UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

IVO PEREIRA DA SILVA

MATEMÁTICA ESCOLAR DA DÉCADA DE 1970: ESQUECIMENTO, ABANDONO, GESTAÇÃO OU NASCIMENTO?

Cuiabá
2009

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

IVO PEREIRA DA SILVA

MATEMÁTICA ESCOLAR DA DÉCADA DE 1970: ESQUECIMENTO, ABANDONO, GESTAÇÃO OU NASCIMENTO?

Cuiabá
2009

IVO PEREIRA DA SILVA

MATEMÁTICA ESCOLAR DA DÉCADA DE 1970: ESQUECIMENTO, ABANDONO, GESTAÇÃO OU NASCIMENTO?

Dissertação de Mestrado em Educação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso como requisito para obtenção do título de Mestre em Educação na Área de Teorias e Práticas Pedagógicas linha de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Gladys Denise Wielewski

Cuiabá
2009

S581m
SILVA, Ivo Pereira da. Matemática escolar da década de 1970: Esquecimento, abandono, gestação ou nascimento?/ Ivo Pereira da Silva – Cuiabá (MT): O Autor, 2009.

243 p.: il.; 30 cm.

Dissertação (Mestrado em Educação). Universidade Federal de Mato Grosso. Instituto de Educação. Programa de Pós-Graduação em Educação.
Orientador: Profª. Drª. Gladys Denise Wielewski.
Inclui bibliografia.

1. Movimento da Matemática Moderna 2. Ciência Integrada.
3. Modelagem Matemática. 4. Etnomatemática. I.
Título.

CDU: 37:51

DISSERTAÇÃO APRESENTADA À COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO DA UFMT

IVO PEREIRA DA SILVA

Prof. Dr. Ubiratan D'Ambrosio
Examinador Externo (UNICAMP)

Profa. Dra. Marta Maria Pontin Darsie
Examinadora Interna (UFMT)

Profa. Dra. Gladys Denise Wielewski
Orientadora (UFMT)

Cuiabá, 23 de março de 2009.

Aos meus pais
João e Ângela
E a minha sobrinha Angélica

AGRADECIMENTOS

A minha orientadora Professora Doutora Gladys Denise Wielewski, que sempre acreditou, me direcionou e também me deu asas para desenvolver essa caminhada acadêmica que possibilitou a concretização de mais esse objetivo.

À Banca Examinadora, Professora Doutora Marta Darsie e Professor Ubiratan D'Ambrosio, agradeço às sugestões e leitura crítica que fizeram por ocasião da qualificação

.

A Marineusa Gazzetta que me direcionou nos caminhos da Educação Matemática

A todos os meus colegas de mestrado grande companheiros deste crescimento acadêmico, profissional e pessoal

.

Aos professores e a todos os funcionários do Programa.

As meus irmãos, sobrinhos, sobrinhas, cunhadas e cunhados e as minhas irmãs Iracema, Irani e Zilda

.

A Tia Benedita e toda a sua família.

A Tê Fin e sua Família

.

As amizades construídas durante o período que estive no Projeto Parceladas.

Ao Josimar que proporcionou grande apoio em tempos de pesquisa no arquivo APUA e aos colegas do GHEMAT

As amizades construídas durante o período de estudo em Cuiabá, meus votos para que seja eterna.

Muito obrigado a todos vocês, contribuíram muito para hoje eu me tornasse um Mestre em Educação.

O Autor

A missão dos educadores é preparar as novas gerações para o mundo em que terão que viver. Isto quer dizer proporcionar-lhes o ensino necessário para que adquiram as destrezas e habilidades que vão necessitar para o seu desempenho, com comodidade e eficiência, no seio da sociedade que enfrentarão ao concluir sua escolaridade.

Luis Antonio Santaló (1990)

RESUMO

Esta dissertação tem como objetivo apresentar, em uma perspectiva histórico-bibliográfica, a transição do ensinar Matemática para educar pela Matemática, ou seja, a transição representada pelo abandono do Movimento da Matemática Moderna e a criação da Educação Matemática como campo pesquisa ocorrida na década de 1970. Esse estudo partiu das seguintes questões: O que motivou essa transição? Que propostas foram apresentadas para a educação matemática? Em que medida essas mudanças, surgidas na década de 1970, se revelaram em livros didáticos? Para apresentar os fatos ocorridos na maneira de se trabalhar com a Matemática e, na medida do possível, responder aos questionamentos, esta dissertação inicia com uma caracterização da década de 1970. Em seguida, estudamos especificamente o Movimento da Matemática Moderna, ressaltando a maneira de se trabalhar a Matemática, seguindo as orientações desse movimento, como ocorreu o movimento no Brasil, destacando seus precursores. Na seqüência, apresentamos alguns traços do que aconteceu com o ensino da Matemática entre o Movimento da Matemática Moderna e o movimento pós Matemática Moderna, momento em que se apresentam propostas para a Educação Matemática como, por exemplo, a Ciência Integrada, a Modelagem Matemática e a Etnomatemática. Em seguida, apresentamos as discussões, apontamentos e idéias de dois precursores do movimento pós Matemática Moderna, que são Ubiratan D'Ambrosio e Hans Freudenthal. O primeiro aponta os pontos que levaram ao fracasso do Movimento da Matemática Moderna e propõe uma nova maneira de educar pela Matemática. Sendo que, do último, ressaltamos as críticas que o mesmo faz ao Movimento da Matemática Moderna e aos outros modelos de ensino que surgem na década tais como Resolução de Problemas e Modelagem Matemática. Prosseguindo na busca por respostas, apresentamos uma interpretação da coleção de livro didático do Segundo Grau, "Matemática Aplicada", publicada em 1979, editada por Trotta, Imenes e Jakubovic, na intenção de saber de que forma as mudanças - tendências pedagógicas – se manifestam em seu texto. Consideramos que a coleção estudada adota uma metodologia que busca apresentar os conteúdos geralmente começando com um problema, depois se trabalha os conteúdos matemáticos, não se restringindo àqueles necessários para resolver o problema proposto e, finalmente retoma o problema para ser resolvido.

Palavras-chave: Movimento da Matemática Moderna - Modelagem Matemática - Etnomatemática - Ciência Integrada.

ABSTRACT

This dissertation has as objective presents, in a historical-bibliographical perspective, the transition of teaching Mathematics to educate for the Mathematics, in other words, the transition acted by the abandonment of the Movement of the Modern Mathematics and the creation of the Mathematical Education as field researches happened in the decade of 1970. That study left of the following subjects: What did motivate that transition? What proposals were presented for the mathematical education? In what done measure those changes, done appear in the decade of 1970, were revealed in text books? To present the facts happened in the way of working with the Mathematics and, insofar as possible, to answer to the to the to do questions, this dissertation begins with a characterization of the decade of 1970. Soon afterwards, we specifically studied the Movement of the Modern Mathematics, emphasizing the way to work the Mathematics, following the orientations of that movement, as it happened the movement in Brazil, detaching their precursors. In the sequence, we presented some lines of what happened with the teaching of the Mathematics between the Movement of the Modern Mathematics and the movement powders Modern Mathematics, moment in that you/they come proposed for the Mathematical Education as, for instance, the Integrated Science, the Mathematical Modelling and Etnomatemática. Soon afterwards, we presented the discussions, notes and ideas of two precursors of the movement powders Modern Mathematics, that you/they are Ubiratan D' Ambrosio and Hans Freudenthal. The first points the points that took to the failure of the Movement of the Modern Mathematics and it proposes a new way to educate for the Mathematics. And, of the last, the critics that the same does to the Movement of the Modern Mathematics and the other teaching models that appear in the decade such an as Resolution of Problems and Mathematical Modelling stood out. Continuing in the search for answers, we presented an interpretation of the collection of text book of the Second Degree, "Applied Mathematics", published in 1979, edited by Trotta, Imenes and Jakubovic, in the intention of knowing that it forms the changes - pedagogic tendencies - they show in his/her text. We considered that the studied collection adopts a methodology that looks for to present the contents usually beginning with a problem, later one works the mathematical contents, not limiting to those necessary ones to solve the proposed problem and, finally it retakes the problem to be solved.

Word-key: Movement of the Modern Mathematics - Mathematical Modelling - Etnomatemática - Integrated Science.

SUMÁRIO

CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....11

Introdução 11
Problemática 11
Metodologia.....12
Caracterização da década de 70.....18

CAPÍTULO 1 30

1 Movimento da Matemática Moderna e a Educação Matemática: O Percurso da transição.....30

1.1 O percurso do Movimento da Matemática Moderna.....34
1.1.1 Caracterização do Movimento da Matemática Moderna 34
1.1.2 Formas de tratamento dos conteúdos em sala de aula.....43
1.1.3 O abandono do Movimento da Matemática Moderna.....48
1.2 Os vestígios do nascimento das tendências do ensino de Matemática e da Educação Matemática como campo de pesquisa profissional 56
1.2.1 O ensino integrado de ciências 56
1.2.2 A modelagem matemática dentro da perspectiva da educação matemática....63
1.2.3 A Etnomatemática 71
1.2.4 A Etnomatemática como Proposta Pedagógica e a Modelagem Matemática como mediadora.....75
1.3 Categorias levantadas de acordo com os movimentos emergentes para realização da interpretação da coleção de livros didáticos do segundo grau, “Matemática Aplicada”.....77

CAPÍTULO 2 79

2 Precursores dos movimentos emergentes na década de 1970.....79
2.1 Ubiratan D’Ambrosio 79
2.2 Hans Freudenthal.....86
2.1 O primeiro livro - *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional) 90
2-2 O segundo Livro: *Weending and Sowing: Prefacie to a Science of Mathematical Education* (Capinando e Semeando: Prefácio a uma Ciência da Educação Matemática).....116
2.3 Categorias.....142

CAPÍTULO 3 143

3 Livro Didático: Retrato de Mudanças? 143
3.1 O livro didático como objeto cultural.....143
3.2 Educação Matemática apresentada por meio das Tendências Pedagógicas nos exercícios da coleção Matemática Aplicada.....151
3.2.1 Descrição da interpretação da Coleção “Matemática Aplicada” 154

CONSIDERAÇÕES FINAIS 175

REFERÊNCIAS 183

ANEXOS 190

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

INTRODUÇÃO

Problemática

A década de 1970 foi um período marcado por várias mudanças no sistema educacional brasileiro, e caracterizado como um período de limitada produção crítica devido aos poucos trabalhos existentes que se referem à educação matemática.

> A década de 70 pode ser considerada como a fase da transição da educação matemática enquanto campo de ação diretamente voltado às tarefas e procedimentos da prática de sala de aula, e a produção de manuais subsídios didáticos para uma Educação Matemática enquanto campo profissional não restrito apenas à ação pedagógica, mas também à reflexão sistemática e à investigação disciplinada (FIORENTINI, 1994, p. 141).

Nesse período, verificamos que há lacunas que precisam ser contempladas e, tentando preencher algumas dessas lacunas, tivemos a necessidade de conhecer o que aconteceu e quais foram as mudanças ocorridas que levaram ao desembocar do abandono do Movimento da Matemática Moderna e à criação da Educação Matemática como campo pesquisa, ou seja, como se deu a transição do ensinar Matemática para o educar pela Matemática. E, na seqüência, descortinar a idéia de como os livros didáticos traziam, em seu texto, as tendências pedagógicas que surgiam na década de 1970. Essa interpretação foi feita tendo como parâmetro as novas propostas para o ensino de Matemática.

Tivemos a intenção de buscar o preenchimento dessas lacunas[1] e silêncios[2], pois estes são contemplados pela matéria onírica, ou seja, pela fantasia e pela

1 Para Prost apud Valente, 2007, p. 32 “A verdadeira lacuna não é um objeto suplementar, onde a história ainda não foi feita. Tratam-se de questões para as quais os historiadores ainda não tem respostas”.

2 Le Goff – Para esse autor é necessário questionar sobre os silêncios da história sobre as lacunas, os esquecimentos, a história deve ser construída a partir dos documentos e das ausências dos documentos.

imaginação de acordo com a visão de quem está interpretando o momento. Sobre isso Freudenthal escreveu,

> Eu penso que é a regra que, tentando entender documentos escritos por outros, as pessoas se comportam como se elas estivessem fazendo investigações originais. Elas tentam reinventar os conteúdos do papel; isto é um pouco mais fácil que invenções novíssimas, porque você pode colocar na interpretação tanto quanto você quiser (FREUDENTHAL, 1973, p. 114)[3].

A busca do preenchimento da lacuna entre o abandono do Movimento da Matemática Moderna e à criação da Educação Matemática como campo pesquisa, se pretende porque, sabemos que a Educação Matemática surgiu como nova área de pesquisa no século passado, mais notadamente a partir da década de 1980, momento posterior ao "abandono" do Movimento da Matemática Moderna, que ocorreu no Brasil em meados da década de 1970. Portanto, o foco de estudo desta pesquisa é apresentar a transição do ensinar Matemática para o educar pela Matemática no Brasil na década de 1970.

Metodologia

Esta é uma pesquisa[4] que objetiva estudar, numa perspectiva histórico-bibliográfica, a educação matemática brasileira na década de 1970 do século XX, do ponto de vista de alguns precursores de tendências pedagógicas, como D'Ambrosio e Freudenthal, e de autores de livros didáticos de Matemática.

A pesquisa histórico-bibliográfica se desenvolve preferencialmente sobre documentos escritos, e estes documentos "apresentam-se estáveis no tempo e ricos como fonte de informação, pois incluem: [...] livros [...] lista de conteúdos de ensino, dissertações ou teses acadêmicas, diários pessoais, diários de classe, entre outros documentos" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p 102-103).

---

3 I think it is the rule that in trying to understand papers written by others, people behave as if they are making original investigations. They try to re-invent the contents of the paper; this is a bit easier than brand-new inventions because you can crib as much as you want.

4 O papel da pesquisa não consiste em produzir verdade ou a certeza, mas sim de interrogar, questionar, problematizar a realidade e, sobretudo, compreendê-la para melhor transformá-la. (MORIN apud FIORENTINI, 1994, p. 291). Significa "perseguir uma interrogação (problema, pergunta) de modo rigoroso, sistemático, sempre, sempre andando em torno dela, buscando todas as dimensões... qualquer que seja a concepção de pesquisa assumida pelo pesquisador (BICUDO apud FIORENTINI&LORENZATO, 2006, p. 59)

Por essa razão, tentamos expor, nesta dissertação, o transição ocorrida na Matemática escolar da década de 1970 e, para que tivéssemos condições de apontar alguns caminhos, algumas características e algum fato que marcou historicamente o ensino de Matemática utilizamos como método a pesquisa histórico-bibliográfica, pois esta nos permitiu realizar uma interpretação da década de estudo.

E essa interpretação, essa busca por respostas se deu em obras de Ubiratan D'Ambrosio e artigos disponíveis em seu arquivo pessoal, obras de Hans Freudenthal, obras de, e trabalhos orientados por, Wagner Rodrigues Valente e produção do Grupo de Pesquisa em História da Educação Matemática no Brasil (GHEMAT[5]), além de teses e dissertações que discutem a educação matemática do século XX.

O Grupo de Pesquisa GHEMAT, coordenado por Valente, iniciou suas atividades em 2000, e reúne professores de Programa de Pós Graduação de diferentes universidades, doutorandos, mestrandos e alunos de Iniciação Científica do curso de Licenciatura em Matemática. Conforme Valente, o trabalho realizado pelo GHEMAT

> concentra-se no desenvolvimento de Projetos que abrigam pesquisadores de vários níveis. "Uma história da Educação Matemática no Brasil, 1920- 1960" é o título de projeto concluído recentemente que resultou como produtos finais várias dissertações de mestrado, trabalhos apresentados em congressos nacionais e internacionais; ainda: a organização do APER- Arquivo Pessoal Euclides Roxo e a publicação do Inventário Sumário desse Arquivo; a produção de dois CD-ROM ("Os exames de admissão ao ginásio, 1931-1969" e "Livros didáticos de Matemática para as Reformas Campos e Capanema"), além da publicação do livro "O nascimento da Matemática do Ginásio".O projeto foi financiado pela FAPESP (VALENTE, 2004, p. 78).

De acordo com o autor, vem sendo desenvolvido pelo Grupo o projeto "Estudos sobre História da Educação Matemática no Brasil, 1950-2000", com financiamento do CNPq. Neste projeto foi organizando o APÓS – Arquivo Pessoal Osvaldo Sangiorgi, nome chave no MMM e um dos maiores autores de livros

5 www.ghemat.mat.br

didáticos sobre Matemática Moderna, e está sendo organizado o APUA - Arquivo Pessoal Ubiratan D'Ambrosio.

É válido ressaltar que, além da interpretação das produções de D'Ambrosio, Freudenthal e obras de, e trabalhos orientados por Valente, utilizamos o método de pesquisa histórico-bibliográfica para uma leitura da coleção de livro didático do ensino médio, "Matemática Aplicada", publicada em 1979, pelos Professores Fernando Trotta, Luis Márcio Pereira Imenes e José Jakubovic. Foi neste momento que se acentuou mais o procedimento interpretativo, uma vez que o título do livro sugere que, na coleção, se tratará de Matemática Aplicada.

Este estudo se deu de uma forma que, a partir das leituras feitas e da apropriação de algumas idéias estas nos trariam e trouxe possíveis respostas às indagações propostas. E, para caminhar com a escrita desse capítulo da dissertação nos apoiamos em Chartier, para nos assegurar dessa apropriação, pois

> A apropriação tal qual nós a entendemos, visa uma história social dos usos e das interpretações remetidas às suas determinações fundamentais e inscritas nas práticas específicas que as constam. Dar assim atenção às condições e aos processos que muito concretamente, fundamentam as operações de produção do sentido é reconhecer, contrariarmente, à antiga historia intelectual, que nem as idéias nem as inteligências são desencarnadas e, contrariamente aos pensamentos universalistas, que as categorias dadas como invariantes, que sejam fenomenológica ou filosófica, devem ser pensadas na descontinuidade das trajetórias históricas.Se ela permite romper com uma definição ilusória da cultura popular, a noção de apropriação, utilizada como instrumento de conhecimento, pode também reintroduzir uma outra ilusão: a que faria considerar a exposição das práticas culturais como um sistema neutro de diferenças, como um conjunto de práticas culturais como um sistema neutro de diferenças como um conjunto de práticas diversas, mas equivalentes. Aceitar uma tal perspectiva seria esquecer que os bens simbólicos, assim como as praticas culturais, são sempre o objeto de lutas sociais que tem por risco sua classificação, sua hierarquização sua consagração (ou, ao contrário, sua desqualificação). 'Compreender' cultura popular é, portanto, situar nesse espaço de afrontamento as relações estabelecidas entre dois conjuntos dispositivos: de um lado, os mecanismos da dominação simbólica que visam fazer reconhecer pelos próprios dominados as representações e as consumações que justamente, qualificam (ou melhor, desqualificam) sua cultura como inferior e ilegítima: de outro, as lógicas especificas, a obra nos empregos, usos maneiras de fazer seu o que é imposto (CHARTIER, 2003, p. 153).

Nesse sentido, considera-se que "A interpretação das chamadas fontes históricas depende muito de uma ideologia e de uma metodologia de análise dessas

fontes. O conjunto dessas metodologias, não só na análise, mas também na identificação das fontes, é o que se chama historiografia" (RUIZ, 1997, p.1-7). Conforme Garnica,

> a História é – reforçamos – o estudo dos homens no tempo, vivendo em comunidade. É uma história-problema que elege temas presentes que podem ser analisados a partir de um olhar retroativo, uma busca ao passado (próximo, ou remoto). Uma história que também se permite ser história do agora [...] Historiografia que é registro dessa história por agentes sociais que se dedicam a registrá-la [...] A historiografia é um esforço não de significação singular, mas um conjunto de esforços singulares de significações. O passado – essa representação – vai além de suas representações particulares, mas só por elas podemos avizinhá-lo, podemos fazê-lo mais familiar, compreensível e operacional, segundo as predisposições a nós permitidas pelos regimes de verdade em que nos encontramos inscritos (GARNICA, 2008, p. 10).

Para D'Ambrosio (1999), cabe ao historiador das ciências e da tecnologia a análise crítica que revelará acertos e distorções nas fases que preparam os elementos essenciais para essas descobertas e para a sua expropriação e utilização pelo poder estabelecido. Porém, a matemática e a sua história tem sido imune a essas reflexões. E complementa D'Ambrosio (1999, p. 112), referindo-se exclusivamente à América latina que, "cabe aos historiadores das ciências a recuperação de conhecimentos, valores e atitudes, muitas vezes relegados a plano inferior, ignorados e às vezes até reprimidos e eliminados, que poderão ser decisivos na busca desses novos rumos". E, para Garnica,

> A historiografia (a escrita da História), em seus registros, permite que concepções, perspectivas, cenários sejam alterados, reconfigurados ou mantidos (tanto ao cartógrafo da Idade Média foi conveniente Jerusalém ocupar o centro do mundo quanto ao cartógrafo do Renascimento foi interessante questionar essa centralidade) e permite, segundo essa concepção, que uma análise dos resíduos da paisagem – a partir da qual uma nova paisagem (ou novas paisagens) é configurada – seja conduzida sob várias óticas teóricas, para o que se torna essencial pensar a historiografia como uma trabalho coletivo e sempre em perspectiva. Assim procedendo, a historiografia registrará e comporá uma paisagem sob diferentes focos (GARNICA, 2008, p.08).

Já na concepção de Martins e Bicudo (1989) a idéia é que

> vêem o pesquisador como aquele que deve perceber a si mesmo e perceber a realidade que o cerca em termos de possibilidades, nunca só de objetividades e concretudes, a partir do que a pesquisa qualitativa, dizem, dirige-se a fenômenos, não a fatos. *Fatos* são eventos, ocorrências, realidades objetivas, relações entre objetos, dados empíricos já disponíveis e apreensíveis pela experiência, observáveis e mensuráveis no que se distinguem de *fenômeno* (GARNICA, 1997, p. 112).

Para saber de que forma as tendências pedagógicas apontadas por seus precursores se manifestaram em livros didáticos de matemática, fizemos uma interpretação da coleção em estudo, na intenção de evidenciar o modo como os autores escrevem o texto matemático e de compreender se existem evidências desta influência da corrente pedagógico-filosófica.

Para desenvolvermos a escrita deste capítulo, tomando como base essa intenção, nos apoiamos na fala de Valente quando diz que “estudar as práticas da educação matemática de outros tempos, interrogar o que dela nos foi deixado, pode significar fazer perguntas para os livros didáticos de matemática utilizados em cotidianos passados” (VALENTE, 2007, p. 39). Para esse autor os livros didáticos representam um dos traços que o passado nos deixou, e

> Nos casos de livros de destinação escolar, por exemplo, trata-se, em primeiro lugar, de analisá-los da perspectiva de sua produção e distribuição como produtos de *estratégias* editoriais em complexa correspondência com estratégias políticas e pedagógicas determinadas. De uma perspectiva complementar, mas distinta, trata-se de analisá-los em sua *materialidade* de dispositivo modelizador (das práticas de sala de aula, por exemplo), analisá-los como suportes materiais de práticas de *apropriação*, indagando-se sobre os indícios materiais que fornecem sobre as práticas que deles fizeram uso (CARVALHO, 2006, p. 142).

Conforme Carvalho (2006), para empreender a “arqueologia dos objetos em sua materialidade” proposta por Chartier, é delineado um itinerário de investigação multifacetado, ou seja, se tem a necessidade de montar um roteiro, e este recorta vários campos da pesquisa historiográfica e ajuda a adequação do questionário do historiador, “problematizando os seus procedimentos e ampliando o leque das questões e dos temas pertinentes ao seu campo de investigação” (CARVALHO, 2006,

p. 142), prescrevendo os percursos obrigatórios e indicando o campo e o questionário de investigação. Um desses recortes é a “história dos saberes pedagógicos que, veiculados pelo impresso, normatizam as práticas escolares, constituindo objetos de intervenção”. Acreditamos que a interpretação que fizemos do livro didático se inclui neste recorte da pesquisa historiográfica.

É nesse sentido que se pretende estudar aqui o processo de produção de saberes pedagógicos relativos a Matemática.

Segundo a autora, o que Chartier denomina de *sentido das formas* nada mais é que atentar para os dispositivos textuais e tipográficos de produção de sentido e é o que está presente nos livros didáticos que são considerados como objetos culturais materialmente produzidos, respeitando regras determinadas. E, ao apropriar-se de idéias de livro didático, produzido sob regras determinadas por pessoas que, naquela situação detêm o poder, “implica falar na relação de subordinação e subversão que os usuários estabelecem como os *dispositivos de modelização* das práticas inscritas nos objetos de que fazem uso” (CARVALHO, 2006, p. 143).

Conforme a autora, ao falar da intersecção entre os modelos escritos na materialidade dos produtos culturais e seus usos, entre usos prescritos e usos efetivos, se recorre ao conceito de prática de apropriação tomado como tática por De Certeau, uma vez que, para a situação, é o mais adequado

> Primeiramente porque põe em cena a impossibilidade de se pensar nos usos que são feitos de objetos culturais abstraindo-os da materialidade desses objetos. Práticas de *fazer com*, as práticas de *apropriação* são sempre práticas de transformação de objetos materialmente estruturados. Falar em práticas de apropriação implica, assim pôr em relação uma matéria a ser apropriada, uma situação, uma finalidade e um agente dotado de competências específicas que, nesta situação, atualiza um repertório cultural determinado (CARVALHO, 2006, p. 143).

Adotando a apropriação como tática de De Certeau põe em discussão os usos prescritos e usos efetivos e, evidencia a complexidade da relação entre objetos culturais e seus usos. A apropriação,

> Entendida como tática e como prática de transformação, supõe sempre a referência a uma situação particular em que agentes dotados de competências específicas produzem um novo objeto, segundo procedimentos técnicos e regras de uma finalidade condicionada por uma posição (CARVALHO, 2006, p. 144).

Trabalhar com o conceito de apropriação entendido como tática, implica adotar um questionário de investigação. E este questionário tem o objetivo de apontar os agentes das práticas estudadas, possibilitando assim a reconstrução da situação-problema que possivelmente contribuirá com o preenchimento de algumas lacunas, que é o objetivo da historiografia.

Caracterização da década de 1970

A década de 1970 abalou todas as estruturas da sociedade, apesar das poucas limitações críticas caso seja comparada à outra década do século XX, apresentando um painel de acontecimentos de diversos fatos, que foram de golpes a revoluções, momentos marcados por propaganda massiva; pela ditadura; pela falta de liberdade; pela censura e por perseguições; pela resistência, formada pelos intelectuais, estudantes, operários, artistas; ações voltadas mais por continuações do que explosões; por revisões e ampliações, mas não propriamente por invenções[6].

Os anos setenta foram anos de contrastes. A década iniciou com o apogeu do golpe militar no Brasil, regime implantado pelos militares desde o início dos anos de 1960, incentivados por países imperialistas, Estados Unidos, ativos protagonistas na instalação destes regimes, na intenção de reagir à onda de contestação e lutas revolucionárias dos anos de 1960. Durante esse regime houve perseguições com prisões para todos que ousavam ir contra o mesmo. Muitos foram presos, torturados e banidos do país. Foi também a década em que o Brasil se consagrava tricampeão

6 Os primeiros quatros capítulos são baseados em matérias da Revista Manchete (12/01/80) e do jornal Folha de São Paulo (28/02/93) disponíveis nos sites
http://www.geocities.com/hollywood/location/9137/facts.htm
http://www.geocities.com/dac_79/70s_3.htm
http://www.geocities.com/Hollywood/Location/9137/70s
http://www.geocities.com/Hollywood/Location/9137/70s.htm
Outros parágrafos que vem na seqüência tiveram como base informações obtidas nos sites abaixo:
http://www.casadehistoria.com.br/cont_31-19.htm
http://outofworld.wordpress.com/2007/09/09/anos-70-historias-apontamentos-acontecimentos-desafio-do-ze
http://www.adorofisica.com.br/trabalhos/fis/equipes/televisao/historiatvbrasil.html
http://www.aonp.org.br/fso/revista9/rev912.htm (Francisco Chagas Marinho - Especial para Revista AONP- As transformações que os anos 70 nos legaram)

de futebol na copa do mundo, no México e, a alegria do povo nas ruas escondia as barbáries que o militarismo fazia.

Em se tratando de um olhar mais amplo, a década de 1970, no mundo, foi marcada pelo crescimento de uma opinião pública que condenava os governos ditatoriais e racistas; por uma profunda crise econômica e política no esquema de desenvolvimento capitalista do pós-guerra, especialmente a partir de meados da década. Crise que se mostrou na esfera da produção, do acirramento da concorrência entre os países imperialistas, dos conflitos sociais, da dificuldade de manter dominadas as colônias africanas e as ditaduras européias e latino-americanas.

Podemos dizer que o Brasil esteve imerso, entre os anos de 1964 – 1979, no que alguns intelectuais chamaram de regime autoritário: cerceamento de pensamentos, bipartidarismo, exclusão dos direitos políticos. Nesse período, os diversos governos militares priorizaram uma política que alavancasse o desenvolvimento tecnológico do mercado industrial nacional e permitisse um aumento do PIB. O governo militar conseguiu estabelecer um crescimento econômico nessas duas décadas.

E sintetizando o livro *"A década de 70 apogeu e crise da ditadura militar brasileira"* de Nadine Habert (1992), a autora comenta que esse foi um período mais duro da ditadura militar, implantada em 1964, estes eram os anos do governo do general Garrastazu Médici (1969-1974). A censura que tinha institucionalizado nesses anos reduziram e desagregaram os movimentos sociais, ocorria a repressão militar, o esquadrão da morte estava em plena atividade, foi a década mais tenebrosa da repressão militar.

Década vista por Habert como "anos de chumbo brasileiro" - comparado com o filme alemão "Os anos de chumbo" de Margareth von Trotta- , um período de grande repressão, com crescimento das tensões sociais e de conflitos de difícil administração, com grande instabilidade política, quando os movimentos sociais foram sufocados, muitos políticos presos sofreram tortura, exílio forçado, mas também vivenciou-se o fim deste regime, no final da década, quando se tornava insustentável para o governo manter instável a economia e os movimentos contra a ditadura militar.

E se tratando da América Latina, Harbet comenta que esta década apresentou "uma história de exílios e exilados". As burguesias locais e internacionais

reagiam à ascensão dos movimentos populares e à eclosão das guerrilhas nos fins da década de 60 em várias partes do continente. Foi uma sucessão de golpes da direita para a implantação de ditaduras militares em vários outros países do continente, como Chile, Argentina, Uruguai, Peru, Bolívia.

Essa década também foi de muita propaganda oficial como a do slogan do “Brasil! Ame-o ou Deixe-o” e da dupla “Tom e Ravel", cantores que, em suas músicas exaltavam o Brasil, contribuindo para divulgar o regime, tais como “este é um país que vai pra frente” e “ninguém segura a juventude do Brasil”.

No Brasil, o povo presenciou o início e o fim do Ato Institucional n° 5, reflorescendo a liberdade política. Na área econômica houve o despontar da crise do petróleo - o fim da gasolina barata mudando o mundo industrial.

No campo científico foram registrados grandes avanços, em várias áreas, especialmente na engenharia genética. Foi iniciado com maior ênfase o conceito a importância do ambiente e da sociedade na saúde. Nasce o bebê de proveta, a 25 de julho de 1978, na Inglaterra. Terminava ali uma das mais emocionantes aventuras científicas da década de 1970.

Segundo os historiadores na época foi possível acompanhar a evolução do crescimento de uma criança e a ultra-sonografia tornou-se uma realidade. Teve início a fabricação de novos materiais, possibilitando próteses cada vez mais perfeitas. Houve prosseguimento do desenvolvimento de órgãos como o coração artificial. Muitas foram as conquistas científicas realizadas na década de 1970, inclusive no campo da odontologia.

Também foi considerada como a década do "vazio cultural", "década do Eu", "década do individualismo", onde pessoas viviam voltadas para si mesmas à começar pelo culto ao seu próprio corpo, como apontado por Marinho[7], que diz que foi nessa época que o “professor de educação física, Kenneth Cooper inventou a mania, chamada Cooper, 30 milhões de pessoas aderiram à idéia, que perdura até hoje. Houve uma predominância visível do individualismo com a criação do *walkman*, onde as pessoas puderam ouvir som a sós, com o surgimento da mania de fones de ouvido[8]. Essa postura individual acabou influenciando o plano social, ou seja, os esportes e divertimentos, de modo geral, o comportamento humano. O antigo conceito de exclusividade caducou e a massificação dominou o mercado.

7 Francisco Chagas Marinho – entrevista Especial para Revista AONP

8 Em 1979 a equipe Shibuara, da Sony, desenvolve o TPS-L2, o leitor miniatura de fita cassete que recebe o nome de walkman.

Pessoas afetadas por esses acontecimentos ganharam nomes como o ativista brigando pela anistia; a mulher descasada que tenta começar de novo ou o ecólogo preocupado com a destruição da natureza. A natureza passa a ter um aliado em sua defesa, o próprio homem. Conforme Marinho, foi em plena década de 1970 que começaram a engrossar os movimentos em favor da ecologia, especialmente contra a ameaça nuclear.

No final da década, em 1979, eclodiu o movimento contra a pesca indiscriminada das baleias. Várias foram as nações que sofreram pressões dos ecologistas, modificando suas legislações, e revisando conceitos de suas instituições legislativas e políticas. A comunidade internacional se fortalecia nesses movimentos, contando com a participação de lideranças religiosas, entre elas o Papa João Paulo II, na época com 59 anos de idade.

Os anos de 1970 representaram o início de uma conscientização de que o homem é capaz não apenas de domar as forças da natureza, mas, sobretudo, de encontrar meios para preservá-las.

A modernidade da década se inicia, em seu primeiro ano lançando, a Loteria Esportiva que alimenta os sonhos de fortuna das famílias. E, em seguida, em 1971, Stanley Kubrick gera polêmica em todo o mundo ao adaptar o romance de Anthony Burgess, sobre a violência de uma sociedade futurista, no filme "Laranja Mecânica", que permanece vários anos censurados em vários países, inclusive no Brasil.

Na música houve a consagração do rock, sobreviveram em pleno auge bandas de *hard rock* como *Led Zeppelin* e *Black Sabbath*. O rock progressivo também viveu seu grande momento com *Emerson Lake & Palmer*, *Yes* e *Pink Floyd*. Foi nessa safra que surgiu os *Queen*, um dos primeiros grandes exemplos do rock de arena, o grupo *ABBA* uma das mais bem-sucedidas invenções da década.

Nessa década começava a decadência do movimento *hippie* com a morte de *Jimi Hendrix* e *Janis Joplin* e a origem de uma nova onda no pop, o glitter. E pela primeira vez ouvia-se a expressão “ambigüidade sexual”, expressão que fez nascer aqui no Brasil o mais famoso e efêmero grupo musical do país: os Secos & Molhados, desfeito em 1974 após um ano de sua formação, mesmo assim permitiu à sua estrela, Ney Matogrosso continuar mexendo com os corpos e, principalmente, com a cabeça de todos.

Ainda nessa década, o desejo de mudar o mundo passou-se à urgência de um encontro consigo mesmo. A moda também sofreu uma grande revolução,

passou a ser idealizada de fora para dentro, do povo para os fabricantes, da rua para os salões, era a época dos famosos sapatos plataforma, das calças boca-de-sino, das meias de lurex, do poliéster e dos signos do zodíaco. A criatividade aposentou o termo chic que, entre muitos outros, foi substituído por *kitsch*, *punk*, retrô. A juventude era inexperiente e desconhecia o rumo a tomar - sabendo apenas que não queria obedecer aos padrões reinantes - a moda seguiu a corrente hippie. Nosso ocidentalismo era considerado decadente. Isso acabou resultando na consolidação da própria contestação, tendo como bandeira um pedaço de tecido grosso, azul e desbotado: o jeans.

Com o crescimento alcançado pelo governo, no final da década de 1970, iniciou-se um processo de formação de associações de moradores, de trabalhadores, assim como de empresários, permitindo um processo de redemocratização; esse processo só se tornou possível pelas realizações de grandes congressos e debates políticos em escala nacional. Esse período caracterizou-se pela política de transição, buscando saídas para o regime ditatorial-militar no país.

Nos anos de 1970, na área da tecnologia, aconteceu o despontar da informática, na Ciência os avanços foram os mais bem-sucedidos, em todos os campos. No Brasil aconteceram as primeiras grandes conquistas técnicas da televisão, a transmissão em rede via satélite (1970), a transmissão a cores (1972), Estréia do programa popular da rede Globo “Fantástico” (1973), no ar até hoje; e produzido "Dona Flor e Seus Dois Maridos", de Bruno Barreto, visto por 10,7 milhões de espectadores, o maior sucesso de público na história do cinema nacional (1976). No campo das artes cênicas houve uma verdadeira revolução cultural. O mercado de arte passara a ser um grande negócio no Brasil e o artista nacional ficou mais valorizado. Enfim, foi uma década trepidante em termos de comportamento social.

No final dos anos 1970, conforme Danda (2006), apareceu na linguagem brasileira a expressão “fazer a cabeça”. Em relação aos meios de comunicação, argumentava-se que, “fazer a cabeça”, significava que o sujeito que “faz a cabeça do outro” nega o outro para produzi-lo à sua maneira. Com uma reflexão e uma preocupação a respeito ou também como uma oposição a essa expressão, na década de 1970, são elaboradas propostas de integração meio-escola no âmbito do 1^{o} grau, junto à Prefeitura do Município de São Paulo.

Conforme Carmen Silvia Maria da Silva (S.d.) a redemocratização da sociedade brasileira foi alimentada, a partir de meados da década de 1970, com o aparecimento na cena política de manifestações públicas em torno de interesses comuns, protagonizadas tanto por pequenos agrupamentos como por articulações de grupos que exigiam o direito a ter direitos. As organizações criadas nesse contexto geraram novos espaços de manifestação de interesses e de expressão de um discurso próprio, brotado das próprias lutas sociais.

A Educação Popular, à época, foi uma presença forte nessas organizações de grupos, expressa nas experiências de alfabetização de adultos, acompanhamento sistemático a grupos populares, formação política e sindical, entre outras. As idéias de Paulo Freire, que articulavam ação cultural e prática política, mesclaram-se a outros fundamentos destes novos movimentos sociais, para dar vigor ao debate sobre autonomia dos sujeitos, processos de transformação, democracia e organização de base, igualdade de direitos e construção de novos direitos.

No processo de redemocratização as organizações de movimentos sociais foram capazes de fomentar um amplo processo mobilizatório de participação popular na elaboração da Constituição Federal de 1988 – um marco à saída do regime autoritário.

Para Carmen Silvia Maria da Silva (S.d.) a especificidade da Educação Popular vinculada à transformação social, é toda uma construção de caráter multifacetado, que incorpora a atuação de diversos sujeitos políticos coletivos explorados economicamente e oprimidos política e culturalmente no atual estágio da sociedade.

Na década de 1970 estabeleceu-se um clima de diálogo entre pesquisadores qualitativos e quantitativos. Grande número de investigadores educacionais percebeu que os métodos quantitativos não atendiam às suas necessidades e a investigação qualitativa explodiu em educação, contribuindo significativamente com as ciências humanas e sociais.

Conforme Renata Fernandes e Silva (S.d.) na década de 1970 vivia-se o “milagre econômico”, os desdobramentos da promulgação do AI-5 (em fins de 1968) e as Reformas[9] Educacionais do Ensino Primário e Secundário. Reforma Educacional ocorrida em 1971, cujo aparato legal foi a Lei de Diretrizes e Bases -

9 Prost apud Alvarez o termo reforma designa uma ação realizada por um agente individual ou coletivo e esta ação produz uma mudança: Para que ocorra uma reforma, é necessária a existência simultânea de três condições: o projeto de reforma, a amplitude do projeto e o debate coletivo em torno do projeto.

LDB 5692/71, que reformulou o ensino em importantes aspectos tais como: torna-se obrigatória a escolaridade para crianças entre sete e quatorze anos; o Ensino Fundamental passa a ser realizado em oito anos (1ª a 8ª série); é extinto o exame de admissão; e o Ensino Secundário passa a ser de três ou quatro anos e visa formar "cidadãos" aos moldes do governo vigente e trabalhadores qualificados, de cunho totalmente voltado para o ensino técnico. A lei 5692/71, segundo D'Ambrosio,

> estruturou o sistema de ensino de Primeiro Grau, constituído de oito anos e Segundo Grau constituído de três anos. O objetivo desse processo era entregar um Certificado de Conclusão, ao final de cada etapa, permitindo ao estudante, ao final do Primeiro Grau e/ou do Segundo Grau, ingressar em algum treinamento profissional reconhecido e dispensando as escolas da obrigatoriedade da profissionalização, voltando a ênfase à formação geral. (D'AMBROSIO apud LIMA, 2006, p. 34)

No fim desse período de estudo, a Educação conseguia tomar um rumo próprio, onde os agentes de ordem científica – professores de universidades ou de grandes escolas - , agentes "decisivos" – professores - , agentes "mudos" – alunos - e demais estariam debatendo as prioridades do ensino público. Dessa década para cá, realizaram-se diversos Simpósios, Congressos e tantos outros eventos, que culminaram, e culminam sempre, na expansão da democratização do espaço político nas escolas.

Em se tratando de educação, mais especificamente no Brasil, a década de 1970 foi marcada pelo surgimento dos cursos de Pós-Graduação em Educação, com a maioria das produções relacionadas a temas psico-pedagógicos centrados nos materiais instrucionais, como calculadoras, e nas técnicas de ensino. Uma vez que, na década de 1970, surgiram as calculadoras por um preço acessível, que representam uma grande revolução nas escolas e que, nos dias atuais, é um assunto que ainda está em processo de discussão, no ensino da matemática.

No ano de 1970, houve a institucionalização do MOBRAL e em 1971 a Lei 5692 da Reforma do Ensino de 1º e 2º graus e pelo Decreto – Lei nº 71.737 institucionalizou na forma de *supletividade* a Educação de Adulto, ou seja, o ensino supletivo previsto pela lei 5692 nos parágrafos 81, 91 e 99.

No parecer 699/72, que trata do ensino supletivo, "o conselheiro Valnir Chagas narrou um pouco da história dos cursos supletivos, tendo para isso que se

referir a historia da escola no Brasil. Segundo este relator, o ensino supletivo tem suas origens nos exames preparatórios para ao Ensino Superior" (MONTEIRO, 1991, p. 20-21). Nesse quadro de realidade "Essa situação levou os educadores a idealizarem um novo tipo de curso, o qual deveria também atender as necessidades de candidatos já trabalhadores de forma não apenas 'acadêmica'" (MONTEIRO, 1991, p. 23).

Seguindo a nossa problemática, que é descobrir o que aconteceu e quais foram às mudanças ocorridas na educação matemática, na década de 1970, nos apoiamos em Dario Fiorentini (1994) que enfatiza o sentido de que a Educação Matemática brasileira, enquanto campo de estudo/pesquisa, teria passado por três fases distintas e viveria hoje uma quarta fase. As duas primeiras que antecederam a década de 1970, corresponderiam às fases da gestação. Nesse sentido "A fase da gestação da Educação Matemática enquanto campo profissional vai do inicio do século XX até o final dos anos de 1960" (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 17) e, por isso, a década de 1970 corresponde ao nascimento desse campo profissional. A terceira (década de 80) corresponderia à fase do surgimento de uma comunidade nacional de educadores matemáticos, os quais contribuíram para a ampliação da região de inquérito da educação matemática e para a consolidação das primeiras linhas de pesquisa.

E durante essa fase de gestação, uma outra reforma se fazia presente no período, o *Movimento da Matemática Moderna*, que surgiu como uma proposta de reforma para o ensino de Matemática, priorizando uma unificação da Matemática, por meio da Teoria dos Conjuntos e do estudo de suas estruturas fundamentais, seguindo a corrente Bourbakista e se apoiando também, por outro lado, na teoria de Piaget e na importância do aspecto psicológico do ensino e da aprendizagem que, até então, estava sendo renegado. Esta reforma estava, conforme alguns autores - Ruiz e Barrantes - baseada em premissas errôneas, objetivos equivocados, por isso fracassou, mas verificamos que há coisas, do Movimento da Matemática Moderna, significativas que devemos manter no ensino atual. Porém, sabemos que esse tipo de ensino não se adequou à situação que viviam na época.

Na visão de professores pesquisadores da História da Educação Matemática, como Beatriz D'Ambrosio, Vitti, Burigo e outros, na década de 1970, o Movimento da Matemática Moderna entra em queda em todo o mundo. Assim podemos dizer, após leituras que fizemos a respeito desse movimento, que uma das razões do seu

abandono foi o fato de terem sido alterados os conteúdos sem a adequada reformulação de objetivos e maneiras de atuar didaticamente em sala de aula. E, no processo de abandono, ficou confirmado que havia necessidade da participação do aluno para que o mesmo conhecesse, diferenciasse um saber-fazer repetitivo de um saber-fazer dinâmico.

Na fase do nascimento, década de 1970, conforme Fiorentini (1994, p. 111), surgiam os programas de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação nas Universidades Federais de Santa Maria-RS, Niterói-RJ, Rio de Janeiro-RJ, Salvador-BA, Porto Alegre-RS, nas Universidades Católicas do Rio de Janeiro e São Paulo e nas Universidades de Brasília, Campinas e de São Paulo. Nesse período, foram produzidas e defendidas aproximadamente dez teses e mais que vinte e cinco dissertações, sendo a maioria delas voltadas para a validação de propostas metodológicas ou preocupadas, fundamentalmente, com o baixo rendimento escolar em matemática:

> No estudo das pesquisas produzidas nestes cursos – ao menos até 1979 – CUNHA identifica algumas tendências que, na verdade, são orientações viesadas, tais como o legalismo, o idealismo, o estrangeirismo, o economicismo, o sociometrismo, o psicologismo, o tecnicismo e sistemismo e o computacionismo (CUNHA apud FIORENTINI, 1994, p. 20).

Dentre essas produções se destaca a tese do conhecido professor Scipione de Pierro Neto, defendida em 1972 - FEUSP, cujo título é “Uma contribuição ao ensino de geometria elementar”, titulo este que já aponta mudanças ao ensino que se desenvolvia na época.

Os professores Fiorentini; Lorenzato (2006) asseguram que essas produções foram resultados de 14 diferentes programas de Pós-Graduação. Logo, nós autores desta dissertação arriscamos a dizer que essas produções ajudaram no fortalecimento dos grupos de estudos de Educação Matemática, bem como as discussões nos diversos encontros que ocorriam nessa década como, por exemplo, “o Seminário realizado no Rio de Janeiro organizado pelo recém-fundado GEPEM (Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática). Neste seminário discutiam a Educação Matemática em nível médio” (BURIGO, 1989, p. 226).

Com o surgimento dos cursos de Pós-Graduação, a obrigatoriedade da escolarização de quatro para oito anos e o fim do exame de admissão, conforme Fiorentini (1994, p. 142), “nas várias regiões do país, surgiram inúmeros cursos de Licenciaturas em Ciências e Matemática”. E quanto às reformas nacionais para a Formação de Professores,

> Em 1973, foi criado pelo MEC o Projeto de Melhoria do Ensino de Ciências do PREMEN, que envolvia a elaboração de materiais didáticos na área das ciências naturais e da Matemática, vários tipos de cursos para professores, destacando-se os cursos de “licenciatura experimental em serviço”. Foi através desse projeto que se organizou o Seminário de Ciências e Matemática do PREMEN, em 1973, e que foram financiadas experiências com ensino de Matemática realizadas na UNICAMP e na Universidade Federal do Ceará (BURIGO, 1989, p. 220).

A fim de qualificar os professores do Brasil, da América Latina e Caribe para o Ensino de Ciências e Matemática e reformar, por meio de novas orientações metodológicas, para o ensino e pela evolução da Ciência e de sua posição perante o mundo, foi pensado um curso que pretendia “colocar em prática uma filosofia de formação de líderes para o ensino de ciências em moldes inovadores (D’AMBROSIO, 1984, p. 9)”; esse curso visava essa inovação e buscava ter como participantes alguns professores representantes desses países, na intenção de aproveitar “intensamente a experiência acumulada por vários indivíduos em serviço durante vários anos (D’AMBROSIO, 1984, p. 9)” e tornar os mesmos, lideranças na divulgação dessa maneira de ensinar Ciências e Matemática que repousava “num tripé: conteúdo interdisciplinar, atitude metodológica, e experiência de vida (D’AMBROSIO, 1984, p. 10)”. Então, no ano de 1975,

> foi implantado na UNICAMP um curso de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática, como parte do Projeto Multinacional para a melhoria do Ensino de Ciências e Matemática (PROMULMEC), da OEA, em convênio com o MEC e com apoio do PREMEN (BURIGO, 1989, p.221).

Ainda a respeito da Formação de Professores, em especial de Matemática, desde o ano 1968, “passou a se realizar, a cada quatro anos, o *ICME*/*International*

Congress of Mathematics Education/Congresso Internacional de Educação Matemática (D'AMBROSIO, 2008, p. 97)" e, no ano de 1976, na realização do 3º Congresso Internacional de Educação Matemática, realizado em Karlsruhe, Alemanha, "A organização do *Working Group Why Teach Mathematics*? foi confiada a Ubiratan D'Ambrosio. Nesse grupo foram priorizadas as dimensões culturais, sociais e políticas da Educação Matemática (D'AMBROSIO, 2008, p. 97)". D'Ambrosio (2008) comenta que um número reduzido de brasileiros participou desse congresso, porém, nos últimos congressos, a participação dos professores brasileiros tem sido a mais numerosa. E complementa que, nesse 3º *Icme* foi fundado o *Internacional Study Group on the Relations Between and Pedagogy of Mathematics/HPM* e a partir de então, "começam a se organizar, de forma sistemática, os estudos sobre História da Matemática e suas repercussões na Educação Matemática. A participação brasileira no HPM, desde sua fundação, tem sido intensa (D'AMBROSIO, 2008, p. 97)".

Ainda, durante a década de 1970, pode-se observar as conseqüências e desdobramentos da Reforma Universitária de 1968, em perfeita consonância com a legislação seguinte, a LDB 5692//71, já que, teoricamente, de acordo com esta reforma, caberia aos professores a tarefa de passar os conteúdos pré-selecionados pelo governo e, ao aluno, recebê-los. "Por outro lado, caracteriza a década de 1970 como a do retorno aos temas psico-pedagógicos, porém, com um viés mais tecnicista que o métrico (MELLO apud FIORENTINI, 1994, p. 20) ".

O ensino de Matemática da década de 1970, conforme Lorenzato, mistura duas orientações, uma que tem a tradição da Matemática ser uma disciplina excelente para desenvolver o raciocínio, outra que tem o privilegiado meio de exercício lógico, ou seja, "esta disciplina é encarada ao modo de uma valiosa ginástica intelectual e como um conjunto de conhecimentos que deve ser adquirido, posto que imprescindíveis às exigências práticas da vida (LORENZATO, 1976, p. 22)". E para o aluno se sobressair nessa disciplina, na prática, ele tem que ter uma capacidade imensa de memorização.

Estes são alguns, e, provavelmente, os principais, embora nem todos, acontecimentos e personagens que definiram o comportamento na década de 1970. De acordo com análise de grande parte dos sociólogos, a década de 1970, sem dúvida, foi o "empurrão" que estava faltando para começar uma mudança geral no planeta. Podemos dizer que, da década de 1970 até os dias atuais, 'muita água

passou embaixo da ponte' e o mundo já não é o mesmo. Essa rápida retrospectiva é um reeditar sobre a década de 1970 e provavelmente nos ajudará a entender um pouco o quanto os anos 1970, apesar das limitações críticas, contribuíram para a solução de questões vividas pela humanidade.

Em se tratando da estrutura desta dissertação, apresentamos no capítulo 1, uma caracterização do Movimento da Matemática Moderna, trazendo seus precursores, apresentamos as formas de tratamento dos conteúdos em aulas seguindo as orientações desse movimento e descrevemos alguns pontos que causaram o seu abandono. Para que isso se tornasse possível, utilizamos obras de D'AMBROSIO, VALENTE, VITTI, BURIGO, BORGES, KLINE e outros.

E, na seqüência, dentro do capitulo 1, apresentamos alguns traços do que aconteceu com o ensino da Matemática posterior ao abandono do movimento e anterior ao Movimento da Educação Matemática, considerada como campo de pesquisa, momento em que se apresenta discussões da Ciência Integrada, Modelagem Matemática e Etnomatemática. Para este momento utilizamos das obras de D'AMBROSIO, FERREIRA, FREUDENTHAL, SANCHEZ, WILMER, CAPURRO S., RODRIGUES; PLATT e MONTEIRO.

No capítulo 2 apresentamos as discussões, apontamentos e idéias de Ubiratan D'Ambrósio e de Hans Freudenthal e as críticas que fazem aos vários modelos de ensino que surgem na década. Aqui nos dispomos a estudar alguns capítulos dos dois livros de Freudenthal, *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional) e *Weending and Sowing: Prefacie to a Science of Mathematical Education* (Capinando e Semeando: Prefácio a uma Ciência da Educação Matemática).

As discussões apresentadas nos capítulos 1 e 2 servirão para tirar as categorias que nos serviram de base para iniciar a interpretação da coleção de livro didático do ensino médio "Matemática Aplicada", publicada em 1979, editada por Trotta, Imenes e Jakubovic, pois esta interpretação tem, como parâmetro as novas propostas para o ensino de Matemática vigente na década de 1970. Os resultados da interpretação se apresentam no capítulo 3.

Capítulo 1

1 Movimento da Matemática Moderna e a Educação Matemática: O Percurso da transição

O presente capítulo fundamentar-se-á em obras de D'Ambrosio – grande representante na história contemporânea da educação no Brasil - e artigos disponíveis em seu arquivo pessoal, nas dissertações e teses, que têm como objeto de estudo o Movimento da Matemática Moderna (MMM)[1] o Ensino Integrado de Ciências e da Modelagem Matemática. Portanto, este capítulo pretende dar, a partir de uma interlocução com os autores estudados, um panorama da Matemática Escolar década de 1970, partindo de considerações feitas sobre o MMM.

Utilizamos as palavras de Capurro S. para tentar uma justificativa para as mudanças ocorridas, durante a década de 1970, no processo de ensino de Matemática; o autor afirma que

> A educação é um fenômeno social que tem que buscar soluções adequadas frente à problemática que, a cada instante o futuro do mundo, desafia a cada grupo humano. Portanto, estas soluções devem valorizar as diferenças raciais, geográficas, ambientais e de tradição histórica que caracterizam cada região do país (CAPURRO S., 1975, p. 1).

Esse autor, Capurro S (1975), afirma, no decorrer de seu artigo, que, o que se busca é uma educação permanente com respostas às necessidades de educar para a mudança e permitir aos cidadãos participar nesse processo educativo criativo, e ter uma atitude crítica frente aos sistemas e visão do mundo.

Para as mudanças surgidas na década referida, sentimos a necessidade de discorrer, em poucas palavras, sobre a Matemática e a origem da discussão da Educação Matemática[2].

1 A partir deste momento indicaremos o Movimento da Matemática Moderna apenas pelas letras iniciais MMM.

Para isso, recorremos a Luis Santaló (apud FALSETTI et al, 2006, p. 23-24) que afirma que a Matemática apresenta um caráter de dualidade, de forma que nos é apresentada como uma relação dialética entre suas características, mas como uma possibilidade de fornecer uma visão diversificada das coisas.

A dualidade da matemática se apresenta como arte e como técnica, como teoria e ferramenta, como filosofia e aplicação, como paradigma de exatidão e como modelo de aproximação, como criação intelectual pura e como verificação experimental. E a matemática conseguiu os avanços que se vêem, na atualidade, pelo fato de ter a equilibração entre essas características da dualidade.

Conforme Falsetti et al (2006), a Matemática está envolvida com a vida desde o início da humanidade. Devido a esta situação a matemática foi penetrando, desde sua criação, em áreas como a da astronomia, da música, da astrologia, da arte e da religião, entre outras. De acordo com os autores, quando se recorre à história, do tempo antigo até a atualidade, podemos observar, na matemática, uma seqüência de mudanças no conteúdo, em suas áreas de estudo e, também, nos diversos pontos de vista de que tratam os estudos.

> "Embora o desenvolvimento da matemática seja exigido por outras ciências, como a medicina, física, geologia, as quais, por sua vez, exigem constante evolução tecnológica, também é verdade que a matemática nunca deixou de ser uma área de conhecimento que responde aos interesses e preferências pessoais do pesquisador. Assim, a matemática se tornou uma parte essencial da evolução da ciência e tecnologia em geral" (FALSETTI *et al*, 2006, p. 25)[3].

Partindo dessa afirmação podemos dizer que

> A Matemática tem por objetivo de investigação, por um lado, criar um sistema abstrato composto de definições de conceitos, pelas representações simbólicas, com símbolos e gramática específica, regras de manipulação simbólica e conceitual, relações entre os conceitos aprendidos por meio de técnicas específicas e aplicação da Lógica Simbólica e, por outro lado, criar teorias, técnicas e modelos enquadrados em tais sistemas. Estes sistemas são apresentados à comunidade científica como um conjunto interligado, coerente e auto-contido de axiomas e teoremas. Os

3 Si bien el desarrollo de la Matemática es requerido por otras ciencias como, por ejemplo, la medicina, la física, la geología, las que a su vez requieren y exigen constantes avances en la tecnología, también es cierto que la Matemática nunca ha dejado de ser un área del saber que responde a los intereses y gustos personales del investigador. Así, la Matemática ha pasado a formar parte imprescindible de la evolución de la ciencia y la tecnología en general.

> modelos podem se referir sobre as características físicas e sociais captada pelos seres humanos e também podem se referir às abstrações matemáticas em si. Ao referir a realidade extra-matemática são meios de descrever, interpretar, antecipar, tirar conclusões a partir de fatos, processos, as operações dos sistemas estudados. São, portanto, meios de subsistência e base conceptual e simbólico de outras ciências e tecnologia (FALSETTI et al, 2006, p. 26-27)[4].

A Matemática vista por Morris Kline (1976, p. 176) "é a chave para a nossa compreensão do mundo físico; dá-nos o poder sobre a natureza; e deu ao homem a convicção de que ele pode continuar a sondar os segredos dela", e conforme o autor, o que podemos modelar e ensinar, além da Matemática, são os relacionamentos da matemática com outros interesses humanos.

E ao voltar os olhares a esses relacionamentos surgem as discussões da Matemática - "extra-matemática", que aqui consideramos como Educação Matemática. Verificamos, no artigo, "A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: História e Epistemologia" de autoria do professor Wagner Rodrigues Valente, a existência da educação matemática em iniciais minúsculas e a Educação Matemática com as iniciais maiúsculas e, Valente, distingue-as dizendo que "a primeira refere-se aos processos de ensino e de aprendizagem matemática de todos os tempos onde a matemática esteve presente nas escolas e a segunda é tomada como campo de pesquisa" (VALENTE, 2007, p. 13).

Se tratando das origens da Educação Matemática e válido lembrar que,

> Embora já se identifiquem, na antiguidade, preocupações com o ensino da matemática, somente a partir das três grandes revoluções da modernidade, a Revolução Industrial (1767), a Revolução Americana (1776), e a Revolução Francesa (1789), que as preocupações com a educação matemática da juventude começam a tomar corpo [...]. A identificação da Educação Matemática como uma área prioritária na educação ocorre na transição do século XIX para o século XX. Os passos que abrem essa nova área de pesquisa são devidos a John Dewey (1859-1952), ao propor, em seu livro *Psicologia do Número* (1895), uma reação contra o formalismo e uma relação não tensa, mas cooperativa, entre aluno e professor e uma integração entre todas as disciplinas [...] Mas o passo

4 La Matemática tiene por objeto de investigación por un lado crear sistemas abstractos constituidos por definiciones de conceptos, por representaciones simbólicas, con símbolos y gramáticas específicas, reglas de manipulación simbólica y conceptual, relaciones entre los conceptos obtenidas mediante técnicas específicas y aplicación de la Lógica Simbólica y por otro crear teorías, técnicas y modelos enmarcados en dichos sistemas. Estos sistemas se presentan a la comunidad científica como un conjunto interrelacionado, coherente y autocontenido de axiomas y teoremas. Los modelos pueden referirse a la realidad física y social captada por el hombre como así también pueden referirse a abstracciones matemáticas en sí mismas. Cuando se refieren a la realidad extra-matemática son medios para describir, interpretar, anticipar, obtener conclusiones sobre hechos, procesos, funcionamientos de los sistemas estudiados. Son, por lo tanto, base y sustento conceptual y simbólico de las demás ciencias y la tecnología.

> mais importante, segundo esse autor, no estabelecimento da Educação Matemática como uma disciplina é devido à contribuição do eminente matemático alemão Felix Klein (1849-1925) que publicou, em 1908, um livro seminal, Matemática Elementar de um Ponto de Vista Avançado (D'AMBROSIO, 2004, p. 71).

Conforme D'Ambrosio (2004), Klein se posiciona no livro dizendo que a escola tem que se fundamentar e fortalecer nas bases psicológicas e, para que um professor tenha sucesso, é necessário que este apresente as coisas numa forma intuitivamente compreensível. E, na seqüência do texto de D'Ambrosio (2004), acrescenta que:

> A consolidação da Educação Matemática como uma sub-área da matemática e da educação, de natureza interdisciplinar, se dá com a fundação, durante o Congresso Internacional de Matemáticos, realizado em Roma, em 1908, da Comissão Internacional de Instrução Matemática, conhecida pelas siglas IMUK/ICMI, sob liderança de Felix Klein (D'AMBROSIO, 2004, p. 72)

Com a finalidade de fortalecer o comentário das discussões a respeito da Educação Matemática, buscamos apoio em Garnica, que afirma:

> A educação matemática pode ser vista como um "movimento", o que implica aceitar que, desde o primeiro instante que se decidiu ensinar a alguém alguma coisa chamada "matemática", uma ação de educação matemática começou a manifestar-se. Estando a instituição "universidade" imersa no mundo, esse "movimento" inscreve-se também, posteriormente, na prática da pesquisa acadêmica formal. [...] Desse percurso, um discurso especifico, cujo objetivo é interdisciplinar, começa a ser delineado num dialogo interáreas (GARNICA apud BORBA e SANTOS, 2005, p. 295).

O que podemos dizer é que esse "movimento" vem sendo discutido desde o século XIX, e no século XX de acordo com Fiorentini (1994), essas discussões referentes a Educação Matemática, ocorrem em todas as décadas e essas são caracterizadas pelas tendências adotadas, tais como: tendência formalista-clássica, tendência formalista-moderna, tendência tecnicista e suas variações, tendências

ativas – a empírico-ativista e a construtivista, tendência sócio-popular ou crítico-popular.

> É importante lembrar que a Educação Matemática, como disciplina autônoma, é relativamente nova. Alguns matemáticos e educadores ainda insistem em não reconhecê-la como tal. No entanto, educação matemática, como preocupação com uma prática, vem desde a antigüidade (D'AMBROSIO entrevista concedida a PIRES, 1999; p. 5)

Nesse sentido, adotamos em nossa pesquisa o termo Educação Matemática, apoiados em Fiorentini (1994, p. 29-30) que a concebe como área de saber que procura, de modo sistemático e consistente, investigar problemas ou responder as indagações relativas ao ensino e à aprendizagem da matemática, bem como à formação de professores, ao contexto escolar, cultural e sócio-político em que ocorre a prática pedagógica. Além disso, a educação matemática é considerada como uma área multifacetada e multidimensional, cuja região de inquérito envolve, não apenas a dimensão didático-metodológica, mas também outras de caráter epistemológico, histórico-filosófico, sociológico, psicológico e teleológico-axiológico pertinentes à matemática e ao processo educativo.

Fiorentini ainda sustenta a posição de que

> O grande mérito da matemática foi trazer uma nova visão de matemática e de educação matemática, de feição antropológica, sócio-cultural e política. Sob essa perspectiva, a matemática e a educação matemática são vistas como atividades humanas determinadas sócio-culturalmente pelo contexto em que são realizadas [...] o conhecimento matemático deixa de ser visto, como um conhecimento acabado e isolado do mundo [...] passa a ser visto como saber prático e dinâmico, produzido histórico-culturalmente nas diferentes práticas sociais, podendo aparecer sistematizado ou não (FIORENTINI, 1994, p. 60).

Fazendo essas considerações sobre o que é o trabalho com a educação matemática, entraremos no período demarcado para fazer a observação do objeto de estudo, ou seja, os aconteceres ocorridos ao inicio e ao esvaziamento do MMM.

1.1 O percurso do Movimento da Matemática Moderna

Os posicionamentos do Professor D'Ambrosio, que aparecem nos artigos, teses e dissertações, nos fazem acreditar que as suas discussões, assim como outros posicionamentos referentes aos avanços do ensino da matemática, podem auxiliar-nos na compreensão dos anos em que o MMM se manifestou, bem como do momento de seu esvaziamento e de sua não mais existência nos debates referentes ao ensino de matemática.

1.1.1 Caracterização do Movimento da Matemática Moderna

Para um estudo mais aprofundado sobre o MMM tivemos a necessidade de fazer um levantamento de obras, artigos, teses e dissertações produzidas a respeito desse movimento e, durante a leitura das mesmas, tivemos a oportunidade de conhecer as bases teórico-metodológicas que os autores utilizaram para desenvolver as suas escritas.

É valido ressaltar que as discussões a respeito do MMM tiveram o inicio na década de 1950, período pós-guerra. Segundo D'Ambrosio (1999a), nessa década, muitos educadores tinham a visão de que o ensino de matemática vinha se deteriorando, que a matemática dos currículos escolares era desinteressante, obsoleta e inútil,

> O fato de ser desinteressante foi reconhecido por educadores matemáticos como Zoltan Dienes, Georges Papy, Caleb Gattegno e importantes propostas de utilizar materiais didáticos começaram a ser conhecidas e aceitas. Aceita-se motivação como um fator de grande importância na aprendizagem. E entender como o indivíduo aprende torna-se fundamental. É o momento em que Jean Piaget surge com suas importantíssimas teorias estruturalistas de aprendizagem (D'AMBROSIO entrevista concedida a PIRES, 1999a; p. 6).

Segundo D'Ambrosio (1999a), teorias estruturalistas de aprendizagem da matemática que, nesta década de 1950, faziam oposição ao behaviorismo tinham como base o movimento filosófico do estruturalismo, que se manifesta com veemência nos trabalhos do grupo Bourbaki. A complexidade da sociedade e os meios de produção existentes na década exigiam que, as escolas elementares e

médias trabalhassem uma outra matemática para que, dessa maneira, o aluno pudesse integrar-se nos fazeres modernos.

A visão de a Matemática ser desinteressante aos alunos, conforme apresentado na tese *The Dynamics and consequences of the Modern Mathemaics Reform Movement for Brazilian Mathematics Education* de Beatriz Silva D'Ambrosio, defendida em 1987, fez com que os educadores matemáticos desenvolvessem trabalhos em busca de melhoria da Matemática escolar para ser à base da Matemática universitária. Como foi o caso dos educadores matemáticos belgas, George e Frederique Papy, que

> Trabalharam na construção de conceitos bases de número e outros conceitos matemáticos em relações ao espaço [...] Os seus trabalhos eram de uma natureza experimental e eles não estavam interessados muito com a disseminação dos mesmos [...] A abordagem da matemática era pelo uso de espaços vetoriais e geometria das transformações [...] George Papy projetou um programa para as escolas secundárias, Frederique Papy procurou a mesma abordagem com crianças mais jovens, utilizando gráficos de relações para começar o estudo de matemática (D'AMBROSIO, 1987, p. 69)[5].

Na seqüência a autora apresenta a visão de Caleb Gattegno que se preocupava "com a proficiência e compreensão de operação aritmética. Ele acreditou em desenvolvimento concreto de crianças que aprendem aritmética pelo uso de barras (varas) de Cuisenaire" (D'AMBROSIO, 1987, p. 69).

A autora apresenta que Zoltan Dienes, educador matemático húngaro, no momento em que acontecia a reforma

> propôs usar a abordagem de conjunto com "multipli-incorporações" (uma multiplicidade de situações que contém o mesmo conceito) para ilustrar e desenvolver abstrações matemáticas (Dienes; Golding, 1971). Lógica e conjunto, antes usados como uma introdução, eram destinados a facilitar a abstração de conceitos matemáticos por crianças. Dienes também propôs o uso da "teoria de conhecimento final" na qual ele sugeriu que fosse

5 They worked on building foundations of number concepts and other mathematical concepts on spatial relationships. [...] The approach to mathematics was through the use of vector spaces and transformational geometry [...]. George Papy designed a program for secondary schools, Frederique Papy pursued the same approach with very young children, using graphs of relations to begin the study of mathematics.

> freqüentemente melhor para iniciar as crianças a um nível mais complexo em vez de com os exemplos mais simples (D'AMBROSIO, 1987, p. 78)[6]

Conforme D'Ambrosio (1987), Dienes acreditava que, a estrutura da disciplina aumentava a compreensão de conceitos matemáticos e os seus trabalhos estavam baseados nas teorias de Piaget e Bruner e buscavam focalizar a metodologia do ensino da Matemática.

Outro personagem que contribuiu com a nova roupagem da Matemática, e que percebia que a Matemática Tradicional não era a mais adequada foi a matemática francesa Lucienne Felix. De acordo com D'Ambrosio (1987), esta professora foi influente no Movimento de Matemática Moderna no Brasil, pois a mesma visitou várias vezes o Brasil durante os anos sessenta e proferiu muitas conferências a educadores matemáticos brasileiros. Lucienne Felix se preocupou em desenvolver programas para escolas secundárias e Teoria de Conjunto era a sua base na qual seu vocabulário era extremamente preciso. Para D'Ambrosio,

Outro personagem marcante foi Jean Dieudonne, matemático europeu líder do grupo Bourbaki. Conforme D'Ambrosio, também teve grande influência sobre a educação matemática do Brasil, uma vez que

> Na década de 1940 Dieudonne ensinou na Universidade de São Paulo. Mais tarde, na década de 50 apresentava uma série de palestras no Brasil, relacionados com o trabalho do grupo Bourbaki. Considerando que muitos matemáticos no Brasil tinham estudado sob Dieudonne em suas visitas anteriores, as suas opiniões eram altamente respeitadas e seu interesse em educação matemática gerou interesses semelhantes entre seus ex-alunos. Este indicou a matemáticos universitários, que eram "respeitáveis", para se envolverem com a educação matemática (D'AMBROSIO, 1987, p. 81)[7].

A década de 1950

6 believed in using the set-approach, with "multipli-embodiments" (a multiplicity of situations embodying the same concept) to illustrate and develop mathematical abstractions (Dienes & Golding, 1971). Logic and sets ere used as an intrudction and were intended to facilitate children's abstraction of mathematical concepts. Dienes also proposed the use of the "deep-end theory" in which he suggested that it was often better to start children at a more complex level rather than with the simpler examples.

7 In the 1940s Diedonne taught at the University of São Paulo. Later, in the 50s he presented a series of lectures in Brazil, related to the work of the Bourbaki group. Since many of the mathematicians in Brazil had studied under Dieudonne in his earlier visits, his opinions were highly respected and his interest in mathematics education generated similar interests among his ex-students. This indicated to university mathematicians that it was "respectable" to get involved with mathematics education.

> representou uma efervescência da Educação Matemática em todo o mundo. Propostas de renovação curricular ganharam visibilidade em vários países da Europa e dos Estados Unidos. Floresce o desenvolvimento curricular. Psicólogos como Jean Piaget, Robert M. Gagné, Jerome Bruner, B.F. Skinner dão a base teórica de aprendizagem de suporte para as propostas [...] Um passo decisivo foi um colóquio, organizado pela Organização Européia de Cooperação Econômica [OECE] em Royaumont, em 1959. O mal interpretado brado "*À bas Euclide*", do prestigioso matemático Jean Dieudonne, uma liderança do grupo Bourbaki, marca o início do movimento que viria ser identificado como Matemática Moderna (D'AMBROSIO, 2004, p. 02- 03).

Um dos motivos principais encontrado pelos matemáticos modernizadores, para a introdução e defesa do MMM nas escolas era que há mais de um século, os mesmos tinham percebido o grande "descompasso existente entre os últimos avanços científicos e tecnológicos e a Matemática ensinada nas escolas de nível médio" (MIORIM, 1998, p. 107). E o MMM,

> constitui uma tentativa de encontrar uma solução para as tensões que se apresentam, já algum tempo, entre o ensino das matemáticas praticamente petrificado [...] e algumas ciências (em particular as próprias matemáticas) em desenvolvimento, que utilizam ferramentas novas [...], além de uma tecnologia em plena expansão, com os resultados espetaculares que todos conhecemos (HERNANDEZ apud MIORIM, 1998, p. 108)

Utilizando como referência a dissertação de Rosimeire Borges (2005), na qual a autora, no inicio de sua escrita, comenta que, "para entender o MMM, estamos partindo da reflexão da prática individual de um professor que, em grande medida, possui diversos olhares sobre o ensino de matemática, ponto central do Movimento (BORGES, 2005, p. 193)". O professor a que a autora se refere é o professor Ubiratan D'Ambrosio.

Nessa dissertação Borges (2005, p. 29-55) comenta que a década de 1950, no Brasil, principalmente a segunda metade dessa década, foi marcada por profundas modificações na realidade econômica e social do país, houve grande crescimento no movimento popular que resultou do processo de urbanização e aumento do número de assalariados. Nessa década, conforme a autora, havia

grandes necessidade de qualificar os trabalhadores e selecionar pesquisadores ou cientistas. E, para isso, o ensino de matemática valorizava pessoas que tinham habilidades em manejo eletrônico da informação e em técnicas de medição.

A autora afirma em sua dissertação, que, nessa mesma época, os Estados Unidos e a União Soviética disputavam a produção da tecnologia, campo em que prevalecia a racionalidade técnica. E buscavam reforma do ensino secundário e mudanças em nível superior. Quanto à reforma, o objetivo era introduzir tópicos de Matemática mais modernos que preparassem os estudantes para a Universidade e, ao mesmo tempo, tornassem o ensino mais atrativo, uma vez que havia uma grande preferência dos alunos pelas disciplinas humanistas.

E no Brasil, a renovação ambicionada pelo MMM fundamentava-se, quase essencialmente, em mudança de conteúdo curricular, que viria desempenhar a tarefa de adaptar o ensino de matemática às reivindicações do mundo industrial e tecnológico da época. Visava introduzir no ensino escolar tópicos mais modernos para que tivesse mais qualidade e mais atração no ensino secundário, uma vez que, também aqui, havia uma tendência entre os estudantes de optar por disciplinas humanistas.

“No período do Movimento da Matemática Moderna, o grande empenho era o de aproximar o ensino escolar da ciência, de se ter uma Matemática útil para a técnica, útil para a ciência, útil para economia moderna (PIRES, 2008, p. 13)”. E quem teve um papel de destaque no MMM no Brasil, foi o professor Osvaldo Sangiogi “autor de livros didáticos, tendo participado ativamente dos três primeiros Congressos de Ensino de Matemática e de cursos direcionados a professores (SOARES apud BORGES, 2005, p. 34)”.

A matemática praticada pelo MMM, no Brasil, foi conforme Pires (2008, p. 16), “veiculada inicialmente por meio de livros didáticos, sem adequada preparação dos educadores nem suficiente discussão de seus propósitos”.

Nesse período, pela nova ideologia que defendia a modernização do ensino de Matemática, a educação escolar teria que se adaptar a um novo roteiro. Em nosso país as substituições dos padrões tradicionais, em vários campos, se fazia por meio de Reformas Educacionais. Os agentes responsáveis pela promoção dessa reforma do ensino de matemática no Brasil eram as Universidades, Institutos de Matemática, Grupos de Estudos e Ministério de Educação e Cultura e suas extensões competentes.

"A população não via esse programa como domínio cultural e econômico (BORGES, 2005, p.36)" e, segundo depoimentos do Professor Ubiratan D'Ambrosio, que aparece no decorrer da dissertação da autora, houve empecilho por parte dos pais, pois estes acreditavam que seus filhos não teriam mais problemas com essa nova forma de ensinar à Matemática, mas no decorrer do movimento de reforma aconteceu o que não era esperado, os alunos não se adaptavam a forma do ensino que estava em vigor. Conforme D'Ambrosio (apud BORGES, 2005, p. 55), "quando apareceu a Matemática Moderna, por influência do Piaget as pessoas acreditavam que não haveria mais reprovação nessa disciplina".

Estudando a década de 1960 caracterizada pela tendência formalista-moderna, já que nesse período erguia-se a bandeira do MMM, entende que a forma do ensino de matemática dessa década gerou grande impacto na educação matemática brasileira, pois, para desenvolver esse ensino foi necessário oferecer cursos de preparação de professores para atuarem em sala de aula, uma vez que a matemática a ser trabalhada teria uma nova abordagem. Para isso, houve a necessidade de formar grupos de estudos no país; de acordo com nossas leituras verificamos que foram formados grupos de estudos nos estado da Bahia, Paraíba, Paraná, Rio de Janeiro, Rio Grande do Norte, Rio Grande do Sul, Sergipe e em São Paulo, que era a sede de todo esse movimento.

Os reformadores tinham o MMM como formador de pessoas que soubessem lidar com a tecnologia que estava emergindo, para isso o movimento tinha a função de adequar as pessoas à nova realidade social. E, a partir das primeiras reuniões, dos primeiros cursos e congressos, que tratavam do MMM no Brasil, grupos de estudos foram fundados tais como: Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM), Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre (GEEMPA[8]), Grupo de Estudo e Pesquisa em Educação Matemática (RJ) (GEPEM[9]) e Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática (PR) (NEDEM[10]).

8 GEEMPA (Grupo de Estudos sobre o Ensino de Matemática de Porto Alegre), localizado no estado do Rio Grande do Sul, foi fundado em setembro de 1970 (oito anos após a fundação do GEEM de São Paulo) tendo como primeira presidente a professora Esther Grossi. Segundo Fischer (2007), esse grupo foi constituído por "profissionais decididos a investir em pesquisas e ações voltadas para a melhoria do ensino de Matemática" (p.103). Dentre os fundadores do GEEMPA, a maioria eram professoras que atuavam no ensino primário, se destacando com uma participação efetiva no MMM (WIELEWSKI, 2008, p. 10)

9 O "Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática" (GEPEM) foi criado como grupo autônomo em fevereiro de 1976 no Rio de Janeiro. Na época eram cerca de vinte professores de Matemática, um grupo pequeno se comparado aos mais de 300 sócios que já possuíam em 1999. O GEPEM possui uma estrutura formal com Estatuto, diretoria, sócios, mensalidade, e com regime presidencial com mandato de dois anos. A primeira Presidente do GEPEM foi a professora Maria Laura Mouzinho Leite Lopes, permanecendo no cargo até 1984, quando cedeu para Moema Sá de Carvalho, mas permaneceu na diretoria na Assessoria de Publicações e Secretaria Cultural até 1997. (PEREIRA, 2005, p. 63)

10 NEDEM (Núcleo de Estudos e Difusão do Ensino de Matemática) localizado em Curitiba-Paraná foi criado em 1962 e coordenado pelo professor Osny Antonio Dacol, diretor do Colégio Estadual do Paraná. Esse grupo reuniu inicialmente professores desse colégio, porém, com o tempo foi agregando outros

O GEEM foi fundado em 31 de outubro de 1961, e teve como presidente o Prof. Osvaldo Sangiorgi, o Prof. George Springer como colaborador e como membros,

> Alesio de Caroli, Anna Franchi, Benedito Castrucci, Elza Gomide, Irineu Bicudo, Lucília Bechara, Luiz Henrique Jacy Monteiro, Manhúcia Liberman, Martha Maria de Sousa Dantas, Omar Catunda, Renate Watanabe, Ruy Madsen Barbosa, Scipione Di Pierro Neto e o psicólogo Joel Martins, entre outros, foi o primeiro grupo a atuar em SP no aperfeiçoamento de professores (VITTI, 1998, p. 145).

"A constituição e atuação desse grupo foram de extrema importância para a implantação e divulgação do MMM no Brasil, por meio de cursos similares aos que o professor Sangiorgi participou na Universidade de Kansas e organizou e ministrou na Universidade Mackenzie (LIMA apud FRANÇA, 2008, p. 65)".

De acordo com Silva (2007), os cursos do GEEM foram a primeira iniciativa efetiva voltada à melhoria; este grupo, formado por professores, tinha como objetivo atualizar por meio de cursos de curta ou longa duração, o conhecimento puramente matemático[11] dos professores do ensino primário e secundário. Cursos que se faziam necessários, uma vez que, muitos dos professores, desde a sua graduação, não haviam feito nenhum curso de qualificação ou aperfeiçoamento de seus estudos, nem tinham o contato com os novos conteúdos, "e muitos docentes, embora lecionassem Matemática não eram graduados nessa ciência (SILVA, 2007, p. 125)". Esses cursos promovidos pelo GEEM "se caracteriza como uma política pública educacional desencadeada por uma iniciativa de um grupo de professores interessados em difundir a MM (WIELEWSKI, 2008, p. 6)".

As experiências concretas, ligadas ao MMM em escolas de São Paulo, foram realizadas devido a presença de professores do secundário no GEEM, e se firmou no Ginásio Vocacional do Brooklin-SP. Nessa escola, "o trabalho com a Matemática Moderna se deu por meio de experiências, como um curso para pais sobre 'noções

---

professores interessados na renovação do ensino da Matemática, que já era uma necessidade sentida por muitos professores do Paraná. (WIELEWSKI, 2008, p. 8)

11 Os cursos oferecidos pelo GEEM priorizavam o conteúdo matemático, na grande maioria de nível superior, em que as "disciplinas eram equivalentes as de uma graduação de Matemática, não somente nos títulos, mas nos conteúdos ministrados, inclusive com tópicos e abordagens que não faziam parte dos currículos de muitas faculdades" (LIMA apud WIELEWSKI, 2008, p. 7).

de lógica' e diversas conferencias que visavam à participação dos pais na escola e, até mesmo, no planejamento curricular (BORGES, 2005, p. 46)".

O GEEM "contribuiu de maneira decisiva, através de curso de sensibilização e de treinamento de professores e da edição de livros textos, para a difusão do ideário modernistas (FIORENTINI, 1994, p. 45)", "tornou-se referência em relação ao ensino de Matemática e foi declarado um órgão de serviço público, em 1963, podendo contar com apoio oficial para seus projetos (FRANÇA, 2008, p. 67)".

O GEEM além de coordenar o aperfeiçoamento de professores, nesse período, "organizou o primeiro livro, *'Matemática Moderna para o Ensino Secundário* este era construído de relatos de experiências e propostas de programas matemáticos para o secundário (BORGES, 2005, p. 48)". O GEEM também realizou uma pesquisa que buscava analisar as possíveis causas dos desajustes causados pelos autores de livro didáticos, frente ao MMM, e "tornou-se referência para a educação matemática na época. Todos os cursos oferecidos pelo grupo eram plenamente divulgados na imprensa e valorizados pelas autoridades (FRANÇA, 2008, p. 76)".

Para o GEEM, deveriam ser planejados esquemas de assuntos mínimos essenciais, dispostos com continuidade, de forma que garantisse a unidade da Matemática, ressaltasse o caráter estrutural da Matemática Moderna. O grupo apresentou um esquema de 24 itens, incluindo sugestões para o desenvolvimento sobre assuntos mínimos para um Programa de Matemática, para os 4 anos de ginásio. E ainda, o grupo defendia que o professor pudesse contar com um currículo flexível, "permitindo-lhe programar o número de itens convenientes, por série do ginásio, que vinham acompanhados de sugestões para cada tópico. Dependendo dos alunos poder-se-ia desenvolver até seis itens por série (BORGES, 2005, p. 49)".

Em tempo de construção e aplicação da proposta da Matemática Moderna, houve uma crescente

> valorização social do ensino secundário de matemática; surgia a figura do *educador matemático*, um profissional que se dedica ao ensino de matemática, como objeto de estudo e reflexão, de divulgação, de debate organizado. Desse modo era reconhecido pela sociedade como um especialista na área, ampliando para os professores mais ativos do ensino secundário e elementar, o papel anteriormente desempenhado por alguns poucos professores universitários e de escolas normais (BURIGO apud BORGES, 2005, p. 54-55).

No interior do GEEM não eram discutidos a importância social e o sentido de tornar a Matemática mais acessível à população. O movimento defendia que mais pessoas deveriam aprender matemática, com a finalidade de compreender o mundo no qual vivem. Parecia não ser considerada a idéia de diferentes necessidades de acordo com a origem social ou experiência cultural.

O professor Ubiratan D'Ambrosio posicionou frente ao trabalho que era da desenvolvido pelo GEEM, dizendo que

> as reflexões críticas sobre a matemática, o que essa disciplina representava do ponto de vista social, de criar uma filosofia política por meio dela, eram inteiramente ausentes naquele período, nas reflexões de professores, e ausentes também, nas reflexões dos Estados Unidos e Europa (BURIGO apud BORGES, 2005, p. 57).

Portanto, a maneira que se trabalhava em sala de aula não apresentava traços relacionados ao dia-a-dia dos alunos.

1.1.2 Formas de tratamento dos conteúdos em sala de aula

A proposta de modernização apresentada pelo MMM era introduzir, no ensino médio, uma matemática que trouxesse, em seu corpo, um alto nível de generalidade, elevado grau de abstração e maior rigor lógico. E esta matemática, com toda essa presença, era identificada pelas suas estruturas e axiomatização e pelo distanciamento entre a matemática pura e a aplicada. Matemática essa que se desenvolveu dos três ramos, conforme Hernandez.

> 1- as extensões da noção de número e o aparecimento da álgebra "abstrata", 2- o nascimento das geometrias não euclidianas de Gauss, Lobatcheviski e Bolyai, seguido mais tarde pelas axiomatizações da geometria de Euclides realizadas por Pasch, Peano e sobretudo de Hilbert (1899) e 3- o desenvolvimento da lógica, com a publicação da famosa obra de Boole em 1854 e as contribuições, dentre outros, de Frege e Peano, para culminar no monumental tratado de Russell e Whitehead. (HERNANDEZ apud MIORIM, 1998, p. 110)

Para Kline (1976), o currículo defendido pelo MMM enfatizava a teoria de conjuntos como ponto principal, o segundo tópico enfatizado foram as bases de sistema de números, seguido pelo estudo da congruência e estudos das desigualdades.

As propostas do MMM, que davam um enfoque para a concepção de Matemática como uma ciência de qualidade, coincidiram com os trabalhos do grupo de matemáticos franceses, chamado Nicolas Bourbaki.

> O grupo Bourbaki defendia o ensino de uma matemática estruturalista, abstrata, na qual se podia isolar estruturas gerais sob as quais estariam todos e quaisquer elementos matemáticos. (VITTI, 1998, p. 55)

Segundo Sangiorgi, lembrado por Burigo em sua dissertação de Mestrado, o que se desejava, essencialmente, com os programas de Matemática da época, “era modernizar a linguagem dos assuntos considerados imprescindíveis à formação do jovem estudante, utilizando, para tanto, os conhecimentos de conjunto e estrutura (BURIGO apud BORGES, 2005, p. 57)”. Pois a matemática do MMM

> caracterizava-se por uma maior abordagem das idéias abstratas, por uma maior preocupação com o rigor lógico, pela aplicação de um vocabulário contemporâneo, pelo uso freqüente de uma linguagem precisa e pela abordagem de novas idéias na matemática escolar” (VITTI, 1998, p. 97).

Quanto ao livro didático brasileiro, o primeiro foi lançado pela Companhia Editora Nacional, direcionado ao Programa de admissão, em 1962, onde parte da matemática ficou a cargo do Professor Osvaldo Sangiorgi. Esse livro tornou-se o mestre do aluno e do professor.

No que se relaciona à metodologia, no MMM, a influência mais importante, conforme Borges, em termos de ensino primário, foi a de Zoltan Paul Dienes que em 1963, fez um trabalho com a proposta pedagógica consistente com as descobertas da psicologia piagetiana, insistindo na importância do pensamento pré-verbal e propondo a preparação de diversas experiências concretas da aprendizagem de

novos conceitos. Para ele, “a predominância da aprendizagem artificial, com a manipulação de simbolismos, não proporcionava uma apreensão real das estruturas. Sua Metodologia foi valorizada pelo GEEM e admitida como um complemento na proposta da Matemática Moderna (BORGES, 2005, p. 59)”. No entanto, comentando a respeito do tradicionalismo da aprendizagem artificial

> D’Ambrosio assegurou que as aquisições de Matemática Moderna e da Psicologia não estavam sendo consideradas no panorama geral do ensino. Ele avaliou, como enorme, a diferença entre a Matemática, como era estruturada na época, e a Matemática ministrada nos cursos médios, conseqüência da falta de unidade na apresentação da Matemática, cuja posição, entre as demais disciplinas, e situação no desenvolvimento cultural, estariam sendo desprezadas (BORGES, 2005, p. 104).

Borges (2005) descreve D’Ambrosio como sendo um “sujeito inconformado com o modo tradicional de lecionar, de conduzir o ensino de matemática” (p. 141) “e sempre achou que, aquilo que estava sendo ensinado era fora de época” (p. 142). Acrescenta ainda que “D’Ambrosio defendia um ensino de matemática diferente do então existente, defendia uma disciplina mais experimental, trabalhando com o concreto” (p. 147). No período em que pensavam o MMM, D’Ambrosio em seu artigo *Considerações sobre o ensino atual da Matemática*, publicado em 1957, deixou claro que havia a necessidade de realização de pesquisas, que viessem auxiliar a estruturação do ensino de Matemática e,

> alcançar esses objetivos dependia da união de todos os especialistas de diversas áreas em função do aluno e das mudanças desejadas. Concentrar os estudos em torno dos valores formativos e informativos da matemática levando em consideração a forma de pensar dos alunos, não fazendo dele uma máquina de repetir, era outra sugestão dada por ele. (D’AMBROSIO apud BORGES, 2005, p. 143)

A lacuna entre a matemática universitária e a pré-universitária, ou seja, a distância existente entre a matemática como ciência pura e o conjunto de técnicas e cálculos que eram apresentados como matemática, em sala de aula, eram, e acreditamos que ainda são, uma das preocupações de D’Ambrosio. E o enxergar

dessa continuidade, desse preenchimento, poderia estar ajudando os alunos e professores na compreensão dos novos conceitos. Podemos confirmar essa situação apoiados na posição de D'Ambrosio, citada por Borges:

> o professor deve deixar claro ao aluno o porquê de tudo que se aprende em matemática, mesmo que o faça por meio de noções superficiais, para que, esse aluno possa, em outras fases de sua vida, conseguir estabelecer um vínculo entre todos os conteúdos matemáticos que vier a conhecer (BORGES, 2005, p. 144).

Na sua dissertação, Borges relata que tanto o artigo "Considerações sobre o ensino atual da Matemática", de 1957, quanto as suas atuais considerações, deixam claro que, a Matemática estudada e empregada como fator de transformação social já era, em 1957, e ainda é uma das preocupações de D'Ambrosio.

> Percebe-se que as reflexões sobre Educação Matemática pareciam já estar implícitas nas ambições de D'Ambrosio naquela época. Eram as tendências de fazer uma conexão entre as estruturas cognitivas dos alunos estudadas pela psicologia e um ensino que seria condizente, naquele momento, na área da matemática. Era fazer o novo, colocando o aluno, sua maneira de pensar, em evidência (BORGES, 2005, p. 153).

Para D'Ambrosio, ser professor era viver o ensino em sala de aula, juntamente com os alunos, buscando o fazer desse ambiente, berço de uma formação crítica. Isso mostra que sua preocupação não se limitava em passar conteúdos matemáticos, [...] para ele ensinar e aprender deveria envolver uma responsabilidade do professor na formação dos alunos, devendo oferecer-lhes condições para viverem em uma sociedade que passa constantemente por processos de modificações (BORGES, 2005, p. 152-153). [...] "trazer coisa nova, coisa atual, para a criançada, para os jovens, e não somente criar uma nova disciplina chamada 'Matemática Moderna' isto significava modernizar para D'Ambrosio" (BORGES, 2005, p. 176).

Na entrevista cedida a Borges, D'Ambrosio comentou que gostava de coisas experimentais e mexer com o concreto, ou seja, fazer uma Matemática mais instrumental que mostrasse caminhos para o aluno conhecer e trabalhar a Matemática ensinada na escola no seu cotidiano. Porém, o MMM não fazia isso e

trabalhava com uma estratégia – muito estruturada, muito formal - que contribuiu fortemente para que não fossem atingidos os objetivos almejados e, conforme Borges,

> o professor Ubiratan considerou que o MMM não só propôs em sua essência um currículo inadequado para a época, como também tentou impor a implementação desse programa de ensino associada a uma metodologia que não era condizente à realidade educacional da época (BORGES, 2005, p. 184).

No ano de 1970, D'Ambrosio tinha a proposta de trabalhar a "Matemática Experimental (tipo Laboratório), o uso de calculadoras e, sobretudo a Integração de Matemática com Ciências" (BORGES, 2005, p. 189). E comenta que,

> não havia possibilidade de um resultado plausível no ensino, por meio de um programa imposto, vindo dos órgãos superiores. Sua visão de mundo o fez defender que todas as transformações no ensino devem partir da realidade do aluno. Não havia probabilidade de adaptação de programas que deram certo em outras localidades, inclusive no exterior, sabendo-se que as realidades são muito diferentes. (BORGES, 2005, p. 196).

No MMM, foi que o currículo, apresentado pelos reformadores, pareceu ditar metas definidas, num dado espaço de tempo, o que impossibilitou o sucesso da proposta "uma motivação na aprendizagem dos conteúdos seria obtida se, ao aluno, fosse dada a oportunidade de compreender a Matemática como útil em sua vida, no dizer do professor D'Ambrosio" (BORGES, 2005, p. 198).

1.1.3 O abandono do Movimento da Matemática Moderna

No decorrer do estudo da década de 1970, década caracterizada pela tendência formalista-moderna, conhecida popularmente como década das frustrações, verificamos que, concomitantemente ao desenvolver do MMM, tendo como base o estruturalismo de Piaget, outras correntes de oposição a esta se faziam presentes, como podemos ver nas críticas vindas de filósofos, como "Noam Chomski, e de matemáticos, como Hans Freudenthal, que proporcionaram um

importante debate, altamente esclarecedor, na década de setenta" (D'AMBROSIO entrevista concedida a PIRES, 1999, p. 8).

Outros matemáticos lançavam suas críticas dentre eles os Professores Morris Kline e René Thom. O primeiro, em seu livro O FRACASSO DA MATEMÁTICA MODERNA, publicado nos Estados Unidos, em 1973, e no Brasil, em 1976, afirmou que a Matemática do MMM

> apresenta uma versão abstrata e rigorosa que oculta a rica e fecunda essência e enfatiza generalidades não inspiradoras, isoladas de todos os demais corpos de conhecimento. Ela acentua versões sofisticadas e finais de idéias simples ao mesmo tempo que trata superficialmente das mais profundas – e assim, forçosamente, assume um caráter dogmático [...], ela apresenta uma forma a expensas de substância e substância sem pedagogia (KLINE, 1976, p. 128).

O segundo, por meio de artigos como, *Modern Mathematics: An Educational and Philosophical Error?*, apontou a contraposição feita entre a geometria euclidiana e a álgebra, e a expectativa de que problemas de compreensão da Matemática pudessem ser resolvidos por meio da introdução da linguagem ou da teoria dos conjuntos.

Nos primeiros anos da década de 1970, pesadas críticas começaram a aparecer contra o MMM no mundo, e, essa reforma entrou em crise. As críticas vinham de personagens envolvidos de forma direta ou não, com a escola, ou seja,

> Os professores universitários e os professores secundários, pais, e, obviamente, os próprios alunos. Os professores universitários queixam-se de não receber, nem a formação, nem os sinais, nem os instrumentos, nem os materiais, nem a lucidez para programar a reforma, os pais porque a reforma os impediu de atuar e ajudar seus filhos frente à matemática "moderna", porque para os alunos, a matemática estava sempre difícil, parecia muito abstrata, o que promoveu a sua rejeição inapreensível (RUIZ; BARRANTES, 1998, p.85).

Podemos dizer apoiados em Kline, que, durante o MMM, vários fatores contribuíram com uma visão, um pouco embaraçosa, a respeito dos cursos de Matemática Moderna, pois "a maior parte do material no currículo da matemática

moderna é material tradicional (KLINE, 1976, p. 115)". Nos textos e cursos um número expressivo de material tradicional se apresenta, de acordo com o autor, "disfarçado com um conhecimento superficial de Matemática Moderna (p. 134)". Kline aponta que, muitos dos defensores do MMM, escreveram textos sobre tópicos de Matemática Moderna intercalados com a Matemática Tradicional sem ter nenhuma conexão entre as abordagens, como a seguinte passagem:

> [...] textos começam com um capítulo sobre teoria de conjuntos, voltam-se depois para a matemática tradicional e daí por diante não mais se referem à teoria de conjuntos ou a qualquer outro tópico de matemática moderna (KLINE, 1976, p. 135).

Kline comentou ainda que os professores que participavam desses cursos estavam sobre pressão de presidentes, diretores, superintendentes de instituições escolares para se manterem atualizados. No entanto, quando perguntava se os mesmos ensinavam Matemática Moderna estes respondiam que sim, apesar de estarem ensinando Matemática Tradicional. Ao que parece, havia certa imposição para que a Matemática Moderna fosse inserida na sala de aula.

Kline (1976, p. 139) apontou as críticas proferidas por outros professores como Begle, na qual esse professor admitiu "em inúmeras alocuções que o currículo do Grupo de Estudos de Matemática Escolar minimizou a aquisição de habilidades e deixou de apresentar a relação entre a matemática e matérias conexas". Kline (1976, p. 188) mostrou que o ensino de Matemática Tradicional e ou Moderno, "não se destinou a ensinar pessoas a pensar, porém a seguir o guia: o professor".

Percebemos, lendo a tese de Duarte (2007), que a "matemática para todos" defendida por Freudenthal, crítico do MMM, também foi objeto de considerações por parte de Michael Otte. E esta "matemática para todos" no ponto de vista de Otte, pode levar a duas interpretações. Uma se refere a uma determinada forma de matemática, que deve ser indistintamente ensinada para todos os indivíduos da sociedade, e é "caracterizada pelo domínio referencial de suas afirmações e pela generalidade de seus conceitos (DUARTE, 2007, p. 110)". Por outro lado, a segunda interpretação da frase, "matemática para todos" pode expressar a intenção de que, para cada indivíduo, deveria ser acessível ao menos uma forma de matemática.

Nessa interpretação “a matemática fica caracterizada pela natureza de sua ligação com a atividade individual e pela particularidade e concretude de seu modo de proceder (DUARTE, 2007, p. 110)”.

> Para Otte (1993), o MMM advogou um tipo uniforme de matemática no sentido da primeira, deduzindo dessa uniformidade do saber, uma uniformidade na educação, ao defender o estabelecimento de uma escola única para todos. Uma das causas aventadas para o fracasso do Movimento reside, justamente, no argumento de que nem todos os alunos têm aptidão para uma matemática científica – entendida aqui como formal, rigorosa e abstrata. Ora, se não havia essa aptidão generalizada, como levar à frente uma reforma amparada em um idealismo que se sustentava na cientificidade da matemática e na cientificidade do seu ensino como instrumento de superação das desvantagens e desigualdades sociais? Isso permitiu a Otte constatar que, hoje em dia, a história da reforma se apresenta “como uma mudança da concepção da frase ‘matemática para todos’ da primeira para a segunda das interpretações mencionadas” (DUARTE, 2007, p. 110).

Na visão de Lopes**,**

> A experiência da MM ampliou o fracasso escolar, porque carregou o currículo de conteúdos sem significado, deu ênfase na linguagem formal e no rigor. Uma das características da Matemática Moderna era pensar que, se déssemos os fundamentos da estrutura - conjunto, elementos, suas relações e suas propriedades - o aluno construiria o restante do edifício, como se fosse um algebrista puro da universidade. [...] No entanto, a idéia que estava por trás do currículo da Matemática Moderna era a de servir para pescar alguns futuros matemáticos, e um currículo voltado para formar cientistas estava longe da matemática para todos que defendemos hoje (LOPES, 2001, p. 01).

Dois motivos podem conduzir ao insucesso de uma reforma do ensino de determinada área do conhecimento, o primeiro é que exista, na mesma ocasião, uma que está sobressaindo e, segundo, se a reforma tiver, em seu corpo, problemas que, mesmo tentando, não é possível uma solução. Acreditamos que o MMM tenha sido vítima do segundo caminho, uma vez que o MMM, conforme Ruiz; Barrantes,

> está baseado em premissas errôneas e porque levantou objetivos equivocados. Primeiramente porque é correto buscar melhorar e modernizar

> o ensino de matemática, mas isto não implica introduzir as Matemáticas Modernas das universidades nos conteúdos da matemática do Segundo Grau [...]. Segundo lugar, era correto presumir um currículo igual para todo o mundo assumindo uma continuação na educação universitária; porém a maioria dos alunos não vai para a universidade e muito menos seguirá a carreira cientifica e técnica [...]. Terceiro: não era certo pensar que os matemáticos tinham as condições para a determinação de um currículo pré-universitário [...] nem era verdade que eles eram dotados de uma filosofia e de uma visão educativa mais adequada [...]. Quarto: porque tanto a ideologia Bourbakista, como todos os pressupostos filosóficos que são nutridos, era e são duvidosamente válidos [...]. Um último ponto: muitos pensavam, e ainda pensam, que a matemática é mais importante do que ela é, acredita-se que o papel da matemática em ciência e tecnologia moderna pode ser transmitido mecanicamente a uma Educação: algo como se alguém aprende teoria dos grupos, classes e espaço vetorial topológicos, isto em si está subjacente mecanicamente a esta ciência, tecnologia e desenvolvimento nacional [...]. Pelo simples fato de que algo seja matemática, ou seja, moderna, não pode afirmar que seja útil, educativo e intelectualmente fertilizado pelo progresso da humanidade: isso é uma falácia (RUIZ; BARRANTES, 1998, p.86).

No Brasil, o MMM deixava de ser a bandeira de renovação do ensino de matemática, uma vez que as críticas ao MMM se intensificaram a partir da segunda metade da década dos anos setenta. E segundo Burigo (1989, p. 215),

> as críticas mais explicitas no Brasil se iniciaram por volta de 1973 [...] o matemático Elon Lages Lima apontava o ensino brasileiro como seguindo ‘modelos estrangeiros que não tiveram aprovação satisfatória nos próprios locais de origem’ e ‘prejudicial pelo exagerado desligamento da realidade e por ser excessivamente moderno’.

Portanto, o MMM teria surgido como uma proposta de reforma para o ensino de Matemática, que buscava a fuga do método tradicional, priorizava uma unificação da Matemática, por meio da Teoria dos Conjuntos e do estudo de suas estruturas fundamentais. Movimento que seguia a corrente Bourbakista e se apoiava na teoria de Piaget e na importância do aspecto psicológico do ensino e da aprendizagem que, até então, estava sendo renegado, estava conforme alguns autores baseada em premissas errôneas, objetivos equivocados, por isso fracassou. Mas, de acordo com esses autores há coisas do MMM, significativas que ainda se manifesta no ensino atual. Porém, essa proposta de ensino que foi apresentada pelo MMM não se adequou à situação em que a população vivia.

> A renovação do ensino de Matemática que vem se processando em todo o mundo, apresenta aspectos positivos e negativos. Dentre os primeiros, pode-se mencionar a introdução, no ensino do 1º grau, de tópicos de grande poder generalizador e a familiarização gradativa dos estudantes com a terminologia e a conceituação de alguns ramos modernos da Matemática. Dentre os aspectos negativos, provavelmente os mais nocivos, sejam a formalização excessiva de certos tópicos e a dissociação completa entre a Matemática e os outros ramos do conhecimento humano (D'AMBROSIO, 1975, p. 3).

Porém, conforme Vitti, o MMM serviu para mostrar que o ensino de Matemática da maneira tradicional não estava satisfazendo a todos e que necessitaria de mudanças, tanto no currículo quanto nos professores em sala de aula.

> A Matemática Moderna, de início, causou espanto e assustou as pessoas que diretamente lidariam com ela. Isso foi um de seus aspectos positivos, uma vez que permitiu, principalmente aos profissionais da educação, repensar o ensino diante das mudanças sociais que estavam acontecendo; fez com que eles questionassem essas mudanças, diagnosticassem o atual tipo de ensino de matemática que estavam oferecendo, através dos resultados obtidos no levantamento dos últimos anos em que esse processo ocorreu (VITTI, 1998, p. 137).

Em meados dos anos setenta, em boa parte da Europa desenvolveu-se um movimento na Matemática chamado "*back to basics*", defendendo a volta dos currículos e métodos tradicionais, ou seja, reafirmação dos objetivos do ensino tradicional que tinha uma visão reprodutora e empobrecida da Matemática escolar que, de nenhuma forma, serviria para a base de um educar pela Matemática. E, em alguns lugares da Europa, sugeriram retirar o nome de Matemática e voltar para a Aritmética. Os grupos de reformadores, nesse período, variaram sua atividade, os projetos morreram ou se transformaram em outras condições, como a divulgação dos livros de Dienes, os matemáticos profissionais voltaram a suas universidades, e se criou uma nova atmosfera na educação matemática. Conforme Kline

> Na maioria das escolas o currículo de matemática moderna é oferecido aos melhores estudantes ou aos melhores de todos. De fato,

> muitos dos proponentes de matemática moderna agora afirmam explicitamente que esse programa se destina àqueles que visam a ingressar no colégio e aos estudantes capazes do colégio (KLINE, 1976, p. 133).

O matemático Elon Lages Lima[12] (2001, p. 163) escreveu que

> a matemática moderna veio enchendo os textos com diagramas de Venn, gráficos de relações e a mensagem de que "abstrato é bom, concreto é ruim; geral é moderno, particular é antiquado" a reação chegou sob o slogan "*back to basics*" o vice-versa da modernidade. Depois ocorreu a onda do "*problem solving*" [...] forma de fugir da rotina [...] cada uma dessas ondas tem origem num ponto válido. Ocorre, porém que seus zelosos divulgadores [...] esticam esses pontos de forma dogmática e abrangente, negando inclusive as ondas anteriores [...] propondo métodos e atitudes impraticáveis no dia-a-dia da sala de aula, apregoando exageros inadmissíveis.

Outro fator do MMM, que não contribuía com a Educação Liberal e com as necessidades de motivação dos jovens da época e que levou a crise do movimento, foi o grande período destinado ao ensino de Teoria de conjunto, tanto no nível elementar quanto no nível secundário. Para Kline (1976, p. 199) existiam conteúdos a serem ensinados que para a ocasião seriam mais motivadores, e de prioridade para a Matemática e ciência, como a estatística, e também a "Aritmética, álgebra e geometria são muito mais importantes, e a teoria de conjuntos não contribui para a aprendizagem destas matérias".

Conforme Pires (2008), o período que sucedeu ao declínio do MMM, o ensino de Matemática de modo geral, em todo o mundo, buscou construir currículos de matemática contextualizados sócio-culturalmente, com possibilidade de relações com assuntos extra e intra-matemáticos, enfatizando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear.

Foi nesse contexto que as críticas de matemáticos e educadores matemáticos, como as críticas do Professor Hans Freudenthal, contra o MMM, se tornaram mais conhecidas e seguidas, pois nelas aparecia o mais adequado ensino de matemática para a realidade e que, este ensino não carecia retroceder um passo ao tradicional.

12 Obra Matemática e Ensino, RJ, SBM, 2001.

No Brasil, quem representava essa nova roupagem para a educação matemática era Ubiratan D'Ambrosio, uma vez que, no início da década de 1970, se desencadeava o processo de esvaziamento do Movimento da Matemática Moderna e nos artigos, projetos e documentos escritos por D'Ambrosio apontavam as mudanças que estavam sendo pensadas no mundo inteiro e que, em alguns lugares, estavam sendo colocadas em prática no ensino de Matemática em sala de aula.

Além das criticas ao MMM apresentadas ao longo deste tópico, e válido lembrar também que uma série de textos disponíveis a venda recebem críticas e é apontado como uma deficiência do movimento, uma vez que os "Grupos de currículos que escreveram textos não só entenderam a reforma para os graus da escola elementar como não seguiram necessariamente as recomendações da Comissão (KLINE, 1976, p. 38)". A falta de conhecimento do Movimento pelos grupos fez com que os mesmos apresentassem coisas abstratas e difíceis muito cedo aos alunos, isso também foi um ponto negativo do MMM, porque impede o desenvolvimento da aprendizagem da Matemática e, levando em conta, a "capacidade natural da juventude, o ensino deveria guiá-la para idéias mais elevadas e finalmente para formulações mais abstratas (KLINE, 1976, p. 59)". Para Kline essa matemática que apresentavam era criada por meios de questões matemáticas e se isolava de todos os corpos do conhecimento, o que ocasionava problemas artificiais encontrados nos textos.

Esses erros, a ausência de ligação com o cotidiano e/ou a ausência da matemática aplicável, aconteceram porque os professores, apesar de ter o conhecimento de que a idéia do MMM era inserir "novas aplicações da matemática em campos tais como a exploração do espaço, ciência nuclear, ciências sociais, psicologia, comércio e indústria (KLINE, 1976, p. 101)", não conheciam ciência, uma vez que eram simples matemáticos, e os cursos de formação de professores que ministraram não trabalhavam nenhuma matemática aplicável. Parece que desconheciam "o que a matemática pode realizar (KLINE, 1976, p. 101)".

Kline também apontou que o MMM não praticava mais as coisas comuns da aritmética, as crianças não sabiam mais fazer contas, não sabiam mais somar. Como podemos ver na situação seguinte:

> Um pai perguntou ao filho de oito anos quanto era 5+3. A resposta que recebeu foi que 5+3=3+5 segundo a propriedade comutativa. Espantando tornou a fazer a pergunta, dando-lhe outro fraseado:
> - Mas quantas maçãs são 5 maçãs e 3 maçãs?
> A criança [...] perguntou:
> - O senhor quer dizer 5 maçãs mais 3 maçãs?
> O pai apressou a dizer que sim e esperou ansioso a resposta.
> - Oh, não tem importância se se fala sobre maçãs, peras ou livros – disse o filho; 5+3=3+5 em qualquer dos casos (Kline, 1976, p. 17-18).

A situaçao acima é um exemplo do que é denominado Matemática Moderna e nessa situação conforme Kline o aluno sabia apena a propriedade comutativa, e para esse autor, essa é uma situação grave, vista como uma grande falha do MMM. No entanto, esse autor não apresentou em sua obra uma alternativa para essa situação, deixando nos entender que a maneira tradicional era a mais adequada.

Porém, apoiados em D'Ambrosio podemos dizer que para essa situação ser resolvida, uma alternativa seria a incorporação da tecnologia em meio a esse trabalho, pois "a tecnologia é parte integrante da sociedade e determina os rumos tomados pelas civilizações. [...] só pode haver progresso científico, tecnológico e social se a sociedade incorporar, no seu cotidiano, todos os meios tecnológicos disponíveis (D'AMBROSIO, 2003, p. 1)".

Apontamos essa idéia à crítica de Kline ao MMM, pois nos anos de 1970, o uso de calculadoras em aulas de matemática era tema de debates em vários encontros do ensino de Matemática e muitos educadores matemáticos como D'Ambrosio, defendia o uso desse instrumento em sala de aula, uma vez que o uso da calculadora permite calcular mais rápido, com mais precisão e introduz o modelo crítico de se ensinar matemática por meio do cálculo aproximado que consiste em interpretar e perceber que ao utilizar multiplicações de dezenas o resultado não poderá ser expresso em unidades.

Diante de todas essas dificuldades apresentadas no desenvolvimento do MMM, e sobre as críticas de professores como Kline, outros movimentos emergiram durante a década de 1970, dentre esses, apresentamos a Ciência Integrada e a Educação Matemática que se manifestava por meio de suas tendências a Modelagem Matemática e a Etnomatemática.

1.2 Vestígios do nascimento das tendências do ensino de Matemática e da Educação Matemática como campo de pesquisa profissional

1.2.1 O ensino integrado de ciências

Para iniciar a discussão deste tópico, faz-se necessário um comentário a respeito das mudanças[13] referentes à Didática da Matemática, ocorridas na década de 1970. Para tal situação, utilizamos a obra de Ozámiz[14] (1993) sobre o movimento de renovação dos anos de 1960 e 1970 que buscando chegar à Matemática Moderna, gerou uma forte transformação na educação, tanto na forma de pensar o ensino quanto na introdução de novos conteúdos. Nos anos de 1970, conforme o autor, muitas das mudanças introduzidas não tiveram resultados satisfatórios. Em se tratando de conteúdos matemáticos, o autor nos deixou claro que,

> Com a substituição da geometria pela álgebra os conteúdos e problemas interessantes da matemática elementar rapidamente foram esvaziados. A patente falta de intuição espacial foi outro aleijamento às conseqüências desastrosas da geometria dos nossos programas, sem o que, hoje, pode ser visto muito claramente nas pessoas que realizaram a sua formação nesses anos. Podemos dizer que os problemas surgidos com a introdução da chamada "Matemática Moderna" superam os questionáveis benefícios que tinham sido concebidos para alcançar, tais como, o rigor dos fundamentos, a compreensão das estruturas matemáticas, modernidade e de abordagem à matemática contemporânea (PÉREZ;OZÁMIZ, 1993, p. 65)[15].

Para uma busca de uma forma mais adequada para a educação matemática, ou seja, para ensinar matemática de acordo com a realidade das pessoas e situação atual, a Comunidade Internacional de Matemáticos e Educadores Matemáticos pensou em um educador que trabalhasse com o que é disposto no cotidiano do aluno, para isso propuseram o ensino integrado de ciências.

---

13 No que diz respeito à didática, seja no nível que for, o ensino da Matemática deve estimular a criatividade, mostrando que a Matemática é como um edifício em construção, sempre necessitando de modificações e adaptações. (Santaló, 1996, p. 19)

14 Artigo "Tendências Innovadoras em Educación Matemática„ de Miguel de Guzmán Ozámiz.

15 Con la sustitución de la geometría por el algebra la matemática elemental se vació rápidamente de contenidos y de problemas interesantes. La patente carencia d intuición espacial fue otra de las desastrosas consecuencias del alejameinte de la geometría de nuestros programas, defecto que hoy se puede percibir muy claramente en las personas que realizaron su formación en aquellos años. Se puede decir que los inconvenientes surgidos con la introducción de la llamada 'Matemática Moderna' superaron con mucho las cuestionables ventajes que se había pensado conseguir como el rigor en la fundamentacion, la comprensión de las estructuras matemáticas, la modernidad y el acercamiento a la matemática contemporánea.

> A proposta do ensino integrado de ciências e matemática no secundário era, no início dos anos 70, uma das vertentes de uma tendência mais geral a nível internacional, de ênfase nos aspectos de uso cotidiano e de aplicação da matemática a descrição da realidade e a solução de problemas surgidos em outras disciplinas ou diretamente da experiência concreta, e de ênfase na aprendizagem dos métodos e princípios necessários à solução de problemas. Tratava-se, claramente, de uma tendência oposta à da matemática moderna em alguns de seus aspectos principalmente os viezes formalista e abstracionista (BURIGO, 1989, p. 221).

D'Ambrosio posicionou frente à Ciência Integrada, parafraseando Varna que diz:

> Nós podemos ver ciência integrada como uma metodologia que apresenta conceitos e princípios básicos de um modo que expressa à unidade de pensamento científico e minimiza as tensões que são resultados de esforços para classificar fenômenos com base nas diferentes disciplinas (D'AMBROSIO, 1978, p. 01).

A Ciência Integrada, na visão de Capurro S. (1975, p. 02), se caracteriza pelos "enfoques nos quais os conceitos e princípios da ciência são apresentados de uma maneira que expressam a unidade fundamental do pensamento científico e evitam destacar prematuramente as distinções entre os diversos campos científicos". A Ciência Integrada segundo Capurro S., é uma aproximação do processo de ensino e da aprendizagem da Ciência e, esta aproximação, busca basear-se na compreensão, na avaliação e na gestão dos conceitos, nos princípios e nas generalizações da Ciência como uma expressão fundamental da unidade do pensamento científico. Nesta aproximação o pensamento científico procura uma experiência mais autêntica do método da Ciência e do desenvolvimento de uma atitude científica e procura também uma correta apreciação da Ciência e da atividade humana com o seu poder econômico, político e social, englobando, no último aspecto, o estudo científico a respeito do meio ambiente e dos requisitos tecnológicos necessários para lidar racionalmente com as diferentes situações do cotidiano.

Ciência Integrada é um termo que se tem introduzido na educação para denominar os esforços que estão sendo realizados nos diversos países com a intenção de desenvolver programas onde o ensino de ciências não aborda as várias ciências naturais como uma categoria separada, mas busca realçar os elementos comuns entre as disciplinas científicas. Geralmente não se considera “Ciência Integrada” para programas que “simplesmente estão limitados a combinar elementos da biologia, física e química em apenas um curso sem que se tenha identificado um ou mais temas integradores em função dos quais estes elementos se interrelacionan (PLATT; RODRIGUEZ, 1975, p. 28)”.

> A integração não pode ser limitada apenas ao campo da Biologia Experimental, Física, Química, Ciências da Terra, etc., ela também inclui Matemática, porque, apesar de ter uma estrutura independente em si, é uma ferramenta útil para estudar resumo modelos em outros campos da ciência, é essencial que a natureza de tais modelos seja colocada em evidência. Também pode estender-se a área de Ciências Sociais, ou examinar qualquer aspecto da humanidade, bem como questões relacionadas com o estudo das inclinações do homem. Nesse sentido é que muitos vão pensar que a análise dos problemas do ambiente humano ou problemas ambientais, por sua natureza multifacetada e multidisciplinar, seria um grande tema da integração. (CAPURRO S., 1975, p. 34)

Para D’Ambrosio (1978) o trabalho com Ciência Integrada encontra resistência nos materiais pedagógicos existentes nas escolas, principalmente livros, e a condição atual dos professores. D’Ambrosio cita o exemplo,

> “ninguém no Brasil, tem esperanças de uma substituição em massa de textos existentes por currículos novos. Este processo é quase impossível alcançar... na mesma linha é ilusório acreditar que uma massa de professores em regime de reconversão profissional, produziria os resultados desejados” (D’AMBROSIO,1978, p. 4).

O Integrar da ciência se apresenta com uma visão global de fenômenos naturais, com forte contribuição do impulso sócio-cultural; e a educação dessa ciência tem que refletir a introdução dinâmica de atitudes mais científicas e avanços tecnológicos, que estão afetando a vida diária em nossas sociedades. No educar cientificamente busca-se uma troca de conteúdo, no sentido de dar mais ênfase no

processo e método, e o que se busca, com essa educação, é a possibilidade de adquirir conteúdo como um subproduto de uma experiência educacional baseado em programas abertos.

A matemática representa um papel importante na ciência, porque é uma simbolização dos processos mentais dos homens e o meio pelo qual podem ser descobertos e expandidos esses processos (PLATT; RODRIGUEZ, 1975, p. 32).

Platt e Rodriguez (1975, p. 33-34-35) ressaltam que, existem dois possíveis enfoques educacionais sobre a Ciência Integrada, o primeiro funciona por meio da metodologia da ciência e o segundo funciona por meio dos conceitos interdisciplinares e unificadores.

> O enfoque integrado no ensino de Ciências, pode aumentar a transferência de capacitação, dando aos estudantes, mais ocasiões para usar os conceitos e princípios aprendidos em uma disciplina, em um campo não muito distante, como é uma ciência aplicada (BLUM apud CAPURRO S., 1975, p. 35)

A abordagem para o ensino da ciência integrada por meio da metodologia da ciência, segundo Platt e Rodriguez (1975), consiste em desenhar um programa que faça com que os alunos desenvolvam a prática da metodologia da ciência, ou seja, o aluno tem que aprender a investigar por sua conta até chegar a uma investigação científica de rigor. Neste tipo de ensino, a ciência não se limita em transmitir os conhecimentos por via verbal, uma vez que não pretende privar os alunos de conhecerem a parte fundamental da ciência, para que estes não criem atitudes dogmáticas e aceitação acrítica de informação “autorizada”, a qual representa uma formação claramente anti-científica.

Aqui é conveniente conceber a metodologia científica como algo que vai além da simples noção intuitiva que apenas considera a aprendizagem da criança como um “descobrir” por si só. Faz-se necessário utilizar uma linguagem de “processos”, onde cada processo sinaliza uma conduta associada à metodologia científica.

Em relação ao segundo enfoque educacional, que aborda a ciência integrada por meio de conceitos interdisciplinares e unificadores, podemos dizer que este tipo de enfoque desenha um programa e atividades baseadas em fenômenos e processos naturais que ilustram a aplicação de conceitos comuns a disciplinas

científicas. Na opinião de Platt e Rodriguez (1975), um programa desta categoria poderia incluir questões em que há interação entre física, química e biologia, por exemplo, introduzindo algo de conceitos de Ecologia. Segundo os autores, poderia tratar de fenômenos de equilíbrio, tirando da Física exemplos de equilíbrio de forças, da Química, exemplos de equilíbrio em reações; da Biologia, exemplos de equilíbrio entre população e processos de equilibração na fisiologia dos seres vivos.

O objetivo deste segundo enfoque é tornar o aluno capaz de formular conceitos que lhe permitam ampliar a sua capacidade de entender uma grande variedade de fenômenos e ter habilidade de identificar e trabalhar as suas analogias entre diferentes fenômenos.

"A proposta do ensino integrado de ciências foi defendida no Brasil por Ubiratan D'Ambrosio no Seminário do PREMEN, em 1973 (BURIGO, 1989, p. 222)".

Nesse mesmo ano, em 1973, procurando uma educação que atendia às necessidades das mudanças rápidas do padrão socioeconômico do país, o Ministério da Educação e Cultura (MEC), por meio do Programa de Expansão de Melhoria do Ensino Nacional (PREMEN) fundou, conforme D'AMBROSIO (1978), uma série de projetos de desenvolvimento curricular no Instituto de Matemática, Estatística e Informática da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).

Segundo D'Ambrosio (1978), a filosofia subjacente nos projetos, visava aproximar ciência e matemática a uma relação intima com os assuntos da escola, ou seja, ter um processo de matematização[16 e 17] da realidade, uma vez que, para D'Ambrosio, a capacidade informal de reconhecer a matemática em situações reais é o primeiro passo para desvendar um problema matemático.

Os projetos de integração do ensino de ciências e matemática do Brasil, pensados na época, inclusive por Ubiratan D'Ambrosio, trabalhavam com uma metodologia orientada na direção de estimular e desenvolver a criatividade de alunos e professores voltados para uma tarefa comum. Nestes projetos

16 Problema de aplicação que se conhece por um lado instrumentos matemáticos, teorias, regras, métodos que conhecemos e, de outro uma realidade, um problema, um fenômeno, uma área que pretendemos matematizar. (WIELEWSKI, 2005, p. 194) A matematização é caracterizada por dois aspectos: 1. Transformar um processo ou uma atividade em um objeto estático (substantivação). 2. Representar esse objeto em uma maneira inesperada, às vezes. Por exemplo, colorir um tabuleiro de xadrez de uma forma adequada que permita contar melhor as possibilidades da pavimentação utilizando k-minós. (WIELEWSKI, 2005, p. 219)

17 Matematizar , significa mudar para o contexto matemático, isto é , substituir os elementos da situação concreta e as afirmações sobre eles e por conceitos e teoremas matemáticos (WILMER, 1976, p. 27). Wilmer (1976, p. 30) afirma que "o ensino de matemática deve incluir a matematização e a solução de problemas através de Modelos Matemáticos"

> a imagem do professor muda completamente, passando daquela de uma pessoa com conhecimentos amplos para a de um indivíduo com mais experiência, compartilhando com os alunos a curiosidade por problemas que se lhes apresentam (D'AMBROSIO, 1975, p. 1).

A participação dos professores no ensino integrado de ciências visava "persuadir o estudante em uma confiança para controlar e administrar a aprendizagem em campos científicos, além da sua experiência especialista" (KEOHANE apud D'AMBROSIO, 1978, p.11). Para atender essa exigência D'Ambrosio (1975) montou um modelo de projeto, que tinha como objetivo principal, desenvolver estratégia para trazer a ciência e a tecnologia para fazer um papel afetivo em uma melhoria da qualidade de vida, por ação educacional. D'Ambrosio (1978) comenta que o modelo de projeto proposto é, parte do desenvolvimento curricular e parte da formação de professor modelo.

No entanto, a meta da educação científica, conforme Capurro S. (1975, p. 14), é proporcionar ao aluno informação científica básica que lhe permita entender os aspectos mais importantes derivados do grande impacto que o desenvolvimento científico - tecnológico realiza sobre o mundo.

Diante dessa situação D'Ambrosio (1975, p. 3) afirma ser necessário estabelecer dois objetivos, e que a partir destes, busca-se atingir o desenvolvimento da capacidade de pensar e a utilização, na vida pratica, dos conhecimentos matemáticos. Quanto ao primeiro dos objetivos, o ensino de Matemática tem sido surpreendentemente ineficiente, e até mesmo nocivo, pois transmite um esquema absoluto e infalível e a aceitação passiva do aluno é a única saída. E, ainda, conforme D'Ambrosio (1975, p. 3) os projetos do ensino de Ciência Integrada permitem gerar uma atitude exatamente oposta ao do ensino que acontecia no momento e em momentos anteriores, pois, trabalhando com a Ciência Integrada, o aluno tem maiores oportunidades de penetrar em uma atmosfera de pesquisa intelectual em sua forma mais pura; nesta situação a matemática seria vista como um instrumento de possível análise da natureza e da sociedade. Esta situação onde o aluno se insere na pesquisa é a garantia do segundo objetivo, uma vez que esta situação estabelece a integração da Matemática com as demais ciências.

Como sabemos a Matemática se constrói a partir de diversas situações problemáticas que advém de inúmeras e diferentes fontes, para trabalhar um conteúdo matemático dentro da perspectiva da ciência integrada,

> Considera-se de fundamental importância a real integração entre o ensino da Matemática e de outras disciplinas, pelo que resulta inadequado substituir as aplicações reais pela solução de problemas no estreito âmbito matemático. Deveria ser empregada a Matemática em 'situações naturais', em domínios exteriores a ela própria, onde se apresente um problema 'verídico', cuja solução exija a intervenção do método matemático e/ou a utilização duma teoria matemática já desenvolvida (SANCHÉZ, 1979, p. 35).

D'Ambrosio defende que estes conteúdos devem ser abordados, como no caso da Geometria e Funções, da seguinte maneira,

> A Geometria, sobretudo a Geometria no Espaço, com caráter acentuadamente métrico, enriquecida com experiências do tipo Arquimedes, incluindo informações variadas sobre sólidos e líquidos, é um campo riquíssimo para o exercício de "aprender a pensar", sem sacrificar as "aplicações praticas da matemática". O conceito de função, por seu lado, é um dos que mais se utiliza como modelo da realidade, em todos os ramos do conhecimento humano. Introduzindo desde cedo, permite desenvolver, de forma muito adequada, os conceitos de razão e proporção, introduzir as noções de coeficientes ou constantes, em associação com a observação de fenômenos físicos, e familiarização com o uso de gráficos (D'AMBROSIO, 1975, p. 4).

As múltiplas facetas da matemática nos apresentam diferentes níveis de desenvolvimento do ensino, como na citação acima, e servem, se bem trabalhadas e descobertas, como facilitadoras da produção ou criação do conhecimento matemático, do ensino e da aprendizagem da matemática.

1.2.2 A Modelagem Matemática dentro da perspectiva da Educação Matemática

Utilizamos, para início da discussão da Modelagem Matemática na aprendizagem matemática, um trecho da introdução da dissertação da Professora

Marineusa Gazzetta[18] - uma das principais disseminadoras da Etnomatemática e Modelagem Matemática no ensino básico e na formação de professores, inclusive do nosso estado, Mato Grosso, onde atua na região do Araguaia desde a década de 1980 -. Nesse trecho, a autora comenta que, ao se formar, na década de 60 em matemática, licenciatura e bacharelado, foi ser professora no ensino básico e ser professora para ela, no momento em que se formara,

> consistia em ensinar Matemática. Ensinar teoria de conjuntos na, então, 1ª série do ginásio. Vivíamos, nessa época, o auge da implantação da chamada Matemática Moderna. Devia ensinar equações de 1º grau na 2ª série, álgebra e geometria na 3ª, equações do 2º grau e geometria na 4ª série. E educar? Bem, isso não era comigo. Eu era professora de Matemática (GAZZETTA, 1989, p. 1).

Podemos afirmar que esse posicionamento frente à Matemática escolar mudou, uma vez que a professora Marineusa Gazzetta, relatou em um outro trecho da dissertação que

> quando já estava trabalhando[19] no IMECC da UNICAMP, tive a possibilidade de participar de um grupo constituído por professores – pesquisadores comprometidos com a Educação e assim, gradativamente, ir penetrando no fazer e saber de uma das possibilidades, que acredito eu, leve a re-pensar o ser da Educação: a Modelagem como estratégia para a aprendizagem da Matemática, numa concepção de Educação que visa a pessoa do estudante (GAZZETTA, 1989, p. 2).

Iniciamos com o trecho da dissertação da Gazzetta, pois foi a partir dos trabalhos desenvolvidos no IMECC-UNICAMP, que a Modelagem Matemática ganhou espaço no cenário educacional brasileiro, pois conforme D'Ambrosio (2008, p. 96), destacam-se como responsáveis por essa divulgação e pela liderança inicial,

18 Marineusa Gazzetta é professora assistente aposentada do IMECC/UNICAMP; membro do SHEM – Seminários de História e Educação Matemática – do LEM/IMECC/UNICAMP; professora temporária da UNIMEP e professora convidada do Curso de Licenciatura em Matemática do Programa de Licenciaturas Plenas Parceladas da UNEMAT/MT.

19 Conforme Biembengut (2008, p. 3), em 1974, ingressa no Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação/IMECC da UNICAMP - Campinas (SP) onde ficou até 1992, quando se aposentou. Neste ano de 1974, passa também a integrar o grupo PREMEM e a equipe do 1º Mestrado em Ciências, projeto da OEA. O mestrado, projeto da OEA, teve quatro turmas, com ingressos nos anos de 1975, 1976, 1977 e 1978. A maioria dos mestrandos eram professores de Instituições de Educação Superior de diversos estados brasileiros e países das Américas do Sul e Central. O Curso tinha um modelo interdisciplinar, não linear. Este modelo adotado deu origem a trabalhos em Modelagem e Etnomatemática. (BIEMBENGUT, 2008, p. 3).

os professores “Rodney C. Bassanezi e João Frederico da Costa Azevedo Mayer, na Universidade Estadual de Campinas, e Aristides Camargo Barreto, na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro”.

A Modelagem Matemática, começou o processo de expansão pelo país, no ano de 1979, quando ocorrera no IMECC-UNICAMP-Campinas-SP a 5ª Conferência Interamericana de Educação Matemática - V CIAEM. E, desta conferência o Professor Aristides Camargo Barreto participava e, nessa ocasião, conforme Biembengut (2007, p.2), fez com que o professor Ubiratan D'Ambrosio, na época diretor do IMECC da UNICAMP, convidasse-o para realizar no IMECC, Seminários sobre o uso de modelos matemáticos no Ensino de Cálculo Diferencial Integral e Álgebra Linear. De acordo com Biembengut, a realização desses seminários, que ocorreram outubro de 1979, foi o momento que Rodney Carlos Bassanezi, João Frederico da Costa Azevedo Mayer e Eduardo Sebastiani Ferreira tiveram o contato com a Modelagem Matemática. Professores estes, que tem grande influência no divulgar da Modelagem Matemática no Brasil, pois, somando as orientações feitas por eles, em se tratando de Modelagem Matemática até o ano de 2007 ultrapassam dez produções entre teses e dissertações[20].

O Professor Aristides de Camargo Barreto, o precursor da Modelagem Matemática no Brasil, foi o primeiro no país a fazer atividades didáticas de modelagem matemática no ensino de matemática. Segundo Biembengut (2007)

> Aristides conheceu modelagem matemática durante seu curso de Engenharia. A idéia de usar a modelagem em Educação Matemática começou na metade dos anos de 1970, na PUC/Rio, pois via-se as voltas com a “constante e inquietante pergunta por parte dos estudantes ‘para que serve isto’?” diante das teorias matemáticas. Na tentativa de tornar os estudantes mais motivados e interessados, Aristides procurou utilizar-se de estratégia combinada de modelos e módulos instrucionais nas disciplinas de Fundamentos da Matemática Elementar e Prática de Ensino da Licenciatura em Matemática e na de Cálculo Avançado para engenheiros em programa de Pós-graduação. Conjuntamente com os estudantes, elaborou vários modelos em áreas específicas como Lingüística, Ecologia, Biologia, Música, dentre outras. Uma das principais experiências pedagógicas por ele realizada foi em 1976, na disciplina de Cálculo Diferencial Integral IV, com alunos do ciclo básico oriundos de Cursos de Engenharia, Matemática, Física e Química (Biembengut, 2007, p. 2)[21].

20 A dissertação da Gazzeta foi redigida sob orientação do Professor Bassanezi.

21 Fragmento extraído do livro (em processo) de autoria de Maria Salett Biembengut disponível no Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM Ano I - N 1 - Novembro de 2007.

Conforme Fiorentini (1994, p. 243-244), pode-se dizer também que o grupo de professores de matemática, que atuavam no IMECC-UNICAMP, na década de 1970, foi um dos responsáveis pela emergência do método da Modelagem Matemática no Brasil, grupo este que, no ano de 1986, fundou a área de pesquisa “Biomatemática”.

De acordo com Fiorentini, paralelamente aos estudos de iniciação científica em Biomatemática, foi criada por Ubiratan D’Ambrosio, em 1976, e lecionada até o ano de 1980, a disciplina “Matemática e Sociedade”. Os conteúdos e temáticas trabalhados nesta disciplina fizeram com que surgisse a base pedagógica para um método de ensino e de aprendizagem de matemática por meio do estudo/pesquisa de situações-problemas da comunidade, método de ensino que contribuiu para o surgimento do método da Modelagem Matemática.

O autor comenta que, trabalhos de iniciação científica foram produzidos no fim da década 1970, e se tornaram precursores do uso da Modelagem Matemática no processo de ensino e de aprendizagem da matemática, como os trabalhos de Beatriz D’Ambrosio, Antonio Carlos Moretti e Petrônio. Todos esses trabalhos foram realizados sob orientação de Rodney C. Bassanezi e João Frederico da Costa Azevedo Mayer.

Em se tratando de pesquisa acadêmica, Aristides Camargo Barreto orientou as duas primeiras produções acadêmicas referentes à Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da Matemática, a tese e a dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação da PUC-RJ. A tese de Mestrado intitulada “Modelos na aprendizagem da matemática”, de autoria de Celso Braga Wilmer, defendida em 1976 e a dissertação de Mestrado intitulada “Estratégia combinada de módulos instrucionais e modelos matemáticos interdisciplinares para ensino-aprendizagem de matemática a nível de segundo grau para ensino aprendizagem da matemática em nível de 2º grau”, de autoria de Jorge E. Pardo Sánchez, de Costa Rica, defendida em 1979.

A tese de Mestrado, de acordo com Wilmer (1976), teve a intenção de trabalhar um modelo de aprendizagem matemática que valorizasse pelos menos dois aspectos, a intuição e o tratamento de alguns problemas a nível mais baixo de abstração, usando como modelo seu uma figura ou um objeto, na forma inversa de como vem nos livros didáticos. E, para Wilmer, os modelos na aprendizagem têm a função de “possibilitar ao aluno a interiorização dos conceitos matemáticos, segundo

etapas que compõem o caminho mais ‘natural’ de abstração, desde o objeto (concreto ou ideal) até o que dele será abstraído (WILMER, 1976, p. ii)”.

A dissertação de Mestrado, conforme o autor Sanchéz, busca “apresentar uma proposta de estratégia que permita que o processo de ensino-aprendizagem de Matemática seja encaminhado no sentido de oferecer a cada um dos alunos a oportunidade de alcançar os níveis de conhecimento adequados (SANCHÉZ, 1979, p. 3)”. E para Sanchéz os modelos de aprendizagem da Matemática,

> vêm possibilitar a interiorização, pois permitem passar da realidade concreta ou familiar à Matemática, e da Matemática à realidade concreta ou familiar; por isso são dois os tipos de modelos que os professores de Matemática deveriam apresentar: Modelos para abstrair situações - modelos matemáticos - e Modelos para situar abstrações – modelos concretos e gráficos- (SANCHÉZ, 1979, p. 28).

A estratégia da proposta nas atividades da dissertação elaborada por Sanches, sob orientação de Barreto se “baseia na construção e validação e Módulos Instrucionais e Modelos Matemáticos Interdisciplinares, para ensino-aprendizagem de Matemática em cada uma das três séries do Segundo Grau (SANCHÉZ, 1979, p. 3)”.

E neste trabalho podemos perceber as relações desse conhecimento com outras disciplinas, de maneira a melhor compreender “o conhecimento matemático e aplicá-lo em outras áreas não essencialmente matemáticas (SANCHÉZ, 1979, p. 4)”.

Para Sanchéz, é importante que o processo de ensino-aprendizagem da Matemática se adapte ao cotidiano, no sentido de oferecer uma “Educação Matemática que dê prioridade à ‘formação’, mais que à ‘informação’, para que o aluno possa aproveitar a instrução no momento presente e no futuro (SANCHÉZ, 1979, p. 1)”.

No trabalho de Sanchéz busca-se trabalhar com Modelos Matemáticos Interdisciplinares, porque segundo o autor, “os problemas da vida muito poucas vezes logram sua solução por meio de um único direcionamento científico, donde resulta que toda aprendizagem tem que considerar sempre a relação interdisciplinar do conhecimento (SANCHÉZ, 1979, p. 4)”. E, “utilizar uma estratégia de ‘aprendizagem para o domínio’ é achar meios de alterar o tempo que o estudante

necessita para aprender, de forma de prover o tempo realmente necessário, de acordo com a sua condição individual e não de grupo (SANCHÉZ, 1979, p. 12)".

Com este trabalho, Sanchéz busca fixar a atenção do aluno no processo de matematização, capacitando-o a aplicar a matemática para resolver problemas e matematizar situações.

Diante de leituras realizadas, podemos dizer que a contribuição de Aristides Camargo Barreto é imensa, não apenas pelas produções, mas, principalmente, pelas pessoas que ele motivou, dividiu seu aprendizado, seu conhecimento e, por recorrência, continuam semeando a Modelagem Matemática pela Educação brasileira.

Por isso, podemos dizer que, uma apreciação das diferentes formas de aplicações da Matemática afetará, não apenas o material didático das escolas, como também o ensino. Os processos de construção de modelos, em diversas situações, requerem uma compreensão da situação, tanto fora da Matemática e do processo de matematização, quanto da Matemática em si mesma. Assim, podemos dizer que,

> Quando a matemática é realmente aplicada a alguma situação em alguma outra área, há uma série de passos típicos distinguíveis no processo. O primeiro é o reconhecimento de que uma situação deve ser compreendida, o segundo, uma tentativa de expressar a situação em termos matemáticos precisos, a seguir, trabalho matemático no modelo derivado, (frequentemente) trabalho numérico para alcançar um discernimento maior dentro dos resultados e uma avaliação do que se tenha aprendido em termos da situação original [...] Os objetivos para os quais o modelo matemático é criado, são também muito variados, sendo desde a compreensão à ação [...] no quadro geral das aplicações da matemática não está completo sem uma discussão da verdadeira atividade interdisciplinar (POLLAK, 1976, p. 97-98).

O desafio, no caso da Matemática, fica a cargo da Educação Matemática, pois está na busca de um fazer matemático – um educar matemático- que transforme a teoria numa prática pedagógica, que estimule o desenvolvimento de uma criatividade desinibida, conduzindo a novas formas de relação inter-cultural. Essas relações caracterizam a educação de massa e proporcionam o espaço adequado para preservar a diversidade e eliminar a desigualdade discriminatória, dando origem a uma nova organização da sociedade.

E, uma forma de o ensino de Matemática se fazer presente nessas massas é por meio de um ensino que utilize “o saber” que as pessoas dessas camadas têm para poder desenvolver o processo de ensino e aprendizagem da matemática com êxito. O meio encontrado para tornar isso possível foi por meio da tendência da Modelagem Matemática.

Para situar a Modelagem Matemática dentre as correntes de pensamentos que se apontavam na época utilizamos o posicionamento de Fiorentini que afirma que a Modelagem Matemática segue a corrente empírico-ativista e, de acordo com a sua escrita, essa corrente assenta-se pedagogicamente em Dewey, Decroly e Montessori. Esta tendência atribui, como finalidade da Educação “adequar as necessidades individuais ao meio social” e busca experiências de ensino que satisfaçam, ao mesmo tempo, os interesses dos alunos e as exigências sociais”. Fiorentini se respalda em Libâneo para apontar algumas características pedagógicas dessa corrente:

> 1ª) tem como pressuposto básico que o aluno “aprende fazendo”. Por isso, didaticamente, irá valorizar, no processo de ensino, a pesquisa, a descoberta, o estudo do meio, a resolução de problemas, as atividades experimentais, etc.
>
> 2ª) entende que, a partir da manipulação e visualização de objetos ou de atividades práticas, envolvendo medições, contagens, levantamento e comparações de dados, etc., a aprendizagem da matemática pode ser obtida mediante generalizações ou abstrações de forma indutiva e intuitiva.
>
> 3ª) Não enfatiza tanto as estruturas internas da matemática, mas sua relação com as ciências empíricas (Física, Química,...) ou com situações-problema do cotidiano de alunos. Ou seja, o modelo de matemática privilegiado é o da Matemática Aplicada.
>
> O ideário empírico-ativista pode ser notado nos materiais produzidos e divulgados pelos centros de ciências (PROCIRS, FUNBEC , CECIPAR,...), nos trabalhos produzidos pelo projeto MEC/PREMEM/IMECC-UNICAMP e, mais recentemente, nas experiências de ensino através da Modelagem Matemática (LIBANEO apud FIORENTINI, 1994, p. 92-93).

Partindo de leituras feitas nas dissertações de Gazzeta e Anastacio e diversos artigos de Bassanezi, Levy e Espírito Santo, podemos dizer que a Modelagem Matemática pode ser trabalhada, tanto na lógica formal, quanto na lógica dialética. A Modelagem Matemática que objetiva a formulação de modelos enquadra-se no paradigma da modernidade –método de pesquisa experimental- porque, em seu

corpo de definições, concorda com os preceitos metodológicos desse paradigma e quem trabalha nessa perspectiva são os pesquisadores/modeladores.

Por outro lado, ela pode ser vista com um novo olhar quando adaptada ao método de pesquisa dialético, quando se programa o ensino e a aprendizagem da Matemática, tornando-se um paradigma emergente. Nesse caso se trabalha com professores e alunos.

Nessa última condição, podemos dizer que existe uma relação dialética entre teoria e prática, que resulta em decisões e posicionamentos, e que nesse estudo, há momentos que partem do global para o local, e deste para o global, e outro momento em que se parte do local para o global e deste para o local, isso só acontece graças a ações do cotidiano.

O termo Modelagem Matemática vem sendo utilizado por diferentes autores, de diferentes formas. Logo quando nos referirmos à modelagem matemática se faz necessário explicar sobre qual falamos, pois alguns autores vêem a modelagem matemática como um método de trabalho para o matemático e os que vêem esse processo como um caminho para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Para o primeiro grupo, a modelagem matemática é um processo de representação e interpretação de determinada situação ou evento, e esse processo se inicia com hipóteses explicativas de verificação ou validação e o resultado dessa modelagem é o modelo. Pois, “quando se procura refletir sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou de agir sobre ela – o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais e formalizá-los através de um sistema artificial: o modelo (BASSANEZI, 2002, p. 19)”.

Modelo matemático é uma transcrição em entidades matemática das características de uma determinada situação real. Essas entidades mantêm entre em si uma relação matemática. O modelo matemático distingue-se da modelagem porque esta representa todo o processo de se chegar a construir um modelo matemático (ANASTÁCIO, 1990, p.64).

> Modelo Matemático de uma situação S (real ou imaginada) é uma representação aproximada e seletiva de S por algum tipo de estrutura matemática M, isto de tal modo que, aos objetos considerados relevantes em S, correspondam elementos de M, e às interdependências relevantes em S, correspondam relações de M. Temos então que, optar previamente

> pelo que será considerado relevante em S. Se S_0 é a diferença entre o original e o supérfluo, então um modelo é uma aplicação m (injetiva): m: $S_0 \rightarrow$M que preserve as relações de S_0 (BARRETO apud SANCHÉZ, 1979, p. 28).

Para o segundo grupo, “a Modelagem Matemática é uma alternativa de buscar o conhecimento, de modo diferente daquele comum às Ciências Naturais Positivistas, alternativa essa oferecida pela Fenomenologia” (GAZZETTA, 1989, p. 36). Nesse caminho fenomenológico, a verdade não aparece de forma acabada, desvela o ser, neste se evita armadilhas das aparências e o objeto se apresenta livre de pré-julgamentos, de pré-conceitos, ou seja, não obedece a uma seqüência de tipos de problemas e hipóteses. Nesta perspectiva, o pesquisador sente a necessidade de mergulhar na realidade.

A Modelagem Matemática, de acordo com a visão de Ferreira (1991, p.163), se propõe ir muito além da simples resolução de problemas. Existe toda uma análise da realidade, os problemas devem ter algum significado para uma sociedade, dada num momento preciso. Além disso, a Modelagem Matemática se propõe também que a solução (ou soluções), traga algum significado para esta sociedade, que com esta solução (ou estas soluções) de alguma maneira, o meio pesquisado possa crescer naturalmente. E, para esse professor, o primeiro passo da Modelagem Matemática é a Etnomatemática.

No ano de 1975, John B. Carroll escreveu sobre a medição das condições do processo de aprendizagem e apontou a aprendizagem para o domínio dizendo, segundo Sanchéz (1979, p. 9), que “os estudantes que têm confiança em si mesmos, boa inteligência básica e aptidão, e que têm recebido uma eficiente instrução podem aprender muito em um período relativamente curto”; e os “estudantes variam quanto ao ritmo de aprendizagem, mas a maioria pode aprender, se proporcionado o tempo suficiente”. Sanchéz (1979, p. 12) complementa, dizendo que, “utilizar uma estratégia de aprendizagem para o domínio é achar meios de alterar o tempo que os estudantes necessitam para aprender, de forma de prover o tempo realmente necessário, de acordo com a sua condição individual e não de grupo”.

Recorremos a Fiorentini para ressaltar que o papel da Modelagem Matemática no ensino e na aprendizagem da matemática vem contribuir para suprir

“uma lacuna que havia na formação do pensamento matemático que é o processo de matematização: produção de conhecimentos matemáticos a partir de desafios e problemas externos à própria matemática” (FIORENTINI, 1994, p. 272).

1.2.3 - A Etnomatemática

Na década de setenta iniciou-se, primeiramente, a partir de estudos do conhecimento matemático de populações indígenas, uma área de pesquisa denominada Etnomátemática.

> O fracasso do Movimento Modernista, bem como as dificuldades apresentadas, quanto à aprendizagem da matemática, por alunos das classes economicamente menos favorecidas, fez com que alguns estudiosos, a partir da década de 60, voltassem à atenção aos aspectos sócio-culturais da Educação Matemática (FIORENTINI, 1994, p. 57).

Apoiados nas posições de D’Ambrosio podemos dizer que o Programa Etnomatemática busca é analisar as raízes sócio-culturais do conhecimento matemático, mas além disso tem

> uma grande preocupação com a dimensão política ao estudar história, filosofia e suas implicações pedagógicas [...] As pesquisas consistem essencialmente numa investigação holística da geração [cognição], organização intelectual [epistemologia] e social [história] e difusão [educação] do conhecimento matemático, particularmente em culturas consideradas marginais (D’AMBROSIO, 2008, p. 9).

Segundo D’Ambrosio (1993), a idéia Etnomatemática foi teorizada por ele e apresentada no Congresso Internacional de Matemática da Austrália em 1984. Mais detalhes podemos ver no artigo “Etnomatemática: um estudo da Evolução das idéias” de Esquincalha onde se lê:

> Em agosto de 1984, no Quinto Congresso Internacional de Educação Matemática, em Adelaide, Austrália, algumas novas tendências em Educação Matemática estavam em foco, tais como “Matemática e

> Sociedade", "Matemática para todos" e "História da Matemática e de sua pedagogia" entre outras. Foi neste congresso que o professor Ubiratan D'Ambrosio apresentou sua teorização para uma linha de pesquisas que se apresentava timidamente, já há alguns anos. Nascia então o Programa de Pesquisa Etnomatemática, motivado pela procura de entender o saber/fazer matemático ao longo da História da Humanidade, contextualizado em diferentes grupos de interesse, comunidades, povos e nações (ESQUINCALHA, 2004, p. 3-4)

Porém, antes da apresentação no congresso em Adelaide, D'Ambrosio já vinha divulgando o termo etnomatemática e as suas propostas nos diversos encontros que aconteciam, como podemos ver na afirmação de Rosa; Orey,

> Em 1976, D'AMBROSIO organizou e presidiu a seção *Why Teach Mathematics?* com o *Topic Group: Objectives and Goals of Mathematics Education* durante o *Third International Congress of Mathematics Education* 3 (ICM-3), in Karlsruhe, na Alemanha. Nesta seção, D'AMBROSIO colocou em pauta a discussão sobre as raízes culturais da matemática no contexto da educação matemática. Porém, o termo etnomatemática, foi primeiramente utilizado por D'AMBROSIO numa palestra proferida em 1977, no *Annual Meeting of the American Association for the Advancement of Science,* em Denver, nos Estados Unidos. (ROSA; OREY, 2005, p. 7)

Na opinião de D'Ambrosio a Etnomatemática

> significa reconhecer que todas as culturas, todos os povos, desenvolvem maneiras de explicar, de conhecer, de lidar com a sua realidade, e que isso está em permanente evolução. A idéia básica é a de não rejeitar modelos ligados à sua tradição e reconhecimento, construídos por outros povos. Esses sistemas, graças à dinâmica cultural, não são estáticos, mortos (D'AMBROSIO entrevista cedida à revista nova escola, 2003, p. 10).

Assim, frente a crítica à "educação bancária" e à valorização do saber popular trazido pelo aluno, e a sua capacidade de produzir saberes sobre a realidade, é que se esboça a tendência pedagógica crítico-popular ou sócio-cultural (FIORENTINI, 1994, p. 59).

> No âmbito das idéias pedagógicas esta tendência apóia-se em Paulo Freire. No âmbito da Educação Matemática tem-se apoiado na Etnomatemática- que é definida como a arte ou técnica de explicar, de conhecer, de entender nos diversos contextos culturais- de Ubiratan D'Ambrosio, seu principal idealizador (FIORENTINI, 1994, p. 59).

D'Ambrosio esclarece que "A proposta pedagógica da Etnomatemática é fazer da matemática algo vivo, lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]. E através da crítica, questionar o aqui e agora" (2005, p. 46).

> Ora a realidade natural é matematicamente educada, fala a linguagem Matemática. É essa Matemática, inicialmente num estágio próximo à Matemática que grupos culturalmente diferenciados dominam e que vem se desenvolvendo em simbiose com a matemática "falada" pela natureza, e que chamamos ETNOMATEMÁTICA, que constitui o passo inicial de Educação Matemática e é essa a disciplina que esperamos transmitir, e que constitui a essência de Educação Matemática como uma disciplina em si, com métodos, processos, conteúdos e objetivos próprios (D'AMBROSIO, 1985, p. 1).

Segundo Fiorentini (1994, p. 60-61), a finalidade do ensino da matemática, seguindo essa tendência, seria a desmistificar a realidade, buscando, sobretudo compreendê-la para poder transformá-la. Nesta tendência, a relação aluno-professor é dialógica. O método de ensino proposto por essa tendência é a Modelagem Matemática, que contempla uma abordagem externalista para a matemática.

D'Ambrosio (2008) informa que o programa da Etnomatemática vem de encontro às propostas de Freudenthal para um programa de História da Matemática voltado à educação, uma vez que, o programa de Freudenthal propõe cinco questões que apontam os caminhos para o desenvolver do programa a primeira consiste em: *Por que isso não foi descoberto antes?* Na seqüência vêm as perguntas: *A partir de que problemas esse tema se desenvolveu? Quais eram as forças que o impulsionavam? Por que foi essa descoberta tão importante? Por que foi ela praticamente não notada pelos seus contemporâneos (não matemáticas) e continua assim até hoje?*

D'Ambrosio comenta que ao responder a essas perguntas "estaremos entendendo a essência dos tópicos que estão no currículo. Estaremos examinando

as razões da geração desse conhecimento, o que na sociedade motivou seu aparecimento e sua inclusão nos sistemas escolares" (D'AMBROSIO, 2008, p. 10).

> Na opinião de Freudenthal, um programa formulado a partir das cinco questões tem como conseqüência analisar mais os processos que os produtos e reconhecer o conhecimento matemático como integrado no contexto social e cultural. Um fato ou um resultado matemático isolado, descontextualizado, geralmente dá uma impressão falsa (D'AMBROSIO, 2008, p. 10).

Nesse sentido D'Ambrosio afirma que

> Estamos passando na Etnomatemática por uma situação semelhante à apontada por Freudenthal. Muitas vezes a matemática de outras culturas são apresentadas como curiosidades, jogos, folclore, e completamente descontextualisadas de sua inserção cultural (D'AMBROSIO, 2008, p. 10).

Apoiando na posição de Monteiro (2003), dizemos que o processo pedagógico, dentro da perspectiva Etnomatemática, trabalha conforme o desenvolver das questões que o grupo que esta sendo enfocado propõe, e as questões são problematizadas e interpretadas sob diferentes pontos de vista, inclusive àquele advindo da ciência acadêmica. O processo de ensino nesta perspectiva, não se limita somente ao fazer próprio do grupo, mas, busca possibilidades de o aluno entrar em contato com as diferentes leituras, interpretações e procedimentos de soluções, a respeito do problema que se estuda. Perante essa situação "os saberes cotidianos surgem como mais uma possibilidade de explicação e problematização dentre outros que também devem ser explicitadas" (MONTEIRO, 2003, p. 4).

O elemento essencial da proposta de Etnomatemática na abordagem pedagógica centra-se na relação entre conhecimento escolar e cotidiano. A

> Etnomatemática na perspectiva pedagógica tem como elemento central discutir os diversos saberes a partir dos diferentes valores, conceitos

> de verdade e suas diferentes formas de representação, ou seja, funda-se numa concepção pluralista da ciência, onde o respeito às interrogações e as respostas de diferentes culturas devem conviver e ainda propõe que essa concepção plural se integre ao contexto escolar (Monteiro, 2003, p. 07).

Para trabalhar dentro da perspectiva da Etnomatemática em sala de aula

> É necessário reconhecer que a criança, antes de receber qualquer instrução formal, conseguiu aprender muito, acerca de seu mundo, basicamente por meio de seus próprios esforços de experimentação. Estudiosos deste campo têm reconhecido nas atividades das crianças recursos muitos típicos da metodologia da ciência. Este fato sugere que a escola deveria buscar fortalecer estas atividades e habilidades que as crianças já possuem, em lugar de negligenciá-las e reprimi-las com um ensino onde se excluem atividades de experimentação (PLATT; RODRIGUEZ, 1975, p. 34).

Ao avaliar o trabalho desenvolvido na Proposta Pedagógica da Etnomatemática, ou seja, fundamentado em raízes sócio-culturais, D'AMBROSIO (1988) comenta que o domínio do assunto pelo professor possa ser inadequado e talvez inferior ao dos alunos e assegura que o domínio de uma etnociência é difícil de definir, uma vez que os mecanismos de avaliação são absolutamente distintos daqueles encontrados na ciência acadêmica e dependem essencialmente do objeto a ser atingido. A flexibilidade e a diversidade dos métodos, que D'AMBROSIO chama de linguagem acadêmica de parâmetros, fazem com que o próprio objeto seja adaptado ao resultado.

1.2.4 A Etnomatemática como Proposta Pedagógica e a Modelagem Matemática como mediadora

Sabe-se que o trabalho, dentro da Proposta Pedagógica da Etnomatemática, não se limita ao fazer próprio do grupo, trabalha com variações de leituras e interpretações, e procedimentos de soluções a respeito do assunto enfocado e desenvolve o trabalho seguindo esses critérios para buscar a relação entre conhecimento escolar e cotidiano. Monteiro esclarece:

> Essa relação pode ser estabelecida por diferentes formas, uma das é que o saber cotidiano precisa ser discutido, problematizado e valorizado pelo que é e pela forma com que é explicitado e validado. Não se espera formatá-lo no modelo escolar, mas sim evidenciá-lo como uma alternativa, como uma possibilidade dentre várias outras que inclui também o saber escolar (Monteiro, 2003,p. 5).

Com esta característica, a Etnomatemática abriu caminhos para a Modelagem Matemática e, esta se inseriu como recurso pedagógico, na intenção de dinamizar o processo de problematização, possibilitou ao professor diferentes modos de explicar e entender a realidade. E também trouxe o desafio de compreender, não apenas o contexto, a realidade e a cultura do grupo com que se trabalha, mas, principalmente como esse grupo compreende e analisa suas questões. Podemos confirmar isso na posição do Professor Eduardo Sebastiani Ferreira, que afirma:

> O Programa Etnomatemática, para mim, inicia com a pesquisa de campo no contexto cultural do aluno (etnografia), onde o professor é chamado a exercer a função de pesquisador de campo. Após, é feita uma análise da pesquisa, ou seja, uma etnologia, e a ação do professor é tentar responder as indagações que surgirem dessa análise. A maneira de fazer isso, na Educação Matemática, é com uma modelagem nessa área do conhecimento. A matemática foi criada explicitamente nesse intuito de fazer uma leitura do mundo para mais tarde ser mais que uma simples linguagem e ter seu status de ciência (FERREIRA, S. d., p. 5).

A modelagem matemática recria, no contexto escolar, a possibilidade de reflexão, sistematização e organização de questões, saberes e resoluções relevantes à comunidade na qual a escola se insere. (MONTEIRO, 2003, p. 11)

> Sintetizando, Etnomatemática é uma proposta de pesquisa que indica explicitamente um compromisso político do pesquisador, uma concepção de homem, mundo e saber complexo, que objetiva criar espaços para saberes excluídos e não legitimados socialmente, buscando assim um redimensionamento de nossa realidade social. A modelagem matemática, por sua vez, quando inserida nesse processo, apresenta-se como uma poderosa ferramenta para a concretização dessa proposta (MONTEIRO, 2003, p. 08).

Num certo sentido, podemos dizer, apoiados em D'Ambrosio, que a Modelagem Matemática é a que mais se aproxima da Etnomatemática e, historicamente, o modelo etnomatemático que parte da realidade, é considerado pelo autor como o primeiro passo na abstração que acompanha a evolução do conceito matemático; e o segundo passo utiliza-se da Modelagem Matemática que trabalha a problematização do primeiro passo, obtido por meio da etnomatemática utilizando outras codificações em lugar da linguagem formal da matemática acadêmica, trabalhando seguindo esta perspectiva

> O professor ao modelar, no intuito de responder aos questionamentos dos alunos, vindos da etnologia, tem esse instrumental importante, que quando bem utilizado, leva a uma leitura com significado do fenômeno. Nesse momento ele é o sábio no sentido egípcio, de portador do saber, quando transfere técnicas e estratégias à classe. Ele é, também, solicitado nesse instante pedagógico de ser didata no sentido de Comenius. Os resultados obtidos da modelagem devem, a todo momento, ser testados, para que possam de fato representar a melhor aproximação de todos os momentos: da pesquisa de campo, da análise e do modelo escolhido ou criado, e mesmo da escolha das ferramentas usadas. Finalmente, como sábio, deve propor uma ação de retorno da pesquisa aos pesquisados com significado, no sentido de mudar para melhor a realidade do contexto (FERREIRA, S. d., p. 5).

Assim podemos assegurar que a Modelagem Matemática, ao trabalhar situações de determinado grupo social, ajuda a concretizar o programa da Etnomatemática.

1.3 Categorias levantadas de acordo com os movimentos emergentes para realização da interpretação da coleção de livros didáticos do segundo grau, "Matemática Aplicada"

Os movimentos apresentados no decorrer deste capítulo, o MMM, o ensino de Ciência Integrada, a Modelagem Matemática e a Etnomatemática trazendo como mediadora a Modelagem Matemática, possuem características que distinguem um dos outros. E, conhecendo essas características apresentadas em cada movimento de melhoria do ensino de Matemática elegemos as seguintes categorias que nos

permitiram fazer uma interpretação, no capítulo 3, da coleção de livros didáticos do Segundo Grau, “Matemática Aplicada”.

A primeira categoria eleita para iniciar a interpretação da coleção é *verificar como é escrito o texto matemático e procurar compreender se existem evidências da influência da corrente pedagógico-filosófica vigente na década de 1970 no discurso dos autores da coleção em foco;* na seqüência *verificar quais pressupostos da corrente pedagógico-filosófica são utilizados pelos autores para introduzir um assunto, exemplificar o assunto e como se dá o desenvolvimento do tópico estudado.* E também, *Verificar problemas que se referem às situações reais, que ilustrem a integração da Matemática estudada na escola com a vida real* e *verificar se há conexões entre os temas estudados.*

No capitulo 2, a seguir, apresentamos algumas das contribuições que Ubiratan D’Ambrosio e Hans Freudenthal proporcionaram a Matemática escolar da década de 1970.

CAPÍTULO 2

2 PRECURSORES DOS MOVIMENTOS EMERGENTES NA DÉCADA DE 1970

2.1 UBIRATAN D'AMBROSIO

Iniciamos este texto com uma apresentação sobre o papel do Professor Ubiratan na Matemática escolar, ou seja, apresentamos a sua preocupação com o ensino de Matemática. Podemos dizer que D'Ambrosio desde cedo se interessou por ensinar, pois conforme Duarte; Borges (2007, p. 27) "por volta de 1948, Ubiratan começou a ministrar aulas particulares, de algum modo, guiado pelo seu pai Nicolau D'Ambrosio. Dava aulas em casa para grupinhos organizados, constituídos por alunos que se preparavam para os concursos". D'Ambrosio ingressou cedo na universidade, pois, "terminando o preparatório, em 1950, Ubiratan foi bem sucedido no vestibular e ingressou na Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP, no Curso de Licenciatura e Bacharelado em Matemática" (DUARTE; BORGES, 2007, p. 27).

No ano de 1953, ainda como aluno de Licenciatura, de acordo com Duarte; Borges (2007, p. 36) "Ubiratan iniciou a carreira de docente no Colégio Visconde de Porto Seguro, portanto um registro provisório para exercer o magistério. Nesse colégio, procurou ensinar no curso ginasial uma 'Matemática nova', mais experimental, acordada com o que estava aprendendo na faculdade".

No ano de 1955 D'Ambrosio já bacharel em Matemática obteve o título de Licenciatura em Matemática e, no ano seguinte, foi indicado pelo professor Furquim de Almeida para trabalhar como professor na Pontifícia Universidade Católica de Campinas. Momento em que inicia a sua caminhada na Educação Matemática, pois foi o organizador do curso de Matemática dessa Instituição.

No ano de 1957 D'Ambrosio produziu um artigo intitulado "Considerações sobre o ensino atual de Matemática". Segundo Duarte; Borges (2007, p. 40), "foram expostas as condições que se encontrava o ensino secundário de Matemática no Brasil naquele período, bem como delineadas algumas sugestões de mudanças

para esse ensino, propondo um currículo composto de conteúdos específicos para cada série".

D'Ambrosio justifica a produção desse artigo, dizendo que, o que o incentivou a escrevê-lo

> Era o espírito da "Matemática Moderna", que eu havia lido em alguns livros e artigos, e era o que eu achava, conhecendo bem Álgebra, pois estudei muito isso no curso da Faculdade de Filosofia. Piaget junto com Lichnerowicz, com Dieudonné, com alguns outros, num livro com fins de Educação Matemática. Aquilo que estava na minha cabeça, de repente eu me via fazendo esse tipo de coisa e eu resolvi fazer um artigo sobre isso, e esse é o trabalho de 1975 (D'Ambrosio apud DUARTE; BORGES, 2007, p. 40)

D'Ambrosio comentou que na época esse artigo não teve tanta repercussão, "devido ao fato de ser jovem, recém formado e possuindo pouca experiência" (DUARTE; BORGES, 2007, p. 45). Porém em 1962, os professores do GEEM, defendiam quase que as mesmas idéias apontadas por ele em 1957.

Em 1963 recebeu ou conheceu duas propostas tentadoras para morar e estudar nos Estados Unidos. A primeira era para que ele fosse um dos agentes oficiais do Movimento americano no Brasil; a outra era para compor a equipe da NASA, que na época estava recrutando jovens pesquisadores matemáticos. D'Ambrosio optou pela segunda proposta e, no ano de 1964, após terminar o doutorado

> foi para os Estados Unidos, conforme convite feito pelo Professor Fleming, com a esposa Maria José e os dois filhos. Isso se deu quando esses ainda eram pequenos. [...] Desse modo, ele foi pesquisador associado a *Brown University* em *Rhode Island*, Estados Unidos (semelhante ao que hoje chama-se pós-doutorado) (DUARTE; BORGES, 2007, p. 48).

Até o ano de 1965 a área central de pesquisa de D'Ambrosio era Cálculo das Variações e Teoria da Área, e começava a interessar-se pelo conceito de tempo, particularmente pela estrutura algébrica. Comenta que procurava encontrar os

fundamentos do relacionamento espaço/tempo. D'Ambrosio acredita que o seu interesse pela história das ciências começa aí.

No ano de 1968, morando em Buffalo, e coordenando o Programa de Pós-Graduação em Matemática Pura, D'Ambrosio[1] teve como seu primeiro orientando T. K. Puttaswamy, que obteve seu grau de PhD defendendo a tese "*The solutions in the large of a certain class of third order differential equations of W.B. Ford's type".* Ele comenta também que aconteceu algo muito importante em sua carreira acadêmica, pois começou a ter uma visão mais ampla do papel social da universidade, uma vez que foi o momento que *State University of New York e* outras universidades americanas adotaram um sistema de quotas na admissão de novos alunos, ou seja, em qualquer processo seletivo 25% das vagas eram destinadas a candidatos negros.

Diante de todos esses fatos ocorridos, D'Ambrosio comenta que foi nessa década de 1960, momento em que era coordenador do Programa de Pós-Graduação em Ciências Naturais, que o mesmo iniciou os trabalhos interdisciplinares, primeiramente com um grupo de pesquisadores que tinha uma nova visão, um novo pensar sobre as ciências. E esta forma de trabalho fez com que o Programa de Pós-Graduação em Ciências Naturais fosse o pioneiro com pós-graduação interdisciplinar.

Em 1970, D'Ambrosio atuou como professor nos cursos de graduação e de Pós-Graduação em Matemática, bem como na pesquisa e orientação. Em simultâneo às suas atividades nos cursos de graduação e pós-graduação, ele ainda era responsável pelo setor de Análise Matemática de um projeto das Organizações das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO) que se implantava na República do Mali- África. Este projeto se destinava à formação de doutores em Matemática (*Projects CPS BAMAKO*). De acordo com D'Ambrosio a experiência adquirida ao trabalhar nesse projeto fez com que o mesmo iniciasse uma reflexão sobre a ciência e cultura que, segundo ele, culminaram no Programa Etnomatemática.

Em 1972 voltou ao Brasil para a Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), onde foi diretor do Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação (IMECC) e orientava no programa de Pós-Graduação da UNICAMP e,

1 Estes parágrafos foram redigidos tendo como base o artigo Reminiscências pessoais de minha atuação enquanto Presidente do Comitê Interamericano de Educação Matemática/CIAEM Disponível em www.ima.mat.br/ubi/ubi02.htm acessado em 13/06/2008.

ao mesmo tempo, continuava seu trabalho na África. D'Ambrosio comenta que enquanto diretor do instituto abriu novos espaços acadêmicos como, por exemplo, para a Educação Matemática, uma vez que era prioritário para o Brasil. Esse professor estimulou a constituição de grupos como o grupo de Lógica Matemática, de Biomatemática, de Modelagem Matemática, de Lingüística Computacional, de Inteligência Artificial e outros grupos.

D'Ambrosio enfatiza que a carência do educar pela Matemática no Brasil, na década de 1970, fez com o mesmo iniciasse sua trajetória em Educação Matemática, uma vez que o ensino de Matemática brasileiro tinha como base o formalismo e, segundo ele,

> todo ensino com base numa estrutura formalizada corre o risco, inevitável, de o aprendiz tornar-se mais lento, não entender bem ou mesmo perder uma etapa, e comprometendo toda a estrutura [...] a falta de um elemento compromete toda a estrutura (D'Ambrosio entrevista cedida à Perrotta, 2007, p. 16).

Para o autor a "Educação formal tem sido baseada na mera transmissão (ensino teórico e aulas expositivas) de explicações e de teorias e no adestramento (ensino prático com exercícios repetitivos) em técnicas e habilidades (D'Ambrosio, 1999, p. 89)".

Portanto, o maior objetivo da educação é "oferecer uma possibilidade de eliminação de iniqüidade, arrogância e prepotência (D'AMBROSIO, 2005, p. 98)".

Para a remoção do ensino formalizado, propedêutico da Matemática existente na década de sessenta e setenta, e ao mesmo tempo traduzir em um ensino mais adequado ao público, D'Ambrosio afirmou que, houve muita resistência, uma vez que essa nova maneira de ensinar busca "tratar cada assunto como uma unidade completa, desenvolvendo o que é básico para entrar no tema e, então, completá-lo (D'AMBROSIO, 2005, p. 98)". De acordo com o autor essas idéias se apóiam em teorias de aprendizagem que até então são denominadas de "espiral" e, estas idéias nas décadas referidas, serviram de base para o desenvolvimento de "módulos instrucionais", ou seja, foi base para os movimentos emergentes, que ganharam campo na década de 1970. "Os módulos instrucionais representavam uma alternativa válida para o conceito de currículo tradicional e antecipavam um novo

papel para o docente face as tecnologias emergentes (D'AMBROSIO, 2005, p. 104)".

De acordo com os apontamentos que fizemos de alguns fatos ocorridos que tiveram grande participação de Ubiratan D'Ambrosio, concordamos com a sua posição quando afirma que

> a grande preocupação em superar as condições de subdesenvolvimento do Terceiro Mundo levou a crer que uma forma de superação seria um ensino de Matemática mais focalizado nas necessidades dos países. [...] Os modelos matemáticos apresentavam-se como a maneira mais eficaz de lidar com questões ligadas ao desenvolvimento [...] e só fazem sentido se integradas as disciplinas de Matemática e se justificam se aceitarmos que a Matemática e as demais ciências devam ser integradas (D'AMBROSIO, 2005, p. 104).

Tendo essa visão de educar pela Matemática desde a década de 1970, D'Ambrosio diz que

> A adoção de uma nova postura educacional, na verdade a busca de um novo paradigma de educação, deve substituir o já desgastado ensino-aprendizagem, baseado numa relação obsoleta de causa-efeito. Um novo paradigma se faz necessário para o desenvolvimento de criatividade desinibida e que conduz a novas formas de relações interculturais que devem proporcionar o espaço adequado para a eqüidade social e cultural (D'AMBROSIO, 1999, p. 90).

D'Ambrosio em 1974, deu inicio a um projeto equivalente ao da África, em nível de mestrado, para todos os Estados brasileiros e para todos os países da América Latina e do Caribe. Este projeto, que tem apresentado suas características nas páginas 23 e 24 desta dissertação teve amplo financiamento do Ministério da Educação do Brasil e da Organização dos Estados Americanos (OEA). E, foi a partir desse momento que D'Ambrosio se dedicou mais à pesquisa em história, sociologia e educação, principalmente em ciências e Matemática. Nesse momento acreditamos que o mesmo já tem definido que para se ter um currículo suficiente e necessário é exigência e de fundamental importância a existência dos três componentes; objetivos, conteúdos e métodos em todo o seu processo, pois conforme D'Ambrosio

(1999) ao analisar o currículo do MMM aponta que “uma das razões mais fortes do seu fracasso foi o fato de terem sido alterados conteúdos sem adequada reformulação de objetivos e de métodos” (p. 97).

Caminhando nos anos da década de 1970, consideramos que por volta do ano de 1976

> A Educação Matemática estava começando a se expandir em todo o mundo, principalmente nos Estados Unidos e na Europa. Dois Congressos Internacionais de Educação Matemática já haviam sido realizados (em 1968, em Lyon, França, e em 1972, em Exeter, Inglaterra) e na América Latina, além da criação do Comitê Interamericano de Educação Matemática, também duas conferências interamericanas tinham sido realizadas. Pelo seu relacionamento pessoal com Marshall Stone e também por um autêntico interesse em Educação Matemática, o representante brasileiro no comitê era Leopoldo Nachbin. Quando foi anunciada a 3ª Conferência Interamericana de Educação Matemática na Argentina, em Bahia Blanca, resolvi ir. Havia uma boa representação brasileira.
>
> A 3ª CIAEM realizou-se em Bahia Blanca, distante de Buenos Aires. A universidade era nova e o seu Reitor era, naquele momento, Ministro de Educação da Argentina. Claro, isso levou a conferência para lá, com muitos recursos e importantes convidados internacionais, sendo o maior destaque Hans Freudenthal.

No ano de 1976 realizou-se o 3º Congresso Internacional de Educação Matemática, em Karlsruhe-Alemanha. E D’Ambrosio coordenou o grupo de estudos sobre “Por que ensinar Matemática?”. Momento que, segundo ele, pôde realizar contato com matemáticos e educadores de diversos países. Foi nesse congresso que D’Ambrosio ministrou sua primeira conferência de cunho histórico, “enveredando pelo sócio-cultural. Vem daí meu envolvimento com a história da Matemática e das ciências e com a etnomatemática” [31].

No ano seguinte, D’Ambrosio finalizava a sua primeira orientação de doutorado no Brasil, pois “O primeiro orientando a obter o doutorado na UNICAMP foi Rodney Bassanezzi, em 1977” (D’Ambrosio entrevista cedida à Perrotta, 2007, p. 16).

No ano de 1978, D’Ambrosio “usa pela primeira vez etnociência e etnomatemática para enfatizar a existencia das práticas de povos marginalizados pelo processo da colonização” (DOMITE, 2007, p. 145), quando participava da *Annual Meeting for the American Association for the Advancement of Science.* Nesse mesmo ano, juntou ao Professor Freudenthal na Conferência Internacional

sobre “Ensino Integrado de Ciências”, promovida pelo *ICASE/International Council of Associations of Science Educators* e pela UNESCO, em Niejmegen - Holanda. D’Ambrosio comenta que

> Freudenthal era um entusiasta da educação integrada de Matemática com as demais ciências. Isso dava a ele uma penetração difícil no cenário internacional da educação Matemática. Eu, sofrendo toda sorte de rejeição aqui no Brasil ao defender o ensino integrado da Matemática com as demais ciências, me sentia muito confortável com Freudenthal e seu grupo no I.O.W.O, hoje Instituto Freudenthal, em Utrecht. Desenvolvi excelente relacionamento com eles [31].

No ano de 1979 realizou-se a 5ª Conferência Interamericana de Educação Matemática. Conforme D’Ambrosio um dos convidados era Hassler Whitney que foi eleito Presidente do ICMI/International Commission of Mathematical Instruction, e D’Ambrosio foi eleito Vice-Presidente, de 1979 a 1983. Conforme D’Ambrosio, nesse momento se realizou a Assembléia dos representantes nacionais, e ele foi eleito Presidente do CIAEM, e o Luiz Dante, o Secretário.

D’Ambrosio comenta que não somente a década de 1970 viera ter grande influência em sua vida, como também os cargos que ocupava, possibilitaram que o mesmo participasse da maioria dos eventos na América Latina como no mundo. E proporcionava-o possibilidades de coordenar grupos de trabalhos e ministrar várias palestras, conferências como a do ICME 3, em 1976, em Karlsruhe, onde o mesmo abordou pela primeira vez questões sócio-culturais ao falar sobre os objetivos e as metas da educação matemática. Esses eventos contribuíram com o seu pensar do Programa de Etnomatmática que hoje ele define como sendo “o reconhecimento de que há muitas maneiras de ser matemático, entendendo “ser matemático” como indivíduo que tem seus modos e maneiras pessoais de comparar, classificar, quantificar, medir, organizar, inferir e concluir (D’Ambrosio entrevista cedida à Perrotta, 2007, p. 17)”.

O programa de etnomatemática se configura na perspectiva de estudo e análise comparativa dos

> fazeres/saberes e da dinâmica cultural intrínseca a eles, mas com o objetivo de compreendê-los no movimento da história da humanidade dentro de uma leitura transcultural e transdisciplinar entre aspectos cognitivos, filosóficos, históricos, sociológicos, políticos e naturalmente educacionais. [...] procurar entender os ciclos de geração e difusão do conhecimento focallizando, nos debates e pesquisas, as relações entre cultura, sociedade e práticas matemáticas assim como a politização das noções de identidade e diferença (DOMITE, 2007, p. 144).

E interessante lembrar que o número de orientações que D'Ambrosio tem em programa de Pós-Graduação e expressivo, somando os orientando de mestrado e doutorado totaliza mais de 50 orientações. Em se tratando de participação em bancas examinadoras e de qualificação ultrapassam 76 participações.

De posse de vários conhecimentos sobre o Professor Ubiratan D'Ambrosio, e aqui apontamos alguns, tivemos a necessidade de conhecer um pouco sobre o Trabalho de Hans Freudenthal, uma vez que há posicionamentos desse autor que D'Ambrosio apóia. Logo, o que vem no item a seguir é o estudo de duas das obras de Freudenthal.

2.2 – HANS FREUDENTHAL

Estudando a década de 1970 e buscando indícios de como era tratada a educação matemática nessa década, encontramos, em algumas das produções do Professor Ubiratan D'Ambrosio, o nome do Professor Alemão Hans Freudenthal[2] (1905-1990), o matemático e educador matemático que procurava, com seus trabalhos, apresentar uma "Matemática como uma atividade humana" e discutir uma "Matemática para todos", objetivos comuns aos do Professor Ubiratan D'Ambrosio, como vimos no capítulo 1.

Freudenthal, com amplos interesses matemáticos e culturais, buscava, com suas pesquisas, um educar matematicamente, por meio de fenômenos que tivessem seu ponto de partida na prática da educação e ensino, não apenas na transmissão da Matemática como um sistema pré-formado, e carecessem de serem organizados. A esta organização Freudenthal denominou de matematização, ou seja, uma forma de modelagem de problemas reais ou de organização e síntese de idéias Matemáticas.

2 Nascido em 17/09/1905 em Luckenwalde-Alemanha, morte em 13/10/1990 em Utrecht-Holanda.

O foco de estudo de Freudenthal o diferenciou dos demais matemáticos e educadores. Freudenthal, como outros, interessou-se por assuntos da Matemática pré-universitária, porém, Freudenthal trabalhou para construir estruturas que proporcionassem interações entre matemáticos e educadores matemáticos. Com isso, desenvolveu idéias significativas sobre como envolver-se na matematização e como esse envolver poderia dar subsídios para o desenvolvimento de habilidades e conhecimento matemático.

O ponto fundamental, e de muita contribuição para nossa pesquisa, tem sido o que Freudenthal fez, isto é, uma avaliação sobre quase todas as reformas educacionais. Uma dessas contribuições de Hans Freudenthal foi a fundação do IOWO (Instituut Ontwikkeling Wiskundeonderwijs, Institute for development of Mathematics Education), em 1971, hoje conhecido por Freudenthal Institute (FI), estando integrado na Universidade Utrecht na Holanda.

> O FI conquistou reputação internacionalmente devido à pesquisa na estrutura curricular aplicada e à sua contribuição para a aprendizagem e ensino da Matemática conhecido por "Educação Matemática Realística" (Realist Mathematicas Education). A EMR incorpora a perspectiva específica do que é a Matemática, como é que os estudantes aprendem Matemática e como é que a Matemática deverá ser ensinada. Os princípios que servem de base a esta abordagem são solidamente influenciados pelo conceito de Matemática como uma atividade humana defendida por Hans Freudenthal (MARTINS, 2008, p. 36).

Então, nos dispomos a estudar alguns capítulos dos dois livros de Freudenthal, o primeiro publicado em 1973, com o título *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional) e o segundo livro publicado em 1978, com o título *Weending and Sowing: Prefacie to a Science of Mathematical Education* (Capinando e Semeando: Prefácio a uma Ciência da Educação Matemática), ambos traduzidos para língua inglesa pelo próprio autor.

Nestes livros, Freudenthal apresenta uma crítica sobre a abordagem contemporânea à reforma educacional: a Matemática ‘nova’ da década de sessenta. ele tomou como ponto de partida a realização da Matemática moderna, especialmente a teoria de conjunto e seu papel, não apenas em Educação Matemática, mas também no desenvolvimento de teoria de currículo e metodologia de pesquisa, uma vez que suas críticas eram fundamentadas em uma discussão

sobre o que era para ser ensinada e por que estava sendo ensinado ou por que seria ensinado.

Freudenthal apresenta o primeiro livro *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional), dizendo que não se trata de uma Metodologia da Matemática, no sentido de informar como algum assunto de ensino de Matemática deveria ser ensinado; comenta também que não é nem mesmo uma análise sistemática das disciplinas escolares, ou seja, de assuntos de sala de aula, pois conforme as palavras do autor, quase nunca recorre a experiências de sala de aula bem-organizadas e avaliadas por métodos estatísticos, nem cita resultado experimental de psicologia ao desenvolvimento ou de psicologia de aprendizagem.

Para que este livro fosse constituído, o autor utilizou, como fontes mais diretas, livros didáticos, concepções didáticas de aulas reais, como também observações individuais com crianças; as suas fontes principais eram conversas e discussões com professores. Este livro traz uma filosofia de educação matemática com base em seus trabalhos e o autor comenta que

> "A verdadeira atividade educacional significa traçar o caminho certo para a educação, orientada pela própria convicção honesta da pessoa. Ciência educacional deve, em primeiro lugar, ser a justificação racional desta convicção honesta. Você pode chamá-la de filosofia. Mas tudo que é chamado, não pode ser perdido. Investigações em detalhes não podem substituí-la; pelo contrário, ela só podem florescer no solo de uma filosofia educacional saudável"[3].

Freudenthal comenta que este livro não contém qualquer material essencialmente novo, comparado com trabalhos publicados por ele anteriormente; neste livro, o autor apresenta o rearranjo de suas idéias antigas.

O livro - *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional) é dividido em dezenove capítulos e dois apêndices. Apresentamos, a seguir o índice do livro traduzido para o português, por nós autor desta dissertação e, na seqüência uma, síntese desse livro, dando mais ênfase nos capítulos de 1 a 10

3 True educational activity means tracing the right path to education, guided by one's own honest conviction. Educational science should, first of all, be the rational justification of this honest conviction. You may call it philosophy. But whatever it is called, it cannot be missed. Investigations on details cannot replace it; on the contrary, they can flourish only in the soil of a healthy educational philosophy (Freudenthal, 1973, prefácio, p. VIII).

por tratar mais amplamente da Educação Matemática. Nos capítulos posteriores, o assunto é enfocado, mais especificamente em conteúdos matemáticos.

> *Prefácio (5 páginas)*
> *Capitulo I - A tradição Matemática (16 páginas)*
> *Capitulo II - Matemática hoje (35 páginas)*
> *Capitulo III - Tradição e educação (12 páginas)*
> *Capitulo IV - Uso e objetivos da Instrução Matemática (45 páginas)*
> *Capitulo V - O método Socrático (10 páginas)*
> *Capitulo VI - Reinvenção (22 páginas)*
> *Capitulo VII - Organização de um campo por meio da matematização (16 páginas)*
> *Capitulo VIII - Rigor matemático (8 páginas)*
> *Capitulo IX - Instrução (7 páginas)*
> *Capitulo X - O professor de Matemática (8 páginas)*
> *Capitulo XI - O conceito de número - acessos Objetivos (72 páginas)*
> *CapituloXII - Desenvolvendo o conceito de número, Métodos Intuitivos para Algoritmização e Racionalização (45 páginas)*
> *Capitulo XIII - Desenvolvimento do conceito de número - o Método Algébrico (25 páginas)*
> *Capitulo XIV - Desenvolvimento do conceito de número - do princípio algébrico para a Organização Global de Álgebra (20 páginas)*
> *Capitulo XV - Conjuntos e funções (69 páginas)*
> *Capitulo XVI - O caso da Geometria (111 páginas)*
> *Capitulo XVII - Análise (69 páginas)*
> *Capitulo XVIII - Probabilidade e Estatísticas (34 páginas)*
> *Capitulo XIX - Lógica (47 páginas)*
> *Apêndice 1. Piaget e as Investigações da Escola de Piaget no Desenvolvimento de Noções Matemáticas (16 páginas)*
> *Apêndice 2. Documentos do Autor na Instrução Matemática (3 páginas)*

O Livro – *Weeding and Sowing: Prefacie to a Science of Mathematical Education* (Capinando e Semeando: Prefácio a uma Ciência da Educação Matemática) é dividido em quatro capítulos, conforme descreveremos na seqüência.

> *Capitulo I – O que é ciência? (32 páginas)*
>
> *Introdução - Relevância – Consistência - A comunidade - A franja da ciência - Ciência e tecnologia - Ciência e fé - Valores*
>
> *Capitulo II – Sobre a educação (44 páginas)*
>
> *O que quer dizer a educação - Ciência e a imagem de homem - Um processo em questão - Ambiente e hereditariedade - Oportunidades iguais para todos - Educação engarrafada e afunilada - O contexto social - O grupo de aprendizado heterogêneo - A estratégia de inovação - Preparando professor - Filosofia educacional*
>
> *Capitulo III – numa ciência da educação (94 páginas)*
>
> *Você existe? - Florescer completamente – Atomização - A obtenção de conceitos - Objetivos de instrução/construção: como encontrar-lhe, numa árvore verde, na árvore seca, a distribuição de castanha, um inquisitivo é a minha consciência -*

Pesquisa de opinião - Diagnóstico do pacote - A arte de separar – Modelos - Modelo matemático – Educationes – Ritual - Contabilidade educacional - Pesquisa educacional SA (incorporada) - Uma opinião sociopsicológica - O fim da questão.

Capitulo IV – Uma ciência da educação matemática (134 páginas)

Introdução - A arte do ensino de Matemática - Trabalho em grupo como uma fonte de pesquisa - O teórico no grupo - A situação de aprendizagem como uma fonte de pesquisa - Linguagem como um veículo de pesquisa – Motivação: Por descontinuidades no processo de aprendizagem,Por Metas, Por invenção - Generalidade por compreensão e apreensão - Apreensão e paradigma – A busca pelo paradigma – A busca em vão de descontinuidades no processo de aprendizagem – Apreensão de uma abordagem da Álgebra - O conhecimento Matemático da abordagem Geométrica para a Álgebra – A abordagem algébrica versus a abordagem aritmética para a álgebra - Níveis de linguagem - Mudança de perspectiva: Entendendo o contexto, uma lógica problemática - A área de tensão entre perspectivas globais e locais - A área de tensão entre perspectivas quantitativas e qualitativas - Entender o contexto-mudanças - Eu vejo isso assim - Um exemplo de fenomenologia didática - relação e proporção: Preparação, elaboração, considerações finais.

2.1 - Livro - *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional)

Freudenthal quando apresenta seu primeiro capítulo “A tradição Matemática” do livro - *Mathematics as an Educational Task* (Matemática como uma Tarefa Educacional) comenta que ninguém sabe o que o homem inventou primeiro, escrita ou aritmética, sabe-se apenas que Matemática é muito mais velha que esse numeral. Neste capítulo, Freudenthal tem o objetivo de mostrar a Matemática útil e que uma ciência repousa sobre princípios, mas não se pede que enumere todos eles; como e até onde eles estão, se faz necessário uma discussão. Pudemos perceber este objetivo quando o autor comenta que, ao final do terceiro milênio a.C., os alunos vinham resolvendo problemas nas escolas, templos da Babilônia e que durante dois milênios não era totalmente tão prático. Professores deixavam os alunos cobrirem uma estrada de 100 km de comprimento com 1 mm de largura e, em seguida calculavam quantos dias de salário custava.

A respeito dessa passagem o autor questiona a finalidade de eles fazerem isso, questiona se havia reclamação por parte dos alunos e se estes alunos reclamassem o que responderiam seus professores? A resposta seria que estavam aprendendo Matemática ou simplesmente que outros tópicos eram mais inúteis, uma vez que até então a Matemática era um escultor da inteligência.

Neste capítulo, como o título trata da tradição Matemática, Freudenthal faz um breve apanhado sobre ‘Os Elementos’ de Euclides. Ele comenta que ‘Os Elementos’ começam com definições, postulados e axiomas e este hábito de iniciar a geometria com tais princípios era, pelo menos, de um século antes de os Elementos de Euclides. O autor comenta que há partes de Euclides que se parece Matemática Moderna, por exemplo, a teoria de proporções e de semelhança, no 5º e 6º livros.

Sobre os estudos de Descartes, Freudenthal comenta que este foi o primeiro a ensinar a livre tradição grega; foi o desafiador de toda a tradição. Freudenthal apontou, em seus escritos, que Descartes colocou a carroça na frente dos bois, ou seja, em lugar de geometrizar a álgebra, ele algebrizou a geometria. E a Álgebra geométrica, produto não prático de dogmatismo metódico e rigorismo fanático foi a doença que matou a Matemática grega.

Freudenthal, ao discorrer sobre a tradição do rigor matemático, comentou que a Geometria elementar de Euclides, apresenta falhas, até mesmo argumentos falsos.

No que diz respeito à geometria criativa, mapeamentos emergiram no século XIX; eles são princípios da geometria moderna, mas a tradição Euclidiana de triângulos congruentes ainda estava, por este século, tão coercitiva que, até mesmo uma grande autoridade em Matemática, como Felix Klein, não conseguiu introduzir mapeamentos no ensino de Matemática da escola alemã.

Conforme mostrado, os comentários de Freudenthal sobre a tradição Matemática, é sua ênfase no cotidiano que torna a Matemática útil. Estes comentários influenciaram os pensadores, em particular os matemáticos. Podemos constatar isso, quando Freudenthal comenta que Pitágoras, no conto antigo, afirma que a geometria é como um negócio do artesão de arte liberal, quer dizer, para uma ocupação de um homem livre que não suja as suas mãos.

Desde a Babilônia antiga, a Matemática do homem comum, de comerciantes, artesãos e agrimensores é complementada com a do astrônomo, mas ficando uma Matemática pobremente aplicada. Isto impediu novamente o desenvolvimento da Matemática pura. Para poder alcançar seu cume em Matemática era necessário de trabalhar dentro da teoria, ao invés de ciências empíricas.

Pudemos perceber isso, quando Freudenthal comenta sobre as Mecânicas modernas, alegando que as mesmas não evoluíram, não porque Galileo, Huygens,

Newton eram melhores observadores que os gregos, mas sim porque eles analisaram a natureza de um modo mais lógico e mais penetrante.

Ainda na busca da teorização da Matemática do cotidiano, apontada por Pitágoras, Freudenthal comenta que os indianos, os árabes e os monges medievais restabeleceram a Matemática como uma ciência nova que surgia, uma ciência sem o toque de um Pitágoras, que a teria elevado à categoria de uma arte liberal. As renovações eram essencialmente práticas, as nações antigas faziam cálculos matemáticos, não como nós fazemos em papel, mas com contadores em um ábaco, o qual, desde o começo foi um instrumento posicional. Este foi o modo como os números foram controlados desde a antiguidade aos tempos modernos. Porém, era insuficiente para algumas situações que envolviam frações. Foi a partir dessa situação que surgiu a idéia do uso de sinais que não pertenciam à linguagem cotidiana. Estes sinais serviram para indicar as variáveis. Um passo importante no progresso de álgebra simbólica foi o aparecimento, no século XV, de frações formais com polinômios desconhecidos no numerador e denominador. Álgebra, como a que nós usamos hoje começou a ser estudada ao término do século XVI quando Viete adotou o uso de símbolos literais, não apenas, como nós diríamos as incógnitas, mas também os indeterminantes.

A respeito da entrada dessas Matemáticas nas universidades, Freudenthal comenta que as Universidades século XVIII estavam na realidade bastante inertes, quase nenhum matemático renomado ensinou nas universidades. Ciência era a preocupação de academias e sociedades instruídas que não tinham qualquer relação com o processo de ensino. No entanto, havia mais que isso, uma vez que a arte da impressão nesses tempos era mais acessível, logo, conduzindo a tradição em ciências a novos caminhos. A arte de imprimir livrou os principais cientistas da necessidade de criar escolas. Vários deles desfrutaram desta liberdade, mas, ao mesmo tempo, a tradição da ciência estava seriamente dificultada pela falta de escolas.

Ao longo de história, tradição e renovação alternaram entre si. Hoje a resistência dos antigos dura não mais que uma geração. Realizações têm um poder convincente, em particular, nas áreas da Matemática em que podem ser avaliadas realizações mais objetivamente que em outro lugar.

Encerrando o primeiro capítulo, Freudenthal comenta que História normalmente é escrita por acadêmicos das ciências humanas que vêem o

crescimento das Matemáticas e ciências pelo prisma do renascimento das artes e das ciências humanas. Para estes novos desenvolvimentos, no entanto, o renascimento da Antiguidade foi menos crucial do que as pessoas costumam pensar. As tecnologias, como motores de condução, são geralmente ignoradas porque estão fora do alcance da maior parte dos historiadores. São estas tecnologias que prepararam o súbito crescimento aparentemente da Matemática e das ciências, não porque requeram uma ciência muito mais profunda imediatamente, mas sim por constituirem a mesma atitude de espírito que prepara invenções, desempenha truques de jogos em natureza e as pesquisas para os segredos em número e figuras.

Freudenthal comenta também sobre a Matemática pura e a Matemática aplicada. Ele a afirma que por meio das aplicações o amplo campo do qual a Matemática futura recebeu estímulos fortes. Esse campo é chamado hoje física Matemática. Essas Matemáticas começaram como uma atividade útil, e hoje são mais úteis do que alguma vez já foram. Porém, Freundenthal afirma que, esta é uma indicação incompleta, dever-se-iadizer: se não fosse útil, a Matemática existiria? E na mesma linha de pensamento Freudenthal questiona “Por que esta tensão no uso de Matemática? Porque nada é facilmente esquecido como uma evidência. Até mesmo as pessoas responsáveis pelo ensino e educação frequentemente esqueceram isso. Freudenthal não afirma que eles negaram ou negá-lo-iam. Ainda ensinar e educar agem a partir disto, e o que é reconhecer prontamente, em fala, normalmente leva muito tempo antes de influenciar ações.

No capítulo 2 ‘MATEMÁTICA HOJE’, Freudenthal lança uma pergunta para iniciar o texto ‘O que é hoje?’. Essa dúvida levanta um debate a respeito das Matemáticas ‘assuntos modernos’ que surgem com o decorrer do tempo e o porquê da lenta divulgação ou divulgação restrita dessas modernas Matemáticas entre as diferentes universidades de diferentes países que permanecem com o ensino tradicional de Matemática.

Freudenthal aponta que somente na segunda metade do século XX é que um novo estilo de ensino iniciava seu crescimento nas universidades. Então, o hoje poderia ser apontado a partir daí, momento em que o estilo do grupo Bourbaki propagava pelo mundo. Porém, as pessoas do entorno do grupo Bourbaki não admitiam essa possibilidade do hoje ‘moderno’ começar a partir de suas produções.

Freudenthal comenta que deveria estar claro que o conhecimento matemático básico não é novo como cumprimento do assunto, a novidade é o estilo. E aponta que para compreender como o estilo matemático mudou dentro de algumas décadas, é necessário que se olhe um livro ou um papel escrito no começo deste século, leia suas orações uma após outra e tenta formulá-los na linguagem de hoje. Atualmente podemos aprender assuntos matemáticos por meio de vários tipos de abordagem Freudenthal comenta que, em seu primeiro ano, aprendeu dependência linear e noções conexas em três cursos diferentes, com três assuntos diferentes e sob três terminologias diferentes. A mudança de estilo implica que tais padrões agora sejam feitos conscientes.

> O uso consciente da linguagem como uma ferramenta de expressão exata é chamada formalização. É um dos meios de organização da Matemática moderna. [...] Enquanto isso, eu atrevo-me predizer que no futuro formalização será exercitada principalmente dentro de meios matemáticos. Realmente, há tendência do que é compartilhado a tal grau elevado por todos os campos de atividade humana como é o da expressão lingüística; consciente a análise de possibilidades lingüísticas como exercitado pelos matemáticos é devido a exercer uma forte influência em todos os lugares (FREUDENTHAL, 1973, p. 28)[4].

Vendo a atual estrutura da Matemática, Freudenthal aponta que a geometria parece ter tido seus dias. Para ele geometria foi estimada como a única e verdadeira Matemática, como o modelo de perfeição de rigor. E na segunda metade do século XIX, álgebra e análise foram elaboradas em fundamentos rigorosas independente de geometria, se desvincularam da geometria tradicional que não era tão rigorosa quanto se acreditava. Isto corroeu a firme posição firme da geometria. Conforme Freudenthal, desde Antiguidade até o fim do século XVIII, a geometria tinha pouco contribuído com qualquer coisa para o crescimento da Matemática, mas no começo do século XIX, ela despertou para uma vida nova e sua florescência grandemente contribuiu para o desenvolvimento de teoria de grupo e para muitos capítulos de álgebra, ajudando a preparar a forma da axiomática moderna.

4 The conscious occupation with language as a tool of exact expression is called formalizing. It is one of the means of organizing modern mathematics.[...] Meanwhile, I dare to predict that in future formalizing, which is now mostly exercised within mathematicians. Indeed, there is o tendency which is shared to such a high degree by all fields of human activity as is that of linguistic expression; the conscious analysis of linguistic possibilities as exercised by mathematicians is due to exert a strong influence everywhere.

Para dar continuidade a seu comentário sobre o percurso da Geometria Freudenthal, ao lançar a pergunta “O que está agora à oposição da geometria?” Comenta que no sistema da Matemática de Bourbaki, o que é chamado de geometria não aparece. Em revisão periódica, dificilmente preenche 5% do espaço, pois nos currículos universitários a geometria é apenas mencionada, e as pessoas que poderiam ser chamadas de geômetras não fazem questão de ser chamadas desse modo porque o nome soa antiquado. Mas em uma análise mais aprofundada parece diferente. Freudenthal comenta que escolheu ao acaso um parágrafo de um papel, o qual, de acordo com seu título pertence à análise. Nesse parágrafo foi listando as palavras que de uma forma ou de outra, tinha relação ou se tratava de geometria. As palavras encontradas foram

> "espaço de Hilbert", "espaço vetorial", "dimensão", "vetor eigen", "semelhança", "mapeamento", "convexo", "reflexão", "plano", "reta numérica", "centro", "cubo", "linear", "translação", “envelope", "projeção" - todas as formas geométricas de um tema aparentemente não-geométrico (idem, 1973, p. 37)[5].

Freudenthal pondera que para além destas, não menciona o mais conspícuo exemplo, o axioma mundial, determinando o seu significado moderno por Hilbert no presente "Fundamentos de Geometria”.

Palavras cobrem noção e mostram que a Matemática ali posta sofre influência da intuição geométrica, como podemos ver na geometria da reta numérica que, conforme Freudenthal, levou Cantor à abstração de ordem e ponto na teoria de conjunto. O enriquecimento da teoria de conjunto no princípio deste século era o conceito de medida que surgiu da noção geométrica de área e causou uma revisão revolucionária da noção clássica da integral que tinha se tornado uma ferramenta algorítmica morta.

Os métodos algébricos mais poderosos de topologia originaram intuitivamente no estudo da maioria das formas elementares, os poliedros, como instigado por L. E. J. Brouwer, considerando que foram feitas as demandas mais altas em intuição geométrica na construção de todos esses contra-exemplos patologicamente

5 "Hilbert space", "vector space", "dimension", "eigen vector", "similarity", "mapping", "convex", "reflection", "neighbourhood", "number line", "centre", "cube", "linear", "translation", "envelope", "projection" - all geometrical undertones of a seemingly un-geometric theme.

procurados dos quais são favoritos os mais abstratos do conjunto teórico topológico. Métodos Topológicos da álgebra e origem da teoria de conjunto têm fortemente influenciado a álgebra moderna e a análise. Enquanto isso, intuição geométrica parece ter desaparecido na topologia em si.

A nova abordagem da geometria nos anos vinte foi estimulada pelo algebrista abstrato que, neste momento, provou ser geômetra mais genuíno que os próprios geômetras. Ele surgiu, definindo e lidando com n-espaço dos elementos geométricos, pontos ou vetores, deveria ser primordial, enquanto deixando as coordenadas com um título derivado. Hoje o conceito de espaço linear ou espaço vetorial é a propriedade de todos os matemáticos. Assim, Freudenthal afirma que

> 'Na medida em que os teoremas matemáticos referem-se à realidade, eles não têm certeza, e na medida em que eles estão certos, eles não recorrem à realidade... O progresso feito por axiomáticos consiste na separação afiada da forma lógica e conteúdo realístico e intuitivo... Os axiomas são criações livres de mente humana...' Enfraquecer fronteiras entre domínios clássicos é uma característica da Matemática moderna. Geometria como um domínio conectado é hoje em dia dificilmente distinguível. Mas o método da geometria das culturas muitas e muitas vezes. Por que a intuição geométrica, freqüentemente pronunciada morta, ainda permanece vigorosa, até mesmo em domínios que aparentemente não têm nada que ver com geometria? Obviamente porque intuição geométrica pode nos contar o que poderia ser importante interessante e acessível, e salvar-nos da dificuldade de entrar desencaminhadamente no enorme deserto de problemas, idéias, e métodos. Dizer-los com uma variação em uma declaração de Kant: Intuições sem conceitos são nulas, intuições sem conceitos são cegos (Idem, 1973, p. 41)[6].

O processo de modernizar a Matemática se busca pela organização e matematização e, organizar a realidade com meios de Matemática é chamado hoje matematizar. Porém, o matemático está inclinado a desconsiderar a realidade assim que a conexão lógica prometa progresso mais rápido. Hoje, Matemática de matematizar é um das preocupações principais de matemáticos. Freudenthal lamenta quando vê certos capítulos das físicas teóricas copiados de um livro didático

6 'Insofar as the mathematical theorems refer to reality, they are not certain, and insofar as they are certain, they do not refer to reality... The progress made by axiomatics consists in the sharp separation of the logic form and realistic and intuitive contents ... The axioms are free creations of human mind...' [...] Fading frontiers between classical domains are a feature of modern mathematics. Geometry as a connected domain is hardly distinguishable nowadays. But the method of geometry crops up again and again. Why does geometrical intuition, often pronounced dead, still stay vigorous, even in domains that seemingly have nothing to do with geometry? Clearly because geometrical intuition may tell us what could be important interesting and accessible, and save us the trouble of going astray in the huge desert of problems, ideas, and methods. To say it with a variation on a saying of Kant's: Intuitions without concepts are void, concepts without intuitions are blind.

para o próximo, isso se repetindo durante décadas, até mesmo séculos, por autores que não são nem mesmo atentos às contradições formais e materiais entre partes que passaram de fases diferentes no desenvolvimento de Física.

Freudenthal afirma que um matemático que não seguiu passo a passo a reorganização contínua da Matemática poderia entrar em dificuldade se de repente fosse poupado de uma cadeia inteira de sua evolução. Porque uma não-Matemática, que é utilizada para aplicar a Matemática da sua aprendizagem no seu próprio domínio, tende a rejeitar a Matemática Moderna.

> O exemplo mais espetacular de organização da Matemática é, evidentemente, Bourbaki. Como convencer esta organização, é da Matemática! Tão convincentes que Piaget poderia reencontrar Bourbaki no desenvolvimento do sistema de psicologia. Pobre Piaget! Notadamente saiu-se muito melhor que Kant que tinha consagrado espaço euclidiano apenas como "uma pura intuição" quando geometria não-Euclidiana foi descoberta! Piaget não é um matemático, assim ele não podia saber como construtores de sistema matemáticos são incertos. O sistema de Bourbaki da Matemática ainda não foi realizado quando a importância de categorias foi descoberta. Há poucas dúvidas de que categorias será um novo princípio organizador e aquela reconstrução da estrutura de Bourbaki em estilo categórico não deixará nenhuma pedra partida em cima de outra. Se um líder de desenvolvimento psicólogo poderia convencer-nos, então categorizando da gênese de todos os conceitos matemáticos - que certamente acontecerá, eventualmente – então, em pouco tempo será a Matemática de estilo categórico, antes de estar pronto, sendo puxado abaixo a favor de algum princípio novo que certamente terá seu dia. Matemática nunca esta acabada - qualquer um que adora certo sistema de Matemática deveria dar atenção deste conselho (FREUDENTHAL, 1973, p. 46-47)[7].

Enquanto isso, categorias são uns meios maravilhosos de organizar a Matemática. Se o leitor não sabe o que são categorias, Freudenthal esclarece que ele não deveria se preocupar muito, não saísse convencido de que sabe o que quer que seja entre outras razões porque ainda está em pleno andamento. Freudenthal poderia fazer com que outros acreditassem que ele soubesse o que são categorias,

7 The most spectacular example of organizing mathematics is, of course, Bourbaki. How convincing this organization of mathematics is! So convincing that Piaget could rediscover Bourbaki's system in developmental psychology. Poor Piaget! He did note fare much better than Kant, who had barely consecrated Euclidean space as "a pure intuition" when non-Euclidean geometry was discovered! Piaget is not a mathematician, so he could not know how unreliable mathematical system builders are. Bourbaki's system of mathematics was not yet accomplished when the importance of categories was discovered. There can be little doubt that categories will be a new organizing principle and that rebuilding of Bourbaki's structure in categorical style will leave no stone left on top of another. If a leading development psychologist could then convince us of the categorizing genesis of all mathematical concepts - which will certainly eventually happen - then it will just be in time to see the categorical style mathematics, before it is ready, being pulled down in favor of some new principle, which will certainly have its day. Mathematics is never finished - anyone who worships a certain system of mathematics should take heed of this advice.

se ele pudesse ensiná-los, mas apesar de algumas tentativas ele nunca teve sucesso. Algum dia alguém entenderá como fazê-lo encontrando uma abordagem, e alguém o melhorará, e há pouco pode ocorrer que depois de vinte anos, ou até mesmo menos, nos primeiros anos, os estudantes aprenderão categorias.

Quanto às APLICAÇÕES, Freudenthal comenta que ao lermos este capítulo podemos acreditar que a Matemática Moderna é apenas uma versão formal do velho. Nas palavras do autor ‘nada é menos verdade’. Não apenas tenha muitos problemas antigos resolvidos neste século, mas a Matemática também foi enriquecida por meio de disciplinas novíssimas. Freudenthal aponta que dá ênfase ao elemento formal porque é decisivo para a instrução da Matemática em nível escolar. Quando se refere ao conteúdo, Freudenthal pensa que, na escola futura, a Matemática Pura não cruzará ainda o limiar do século XIX e ainda questiona “será que a mudança da Matemática em tempos modernos influencia suas relações às aplicações?” Em resposta a essa questão, Freudenthal cita a ‘pesquisa operacional’ que frequentemente estuda problemas que cada um pede a sua própria Matemática, problemas finitos que só são significantes se houver uma estratégia de resolução apropriada e, na realidade, esta estratégia é a única coisa que importa. Utilizando-se deste procedimento, o número de domínios onde é aplicada a Matemática aumentou e, em sua maioria, as receitas prontas não são encontradas na literatura.

No capítulo 3, TRADIÇÃO E EDUCAÇÃO, Freudenthal começa destacando que as explicações para as invenções são apenas construções escritas de alguns autores mais antigos, que, na busca de uma explicação para o que tinham em certo momento, descreviam as invenções para responder os questionamentos como: quem inventou pesos e medidas; aritmética e cômputo de tempo; quem era o primeiro feiticeiro; quem era o primeiro ceramista; quem inventou as armas, que surgiam em cada época. Diante desses questionamentos podemos perceber que o progresso técnico é tão antigo quanto o gênero humano e que conforme Freudenthal, durante os últimos séculos, padrões de pensamento mudaram o que se tornou mais difícil entendermos o modo de pensar de nossos pais. E conforme as descrições que encontramos de alguns autores seja, em pergaminhos, ou outro tipo de material que preserva essas escritas, o progresso é uma fantasia dos intrometidos, e apesar de todo esse tipo de filosofia, a história humana tem sido uma história de progresso. Percebemos isso no momento em que Freudenthal comenta em seu texto que os cientistas foram mais corajosos, e se aventuraram um dia,

independentemente, para assumir tal posto. O primeiro que nós sabemos pelo nome é Thales, e em tempos da lei férrea em que tudo poderia se apontado como feitiçaria a álgebra e a geometria foram criadas na Babilônia e, de acordo com Freudenthal (1973, p. 53) talvez fossem criadas por um único homem e passaram durante vinte ou trinta séculos com praticamente nenhum suplemento e nenhum progresso, até que foram assumidas pelos gregos.

Dando um salto na tradição da Matemática, chegamos ao século XV, quando a autoridade do professor foi assumida pelo livro, discípulos deixaram os seus professores, a Ciência foi transformada em pesquisa e os estudantes se tornaram pesquisadores. Período que foi marcado também pela ousadia de Galileu em demonstrar, por meio de experiências, que Aristóteles havia se enganado quando afirmou que os corpos pesados tendem a cair mais rápidos. A partir daí, surgiu um novo padrão, a experiência. E atualmente, nos laboratórios estudantes são os colaboradores dos professores, apoiado nas palavras de Freudenthal,

> [...] Se uma antiga tradição ainda florescer em nossas universidades, é a tradição de nenhuma tradição, de não-conformismo. O prelo ainda espalha ciência pronta, mas o laboratório universitário tem pretensões até mais altas: a provar que tal ciência não é ensinada e nem aprendida, mas criada [...] Eu estou até mesmo seguro que não é o mesmo em todos os lugares. Para da mesma maneira que os etnologistas nos falam, ainda existem contemporâneos de nós que vivem na Idade da Pedra. Recentemente eu discuti a tarefa da universidade com um grupo de alunos, principalmente dos de Ciências Humanas. A universidade deveria oferecer para seus alunos toda a informação disponível, e a partir desta ação eles escolheriam o que eles gostassem. Projetos seriam ainda melhores, os alunos disseram que, por meio de projetos que significasse piscinas de informações colecionadas por esforço unido (Idem, 1973, p. 55)[8].

Hoje são ensinadas, conforme Freudenhtal, atitudes científicas em sala de aula e prática e, a participação do aluno é parte integrante do seu currículo. Freudenthal aponta em seu livro que os alunos, com os quais trabalhava concordaram que o ciclismo, a natação e esqui não podiam ser aprendidos a partir

8 [...] If one last tradition still flourishes at our universities, it is the tradition of no tradition, of non-conformism. The printing press still spreads ready-made science but the university laboratory has even higher pretensions: to prove that science is not taught and learned but created [...] I am even sure that it is not the same everywhere. For just as the ethnologists tell us, there are still contemporaries of us who live in the Stone Age. Recently I discussed the task of the university with a bunch of students, mostly from the humanities. Its task is to provide the wrong information, they said, and if they challenged the university, then it was because university did not provide enough information, or provided the wrong information, or biased information, or because it suppressed information. The university should offer its disciples all information available, and from this stock they would choose what they liked. Projects would be still better, they said, and by projects they meant pools of information collected by united effort.

de um livro didático, porém, Freudenthal não conseguiu convencer esse grupo de alunos que a ciência também era uma atividade que não poderia ser aprendida em conferências e livros, mas reagindo melhor a esta situação. Para complementar esta situação, Freudenthal comenta que, em séculos passados o aluno se tornava um discípulo a escutar uma lição. Hoje, se referindo à década de 1970, Freudenthal diz que não imagina uma disciplina onde um homem jovem tem que se manter silencioso e emprestar a sua orelha à sabedoria do velho, e a idéia de que uma ciência não é exercitada, mas é ensinada e ainda é aprendida, se mantém viva na mente do público geral. “No entanto, apesar de toda a teoria pouco é conhecido sobre o ensino atual. Eu tenho medo que aprendizagem passiva ainda significa muito em muitas escolas” (FREUDENTHAL, 1973, p. 56-57)[9].

Segundo Freudenthal (1973), ele começou este capítulo com a crença na tradição e a libertação gradual a partir deste constrangimento, e que continuou com o desenvolvimento do ensino de escutar passivo para a aquisição ativa. E comentou que estes estão conectados ao que é chamado de Educação. Por isto ele dispensa completamente o questionamento de que as pessoas aprendem melhor construindo o assunto ativamente ou pela recepção passiva de assunto já feito, na realidade Freudenthal aponta que depende muito do tipo do assunto, se é mais adaptado a um que a outro método. Neste momento, Freudenthal não está interessado nas conseqüências didáticas. Não importa se um método autoritário é ruim, ou errado, ou impróprio no processo de aprendizagem. O ensino deveria criar a oportunidade para a mocidade adquirir a herança cultural pela sua própria atividade, e ela deveria aprender que a independência que reivindica em outro lugar estende ao seu próprio papel no processo de aprendizagem.

Freudenthal (1973) discorda de que a mente é como uma *tabula rasa*. Ele acredita que o homem tem que aprender numerosas atividades físicas e mentais, que outras criaturas são dotadas do próprio instinto e aprender é um processo lento. É lento, e não pode forçar nem mesmo com métodos patentes. Isto distingue o homem de outros animais. A falta de instinto e a necessidade por aprender o conduzem caracteristicamente à situação humana da liberdade de escolha entre aceitar e rejeitar. Freudenthal, no decorrer do capitulo comenta também que o ensino hoje consiste em despejar coisas nas cabeças de crianças e que em, dez ou

9 Yet in spite of all the theory little is known about actual teaching itself. I am afraid that passive learning still means too much in many schools.

vinte anos, essa atividade será feita melhor por meio de computadores. O autor deixa bem claro que nós não podemos saber se o assunto que estamos ensinando a nossas crianças será o que elas precisam no futuro e o que podemos ensinar às crianças é uma coisa mais preciosa, isto é, como dominar um assunto para poder enfrentar situações no futuro, uma vez que a aprendizagem é uma atividade bastante diferente de receber informação.

Ao confrontar aprendizagem passiva com aquisição ativa, Freudenthal comenta que ainda não se pode julgar a que grau, hoje, a prática educativa cumpre com as exigências para a aprendizagem ativa.

Desse confronto Freudenthal (1973) relata uma experiência que ele viveu e que o deixou assustado. Era uma aula de Matemática em uma escola modelo (7ª e 8ª séries) onde os professores dissertavam tão brilhantemente que quase não era deixada qualquer hora para perguntas. Entretanto, o autor admite que apesar dessa limitação nos primeiros dez minutos de aula, um aluno foi autorizado a repetir o conteúdo da aula anterior, tentativa que, não sendo suficientemente brilhante, foi interrompido diversas vezes pelo professor. Em seguida, viu lições de demonstração em Matemática para as 5ª, 7ª e 10ª séries, em que os professores mais qualificados dissertavam inabalavelmente por três quartos de uma hora para alunos que nem sequer se atreviam a engolir. Seguiu-se de exercícios escritos nos quais os alunos aplicaram os teoremas provados pelos teóricos.

Nos comentários finais do capítulo, Freudenthal (1973) questiona: “será que a aula tradicional não impede a aprendizagem ativa?” O autor comenta também que a maioria das escolas precisa de uma reorganização do ensino que busque uma possível aprendizagem ativa para tornar a aprendizagem passiva impossível. A parte do professor no processo de aprendizagem solicita uma revisão, uma vez que se o ensino for alcançar as mais amplas camadas sociais, tem que ser vendido como um produto de massa. Freudenthal lança outro questionamento: como a aprendizagem ativa e até mesmo a aprendizagem criativa podem ser programadas? Porque racionalizar a educação é uma necessidade urgente, uma vez que a mesma está se tornando um produto de massa e produção de massa foi o segredo de expansão e economia de nossa sociedade. Seguindo os comentários de Freudenthal, ele afirma que até cerca de um quarto de século atrás havia uma crença geral de que uma coisa "feita à mão" era melhor do que o artigo de massa.

Hoje, Freudenthal refere-se à década de 1970, dizendo que é um problema muito maior produzir educação como um artigo de massa; não se pode ignorá-la, uma vez que não se pode recusar educação simplesmente a quem a pedem e não pode haver a diferenciação de ensino de acordo com os tipos de escola e população existente, o que está sendo impossível não existir. O que se busca, com toda a discussão neste capítulo, é uma “Educação para todos”, uma “Matemática para todos”, ou seja, uma educação matemática para a massa, uma vez que o que se precisa é “de uma imagem da Matemática para a totalidade da educação”.

O propósito do capítulo 4, USOS E OBJETIVOS DO ENSINO DE MATEMÁTICA, é demonstrar como foram discutidas a utilização e a finalidade do ensino de Matemática. O capítulo começa enfocando o problema da educação matemática e aponta que o que mais existe é a lacuna entre objetivos e uso; em nenhum outro campo de ensino a distância entre objetivo inútil e uso sem propósito é tão grande. O problema não surge porque uso e objetivo são fundamentalmente diferente, mas porque um está longe do outro.

Freudenthal comenta que, quando a criança começa aprender a ler e escrever talvez não esteja consciente dos objetivos que seguem por trás desta ação, mas, pelo menos o professor pode dizer o que significa quando ensina cada linha com respeito a seu objetivo. O objetivo está claro - a arte da escrita e da leitura. Segundo Freudenthal, esta arte começa quando a criança lê ou escreve a primeira linha e tudo o que segue é um processo de aperfeiçoamento, uma vez que obedece a uma ordem didática, pois sabemos que há material bom e ruim, mas em geral não está muito presumido para reivindicar que todo exercício de leitura e escrita leva o aluno mais próximo ao objetivo. Este objetivo não ler ou escrever, mas ler e escrever palavras sem restrição adicional. Para Freudenthal, a invenção do alfabeto tornou possível para pessoas lerem e escreverem palavras conhecidas e desconhecidas, serem capazes de buscar além da primeira leitura.

Em se tratando da Matemática, Freudenthal aponta que o processo sofrido na aquisição da leitura pode ser comparado ao do aprendizado da aritmética, embora haja divergências, e as abordagens da verdadeira Matemática aritmética tornam-se o mais duvidoso. Freudenthal apresenta essa divergência comentando que todo mundo sabe que o objetivo da leitura e da escrita é - ler e escrever coisas. Mas qual é o propósito de aprender aritmética? Freudenthal fala que quem aprendeu leitura e escrita pode ler e pode escrever tudo o que ele quiser. Mas mesmo que tenha feito

aritmética durante anos e anos, ainda há muito a ser feito. A aritmética elementar pode ser mais um objetivo, seu porte está bem definido; os problemas numéricos a vida cotidiana. Mas o objetivo é o mais elevado, se tornar mais flexível a sua aderência. As pessoas se tornaram mais e mais céticas para a aritmética simples como um assunto, porque se os problemas crescem, são envolvidas máquinas de calcular em que eles confiam mais que até mesmo os mais qualificados "computadores" humanos.

Na terminologia mais moderna, orientada dos Estados Unidos, aritmética é incluída em Matemática. Esta é uma boa terminologia se for mais de uma terminologia, ou seja, a partir de 1+1, a Matemática também é ensinada como uma unidade.

> Além dos problemas puros de computação, ensino da aritmética tradicional cobre problemas estruturados (frações e parênteses) e palavra problemas. Por este tipo de ciência, aritmética se coroou. Uma verdadeira muralha contra a Matemática foi construída para defender uma aritmética que tinha se tornado impasse. Os piores abscessos estavam fora e enquanto isso cortados, mas eu não estou seguro se a verdadeira Matemática já penetrou em aritmética de baixo nível (FREUDENTHAL, 1973, p. 66)[10].

Freudenthal ao iniciar sua discussão referente ao sistema de ensino, aponta que não há nenhuma maneira de dizer positivamente que o objetivo do ensino é matemático. Todos nós entendemos que a Matemática admite inúmeras aplicações e que mais alunos terão que aplicar a Matemática. Diante desta situação, Freudenthal questiona: Será que isto significa completa liberdade de prescrever currículos? Se nós não sabemos que tipo de Matemática o aluno finalmente aplicará, nós não podemos nos dar ao luxo de ensinar o que nós gostamos? (FREUDENTHAL, 1973, p. 67).

Freudenthal afirma que há uma restrição, ou seja, a capacidade de os alunos se desenvolverem em relação ao conteúdo. Esta restrição não é tão séria, depende de como o assunto é organizado e, para Freudenthal, o que realmente importa é saber de que modo o assunto se enquadra em todo o corpo docente da Matemática,

10 Besides pure computing problems, traditional arithmetic instruction knew structured problems (fractions and brackets) and word problems. By this kind of science, arithmetic crowned itself. A wall against true mathematics was built to defend an arithmetic which had become deadlocked. The worst abscesses were meanwhile cut out but I am not sure whether real mathematics has already penetrated into low-level arithmetic.

se pode ser integrada no todo, ou se é tão excêntrica ou isolada que acabou por não deixar qualquer rasto em toda a Educação. As conclusões tiradas a partir de tais experiências são tão exageradas que aponta ser possível ensinar teoria de grupo em escola primária. Diante dessa situação, o comentário de Freudenthal é o seguinte: se algum assunto pode ser ensinado, isso não significa que deve ser ensinado. Até mesmo em ensino de Matemática sem delimitações *a priori* há prioridades que não podem ser ignoradas.

E nós, professores estamos habituados a escolher assuntos de acordo com o critério do prazer em que nós acreditamos que os alunos têm. Porém, nós não sabemos qual Matemática o aluno usaria no futuro, por isso não permite ensinar o que queremos. Além desse problema, temos outro, que é a visão de estar formando somente futuros matemáticos. O professor precisa saber que, além do futuro matemático, muitos outros têm que aprender Matemática. Segundo Freudenthal é preciso aprender a matematizar situações reais, começar a matematizar situações Matemáticas e não aprender uma Matemática como um objetivo final, pois esta forma é o objetivo de futuros matemáticos e nunca pode ser o objetivo geral de uma educação matemática.

Freudenthal aponta que este é um ponto facilmente esquecido, e que além do futuro matemático, muitos outros têm que aprender Matemática, que aqueles que finalmente aplicam uma Matemática relativamente sofisticada são uma minoria entre esses que aplica a toda Matemática. É que até mesmo esses que nunca aplicarão a Matemática deveriam aprendê-la porque eles precisam disto como um aspecto do ser humano.

Quando Freudenthal trata das aplicações, ele comenta que livros com aritmética tradicional, expressaram pelo menos a consciência da aplicabilidade da Matemática e, contanto, conhecimento das possibilidades múltiplas de aplicação. Mas, nos últimos anos, didáticos da aritmética se embasam da realidade social que não responde pelas possibilidades crescentes de aplicação. Nesses últimos anos foram realizadas transformações formais por pessoas que não puderam resistir à fascinação deslumbrante do aspecto formal. Freudenthal afirma que não há dúvida que o ensino tradicional não somente preparou os alunos para rotinas de práticas de cálculo, como também para aplicar aritmética elementar a uma grande variedade de problemas, e afirma que teme decepções sérias neste campo no futuro e que está

seguro de que as Matemáticas Modernas, apesar de inocentes serão responsabilizadas.

De acordo com Freudenthal, se nós desejamos ensinar para o aluno como aplicar a Matemática, nós deveríamos torná-la mais fácil para que o mesmo possa aprendê-la. Deveríamos quebrar as barreiras Matemáticas circunvizinhas e aplicar a Matemática como uma necessidade para outras ciências para ensinar como é aplicada. Pois para os não-matemáticos, as relações com realidade vivida são incomparavelmente mais importantes.

Como foi comentado anteriormente sobre o quê o professor trabalha em sala de aula Freudenthal ainda aponta que o mesmo somente ensina a Matemática que ele entende, e quando diz respeito às aplicações, o professor não as conhece, e o pouco que sabe não é Matemática razoável, não é rigoroso e o professor não sabe torná-la rigorosa. E se a aceita, acaba quebrando a estrutura lógica da Matemática, que desempenha um papel importante em nossa sociedade. Pois, pode-se ver que em uma sala de aula, onde a Matemática é ensinada, esta não flutua em espaço vazio, mas com seu passado, presente e futuro, pois neste ambiente os alunos pertencem à sociedade.

Diante dessa Matemática que permite transitar o aluno entre o presente, passado e futuro, Freudenthal comenta que essa Matemática é única. Mas, há uma alegação entre os matemáticos de que algumas partes da Matemática são mais e outras menos relacionadas estreitamente ao assunto externo, o que não deixa de ser verdade. É essa flexibilidade que se torna a virtude da Matemática.

Por isso, deve-se pensar uma formação de professores de Matemática que atenda às necessidades de como ensinar uma Matemática aplicável, ou seja, ensinar o professor a ensinar o aluno para que o mesmo aprenda a aplicar Matemática. Ação que, para Freudenthal, não pode ser caracterizada por utilitarismo e sim como uma Matemática *multi-relacionada*.

Freudenthal busca discutir esse ensino da Matemática cheio de relações - multi-*relacionado*, para que desta forma não ensine pedaços isolados. E para ter esse ensino de Matemática cheio de relações, o assunto tem que ser conectado, uma vez que este autor afirma que o assunto conectado é mais rapidamente instruído e mais longamente retido. Porém, há mais de um tipo de conexão, como a compreendida pelo autor do livro didático, conexão que está dentro da Matemática e

é construída para ensinar uma Matemática unificada que, por sinal, é construída à custa das conexões externas.

A idéia da Matemática cheia de relações, Freudenthal apropriou-se de Comenius que defendia que as pessoas aprenderam que tudo deveria estar cheio de relações. Mas o ponto crucial é saber quais relações deveriam ser cultivadas e reforçadas. Fortes relações são importantes, mas o importante é saber onde elas devem ser reforçadas.

Freudenthal comenta que não tem o hábito de apontar as relações dentro da disciplina, dentro de Matemática. Se essas relações forem naturais, elas surgem naturalmente e se elas são assim ou não, deveria ser decidido do ponto de vista do aluno. Para ensinar Matemática conectada não é sensato começar procurando conexões diretas que deveriam ser encontradas entre os pontos de contato para onde a Matemática é anexada à realidade vivida, por meio do aluno. Freudenthal aponta que realidade é o enquadramento ao qual a Matemática se prende, e, embora estes elementos sejam inicialmente aparentemente sem conexão com a Matemática, nos devidos processos de maturação em que as conexões se desenvolverão.

E ao falar sobre Matemática cheia de relações, Freudenthal dá ênfase às relações com uma realidade vivida em vez de uma com falsa realidade morta, que foi inventada com o único propósito de servir como exemplo de aplicação. A riqueza das relações deveria afirmar que a Matemática, uma vez aprendida, não é esquecida facilmente. E que não importa que tipo de Matemática seja oferecido para ser aprendido pelos professores e alunos, se for Matemática cheia de relações será de fundamental importância.

Hoje, evidente, Matemática é uma ciência extremamente útil, porém, para atingir este estado teve que cruzar um deserto de inutilidade, no qual a Matemática foi ternamente alimentada por uma aristocracia espiritual que foi afetada em relação à massa que teve que aprender Matemática, uma Matemática inútil como uma disciplina da mente.

Em se tratando de pensamento lógico, Freudenthal afirma que é concebível que reconhecer e controlar que certas estruturas Matemáticas são uma disciplina da mente, o que pressupõe que seja ensinada como uma disciplina da mente, isto é, o reconhecimento e a manipulação de tais estruturas são exercitados e se tornam conscientes em educação da Matemática, e que isto é feito de um modo

relacionado, quer dizer, que essas habilidades também são exercitadas com exemplos não-matemáticos. O que é operativo como uma disciplina da mente é o Método Matemático em lugar do assunto; ao método deveria ser dado ênfase e deveria se tornar tão explícito quanto possível. Como isto pode ser feito será discutido na seqüência.

No capítulo 5, Freudenthal aborda o MÉTODO SOCRÁTICO, para fazer uma discussão da semelhança deste com o processo de Reinvenção, discussão baseada na atuação dos professores em sala de aula, especificamente na disciplina de Matemática.

Conforme o autor, os professores vêm ensinando os alunos de acordo com métodos mais razoáveis que adquiriram por meio dos livros didáticos. Freudenthal vê essa reinvenção se aproximar de uma elaboração do Método Socrático. Freudenthal define o Método Socrático ou dialético como o método do pensamento-experiência, que consiste em uma aula elaborada, em que o mestre pré-pensa todos os pensamentos, ambos falsos e verdadeiros, e a disciplina mostra por um "sim" ou um "não". Em didática, isso quer dizer que é a atitude do professor ou do autor do livro didático que imagina um aluno ou um grupo de alunos e ensina-os nos seus pensamentos, por meio dos quais professores e autores de livros didáticos reagem com antecedência as prováveis reações dos alunos.

Conforme Freudenthal, o Método Socrático sempre funciona desde que o professor seja bem-treinado e o aluno não pode dormir na sala de aula. O Método Socrático ainda é um dos fundamentos de ensino e muitos dos nossos contemporâneos ainda estão no período Pré-socrático. E,

> No Método Socrático "reinvenção" não era literalmente compreendida; é simulado em lugar de verdadeira reinvenção. Não pôde ser de outra forma, pôde? A autoridade do professor ainda era dominante, e até onde tinha sido ligeiramente abalado pelos sofistas, o Sócrates (470 - 399 a.C.) era há pouco o homem para consolidá-lo novamente. A iniciativa apenas está por parte do professor. Ele não somente conduz o estudante, ele também mostra como trabalha o redescobrimento, ele redescobre em nome do aluno. No pensamento-experiência, ele já descobriu a forma de fazê-lo (Idem, 1973, p. 102)[11].

11 In the Socratic Method “re-invention” was not understood literally; it is simulated rather than true re-invention. It could not be otherwise, could it? The teacher’s authority was still dominant, and as far as it had been slightly shaken by the sophists, Socrates was just the man to consolidate it again. The initiative is only on the part of the teacher. Not only does he lead the student, he also shows him how rediscovery works, he rediscovers on behalf of the student. In the thought-experiment, he has already found out how to do so.

Então, nesse pensamento-experiência uma parte é destinada ao professor, na qual ele antecipa as reações do aluno e a outra parte consiste no desígnio de um curso de ação que ajusta reações do estudante, se antecipadas, o que garante a idéia de que os estudantes reinventam o ensino nessa interação, ou seja, consideram o conhecimento que adquirem como próprio.

No capítulo 6 Freudenthal (1973, p 108 - 109) trata especificamente do tema REINVENÇÃO e para iniciar a discussão a respeito desse tema, ele cita Comenius (1592 - 1670) que diz que “o melhor meio de ensinar uma atividade é mostrá-la”. E aponta que Comenius foi o primeiro que voltou os olhares para o lado pedagógico, ou seja, para a Educação. Ele é considerado o maior educador e pedagogo do século XVII e produziu uma obra fecunda e sistemática, cujo principal livro é a DIDÁTICA MAGNA.

O professor, para Comenius, deveria aplicar atividades por cruzamento de perguntas aos estudantes (trans-pergunta-ção), para ter certeza que por nenhuma outra razão, não irão dormir, como nós diríamos hoje. O princípio fundamental de Comenius é que o aluno aprende recolhendo não só palavras, mas a realidade inteira.

Freudenthal aponta que *exemplos, prescrição e imitação* são as três fases do método de ensino de Comenius. Freudenthal ressalta que Comenius defende a idéia de que em todas as três fases, o aluno é ativo, desde que estas estejam inseridas conscientemente no ensino, uma vez que experiências sensoriais precedem à prática. E prática é a imitação do exemplo por meio da prescrição e, é a tarefa do professor mostrar e explicar o exemplo e contar ao aluno como imitá-lo e, é tarefa do aluno experimentar, entender e imitar.

O "exemplo" de Comenius não é estático, mas sim um processo. O aluno não só aprende a considerar, mas a agir nas proibições do professor que lhe mostra as ações certas. O princípio didático de Comenius é: o melhor meio para ensinar uma atividade é mostrando-a, porém, Freudenthal defende que o melhor meio para aprender uma atividade é executá-la. Freudenthal comenta que talvez não seja muito diferente do qual Comenius aspirou, mas a tensão é trocada do ensino à aprendizagem, da ação do professor para o aluno, e do sensório ao efeito motor.

A idéia de Freudenthal parte da idéia de Comenios, mas utiliza o pensar e o agir para apresentar que a divisão do processo de ensino de Comenios não é mais

adequada. Freudenthal dá o exemplo de que qualquer um que quer aprender a nadar não precisa de exemplos e nem de teoria da natação, apesar de saber que uma teoria está em operação no pensar e agir dessa atividade.

Freudenthal mostra que atualmente a tensão passa cada vez mais do professor para a atividade do aluno e, de acordo com as discussões educacionais, o professor não pode monopolizar a explicação. E se o professor agir em meio à teoria o seu monopólio de prescrever as ações inspiradas expira em si começa mais cedo, se agir no meio da teoria. Contudo, essa forma de trabalhar torna a Matemática como uma atividade humana.

Por isso, Freudenthal aborda a temática Matemática já feita e a ação a partir da mesma, certo de que palavras como Matemática, linguagem e arte têm um duplo significado. E todo matemático sabe, pelo menos inconscientemente, que, além da Matemática já feita, existe a Matemática em qualquer lugar como uma atividade. Mas quase nunca é dada ênfase a este fato, e os não-matemáticos não estão atentos a esta Matemática.

Freudenthal aponta que atualmente o centro de gravidade trocou de ciência já feita por ciência ativa, do estudante pelo investigador. Este processo também conduziu ao amoldar e à sucessão do que foi aceito como ciência escolar, em particular, Matemática escolar. Deferiu tanto de verdadeira Matemática que, já no começo de nosso século, foi notada uma dupla fratura em educação matemática, envolvendo descontinuidades na formação do professor de Matemática que, para chegar à universidade, tem que passar pela escola, na qual toda a Matemática da escola tem que ser esquecida. Alguns anos depois, quando ele volta à escola como professor que teve que esquecer a Matemática universitária e amarrar as linhas que ele tinha arrebentado alguns anos antes. Esta dupla fratura foi notada, mas não foi consertada, quando pode ter sido efetuada com pequeno esforço.

Na abordagem que Freudenthal faz no capítulo 7 sobre A ORGANIZAÇÃO DE UM CAMPO POR MEIO DA MATEMATIZAÇÃO, ele previne a identificação dessa organização com o denominado método de projeto, e comenta que até o momento a discussão a respeito da análise didática foi principalmente local. A estrutura global da Matemática existe somente para ser ensinada como um sistema dedutivo preestabelecido, ou seja, uma pirâmide inversa. Mas, Freudenthal afirma que isto nunca se ajustaria a reinvenção didática, e comenta que a estrutura global

da Matemática a ser ensinada deveria ser entendida não como um esqueleto rígido, mas como a Matemática que se desenvolve no processo de aprendizagem.

Essa estrutura que Freudenthal chama de força globalmente estruturada, deve ser vivida por meio da realidade. Deste modo pode-se ensinar Matemática cheia de relações e o professor pode assegurar que o aluno integre a Matemática que ele aprende e torne possível garantir a aplicabilidade da Matemática ensinada, uma vez que a forma de ensinar a Matemática traz a conexão e se aproxima da realidade e, desta maneira, não é tão facilmente esquecida.

Freudenthal apresenta esses apontamentos ao ensino de Matemática, porque atualmente o que se tem em ensino da Matemática tradicional são aplicações de Matemática de acordo com o padrão da inversão didática. Freudenthal comenta que no ensino tradicional, ao invés de partir do problema concreto e investigá-lo por meios matemáticos, primeiro trabalha a Matemática e, na seqüência, o problema concreto como uma "aplicação".

Para esse autor a Matemática, cheia de relações deve ser ensinada, deve ser subordinada a outro sócio da relação, para começar repetidamente se a outra parte da relação for Matemática, física ou vida cotidiana. Por exemplo, o estudo de logaritmos deveria começar com a régua de cálculo ou com pressão de ar, ou com a hipérbole se fosse aplicado; o estudo da derivada com velocidade, densidade e aceleração; e o estudo da função linear com todas essas proporcionalidades em natureza e sociedade, com as quais todo o mundo deve ser familiarizado.

Hoje, muitos concordariam com o pensamento de Freudenthal, que o aluno deveria aprender a matematizar assuntos não-matemáticos, quer dizer, aprender a organizá-los em uma estrutura que é acessível a refinamentos matemáticos. Nesse processo de matematizar a situação, o material é localmente matemático e tem que ser organizado globalmente.

Podemos ver que, de acordo com o capítulo de Freudenthal, A MATEMATIZAÇÃO, tem frequentemente sido vista ou tem significado como uma atividade no nível inferior, quando é aplicada a modelos completamente não-matemáticos, para ser construída a partir destes em uma situação na realidade. E o termo "situação" revelada, conforme Freudenthal é destinado àqueles pequenos fragmentos isolados da realidade a ser matematizada, contanto, com um Modelo Matemático. Em relação à “resolução de problemas”, Freudenthal defende que o

problema deve crescer fora da situação e o aluno deve reconhecer o problema na situação, e esse crescimento para Freudenthal também é Matemática.

O objetivo de falar sobre a “Organização de um campo por meio da matematização” é mostrar a ampla abordagem que tem que garantir a estrutura global, e não garantir topo da pirâmide, que é a tendência do ensino da Matemática. Freudenthal (1973, p. 135)[12] comenta que “situações e modelos, problemas e soluções de atividades são importantes como meios indispensáveis os quais deveriam ser subordinados ao método”, certos de que a Matemática organizada de acordo com o assunto teria a maior possibilidade de explorá-lo. Como exemplo, cita a geometria - simetria, pavimentação de planos com figuras correspondentes, o conceito de ângulo, e a algebrização da geometria. A partir de outros domínios: as leis da alavanca e o baricentro com a álgebra resultante, a comparatividade de medidas de acordo com leis naturais, em particular por meio de funções, matematizar uma micro-economia, um assunto que Freudenthal (1973, p 132) diz que particularmente foi atraente para o seu conhecimento nunca foi experimentado na escola.

Freudenthal lista esses assuntos geradores de problemas e diz que alguns dos assuntos que ele mencionou são contados como sendo parte da Física e por isso ele defende a ciência integrada ou integração das disciplinas.

Freudenthal, comenta que há argumentos notáveis do porquê da Educação em Ciências, pelo menos no princípio não deveria ser diferenciado de acordo com disciplinas; como em Matemática, se o ensino for relacionado à realidade, a ampla abordagem deveria ser preferida. Um dos meios efetivos de educação de Ciência Integrada são os “projetos”; como exemplos de projetos desenvolvidos, é "A Terra", "Espaço", "Água", "Nutrição". Eles são perfeitamente adequados à exploração fenomenológica, mas menos para exercitar ciência mais teoricamente.

> Eu penso que a integração deveria ser entendida de um modo diferente do lado da Matemática, uma vez que o caso da Matemática é tão diferente de outros. Por isso esta singularidade é igualada no máximo do ensino na língua materna da pessoa. Eu não recomendaria integração ou Matemática de coordenação com outras disciplinas, mas em torno da Matemática, que está com a Matemática como uma disciplina nuclear que atrai assunto de outras disciplinas para tê-los trabalhados pelo estudante como campos de organização Matemática. Isto não torna dispensável

12 Situations and models, problems and solving activities are important as indispensable means, which, however, should be subordinated to the method.

> outras disciplinas nem são desvalorizadas, de qualquer forma, mas pelo menos o estudante aprenderia o que ele pode fazer com Matemática (FREUDENTHAL, 1973, p.139)[13].

No Capítulo 8 intitulado RIGOR MATEMÁTICO, Freudenthal diz que,

> Acima de todos os outros exercícios mentais, a Matemática tem a vantagem de que em cada declaração você pode decidir se está certo ou errado. Se um papel matemático é bom ou ruim, importante ou sem importância, original ou insignificante, não é tão fácil decidir, mas não pode haver nenhuma dúvida sobre o assunto ser certo ou errado [...] Em todas as ciências exceto Matemática o critério de utilidade é freqüentemente mais pertinente que um critério de verdade que de fato ninguém sabe ao certo como controlar o caso. A razão disso é que isso em nenhuma outra ciência pode ser imposta tão forte uma estrutura dedutiva como na Matemática. Em Matemática, não é somente certo se o resultado está correto, mas até mesmo - ou exclusivamente na verdade - se foi construído corretamente. Isto é o que chama de rigor matemático (Idem, 1973, p. 147)[14].

Mas, Freudenthal lança a questão: Quem julga se a Matemática ensinada é rigorosa ou não? Freudenthal comenta se seria o professor usando tinta vermelha em correções das atividades, se seria o aluno, mas este teria que aprender primeiro o que é rigor.

Para ensinar ou aprender rigor existem vários questionamentos apontados por Freudenthal: se o uso de tinta vermelha feito pelo professor seria um meio de ensinar rigor matemático a um aluno que permanece no nível inferior, se é correto afirmar que o aluno não pode aprender rigor matemático de qualquer outro modo que toda a Matemática, se rigor pode ser representado sem saber o que é, se rigor pode ser um critério consciente que é aplicado a argumentos isolados, e finalmente se há uma noção global de rigor que pode ser aplicada como um todo à Matemática.

---

13 I think integration should be understood in a different way from the side of mathematics, since the case of mathematics is so different from others. This uniqueness is at most equaled by that of instruction in one's mother tongue. I would recommend integration or coordination mathematics not with other disciplines but integration around mathematics, which is with mathematics as a nuclear discipline that attracts subject matter of other disciplines to have them worked on by the student as fields of mathematical organization. This does not make other disciplines dispensable nor are they devalued in any way, but at least the student would learn what he can do with mathematics.

14 Above all other mental exercises, mathematics has the advantage that whit each statement you can decide whether it is right or wrong. Whether a mathematical paper is good or bad, important or unimportant, original or trifling, is not as easy to decide but there can be no doubt about it being right or wrong. [...] In all sciences except mathematics the criterion of usefulness is often more relevant than a criterion of truth that actually nobody knows for sure how to handle. The reason is that on no other science can be imposed so strong a deductive structure as on mathematics. In mathematics it is not only certain whether the result is correct but even - or actually solely - whether it has been founded correctly. This is what is called mathematical rigor.

Freudenthal comenta que não há níveis de rigor e para cada assunto é um nível de rigor que é adaptado ao mesmo; o assunto mais fraco deveria atravessar os níveis e adquirir o seu rigor.

A Matemática de adulto, conforme Freudenthal, opera de acordo como adquirir o seu rigor e para progredir em rigor: o primeiro passo é duvidar do rigor, sem a existência desta dúvida aprendemos pouco e deixamos outras pessoas prescreverem a si mesmas os novos critérios de rigor. Na existência da dúvida, a pessoa acreditará a partir desta discordância.

Freudenthal apresenta o impasse de trabalhar a Matemática ensinada a partir da realidade e comenta que a separação entre a teoria da Matemática e o mundo real começa quando o aluno aprende a calcular, quando ele aprende a aritmética sem conexão. Nessa situação, o aluno aprende a pôr uma Matemática em parênteses para que não deteriorize pelo toque da realidade e para funcionar mais seguramente.

O aluno pode aprender também a anular os parênteses que protegem Matemática pura, se problemas cotidianos de aritmética fossem resolvidos ou se o modo como funciona um computador fosse entendido em sala de aula. Para Freudenthal,

> o aluno deveria aprender Matemática, pondo em parênteses dentro do mundo real - esta é a essência de rigor matemático - mas ele também deveria aprender que é uma ilusão acreditar que existem parênteses impermeáveis, porque caso contrário ele não aprenderá a melhorar a impermeabilidade dos parênteses [...] Além disso, ação a partir da Matemática não se cresce dentro de parênteses e não pode ser posto entre parênteses, e assim que algo tenha que ser executado com Matemática limitada dentro de parênteses, os parênteses têm que ser dissolvidos, e isto, também, deveriam ser aprendidos (Idem, 1973, p. 153)[15].

No capítulo 9 Freudenthal aborda o tema “ENSINO” ou “INSTRUÇÃO”, comentando que em sua época de estudo, nas escolas da Holanda viu professores trabalharem na sala de aula o Método de Socrático ou o Método de Reinvenção. E como ele, se tem a filosofia de lutar contra quaisquer tentativas de influenciar ensino

15 Certainly the pupil should learn putting mathematics into brackets within the real world- this is the essence of mathematical rigor - but he should also learn that it is an illusion to believe there are waterproof brackets, because otherwise he will not learn how to improve the waterproofness of the brackets. [...] Moreover, acted-out mathematics does not stand within brackets and cannot be put between brackets, and as soon as something has to be performed with mathematics confined within brackets, the brackets have to be dissolved, and this, too, ought to be learned.

escolar de um modo de anti-didático. Freudenthal se opõe a todo ensino dos conteúdos de natureza puramente orientados, e de todos os pontos de vista dogmáticos em Matemática que negligencia todas as pressuposições psicológicas e implicações sociais de ensino de Matemática.

Freudenthal demonstra que o assunto da Matemática e de métodos sempre terá sido repensado. Se algo é novo não é um critério decisivo para o ensino. Como sabemos que existe uma lacuna entre o ensino secundário e o ensino universitário, Freudenthal afirma que nenhum professor do ensino secundário quer se desgraçar, ficando para trás e não admitirá que ele não possa ensinar tão rigorosamente quanto o professor universitário ou como o autor de livro didático receita para ser feito.

Em se tratando da organização do ensino, podemos dizer que para que se tenha uma educação Matemática segura, verdadeiramente moderna, seria necessário que o ensino fosse organizado de um modo radicalmente diferente. O método da reinvenção não pode se desenvolver livremente na sala de aula tradicional. Requer um laboratório onde os alunos possam trabalhar individualmente, ou melhor, em grupos pequenos, enquanto o professor observa a sua atividade para intervir se for necessário. O silêncio, outro respeito que a sala de aula deveria abolir: o professor não deveria ensinar isoladamente, mas em grupos de dois ou três, em que um observa o outro, cada aprendizagem do outro. Isto significa combinar aulas, de idade igual ou desigual. Claro que o trabalho de laboratório será complementado por um diálogo maior em que o professor separa um grupo maior do resto.

Isto deveria ser dado com ênfase à mocidade romântica e radical de hoje, quando ela pedir instrução mais personalizada. Da mesma maneira que os adultos aprenderam a acomodar a leitura de literatura à liberdade de reinvenção, nós deveríamos ensinar essa atitude de reinvenção a nossos adolescentes, bem como a forma de fazê-la, seria a reinvenção programada do processo de aprendizagem.

Freudenthal trata no Capítulo 10 do PROFESSOR DE MATEMÁTICA e diz que a pessoa, neste caso o professor, que está ensinando, deveria saber, além do que ele está ensinando naquele momento, um pouco além para que esse conhecimento se torne parte de seu conhecer. Mas Freudenthal abre a questão: quanto e quando deveria ser esse "mais" e este mais "cedo"? E ainda afirma que não há nenhum acordo neste ponto, nem entre os especialistas nem entre os leigos, nem entre as nações.

Segundo Freudenthal nos últimos anos esforços foram feitos para cimentar a brecha do "primeiro esquecimento", do duplo esquecimento cunhado por Felix Klein, entre Matemática escolar e Matemática universitária. Passos gigantescos têm levado a Matemática escolar e suas aplicações a partir da última etapa do exame escolar para a sala de aula universitária que não deveria ser mais amplo que uma nota para a próxima. Evidentemente que uma série de condições deve ser cumprida para garantir o sucesso.

> É uma característica notável desta reforma que nos dá um critério importante que a formação de professores deveria satisfazer: que o professor também deveria ser capaz de ensinar de acordo com um programa que difere substancialmente a partir do programador que estava em voga quando ele foi para a escola. A experiência que nós tivemos na Holanda com cursos para formação de professor adicional mostra que a formação Matemática de professores universitários elevada no passado cumpriu este critério asperamente. Porém, isto quase não pode ser dito da formação inicial dos outros professores secundários, e não a todos os professores primários (FREUDENTHAL, 1973, p. 160)[16].

Em se tratando da modernização da educação Matemática, Freudenthal comenta que Klein tinha idéia de proporcionar uma base científica para o professor em sala de aula através de uma atividade cotidiana, atitude que para alguns significou uma mitigação da brecha. Freudenthal diz que o conhecimento de Klein era sim uma paisagem de domingo para o professor passear dentro das alas superiores para ser transferido à sala de aula. Mas conforme Freudenthal, esse conhecimento não influenciou em nenhuma Matemática escolar e para confirmar, ele cita o exemplo que Felix Klein expôs na Teoria de Galois como um pano de fundo para resolver equações quadráticas e cúbicas na escola. Mas, na realidade, a Teoria de Galois encontrava demasiadamente elevada, em um nível acima da Matemática escolar e, segundo Freudenthal, para trabalhar a idéia de Felix Klein teria que fazê-la em uma Matemática muito mais inferior, em nível mais próximo da Matemática

16 It is a striking feature of this reform that it gives us one important criterion that teacher training should satisfy: that the teacher should also be able to teach according to a program that vastly differs from the programmer that was in vogue when he went to school. The experience we have had in the Netherlands with background courses for further teacher training shows that the mathematical training of academic high schoolteachers in the past roughly fulfilled this criterion. This, however, can hardly be said of the initial training of the other secondary schoolteachers, and not at all of primary schoolteachers.

escolar, pois somente dessa forma aconteceria a compreensão da estrutura da Matemática.

Para começar a responder os questionamentos originados pela lacuna da Matemática escolar e da Matemática universitária, Freudenthal diz que o futuro professor deveria aprender o método do pensamento-experiência e como fazer um relatório sobre ele. Isto prepara para a atividade teórica que nessa profissão deveria ser conectada à prática de ensino.

2.2 - O segundo Livro: *Weending and Sowing: Prefacie to a Science of Mathematical Education* (Capinando e Semeando: Prefácio a uma Ciência da Educação Matemática)

O presente livro foi escrito, conforme Freudenthal, entre o verão de 1973 e outono de 1974, mas algumas seções são de data anterior ou posterior. O autor deixa bem claro que as idéias instrumentais que aparecem no livro foram postas à prova no IOWO- Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs (Instituto para o Desenvolvimento da Educação Matemática), mas isso não significou que elas foram confirmadas, nem que elas serviram como um manual ou diretriz no desenvolvimento do trabalho. Por isto o autor se conforta em escrever somente uma introdução a uma ciência da educação matemática, e conforme as suas palavras, todas as ciências tiveram trabalhos que tratam da fase pré-natal das mesmas, porém, dez vezes maior que o presente livro, e o autor afirma que este livro é o prefácio de um livro que nunca será escrito, uma vez que ciência da educação Matemática é impedida pela visão infundada da ciência que já existe. O percurso da escrita deste livro encerrou-se em 1977 e o livro foi publicado em 1978.

No capítulo 1, Freudenthal faz o questionamento: O QUE É CIÊNCIA? Na busca de discutir a idéia fundada que existe de uma ciência sobre o campo da estimação errada do que até então é considerado como ciência.

Para Freudenthal (1978, p. 1) ciência é delimitada pelos critérios, “relevância, consistência e publicidade e não é mencionada verdade entre os critérios, porque ciência é considerada um método de fazer perguntas”.

Relevância, para Freudenthal, não é apenas uma propriedade de afirmações, mas de problemas e métodos e também pode ser uma propriedade de definições, anotações, conceitos, classificações e, mais globalmente, de problemas complexos,

teorias, domínios de conhecimento. Nesse sentido global, relevância significa ser algo relacionado à realidade em vez de flutuar em espaço vazio.

Consistência, para Freudenthal, pode ser pretendida como uma propriedade de ação e de padrões de atividade, como uma atitude que enfrenta para conseqüências, faz perguntas pertinentes e procura dianteiras promissoras. Para logicistas, o alcance de consistência é o sistema logicamente fechado. Este é um quadro ideal que somente é percebido na Matemática de hoje.

Para Freudenthal ciência é uma propriedade pública e a publicidade é uma das características da verdadeira ciência, característica que é acessível a todo o mundo que concorda em aprender sua linguagem.

A relevância, consistência e publicidade são consideradas para Freudenthal como critérios por qual a ciência contrasta com a sua franja: pseudo-ciência e não-ciência. Pseudo-ciência parece freqüentemente um protesto contra ciência pública até onde publicidade significa reconhecimento público. E pseudo-ciência é suspeitada para significar coerção pública.

Freudeunthal afirma que a franja de ciência é um perigo de valor e estudo social. Também pode significar um perigo para a ciência séria. Freudenthal fala que a Linguagem pedida emprestada da ciência séria pode ser abusada em outras ciências. Condições como função, informação, modelo e estrutura que se originaram em Matemática se tornaram moda sem sentido em muitas outras ciências.

Ciência deveria ser distinguida da técnica e da sua instrumentação científica. Tecnologia e Ciência, conforme Freudenthal, é praticada por cientistas, e técnicas, por engenheiros - um termo que, na terminologia de Freudenthal, inclui os médicos, os advogados e os professores. Se para o conhecimento do cientista a cognição é primária, são ações e construções que caracterizam o trabalho do engenheiro, entretanto, na realidade, as suas atividades podem estar baseadas na ciência. Freudenthal diz que, em história, a técnica precedeu freqüentemente a ciência, uma vez que medicina de séculos atrás era uma técnica com um pouco de filosofia do conhecimento antes de se tornar uma ciência. Hoje ela se iguala a atividades intelectuais, porém, na realidade, eles são pouco mais que técnica com um pouco de tecnologia e uma quantia enorme de filosofia do conhecimento.

Freudenthal afirma que técnica pode ser uma coisa boa, e tecnologia, um valioso instrumento, mas ambos deveriam ser distinguidos cuidadosamente de

ciência; e a sua filosofia do conhecimento não tem nenhum ramo certo para se comportar como se estivesse cientificamente justificada.

Freudenthal (1978, p. 03) comenta que não é sua intenção responder o questionamento do que é ciência e neste livro não aparecerá uma análise para decidir se algo merece o predicado de “científico" ou "ciência", tanto uma ciência empírica quanto num assunto, existe apenas metodologia.

O autor comenta que não pode definir critérios que permitiriam decidir se algo é ciência ou pode, em um único caso, confirmar que não é ciência. E afirma que nenhuma fórmula de decisão já feita pode ser esperada quando são discutidos conceitos gerais como ciência. E para esse autor, junto com qualquer ciência surgem critérios metodológicos do que é desenvolvimento científico.

Em se tratando de relevância, Freudenthal questiona: a primeira relação examinada não deveria estar entre ciência e verdade? Verdade não é o primeiro critério do que é científico? Respondendo estas questões, Freudenthal diz que a verdade é propriedade de proposições, mas ciência não é uma conjunção de proposições e pode ser um critério de objetivos de cientificidade como uma ação da ciência.

Freudenthal afirma que relevância é uma propriedade-local não apenas de perguntas e afirmações únicas, mas também uma – propriedade-global de problemas complexos de inteiros, de teorias de campos do conhecimento. Estes meios pertinentes ‘cheio de relações’ são as relações para alguma realidade em vez de ‘relações internas’ dentro do sistema. E impropriedade, conforme Freudenthal, é sem relação, é separada de qualquer realidade e há várias atividades intelectuais que reivindicam caráter científico, entretanto, a elas faltam qualquer relação a qualquer realidade, tudo o que tem é muita filosofia deste tipo. Mas Matemática, segundo Freudenthal, é contra-exemplo a esta posição, porque Matemática não é somente uma linguagem, mas uma atividade mental e conceitos matemáticos não são palavras, mas realidade. E ao lado de suas relações diretas para a Matemática da realidade podem ostentar numerosas relações indiretas, como Matemática aplicada e Matemática aplicável.

Grande problema é causado quando se empresta o termo de uma ciência e usa-o em outra, conforme Freudenthal, quem empresta depois lava as suas mãos, não por inocência, mas por ignorância. Isso aconteceu com o termo modelo que,

> [...] foi pedido emprestado da Matemática e como sempre ninguém se preocupou se esta palavra significasse, nesse caso, qualquer coisa na Matemática. Infelizmente em Matemática umas ciências de irmãos o termo tem duplo - quase oposto - significado, um dentro da Matemática e um na relação dela com as outras ciências, e este fato pode ter contribuído com o abuso e o sucesso de modelo. Hoje o defeito congênito pseudo-científico do termo modelo é perdoado e é esquecido. Modelo se tornou um termo pomposo, enquanto evocando associações científicas que podem não significar nada ou como acontece tudo: ordem do dia, contrato, divisão, fórmula, viagem de feriado (tirando férias modelos), cardápio (refeições modelos), padrão, regra, horário, teoria (em ordem alfabética) (Idem, 1978, p. 09)[17].

No que diz respeito à consistência, Freudenthal comenta que consistência não só deveria ser interpretada em um sentido objetivo, como uma propriedade de sistema, mas também padrões de atos e o acme de consistência é, de acordo com algumas pessoas, o sistema logicamente fechado; metodologistas que levaram o seu porte em Matemática e ciências naturais entendem consistência neste sentido restringido. Infelizmente, o sistema fechado é no máximo possível em Matemática; até mesmo nas ciências mais rigorosas é um quadro ideal que pode encantar o olho, contanto que a realidade seja desconsiderada ou não seja notada.

> Não é minha intenção denegrir as realizações das ciências naturais exatas declarando este fato, mas é minha intenção advertir contra a sobrestimação do elemento dedutivo nestas ciências. História conta como era difícil impor mais que uma estrutura localmente dedutiva na Matemática. Assim não será desejado saber a que no momento as denominadas ciências exatas faltam quase todas as condições prévias nas quais tal estado ideal poderia ser alcançado. Se a visão é fixa em realidade em vez de no quadro ideal, uma ciência será uma feira de míni-teorias debaixo da supervisão de uma teoria geral [...] E se o estado de negócios está nas ciências mais duras, o que pode ser esperado neste momento da mais macia? Ou a falta de teorias gerais não seria uma vantagem por metodologia genuína? (Idem, 1978, p. 11)[18].

17 [...] was borrowed from mathematics, and as usual nobody cared whether this word meant anything in mathematics, and if so what. Unforfotunately in mathematics and neighbouring sciences the terms has two - almost opposite - meanings, one within mathematics, and one in the relation of mathematics with other sciences, and this fact may have contributed to the misuse and the success of 'model'. Today the pseudo-scientific congenital defect of the term 'model' is forgiven and forgotten. 'Models' has become a pompous term, evoking scientific associations, which may mean nothing, or as it happens everything: agenda, contract, division, formula, holiday, trip (vacationing model), menu (meals model), pattern, rule, schedule, theory (in alphabetical order).

18 It is not my intention to denigrate the achievements of the exact natural sciences by stating this fact, but it is my intention to warn against the overestimation of the deductive element in these sciences. History tells how difficult it was to impose a more than the locally deductive structure upon mathematics. So it is not to be wondered at that at present the so-called exact sciences lack almost all the preconditions in which such an ideal state could be achieved. If the view is fixed on reality rather than on the ideal picture, a science is a fair of mini-theories under the supervision of a general theory. [...] And if this is the state of affairs in the hardest sciences, what can be expected at this point from the softer ones? Or wouldn't the lack of general theories be an advantage for genuine methodology?

Freudenthal comenta que enfocou este ponto porque as ciências exatas são consideradas frequentemente como um modelo de perfeição. E que a partir de relevância e consistência chegou à terceira característica da ciência, a publicidade. Para Freudenthal, a publicidade é uma Ciência social, algo que é exercitado publicamente e acessível, sujeitado a elogio ou vaia do público, uma propriedade comum, uma catolicidade.

Podemos dizer que em tempos antigos, a valorização da ciência secreta permaneceu durante tempos, assim podemos ter como exemplo a arte mágica e mistérios, ensinos secreto de mestre e convenções sagradas de comunidades secretas. Porém, conforme Freudenthal,

> Nunca em Matemática alguém ficou famoso por uma idéia que ninguém entendeu, e não são aceitas obscuridades nem sequer se elas estiverem avançadas pelo maior matemático. Eu concordo com isso perfeitamente nesta Matemática de respeito é um caso particularmente simples, mas algo poderia ser aprendido do matemático, não imitando a sua linguagem, mas o seu estilo de autodomínio (Idem, 1978, p. 15)[19].

Continuando a discussão de ciência, Freudenthal aborda a não-ciência dizendo que ao redor de todo núcleo de experiência humana, atividades, compreensão, existe uma franja; no caso da arte, a franja é o lixo artístico, da fé é chamada de superstição e na Ciência a sua franja é a pseudo-ciência e não-ciência. E a relação entre núcleo e a franja é diferente em cada caso e não há nenhum critério para distinguir núcleo de franja. Sabemos que a franja da ciência, conforme Freundenthal, às vezes é uma mistura estranha de fragmentos de ciência, uma mixórdia de linguagem pedida e emprestada da ciência.

Tendo esta perspectiva, nem sequer a Matemática tem sido poupada à franja de pseudocientifica, como a resolução da quadratura do círculo, a trisecção do ângulo e o teorema de Fermat.

Na discussão de Ciência e Tecnologia, Freudenthal comenta que às vezes prefere dizer prática ao invés de tecnologia. Termo familiar para os médicos e

19 Never in mathematics has anyone become famous by an idea that nobody understood, and obscurities are not accepted even if they are advanced by the greatest mathematician. I perfectly agree that in this respect mathematics is a particularly simple case, but something could be learned from mathematicians, by imitating not their language but their style of self command.

advogados, e na ausência desse termo, os mesmos poderiam encontrar referência em Freudenthal, uma vez que concede para as suas atividades o mesmo nome que concede às atividades do engenheiro, na medida em que engenheiro lembra encanador e a palavra tecnologia lembra encanamento para poder negociar entre eles no mesmo fundamento.

Para Freudenthal, conhecimento, entendimento, cognição é primária ao cientista, enquanto agir e criar são primários ao professor. Para esse autor, o conhecimento científico é o que traz alguém mais próximo da ciência, ou seja, o equipamento científico da sua ação de procedimentos e do seu seminário, as qualificações metodológicas da sua atividade em geral e particular.

Para Freudenthal, ao educar ou ensinar, o professor aplica ciência, no entanto ninguém é intitulado para considerar esta atividade como uma atividade inferior a uma atividade científica. Freudenthal ainda diz que se fosse a sua intenção desconsiderar tal atividade, ele nunca poderia escrever este capítulo sobre “O que é ciência?”, pois conforme sua fala, ‘sem dúvida há ciência onde as práticas ultrapassam as teorias’.

Freudenthal trabalha a discussão de ‘MODELOS’ no capítulo 2, quando enfoca o que acontece numa ciência da educação. Às vezes é admitido que a maioria dos esquemas nunca seja aplicada à realidade, eles são chamados de ‘modelos’, e ‘modelos’ nunca refletem fielmente a realidade.

Freudenthal comenta que com modelos não é nem mesmo permitido demandas precisas de praticabilidade, porque se fizer assim, se confunde ‘modelo’ e realidade. O 'Modelo' tem essencialmente dois significados, o modelo visto como pós-imagem e pré-imagem, o descritivo, e o modelo normativo de um concreto ou abstrato.

Uma característica sábia na Matemática é o modelo concreto de uma forma geométrica abstrata, em gesso ou arame e papelão, mas, além deste, há também o modelo matemático abstrato. Segundo Freudenthal,

> O primeiro a usar "modelo", neste último sentido foi, se eu não estou enganado, Felix Klein. Quando ele apresentou o seu modelo de geometria não-Euclidiana, esta geometria era a ele como se fosse um dado Platônico no qual adquiriu uma representação explicitamente determinada de geometria projetiva pela interpretação de seus objetos; o caráter modelo aqui consiste na concretização relativa da geometria não-Euclidiana e sua

> reinterpretação dentro da geometria projetiva. O exemplo de Klein é a raiz da qual o conceito de modelo para sistemas axiomáticos cresceu: o que é implicitamente determinado pelos axiomas é feito explícito por meio de um objeto matemático satisfatório e, deste modo, dado uma forma relativamente mais concreta. Podem-se progredir na concretude modelos matemáticos de forma a modelos realista, por exemplo, para o que é chamado de 'espaço' em física como um modelo de um sistema de axioma geométrico (Idem, 1978, p. 131)[20].

O duplo significado de 'modelo' certamente contribuiu para a confusão em torno do mesmo. 'Confusão modelo e realidade' têm que representar muitas coisas. Para exemplificar essa confusão, Freudenthal cita o ' paradoxo de Zeno', comenta que este permanece na confusão 'modelo e realidade', é uma afirmação ridícula embora freqüente. 'Ponto de tempos é um conceito modelo, considerando que realidade apenas conhece o intervalo de tempo': na realidade ambos os conceitos são lícitos no sistema de conceito vida cotidiana como também nos de física; um intervalo de tempo é determinado por seus parâmetros e, consequentemente, é como realidade ou tanto eles como um modelo.

No decorrer da discussão sobre modelos, Freudenthal questiona: como os dois tipos de modelos podem ser confundidos e quais são as conseqüências caso isso aconteça? Na seqüência, ele comenta que modelos descritivos são facilmente dispensados se forem restringidos a alguns aspectos selecionados providos que fazem justiça razoável a estes aspectos no setor social. Esta exigência limita seriamente o domínio da sua vigência, e lá, uma sobrecarga de um modelo pode ser apontado justamente como 'confusão modelo realidade'.

Conforme Freudenthal (1978, p. 134), essa é uma desculpa que pode ser facilmente aceita para o modelo descritivo, é ilícita quando reivindicada para modelos normativos – característica notável no ensino de ensinar teoria-, onde 'válido' é substituído por 'prático'. O autor afirma que um modelo descritivo não reivindica sua validade, mas o seu valor prático, o que significa que os outros os aceitam como figuras, pensamento sem conseqüências práticas.

---

20 The first to use 'model' in the latter sense was, if I am not mistaken, Felix Klein. When he presented his model of non-Euclidean geometry, this geometry was to him as it were a Platonic datum which acquired a representation in the explicitly given projective geometry by interpretation of its objects; the model character here consists in the relative concretization of the non-Euclidean geometry and its reinterpretation within projective within projective geometry. Klein's example is the root from which the model concept for axiomatic systems has grown: what is implicitly given by the axioms is made explicit by means of a suitable mathematical object and in this way given a relatively more concrete shape. One can progress in concreteness form mathematical models to realist models, for instance to what is called 'space' in physics as a model of a geometric axiom system.

Em se tratando de modelos matemáticos, Freudenthal diz que às vezes, como cumprimentos, os conteúdos matemáticos, as teorias gerais das ciências naturais também são chamados modelos e,

> Freqüentemente se modelos são utilizados, há uma mudança de mecânico, geométrico, elétrico, biológico ou de outros modelos realísticos para modelos matemáticos substituindo os objetos reais com processos matemáticos. Eu não ilustro esta situação, e eu não preciso explicar o significado destes modelos. Indicarei em lugar de enganos completamente grotescos o que são conhecidos sobre o que é um modelo (Idem, 1978, p. 135)[21].

Freudenthal comenta o exemplo de pessoas que querem dividir a arte de pintar matematicamente. Para executar essa atividade é necessário que, no decorrer da mesma, um modelo seja construído para que a atividade tenha como resultado uma pintura. Tal modelo se apresentaria, então, como segue:

> Uma pintura um triplo ordenado é ⌐ R, C, I¬, constituído por um retângulo R do plano euclidiano; um conjunto C os elementos de qual é chamado cores; e uma relação I entre R e C, onde I (x, y) também se lê: no ponto x há o elemento de cor y.
> Ou se alguém quer analisar as técnicas de reuniões matematicamente e inventa um modelo do que é normalmente chamado reuniões:
> Uma reunião é um conjunto ordenado é? ⌐ *M, P, c, s, C_1, C_2, b, i_1, i_2, S*, composto de i_3 ¬ consistindo de
> uma parte delimitada M do espaço Euclidiano;
> um conjunto finito P, que dos participantes;
> dois elementos c e s de P chamados o presidente e secretário;
> um conjunto finito C_1, chamado as cadeiras;
> um conjunto finito C_2, chamado as xícaras de café;
> um elemento b, chamado sino,
> uma injeção i_1 de P em C_1,
> uma injeção i_2 do mapeamento de C_2 em P;
> um conjunto ordenado S, os discursos
> um mapeamento i_3 de S em P com a propriedade que c pertence à imagem de i_3. Se i_3 for uma sobrejeçao, é habitual dizer que todo o mundo teve a palavra.

Freudenthal comenta que tentou por estes exemplos fictícios caracterizar o que, com crescente freqüência, é chamado Modelo Matemático em tecnologia

21 Often if models are used, one changes from mechanical, geometrical, electrical, biological or otherwise realistic models to mathematical models by replacing the real objects and processes with mathematical ones. I do not illustrate this, and I need not explain the significance of these models I will instead indicate downright grotesque misunderstandings which are met there as to what a model is.

educacional. Diz que matematicamente estes denominados modelos matemáticos são estruturas que são mais sutis do que aproximar particionamento, mas eles ainda são tão triviais que nada neles lembra um de Matemática - eles são mais triviais que 2+2=4. Além disso, eles repousam sobre o equivoco de que seria possível a chance diretamente da realidade, sem modelos intermediários, para um modelo matemático que resultados são construções verbais sem valor operacional.

Modelos matemáticos são também sugeridos pelo denominado 'diagramas de fluxo'. Um exemplo para explicar esta idéia é mostrado na Figura abaixo.

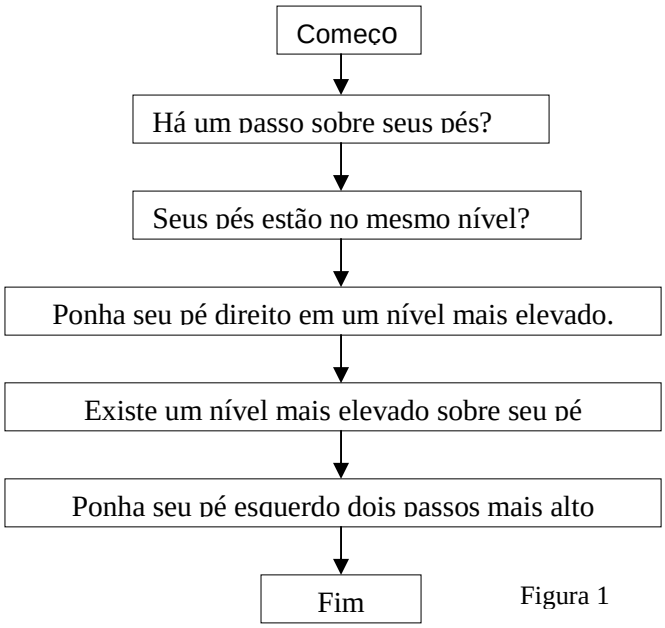


Figura 1

Freudenthal comenta que o que é servido aqui não é nenhuma sabedoria esotérica: mas nem é tão fácil desenvolver tais sistemas; e eles podem ter uma má utilização em ensino de computação e robótica. De qualquer modo, os esquemas são operacionais: trata-se de um modelo, quer dizer, de um processo, e pode funcionar como tal.

Freudenthal ainda argumenta que não pode ser dito do que está abaulado em tecnologias educacionais e em domínios vizinhos como diagramas de fluxo. Quadros no âmbito de cada lado e um debaixo do outro são unidos por meio de setas, e até mesmo se o texto dentro dos quadros for significante, o significado das setas permanece reservado; lendo uma seta para frente e para trás entre dois quadros como um retorno (*feedback*), apenas podem significar que o termo retorno (*feedback*) é usado sem qualquer significado. Nada é deixado da força da concretude e visualização de diagramas de fluxo como quadros de processos. Tudo

continua tão vago e abstrato como nunca, e o diagrama de fluxo é apenas uma aparência enganosa.

Dando continuidade à discussão do Prefácio a um a Ciência da Educação Matemática, Freundenthal discuti no capítulo 4 apresenta como se dá “Uma Ciência da educação Matemática” e começa a discussão dizendo que poderia enumerar palavras que ele mesmo criou no decorrer dos anos - algumas delas poderiam provar serem úteis a longo prazo. Porém, alerta no início do capitulo que se alguém ficar desapontado ao término da leitura do capítulo, pelo menos ele não o enganou, uma vez que este capítulo traz uma exploração de conceitos e métodos - a maioria deles não novos – que pode ser de algum uso para construir uma ciência da educação matemática.

Quando Freudenthal discute ‘A arte do Ensino de Matemática’ comenta que ciência da educação matemática não é nenhuma ciência em sua terminologia, o que existe é educação matemática em si, e há elevados valores incontestáveis em torno e para além dela. E Freudenthal, no decorrer de sua discussão, ressalta que uma ciência da educação matemática só poderia desenvolver-se em grupo.

Para Freudenthal, num grupo a expressão transparente pode ser dispensada com mais facilidade, a pessoa pode se comunicar com gestos como um encanador que ensina seu aprendiz, uma vez que oralmente se entende melhor um ao outro, certos que aqui o que é dito pode ser explicado mais de uma vez. Freudenthal menciona isto para dar ênfase na afirmação de que não existe ainda uma ciência de educação matemática.

Quanto à participação do teórico no grupo, Freudenthal comenta que este não tem o papel de trazer teorias prontas, o que o teórico no grupo deveria e precisaria ser capaz de fazer, com base em seu conhecimento de origem, é reagir aos fenômenos no campo, conectando-os, colocando-os em estruturas mais amplas sem atrativos, muito menos apenas colocando-as em teorias preestabelecidas.

> Ele deveria ser capaz de reconhecer elementos comuns em assunto ou apresentação como um sinal que promete sucesso ou fracasso, até mesmo quando nenhuma teoria existe isso em certa situação permite a dedução deste resultado [...] de tais conexões se deveria aprender que há mais habilidades fundamentais a serem treinadas do que apenas adições e

> subtrações compostas. Eu chamei isto de tensão entre a visão local e a global (FREUDENTHAL, 1978, p. 177)[22].

Freudenthal traz a discussão sobre 'a situação de aprendizagem como uma fonte de pesquisa' aberta e rígida e sobre esse assunto diz que a situação de aprendizagem em casa é menor que uma situação de ensino na sala de aula; mas fundamentalmente elas podem contribuir muito para a compreensão. E também que ensino regulado em um modelo tradicional não fornecerá muita informação com respeito a processos de aprendizagem. Pesquisa oferece uma variedade de pontos de ataque quando apresenta uma situação de aprendizagem aberta.

> O amplo espectro de níveis é uma fonte de cognição de caráter fenomenológico didático e que diz respeito a níveis dos processos de aprendizagem [...] Na situação de aprendizagem aberta planejada, processos de aprendizagem também são pré-concebidos no pensamento experimental; a prática pedagógica pode confirmar ou pode negar a experiência, podem ser observadas divergências notáveis (FREUDENTHAL, 1978, p. 179-180).

Na situação de aprendizagem rígida é preestabelecido que qualquer coisa será aprendida. Situações estas que são preestabelecidas por adultos e com freqüência aparecem em livros didáticos, são vistas como as adequadas e geram críticas às situações abertas, mas "com cada passo estes preconceitos são desmascarados pelos processos de aprendizagens em situações de aprendizagem abertas. Isto mostra a ilusão de planos para preparar listas de objetivos de instrução atrás da escrivaninha" (FREUDENTHAL, 1978, p. 181).

"O método mais eficaz é o da livre exploração onde o professor intervém com sugestões, assim que a exploração seja ameaçada por uma paralisação completa ou imobilizada por corridas" (FREUDENTHAL, 1978, p. 182).

Freudenthal cita Resolução de problemas que para ele, significa recortar de seu contexto natural um problema que, em virtude de pensamento experimental ou

22 For instance, he should be able to recognize common elements in subject matter or presentation as a signal that promises success or failure even when no theory exists that in a certain situation allows the deduction of this result.[] From such connections one should learn that there are more fundamental abilities to be trained here than only composite additions and subtractions. I called it the tension between the local and the global view.

de experiências com processos de aprendizagem, parece prometer sucesso e se oferece como assunto pedagógico.

Freudenthal em suas invenções comenta que considerou dois tipos de motivação: a primeiro, utilizando as descontinuidades, e o segundo usando os objetivos dos processos de aprendizagem que, para ele, são pontos de partida para um tratamento mais científico. Saltos nos processos de aprendizagem utilizam pensamento experiência, mas somente podem ser entendidos após acontecer algumas descotinuidades no processo e serem discutidos teoricamente como eles podem ser utilizados. Essa discussão pensada, numa escrivaninha, estuda, propõe os métodos para mostrar os objetivos e observar quais são os mais efetivos para que este tipo de experiência possa ser, desde que adequadamente, pensado e utilizado por outros.

> Mas a maioria dos dispositivos utilizados ou indicados para motivar a fonte do empirismo cru. São justificados pelos sentimentos vagos e não podem nem mesmo ser descrito adequadamente. Isto pressagia um longo caminho a uma abordagem científica e só por causa deste contraste metódico eu entendi o tema de motivação. O que eu chamo ‘enfeite’ ou ‘maquiagem’ (do assunto em questão, dispositivos pedagógicos, processos de aprendizagem) analisa de forma tão arbitrária que raramente recebe um indício de má intenção por trás do enfeite - talvez eles sejam inexistentes, talvez eles não possam ser formulados. (Eu falo de enfeite não para dispor do método, mas para indicar seu caráter arbitrário) (FREUDENTHAL, 1978, p. 189)[23].

Freudenthal comenta que muitos autores de textos de aritmética parecem acreditar que um enfeite motiva o aluno. Porém, motivação tem efeitos de curta duração e o que tem que fazer quando se trabalha com este enfeite é exigir que o investigador reflita como o enfeite poderia efetuar a motivação e comunique o resultado desta reflexão, explícita ou implicitamente, incorporando-o, operacionalmente, ao projeto para que o enfeite tenha uma utilidade e um significado, porque uma vez atendida essa exigência, pode-se encontrar na atividade enfoques para uma avaliação científica de sua abordagem.

23 But most of the devices used or recommended for motivating spring from crude empericism. They are justified by vague sentiments and cannot even be described adequately. This foreshadows a long way to a scientific approach and just because of this methodical contrast I have tackled the theme of motivation. What I call 'get-up' or 'make-up' (of subject matter teaching devices learning processes) looks so arbitrary that one rarely gets a clue of the intentions behind the get-up - perhaps they are nonoexistent, perhaps they cannot be formulated. (I speak of get-up not in order to dispose of the method but to indicate its arbitrary character).

Segundo Freudenthal (1978), a situação de enfeite ou maquiagem acredita-se que pode servir como um meio de obscurecer a forma que, com freqüência, aparece no ensino de Matemática, ou seja, a aquisição de habilidade por meio do exercício contínuo e numerosas repetições.

Freudenthal (1978) coloca que se, na oposição, seja verdade que atitudes gerais, idéias, conceitos, julgamentos são adquiridas por numerosos exemplos de repetição incessante. Comenta-se que isso é verdade porque é desta forma que as pessoas são ensinadas, e a aquisição de habilidades é tomada como uma técnica, não como conhecimento fundamental e, em geral, isso não mudará uma vez que, este é o caminho de menor resistência e toda essa atitude é a base da prática atual e de muitas teorias de ensino e aprendizagem.

Trabalhar seguindo a técnica de repetições exige menores esforços, porém, para o professor trabalhar seguindo a idéia de Freudenthal, ou seja, por meio de observação, experiências e até mesmo da ciência, tem a ajuda que necessita e o mesmo pode agir propositadamente para executar uma Matemática aplicável. Freudenthal aponta esses caminhos apoiados em observações de processos de aprendizagem, experiências de pensamentos e experiências reais e ainda comenta que “nenhum assunto conduz mais facilmente a esta visão do que a Matemática. Mas, isto não significa que o seu âmbito se restringe a Matemática” (FREUDENTHAL, 1978, p. 197)[24].

Freudenthal, dando seqüência à discussão dos componentes da motivação, apresenta os termos ‘compreensão’ e ‘apreensão’, palavras modeladas por ele, e afirma que estas distinguem dois modos de adquirir generalidades. A palavra compreensão refere-se a ‘tomada em conjunto’, apreensão ‘tendo em’ generalidades capta muitos detalhes, versus apreensão de uma estrutura, ainda que seja por um exemplo.

Freudenthal afirma que quando usa o termo por ele modelado não se restringe à aquisição de idéias gerais, conceitos e julgamentos, mas a seus exemplos e argumentos que deverão ser tomados da Matemática. A meta principal da utilização destas duas palavras na aprendizagem da Matemática dos alunos é para que se tenha um olhar para possíveis abordagens para uma futura ciência da educação Matemática. Por isso Freudenthal defende que

24 No subject matter leads more easily to this insight than mathematics. But this foes not mean that its scope is restricted to mathematics

> Ensinar é a promoção intencional do processo de aprendizagem, mas os resultados de um processo de aprendizagem não precisam corresponder às intenções. Enquanto é ensinado, se aprende muitas coisas que não estão no programa, e que não são reconhecidas nem sequer como resultados essenciais de aprendizagens pelo professor e são julgadas para permanecer sendo subprodutos do processo de aprendizagem. Isto implica o risco que de vez em quando eles serão ignorados. Tornar consciente o que é atingido, e então, pode ser atingido, por alguns processos de aprendizagem deveria significar sempre um ganho nas técnicas educacionais. Eu não afirmo que isso é sempre um ganho (Idem, 1978, p. 198)[25].

Freudenthal (1978) aponta as idéias acima e questiona que se o método de muitos exemplos e exercícios contínuos, que nasce da filosofia da aquisição indutiva de padrões e atitudes, idéias, conceitos e julgamentos, é sempre aplicável e não seria isto a causa de muitos fracassos na aprendizagem, este método não bloqueia a aprendizagem? Freudenthal comenta que não espera mudanças revolucionárias, mas afirma que muito trabalho deve ser feito por trás das escrivaninhas e em salas de aula.

Freudenthal, quando trata de apreensão e paradigma, esclarece que o paradigma, em um sentido mais amplo, é um dispositivo de ensino lingüístico. Em geral, da língua materna, e nesta as abordagens são mais apreensivas. Atualmente o que se comentam de paradigma é que o mesmo será aprendido conscientemente pelo aluno e conscientemente será transferido para outras palavras. Mas esta é uma visão que vem em oposição à idéia de Freudenthal, pois esse autor restringe o uso de paradigma para processos de aprendizagens. Para ele, paradigma trata-se de um grau muito maior de eficiência e não precisa de consciência para funcionar e comenta ainda que se ele pretende que outros imitem suas ações, deveria começar paradigmaticamente consigo. Como demonstrado nesta posição,

> Eu passo agora às ações e em ordem em meu próprio ensino a observar a condenação que eu tenho freqüentemente pronunciado contra a inversão didática, eu começo com o evento que para mim, se minha

25 Teaching is the intentional promotion of learning process, but the results of a learning process need not match the intentions. While being taught, one learns many things that are not on the programme and that are not recognised as essential learning results even by the teacher and are deemed to remain by-products of the learning process. This implies the risk that once in a while they will be skipped. Making conscious what is attained, and therefore can be attained, by some learning processes should always mean a gain in the educational techniques. I do not asset that it always is a gain.

> memória não me engana, era o paradigma do paradigma [...] Três casas e duas garagens, de cada casa para cada garagem é conduzido um caminho; quantos caminhos existem? Três camisas e duas calças compridas, três blusas e duas saias, quantos dias você pode se vestir diferentemente? (Idem, 1978, p. 202-204).[26]

Estes são alguns paradigmas de Freudenthal (1978, p 205) o que para ele são estes problemas que tratam de isomorfismo num sentido mais amplo do que a Matemática Pura; O isomorfismo não se desfaz se os números 3 e 2 são substituídos por outros. Para Freudenthal, a vantagem deste paradigma está em consonância com o amplo leque desse isomorfismo que torna o objetivo total uma ação possível, pois, não se faz necessário que todos os que enfrentarem esse paradigma deem conta do isomorfismo e da falta de consciência exigida em outro modo de ver o paradigma, neste se torna uma força em vez de uma fraqueza. Pode-se ver isso quando Freudenthal afirma que se as crianças são pressionadas a contar como elas descobriram a resposta do problema, elas apenas respondem que "viram deste modo" ou "viram isso assim". Portanto, uma análise racional não é exigida a menos que a visão falhe. Para Freudenthal, o conduzir dessa criança longe da cognição intuitiva é uma tarefa didática que pode ser empreendida com base em separações antecipadas de pensamento com o apoio de intuição visual.

> A razão pela qual eu chamo o exemplo anterior de um paradigma - e até mesmo o meu paradigma de paradigmas - é a rapidez e seguridade de transferência da solução a problemas isomórficos (ou melhor, problemas considerados como isomórficos naquele momento) após o próprio paradigma exigir um grande esforço. De qualquer maneira eu reivindico que neste caso particular, - a chuva vai agora entrar mais tarde quando a idéia é a de ser complementada por rotina (FREUDENTHAL, 1978, p. 206)[27].

Freudenthal comenta que os paradigmas acima citados são um pouco simples e para obter um nível matemático para além do "eu vejo isto deste modo" ou

---

26 I now pass to the deeds and in order in my own teaching to observe the condemnation I have often pronounced against the didactical inversion, I begin with the event that for me, if my memory does not deceive me, was the paradigm of the paradigm of the paradigm[...] There shirts and two trousers, three blouses and two shirts, how many days can you dress differently?

27 The reason why I call the above example a paradigm - and even my paradigm of paradigms - is the quickness and sureness of transfer of the solution to isomorphic problems (or rather problems I considered as isomorphic at that time)after the paradigm itself had required a great effort. anyhow I claim that in this particular case I found the one example that can be substituted for the shower of examples - the shower will now come afterwards when the insight is to be complemented by routine

“eu vejo isso assim” - respondido pelas crianças quando é perguntado como ela conseguiu chegar à resposta ou como ela viu a situação -, Freudenthal apresenta o seguinte paradigma: Se quatro pessoas se encontrarem, quantos apertos de mão irão trocar?

Este também é um problema isomórfico, de abstração crescente e os seis apertos de mão podem ser imaginados um após o outro, mas os seis pares de apertos de mão convidam à confusão com a crescente sobreposição, requer um nível além do “eu vejo isto deste modo”.

Freudenthal (1978, p. 207) comenta que, no problema de caminhos, a estrutura não é dada diretamente como os elementos se sobrepõem, mas depois que a estrutura é descoberta ela impressiona a si mesma como um dado concreto.

Outro exemplo de paradigma didático citado por Freudenthal é o Triângulo de Pascal e se ele estiver ligado à combinatória de probabilidade, torna-se dinâmico e mais rico.

Como Freudenthal tem a visão de um paradigma didático, ele apresenta o campo de tensão entre a visão global e a visão local, e para iniciar a discussão destas perspectivas, o autor comenta que, está farto de certo contraste cultivado em didática da Matemática ao utilizar palavras como ‘concreto’ e ‘abstrato’, palavras que não se encontram com freqüência em suas produções.

O que Freudenthal usa e defende em suas produções são as palavras ‘concretização’ e ‘abstração’, não propriamente como opostas. Para enfatizar a oposição em suas produções, o autor usa ‘geral’ e ‘particular’, mas não de forma que o geral seja identificado com o abstrato e o particular com o concreto.

O autor comenta que utiliza essas palavras para elucidar a relação didática entre o geral e o particular por meio da compreensão e apreensão e por meio do ‘paradigma’.

Uma área onde a tensão entre perspectiva global e local está certamente muito familiarizada é o ensino de leitura, por que neste tipo de ensino é esperado que a criança reconheça cada palavra e ao mesmo tempo, a síntese de todo o período e, isto para Freudenthal, é uma séria contradição. Ele aponta esta contradição no ensino de Matemática por meio de uma observação de uma aula da escola profissional (7ª série, 13-14 anos). Neste exemplo Freudenthal mencionou,

> uma história de detetive com um conteúdo matemático modesto que era destinado a motivar os alunos maus motivados. Ao término da primeira página da história foi feita a pergunta onde o ocupante que escapou às 7 horas da prisão de Groningen com um carro que ia a 150 km por hora estaria às 8 horas. A maioria dos alunos não tinha nenhuma idéia de como responder esta questão; eles não puderam combinar os dados há 7 horas, 8 horas, 150 km entre si, provavelmente eles não tiveram nem mesmo os notado. O texto só foi lido globalmente, na realidade, tentaram fazê-lo. Por outro lado, depois de algumas instruções- local - sobre cálculos, inscrições, desenhos, eles não sabiam o que é era o assunto global que eles estavam ocupados; é aconselhável para construir um texto em perguntas periódicas que apontam à conexão global, a fim de se certificar de que não escapam aos usuários (FREUDENTHAL, 1978, p. 253)[28].

Freudenthal comenta que utilizou esse exemplo para mostrar que as crianças não estão somente inclinadas a uma perspectiva global, elas notam detalhes que escapam facilmente aos adultos, uma vez que crianças veem, observam diferentemente dos adultos porque elas não sabem o para quê, têm menos experiência que o adulto, por isso prestam mais atenção, o que influencia muito na impressão global, mesmo que sintam a tensão entre a visão global e a visão local.

> Todo mundo sabe e experimenta globalmente a ordem linear na reta numérica ou em medidas, isso acontece graças à sugestão de isomorfismo com um sistema numérico ou com o raio geométrico. Os homens milenares e até mesmo os matemáticos estiveram contentes com o saber global da ordem linear e, para a maioria, isso não mudou hoje. Matemáticos, claro, sabem que essa ordem dada globalmente pode ser entendida localmente pela lei da transitividade e algumas outras, e pode ser descrita axiomaticamente. A partir desta cognição muitos didáticos tiram a conclusão de que a ordem linear vai e deveria ser constituída começando com a transitividade. Isto explica exercícios onde é ensinado a 6-7 anos de idade para completar diagramas de seta de acordo com a lei da transitividade. Sem dúvida, isto funciona muito bem como uma atividade algorítmica, mas fora isso, é totalmente inútil. A construção lógica da lei da transitividade - uma definição com uma implicação dentro da definição – está muito mesmo além do entendimento até mesmo de 8 anos de idade; mas mesmo concretização como: 'você corre mais rápido do que você e você mais rápido do que você, como é que é com você, e você? (claro que acompanhado por movimentos satisfatórios do dedo indicador) - estes simplesmente não são entendidos [...] Em um sistema matemático a lei da transitividade poderia ser à base da ordem linear; transitividade evolucional é uma conseqüência de ordem linear, e a visão axiomática é uma dessas inversões que eu chamei anti-didática. O matemático tem razão por estar

28 a detective story with a modest mathematical content which was intended to motivate ill-motivated pupils. At the end of the first page of the story the question is asked where the inmate who escaped at 7 o'clock from the prison at Groningen with a car that goes at 150 km an hour would be found at 8 o'clock. The majority of the pupils had no idea how to answer this query; they were not able to combine the there data 7 o'clock, 8 o'clock, 150 km with each other, probably they had not even noticed them. The text was only globally read, in fact it tempted them to do so. On the other hand after a few - local - instructions on computations, listings, drawings, they do not know anymore what is the global subject they are busy with; it is advisable to build into such a text periodic questions that aim at the global connection in order to be sure that is does not escape the users.

> orgulhoso que pelo saber local da ordem linear ele torna a extensão possível para ordem parcial, mas didaticamente isto é completamente irrelevante. Eu ignoro o fato infeliz de que os alunos são iludidos com a falsa idéia de que transitividade inclui uma descrição total de sua idéia intuitiva de ordem linear (FREUDENTHAL, 1978, p. 247)[29].

Freudenthal comenta que, pela inversão anti-didática, a definição global da propriedade Arquimediana de ordem linear[30] pode ser substituída por uma local. Ainda na Matemática moderna são preferidas definições globais sobre as locais desde que aquelas sejam tão exatas.

Em se tratando da tensão em relação à atitude do professor, ou do investigador do assunto ensinado, Freudenthal comenta que se existe um professor que não confia em si mesmo e permanece sujeito às intuições ‘o quê’ e ‘como’, a consciência de sua análise deverá ser também uma consciência do perigo de que o resultado desta análise poderá ser promovido à categoria de ensino e método.

O assunto pedagógico é dissolvido em conceitos e afirmações sobre os conceitos, o ensino é organizado de acordo com relações entre estas afirmações e de como são determinadas pelos assuntos comuns ou predicados. Qualquer perspectiva global é evitada, e será evitado para que isso se torne até mesmo impossível.

> Eu rejeitei este ponto de vista da instrução contrária à minha imagem de homem, no qual o ensino é visto como meio de aquisição de cultura. Mas para além desta, eu proporia investigar processos de aprendizagem - espontâneos e guiados - com uma visão para as partes das

29 Everybody grasps and experiences globally the linear order on the number line or in magnitudes - probably the linear order in magnitudes is constituted thanks to the suggestion of isomorphism with the number system or with the geometrical ray. For millenia mankind and even mathematicians have been content with the global grasp of linear order, and for the great majority this has not eve changed today. Mathematicians, of course, know that this globally given order can be locally grasped by the law of transitivity and a few others, and can be axiomatically describe. From this cognition many didacticians draw the conclusion that the linear order would and should be constituted starting with transitivity. This explains exercises where 6-7 years-olds are instructed to complete arrow diagrams according to the law of transitivity. No doubt this functions quite nicely as an algorithmic activity, but beyond this it is utterly worthless. The logical construction of the law of transitivity - a definition with an implication within the definiens - is far beyond the grasp of even 8-year-olds; but even concretisations like 'you race harder than you, and you harder than you, how is it with you and you? (of course accompanied by suitable movements of the index finger) - these are simply not understood. [...]In a mathematical system the law of transitivity might be at the basis of linear order; developmentally transitivity is a consequence of linear order, and the axiomatic view is one of those inversions I called anti-didactic. The mathematician is right to be proud that by the local grasp of the linear order he makes the extension possible to partial order, but didactically this is entirely irrelevant. I pass over the distressing fact that pupils are deluded with the false idea that transitivity includes a total description of their intuitive idea of linear order.

30 Trata-se de uma grandeza, comprimento escolhe uma unidade e, forma seus múltiplos racionais que é o conjunto Q.e e diz que; não existe a menor do que todos os Q.e e nenhum b maior que todos os Q.e, ou seja, para qualquer a,b há um n que pertence ao conjunto dos Naturais tal que n.a é maior que b.

> visões globais e locais presentes nestes processos (FREUDENTHAL,1978, p.256)[31].

Freudenthal faz esse comentário porque observa que não está se fazendo nenhum comentário sobre os movimentos que acontecem, ou que estão presentes no processo de abordagem empírica dos alunos, comentários estes que facilitariam uma abordagem científica.

Para se ter esse comentário, conforme Freudenthal, é necessário conhecer alguns aspectos – ambiente da classe, idade de alunos - que influenciem no método de trabalho e no assunto pedagógico.

> Se eu preparar algum assunto de ensino, estou inclinado para começar globalmente, por exemplo, com uma situação complexa que ainda necessita de uma estruturação, ou um grande problema, e não diretamente resolvidas, a qual, a seqüela permanece visível como um rolamento em meio à riqueza de abordagens locais, ou está sendo feito regularmente visível; o ápice e fim da exploração podem ser os esvaziamentos da situação (ou parte dela) e da resolução do problema [...] Exemplos de relação entre perspectiva local e a global nos processos de aprendizagem ou na orientação de processos de aprendizagem poderiam significar grande progresso. O grande problema é como encontrá-las (FREUDENTHAL,1978, p. 257)[32].

Outro campo de tensão citado por Freudenthal é entre perspectivas quantitativas e qualitativas. A diferença formal, conforme Freudenthal, entre ambos é que na tensão campo ‘quantitativo-qualitativo’, certos sistemas de síntese são preestabelecidos, e isto poderia tornar mais fácil controlar essa oposição em uma relação didático-fenomenológica, contanto que não conduza a descuidadas antecipações de síntese, aqui vistas não apenas como facilitadoras, mas como influentes na análise fenomenológica didática.

Para demonstrar as peculiaridades da tensão entre perspectivas quantitativas, Freudenthal demonstra por meio deste exemplo:

---

31 I have rejected this view of instruction as contrary to my picture of man, in which instruction is seen as a means of acquiring culture. But beyond this I would propose to investigate learning processes - spontaneous and guided ones - with a view to the parts global and local perspectives play in these processes.

32 If I prepare some teaching matter, I am inclined to start globally, for instance with a complex situation that still needs structuring, or a great and not directly solvable problem, which in the sequel remains visible as a bearing amidst the wealth of local approaches, or is regularly being made visible; the summit and finish of the exploration may be the exhausting of the situation (or par of it) and the solving of the problem. [...] Examples of the relation between local and global perspective in learning processes or in steering learning processes might mean great progress. It is a big problem how to find them.

> Se afirmar que sal comum é composto de sódio e cloro, é uma afirmação qualitativa que se torna quantitativa assim que se acrescenta a razão entre os componentes. Afirmar a frieza de um dia de inverno particular para dar a temperatura precisa, há muitas matizes de significados (por exemplo, como a usada em previsões do tempo), e depende do contexto real, o que é então chamado qualitativo ou quantitativo (FREUDENTHAL, 1978, p. 258)[33].

Podemos dizer, apoiados em Freudenthal, que a tensão entre o qualitativo e quantitativo é um ingrediente essencial da aprendizagem da Matemática e também do processo de aprendizagem, seja em qualquer campo onde "qualidades são quantificadas e resultados quantitativos serão avaliados qualitativamente" (FREUDENTHAL, 1978, p. 259)[34].

Quanto à análise fenomenológica didática, citada por Freudenthal, é utilizada neste meio como uma preparação para construir assunto pedagógico rico. Para Freudenthal, enquanto se constrói ou se desenvolve essa análise, deveria fazer uma observação inteligente do processo de aprendizagem de estudantes como também de professores para melhorar, aperfeiçoar, mais profundamente ancorar a fenomenologia didática e chegar a uma revisão do assunto pedagógico.

Freudenthal chama a atenção em seu capitulo dizendo que

> Na visão de muitos, matematização significa quantificação; e indubitavelmente quantificação é um dos aspectos mais notáveis da matematização - apreensão sobre uma matéria numericamente bruta é apenas o passo de qualidade à quantidade. Mas este não é o fim do ato de matematizar, nem é seu começo. A própria apreensão qualitativa requer um processo de aprendizagem como faz o retorno à visão qualitativa, e como o faz ainda mais a contínua interação entre quantitativo e qualitativo; que requer a aprendizagem dos sistemas de caráter matemático que não é menos convincente enquanto permanece dentro do nosso inconsciente. [...] Uma destas características é como dados numericamente incertos podem ser reconciliados com dados nítidos para atingir objetivos completamente qualitativos; e a outra é calcular em virtude de mais ou menos certas proporcionalidades (Idem, 1978, p. 262-263)[35].

33 If one states common salt is composed of sodium and chlorine, it is a qualitative statement which turns quantitative as soon as one adds the ratio of the components. From stating the coldness of a particular winter day to giving the precise temperature, there are many shades of meaning (for instance such as used in weather forecasts), and it depends on the actual contest what is then called qualitative or quantitative.

34 qualities are to be quantified and quantitative results are to be evaluated qualitatively.

35 In the view of many, mathematisation means quantification; and undoubtedly quantification is one of the most striking aspects of mathematisation - seizing upon a crude matter numerically is just the step from quality to quantity. But this is not the end of mathematising, nor is it its beginning. The qualitative seizure itself requires a learning process as does the return to the qualitative view, and as does even more the continuous interplay between quantitative and

Para entender o contexto, AS MUDANÇAS NO ENSINO, Freudenthal trabalha com a linha da probabilidade. Aponta que com esta ele obteve ampla experiência adquirida quando trabalhou com calouros do ensino universitário.

Freudenthal comenta que até o momento que iniciou a pesquisa com probabilidades nas escolas primárias, ninguém tinha pensado em experiências para essa fase de ensino. Então, experimentou muito neste campo e publicou algo de caráter mais teórico buscando tratar esse assunto por meio de uma fenomenologia didática como um esquema de organização, uma vez que probabilidade está de alguma maneira ou de outra cheia de relações com a realidade.

> Probabilidade é algo muito ligado com o senso comum e com a aritmética elementar, por meio da qual se pode somar não só 3 e 2, mas também três ovos e dois ovos, e de um modo semelhante a compreensão da probabilidade pode ser testada (FREUDENTHAL,1978, p. 264)[36].

Freudenthal trabalhou com probabilidades utilizando jogos e, após algumas observações, iniciou o ensino de probabilidade em sala de aula utilizando a geometria, e de acordo com os seus depoimentos, teve melhores resultados. Perante esses resultados, o próprio Freudenthal questionou: Por que este trabalho foi muito melhor? Por que era geometria? Porque geometria neutralizou o desvio da probabilidade? Por que a fez lembrar-se de alguns jogos de adivinhação? (caso da menina em um jogo com duas moedas que foi proposto a três crianças - Freudenthal, 1978, p. 266) Eu não estou seguro se a abordagem “Será justa”?

Depois desses questionamentos, Freudenthal afirma que sempre que os números são envolvidos, e como eles estão em muitos jogos, certa matematização acontece que, na geometria é um contexto mais original. E ainda comenta que

---

qualitative and qualitative; it requires the learning of schemes the mathematical character of which is no less cogent while it remains in our unconscious.[...] One of these features is how numerically uncertain data can be reconciled with sharp data, in order to attain entirely qualitative objectives; and the other is estimating on the strength of more or less certain proportionalities.

36 Probability is something rather like common sense and elementary arithmetic, by means of which one can add not only 3 and 2 but also three eggs and two eggs, and in a similar way the understanding of probability can be tested.

> Eu gostaria de empregar tais estratégias de jogos na aprendizagem Matemática e observar os processos de aprendizagem Matemática, ou eu preferiria sugerir que isto seja feito; e depois do que eu disse anteriormente eu preferiria começar com jogos geométricos. Estou convencido de que este pode ser um instrumento de investigação que, por um lado, nos levaria a desenvolver técnicas instrucionais e, por outro lado, poderia preparar para o conhecimento fundamental. O estudante é posto em uma situação onde ele tem que agir de uma maneira ou de outra; as suas ações não apenas são observadas, mas o estudante também é conduzido a agir de um modo deliberado e discutir as suas decisões; tenta-se ter o estudante encaixado em sua ação em uma estratégia inconsciente que poderia ser revisada depois mais conscientemente. Esta seria a Matemática emergindo em um único modo de ação, primeiro pouco razoável, e no decorrer do processo de aprendizagem, mais profundamente compreendida. Certamente permanece vago o que eu mesmo prometi deste tema, pois não cheguei a fazer testes, mas, apesar da sua imprecisão, será bem entendido dentro do quadro da minha filosofia da educação (FREUDENTHAL, 1978, p. 272)[37].

Freudenthal encerra a discussão das mudanças no ensino, afirmando que probabilidade tem sido ensinada mais próxima da realidade do que em qualquer outro domínio matemático. E garante que a ameaça de um quase modernismo que superava a aritmética e a Matemática do ensino tradicional, em muitos lugares, não atingiu o ensino de probabilidade.

Freudenthal comenta que nas discussões anteriores talvez não enfatizasse geometria, mas, depois de seu comentário sobre entender o contexto, houve a necessidade, pois ela está como uma explicação das mudanças no contexto. Freudenthal começa a discussão desta seção comentando a respeito do título da mesma.

O título da seção: “EU VEJO ISSO ASSIM” ou “VEJO DESTA FORMA”, utilizado por Freudenthal para trabalhar a geometria, foi traduzido do holandês “Ik zie het zo” e surgiu quando professores ou pessoas adultas questionaram as crianças, após estas terem resolvido um problema matemático, com as perguntas ‘Por quê?’ Como você soube?

Freudenthal comenta que esta resposta tornou-se uma problemática e, sem dúvida, ela é simplesmente verdadeira. “Não é nenhum sintoma de adivinhação nem

37 I should like to employ such strategy games in learning mathematics and in observing mathematical learning processes, or rather I would suggest this be done; and after what I said earlier I would prefer to start with geometrical games. I am convinced this can be an instrument of investigation that on the one hand would lead us to develop instructional techniques and on the other hand might prepare for fundamental knowledge. The learner is put into a situation where he must act in one way or another; his actions are not only observed, but the learner is also led to act in a deliberate way and to argue his decisions; one tries to have the learner embed his action in an unconcious strategy that might be reviewed afterwards more consciously. This would be mathematics emerging in a unique way from action, first unreasoned, and in the course of the learning process, more profoundly understood. It certainly remains vague what I promise myself from this theme, as I have not tried it out; but in spite of its vagueness, it will be well understood within the frame of my philosophy of education.

é um reconhecimento da impotência da expressão verbal. Pelo contrário: ver a solução impede a criança de fazer esforços verbais" (Freudenthal, 1978, p. 266). Certos de que,

> [...] muito do que nós experimentamos como assunto tem servido para um estado cuidadosamente analisado, para ser sintetizado por nós que estamos tão surpresos quanto um fenômeno primário como o reconhecimento global e construir o problema de que forma gerir para integrar a profusão de impressões isoladas em um fluxo total. Mas na realidade, a impressão total é o dado primário e - consciente ou inconsciente - análise é *a posteriori*; trata-se de uma nova direção da percepção que requer esforço e atenção. Não deveríamos nos surpreender acerca das crianças verem-na assim (ver isso assim, ver deste modo), mas sim a nós mesmos não vê-la assim, ou que julgar que ver-isto-assim não é suficiente, ou acreditar que se trata de um milagre (Freudenthal, 1978, p. 276)[38].

Freudenthal comenta a respeito da evolução da geometria que seguia duas tendências claramente distintas: a primeira que considerava a geometria como uma excelente oportunidade para mostrar que a álgebra linear tinha algum uso; e outra tendência acreditava ser capaz e obrigada a 'salvar' a geometria, substituindo ensino de geometria por ensino de alguns fundamentos de geometria.

> Isto eu contrastei com minha própria filosofia: Geometria como experiência e interpretação do espaço no qual nós vivemos, respiramos, e movimentamos. E este muito bem provido em minha filosofia de educação Matemática em geral: Matematizando experiências de espaço e experimentos em geral como um exemplo matematizado (FREUDENTHAL, 1978, p. 276-277)[39].

Freudenthal comenta que quando escreveu o seu livro anterior, a sua visão foi dirigida a partir desta filosofia básica, ele acreditava que o ensino de geometria que começa na 7ª série dependia da capacidade e habilidade do aluno, de seu avanço e

38 [...] much of what we have experienced as subject matter has been served up in a carefully analysed state in order to be synthesised by us we are amazed about such a primary phenomenon as global recognition and construct the problem how we manage to integrate the profusion of isolated impressions into one total stream. Yet in fact the total impression is the primary datum and - conscious or unconscious - analysis is aposteriori; it is a new direction of perception that requires effort and attention. We should not be amazed about children's seeing it so, but rather about ourselves who do not see it so, or who judge that seeing-it-so is not enough, or believe it to be miracle.

39 This I contrasted with my own philosophy: geometry as experience and interpretation of the space in which we live, breathe, and move. And this fitted very well into my philosophy of mathematical education in general: mathematising spatial experiences and experiments as an example of mathematising in general.

se podiam incorporar a geometria em um sistema de Matemática. Porém, no livro - *Weeding and Sowing*, que acabamos de apresentar a síntese, ele fez alguns acréscimos, que foram obtidos de experiências no ensino básico, conforme citação abaixo:

> Não há nada que eu retrataria, mas há aspectos essenciais que eu acrescentaria agora, notavelmente em primeiro lugar e como um princípio de uma mudança de minhas perspectivas. Não é que eu descobri novas terras: um pouco, eu descobri sua importância, uma relevância que é maior do que eu presumi, talvez uma relevância decisiva. Eu devo esta descoberta às crianças na escola primária e de idade pré-escolar com quem trabalhei. Poucas, mas mesmo assim conclusivas, as observações me mostraram o caminho. Com a conclusão principal eu abri esta seção. Geometria começa mais cedo do que a 7ª série e ensino de geometria deveria levar em conta este fato. Geometria começa mais cedo e de outro modo: sobre a 7ª série algo realmente acontece com as crianças: geometria termina - eu quero dizer a geometria de “Eu vejo isso assim”. E, em seguida, começam os ensinos de geometria. Isso é feito por alguma boa razão, desde que se espera que geometria seja mais do que “Eu vejo isso assim”. Alguns concluíram desta demanda que “Eu vejo isso assim” deve ser eliminado, proibido. Mas como podemos ensinar geometria incluindo até mesmo mais que “Eu vejo isso assim” se não incluir até mesmo isso? Novamente e de novo no decorrer dos séculos inovadores atingidos mediante a idéia de começar com a geometria “Eu vejo isso assim”. Estaríamos perdendo uma chance, uma oportunidade que nunca volta se não conduzirmos as crianças em idade de escola primária ao contato com a geometria? Esta foi uma pergunta que eu afirmei o mais positivamente as crianças que eu observei (FREUDENTHAL, 1978, p. 277-278)[40].

Freudenthal (1978, p. 269) defende que para a geometria ser considerada boa em uma escola primária - deve estar bem preparada, e preparar, para Freudenthal, significa abrir-se à geometria, reconhecendo e apreendendo sempre que surge a geometria, fazendo umas e outras vezes as perguntas: Será esta geometria? O que é geometria?

Para responder os questionamentos, Freudenthal inicia uma discussão de exemplos para se chegar a uma resposta, resposta esta que vai se desenvolvendo

40 There is nothing I would retract from this, but there are essentials I would add to it now, notably first of all and as a principle a change of perspective of my own. It is not that I have discovered new land: rather. I have discovered its importance, a relevance that is greater than I then presumed, perhaps a decisive relevance. I owe this discovery to the children at primary school and of pre-school age with whom I worked. Few, but nevertheless conclusive, observations showed me the way. With the main conclusion I opened this section. Geometry starts earlier than the 7th grade and geometry instruction should take this fact into account. Geometry starts earlier and in another way: about the 7th grade age something indeed happens with the children: geometry ends - I mean the geometry of "I see it so". And then geometry instructions starts. It does so for some good reason, since geometry is expected to be more than " I see it so". Quite a few concluded from this demand that "I see it so" must be eliminated, forbidden. But how can geometry instruction even include more than "I see it so" if it does not even include this? Again and again in the course of the centuries innovators hit upon the idea of starting geometry with the "I see it so". Yes, at the age of 11-12 years, which could mean: too late. Might we not be missing a chance, an opportunity that never returns, if we do not lead children at primary school age to geometry? This was a question which I affirmed the more positively more children I observed.

conforme as atividades e as idades das pessoas. Essa discussão se inicia comentando como e quando a geometria deve ser ensinada. Em sua opinião, geometria não deve começar com a organização das experiências de espaço que conduzem às definições e proposições. E na seqüência da discussão, apresenta que é eterna tolice nossa, como didáticos matemáticos, oferecer a realidade em uma forma que de acordo com nosso preconceito poderia ser matéria prima, mas, na realidade já é matematizada.

E buscando uma maior profundidade na resposta do que é Geometria, visto pela resposta “Eu vejo isso assim” para questionamento do “Por quê?”, Freudenthal comenta que se a criança declara que “Vê-o desta forma”, deveria acreditar nisto e não questioná-la, e em sua escrita comenta que muitas vezes ele testemunhou que as crianças na idade da escola primária veem coisas que os adultos não veem, com uma proximidade que não sabemos.

Mas, Freudenthal alerta que “Eu vejo isso assim” não é o ponto final e nem resposta para tudo; para desenvolver no processo deve-se utilizar, no momento do ensino, a atividade, o que Freudenthal chama de *núcleos de condensação*, que é considerado por ele como um dispositivo que torna a visão interna externamente visível.

Existem duas maneiras de ação desses núcleos de condensação. A primeira pergunta, quando se ensina a um grupo de crianças, o que a criança que ‘vê desta forma’ deveria explicar aos outros que não conseguiu ‘ver desta forma’, ao invés de serem feitas perguntas para ensinar às outras crianças, adquirirem os meios apropriados de expressão. Outro núcleo de condensação pode-se perguntar à criança: ‘Desenhe (ou modele ou mostre) o que você vê’. Crianças que atendem a este tipo de tarefa adquirem o hábito de ilustrar as suas respostas, e também as suas tentativas de encontrar a solução, por meio de tais argumentos visíveis.

Freudenthal considera que, muito do que ele discute para muitos, não parecerá como geometria - talvez nem mesmo como assunto merecedor de um processo de aprendizagem. Para agir contra esta visão, Freudenthal acredita que tem que separar sistemas de valores tradicionais e abrir receptores para todos os impulsos, porém, mesmo que pareçam insignificantes à primeira vista. Freudenthal termina a discussão do “Vejo isto desta forma”, comentando que

> Não existe nenhuma profunda sabedoria contida na presente secção sobre geometria. São feitas experiências em geometria ao nível primário certamente em muitos lugares. É minha sugestão que nós não deveríamos procurar o sofisticado, assunto definitivamente matematizado, mas primeiro descobrir geometria como ela se apresenta. Um passo adicional para uma abordagem científica seria observar as reações de alunos em tal assunto e para analisá-las, de acordo com os níveis; ainda mais um passo adicional seria achar pontos de ataque em que os limites da geometria do 'Eu vejo isso assim' podem ser transgredidos, onde os alunos sejam capazes de separar geometria de seu contexto intuitivo. Isto não é para lhes urgir que deixem este contexto, mas para lhes ensinar métodos racionais de entender o que eles vêem (FREUDENTHAL, 1978, p. 292)[41].

Freudenthal trata da seção, UM EXEMPLO DA FENOMENOLOGIA DIDÁTICA, utilizando como exemplo razão e proporção. Inicia a seção comentando sobre a preparação e na seqüência, sobre a elaboração de um assunto matemático, neste caso, razão e proporção.

Na preparação se trabalha com o movimento uniforme como um paradigma e inicia com uma discussão abstrata intelectual em vez de uma análise fenomenológica didática – que na seqüência orienta globalmente e introduz conceitos para definir a terminologia adequada-, uma vez que pretende resolver previamente certos conceitos e termos e evitar desorientar digressões. Na preparação uma análise se faz necessária, pois são colocadas em comparação as diferentes abordagens do assunto trabalhado.

E para não sobrecarregar a exposição do assunto, Freudenthal traz a formalização solta, ou seja, de medidas iguais se objetos de medidas iguais forem planejados (comprimentos iguais se segmentos de retas de comprimentos iguais são planejados, e assim por diante).

Freudenthal comenta que o que ele pretendeu nesta seção foi apresentar um projeto de fenomenologia didática, que precisa de correções e posteriormente à escrita do mesmo dará mais atenção a fenômenos como: o papel desempenhado pelas estimativas no desenvolvimento da razão e preservação da razão e os divergentes significados de razão freqüentes declarações de caráter probabilístico, nas quais um em cada 10 não significa o mesmo que 10 em cada 100. Pois,

41 There is no profound wisdom contained in the present section on geometry. experiments on geometry at the primary level are certainly made in many places. It is my suggestion that we should not look for sophisticated, definitely mathematised subject matter, but first discover geometry as it presents itself. A further step towards a scientific approach would be to observe the reactions of pupils to such subject matter and to analyse them according to levels; a still further step would be to find points of attack where the limits of the geometry of 'I see it so' can be transgressed, where the pupils become capable of detaching geometry from its intuitive context. This is not in order to urge them to leave this context, but to teach then rational methods of grasping what they see.

conforme Freudenthal, não sabe “se esta abordagem pode ser mais do que um desafio para a Matemática que outros temas: mas o assunto da Matemática oferece as suas próprias oportunidades e conhece as suas próprias necessidades”. (Idem, 1978, p. 289)

Então, a fenomenologia didática pensada por Freudenthal exige que as situações devem ser selecionadas de tal um modo que elas possam ser organizadas pelos objetos matemáticos se supõe que os estudantes constroem.

O objetivo da fenomenologia didática é entender como o pensador descreve, analisa o ‘fenômeno’ e torna-se uma base para uma fenomenologia didática que também incorpora uma discussão de que análise fenomenológica significa uma perspectiva educacional, pois na fenomenologia didática situações com assuntos matemáticos são aplicados e na seqüência são investigados para avaliar sua adequação como pontos de impacto para um futuro processo de matematização. Situação essa que Freudenthal apresentou, no exemplo, razão e proporção, em que ao construir medidas como objeto matemático, os alunos estão sendo confrontados com situações onde fenômenos têm que ser organizados por medidas.

2.3 – Categorias

Categorias levantadas neste capítulo para auxiliar na interpretação da coleção do livro didático, “Matemática Aplicada” que esta apresentada no capítulo 3.

As categorias são as seguintes: *Verificar como aparecem os problemas contextuais, verificar como os autores abordam as situações reais ou os modelos próximos de situações reais, compreender o valor que a representação gráfica, as figuras, a situação cotidiana assumem para os autores da coleção de livros didáticos, verificar a utilização dos símbolos e como a coleção trabalha as definições, a utilização de imagens para a facilitação da aprendizagem do conteúdo, e verificar se problemas clássicos - resolvidos por gregos – como a determinação da altura da pirâmide e o cálculo do raio da terra ainda se fazem presentes na coleção e como estes são relacionados aos problemas da época (década de 1970).*

CAPÍTULO 3

3 – Livro Didático: *Retrato de Mudanças?*

3.1 - O livro didático como objeto cultural

Desde o século XVIII o livro didático teve e tem importância na realidade escolar brasileira. No entanto, podemos dizer que

> O livro pode ser considerado um grande instrumento de divulgação do conhecimento e do saber em todas as áreas. No âmbito escolar, popularização do ensino e livro didático sempre caminharam juntos. No Brasil, esta parceria foi permeada por reformas oficiais e por movimentos de atualização do ensino, pelas políticas educacionais, particularmente no campo do livro didático, e pela participação das editoras e autor nos programas estabelecidos pelo governo (LOPES, 2000, p. 15).

A popularização do ensino não teria sido possível sem determinados veículos de comunicação. Conforme Lopes (2000), o livro tem, dentre suas atribuições, o papel de repassar conhecimentos, de comunicar os acontecimentos passados e presentes, proporcionando aos leitores a compreensão, análise e julgamento dos fatos que compõem a trajetória do homem e do mundo. Para esse autor, o livro está presente na formação quase que da totalidade dos seres humanos. E o primeiro contato com o livro pode ocorrer devido às orientações das instituições de ensino onde o indivíduo inicia a escrita e a leitura. Esse primeiro contato pode ser com livro didático ou não, e na maioria das vezes acontece com o livro didático, porque este se faz presente devido às políticas públicas do ensino.

No Brasil, essa forma de contato acontece desde o Império, época em que o ensino de Matemática se dedicava aos Elementos de Euclides; “o ensino das Matemáticas, mais especificamente da aritmética e da geometria, teve forte influência européia, e livros, inicialmente frutos de traduções de obras do Velho Continente, passaram a ser traduzidos e impressos aqui” (LOPES, 2000, p. 18).

No início da República, ocorreu a Reforma Benjamin Constant, na qual a Matemática se subdividia em abstrata - a álgebra - e em concreta - a geometria e a mecânica. Sobre as produções dos livros didáticos, Lopes (2000) comenta que foi

abrandado o que foi passível do rigor algébrico e foi empregada em todo o livro uma linguagem simples e apropriada que consistia em exemplificação de todas as teorias, pois aqui o livro serviria como mestre. Conforme Lopes (2000, p. 20), a obra que representou avanço na época foi a "*Aritmética Intuitiva*, editada pela Livraria do Globo de Porto Alegre, em 1914, uma adaptação feita, por Acierno, de uma obra estrangeira. O livro apresentava ilustrações e exemplos concretos que facilitavam a aprendizagem do sistema de numeração e das operações fundamentais".

A respeito da função do livro didático, Gandin (apud LOPES, 2000, p. 229) afirma que, "o livro didático é um dos obstáculos para mudanças na educação" desde que se mantenha em seu corpo um estilo antigo. E para Richaudeau (apud LOPES, 2000, p. 37) "o livro didático é um material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem ou formação".

Comentando a definição apresentada por Richaudeau, Lopes (2000) afirma que, pelo fato do livro didático de Matemática ser um material impresso, contém em seu corpo limitações para a aprendizagem, limitações estas oriundas das diversas formas de linguagens presentes no livro didático. Essas limitações são caracterizadas por Lopes como: Linguagem usual, as denominadas Matemáticas, as simbologias Matemáticas, a linguagem gráfica, as representações espaciais e outros tipos de linguagem. Lopes complementa que o livro didático fica à disposição de realidades bem distintas e tem servido para a divulgação de 'verdades' resultantes de pesquisas realizadas por uma pessoa, por grupos de pessoas e até mesmo por gerações e que são aceitas pela comunidade intelectualizada.

Quanto ao material impresso, Wilmer (1976, p. vi) diz que "um texto didático é o resultado filtrado de erros e acertos de muitos matemáticos desde algum passado. Por isso ele não hesita, ele prossegue, inexoravelmente, a um passo regular – como se o seu conteúdo brotasse no mesmo ritmo no leitor".

Os materiais impressos, em nosso caso o livro didático, para atender às recomendações das pesquisas em Educação Matemática, "deve romper as amarras do tradicionalismo e conseguir articular as dimensões pragmáticas, cognitivas, programáticas e política - social do currículo" (LOPES, 2000, p. 191). Atendendo a esta recomendação, o livro didático se tornará um livro próprio para instrução, mas é preciso ficar atento para que o livro didático não se torne o único meio de direcionamento da aula, pois "não há educação, nem desenvolvimento educativo algum, sem uma filosofia subjacente, e catálogos de propósitos e objetivos, não

podem ser substitutos de nenhuma filosofia" (FREUDENTHAL apud LOPES, 2000, p. 194).

Lopes apresenta a concepção de livro didático formulada por Meksenas quando o mesmo analisa o papel social dos autores de livros didáticos. Nessa concepção,

> entende-se o livro didático como "meio de comunicação de massa", enquanto produto industrializado, gerado no âmago de uma sociedade de consumo, fruto de relações de trabalho cujas características é importante revelar, como uma dupla preocupação: a) a de apontar caminhos de superação da qualidade deste produto industrial peculiar, porque é cultural e voltado para a educação sistemática; b) a de explicar um conhecimento que se constitui em recurso historicamente produzido e situado, o que o desloca da posição de "bíblia" para a de um interlocutor às distancias (o autor), em que é preciso, desejável e necessário dialogar, trocar, idéias, concordar, discordar (MEKSENAS apud LOPES, 2000, p. 38).

Nessa concepção, o professor tem a necessidade de ser o interlocutor entre o conhecimento que se pretende construir e o que o autor do livro didático pretende dizer, pois o livro didático é somente um recurso instrucional limitado. Há, na verdade, uma rede de discursos estabelecidos, como aponta Hariki ao afirmar que

> o discurso expresso nos livros textos de Matemática, como uma reflexão entre os discursos científico e pedagógico, é também estruturado por tensões causadas por conflitos entre as tendências e movimentos e concepções filosóficas, epistemológicas, psicológicas e pedagógicas (HARIKI apud BONETTO, 1999, p. 22).

A abordagem metodológica que incorpora o autor de um livro didático geralmente pode ser, conforme Freudenthal (1973, p. 100), "baseada no Método Socrático, ou dialético", ou como ele prefere dizer no "método do pensamento-experiência". Nessa situação, o autor do livro didático imaginaria um estudante ou um grupo de estudantes, e os ensinaria nos seus pensamentos enquanto reagindo com antecedência às suas prováveis reações. Nessa experiência de pensamento, os estudantes imaginários são ativos e as suas atividades permitem ao professor

determinar o seu caminho, pois, conforme esse método, o assunto pedagógico pode ser reinventado ou redescoberto no decorrer do ensino.

> Este método não é muito popular. São documentos matemáticos escritos por peritos que conhecem os truques que são treinados bem para ler no papel preenchido como poderia ter sido inventado. Os autores de manuais escolares que se vestem neste estilo esquecem que eles não estão escrevendo para matemáticos, e que o estudante provavelmente não tem a mínima idéia vaga de o que fazer com o texto (FREUDENTHAL, 1973, p. 103)[1].

Escrever um livro seguindo passo a passo o ensino de Matemática em um curso ou em uma aula na qual se tenha uma avaliação com resultados satisfatórios é um tanto complicado. Algumas experiências foram realizadas neste sentido como o próprio Freudenthal afirma que "em nível escolar houve algumas tentativas deste tipo. Tais livros foram rejeitados na maioria das vezes como muito caóticos. Na verdade, eles sempre serão assim se vistos por sistemáticos e não pelo educador" (Idem, 1973, p. 107)[2].

Então, para se escrever e ou publicar um livro didático a que se respeitar toda uma estrutura que é gerada de acordo leis que regem o ensino. Para isso, apresentaremos como se deu a estrutura do livro didático no Brasil. A partir de 11 de agosto de 1971, com a publicação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional Nº. 5.692, que ocorreu durante o regime militar no mandato do presidente Emílio Garrastazu Médice, ficou estabelecido como obrigatoriedade a habilitação profissional para todos os que cursassem, a partir daquele momento, o chamado 2º grau. Aliado a isso, houve um incentivo para um aumento considerável na disseminação de livros didáticos, principalmente os do 1º grau, conforme ressalta Oliveira

1 This method is not very popular. Mathematical papers are written for experts who know the tricks, who are well trained to read in the completed paper how it could have been invented. Authors of school manuals who attire themselves in this style forget that they are not writing for mathematicians, and that the student has probably not the slightest inkling of what to do with the text.

2 At school level there have been a few attempts of this kind. Such books are often rejected as too chaotic. Yes, they will always be so if viewed by the systematician rather than by the educator.

> o PLIDEF[3] (Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental) desenvolvido a partir de 1971, e que teve a duração de dez anos, tinha por objetivo básico co-editar livros didáticos para as matérias do núcleo comum do ensino de 1º grau, barateando seu custo. Em 1971 o programa co-editava sete milhões de livros; em 1977 este número passou a 18,9 milhões (OLIVEIRA apud LOPES, 2000, p. 27).

Durante a década de 1970, a tendência empírico-ativista se fez presente nas práticas dos professores e com isso deixou seus traços marcados no livro didático, "pela unificação das 'Matemáticas', pela presença de figuras, ilustrações de matérias, várias formas de representações, simulação de técnicas operatórias, propostas de atividades experimentais e jogos, e uma conotação mais pragmática para o ensino" (LOPES, 2000, p. 225). Apesar de em certos livros aparecerem esses traços, alguns não traziam o novo paradigma, como podemos ver na citação de Lopes (Bigode) ao comentar que

> o livro continua a veicular uma ideologia do conhecimento incompatível com o discurso das tendências atuais da Educação Matemática. As tendências que vêm sendo debatidas em encontros como este[4] (Etnomatemática, Modelagem, Resolução de problemas, Construtivismo, História...) se referem a um outro paradigma onde o livro didático entra apenas como um entre os vários recursos de que o professor deve lançar mão (LOPES, A. J. apud LOPES, 2000, p. 31).

Em se tratando dos acontecimentos no Ensino de Matemática da década de 1970 e da presença do Movimento da Matemática Moderna, no que diz respeito ao livro didático, nos apoiamos em Silva (2007, p. 104) para afirmar que, nessa década, "houve uma explosão de livros didáticos, os quais constituíram o passaporte para os exageros cometidos em nome da Matemática Moderna". E, nesses anos, Sangiorgi declarou que o termo Matemática Moderna utilizado para caracterizar o ensino que procedia na década de 1970 era impróprio, "pois era a própria Matemática que estavam ensinando, apenas com a introdução de novos conteúdos e discutia a partir

3 Em 1985, o governo federal Brasileiro cria o Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) com o objetivo de distribuir livros escolares a todos os alunos das escolas públicas de ensino fundamental do país, sendo estes livros, até 1996, in Critérios de adoção e utilização do livro didático de matemática no ensino fundamental do nordeste brasileiro Estudo exploratório baseado na analise estatística implicativa por Clovis Gomes da Silva Junior e Jean-Claude Régnier da Universidade Estadual de Pernambuco)

4 I EPEM- Encontro Paulista de Educação Matemática (PUC-Campinas-1989)

de uma abordagem dedutiva, agora cheia de atrativos, com uma avaliação flexível e como eixo metodológico de outras disciplinas" (SILVA, 2007, p. 125).

Silva (2007) também apontou, apoiando-se em Kline (1976, p. 92) "que escreveu que muitos críticos tacharam os textos de Matemática Moderna de não serem mais que dicionários ou estudos de lingüística" e Sangiorgi, que os exageros com a simbologia, com o formalismo e com o rigor presentes nos livros didáticos, ou seja, a desordem causada, na qual a Matemática Moderna foi responsabilizada, foi gerada por alguns autores de livros didáticos.

A autora reforça a sua posição, que consta em sua dissertação, com a crítica escrita e depoimento oral do professor Sangiorgi que escreve em relação ao livro didático que "diante de tão 'alta Matemática' exibida num festival de livros didáticos, um baixo nível de formação começou a ser constado, decorrente do próprio desencontro: conteúdo do livro *X* necessidades prioritárias do aluno" (SANGIORGI apud SILVA, 2007, p. 104). E no depoimento oral cedido a Burigo, o professor Sangiorgi comenta que,

> Eu gosto de falar desses exageros, porque a Matemática Moderna, acabou ficando, com o estigma de desagradabilidade, e na verdade com muita, e com muitas injustas razões, porque o que se fazia em nome da Matemática Moderna, o que se fez foi um abuso incrível de pessoas mal preparadas, de não conhecer a filosofia do que se pretendia, de poder, de fazer com que aquilo, aquilo que tinha um campo extraordinário, benéfico se asfixiasse de tanta, de tanta teoria, entre aspas, injetada em nome da Matemática Moderna (SANGIORGI apud SILVA, 2007, p. 104).

O primeiro livro produzido, na década de 1960, sob a influência do MMM foi lançado pela Companhia Editora Nacional, direcionado ao Programa de admissão em 1962, onde parte da Matemática ficou a cargo do Professor Osvaldo Sangiorgi, e o livro tornou-se mestre do aluno e do professor na década.

Freudenthal (1973), o crítico da época, comentou sobre os livros adotados e publicados pelo MMM, apontando que tópicos, que tinham sido inseridos no programa a fim de promover uma compreensão mais profunda da Matemática, foram transformados por autores de livros didáticos em assunto que teve que ser ensinado e aprendido sem entender ou foi simplesmente omitido. E os livros didáticos, segundo Freudenthal,

> oferecem pouca novidade para professores que conhecem teoria de conjunto, álgebra moderna, álgebra linear; a aqueles que não sabem, eles oferecem muito pouco, tanto com respeito à compreensão do assunto e com elaborações que não são adaptadas ao ensino (FREUDENTHAL, 1973, p. 100)[5].

Nessa situação, o matemático ultrapassa o educador, uma vez que os conteúdos são utilizados para objetividade. Freudenthal comenta que

> Ao invés de dar o seu curso de pensamento ele edita uma elaboração objetiva: definição, teorema, e prova. Se ele tivesse que publicar algumas das idéias que o conduziu ao resultado, ele sentiria como se ele tivesse sido posto na rua, sem a sua roupa. Ele permanece fiel a esta atitude de objetividade nas suas publicações didáticas. Ele comunica o resultado enquanto esconde o modo como ele o alcançou. Mas o do qual agora sai não é objetivo, mas dogmático. Uma elaboração de uma investigação Matemática se for apta para imprimir, não mostra como o autor chegou ao resultado, mas, pelo menos, mostra, na forma de uma prova Matemática como alguma mente objetiva poderia alcançá-lo (FREUDENTHAL, 1973, p. 104)[6].

Frente a essa situação, utilizamos os questionamentos levantados por Freudenthal (1973) como: *Ensino pode ser julgado por meio de livros didáticos? Em todos os lugares há bom e ruim. O qual é mais influente?*

Freudenthal, a respeito dos questionamentos apontados por ele, complementa que, normalmente, o livro didático de Matemática bom é usado em uma pequena minoria de classes, mas este sintoma negativo não prova nada. E Freudenthal (1973, p. 13) desabafa: “eu não acredito que educação matemática é tão ruim quanto os livros didáticos que são utilizados” e “Educação como atividade humana é muito envolvida em um assunto a ser refletido em livros didáticos”. Esta

5 offer little new to teachers who know what set theory, modern algebra, linear algebra are; to those who do not know, they offer too little, both with respect to understanding of the subject matter and with elaborations, which are not adapted for teaching.

6 Rather than giving his course of thought he edits an objective elaboration: definition, theorem, and proof. If he had to publish some of the ideas that led him to the result, he would feel as if he had been put out on the street in his underclothes. He remains faithful to this objectivating attitude in his didactic publications. He communicates the result while concealing the way he reached it. But what now comes out is not objective but dogmatic. An elaboration of a mathematical investigation, if fit to print, does not show the author arrived at the result but it at least shows in the form of a mathematical proof how some objective mind could achieve it.

foi uma justificativa que encontramos para desenvolver o estudo sobre a coleção de livros escolhida.

Utilizamos como incentivo para esta interpretação a lista de questões presente na dissertação de Silva (2007, p. 127) que, conforme a autora ficou ainda por responder. Dentre as questões da lista nos interessamos por esta: *Qual teria sido o material inovador que desencadeou a geração de livros didáticos Pós Matemática Moderna?*

É válido lembrar que para trabalhar na perspectiva da pesquisa historiográfica utilizando o livro didático como a ferramenta principal de estudo, há necessidade de focar o estudo em somente uma coleção, uma vez que no período em discussão podem existir inúmeras publicações de livros didáticos. Logo, a pesquisa apoiada em livros didáticos freqüentemente é realizada com os exemplares mais utilizados em certa época e Choppin (apud PEREIRA, S. d., 471) considera que

> [...] a associação de quatro critérios que podem então lhe dar uma indicação sobre a difusão de um livro escolar: a duração da vida editorial (diferença entre as datas da última e da primeira edição), o número de edições declaradas (mas a estratégia dos diferentes editores não é idêntica e a realidade das edições anteriores não é sempre assegurada); o número das edições indicadas pelas bibliografias; e por fim, o número de exemplares conservados.

Apesar de existirem esses quatro critérios para escolha de um livro didático para análise, há pesquisadores que desenvolvem seus trabalhos não adotando esses critérios, fazem apenas um levantamento bibliográfico sobre os livros didáticos de determinada época. No entanto, no nosso estudo não utilizamos os critérios apontados por Choppin, pois fazíamos um levantamento bibliográfico sobre a década de estudo e, nesse levantamento encontramos a tese de Jairo Araújo Lopes intitulada “LIVRO DIDÁTICO DE MATEMÁTICA: Concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática”, que apresentava as coleções de livros didáticos que marcaram época e marcavam presença nos encontros educacionais. Diante disso, decidimos fazer um estudo sobre a única coleção de livro didático da década de 1970 apresentada por Lopes em sua tese. Lopes comentou em sua tese que essa coleção

> se por um lado comete excessos quanto a algumas questões metodológicas e em nível de exigência das atividades propostas, por outro constitui-se num marco inovador ao abordar os conteúdos contextualizados histórica e culturalmente, sem, no entanto, se prender a biografias de matemáticos. Em cada volume, o prefácio do livro do professor faz referências ao prefácio da obra de Caraça, cuja a primeira edição data de 1941, e aponta a possibilidade do estudo da Ciência, de um modo geral, de acordo com seu desenvolvimento progressivo, repleta de questionamento e hesitação. Embora tenha saído da primeira edição pela sua não aceitação como obra didática, a coleção ainda hoje recebe críticas elogiosas em encontros de Educação Matemática, e é referência para professores que querem empreender em suas aulas, sobre determinados assuntos, o processo de construção do conhecimento matemático, principalmente numa abordagem evolutiva. Deve-se ressaltar, porém, que esta não foi a intenção principal da obra que, segundo os autores, tem por idéia central a aproximação dos conteúdos dos matemáticos com a vida e os problemas cotidianos dos alunos (LOPES, 2000, p. 150-151).

De posse dessas informações, decidimos iniciar uma interpretação dessa coleção de Livros Didáticos de Matemática que foi publicada no final da década de 1970.

3.2 - Educação Matemática apresentada por meio das Tendências Pedagógicas nos exercícios da Coleção “Matemática Aplicada”

Iniciamos a discussão e a interpretação da Coleção “Matemática Aplicada” dos professores autores Fernando Trotta, José Jakubovic e Luis Márcio Pereira Imenes, destinada ao ensino secundário.

Apresentamos em primeiro momento a Lei – LDB 5692/1971 – que trazia como objetivo geral do ensino de 1º e 2º graus proporcionar ao educando a formação necessária ao desenvolvimento de suas potencialidades como elemento de auto-realização, qualificação para o trabalho e preparo para o exercício consciente da cidadania. Essa Lei apresenta como principais características desse ensino um núcleo comum para o currículo de 1º e 2º graus e uma parte diversificada em função das peculiaridades locais (artigo 4) e permite o ensino experimental (artigo 64).

Apoiados em Barion, podemos dizer que

> A educação para o trabalho passa a fazer parte integrante do currículo de 2º grau de acordo com a necessidade do mercado de trabalho, e é na LDB de 1971 que a educação para o trabalho aparece como intenção explícita, verifica-se, portanto, que a proposta de 1971 admite a dualidade estrutural como dado da estrutura social, mas não admite a dualidade estrutural como modelo de organização escolar para a escola de 1º e 2º graus ao estabelecer um sistema de via única para todos (BARION, 2008, p.1).

De acordo com Vitti (1998), o currículo para o ensino médio do MMM, que ainda se fazia presente no Brasil, na época em que a LDB Nº. 5.692/1971 foi lançada, teve uma seqüência e ordem conforme apresentados no quadro 01, defendendo a unificação do ensino do Segundo Grau. Juntamente com os conteúdos apontados pela LDB, listamos os conteúdos da coleção em estudo[7], para que, na seqüência, possamos discutir sobre os capítulos que apresentam a nova forma de abordagem do Ensino de Matemática.

O currículo para o ensino de Segundo grau conforme LDB Nº. 5.692/1971 (Pareceres e Conclusões, in Ferh apud VITTI, 1998, p.65-66)	Disposição dos conteúdos da coleção Matemática Aplicada
Idade de 15 a 18 anos	**Volume 1**
Estudo de números reais	"Revisão (porcentagens e médias) Progressões Aritméticas e Geométricas"
Espaço euclidiano; bases ortogonais; desigualdade de Cauchy-Schwarz.	Funções – Equações – Inequações
Transformação linear do plano; (matrizes 2x2); o grupo das transformações ortogonais; semelhança.	Geometria Plana
Números complexos.	A trigonometria do ângulo agudo
Trigonometria	Logaritmos
Análise combinatória; noções de probabilidades.	Binômio de Newton
	Volume 2
Algoritmo de Euclides; teorema da unicidade da fatoração.	Análise combinatória
Polinômios; teorema do resto.	A área de uma superfície
Introdução progressiva e descrição de alguns conceitos topológicos; espaços topológicos usados em análise elementar.	A trigonometria da primeira volta
Funções contínuas; limites; séries.	Geometria Analítica: A reta
Derivada de funções de uma variável; aplicações.	Sistemas Lineares e Determinantes
Integração (de preferência como o limite da somatória).	Trigonometria Generalizada
	Volume 3
Funções elementares especiais (exponenciais, logarítmicas, circulares).	Probabilidades
Determinantes	Limites e derivadas

[7] O sumário de todos os volumes da coleção estão em anexo.

Geometria do espaço usando o espaço vetorial euclidiano tridimensional.	O volume de um sólido
Probabilidade e estatística elementar.	Figuras no espaço
	Polinômios – Equações polinomiais
	Números Complexos – Equações polinomiais
	Cônicas
	Matrizes

Quadro 01 – Currículo para o Segundo Grau e conteúdos da Coleção “Matemática Aplicada”.

Verificamos que a coleção é elaborada tendo como base o currículo proposto pela LDB Nº. 5.692/1971. Porém, a seqüência do conteúdo não é a mesma, e traz alguns conteúdos adicionais como Geometria espacial, mas, por outro lado, não aborda o conteúdo de Integração, geometria das transformações no plano e topologia.

Utilizamos como parâmetro de interpretação as discussões apresentadas no capitulo 1 e 2 desta dissertação.

Para dar os primeiros passos nessa interpretação da Coleção “Matemática Aplicada”, verificamos quais os exercícios, de acordo com nossa interpretação, se categorizam como pertencentes à Ciência Integrada, Modelagem Matemática ou Etnomatemática, tendo como mediadora a Modelagem Matemática. Tomamos como base as exigências e características do Movimento da Ciência Integrada e das tendências da Etnomatemática e Modelagem Matemática.

- ✓ Ciência Integrada – sob o ponto de vista de Burigo (1989) enfatiza o cotidiano e a aplicação da Matemática para a descrição da realidade e a solução de problemas surgidos em outras disciplinas ou diretamente da experiência concreta, e enfatiza também a aprendizagem dos métodos e princípios necessários à solução de problemas. Busca não trabalhar com o formal e nem com o abstrato.
- ✓ Modelagem Matemática - traz a situação real, o problema (simplificação e idealização) de dados da realidade “representa todo o processo de se chegar a construir um modelo matemático” (ANASTÁCIO, 1990, p. 64). A resolução desse modelo se dá por meio de técnicas, operações e teorias Matemáticas e os leva ou não a uma ou mais respostas. Essas soluções devem ser testadas para que se

constate a adequação dos dados do problema que deu origem ao processo.

- ✓ Etnomatemática tendo como mediadora a Modelagem Matemática – a proposta pedagógica da Etnomatematica “pressupõe a valorização do ‘saber-fazer’ do aluno e, ainda, implica geralmente em ver a Matemática como uma estratégia de ação, e um instrumento, que o homem possui para lidar com o mundo” (MONTEIRO, 2003, p. 6). A Modelagem Matemática aqui é utilizada como uma ferramenta que possibilita ao professor concretizar as propostas pedagógicas da Etnomatemática construindo dessa forma de “um processo de escolarização crítico e politicamente comprometido com as classes excluídas” (Idem, 2003, p. 6).

Podemos dizer que essa coleção que aqui estamos interpretando não teve muita aceitação dos professores, pois hoje não encontramos com facilidade os exemplares que foram publicados na época, sinal que não foi publicado em grande escala.

3.2.1 - O começar da interpretação

No livro *Matemática Aplicada* Volume 1, das 287 páginas, percebemos que em 99 páginas apresentam textos matemáticos e as restantes, 187, contêm exercícios propostos, exercícios resolvidos e algumas notas para leituras complementares, como apresentado nas páginas 38, 180 e 196. Na página 38, os autores se referem ao livro *Conceitos Fundamentais da Matemática*, de Bento de Jesus Caraça, e na página 180, ao apresentar o capítulo da “Trigonometria do ângulo agudo” os autores utilizam como referência o livro *A magia dos números* de Paul Karlson, e a terceira nota para leitura, página 196, o livro *Perspectivas da Matemática* de Hans Freudenthal para apresentar outra forma de resolver o problema do topógrafo.

Acreditamos que isto foi uma inovação na época, pois os autores da coleção incentivavam a leitura complementar, uma vez que o livro didático poderia ser o único guia em sala de aula.

No decorrer do estudo da Coleção “Matemática Aplicada”, verificamos que a mesma traz nos exercícios fatos que aconteceram em poucos anos antes, ou seja, problematiza os fatos ocorridos nos anos de 1970 no desenvolvimento do ensino de alguns conteúdos, como pudemos constatar no Volume 1 nas páginas: 4, 5, 6, 7, 8,10, 11, 13,16, 23, 30, 31, 33, 34, 42, 109, 110 e 111.

Quanto aos exercícios observados no volume 1, que problematizam a década de 1970, discutiremos os exercícios 7 e 8 da página 4 do livro..

Exercício 7: *Nos vestibulares de 1977 e 1978 da FUVEST, entidade que realiza os vestibulares unificados no Estado de São Paulo, concorreram, em números redondos, 90000 e 110000 candidatos respectivamente.*

a. De 1977 para 1978, qual foi o aumento porcentual do número de candidatos?

b. Apresente sugestões de outros índices porcentuais com os quais é interessante comparar o aumento pedido de modo a se ter melhor compreensão de alguns aspectos que envolvem os vestibulares.

Exercício 8: *A gasolina amarela custava, em abril de 1977, Cr$ 4,94 o litro. Nessa ocasião, seu preço sofreu um acréscimo de 21%. Pede-se:*

a. o valor do aumento em cruzeiros

b. o preço da gasolina imediatamente após o aumento

c. um dos fatores que contribuiu para que o preço da gasolina sofresse, naquela época, sucessivos e consideráveis aumentos. (A escassez de petróleo tem sido noticia. No mundo todo se pesquisam novas formas de energia)

Na página 5 - exercício 10

Em fins de 1977, havia no Brasil 8000000 de veículos (automóveis, caminhões, ônibus, tratores etc.) registrados, sendo que 40% deste total eram veículos licenciados em São Paulo e 0,4% em Sergipe. Quantos eram, então, os veículos em cada um destes estados? Sem maiores dados, avalie quantas vezes a população de São Paulo era maior em 1977 que a população de Sergipe? O que se percebe ao comparar a relação entre o número de veículos desses estados com a relação entre suas populações?

Na página 6 - exercício 16

Antes da geada de julho de 1975, o preço do café era de Cr$ 13,40 o quilo. Após a geada configurou-se uma alta nos preços do café de cerca de 64 %. Com base no texto anterior, preencha as lacunas:

a) Para obter o valor do aumento do preço do quilo do café, deve-se multiplicar Cr$ 13, 40 por.....

b) *Para obter o preço do quilo de café imediatamente após o aumento deve-se multiplicar Cr$ 13,40 por.....*

Verificamos nesses exercícios forte presença de fato do cotidiano e para D’Ambrosio (1999c, p. 75) essa forma de apresentação de conteúdos consiste “na

capacitação de indivíduos é a passagem da elaboração sobre mentefatos [teorização sobre fatos que se deram] para definição de estratégias de ação adequadas para uma situação nova [lidar com fatos novos]". Isso nos fez pensar que foi a busca do educar pela Matemática, pois os autores apresentaram situações aos leitores do livro para que os mesmos pudessem, ao se depararem com situações semelhantes às essas apresentadas, saberem organizar suas experiências e criar novas maneiras de explicação e ação diante à situação em que se encontrar.

Na seqüência da interpretação do volume 1, verificamos na página 35 – exercício 112 uma nova abordagem do conteúdo "MÉDIAS". O exercício partiu de uma situação do cotidiano, que tinha sido espelhada em outra situação do cotidiano para comentar sobre os baixos salários.

Uma pessoa com a cabeça no forno aceso e os pés em uma pedra de gelo pode apresentar uma temperatura média excelente, embora esteja para morrer.

Assim, falar em salário médio pode ser profundamente enganoso: poucos poderiam ganhar altíssimos salários enquanto que a maioria receberia salários baixíssimos, com a distorção sendo totalmente encoberta pela média.

Os autores comentam que o texto citado acima, que foi problematizado neste exercício, foi extraído de um artigo do economista e jornalista Aloysio Biondi. O problema surge da seguinte maneira:

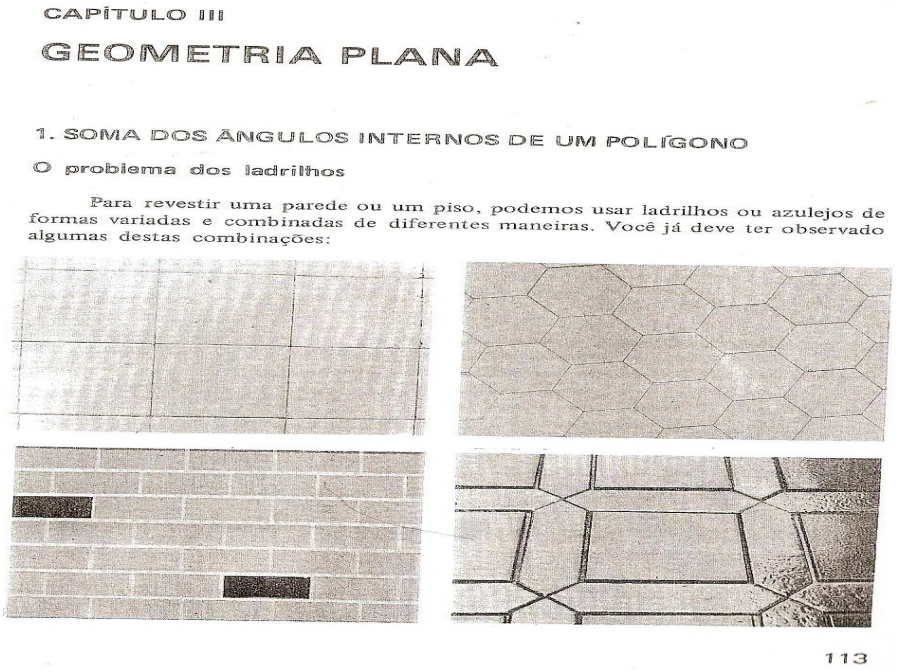
Para ilustrar a situação descrita por Aloysio Biondi, vamos resolver o seguinte problema: num grupo de 9 pessoas, há 3 salários de Cr$ 2000,00, 2 com salário de Cr$ 1500,00 e 4 com salário de Cr$ 2500,00. Qual é o salário de uma décima pessoa que, ingressando no grupo, faz com que o salário médio do grupo dos 10 supere o salário de cada um dos outros 9 componentes?

Para a solução deste exercício, os autores do livro procederam ao valor da soma dos salários dos 9 componentes do grupo, adicionou X que seria o salário do décimo, e obteria um total que seria extraído o salário médio. E este salário médio teria que ser maior que o valor do maior salário dos nove componentes do grupo. O resultado obtido foi de Cr$ 6000,00 o valor mínimo que a décima pessoa poderia receber.

Percebemos que nesse exercício, os autores buscam a integração da Matemática com as ciências, no momento em que enfoca a diferença de temperatura e trata de um fator social que acreditamos que, na década de 1970, se fazia presente nas discussões dos diversos movimentos populares. Esse exercício propõe ao professor caminhos para uma discussão posterior à resolução Matemática do problema, uma vez que, por meio da Matemática se encontra o

salário médio, mas isto não justifica em nenhum momento que os componentes do grupo receberão o mesmo valor salarial.

No volume 1 capítulo 3 – GEOMETRIA PLANA – para iniciar a discussão deste conteúdo os autores utilizaram “O problema dos ladrilhos”, páginas 113 a 116.



CAPÍTULO III

GEOMETRIA PLANA

1. SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS DE UM POLÍGONO

O problema dos ladrilhos

Para revestir uma parede ou um piso, podemos usar ladrilhos ou azulejos de formas variadas e combinadas de diferentes maneiras. Você já deve ter observado algumas destas combinações:

113

Figura 2 – Abertura do capítulo de Geometria Plana-Coleção Matemática Aplicada – Volume 1.

Nesse capítulo que se inicia com o problema dos ladrilhos, foram apresentados quatro tipos de ladrilhos para começar o estudo sobre os tipos de polígonos. No desenvolvimento da problematização do capítulo que se deu por meio do problema dos ladrilhos, os autores levantaram a seguinte questão: *Será possível formar um piso usando ladrilhos cuja forma é a do pentágono regular?* Os autores indicam uma atividade prática para se obter a resposta, bastando somente construir os diversos pentágonos regulares.

No decorrer desse mesmo capítulo, foi levantado outro questionamento: Existe algum polígono que, tendo os lados iguais, tem obrigatoriamente os ângulos iguais?

Resolução

Com 3 parafusos e 3 ripinhas de mesmo comprimento fazemos um triângulo eqüilátero:

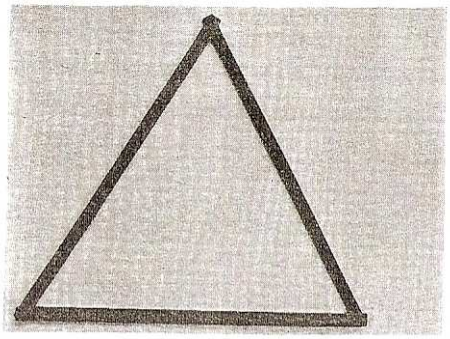


Figura 3 – Triângulo montado utilizando três parafusos e três ripinhas do mesmo comprimento

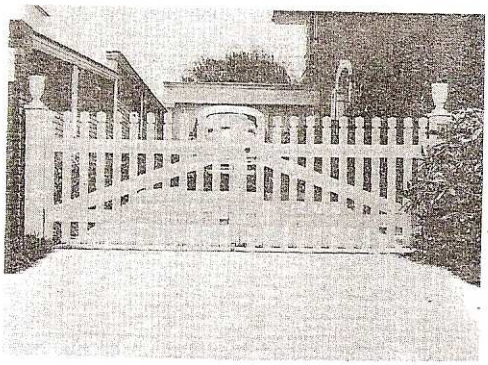
Este questionamento foi resolvido novamente na prática, utilizando três parafusos e três ripinhas do mesmo comprimento.

Foi apresentada a resposta com a seguinte frase “O triângulo não tem a mobilidade dos demais polígonos”.

Mas assim:

Respondendo então à pergunta feita neste exercício, afirmamos que: **o triângulo é o único polígono que, sendo equilátero, é necessariamente equiângulo.**

É verdade também que, se um triângulo for eqüiângulo será obrigatoriamente equilátero.



121

Figura 4 – Apresenta um comentário e a aplicação do triangulo em uma situação real.

O triângulo tem uma rigidez geométrica que os demais polígonos não têm. E concluiu o pensamento dizendo que “esta propriedade é bastante explorada por engenheiros e carpinteiros e são chamados de treliças pelos engenheiros e tesoura pelos carpinteiros” (TROTTA; JAKUBOVIC; IMENES, 1979, p. 120-121).

Neste capítulo os autores utilizaram da tendência Modelagem Matemática, pois foram usadas figuras para a apresentação e discussão do conteúdo e acreditamos que a introdução dessas figuras teve o intuito satisfazer, ao mesmo tempo, os interesses dos alunos e as exigências sociais, pois é mostrado por meio de experiências do ensino que existe uma aplicação para o que está se aprendendo em sala de aula.

Para trabalhar com “Lugares Geométricos: Circunferência, mediatriz, bissetriz, elipse e parábola”, páginas 123 a 131, os autores do livro utilizaram uma situação do cotidiano. Segundo os autores, esta situação servirá para compreender a essência de certas figuras. A situação proposta era a seguinte:

“Seu” Augusto, amigo de um dos autores, é poceiro; ele e o filho, juntos, cavam poços na periferia da grande cidade. Seus instrumentos de trabalho: um balde, uma corda, um sarilho, uma pá, um enxadãozinho e um barbante.

Escolhido o local, seu Augusto crava uma estaca no chão, amarra a ela um barbante com um estilete na ponta e risca na terra a boca do poço. Esse gesto simples e rude encerra a própria essência da figura marcada na terra: que todos os pontos da circunferência situam-se à mesma distância do seu centro. Talvez, o uso do compasso, para construir a circunferência, não deixe tão claro tal propriedade, apesar de, sem dúvida, ser uma ferramenta bem mais cômoda que o barbante, a estaca e o estilete, para se desenhar uma circunferência no caderno.

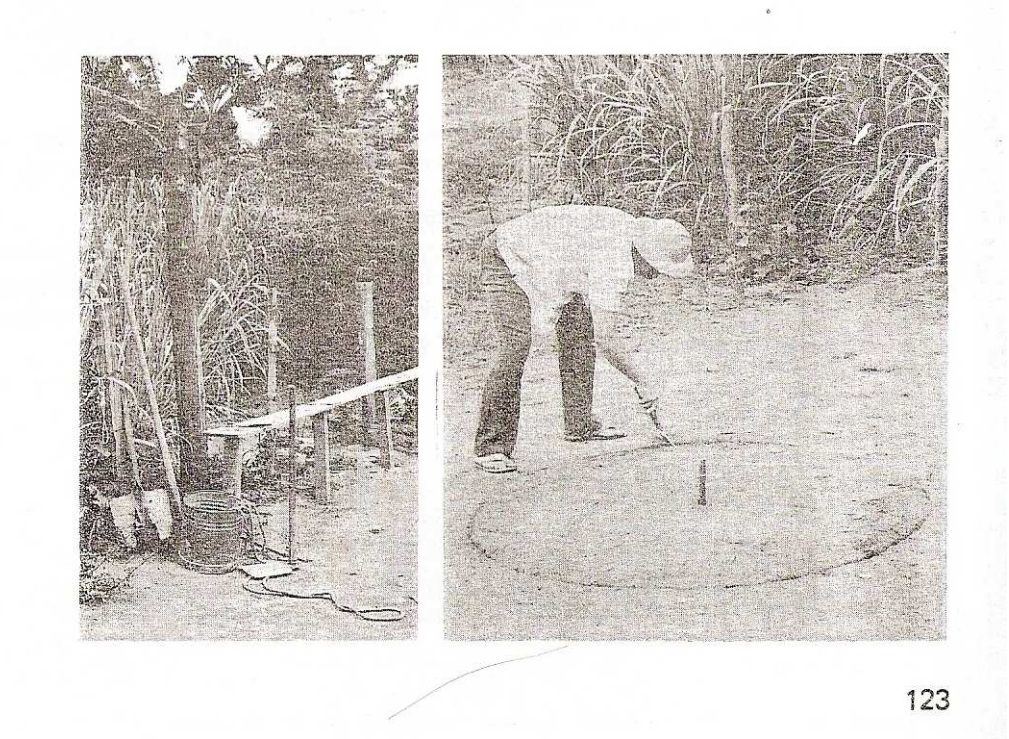


Figura 5 – Imagem do Sr. Augusto marcando o lugar para a construção do poço.

Conforme os autores, o gesto simples e rude feito por seu Augusto aponta a Propriedade Fundamental da Circunferência que consiste em que “todos os pontos da circunferência estão situados à mesma distância do seu centro”.

De acordo com nossa interpretação, para iniciar o trabalho do conteúdo Lugares Geométricos os autores fizeram uso da proposta da Etnomatemática, ao interpretar matematicamente a ação e o pensamento desse profissional.

No livro da *Coleção "Matemática Aplicada*", Volume 2, das 288 páginas, percebemos que em 166, contêm exercícios propostos, exercícios resolvidos e as restantes, 122 páginas, apresentam textos matemáticos e notas para leituras complementares, como apresentado nas páginas 47,168 e169, 169 e 170.

Na primeira nota para leitura, trabalham-se os anagramas, e, para isso, utilizam um trecho do livro *¿DE CUANTAS FORMAS?* de N. Vilenkin. Os autores comentam (1979, p. 47) "tal trecho dá uma boa amostra de que o mundo dos matemáticos nem sempre é tão puro e perfeito quanto alguns o idealizam. Nele não faltam também as disputas, mesquinharias, egoísmo, vaidades e trapaças existes nos demais ramos da vida humana".

Na segunda nota para leitura trabalham um texto extraído do Livro de Tobias Dantzig: NÚMERO – A LINGUAGEM DA CIÊNCIA. Conforme os autores este texto analisa, entre outros fatos, a simultaneidade desta invenção, bem como suas bases, suas raízes mostrando o que se perde no tempo e no espaço.

Nas páginas 169 e 170 os autores, ao buscar resposta à pergunta "O que é um sistema de coordenadas?", utilizam algumas idéias do livro: *EL MÉTODO DE COORDENADAS*, de Gelfrand, Glagolieva e Kirillov. Neste, eles abordam, o movimento descrito por um projétil atirado de um canhão e, também, o jogo do xadrez.

Em se tratando dos conteúdos do volume 2, os autores apresentam no capitulo 2 intitulado "A área de uma superfície" exemplos de problemas de situações cotidianas que envolvem o cálculo de área. Os autores (1979, p. 53) afirmam que, muitos exemplos mostram que o cálculo da área de superfície faz parte do cotidiano de muitos profissionais como os seguintes mencionados na figura abaixo.

CAPÍTULO II

A ÁREA DE UMA SUPERFÍCIE

1. PROBLEMAS COTIDIANOS ENVOLVENDO ÁREAS

Iniciaremos este capítulo com alguns exemplos de situações cotidianas que envolvem o cálculo de áreas.

Exemplos

- Um azulejista, ao ser chamado para executar um serviço, começará pelo cálculo da área das paredes a serem revestidas. Este cálculo não pode ser muito grosseiro (o azulejo é caro!), tanto é que serão descontadas as áreas das portas e janelas. Tudo isto é necessário mesmo porque, no depósito de material para construção, ao pedir azulejos, o balconista lhe perguntará: quantos metros quadrados deseja?
- Uma vez elaborado o projeto de uma casa é necessário preparar seu orçamento. Um dos itens do mesmo exige que se saiba qual a quantidade de tijolos a ser usada na obra e para tanto devemos saber quantos metros quadrados de parede a casa terá.
- Uma pessoa interessada na compra de um terreno, ao ser informada do preço por metro quadrado naquela região, precisará conhecer a área do mesmo para ter o valor da compra.
- Um agricultor, ao comprar sementes, precisa saber qual a área da região a ser cultivada, pois o dado conhecido pelo vendedor é que, para uma certa cultura, gastam-se tantos quilos de semente por alqueire.
- Algumas características de certas plantas (transpiração foliar, por exemplo) estão relacionadas com a área da folha do vegetal. Um botânico, para estudar estas características, precisará conhecer portanto a área da folha da planta em estudo.

Estes e muitos outros exemplos, que serão mencionados neste capítulo, mostram que o cálculo da área de uma superfície faz parte do cotidiano de muitos profissionais.

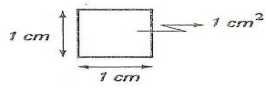
Figura 6 – abertura do capítulo II do livro volume 2 da Coleção “Matemática Aplicada”.

Podemos verificar que os autores buscam mostrar para os leitores, por meios dos exemplos, os diversos campos em que o homem pode atuar fazendo uso da Matemática, demonstra que se pode educar pela Matemática partindo de atividades consideradas simples, como o caso do azulejista, a consideradas como campo da ciência, como o caso do botânico.

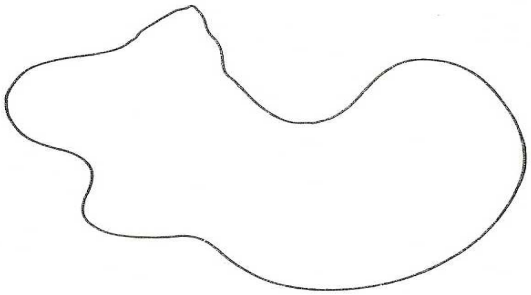
Na seqüência da apresentação dos problemas do cotidiano que envolve áreas, os autores apresentam um método para o cálculo de áreas (Figura 7).

2. MÉTODOS PRÁTICOS PARA CALCULAR ÁREAS

Medir uma grandeza é compará-la com outra, de mesma espécie, tomada como unidade. Para obter a área de uma superfície devemos compará-la com outra, tomada como unidade. Tomaremos para unidade a área da superfície de um quadrado de lado unitário, isto é, um quadrado de lado um terá área um. Assim, o quadrado de lado 1 cm terá área 1 cm^2:



Como obter a área de uma figura qualquer? Por exemplo, suponhamos que se queira a área de uma região (um município, um sítio etc.) cuja planta foi obtida a partir de um levantamento topográfico:

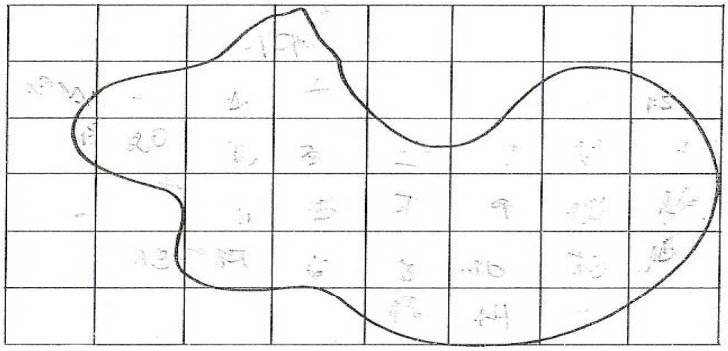


54

Figura 7 – Caracterização e problematização do método de calcular áreas.

De acordo com os autores, há a necessidade de calcular a área de uma figura irregular, logo o próximo passo é por em prática a técnica de calcular que consiste em quadricular a área. Técnica que é utilizada por engenheiros, topógrafos e outros profissionais que necessitam trabalhar com áreas. A figura 8 apresenta a área problematizada pelos autores, neste instante já quadriculada, e na seqüência apresentam dois exercícios que são modelados partindo do que foi apresentado na figura 7.

Na prática, uma das técnicas usadas por engenheiros, topógrafos, agrimensores, cartógrafos etc., consiste em transportar a planta da região para um papel quadriculado e em seguida estimar quantos quadradinhos estão contidos nela:



Inicialmente, contamos quantos quadradinhos inteiros estão no seu interior, para depois, percorrendo sua periferia e através de compensações, estimar quantos quadradinhos, além dos anteriormente contados, estão contidos nela.

Exercícios

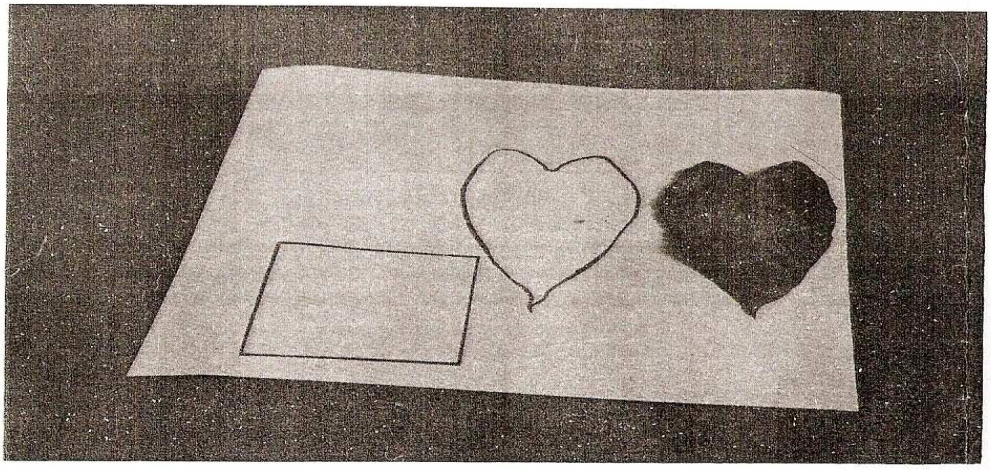
★1. Na figura anterior, tomando para unidade a área de cada quadradinho, qual a área da região assinalada?

★2. Na figura anterior, cada quadradinho tem 1 cm de lado. A região assinalada é o mapa de um município na escala 1:100 000. Qual é a área aproximada deste município?

Figura 8 – Área problematizada pelos autores do livro.

Na intenção de problematizar o Capítulo II, intitulado A ÁREA DE UMA SUPERFÍCIE, os autores lançaram o seguinte problema:

★3. Necessitando obter a área da superfície da folha de um vegetal, um botânico colocou-a sobre uma folha de papel de boa qualidade e, acompanhando seu contorno com a ponta do lápis, desenhou a mesma:



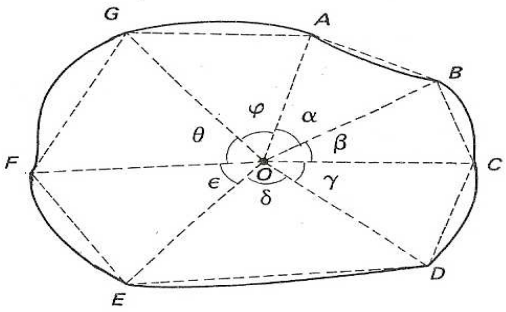
Na mesma folha de papel desenhou um quadrado com lado 1 dm, recortando, em seguida, as duas figuras. Usando uma balança de grande sensibilidade, determinou a massa de cada pedaço de papel, obtendo 245 mg para o quadrado e 153 mg para a reprodução da folha. Qual é a área aproximada da superfície da folha do vegetal?

Figura 9 – Cálculo de áreas de superfícies realizada por meio de materiais iguais e figuras diferentes.

Esse problema utiliza-se da Modelagem Matemática, pois traz dados de uma situação real (a folha) e a exigência do social que é saber o peso da folha e por meios matemáticos, primeiramente utiliza a geometria, na seqüência, conceitos de proporcionalidade e obtém o resultado desconhecido.

Como é característica da coleção em estudo, aqui apresentamos a metodologia que os autores trabalham, ou seja, mostramos que os exercícios fazem referência um ao outro, assim como os volumes fazem. Na figura 10 um exercício que é pré-requisito de outros com o exercício mostrado na figura 11.

17. Para estimar a área de um terreno, os agrimensores, às vezes, usam o seguinte método: com o teodolito estacionado em 0 e balizas localizadas nos pontos A, B, C, ..., G eles medem OA, OB, OC, ..., OG e os ângulos α, β, γ, ..., φ. A partir destes elementos calculam as áreas dos triângulos AOB, BOC, ..., GOA.



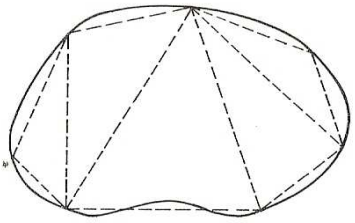
A idéia é clara: substitui-se a figura irregular por um polígono, que será decomposto em triângulos (este processo pode dar aproximações grosseiras, e por esta razão nem sempre é utilizado).

Este método pressupõe que saibamos calcular a área de um triângulo conhecendo dois lados e o ângulo formado por eles. Por isso, proporemos, aqui, um problema deste tipo: calcular a área do triângulo ABC, conhecendo $a = 10$ cm, $\hat{B} = 30^\circ$ e $c = 6$ cm.

67

Figura 10 – Exercício que utiliza do processo de estimativa de áreas utilizado pelos agrimensores.

24. No exercício 17 descrevemos um processo usado pelos agrimensores para estimar a área de um terreno. No método descrito medem-se ângulos e distâncias. Medir distâncias é relativamente simples: usamos uma trena. Um pouco mais complicado é medir ângulos: precisamos de um teodolito. Por esta razão, quando não se dispõe do teodolito, mas apenas da trena, para estimar a área de um terreno irregular procede-se da seguinte maneira: substitui-se a forma irregular por uma poligonal e esta é dividida em triângulos. Medem-se os lados destes triângulos e calculam-se suas áreas. Eis, novamente, a **triangulação topográfica**. O processo pode fornecer resultados grosseiros.



Vamos a um caso concreto: estimar a área do terreno abaixo, sabendo que:

AB = 50 m,	BC = 33 m,	CD = 27 m,	DE = 35 m,
EA = 41 m,	AD = 60 m,	BD = 42 m.	

Figura 11 – Exercício trabalhado pelos autores que faz recorrência a exercício apresentado na figura 10.

No capítulo 3 onde é abordado “A trigonometria da primeira volta” os autores discutem a *triangulação topográfica* comentando que, (com base no episódio trabalhado no volume 1 com os polígonos de ripinhas – figura 3), “o triângulo tem uma rigidez geométrica que os demais polígonos não tem. Este fato é aproveitado pelo carpinteiro ao fazer telhados e porteiras e pelos topógrafos e agrimensores para executarem a planta de uma região, um sítio, por exemplo ao medir no local, uma série de ângulos e distâncias, na seqüência sobre um papel as medidas coletadas servem para o mesmo desenhar a planta do local, obedecendo uma certa escala, colocando na mesma as coisas (casas, rios, cercas e etc.) existentes no local.

Como complemento a esse conteúdo os autores admitem “a necessidade de ampliar as idéias” e afirmam que a trigonometria foi criada para resolver um determinado problema, ou seja, o cálculo de distâncias inacessíveis. Atualmente, referindo-se a década de 1970, a trigonometria encontra muitas outras aplicações, como na Física, na qual é utilizada em estudos da lei de refração, da decomposição de forças e estudos dos movimentos harmônicos, e na Astronomia, na qual é utilizada na navegação Marítima e Aérea.

Essas evidências encontradas nesse volume 2, que trazem fatores do cotidiano que buscam uma aproximação da Matemática, nos levam a interpretar que os autores se utilizaram de atividades que se adequam às três categorias formuladas para essa dissertação. Ou seja, se adéquam à categoria da Etnomatemática que traz a Modelagem Matemática como mediadora do ensino, à categoria da Ciência Integrada, pois apresentam exercícios que se aplicam na Física e à categoria da Modelagem Matemática porque apresentam fatos que tem a necessidade de encontrar um resultado puramente matemático.

No livro da *Coleção “Matemática Aplicada*”, Volume 3, das 394 páginas, percebemos que em 202, contêm exercícios propostos, exercícios resolvidos e as restantes, 192 páginas apresentam textos matemáticos, notas para leituras complementares e alguns comentários finais.

No capitulo 1, que foi abordado, Probabilidades, os autores fizeram um comentário final baseado no livro HISTÓRIA DA MATEMÁTICA de Carl B. Boyer. Nesse comentário os autores disseram que

> o estudo da teoria das probabilidades iniciou-se através de jogos de azar. Cardano (1501-1576) parece ter sido o primeiro matemático que calculou uma propriedade corretamente [...] depois de Cardano, Galileu (1564-1642) foi outro matemático a tratar de problemas sobre jogos de dados e, posteriormente, foi a vez de Fermat (1601-1665) e Pascal (1623-1662).[...] 'A correspondência entre eles foi o ponto de partida real da moderna teoria das probabilidades, as idéias de Cardano de um século antes tendo sido esquecidas (BOYER apud Trotta et. al., 1980, p. 21).

Os autores da coleção comentaram que se déssemos um salto no tempo, saindo do século XVI e XVII, e olhássemos para a década de 1970, verificaríamos que existiria, e nos dias atuais existe, um relacionamento da "teoria das probabilidades com outros ramos da Matemática – como a teoria dos Conjuntos, o Cálculo e a Estatística - , bem como uma enorme variedade de aplicações que atingem a Biologia (especialmente a Genética), a Física (como na Teoria Cinética dos Gases), a Economia, etc. (p. 22)".

No capitulo 3 deste volume, os autores abordaram "O volume de um sólido", utilizando muitos problemas práticos ligados a diversas atividades do cotidiano como o caso de um pedreiro (Figura 12) que procurava revestir um piso com uma camada de massa (areia, cimento e água).

- Deseja-se revestir um piso com uma camada de massa (areia e cimento) de certa espessura. É preciso, então, calcular o *volume* de massa necessário para executar o serviço, mesmo porque no depósito de material de construção, ao encomendar a areia, o pedreiro ouvirá do balconista a seguinte pergunta: quantos *metros cúbicos* deseja?

119

Figura 12 – Pedreiro fazendo revestimento de uma área.

Na tentativa de resposta à pergunta feita pelo balconista, ou seja, descobrir quantos metros cúbicos de material utilizaria para compor a massa, os autores iniciaram o trabalho dos conteúdos, primeiro com unidades de volume, em seguida o volume do bloco retangular trazendo um pouco da história da Matemática que enfoca o cálculo de volumes como o método de Arquimedes.

Podemos dizer que neste momento os autores seguem a postura da Etnomatemática que traz a Modelagem Matemática como mediadora da aprendizagem, pois neste capítulo os autores buscam uma situação real e faz um diálogo com a Matemática escolar.

Outro exemplo apontado pelos autores é o seguinte: Na construção de estradas, são comuns os movimentos de terra. Faz-se um corte num morro, para dar passagem à estrada, e a terra retirada é utilizada num aterro. Essa compensação (corte-aterro) exige o cálculo do volume de terra a ser movimentada. E também aparecem casos como o apresentado na figura 13 que trata de um terreno regular que precisa ser nivelado e nessa situação os autores buscam saber o volume do aterro que será necessário.

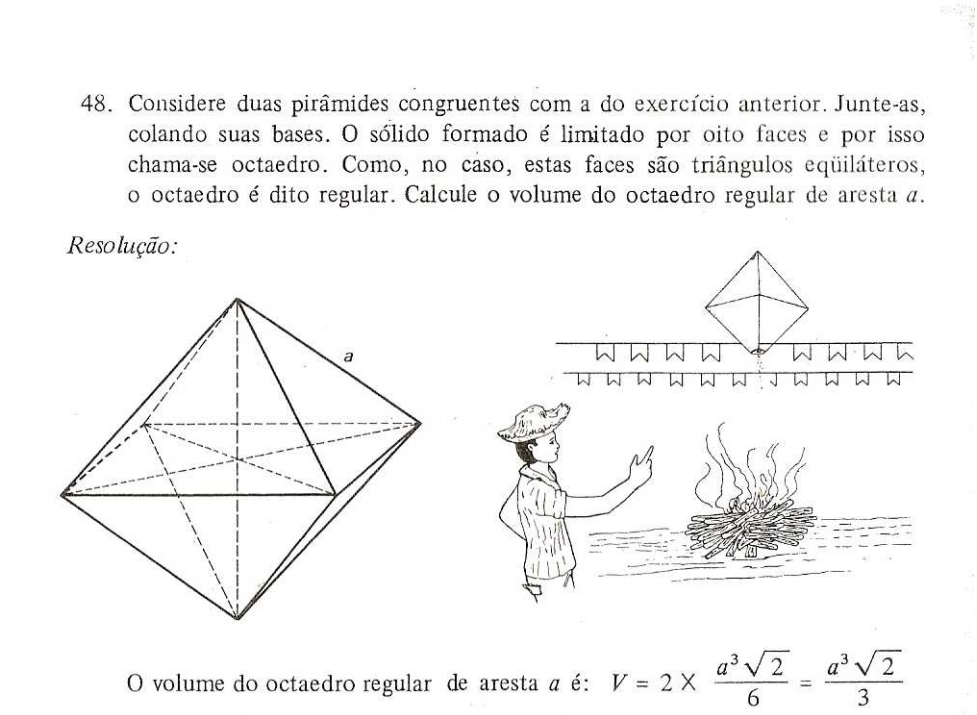
32. Um terreno retangular de 130 m × 65 m está em nível superior de 6 m em relação a um caminho que o costeia. Pretende-se colocá-lo ao nível do caminho, empregando-se a terra retirada na construção de um aterro de estrada de ferro. O corte deste aterro é um trapézio isósceles de 10 m de altura e de bases 10 m e 30 m. Que comprimento de aterro será possível fazer com a terra daquele terreno?

Figura 13 – Pedreiro fazendo revestimento de uma área.

Como podemos perceber os autores utilizam da tendência da Modelagem Matemática, pois mais uma vez apresentam uma situação real que precisa de um resultado que não tragam conseqüências desagradáveis.

Para trabalhar o conteúdo O VOLUME DA PIRÊMIDE os autores utilizam como introdução desse assunto o texto O enigma das pirâmides de J. A. Lopis da editora Hemus, esse texto comenta dos poucos materiais referentes a Matemática abstrata deixada pelos egípcios e também da exatidão nos cálculos das pirâmides.

No decorrer do conteúdo, os autores desenvolvem as atividades utilizando peças de madeira que são representadas pelos prismas. Percebemos uma breve relação do conteúdo estudado com a parte cultural brasileira, quando os autores apresentam em um dos exercícios a imagem da Festa Junina (Figura 14).



48. Considere duas pirâmides congruentes com a do exercício anterior. Junte-as, colando suas bases. O sólido formado é limitado por oito faces e por isso chama-se octaedro. Como, no caso, estas faces são triângulos eqüiláteros, o octaedro é dito regular. Calcule o volume do octaedro regular de aresta a.

Resolução:

O volume do octaedro regular de aresta a é: $V = 2 \times \frac{a^3\sqrt{2}}{6} = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}$

Figura 14 – Exercício apresentado para calcular o volume do octaedro.

Nesse capítulo os autores fizeram também o ensino integrado das ciências e se utilizaram de problemas clássicos como o apresentado a seguir:

Como podemos determinar o volume de uma pequena pedra ou de uma pequena peça metálica de forma irregular? Conforme os autores há um processo que frequentemente é utilizado no dia-a-dia. Este processo consiste em mergulhar a peça num recipiente contendo água (Figura 15).

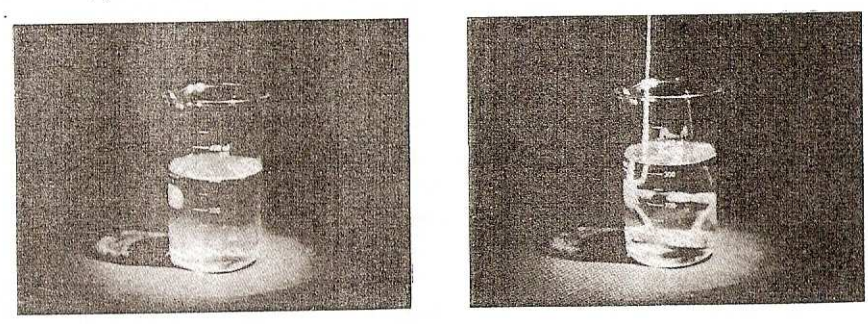


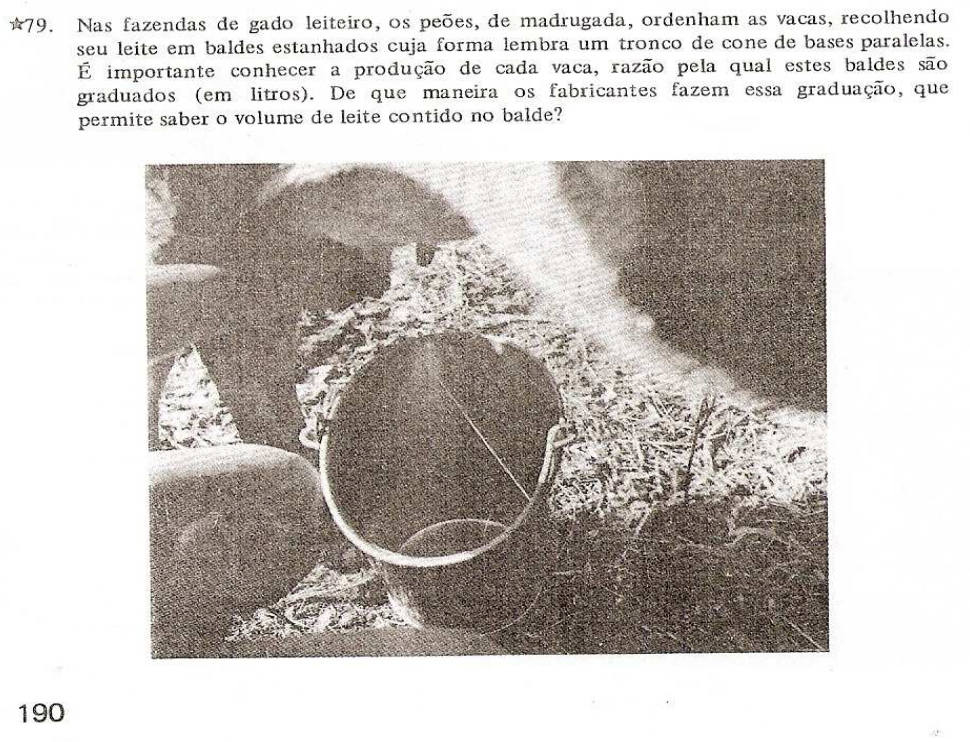
Figura 15 – Método para cálculo de volume de um sólido (pedra).

Para os autores da coleção, costuma-se usar um béquer frasco cilíndrico de vidro, em cuja superfície lateral se inscreve uma escala que fornece, para certa altura, o volume de água ali contido. A diferença entre as duas leituras fornece o volume do corpo imerso. De acordo com os autores (p. 22), “esse processo é bastante antigo, foi usado de uma forma indireta por Arquimedes no século III a. C”.

Conforme os autores, a diferença entre as duas leituras fornece o volume do corpo imerso. Os autores ressaltam que esse processo é bastante antigo, foi usado de uma forma indireta por Arquimedes no século III a. C.

Para complementar essa abordagem os autores utilizam “O problema da Coroa” relatado por Paul Karlson no livro A MAGIA DOS NÚMEROS.

Na seqüência da interpretação do volume 3 da coleção percebemos que os autores apresentam um problema no fim de cada assunto. Esse problema (Figura 16) além de estar como finalizador do assunto serve com introdutório de um novo.



☆79. Nas fazendas de gado leiteiro, os peões, de madrugada, ordenham as vacas, recolhendo seu leite em baldes estanhados cuja forma lembra um tronco de cone de bases paralelas. É importante conhecer a produção de cada vaca, razão pela qual estes baldes são graduados (em litros). De que maneira os fabricantes fazem essa graduação, que permite saber o volume de leite contido no balde?

190

Figura 16 – Balde estanhada graduado (em litros), utilizado para medir leite.

No exercício apresentado na Figura 16 ele vem para encerrar o trabalho com RAZÕES ENTRE O VOLUME DE DOIS SÓLIDOS SEMELHANTES e abre a discussão do assunto VOLUME DO TRONCO DE CONE DE BASES PARALELAS.

Como complemento da discussão do assunto VOLUME DO TRONCO DE CONE DE BASES PARALELAS, os autores apresentam o exercício que envolve mais uma situação real, figura 17.

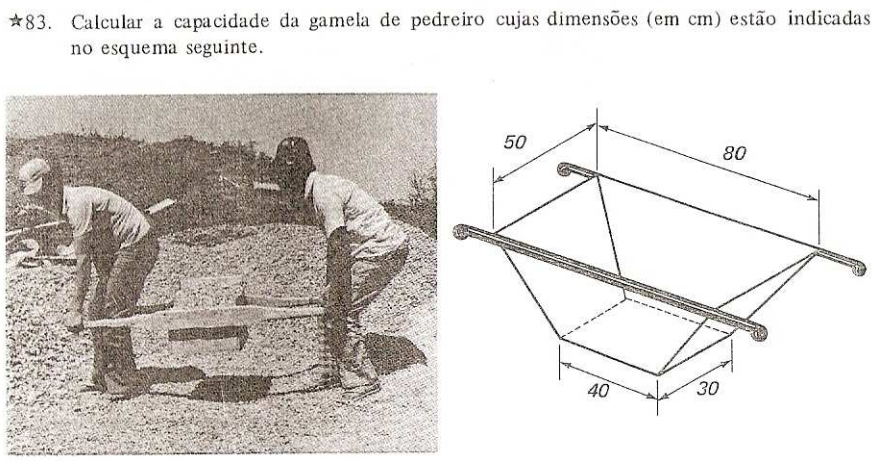


Figura 17 – Instrumento utilizado pelos pedreiros para substituir a carriola.

Nesse capítulo, também foram apresentadas formas de calcular o volume do cubo e do bloco retangular por meio de comparação do cubo e do bloco retangular com o cubo de aresta 1. Porém, foi levantado o seguinte questionamento: Será possível decompor uma pirâmide, ou um cone ou uma esfera em cubinhos?

Os autores comentaram que a preocupação com estes problemas é muito antiga, mas o problema foi resolvido pela idéia conhecida como “Principio de Cavaliere”. Como complemento dessa discussão os autores utilizam os trechos dos livros HISTÓRIA DA MATEMÁTICA e A MAGIA DOS NÚMEROS. Para auxiliar na discussão do cálculo do volume da esfera utilizaram alguns tratados de Arquimedes presentes no livro HISTÓRIA DA MATEMÁTICA de Carl B. Boyer.

Nestes exemplos apontados os autores estão modelando situações reais, logo utilizam da Modelagem Matemática. Os autores também trabalharam o ensino integrado de ciências e Matemática quando abordaram a semelhança entre o pai e o filho, esse assunto foi intitulado como O CORPO HUMANO, A MATEMÁTICA E A BIOLOGIA e está disponível no anexo B.

No capítulo 4 os autores abordaram “As figuras no espaço”. Na introdução são enfatizadas as preocupações cotidianas do ser humano tais como medir, examinar as formas, comparar tamanhos, analisar posições, situações que,

conforme os autores, não é possível captá-las na íntegra, ou seja, a ciência estuda o que não existe para compreender o que existe. Por exemplo, “quando se estuda a queda de um corpo, nas proximidades da Terra, desprezando a resistência do ar, está-se fazendo algo que na verdade não ocorre (p. 215)”. Esse fato na verdade não ocorre, mas é possível estudar devido o fato da ciência criar *modelos* de estudos.

Neste capítulo para o estudo das *posições relativas* de duas retas (paralelas, concorrentes e reversas) os autores apresentaram figuras de viadutos e ruas com várias pistas com indicativos de sinalização.

Do *perpendicularismo* entre reta e plano os autores utilizaram a situação do pedreiro e o fio de prumo, e comentaram que

> Quando um pedreiro está levantando um pilar, ele utiliza o fio de prumo a fim de que a mesma seja vertical, perpendicular ao chão. O pedreiro sabe que para conseguir isto ele deve usar o prumo em duas faces adjacentes do pilar. Ele sabe que usar o prumo em uma só face não garante o perpendicularismo do pilar em relação ao piso (p. 225).

Para os autores, geometricamente deve exigir o perpendicularismo em duas direções diferentes, e não apenas numa.

Dos *planos perpendiculares* os autores apresentam a situação da porta aberta. A intenção desta atividade é descobrir se o batente está no prumo. Conforme os autores para descobrir o prumo, é necessário que a porta esteja aberta e se ao abrir a porta e a mesma procura certa posição, é porque o batente não está no prumo.

Para os autores, geometricamente, esse fato significa que, “se uma reta *r* for perpendicular a um plano *α*, todo o plano que contiver r será perpendicular a *α*, ao passo que se for *r* oblíqua a *α*, então um único plano que contiver *r* será perpendicular a *α* (p. 229)”.

Ainda no volume 3, dentro do capítulo 7 intitulado AS CÔNICAS, os autores trabalharam o subitem “A ELIPSE, A PARÁBOLA E A HIPERBOLE: Presença no dia-a-dia os autores”. Na introdução desse trabalho os autores retomam a situação do “Seu” Augusto (Figura 5) e do capítulo de funções apresentada no volume 1 desta coleção para aprofundar o estudo das três curvas abordadas nesse volume, ou seja, a elipse, a parábola e a hipérbole. Essa retomada se faz necessário, pois na

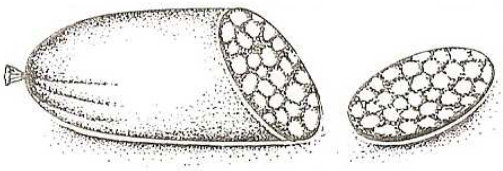
situação abordada nesse capítulo o “Seu” Augusto utiliza duas estacas para marcar a boca do poço, ou seja, o local para a perfuração do poço.

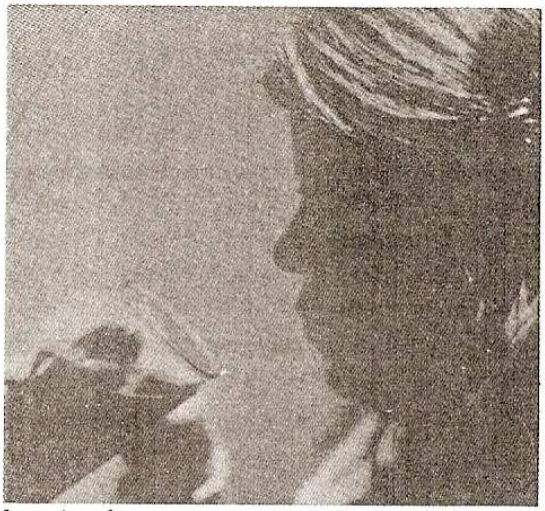
Figura 18 – Demarcação do local para construção do poço.

Para ilustrar outras aplicações da elipse, da parábola e da hipérbole os autores apresentam: a parábola e os projéteis, a parábola e os faróis, a elipse e a Astronomia: as leis de Kepler, a elipse e o cotidiano (Figura 19) (inclinação do copo ou cônico com qualquer tipo de líquido), a hipérbole e o abajur (projeção da luz na parede).

No dia-a-dia, muitas vezes nos deparamos com a elipse. Por exemplo, quando inclinamos um copo cilíndrico ou cônico com água, a superfície da mesma toma a forma de uma elipse.

Quando cortamos fatias de um salame cilíndrico inclinando a faca, obtemos rodelas em forma de elipse.





De um modo geral, se um cilindro circular reto ou um cone circular reto é cortado mediante um plano inclinado (que não seccione a base), obtemos como secção uma elipse.

Figura 19 – A elipse e o cotidiano.

Para leitura complementar deste capítulo recomendam-se, como os próprios autores escrevem “Novamente a presença grega” (p. 336). Neste texto os autores

apresentam os grandes matemáticos e suas contribuições como: Apolônio de Perga, sucessor de Euclides, que escreveu o livro sobre as seções cônicas e “deu remate à rigorosa geometria grega, desbravando sua parte mais difícil” (p. 336) e Arquimedes contemporâneo de Apolônio, porém, bem mais moderno, desenvolveu estudos sobre a *geometria das dimensões*. Conforme os autores “Seus raciocínios são, em última análise, os mesmos que regem o cálculo de nossos dias” (p. 336).

Fazendo uma consideração a respeito da escolha dessa coleção, podemos dizer que a mesma traz, para a época, traços importantíssimos das tendências empírico-ativista e da sociocultural. A tendência empírico-ativista busca adequar as necessidades individuais ao meio social mediante experiências de ensino que satisfaçam tanto aos interesses dos alunos quanto às exigências sociais e a Tendência sócio-cultural que

> parte da teoria da diferença cultural, segundo esta teoria, as crianças de classes pobres não são carentes de conhecimento e de estruturas cognitivas, mas talvez não tenham habilidades formais tão desenvolvidas, em relação à representação gráfica ou à escrita; possuem uma experiência de vida muito rica, na qual usam procedimentos matemáticos não formais (etnomatemática) que a escola além de não saber aproveitá-los como ponto de partida, discrimina-os ou rejeita-os como forma válida e legítima de saber (FIORENTINI, 1994, p. 58)

Percebemos desde o primeiro contato com a coleção que a mesma adota uma metodologia que busca apresentar os conteúdos, geralmente, começando com um problema, depois se trabalha os conteúdos matemáticos, não se restringindo àqueles necessários para resolver o problema proposto. Finalmente, se retoma o problema para ser resolvido. Estas características estão presentes tanto na introdução dos conteúdos de Matemática quanto em seus exercícios. Essa forma de apresentação também é defendida por Kline, pois

> problemas físicos, apresentados sem nenhuma explicação preliminar do ambiente físico ou importância física nada significam ao estudante. Evidentemente é inútil uma aplicação física se o estudante não pode perceber o que se realizou. (KLINE, 1976, p. 27)

Fazendo algumas considerações sobre a Coleção “Matemática Aplicada” podemos dizer que o volume 1 teve maior concentração de conteúdos relacionados ao cotidiano seguido pelo volume 3 que foi bem abordado nos conteúdos de geometria espacial e probabilidades tendo uma forte relação com os fatos históricos principalmente ao se tratar de cálculo de volume. O volume 2, se comparado a outros dois volumes da coleção, foi o que menos apresentou conteúdos relacionados ao cotidiano que se adequaram às categorias levantadas por nós para a interpretação. Finalizando, em todos os volumes apresentaram as características presentes nas propostas da Ciência Integrada, Modelagem Matemática e da Etnomatemática que traz a Modelagem Matemática como mediadora de sua proposta.

Acreditamos que esta coleção foi inovadora para época e muitos de seus exercícios poderiam ser adotados hoje nas aulas de Matemática, bem como a metodologia adotada para trabalhar e iniciar certos conteúdos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Iniciamos nossas considerações finais dizendo que foi possível apresentarmos, por meio de uma perspectiva histórico-bibliográfica, a transição do ensinar Matemática para o educar pela Matemática. Podemos dizer que entre esses dois movimentos apresentados surgiram os primeiros precursores, Ubiratan D'Ambrosio, Aristides Barreto, Hans Freudenthal, Michael Otte, da Educação Matemática como atividade humana que salientavam que nem todos os alunos seriam futuros matemáticos, então, bastaria familiarizá-los com situações da vida cotidiana onde fosse possível trabalhar não apenas a Matemática aplicada, mas uma Matemática aplicável, levando-os do mundo de vida para o mundo de símbolos.

O estudo realizado forneceu elementos para tentarmos responder as perguntas: O que motivou essa transição? Que propostas foram apresentadas para a educação matemática? Em que medida essas mudanças, surgidas na década de 1970, se revelaram em livros didáticos?

Apoiados nas leituras que fizemos para a construção desta dissertação afirmamos que as teses e dissertações deram suporte às respostas das perguntas acima, por exemplo, a dissertação de Borges (2005) e tese de Duarte (2007) apontam posicionamentos de professores como D'Ambrosio e Otte frente ao MMM. Tratam-se de pesquisas históricas que defendem a construção dos fatos a partir dos trabalhos com as fontes, com os documentos do passado e, verificamos que estas produções acadêmicas têm como bases teórico-metodológicas os autores Le Goff (1924), Certeau (1925 – 1986) e Chartier (1945).

De acordo com as leituras feitas, podemos dizer que a década de 1970 foi um período marcado por várias mudanças no sistema educacional brasileiro como: o ensino público obrigatório para crianças com 7 a 14 anos, o surgimento dos cursos de Pós-Graduação *stricto sensu* em Educação nas Universidades, o abandono do Movimento da Matemática Moderna, a defesa da primeira tese e dissertação referindo-se a Modelagem Matemática como tática educacional e o aparecimento do termo *Etnomatemática* nas discussões internacionais sobre a Educação Matemática.

Verificamos por meios de obras publicadas, documentos, teses e dissertações que o início da década de 1970, foi marcado pelo declínio do MMM, movimento que surgiu como uma proposta de reforma de melhoria para o ensino de Matemática. Ou

seja, reforma que objetivava adaptar o ensino de Matemática às reivindicações do mundo industrial e tecnológico da época, adequando as pessoas à nova realidade social, uma vez que o ensino de Matemática vigente em épocas anteriores ao MMM se deteriorizava, a matemática dos currículos escolares era desinteressante, obsoleta e inútil. E, na busca de atender e acompanhar o avanço tecnológico, os reformistas do ensino de Matemática, colocaram em prática o currículo pensado pelo MMM, e este movimento se alastrou por diversos países.

Porém, o MMM deixava de ser a bandeira de renovação do ensino de Matemática no Brasil, ou seja, esse tipo de ensino não se adequou à situação da época devido à maneira que se trabalhava pedagogicamente o ensino de Matemática. Diante desses fatos conseguimos resposta a primeira pergunta que busca saber, “O que motivou essa transição?”. Podemos dizer que o que motivou foi a forte reação contra a existência de um currículo comum e a maneira imposta de se apresentar a Matemática como conhecimento universal e divulgador de verdades absolutas. Esses fatos ocorridos ocasionaram o abandono MMM e como conseqüência motivou o nascimento de outros movimentos.

Outro fator que contribui fortemente para abando do MMM e, no nosso ponto de vista, deu resposta à segunda questão de pesquisa, “Que propostas foram apresentadas para a educação matemática?”, foi à ausência de ligação da Matemática com o cotidiano, ou seja, a ausência da Matemática aplicável defendida por Freudenthal. Essa ausência aconteceu, conforme Kline (1976), devido os defensores do MMM não conseguirem ensinar aos professores do ensino básico o que a Matemática pode realizar. No entanto, essa ausência incentivou os educadores matemáticos a proporem um currículo contextualizado sócio-historico-culturalmente e essa busca fez com que surgisse o movimento da Ciência Integrada e das tendências da Educação Matemática como a Modelagem Matemática e a Etnomatemática.

Um outro movimento além do movimento da Ciência Integrada fazia-se presente na década 1970 e ganhou força com o abandono do MMM. Esse movimento foi oficializado na década de 1980.

O movimento que referimos, é o da Educação Matemática que nos anos de 1970 encontrava-se em fase de gestação e atualmente é considerado como campo de pesquisa de natureza interdisciplinar que proporciona a construção de categorias

de pensamento indispensável à compreensão de problemas e indagações relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática.

Consideramos que no período que sucedeu o abandono do MMM, década de 1970, as críticas de matemáticos e educadores matemáticos, como as do Professor Hans Freudenthal, que desde a implantação do MMM defendia uma “Matemática como uma atividade humana” na qual aconteceria um educar matematicamente por meio de matematização, se tornaram mais conhecidas e seguidas por pensadores do ensino de Matemática em todo mundo.

A partir desse período a busca por construir currículos de Matemática contextualizados sócio-histórico-culturalmente com possibilidade de relações com assuntos extra e intra-matemáticos, enfatizando o poder explicativo da Matemática, com estruturas mais criativas que a tradicional organização linear, aumentou e foram valorizadas nos Programas de Pós-Graduação que surgiam na época. Essa discussão e pesquisa poderiam ter repercussão na elaboração de livros didáticos.

Podemos considerar que com o estudo que fizemos, conseguimos entender as raízes da “forma” do ensinar na qual a matemática é trabalhada partindo do cotidiano para sala de aula, ou seja, trabalhada seguindo novas propostas apontadas por precursores dos movimentos emergentes originados na década de 1970 tais como o movimento da Ciência Integrada, da Modelagem Matemática, da Etnomatemática e da junção da Etnomatemática com a Modelagem Matemática. A respeito da última proposta citada, tem-se a Etnomatemática como proposta pedagógica e a Modelagem Matemática como mediadora e concretizadora dessa proposta.

Em todas as propostas citadas acima, ambas buscam trabalhar o ensino de Matemática por meio do cotidiano, uma vez que,

> É o cotidiano que faz aflorarem as perplexidades que levam às perguntas sobre o mundo que, por sua vez, pedem por modos de ação que permitam a compreensão os quais, finalmente, são carregadas de volta à cotidianeidade, num ciclo contínuo e interminável (GARNICA, 2002, p. 11).

Podemos dizer então que se o objetivo de trabalho é buscar um educar pela Matemática a base de todo esse trabalho pode ser o cotidiano.

Para verificar se essas mudanças afetaram as práticas em sala de aula, levantamos a terceira questão: Em que medida essas mudanças, surgidas na década de 1970, se revelaram em livros didáticos? Levantamos algumas categorias, de acordo com as características dos movimentos emergentes estudados nesta dissertação, para interpretar a Coleção “Matemática Aplicada” dos autores Imenes, Trotta e Jakubovic.

Tentando fornecer resposta à terceira questão levantada nessa pesquisa, iniciamos a interpretação da Coleção “Matemática Aplicada” e podemos dizer que, essa coleção, traz mudanças na metodologia do ensino de Matemática, pois aborda atividades buscando aproximar a Matemática do cotidiano dos alunos.

Essa coleção exige maior dedicação do professor e exige que o mesmo saiba o conteúdo de Matemática e ainda pesquisar, pois conforme Lopes (2000) as atividades propostas na coleção são denominadas marco inovador, pois abordam os conteúdos sócio-histórico-culturalmente, não se prendendo somente a biografias de matemáticos.

Verificamos que em cada volume da coleção, os autores apontam leituras complementares aos exercícios que são propostos, nessas leituras complementares aparecem textos de Bento de Jesus Caraça, Paul Karlson, Vilenkin, Tobias Dantzig, Gelfrand, Glagolieva e Kirillov, Lopis e Carl B. Boyer e sugestão de leitura de obras de Hans Freudenthal. Podemos dizer também que esta coleção apresenta exercícios com características das categorias levantadas, ou seja, a coleção traz presente em seus exercícios a metodologia trabalhada pelo Movimento da Ciência Integrada e também apresenta as características presentes nas propostas da Modelagem Matemática, da Etnomatemática e da Etnomatemática tendo como mediadora a Modelagem Matemática. Para finalizar o comentário da interpretação da Coleção “Matemática Aplicada” podemos dizer que a mesma, recebe críticas positivas e em vários momentos, como em congressos, encontros a coleção vem se tornando assunto de discussão.

Em se tratando do MMM, podemos dizer que o mesmo teve forte contribuição com o movimento da Educação Matemática, pois gerou nos professores a busca por um ensino de Matemática melhor, ou seja, fez com que os professores da época criassem o hábito de estudar em grupo, fez também com que estes organizassem mais eventos educacionais e se promovessem no cenário do ensino de Matemática internacional. Essa busca fez com que professores iniciassem uma maior produção

de textos, neste caso, produção de livros didáticos que viessem de encontro, ou suprissem à necessidade existente na Matemática escolar.

Portanto, com a contribuição do MMM e a busca de currículos de Matemática sócio- histórico-culturalmente gerou as novas formas de inovação do ensino e da aprendizagem da Matemática, isto é, nessa busca foram pensados trabalhos dentro das propostas da Ciência Integrada, Modelagem Matemática e Etnomatemática.

Essas propostas apresentadas no decorrer desta dissertação trazem como objetivo principal romper com: a rejeição dos alunos perante disciplina de Matemática, as visões parcializadas, os conteúdos desconexos os fatos que proporcionam e contribuem para um distanciamento entre a disciplina de Matemática e o indivíduo comum que não tem afinidade com a mesma. Pois, a Matemática pode ajudar a obter grande poder crítico, reflexão e rigor em outros âmbitos da vida, da cultura e da ciência.

Essa busca pelo rompimento citado acima, se inicia quando as mesmas, Ciência Integrada, Modelagem Matemática e Etnomatemática, tentam proporcionar por meio da situação em torno do aluno, do cotidiano, uma conexão da Matemática escolar com os interesses dos alunos, buscando ao fim dessa atividade obter a idéia de unidade da disciplina, sendo esta garantida pela visão global que possivelmente vai se construindo no percurso da atividade.

Então o que podemos afirmar é que em ambas as formas de inovação do ensino e da aprendizagem da Matemática sempre existe um debate em torno delas. Debate que em nosso ponto de vista auxilia em um desenvolver de uma proposta que busca um caminho mais próximo do adequado. Mediante esse comentário que fizemos, apresentamos uma discussão feita por Peréz e Ozámiz referente a Ciência Integrada, que dizem,

> Se falar de integração está se referindo a necessidade de construir uma visão unitária da realidade (essa grande conquista da ciência contra tantas barreiras), a uma necessidade de estudar a ciência em seu contexto, atendendo as relações Ciência/Técnica/Sociedade, a necessidade de estudos interdisciplinares dos problemas de fronteira... nesse caso nos manifestamos fervoroso <integracionistas>. Mas se por ciência integrada se entende tomar a unidade da matéria como um ponto de partida, escondendo a existência de distintos níveis de organização e rejeitando os tratamentos simplificados, acotados, essenciais na origem de uma ciência... nesse caso rejeitamos com mesma força a integração. Em definição, nossa postura é defender um ensino disciplinar que não conduza a visões parcializadas, mas que é de mesma importância as análises simplificatórias

> que as sínteses unificadoras, aos problemas precisos, acotados, inicial, que os tratamento interdisciplinares dos problemas de fronteira. (Peréz; Ozámiz, 1993, p. 17)[1].

Referindo a Modelagem Matemática também surgem questionamentos apontando argumentos desfavoráveis do uso da mesma em sala de aula. Pois,

> alguns obstáculos tem sido evidenciados no que se refere à teoria construída a partir das experiências e das próprias ações pedagógicas. Em relação ao ensino: Dificuldade de cumprir programas pré-estabelecidos nos planos de ensino, dos conteúdos tradicionalmente abordados em cada série, numa seqüência a priori e o tempo que o professor deve dispor para desenvolver esses conteúdos, determinados por uma sociedade competitiva, que visa a preparação ao ingresso à universidade, em geral não permite o ensino por meio do processo de modelagem como método de ensino. Em relação ao aluno: Muitas questões são observadas simultaneamente, o que pode provocar maior complexidade na interpretação e assimilação dos temas abordados e a falta de experiência por parte dos alunos e do professor, em formular questões frente a uma situação. Em relação ao professor: Uma maior disponibilidade principalmente, pela necessidade de buscar conhecimentos, não apenas matemáticos, de modo a garantir a transdisciplinaridade necessária para abordar o tema e a falta de tempo para estudo sobre temas fora da Matemática e preparação das aulas que envolvem o tema em estudo (BLUN apud MACHADO Jr; SANTO, ano, p. 5).

Podemos considerar aqui que, para tentar reconhecer a Matemática do passado como base para a Matemática de hoje temos que saber o significado do ensinar Matemática, pois é valido pensar que o conhecimento é cumulativo, mas pode ser transformado e alguma coisa de um contexto serve para outros contextos, por exemplo, algo da Matemática do passado tem serventia hoje.

Para comentarmos um pouco dessa consideração nos apoiamos em Bosch (1994) que busca saber “o que significa ensinar Matemática?” O autor comenta que não tem uma receita para esse questionamento, mas acredita que significa

1 Si al hablar de integración se está haciendo referencia a la necesidad de construir una visión unitaria de la realidad (esa gran conquista de la ciencia contra tantas barreras), a la necesidad de estudiar la ciencia en su contexto, atendiendo a las relaciones Ciencia/ Técnica/ Sociedad, a la necesidad de estudios interdisciplinares de los problemas frontera, ..., en ese caso nos manifestamos fervorosos «integracionistas». Pero si por enseñanza integrada de las ciencias se entiende tomar la unidad de la materia como punto de partida, escondiendo además la existencia de distintos niveles de organización y rechazando los tratamientos simplificados, acotados, esenciales en los orígenes de una ciencia, ..., en ese caso rechazamos con igual contundencia la integración. En definitiva, nuestra postura es defender una enseñanza disciplinar que no conduzca a visiones parcializadas, sino que dé igual importancia a los análisis simplificatorios que a las síntesis unificadoras, a los problemas precisos, acotados, iniciales, que a los tratamientos interdisciplinares de los problemas frontera.

proporcionar meios para chegar a compreender o significado de diversos dramas, ou seja,

> transmitir conhecimentos adquiridos e incentivar a pesquisa socrática por meio de cálculos imperfeitos; ensinar técnicas gerais demonstração e também levantar problemas adequados para cada fase e cada indivíduo; educar a memória racional e também alimentar a imaginação; familiarizar o aluno para lidar com o exato e também com o aproximado, bem como determinísticas e aleatórias, a veneração das grandes obras brilhantes e também com o desafio do novo, do escuro e do desconhecido. Trabalhar com o que é puro e com o aplicado, com o absolutamente abstrato e as realidades cotidianas, com os sérios e com os engraçados, com o tão útil e com o tão grande. Para embarcar nesta missão quase impossível, é utilizado para questionar todos os dogmas: o velho e o novo, a escola regimentada e a escola ativista, o autoritarismo e também a disciplina permissiva (BOSCH, 1994, p. 9-10)[2].

Reconhecemos à medida que construíamos essa dissertação que a Matemática do passado, e algumas formas de se ensinar a Matemática ainda se fazem presente na atualidade, pois incentivam a dedicação dos alunos ao aprender a Matemática, basta que a Matemática ou conteúdo de Matemática, seja abordado de uma maneira diferente. Citamos como exemplo a “Coleção Matemática Aplicada” que nessa dissertação foi discutida e conseguimos ver que a mesma buscava uma alternativa para o ensino de Matemática da época, pois o mesmo estava sendo considerado obsoleto e inútil.

Acreditamos que, com o trabalho que fizemos conseguimos encontrar muitos vestígios da passagem do ensinar Matemática pelo educar pela Matemática. E tentando uma resposta ao título da dissertação que é um questionamento da Matemática escolar da década de 1970, podemos dizer que essa década foi um período que buscou o esquecimento do Currículo Tradicional apresentando propostas de currículos contextualizados sócio-histórico-culturalmente, porém,

2 transmitir conocimientos adquiridos y también incitar a una búsqueda socrática por medio de tanteos imperfectos; enseñar técnicas generales de demostración y también plantear problemas adecuados a cada etapa y cada individuo; educar la memoria racional y también alimentar la imaginación; acostumbrar al educando a convivir con lo exacto y también con lo aproximado, con lo determinista y también con lo fortuito, con la veneración de las grandes obras luminosas y también con el desafío de lo nuevo, lo oscuro y lo desconocido. Tratar con lo puro y con lo aplicado, con lo absolutamente abstracto y con las realidades cotidianas, con lo serio y con lo divertido, con lo útil y con lo fantástico. Para embarcarse en esta misión casi imposible, conviene habituarse a poner en tela de juicio todos los dogmas: los viejos y también los nuevos, la escuela regimentada y también la escuela activista, el autoritarismo y también la indisciplina permisiva.

existiam ainda os que defendiam o *Back to basics* e rejeitavam tais propostas apresentadas.

Podemos dizer que houve o abando do MMM, mas não o seu esquecimento, pois vestígios desse movimento permaneciam e ainda permanecem no ensino atual como podemos constatar nas produções do GHEMAT. Nessa década em meio ao esquecimento e ao abandono do currículo tradicional e do moderno, estava em plena gestação o Movimento da Educação Matemática. E nesse mesmo período nasciam os currículos de Matemática contextualizados sócio-histórico-culturalmente dando abertura a interdisciplinaridade, isto é, momento em que nascia o Movimento da Ciência Integrada e também as tendências da Educação Matemática tais como a Modelagem Matemática com suas primeiras produções acadêmicas (tese e dissertação – orientadas por Aristides C. Barreto) e o início das discussões envolvendo o termo Etnomatemática nos diversos encontros, congressos e outros que tinham como tema central a Educação Matemática.

Finalizando esta consideração, podemos dizer que, encontramos e estudamos de acordo com o nosso objetivo essa fase na história da Educação Matemática, mas, inúmeras pesquisas podem ser feitas utilizando o mesmo enfoque metodológico, uma vez que vimos que muita coisa aconteceu nesse percurso, e que, em outras coleções de Livros Didáticos, outros documentos, depoimentos de outras pessoas que fizeram parte desses movimentos podem ser encontrados e mais vestígios servirão para que haja uma melhor pavimentarão desse caminho de mudança na Matemática escolar Brasileira.

REFERÊNCIAS

ANASTÁCIO, M. Q. A. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática**. Rio Claro: UNESP, 1990. Dissertação (Mestrado em Educação). IGCE, Universidade Estadual de São Paulo. Orientador (a): Eduardo Sebastiani Ferreira

ALVAREZ, T. G. "**A matemática da Reforma Francisco Campos em ação no cotidiano escolar**". PUC: 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Dr. Wagner Rodrigues Valente.

BARION, I. **Ensino médio: formação ou qualificação?, publicado em 22 de setembro de 2008**, disponível em http://www.soartigos.com/articles/759/1/Ensino-medio-formacao-ou-qualificacao/Page1.html acesso em outubro/2008.

BASSANEZI, R. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**, Contexto, São Paulo, 2002.

BEIMBENGUT, M. S. Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM, Ano I - N 1 - Novembro de 2007, p. 1-4.

BEIMBENGUT, M. S. Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM, Ano II - N 2 - Maio de 2008, p. 1-4.

BEIMBENGUT, M. S. Boletim Informativo do Centro de Referência de Modelagem Matemática no Ensino – CREMM, Ano II - N 3 - Novembro de 2008, p. 1-4.

BICUDO, M. A. V. ***Didactical Phenomenology of mathematical Structures***. Dordrecht/Boston/Lancaster. D. Riedel Publising Co. , 1983.

BICUDO, M. A. V. **Filosofia da Educação Matemática**: Um enfoque Fenomenológico *in* Pesquisa em Educação Matemática: Concepção e perspectivas, São Paulo: Editora Unesp, 1999.

BONETTO, G. A. **A construção da representação gráfica e o seu papel no ensino de funções**: Uma visão histórica. UNICAMP: 1999. Dissertação (Mestrado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. Orientador (a): Maria do Carmo Domite Mendonça.

BORBA, M. C.; SANTOS, S. C. **Educação Matemática**: Propostas e desafios in Eccos Revista Científica, julho a dezembro, ano/volume 7, numero 2, Centro Universitário Nove de Julho (UNINOVE), SP-Brasil, 2005, p. 291-312,.

BORGES, R. A. S. **A Matemática Moderna no Brasil**: as primeiras experiências e propostas de seu ensino. São Paulo: PUC, 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Dr. Wagner Rodrigues Valente.

Bosch, .J. Prefácio, p. 9-10 in ***Enfoques: Hacia una didáctica humanista de la matemática*** de Luis A. Santaló, México: Ed. Troquel. Bs. As, 1994, 245 p.

BRAGA, Ciro. **Função a alma do ensino da Matemática**. São Paulo: FAPESP/ Annablume, 2006.

BRAICK, P. **As sociedades capitalistas contemporâneas** in Caderno Mundo - Geografia e Política Internacional, Adaptado de artigo publicado na revista Veja - Os Anos 70, em 26/12/1979, p. 90. disponível em http://www.casadehistoria.com.br/cont_31-19.htm acesso abril/2008)

BURIGO, E. Z. **Movimento da Matemática Moderna no Brasil**: Estudo da Ação e do Pensamento de Educadores Matemáticos nos Anos 60. Porto

Alegre: UFRGS, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Orientador (a): Tomaz Tadeu da Silva.

CAPURRO S. Luis F. ***Propósitos y Objetivos de la Enseñanza-Aprendizaje de la Ciencia Integrada.*** in Anais do Seminário Regional sobre "Enzeñanza Integrada de la Ciencia em America Latina", Montevidéu-Uruguai, 17 a 28 de novembro de 1975.

CARVALHO, M. M. C. **Livros e revistas para professores**: Configuração material do impresso e circulação internacional de modelos pedagógicos. *In* J. Pintassilgo, M. C. FREITAS; M. J. Magarro & M. M. C. Carvalho (Eds.), História da escola em Portugal e no Brasil. Circulação e apropriação de modelos culturais, Lisboa: Edições Colibri, 2006, p. 141-173.

CHARTIER, R. **Formas e sentindo. Cultura escrita**: entre distinção e apropriação. Trad. Maria de Lurdes Meireles Matencia - Campinas-SP, Mercado de Letras, 2003.

CHERVEL, A. **História das disciplinas escolares**: reflexões sobre um campo de pesquisa. *Teoria & Educação*, n.6. São Paulo, 1990, p. 177-229.

CRUZ, D. J. A. G. ***La Didáctica de las Matemáticas***: una visión general. Disponível em http://www.gbiernodecanarias.org/educacion/rtee/didmat.htm acesso em 23/05/2008

D'AMBROSIO, B.S. ***The Dynamics end Consequences of the Modern Mathematics Reform Movement for Brazilian Mathematics Education***. Indiana University, 1987. Theses of Doctor Philosophy.

D' AMBROSIO, U. ***Relationship of integral science to other subjects in the curriculum****. 1978, p. 1 – 17.*

D' AMBROSIO, U. (Coord**.). O ensino de Ciências e Matemática na América Latina. Campinas**, Papirus, ed. UNICAMP, 1984.

D' AMBROSIO, U. **Educação Matemática**: Porque Educação Matemática? Não Bastaria. Educação e Matemática? Rio Claro, SP: Bolema – Boletim de Educação Matemática ano 1 nº. 1 edição inverno 1985.

D' AMBROSIO, U. **Etnomatemática se ensina?** Rio Claro, SP: Bolema – Boletim de Educação Matemática ano 3 nº. 4, 1988, p. 13-16.

D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática**, São Paulo: Ática, 1990.

D' AMBROSIO, U. "**Reflexões sobre História, Filosofia e Matemática**", Rio Claro, SP: Bolema - Boletim de Educação Matemática, Especial, n° 2, 1992; p. 42-60.

D' AMBROSIO, U. **Etnomatemática – Uma nova abordagem sobre a construção do conhecimento revoluciona a aplicação das disciplinas na escola**. In revista Nova escola - agosto/1993.

D'AMBROSIO, U. **Educação matemática**: Da teoria à prática. Campinas, SP: Papiros, 1996.

D'AMBROSIO, U. Entrevista concedida à Célia Carolino Pires em 2 de abril de 1999 - SBEM-Sociedade Brasileira de Educação Matemática *Educação Matemática em Revista*, SBEM, ano 6, n° 7, julho de 1999a; p. 5-10 disponível em: http://vello.sites.uol.com.br/pires.htm

D'AMBROSIO, U. **A História da Matemática: Questões historiográficas e políticas e reflexos na Educação Matemática** in Pesquisa em educação matemática, concepções e perspectivas. BICUDO, M. A. V., SP:UNESP, 1999b.

D'AMBROSIO, U. **Educação para uma sociedade em transição**, Campinas, SP: Papiros, 1999c.
D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática o elo entre a tradição e a modernidade**. Belo Horizonte – MG, Autêntica, 2000.
D'AMBROSIO, U. **O Uso da Calculadora,** Disciplina à distância, oferecida pela SBEM, junho 2003, p. 1-5.
D'AMBROSIO, U. et al. **A Educação Matemática: breve histórico, ações implementadas e questões sobre sua disciplinarização**; Revista Brasileira de Educação, ANPEd, 2004, v. 1, n. 27, p.inicial 70, p.final 93, ISSN: 1413-2478, Impresso.
D' AMBROSIO, U. **Armadilha da mesmice em Educação Matemática**. Rio Claro, SP: Bolema – Boletim de Educação Matemática, ano 18 nº. 24, 2005.
D' AMBROSIO, U. **A interface entre história e matemática uma visão histórico-pedagógica**- Finalidades da História da Matemática, disponível em http://vello.sites.uol.com.br/interface.htm acesso em maio 2008.
D'AMBROSIO, U et al. **A educação matemática: uma área de conhecimento em consolidação**. O papel da constituição de um grupo de trabalho dessa área na anped, disponível em www.anped.org.br/reunioes/26/outrostextos/tegt19.rtf acesso em set /2007.
D'AMBROSIO, U. **Etnomatemática e História da Matemática**, Palestra de Encerramento do 3º Congresso Brasileiro de Etnomatemática, realizado em Niterói, RJ, 26-29 Março 2008 *in* anais em CD do 3º Congresso Brasileiro de Etnomatemática.
DANDA. P. O. **Década dos Anos 70**: comunicação ou extensão? In Paulo Freire: Re-Leitura Para Uma Teoria Da Informática Na Educação, disponível em http://petersond.wordpress.com/2006/09/10/paulo-freire-re-leitura-para-uma-teoria-da-informatica-na-educacao acesso em abril/2008.
DE CERTEAU, M. **A Escrita da História**. Tradução de Maria de Lourdes Menezes.
Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1982, capítulos II e III.
DE CERTEAU, M. **A invenção do cotidiano** – Artes de fazer. 8ª ed. Trad. E. F.A.
Petrópolis: Vozes, 2002.
DOMITE, M. C. **Ubirtan D'Ambrósio e a etnomatemática** in Ubiratan D'Ambrósio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; historia da matemática; inventário, sumário do arquivo pessoal, São Paulo: Annablume; Brasília:CNPq, 2007.
DUARTE, A. R. S. **Matemática e Educação Matemática**: a dinâmica de suas relações ao tempo do Movimento da Matemática Moderna no Brasil. São Paulo: PUC, 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Wagner Rodrigues Valente.
DUARTE, A. R. S.; BORGES, R. A. S. **Ubiratan D'Ambrosio: Conversas, entrevistas, história de vida** *in* Ubiratan D'Ambrósio: conversas; memórias; vida acadêmica; orientandos; educação matemática; etnomatemática; historia da matemática; inventário sumario do arquivo pessoal, São Paulo: Annablume; Brasília:CNPq, 2007.
ESQUINCALHA, A. C. **Etnomatemática**: um estudo da Evolução das idéias, p. 1-19 disponível em http://www.ufrrj.br/leptrans/8.pdf acesso em jan. 2007.

ESQUINCALHA, A. C. **Etnomatemática**: um panorama das principais idéias. International Study Group on Ethnomathematics Newsletter, v. 18, p. 4-6, 2004.
FALSETTI, M. *et al.* ***Perspectiva integrada de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática***: una mirada al campo disciplinar de la matemática, *in* Revista Iberoamerica de Educação Matemática, set. 2006, número 7, p. 23-38.
FALSETTI, M. *et al.* ***Perspectiva integrada de la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática***: una mirada al campo disciplinar de la matemática, *in* Revista Iberoamerica de Educação Matemática, mar. 2007, número 9, p. 165-186.
FERREIRA, E. S. **Etnomatematica**. Coleção de documentos Unesco, v. 42, p. 160-163, 1991.
FERREIRA, E. S. **O que é Etnomatemática** disponível em http:// www.ime.unicamp.br/~lem/publica/e_sebat/etno.pdf acesso em set/2007.
FERREIRA, E. S. **Perspectivas da Educação Matemática**: O Professor como Pesquisador. Ouro Preto – MG, NIEPEM – DEMA T ICEB – UFOP, S. d.

FIORENTINI, Dario. "**Rumos da pesquisa brasileira em Educação Matemática**: O caso da produção científica em cursos de Pós-Graduaçao". Campinas-SP, FE-UNICAMP, 1994, Tese (Doutorado). Orientador (a): Ubiratan D' AMBROSIO.
FIORENTINI, D. ; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**, Campinas-SP: Autores Associados, 2006, Coleção Formação de Professores.
FRANÇA, D. M. A. A produção oficial do Movimento da Matemática Moderna para o ensino primário do estado de São Paulo (1960-1980). São Paulo: PUC, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Orientador (a): Dr. Wagner Rodrigues Valente.
FREUDENTHAL, H. ***Hans Freudenthal: a mathematician on didactics and curriculum theory***, J. Curriculum Studies, 2000, vol. 32, n. 6, p. 777-796
FREUDENTHAL, H. **Mathematics as an Educational Task**, Dordrecht, The Netherlands: Reidel, 1973.
FREUDENTHAL, H. **Weeding and Sowing**, London – England: Reidel, 1978.
FURASTÉ, P. A. **Normas técnicas para o trabalho científico**: Elaboração e formaçtaçao. Explicação das Normas da ABNT. 14. ed. Porto Alegre: s.n. 2008. Registro na Biblioteca Nacional nº 82579.
GAZZETTA, M. **A modelagem como estratégia de aprendizagem da matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores**. Rio Claro: UNESP, 1989. Dissertação (Mestrado em Educação). IGCE, Universidade Estadual de São Paulo. Orientador (a): Rodney C. Bassanezi.
GARNICA. A. V. M. **Algumas notas sobre Pesquisa Qualitativa e Fenomenologia Interface** - Comunicação, Saúde, Educação: Fundação UNI e UNESP agosto, 1997 109-122, disponível em http://www.interface.org.br/revista1/ensaio7.pdf acesso em novembro 2007.
GARNICA, A. V. M. **A Tessitura da Trama**: Memória, História, Oralidade, Pesquisa Qualitativa e Educação Matemática num estudo de interfaces, 2002, p. 1-29.
GARNICA, A. V. M. **Para uma concepção de História e Historiografia**, 2008, disponível em http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/diaadia/diadia/arquivos/File/conteudo/artigos_teses/MATEMATICA/Artigo_Vicente7.pdf
GEERTZ, C. **A interpretação das culturas**. Rio de Janeiro: LTC, 1989.

GOLDENBERG, M. **A arte de pesquisar**: Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais, 9ª ed. – Rio de Janeiro: Record, 2005.
HABERT, N. ***Década de 70****: Apogeu e Crise da Ditadura Militar Brasileira*. 2ª ed., São Paulo, Ática, 1992.
HELLER, A. **O Cotidiano e a História**. São Paulo, Paz e Terra, 2004.
JAPIASSU, H. 1983. **A Pedagogia da Incerteza**. Rio de Janeiro: Imago.
KLINE, M. **O Fracasso da Matemática Moderna**. São Paulo, Ibrasa, 1973.
LEHER, R. **O Bird e as reformas neoliberais na educação**-Debate - in Revista PucViva nº 5 junho 1998 disponível em http://www.apropucsp.org.br/revista/r05_r03.htm acesso em abril/2008.
LEVY, L. F. SANTO, A. O. E., **A teoria da complexidade e o ensino-aprendizagem de ciências e matemática via modelagem matemática**, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, nº 6, p. 21-29. Disponível em:< http://www.fisem.org/descargas/6/Union_006_004.pdf>. Acesso em: 09 de ago. de 2006.
LE GOFF, J. **Documento/Monumento**. In: LE GOFF, História e memória. Campinas, Vol. 1 e 2. SP: Editora da Unicamp, 1992, p. 535-549.
LIMA, E. L. **Matemática e Ensino**, RJ, SBM, 2001, p. 139-207.
LIMA, F. R. **GEEM – Grupo de estudos do ensino da matemática e a formação de professores durante o Movimento da Matemática Moderna no Brasil**. São Paulo: PUC, 2006. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Laurizete Ferragut Passos.
LOPES, A. J. e LAGOA, **A. Escola sonega dos alunos a verdadeira matemática**. Jornal do Brasil: Caderno Educação & Trabalho, Rio de Janeiro, 21 jan. 2001. Disponível em http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/entrevistas/brasil.asp?aux=A acesso em set, 2007.
LOPES, J. A. **Livro didático de Matemática**: Concepção, seleção e possibilidades frente a descritores de análise e tendências em Educação Matemática. Campinas: UNICAMP, 2000. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. Orientador (a): Sergio Apparecido Lorenzato.
LORENZATO, S. A. Subsídios Metodológicos para o ensino de Matemática: Cálculo de áreas de figuras planas. Campinas: UNICAMP, 1976. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. Orientador(a): Newton César Balzan.
LUDKE, M. e ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.
MACHADO JÚNIOR, A. G.; SANTO, A. O. E. **A Modelagem Matemática como "caminho para fazer matemática na sala de aula"**. In: I Encontro Paraense de Modelagem Matemática, 2006, Belém. Socializando Experiências Vívidas. Belém : CEJUPA, 2006. V. Unico.
MARTINS, M. M. E. C. M. **Resolução de Equações: Um estudo no 7.º Ano de Escolaridade**. Lisboa: UNL, 2008. Dissertação (Mestrado do Ensino de Matemática). Universidade Nova de Lisboa. Orientação do Dr. António Manuel Dias Domingos, 2008.
MIORIM, M. A. **O Ensino de Matemática: Evolução e Modernização** Campinas-SP:UNICAMP, 1995. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação, Universidade de Campinas. Orientador (a): Lafayette de Moraes.

MONTEIRO, A. **A modelagem Matemática na Perspectiva da Etnomatemática**. In: Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, 2003, Santos. II SIPEM, 2003.

PEREIRA. A. C. C. **Uma análise da abordagem do Teorema de Thales na Coleção *Curso de Matemática* de Euclides Roxo, Cecil Thiré, Júlio César de Mello e Souza**, UFRN, S. d., p. 467 e 481.

PEREIRA, D. J. R. **História do movimento democrático que criou a Sociedade brasileira de Educação Matemática SBEM.** Campinas – SP: UNICAMP, 2005. Tese (Doutorado em Educação), Instituto de Educação, Universidade de Campinas, Orientador(a): Prof.a Dr.a Maria Ângela Miorim.

PEREZ, D. G.; OZÁMIZ, M. G. ***Enseñanza de las Ciencias y la Matemática Tendencias e Innovaciones***, Editora Popular, Organización de Estados Iberoamericanos (OCI), 1993, disponível em http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm.

PIRES, C. M. C. **Educação Matemática e sua influência no processo de organização e desenvolvimento curricular no Brasil**. Rio Claro, SP: Bolema – Boletim de Educação Matemática ano 21 nº. 29, 2008.

POLLAK, ***Matemáticas y otras asignaturas; cursos integrados***. In anais do 3 ICME Internationaler Kongress uber mathematik unterricht, Karlsruhe,1976, p. 95 – 102.

RODRIGUES, D.;PLATT, J. ***Algunas idéias sobre el concepto de ciencia integrada. INIDE, Programa Nacional pra Mejoramento de la Enseñanza de la*** Ciência (PRONAMEC), Lima-Peru, 1975, p. 27-40.

ROSA, M. ; OREY, Daniel C . **Tendencias Atuais da Etnomatematica como um Programa**: Rumo a Acao Pedagogica. Zetetike, Campinas, v. 13, n. 23, 2005. disponível em http://www.csus.edu/indiv/o/oreyd/papers/etnotendenciasatuais.doc

RUIZ, A. ***Las Posibilidades de la Historia en la Educación Matemática***. Una Visión Filosófica *Boletin Informativo del Comité Interamericano de Educación Matemática*, año 5, nº 2, Noviembre 1997; p. 1-7.

SÁNCHEZ, J. E. P. **Estratégia combinada de módulos instrucionais e modelos matemáticos interdisciplinares para ensino-aprendizagem de matemática a nível de segundo grau**. Rio de Janeiro: PUC, 1979. Dissertação (Mestrado em Educação). Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Orientador (a): Aristides C. Barreto.

SANTALÓ, L. A. **Matemática para não-matematicos**, p. 11-25, *in* Didática da Matemática Reflexões Psicopedagógicas, Cecília Parra & Irmã Saiz (organizadoras), Artes Médicas; Porto Alegre, 1996.

SANTALÓ, L. A. ***Hacia una didáctica humanista de la matemática***, México: Editorial Pax, 245 páginas disponível em http://books.google.com/books acesso em nov. 2008.

SCHMIED-KOWARZIK, Wolfdietrich. **Pedagogia dialética de: Aristóteles a Paulo**
Freire. São Paulo, Brasiliense, 1983. SPOSITO, Marilia Pontes.

SILVA, R. F. **O ensino de História na década de 70 do século XX em Ipuã** – SP- disponível em http://www.ichs.ufop.br/memorial/trab/e1_2.doc acesso em abril/2008.

SILVA, V. **Osvaldo Sangiorfi e o Fracasso da Matemática Moderna no Brasil**. São Paulo: PUC, 2007. Dissertação (Mestrado em Educação

Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Wagner Rodrigues Valente.
SOUZA, G. L. D. **Três Décadas de Educação Matemática***:* Um Estudo de Caso da Baixada Santista no período de 1953-1980. Rio Claro: UNESP, 1998. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Departamento de Matemática, Universidade Estadual Paulista. Orientador (a): Antonio Vicente Marafioti Garnica.
TROTTA, F. et al. **Matemática Aplicada**: 1, 2 º Grau, São Paulo: Moderna, 1979.
TROTTA, F. et al. **Matemática Aplicada**: 2, 2 º Grau, São Paulo: Moderna, 1979.
TROTTA, F. et al. **Matemática Aplicada**: 3, 2 º Grau, São Paulo: Moderna, 1980.
VALENTE, W. R. "**Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930)**". São Paulo, Annablume, 1999.
VALENTE, W. R. **Considerações sobre a matemática escolar numa abordagem histórica** *in* Cadernos de História da Educação - nº. 3 - jan./dez. 2004, p. 77-82.
VALENTE, W. R. **A matemática na escola: um tema para a historia da educação**, 2005. *in* Historia do ensino de matemática em Portugal de José Manuel Matos e Darlinda Moreira.
VALENTE, W. R. **A Matemática Moderna nas Escolas do Brasil**: Um tema para estudos históricos comparativos. In Revista Diálogo Educacional, v. 6 n. 18, mai/ago. 2006, Curitiba-PR, Champagnat, 2006.
VALENTE, W. R. **História da Educação Matemática: interrogações metodológicas**. REVEMAT, v. V2, p. 28-49, 2007.
VALENTE. W. R. (Org.). **A matemática moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: primeiros estudos**. São Paulo: Da Vinci, 2007.
VITTI, C. M. **Movimento da Matemática Moderna: Memória, Vaias e Aplausos**. Piracicaba: UNIMEP, 1998. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Metodista de Piracicaba. Orientador (a): José Maria de Paiva.
WERNECK, A. P. T. **Euclides Roxo e a reforma Francisco Campos**: A gênese do primeiro programa de ensino de matemática brasileiro. São Paulo: PUC, 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Wagner Rodrigues Valente.
WIELEWSKI, G. D. **Aspectos do pensamento matemático na resolução de problemas**: uma apresentação contextualizada da obra de Krutetskii. São Paulo: PUC, 2005. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. Orientador (a): Michel Otte e Ana Franchi.
WIELEWSKI , G. D. **Políticas Educacionais e a oficialização da Matemática Moderna no Brasil**, In: Elisabete Zardo Búrigo; Maria Cecília Bueno Fischer; Monica Bertoni dos Santos. (Org.). A Matemática Moderna nas escolas do Brasil e de Portugal: novos estudos. Porto Alegre: Redes Editora, 2008, v. 1, p. 22-34.
WILMER, C. B. **Modelos na aprendizagem da matemática**. Rio de Janeiro: PUC, 1976. Tese (Mestrado em Ciências da Matemática). Departamento de Matemática Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Orientador (a): Aristides C. Barreto.

ANEXOS

ANEXO A - Sumário da Coleção “Matemática Aplicada”

O volume 1 desta coleção é divido em seis capítulos e é composto por 286 páginas. O primeiro capítulo vem intitulado *“Revisão (porcentagens e médias) Progressões Aritméticas e Geométricas”* este capítulo se subdivide em:

1. *Introdução*
2. *Porcentagem: uma maneira de comparar dois números*
3. *Progressões geométricas: introdução*
4. *Progressões aritméticas: introdução*
5. *Soma dos termos da PA*
6. *Soma dos termos da PG*
7. *Médias*
8. *Médias: um comentário histórico*

O segundo capítulo tem como título *“Funções – Equações – Inequações”* que subdivide em:

1. *Gráficos*
2. *Definição de função*
3. *Lei de uma função*
4. *Variável independente e variável dependente*
5. *Sistema cartesiano ortogonal*
6. *Função Elementares: caracterização*
7. *Função constante*
8. *Função linear*
9. *Função afim*
10. *Função quadrática*
11. *Equações do 2º grau*
12. *A fórmula de Bhaskara*
13. *Soma e produto das raízes da equação do 2º grau*
14. *Inequações do 2º*
15. *Máximos e mínimos*
16. *Função exponencial*
17. *Domínio de uma função*
18. *Imagem de um elemento*
19. *Conjunto – imagem de uma função*
20. *Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras – função inversa*
21. *Aplicação de função inversa*
22. *Esquemas de flechas*
23. *Gráfico de função inversa*
24. *Translações de um gráfico*
25. *Gráficos em jornais*

O terceiro capítulo trata da *“Geometria Plana”* e é subdivido em;

1. *Soma dos ângulos internos de um polígono*
2. *Lugares geométricos: circunferência, mediatriz, bissetriz, elipse e parábola*
3. *As ferramentas do topógrafo*
4. *Semelhança*
5. *O triângulo como polígono das exceções*

6. *O teorema de Tales*
7. *Triângulos retângulos: o teorema de Pitágoras*

O quarto capítulo traz *"A trigonometria do ângulo agudo"* e subdividido em;

1. *A determinação de distâncias inacessíveis*
2. *Tangente, seno e cosseno: definições, relações e aplicações*
3. *O quadrante trigonométrico*
4. *A construção da primeira tabela trigonométrica*
5. *Cosseno e seno da soma e da diferença*

O quinto capítulo trata dos *"Logaritmos"* a partir da subdivisão abaixo;

1. *Introdução*
2. *Definição de logaritmo*
3. *Condições de existência de um logaritmo*
4. *Uma propriedade interessante*
5. *Propriedades operatórias dos logaritmos*
6. *Funções exponencial e logarítmica*
7. *A construção da primeira tábua de logaritmos decimais*
8. *Logaritmos decimais*
9. *Mudanças de base*
10. *Aplicação dos logaritmos e da função exponencial*

O sexto capítulo é intitulado por *"Binômio de Newton"*

1. *Introdução*
2. *Justificativa do método utilizado*

O volume 2 da coleção também é divido em seis capítulos e é composto por 290 páginas.

O primeiro capítulo tem como título *"Análise combinatória"* e se apresenta desta forma:

1. *Introdução*
2. *Criação de modelos*
3. *Arranjos*
4. *Cálculo do numero de arranjos*
5. *Permutações*
6. *Cálculo do número de permutações*
7. *Um novo símbolo*
8. *Um novo modelo: as combinações*
9. *Cálculo do número de combinações*
10. *Binômio de Newton*
11. *Anagramas*
12. *Permutações com repetição*
13. *Número de permutações com repetição*

O segundo capítulo é intitulado *"A área de uma superfície"* e trabalha;

1. *Problemas cotidianos envolvendo áreas*
2. *Métodos práticos para calcular áreas*

3. *A área do quadrado*
4. *A área do retângulo*
5. *A área do paralelogramo*
6. *A área do triângulo*
7. *A área do trapézio*
8. *A área do círculo*
9. *Razão entre as áreas de duas figuras semelhantes*
10. *O perímetro da circunferência*
11. *O radiano*

O terceiro capítulo traz *"A trigonometria da primeira volta"* enfocando:

1. *A triangulação topográfica*
2. *Outras aplicações da trigonometria*
3. *A necessidade de ampliar as idéias*
4. *A circunferência trigonométrica*
5. *O teorema dos cossenos e o teorema dos senos*
6. *Geometria Analítica: o método de coordenadas*
7. *Algumas fórmulas importantes*
8. *Gráficos das funções trigonométricas*
9. *Um pouco de história*

O quarto capítulo trata da *"Geometria Analítica: A reta"* e subdivide em:

1. *Introdução*
2. *Coeficiente angular*
3. *Um caso a parte*
4. *As partes que passam por um ponto dado*
5. *Paralelismo de duas retas*
6. *Interseção de duas retas*
7. *Perpendicularismo de duas retas*
8. *Equação geral e equação reduzida*
9. *Distância entre ponto e reta*
10. *Problemas de tangencia*

O quinto capítulo trata de *"Sistemas Lineares e Determinantes"* partindo da:

1. *Introdução*
2. *Nomenclatura*
3. *Determinante 2x2*
4. *Sistemas lineares 2x2 não normais*
5. *Determinantes 3x3*
6. *Sistemas lineares 3x3 não normais*
7. *Sistemas lineares homogêneos*
8. *Comentários finais*

O sexto capítulo traz a *"Trigonometria Generalizada"* e subdivide em:

1. *Ampliando as idéias*
2. *Preservação de relações anteriores*
3. *Uma justificativa para as definições dadas*
4. *Cotangente, secante e cossecante*
5. *As funções seno e cosseno*
6. *As funções tangente e cotangente*

7. *As funções secante e cossecante*
8. *Função par e função ímpar*
9. *Periodicidade das funções trigonométricas*
10. *Fórmulas de fatoração*
11. *Equações e inequações trigonométricas*
12. *Aplicação da Trigonometria a correntes alternadas*
13. *A função módulo*

O volume 3 da coleção é divido em oito capítulos e é composto por 394 páginas.

O primeiro capítulo tem como título “Probabilidades” e trabalha:

1. *Introdução*
2. *Eventos certos e eventos impossíveis*
3. *Regra da multiplicação e probabilidade condicional*
4. *Eventos independentes*
5. *Regra da adição*
6. *A probabilidade de não ocorrer um evento*
7. *Comentários finais*

O segundo capítulo trata de “Limites e derivadas”

1. *Introdução*
2. *Limite e derivada*
3. *Função derivada*
4. *Primeiras regras de derivação*
5. *Outras regras de derivação*
6. *Aprimorando a idéia de limite*
7. *Soma dos infinitos termos da P. G.*
8. *Limite fundamental trigonométrico*
9. *Derivação das funções trigonométricas*
10. *Derivação da função composta*
11. *Limite fundamental: número e*
12. *Derivadas das funções logaritmo e exponencial*
13. *Derivada da função potência de expoente real*
14. *Funções crescentes ou decrescentes*
15. *Máximos e mínimos relativos*
16. *Pontos de inflexão*
17. *“Receita” para o esboço do gráfico de uma função*

O terceiro capítulo tem como título “O volume de um sólido”

1. *Problemas práticos envolvendo o cálculo de volumes*
2. *Métodos práticos para calcular volumes*
3. *Unidades de volume*
4. *O volume do cubo*
5. *O volume do bloco retangular*
6. *Um pouco de história da Matemática*
7. *O principio de Cavalieri*
8. *O volume do prisma*
9. *O volume do cilindro*
10. *O volume da pirâmide*
11. *O volume do cone*

12. *Razão entre os volumes de dois sólidos semelhantes*
13. *O volume da esfera*
14. *Sólidos de revolução*

O quarto capítulo trata das “Figuras no espaço”

1. *A preocupação com o espaço: forma, tamanho e posição das coisas*
2. *Posições relativas de duas retas*
3. *Posições relativas de dois planos*
4. *Posições relativas de uma reta e um plano*
5. *Ângulo formado por duas retas reversas*
6. *Perpendicularismo entre reta e plano*
7. *Planos perpendiculares*
8. *Ângulos no espaço*
9. *Distância entre duas retas reversas*

O quinto capítulo trata de “Polinômios – Equações polinomiais (1ª parte)”

1. *Divisão pelo método da chave*
2. *Definições*
3. *Divisibilidade & equações*
4. *Dispositivo prático de Briot-Ruffini*
5. *Teorema de D’Alembert*
6. *Pesquisa de raízes inteiras*
7. *Pesquisa de raízes racionais*
8. *Raízes reais*

O sexto capítulo trata de “Números Complexos – Equações polinomiais (2ª parte)”

2. *Número de soluções reais da equação do 2º grau*
3. *Considerações sobre equações do 3º grau*
4. *A insuficiência dos números reais*
5. *A unidade imaginária*
6. *Os números complexos*
7. *Teoremas das raízes conjugadas*
8. *Retomando o problema inicial*
9. *Representação geométrica dos números complexos*
10. *Forma Trigonométrica*
11. *Multiplicação e potenciação na forma trigonométrica*
12. *Radiciação na forma trigonométrica*
13. *Resolvendo o problema inicial*
14. *A regularização de certas propriedades*
15. *Decomposição de um polinômio*
16. *Multiplicidade de uma raiz*
17. *Relações entre coeficientes e raízes*
18. *Considerações gráficas no plano*
19. *Considerações gráficas no espaço*

O sétimo capítulo trata das “Cônicas”

2. *A elipse, a parábola e a hipérbole: presença no dia a dia*
3. *A parábola*

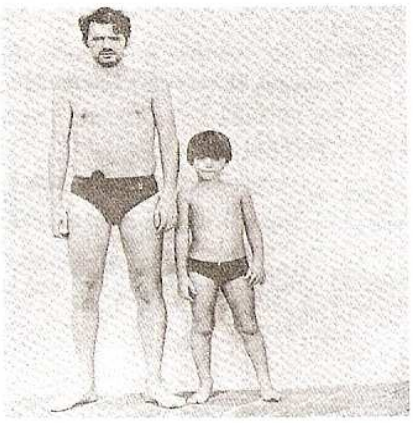
4. *A elipse*
5. *A hipérbole*
6. *As seções cônicas*

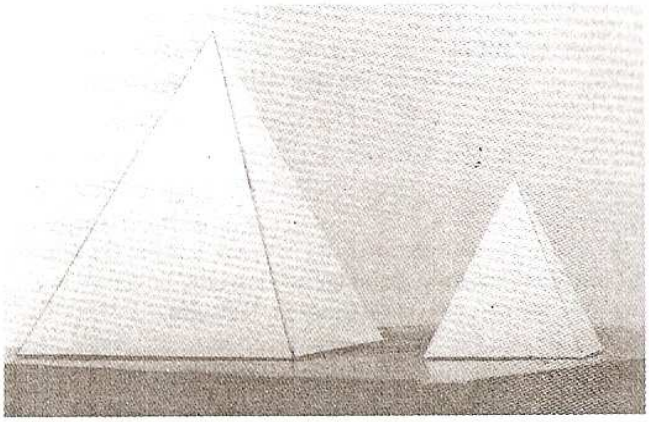
O oitavo capítulo trata das “Matrizes”

1. *Introdução*
2. *Conceito de matriz*
3. *Igualdade de matrizes*
4. *Adição de matrizes*
5. *Matriz nula*
6. *Matriz oposta*
7. *Propriedade da adição de matrizes*
8. *Subtração de matrizes*
9. *Multiplicação de um número real por uma matriz*
10. *Propriedades da multiplicação de um número real por uma matriz*
11. *Somatórias*
12. *Algumas propriedades das somatórias*
13. *Multiplicação de matrizes*
14. *Matriz unidade*
15. *Propriedade da multiplicação de matrizes*
16. *Matriz transposta*
17. *Determinantes – teoremas de Laplace e Cauchy*
18. *Propriedade relacionando matrizes e determinantes*
19. *Matriz inversa*
20. *Sistema linear normal*

ANEXO B – Aplicação do assunto “O volume de um sólido” do livro Matemática Aplicada Volume 3 de TROTTA, IMENES e JAKUBOVIC

O corpo humano, a Matemática e a Biologia





Às vezes se observa que o filho se parece muito com o pai. Do ponto de vista geométrico, esta parecença define uma semelhança? Para que duas figuras sejam semelhantes é preciso que a razão entre dois comprimentos correspondentes quaisquer seja constante. Algumas medições feitas no adulto e na criança ajudam-nos a avaliar a questão (comprimentos em cm e peso em kg).

Grandeza	Adulto (34 anos)	Criança (8 anos)	Razão
altura	172	132	1,30
envergadura	173	130	1,33
perna	97	77	1,26
pé	26	21	1,24
braço	72	55	1,31
cabeça	59	52	1,13
pescoço	40	30	1,33
tórax	96	66	1,45
cintura	92	67	1,37
peso	72	32	2,25

A tabela mostra que, aproximadamente, a razão entre comprimentos correspondentes no adulto e na criança é constante (em torno de 1,3). Podemos então considerar os dois corpos como aproximadamente semelhantes, sendo a razão de semelhança 1,3.

Logo, a razão entre seus volumes deve ser em torno de $(1,3)^3 \cong 2,2$. De fato, a tabela mostra que a razão entre os pesos do adulto e da criança é proxima de 2,2. A razão entre os pesos é uma aproximação para a razão entre os volumes.

A razão entre as áreas das superfícies dos dois corpos deve estar, então, em torno de $(1,3)^2 \cong 1,7$.

Esta semelhança, com maior ou menor aproximação, pode ser notada no corpo de duas pessoas quaisquer. De fato, no manual de medicina, intitulado *The Merck Manual,* os autores mencionam uma fórmula de autoria de Dubois e Dubois utilizada no cálculo da área da superfície do corpo de uma criança. A fórmula é:

$$S = W^{0,425} \times H^{0,725} \times 71,84$$

onde S é a área da superfície do corpo da criança em m^2, W é seu peso em kg e H é a altura da mesma em cm.

Admitamos, então, a existência de uma semelhança geométrica entre as crianças C_1 e C_2. Sendo k a razão da semelhança, temos:

$$\frac{H_2}{H_1} = k \quad \therefore \quad H_2 = kH_1 \quad \text{e} \quad \frac{W_2}{W_1} = k^3 \quad \therefore \quad W_2 = k^3 W_1$$

As áreas das superfícies de seus corpos são:

$$S_1 = W_1^{0,425} \times H_1^{0,725} \times 71,84$$

$$\text{e} \quad S_2 = W_2^{0,425} \times H_2^{0,725} \times 71,84 = (k^3 W_1)^{0,425} \times (kH_1)^{0,725} \times 71,84 =$$

$$= k^{1,275} \times W_1^{0,425} \times k^{0,725} \times H_1^{0,725} \times 71,84 =$$

$$= k^{2,000} \times W_1^{0,425} \times H_1^{0,725} \times 71,84 = k^2 S_1$$

Isto é: $S_2 = k^2 S_1$

Veja, então, que o autor da fórmula, ao deduzi-la, levou em consideração a semelhança existente entre os dois corpos e respeitou as conseqüências geométricas que essa semelhança impõe.

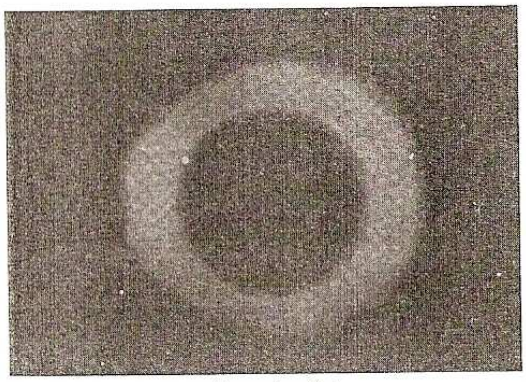
Vejamos algumas conseqüências biológicas disso tudo. A quantidade de alimento que uma pessoa necessita depende de vários fatores. Parte da energia que nosso corpo recebe, proveniente da alimentação, é gasta em movimentação, atividades físicas e intelectuais, crescimento do corpo (durante certa fase da vida); uma outra parte é ainda gasta para manter a temperatura do corpo que, em média, está acima da temperatura ambiente. As trocas de calor com o ambiente se fazem pela superfície do corpo e, por isso, dependem da área dessa superfície. Voltemos, então, aos dados da tabela anterior. Sendo a razão de semelhança entre o adulto e a criança próxima de 1,3, isto é, sendo a altura da criança $\frac{1}{1,3} \cong 77\%$ da altura do adulto, o peso (volume) da criança será $\frac{1}{(1,3)^3} \cong 45\%$ do peso (volume) do adulto e a área da superfície do corpo da criança será $\frac{1}{(1,3)^2} \cong 59\%$ da área da superfície do corpo do adulto. Note então que, se tomarmos como

referência os pesos do adulto e da criança, a criança tem mais superfície que o adulto e, portanto, a parcela de alimentação destinada a manter a temperatura do corpo é proporcionalmente maior na criança que no adulto.

Isso é tanto mais acentuado quanto menor for a criança. Um bebê prematuro (nascido antes dos nove meses normais de gestação) tem uma dificuldade muito grande de manter a temperatura do corpo, visto que entre outros motivos, em relação ao seu peso, tem uma superfície muito extensa. Isso obriga o prematuro a permanecer certo tempo tomando soro numa estufa com temperatura acima da ambiente para diminuir as trocas de calor com o exterior.

13. O VOLUME DA ESFERA

A preocupação com o cálculo do volume da esfera e da área da superfície esférica é bastante antiga, conforme nos demonstram os pesquisadores de história da Matemática. Assim, por exemplo, Carl B. Boyer nos conta que:



eclipse do Sol

Arquimedes escreveu muitos tratados maravilhosos, dentre os quais seus sucessores se inclinavam a admirar mais Sobre espirais. *O próprio autor parece ter preferido outro,* Sobre a esfera e o cilindro. *Arquimedes pediu que sobre seu túmulo fosse esculpida uma representação de uma esfera inscrita num cilindro circular reto cuja altura é igual ao seu diâmetro, pois ele tinha descoberto, e provado, que a razão dos volumes do cilindro e da esfera é igual à razão das áreas, isto é, três para dois. Essa propriedade, que Arquimedes descobriu após sua* Quadratura da parábola, *era, diz ele, desconhecida dos geômetras que o precederam. Tinha-se pensado outrora que os egípcios sabiam achar a área de um hemisfério; mas agora Arquimedes aparece como o primeiro a saber, e provar, que a área da esfera é quatro vezes a área de um seu círculo máximo. (...) A fórmula familiar para o volume da esfera aparece em* Sobre a esfera e o cilindro *1.34*:

Toda esfera é igual a quatro vezes o cone que tem base igual ao círculo máximo da esfera e altura igual ao raio da esfera.

O teorema é provado pelo método usual de exaustão, e a razão entre o volume e a área da superfície da esfera e cilindro circunscrito seguem como corolário simples. O diagrama da esfera em um cilindro foi de fato esculpido no túmulo de Arquimedes, como sabemos por uma referência de Cícero. Quando foi questor na Sicília, o orador romano achou o túmulo abandonado com a figura. Ele restaurou o túmulo – o que foi quase a única contribuição de um romano à história da matemática – mas a partir daí qualquer traço dele desapareceu.

Carl B. Boyer, *História da Matemática*, Ed. Blücher e EDUSP, pp. 96 e 97.

ANEXO C –A ARTIGOS OBTIDOS NO APUA-ARQUIVO PESSOAL UBIRATAN D'AMBROSIO – GHEMAT

GEMAT
CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

RELATIONSHIP OF INTEGRATED SCIENCE TO OTHER SUBJECTS IN THE CURRICULUM

Ubiratan D'Ambrosio

Introduction

In this paper we will disucuss how integrated science either as a syllabus or a methodology, fits in the full curriculum of schools at all levels. We will touch basic concepts on the integration of the sciences, both from a philosophical view point and from the efforts for a better science education. In talking of a better science education, basic questions on what is to be achieved by an educational system, how curricula meet societal goals and what the long range purposes of science education are, will be discussed. We will discuss these matters from the point of view of developed and developing societies, and hint at some strategies which might foster science education with a closer relationship to a betterment of the quality of life.

In dealing with more specific issues related to the theme, we will discuss the possible differences among science and other knowledge systems represented in the school curricula. In particular, much attention will be devoted to the relationship between sciences and mathematics in school, especially about the feasibility of integrating both in the same program.

While not attempting to discuss the issue of what is meant by "integrated science", we have to devote a few moments to reflect on the traditional disciplinary organization of knowledge, and to distinguish systematized knowledge from the process of acquiring knowledge, the latter being the basic aspect with which we are faced in the school systems.

If we paraphrase the Varna concept, we can look at integrated science as a methodology which presents concepts and basic principles in such a way as to express the unity of scientific thought and to minimize tensions resulting from efforts to classify phenomena on the basis of distinct disciplines. It is clear that even in a disciplinary context, much scientific work is interdisciplinary; and we know of many examples of schools and teachers that have set up interdisciplinary studies, which undoubtedly contribute towards lowering the barriers resulting from the traditional classification of science. The

ability of many teachers to produce relationships among several subjects, to relate their disciplines to other disciplines, and to draw examples from the context of reality and everyday life, is well known. Even mathematics, which presents itself as the science subject in school which is the most remote from real life, may be presented through several examples draw from reality, and we often talk about "useful mathematics" in some school situations. These situations are representative of teaching virtuosity, which has always existed and which will certainly continue to be present in our schools. Many examples of such abilities should be made more available and known, and certainly can inspire and influence other teachers. But these important examples, which deserve to be stimulated, are not the same thing as full integration of the school subjects. With full integration, scientific creativity, one of the objectives for teaching science in schools, is presented in its full relationship with the environment, both sociocultural and natural. This has been discussed in D'Ambrosio (1977a).

Science and Nature

Science integration presents itself as a global view of natural phenomena, with strong input from the socio-cultural momentum. We might consider, in a very unsophisticated way, the mental process which generates scientific attitude and scientific understanding according to the scheme shown in Figure 1.

(Figure 1 about here)

In this process, language is the main issue and should be given a special place in curricula, instead of an over-emphasis on contents. In fact, a shift from content towards more emphasis on process and method, seems to be an identified trend in science education today. In this context, the view point of Renē Thom in placing mathematics as a finer language than natural language to describe external phenomena is quite adequate to a content-free science education [Thom, 1975]. This concept of content-free has to be understood from the point of view of strategies for education. Undoubtedly, to acquire knowledge in the form of content is one of the objectives of education. What we are now claiming is the possibility of acquiring content as a sub-product of an educational experience based on open syllabi. Content becomes a result of the educational experience, instead of being the guiding framework, as has traditionally been the case.

GHEMAT
CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

We have no hesitation in asserting that to define "a priori" a program of studies in scientific discipline, bounds the students and the teacher, as well as the educational experience, to an unfavourable condition for truly scientific attitude. The process of scientific discovery, which should dominate science education, meets a very serious handicap within a programatic context. The figure above reflects an open situation, where accumulated knowledge is brought into the education context in the measure it is needed. This is a form of "information retrieval", which could be traced back to the invention of printing and more recently to the full use of electronics. Although the practical use of such form of retrieval of stored knowledge is, as yet, somewhat difficult to achieve, it seems to me that in the finding of cheaper and easy-to-manipulate forms of such retrieval of stored knowledge resides the future of education. A total change of emphasis from contents, or the traditional informative teaching, to an active participation of students in a discovery process, with teachers serving as guides and resources, and formal teachers being reduced to motivational aspects and methodology of access to information, seems to be the key element for a relevant, dynamic and updated science education. Mainly for developing countries, I see no hope of bringing advanced science and technology to usefull and ready access unless we shift the pattern of education to a retrieval based scheme.

The retrieval concept we are discussing is to be understood in its most general context, viz. the retrieval of information, the process by which we remember something. Of course, much of the stored knowledge referred has been stored in the individual's memory, and the information retrieval process is the "remembering process". The main point is that this is one amongst several other retrieval techniques which are used together in the educational experience.

Science in School, Model Building

In this context, how does science, meant in its naturally integrated context, fit into the school system, and how is it related to other school subjects? It seems to me, the question would be somewhat voided in a educational structure, based on a model in which stored knowledge is retrieved in some form. The role of computers in this is already clear. We mention especially the efforts of the Project CHELSEA SCIENCE SIMULATION PROJECT, conducted by the Centre for Science Education, Chelsea College. Other forms of retrieval, ranging from home computerized television to alpha-numeric pocket calculators, and to personal computers, will give the concept of retrieval of stored knowledge its proper place

CHEMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

in the education of the future, bringing science to a natural relationship with other knowledge systems represented in school.

This era is closer to our days than we tend to admit, and a trend conference such as this one must be concerned with future rather than present. On the other hand, we have to face the reluctance of science educators and school administrators to jumping into a future as yet not clearly defined, and also the natural conservantism of school systems. What can be done now? How to minimize the gap between today and tomorrow? How does science education fits into this? Summing up, how does science education relate to a global educational context, in particular to other school subjects?

One of the most difficult aspects of bridging the gap between science and the real world resides in the concept of model building.This requires some specific strategies, which are based on the mentalization process described in Figure 1.

Undoubtedly, curricular development meets with considerable problems of reaction to its implementation, and no one would disagree that the most important aspect of a curricular development relies on strategies for its implementation. The initial difficulty is how to cope with existing teaching material, mainly books, and the actual condition of teachers. For example, no one in Brazil, has hopes of a mass substitution of existing texts for new curricula. This is a process almost impossible to achieve. With about 25 million children in elementary school, a mass implementation of new curricula poses logistical aspects which would diminish the dynamical character of curricular development. In the same vein, it is illusory to believe that a mass teacher retraining scheme, would produce the desired results. Of course, both difficulties are met by several governmental programs, but the time delay between devising a broad material curricular development and its implementation does not meet the rapid changing pattern of an educational system. Parallel to the mass efforts in attacking the above mentioned issues, some advanced awareness materials were produced and put in the hand of teachers. This strategy, similar to introducing a perturbating element in the traditional, official curricula, has proved to be most satisfactory. Curricular material can be produced which challenges both students, teachers and parents, generating among them receptivity and, in some cases, demand for more changes. Through a chain process of training teachers to apply new curricula and at the same time to train colleagues, wide-spread diffusion of new ideas, new methodology, and supporting material can make its way into traditional schools.

CENPEC CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

At the same time, ground is being laid for the acceptance of changes on a national scale.

A special place is reserved, in bridging the gap between the real world and the sciences, to full use of hand-held calculators. Undoubtedly, for the first time since recent developments of science, science education can be changed from a purely observational and descriptive pattern to quantified reasoning, in the full essence of scientific method. Indeed, mathematical modelling could not be previously achieved, except in a token way, because of lack of computational power, at an elementary level. We see the revival of G. Polya's approach to heuristics [Polya 1962], associated with full use of hand-held calculators as a most promising trend in bridging the gap between mathematical education and real world [D'Ambrosio 1977].

Of the utmost importance is the linguistic component in the educational process. Undoubtedly, language difficulties of students entering school are a barrier for science education. Scientific literacy is a problem if language of children is not utilized. Although much concerned about this, and surely giving much priority to the issue, we will not discuss the matter any further. I hope this will be discussed in another opportunity, probably in a special conference. We refer to the efforts conducted by the American Association for the Advancement of Science, through its project on "Native Americans in Science".

In undeveloped countries, science and technology must be brought to be integrated components of the culture, to which science and advanced technology are foreigners. Results obtained all over the world after the decades of efforts to raise scientific and technological awareness of the population at large, have been minimal, not enough to catch up with recent advances of developed countries. Sadly, we see the gap between developed and undeveloped countries growing, making undeveloped countries ever more dependent on imported sophisticated technology, and what is worse, dependent on manpower to operate and manage the advanced technology brought into the countries.

Education has as its main objective to prepare future generations to cope with the changing pattern of their societies. It is unquestionable that science and technology dominate the changing pattern of all societies. Hence, science education has to reflect the dynamical introduction of more and more scientific attitudes and technological advances which are affecting daily life in our societies. We must insist on the fact that science education in undeveloped countries has not been successful in preparing scientific literate citizens, nor advancing technological sensibility among our youths, nor in promoting vocation for

CBPMAT
CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

science and technology. The science and technology level of competency of our graduates is at best inadequate for their local and regional needs.

The Relationship of Science to Mathematics and Other School Subjects

While aiming at a full integration of all disciplines in school systems, we shall examine first the relationship of science and mathematics. This seems to be a crucial issue if we want to go a step further than a merely descriptive, qualitative study of science. Quantification is a major goal.

Again, we refer to Figure 1. In it, the "real world" has to be understood as the global environment, with its physical and natural aspects, as well as its socio-cultural aspects. This global concept of the environment spontaneously sets the ground for a total integrative scheme. The global environment impinges on the individual through his senses and also through psychological stimuli and values, which have to be equally incorporated into any integrative exercise. This places much of the responsibility on education, in particular on science education, in close relationship with the socio-cultural momentum. Thus, although the general framework is universal, there must be a strong total character.

We shall now discuss some aspects of integration and some of the strategies that might be adopted. These are not intended to be more than case histories which may provide hints for future research.

In [D'Ambrosio 1974] we advanced the question of how much integration was going on in the Brazilian primary educational system, as far as Mathematics and general science were concerned. Although part of the same teaching practice, science and mathematics are treated as different subjects, without reference of one to the other, as was shown by L. E. Gomes in her dissertation. Quoting from this research: "On the basis of the reviewed literature, a Curricular Integration Model was built. The basic elements included: a) sequence of subject matter contents; b) relationship between subject matter contents; and c) methodology strategy to an integrated instructional process. The comparison of data gathered by the questionnaire with the Curricular Integration Model indicated discrepancies between the formal and the real, leading to the following conclusions: (1) There does not appear to exist a total Science and Math curricular integration in the elementary city schools of Rio de Janeiro, at least as evidenced by the sample of this

CECIMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

study; (2) There are indications of partial curricular integration, a fact that can be considered a positive indication towards a total curricular integration; (3) The main obstacles to a total Science and Math curricular integration seemed to be related to curricular organization of subject matter contents and to the selection of methodologic approaches. It was recommended that: 1.- The curricular suggestions that are being sent to teachers present the subject matter structure and topics prone to horizontal integration, and that these suggestions be prepared by curriculum and subject matter specialists, cooperatively ; 2.- Training courses in curricular organization be offered to supervisors and teachers to help them cope with the difficulties of curricular planning and implementation; 3.- Pilot experiences be undertaken and continuously evaluated in order to develop an instructional integration strategy of Science and Math". [Elliot 1976] .Certainly, more research of this kind will throw some light on what is really going on in school systems. We here noticed, worldwide, an optimism on the part of administrators and universities, and a somewhat discouraging and hopeless attitude of the individuals in effective school action.

An inquiry, prepared with the specific aim of finding out the degree of relationship between science and mathematics, gave more evidence of the same pattern, in other parts of the world. It seems that the traditional pattern of mathematical education, be it the so -called classical or traditional approach, be it the modern mathematics approach, carries an over-emphasis on the value of mathematics by itself, with a clear tendency towards overstating the importance of mathematics because of its value as the builder of clear thinking, as the rigorous science par excellence, and for an *unconvincingly possible practical* value. On the other hand, Mathematics as a process, so well exemplified by the mathematization processes which are going on with science and mathematical modelling, which is playing an *unpresented* role in the analysis of nature, mainly due to the growing capability of faster calculation, has been finding its way into the curriculum at a much slower place. This we steem : is the real and undeniable value of mathematics as a discipline, obviously in full integration with all other subjects? Although we find rather encouraging examples of mathematics being integrated in the sciences as in the Ghanian school system, where, as reported by Mr. Oheae-Asare, from the Ghana Association of Science Teachers, "measurements of lengths, volumes, areas are given prominence, not for their own sake but, in as much as they give meaning to, and help explain, scientific concepts", the general pattern noticed is mathematics unrelated to science. An effort conducted by

GREMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

the Ministry of Education of Brazil, in 1973-74, led to several integrated curricular units, but its adoption has been postponed [D'Ambrosio 1975] . We must mention the efforts conducted by UNESCO, through the "Montevideo Regional Office of Science and Technology for Latin America and the Caribbean", to generate curricular material to bring mathematics to a closer relationship to applications. Indeed, a series of modules for applications of mathematics are resulting from several projects. We mention in particular the efforts of the project UMAP (Undergraduate Mathematics and its Applications Project), developed by the Education Development Center, Newton, Massachusetts, which represents, to our knowledge, the most comprehensive effort for the development of units of mathematics with an integrating flavour. With the special goal of developing countries, some of such units have been developed by UNESCO's Montevideo Office, but the extent and number of such units are still limited.

Looking for a better suited science education for the rapid changes in the socio-economic pattern of the country, the Brazilian Ministry of Education, has funded, since 1973, a series of curricular development projects in the Institute of Mathematics, Statistics and Computer Science of the State University of Campinas. These projects, both for elementary and secondary schools, have generated units of instruction, each of 15 to 20 hours, touching critical issues of the traditional curriculum, and which have been "inserted" in the existing curricula. The underlying philosophy of the projects, advanced in a national seminar [D'Ambrosio 1974] , aims at bringing science and mathematics to a close relationship with school subjects. Basically we seek to derive enough motivation for a mathematization process, from the surrounding reality, very much in the scheme presented in Figure 1. We consider an informal capability of recognizing mathematics in real situations as a first basic step for attacking a mathematical problem. This intuitive pre-modelling approach, on the elementary level, is a basic tone of our curricular development. Much of this philosophy is described in our address to the 3rd International Congress of Mathematical Education, Karlsruhe, Germany, August 1976 [D'Ambrosio 1976a] . We will briefly describe the adopted strategies for the project.

Undoubtedly, curricular development meets with considerable problems of reaction to its implementaiton, and no one would disagree that the most important aspect of a curricular development relies on strategies for its implementation. The initial difficulty is how to cope with existing teaching material, mainly books, and the actual condition of teachers. No one, in Brazil, would have expected a mass substitution of existing texts for new curricula. This is a process

GHEMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

almost impossible to achieve. With about 25 million children in a elementary school, a mass implementation of new curricula poses logistical aspects which would diminish the dynamical character of curricular development. In the same vein, it is illusory to believe that a mass teacher retraining scheme would produce the desired results. Of course, both difficulties are met by several governmental programs, but the time lay between devising a broad material curricular development and its implementation does not meet the rapid changing pattern of our educational system. Parallel to the mass efforts in attacking the above mentioned issues, some advance awareness materials were produced and put in the hand of teachers. This strategy, similar to introducing a perturbsting element in the traditional, official curricula, has proved to be most satisfactory. Someone has called it the "stealth method". Curricular material is produced which challenge both students, teachers and parents, generating among them receptivity and, in some cases, demand for more changes. Through a chain-like process of training teachers to apply new curricula and at the same time to train colleagues, wide-spread diffusion of new ideas, new methodology, and supporting material is making its way into traditional schools. At the same time, ground is being laid for the acceptance of changes on a national scale.

It must be emphasized that the choice of subjects is less important than the method underlying the projects. The choice of mathematical topics as titles for the project does not mean at all that the primary objective is the teaching of the corresponding mathematical subjects. On the contrary, mathematics is used as a vehicle as a codified language, in the scheme of the model proposed in Figure 1.

Two aspects should be emphasized. First, the fact that such projects are located in a University Institute, whose primary aims are teaching, both at the undergraduate and graduate levels, and research. Our experience shows that the results of mixing a curricular development staff with research and university professors is a most healthy one. The cross fertilization of ideas which result from this is most rewarding, both for the new elementary curricula and for the university activities in research and teaching. After a few weeks of mutual "mistrust", both groups started to respect each other and the interest of research mathematicians in problems of teaching shows a growing pattern. The presence of children, during the experimental

CHEMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

phase of the project in the university is also most rewarding.

The second aspect to be emphasized refers to the choice of subjects. As mentioned before, there was no intention of improving, in a direct way, the current treatment of certain topics of the existing syllabus. The approach to the teachers and principals is the following: "Would you be able to spare a week of your time for a classroom experiment?" Once the agreement is given, after a few hours the mood of the classroom is affected. Both teachers and students, and also parents, show interest in this new methodology, in which they recognize mathematics, although of a somewhat different nature. The topics chosen reveal the child, or even nil, interference with existing topics of the curriculum.

We will briefly describe some of the mits already developed:

1.- Experimental Geometry : (for children between 8 and 10 years old): Special emphasis is given to an Archimedean approach to volumes, with observations of physical nature, such as density, weight, etc. The objective of recognizing what is a mathematical property in an experimental situation, as contrasting with a physical or a chemical property, is a major one. Also, situations are brought into the experiment. Mathematical properties like Euler's relation are felt by the students in dealing with polyhedre.

2.- Functions : (for children between 8 and 10 years old): an understanding of the quantification of the relationship cause-effect is the main objective. Several experimental situations, mainly dealing with plant-growing, are suggested. The step of translating into mathematical language a natural phenomenon, and the recognition of the existence and choice of parameters for this mathematization is a most important result of this unit.

3.- Initiation to mathematics : (for children between 6 to 8 years old): the objective is to let children feel the growth of mathematical ideas. Numbers, order relations, topological notions, result from experimental situations. This unit is in development, and shall be finished by the end of 1978.

4.- Primer book for the Amazon region.:(for mathematical literary): this project is in the initial planning step, and it is aimed at bringing ecological and evironmental relevancy to the first steps of mathematical studies. Strong environmental background, associated with linguistical concerns, will generate more mathematical creativity, which will probably influence future applications of mathematics. The tone is to generate more sense of relevancy for mathematical concepts.

GEEMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

The units themselves have value less because of the contents, but much more as central themes which close the gap between Mathematics and the Sciences on the elementary level. The four units which we mentioned, summarize, indeed what would be the basic contents of a mathematical syllabus for primary school, oriented towards integration. Associated to a modelling concept, as for example described in [Spotorno 1976] , or the UMAP modules or, in referring to university level, to [D'Ambrosio 1976] and [D'Ambrosio 1977a] .

The Preparation of Teachers Already Active for an Integration Approach

As was clearly pointed out in (Keohane 1973), "in the content of integrated science, he (the teacher) has to coax the student into a confidence to handle and manage learning in scientific fields beyond his specialist experience". This requires special training to develop attitudes different from the prevailing ones. We present here a model specially designed with this in mind, applicable to developing as well as developed countries.

The main objective of the model is to develop strategies in order to bring science and technology to play an effective role in a betterment of the quality of life, through educational action. It is based on the belief that scientific and technological advances will be translated into an effective benefit for the mass of the population, without mystifying distortions, in the measure that it can be brought to an everyday-every-person understanding of basic scientific method.

Of the utmost importance is the linguistic component in the educational process. Undoubtedly, language difficulties of students entering school are a barrier for science education. Scientific literacy is aproblem if language of children is not utilized. Although much concerned about this, and surely giving much priority to the issue, we will not discuss the matter any further. I hope this will be discussed in another opportunity, probably in a special conference. We refer to the efforts conducted by the American Association for the Advancement of Science, through its Project on "Naitve Americans in Science".

In undeveloped countries, science and technology must be brought to be integrated components of the culture, to which science and advanced technology are foreigners. Results obtained all over the world after the decade of efforts to raise scientific and technological awareness of the population at large, have been minimal, not enough to catch up with recent advances of developed countries. Sadly, we see the gap between developed and undeveloped countries growing, making undeveloped countries

GEMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

ever more dependent on imported sophisticated technology, and what is worse, dependent on manpower to operate and manage the advanced technology brought into the countries.

Education has as its main objective to prepare future generations to cope with the changing pattern of their societies. It is unquestionable that science and technology dominate the changing pattern of all societies. Hence, science education has to reflect the dynamical introduction of more and more scientific attitudes and technological advances which are affecting daily life in our societies.

We must insist, calling upon achieved results, on the fact that science education in undeveloped countries has not been successful in preparing scientific literate citizens, nor in advancing technological sensibility among our youths, nor in promoting vocation for science and technology. The science and technology level of competency of our graduates is at best inadequate for their local and regional needs.

The proposed model is a departure from the traditional curriculum development and teacher training pattern. It does not compete with existing efforts, which should be maintained and receive continuing support. But this approach will influence the orientation and philosophy of existing projects.

The basic points of the proposed model are the following:

1) To keep and support existing leadership and project structure as well as educational structures. It is our belief that radical changes may result in disastrous consequences. Education is a dynamical process in which violent changes may disrupt the process.

2) To insert components of *radical* innovation into the ongoing projects and existing structures. Apparently minor changes, of a radical nature, are more easily absorbed by existing structures.

3) It is a plausible hope that radical innovative ideas will permeate through the existing project and structure, reorienting them towards a new approach. Science is an ever changing process and the process of change is more important than the change itself. This is the essence of scientific method.

We clarify that *radical* change includes, among others, a shift of emphasis from content to methodology, from product to process. Content is seen as a result of the educational experience. Eventually, in an ideal educational structure, content will be decided after the

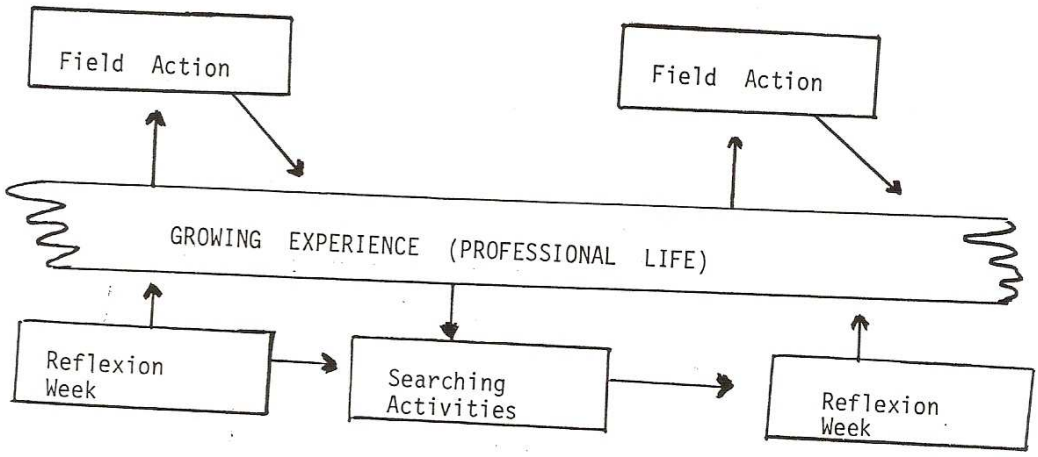
CNEN/AT
CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

school situation is created. Choice of content is an integrated part of the educational experiences, involving students and teachers as resource elements, and society (parental and community) as a motivating element.

The operational aspect of the proposed systematic, which aims at changing the attitudes of existing leadership, can be structured as based on three main components:

1.- Motivation and attitude
2.- Growing experience
3.- Contents and methodology.

The main action is in 1. and 2., leaving 3. to particular sub-projects. The full operation generates a continuing workshop running over a long period, say 3 to 5 years, in which growing experience of the participants is periodically stimulated by reflexion sessions.

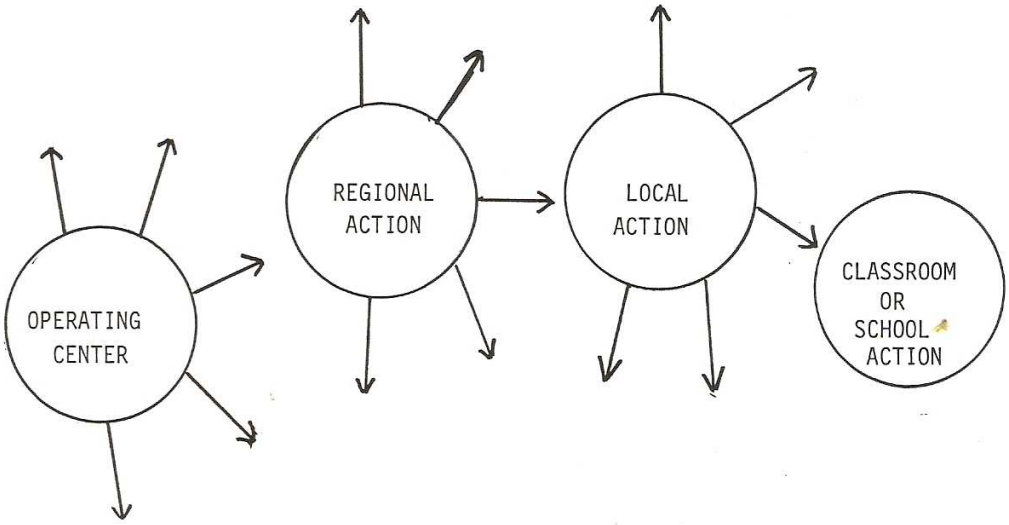


Reflexion weeks are intensive workshops and seminars, held 2 or 3 times a year, with very innovative ideas on Science education related to the local and regional problematics. They are coordinated by an OPERATING CENTER and will assemble a number of regional leaders, which will generate REGIONAL ACTION on the searching activities period. This REGIONAL ACTION will be based on LOCAL ACTION which will eventually generate CLASSROOM or SCHOOL ACTION.

This is one of the possible roads to assure integration of science to other school subjects, through a continuous growth of the teacher

CENAFI CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

abilities and motivation. Insteaad of requiring retraining of teachers, the in-service approach is both more feasible and more dynamic.



CLASSROOM or SCHOOL ACTION will mean effective change in student attitude, implying a methodology which will be permanently self-adapting to new advances in science and methodology. Once established the operating structure, the OPERATING CENTER, as well as the various levels of ACTION, will act as resources to respond to stimulus from the society and the community through effective integration of school and the community. Priorities in science and technology education will result from societal priorities, brought into the system by this ranking of actions.

The main initial activity of the project is to step up the initial group that will conduct the REGIONAL ACTION. In other words, to set up the initial REFLEXION GROUPS.

Final remarks

A questionnaire sent to a large number of science educators all over the world, with the specific aim of gathering data for this report, gave us a most discouraging picture of the role being played by Mathematics in the integrative effort. While individuals who responded, representing school systems either of a small reach, like say an isolated school, or full states, were unmistakenly sure about teaching science as an integrated topic, most of them did not see mathematics fitting into the scheme of integration. Undoubtedly, much of this has to do with an increasing alienation of mathematics from reality, both in tradi-

CIEMAT CENTRO DE DOCUMENTACIÓN

tional and the so-called modern approach to mathematics. The absolute lack of modelling practices and the insistence on building up computational ability which are both irrelevant and of low reach, make school mathematics at least dull amongst subjects which have immediate strong motivational appeal.

Special efforts to bring mathematics to a closer relationship to other school subjects, if not to integrate Mathematics into the full curricular context through modelling practices, are, to my perception, vital to the survival of Mathematics as a school subject.

This chapter reflects some of the reactions of the working group, Most of the issues discussed by the group relate to the following points.

The environment, understood both in its socio-cultural and natural aspects, should be a most important factor.

Preparation of teachers for integration, either as full integration of all subjects or as a milder coordination of science with other school subjects, must depart from the traditional pattern of teacher training or recycling, moving towards an in-service pattern, more dynamic and responsive to the teacher's motivations and backgrounds.

Referènces

[D'Ambrosio 1974] - D'Ambrosio, Ubiratan - Sobre a Integração do ensino de ciências e matemática [On the Integration of the teaching of science and mathematics] *Ciência e Cultura* 26(11), novembro 1974, pp. 1003-1010.

[D'Ambrosio 1975] - D'Ambrosio, Ubiratan - Projetos Integrados de matemática e ciências e uma opção para a formação de mestres para o ensino de ciências [Integrated projects on mathematics and science and an option for the preparation of Masters in the Teaching of Science] *Enseñanza integrada de las ciencias en America Latina-2*, UNESCO, Oficina Regional de Ciencia y Tecnologia para America Latina y el Caribe, Montevideo 1975, pp. 108-112.

[D'Ambrosio 1976] - D'Ambrosio, Ubiratan - Options pour l'enseignement et la recherche mathématique en vue du développement, 1er Congrès Pan-Africain des Mathématiciens, Union Mathématique Africaine, Rabat, 1976.

[D'Ambrosio 1976-a] - D'Ambrosio, Ubiratan - Overall Goals and Objectives for Mathematical Education, Chapter IX in *New Trends in Mathematical Education IV*, UNESCO, Paris (to appear); Available in

CHEMA CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

an extended version from Instituto de Matemática, Estatística e Ciência da Computação, UNICAMP, Campinas, Brasil.

[D'Ambrosio 1977] - D'Ambrosio, Ubiratan - Ensino de Ciências e Desenvolvimento [The Teaching of Science and Development] , *Ciência e Cultura*, 29(2), fevereiro 1977, pp. 143-150.

[D'Ambrosio 1977a] - D'Ambrosio, Ubiratan - Tradição e Criatividade em Ciências [Tradition and Criativity in Science] , *Ciência e Cultura* 29(5), maio 1977, pp.532-536.

[Elliot 1976] - Elliot, Ligia G.- Nível de Integração dos currículos de ciências e matemática no ensino de 1.º grau oficial no Município do Rio de Janeiro [Degree of curriculum integration in sciences and mathematics in Public Schools on the primary level in the city of Rio de Janeiro] , Dissertação, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1976.

[Keohane 1973] - Keohane, Kevin W. - Pre-Service Education of Teachers of Integrated Science at Training Colleges and Universities, *International Conference on the "Education of Teachers for Integrated Science"*, Maryland 1973, p. 12.

[Polya 1962] - Polya, George - *Mathematical Discovery*, 2 volumes, John Wiley and Sons Ltd., New York, 1962 (vol. 1), 1964 (vol.2).

[Spotorno 1976] - Spotorno, Bruno e Villani, Vinicio - *Mondo Reale e Modelli Matematici* [Real World and Mathematical Models] La Nuova Italia, Firenze, 1976.

[Thom 1975] - Thom, René - Les mathématiques et l'intelligible [Mathematics and the inteligible] , *Dialectica*, vol. 20, n.1, 1975, pp. 71-80.

Additional Bibliography

[Batschelet 1975] - Batschelet, Edward - *Introduction of Mathematics for Life Scientists*, 2nd Edition, Springer-Verlag New York, 1975.

[Bruter 1973] - Bruter, C.P. - *Sur la nature des mathématiques*, [On the nature of mathematics] , Guather-Villars Editeur, Paris 1973.

[CECISP 1974] - Projeto MEC-PREMEN-CECISP, *Ciência Integrada*, [Integrated Science], CECISP, São Paulo, 1974.

CNEN/CNAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

[D'Ambrosio 1977] - D'Ambrosio, Ubiratan - *Desenvolvimento Nacional e Estratégias para Educação Científica* - [National Development and Strategies for Science Education] , Collected Essays, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 1977.

[Lighthill 1977] - Lighthill, James M. et al: *Newer Uses of Mathematics*, Penguin Books, London, 1977.

[Macedo 1978] - Macedo, Luiz José de - *Guia Curricular para ensino integrado de ciências: 1º. grau* - [Curricular Guide for Integrating Teaching of Sciences - 1st degree] , Colégio de Aplicação da Faculdade de Educação, Universidade Federal de Goiás, Goiânia, 1978.

[Mendes 1977] - Mendes, Palmeron - *Estudo descritivo de uma tentativa de introdução de ensino estruturado de ciências a nível de mestrado* [Descriptive study of an attempt to introduce unstructured science teaching at the Master's level] , Dissertation presented at the Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP, Campinas, 1977.

[Noble 1967] - Noble, Ben - *Applications of Undergraduate Mathematics in Engineering*, The Mathematical Association of America The Macmillan Company, New York, 1967.

[Polanyi 1962] - Polanyi, Michael - *Personal Knowledge*, Routledge and Kegan Paul, London, 1962.

[Polya 1977] - Polya, George - *Mathematical Methods in Science*, The Mathematical Association of America, Washington, 1977.

[UNESCO 1972] - Faure, Edgar ed. - *Learning to be*, UNESCO/HARRAP, Paris 1972.

[UNESCO 1975] - *Education on the Move*, UNESCO/OISE, Toronto, 1975.

CIFMAT CENTRO DE DOCUMENTAÇÃO

PROYECTOS INTEGRADOS DE MATEMÁTICAS Y CIÊNCIAS Y UNA OPCIÓN PARA LA FORMACIÓN DE MAESTROS EN LA ENSEÑANZA DE LA CIÊNCIA

(Resumen del Documento nºs 11 y 12)

por Ubiratan D'Ambrosio

Podemos sintetizar os objetivos dos projetos de integração do ensino de ciências e matemática, citando como componente de todos eles uma metodologia de trabalho orientada na direção de estimular e desenvolver criatividade de alunos e professores voltados para uma tarefa comum. Poderíamos dizer que o ideal de tal metodologia seria aprofundar a colaboração entre aluno e professor no sentido de conjugarem esforços, o aluno com curiosidade e ingenuidade próprias de sua idade e o professor com experiência e acúmulo de conhecimentos, para atacar problemas normalmente ditados por situações extra-matemáticas. Nossa filosofia repousa essencialmente em dar menor importância ao conteúdo e maior ênfase à metodologia de procura de informações. Acreditamos que o acúmulo de informações para resolver os problemas relevantes do mundo moderno torna absolutamente impraticável que o individuo consiga assimilar e memorizar toda a informação necessária para o ataque com sucesso aos problemas.

Assim, cremos que a escola deve se orientar mais no sentido de preparar os jovens a identificar e formular problemas com o mínimo de linguagem especializada e se dirigir às fontes adequadas de informação. Naturalmente, a identificação e mesmo reconhecimento de problemas, exige toda uma metodologia de ensino completamente diferente daquela que tem caracterizado as nossas escolas, tradicionalmente baseada no acúmulo puro e simples de conhecimentos e desenvolvimento de um certo tirocinio no emprego de algumas técnicas, cuja justificativa repousa essencialmente sobre o valor da técnica em si e a quantidade de conhecimentos acumulados que tal técnica possa representar. A orientação radicalmente oposta que nos propusemos atinge mesmo a estrutura da escola e o relacionamento aluno-professor em suas formas mais fundamentais. Como dissemos acima, a imagem do professor muda completamente passando daquela de uma pessoa com conhecimentos amplos para a de um individuo com mais experiência, compartilhando com os alunos a curiosidade por problemas que se lhes apresentam .

Os projetos que desenvolvemos enquadram-se perfeitamente nesse esquema. A criança participa em colaboração com o professor na análise e na identificação de problemas de natureza diversa, com o mínimo de conteúdo ensinado a priori. De fato, o conteúdo que é ensinado, resume-se quasi exclusivamente no estabelecimento de uma linguagem adequada para a formulação do problema identificado. O processo todo é centrado em motivar conteúdo que, por força do modo como é originado, será necessariamente interdisciplinar. Algumas poucas aulas do tipo tradicional, encaixadas na programação, de modo a estimular a criança a explorar outras vias e modos de encarar problemas, ao mesmo tempo fornecem às crianças unidades de conteúdo que são de alguma forma accessível.

Nesse espírito estão os projetos de desenvolvimento de novos materiais para o ensino de matemática, em convênio do PREMEN (Programa para Expansão e Melhoria do Ensino) do Ministério de Educação e Cultura do Brasil e a Universidade Estadual de Campinas.

Tais projetos surgiram como consequência natural do "Simpósio sobre Ensino de Ciências e Matemática" realizado no Rio de Janeiro em outubro de 1973. Num trabalho ali apresentado (*) foram delineadas as principais idéias que deram origem aos projetos e à metodologia que desenvolvemos.

Para dar andamento a essas idéias, pensou-se em elaborar um programa destinado às oito séries do Ensino de 1º grau. Entretanto, este plano foi abandonado, porque temia-se que um programa de tal magnitude defrontar-se-ia com inúmeros obstáculos e resistência, como:

a) Insegurança dos professores, gerada pelo temor natural de iniciar um curso totalmente novo.
b) Maior compromisso com aquilo que os professores já sabem e vem desenvolvendo e com as expectativas dos pais e dos próprios alunos.

Esses compromissos teriam que ser levados em conta, em um projeto longo o que, necessariamente, prejudicaria seu caráter de inovação, sujeito a testes e reformulações.

A alternativa preferida foi elaborar unidades curtas, com duração de cerca de 30 horas, que pudessem ser incluídas em qualquer currículo que já estivesse sendo aplicado.

Esta estratégia, além da possibilidade de aplicação imediata, ofereceria

---

(*) U. D'Ambrosio: Sobre a integração do Ensino de Ciências e Matemática, Ciência e Cultura, vol. 26 nº 11, 1974, p.103/1010.

outras vantagens. Por exemplo, sua utilização motiva os professores para inovações, desde que as unidades se mostrem perfeitamente exequíveis, e de acordo com a realidade de cada escola. Por outro lado, os alunos também são estimulados pelas novas abordagens dos tópicos a serem estudados.

A renovação do ensino da Matemática que vem se processando em todo o mundo, apresenta aspectos positivos e negativos. Dentre os primeiros, pode-se mencionar a introdução, no ensino de 1º grau, de tópicos de grande poder generalizador e a familiarização gradativa dos estudantes com a terminologia e a conceituação de alguns ramos modernos da Matemática. Dentre os aspectos negativos, provavelmente os mais nocivos sejam a formalização excessiva de certos tópicos e a dissociação completa entre a Matemática e os outros ramos do conhecimento humano.

O debate que atualmente se trava entre os partidários das assim chamadas "Matemática Tradicional" e a "Matemática Moderna" constitui um estímulo para a procura de novos caminhos que evitem os óbvios inconvenientes da metodologia tradicional, sem cair em certos excessos que vem sendo praticados em nome da modernização do ensino dessa disciplina.

É necessário estabelecer claramente os dois objetivos básicos que, através dela, se pretende atingir: o desenvolvimento da capacidade de pensar e a utilização, na vida prática, dos conhecimentos matemáticos. Quanto ao primeiro desses objetivos, o ensino da Matemática tem sido surpreendentemente ineficiente, e até mesmo nocivo. Com efeito, a apresentação tradicional da Matemática tende a formar na mente da criança a idéia de um esquema absoluto e infalível, diante do qual a única atitude possível é a aceitação passiva. Nossos projetos, sendo de natureza absolutamente integrados, permitem gerar a atitude exatamente oposta, pois constitui uma das melhores oportunidades de expor à criança a atmosfera de pesquisa intelectual em sua forma mais pura, transmitindo-lhe o poder da Matemática como um instrumento verdadeiramente universal para a análise da natureza e da sociedade. O segundo objetivo é o principal elemento para estabelecer a integração da Matemática com as demais ciências. Aqui desenvolve-se a atitude que mencionamos acima.

A estrutura tradicional dos currículos, com sua rígida compartimentalização em disciplinas isoladas, torna difícil atingir plenamente os objetivos da integração.

Partindo dessas premissas, fizemos a escolha dos dois tópicos : GEOMETRIA EXPERIMENTAL e FUNÇÕES LINEARES E QUADRÁTICAS por considerar que ambos

constituem temas naturalmente integradores.

Com efeito, a Geometria, sobretudo a Geometria no Espaço, com caráter acentuadamente métrico, enriquecida com experiências do tipo Arquimedes, incluindo informações variadas sobre sólidos e líquidos, é um campo riquíssimo para o exercício de "aprender a pensar", sem sacrificar as "aplicações práticas da Matemática".

O conceito de Função, por seu lado, é um dos que mais se utiliza, como modelo da realidade, em todos os ramos do conhecimento humano. Introduzido desde cedo, permite desenvolver, de forma muito adequada, os conceitos de razão e proporção, introduzir as noções de coeficientes ou constantes, em associação com a observação de fenômenos físicos, e familiarização com o uso de gráficos.

A descrição do projeto, bem como a metodologia para seu desenvolvimento, constitui o Documento nº 11 apresentado no Seminário, e pode ser obtido solicitando-o ao autor.

A necessidade de gerar projetos como este, bem como implantar as reformas no ensino de Ciências e Matemática, visando sua integração, reformas essas ditadas pelas novas orientações e metodologias de ensino, bem como pela própria evolução da ciência e de sua posição no mundo atual, vem demandando novas opções na formação de recursos humanos. Essa demanda é sentida agudamente pelos organismos nacionais e internacionais destinados à formação de pessoal para o ensino. De fato, as dificuldades de se implantar novos programas e novas opções para o ensino de ciências tem sido sentido por todos. A dificuldade maior reside no número reduzido de individuos capazes de liderar as reformas e implementar novos programas. Da necessidade de se desenvolver e capacitar as lideranças regionais, foi concebido o programa descrito a seguir. Tal programa é a colocação em prática de uma filosofia de formação de líderes para o ensino de ciências em moldes inovadores, aproveitando intensamente a experiência acumulado por vários individuos já em serviço durante vários anos. Tal filosofia se traduz em repousar essa formação num tripé: conteúdo interdisciplinar, atitude e metodologia e experiência vivida.

O conteúdo interdisciplinar é construido sobre o conteúdo tradicional que já constitui o cabedal de cada um dos individuos participando do programa, obtido através das graduações tradicionais. Desenvolve-se seguindo a metodologia de ensino integrado de ciências, sendo consequentemente aberto e individualizado.

Atitude e metodologia representam a doutrinação para a interdisciplinaridade do ensino integrado, com forte motivação resultante da análise da problemática desenvolvimentista e da posição da educação, em todos os seus níveis, no esquema de ataque às prioridades nacionais. Baseia-se essencialmente no levantamento de condições locais e regionais que servem de base e determinam as prioridades do sistema educacional, sobretudo no que se refere ao ensino de 1º grau voltado para o desenvolvimento. A consolidação de uma base cultural autêntica e moderna, ressaltando os valores nacionais, deverão ser partes integrantes no estabelecimento de atitudes e metodologias.

Obviamente, a liderança depende de qualidades inatas, normalmente reveladas no desempenho dessa liderança através de função ativa em ensino em seus vários aspectos, inclusive administrativo e formador de recursos humanos. Tais condições pessoais que classificamos como experiência vivida através do exercício de liderança, devem ser qualidades indispensáveis para os individuos que passarão pelo programa, o que constitui o terceiro apoio sobre o qual repousa o programa. Encontramos essas lideranças abundante - mente em várias regiões, normalmente exercidas através de anos de experiência complementando uma formação tradicional e clássica dadas nos cursos de licenciatura. Dependendo fortemente da experiência vivida pelos candidatos, procuramos o desenvolvimento de atitude e metodologia conforme mencionado, aparecendo o conteúdo como um complemento suplementar, conteúdo esse conse - quentemente aberto e personalizado, auto-adaptantes.

Evidentemente, a estruturação do mestrado, segundo os critérios tra - dicionais das universidades já estabelecidas e dos esquemas clássicos de pós-graduação, não poderá permitir que tais objetivos sejam alcançados. A componente estudantil deve ser necessariamente mista, a fim de que se possa ter uma perspectiva nacional e se possível, internacional, da problemática do ensino de ciências, aceitando-se desse modo apenas um candidato de cada estado ou país, indicado por autoridades educacionais ou universitárias. É então absolutamente impossível definir-se currículos pré-fixados, conforme os esquemas tradicionais de mestrado e as formas de avaliação tradicionais. O programa visa o crescimento de qualidades e capacidades já existentes e comprovadas em cada um dos candidatos, portanto sua finalidade só poderá ser atingida dentro de uma elevada possibilidade de adaptabilidade aos casos individuais e com a enorme facilitação de troca de informações e experiências

entre o grupo. Mais do que a transmissão de conhecimentos em uma direção, qual seja, da Universidade aos alunos, o programa deve se caracterizar como uma troca de experiências entre as duas classes. E no processo de troca, faz-se a identificação de necessidades de complementação de conhecimentos adequados a cada situação particular, o que é provido pela Universidade através de seus programas tradicionais de ensino e pesquisa, mediante unidades de conteúdo específico para a situação.

O programa gera projetos de pesquisas individuais ou em grupo. Tais são trabalhos preliminares para a pesquisa que conduz a uma dissertação de mestrado. A pesquisa que conduz a tal dissertação deverá ser efetuada no local de ação do candidato, esperando-se trabalhos de relevância à realidade imediata e premente dos vários sistemas educacionais do país. Os temas de dissertação irão se identificando e definindo-se no decorrer do curso, sendo grande parte das atividades dos últimos meses, dirigidas ao desenvolvimento da metodologia de pesquisa para a dissertação escolhida.

O curso é dado em 1.500 horas, durante 10 meses, compreendendo programas de disciplinas agrupadas nas seguintes categorias: (a) Disciplinas instrumentais; (b) Disciplinas sensibilizadoras; (c) Disciplinas de suporte; (d) Projeto de pesquisa em ensino de Ciências, precedidas por um período de adaptação e planejamento.

As disciplinas instrumentais, que servem como meio de linguagem para o estudo das demais, somam um totoal de 405 horas, incluindo tópicos de : (i) Computação; (ii) Inglês científico; (iii) Métodos matemáticos; (iv) Psicologia e didática.

As disciplinas sensibilizadoras, servem para levantar problemas e motivar o estudo de tópicos especializados em Ciências, em educação e em ensino, normalmente estudados nas disciplinas tradicionais dos currículos universitários. O método nesse ensino é informal, baseado sobretudo em seminários, mesas redondas e trabalhos em grupo, com especialistas convidados. Os tópicos tratados nesta categoria, com um total de 360 horas, incluem "Prática de Ensino" e "Projetos de Ciências". Tem também um caráter sensibilizador a disciplina "Problemática do Desenvolvimento" e as atividades agrupadas sob a rubrica de "Expansão Cultural", perfazendo um total de 60 horas.

As disciplinas de suporte, são as comumente classificadas como de conteúdo. O módulo de instrução, nesse caso é de algumas horas para tratar cada tópico, possivelmente de caráter interdisciplinar em nível avançado. Os diversos tópicos em conjunto, correspondem às disciplinas tradicionais de

pós-graduação em ensino de Ciências, como por exemplo Física, Química, Biologia, Geologia, Matemática, História da Ciência e disciplinas de Educação e Psicologia. São tratados nessa categoria, num total de 360 horas: (i) Tópicos de Ciências; (ii) Tópicos de Educação; (iii) Tecnologia do Ensino; (iv) Planejamento Curricular.

O tempo dedicado ao Projeto de Pesquisa em ensino de Ciências, que se inicia já na primeira fase, aumenta gradativamente, ocupando um total de 315 horas, incluindo-se os estudos de metodologia de pesquisa. Esta atividade é o ponto de partida para o trabalho de tese, que continua após o curso, através do programa de seguimento e no próprio local de ação do candidato.

Procura-se estimular projetos em grupo, que permitam estudos comparativos de problemas de ensino em vários estados do Brasil e da América Latina. Tais pesquisas comparativas, ainda praticamente inexistentes entre nós, são de extrema importância para se definir política educacional e reformas do ensino.

Cumpre assinalar que se trata de um programa absolutamente original, e que consequentemente não pode repousar em modelos já existentes e experimentados. No entanto, tal programa reúne várias experiências já realizadas nessa direção, em que isoladamente verifica-se a validez das várias componentes que compõem esta experiência.

A descrição completa do programa, bem como detalhes de sua implementação, constituem o Documento nº 12 apresentado no Seminário, e pode ser obtido solicitando diretamente ao autor.

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

3. INTERNATIONALER KONGRESS ÜBER MATHEMATIKUNTERRICHT

ICME

KARLSRUHE 16.–21. AUGUST 1976

PROGRAMA SEGUNDA PARTE

B 6: Matemáticas y otras asignaturas; cursos integrados

H.O.POLLAK, Estados Unidos
(traducido del inglés)

El objeto de este informe es presentar una visión general de las implicaciones educacionales de las aplicaciones de la matemática. Esto significa, ante todo, que debemos comprender lo que realmente está sucediendo en las relaciones de la matemática con las otras disciplinas. Deberemos utilizar luego la estructura sistemática que habremos así desarrollado, con el objeto de examinar ampliamente las tendencias y resultados de la enseñanza de la utilización de la matemática.

En ciertas discusiones sobre matemática aplicada suelen aparecer muchas dificultades innecesarias, debidas a discrepancias en la definición que no se hacen explícitas. Hemos encontrado necesario pensar en término de cuatro diferentes definiciones:

1. Matemática aplicada significa la matemática aplicada clásica, esto es, programas tradicionales del análisis, parte de las cuales se aplican a la física.

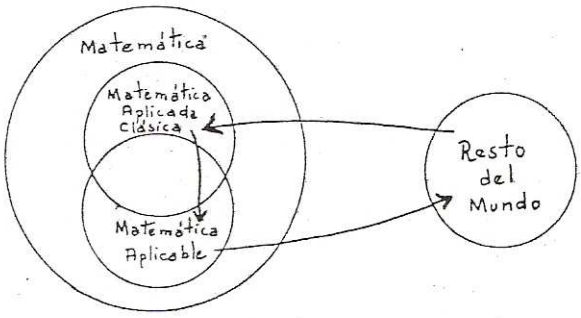
2. Matemática aplicada significa toda matemática que tiene aplicaciones prácticas relevantes. Esto incluye todo lo que es admitido universalmente en las escuelas primarias y secundarias, casi todo lo del nivel terciario y mucho de la matemática superior. En este enfoque, y a los ojos de mucha gente, probabilidad, estadística, álgebra lineal y ciencias de la computación son tan importantes como el análisis clásico.

3. Matemática aplicada significa partir de una situación planteada en alguna otra ciencia o en la vida real, hacer una interpretación matemática o modelo, realizar trabajo matemático dentro de este modelo, y aplicar los resultados a la situación original.

4. Matemática aplicada significa lo que las personas que

aplican matemática para vivir realmente hacen. Esto es como (3) pero usualmente implica ir alrededor de la curva entre el resto del mundo y la matemática, muchas veces.

Podemos visualizar estas cuatro definiciones como sigue:



En este cuadro, la matemática aplicada clásica representa la definición 1, matemática aplicada, la definición 2, una vuelta completa alrededor de la curva que conecta el resto del mundo con la matemática es la definición 3, y muchas vueltas alrededor de dicha curva es la definición 4.

Es interesante considerar también nuestro diagrama en la forma siguiente. Las aplicaciones de la matemática pueden consistir en usos rutinarios de la matemática, razonamiento matemático en oposición al uso directo, construcción de pequeños modelos, completa matematización de situaciones reales, y una verdadera aplicación de la matemática en gran escala.

Nos proponemos examinar el diagrama muy detalladamente.El contenido de la matemática clásica aplicada (definición 1) incluye cálculo, varios tipos de ecuaciones diferenciales e integrales,además, talvez, los prerrequisitos para cálculo: álgebra, geometría y trigonometría en las escuelas. La matemática aplicable (definición 2) es demasiada amplia para poder ser detallada aquí. Una característica importante de ella es que no sólo las técnicas, sino también los conceptos y estructuras matemáticas tienen aplicaciones.

Hay un cambio constante en las relaciones entre la matemática y sus aplicaciones, con un efecto dinámico en la propia matemática. Áreas de la matemática que originalmente muchos consideran realmente puras -tal como, por ejemplo, funciones enteras- resultaron tener aplicaciones prácticas relevantes mientras que otras que fueron inventadas con fines de aplicación-tales como la teoría de la información - resultaron tener una influencia importante en la matemática pura.

El resto del mundo, para el cuál la matemática es aplicada está también en un proceso de cambio dinámico. Ninguna área del esfuerzo humano está inmune al razonamiento cuantitativo o modelos matemáticos. Además de las ciencias físicas e ingeniería, las ciencias sociales, las ciencias biológicas, las ciencias humanas y el diario vivir son todas causas de interacción con la matemática. Esta diversidad de aplicaciones actuales de la matemática puede contrastarse con el monolito histórico de las aplicaciones a la física. Las discusiones entre aquéllos que enfatizan la gran variedad de aplicaciones en los años recientes y aquéllos que sienten que su impacto total no pude compararse con la acumulación de 200 años de éxitos físico-matemático no han cesado.

Cuando la matemática es realmente aplicada a alguna situación en alguna otra área, hay una serie de pasos típicos distinguibles, en el proceso. El primero es el reconocimiento de que una situación debe ser comprendida, el segundo, una tentativa de expresar la situación en términos matemáticos precisos, a seguir, trabajo matemático en el modelo derivado, (frecuentemente) trabajo numérico para lograr un discernimiento mayor dentro de los resultados y una evaluación de lo que se ha aprendido en términos de la situación externa original. Este proceso de construir modelos tiene muchos atributos interesantes y también desventajas. Un buen modelo es aquél que hasta cierto punto tiene éxito para explicar o aún predecir una realidad externa. Si falla en la explicación a pesar de lo satisfactoria que pueda ser la matemática empleada en sí misma, el modelo no es una buena matemática aplicada y debe ser cambiado. Algunas veces un modelo

matemático predice demasiado en vez de muy poco: Puede suceder que un fenómeno observado en otro campo sea realmente explicado en forma satisfactoria, pero que las implicaciones lógicas ulteriores del modelo no sean aceptables. Tal situación nuevamente nos lleva a un trabajo muy difícil y a cambios en el modelo. Los objetivos para los cuales el modelo matemático es creado, son también muy variados, yendo desde la comprensión a la acción. La posición común que el objetivo está determinado esencialmente por el campo de aplicación es muy simplista. No es necesariamente verdadero, por ejemplo, que la aplicación en la ciencia física siempre lleva a la acción, y que los modelos en ciencias sociales nunca lo hacen.

El cuadro general de las aplicaciones de la matemática no estaría completo sin una discusión de la verdadera actividad interdisciplinaria. Muchos de los trabajos más interesantes que aparecen, están de hecho en los límites entre diversos campos, uno de los cuales es la ciencia matemática.

Ahora que hemos establecido la estructura para examinar los efectos de las aplicaciones de la matemática en educación. La mayoria de la matemática aplicada en los colegios, cualquiera sea la definición asumida, se encuentra bajo las actividades llamadas "resolución de problemas". El significado de esta expresión necesita ser examinado cuidadosamente. Aplicaciones genuinas de la matemática, al diario vivir y a otros campos, deberá estar idealmente en el carácter de la definición 3 y 4. Problemas que usan palabras de otras disciplinas, pero descuidan la influencia del resto del mundo en la matemática implicada en la definición 3, pueden no obstante ser una abstracción honesta del resto del mundo. Por otro lado, los hechos citados en las proposiciones del problema, son algunas veces muy poco realistas. Algunas veces los problemas están cubiertos por un manto de vocabulario externo sólo por entretenimiento, y la pretendida aplicación no es significativa para ser considerada seriamente. Llamaremos tales problemas, problemas extravagantes. Problemas extravagantes e irreales no carecen necesariamente de valor pedagógico. Por ejemplo, puede ser muy efectivo empezar con una sobre simplificación insatisfactoria de una situación, y aproximarla a una aplicación

legítima en el sentido de la definición 4, através de una serie de problemas cada vez más realistas.

La creciente conciencia en muchos países de la importancia de enseñar la aplicabilidad de la matemática ha llevado a un gran esfuerzo por coleccionar problemas, reales a diferentes niveles y de diversas disciplinas y a hacerlos útiles para fines pedagógicos. Nosotros tendremos ocasión de referirnos a un cierto número de estas colecciones y asociar esfuerzo para incorporarlos dentro del curriculum.

La diversidad de la matemática aplicada (definición 3) que ha surgido en los años recientes, ha complicado considerablemente la tarea de diseñar los planes de estudio para los colegios primarios y secundarios. Las metas tradicionales de preparar estudiantes para el comercio o el cálculo (asociado a la definición 1) dejaron de ser las únicas válidas cuando tantas otras áreas en las ciencias matemáticas son de indiscutida importancia para tanta gente en el mundo. Al aumentar el número de elecciones razonables, aumenta, también el grado de dificultad para diseñar los planes de estudio. Ya ha quedado claro en muchos países, que será necesario más de un conjunto de nuevos materiales. Más aún, los países necesitan examinar el orden parcial entre los temas matemáticos implicados por la observación de que en este momento particular, el tópico A es socialmente más importante que el tópico B. Es esencial observar que esta ordenación parcial importante, será diferente en los distintos países, y talvez en diferentes regiones de un mismo país. El transporte de curriculum de un lugar del mundo a otro probablemente nunca fue bueno, pero es aún más cuestionable ahora.

Una apreciación de las diferentes formas de aplicaciones de la matemática afectará no sólo al material de estudio de los colegios sino también a la pedagogía. Si se examina sólo los usos relativamente simples de la matemática, se encuentra que es necesario entender cuando, como y porqué la matemática trabaja para poder aplicarla correctamente. Así, el deseo natural de los profesores de matemática de enfatizar la comprensión, tanto como la técnica, es reforzado, no contradicho, por las aplicaciones. Más profundamente, el proceso

de construcción de modelos, en las definiciones 3 y 4, requiere una comprensión de la situación fuera de la matemática y del proceso de matematización, tanto como de la matemática en si misma. La gran flaqueza de algunos cursos con títulos como "métodos de matemática aplicada" es que no se hace ninguna tentativa para dar una oportunidad al estudiante de entender la situación y el proceso de matematización. Algunas colecciones de problemas reales que mencionamos anteriormente esperan superar estas dificultades.

La interacción entre matemática y otras disciplinas implicadas por la definición 4 es claramente abierta . Es por consiguiente muy valioso para el alumno tener una experiencia modeladora abierta en el curso de pedagogía, ya que ha sido reconocido hace mucho tiempo que el enseñar dialogando es una componente pedagógico muy importante en matemática. Experiencias en la enseñanza de descubrimientos abiertos de aplicaciones de matemática, o de materiales realmente interdisciplinarios, están en marcha en mumerosos países. Hasta ahora, ellos parecen ser más predominantes en los niveles elemental y terciario que en el secundario.

Así como la enseñanza de la matemática cambia a la luz del crecimento de su aplicabilidad , también debe modificarse la preparación de los profesores. Los profesores deben familiarizarse con las nuevas áreas de aplicación de la matemática, con los procesos de construcción de modelos y con los énfasis pedagógicos asociados a la comprensión y apertura de fines. Una nueva idea, muy interesante, es un "internalo industrial" para futuros o actuales profesores de matemática. De esta manera, es posible para el profesor aprender algo sobre cómo las ciencias matemáticasson realmente aplicadas. Hay una serie de desarrollos notables en este sentido, por ejemplo en Gran Bretaña y en la República Popular China.

Otro efecto educacional de las aplicaciones matemáticas es la educación vocacional. Así como la importancia de las ciencias matemáticas aumenta para muchas disciplinas , también aumenta la necesidad de que los trabajadores y técnicos en estas disciplinas aprendan las técnicas matemáticas más apropiadas. Notables materiales vocacionales en una variada zona de áreas técnicas han sido desarrollados

en una serie de países, por ejemplo, Hungría. Un desarrollo diferente, pero con el mismo espíritu, es la creciente popularidad de planes de estudio especiales para técnicos en ciencias de la computación y análisis de datos.

Enseñar lo que es realmente multidisciplinario es más fácil de lograr en el colegio primario, donde un único profesor normalmente es responsable por todas o casi todas las materias. Tales actividades multidisciplinarias son satisfactorias para los alumnos y ayudan a desechar cualquier sentimiento que el alumno pueda tener de que el colegio no tiene nada que ver con la vida real. Por otro lado, el tiempo para tales actividades debe ser compartido con el de las diversas disciplinas comprendidas; también es muy útil para los profesores haber participado en actividades multidisciplinarias como parte de su entrenamiento. En el nivel secundario, las implicaciones para la estructura del sistema educacional son mucho más severas. Si una única unidad comprende matemática, ciencias sociales y literatura todas en una forma significativa:¿quién va a enseñar la materia, de dónde se sacará el tiempo necesario como debería organijarse la escuela? Estos problemas no han sido aún solucionados. Equipos de profesores es una respuesta posible. La orientación hacia una matemática más aplicada en los colegios es universal. En algunos casos el punto de vista aplicado es el resultado de reflexion más precisa sobre la estructura social del país. En otros, es parte de una reacción contra la "nueva matemática", o un reconocimiento de la creciente matematización de muchos campos. Las fuerzas que ayudan a la tendencia de enseñar más aplicaciones son muchas. Existe la realidad creciente que las aplicaciones son parte integrante de la enseñanza de la matemática. Muchos países han concluído que el problema de motivar al estudiante se hace más fácil cuando se usan las aplicaciones como una de las posibles motivaciones. El reconocimiento que las oportunidades de trabajo para los estudiantes de matemática a todos los niveles aumentan cuando saben como la matemática se aplica, ha ayudado mucho. Este mismo argumento se aplica a futuros profesores de matemática. Más aún, cada vez se encuentran aplicaciones más interesantes, en parte debido a la extención de la matemática a disciplinas

más aplicadas.

También hay fuerzas que se oponen a las aplicaciones de matemática en la enseñanza. Algunos matemáticos creen fundamentalmente en la matemática pura, y no desean, desde su punto de vista, corromper la belleza de la matemática a través de consideraciones extrañas. Puede ser que algunos profesores de matemática ignoren otras disciplinas y aún tengan miedo de ellas. En el pasado, después de todo, enseñar matemática ha sido una manera posible de ganarse la subsistencia teniendo relativamente poco contacto con el mundo real. Además, como hemos visto, el tiempo para las actividades de matemática aplicada debe ser sacado del resto de la matemática o de otras materias, y siempre habrá aquellos que se resisten a tales cambios. También hay dificultades que surgen de las disciplinas a las cuáles la matemática se aplica. Muchos profesionales de estas otras disciplinas no usan mucha matemática, y no están al día de los recientes desarrollos analíticos de sus áreas. Más aún, la manera como la matemática se usa realmente puede diferir de la manera como ha sido enseñada en las clases de matemática. Tales diferencias, por ejemplo en notación y técnicas específicas, hacen difícil la comunicación. Finalmente, en algunos países ha habido una marcada declinación del interés de los estudiantes por la ciencia. Tal eventualidad podría privar a la enseñanza de la matemática de algunas de las más importantes aplicaciones de la matemática.

Oficina Regional de Ciencia y Tecnología
de la Unesco para América Latina
y el Caribe

Documento N° 8

SEMINARIO REGIONAL SOBRE
"ENSEÑANZA INTEGRADA DE LA CIENCIA EN AMERICA LATINA"

(Montevideo, Uruguay, 17 al 28 de noviembre de 1975)

* * *

PROPOSITOS Y OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LA CIENCIA INTEGRADA

Luis F. CAPURRO S.
Departamento de Ciencias Naturales y Exactas
Universidad de Chile Sede Santiago Sur

DISCURSO PRONUNCIADO POR EL PROF. ALBERT V. BAEZ EN LA SESION INAUGURAL DEL SEMINARIO REGIONAL "SOBRE ENSEÑANZA INTEGRADA DE LA CIENCIA EN AMERICA LATINA"

Montevideo, 17 de noviembre, 1975

1. Introducción

Amigos y colegas, señoras y señores, es un honor para mi el haber sido invitado a dirigirles el discurso de inauguración de este seminario.

A través de los años he estado involucrado con muchos de Ustedes en proyectos de enseñanza de la ciencia, no sólo en América Latina sino también en otras partes del mundo. Es un placer para mi reencontrarme con caras conocidas y ver caras nuevas.

Ustedes han sido invitados para asistir a este seminario porque han trabajado activamente en América Latina en el campo de la ciencia integrada. La Unesco tiene conocimiento de sus actividades anteriores y esta reunión nos dará la oportunidad de ponernos al día con lo que han hecho, sacando provecho de sus éxitos y aprendiendo de sus fracasos. Queremos que compartan con nosotros sus éxitos y también que nos hagan conocer los caminos que pueden llevarnos al error.

Los informes nacionales nos darán una idea de sus actividades pero la mayoría de nosotros sabemos que una gran parte de los estímulos que provienen de reuniones como esta son los extra-curriculares. Ocurren durante la pausa del café, en los pasillos, a las horas de la comida y durante las conversaciones informales, tarde en la noche. Estoy seguro que esto también ocurrirá durante este seminario.

./.

Pero es un Seminario estructurado y bien planificado y Uds. tendrán efectivamente la oportunidad de diseñar y probar algunos programas. Sin embargo, espero que antes estudien cuidadosamente el problema de como llevar a cabo nuevos programas. Disponemos de un tiempo limitado para realizar este trabajo de desarrollo y puede ser que tengamos que restringirlo a la generación de módulos; es decir al conjunto de materiales de enseñanza para sólo algunas partes de un curso. Sin embargo, esto debería darnos la oportunidad de interactuar activamente, informalmente y con un "feed-back" instantáneo de uno a otro.

2. ¿Qué es la ciencia integrada?

Para este auditorio, esta es casi una pregunta retórica. No me detendré en este punto dado que Uds. saben que enseñar ciencia de una manera integrada rechaza el molde rígido de una única definición.

Esto me hace pensar en la pregunta "¿qué es la física?" que me hicieron cuando era físico. Una respuesta es "Física es lo que hacen los físicos" (a lo que una vez un humorista agregó, chistosamente, pero tal vez con percepción... "tarde en la noche"). Esta es una respuesta operacional. Ello no ilumina mucho a alguien que nunca hizo física o que no conoce ningún físico, pero tiene algún mérito.

Ahora bien, la enseñanza de la ciencia integrada se ha expandido a un punto tal que también se la puede definir diciendo que enseñar ciencia de una manera integrada es enseñarla de la manera que Uds. -los que la practicaron- lo hacen. Estamos aquí reunidos con el propósito de intercambiar ideas sobre como es que Uds. lo hacen y, tal vez más importante, como llevan a cabo sus programas.

Sin embargo, para historia, repitamos una definición que ha aparecido en varias publicaciones de la Unesco. La ciencia integrada se caracteriza por aquellos enfoques en los cuales los conceptos y principios de la ciencia son presentados de una manera tal que expresan la unidad fundamental del pensamiento científico y evitan destacar prematuramente las distinciones entre los diversos campos científicos. Esta ha sido llamada algunas veces, la definición de la

./..

Unesco sobre ciencia integrada, pero obviamente es un error ya que no hay nadie más consciente que el Oficial responsable del programa de ciencia integrada de la Unesco de que la ciencia integrada no puede ser resumida en una sola frase.

3. Motivos para enseñar ciencia de una manera integrada

A través de los años seguramente Uds. han desarrollado sus propias listas de motivos. Esta es la mía. Vean si están de acuerdo con mis puntos.

i. Filosófica. Ya que la naturaleza es unificada, la ciencia también puede ser unificada y por lo tanto también la enseñanza de la ciencia. Esto da coherencia al conocimiento científico.

ii. Económica. Es posible evitar algunas duplicaciones innecesarias en la instrucción y de esta forma efectuar ahorros.

iii. La creciente necesidad de generalistas. Esto probablemente puede lograrse mejor enseñando la ciencia de una manera integrada en lugar de enseñaar las disciplinas por separado, sobre todo si integramos la ciencia con el resto de los curricula.

iv. Las necesidades específicas de los países en vías de desarrollo. En los países en vías de desarrollo los cursos de ciencia se deben diseñar para que sirven no solo como base sino también como curso final. Es posible que ellos sean la única preparación científica formal que recibirá el alumno, para su vida de adulto.

v. Las necesidades del que aprende. Existe un reconocimiento creciente de que las necesidades psicológicas, sociales, físicas y emocionales del estudiante pueden satisfacerse mejor enseñándole ciencia de una manera integrada.

./...

v. Las necesidades de la sociedad. Es posible que los ciudadanos que han aprendido ciencia de una manera integrada esten mejor capacitados para afrontar las decisiones que la sociedad necesita tomar con respecto a la aplicación de la ciencia al bienestar del hombre.

Si he omitido algún motivo importante, me agradaría que Uds. me lo señalaran durante el seminario.

4. Ciencia integrada a través del mundo

Actualmente se puede decir que hay una fuerte tendencia en el mundo hacia la ciencia integrada. El 8° Informe del International Clearinghouse, conocido más bien como el "Informe de Maryland", contiene resúmenes de alrededor de 96 proyectos de enseñanza integrada en el mundo. 65 de ellos son de los Estados Unidos y 31 de otros países. Pero este Informe ya está un poco anticuado. Existe el 9° informe, y aunque no le he leido detenidamente, estoy seguro de que hay más proyectos de enseñanza integrada ahora, que en 1972.

Creo que para nosotros, los que estamos reunidos aquí, es una fuente de éstimulo el saber que estamos participando en un movimiento vivo y sano y que se ha extendido a través del mundo y, que el ICSU y la Unesco han desempeñado un papel importante en su desarrollo.

Yo personalmente no he practicado la ciencia integrada. A este respecto debo aprender mucho de Ustedes. Cuando dejé la Unesco volví a enseñar física y elaborar películas para la enseñanza de la física, pero continué promoviendo la ciencia integrada a través de los esfuerzos conjuntos de la ICSU y de la Unesco. Es una fuente de satisfacción para mí, como Presidente del Comité sobre la Enseñanza de la Ciencia (CTS) del Consejo Internacional de Uniones Científicas (ICSU), ver que el co-patrocinio de actividades tales como la Conferencia de Maryland del 73 y la anterior en Varna, patrocinada por el Comité anterior, han dado fruto, debido principalmente al vigoroso programa de la Unesco en este campo.

./....

- 5 -

Recientemente he terminado de escribir un libro para la Unesco intitulado: Innovation in Science Education Worldwide. Ello me dió la oportunidad de ver algunos problemas de la enseñanza de las ciencias desde un punto de vista global, y me impresionaron la cantidad de proyectos de ciencia integrada que existen. Empecé a considerar, entre otras cosas, las primeras actividades de reforma del curriculum de ciencias, aquellos que empezaron en el final de la década del 50 y por lo que se refiere a ellos me pregunté: ¿qué fue lo que fracaso? ¿qué fue lo que tuvo éxito?.

Tengo aquí una lista parcial de las respuesta. En principio se deben aplicar a la enseñanza de la ciencia en general, pero ahora pienso que se pueden aplicar también al desarrollo de los programas de ciencia integrada. Vean si están de acuerdo conmigo.

i. La participación de los científicos fue vital
ii. Varios enfoques diferentes son mejores que uno sólo
iii. La adaptación es mejor que la adopción
iv. La participación de profesores en la fase creativa o adaptativa es importante
v. el énfasis que se puso en la experimentación práctica en el laboratorio y en los trabajos de campo fue oportuno
vi. Se debe poner más enfasis en la producción de "software" para el medio que en la producción de "hardware"
vii. Aún no sabemos lo suficiente con respecto al proceso de aprendizaje
viii. La cooperación internacional es posible
ix. Algunos de los proyectos iniciales no llegaron adecuadamente a sus metas.
x. La evaluación de los proyectos ha sido difícil.
xi. La reforma del curriculum debe ser un proceso contínuo
xii. El énfasis en el aspecto de indagación no fue suficiente para garantizar el éxito de un programa innovativo.
xiii. La necesidad de ciencia integrada es mayor que nunca.

Puede ser que les interese también saber lo que puse en la lista de tendencias mundiales más importantes. Ellas son:

i. La tendencia a enseñar ciencia en forma relevante y socialmente responsable (como por ejemplo los cursos actuales con enfoque hacia el medio ambiente).

ii. La tendencia hacia un enfoque de estilo de "system analysis" a la educación. Esto implica una elaboración y uso contínuo de los conceptos de la tecnología educacional, que han sido promovidos, tanto por la Unesco como por el ICSU. (Quiero decir con esto, no sólo la utilización de ayudas sofisticadas como las películas y las computadoras, sino también el uso de las ideas de la enseñanza programada en el planeamiento de los cursos).

iii. La tendencia hacia el establecimiento de instituciones permanentes dedicadas al mejoramiento de la enseñanza de la ciencia (centros de enseñanza de la ciencia por ejemplo).

iv. La tendencia hacia la enseñanza integrada de la ciencia.

En algunos casos, varias de estas tendencias han sido puestas como ejemplo conjuntamente. Por ejemplo un curso de ciencia integrada con un enfoque hacia el medio ambiente puede ser desarrollado en un centro de enseñanza de la ciencia.

Lo que Uds. nos dirán sobre sus actividades y los materiales que se desarrollarán aquí pueden, tal vez también, llevar a nuevas tendencias.

6. La fase de desarrollo del seminario

El éxito de este seminario dependerá en parte, de la calidad de los materiales que se producirán en él. Lo que Uds. producirán se sumará a la fuente de conocimientos experimentales que ayudarán a determinar las futuras direcciones que tomará la ciencia integrada.

./.....

Por esto, después de un breve período de orientación y balance en el cual estudiaremos lo que se ha hecho ya,para evitar repeticiones innecesarias, pasaremos a la fase activa de desarrollo de materiales. Este enfoque es particularmente atractivo para mí porque fue el impulso principal del proyecto piloto de la Unesco sobre ciencias básicas.

En estos proyectos aprendimos que no sólo producíamos material de prototipo o de ejemplo, sino que también encontrábamos gente con talento y nos fue posible estimular a algunos de ellos a ser líderes en su campo. Como yo estuve estrechamente vinculado al Proyecto Piloto de Física, allá por 1963, me viene inmediatamente a la mente los nombres de algunos participantes, como Claudio Dib, quien desde entonces, se ha convertido en una autoridad en tecnología educativa en el Brasil; como Rafael Ferreyra que presentó como tesis de doctorado en Harvard, un análisis crítico del proyecto piloto. También tengo que mencionar al Dr. Nahum Joel que fue el asistente del director del proyecto y que ha sido un miembro vigorosamente activo de la Secretaría de la Unesco en París, desde entonces.

Aquellos de Uds. que han estado involucrados en otros proyectos, seguramente pueden encontrar ejemplos de participantes que se han convertido en líderes en la enseñanza de la ciencia en sus respectivos países. A través de estos proyectos, en los que se produjeron material, se identificaron personas con talento y algunos de ellos fueron incentivados a ser muy activos en el mejoramiento de la enseñanza de la ciencia.

El grupo que se reúne hoy aquí es un poco diferente. Ya se han identificado como los activos, los talentosos. Están aquí para incentivarse mutuamente a crear material que, se espera,sea aún mejor de lo que se ha preparado en sus proyectos anteriores.

./.....

7. La etapa de realización

Uno de los errores que se cometió en varios proyectos iniciales fue el de creer que dado que el material nuevo había sido acogido favorablemente por los científicos, gozaría también de una realización en masa. Nada podría ser más alejado de la realidad. Aprendimos, de una manera dura, que si el desarrollo y producción de materiales no goza del apoyo de los responsables de la política y de las decisiones -los que tienen el acceso y el poder sobre el presupuesto- se vuelve imposible la realización en masa. En algunos países donde la autoridad educacional está muy centralizada, los responsables de tomar decisiones están en los Ministerios de Educación. En los países descentralizados, como la India, Brasil y los Estados Unidos, estos responsables se encuentran en los respectivos Estados. En todos los países el poder de decisión sobre la realización del nuevo material en masa (o a gran escala) pertenece casi siempre a gente completamente ajena a los laboratorios, donde se inventa este nuevo material. No toman parte del entusiasmo con que se generaron las nuevas ideas. Por lo tanto, generalmente es necesario que los científicos y los educadores los tengan informados, y más importante aún, que puedan trasmitirles el entusiasmo de los diseñadores y de los realizadores. A menudo los científicos no tienen la habilidad para poder comunicar su entusiasmo a los no-científicos. Ellos tienen que buscar la ayuda de un enlace sabio que posea esta habilidad de comunicación.

8. El medio ambiente como tema de integración en la enseñanza de la ciencia.

Recientemente he tomado parte en dos actividades relativas a la educación mesológica. Ambas han reforzado mi idea de que el estudio del medio ambiente puede ser un concepto positivo en la integración de la enseñanza de la ciencia. Una de estas actividades fue un Seminario que tuvo lugar en Accra, Ghana, donde 25 científicos se reunieron para considerar el tema "Recursos y Desarrollo : el papel de la educación en ciencias". Estos científicos universitarios, especializados en la investigación sobre problemas de suelos y agua en la región oeste de Africa, también se interesaron por los problemas más generales, como ser la deteriorización del medio ambiente y el papel que la enseñanza de la ciencia puede jugar para resolver los mismos.

./.....

La otra actividad fue el Seminario Internacional sobre Educación Mesológica que tuvo lugar recientemente en Belgrado, Yugoeslavia. Aquí se reunieron 80 participantes provenientes de todo el mundo, principalmente educadores, pero también había algunos científicos. Se reunieron para considerar la importancia de la educación mesológica en todos los niveles. Sus esfuerzos fueron, en cierto sentido, análogos a los esfuerzos de nuestra reunión de Varna, ya que intentaban definir términos y caracterizar la educación mesológica.

Como Uds. saben, a continuación de la Conferencia Internacional convocada por las Naciones Unidas para estudiar los problemas munciales relativos al medio amgiente, que tuvo lugar en Estocolmo en 1972, se estableció el Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente (PNUMA), para estimular las actividades en el campo del medio ambiente. La educación mesológica es sólo una de sus preocupaciones, pero es muy importante y por ello ha subvencionado un programa de educación mesológica que debe ser realizado por la Unesco.

Quiero trasmitirles tres ideas que me han surgido como resultado de la reunión de Belgrado, además de la más importante, verificada por una encuesta internacional sofisticada y que es que la mayoría de los países tienen necesidad de la educación mesológica.

La primera idea es la necesidad de una base filosófica en que desarrollar las ideas sobre educación mesológica. El Profesor Buzzatti-Traverso, Consejero Científico Principal del UNEP, elaboró un trabajo que define la necesidad de una ética nueva para la humanidad, basada en el respeto por la naturaleza y el hombre. También puso énfasis en la necesidad de un enfoque global que quiere decir que debemos ver el problema mundial del medio ambiente en su entidad y no intentar resolver los problemas parcialmente, como hacemos de costumbre, poniendo énfasis en las contribuciones de las distintas disciplinas por separado.

La segunda idea es que no se encontrará una solución a largo plazo a los problemas del medio ambiente sin recurrir a la ciencia y a la tecnología. Este punto no fue muy destacado durante la reunión de Belgrado porque estaban muy preocupados en demostrar que muchos otros parámetros, además del científico, forman parte del problema del medio ambiente. Pero yo me fui de la reunión convencido de que es necesario identificar el componente científico del problema. Dicho de otra manera, pienso que, aunque la ciencia no es suficiente, es necesaria para resolver los problemas mundiales de recursos y del medio ambiente.

Mi tercera idea, reforzada durante la reunión de Belgrado es que dado que muchos de los cursos de ciencia integrada existentes ya tienen un enfoque mesológico, los mismos podrían ser utilizados como punta de lanza para el movimiento de educación. En los primeros tiempos del PSSC, se dijo que la reforma del curriculum de ciencia podría servir de punta de lanza para una reforma educacional en otros campos - y sirvió. Creo que la ciencia integrada puede fomentar las actividades relacionadas con la educación mesológica.

Mis horizontes se ampliaron en Belgrado. Soy ahora mucho más sensible a los aspectos sociológicos, psicológicos y económicos de la educación mesológica, pero aún estoy convencido de que la ciencia tiene un rol que jugar y que la enseñanza integrada de la ciencia debe jugar un papel importante en la educación mesológica.

Espero que algo de lo que se haga aquí también jugará un rol catalizador en la educación mesológica. El concepto de ciencia integrada parece estar en harmonía con la necesidad actual del mundo hacia un enfoque global. Los que estudian la conservación y el medio ambiente nos han demostrado que el problema de los recursos naturales y del medio ambiente no obedecen a fronteras geográficas y se resisten a soluciones parciales. Debemos mirar el problema como un conjunto. Las partículas de polución esparcidas en el aire o en el agua de un país flotan hacia otros países. Este es un solo mundo y cada vez somos más conscientes de ello. Si vamos a resolver el problema globalmente es necesario tener un enfoque integrado.

./....

8. Conclusión

Estamos aquí para hacer cosas mucho más interesantes que escuchar discursos. Estoy ansioso por comenzar el trabajo junto con Uds. en las tareas que debemos afrontar. Es tiempo de que deje de hablar para que haya más tiempo para hacer.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo