MINISTÉRIO DA DEFESA

EXÉRCITO BRASILEIRO

DEPARTAMENTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

CURSO DE MESTRADO EM ENGENHARIA NUCLEAR

THIAGO NASCIMENTO BARBOSA

CÁLCULOS NEUTRÔNICOS DE REATORES TÉRMICOS A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA APLICANDO OS MÉTODOS DO ALBEDO E DA DIFUSÃO (“CITATION”).

Rio de Janeiro

2008

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

THIAGO NASCIMENTO BARBOSA

CÁLCULOS NEUTRÔNICOS DE REATORES TÉRMICOS A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA APLICANDO OS MÉTODOS DO ALBEDO E DA DIFUSÃO (“CITATION”).

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Nuclear do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Nuclear.

Orientador: Prof. Ronaldo Glicério Cabral - Ph.D.
Co-Orientador: Prof. Paulo Conti Filho - D. Sc.

Rio de Janeiro

2008

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA
Praça General Tibúrcio, 80 – Praia Vermelha
Rio de Janeiro - RJ CEP: 22290-270

B 238c BARBOSA, Thiago Nascimento
Cálculos neutrônicos de reatores térmicos a quatro grupos de energia aplicando os métodos do albedo e da Difusão (‘CITATION’) / Thiago Nascimento Barbosa. – Rio de Janeiro: Instituto Militar de Engenharia, 2008.
137p,: il, graf., tab.

Dissertação (mestrado) – Instituto Militar de Engenharia – Rio de Janeiro, 2008.

1. Reatores Nucleares. 2. Método do Albedo. 3. Aproximação da Difusão. 4. Quatro grupos de energia. I. Título. II. Instituto Militar de Engenharia.

COD 621.483

INSTITUTO MILITAR DE ENGENHARIA

THIAGO NASCIMENTO BARBOSA

CÁLCULOS NEUTRÔNICOS DE REATORES TÉRMICOS A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA APLICANDO OS MÉTODOS DO ALBEDO E DA DIFUSÃO ("CITATION").

Dissertação de Mestrado apresentada ao Curso de Mestrado em Engenharia Nuclear do Instituto Militar de Engenharia, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Ciências em Engenharia Nuclear.

Orientador: Prof°. Ronaldo Glicério Cabral – Ph. D.

Co-orientador: Profº. Paulo Conti Filho – - D. Sc.

Aprovada em 12 de fevereiro de 2008 pela seguinte Banca Examinadora:

Profº. Ronaldo Glicério Cabral - Ph. D. do IME – Presidente.

Prof°. Cláudio Luiz de Oliveira – Ph. D. do IME

Profª. Maysa Joppert Coelho - Ph. D. do IME.

Profº. Alejandro Javier Dimarco - Ph. D. da UESC

Profº. Sergio José Barbosa Duarte – Ph. D. do CBPF.

Prof°. Paulo Conti Filho - D. Sc. da CNEN.

Prof°. Sergio de Oliveira Vellozo - M.C. do CTEx.

Rio de Janeiro

2008

As minhas mães, Jeane e Maria José, por terem proporcionado toda a minha educação, saúde, personalidade e caráter.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por ter possibilitado a minha existência e por proporcionar uma família e amigos maravilhosos, que me auxiliam e apóiam em todos os momentos de necessidades e de felicidades. E que os meus títulos sejam sempre passos de sabedoria e não de vaidade.

As minhas mães, Jeane e Maria José, por toda educação, paciência, saúde e apoio em todos os momentos da minha vida.

À minha namorada, Roberta, principalmente pela presença nos momentos mais solitários, além da compreensão, do companheirismo e do amor, necessários para a realização desta obra. Sem esquecer do apoio de seus pais Guio e Cíntia.

Agradeço imensamente ao meu orientador, professor Ronaldo Glicério Cabral, pela eficiente e contínua orientação, além da grande paciência. Agradeço principalmente por todo ensinamento que estarei levando por toda a vida.

Ao meu orientador, amigo e pai professor Alejandro Javier Dimarco, por todos os ensinamentos oferecidos, desde o tempo de iniciação cientifica, assim me concedendo os primeiros acordes na carreira científica e ajudando a construir minha personalidade.

Novamente volta a agradecer a Deus, por ter sido um privilegiado, colocando no meu caminho os grandes amigos e irmãos, Esaú e Carlos, que me auxiliaram em tudo o que precisei e o que não necessitei, na verdade não tenho palavras para dizer o quanto sou grato.

Ao meu irmão Walter Barbosa de Souza Junior pelo companheirismo, compreensão e apoio.

Aos meus avós Rita e Elzo, meu pai Walter e meu padastro Adriano, minhas tias Silvana, Marielza, Marlise e Carlinha, minhas irmãs Débora e Karine, meus sobrinhos Marcelo, Marcela, Camila e Luana, e a todos os outros familiares que não citei mais que fizeram parte desta obra.

Aos amigos de toda hora, Marivaldo Mendonça, Gustavo Oliveira, Cássio Almeida, Tiago Mota, Zilbara e Danilo Barbosa que sempre foram muito mais que amigos. Aos amigos Cap. Ferreira Lopes, Marcos, Ítalo Jessé, Jonathas, Camila, Marcos e todos os outros que não citei mais que sabem que são muito importantes para mim.

Agradeço ao tio Augusto, pela amizade, moradia, por todos ensinamentos e por mesmo que não sendo da família me fazendo sentir.

A todos os professores da Universidade Estadual de Santa Cruz (UESC), em especial a Herlon Brandão e André Ribeiro.

Agradeço a todos os professores do IME, em especial a professora Maysa Joppert e ao Cel Karam.

Aos funcionários e amigos da Seção de Engenharia Nuclear: Cleber, Da. Conceição, Sgt David, Neriete e Cristóvão.

A todos e amigos e colegas que não citei, mas não poderia deixar de citar, Jaqueline, Marcelo, Ten. Fontes, Leonardo e Cap. Alberto

À banca examinadora, formada pelos professores Ronaldo Glicério Cabral, Paulo Conti Filho, Cláudio Luiz de Oliveira, Alejandro Javier Dimarco, Sergio José Barbosa Duarte, Sérgio de Oliveira Vellozo e Maysa Joppert Coelho, pelas contribuições dadas.

Enfim, a todos que de alguma forma bem contribuíram, direta ou indiretamente, para a realização desta obra.

“...Você acreditou em mim, apesar dos meus erros. Ser educador é ser um poeta do amor. Jamais esqueça que levarei para sempre um pedaço do seu ser dentro do meu próprio ser...”

AUGUSTO CURY

SUMÁRIO

LISTA DE ILUSTRAÇÕES.....11
LISTA DE TABELAS.....13
LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS.....14
LISTA DE SIGLAS.....16

1 INTRODUÇÃO.....19
1.1 Métodos de Análise Neutrônica.....20
1.2 Método do Albedo - Retrospectiva.....20
1.3 Motivação e Objetivos do Trabalho.....22
1.4 Organização do Trabalho.....23

2 MÉTODO DO ALBEDO.....25
2.1 Definição dos Coeficientes do núcleo e do refletor.....25
2.2 História dos Nêutrons a quatro Grupos de Energia.....26
2.3 "Pingue-Pongue".....31
2.3.1 Análise da fuga neutrônica como grupo quatro.....32
2.3.2. Análise da fuga neutrônica como grupo três.....33
2.3.3. Análise da fuga neutrônica como grupo dois.....36
2.3.4. Análise da fuga neutrônica como grupo um.....38

3 APROXIMAÇAO DA DIFUSÃO.....41
3.1 Determinação das quantidades: Ao_i e So_i.....41
3.2 Coeficientes de absorção, reflexão e fuga para o vácuo do refletor 48
3.2.1. Determinação de: ${}_1\alpha_{ir}$, ${}_1\beta_{ir}$ e ${}_1\gamma_{ir}$ 48
3.2.2. Determinação de: ${}_2\alpha_{ir}$, ${}_2\beta_{ir}$ e ${}_2\gamma_{ir}$ 54
3.2.3. Determinação de: ${}_3\alpha_{ir}$, ${}_3\beta_{ir}$ e ${}_3\gamma_{ir}$ 55
3.2.4. Determinação de: ${}_4\alpha_{4r}$, ${}_4\beta_{4r}$ **e** ${}_4\gamma_{4r}$ 56
3.3 Coeficientes de absorção e reflexão do núcleo.....57
3.3.1 Determinação de Ao_i e So_i para correntes reentrantes nulas.....57
3.3.2 Determinação de: ${}_1\alpha_{ic}$ e ${}_1\beta_{ic}$ 58

3.3.3 Determinação de: ${}_2\alpha_{ic}$ e ${}_2\beta_{ic}$ 60

3.3.4 Determinação de: ${}_3\alpha_{ic}$ e ${}_3\beta_{ic}$ 62

3.3.5 Determinação de: ${}_4\alpha_{4c}$ e ${}_4\beta_{4c}$ 64

4 Resultados.....66

4.1 Configuração do caso exemplo.....66

4.1.1. Geometria e composição do núcleo e refletor.....66

4.1.2. Constantes neutrônicas de grupos de energia.....67

4.2 Configurações.....69

4.2.1. Caso exemplo 1: R = 64 cm e T = 80 cm.....70

4.2.2. Caso exemplo 2: R = 60 cm e T = 60 cm.....81

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....86

5.1 Conclusões.....86

5.2 Sugestões.....87

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....91

7 APÊNDICES.....94

7.1 APÊNDICE 2: Raízes de equações do 4º, 3° e do 2° grau.....95

7.1.1 Resolução de equação polinomial do 4° grau.....95

7.1.2 Resolução de equação polinomial do 3° grau.....95

7.1.3 Resolução de equação polinomial do 2° grau.....96

8 ANEXOS.....97

8.1 ANEXO 1: Programa compilado ALBE4G.....98

8.2 ANEXO 2: Arquivos de saída do programa ALBE4G.....130

8.2.1. Dados de saída para o caso exemplo 1.....130

8.2.2 Dados de saída para o caso exemplo 2.....132

8.3 ANEXO 3: Arquivos de entrada do código nuclear CITATION.....133

8.3.1 Espessura do núcleo de 64 cm.....133

8.3.2 Espessura do núcleo de 64 cm e refletor de 80 cm.....134

8.3.3 Espessura do núcleo de 60 cm.....134
8.3.4 Espessura do núcleo de 60 cm e refletor de 60 cm.....135
8.4 ANEXO 4: Arquivos de saída do código nuclear CITATION.....136
8.4.1 Espessura de núcleo de 64 cm…….....136
8.4.2 Espessura do núcleo de 64 cm e refletor de 80 cm.....136
8.4.3 Espessura do núcleo de 60 cm.....136
8.4.4 Espessura do núcleo de 60 cm e refletor de 60 cm.....137

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

FIG. 2.1 Geração de I_0 nêutrons/s por fissões nucleares em cadeia em um reator térmico esférico de raio "H" no estado estacionário. A quantidade gerada interage com o núcleo de raio "R" e refletor de espessura "T" a quatro grupos de energia.....27

FIG. 2.2 Distribuição dos $S_{01}I_0$, $S_{02}I_0$, $S_{03}I_0$ e $S_{04}I_0$ nêutrons/s pelo núcleo, refletor e vácuo...29

FIG. 2.3 Processo Pingue-Pongue simplificado.....32

FIG. 2.4(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do núcleo como grupo 4 de energia.....33

FIG. 2.4(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina no refletor como grupo 4 de energia.....33

FIG. 2.5(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do núcleo como grupo 3 de energia.....34

FIG. 2.5(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do refletor como grupo 3 de energia.....35

FIG. 2.6(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do núcleo como grupo 2 de energia.....36

FIG. 2.6(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do refletor como grupo 2 de energia.....37

FIG. 2.7 Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que foge do núcleo como grupo 1 de energia. 39

FIG. 3.1 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes nulas para os quatro grupos de energia.....42

FIG. 3.2 Representação geométrica das interações neutrônicas no refletor isolado e desacoplado do núcleo.....49

FIG. 3.3 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes nulas caracterizando a "Configuração 0". 57

FIG. 3.4 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com corrente reentrante apenas de nêutrons do grupo 1, caracterizando a "configuração 1".....58

FIG. 3.5 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes de nêutrons dos grupos 1 e 2, caracterizando a "configuração 2".....60

FIG. 3.6 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes de nêutrons dos grupos 1, 2 e 3, caracterizando a "configuração 3".....62

FIG. 3.7 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio “R” com correntes reentrantes de nêutrons dos quatro grupos, caracterizando a “configuração 4”.....64
FIG. 4.1 Ilustração da geometria esférica definida para o reator do caso exemplo.....66
FIG. 4.2 Estrutura a quatro grupos de energia considerada no caso exemplo.....68
FIG. 4.3 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em $R \leq r \leq H$, para os quatro grupos de energia.....73
FIG. 4.4 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em $R \leq r \leq H$, sem levar em consideração o grupo 1 de energia.....75
FIG. 4.5 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em $R \leq r \leq H$, sem levar em consideração os grupos 1 e 2 de energia.....76
FIG. 4.6 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em $R \leq r \leq H$, levando em consideração apenas o grupo 4 de energia.....77
FIG. 4.7 Fluxos neutrônicos para os quatro grupos de energia no núcleo e no refletor.....78
FIG. 5.1 Reator térmico para propulsão espacial.....87
FIG. 5.2 Reator térmico configurado de forma a permitir a inferência de correntes reentrantes por transmissão.....88
FIG. 5.3 Reator cilíndrico de núcleo de raio R_0 e altura H_0 e de refletor de raio R_R e altura H_R (a), e o reator esférico equivalente de raios $\tilde{R}$ e $\tilde{R}_R$ (b).....89
FIG. 5.4 Fluxograma ilustrativo para ampliação do campo de aplicação do ALB3G, tendo como base comparativa os códigos SCALE 5, MCNP5, KENO IV, ANISN e CITATION.....90

LISTA DE TABELAS

TAB.4.1 Composição do conjunto núcleo-refletor. FONTE: CABRAL,1991.....67

TAB.4.2 Constantes neutrônicas de grupo de energia para o núcleo do caso exemplo a quatro grupos de energia geradas pelo código nuclear XSDRNPM.....68

TAB.4.3 Constantes neutrônicas de grupo de energia para o refletor do caso exemplo a quatro grupos de energia geradas pelo código nuclear XSDRNPM.....69

TAB.4.4 Frações de nêutrons absorvidos pelo núcleo sem nunca terem ido ao refletor (A_{0_i}) e o fator multiplicativo efetivo de nêutrons, k_{eff} 71

TAB.4.5 Coeficientes de reflexão, absorção e transmissão para o vácuo do refletor.....71

TAB.4.6 Coeficientes de reflexão e absorção do núcleo.....77

TAB.4.7 Frações parciais de absorção no núcleo, ${}_iC_j$, de absorção no refletor, ${}_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, ${}_iV_j$, i e j = 1, 2, 3 e 4.....79

TAB.4.8 Comparação das frações totais de absorção no núcleo, no refletor e fuga para o vácuo.....80

TAB.4.9 Comparação entre os fatores multiplicativos efetivo de nêutrons.....80

TAB.4.10Absorções iniciais para os quatro grupos de energias obtidas pelo método do albedo para um raio de 64 cm.....80

TAB.4.11Frações de nêutrons absorvidos pelo núcleo sem nunca terem ido ao refletor (A_{0_i}).....81

TAB.4.12Coeficientes de reflexão, absorção e transmissão para o vácuo, do refletor, calculados pelo método do Albedo para um reator esférico de núcleo de raio R = 60 cm e refletor de espessura T = 60 cm.....82

TAB.4.13Coeficientes de reflexão e absorção do núcleo.....83

TAB.4.14Frações parciais de absorção no núcleo, ${}_iC_j$, de absorção no refletor, ${}_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, ${}_iV_j$, i e j = 1, 2, 3 e 4.....83

TAB.4.15Comparação das frações totais de absorção no núcleo, no refletor e fuga para o vácuo.....84

TAB.4.16Comparação entre os fatores multiplicativos efetivo de nêutrons.....84

TAB.4.17Absorções iniciais para os quatro grupos de energias obtidas pelo método do albedo para um raio de 60 cm.....85

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

A_{c_i} - fração total de nêutrons absorvidos no núcleo como grupo “i” de energia

A_{r_i} - fração total de nêutrons absorvidos no refletor como grupo “i” de energia

A_{v_i} - fração total de nêutrons transmitidos para o vácuo como grupo “i” de energia

A_{0_i} - fração de nêutrons do grupo “i” de energia absorvidos no núcleo sem ir ao refletor

${}_iC_j$ - fração parcial nêutrons do grupo “i” incidentes, absorvidos no núcleo como grupo “j”

cm - centímetro (unidade de comprimento)

E - variável discreta de energia

E_i - limite inferior de energia do grupo “i” de energia

eV - elétron-volt (unidade de energia)

$F_i(n)$ fração de nêutrons do grupo “i” de energia que fogem pela “n” vez do núcleo

GW - giga-watts (unidade de potência)

I_0 - quantidade de nêutrons produzidos por segundo em uma geração de reações de fissão

k_{eff} - fator de multiplicação efetivo de nêutrons

k_{Pel} - fator de multiplicação efetivo de nêutrons para reatores sem refletor (“*bare reactor*”)

k_∞ - fator de multiplicação efetivo de nêutrons para reatores sem fugas neutrônicas

MeV - mega elétron-volt (unidade de energia)

MW - mega-watts (unidade de potência)

pcm - partes por cem mil

${}_iR_j$ - fração parcial nêutrons do grupo “i” incidentes, absorvidos no refletor como grupo “j”

$R_i(n)$ fração de nêutrons/s do grupo “i” de energia que reentram pela “n” vez no núcleo

s - segundo (unidade de tempo)

S_{0_i} - fração de nêutrons do grupo “i” de energia que fogem pela primeira vez do núcleo

${}_iV_j$ - fração parcial nêutrons do grupo “i” incidentes, transmitidos ao vácuo como grupo “j”

W - watt (unidade de potência)

SÍMBOLOS

$_i\alpha_j$ - coeficiente de nêutrons do grupo “i” incidentes, refletidos como grupo “j”

$[\alpha]$ - matriz dos coeficientes de reflexão

$_i\beta_j$ - coeficiente de nêutrons do grupo “i” incidentes, absorvidos como grupo “j”

$[\beta]$ - matriz dos coeficientes de absorção

χ_i - fração de nêutrons do grupo “i” , gerados por fissão

D_i - coeficiente de difusão para nêutrons do grupo “i”

Φ_i - fluxo escalar de nêutrons do grupo “i”

$_i\gamma_j$ - coeficiente de nêutrons do grupo “i” incidentes, transmitidos como grupo “j”

$[\gamma]$ - matriz dos coeficientes de transmissão

H - raio do reator esférico (conjunto núcleo-refletor)

$\vec{J}_i$ - fluxo vetorial ou corrente de nêutrons do grupo “i”

$J_+)_i$ - corrente parcial “mais” de nêutrons do grupo “i”

$J_-)_i$ - corrente parcial “menos” de nêutrons do grupo “i”

φ - variação angular longitudinal da propagação neutrônica

ν_i - número médio de nêutrons produzidos por fissão

Pu-A ou ^{A}Pu - isótopo “A” do plutônio

θ - variação angular latitudinal da propagação neutrônica

r - variação radial da propagação neutrônica

R - raio do núcleo do reator esférico (conjunto núcleo-refletor)

Σ_{a_i} - seção de choque macroscópica de absorção para nêutrons do grupo “i”

Σ_{f_i} - seção de choque macroscópica de fissão para nêutrons do grupo “i”

Σ_{R_i} - seção de choque macroscópica de remoção para nêutrons do grupo “i”

$\Sigma_{s_{ij}}$ - seção de choque macroscópica de espalhamento para nêutrons do grupo “i” para o “j”

Σ_{γ_i} - seção de choque macroscópica de captura radioativa para nêutrons do grupo “i”

T - espessura do refletor do reator esférico (conjunto núcleo-refletor)

U-A ou ^{A}U - isótopo “A” do urânio

LISTA DE SIGLAS

EUA Estados Unidos da América

IME Instituto Militar de Engenharia

RESUMO

O método do Albedo tem como característica principal o acompanhamento das correntes neutrônicas permitindo uma análise detalhada dos fenômenos físicos de interação entre os nêutrons e os núcleos dos materiais que compõem o conjunto núcleo–refletor.

Neste trabalho o método é aplicado para quatro grupos de energia, onde vários algoritmos foram desenvolvidos e integrados a um programa computacional, denominado ALBE4G, em linguagem FORTRAN. O programa tem a finalidade de obter dados numéricos assim como coeficientes de núcleo e refletor (representantes das interações neutrônicas), absorções, transmissões e fator de multiplicação de nêutrons (k_{eff}). As frações totais de absorção e transmissão, bem como o k_{eff}, representam os resultados comparativos concordantes dos quais foram encontrados desvios relativos de k_{eff} que giraram em torno de 0,2% e 0,6%.Os resultados obtidos pelo código nuclear ALBE4G e o CITATION apresentaram excelente concordância.

Por fim pode-se concluir que o método do Albedo é uma poderosa ferramenta de análise neutrônica para reatores térmicos e rápidos, assim gerando resultados complementares aqueles obtidos por códigos nucleares probabilísticos como SCALE 5 ou por determinísticos como CITATION e ANISN.

ABSTRACT

The Albedo method has as main characteristic the accompaniment of the currents of neutrons allowing a detailed analysis of the interaction phenomena physical among the neutrons and the nuclei of the materials that compose the group nucleus-reflector.

In this work the method is applied for four groups of energy, where several algorithms were developed and integrated into a program computational, denominated ALBE4G, in language FORTRAN. The program has the purpose of obtaining numeric data as well as nucleus coefficients and reflector (representatives of the interactions neutronics), absorptions, transmissions and multiplication factor neutrons (k_{eff}). The total fractions of absorption and transmission, as well as k_{eff}, they represent the results comparative agreements of the which were found relative deviations of k_{eff} around 0.2% and 0.6%. The results obtained by the nuclear code ALBE4G and CITATION have presented excellent agreement.

Finally it can be concluded that the method of Albedo is a powerful tool of analysis neutronic for thermal and fast reactors, like this generating complemental results those obtained by codes nuclear probabilistics as SCALE 5 or for deterministics as CITATION and ANISN.

1 INTRODUÇÃO

Interpretado inicialmente como radiação gama proveniente da ação de partículas alfa sobre berílio, fato negado por F. Joliot e I. Curie, que provaram sua capacidade de acelerar núcleos de hidrogênio a velocidades, o nêutron foi descoberto por Chadwick em 1932, que analisou corretamente as energias da reação e confirmou a existência da hipotética partícula proposta por Rutherford.

Desde a primeira reação de fissão nuclear em cadeia estabelecida pela humanidade, em 1942, nos EUA, resultado do estudo de Enrico Fermi e colaboradores, a análise de criticalidade é de importância imprescindível ao controle de reatores nucleares. A análise de criticalidade pode ocorrer via diversos métodos que têm como base didática à teoria de transporte com balanço de nêutrons. A equação fundamental que descreve a auto-difusão dos nêutrons (partículas sem carga) foi proposta inicialmente por Ludwig Boltzmann há mais de um século e continua sendo a ferramenta mais utilizada.

Atualmente tal análise em reatores nucleares é feita, basicamente, através de métodos determinísticos e métodos de Monte Carlo(BIELAJEW, 2000), ambas envolvendo a teoria de Transporte. Esses métodos são fundamentalmente diferentes em suas bases filosóficas, implementações em códigos computacionais, tipos de resultados gerados e precisão de suas soluções.

Os métodos determinísticos, o mais comum deles é o método das ordenadas discretas, resolvem a equação de transporte para o comportamento médio do nêutron. No entanto, o método de Monte Carlo não resolve uma equação explícita, mas, em contrapartida, obtém respostas através do acompanhamento dos caminhos seguidos, individualmente, por cada nêutron. (TERRA, 2005)

O Método do Albedo quando aplicado a cálculos neutrônicos, distingue-se por ser um método determinístico (sendo capaz de acompanhar as correntes neutrônicas) com características probabilísticas (através das probabilidades de reflexão, absorção e transmissão). Destaca-se pelo fato de permitir apreciações detalhadas da variação do fator de multiplicação efetivo de nêutrons (k_{eff}) sem a necessidade de resolução das equações de transporte.

Assim, o Método vem caracterizando sua importância no campo acadêmico como uma ferramenta didática a ser usada em complemento aos modelos clássicos de análise neutrônica.

1.1 MÉTODOS DE ANÁLISE NEUTRÔNICA

A análise neutrônica é de fundamental importância para a manutenção do controle de fissões nucleares em cadeia, em reatores nucleares. A partir de uma reação em cadeia, sendo esta auto-sustentada, gera um fluxo contínuo de nêutrons dentro de um volume ocupado pelo material físsil e a variação do fluxo permite conduzir a reação conforme o fim a que se deseja.

É a distribuição neutrônica que determina a taxa na qual ocorrem às várias reações nucleares no núcleo do reator. Além do mais, estudar o comportamento da população de nêutrons capacita a inferência sobre a estabilidade das reações de fissão em cadeia. Para a determinação da distribuição de nêutrons no reator, é necessário investigar o processo de transporte de nêutrons cujo conceito fundamental é o movimento dos nêutrons conforme eles fluíssem no núcleo do reator (DUDERSDADT e HAMILTON, 1976).

Os métodos empregados para a análise neutrônica podem ser de natureza determinística ou probabilística, cada qual com suas vantagens e desvantagens. As metodologias determinísticas caracterizam-se por solucionar analiticamente a equação de transporte para um intervalo específico de energia. O Método da Difusão é sem dúvida o mais utilizado e de maior destaque entre os demais. Fornece informações acerca da distribuição temporal e espacial da população neutrônica considerando uma fraca dependência angular. Em função desta última condição o uso de métodos determinísticos torna-se, muitas vezes, limitado, sendo necessária a busca por soluções probabilísticas que fornecem respostas relacionadas a probabilidades de direção por reflexão, absorção ou transmissão, através do acompanhamento dos nêutrons individualmente. Dentre os métodos probabilísticos se destaca o **Método de Monte Carlo** que se apóia em idéias da teoria de transporte, fornecendo tais resultados sem, no entanto resolver explicitamente a equação de transporte.(COSTA, 2007)

1.2 MÉTODO DO ALBEDO - RETROSPECTIVA

Com a finalidade de analisar o coeficiente de reatividade em diferentes temperaturas de um reator nuclear de pesquisa, em 1958, foi desenvolvido por Alan Martin Jacobs, o Método do Albedo. Desde então sua criação vários trabalhos foram realizados, confirmando

sua importância como uma ferramenta alternativa para cálculos neutrônicos e análise nos projetos de blindagem. O método tem como característica principal o acompanhamento das correntes neutrônicas que permite uma análise detalhada dos fenômenos físicos de interação entre os nêutrons e o material do qual o conjunto núcleo – refletor é composto por meio da determinação das probabilidades de reflexão, absorção e transmissão, sem a obrigatoriedade de serem conhecidos os fluxos escalares neutrônicos.

O termo albedo esta relacionado ao poder refletor da superfície de um corpo, sendo um importante conceito usado não só na área nuclear como também na astronomia e na climatologia. Cientificamente, é a razão entre a radiação refletida pela quantidade incidente, normalmente expressa em porcentagem de 0 a 100%, que depende das informações da radiação incidente considerada e do seu ângulo de incidência, geralmente considerada como normal ao corpo ou superfície. (SILVA, 2006)

Em 1991, fez-se uma análise utilizando-se o Método do Albedo a vários grupos de energia de nêutrons para cálculos de reatores nucleares térmicos (CABRAL, 1991). Os resultados foram comparados com os obtidos através do código XSDRNPM (PETRIE, 1976), que resolve a equação de transporte completa, também mostraram concordância. Entre 1993 e 1996, foram apresentados trabalhos (CABRAL, et al., 1993-96) onde foi utilizado o método do albedo a dois grupos de energia para o cálculo do fator de multiplicação efetivo de nêutrons em reatores térmicos.

A partir de 1998, desenvolveram-se aplicações do método do albedo para vários casos de blindagem, primeiro a vários grupos de energia em sistemas constituídos de duas placas (“slabs”) infinitas (MACHADO, 1998), depois vieram trabalhos a vários grupos de energia e múltiplas placas infinitas (AZEVEDO, 1998). Em 1999 o método multigrupo do albedo foi posto em prova para casos de blindagens de nêutrons com duas e múltiplas camadas (CABRAL, et al., 1999) sendo levado em consideração meios não multiplicativos.

Em 1999, a aplicação do método multigrupo em blindagem de radiações foi levado adiante com a utilização de múltiplas camadas, com os resultados obtidos sendo confrontados com os obtidos pelo código nuclear determinístico ANISN. Foi demonstrado ainda que o algoritmo para a incidência de uma corrente de nêutrons poderia ser utilizada para a incidência de uma corrente de radiação gama (DAMASO, 1999).

Em 2001, foi desenvolvido um algoritmo para o método multigrupo do Albedo (DA SILVA, 2001) para duas camadas de material, considerando o acoplamento nêutron-gama.

Em 2002, desenvolveu-se um algoritmo de “n” grupos de energia de nêutrons, “g” grupos de energia de gamas e “m” camadas, considerando o acoplamento entre estas duas radiações (DUNLEY, 2002). Este trabalho foi à etapa final de uma grande seqüência de estudos do método multigrupo do Albedo aplicado a problemas de blindagem das radiações, o que confirmou a sua importância como uma ferramenta alternativa aos métodos já consagrados.

Em 2003, iniciou-se a aplicação do método do Albedo a cálculos neutrônicos de reatores térmicos. Com o método Multigrupo, os resultados foram cotejados com os obtidos pelo método da Difusão, mostrando a concordância dos resultados (FIEL, 2003).

Finalmente em 2005, o método do Albedo e o de Monte Carlo foram aplicados a cálculos neutrônicos de reatores térmicos a dois grupos de energia obtendo-se coerência de resultados com os códigos nucleares KENO IV e ANISN (TERRA, 2005). No mesmo ano, o método foi novamente aplicado a cálculos neutrônicos de reatores térmicos a dois grupos de energia, mas considerando os coeficientes do albedo do núcleo variáveis a cada corrente reentrante no núcleo o que consolidou conceitos do método a dois grupos de energia (PIO, 2005).

No ano de 2006 estudos foram realizados acerca da aplicabilidade do Método do Albedo a três grupos energéticos, considerando-se o “*upscattering*” entre os dois grupos térmicos (SILVA, 2006). Ainda a três grupos de energia, e considerando o “*upscattering*” dos grupos térmicos com coeficientes variáveis do núcleo, o método do albedo foi confrontado com o método da difusão (‘CITATION”). (COSTA, 2007)

1.3 MOTIVAÇÃO E OBJETIVO DO TRABALHO

Os excelentes resultados obtidos em dissertações anteriores [CABRAL, 1991; MACHADO, 1998; DAMASSO, 1999; DUNLEY, 2002; FIEL, 2003; TERRA, 2005; PIO, 2005; SILVA, 2006 e COSTA, 2007], onde o método do Albedo foi aplicado para projetos de blindagem e para cálculos neutrônicos de reatores térmicos, motiva ainda mais a elaboração deste trabalho, visando contribuir para consolidação do método do Albedo. Desta forma, justificando o Método do Albedo plenamente como uma ferramenta de análise do comportamento dos nêutrons.

No ponto de vista acadêmico, não há conhecimento de análise de criticalidade a quatro grupos de energia na literatura, como é encontrado a dois grupos e a três. Assim, justifica-se o uso do Método do Albedo como forma de se oferecer um modelo de compreensão do comportamento dos nêutrons classificados em quatro grupos de energia, limitados em um rápido e três térmicos.

Desta forma, o trabalho teve como objetivo, estimar a criticalidade em reatores térmicos de geometria esférica a quatro grupos de energia analisando o balanço de nêutrons de absorção e reflexão do núcleo e do refletor tendo como base comparativa o código nuclear CITATION, que se baseia na aproximação da difusão discretizada (CONTI, 1984), assim contribuindo para a consolidação do método aplicado a análise neutrônica.

Para que o desenvolvimento do trabalho as seguintes etapas foram estabelecidas:

a) pesquisa bibliográfica em dissertações anteriores (dois e três grupos de energia) sobre as metodologias da difusão e do albedo, aplicadas na teoria dos reatores nucleares;

b) geração das constantes de grupo para os materiais do núcleo e do refletor, usando o código nuclear XSDRNPM (PETRIE, 1976)

c) desenvolvimento de algoritmos em linguagem FORTRAN (LIPSCHUTZ e POE, 1978), com aplicação do Método do Albedo;

d) obtenção, comparação e analise dos resultados obtidos pelo algoritmo implementado, através de tabelas e gráficos expostos no Capítulo 4.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

De modo a apresentar com clareza os objetivos, este trabalho foi dividido em cinco capítulos, um anexo e dois apêndices.

O Capítulo 2 descreve à metodologia generalizada do Albedo aplicado ao problema em estudo e a estrutura responsável pela elaboração do programa computacional desenvolvido, bem como o desenvolvimento do algoritmo.

O Capítulo 3 apresenta a metodologia generalizada da aproximação da difusão e a estrutura responsável pela elaboração do programa desenvolvido.

Os resultados obtidos pelo algoritmo desenvolvido no presente trabalho são apresentados, comparados e analisados, através de tabelas e gráficos no Capítulo 4.

No Capítulo 5, apresentam-se as conclusões finais e as sugestões para trabalhos e dissertações futuros, empregando o método do Albedo.

O APÊNDICE 1 mostra os desenvolvimentos aritméticos das raízes do quarto, terceiro e segundo graus.

O ANEXO 1 fornece o programa compilado ALBE4G.

O ANEXO 2 fornece os arquivos saída o programa ALBE4G.

Os ANEXOS 3 e 4 fornecem os arquivos de entrada e saída do código nuclear CITATION.

2 MÉTODO DO ALBEDO

Este capítulo apresenta uma análise de aplicação a quatro grupos de energia (três rápidos e um térmico), sem "upscattering", desenvolvido a partir do Método do Albedo que se distingue por ser um método determinístico (sendo capaz de acompanhar as correntes neutrônicas) com características probabilísticas (através das probabilidades de reflexão, absorção e transmissão).

Tomando como estudo a distribuição dos I_0 nêutrons produzidos por segundo (em uma geração), nas três regiões do sistema, núcleo, refletor e vácuo, onde o acompanhamento da distribuição das correntes neutrônicas, em tais regiões, é feito através das probabilidades de interação dos nêutrons com o conjunto núcleo-refletor.

Assim, as diversas probabilidades de interação são desenvolvidas a partir de coeficientes que representam à reflexão, absorção e transmissão elementar de nêutrons, dentro dos grupos de energia considerados.

2.1 DEFINIÇÃO DOS COEFICIENTES DO NÚCLEO E DO REFLETOR

As probabilidades de absorção, reflexão e fuga são representadas pelos coeficientes α, β e γ, respectivamente, sendo os dois primeiros sendo somente possível no núcleo e o último coeficiente apenas para o vácuo (no refletor), sendo a história dos nêutrons que atravessam a interface núcleo-refletor descrita por tais probabilidades.

- ${}_i\alpha_{jc}(n) \equiv$ probabilidade de um nêutron do grupo *i* (*i* = 1, 2, 3 e 4) de energia que incide no núcleo ser refletido como grupo *j* (*j* = 1, 2, 3 e 4), para o refletor, devido à n-ésima corrente reentrante no núcleo;

- ${}_i\beta_{jc}(n) \equiv$ probabilidade de um nêutron do grupo *i* (*i* = 1, 2, 3 e 4) de energia que incide no núcleo ser absorvido como grupo *j* (*j* = 1, 2, 3 e 4), devido à n-ésima corrente reentrante no núcleo;

- ${}_i\alpha_{jr} \equiv$ probabilidade de um nêutron do grupo *i* (*i* = 1, 2, 3 e 4) de energia que incide no refletor ser refletido como grupo *j* (*j* = 1, 2, 3 e 4), para o núcleo;

- ${}_i\beta_{jr} \equiv$ probabilidade de um nêutron do grupo *i* (*i* = 1, 2, 3 e 4) de energia que incide no refletor ser absorvido como grupo *j* (*j* = 1, 2, 3 e 4);

- ${}_i\gamma_{jr} \equiv$ probabilidade de um nêutron do grupo *i* (*i* = 1, 2, 3 e 4) de energia que incide no refletor ser transmitido como grupo *j* (*j* = 1, 2, 3 e 4), para o vácuo.

Os índices "*c*" e "*r*", são respectivamente referentes ao núcleo (*core*) e ao refletor (*reflector*) e as indexações referentes aos grupos de energia (1, 2, 3 e 4), apenas ocorreram de um grupo mais energético outro de menor energia.

Em forma matricial, os coeficientes de reflexão e absorção do núcleo podem ser expressos por:

$$[\alpha]_c = \begin{pmatrix} {}_1\alpha_{1c}(n) & {}_1\alpha_{2c}(n) & {}_1\alpha_{3c}(n) & {}_1\alpha_{4c}(n) \\ 0 & {}_2\alpha_{2c}(n) & {}_2\alpha_{3c}(n) & {}_2\alpha_{4c}(n) \\ 0 & 0 & {}_3\alpha_{3c}(n) & {}_3\alpha_{4c}(n) \\ 0 & 0 & 0 & {}_4\alpha_{4c}(n) \end{pmatrix}; \quad [\beta]_c = \begin{pmatrix} {}_1\beta_{1c}(n) & {}_1\beta_{2c}(n) & {}_1\beta_{3c}(n) & {}_1\beta_{4c}(n) \\ 0 & {}_2\beta_{2c}(n) & {}_2\beta_{3c}(n) & {}_2\beta_{4c}(n) \\ 0 & 0 & {}_3\beta_{3c}(n) & {}_3\beta_{4c}(n) \\ 0 & 0 & 0 & {}_4\beta_{4c}(n) \end{pmatrix};$$

Da mesma forma, os coeficientes de reflexão, absorção e transmissão no refletor são expressos como:

$$[\alpha]_r = \begin{pmatrix} {}_1\alpha_{1r} & {}_1\alpha_{2r} & {}_1\alpha_{3r} & {}_1\alpha_{4r} \\ 0 & {}_2\alpha_{2r} & {}_2\alpha_{3r} & {}_2\alpha_{4r} \\ 0 & 0 & {}_3\alpha_{3r} & {}_3\alpha_{4r} \\ 0 & 0 & 0 & {}_4\alpha_{4r} \end{pmatrix}; \quad [\beta]_r = \begin{pmatrix} {}_1\beta_{1r} & {}_1\beta_{2r} & {}_1\beta_{3r} & {}_1\beta_{4r} \\ 0 & {}_2\beta_{2r} & {}_2\beta_{3r} & {}_2\beta_{4r} \\ 0 & 0 & {}_3\beta_{3r} & {}_3\beta_{4r} \\ 0 & 0 & 0 & {}_4\beta_{4r} \end{pmatrix} \text{ e}$$

$$[\gamma]_r = \begin{pmatrix} {}_1\gamma_{1r} & {}_1\gamma_{2r} & {}_1\gamma_{3r} & {}_1\gamma_{4r} \\ 0 & {}_2\gamma_{2r} & {}_2\gamma_{3r} & {}_2\gamma_{4r} \\ 0 & 0 & {}_3\gamma_{3r} & {}_3\gamma_{4r} \\ 0 & 0 & 0 & {}_4\gamma_{4r} \end{pmatrix}.$$

2.2 HISTÓRIA DOS NÊUTRONS A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA

Durante o processo de fissão, os nêutrons recém gerados podem ser absorvidos ou realizarem fuga. Desta forma, para sucessivas fissões serão produzidos I_0 nêutrons/s distribuídos em seus respectivos grupos de energia (quatro grupos).

A Figura 2.1 descreve um reator térmico esférico de raio "H" em estado estacionário. A Geração dos I_0($I_0 \cdot \chi_1 + I_0 \cdot \chi_2 + I_0 \cdot \chi_3 + I_0 \cdot \chi_4 = I_0$) nêutrons/s por fissões nucleares em cadeia em quantidade gerada interage com o núcleo de raio "R" e refletor de espessura "T".

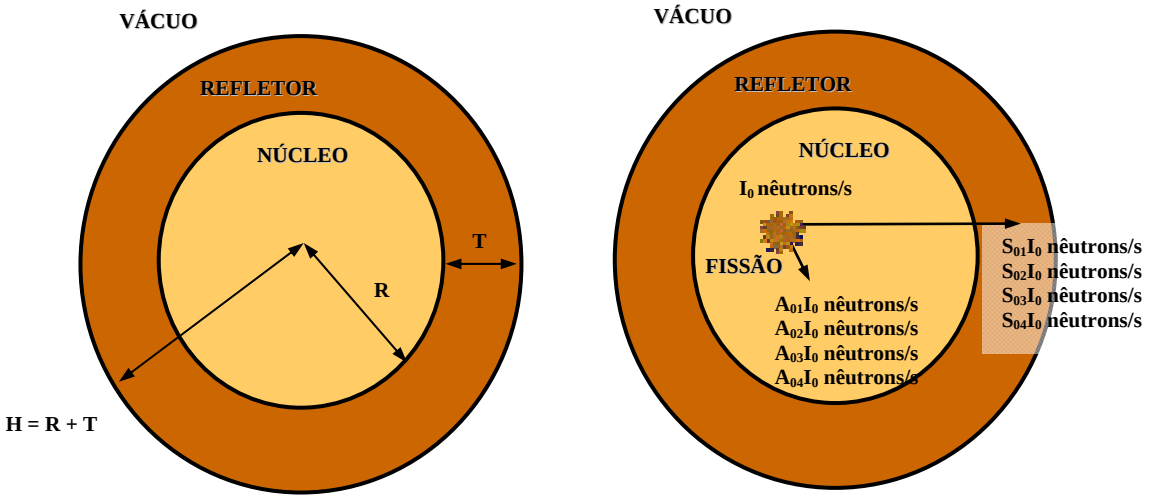


FIG. 2.1 Geração de I_0 nêutrons/s por fissões nucleares em cadeia em um reator térmico esférico de raio "H" no estado estacionário. A quantidade gerada interage com o núcleo de raio "R" e refletor de espessura "T" a quatro grupos de energia. (FONTE: FIEL, 2003, TERRA, PIO, 2005, SILVA, 2006 e COSTA, 2007.)

Onde as parcelas A_0 e S_0, podem ser interpretadas como as probabilidades iniciais de interações, desta formas:

- $A_{0_i} \equiv$ probabilidade do nêutron produzido ser absorvido no núcleo como grupo i (i = 1, 2, 3 e 4) de energia, sem nunca ir ao refletor;
- $S_{0_i} \equiv$ probabilidade do nêutron núcleo fugir pela primeira para o refletor como grupo i (i = 1, 2,3 e 4) de energia.

Partindo da observação da FIG. 2.1 (balanço de nêutrons), obtém-se a seguinte relação, que constitui o primeiro critério de verificação do algoritmo:

$$A_{0_1} I_0 nêutrons/s + A_{0_2} I_0 nêutrons/s + A_{0_3} I_0 nêutrons/s + A_{0_4} I_0 nêutrons/s +$$

$$S_{0_1} I_0 nêutrons/s + S_{0_2} I_0 nêutrons/s + S_{0_3} I_0 nêutrons/s + S_{0_4} I_0 nêutrons/s = I_0 nêutrons/s$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{4} \left(A_{0_i} + S_{0_i} \right) = 1 \qquad (2.1) \text{ e } (2.2)$$

A FIG. 2.2 ilustra a estratégia de aplicação nas sucessivas interações de reflexão, absorção e transmissão. O acompanhamento das correntes neutrônicas, a partir da primeira "saída" revela as seguintes equações:

$$F_1(1) = S_{01} I_0 \frac{nêutrons}{segundo}, \quad F_2(1) = S_{02} I_0 \frac{nêutrons}{segundo}, \qquad (2.3), (2.4)$$

$$F_3(1) = S_{03} I_0 \frac{nêutrons}{segundo} \text{ e } F_4(1) = S_{04} I_0 \frac{nêutrons}{segundo} \qquad (2.5), (2.6)$$

$$R_1(1) = F_1(1) \cdot_1 \alpha_{1r}, \qquad (2.7)$$

$$R_2(1) = F_1(1) \cdot_1 \alpha_{2r} + F_2(1) \cdot_2 \alpha_{2r}, \qquad (2.8)$$

$$R_3(1) = F_1(1) \cdot_1 \alpha_{3r} + F_2(1) \cdot_2 \alpha_{3r} + F_3(1) \cdot_3 \alpha_{3r}, \qquad (2.9)$$

$$R_4(1) = F_1(1) \cdot_1 \alpha_{4r} + F_2(1) \cdot_2 \alpha_{4r} + F_3(1) \cdot_3 \alpha_{4r} + F_4(1) \cdot_4 \alpha_{4r}, \qquad (2.10)$$

Onde:

- $F_i(n) \equiv$ fração de nêutrons do grupo *i* (*i* = 1, 2,3 e 4) de energia que foge pela *n*-ésima vez do núcleo, por segundo;

- $R_i(n) \equiv$ fração de nêutrons do grupo *i* (*i* = 1, 2,3 e 4) de energia que reentram pela *n*-ésima vez no núcleo, por segundo.

Estas frações são calculadas de acordo com a interpretação das interações na interface núcleo-refletor, r = R, conforme a FIG. 2.2:

$$F_i(1) = S_{0_i}; \qquad (2.11)$$

$$R_i(n) = \sum_{j=1}^{4} F_j(n) \cdot {}_j\alpha_{ir}; \qquad (2.12)$$

$$F_i(n) = \sum_{j=1}^{4} R_j(n-1) \cdot {}_j\alpha_{ic}; \qquad (2.13)$$

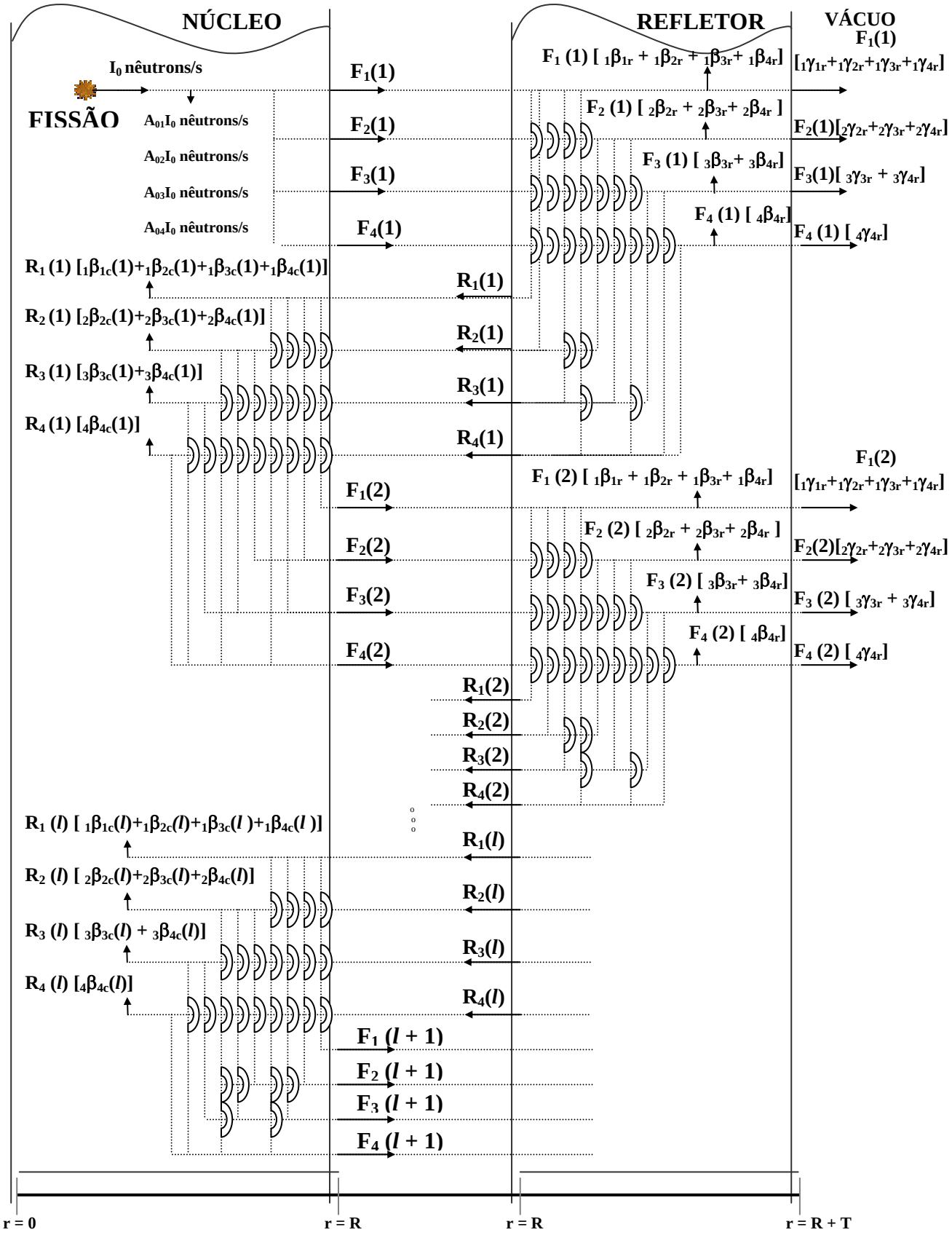


FIG. 2.2 – Distribuição dos $S_{01}I_0$, $S_{02}I_0$, $S_{03}I_0$ e $S_{04}I_0$ nêutrons/s pelo núcleo, refletor e vácuo.

Assim, para a geração de um nêutron por segundo, a FIG. 2.2 destaca diversas respostas acerca de probabilidades de interações, fazendo uso dos coeficientes $[\alpha]_{c,r}$, $[\beta]_{c,r}$ e $[\gamma]_r$.

As seguintes equações são utilizadas para a obtenção das absorções totais no núcleo e refletor, assim como frações totais de nêutrons transmitidos ao vácuo (EQ. 2.14 a 2.24) ;

Absorções Totais no Núcleo

$$A_{c_1} = A_{0_1} + \sum_{l=1}^{n} R_1(l) \cdot {}_1\beta_{1_c}(l) + F_1(n+1) \cdot {}_1C_1 ; \tag{2.14}$$

$$A_{c_2} = A_{0_2} + \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{2} R_i(l) \cdot {}_i\beta_{2_c}(l) \right] + \sum_{i=1}^{2} F_i(n+1) \cdot {}_iC_2 ; \tag{2.15}$$

$$A_{c_3} = A_{0_3} + \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{3} R_i(l) \cdot {}_i\beta_{3_c}(l) \right] + \sum_{i=1}^{3} F_i(n+1) \cdot {}_iC_3 ; \tag{2.16}$$

$$A_{c_4} = A_{0_4} + \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{4} R_i(l) \cdot {}_i\beta_{4_c}(l) \right] + \sum_{i=1}^{4} F_i(n+1) \cdot {}_iC_4 ; \tag{2.17}$$

Absorções Totais no Refletor

$$A_{r_1} = \sum_{l=1}^{n} F_1(l) \cdot {}_1\beta_{1_r}(l) + F_1(n+1) \cdot {}_1R_1 ; \tag{2.18}$$

$$A_{r_2} = \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{3} F_i(l) \cdot {}_i\beta_{2_r}(l) \right] + \sum_{i=1}^{3} F_i(n+1) \cdot {}_iR_2 ; \tag{2.19}$$

$$A_{r_3} = \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{3} F_i(l) \cdot {}_i\beta_{3_r}(l) \right] + \sum_{i=1}^{3} F_i(n+1) \cdot {}_iR_3 ; \tag{2.20}$$

$$A_{r_3} = \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{3} F_i(l) \cdot {}_i\beta_{3_r}(l) \right] + \sum_{i=1}^{3} F_i(n+1) \cdot {}_iR_3 ; \tag{2.21}$$

Transmissões Totais para o Vácuo

$$A_{v_1} = \sum_{l=1}^{n} F_1(l) \cdot {}_1\gamma_{1_r}(l) + F_1(n+1) \cdot {}_1V_1 ; \tag{2.22}$$

$$A_{v_2} = \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{2} F_i(l) \cdot {}_i\gamma_{2_r}(l) \right] + \sum_{i=1}^{2} F_i(n+1) \cdot {}_iV_2 ; \tag{2.23}$$

$$A_{v_3} = \sum_{l=1}^{n} \left[\sum_{i=1}^{3} F_i(l) \cdot {}_i\gamma_{3_r}(l) \right] + \sum_{i=1}^{3} F_i(n+1) \cdot {}_iV_3 ; \tag{2.24}$$

$$A_{v_4} = \sum_{l=1}^{n}\left[\sum_{i=1}^{4} F_i(l)\cdot {}_i\gamma_{4_r}(l)\right] + \sum_{i=1}^{4} F_i(n+1)\cdot {}_iV_4\,; \qquad (2.25)$$

O fator de multiplicação de nêutrons será dado pela EQ. 2.26.

$$k_{eff} = \sum_{i=1}^{4}\left[\nu_i \cdot \frac{\Sigma_{f_i}}{\Sigma_{a_i}} \cdot A_{c_i}\right] \qquad (2.26)$$

Onde:

- ${}_iC_j \equiv$ probabilidade total a partir da corrente *"n+1"* que foge do núcleo, de um nêutron do grupo *i* ser absorvido como do grupo *j* de energia, pelo núcleo;
- ${}_iR_j \equiv$ probabilidade total a partir da corrente *"n+1"* que foge do núcleo, de um nêutron do grupo *i* ser absorvido como do grupo *j* de energia, pelo refletor;
- ${}_iV_j \equiv$ probabilidade total a partir da corrente *"n+1"* que foge do núcleo, de um nêutron do grupo *i* ser transmitido como do grupo *j* de energia, para o vácuo.

2.3 "PINGUE-PONGUE"

Por modelagem do método, a análise da distribuição dos nêutrons a partir das fugas pela segunda vez é procedida através de configurações intuitivas adicionais que indicam as interações das correntes de fugas e de reentradas sucessivas do conjunto núcleo-refletor, onde a partir da *n-ésima* corrente os $[\alpha]_c$ e $[\beta]_c$ serão constantes, constituindo o processo "pingue-pongue", que viabiliza o cálculo direto das frações totais de nêutrons absorvidos e transmitidos, além do k_{eff}.

Por este recurso, busca-se estimar frações parciais de absorção no núcleo, ${}_iC_j$, de absorção no refletor, ${}_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, ${}_iV_j$, *i* e *j* = 1, 2, 3 e 4, abaixo ilustradas nas formas matriciais $[C]$, $[R]$ e $[V]$. Estas frações parciais de absorções e transmissões são calculadas por meio de tratamentos matemáticos convergentes calcados em análises de progressões geométricas induzidas por figuras intuitivas adicionais.

$$[C]=\begin{pmatrix} {}_1C_1 & {}_1C_2 & {}_1C_3 & {}_1C_4 \\ 0 & {}_2C_2 & {}_2C_3 & {}_2C_4 \\ 0 & 0 & {}_3C_3 & {}_3C_4 \\ 0 & 0 & 0 & {}_4C_4 \end{pmatrix},\ [R]=\begin{pmatrix} {}_1R_1 & {}_1R_2 & {}_1R_3 & {}_1R_4 \\ 0 & {}_2R_2 & {}_2R_3 & {}_2R_4 \\ 0 & 0 & {}_3R_3 & {}_3R_4 \\ 0 & 0 & 0 & {}_4R_4 \end{pmatrix},$$

$$[V]=\begin{pmatrix} {}_1V_1 & {}_1V_2 & {}_1V_3 & {}_1V_4 \\ 0 & {}_2V_2 & {}_2V_3 & {}_2V_4 \\ 0 & 0 & {}_3V_3 & {}_3V_4 \\ 0 & 0 & 0 & {}_4V_4 \end{pmatrix}$$

As matrizes acima estão esquematizadas nas FIG. 2.3(a), 2.3(b), 2.3(c) e 2.3(d), respectivamente. Em cada figura intuitiva do processo pingue-pongue, é observado a fuga de um nêutron do respectivo grupo de energia considerado, já que os coeficientes são constantes e não dependem das correntes reentrantes.

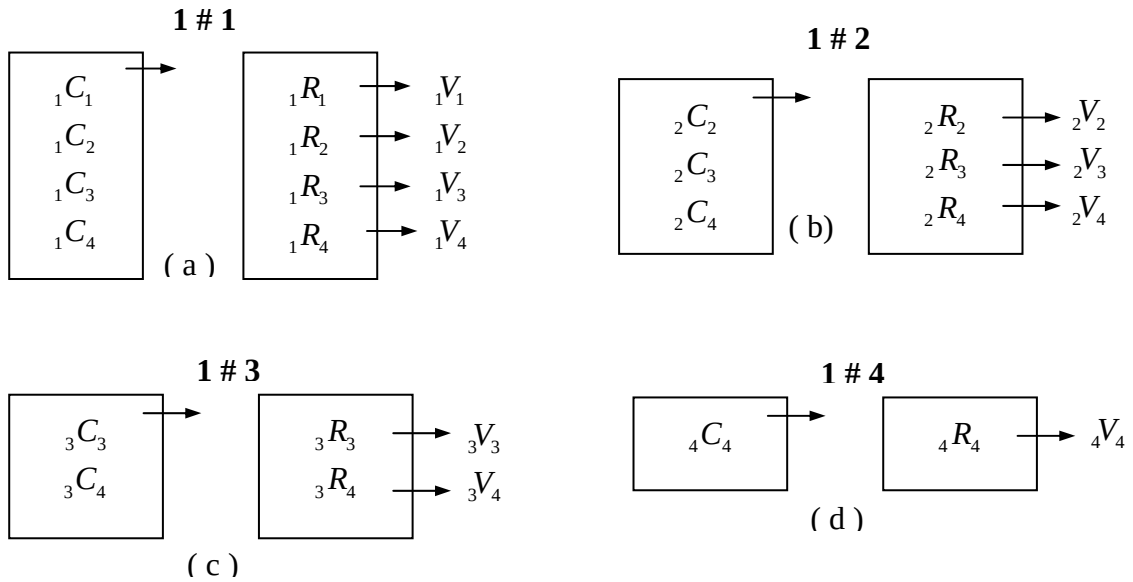
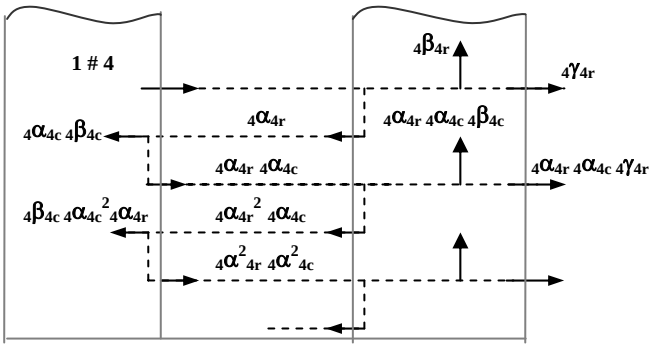


FIG. 2.3 Processo Pingue-Pongue simplificado.

2.3.1. ANÁLISE DA FUGA NEUTRÔNICA COMO GRUPO QUATRO

Considerando que as probabilidades são determinadas por uma soma geométrica de razão "${}_i\alpha_{ir} * {}_i\alpha_{ic}$" pode-se chegar às seguintes relações:

$$\Delta_{44} = 1 - {}_4\alpha_{4r} \cdot {}_4\alpha_{4c}\,; \tag{2.27}$$



$$_4C_4 = \frac{_4\alpha_{4r} \cdot {}_4\beta_{4c}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.28)$$

$$_4R_4 = \frac{_4\beta_{4r}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.29)$$

$$_4V_4 = \frac{_4\gamma_{4r}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.30)$$

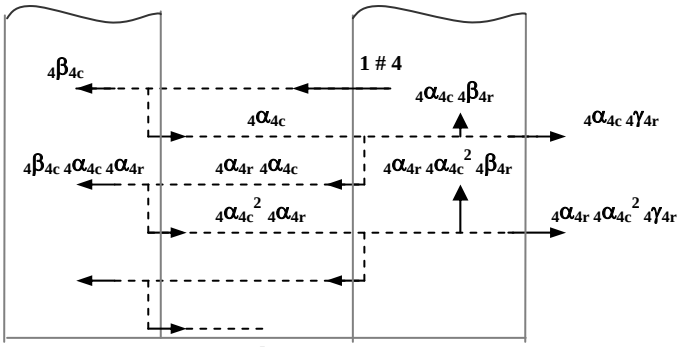
(a)

FIG. 2.4(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do núcleo como grupo 4 de energia.

Onde;

$$_4C_4 + {}_4R_4 + {}_4V_4 = 1; \qquad (2.31)$$

Na figura 2.4(a) é considerada a incidência de um nêutron do grupo quatro, partindo do núcleo para o refletor. Já na figura 2.4(b) um nêutron do grupo quatro partiu do refletor em direção ao núcleo.



$$\overline{_4C_4} = \frac{_4\beta_{4c}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.32)$$

$$\overline{_4R_4} = \frac{_4\beta_{4r} \cdot {}_4\alpha_{4c}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.33)$$

$$\overline{_4V_4} = \frac{_4\gamma_{4r} \cdot {}_4\alpha_{4c}}{\Delta_{44}}; \qquad (2.34)$$

(b)

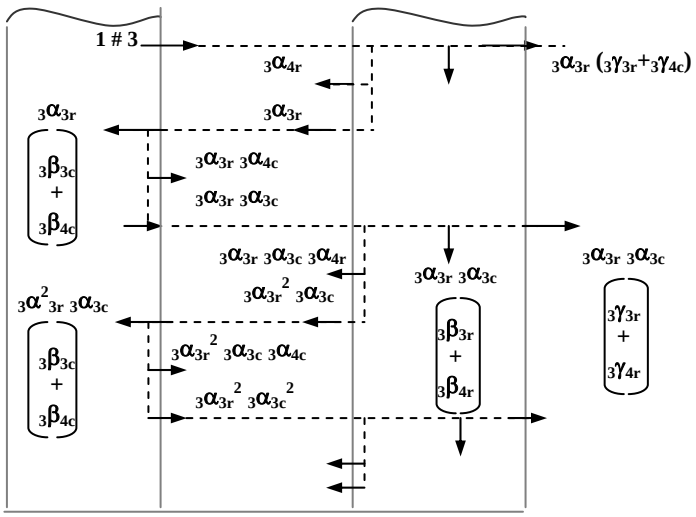
FIG. 2.4(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina no refletor como grupo 4 de energia.

Onde:

$$\overline{_4C_4} + \overline{_4R_4} + \overrightarrow{_4V_4} = 1 \qquad (2.35)$$

2.3.2. ANÁLISE DA FUGA NEUTRÔNICA COMO GRUPO TRÊS.

Analogamente, a seção 2.3.1, a análise das fugas neutrônicas como grupo três também permite determinar as respectivas probabilidades relacionadas com as interações com o núcleo e o refletor.



(a)

FIG. 2.5(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s
que se origina do núcleo como grupo 3 de energia.

Onde:

$$\Delta_{33} = 1 - {}_3\alpha_{3r} \cdot {}_3\alpha_{3c}\,; \tag{2.36}$$

$$S_{34} = \frac{{}_3\alpha_{4c} \cdot {}_3\alpha_{3r}}{\Delta_{33}}\,;\ \overline{S_{34}} = \frac{{}_3\alpha_{4r}}{\Delta_{33}}\,; \qquad (2.37) \text{ e } (2.38)$$

$${}_3C_3 = \frac{{}_3\alpha_{3r} \cdot {}_3\beta_{3c}}{\Delta_{33}}\,; \tag{2.39}$$

$${}_3R_3 = \frac{{}_3\beta_{3r}}{\Delta_{33}}\,; \tag{2.40}$$

$${}_3V_3 = \frac{{}_3\gamma_{3r}}{\Delta_{33}}\,; \tag{2.41}$$

$${}_3C_4 = \frac{{}_3\alpha_{3r} \cdot {}_3\beta_{4c}}{\Delta_{33}} + S_{34} \cdot {}_4C_4 + \overline{S_{34}} \cdot \overline{{}_4C_4}\,; \tag{2.42}$$

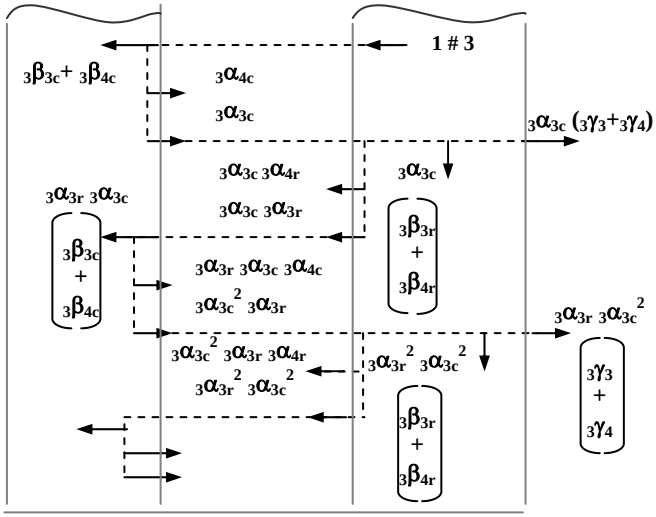
$${}_3R_4 = \frac{{}_3\beta_{4r}}{\Delta_{33}} + S_{34} \cdot {}_4R_4 + \overline{S_{34}} \cdot \overline{{}_4R_4}\,; \tag{2.43}$$

$${}_3V_4 = \frac{{}_3\gamma_{4r}}{\Delta_{33}} + S_{34} \cdot {}_4V_4 + \overline{S_{34}} \cdot \overline{{}_4V_4}\,; \tag{2.44}$$

Onde:

$${}_3C_3 + {}_3R_3 + {}_3V_3 + {}_3C_4 + {}_3R_4 + {}_3V_4 = 1\,; \tag{2.45}$$

Novamente, de modo análogo na FIG. 2.5(a) é considerada a incidência de um nêutron do grupo três, partindo do núcleo para o refletor e na FIG. 2.5(b) um nêutron do grupo três sai do refletor em direção ao núcleo.



(b)

FIG. 2.5(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do refletor como grupo 3 de energia.

Onde:

$$Y_{34} = \frac{_3\alpha_{4c}}{\Delta_{33}}\ ;\ \overline{Y_{34}} = \frac{_3\alpha_{4r} \cdot {}_3\alpha_{3c}}{\Delta_{33}}\ ; \qquad \text{(2.46) e (2.47)}$$

$$\overline{_3C_3} = \frac{_3\beta_{3c}}{\Delta_{33}}\ ; \qquad (2.48)$$

$$\overline{_3R_3} = \frac{_3\alpha_{3c} \cdot {}_3\beta_{3r}}{\Delta_{33}}\ ; \qquad (2.49)$$

$$\overline{_3V_3} = \frac{_3\alpha_{3c} \cdot {}_3\gamma_{3r}}{\Delta_{33}}\ ; \qquad (2.50)$$

$$\overline{_3C_4} = \frac{_3\beta_{4c}}{\Delta_{33}} + Y_{34} \cdot {}_4C_4 + \overline{Y_{34}} \cdot \overline{_4C_4}\ ; \qquad (2.51)$$

$$\overline{_3R_4} = \frac{_3\alpha_{3c} \cdot {}_3\beta_{4r}}{\Delta_{33}} + Y_{34} \cdot {}_4R_4 + \overline{Y_{34}} \cdot \overline{_4R_4}\ ; \qquad (2.52)$$

$$\overline{_3V_4} = \frac{_3\alpha_{3c} \cdot {}_3\gamma_{4r}}{\Delta_{33}} + Y_{34} \cdot {}_4V_4 + \overline{Y_{34}} \cdot \overline{_4V_4}\ ; \qquad (2.53)$$

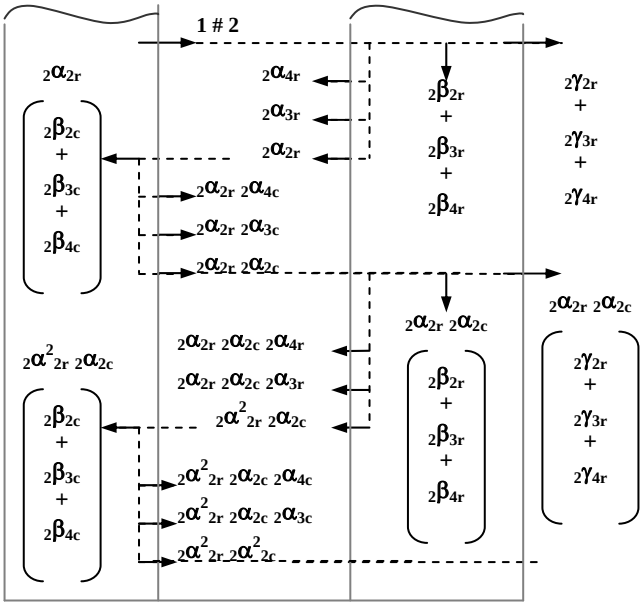
Onde:

$$\overline{{}_3C_3} + \overline{{}_3R_3} + \overline{{}_3V_3} + \overline{{}_3C_4} + \overline{{}_3R_4} + \overline{{}_3V_4} = 1\,; \qquad (2.54)$$

2.3.3. ANÁLISE DA FUGA NEUTRÔNICA COMO GRUPO DOIS

Do mesmo modo que nas seções anteriores, a análise das fugas neutrônicas como grupo dois também permite determinar as respectivas probabilidades relacionadas com as interações com o núcleo e o refletor.

$$\Delta_{22} = 1 - {}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\alpha_{2c}\,; \qquad (2.55)$$



(a)

FIG. 2.6(a) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do núcleo como grupo 2 de energia.

Onde:

$$S_{23} = \frac{{}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\alpha_{3c}}{\Delta_{22}}\,;\ \overline{S_{23}} = \frac{{}_2\alpha_{3r}}{\Delta_{22}}\,;\ S_{24} = \frac{{}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\beta_{4c}}{\Delta_{22}}\,;\ \overline{S_{24}} = \frac{{}_2\alpha_{4r}}{\Delta_{22}}\,;$$

(2.56), (2.57), (2.58) e (2.59)

$${}_2C_2 = \frac{{}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\beta_{2c}}{\Delta_{22}}\,; \qquad (2.60)$$

$${}_2R_2 = \frac{{}_2\beta_{2r}}{\Delta_{22}}\,; \qquad (2.61)$$

$${}_2V_2 = \frac{{}_2\gamma_{2r}}{\Delta_{22}}\,; \qquad (2.62)$$

$$ {}_2C_3 = \frac{{}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\beta_{3c}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 C_3 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3C_3} \; ; \tag{2.63} $$

$$ {}_2R_3 = \frac{{}_2\beta_{3r}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 R_3 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3R_3} \; ; \tag{2.64} $$

$$ {}_2V_3 = \frac{{}_2\gamma_{3r}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 V_3 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3V_3} \; ; \tag{2.65} $$

$$ {}_2C_4 = \frac{{}_2\alpha_{2r} \cdot {}_2\beta_{4c}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 C_4 + S_{24} \cdot_4 C_4 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3C_4} + \overline{S_{24}} \cdot \overline{{}_4C_4} \; ; \tag{2.66} $$

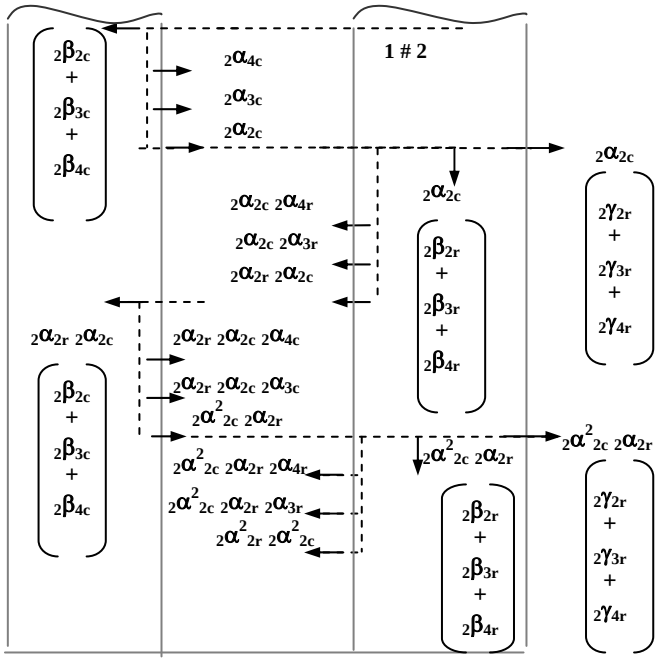
$$ {}_2F_4 = \frac{{}_2\beta_{4r}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 R_4 + S_{24} \cdot_4 R_4 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3R_4} + \overline{S_{24}} \cdot \overline{{}_4R_4} \; ; \tag{2.67} $$

$$ {}_2V_4 = \frac{{}_2\gamma_{4r}}{\Delta_{22}} + S_{23} \cdot_3 V_4 + S_{24} \cdot_4 V_4 + \overline{S_{23}} \cdot \overline{{}_3V_4} + \overline{S_{24}} \cdot \overline{{}_4V_4} \; ; \tag{2.68} $$

Onde:

$$ {}_2C_2 + {}_2R_2 + {}_2V_2 + {}_2C_3 + {}_2R_3 + {}_2V_3 + {}_2C_4 + {}_2R_4 + {}_2V_4 = 1; \tag{2.69} $$

De modo análogo às figuras anteriores, na FIG. 2.6(a) é considerada a incidência de um nêutron do grupo dois, partindo do núcleo para o refletor e na FIG. 2.6(b) um nêutron do grupo dois sai do refletor em direção ao núcleo.



(b)

FIG. 2.6(b) Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que se origina do refletor como grupo 2 de

Onde:

$$Y_{23} = \frac{{}_2\alpha_{3c}}{\Delta_{22}};\ \overline{Y_{23}} = \frac{{}_2\alpha_{3r} \cdot {}_2\alpha_{2c}}{\Delta_{22}};\ Y_{24} = \frac{{}_2\alpha_{4r}}{\Delta_{22}};\ \overline{Y_{24}} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\alpha_{4r}}{\Delta_{22}};$$

(2.70), (2.71), (2.72) e (2.73)

$$\overline{{}_2C_2} = \frac{{}_2\beta_{2c}}{\Delta_{22}}; \tag{2.74}$$

$$\overline{{}_2R_2} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\beta_{2r}}{\Delta_{22}}; \tag{2.75}$$

$$\overline{{}_2V_2} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\gamma_{2r}}{\Delta_{22}}; \tag{2.76}$$

$$\overline{{}_2C_3} = \frac{{}_2\beta_{3c}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3C_3 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3C_3}; \tag{2.77}$$

$$\overline{{}_2R_3} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\beta_{3r}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3R_3 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3R_3}; \tag{2.78}$$

$$\overline{{}_2V_3} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\gamma_{3r}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3V_3 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3V_3}; \tag{2.79}$$

$$\overline{{}_2C_4} = \frac{{}_2\beta_{4c}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3C_4 + Y_{24} \cdot {}_4C_4 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3C_4} + \overline{Y_{24}} \cdot \overline{{}_4C_4}; \tag{2.80}$$

$$\overline{{}_2R_4} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\beta_{4r}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3R_4 + Y_{24} \cdot {}_4R_4 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3R_4} + \overline{Y_{24}} \cdot \overline{{}_4R_4}; \tag{2.81}$$

$$\overline{{}_2V_4} = \frac{{}_2\alpha_{2c} \cdot {}_2\gamma_{4r}}{\Delta_{22}} + Y_{23} \cdot {}_3V_4 + Y_{24} \cdot {}_4V_4 + \overline{Y_{23}} \cdot \overline{{}_3V_4} + \overline{Y_{24}} \cdot \overline{{}_4V_4}; \tag{2.82}$$

Onde:

$$\overline{{}_2C_2} + \overline{{}_2R_2} + \overline{{}_2V_2} + \overline{{}_2C_3} + \overline{{}_2R_3} + \overline{{}_2V_3} + \overline{{}_2C_4} + \overline{{}_2R_4} + \overline{{}_2V_4} = 1 \tag{2.83}$$

2.3.4. ANÁLISE DA FUGA NEUTRÔNICA COMO GRUPO UM

A partir da FIG. 2.7, onde é considerada a incidência de um nêutron do grupo um, partindo do núcleo para o refletor, a análise das fugas neutrônicas como grupo um permite determinar as respectivas probabilidades relacionadas com as interações com o núcleo e o refletor.

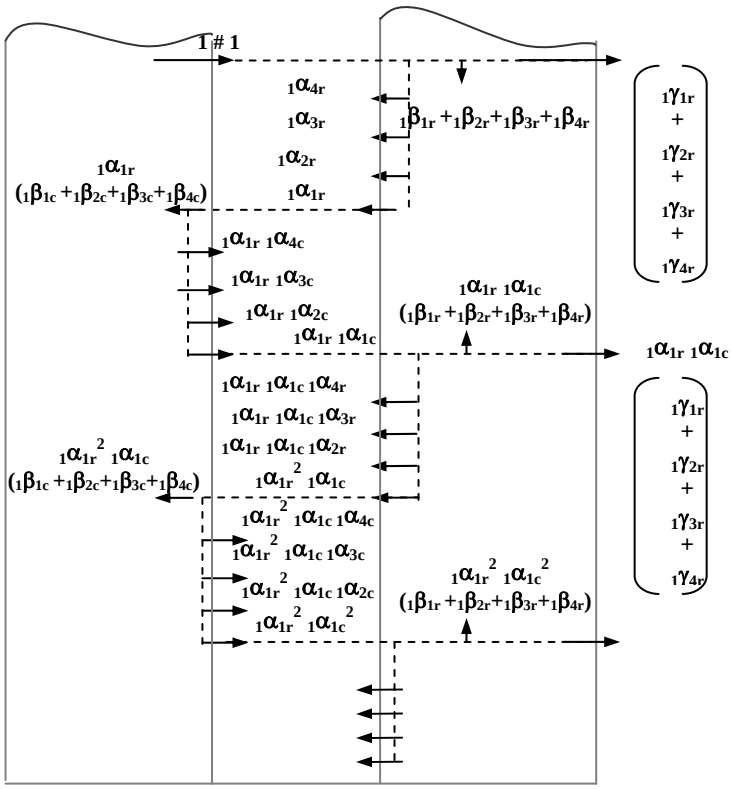


FIG. 2.7 Processo Pingue-Pongue de 1 nêutron/s que foge do núcleo como grupo 1 de energia.

Onde:

$$\Delta_{11} = 1 - {}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\alpha_{1c}\,; \tag{2.84}$$

$$S_{12} = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\alpha_{2c}}{\Delta_{11}}\,;\ \overline{S_{12}} = \frac{{}_1\alpha_{2r}}{\Delta_{11}}\,;\ S_{13} = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\alpha_{3c}}{\Delta_{11}}\,;\ \overline{S_{13}} = \frac{{}_1\alpha_{3r}}{\Delta_{11}}\,;\ S_{14} = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\alpha_{4c}}{\Delta_{11}}\,;\ \overline{S_{14}} = \frac{{}_1\alpha_{4r}}{\Delta_{11}}\,;$$

(2.85), (2.86), (2.87), (2.88), (2.89) e (2.90)

$${}_1C_1 = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\beta_{1c}}{\Delta_{11}}\,; \tag{2.91}$$

$${}_1R_1 = \frac{{}_1\beta_{1r}}{\Delta_{11}}\,; \tag{2.92}$$

$${}_1V_1 = \frac{{}_1\gamma_{1r}}{\Delta_{11}}\,; \tag{2.93}$$

$${}_1C_2 = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\beta_{2c}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot {}_2C_2 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2C_2}\,; \tag{2.94}$$

$${}_1R_2 = \frac{{}_1\beta_{2r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot {}_2R_2 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2R_2}\,; \tag{2.95}$$

$${}_1V_2 = \frac{{}_1\gamma_{2r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot {}_2V_2 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2V_2}\,; \tag{2.96}$$

$$ {}_1C_3 = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\beta_{3c}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 C_3 + S_{13} \cdot_3 C_3 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2C_3} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3C_3} \; ; \qquad (2.97) $$

$$ {}_1R_3 = \frac{{}_1\beta_{3r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 R_3 + S_{13} \cdot_3 R_3 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2R_3} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3R_3} \; ; \qquad (2.98) $$

$$ {}_1V_3 = \frac{{}_1\gamma_{3r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 V_3 + S_{13} \cdot_3 V_3 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2V_3} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3V_3} \; ; \qquad (2.99) $$

$$ {}_1C_4 = \frac{{}_1\alpha_{1r} \cdot {}_1\beta_{4c}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 C_4 + S_{13} \cdot_3 C_4 + S_{14} \cdot_4 C_4 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2C_4} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3C_4} + \overline{S_{14}} \cdot \overline{{}_4C_4} \; ; \qquad (2.100) $$

$$ {}_1R_4 = \frac{{}_1\beta_{4r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 R_4 + S_{13} \cdot_3 R_4 + S_{14} \cdot_4 R_4 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2R_4} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3R_4} + \overline{S_{14}} \cdot \overline{{}_4R_4} \; ; \qquad (2.101) $$

$$ {}_1V_4 = \frac{{}_1\gamma_{4r}}{\Delta_{11}} + S_{12} \cdot_2 V_4 + S_{13} \cdot_3 V_4 + S_{14} \cdot_4 V_4 + \overline{S_{12}} \cdot \overline{{}_2V_4} + \overline{S_{13}} \cdot \overline{{}_3V_4} + \overline{S_{14}} \cdot \overline{{}_4V_4} \; ; \qquad (2.102) $$

Onde:

$$ {}_1C_1 +_1 R_1 +_1 V_1 +_1 C_2 +_1 R_2 +_1 V_2 +_1 C_3 +_1 R_3 +_1 V_3 +_1 C_4 +_1 R_4 +_1 V_4 = 1 \; ; \qquad (2.103) $$

O cálculo neutrônico em reatores nucleares pode ser analisado de forma determinística ou probabilística, ambas envolvendo a Teoria de Transporte com balanço de nêutrons. O método determinístico mais comum é o da Difusão, onde a maioria dos conceitos importantes de análise de reatores será certamente introduzida por este modelo. Em função desta ultima condição o uso de métodos determinísticos torna-se limitado, sendo necessária à busca por soluções probabilísticas, assim como o método de Monte Carlo.

3. APROXIMAÇÃO DA DIFUSÃO

A aproximação da difusão foi utilizada para a determinação de Ao_i e So_i, α e β do núcleo e α, β e γ do refletor.

3.1. DETERMINAÇÃO DAS QUANTIDADES: Ao_i e So_i

Os valores de Ao_i e So_i são aqueles obtidos com o núcleo sem refletor, definido aqui como núcleo pelado ("BARE CORE").

Como o núcleo é um meio multiplicativo de um reator térmico, com $\chi_1 + \chi_2 + \chi_3 + \chi_4 = 1$, mas $\chi_4 = 0$, as equações que governam o fenômeno são definidas a quatro grupos de energia pela aproximação da difusão para a região compreendida em $0 \leq r \leq R$, como:

(i) Equações que governam o fenômeno:

$$\begin{cases} -D_1\nabla^2\Phi_1 + \Sigma_{R_1}\Phi_1 = \dfrac{\chi_1}{k_{eff}}S & (3.1) \\ -D_2\nabla^2\Phi_2 + \Sigma_{R_2}\Phi_2 = \dfrac{\chi_2}{k_{eff}}S + \Sigma_{s_{12}}\Phi_1 & (3.2) \\ -D_3\nabla^2\Phi_3 + \Sigma_{R_3}\Phi_3 = \dfrac{\chi_3}{k_{eff}}S + \Sigma_{s_{13}}\Phi_1 + \Sigma_{s_{23}}\Phi_2 & (3.3) \\ -D_4\nabla^2\Phi_4 + \Sigma_{R_4}\Phi_4 = \Sigma_{s_{14}}\Phi_1 + \Sigma_{s_{24}}\Phi_2 + \Sigma_{s_{34}}\Phi_3 & (3.4) \end{cases}$$

Onde:

$$S = \nu_1\Sigma_{f_1}\Phi_1 + \nu_2\Sigma_{f_2}\Phi_2 + \nu_3\Sigma_{f_3}\Phi_3 + \nu_4\Sigma_{f_4}\Phi_4\,; \qquad (3.5)$$

$$\Sigma_{R_1} = \Sigma_{a_1} + \Sigma_{s_{12}} + \Sigma_{s_{13}} + \Sigma_{s_{14}}\,; \qquad (3.6(a))$$

$$\Sigma_{R_2} = \Sigma_{a_2} + \Sigma_{s_{23}} + \Sigma_{s_{24}}\,; \qquad (3.6(b))$$

$$\Sigma_{R_3} = \Sigma_{a_3} + \Sigma_{s_{34}}\,; \qquad (3.7(a))$$

$$\Sigma_{R_4} = \Sigma_{a_4}\,; \qquad (3.7(b))$$

(ii) Condições de contorno:

Em r = 0, $\Phi_i(r=0)$ são finitos.

Em r = R as correntes reentrantes são nulas, desta forma para um núcleo pelado:

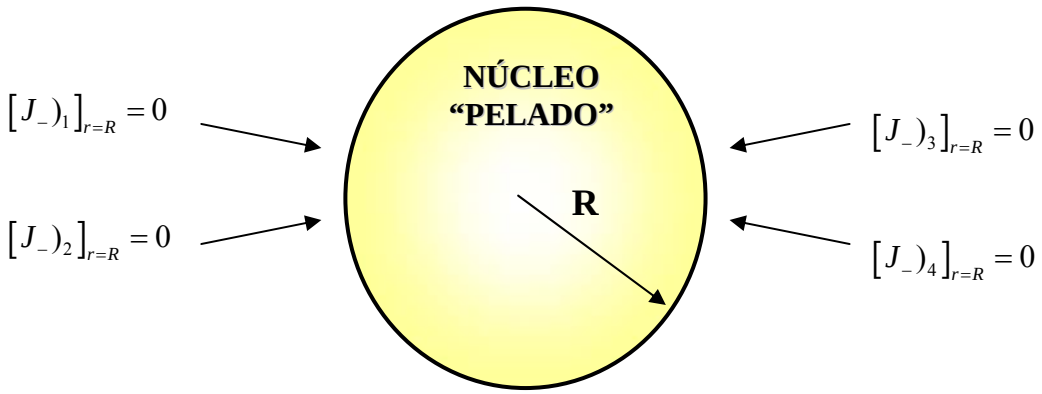


FIG. 3.1 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes nulas para os quatro grupos de energia.

Desta forma:

$$J_-)_i = \frac{\Phi_i}{4} + \frac{D_i}{2}\frac{d\Phi_i}{dr} = 0; \qquad \text{i = 1, 2, 3 e 4.} \tag{3.8}$$

Como nona e última condição, foi estabelecida que:

$$\int_{r=0}^{R}\sum_{i=1}^{4}\left(\Sigma_{a_i}\Phi_i - D_i\nabla^2\Phi_i\right)4\pi r^2 dr = 1\,\text{nêutron/s} \tag{3.9}$$

Desta forma, as frações iniciais de absorção (Ao_i) e de fuga para o vácuo (So_i), são dadas pelas equações:

$$Ao_i = 4\pi\int_{r=0}^{R}\Sigma_{a_i}\Phi_i r^2 dr\,; \tag{3.10}$$

$$So_i = -4\pi\int_{r=0}^{R}D_i\nabla^2\Phi_i r^2 dr\,; \tag{3.11}$$

Para, i = 1, 2, 3 e 4. Assim, portanto;

$$\sum_{i=1}^{4} Ao_i + So_i = 1 \tag{3.12}$$

As equações 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4, podem ser reescritas da seguinte forma:

$$\begin{cases} \nabla^2\Phi_1 + Q_{11}\Phi_1 + Q_{12}\Phi_2 + Q_{13}\Phi_3 + Q_{14}\Phi_4 = 0 & (3.13) \\ Q_{21}\Phi_1 + \nabla^2\Phi_2 + Q_{22}\Phi_2 + Q_{23}\Phi_3 + Q_{24}\Phi_4 = 0 & (3.14) \\ Q_{31}\Phi_1 + Q_{32}\Phi_2 + \nabla^2\Phi_3 + Q_{33}\Phi_3 + Q_{44}\Phi_4 = 0 & (3.15) \\ Q_{41}\Phi_1 + Q_{42}\Phi_2 + Q_{43}\Phi_3 + \nabla^2\Phi_4 + Q_{44}\Phi_4 = 0 & (3.16) \end{cases}$$

Onde:

$$Q_{11} = \frac{1}{D_1}\left(\frac{\chi_1\nu_1\Sigma_{f_1}}{k_{eff}} - \Sigma_{R_1}\right);\ Q_{12} = \frac{\chi_1\nu_2\Sigma_{f_2}}{D_1 k_{eff}};\ Q_{13} = \frac{\chi_1\nu_3\Sigma_{f_3}}{D_1 k_{eff}};\ Q_{14} = \frac{\chi_1\nu_4\Sigma_{f_4}}{D_1 k_{eff}};$$

(3.17), (3.18), (3.19), (3.20)

$$Q_{21} = \frac{1}{D_2}\left(\Sigma_{s_{12}} + \frac{\chi_2\nu_1\Sigma_{f_1}}{k_{eff}}\right);\ Q_{22} = \frac{1}{D_2}\left(\frac{\chi_2\nu_2\Sigma_{f_2}}{k_{eff}} - \Sigma_{R_2}\right);\ Q_{23} = \frac{\chi_2\nu_3\Sigma_{f_3}}{D_2 k_{eff}};\ Q_{24} = \frac{\chi_2\nu_4\Sigma_{f_4}}{D_2 k_{eff}}$$

(3.21), (3.22), (3.23), (3.24)

$$Q_{31} = \frac{1}{D_3}\left(\Sigma_{s_{13}} + \frac{\chi_3\nu_1\Sigma_{f_1}}{k_{eff}}\right);\quad Q_{32} = \frac{1}{D_3}\left(\Sigma_{s_{23}} + \frac{\chi_3\nu_2\Sigma_{f_2}}{k_{eff}}\right);\quad Q_{33} = \frac{1}{D_3}\left(\frac{\chi_3\nu_3\Sigma_{f_3}}{k_{eff}} - \Sigma_{R_3}\right);$$

$$Q_{34} = \frac{\chi_3\nu_4\Sigma_{f_4}}{k_{eff}D_3};$$ (3.25), (3.26), (3.27), (3.28)

$$Q_{41} = \frac{\Sigma_{s_{14}}}{D_4};\ Q_{42} = \frac{\Sigma_{s_{24}}}{D_4};\ Q_{43} = \frac{\Sigma_{s_{34}}}{D_4};\ Q_{44} = -\frac{\Sigma_{R_4}}{D_4};$$ (3.29), (3.30), (3.31), (3.32)

O sistema de equações diferenciais ordinárias (EDO) de segunda ordem, EQ. 3.13 a EQ. 3.16, pode ser rescrita na forma matricial como (HILDEBRAND, 1948):

$$\begin{bmatrix} \delta^2 + Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & \delta^2 + Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & \delta^2 + Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & \delta^2 + Q_{44} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} r\Phi_1 \\ r\Phi_2 \\ r\Phi_3 \\ r\Phi_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

- Em coordenadas esféricas, desprezando-se as variações angulares tem-se:

$$\nabla^2\Phi_i \equiv \frac{1}{r}\frac{d^2}{dr^2}(r\Phi_i)\ ; \qquad (3.34)$$

- Sendo introduzido o operador derivada de *n*-ésima ordem "δ^n", com propriedade comutativa:

$$\delta^n \equiv \frac{d^{(n)}}{dr^{(n)}} \quad (n \equiv \text{ordem do operador}) \; ; \tag{3.35}$$

O sistema de equações diferenciais lineares ordinárias (Eq. 3.33), é resolvida conforme a seguir:

$$\Delta \begin{pmatrix} r\Phi_1 \\ r\Phi_2 \\ r\Phi_3 \\ r\Phi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{3.36}$$

Onde "Δ", representa o operador diferencial linear do sistema de EDO (Eq. 3.13 a Eq. 3.16), de oitava ordem. Como "δ" é um operador de propriedade comutativa, Δ também pode ser expresso na forma de um polinômio do oitavo grau, em δ, conforme expresso a seguir (HILDEBRAND, 1948):

$$\Delta = \begin{vmatrix} \delta^2 + Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & \delta^2 + Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & \delta^2 + Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & \delta^2 + Q_{44} \end{vmatrix} = \delta^8 + A_1 \cdot \delta^6 + A_2 \cdot \delta^4 + A_3 \delta^2 + A_4 \; ; \tag{3.37}$$

Sendo:

$$A_1 = Q_{11} + Q_{22} + Q_{33} + Q_{44} \; ; \tag{3.38}$$

$$A_2 = Q_{11}(Q_{22} + Q_{33} + Q_{44}) + Q_{22}(Q_{33} + Q_{44}) + Q_{33}Q_{44} - (Q_{12}Q_{21} + Q_{13}Q_{31} + Q_{14}Q_{41} + Q_{23}Q_{32} + Q_{24}Q_{42} + Q_{34}Q_{43}) \; ; \tag{3.39}$$

$$A_3 = Q_{11}Q_{22}(Q_{33} + Q_{44}) + (Q_{11} + Q_{22})(Q_{33}Q_{44} - Q_{34}Q_{43}) - Q_{11}(Q_{23}Q_{32} + Q_{24}Q_{42}) - Q_{23}(Q_{32}Q_{44} - Q_{34}Q_{42}) + Q_{24}(Q_{32}Q_{43} - Q_{33}Q_{42}) - Q_{12}Q_{21}(Q_{33} + Q_{44}) + Q_{21}(Q_{13}Q_{32} + Q_{14}Q_{42}) + Q_{31}(Q_{12}Q_{23} + Q_{14}Q_{43}) - Q_{13}Q_{31}(Q_{22} + Q_{44}) + Q_{41}(Q_{12}Q_{24} + Q_{13}Q_{34}) - Q_{14}Q_{41}(Q_{22} + Q_{33}) \; ; \tag{3.40}$$

$$A_4 = Q_{11}(Q_{22}(Q_{33}Q_{44} - Q_{34}Q_{43}) - Q_{32}(Q_{23}Q_{44} - Q_{24}Q_{43}) + Q_{42}(Q_{23}Q_{34} - Q_{24}Q_{33})) - Q_{21}(Q_{12}(Q_{33}Q_{44} - Q_{34}Q_{43}) + Q_{32}(Q_{14}Q_{43} - Q_{13}Q_{44}) + Q_{42}(Q_{13}Q_{34} - Q_{14}Q_{33})) + Q_{31}(Q_{12}(Q_{23}Q_{44} - Q_{24}Q_{43}) - Q_{13}(Q_{22}Q_{44} - Q_{24}Q_{42}) + Q_{14}(Q_{22}Q_{43} - Q_{23}Q_{42})) - Q_{41}(Q_{12}(Q_{23}Q_{34} - Q_{24}Q_{33}) - Q_{13}(Q_{22}Q_{34} - Q_{32}Q_{24}) + Q_{14}(Q_{22}Q_{33} - Q_{23}Q_{32})) \tag{3.41}$$

Nota-se que $\Delta = 0$ representa uma EDO homogênea linear com coeficientes A_i (i = 1, 2, 3 e 4) constantes, independentes de "r". Mais uma vez destacando a comutatividade do operador "δ", pode-se tratá-lo como uma variável real independente, $\delta \equiv s$, de forma a transformar a

EDO $\Delta = 0$ em uma equação característica do sistema de EDO, de oitavo grau, como (HILDEBRAND, 1948):

$$s^8 + A_1 \cdot s^6 + A_2 \cdot s^4 + A_3 \cdot s^2 + A_4 = 0 \qquad (3.42)$$

Como Δ é um operador de oitava ordem (EQ. 3.37) e a equação característica é de oitavo grau (EQ. 3.42), há oito constantes arbitrárias independentes na solução do sistema de EDO (HILDEBRAND, 1948).

Através da troca de variáveis $t \equiv s^2$, a EQ. 3.42 se transforma em uma equação do quarto grau, com uma raiz negativa, uma positiva e duas complexas, para $0 < k_{eff} < k_\infty$, o que corresponde a seis raízes complexas e duas reais para a equação característica, expressas por $\pm\mu i$, $\pm\lambda$, $\pm a \pm bi$, conduzindo às funções linearmente independentes expressas a seguir, com somente oito constantes arbitrárias independentes:

$$- \Phi_1(r) = c_1 \frac{sen(\mu r)}{r} + c_2 \frac{cos(\mu r)}{r} + c_3 \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_4 \frac{cosh(\lambda r)}{r} + c_5 \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} +$$
$$+ c_6 \frac{senh(ar)sen(br)}{r} + c_7 \frac{\cos h(ar)sen(br)}{r} + c_8 \frac{\cos h(ar)\cos(br)}{r}; \qquad (3.43)$$

$$- \Phi_2(r) = c_9 \frac{sen(\mu r)}{r} + c_{10} \frac{cos(\mu r)}{r} + c_{11} \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{12} \frac{cosh(\lambda r)}{r} + c_{13} \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} +$$
$$+ c_{14} \frac{senh(ar)sen(br)}{r} + c_{15} \frac{\cos h(ar)sen(br)}{r} + c_{16} \frac{\cos h(ar)\cos(br)}{r}; \qquad (3.44)$$

$$- \Phi_3(r) = c_{17} \frac{sen(\mu r)}{r} + c_{18} \frac{cos(\mu r)}{r} + c_{19} \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{20} \frac{cosh(\lambda r)}{r} + c_{21} \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} +$$
$$+ c_{22} \frac{senh(ar)sen(br)}{r} + c_{23} \frac{\cos h(ar)sen(br)}{r} + c_{24} \frac{\cos h(ar)\cos(br)}{r}; \qquad (3.45)$$

$$- \Phi_4(r) = c_{25} \frac{sen(\mu r)}{r} + c_{26} \frac{cos(\mu r)}{r} + c_{27} \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{28} \frac{cosh(\lambda r)}{r} + c_{29} \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} +$$
$$+ c_{30} \frac{senh(ar)sen(br)}{r} + c_{31} \frac{\cos h(ar)sen(br)}{r} + c_{32} \frac{\cos h(ar)\cos(br)}{r}; \qquad (3.46)$$

Foram escolhidas como constantes arbitrárias independentes c_1, c_2, c_3, c_4, c_5, c_6, c_7 e c_8 sendo as demais constantes relacionadas com estas através da substituição das EQ 3.43 a EQ ..46 no desenvolvimento das EQ 3.1 a EQ 3.4.

Em r = 0, os fluxos são finitos no centro do núcleo, assim, $c_2 = c_4 = c_8 = 0$, pois não são permitidas funções co-senos trigonométricos e hiperbólicos, tornando necessário anular as

constantes de índices pares, com exceção de c_6, que se torna nulo a partir da análise das funções $\text{senh}(a \cdot r)\text{sen}(b \cdot r)$ e $\cosh(a \cdot r)\cos(b \cdot r)$, que é realizada na substituição das EQs. 3.1 a 3.4 nas EQs 3.43 a 3.46, desta forma a constante c_6 fica em função das constantes c_8 e c_{16}, que são nulas.

As constantes arbitrárias dependentes (c_9, c_{17} e c_{25}) se relacionam com a constante independente (c_1) através das matrizes:

$$\begin{bmatrix} Q_{11}-\mu^2 & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & Q_{22}-\mu^2 & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33}-\mu^2 & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & Q_{44}-\mu^2 \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} c_1 \\ c_9 \\ c_{17} \\ c_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \tag{3.47}$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} Q_{22}-\mu^2 & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{32} & Q_{33}-\mu^2 & Q_{34} \\ Q_{42} & Q_{43} & Q_{44}-\mu^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_9 \\ c_{17} \\ c_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_{21} \cdot c_1 \\ -Q_{31} \cdot c_1 \\ -Q_{41} \cdot c_1 \end{bmatrix}; \tag{3.48}$$

Desta forma;

$$c_9 = Q_{190} \cdot c_1;\ c_{17} = Q_{191} \cdot c_1;\ c_{25} = Q_{192} \cdot c_1; \qquad \text{(3.49), (3.50) e (3.51)}$$

De forma análoga, as constantes arbitrárias dependentes (c_{11}, c_{19} e c_{27}) se relacionam com a constante independente (c_3) através das matrizes:

$$\begin{bmatrix} \lambda^2+Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} \\ Q_{21} & \lambda^2+Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{31} & Q_{32} & \lambda^2+Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{41} & Q_{42} & Q_{43} & \lambda^2+Q_{44} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} c_3 \\ c_{11} \\ c_{19} \\ c_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \tag{3.52}$$

Onde:

$$\begin{bmatrix} \lambda^2+Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} \\ Q_{32} & \lambda^2+Q_{33} & Q_{34} \\ Q_{42} & Q_{43} & \lambda^2+Q_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{19} \\ c_{27} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_{21} \cdot c_3 \\ -Q_{31} \cdot c_3 \\ -Q_{41} \cdot c_3 \end{bmatrix}; \tag{3.53}$$

Desta forma;

$$c_{11} = Q_{193} \cdot c_3;\ c_{19} = Q_{194} \cdot c_3;\ c_{27} = Q_{195} \cdot c_3; \qquad \text{(3.54), (3.55) e (3.56)}$$

As constantes arbitrárias dependentes (c_{13}, c_{15}, c_{21}, c_{23}, c_{29} e c_{31}) se relacionam com as constantes arbitrárias independentes (c_5 e c_7) através das matrizes:

Fazendo;

$K_{11} = Q_{11} + A^2 - B^2$; $K_{22} = Q_{22} + A^2 - B^2$; $K_{33} = Q_{33} + A^2 - B^2$; $K_{44} = Q_{44} + A^2 - B^2$;

(3.57), (3.58), (3.59) e (3.60)

$$\begin{bmatrix} K_{11} & 2AB & Q_{12} & 0 & Q_{13} & 0 & Q_{14} & 0 \\ -2AB & K_{11} & 0 & Q_{12} & 0 & Q_{13} & 0 & Q_{14} \\ Q_{21} & 0 & K_{22} & 2AB & Q_{23} & 0 & Q_{24} & 0 \\ 0 & Q_{21} & -2AB & K_{22} & 0 & Q_{23} & 0 & Q_{24} \\ Q_{31} & 0 & Q_{32} & 0 & K_{33} & 2AB & Q_{34} & 0 \\ 0 & Q_{31} & 0 & Q_{32} & -2AB & K_{33} & 0 & Q_{34} \\ Q_{41} & 0 & Q_{42} & 0 & Q_{43} & 0 & K_{44} & 2AB \\ 0 & Q_{41} & 0 & Q_{42} & 0 & Q_{43} & -2AB & K_{44} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} c_5 \\ c_7 \\ c_{13} \\ c_{15} \\ c_{21} \\ c_{23} \\ c_{29} \\ c_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad (3.61)$$

Onde;

$$\begin{bmatrix} K_{22} & 2AB & Q_{23} & 0 & Q_{24} & 0 \\ -2AB & K_{22} & 0 & Q_{23} & 0 & Q_{24} \\ Q_{32} & 0 & K_{33} & 2AB & Q_{34} & 0 \\ 0 & Q_{32} & -2AB & K_{33} & 0 & Q_{34} \\ Q_{42} & 0 & Q_{43} & 0 & K_{44} & 2AB \\ 0 & Q_{42} & 0 & Q_{43} & -2AB & K_{44} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{13} \\ c_{15} \\ c_{21} \\ c_{23} \\ c_{29} \\ c_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_{21} \cdot c_5 \\ -Q_{21} \cdot c_7 \\ -Q_{31} \cdot c_5 \\ -Q_{31} \cdot c_7 \\ -Q_{41} \cdot c_5 \\ -Q_{41} \cdot c_7 \end{bmatrix}; \qquad (3.62)$$

Tem-se:

$c_{13} = Q_{230} \cdot c_5 + Q_{231} \cdot c_7$; $c_{15} = Q_{232} \cdot c_5 + Q_{233} \cdot c_7$; (3.63) e (3.64)

$c_{21} = Q_{234} \cdot c_5 + Q_{235} \cdot c_7$; $c_{23} = Q_{236} \cdot c_5 + Q_{237} \cdot c_7$; (3.65) e (3.66)

$c_{29} = Q_{238} \cdot c_5 + Q_{239} \cdot c_7$; $C_{31} = Q_{240} \cdot C_5 + Q_{241} \cdot C_7$; (3.67) e (3.68)

Assim, as equações explícitas que definem a distribuição espacial dos fluxos neutrônicos no núcleo, $0 \le r \le R$, são expressas como:

$$\Phi_1(r) = c_1 \frac{sen(\mu r)}{r} + c_3 \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_5 \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} + c_7 \frac{\cos h(ar) sen(br)}{r}; \qquad (3.69)$$

$$\Phi_2(r) = c_9 \frac{sen(\mu r)}{r} + c_{11} \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{13} \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} + c_{15} \frac{\cos h(ar) sen(br)}{r}; \qquad (3.70)$$

$$\Phi_3(r) = c_{17} \frac{sen(\mu r)}{r} + c_{19} \frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{21} \frac{senh(ar)\cos(br)}{r} + c_{23} \frac{\cos h(ar) sen(br)}{r}; \qquad (3.71)$$

$$\Phi_4(r) = c_{25}\frac{sen(\mu r)}{r} + c_{27}\frac{senh(\lambda r)}{r} + c_{29}\frac{senh(ar)\cos(br)}{r} + c_{31}\frac{\cos h(ar)sen(br)}{r}\ ; \qquad (3.72)$$

As cinco últimas condições de contorno definirão as cinco últimas constantes arbitrárias, c_1, c_3, c_5, c_7 e o k_{eff}.

Como em r = R, $\frac{\Phi_i}{4} + \frac{D_i}{2}\frac{d\Phi_i}{dr} = 0$, a EQ. 3.73 fornece as relações entre c_3, c_5, c_7, e c_1.

$$\begin{bmatrix} Z_{601} & Z_{602} & Z_{603} & Z_{604} \\ Z_{630} & Z_{631} & Z_{632} & Z_{633} \\ Z_{634} & Z_{635} & Z_{636} & Z_{637} \\ Z_{638} & Z_{639} & Z_{640} & Z_{641} \end{bmatrix} \bullet \begin{bmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \\ c_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad (3.73)$$

Onde;

$$\begin{bmatrix} Z_{631} & Z_{632} & Z_{633} \\ Z_{635} & Z_{636} & Z_{637} \\ Z_{639} & Z_{640} & Z_{641} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_3 \\ c_5 \\ c_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Z_{630}\cdot c_1 \\ -Z_{634}\cdot c_1 \\ -Z_{638}\cdot c_1 \end{bmatrix}; \qquad (3.74)$$

Desta forma:

$c_3 = Z_{700}\cdot c_1$; $c_5 = Z_{702}\cdot c_1$; $c_7 = Z_{704}\cdot c_1$; (3.75), (3.76) e (3.77)

O k_{eff} é determinado pela equação transcendental:

$$0 = Z_{601} + Z_{602}\cdot Z_{700} + Z_{603}\cdot Z_{702} + Z_{604}\cdot Z_{704}$$

ou pela determinante:

$$\begin{vmatrix} Z_{601} & Z_{602} & Z_{603} & Z_{604} \\ Z_{630} & Z_{631} & Z_{632} & Z_{633} \\ Z_{634} & Z_{635} & Z_{636} & Z_{637} \\ Z_{638} & Z_{639} & Z_{640} & Z_{641} \end{vmatrix} = 0\ ; \qquad (3.78)$$

Cabe observar que k_{eff} não depende de c_1.

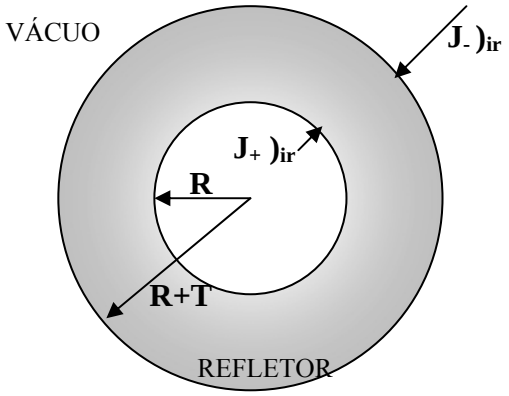
Finalmente a determinação de c_1 foi obtida fazendo;

$$\int_{r=0}^{R}\sum_{i=1}^{4}\left(\Sigma_{a_i}\Phi_i - D_i\nabla^2\Phi_i\right)4\pi r^2 dr = 1\,\text{nêutron/s}$$

3.2. COEFICIENTES DE ABSORÇÃO, REFLEXÃO E FUGA PARA O VÁCUO DO REFLETOR.

3.2.1. DETERMINAÇÃO DE: ${}_1\alpha_{ir}$, ${}_1\beta_{ir}$ e ${}_1\gamma_{ir}$

Os valores dos coeficientes ($[\alpha]_r$, $[\beta]_r$ **e** $[\gamma]_r$**)** do refletor são obtidos levando em consideração um refletor isolado, desacoplado do núcleo. A partir da FIG. 3.2 (considerando o núcleo e o refletor isoladamente) são determinados os coeficientes de reflexão, absorção e transmissão, por interpretações intuitivas de balanço de nêutrons, para a região compreendida em R ≤ r ≤ R+T.



- 0 < VÁCUO < R
- R ≤ REFLETOR ≤ H
- H ≤ VÁCUO < ∞
- H = R + T

FIG. 3.2 Representação geométrica das interações neutrônicas no refletor isolado e desacoplado do núcleo.

(i) Equações que governam o fenômeno:

$$\begin{cases} -D_{1r}\nabla^2\Phi_{1r} + \Sigma_{R_{1r}}\Phi_{1r} = 0 & (3.79) \\ -D_{2r}\nabla^2\Phi_{2r} + \Sigma_{R_{2r}}\Phi_{2r} = \Sigma_{s_{12r}}\Phi_1 & (3.80) \\ -D_{3r}\nabla^2\Phi_{3r} + \Sigma_{R_{3r}}\Phi_{3r} = \Sigma_{s_{13r}}\Phi_{1r} + \Sigma_{s_{23r}}\Phi_{2r} & (3.81) \\ -D_{4r}\nabla^2\Phi_{4r} + \Sigma_{R_{4r}}\Phi_{4r} = \Sigma_{s_{14r}}\Phi_{1r} + \Sigma_{s_{24}r}\Phi_{2r} + \Sigma_{s_{34r}}\Phi_{3r} & (3.82) \end{cases}$$

(ii) Condições de contorno:

- Para r = R;

  - $J_+)_{1r} = 1\,\text{nêutron do grupo}\,1/(\text{cm}^2\cdot\text{s})$
  - $J_+)_{2,3,4r} = 0$

- Para r = H:

  - $J_-)_{1,2,3,4r} = 0$

Pela interpretação da FIG. 3.2 e considerando o seguinte balanço de nêutrons:

$$PRODUÇÃO = REFLEXÃO + ABSORÇÃO + TRANSMISSÃO$$

$$1\ \frac{\text{nêutron}}{\text{s}\cdot\text{cm}^2} = \left[J_-\right)_{ir}\Big]_{r=R} + \frac{1}{4\pi R^2}\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2 dr + \left[J_+\right)_{ir}\Big]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2}\ ;\ i = 1, 2, 3 \text{ e } 4; \quad (3.83)$$

Onde:

- ${}_1\alpha_{ir} = \left[J_-\right)_{ir}\Big]_{r=R}$, i = 1, 2, 3 e 4; (3.84)

- ${}_1\beta_{ir} = \frac{1}{4\pi R^2}\cdot\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2 dr$, i =1, 2, 3 e 4; (3.85)

- ${}_1\gamma_{ir} = \left[J_+\right)_{ir}\Big]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2}$, i = 1, 2, 3 e 4; (3.86)

- Condição de verificação do algoritmo:

$$\sum_{i=1}^{4}\left({}_1\alpha_{ir} + {}_1\beta_{ir} + {}_1\gamma_{ir}\right) = 1 \quad (3.87)$$

A determinação dos fluxos neutrônicos do refletor é feita a partir da EQ. 3.79, EDO de segunda ordem, homogênea e linear a coeficientes constantes, independentes de "r", que pode ser reescrita em coordenadas esféricas (EQ. 3.88) conforme se segue, usando o operador derivada "δ" (EQ. 3.35) comutativo (HILDEBRAND, 1948):

$$\delta^2\left(r\Phi_{1r}\right) - k_1^2\left(r\Phi_{1r}\right) = 0 \quad (3.88)$$

Onde:

- $k_1 = \sqrt{\frac{\Sigma_{R_{1r}}}{D_{1r}}}$. (3.89)

Novamente tratando o operador comutativo "δ" como variável real independente, $\delta \equiv s$, a EQ. 3.88 é diretamente solucionada através das raízes reais e independentes da equação característica (EQ. 3.90), expressas por $\pm k_1$ (HILDEBRAND, 1948).

$$s^2 - k_1^2 = 0 \quad (3.90)$$

Assim:

$$\Phi_{1r}\left(r\right) = c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r} + c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}; \quad (3.91)$$

A obtenção de Φ_{2r} é determinada através da substituição da EQ. 3.91 na EQ. 3.80, também uma EDO de segunda ordem, linear e não homogênea, assim encontrando as soluções homogênea e particular de Φ_{2r} (HILDEBRAND, 1948), logo:

$$\Phi_{2r}\left(r\right)=\left[\Phi_{2r}\right]_H+\left[\Phi_{2r}\right]_P \tag{3.92}$$

Desta forma:

$$\left[\Phi_{2r}\right]_H=c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+c_{36}\frac{e^{+k_2 r}}{r}; \tag{3.93}$$

$$\left[\Phi_{2r}\right]_P=X_{120}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{120}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}; \tag{3.94}$$

Onde;

$$k_2=\sqrt{\frac{\Sigma_{R_{2r}}}{D_{2r}}};\ B_2=-\frac{\Sigma_{S_{12}}}{D_{2r}};\ X_{120}=\frac{B_2}{\left(K_1^{\,2}-K_2^{\,2}\right)}; \qquad \text{(3.95), (3.96) e (3.97)}$$

Sendo então Φ_{2r} definido por:

$$\Phi_{2r}\left(r\right)=X_{120}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{120}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}+c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+c_{36}\frac{e^{+k_2 r}}{r}; \tag{3.98}$$

A solução Φ_{3r} é calculada de forma análoga, através do desenvolvimento da EQ 3.81 substituída pelas EQs 3.91 e 3.98 :

$$\Phi_{3r}\left(r\right)=\left[\Phi_{3r}\right]_H+\left[\Phi_{3r}\right]_P \tag{3.99}$$

Desta forma:

$$\left[\Phi_{3r}\right]_H=c_{37}\frac{e^{-k_3 r}}{r}+c_{38}\frac{e^{+k_3 r}}{r}; \tag{3.100}$$

$$\left[\Phi_{3r}\right]_P=X_{150}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{150}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}+X_{151}\cdot c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+X_{151}\cdot c_{36}\frac{e^{k_2 r}}{r}; \tag{3.101}$$

Onde:

$$K_3=\sqrt{\frac{\Sigma_{R_{3r}}}{D_{3r}}};B_3=-\frac{\Sigma_{S_{13r}}}{D_{3r}};B_4=-\frac{\Sigma_{S_{23r}}}{D_{3r}}; \qquad \text{(3.102) , (3.103) e (3.104)}$$

$$X_{150}=\frac{\left(B_3+B_4\cdot X_{120}\right)}{\left(K_1^{\,2}-K_3^{\,2}\right)};\ X_{151}=\frac{B_4}{\left(K_2^{\,2}-K_3^{\,2}\right)}; \qquad \text{(3.105) e (3.106)}$$

Sendo então Φ_{3r} definido por:

$$\Phi_{3r}\left(r\right)=X_{150}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{150}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}+X_{151}\cdot c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+X_{151}\cdot c_{36}\frac{e^{k_2 r}}{r}+c_{37}\frac{e^{-k_3 r}}{r}+$$

$$+c_{38}\frac{e^{+k_3 r}}{r}; \qquad (3.107)$$

A solução Φ_{4r} é calculada de forma análoga, através do desenvolvimento da EQ. 3.82 substituída pelas EQs 3.91, 3.98 e 3.107 :

$$\Phi_{4r}\left(r\right)=\left[\Phi_{4r}\right]_H+\left[\Phi_{4r}\right]_P \qquad (3.108)$$

Desta forma:

$$\left[\Phi_{4r}\right]_H=c_{39}\frac{e^{-k_4 r}}{r}+c_{40}\frac{e^{+k_4 r}}{r}; \qquad (3.109)$$

$$\left[\Phi_{4r}\right]_P=X_{190}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{190}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}+X_{191}\cdot c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+X_{191}\cdot c_{36}\frac{e^{k_2 r}}{r}+X_{192}\cdot c_{37}\frac{e^{-k_3 r}}{r}+$$

$$+X_{192}\cdot c_{38}\frac{e^{k_3 r}}{r}; \qquad (3.110)$$

Onde;

$$K_4=\sqrt{\frac{\Sigma_{R_{4r}}}{D_{4r}}};\ B_5=-\frac{\Sigma_{S_{14r}}}{D_{4r}};\ B_6=-\frac{\Sigma_{S_{24r}}}{D_{4r}}; \qquad \text{(3.111), (3.112) e (3.113)}$$

$$B_7=-\frac{\Sigma_{S_{34r}}}{D_{4r}};\ X_{190}=\frac{\left(B_5+B_6\cdot X_{120}+B_7\cdot X_{150}\right)}{\left(K_1^{\ 2}-K_4^{\ 2}\right)};;\text{(4.96) e (4.97)}$$

$$X_{191}=\frac{B_6+B_7\cdot X_{151}}{\left(K_2^{\ 2}-K_4^{\ 2}\right)}\ X_{192}=\frac{B_7}{\left(K_3^{\ 2}-K_4^{\ 2}\right)}; \qquad \text{(3.114) e (3.115)}$$

Sendo então Φ_{4r} definido por:

$$\Phi_{4r}\left(r\right)=X_{190}\cdot c_{33}\frac{e^{-k_1 r}}{r}+X_{190}\cdot c_{34}\frac{e^{+k_1 r}}{r}+X_{191}\cdot c_{35}\frac{e^{-k_2 r}}{r}+X_{191}\cdot c_{36}\frac{e^{k_2 r}}{r}+X_{192}\cdot c_{37}\frac{e^{-k_3 r}}{r}+$$

$$+X_{192}\cdot c_{38}\frac{e^{+k_3 r}}{r}+c_{39}\frac{e^{-k_4 r}}{r}+c_{40}\frac{e^{+k_4 r}}{r}; \qquad (3.116)$$

Onde c_{33}, c_{34}, c_{35}, c_{36}, c_{37}, c_{38}, c_{39} e c_{40} são constantes arbitrárias independentes.

Para o cálculo dos coeficientes de nêutrons que incidem no refletor como grupo 1 de energia, isto é, ${}_1\alpha_{ir}$, ${}_1\beta_{ir}$ e ${}_1\gamma_{ir}$, i = 1, 2, 3 e 4, assumem-se as mesmas equações que representam a distribuição espacial dos fluxos Φ_{1r}, Φ_{2r}, Φ_{3r} e Φ_{4r}.

Já para a interface núcleo-refletor, r = R, admite-se por definição apenas incidência de nêutrons do grupo 1, sendo:

$$\left[J_{+})_{1}\right]_{r=R} = 1\ \frac{\text{nêutron}}{\text{s.cm}^2} \text{ e } \left[J_{+})_{2}\right]_{r=R} = \left[J_{+})_{3}\right]_{r=R} = \left[J_{+})_{4}\right]_{r=R} = 0\,; \qquad (3.117) \text{ e } (3.118)$$

Pela interpretação da FIG. 4.1 e considerando o seguinte balanço de nêutrons:

$$PRODUÇÃO = REFLEXÃO + ABSORÇÃO + TRANSMISSÃO$$

$$\therefore 1\ \frac{\text{nêutron}}{\text{s}\cdot\text{cm}^2}\cdot 4\pi R^2 = \left[J_{-})_{ir}\right]_{r=R}\cdot 4\pi R^2 + \int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2 dr + \left[J_{+})_{ir}\right]_{r=H}\cdot 4\pi H^2$$

$$\therefore 1\ \frac{\text{nêutron}}{\text{s}\cdot\text{cm}^2} = \left[J_{-})_{ir}\right]_{r=R} + \frac{1}{4\pi R^2}\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2 dr + \left[J_{+})_{ir}\right]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2}\ ;\ i = 1, 2, 3 \text{ e } 4$$

(3.119)

Assim:

- Para r = R:

$$\left.\begin{aligned} J_{+})_{1r} &= \frac{\Phi_{1r}}{4} - \frac{D_{1r}}{2}\frac{d\Phi_{1r}}{dr} = 1 \\ J_{-})_{1r} &= \frac{\Phi_{1r}}{4} + \frac{D_{1r}}{2}\frac{d\Phi_{1r}}{dr} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{J_{+})_{1r}+J_{-})_{1r}} \left[J_{-})_{1r}\right]_{r=R} = \frac{\Phi_{1r}(r=R)}{2} - 1\,; \qquad (3.120)$$

$$\left.\begin{aligned} J_{+})_{2,3,4r} &= \frac{\Phi_{2,3,4r}}{4} - \frac{D_{2,3,4r}}{2}\frac{d\Phi_{2,3,4r}}{dr} = 0 \\ J_{-})_{2,3,4r} &= \frac{\Phi_{2,3,4r}}{4} + \frac{D_{2,3,4r}}{2}\frac{d\Phi_{2,3,4r}}{dr} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{J_{+})_{2,3,4r}+J_{-})_{2,3,4r}} \left[J_{-})_{2,3,4r}\right]_{r=R} = \frac{\Phi_{2,3,4r}(r=R)}{2}\,;$$

(3.121)

- Para r = H:

$$\left.\begin{aligned} J_{+})_{ir} &= \frac{\Phi_{ir}}{4} - \frac{D_{ir}}{2}\frac{d\Phi_{ir}}{dr} = \left[J_{+})_{ir}\right]_{r=H} \\ J_{-})_{ir} &= \frac{\Phi_{ir}}{4} + \frac{D_{ir}}{2}\frac{d\Phi_{ir}}{dr} = 0 \end{aligned}\right\} \xrightarrow{J_{+})_{ir}+J_{-})_{ir}} \left[J_{+})_{ir}\right]_{r=H} = \frac{\Phi_{ir}(r=H)}{2}\,; \qquad (3.122)$$

Dividindo a EQ. 3 por 1 nêutron/s.cm^2, tornando-a adimensional, tem-se as seguintes relações:

- ${}_1\alpha_{ir} = \dfrac{\left[J_- \right)_{ir} \Big]_{r=R}}{1 \text{ nêutron/s} \cdot \text{cm}^2}$, i = 1, 2, 3 e 4; (3.123)

- ${}_1\beta_{ir} = \dfrac{\int_{r=R}^{H} \Sigma_{a_{ir}} \Phi_{ir} 4\pi r^2 dr}{4\pi R^2 \cdot 1 \text{ nêutron/s} \cdot \text{cm}^2}$, i =1, 2, 3 e 4; (3.124)

- ${}_1\gamma_{ir} = \dfrac{\left[J_+ \right)_{ir} \Big]_{r=H}}{1 \text{ nêutron/s} \cdot \text{cm}^2} \dfrac{H^2}{R^2}$, i = 1, 2, 3 e 4; (3.125)

3.2.2. DETERMINAÇÃO DE: ${}_2\alpha_{ir}$, ${}_2\beta_{ir}$ e ${}_2\gamma_{ir}$

Para o cálculo dos coeficientes de nêutrons que incidem no refletor como grupo 2 de energia, isto é, ${}_2\alpha_{ir}$, ${}_2\beta_{ir}$ e ${}_2\gamma_{ir}$, i = 2, 3 e 4, destaca-se que o fluxo de nêutrons do grupo 1, Φ_{1r}, passa a não ter interferência na distribuição dos demais fluxos neutrônicos já que por definição não há incidência de nêutrons do grupo 1.

(i) Equações que governam o fenômeno:

$$\begin{cases} -D_{2r}\nabla^2\Phi_{2r} + \Sigma_{R_{2r}}\Phi_{2r} = 0 & (3.126) \\ -D_{3r}\nabla^2\Phi_{3r} + \Sigma_{R_{3r}}\Phi_{3r} = \Sigma_{s_{23r}}\Phi_2 & (3.127) \\ -D_{4r}\nabla^2\Phi_{4r} + \Sigma_{R_{4r}}\Phi_{4r} = \Sigma_{s_{24r}}\Phi_{2r} + \Sigma_{s_{34r}}\Phi_{3r} & (3.128) \end{cases}$$

(ii) Condições de contorno:

- Para r = R;

  - $J_+)_{2r} = 1$ nêutron do grupo2/(cm$^2 \cdot$s)
  - $J_+)_{3,4r} = 0$

- Para r = H:

  - $\left[J_- \right)_2 \Big]_{r=H} = \left[J_- \right)_3 \Big]_{r=H} = \left[J_- \right)_4 \Big]_{r=H} = 0$

Admitindo-se por definição apenas incidência de nêutrons do grupo 2 na interface núcleo-refletor, r = R, tem-se o seguinte balanço de nêutrons:

$$1\frac{\text{nêutron}}{s\cdot \text{cm}^2}=\left[J_-)_{ir}\right]_{r=R}+\frac{1}{4\pi R^2}\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2dr+\left[J_+)_{ir}\right]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2};\quad i=2,\ 3\ \text{e}\ 4;$$

(3.129)

Assim as quantidades:

- ${}_2\alpha_{ir}=\left[J_-)_{ir}\right]_{r=R}$, $i=2$, 3 e 4; (3.130)

- ${}_2\beta_{ir}=\frac{1}{4\pi R^2}\cdot\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2dr$, $i=2$, 3 e 4; (3.131)

- ${}_2\gamma_{ir}=\left[J_+)_{ir}\right]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2}$,$i=2$, 3 e 4 ; (3.132)

- Condição de verificação do algoritmo:

$$\sum_{i=2}^{4}\left({}_2\alpha_{ir}+{}_2\beta_{ir}+{}_2\gamma_{ir}\right)=1 \tag{3.133}$$

3.2.3. DETERMINAÇÃO DE: ${}_3\alpha_{ir}$, ${}_3\beta_{ir}$ e ${}_3\gamma_{ir}$

Para o cálculo dos coeficientes de nêutrons que incidem no refletor como grupo 3 de energia, isto é, ${}_3\alpha_{ir}$, ${}_3\beta_{ir}$ e ${}_3\gamma_{ir}$, $i=3$ e 4, segue-se os mesmos desenvolvimentos anteriores.

(i) Equações que governam o fenômeno:

$$\begin{cases} -D_{3r}\nabla^2\Phi_{3r}+\Sigma_{R_{3r}}\Phi_{3r}=0 & (3.134)\\ -D_{4r}\nabla^2\Phi_{4r}+\Sigma_{R_{4r}}\Phi_{4r}=\Sigma_{s_{34r}}\Phi_{3r} & (3.135)\end{cases}$$

(ii) Condições de contorno:

- Para r = R;
  - $J_+)_{3r}=1\,\text{nêutron do grupo3/(cm}^2\cdot\text{s)}$
  - $J_+)_{4r}=0$
- Para r = H:
  - $\left[J_-)_3\right]_{r=H}=\left[J_-)_4\right]_{r=H}=0$

Novamente, usando o balanço de nêutrons, têm-se

$$1\frac{\text{nêutron}}{s\cdot \text{cm}^2}=\left[J_-)_{ir}\right]_{r=R}+\frac{1}{4\pi R^2}\int_{r=R}^{H}\Sigma_{a_{ir}}\Phi_{ir}4\pi r^2dr+\left[J_+)_{ir}\right]_{r=H}\cdot\frac{H^2}{R^2};\ i=2\ \text{e}\ 3 \tag{3.136}$$

Assim:

- ${}_3\alpha_{ir} = \left[J_- \right)_{ir} \Big]_{r=R}$, i = 3 e 4 ; (3.137)

- ${}_3\beta_{ir} = \dfrac{1}{4\pi R^2} \cdot \int_{r=R}^{H} \Sigma_{a_{ir}} \Phi_{ir} 4\pi r^2 dr$, i = 3 e 4 ; (3.138)

- ${}_3\gamma_{ir} = \left[J_+ \right)_{ir} \Big]_{r=H} \cdot \dfrac{H^2}{R^2}$, i = 3 e 4 ; (3.139)

- Condição de verificação do algoritmo:

$$\sum_{i=3}^{4} \left({}_3\alpha_{ir} + {}_3\beta_{ir} + {}_3\gamma_{ir} \right) = 1 \tag{3.140}$$

3.2.4. DETERMINAÇÃO DE: ${}_4\alpha_{4r}$, ${}_4\beta_{4r}$ e ${}_4\gamma_{4r}$

O cálculo dos coeficientes de nêutrons que incidem no refletor como grupo 4 de energia, isto é, ${}_4\alpha_{4r}$, ${}_4\beta_{4r}$ e ${}_4\gamma_{4r}$, segue-se de forma análoga desenvolvimentos anteriores.

(i) Equação que governa o fenômeno:

$$-D_{4r} \nabla^2 \Phi_{4r} + \Sigma_{R_{4r}} \Phi_{4r} = 0 \tag{3.141}$$

(ii) Condições de contorno:

- Para r = R;
  - $J_+ \right)_{4r} = 1$ nêutron do grupo4/(cm$^2 \cdot$s)
- Para r = H:
  - $\left[J_- \right)_4 \Big]_{r=H} = 0$

De acordo com o seguinte balanço de neutros:

$$1 \frac{\text{nêutron}}{s \cdot \text{cm}^2} = \left[J_- \right)_{4r} \Big]_{r=R} + \frac{1}{4\pi R^2} \int_{r=R}^{H} \Sigma_{a_{4r}} \Phi_{4r} 4\pi r^2 dr + \left[J_+ \right)_{4r} \Big]_{r=H} \cdot \frac{H^2}{R^2} ; \tag{3.142}$$

Tem-se:

- ${}_4\alpha_{4r} = \left[J_- \right)_{4r} \Big]_{r=R}$; (3.143)

- ${}_4\beta_{4r} = \dfrac{1}{4\pi R^2} \cdot \int_{r=R}^{H} \Sigma_{a_{4r}} \Phi_{4r} 4\pi r^2 dr$; (3.144)

- ${}_4\gamma_{4r} = \left[J_+ \right)_{4r} \Big]_{r=H} \cdot \dfrac{H^2}{R^2}$; (3.145)

- Condição de verificação do algoritmo:

$$ {}_4\alpha_{4r} + {}_4\beta_{4r} + {}_4\gamma_{4r} = 1; \qquad (3.146) $$

3.3. COEFICIENTES DE ABSORÇÃO E REFLEXÃO DO NÚCLEO.

A obtenção de α_c e β_c do núcleo será determinada pela diferença de configurações, de acordo com as correntes reentrantes no núcleo pelado.

3.3.1. DETERMINAÇÃO DE Ao_i e So_i PARA CORRENTES REENTRANTES NULAS

Os valores de Ao_i e So_i foram determinados na seção 4.1 sendo obtidos para um núcleo pelado, com as seguintes condições:

Em r = 0, $\Phi_i(r=0)$ são finitos.

Em r = R as correntes reentrantes são nulas, desta forma para um núcleo pelado:

$$ J_-)_i = \frac{\Phi_i}{4} + \frac{D_i}{2}\frac{d\Phi_i}{dr} = 0; \text{ i = 1, 2, 3 e 4.} \qquad (3.147) $$

Assim;

- $R_i(n) = 0$

A partir do balanço de nêutrons (EQ. 3.9), foi estabelecida que:

$$ \int_{r=0}^{R} \sum_{i=1}^{4} \left(\Sigma_{a_i} \Phi_i - D_i \nabla^2 \Phi_i \right) 4\pi r^2 dr = 1 \text{ nêutron/s} $$

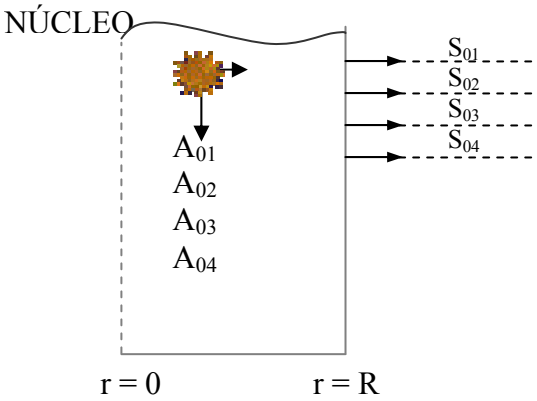


FIG. 3.3 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes nulas caracterizando a "Configuração 0".

Tomando o balanço de nêutrons e reescrevendo para quatro grupos, onde o índice "0" referenciando a configuração 0, ou seja, sem que haja reentrada de nêutrons, tem-se:

$$ x_1(0) + x_2(0) + x_3(0) + x_4(0) + x_5(0) + x_6(0) + x_7(0) + x_8(0) = 1; \qquad (3.148) $$

Onde:

- $x_1(0) = \left(\int_V \Sigma_{a_1} \Phi_1 \, dV\right)_0$; (3.149)
- $x_2(0) = \left(\int_V \Sigma_{a_2} \Phi_2 \, dV\right)_0$; (3.150)
- $x_3(0) = \left(\int_V \Sigma_{a_3} \Phi_3 \, dV\right)_0$; (3.151)
- $x_4(0) = \left(\int_V \Sigma_{a_4} \Phi_4 \, dV\right)_0$; (3.152)
- $x_5(0) = \left(\int_V -D_1 \nabla^2 \Phi_1 \, dV\right)_0$; (3.153)
- $x_6(0) = \left(\int_V -D_2 \nabla^2 \Phi_2 \, dV\right)_0$; (3.154)
- $x_7(0) = \left(\int_V -D_3 \nabla^2 \Phi_3 \, dV\right)_0$; (3.155)
- $x_8(0) = \left(\int_V -D_4 \nabla^2 \Phi_4 \, dV\right)_0$; (3.156)

3.3.2. DETERMINAÇÃO DE: ${}_1\alpha_{ic}$ e ${}_1\beta_{ic}$

Os valores de ${}_1\alpha_{ic}$ e ${}_1\beta_{ic}$ são determinados pela diferença de configuração. Na configuração 1 é considerado apenas a reentrada de neutros do grupo 1, assim:

Em r = R as correntes reentrantes são nulas para os grupos 2, 3, e 4:

$R_1(1) = So_1 \cdot {}_1\alpha_{1r}$
$R_2(1) = R_3(1) = R_4(1) = 0$

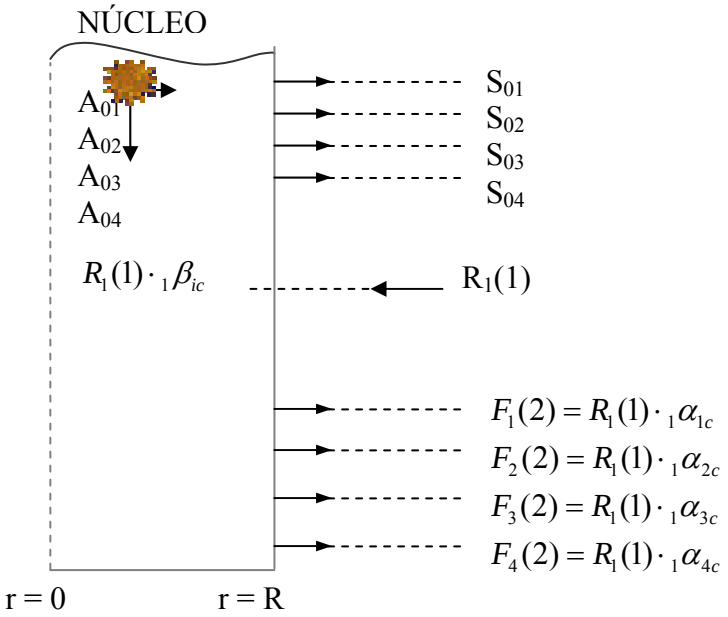


FIG. 3.4 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com corrente reentrante apenas de nêutrons do grupo 1, caracterizando a "configuração 1".

Tomando o balanço de nêutrons e reescrevendo para quatro grupos, onde o índice "1" referencia a configuração 1, desta forma:

$$x_1(1)+x_2(1)+x_3(1)+x_4(1)+x_5(1)+R_1+x_6(1)+x_7(1)+x_8(1)=1+R_1\,; \qquad (3.157)$$

Onde:

- $x_1(1)=\left(\int_V \Sigma_{a_1}\Phi_1\,dV\right)_1$; (3.158)
- $x_2(1)=\left(\int_V \Sigma_{a_2}\Phi_2\,dV\right)_1$; (3.159)
- $x_3(1)=\left(\int_V \Sigma_{a_3}\Phi_3\,dV\right)_1$; (3.160)
- $x_4(1)=\left(\int_V \Sigma_{a_4}\Phi_4\,dV\right)_1$; (3.161)
- $x_5(1)=\left(\int_V -D_1\nabla^2\Phi_1\,dV\right)_1$; (3.162)
- $x_6(1)=\left(\int_V -D_2\nabla^2\Phi_2\,dV\right)_1$; (3.163)
- $x_7(1)=\left(\int_V -D_3\nabla^2\Phi_3\,dV\right)_1$; (3.164)
- $x_8(1)=\left(\int_V -D_4\nabla^2\Phi_4\,dV\right)_1$; (3.165)

Realizando a diferença entre a "Configuração 1" (EQ. 3.57) e a "Configuração 0" (EQ. 3.148), têm-se:

$$\begin{cases} x_1(1)+x_2(1)+x_3(1)+x_4(1)+\left[x_5(1)+R_1\right]+x_6(1)+x_7(1)+x_8(1)=1+R_1 \\ - \\ x_1(0)+x_2(0)+x_3(0)+x_4(0)+x_5(0)+x_6(0)+x_7(0)+x_8(0)=1 \\ \hline \end{cases}; \qquad (3.166)$$

$${}_1\alpha_{1c}+{}_1\alpha_{2c}+{}_1\alpha_{3c}+{}_1\alpha_{4c}+{}_1\beta_{1c}+{}_1\beta_{2c}+{}_1\beta_{3c}+{}_1\beta_{4c}=1$$

Desta forma os coeficientes ${}_1\alpha_{ic}$ e ${}_1\beta_{ic}$, são:

$${}_1\beta_{1c}=\frac{x_1(1)-x_1(0)}{R_1}; \qquad (3.167)$$

$${}_1\beta_{2c}=\frac{x_2(1)-x_2(0)}{R_1}; \qquad (3.168)$$

$${}_1\beta_{3c}=\frac{x_3(1)-x_3(0)}{R_1}; \qquad (3.169)$$

$${}_1\beta_{4c}=\frac{x_4(1)-x_4(0)}{R_1}; \qquad (3.170)$$

$${}_1\alpha_{1c}=\frac{x_5(1)-x_5(0)}{R_1}+1; \qquad (3.171)$$

$${}_1\alpha_{2c}=\frac{x_6(1)-x_6(0)}{R_1}; \qquad (3.172)$$

$$ {}_1\alpha_{3c} = \frac{x_7(1) - x_7(0)}{R_1}; \tag{3.173} $$

$$ {}_1\alpha_{4c} = \frac{x_8(1) - x_8(0)}{R_1}; \tag{3.174} $$

3.3.3. DETERMINAÇÃO DE: ${}_2\alpha_{ic}$ e ${}_2\beta_{ic}$

Os valores de ${}_2\alpha_{ic}$ e ${}_2\beta_{ic}$ são determinados pela diferença da configuração 2 pela configuração 1. Na configuração 2 são apenas considerados os nêutrons do grupo 1 e do grupo 2, que reentram no núcleo.

Em r = R as correntes reentrantes são nulas para os grupos 3 e 4:

$R_1(2) = R_1(1)$

$R_2(2) = R_2(1) + So_1 \cdot {}_1\alpha_{2r} + So_2 \cdot {}_2\alpha_{2r}$

$R_3(2) = R_4(2) = 0$

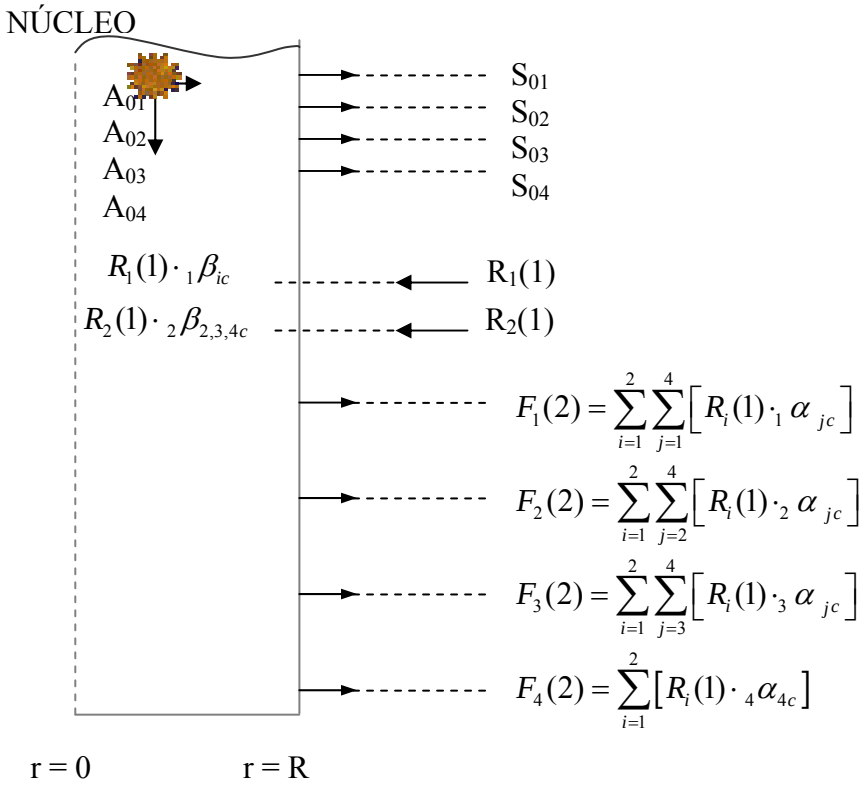


FIG. 3.5 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes de nêutrons dos grupos 1 e 2, caracterizando a "configuração 2".

Novamente tomando o balanço de nêutrons e reescrevendo para quatro grupos, onde o índice "2" referencia a configuração 2, desta forma, tem-se:

$$x_1(2)+x_2(2)+x_3(2)+x_4(2)+x_5(2)+x_6(2)+x_7(2)+x_8(2)+R_1+R_2=1+R_1+R_2\,; \qquad (3.175)$$

Onde:

- $x_1(2)=\left(\int_V \Sigma_{a_1}\Phi_1\,dV\right)_2$; (3.176)
- $x_2(2)=\left(\int_V \Sigma_{a_2}\Phi_2\,dV\right)_2$; (3.177)
- $x_3(2)=\left(\int_V \Sigma_{a_3}\Phi_3\,dV\right)_2$; (3.178)
- $x_4(2)=\left(\int_V \Sigma_{a_4}\Phi_4\,dV\right)_2$; (3.179)
- $x_5(2)=\left(\int_V -D_1\nabla^2\Phi_1\,dV\right)_2$; (3.180)
- $x_6(2)=\left(\int_V -D_2\nabla^2\Phi_2\,dV\right)_2$; (3.181)
- $x_7(2)=\left(\int_V -D_3\nabla^2\Phi_3\,dV\right)_2$; (3.182)
- $x_8(2)=\left(\int_V -D_4\nabla^2\Phi_4\,dV\right)_2$; (3.183)

De forma análoga, realizando agora a diferença entre a "Configuração 2" (EQ. 3.175) e a "Configuração 1" (EQ. 3.157), têm-se:

$$\begin{cases} x_1(2)+x_2(2)+x_3(2)+x_4(2)+\left[x_5(2)+R_1\right]+\left[x_6(2)+R_2\right]+x_7(2)+x_8(2)=1+R_1+R_2 \\ - \\ x_1(1)+x_2(1)+x_3(1)+x_4(1)+x_5(1)+R_1+x_6(1)+x_7(1)+x_8(1)=1+R_1 \\ \hline \end{cases}; \qquad (3.184)$$

$${}_2\alpha_{2c}+{}_2\alpha_{3c}+{}_2\alpha_{4c}+{}_2\beta_{2c}+{}_2\beta_{3c}+{}_2\beta_{4c}=1$$

Desta forma os coeficientes ${}_2\alpha_{ic}$ e ${}_2\beta_{ic}$, são:

$${}_2\beta_{2c}=\frac{x_2(2)-x_2(1)}{R_2}; \qquad (3.185)$$

$${}_2\beta_{3c}=\frac{x_3(2)-x_3(1)}{R_2}; \qquad (3.186)$$

$${}_2\beta_{4c}=\frac{x_4(2)-x_4(1)}{R_2}; \qquad (3.187)$$

$${}_2\alpha_{2c}=\frac{x_6(2)-x_6(1)}{R_2}+1; \qquad (3.188)$$

$${}_2\alpha_{3c}=\frac{x_7(2)-x_7(1)}{R_2}; \qquad (3.189)$$

$${}_2\alpha_{4c}=\frac{x_8(2)-x_8(1)}{R_2}; \qquad (3.190)$$

É de interesse observar que os coeficientes ${}_1\alpha_{1c}$ e ${}_1\beta_{1c}$ não mudam com a reentrada de nêutrons do grupo 2 (Configuração 2) devido a não consideração do fenômeno do ("upscattering").

3.3.4. DETERMINAÇÃO DE: ${}_3\alpha_{ic}$ e ${}_3\beta_{ic}$

Os valores de ${}_3\alpha_{ic}$ e ${}_3\beta_{ic}$ são determinados de forma análoga as anteriores, só que agora entre as configurações 3 e a configuração 2. Na configuração 3 são apenas considerados os nêutrons do grupo 1, 2 e 3 que reentram no núcleo.

Em r = R as correntes reentrantes são nulas para os grupos 4:

$$R_1(3) = R_1(2)$$
$$R_2(3) = R_2(2)$$
$$R_3(3) = R_3(2) + So_1 \cdot {}_1\alpha_{3r} + So_2 \cdot {}_2\alpha_{3r} + So_3 \cdot {}_3\alpha_{3r}$$
$$R_4(3) = 0$$

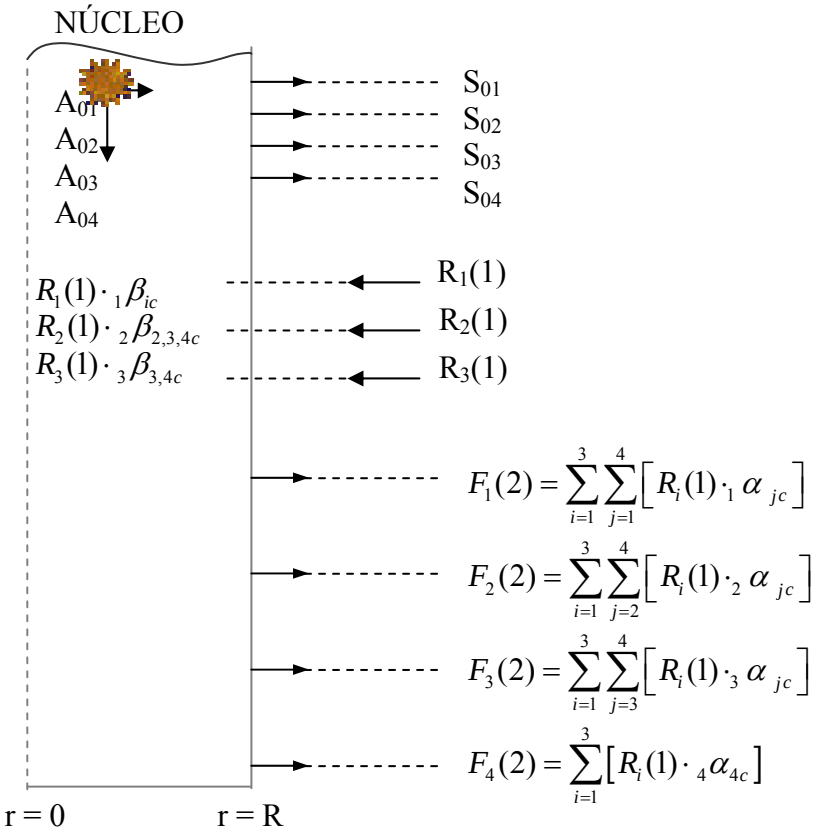


FIG. 3.6 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes de nêutrons dos grupos 1, 2 e 3, caracterizando a "configuração 3".

Novamente, tomando o balanço de nêutrons e reescrevendo para quatro grupos, onde o índice "3" referencia a configuração 3, desta forma:

$$x_1(3)+x_2(3)+x_3(3)+x_4(3)+x_5(3)+x_6(3)+x_7(3)+x_8(3)+R_1+R_2+R_3=1+R_1+R_2+R_3; \tag{3.191}$$

Onde:

- $x_1(3)=\left(\int_V \Sigma_{a_1}\Phi_1\,dV\right)_3$; (3.192)
- $x_2(3)=\left(\int_V \Sigma_{a_2}\Phi_2\,dV\right)_3$; (3.193)
- $x_3(3)=\left(\int_V \Sigma_{a_3}\Phi_3\,dV\right)_3$; (3.194)
- $x_4(3)=\left(\int_V \Sigma_{a_4}\Phi_4\,dV\right)_3$; (3.195)
- $x_5(3)=\left(\int_V -D_1\nabla^2\Phi_1\,dV\right)_3$; (3.196)
- $x_6(3)=\left(\int_V -D_2\nabla^2\Phi_2\,dV\right)_3$; (3.197)
- $x_7(3)=\left(\int_V -D_3\nabla^2\Phi_3\,dV\right)_3$; (3.198)
- $x_8(3)=\left(\int_V -D_4\nabla^2\Phi_4\,dV\right)_3$; (3.199)

De forma análoga, realizando agora a diferença entre a "Configuração 3" (EQ. 3.191) e a "Configuração 2" (EQ. 3.175), têm-se:

$$\begin{cases} x_1(3)+x_2(3)+x_3(3)+x_4(3)+\left[x_5(3)+R_1\right]+\left[x_6(3)+R_2\right]+\left[x_7(3)+R_3\right]+x_8(3)=1+R_1+R_2+R_3 \\ - \\ x_1(2)+x_2(2)+x_3(2)+x_4(2)+x_5(2)+x_6(2)+x_7(2)+x_8(2)+R_1+R_2=1+R_1+R_2 \\ \hline \end{cases};$$

$${}_3\alpha_{3c}+{}_3\alpha_{4c}+{}_3\beta_{3c}+{}_3\beta_{4c}=1 \tag{3.200}$$

Desta forma os coeficientes ${}_3\alpha_{ic}$ **e** ${}_3\beta_{ic}$ são:

$${}_3\beta_{3c}=\frac{x_3(3)-x_3(2)}{R_3}; \tag{3.201}$$

$${}_3\beta_{4c}=\frac{x_4(3)-x_4(2)}{R_3}; \tag{3.202}$$

$${}_3\alpha_{3c}=\frac{x_7(3)-x_7(2)}{R_3}+1; \tag{3.203}$$

$${}_3\alpha_{4c}=\frac{x_8(3)-x_8(2)}{R_3}; \tag{3.204}$$

Novamente têm-se que os coeficientes ${}_1\alpha_{1c}$ e ${}_1\beta_{1c}$ não mudam com a reentrada de nêutrons do grupo 2 (Configuração 2), e com a reentrada de nêutrons do grupo 3 os coeficientes ${}_2\alpha_{2c}$ e ${}_2\beta_{2c}$ também não mudam devido, a não observação do fenômeno do ("upscattering").

3.3.5. DETERMINAÇÃO DE: ${}_4\alpha_{4c}$ e ${}_4\beta_{4c}$

Os valores de ${}_4\alpha_{4c}$ e ${}_4\beta_{4c}$ são determinados de forma análoga as anteriores. Na configuração 4 são considerados os nêutrons de todos os quatro grupos (1, 2, 3 e 4) que reentram no núcleo.

Em r = R as correntes reentrantes não são nulas para nenhum grupo:

$$R_1(4) = R_1(3)$$
$$R_2(4) = R_2(3)$$
$$R_3(4) = R_3(3)$$
$$R_4(4) = R_4(3) + So_1 \cdot {}_1\alpha_{4r} + So_2 \cdot {}_2\alpha_{4r} + So_3 \cdot {}_3\alpha_{4r} + So_4 \cdot {}_4\alpha_{4r}$$

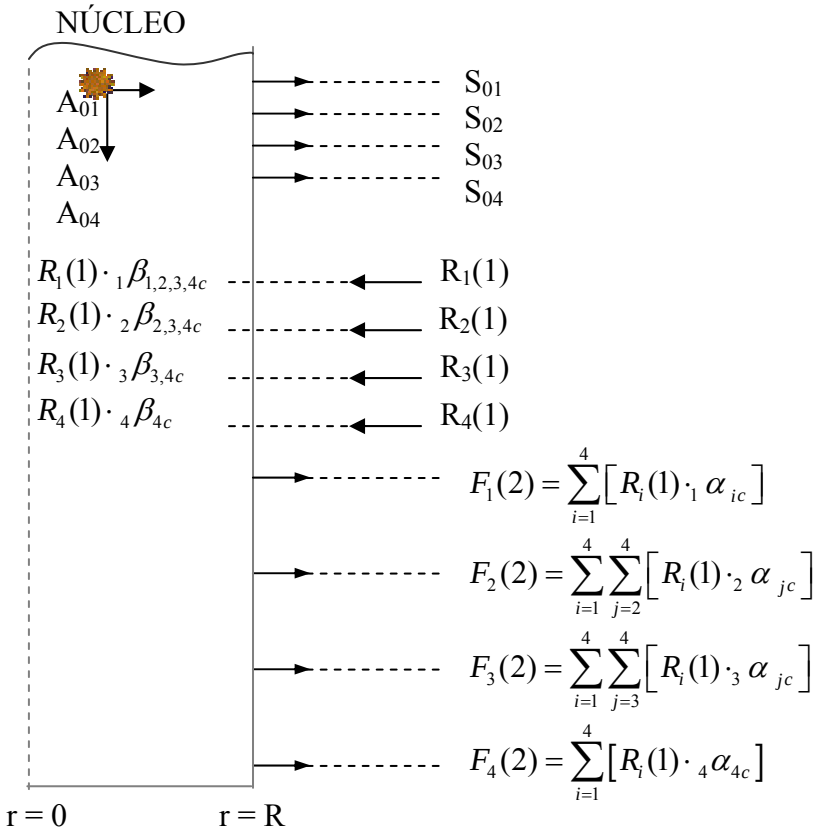


FIG. 3.7 Núcleo pelado de um reator térmico esférico de raio "R" com correntes reentrantes de nêutrons dos quatro grupos, caracterizando a "configuração 4".

Novamente, a partir do balanço de nêutrons e reescrevendo para quatro grupos, onde o índice "4" referencia a configuração 4, desta forma, tem-se:

$$x_1(4)+x_2(4)+x_3(4)+x_4(4)+x_5(4)+x_6(4)+x_7(4)+x_8(4)+R_1+R_2+R_3+R_4=1+R_1+ \\ +R_2+R_3+R_4 \; ; \tag{3.205}$$

Onde:

- $x_1(4)=\left(\int_V \Sigma_{a_1}\Phi_1\, dV\right)_4$; (3.206)
- $x_2(4)=\left(\int_V \Sigma_{a_2}\Phi_2\, dV\right)_4$; (3.207)
- $x_3(4)=\left(\int_V \Sigma_{a_3}\Phi_3\, dV\right)_4$; (3.208)
- $x_4(4)=\left(\int_V \Sigma_{a_4}\Phi_4\, dV\right)_4$; (3.209)
- $x_5(4)=\left(\int_V -D_1\nabla^2\Phi_1\, dV\right)_4$; (3.210)
- $x_6(4)=\left(\int_V -D_2\nabla^2\Phi_2\, dV\right)_4$; (3.211)
- $x_7(4)=\left(\int_V -D_3\nabla^2\Phi_3\, dV\right)_4$; (3.212)
- $x_8(4)=\left(\int_V -D_4\nabla^2\Phi_4\, dV\right)_4$; (3.213):

Analogamente, realizando agora a diferença entre a "Configuração 4" (EQ. 3.205) e a "Configuração 3" (EQ. 3.191), têm-se:

$$\begin{cases} x_1(4)+x_2(4)+x_3(4)+x_4(4)+\left[x_5(4)+R_1\right]+\left[x_6(4)+R_2\right]+\left[x_7(4)+R_3\right]+\left[x_8(3)+R_4\right]=1+R_1+ \\ \qquad\qquad +R_2+R_3+R_4 \\ - \\ x_1(3)+x_2(3)+x_3(3)+x_4(3)+x_5(3)+x_6(3)+x_7(3)+x_8(3)+R_1+R_2+R_3=1+R_1+R_2+R_3 \end{cases} ; \\ \hline {}_4\alpha_{4c}+{}_4\beta_{4c}=1 \tag{3.214}$$

Desta forma os coeficientes ${}_4\alpha_{4c}$ **e** ${}_4\beta_{4c}$ são:

$${}_4\beta_{4c}=\frac{x_4(4)-x_4(3)}{R_4}; \tag{3.215}$$

$${}_4\alpha_{4c}=\frac{x_8(4)-x_8(3)}{R_4}+1; \tag{3.216}$$

Como citado anteriormente, a não observação do fenômeno do ("upscattering") faz com que os coeficientes que são diferentes de ${}_4\alpha_{4c}$ **e** ${}_4\beta_{4c}$ não se alterem com a reentrada de nêutrons do grupo 4 (Configuração 4).

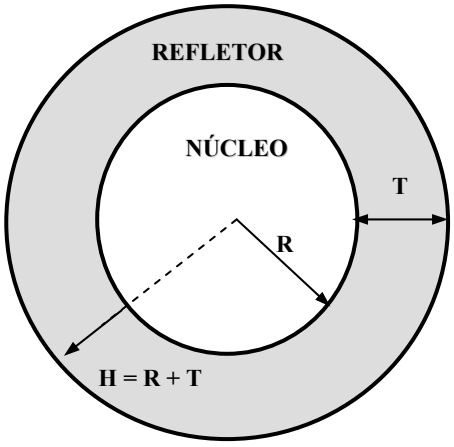
4. RESULTADOS

4.1. CONFIGURAÇÃO DO CASO EXEMPLO

No presente trabalho, o reator foi configurado em um núcleo constituído por um meio multiplicativo de nêutrons, envolvido por um refletor constituído por um meio não multiplicativo com o objetivo de impedir a fuga dos nêutrons gerados no núcleo, aumentando a criticalidade por redução da fuga de nêutrons e também pelo aumento da segurança, evitando a fuga dos mesmos. Desta forma, o reator é então configurado em um conjunto núcleo-refletor.

4.1.1. GEOMETRIA E COMPOSIÇÃO DO NÚCLEO E REFLETOR

A definição da geometria esférica para o reator do caso exemplo, como descrito na FIG. 4.1, foi determinada pela propriedade de simetria da esfera que tornou possível transformar um problema de três dimensões: raio (r), variação angular da latitude (θ) e variação angular da longitude (φ); em um problema a uma única dimensão "r", tendo em vista serem desprezíveis as variações angulares, considerando os fluxos linearmente anisotrópicos conforme as aproximações do método da Difusão, base determinística para os cálculos relativos do método do Albedo.(SILVA, 2006)



Onde:
R: raio do núcleo do reator;
T: espessura do refletor do reator;
H: raio do reator (H = R+T).

FIG. 4.1 Ilustração da geometria esférica definida para o reator do caso exemplo.

FONTE: CABRAL, 1991.

Os materiais e as respectivas densidades atômicas utilizadas para a composição do núcleo do reator foram obtidos de um caso exemplo aplicado por RONALDO GLICÉRIO CABRAL (CABRAL, 1991), onde se utilizou água como refletor. Na TAB. 4.1, são apresentados os materiais e as respectivas densidades atômicas que compõem o conjunto núcleo-refletor.

TAB. 4.1 Composição do conjunto núcleo-refletor. FONTE: CABRAL,1991.

REGIÃO	**MATERIAL**	**DENSIDADE ATÔMICA (átomos / barn . cm)**
NÚCLEO	Urânio – 235	0.12200 E-03
	Urânio – 238	0.59700 E-02
	Oxigênio – 16	0.34420 E-01
	Cromo Natural	0.93460 E-03
	Manganês – 55	0.94200 E-04
	Ferro Natural	0.33470 E-02
	Níquel Natural	0.47110 E-03
	Hidrogênio – 1	0.44470 E-01
REFLETOR	Água	0.33430 E-01

No caso exemplo o reator é considerado como sendo homogêneo, ou seja, combustível e moderador encontram-se uniformemente distribuídos.

4.1.2. CONSTANTES NEUTRÔNICAS DE GRUPO DE ENERGIA

Além das varáveis dimensionais, o fluxo neutrônico também depende das variáveis temporal e enérgética. No caso exemplo, não será considerada a temporal por considerar o regime estacionário. Quanto à energética, o fluxo classicamente não depende de uma variável "E" contínua, mas discretizada em intervalos ou grupos de energia, limitados em energias limites "E_i", com $0 \leq i \leq g$, sendo "g" a quantidade de grupos de energia considerada, conforme a finalidade da análise desejada (DUDERSTADT e HAMILTON, 1976).

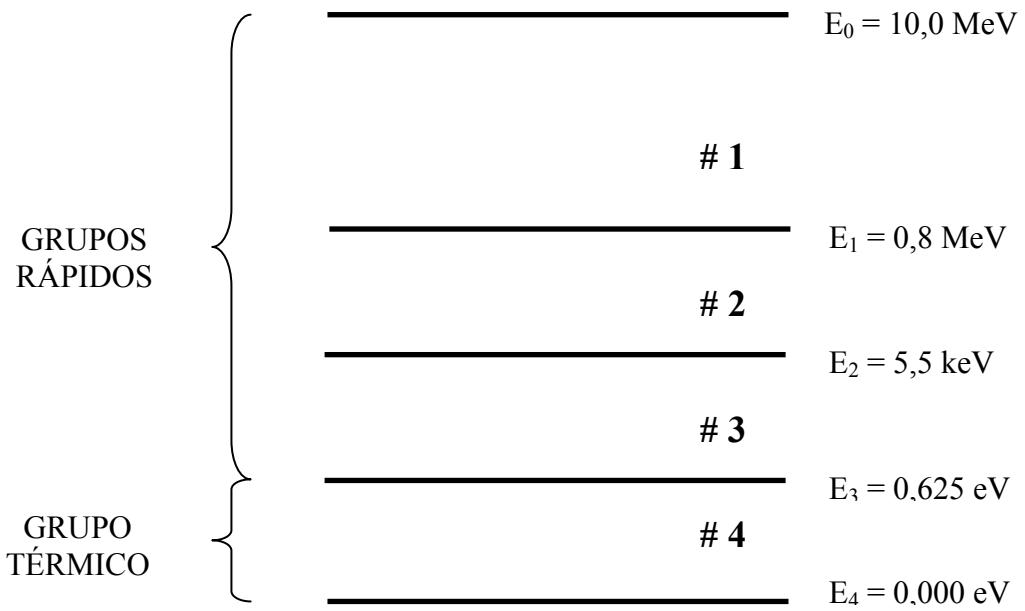


FIG. 4.2 Estrutura a quatro grupos de energia considerada no caso exemplo.

No presente trabalho são considerados quatro grupos de energia que variam de 10,0 MeV à 0,0 eV, como segue na FIG. 4.2.

Para este problema em particular foi utilizado o programa XSDRNPM para a geração dos dados de entrada utilizados, correspondentes à geração das constantes de grupo para o núcleo e refletor.

TAB. 4.2 Constantes neutrônicas de grupo de energia para o núcleo do caso exemplo a quatro grupos de energia geradas pelo código nuclear XSDRNPM.

ESTRUTURA A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA				
	i = 1	**i` = 2**	**i` = 3**	**i = 4**
D	0.17607E+01	0.80339E+00	0.47001E+00	0.19923E+00
Σ_a	0.33928E-02	0.18935E-02	0.17635E-01	0.57172E-01
$\nu\Sigma_f$	0.72250E-02	0.51635E-03	0.59613E-02	0.66730E-01
χ	0.74415E+00	0.25565E+00	0.20189E-02	0.12480E-08

$\Sigma s_{i\,i`}$			
i → i`	**i` = 2**	**i` = 3**	**i` = 4**
1	0.89651E-01	0.46418E-03	0.15529E-06
2	-	0.95330E-01	0.31330E-04
3	-	-	0.98090E-01

Na Tab. 4.2 são apresentadas as constantes neutrônicas de grupo de energia para o núcleo e na Tab. 4.3 as constantes neutrônicas de grupo de energia para o refletor, em ambas tabelas tais constantes foram geradas pelo código nuclear XSDRNPM.

Cabe observar que:

D - coeficiente de Difusão do grupo *i* de energia, em cm;

χ - fração de nêutrons do grupo *i* de energia, gerados por fissão;

Σ_a - seção de choque macroscópica de absorção do grupo *i* de energia, em cm^{-1};

$\nu\Sigma_f$ - produto entre o n° de nêutrons gerados por fissão e a seção de choque macroscópica de fissão, do grupo *i* de energia, em nêutrons/fissão.cm;

$\Sigma s_{i\,i`}$ - seção de choque macroscópica de espalhamento do grupo *i* para o grupo *i'* de energia, em cm^{-1}.

ESTRUTURA A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA				
	i = 1	**i` = 2**	**i` = 3**	**i = 4**
D	0.18109E+01	0.78453E+00	0.50770E+00	0.14915E+00
Σ_a	0.31290E-03	0.95302E-05	0.57242E-03	0.15539E-01

$\Sigma s_{i\,i`}$			
i → i`	**i` = 2**	**i` = 3**	**i` = 4**
1	0.11270E+00	0.69381E-03	0.23278E-06
2	-	0.14163E+00	0.46992E-04
3	-	-	0.14601E+00

TAB. 4.3 Constantes neutrônicas de grupo de energia para o refletor do caso exemplo a quatro grupos de energia geradas pelo código nuclear XSDRNPM.

4.2. CONFIGURAÇÕES

Pelo método do Albedo, conforme descrito no Capítulo 2, é possível responder a diversas indagações a respeito de probabilidades de interações dos nêutrons: de reflexão, absorção e transmissão para o vácuo a medida que percorrem sucessivas vezes o conjunto núcleo-refletor. Tais respostas têm como suporte a determinação analítica das frações iniciais

de absorção e fuga do núcleo (A_{0_i} e S_{0_i} , i = 1, 2 e 3), bem como dos coeficientes de reflexão, absorção e transmissão, do núcleo e do refletor ($[\alpha]_{c,r}$, $[\beta]_{c,r}$ e $[\gamma]_{c,r}$).(Silva, 2006)

No presente capítulo, além da configuração do caso exemplo, são apresentados todos os resultados obtidos pelo método do albedo para as seguintes configurações:

(i) Caso exemplo 1: R = 64 cm; T = 80 cm

(ii) Caso exemplo 2: R = 60 cm; T = 60 cm

Desta forma para as configurações citadas anteriormente, serão apresentados os seguintes resultados;

(a) apresentação das frações iniciais A_{0_i} e S_{0_i} , obtidas pelo método do Albedo e necessários para obtenção dos coeficientes do núcleo e do refletor, além do k_{eff} para um núcleo pelado;

(b) apresentação dos coeficientes $[\alpha]$, $[\beta]$ e $[\gamma]$, do refletor, obtidos pelo método do Albedo;

(c) apresentação dos coeficientes $[\alpha]$ e $[\beta]$, do núcleo obtidos pelo método do Albedo;

(d) apresentação das frações parciais de absorção no núcleo (${}_iC_j$) e no refletor (${}_iR_j$), e de transmissão para o vácuo (${}_iV_j$).

(e) apresentação e comparação das frações totais, A_{c_i} , A_{r_i} e A_{v_i} , obtidas por ambas as metodologias;

(f) apresentação e comparação do k_{eff} , alcançado por ambos os métodos;

4.2.1. CASO EXEMPLO 1: R = 64 cm; T = 80 cm

Pelo método do Albedo (Cap. 2), a determinação analítica das frações iniciais de absorção e fuga do núcleo (A_{0_i} e S_{0_i} , i = 1, 2 e 3), é obtida considerando um núcleo sem refletor, definido como núcleo pelado (item 3.1). A TAB. 4.1 fornece os valores de Ao_i, bem como o fator multiplicativo efetivo de nêutrons, k_{eff} , sendo este também obtido analíticamente pelo método do albedo. Também na TAB. 4.4 com a obtenção do valor dos Ao_i e do k_{eff} pelo CITATION, é determinado o desvio relativo entre o k_{eff} entre os método do

albedo e a aproximação da difusão ('CITATION'). Estes valores foram obtidos tendo como condições de contorno fluxos neutrônicos nulos nas respectivas distâncias extrapoladas.

TAB. 4.4 Frações de nêutrons absorvidos pelo núcleo sem nunca terem ido ao refletor (A_{0_i}) e o fator multiplicativo efetivo de nêutrons, k_{eff} , para p caso exemplo 1.

	Ao_1	**Ao_2**	**Ao_3**	**Ao_4**	**k_{eff}**	**DESVIO do k_{eff}**
ALBEDO	0,024329	0,017974	0,13742	0,75824	0,98822	0,21%
CITATION	0,026182	0,018078	0.13761	0,75660	0,99029	

Pode-se observar que, cerca de 76% dos nêutrons gerados pela primeira vez são absorvidos como grupo quatro de energia, onde nenhum desses são gerados como grupo quatro, e também a proximidade do k_{eff} entre os métodos, onde o desvio é de 0,21%, tendo a distância extrapolada como condição de contorno.

Em seguida, são apresentados na tabela 4.5 os respectivos valores dos coeficientes de reflexão ($[\alpha]$), absorção ($[\beta]$) e transmissão para o vácuo ($[\gamma]$), do refletor ($_r$). Tais coeficientes foram calculados a quatro grupos de energia, com bases analíticas, pelo método do Albedo.

TAB. 4.5 Coeficientes de reflexão, absorção e transmissão para o vácuo do refletor, para o caso exemplo 1.

$_1\alpha_{1r}$	$_1\alpha_{2r}$	$_1\alpha_{3r}$	$_1\alpha_{4r}$	$_2\alpha_{2r}$
0.18257E-01	0.20088E+00	0.90823E-01	0.14104E+00	0.18251E+00
$_2\alpha_{3r}$	$_2\alpha_{4r}$	$_3\alpha_{3r}$	$_3\alpha_{4r}$	$_4\alpha_{4r}$
0.22292E+00	0.21026E+00	0.28085E+00	0.39500E+00	0.81662E+00
$_1\beta_{1r}$	$_1\beta_{2r}$	$_1\beta_{3r}$	$_1\beta_{4r}$	$_2\beta_{2r}$
0.27016E-02	0.51938E-04	0.26829E-02	0.54356E+00	0.54987E-04
$_2\beta_{3r}$	$_2\beta_{4r}$	$_3\beta_{3r}$	$_3\beta_{4r}$	$_4\beta_{4r}$
0.23206E-02	0.38194E+00	0.28084E-02	0.32135E+00	0.18338E+00
$_1\gamma_{1r}$	$_1\gamma_{2r}$	$_1\gamma_{3r}$	$_1\gamma_{4r}$	$_2\gamma_{2r}$
0.43470E-08	0.34863E-08	0.31504E-08	0.23650E-07	0.36810E-14
$_2\gamma_{3r}$	$_2\gamma_{4r}$	$_3\gamma_{3r}$	$_3\gamma_{4r}$	$_4\gamma_{4r}$
0.73184E-14	0.58701E-10	0.43841E-18	0.17379E-10	0.43911E-11

Na tabela acima, é visto que cerca de 45% dos nêutrons gerados por segundo como grupo 1, são refletidos como grupo 1, 2, 3, ou 4 de energia, e aproximadamente 54% são absorvidos como grupo 4 de energia.

Tomando como referência os fluxos neutrônicos do refletor (EQ. 3.91, 3.98, 3.107 e 3.116) e suas derivadas na interface núcleo-refletor (r = R) e na interface refletor-vácuo (r = H), juntamente com os dados da Tab. 4.5, é feito uma análise qualitativa dos fluxos, assim analisando $\Phi_{2,3,4}$:

- Para r = R:

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\alpha_2 = \dfrac{\Phi_2}{4} + \dfrac{D_2}{2}\Phi_2' \\ {}_1\alpha_2 = \dfrac{\Phi_2}{2} \end{array}\right\| \; {}_1\alpha_2 = \frac{{}_1\alpha_2}{2} + \frac{D_2}{2}\cdot\Phi_2' \quad \longrightarrow \quad \Phi_2'(r=R) = \frac{{}_1\alpha_2}{D_2} > 0; \quad \text{(EQ. 4.1)}$$

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{4} + \dfrac{D_3}{2}\Phi_3' \\ {}_1\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{2} \end{array}\right\| \; {}_1\alpha_3 = \frac{{}_1\alpha_3}{2} + \frac{D_3}{2}\cdot\Phi_3' \quad \longrightarrow \quad \Phi_3'(r=R) = \frac{{}_1\alpha_3}{D_3} > 0; \quad \text{(EQ. 4.2)}$$

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{4} + \dfrac{D_4}{2}\Phi_4' \\ {}_1\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{2} \end{array}\right\| \; {}_1\alpha_4 = \frac{{}_1\alpha_4}{2} + \frac{D_4}{2}\cdot\Phi_4' \quad \longrightarrow \quad \Phi_4'(r=R) = \frac{{}_1\alpha_4}{D_4} > 0; \quad \text{(EQ. 4.3)}$$

- Para r = H:

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\gamma_2 = \left[\dfrac{\Phi_2}{4} - \dfrac{D_2}{2}\Phi_2'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\ {}_1\gamma_2 = \dfrac{\Phi_2}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \end{array}\right\| \; {}_1\gamma_2 = \frac{{}_1\gamma_2}{2} - \frac{D_2}{2}\Phi_2'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_2'(r=H) = -\frac{{}_1\gamma_2}{D_2}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0; \quad \text{(EQ. 4.4)}$$

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\gamma_3 = \left[\dfrac{\Phi_3}{4} - \dfrac{D_3}{2}\Phi_3'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\ {}_1\gamma_3 = \dfrac{\Phi_3}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \end{array}\right\| \; {}_1\gamma_3 = \frac{{}_1\gamma_3}{2} - \frac{D_3}{2}\Phi_3'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_3'(r=H) = -\frac{{}_1\gamma_3}{D_3}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0; \quad \text{(EQ. 4.5)}$$

$$\left.\begin{array}{l} {}_1\gamma_4 = \left[\dfrac{\Phi_4}{4} - \dfrac{D_4}{2}\Phi_4'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\ {}_1\gamma_4 = \dfrac{\Phi_4}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \end{array}\right\| \; {}_1\gamma_4 = \frac{{}_1\gamma_4}{2} - \frac{D_4}{2}\Phi_4'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_4'(r=H) = -\frac{{}_1\gamma_4}{D_4}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0; \quad \text{(EQ. 4.6)}$$

Desta forma, pode-se perceber que existe um máximo local, para os três fluxos. Analisando agora Φ_1, temos:

- Para r = R:

$$ {}_1\alpha_1 = \frac{\Phi_1}{4} + \frac{D_1}{2}\Phi_1' \qquad {}_1\alpha_1 = \frac{\Phi_1}{2} - 1 \qquad \Bigg\| \qquad {}_1\alpha_1 = \frac{1 + {}_1\alpha_1}{2} + \frac{D_1}{2}\cdot\Phi_1' \longrightarrow \Phi_1'(r=R) = \frac{{}_1\alpha_1 - 1}{D_1} < 0 \;; \qquad \text{(EQ. 4.7)} $$

- Para r = H:

$$ \Phi_1'(r=H) = -\frac{{}_1\gamma_1}{D_1}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \;; \qquad \text{(EQ. 4.8)} $$

Em r = R e em r = H, temos que o Φ_1' é negativo, assim não existindo um máximo local. Assim, temos que o gráfico qualitativo para os fluxos neutrônicos no refletor ($\Phi_{1,2,3,4}$) pode ser dado como segue na Fig. 4.3:

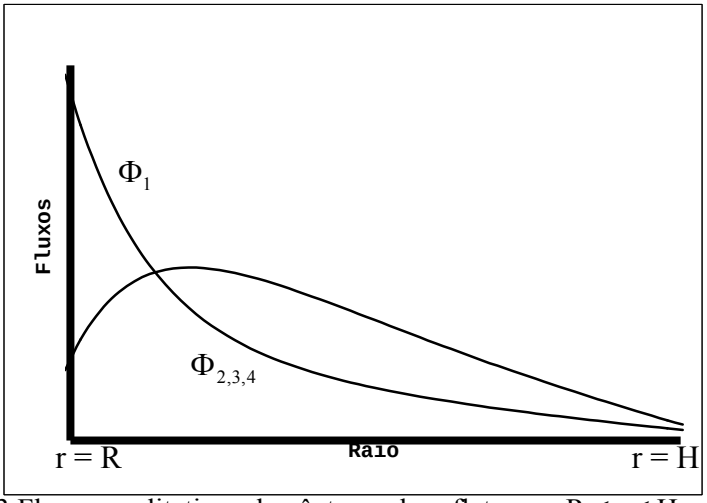


FIG. 4.3 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em R ≤ r ≤ H, para os quatro grupos de energia.

Tomando agora como referência os fluxos neutrônicos do refletor (EQ. 3.98, 3.107 e 3.116) e suas derivadas na interface núcleo-refletor (r = R) e na interface refletor-vácuo (r = H), juntamente com os dados da Tab. 4.5, sem levar em consideração a influência do grupo 1, é feito uma análise qualitativa dos fluxos. Assim analisando $\Phi_{3,4}$:

- Para r = R:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_2\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{4} + \dfrac{D_3}{2}\Phi_3' \\
{}_2\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{2}
\end{array}\right\| \; {}_2\alpha_3 = \frac{{}_2\alpha_3}{2} + \frac{D_3}{2}\cdot\Phi_3' \longrightarrow \Phi_3'(r=R) = \frac{{}_2\alpha_3}{D_3} > 0\,; \qquad \text{(EQ. 4.9)}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_2\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{4} + \dfrac{D_4}{2}\Phi_4' \\
{}_2\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{2}
\end{array}\right\| \; {}_2\alpha_4 = \frac{{}_2\alpha_4}{2} + \frac{D_4}{2}\cdot\Phi_4' \longrightarrow \Phi_4'(r=R) = \frac{{}_2\alpha_4}{D_4} > 0\,; \qquad \text{(EQ. 4.10)}
$$

- Para r = H:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_2\gamma_3 = \left[\dfrac{\Phi_3}{4} - \dfrac{D_3}{2}\Phi_3'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\
{}_2\gamma_3 = \dfrac{\Phi_3}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2}
\end{array}\right\| \; {}_2\gamma_3 = \frac{{}_2\gamma_3}{2} - \frac{D_3}{2}\Phi_3'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_3'(r=H) = -\frac{{}_2\gamma_3}{D_3}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \;; \text{(EQ. 4.11)}
$$

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_2\gamma_4 = \left[\dfrac{\Phi_4}{4} - \dfrac{D_4}{2}\Phi_4'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\
{}_2\gamma_4 = \dfrac{\Phi_4}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2}
\end{array}\right\| \; {}_2\gamma_4 = \frac{{}_2\gamma_4}{2} - \frac{D_4}{2}\Phi_4'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_4'(r=H) = -\frac{{}_2\gamma_4}{D_4}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \;; \text{(EQ. 4.12)}
$$

Desta forma, pode-se perceber que existe um máximo local, para os dois fluxos. Analisando agora Φ_2, temos:

- Para r = R:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_2\alpha_2 = \dfrac{\Phi_2}{4} + \dfrac{D_2}{2}\Phi_2' \\
{}_2\alpha_2 = \dfrac{\Phi_2}{2} - 1
\end{array}\right\| \; {}_2\alpha_2 = \frac{1 + {}_2\alpha_2}{2} + \frac{D_2}{2}\cdot\Phi_2' \longrightarrow \Phi_2'(r=R) = \frac{{}_2\alpha_2 - 1}{D_2} < 0 \;; \qquad \text{(EQ. 4.13)}
$$

- Para r = H:

$$
\Phi_2'(r=H) = -\frac{{}_2\gamma_2}{D_2}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0\,; \qquad \text{(EQ. 4.14)}
$$

Em r = R e em r = H, temos que o Φ_2' é negativo, assim não existindo um máximo local. Assim, temos que o gráfico qualitativo para os fluxos neutrônicos no refletor ($\Phi_{2,3,4}$) pode ser dado como segue na Fig. 4.4:

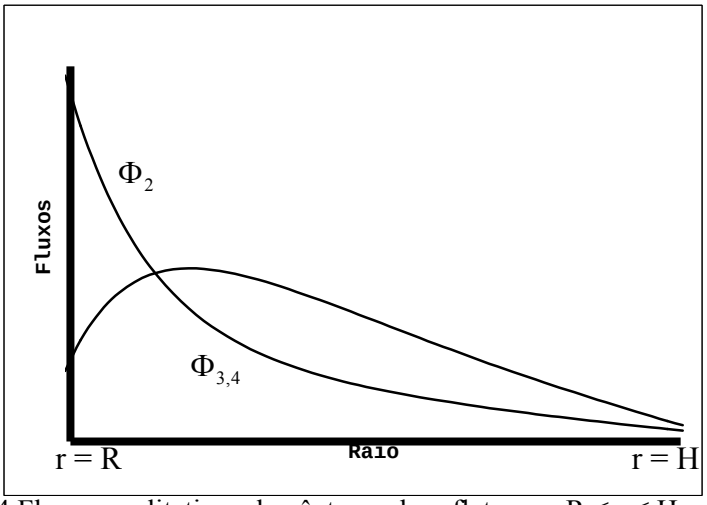


FIG. 4.4 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em R ≤ r ≤ H, sem levar em consideração o grupo 1 de energia.

Tomando agora como referência os fluxos neutrônicos do refletor (EQ. 3.107 e 3.116) e suas derivadas na interface núcleo-refletor (r = R) e na interface refletor-vácuo (r = H), juntamente com os dados da Tab. 4.5, sem levar em consideração a influência do grupo 1 e 2, é feito uma análise qualitativa dos fluxos. Assim analisando Φ_4:

- Para r = R:

$$\left.\begin{array}{l} {}_3\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{4} + \dfrac{D_4}{2}\Phi_4' \\ {}_3\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{2} \end{array}\right\| \; {}_3\alpha_4 = \frac{{}_3\alpha_4}{2} + \frac{D_4}{2}\cdot\Phi_4' \quad \longrightarrow \quad \Phi_4'(r=R) = \frac{{}_3\alpha_4}{D_4} > 0\,; \qquad \text{(EQ. 4.15)}$$

- Para r = H:

$$\left.\begin{array}{l} {}_3\gamma_4 = \left[\dfrac{\Phi_4}{4} - \dfrac{D_4}{2}\Phi_4'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\ {}_3\gamma_4 = \dfrac{\Phi_4}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \end{array}\right\| \; {}_3\gamma_4 = \frac{{}_3\gamma_4}{2} - \frac{D_4}{2}\Phi_4'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_4'(r=H) = -\frac{{}_3\gamma_4}{D_4}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \;; \text{(EQ. 4.16)}$$

Desta forma, pode-se perceber que existe um máximo local, para os dois fluxos. Analisando agora Φ_2, temos:

- Para r = R:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_3\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{4} + \dfrac{D_3}{2}\Phi_2' \\[2ex]
{}_3\alpha_3 = \dfrac{\Phi_3}{2} - 1
\end{array}\right\| \; {}_3\alpha_3 = \frac{1 + {}_3\alpha_3}{2} + \frac{D_3}{2}\cdot\Phi_3' \longrightarrow \Phi_3'(r=R) = \frac{{}_3\alpha_3 - 1}{D_3} < 0 \; ; \qquad \text{(EQ. 4.17)}
$$

- Para r = H:

$$
\Phi_3'(r=H) = -\frac{{}_3\gamma_3}{D_3}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \; ; \qquad \text{(EQ. 4.18)}
$$

Em r = R e em r = H, temos que o Φ_3' é negativo, assim não existindo um máximo local. Assim, temos que o gráfico qualitativo para os fluxos neutrônicos no refletor ($\Phi_{3,4}$) pode ser dado como segue na Fig. 4.5:

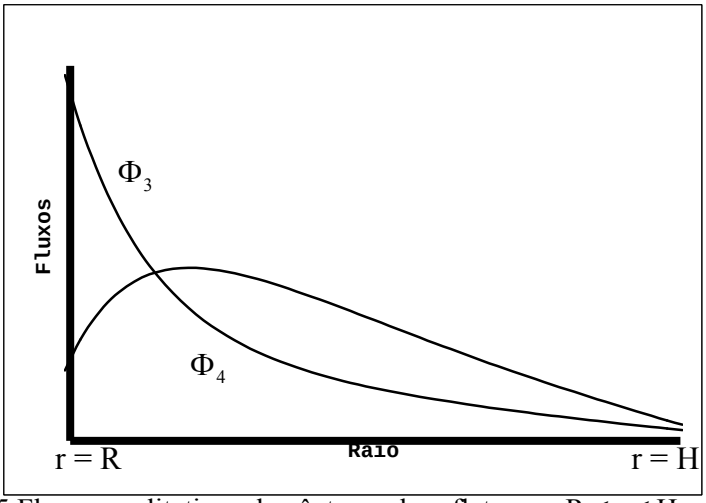


FIG. 4.5 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em R ≤ r ≤ H, sem levar em consideração os grupos 1 e 2 de energia.

Tomando agora como referência o fluxo neutrônico do refletor (EQ. 3.116) e suas derivadas na interface núcleo-refletor (r = R) e na interface refletor-vácuo (r = H), juntamente com os dados da Tab. 4.5, sem levar em consideração a influência do grupo 1, 2 e 3, é feito uma análise qualitativa do fluxo do grupo 4. Assim analisando Φ_4:

- Para r = R:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_4\alpha_3 = \dfrac{\Phi_4}{4} + \dfrac{D_4}{2}\Phi_2' \\[2ex]
{}_4\alpha_4 = \dfrac{\Phi_4}{2} - 1
\end{array}\right\| \; {}_4\alpha_4 = \frac{1 + {}_4\alpha_4}{2} + \frac{D_4}{2}\cdot\Phi_4' \longrightarrow \Phi_4'(r=R) = \frac{{}_4\alpha_4 - 1}{D_4} < 0 \; ; \qquad \text{(EQ. 4.19)}
$$

- Para r = H:

$$
\left.\begin{array}{l}
{}_4\gamma_4 = \left[\dfrac{\Phi_4}{4} - \dfrac{D_4}{2}\Phi_4'\right]\cdot\dfrac{H^2}{R^2} \\
{}_4\gamma_4 = \dfrac{\Phi_4}{2}\cdot\dfrac{H^2}{R^2}
\end{array}\right\| \; {}_4\gamma_4 = \frac{{}_4\gamma_4}{2} - \frac{D_4}{2}\Phi_4'\cdot\frac{H^2}{R^2} \rightarrow \Phi_4'(r=H) = -\frac{{}_4\gamma_4}{D_4}\cdot\frac{R^2}{H^2} < 0 \quad \text{;(EQ. 4.20)}
$$

Desta forma, pode-se perceber que existe um máximo local, para o fluxo 4. Em r = R e em r = H, temos que o Φ_4' é negativo, assim não existindo um máximo local. Assim, tem-se que o gráfico qualitativo para o fluxo neutrônico no refletor (Φ_4) pode ser dado como segue na Fig. 4.6:

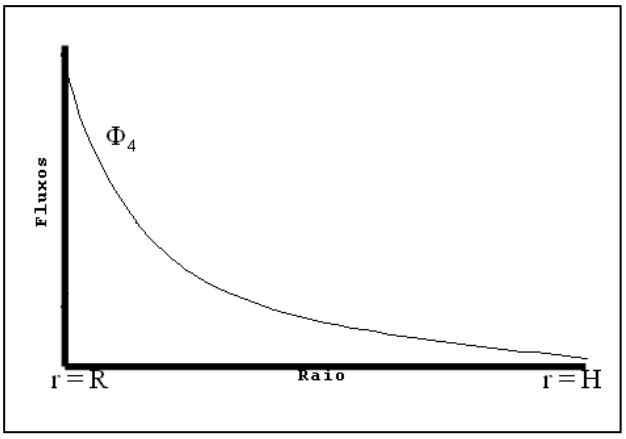


FIG. 4.6 Fluxos qualitativos de nêutrons do refletor em R ≤ r ≤ H, levando em consideração apenas o grupo 4 de energia.

Na seqüência, são apresentados na tabela 4.6 os respectivos valores dos coeficientes de reflexão ($[\alpha]$) e absorção ($[\beta]$) do núcleo($_c$), sendo estes dependentes dos valores das correntes reentrantes.

TAB. 4.6 Coeficientes de reflexão e absorção do núcleo, para o caso exemplo 1.

${}_1\alpha_{1c}$	${}_1\alpha_{2c}$	${}_1\alpha_{3c}$	${}_1\alpha_{4c}$	${}_2\alpha_{2c}$
0.00000E+00	0.16117E+00	0.58967E-01	0.36757E-01	0.10904E+00
${}_2\alpha_{3c}$	${}_2\alpha_{4c}$	${}_3\alpha_{3c}$	${}_3\alpha_{4c}$	${}_4\alpha_{4c}$
0.10173E+00	0.40864E-01	0.80656E-01	0.78789E-01	0.10000E+00
${}_1\beta_{1c}$	${}_1\beta_{2c}$	${}_1\beta_{3c}$	${}_1\beta_{4c}$	${}_2\beta_{2c}$
0.28958E-01	0.15690E-01	0.11200E+00	0.58645E+00	0.17331E-01
${}_2\beta_{3c}$	${}_2\beta_{4c}$	${}_3\beta_{3c}$	${}_3\beta_{4c}$	${}_4\beta_{4c}$
0.11758E+00	0.61345E+00	0.14006E+00	0.73049E+00	0.00000E+00

Analisando a TAB. 4.6, é de interesse analisar, que nenhum nêutron que foge pela segunda vez do núcleo como grupo 4, é absorvido no núcleo como mesmo grupo, sendo todos refletidos para o refletor, o que podemos concluir que há uma saturação de nêutrons deste grupo.

Também na TAB. 4.6, tem-se que aproximadamente 60% e 12% dos nêutrons que nascem como grupo 1 são absorvidos como grupo 4 e 3, respectivamente, sendo a mesma porcentagem para os nêutrons que nascem como grupo 2 e são absorvidos como grupo 4 e 3, desta forma existindo um mínimo local no núcleo para o grupo 1, que são predominantes em 75% que nascem a partir da primeira fissão. Assim paralelamente com os gráficos 4.3, 4.4, 4,5 e 4.6, construiu-se um gráfico qualitativo dos fluxos neutrônicos para o conjunto núcleo-refletor.

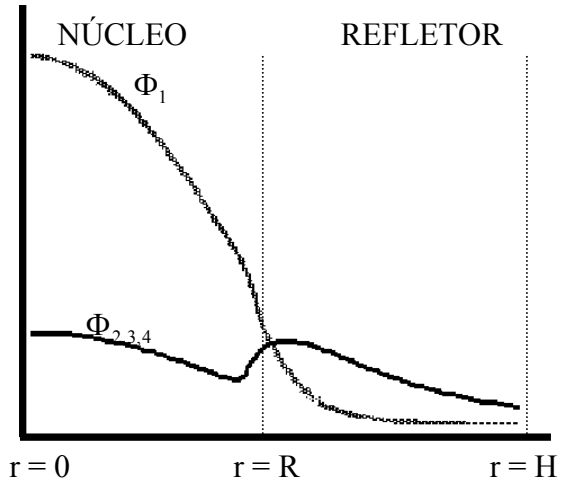


FIG. 4.7 Fluxos neutrônicos para os quatro grupos de energia no núcleo e no refletor.

Como apresentado na seção 2.3 por modelagem do método do Albedo, a partir da primeira corrente os $[\alpha]_c$ e $[\beta]_c$ serão constantes. A partir deste principio, as frações parciais de absorção no núcleo, ${}_iC_j$, de absorção no refletor, ${}_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, ${}_iV_j$, i e j = 1, 2, 3 e 4, são apresentadas na TAB. 4.7.

TAB. 4.7 Frações parciais de absorção no núcleo, ${}_iC_j$, de absorção no refletor, ${}_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, ${}_iV_j$, *i* e *j* = 1, 2, 3 e 4.

NÚCLEO	**${}_1C_1$**	**${}_1C_2$**	**${}_1C_3$**	**${}_1C_4$**	**${}_1C_2$**
	0.47083 E-03	0.38019 E-02	0.40507 E-01	0.21111 E+00	0.32036 E-02
	${}_2C_3$	**${}_2C_4$**	**${}_3C_3$**	**${}_3C_4$**	**${}_4C_4$**
	0.54987 E-01	0.28648 E+00	0.40088 E-01	0.20881 E+00	0.00000 E+00
REFLETOR	**${}_1R_1$**	**${}_1R_2$**	**${}_1R_3$**	**${}_1R_4$**	**${}_1R_2$**
	0.27069 E-02	0.53495 E-04	0.28382 E-02	0.73851 E+00	0.56185 E-04
	${}_2R_3$	**${}_2R_4$**	**${}_3R_3$**	**${}_3R_4$**	**${}_4R_4$**
	0.24818 E-02	0.65279 E-02	0.28776 E-02	0.74822 E+00	0.10000 E+01
VÁCUO	**${}_1V_1$**	**${}_1V_2$**	**${}_1V_3$**	**${}_1V_4$**	**${}_1V_2$**
	0.58060 E-06	0.46531 E-06	0.42027 E-06	0.30891 E-05	0.28648 E-10
	${}_2V_3$	**${}_2V_4$**	**${}_3V_3$**	**${}_3V_4$**	**${}_4V_4$**
	0.32572 E-10	0.37390 E-07	0.18536 E-13	0.15701 E-07	0.13505 E-07

Na Tab. 4.7, observa-se que aproximadamente 22% dos nêutrons que nascem como grupo 1, são absorvidos como grupo 4. Na mesma tabela têm-se que para esta espessura de refletor, a fuga para qualquer grupo de energia é nula, logo o mesmo se comporta como um refletor infinito. Ainda na tabela acima, comparando-se a mesma com a Tab. 4.5 observa-se que ${}_3V_3 > {}_3\gamma_3$, fato este observado, pois o valor de ${}_3V_3$ é obtido devido à contribuições de nêutrons da n-ésima reentrada.

A TAB. 4.8 compara os valores das frações totais de nêutrons, absorvidos no núcleo (A_{c_i}), no refletor (A_{r_i}) e transmitidos para o vácuo (A_{v_i}), obtidos pelos métodos do Albedo e pela aproximação da Difusão ("CITATION"), para o raio do núcleo R = 64 cm e espessura do refletor T = 80 cm.

TAB. 4.8 Comparação das frações totais de absorção no núcleo, no refletor e fuga para o vácuo.

MÉTODO	FRAÇÕES TOTAIS DEABSORÇÃO E TRANSMISSÂO			
	A_{c_1}	A_{c_2}	A_{c_3}	A_{c_4}
ALBEDO	0.24349E-01	0.18156E-01	0.13985E+00	0.77093E+00
CITATION	0.25652E-01	0.17788E-01	0.13591E+00	0.76450E+00
	A_{r_1}	A_{r_2}	A_{r_3}	A_{r_4}
ALBEDO	0.10277E-03	0.26381E-05	0.15369E-03	0.46461E-01
CITATION	0.10223E-03	0.38084E-05	0.25083E-03	0.55786E-01
	A_{v_1}	A_{v_2}	A_{v_3}	A_{v_4}
ALBEDO	0.16537E-09	0.13263E-09	0.11985E-09	0.90100E-09
CITATION	0.18054E-09	0.14650E-09	0.13328E-09	0.10118E-08

Na tabela acima se percebe que da fração total de absorção no núcleo, quase 77% dos nêutrons são absorvidos como grupo quatro, para os dois métodos. Novamente, pode-se ver que as frações totais de fuga para o vácuo são nulas.

TAB. 4.9 Comparação entre os fatores multiplicativos efetivo de nêutrons.

	k_{eff}	DESVIO
ALBEDO	**1,00390**	**0,6%**
CITATION	**0,99773**	

A tabela 4.9 comparativa do k_{eff} obtido pelo método do albedo com o CITATION apresenta um desvio de 0,6%, onde as atribuições deste valor podem ser apontadas para a condição de contorno apresentada para as reentradas no núcleo, e ou para;

(i) Os Ao_i, não dependem do refletor, para o CITATION;

Na TAB. 4.10 são apresentadas às absorções iniciais de nêutrons do núcleo, para os quatro grupos de energia, para um núcleo sem refletor e com um refletor de 80 cm, determinados pelo CITATION.

TAB. 4.10 Absorções iniciais para os quatro grupos de energias obtidas pelo CITATION para um raio de 64 cm.

	Ao_1	Ao_2	Ao_3	Ao_4
T = 0	0,026182	0,018078	0,13761	0,75660
T = 80 cm	0,025652	0,017788	0.13591	0,76450

Na analise da TAB. 4.10, é perceptível que as absorções iniciais do núcleo pelado (sem refletor) para os grupos 1, 2 e 3 de energia, são maiores que as apresentadas com um refletor paras os mesmo grupos, fato este, não sendo possível para o método do Albedo.

(ii) [α] e [β] do núcleo.

A condição de contorno apresentada para as reentradas no núcleo, podem ser variáveis, o que certamente irá alterar os valores das frações de absorção e fuga no núcleo, consequentemente diminuindo o desvio apresentado na comparação da TAB. 4.10.

4.2.2. CASO EXEMPLO 2: R = 60 cm; T = 60 cm

De forma análoga a TAB. 4.4, a TAB. 4.11 fornece os valores de Ao_i bem como o fator multiplicativo efetivo de nêutrons, k_{eff}, sendo estes também obtidos analíticamente pelo método do albedo. Também na TAB. 4.11, com a obtenção do valor dos Ao_i e do k_{eff} pelo CITATION, é determinado o desvio relativo entre o k_{eff} entre os método do albedo e a aproximação da difusão ('CITATION'), sendo estes obtidos tendo como condições de contorno fluxos neutrônicos nulos nas respectivas distâncias extrapoladas.

TAB. 4.11 Frações de nêutrons absorvidos pelo núcleo sem nunca terem ido ao refletor (A_{0_i}) e do k_{eff} para o caso exemplo 2.

	Ao_1	**Ao_2**	**Ao_3**	**Ao_4**	**k_{eff}**	DESVIO **do k_{eff}**
ALBEDO	0,023976	0,017859	0,13640	0,75176	0,97948	0,26%
CITATION	0,026077	0,017978	0.13663	0,75004	0,98206	

Novamente pode-se observar a proximidade do K_{eff} de ambos os métodos, onde o desvio é de 0,26%, e que aproximadamente 75% dos nêutrons gerados pela primeira vez são absorvidos como grupo quatro de energia.

Novamente, em seguida, é apresentado na TAB. 4.12 os respectivos valores dos coeficientes de reflexão ($[\alpha]$), absorção ($[\beta]$) e transmissão para o vácuo ($[\gamma]$), do refletor ($_r$). Onde tais coeficientes foram calculados a quatro grupos de energia, com bases analíticas, pelo método do Albedo.

TAB. 4.12 Coeficientes de reflexão, absorção e transmissão para o vácuo, do refletor, calculados pelo método do Albedo para um reator esférico de núcleo de raio R = 60 cm e refletor de espessura T = 60 cm.

$_1\alpha_{1r}$	$_1\alpha_{2r}$	$_1\alpha_{3r}$	$_1\alpha_{4r}$	$_2\alpha_{2r}$
0.16305E-01	0.20030E+00	0.90553E-01	0.14068E+00	0.18137E+00
$_2\alpha_{3r}$	$_2\alpha_{4r}$	$_3\alpha_{3r}$	$_3\alpha_{4r}$	$_4\alpha_{4r}$
0.22255E+00	0.20995E+00	0.27998E+00	0.39462E+00	0.81611E+00
$_1\beta_{1r}$	$_1\beta_{2r}$	$_1\beta_{3r}$	$_1\beta_{4r}$	$_2\beta_{2r}$
0.27069E-02	0.52107E-04	0.26939E-02	0.54671E+00	0.55063E-04
$_2\beta_{3r}$	$_2\beta_{4r}$	$_3\beta_{3r}$	$_3\beta_{4r}$	$_4\beta_{4r}$
0.23265E-02	0.38375E+00	0.28118E-02	0.32259E+00	0.18389E+00
$_1\gamma_{1r}$	$_1\gamma_{2r}$	$_1\gamma_{3r}$	$_1\gamma_{4r}$	$_2\gamma_{2r}$
0.58060E-06	0.46531E-06	0.42027E-06	0.30852E-05	0.16078E-10
$_2\gamma_{3r}$	$_2\gamma_{4r}$	$_3\gamma_{3r}$	$_3\gamma_{4r}$	$_4\gamma_{4r}$
0.31920E-10	0.33052E-07	0.18112E-13	0.98249E-08	0.24834E-08

De forma análoga à seção 4.2.1, tomando como referencia os fluxos neutrônicos determinados para o refletor e suas derivadas nas interfaces, juntamente com os dados da TAB. 4.12, pode-se fazer uma análise qualitativa dos fluxos.

Tanto para a presente configuração como para a configuração anterior, os fluxos se comportam da mesma maneira, como mostrado nas figuras 4.3, 4.4, 4.5 e 4.6. É de interesse também observar que, aproximadamente 55% dos nêutrons que nascem como grupo 1 de energia, são absorvidos no refletor como grupo 4, e que cerca de 44% dos nêutrons gerados por segundo como grupo 1 são refletidos para os outros grupos de energia.

Na seqüência, são apresentado na TAB. 4.13 os respectivos valores dos coeficientes de reflexão ($[\alpha]$) e absorção ($[\beta]$) do núcleo ($_c$).

TAB 4.13 Coeficientes de reflexão e absorção do núcleo para o caso exemplo 2.

$_1\alpha_{1c}$	$_1\alpha_{2c}$	$_1\alpha_{3c}$	$_1\alpha_{4c}$	$_2\alpha_{2c}$
0.00000E+00	0.16208E+00	0.59415E-01	0.37090E-01	0.11008E+00
$_2\alpha_{3r}$	$_2\alpha_{4r}$	$_3\alpha_{3r}$	$_3\alpha_{4r}$	$_4\alpha_{4r}$
0.22255E+00	0.20995E+00	0.27998E+00	0.39462E+00	0.81611E+00
$_1\beta_{1c}$	$_1\beta_{2c}$	$_1\beta_{3c}$	$_1\beta_{4c}$	$_2\beta_{2c}$
0.28877E-01	0.15672E-01	0.11179E+00	0.58508E+00	0.17311E-01
$_2\alpha_{3c}$	$_2\alpha_{4c}$	$_3\alpha_{3c}$	$_3\alpha_{4c}$	$_4\alpha_{4c}$
0.10238E+00	0.41417E-01	0.81681E-01	0.49668E-01	0.10000E+00
$_2\beta_{3c}$	$_2\beta_{4c}$	$_3\beta_{3c}$	$_3\beta_{4c}$	$_4\beta_{4c}$
0.11733E+00	0.61148E+00	0.13991E+00	0.72875E+00	0.00000E+00

Na análise da TAB. 4.13 percebe-se que nenhum nêutron que foge pela segunda vez do núcleo como grupo 1 é refletido como o mesmo grupo. Também, é de interesse analisar, que nenhum nêutron que foge pela segunda vez do núcleo como grupo 4, é absorvido no núcleo como mesmo grupo, sendo todos refletidos para o refletor, podendo-se concluir que há uma saturação de nêutrons deste grupo, fato esse também verificado na configuração anterior.

Como apresentado na seção 4.2.1, novamente são apresentadas as frações parciais de absorção no núcleo, $_iC_j$, de absorção no refletor, $_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, $_iV_j$, i e j = 1, 2, 3 e 4, agora para a presente configuração, como segue são apresentadas na TAB. 4.14.

TAB 4.14 Frações parciais de absorção no núcleo, $_iC_j$, de absorção no refletor, $_iR_j$, e de transmissão para o vácuo, $_iV_j$, i e j = 1, 2, 3 e 4 para o caso exemplo 2.

NÚCLEO	$_1C_1$	$_1C_2$	$_1C_3$	$_1C_4$	$_1C_2$
	0.52868 E-03	0.38480 E-02	0.40919 E-01	0.21349 E+00	0.32272 E-02
	$_2C_3$	$_2C_4$	$_3C_3$	$_3C_4$	$_4C_4$
	0.55253 E-01	0.28821 E+00	0.40248 E-01	0.20991 E+00	0.00000 E+00
REFLETOR	$_1R_1$	$_1R_2$	$_1R_3$	$_1R_4$	$_1R_2$
	0.27016 E-02	0.53332 E-04	0.28273 E-02	0.73563 E-02	0.56103 E-04
	$_2R_3$	$_2R_4$	$_3R_3$	$_3R_4$	$_4R_4$
	0.24749 E-02	0.65078 E+00	0.28735 E-02	0.74697 E+00	0.10000 E+01
VÁCUO	$_1V_1$	$_1V_2$	$_1V_3$	$_1V_4$	$_1V_2$
	0.43470 E-08	0.34863 E-08	0.31504 E-08	0.23650 E-07	0.37558 E-14
	$_2V_3$	$_2V_4$	$_3V_3$	$_3V_4$	$_4V_4$
	0.74671 E-14	0.66386 E-10	0.44857 E-18	0.27795 E-10	0.23946 E-10

Na TAB. 4.14, observa-se que aproximadamente 25% dos nêutrons que nascem como grupos 1, 2 e 3, são absorvidos como grupo 4. Na mesma tabela, para esta espessura de refletor, a fuga para qualquer grupo de energia é nula, logo o mesmo se comporta como um refletor infinito.

A TAB. 4.15 compara os valores das frações totais de nêutrons, absorvidos no núcleo (A_{c_i}), no refletor (A_{r_i}) e transmitidos para o vácuo (A_{v_i}), obtidos pelos métodos do Albedo e da Difusão ("CITATION"), para o raio do núcleo R = 60 cm e espessura do refletor T = 60 cm.

TAB. 4.15 Comparação das frações totais de absorção no núcleo, no refletor e fuga para o vácuo para o caso exemplo 2.

MÉTODO	**FRAÇÕES TOTAIS DE ABSORÇÃO E TRANSMISSÂO**			
	A_{c_1}	A_{c_2}	A_{c_3}	A_{c_4}
ALBEDO	0.23996E-01	0.18062E-01	0.13912E+00	0.76592E+00
CITATION	0.25476E-01	0.17648E-01	0.13472E+00	0.75933E+00
	A_{r_1}	A_{r_2}	A_{r_3}	A_{r_4}
ALBEDO	0.11633E-03	0.29877E-05	0.17414E-03	0.52608E-01
CITATION	0.11557E-03	0.43019E-05	0.28251E-03	0.62414E-01
	A_{v_1}	A_{v_2}	A_{v_3}	A_{v_4}
ALBEDO	0.24950E-07	0.19996E-07	0.18061E-07	0.13341E-06
CITATION	0.26095E-07	0.21155E-07	0.19236E-07	0.14413E-06

Na tabela 4.15 percebemos que da fração total de absorção no núcleo, quase 76% dos nêutrons são absorvidos como grupo quatro, para os dois métodos.

Por fim, na TAB. 4.16 o fator de multiplicação de nêutrons foi determinado pela EQ. 2.26.

TAB 4.16 Comparação entre os fatores multiplicativos efetivo de nêutrons, para o caso exemplo 2.

	Keff	**DESVIO**
ALBEDO	**0,99702**	**0,62%**
CITATION	**0,99088**	

A partir das frações totais de absorção, e em comparação do albedo, com o CITATION, é apresenta um desvio de 0,62%, onde se pode atribuir esse valor para a condição de contorno apresentada para as reentradas no núcleo, e ou para;

(i) Os Ao_i, não dependem do refletor, para o CITATION;

Na tabela abaixo são apresentadas às absorções iniciais de nêutrons do núcleo, para os quatro grupos de energia, para um núcleo sem refletor e com um refletor de 60 cm, determinados pelo CITATION.

TAB. 4.17 Absorções iniciais para os quatro grupos de energias obtidas pelo método do albedo para um raio de 60 cm.

	Ao_1	**Ao_2**	**Ao_3**	**Ao_4**
T = 0	0,026077	0,017978	0,13663	0,75004
T = 60 cm	0,025476	0,017648	0.13472	0,75933

Na analise da TAB. 4.17, é perceptível que as absorções iniciais do núcleo pelado (sem refletor) para os grupos 1, 2 e 3 de energia, são maiores que as apresentadas com um refletor paras os mesmo grupos, fato este, não sendo possível para o método do albedo.

(ii) [α] e [β] do núcleo.

De forma análoga à configuração anterior, que atribui este desvio à condição de contorno, apresentada para as correntes reentrantes do núcleo, que podem ser variáveis, desta forma, certamente alterando os valores das frações de absorção e fuga no núcleo, consequentemente diminuindo o desvio apresentado na comparação da TAB. 4.17.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como principal objetivo analisar a criticalidade em reatores térmicos de geometria esférica a quatro grupos de energia aplicando o Método do Albedo, além de avaliar e consolidar o desempenho deste método.

É de interesse ressaltar que as metodologias do Albedo e da Difusão, empregadas em conjunto, agregam um considerável valor didático no que tange as disciplinas de Teoria do Reator, considerando análises de balanço de nêutrons em reatores térmicos, oferecendo resultados complementares e concordantes.

A partir do método do Albedo, foi desenvolvido um programa computacional capaz de fornecer resultados e gráficos dos quais pode-se concluir que:

(a) o método do Albedo apresenta coerência quando comparados os resultados obtidos com o método da Difusão ('CITATION'), destacando-se a concordância a respeito da criticalidade onde foram apresentados desvios relativos de k_{eff}. O desvio apresentado de 0,2% pode ser devido às divergências entre a modelagem teórica da Difusão determinístico e a mais prática do Albedo, com viés probabilístico. Além disso, certamente, tal desvio também é devido à simplificação de considerar os coeficientes constantes do núcleo, convindo considerá-los variáveis até uma determinada reentrada de nêutrons no núcleo;

(b) Cabe ressaltar que o Albedo realiza um tratamento intuitivo com bases analíticas sólidas e consagradas da aproximação da Difusão, no acompanhamento de correntes neutrônicas, diferentemente do Monte Carlo que se baseia em tratamento de números randômicos, num acompanhamento individual de nêutrons. Desta forma o método do Albedo apresentou um número bastante expressivo de resultados probabilísticos de interações neutrônicas, assim permitindo uma maior compreensão dos fenômenos físicos de balanço de nêutrons.

Por fim, pode-se concluir que o método do Albedo é uma poderosa ferramenta para cálculos neutrônicos de reatores térmicos, assim gerando resultados complementares e concordantes com a consagrada aproximação da Difusão ('CITATION'). Logo, juntamente com os algoritmos já existentes, a dois e a três grupos de energia, o método se consolida como uma ferramenta de grande importância para a Neutrônica.

5.2 SUGESTÕES

Com intuito de prosseguir na consolidação do Método do Albedo, na aplicação em reatores nucleares, sugerem-se as seguintes análises para futuras publicações e dissertações:

(1) reator térmico com as mesmas características geométricas desta dissertação, considerando quatro grupos de energia, de forma a desenvolver algoritmo para os métodos do método do albedo a coeficientes de núcleo variáveis, e da aproximação da difusão com solução analítica, assim os comparando com o CITATION;

(2) reator térmico de geometria esférica, de núcleo de raio R_C, com combustível gasoso, envolvido por um propelente gasoso de hidrogênio, com raio externo R_P, e um moderador sólido composto de berílio, de raio externo R_M, considerando dois, três e quatro grupos de energia, conforme a FIG. 5.1;

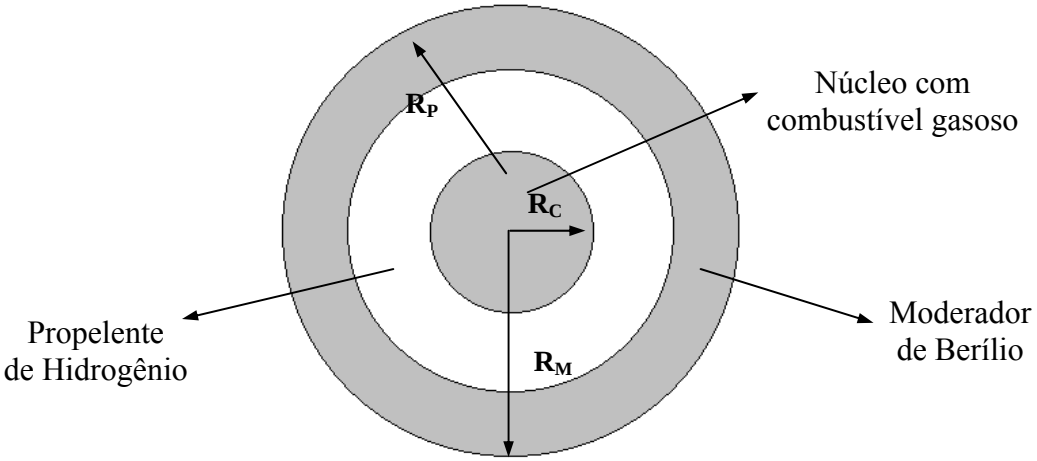


FIG. 5.1 Reator térmico para propulsão espacial.

Fonte: PIO, 2005.

(3) reator rápido em coordenadas esféricas, admitindo dois grupos de energia, sendo um grupo rápido e outro epitérmico, considerando coeficientes do “blanket” e do núcleo variáveis;

(4) Desenvolver código probabilístico para reatores térmicos, utilizando o método de Monte Carlo, a um grupo de energia, que forneça os coeficientes [α], [β] e [γ] e determine A_0, A_c, A_r, A_v e k_{eff} e considerando a FIG. 5.2 de forma a permitir a inferência de correntes reentrantes por transmissão. Esses resultados seriam comparados com o método do Albedo, através da aproximação de Monte Carlo.

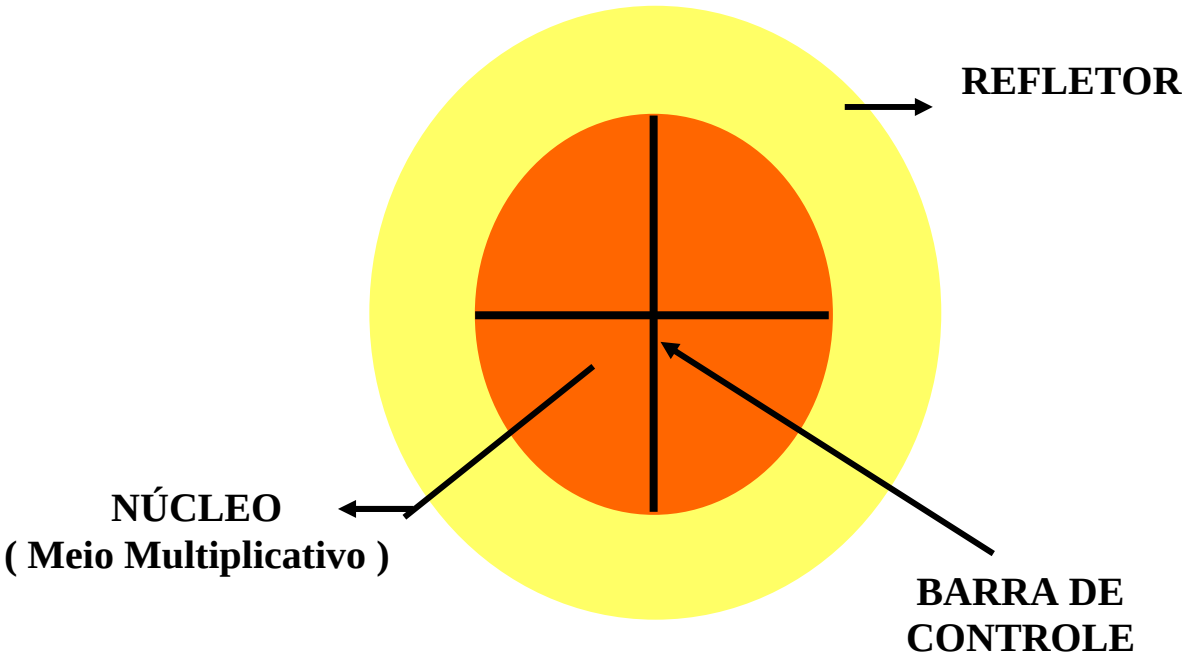


FIG. 5.2 Reator térmico configurado de forma a permitir a inferência de correntes reentrantes por transmissão.
Fonte: Silva, 2006.

(5) código probabilístico, empregando o método de Monte Carlo, a dois grupos de energia, calculando os coeficientes [α], [β] e [γ], e determinando A_{0_1}, A_{0_2}, A_{c_1}, A_{c_2}, A_{r_1}, A_{r_2}, A_{v_1}, A_{v_2} e k_{eff}, considerando um reator térmico com geometria esférica. Esses resultados seriam comparados com o método do Albedo, através da aproximação de Monte Carlo;

(6) reator térmico, a três grupos de energia com "*uoscattering*", em coordenadas cilíndricas usando o código CITATION e em coordenadas esféricas conservando o mesmo volume de núcleo e de refletor e usando os algoritmos do ALBEDO e da DIFUSÃO. Sugere-se a análise neutrônica de um reator cilíndrico, de núcleo de raio R_0 e altura H_0, com refletor

de raio R_R e altura H_R, de modo que o reator esférico equivalente tenha as seguintes dimensões, tudo conforme a FIG. 5.3:

- $\widetilde{R} = \sqrt[3]{\frac{3}{4}.R_0^2.H_0}$ (raio do núcleo equivalente); e (5.1)

- $\widetilde{R}_R = \sqrt[3]{\frac{3}{4}\left(R_R^2.H_R - R_0^2.H_0\right) + \widetilde{R}^3}$ (raio externo do refletor equivalente). (5.2)

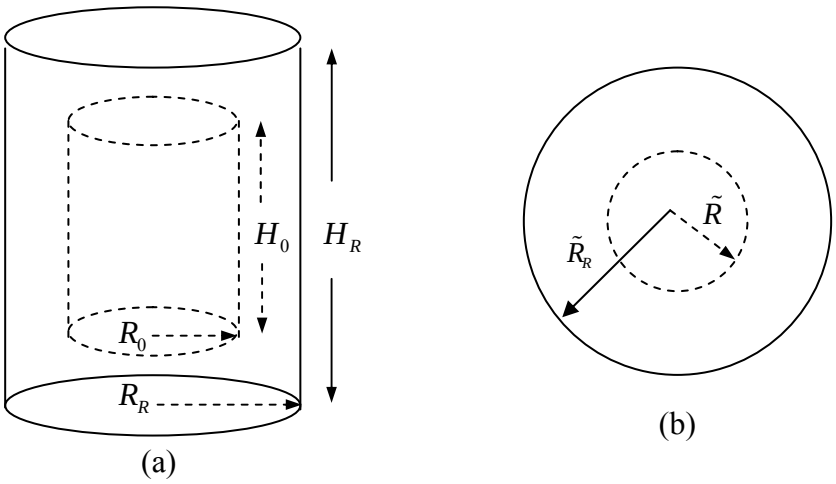


FIG. 5.3 Reator cilíndrico de núcleo de raio R_0 e altura H_0 e de refletor de raio R_R e altura H_R (a), e o reator esférico equivalente de raios $\tilde{R}$ e $\tilde{R}_R$ (b).

Fonte: PIO, 2005.

(7) extensão do campo de aplicação do método do Albedo, empregando, além do código nuclear WIMSD4, o código nuclear HAMMER ou SCALE 5 na geração das constantes neutrônicas de grupo. Definidas a geometria do reator e a composição do núcleo e refletor, bem como, obtidas as constantes neutrônicas de grupo para o núcleo e refletor, estabelecer-se-ia o mesmo paralelo de comparação feito nesta dissertação, com as seguintes bases comparativas: KENO IV, MCNP 5, SCALE 5, ANISN e CITATION, tudo conforme a FIG. 5.4.

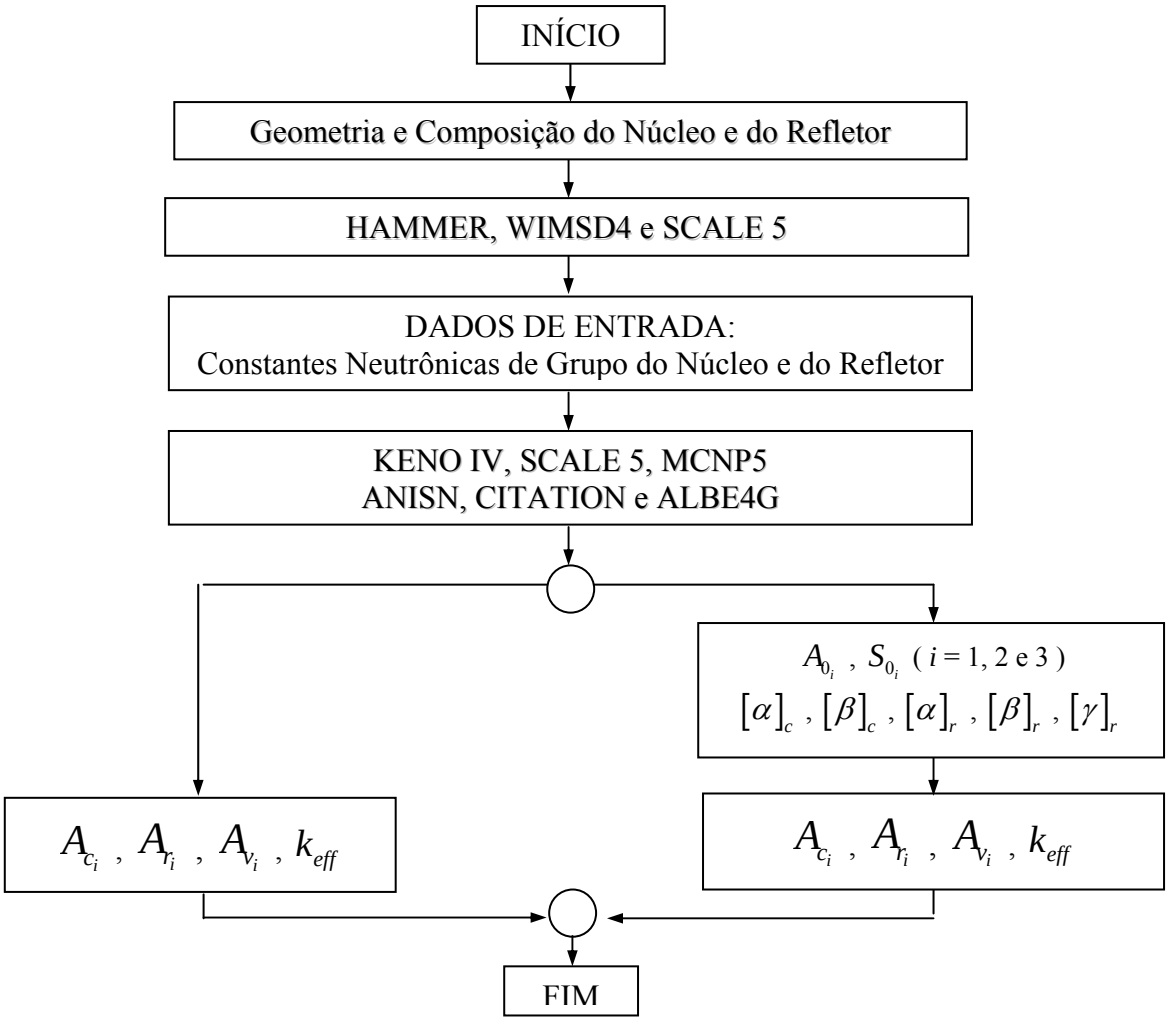


FIG. 5.4 Fluxograma ilustrativo para ampliação do campo de aplicação do ALB3G, tendo como base comparativa os códigos SCALE 5, MCNP5, KENO IV, ANISN e CITATION. Fonte: PIO, 2005.

(8) análises experimentais no reator "ARGONAUTA" do Instituto de Engenharia Nuclear – IEN, que se trata de um reator térmico experimental, com elemento combustível em forma de placas, moderado à água leve e refletido por grafite;

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AZEVEDO, S. S. **Análise do método do albedo aplicado à blindagem das radiações**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 1998.

BIELAJEW, A. F. **Fundamentals of the Monte Carlo method for neutral and charged particle transport**. USA: University of Michigan – Department of Nuclear Engineering and Radiological Sciences. Contato E-mail: bielajew@umich.edu. 2000. In: **What is the Monte Carlo?**. Cap 3.

CABRAL, R. G. **Multigroup albedo theory with application to neutronic calculation for a gas core reactor**. Dissertation (Doctor of Philosophy) - The University of Florida, USA, 1991.

CABRAL, R. G., JACOBS, A. M., MACHADO, A. F., AZEVEDO, S. S. **Neutronic calculations for a shielding having two layers by using multigroup neutron albedo method**. In: VII CONGRESSO GERAL DE ENERGIA NUCLEAR (CGEN), Belo Horizonte, MG, Brasil, 1999.

CABRAL, R. G., JACOBS, A. M., VELLOZO, S. O. **Application of two-group neutron albedo theory to neutronic calculations**. In: V CONGRESSO GERAL DE ENERGIA NUCLEAR (CGEN), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1994. Anais v.1 pp.171-174, Associação Brasileira de Energia Nuclear, 1994.

CABRAL, R. G., JACOBS, A. M., VELLOZO, S. O. **Neutronic calculations for multilayered shields by using two-group neutron albedo theory**. In: VI CONGRESSO GERAL DE ENERGIA NUCLEAR (CGEN), Rio de Janeiro, RJ, Brasil, 1996.

CABRAL, R. G., JACOBS, A. M., VELLOZO, S. O. **Noniterative calculation of effective neutron multiplication factor by using two-group neutron albedo theory**. In: X ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA (ENFIR), Águas de Lindóia, SP. Anais v.1 pp.31-34, 1995.

CABRAL, R. G., JACOBS, A. M., VELLOZO, S. O. **Two-group neutron albedo theory: A different point of view to nuclear reactor analysis**. In: IX ENCONTRO NACIONAL DE FÍSICA DE REATORES E TERMOHIDRÁULICA (ENFIR), Caxambu, MG. Anais pp.33-36, 1993.

CONTI, F. P. **Avaliação e Aprimoramento de Metodologia de Cálculo Neutrônico.** . Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 1984.

COSTA, L. C., **Cálculos neutrônicos de reatores térmicos a três grupos de energia com "Upscattering" com Coeficientes Variáveis de Núcleo, Aplicando os Métodos do**

Albedo e da Difusão ('Citation'). Dissertação apresentada pelo Instituto Militar de Engenharia, para o título de Mestre em Ciências, 2007.

DAMASO, V. C. **Método multigrupo do albedo aplicado à blindagem com múltiplas camadas**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 1999.

DA SILVA, L. H. G. F. **Método multigrupo do albedo aplicado à blindagem de radiações nêutron-gama acoplados.** Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 2001.

DUDERSTADT, J. J., HAMILTON, L. J. **Nuclear reactor analysis**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1976. 650p.

DUNLEY, L. S. **Análise das radiações nêutron e gama acopladas, aplicada à blindagem com várias camadas pelo método multigrupo do albedo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 2002.

FIEL, J. C. B. **Cálculos neutrônicos de reatores térmicos aplicando o método multigrupo do albedo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 2003.

HILDEBRAND, F. B. **Advanced Calculus for Applications**. New Jersey: Prentice-Hall International editions., 1948. 16p.

JACOBS, A. M. **Experimental and theoretical considerations of the temperature coefficient for the Pennsylvania State University Research Reactor**. Thesis (Master of Science) - The Pennsylvania State University, USA, 1958.

LIPSCHUTZ, S., POE, A. **Theory and problems of programming with FORTRAN**. Schaum's outline series - McGraw-Hill Publishing Company, 1978. 313p. ISBN 0-07-037984-X.

MACHADO, A. F. **Cálculos neutrônicos aplicados à blindagem com duas lâminas usando o método do albedo a vários grupos de energia**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 1998.

PETRIE, L. M., GREENE, N. M., "XSDRNPM": AMPX Module with One-Dimensional Sn Capability for Spatial Weighting, "**AMPX: A Modular Code System for Generating Coupled Multigroup Neutron-Gamma Libraries from ENDF/B**, ORNL-TM-3706,Oak Ridge National Laboratory, Oak Ridge, TN (March 1976).

PIO, M. J. **Análise de criticalidade de reatores térmicos a dois grupos de energia com coeficientes variáveis do núcleo aplicando o método do albedo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 2005.

SILVA, J. A. V., **Cálculos neutrônicos de reatores térmicos a três grupos de energia com "Upscattering" Aplicando o Método do Albedo**. Dissertação apresentada pelo Instituto Militar de Engenharia, para o título de Mestre em Ciências, 2006.

TERRA, A. M. B. P. T. **Análise de criticalidade de reatores térmicos a dois grupos de energia aplicando o método de Monte Carlo e do albedo**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Nuclear) - Instituto Militar de Engenharia - IME, Brasil, 2005.

7 APÊNDICES

7.1 APÊNDICE 1: RAÍZES DE EQUAÇÕES DO 4º, 3° E DO 2° GRAU

7.1.1 RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 4° GRAU

Através da troca de variáveis $t \equiv s^2$, a equação característica de oitavo grau EQ. 3.42 se transforma na equação do quarto grau descrita a seguir:

$$t^4 + a_1 t^3 + a_2 t^2 + a_3 t + a_4 = 0; \tag{7.1}$$

Podendo assim reescrevê-la como segue abaixo:

$$[z^2 + \frac{1}{2}(a_1 - \sqrt{\theta}) \cdot z + \frac{1}{2}(y_1 - \sqrt{\alpha})] \cdot [z^2 + \frac{1}{2}(a_1 + \sqrt{\theta}) \cdot z + \frac{1}{2}(y_1 + \sqrt{\alpha})] = 0; \tag{7.2}$$

Onde:

$$\theta = a_1^{\,2} - 4 \cdot a_2 + 4 \cdot y_1; \tag{7.3}$$

$$\alpha = y_1^{\,2} - 4 \cdot a_4; \tag{7.4}$$

y_1 é uma raiz real da equação cúbica;

$$y^3 - a_2 \cdot y^2 + (a_1 \cdot a_3 - 4 \cdot a_4) \cdot y + (4 \cdot a_2 \cdot a_4 - a_3^2 - a_1^2 \cdot a_4) = 0; \tag{7.5}$$

7.1.2 RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 3° GRAU

Tomando, uma equação do terceiro grau descrita a seguir:

$$t^3 + \Theta_1 t^2 + \Theta_2 t + \Theta_3 = 0 \tag{7.6}$$

Em uma nova troca de variáveis $t \equiv x - \Theta_1 / 3$, tem-se uma nova equação em “x”:

$$\therefore \left(x - \frac{\Theta_1}{3} \right)^3 + \Theta_1 \left(x - \frac{\Theta_1}{3} \right)^2 + \Theta_2 \left(x - \frac{\Theta_1}{3} \right) + \Theta_3 = 0$$

$$\therefore x^3 + ax + b = 0 \tag{7.7}$$

Onde:

$$a = -\frac{\Theta_1^2}{3} + \Theta_2 \ ; \ b = \frac{2}{27}\Theta_1^3 - 9\Theta_1\Theta_2 + \Theta_3 \qquad (7.8) \text{ e } (7.9)$$

As raízes são calculadas a partir do determinante Δ definido a seguir:

$$\Delta = \frac{b^2}{4} + \frac{a^3}{27} \qquad (7.10)$$

A primeira raiz x_1 é calculada como:

$$x_1 = p + q \qquad (7.11)$$

Onde:

$$p = \left(-\frac{b}{2} + \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} \ ; \quad q = \left(-\frac{b}{2} - \sqrt{\Delta}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (7.12) \text{ e } (7.13)$$

Pelas relações de GIRARD para o polinômio do 3° grau em “x” e pela EQ. 7.11, tem-se:

$$x_{2,3} = \left(-\frac{p+q}{2}\right) \pm \left(\frac{p-q}{2}\sqrt{3}\right)i \qquad (7.14)$$

Pela seguinte análise do determinante Δ conforme as EQ. 7.12 a EQ. 7.14, é possível intuir sobre a natureza e o sinal das raízes:

- para $\Delta > 0$: p e q reais – uma raiz real e duas complexas (x_2 e x_3);
- para $\Delta = 0$: p = q reais – três raízes reais, sendo duas iguais (x_2 = x_3);
- para $\Delta < 0$: p e q complexos – três raízes reais.

7.1.3 RESOLUÇÃO DE EQUAÇÃO POLINOMIAL DO 2° GRAU

Partindo de uma equação do segundo grau descrita a seguir:

$$t^2 - \Theta_{1r}t + \Theta_{2r} = 0 \qquad (7.15)$$

Pelas relações de BÁSKARA para resolução de equações do 2° grau, as raízes da EQ. 7.2 são encontradas da seguinte forma:

$$t_{1r,2r} = \frac{\Theta_{1r} \pm \sqrt{\Delta_r}}{2} \qquad (7.16)$$

8 ANEXOS

8.1 ANEXO 1: PROGRAMA COMPILADO ALBE4G

O programa ALBE4G, compilado em linguagem FORTRAN, foi desenvolvido para oferecer respostas ao comportamento neutrônico tratado a quatro grupos de energia.

As respostas foram organizadas em dados de saída com uma estética que favoreça a compreensão do usuário e. Assim sendo, o ALBE4G é constituído de um programa principal auxiliado por dezessete sub-rotinas, sendo sete que determinam determinandes, quatro para o refletor, uma para a determinação da raiz do quarto grau, uma pra o processo do ping-pong, uma para a determinação do k_∞, duas para a um núcleo pelado com diferentes condições de contorno, e uma para correção.

```
!     ****************************************************************
!     **********        DISSERTAÇÃO DE MESTRADO 2008          *********
!     **********   MÉTODO DO ALBEDO A QUATRO GRUPOS DE ENERGIA *********
!     **********{COMPARAÇÃO COM O MÉTODO DA DIFUSÃO (CITATION)}*********
!     ****************************************************************
      PROGRAM ALBE4G
      NTIN=01
      NTOUT=02
      OPEN(NTIN, FILE='ALBE4G.IN', STATUS='OLD')
      OPEN(NTOUT, FILE='ALBE4G.OUT', STATUS='UNKNOWN')
!     ***************************************************************
      READ(01,1)D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,ES&
     &14,ES23,ES24,ES34,DR1,DR2,DR3,DR4,ERA1,ERA2,ERA3,ERA4,ERS12,ERS13,&
     &ERS14,ERS23,ERS24,ERS34,CH1,CH2,CH3,R,T
    1 FORMAT(4E12.5)
      WRITE(02,2)D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,E&
     &S14,ES23,ES24,ES34,DR1,DR2,DR3,DR4,ERA1,ERA2,ERA3,ERA4,ERS12,ERS13&
     &,ERS14,ERS23,ERS24,ERS34
      CHCH=CH1+CH2+CH3
      WRITE(02,3)CH1,CH2,CH3,CHCH,R,T
    2 FORMAT(1X,'D1   =',E12.5,1X,'D2   =',E12.5,1X,'D3   =',E12.5,1X,'D&
     &4   =',E12.5/,1X,'EA1  =',E12.5,1X,'EA2  =',E12.5,1X,'EA3  =',E12.&
     &5,1X,'EA4  =',E12.5/,1X,'VF1  =',E12.5,1X,'VF2  =',E12.5,1X,'VF3  &
     &=',E12.5,1X,'VF4  =',E12.5/,1X,'ES12 =',E12.5,1X,'ES13 =',E12.5,1X&
     &,'ES14 =',E12.5,1X,'ES23 =',E12.5/,1X,'ES24 =',E12.5,1X,'ES34 =',E&
     &12.5,1X,'DR1  =',E12.5,1X,'DR2  =',E12.5/,1X,'DR3  =',E12.5,1X,'DR&
     &4  =',E12.5,1X,'ERA1 =',E12.5,1X,'ERA2 =',E12.5/,1X,'ERA3 =',E12.5&
     &,1X,'ERA4 =',E12.5,1X,'ERS12=',E12.5,1X,'ERS13=',E12.5/,1X,'ERS14=&
     &',E12.5,1X,'ERS23=',E12.5,1X,'ERS24=',E12.5,1X,'ERS34=',E12.5)
    3 FORMAT(1X,'CH1  =',E12.5,1X,'CH2  =',E12.5,1X,'CH3  =',E12.5,1X,'C&
     &HCH =',E12.5/,1X,'R    =',E12.5,1X,'T    =',E12.5/)
!     ***************************************************************
      CALL XKINF(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,ES12,ES13,ES14,ES23,ES24,ES&
     &34,VF1,VF2,VF3,VF4,CH1,CH2,CH3,XKIN,SSIN)
      CALL REF1(R,T,ERA1,ERA2,ERA3,ERA4,DR1,DR2,DR3,DR4,ERS12,ERS13,ERS1&
     &4,ERS23,ERS24,ERS34,RA11,RB11,RG11,RA12,RB12,RG12,RA13,RB13,RG13,R&
     &A14,RB14,RG14,S1)
      CALL REF2(R,T,ERA2,ERA3,ERA4,DR2,DR3,DR4,ERS23,ERS24,ERS34,RA22,RB&
     &22,RG22,RA23,RB23,RG23,RA24,RB24,RG24,S2)
      CALL REF3(R,T,ERA3,ERA4,DR3,DR4,ERS34,RA33,RB33,RG33,RA34,RB34,RG3&
```

```
     &4,S3)
      CALL REF4(R,T,ERA4,DR4,RA44,RB44,RG44,S4)
!     ****************************************************************
!                    DISTÂNCIAS EXTRAPOLADAS
!     ****************************************************************
      DELTA=0.5E-05
      PXKS=0.999*XKIN
      PXKI=0.8*XKIN
      PXKM=(PXKS+PXKI)/2.
      DO WHILE(ABS((PXKS-PXKI)/PXKS).GT.DELTA)
      CALL PELAD0(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,PXMU,PXLA,PA,PB,PXKI,PFKI,PA01,P&
     &A02,PA03,PA04,PS01,PS02,PS03,PS04,XXXXP)
      CALL PELAD0(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,PXMU,PXLA,PA,PB,PXKM,PFKM,PA01,P&
     &A02,PA03,PA04,PS01,PS02,PS03,PS04,XXXXP)
      IF((PFKM*PFKI).GT.0.)THEN
      PXKI=PXKM
      ELSE
      PXKS=PXKM
      END IF
      PXKM=(PXKS+PXKI)/2.
      END DO
      XXLMP=PA01*VF1/EA1+PA02*VF2/EA2+PA03*VF3/EA3+PA04*VF4/EA4
!     ****************************************************************
!       CORRENTES REENTRANTES NULAS : CONFIGURAÇÃO 0
!     ****************************************************************
      R1C0=0.
      R2C0=0.
      R3C0=0.
      R4C0=0.
      XLS0=.999*XKIN
      XLI0=.8*XKIN
      XLM0=(XLS0+XLI0)/2.
      DO WHILE (ABS((XLS0-XLI0)/XLS0).GT.DELTA)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C0,R2C0,R3C0,R4C0,WMU0,WLA0,WA&
     &0,WB0,XLI0,YLI0,X1C0,X2C0,X3C0,X4C0,X5C0,X6C0,X7C0,X8C0,F1C0,F2C0,&
     &F3C0,F4C0,XXXX0,XX50,XX60,XX70,XX80)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C0,R2C0,R3C0,R4C0,WMU0,WLA0,WA&
     &0,WB0,XLM0,YLM0,X1C0,X2C0,X3C0,X4C0,X5C0,X6C0,X7C0,X8C0,F1C0,F2C0,&
     &F3C0,F4C0,XXXX0,XX50,XX60,XX70,XX80)
      IF((YLM0*YLI0).GT.0.)THEN
      XLI0=XLM0
      ELSE
      XLS0=XLM0
      END IF
      XLM0=(XLI0+XLS0)/2.
      END DO
      XXLM0=X1C0*VF1/EA1+X2C0*VF2/EA2+X3C0*VF3/EA3+X4C0*VF4/EA4
!     ****************************************************************
!       CORRENTES REENTRANTES NULAS : CONFIGURAÇÃO 1
!     ****************************************************************
      R1C1=R1C0+PS01*RA11
      R2C1=R2C0
      R3C1=R3C0
      R4C1=R4C0
      DELTA=0.5E-05
      XLS1=0.999*XKIN
```

```
      XLI1=0.8*XKIN
      XLM1=(XLI1+XLS1)/2.
      DO WHILE(ABS((XLS1-XLI1)/XLS1).GT.DELTA)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C1,R2C1,R3C1,R4C1,WMU1,WLA1,WA&
     &1,WB1,XLI1,YLI1,X1C1,X2C1,X3C1,X4C1,X5C1,X6C1,X7C1,X8C1,F1C1,F2C1,&
     &F3C1,F4C1,XXXX1,XX51,XX61,XX71,XX81)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C1,R2C1,R3C1,R4C1,WMU1,WLA1,WA&
     &1,WB1,XLM1,YLM1,X1C1,X2C1,X3C1,X4C1,X5C1,X6C1,X7C1,X8C1,F1C1,F2C1,&
     &F3C1,F4C1,XXXX1,XX51,XX61,XX71,XX81)
      IF((YLM1*YLI1).GT.0.)THEN
      XLI1=XLM1
      ELSE
      XLS1=XLM1
      END IF
      XLM1=(XLI1+XLS1)/2.
      END DO
      XXLM1=X1C1*VF1/EA1+X2C1*VF2/EA2+X3C1*VF3/EA3+X4C1*VF4/EA4
!     ****************************************************************
      CA11=(F1C1-F1C0)/(R1C1-R1C0)
      CA12=(F2C1-F2C0)/(R1C1-R1C0)
      CA13=(F3C1-F3C0)/(R1C1-R1C0)
      CA14=(F4C1-F4C0)/(R1C1-R1C0)
      CB11=(X1C1-X1C0)/(R1C1-R1C0)
      CB12=(X2C1-X2C0)/(R1C1-R1C0)
      CB13=(X3C1-X3C0)/(R1C1-R1C0)
      CB14=(X4C1-X4C0)/(R1C1-R1C0)
      CALL CORR(CA11,CXC)
      CALL CORR(CA12,CXC)
      CALL CORR(CA13,CXC)
      CALL CORR(CA14,CXC)
      CALL CORR(CB11,CXC)
      CALL CORR(CB12,CXC)
      CALL CORR(CB13,CXC)
      CALL CORR(CB14,CXC)
      SXX11=CA11+CA12+CA13+CA14+CB11+CB12+CB13+CB14
      CA11=CA11/SXX11
      CA12=CA12/SXX11
      CA13=CA13/SXX11
      CA14=CA14/SXX11
      CB11=CB11/SXX11
      CB12=CB12/SXX11
      CB13=CB13/SXX11
      CB14=CB14/SXX11
!     ****************************************************************
!       CORRENTES REENTRANTES NULAS : CONFIGURAÇÃO 2
!     ****************************************************************
      DELTA=0.5E-05
      XLS2=0.999*XKIN
      XLI2=0.8*XKIN
      XLM2=(XLI2+XLS2)/2.
      DO WHILE(ABS((XLS2-XLI2)/XLS2).GT.DELTA)
      R1C2=R1C1
      R2C2=R2C1+PS01*RA12+PS02*RA22
      R3C2=R3C1
      R4C2=R4C1
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C2,R2C2,R3C2,R4C2,WMU2,WLA2,WA&
     &2,WB2,XLI2,YLI2,X1C2,X2C2,X3C2,X4C2,X5C2,X6C2,X7C2,X8C2,F1C2,F2C2,&
```

```
     &F3C2,F4C2,XXXX2,XX52,XX62,XX72,XX82)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C2,R2C2,R3C2,R4C2,WMU2,WLA2,WA&
     &2,WB2,XLM2,YLM2,X1C2,X2C2,X3C2,X4C2,X5C2,X6C2,X7C2,X8C2,F1C2,F2C2,&
     &F3C2,F4C2,XXXX2,XX52,XX62,XX72,XX82)
      IF((YLM2*YLI2).GT.0.)THEN
      XLI2=XLM2
      ELSE
      XLS2=XLM2
      END IF
      XLM2=(XLI2+XLS2)/2.
      END DO
      XXLM2=X1C2*VF1/EA1+X2C2*VF2/EA2+X3C2*VF3/EA3+X4C2*VF4/EA4
!     ****************************************************************
      XCA22=(F2C2-F2C1)/(R2C2-R2C1)
      XCA23=(F3C2-F3C1)/(R2C2-R2C1)
      XCA24=(F4C2-F4C1)/(R2C2-R2C1)
      XCB22=(X2C2-X2C1)/(R2C2-R2C1)
      XCB23=(X3C2-X3C1)/(R2C2-R2C1)
      XCB24=(X4C2-X4C1)/(R2C2-R2C1)
      CALL CORR(XCA22,CXC)
      CALL CORR(XCA23,CXC)
      CALL CORR(XCA24,CXC)
      CALL CORR(XCB22,CXC)
      CALL CORR(XCB23,CXC)
      CALL CORR(XCB24,CXC)
      SXX22=XCA22+XCA23+XCA24+XCB22+XCB23+XCB24
      CA22=XCA22/SXX22
      CA23=XCA23/SXX22
      CA24=XCA24/SXX22
      CB22=XCB22/SXX22
      CB23=XCB23/SXX22
      CB24=XCB24/SXX22
!     ****************************************************************
!       CORRENTES REENTRANTES NULAS : CONFIGURAÇÃO 3
!     ****************************************************************
      R1C3=R1C2
      R2C3=R2C2
      R3C3=R3C2+PS01*RA13+PS02*RA23+PS03*RA33
      R4C3=R4C2
      DELTA=0.5E-05
      XLS3=0.999*XKIN
      XLI3=0.8*XKIN
      XLM3=(XLI3+XLS3)/2.
      DO WHILE(ABS((XLS3-XLI3)/XLS3).GT.DELTA)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C3,R2C3,R3C3,R4C3,WMU3,WLA3,WA&
     &3,WB3,XLI3,YLI3,X1C3,X2C3,X3C3,X4C3,X5C3,X6C3,X7C3,X8C3,F1C3,F2C3,&
     &F3C3,F4C3,XXXX3,XX53,XX63,XX73,XX83)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C3,R2C3,R3C3,R4C3,WMU3,WLA3,WA&
     &3,WB3,XLM3,YLM3,X1C3,X2C3,X3C3,X4C3,X5C3,X6C3,X7C3,X8C3,F1C3,F2C3,&
     &F3C3,F4C3,XXXX3,XX53,XX63,XX73,XX83)
      IF((YLM3*YLI3).GT.0.)THEN
      XLI3=XLM3
      ELSE
      XLS3=XLM3
      END IF
      XLM3=(XLI3+XLS3)/2.
      END DO
```

```
      XXLM3=X1C3*VF1/EA1+X2C3*VF2/EA2+X3C3*VF3/EA3+X4C3*VF4/EA4
!     ****************************************************************
      XCA33=(F3C3-F3C2)/(R3C3-R3C2)
      XCA34=(F4C3-F4C2)/(R3C3-R3C2)
      XCB33=(X3C3-X3C2)/(R3C3-R3C2)
      XCB34=(X4C3-X4C2)/(R3C3-R3C2)
      CALL CORR(XCA33,CXC)
      CALL CORR(XCA34,CXC)
      CALL CORR(XCB33,CXC)
      CALL CORR(XCB34,CXC)
      SXX33=XCA33+XCA34+XCB33+XCB34
      CA33=XCA33/SXX33
      CA34=XCA34/SXX33
      CB33=XCB33/SXX33
      CB34=XCB34/SXX33
!     ****************************************************************
!       CORRENTES REENTRANTES NULAS : CONFIGURAÇÃO 4
!     ****************************************************************
      R1C4=R1C3
      R2C4=R2C3
      R3C4=R3C3
      R4C4=R4C3+PS01*RA14+PS02*RA24+PS03*RA34+PS04*RA44
      DELTA=0.5E-05
      XLS4=0.999*XKIN
      XLI4=0.8*XKIN
      XLM4=(XLI4+XLS4)/2.
      DO WHILE(ABS((XLS4-XLI4)/XLS4).GT.DELTA)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C4,R2C4,R3C4,R4C4,WMU4,WLA4,WA&
     &4,WB4,XLI4,YLI4,X1C4,X2C4,X3C4,X4C4,X5C4,X6C4,X7C4,X8C4,F1C4,F2C4,&
     &F3C4,F4C4,XXXX4,XX54,XX64,XX74,XX84)
      CALL PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12,ES13,&
     &ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1C4,R2C4,R3C4,R4C4,WMU4,WLA4,WA&
     &4,WB4,XLM4,YLM4,X1C4,X2C4,X3C4,X4C4,X5C4,X6C4,X7C4,X8C4,F1C4,F2C4,&
     &F3C4,F4C4,XXXX4,XX54,XX64,XX74,XX84)
      IF((YLM4*YLI4).GT.0.)THEN
      XLI4=XLM4
      ELSE
      XLS4=XLM4
      END IF
      XLM4=(XLI4+XLS4)/2.
      END DO
      XXLM4=X1C4*VF1/EA1+X2C4*VF2/EA2+X3C4*VF3/EA3+X4C4*VF4/EA4
!     ****************************************************************
      XCA44=(F4C4-F4C3)/(R4C4-R4C3)
      XCB44=(X4C4-X4C3)/(R4C4-R4C3)
      CALL CORR(XCA44,CXC)
      CALL CORR(XCB44,CXC)
      SXX44=XCA44+XCB44
      CA44=XCA44/SXX44
      CB44=XCB44/SXX44
!     ****************************************************************
      CALL PINGPONG(CA11,CA12,CA13,CA14,CA22,CA23,CA24,CA33,CA34,CA44,CB&
     &11,CB12,CB13,CB14,CB22,CB23,CB24,CB33,CB34,CB44,RA11,RA12,RA13,RA1&
     &4,RA22,RA23,RA24,RA33,RA34,RA44,RB11,RB12,RB13,RB14,RB22,RB23,RB24&
     &,RB33,RB34,RB44,RG11,RG12,RG13,RG14,RG22,RG23,RG24,RG33,RG34,RG44,&
     &C44,R44,V44,E44,C33,R33,V33,C34,R34,V34,E33,C22,R22,V22,C23,R23,V2&
     &3,C24,R24,V24,E22,C11,R11,V11,C12,R12,V12,C13,R13,V13,C14,R14,V14,&
     &E11)
      SA4=CA44+CB44
```

```
      SA3=CA33+CB33+CA34+CB34
      SA2=CA22+CB22+CA23+CB23+CA24+CB24
      SA1=CA11+CB11+CA12+CB12+CA13+CB13+CA14+CB14
!     ****************************************************************
      RR1C1=PS01*RA11
      RR2C2=PS01*RA12+PS02*RA22
      RR3C3=PS01*RA13+PS02*RA23+PS03*RA33
      RR4C4=PS01*RA14+PS02*RA24+PS03*RA34+PS04*RA44
      F1F1=RR1C1*CA11
      F2F1=RR1C1*CA12+RR2C2*CA22
      F3F1=RR1C1*CA13+RR2C2*CA23+RR3C3*CA33
      F4F1=RR1C1*CA14+RR2C2*CA24+RR3C3*CA34+RR4C4*CA44
      AC1=PA01+RR1C1*CB11+F1F1*C11
      AC2=PA02+RR1C1*CB12+RR2C2*CB22+F1F1*C12+F2F1*C22
      AC3=PA03+RR1C1*CB13+RR2C2*CB23+RR3C3*CB33+F1F1*C13+F2F1*C23+F3F1*C&
     &33
      AC4=PA04+RR1C1*CB14+RR2C2*CB24+RR3C3*CB34+RR4C4*CB44+F1F1*C14+F2F1&
      &*C24+F3F1*C34+F4F1*C44
      AR1=PS01*RB11+F1F1*R11
      AR2=PS01*RB12+PS02*RB22+F1F1*R12+F2F1*R22
      AR3=PS01*RB13+PS02*RB23+PS03*RB33+F1F1*R13+F2F1*R23+F3F1*R33
      AR4=PS01*RB14+PS02*RB24+PS03*RB34+PS04*RB44+F1F1*R14+F2F1*R24+F3F1&
     &*R34+F4F1*R44
      AV1=PS01*RG11+F1F1*V11
      AV2=PS01*RG12+PS02*RG22+F1F1*V12+F2F1*V22
      AV3=PS01*RG13+PS02*RG23+PS03*RG33+F1F1*V13+F2F1*V23+F3F1*V33
      AV4=PS01*RG14+PS02*RG24+PS03*RG34+PS04*RG44+F1F1*V14+F2F1*V24+F3F1&
     &*V34+F4F1*V44
      ALBEK=VF1*AC1/EA1+VF2*AC2/EA2+VF3*AC3/EA3+VF4*AC4/EA4
      SCRV=AC1+AC2+AC3+AC4+AR1+AR2+AR3+AR4+AV1+AV2+AV3+AV4
!     ****************************************************************
!      CA11 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 1 PARA 1
!      CA12 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 1 PARA 2
!      CA13 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 1 PARA 3
!      CA14 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 1 PARA 4
!      CB11 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 1 PARA 1
!      CB12 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 1 PARA 2
!      CB13 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 1 PARA 3
!      CB14 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 1 PARA 4
!      SA1  = 0.10000E+01
!
!      CA22 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 2 PARA 2
!      CA23 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 2 PARA 3
!      CA24 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 2 PARA 4
!      CB22 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 2 PARA 2
!      CB23 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 2 PARA 3
!      CB24 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 2 PARA 4
!      SA2  = 0.10000E+01
!
!      CA33 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 3 PARA 3
!      CA34 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 3 PARA 4
!      CB33 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 3 PARA 3
!      CB34 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 3 PARA 4
!      SA3  = 0.10000E+01
!
!      CA44 = ESPALHAMENTO NO NÚCLEO DE 4 PARA 4
!      CB44 = ABSORÇÃO NO NÚCLEO DE 4 PARA 4
!      SA4  = 0.10000E+01
!
!      RA11 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 1 PARA 1
```

```
!      RA12 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 1 PARA 2
!      RA13 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 1 PARA 3
!      RA14 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 1 PARA 4
!      RB11 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 1 PARA 1
!      RB12 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 1 PARA 2
!      RB13 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 1 PARA 3
!      RB14 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 1 PARA 4
!      RG11 = FUGA PARA O VÁCUO DE 1 COMO 1
!      RG12 = FUGA PARA O VÁCUO DE 1 COMO 2
!      RG13 = FUGA PARA O VÁCUO DE 1 COMO 3
!      RG14 = FUGA PARA O VÁCUO DE 1 COMO 4
!      S1   = 0.10000E+01
!
!      RA22 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 2 PARA 2
!      RA23 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 2 PARA 3
!      RA24 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 2 PARA 4
!      RB22 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 2 PARA 2
!      RB23 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 2 PARA 3
!      RB24 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 2 PARA 4
!      RG22 = FUGA PARA O VÁCUO DE 2 COMO 2
!      RG23 = FUGA PARA O VÁCUO DE 2 COMO 3
!      RG24 = FUGA PARA O VÁCUO DE 2 COMO 4
!      S2   = 0.10000E+01
!
!      RA33 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 3 PARA 3
!      RA34 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 3 PARA 4
!      RB33 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 3 PARA 3
!      RB34 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 3 PARA 4
!      RG33 = FUGA PARA O VÁCUO DE 3 COMO 4
!      RG34 = FUGA PARA O VÁCUO DE 3 COMO 4
!      S3   = 0.10000E+01
!
!      RA44 = ESPALHAMENTO NO REFLETOR 4 PARA 4
!      RB44 = ABSORÇÃO NO REFLETOR 4 PARA 4
!      RG44 = FUGA PARA O VÁCUO DE 4 COMO 4
!      S4   = 0.10000E+01
!
!      C11  = E1E1 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 1 NO
!NUCLEO
!      R11  = E1F1 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 1 NO
!REFLETOR
!      V11  = E1V1 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 1 NO
!VÁCUO
!      C12  = E1E2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!NUCLEO
!      R12  = E1F2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!REFLETOR
!      V12  = E1V2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!VÁCUO
!      C13  = E1E3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!NUCLEO
!      R13  = E1F3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!REFLETOR
!      V13  = E1V3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!VÁCUO
!      C14  = E1E4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!NUCLEO
!      R14  = E1F4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!REFLETOR
```

```
!      V14  = E1V4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 1 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!VÁCUO
!      E11  = 0.10000E+01
!
!      C22  = E2E2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!NUCLEO
!      R22  = E2F2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!REFLETOR
!      V22  = E2V2 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 2 NO
!VÁCUO
!      C23  = E2E3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!NUCLEO
!      R23  = E2F3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!REFLETOR
!      V23  = E2V3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!VÁCUO
!      C24  = E2E4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!NUCLEO
!      R24  = E2F4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!REFLETOR
!      V24  = E2V4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 2 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!VÁCUO
!      E22  = 0.10000E+01
!
!      C33  = E3E3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!NUCLEO
!      R33  = E3F3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!REFLETOR
!      V33  = E3V3 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 3 NO
!VÁCUO
!      C34  = E3E4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!NUCLEO
!      R34  = E3F4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!REFLETOR
!      V34  = E3V4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 3 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!VÁCUO
!      E33  = 0.10000E+01
!
!      C44  = E4E4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 4 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!NUCLEO
!      R44  = E4F4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 4 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!REFLETOR
!      V44  = E4V4 = PROBABILIDADE DE NASCER COMO 4 SER ABSORVIDO COMO 4 NO
!VÁCUO
!      E44  = 0.10000E+01
!
!      A01  = ABSORÇÃO COMO GRUPO 1 SEM IR AO REFLETOR
!      A02  = ABSORÇÃO COMO GRUPO 2 SEM IR AO REFLETOR
!      A03  = ABSORÇÃO COMO GRUPO 3 SEM IR AO REFLETOR
!      A04  = ABSORÇÃO COMO GRUPO 4 SEM IR AO REFLETOR
!      S01  = FUGA INICIAL COMO GRUPO 1
!      S02  = FUGA INICIAL COMO GRUPO 2
!      S03  = FUGA INICIAL COMO GRUPO 3
!      S04  = FUGA INICIAL COMO GRUPO 4
!     ****************************************************************
      WRITE(02,4)RA11,RA12,RA13,RA14,RB11,RB12,RB13,RB14,RG11,RG12,RG13,&
     &RG14,S1,RA22,RA23,RA24,RB22,RB23,RB24,RG22,RG23,RG24,S2,RA33,RA34,&
     &RB33,RB34,RG33,RG34,S3,RA44,RB44,RG44,S4
   4  FORMAT(1X,'RA11 =',E12.5,1X,'RA12 =',E12.5,1X,'RA13 =',E12.5,1X,'R&
     &A14 =',E12.5/,1X,'RB11 =',E12.5,1X,'RB12 =',E12.5,1X,'RB13 =',E12.&
```

```
  &5,1X,'RB14 =',E12.5/,1X,'RG11 =',E12.5,1X,'RG12 =',E12.5,1X,'RG13 &
  &=',E12.5,1X,'RG14 =',E12.5/,1X,'S1   =',E12.5/,1X,'RA22 =',E12.5,1&
  &X,'RA23 =',E12.5,1X,'RA24 =',E12.5,1X,'RB22 =',E12.5/,1X,'RB23 =',&
  &E12.5,1X,'RB24 =',E12.5,1X,'RG22 =',E12.5,1X,'RG23 =',E12.5/,1X,'R&
  &G24 =',E12.5,1X,'S2   =',E12.5/,1X,'RA33 =',E12.5,1X,'RA34 =',E12.&
  &5,1X,'RB33 =',E12.5,1X,'RB34 =',E12.5/,1X,'RG33 =',E12.5,1X,'RG34 &
  &=',E12.5,1X,'S3   =',E12.5/,1X,'RA44 =',E12.5,1X,'RB44 =',E12.5,1X&
  &,'RG44 =',E12.5,1X,'S4   =',E12.5/)
   WRITE(02,5)PA01,PA02,PA03,PA04,PS01,PS02,PS03,PS04,XXXXP,XXLMP,PXK&
  &M,PFKM
5  FORMAT(1X,'PA01 =',E12.5,1X,'PA02 =',E12.5,1X,'PA03 =',E12.5,1X,'P&
  &A04 =',E12.5/,1X,'PS01 =',E12.5,1X,'PS02 =',E12.5,1X,'PS03 =',E12.&
  &5,1X,'PS04 =',E12.5/,1X,'XXXXP=',E12.5,1X,'XXLMP=',E12.5,1X,'PXKM &
  &=',E12.5,1X,'PFKM =',E12.5/)
   WRITE(02,06)X1C0,X2C0,X3C0,X4C0,X5C0,X6C0,X7C0,X8C0,XXXX0,XXLM0,XL&
  &M0,YLM0
6  FORMAT(1X,'X1C0 =',E12.5,1X,'X2C0 =',E12.5,1X,'X3C0 =',E12.5,1X,'X&
  &4C0 =',E12.5/,1X,'X5C0 =',E12.5,1X,'X6C0 =',E12.5,1X,'X7C0 =',E12.&
  &5,1X,'X8C0 =',E12.5/,1X,'XXXX0=',E12.5,1X,'XXLM0=',E12.5,1X,'XLM0 &
  &=',E12.5,1X,'YLM0 =',E12.5/)
   WRITE(02,7)CA11,CA12,CA13,CA14,CB11,CB12,CB13,CB14,SA1,X1C1,X2C1,X&
  &3C1,X4C1,X5C1,X6C1,X7C1,X8C1,F1C1,F2C1,F3C1,F4C1,XXXX1,XXLM1,XLM1,&
  &YLM1
 7 FORMAT(1X,'CA11 =',E12.5,1X,'CA12 =',E12.5,1X,'CA13 =',E12.5,1X,'C&
  &A14 =',E12.5/,1X,'CB11 =',E12.5,1X,'CB12 =',E12.5,1X,'CB13 =',E12.&
  &5,1X,'CB14 =',E12.5/,1X,'SA1  =',E12.5/,1X,'X1C1 =',E12.5,1X,'X2C1&
  & =',E12.5,1X,'X3C1 =',E12.5,1X,'X4C1 =',E12.5/,1X,'X5C1 =',E12.5,1&
  &X,'X6C1 =',E12.5,1X,'X7C1 =',E12.5,1X,'X8C1 =',E12.5/,1X,'F1C1 =',&
  &E12.5,1X,'F2C1 =',E12.5,1X,'F3C1 =',E12.5,1X,'F4C1 =',E12.5/,1X,'X&
  &XXX1=',E12.5,1X,'XXLM1=',E12.5,1X,'XLM1 =',E12.5,1X,'YLM1 =',E12.5&
  &/)
   WRITE(02,08)CA22,CA23,CA24,CB22,CB23,CB24,SA2,X1C2,X2C2,X3C2,X4C2,&
  &X5C2,X6C2,X7C2,X8C2,F1C2,F2C2,F3C2,F4C2,XXXX2,XXLM2,XLM2,YLM2
 8 FORMAT(1X,'CA22 =',E12.5,1X,'CA23 =',E12.5,1X,'CA24 =',E12.5,1X,'CB&
  &22 =',E12.5/,1X,'CB23 =',E12.5,1X,'CB24 =',E12.5,1X,'SA2  =',E12.5&
  &/,1X,'X1C2 =',E12.5,1X,'X2C2 =',E12.5,1X,'X3C2 =',E12.5,1X,'X4C2 =&
  &',E12.5/,1X,'X5C2 =',E12.5,1X,'X6C2 =',E12.5,1X,'X7C2 =',E12.5,1X,&
  &'X8C2 =',E12.5/,1X,'F1C2 =',E12.5,1X,'F2C2 =',E12.5,1X,'F3C2 =',E1&
  &2.5,1X,'F4C2 =',E12.5/,,1X,'XXXX2=',E12.5,1X,'XXLM2=',E12.5,1X,'XL&
  &M2 =',E12.5,1X,'YLM2 =',E12.5/)
   WRITE(02,09)CA33,CA34,CB33,CB34,SA3,X1C3,X2C3,X3C3,X4C4,X5C3,X6C3,&
  &X7C3,X8C3,F1C3,F2C3,F3C3,F4C3,XXXX3,XXLM3,XLM3,YLM3
 9 FORMAT(1X,'CA33 =',E12.5,1X,'CA34 =',E12.5,1X,'CB33 =',E12.5,1X,'C&
  &B34 =',E12.5/,1X,'SA3  =',E12.5/,1X,'X1C3 =',E12.5,1X,'X2C3 =',E12&
  &.5,1X,'X3C3 =',E12.5,1X,'X4C3 =',E12.5/,1X,'X5C3 =',E12.5,1X,'X6C3&
  & =',E12.5,1X,'X7C3 =',E12.5,1X,'X8C3 =',E12.5/,1X,'F1C3 =',E12.5,1&
  &X,'F2C3 =',E12.5,1X,'F3C3 =',E12.5,1X,'F4C3 =',E12.5/,1X,'XXXX3=',&
  &E12.5,1X,'XXLM3=',E12.5,1X,'XLM3 =',E12.5,1X,'YLM3 =',E12.5/)
   WRITE(02,10)CA44,CB44,SA4,X1C4,X2C4,X3C4,X4C4,X5C4,X6C4,X7C4,X8C4,&
  &F1C4,F2C4,F3C4,F4C4,XXXX4,XXLM4,XLM4,YLM4
10 FORMAT(1X,'CA44 =',E12.5,1X,'CB44 =',E12.5,1X,'SA4  =',E12.5/,1X,'&
  &X1C4 =',E12.5,1X,'X2C4 =',E12.5,1X,'X3C4 =',E12.5,1X,'X4C4 =',E12.&
  &5/,1X,'X5C4 =',E12.5,1X,'X6C4 =',E12.5,1X,'X7C4 =',E12.5,1X,'X8C4 &
  &=',E12.5/,1X,'F1C4 =',E12.5,1X,'F2C4 =',E12.5,1X,'F3C4 =',E12.5,1X&
  &,'F4C4 =',E12.5/,1X,'XXXX4=',E12.5,1X,'XXLM4=',E12.5,1X,'XLM4 =',E&
  &12.5,1X,'YLM4 =',E12.5/)
   WRITE(02,11)C11,R11,V11,C12,R12,V12,C13,R13,V13,C14,R14,V14,E11,C2&
  &2,R22,V22,C23,R23,V23,C24,R24,V24,E22,C33,R33,V33,C34,R34,V34,E33,&
  &C44,R44,V44,E44,R,T
11 FORMAT(1X,'C11  =',E12.5,1X,'R11  =',E12.5,1X,'V11  =',E12.5,1X,'C&
```

```
     &12  =',E12.5/,1X,'R12  =',E12.5,1X,'V12  =',E12.5,1X,'C13  =',E12.&
     &5,1X,'R13  =',E12.5/,1X,'V13  =',E12.5,1X,'C14  =',E12.5,1X,'R14  &
     &=',E12.5,1X,'V14  =',E12.5/,1X,'E11  =',E12.5,1X,'C22  =',E12.5,1X&
     &,'R22  =',E12.5,1X,'V22  =',E12.5/,1X,'C23  =',E12.5,1X,'R23  =',E&
     &12.5,1X,'V23  =',E12.5,1X,'C24  =',E12.5/,1X,'R24  =',E12.5,1X,'V2&
     &4  =',E12.5,1X,'E22  =',E12.5,1X,'C33  =',E12.5/,1X,'R33  =',E12.5&
     &,1X,'V33  =',E12.5,1X,'C34  =',E12.5,1X,'R34  =',E12.5/,1X,'V34  =&
     &',E12.5,1X,'E33  =',E12.5,1X,'C44  =',E12.5,1X,'R44  =',E12.5/,1X,&
     &'V44  =',E12.5,1X,'E44  =',E12.5,1X,'R    =',E12.5,1X,'T    =',E12&
     &.5/)
      WRITE(02,12)AC1,AC2,AC3,AC4,AR1,AR2,AR3,AR4,AV1,AV2,AV3,AV4,SCRV,A&
     &LBEK,XKIN,SSIN
   12 FORMAT(1X,'AC1  =',E12.5,1X,'AC2  =',E12.5,1X,'AC3  =',E12.5,1X,'A&
     &C4  =',E12.5/,1X,'AR1  =',E12.5,1X,'AR2  =',E12.5,1X,'AR3  =',E12.&
     &5,1X,'AR4  =',E12.5/,1X,'AV1  =',E12.5,1X,'AV2  =',E12.5,1X,'AV3  &
     &=',E12.5,1X,'AV4  =',E12.5/,1X,'SCRV =',E12.5,1X,'ALBEK=',E12.5,1X&
     &,'XKIN =',E12.5,1X,'SSIN =',E12.5/)
      WRITE(02,13)R1C4,R2C4,R3C4,R4C4
   13 FORMAT(1X,'R1C4 =',E12.5,1X,'R2C4 =',E12.5,1X,'R3C4 =',E12.5,1X,'R&
     &4C4 =',E12.5)
      STOP
      END
!     ******************************************************************
!     ***********       SUBROTINAS DO PROGRAMA       *******************
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE PINGPONG(CA11,CA12,CA13,CA14,CA22,CA23,CA24,CA33,CA34,C&
     &A44,CB11,CB12,CB13,CB14,CB22,CB23,CB24,CB33,CB34,CB44,RA11,RA12,RA&
     &13,RA14,RA22,RA23,RA24,RA33,RA34,RA44,RB11,RB12,RB13,RB14,RB22,RB2&
     &3,RB24,RB33,RB34,RB44,RG11,RG12,RG13,RG14,RG22,RG23,RG24,RG33,RG34&
     &,RG44,C44,R44,V44,E44,C33,R33,V33,C34,R34,V34,E33,C22,R22,V22,C23,&
     &R23,V23,C24,R24,V24,E22,C11,R11,V11,C12,R12,V12,C13,R13,V13,C14,R1&
     &4,V14,E11)
!     ******************************************************************
      XPP1=1.-RA44*CA44
      E4E4=RA44*CB44/XPP1
      E4F4=RB44/XPP1
      E4V4=RG44/XPP1
      E44=E4E4+E4F4+E4V4
!     ******************************************************************
      F4E4=CB44/XPP1
      F4F4=CA44*RB44/XPP1
      F4V4=CA44*RG44/XPP1
      F44=E4E4+E4F4+E4V4
!     ******************************************************************
      XPP2=1.-RA33*CA33
      S34=RA33*CA34/XPP2
      S34S=RA34/XPP2
      E3E3=RA33*CB33/XPP2
      E3E4=RA33*CB34/XPP2+S34*E4E4+S34S*F4E4
      E3F3=RB33/XPP2
      E3F4=RB34/XPP2+S34*E4F4+S34S*F4F4
      E3V3=RG33/XPP2
      E3V4=RG34/XPP2+S34*E4V4+S34S*F4V4
      E33=E3E3+E3F3+E3V3+E3E4+E3F4+E3V4
!     ******************************************************************
      R34=CA34/XPP2
      R34R=CA33*RA34/XPP2
      F3E3=CB33/XPP2
      F3E4=CB34/XPP2+R34*E4E4+R34R*F4E4
      F3F3=CA33*RB33/XPP2
```

```
      F3F4=RB34*CA33/XPP2+R34*E4F4+R34R*F4F4
      F3V3=RA33*RG33/XPP2
      F3V4=RG34*CA34/XPP2+R34*E4V4+R34R*F4V4
      F33=F3E3+F3F3+F3V3+F3E4+F3F4+F3V4
!     ****************************************************************
      XPP3=1.-RA22*CA22
      S23=RA22*CA23/XPP3
      S24=RA22*CA24/XPP3
      S23S=RA23/XPP3
      S24S=RA24/XPP3
      E2E2=RA22*CB22/XPP3
      E2E3=RA22*CB23/XPP3+S23*E3E3+S23S*F3E3
      E2E4=RA22*CB24/XPP3+S23*E3E4+S24*E4E4+S23S*F3E4+S24S*F4E4
      E2F2=RB22/XPP3
      E2F3=RB23/XPP3+S23*E3F3+S23S*F3F3
      E2F4=RB24/XPP3+S23*E3F4+S24*E4F4+S23S*F3F4+S24S*F4F4
      E2V2=RG22/XPP3
      E2V3=RG23/XPP3+S23*E3V3+S23S*F3V3
      E2V4=RG24/XPP3+S23*E3V4+S24*E4V4+S23S*F3V4+S24S*F4V4
      E22=E2E2+E2E3+E2E4+E2F2+E2F3+E2F4+E2V2+E2V3+E2V4
!     ****************************************************************

      R23=CA23/XPP3
      R24=CA24/XPP3
      R23R=RA23*CA22/XPP3
      R24R=RA24*CA22/XPP3
      F2E2=CB22/XPP3
      F2E3=CB23/XPP3+R23*E3E3+R23R*F3E3
      F2E4=CB24/XPP3+R23*E3E4+R24*E4E4+R23R*F3E4+R24R*F4E4
      F2F2=CA22*RB22/XPP3
      F2F3=CA22*RB23/XPP3+R23*E3F3+R23R*F3F3
      F2F4=CA22*RB24/XPP3+R23*E3F4+R24*E4F4+R23R*F3F4+R24R*F4F4
      F2V2=CA22*RG22/XPP3
      F2V3=CA22*RG23/XPP3+R23*E3V3+R23R*F3V3
      F2V4=RA22*RG24/XPP3+R23*E3V4+R24*E4V4+R23R*F3V4+R24R*F4V4
      F22=F2E2+F2E3+F2E4+F2F2+F2F3+F2F4+F2V2+F2V3+F2V4
!     ****************************************************************
      XPP4=1.-RA11*CA11
      S12=RA11*CA12/XPP4
      S13=RA11*CA13/XPP4
      S14=RA11*CA14/XPP4
      S12S=RA12/XPP4
      S13S=RA13/XPP4
      S14S=RA14/XPP4
      E1E1=RA11*CB11/XPP4
      E1E2=RA11*CB12/XPP4+S12*E2E2+S12S*F2E2
      E1E3=RA11*CB13/XPP4+S12*E2E3+S13*E3E3+S12S*F2E3+S13S*F3E3
      E1E4=RA11*CB14/XPP4+S12*E2E4+S13*E3E4+S14*E4E4+S12S*F2E4+S13S*F3E4&
     &+S14S*F4E4
      E1F1=RB11/XPP4
      E1F2=RB12/XPP4+S12*E2F2+S12S*F2F2
      E1F3=RB13/XPP4+S12*E2F3+S13*E3F3+S12S*F2F3+S13S*F3F3
      E1F4=RB14/XPP4+S12*E2F4+S13*E3F4+S14*E4F4+S12S*F2F4+S13S*F3F4+S14S&
     &*F4F4
      E1V1=RG11/XPP4
      E1V2=RG12/XPP4+S12*E2V2+S12S*F2V2
      E1V3=RG13/XPP4+S12*E2V3+S13*E3V3+S12S*F2V3+S13S*F3V3
      E1V4=RG14/XPP4+S12*E2V4+S13*E3V4+S14*E4V4+S12S*F2V4+S13S*F3V4+S14S&
     &*F4V4
      E11=E1E1+E1E2+E1E3+E1E4+E1F1+E1F2+E1F3+E1F4+E1V1+E1V2+E1V3+E1V4
```

```
!     ****************************************************************
      R12=CA12/XPP4
      R13=CA13/XPP4
      R14=CA14/XPP4
      R12R=CA11*RA12/XPP4
      R13R=CA11*RA13/XPP4
      R14R=CA11*RA14/XPP4
      F1E1=CB11/XPP4
      F1E2=CB12/XPP4+R12*E2E2+R12R*F2E2
      F1E3=CB13/XPP4+R12*E2E3+R13*E3E3+R12R*F2E3+R13R*F3E3
      F1E4=CB14/XPP4+R12*E2E4+R13*E3E4+R14*E4E4+R12R*F2E4+R13R*F3E4+R14R&
     &*F4E4
      F1F1=CA11*RB11/XPP4
      F1F2=CA11*RB12/XPP4+R12*E2F2+R12R*F2F2
      F1F3=CA11*RB13/XPP4+R12*E2F3+R13*E3F3+R12R*F2F3+R13R*F3F3
      F1F4=CA11*RB14/XPP4+R12*E2F4+R13*E3F4+R14*E4F4+R12R*F2F4+R13R*F3F4&
     &+R14R*F4F4
      F1V1=CA11*RG11/XPP4
      F1V2=CA11*RG12/XPP4+R12*E2V2+R12R*F2V2
      F1V3=CA11*RG13/XPP4+R12*E2V3+R13*E3V3+R12R*F2V3+R13R*F3V3
      F1V4=CA11*RG14/XPP4+R12*E2V4+R13*E3V4+R14*E4V4+R12R*F2V4+R13R*F3V4&
     &+R14R*F4V4
      F11=F1E1+F1E2+F1E3+F1E4+F1F1+F1F2+F1F3+F1F4+F1V1+F1V2+F1V3+F1V4
!     ****************************************************************
      C44=E4E4
      R44=E4F4
      V44=E4V4
      C33=E3E3
      R33=E3F3
      V33=E3V3
      C34=E3E4
      R34=E3F4
      V34=E3V4
      C22=E2E2
      R22=E2F2
      V22=E2V2
      C23=E2E3
      R23=E2F3
      V23=E2V3
      C24=E2E4
      R24=E2F4
      V24=E2V4
      C11=E1E1
      R11=E1F1
      V11=E1V1
      C12=E1E2
      R12=E1F2
      V12=E1V2
      C13=E1E3
      R13=E1F3
      V13=E1V3
      C14=E1E4
      R14=E1F4
      V14=E1V4
!     ****************************************************************
      RETURN
      END
!     ****************************************************************
      SUBROUTINE REF4(R,T,ERA4,DR4,RA44,RB44,RG44,S4)
!     ****************************************************************
```

```
      ER4R=ERA4
      H=T+R
      XK4=SQRT(ER4R/DR4)
      X100=1.+2.*DR4*(XK4-1./H)
      X101=1.-2.*DR4*(XK4+1./H)
      X102=-X101/X100
      X103=1.+2.*DR4*(XK4+1./R)
      X104=1.-2.*DR4*(XK4-1./R)
      X105=X103+X104*X102*EXP(-2.*XK4*T)
      X110=-H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X111=R/XK4+1./(XK4*XK4)
      X112=H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X113=-R/XK4+1./(XK4*XK4)
      C1K4R=4.*R/X105
      C2K4R=X102*C1K4R*EXP(-2.*XK4*T)
      C1K4H=C1K4R*EXP(-XK4*T)
      C2K4H=X102*C1K4H
!     ******************************************************************
      RA44=(1./2.)*(C1K4R/R+C2K4R/R)-1.
      RG44=(H/(2.*R*R))*(C1K4H+C2K4H)
      RB44=(ERA4/(R*R))*(C1K4H*X110+C1K4R*X111+C2K4H*X112+C2K4R*X113)
      S4=RA44+RG44+RB44
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE REF3(R,T,ERA3,ERA4,DR3,DR4,ERS34,RA33,RB33,RG33,RA34,RB&
     &34,RG34,S3)
!     ******************************************************************
      ER3R=ERA3+ERS34
      ER4R=ERA4
      H=T+R
      XK3=SQRT(ER3R/DR3)
      X100=1.+2.*DR3*(XK3-1./H)
      X101=1.-2.*DR3*(XK3+1./H)
      X102=-X101/X100
      X103=1.+2.*DR3*(XK3+1./R)
      X104=1.-2.*DR3*(XK3-1./R)
      X105=X103+X104*X102*EXP(-2.*XK3*T)
      X110=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X111=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X112=H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X113=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      C1K3R=4.*R/X105
      C2K3R=X102*C1K3R*EXP(-2.*XK3*T)
      C1K3H=C1K3R*EXP(-XK3*T)
      C2K3H=X102*C1K3H
!     ******************************************************************
      RA33=(1./2.)*(C1K3R/R+C2K3R/R)-1.
      RG33=(H/(2.*R*R))*(C1K3H+C2K3H)
      RB33=(ERA3/(R*R))*(C1K3H*X110+C1K3R*X111+C2K3H*X112+C2K3R*X113)
!     ******************************************************************
      XK4=SQRT(ER4R/DR4)
      B4=-ERS34/DR4
      X120=B4/(XK3*XK3-XK4*XK4)
      X121=X120*(1.-2.*DR4*(XK3+1./H))
      X122=X120*(1.+2.*DR4*(XK3-1./H))
      X123=1.-2.*DR4*(XK4+1./H)
      X124=1.+2.*DR4*(XK4-1./H)
      X125=-(X121*C1K3H+X122*C2K3H)
```

```
      X126=X120*(1.+2.*DR4*(XK3+1./R))
      X127=X120*(1.-2.*DR4*(XK3-1./R))
      X128=1.+2.*DR4*(XK4+1./R)
      X129=1.-2.*DR4*(XK4-1./R)
      X130=-(X126*C1K3R+X127*C2K3R)
      X131=EXP(-2.*XK4*T)*(X123/X124)
      X132=EXP(-XK4*T)*(X125/X124)
      X133=X128-X129*X131
      X134=X130-X129*X132
      X137=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X138=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X139=H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X140=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X141=-H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X142=R/XK4+1./(XK4*XK4)
      X143=H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X144=-R/XK4+1./(XK4*XK4)
      C3K4R=X134/X133
      C4K4R=X132-X131*C3K4R
      C4K4H=C4K4R*EXP(XK4*T)
      C3K4H=C3K4R*EXP(-XK4*T)
!     ******************************************************************
      RA34=(1./(2.*R))*(X120*C1K3R+X120*C2K3R+C3K4R+C4K4R)
      RG34=(H/(2.*R*R))*(X120*C1K3H+X120*C2K3H+C3K4H+C4K4H)
      RB34=(ERA4/(R*R))*(X120*(C1K3H*X137+C1K3R*X138+X139*C2K3H+X140*C2K&
     &3R)+C3K4H*X141+C3K4R*X142+C4K4H*X143+C4K4R*X144)
      S3=RA33+RG33+RB33+RA34+RG34+RB34
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE REF2(R,T,ERA2,ERA3,ERA4,DR2,DR3,DR4,ERS23,ERS24,ERS34,R&
     &A22,RB22,RG22,RA23,RB23,RG23,RA24,RB24,RG24,S2)
!     ******************************************************************
      ER2R=ERA2+ERS23+ERS24
      ER3R=ERA3+ERS34
      ER4R=ERA4
      H=T+R
      XK2=SQRT(ER2R/DR2)
      X100=1.+2.*DR2*(XK2-1./H)
      X101=1.-2.*DR2*(XK2+1./H)
      X102=-X101/X100
      X103=1.+2.*DR2*(XK2+1./R)
      X104=1.-2.*DR2*(XK2-1./R)
      X105=X103+X104*X102*EXP(-2.*XK2*T)
      X110=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X111=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X112=H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X113=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
      C1K2R=4.*R/X105
      C2K2R=X102*C1K2R*EXP(-2.*XK2*T)
      C1K2H=C1K2R*EXP(-XK2*T)
      C2K2H=X102*C1K2H
!     ******************************************************************
      RA22=(1./2.)*(C1K2R/R+C2K2R/R)-1.
      RG22=(H/(2.*R*R))*(C1K2H+C2K2H)
      RB22=(ERA2/(R*R))*(C1K2H*X110+C1K2R*X111+C2K2H*X112+C2K2R*X113)
!     ******************************************************************
      XK3=SQRT(ER3R/DR3)
      B3=-ERS23/DR3
```

```
      X120=B3/(XK2*XK2-XK3*XK3)
      X121=X120*(1.-2.*DR3*(XK2+1./H))
      X122=X120*(1.+2.*DR3*(XK2-1./H))
      X123=1.-2.*DR3*(XK3+1./H)
      X124=1.+2.*DR3*(XK3-1./H)
      X125=-(X121*C1K2H+X122*C2K2H)
      X126=X120*(1.+2.*DR3*(XK2+1./R))
      X127=X120*(1.-2.*DR3*(XK2-1./R))
      X128=1.+2.*DR3*(XK3+1./R)
      X129=1.-2.*DR3*(XK3-1./R)
      X130=-(X126*C1K2R+X127*C2K2R)
      X131=EXP(-2.*XK3*T)*(X123/X124)
      X132=EXP(-XK3*T)*(X125/X124)
      X133=X128-X129*X131
      X134=X130-X129*X132
      X137=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X138=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X139=H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X140=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X141=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X142=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X143=H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X144=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      C3K3R=X134/X133
      C4K3R=X132-X131*C3K3R
      C4K3H=C4K3R*EXP(XK3*T)
      C3K3H=C3K3R*EXP(-XK3*T)
!     ****************************************************************
      RA23=(1./(2.*R))*(X120*C1K2R+X120*C2K2R+C3K3R+C4K3R)
      RG23=(H/(2.*R*R))*(X120*C1K2H+X120*C2K2H+C3K3H+C4K3H)
      RB23=(ERA3/(R*R))*(X120*(C1K2H*X137+C1K2R*X138+X139*C2K2H+X140*C2K&
     &2R)+C3K3H*X141+C3K3R*X142+C4K3H*X143+C4K3R*X144)
!     ****************************************************************
      XK4=SQRT(ER4R/DR4)
      B4=-ERS24/DR4
      B5=-ERS34/DR4
      X150=(B4+X120*B5)/(XK2*XK2-XK4*XK4)
      X151=B5/(XK3*XK3-XK4*XK4)
      X152=X150*(1.-2.*DR4*(XK2+1./H))
      X153=X150*(1.+2.*DR4*(XK2-1./H))
      X154=X151*(1.-2.*DR4*(XK3+1./H))
      X155=X151*(1.+2.*DR4*(XK3-1./H))
      X156=1.-2.*DR4*(XK4+1./H)
      X157=1.+2.*DR4*(XK4-1./H)
      X158=-(X152*C1K2H+X153*C2K2H+X154*C3K3H+X155*C4K3H)
      X159=X150*(1.+2.*DR4*(XK2+1./R))
      X160=X150*(1.-2.*DR4*(XK2-1./R))
      X161=X151*(1.+2.*DR4*(XK3+1./R))
      X162=X151*(1.-2.*DR4*(XK3-1./R))
      X163=1.+2.*DR4*(XK4+1./R)
      X164=1.-2.*DR4*(XK4-1./R)
      X165=-(C1K2R*X159+C2K2R*X160+C3K3R*X161+C4K3R*X162)
      X166=(EXP(-2.*XK4*T)*X156)/X157
      X167=(EXP(-XK4*T)*X158)/X157
      X168=X163-X164*X166
      X169=X165-X167*X164
      X170=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X171=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X172=H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X173=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
```

```
      X174=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X175=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X176=H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X177=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X178=-H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X179=R/XK4+1./(XK4*XK4)
      X180=H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X181=-R/XK4+1./(XK4*XK4)
      C5K4R=X169/X168
      C6K4R=X167-C5K4R*X166
      C5K4H=C5K4R*EXP(-XK4*T)
      C6K4H=C6K4R*EXP(XK4*T)
!     ******************************************************************
      RA24=(1./(2.*R))*(X150*(C1K2R+C2K2R)+X151*(C3K3R+C4K3R)+C5K4R+C6K4&
     &R)
      RG24=(H/(2.*R*R))*(X150*(C1K2H+C2K2H)+X151*(C3K3H+C4K3H)+C5K4H+C6K&
     &4H)
      RB24=(ERA4/(R*R))*(X150*(C1K2H*X170+C1K2R*X171+C2K2H*X172+C2K2R*X1&
     &73)+X151*(C3K3H*X174+C3K3R*X175+C4K3H*X176+C4K3R*X177)+C5K4H*X178+&
     &C5K4R*X179+C6K4H*X180+C6K4R*X181)
      S2=RA22+RB22+RG22+RA23+RB23+RG23+RA24+RB24+RG24
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE REF1(R,T,ERA1,ERA2,ERA3,ERA4,DR1,DR2,DR3,DR4,ERS12,ERS1&
     &3,ERS14,ERS23,ERS24,ERS34,RA11,RB11,RG11,RA12,RB12,RG12,RA13,RB13,&
     &RG13,RA14,RB14,RG14,S1)
!     ******************************************************************
      ER1R=ERA1+ERS12+ERS13+ERS14
      ER2R=ERA2+ERS23+ERS24
      ER3R=ERA3+ERS34
      ER4R=ERA4
      H=T+R
      XK1=SQRT(ER1R/DR1)
      X100=1.+2.*DR1*(XK1-1./H)
      X101=1.-2.*DR1*(XK1+1./H)
      X102=-X101/X100
      X103=1.+2.*DR1*(XK1+1./R)
      X104=1.-2.*DR1*(XK1-1./R)
      X105=X103+X104*X102*EXP(-2.*XK1*T)
      X110=-H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X111=R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X112=H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X113=-R/XK1+1./(XK1*XK1)
      C1K1R=4.*R/X105
      C2K1R=X102*C1K1R*EXP(-2.*XK1*T)
      C1K1H=C1K1R*EXP(-XK1*T)
      C2K1H=X102*C1K1H
!     ******************************************************************
      RA11=(1./2.)*(C1K1R/R+C2K1R/R)-1.
      RG11=(H/(2.*R*R))*(C1K1H+C2K1H)
      RB11=(ERA1/(R*R))*(C1K1H*X110+C1K1R*X111+C2K1H*X112+C2K1R*X113)
!     ******************************************************************
      XK2=SQRT(ER2R/DR2)
      B2=-ERS12/DR2
      X120=B2/(XK1*XK1-XK2*XK2)
      X121=X120*(1.-2.*DR2*(XK1+1./H))
      X122=X120*(1.+2.*DR2*(XK1-1./H))
```

```
      X123=1.-2.*DR2*(XK2+1./H)
      X124=1.+2.*DR2*(XK2-1./H)
      X125=-(X121*C1K1H+X122*C2K1H)
      X126=X120*(1.+2.*DR2*(XK1+1./R))
      X127=X120*(1.-2.*DR2*(XK1-1./R))
      X128=1.+2.*DR2*(XK2+1./R)
      X129=1.-2.*DR2*(XK2-1./R)
      X130=-(X126*C1K1R+X127*C2K1R)
      X131=EXP(-2.*XK2*T)*(X123/X124)
      X132=EXP(-XK2*T)*(X125/X124)
      X133=X128-X129*X131
      X134=X130-X129*X132
      X137=-H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X138=R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X139=H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X140=-R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X141=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X142=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X143=H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X144=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
      C3K2R=X134/X133
      C4K2R=X132-X131*C3K2R
      C4K2H=C4K2R*EXP(XK2*T)
      C3K2H=C3K2R*EXP(-XK2*T)
!     ****************************************************************
      RA12=(1./(2.*R))*(X120*C1K1R+X120*C2K1R+C3K2R+C4K2R)
      RG12=(H/(2.*R*R))*(X120*C1K1H+X120*C2K1H+C3K2H+C4K2H)
      RB12=(ERA2/(R*R))*(X120*(C1K1H*X137+C1K1R*X138+X139*C2K1H+X140*C2K&
     &1R)+C3K2H*X141+C3K2R*X142+C4K2H*X143+C4K2R*X144)
!     ****************************************************************
      XK3=SQRT(ER3R/DR3)
      B3=-ERS13/DR3
      B4=-ERS23/DR3
      X150=(B3+X120*B4)/(XK1*XK1-XK3*XK3)
      X151=B4/(XK2*XK2-XK3*XK3)
      X152=X150*(1.-2.*DR3*(XK1+1./H))
      X153=X150*(1.+2.*DR3*(XK1-1./H))
      X154=X151*(1.-2.*DR3*(XK2+1./H))
      X155=X151*(1.+2.*DR3*(XK2-1./H))
      X156=1.-2.*DR3*(XK3+1./H)
      X157=1.+2.*DR3*(XK3-1./H)
      X158=-(X152*C1K1H+X153*C2K1H+X154*C3K2H+X155*C4K2H)
      X159=X150*(1.+2.*DR3*(XK1+1./R))
      X160=X150*(1.-2.*DR3*(XK1-1./R))
      X161=X151*(1.+2.*DR3*(XK2+1./R))
      X162=X151*(1.-2.*DR3*(XK2-1./R))
      X163=1.+2.*DR3*(XK3+1./R)
      X164=1.-2.*DR3*(XK3-1./R)
      X165=-(C1K1R*X159+C2K1R*X160+C3K2R*X161+C4K2R*X162)
      X166=(EXP(-2.*XK3*T)*X156)/X157
      X167=(EXP(-XK3*T)*X158)/X157
      X168=X163-X164*X166
      X169=X165-X167*X164
      X170=-H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X171=R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X172=H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X173=-R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X174=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X175=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X176=H/XK2-1./(XK2*XK2)
```

```
      X177=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X178=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X179=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X180=H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X181=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      C5K3R=X169/X168
      C6K3R=X167-C5K3R*X166
      C5K3H=C5K3R*EXP(-XK3*T)
      C6K3H=C6K3R*EXP(XK3*T)
!     ******************************************************************
      RA13=(1./(2.*R))*(X150*(C1K1R+C2K1R)+X151*(C3K2R+C4K2R)+C5K3R+C6K3&
     &R)
      RG13=(H/(2.*R*R))*(X150*(C1K1H+C2K1H)+X151*(C3K2H+C4K2H)+C5K3H+C6K&
     &3H)
      RB13=(ERA3/(R*R))*(X150*(C1K1H*X170+C1K1R*X171+C2K1H*X172+C2K1R*X1&
     &73)+X151*(C3K2H*X174+C3K2R*X175+C4K2H*X176+C4K2R*X177)+C5K3H*X178+&
     &C5K3R*X179+C6K3H*X180+C6K3R*X181)
!     ******************************************************************
      XK4=SQRT(ER4R/DR4)
      B5=-ERS14/DR4
      B6=-ERS24/DR4
      B7=-ERS34/DR4
      X190=(B5+B6*X120+B7*X150)/(XK1*XK1-XK4*XK4)
      X191=(B6+B7*X151)/(XK2*XK2-XK4*XK4)
      X192=(B7)/(XK3*XK3-XK4*XK4)
      X193=X190*(1.-2.*DR4*(XK1+1./H))
      X194=X190*(1.+2.*DR4*(XK1-1./H))
      X195=X191*(1.-2.*DR4*(XK2+1./H))
      X196=X191*(1.+2.*DR4*(XK2-1./H))
      X197=X192*(1.-2.*DR4*(XK3+1./H))
      X198=X192*(1.+2.*DR4*(XK3-1./H))
      X199=1.-2.*DR4*(XK4+1./H)
      X200=1.+2.*DR4*(XK4-1./H)
      X201=-(X193*C1K1H+X194*C2K1H+X195*C3K2H+X196*C4K2H+X197*C5K3H+X198&
     &*C6K3H)
      X202=X190*(1.+2.*DR4*(XK1+1./R))
      X203=X190*(1.-2.*DR4*(XK1-1./R))
      X204=X191*(1.+2.*DR4*(XK2+1./R))
      X205=X191*(1.-2.*DR4*(XK2-1./R))
      X206=X192*(1.+2.*DR4*(XK3+1./R))
      X207=X192*(1.-2.*DR4*(XK3-1./R))
      X208=1.+2.*DR4*(XK4+1./R)
      X209=1.-2.*DR4*(XK4-1./R)
      X210=-(X202*C1K1R+X203*C2K1R+X204*C3K2R+X205*C4K2R+X206*C5K3R+X207&
     &*C6K3R)
      X211=EXP(-2.*XK4*T)*X199/X200
      X212=EXP(-XK4*T)*X201/X200
      X213=X208-X211*X209
      X214=X210-X209*X212
      X216=-H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X217=R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X218=H/XK1-1./(XK1*XK1)
      X219=-R/XK1+1./(XK1*XK1)
      X220=-H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X221=R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X222=H/XK2-1./(XK2*XK2)
      X223=-R/XK2+1./(XK2*XK2)
      X224=-H/XK3-1./(XK3*XK3)
      X225=R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X226=H/XK3-1./(XK3*XK3)
```

```
      X227=-R/XK3+1./(XK3*XK3)
      X228=-H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X229=R/XK4+1./(XK4*XK4)
      X230=H/XK4-1./(XK4*XK4)
      X231=-R/XK4+1./(XK4*XK4)
      C7K4R=X214/X213
      C8K4R=X212-X211*C7K4R
      C7K4H=C7K4R*EXP(-XK4*T)
      C8K4H=C8K4R*EXP(XK4*T)
!     ******************************************************************
      RA14=(1./(2.*R))*(X190*(C1K1R+C2K1R)+X191*(C3K2R+C4K2R)+X192*(C5K3&
     &R+C6K3R)+C7K4R+C8K4R)
      RG14=(H/(2.*R*R))*(X190*(C1K1H+C2K1H)+X191*(C3K2H+C4K2H)+X192*(C5K&
     &3H+C6K3H)+C7K4H+C8K4H)
      RB14=(ERA4/(R*R))*(X190*(X216*C1K1H+X217*C1K1R+X218*C2K1H+X219*C2K&
     &1R)+X191*(X220*C3K2H+X221*C3K2R+X222*C4K2H+X223*C4K2R)+X192*(X224*&
     &C5K3H+X225*C5K3R+X226*C6K3H+X227*C6K3R)+X228*C7K4H+X229*C7K4R+X230&
     &*C8K4H+X231*C8K4R)
      S1=RA11+RB11+RG11+RA12+RB12+RG12+RA13+RB13+RG13+RA14+RB14+RG14
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
!        DISTÂNCIAS EXTRAPOLADAS : PELADO 0
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE PELAD0(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12&
     &,ES13,ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,XMU,XLA,A,B,XK,FK,X1,X2,X3&
     &,X4,X5,X6,X7,X8,XXXX)
      PI=4.*ATAN(1.)
      ER1=EA1+ES12+ES13+ES14
      ER2=EA2+ES23+ES24
      ER3=EA3+ES34
      Q11=(CH1*VF1/XK-ER1)/D1
      Q12=CH1*VF2/(D1*XK)
      Q13=CH1*VF3/(D1*XK)
      Q14=CH1*VF4/(D1*XK)
      Q21=(ES12+CH2*VF1/XK)/D2
      Q22=(CH2*VF2/XK-ER2)/D2
      Q23=CH2*VF3/(D2*XK)
      Q24=CH2*VF4/(D2*XK)
      Q31=(ES13+CH3*VF1/XK)/D3
      Q32=(ES23+CH3*VF2/XK)/D3
      Q33=(CH3*VF3/XK-ER3)/D3
      Q34=CH3*VF4/(D3*XK)
      Q41=ES14/D4
      Q42=ES24/D4
      Q43=ES34/D4
      Q44=-EA4/D4
      A1=Q11+Q22+Q33+Q44
      A2=Q11*(Q22+Q33+Q44)+Q22*(Q33+Q44)+Q33*Q44-(Q12*Q21+Q13*Q31+Q14*Q4&
     &1+Q23*Q32+Q24*Q42+Q34*Q43)
      AY=Q11*Q22*(Q33+Q44)+(Q11+Q22)*(Q33*Q44-Q34*Q43)-Q11*(Q23*Q32+Q24*&
     &Q42)-Q23*(Q32*Q44-Q34*Q42)+Q24*(Q32*Q43-Q33*Q42)-Q12*Q21*(Q33+Q44)&
     &+Q21*(Q13*Q32+Q14*Q42)+Q31*(Q12*Q23+Q14*Q43)-Q13*Q31*(Q22+Q44)+Q41&
     &*(Q12*Q24+Q13*Q34)-Q14*Q41*(Q22+Q33)
      AZ=Q11*(Q22*(Q33*Q44-Q34*Q43)-Q32*(Q23*Q44-Q24*Q43)+Q42*(Q23*Q34-Q&
     &24*Q33))-Q21*(Q12*(Q33*Q44-Q34*Q43)+Q32*(Q14*Q43-Q13*Q44)+Q42*(Q13&
     &*Q34-Q14*Q33))+Q31*(Q12*(Q23*Q44-Q24*Q43)-Q13*(Q22*Q44-Q24*Q42)+Q1&
     &4*(Q22*Q43-Q23*Q42))-Q41*(Q12*(Q23*Q34-Q24*Q33)-Q13*(Q22*Q34-Q24*Q&
     &32)+Q14*(Q22*Q33-Q23*Q32))
```

```
      CALL DETE4(Q11,Q12,Q13,Q14,Q21,Q22,Q23,Q24,Q31,Q32,Q33,Q34,Q41,Q42&
     &,Q43,Q44,A4)
      CALL DETE4(1.+Q11,Q12,Q13,Q14,Q21,1.+Q22,Q23,Q24,Q31,Q32,1.+Q33,Q3&
     &4,Q41,Q42,Q43,1.+Q44,DEL40)
      A3=DEL40-A4-A2-A1-1.
!     ******************************************************************
      CALL RAIZ(A1,A2,A3,A4,XMU,XLA,A,B,AA,BB)
!     ******************************************************************
      XXMU=XMU*XMU
      XXLA=XLA*XLA
      G11=Q11-XXMU
      G22=Q22-XXMU
      G33=Q33-XXMU
      G44=Q44-XXMU
      G1=-Q21
      G2=-Q31
      G3=-Q41
      CALL DET3(G22,Q32,Q42,Q23,G33,Q43,Q24,Q34,G44,G1,G2,G3,Q190,Q191,Q&
     &192,DEL1)
!     C9=Q190*C1
!     C17=Q191*C1
!     C25=Q192*C1
!     ******************************************************************
      GG11=Q11+XXLA
      GG22=Q22+XXLA
      GG33=Q33+XXLA
      GG44=Q44+XXLA
      XG1=-Q21
      XG2=-Q31
      XG3=-Q41
      CALL DET3(GG22,Q32,Q42,Q23,GG33,Q43,Q24,Q34,GG44,XG1,XG2,XG3,Q193,Q&
      &194,Q195,DEL2)
!     C11=Q193*C3
!     C19=Q194*C3
!     C17=Q195*C3
!     ******************************************************************
      X98=A*A-B*B
      X99=-2.*A*B
      X100=2.*A*B
      QQ11=Q11+X98
      QQ22=Q22+X98
      QQ33=Q33+X98
      QQ44=Q44+X98
      X101=Q44+A*A-B*B
      X102=X101*X101+X100*X100
      Q200=-X101*Q41/X102
      Q201=X100*Q41/X102
      Q202=-X101*Q42/X102
      Q203=X100*Q42/X102
      Q204=-X101*Q43/X102
      Q205=X100*Q43/X102
      Q206=-X100*Q41/X102
      Q207=-X101*Q41/X102
      Q208=-X100*Q42/X102
      Q209=-X101*Q42/X102
      Q210=-X100*Q43/X102
      Q211=-X101*Q43/X102
!     C29=Q200*C5+Q201*C7+Q202*C13+Q203*C15+Q204*C21+Q205*C23
!     C31=Q206*C5+Q207*C7+Q208*C13+Q209*C15+Q210*C21+Q211*C23
!     ******************************************************************
```

```
      Z200=Q31+Q34*Q200
      Z201=Q201*Q34
      Z202=Q32+Q34*Q202
      Z203=Q203*Q34
      Z204=Q33+A*A-B*B+Q34*Q204
      Z205=X100+Q34*Q205
      Z206=Q206*Q34
      Z207=Q31+Q34*Q207
      Z208=Q208*Q34
      Z209=Q32+Q34*Q209
      Z210=Q34*Q210-X100
      Z211=Q33+A*A-B*B+Q34*Q211
      X103=Z204*Z211-Z205*Z210
      Q220=(Z205*Z206-Z200*Z211)/X103
      Q221=(Z205*Z207-Z201*Z211)/X103
      Q222=(Z205*Z208-Z202*Z211)/X103
      Q223=(Z205*Z209-Z203*Z211)/X103
      Q224=(Z210*Z200-Z204*Z206)/X103
      Q225=(Z210*Z201-Z204*Z207)/X103
      Q226=(Z210*Z202-Z204*Z208)/X103
      Q227=(Z210*Z203-Z204*Z209)/X103
!     C21=Q220*C5+Q221*C7+Q222*C13+Q223*C15
!     C23=Q224*C5+Q225*C7+Q226*C13+Q227*C15
!     ******************************************************************
      Z230=Q200+Q204*Q220+Q205*Q224
      Z231=Q201+Q204*Q221+Q205*Q225
      Z232=Q202+Q204*Q222+Q205*Q226
      Z233=Q203+Q204*Q223+Q205*Q227
      Z234=Q206+Q210*Q220+Q211*Q224
      Z235=Q207+Q210*Q221+Q211*Q225
      Z236=Q208+Q210*Q222+Q211*Q226
      Z237=Q209+Q210*Q223+Q211*Q227
!     C29=Z230*C5+Z231*C7+Z232*C13+Z233*C15
!     C31=Z234*C5+Z235*C7+Z236*C13+Z237*C15
!     ******************************************************************
      Z250=Q21+Q23*Q220+Q24*Z230
      Z251=Q23*Q221+Q24*Z231
      Z252=Q22+A*A-B*B+Q23*Q222+Q24*Z232
      Z253=X100+Q23*Q223+Q24*Z233
      Z254=Q23*Q224+Q24*Z234
      Z255=Q21+Q23*Q225+Q24*Z235
      Z256=-X100+Q23*Q226+Q24*Z236
      Z257=Q22+A*A-B*B+Q23*Q227+Q24*Z237
      X104=Z252*Z257-Z253*Z256
      Q230=(Z253*Z254-Z250*Z257)/X104
      Q231=(Z253*Z255-Z251*Z257)/X104
      Q232=(Z250*Z256-Z252*Z254)/X104
      Q233=(Z251*Z256-Z252*Z255)/X104
!     C13=Q230*C5+Q231*C7
!     C15=Q232*C5+Q233*C7
!     ******************************************************************
      Q234=Q220+Q222*Q230+Q223*Q232
      Q235=Q221+Q222*Q231+Q223*Q233
      Q236=Q224+Q226*Q230+Q227*Q232
      Q237=Q225+Q226*Q231+Q227*Q233
!     C21=Q234*C5+Q235*C7
!     C23=Q236*C5+Q237*C7
!     ******************************************************************
      Q238=Z230+Z232*Q230+Z233*Q232
      Q239=Z231+Z232*Q231+Z233*Q233
```

```
      Q240=Z234+Z236*Q230+Z237*Q232
      Q241=Z235+Z236*Q231+Z237*Q233
!     C29=Q238*C5+Q239*C7
!     C31=Q240*C5+Q241*C7
!     ****************************************************************
      RR=R*R
      X105=XMU*R
      X106=XLA*R
      X107=A*R
      X108=B*R
      X109=A*A+B*B
      X110=X109*X109
      X111=A*A-B*B
      X112=B*B-A*A
      F10=SIN(X105)
      F11=COS(X105)
      F12=SINH(X106)
      F13=COSH(X106)
      F14=SINH(X107)
      F15=COSH(X107)
      F16=SIN(X108)
      F17=COS(X108)
      R1=R+3.*.7104*D1
      R2=R+3.*.7104*D2
      R3=R+3.*.7104*D3
      R4=R+3.*.7104*D4
      H11=SIN(R1*XMU)
      H12=SINH(R1*XLA)
      H13=SINH(R1*A)*COS(R1*B)
      H14=COSH(R1*A)*SIN(R1*B)
      H21=SIN(R2*XMU)
      H22=SINH(R2*XLA)
      H23=SINH(R2*A)*COS(R2*B)
      H24=COSH(R2*A)*SIN(R2*B)
      H31=SIN(R3*XMU)
      H32=SINH(R3*XLA)
      H33=SINH(R3*A)*COS(R3*B)
      H34=COSH(R3*A)*SIN(R3*B)
      H41=SIN(R4*XMU)
      H42=SINH(R4*XLA)
      H43=SINH(R4*A)*COS(R4*B)
      H44=COSH(R4*A)*SIN(R4*B)
      H100=Q190*H21
      H101=Q193*H22
      H102=Q230*H23+Q232*H24
      H103=Q231*H23+Q233*H24
      H104=Q191*H31
      H105=Q194*H32
      H106=Q234*H33+Q236*H34
      H107=Q235*H33+Q237*H34
      H108=Q192*H41
      H109=Q195*H42
      H110=Q238*H43+Q240*H44
      H111=Q239*H43+Q241*H44
      Z600=H101*(H106*H111-H107*H110)-H102*(H105*H111-H107*H109)+H103*(H&
     &105*H110-H106*H109)
      Z601=-H100*(H106*H111-H107*H110)-H102*(-H104*H111+H107*H108)+H103*&
     &(H106*H108-H104*H110)
      Z602=H101*(H107*H108-H104*H111)+H100*(H105*H111-H107*H109)+H103*(H&
     &104*H109-H105*H108)
```

```
      Z603=H101*(H104*H110-H106*H108)-H102*(H104*H109-H105*H108)-H100*(H&
     &105*H110-H106*H109)
      ZZ700=Z601/Z600
      ZZ702=Z602/Z600
      ZZ704=Z603/Z600
!     ******************************************************************
      H120=-H108/H111
      H121=-H109/H111
      H122=-H110/H111
      H123=H106+H107*H122
      H130=-(H104+H107*H120)/H123
      H131=-(H105+H107*H121)/H123
      H132=H120+H122*H130
      H133=H121+H122*H131
      H140=-(H100+H102*H130+H103*H132)/(H101+H102*H131+H103*H133)
      H141=H130+H131*H140
      H142=H132+H133*H140
!     ******************************************************************
      Z700=H140
      Z702=H141
      Z704=H142
!     ******************************************************************
      W1=F10/XXMU-R*F11/XMU
      W2=R*F13/XLA-F12/XXLA
      W3=R*(A*F15*F17+B*F14*F16)/X109+(X112*F14*F17-X100*F15*F16)/X110
      W4=R*(A*F14*F16-B*F15*F17)/X109+(X112*F15*F16+X100*F14*F17)/X110
      W11=-XXMU*W1
      W12=XXLA*W2
      W13=X111*W3-X100*W4
      W14=X111*W4+X100*W3
      Z800=EA1*W1-D1*W11
      Z801=EA1*W2-D1*W12
      Z802=EA1*W3-D1*W13
      Z803=EA1*W4-D1*W14
      Z804=EA2*W1-D2*W11
      Z805=EA2*W2-D2*W12
      Z806=EA2*W3-D2*W13
      Z807=EA2*W4-D2*W14
      Z808=EA3*W1-D3*W11
      Z809=EA3*W2-D3*W12
      Z810=EA3*W3-D3*W13
      Z811=EA3*W4-D3*W14
      Z812=EA4*W1-D4*W11
      Z813=EA4*W2-D4*W12
      Z814=EA4*W3-D4*W13
      Z815=EA4*W4-D4*W14
      Z820=Z800+Q190*Z804+Q191*Z808+Q192*Z812
      Z821=Z801+Q193*Z805+Q194*Z809+Q195*Z813
      Z822=Z802+Q230*Z806+Q232*Z807+Q234*Z810+Q236*Z811+Q238*Z814+Q240*Z&
     &815
      Z823=Z803+Q231*Z806+Q233*Z807+Q235*Z810+Q237*Z811+Q239*Z814+Q241*Z&
     &815
!     ******************************************************************
      Z829=Z820+Z821*Z700+Z822*Z702+Z823*Z704
      Z830=1./(4.*PI)
!     ******************************************************************
      C1=Z830/Z829
!     ******************************************************************
      C3=Z700*C1
      C5=Z702*C1
```

```
      C7=Z704*C1
      C9=Q190*C1
      C11=Q193*C3
      C13=Q230*C5+Q231*C7
      C15=Q232*C5+Q233*C7
      C17=Q191*C1
      C19=Q194*C3
      C21=Q234*C5+Q235*C7
      C23=Q236*C5+Q237*C7
      C25=Q192*C1
      C27=Q195*C3
      C29=Q238*C5+Q239*C7
      C31=Q240*C5+Q241*C7
!     ******************************************************************
      CALL DETE4(G11,Q12,Q13,Q14,Q21,G22,Q23,Q24,Q31,Q32,G33,Q34,Q41,Q42&
     &,Q43,G44,DXMU)
      CALL DETE4(GG11,Q12,Q13,Q14,Q21,GG22,Q23,Q24,Q31,Q32,GG33,Q34,Q41,&
     &Q42,Q43,GG44,DXLA)
      CALL DETE8(QQ11,X100,Q12,0.0,Q13,0.0,Q14,0.0,X99,QQ11,0.0,Q12,0.0,&
     &Q13,0.0,Q14,Q21,0.0,QQ22,X100,Q23,0.0,Q24,0.0,0.0,Q21,X99,QQ22,0.0&
     &,Q23,0.0,Q24,Q31,0.0,Q32,0.0,QQ33,X100,Q34,0.0,0.0,Q31,0.0,Q32,X99&
     &,QQ33,0.0,Q34,Q41,0.0,Q42,0.0,Q43,0.0,QQ44,Q100,0.0,Q41,0.0,Q42,0.&
     &0,Q43,X99,QQ44,DAB)
!     ******************************************************************
      FK=H11+Z700*H12+Z702*H13+Z704*H14
!     ******************************************************************
      X1=4.*PI*EA1*(C1*W1+C3*W2+C5*W3+C7*W4)
      X2=4.*PI*EA2*(C9*W1+C11*W2+C13*W3+C15*W4)
      X3=4.*PI*EA3*(C17*W1+C19*W2+C21*W3+C23*W4)
      X4=4.*PI*EA4*(C25*W1+C27*W2+C29*W3+C31*W4)
      X5=-4.*PI*D1*(C1*W11+C3*W12+C5*W13+C7*W14)
      X6=-4.*PI*D2*(C9*W11+C11*W12+C13*W13+C15*W14)
      X7=-4.*PI*D3*(C17*W11+C19*W12+C21*W13+C23*W14)
      X8=-4.*PI*D4*(C25*W11+C27*W12+C29*W13+C31*W14)
      XXXX=X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
!        CORRENTES REENTRANTES : PELADO 1
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE PELAD1(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,VF1,VF2,VF3,VF4,ES12&
     &,ES13,ES14,ES23,ES24,ES34,CH1,CH2,CH3,R,R1,R2,R3,R4,XMU,XLA,A,B,XK&
     &,FK,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,F1,F2,F3,F4,XXXX,XX5,XX6,XX7,XX8)
      PI=4.*ATAN(1.)
      ER1=EA1+ES12+ES13+ES14
      ER2=EA2+ES23+ES24
      ER3=EA3+ES34
      Q11=(CH1*VF1/XK-ER1)/D1
      Q12=CH1*VF2/(D1*XK)
      Q13=CH1*VF3/(D1*XK)
      Q14=CH1*VF4/(D1*XK)
      Q21=(ES12+CH2*VF1/XK)/D2
      Q22=(CH2*VF2/XK-ER2)/D2
      Q23=CH2*VF3/(D2*XK)
      Q24=CH2*VF4/(D2*XK)
      Q31=(ES13+CH3*VF1/XK)/D3
      Q32=(ES23+CH3*VF2/XK)/D3
      Q33=(CH3*VF3/XK-ER3)/D3
      Q34=CH3*VF4/(D3*XK)
```

```
      Q41=ES14/D4
      Q42=ES24/D4
      Q43=ES34/D4
      Q44=-EA4/D4
      A1=Q11+Q22+Q33+Q44
      A2=Q11*(Q22+Q33+Q44)+Q22*(Q33+Q44)+Q33*Q44-(Q12*Q21+Q13*Q31+Q14*Q4&
     &1+Q23*Q32+Q24*Q42+Q34*Q43)
      A3=Q11*Q22*(Q33+Q44)+(Q11+Q22)*(Q33*Q44-Q34*Q43)-Q11*(Q23*Q32+Q24*&
     &Q42)-Q23*(Q32*Q44-Q34*Q42)+Q24*(Q32*Q43-Q33*Q42)-Q12*Q21*(Q33+Q44)&
     &+Q21*(Q13*Q32+Q14*Q42)+Q31*(Q12*Q23+Q14*Q43)-Q13*Q31*(Q22+Q44)+Q41&
     &*(Q12*Q24+Q13*Q34)-Q14*Q41*(Q22+Q33)
       A4=Q11*(Q22*(Q33*Q44-Q34*Q43)-Q32*(Q23*Q44-Q24*Q43)+Q42*(Q23*Q34-&
     &Q24*Q33))-Q21*(Q12*(Q33*Q44-Q34*Q43)+Q32*(Q14*Q43-Q13*Q44)+Q42*(Q1&
     &3*Q34-Q14*Q33))+Q31*(Q12*(Q23*Q44-Q24*Q43)-Q13*(Q22*Q44-Q24*Q42)+Q&
     &14*(Q22*Q43-Q23*Q42))-Q41*(Q12*(Q23*Q34-Q24*Q33)-Q13*(Q22*Q34-Q24*&
     &Q32)+Q14*(Q22*Q33-Q23*Q32))
!     ******************************************************************
      CALL RAIZ(A1,A2,A3,A4,XMU,XLA,A,B,AA,BB)
!     ******************************************************************
      XXMU=XMU*XMU
      XXLA=XLA*XLA
      G11=Q11-XXMU
      G22=Q22-XXMU
      G33=Q33-XXMU
      G44=Q44-XXMU
      G1=-Q21
      G2=-Q31
      G3=-Q41
      CALL DET3(G22,Q32,Q42,Q23,G33,Q43,Q24,Q34,G44,G1,G2,G3,Q190,Q191,Q19&
     &2,DEL1)
!     ******************************************************************
      GG11=Q11+XXLA
      GG22=Q22+XXLA
      GG33=Q33+XXLA
      GG44=Q44+XXLA
      CALL DET3(GG22,Q32,Q42,Q23,GG33,Q43,Q24,Q34,GG44,G1,G2,G3,Q193,Q19&
     &4,Q195,DEL2)
!     ******************************************************************
      X98=A*A-B*B
      X99=-2.*A*B
      X100=2.*A*B
      QQ11=Q11+X98
      QQ22=Q22+X98
      QQ33=Q33+X98
      QQ44=Q44+X98
      X101=Q44+A*A-B*B
      X102=X101*X101+X100*X100
      Q200=-X101*Q41/X102
      Q201=X100*Q41/X102
      Q202=-X101*Q42/X102
      Q203=X100*Q42/X102
      Q204=-X101*Q43/X102
      Q205=X100*Q43/X102
      Q206=-X100*Q41/X102
      Q207=-X101*Q41/X102
      Q208=-X100*Q42/X102
      Q209=-X101*Q42/X102
      Q210=-X100*Q43/X102
      Q211=-X101*Q43/X102
!     C29=Q200*C5+Q201*C7+Q202*C13+Q203*C15+Q204*C21+Q205*C23
```

```
!       C31=Q206*C5+Q207*C7+Q208*C13+Q209*C15+Q210*C21+Q211*C23
!       ******************************************************************
        Z200=Q31+Q34*Q200
        Z201=Q201*Q34
        Z202=Q32+Q34*Q202
        Z203=Q203*Q34
        Z204=Q33+A*A-B*B+Q34*Q204
        Z205=X100+Q34*Q205
        Z206=Q206*Q34
        Z207=Q31+Q34*Q207
        Z208=Q208*Q34
        Z209=Q32+Q34*Q209
        Z210=Q34*Q210-X100
        Z211=Q33+A*A-B*B+Q34*Q211
        X103=Z204*Z211-Z205*Z210
        Q220=(Z205*Z206-Z200*Z211)/X103
        Q221=(Z205*Z207-Z201*Z211)/X103
        Q222=(Z205*Z208-Z202*Z211)/X103
        Q223=(Z205*Z209-Z203*Z211)/X103
        Q224=(Z210*Z200-Z204*Z206)/X103
        Q225=(Z210*Z201-Z204*Z207)/X103
        Q226=(Z210*Z202-Z204*Z208)/X103
        Q227=(Z210*Z203-Z204*Z209)/X103
!       C21=Q220*C5+Q221*C7+Q222*C13+Q223*C15
!       C23=Q224*C5+Q225*C7+Q226*C13+Q227*C15
!       ******************************************************************
        Z230=Q200+Q204*Q220+Q205*Q224
        Z231=Q201+Q204*Q221+Q205*Q225
        Z232=Q202+Q204*Q222+Q205*Q226
        Z233=Q203+Q204*Q223+Q205*Q227
        Z234=Q206+Q210*Q220+Q211*Q224
        Z235=Q207+Q210*Q221+Q211*Q225
        Z236=Q208+Q210*Q222+Q211*Q226
        Z237=Q209+Q210*Q223+Q211*Q227
!       C29=Z230*C5+Z231*C7+Z232*C13+Z233*C15
!       C31=Z234*C5+Z235*C7+Z236*C13+Z237*C15
!       ******************************************************************
        Z250=Q21+Q23*Q220+Q24*Z230
        Z251=Q23*Q221+Q24*Z231
        Z252=Q22+A*A-B*B+Q23*Q222+Q24*Z232
        Z253=X100+Q23*Q223+Q24*Z233
        Z254=Q23*Q224+Q24*Z234
        Z255=Q21+Q23*Q225+Q24*Z235
        Z256=-X100+Q23*Q226+Q24*Z236
        Z257=Q22+A*A-B*B+Q23*Q227+Q24*Z237
        X104=Z252*Z257-Z253*Z256
        Q230=(Z253*Z254-Z250*Z257)/X104
        Q231=(Z253*Z255-Z251*Z257)/X104
        Q232=(Z250*Z256-Z252*Z254)/X104
        Q233=(Z251*Z256-Z252*Z255)/X104
!       C13=Q230*C5+Q231*C7
!       C15=Q232*C5+Q233*C7
!       ******************************************************************
        Q234=Q220+Q222*Q230+Q223*Q232
        Q235=Q221+Q222*Q231+Q223*Q233
        Q236=Q224+Q226*Q230+Q227*Q232
        Q237=Q225+Q226*Q231+Q227*Q233
!       C21=Q234*C5+Q235*C7
!       C23=Q236*C5+Q237*C7
!       ******************************************************************
```

```
      Q238=Z230+Z232*Q230+Z233*Q232
      Q239=Z231+Z232*Q231+Z233*Q233
      Q240=Z234+Z236*Q230+Z237*Q232
      Q241=Z235+Z236*Q231+Z237*Q233
!     C29=Q238*C5+Q239*C7
!     C31=Q240*C5+Q241*C7
!     ****************************************************************
      RR=R*R
      X105=XMU*R
      X106=XLA*R
      X107=A*R
      X108=B*R
      X109=A*A+B*B
      X110=X109*X109
      X111=A*A-B*B
      X112=B*B-A*A
      F10=SIN(X105)
      F11=COS(X105)
      F12=SINH(X106)
      F13=COSH(X106)
      F14=SINH(X107)
      F15=COSH(X107)
      F16=SIN(X108)
      F17=COS(X108)
      FX1=F10/R
      FX2=F12/R
      FX3=(F14*F17)/R
      FX4=(F15*F16)/R
      DFX1=(R*XMU*F11-F10)/RR
      DFX2=(R*XLA*F13-F12)/RR
      DFX3=(R*(A*F15*F17-B*F14*F16)-F14*F17)/RR
      DFX4=(R*(A*F14*F16+B*F15*F17)-F15*F16)/RR
      Z601=FX1+2.*D1*DFX1
      Z602=FX2+2.*D1*DFX2
      Z603=FX3+2.*D1*DFX3
      Z604=FX4+2.*D1*DFX4
      Z605=FX1+2.*D2*DFX1
      Z606=FX2+2.*D2*DFX2
      Z607=FX3+2.*D2*DFX3
      Z608=FX4+2.*D2*DFX4
      Z609=FX1+2.*D3*DFX1
      Z610=FX2+2.*D3*DFX2
      Z611=FX3+2.*D3*DFX3
      Z612=FX4+2.*D3*DFX4
      Z613=FX1+2.*D4*DFX1
      Z614=FX2+2.*D4*DFX2
      Z615=FX3+2.*D4*DFX3
      Z616=FX4+2.*D4*DFX4
      Z630=Z605*Q190
      Z631=Z606*Q193
      Z632=Z607*Q230+Z608*Q232
      Z633=Z607*Q231+Z608*Q233
      Z634=Z609*Q191
      Z635=Z610*Q194
      Z636=Z611*Q234+Z612*Q236
      Z637=Z611*Q235+Z612*Q237
      Z638=Z613*Q192
      Z639=Z614*Q195
      Z640=Z615*Q238+Z616*Q240
      Z641=Z615*Q239+Z616*Q241
```

```
!      ****************************************************************
       X115=Z631*(Z636*Z641-Z637*Z640)-Z632*(Z635*Z641-Z637*Z639)+Z633*(Z&
      &635*Z640-Z636*Z639)
       X116=R2/(PI*RR)
       X117=R3/(PI*RR)
       X118=R4/(PI*RR)
       Z700=-(Z630*(Z636*Z641-Z637*Z640)+Z634*(Z633*Z640-Z632*Z641)+Z638*&
      &(Z632*Z637-Z633*Z636))/X115
       Z701=(X116*(Z636*Z641-Z637*Z640)+X117*(Z633*Z640-Z632*Z641)+X118*(&
      &Z632*Z637-Z633*Z636))/X115
       Z702=-(Z630*(Z637*Z639-Z635*Z641)+Z634*(Z631*Z641-Z633*Z639)+Z638*&
      &(Z633*Z635-Z631*Z637))/X115
       Z703=(X116*(Z637*Z639-Z635*Z641)+X117*(Z631*Z641-Z633*Z639)+X118*(&
      &Z633*Z635-Z631*Z637))/X115
       Z704=-(Z630*(Z635*Z640-Z636*Z639)+Z634*(Z632*Z639-Z631*Z640)+Z638*&
      &(Z631*Z636-Z632*Z635))/X115
       Z705=(X116*(Z635*Z640-Z636*Z639)+X117*(Z632*Z639-Z631*Z640)+X118*(&
      &Z631*Z636-Z632*Z635))/X115
!      ****************************************************************
       W1=F10/XXMU-R*F11/XMU
       W2=R*F13/XLA-F12/XXLA
       W3=R*(A*F15*F17+B*F14*F16)/X109+(X112*F14*F17-X100*F15*F16)/X110
       W4=R*(A*F14*F16-B*F15*F17)/X109+(X112*F15*F16+X100*F14*F17)/X110
       W11=-XXMU*W1
       W12=XXLA*W2
       W13=X111*W3-X100*W4
       W14=X111*W4+X100*W3
       Z800=EA1*W1-D1*W11
       Z801=EA1*W2-D1*W12
       Z802=EA1*W3-D1*W13
       Z803=EA1*W4-D1*W14
       Z804=EA2*W1-D2*W11
       Z805=EA2*W2-D2*W12
       Z806=EA2*W3-D2*W13
       Z807=EA2*W4-D2*W14
       Z808=EA3*W1-D3*W11
       Z809=EA3*W2-D3*W12
       Z810=EA3*W3-D3*W13
       Z811=EA3*W4-D3*W14
       Z812=EA4*W1-D4*W11
       Z813=EA4*W2-D4*W12
       Z814=EA4*W3-D4*W13
       Z815=EA4*W4-D4*W14
       Z820=Z800+Q190*Z804+Q191*Z808+Q192*Z812
       Z821=Z801+Q193*Z805+Q194*Z809+Q195*Z813
       Z822=Z802+Q230*Z806+Q232*Z807+Q234*Z810+Q236*Z811+Q238*Z814+Q240*Z&
      &815
       Z823=Z803+Q231*Z806+Q233*Z807+Q235*Z810+Q237*Z811+Q239*Z814+Q241*Z&
      &815
!      ****************************************************************
       Z829=Z820+Z821*Z700+Z822*Z702+Z823*Z704
       Z830=1./(4.*PI)-(Z821*Z701+Z822*Z703+Z823*Z705)
!      ****************************************************************
       C1=Z830/Z829
!      ****************************************************************
       C3=Z700*C1+Z701
       C5=Z702*C1+Z703
       C7=Z704*C1+Z705
       C9=Q190*C1
       C11=Q193*C3
```

```
      C13=Q230*C5+Q231*C7
      C15=Q232*C5+Q233*C7
      C17=Q191*C1
      C19=Q194*C3
      C21=Q234*C5+Q235*C7
      C23=Q236*C5+Q237*C7
      C25=Q192*C1
      C27=Q195*C3
      C29=Q238*C5+Q239*C7
      C31=Q240*C5+Q241*C7
!     ******************************************************************
      CALL DETE4(G11,Q12,Q13,Q14,Q21,G22,Q23,Q24,Q31,Q32,G33,Q34,Q41,Q42&
     &,Q43,G44,DXMU)
      CALL DETE4(GG11,Q12,Q13,Q14,Q21,GG22,Q23,Q24,Q31,Q32,GG33,Q34,Q41,&
     &Q42,Q43,GG44,DXLA)
      CALL DETE8(QQ11,X100,Q12,0.0,Q13,0.0,Q14,0.0,X99,QQ11,0.0,Q12,0.0,&
     &Q13,0.0,Q14,Q21,0.0,QQ22,X100,Q23,0.0,Q24,0.0,0.0,Q21,X99,QQ22,0.0&
     &,Q23,0.0,Q24,Q31,0.0,Q32,0.0,QQ33,X100,Q34,0.0,0.0,Q31,0.0,Q32,X99&
     &,QQ33,0.0,Q34,Q41,0.0,Q42,0.0,Q43,0.0,QQ44,Q100,0.0,Q41,0.0,Q42,0.&
     &0,Q43,X99,QQ44,DAB)
!     ******************************************************************
      FK=Z601*C1+Z602*C3+Z603*C5+Z604*C7-R1/(PI*RR)
!     ******************************************************************
      X1=4.*PI*EA1*(C1*W1+C3*W2+C5*W3+C7*W4)
      X2=4.*PI*EA2*(C9*W1+C11*W2+C13*W3+C15*W4)
      X3=4.*PI*EA3*(C17*W1+C19*W2+C21*W3+C23*W4)
      X4=4.*PI*EA4*(C25*W1+C27*W2+C29*W3+C31*W4)
      X5=-4.*PI*D1*(C1*W11+C3*W12+C5*W13+C7*W14)
      X6=-4.*PI*D2*(C9*W11+C11*W12+C13*W13+C15*W14)
      X7=-4.*PI*D3*(C17*W11+C19*W12+C21*W13+C23*W14)
      X8=-4.*PI*D4*(C25*W11+C27*W12+C29*W13+C31*W14)
      F1=X5+R1
      F2=X6+R2
      F3=X7+R3
      F4=X8+R4
      XXXX=X1+X2+X3+X4+X5+X6+X7+X8
!     ******************************************************************
      XX5=(C1*FX1+C3*FX2+C5*FX3+C7*FX4)*2.*PI*RR-2.*R1
      XX6=(C9*FX1+C11*FX2+C13*FX3+C15*FX4)*2.*PI*RR-2.*R2
      XX7=(C17*FX1+C19*FX2+C21*FX3+C23*FX4)*2.*PI*RR-2.*R3
      XX8=(C25*FX1+C27*FX2+C29*FX3+C31*FX4)*2.*PI*RR-2.*R4
!     ******************************************************************
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE RAIZ(A1,A2,A3,A4,XMU,XLA,A,B,AA,BB)
      IF(A4)10,997,997
   10 CA1=-A2
      CA2=A1*A3-4.*A4
      CA3=4.*A2*A4-A3*A3-A1*A1*A4
      Q=(3.*CA2-CA1*CA1)/9.
      R=(9.*CA1*CA2-27.*CA3-2.*CA1*CA1*CA1)/54.
      D=Q*Q*Q+R*R
      IF(D)20,21,21
!     ******************************************************************
   20 BETA=ACOS(R/SQRT(-Q*Q*Q))
      Y1=2.*SQRT(-Q)*COS(BETA/3.)-CA1/3.
      GOTO 42
   21 X1=SQRT(D)
      S1=R+X1
```

```
      IF(S1)27,28,28
   27 S=-(-S1)**(1./3.)
      GO TO 29
   28 S=S1**(1./3.)
   29 T1=R-X1
      IF(T1)30,30,31
   30 T=-(-T1)**(1./3.)
      GO TO 32
   31 T=T1**(1./3.)
   32 Y1=S+T-CA1/3.
!     ******************************************************************
   42 BR=A1*A1-4.*A2+4.*Y1
      IF(BR)997,997,43
   43 ALFA=Y1*Y1-4.*A4
      XTETA=(A1+SQRT(BR))**2.
      XALFA=8.*(Y1+SQRT(ALFA))
      IF(XTETA-XALFA)44,997,997
   44 XBR=SQRT(BR)
      XAL=SQRT(ALFA)
      B1=(A1-XBR)/2.
      DEL1=SQRT(B1**2.-2.*(Y1-XAL))
      XXMU=(-B1-DEL1)/2.
      XXLA=(Y1-XAL)/(2.*XXMU)
      C2=(Y1+XAL)/2.
      B2=(A1+XBR)/2.
      DEL2= SQRT(4.*C2-B2*B2)
      AA=-B2/2.
      BB=DEL2/2.
!     ******************************************************************
      XMU=SQRT(-XXMU)
      XLA=SQRT(XXLA)
      FI=ATAN(BB/ABS(AA))/2.
      ZZ=SQRT(AA*AA+BB*BB)
      Z=SQRT(ZZ)
      IF(AA)50,51,51
   50 A=Z*SIN(FI)
      B=Z*COS(FI)
      GO TO 999
   51 A=Z*COS(FI)
      B=Z*SIN(FI)
      GO TO 999
  997 WRITE(02,998)A4,BR
  998 FORMAT(/,1X,'A4   =',E12.5,1X,'BR   =',E12.5,1X,'NAO')
  999 RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE DET3(G11,G21,G31,G12,G22,G32,G13,G23,G33,G1,G2,G3,X1X,X&
     &2X,X3X,DEL)
      DEL=G11*(G22*G33-G23*G32)-G12*(G21*G33-G23*G31)+G13*(G21*G32-G22*G&
     &31)
      D1=G1*(G22*G33-G23*G32)-G12*(G2*G33-G3*G23)+G13*(G2*G32-G3*G22)
      D2=G11*(G2*G33-G3*G23)-G1*(G21*G33-G23*G31)+G13*(G3*G21-G2*G31)
      D3=G11*(G3*G22-G2*G32)-G12*(G3*G21-G2*G31)+G1*(G21*G32-G22*G31)
      X1X=D1/DEL
      X2X=D2/DEL
      X3X=D3/DEL
!     X1=X1X*X
!     X2=X2X*X
!     X3=X3X*X
      RETURN
```

```
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE XKINF(D1,D2,D3,D4,EA1,EA2,EA3,EA4,ES12,ES13,ES14,ES23,E&
     &S24,ES34,VF1,VF2,VF3,VF4,CH1,CH2,CH3,XKIN,SSIN)
      ER1=EA1+ES12+ES13+ES14
      ER2=EA2+ES23+ES24
      ER3=EA3+ES34
      S2=CH1*ES12/ER1+CH2
      S3=CH1*ES13/ER1+S2*ES23/ER2+CH3
      S4=CH1*ES14/ER1+S2*ES24/ER2+S3*ES34/ER3
      A01=CH1*EA1/ER1
      A02=S2*EA2/ER2
      A03=S3*EA3/ER3
      A04=S4
      SSIN=A01+A02+A03+A04
      XKIN=A01*VF1/EA1+A02*VF2/EA2+A03*VF3/EA3+A04*VF4/EA4
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE CORR(CX,CXC)
      CXC=0.0
      IF(CX.LT.0.0)THEN
      CX=CXC
      ELSE
      CX=CX
      END IF
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE DETE3(T11,T12,T13,T21,T22,T23,T31,T32,T33,DEL3)
      DEL3=T11*(T22*T33-T23*T32)-T12*(T21*T33-T23*T31)+T13*(T21*T32-T22*&
     &T31)
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE DETE4(T11,T12,T13,T14,T21,T22,T23,T24,T31,T32,T33,T34,T&
     &41,T42,T43,T44,DEL4)
      CALL DETE3(T22,T23,T24,T32,T33,T34,T42,T43,T44,DEL31)
      CALL DETE3(T21,T23,T24,T31,T33,T34,T41,T43,T44,DEL32)
      CALL DETE3(T21,T22,T24,T31,T32,T34,T41,T42,T44,DEL33)
      CALL DETE3(T21,T22,T23,T31,T32,T33,T41,T42,T43,DEL34)
      DEL4=T11*DEL31-T12*DEL32+T13*DEL33-T14*DEL34
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
      SUBROUTINE DETE5(T11,T12,T13,T14,T15,T21,T22,T23,T24,T25,T31,T32,T&
     &33,T34,T35,T41,T42,T43,T44,T45,T51,T52,T53,T54,T55,DEL5)
      CALL DETE4(T22,T23,T24,T25,T32,T33,T34,T35,T42,T43,T44,T45,T52,T53&
     &,T54,T55,DEL41)
      CALL DETE4(T21,T23,T24,T25,T31,T33,T34,T35,T41,T43,T44,T45,T51,T53&
     &,T54,T55,DEL42)
      CALL DETE4(T21,T22,T24,T25,T31,T32,T34,T35,T41,T42,T44,T45,T51,T52&
     &,T54,T55,DEL43)
      CALL DETE4(T21,T22,T23,T25,T31,T32,T33,T35,T41,T42,T43,T45,T51,T52&
     &,T53,T55,DEL44)
      CALL DETE4(T21,T22,T23,T24,T31,T32,T33,T34,T41,T42,T43,T44,T51,T52&
     &T53,T54,DEL45)
      DEL5=T11*DEL41-T12*DEL42+T13*DEL43-T14*DEL44+T15*DEL45
      RETURN
      END
```

```
!      ******************************************************************
       SUBROUTINE DETE6(T11,T12,T13,T14,T15,T16,T21,T22,T23,T24,T25,T26,T&
      &31,T32,T33,T34,T35,T36,T41,T42,T43,T44,T45,T46,T51,T52,T53,T54,T55&
      &,T56,T61,T62,T63,T64,T65,T66,DEL6)
       CALL DETE5(T22,T23,T24,T25,T26,T32,T33,T34,T35,T36,T42,T43,T44,T45&
      &,T46,T52,T53,T54,T55,T56,T62,T63,T64,T65,T66,DEL51)
       CALL DETE5(T21,T23,T24,T25,T26,T31,T33,T34,T35,T36,T41,T43,T44,T45&
      &,T46,T51,T53,T54,T55,T56,T61,T63,T64,T65,T66,DEL52)
       CALL DETE5(T21,T22,T24,T25,T26,T31,T32,T34,T35,T36,T41,T42,T44,T45&
      &,T46,T51,T52,T54,T55,T56,T61,T62,T64,T65,T66,DEL53)
       CALL DETE5(T21,T22,T23,T25,T26,T31,T32,T33,T35,T36,T41,T42,T43,T45&
      &,T46,T51,T52,T53,T55,T56,T61,T62,T63,T65,T66,DEL54)
       CALL DETE5(T21,T22,T23,T24,T26,T31,T32,T33,T34,T36,T41,T42,T43,T44&
      &,T46,T51,T52,T53,T54,T56,T61,T62,T63,T64,T66,DEL55)
       CALL DETE5(T21,T22,T23,T24,T25,T31,T32,T33,T34,T35,T41,T42,T43,T44&
      &,T45,T51,T52,T53,T54,T55,T61,T62,T63,T64,T65,DEL56)
       DEL6=T11*DEL51-T12*DEL52+T13*DEL53-T14*DEL54+T15*DEL55-T16*DEL56
       RETURN
       END
!      ******************************************************************
       SUBROUTINE DETE7(T11,T12,T13,T14,T15,T16,T17,T21,T22,T23,T24,T25,T&
      &26,T27,T31,T32,T33,T34,T35,T36,T37,T41,T42,T43,T44,T45,T46,T47,T51&
      &,T52,T53,T54,T55,T56,T57,T61,T62,T63,T64,T65,T66,T67,T71,T72,T73,T&
      &74,T75,T76,T77,DEL7)
       CALL DETE6(T22,T23,T24,T25,T26,T27,T32,T33,T34,T35,T36,T37,T42,T43&
      &,T44,T45,T46,T47,T52,T53,T54,T55,T56,T57,T62,T63,T64,T65,T66,T67,T&
      &72,T73,T74,T75,T76,T77,DEL61)
       CALL DETE6(T21,T23,T24,T25,T26,T27,T31,T33,T34,T35,T36,T37,T41,T43&
      &,T44,T45,T46,T47,T51,T53,T54,T55,T56,T57,T61,T63,T64,T65,T66,T67,T&
      &71,T73,T74,T75,T76,T77,DEL62)
       CALL DETE6(T21,T22,T24,T25,T26,T27,T31,T32,T34,T35,T36,T37,T41,T42&
      &,T44,T45,T46,T47,T51,T52,T54,T55,T56,T57,T61,T62,T64,T65,T66,T67,T&
      &71,T72,T74,T75,T76,T77,DEL63)
       CALL DETE6(T21,T22,T23,T25,T26,T27,T31,T32,T33,T35,T36,T37,T41,T42&
      &,T43,T45,T46,T47,T51,T52,T53,T55,T56,T57,T61,T62,T63,T65,T66,T67,T&
      &71,T72,T73,T75,T76,T77,DEL64)
       CALL DETE6(T21,T22,T23,T24,T26,T27,T31,T32,T33,T34,T36,T37,T41,T42&
      &,T43,T44,T46,T47,T51,T52,T53,T54,T56,T57,T61,T62,T63,T64,T66,T67,T&
      &71,T72,T73,T74,T76,T77,DEL65)
       CALL DETE6(T21,T22,T23,T24,T25,T27,T31,T32,T33,T34,T35,T37,T41,T42&
      &,T43,T44,T45,T47,T51,T52,T53,T54,T55,T57,T61,T62,T63,T64,T65,T67,T&
      &71,T72,T73,T74,T75,T77,DEL66)
       CALL DETE6(T21,T22,T23,T24,T25,T26,T31,T32,T33,T34,T35,T36,T41,T42&
      &,T43,T44,T45,T46,T51,T52,T53,T54,T55,T56,T61,T62,T63,T64,T65,T66,T&
      &71,T72,T73,T74,T75,T76,DEL67)
       DEL7=T11*DEL61-T12*DEL62+T13*DEL63-T14*DEL64+T15*DEL65-T16*DEL66+T&
      &17*DEL67
       RETURN
       END
!      ******************************************************************
       SUBROUTINE DETE8(T11,T12,T13,T14,T15,T16,T17,T18,T21,T22,T23,T24,T&
      &25,T26,T27,T28,T31,T32,T33,T34,T35,T36,T37,T38,T41,T42,T43,T44,T45&
      &,T46,T47,T48,T51,T52,T53,T54,T55,T56,T57,T58,T61,T62,T63,T64,T65,T&
      &66,T67,T68,T71,T72,T73,T74,T75,T76,T77,T78,T81,T82,T83,T84,T85,T86&
      &,T87,T88,DEL8)
       CALL DETE7(T22,T23,T24,T25,T26,T27,T28,T32,T33,T34,T35,T36,T37,T38&
      &,T42,T43,T44,T45,T46,T47,T48,T52,T53,T54,T55,T56,T57,T58,T62,T63,T&
      &64,T65,T66,T67,T68,T72,T73,T74,T75,T76,T77,T78,T82,T83,T84,T85,T86&
      &,T87,T88,DEL71)
       CALL DETE7(T21,T23,T24,T25,T26,T27,T28,T31,T33,T34,T35,T36,T37,T38&
```

```
     &,T41,T43,T44,T45,T46,T47,T48,T51,T53,T54,T55,T56,T57,T58,T61,T63,T&
     &64,T65,T66,T67,T68,T71,T73,T74,T75,T76,T77,T78,T81,T83,T84,T85,T86&
     &,T87,T88,DEL72)
      CALL DETE7(T21,T22,T24,T25,T26,T27,T28,T31,T32,T34,T35,T36,T37,T38&
     &,T41,T42,T44,T45,T46,T47,T48,T51,T52,T54,T55,T56,T57,T58,T61,T62,T&
     &64,T65,T66,T67,T68,T71,T72,T74,T75,T76,T77,T78,T81,T82,T84,T85,T86&
     &,T87,T88,DEL73)
      CALL DETE7(T21,T22,T23,T25,T26,T27,T28,T31,T32,T33,T35,T36,T37,T38&
     &,T41,T42,T43,T45,T46,T47,T48,T51,T52,T53,T55,T56,T57,T58,T61,T62,T&
     &63,T65,T66,T67,T68,T71,T72,T73,T75,T76,T77,T78,T81,T82,T83,T85,T86&
     &,T87,T88,DEL74)
      CALL DETE7(T21,T22,T23,T24,T26,T27,T28,T31,T32,T33,T34,T36,T37,T38&
     &,T41,T42,T43,T44,T46,T47,T48,T51,T52,T53,T54,T56,T57,T58,T61,T62,T&
     &63,T64,T66,T67,T68,T71,T72,T73,T74,T76,T77,T78,T81,T82,T83,T84,T86&
     &,T87,T88,DEL75)
      CALL DETE7(T21,T21,T23,T24,T25,T27,T28,T31,T32,T33,T34,T35,T37,T38&
     &,T41,T42,T43,T44,T45,T47,T48,T51,T52,T53,T54,T55,T57,T58,T61,T62,T&
     &63,T64,T65,T67,T68,T71,T72,T73,T74,T75,T77,T78,T81,T82,T83,T84,T85&
     &,T87,T88,DEL76)
      CALL DETE7(T21,T22,T23,T24,T25,T26,T28,T31,T32,T33,T34,T35,T36,T38&
     &,T41,T42,T43,T44,T45,T46,T48,T51,T52,T53,T54,T55,T56,T58,T61,T62,T&
     &63,T64,T65,T66,T68,T71,T72,T73,T74,T75,T76,T78,T81,T82,T83,T84,T85&
     &,T86,T88,DEL77)
      CALL DETE7(T21,T22,T23,T24,T25,T26,T27,T31,T32,T33,T34,T35,T36,T37&
     &,T41,T42,T43,T44,T45,T46,T47,T51,T52,T53,T54,T55,T56,T57,T61,T62,T&
     &63,T64,T65,T66,T67,T71,T72,T73,T74,T75,T76,T77,T81,T82,T83,T84,T85&
     &,T86,T87,DEL78)
      DEL8=T11*DEL71-T12*DEL72+T13*DEL73-T14*DEL74+T15*DEL75-T16*DEL76+T&
     &17*DEL77-T18*DEL78
      RETURN
      END
!     ******************************************************************
!     ******************************************************************
!     ******************************************************************
```

8.2 ANEXO 2: ARQUIVOS DE SAÍDA DO PROGRAMA ALBE4G

8.2.1. DADOS DE SAÍDA PARA O CASO EXEMPLO 1

```
D1   = 0.17607E+01 D2   = 0.80339E+00 D3   = 0.47001E+00 D4   = 0.19923E+00
EA1  = 0.33928E-02 EA2  = 0.18935E-02 EA3  = 0.17635E-01 EA4  = 0.57172E-01
VF1  = 0.72250E-02 VF2  = 0.51635E-03 VF3  = 0.59613E-02 VF4  = 0.66730E-01
ES12 = 0.89651E-01 ES13 = 0.46418E-03 ES14 = 0.15529E-06 ES23 = 0.95330E-01
ES24 = 0.31330E-04 ES34 = 0.98090E-01 DR1  = 0.18109E+01 DR2  = 0.78453E+00
DR3  = 0.50770E+00 DR4  = 0.14915E+00 ERA1 = 0.31290E-03 ERA2 = 0.95302E-05
ERA3 = 0.57242E-03 ERA4 = 0.15539E-01 ERS12= 0.11270E+00 ERS13= 0.69381E-03
ERS14= 0.23278E-06 ERS23= 0.14163E+00 ERS24= 0.46992E-04 ERS34= 0.14601E+00
CH1  = 0.74415E+00 CH2  = 0.25565E+00 CH3  = 0.20000E-03 CHCH = 0.10000E+01
R    = 0.64000E+02 T    = 0.80000E+02

RA11 = 0.18257E-01 RA12 = 0.20088E+00 RA13 = 0.90823E-01 RA14 = 0.14105E+00
RB11 = 0.27016E-02 RB12 = 0.51938E-04 RB13 = 0.26829E-02 RB14 = 0.54356E+00
RG11 = 0.43470E-08 RG12 = 0.34863E-08 RG13 = 0.31504E-08 RG14 = 0.23650E-07
S1   = 0.10000E+01
RA22 = 0.18251E+00 RA23 = 0.22292E+00 RA24 = 0.21026E+00 RB22 = 0.54987E-04
RB23 = 0.23206E-02 RB24 = 0.38194E+00 RG22 = 0.36810E-14 RG23 = 0.73184E-14
RG24 = 0.58701E-10 S2   = 0.10000E+01
RA33 = 0.28085E+00 RA34 = 0.39500E+00 RB33 = 0.28084E-02 RB34 = 0.32135E+00
```

```
RG33 = 0.43841E-18 RG34 = 0.17379E-10 S3   = 0.10000E+01
RA44 = 0.81662E+00 RB44 = 0.18338E+00 RG44 = 0.43911E-11 S4   = 0.10000E+01

PA01 = 0.24329E-01 PA02 = 0.17974E-01 PA03 = 0.13742E+00 PA04 = 0.75826E+00
PS01 = 0.38054E-01 PS02 = 0.10857E-01 PS03 = 0.67021E-02 PS04 = 0.64027E-02
XXXXP= 0.10000E+01 XXLMP= 0.98819E+00 PXKM = 0.86755E+00 PFKM = 0.67569E-04

X1C0 = 0.25194E-01 X2C0 = 0.18492E-01 X3C0 = 0.14110E+00 X4C0 = 0.77751E+00
X5C0 = 0.74705E-02 X6C0 = 0.13853E-01 X7C0 = 0.87564E-02 X8C0 = 0.76269E-02
XXXX0= 0.10000E+01 XXLM0= 0.10139E+01 XLM0 = 0.87003E+00 YLM0 = 0.63363E-09

CA11 = 0.00000E+00 CA12 = 0.16119E+00 CA13 = 0.58975E-01 CA14 = 0.36761E-01
CB11 = 0.28971E-01 CB12 = 0.15687E-01 CB13 = 0.11201E+00 CB14 = 0.58640E+00
SA1  = 0.10000E+01
X1C1 = 0.25216E-01 X2C1 = 0.18504E-01 X3C1 = 0.14118E+00 X4C1 = 0.77794E+00
X5C1 = 0.67411E-02 X6C1 = 0.13971E-01 X7C1 = 0.87994E-02 X8C1 = 0.76537E-02
F1C1 = 0.74359E-02 F2C1 = 0.13971E-01 F3C1 = 0.87994E-02 F4C1 = 0.76537E-02
XXXX1= 0.10000E+01 XXLM1= 0.10145E+01 XLM1 = 0.87009E+00 YLM1 =-0.10398E-08

CA22 = 0.10906E+00 CA23 = 0.10171E+00 CA24 = 0.40863E-01 CB22 = 0.17330E-01
CB23 = 0.11758E+00 CB24 = 0.61345E+00 SA2  = 0.10000E+01
X1C2 = 0.25284E-01 X2C2 = 0.18759E-01 X3C2 = 0.14291E+00 X4C2 = 0.78697E+00
X5C2 = 0.15750E-02 X6C2 = 0.59509E-02 X7C2 = 0.10297E-01 X8C2 = 0.82554E-02
F1C2 = 0.22698E-02 F2C2 = 0.15576E-01 F3C2 = 0.10297E-01 F4C2 = 0.82554E-02
XXXX2= 0.10000E+01 XXLM2= 0.10258E+01 XLM2 = 0.87022E+00 YLM2 = 0.22603E-09

CA33 = 0.80656E-01 CA34 = 0.48789E-01 CB33 = 0.14006E+00 CB34 = 0.73049E+00
SA3  = 0.10000E+01
X1C3 = 0.25554E-01 X2C3 = 0.19093E-01 X3C3 = 0.14636E+00 X4C3 = 0.76983E+00
X5C3 =-0.12927E-01 X6C3 = 0.29661E-02 X7C3 = 0.45257E-02 X8C3 = 0.94576E-02
F1C3 =-0.12232E-01 F2C3 = 0.12592E-01 F3C3 = 0.12284E-01 F4C3 = 0.94576E-02
XXXX3= 0.10000E+01 XXLM3= 0.10486E+01 XLM3 = 0.86926E+00 YLM3 = 0.18082E-08

CA44 = 0.10000E+01 CB44 = 0.00000E+00 SA4  = 0.10000E+01
X1C4 = 0.25002E-01 X2C4 = 0.18282E-01 X3C4 = 0.13952E+00 X4C4 = 0.76983E+00
X5C4 = 0.18926E-01 X6C4 = 0.13398E-01 X7C4 = 0.84954E-02 X8C4 = 0.65463E-02
F1C4 = 0.19621E-01 F2C4 = 0.23024E-01 F3C4 = 0.16254E-01 F4C4 = 0.22072E-01
XXXX4= 0.10000E+01 XXLM4= 0.10039E+01 XLM4 = 0.87965E+00 YLM4 =-0.20523E-08
C11  = 0.52892E-03 R11  = 0.27016E-02 V11  = 0.43470E-08 C12  = 0.38478E-02
R12  = 0.53333E-04 V12  = 0.34863E-08 C13  = 0.40919E-01 R13  = 0.28273E-02
V13  = 0.31504E-08 C14  = 0.21349E+00 R14  = 0.73563E+00 V14  = 0.23657E-07
E11  = 0.10000E+01 C22  = 0.32272E-02 R22  = 0.56103E-04 V22  = 0.37558E-14
C23  = 0.55253E-01 R23  = 0.24749E-02 V23  = 0.74671E-14 C24  = 0.28821E+00
R24  = 0.65078E+00 V24  = 0.66386E-10 E22  = 0.10000E+01 C33  = 0.40248E-01
R33  = 0.28735E-02 V33  = 0.44857E-18 C34  = 0.20991E+00 R34  = 0.74697E+00
V34  = 0.27795E-10 E33  = 0.10000E+01 C44  = 0.00000E+00 R44  = 0.10000E+01
V44  = 0.23946E-10 E44  = 0.10000E+01 R    = 0.64000E+02 T    = 0.80000E+02

AC1  = 0.24349E-01 AC2  = 0.18156E-01 AC3  = 0.13985E+00 AC4  = 0.77092E+00
AR1  = 0.10280E-03 AR2  = 0.26386E-05 AR3  = 0.15372E-03 AR4  = 0.46468E-01
AV1  = 0.16542E-09 AV2  = 0.13267E-09 AV3  = 0.11989E-09 AV4  = 0.90126E-09
SCRV = 0.10000E+01 ALBEK= 0.10039E+01 XKIN = 0.10558E+01 SSIN = 0.10000E+01

R1C4 = 0.69474E-03 R2C4 = 0.96255E-02 R3C4 = 0.77587E-02 R4C4 = 0.15526E-01
```

8.2.2. DADOS DE SAÍDA PARA O CASO EXEMPLO 2

```
D1   = 0.17607E+01 D2   = 0.80339E+00 D3   = 0.47001E+00 D4   = 0.19923E+00
EA1  = 0.33928E-02 EA2  = 0.18935E-02 EA3  = 0.17635E-01 EA4  = 0.57172E-01
VF1  = 0.72250E-02 VF2  = 0.51635E-03 VF3  = 0.59613E-02 VF4  = 0.66730E-01
ES12 = 0.89651E-01 ES13 = 0.46418E-03 ES14 = 0.15529E-06 ES23 = 0.95330E-01
ES24 = 0.31330E-04 ES34 = 0.98090E-01 DR1  = 0.18109E+01 DR2  = 0.78453E+00
DR3  = 0.50770E+00 DR4  = 0.14915E+00 ERA1 = 0.31290E-03 ERA2 = 0.95302E-05
ERA3 = 0.57242E-03 ERA4 = 0.15539E-01 ERS12= 0.11270E+00 ERS13= 0.69381E-03
ERS14= 0.23278E-06 ERS23= 0.14163E+00 ERS24= 0.46992E-04 ERS34= 0.14601E+00
CH1  = 0.74415E+00 CH2  = 0.25565E+00 CH3  = 0.20000E-03 CHCH = 0.10000E+01
R    = 0.60000E+02 T    = 0.60000E+02

RA11 = 0.16305E-01 RA12 = 0.20030E+00 RA13 = 0.90551E-01 RA14 = 0.14068E+00
RB11 = 0.27069E-02 RB12 = 0.52107E-04 RB13 = 0.26939E-02 RB14 = 0.54671E+00
RG11 = 0.58060E-06 RG12 = 0.46531E-06 RG13 = 0.42027E-06 RG14 = 0.30852E-05
S1   = 0.10000E+01
RA22 = 0.18137E+00 RA23 = 0.22255E+00 RA24 = 0.20995E+00 RB22 = 0.55063E-04
RB23 = 0.23265E-02 RB24 = 0.38375E+00 RG22 = 0.16078E-10 RG23 = 0.31920E-10
RG24 = 0.33052E-07 S2   = 0.10000E+01
RA33 = 0.27998E+00 RA34 = 0.39462E+00 RB33 = 0.28118E-02 RB34 = 0.32259E+00
RG33 = 0.18112E-13 RG34 = 0.98249E-08 S3   = 0.10000E+01
RA44 = 0.81611E+00 RB44 = 0.18389E+00 RG44 = 0.24834E-08 S4   = 0.10000E+01

PA01 = 0.23975E-01 PA02 = 0.17858E-01 PA03 = 0.13640E+00 PA04 = 0.75175E+00
PS01 = 0.43000E-01 PS02 = 0.12257E-01 PS03 = 0.75560E-02 PS04 = 0.72123E-02
XXXXP= 0.10000E+01 XXLMP= 0.97945E+00 PXKM = 0.84594E+00 PFKM =-0.13083E-03

X1C0 = 0.24953E-01 X2C0 = 0.18446E-01 X3C0 = 0.14057E+00 X4C0 = 0.77355E+00
X5C0 = 0.82935E-02 X6C0 = 0.15673E-01 X7C0 = 0.99028E-02 X8C0 = 0.86162E-02
XXXX0= 0.10000E+01 XXLM0= 0.10086E+01 XLM0 = 0.84883E+00 YLM0 = 0.13450E-10

CA11 = 0.00000E+00 CA12 = 0.16208E+00 CA13 = 0.59416E-01 CA14 = 0.37090E-01
CB11 = 0.28839E-01 CB12 = 0.15675E-01 CB13 = 0.11180E+00 CB14 = 0.58509E+00
SA1  = 0.10000E+01
X1C1 = 0.24975E-01 X2C1 = 0.18458E-01 X3C1 = 0.14065E+00 X4C1 = 0.77401E+00
X5C1 = 0.75032E-02 X6C1 = 0.15801E-01 X7C1 = 0.99497E-02 X8C1 = 0.86455E-02
F1C1 = 0.82043E-02 F2C1 = 0.15801E-01 F3C1 = 0.99497E-02 F4C1 = 0.86455E-02
XXXX1= 0.10000E+01 XXLM1= 0.10092E+01 XLM1 = 0.84890E+00 YLM1 = 0.25512E-08

CA22 = 0.11004E+00 CA23 = 0.10241E+00 CA24 = 0.41418E-01 CB22 = 0.17312E-01
CB23 = 0.11733E+00 CB24 = 0.61149E+00 SA2  = 0.10000E+01
X1C2 = 0.25048E-01 X2C2 = 0.18745E-01 X3C2 = 0.14260E+00 X4C2 = 0.78413E+00
X5C2 = 0.17180E-02 X6C2 = 0.67865E-02 X7C2 = 0.11644E-01 X8C2 = 0.93309E-02
F1C2 = 0.24191E-02 F2C2 = 0.17622E-01 F3C2 = 0.11644E-01 F4C2 = 0.93309E-02
XXXX2= 0.10000E+01 XXLM2= 0.10219E+01 XLM2 = 0.84905E+00 YLM2 =-0.13651E-08

CA33 = 0.81685E-01 CA34 = 0.49671E-01 CB33 = 0.13990E+00 CB34 = 0.72874E+00
SA3  = 0.10000E+01
X1C3 = 0.25348E-01 X2C3 = 0.19123E-01 X3C3 = 0.14649E+00 X4C3 = 0.76498E+00
X5C3 =-0.14700E-01 X6C3 = 0.34512E-02 X7C3 = 0.51792E-02 X8C3 = 0.10712E-01
F1C3 =-0.13999E-01 F2C3 = 0.14287E-01 F3C3 = 0.13916E-01 F4C3 = 0.10712E-01
XXXX3= 0.10000E+01 XXLM3= 0.10476E+01 XLM3 = 0.84793E+00 YLM3 =-0.66348E-09
CA44 = 0.10000E+01 CB44 = 0.00000E+00 SA4  = 0.10000E+01
X1C4 = 0.24747E-01 X2C4 = 0.18209E-01 X3C4 = 0.13880E+00 X4C4 = 0.76498E+00
X5C4 = 0.21235E-01 X6C4 = 0.15118E-01 X7C4 = 0.95627E-02 X8C4 = 0.73525E-02
F1C4 = 0.21936E-01 F2C4 = 0.25954E-01 F3C4 = 0.18300E-01 F4C4 = 0.24843E-01
XXXX4= 0.10000E+01 XXLM4= 0.99745E+00 XLM4 = 0.86008E+00 YLM4 = 0.22177E-08
```

```
C11  = 0.47022E-03 R11  = 0.27069E-02 V11  = 0.58060E-06 C12  = 0.38021E-02
R12  = 0.53494E-04 V12  = 0.46531E-06 C13  = 0.40507E-01 R13  = 0.28382E-02
V13  = 0.42027E-06 C14  = 0.21111E+00 R14  = 0.73850E+00 V14  = 0.30891E-05
E11  = 0.10000E+01 C22  = 0.32037E-02 R22  = 0.56185E-04 V22  = 0.16405E-10
C23  = 0.54987E-01 R23  = 0.24818E-02 V23  = 0.32572E-10 C24  = 0.28648E+00
R24  = 0.65279E+00 V24  = 0.37390E-07 E22  = 0.10000E+01 C33  = 0.40087E-01
R33  = 0.28776E-02 V33  = 0.18536E-13 C34  = 0.20881E+00 R34  = 0.74823E+00
V34  = 0.15701E-07 E33  = 0.10000E+01 C44  = 0.00000E+00 R44  = 0.10000E+01
V44  = 0.13505E-07 E44  = 0.10000E+01 R    = 0.60000E+02 T    = 0.60000E+02

AC1  = 0.23995E-01 AC2  = 0.18061E-01 AC3  = 0.13911E+00 AC4  = 0.76591E+00
AR1  = 0.11640E-03 AR2  = 0.29890E-05 AR3  = 0.17421E-03 AR4  = 0.52623E-01
AV1  = 0.24966E-07 AV2  = 0.20009E-07 AV3  = 0.18072E-07 AV4  = 0.13349E-06
SCRV = 0.10000E+01 ALBEK= 0.99701E+00 XKIN = 0.10558E+01 SSIN = 0.10000E+01

R1C4 = 0.70111E-03 R2C4 = 0.10836E-01 R3C4 = 0.87372E-02 R4C4 = 0.17490E-01
```

8.3 ANEXO 3: ARQUIVOS DE ENTRADA DO CÓDIGO NUCLEAR CITATION

8.3.1 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 64 CM

```
CITATION Simulacao do Reator ESFÉRICO
001
  0  0  0  0 -1  1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0
  1  0  0  1  1  1  0  0  1  1  0  1  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
000100 10  2  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 60 30 60 30 60120
     15.E-01      5.E-01      1.E+10      0.E+00      1.E+00      1.E+00
003
  0  0  0  0  3  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0
      1.E-06      1.E-06      0.E+00      1.E-04      0.E+00      0.E+00
      0.E+00      0.E+00      1.E+00      1.E+00      1.E+00      0.E+00
004
 64   64.000
005
  1
008
  4  6  0
     1     1 0.17607E+01 0.33928E-02 0.72250E-02
             0.89651E-01 0.46418E-03 0.15529E-06
     1     2 0.80339E+00 0.18935E-02 0.51635E-03
                         0.95330E-01 0.31330E-04
     1     3 0.47001E+00 0.17635E-01 0.59613E-02
                                     0.98090E-01
     1     4 0.19923E+00 0.57172E-01 0.66730E-01


0.744150E+000.255650E+000.200000E-030.000000E+00
999
```

8.3.2 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 64 CM E REFLETOR DE 80 CM

```
CITATION Simulacao do Reator ESFÉRICO
001
  0  0  0  0 -1  1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0
  1  0  0  1  1  1  0  0  1  1  0  1  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
000100 10  2  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 60 30 60 30 60120
     15.E-01      5.E-01      1.E+10      0.E+00      1.E+00      1.E+00
003
  0  0  0  0  3  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0
      1.E-06      1.E-06      0.E+00      1.E-04      0.E+00      0.E+00
      0.E+00      0.E+00      1.E+00      1.E+00      1.E+00      0.E+00
004
 64   64.000 80   80.000
005
  1  2
008
  4  6  0
     1     1 0.17607E+01 0.33928E-02 0.72250E-02
             0.89651E-01 0.46418E-03 0.15529E-06
     1     2 0.80339E+00 0.18935E-02 0.51635E-03
                         0.95330E-01 0.31330E-04
     1     3 0.47001E+00 0.17635E-01 0.59613E-02
                                     0.98090E-01
     1     4 0.19923E+00 0.57172E-01 0.66730E-01

     2     1 0.18109E+01 0.31290E-03
             0.11270E+00 0.69381E-03 0.23278E-06
     2     2 0.78453E+00 0.95302E-05
                         0.14163E+00 0.46992E-04
     2     3 0.50770E+00 0.57242E-03
                                     0.14601E+00
     2     4 0.14915E+00 0.15539E-01


0.744150E+000.255650E+000.200000E-030.000000E+00
999
```

8.3.3 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 60 CM

```
CITATION Simulacao do Reator ESFÉRICO
001
  0  0  0  0 -1  1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0
  1  0  0  1  1  1  0  0  1  1  0  1  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
000100 10  2  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 60 30 60 30 60120
```

```
     15.E-01      5.E-01      1.E+10      0.E+00      1.E+00      1.E+00
003
  0  0  0  0  3  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0
      1.E-06      1.E-06      0.E+00      1.E-04      0.E+00      0.E+00
      0.E+00      0.E+00      1.E+00      1.E+00      1.E+00      0.E+00
004
 60   60.000
005
  1
008
  4  6  0
     1     1 0.17607E+01 0.33928E-02 0.72250E-02
             0.89651E-01 0.46418E-03 0.15529E-06
     1     2 0.80339E+00 0.18935E-02 0.51635E-03
                         0.95330E-01 0.31330E-04
     1     3 0.47001E+00 0.17635E-01 0.59613E-02
                                     0.98090E-01
     1     4 0.19923E+00 0.57172E-01 0.66730E-01


0.744150E+000.255650E+000.200000E-030.000000E+00
999
```

8.3.4 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 60 CM E REFLETOR DE 60 CM

```
CITATION Simulacao do Reator ESFÉRICO
001
  0  0  0  0 -1  1  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0
  1  0  0  1  1  1  0  0  1  1  0  1  0  1  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0
000100 10  2  3  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0  0 60 30 60 30 60120
     15.E-01      5.E-01      1.E+10      0.E+00      1.E+00      1.E+00
003
  0  0  0  0  3  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0  1  0  0  0  0  0  0
      1.E-06      1.E-06      0.E+00      1.E-04      0.E+00      0.E+00
      0.E+00      0.E+00      1.E+00      1.E+00      1.E+00      0.E+00
004
 64   64.000 60   60.000
005
  1  2
008
  4  6  0
     1     1 0.17607E+01 0.33928E-02 0.72250E-02
             0.89651E-01 0.46418E-03 0.15529E-06
     1     2 0.80339E+00 0.18935E-02 0.51635E-03
                         0.95330E-01 0.31330E-04
     1     3 0.47001E+00 0.17635E-01 0.59613E-02
                                     0.98090E-01
```

```
     1     4 0.19923E+00 0.57172E-01 0.66730E-01

     2     1 0.18109E+01 0.31290E-03
             0.11270E+00 0.69381E-03 0.23278E-06
     2     2 0.78453E+00 0.95302E-05
                         0.14163E+00 0.46992E-04
     2     3 0.50770E+00 0.57242E-03
                                     0.14601E+00
     2     4 0.14915E+00 0.15539E-01


0.744150E+000.255650E+000.200000E-030.000000E+00
999
```

8.4 ANEXO 4: ARQUIVOS DE SAÍDA DO CÓDIGO NUCLEAR CITATION

8.4.1 ESPESSURA DE REFLETOR 64 CM

```
K  0.9902927                          NEUTRON BALANCE FOR EACH ZONE
RIT LEAKAGE               ZONE NUMBER--1--
                            ABSORPTIONS
0.22551E-01                 0.26182E-01
0.18951E-01                 0.18078E-01
0.10921E-01                 0.13761E+00
0.91047E-02                 0.75660E+00
```

8.4.2 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 64 CM E REFLETOR DE 80 CM

```
K  0.9977326                          NEUTRON BALANCE FOR EACH ZONE
RIT LEAKAGE               ZONE NUMBER--1--                     ZONE NUMBER--2--
                            ABSORPTIONS                          ABSORPTIONS
1.80541E-10                 0.25652E-01                          0.10223E-03
1.46505E-10                 0.17788E-01                          0.38084E-05
1.33285E-10                 0.13591E+00                          0.25083E-03
1.01187E-09                 0.76450E+00                          0.55786E-01
```

8.4.3 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 60 CM

```
K  0.9820599                          NEUTRON BALANCE FOR EACH ZONE
RIT LEAKAGE               ZONE NUMBER--1--
                            ABSORPTIONS
0.25428E-01                 0.26077E-01
```

```
0.21339E-01                 0.17978E-01
0.12279E-01                 0.13663E+00
0.10221E-01                 0.75004E+00
```

8.4.4 ESPESSURA DO NÚCLEO DE 60 CM E REFLETOR DE 60 CM

```
K  0.9908853                        NEUTRON BALANCE FOR EACH ZONE
RIT LEAKAGE               ZONE NUMBER--1--                     ZONE NUMBER--2--
                            ABSORPTIONS                          ABSORPTIONS
0.26092E-07                 0.25476E-01                          0.11557E-03
0.21155E-07                 0.17648E-01                          0.43019E-05
0.19236E-07                 0.13472E+00                          0.28251E-03
0.14413E-06                 0.75923E+00                          0.62414E-01
```

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas