac{\partial^3 \theta}{\partial t^3}(y_i, \xi^{(n)}) - \frac{\Delta y^4}{6!} \left(\frac{\partial^6 \theta}{\partial y^6}(\eta_i^1, t^{(n)}) + \frac{\partial^6 \theta}{\partial y^6}(\eta_i^2, t^{(n)}) \right)$$

Como

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4}$$

resulta que o erro de truncamento pode ser apresentado como

$$\tau_i^{(n)} = \left(\frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta y^2}{12} \right) \frac{\partial^4 \theta}{\partial y^4} + \mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4) \quad (2.6)$$

Considerando a definição do erro $e_i^{(n)} = \theta_i^{(n)} - \theta(y_i, t^{(n)})$, e subtraindo (2.2) com $a = 1$ de (2.5), resulta

$$\frac{e_i^{(n+1)} - e_i^{(n)}}{\Delta t} - \frac{e_{i+1}^{(n)} - 2e_i^{(n)} + e_{i-1}^{(n)}}{\Delta y^2} = \tau_i^{(n)}$$

ou

$$e_i^{(n+1)} = (1 - 2r)e_i^{(n)} + r(e_{i+1}^{(n)} + e_{i-1}^{(n)}) + \tau_i^{(n)} \Delta t$$

com

$$r = \frac{\Delta t}{\Delta y^2}$$

Admitindo que

$$1 - 2r \geq 0 \quad \text{ou} \quad r \leq \frac{1}{2}$$

obtemos a estimativa

$$|e^{(n+1)}|_{\infty} \leq |e^{(n)}|_{\infty} + \Delta t |\tau^{(n)}|_{\infty}$$

Utilizando recursão e o fato de que $|e^0|_{\infty} = 0$ e $n \Delta t = t^{(n)}$ obtemos finalmente

$$|e^{(n)}|_{\infty} \leq t^{(n)} |\tau^{(n)}|_{\infty}$$

Da equação (2.6) temos

$$|\tau^{(n)}|_{\infty} \leq \left| \frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta y^2}{12} \right|_{\infty} \max_i \left| \frac{\partial^4 \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y^4} \right|_{\infty} + |\mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4)|$$

mas

$$\begin{aligned} \max_i \left| \frac{\partial^4 \theta(y_i, t^{(n)})}{\partial y^4} \right|_{\infty} &= e^{-t^{(n)}} \\ \mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4) &= \frac{\Delta t^2}{6} \frac{\partial^3 \theta}{\partial t^3} - \frac{\Delta y^4}{6!} \left(\frac{\partial^6 \bar{\theta}_1}{\partial y^6} - \frac{\partial^6 \bar{\theta}_2}{\partial y^6} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |\mathcal{O}_2(\Delta t^2, \Delta y^4)| &\leq \left(\frac{\Delta t^2}{6} + \frac{2\Delta y^4}{6!} \right) \left| \frac{\partial^6 \hat{\theta}}{\partial y^6} \right|_{\infty} \\ &\leq \left(\frac{\Delta t^2}{6} + \frac{2\Delta y^4}{6!} \right) e^{-t^{(n)}} \end{aligned}$$

compondo obtemos

$$|\tau^{(n)}|_{\infty} \leq e^{-t^{(n)}} \left[\left| \frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta y^2}{12} \right| + \left(\frac{\Delta t^2}{6} + \frac{2\Delta y^4}{6!} \right) \right]$$

o que nos permite reescrever

$$|e^{(n)}|_{\infty} \leq t^{(n)} e^{-t^{(n)}} \left[\left| \frac{\Delta t}{2} - \frac{\Delta y^2}{12} \right| + \left(\frac{\Delta t^2}{6} + \frac{2\Delta y^4}{6!} \right) \right]$$

que é uma expressão mais detalhada do erro de aproximação para o método explícito aplicado a este problema particular.

3 MODELOS MATEMÁTICOS

3.1 Introdução

Neste trabalho foram implementados e comparados dois modelos para simular a aeração de grãos armazenados, o primeiro modelo é um modelo proposto por Thorpe (2001) e o segundo modelo é um modelo proposto por Khatchatourian et al. (2005).

3.2 Modelo proposto por Thorpe (2001)

Este modelo considera as relações psicrométricas nas equações de balanço de massa e energia.

3.2.1 Conservação de massa

3.2.1.1 Conservação de massa do ar seco

Consideramos um volume de controle elementar Ω da camada de grãos, com altura Δy e $1m^2$ de área normal ao fluxo. A lei de conservação da massa implica que não há criação nem destruição da massa em Ω , o que pode ser expresso em palavras como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Taxa de massa} \\ \text{acumulada em } \Omega \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de massa} \\ \text{que entra em } \Omega \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de massa} \\ \text{que sai de } \Omega \end{array} \right] \quad (3.1)$$

Temos que a taxa na qual o ar seco entra no meio poroso pode ser expresso por $\rho_a u_a$ onde u_a é a velocidade do ar, e que após o deslocamento Δy a densidade do ar muda incrementalmente para $\rho_a + \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \Delta y$ e a velocidade muda para $u_a + \frac{\partial u_a}{\partial y} \Delta y$. Denotando a porosidade por ε , o volume de ar no domínio Ω é $\varepsilon \cdot 1 \cdot \Delta y$. Considerando que a taxa de mudança de densidade do ar em Ω é dada por $\frac{\partial \rho_a}{\partial t}$, a

equação do balanço de massa (3.1) pode ser expressa matematicamente por:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \Delta y = u_a \rho_a - \left(u_a + \frac{\partial u_a}{\partial y} \Delta y \right) \left(\rho_a + \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \Delta y \right) \quad (3.2)$$

onde:

- u_a - Velocidade de Darcy do ar seco, $m s^{-1}$;
- ρ_a - Densidade do ar seco, $kg m^{-3}$;
- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
- Δy - Altura da cama, m .

Efetuada a multiplicação dos termos entre parênteses na equação (3.2)

obtemos:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_a}{\partial t} \Delta y = u_a \rho_a - \left(u_a \rho_a + u_a \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \Delta y + \rho_a \frac{\partial u_a}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial u_a}{\partial y} \frac{\partial \rho_a}{\partial y} \Delta y \Delta y \right) \quad (3.3)$$

Reescrevendo a expressão (3.3), dividindo por Δy e tomando $\Delta y \rightarrow 0$ resultamos em:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + u_a \frac{\partial \rho_a}{\partial y} + \rho_a \frac{\partial u_a}{\partial y} = 0 \quad (3.4)$$

ou ainda,

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_a u_a)}{\partial y} = 0 \quad (3.5)$$

que é a equação de conservação da massa do ar seco fluindo em um meio poroso unidimensional.

3.2.1.2 Conservação de massa de água (umidade)

Considerando ε e ρ_σ constante, a taxa na qual a umidade é acumulada em Ω é dada por $\rho_\sigma(1 - \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial t}$.

Logo, o balanço de massa da umidade que entra e sai de Ω é carregada para fora do domínio da mesma forma que o balanço do ar seco, portanto podemos escrever:

$$\varepsilon \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial y} + \rho_1 \frac{\partial u_1}{\partial y} + \rho_\sigma (1 - \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (3.6)$$

onde:

- u_1 - Velocidade de Darcy da umidade, $m s^{-1}$;
- ρ_1 - Densidade do vapor da umidade do ar intersticial, $kg m^{-3}$;
- ρ_σ - Densidade dos grãos, $kg m^{-3}$;
- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
- Δy - Altura da cama, m .

O último termo da equação (3.6) representa a acumulação de umidade na massa de grãos.

3.2.2 Conservação de energia

Quando a primeira lei da termodinâmica é aplicada a processos que envolvem fluxos, tais como aeração de grãos, mudanças na energia potencial e cinética do ar podem, freqüentemente, ser ignoradas, e dado que nenhum trabalho é realizado pelo sistema, o balanço de energia se reduz ao balanço de entalpia (Thorpe, 2001).

Um importante ponto a ser destacado sobre entalpia é que podemos relatá-la como a energia contida na substância, como um resultado do movimento das moléculas que a constituí.

O balanço de entalpia pode ser expresso em palavras como:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{acumulada em } \Omega \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que entra em } \Omega \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que sai de } \Omega \end{array} \right] \quad (3.7)$$

A descrição dada pela expressão (3.7) pode ser refinado como:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{acumulada no} \\ \text{ar seco} \\ + \\ \text{Taxa de entalpia} \\ \text{acumulada na} \\ \text{umidade do ar} \\ + \\ \text{Taxa de entalpia} \\ \text{acumulada} \\ \text{nos grãos} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que entra em } \Omega \\ \text{através do ar seco} \\ + \\ \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que entra em } \Omega \\ \text{através da} \\ \text{umidade do ar} \\ + \\ \text{Taxa de energia} \\ \text{que entra em } \Omega \text{ por} \\ \text{condução térmica} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que sai de } \Omega \\ \text{através do ar seco} \\ + \\ \text{Taxa de entalpia} \\ \text{que sai de } \Omega \\ \text{através da} \\ \text{umidade do ar} \\ + \\ \text{Taxa de energia} \\ \text{que sai de } \Omega \text{ por} \\ \text{condução térmica} \end{array} \right] \quad (3.8)
 \end{aligned}$$

Matematicamente podemos representar a expressão (3.8) como:

$$\begin{aligned}
 & \left[\begin{array}{c} \varepsilon \frac{\partial \rho_a h_a}{\partial t} \Delta y \\ + \\ \varepsilon \frac{\partial \rho_1 h_1}{\partial t} \Delta y \\ + \\ (1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial H}{\partial t} \Delta y \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \rho_a u_a h_a \\ + \\ \rho_1 u_1 h_1 \\ - \\ k_{eff} \frac{\partial \theta}{\partial y} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \rho_a u_a h_a + \frac{\partial \rho_a u_a h_a}{\partial y} \Delta y \\ + \\ \rho_1 u_1 h_1 + \frac{\partial \rho_1 u_1 h_1}{\partial y} \Delta y \\ - \\ k_{eff} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right) \right) \Delta y \end{array} \right] \quad (3.9)
 \end{aligned}$$

Utilizando a regra do produto da diferenciação na expressão (3.9) obtemos:

$$\begin{aligned}
 & \rho_\sigma (1 - \varepsilon) \frac{\partial H}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial (h_a \rho_a)}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial (h_1 \rho_1)}{\partial t} + h_a \frac{\partial (\rho_a u_a)}{\partial y} + \rho_a u_a \frac{\partial h_a}{\partial y} + \\
 & + h_1 \frac{\partial (\rho_1 u_1)}{\partial y} + \rho_1 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial y} = k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \quad (3.10)
 \end{aligned}$$

onde:

- u_a - Velocidade de Darcy do ar seco, $m s^{-1}$;
 u_1 - Velocidade de Darcy do vapor de água, $m s^{-1}$;
 ρ_a - Densidade do ar seco, $kg m^{-3}$;
 ρ_1 - Densidade do vapor da umidade do ar intersticial, $kg m^{-3}$;
 ρ_σ - Densidade dos grãos, $kg m^{-3}$;
 h_a - Entalpia específica do ar seco, $J kg^{-1}$;
 h_1 - Entalpia específica da umidade, $J kg^{-1}$;
 H - Entalpia específica dos grãos úmidos, $J kg^{-1}$;
 θ - Temperatura dos grãos, $^{\circ}C$;
 k_{eff} - Condutividade térmica da massa de grãos, $W m^{-1} s^{-1}$;
 ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
 Δy - Altura da cama, m .

Multiplicando a equação do balanço de massa (3.5) do ar seco pela entalpia do ar seco (h_a) temos:

$$\varepsilon h_a \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + h_a \frac{\partial(\rho_a u_a)}{\partial y} = 0 \quad (3.11)$$

Multiplicando a equação do balanço de massa da umidade (3.6) pela entalpia da umidade (h_1) obtemos:

$$\varepsilon h_1 \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + h_1 \frac{\partial(\rho_1 u_1)}{\partial y} = -\rho_\sigma(1 - \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial t} \quad (3.12)$$

Utilizando os balanços de massa do ar seco, equação (3.11), e da umidade, (3.12), na equação do balanço de entalpia (3.10) obtemos:

$$\begin{aligned} \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \frac{\partial H}{\partial t} + \varepsilon \rho_a \frac{\partial h_a}{\partial t} + \rho_a u_a \frac{\partial h_a}{\partial y} + \varepsilon \rho_1 \frac{\partial h_1}{\partial t} + \\ + \varepsilon \rho_1 u_1 \frac{\partial h_1}{\partial y} - \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \frac{\partial U}{\partial t} = k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.2.2.1 O balanço de energia e umidade expressos em termos da umidade contida no domínio

Nosso objetivo é derivar as equações que nos permitirão calcular como a temperatura (θ) e a umidade dos grãos (U), que varia com o tempo e ao longo da camada de grãos. Antes devemos usar a equação (3.13) para obter a temperatura, e então expressar a entalpia do ar e dos grãos em termos da temperatura (θ) e da umidade dos grãos (U).

Dada a temperatura (θ) e a umidade dos grãos (U), podemos utilizar isotermas para calcular a correspondente umidade relativa do ar (U_{RE}) nos vazios entre os grãos. Para realizar tais cálculos utilizamos a equação de Henderson Modificada (Thorpe, 2001), dada por:

$$U_{RE} = 100(1 - \exp[-K(\theta + G)(100U)^N]) \quad (3.14)$$

onde: K , N e G são constantes que dependem do produto armazenado conforme Tabela (1.2).

A entalpia dos grãos úmidos é função da temperatura (θ) e da umidade dos grãos (U), isto é,

$$H = H(\theta, U) \quad (3.15)$$

Pela regra da cadeia da diferenciação, a equação (3.15) pode ser escrita como:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial H}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.16)$$

Segundo Thorpe (2001) a entalpia específica dos grãos úmidos é dada por:

$$H = h_{\sigma}^0 + c_{\sigma}(\theta - \theta^0) + U[h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0)] + H_W \quad (3.17)$$

onde:

- H - Entalpia específica dos grãos úmidos, $J kg^{-1}$;
 H_W - Calor de umedecimento dos grãos, $J kg^{-1}$;
 θ - Temperatura dos grãos, $^{\circ}C$;
 θ^0 - Temperatura de referência (normalmente $0^{\circ}C$), $^{\circ}C$;
 h_{σ}^0 - Entalpia dos grãos na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
 h_1^0 - Entalpia da umidade na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
 c_{σ} - Calor específico dos grãos, $J kg^{-1} ^{\circ}C$;
 c_1 - Calor específico do vapor de água, $J kg^{-1} ^{\circ}C$;
 U - Umidade dos grãos expressa em base seca.

Diferenciando a expressão (3.17) obtemos:

$$\frac{\partial H}{\partial U} = h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0) + \frac{\partial H_W}{\partial U} \quad (3.18)$$

Temos ainda que o calor de umedecimento dos grãos é dado por:

$$H_W = \int_0^U h_W dU \quad (3.19)$$

onde:

- H_W - Calor de umedecimento dos grãos, $J kg^{-1}$;
 h_W - Entalpia específica do vapor de água, $J kg^{-1}$;

onde podemos aplicar as propriedades fundamentais de integração para obter:

$$\frac{\partial H_W}{\partial U} = h_W \quad (3.20)$$

Substituindo (3.20) em (3.18) obtemos:

$$\frac{\partial H}{\partial U} = h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0) + h_W \quad (3.21)$$

Diferenciando (3.17) com respeito a temperatura temos:

$$\frac{\partial H}{\partial \theta} = c_{\sigma} + c_1 U + \frac{\partial H_W}{\partial \theta} \quad (3.22)$$

Usando (3.21) e (3.22) em (3.16) resulta em:

$$\frac{\partial H}{\partial t} = (h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0) + h_W) \frac{\partial U}{\partial t} + (c_\sigma + c_1 U + \frac{\partial H_W}{\partial \theta}) \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.23)$$

No caso de substâncias tais como ar, que não mudam de fase quando aquecidos ou esfriados sobre condições atmosféricas normais, a entalpia específica (h) por unidade de massa é definida como:

$$h = h^0 + c_a(\theta - \theta^0) \quad (3.24)$$

onde:

- h - Entalpia específica do ar, $J kg^{-1}$;
- h^0 - Entalpia específica do ar na temperatura de referência θ^0 , $J kg^{-1}$;
- c_a - Calor específico do ar, $J kg^{-1} ^\circ C$;

Se assumirmos que o calor específico do ar e do vapor de água são constantes, podemos diferenciar a expressão (3.24) e obter:

$$\frac{\partial h_a}{\partial t} = c_a \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.25)$$

e

$$\frac{\partial h_a}{\partial y} = c_a \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (3.26)$$

A entalpia específica (h_W) do vapor de água é definida como:

$$h_W = h_W^0 + c_{pw}(\theta - \theta_W^0) + h_V \quad (3.27)$$

onde:

- h_W - Entalpia específica do vapor de água, $J kg^{-1}$;
- h_W^0 - Entalpia específica da água na temperatura de referência θ_W^0 , $J kg^{-1}$;
- h_V - Entalpia específica de vaporização da água, $J kg^{-1}$;
- c_{pw} - Calor específico da água, $J kg^{-1} ^\circ C$;

A entalpia específica de vaporização da água é uma função só da temperatura, o que nos possibilita aplicar a regra da cadeia da diferenciação na expressão (3.27) que resulta em:

$$\frac{\partial h_1}{\partial t} = c_1 \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (3.28)$$

e

$$\frac{\partial h_1}{\partial y} = c_1 \frac{\partial \theta}{\partial y} + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (3.29)$$

Podemos então reescrever o balanço de entalpia (3.13) como:

$$\begin{aligned} & \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \{h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0) + h_W\} \frac{\partial U}{\partial t} + \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \left\{ c_\sigma + c_1 U + \frac{\partial H_W}{\partial \theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} \\ & + \varepsilon \left\{ \rho_a c_a + \rho_1 c_1 + \rho_1 \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \left\{ \rho_a u_a c_a + \rho_1 u_1 c_1 + \rho_1 u_1 \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial y} \quad (3.30) \\ & - \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \{h_1^0 + c_1(\theta - \theta^0) + h_V\} \frac{\partial U}{\partial t} = k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \end{aligned}$$

A equação (3.30) contém duas velocidades, do vapor de água (u_1) e do ar seco (u_a) que contém a umidade. Intuitivamente podemos considerar que ambas as velocidades são iguais, ou seja, $u_a = u_1$.

A umidade do ar (R) nos poros intergranulares pode ser aproximada por:

$$R = \frac{\rho_1}{\rho_a} \quad (3.31)$$

Lembrando também que a taxa de fluxo de massa (f_a) do ar seco através da estrutura porosa dos grãos é dada pela seguinte expressão:

$$f_a = u_a \rho_a \quad (3.32)$$

Reescrevendo a equação do balanço de energia térmica (3.30) utilizando as equações (3.11), (3.12) e (3.32) obtemos:

$$\begin{aligned} \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \left\{ c_\sigma + c_1 U + \frac{\partial H_W}{\partial \theta} \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \varepsilon \rho_a \left\{ c_a + R \left(c_1 + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right) \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \\ - \rho_\sigma(1 - \varepsilon) h_S \frac{\partial U}{\partial t} + f_a \left\{ c_a + R \left(c_1 + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right) \right\} \frac{\partial \theta}{\partial y} = k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (3.33)$$

que é expressa em termos da temperatura (θ), da umidade contida nos grãos (U) e da umidade do ar intersticial (R).

Considerando a deteriorização dos grãos foi incluído um termo fonte:

$$(1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{dm}{dt} (Q_R - 0,6 h_V) \quad (3.34)$$

onde:

- ε - Porosidade da massa de grãos, decimal;
- ρ_σ - Densidade dos grãos, $kg\ m^{-3}$;
- $\frac{dm}{dt}$ - Perda de materia seca em relação ao tempo, $kg\ s^{-1}$;
- Q_R - Calor de oxidação dos grãos, $J\ s^{-1}\ m^{-3}$;
- h_V - Entalpia específica de vaporização da água, $J\ kg^{-1}$;

O balanço da umidade (3.6) pode ser expresso em termos de f_a , e fazendo uso da equação (3.31) obtemos:

$$\varepsilon R \frac{\partial \rho_a}{\partial t} + \varepsilon \rho_a \frac{\partial R}{\partial t} + \rho_a u_a \frac{\partial R}{\partial y} + u_a R \frac{\partial \rho_a}{\partial y} + R \rho_a \frac{\partial u_a}{\partial y} + (1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (3.35)$$

Fazendo uso da equação (3.4) chegamos a:

$$\varepsilon \rho_a \frac{\partial R}{\partial t} + \rho_a u_a \frac{\partial R}{\partial y} + (1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial U}{\partial t} = 0 \quad (3.36)$$

Novamente lembrando que $f_a = \rho_a u_a$, o balanço da massa de umidade (3.36) se reduz a:

$$(1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial U}{\partial t} + f_a \frac{\partial R}{\partial y} = 0 \quad (3.37)$$

Considerando a deteriorização dos grãos foi incluído um termo fonte expresso por:

$$\frac{dm}{dt}(0,6 + U) \quad (3.38)$$

Temos então as equações que descrevem o balanço de energia e massa:

$$\begin{aligned} & \left\{ \rho_\sigma(1 - \varepsilon) \left[c_\sigma + c_1 U + \frac{\partial H_W}{\partial \theta} \right] + \varepsilon \rho_a \left[c_a + R \left(c_1 + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right) \right] \right\} \frac{\partial \theta}{\partial t} = \\ & = \rho_\sigma(1 - \varepsilon) h_S \frac{\partial U}{\partial t} - f_a \left\{ c_a + R \left(c_1 + \frac{\partial h_V}{\partial \theta} \right) \right\} \frac{\partial \theta}{\partial y} + \\ & + k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + (1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{dm}{dt} (Q_R - 0,6 h_V) \end{aligned} \quad (3.39)$$

e

$$(1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial U}{\partial t} = -f_a \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{dm}{dt} (0,6 + U) \quad (3.40)$$

Segundo Muir & Jayas (2003) a condutividade térmica (k_{eff}) pode ser desconsiderada pois a massa de grãos apresenta baixa condutividade térmica tendo maior influência nos grãos próximos a parede do silo, mas como o modelo é unidimensional o termo $k_{eff} \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2}$ não apresentou grande importância durante as simulações.

Segundo Close e Banks, citados por Navarro & Noyes (2001) o termo $\frac{\partial H_W}{\partial \theta}$ pode resultar em valores incoerentes pois este termo depende de valores empíricos. Segundo os autores este termo pode ser negligenciado durante o processo de aeração sem afetar os dados.

3.2.3 Resolução e implementação computacional do modelo

As equações diferenciais que descrevem a transferência de calor e de massa nos grãos são dependentes entre si. Portanto, a solução de uma delas interfere na solução da outra. As variações da temperatura e da umidade relativa do ar de aeração variam de forma aleatória com relação ao tempo (Navarro & Noyes, 2001). Por isto, as equações diferenciais parciais do modelo implementado foram resolvidas

aplicando-se a técnica de diferenças finitas, gerando-se as equações (3.41) e (3.42).

$$\theta_i^{n+1} = \theta_i^n + \frac{\Delta t}{\rho_\sigma(1-\varepsilon)(c_\sigma + c_1 U_i^n) + \varepsilon \rho_a [c_a + R_i^n (c_1 + d_{h_v})]} \times \left\{ h_s \left[f_a \left(\frac{R_i^n - R_{i+1}^n}{\Delta y} \right) + d_m(0, 6 + U_i^n) \right] + \right. \quad (3.41)$$

$$\left. + \rho_\sigma(1-\varepsilon) d_m(Q_R - 0, 6h_v) - f_a [c_a + R_i^n (c_1 + d_{h_v})] \left(\frac{\theta_i^n - \theta_{i-1}^n}{\Delta y} \right) \right\} \\ U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\rho_\sigma(1-\varepsilon)} \left[f_a \left(\frac{R_i^n - R_{i+1}^n}{\Delta y} \right) + d_m(0, 6 + U_i^n) \right] \quad (3.42)$$

onde:

- Δt - Diferença entre o tempo de simulação atual e o tempo anterior, s ;
- Δy - Altura da camada, m ;
- d_m - Derivada da perda de matéria seca em relação ao tempo, $kg s^{-1}$;
- d_{h_v} - Derivada do calor latente de vaporização em relação à temperatura;
- i - Identifica qual o nó está sendo utilizado nos cálculos;
- n - Localização temporal do nó;

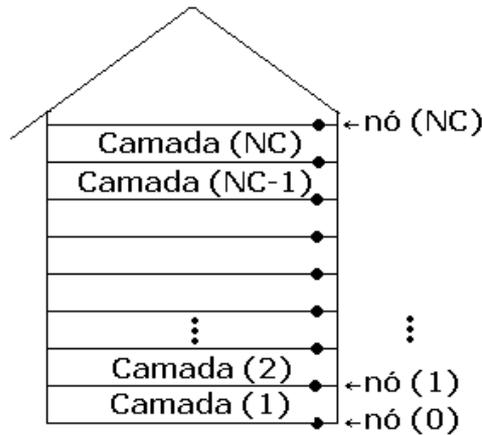


Figura 3.1: Discretização do domínio .

Considerou-se que a massa de grãos foi dividida em várias camadas finas na direção do fluxo de ar (direção vertical), como mostra a figura (3.1) . Os

limites entre camadas foram chamados de nós, sendo que a condição de contorno no primeiro nó supôs que os grãos localizados no fundo do silo entram em equilíbrio com o ar de aeração.

A espessura de cada camada (Δy) foi obtida dividindo-se a altura da massa de grãos (L) pelo número total de camadas considerado (NC). Como a temperatura e a umidade relativa do ar intergranular no primeiro nó da massa de grãos foram considerados iguais à temperatura e à umidade relativa do ar de aeração, a razão de mistura do ar nesta área foi calculada aplicando-se a equação 3.43 (adaptação da equação 1.7) e o teor de água dos grãos localizados no primeiro nó foi calculado por meio da equação 3.44 que é uma adaptação da equação de Chung-Pfost (equação 1.1).

$$R_0 = \frac{P_{atm} P_{Va}}{0,622 - P_{Va}} \quad (3.43)$$

onde:

- R_0 - Razão de mistura do ar no primeiro nó da massa de grãos, $g\ g^{-1}$;
- P_{atm} - Pressão atmosférica, kPa ;
- P_{Va} - Pressão parcial de vapor do ar de aeração, kPa ;

$$U_0 = -\frac{1}{B} \ln \left[\ln \left(\frac{UR_a}{100} \right) \left(-\frac{\theta_a + C}{A} \right) \right] \quad (3.44)$$

onde:

- U_0 - Teor de água dos grãos no primeiro nó da massa de grãos;
- UR_a - Umidade relativa do ar de aeração, %;
- θ_a - Temperatura do ar de aeração, $^{\circ}C$;
- A, B, C - Constantes que dependem do produto (Tabela 1.1);

Durante a simulação do processo de aeração, o sistema de equações resultante dos balanços de massa e de energia (equações 3.41 e 3.42) são resolvidos para cada incremento de tempo, de maneira iterativa, para cada camada.

A entalpia diferencial de sorção (h_S) também foi calculada a cada iteração. A determinação da entalpia diferencial de sorção (equação 3.45) baseou-se em um método que compara a pressão parcial de vapor da água e a pressão de saturação do ar em condições de equilíbrio com os grãos empregando a equação de Chung-Pfost. Esta equação foi apresentada por Othmer, de acordo com Navarro & Noyes (2001).

$$h_S = h_V \left[1 + \left(\frac{A \exp(-BU)}{(\theta + C)^2} \right) (\theta + 273,15) / \left(-5 + \frac{6800}{\theta + 273,15} \right) \right] \quad (3.45)$$

Outros parâmetros foram calculados a cada iteração do processo de simulação, como a umidade relativa de equilíbrio (equação de Chung-Pfost) e a razão de mistura dos grãos nas diversas camadas de produto.

Os valores da diferencial do calor latente de vaporização com relação à temperatura ($\frac{dh_V}{d\theta}$) e do calor de oxidação dos grãos (Q_R) foram considerados constantes. O valor de $\frac{dh_V}{d\theta}$ foi obtido derivando-se a equação para o cálculo do calor latente de vaporização da água (equação 3.46), apresentada por Cengel e Boles citados por Navarro & Noyes (2001), com relação à temperatura.

$$h_V = 2501,330 - 2,363\theta \quad (3.46)$$

esta equação foi obtida ajustando-se dados termodinâmicos obtidos na literatura e resulta em erros máximos de 0,02% para os valores de calor latente de vaporização da água na faixa entre 0 e 50°C.

O valor de Q_R (15,778 kJ) derivou-se do fato de a respiração de 1 kg de grãos liberar 15,778 kJ de calor. A respiração dos grãos pode ser considerada como a completa combustão de carboidratos na forma de dióxido de carbono, água e liberação de calor. Além de liberar 15,778 kJ de calor, a oxidação de 1kg de grãos forma 1,47 kg de dióxido de carbono e 0,6 kg de água (Fleurat-Lessard, 2001).

A porosidade da massa de grãos (ε) foi outro parâmetro considerado constante (40%). Segundo Brooker et al. (1992), a porosidade da maioria dos grãos está entre 35 e 55% e, portanto, adotar o valor deste parâmetro como constante

torna a implementação do algoritmo mais simples, não influenciando de maneira significativa os resultados obtidos.

A massa específica do ar foi calculada por meio da equação (3.47), apresentada por Alé (2001), visando corrigir os possíveis efeitos da altitude neste parâmetro.

$$\rho_a = \frac{358,8P_{atm}}{101,325(\theta_a + 273,15)} \quad (3.47)$$

O modelo apresentado por Thompson (1972) foi utilizado para expressar a perda de matéria seca, sendo que sua derivada com relação ao tempo corresponde à equação (3.48)

$$\frac{dm}{dt} = \frac{14,72 \times 10^{-10} \left[\exp \left(1,667 \times 10^{-6} \frac{t}{M_M M_T} \right) \right] + 2,833 \times 10^{-9}}{M_M M_T} \quad (3.48)$$

onde: M_M é o modificador de umidade e M_T é o modificador de temperatura, calculados dependendo da umidade e da temperatura da massa de grãos.

Modificador de temperatura (M_T):

- Quando $\theta \leq 15,5^\circ C$ ou $U \leq 19\%$:

$$M_T = 32,2 \exp(-0,1044\theta - 1,856) \quad (3.49)$$

- Quando $\theta > 15,5^\circ C$ e $19 < U < 28\%$:

$$M_T = 32,2 \exp(-0,1044\theta - 1,856) + \frac{U_{b.u.} - 19}{100} \exp(0,0183\theta - 0,2847) \quad (3.50)$$

- Quando $\theta > 15,5^\circ C$ e $U \geq 28\%$:

$$M_T = 32,2 \exp(-0,1044\theta - 1,856) + 0,09 \exp(0,0183\theta - 0,2847) \quad (3.51)$$

Modificador de umidade (M_M):

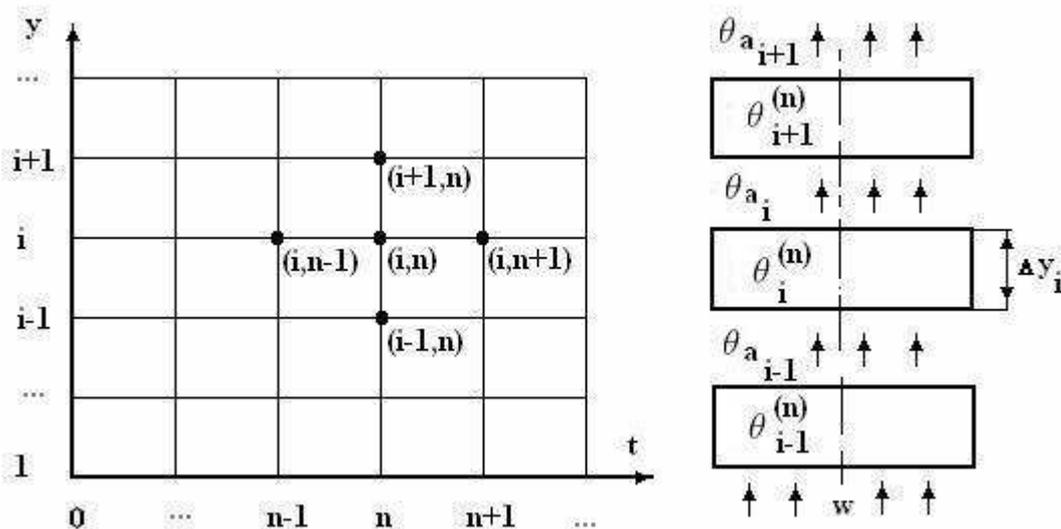
$$M_M = 0,0103 \left[\exp \left(\frac{455}{U^{1,53}} \right) - 0,00845U + 1,558 \right] \quad (3.52)$$

3.3 Modelo proposto por Khatchatourian et al. (2005)

3.3.1 Balanço de energia

O estado térmico da massa de grãos sujeito a aeração foi calculado considerando a conservação de energia do sistema pelos grãos e o ar que entra em contato com esses grãos. Para realizar os cálculos, todo o domínio de integração $\Omega = \{(y, t) | 0 < y < \infty; 0 < t < t_{max}\}$ foi dividido em elementos retangulares com nodos em pontos $(y_i, t^{(n)}) \in \Omega; i = 1, 2, 3, \dots, NC; n = 1, 2, 3, \dots, Nt$. Nesse caso NC representa o número de divisões espaciais e Nt o número de divisões temporais.

A função contínua desconhecida $\theta = \theta(y, t)$ foi substituída por um conjunto de pontos isolados $\theta_i^{(n)} \cong \theta(y_i, t^{(n)})$.



Fonte: Khatchatourian et al. (2005).

Figura 3.2: Discretização do domínio e esquema simplificado do resfriamento.

Admitindo que o equilíbrio térmico entre o ar e os grãos se estabelece instantaneamente, isto é, o ar e os grãos em cada camada considerada sempre têm as temperaturas idênticas, a energia cedida pela massa de grãos em uma camada Δy_i por um tempo Δt seria igual à energia recebida pelo ar. Dessa forma, pode-se

escrever:

$$c_g \rho_\sigma \Delta y_i A (1 - \varepsilon) (\theta_i^{(n)} + \theta_i^{(n+1)}) = c_a \rho_a u_a A \left(\theta_i^{(n+1)} - \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \theta_{a \ i-1}(\tau) d\tau \right) \quad (3.53)$$

Aplicando a regra do trapézio para o cálculo da integral:

$$\frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \theta_{a \ i-1}(\tau) d\tau = \frac{\theta_{a \ i-1}^{(n)} + \theta_{a \ i-1}^{(n+1)}}{2} \quad (3.54)$$

que representa a temperatura média temporal do ar na entrada de camada "i" no intervalo $t \in [t^{(n)}, t^{(n+1)}]$ e considerando $\theta_{a \ i-1}^{(n)} = \theta_{i-1}^{(n)}$; $\theta_{a \ i-1}^{(n+1)} = \theta_{i-1}^{(n+1)}$, foi obtida a fórmula de recorrência para o cálculo da temperatura das camadas de grãos em correspondentes instantes de tempo:

$$\theta_i^{(n+1)} = \frac{c_g \rho_\sigma \Delta y_i (1 - \varepsilon) \theta_i^{(n)} + c_a \rho_a u_a \Delta t (\theta_{i-1}^{(n)} + \theta_{i-1}^{(n+1)})/2}{c_g \rho_\sigma \Delta y_i (1 - \varepsilon) + c_a \rho_a u_a \Delta t} \quad (3.55)$$

sendo $i = 1, 2, 3, \dots, NC$ e $n = 1, 2, 3, \dots, Nt$.

Na equação (3.55) foi acrescentado um termo fonte referente a deteriorização dos grãos expresso por:

$$\Delta y (1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{dm}{dt} (Q_R - 0, 6h_V) \quad (3.56)$$

3.3.2 Balanço de massa

A equação que descreve o balanço de massa foi desenvolvida de maneira análoga a expressão proposta por Thorpe (2001). Resultando na equação (3.57)

$$(1 - \varepsilon) \rho_\sigma \frac{\partial U}{\partial t} = -\rho_a u_a \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{dm}{dt} (0, 6 + U) \quad (3.57)$$

A equação foi resolvida através do método de diferenças finitas resultando na equação (3.58) e incorporada ao modelo proposto por Khatchatourian et al. (2005).

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\rho_\sigma (1 - \varepsilon)} \left[\rho_a u_a \left(\frac{R_i^n - R_{i+1}^n}{\Delta y} \right) + d_m (0, 6 + U_i^n) \right] \quad (3.58)$$

Temos então as equações que descrevem o balanço de energia e massa:

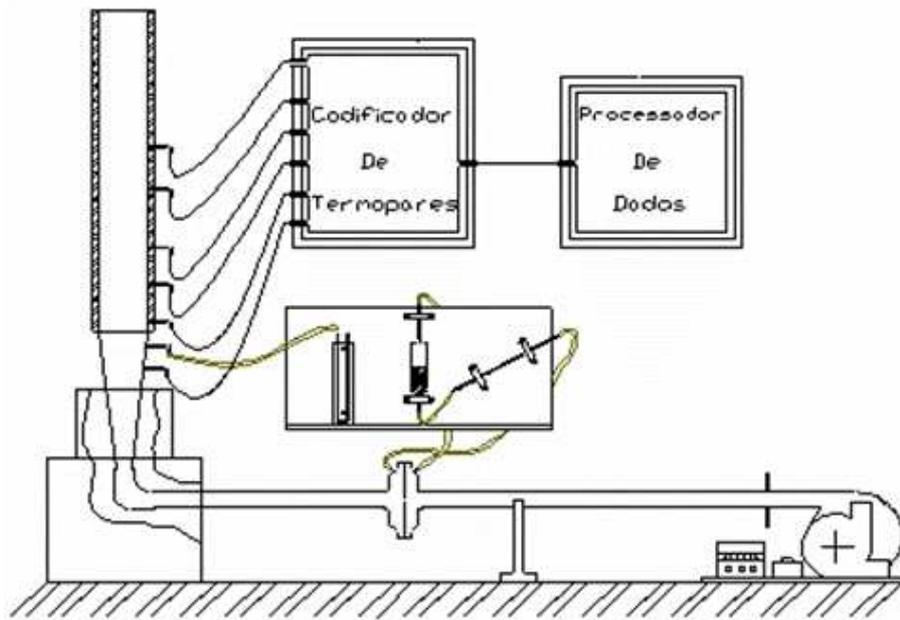
$$\theta_i^{(n+1)} = \frac{c_g \rho_\sigma \Delta y_i (1 - \varepsilon) \theta_i^{(n)} + c_a \rho_a u_a \Delta t (\theta_{i-1}^{(n)} + \theta_{i-1}^{(n+1)})/2}{c_g \rho_\sigma \Delta y_i (1 - \varepsilon) + c_a \rho_a u_a \Delta t} + \Delta y (1 - \varepsilon) \rho_\sigma d_m (Q_R - 0, 6h_V) \quad (3.59)$$

e

$$U_i^{n+1} = U_i^n + \frac{\Delta t}{\rho_\sigma(1 - \varepsilon)} \left[\rho_a u_a \left(\frac{R_i^n - R_{i+1}^n}{\Delta y} \right) + d_m(0, 6 + U_i^n) \right] \quad (3.60)$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados experimentais utilizados para fazer as comparações com as simulações foram retirados da bibliografia Oliveira et al. (2007), obtidos de um pequeno "silo" composto por um tubo de PVC com isolamento térmico nas laterais, altura de 1,0 m e diâmetro de 0,15 m. O esquema da bancada é mostrado na figura (4.1).



Fonte: Oliveira et al. (2007)

Figura 4.1: Esquema da bancada usada na aquisição dos dados experimentais.

Segundo Oliveira et al. (2007) para realização dos experimentos os grãos de soja com teor de água médio de 12 % (b.u) foram previamente selecionados, limpos e aquecidos em estufa até temperatura aproximada de 52 °C (temperatura inicial), durante aproximadamente 8 h, suficiente para uniformizar a temperatura em toda a massa de grãos. O resfriamento dos grãos aquecidos foi realizado por meio da ventilação de uma camada de grãos de soja de 0,60 m de altura pelo ar ambiente, por um ventilador centrífugo, acionado por motor elétrico com $\frac{3}{4}$ cv. Esse

ventilador estava ligado a um inversor de frequência que controlava a velocidade do ar.

A temperatura dos grãos foi medida por termopares modelo MTK - tipo K, inseridos dentro da massa de grãos ao longo do tubo, nas seguintes seções da coluna de grãos: $y = 0,15$ m; $y = 0,27$ m; $y = 0,40$ m; $y = 0,54$ m e ligados a uma placa de aquisição de dados A/D do tipo LR 7018, que permitia realizar até dez leituras por segundo. Na entrada da câmara, foi medida a temperatura do ar de entrada utilizado para aeração (temperatura ambiente)(Oliveira et al., 2007).

Aplicando os modelos apresentados, foram realizadas as simulações numéricas do processo de resfriamento da massa de grãos. A comparação com dados experimentais, figuras (4.2)-(4.5), mostrou que tanto o primeiro como o segundo modelo descrevem razoavelmente bem o processo de resfriamento, com resultado bastante similares.

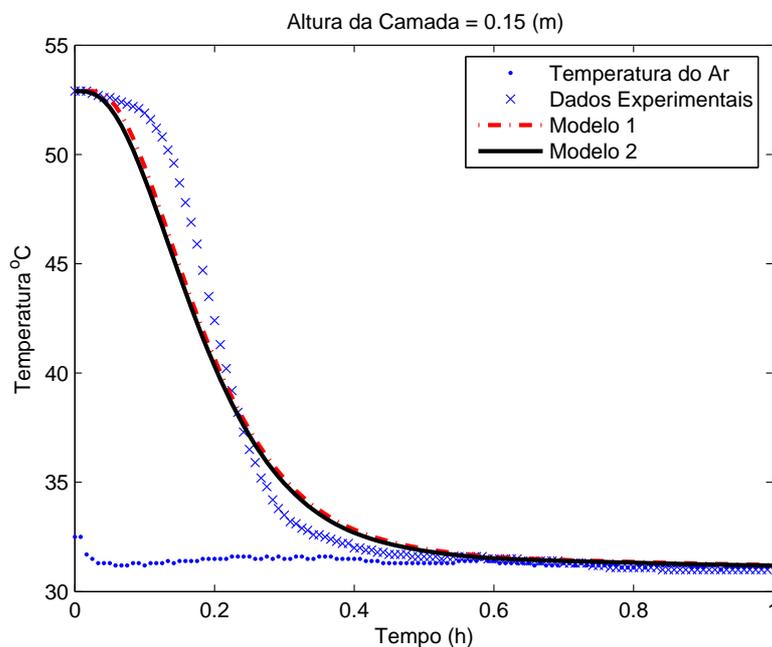


Figura 4.2: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,15$ m.

Nas figuras (4.2) à (4.5) os pontos apresentam os dados experimentais da temperatura da massa de grãos de soja obtidos em diferentes seções do tubo para velocidade e temperatura do ar na entrada do tubo aproximadamente constante.

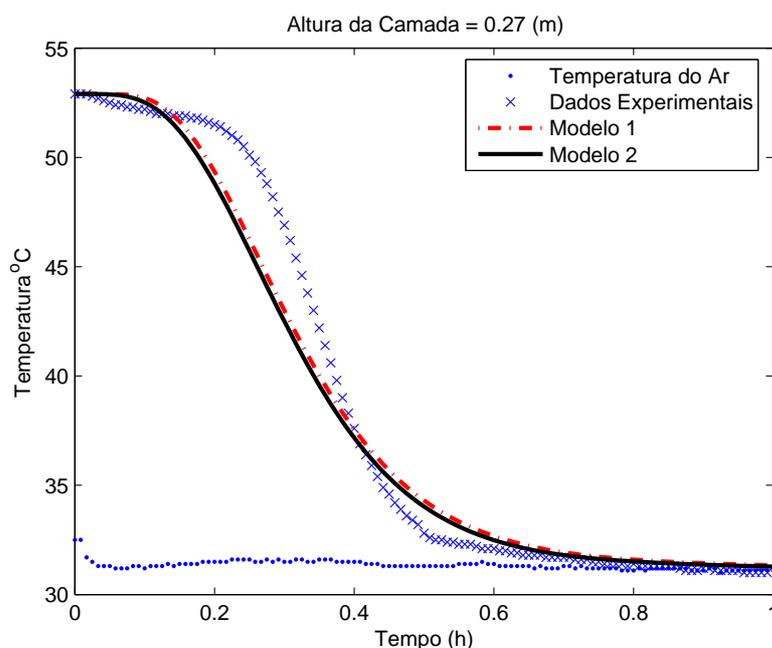


Figura 4.3: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,27$ m.

A análise dos resultados mostra que a taxa de resfriamento varia significativamente durante todo o processo, em todas as seções. Para seções mais próximas da entrada do ar fresco, o resfriamento ocorre mais rápido.

A simulação da dinâmica de resfriamento com variação da temperatura do ar de enseada para diferentes alturas das seções é apresentada nas figuras (4.6) à (4.10), onde podemos observar que nas camadas mais próximas da entrada de ar os modelos apresentam resultados similares.

Podemos observar ainda que nas camadas mais próximas a entrada de ar, conforme podemos prever pela interpretação física do processo, ocorre significativa variação da temperatura dos grãos devido a variação da temperatura do ar de aeração.

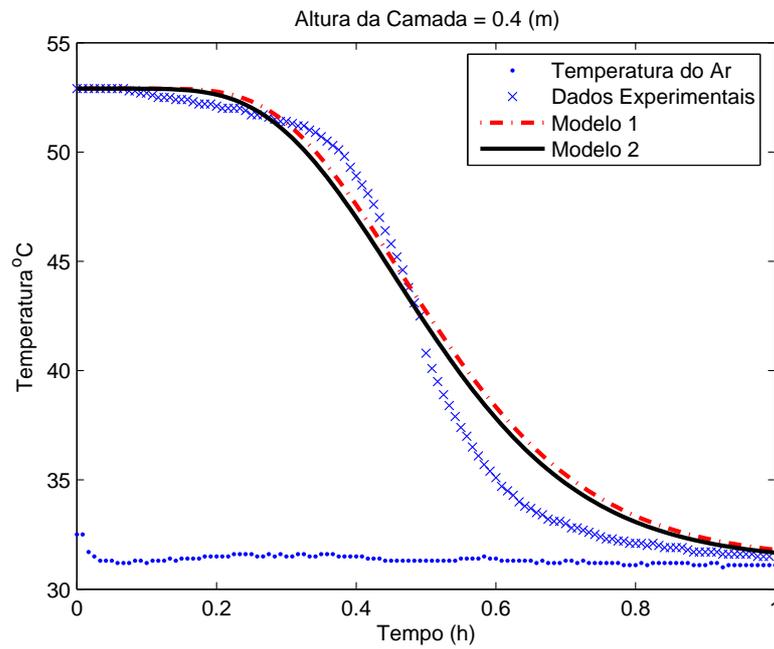


Figura 4.4: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,40$ m.

Observando os resultados apresentados na figuras (4.9) e (4.10) verificamos maior discrepância entre os resultados apresentados pelos modelos quando aplicados a camadas distantes da entrada de ar.

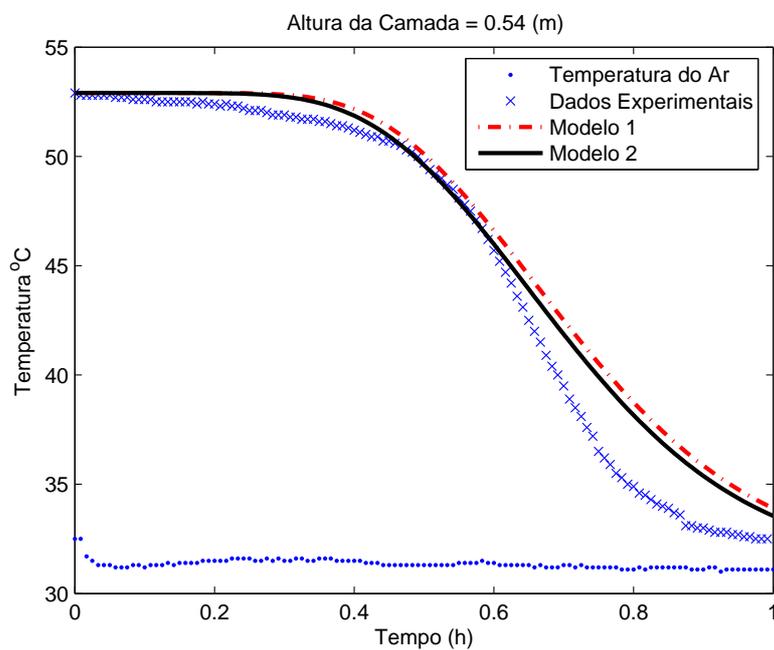


Figura 4.5: Dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,23$ m/s. Simulações (linhas), dados experimentais (valores discretos), com $y = 0,54$ m.

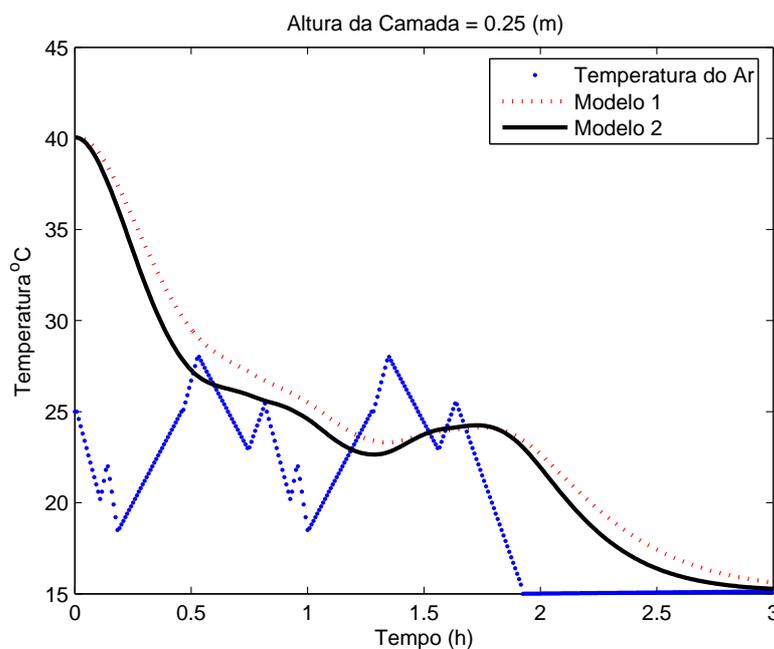


Figura 4.6: Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 0,25$ m.

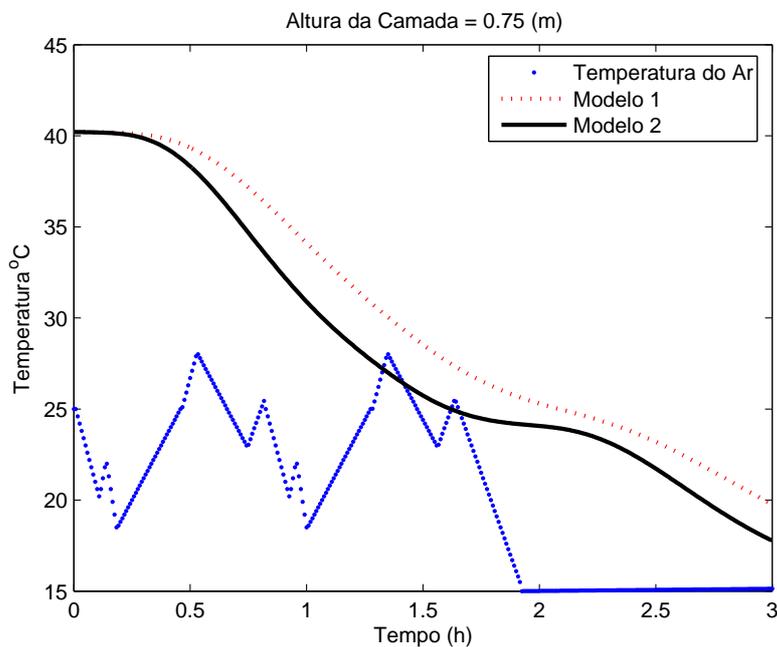


Figura 4.7: Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 0,75$ m.

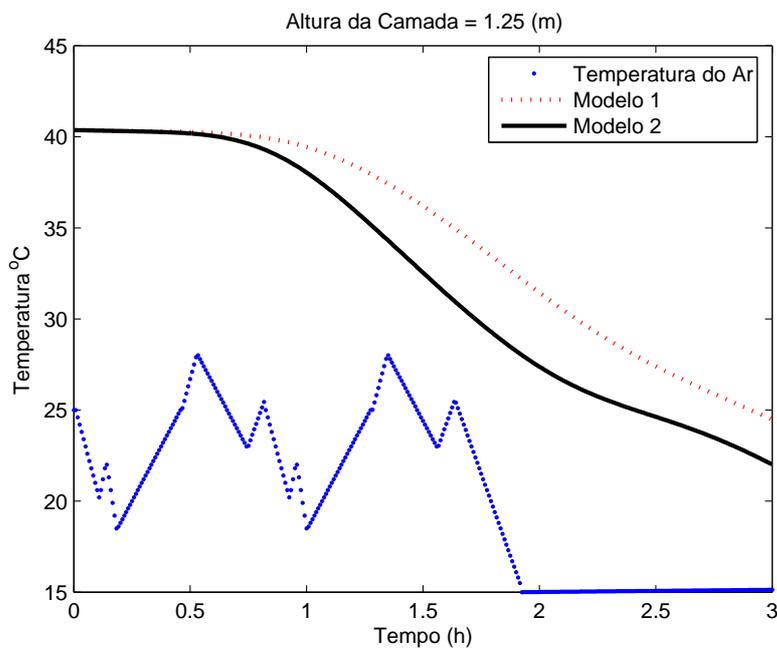


Figura 4.8: Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 1,25$ m.

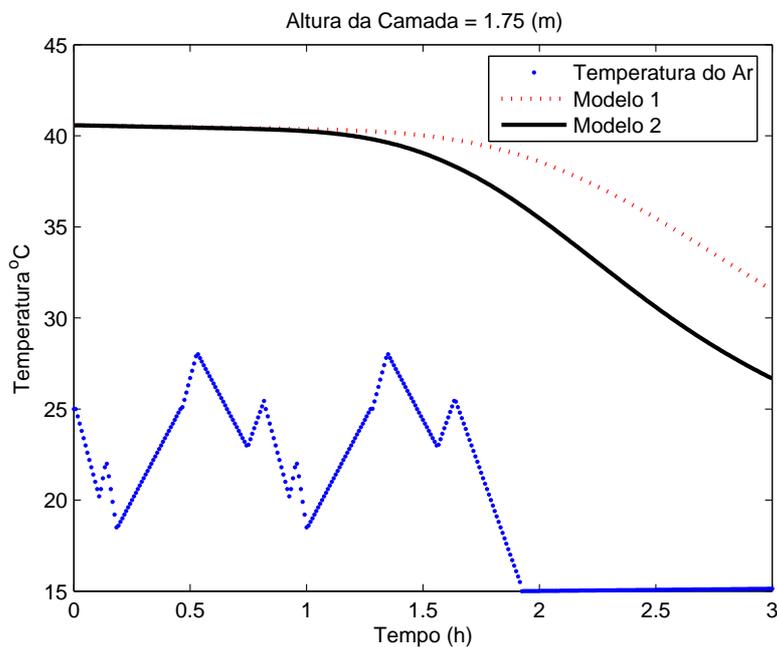


Figura 4.9: Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 1,75$ m.

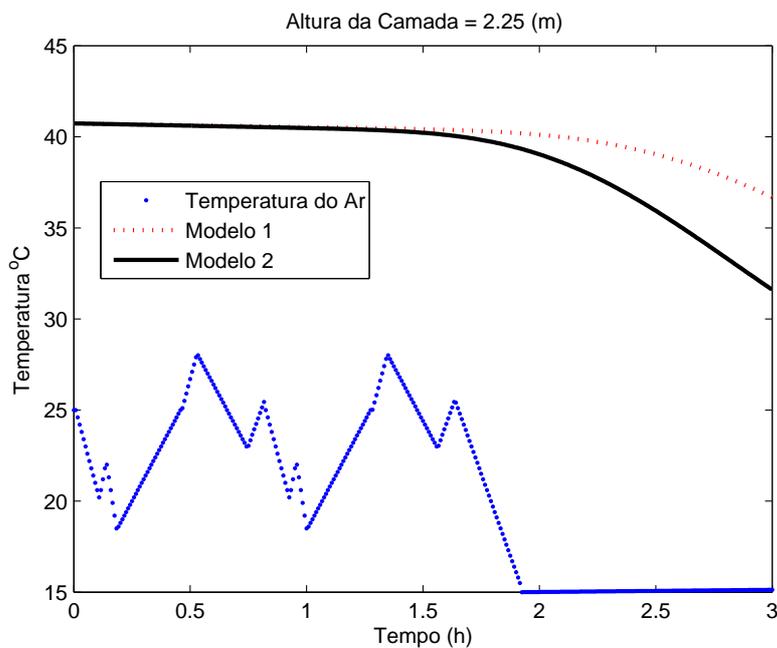


Figura 4.10: Simulação da dinâmica de resfriamento de massa de grãos de soja, para velocidade $u_a = 0,20$ m/s, com $y = 2,25$ m.

CONCLUSÕES

Neste trabalho foi realizado um estudo sobre o estado físico de uma massa de grãos sujeita a aeração. Para validação dos modelos foram comparados os dados obtidos através das simulações com dados experimentais.

Para descrever a distribuição de temperatura e umidade no interior de um silo, foi implementado primeiramente um modelo matemático baseado proposto por Thorpe (2001) onde, como característica principal, temos as equações de balanço de massa e energia relacionadas com as propriedades psicrométricas do ar de aeração. Observou-se que a resolução do modelo exige muito esforço computacional.

Afim de reduzir o esforço computacional foi proposto um novo modelo baseado no modelo proposto por Khatchatourian et al. (2005) acrescentando a este um termo fonte correspondente a respiração dos grãos e acrescentando a equação de conservação de massa desenvolvida de maneira análoga a proposta por Thorpe (2001). A comparação dos modelos com dados experimentais mostrou uma boa concordância para a distribuição de temperatura.

Para trabalhos futuros sugere-se realizar novos experimentos coletando também o teor de água em cada camada para comparar com os resultados obtidos com os modelos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alé, J. F., 2001. *Sistemas de ventilação industrial - Ventiladores*. Departamento de Engenharia Mecânica e Mecatrônica, LFSM, PUCRS.
- Bassanezi, R. C., 2002. *Ensino-Aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. Contexto, São Paulo.
- Brooker, D. B., Braker-Arkema, F. W., & Hall, C. W., 1974. *Drying Cereal Grains*. The AVI Publishing Company.
- Brooker, D. B., Braker-Arkema, F. W., & Hall, C. W., 1992. *Drying and Storage of Grains and Oilseeds*. AVIBook, New York.
- Filho, A. F. L. & Afonso, A. D. L., 1992. *Algumas Considerações Sobre Aeração de Grãos Agrícolas. Notas de Aula*. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- Fleurat-Lessard, F., 2001. Qualitative reasoning and integrated management of the quality of stored grain: a promising new approach. *Journal of Stored Products Research. Review article*, , n. 38, pp. 191–218.
- Hara, T. & Corrêa, P. C., 1981. *Silos de Alvenaria para Armazenagem de Milho a Granel na Fazenda, com Capacidade para 100 e 200 Toneladas, com aeração*. Informe Técnico, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa.
- Khatchatourian, O. A. & Oliveira, F. A., 2006. Mathematical modelling of air flow and thermal state in large aerated grain storage. *Biosystems Engineering*, vol. 95, n. 2, pp. 159–169.
- Khatchatourian, O. A., Oliveira, F. A., & Toniazzo, N. A., 2005. Mathematical modelling of thermal state in large aerated grain storage. *Proceedings of COBEM 2005 - 18th International congress of mechanical engineering*.
- Lasseran, J. C., 1981. *Aeração de grãos. Série Centreinar, n.2*. Artes Gráficas Formato AS, Belo Horizonte.

- Leveque, R. J., 2007. *Finite difference methods for ordinary and partial differential equations: steady-state and time-dependent problems*. PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, Philadelphia.
- Lopes, D. C., 2006. *Simulação e controle em tempo real para sistemas de aeração de grãos*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Viçosa., Viçosa-MG.
- Lopes, D. C., Martins, J. H., Melo, E. C., & Monteiro, P. M. B., 2006. Aeration simulation of stored grain under variable air ambient conditions. *Postharvest Biology and Technology*, vol. 42, pp. 115–120.
- Muir, E. W. & Jayas, S. D., 2003. Temperatures of stored grains and oilseeds. *National Science Programs*, vol. .
- Navarro, S. & Noyes, R., 2001. *The Mechanics and Physics of Modern Grain Aeration Management*. CRC PRESS, New York.
- Oliveira, F. A., Khatchaturian, O. A., & Bihain, A., 2007. Estado térmico de produtos armazenados em silos com sistema de aeração: Estudo teórico e experimental. *Engenharia Agrícola*, vol. 27, n. 1, pp. 247–258.
- Pereira, J. A. M., 1995. *Aeração de Grãos : Fundamentos e Manejo*. Centro Nacional de Treinamento em Armazenagem - Cetreinar, Viçosa.
- Pfost, H. B., Regifo, G. E., & Sauer, D. B., 1976. High temperature, high humidity grain storage. *ASAE, St. Joseph, MI*, vol. , n. 76-3520.
- Radtke, J. J., 2007. *Estudo Teórico e Experimental do Escoamento do Ar em Massa de Grãos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, Ijuí-RS.
- Savicki, D. L., 2001. *Modelagem matemática do processo de aeração em condições não-homogêneas da massa de grãos de soja*. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, Ijuí-RS.

- Silva, J. S., Filho, A. F. L., & Devilla, I. A., 2000. Aeração dos grãos armazenados. In Silva, J. S., ed, *Secagem e Armazenagem de Produtos Agrícolas*. Aprenda Fácil, Viçosa, MG.
- Smith, G. D., 1985. *Numerical solution of partial differential equations: finite difference methods*. Oxford Clarendon Press, 3 edition.
- Thompson, T. L., 1972. Temporary storage of high-moisture shelled corn using continuous aeration. *Transactions of the ASAE*, vol. 15, n. 2, pp. 333–337.
- Thorpe, G. R., 1997. Modeling ecosystems in ventilated conical bottomed farm grain silos. *Ecological Modelling*, , n. 17, pp. 255–186.
- Thorpe, G. R., 2001. Physical basis of aeration. In Navarro, S. & Noyes, R. T., eds, *The mechanics and physics of modern grain aeration management*, chapter 4. CRC PRESS, USA.
- Toniazzo, N. A., 1997. *Modelagem matemática do escoamento do ar em sistemas de armazenamento de grãos*. Dissertação de Mestrado, Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul - UNIJUÍ, Ijuí-RS.
- Wilhelm, R. L., 1976. Numerical calculation of psychrometric properties in SI units. *Transactions of ASAE*, vol. 19, n. 2, pp. 318–325.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)