

Universidade Federal da Bahia
Escola Politécnica de Engenharia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Modelo de Histerese L^2P na Forma de Equação de Estado com Afinidade com a Entrada

Cláudio de Carvalho Aguiar

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica da Universidade Federal da Bahia como requisito para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Conhecimento: Processamento Digital de Sinais

Orientadores:

Fabiano Fragoso Costa
Luiz Alberto Luz de Almeida

—

Banca Examinadora:

Niraldo Roberto Ferreira
Antônio Marcus Nogueira Lima

Salvador, Bahia, Brasil

©Cláudio de Carvalho Aguiar, Setembro de 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*À minha grande incentivadora: minha mãe, Dona Alba de
Carvalho Aguiar*

As convicções são cárceres
Friedrich Nietzsche

AGRADECIMENTOS

- À minha querida mãe Alba, pelo amor, confiança e amparo incondicionais.
- À minha namorada Loriene, pelo carinho e compreensão.
- Ao professor Luiz Alberto de Almeida, pela orientação exercida com zelo e empenho, e por contagiar-me com seu entusiasmo pela pesquisa.
- Ao professor Fabiano Costa, pela dedicada orientação.
- Ao membro da banca, professor convidado da UFCG, Antônio Marcus Nogueira Lima, pela revisão detalhada e valiosa contribuição.
- Ao membro da banca, professor Nivaldo Roberto Ferreira, pela valiosa contribuição.
- Aos colegas de pesquisa Ricardo Aguzzoli Travi e Gilson Moura Silva Neto, pela fundamental colaboração.
- À Ford Motor Company do Brasil Ltda., em especial à Marco Mazzillo e Cláudio Moles, pelo incentivo e apoio.
- À UFBA e seus dedicados professores, pela oportunidade da realização deste curso de Mestrado.

RESUMO

A aplicação de técnicas de controle não-linear em tarefas de controle de alta precisão contendo sensores ou atuadores com histerese requer que o modelo de histerese empregado assuma uma representação matemática conveniente, em geral expressa por equações de estado assumindo certas formas especiais. Em particular, para a aplicação da técnica de linearização por realimentação, o sistema não linear deve ser descrito na forma de afinidade com a entrada. No entanto, os modelos de histerese relevantes presentes na literatura não se prestam à representação por equações de estado por possuírem uma estrutura de memória interna discreta que só pode ser descrita por meio de algoritmos lógicos. A fim de possibilitar a aplicação da técnica linearização por realimentação, este artigo apresenta o modelo de histerese L^2P -IAF, o qual é obtido do modelo L^2P pela substituição da estrutura de memória discreta por uma memória dinâmica, permitindo assim a sua representação por equações de estado na forma de afinidade com a entrada. Simulações são apresentadas e as propriedades do modelo são investigadas.

ABSTRACT

The application of non-linear control techniques in high precision control tasks containing sensors or actuators with hysteresis will require that the hysteresis model employed have a convenient mathematical representation, in general expressed as space-state equations taking some especial forms. In particular, the application of the feedback linearization technique will require the non-linear system to be described in the input-affine form. However, the relevant hysteresis models present in the current literature will not take the state-space representation due to the discrete internal memory structure that they possess, which will be described only by means of logical algorithms. In order to allow the application of feedback linearization, this paper presents the L^2P -IAF hysteresis model, which is obtained from the L^2P model by replacing the discrete memory structure by a dynamical memory, so allowing its representation as state-space equations in the input-affine form. Simulations are presented and model properties are investigated.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	x
Lista de Tabelas	xiii
Lista de Símbolos	xiv
Glossário	xvii
Capítulo 1– Introdução	1
1.1 Motivação	3
1.2 Objetivos do trabalho	5
1.3 Organização do trabalho	5
Capítulo 2– Revisão Bibliográfica	7
2.1 Conceitos Fundamentais	7
2.1.1 Sistemas de Tempo Contínuo	7
2.1.2 Sistemas Lineares e Não-Lineares	8
2.1.3 Sistema Dinâmico e Estático	8
2.2 Conceituação de Histerese	9
2.2.1 Terminologia do Fenômeno de Histerese	9
2.2.2 Propriedades Gerais da Histerese	11
2.2.3 Memória Local e Não-Local	13
2.3 Classificações para Modelos de Histerese	15

2.4	Modelos de Histerese	17
2.4.1	Modelo de Preisach	17
2.4.2	Modelo de Jiles-Atherton para Materiais Ferromagnéticos	24
2.4.3	Modelo de Proximidade ao Laço Principal - L ² P	26
2.4.3.1	Procedimento de Estimção de Parâmetros	29
2.4.4	Comparação entre os Modelos: L ² P, Jiles e Preisach	30
2.5	Controle de Sistemas Não-Lineares	32
2.5.1	Representação de Sistemas Não-Lineares	32
2.5.2	Conceitos Básicos de Controle	33
2.5.3	Tentativa e Erro	36
2.5.4	Linearização por realimentação	36
2.5.5	Controle em modo deslizante	40
2.5.6	Controle adaptativo referenciado por modelo	41
Capítulo 3– Modelo L²P-IAF		44
3.1	Introdução	44
3.2	Detecção dos Instantes de Reversão	49
3.2.1	Definição de Instante de Reversão e Ponto de Reversão	50
3.2.2	Bloco DIR	50
3.2.3	Bloco DIR Com Entradas $x_2(t)$, $x_3(t)$ e $\tilde{\xi}(t)$	53
3.2.4	Bloco DACIR	56
3.2.5	Bloco Memória Dinâmica	59
3.2.6	Bloco Derivador Dinâmico	60
3.3	Modelo L ² P-IAF	63
3.4	Procedimento de Identificação de Parâmetros	65
3.4.1	Parâmetros do Bloco Derivador Dinâmico.	65
3.4.2	Parâmetros do Bloco Memória Dinâmica	71
3.4.3	Parâmetros α_0 , β_0 e γ_0	73

3.5	Complexidade Computacional	76
3.6	Potencial Aplicação de Linearização por Realimentação	77
3.7	Metodologia de Análise	77
Capítulo 4– Resultados e Discussões		78
4.1	Introdução	78
4.2	Efeito da frequência de canto	78
4.3	Efeito do Fator de Amortecimento	78
4.4	Efeito das Constantes de Tempo	81
4.5	Efeito dos Parâmetros α_0 , β_0 e γ_0	84
Capítulo 5– Conclusões e Trabalhos Futuros		91
5.1	Trabalhos Futuros	92
Referências Bibliográficas		94

LISTA DE FIGURAS

2.1	Representação gráfica de um sistema de tempo contínuo.	8
2.2	Um não-linearidade multi-ramal de histerese.	10
2.3	Laço principal de histerese.	11
2.4	Curva de reversão decrescente de primeira ordem.	12
2.5	Laços menores.	13
2.6	Laços menores aninhados.	14
2.7	Ilustração das propriedades da histerese magnética, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$	15
2.8	Ilustração do conceito de memória não-local, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$	15
2.9	Operador tipo relé elementar.	18
2.10	Diagrama em blocos do modelo de Preisach.	19
2.11	Triângulo de Preisach.	20
2.12	Interpretação geométrica do modelo de Preisach.	21
2.13	Descrição da propriedade de congruência no modelo de Preisach, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$	22
2.14	Representação esquemática da histerese na característica $M \times H$. Esta construção geométrica de uma trajetória após a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal, que é formado pela combinação das curvas limite $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$	27
2.15	Linearização entrada-estado.	37
2.16	Representação de um controlador adaptativo referenciado por modelo.	43
3.1	Representação em diagrama de blocos do modelo L^2P	46
3.2	Modificação do modelo L^2P com adição dos blocos A/R e DIR.	47

3.3	Modificação do modelo da Figura 3.2, com a introdução dos blocos DD e MD.	48
3.4	Modelo L ² P-IAF.	49
3.5	Ilustração do conceito de instante de reversão.	51
3.6	Bloco DIR: (a) aplicado ao modelo da Figura 3.2; (b) aplicado ao modelo da Figura 3.3.	51
3.7	Esboço do comportamento dos sinais x_3 , $\tilde{\rho}$, $\tilde{\xi}$ e $\tilde{\Phi}$, no funcionamento do bloco DIR no contexto de sua aplicação ao modelo da Figura 3.3.	55
3.8	Bloco de DACIR usado no modelo L ² P-IAF.	56
3.9	Relação entre $\text{sgn}(\varphi)$ e $\tanh(k\varphi)$, para $k = 1$ e $k = 3$	57
3.10	Esboço do comportamento dos sinais x_3 , ρ^* , ξ^* e Φ^* , no funcionamento do bloco DACIR.	58
3.11	Bloco Memória Dinâmica.	59
3.12	Bloco Derivador Dinâmico.	60
3.13	Efeito da constante de amortecimento ζ na resposta em frequência $H_1(\mathbf{s})$ do bloco Derivador Dinâmico ($\omega_n = 10^4$ rad/seg).	62
3.14	Efeito da constante de amortecimento ζ na resposta em frequência $H_2(\mathbf{s})$ do bloco Derivador Dinâmico.	63
3.15	Efeito da variação de ζ na resposta à rampa do sinal $x_1(t)$ do bloco Derivador Dinâmico.	66
3.16	Excitação $u(t)$ e resposta $x_1(t)$ correspondente, no caso sub-amortecido ($\zeta = 0.1$).	67
3.17	Efeito da variação de ζ na diferença de amplitude ΔA e atraso de fase $\Delta\theta$	68
3.18	Efeito da variação de ω/ω_n na diferença de amplitude ΔA e atraso de fase $\Delta\theta$, para $\zeta = 1$	69
3.19	Efeito isolado de ΔA em uma curva de histerese arbitrária.	70
3.20	Efeito isolado de $\Delta\theta$ em uma curva de histerese arbitrária.	71
3.21	Sinal $u(t)$ triangular.	71
3.22	Amplitude de pico normalizada do sinal $u_c(t)$ em função da frequência de corte ω_c	72
4.1	Efeito da variação de ω_n na resposta do modelo proposto para $u(t) = \text{sen}(100t)$. Parâmetros do modelo proposto: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 0.8$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.	79

- 4.2 Efeito do fator de amortecimento ζ no comportamento do sinal $x_3(t)$: (a) $\zeta = 1$, detecção correta; (b) $\zeta = 0.1$, falha na detecção (indicadas pelas setas). 80
- 4.3 Efeito do fator de amortecimento ζ na resposta $x_1(t)$ do bloco Derivador Dinâmico para a excitação $u(t)$ definida na Figura 4.2. 81
- 4.4 Efeito do fator de amortecimento ζ na curva de histerese. Parâmetros do modelo proposto: $U_c = 0.5$, $U_0 = 0.1$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 1$, $\omega_n = 10^4$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais. 82
- 4.5 Efeito da constante de tempo τ_0 na resposta do bloco Memória Dinâmica. 83
- 4.6 Efeito da constante de tempo τ_0 na curva de histerese. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais. 84
- 4.7 Efeito da constante de tempo τ_∞ na resposta do bloco Memória Dinâmica. 85
- 4.8 Efeito da constante de tempo τ_∞ na curva de histerese para $u(t)$ de grande amplitude. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais. 86
- 4.9 Efeito da constante de tempo τ_∞ na curva de histerese para $u(t)$ de pequena amplitude. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais. 86
- 4.10 Efeito dos parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 , corretamente dimensionados, nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$ 87
- 4.11 Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro γ_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 1$ 88
- 4.12 Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro α_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 10^4$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$ 89
- 4.13 Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro β_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 10$ e $\gamma_0 = 4$ 90

LISTA DE TABELAS

3.1	Comportamento dos sinais $\rho(t)$, $\Omega(t)$, $\Phi(t)$ e $u_r(t)$ para as possíveis transições de $\xi(t)$	52
-----	--	----

]

LISTA DE SÍMBOLOS

$\text{abs}(\cdot)$	função valor absoluto ou módulo
A_ρ	semiplano definido como a região na qual $\rho^- < \rho^+$
A_ρ^T	triângulo de Preisach
A_ρ^{T-}	região no triângulo de Preisach para qual $\gamma_\rho[\cdot] = -1$
A_ρ^{T+}	região no triângulo de Preisach para qual $\gamma_\rho[\cdot] = +1$
f, g, h	uma função escalar qualquer
$\mathbf{f}, \mathbf{g}, \mathbf{h}$	uma função vetorial qualquer
$F_L(H)$	descreve o laço limite da histerese magnética
H	campo magnético
H_c	campo coercivo
H_L	campo magnético no laço limite de histerese
H_p	campo de proximidade
H_{pr}	campo de proximidade no ponto de reversão
$\mathcal{H}[\cdot]$	modelo ou operador de histerese
$H - M$	plano de fase da histerese magnética
(H_0, M_0)	ponto de interesse no plano de fase $H - M$
(H_r, M_r)	ponto de reversão da trajetória da histerese magnética
i, j, k	índices quaisquer
$\mathcal{J}[\cdot]$	operador de Jiles
$L(t)$	interface que divide as regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+}
m, n, p	inteiros positivos quaisquer
$\max(\cdot)$	função máximo
M	magnetização
M_{irr}	componente irreversível de magnetização
M_{rev}	componente reversível magnetização
M_s	magnetização de saturação
$P(\cdot)$	função de proximidade
$\mathcal{P}[\cdot]$	operador de Preisach
r	grau relativo de um sistema

s	seqüência discreta de memória
$\text{sgn}(\cdot)$	função sinal
s_l	variável que exhibe sempre o extremo mais recente da seqüência s
s	variável de Laplace
t	tempo
t_0	instante de tempo de interesse
T_0	período fundamental
u	sinal de entrada ou excitação de um sistema
u	vetor de entradas de um sistema
u_i^{\min}	elemento de mínimo na posição i da seqüência s
u_j^{\max}	elemento de máximo na posição j da seqüência s
u_r	valor da excitação no ponto de reversão
$u - y$	plano de fase da histerese
(u_0, y_0)	ponto de interesse no plano de fase $u - y$
(u_r, y_r)	ponto de reversão da trajetória da histerese
U	transformada de Fourier de u
U_c	campo coercivo generalizado
U_p	campo de proximidade generalizado
U_{pr}	campo de proximidade generalizado no ponto de reversão
x	estado de um sistema
x	vetor de estados
X	transformada de Fourier de x
y	sinal de saída ou resposta de um sistema
y	vetor de saídas de um sistema
y_r	último ponto de reversão da resposta da histerese
y_{sat}^-	valor de saturação inferior da resposta da histerese no modelo de Preisach
y_{sat}^+	valor de saturação superior da resposta da histerese no modelo de Preisach
Y_s	resposta de saturação
$\gamma_\rho[\cdot]$	operador elementar de Preisach
δ	sinal de $\frac{dH}{dt}$
ε	constante real positiva
ζ	fator de amortecimento
$\mu(\rho)$	função de distribuição de Preisach
ξ	sinal de $\frac{du}{dt}$
$\rho = (\alpha, \beta)$	sistema de coordenadas do modelo de Preisach

ρ^-	limiar inferior de transição do operador elementar de Preisach
ρ^+	limiar superior de transição do operador elementar de Preisach
ρ_{sat}^-	valor de saturação inferior do operador elementar de Preisach
ρ_{sat}^+	valor de saturação superior do operador elementar de Preisach
τ_0	constante de tempo de amostragem
τ_∞	constante de tempo de retenção
ω	freqüência angular (rad/seg)
ω_n	freqüência de canto
ω_0	freqüência angular fundamental
Ω	região no espaço de estados

GLOSSÁRIO

- DD - Derivador Dinâmico
- DDPR - Detecção Dinâmica dos Pontos de Reversão
- L²P - Limiting Loop Proximity - Proximidade ao Laço Principal
- LQR - Linear Quadratic Regulator - Regulador Quadrático Linear
- LTI - Linear Time-Invariant - Linear Invariante no Tempo
- MD - Memória Dinâmica
- PID - Proporcional-Integral-Derivativo
- SISO - Single Input, Single Output - Única Entrada, Única Saída

INTRODUÇÃO

O fenômeno de histerese é encontrado em uma grande variedade de sistemas físicos. Exemplos incluem histerese magnética, histerese dielétrica, histerese mecânica, histerese óptica e assim por diante. Isso justifica o desenvolvimento de modelos gerais de histerese que se aplicam à descrição de histerese de diferentes naturezas físicas (MAYERGOYZ, 1988b).

O desenvolvimento da indústria de semicondutores e de manufatura de precisão vêm exigindo cada vez mais o uso de atuadores e sensores de precisão micrométrica ou mesmo nanométrica. Dentre os materiais usados nestas aplicações, se encontram os materiais ferromagnéticos e os materiais conhecidos como *materiais inteligentes* (smart materials), os quais incluem cerâmicas piezoelétricas e materiais magnetostrivos.

Os materiais ferromagnéticos são caracterizados por responderem à aplicação de um campo magnético H com uma densidade de fluxo magnético B muito superior àquela que resultaria no espaço livre. À esta classe de materiais pertencem o ferro, o níquel e o cobalto. A elevação em B pode ser explicada, de maneira simplificada, pela existência de correntes de magnetização no material, as quais podem ser representadas por pequenas espiras de corrente no material que se orientam como dipolos magnéticos de maneira a criar um campo de magnetização M que reforça o campo H aplicado. Contudo a relação entre M e H não é linear, mas sim caracterizada pela histerese, a qual dá origem aos fenômenos de saturação e magnetismo residual.

O emprego de materiais ferromagnéticos tem sido apontado como uma alternativa viável para o desenvolvimento de atuadores de alta performance, capazes de prover controle de posição ultra-precisos (KUO; SHAN; MENQ, 2003), (KUO; MENQ, 2005). Atuadores baseados em suspensão magnética empregando materiais ferromagnéticos moles estão sendo investigados para uso em máquinas e ferramentas que demandam respostas de alta fidelidade em regime de micro

e nanotecnologia, requerendo precisão de posicionamento da ordem de 1-10nm em trajetos de 10mm, em múltiplos graus de liberdade. Um problema chave nessas aplicações é a presença de histerese, a qual causa imprecisão no controle de trajetórias em alta frequência e grandes amplitudes, e a distorção de performance é significativa no contexto de aplicações de posicionamento de precisão nanométrica (MITTAL; MENQ, 2000).

Piezeletricidade é a propriedade exibida por certos materiais ferroelétricos (notavelmente cristais e cerâmicas) de gerar uma carga elétrica em resposta ao estresse mecânico aplicado, induzindo uma diferença de potencial elétrico nos terminais do material. O efeito piezelétrico é reversível no sentido em que os materiais que exibem o efeito piezelétrico direto (a produção de eletricidade quando a tensão mecânica é aplicada), também exibem o efeito piezelétrico recíproco (a produção de tensão mecânica quando um campo elétrico é aplicado). A aplicação de materiais piezelétricos em atuadores se deve ao fato do material sofrer deformações da ordem de micrômetros ou nanômetros quando submetidos a tensões elétricas relativamente altas. Por isso esses materiais são utilizados em aplicações que requerem o posicionamento de objetos com extrema precisão.

As cerâmicas piezoelétricas são empregadas como atuadores em aplicações de posicionamento de precisão, como microscópio de tunelamento eletrônico, alinhamento de fibra óptica, máquinas de alta precisão e posicionamento de cabeçote em discos rígidos, devido a seu posicionamento com resolução nanométrica, resposta em frequência de até muitos kilohertz, e força gerada de até poucas toneladas. Uma das principais limitações no emprego de atuadores piezo-cerâmicos, contudo, é o seu erro de posicionamento devido à histerese, o qual pode levar a uma precisão insuficiente, oscilações ou instabilidade em aplicações com controle em malha fechada. O máximo erro devido à histerese pode ser de até 10-15% da excursão total se o atuador é usado em malha aberta (GE; JOUANEH, 1996), (ABIDI; SABANOVIC, 2007).

Magnetostricção é o fenômeno de forte acoplamento entre as propriedades magnéticas e mecânicas de certos materiais ferromagnéticos, como o Terfenol-D: tensão mecânica é gerada em resposta à aplicação de um campo magnético, e reciprocamente, tensão mecânica no material produz um campo magnético mensurável. Materiais magnetostritivos oferecem capacidade de

atuação como sensores e atuadores, atuando em uma ampla faixa de frequência de excitação e são capazes de gerar grandes forças. Aplicações destes materiais incluem ferramentas de corte de precisão da ordem de 1-2 micrômetros e sensores de torque em sistemas de direção (NEALIS; SMITH, 2007).

1.1 MOTIVAÇÃO

Para projetar controladores capazes de atingir o nível de precisão nanométrica requerida por essas aplicações, é necessário levar em conta o comportamento não-linear da histerese no modelo matemático desses materiais.

Para lidar com esses modelos não-lineares, uma técnica adequada de controle deve ser usada. As principais opções disponíveis incluem, entre outras, as técnicas de *linearização por realimentação*, as técnicas de *controle robusto*, onde se inclui a técnica de *controle por modo deslizante*, e as técnicas de *controle adaptativo*, a exemplo da técnica de *controle adaptativo referenciado por modelo*.

As técnicas comumente empregadas no projeto e análise de sistemas de controle para sistemas não lineares são baseadas numa determinada representação matemática do sistema não-linear. Comumente, é exigido que o sistema seja descrito por equações diferenciais não-lineares dispostas sob a forma de equações de estado, assumindo certas formas especiais. Em particular, o desenvolvimento da teoria de linearização por realimentação é baseada em uma representação denominada *forma de afinidade com entrada* (HANGOS; BOKOR; SZEDERKENYI, 2004), (SLOTINI; LI, 1991), dada por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u(t) \\ y(t) &= h(\mathbf{x}).\end{aligned}$$

Os modelos de histerese presentes na literatura, no entanto, nem sempre se prestam à representação por equações de estado, dificultando a aplicação de técnicas de controle não-linear no projeto de controladores. Isto se deve ao fato de alguns modelos de histerese possuírem uma estrutura de memória discreta que só pode ser representada por algoritmos, impedindo, assim, a descrição completa do modelo por meio de equação de estado. Este é o caso dos modelos de

histerese de *Preisach* e do modelo L^2P .

No modelo de Preisach, a estrutura discreta de memória pode ser definida como (ALMEIDA, 2003a)

$$\mathbf{s} = (u_0^{\max}, u_1^{\max}, \dots, u_j^{\max}, u_i^{\min}, \dots, u_1^{\min}, u_0^{\min}), \quad (1.1)$$

sendo u_i^{\min} e u_j^{\max} criados quando $\xi = \text{sgn}(\dot{u})$ muda de sinal, e removidos quando ocorre uma *remoção de Madelung*. A seqüência \mathbf{s} muda conforme vão surgindo extremos na entrada $u(t)$.

No modelo L^2P , a seqüência de memória é reduzida simplesmente ao último ponto de reversão (u_r, y_r) .

Outras representações de histerese encontradas na literatura não possuem tais estruturas de memória. Um exemplo é o modelo de *Jiles-Atherton* (JILES; ATHERTON, 1983). Entretanto, de maneira geral, esses modelos não são capazes de descrever, com precisão, trajetórias complexas no plano de fase da histerese. Isto acontece porque esses modelos não possuem a característica chamada *memória não-local* que é inerente à histerese, a qual se manifesta, de maneira idealizada, na *propriedade de remoção*, e na *propriedade de fechamento* dos laços menores.

Desta forma, para satisfazer à crescente exigência por precisão nas aplicações de atuadores e sensores baseados em materiais que exibem histerese, é necessário usar modelos matemáticos precisos que permitam a descrição de trajetórias complexas no plano de fase da histerese, e, além disso, cuja representação matemática seja adequada à aplicação das principais técnicas de controle disponíveis para sistemas não-lineares.

A presente literatura sobre a histerese, apesar do êxito em prover modelos precisos de histerese, falha em permitir a aplicação das sofisticadas ferramentas de controle não-linear existentes, devido ao fato de que esses modelos são representados usualmente sob a forma híbrida de equações diferenciais ou integrais contendo um ou mais estruturas internas descritas por algoritmos lógicos.

Esse contexto sugere o desenvolvimento de novos modelos de histerese que possuam a característica de memória não-local e cuja representação matemática seja feita por equações de estado nas formas especiais adequadas para a aplicação das técnicas de controle não-linear

relevantes.

1.2 OBJETIVOS DO TRABALHO

Esta Dissertação propõe um novo modelo de histerese, denominado *Modelo de Proximidade ao Laço Principal na Forma de Afinidade com a Entrada* (L²P-IAF). Esse modelo é baseado no *Modelo de Proximidade ao Laço Principal* (L²P) proposto em Almeida (2003b). A principal característica do modelo proposto é possuir uma representação por equações de estado não-linear na forma de afinidade com a entrada, o que permite a potencial aplicação de técnicas de controle não-linear, em particular a técnica denominada *linearização por realimentação*.

O modelo proposto é obtido a partir do modelo L²P pela aproximação de sua estrutura de memória discreta por um sistema dinâmico, baseado em filtros de primeira ordem, o qual pode ser descrito por equações de estado. A forma de afinidade com a entrada é obtida pelo uso de um filtro de segunda ordem que implementa um derivador limitado em frequência, evitando a presença explícita da derivada da excitação na equação diferencial do modelo, e também evitando que a excitação e sua derivada apareçam como argumento da função de histerese.

As propriedades e limitações do modelo proposto são estudadas através de simulação computacional usando o *software* MATLAB[®] e Simulink[®].

1.3 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Para alcançar o objetivo proposto acima, organizou-se este trabalho de acordo com os seguintes capítulos:

- No capítulo 2 é realizada uma revisão bibliográfica sobre modelos de histerese, teoria de controle de sistemas não-lineares e aplicações de controle de sistemas com histerese.
- No capítulo 3 é descrita a implementação do modelo proposto e é apresentada a metodologia para análise do modelo proposto.

- No capítulo 4 é apresentado o resultado de simulações computacionais e é discutido as propriedades e limitações do modelo.
- No capítulo 5 são apresentadas as conclusões do trabalho e propostas para futuros trabalhos.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O objetivo deste capítulo é contextualizar o presente trabalho na literatura científica sobre a histerese. Para melhor clareza, o capítulo inicia revisando conceitos fundamentais que serão abordados, e segue conceituando o fenômeno de histerese e apresentando a terminologia usada na descrição da histerese. Na seqüência, são apresentados os principais modelos de histerese existentes, e é feito um resumo de algumas das principais técnicas de controle não-linear disponíveis.

2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Esta seção apresenta conceitos básicos que serão usados nas seções subseqüentes.

2.1.1 Sistemas de Tempo Contínuo

Um sistema pode ser visto como qualquer processo que resulta na transformação de sinais. Desta maneira, um sistema possui um sinal de entrada e um sinal de saída que está relacionado com o sinal de entrada através da transformação do sistema (OPPENHEIM, 1996).

Um sistema de tempo contínuo é um sistema no qual sinais de entrada de tempo contínuo são transformados em sinais de saída de tempo contínuo. Este sistema está representado na Figura 2.1, na qual $u(t)$ é a entrada e $y(t)$ é a saída. Alternativamente, apresentamos a relação entre entrada e saída para um sistema de tempo contínuo pela notação dada por

$$u(t) \longrightarrow y(t). \quad (2.1)$$

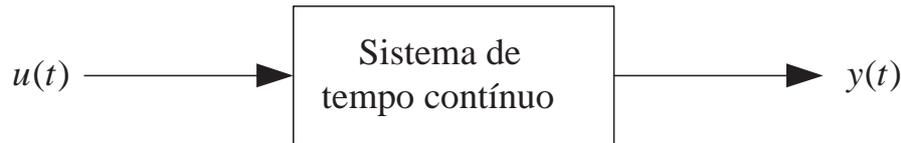


Figura 2.1. Representação gráfica de um sistema de tempo contínuo.

2.1.2 Sistemas Lineares e Não-Lineares

Um sistema é dito *linear* se a resposta produzida para a aplicação simultânea de duas funções de excitação diferentes é a soma das respostas individuais do sistema para cada excitação aplicada separadamente (princípio da superposição). Matematicamente, seja $y_1(t)$ a resposta de um sistema de tempo contínuo à entrada $u_1(t)$, e seja $y_2(t)$ a resposta para a entrada $u_2(t)$. Então o sistema é linear se

1. A resposta para $u_1(t) + u_2(t)$ é $y_1(t) + y_2(t)$ (propriedade da aditividade);
2. A resposta para $au_1(t)$ é $ay_1(t)$ para qualquer constante a complexa (propriedade do escalonamento).

As duas propriedades podem ser combinadas em uma única sentença descrita por

$$au_1(t) + bu_2(t) \longrightarrow ay_1(t) + by_2(t). \quad (2.2)$$

O sistema é dito *não-linear* se o princípio da superposição não for atendido.

2.1.3 Sistema Dinâmico e Estático

Um sistema é dito *estático* se o valor de sua saída em qualquer instante de tempo depende apenas da sua entrada naquele mesmo instante.

Um sistema é dito *dinâmico* se o valor de sua saída em um dado instante depende não somente de sua entrada naquele mesmo instante, como também de valores passados da entrada.

2.2 CONCEITUAÇÃO DE HISTERESE

Histerese é uma não linearidade na relação entre a entrada, ou excitação, u , e a saída, ou resposta, y de um sistema, na qual a saída do sistema depende não somente do valor instantâneo da entrada, como também do histórico desta entrada (TZEN; JENG; CHIENG, 2002).

Mayergoyz (1988b) define histerese como um transdutor caracterizado por uma entrada $u(t)$ e saída $y(t)$. Este transdutor é chamado transdutor histerese se a relação entre entrada e saída for uma não-linearidade multi-ramal (*multi-branch*) para a qual transições de ramal para ramal ocorrem após um extremo da entrada (ver Figura 2.2). Por extremo de entrada se entende o ponto no diagrama $u - y$ que corresponde ao instante em que $\frac{du}{dt}$ muda de sinal. Este ponto é também denominado ponto de reversão.

Assim, de um ponto de vista puramente matemático, a histerese escalar é uma não-linearidade com memória que se revela através de ramificação. Para qualquer ponto possível no diagrama $u - y$ existe uma infinidade de curvas que podem representar o comportamento futuro do transdutor. Cada uma dessas curvas depende de uma história passada particular, ou seja, de uma seqüência particular de valores extremos de entrada. É desta maneira que a memória, representada pelo histórico de extremos da entrada, se revela através da ramificação.

2.2.1 Terminologia do Fenômeno de Histerese

A não linearidade ou característica mais conhecida da histerese é o laço principal. No caso da histerese magnética, para obtenção do laço principal, o valor da excitação H (campo magnético) parte de um valor negativo grande o suficiente para saturar o material na região negativa. O campo H é então elevado até que a resposta M (magnetização) atinja a saturação na região positiva, e então é decrescido até que se atinja novamente a saturação negativa (Figura 2.3). A região de saturação é uma característica específica da histerese magnética. De forma geral, para obtenção do laço principal, o valor da excitação u deve ser excursionado entre as duas partes reversíveis da curva de histerese. A região da curva de histerese considerada como reversível é

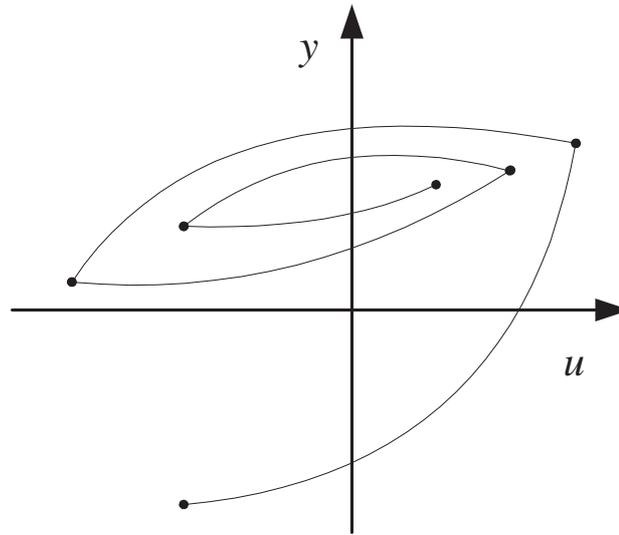


Figura 2.2. Um não-linearidade multi-ramal de histerese.

aquela na qual, para um determinado valor de excitação, só há um único valor de resposta. No caso da histerese magnética, a região reversível corresponde à região de saturação.

A parte do laço principal para a qual $\frac{dy}{dt} < 0$ é chamada curva decrescente principal. Inversamente, a parte do laço principal para a qual $\frac{dy}{dt} > 0$ é chamada de curva crescente principal.

Se em algum ponto das curvas crescente ou decrescente principais, fora da região reversível, o sinal de $\frac{du}{dt}$ muda, a trajetória resultante no plano $u - y$ será interior ao laço principal. Este ponto é chamado de *ponto de reversão* e a trajetória que emana do mesmo é chamada de *curva de reversão de primeira ordem* (Figura 2.4).

Se, em algum ponto da curva de reversão de primeira ordem, ocorrer uma outra reversão, a trajetória resultante é chamada de *curva de reversão de segunda ordem*, e assim por diante.

A trajetória fechada, resultante de duas curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laço menor*. Um laço menor que se origina a partir do laço principal é chamado de *laço menor de primeira ordem*. Um laço menor originado de um laço menor de primeira ordem é chamado *laço menor de segunda ordem*, e assim por diante (Figura 2.5).

Na prática, os laços menores verificados experimentalmente não formam trajetórias comple-

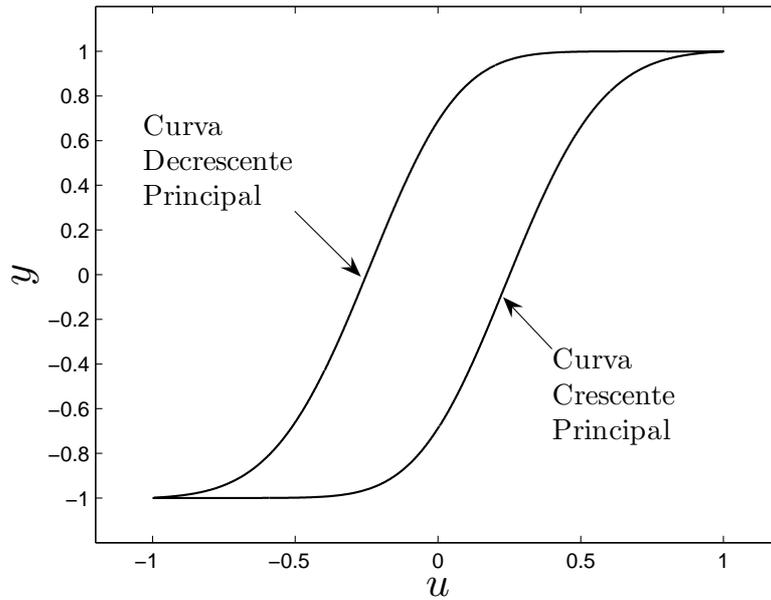


Figura 2.3. Laço principal de histerese.

tamente fechadas, mesmo quando sujeitos a uma excitação com valores compreendidos entre mesmos extremos. Isto acontece devido a um fenômeno de estabilização denominado *acomodação* (TORRE, 1999a).

A seqüência de trajetórias abertas, formadas por curvas de reversão consecutivas, é chamada de *laços menores aninhados* (Figura 2.6).

2.2.2 Propriedades Gerais da Histerese

Num transdutor que exhibe histerese magnética, a resposta y à excitação u pode assumir qualquer valor (u_0, y_0) em $t = t_0$ na região do plano $u - y$ delimitada pelo laço principal. O conhecimento apenas da entrada u no instante $t \geq t_0$ nem sempre é suficiente para, através de um operador matemático \mathcal{H} , prever precisamente a saída y em algum instante $t \geq t_0$. É necessário, de alguma forma, incorporar no operador \mathcal{H} o efeito de estados relevantes (u, y) para valores passados de $t < t_0$.

De maneira geral, para se prever $y(t)$ para $t \geq t_0$ não é necessário se conhecer todos os valores de $u(t)$ para $t < t_0$, mas apenas alguns valores extremos passados de u , ou seja, o valor

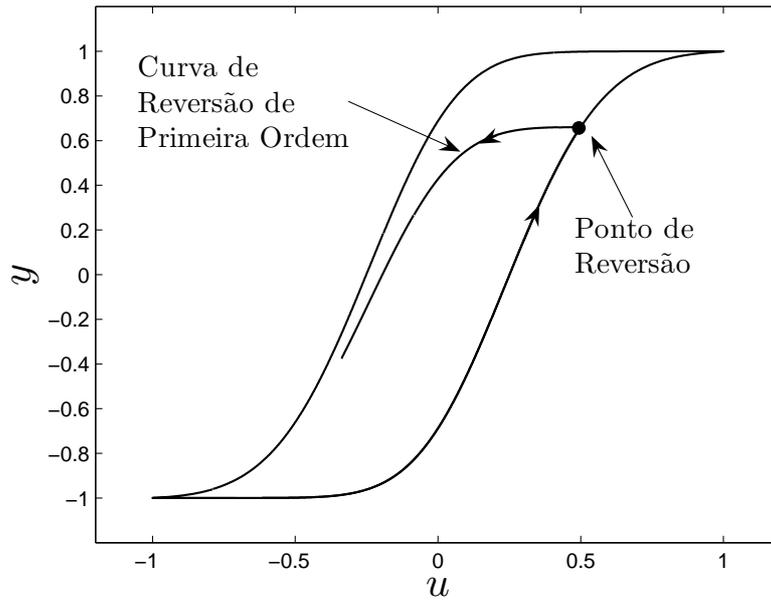


Figura 2.4. Curva de reversão decrescente de primeira ordem.

de $u(t)$ assumido em determinados pontos de reversão passados. Para identificar esses extremos relevantes, duas propriedades relacionadas a histerese são usadas (BROKATE; SPREKELS, 1996), as quais são descritas a seguir e ilustradas com o auxílio da Figura 2.7.

Propriedade 2.1 *Se a trajetória que se origina em (u_a, y_a) reverte no ponto (u_b, y_b) , a nova trajetória que se origina em (u_b, y_b) retorna ao ponto (u_a, y_a) . Esta regra é válida para qualquer laço menor: se em qualquer ponto da trajetória que se origina em (u_c, y_c) , ocorre um novo ponto de reversão (u_r, y_r) , então a trajetória que se origina em (u_r, y_r) retorna ao ponto (u_c, y_c) . Esta regra é também conhecida como propriedade de fechamento ou propriedade de retorno ao ponto de origem (*return-point memory*). Todavia, resultados experimentais indicam que o retorno ao ponto de origem não é perfeito, o que produz o fenômeno de acomodação (TORRE, 1999a);*

Propriedade 2.2 *Se a trajetória que origina em (u_r, y_r) prossegue além do ponto (u_c, y_c) , então ela coincide com a curva principal originada em (u_b, y_b) . Esta regra é também conhecida como propriedade de remoção (*wiping-out*).*

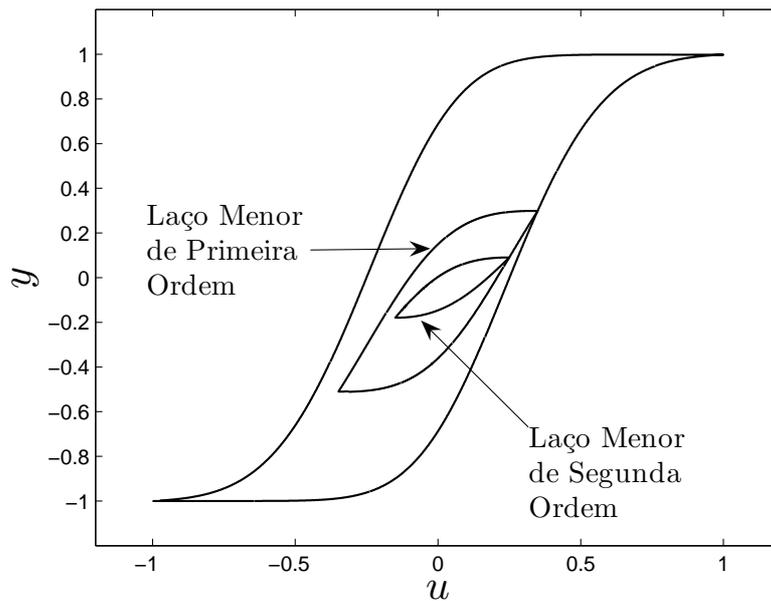


Figura 2.5. Laços menores.

2.2.3 Memória Local e Não-Local

O conceito de *memória local* foi proposto por Madelung (BROKATE; SPREKELS, 1996) numa tentativa de estabelecer regras gerais para o fenômeno de histerese.

Segundo esse conceito, a forma da trajetória iniciando-se em um ponto de reversão qualquer (u_r, y_r) do plano de fase $u - y$ é determinada unicamente pelas coordenadas de (u_r, y_r) (ver Figura 2.7).

De maneira geral, essa propriedade permite a descrição de trajetórias mais simples no plano de fase $u - y$, incluindo o laço principal e laços menores de primeira ordem. Entretanto, a descrição de laços menores de ordem superior em conformidade com as propriedades de fechamento e de remoção não é sempre possível quando se considera simplesmente uma memória local.

Por esta razão, o modelo de Preisach (PREISACH, 1935) introduz o conceito de *memória não-local*. Quando um material exhibe memória não-local, a forma da trajetória iniciando-se em um ponto de reversão qualquer (u_r, y_r) é determinada não apenas pelas coordenadas de (u_r, y_r) , mas também pelos valores passados da excitação u .

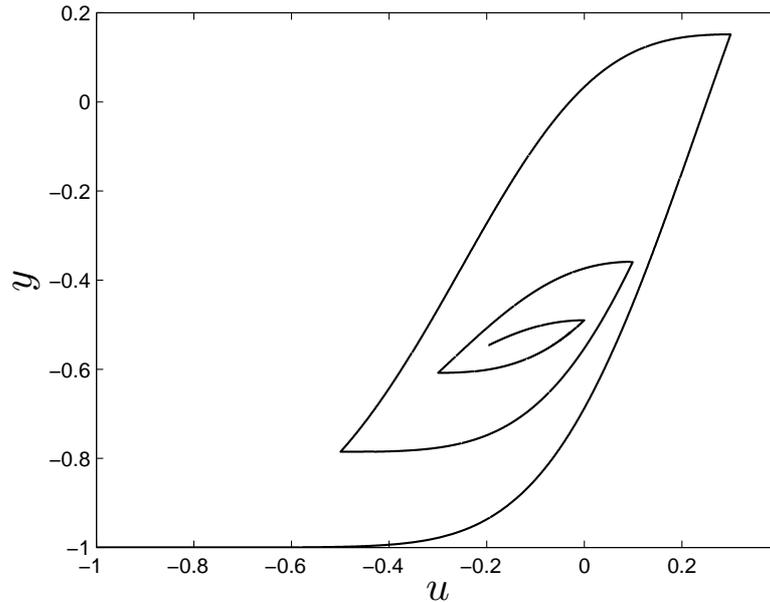


Figura 2.6. Laços menores aninhados.

Na Figura 2.8 é apresentado um diagrama esquemático para ilustrar a distinção entre memória local e não-local. Inicialmente, o ponto de reversão (u_r, y_r) é alcançado originando-se a trajetória de histerese no ponto (u_a, y_a) , decrescendo até (u_b, y_b) , crescendo até (u_c, y_c) e novamente decrescendo até (u_r, y_r) . Após esta seqüência de extremos, a trajetória inicia no ponto de reversão (u_r, y_r) retorna até (u_c, y_c) e, em seguida, até (u_a, y_a) . De maneira alternativa, originando-se a trajetória no ponto (u_d, y_d) , o ponto de reversão (u_r, y_r) é alcançado e, em seguida, a trajetória retorna até o ponto de origem (u_d, y_d) . Considerando duas origens distintas (u_a, y_a) e (u_d, y_d) , a seqüência de extremos para chegar ao ponto (u_r, y_r) é diferente em cada caso. As duas seqüências diferentes, representando histórias passadas diferentes, produzem uma bifurcação no ponto (u_c, y_c) , mesmo que o último ponto de reversão (u_r, y_r) seja o mesmo. Este comportamento caracteriza uma memória tipo não-local, no qual a trajetória anterior a (u_c, y_c) determina a trajetória a partir de (u_c, y_c) .

Note que, dada a complexidade do fenômeno da histerese, qualquer tentativa de estabelecer um conjunto de regras ou um modelo que descreva seu comportamento é sempre uma aproximação. E sendo a representação da histerese uma aproximação, a escolha de um conjunto de regras ou modelo deve atender às necessidades experimentais e analíticas específicas de cada

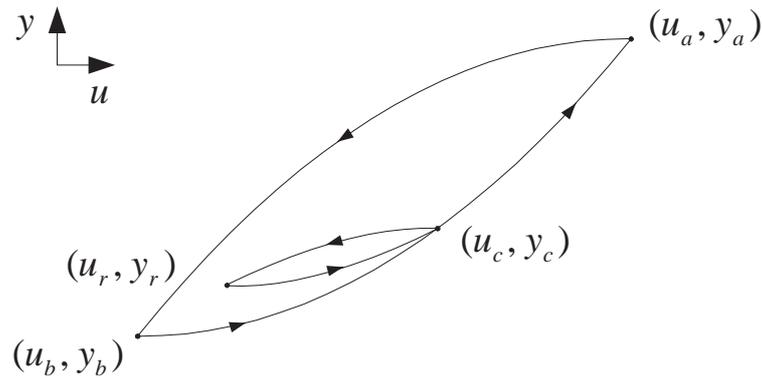


Figura 2.7. Ilustração das propriedades da histerese magnética, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$.

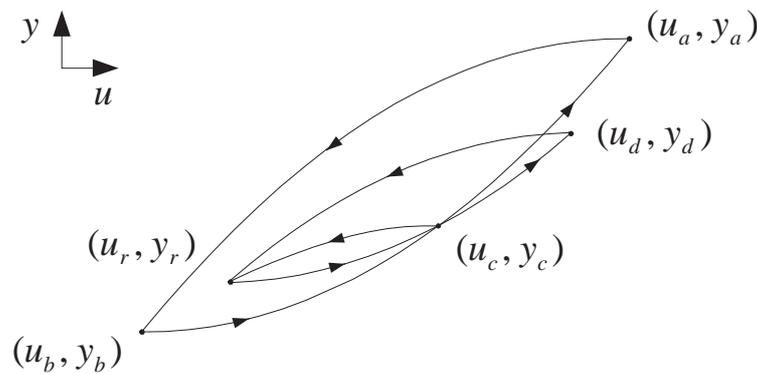


Figura 2.8. Ilustração do conceito de memória não-local, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$.

aplicação (ALMEIDA, 2003a). Por esta razão, embora o conceito de memória não-local permita o atendimento das propriedades de fechamento e remoção para trajetórias complexas no plano $u - y$, diversos modelos foram propostos baseados no conceito de memória local, os quais encontram diversas aplicações.

2.3 CLASSIFICAÇÕES PARA MODELOS DE HISTERESE

Muitos modelos para o fenômeno de histerese tem sido propostos na literatura. De maneira geral, os modelos de histerese podem ser classificados em modelos de base física e modelos

fenomenológicos. No primeiro caso, o modelo é baseado em uma caracterização física da histerese, descrevendo processos em uma escala mesoscópica. Um exemplo de um modelo de base física é o modelo de Jiles-Atherton (JILES; ATHERTON, 1983) para a histerese ferromagnética, no qual a histerese é considerada surgir quando o movimento das paredes dos domínios magnéticos é impedido pela existência de defeitos nos sólidos, o que faz os limites do domínio ficarem confinados aos defeitos, até que seja fornecida energia suficiente para quebrar o confinamento, por meio de um campo magnético aplicado externamente (TAN; BARAS, 2005).

Na abordagem fenomenológica dos modelos de histerese são definidos operadores matemáticos com memória, capazes de descrever relações de entrada/saída de sistema com histerese. Neste caso o modelo é definido apenas numa base matemática e é caracterizado por uma abordagem do tipo caixa preta; isto é, apenas as propriedades, e não as expressões das equações, definem e tipificam o modelo. O modelo de histerese fenomenológico mais popular tem sido o modelo de Preisach, no qual a histerese é descrita como uma superposição linear ponderada de operadores relé elementares, chamados de *hysteron*, representados por um laço de histerese retangular que pode assumir dois valores possíveis, com dois limiares de transição para a excitação, e uma memória local. A abordagem fenomenológica requer o desenvolvimento de procedimentos experimentais específicos para a determinação dos parâmetros do modelo (CINCOTTI; DANERI, 1999).

Outra distinção pode ser feita entre modelos de histerese escalares e vetoriais. Os modelos escalares, como o de Jiles-Atherton e Preisach, consideram que a variação do campo de excitação ocorre em um determinado eixo e que estamos interessados na resposta do sistema ao longo daquele mesmo eixo. Nos modelos vetoriais, a resposta do sistema é caracterizada em dois ou mais eixos. Exemplos de modelos vetoriais são o modelo de Mayergoz, que é uma extensão puramente fenomenológica do modelo escalar de Preisach; e o modelo de Stoner-Wohlfarth, que é um modelo físico do tipo pseudo-partícula baseado em modelos micromagnéticos (TORRE, 1999a).

Uma importante distinção também deve ser feita entre modelos estáticos e dinâmicos. Os modelos estáticos, a exemplo do modelo clássico de Preisach, dependem apenas dos valor pre-

sente e valores passados da excitação, não dependendo da taxa de variação ou frequência da excitação. Esses modelos não são capazes de representar alguns fenômenos dinâmicos observados experimentalmente, como por exemplo o alargamento do laço principal de histerese com o aumento da frequência da excitação. Os modelos dinâmicos, por outro lado, são geralmente adaptações de um modelo estático para permitir a representação de um ou mais fenômenos dinâmicos observados experimentalmente e relatados na literatura, a exemplo de correntes de Eddy em materiais magnéticos condutores, *affeterefect*, e o alargamento do laço de histerese com o aumento da frequência de excitação. Um exemplo de um modelo dinâmico é o modelo proposto em Mayergoyz (1988a), o qual modifica o modelo de Preisach incluindo uma dependência da função de distribuição de Preisach com a taxa de variação da saída.

O modelo proposto neste Dissertação é um modelo fenomenológico, estático e escalar.

2.4 MODELOS DE HISTERESE

Esta seção apresenta a descrição matemática de alguns dos principais modelos de histerese disponíveis na literatura atual.

2.4.1 Modelo de Preisach

O modelo clássico de Preisach (PREISACH, 1935; MAYERGOYZ, 1991) foi considerado, na época, o primeiro modelo físico para histerese magnética. O modelo permaneceu por muito tempo restrito à área de materiais magnéticos, mas um passo decisivo foi dado nos anos 70, quando um grupo de matemáticos russos (KRASNOSELSKII; POKROVSKII; NIEZGODKA, 1989), percebeu uma nova idéia matemática, de aplicação genérica, contida no modelo. Krasnoselskii separou o modelo do seu suposto significado físico e o representou de maneira puramente matemática. Em (MAYERGOYZ, 1986) é apresentada uma maneira simplificada de estimar os parâmetros do modelo de Preisach, e posteriormente detalhado um método igualmente simples, baseado em tabelas, para implementação numérica deste modelo (MAYERGOYZ, 1991). Como

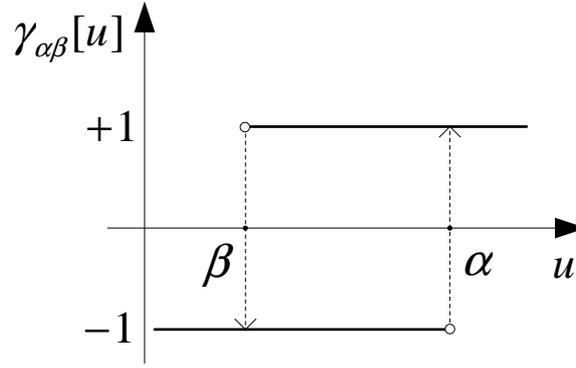


Figura 2.9. Operador tipo relé elementar.

resultado do trabalho de Mayergoyz, o modelo de Preisach se difunde e vem sendo aplicado para fenômenos de histerese que exibem simetria em relação à origem.

O modelo de Preisach assume que um material magnético é composto por domínios que não interagem entre si. Cada domínio é chamado de *hysteron* (KRASNOSELSKII; POKROVSKII; NIEZGODKA, 1989; TORRE, 1999b).

O bloco construtivo fundamental do modelo de Preisach é o *operador elementar* $\gamma[u]$.

O operador elementar $\gamma_{\alpha,\beta}[u]$ (Figura 2.9) é descrito de maneira precisa através de

$$\gamma_{\alpha,\beta}[\gamma_0, u(t)] = \begin{cases} -1, & \text{se } u(t) \leq \beta \\ +1, & \text{se } u(t) \geq \alpha \\ \gamma_0, & \text{se } u(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_0, t] \\ -1, & \text{se } u(t) \in (\beta, \alpha) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & u(t_1) = \beta \text{ e } u(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \\ +1, & \text{se } u(t) \in (\beta, \alpha) \text{ e existe } t_1 \in [t_0, t] \text{ tal que} \\ & u(t_1) = \alpha \text{ e } u(\tau) \in (\beta, \alpha) \text{ para todo } \tau \in [t_1, t] \end{cases}, \quad (2.3)$$

sendo γ_0 o valor inicial de $\gamma_{\alpha,\beta}[u]$.

Cada operador elementar pode ser representado por um laço de histerese retangular, conforme mostra a Figura 2.9. No sistema de coordenadas $\rho = (\alpha, \beta)$, este operador é caracterizado pelos valores de transição α e β , que correspondem aos valores de u para os quais o estado do operador $\gamma_\rho[u]$ muda para $+1$ e -1 , respectivamente.

Quando o valor de u decresce ($\dot{u} < 0$), a partir do estado inicial $\gamma_\rho[u_0] = +1$, só ocorre transição para o estado $\gamma_\rho[u] = -1$ quando $u \leq \beta$. Inversamente, quando o valor de u cresce ($\dot{u} > 0$) para um estado inicial $\gamma_\rho[u_0] = -1$, só ocorre transição de estado para $\gamma_\rho[u] = +1$

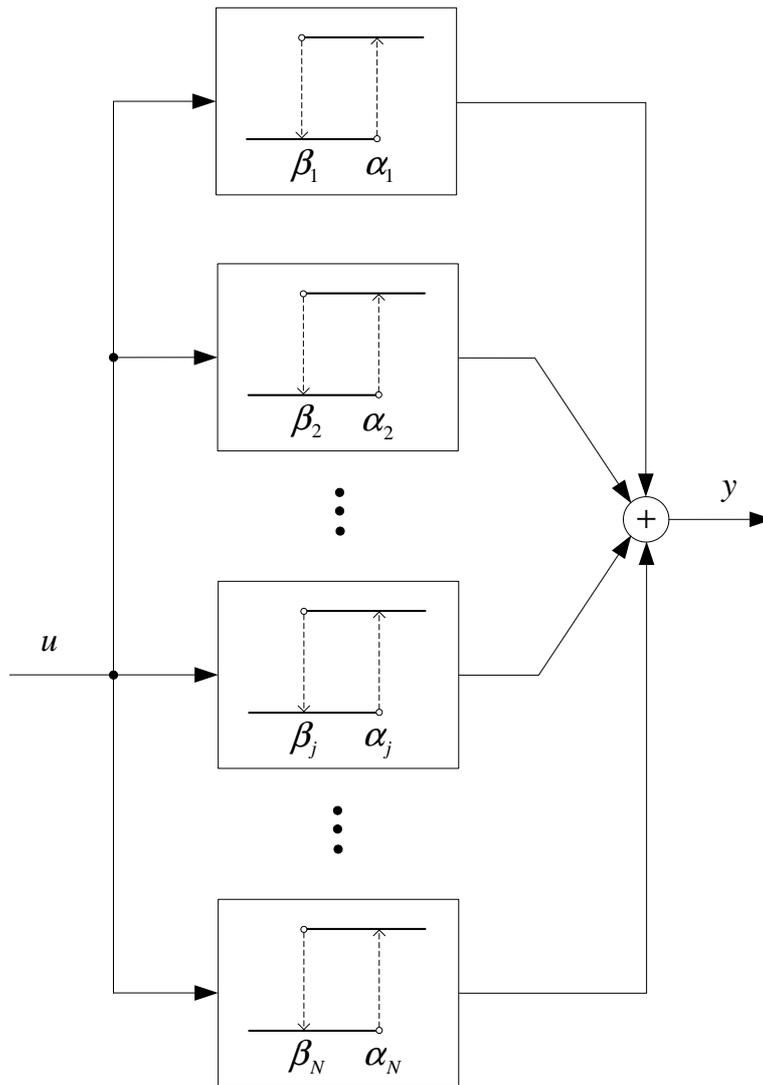


Figura 2.10. Diagrama em blocos do modelo de Preisach.

quando $u \geq \alpha$. Os limites inferior e superior de transição ρ^- e ρ^+ são dados por

$$\begin{aligned} \rho^- &= \beta, \text{ empregados quando } \dot{u} < 0 \\ \rho^+ &= \alpha, \text{ empregados quando } \dot{u} > 0. \end{aligned} \quad (2.4)$$

O modelo clássico de Preisach é definido como uma superposição linear de operadores elementares, ponderados pelos parâmetros $\mu(\rho_j)$, na forma

$$y(t) = \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{j=1}^N \mu(\rho_j) \gamma_{\rho_j}[\gamma_0, u(t)], \quad (2.5)$$

cujos diagrama de blocos é mostrado na Figura 2.10.

O modelo discreto (2.5) pode ser colocada na forma contínua

$$y = \iint_{A_\rho} \mu(\rho) \gamma_\rho[u] d\rho, \quad (2.6)$$

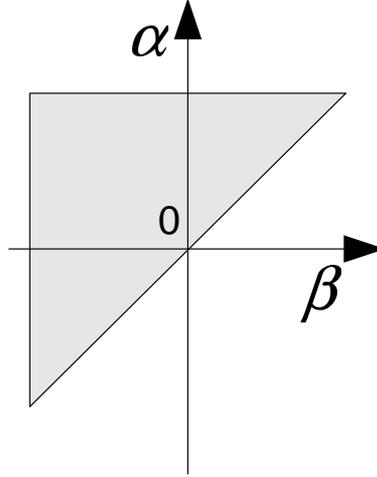


Figura 2.11. Triângulo de Preisach.

sendo $\mu(\rho)$ uma função de ponderação e A_ρ um semiplano definido como a região na qual $\rho^- < \rho^+$.

A integral (2.6) é nula fora do conjunto

$$A_\rho^T \triangleq \{\rho \in A_\rho \mid \rho_{sat}^- \leq \rho^- < \rho^+ \leq \rho_{sat}^+\} \quad (2.7)$$

chamado de *triângulo de Preisach*. O triângulo A_ρ^T é apresentado na Figura 2.11.

Para que a saída do modelo (2.6) se limite aos valores de saturação y_{sat}^- e y_{sat}^+ , o domínio da função de ponderação $\mu(\rho)$ deve se restringir ao conjunto A_ρ^T . Em outras palavras, $\mu(\rho)$ é nula fora do triângulo de Preisach.

Considerando o sistema de coordenadas (α, β) , o modelo (2.6) assume a forma

$$y = \iint_{A_\rho^{T+}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[u] d\alpha d\beta + \iint_{A_\rho^{T-}} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[u] d\alpha d\beta, \quad (2.8)$$

sendo

$$\begin{aligned} A_\rho^{T+} &\triangleq \{\rho \in A_\rho^T \mid \gamma_\rho[u(t)] = +1\} \\ A_\rho^{T-} &\triangleq \{\rho \in A_\rho^T \mid \gamma_\rho[u(t)] = -1\} \end{aligned} \quad (2.9)$$

definidas como as regiões nas quais os operadores elementares estão nos estados +1 e -1, respectivamente. Estas regiões compõem o triângulo de Preisach como $A_\rho^T = A_\rho^{T+} \cup A_\rho^{T-}$.

Assim, utilizando (2.9), o modelo (2.8) se reduz para

$$y(t) = \iint_{A_\rho^{T+(t)}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{A_\rho^{T-(t)}} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta. \quad (2.10)$$

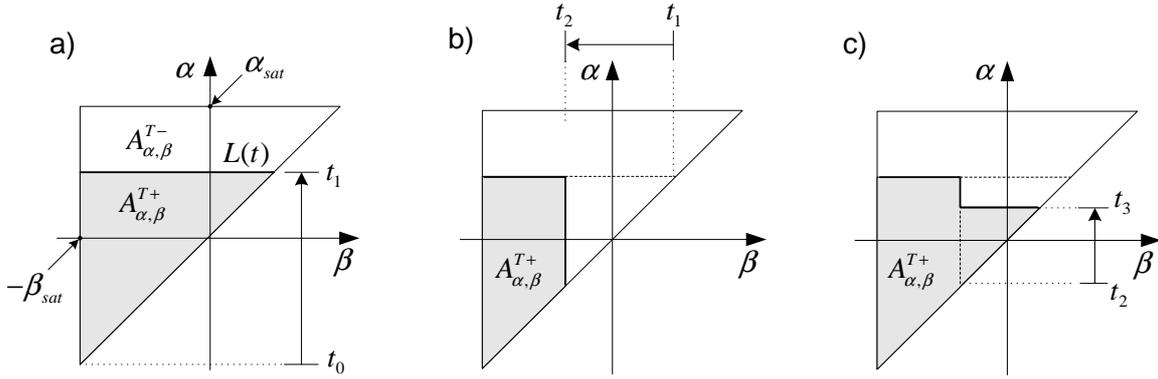


Figura 2.12. Interpretação geométrica do modelo de Preisach.

Nas Figuras 2.12(a),(b) e (c) é apresentada a interpretação geométrica do modelo de Preisach. Neste exemplo, o estado inicial do modelo no instante t_0 é : entrada $u = \rho_{sat}^-$, $A_\rho^{T-} = A_\rho^T$ e $A_\rho^{T+} = \emptyset$. Se a entrada u é elevada durante o intervalo t_0 até t_1 , o eixo de trabalho é o α , e se formam duas regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} separadas pela interface $L(t)$ (Figura 2.12(a)). No instante t_1 ocorre uma mudança no sinal de \dot{u} , e o valor de u é reduzido durante o intervalo t_1 até t_2 (Figura 2.12(b)). Após o valor de u ter sido elevado durante o intervalo t_2 até t_3 , a interface $L(t)$ subdivide duas novas regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} , que refletem a história passada das variações na entrada u (Figura 2.12(c)). Os valores extremos do passado são os vértices que dão a forma de escada de $L(t)$. Este é o mecanismo de formação de memória do modelo e fica claro que A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} dependem da história da entrada u .

O valor da entrada u não aparece explicitamente em (2.10), e a forma resultante da histerese no plano de fase $u - y$ é independente da taxa \dot{u} com a qual a entrada u é variada. O comportamento do modelo é determinado pelos valores extremos¹ de u , que são armazenados em uma estrutura de memória discreta, externa à equação (2.10). Esta seqüência de valores determina $L(t)$ e altera a forma das regiões A_ρ^{T-} e A_ρ^{T+} .

A definição do plano de Preisach A_ρ , limitado por um triângulo reto A_ρ^T , implica que o modelo apresenta certas propriedades, conhecidas como *propriedade de remoção* e *propriedade de congruência*.

Propriedade 2.3 Cada valor máximo da entrada u remove os vértices da interface $L(t)$ cujas

¹Os valores extremos são os pontos nos quais ocorre mudança de sinal de \dot{u} , chamados também de pontos de reversão.

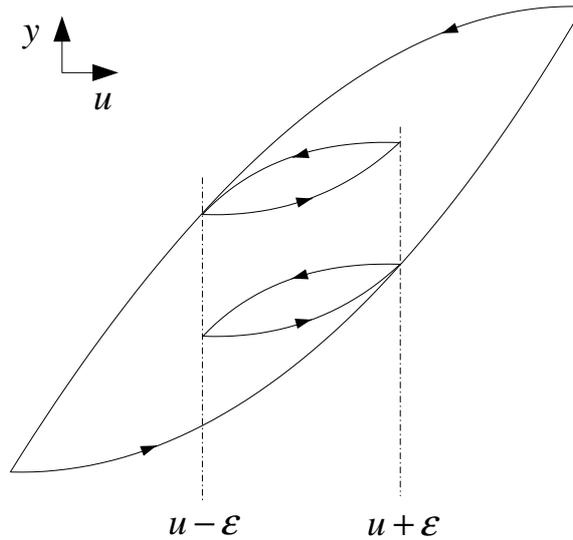


Figura 2.13. Descrição da propriedade de congruência no modelo de Preisach, em termos de trajetórias no plano de fase $u - y$.

coordenadas em ρ^+ estão abaixo deste máximo e cada valor mínimo de u remove os vértices de $L(t)$ cujas coordenadas em ρ^- estão acima deste mínimo (Propriedade de Remoção).

Propriedade 2.4 Todos os laços menores, deslocados verticalmente e produzidos por variações da entrada u para os mesmos extremos alternados $u - \varepsilon$ e $u + \varepsilon$ são congruentes (Propriedade de Congruência).

Em outras palavras, laços menores, deslocados verticalmente no plano $u - y$, produzidos por uma função de excitação que varia entre dois pontos fixos $u - \varepsilon$ e $u + \varepsilon$, devem ser iguais (Figura 2.13).

Foi mostrado por Mayergoyz (1986) que para representação de um determinado fenômeno de histerese em termos do modelo de Preisach é necessário que este fenômeno satisfaça ao teorema da representação.

Teorema 2.1 As propriedades de remoção e congruência constituem as condições necessária e suficiente para que uma determinada histerese, sujeita a uma excitação monotônica por partes, possa ser representada pelo modelo de Preisach (Teorema da Representação).

Sempre que ocorre uma remoção de vértice da interface $L(t)$ há a remoção de um par constituído de um máximo e um mínimo de u . Estes máximo e mínimo são extremos do sinal

de entrada u , obtidos quando \dot{u} muda de sinal, e formam sempre uma seqüência alternada de máximos e mínimos (MAYERGOYZ, 1986).

Esta seqüência discreta de memória da entrada u é definida como

$$\mathbf{s} = (u_0^{\max}, u_1^{\max}, \dots, u_j^{\max}, u_i^{\min}, \dots, u_1^{\min}, u_0^{\min}), \quad (2.11)$$

sendo u_i^{\min} e u_j^{\max} criados quando $\xi = \text{sgn}(\dot{u})$ muda de sinal, e removidos quando ocorre uma *remoção de Madelung*. Assim, a seqüência \mathbf{s} muda conforme vão surgindo extremos na entrada u . Associada à seqüência \mathbf{s} , define-se uma variável s_l que exhibe sempre o extremo mais recente da seqüência.

A operação de criação de extremo na seqüência \mathbf{s} ocorre em duas situações distintas

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) > 0 &\Rightarrow u_{i+1}^{\min} = u(t) \text{ e } s_l = u_{i+1}^{\min} \\ \dot{\xi}(t) < 0 &\Rightarrow u_{j+1}^{\max} = u(t) \text{ e } s_l = u_{j+1}^{\max}. \end{aligned} \quad (2.12)$$

A criação de um novo mínimo faz a seqüência (2.11) crescer de acordo com

$$(\dots, u_j^{\max}, u_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, u_j^{\max}, u_{i+1}^{\min}, u_i^{\min}, \dots). \quad (2.13)$$

Como resultado da criação de um novo máximo, a seqüência obtida em (2.13) cresce novamente, de acordo com

$$(\dots, u_j^{\max}, u_{i+1}^{\min}, u_i^{\min}, \dots) \mapsto (\dots, u_j^{\max}, u_{j+1}^{\max}, u_{i+1}^{\min}, u_i^{\min}, \dots). \quad (2.14)$$

É importante ressaltar que o modelo de Preisach armazena apenas a seqüência de extremos de u sem qualquer alusão à saída y do modelo. O estado do modelo de Preisach é caracterizado pela seqüência \mathbf{s} e pela variável s_l .

Normalizando a integral da função de ponderação $\mu(\alpha, \beta)$ na área delimitada pelo triângulo A_ρ^T , calculada por

$$\iint_{A_\rho^T} \mu(\alpha, \beta) \, d\alpha \, d\beta = 1, \quad (2.15)$$

é possível escrever (2.10) na forma

$$y = -1 + 2 \iint_{A_\rho^{T+}} \mu(\alpha, \beta) \, d\alpha \, d\beta. \quad (2.16)$$

Derivando (2.16), o modelo de Preisach pode ser colocado na seguinte forma diferencial (VAJDA; TORRE, 1993)

$$dy = \int_u^{u+du} \left[\int_{u_i}^u \mu(\alpha, \beta) d\alpha \right] d\beta \quad (2.17)$$

$$\frac{dy}{du} = 2 \int_{u_i}^u \mu(\alpha, \beta) d\beta \quad (2.18)$$

sendo o limite de integração u_i o último extremo da entrada u .

2.4.2 Modelo de Jiles-Atherton para Materiais Ferromagnéticos

Em (JILES; ATHERTON, 1983) foi proposto um modelo para a histerese ferromagnética baseado em considerações termodinâmicas. Neste trabalho, Jiles postulou que o processo de magnetização, resultante da ação de um campo externo, ocorre através do movimento das paredes entre os domínios.

O movimento das paredes dos domínios magnéticos é impedido pela existência de defeitos nos sólidos, o que faz os limites do domínio ficarem confinados aos defeitos, até que seja fornecida energia suficiente para quebrar o confinamento. Esta energia adicional é fornecida com o aumento do campo magnético aplicado por meio de excitação externa.

O campo externo provoca o crescimento de um certo domínio em detrimento de outros, re-arranjando a estrutura de domínios como um todo e introduzindo um elevado nível de complexidade no sistema. Jiles postulou que o processo de magnetização é o resultado médio destas interações, conectando as irregularidades do movimento de domínios com a perda de energia no processo de magnetização.

O modelo é baseado na hipótese de que a magnetização M é formada de uma componente irreversível M_{irr} e uma componente reversível M_{rev} . A componente reversível está diretamente relacionada com a curva de Langevin

$$M_{an} = M_s \left[\coth \left(\frac{H + \alpha_L M}{a} \right) - \frac{a}{H + \alpha_L M} \right], \quad (2.19)$$

sendo M_s a magnetização de saturação, a e α_L constantes que dependem do material e H o campo magnético aplicado.

Jiles considerou que a proporção entre M_{rev} e M_{irr} é constante para qualquer valor no plano de fase $H - M$, e a magnetização total é dada por

$$M = (1 - c)M_{irr} + cM_{an}, \quad (2.20)$$

sendo a proporção c dependente do material ($0 < c < 1$).

Considerando a perda de energia no processo de magnetização, a equação da susceptibilidade diferencial irreversível é obtida como sendo

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})}, \quad (2.21)$$

na qual k é a energia média requerida para quebrar o confinamento dos domínios e $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$. Esta equação é válida somente para $k \neq 0$ e $k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr}) \neq 0$.

O operador de histerese definido por (2.21) é chamado aqui de *operador de Jiles*, denotado por

$$M_{irr} = \mathcal{J}[H]. \quad (2.22)$$

Partindo de (2.20), temos que equação final do modelo de Jiles é dada por (JILES; THOELKE; DEVINE, 1992)

$$\frac{dM}{dH} = (1 - c) \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} + c \frac{dM_{an}}{dH}. \quad (2.23)$$

A equação (2.21) define uma relação histerética $M_{irr} = \mathcal{J}[H]$, que é de fato o núcleo do modelo (2.23). A componente reversível, representada pelo segundo termo do lado direito de (2.23), é uma função e não tem efeito histerético. De fato, para resolver a equação (2.23), calcula-se (2.21) e soma-se o resultado a $c \frac{dM_{an}}{dH}$. Sendo c um valor constante, fazendo $c_0 = (1 - c)$ e $c = c_1$, a solução para o modelo de Jiles pode então ser representada como uma **combinação linear** das componentes reversível e irreversível

$$M = c_0 \mathcal{J}[H] + c_1 M_{an}. \quad (2.24)$$

Aplicando a regra da cadeia à equação (2.21), resulta em

$$\dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{k\delta - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H}. \quad (2.25)$$

Desdobrando (2.25) em dois termos

$$\dot{H} > 0 \Rightarrow \dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{+k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H} \quad (2.26)$$

$$\dot{H} < 0 \Rightarrow \dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} \dot{H} \quad (2.27)$$

é possível escrever a componente reversível na forma

$$\dot{M}_{irr} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{+k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (\dot{H})^+ - \frac{M_{an} - M_{irr}}{-k - \alpha(M_{an} - M_{irr})} (\dot{H})^-. \quad (2.28)$$

.

2.4.3 Modelo de Proximidade ao Laço Principal - L²P

É conhecido que, na característica experimental de histerese $M \times H$, as curvas crescente e decrescente principais são separadas por uma certa largura. A magnetização M satura para valores elevados negativos e positivos de H . Além disso, todas as trajetórias de histerese estão confinadas ao laço limite, que é a combinação das curvas crescente e decrescente principais (curvas limite).

Almeida (2003b) propôs uma função $F_L(H)$ para descrever a magnetização M nas curvas limite crescente e decrescente, na forma

$$M = F_L(H) \triangleq \frac{2}{\pi} M_s \arctan \left(\frac{H - \delta H_c}{h_0} \right), \quad (2.29)$$

sendo M_s a magnetização de saturação, H_c o campo coercitivo, h_0 uma constante dependente do material e $\delta = \text{sgn}(\dot{H})$.

A combinação das curvas $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$ resulta na descrição matemática do laço principal no plano $M - H$, e representam a região na qual todas as possíveis trajetórias de histerese podem estar (Figura 2.14).

Utilizando a equação (2.29), não é possível descrever laços menores, laços aninhados e curvas crescentes ou decrescentes de primeira ordem. Esta equação deve ser modificada para também representar a dependência de M com H para qualquer trajetória dentro do laço principal.

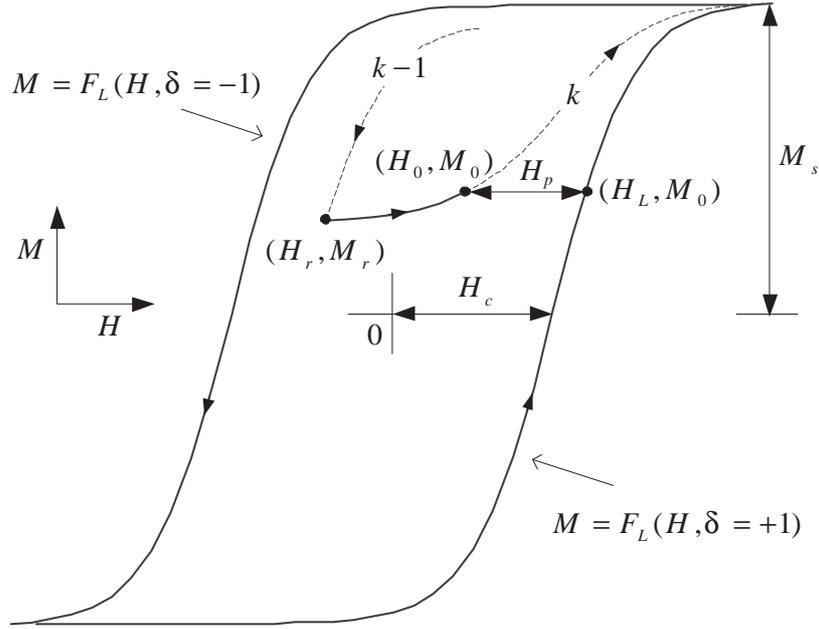


Figura 2.14. Representação esquemática da histerese na característica $M \times H$. Esta construção geométrica de uma trajetória após a reversão ilustra o conceito de proximidade da mesma ao laço principal, que é formado pela combinação das curvas limite $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$.

Assim, para introduzir esta modificação, propõe-se levar em consideração a forma com a qual uma determinada trajetória dentro do laço principal se aproxima das curvas limite crescente e decrescente. Este conceito é ilustrado na Figura 2.14, sendo a trajetória $(k - 1)$ revertida no ponto (H_r, M_r) do qual uma nova trajetória k começa.

O *campo de proximidade* H_p é definido para expressar a distancia entre o ponto atual (H_0, M_0) em uma trajetória k ao ponto correspondente (H_L, M_0) na curva limite $F_L(H)$, dado por

$$H_p \triangleq H_L - H_0. \quad (2.30)$$

Utilizando (2.29), o valor de H_L é obtido para o ponto correspondente $M_0 = F_L(H_L)$ como

$$H_L = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c. \quad (2.31)$$

Assim, H_p em (H_0, M_0) é obtido a partir de (2.30) como sendo

$$H_p = h_0 \tan\left(\frac{\pi M_0}{2M_s}\right) + \delta H_c - H_0. \quad (2.32)$$

No começo de uma nova trajetória, no ponto de reversão (H_r, M_r) , o campo de proximidade

H_p é denotado de H_{pr} e resulta em

$$H_{pr} = h_0 \tan \left(\frac{\pi M_r}{2M_s} \right) + \delta H_c - H_r. \quad (2.33)$$

Da observação de dados experimentais, é possível estabelecer que a dependência funcional de H_p para qualquer trajetória dentro do laço principal é quase independente do ponto de reversão (H_r, M_r) . Assim, a seguinte dependência funcional é proposta para descrever H_p

$$H_p \triangleq H_{pr} P(\gamma), \quad (2.34)$$

sendo $\gamma = \frac{H_0 - H_r}{H_{pr}}$ e $P(\gamma)$ uma função arbitrária monotonicamente decrescente, com $P(0) = 1$, denotada de *função de proximidade*.

Substituindo (2.34) em (2.32) resulta em

$$H_{pr} P(\gamma) = h_0 \tan \left(\frac{\pi M_0}{2M_s} \right) + \delta H_c - H_0, \quad (2.35)$$

e a magnetização correspondente ao ponto atual (H_0, M_0) pode ser obtida de (2.35) e escrita como

$$M_0 = \frac{2M_s}{\pi} \arctan \left(\frac{H_{pr} P(\gamma) + H_0 - \delta H_c}{h_0} \right). \quad (2.36)$$

Da equação (2.36), para qualquer ponto arbitrário (H, M) , a dependência da magnetização M com o campo H é dada por

$$M(H) = \frac{2M_s}{\pi} \arctan \left(\frac{H_{pr} P\left(\frac{H-H_r}{H_{pr}}\right) + H - \delta H_c}{h_0} \right). \quad (2.37)$$

Os valores de δ , H_r e H_{pr} mudam apenas nos pontos de reversão, e permanecem inalterados até que ocorra uma nova reversão em $H(t)$.

A função de proximidade depende do tipo de material magnético, e necessita ser escolhida com critério para que se ajuste adequadamente à dependência de H_p com H . Para um material magnético tipo suave, propõe-se a seguinte função de proximidade

$$P(\gamma) \triangleq \begin{cases} 1 - \sin \eta \gamma, & \eta \gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \eta \gamma > \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (2.38)$$

sendo η uma constante arbitrária.

É interessante observar a simplicidade do modelo, que requer apenas os parâmetros M_s , h_0 , H_c e η .

2.4.3.1 Procedimento de Estimação de Parâmetros A equação (2.29) pode ser ajustada ao laço principal da histerese experimental, desde que este laço tenha sido obtido excursionando-se o campo H até que a magnetização atinja saturação total. Para identificar corretamente $M_L(H, \delta)$, é necessário que sejam determinados 3 parâmetros: M_s , H_c e h_0 . Os valores de H_c e M_s podem ser extraídos diretamente por inspeção dos dados experimentais de um laço principal com saturação plena.

Não é possível extrair o valor de h_0 direto de inspeção dos dados experimentais. Para encontrar h_0 é necessário um procedimento de ajuste de curva, que leva em consideração tanto o trecho ascendente $\tilde{M}_L \Big|_{\delta=+1}^{H=H_{sat}^- \dots H_{sat}^+}$ quanto o trecho descendente $\tilde{M}_L \Big|_{\delta=-1}^{H=H_{sat}^+ \dots H_{sat}^-}$ do laço principal experimental. Estes trechos experimentais devem ser ajustados às curvas $F_L(H, \delta = +1)$ e $F_L(H, \delta = -1)$, respectivamente. Considerando que os parâmetros H_c e M_s estão já estimados, o valor de h_0 pode ser determinado minimizando a seguinte função objetivo

$$J(h_0) = \sum_{H=H_{sat}^-}^{H_{sat}^+} \left\{ \begin{array}{l} \left[F_L(H, \delta = -1) - \tilde{M}_L \Big|_{\delta=-1} \right]^2 \\ + \left[F_L(H, \delta = +1) - \tilde{M}_L \Big|_{\delta=+1} \right]^2 \end{array} \right\}. \quad (2.39)$$

Uma vez que os parâmetros da função $F_L(H, \delta = \pm 1)$ estejam determinados, é possível determinar o valor de η . Entretanto, para obter o valor de η , é necessário gerar uma curva experimental decrescente de primeira ordem (first-order descending curve - FOD) $\tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1}^{H=H_i \dots H_{sat}^-}$ (ALMEIDA, 2000; MAYERGOYZ, 1991). Uma curva FOD é gerada primeiro reduzindo o campo H para o seu valor máximo negativo H_{sat}^- , no qual a magnetização atinge a saturação negativa M_{sat}^- . No próximo passo, o campo H é monotonicamente aumentado, até que atinja um certo valor H_i com correspondente magnetização M_i . Neste momento, é possível gerar os valores da FOD, sendo (M_i, H_i) seu ponto inicial, e a magnetização $M_{FOD}(H)$ medida com o campo sendo reduzido monotonicamente até o valor H_{sat}^- . A escolha da FOD deve ser tal que permita um ajuste adequado do parâmetro η . A curva experimental $\tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1}^{H=H_c \dots H_{sat}^-}$ é então traçada iniciando-se no ponto $M_i = 0$ e $H_i = H_c$. Esta curva deve então ser ajustada à curva $M(H, \delta = -1)$ gerada pelo modelo (2.37) para a mesma excitação. Isto é equivalente a minimizar a seguinte função objetivo

$$J(\eta) = \sum_{H=H_c}^{H_{sat}^-} \left[M(H, \delta = -1) - \tilde{M}_{FOD} \Big|_{\delta=-1} \right]^2, \quad (2.40)$$

completando dessa forma o procedimento de identificação dos parâmetros do modelo.

2.4.4 Comparação entre os Modelos: L²P, Jiles e Preisach

No modelo proposto por Jiles, a magnetização total M é obtida como uma soma das componentes irreversível M_{irr} e reversível M_{rev} de magnetização. A componente reversível é uma função descrita por uma função semelhante a $F_L(H, \delta = 0)$ e a componente irreversível é representada por uma equação diferencial não-linear

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = f(H, M, \delta). \quad (2.41)$$

O modelo de Jiles inclui informação sobre a história da excitação H através apenas do estado atual (H_0, M_0) . O modelo que possui esta característica é usualmente denominado de modelo de histerese com *memória local*.

Em contraste com o modelo de Jiles, o modelo clássico de Preisach inclui informação sobre a história da excitação através do armazenamento dos valores extremos passados de H . Estes valores estão associados ao modelo de Preisach através de uma estrutura discreta de memória chamada de *seqüência de memória*, que correspondem aos vértices internos do triangulo de Preisach.

Vajda e Torre (1993) propôs uma representação na forma de equação diferencial para o modelo de Preisach

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \int_{H_l}^H \mu(\alpha, \beta) d\varepsilon, \quad (2.42)$$

sendo $d\varepsilon = d\alpha$ se $\delta = +1$ ou $d\varepsilon = d\beta$ se $\delta = -1$, e o limite inferior da integral H_l é o valor do campo magnético correspondente à última reversão em $H(t)$ e é fornecido a (2.42) através da seqüência \mathbf{s} . Assim, o modelo clássico de Preisach pode ser representado na forma diferencial como

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = F(H, H_l, \delta) \Big|_{\mathbf{s} \rightarrow H_l}, \quad (2.43)$$

sendo $F(H, H_l, \delta)$ a função que representa a integral no lado direito de (2.42). Os valores de H , correspondentes aos pontos de reversão passados, aparecem em H_l via \mathbf{s} . Assim, o modelo Preisach inclui informação sobre a evolução passada da excitação H através da seqüência \mathbf{s} . Esta característica atribui ao modelo de Preisach a denominação de modelo de histerese com *memória não-local*.

A principal diferença entre os modelos de Preisach e Jiles é a estrutura discreta de memória \mathbf{s} associada ao modelo de Preisach. Como consequência, o modelo de Preisach assume a característica de persistência de memória não-local.

Para o modelo L²P, a equação (2.37) pode também ser representada na forma diferencial

$$\frac{dM}{dH} = 2 \frac{M_s}{\pi} \frac{h_0 \left(1 + P' \left(\frac{H-H_r}{H_{pr}} \right) \right)}{h_0^2 + \left(H_{pr} P \left(\frac{H-H_r}{H_{pr}} \right) + H - \delta H_c \right)^2}, \quad (2.44)$$

sendo

$$P'(\gamma) = \begin{cases} -\eta \cos \eta\gamma & , \eta\gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0 & , \eta\gamma > \frac{\pi}{2} \end{cases}. \quad (2.45)$$

Desde que H_{pr} depende de M_r , a equação (2.44) pode ser representada na seguinte forma

$$\frac{dM}{dH} = f(H, H_r, M_r, \delta). \quad (2.46)$$

Assim, a seqüência de memória \mathbf{s} associada ao modelo de Preisach, é reduzida no modelo proposto simplesmente ao valor H_r , correspondente ao último ponto de reversão. Os valores da excitação H nos pontos de reversão H_{r-1}, H_{r-2}, \dots são incorporados no modelo através da inclusão da última magnetização de reversão M_r . A informação sobre a evolução passada de H é incluída não apenas através do estado atual (H_0, M_0) , como no modelo de Jiles, mas também através do último estado de reversão (H_r, M_r) . Assim, é possível passar infinitas trajetórias através do ponto (H_0, M_0) , cada uma delas correspondendo a um ponto particular (H_r, M_r) dentro do laço principal. Finalmente, a memória do modelo L²P é mais curta que a do modelo de Preisach e relativamente mais representativa que a do modelo de Jiles.

2.5 CONTROLE DE SISTEMAS NÃO-LINEARES

O objetivo desta seção é revisar conceitos básicos sobre algumas das principais técnicas de controle para sistemas não-lineares.

2.5.1 Representação de Sistemas Não-Lineares

Um sistema contínuo não-linear variante no tempo de ordem n , com m entradas e p saídas pode ser representado em sua forma mais geral como uma equação diferencial vetorial de primeira ordem, que corresponde a uma representação em espaço de estados

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{h}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)),\end{aligned}\tag{2.47}$$

onde $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ é o vetor de estados com $x_i \in \mathbb{R}$, $i = 1, \dots, n$, $\mathbf{u} = [u_1, u_2, \dots, u_m]^T$ é o vetor de entrada com $u_j \in \mathbb{R}$, $j = 1, \dots, m$, e $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_p]^T$ é o vetor de saída com $y_k \in \mathbb{R}$, $k = 1, \dots, p$, e

$$\mathbf{f}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} f_1(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ f_2(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \vdots \\ f_n(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{h}(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} h_1(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ h_2(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \\ \vdots \\ h_p(t, \mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)) \end{bmatrix},\tag{2.48}$$

onde as funções não-lineares f_i associam a cada valor de t , $\mathbf{x}(t)$ e $\mathbf{u}(t)$ um valor escalar correspondente x_i , ou seja

$$f_i : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}\tag{2.49}$$

e, similarmente,

$$h_k : \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \mapsto \mathbb{R}.\tag{2.50}$$

No estudo do transdutor de histerese, estamos preocupados apenas com sistemas de única entrada e única saída o qual assumimos ser invariante no tempo. Desta forma a representação (2.47) pode ser simplificada, para o caso $p = m = 1$, para

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), u(t)) \\ y(t) &= h(\mathbf{x}(t), u(t)).\end{aligned}\tag{2.51}$$

Uma classe especial de sistemas não-lineares admite uma representação denominada *forma de afinidade com entrada* dada por

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}(t)) + \mathbf{g}(\mathbf{x}(t))u(t) \\ y(t) &= h(\mathbf{x}(t)),\end{aligned}\tag{2.52}$$

onde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}$$

e $h(\mathbf{x}) = h(x_1, \dots, x_n)$.

Outra forma especial de representação de sistemas não-lineares é denominada *forma canônica de controlabilidade*, descrita por

$$x^{(n)} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u,\tag{2.53}$$

onde o escalar x é a saída de interesse (por exemplo, a posição de um atuador piezelétrico), o escalar u é a entrada escalar de controle, e $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$ é o vetor de estado e $f(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$ são funções escalares não-lineares dos estados. Em espaço de estados (2.53) pode ser representada na forma

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_3 \\ \dots \\ x_n \\ f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u \end{bmatrix}.$$

2.5.2 Conceitos Básicos de Controle

O objetivo básico do projeto de um controlador pode ser definido da seguinte forma: dado um sistema físico a ser controlado e a especificação do comportamento desejado para o sistema, construir uma lei de controle de realimentação para que o sistema em malha fechada exiba o comportamento desejado.

De maneira geral, as tarefas de sistemas de controle podem ser divididas em duas categorias: estabilização (ou regulação) e rastreamento (*tracking*). Em problemas de estabilização, um

sistema de controle, denominado estabilizador (ou regulador), deve ser projetado de maneira que o estado do sistema em malha fechada se estabilize ao redor de um ponto de equilíbrio. Exemplo de tarefas de estabilização são o controle de temperatura de refrigeradores, controle de altitude de uma aeronave e controle de posição do braço de um robô.

Em problemas de controle de rastreamento, o objetivo do projeto é construir um controlador, chamado rastreador, de forma que a saída do sistema siga uma dada trajetória variante no tempo. Problemas tais como fazer uma aeronave voar por um trajeto especificado ou fazer uma mão robô desenhar linhas retas ou círculos são exemplos de tarefas típicas de controle de rastreamento.

A seguir apresentamos uma definição formal para problemas de estabilização e rastreamento para sistemas dinâmicos não-linear.

Definição 2.1 (Problema de estabilização assintótica) *Dado um sistema dinâmico não-linear descrito por*

$$\dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t),$$

encontrar uma lei de controle para a entrada u de tal forma que, partindo de qualquer lugar na região em Ω , o estado \mathbf{x} tenda a $\mathbf{0}$ quando $t \rightarrow \infty$.

Definição 2.2 (Problema de rastreamento assintótico) *Dado um sistema dinâmico não-linear descrito por*

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = f(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \\ \mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \end{cases}$$

e uma trajetória desejada \mathbf{y}_d , encontrar uma lei de controle para a entrada \mathbf{u} de tal forma que, partindo de qualquer estado inicial na região Ω , o erro de rastreamento $\mathbf{y}(t) - \mathbf{y}_d(t)$ tende a zero, enquanto todo o estado \mathbf{x} permanece limitado.

Em controle linear, o comportamento desejado para um sistema de controle pode ser sistematicamente especificado, tanto no domínio do tempo (em termos de tempo de subida, sobrelevação e tempo de estabelecimento da resposta ao degrau) quanto no domínio da frequência. No projeto de um controlador linear, primeiro são definidas as especificações quantitativas do

sistema em malha fechada, e então é sintetizado o controlador que cumpre essas especificações. Entretanto, a especificação sistemática para sistemas não-lineares, que é o caso dos sistemas com histerese, é muito menos óbvio porque não se aplica o princípio da superposição e não é possível uma descrição no domínio da frequência.

Como resultado, para sistemas não-lineares, geralmente se procura estabelecer especificações qualitativas do comportamento desejado na região de operação de interesse. Simulação computacional é um importante complemento para as ferramentas analíticas na determinação do atendimento das especificações desejadas. Em relação ao comportamento desejado para um sistema não linear, o projetista pode considerar as seguintes características:

1. **estabilidade** - deve ser garantida para o modelo nominal, tanto num sentido local, quanto global. A região de estabilidade e convergência também são de interesse;
2. **precisão e velocidade de resposta** - podem ser consideradas para algumas trajetórias típicas na região de operação. Para algumas classes de sistemas, um projeto adequado de controlador pode efetivamente garantir uma precisão de rastreamento consistente;
3. **robustez** - é a sensibilidade a efeitos que não são considerados no projeto tais como perturbações, ruído de medição, dinâmicas não modeladas, etc. O sistema deve ser capaz de suportar estes efeitos negligenciados quando realizando a tarefa de interesse;
4. **custo do sistema de controle** - é determinado principalmente pelo número e tipos de atuadores, sensores e computadores necessários para implementá-lo. Os atuadores, sensores e a complexidade do controlador devem ser escolhidos consistentemente e ser adequados para a aplicação particular.

Dado o sistema físico a ser controlado, os seguintes passos gerais são normalmente seguidos para projetar o sistema de controle:

1. especificar o comportamento desejado, selecionar atuadores e sensores;
2. modelar a planta física através de um conjunto de equações diferenciais;

3. analisar e simular o sistema de controle resultante;
4. implementar o sistema de controle em *hardware*.

Não existe um método geral para o projeto de controladores não-lineares. O que existe é uma rica variedade de alternativas e técnicas complementares, cada uma melhor aplicável a uma classe particular de problemas de controle não-linear. Os principais métodos disponíveis são descritos nas subseções a seguir.

2.5.3 Tentativa e Erro

O controlador para um sistema não linear pode ser sintetizado por tentativa e erro, tomando como base as ferramentas de análise de sistemas não lineares disponíveis, como o método do plano de fase, o método da função descritiva e análise de estabilidade de Lyapunov.

2.5.4 Linearização por realimentação

A idéia central desse método é algebricamente transformar a dinâmica de um sistema não-linear em uma dinâmica linear, de forma que técnicas de controle linear possam ser aplicadas (SLOTINI; LI, 1991; HANGOS; BOKOR; SZEDERKENYI, 2004).

A linearização por realimentação pode ser obtida de duas maneiras: linearização completa pela técnica de linearização de entrada-estado; linearização parcial através da técnica de linearização de entrada-saída. Esta última técnica é aplicada quando a linearização entrada-estado não é possível ou não é praticável.

Na técnica de linearização entrada-estado, se considera o problema de projetar uma entrada de controle u para um sistema SISO na forma de afinidade com entrada dada por (2.52) e repetido abaixo por conveniência

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u,$$

onde

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} g_1(x_1, \dots, x_n) \\ g_2(x_1, \dots, x_n) \\ \vdots \\ g_n(x_1, \dots, x_n) \end{bmatrix}.$$

Por essa técnica, este problema é resolvido em duas etapas. Primeiro, se encontra uma transformação de coordenadas $\mathbf{z} = \Phi(\mathbf{x})$, com

$$\Phi(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{x}) \\ \phi_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ \phi_n(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$

e uma realimentação de estado $u = \sigma(\mathbf{x}, v)$, de maneira que a dinâmica não-linear seja transformada em uma dinâmica equivalente linear invariante no tempo, na forma familiar $\dot{\mathbf{z}} = \mathbf{A}\mathbf{z} + \mathbf{b}v$. A seguir, são usadas técnicas lineares padrões para projetar v . Conseqüentemente, qualquer método de projeto de controladores aplicáveis a sistemas SISO LTI, como PID, alocação de pólos ou regulador quadrático linear (LQR), pode ser usado para estabilizar o sistema ou modificar suas propriedades dinâmicas.

Assim, o problema de estabilizar a dinâmica não-linear original usando a entrada de controle original u é transformado no problema de estabilizar a nova dinâmica linear resultante usando a nova entrada v .

O sistema de malha fechada com linearização de realimentação é representado na Figura 2.15. A malha interna realiza a linearização da relação entrada-estado, enquanto a malha externa realiza a estabilização da dinâmica de malha fechada.

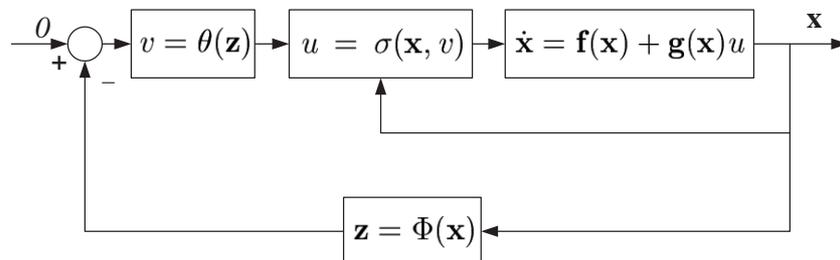


Figura 2.15. Linearização entrada-estado.

Linearização de entrada-estado é uma técnica de controle básica para sistemas não-lineares,

porém limitada porque só é aplicável para sistemas que satisfazem uma condição de grau relativo.

O grau relativo r de um sistema não-linear na forma (2.52) é exatamente igual ao número de vezes que a saída $y(t)$ necessita ser diferenciada no tempo $t = t_0$ para se obter uma relação explícita entre a derivada de ordem r de $y(t)$ em $t = t_0$ e a entrada $u(t_0)$. Tem-se necessariamente $r \leq n$, onde n corresponde à ordem do sistema.

Para sistemas SISO não-lineares da forma de afinidade com entrada (2.52) a estrutura mais conveniente para controle por realimentação de estado estático é quando a variável de entrada u é computada como

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v, \quad (2.54)$$

onde v é a entrada de referência externa. A composição desta estrutura de controle com o sistema não-linear na forma (2.52) dá

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})v \quad (2.55)$$

$$y = h(\mathbf{x}). \quad (2.56)$$

Se o sistema não-linear tiver grau relativo $r = n$ em algum ponto $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0$, onde n é o número de variáveis de estado, existe uma transformação de coordenadas $\Phi(\mathbf{x})$ e uma realimentação de estado estática na forma dada por (2.54), tal que o sistema em malha fechada nas novas coordenadas seja linear e controlável.

Se a condição $r = n$ não for atendida, ou seja, se o grau relativo do sistema for $r < n$, ainda é possível se construir uma saída artificial $y = \lambda(\mathbf{x})$, sendo $\lambda(\mathbf{x})$ uma função não-linear diferente de $h(\mathbf{x})$, tal que o novo sistema dado por

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u$$

$$y = \lambda(\mathbf{x})$$

tenha grau relativo $r = n$. Desta forma a linearização exata do espaço de estados pode ser implementada.

Definição 2.3 (Problema de linearização exata do espaço de estados) Considere um sistema não-linear na forma (2.52) e considere que se deve resolver o seguinte problema: dado um ponto \mathbf{x}_0 no espaço de estados, ache, se possível, uma vizinhança U de \mathbf{x}_0 , uma realimentação

$$u = \alpha(\mathbf{x}) + \beta(\mathbf{x})v$$

definida em U , e uma transformação de coordenadas $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x})$ também definida em U , tal que o sistema em malha fechada resultante

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\alpha(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})\beta(\mathbf{x})v$$

seja linear e controlável nas novas coordenadas $\mathbf{z} = \phi(\mathbf{x})$.

Lema 2.1 (Existência de solução) O problema de linearização exata do espaço de estados possui solução se, e apenas se, existe uma vizinhança U de \mathbf{x}_0 e uma função real λ , definida em U , tal que o sistema

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u$$

$$y = \lambda(\mathbf{x})$$

tenha um grau relativo n em \mathbf{x}_0 , onde n é a dimensão do espaço de estados (número de variáveis de estado).

Quando não é possível realizar a linearização entrada-estado, pode-se tentar a técnica de linearização entrada-saída. O objetivo desta técnica é gerar uma relação diferencial linear entre a saída y e uma nova entrada v . A abordagem básica desta técnica é simplesmente diferenciar a saída y por r vezes, até que a entrada u apareça explicitamente relacionada com a derivada de ordem r de y , onde r é o grau relativo do sistema. Então a entrada u é projetada para cancelar a não-linearidade.

Através da linearização entrada-saída, a dinâmica de um sistema não-linear é decomposta em uma parte externa, dada pela relação entrada-saída, e uma parte interna não-observável. A parte externa consiste da relação linear entre y e v , para a qual é fácil projetar a entrada v de maneira que a saída y se comporte como desejado. A dinâmica interna não pode ser controlada,

e necessita ser estável para que a linearização entrada-saída possa ser usada. O estudo da dinâmica interna pode ser facilitado pela técnica chamada de *dinâmica nula*, definido como a dinâmica interna do sistema quando a saída é mantida nula através de um sinal de entrada adequado.

2.5.5 Controle em modo deslizante

Controle em modo deslizante (*sliding mode control*) é uma técnica de controle aplicável a sistemas não-lineares que possuem imprecisões em seu modelo (SLOTINI; LI, 1991). A imprecisão do modelo pode ser devida a incerteza real sobre a planta (exemplo: parâmetros desconhecidos da planta), ou pode ser devida a escolha proposital de uma representação simplificada da dinâmica do sistema. Do ponto de vista de controle, as imprecisões do modelo podem ser classificadas em dois tipos principais:

1. incertezas paramétricas;
2. dinâmicas não-modeladas.

O primeiro tipo corresponde a imprecisão nos termos realmente incluídos no modelo, enquanto o segundo tipo corresponde a subestimação da ordem do sistema.

Considere o sistema de uma única entrada na forma canônica de controlabilidade dada por (2.53) e repetida abaixo por conveniência:

$$\dot{x}^{(n)} = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x})u, \quad (2.57)$$

onde o escalar x é a saída de interesse (por exemplo, a posição de um atuador piezolétrico), o escalar u é a entrada de controle, e $\mathbf{x} = [x \ \dot{x} \ \dots \ x^{(n-1)}]^T$ é o vetor de estado e $f(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$ são funções escalares não-lineares dos estados.

Na equação (2.57) a função não-linear $f(\mathbf{x})$ não é conhecida exatamente, porém a extensão da imprecisão de $f(\mathbf{x})$ é limitada por uma função de contínua de \mathbf{x} conhecida. Similarmente, o ganho de controle $g(\mathbf{x})$ não é exatamente conhecido, mas é de sinal conhecido e é limitado

por uma função contínua de \mathbf{x} conhecida. O problema de controle é fazer o estado \mathbf{x} rastrear um estado variante no tempo específico $\mathbf{x}_d = [x_d \dot{x}_d \dots x_d^{(n-1)}]^T$ na presença de imprecisões no modelo em $f(\mathbf{x})$ e $g(\mathbf{x})$.

Seja $\tilde{x} = x - x_d$ o erro de rastreamento da variável x , e seja

$$\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_d = [\tilde{x} \dot{\tilde{x}} \dots \tilde{x}^{(n-1)}]^T \quad (2.58)$$

o vetor de erro de rastreamento do estado \mathbf{x} .

Seja a superfície variante no tempo $S(t)$ definida no espaço de estados \mathbb{R}^n pela equação escalar $s(\mathbf{x}, t) = 0$ onde $s(\mathbf{x}, t)$ é dado por

$$s(\mathbf{x}, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x}, \quad (2.59)$$

sendo λ uma constante estritamente positiva.

Pode-se mostrar que o problema de rastrear o vetor de n dimensões \mathbf{x}_d tal que $\mathbf{x} \equiv \mathbf{x}_d$, pode ser reduzido ao problema de manter a quantidade escalar s em zero. Desta forma o problema de rastreamento de ordem n é substituído por um problema de estabilização de primeira ordem em s . O problema simplificado de 1ª ordem cuja tarefa é manter a grandeza escalar s em zero pode ser resolvido pela escolha de uma lei de controle u em (2.57) tal que

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} s^2 = s\dot{s} \leq \eta |s|, \quad (2.60)$$

onde η é uma constante estritamente positiva. Essencialmente, (2.60) significa que o quadrado da distância à superfície $S(t)$, medida por s^2 , decresce ao longo de todas as trajetórias do sistema. Desta forma, a condição (2.60) obriga as trajetórias a convergir na superfície $S(t)$. Uma vez atingida a superfície, as trajetórias permanecem na superfície. A condição (2.60) é chamada *condição deslizando*, a superfície que atende (2.60) é chamada *superfície deslizando* e o comportamento do sistema uma vez atingida a superfície $S(t)$ é chamado *modo deslizando*.

2.5.6 Controle adaptativo referenciado por modelo

Controle adaptativo é uma abordagem para o controle de sistemas com parâmetros incertos, onde os parâmetros do sistema são constantes ou de variação lenta. A idéia básica em controle

adaptativo é estimar os parâmetros incertos da planta durante a tarefa de controle, baseando-se em medições dos sinais do sistema, e usar os parâmetros estimados no cálculo da entrada de controle. Um sistema de controle adaptativo pode ser considerado como um sistema de controle no qual os parâmetros do controlador são ajustados simultaneamente à execução da tarefa de controle (*on-line*).

O objetivo básico do controle adaptativo é manter uma performance consistente em um sistema de controle na presença de incerteza ou variação desconhecida dos parâmetros da planta. No caso em que os parâmetros da planta variam no tempo, essa variação deve ser consideravelmente mais lenta que a adaptação dos parâmetros do controlador. Sob a ótica do controle adaptativo, uma variação rápida dos parâmetros da planta é uma indicação de que o modelo da planta está inadequado e que a dinâmica causando a variação rápida dos parâmetros deve ser incorporada no modelo do sistema.

Os controladores adaptativos se diferenciam dos controladores comuns por possuírem parâmetros ajustáveis no controlador e um mecanismo para ajustar esses parâmetros *on-line* baseado nos sinais do sistema. Existem duas abordagens principais no projeto de controladores adaptativos: uma se chama *controle adaptativo referenciado por modelo*, e a outra, *controle de auto-sintonia*.

Um controlador adaptativo referenciado por modelo pode ser esquematicamente representado na Figura 2.16. Ele é composto de quatro partes: uma planta contendo parâmetros desconhecidos, um modelo de referência que especifica a saída desejada do sistema, uma lei de realimentação contendo os parâmetros ajustáveis e um mecanismo de adaptação para atualizar os parâmetros ajustáveis.

Considere um sistema de ordem n não linear na forma canônica de controlabilidade

$$y^{(n)} + \sum_{i=1}^n \alpha_i f_i(\mathbf{x}, t) = bu, \quad (2.61)$$

onde o escalar y é a saída de interesse, o escalar u é a entrada de controle, $\mathbf{x} = [y \ \dot{y} \ \dots \ y^{(n-1)}]^T$ é o vetor de estado, $f_i(\mathbf{x}, t)$ são funções escalares conhecidas dos estados e tempo, e os parâmetros α_i e b são constantes desconhecidas. Assumimos que o estado é passível de medição, e o sinal

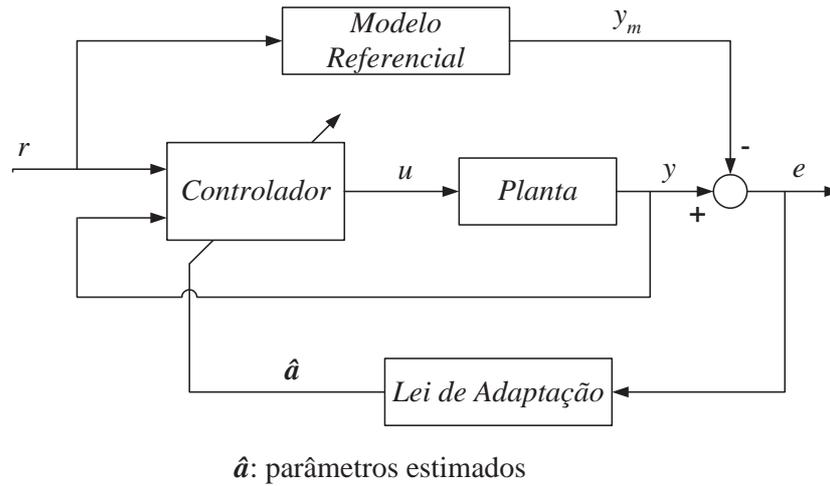


Figura 2.16. Representação de um controlador adaptativo referenciado por modelo.

de b é conhecido.

O objetivo do projeto de controle adaptativo é fazer a saída rastrear assintoticamente a saída desejada $y_d(t)$ apesar de incerteza nos parâmetros.

De maneira geral, o projeto de um controlador adaptativo envolve os seguintes passos:

1. escolher uma lei de controle contendo parâmetros variáveis;
2. escolher uma lei de adaptação para ajuste dos parâmetros do controlador;
3. analisar as propriedades de convergência do sistema de controle resultante.

Um novo modelo de histerese, denominado Modelo de Proximidade ao Laço Principal na Forma de Afinidade com a Entrada (L²P-IAF), é proposto nesse capítulo. Esse modelo é baseado no Modelo de Proximidade ao Laço Principal (L²P) proposto em Almeida (2003b). Entretanto, diferentemente do modelo L²P, o modelo L²P-IAF se apresenta como uma equação de estados não-linear na forma de afinidade com a entrada, o que potencialmente permite a aplicação de técnicas de controle não-linear, em particular a técnica de linearização por realimentação.

3.1 INTRODUÇÃO

Conforme mostrado na equação (2.46), o modelo L²P para materiais ferromagnéticos na sua forma diferencial, dada por (2.44), pode ser representado na forma

$$\frac{dM}{dH} = \tilde{f}(H, H_r, M_r, \delta), \quad (3.1)$$

onde H_r e M_r são os valores de $H(t)$ e $M(t)$, respectivamente, no último instante de reversão, e $\delta(t) = \text{sgn}(\dot{H})$. Os parâmetros H_r e M_r formam a chamada estrutura de memória discreta do modelo L²P.

Podemos generalizar este modelo para uma histerese com excitação $u(t)$ e saída $y(t)$, fazendo

$$\frac{dy}{du} = \tilde{f}(u, u_j^{rev}, y_j^{rev}, \xi), \quad (3.2)$$

onde u_j^{rev} e y_j^{rev} armazenam a amplitude de $u(t)$ e $y(t)$, respectivamente, no j -ésimo instante de reversão, t_j^{rev} , e $\xi(t) = \text{sgn}(\dot{u})$.

Para a análise da dinâmica desse modelo é necessário se obter uma equação diferencial ordinária que descreva a evolução temporal do sistema com histerese. Isso é realizado manipulando-

se a equação (3.2) para se obter¹

$$\frac{dy}{dt} = \frac{du}{dt} \tilde{f}(u, u_j^{rev}, y_j^{rev}, \xi). \quad (3.3)$$

Desejamos reescrever a equação (3.3) de forma que ela possa assumir uma representação adequada à aplicação de técnicas de controle não-linear. Em especial, estamos interessados na aplicação da técnica de *linearização por realimentação*, para a qual é conveniente que o sistema de histerese seja expresso como uma equação de estado na *forma de afinidade com a entrada*, dada por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u(t) \\ y(t) &= h(\mathbf{x}), \end{aligned} \quad (3.4)$$

onde $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ e $\mathbf{f} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g} : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}^n$ e $h : \mathbb{R}^n \mapsto \mathbb{R}$ são mapeamentos suaves, isto é, as derivadas parciais de qualquer ordem de \mathbf{f} , \mathbf{g} e h com respeito a todos os elementos de \mathbf{x} são contínuas.

Como impedimento para colocar (3.3) na forma (3.4), temos:

1. a presença, em (3.3), do termo $\frac{du}{dt}$, que aparece multiplicando a função \tilde{f} . A forma de afinidade com a entrada não prevê a presença desse termo, como pode ser visto em (3.4);
2. a presença de $u(t)$ no argumento de \tilde{f} , em (3.3). Na forma de afinidade com a entrada, as funções não-lineares \mathbf{f} , \mathbf{g} e h possuem como argumento apenas o vetor de estados \mathbf{x} , não admitindo a presença de $u(t)$ no argumento dessas funções;
3. a presença da memória discreta externa (u_j^{rev}, y_j^{rev}) no argumento de \tilde{f} . A forma (3.4) não prevê a presença de parâmetros variáveis discretos externos no argumento das funções não-lineares \mathbf{f} , \mathbf{g} e h ;
4. a presença do sinal $\xi = \text{sgn}(\dot{u})$ no argumento de \tilde{f} , o que cria uma dependência de \tilde{f} com \dot{u} , a qual não é admitida na forma (3.4);

A equação (3.3) pode ser representada em diagrama de blocos conforme a Figura 3.1. Nesta Figura pode ser visualizado o fato de que os parâmetros variáveis u_j^{rev} e y_j^{rev} necessitam ser

¹Esta manipulação é válida para $u(t)$ contínua e monótona, nos intervalos onde $u(t)$ é estritamente crescente ou decrescente. Nesses intervalos, é possível obter a função inversa, $t = f^{-1}(u)$, de $u = f(t)$, o que permite expressar $y = g(t)$ em função de u fazendo $y = g[f^{-1}(u)]$, e assim calcular dy/du aplicando a regra da cadeia.

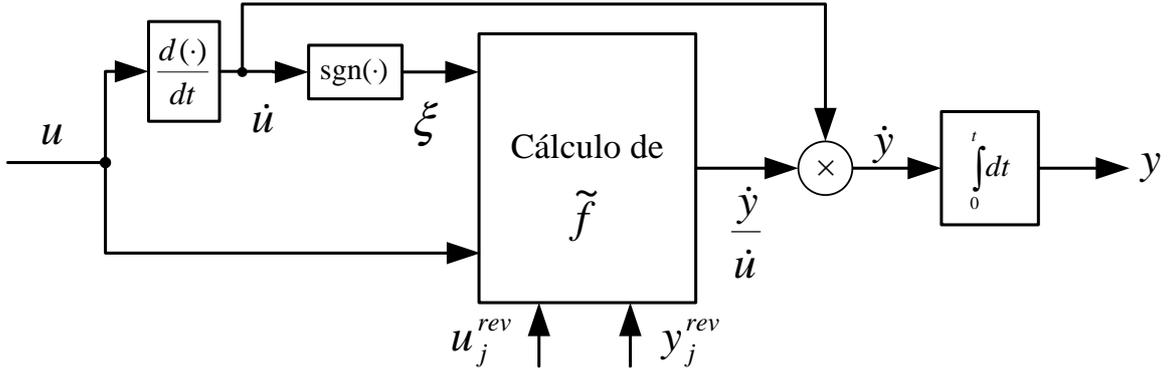


Figura 3.1. Representação em diagrama de blocos do modelo L^2P .

fornechos externamente ao modelo, como entradas independentes que devem ser atualizadas de maneira discreta nos instantes t_j^{rev} . A presença de u_j^{rev} e y_j^{rev} no argumento de \tilde{f} em (3.3) representa um impedimento para se colocar (3.3) na forma (3.4), conforme descrito no item 3 acima.

A fim de eliminar o impedimento descrito no item 3 acima, propomos descrever os parâmetros externos u_j^{rev} e y_j^{rev} como sinais internos ao modelo, incorporando a lógica de atualização desses parâmetros ao modelo L^2P . Para isso, tomando como base a representação da Figura 3.1, adicionamos um bloco DIR (Detecção dos Instantes de Reversão) e dois blocos A/R (Amostrador/Retentor), os quais são mostrados na área rachurada da Figura 3.2.

O bloco DIR executa a detecção dos instantes de reversão do sinal $u(t)$, e os dois blocos A/R representam sistemas amostrador/retentor ideais. O funcionamento do bloco DIR é tal que o sinal $\Phi(t)$ assume o valor $\Phi = 0$ apenas nos instantes de reversão de $u(t)$, e assume o valor $\Phi = 1$ nos demais instantes. O sinal $\Phi(t)$ é usado para controlar os instantes de amostragem dos blocos A/R. Quando $\Phi = 0$, a saída dos blocos A/R assumem o valor de sua respectiva entrada, e quando $\Phi = 1$, a saída retém o último valor assumido enquanto $\Phi = 0$. Desta forma, os sinais $u_r(t)$ e $y_r(t)$ representam a evolução, no tempo contínuo, dos parâmetros u_j^{rev} e y_j^{rev} , respectivamente.

A modificação introduzida na Figura 3.2 ainda não é suficiente para remover o impedimento descrito no item 3, pois, apesar de termos transformado os parâmetros externos u_j^{rev} e y_j^{rev} em

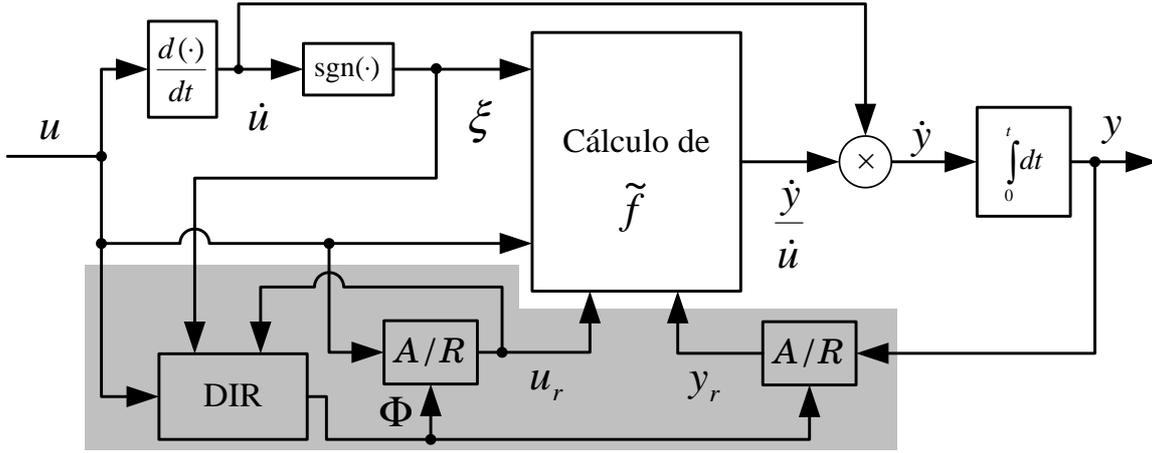


Figura 3.2. Modificação do modelo L^2P com adição dos blocos A/R e DIR.

sinais internos equivalentes $u_r(t)$ e $y_r(t)$, estes sinais internos não encontram expressão por equações de estado, como requerido pela equação (3.4). Isto acontece porque os sistemas A/R ideais, que originam os sinais $u_r(t)$ e $y_r(t)$, não admitem uma representação por equação de estados². Para contornar esse impedimento, substituímos os blocos A/R, da Figura 3.2, por aproximações equivalentes, formadas por filtros de primeira ordem, denominadas de blocos de Memória Dinâmica (MD), os quais podem ser vistos na Figura 3.3. As saídas $x_3(t)$ e $x_4(t)$ dos blocos MD são estados que representam uma aproximação dinâmica dos sinais $u_r(t)$ e $y_r(t)$, respectivamente.

A fim de contornar os impedimentos descritos nos itens 1, 2 e 4, substituímos o bloco $\frac{d(\cdot)}{dt}$, mostrado na Figura 3.2, por uma aproximação equivalente que denominaremos de bloco Derivador Dinâmico (DD), mostrado na Figura 3.3. Este bloco possui como saída os estados $x_1(t)$ e $x_2(t)$. O estado $x_1(t)$ representa uma aproximação para $\dot{u}(t)$, enquanto o estado $x_2(t)$ representa uma aproximação para $u(t)$. Com o uso do bloco DD, eliminamos a presença explícita de $\dot{u}(t)$ como multiplicador de \tilde{f} , através da substituição de $\dot{u}(t)$ pelo estado $x_1(t)$. Também, eliminamos a presença explícita de $u(t)$ no argumento desta função, substituindo $u(t)$ pelo estado $x_2(t)$. Finalmente, substituímos o sinal $\xi = \text{sgn}(\dot{u})$ por uma aproximação equivalente

²Um sistema A/R pode ser representado como um sistema amostrador ideal em série com um sistema retentor de ordem zero. O sistema amostrador ideal consiste na multiplicação do sinal de entrada por um trem de impulsos, e o sistema retentor de ordem zero é um sistema LTI cuja resposta ao impulso é um pulso retangular. A representação, no domínio de Laplace, da resposta de um sistema A/R é uma função transcendental da variável de Laplace, s , que não admite representação na forma de equações de estado.

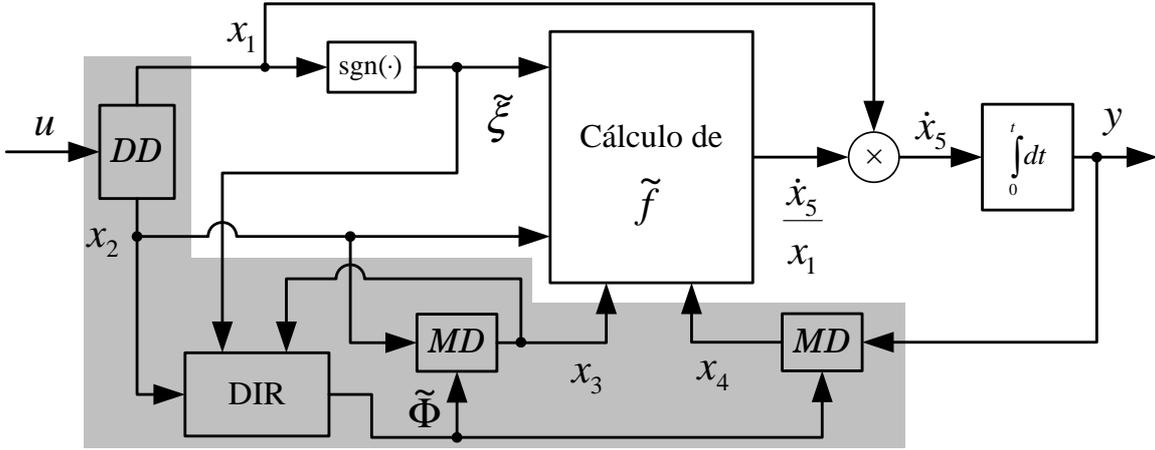


Figura 3.3. Modificação do modelo da Figura 3.2, com a introdução dos blocos DD e MD.

$\tilde{\xi} = \text{sgn}(x_1)$, eliminando a dependência explícita de \tilde{f} com $\dot{u}(t)$, que existe através de $\xi(t)$.

Assim, partindo da representação do modelo L^2P mostrada na Figura 3.1, adicionamos um bloco DIR e dois blocos MD, e substituímos o bloco $\frac{du}{dt}$ pelo bloco DD, com isso obtendo uma aproximação do modelo L^2P , mostrada na Figura 3.3, a qual pode ser representada na forma de afinidade com a entrada, uma vez que os impedimentos listados nos itens de 1 a 4 foram contornados.

Entretanto, devido à presença da função descontínua $\text{sgn}(\cdot)$, na Figura 3.3, a função

$$\tilde{f}(x_2, x_3, x_4, \text{sgn}(x_1))$$

é descontínua em relação ao estado x_1 . Isso não é desejado porque a forma de afinidade com a entrada (3.4) requer que as funções $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e $h(\mathbf{x})$, e suas derivadas parciais com relação ao vetor de estado \mathbf{x} , sejam contínuas. Além disso, devido à presença de erros de aproximação numérica na simulação ou implementação em microcontrolador, ou devido à presença de ruído de medição, quando tivermos $\dot{u}(t) = 0$ podemos ter $x_1(t)$ muito próximo de zero, mas não exatamente igual a zero. Com o uso da função $\text{sgn}(\cdot)$, isso fará com que tenhamos $\tilde{\xi} = \pm 1$, ao invés de $\tilde{\xi} = 0$, o que causa funcionamento incorreto do bloco DIR.

Por estas razões, substituímos a função descontínua $\text{sgn}(\varphi)$ pela função contínua $\tanh(\alpha_0\varphi)$, com $\alpha_0 \geq 1$ constante, a qual, para $\alpha_0 \gg 1$, representa uma aproximação de $\text{sgn}(\varphi)$. Com isso, obtemos o modelo mostrado na Figura 3.4, no qual o sinal $\xi^* = \tanh(\alpha_0 x_1)$ equivale a uma

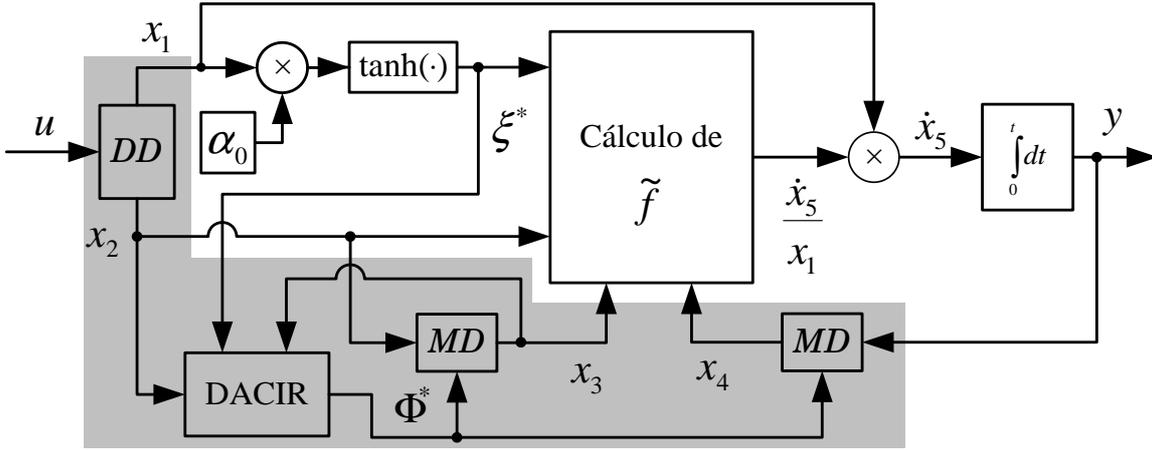


Figura 3.4. Modelo L^2P -IAF.

aproximação do sinal $\tilde{\xi} = \text{sgn}(x_1)$.

Por razão semelhante, substituímos as funções descontínuas usadas internamente pelo bloco DIR, por aproximações contínuas, gerando o bloco DACIR (Detecção Aproximada Contínua dos Instantes de Reversão) usado no modelo da Figura 3.4, cuja saída Φ^* é uma aproximação contínua do sinal $\tilde{\Phi}$.

O modelo da Figura 3.4 é denominado modelo L^2P -IAF, que é um acrônimo para Modelo de Proximidade ao Laço Principal na Forma de Afinidade com a Entrada (*Limity Loop Proximity in the Input-Affine Form*).

3.2 DETECÇÃO DOS INSTANTES DE REVERSÃO

O bloco de Detecção dos Instantes de Reversão (DIR) tem como função identificar o instante de tempo em que ocorre a reversão do sinal de excitação da histerese $u(t)$, passando essa informação para os blocos MD, através do sinal $\Phi(t)$.

Para compreender o funcionamento deste bloco, é necessário primeiro definir mais precisamente o conceito de instante de reversão e de ponto de reversão, o que é feito a seguir.

3.2.1 Definição de Instante de Reversão e Ponto de Reversão

O conceito de instante de reversão de um sinal $u(t)$ pode ser melhor compreendido considerando-se o sinal $\xi(t) = \text{sgn}(\dot{u})$, onde a função $\text{sgn}(\cdot)$ é definida por

$$\text{sgn}(\varphi) = \begin{cases} +1, & \varphi > 0 \\ 0, & \varphi = 0 \\ -1, & \varphi < 0 \end{cases}. \quad (3.5)$$

Um instante de reversão arbitrário t_j^{rev} pode ser definido como um instante no qual o sinal $\xi(t)$ sofre qualquer uma das seguintes transições:

- de $\xi = +1$ para $\xi = -1$ (Figura 3.5a);
- de $\xi = 0$ para $\xi = -1$, quando a transição para $\xi = 0$ se deu a partir de $\xi = +1$ (Figura 3.5c);
- de $\xi = -1$ para $\xi = +1$ (Figura 3.5b);
- de $\xi = 0$ para $\xi = +1$, quando a transição para $\xi = 0$ se deu a partir de $\xi = -1$ (Figura 3.5d).

Um ponto de reversão corresponde ao valor (u_j^{rev}, y_j^{rev}) assumido por $(u(t), y(t))$ em um instante de reversão t_j^{rev} .

Os sinais $u_r(t)$ e $y_r(t)$ mostrados na Figura 3.4 são sinais que exibem a evolução temporal do valor do ponto de reversão. Esses sinais podem ser definidos como $(u_r(t), y_r(t)) = (u(t_j^{rev}), y(t_j^{rev}))$ para $t_j^{rev} < t \leq t_{j+1}^{rev}$, onde t_{j+1}^{rev} representa o instante de reversão imediatamente posterior a t_j^{rev} .

3.2.2 Bloco DIR

A estrutura interna do bloco DIR é representada na Figura 3.6(a), na qual os sinais de entrada e saída do bloco DIR são representados de acordo com a aplicação mostrada na Figura 3.2. Na Figura 3.6(a), o sinal $\Phi(t) = \text{sgn}(|\Omega|)$ funciona como um detector dos instantes de

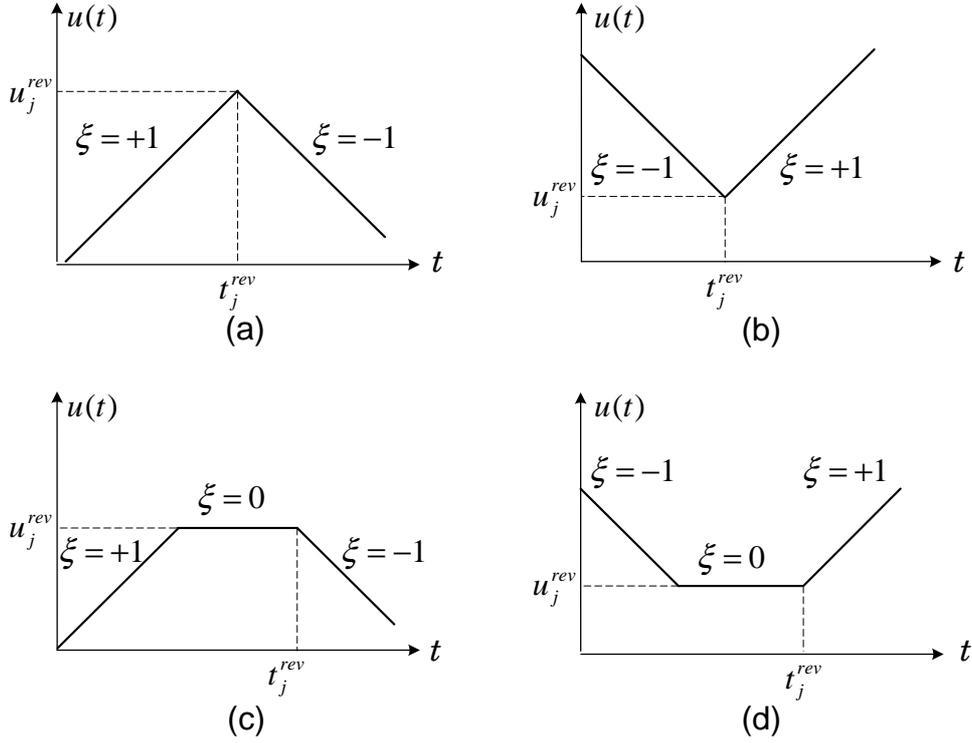


Figura 3.5. Ilustração do conceito de instante de reversão.

reversão de $u(t)$. Devido à dinâmica desse sistema, teremos $\Phi = 0$ apenas nos instantes de reversão, e $\Phi = 1$ nos demais instantes.

Os sinais $\Delta(t) = u(t) - u_r(t)$, $\rho(t) = \text{sgn}(\Delta)$ e $\Omega(t) = \xi(t) + \rho(t)$ implementam a lógica que permite a detecção dos instantes de reversão. Para compreender o funcionamento desse sistema, considere um sinal $u(t)$ tal que $\xi(t)$ muda de valor ao longo de t . Considere um instante

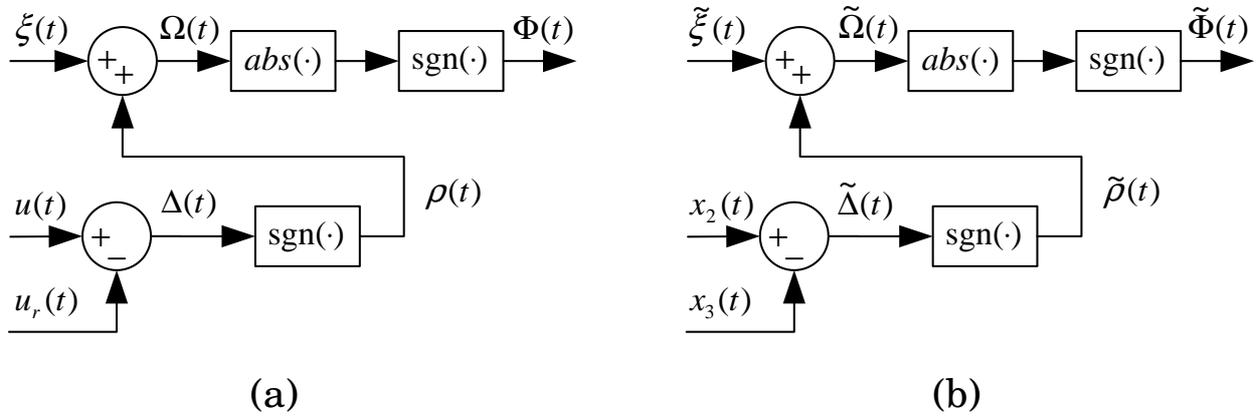


Figura 3.6. Bloco DIR: (a) aplicado ao modelo da Figura 3.2; (b) aplicado ao modelo da Figura 3.3.

Tabela 3.1. Comportamento dos sinais $\rho(t)$, $\Omega(t)$, $\Phi(t)$ e $u_r(t)$ para as possíveis transições de $\xi(t)$.

$\xi(t_i) \rightarrow \xi(t_i^+)$	$\rho(t_i^+)$	$\Omega(t_i^+)$	$\Phi(t_i^+)$	$u_r(t_i^{++})$	$\rho(t_i^{++})$	$\Omega(t_i^{++})$	$\Phi(t_i^{++})$
$+1 \rightarrow 0$	+1	+1	1	u_0	+1	+1	1
$-1 \rightarrow 0$	-1	-1	1	u_0	-1	-1	1
$0 \rightarrow +1,$ $\xi(t_{i-1}) = +1$	+1	+2	1	u_0	+1	+2	1
$0 \rightarrow -1,$ $\xi(t_{i-1}) = -1$	-1	-2	1	u_0	-1	-2	1
$+1 \rightarrow -1$	+1	0	0	$u(t_i^+)$	-1	-2	1
$-1 \rightarrow +1$	-1	0	0	$u(t_i^+)$	+1	+2	1
$0 \rightarrow +1,$ $\xi(t_{i-1}) = -1$	-1	0	0	$u(t_i^+)$	+1	+2	1
$0 \rightarrow -1,$ $\xi(t_{i-1}) = +1$	+1	0	0	$u(t_i^+)$	-1	-2	1

arbitrário t_i e os instantes

$$t_i^+ = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (t_i + |\varepsilon|) \quad (3.6)$$

e

$$t_i^{++} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (t_i^+ + |\varepsilon|) \quad (3.7)$$

tais que:

- no instante t_i o sinal $\xi(t)$ sofre uma transição de valor, passando de $\xi(t_i)$ para $\xi(t_i^+)$, com $\xi(t_i) \neq \xi(t_i^+)$. Esta transição é representada como $\xi(t_i) \rightarrow \xi(t_i^+)$;
- a transição de $\xi(t)$ imediatamente anterior a t_i se dá no instante t_{i-1} . Esta transição é $\xi(t_{i-1}) \rightarrow \xi(t_{i-1}^+)$, com $\xi(t_{i-1}^+) = \xi(t_i)$;
- $u_r(t_i) = u_0$, onde u_0 é o valor de $u(t)$ no instante de reversão imediatamente anterior a t_i .

As possíveis transições de $\xi(t)$ no instante t_i são mostradas na primeira coluna da tabela 3.1. Os valores de $\rho(t)$, $\Omega(t)$ e $\Phi(t)$ correspondentes, para os instantes t_i^+ e t_i^{++} , são mostrados nas demais colunas desta tabela.

Nesta tabela vemos que $\Phi(t)$ assume o valor zero em $t = t_i^+$ apenas para as transições $\xi(t_i) \rightarrow \xi(t_i^+)$ que correspondem a um ponto de reversão, e que o valor de $\Phi(t)$ retorna ao

valor 1 imediatamente depois, ou seja, no instante $t = t_i^{++}$. Assim, os blocos A/R executarão a amostragem de $u(t)$ e $y(t)$ no instante t_i^+ , e esse valor amostrado será retido até a ocorrência de um novo ponto de reversão.

Para explicar como funciona a lógica do bloco DIR, tomemos como exemplo a situação mostrada na primeira linha da tabela 3.1. Em $t = t_i$ temos $\xi = +1$, indicando que $u(t)$ cresceu desde o último instante de reversão, e portanto temos $u(t_i) > u_r(t_i)$. Em t_i^+ continuamos a ter $u(t_i^+) > u_r(t_i^+)$, visto que transcorreu apenas um instante infinitesimal. Com isso, temos $\Delta(t_i^+) > 0$, o que implica $\rho(t_i^+) = +1$. Como $\xi(t_i^+) = 0$, temos $\Omega(t_i^+) = +1$ e, assim, $\Phi(t_i^+) = 1$, indicando corretamente que não foi detectado reversão de $u(t)$ na transição $\xi = +1 \rightarrow 0$.

Como os blocos A/R não alteram o valor de suas saídas na presença de $\Phi = 1$, $u_r(t)$ é mantido constante e os valores de ρ , Ω e Φ permanecem inalterados no instante t_i^{++} e nos instantes posteriores, até que haja uma nova transição em ξ .

Agora consideremos o caso mostrado na quinta linha da tabela 3.1. Em $t = t_i$ temos $\xi = +1$, indicando que $u(t)$ cresceu desde o último instante de reversão, e portanto temos $u(t_i) > u_r(t_i)$. Em t_i^+ continuamos a ter $u(t_i^+) > u_r(t_i^+)$, visto que transcorreu apenas um instante infinitesimal. Com isso, temos $\Delta(t_i^+) > 0$, o que implica $\rho(t_i^+) = +1$. Como $\xi(t_i^+) = -1$, temos $\Omega(t_i^+) = 0$ e, assim, $\Phi(t_i^+) = 0$, indicando corretamente que há reversão de $u(t)$ na transição $\xi = +1 \rightarrow -1$.

Com $\Phi(t_i^+) = 0$, cada bloco A/R ideal (Figura 3.2) executa uma amostragem de sua respectiva entrada, $u(t_i^+)$ e $y(t_i^+)$, atualizando o valor de $u_r(t)$ e $y_r(t)$ no instante t_i^{++} . Passamos então a ter $u_r(t_i^{++}) = u(t_i^+)$. Como $\xi(t_i^{++}) = -1$ (u decrescente), temos $u(t_i^{++}) < u_r(t_i^{++})$, implicando em $\Delta(t_i^{++}) < 0$, $\rho(t_i^{++}) = -1$, $\Omega(t_i^{++}) = -2$ e $\Phi(t_i^{++}) = 1$, o que inibe uma nova amostragem dos blocos A/R até que ocorra um novo ponto de reversão.

3.2.3 Bloco DIR Com Entradas $x_2(t)$, $x_3(t)$ e $\tilde{\xi}(t)$

Na Figura 3.6(b) é representada a aplicação do bloco DIR ao modelo mostrado na Figura 3.3. Apesar da estrutura interna do bloco ser idêntica à da Figura 3.6(a), essa aplicação apresenta um comportamento diferente devido ao uso do sinal contínuo $x_3(t)$, em substituição ao sinal

descontínuo $u_r(t)$.

O sinal $x_3(t)$ é gerado pelo bloco MD, o qual funciona como um sistema de primeira ordem. Na presença de $\tilde{\Phi} = 0$, o bloco MD responde provocando uma transição gradual e contínua do sinal $x_3(t)$, partindo do valor correspondente ao ponto de reversão anterior, em direção ao valor do ponto de reversão atual. Esta transição não ocorre instantaneamente, como no caso do sinal descontínuo $u_r(t)$, pelo contrário, leva um intervalo de tempo que depende da dinâmica do bloco MD e da amplitude dos pontos de reversão anterior e atual.

Na Figura 3.7 temos um esboço do comportamento dos sinais x_3 , $\tilde{\rho}$, $\tilde{\xi}$ e $\tilde{\Phi}$, no funcionamento do bloco DIR, aplicado ao modelo mostrado na Figura 3.3, no qual representamos, simplificadaamente, por segmentos de reta a trajetória exponencial do sinal $x_3(t)$.

Em um dado instante de reversão t_j^{rev} o sinal $x_2(t)$ tem amplitude $x_2(t_j^{rev}) = U_{max}$. Considere que, nesse instante, temos $x_3(t_j^{rev}) = A_{min}$.

No instante t_j^{rev+} (imediatamente posterior ao instante t_j^{rev}) temos uma mudança do valor de $\tilde{\xi}(t)$, o que faz com que passemos a ter $\tilde{\Phi}(t_j^{rev+}) = 0$. A partir deste instante, o bloco MD inicia a amostragem de $x_2(t)$, fazendo com que o valor de $x_3(t)$ cresça, saindo de A_{min} em direção à U_{max} . Ao mesmo tempo, o sinal $x_2(t)$ decresce em amplitude, partindo de U_{max} em direção a U_{min} . Em um dado instante $t = t_j^{rev} + \Delta t$ as amplitudes de $x_2(t)$ e $x_3(t)$ se igualam.

No intervalo $t_j^{rev} < t < t_j^{rev} + \Delta t$, temos $x_2(t) > x_3(t)$, $\tilde{\Delta}(t) > 0$, $\tilde{\rho}(t) = +1$, $\tilde{\xi} = -1$, $\tilde{\Omega}(t) = 0$ e $\tilde{\Phi}(t) = 0$. Com isso, os blocos MD executam a amostragem de suas respectivas entradas, fazendo com que o sinal $x_3(t)$ cresça em direção à U_{max} .

No instante $t = t_j^{rev} + \Delta t$, passamos a ter $x_2(t) = x_3(t)$, $\tilde{\Delta}(t) = 0$, $\tilde{\rho}(t) = 0$, $\tilde{\xi} = -1$, $\tilde{\Omega}(t) = -1$ e $\tilde{\Phi}(t) = 1$. Com isso, os blocos MD cessam a amostragem e o sinal $x_3(t)$ fica retido no valor $x_2(t_j^{rev} + \Delta t) = A_{max}$.

Para $t_j^{rev} + \Delta t < t \leq t_{j+1}^{rev}$, teremos $x_2(t) < x_3(t)$, $\tilde{\Delta}(t) < 0$, $\tilde{\rho}(t) = -1$, $\tilde{\xi} = -1$, $\tilde{\Omega}(t) = -2$ e $\tilde{\Phi}(t) = 1$. Desta forma o valor de $x_3(t)$ fica retido até a ocorrência de um novo ponto de reversão.

Pode ser visto que a detecção do ponto de reversão é aproximada, e é tanto mais precisa

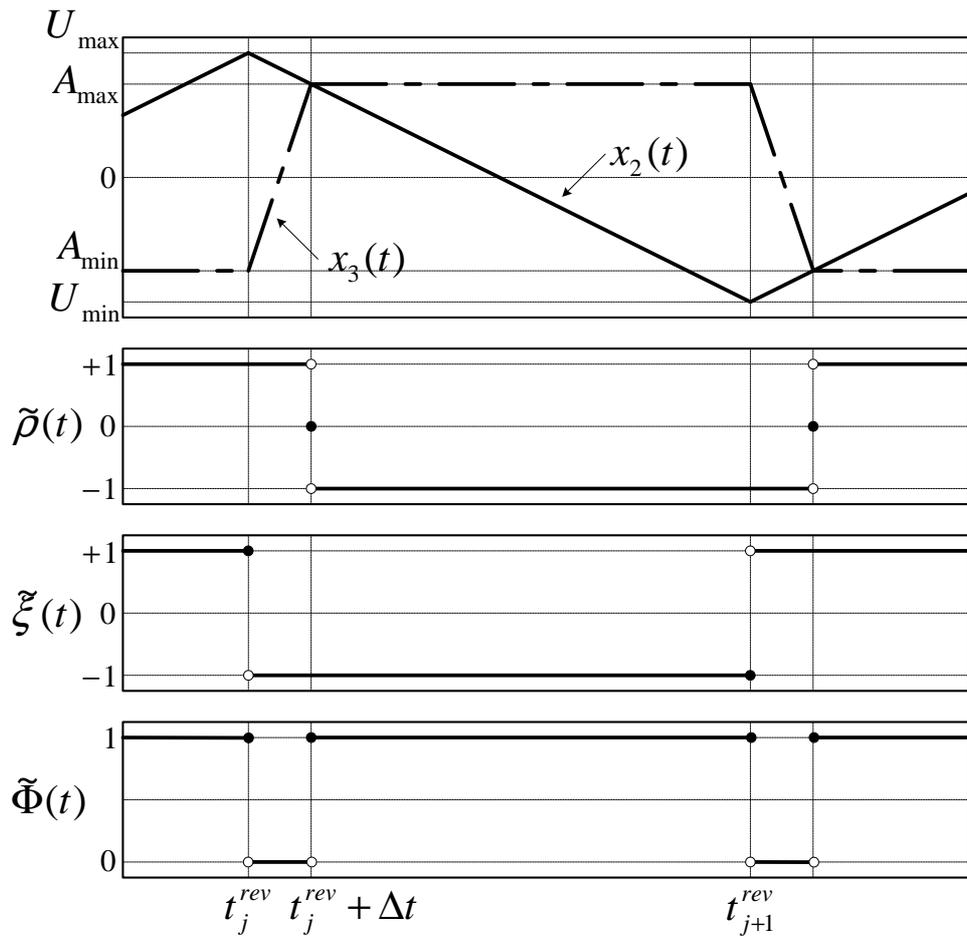


Figura 3.7. Esboço do comportamento dos sinais x_3 , $\tilde{\rho}$, $\tilde{\xi}$ e $\tilde{\Phi}$, no funcionamento do bloco DIR no contexto de sua aplicação ao modelo da Figura 3.3.

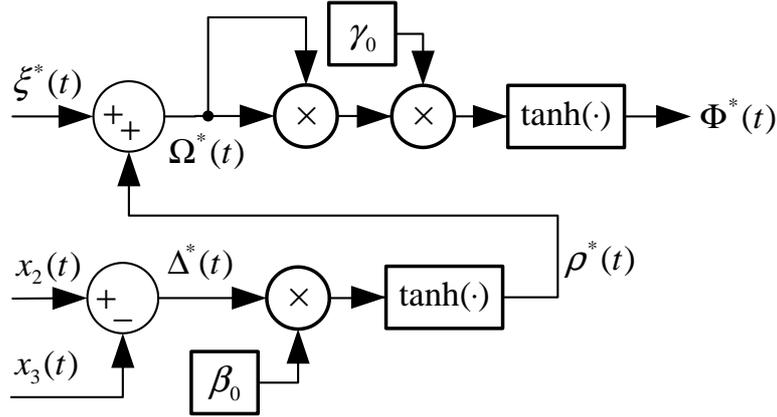


Figura 3.8. Bloco de DACIR usado no modelo L^2P -IAF.

quanto mais rápida for a dinâmica de amostragem do bloco MD, ou seja, na Figura 3.7 temos $A_{max} \rightarrow U_{max}$ quando $\Delta t \rightarrow 0$.

3.2.4 Bloco DACIR

Da Figura 3.6(b), podemos escrever

$$\tilde{\Phi}(x_1, x_2, x_3) = \text{sgn}\{\text{abs}[\text{sgn}(x_1) + \text{sgn}(x_2 - x_3)]\}, \quad (3.8)$$

de onde vemos que $\tilde{\Phi}$ é uma função descontínua dos estados x_1 , x_2 e x_3 . Como será visto posteriormente, a equação diferencial que rege a dinâmica do bloco MD pode ser escrita como $\dot{x}_3 = f_3(x_2, x_3, \tilde{\Phi})$, sendo descontínua por depender de $\tilde{\Phi}$. Essa equação está inserida na equação de estado que representa o sistema da Figura 3.3, tornando-a descontínua em relação ao vetor de estados. Isso não é desejado, pois para que se represente o modelo L^2P na forma (3.4), as funções $\mathbf{f}(\mathbf{x})$, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ e $h(\mathbf{x})$ devem possuir derivadas parciais contínuas em relação ao vetor de estado \mathbf{x} .

Por isto, no modelo L^2P -IAF, as funções $\text{sgn}(\cdot)$ presentes na Figura 3.6(b) foram substituídas por aproximações equivalentes baseadas na função $\tanh(\cdot)$, e a função $\text{abs}(\cdot)$ foi substituída pela função $(\cdot)^2$, dando origem ao bloco DACIR (Detecção Aproximada Contínua dos Instantes de Reversão), mostrado na Figura 3.8.

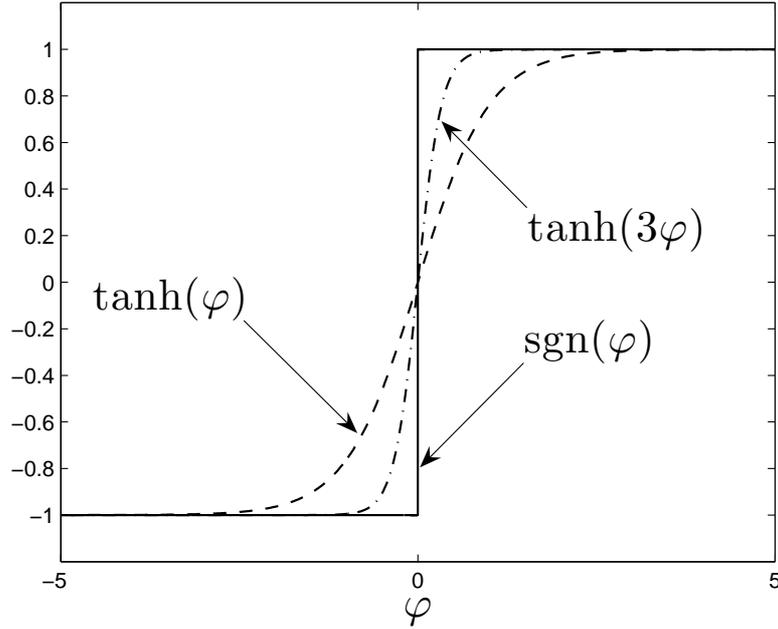


Figura 3.9. Relação entre $\text{sgn}(\varphi)$ e $\tanh(k\varphi)$, para $k = 1$ e $k = 3$.

Com isso, temos os novos sinais $\Phi^*(t) = \tanh(\gamma_0\Omega^{*2})$, $\Omega^*(t) = \xi^* + \rho^*$, $\rho^*(t) = \tanh(\beta_0\Delta^*)$ e $\Delta^*(t) = x_2 - x_3$, resultando

$$\Phi^*(x_1, x_2, x_3) = \tanh\{\gamma_0[\tanh(\alpha_0x_1) + \tanh(\beta_0x_2 - \beta_0x_3)]^2\}. \quad (3.9)$$

A relação entre os sinais $\text{sgn}(\cdot)$ e $\tanh(\cdot)$ pode ser vista na Figura 3.9. Tem-se $\tanh(\varphi) \rightarrow +1$ quando $\varphi \rightarrow +\infty$, e $\tanh(\varphi) \rightarrow -1$ quando $\varphi \rightarrow -\infty$. Para a função $\tanh(k\varphi)$, k constante, quanto maior o valor de k , mais abrupta é a transição entre -1 e $+1$ com a variação de φ , e quando $k \rightarrow \infty$ a resposta da função $\tanh(k\varphi)$ tende a ser idêntica à resposta da função $\text{sgn}(\varphi)$.

Na Figura 3.10 temos um esboço dos sinais envolvidos no funcionamento do bloco DACIR, no qual representamos, simplificadaamente, por segmentos de reta, tanto a trajetória exponencial do sinal $x_3(t)$, quanto a trajetória tipo tangente hiperbólica dos sinais $\xi^*(t)$, $\rho^*(t)$ e $\Phi^*(t)$.

No instante t_j^{rev} se inicia uma transição em $\xi^*(t)$, que passa, continuamente, de $\xi^* \approx +1$ para $\xi^* \approx -1$. Com isso, passamos a ter $\Phi^*(t) \approx 0$, a partir de t_j^{rev} . A partir deste instante, o bloco MD inicia a amostragem de $x_2(t_j^{rev}) = U_{max}$, fazendo com que o valor de $x_3(t)$ cresça, saindo de A_{min} em direção à U_{max} . Ao mesmo tempo, o sinal $x_2(t)$ decresce em amplitude, partindo de U_{max} em direção a U_{min} .

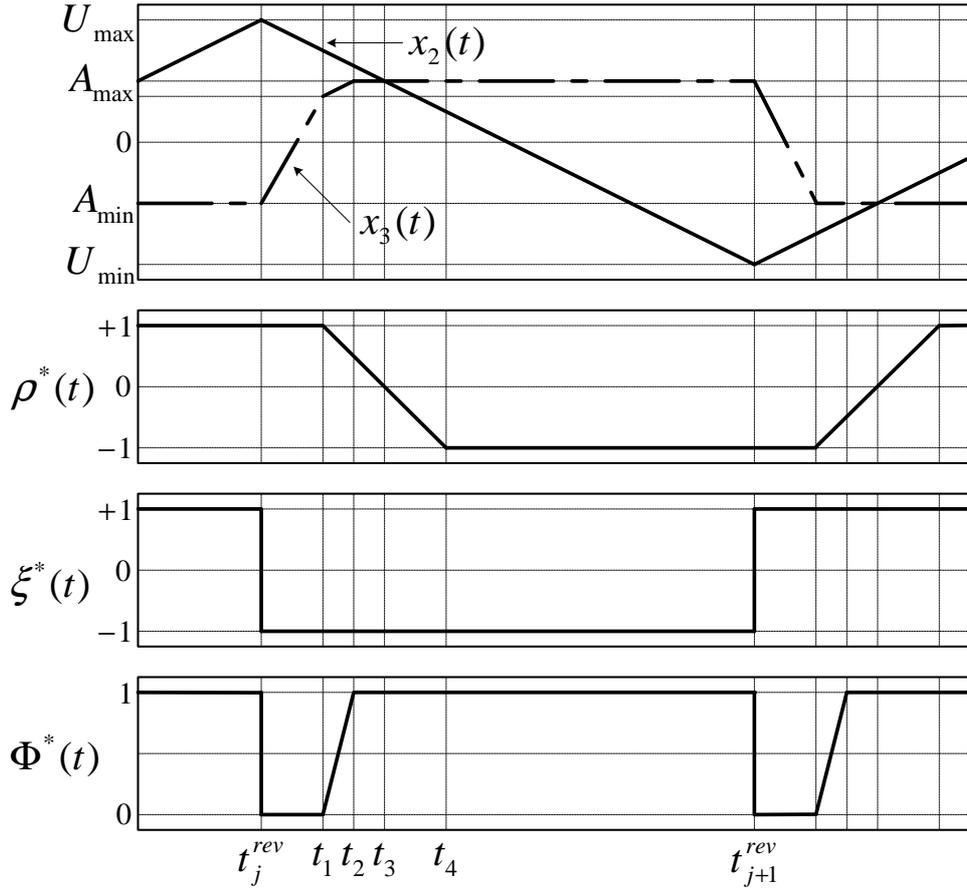


Figura 3.10. Esboço do comportamento dos sinais x_3 , ρ^* , ξ^* e Φ^* , no funcionamento do bloco DACIR.

À medida que $x_3(t)$ cresce e $x_2(t)$ decresce, o valor de $\Delta^*(t) = x_2 - x_3$ diminui, até que, no instante t_1 , $\Delta^*(t)$ atinge um valor limiar que faz com que o valor de $\rho^*(t) = \tanh(\beta_0 \Delta^*)$ decresça sensivelmente com o decréscimo posterior de $\Delta^*(t)$.

Com o decréscimo de $\rho^*(t)$, a partir de t_1 , $\Phi^*(t)$ cresce, saindo de 0 em direção a 1. Com isso, a fase de amostragem dos blocos MD é gradualmente interrompida, a partir de t_1 , até que tenhamos $\Phi^* \approx 1$, em t_2 , fazendo com que o valor $x_3(t_2) = A_{max}$ seja mantido até o instante t_{j+1}^{rev} , quando uma nova amostragem é executada.

A posterior transição de $\rho^*(t)$ para aproximadamente -1 , em t_4 , não tem efeito notável no valor de $\Phi^*(t)$, o qual continua aproximadamente igual a 1 até o instante t_{j+1}^{rev} .

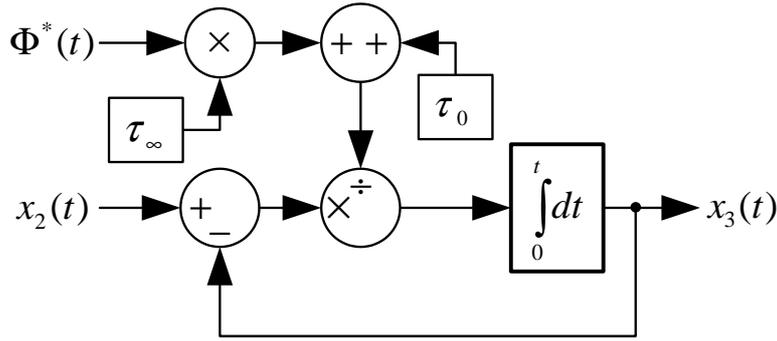


Figura 3.11. Bloco Memória Dinâmica.

3.2.5 Bloco Memória Dinâmica

A estrutura do bloco Memória Dinâmica (MD) é mostrado na Figura 3.11, representando a sua aplicação na amostragem de $x_2(t)$. Esse bloco apresenta uma dinâmica de primeira ordem, na qual as constantes de tempo τ_∞ e τ_0 são combinadas para formar uma constante de tempo variável dada por $\tau(\Phi^*) = \Phi^*(t)\tau_\infty + \tau_0$, com $\tau_\infty \rightarrow \infty$ e $\tau_0 \rightarrow 0$. Quando $\Phi^* = 0$, temos $\tau(0) = \tau_0$, e a amplitude de $x_3(t)$ se aproxima rapidamente da amplitude de $x_2(t)$, de maneira exponencial, com uma constante de tempo τ_0 . Isto representa uma amostragem de $x_2(t)$. Quando $\Phi^* = 1$, temos $\tau(1) = \tau_\infty + \tau_0 \approx \tau_\infty$, e o sinal $x_3(t)$ se afasta lentamente da amplitude amostrada, de forma exponencial, com uma constante de tempo τ_∞ , representando a retenção do valor de $x_2(t)$ amostrado. O sistema assim representado pode ser escrito através da equação diferencial

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{\tau(\Phi^*)}x_3 + \frac{1}{\tau(\Phi^*)}x_2. \quad (3.10)$$

O bloco MD também é empregado na amostragem e retenção do sinal $y(t)$. Neste caso, a entrada bo bloco MD é uma realimentação da saída $y(t)$ do sistema de histerese, e a saída é o estado $x_4(t)$ (Figura 3.4). A equação diferencial que representa essa dinâmica é

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{\tau(\Phi^*)}x_4 + \frac{1}{\tau(\Phi^*)}y. \quad (3.11)$$

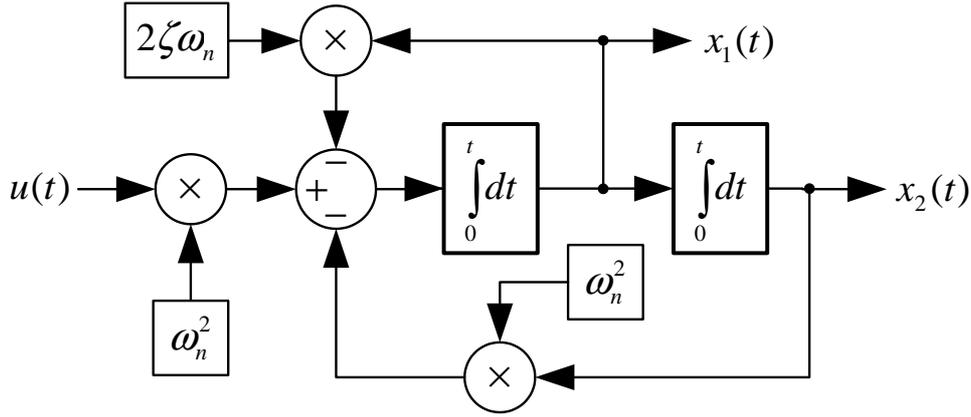


Figura 3.12. Bloco Derivador Dinâmico.

3.2.6 Bloco Derivador Dinâmico

A estrutura do bloco Derivador Dinâmico (DD) é mostrada na Figura 3.12. Este bloco possui uma dinâmica de segunda ordem³, cuja representação por equação de estados é

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n & -\omega_n^2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_n^2 \\ 0 \end{bmatrix} u(t). \quad (3.12)$$

Os estados $x_1(t)$ e $x_2(t)$ funcionam como uma aproximação limitada em frequência dos sinais $\dot{u}(t)$ e $u(t)$, respectivamente.

Para compreender como o estado $x_1(t)$ do bloco Derivador Dinâmico pode se aproximar da resposta de um derivador ideal, é necessário analisar a resposta de ambos os circuitos no domínio da frequência.

A resposta em frequência de um derivador ideal é escrita na variável de Laplace s como $H_D(s) = s$. O diagrama de Bode para a resposta em frequência de uma derivador ideal é caracterizado por um ganho de 20 dB/dec e fase de 90 graus em toda a faixa de frequências.

A resposta em frequência do bloco Derivador Dinâmico, tomando como saída o estado $x_1(t)$, é dada por

$$H_1(s) = \frac{X_1(s)}{U(s)} = \frac{\omega_n^2 s}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (3.13)$$

³A escolha da ordem da aproximação foi feita com a intenção de minimizar o ganho em frequência do bloco DD nas altas frequências, a fim de diminuir sua sensibilidade ao ruído de medição. A aproximação por um sistema de primeira ordem possui a desvantagem de permitir ganho elevado (constante) nas altas frequências. Aproximações de ordem superiores oneram desnecessariamente o modelo.

onde $X_1(\mathbf{s})$ e $U(\mathbf{s})$ correspondem à transformada de Laplace dos sinais $x_1(t)$ e $u(t)$, respectivamente. O parâmetro ω_n corresponde à frequência de canto, ζ é o fator de amortecimento e a frequência de ressonância vale $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2}$.

O diagrama de Bode de $H_1(\mathbf{s})$ para diferentes valores de ζ é mostrado na Figura 3.13. O diagrama de Bode pode ser dividido em três regiões:

- nas baixas frequências ($\omega \ll \omega_n$) temos um ganho aproximado de 20 dB/dec e fase de aproximadamente +90 graus;
- na região em torno da frequência de ressonância temos um máximo na magnitude e fase nula;
- nas altas frequências ($\omega \gg \omega_n$) temos um ganho de aproximadamente -20 dB/dec e fase de aproximadamente -90 graus.

Pode-se ver que na região de baixas frequências a resposta do bloco Derivador Dinâmico se aproxima da resposta de um derivador ideal.

A magnitude de $H_1(j\omega)$ é dada por

$$20 \log_{10}(|H_1(j\omega)|) = 20 \log_{10}(\omega) - 10 \log_{10} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right], \quad (3.14)$$

de onde se vê que para valores de $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow 0$ o termo $10 \log_{10} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2}\right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 \right]$ em (3.14) tende à zero, e a curva de magnitude tem uma inclinação de 20 dB/dec.

A fase de $H_1(j\omega)$ é dada pela expressão

$$\angle H_1(j\omega) = 90 - \arctan \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right), \quad (3.15)$$

de onde se vê que $\angle H_1(j\omega) \rightarrow 90$ quando $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow 0$.

De maneira semelhante, podemos mostrar que a aproximação $x_2(t) \approx u(t)$ é válida para baixas frequências.

De (3.12) temos $\dot{x}_2 = x_1$, portanto $X_2 = \frac{1}{s}X_1$, de onde temos

$$H_2(\mathbf{s}) = \frac{X_2(\mathbf{s})}{U(\mathbf{s})} = \frac{\omega_n^2}{\mathbf{s}^2 + 2\zeta\omega_n\mathbf{s} + \omega_n^2}. \quad (3.16)$$

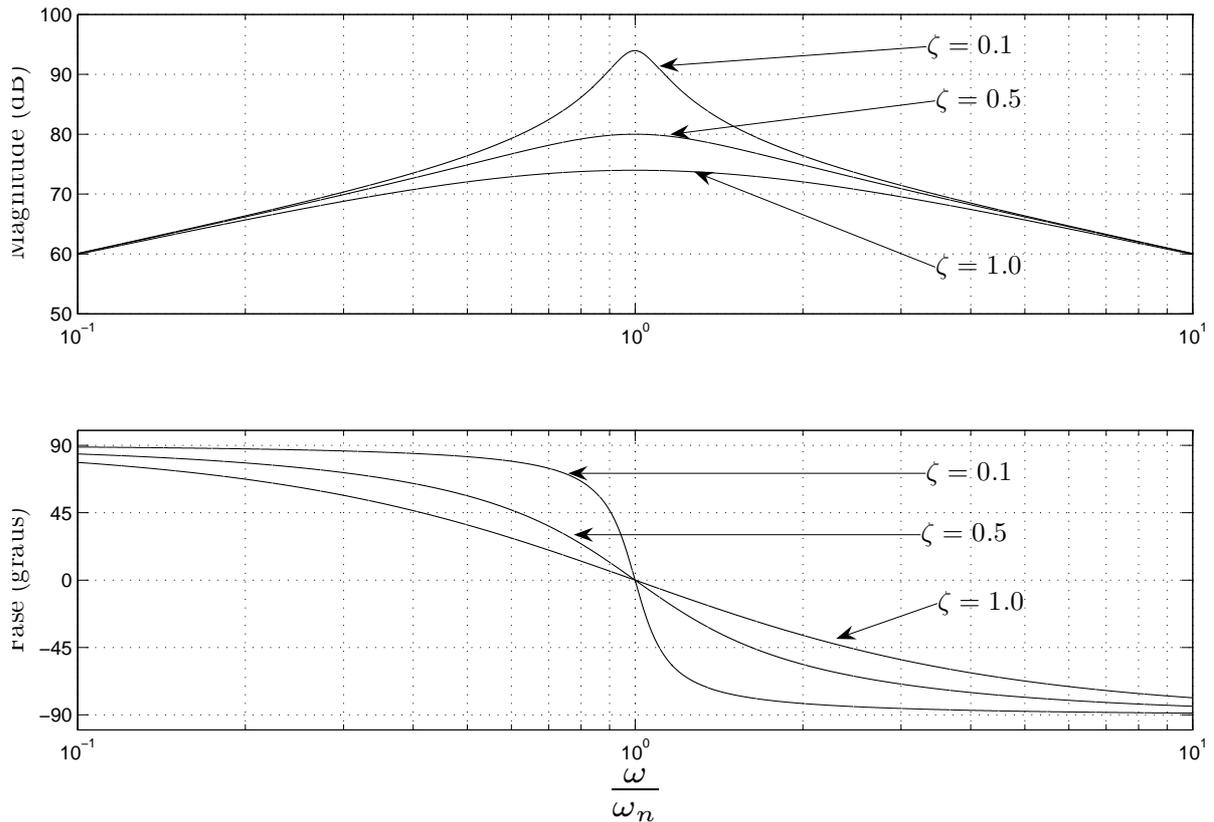


Figura 3.13. Efeito da constante de amortecimento ζ na resposta em frequência $H_1(s)$ do bloco Derivador Dinâmico ($\omega_n = 10^4$ rad/seg).

O diagrama de Bode de $H_2(s)$ é mostrado na Figura 3.14.

O diagrama de Bode pode ser dividido em três regiões:

- nas baixas frequências ($\omega \ll \omega_n$) temos um ganho aproximado de 0 dB/dec e fase de aproximadamente 0 graus;
- na região em torno de ω_n temos um máximo na magnitude e fase 90 graus;
- nas altas frequências ($\omega \gg \omega_n$) temos um ganho de aproximadamente -40 dB/dec e fase de aproximadamente -180 graus.

Assim, na região de baixas frequências temos $H_2(s) \approx 1$ e $X_2(s) \approx U(s)$.

A magnitude de $H_2(j\omega)$ é dada por

$$20 \log_{10}(|H_2(j\omega)|) = -10 \log_{10} \left[\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_n^2} \right)^2 + \left(2\zeta \frac{\omega}{\omega_n} \right)^2 \right], \quad (3.17)$$

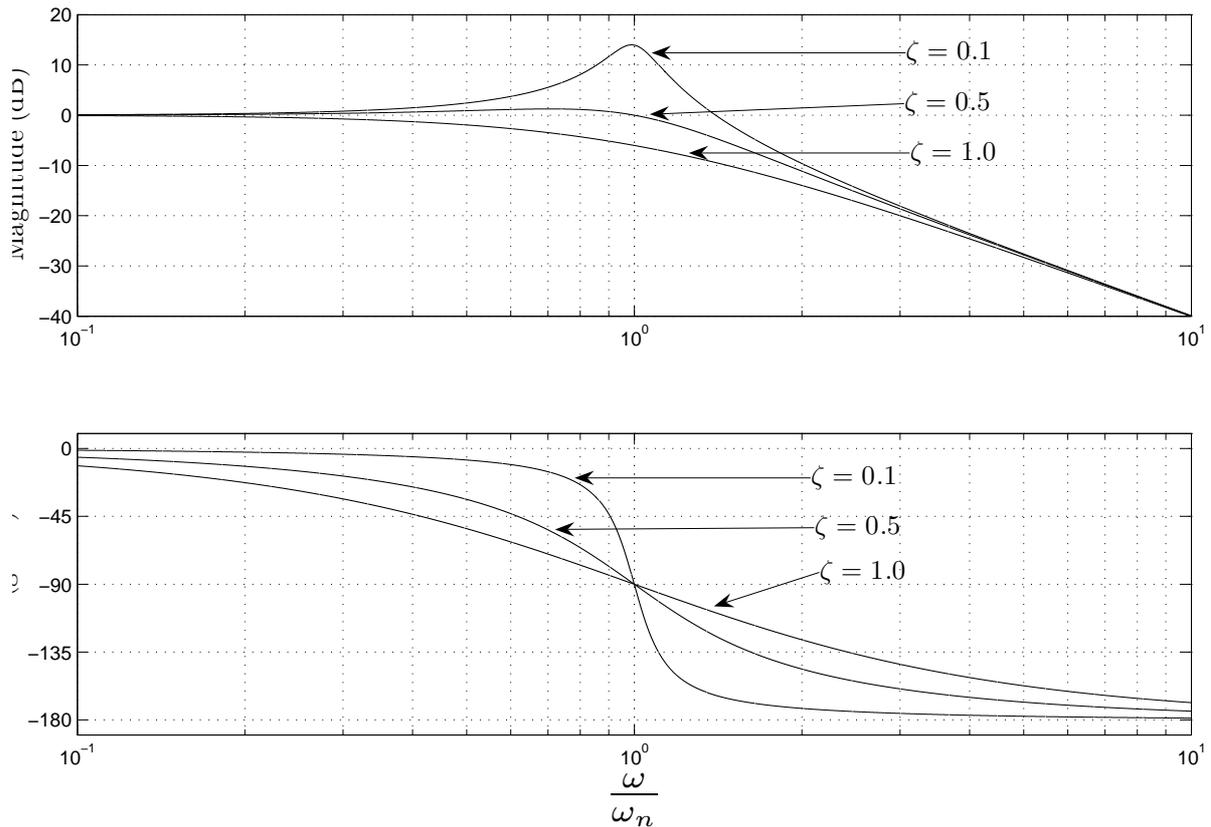


Figura 3.14. Efeito da constante de amortecimento ζ na resposta em frequência $H_2(s)$ do bloco Derivador Dinâmico.

de onde se vê que para valores de $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow 0$ a magnitude de $H_2(j\omega)$ tende a zero dB.

A fase de $H_2(j\omega)$ é dada pela expressão

$$\angle H_2(j\omega) = -\arctan \left(\frac{2\zeta \frac{\omega}{\omega_n}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2} \right), \quad (3.18)$$

de onde se vê que para $\frac{\omega}{\omega_n} \rightarrow 0$ o ângulo de $H_2(j\omega)$ tende a zero graus.

3.3 MODELO L²P-IAF

O modelo L²P generalizado é representado na forma de equação diferencial ordinária por (3.3) e desejamos que ele seja expresso como uma equação de estado na *forma de afinidade com a entrada*, dada por (3.4) para a permitir a potencial aplicação da técnica de controle não-linear denominada *linearização por realimentação*.

Para uma representação na forma (3.4), modificamos (3.3), substituindo $\frac{du}{dt}$ por $x_1(t)$, $\xi(t)$ por $\xi^*(t) = \tanh(\alpha_0 x_1)$ e $u(t)$ por $x_2(t)$. Substituímos também as variáveis u_j^{rev} e y_j^{rev} pelos estados $x_3(t)$ e $x_4(t)$, respectivamente, e fazemos $x_5(t) = y(t)$, resultando

$$\dot{x}_5 = x_1 \tilde{f}(x_2, x_3, x_4, \xi^*), \quad (3.19)$$

onde

$$\tilde{f}(x_2, x_3, x_4, \xi^*) = 2 \frac{Y_s}{\pi} \frac{U_0 \left(1 + P' \left(\frac{x_2 - x_3}{U_{pr}} \right) \right)}{U_0^2 + \left(U_{pr} P \left(\frac{x_2 - x_3}{U_{pr}} \right) + x_2 - \xi^* U_c \right)^2}, \quad (3.20)$$

sendo

$$P(\gamma) = \begin{cases} 1 - \sin \eta \gamma, & \eta \gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \eta \gamma > \frac{\pi}{2} \end{cases}, \quad (3.21)$$

$$P'(\gamma) = \begin{cases} -\eta \cos \eta \gamma, & \eta \gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \eta \gamma > \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (3.22)$$

e

$$U_{pr} = U_0 \tan \left(\frac{\pi x_4}{2 Y_s} \right) + \xi^* U_c - x_3, \quad (3.23)$$

onde as constante U_0 , U_c , Y_s correspondem a uma generalização dos parâmetros h_0 , H_c e M_c do modelo L^2P para a histerese ferromagnética, respectivamente, e η é uma constante arbitrária.

O modelo de histerese resultante dessas substituições é chamado de modelo L^2P -IAF, e sua representação em diagrama de blocos é mostrada na Figura 3.4. Sua descrição sob a forma de equação de estado não-linear com afinidade com a entrada é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2\zeta\omega_n x_1 - \omega_n^2 x_2 \\ x_1 \\ -\tau^{-1} x_3 + \tau^{-1} x_2 \\ -\tau^{-1} x_4 + \tau^{-1} x_5 \\ x_1 \tilde{f}(x_2, x_3, x_4, \xi^*) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_n^2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad (3.24)$$

$$y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix}, \quad (3.25)$$

onde $\tau = \tau(\Phi^*) = \tau(x_1, x_2, x_3)$ é dado por

$$\tau(x_1, x_2, x_3) = \tanh\{\gamma_0 [\tanh(\alpha_0 x_1) + \tanh(\beta_0 x_2 - \beta_0 x_3)]^2\} \tau_\infty + \tau_0. \quad (3.26)$$

3.4 PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS

O modelo L²P-IAF possui ao todo onze parâmetros. Desses, quatro pertencem ao modelo L²P original e são diretamente responsáveis pela forma da curva de histerese. São eles os parâmetros U_0 , U_c , Y_s e η , que são generalizações correspondentes aos parâmetros h_0 , H_c , M_c e η , respectivamente, do modelo L²P para a histerese magnética. O procedimento de estimação dos parâmetros generalizados é idêntico ao procedimento de estimação do respectivo parâmetro para a histerese magnética, conforme apresentado na seção 2.4.3.1.

Os sete novos parâmetros introduzidos pelo modelo L²P-IAF são ω_n , ζ , τ_0 , τ_∞ , α_0 , β_0 e γ_0 . Eles são responsáveis pela exatidão das aproximações dinâmicas feitas pelo modelo L²P-IAF. Esses parâmetros devem ser dimensionados de acordo com um critério de erro permissível nessas aproximações. Para derivar esse critério, serão estudadas, nas seções a seguir, as características de resposta transiente e resposta em frequência dos subsistemas Derivador Dinâmico e Memória Dinâmica.

Os parâmetros U_0 , U_c , Y_s e η devem ser identificados numa primeira etapa, a seguir devem ser identificados os parâmetros ω_n , ζ , τ_0 e τ_∞ , e por fim devem ser identificados os parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 .

3.4.1 Parâmetros do Bloco Derivador Dinâmico.

O critério para dimensionamento do parâmetro ζ é obtido partindo-se da análise do comportamento transiente do bloco Derivador Dinâmico. A resposta de $x_1(t)$ à rampa ($u(t) = t, t \geq 0$), no domínio do tempo, depende do valor de ζ , conforme se segue (Figura 3.15):

- Para $0 \leq \zeta < 1$ temos uma resposta sub-amortecida caracterizada por um comportamento oscilatório dado por

$$x_1(t) = 1 - \frac{e^{-\zeta\omega_n t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}(\omega_n \sqrt{1-\zeta^2} t + \arctan \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}); \quad (3.27)$$

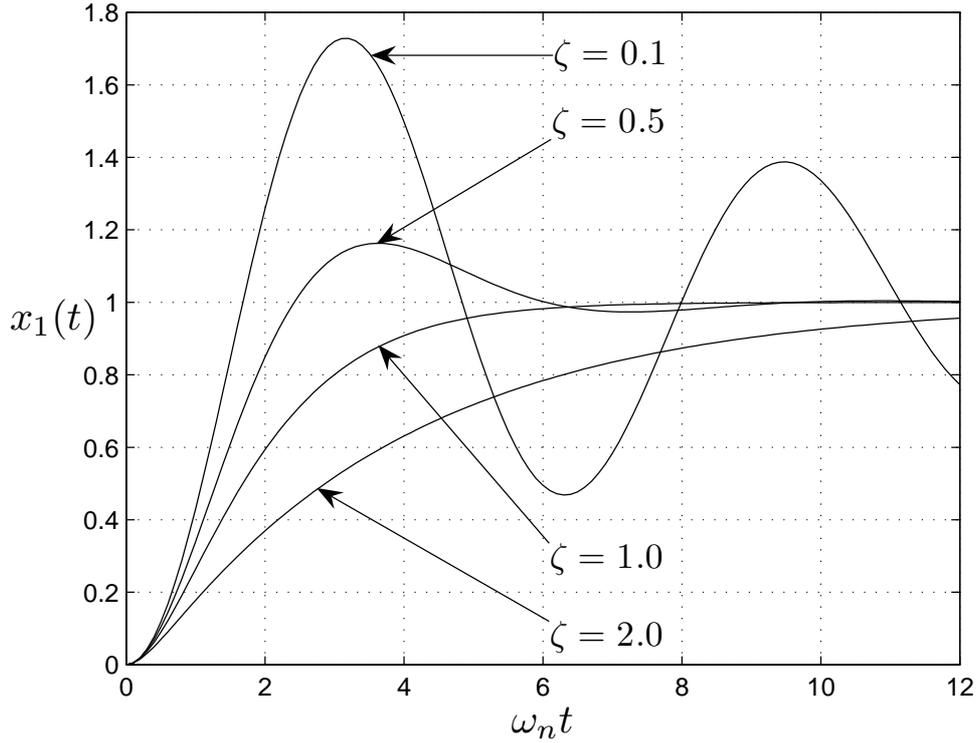


Figura 3.15. Efeito da variação de ζ na resposta à rampa do sinal $x_1(t)$ do bloco Derivador Dinâmico.

- Para $\zeta = 1$ temos uma resposta criticamente amortecida dada por

$$x_1(t) = 1 - e^{-\omega_n t}(1 + \omega_n t); \tag{3.28}$$

- Para $\zeta > 1$ temos um comportamento sobre-amortecido descrito por

$$x_1(t) = 1 + \frac{\omega_n}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \left(\frac{e^{-s_1 t}}{s_1} - \frac{e^{-s_2 t}}{s_2} \right), \tag{3.29}$$

onde $s_1 = (\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n$ e $s_2 = (\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})\omega_n$.

No caso sub-amortecido ($0 \leq \zeta < 1$), o comportamento de $x_1(t)$ é oscilatório. Este comportamento não é desejado pois, para certos sinais $u(t)$, resulta no funcionamento incorreto do bloco DACIR, acarretando falsas detecções de pontos de reversão. Isto acontece, por exemplo, nos casos em que $\dot{u}(t)$ sofre transição abrupta para zero. Nestes casos, $x_1(t)$ oscila a partir do instante de transição, assumindo valores negativos e positivos em torno do zero (Figura 3.16). Isto faz com que $\xi^*(t)$ assumam alternadamente os valores $+1$ e -1 , levando o sistema DACIR a interpretar erroneamente essas oscilações como pontos reversão de $u(t)$.

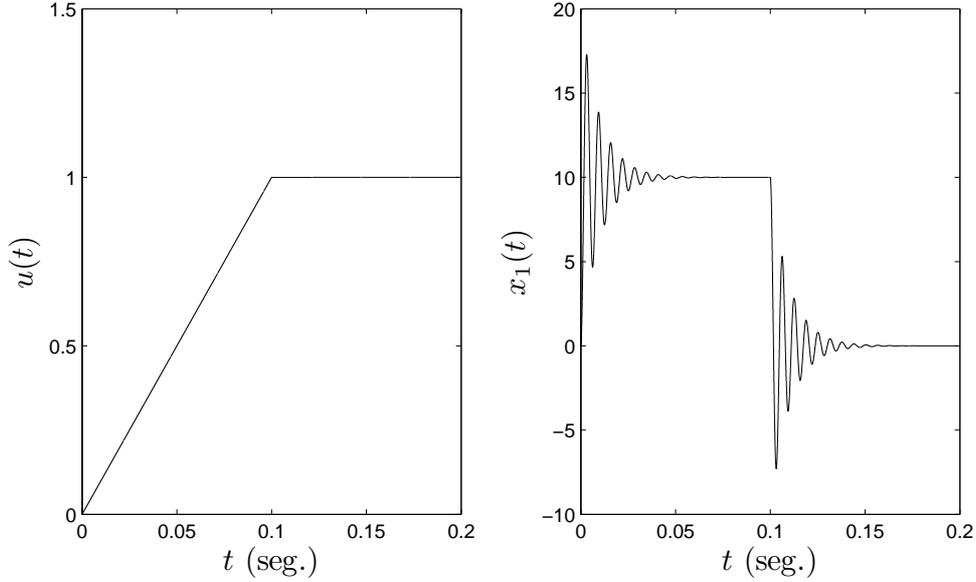


Figura 3.16. Excitação $u(t)$ e resposta $x_1(t)$ correspondente, no caso sub-amortecido ($\zeta = 0.1$).

Nos demais casos ($\zeta \geq 1$), a resposta $x_1(t)$ é não-oscilatória, conforme se deseja. O critério para determinação de um valor específico de ζ é minimizar o atraso de fase

$$\Delta\theta = \angle X_1(j\omega) - \angle j\omega U(j\omega) = \angle X_2(j\omega) - \angle U(j\omega), \quad (3.30)$$

de maneira a se obter uma boa aproximação $\angle H_1(j\omega) \approx 90^\circ$ e $\angle H_2(j\omega) \approx 0^\circ$, bem como minimizar a diferença de amplitude

$$\Delta A = \frac{|j\omega U(j\omega)| - |X_1(j\omega)|}{|j\omega U(j\omega)|} = \frac{|U(j\omega)| - |X_2(j\omega)|}{|U(j\omega)|}, \quad (3.31)$$

para que se tenha uma boa aproximação $|H_1(j\omega)| \approx \omega$ e $|H_2(j\omega)| \approx 1$. Os valores mínimos de $|\Delta\theta|$ e ΔA , na faixa $\zeta \geq 1$, são obtidos com $\zeta = 1$, conforme visto na Figura 3.17.

Para o dimensionamento de ω_n , consideramos primeiramente o caso de excitação $u(t)$ senoidal de frequência ω_s . O dimensionamento de ω_n é feito de maneira a limitar o atraso de fase $\Delta\theta$ e a diferença de amplitude ΔA introduzidos pelo Derivador Dinâmico.

Na Figura 3.18, vemos a dependência do atraso de fase e da diferença de amplitude com $\frac{\omega}{\omega_n}$, para $\zeta = 1$. Para definirmos um limite aceitável para $\frac{\omega_s}{\omega_n}$, vamos analisar o efeito de ΔA e $\Delta\theta$ na curva de histerese.

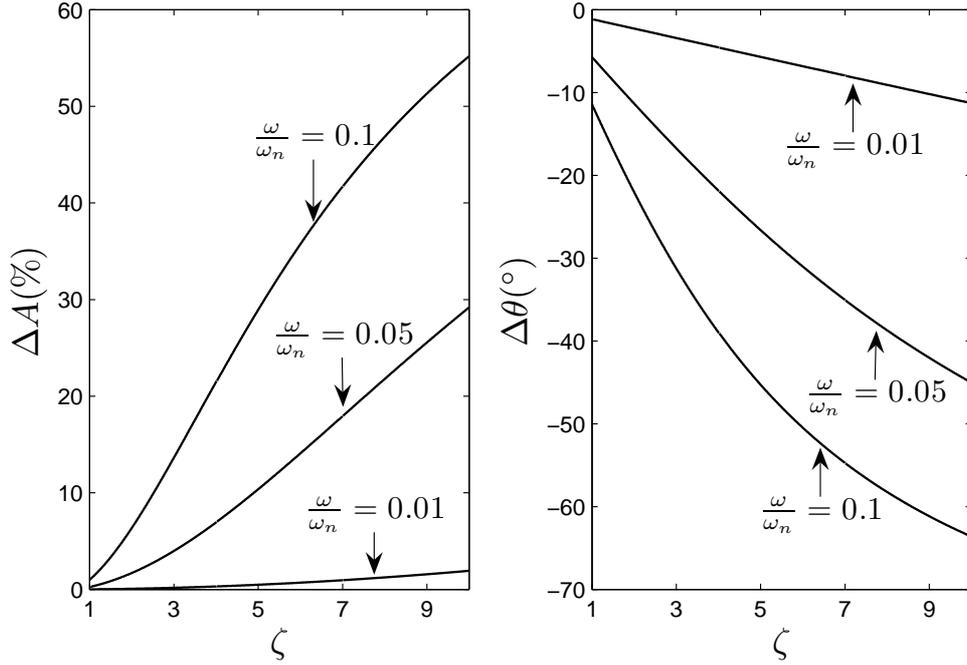


Figura 3.17. Efeito da variação de ζ na diferença de amplitude ΔA e atraso de fase $\Delta\theta$.

Para visualizar o efeito isolado da diferença de amplitude ΔA na curva de histerese no modelo L²P-IAF, podemos aproximar, de maneira grosseira, o modelo L²P-IAF por um bloco atenuador de ganho $(1 - \Delta A)$ seguido de um bloco de histerese estática arbitrária, representada pelo operador $\mathcal{H}[\cdot]$. Uma excitação $u(t) = \text{sen}(\omega_s t)$, aplicada ao bloco atenuador, gera o sinal $x_2(t) = (1 - \Delta A)\text{sen}(\omega_s t)$, o qual é aplicado ao bloco de histerese estática, gerando a saída $y(t) = \mathcal{H}[x_2(t)]$. A curva de histerese $u(t) \times \mathcal{H}[x_2(t)]$, obtida dessa maneira, é representada na Figura 3.19. Pode-se notar que a curva de histerese para $\Delta A = 0.99\%$ é muito semelhante à curva de histerese para $\Delta A = 0\%$. O valor $\Delta A = 0.99\%$ corresponde à diferença de amplitude introduzida pelo bloco DD para $\frac{\omega_s}{\omega_n} = 10^{-1}$ (Figura 3.18). Desta maneira, considerando apenas o efeito de ΔA na curva de histerese, o bloco DD pode ser dimensionado para $\frac{\omega_s}{\omega_n} \leq 10^{-1}$.

De maneira similar, o efeito isolado do atraso de fase $\Delta\theta$ na curva de histerese do modelo L²P-IAF, pode ser esboçado se aproximarmos o modelo L²P-IAF por um modelo simplificado constituído de um bloco defasador de $\Delta\theta$ conectado em série a um bloco de histerese estática \mathcal{H} . A Figura 3.20 representa a curva $u(t) \times \mathcal{H}[x_2(t)]$ obtida desta maneira. Podemos observar nesta Figura um notável alargamento da curva de histerese no caso $\Delta\theta = -11.42^\circ$, enquanto

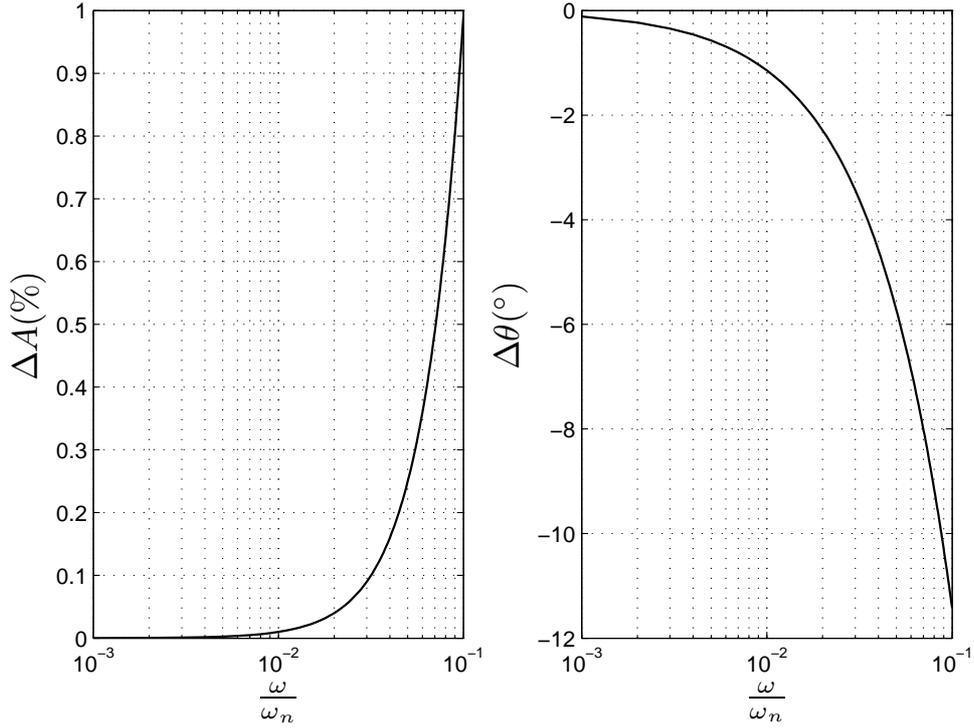


Figura 3.18. Efeito da variação de ω/ω_n na diferença de amplitude ΔA e atraso de fase $\Delta\theta$, para $\zeta = 1$.

para $\Delta\theta = -1.14^{\circ}$, o alargamento observado é discreto. O valor $\Delta\theta = -1.14^{\circ}$ corresponde ao atraso de fase introduzido pelo bloco DD para $\frac{\omega_s}{\omega_n} = 10^{-2}$ (Figura 3.18). Desta maneira, considerando apenas o efeito de $\Delta\theta$ na curva de histerese, o bloco DD pode ser dimensionado para $\frac{\omega_s}{\omega_n} \leq 10^{-2}$.

Com base na análise precedente, para minimizar simultaneamente o efeito de ΔA e $\Delta\theta$ na curva de histerese, estabelecemos o critério

$$\omega_n \geq 10^2 \omega_s. \quad (3.32)$$

Para o caso de uma excitação $u(t)$ não-harmônica, consideremos o sinal $u_c(t)$, obtido ao se passar o sinal $u(t)$ por um filtro passa-baixas ideal de frequência de corte ω_c . A amplitude de $u_c(t)$ nos instantes de reversão é afetada pelo valor de ω_c . Para um dado sinal $u(t)$, é possível determinar o mínimo valor de ω_c para o qual a amplitude de $u_c(t)$ nos instantes de reversão seja pelo menos 99% da amplitude de $u(t)$ nestes instantes. Uma vez determinado ω_c , fazemos $\omega_n \geq 10^2 \omega_c$, e com isso garantimos que o bloco Derivador Dinâmico opere com $\Delta A \leq 0.01\%$ e

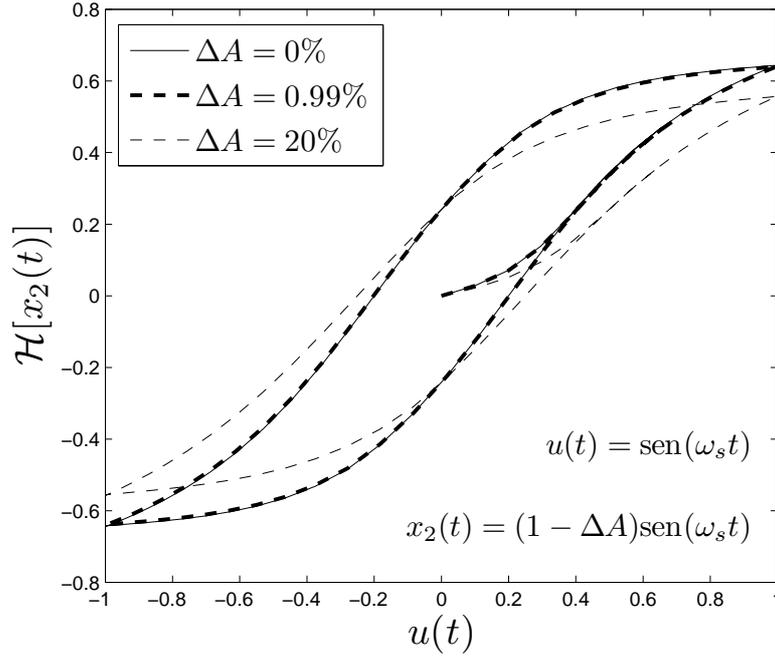


Figura 3.19. Efeito isolado de ΔA em uma curva de histerese arbitrária.

$\Delta\theta \leq -1.1459^\circ$ na região de freqüências que contribui para 99% da amplitude de $u(t)$.

Tomando como exemplo o sinal triangular mostrado na Figura 3.21, cuja transformada de Fourier é dada por

$$U(j\omega) = \frac{AT_0}{2} \text{sinc}^2\left(\frac{1}{2} \frac{\omega}{\omega_0}\right). \quad (3.33)$$

onde $\omega_0 = 2\pi/T_0$. Desejamos determinar o menor valor de ω_c para o qual se tem $u_c(0) \geq 0.99A$. Aplicando a propriedade da transformada de Fourier que estabelece que

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} U(j\omega) d\omega = u(0), \quad (3.34)$$

determinamos que para $\omega_c \geq 21\omega_0$, temos $u_c(0) \geq 0.9908A$ (Figura 3.22). Assim, atendendo simultaneamente às condições $\omega_n \geq 10^2\omega_c$ e $\omega_c \geq 21\omega_0$, devemos atender

$$\omega_n \geq 2100\omega_0. \quad (3.35)$$

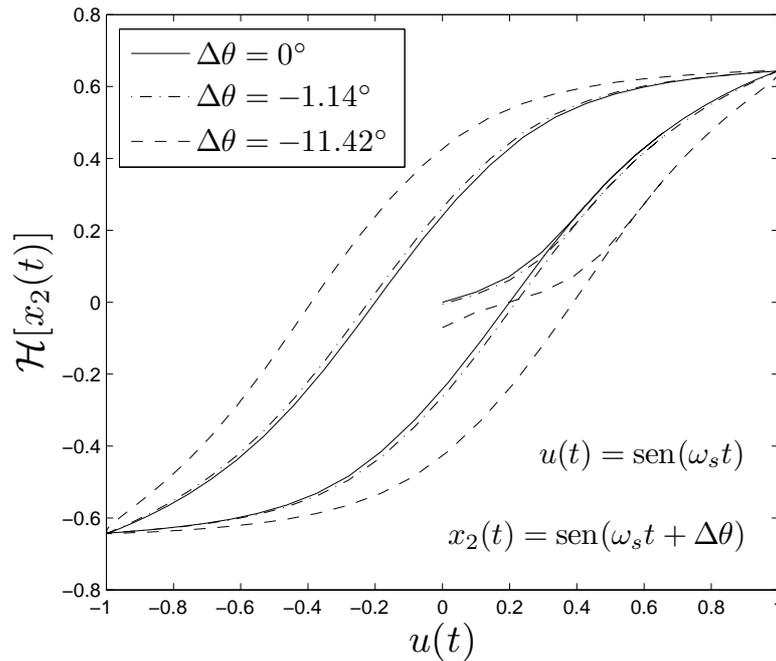


Figura 3.20. Efeito isolado de $\Delta\theta$ em uma curva de histerese arbitrária.

3.4.2 Parâmetros do Bloco Memória Dinâmica

Para estabelecermos um limite superior para o valor da constante de tempo τ_0 , consideremos um sinal $u(t)$ periódico, cuja amplitude varia no tempo entre $-A$ e $+A$. Considere que em um dado instante t_0 ocorre um ponto de reversão de valor $+A$, e que o estado de $x_3(t)$ neste instante vale $-A$. Assumindo que a dinâmica do bloco Memória Dinâmica, representada pela constante de tempo τ_0 , é muito mais rápida que a dinâmica de $u(t)$, o comportamento de $x_3(t)$ a partir

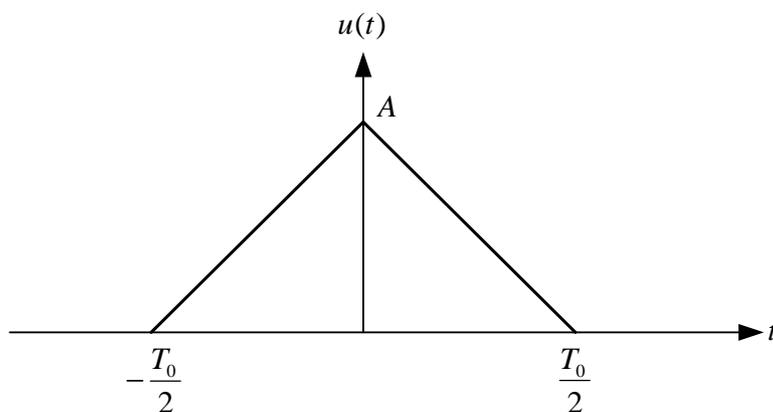


Figura 3.21. Sinal $u(t)$ triangular.

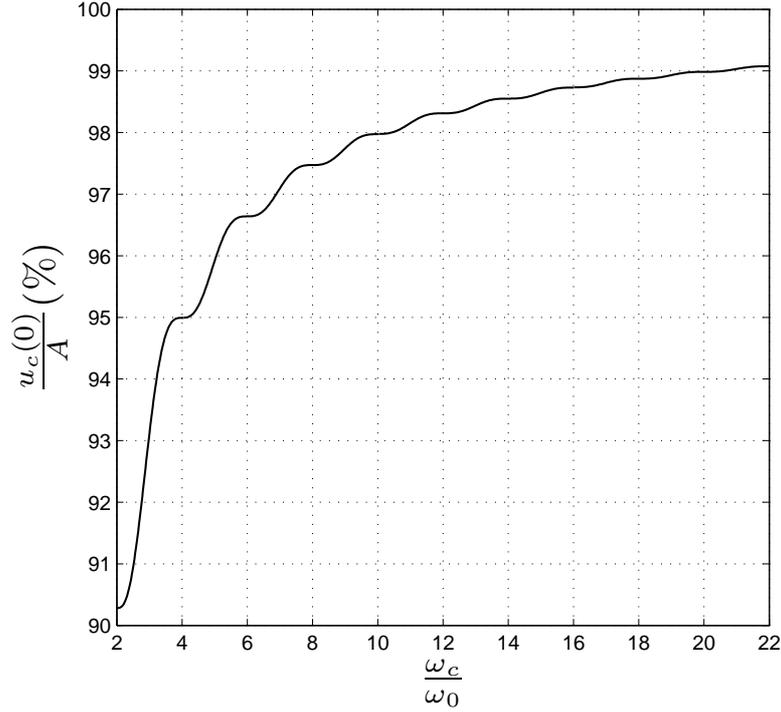


Figura 3.22. Amplitude de pico normalizada do sinal $u_c(t)$ em função da freqüência de corte ω_c .

de t_0 pode ser aproximadamente descrito como

$$x_3(t) = -A + 2A (1 - e^{-(t-t_0)/\tau_0}), \quad t_0 < t < t_0 + \Delta t, \quad (3.36)$$

onde Δt é um intervalo de tempo pequeno o suficiente para que a variação na amplitude de $u(t)$ dentro desse intervalo seja desprezível.

Se permitirmos que o erro máximo na detecção da amplitude do ponto de reversão seja de 0.1%, calculamos o intervalo de tempo Δt necessário para que $x_3(t)$ atinja ou exceda $0.999A$, do que obtemos

$$\Delta t \geq 7.6\tau_0. \quad (3.37)$$

Para garantir que a variação de $u(t)$ seja desprezível no intervalo Δt , podemos permitir uma variação máxima de 0.5% da amplitude pico à pico de $u(t)$ no ponto de máxima derivada de $u(t)$. Assim, impomos

$$\Delta t \leq \frac{A}{100 \max(|\dot{u}|)}. \quad (3.38)$$

Reunindo as condições (3.37) e (3.38), obtemos

$$\tau_0 \leq \frac{A}{760 \max(|\dot{u}|)}. \quad (3.39)$$

A constante de tempo τ_0 é calculada para se obter $x_3 \geq 99.9\%A$, considerando $u(t)$ constante e igual a A durante a amostragem. Como permitimos uma variação de 0.5% em $u(t)$ durante a amostragem, o valor alcançado por $x_3(t)$ durante a amostragem de um ponto de reversão de $u(t)$ é maior que 99.4% A .

Para o sinal triangular mostrado na Figura 3.21, temos $\max(|\dot{u}|) = 2A/T_0$, e então a condição (3.39) se torna

$$\tau_0 \leq \frac{T_0}{3040}. \quad (3.40)$$

Para dimensionarmos a constante de tempo τ_∞ , vamos permitir uma variação máxima de 0.1% na amplitude de $u(t)$ entre dois pontos de reversão consecutivos. Consideramos novamente $u(t)$ periódico com amplitude variando entre $-A$ e $+A$. O comportamento de $x_3(t)$ após a detecção de um ponto de reversão de amplitude $+A$ em um instante t_0 pode ser aproximado, num pior caso, por

$$x_3(t) = -A + 2Ae^{(t-t_0)/\tau_\infty}, \quad t_0 \leq t < t_0 + \Delta t, \quad (3.41)$$

onde Δt corresponde ao intervalo de tempo ao próximo ponto de reversão.

Considerando que período fundamental de vale T_0 , o máximo intervalo possível entre pontos de reversão consecutivos é inferior a T_0 . Tomando $\Delta t = T_0$, calculamos τ_∞ de maneira que em $t = t_0 + \Delta t$ tenhamos $x_3(t) \geq 0.999A$, e assim obtemos

$$\tau_\infty \geq 2 \times 10^3 T_0. \quad (3.42)$$

3.4.3 Parâmetros α_0 , β_0 e γ_0

A constante de tempo do bloco MD, $\tau = \Phi^* \tau_\infty + \tau_0$, é muito sensível ao erro da aproximação $\Phi^* \approx 0$. Para que a etapa de amostragem ocorra com $\tau \approx \tau_0$, é necessário que tenhamos

$$\Phi^* \ll \frac{\tau_0}{\tau_\infty}. \quad (3.43)$$

Por exemplo, podemos impor

$$\Phi^* < \frac{\tau_0}{100\tau_\infty}. \quad (3.44)$$

Lembrando que $\Phi^* = \tanh(\gamma_0\Omega^{*2})$, isto implica em

$$\gamma_0\Omega^{*2} < \operatorname{atanh}\left(\frac{\tau_0}{100\tau_\infty}\right). \quad (3.45)$$

Por outro lado, τ é relativamente insensível à aproximação $\Phi^* \approx 1$. Por exemplo, podemos impor

$$\Phi^* \geq 0.999. \quad (3.46)$$

Para isso, devemos encontrar

$$\gamma_0\Omega^{*2} \geq 3.8. \quad (3.47)$$

Como Ω^{*2} assume aproximadamente os valores 1 ou 4 quando $\Phi^* \approx 1$, então devemos ter

$$\gamma_0 \geq 3.8 \quad (3.48)$$

para atender à condição (3.46).

Como a condição (3.45) é facilitada pela escolha de um valor de γ_0 pequeno, escolhemos, em acordo com a condição (3.48),

$$\gamma_0 = 4. \quad (3.49)$$

Com a escolha feita em (3.49), obtemos, a partir de (3.45),

$$\Omega^{*2} < \frac{1}{4}\operatorname{atanh}\left(\frac{\tau_0}{100\tau_\infty}\right), \quad (3.50)$$

ou seja,

$$|\Omega^*| < \frac{1}{2}\sqrt{\operatorname{atanh}\left(\frac{\tau_0}{100\tau_\infty}\right)}. \quad (3.51)$$

Considerando, como um caso extremo, o emprego das constantes τ_0 e τ_∞ tais que $\frac{\tau_0}{\tau_\infty} = 10^{-12}$, calculamos a condição (3.51), resultando em

$$|\Omega^*| < 5 \times 10^{-8}. \quad (3.52)$$

Lembrando que $\Omega^* = \xi^* + \rho^*$, garantimos o atendimento à (3.52), se o erro em cada aproximação $|\xi^*| \approx 1$ e $|\rho^*| \approx 1$ for menor que 5×10^{-8} . Observando o comportamento da função $\tanh(\varphi)$,

vemos que $1 - |\tanh(\varphi)| < 5 \times 10^{-8}$ para $|\varphi| > 8.75$. Assim, lembrando que $\xi^* = \tanh(\alpha_0 x_1)$ e $\rho^* = \tanh(\beta_0 \Delta^*)$, devemos ter

$$|\alpha_0 x_1| > 8.75 \quad (3.53)$$

$$|\beta_0 \Delta^*| > 8.75. \quad (3.54)$$

Para um sinal senoidal cujo máximo valor da derivada é x_1^{max} , podemos impor $|\xi^*| \approx 1$ para $x_1 \geq \frac{x_1^{max}}{100}$. Neste caso, temos

$$\alpha_0 \geq \frac{875}{x_1^{max}}. \quad (3.55)$$

Em virtude da ocorrência de aproximações no cálculo numérico de $x_1(t)$, ou de ruído na medição de $u(t)$, quando $\dot{u}(t) = 0$ pode existir um pequeno resíduo ϵ no cálculo de $x_1(t)$, de forma que teremos $x_1(t) = \epsilon \approx 0$. Neste caso, valores muito elevados de α_0 podem gerar $|\xi^*| \approx 1$ na presença de $x_1(t) \approx 0$. Para minimizar esse efeito, o valor de α_0 deve ser o mínimo que permite obdecer à (3.53), ou seja,

$$\alpha_0 = \frac{875}{x_1^{max}}. \quad (3.56)$$

Para evitar que tenhamos $|\xi^*| \approx 1$ na presença de $x_1(t) \approx 0$, o valor do resíduo ϵ na aproximação $x_1(t) = \epsilon \approx 0$, deve ser $|\epsilon| < \frac{x_1^{max}}{100}$. Adicionalmente, se desejarmos garantir que $|\xi^*(x_1 = \epsilon)| \leq 0.01$, devemos ter

$$|\epsilon| \leq 1.1 \times 10^{-5} x_1^{max}. \quad (3.57)$$

No funcionamento do bloco DIR, quando $\xi = 0$ temos sempre $\Omega = \pm 1$, conforme se vê nas duas primeiras linhas da tabela 3.1. Assim, para que $|\xi^*| = 0.01$ seja uma aproximação aceitável para $\xi^* \approx 0$, devemos ter $|\Omega^*| \approx 1$ quando $|\xi^*| = 0.01$. Considerando $|\rho^*| = 1$, temos $|\Omega^*| = 1 \pm 0.01$. Para atendermos a condição (3.46), calculamos (3.47) para $\Omega^* = 0.99$, obtendo

$$\gamma_0 \geq 3.87. \quad (3.58)$$

Desta forma, com o valor de γ_0 proposto em (3.49), $|\xi^*| = 0.01$ é uma aproximação aceitável para $\xi^* \approx 0$.

O valor de β_0 pode ser tão grande quanto praticamente possível. Para impor um limite inferior para β_0 , podemos definir um valor limite Δ_{lim}^* de forma que desejamos ter $|\rho^*| \approx 1$ para

$$|\Delta^*| > \Delta_{lim}^*.$$

O valor de Δ_{lim}^* pode ser arbitrado como

$$\Delta_{lim}^* = \frac{U_{max} - U_{min}}{100}. \quad (3.59)$$

O valor de β_0 que satisfaz à condição (3.54) é

$$\beta_0 > \frac{875}{U_{max} - U_{min}}. \quad (3.60)$$

Sumarizando, as recomendações para os parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 são:

$$\begin{aligned} \gamma_0 &= 4; \\ \alpha_0 &= \frac{875}{x_1^{max}}; \\ \beta_0 &> \frac{875}{U_{max} - U_{min}}. \end{aligned}$$

3.5 COMPLEXIDADE COMPUTACIONAL

A avaliação da complexidade computacional do modelo de histerese proposto foi feita através de simulação no ambiente de desenvolvimento integrado Code Composer StudioTM (CCS), da Texas Instruments. A simulação considerou a execução de um algoritmo para o modelo proposto em um processador digital de sinais da Texas Instruments, modelo TMS320C6711TM. Este processador opera com frequência de relógio de 600MHz e executa operações matemáticas com ponto flutuante.

O algoritmo usado na simulação foi desenvolvido originalmente no programa Simulink[®], e foi exportado como código na linguagem C para o CCS através das ferramentas *Real-Time Workshop* e *Embedded Target for TI C6000 DSP*, ambas disponíveis no ambiente Simulink[®]. O algoritmo utilizado declarou todas as variáveis como ponto flutuante de precisão dupla. A integração numérica discreta utilizou o método direto de Euler.

A simulação contabilizou um número aproximado de 9.500 ciclos de relógio do processador a cada execução completa do laço principal do algoritmo. Na frequência de relógio de 600MHz,

cada laço completo é executado em 1.6×10^{-5} segundos. Para que se obtivesse precisão melhor que 99.4% na detecção dos pontos de reversão de uma excitação senoidal de 60Hz, o tempo de execução de um laço deveria ser menor que 3.4×10^{-6} segundos. Este resultado indica uma limitação do modelo proposto. No entanto, ressaltamos que o algoritmo gerado pelo Simulink® é passível de vários procedimentos de otimização que não foram explorados neste trabalho.

3.6 POTENCIAL APLICAÇÃO DE LINEARIZAÇÃO POR REALIMENTAÇÃO

Para investigar a possibilidade de aplicação da técnica de controle não-linear denominada linearização por realimentação, primeiramente devemos incorporar a dinâmica do sistema físico que possui histerese (a planta), descrevendo a planta por meio de equações de estado na forma de afinidade com a entrada. A seguir deve ser verificado o grau relativo r da planta. Caso $r = n$, onde n é a ordem da planta, então é possível realizar a linearização exata do espaço de estados. Caso $r < n$, deve-se investigar a possibilidade de se construir uma saída artificial de maneira que a nova planta, assim constituída, tenha grau relativo $r = n$. Caso isso não seja possível, pode-se tentar a realização da linearização entrada-saída. Essa técnica divide o sistema em um subsistema linear de ordem r que é afetado pela entrada de controle e um subsistema não-linear que não é influenciado pela entrada de controle, o qual é chamado de dinâmica interna. Para que a aplicação da linearização entrada-saída seja possível, é necessário que a dinâmica interna seja globalmente estável.

3.7 METODOLOGIA DE ANÁLISE

O modelo proposto será analisado por meio de simulação computacional através do programa MATLAB® e Simulink®. O resultado das simulações com o modelo proposto será comparado com simulações usando o modelo L²P original. Será investigado o efeito, na curva de histerese, da variação de cada parâmetro do sistema DDPR.

RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo apresentaremos o resultado de simulações numéricas com o modelo L²P-IAF e analisaremos o efeito da variação dos parâmetros do modelo em sua resposta.

4.2 EFEITO DA FREQUÊNCIA DE CANTO

A Figura 4.1 compara a resposta do modelo L²P original com a do modelo proposto, para uma excitação senoidal com frequência $\omega_s = 100$ rad/seg, adotando $\omega_n = 10^3$ e $\omega_n = 10^4$. Como mostra a Figura, para $\omega_n = 10^4$ rad/seg, a resposta do modelo proposto tem boa concordância com a resposta do modelo L²P. Para $\omega_n = 10^3$ rad/seg, contudo, é observado um alargamento da curva de histerese, o qual se deve ao atraso de fase $\Delta\theta = -11.4212^\circ$ e à diferença de amplitude $\Delta A = 0.99\%$ que decorrem da operação do bloco Derivador Dinâmico em $\frac{\omega_s}{\omega_n} = 0.1$ (Figura 3.18). Conforme equação (3.32) apresentada na secção 3.4.1, o valor de referência para o parâmetro ω_n é $\omega_n \geq 10^4$ rad/seg.

4.3 EFEITO DO FATOR DE AMORTECIMENTO

A Figura 4.2 mostra o efeito do fator de amortecimento ζ no comportamento do sinal $x_3(t)$. Na Figura 4.2(b), o bloco Derivador Dinâmico foi dimensionado para uma resposta sub-amortecida ($\zeta = 0.1$). Com isso, nas transições abruptas de $\dot{u}(t)$, o sinal $x_1(t)$ oscila causando detecções indevidas de pontos de reversão que resultam nas mudanças no valor de $x_3(t)$ indicadas por setas na Figura. As oscilações em $x_1(t)$ para o caso $\zeta = 0.1$ podem ser

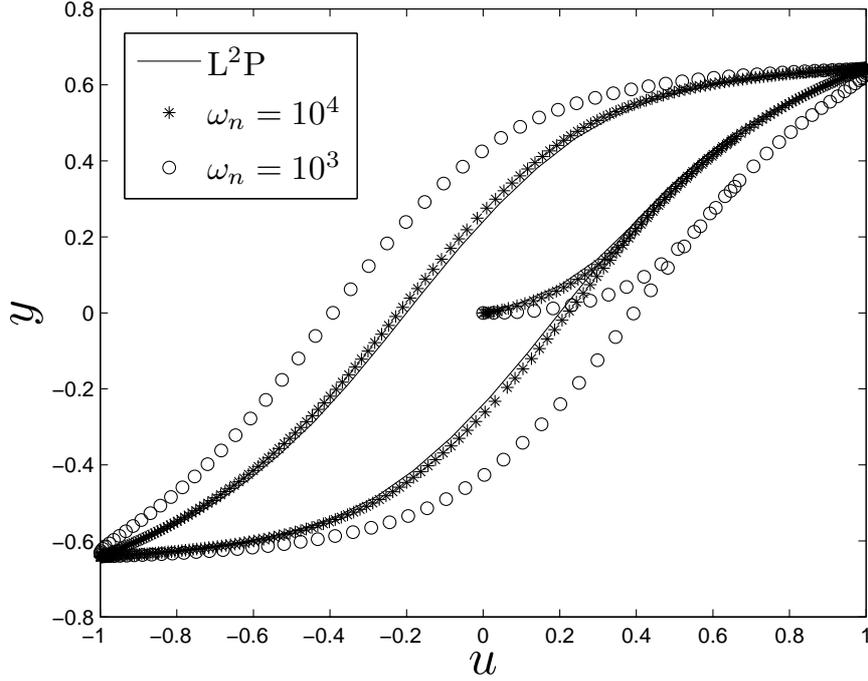


Figura 4.1. Efeito da variação de ω_n na resposta do modelo proposto para $u(t) = \text{sen}(100t)$. Parâmetros do modelo proposto: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 0.8$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.

vistas na Figura 4.3. Na Figura 4.2(a), o bloco Derivador Dinâmico foi dimensionado para uma resposta criticamente amortecida ($\zeta = 1$), evitando a ocorrência de oscilações e permitindo a correta detecção dos pontos de reversão.

A Figura 4.4 mostra a curva de histerese resultante da excitação do modelo L²P-IAF com o sinal $u(t)$ definido na Figura 4.2. Para $\zeta = 0.1$, o comportamento anômalo do sinal $x_3(t)$, observado na Figura 4.2(b), resulta em mudanças na trajetória da histerese a partir dos pontos de detecção indevida do ponto de reversão (indicados por setas na Figura 4.2(b)). Esta mudança na trajetória da histerese se deve a uma característica do modelo L²P original. Nele, a trajetória da histerese, a partir de um ponto de reversão (u_r, y_r) , é determinada pela distância do ponto (u, y) ao laço limite de histerese. Essa distância é chamada campo de proximidade U_p e é feita depender do campo de proximidade no ponto de reversão, U_{pr} , através da relação $U_p \triangleq U_{pr}P(\gamma)$, com $\gamma = \frac{u-u_r}{U_{pr}}$ e sendo $P(\gamma)$ uma função monotônica decrescente com $P(0) = 1$. A função proposta para materiais ferromagnéticos é dada na equação (3.21) e é repetida por conveniência a seguir:

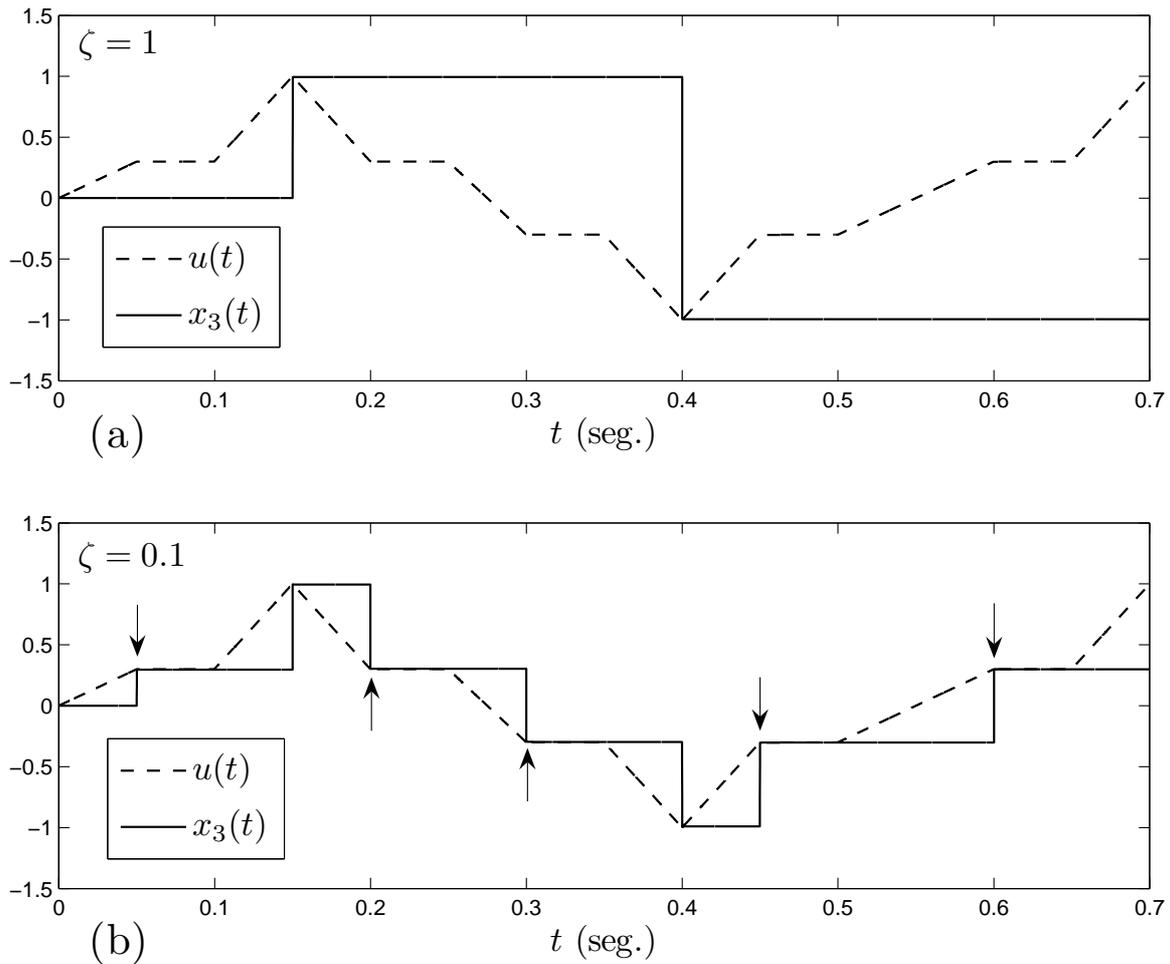


Figura 4.2. Efeito do fator de amortecimento ζ no comportamento do sinal $x_3(t)$: (a) $\zeta = 1$, detecção correta; (b) $\zeta = 0.1$, falha na detecção (indicadas pelas setas).

$$P(\gamma) \triangleq \begin{cases} 1 - \sin \eta\gamma, & \eta\gamma < \frac{\pi}{2} \\ 0, & \eta\gamma > \frac{\pi}{2} \end{cases}. \quad (4.1)$$

Em cada ponto de reversão temos $\gamma = 0$ e o valor de γ aumenta linearmente à medida que u cresce ou diminui. Desta maneira, o modelo L^2P assume que a trajetória de histerese se aproxima do laço principal, a partir de um ponto de reversão, sempre da mesma forma dada pela função de proximidade. Assim, com a mudança do valor do ponto de reversão no meio de um trajetória de aproximação ao laço principal, o valor de γ retorna a zero, causando a correspondente mudança na trajetória da histerese.

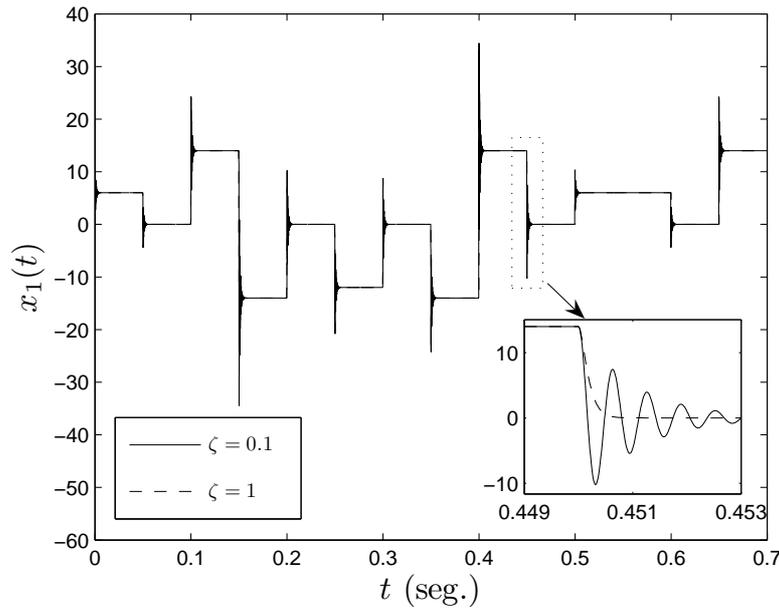


Figura 4.3. Efeito do fator de amortecimento ζ na resposta $x_1(t)$ do bloco Derivador Dinâmico para a excitação $u(t)$ definida na Figura 4.2.

4.4 EFEITO DAS CONSTANTES DE TEMPO

A Figura 4.5 mostra o efeito da constante de tempo τ_0 , do bloco Memória Dinâmica, na detecção do ponto de reversão. Para $\tau_0 = 10^{-5}$, a variação de $u(t)$, no intervalo de tempo que $x_3(t)$ leva para amostrar o valor do ponto de reversão, é muito pequena, e assim $x_3(t)$ adquire aproximadamente a amplitude do ponto de reversão. Para $\tau_0 = 10^{-2}$, $u(t)$ varia consideravelmente durante a amostragem, e assim $x_3(t)$ falha em detectar precisamente o valor do ponto de reversão. O valor de referência para o dimensionamento de τ_0 apresentado na secção 3.4.2 pode ser calculado para o sinal $u(t)$ da Figura 4.5 através de (3.40), obtendo-se $\tau_0 \leq 1.3 \times 10^{-4}$. Este valor de τ_0 permite que $x_3(t)$ alcance um valor superior a 99.4% da amplitude do ponto de reversão.

A Figura 4.6 mostra a curva de histerese com $\tau_0 = 10^{-2}$ para a excitação $u(t)$ mostrada na Figura 4.5. O efeito observado nas extremidades da curva de histerese é resultado do erro de $x_3(t)$ na aproximação do valor do ponto de reversão (Figura 4.5). Nos casos de escolha adequada de τ_0 , temos que $|x_3(t)|$ é maior ou aproximadamente igual a $|x_2(t)|$ para todo t , e a variável $\gamma = (x_2 - x_3)/U_{pr}$ assume sempre valores maiores ou próximos a zero. Nestes casos,

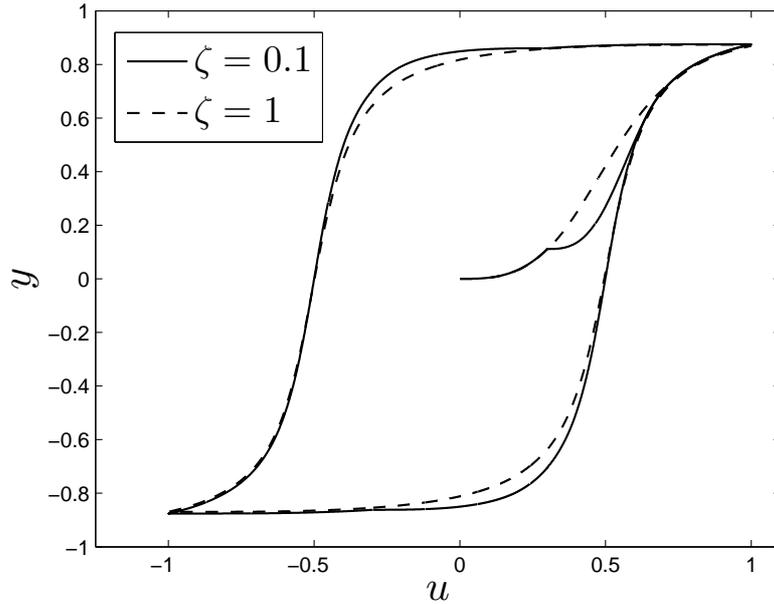


Figura 4.4. Efeito do fator de amortecimento ζ na curva de histerese. Parâmetros do modelo proposto: $U_c = 0.5$, $U_0 = 0.1$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 1$, $\omega_n = 10^4$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.

a função de proximidade $P(\gamma)$ assume aproximadamente o valor 1 em cada ponto de reversão, caindo à zero à medida que (u, y) se aproxima do laço limite de histerese. Para $\tau_0 = 10^{-2}$, no entanto, a partir de cada ponto de reversão existe um período no qual $|x_3| < |x_2|$ (Figura 4.5), fazendo a variável γ assumir valores negativos e $P(\gamma)$ assumir valores maiores que 1. Como a função $P(\gamma)$ é responsável pela forma como a trajetória de histerese se desenvolve a partir de cada ponto de reversão, observamos uma deformação da curva de histerese no entorno dos pontos de reversão, conforme mostrado na Figura 4.6.

A Figura 4.7 mostra o efeito da constante τ_∞ na dinâmica do sinal $x_3(t)$. Para o caso $\tau_\infty = 10^{-1}$, é notado um rápido caimento de $x_3(t)$ à partir de cada instante de reversão. Isto acontece porque τ_∞ é comparável com o período fundamental de $u(t)$, que vale $T_0 = 0.4$ segundos. Para $\tau_\infty = 10^3$ a variação de $x_3(t)$ entre os instantes de reversão é imperceptível porque τ_∞ é muito maior que T_0 . O valor de referência para o dimensionamento de τ_0 apresentado na secção 3.4.2 pode ser calculado para o sinal $u(t)$ da Figura 4.5 através de (3.42), obtendo-se $\tau_\infty \geq 800$. Este valor de τ_∞ impede que $x_3(t)$ caia abaixo de 99.9% da amplitude do ponto de reversão.

A Figura 4.8 mostra o efeito da constante τ_∞ no formato da curva de histerese, em reposta

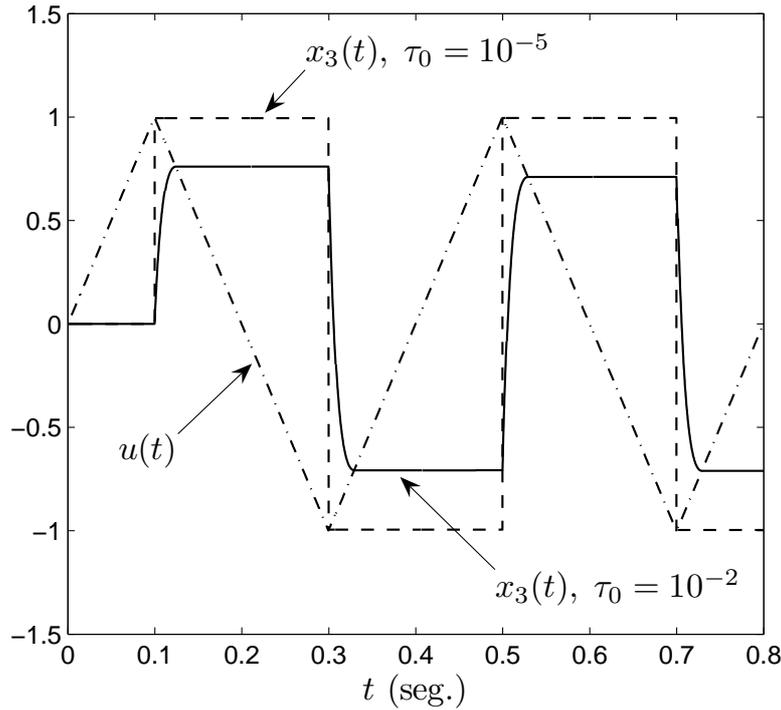


Figura 4.5. Efeito da constante de tempo τ_0 na resposta do bloco Memória Dinâmica.

ao sinal $u(t)$ mostrado na Figura 4.7. Nenhum efeito perceptível é observado, apesar da grande variação de $x_3(t)$ mostrada na Figura 4.7. A razão para isto reside no fato de que no modelo L^2P a trajetória da histerese, a partir de cada ponto de reversão, é regida pela função de proximidade, dada pela equação (4.1). Nesta equação, quando $\eta\gamma > \frac{\pi}{2}$ passamos a ter $P(\gamma) = 0$, e com isso a curva de histerese passa a coincidir com o laço limite de histerese. Como o laço limite de histerese não depende de (u_r, y_r) , a trajetória da histerese, a partir do valor de $u(t)$ para o qual $\eta\gamma > \frac{\pi}{2}$, é insensível à degradação no valor do ponto de reversão. Assim, apenas no período inicial que se segue a um ponto de reversão, enquanto $\eta\gamma < \frac{\pi}{2}$, é que a curva de histerese vai depender das saídas $x_3(t)$ e $x_4(t)$ das memórias dinâmicas, que representam u_r e y_r , respectivamente. Neste período inicial, o caimento de $x_3(t)$ e $x_4(t)$ é ainda pequeno, o que minimiza o efeito sobre a curva de histerese.

A Figura 4.9 mostra o efeito da constante τ_∞ para um sinal $u(t)$ cuja amplitude é pequena o suficiente para que se tenha $\eta\gamma < \frac{\pi}{2}$ em toda a curva de histerese. A pequena distorção observada na curva de histerese para $\tau_\infty = 10^{-1}$ indica uma relativa insensibilidade de U_{pr} , $P(\gamma)$ e $P'(\gamma)$ à queda exponencial observada nas amplitude das memórias dinâmicas $x_3(t)$ e

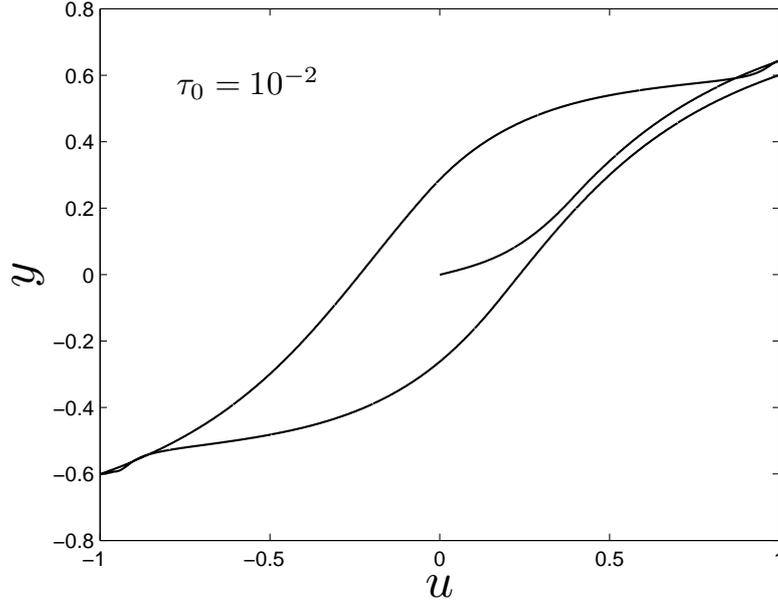


Figura 4.6. Efeito da constante de tempo τ_0 na curva de histerese. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_\infty = 10^3$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.

$x_4(t)$.

4.5 EFEITO DOS PARÂMETROS α_0 , β_0 E γ_0

Na Figura 4.10 mostramos o comportamento dos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$, para uma dada excitação $x_2(t)$, onde os valores dos parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 foram dimensionados segundo os critérios propostos na seção 3.4.3.

Nas Figuras 4.11, 4.12 e 4.13, mostramos o comportamento dos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$, para a mesma excitação $x_2(t)$ dada na Figura 4.10, porém variando, em cada Figura, um dos parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 .

Na Figura 4.11, o valor de γ_0 foi feito inferior ao valor recomendado na seção 3.4.3. O efeito que se observa é que o sinal $\Phi^*(t)$ não atinge $\Phi^* \approx 1$ no período que precede $t = 0.06$, e no que se segue à $t = 0.08$. Nesses períodos, temos $\xi^* \approx 0$, resultando em $\Omega^* \approx 1$. Daí, com $\gamma_0 = 1$, temos $\Phi^* = \tanh(\gamma_0 \Omega^{*2}) \approx 0.76$. O valor diminuído de $\Phi^*(t)$ nesses períodos, causa um valor reduzido da contante de tempo de retenção dos blocos MD, cujo efeito no sinal $x_3(t)$ é

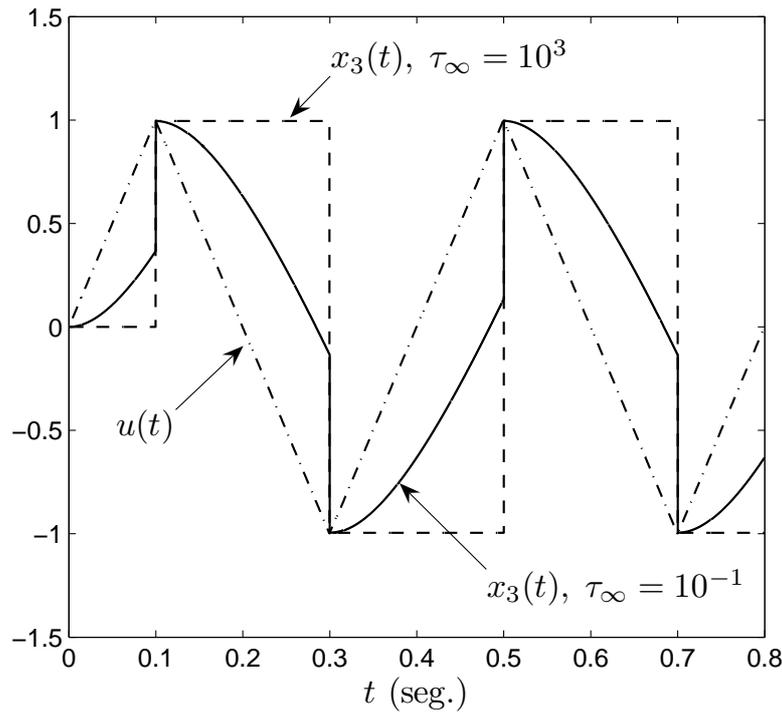


Figura 4.7. Efeito da constante de tempo τ_∞ na resposta do bloco Memória Dinâmica.

imperceptível na Figura.

Na Figura 4.12, o valor de α_0 foi feito muito maior que o valor recomendado na seção 3.4.3. É observado uma anomalia no sinal $\xi^*(t)$, entre $t = 0.04$ e $t = 0.06$, o qual sofre uma transição incorreta de $+1$ para -1 (valores aproximados), quando o correto seria a transição de $+1$ para 0 (Figura 4.10). Isto se deve ao valor elevado de α_0 e à presença de um resíduo na aproximação numérica de $x_1 \approx 0$. A transição anômala de $\xi^*(t)$ para -1 causa uma transição de $\Phi^*(t)$ para 0 , que por sua vez faz com que $x_3(t)$ inicie uma amostragem de $x_2(t)$, a qual não se completa devido à breve interrupção do pulso $\Phi^* \approx 0$.

Na Figura 4.13 vemos o efeito de um β_0 demasiadamente pequeno. É observado uma suavização das transições do sinal $\rho^*(t)$, a qual causa um menor tempo de permanência de $\Phi^*(t)$ em 0 , que por sua vez abrevia a fase de amostragem de $x_3(t)$, aumentando o erro na detecção dos pontos de reversão de $x_2(t)$.

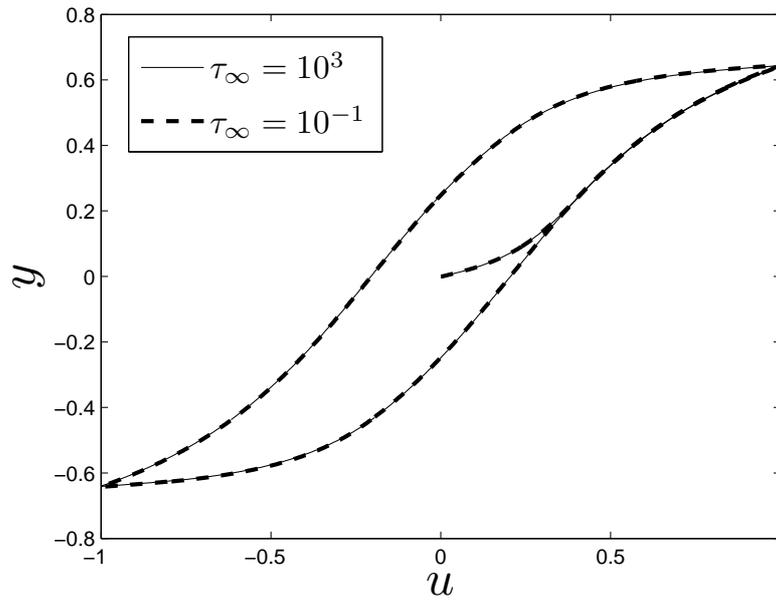


Figura 4.8. Efeito da constante de tempo τ_∞ na curva de histerese para $u(t)$ de grande amplitude. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.

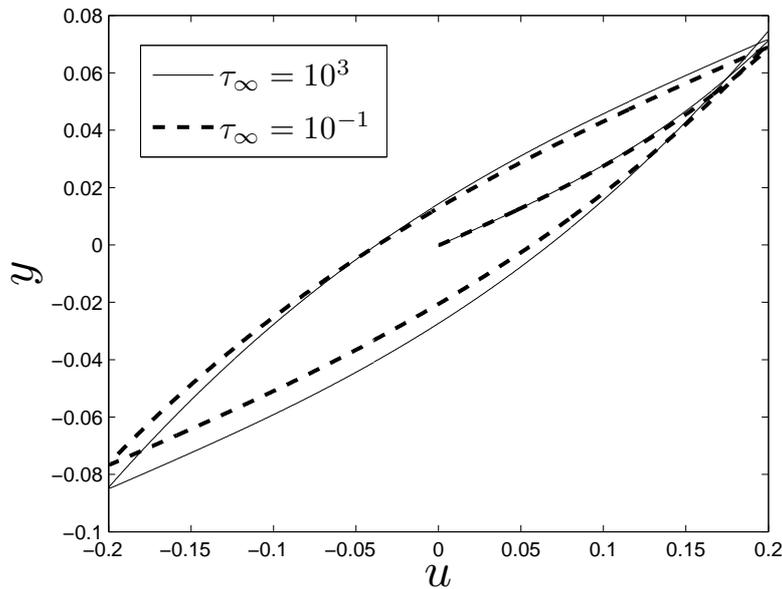


Figura 4.9. Efeito da constante de tempo τ_∞ na curva de histerese para $u(t)$ de pequena amplitude. Parâmetros do modelo: $U_c = 0.2$, $U_0 = 0.5$, $Y_s = 1.0$, $\eta = 0.8$, $\omega_n = 10^4$, $\zeta = 1$, $\tau_0 = 10^{-5}$, $\alpha_0 = 87.5$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$. y e u adimensionais.

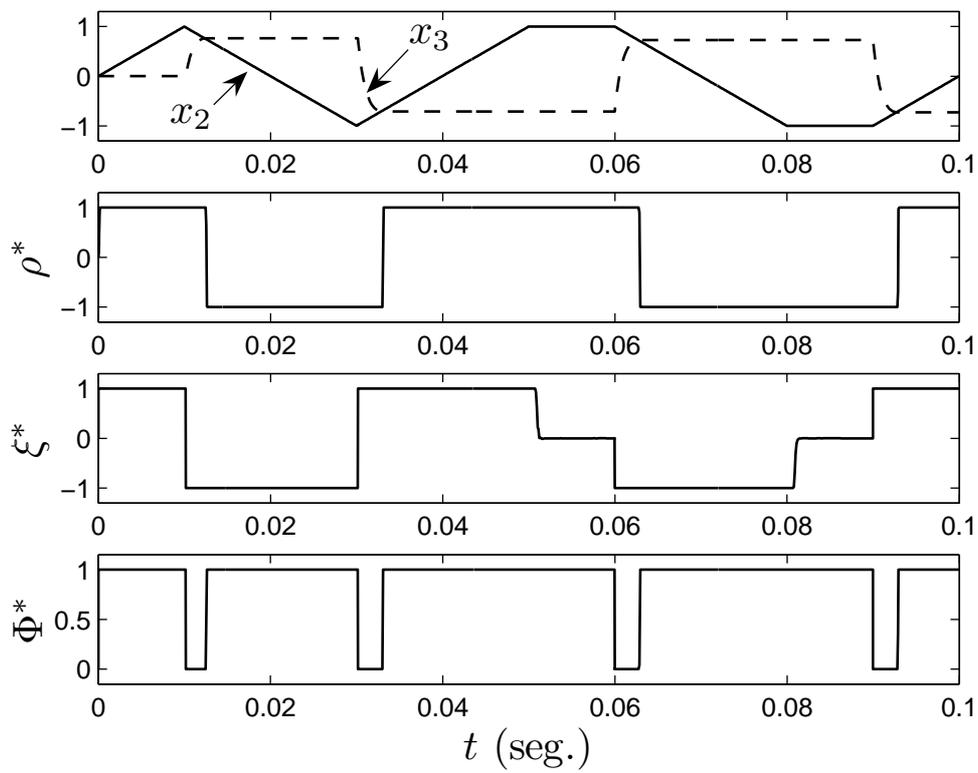


Figura 4.10. Efeito dos parâmetros α_0 , β_0 e γ_0 , corretamente dimensionados, nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$.

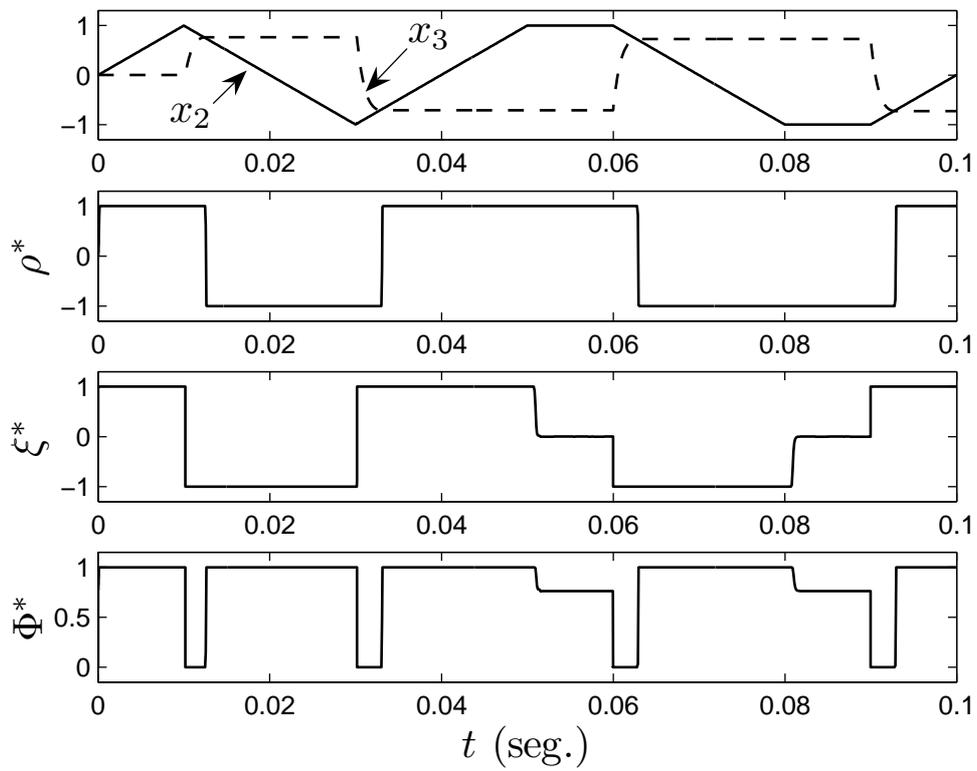


Figura 4.11. Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro γ_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 1$.

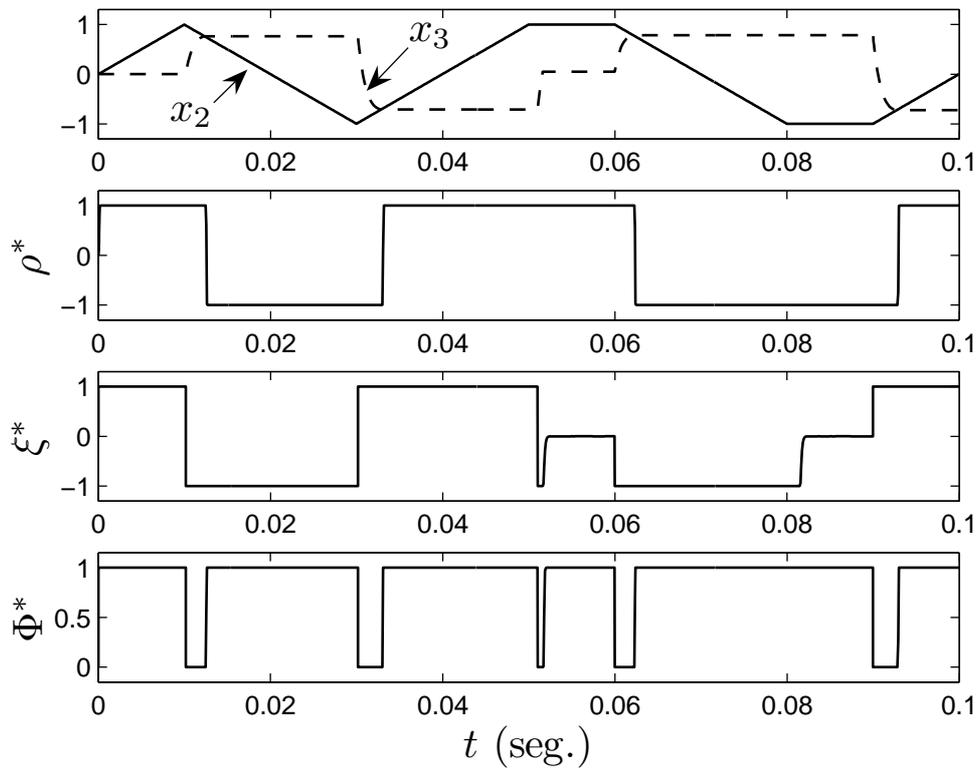


Figura 4.12. Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro α_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 10^4$, $\beta_0 = 438$ e $\gamma_0 = 4$.

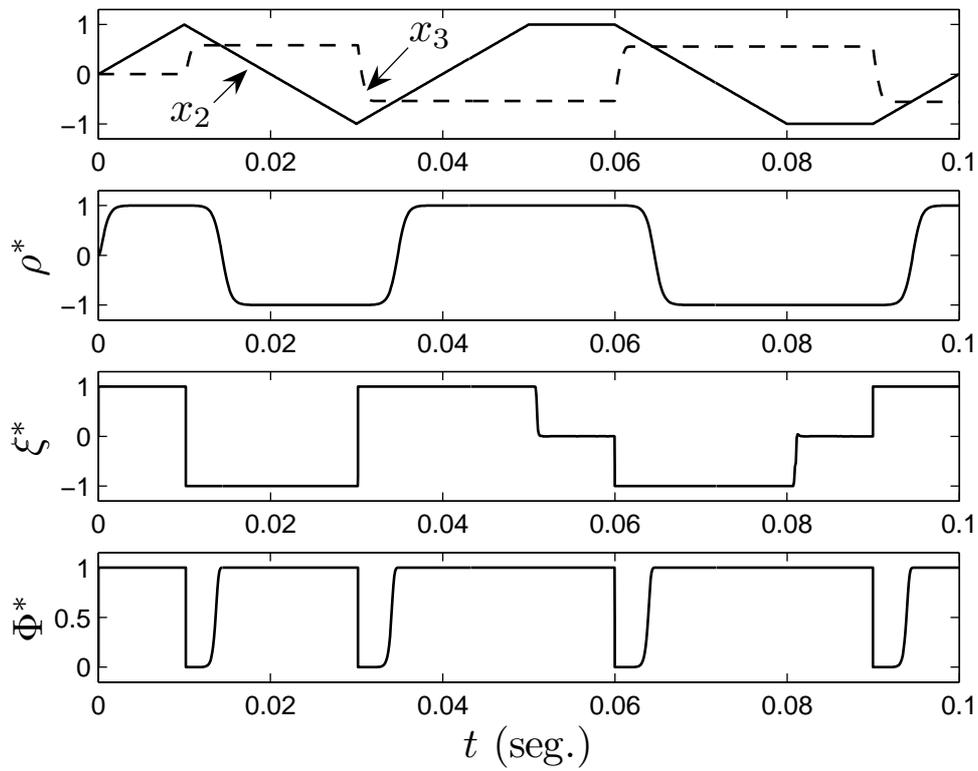


Figura 4.13. Efeito do dimensionamento incorreto do parâmetro β_0 nos sinais $x_3(t)$, $\rho^*(t)$, $\xi^*(t)$ e $\Phi^*(t)$. Parâmetros do modelo: $\tau_0 = 10^{-3}$, $\tau_\infty = 120$, $\alpha_0 = 8.75$, $\beta_0 = 10$ e $\gamma_0 = 4$.

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

Um novo modelo matemático de histerese, denominado modelo L^2P -IAF, foi proposto nesta Dissertação. O modelo proposto possui memória não-local, porém difere dos demais modelos de histerese de memória não-local, por não se utilizar de uma estrutura de memória discreta externa à dinâmica do modelo. Ao invés, possui uma memória contínua com dinâmica própria, interna ao modelo, o que lhe permite uma representação matemática por meio de equações de estado na forma de afinidade com a entrada. Esta representação matemática possibilita, potencialmente, a aplicação de técnicas de controle não-linear no projeto de controladores para plantas com histerese. Em particular, a representação matemática do modelo proposto é conveniente para aplicação da técnica de linearização por realimentação, cuja teoria é desenvolvida assumindo-se uma planta representada por equações de estado na forma de afinidade com a entrada.

O modelo proposto foi obtido pela modificação do modelo de histerese L^2P (ALMEIDA, 2003b). Para prover uma representação por equação de estado para a estrutura de memória discreta que armazena o último ponto de reversão no modelo L^2P , foi criado um sistema dinâmico, que passou a ser acoplado ao modelo L^2P . Este sistema detecta os instantes de reversão do sinal de excitação e fornece aproximações do valor do ponto de reversão, da excitação e de sua derivada para o cálculo da histerese pelo modelo L^2P . Para isso, utiliza um subsistema de Detecção Aproximada Contínua dos Instantes de Reversão (DACIR) constituído de expressões algébricas capazes de gerar um sinal que identifica, aproximadamente, o instante de tempo em que ocorre um ponto de reversão. Este subsistema é acoplado a dois subsistemas denominados Memória Dinâmica, os quais empregam uma dinâmica linear de primeira ordem, com constante de tempo variável, para realizar, aproximadamente, a amostragem e retenção dinâmica dos pontos de reversão.

O sistema dinâmico introduzido utiliza também um subsistema denominado Derivador Dinâmico, cuja dinâmica de segunda ordem se aproxima da resposta de um derivador ideal nas baixas frequências. O uso do Derivador Dinâmico, em substituição a um derivador ideal, permitiu que as equações de estado do modelo proposto assumissem a forma de afinidade com a entrada.

O modelo proposto possui onze parâmetros, dos quais quatro pertencem ao modelo L²P original e são diretamente responsáveis pela forma da curva de histerese. Os sete novos parâmetros introduzidos são responsáveis pela exatidão das aproximações dinâmicas feitas pelo modelo proposto. Esses parâmetros devem ser dimensionados de acordo com um critério de erro permissível nessas aproximações. Para derivar esse critério, foram estudadas as características de resposta transiente e resposta em frequência dos subsistemas Derivador Dinâmico e Memória Dinâmica. Os critérios para dimensionamento dos novos parâmetros foram então estabelecidos em função das características do sinal de excitação.

O modelo proposto foi simulado numericamente e o efeito de cada parâmetro foi analisado. O resultado dessas simulações mostrou uma boa aproximação com o modelo L²P original quando os parâmetros do modelo são dimensionados de acordo com os critérios propostos.

A complexidade computacional foi estudada considerando a implementação em um processador digital de sinais TMS320C6711TM, da Texas Instruments. O resultado indicou que o modelo requer um número excessivo de ciclos de processamento, que impossibilita sua implementação em tempo real para sinais de frequências elevadas. No entanto, o autor deste trabalho acredita que o número de ciclos pode ser reduzido significativamente através da otimização do algoritmo.

5.1 TRABALHOS FUTUROS

- 1) Aplicação da técnica de controle de linearização por realimentação.

O modelo proposto se encontra em um formato adequado para a aplicação da técnica de linearização por realimentação. É necessário, porém, incorporar a dinâmica da planta com his-

terese que se deseja controlar (por exemplo, um atuador piezelétrico), e estudar o grau relativo do sistema resultante. A depender do grau relativo, seria possível efetuar a linearização exata entrada-estado ou a linearização parcial entrada-saída, sendo que este último caso dependeria ainda da estabilidade da dinâmica interna não-controlável.

2) Generalização para inclusão de efeitos dependentes da taxa de excitação.

O modelo proposto é um modelo independente da taxa, ou estático, que possui propriedades dinâmicas. O critério adotado para dimensionamento dos seus parâmetros visa minimizar os efeitos dinâmicos introduzidos pelo modelo na curva de histerese. Isto sugere a possibilidade de generalizar o modelo para inclusão de efeitos dependentes da taxa, o que permitiria ao modelo prever a mudança na forma da histerese com o aumento da frequência, observada em materiais magnéticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABIDI, K.; SABANOVIC, A. Sliding-mode control for high-precision motion of a piezostage. *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, v. 54, n. 1, p. 629–637, February 2007.
- ALMEIDA, L. A. L. et al. A hysteresis model for vanadium oxide thermal radiation sensor. *Proceedings of the 17th IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference - IMTC*, May 2000.
- ALMEIDA, L. A. L. de. *Modelo de Histerese para Transição Semicondutor-Metal em Filmes Finos de VO₂*. Tese (Doutorado) — Universidade Federal de Campina Grande, Janeiro 2003.
- ALMEIDA, L. A. L. de et al. Limiting loop proximity hysteresis model. *IEEE Transactions On Magnetics*, v. 39, n. 1, p. 523–528, January 2003.
- BROKATE, M.; SPREKELS, J. *Hysteresis and Phase Transitions*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1996.
- CINCOTTI, S.; DANERI, I. A non-linear circuit model of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 35, n. 3, p. 1247–1250, May 1999.
- GE, P.; JOUANEH, M. Tracking control of a piezoceramic actuator. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, v. 4, n. 3, p. 209–216, February 1996.
- HANGOS, K. M.; BOKOR, J.; SZEDERKENYI, G. *Analysis and Control of Nonlinear Process Systems*. First. [S.l.]: Springer-Verlag London Limited, 2004.
- JILES, D.; ATHERTON, D. Ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 19, n. 5, p. 2183–2185, September 1983.

JILES, D.; THOELKE, J. B.; DEVINE, M. K. Numerical determination of hysteresis parameters for the modeling of magnetic properties using the theory of ferromagnetic hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 28, n. 1, p. 27–35, January 1992.

KRASNOSELSKII, M. A.; POKROVSKII, A. V.; NIEZGODKA, M. *Systems with Hysteresis*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1989.

KUO, S.-K.; MENQ, C.-H. Modeling and control of a six-axis precision motion control stage. *IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, VOL. 10, NO. 1, FEBRUARY 2005*, v. 10, n. 1, p. 50–59, February 2005.

KUO, S.-K.; SHAN, X.; MENQ, C.-H. Large travel ultra precision x-y- θ motion control of a magnetic-suspension stage. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, v. 8, n. 3, p. 334–341, september 2003.

MAYERGOYZ, I. Dynamic preisach models of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 6, p. 2925–2927, November 1988.

MAYERGOYZ, I. Generalized preisach models of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 24, n. 1, p. 212–217, January 1988.

MAYERGOYZ, I. *Mathematical Models of Hysteresis*. [S.l.]: Springer-Verlag, 1991.

MAYERGOYZ, I. D. Mathematical models of hysteresis. *IEEE Transactions on Magnetics*, n. 5, p. 603–608, September 1986.

MITTAL, S.; MENQ, C.-H. Hysteresis compensation in electromagnetic actuators through preisach model inversion. *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics*, v. 5, n. 4, p. 394–409, December 2000.

NEALIS, J. M.; SMITH, R. C. Model-based robust control design for magnetostrictive transducers operating in hysteretic and nonlinear regimes. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, v. 15, n. 1, p. 22–39, January 2007.

OPPENHEIM, A. V. *Signals and Systems*. Second. [S.l.]: Prentice-Hall, 1996.

PREISACH, F. Über die magnetische nachwirkung. *Zeitschrift für Physik*, v. 94, p. 277–302, 1935.

SLOTINI, J.-J. E.; LI, W. *Applied Nonlinear Control*. First. [S.l.]: Prentice-Hall, 1991.

TAN, X.; BARAS, J. S. Adaptive identification and control of hysteresis in smart materials. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 50, n. 6, p. 827–839, June 2005.

TORRE, E. D. *Magnetic Hysteresis*. [S.l.]: IEEE Press, 1999.

TORRE, E. D. *Magnetic Hysteresis*. [S.l.]: IEEE Press, 1999.

TZEN, J.-J.; JENG, S.-L.; CHIENG, W.-H. Modeling of piezoelectric actuator for compensation and controller design. *ELSEVIER Precision Engineering*, v. 27, p. 70–86, August 2002.

VAJDA, F.; TORRE, E. D. Efficient numerical implementation of complete-moving-hysteresis models. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 29, n. 2, p. 1532–1537, March 1993.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)