PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

ROBERTO CANOSSA

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA E O TRABALHO COM MEDIDAS SEPARATRIZES

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2009

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

ROBERTO CANOSSA

O PROFESSOR DE MATEMÁTICA E O TRABALHO COM MEDIDAS SEPARATRIZES

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação do(a)* ***Profa. Dra Cileda de Queiroz e Silva Coutinho.***

São Paulo

2009

Banca Examinadora

_____

_____

_____

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: _____ **Local e Data:** _____

A minha esposa, Maria, pelo companheirismo e pela compreensão.

A meus filhos, Hugo e Matheus, pela paciência.

A meus pais, Álvaro e Margarida, pelo amor e pelo incentivo.

AGRADECIMENTO

Primeiramente a Deus; sem Ele, nada existiria.

A minha esposa, Maria, e a meus filhos, Hugo e Matheus, pelos muitos momentos ausentes.

À Professora Doutora Cileda que, mais do que uma professora, é uma amiga.

À Professora Doutora Maria José, que muito contribuiu com suas colocações.

À Professora Doutora Claudia, por suas intervenções e sugestões.

À Secretaria da Educação, pela oportunidade e pelo incentivo na realização de minha formação acadêmica, com a concessão da bolsa.

A minha amiga Professora Maisa, pelo tempo e pela dedicação.

Aos colegas que, de alguma forma, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao professor e amigo Mario, pelas sugestões.

Aos alunos da Escola Estadual Anecondes Alves Ferreira, pela atenção e pela colaboração.

Aos professores que participaram respondendo o questionário diagnóstico.

Ao professor Zico, pela colaboração nos textos em inglês.

Canossa, Roberto. **O professor de Matemática e o trabalho com medidas separatrizes**. Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática. São Paulo: PUC-SP, 2009.

RESUMO

O estudo da Estatística passou, em 1997, a fazer parte do currículo da Escola Básica, sendo necessária então a preparação dos professores de matemática para a abordagem desse tema, uma vez que muitos deles não tiveram esse conteúdo em sua formação inicial ou tiveram de forma superficial e tecnicista. As pesquisas realizadas em nosso grupo apontam também para esses resultados. Nossa motivação para a realização deste trabalho deve-se a esses resultados e à grande dificuldade que alguns professores de matemática da rede pública do Estado de São Paulo, especificamente na região de Diadema, têm em desenvolver com seus alunos os conteúdos relativos a Estatística e suas interpretações. Para isso, pretendemos responder a seguinte questão de pesquisa: **Quais as características didáticas de uma formação continuada para professores do Ensino Médio, visando o trabalho com conceitos de mediana e quartis, para que os alunos possam tomar decisões a partir da análise da variação percebida, com o auxílio do Dot-Plot e do Box-Plot?** Para tal verificação, elaboramos e aplicamos um questionário diagnóstico (apêndice 1), realizamos oficinas de formação continuada a partir dos resultados desse questionário e, por fim, observamos uma aula com a professora colaboradora. O que pudemos notar é que a maioria dos professores não trabalha os conceitos de mediana e quartis: limitam-se aos conceitos de média, variância e desvio-padrão, inseridos apenas com fórmulas matemáticas, sem dar sentido para tais conceitos; além disso, não têm conhecimento dos gráficos Dot-Plot e Box-Plot. A oficina permitiu um avanço no nível de raciocínio e alfabetização estatística da professora colaboradora, mas podemos perceber também que as duas sessões de oficinas realizadas não foram suficientes para chegar ao nível 5 (processos de raciocínio integrados) de raciocínio estatístico proposto por Garfield (2002).

Palavras-chave: análise exploratória de dados; variabilidade; mediana e quartis; raciocínio estatístico.

Canossa, Roberto. **The Mathematics Teacher and the work with position measures**. Dissertation for Master's Degree in Mathematics Education. São Paulo: PUC-SP, 2009.

ABSTRACT

The study of Statistics became, in 1997, part of the curriculum of basic school, therefore, the preparation of the mathematics teachers became necessary in order to approach this theme, once many of the teachers either did not have this content in his/her initial formation or had it, but in a superficial way. The surveys performed by our group have also shown these results. These results and the great difficulties some mathematics teachers from public schools, especially in Diadema, have in developing, with the students, the Statistics contents and its interpretations is our motivation to the realization of this paper. In order to do so, we intended to answer the following question of research: What are the didactics characteristics to a continued formation to High School teachers, aiming at working with concepts of median and quartiles, so that students will be able to make decisions from the analysis of the realized variation, with the help of Dot-Plot and Box-Plot? To such verification, we have elaborated and applied a diagnose questionnaire (appendix 1), we have realized continued formation workshops from the results of these questionnaires, and, at last, we have observed a class from a volunteer teacher. We could notice that the majority of teachers do not work the concepts of median and quartiles: they limit themselves to the concept of mean, variance and standard deviation, inserted only as mathematics formulas, without giving sense to such concepts; besides, they do not have knowledge of the graphs Dot-Plot and Box-Plot. The workshop allowed an advancement concerning reasoning and statistical literacy to the volunteer teacher. However, we could realize that the two sections of workshop were not enough to get to level 5 (integrated process reasoning) of statistical reasoning proposed by Garfield (2002).

Key-words: exploratory data analysis, variability, median and quartiles, statistical reasoning.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **13**

1 PROBLEMÁTICA **15**

1.1 O PROBLEMA DE PESQUISA 15

1.2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS 15

1.2.1 O Instrumento Diagnóstico *15*

1.2.2 A Formação Continuada *16*

1.2.3. A Avaliação da Formação *17*

1.3 QUADRO TEÓRICO 17

1.3.1 Raciocínio Estatístico *20*

1.3.2 Alfabetismo Funcional *23*

1.3.3 Alfabetização Estatística *26*

1.4 Algumas pesquisas na área *29*

2 CONCEITOS ESTATÍSTICOS ELEMENTARES **39**

3 PARTE EXPERIMENTAL **59**

3.1 ANÁLISES DO QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO 60

3.2 OFICINA DE FORMAÇÃO CONTINUADA 81

CONSIDERAÇÕES FINAIS **96**

REFERÊNCIAS **98**

APÊNDICE 1: QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO **101**

APÊNDICE 2: PRODUÇÃO DOS ALUNOS DURANTE A FORMAÇÃO **107**

LISTA DE TABELAS

TABELA 1: CLASSIFICAÇÃO DA POPULAÇÃO SEGUNDO A CONDIÇÃO DE ALFABETISMO, DE ACORDO COM OS RESULTADOS DO INAF DE 2001 A 2007 25
TABELA 2: DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS QUANTO AO GÊNERO 45
TABELA 3: DISTRIBUIÇÃO DOS EMPREGADOS DO DEPARTAMENTO COMERCIAL, SEGUNDO O NÚMERO DE FILHOS. 50
TABELA 4: DISTRIBUIÇÃO DE 292 PROFESSORES EM CLASSES, QUANTO À IDADE, EM ANOS COMPLETOS 51
TABELA 5: DISTRIBUIÇÃO DOS PROFESSORES ENTREVISTADOS SEGUNDO AS FAIXAS ETÁRIAS ESTABELECIDAS 62
TABELA 6: DISTRIBUIÇÃO DOS PROFESSORES, SEGUNDO O TEMPO DE MAGISTÉRIO 62
TABELA 7: NOTAS DOS ALUNOS DO GRUPO 1. 71
TABELA 8: NOTAS DOS ALUNOS DO GRUPO 2. 72
TABELA 9: NOTAS DOS ALUNOS DO GRUPO 3. 72
TABELA 10: NOTAS DOS ALUNOS DO GRUPO 4. 72
TABELA 11: VARIAÇÃO DE NOTAS, ATIVIDADE 1 - QUESTIONÁRIO DIAGNÓSTICO 76
TABELA 12: IDADE (ANOS COMPLETOS) 78
TABELA 13: NÚMERO DE ALUNOS POR IDADE 79

LISTA DE GRÁFICOS

GRÁFICO 1: EXEMPLO DE DIAGRAMA DE SETORES ILUSTRANDO A DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS SEGUNDO O GÊNERO. 46

GRÁFICO 2: EXEMPLO DE DIAGRAMA DE SETORES ILUSTRANDO A DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS SEGUNDO O GÊNERO, COM AUXÍLIO DO EXCEL. 47

GRÁFICO 3: GRÁFICO DE BARRAS E COLUNAS ILUSTRANDO A DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS QUANTO AO GÊNERO 47

GRÁFICO 4: GRÁFICO DE BARRAS E COLUNAS ILUSTRANDO A DISTRIBUIÇÃO DOS ALUNOS QUANTO AO GÊNERO, COM AUXÍLIO DO EXCEL. 48

GRÁFICO 5: DOT-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A. 49

GRÁFICO 6: DOT-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A, CONSTRUÍDO COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* FATHOM. 49

GRÁFICO 7: DIAGRAMA DE RAMOS-E-FOLHAS DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1ºA. 50

GRÁFICO 8: DISTRIBUIÇÃO DOS EMPREGADOS DO DEPARTAMENTO COMERCIAL, SEGUNDO O NÚMERO DE FILHOS. 51

GRÁFICO 9: DISTRIBUIÇÃO DE 292 PROFESSORES QUANTO À IDADE, EM ANOS COMPLETOS 52

GRÁFICO 10: POLÍGONO DE FREQÜÊNCIAS DA DISTRIBUIÇÃO DE 292 PROFESSORES QUANTO À IDADE, EM ANOS COMPLETOS 52

GRÁFICO 11: DOT-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A E OS VALORES DA MEDIANA E DOS QUARTIS. 56

GRÁFICO 12: DOT-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A E OS VALORES DA MEDIANA E DOS QUARTIS, COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* FATHOM. 56

GRÁFICO 13: DOT-PLOT E BOX-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A. 57

GRÁFICO 14: BOX-PLOT DAS NOTAS DOS ALUNOS DO 1º A, CONSTRUÍDO COM AUXÍLIO DO *SOFTWARE* FATHOM. 57

GRÁFICO 15:BOX-PLOT COM AS NOTAS DOS GRUPOS 1, 2, 3 E 4 74

GRÁFICO 16: BOX-PLOT IDADE (ANOS COMPLETOS) 78

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1: ILUSTRAÇÃO DOS ELEMENTOS DE UMA TABELA DE DISTRIBUIÇÃO DE FREQÜÊNCIAS 44

FIGURA 2: CÍRCULO E ÂNGULO CENTRAL 45

FIGURA 3: REPRESENTAÇÃO DO ÂNGULO DE 120° OU $\frac{15}{45}$ DE 360° 46

FIGURA 4: ESQUEMA GRÁFICO DA MEDIANA E DOS QUARTIS 53

FIGURA 5: RESPOSTA INCORRETA DA PARTE C, ATIVIDADE 1, DE UM DOS PROFESSORES RESPONDENTES. 75

FIGURA 6: RESPOSTA CORRETA DA PARTE C, ATIVIDADE 1, DE UM DOS PROFESSORES RESPONDENTES. 75

FIGURA 7: RESPOSTA DA ATIVIDADE 2, PARTE C, ITEM (A), DIGITADA POR UM DOS PROFESSORES RESPONDENTES 79

FIGURA 8: RESPOSTA DA ATIVIDADE 2, PARTE C, ITEM (B), DIGITADA POR UM DOS PROFESSORES RESPONDENTES 79

FIGURA 9:RESPOSTA INCORRETA DA PARTE C, ATIVIDADE 2, ITEM (C). 80

FIGURA 10: TABELA CONSTRUÍDA PELA PROFESSORA, ENVIADA PARA NÓS POR *E-MAIL*. 83

FIGURA 11: RESPOSTA DA QUESTÃO 2 DA FORMAÇÃO 83

FIGURA 12: RESPOSTA DA QUESTÃO 3 A DA FORMAÇÃO. 84

FIGURA 13: RESPOSTA DA QUESTÃO 3 B DA FORMAÇÃO 84

FIGURA 14:RESPOSTA DA QUESTÃO 3 C DA FORMAÇÃO. 85

FIGURA 15: RESPOSTA DA QUESTÃO 3 D DA FORMAÇÃO. 86

FIGURA 16: RESPOSTA DA QUESTÃO 4 DA FORMAÇÃO. 86

FIGURA 17: RESPOSTA DA QUESTÃO 5 DA FORMAÇÃO. 87

FIGURA 18: DETERMINAÇÃO DA MEDIANA QUESTÃO 3 (A). 89

FIGURA 19: DETERMINAÇÃO DOS QUARTIS, QUESTÃO 3 (B). 89

FIGURA 20: RESPOSTA DA QUESTÃO 3 (C). 90

FIGURA 21: RESPOSTA DA QUESTÃO 3 (D) E (E). 90

FIGURA 22: GRÁFICO BOX-PLOT E DOT-PLOT CONSTRUÍDOS PELA PROFESSORA. 91

FIGURA 23: RELATÓRIO SOBRE AS NOTAS 91

FIGURA 24: JUSTIFICATIVA DO ALUNO COM RELAÇÃO À MEDIANA 93

FIGURA 25: GRÁFICO DOT-PLOT E BOX-PLOT APRESENTADOS PELOS ALUNOS 94

FIGURA 26: RESPOSTA DE UM DOS ALUNOS QUANTO À RECUPERAÇÃO 94

FIGURA 27: RESPOSTA DE OUTRO ALUNO QUANTO À RECUPERAÇÃO 95

Introdução

Nos últimos anos, a Estatística teve um avanço muito grande em sua utilização nas diversas áreas, como por exemplo: em pesquisas eleitorais; pesquisas de aceitação de produtos; controle estatístico de processo (CEP), sendo por isso necessário um estudo mais profundo de suas principais características, a fim de torná-la uma ferramenta de tomada de decisões das mais eficientes.

Isso faz com que muitos pesquisadores e educadores desenvolvam trabalhos que tornem acessíveis esses conceitos para professores, e estes possam de maneira mais adequada contribuir para uma aprendizagem mais significativa e possam também, de maneira geral, alfabetizar estatisticamente os alunos. Conforme pesquisas recentes, que abordaremos mais adiante neste texto, muitos professores já perceberam as vantagens de ensinar Estatística desde as séries iniciais do Ensino Fundamental, o que é sugerido nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN).

Nesse sentido, a motivação para o desenvolvimento deste trabalho advém da grande dificuldade manifestada por alguns professores da rede pública do Estado de São Paulo, mais especificamente da região de Diadema, para trabalhar os conceitos estatísticos e suas interpretações e análises. Quando abordam esse assunto, em geral o fazem de forma tecnicista: limitam-se ao uso de algoritmo e a uns poucos gráficos, sem nenhuma interpretação dos resultados obtidos. Tal fato nos levou a desenvolver este trabalho com o objetivo de colaborar, de alguma forma, para a formação continuada desses professores, para que possam desenvolver com seus alunos uma abordagem que permita a sua alfabetização estatística.

Esta dissertação está dividida em três capítulos, sendo o primeiro destinado à apresentação do problema, desenvolvendo um quadro teórico para fundamentar os níveis de alfabetização e raciocínio estatístico dos professores de Matemática do Ensino Médio. Além disso, esse capítulo contém os procedimentos metodológicos e revela estudos anteriores que se relacionam com o nosso tema.

Damos início ao segundo capítulo com uma breve definição do que é Estatística, segundo alguns dos autores por nós pesquisados, e em seguida

apresentamos o que assumimos como análise exploratória de dados, de acordo com Batanero, Estepa e Godino (1991).

Trabalhamos alguns conceitos, tais como: população, amostra, variável, distribuição da variável; dados brutos e rol, distribuição de freqüências e medidas resumo. Abordamos também algumas representações gráficas, como por exemplo: setores, colunas, barras, histogramas, ramo-e-folhas, Dot-Plot e Box-Plot, sendo estes dois últimos objetos deste trabalho. Finalmente, desenvolvemos um breve estudo sobre os conceitos de mediana e quartis.

E, por fim, no terceiro capítulo apresentamos o questionário diagnóstico utilizado, constituído de três partes: a primeira, para caracterizar o perfil do professor entrevistado; a segunda, para verificar o grau de concordância no desenvolvimento do planejamento das aulas em qualquer nível de ensino; e a terceira parte, contendo duas atividades a serem resolvidas pelos professores.

Apresentamos também a formação desencadeada a partir de seus resultados, que constou das discussões individuais com a professora colaboradora e do acompanhamento de suas aulas sobre o tema.

Finalmente, nas considerações finais, apresentamos os principais resultados que pudemos observar a partir da análise dos nossos dados coletados.

1 PROBLEMÁTICA

1.1 O Problema de Pesquisa

Este trabalho visa responder o seguinte problema de pesquisa:

Quais as características didáticas de uma formação continuada para professores do Ensino Médio, visando o trabalho com conceitos de mediana e quartis, para que os alunos possam tomar decisões a partir da análise da variação percebida, com o auxílio do Dot-Plot e do Box-Plot?

1.2 Procedimentos Metodológicos

Para responder nossa questão de pesquisa, organizamos três fases em nosso trabalho: aplicação de um questionário diagnóstico (apêndice 1), elaboração de oficinas de formação continuada a partir dos resultados desse questionário (apêndice 2) e observação de aula com a professora colaboradora, para avaliar a evolução das concepções e das (ou "as") práticas docentes sobre os temas abordados.

1.2.1 O Instrumento Diagnóstico

Para a primeira fase, o grupo de pesquisa PEA-MAT[1], coordenado pelo Professor Doutor Saddo Ag Almouloud, desenvolveu um projeto de pesquisa PEA-ESTAT, para o qual utiliza um questionário que foi proposto a mais de cinqüenta professores de escolas públicas do Estado de São Paulo (SP). Nenhum critério de amostragem aleatória foi seguido para a aplicação, ficando a caráter do professor a participação voluntária. Destes, apenas 20 nos enviaram o questionário respondido, alegando falta de tempo ou não-familiarização com os conceitos abordados.

Esse instrumento diagnóstico foi dividido em três partes:

---

[1] Grupo cadastrado no CNPq, pertencente ao Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e certificado pela PUC-SP.

- a parte A visou fornecer dados a respeito do perfil do professor (gênero, idade, tempo que leciona matemática, tipo de graduação, outros cursos e cursos que estejam realizando);
- a parte B visou observar o grau de concordância a itens relativos ao planejamento das aulas para um nível qualquer de ensino, com o objetivo de trabalhar os conceitos de Estatística Descritiva.
- na parte C, solicitamos a resolução de duas atividades, para levantar informações a respeito do conhecimento estatístico do professor pesquisado, referente à utilização de medidas-resumo na resolução de problemas.

O conjunto de atividades que formam o questionário diagnóstico foi planejado para apresentar diversos níveis de complexidade, visando identificar o nível de raciocínio[2] (idiossincrático, verbal, transacional, procedimental e processos de raciocínio integrados) e de alfabetização estatística[3] (cultural, funcional e científico) dos professores respondentes.

Pretendemos verificar as estratégias de resolução dos problemas propostos e o modo como o professor irá inferir a partir dos resultados observados, de modo que, ao término, possamos desenvolver oficinas de formação que busquem suprir as lacunas de conhecimento observadas e que nos auxiliarão a responder a questão de pesquisa apresentada anteriormente.

1.2.2 A Formação Continuada

Na segunda fase do trabalho elaboramos uma seqüência didática, que foi trabalhada com uma professora voluntária. Essa professora se dispôs também a trabalhar esse tema com seus alunos, a partir das atividades propostas na nossa formação. Os elementos que formaram a base dessas atividades foram levantados a partir da análise do instrumento diagnóstico.

---

[2] Níveis propostos por Garfield (2002), que apresentaremos mais adiante neste texto.

[3] Níveis propostos por Shamos (1995, apud GAL, 2002), que apresentaremos mais adiante neste texto.

Para a formação continuada utilizamos os mesmos princípios e quadros teóricos escolhidos para o desenvolvimento do projeto “Processo de Ensino e Aprendizagem Envolvendo Raciocínio Estatístico e Probabilístico” (PEA-ESTAT), atualmente em andamento no grupo PEA-MAT.

1.2.3. A Avaliação da Formação

Para verificarmos as mudanças ocorridas no professor participante deste projeto — concepções, opiniões, conhecimentos específicos e pedagógicos —, utilizaremos como diagnóstico uma entrevista.

1.3 Quadro Teórico

Nos referenciais para formação de professores publicados pelo MEC em 1999, tem-se que:

> [...] apesar do empenho de muitos e do avanço das experiências já realizadas, há uma enorme distância – e não apenas no Brasil – entre o conhecimento e a atuação da maioria dos professores em exercício e as novas concepções de trabalho do professor que esses movimentos vêm produzindo. Trata-se, portanto, não apenas de realizar melhor a formação, mas, de realizá-la de uma maneira diferente. Tais mudanças exigem, dentre outras questões, que os professores reconstruam suas práticas e para isso, é preciso “construir pontes” entre a realidade de seu trabalho e o que se tem como meta. (BRASIL, 1999, p.16).

Tal afirmação refere-se à formação continuada de professores, que é considerada imprescindível, no que diz respeito à atualização de seus conhecimentos e técnicas na área específica que leciona e para desenvolver suas competências e atitudes.

Para Showers, Joyce e Bennett (1987), os professores trazem para a formação seus conhecimentos e habilidades; seu estilo de ensino e de aprendizagem; suas características pessoais, tais como estágio de crescimento, flexibilidade conceitual, senso de eficácia e conceitos pessoais, além de percepções sobre suas necessidades e preferências por certos tipos de desenvolvimento profissional.

Completando esse pensamento, esses autores, após uma análise de 200 estudos, mais uma revisão de literatura sobre desenvolvimento profissional do docente, concluem que:

1. O que o professor pensa sobre ensinar determina o que o professor faz quando ensina. Na formação de professores, no entanto, precisa-se fazer mais do que “olhar para as ações” de ensino.

2. A maioria dos professores pode tirar informações úteis de suas classes, quando a formação inclui quatro partes:

    a. Apresentação da teoria

    b. Demonstração da nova estratégia

    c. Prática inicial em oficinas

    d. *Feedback* imediato de seus esforços

3. Professores estão prontos a aprender e usar novas estratégias e conceitos se receberem formação (Tanto *expert* como de seus pares) enquanto tentam novas idéias em suas aulas.

4. Professores competentes com auto-estima elevada geralmente aproveitam melhor as formações do que os demais colegas.

5. Flexibilidade mental (do pensamento) ajuda os professores a aprender novas habilidades e incorporá-las a seu repertório de métodos testados e verdadeiros.

6. Estilos de ensino individuais e orientações de valores nem sempre afetam as habilidades dos professores para aprender com o desenvolvimento profissional.

7. É necessário que o professor tenha um nível básico de conhecimento ou habilidades em um novo enfoque antes que possa assimilá-lo.

8. Parece não importar onde e como a formação é feita, e realmente não importa o papel do formador (administrador, professor – um igual, ou professor-orientador). O que importa é o *design* da formação.

9. Similarmente, os efeitos da formação não dependem da forma como professores organizam nem da forma como dirigem o programa de formação, embora a coesão social e a compreensão compartilhada facilitem a disposição dos professores para tentar novas idéias. (SHOWERS; JOYCE; BENNET, 1987, p.97, tradução nossa).

É imprescindível que se desenvolvam práticas onde os professores se tornem facilitadores do diálogo entre os alunos, construindo e desenvolvendo o pensamento e o raciocínio estocástico, alcançando níveis satisfatórios na alfabetização estocástica. De acordo com Carvalho (2003, p.4):

> [...] a formação inicial dedica-se pouco a procurar promover as condições para que, mais tarde, quando o professor está na sala de aula com os alunos, consiga desenvolver actividades e práticas pedagógicas que vão ao encontro das recomendações para o Ensino da Estatística.

Pacheco e Flores (1999, p.15) acrescentam:

> Na prática, o que os professores pensam, fazem, escrevem, verbalizam deve-se, por um lado, a um conhecimento que é o resultado de um processo aquisitivo e, por outro, a um conhecimento que se consubstancia num discurso sobre uma prática ou um modo de ação.

Segundo esses autores, o professor tem como tarefa selecionar e organizar as atividades didáticas, de acordo com a situação, acrescentando a elaboração didática de novas atividades, conforme suas concepções, completando as já existentes nos materiais curriculares.

Monteiro (2001, p.164) afirma que:

> [...] o comportamento profissional dos professores se guia por um complexo sistema de conhecimentos, crenças, valores, teorias, princípios, que regulam a sua atividade. Claro que desta constatação importante não se deduz que exista uma total correspondência entre o sistema conceitual que os professores possuem e sua atividade na aula. Antes se verificam discrepâncias entre o que se diz e o que se faz, o que se pensa e o que se diz pensar.

Concordamos com este autor, quando ele afirma que o professor é um construtor ativo do currículo, mudando tanto de forma enriquecedora como não. Fazemos a hipótese de que o conhecimento didático do conteúdo seja fundamental nesse processo de transformação curricular e no processo de aprender a ensinar.

Marques e Praia (1991, p.17) consideram que, por ser esse processo muito complexo, é necessário um tempo para a maturação das idéias e também das atitudes que possibilitarão as transformações em ações realizadas por professores. Esta complexidade fica explícita quando os autores citam Benavente (1988, apud MARQUES e PRAIA, 1991), para quem a mudança

> [...] não se processa de fora para dentro nem apenas de dentro para fora; criar condições estruturais, abrir espaços, fornecer apoios são actividades possíveis de fora para dentro; mobilizar energias, construir respostas, ensaiá-las, avaliá-las, transformar de facto as práticas institucionais, ocupando os espaços profissionais, são certamente mudanças de dentro para fora; só neste duplo movimento, nesta tensão entre estruturas e pessoas, entre fora e dentro, se gera a mudança. (BENAVENTE, 1988, apud MARQUES e PRAIA, 1991, p.17).

Ainda neste contexto, Benavente (1988, apud MARQUES e PRAIA, 1991) chama a atenção para a dialética de responsabilidades dos envolvidos nesse processo, uma vez que é imprescindível um campo fértil na organização escolar e na pessoa do professor, evidenciando que o tempo é muito importante para a efetivação dessas mudanças.

Em síntese, os textos apresentados constituem o quadro teórico do projeto PEA-ESTAT e, por conseqüência, o deste trabalho, sendo pano de fundo para a análise dos dados coletados.

1.3.1 Raciocínio Estatístico

Definiremos, em seguida, o que entendemos por raciocínio, a partir dos estudos já feitos por outros pesquisadores.

Costa e Capovilla (1997, apud SILVA, C. B., 2007) definem raciocínio como um processo no qual pessoas geram argumentos e aplicam seus conhecimentos para alcançar uma meta. Walton (1990, apud SILVA, C. B., 2007) afirma que o raciocínio vai ocorrer dentro de um discurso ou de um argumento, diferentemente de outros autores que afirmam que discurso e argumento são sinônimos. Para o autor, "raciocínio é a elaboração de suposições denominadas premissas (ponto de partida) e o processo de movimentar essas premissas para uma conclusão (ponto de chegada) por meio de regras". (ibid., p.32).

SILVA, C. B. destaca também que nem todo raciocínio se manifesta na forma de um argumento ou discurso, afirmando que "um indivíduo pode raciocinar em um jogo de xadrez [...] ou o raciocínio pode ocorrer para oferecer ou entender uma explicação." (ibid., p.32).

Costa e Capovilla (1997, apud SILVA, C. B., 2007) afirmam que há uma relação íntima entre o estudo sobre raciocínio e a resolução de problemas, propondo três categorias amplas de raciocínio.

> a) raciocínio dedutivo: onde se procura a compreensão de como as pessoas inferem as conseqüências das informações que são dadas, ou seja, como as pessoas avaliam a validade de argumentos lógicos; b) raciocínio indutivo: tenta descobrir como as pessoas formulam e testam hipóteses de maneira a descobrir regras gerais e c) raciocínio estatístico: compreensão de como as pessoas fazem inferências de natureza probabilística. (COSTA E CAPOVILA apud SILVA, C. B., 2007, p. 32)

Este último é o que nos interessa nesta pesquisa, uma vez que nos preocupamos com a percepção, com a apreensão da variabilidade como ferramenta fundamental para a construção do raciocínio estatístico.

Ainda na busca de estabelecer parâmetros para definir "raciocínio", citamos particularmente Garfield (2002). Para essa autora, o raciocínio estatístico é "a forma como as pessoas raciocinam com idéias estatísticas e atribuem sentido à informação estatística". Ela explica que o raciocínio estatístico é organizado em cinco níveis — nível 1: raciocínio idiossincrático; nível 2: raciocínio verbal; nível 3:

raciocínio transacional; nível 4: raciocínio procedimental e nível 5: processos de raciocínio integrados.

Fazemos a hipótese de que, para obter um nível mais avançado de raciocínio estatístico, é preciso que se criem melhores condições de ensino, para que os alunos possam comparar conceitos, avaliar uma maneira mais adequada de analisar uma variável num conjunto de dados, mudar de representações, entender contra-exemplos, etc. Dessa forma, os professores devem estar preparados para organizar tais condições. Para Garfield (2002), os professores de Estatística limitam-se a ensinar conceitos e procedimentos, mas esperam que o raciocínio estatístico seja desenvolvido naturalmente. Note-se que, nesse sentido, nem sempre a variabilidade é trabalhada adequadamente.

Para analisarmos o raciocínio estatístico no que concerne às medidas-resumo, Garfield (2002) fornece-nos uma série de pontos que devem ser pesquisados: a compreensão dos motivos pelos quais as medidas de tendência central, dispersão e posição nos fornecem diferentes informações sobre uma determinada variável; a compreensão de como uma medida representa adequadamente, ou não, uma variável; a compreensão de que a utilização de medidas-resumo para fazer predições com a utilização de amostras grandes será mais precisa do que com amostras pequenas; o entendimento do porquê de uma boa medida-resumo dever conter uma medida de centro e uma medida de variação; e ainda por que as medidas de centro e dispersão podem ser usadas para comparar duas distribuições.

Abaixo descreveremos um modelo geral de raciocínio estatístico desenvolvido por Garfield (2002, p.11):

> Nível 1: Raciocínio idiossincrático: existe certo conhecimento de termos e símbolos estatísticos, mas sua utilização é feita sem o devido entendimento e muitas vezes de forma incorreta. Por exemplo: comparar a média com o desvio padrão, ou fazer julgamento sobre uma boa média ou desvio padrão;
>
> Nível 2: Raciocínio verbal: Há a compreensão verbal dos conceitos, mas não ocorre a aplicação em procedimentos reais. O indivíduo escolhe ou comunica uma definição correta, mas não compreende seu significado. Por exemplo: por que a média é maior que a mediana em distribuições assimétricas positivas?
>
> Nível 3: Raciocínio transacional: identifica corretamente uma ou mais dimensões de um conceito estatístico, mas não consegue integrá-las completamente. Por exemplo: uma amostra grande apresenta intervalo

> de confiança mais estreito. Um desvio padrão menor conduz a um intervalo de confiança melhor. Não é capaz de relacionar estas dimensões.
>
> Nível 4: Raciocínio procedimental: está apto a identificar corretamente as dimensões de um conceito ou processo estatístico, mas não os integra completamente ou não é capaz de entender o processo. Por exemplo: o aluno entende que correlação não implica causa-efeito, mas não pode explicar completamente o porquê.
>
> Nível 5: Processos de raciocínio integrados: neste nível existe a compreensão completa do processo ou conceito estatístico, coordena as regras e comportamentos, utiliza suas próprias palavras para explicar um conceito. Por exemplo: explica o que um intervalo de confiança de 95% significa em termos de processo de amostras repetidas da população.

Pretendemos, baseados nesses níveis de raciocínio estatístico sobre variabilidade, desenvolver uma proposta de formação continuada, buscando propiciar ao professor uma evolução que vise atingir o nível 5 proposto por essa autora.

Garfield (2002) julga necessário, para que os alunos alcancem o nível 5 do modelo de raciocínio, que tenham uma vasta experiência com uma variedade de atividades — textos e explicações verbais, atividades concretas envolvendo amostragem de populações finitas, e interpretações com populações simuladas e distribuições amostrais quando os parâmetros são variados. Tais atividades também podem ser utilizadas na formação de professores, buscando desenvolver os níveis de raciocínio propostos por essa autora. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCNEF), ninguém ensina o que não sabe. Assim, acreditamos que o professor deva estar em um nível 5 de raciocínio, para que possa orientar seu aluno, visando que este também evolua na construção de seu próprio raciocínio.

Garfield e Chance (2000, apud GARFIELD, 2002) apresentam-nos algumas sugestões para técnicas de avaliação na sala de aula, visando avaliar o raciocínio estatístico dos alunos. Essas técnicas incluem estudo de caso ou tarefa autêntica — problemas detalhados que se baseiam em contextos reais que revelam estratégias e interpretações dos alunos ao resolverem o problema —, mapas conceituais, críticas de idéias estatísticas ou publicações em jornais, artigos-minuto, itens de múltipla escolha aumentada e a avaliação do raciocínio estatístico.

Dessa forma, as atividades a serem trabalhadas na avaliação buscarão seguir estas técnicas, tais como mapas conceituais e/ou tarefa autêntica, buscando diagnosticar os níveis de raciocínio estatístico sobre variação propostos por Garfield (2002).

1.3.2 Alfabetismo Funcional

O significado de alfabetismo tem estado em constante mudança ao longo das últimas décadas. Segundo o dicionário Aurélio século XXI (2001), alfabetizar significa ensinar a ler e escrever. Em meados de 1958 a Unesco definia como alfabetizada uma pessoa capaz de ler e escrever um enunciado simples, relacionado com a vida cotidiana. Vinte anos depois eles sugeriram a adoção de conceitos de alfabetismo e alfabetismo funcional: passou a ser considerada alfabetizada funcional a pessoa capaz de utilizar a leitura, a escrita e as habilidades matemáticas para fazer frente às demandas de um contexto social e valer-se delas para um aperfeiçoamento ao longo da vida.

Para falarmos de alfabetismo funcional, basear-nos-emos no que está disposto no Indicador Nacional de Alfabetismo Funcional (Inaf), que determina os níveis de alfabetismo funcional da população brasileira. O objetivo desse indicador é trazer informações sobre as habilidades e as práticas de leitura, escrita e matemática dos brasileiros entre 15 e 64 anos de idade, de regiões urbanas e rurais de todo o país.

Para nosso trabalho daremos atenção aos testes aplicados nos anos de 2002, 2004 e aos dados referentes ao ano de 2007, da 6ª edição, que verificou habilidades de leitura e escrita e habilidades de Matemática em uma mesma prova, que está disponível no *site* do Instituto Paulo Montenegro.

Os dados do Inaf são coletados anualmente, e os testes, a partir de 2007, abordam temas práticos do cotidiano, como: bilhetes, notícias, instruções, textos narrativos, gráficos, tabelas, mapas, anúncios etc. Os testes ainda vêm acompanhados de um amplo questionário que aborda características sócio-demográficas e as práticas do dia-a-dia dos entrevistados.

As tarefas propostas pelo Instituto Paulo Monte Negro (IPM), em diferentes níveis de dificuldades, possibilitaram a descrição das habilidades de letramento e

numeramento exigidas, verificando elementos comuns nos níveis de complexidade das tarefas. A partir daí definiram-se os quatro níveis de alfabetização.

> Analfabetismo: situadas neste nível estão as pessoas que não conseguem realizar tarefas simples que envolvam leitura de palavras e frases, ainda que uma parcela destes consiga ler números familiares (números de telefone, preços etc.).
>
> Alfabetismo nível rudimentar: neste nível estão as pessoas que têm a capacidade de localizar uma informação explícita em textos curtos e familiares, tais como anúncios ou pequenas cartas; ler e escrever números usuais realizando operações simples, como por exemplo, manusear dinheiro para pagamento de pequenas quantias ou fazer medidas de comprimento usando a fita métrica.
>
> Alfabetismo nível básico: são classificadas neste nível pessoas que são funcionalmente alfabetizadas, uma vez que lêem e compreendem textos de média extensão, localizam informações mesmo que seja necessário realizar pequenas inferências, lêem números na casa de milhões, resolvem problemas envolvendo seqüências simples de operações e têm noção de proporcionalidade. Mas são limitadas quando as operações envolvem maiores números de elementos, etapas ou relações.
>
> Alfabetismo nível pleno: neste nível estão as pessoas que não mais impõem restrições para compreender e interpretar elementos usuais da sociedade letrada. Elas lêem textos mais longos, relacionando suas partes, comparam e interpretam informações, distinguem fato de opinião, realizam inferências e sínteses. Em relação à matemática, são capazes de resolver problemas que exigem maior planejamento e controle, envolvendo percentuais, proporções e cálculo de área, além de interpretar tabelas de dupla entrada, mapas e gráficos. (INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. Disponível em: http://www.ipm.org.br. Acesso em: 27 jan. 2008).

Os níveis dispostos acima definem habilidades medidas por meio de uma escala combinada, que inclui leitura, escrita e matemática.

Na tabela 1 é mostrada a evolução do indicador para o Total Brasil no período de 2001 a 2007; para o período de 2001-2005 foram utilizadas médias móveis, para assegurar a comparabilidade dos dados.

Tabela 1: Classificação da população segundo a condição de alfabetismo, de acordo com os resultados do Inaf de 2001 a 2007

	2001- 2002	2002- 2003	2003- 2004	2004- 2005	2007
Analfabeto	12%	13%	12%	11%	7%
Rudimentar	27%	26%	26%	26%	25%
Básico	34%	36%	37%	38%	40%
Pleno	26%	25%	25%	26%	28%

Fonte: Instituto Paulo Montenegro http://www.ipm.org.br. Acesso em: 27 jan. 2008.

Podemos observar nos dados que o índice de brasileiros de 15 a 64 anos classificados pelo Inaf como analfabetos absolutos vem caindo ao longo dos anos, passando de 12%, em 2001, para 7%, em 2007. O mesmo ocorre no nível rudimentar, passando de 27%, em 2001, para 25%, em 2007. Em relação ao nível básico, observamos um crescimento que passou de 34%, em 2001, para 40%, em 2007. E, por fim, verificamos uma oscilação em torno de ¼ do total de brasileiros no período de 2001 a 2005, mas já percebemos um avanço em 2007, passando para um total de 28%.

Muitas vezes nos deparamos com alunos com dificuldades em aprender certos conteúdos da matemática e, ao investigar o porquê de tal dificuldade, encontramos alunos desmotivados e de alguma forma traumatizados com a matemática. Verificar o nível de alfabetização desses alunos é importante para o seu desenvolvimento, pois, diante dos resultados encontrados, podemos traçar estratégias para o seu desenvolvimento, buscando elevá-los ao nível pleno da alfabetização.

A Estatística pode ser uma ferramenta bastante eficiente para articulação entre campos matemáticos, visando à alfabetização e ao letramento.

Acreditamos que, se o indivíduo for capaz de ler, interpretar, tratar e comunicar os dados de uma forma segura e crítica, ele seja capaz também de desenvolver as habilidades necessárias a fim de alcançar um nível de alfabetização estatística equivalente ao nível pleno estabelecido pelo Inaf, imprescindível para a formação do cidadão. Poderá também atingir os níveis mais elevados do raciocínio estatístico, nos termos de Garfield (2002).

1.3.3 Alfabetização Estatística

Segundo Wallman (1993, apud SILVA, J. C., 2007, p.19):

> [...] alfabetização estatística é a habilidade para entender, avaliar criticamente resultados estatísticos que fazem parte do cotidiano, juntamente com a habilidade para apreciar as contribuições que o pensamento estatístico pode fazer em decisões públicas e privadas profissionais e pessoais.

Segundo Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999, apud SILVA, J. C., 2007), a caracterização em diferentes níveis de alfabetização deveu-se ao fato de que vários setores significativos da população, mesmo os escolarizados, não eram capazes de realizar tarefas do dia-a-dia que exigiam a mobilização de conhecimentos supostamente adquiridos durante a escolarização. Então, podemos considerar que a alfabetização aqui referida é a capacidade particular e um modo de comportamento para que se tenha a compreensão e a utilização de informações nas atividades cotidianas, de forma similar ao que é definido pelo Inaf. Quando pensamos cidadãos com competência em Estatística, não podemos reduzir essa competência aos seus saberes característicos: devemos aqui acrescentar a estes as atitudes, os valores e as capacidades.

Para o desenvolvimento de nosso trabalho, adotaremos a tradução para o português da palavra da língua inglesa *literacy*, que em Portugal e para alguns autores brasileiros tem sido traduzida como “literacia ou letramento”.

> Literacy é o estado ou condição que assume aquele que aprende a ler e escrever. Implícita neste conceito está a idéia de que a escrita traz conseqüências sociais, culturais, políticas, econômicas, cognitivas, lingüísticas, quer para o grupo social em que seja introduzida, quer para o indivíduo que aprenda a usá-la. (SOARES apud SILVA, J. C., 2007, p.20)

Particularizando para o contexto estatístico, Lopes (2003, apud SILVA, J. C., 2007, p.20), afirma:

> A literacia estatística requer que a pessoa seja capaz de reconhecer e classificar dados como quantitativos e qualitativos discretos ou contínuos e saiba como o tipo de dados conduz a um tipo específico de tabela, gráfico, ou medida estatística. Precisa saber ler e interpretar tabelas e gráficos, entender as medidas de posição e dispersão, usar as idéias de aleatoriedade, chance e probabilidade para fazer julgamento sobre eventos incertos e relacionar a amostra com a população. Espera-se, ainda, que o indivíduo saiba como julgar e interpretar uma relação entre duas variáveis. Pode-se notar que isso é muito mais do que possuir competências de cálculo, é preciso adquirir hábitos para compreender a

> leitura e a interpretação numérica necessária para o exercício pleno da cidadania com responsabilidade social na tomada de decisão.

Novamente, podemos observar que o significado apresentado pode ser associado ao atribuído para a expressão “alfabetização funcional” utilizada pelo Inaf. Entendemos que, para que uma pessoa possa ter as habilidades e as competências citadas, ela precisa minimamente ter o nível pleno de alfabetização funcional.

Shamos (1995, apud MORAIS, 2006) trabalha com uma estrutura composta de três níveis para a caracterização da alfabetização estatística. Devemos observar aqui que Morais (2006) adota o termo “letramento” para traduzir “literacy”.

> O primeiro, considerado básico, é o letramento cultural, referindo-se às pessoas que compreendem termos básicos usados comumente nos meios de comunicação diante de assuntos relacionados à ciência. O segundo, chamado de letramento funcional, relativo à capacidade do sujeito de conversar, ler informações, utilizando termos científicos coerentes. O terceiro e último, o letramento científico relativo aos conhecimentos científicos de esquemas conceituais primordiais ou de teorias que fundamentem a ciência aliada à compreensão dos processos científicos e investigativos mobilizados na resolução de situações-problema. Nessa fase, o indivíduo age com autonomia e segurança nas escolhas de métodos e representações estatísticas, como também na capacidade de analisar dados considerando-se a variabilidade existente. (SHAMOS, 1995, apud MORAIS, 2006, p.24).

Assim, Morais acrescenta em seu texto alguns exemplos para facilitar a compreensão desses níveis no contexto da introdução à Estatística Descritiva.

Para essa autora, quando somos capazes de ler e reconhecer as informações contidas em tabelas e/ou gráficos, estamos no nível cultural. Mas, se além da capacidade de ler e interpretar as informações contidas em dados representados em tabelas e/ou gráficos, formos capazes de organizar os dados nessas representações, identificando e considerando as variações na sua análise, passaremos ao nível funcional. E, por fim, se tivermos as habilidades mencionadas anteriormente e formos capazes de fazer inferências e previsões sobre as informações contidas em vários registros, analisando e considerando a variabilidade existente, alcançaremos o nível científico.

Se compararmos as habilidades propostas em cada nível de alfabetização do Inaf (2007) e por Shamos (1995, apud MORAIS, 2006), faremos a hipótese de que a alfabetização nível rudimentar e nível básico (Inaf) poderiam ser inseridas

como subdivisões do nível de alfabetização cultural proposto por Shamos (1995). Também podemos verificar que a alfabetização nível pleno, proposta pelo Inaf, permite ao indivíduo atingir o nível funcional e científico na alfabetização estatística. Dessa forma podemos inferir que 72% dos brasileiros entrevistados não atingem habilidades suficientes para alcançar o nível de alfabetização estatística no nível funcional. Analisando a formação acadêmica dos indivíduos, podemos supor que só no ensino superior ele conseguirá atingir o nível científico de alfabetização; portanto, deve passar pelos outros níveis durante o processo de escolaridade básica.

Na busca de compreensão dos níveis de alfabetização estatística, Gal (2002) sugere um modelo composto por cinco elementos cognitivos e por dois elementos de disposição. Os cognitivos serão os responsáveis para que as pessoas alcancem as seguintes competências: compreender, interpretar e avaliar criticamente as informações estatísticas.

Os elementos cognitivos propostos por Gal (2002, apud SILVA, J. C., 2007) são:

- O conhecimento procedimental, que é a forma pela qual os dados são produzidos.
- O conhecimento matemático, aquele que abrange conceitos, teorias, teoremas, métodos e técnicas matemáticas essenciais ao desenvolvimento das habilidades estatísticas.
- O conhecimento estatístico, que ressalta a importância dos dados, dos termos e das idéias básicas da estatística descritiva, além de incluir a familiaridade referente às representações tabulares e gráficas, as noções básicas de probabilidade e a compreensão das conclusões e inferências obtidas.
- O conhecimento do contexto, o principal determinante, pela familiaridade do leitor com as fontes de variação e com o erro das informações estatísticas, tornando-se fonte de medida e base de tratamento de dados.
- A habilidade crítica, que está relacionada com a capacidade crítica do sujeito que age com base nos dados, ou seja, com a capacidade de receber uma informação estatística e analisá-la criticamente. (GAL, 2007, apud SILVA, J. C., p. 22).

Há também os elementos de disposição, que são os responsáveis pela postura ativa diante da informação estatística, que são:

- A postura crítica, ou seja, a propensão de um indivíduo adulto para um comportamento questionador diante de informações quantitativas

> unilaterais, enviesadas ou incompletas, seja de maneira intencional ou não.
>
> - E também as crenças e atitudes, segundo as quais o indivíduo pode ser capaz de interpretar as informações estatísticas e ter uma atitude positiva em relação às investigações estatísticas, levando-o a uma postura crítica em relação às informações. (GAL, 2002, apud SILVA, J. C., 2007, p. 23).

De acordo com o modelo proposto por esse autor, o indivíduo alfabetizado estatisticamente deverá ser capaz de mobilizar os conhecimentos matemáticos, estatísticos, procedimentais, críticos e do conceito, de modo que eles se reflitam em suas decisões. Afirma ainda que a alfabetização estatística subentende um conhecimento mínimo de conceitos e de procedimentos e, para chegarmos ao nível funcional ou científico proposto por ele, devemos desenvolver habilidades específicas, tais como:

> 1) a habilidade de a pessoa interpretar, criticar e avaliar a informação estatística, com argumentos relacionados aos dados ou aos fenômenos estocásticos que podem ser encontrados em diversos contextos; 2) a habilidade de discutir e comunicar suas reações perante tal informação estatística; 3) a compreensão do significado da mesma, bem como opiniões sobre as implicações desta informação, ou dos interesses a respeito do acesso às conclusões obtidas (GAL, 2002, apud SILVA, J. C., 2007, p.23).

Para uma reflexão crítica e para uma tomada de decisões conscientes, concordamos com este autor que é necessário, além das habilidades do indivíduo alfabetizado estatisticamente, o conhecimento do contexto.

1.4 Algumas pesquisas na área

Com o objetivo de identificar como esses professores mobilizam os conhecimentos estatísticos quando confrontados com problemas que envolvam medidas de tendência central, variabilidade e representação gráfica e qual o seu nível de alfabetização estatística, Cardoso (2007) fez uma reaplicação do instrumento diagnóstico utilizado por Bifi (2006). Enquanto Bifi (2006) trabalhou com alunos de um curso de Administração, Cardoso estudou as respostas fornecidas por professores em exercício no Ensino Médio, na rede pública do Estado de São Paulo.

Cardoso (2007) contou com 29 professores de matemática que responderam um questionário de forma individual e voluntária, podendo consultar

livros didáticos, caso fosse necessário relembrar alguma fórmula ou conceito. Foram estipulados 150 minutos para realização das atividades, compostas de três partes distintas: na primeira foi fornecido um banco de dados com a idade e a renda mensal de quarenta pessoas supostamente entrevistadas. A segunda parte era composta de duas tabelas de distribuição de freqüências, sendo a primeira sem intervalos de classes e a segunda com intervalo de classes. A terceira parte representava a mesma distribuição da segunda parte, mas de forma gráfica. A idéia do autor era identificar os níveis de dificuldades relacionados às diferentes formas de apresentação de um problema. Para auxiliar na identificação das dificuldades que os professores apresentaram na resolução das atividades, Cardoso (2007) construiu algumas categorias a partir das identificadas por Bifi (2006). Com relação à média, as categorias são:

> a) Os professores analisarão a média, interpretando corretamente seus resultados.
>
> b) Os professores analisarão a média, porém interpretando seus resultados como um ponto de equilíbrio da distribuição.
>
> c) Os professores analisarão o desvio padrão, interpretando corretamente seus resultados como medida de dispersão, fazendo associação com a média.
>
> d) Os professores relacionarão média e desvio padrão, interpretando seus valores como indicadores de variabilidade em relação à média.
>
> e) Os professores relacionarão a média e o desvio padrão, mas sem interpretar a variabilidade.
>
> f) Outras categorias que podem emergir na análise dos resultados. (CARDOSO, 2007, p.20).

Com relação à mediana, existem as seguintes categorias:

> a) Os professores analisarão a mediana, interpretando corretamente seus resultados como valor central de uma distribuição, de forma que existam tantos valores superiores ou iguais como inferiores ou iguais a ela;
>
> b) Os professores analisarão os quartis, interpretando corretamente seus resultados como uma medida separatriz;
>
> c) Os professores analisarão os quartis, que é uma medida que permite dividir a distribuição em quatro partes iguais, como indicadores de variabilidade em relação à mediana;
>
> d) Os professores relacionarão mediana e quartis, interpretando as medidas de variabilidade. (CARDOSO, 2007, p.21).

Cardoso (2007) verificou que os professores não encontravam dificuldade em resolver as questões no âmbito dos cálculos algébricos, mas não conseguiam justificar ou dar significado para eles. Mesmo com questionamentos colocados pelo pesquisador durante as atividades, com o intuito de dar condições aos professores de exteriorizar os significados, estes continuavam “presos” aos valores numéricos, acreditando que esses valores eram auto-explicativos. Diante disso, ele pôde inferir que esses professores se classificam no nível cultural, segundo Shamos (1995, apud MORAIS, 2006). Cardoso (2007) verificou também, pelo fato de os professores atribuírem a qualquer banco de dados a noção de simetria, ou seja, por julgarem que qualquer distribuição é simétrica, que em alguns momentos eles confundiam os conceitos de média e mediana. Ele observou também que os professores têm a necessidade de efetuar cálculos algébricos para todos os tipos de questão, sem questionar sua validade ou seu significado de acordo com o contexto no qual o problema foi proposto. Por exemplo, uma das atividades pedia apenas uma análise de um gráfico apresentado, sem necessidade de cálculos. Como conclusão, Cardoso levanta a necessidade de uma seqüência didática para que esses professores tenham uma formação continuada e possam, assim, atingir o nível científico de alfabetização funcional, capacitando-se a organizar novas situações didáticas para que seus alunos também possam evoluir nesses níveis.

Seguindo o que foi proposto por Cardoso (2007), desenvolvemos neste trabalho uma seqüência didática que vise facilitar a evolução no nível de raciocínio e a alfabetização estatística.

Silva, J. C. (2007) fez um estudo dos conhecimentos estatísticos abordados nos exames oficiais (Saeb, Enem e Saresp), relacionando-os com os conteúdos apresentados nos livros didáticos. Verificou também quais os níveis de alfabetização encontrados nesses livros e documentos oficiais e qual o nível de alfabetização necessário para se obter um bom desempenho nos exames oficiais.

Após analisar os conteúdos estatísticos sugeridos nos documentos oficiais — Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+) e Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) —, esse autor selecionou arbitrariamente duas coleções de matemática

dentre as aprovadas pelo PNLEM e desse material foram observadas questões relacionadas à Estatística que mais tivessem elementos para o desenvolvimento do trabalho para alfabetização dos alunos. O objetivo foi verificar se os conceitos referentes ao pensamento estatístico são focados nessas atividades. As questões foram analisadas segundo a organização praxeológica proposta por Chevallard (1999). Foi analisada também a relação entre as tarefas e as técnicas referentes à Estatística, identificando o conhecimento proposto por Gal (2002) e Wild e Pfannkuch (1999), os conhecimentos matemáticos e estatísticos do contexto envolvidos em cada uma das atividades. Além disso, buscou-se identificar se o discurso teórico-tecnológico está fundamentado nos componentes do conhecimento estatístico. E, por fim, foram verificados os conhecimentos estatísticos abordados nos exames oficiais, segundo a organização praxeológica.

Ao término da análise de cada uma das coleções, Silva, J. C. (2007) procurou identificar os níveis de alfabetização estatística propostos por Shamos (1995, apud Morais, 2006) e a proporção destinada à Estatística nesses livros didáticos, verificando sempre se estavam de acordo com as orientações propostas pelos documentos oficiais.

Esse autor verificou que os documentos oficiais (PCNEM, PCN+ e PNLEM) estão direcionados para o desenvolvimento do pensamento estatístico, promovendo situações que levem os alunos a coletar e organizar dados, interpretar tabelas e gráficos, formulando argumentos convincentes para tomadas de decisões. Pôde, então, inferir que esses documentos oficiais contemplam o nível funcional proposto por Shamos (1995, apud MORAIS, 2006), dando aos alunos condições de acesso ao nível científico.

Pode-se observar no trabalho citado que os livros didáticos analisados não enfatizam muito a Estatística, tendo em vista o baixo índice de exercícios propostos, enquanto nos exames oficiais a cobrança em relação a essa área do saber é grande, chegando, em alguns casos, a 28,6% (Enem, 2005) dos exercícios propostos. A partir das análises dos livros didáticos, Silva, J. C. (2007) inferiu que eles estejam classificados no nível cultural, segundo Shamos (1995, apud MORAIS, 2006), enquanto para um bom desempenho nos exames oficiais será necessário pelo menos estar no nível funcional.

Esse trabalho permitiu ao autor inferir que os livros utilizados pelos professores não são suficientes para que possam trabalhar com seus alunos de forma a desenvolver os níveis de alfabetização adequados às cobranças nos exames oficiais. Portanto, faz-se necessária uma seqüência didática que desenvolva, nos professores, condições para auxiliar seus alunos a alcançar os níveis adequados para um bom aproveitamento nesses exames oficiais. Isso será discutido neste trabalho, que proporá aos professores a oportunidade de uma formação continuada, em que serão analisadas questões que os levem ao desenvolvimento do raciocínio e da alfabetização.

O autor cita também o estudo realizado por Silva, C. B. (2007) com professores, que relaciona o pensamento e o raciocínio estatístico sobre variação, procurando responder qual o nível de raciocínio de variação utilizado por eles em diferentes etapas do ciclo investigativo do pensamento estatístico, baseado no modelo de pensamento estatístico elaborado por Wild e Pfannkuch (1999, apud SILVA, C. B., 2007) e no modelo de raciocínio elaborado por Garfield (2002, apud SILVA, C. B., 2007).

A metodologia utilizada por essa autora tem como base a pesquisa-ação que é resumida como segue: a primeira parte é o planejamento, ou seja, o que vai ser feito num primeiro encontro e um planejamento dos outros encontros a partir dos resultados da etapa anterior; a segunda é a implementação que se resume na produção de dados; e, por fim, a avaliação da mudança da prática e do processo de investigação-ação.

A fase de implementação da pesquisa desenvolvida por essa autora teve duração de quarenta e oito horas, que foram divididas em dezesseis encontros de três horas cada um, contando com a participação de nove professores do ensino fundamental e médio e de dois alunos do curso de licenciatura em Matemática de uma universidade pública, tendo sido discutidos conteúdos estatísticos, tais como: distribuição de freqüência simples e com dados agrupados, representações gráficas, medidas de tendência central e dispersão.

Silva, C. B. (2007) observou que, com uma metodologia ativa, que consistia na elaboração de uma pesquisa na qual os professores construíram seus bancos de dados, houve um avanço no desenvolvimento do pensamento estatístico de acordo com as estruturas propostas por Wild e Pfannkuch (1999, apud SILVA, C.

B., 2007). No entanto, esse desenvolvimento não significou também um avanço no raciocínio estatístico desses professores, o que já havia sido verificado por Gal (2002, apud SILVA, C. B., 2007), que afirma não ser a possibilidade de participar em projetos (pesquisas) que permite o desenvolvimento do raciocínio sobre variação, mas sim as situações desafiadoras que o professor vai proporcionar ao aprendiz.

Em algumas atividades relacionadas à variabilidade, a autora observou a facilidade em admitir a existência de variação, mas também a dificuldade de viver e conviver com ela.

Silva, C. B. (2007) observou que, na distribuição de freqüências simples, a utilização do termo variação auxiliou os professores na percepção da variação entre as freqüências de uma mesma categoria, levando-os a escolher a mais uniforme, ou seja, a que tinha menor variabilidade, sendo eles, então, categorizados dentro do raciocínio idiossincrático. Em relação à interpretação do desvio padrão, o raciocínio foi classificado como verbal, uma vez que os professores tiveram muita dificuldade de compreender que desvio padrão é uma medida de variação em torno da média.

A autora levanta o questionamento sobre a utilização de aplicativos computacionais para estimular o desenvolvimento do raciocínio em futuras pesquisas e também a dificuldade dos professores em trabalhar com dados agrupados em variáveis contínuas, particularmente com distribuição de freqüências com dados agrupados.

Uma outra pesquisa, dentro do tema aqui abordado, foi feita por Miguel e Coutinho (2007), que desenvolvem uma reflexão didática sobre o conceito de mediana e quartis dispostos nas propostas curriculares oficiais do Brasil e de outros países, que estão relacionados à Análise Exploratória de Dados (AED).

Essas autoras afirmam que, para o desenvolvimento dos trabalhos em Análise Exploratória de Dados (AED), segundo Batanero, Estepa e Godino (1991, apud MIGUEL e COUTINHO, 2007), é necessário: possibilitar a geração de situações de aprendizagem contextualizadas em temas que sejam de interesse para o aluno; lançar mão de um forte apoio das representações gráficas, que facilitam a percepção da variabilidade no conjunto de dados observados;

empregar, preferencialmente, as estatísticas de ordem, que aportam maior facilidade na atribuição de significado pelo aluno da Escola Básica; utilizar diferentes escalas para o estudo dos dados observados; não utilizar (pois não é necessário) ferramentas matemáticas complexas.

As autoras apontam também a possibilidade de trabalhar o conceito e dar significado a ele a partir de um mesmo algoritmo; no caso, dados não agrupados em classe, seguindo o sugerido por Langford (2006, apud MIGUEL e COUTINHO, 2007). Langford declara ainda que existem 12 métodos diferentes para a determinação dos quartis inferior e superior. A partir disso, pretendemos com este nosso trabalho apresentar uma definição didática e operacional de quartis, determinando estratégias para encontrá-los e interpretar seu significado em qualquer situação. Ou seja, entre as maneiras possíveis para essa determinação, vamos trabalhar em uma delas, deixando ao professor a oportunidade de pesquisar outras formas.

Uma das formas de abordagem propostas por Miguel e Coutinho (2007) para a mediana e quartis é a contagem; ou seja, colocam-se os elementos em ordem e efetua-se a sua contagem; como a mediana divide os elementos em duas partes iguais, devemos localizar o termo central dessa divisão, que pode ser um elemento do rol ou não. Essas autoras afirmam também que se pode utilizar a divisão do total de participantes por quatro e proceder à análise de acordo com o resto dessa divisão. Esse procedimento será detalhado no nosso capítulo 2.

A pesquisa feita por Miguel e Coutinho (2007) contou com a participação de 33 professores, sendo que 23 são participantes de um curso de mestrado profissional em ensino da matemática em uma instituição particular de ensino.

De acordo com o resultado das análises dos dados obtidos, as autoras puderam verificar que os professores concordam parcial ou plenamente com a necessidade de trabalhar a Estatística de forma contextualizada, concordam parcialmente em não utilizar fórmulas e com a necessidade de familiaridade com os termos e as idéias da Estatística Descritiva. No entanto, na devolução dos questionários observou-se que esses professores afirmam não trabalhar esses conceitos por não conhecer e não encontrar material didático adequado para auxiliar no preparo e no desenvolvimentos de suas aulas.

As disposições sobre mediana e quartis, bem como os resultados obtidos, foram dados valiosos para amparar essa pesquisa, orientando a formulação de seqüências didáticas que auxiliem no desenvolvimento do raciocínio estatístico em professores da escola básica.

Cobo e Batanero (2000) apresentam uma análise conceitual e didática da mediana — incluindo definições, métodos de cálculos e propriedades —, justificada pela inclusão nos currículos da escola secundária da análise exploratória de dados, da qual a mediana faz parte.

As autoras desse trabalho visam verificar as dificuldades apresentadas pelos alunos na utilização das medidas estatísticas de ordem, que já pertenciam ao currículo, mas não eram devidamente trabalhadas. Afirmam que existem muitos trabalhos com relação à média aritmética, mas as outras medidas de ordem são pouco investigadas.

A hipótese dessas autoras é que os temas abordados podem ser excessivamente difíceis para os alunos da escola secundária, uma vez que estão relacionados com raciocínio proporcional, idéias de ordem e distribuição, que normalmente geram dificuldades para os alunos. Além de tudo, na análise com detalhe desses temas, elas puderam verificar que existem várias definições, propriedades e algoritmos de cálculos para um mesmo conceito, tal como já foi citado em relação ao trabalho de Langford (2006, apud MIGUEL e COUTINHO, 2007).

Cobo e Batanero (2000) apresentam também uma análise detalhada do ponto de vista matemático e didático da mediana, fundamental para identificar as dificuldades específicas dos estudantes do ensino secundário.

Seguindo essa análise, a forma de calcular a mediana não é única e depende do tipo de dado, da forma de representação e do número de dados. Como existem diferentes algoritmos, elas concluem que podem encontrar valores diferentes, tornando a interpretação dos alunos um tanto complicada.

Em dados não agrupados, elas propõem encontrar a mediana da seguinte forma: se o número de dados for ímpar, a mediana será o termo central, supondo os dados já ordenados; por exemplo: 1; 3; 5; 5; 7, a mediana é 5; se o número de dados for par, a mediana será a média aritmética dos valores que ocupam a

posição central da tabela; por exemplo: 1; 3; 4; 5; 5; 7, a mediana é 4,5; se os dados forem representados por uma tabela de freqüências, será útil calcular a freqüência acumulada, para achar a mediana. Também se podem utilizar representações gráficas. Tal procedimento é também apresentado em vários livros de Estatística, tanto para a escola básica como para o ensino superior.

Foram discutidos também, nos trabalhos de Cobo e Batanero (2000), os dados não agrupados em intervalos, os dados agrupados em intervalos, os dados em diagramas de folhas. Essas autoras também apresentaram algumas propriedades relevantes da mediana: propriedades numéricas, propriedades algébricas e propriedades estatísticas.

As propriedades numéricas são as que se deduzem quando consideramos a mediana como um número, o valor obtido ao calcular a mediana. A mediana está compreendida entre o valor mínimo e o valor máximo dos dados. Nunca se pode obter um valor fora da categoria da variável. Embora essa propriedade pareça trivial, Tormo (1993, apud COBO e BATANERO, 2000) indicou que os alunos das séries iniciais têm algumas vezes dificuldades em reconhecer essa propriedade para a mediana.

> 1. A mediana pode não coincidir com nenhum dos valores dos dados, quando ocorre o caso de indeterminação. Isso faz com que também se possa obter um número que não tenha um sentido real. Como por exemplo, obter 1,5 como número mediano de filhos por família.
>
> 2. A mediana não contempla todos os valores dos dados. É uma operação “estranha”, já que os valores concretos não influem no cálculo, sendo um único valor tomado como mediana.
>
> 3. A mediana é invariável se diminui uma observação inferior a ela ou se aumenta uma superior. É conseqüência da propriedade anterior e ocorre que podemos variar o valor de alguns dados sem que mude a mediana, o que não ocorre com a média. (COBO e BATANERO, 2000, p.6).

No que se refere às propriedades algébricas, as autoras indicam que são as que se deduzem quando consideramos a mediana como uma operação, a operação de calcular a mediana.

> 1. Não é uma operação interna em um conjunto numérico aplicado, já que podemos obter valores em outro sistema numérico diferente do dado.
>
> 2. Conserva as mudanças de origem e de escala. Ela tem que estar na mesma unidade de medida que os outros dados.

3. Não tem elemento neutro e nem elemento simétrico. Qualquer dado que acrescentemos ao conjunto faz variar (potencialmente ao menos) o valor da mediana.

4. Não tem a propriedade associativa. Por exemplo: Me (1,2,3) = 2; Me ((1,2),3) = 2,25.

5. É comutativa. Não se vê afetada pela ordem de operação dos dados (desde que crescente ou decrescente). (COBO e BATANERO, 2000, p.7).

Quanto às propriedades estatísticas, são as que aparecem quando se considera a mediana como uma medida de posição central.

1. É uma medida de tendência central, embora possa não coincidir com o centro dos dados ordenados.

2. A mediana é um representante valor típico de um coletivo e proporciona informação global sobre a população.

3. Com dados estatísticos resistentes, pequenas flutuações na amostra não alteram seu valor.

4. Numa distribuição simétrica a mediana coincide com a média e a moda (em distribuições unimodais).

5. Se a distribuição é assimétrica à direita, a ordem em que aparecem é moda-mediana-média, e se é assimétrica à esquerda, a ordem é media-mediana-moda (para distribuições unimodais).

6. Se a distribuição é assimétrica, é preferível a mediana do que a média como medida de tendência central.

7. Existe mediana em distribuições nas quais os dados são ordinais.

8. É preferível a mediana em distribuições com dados agrupados em intervalos em que ao menos um é aberto. (COBO e BATANERO, 2000, p.7).

Cobo e Batanero verificaram nesse trabalho a grande dificuldade encontrada pelos alunos no tratamento da mediana, principalmente se combinada com os percentis, iniciando a partir desses resultados uma investigação orientada para avaliar a dificuldade real de compreensão do tema.

Em síntese, esses trabalhos ajudarão na complementação do quadro teórico, já delineado anteriormente no item 1.3 deste trabalho, seja para guiar a construção de atividades a serem desenvolvidas nas oficinas, seja na análise dos dados nelas coletados.

Um estudo mais aprofundado sobre os conceitos e as características da mediana será apresentado no capítulo seguinte.

2 CONCEITOS ESTATÍSTICOS ELEMENTARES

Abordaremos neste capítulo alguns conceitos de Estatística que os professores de Matemática precisam trabalhar, visando desenvolver a alfabetização e o raciocínio estatístico de seus alunos.

De acordo com os PCN+, os conteúdos e as habilidades propostos para as unidades temáticas a serem desenvolvidas no bloco “análise de dados” são:

> - Estatística: descrição de dados; representações gráficas; análise de dados; médias, moda e mediana, variância e desvio padrão.
> - Identificar formas adequadas para descrever e representar dados numéricos e informações de natureza social, econômica, política, científico-tecnológica ou abstrata.
> - Ler e interpretar dados e informações de caráter estatístico apresentados em diferentes linguagens e representações, na mídia ou em outros textos e meios de comunicação.
> - Obter médias e avaliar desvios de conjuntos de dados ou informações de diferentes naturezas.
> - Compreender e emitir juízos sobre informações estatísticas de natureza social, econômica, política ou científica apresentadas em textos, notícias, propagandas, censos, pesquisas e outros meios. (BRASIL, 1999, p. 42-43).

O desenvolvimento da leitura e da interpretação de dados, juntamente com a capacidade de ler e interpretar dados dispostos em tabelas ou gráficos, bem como o desenvolvimento de estratégias para resolução de problemas do cotidiano e a utilização de suas próprias palavras para argumentar criticamente informações em diversos meios são habilidades condizentes com um nível de alfabetização (letramento científico) e com o raciocínio estatístico (processos de raciocínio integrados).

Com o objetivo de definir e explicitar a concepção a ser adotada em nossa pesquisa, iniciamos por um breve levantamento sobre a concepção de Estatística encontrada em alguns livros destinados ao Ensino Superior.

Escolhemos esses livros por acreditarmos serem mais próximos do “saber científico” do que os livros didáticos para a Escola Básica. Ou seja, eles refletem os resultados da transposição didática, mas estão mais próximos do saber construído pelos estatísticos e pelos cientistas.

Começamos por citar Pereira (1997, p.8), para quem “a estatística pode ser considerada a tecnologia da ciência, auxiliando as pesquisas desde o seu planejamento até a sua interpretação”.

Já em Triola (1999, p.2), encontramos a seguinte concepção: “a estatística é uma coleção de métodos para planejar experimentos, obter e organizar dados, resumi-los, analisá-los, interpretá-los e por fim extrair conclusões”.

Esses autores definem Estatística como algo além de uma técnica de coleta e apresentação de dados, mas também como uma modelagem (probabilidade e processos estocásticos), bem como análise indutiva (inferência: testes e estimação) e previsão e controle (verificação).

Também Vieira (2003, p.1) define a Estatística não apenas como uma coleção de números, embora se utilizem como base as medidas ou as observações na forma numérica.

Já Magalhães e Lima (2005) traduzem a Estatística como um conjunto de técnicas que permite, de forma sistemática, organizar, descrever, analisar e interpretar dados oriundos de estudos ou experimentos realizados em qualquer área do conhecimento.

Segundo Moore (1992, apud CAMPOS, 2007), a Estatística é a ciência dos dados. Com mais precisão, o objeto da Estatística é o raciocínio com base em dados empíricos, que não são simplesmente números, mas sim números em contexto. Essa definição,adotada também por Campos (2007), será assumida em nossa pesquisa.

Nessa acepção do termo “Estatística”, e visando construir situações que propiciem efetivamente o desenvolvimento do raciocínio estatístico a partir da apreensão da variabilidade, é importante que os dados observados sejam efetivamente necessários para resolver o problema proposto, conforme afirma Gal (2002). .

Importa também explicitar que os conceitos de medidas resumo, tais como média, mediana, quartis e amplitude serão desenvolvidos dentro das atividades, buscando identificar as possíveis dificuldades encontradas e as prováveis interferências que serão necessárias.

Após coletadas todas as informações e devidamente organizado o banco de dados, inicia-se a Análise Exploratória de Dados. De acordo com Batanero, Estepa e Godino (1991), a análise exploratória de dados é uma filosofia que consiste

> no estudo dos dados a partir de todas as perspectivas e com todas as ferramentas possíveis, incluindo as já existentes. O propósito é extrair toda a informação possível, gerar novas hipóteses no sentido de construir conjecturas sobre as observações que dispomos. (ibid., p.2).

Esses autores afirmam que é de fundamental importância uma análise mais detalhada para que o pesquisador possa familiarizar-se com os dados, obtendo assim as informações necessárias a partir deles, que o auxiliarão a responder a questão de pesquisa.

A análise exploratória era limitada tradicionalmente aos cálculos de algumas medidas de posição e dispersão. No final da década de 1970, John Tukey desenvolveu uma nova corrente de análise, baseando–se em técnicas visuais: descrevem-se, quase sem realizar cálculos, algumas formas de regularidades ou padrões nos dados, em oposição aos resumos numéricos. Neste ponto, trabalha-se o uso de tabelas, gráficos, medidas resumo, descrevendo a tendência dos dados que quantifiquem e exponham a sua variabilidade, facilitando a percepção de estruturas interessantes e valores atípicos no banco de dados.

Segundo Batanero, Estepa e Godino (1991), o trabalho com a filosofia da analise exploratória apresenta as seguintes particularidades:

- Geração de situações de aprendizagem contextualizadas de maneira que os assuntos sejam do interesse dos alunos.
- Devem ter um forte apoio das representações gráficas, para que se possa desenvolver a percepção da variabilidade nos dados observados.
- Utilizar preferencialmente as estatísticas de ordem.
- Manusear diferentes escalas de categorização das variáveis para o estudo dos dados observados.
- Evitar ferramentas matemáticas complexas. (ibid, p.2-3).

De um ponto de vista didático, as pesquisas na área mostram que o pensamento e o raciocínio estatístico se constroem a partir de uma problematização feita pelo sujeito. Dessa forma, os dados são uma necessidade

para resolver o problema proposto. Isso reforça a concepção de Estatística como a ciência do número em contexto, tal como apresentamos no capítulo anterior.

Iniciamos neste ponto uma descrição dos conceitos necessários para o desenvolvimento deste trabalho, ligados à coleta, à organização e à representação dos dados e às medidas resumo. Estas medidas são: média, desvio-padrão, moda, mediana e quartis. Trabalharemos a variabilidade pelo estudo da associação entre média e desvio-padrão e entre a mediana e quartis, ou seja, pela associação entre conteúdos próprios à Estatística Descritiva, acessíveis cognitivamente desde o final do Ensino Fundamental.

Passaremos agora a algumas definições, visando o início do desenvolvimento do raciocínio estatístico. Primeiramente, analisaremos a diferença entre população e amostra.

Segundo Barbeta (2003), população é o conjunto de elementos que formam o nosso universo de estudo e que são possíveis de serem observados. Já uma amostra é uma parcela dessa população, ou seja, um subconjunto da população que se estuda, a fim de tirar conclusões a seu respeito. Por exemplo, ao estudarmos as alturas dos alunos de uma determinada turma do 7º ano de uma escola da rede pública, se tomarmos como objetivo o estudo dessa turma específica, então ela constituirá a população. Nesse caso, qualquer agrupamento possível com alunos dessa turma constituirá uma amostra.

No entanto, se o objetivo for estudar todos os alunos do 7º ano dessa escola (população), uma turma específica será agora considerada uma amostra, ainda que não aleatória.

Nesse sentido, diz-se que uma amostra é aleatória quando todos os elementos da população têm a mesma probabilidade de serem sorteados para a composição da amostra.

Outro conceito importante é o de variável estatística: é a característica que se quer observar nos elementos da população. Ela pode ser qualitativa (nominal ou ordinal) ou quantitativa (discreta ou contínua). A variável qualitativa nominal descreve uma qualidade, mas sem estabelecer níveis de hierarquia. Por exemplo, gênero (masculino ou feminino), time de futebol favorito, cidade de origem, etc. O mesmo não ocorre com a variável qualitativa ordinal, que também descreve uma

qualidade, mas respeitando níveis de hierarquia. Podemos citar como exemplos os níveis de escolaridade, a classe socioeconômica, o grau de aceitação expresso em uma escala (concordo plenamente, concordo, discordo, discordo plenamente), dentre outros.

Já as variáveis quantitativas indicam quantidades expressas numericamente. As variáveis quantitativas discretas são aquelas pertencentes a um conjunto de valores que admite uma relação biunívoca com o conjunto dos números naturais, ou seja, é um conjunto enumerável. De maneira simplificada, pode-se dizer que entre dois elementos consecutivos não podemos inserir nenhum outro elemento do conjunto. Barbeta (2003) define tais variáveis como as que podem ser listadas. As variáveis quantitativas contínuas, porém, são as que podem assumir qualquer valor em um intervalo real, ou seja, são aquelas quantitativas que não são discretas.

O conjunto de valores assumidos por uma variável estatística pode ser representado por uma listagem simples, que respeite apenas a ordem de coleta. É o que se chama “conjunto de Dados Brutos”. Se alguma ordenação é feita (variáveis ordinais ou quantitativas), o conjunto aí representado chama-se Rol ou série de Rol.

Uma outra forma possível de organização dos dados se faz por uma “Distribuição de Freqüências”.

Uma distribuição de freqüências é uma função empírica que associa, a cada valor assumido pela variável, o número de vezes que esse valor é observado, ou seja, a freqüência absoluta desses valores. Ela pode ser representada de diversas formas, assim como uma função matemática: tabelas, diagramas, gráficos, etc. As freqüências também podem ser expressas em porcentagens, ao que chamamos “freqüência relativa”, que indica as proporções observadas no conjunto de dados estudado.

Uma tabela é uma representação numérica, segundo Vieira (2008), e nela, de acordo com a (ABNT), devem constar o título, o cabeçalho, o corpo, os totais e a fonte, conforme o exemplo seguinte:

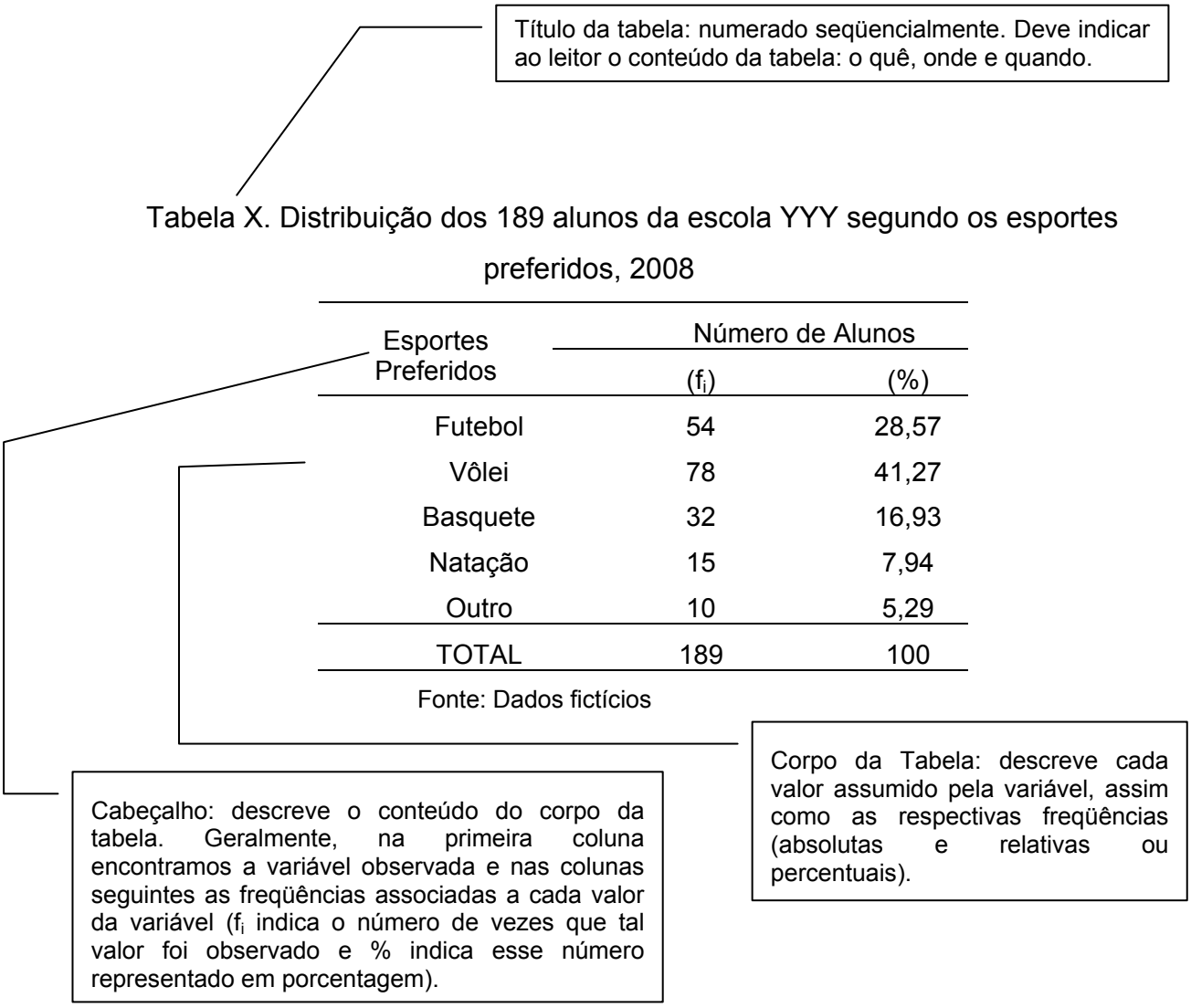


Figura 1: Ilustração dos elementos de uma Tabela de Distribuição de Freqüências

Ainda segundo as normas vigentes da ABNT, uma tabela não deve possuir linhas verticais em sua grade, e as linhas horizontais limitam apenas o cabeçalho e os totais.

Quanto à representação gráfica ou por diagrama, temos, para variável qualitativa:

- Setores
- Colunas
- Barras (ou colunas horizontais)

O gráfico de setores é recomendado para variáveis qualitativas e sua construção manual necessita dos conceitos de ângulos, porcentagem e proporcionalidade.

Por exemplo: dada a tabela 2, o gráfico de setores correspondente será construído da seguinte maneira: deve-se determinar qual a proporção do círculo correspondente a cada uma das freqüências observadas. Essa proporção é determinada usualmente em relação ao ângulo central do círculo.

Tabela 2: Distribuição dos alunos quanto ao gênero

Gênero	Quantidade de pessoas
Masculino	15
Feminino	30
Total	45

Assim, se, no círculo completo, o ângulo central corresponde a 360°, qual ângulo corresponderá a $\frac{15}{45}$ desse círculo?

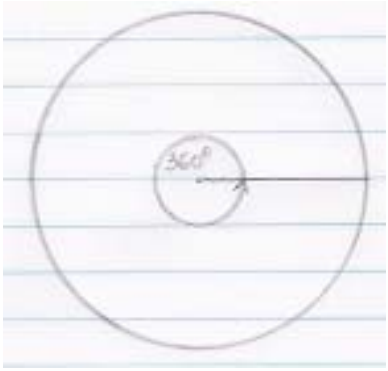


Figura 2: Círculo e ângulo central

Uma forma de resolver o problema proposto é pelo uso de uma regra de três simples.

ângulo	freqüência
360°	45
α	15

de onde: $\alpha = \frac{360 \,.\, 15}{45}$

$$\alpha = 120°$$

Ou seja:

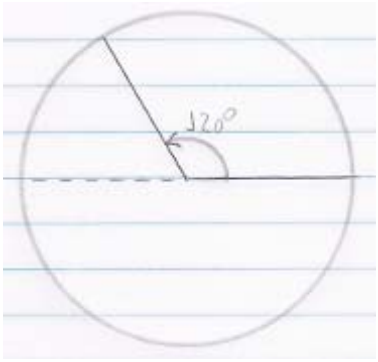


Figura 3: Representação do ângulo de 120° ou $\frac{15}{45}$ de 360°

Dessa forma, se o gênero masculino representa $\frac{15}{45}$ do total observado (população ou amostra), o setor circular que o representa deve corresponder a $\frac{15}{45}$ de 360°, ou seja, deve ser igual a 120°.

Como este diagrama evidencia mais as relações do tipo parte/todo, é usual, em Estatística, representar os dados por sua freqüência relativa (representação percentual).

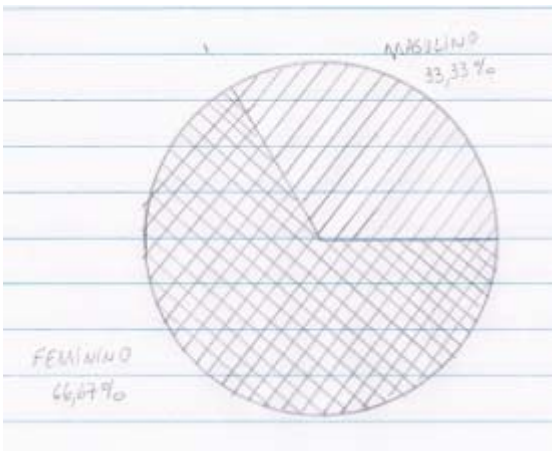


Gráfico 1: Exemplo de diagrama de setores ilustrando a distribuição dos alunos segundo o gênero.

Podemos ainda construir esse gráfico com o auxílio de ferramentas computacionais, como uma planilha eletrônica.

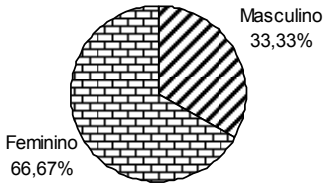


Gráfico 2: Exemplo de diagrama de setores ilustrando a distribuição dos alunos segundo o gênero, com auxílio do Excel.

Para o gráfico de colunas, o eixo vertical representa as freqüências absolutas (ou relativas) e o eixo horizontal representa as categorias da variável. O gráfico de barras ou colunas horizontais é similar, invertendo os eixos coordenados. Esses dois gráficos evidenciam mais as relações entre as partes.

Um recurso didático para introduzir o gráfico de colunas/barras para variável qualitativa é o uso de malha quadriculada, respeitando-se o espaço entre duas colunas/barras.

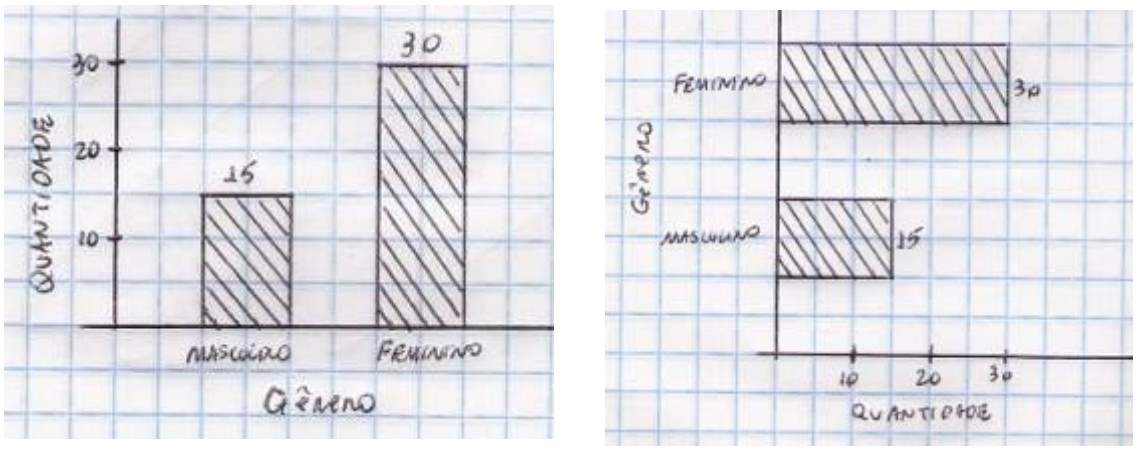


Gráfico 3: Gráfico de barras e colunas ilustrando a distribuição dos alunos quanto ao gênero

No Excel temos:

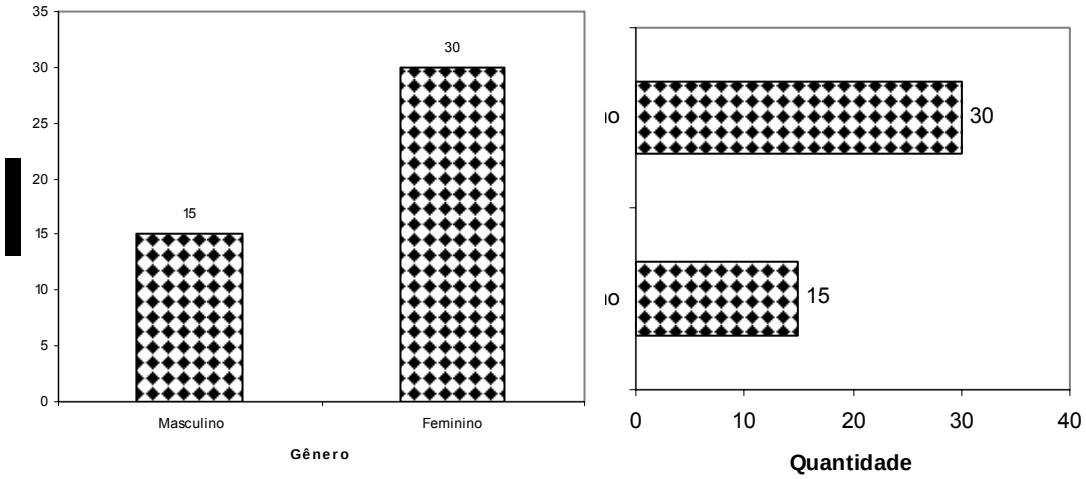


Gráfico 4: Gráfico de barras e colunas ilustrando a distribuição dos alunos quanto ao gênero, com auxílio do Excel.

Quanto à representação gráfica ou por diagrama, para variável quantitativa, temos:

- Dot-Plot
- Diagrama de ramos e folhas
- Colunas e barras
- Bastão
- Histograma

Para o Dot-plot, traçamos uma reta numerada e nela colocamos cada valor representado por um ponto. Esse tipo de gráfico é muito utilizado para o estudo da distribuição da variável, assim como para representação da mediana e dos quartis, além de facilitar a construção do Box-plot que será apresentado mais adiante.

Para exemplificar, utilizaremos os seguintes dados, que representam as notas de Matemática dos alunos do 1º ano A de uma escola pública da cidade de São Paulo.

1,0; 9,5; 8,0; 2,0; 2,0; 1,5; 1,0; 5,0; 3,5; 3,5; 7,0; 7,0; 7,0; 7,5; 7,5; 8,0; 8,5; 8,5; 9,0; 2,5; 2,5

Gráfico 5: Dot-plot das notas dos alunos do 1º A.

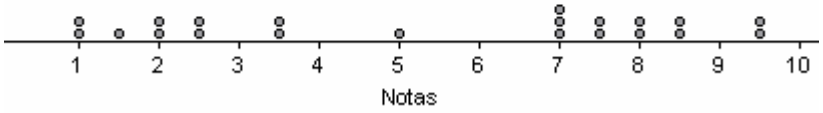


Gráfico 6: Dot-plot das notas dos alunos do 1º A, construído com auxílio do *software* FATHOM.

Com auxílio dessa representação, pode-se fazer uma primeira análise, visual, do conjunto observado, buscando responder às seguintes questões: quais os valores extremos? Qual o intervalo de variação? Existe concentração dos dados em algum ponto?

Já o diagrama de ramos-e-folhas, que é utilizado para representação de distribuição de variáveis quantitativas, fornece-nos, além da distribuição gráfica, uma visualização dos valores que estão sendo estudados.

Sua construção é simples e segue o seguinte procedimento, segundo Batanero, Estepa e Godino (1991):

> Devemos “formatar” os dados para o mesmo número de dígitos.
>
> Ordena-se do menor para o maior valor.
>
> Separamos, a partir da esquerda, um ou mais dígitos de cada dado, segundo o número de linhas que se quer obter, não ultrapassando 12 ou mais linhas. Cada valor é escrito um abaixo do outro, traçando uma linha à direita dos números escritos. Estes algarismos constituem o “tronco” ou “ramo”.
>
> Para cada dado original pegamos o dígito escrito no tronco e à direita deles escrevemos os algarismos que restam. Estes algarismos formam as “folhas”. (ibid, p.4)

Para esta composição, utilizaremos o mesmo exemplo da página 48, ou seja, o conjunto das notas de Matemática dos alunos do 1º ano A.

Como podemos observar, os dados já estão formatados com dois dígitos (parte inteira e uma casa decimal); resta, então, ordená-los, obtendo o seguinte rol:

1,0; 1,0; 1,5; 2,0; 2,0; 2,5; 2,5; 3,5; 3,5; 5,0; 7,0; 7,0; 7,0; 7,5; 7,5; 8,0; 8,0; 8,5; 8,5 9,5; 9,5

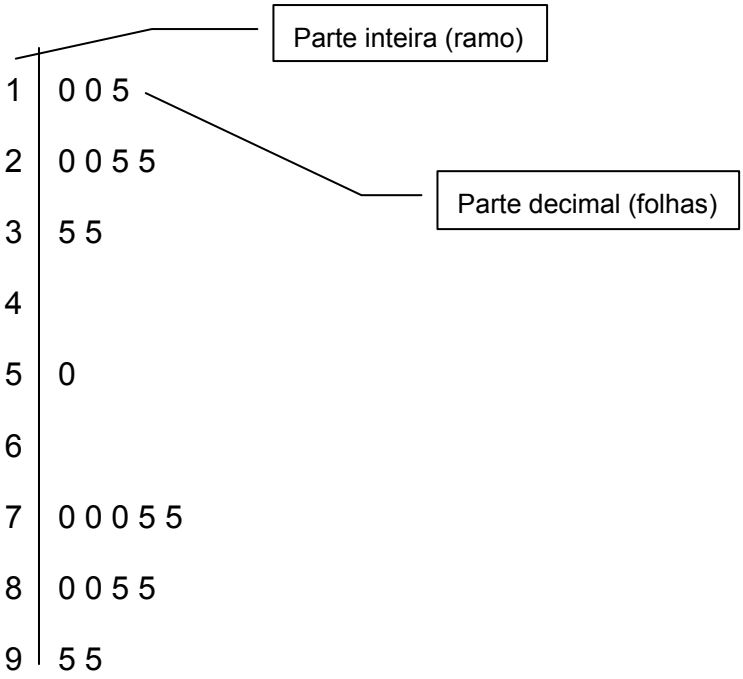


Gráfico 7: Diagrama de ramos-e-folhas das notas dos alunos do 1ºA.

Observando o gráfico 7, podemos verificar que alguns “ramos” não têm “folhas”; isso significa que não há notas correspondentes a esses valores.

Para a variável quantitativa discreta, utilizaremos como exemplo o número de filhos dos empregados do departamento comercial de uma empresa fictícia, conforme tabela 3.

Tabela 3: Distribuição dos empregados do departamento comercial, segundo o número de filhos.

Número de filhos	Número de empregados
0	5
1	6
2	3
3	3
4	2
5	1
Total	20

A representação destes dados é feita através do gráfico de bastões.

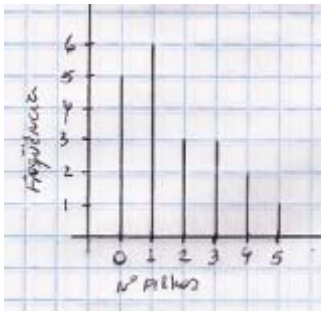


Gráfico 8: Distribuição dos empregados do departamento comercial, segundo o número de filhos.

Para variáveis quantitativas contínuas, utilizamos a divisão dos dados em classes, cujas amplitudes podem ser determinadas pela observação do diagrama de ramos e folhas, pela regra da raiz[4], pela regra de Sturges[5] ou outro tipo de agrupamento que seja conveniente para o pesquisador.

Apresentamos, abaixo, um exemplo que será utilizado também para a construção do histograma, para o qual escolhemos uma amplitude de classes igual a 6 unidades (6 anos).

Tabela 4: Distribuição de 292 professores em classes, quanto à idade, em anos completos

idade	nº pessoas
[20;26[	25
[26;32[	37
[32;38[	73
[38;44[	83
[44;50[	42
[50;56]	20
[56;62[	12
total	292

[4] Regra da raiz: o número de classes pode ser estimado pela raiz quadrada do número de elementos, ou seja, k $\cong \sqrt{n}$.

[5] Regra de Sturges: k $\cong 1 + 3{,}3 \log n$

Sua representação gráfica é dada por um histograma — um gráfico de barras contíguas, adequado para representar variáveis quantitativas contínuas, sendo suas bases proporcionais à amplitude dos intervalos das classes e as alturas dos retângulos proporcionais à respectiva freqüência. Podem-se utilizar tanto as freqüências absolutas (f_i), como a relativa (%), no eixo vertical.

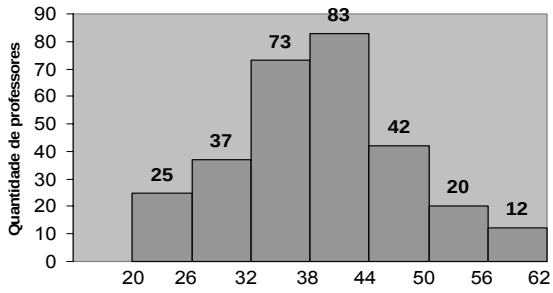


Gráfico 9: Distribuição de 292 professores quanto à idade, em anos completos

Podemos ainda representar os dados por meio de um polígono de freqüências, que tem por objetivo evidenciar a evolução da variável observada. Para obter tal representação, devemos acrescentar uma classe no início da distribuição e outra no final, a fim de garantir a equivalência entre as duas representações gráficas, ou seja, entre o histograma e o polígono de freqüências. Essa equivalência é dada pela igualdade entre as medidas das áreas determinadas seja pelo histograma (soma das áreas dos retângulos), seja pelo polígono (área compreendida pela curva e pelo eixo horizontal). Devemos utilizar o ponto médio das classes na abscissa e, como ordenada, a freqüência observada dessa classe, unindo esses pontos por um segmento de reta, obtendo o gráfico 10.

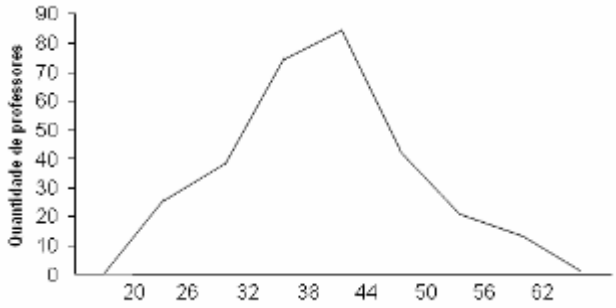


Gráfico 10: Polígono de freqüências da distribuição de 292 professores quanto à idade, em anos completos

Iniciaremos agora um estudo das medidas resumo:

- Amplitude total
- Média e desvio padrão
- Mediana e quartis
- Moda

Graham (2006) assinala que as medidas resumo servem para se ter uma idéia do comportamento da distribuição. Sendo assim, podem exprimir uma aproximação sem perda da qualidade da análise.

Neste trabalho, o foco é o estudo da variação pela análise da mediana e dos quartis; logo, não apresentaremos as demais medidas (média, desvio padrão e moda). Um estudo bastante aprofundado dessas medidas foi feito em Silva, C. B. (2007).

Trataremos agora do estudo matemático e didático da mediana e dos quartis.

Os quartis são medidas que nos fornecem muitas informações necessárias para tomar decisões. São valores de uma série ordenada, que a dividem em quatro partes com o mesmo número de elementos. Existem três quartis: o primeiro quartil (Q1) é o valor que faz com que 25 % das observações sejam menores ou iguais a ele; o segundo quartil (Q2) é o valor que faz com que 50% das observações sejam menores ou iguais a ele e coincide com a mediana. Por fim o terceiro quartil (Q3) é o valor que faz com que 75 % das observações sejam menores ou iguais a ele. Este esquema pode ser visto na figura 4.

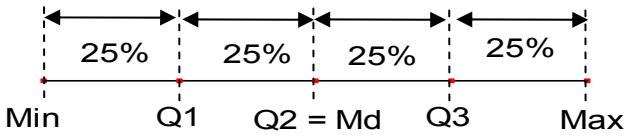


Figura 4: Esquema gráfico da mediana e dos quartis

Segundo Cobo e Batanero (2000), existem diferentes definições da mediana, usadas nos textos do ensino secundário:

1. Se supusermos ordenados do menor para o maior todos os valores de uma variável estatística, chama-se de mediana o valor de uma

> variável, tal que existam tantos dados com valores da variável superiores ou iguais como inferiores ou iguais a ele.
>
> 2. A mediana é o valor da variável estatística que divide em duas partes iguais os indivíduos da população supostamente ordenada por valores crescentes.
>
> 3. A mediana é o valor da variável estatística, tal que a ordem do diagrama acumulativo de freqüências absolutas seja igual a n/2, sendo n o número de dados.
>
> 4. A mediana é o valor da variável estatística, tal que a ordem da representação gráfica das freqüências acumuladas seja igual a ½ (tradução nossa, p.2).

Destacaremos, a seguir, algumas maneiras de calcular a mediana, conforme estas autoras.

> Em dados não tabulados, observamos a quantidade de dados; se for ímpar, a mediana será o termo central, supondo que os dados estejam ordenados. Por exemplo, na série 1,4,6,5,8,2,3, temos, como mediana, 4. Já para o caso em que o número de dados é par, devemos fazer uma média aritmética entre os valores centrais, podendo obter como mediana um valor que não consta dos dados. Por exemplo, na série 2,5,8,7,9,4, temos, como mediana, 6.
>
> Quando tivermos dados não agrupados em intervalos, as freqüências não acumuladas absolutas e relativas se definem num conjunto de valores discretos, que é o conjunto de valores da variável. Já as freqüências acumuladas definem-se num intervalo contínuo de valores que é o conjunto dos reais. Por isso, enquanto a representação gráfica de dados não acumulados é um gráfico discreto, agora nos encontramos com um gráfico de uma função de variável real.
>
> Este tipo de gráfico pode não ter sido trabalhado com os alunos no tema sobre funções, trazendo com isso algumas dificuldades na sua apresentação.
>
> Para a construção do gráfico, consideram-se constantes os valores da variável entre um valor e outro da variável estatística. Esta etapa é bastante difícil para a compreensão dos alunos.
>
> Depois de construído o gráfico, procedemos ao cálculo da mediana. Para isso, basta saber que a freqüência acumulada que corresponde à mediana deve ser igual a n/2, ou seja, a freqüência relativa acumulada deve ser igual a ½.
>
> Para dados agrupados em intervalos, implica trabalhar com valores aproximados, ao invés dos dados originais.
>
> Com dados agrupados em intervalos trabalha-se com aproximações, e por isso os valores obtidos nos cálculos estatísticos, como por exemplo, a mediana, serão valores aproximados. Essa aproximação varia de acordo com a amplitude dos intervalos de classe e é uma fonte de dificuldades para os alunos, que estão acostumados a obter uma única solução.

> É preciso também interpretar o significado das freqüências, que agora se referem a intervalos e não a valores isolados. Se os dados estão agrupados em classes, devemos calcular as freqüências acumuladas das classes, começando o processo obtendo a classe mediana. Feito isso, representamos o polígono acumulativo de freqüências e, na seqüência, determinamos gráfica e analiticamente o valor da variável cuja freqüência acumulada é n/2, sendo esse valor a mediana.
>
> Para dados apresentados em um diagrama de ramos e folhas, devemos efetuar uma recontagem desde o ramo menor (para cima), anotando o número de folhas de cada ramo e acumulando-o aos anteriores, até que se supere o valor de n/2, sendo n o número total de dados; é nesse momento que recomeça o mesmo processo, mas do ramo maior (para baixo), até que se supere n/2, como anteriormente. A mediana será encontrada no ramo cuja contagem supera n/2 e será o termo central dos valores da distribuição. (Tradução nossa, p.3-5).

Langford (2006), em seu artigo, conta-nos que existem pelo menos 15 maneiras diferentes de determinar os valores do quartil superior e do quartil inferior, dependendo do contexto e da ferramenta que se utiliza. Este autor examina algumas dessas maneiras e propõe um novo método que tem rigor estatístico e é de fácil aplicação.

Para a discussão dos métodos, Langford (2006) adotou a seguinte definição:

> A mediana é aquele número que deixa pelo menos metade dos valores de dados até aquele número, ou abaixo, e pelo menos metade dos valores de dados até aquele número, ou acima; se mais do que um tal número existir, haverá um intervalo inteiro entre eles, e a mediana é o ponto médio deste intervalo. (Tradução nossa, p.3).

Este autor descreveu e avaliou 15 métodos diferentes, que podem ser encontrados no *Journal of Statistics Education*, volume 14, number 3 (2006), e destacou o método “CDF” como o que melhor se aproxima da idéia de que o quartil inferior “deixa 25% abaixo e 75% acima” e, analogamente, para o quartil superior.

Após a avaliação desses métodos, Langford (2006) sugere o seguinte:

> Divida o conjunto de dados em duas metades, uma superior e outra inferior. Se n é ímpar, inclua ou exclua a mediana nas metades; assim, cada metade terá um número par de elementos. Os quartis superior e inferior serão, então, as medianas das metades superiores e inferiores, respectivamente. (Tradução nossa, p.18).

É importante deixar claro que, após a escolha do método a ser utilizado, deve-se trabalhar sempre com ele, para que não haja distorções nos resultados e nas análises. Esse método será o empregado em nosso trabalho, pois apresenta

uma aparente facilidade de aplicação pelos alunos, uma vez que a divisão por quatro é diretamente relacionada com o conceito de quartis.

Para representar essas medidas resumo, podemos utilizar o gráfico Dot-plot, indicando o primeiro quartil (Q_1); o segundo quartil (Q_2), que coincide com a mediana (Md); e o terceiro quartil (Q_3), que nos fornece um resumo das notas (notas dos alunos do 1º A, apresentadas na página 48).

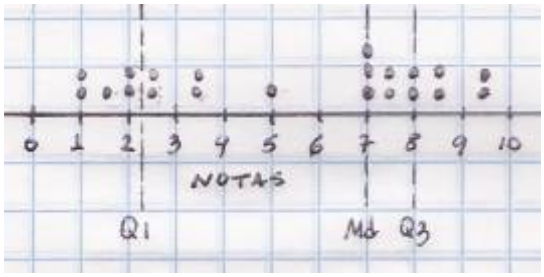


Gráfico 11: Dot-plot das notas dos alunos do 1º A e os valores da mediana e dos quartis.

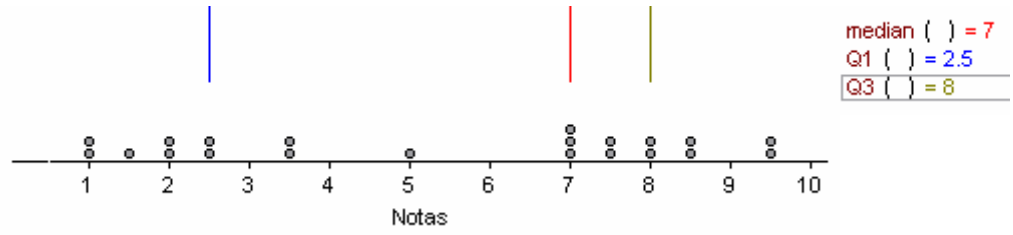


Gráfico 12: Dot-plot das notas dos alunos do 1º A e os valores da mediana e dos quartis, com auxílio do *software* FATHOM.

Outra forma de representar essas medidas resumo é utilizar o gráfico de caixa ou Box-plot, que necessita de cinco pontos para sua construção: mínimo, primeiro quartil, mediana, terceiro quartil e máximo. O procedimento deve ser o seguinte, de acordo com Batanero, Estepa e Godino (1991):

> Primeiro traçamos uma linha vertical ou horizontal, de comprimento proporcional ao trajeto da variável, chamado de eixo. Devemos ter nos extremos o mínimo e o máximo da distribuição (adotaremos o mesmo exemplo apresentado no caso do diagrama de ramos-e-folhas) que, no nosso caso, será 1,0 e 9,5.
>
> Paralelamente ao eixo devemos construir uma "caixa" retangular dom altura qualquer e largura entre o primeiro quartil (Q_1) e o terceiro quartil (Q_3). Deve-se notar que esta "caixa" indica graficamente o intervalo de variação de 50% dos valores centrais na observação dos dados. No nosso exemplo esses valores estão entre 2,5 e 8,0.

> A “caixa” fica dividida em duas partes, ao traçarmos uma linha na altura da mediana que, em nosso exemplo, é 7,0; portanto, temos em cada uma das duas partes 25% dos dados observados, ou seja, 25% dos alunos têm notas entre 2,5 e 7,0 e 25% têm notas entre 7,0 e 8,0. (ibid, p.7).

Abaixo temos o gráfico 13, que ilustra o exposto acima:

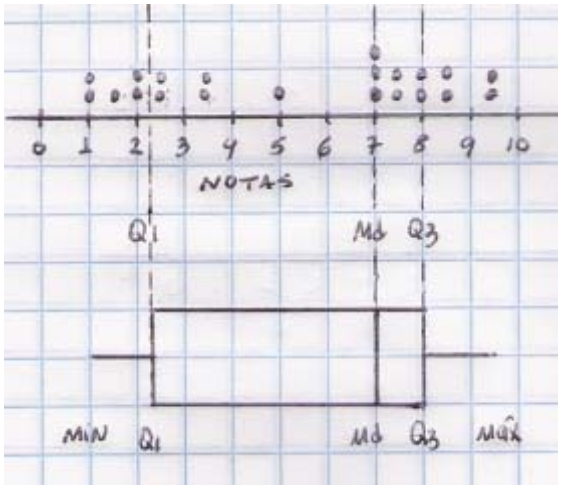


Gráfico 13: Dot-plot e Box-plot das notas dos alunos do 1º A.

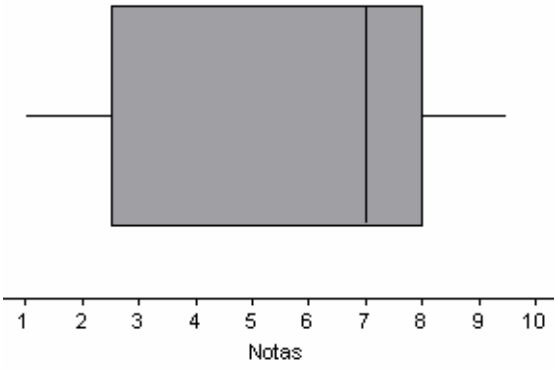
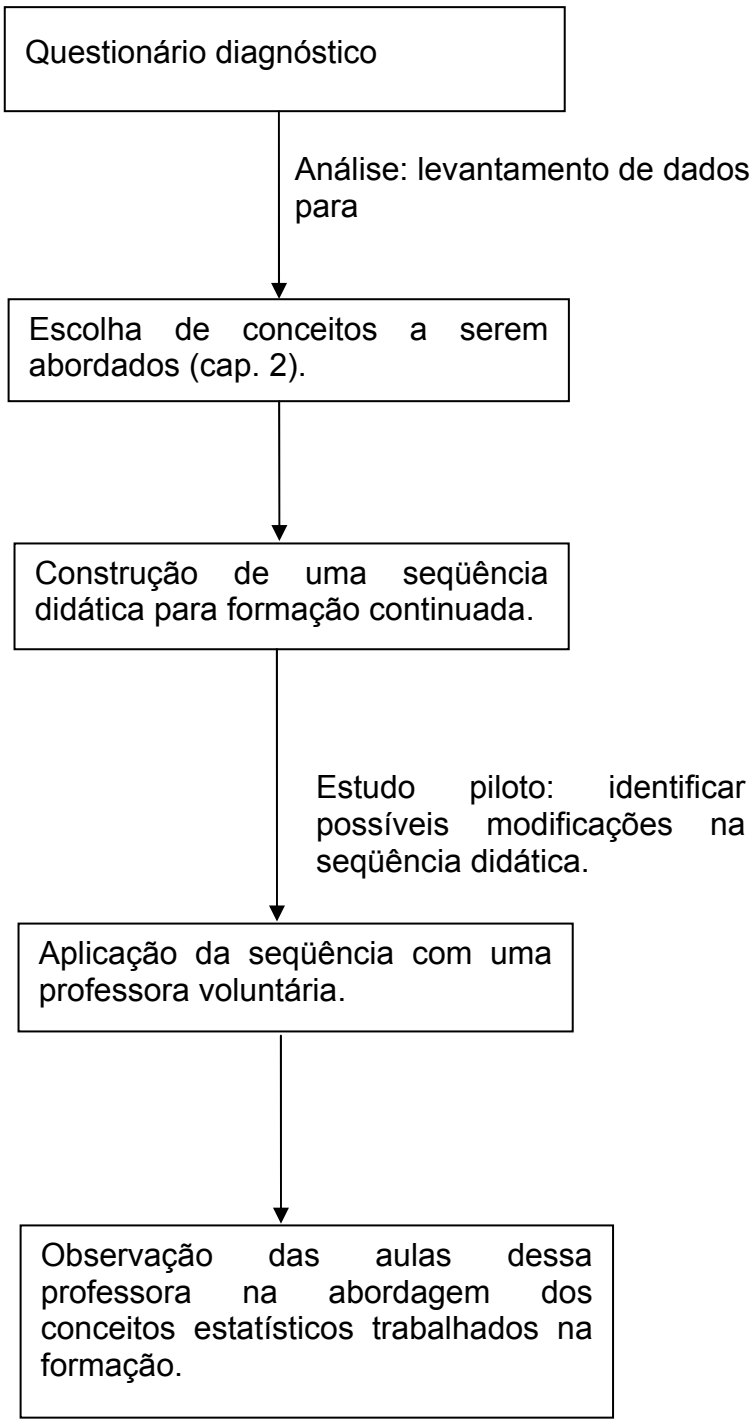


Gráfico 14: Box-plot das notas dos alunos do 1º A, construído com auxílio do *software* FATHOM.

Em nosso trabalho utilizaremos apenas os gráficos Dot-plot e Box-plot, uma vez que mostram com mais apelo visual um resumo dos dados que serão utilizados para uma futura análise envolvendo os conceitos de mediana e quartis.

3 PARTE EXPERIMENTAL

Tal como foi apresentado anteriormente neste texto, a parte experimental de nossa pesquisa foi organizada da seguinte maneira:



A primeira etapa de nossa parte experimental foi composta por um questionário diagnóstico, que visou levantar informações sobre os níveis de alfabetização e raciocínio estatístico dos professores pesquisados, para que posteriormente pudéssemos construir uma seqüência didática a ser usada em uma formação continuada.

3.1 Análises do questionário diagnóstico

A atividade proposta foi desenvolvida pelo grupo Pea-Estat da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP) e é organizada em três partes.

Na primeira parte buscamos a caracterização do professor pesquisado, ou seja, a determinação do perfil do entrevistado. As características definidas são: gênero (masculino ou feminino); idade em anos completos; tempo que lecionou ou leciona Matemática no Ensino Fundamental e/ou Médio em anos completos, tipo de graduação, outros cursos concluídos e outros cursos em andamento.

As questões foram apresentadas da seguinte forma:

Parte A – Perfil

A1. Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino

A2. Idade (em anos completos):

A2A. ( ) 21 a 28 anos

A2B. ( ) 29 a 33 anos

A2C. ( ) 34 a 40 anos

A2D. ( ) 41 a 50 anos

A2E. ( ) mais de 50 anos

A3. Tempo que leciona ou lecionou Matemática no Ensino Fundamental e/ou Médio (em anos completos):A3A. ( ) até 3 anos

A3B. ( ) 4 a 6 anos

A3C. ( ) 7 a 18 anos

A3D. ( ) 19 a 30 anos

A3E. ( ) 31 a 40 anos

A4. Tipo de graduação que você concluiu (pode assinalar mais de uma resposta):

A4A. ( ) Licenciatura Curta em Matemática

A4B. ( ) Licenciatura Plena em Matemática

A4C. ( ) Bacharelado em Matemática

A4D. ( ) Outro curso superior (qual: _____)

A5. Outros cursos concluídos, além da graduação (pode assinalar mais de uma resposta):

A5A. ( ) Aperfeiçoamento

A5B. ( ) Especialização

A5C. ( ) Mestrado

A5D. ( ) Doutorado

A5E. ( ) Outro (qual: _____)

A6. Outros cursos em andamento (pode assinalar mais de uma resposta):

A6A. ( ) Aperfeiçoamento

A6B. ( ) Especialização

A6C. ( ) Mestrado

A6D. ( ) Doutorado

A6E. ( ) Outro (qual: _____)

Dando início à análise do perfil do professor entrevistado, verificamos que, dos 20 professores que responderam ao questionário diagnóstico, 10 são do gênero masculino e 10 do gênero feminino. Quanto à faixa etária na qual os professores se encontram, observamos a distribuição apresentada na Tabela 5:

Tabela 5: Distribuição dos professores entrevistados segundo as faixas etárias estabelecidas

Faixa etária (anos)	Número de professores
21 a 28	1
29 a 33	5
34 a 40	8
41 a 50	3
Mais de 50	3
Total	20

As faixas etárias foram estabelecidas a partir do trabalho de Sikes (1985, apud BOLÍVAR, 2002, p.59). Podemos perceber que 13 professores têm a idade variando entre 29 e 40 anos. Segundo a autora citada, existem duas fases identificadas nessa faixa. Primeiramente, dos 28 aos 33 anos: período de transição, de estabilização — tendo o professor a consciência de seu compromisso profissional — e, paralelamente, de questionamento sobre sua identidade, sobre seu modo de exercer a profissão no magistério. No período dos 33 aos 40 anos, o professor “baixa seu questionamento”; o envolvimento e a ambição com seu trabalho alcançam seu ponto mais elevado, em razão de sua autoconfiança.

Com relação ao tempo que leciona ou lecionou Matemática no Ensino Fundamental ou Médio (em anos completos) constatamos, pela tabela 6, que existem dois grandes grupos: até 6 anos de magistério (7 professores) e 7 anos ou mais de magistério (13 professores).

Tabela 6: Distribuição dos professores, segundo o tempo de magistério

Tempo que leciona (Anos completos)	nº professores
até 3	2
4 a 6	5
7 a 18	12
19 a 30	1
Total	20

Segundo Huberman (1990, apud BOLÍVAR, 2002), a faixa entre 7 e 18 anos de magistério é composta de professores que se comportam profissionalmente pela diversificação de concepções sobre idéias pedagógicas, transitando, por vezes, num ativismo sobre suas concepções e paralelamente ao redelineamento de sua postura profissional. Por ser uma fase em que a rotina do trabalho diário não traz grandes implicações nem expectativas profissionais, pode gerar a sensação de envelhecimento no oficio. Nesta fase o professor tenta estabelecer certo equilíbrio entre o sentido da vida e o do trabalho, vencendo a ansiedade, o estresse, a sensação de estar “queimado”, para que consiga perceber que o esforço valeu a pena.

Dos 20 professores respondentes, 15 cursaram Licenciatura Plena em Matemática, e dentre eles, quatro cursaram também o Bacharelado. Um professor cursou apenas Licenciatura Curta, um cursou apenas Bacharelado em Matemática; um outro cursou Processamento de Dados; outro, ainda, cursou Engenharia Mecânica; e um cursou Física.

Podemos observar que alguns dos professores respondentes estão buscando aperfeiçoamento profissional, realizando cursos como Especialização (um professor), Aperfeiçoamento (um professor), Mestrado (quatro professores). Nenhum está realizando Doutorado ou outros cursos.

A segunda parte do instrumento solicita ao professor que assinale o grau de concordância com algumas afirmações, conforme uma escala apresentada. Esta etapa visa identificar o discurso do professor sobre o desenvolvimento de aulas de Estatística, quando busca trabalhar os conceitos de Estatística Descritiva. Foi adaptada de Coutinho e Miguel (2007).

O conhecimento do discurso nos será útil para inferir a postura do professor diante da uma proposta pedagógica para o trabalho com esses conteúdos.

Parte B

Assinale seu grau de concordância com as afirmações abaixo, segundo a seguinte legenda:

Grau de concordância
1 – discordo totalmente
2 – discordo, mas não totalmente
3 – concordo, mas não totalmente
4 – concordo totalmente

Para planejar o desenvolvimento das aulas em qualquer nível de ensino, a fim de trabalhar conceitos de Estatística Descritiva, o professor deve:

Afirmações	Grau de concordância:			
B1. Possibilitar a geração de situações de aprendizagem contextualizadas em temas que sejam de interesse do aluno.	1	2	3	4
B2. Utilizar representações gráficas que, entre outros aspectos, podem facilitar a percepção da variabilidade em um conjunto de dados observados.	1	2	3	4
B3. Empregar, preferencialmente, as estatísticas de ordem (mediana, quartis, decis e percentis), que aportam maior facilidade na atribuição de significado pelo aluno.	1	2	3	4
B4. Não utilizar fórmulas que exijam manipulações matemáticas complexas, pois isso não é necessário para a aprendizagem da Estatística Descritiva.	1	2	3	4
B5. Considerar a necessidade de os alunos fazerem a coleta dos dados e a forma como esses dados podem ser produzidos.	1	2	3	4
B6. Considerar a compreensão das noções básicas de probabilidade.	1	2	3	4
B7. Considerar o estudo descritivo para a obtenção de inferências ou conclusões estatísticas.	1	2	3	4
B8. Utilizar calculadoras para agilizar o trabalho dos alunos.	1	2	3	4
B9. Utilizar *softwares* diversos para agilizar o trabalho dos alunos.	1	2	3	4
B10. Trabalhar simultaneamente com média, desvio padrão, mediana e quartis, juntamente com as representações gráficas e tabulares, visando à análise crítica dos dados.	1	2	3	4

As respostas dos professores indicam que 14 dos professores concordam totalmente e 5 concordam, mas não totalmente, que devamos gerar situações de aprendizagem contextualizadas em temas que sejam familiares aos alunos, buscando atingir um grau maior de interesse pelos conteúdos ministrados. Neste ponto, podemos esperar que os professores encontrem algumas dificuldades na busca de fontes para o preparo de suas aulas, pois os livros didáticos nem

sempre trazem esse tipo de contextualização. No entanto, vale destacar a atitude positiva diante da afirmação feita.

Também observamos que 13 dos professores concordam totalmente; 5 concordam, mas não totalmente; e apenas 1 discorda, mas não totalmente, que seja necessário utilizar representações gráficas. Sete dos professores também concordam totalmente; 10 concordam, mas não totalmente; e 2 discordam, mas não totalmente, que devamos empregar as estatísticas de ordem (mediana, quartis, decis e percentis). Vale ressaltar que, nos resultados observados, grande parte dos professores não encontrou a mediana e os quartis e não conseguiu analisar de forma correta o gráfico apresentado na atividade 2 da parte C deste mesmo questionário.

Com relação à utilização de fórmulas matemáticas complexas, temos 5 professores que concordam totalmente; 8 que concordam, mas não totalmente; 5 discordam, mas não totalmente; e 1 discorda totalmente que elas não sejam necessárias para a aprendizagem da Estatística Descritiva. Por sua vez, esses mesmos professores acreditam que seja necessária a utilização de calculadoras para agilizar os trabalhos dos alunos: 14 concordam totalmente; 4 concordam, mas não totalmente; e um discorda, mas não totalmente), o que indica uma predisposição para uma abordagem não tecnicista, não presa a cálculos, mas sim aos conceitos.

Verificamos também que 17 dos professores entrevistados concordam; um concorda, mas não totalmente; e um discorda, mas não totalmente que os alunos devam realizar a coleta dos dados e que seja necessário que eles saibam como produzir esses dados. Isso já é um avanço e converge para os resultados recentes de pesquisa na área de Educação Estatística. Portanto, isso significa que, nas oficinas que vamos desenvolver com os professores, devemos propor situações de pesquisa que possam ser trabalhadas por eles junto com seus alunos.

Outro dado importante é que 16 dos professores respondentes concordam totalmente e 3 concordam, mas não totalmente, que devamos considerar a compreensão das noções básicas de probabilidade, um tópico que consta dos programas oficiais da rede pública para o segundo ano do Ensino Médio. Vale dizer que neste instrumento não questionamos a posição desse conteúdo no

currículo, mas, contrariamente ao que consta no documento para o Ensino Médio da rede estadual de São Paulo, as pesquisas indicam que a probabilidade deve ser abordada desde as séries iniciais de escolaridade. Isso minimizaria a resistência causada por alguns obstáculos e dificuldades dos alunos e atenderia à recomendação dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental, que aconselham essa abordagem desde as séries iniciais.

Constatamos também que 11 dos professores concordam totalmente e 8 concordam, mas não totalmente, que o estudo descritivo para a obtenção de inferências ou conclusões estatísticas deva ser considerado. Com base nos resultados do questionário diagnóstico, observamos que uma grande maioria não foi capaz de realizar as tarefas pedidas no item C, deixando-as em branco ou realizando os cálculos de maneira errada e, quando os cálculos estavam corretos, não conseguiram argumentar sobre esses resultados. Logo, se eles não conhecem e não dominam os conceitos da Estatística Descritiva, como esperar que conheçam e avaliem condições para o trabalho com a Estatística Inferencial?

A utilização de *software* é quase uma unanimidade entre os professores: 12 concordam totalmente e 7 concordam, mas não totalmente, que sua utilização seja capaz de agilizar o trabalho dos alunos. Este resultado é coerente com aqueles observados em relação ao uso de calculadoras e indica-nos a predisposição dos professores para o uso de tecnologias no desenvolvimento de suas aulas. Este ponto também deverá ser considerado no preparo das oficinas para formação continuada.

Percebemos que os professores (19) concordam totalmente que devamos trabalhar simultaneamente com média, desvio padrão, mediana e quartis, juntamente com as representações gráficas e tabulares, visando à análise crítica dos dados. Os resultados do item C deste instrumento diagnóstico revelam que se faz necessário um instrumento que auxilie os professores no desenvolvimento das habilidades referentes ao uso das medidas de posição, visando alcançar um nível de raciocínio estatístico adequado para o trabalho com seus alunos.

A terceira parte é constituída pela situação-problema, que foi dividida em duas atividades.

Parte C:

Atividade 1: Em uma turma com 46 alunos, um professor decide formar vários grupos para que eles estudem as notas obtidas na prova. A idéia é discutir as conclusões parciais, a partir de um painel de resultados feito por cada grupo.

Grupo 1, com 12 alunos, deveria analisar suas notas: 6, 9, 4, 5, 7, 8, 9, 5, 0, 3, 5, 8.

Grupo 2, com 9 alunos, deveria analisar suas notas: 3, 5, 3, 8, 2, 1, 7, 8, 2.

Grupo 3, com 15 alunos, deveria fazer o mesmo com suas notas: 5, 4, 9, 4, 9, 7, 9, 0, 0, 6, 8, 2, 7, 3, 2.

Grupo 4, com 10 alunos, também deveria realizar a mesma tarefa, tomando por base suas notas: 2, 10, 8, 5, 9, 6, 3, 9, 3, 5.

As questões propostas para cada um dos grupos foram as seguintes:

a) Se existisse um prêmio para 25% dos alunos que tiraram as maiores notas do grupo, qual seria a menor nota a ser considerada?

b) E se fossem 50% dos alunos com as melhores notas?

c) Se é preciso encaminhar para reforço 25% dos alunos com as piores notas, qual a maior nota a ser considerada?

Faça um gabarito a ser usado pelo professor para corrigir as atividades de seus alunos (cada um dos grupos). Agora considere os dados abaixo, calculados a partir das 46 notas dos alunos. Como você explicaria para seus alunos a variação dessas notas, usando os valores indicados?

Medida	Valor
Média	5,282609
Desvio padrão	2,864829
Mediana	5
Primeiro quartil	3
Terceiro quartil	8
Valor máximo	10
Valor mínimo	0

Esperamos que os professores coloquem os valores observados em ordem crescente para iniciar o tratamento dos dados.

Grupo 1: 0; 3; 4; 5; 5; 5; 6; 7; 8; 8; 9; 9

Grupo 2: 1; 2; 2; 3; 3; 5; 7; 8; 8

Grupo 3: 0; 0; 2; 2; 3; 4; 4; 5; 6; 7; 7; 8; 9; 9; 9

Grupo 4: 2; 3; 3; 5; 5; 6; 8; 9; 9; 10

A primeira pergunta refere-se a verificar a menor nota que premie 25% das maiores notas; portanto, deve-se obter o termo que separa em 75% as notas, termo esse que é chamado de terceiro quartil (Q3); a segunda pergunta refere-se a determinar 50% das melhores notas, que coincide com o segundo quartil (Q2) que, por sua vez, é igual à mediana; e, por fim, pretende-se enviar para reforço os 25% dos alunos com as piores notas, ou seja, o primeiro quartil (Q1).

Portanto, responderemos as perguntas para cada grupo individualmente, utilizando algumas estratégias diferentes que serão demonstradas a seguir.

Primeira estratégia:

Para o grupo 1: Determinar a mediana, ou seja, devemos determinar o elemento que deixe a mesma quantidade de elementos abaixo e acima dele, o que pode ser feito por meio de uma simples contagem.

Neste exemplo, a mediana está entre o sexto e o sétimo elemento, ou seja, 5 e 6; portanto, a média aritmética entre esses elementos nos dá a mediana. Logo, $\text{md} = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º
0	3	4	5	5	5	6	7	8	8	9	9
6 elementos						6 elementos					
md											

No caso da determinação do primeiro quartil (Q1) e do terceiro quartil (Q3), procedemos de maneira análoga.

Como temos seis elementos de cada lado, obtemos a mediana entre esses elementos; portanto, para obtermos Q1, utilizamos os elementos situados na

terceira e na quarta posições, ou seja, 4 e 5; logo, $Q1 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$; e, para obtermos Q3, utilizamos os elementos situados na nona e na décima posições, ou seja, 8 e 8; portanto, Q3 = 8.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º
0	3	4	5	5	5	6	7	8	8	9	9
6 elementos						6 elementos					
Q1				md		Q3					

Então, se tivermos que premiar 25% dos alunos com melhores notas, teremos como referência notas acima de 8. Já no caso de 50% dos alunos com melhores notas, utilizaremos notas acima de 5,5 e, em caso de enviarmos 25% dos alunos para reforço, teremos como base as notas inferiores a 4,5.

Para o grupo 2: Neste grupo, como a quantidade de elementos é ímpar (9), ao dividirmos a quantidade de elementos por dois, teremos como termo central o elemento que ocupa a quinta posição. Portanto, a mediana é igual a 3 (md=3).

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
1	2	2	3	3	5	7	8	8
4 elemento				md	4 elemento			

Já para obtermos o primeiro quartil (Q1), devemos fazer a média aritmética entre os elementos que ocupam a segunda e a terceira posições, ou seja, 2 e 2; portanto, Q1 = 2; e, por fim, para obtermos o terceiro quartil (Q3), devemos fazer a média aritmética entre os elementos que ocupam a sétima e a oitava posições, ou seja, 7 e 8; portanto, $Q3 = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
1	2	2	3	3	5	7	8	8
4 elemento					4 elemento			
Q1				md	Q3			

Logo, se tivermos que premiar 25% dos alunos com melhor nota, adotaremos os alunos com notas superiores a 7,5 e, se premiarmos 50% dos alunos, utilizaremos como referência notas acima de 3; e, por fim, se tivermos que mandar para reforço 25 % dos alunos com pior nota, adotaremos como referência notas abaixo de 2.

Para o grupo 3: Este grupo é composto por 15 alunos; logo, a mediana será o termo que ocupa a oitava posição, ou seja, md = 5.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º
0	0	2	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	9

7 elementos — md — 7 elementos

Para determinar o primeiro e o terceiro quartis, temos sete elementos de cada lado; portanto, o primeiro quartil fica determinado pelo elemento que ocupa a quarta posição, ou seja, Q1 = 2, e o terceiro quartil fica determinado pelo elemento que ocupa a décima segunda posição, ou seja, Q3 = 8.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º
0	0	2	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	9

7 elementos — 7 elementos

Q1 — md — Q3

Para premiarmos 25% dos melhores alunos, usaremos como referência notas superiores a 8 e, se premiarmos 50% dos melhores alunos, basear-nos-emos em notas superiores a 5; já no caso de enviarmos para reforço 25% dos piores alunos, utilizaremos notas inferiores a 2.

Para o grupo 4: Neste grupo, que é composto por dez alunos, a mediana será a média aritmética entre a quinta e a sexta posições, ou seja, 5 e 6; portanto, teremos $\text{md} = \frac{5+6}{2} = 5{,}5$.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
2	3	3	5	5	6	8	9	9	10

5 elementos | 5 elementos

md

Os quartis serão determinados pelos elementos que ocupam a terceira e a oitava posições, ou seja, Q1 = 3 e Q3 = 9.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
2	3	3	5	5	6	8	9	9	10

5 elementos | 5 elementos

Q1 — md — Q3

Como devemos escolher 25% das melhores notas para uma premiação, teremos como referência valores maiores do que 9 e, para o caso de 50% das melhores notas, teremos como referência valores maiores que 5,5. No caso de 25% dos alunos serem enviados para reforço, devemos ter como referência valores menores que 3.

Segunda estratégia

Uma segunda estratégia é apresentada nas tabelas de distribuição de freqüências 7, 8, 9 e 10.

Tabela 7: Notas dos alunos do Grupo 1.

Notas	Quantidade Alunos(x_i)	Freqüência (%)	Freqüência Acumulada (%)
0	1	8,33	8,33
3	1	8,33	16,67
4	1	8,33	25,00
5	3	25,00	50,00
6	1	8,33	58,33
7	1	8,33	66,67
8	2	16,67	83,33
9	2	16,67	100,00
Total	12	100,00	

Como podemos observar na tabela 7, temos que 50% dos valores são menores ou iguais a 5 e 50% dos valores, maiores ou iguais a 6; logo, a mediana será a média aritmética entre 5 e 6; portanto, md = 5,5. Também podemos ver que na primeira metade temos 25% dos valores menores ou iguais a 4 e 25% dos valores, maiores ou iguais a 5; portanto, devemos encontrar a média aritmética entre 4 e 5, obtendo para o primeiro quartil o valor 4,5 (Q1 = 4,5). Por fim, temos que 75 % das notas são menores ou iguais a 8; logo, o terceiro quartil é Q3 = 8.

Tabela 8: Notas dos alunos do Grupo 2.

Notas	Quantidade Alunos(x_i)	Freqüência (%)	Freqüência Acumulada (%)
1	1	11,11	11,11
2	2	22,22	33,33
3	2	22,22	55,56
5	1	11,11	66,67
7	1	11,11	77,78
8	2	22,22	100,00
Total	9	100,00	

Observando a tabela 8, verificamos que a mediana corresponde ao valor md = 3; o primeiro quartil, Q1 = 2; e o terceiro quartil, Q3 = 7,0.

Tabela 9: Notas dos alunos do Grupo 3.

Notas	Quantidade Alunos(x_i)	Freqüência (%)	Freqüência Acumulada (%)
0	2	13,33	13,33
2	2	13,33	26,67
3	1	6,67	33,33
4	2	13,33	46,67
5	1	6,67	53,33
6	1	6,67	60,00
7	2	13,33	73,33
8	1	6,67	80,00
9	3	20,00	100,00
Total	15	100,00	

Neste grupo temos a mediana com valor md = 5; o primeiro quartil, Q1 = 2; e o terceiro quartil, Q3 = 8.

Tabela 10: Notas dos alunos do Grupo 4.

Notas	Quantidade Alunos(x_i)	Freqüência (%)	Freqüência Acumulada (%)
2	1	10,00	10,00
3	2	20,00	30,00
5	2	20,00	50,00
6	1	10,00	60,00
8	1	10,00	70,00
9	2	20,00	90,00
10	1	10,00	100,00
Total	10	100,00	

E, por fim, o grupo 4 fornece para mediana o valor de md = 5,5; o primeiro quartil, Q1 = 3; e o terceiro quartil, Q3 = 9.

Terceira estratégia

Uma terceira estratégia é trabalhar com o resto da divisão dos n dados por quatro (LANGFORD, 2006); portanto, para o grupo 1, vamos ter 12 dividido por quatro, que dará 3 e resto zero; logo, teremos três elementos em cada subconjunto. Então, Q1 será a média aritmética entre o terceiro e o quarto elementos, ou seja, entre 4 e 5, isto é, Q1 = 4,5; a mediana (md) é a média aritmética entre o sexto e o sétimo elementos, ou seja, entre 5 e 6, isto é, md = 5,5; e o quartil superior, Q3, será dado pela média aritmética entre o nono e o décimo elementos, ou seja, entre 8 e 8; logo, Q3 = 8, supondo os dados ordenados.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º
0	3	4	5	5	5	6	7	8	8	9	9
		Q1			md			Q3			

Para o grupo 2, que é composto de nove alunos, temos que 9 dividido por 4 vai dar 2 e o resto será 1; portanto, teremos dois elementos em cada um dos quarto subconjuntos, sobrando um elemento central, que é a mediana; ou seja, a mediana vai ocupar a quinta posição, md = 3; o Q1 será a média entre os elementos da segunda e da terceira posições, ou seja, entre 2 e 2; portanto, Q1 = 2; e, por fim, Q3 será a média entre os elementos que ocupam a sétima e a oitava posições, ou seja, entre 7 e 8; portanto, Q3 = 7,5.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º
1	2	2	3	3	5	7	8	8
	Q1			md		Q3		

No grupo 3, composto por 15 alunos, devemos ter 15 dividido por 4, que resultará em 3 com resto também 3, ou seja, teremos três elementos em cada um dos quatro subconjuntos e sobram três elementos. Um deles, o termo central, será a mediana, que ocupa a oitava posição; portanto, md = 5. Os outros dois

serão os elementos centrais em cada um dos dois subconjuntos obtidos com a divisão da mediana; logo, o quartil inferior será ocupado pela quarta posição, Q1 = 2; o quartil superior, pela décima segunda posição, ou seja, Q3 = 8.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º	11º	12º	13º	14º	15º
0	0	2	2	3	4	4	5	6	7	7	8	9	9	9
			Q1				md				Q3			

Por fim, o grupo 4, que é composto por dez alunos; a divisão de 10 por 4 resultará em 2 com resto 2. Portanto, teremos dois elementos em cada um dos quatro subconjuntos; logo, a mediana será a média entre os elementos que ocupam a quinta e a sexta posições, ou seja, entre 5 e 6; então, md = 5,5. Os dois elementos que sobraram serão os quartis inferior e superior, ou seja, Q1 = 3 e Q3 = 9.

1º	2º	3º	4º	5º	6º	7º	8º	9º	10º
2	3	3	5	5	6	8	9	9	10
		Q1		md			Q3		

Graficamente, teremos:

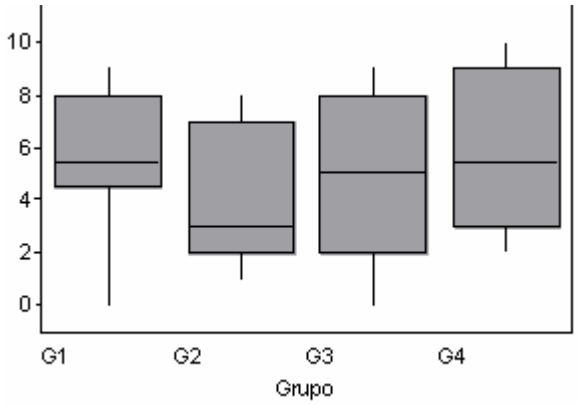


Gráfico 15:Box-plot com as notas dos grupos 1, 2, 3 e 4

Na parte C, a atividade 1 — itens a, b, c do questionário diagnóstico — é relacionada aos conhecimentos das medidas de posição; os professores respondentes devem verificar, nos quatro grupos, 25% dos alunos que tiraram as maiores notas, identificando a menor nota a ser considerada para receber um prêmio; depois, verificar 50% dos alunos com as melhores notas; e, finalmente, considerar, se tiverem que encaminhar para reforço 25% dos alunos, qual deveria

ser a maior nota a ser considerada. O que podemos observar é que oito dos professores entrevistados não resolveram os problemas propostos e oito resolveram de forma incorreta, por exemplo: para o grupo 1, o professor encontrou o valor 8 para o terceiro quartil, o que está correto; para o segundo quartil, encontrou o valor 6, mas o correto é 5,5, pois devemos fazer a média aritmética entre os valores 5 e 6; e, por fim, para o primeiro quartil, o valor encontrado pelo professor foi 4, mas o correto é 4,5; também neste ponto deveria ter sido feita a média aritmética entre os valores 4 e 5. O resultado apresentado pelo professor pode ser visto na figura 5.

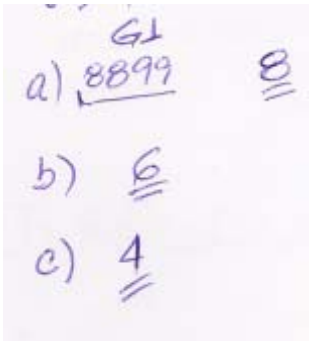


Figura 5: Resposta incorreta da parte C, atividade 1, de um dos professores respondentes.

Dois professores deram resposta para apenas um dos grupos e de forma incorreta, e dois dos professores responderam de forma correta, conforme figura 6.

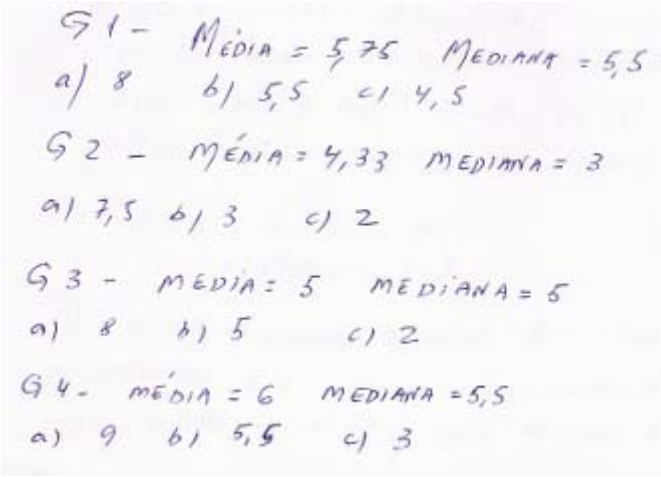


Figura 6: Resposta correta da parte C, atividade 1, de um dos professores respondentes.

Outra questão é referente à tabela 11, que tem como objetivo verificar como o professor deve explicar para seus alunos a variação das notas.

Tabela 11: Variação de Notas, Atividade 1 - Questionário Diagnóstico

Medida	Valor
Média	5,282609
Desvio padrão	2,864829
Mediana	5
Primeiro quartil	3
Terceiro quartil	8
Valor máximo	10
Valor mínimo	0

Podemos ver nesta tabela que os valores da média e da mediana são aproximadamente iguais; logo, podemos inferir que se trata de uma distribuição aproximadamente simétrica e, portanto, podemos utilizar tanto a variação em torno da média quanto a variação em torno da mediana. Estas duas variações são praticamente iguais; logo, podemos selecionar os alunos para reforço ou para premiá-los com qualquer uma das medidas-posição.

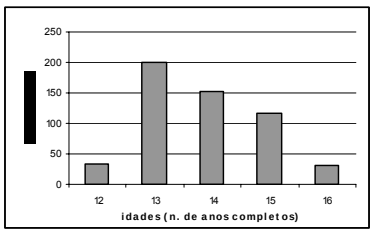
Podemos verificar que é importante a mudança de representação (BATANERO et al., 1991), para que os conceitos sejam adquiridos de forma que possam auxiliar no desenvolvimento dos níveis de raciocínio e na alfabetização estatística.

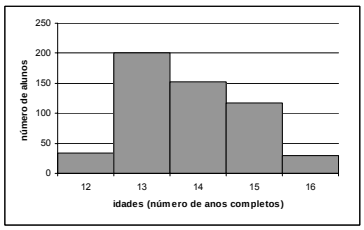
O item (d) da atividade 1 da parte C do questionário diagnóstico, teve sua questão não respondida por 13 dos professores; um respondeu corretamente e seis responderam de forma incorreta. Por exemplo: um dos professores descreveu conceitualmente a média, o desvio-padrão, a mediana, o primeiro e o terceiro quartis, ao invés de argumentar sobre a variabilidade das notas, como proposto; e um outro respondeu de maneira incompleta, alegando apenas que os valores giram em torno da média, levando-nos a inferir que esses professores estejam classificados num nível de raciocínio idiossincrático, segundo Garfield (2002). Vale também ressaltar que a definição de conceitos, ao invés de uma análise comparativa dos valores encontrados pelo uso de algoritmos relativos, é um procedimento bastante comum em sala de aula.

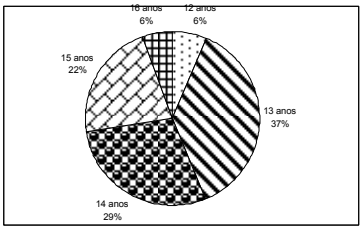
Atividade 2: Na tabela a seguir, os dados apresentados correspondem à idade, expressa em número de anos completos, de alunos de uma escola de idiomas.

(idade) nº anos	nº alunos
12	34
13	200
14	152
15	117
16	30
TOTAL	533

a) Se você quiser explicar para seus alunos a variação dos dados (variação das idades) para alunos do Ensino Médio, qual será o gráfico mais adequado? Justifique.







b) Determine a média e o desvio padrão das idades e determine o intervalo dado por (média - desvio padrão; média + desvio padrão).

c) Determine o intervalo definido por valor que limita superiormente os 25% mais jovens; valor que limita inferiormente os 25% mais velhos.

d) Compare os intervalos obtidos nos itens (b) e (c) e explique: qual o que melhor explica a variação das idades dos alunos?

Na segunda atividade trabalhamos com uma variável contínua, mas que, pela tabela representada, recebe um tratamento de variável discreta. Portanto, o gráfico que melhor representa esta tabela é o (i), gráfico de colunas. No entanto, não se pode afirmar que a escolha dos outros dois gráficos seria errônea. Neste caso, interessava-nos a justificativa dada pelo professor.

Para respondermos as questões seguintes, vamos acrescentar algumas colunas na tabela dada, a fim de facilitar os cálculos.

Tabela 12: Idade (anos completos)

(idade) nº de anos(x_i)	nº de alunos(fi)	Colunas auxiliares				
		$f_i * x_i$	fr	fr_a	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})^2 * f_i$
12	34	408	6,38	6,38	3,35	113,77
13	200	2600	37,52	43,9	0,69	137,54
14	152	2128	28,52	72,42	0,03	4,43
15	117	1755	21,95	94,37	1,37	160,36
16	30	480	5,63	100	4,71	141,36
TOTAL	533	7371	100			557,46

Seguem os cálculos e o gráfico Box-Plot para auxiliar a responder o que se pede na questão:

$\overline{X}$ = 13,83
mo = 13
S = 1,02
md = 14
Q1 = 13
Q3 = 15
$(\overline{X} - S) = 12{,}81$
$(\overline{X} + S) = 14{,}85$

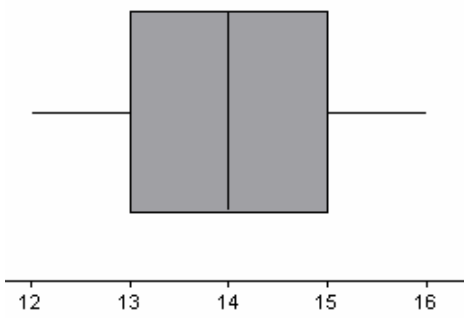
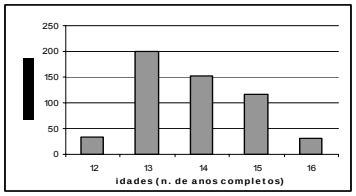
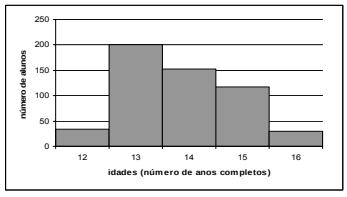
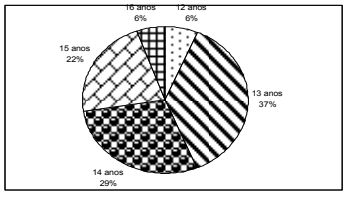


Gráfico 16: Box-plot idade (anos completos)

Nesta atividade, com referência ao item (a), o professor deveria escolher, dentre três gráficos, o que melhor representasse a variação dos dados apresentados em uma tabela.







Cinco professores deixaram as respostas em branco; doze responderam, mas não souberam justificar suas respostas, analisando a variável como contínua e não como discreta; e três indicaram o gráfico certo, mas não conseguiram justificar adequadamente sua resposta, o que pode ser visto na figura 5 digitada pelo professor:

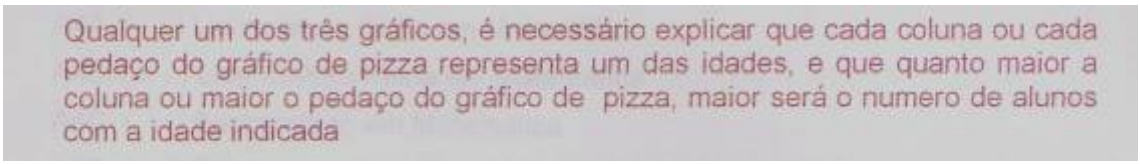


Figura 7: Resposta da atividade 2, parte C, item (a), digitada por um dos professores respondentes.

No item (b), o professor deveria encontrar a média e o desvio padrão das idades e determinar o intervalo determinado por [$\overline{X}$ - S; $\overline{X}$ + S].

Tabela 13: Número de alunos por idade

(idade) nº anos	nº alunos
12	34
13	200
14	152
15	117
16	30
TOTAL	533

Para realizar esta etapa, o professor deveria perceber que é viável acrescentar outras colunas na tabela, a fim de facilitar os cálculos pedidos.

Observamos que sete professores deixaram em branco esta resposta e oito realizaram os cálculos de maneira equivocada, como, por exemplo, não se ativeram ao fato de que a idade de 12 anos aparece 34 vezes; portanto, o cálculo do desvio padrão não poderia ter sido feito como demonstrado na figura 5, digitada pelo professor:

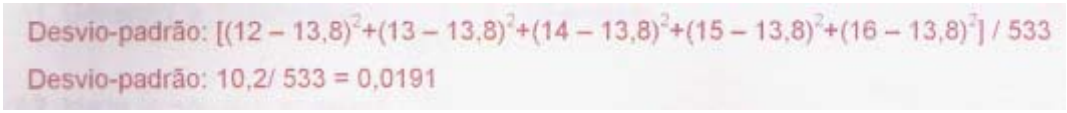


Figura 8: Resposta da atividade 2, parte C, item (b), digitada por um dos professores respondentes.

Quatro determinaram apenas a média corretamente e, por fim, apenas um dos professores acertou o cálculo solicitado. É importante lembrar que, de acordo com os livros didáticos e com os PCN, a média é trabalhada com os alunos desde o 3º ciclo do Ensino Fundamental.

Para o item (c), que solicitava os intervalos definidos pelo valor que limita superiormente os 25% mais jovens e pelo valor que limita inferiormente os 25% mais velhos, esperávamos que o professor interpretasse essas medidas como primeiro quartil e terceiro quartil, o que não ocorreu. Tivemos 11 das respostas em branco, 5 delas completamente incorretas e 4 completamente corretas. Em uma das respostas incorretas, o professor apresentou os seguintes resultados para o limite superior: 14,13; e, para o limite inferior, 11,15, o que pode ser visto na figura 9.

Figura 9:Resposta incorreta da parte C, atividade 2, item (c).

De uma maneira geral, observamos que os professores entrevistados não conseguiram utilizar os algoritmos para obtenção do desvio padrão, da mediana e dos quartis. Quando conseguiram, encontraram grandes dificuldades em interpretar tais informações, levando-nos a considerá-los em um nível de raciocínio idiossincrático (Garfield 2002) e em nível apenas cultural de alfabetização estatística.

Após estes resultados e feito o estudo dos principais conceitos a serem trabalhados (cap. 2), pretendemos trabalhar com um professor voluntário, em uma formação continuada, visando o desenvolvimento de habilidades para a mobilização de conhecimentos em Estatística Descritiva e raciocínio estatístico, de uma forma contextualizada. Esta formação limitou-se aos conhecimentos de mediana e quartis para estudo da variabilidade, embora acreditemos que a compreensão global da variabilidade só ocorra quando o sujeito pode utilizar e comparar as diversas medidas.

3.2 Oficina de Formação Continuada

Para iniciarmos a formação com a professora colaboradora, apresentamos algumas questões.

1. Quais as características do seu aluno?
    a. físicas (exemplo: idade, altura e envergadura);
    b. pedagógicas.
2. Se você (professora) tivesse que fazer um relatório para apresentar para a diretoria, com os dados da questão acima, como procederá?
3. Pensando na nota de Matemática:
    a. Se quiser dividir a sala em dois grandes grupos com o mesmo número de alunos em cada, qual será a posição do termo “divisor”? Qual seria esse termo?
    b. Se quiser dividir a sala em quatro grupos com o mesmo número de alunos em cada, quais serão as posições “divisoras”? Quais serão esses termos?
    c. Localize na reta numerada os valores encontrados em (b), localizando também os valores mínimo e máximo encontrados;
    d. Construa um Dot-plot;
    e. Localize no Dot-plot os pontos do item (b).
4. Apresente resumidamente essas informações para o coordenador de sua escola, indicando para reforço 25% dos alunos com piores notas e indicando para concorrer a uma bolsa os 25% com melhores notas, expondo seus argumentos.
5. Como você (professora) prepararia uma aula, para desenvolver esses conceitos com seus alunos?

Observando as respostas do questionário diagnóstico, podemos ver que há necessidade de desenvolver atividades que privilegiem os conceitos de mediana, quartis e suas interpretações, uma vez que muitos dos professores ou não

responderam as questões referentes a esses conceitos ou responderam de forma errada.

Diante desse quadro, buscamos desenvolver atividades que auxiliassem o professor na sua formação, para que trabalhe com seu aluno de uma forma prazerosa e eficaz na construção do raciocínio e na alfabetização estatística, engajando tanto os alunos como o professor em um problema comum a eles.

Para isso, iniciamos nossas atividades, levantando dados a respeito de onde o aluno participa, dando opções de seu interesse. Cabe ao professor mediar essas informações, direcionando esses dados, a fim de inserir os conteúdos necessários para atingir seus objetivos. Batanero, Estepa e Godino (1991), afirmam que devemos “gerar situações de aprendizagem contextualizadas, de maneira que os assuntos sejam do interesse dos alunos.” (1991, p. 2-3).

Em consonância com essa idéia, adotamos para este trabalho o método indicado por Langford (2006), apresentado na página 55, em que buscamos desenvolver os conceitos de mediana e quartis sem a utilização de fórmulas matemáticas complexas.

Aliado a esse princípio, vemos como importante apresentar de forma resumida as conclusões a respeito de uma determinada situação, para que se possam tomar decisões, evitando com isso utilizar bancos de dados imensos, cheios de informações de difícil interpretação. Destacamos também a necessidade de interpretar e explicar os valores obtidos em relação ao contexto do problema.

No primeiro encontro com a professora, solicitamos que ela levantasse os dados referentes à primeira questão e desenvolvesse o relatório sugerido na segunda questão.

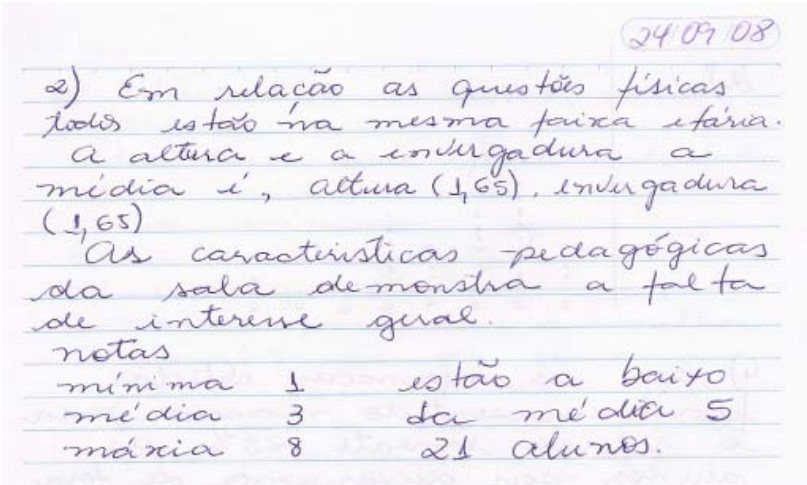
A professora colaboradora apresentou os dados, conforme a figura 10.

número	nota	idade	altura	envergadura
1	3	16	1,55	1,56
3	1	17	1,8	1,89
4	8	15	1,57	1,58
6	1	15	1,55	1,56
10	2	15	1,66	1,63
12	4	16	1,64	1,64
14	2	16	1,7	1,73
16	2	14	1,69	1,6
17	2	15	1,65	1,72
18	3	15	1,8	1,79
20	2	16	1,8	1,72
22	2	15	1,73	1,75
23	3	16	1,85	1,84
27	4	16	1,66	1,62
28	4	15	1,61	1,56
29	5	16	1,53	1,58
30	3	15	1,53	1,53
31	3	16	1,5	1,54
32	1	17	1,63	1,61
34	1	17	1,69	1,69
36	2	16	1,66	1,66
37	5	15	1,5	1,51
39	3	15	1,7	1,71
40	2	18	1,49	1,44
41	5	15	1,68	1,68
42	5	15	1,73	1,72
45	5	15	1,78	1,78
46	5	15	1,61	1,6

Figura 10: Tabela construída pela professora, enviada para nós por *e-mail*.

Com relação à figura 10 apresentada pela professora colaboradora, podemos ver que ela não se preocupou com a formatação adequada, de acordo com a ABNT; questionada sobre o fato, relatou que não teve essa preocupação, uma vez que só a utilizaria para rascunho.

Em seguida, apresentou o seguinte relatório para questão 2:


24/09/08

2) Em relação as questões físicas todos estão na mesma faixa etária. A altura e a envergadura a média é, altura (1,65), envergadura (1,65)

As características pedagógicas da sala demonstra a falta de interesse geral.

notas
mínima 1 estão a baixo
média 3 da média 5
máxia 8 21 alunos.

Figura 11: Resposta da questão 2 da formação

Podemos observar que esta professora tem um conhecimento prévio a respeito da Estatística de um modo geral, mas não consegue transmitir a informação de uma maneira clara. Não explicitou como encontrou o valor 1,65 como média das alturas dos alunos, sendo que possivelmente ela tenha utilizado um valor usual para a faixa etária dos alunos, o que também não foi explicitado por ela no texto — apenas na tabela.

Nesta fase, questionamos a professora sobre a possibilidade de apresentar os dados em um gráfico, mas ela não achou necessário, uma vez que estávamos trabalhando com poucos dados. Observamos, assim, que a professora não sentiu a necessidade de organizar os dados de forma a buscar uma melhor apreensão das informações neles contidas.

Na terceira questão, que foi subdividia em cinco itens, foi solicitado que dividisse a sala em dois grandes grupos com o mesmo número de alunos, localizando a posição dessa divisão e qual o elemento divisor.

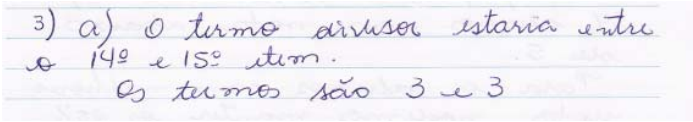

3) a) O termo divisor estaria entre o 14º e 15º item.
Os termos são 3 e 3

Figura 12: Resposta da questão 3 a da formação.

Como temos 28 alunos no banco de dados, a professora procedeu à divisão por 2, ficando 14 alunos em cada grupo. Logo, o termo central estaria entre o 14º e o 15º termos; portanto, a média aritmética entre 3 e 3. Este fato não parece ter ficado muito claro ou não ter sido lembrado pela professora colaboradora, uma vez que ela apenas indicou as posições, mas não definiu qual o valor exato a ser utilizado como valor mediano.

Esse fato fica comprovado na resposta da questão (b), em que devemos dividir a sala em quatro grupos, com o mesmo número de alunos em cada um.

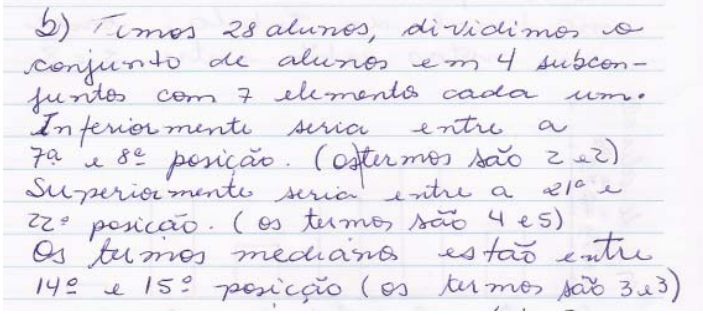

b) Temos 28 alunos, dividimos o conjunto de alunos em 4 subconjuntos com 7 elementos cada um. Inferiormente seria entre a 7ª e 8ª posição. (os termos são 2 e 2) Superiormente seria entre a 21ª e 22ª posição. (os termos são 4 e 5) Os termos medianos estão entre 14º e 15º posição (os termos são 3 e 3)

Figura 13: Resposta da questão 3 b da formação

Aqui, mais uma vez, vemos que a professora colaboradora define a posição dos elementos para que em cada grupo tenha sete alunos, mas não define o elemento divisor. Para o primeiro grupo, o termo divisor está entre o sétimo e oitavo termos, ou seja, entre 2 e 2, o que, através de uma média aritmética entre essas notas, resulta na nota 2. Na posição central, como já foi visto anteriormente, as notas estão entre o 14º e o 15º elementos; portanto, entre 3 e 3; através da média aritmética dessas notas, temos como elemento divisor a nota 3. E, por fim, para o grupo com as maiores notas o que está entre a 21ª e a 22ª posições, ou seja, entre 4 e 5, e através de uma média aritmética obtemos o valor de 4,5 como elemento divisor. Vale ressaltar que esta nota não pertence ao conjunto dos dados.

Para o item (c), que solicitava que fossem colocados em uma reta numerada os valores encontrados no item (b) e fossem indicados o valor mínimo e o valor máximo, obtivemos a seguinte resposta.

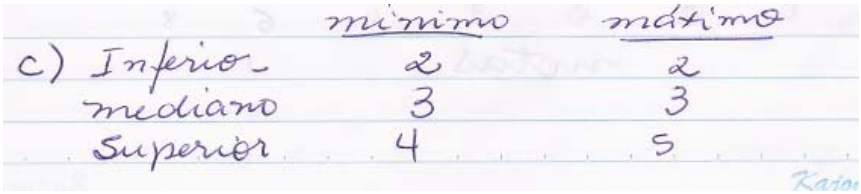


Figura 14:Resposta da questão 3 c da formação.

Observamos aqui uma dificuldade da professora colaboradora em interpretar a pergunta, uma vez que os dados apresentados por ela não se encontram em uma reta numerada e ela tampouco respondeu ao problema colocado. Perguntamos sobre esse fato para a professora colaboradora e ela disse ter entendido que deveria achar o mínimo e o máximo entre os valores encontrados na questão (b).

O item (d) pede que se construa um Dot-plot na reta numerada e, em seguida, no item (e), que se localizem nesse Dot-plot os pontos apresentados no item (b). A professora colaboradora nunca havia ouvido falar em Dot-plot; portanto, foi preciso intervir e apresentar um Dot-plot e como construí-lo, para que a tarefa solicitada fosse realizada.

Na figura 12 podemos observar o Dot-plot junto com a localização dos pontos referentes ao item (b).

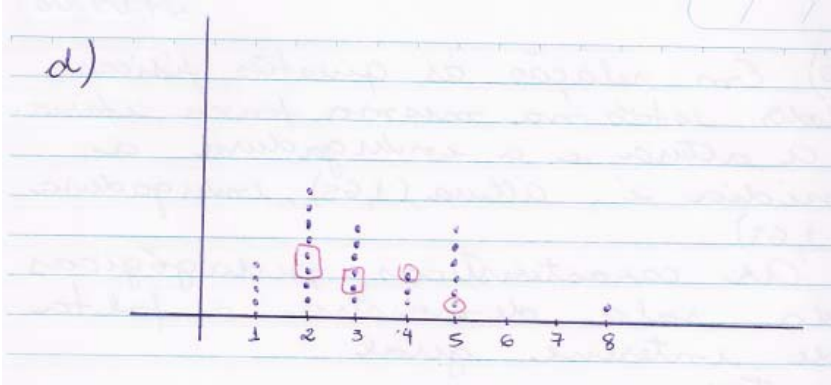


Figura 15: Resposta da questão 3 d da formação.

O que podemos observar aqui é uma forte insistência em construir o plano cartesiano, mas sem explicitar uma malha para localizar os pontos. Podemos ver também que, em relação à posição do termo divisor, a professora marcou os termos, mas não identificou os valores solicitados; não extraiu do gráfico o que se pediu, representando apenas a resposta já fornecida em linguagem corrente. (língua materna).

Na questão seguinte, a professora deveria propor uma maneira de apresentar de forma resumida essas informações para o coordenador de sua escola; indicar para reforço 25 % dos alunos com pior rendimento; e indicar para concorrer a uma bolsa 25 % dos alunos com melhor rendimento. Para esta questão foi apresentada a seguinte resposta:

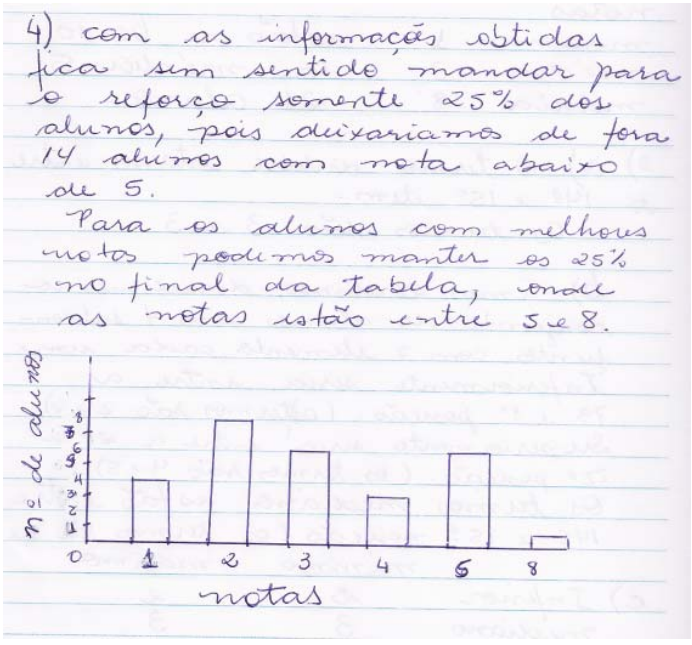


Figura 16: Resposta da questão 4 da formação.

Em primeiro lugar, a professora colaboradora não concordou em mandar para reforço apenas 25 % dos alunos dessa sala, pois, segundo ela, ficariam de fora 14 alunos com notas abaixo de 5, que é a média utilizada, em escolas estaduais, como referência para aprovação. Percebemos aqui que a professora considerou mais importante o contexto (conhecimento de contexto) do que o valor determinado, o que é um fato bastante positivo na construção do raciocínio estatístico. No que se refere à bolsa de estudos, ela mandaria 25 % dos que estão no final da tabela, sendo que essas notas estão entre 5 e 8.

Para esta mesma questão, a professora colaboradora apresentou um gráfico de colunas para representar de forma resumida o que foi exposto na questão. Destacamos, aqui, que esse tipo de gráfico não é adequado para destacar as porcentagens indicadas, pois teremos dificuldade em mostrar neste gráfico os 25% de alunos que irão para reforço e os 25 % dos alunos que irão concorrer a uma bolsa de estudos. Neste ponto, após a resolução do que foi pedido, sugerimos à professora que refletisse sobre essa questão de uma forma mais abrangente; por exemplo, apresentar a mesma questão para a escola toda; como ficaria esse gráfico? Seria viável a utilização de um gráfico de colunas? Após alguns minutos, ela pôde perceber que ficaria difícil até para desenhar o gráfico. Portanto, deveria utilizar outra ferramenta, mas não sabia qual.

Na quinta e última questão, solicitamos que a professora colaboradora preparasse uma aula para desenvolver esses assuntos com seus alunos. Ela apresentou a seguinte resposta:

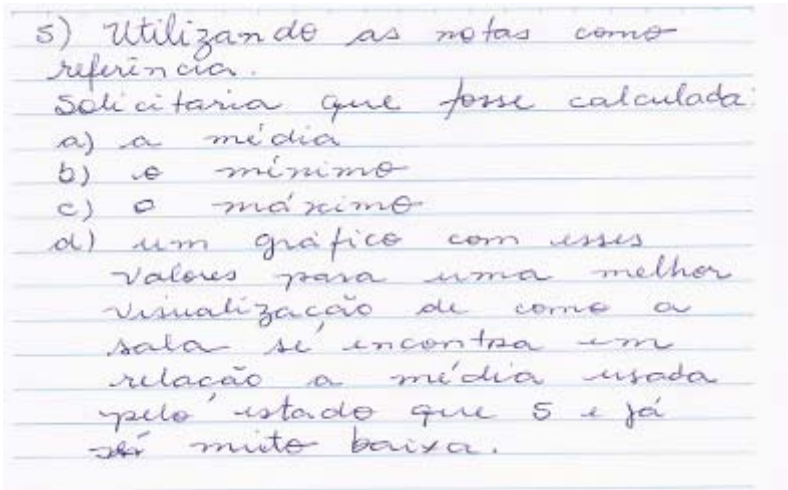

5) Utilizando as notas como referência.
Solicitaria que fosse calculada:
a) a média
b) o mínimo
c) o máximo
d) um gráfico com esses valores para uma melhor visualização de como a sala se encontra em relação a média usada pelo estado que 5 é já ~~é~~ muito baixa.

Figura 17: Resposta da questão 5 da formação.

Observamos uma relutância em mudar de paradigma, ou seja, a professora continua solicitando apenas cálculos, pois a aula é de Matemática. Também há uma confusão quanto ao que se pede, pois não se pode calcular o mínimo e o máximo, mas sim determiná-los, classificando em ordem crescente ou decrescente os valores do banco de dados.

Ela solicita, ainda, um gráfico contendo esses valores. Fica aí uma dúvida: quais valores? A média, o mínimo e o máximo? O banco de dados todo? O aluno certamente terá problemas para interpretar essa questão.

Após análise das respostas a essas perguntas, chegamos à conclusão de que esta professora colaboradora se encontra no nível de raciocínio idiossincrático, ou seja, conhece alguns termos e símbolos estatísticos, mas usa-os sem compreendê-los e, muitas vezes, de forma incorreta.

No segundo encontro, foram comentadas com a professora colaboradora as intervenções sobre as dificuldades apresentadas acima e também a forma de como representar resumidamente o que se pedia nas questões. Neste ponto, mostramos a vantagem de utilizar o gráfico Dot-plot para a construção do gráfico Box-plot, que ela não conhecia, o que nos levou a trabalhar com orientações a respeito desse gráfico. Mostramos também que não é necessário o cálculo da média nem do desvio padrão para abordar esses assuntos e ressaltamos a importância de montar com os alunos o banco de dados a ser trabalhado, para tornar o assunto mais atrativo. A professora mostrou-se apreensiva em relação a essas mudanças, mas achou interessante a não-utilização de muitos cálculos e a apresentação deste tipo de gráfico.

Em nosso terceiro encontro, foi proposto que a professora montasse outro banco de dados, mas com um número ímpar de dados, que ela apresentou em ordem crescente, como segue, utilizando as notas de Matemática dos alunos do 1º ano B: 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 1; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 4; 5; 5; 5; 5; 5; 6; 6; 6; 6; 7; 7; 7; 7; 8.

Lembrando as questões a serem respondidas, temos: a) Se quiser dividir a sala em dois grandes grupos com o mesmo número de alunos em cada, qual será a posição do termo “divisor”? Qual será esse termo? Obtivemos a seguinte resposta:

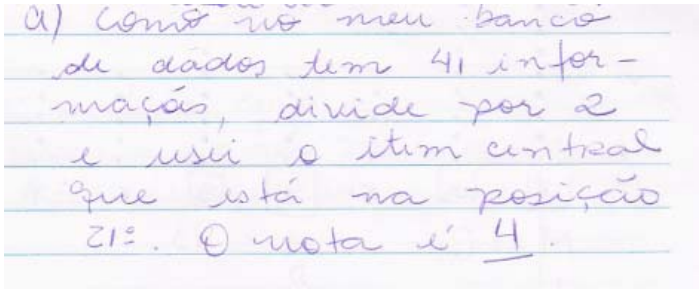


Figura 18: Determinação da mediana questão 3 (a).

Nesta fase a professora já conseguiu encontrar o termo central; ela tinha claro que abaixo desse termo há 20 itens e, acima, outros 20 itens, mas ainda não fez a ligação com o conceito de que esse termo é a mediana.

Questionada sobre o que seria esse termo ou o que representaria esse valor, ela o associou intuitivamente ao conceito de média, confusão prevista em Batanero (2001).

Na questão (b), que propõe dividir a sala em quatro grupos com o mesmo número de alunos cada, quais seriam as posições “divisoras”? Quais seriam esses termos?

A professora respondente forneceu a seguinte resposta:

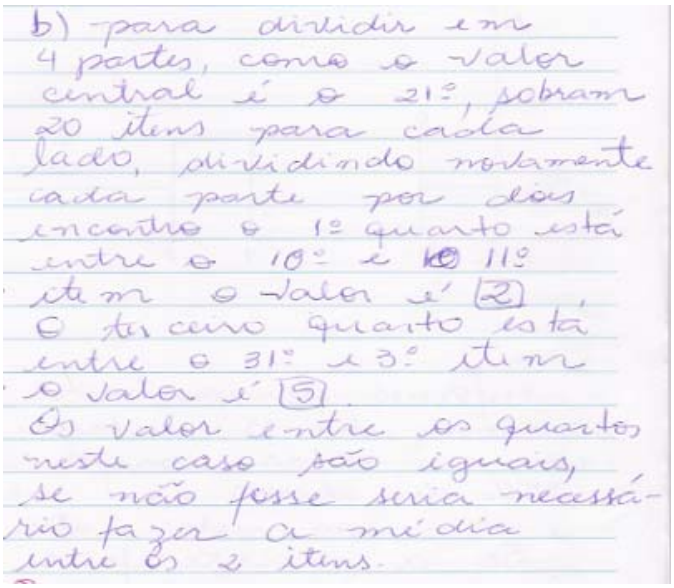


Figura 19: Determinação dos quartis, questão 3 (b).

Como podemos observar, a professora determinou adequadamente o primeiro e o terceiro quartis, mas não associou o elemento da 21ª posição, a

mediana. Tal fato nos surpreende, já que havíamos conversado sobre esse procedimento anteriormente.

A próxima questão refere-se à localização, na reta numerada, dos valores encontrados em (b) e também dos valores do mínimo e máximo encontrados. Essa representação pode ser vista na figura 20.

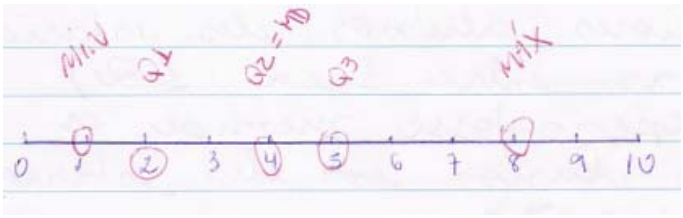


Figura 20: Resposta da questão 3 (c).

Podemos perceber uma mudança considerável em relação ao primeiro encontro (figura 4), sendo que, nesta reta, os valores solicitados estão todos representados de forma correta.

Em seguida, foi solicitado que construísse um Dot-plot na reta numerada (d) e localizasse os pontos do item (b), o que pode ser visto na figura 21, a seguir:

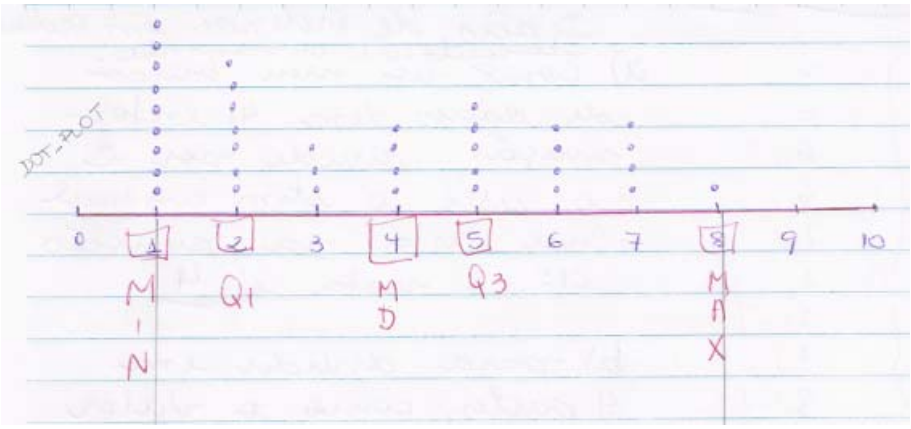


Figura 21: Resposta da questão 3 (d) e (e).

Como nos mostra a figura 21, o Dot-plot foi construído adequadamente e os valores solicitados estão todos de forma correta; há apenas uma correção a fazer, quanto às notas de valor 4: no Dot-plot, estão apresentados apenas quatro valores, mas na realidade temos oito valores; portanto, acreditamos ter havido uma distração da professora quando registrou esses valores no gráfico.

Notamos que no primeiro encontro ela localizou os pontos correspondentes à mediana e aos quartis, enquanto no gráfico atual ela apenas indicou o valor. Ou seja, no Dot-plot não aparece a divisão do conjunto de dados em quatro partes com o mesmo número de elementos.

Após confecção do gráfico Dot-plot, foi proposta a construção do gráfico Box-plot e a elaboração de um relatório, onde a professora deveria indicar para reforço 25 % dos alunos desta sala e 25% dos alunos para uma bolsa de estudos.

O gráfico está representado na figura 22:

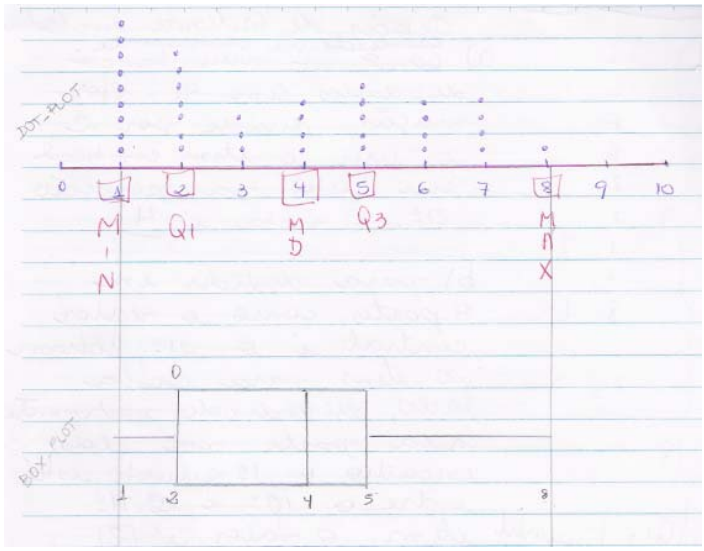


Figura 22: Gráfico Box-plot e Dot-plot construídos pela professora.

Como podemos notar, a professora colaboradora utilizou o gráfico Dot-plot como base para a construção do gráfico Box-plot, uma vez que já temos todos os dados resumidos neste gráfico.

A figura 23 apresenta-nos parte do relatório:

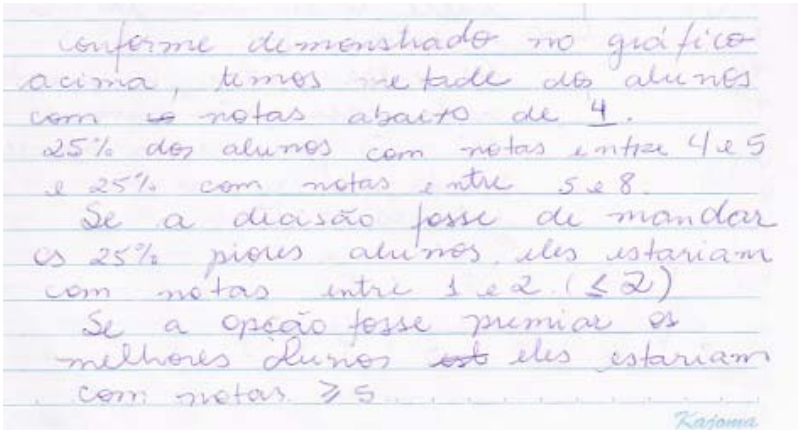

conforme demonstrado no gráfico acima, temos metade dos alunos com as notas abaixo de 4.
25% dos alunos com notas entre 4 e 5 e 25% com notas entre 5 e 8.
Se a decisão fosse de mandar os 25% piores alunos, eles estariam com notas entre 1 e 2. (≤ 2)
Se a opção fosse premiar os melhores alunos ~~est~~ eles estariam com notas ≥ 5

Figura 23: Relatório sobre as notas

Ao que parece, a professora colaboradora entendeu as divisões para obter os quartis e indicou corretamente para reforço alunos com notas menores ou iguais a 2 e, para concorrerem a uma bolsa de estudos, alunos com notas maiores ou iguais a 5. Mas aqui não levou em conta o contexto do problema, ou seja, a média para aprovação.

Observando o gráfico, podemos inferir que se trata de uma sala na qual 75% dos alunos estão com notas inferiores ao mínimo exigido para aprovação, no caso, 5; logo, é preciso buscar meios para que esses alunos consigam melhorar seu aproveitamento. Tal análise indicaria o conhecimento do contexto, indicado por Gal (2002).

Com o término desta atividade, foi solicitado à professora colaboradora que preparasse para seus alunos uma aula que tratasse desses assuntos.

A aula foi apresentada a seis alunos de uma escola estadual do município de Diadema, em São Paulo. Para iniciar os trabalhos, a professora apresentou o seguinte banco de dados, sem solicitar aos alunos que o construíssem:

3; 1; 8; 1; 2; 4; 2; 2; 2; 3; 2; 2; 3; 4; 4; 5; 3; 3; 1; 1; 2; 5; 3; 2; 5; 5; 5; 5.

Em seguida, solicitou que os alunos apresentassem um relatório, com dados resumidos, a respeito da aprendizagem com relação a essas notas apresentadas.

Como os alunos não entenderam como iniciar os trabalhos, a professora colaboradora interferiu, pedindo que inicialmente colocassem os dados em ordem crescente para facilitar as análises. Mesmo assim, tiveram dúvidas de como classificar esses dados. A professora precisou novamente ajudá-los, mostrando como organizar os dados, o que, segundo Gal (2002), constitui conhecimento matemático. Na seqüência dos trabalhos, foi pedido que os alunos dividissem a sala em dois grandes grupos, com o mesmo número em cada um deles.

Após alguns instantes, um dos alunos deu o valor do termo central, que é 3; a professora pediu que ele justificasse como havia encontrado e o que representava esse valor. Podemos observar a resposta na figura 24.

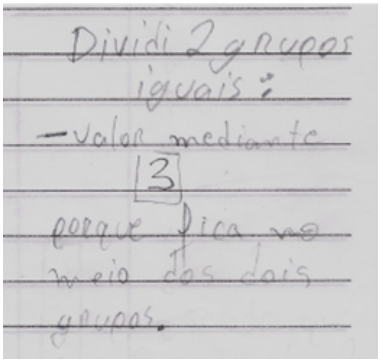


Figura 24: Justificativa do aluno com relação à mediana

Podemos verificar que o aluno determinou intuitivamente a mediana, mas ainda não conseguiu se expressar de uma maneira adequada quanto a esse conceito, que ainda não havia sido formalizado. Assim, ele construiu primeiramente o conhecimento procedimental, para depois construir o conhecimento estatístico, nos termos de Gal (2002).

Dando seqüência aos trabalhos, a professora solicitou que os alunos enviassem para recuperação 25 % dos alunos e que 25% deles fossem indicados para concorrer a uma bolsa de estudos. Notamos aqui que a professora reproduziu o problema trabalhado na oficina de formação, o que pode indicar que seus conhecimentos pedagógicos do conteúdo ainda não lhe permitem criar suas próprias situações de aprendizagem. Embora esses conhecimentos estejam em construção — em início de construção —, podemos observar que as oficinas seguiram os princípios enunciados por Showers, Joyce e Bennett (1987) apresentados no nosso capitulo 1. Nesta etapa, em que vamos encontrar o primeiro e o terceiro quartis, não houve problemas para encontrar o primeiro quartil, uma vez que foi utilizado o mesmo procedimento anterior e o valor encontrado foi 2, mas, para o terceiro quartil, a posição divisora trazia as notas 4 e 5, deixando os alunos com dúvidas. Neste ponto a professora precisou interferir e sugerir que o termo central desses valores deveria ser a média aritmética entre os dois valores, chegando ao valor 4,5.

Todos os alunos conseguiram chegar corretamente a esse valor, mas não questionaram o fato de esse número não pertencer ao banco de dados, e a professora também não fez nenhum comentário sobre esse fato. Deixou-se,

assim, escapar uma oportunidade de construir o conhecimento de contexto com os alunos.

Para representar graficamente esses valores de forma resumida, foi sugerida a construção do gráfico Dot-Plot, termo que nenhum aluno conhecia; portanto, a professora necessitou realizar a construção junto com eles.

Após essa tarefa, a professora pediu que marcassem os valores do primeiro quartil, do segundo quartil e do terceiro quartil, mas, como os alunos estivessem com muita dificuldade, ela começou imediatamente a construção do Box-Plot, sem que tivesse sido realizada a tarefa anterior e sem justificá-la.

A figura 25 mostra estes dois tipos de gráficos.

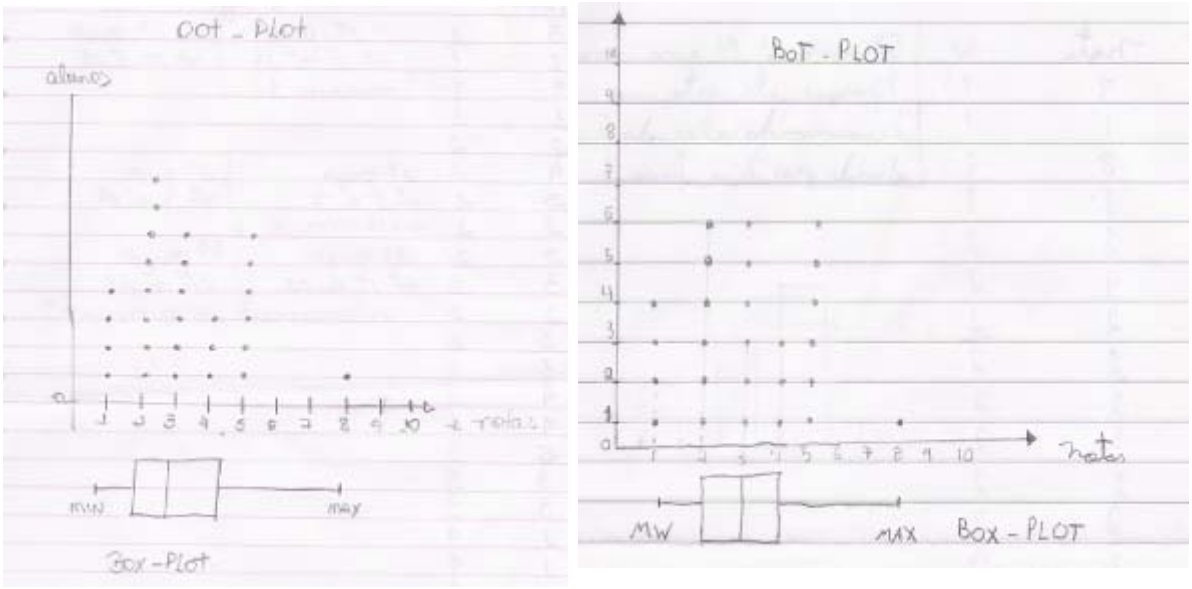


Figura 25: Gráfico Dot-Plot e Box-Plot apresentados pelos alunos

Com base nesses gráficos, foi solicitado aos alunos que redigissem um relatório, indicando os alunos que deveriam ir para recuperação e justificando suas afirmações.

As figuras 26 e 27 mostram as respostas de dois dos alunos participantes.

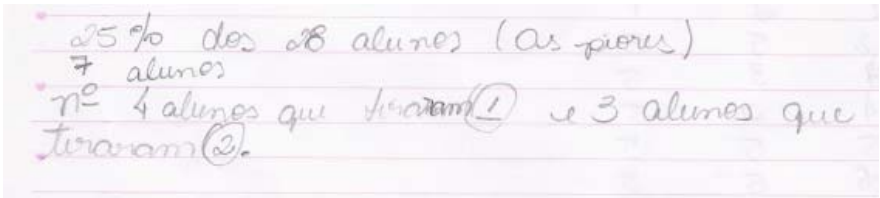


Figura 26: Resposta de um dos alunos quanto à recuperação

Figura 27: Resposta de outro aluno quanto à recuperação

Um dos alunos baseou-se nos dois gráficos para fazer o relatório e o fez de forma inadequada, utilizando termos insuficientes para justificar. O outro aluno insistiu na comparação com os dados brutos e não levou em consideração os gráficos, mostrando que intuitivamente prevaleceu o contexto, e não os valores determinados.

No fechamento da aula, a professora apenas concordou com a maioria das explicações apresentadas pelos alunos, mas não teve tempo para abrir uma discussão a respeito do que foi trabalhado.

Até este momento pudemos observar que a professora se encontrava muito insegura com relação à aplicação desta atividade e ainda com grandes dúvidas conceituais — sobre média e mediana, por exemplo —, mas esse foi um trabalho que deixou os alunos curiosos quanto ao novo enfoque para análise de dados.

Todas as atividades encontram-se disponíveis no apêndice 2, página 107.

Considerações finais

O objetivo desta pesquisa foi levantar pontos para trabalhar em oficinas de formação de professores, no que se refere ao desenvolvimento dos níveis de raciocínio estatístico dos professores da rede pública do Estado de São Paulo, mais especificamente na região de Diadema.

Em alguns estudos de formação de professores, podemos observar que existe uma lacuna entre os conhecimentos relativos à Estatística e a forma como os professores transmitem esses conhecimentos para seus alunos. Buscando contribuir para o preenchimento de tais lacunas, desenvolvemos nosso trabalho utilizando como base teórica as pesquisas de Showers, Joyce e Bennett (1987), que desenvolveram trabalhos relacionados às características profissionais dos professores; de Garfield (2002), com seu modelo de raciocínio estatístico; e de Gal (2002), com os elementos para o letramento. Pretendemos, com essa seqüência de trabalho, buscar elementos para que pudéssemos responder a nossa questão de pesquisa:

Quais as características didáticas de uma formação continuada para professores do Ensino Médio, visando o trabalho com conceitos de mediana e quartis, para que os alunos possam tomar decisões a partir da análise da variação percebida, utilizando para isso o auxílio do Dot-Plot e do Box-Plot?

Após a realização do questionário diagnóstico, observamos que muitos professores não tinham conhecimento dos conceitos referentes a mediana e quartis, o que pode justificar o fato de não terem conseguido responder adequadamente o que pediam as atividades 1 e 2 da parte C. Tal fato faz com classifiquemos os professores no nível de raciocínio idiossincrático, segundo Garfield (2002). Para tentarmos sanar essas dificuldades encontradas pelos professores, desenvolvemos uma seqüência didática para ser trabalhada com a professora colaboradora, buscando aprimorar esse nível de raciocínio, tentando atingir o nível 5 (processos de raciocínio integrado) proposto por Garfield (2002).

Com o desenvolvimento da formação da professora colaboradora, percebemos que, apesar de possuir certo conhecimento básico de estatística, a professora nunca havia tido contato com os gráficos Dot-Plot e Box-Plot, chegando a relatar certa aversão em utilizar esses gráficos e insistindo em utilizar

o gráfico de barra e colunas. Após algumas observações a respeito dos benefícios da utilização dos gráficos sugeridos e da familiaridade adquirida pela professora, houve uma melhora na conscientização quanto à utilização e ao objetivo desses gráficos.

Na observação da aula da professora colaboradora, no sentido de desenvolver com os alunos os conceitos apresentados nas oficinas, podemos ver que houve uma reprodução das atividades apresentadas. Isso parece revelar que a professora ainda não se apropriou adequadamente dos conceitos de variabilidade e representações gráficas diversas, limitando-se ao abordado usualmente nos livros didáticos (tabelas e gráficos de colunas) e permanecendo no nível de raciocínio verbal, segundo Garfield (2002).

De fato, pudemos observar que a professora participante ainda não se sentia segura para o trabalho com seus alunos. Isso fez com que, em sua prática, optasse por não discutir pontos importantes para a construção do conhecimento dos alunos, em cada uma das dimensões anunciadas por Gal (2002). Talvez houvesse necessidade de um maior tempo de maturação dos conceitos antes de incorporá-los a sua prática docente, completando assim os elementos enunciados por Showers, Joyce e Bennett (1987): a) apresentação da teoria; b) demonstração da nova estratégia; c) confirmando Marques e Praia (1991), tempo de amadurecimento e estabilização dos novos conhecimentos; d) prática em oficinas; e) *feedback* (ver página 18).

Diante destes fatos, acreditamos que sejam necessárias outras pesquisas e outros trabalhos com os professores, para que estes possam mudar seus conceitos e seus procedimentos relativos ao ensino da Estatística, o que lhes proporcionará condições para o desenvolvimento do raciocínio estatístico.

Referências

BARBETTA, A. P. *Estatística Aplicada às Ciências Sociais*. 5. ed. Florianópolis: Editora UFSC, 2003.

BATANERO, C. Didáctica de la Estadística. Granada:Departamento de Didáctica de la Matemática – Universidade de Granada, 2001.

_____. Significado y comprensón de lãs medidas de posición central. *UNO*, v. 25, p. 41-58, 2000.

BATANERO, C.; ESTEPA, A.; GODINO, J.D. Análisis exploratória de datos: sus possibilidades en la enseñanza secundaria. *Suma*, n. 9, p. 25-31, 1991.

BELÉN, C.; BATANERO, C. La mediana em la educación secundária obligatoria: un concepto sencillo?. *UNO*, n. 23, p. 85-96, 2000.

BIFI, C. R. *Estatística em um curso de Administração de Empresas:* mobilização dos conceitos estatísticos de base. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

BOLIVAR, A. (Org). Profissão professor: o itinerário profissional e a construção da escola. Florianópolis: EDUSC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Matemática. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Fundamental, 1998.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio:* Ciências da Natureza e Matemática. Brasília: MEC/SEMTEC, 1999. v. 3.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio – Parte III*: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2000.

_____. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnologia. *PCN+ Ensino Médio*: Orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

BUSSAB, W. O., MORETTIN, P. A. *Estatística básica*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2004.

CAMPOS, C. R.. *A educação estatística*: uma investigação acerca dos aspectos relevantes à Didática da Estatística em cursos de graduação. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Universidade Estadual de São Paulo, Rio Claro, 2007.

CARDOSO, R. *O professor de Matemática e a análise exploratória de dados no Ensino Médio.* Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

CARVALHO, C. Aceitar o desafio de ouvir os alunos: o exemplo da estatística. In: CIEFCUL (Ed.). *Itinerários Investigar em Educação* Lisboa: Centro de investigação em Educação da FCUL, 2003. pp. 537-546. Disponível em: http://cie.fc.ul.pt/membros/ccarvalho/index.htm. Acessado em: 5 jul. 2007.

CHEVALLARD, Y. El análise de las práticas docentes em la teoria antropológica de lo didático. *Recherches em Didactique dos Mathématiques* — IUFM d'Aix-Marseille, v. 19, n. 2, 1999.

FERREIRA, A. B. H. *Minidicionário da língua portuguesa.* Rio de Janeiro: Nova Fronteira. 2001.

GAL, Iddo. Adult's statistical literacy: meanings, components, responsabilities. *International Statistical Review*, v. 70, n.1, p.1-25, 2002.

GARFIELD, J. O desafio de desenvolver o raciocínio estatístico. *Jornal de Educação Estatística (Journal of Statistics Education)*, v. 10, n. 3. 2002. Disponível em: <www.amstat.org/publications/jse/v10n3/garfield.html>.

GIRARD, J. C. Statistique au Lyceé. V.1: Les outils de la statistique. Commission inter – IREM. Statistique et Probabilités. Cordination: Brigit Chaput et Michel Henry. ISBN 2-912846-32-3. Juillet, 2005.

GRAHAM, Alan. Developing thinking in Statistics. London: Paul Chapman Educacional Publishing, 2006.

INAF — Indicador de Alfabetismo Funcional. *Um diagnóstico para a inclusão social pela Educação* – Atividades de habilidades matemáticas. São Paulo: Instituto Paulo Montenegro/Ação Educativa, 2007. Disponível em: http://www.ipm.org.br. Acesso em: jan. 2008.

LANGFORD, E. *Quarlites in Elementary Statistics*. *Journal of Statistics Education*, v. 14, n. 3, 2006. Disposível em:

http://www. amstat.org/publications/jse/v14n3/langford.html.

MAGALHÃES, M. N.; LIMA, A. C. P. *Noções de Probabilidade e Estatística*. 6. ed. ver. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2005.

MARQUES, L.; PRAIA, J. Ensino-aprendizagem das Ciências: possíveis contributos para reflexão. *Aprender*, Portalegre-Portugal, n.14, p. 11-18, 1991.

MIGUEL, M. I. R; COUTINHO, C. Q. S. *Uma reflexão didática sobre o conceito de mediana e quartis*. Matemática e Ciência: conhecimento, construção e criatividade. Revista da PUC-MG, 2008.

MORAIS, T. M. R. *Um estudo sobre o pensamento estatístico:* "componentes e habilidades". Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

PACHECO, J.; FLORES, M. *Formação e avaliação de professores.* Porto: Porto Editora, 1999.

PEREIRA, B. B. Estatística: A tecnologia da Ciência. *Boletim da Associação Brasileira de Estatística*, ano XIII, n. 37, 2º quadrimestre, 1997.

SHOWERS, B.; JOYCE, B.; BENNETT, B. Synthesis of research on staff development: a framework for future study and a state-of-the art analysis. *Educacional Leadership*, nov. 1987.

SILVA, C. B. *Pensamento estatístico e raciocínio sobre variação:* um estudo com professores de Matemática. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

SILVA, J. C. Conhecimentos estatísticos e os exames oficiais: Saeb, Enem E Saresp. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

TRIOLA, M. F. *Introdução à Estatística*. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.

VIEIRA, S. *Bioestatística: tópicos avançados*. Rio de Janeiro: Campus, 2003.

Apêndice 1: Questionário Diagnóstico

Questionário Diagnóstico

Parte A – Perfil

A1. Gênero: ( ) Masculino ( ) Feminino

A2. Idade (em anos completos):

A2A. ( ) 21 a 28 anos

A2B. ( ) 29 a 33 anos

A2C. ( ) 34 a 40 anos

A2D. ( ) 41 a 50 anos

A2E. ( ) mais de 50 anos

A3. Tempo que leciona ou lecionou Matemática no Ensino Fundamental e/ou Médio (em anos completos):A3A. ( ) até 3 anos

A3B. ( ) 4 a 6 anos

A3C. ( ) 7 a 18 anos

A3D. ( ) 19 a 30 anos

A3E. ( ) 31 a 40 anos

A4. Tipo de graduação que você concluiu (pode assinalar mais de uma resposta):

A4A. ( ) Licenciatura Curta em Matemática

A4B. ( ) Licenciatura Plena em Matemática

A4C. ( ) Bacharelado em Matemática

A4D. ( ) Outro curso superior (qual: _____)

A5. Outros cursos concluídos, além da graduação (pode assinalar mais de uma resposta):

A5A. ( ) Aperfeiçoamento

A5B. ( ) Especialização

A5C. ( ) Mestrado

A5D. ( ) Doutorado

A5E. ( ) Outro (qual: _____)

A6. Outros cursos em andamento (pode assinalar mais de uma resposta):

A6A. ( ) Aperfeiçoamento

A6B. ( ) Especialização

A6C. ( ) Mestrado

A6D. ( ) Doutorado

A6E. ( ) Outro (qual: _____)

Parte B

Assinale seu grau de concordância com as afirmações abaixo, segundo a seguinte legenda:

Grau de concordância
1 – discordo totalmente
2 – discordo, mas não totalmente
3 – concordo, mas não totalmente
4 – concordo totalmente

Para planejar o desenvolvimento das aulas em qualquer nível de ensino, para que tenham objetivo de trabalhar conceitos de Estatística Descritiva, o professor deve:

Afirmações	Grau de concordância:			
B1. Possibilitar a geração de situações de aprendizagem contextualizadas em temas que sejam de interesse do aluno.	1	2	3	4
B2. Utilizar representações gráficas que, entre outros aspectos, podem facilitar a percepção da variabilidade em um conjunto de dados observados.	1	2	3	4
B3. Empregar, preferencialmente, as estatísticas de ordem (mediana, quartis, decis e percentis), que aportam maior facilidade na atribuição de significado pelo aluno.	1	2	3	4
B4. Não utilizar fórmulas que exijam manipulações matemáticas complexas, pois isso não é necessário para a aprendizagem da Estatística Descritiva.	1	2	3	4
B5. Considerar a necessidade dos alunos fazerem a coleta dos dados e como estes dados podem ser produzidos.	1	2	3	4
B6. Considerar a compreensão das noções básicas de probabilidade.	1	2	3	4
B7. Considerar o estudo descritivo para a obtenção de inferências ou conclusões estatísticas.	1	2	3	4
B8. Utilizar calculadoras para agilizar o trabalho dos alunos.	1	2	3	4
B9. Utilizar softwares diversos para agilizar o trabalho dos alunos.	1	2	3	4
B10. Trabalhar simultaneamente com média, desvio-padrão, mediana e quartis, juntamente com as representações gráficas e tabulares, visando a análise crítica dos dados.	1	2	3	4

Parte C: como você resolveria esses problemas?

Atividade 1: Em uma turma com 46 alunos, um professor decide formar vários grupos para que eles estudem as notas obtidas na prova. A idéia é discutir as conclusões parciais, a partir de um painel de resultados feito por cada grupo.

Grupo 1, com 12 alunos, deveria analisar suas notas: 6, 9, 4, 5, 7, 8, 9, 5, 0, 3, 5, 8.

Grupo 2, com 9 alunos, deveria analisar suas notas: 3, 5, 3, 8, 2, 1, 7, 8, 2.

Grupo 3, com 15 alunos: 5, 4, 9, 4, 9, 7, 9, 0, 0, 6, 8, 2, 7, 3, 2.

Grupo 4, com 10 alunos: 2, 10, 8, 5, 9, 6, 3, 9, 3, 5.

As questões propostas para cada um dos grupos foram às seguintes.

a) Se existisse um prêmio para 25% dos alunos que tiraram as maiores notas do grupo, qual seria a menor nota a ser considerada?

b) E se fossem 50% dos alunos com as melhores notas?

c) Se é preciso encaminhar para reforço 25% dos alunos com as piores notas, qual a maior nota a ser considerada?

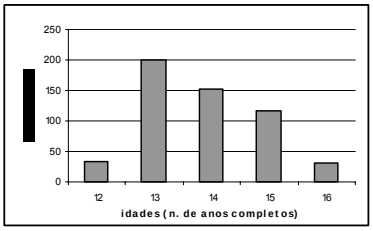
Faça um gabarito a ser usado pelo professor para corrigir as atividades de seus alunos (cada um dos grupos). Agora considere os dados abaixo, calculados a partir das 46 notas dos alunos. Como você explicaria para seus alunos a variação dessas notas, usando os valores indicados?

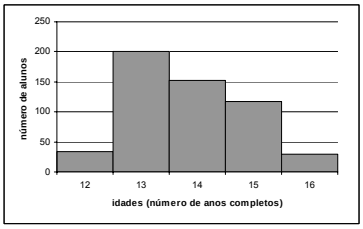
Medida	Valor
Média	5,282609
Desvio-padrão	2,864829
Mediana	5
Primeiro Quartil	3
Terceiro Quartil	8
Valor Máximo	10
Valor Mínimo	0

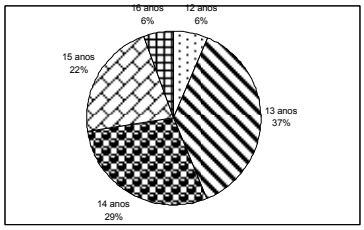
Atividade 2: Na tabela a seguir, os dados apresentados correspondem à idade, expressa em número de anos completos, de alunos de uma escola de idiomas.

(idade) nº anos	nºalunos
12	34
13	200
14	152
15	117
16	30
TOTAL	533

a) Se você quiser explicar para seus alunos a variação dos dados (variação das idades) para alunos do Ensino Médio, qual seria o gráfico mais adequado? Justifique.







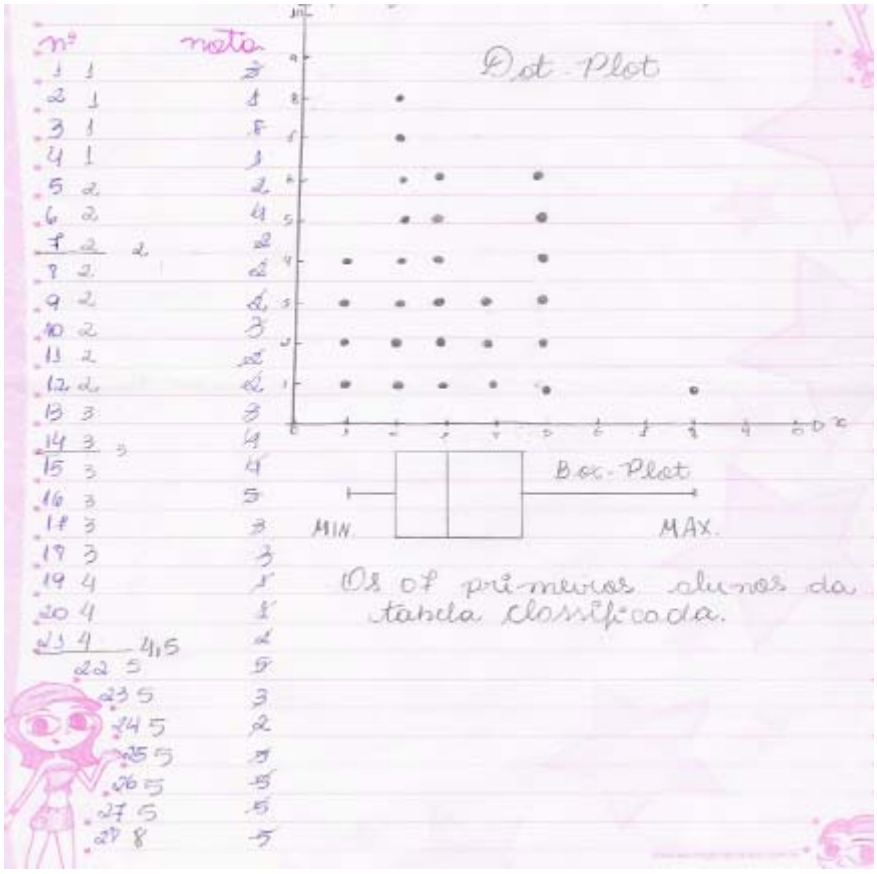
b) Determine a média e o desvio-padrão das idades e determine o intervalo dado por (média - desvio-padrão; média + desvio-padrão).

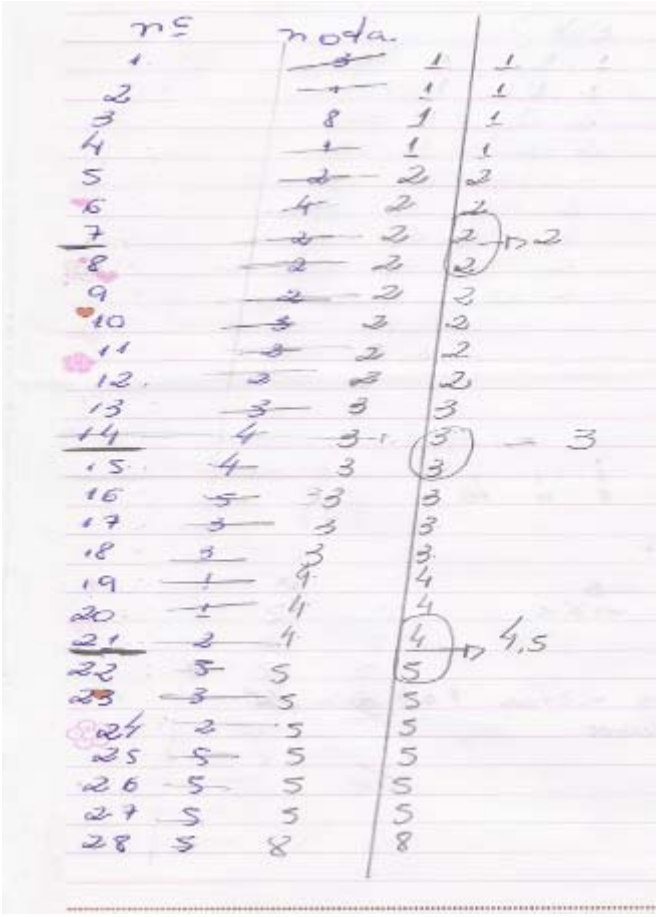
c) Determine o intervalo definido por [valor que limita superiormente os 25% mais jovens; valor que limita inferiormente os 25% mais velhos].

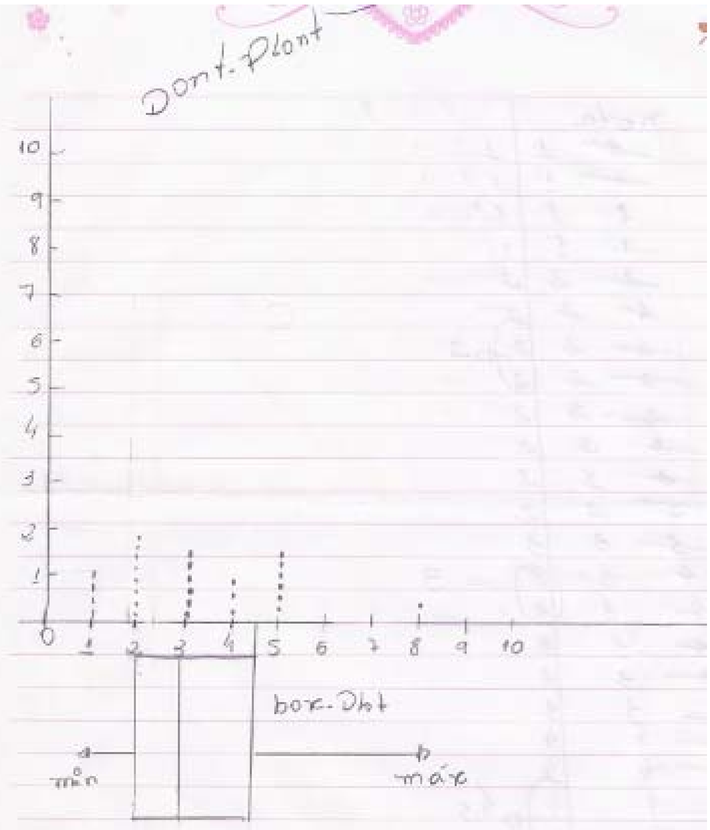
d) Compare os intervalos obtidos nos itens (b) e (c) e explique: qual o que melhor explica a variação das idades dos alunos?

Apêndice 2: Produção dos alunos durante a formação

Atividades da observação da aula da professora colaboradora.





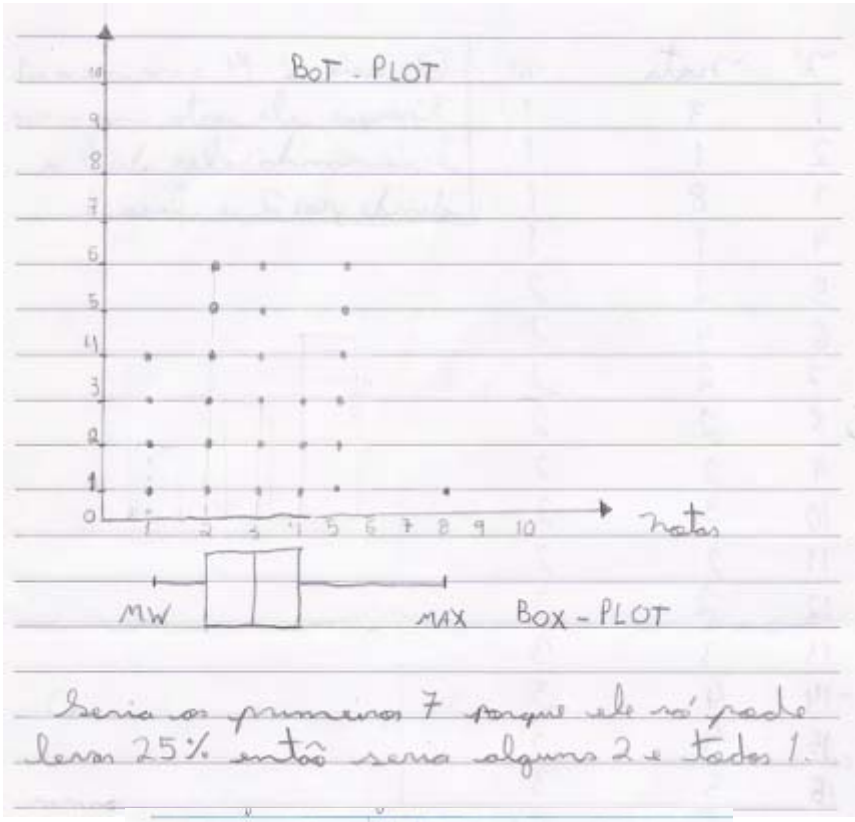


Mandaria ? com as notas 1 e 2 que foi o maio número de alunos

nome: Edmar Paulino Antonio nº 11

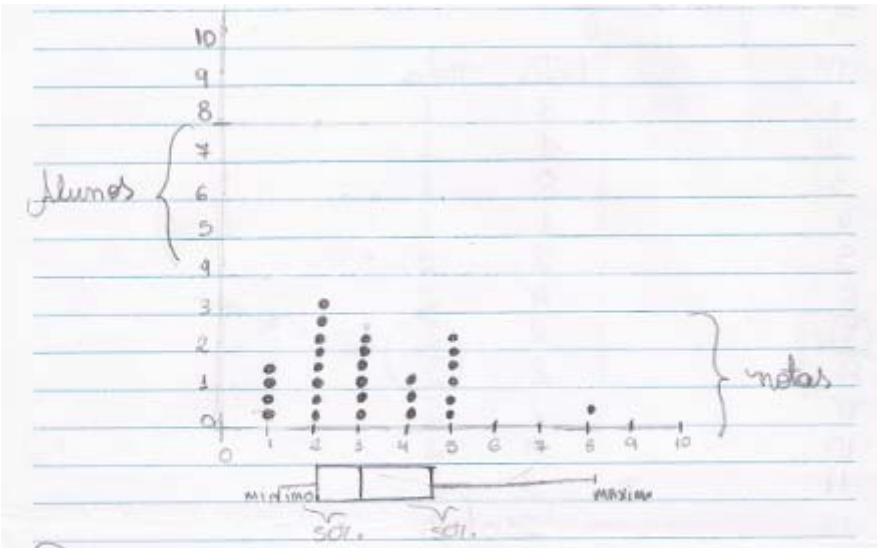
Nº	nota	nº
1	3	1
2	1	1
3	8	1
4	1	1
5	2	2
6	4	2
7	2	2 = 2
8	2	2
9	2	2
10	3	2
11	2	2
12	2	2
13	3	3
14	4	3 = 3
15	4	3
16	5	3
17	3	3
18	3	3
19	1	4
20	1	4
21	2	4 9 ÷ 2 = 4,5
22	5	5
23	3	5
24	2	5
25	5	5
26	5	5
27	5	5
28	5	8

O meio é [illegible] 3 porque ele esta no meio e somando eles da 6 e divide por 2 e fica 3



Seria os primeiros 7 porque ele só pode levar 25% então seria alguns 2 e todos 1.

nº	Nota	nota
1	3	1
2	1	1
3	8	1
4	1	1
5	2	2
6	4	2
(7) 2º	2	(2 / 2) = 2 — 1º quartil
8	2	
9	2	2
10	3	2
11	2	2
12	2	2
13	3	3
(14) 1º	4	+ (3 / 3) = 3
15	4	
16	5	3
17	3	3
18	8	3
19	1	4
20	1	4
(21) 2º	2	+ (5 / 5) = 4,5
22	5	
23	3	5
24	2	5
25	5	5
26	5	5
27	5	5
(28) 3º	5	8



Opinião: Alunos com menos de 5 vão para recuperação ou seja os numeros 19, 20, 17, 16, 7, 8, 2. Alunos com quatro, ~~três~~, dois e um.

nº	nota	
1	3	1
2	1	1
3	8	1
4	1	1
5	2	2
6	4	2
7	2	2
8	2	2
9	2	2
10	3	2
11	3	2
12	2	2
13	3	3
14	4	3
15	4	3
16	5	3
17	3	3
18	3	3
19	1	4
20	1	4
21	2	4
22	5	5
23	3	5
24	2	5
25	5	5
26	5	5
27	5	5
28	5	5

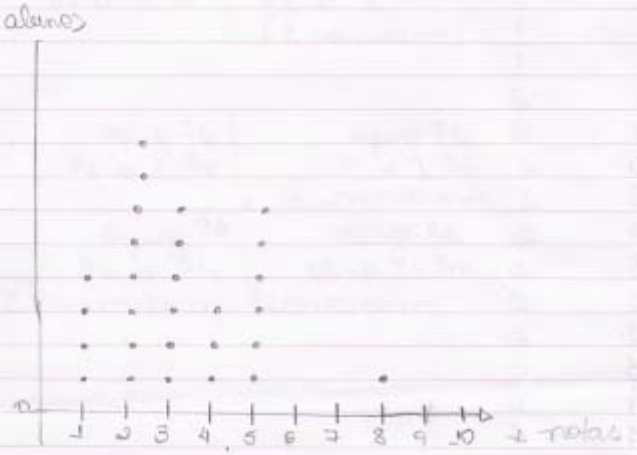
2 vezes

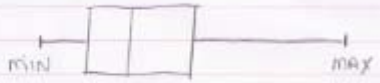
- 1º grupo. nº 1 a 14 (mediana 3)
- 3º grupo. nº 15 a 28

1º grupo nº 1 a 7 mediana = 2
2º grupo nº 8 a 14

2º grupo nº 15 a 21 mediana 3
4º grupo 22 a 28 mediana = 4,5

Dot - Plot





Box - Plot

25% dos 28 alunos (os piores)
7 alunos
Nº 4 alunos que tiveram (1) e 3 alunos que tiveram (2).

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo