

FACULDADE DE FÍSICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

Daniela Fouchard Severo

NÚMEROS RACIONAIS E ENSINO MÉDIO: UMA BUSCA DE SIGNIFICADOS

Porto Alegre

2009

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**DANIELA FOUCHARD SEVERO**

**NÚMEROS RACIONAIS E ENSINO MÉDIO: UMA BUSCA DE  
SIGNIFICADOS**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Lorí Viali

PORTO ALEGRE  
2009

**DANIELA FOUCHARD SEVERO**

**NÚMEROS RACIONAIS E ENSINO MÉDIO: UMA BUSCA DE  
SIGNIFICADOS**

Dissertação apresentado ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do grau de Mestre em Educação em Ciências e Matemática.

Aprovada em      de 2009, pela Banca Examinadora.

BANCA EXAMINADORA:

---

Dr. Lorí Viali (Orientador)

---

---

---

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática da PUCRS e aos professores do curso de Mestrado pela oportunidade de aprendizagem.

Agradeço aos colegas de trabalho e aos alunos participantes de minha pesquisa, por tornarem este trabalho possível.

Agradeço aos meus familiares pelo apoio durante o período em que estive envolvida com a dissertação.

Agradeço ao meu orientador, Prof. Dr. Lori Viali, pela dedicação e comprometimento.

Agradeço à minha orientadora do projeto desta dissertação, Prof<sup>a</sup> Dra. Helena Noronha Cury, pelos contínuos ensinamentos e por sua dedicação.

**Se não morre aquele que planta uma árvore e não morre aquele que escreve um livro, então não deve morrer aquele que educa, pois planta nas almas e escreve nos espíritos. (Bertold Brecht).**

## RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo analisar registros de representação de números racionais, apresentados por alunos de Ensino Médio, e verificar se esses alunos relacionam o significado dos racionais com situações da vida cotidiana em que esses números são empregados. A investigação tem como fundamentação teórica a teoria dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval, as diferentes representações dos racionais e as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais sobre o ensino de frações. Inicialmente foi realizado um primeiro estudo, para avaliar as possibilidades de investigar as dificuldades dos alunos em relação às representações de frações. Da pesquisa propriamente dita, participaram 50 alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola estadual de Porto Alegre, RS e professores de Matemática da mesma escola. Aos estudantes, foi aplicado um teste e, para a elaboração das questões, foram levados em conta descritores constantes das matrizes de referência de exames de avaliação de larga escala, realizados no Brasil. Os resultados do teste mostraram que os alunos investigados têm dificuldades para realizar transformações de registros de representação de racionais, bem como para operar com esses números. Também mostram não fazer relações entre o significado dos racionais e situações da vida cotidiana em que esses números são empregados. Os professores entrevistados consideram que os estudantes não sabem o significado de fração e que seria necessário ensinar esse conteúdo a partir de problemas da vida real. São feitas algumas considerações sobre as possibilidades de ensino de racionais levando em conta os diferentes registros.

**Palavras-chave:** Números Racionais. Registros de Representação. Ensino Médio.

## ABSTRACT

This research aims to analyze registers of representation of rational numbers, presented by students from high school, and to verify if these students relate the meaning of rational numbers with everyday life situations in which those numbers are used. The research has as theoretical basis the theory of semiotic registers of representations, of Raymond Duval, the various representations of rational numbers and indications of the National Curriculum Parameters on teaching fractions. Initially a first study was designed, to evaluate the possibilities to investigate the difficulties of students about representations of fractions. Fifty students of the 1<sup>st</sup> year of high school of a state school in Porto Alegre, RS and mathematics teachers from the same school participated of the main research. A test was applied to the students and for the formulation of issues were taken into account descriptors in the matrix of reference for large-scale assessments applied to Brazilian students. The results of the test showed that students investigated have difficulties in carrying out transformations of rational registers of representation, and to operate with these numbers. They also demonstrate that they do not make relationship between the meaning of rational and daily life situations in which those numbers are used. Teachers interviewed believe that students do not know the meaning of fractions and that it would be necessary to teach this content from real-life problems. Some considerations are made about the possibilities of teaching rational numbers taking into account the different registers.

**Keywords:** Rational Numbers. Registers of Representations. High School.



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>08</b>
<b>2 PROBLEMA, QUESTÕES E OBJETIVOS DA PESQUISA .....</b>	<b>11</b>
2.1 Problema .....	11
2.2 Objetivos .....	11
<b>3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>12</b>
3.1 Formas de representação .....	12
3.2 Atribuições do significado ou importância do significado .....	13
3.3 Conexões estabelecidas entre a Matemática e a vida cotidiana .....	14
3.4 Registros de representação semiótica .....	16
3.4.1 As contribuições de alguns autores para a questão das representações .....	18
3.5 As frações e suas representações .....	22
3.6 Os racionais nas avaliações de larga escala .....	26
<b>4 METODOLOGIA DA PESQUISA .....</b>	<b>28</b>
4.1 Instrumentos da pesquisa .....	28
4.2 Participantes da pesquisa .....	29
<b>5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS .....</b>	<b>30</b>
5.1 Os resultados da primeira fase do estudo.....	30
5.2 Os resultados da pesquisa realizada em 2008 .....	37
5.2.1 A elaboração do teste .....	37
5.2.2 Os resultados da aplicação do teste .....	39
5.2.3 As respostas dos professores ao questionário aplicado .....	45
<b>6 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES .....</b>	<b>52</b>
<b>7 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>60</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>62</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Trabalho em uma escola estadual, na zona sul de Porto Alegre, que possui aproximadamente dois mil alunos. Tenho, atualmente, duzentos e cinquenta alunos divididos nos três níveis do Ensino Médio. Os turnos trabalhados são tarde e noite e suas realidades são completamente diferentes. A abordagem de ensino realizada em um dos turnos se torna praticamente impossível de ser aplicada no outro.

O grau de exigência estabelecido é outro fator que também tem que ser revisto diariamente, pois as deficiências encontradas de um nível para o outro diferem muito. Trabalhar no turno da noite exige muita paciência e uma eterna pesquisa na forma de ensinar o que me proponho.

Esperar por soluções e ações vindas de fora não faz parte da minha vida profissional e é neste sentido que muitos colegas e eu temos pesquisado diretamente em nossas escolas os problemas que nos são colocados diariamente. Em educação, nem sempre estamos acostumados a exercer esta postura de pesquisa e resolução dos problemas internos. Muitos professores continuam sonhando com os alunos e o ensino do passado, justificando toda e qualquer falha no processo de ensino aprendizagem devido à falta de interesse dos governos e dos alunos, principalmente. A inércia parece predominar em muitas escolas e a queixa vem como conseqüência dessa predominância.

Questiono-me sobre o que é ensinado e o que está sendo realmente compreendido pelos alunos. Buscar o significado de tudo ou quase tudo que se passa em nossa vida é inerente ao ser humano. Por conseqüência, entender como os alunos atribuem significado aos números racionais também é uma forma de refletir sobre o ensino e a aprendizagem, bem como sobre suas dificuldades.

Uma das intenções desta pesquisa é tentar entender porque muitos alunos não fazem qualquer conexão de fatos da sua vida com a existência de entes matemáticos. Ao lidar com o sistema monetário, por exemplo, temos alunos que não conseguem distinguir entre o que são cinquenta centavos e cinco centavos, ao fazermos a representação dos valores no quadro verde. Essa situação é grave, principalmente se pensarmos que os alunos não

conseguem estabelecer um vínculo entre uma representação simbólica e algo que ele utiliza diariamente. Como poderemos desenvolver habilidades de trabalhar com números racionais no dia-a-dia, se os estudantes não conseguem estabelecer uma relação de significado efetivo entre o que está sendo apresentado em aula e seu cotidiano? Dessa forma, o interesse pela Matemática nem se inicia e o distanciamento se torna cada vez maior.

Portanto, é importante, se possível, estabelecer mais conexões entre os conteúdos e sua utilização no dia-a-dia e transformar o trabalho com os números racionais em um assunto que possibilite aos alunos relacionarem o que é ensinado dentro da sala de aula e o que vivenciam em seu ambiente fora da escola.

Sendo assim, as frações se apresentam como um tema para pensarmos sobre o fato de que o mesmo símbolo da Matemática pode ter muitos significados diferentes, podendo nos ajudar a desenvolver maior e mais detalhada atenção sobre o que nossos alunos estão dizendo ou pensando. Dessa forma, resolvi desenvolver meu projeto de pesquisa para entender como ocorrem esses processos de significação do conceito de número racional, aproveitando, para a construção do instrumento de pesquisa, as orientações apresentadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais e exemplos de avaliações que vêm ocorrendo no Brasil, como as provas do SAEB (Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica) e do SAERS (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul).

Para fundamentar a pesquisa, revisei a literatura sobre sentido e significado e sobre representações semióticas, buscando apoio, principalmente, na teoria dos registros de representação semiótica, de Duval. Também retomei os significados atribuídos aos números racionais e elaborei instrumentos que permitissem coletar dados sobre a forma como os alunos de Ensino Médio atribuem significado a esses números.

No capítulo 2, apresento o problema, as questões e os objetivos da pesquisa. No capítulo 3, discorro sobre a fundamentação teórica em que me apoiei para a investigação. No capítulo 4, indico a metodologia empregada na pesquisa e, no capítulo 5, apresento os dados coletados.

Finalmente, no capítulo 6, analiso os resultados e trago algumas conclusões, complementando o trabalho com considerações finais, no capítulo 7, e com as referências das obras citadas.

## **2 PROBLEMA, QUESTÕES E OBJETIVOS DA PESQUISA**

Face às interrogações feitas na introdução deste trabalho, são apresentados a seguir o problema, as questões de pesquisa e os objetivos desta investigação de mestrado.

### **2.1 Problema**

Quais as dificuldades apresentadas pelos alunos na atribuição de significados aos números racionais, em situações do cotidiano em que esses números estão envolvidos?

O problema gerou questões de investigação:

O que se entende por atribuição de significado para os racionais?

Como os alunos representam números racionais?

Por que alguns alunos não relacionam o significado dos racionais com as situações do cotidiano que envolvem esses números?

### **2.2 Objetivos**

A pesquisa busca, portanto, atingir o seguinte **objetivo geral**:

Analisar os registros de representação de números racionais, apresentados por alunos de Ensino Médio, e verificar se esses alunos relacionam o significado dos números racionais com situações da vida cotidiana em que esses números são empregados.

Como **objetivos específicos**, pretende-se:

- a) Investigar os diferentes significados dos números racionais;
- b) analisar as diferentes representações dos racionais, feitas por alunos de uma escola Ensino Médio;
- c) verificar se os alunos estabelecem relações entre o significado dos racionais e as situações da vida cotidiana em que esses números são empregados;
- d) analisar a opinião de professores da mesma escola, sobre as representações feitas pelos alunos.

## **3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

### **3.1 Formas de representação**

A representação de um conceito matemático pode ser feita com diferentes registros, tais como a linguagem natural, símbolos algébricos, tabelas, gráficos, entre outros. Apresentar uma única forma de representação não garante aos alunos a compreensão da aprendizagem do conceito, devendo-se escolher, pelo menos, dois registros de representação.

Precisa-se entender que o aluno deve ser capaz de transitar entre uma e outra representação, devendo-se possibilitar a diferenciação entre o objeto e sua representação. Como salienta Flores (2006), “A busca pela matematização do empírico teria impulsionado uma nova forma de ver e de conhecer o mundo, de se relacionar com este mundo e, portanto, de representá-lo.” ( p. 83).

Segundo a mesma autora, um signo passa a estabelecer uma relação binária, pois ele dá a ver aquilo que não está presente aos olhos. Portanto, signo é um objeto que representa um outro objeto. Ele assume uma relação binária, uma ligação entre aquilo que significa (o significado) e aquilo a que ele se refere (o referente, o objeto). Flores (2006) comenta que a representação é a maneira pela qual a visibilidade, a transparência e a ordenação dos objetos do conhecimento se tornam possíveis, sendo também o suporte que possibilita a mediação entre os pólos do sujeito e do objeto.

Pode-se dizer que um signo representa algo para alguém. Ora, se a matemática, assim como a lógica, é considerada uma ciência formal, então é preciso entender o que é um signo nas ciências formais. (FLORES, 2006, p. 91).

Seguindo ainda a linha de pensamento de Flores (2006, p.91), nota-se que os símbolos não nos fazem ver aquilo que eles representam. Eles só se relacionam com o objeto matemático por força de uma idéia, de uma lei, cujo efeito consiste em fazer interpretar o símbolo como referente a um dado objeto.

A ligação entre o símbolo e seu objeto dá-se por mediação, isto é, por associação de idéias, de modo a fazer com que o símbolo

seja interpretado como se referindo aquele objeto. (FLORES, 2006, p. 91).

Os símbolos não mostram as coisas às quais se referem ou se aplicam, mas nos permitem imaginar seu referente por intermédio de uma imagem. René Descartes mostrou que escrever objetos matemáticos mediante uma escritura simbólica não é o mesmo que designar a realidade das coisas como elas são de fato, mas somente indicar, designar, como se realmente fossem, quer dizer, anunciar aquilo a que se referem. “O recurso às escrituras simbólicas é desejável na medida em que se trata de representar os objetos ideais.” (FLORES, 2006, p. 92).

### **3.2 Atribuições do significado ou importância do significado**

O principal interesse deste trabalho é investigar novas formas de promover o desenvolvimento do processo de atribuições de significados, particularmente para os números racionais, bem como pesquisar, investigar e analisar os significados que estão sendo produzidos por meio da fala e da escrita dos alunos, para esses entes matemáticos.

Entendemos que as duas formas de comunicação, a fala e a escrita, são as mais comuns e utilizadas no ambiente escolar. Por isso, concordamos com Langer (2004):

Procurar formas de mobilizar o aluno e o professor para uma direção onde a curiosidade desacomoda; de modo que no professor e no aluno, bem como em sua relação, instale-se uma proposta pedagógica mais frutífera, possibilitando um caminhar em direção a autonomia. (p.40.).

Em termos de educação, não é provável que algo aconteça unilateralmente, pois há um processo de interação entre professores, alunos e objetos estudados. Conforme Lins e Gimenez (2000), “produzir significados é, então, falar a respeito de um objeto.” (p. 146). Visto que os racionais são elementos estudados no campo da álgebra, é adequada a afirmativa dos mesmos autores, de que a álgebra

[...] consiste em um conjunto de afirmações, para as quais é possível produzir significado em termos de números e operações

aritméticas, possivelmente envolvendo igualdade ou desigualdade. (LINS; GIMENEZ, 2000, p. 150).

Ao prestarmos atenção no que as pessoas dizem no cotidiano, observa-se que há uma tendência em justificar seus fracassos escolares, na área de Matemática, porque não conseguiram ou não conseguem estabelecer ligações entre o que aprenderam fora e dentro da escola.

Efetivamente,

A matemática da escola não muda porque ela se acredita, de alguma forma, um estágio superior na linha reta do progresso humano. A matemática da escola é consistente, precisa e geral, ao passo que a matemática da rua, não: lá podem ser considerados como legítimos métodos que são intrinsecamente imprecisos do ponto de vista da matemática escolar. (LINS e GIMENEZ, 2000, p. 22).

Indo um pouco mais além, pode-se buscar em Bruner o apoio para entender a atribuição de significado. Segundo ele,

O significado simbólico depende de alguma forma crítica, da capacidade humana de interiorizar tal linguagem e utilizar seu sistema de sinais com um interpretante nesse relacionamento em que uma parte representa a outra. (BRUNER, 1997, p.67).

Existem determinadas classes de significado com as quais os seres humanos estão inatamente sintonizados e as quais as pessoas buscam ativamente. Para outros, porém, esta busca de significado não tem muito sentido e a interpretação de entes matemáticos, como por exemplo, os números racionais, passam despercebidos e sem interpretação.

Segundo Bruner, nós viemos inicialmente equipados, se não com uma “teoria” da mente, certamente com um conjunto de predisposições para interpretar o mundo social de uma forma particular e para agir sobre nossas interpretações e “a relação de palavras ou expressões com outras palavras ou expressões constitui, junto com a referência, esfera do *significado*.” (BRUNER, 1998, p.68. Grifo do autor).

### **3.3 Conexões estabelecidas entre a Matemática e a vida cotidiana**

Lins e Gimenez (2000) sugerem que a prática escolar usualmente adotada tenta excluir os métodos da rua, taxando-os de informais e dizendo



serem de aplicação limitada; a rua, contudo chama os métodos da escola de complicados e sem significado.

Os autores comentam que, na prática, mesmo um especialista, um matemático ou um físico profissional não usam estratégias formalizadas de cálculo, embora, se desejassem, pudessem fazê-lo. Eles são flexíveis ao seu ambiente e a suas necessidades. Essa flexibilidade do especialista é o que devemos almejar para nossos alunos.

Na maioria das vezes em que apresentamos um problema matemático que venha ao encontro do que os alunos vivenciam, os problemas com a dificuldade de resolvê-los diminui bastante e quando os alunos percebem que, para resolver problemas matemáticos, podem utilizar vários conhecimentos adquiridos ao longo de sua vida, ocorre uma significativa facilidade na sua resolução.

Se os problemas tivessem maior relevância para os estudantes e estivessem relacionados a situações ligadas às suas experiências e processos importantes na sociedade, provavelmente seria maior o aproveitamento dos conteúdos estudados.

Os dados produzidos pelo Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB) reiteram a constatação de que transformar a realidade brasileira implica um sistemático e bem orientado investimento na qualidade do ensino, considerando diversas dimensões, tais como as condições de funcionamento das escolas, a capacitação e a valorização dos profissionais, o desenvolvimento de sistemas para melhor gerenciamento das políticas educacionais, a implementação de práticas educacionais eficientes na promoção do desenvolvimento do conhecimento em sala-de-aula e o fortalecimento da cultura escolar das famílias brasileiras.

Ao lado dos meios de comunicações e das propostas de exames como o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA), o Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF), o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), o SAEB, entre outros, há uma complexa teia de relações sociais que, iniciando-se na família, passam pela escola, como atividades culturais e de lazer, onde todos contribuem para a aprendizagem permanente. A experiência no geral é interessante de ser compartilhada por todos.

As pessoas são estimuladas a todo instante, nas ruas, em casa, aguçando muito os sentidos e colocando em xeque os procedimentos racionais comuns às escolas de hoje.

Segundo Skovsmose,

Varias decisões têm de ser tomadas relacionadas ao processo de ensino-aprendizagem, e as decisões normalmente necessitam de uma discussão entre professor e estudantes. (SKOSMOSE, 2006. p. 51).

O engajamento dos estudantes na resolução de um problema que envolva um conteúdo matemático deveria servir como base para um engajamento político e social.

O conhecimento reflexivo, que deve ser interpretado como um referencial teórico mais conceitual, ou meta-conhecimento, para que se possam discutir a natureza dos modelos e o critério usado em sua construção, aplicação e avaliação. (SKOVSMOSE, 2006. p.59).

O trabalho com racionais em sala de aula da educação básica tem mostrado que os estudantes apresentam dificuldades de contextualizarem os conceitos aprendidos. Dessa forma, a par do estudo das representações dos racionais, também é necessário entender como o contexto em que vivem os alunos condiciona seu entendimento e sua forma de empregar a simbologia matemática.

### **3.4 Registros de representação semiótica**

Geralmente consideram-se as representações semióticas como um suporte para as representações mentais: as representações semióticas teriam a função de comunicar as representações mentais. Sem essas representações, torna-se impossível a construção do conhecimento pelo sujeito que apreende. É por meio das representações semióticas que se torna possível efetuar certas funções cognitivas essenciais do pensamento humano.

Para que ocorra a apreensão de um objeto matemático é necessário que a noésis (conceitualização) ocorra através de significativas semiósis (representações). A apreensão dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que apreende, de vários registros de

representação e quanto maior o apelo a esses registros, maior será a possibilidade de construção do conceito relacionado ao ente matemático.

A teoria dos registros de representação semiótica do pesquisador francês Raymond Duval vem sendo utilizada para investigações relacionadas a registros de representação de entes matemáticos.

A influência de Duval em trabalhos de pesquisa sobre os registros de representação semiótica para os domínios da língua francesa e da Matemática e, no Brasil, em particular, para a área de Matemática, foi o motivo pelo qual escolheu-se esse autor como referencial teórico central deste trabalho. Além disso, essa escolha está associada a um trabalho de pesquisa que trata mais especificamente a questão da diversidade de registros de representação semiótica no ensino aprendizagem dos números racionais.

Segundo Duval (2005), há dois tipos de transformações de representações semióticas, o tratamento e a conversão. O tratamento ocorre quando trabalhamos dentro de um mesmo registro, como, por exemplo, quando resolvemos uma equação apenas usando o transformismo algébrico. A conversão envolve registros diferentes, como acontece ao solucionarmos uma equação algébrica por meio de sua representação geométrica.

Flores (2006) considera que

O interesse de Duval está, principalmente, no funcionamento cognitivo do aluno. Para ele, o pensamento é ligado às operações semióticas e, conseqüentemente, não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas. (p. 79).

A mesma autora ainda complementa que

Sua contribuição para o processo de ensino/ aprendizagem em matemática está em apontar a restrição de se usar um único registro semiótico para representar um mesmo objeto matemático. (FLORES, 2006, p.80)

No que diz respeito ao trabalho pedagógico realizado em sala de aula, se este for centrado nos registros de representação semiótica, poderá ocorrer uma possibilidade maior de um real funcionamento cognitivo do aluno. Segundo Flores (2006, p. 79) descrever, raciocinar e visualizar em Matemática são atividades que estão intrinsecamente ligadas à utilização de registros de representação semiótica.

### 3.4.1 As contribuições de alguns autores para a questão das representações

Referindo-se a Chomsky, Duval (apud Viel, 2006) observa que as questões relativas às relações entre sistemas semióticos diferentes e as possibilidades de conversão entre as representações foram introduzidas por Chomsky através da modelagem de linguagem.

Segundo Duval, após Descartes e Kant a noção de representação é central para toda reflexão sobre as questões de possibilidade e constituição de um certo conhecimento, pois não existe conhecimento que possa ser mobilizado por um indivíduo sem uma atividade de representação.

Duval observa, ainda, que o progresso dos conhecimentos se acompanha da criação e do desenvolvimento de sistemas semióticos novos e específicos que coexistem com a língua natural e, referindo-se a Granger, ressalta que o pensamento científico é inseparável do desenvolvimento de simbolismos específicos para representar os objetos e suas relações.

Para Duval, especificamente em Matemática, é necessário entender a Semiótica, ciência que estuda os signos, entender a linguagem matemática, pois um modelo comum para se adquirir conhecimentos matemáticos ou não matemáticos é inviável no que concerne o ensino e aprendizagem em Matemática e os problemas que lhe são inerentes, pois tem como uma das principais características, a diversidade de registros de representação semiótica.

Duval (2005), em sua teoria das representações semióticas, trata do funcionamento cognitivo, pois as representações fazem um intercâmbio comunicativo entre o sujeito e a atividade cognitiva do pensamento, gerando diferentes formas de registro de representação do objeto.

Sendo assim, ele destaca que não é possível estudar os fenômenos associados ao conhecimento sem recorrer à noção de representação, uma vez que o conhecimento só poderá ser mobilizado através de uma representação.

Duval (2005, p. 25) considera como fundamentais, para o funcionamento cognitivo e apreensão do objeto matemático, a utilização de no mínimo dois registros de representação semiótica, preferencialmente em diferentes sistemas semióticos (semiósísis) e ressalta que a conceitualização (noéísis) somente será

assimilada quando o sujeito utilizar a conversão das diferentes representações semióticas de um mesmo objeto matemático.

Segundo Duval (2005), cabe ao professor a função de deixar claro o objeto matemático que será ensinado, quais os registros de representação semiótica inerente à atividade exposta e trabalhar com dois tipos de transformação semiótica, o tratamento e a conversão.

Para Duval (2005) as representações mentais são adequadas a atividade de tratamento por meio da mobilização de um registro semiótico e da prática “mental” desse registro que, conforme ele, estão associados ao fator genético e cultural fundamentalmente proposto por Vigotsky, que considera ser o desenvolvimento das representações mentais associado à aquisição e interiorização de sistemas de representações semióticas iniciadas pela linguagem ordinária.

Segundo Oliveira (2003), Vigotsky denominava os signos como “instrumentos psicológicos” interiorizados pelo próprio sujeito para o controle de suas ações psicológicas próprias ou de outros sujeitos. Para Vigotsky, os signos são ferramentas que auxiliam os processos psicológicos diferentemente dos instrumentos em ações concretas. Sendo o signo uma marca externa na sua concepção mais elementar, auxilia o sujeito em atividades que necessitem memória ou atenção. Porém, no processo de desenvolvimento, o sujeito deixa as marcas externas e passa a utilizar signos internos, ou seja, representações mentais que substituem os objetos do mundo real.

Referindo-se aos trabalhos de Vigotsky e Piaget, Duval (2005) considera que do ponto de vista genético, as representações mentais e as representações semióticas não são opostas como dois domínios totalmente diferentes, pois o desenvolvimento das representações mentais se efetua como uma interiorização das representações semióticas da mesma forma que as imagens mentais são uma interiorização da percepção.

Em seu trabalho, Duval faz outras observações sobre os pesquisadores acima e outros que não foram aqui citados, mas todos tendem a considerar a importância das representações semióticas na aprendizagem intelectual e as observações coletadas evidenciam o caráter essencial das representações semióticas para que um indivíduo seja capaz de manifestar seu conhecimento, não importando qual o domínio por ele escolhido.

O conhecimento e o estudo da Teoria de Registro de Representação Semiótica de Duval (2005) pelos docentes, vêm ganhando espaço como um processo didático e metodológico, numa sociedade atual de constantes e progressivas mudanças. Os professores devem preparar-se para esse desafio de ensinar não apenas o conhecimento científico, mas também o significado dos conteúdos, a busca da resolução de problemas e principalmente o saber se comunicar, para que ocorra o processo de desenvolvimento das capacidades e habilidades cognitivas dos alunos.

Como já foi enfatizado, precisa-se entender que o aluno deve ser capaz de transitar entre uma e outra representação de um ente matemático. Deve-se possibilitar a diferenciação entre o objeto e sua representação.

O homem passa a ser responsável pelo conhecimento do mundo em que ele vive pelo conhecimento do mesmo. Assim ele ordena e classifica todo o tipo de conhecimento, ou seja, a política a economia, as línguas, os seres vivos, o que implica na representação dos objetos do conhecimento e portanto, na problematização da representação enquanto expressão iconográfica da relação entre o sujeito do conhecimento e o objeto dado a conhecer, criando princípios da representação sob o aspecto de fundamento teórico, epistemológico. (FLORES,2003)

Conforme Flores (2006, p. 79) os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação, lembrando que um mesmo objeto matemático poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade do uso.

A principal importância das representações semióticas se deve a duas razões fundamentais. Primeiramente, há o fato de que as possibilidades de tratamento matemático, por exemplo, as operações de cálculo, dependem do sistema de representação utilizado. A seguir, há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representações que os permite designar. Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural. Segundo Duval (2005), as conversões são as mudanças de registro mais eficazes para a aquisição de um conceito.

As representações semióticas utilizadas em matemática cumprem várias funções primordiais, tais como a *comunicação*, para tornarem visíveis e acessíveis as representações mentais; o *desenvolvimento das representações mentais*, que dependem da interiorização das representações semióticas; na realização de diferentes funções cognitivas e o tratamento e a *produção de conhecimento*, já que há uma grande variedade de representações semióticas existentes, de um mesmo objeto matemático.

Em Matemática toda a comunicação se estabelece com base em representações, os objetos a serem estudados são conceitos, propriedades, estruturas, relações que podem expressar diferentes situações, portanto para o seu ensino precisa-se levar em conta as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático.

Um dos primeiros passos a ser dado é a compreensão do que seriam estas representações, essenciais ao funcionamento do conhecimento e ao desenvolvimento dos conhecimentos.

Diz-se que uma escrita, um símbolo ou uma notação representam objetos/conteúdos /conceitos matemáticos. Observa-se de forma geral a confusão da representação do objeto matemático como próprio objeto matemático. O aluno encontra muita dificuldade em passar de uma representação a outra. Ele consegue fazer tratamentos em diferentes registros de representação de um mesmo objeto matemático, porém é incapaz de fazer as conversões necessárias para a apreensão deste objeto. Esta apreensão só é significativa a partir do momento em que o aluno consegue realizar tratamentos em diferentes registros de representação e “passar” de um a outro o mais naturalmente possível.

Duval (2005) estabelece três aproximações da noção de representação:

a) As representações como representação subjetiva e mental, que trata de estudar as crenças, as explicações e as concepções das crianças referentes a fenômenos físicos e naturais. Pode-se considerar que as fantasias sobre a água, fogo e ar são extraídas das representações mentais. O método para o estudo das representações mentais é o de conversão, no qual aquilo que pode aparecer como um erro é considerado como um indício das coisas ou de outra lógica.

b) As representações internas ou computacionais. O sujeito acaba executando certas tarefas sem pensar em todos os passos necessários para a sua realização, por exemplo, os algoritmos computacionais, ou mesmo os algoritmos das operações.

c) As representações semióticas. A noção de representação semiótica surgiu com um problema de modernização da linguagem. A representação semiótica é externa e consciente ao sujeito. As representações semióticas podem ser convertidas em representações “equivalentes” num outro sistema semiótico, mas podendo ter diferentes significados para as pessoas que a utilizam.

As representações semióticas, as representações computacionais e as representações mentais não são espécies diferentes de representação, mas sim representações que realizam funções diferentes. As representações mentais têm uma função de objetivação. As representações computacionais realizam uma função de tratamento.

As representações semióticas realizam, de maneira indissociável, uma função de objetivação e uma função de expressão. Elas realizam de alguma forma uma função de tratamento, porém este tratamento é intencional, função fundamental para a aprendizagem humana.

Convém lembrar aqui, que as representações semióticas têm dois aspectos, sua forma (ou representante) e seu conteúdo (o representado). A forma muda segundo o sistema semiótico utilizado: existem vários registros de representação para o mesmo objeto, correspondendo a cada um deles um tipo diferente de tratamento. As representações computacionais realizam uma função de tratamento automático. Por exemplo, o cálculo do algoritmo da adição, o aluno pode resolver uma infinidade deles, automaticamente, sem saber seu significado operatório.

### **3.5 As frações e suas representações**

No que se refere a representação fracionária dos números racionais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que o contato dos alunos com essa representação não é tão freqüente em seu contexto diário, pois limita-se a metades, terços, quartos, na maioria das vezes indicada em linguagem oral. Os PCN



sugerem ainda que a prática mais comum para explorar o conceito de fração é a que recorre as situações em que está implícita a relação parte-todo, nesse caso indicando a relação entre o número de partes e o total de partes. Outro significado das frações é a do quociente e para o aluno essa situação se diferencia da interpretação anterior (parte-todo),

[...] pois dividir um chocolate em 3 partes e comer 2 dessas partes é uma situação diferente daquela em que é preciso dividir 2 chocolates para 3 pessoas. No entanto, nos dois casos, o resultado é representado pela mesma notação:  $\frac{2}{3}$  (BRASIL, 2000, p.103).

Os PCN sugerem ainda uma terceira situação diferente das duas anteriores: “aquela em que a fração é usada como uma espécie de índice comparativo entre duas quantidades e uma grandeza, ou seja, quando é interpretada como razão” (Ibid., p.103)

Assim, os PCN sugerem que, no segundo ciclo do Ensino Fundamental, sejam trabalhados três significados para as frações: parte-todo, razão e quociente. Somente no terceiro ciclo do Ensino Fundamental deve ser introduzido o significado de operador multiplicativo.

Para apontar os diferentes significados para os racionais, serão revisados os trabalhos de Allevato e Onuchic (2007), bem como a dissertação de Merlini (2005). As primeiras autoras, ao abordar o ensino de racionais por meio da resolução de problemas, se referem às “diferentes personalidades” dos racionais e às distintas situações do mundo real às quais eles se aplicam. Seguindo a ordem de apresentação dessas autoras, pode-se considerar que os racionais têm os seguintes significados:

#### 1) Ponto racional

Quando tomamos a reta numérica e fazemos a correspondência entre real e ponto da reta, cada racional é associado a um determinado ponto (ponto racional) e, reciprocamente, a cada ponto racional corresponde um número racional. Por exemplo, se tomamos o racional  $\frac{5}{7}$ , ele corresponde a um único ponto e, mesmo que alunos ou professores dividam 5 por 7 para obter um decimal aproximado (0,7) e saber onde “marcar” o ponto, é necessário que fique claro que 0,7 não corresponde

ao mesmo ponto racional (efetivamente, 0,7 pode ser escrito como  $\frac{7}{10}$ , que não é uma fração equivalente a  $\frac{5}{7}$ ).

## 2) Quociente

O racional assume o significado “quociente” quando indica a quantidade que resulta da partição igualitária de um número de objetos entre um certo número de elementos. Por exemplo, se pensarmos em distribuir cinco bolos entre sete crianças,  $\frac{5}{7}$  representa a quantidade de bolo que cada criança receberá.

## 3) Fração

Fração é uma relação da parte com o todo. O denominador indica em quantas partes foi dividido o todo e o numerador indica quantas partes foram tomadas daquele todo. Um problema que exemplifica este significado é dado por: *Maria vai disputar uma corrida em um percurso de 63 km. Corre  $\frac{2}{9}$  do percurso, pára uns instantes para beber água, depois percorre mais  $\frac{5}{7}$  do percurso. Quantos km ainda faltam para Maria chegar ao final?*

## 4) Operador

Um racional é entendido como um operador se ele representa uma ação que vai ser aplicada a um número. Por exemplo, se dizemos que um grupo de 72 alunos resolveu uma prova e destes,  $\frac{5}{7}$  foram aprovados, então pensamos em multiplicar  $\frac{5}{7}$  por 72, descobrindo que 40 alunos foram aprovados. Um erro muito freqüente entre os estudantes, de qualquer nível de ensino, é considerar que  $\frac{5}{7}$  é um valor em si mesmo e que a resposta é 0,7. Às vezes o aluno nem se dá conta de que sua resposta é totalmente descontextualizada, pois se acostuma a “transformar” um racional da forma  $\frac{a}{b}$  em um decimal obtido pela divisão de a por b.

## 5) Razão

“Razão” é um dos significados mais difíceis de ser apropriado pelos estudantes, pois significa uma comparação entre duas grandezas. Por exemplo, um

problema clássico, apresentado em Merlini (2005) e Allevato e Onuchic (2007), consiste em tomar duas jarras que contêm misturas diferentes de dois produtos (água e concentrado de laranja) e perguntar qual a razão entre os dois produtos na mistura resultante. Tomando duas jarras de mesmo volume, 12 litros, suponhamos que a primeira tenha uma mistura de água e concentrado na razão de  $\frac{5}{7}$  e a outra tenha a mistura na razão  $\frac{3}{5}$ . A primeira jarra tem 12 partes, em que 5 são de água e 7 de concentrado. Na segunda jarra, os 12 litros são formados por 8 partes de 1,5 l cada, sendo que 3 delas (4,5 l) são de água e 5 (7,5 l) são de suco. Se a soma dos volumes é 24 litros, então 5+4,5 litros são de água e 7+7,5 litros são de suco, ou seja, a razão na mistura final é de  $\frac{9,5}{14,5} = \frac{95}{145} = \frac{19}{29}$ . Ou seja, o racional que representa a razão final **não** é a soma dos racionais que representavam a razão em cada jarra.

Também se poderia pensar que a razão  $\frac{3}{5}$  corresponde às frações  $\frac{3}{8}$  de água e  $\frac{5}{8}$  de concentrado. Dessa forma, teríamos  $\frac{5}{12} + \frac{3}{8}$  de água, ou seja,  $\frac{19}{24}$  de água; da mesma forma, teríamos  $\frac{7}{12} + \frac{5}{8}$  de concentrado, ou seja,  $\frac{29}{24}$  de concentrado. Na mistura, a razão seria:  $\frac{\frac{19}{24}}{\frac{29}{24}}$  ou, seja,  $\frac{19}{29}$ .

Para fazer esse segundo tipo de cálculo, Merlini (2005) acrescenta que

[...] só é possível somar as razões (quantidades intensivas) se elas puderem ser transformadas em frações (quantidades extensivas), expressando uma relação parte-todo de um mesmo todo ou todos iguais, o que não ocorre no caso das frações sugeridas [...], em que não há uma relação parte-todo, concentrado e água. (p. 38-39).

Allevato e Onuchic (2007) ainda consideram que os racionais têm a “personalidade” proporcionalidade, que envolve a idéia de linearidade, enquanto Merlini (2005) se reporta à probabilidade (por exemplo, retirar uma bola de uma caixa com 7 bolas, 5 verdes e 2 vermelhas, e perguntar qual a probabilidade de que saia uma bola verde). Neste exemplo, Merlini (2005) considera que está implícito o significado de fração, pois é uma relação parte-todo.

Além desses significados, outros autores ainda acrescentam outros ou usam nomes diferentes para indicá-los. Assim, não é de estranhar que os racionais apresentem tantas dificuldades para os alunos e professores e que problemas que envolvem representações de racionais, em geral, causem dúvidas e gerem erros.

Colombo, Flores e Moretti (2008) realizaram uma investigação sobre trabalhos brasileiros que têm se apoiado na teoria dos registros de representação semiótica. Das 30 pesquisas sobre o tema, encontradas entre 1999 e 2005, seis delas abordaram, como objeto matemático, os racionais, como fração, decimal ou porcentagem.

### **3.6 Os racionais nas avaliações de larga escala**

Entre as avaliações de larga escala aplicadas no Brasil, foram estudados, para a elaboração dos testes aplicados nesta investigação, alguns elementos de duas delas, o exame do SAEB (Sistema de Avaliação da Educação Básica) e o do SAERS (Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do Rio Grande do Sul).

Conforme informações obtidas no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (BRASIL, 2005), o SAEB foi a primeira iniciativa feita no Brasil para avaliar em profundidade o sistema educativo do país. Foi aplicado pela primeira vez em 1990 e em 1995 sofreu uma reformulação, para poder fazer comparações de desempenho ao longo dos anos.

O SAEB é aplicado a cada dois anos e avalia uma amostra representativa de alunos de 4<sup>a</sup> e 8<sup>a</sup> séries do ensino Fundamental e do 3<sup>o</sup> ano do ensino Médio.

O SAERS foi instituído no Rio Grande do Sul por meio de decreto estadual de 30 de outubro de 2007 e tem como objetivo diagnosticar habilidades cognitivas nas área de Português e Matemática, desenvolvidas por alunos ao final da 2<sup>a</sup> série (ou 3<sup>o</sup> ano) e 5<sup>a</sup> série (ou 6<sup>o</sup> ano) do Ensino Fundamental e do 1<sup>o</sup> ano do Ensino Médio. (RIO GRANDE DO SUL, 2008).

Tanto no SAEB como no SAERS, é utilizada uma matriz de referência para avaliação. Essa matriz informa as competências e habilidades que são esperadas dos alunos naquela determinada etapa da aprendizagem. A matriz de referência é

formada por um conjunto de descritores que, como o próprio nome indica, descrevem uma habilidade. Eles explicitam dois pontos básicos do que se pretende avaliar: o conteúdo programático e o nível de operação mental necessário para a aprendizagem.

Nas Matrizes de Referência desses exames, há descritores que se relacionam com a aprendizagem dos racionais. Comparando os dois exames e as respectivas matrizes de referência, os descritores selecionados foram os seguintes:

D21 SAEB: Reconhecer as diferentes representações de um número racional.

D21 SAERS: Identificar diferentes representações de um mesmo número racional.

D22 SAEB: Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

D22 SAERS: Identificar a localização de números racionais representados na forma decimal na reta numérica.

D24 SAEB: Reconhecer as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos centésimos e milésimos.

D24 SAERS: Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados.

D17 SAEB: Identificar a localização de números racionais na reta numérica.

D17 SAERS: Calcular o resultado de uma adição ou subtração de números naturais.

D26 SAEB: Resolver problema com números racionais que envolvam as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação).

D26 SAERS: Resolver problema envolvendo noções de porcentagem (25%, 50%, 100%).

Nos sites do INEP e da Secretaria de Educação do Rio Grande do Sul, foram encontradas exemplos de questões que abordavam as habilidades e conteúdos indicados nos descritores acima. A partir desses exemplos, foram adaptadas questões para compor os testes aplicados nesta pesquisa.

## **4 METODOLOGIA DA PESQUISA**

Este projeto baseia-se em uma abordagem qualitativa, do tipo naturalístico-construtiva, pois pretende chegar à compreensão dos fenômenos e problemáticas que investiga, examinando-os no próprio contexto em que ocorrem.

A pesquisa qualitativa baseia-se prioritariamente na coleta de dados predominantemente descritivos, ou seja, a preocupação com o processo é muito maior do que com o produto e a importância e o significado do que está sendo pesquisado também é levado em consideração.

O processo de condução de investigação qualitativa reflete uma espécie de diálogo entre os investigadores e os respectivos sujeitos, dado estes não serem abordados por aqueles de uma forma neutra. (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p.51).

### **4.1 Instrumentos de pesquisa**

Na realização desta pesquisa de mestrado, foram utilizados dois testes aplicados aos alunos, observações de sala de aula e um questionário aplicado a professores da escola investigada.

Considera-se como documento qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação. Assim, os testes aplicados são documentos que podem ser analisados e sua análise pode ser a única fonte de dados – o que costuma ocorrer quando os sujeitos envolvidos na situação estudada não podem mais ser encontrados – ou pode ser combinada com outras técnicas de coleta, o que ocorre com mais freqüência. No que diz respeito às observações, são muitas as vantagens de serem realizadas em sala de aula, pois permitem que identifiquemos comportamentos não intencionais e que questionemos, no momento da realização da prova, o entendimento do aluno sobre o conteúdo.

Sobre os questionários aplicados aos professores, nos baseamos nas indicações de Fiorentini & Lorenzato (2006), que podem constar de perguntas fechadas (quando são apresentadas alternativas para as respostas), abertas (quando o respondente pode manifestar-se com suas próprias palavras e idéias) ou mistas. No caso desta pesquisa, os questionários foram mistos.

Os testes aplicados aos alunos foram compostos por questões relacionadas ao conteúdo investigado, aplicados em um período de aula de Matemática, com duração de 50 minutos. Algumas questões foram adaptadas de exames como o SAEB e o SAERS e do questionário empregado por Campos e Rodrigues (2006), pela semelhança entre as perguntas feitas e os objetivos desta pesquisa.

#### **4.2 Participantes da pesquisa**

A prática de sala de aula revela que alunos no final do Ensino Fundamental, oitava série, e mesmo alunos do Ensino Médio, apresentam dificuldades no trato com as frações e mostram não conhecer aspectos relevantes do conceito de número racional, o que acarreta prejuízos à compreensão de novos conceitos matemáticos.

Visto que esse conteúdo é ensinado desde a 4ª série, a princípio poderia estar completamente compreendido pelos alunos do Ensino Médio. Como não é esta a situação encontrada em minhas turmas, propus-me a investigar as dificuldades dos alunos em relação aos racionais, realizando uma primeira fase de estudo, no 2º semestre de 2007, que serviu, também, para esclarecer a viabilidade do projeto de pesquisa. Nesse estudo, participaram estudantes do Programa Nacional de Inclusão de Jovens (ProJovem) e alunos do 1º e 2º anos do Ensino Médio da escola onde atuo.

Para a pesquisa propriamente dita, ou seja, para a pesquisa realizada em 2008, participaram 50 alunos de 3 turmas do 1º ano do Ensino Médio da mencionada escola.

Além desses estudantes, ainda participaram da investigação quatro professores da escola em questão.

Nesta dissertação, apresento, inicialmente, os resultados da primeira fase e, posteriormente, analiso a pesquisa realizada em 2008.

## **5 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS**

### **5.1 Os resultados da primeira fase do estudo**

A primeira fase do estudo teve o objetivo de avaliar as possibilidades de investigar as dificuldades dos alunos em relação às representações de frações. Campos e Rodrigues (2006) trabalharam com alunos de Ensino Médio e Superior, analisando questões que envolviam racionais, bem como as mudanças de registros. Utilizando algumas sugestões provenientes desse trabalho, adaptamos para esta primeira fase questões aplicadas por Catto (2000) e por Garnica (2001).

Esta primeira fase foi realizada no 2º semestre de 2007 e contou com a participação de 15 alunos do ProJovem, bem como 27 estudantes da Rede Estadual de Ensino Médio, primeiro e segundo ano, da escola em que atuou. O Programa Nacional de Inclusão de Jovens: Educação, Qualificação e Ação Comunitária - ProJovem é componente estratégico da Política Nacional de Juventude, do Governo Federal. Foi implantado em 2005, sob a coordenação da Secretaria-Geral da Presidência da República em parceria com o Ministério da Educação, o Ministério do Trabalho e Emprego e o Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome. (BRASIL, 2004).

Seus destinatários são jovens de 18 a 24 anos que terminaram a quarta série, mas não concluíram a oitava série do ensino fundamental e não têm vínculos formais de trabalho. O ProJovem oferece aos participantes, oportunidades de elevação da escolaridade; de qualificação profissional; e de planejamento e execução de ações comunitárias de interesse público. Por meio do curso, proporciona formação integral com carga horária de 1600 horas (1200 horas presenciais e 400 horas não-presenciais) desenvolvidas em 12 meses consecutivos e inclui disciplinas do ensino fundamental, aulas de inglês, de informática, aprendizado de uma profissão e atividades sociais e comunitárias de forma integrada. Cada aluno, como forma de incentivo, recebe um auxílio de R\$ 100,00 (cem reais) por mês, desde que tenha 75% de frequência nas aulas e cumpra com as atividades programadas.

O ProJovem tem como finalidade proporcionar formação integral ao jovem, por meio de uma associação entre: elevação da escolaridade, tendo em



vista a conclusão do ensino fundamental; qualificação profissional com certificação de formação inicial; e desenvolvimento de ações comunitárias de interesse público.

Além disso, o Programa contribui especificamente para a re-inserção do jovem na escola, a identificação de oportunidades de trabalho e capacitação, a identificação, elaboração de planos e o desenvolvimento de experiências de ações comunitárias e a inclusão digital como instrumento de trabalho e comunicação.

O Programa assume ao mesmo tempo um caráter emergencial - pois atende a um segmento que tem necessidade de chegar ainda jovem ao ensino médio - e caráter experimental, no curso de formação, ao basear em novos paradigmas sua proposta curricular que trata de forma integrada a formação geral, a qualificação profissional e o engajamento cívico.

O ProJovem teve como meta, no ano de 2005, atuar em todas as 27 capitais brasileiras com a perspectiva de atender a 200 mil jovens. Esse contingente representava cerca de 20% do universo de jovens de 18 a 24 anos que viviam nas capitais, que terminaram apenas a quarta série do ensino fundamental e não possuíam vínculo formal de trabalho. Em 2006 o Programa foi ampliado para as cidades das regiões metropolitanas com mais de 200 mil habitantes. Nessas localidades a expectativa foi atender cerca de 60 mil jovens.

As informações quantitativas a respeito do estudo realizado com o Projovem e com os alunos do Ensino Médio são apresentadas em forma de tabelas e gráficos juntamente com os textos referentes às observações.

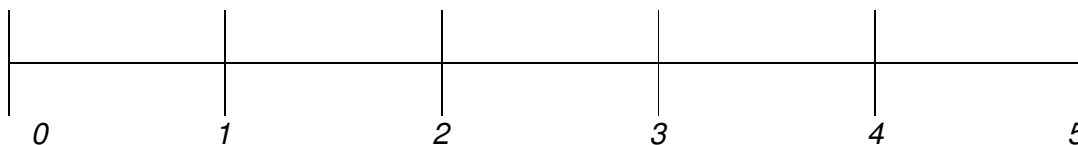
A primeira fase do estudo foi desenvolvida, então, com o objetivo de verificar quais as diferentes representações dos racionais feitas pelos alunos, um dos objetivos da pesquisa de mestrado. Inicialmente, optamos pela elaboração de um teste com cinco questões que privilegiassem as transformações de registros, no caso das frações. O segundo passo foi levar até aos alunos o teste e pedir que respondessem de livre e espontânea vontade. Pode-se dizer que grande maioria dos alunos colaborou com o procedimento, pois estão acostumados com a entrada de pessoas em sala de aula para aplicarem suas pesquisas.

Ressalto apenas, que quando os alunos avistaram se tratar de um questionário a respeito das frações, o pavor foi instantâneo e muitos quiseram

devolver sem preencher a pesquisa. Salientei que o procedimento não era avaliativo e sim uma colaboração para minha pesquisa de Mestrado.

A primeira questão abordada foi:

1. Represente na reta numérica, fazendo uma marca, onde estão as frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{9}{6}$ .



Nesta questão, pretende-se verificar se o aluno faz a conversão do registro numérico na forma fracionária ou na forma decimal para o registro gráfico (também chamado figural). Esta questão foi a que mais apresentou dificuldade e maior número de erros por parte dos alunos que a responderam. Uma das falas que mais chamou a atenção foi dos alunos questionaram a ausência do nove na reta, chegando a sugerir que o questionário estivesse errado.

Pode-se dizer que este questionamento apareceu em todos os níveis onde foi aplicado o teste, até mesmo no Ensino Médio.

A segunda questão abordada foi:

2. É possível representarmos as frações  $\frac{2}{4}$  e  $\frac{9}{6}$  em números decimais (com vírgulas)?

( ) não

( ) sim

Como? \_\_\_\_\_

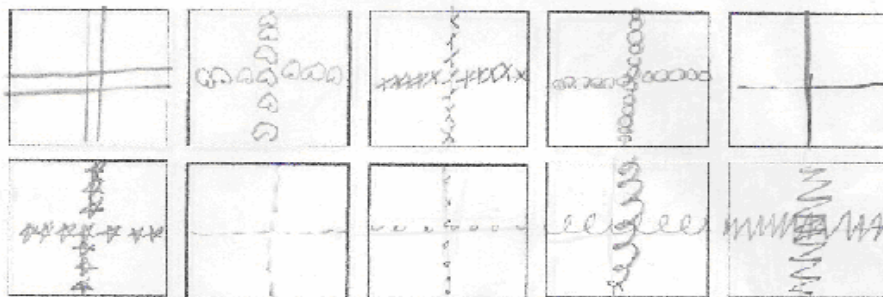
O objetivo da questão é verificar se o aluno faz conversões dentro do registro numérico, transformando racionais na forma de fração em racionais na forma decimal. O interessante desta questão foi que muitos alunos consideraram ser possível representar estas frações em números decimais, mas a pergunta de como isso poderia ser feito, gerou falta de respostas ou erros como, por exemplo, de indicar que dois quartos, em números decimais, é 2,4 e nove sextos é 9,6.

A questão três não apresentou grande dificuldade e foi apresentada da seguinte forma:

*3. Ao visitar a cozinha de uma padaria, um padeiro pediu minha ajuda para que cortássemos um bolo que havia neste lugar em quatro partes iguais. A princípio fiz isso com muita facilidade, mas depois fiquei na dúvida. E por quê? Porque ele pediu que eu cortasse outros bolos, do mesmo tamanho que o anterior, de formas diferentes. A proposta dele foi interessante e seu eu conseguisse realizar a tarefa ele me daria um doce no final. Peço a ajuda de vocês para que eu consiga realizar a tarefa. Estou dando dez bolos para vocês e peço que cortem para mim, de no mínimo, seis formas diferentes, mas atenção, os bolos só podem ser cortados em quatro partes iguais.*



Pretendia-se verificar se o aluno consegue fazer uma conversão do registro em língua natural para o gráfico, passando pelo entendimento de que estava trabalhando com a fração  $\frac{1}{4}$ . O intrigante das respostas ocorreu no fato de os alunos utilizarem o mesmo corte para a maioria dos bolos, com a seguinte diferença apresentada abaixo.



Para os estudantes que responderam dessa forma, parece que, se os símbolos que representam os cortes são diferentes, então o corte é diferente. Eles concebem seus cortes como sendo todos diferentes e talvez julguem que o todo foi dividido em quatro partes iguais, como solicitado, sequer considerando a possibilidade de que, em termos de quantidade de bolo, todos os cortes são iguais.

Na questão quatro, temos:

4. Se eu quisesse levar para casa 1 bolo e  $\frac{3}{4}$ , quanto eu levaria? Marca nos quadrados abaixo os pedaços correspondentes.

--	--

A questão exigia uma conversão do registro numérico para o gráfico e os alunos não apresentaram dificuldades.

*5. Denise é caixa da padaria onde comprei o bolo. Dei para ela uma nota de cinco reais e ela me deu troco. De quanto foi o troco, se gastei três reais? Ela pediu desculpas por me encher de moedas, pois não tinha cédulas. Utilizando moedas de um, cinco, dez, vinte e cinco e cinquenta centavos, de quantas maneiras Denise pode dar meu troco?*

Nesta questão, pretendia-se que o aluno soubesse fazer a conversão do registro em língua natural para o registro numérico e, neste, que fizesse o tratamento, trabalhando com os racionais na forma decimal. Muitos alunos erraram no momento de pensar no troco recebido, pois parecem não ter considerado o seu valor, dois reais, simplesmente porque não tinha sido dado explicitamente na questão. Dessa forma, distribuíram as moedas correspondentes a três reais e não ao valor do troco.

Aplicadas e corrigidas as questões do teste, não foi possível identificar representações distintas que permitissem afirmar que os estudantes têm preferência por um ou outro registro. Sendo assim, nesta etapa do estudo, optei por apresentar, apenas, as porcentagens de acerto, erro e ausência de respostas dadas pelos alunos ao total das questões. Para melhor compreensão, saliento que o azul (número 1) refere-se ao nº de acertos, o bordô (número 2), ao nº de erros e o amarelo (número 3), à ausência de resposta.

Foram feitos três gráficos, um para cada nível dos entrevistados, ou seja, um para os estudantes do Projovem, outro para os do primeiro ano do Ensino Médio e outro, para o segundo ano.

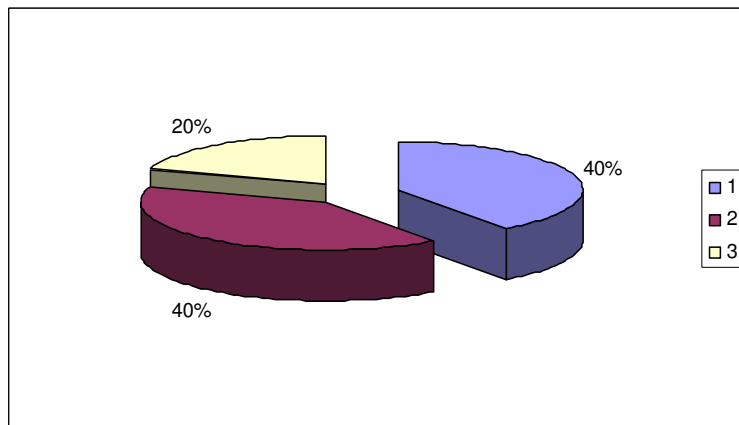


Figura 1 - Distribuição de acertos, erros e ausência de respostas dos alunos do Projovem

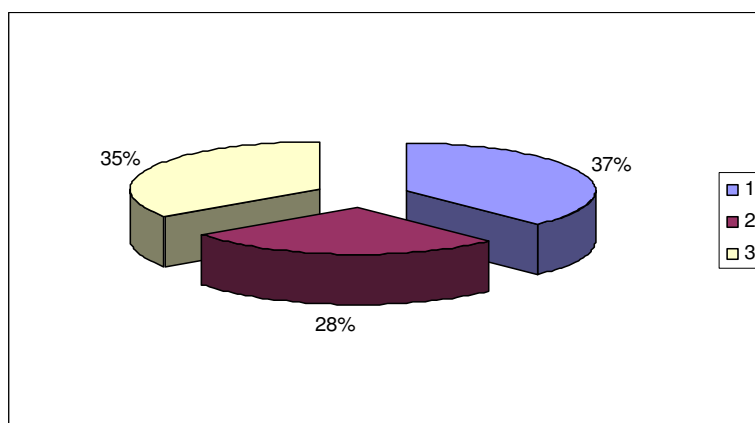


Figura 2 - Distribuição de acertos, erros e ausência de respostas dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

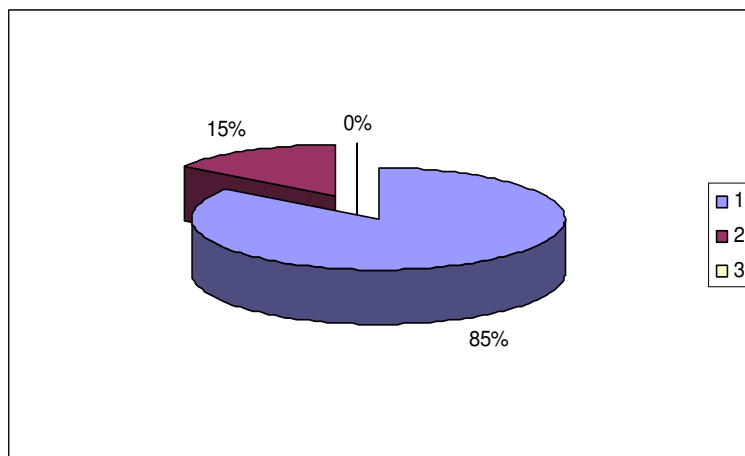


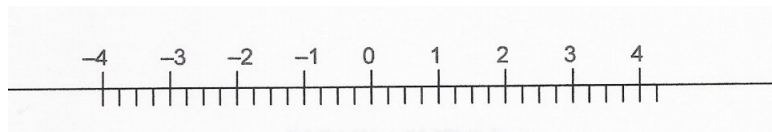
Figura 3 - Distribuição de acertos, erros e ausência de respostas dos alunos do segundo ano do Ensino Médio

## **5.2 Os resultados da pesquisa realizada em 2008**

### **5.2.1 A elaboração do teste**

Apoiada nos resultados da primeira fase da pesquisa, resolvi elaborar o segundo teste com questões adaptadas de exames como o SAEB e o SAERS, visto que os descritores das matrizes de referência desses exames permitem pensar no objetivo específico da questão. A seguir, apresento cada questão e o que ela poderia evidenciar, na aplicação aos alunos.

*Questão 1. Observa o desenho abaixo.*



*Marca na reta numérica onde está localizado o número  $11/4$ .*

Esta questão avalia o descritor 17 do SAEB, “Identificar a localização de números racionais na reta numérica” e utiliza o registro da língua natural, o registro gráfico e o registro numérico (racional na forma de fração). Espera-se que o aluno saiba trabalhar com mais de um registro de representação do racional, visto que precisa entender que a representação em forma de fração pode ser convertida na representação decimal e na gráfica.

*Questão 2. Das 15 bolinhas de gude que tinha, Paulo deu 6 para o seu irmão. Considerando-se o total de bolinhas, a fração que representa o número de bolinhas que o irmão de Paulo ganhou é:*

Nesta questão, o aluno deveria ter a habilidade de “Identificar fração como representação que pode estar associada a diferentes significados” (descritor 22 do SAEB); no caso, pensa-se na fração como relação da parte com o todo. Usa-se o registro em língua natural e espera-se que o estudante saiba converter para o registro numérico (racional na forma de fração).

*Questão 3. Uma casa tem 3,88 metros de altura. Um engenheiro foi contratado para projetar um segundo andar e foi informado que a prefeitura só permite construir casas de dois andares com altura igual a 7,80 metros. Qual deve ser a altura, em metros, do segundo andar?*

Esta questão usa os registros em língua natural e numérico (racional na forma decimal); pretende-se que o aluno consiga operar com racionais nessa forma e que faça os tratamentos para obter a resposta no mesmo registro.

*Questão 4. Maria foi à feira. Veja na tabela o dinheiro que ela tem.*

<i>QUANTIDADE DE NOTAS</i>	<i>VALOR (R\$)</i>
<i>4</i>	<i>10,00</i>
<i>5</i>	<i>5,00</i>
<i>6</i>	<i>1,00</i>

*Quais as notas que ela poderá usar para pagar uma compra de R\$ 7,00, sem receber troco?*

Nesta questão, usam-se os registros em língua natural, na forma tabular e na forma numérica. Pretende-se que o aluno saiba operar com decimais (descritor 26 do SAEB) e que faça tratamentos dentro do registro numérico.

*Questão 5. Carolina quer comprar um brinquedo que custa 40 reais. Ela conseguiu juntar 20 reais. Qual é o percentual que representa o dinheiro que Carolina possui?*

Nesta questão, pretende-se avaliar se o aluno resolve problemas envolvendo a noção de porcentagem (descritor 26 do SAERS). Usam-se os registros em língua natural e numérica e quer-se verificar se faz a conversão do registro na língua natural para o percentual.

*Questão 6. Quantos copos de 250 ml posso encher com uma garrafa de 2 litros de refrigerante?*



Neste caso, pretende-se que o estudante saiba transformar litros em mililitros e operar com essas unidades de medida; portanto, envolve os descritores 24 e 26 do SAEB. Em termos de registros de representações, utilizam-se os registros em língua natural e numérica; espera-se que o aluno faça um tratamento, visto estar trabalhando no mesmo registro.

### 5.2.2 Os resultados da aplicação do teste

A pesquisa realizada em 2008 teve como participantes 50 alunos das três turmas do 1º ano do Ensino Médio da escola em que atuo. Optei por analisar todas as respostas dos estudantes, sem separá-las por turma, porque não houve diferença de comportamento entre eles durante a aplicação do teste e, também, porque não houve destaque algum das turmas em relação às respostas dadas.

Deixei claro que as perguntas tinham por objetivo a coleta de dados para minha pesquisa de mestrado, indicando este fato, também, no cabeçalho do questionário. Não foi necessário que os alunos se identificassem, contudo a resposta ao questionário indicou sua autorização para utilização das informações no meu trabalho.

As turmas no início do ano letivo de 2008, tinham, em média, 43 alunos cada uma. No entanto, no decorrer do ano alguns alunos foram transferidos, outros se evadiram e outros, ainda, têm grande número de faltas. A seguir, apresento os dados de cada turma individualmente, apenas para que se conheça seu perfil.

A turma 104 inicialmente era constituída de 42 alunos. No período de realização da pesquisa, apenas 17 freqüentavam a sala de aula, sendo que foi possível aplicar o questionário com 14 alunos na data prevista. A oscilação de freqüência dos alunos se deve a muitos fatores como falta de condições de pagamento de passagens, trabalho, o fato de serem cuidadores de irmãos menores, conflitos entre gangues, que os impedem de se dirigir à escola, tráfico de drogas, assalto, internações constantes para reabilitação para drogas e álcool no hospital próximo à escola e gravidez precoce.

Seis alunos foram transferidos desta turma e os professores nem sempre sabem o motivo. Quando um aluno troca de turno, vem indicada na folha de chamada a turma para a qual ele foi encaminhado. No caso da turma 104, somente

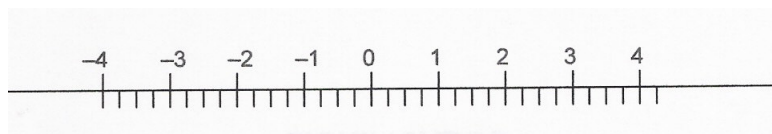
um aluno dos seis que foram transferidos para o turno da manhã em abril ainda continuou freqüentando as aulas.

A turma 105 inicialmente era constituída de 43 alunos. Posteriormente, apenas 23 freqüentavam a sala de aula, sendo que foi possível aplicar o questionário com 16 alunos na data prevista. Esta turma apresenta problemas internos bem sérios, pois possui muitos alunos que não respeitam suas diferenças. As lutas corporais ocorrem freqüentemente e é difícil administrar essas situações. As idades são bem diferenciadas, temos alunos com mais de 18 anos, mas que por motivo de trabalho à noite pedem para estudar de dia e são os que menos causam problema; as maiores dificuldades são relacionadas com os mais jovens, que provocam os mais velhos que, por sua vez, não têm mais paciência e aí se instala a confusão. Cinco alunos foram transferidos, um para outra turma da tarde e outro, para uma turma da noite.

A turma 106 inicialmente era constituída de 43 alunos. Na época da realização da pesquisa, apenas 23 freqüentavam a sala de aula, sendo que foi possível aplicar o questionário com 20 alunos na data prevista. Quatro alunos foram transferidos, um para o turno da manhã. Esta é uma turma com a qual se pode trabalhar em melhores condições, apesar da grande rotatividade de alunos. Em alguns períodos, parece que se está com uma turma nova a cada semana. Os alunos são afetuosos, o que facilita muito o trabalho. São receptivos, procuram se entrosar com os colegas, sentar juntos, copiar a matéria, ajudarem-se uns aos outros, perguntando bastante sobre suas dúvidas.

Assim, a seguir, apresento respostas a cada questão, dadas pelos 50 alunos participantes, intercalando com observações feitas durante a aplicação do teste. Reproduzo, novamente, as questões para facilitar o entendimento das observações feitas.

*Questão 1. Observa o desenho abaixo.*



*Marca na reta numérica onde está localizado o número  $1\frac{1}{4}$ .*

Essa questão foi a que apresentou maior abstenção de respostas. Dos 50 alunos respondentes, 40% erraram a questão, 32% acertaram e 28% não responderam. O fato de a fração onze quartos estar escrita da forma  $11/4$  e não  $\frac{11}{4}$ , como talvez fosse esperado por eles, já foi motivo de alguns questionamentos e observações, como as que transcrevemos abaixo, nomeando os alunos por letras:

*A: É fração?*

*D: E o traço?*

*J: Não tem o onze na reta.*

*R: Tu me disseste que entre o um e o dois existem infinitos números, logo o onze quartos pode estar em qualquer lugar*

*P: Do zero ao um está dividido em quatro, não é? Ou seja, de quatro em quatro. É só contar até chegar no onze, começando no zero.*

Reproduzo, nas figuras 4 e 5, soluções de dois dos alunos, que refletem suas dificuldades em entender o registro do racional.

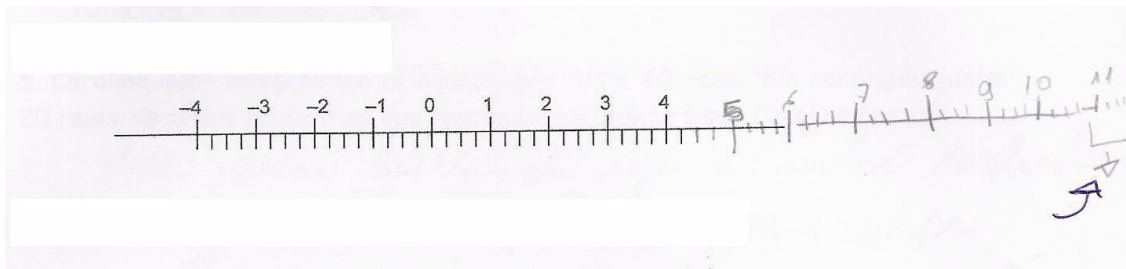


Figura 4 – Resposta de aluno que acrescentou marcações até indicar o 11

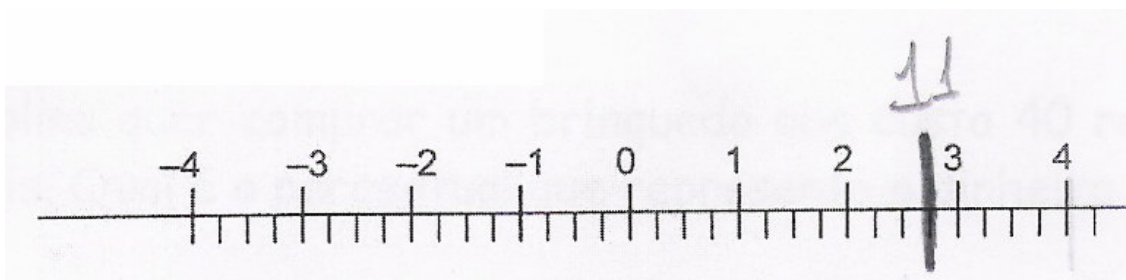


Figura 5 – Resposta da aluna que contou os quartos até chegar no  $11/4$

*Questão 2. Das 15 bolinhas de gude que tinha, Paulo deu 6 para o seu irmão. Considerando-se o total de bolinhas, a fração que representa o número de bolinhas que o irmão de Paulo ganhou é:*

A questão dois apresentou uma dificuldade no que diz respeito ao entendimento do que é a parte inteira a ser dividida e do que foi dividido, ou seja, os alunos parecem não saber o que representa o numerador e o denominador de uma fração.

Dos 50 alunos pesquisados, 38% acertaram a questão e 12% deixaram-na em branco.

Uma resposta que chamou a atenção foi a estratégia proposta por um aluno para obter sua representação, indicada na figura 6, em que se nota que sequer sabe somar. Não se entende a razão pela qual separou três grupos de seis, se não havia informação sobre isso.

Figura 6 – Representação incorreta da fração

*Questão 3. Uma casa tem 3,88 metros de altura. Um engenheiro foi contratado para projetar um segundo andar e foi informado que a prefeitura só permite construir casas de dois andares com altura igual a 7,80 metros. Qual deve ser a altura, em metros, do segundo andar?*

Dos 50 alunos pesquisados, 62% acertaram a questão e 14% deixaram-na em branco. Muitos deles desconsideraram a existência da vírgula ou interromperam os cálculos no meio da resolução por não conseguir fazer o transporte da dezena para a unidade, no algoritmo da subtração.

*Questão 4. Maria foi à feira. Veja na tabela o dinheiro que ela tem.*

QUANTIDADE DE NOTAS	VALOR (R\$)
4	10,00
5	5,00
6	1,00

*Quais as notas que ela poderá usar para pagar uma compra de R\$ 7,00, sem receber troco?*

Dos 50 alunos pesquisados, 76% acertaram a questão e 8% deixaram-na em branco. Em percentual de acertos, as questões 4 e 5 foram as que tiveram maior índice de acertos.

Os equívocos cometidos nestas questões foram devidos, talvez, à existência real da nota de R\$ 2,00. Entretanto, esta nota não aparece na questão e os alunos sequer notaram esse fato, dando como solução a possibilidade de pagar com uma nota de cinco reais e outra de dois reais, como na resposta reproduzida na figura 7:

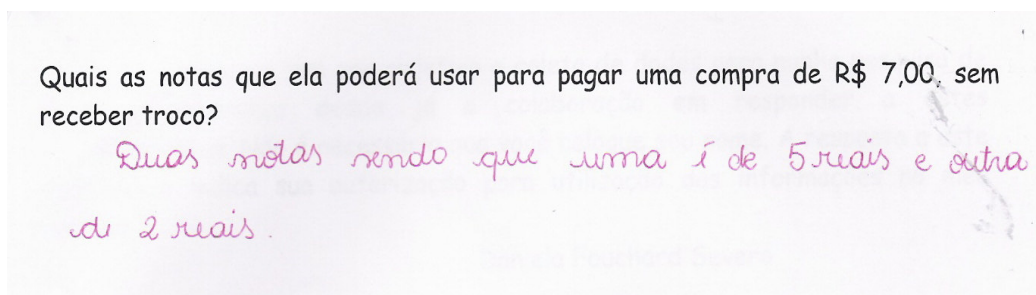


Figura 7 – Resposta em desacordo com os dados

Muitas vezes a necessidade de os alunos mostrarem uma solução faz com que completem o questionário com respostas que, muitas vezes, não têm relação com o que foi perguntado. Um exemplo é a resposta de um aluno, reproduzida na figura 8:

QUANTIDADE DE NOTAS	DE	VALOR (R\$)
4		10,00
5		5,00
6		1,00

*40,00  
25,00 = 71,00  
6,00 R\$*

Figura 8 – Resposta sem relação com a questão

Nota-se que esse estudante entendeu que deveria verificar quanto dinheiro Maria levava para a feira, mas não foi capaz de entender que a pergunta se referia a uma compra específica e um troco.

*Questão 5. Carolina quer comprar um brinquedo que custa 40 reais. Ela conseguiu juntar 20 reais. Qual é o percentual que representa o dinheiro que Carolina possui?*

Dos 50 alunos pesquisados, 76% acertaram a questão e 6% deixaram-na em branco. Esta questão apresentou uma característica muito interessante: os 9 alunos que não acertaram, responderam que 20% era o percentual que Carolina possuía. Um deles, inclusive, acrescentou: “possui a metade do dinheiro, 20% apenas”.

*Questão 6. Quantos copos de 250 ml posso encher com uma garrafa de 2 litros de refrigerante?*

Dos 50 alunos pesquisados, 70% acertaram a questão e 6% deixaram em branco. Em uma das respostas que chamou a atenção, o estudante apresentou quatro contas armadas, de adição de 250 com 250, obtendo quatro somas iguais a 500. Em seguida, indicou que as duas primeiras completariam 1 litro e as duas últimas, o outro litro. Assim, concluiu que poderia encher oito copos. Sua resposta está indicada na figura 9, a seguir.

6. Quantos copos de 250 ml posso encher com uma garrafa de 2 litros de refrigerante?

$$\begin{array}{r} 250 \\ 250 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 250 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 250 \\ \hline 500 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 250 \\ 250 \\ \hline 500 \end{array}$$

8 copos.

Figura 9 – Uma resolução correta da questão

Uma síntese dos percentuais de acertos e respostas em branco é apresentada no quadro 1, a seguir:

Questão	Nº de acertos	%	Nº de respostas em branco	%	Total
1	16	32%	14	28%	50
2	19	38%	6	12%	50
3	31	62%	7	14%	50
4	38	76%	4	8%	50
5	38	76%	3	6%	50
6	35	70%	3	6%	50

Quadro 1 – Distribuição das respostas às questões do teste

### 5.2.3 As respostas dos professores ao questionário aplicado

Após a aplicação do teste e análise das respostas dos alunos, elaborei um questionário misto, para aplicar a professores de Matemática da mesma escola onde estudam os alunos investigados. Meu objetivo foi de avaliar sua opinião sobre as soluções apresentadas pelos estudantes e suas dificuldades.

Os quatro professores que participaram da pesquisa receberam uma carta de esclarecimento sobre a pesquisa e assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido, mesmo não precisando identificar-se na folha de respostas. A seguir, indico o texto introdutório e cada pergunta do questionário, destacados em itálico, com as respostas dos professores, identificados apenas pelas letras A, B, C, D e pela palavra “professor”, para evitar associação com o sexo do(a) participante.

*No trabalho com alunos de Ensino Médio, um dos problemas encontrados é a dificuldade sentida por eles na atribuição de significado a entes matemáticos que são usados em sua vida cotidiana. A representação de um conceito matemático pode ser feita por meio de diferentes registros, tais como a linguagem natural, símbolos algébricos, tabelas, gráficos, entre outros. No que se refere à representação fracionária dos números racionais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam que o contato dos alunos com essa representação não é*

*tão freqüente em seu contexto diário, pois limita-se a metades, terços, quartos, na maioria das vezes indicada em linguagem oral.*

1. *Você concorda com essa observação contida nos PCN?*

( ) *Sim*      ( ) *Não*      ( ) *Em parte*

Os professores A, B e C concordaram em parte e D respondeu afirmativamente.

*Justifique sua resposta no espaço abaixo:*

**Professor A:** O nosso dia a dia não é só de números inteiros, a começar pelo tempo (Relógio), compras em feiras ou supermercado onde o valor é decimal (Racional), etc....Não sabemos que futuro profissional temos na nossa frente, mas se não aprender o significado da fração e sua aplicabilidade quando está nas séries iniciais, vai aprender quando? Como vai entender e aplicar frações corretamente no 2º e 3º grau? Quantos Engenheiros, Administradores, Contadores, etc...mediócrs formaremos? Hoje, numa resposta que deveria ser  $\frac{1}{2}$ , muitos alunos do 2º grau escrevem 2, porque será!  $\frac{3}{2}$  para muitos corresponde a 3,5. Como eles interpretarão uma pesquisa em tabela ou gráfico? Etc, etc, ...

**Professor B:** Procuo sempre que possível mostrar concretamente as noções matemáticas estudadas, porém é necessário produzir material ou adquirir o material mínimo como: papel para cartazes, etc....Usamos, quando possível, material reciclável para representar frações. Por exemplo, garrafas Pet. Outros recursos: discos de pizza.

**Professor C:** Concordo em parte, pois em receitas culinárias ou medicações, este tipo de representação aparece com freqüência, porém, penso também, que os alunos devem estar preparados para saber como lidar e identificar outros tipos de representações fracionárias e o que significam.

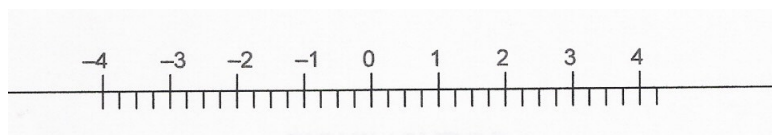
**Professor D:** A observação contida nos PCN está correta. Apesar da importância e domínio do assunto, na maioria das vezes, no contexto diário, limita-se a metades, terços e quartos. Os cálculos práticos podem ser efetuados com exigência



matemática quase que intuitiva, onde a simplicidade de raciocínio resolve os problemas.

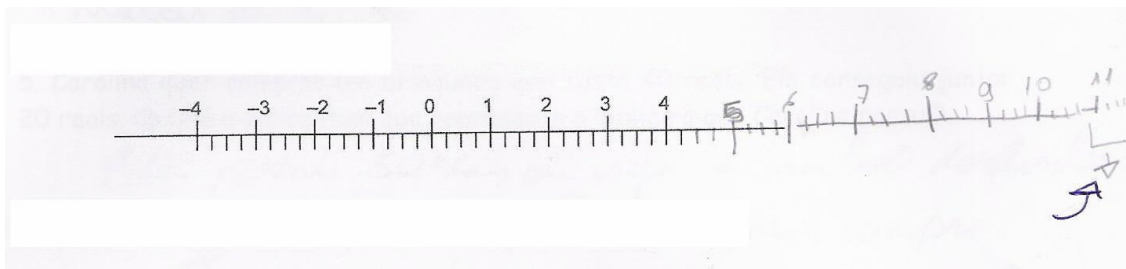
2. Foi aplicado um teste a quatro turmas do 1º ano do Ensino Médio de nossa Escola, com questões abertas sobre números racionais. Fora coletadas respostas de 50 estudantes. A seguir, indico três das questões do teste e alguns aspectos das soluções e solicito que você responda às perguntas formuladas:

a) Questão 1. Observa o desenho abaixo.



Marca na reta numérica onde está localizado o número  $\frac{11}{4}$ .

A questão número um foi a que apresentou maior abstenção de respostas. Dos 50 alunos pesquisados, 32% acertaram a questão e 28% deixaram-na em branco. Um aluno afirmou que a questão estava errada porque não tinha sido marcado o número 11 e daí apresentou a seguinte solução.



Qual sua opinião sobre essa dificuldade apresentada? Qual seria a causa?

**Professor A:** O aluno não sabe o significado da fração. Não sabe o significado do numerador (quantos) e do denominador (para quantos). Se pedir para esse aluno dividir o 11 por 4 ele dirá que não é possível.

**Professor B:** O erro da resposta está relacionado com a falta de compreensão do conteúdo. Para saber o conteúdo precisa haver estudo por parte dos alunos.

**Professor C:** A dificuldade reflete a falta de conhecimento e entendimento da representação fracionária, ou seja, não compreende o significado do inteiro e das partes. Uma das causas, penso eu, que seja a falta do significado concreto que deveria ser trabalhado e interiorizado nas séries iniciais.

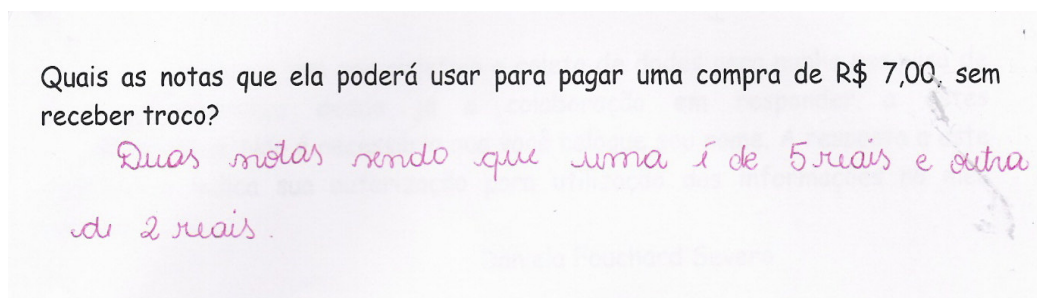
**Professor D:** No meu entendimento 32% de acerto é um índice muito baixo para esta questão. O problema está diretamente relacionado com os conhecimentos básicos que o aluno recebe no Ensino Fundamental. Os professores devem se empenhar tanto no ensino quanto na cobrança, no sentido da aprovação dos alunos. Quando isto não ocorre surgem deficiências como esta.

b) *Questão 4. Maria foi à feira. Veja na tabela o dinheiro que ela tem.*

<b>Quantidade de notas</b>	<b>Valor (R\$)</b>
4	10,00
5	5,00
6	1,00

*Quais as notas que ela poderá usar para pagar uma compra de R\$ 7,00, sem receber troco?*

*Dos 50 alunos pesquisados, 76% acertaram a questão e 8% deixaram-na em branco. Uma das respostas é representada a seguir:*



*Qual a sua opinião sobre essa resposta? Como poderíamos trabalhar esse tipo de dificuldade?*

**Professor A:** A resposta foi dada sem ter lido a questão apresentada. Respondeu literalmente a pergunta final formulada. É típico do aluno da atualidade, não lê. O professor pode e deve fazer é trabalhar, usando sempre quando possível, uma situação problema, obrigando o aluno a ler e interpretar o que está lendo.

**Professor B:** Trabalhando com material concreto.

**Professor C:** Na minha opinião o que justifica a resposta foi a falta de interpretação e leitura do enunciado (tabela). O aluno não levou em consideração os dados apresentados. Poderíamos trabalhar colocando e proporcionando mais questões interpretativas e problemas.

**Professor D:** A falta de atenção do aluno é a responsável, na maioria das vezes, por uma resposta como esta. O aluno deve ser orientado no sentido de sempre ler com atenção todos os dados dos exercícios e, também, sempre revisar e refletir sobre as respostas.

*c) Questão 5. Carolina quer comprar um brinquedo que custa 40 reais. Ela conseguiu juntar 20 reais. Qual é o percentual que representa o dinheiro que Carolina possui?*

*Dos 50 alunos pesquisados, 76% acertaram a questão e 6% deixaram-na em branco. Esta questão apresentou uma característica muito interessante: os 9 alunos que não a acertaram, responderam que 20% era o percentual que Carolina possuía. Um deles, inclusive, acrescentou: “possui a metade do dinheiro, 20% apenas.”*

*Esse tipo de resposta é freqüente em suas turmas? Em sua opinião, qual é a causa dessa dificuldade de registrar a representação de um percentual?*

**Professor A:** O aluno não sabe o que é percentual. Ele não sabe que o todo é 100%. Essa pergunta em questão, penso que meus alunos acertariam, mas muitos não tem segurança no cálculo da porcentagem.

**Professor B:** A resposta é freqüente, os alunos entendem que já conhecem o assunto ou dizem que é muito fácil, porém quando vão realizar os exercícios apresentam dificuldade no raciocínio.

**Professor C:** Este problema foi colocado por mim em minhas turmas, ao contrário do que foi obtido na pesquisa, os que estavam presentes em sala de aula e responderam, todos acertaram o percentual (Com a graça de Deus!!!) Os problemas

de porcentagem são pouco trabalhados no ensino fundamental, muitas vezes com enunciado fora do contexto do aluno, deixando sem significado para este.

**Professor D:** Este tipo de erro não é freqüente em minhas turmas, mas por vezes ocorre. Quando ocorre é quase sempre por inabilidade do aluno. Alguns alunos desconhecem o significado e não sabem lidar com percentuais.

*3. Tendo em vista que os alunos respondentes estão cursando o 1º ano do Ensino Médio e o conteúdo das questões já deveria ter sido aprendido desde o Ensino Fundamental, qual a sua opinião sobre tais dificuldades e o que poderíamos fazer para que a representação dos racionais, em suas diversas formas, seja melhor compreendida pelos estudantes?*

**Professor A:** É uma situação muito complexa. Penso que a solução começa nas séries iniciais, com cobrança do plano de aula único. A situação também é essa: A professora é pressionada em aprovar os alunos. O conteúdo que envolve os racionais não é dos mais simples e muitas vezes a própria professora é insegura no conteúdo. O que ela faz? Deixa de lado e trabalha nos conteúdos onde ela se sente segura e o aluno entende e passa de ano. O ano seguinte é problema da outra professora.

**Professor B:** Algumas noções básicas podem ser trabalhadas como exercício no ensino médio. Os alunos, as vezes, precisam de uma retomada. Devem mostrar interesse e revisar sozinhos ou com orientação do professor. Precisam, também os alunos de 6ª série, prestarem mais atenção a aula e desenvolverem hábitos de estudo fazendo os temas e refazendo as aulas.

**Professor C:** A minha opinião é que o conteúdo trabalhado desde as séries iniciais não fora compreendido, entendido, apenas “aceito”, memorizado temporariamente e mecanicamente. O trabalho com a representação de racionais deveria ser mais concreto, com jogos, sucatas, receitas culinárias, a fim de que o conteúdo possa ser mais interiorizado e vivenciado. Apenas a colocação dos racionais na reta numérica não representa o quanto do conteúdo foi aprendido.

**Professor D:** Deve haver um esforço do professor no sentido de fixar idéias claras sobre o assunto para não confundir os alunos, facilitando assim o aprendizado. O professor deve traçar objetivos e providenciar meios para que os alunos atinjam estes objetivos. Mas o principal para resolver o problema, embora difícil de ser implantado no contexto atual do Ensino Fundamental, é a cobrança rígida da intensificação dos estudos por parte dos alunos; sob pena de não serem aprovados.

*4. Se você quiser acrescentar algum comentário referente às dificuldades dos alunos em termos de representações de números racionais, utilize o espaço abaixo.*

Somente o professor B respondeu à questão, acrescentando que: Inicialmente é difícil os alunos compreenderem as noções fundamentais sobre os racionais. É necessário despender um tempo maior para esse assunto na 6ª série e esperar que, à medida que os alunos revisam o conteúdo, demonstrem a compreensão do assunto.

## **6 ANÁLISE DOS RESULTADOS E CONCLUSÕES**

Face ao conjunto de dados coletados, é possível chegar a algumas conclusões, com o apoio da fundamentação teórica que embasou esta pesquisa. Em primeiro lugar, são evidentes as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos registros de representação dos racionais. Pelas respostas dadas e as dúvidas levantadas pelos alunos, vemos que nem sempre as transformações de registros são realizadas, evidenciando dificuldades em termos de atividades cognitivas requeridas pela Matemática. Como salienta Duval (2005), “os fracassos ou bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida.” (p. 21).

Em um primeiro momento, pode-se comparar as respostas às questões semelhantes, na primeira fase do estudo e na pesquisa de 2008. Nos dois estudos, a primeira questão envolve a compreensão do significado de fração e a conversão do registro numérico (em forma de fração ou na forma decimal) para o gráfico. No entanto, é de destacar o fato de que alguns estudantes parecem associar a reta numérica aos números inteiros e procuram encontrar o nove (no caso da primeira fase, que envolve a fração  $9/6$ ) ou o 11 (da fração  $11/4$ ) nessa reta. A “personalidade” ponto racional, indicada por Allevalo e Onuchic (2007) não é compreendida pelos estudantes que, mesmo tendo, em alguns casos, dividido 11 por 4, não souberam localizar o decimal 2,75.

Também se nota que os alunos têm dificuldade em fazer a conversão do racional em forma de fração para a forma decimal, como foi visto em respostas da primeira fase do estudo, em que estudantes indicaram que a fração  $2/4$  é representada pelo decimal 2,4 e que  $9/6$  é 9,6. Novamente, pode-se pensar que o significado de fração não é compreendido por esses respondentes, pois consideram que o numerador é a parte inteira do número, como julgaram ao tentar localizar o numerador na reta numérica.

Especificamente analisando as falas dos alunos em relação à questão 1 do teste de 2008, há duas idéias conflitantes: a aluna que pensou (corretamente) em dividir a unidade em quartos e chegou aos  $11/4$  (Figura 5) e a idéia do aluno que considerou a possibilidade de estar o 11 em qualquer lugar, já que “entre o um e o dois existem infinitos números”. Nota-se aí a incompreensão da noção de infinito e

talvez o aluno tenha um conceito anterior, que funciona como um obstáculo ao entendimento da afirmativa da professora. No entanto, essa é uma hipótese que só poderia ter sido avaliada se houvesse uma entrevista com o estudante, o que não foi planejado para esta pesquisa.

O entendimento de representações gráficas é fundamental, atualmente, para que um cidadão possa entender informações divulgadas em relatórios, jornais, televisão ou Internet. Entretanto, os dados, em geral, não são representados por inteiros e é necessário saber localizar valores fracionários ou aproximados.

Damico (2007), em sua tese de doutorado, pesquisou a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de racionais. Para coletar os dados, solicitou a alunos concluintes de um curso de Licenciatura em Matemática que elaborassem problemas sobre racionais e os resolvessem. Além disso, aplicou a alunos iniciantes e concluintes um questionário que versava sobre conhecimentos fundamentais sobre racionais. Entre os problemas propostos neste questionário, havia um que solicitava a localização de frações próprias, impróprias e mistas em uma reta numérica. Em relação à localização da fração  $15/4$ , semelhante a que foi indicada no teste aplicado aos alunos desta pesquisa, aproximadamente 80% dos iniciantes e 73% dos concluintes acertaram a questão. Assim, vê-se que não só os alunos que apenas concluíram o Ensino Médio (os iniciantes do curso) mas também os que estão prestes a ingressar no mercado de trabalho, ainda apresentam dificuldades com a localização de um racional na reta numérica, sendo surpreendente o fato de que os concluintes tenham apresentado maior dificuldade.

A questão 5 da primeira fase e a 4 do teste da pesquisa de 2008 envolvem quantias em reais e troco para compras. Mesmo sendo bastante acertada na investigação de 2008, o fato de que 8% dos alunos não resolveram é preocupante, inclusive porque, ao entregarem o questionário, disseram não ter entendido o que era para fazer ou não souberam fazer. Nota-se, assim, que há dificuldade na conversão do registro em língua natural para o registro numérico. Como foi visto na figura 7, parece que alguns alunos não leram com atenção e usaram apenas o conhecimento do cotidiano, levando em conta uma nota de R\$ 2,00, não mencionada na questão. A figura 8, por outro lado, evidencia a dificuldade de trabalhar com um registro em forma tabular, pois o estudante parece ter entendido que deveria multiplicar as duas colunas e depois somar os resultados. Além disso,

também houve erros relacionados aos cálculos dentro de um mesmo registro, o decimal.

As duas questões fazem parte de qualquer atividade cotidiana de compra e os erros lembram o estudo de Carraher, Carraher e Schliemann (1989), em que as crianças pesquisadas sabiam perfeitamente resolver os problemas que envolviam cálculos com dinheiro quando feitos sem lápis e papel, mas erravam quando tinham que resolver um teste formal, no ambiente escolar.

Especificamente em relação à pesquisa realizada em 2008, pode-se tecer algumas considerações sobre as demais questões. Na segunda questão, por exemplo, novamente aparece a dificuldade de entender o conceito de fração como relação da parte com o todo, bem como o problema de passagem da representação na língua natural para a representação numérica, no caso, fracionária. Os alunos que erraram (50% deles) parecem não conseguir entender que a parte é representada no numerador e o todo, no denominador. No entanto, esse assunto é trabalhado desde as séries iniciais do Ensino Fundamental.

Na questão 3 da pesquisa de 2008, nota-se a dificuldade inicial, de entender a questão. Alguns alunos interpretaram que cada andar deveria ter, pelas normas da prefeitura, 7,80 m e daí somaram 7,80 com 7,80 ou multiplicaram 7,80 por 2. Outros entenderam o problema mas não conseguiram fazer a conta de subtração, errando o algoritmo. Portanto, não sabem fazer o tratamento de racionais no registro de representação decimal.

A questão 5 da pesquisa de 2008 teve uma característica especial, pois ocorreu o erro bastante comum que consiste em considerar que qualquer pergunta sobre porcentagem pressupõe um total de 100 elementos. Esse problema foi detectado, por exemplo, em pesquisa realizada com calouros de cursos de Ciências Exatas, em que era informado um lucro de 15% em uma venda e perguntava-se o valor original do produto. Muitos alunos subtraíram 0,15 do valor de venda, considerando que a porcentagem sempre indica uma fração do tipo  $a/100$ , independente do valor sobre o qual é aplicado. (CURY, 2007).

A questão 6 da investigação de 2008 envolve tratamentos no Sistema Métrico e nesse caso os alunos parecem ter entendido melhor o que era solicitado no registro da língua natural. Damm (1999) cita observações de Duval sobre a necessidade de diversidade de registros para o raciocínio e, entre outras, é mencionada a economia de tratamento. Essa economia está ligada à aproximação



com a língua natural. Nas respostas à questão 6, vê-se que houve essa aproximação, visto que os alunos souberam traduzir o enunciado para algum tipo de estratégia de resolução. Além disso, aproveitando o exemplo cotado por Damm (1999), sobre Sistema Métrico, parece que, dentre as várias formas de representar medidas de capacidade, os alunos estão acostumados com o mililitro e o litro e conseguem fazer cálculos para responder à questão, não necessariamente dividindo 2.000 ml por 250 ml, mas, por exemplo, agrupando as quantidades, como vimos na figura 9.

Como os racionais são estudados no Ensino Fundamental, o conhecimento que os estudantes participantes da pesquisa - alunos de 1º ou 2º ano do Ensino Médios – têm sobre o assunto é aquele estudado há pelo menos um ano (8ª série do Ensino Fundamental) e nesse particular vê-se que a aprendizagem deixou a desejar, na maioria dos casos. Catto (2000) examinou as diferentes representações de um racional apresentadas em livros didáticos e concluiu que esses números são ensinados ao longo de todo o Ensino Fundamental, inicialmente no registro fracionário e após, no decimal, sendo também encontrados registros em língua natural. A autora conclui que nas séries iniciais é mais freqüente a articulação entre os registros figural e simbólico, sendo que, a partir da 5ª série, as regras e definições são apresentadas no registro da língua natural para, posteriormente, serem articulados os demais registros.

No entanto, os resultados aqui apresentados mostram que os alunos participantes, de maneira geral, ainda não dominam esses registros de representação dos racionais e, principalmente, as suas transformações.

Nas Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares (BRASIL, 2006), são apontadas competências que os estudantes do Ensino Médio devem desenvolver. Com referência a símbolos, códigos e nomenclaturas, é enfatizado que o aluno deve “identificar, transformar e traduzir adequadamente valores e unidades básicas apresentados sob diferentes formas como decimais em frações ou potências de dez, litros em metros cúbicos, quilômetros em metros, ângulos em graus e radianos.” (p. 114). Além disso, também sugerem que o estudante saiba “ler e interpretar dados ou informações apresentadas em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas.” (Ibid., p. 114).

Os trechos acima estão diretamente relacionados ao tema que foi abordado nos testes, pois foram propostas questões em que os estudantes deveriam transitar entre diferentes registros e interpretar as informações. No entanto, vê-se que, para esses participantes, ainda não foi desenvolvida tal competência.

No mesmo documento, relacionado à contextualização sócio-cultural, é mencionada a competência de “compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir.” (BRASIL, 2006, p. 118). Ou seja, pretende-se que o aluno consiga fazer a ligação entre o que vive cotidianamente e os conceitos e operações que aprende em Matemática. Como é salientado nos próprios PCN do Ensino Médio,

Em um mundo onde as necessidades sociais, culturais e profissionais ganham novos contornos, todas as áreas requerem alguma competência em Matemática e a possibilidade de compreender conceitos e procedimentos matemáticos é necessária tanto para tirar conclusões e fazer argumentações, quanto para o cidadão agir como consumidor prudente ou tomar decisões em sua vida pessoal e profissional. (BRASIL, 1999, p. 251).

Ainda que os alunos participantes desta pesquisa sejam capazes de lidar com números racionais em sua vida cotidiana, de maneira informal, por meio de cálculos mentais e raciocínios já automatizados, sabe-se que é necessário documentar pela escrita aquilo que é feito mentalmente e, além disso, se apossar das ferramentas matemáticas para poder enfrentar um mundo cada vez mais dependente da tecnologia. Portanto, conclui-se, pelos resultados apresentados, que os alunos participantes da primeira fase da pesquisa e da investigação posterior não são, ainda, capazes de relacionar o significado dos racionais – apresentados em suas diferentes representações – com as situações da vida cotidiana em que esses números são empregados.

Quanto às opiniões dos professores sobre o assunto e sobre as respostas dos alunos, também se pode sintetizar conforme as perguntas que lhes foram feitas.

Os professores que concordaram em parte com a afirmativa dos PCN, de que no contexto diário apenas metades, terços e quartos são empregados, parecem se preocupar com o fato, especialmente levando em conta a necessidade de uso de outras frações no cotidiano e no futuro profissional dos alunos. No entanto, o professor B parece ter entendido “representação” de um ente matemático apenas como sendo uma representação concreta, com uso de materiais.

Na pergunta referente às dificuldades de localização do número  $11/4$ , dois professores mencionaram a falta de entendimento do significado da fração. No entanto, chama a atenção o fato de que a falta de estudo é apontada como o principal fator a causar essa dificuldade. O professor D, inclusive, enfatiza que deveria ser “cobrado” o conhecimento desde o Ensino Fundamental.

Damico (2007) verificou que 50% dos alunos concluintes de sua pesquisa elaboraram problemas em que o principal conceito envolvido era o significado parte-todo. Portanto, parece que esta é a “personalidade” mais lembrada quando o tema é fração. No questionário aplicado a alunos iniciantes e concluintes do curso de Matemática, 44% dos iniciantes e 20% dos concluintes apresentaram uma concepção absolutamente errônea sobre tais números.

Assim, pode-se pensar que há muitas causas para as dificuldades dos alunos além da falta de estudo, pois não se tem a história da aprendizagem desses estudantes participantes desta pesquisa quando freqüentaram o Ensino Fundamental.

Na pergunta referente à questão da tabela de valores monetários, em que um aluno respondeu usando a nota de R\$ 2,00, nem citada no problema, os professores consideram que a “culpa” é da falta de atenção e de leitura. Sugerem, então, a resolução de problemas que envolvam interpretação, bem como uso de material concreto.

Em relação à questão sobre porcentagem, os professores entrevistados concordam que existe esse tipo de erro e tecem hipóteses sobre a causa, considerando que os alunos não sabem o significado de percentual. O professor C até deu “graças a Deus” pelo fato de seus alunos terem acertado um problema semelhante, talvez porque não se sentiria bem se seus estudantes tivessem errado, como aconteceu com os alunos desta pesquisa. Mas também é mencionada a falta de contextualização dos problemas sobre porcentagem.

Figueiredo (2008) investigou a resolução de problemas envolvendo porcentagem, com alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, e notou que o fato de ter empregado uma estratégia de trabalho em que os alunos tinham que simular compras em uma loja que dava descontos, foi determinante para a aprendizagem do conceito.

Finalmente, ao serem questionados sobre o que fazer para que a representação dos racionais seja melhor compreendida pelos alunos, os quatro

professores apresentaram várias idéias que merecem serem levadas em conta, pois apontam não só para as dificuldades do conceito em si ou das representações dos racionais, mas também para outros problemas aqui já mencionados. Por exemplo, o professor A, ao mencionar a insegurança dos professores de séries iniciais, está reforçando o que foi constatado por Damico (2007), quando este afirma:

Os conteúdos da Educação Básica constituem-se em um dos componentes essenciais do conhecimento profissional do professor de Matemática. [...] Verificamos que, pelo menos no que tange aos números racionais, estes conteúdos não são revisitados no curso universitário, nem do ponto de vista dos aspectos matemáticos e, muito menos, nos seus aspectos didáticos. (p. 259).

O professor C alerta para a memorização dos conteúdos e propõe trabalho com materiais concretos e com situações da vida real, como receitas culinárias, para que os racionais possam ser melhor entendidos. E o professor D novamente reforça sua idéia de que haja cobrança por parte dos professores sobre os conteúdos ensinados. Talvez esse aspecto deva ser discutido entre os docentes da escola envolvida nesta pesquisa, pois somente uma ação conjunta poderá fazer diferença nesse aspecto da avaliação da aprendizagem.

Pelas respostas dadas pelos professores entrevistados, parece que eles não têm conhecimento da teoria dos registros de representação semiótica, provavelmente porque não houve, em seus cursos de formação inicial, uma apresentação dos racionais que envolvesse tanto a parte matemática como a pedagógica, em trabalhos com diferentes registros.

Andrade (2007) fez uma pesquisa sobre registros de representação semiótica, aplicando questões a alunos de duas disciplinas de um curso de Licenciatura em Matemática. Após a análise das produções dos alunos, a autora entrevistou os professores das disciplinas. Um deles, ao ser questionado sobre a importância dos registros para o processo de ensino e aprendizagem de Matemática, declarou que o aluno deve saber transitar pelas diversas maneiras de representar um determinado conceito e que essa habilidade deveria ser explorada também nos cursos de formação de professores. Mas faz um alerta que também pode ser entendido para a Educação Básica: “talvez não exista no curso uma disciplina que trabalhe todas as maneiras que se pode representar um conhecimento” (ANDRADE, 2007, p. 112).

Já o outro entrevistado da investigação de Andrade (2007) considera importante contextualizar o conteúdo da disciplina e ouvir as explicações dos alunos

sobre a forma como entenderam um determinado conceito. Essa idéia corrobora as idéias dos professores B e C, de que o estudo dos racionais deveria ser contextualizado e discutido com os alunos.

Tendo elaborado essa análise dos dados da pesquisa realizada, com alunos e professores, passo, a seguir, às considerações finais deste estudo.

## **7 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Ao concluir este trabalho, relembro meu ensino médio, no curso de magistério, onde tive bons professores e colegas ousados, sendo esta uma das minhas melhores fases da vida. No entanto, faltavam algumas coisas, como liberdade de criação, por exemplo.

Logo que me formei reproduzi muito das experiências vividas e só aos poucos fui me permitindo a liberdade para criar. No entanto, mesmo tendo certa autonomia esbarrei em aspectos que foram além do que eu imaginava como limite ou como empecilho para o meu trabalho como, por exemplo, a dificuldade em trabalhar com os números racionais, dentre outros conteúdos do Ensino Médio, em Matemática.

Propus-me em estudar no mestrado as dificuldades apresentadas pelos alunos em relação aos racionais e, a partir da teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval e de exemplos de questões já aplicadas em outras pesquisas, norteiei meus estudos.

Tive como metas fazer com que meus alunos identificassem diferentes representações de um mesmo número racional, vissem a representação fracionária associada a diferentes significados, localizassem números racionais representados na forma decimal na reta numérica e reconhecessem as representações decimais dos números racionais como uma extensão do sistema de numeração decimal, identificando a existência de “ordens” como décimos centésimos e milésimos, resolvessem problemas com números racionais envolvendo as operações básicas e a idéia de porcentagem.

Percebi, pelas respostas dadas e pelas dúvidas levantadas pelos alunos, como já apontei anteriormente, que nem sempre as transformações de registros foram realizadas nos testes aplicados, evidenciando dificuldades em termos de atividades cognitivas requeridas pela Matemática. Assim, noto que não basta ter liberdade para criar situações novas, é necessário ter conhecimentos sobre os fatores envolvidos na aprendizagem de cada conceito matemático e, para isso, é necessário conhecer teorias sobre ensino e aprendizagem, que possam embasar novas metodologias.

Diferentemente de meus colegas, não creio que a reprovação seja o método mais eficaz para resolvermos o problema das questões de falta de dedicação dos alunos aos estudos. Penso que temos que agir em conjunto, toda a escola, desde a

portaria até a direção, para encontrar maneiras de fazer com que os estudantes se apropriem dos conceitos básicos de Matemática, que lhes permitirão entender as conexões entre a Matemática e os assuntos de sua vida cotidiana.

Como já foi mencionado, nas Orientações Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006, p. 118), em relação à contextualização sócio-cultural, é apontada a competência de “compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir.”

Assim, ao concluir esta dissertação, entendo que há uma série de dificuldades que não têm sido enfrentadas pelas escolas, talvez pela falta de conhecimento de novas teorias que tentam explicar os problemas de aprendizagem. Este trabalho é uma forma de desencadear discussões sobre o tema e tentar, na medida do possível, motivar os colegas para que juntos possamos rever os conteúdos básicos para a formação do aluno do Ensino Médio, que precisa, como mencionado acima, desenvolver a competência de interpretar o mundo, sendo a Matemática uma das ferramentas para isso.

## REFERÊNCIAS

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. De la R. O ensino de números racionais e proporcionalidade através da resolução de problemas. In: CONFERENCIA INTERAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA, 12., 2007, México. *Actas...*Mexico: Edebé Educaciones Internacionales, 2007. 1 CD-ROM.

ANDRADE, L. S. *Registros de representação semiótica e a formação de professores de Matemática*. 2006. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2006.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Média. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio*. Brasília, 1999.

BRASIL. Ministério de Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: matemática*. 2. ed. Rio de Janeiro: DP&A, 2000.

BRASIL. Presidência da República. *Programa Nacional de Inclusão*. 2004. Disponível em: <[http://www.projovem.gov.br/html/oprograma\\_gestao.html](http://www.projovem.gov.br/html/oprograma_gestao.html)>. Acesso em 28 out. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Sistema de Avaliação da Educação Básica*. 2005. Disponível em: <<http://www.inep.gov.br/basica/saeb/>>. Acesso em: 10 jun. 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica. *Orientações curriculares para o Ensino Médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Brasília, 2006. Disponível em: <[http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book\\_volume\\_02\\_internet.pdf](http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf)> Acesso em 30 out. 2008.

BOGDAN, R.C.; BIKLEN, S.K. *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BRUNER, J. *Atos de significação*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

BRUNER, J. *Realidade Mental, mundos possíveis*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.



CAMPOS, T. M. M. de; RODRIGUES, W. R. Um olhar sobre aspectos do conceito de fração por meio de situações problemas. In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 3., 2006, Águas de Lindóia. *Anais...* São Paulo: SBEM, 2006. 1 CD-ROM.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *Na vida dez, na escola zero*. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1989.

CATTO, Glória Garrido. *Registros de representação e o número racional: uma abordagem nos livros didáticos*. 2000. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2000.

COLOMBO, J. A. A.; FLORES, C. R.; MORETTI, M. T. Registros de representação semiótica nas pesquisas brasileiras em educação matemática: pontuando tendências. *Zetetiké*, v. c16, n. 29, p. 41-72, jan./jun. 2008.

CURY, H. N. *Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos*. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.

DAMICO, A. *Uma investigação sobre a formação inicial de professores de Matemática para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental*. 2007. tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: FRANCHI, A. et al. (Org.). *Educação matemática: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1999. p. 135-153.

D'AMORE, Bruno. *Epistemologia e Didática da Matemática*. São Paulo: Escrituras, 2005.

DUVAL, R. Registros de representação e números racionais. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org). *Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica*. 2. ed. Campinas, SP: Papyrus, 2005. p. 11-33.

FIGUEIREDO, F. F. *Resolução de problemas no ensino de porcentagem: em busca de uma compreensão pedagógica a partir dos processos reguladores gerais da teoria de Robbie Case*. 2008. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2008.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas: Autores Associados, 2006.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *Bolema*, Rio Claro, v. 19, n. 26, p. 77-102, 2006.

FLORES, C. R. *Olhar, saber, representar: ensaios sobre a representação em perspectiva*. 2003. 188 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de SC, Florianópolis, 2003.

GARNICA, A. V. M. É necessário ser preciso? É preciso ser exato? “Uma argumentação sobre argumentação matemática” ou “Uma investigação sobre a possibilidade de investigação”. In: CURY, H. N. *Formação de professores de matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001. p. 49-87.

LANGER, A. E. S. *Equações do primeiro grau: Trajetória de uma análise de significados*, 2004. 155 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, UFPR, Curitiba, 2004.

LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em Aritmética e Álgebra Para o Século XXI*. 3. ed. Campinas: Papirus, 2000.

MERLINI, V. L. *O conceito de fração em seus diferentes significados: um estudo diagnóstico com alunos de 5ª e 6ª séries do Ensino Fundamental*. 2005. 238 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

OLIVEIRA, Martha Kohl. *Vygotsky Aprendizado e Desenvolvimento: Um processo sócio-histórico*. São Paulo: Scipione, 2003.

RIO GRANDE DO SUL. Secretaria da Educação. *Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar do RS*. Disponível em: <<http://www.educacao.rs.gov.br/pse/html/saers.jsp?ACAO=acao1>>. Acesso em; 15 set. 2008.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. 3. ed. Campinas: Papirus, 2006.

VIEL, M. J. M. *Semiotica: A noção do termo semiótica e o registro de representação semiótica na percepção de professores da Rede Pública de Ensino*. 2006.

Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática) -  
Faculdade de Educação, Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2006.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)