



UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ

PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL E  
FORMAÇÃO DE CONCEITOS –  
ANALISANDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO  
DECIMAL

Madeline Gurgel Barreto Maia

Fortaleza - Ceará  
2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL DO CEARÁ**  
**MADLINE GURGEL BARRETO MAIA**

**PROFESSORES DO ENSINO FUNDAMENTAL E  
FORMAÇÃO DE CONCEITOS –  
ANALISANDO O SISTEMA DE NUMERAÇÃO  
DECIMAL**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Acadêmico em Educação do Centro de Educação da Universidade Estadual do Ceará, como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Educação – Formação de Professores.

Orientadora: Profa. Dra. Marcília Chagas Barreto

Co-orientadora: Profa. Dra. Ana Ignez Belém Lima Nunes

Fortaleza – Ceará

2007

**Universidade Estadual do Ceará**  
**Curso Mestrado Acadêmico em Educação**  
**Centro de Educação**

Título Do Trabalho: **Professores do Ensino Fundamental e Formação de  
Conceitos – Analisando o Sistema De Numeração Decimal**

Autora: Madeline Gurgel Barreto Maia

Defesa em: \_\_\_ / \_\_\_ / \_\_\_\_\_

Conceito Obtido: \_\_\_\_\_

Nota Obtida: \_\_\_\_\_

**Banca Examinadora**

---

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup>. Marcília Chagas Barreto  
Orientadora

---

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup>. Ana Ignez Belém Lima Nunes  
Co-orientadora

---

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup>. Veriana de Fátima Rodrigues Colaço

---

Prof<sup>ª</sup> Dr<sup>ª</sup>. Rosélia Costa de Castro Machado

### **Dedicatória**

Ao meu pai  
pessoa que me fez muita falta nesta caminhada,  
mas que esteve em meu pensamento o tempo todo.

A Juliana  
pelos lindos sorrisos a cada manhã e alegria de viver.

A Marcília  
minha mestra  
que todo dia estende diante de mim,  
como um tapete mágico,  
uma nova zona de desenvolvimento.

## AGRADECIMENTOS

O processo de elaboração deste trabalho foi marcado por muitos momentos. Uns de alegria e outros de tristeza. Fecho os olhos e lembro que em cada etapa enfrentada existiram pessoas ímpares que fizeram, mesmo dos piores momentos, experiências mais suaves e de profundo aprendizado. Existiram sim momentos de me sentir sozinha, mas ainda assim marcados pela lembrança e certeza da existência de pessoas importantes nessa caminhada e que sem elas seria impossível concluir essa dissertação. Talvez citar nomes seja injusto com alguns, mas não citar seria injusto comigo, diante daqueles que para mim foram inesquecíveis. Desta forma, arrisco registrar:

Meu mais fiel companheiro nesta caminhada: Deus, com quem dividi todos os momentos... fomos inseparáveis!

Minha estimável orientadora Marcília Chagas Barreto, a maior incentivadora do meu processo de formação e agora de conclusão desse mestrado. Foram muitos desafios vencidos juntos!

A professora e co-orientadora Ana Ignêz Belém Lima Nunes pelo apoio incondicional e pelas ricas contribuições acerca da teoria do Vygotsky;

A professora Isabel Albuquerque que se mostrou sempre prestativa e disposta a discutir Vygotsky e a Educação Matemática;

A todos que fazem o Mestrado Acadêmico em Educação da Universidade Estadual do Ceará: professores, alunos e funcionários, em especial a querida Joyce;

A Erlange, Claudianne e a profa. Iolanda, amigas que sempre estiveram dispostas a escutar minhas angústias.

A Joana D'arc (Darquinha), Jeová, Adriana e Socorro que fizeram muitos momentos difíceis se tornarem mais leves e divertidos.

A coordenação, direção e ao corpo docente das duas escolas investigadas: Escola/Creche Erotides Melo e Lima e o Colégio Oscar Feitosa, ambas do município do Eusébio;

A CAPES pela concessão da bolsa de estudos, a qual viabilizou a realização deste trabalho;

E aqueles que conviveram mais diretamente comigo: minha mãe Lucileide, meus irmãos Alano, Aline, Eveline e meu cunhado Joacillo, bem como minha querida e pequena Juliana;

A todos meu mais sincero sentimento de eterna gratidão!

*O homem nasceu para aprender,  
aprender tanto quanto a vida lhe permita.*

*Guimarães Rosa*

## RESUMO

Esta pesquisa analisou o nível de elaboração conceitual de professoras das séries iniciais do Ensino Fundamental acerca do Sistema de Numeração Decimal - SND. Para tanto foi necessário mapear os elementos constitutivos do conceito de SND; analisar os diferentes estágios de construção conceitual nos quais se encontravam as professoras. Tomou-se como quadro de referência a teoria de Vygotsky sobre a formação de conceitos como um processo mediado pelo uso da palavra. O autor considera a existência de três grandes estágios de elaboração de conceitos: sincréticos; complexos e pré-conceitos, como pré-requisitos à construção dos conceitos. Como metodologia foi realizado um estudo de caso de abordagem clínica. A amostra selecionada foi de sete professoras de matemática das séries iniciais do Ensino Fundamental de duas escolas públicas do município do Eusébio-Ce. Aplicou-se como instrumento uma entrevista semi-estruturada na qual se buscava captar a percepção e experiência das professoras acerca da disciplina de Matemática. Utilizou-se ainda uma lista de atividades semelhantes àquelas presentes nos livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental. Foram treze questões exploradas por entrevista clínica, onde se captaram as justificativas dadas pelas professoras para a forma como resolveram cada uma das questões. Constatou-se a presença de diferentes erros na solução dos exercícios, dificuldades em justificar a forma como resolveram, e fragilidades na percepção da relação existente entre os diferentes conteúdos matemáticos e os princípios que regem o SND. Registraram-se casos de professoras que resolveram de forma mecânica as atividades, não sendo capazes de explicar o porquê de tal resolução. A partir das interações propiciadas pela entrevista clínica, elas passaram a compreender as razões de suas resoluções e a relação entre a atividade e o SND, evidenciando a ação da interação sobre a Zona de Desenvolvimento Proximal. As dificuldades de relacionar os conceitos com o SND mostraram-se muito próximas daquelas vividas pelas crianças no processo de aprendizagem matemática. Evidenciou-se que as professoras apresentam diferentes estágios de elaboração conceitual e que o SND ainda não se configura como conceito científico. Essas constatações mostram a necessidade de se rever o processo de formação docente dos pedagogos, tendo em vista que são eles os responsáveis por introduzir as crianças no mundo da matemática escolar e por desenvolver, junto a elas o conceito científico de SND.

**Palavras Chaves:** Sistema de Numeração Decimal, Formação de Conceitos; Formação Docente.



## ABSTRACT

This research analyzed the concept elaboration level of teachers from the initial series of the Elementary Teaching about the Decimal Numeric System – SND. Such study needed to map out the constituent elements of the SND concept; to analyze the different phases of concept constructions in which the teachers were inserted. The Vygotsky theory concerning the concepts formation process led by the use of the word was taken as reference. The author considers the existences of three big phases of concepts elaboration: syncretics, complex and pre-concepts. As for the methodology, a clinical experience case was held. The selected show-piece counted on seven Mathematic's teachers from the initial series of the Elementary level of two state schools in Eusébio, Ceará. It was applied a semi-structural interview which intended to get the teacher's perception and experience about Mathematics. It was used, still, a list of activities similar to those ones found in didactic books of the initial series of the Elementary level. There were thirteen questions explored by clinical interview, which got the justifications given by the teachers about how they solved each question. It was verified there were different mistakes in the exercises solutions, difficulties to justify the way they solved them and perception fragilities in the relationship among the various Mathematics contents and the principles that manage SND. It was registered cases of teachers who solved the activities mechanically, unable to explain such answers. From the interaction offered by the clinical interview, they started to understand the reason of their solutions and the relationship between the activity and the SND, highlighting the interaction work on the Proximate Developing Zone. The difficulties to relate the concepts to SND were very much close to those lived by the children in the Mathematics learning process. It was evidenced that the teachers show different phases of concept elaboration and that SND cannot be considered a scientific concept. These findings show the necessity of reviewing the pedagogical teaching formation, observing they are responsible for introducing children to school's Mathematics word and developing the scientific concept of SND with them.

Key words: Decimal Numeric System, Concepts Formation, Teaching Formation.

## LISTA DE QUADROS E TABELAS

QUADRO N <sup>o</sup> 1 - Síntese de formação, experiência profissional e percepção da matemática dos professores .....	68
QUADRO N <sup>o</sup> 2- Uso do QVL para representação numérica .....	77
QUADRO N <sup>o</sup> 3 - Representação numérica - Relação entre classe e ordem .....	77
QUADRO N <sup>o</sup> 4 - Representação numérica - Relação entre classe e ordem.....	78
QUADRO N <sup>o</sup> 5 - Representação numérica– Relação entre classe e ordem .....	78
QUADRO N <sup>o</sup> 6 - Justificativa utilizada na exploração dos conceitos de “classe e ordem” no SND.....	79
QUADRO N <sup>o</sup> 7 - Uso do zero na representação numérica.....	81
QUADRO N <sup>o</sup> 8 - Relação entre milhão e milhar.....	83
QUADRO N <sup>o</sup> 9- Agrupamento fala e representação escrita incompatíveis.....	85
QUADRO N <sup>o</sup> 10 - Uso de “soma” no agrupamento sem relação com o SND.....	86
QUADRO N <sup>o</sup> 11 - Agrupamento na base dez.....	87
QUADRO N <sup>o</sup> 12 - Agrupamento por ordens .....	88
QUADRO N <sup>o</sup> 13 – Agrupamento.....	89
QUADRO N <sup>o</sup> 14 - Agrupamento na base dez .....	90
QUADRO N <sup>o</sup> 15 - Agrupamento na base dez .....	91
QUADRO N <sup>o</sup> 16 - Agrupamento na base quatro .....	92
QUADRO N <sup>o</sup> 17 – “Vai um” .....	94
QUADRO N <sup>o</sup> 18 - “Vai um” .....	96
QUADRO N <sup>o</sup> 19 - “Vai um” .....	97
QUADRO N <sup>o</sup> 20 - “Pedir emprestado” .....	100
QUADRO N <sup>o</sup> 21 - “Pedir emprestado” .....	101
QUADRO N <sup>o</sup> 22 - Transformação na base dez .....	102

QUADRO N <sup>o</sup> 23 - “Pedir emprestado” .....	103
QUADRO N <sup>o</sup> 24 - Transformação na base dez .....	106
QUADRO N <sup>o</sup> 25 - Uso do “zero vírgula” .....	106
QUADRO N <sup>o</sup> 26 - Uso da “regra”:acrescenta o “zero e coloca a vírgula” .....	107
QUADRO N <sup>o</sup> 27 - Uso de “regra” .....	107
QUADRO N <sup>o</sup> 28 - Representação dos números decimais .....	110
QUADRO N <sup>o</sup> 29 - Representação do número decimal .....	111
QUADRO N <sup>o</sup> 30 - Consideração da quantidade discreta .....	117
QUADRO N <sup>o</sup> 31 - Desconsideração da quantidade discreta .....	118
QUADRO N <sup>o</sup> 32 - Desconsideração do valor posicional .....	119
QUADRO N <sup>o</sup> 33 - Valor posicional dos algarismos .....	120
QUADRO N <sup>o</sup> 34 -Valor posicional dos algarismos .....	120
QUADRO N <sup>o</sup> 35 - Valor posicional dos algarismos .....	121
QUADRO NO 36 -Valor posicional dos algarismos.....	122

## SUMÁRIO

RESUMO .....	7
ABSTRACT .....	8
INTRODUÇÃO.....	12
CAPÍTULO 1 - A MATEMÁTICA NO COTIDIANO E NA FORMAÇÃO DOCENTE..	18
1.1 - O PEDAGOGO E O TRABALHO COM A MATEMÁTICA.....	25
1.2 - O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL - SND .....	30
CAPÍTULO 2 - VYGOTSKY E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS .....	42
CAPÍTULO 3 – CAMINHOS METODOLÓGICOS.....	53
CAPÍTULO 4 - A FORMAÇÃO DO CONCEITO CIENTÍFICO DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL POR PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS .....	64
4.1 O CAMINHO NA ANÁLISE DOS DADOS .....	64
4.2 CONHECENDO OS SUJEITOS INVESTIGADOS .....	67
4.3 CONCEITUAÇÃO DOS PROFESSORES ACERCA DE ELEMENTOS COMPONENTES DO SND.....	70
4.3.1 CONCEPÇÕES ACERCA DA ORIGEM DO TERMO SISTEMA, DAS RELAÇÕES COM A BASE DEZ E DAS ORDENS.....	71
4.3.2 VALOR POSICIONAL – RELAÇÕES ENTRE ORDENS E CLASSES, VALOR ABSOLUTO E RELATIVO; USO DO ZERO .....	76
4.3.3 AGRUPAMENTO NO SND.....	83
4.3.4 TRANSFORMAÇÃO NA BASE DEZ – ALGORITMO, “VAI UM” E “PEDIR EMPRESTADO” .....	92
4.3.5 TRANSFORMAÇÃO E AGRUPAMENTO NA BASE DEZ: O USO DA VÍRGULA .....	104
4.4 ARTICULAÇÃO ENTRE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS E O SND.....	111
4.4.1 AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS – ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO.....	112
4.4.2 SISTEMA MONETÁRIO E SISTEMA DE MEDIDAS .....	121
5 - CONCLUSÃO .....	124
6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	133
7 - ANEXOS.....	137
7.1 ANEXO I – ROTEIRO DE ENTREVISTA .....	137
7.2 ANEXO II – ATIVIDADES MATEMÁTICAS RELATIVAS AO SND .....	139

## INTRODUÇÃO

*Nós seres humanos,  
temos uma existência condenada,  
condenada a abrir caminhos,  
sempre novos e sempre surpreendentes!*

Leonardo Boff

O advento da sociedade da informação e da tecnologia impôs mudanças na vida e no comportamento do cidadão comum. É inegável a necessidade de um senso crítico que só se obtém a partir do desenvolvimento de um pensamento amplo, maleável e capaz de estabelecer diferentes tipos de relações.

A escola assume então um novo papel, embora essa necessidade sempre tenha existido. Não se pode mais colocar no centro das obrigações escolares a mera transmissão de informações, apresentação de definições, ou aplicação de regras sem a compreensão de suas relações lógicas. É necessário formar um indivíduo capaz de desenvolver soluções criativas, diante dos mais diferentes desafios que se apresentam, quer no seu cotidiano, quer no mundo do trabalho. Deve-se, sobretudo, formar o cidadão capaz de adaptar-se às transformações do mundo do trabalho. Na atualidade, não se espera obter uma profissão e nela permanecer durante toda a vida profissional, exercendo funções de uma mesma maneira. A formação desse cidadão pode buscar desenvolver uma capacidade reflexiva e de transcender ao seu ambiente, ao que lhe é imposto pelas situações da vida. Não se pode permitir uma simples adaptação ao mundo do trabalho, mas uma formação pessoal e intelectual principalmente.

Estas demandas impõem novos desafios para as disciplinas escolares. Há que se escolherem novos conteúdos, novas metodologias, novas tecnologias para seu ensino e aprendizagem. A Matemática não poderia ficar à margem destas transformações.

O ensino da Matemática deve buscar desenvolver capacidades intelectuais, estruturar o pensamento, trabalhar a agilidade do raciocínio dedutivo, a resolução de problemas que envolvam situações do cotidiano, bem como servir de instrumento para construção e reconstrução de novos conhecimentos.

Ao professor de matemática é atribuído um novo papel que requer um repensar de sua formação inicial ainda na licenciatura. A ênfase nos conteúdos escolares contribui para a crença

de que, uma vez o professor sabendo a matemática, os problemas da aprendizagem dos alunos estarão automaticamente solucionados. Percebe-se que está sendo considerado como importante a explicação do conteúdo, sem levar o professor a refletir sobre o que e como está ensinando e como os alunos estão aprendendo. Alguns autores (D'AMBRÓSIO 1997; FLORIANI 2000; CARRAHER 1988 e outros) o colocam como um “amplificador cultural”, um sujeito que dentro do processo ensino-aprendizagem também aprende e fundamentalmente deve ser um pesquisador de sua prática. Contudo, em seu contexto escolar, a Matemática ainda tem se configurado como uma disciplina onde os alunos apresentam grandes dificuldades.

As últimas pesquisas realizadas pelo SAEB (2003), envolvendo o domínio de habilidades matemáticas, têm apontado resultados alarmantes na aprendizagem dos alunos. Esses resultados vêm se apresentando sempre abaixo do nível desejado. Algumas questões podem ser levantadas sobre as causas desse baixo índice em relação à aprendizagem Matemática.

Os alunos são levados a acreditar que só existe uma maneira de resolver os problemas matemáticos, que deve ser transmitida pelo professor, tornando difícil a compreensão dos procedimentos adotados. Desta forma, a matemática é vista como algo inventado por gênios e desvinculada de qualquer relação com a história da humanidade. Essas são questões ainda relacionadas à própria concepção de matemática existente no senso comum e que embora existam sinais de mudança dessa postura, ela ainda não deixou de estar presente no ambiente escolar. São muitos os estereótipos em relação à disciplina e todos contribuem para afastar muitas pessoas do trabalho com a matemática. Poucos são os que se sentem habilitados para dela participar.

Analisando-se especificamente os profissionais que lecionam nas séries iniciais do Ensino Fundamental – via de regra com formação em Pedagogia – percebe-se que, em sua maioria, eles não apreciam a matemática (MAIA, 2004). Esta é, normalmente, apontada como uma das razões que os levaram a optar por fazer um curso na área de Ciências Humanas. Em sua formação universitária, as horas dedicadas à aprendizagem de matemática são diminutas, não sendo suficientes para preencher as lacunas que eles trazem de níveis escolares anteriores, principalmente no que diz respeito ao domínio dos conteúdos em si. Sem tal formação, o ensino de metodologias simplesmente, o qual é enfatizado no curso de pedagogia, não forma um profissional capaz de romper as dificuldades apresentadas pelas crianças no domínio da matemática.

A estes profissionais, com esse tipo de formação, é requisitado facilitar, mediar o processo de aprendizagem. Indaga-se, então, se eles têm conseguido levar nosso aluno a refletir sobre o que está aprendendo, já que os resultados do SAEB têm apontado tantos problemas relacionados à aprendizagem matemática.

A situação torna-se ainda mais difícil quando se consideram os resultados de algumas pesquisas (MAIA 2004; BARRETO 2005) que apontam a ausência no domínio de conteúdos por parte dos professores do Ensino Fundamental. Questiona-se então, como os pedagogos, que são os responsáveis por introduzir os alunos no mundo da matemática, podem conseguir levá-los à aprendizagem de conteúdos matemáticos, quando eles próprios demonstram não dominar tais conteúdos. Além disso, indaga-se acerca do uso dos procedimentos didáticos, que em muitos casos são inadequados aos alunos e propiciam uma aprendizagem pouco significativa. Muitas vezes, ouvem-se depoimentos de professores e também de alunos sobre os obstáculos provenientes de um ensino centrado em procedimentos mecânicos, baseados na repetição de modelos e fórmulas e distanciado das questões práticas.

Embora os problemas relativos à matemática aconteçam em cada uma das áreas específicas – Geometria, Álgebra e Aritmética – nesta pesquisa, optou-se por trabalhar no domínio da Aritmética, abordando exclusivamente os problemas relativos à compreensão e uso do Sistema de Numeração Decimal – SND.

Sendo o SND um componente do currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental considerado de suma importância, faz-se necessário que ao final desse nível de ensino os alunos apresentem domínio e compreensão quanto ao seu uso. Contudo, a literatura revisitada (ZUNINO 1995; NUNES 1997; CARRAHER, CARRAHER e SCHILIMAN 2003; MAIA 2004 e outros) evidencia uma desvinculação entre vários conteúdos, principalmente, a efetivação das operações fundamentais e o Sistema de Numeração Decimal. Os alunos se utilizam de “regras” como o “vai um”, o “pedir emprestado” e “andar com a vírgula” como se não existisse vínculo nenhum com o SND. O valor posicional não tem significado para as crianças e as “contas” são resolvidas sem o estabelecimento de relação entre os valores “relativos” dos números. Essas dificuldades, em parte, também são verificadas em professores. As práticas e significados matemáticos parecem, então, ser institucionalizadas pelas gerações passadas e são muitas vezes tomadas como “informações” a serem transmitidas de uma geração a outra de forma bastante semelhante.

Os docentes têm pressa em apresentar aos alunos o “algoritmo formal” e super valorizam-no. Mostram-se inseguros quanto ao uso de metodologias e acabam por buscar apoio em ferramentas didáticas consideradas básicas e indispensáveis como o livro didático. As atividades propostas por este material trabalham mais na perspectiva de aplicação de técnicas do que de desenvolver a compreensão do significado das operações (BARRETO e outros 2005).

A literatura revisitada evidencia poucas pesquisas dentro da perspectiva de analisar o trabalho dos professores com o SND. Desta forma, busca-se desenvolver esta pesquisa, cujo objetivo central é **analisar o nível de elaboração conceitual de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre o SND**. Para tanto, busca-se mapear os elementos constitutivos dos conceitos presentes no referido Sistema; analisar as diferentes representações e domínio que os professores têm acerca do SND

Os sujeitos investigados foram sete professoras de duas escolas públicas do município do Eusébio, onde se propôs uma lista de atividades a serem resolvidas por elas seguida de uma entrevista clínica (CARRAHER, 1998). O uso da “lista de exercícios” que, muitas vezes, é condenada por educadores matemáticos, foi utilizada neste trabalho não como uma ferramenta para a aprendizagem e “fixação” de conteúdos, até porque esse não é objetivo desta pesquisa, mas como um instrumento que propiciaria a coleta dos dados, já que o foco do trabalho se encontra na justificativa das professoras para a forma como resolveram e pensaram cada questão.

O quadro teórico adotado é vygotkiano, mais especificamente suas concepções acerca da formação de conceitos. Vygotsky considera a existência de dois tipos de conceitos: os cotidianos e os científicos. Para o autor a chave para o estudo de sua formação é analisar o emprego funcional da palavra e o(s) seu(s) significados. A formação de conceitos não pode vir desvinculada do sistema de linguagem e do seu contexto de uso. Através da palavra é que o conceito abstrato é expresso, é sintetizado e é incorporado à realidade, ou seja, ao cotidiano. Para a análise do domínio conceitual do SND, por parte das professoras, nosso foco estará centrado nas justificativas por elas apresentadas quando se utilizam do referido sistema.

O interesse por esta pesquisa surgiu ao longo de observações feitas durante todo o processo de formação docente da pesquisadora, que como já referido, consta de percepções a partir de estudos teóricos, bem como a partir dos trabalhos acadêmicos desenvolvidos na Universidade Estadual do Ceará, em paralelo com algumas experiências de sala de aula como professora.



Durante a formação no curso de pedagogia, na disciplina Ensino de Matemática, do 7º semestre, algumas indagações feitas pela professora da disciplina em relação ao uso do Sistema de Numeração Decimal chamavam a atenção. Embora as perguntas fossem simples, de aritmética, os alunos não conseguiam dar respostas coerentes, o que demonstrava falhas no domínio do Sistema Decimal. Mesmo, na época, a pesquisadora estando lecionando matemática no Ensino Fundamental, ou seja, tendo alguma experiência docente, foi possível perceber que ela também não conseguia compreender muitos dos questionamentos da professora.

Com a oportunidade de vivenciar a experiência de monitoria da disciplina Ensino de Matemática, foi possível observar de perto as dificuldades que os alunos de outras turmas apresentavam na compreensão dos conceitos matemáticos. Diante das necessárias leituras realizadas sobre o Sistema de Numeração Decimal e das mais diferentes pesquisas realizadas acerca deste assunto, foi sendo possível analisar as lacunas que vinham se reafirmando semestre a semestre na formação daqueles que seriam os futuros professores de matemática.

O trabalho de conclusão do curso de especialização em Ensino de Matemática (MAIA 2004) também foi fundamental para o interesse em desenvolver esta pesquisa. Diante dos resultados alarmantes a que se chegou, fazia-se necessário estender as investigações tendo em vista compreender melhor os problemas relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática.

As pesquisas realizadas em um grupo de estudo sobre Educação Matemática da UECE, do qual foi possível fazer parte, também serviram de impulso para pesquisar sobre os conceitos necessários aos docentes para o trabalho com o SND, já que muitos dos problemas relacionados à compreensão de conteúdos matemáticos estão imbricados com o uso do Sistema de Numeração Decimal.

Durante as discussões desenvolvidas nas disciplinas do mestrado a abordagem vygotskyana chamava atenção pela forma como considera a aprendizagem, e a elaboração de conceitos, pela sua completude, bem como pela sua complexidade. Considerando a presente pesquisa acredita-se que este referencial mostra-se adequado aos seus objetivos e contribui para o seu desenvolvimento.

Este trabalho estrutura-se então em cinco capítulos, além desta introdução. O primeiro é composto pela revisão de literatura que discute aspectos relacionados às concepções de ensino e aprendizagem matemática, sua importância na formação do cidadão e na formação docente.

Discute ainda a disciplina de matemática e os problemas inseridos em seu contexto, isso para que se possa partir para as questões da formação docente deste professor a fim de melhor compreendê-las. Assim sendo, o primeiro capítulo evidencia diversas dificuldades que professores e alunos enfrentam em relação a esta disciplina, bem como problemas na formação docente. Os professores apresentam lacunas em sua formação que envolve o domínio de conteúdos e metodologias.

O segundo capítulo aborda a formação de conceitos na perspectiva de Vygotsky. Consideram-se aqui os estágios de formação conceitual: sincréticos, complexos e pré-conceitos, com suas respectivas características.

O terceiro capítulo aborda questões relacionadas à metodologia proposta para o trabalho de campo. Esta pesquisa foi realizada nos moldes do Método Clínico, onde após a resolução de uma lista de atividades que envolvem o Sistema de Numeração Decimal, os pesquisados foram interrogados acerca da forma como resolveram, a fim de que se analisassem as justificativas por eles apresentadas.

No quarto capítulo procedeu-se a análise de dados, evidenciando-se elementos de diferentes níveis conceituais apresentados pelas professoras sobre o SND, tomando sempre por base as justificativas dadas. Tomou-se por base a teoria do Vygotsky acerca da formação de conceitos. No quinto e último capítulo apresentam-se as conclusões e algumas recomendações a partir do que foi possível perceber na realidade observada.

## **CAPÍTULO 1 - A MATEMÁTICA NO COTIDIANO E NA FORMAÇÃO DOCENTE.**

*Não aprendemos de qualquer um, aprendemos daquele a quem outorgamos confiança e direito de ensinar - o professor.*

Fernandez

O homem vive em constante processo de busca pelo conhecimento. Este processo é dinâmico e jamais finalizado, se desenvolve por meio das relações estabelecidas entre os seres ao longo da história da humanidade. Segundo D'AMBRÓSIO (1997: p.18) *todo conhecimento é resultado de um longo processo cumulativo de geração, de organização intelectual, de organização social e de difusão, naturalmente não-dicotômicos entre si*, assim sendo, esse processo estará sujeito a condições muito específicas de estímulo e de relação direta com o contexto *natural, cultural e social*.

A construção do conhecimento acontece de forma cada vez mais complexa e elaborada. As informações vão sendo adquiridas, incorporadas e internalizadas pelo indivíduo, modificando-as em um ciclo inconcluso. O processo de geração do conhecimento vai sendo enriquecido pela relação do homem com os outros, na busca de facilitar o dia a dia e contribuir para a solução de problemas. Desta forma é que cada vez mais se percebe um leque de informações que se amplia a cada dia e surge de forma mais sofisticada.

É nesse processo de interação entre os homens, construção e reconstrução de significados que chegamos ao que se denomina a era da “sociedade do conhecimento”. Um conhecimento que se desenvolve cada vez mais em uma relação dialética saber/fazer que segundo D'AMBRÓSIO (1997) é impulsionado pela consciência e se realiza em várias dimensões dentro da sociedade que conseqüentemente vai evoluindo e criando valores diferenciados. Tendo em vista atender os desafios dessa sociedade, faz-se necessário buscar pessoas não apenas qualificadas naquela área específica, mas pessoas críticas, reflexivas, que fazem, sabem, transcendem por meio de maneiras, modos, técnicas, que explicam, conhecem, entendem a realidade em que estão inseridos.

A escola tem hoje papel decisivo na formação dessas pessoas e no desenvolvimento de uma educação que atenda aos interesses da sociedade, mas isso não de forma passiva e sim reflexiva. Segundo D'AMBRÓSIO, *“será essencial para a escola estimular a aquisição, a organização, a geração e a difusão do conhecimento vivo, integrado nos valores e expectativas*

*da sociedade*” (1997: p.80). A Educação pode ser vista, neste caso, como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo. A formação que se busca, deverá visar não somente ao domínio de conteúdos, mas à formação do cidadão capaz de analisar o mundo em que vive, além de ter capacidade de criar alternativas de soluções para os desafios que se apresentam e de transcender ao seu ambiente. Dentro desse processo de formação, interessa-nos neste trabalho, especificamente aquela voltada para as questões relativas à Matemática.

A Matemática vem passando por uma grande transformação e isso é natural, já que a sociedade vem evoluindo e a educação deve estar atenta a essa evolução. Os meios de observação, de coleta de dados e de processamento desses dados que segundo D’AMBRÓSIO (1997, p.58) *são essenciais na criação matemática* mudaram profundamente, portanto a Matemática não pode ficar em posição isolada, como se não tivesse relação e um papel importante na evolução e necessidades do homem frente às mudanças sócio-culturais ocorridas atualmente.

A Matemática é vista por D’AMBRÓSIO (1997: p.07), *“como uma estratégia desenvolvida pela espécie humana ao longo de sua história para explicar, para entender, para manejar e conviver com a realidade sensível, perceptível, e com o seu imaginário, naturalmente dentro de um contexto natural e cultural”*. Trata-se da construção de conhecimentos em total harmonia com o contexto cultural da época vivida, de acordo com as necessidades. DAVIS e HERSH (1986; p. 33), assumem a mesma posição afirmando que *“cada geração e cada matemático sério, em uma dada geração, formula uma definição de acordo com seu entendimento”*, não podendo assim ser considerada como uma ciência neutra, fria, lógica e universal, como o censo comum costumeiramente aceita. Da mesma forma LERNER (2001; p.19), considerando a evolução da sociedade e das mais diversas culturas, afirma que a matemática *é como um edifício em construção, sempre necessitando de modificações e adaptações*.

SPENGLER (apud. D’ambrósio, 2001; p. 16) entende a matemática *como uma manifestação cultural viva*, considera assim uma total integração com as mais diferentes culturas.

MACHADO (2001; p. 08), a coloca como *um bem cultural de interesse absolutamente geral, que ninguém pode ignorar completamente*. O autor aborda a disciplina como tendo uma relação direta e fundamental entre seus objetos (matemáticos) e a realidade concreta.

A disciplina de Matemática é importante por desenvolver no educando uma capacidade de análise, de generalização das informações, de procurar dentro dos problemas do cotidiano soluções práticas. Ela facilita o acesso à realidade concreta, complexa, multiplamente determinada. É uma disciplina, em grande parte, ligada à realidade em que o educando está inserido. Para PARRA (2001; p. 14) o homem comum *precisa da matemática para sua atuação no campo do trabalho e para compreender, ainda que superficialmente, as bases e as possibilidades da moderna tecnologia*. A autora traz ainda um valor *formativo* à disciplina, pois considera que ela ajuda a estruturar todo o pensamento e a agilizar o raciocínio dedutivo. *É uma ferramenta que serve para a atuação diária e para as atividades laborais* (Parra, 2001; p.15).

Sobre o mesmo ponto de vista HUETE (2006; p.85) afirma que *a aplicabilidade da ciência matemática é imensa e não deve se limitar apenas a proporcionar habilidades para resolver problemas da vida; deve buscar a formação intelectual e sua adaptação a um extenso campo de atividades cotidianas mais ou menos complexas*. O autor atribui à matemática uma capacidade de “fazer a mente trabalhar”.

Como se pode perceber, a Matemática enquanto disciplina escolar pode contribuir de forma bastante positiva na formação do cidadão crítico e reflexivo na sociedade atual. Ela apresenta uma característica preponderantemente dialética entre o saber/fazer no cotidiano de cada um.

Contudo, a Matemática ainda hoje é considerada por alunos e professores como uma disciplina difícil, que apenas alunos com pendores especiais conseguem compreendê-la. Nas escolas, ela é vista como uma disciplina com características especiais, onde poucos conseguem ter domínio, aqueles que conseguem aprendê-la são consideradas pessoas “eleitas”, com talento inato. MACHADO (2001; p. 95) considera que posições desta natureza são *em grande medida um mito*. Para ele, a Matemática só tem sentido quando imbricada com a realidade; não existindo tal imbricamento ela perde seu “prestígio”.

FIorentini (2005), ao realizar a pesquisa acerca do “Desafio de Ser Professor de Matemática” observou que os professores que estão em sala de aula consideram que um dos grandes desafios que a escola enfrenta hoje é exatamente tirar o estigma de que a matemática é “o grande carrasco da escola”. Ainda se cultivam opiniões que consideram o conhecimento matemático um conhecimento “exato”, que somente com ela é que será possível o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Nos livros de Matemática é comum observarmos epígrafes que super valorizam a disciplina, atribuindo-lhe um caráter superior. Platão afirmava que a matemática *aproximava a alma da verdade*, fazia os olhares humanos *passar das trevas à luz* (apud. PARRA, 2001; p. 13). Outros estudiosos afirmavam que “*nenhuma outra construção humana tem a unidade, a harmonia da ciência matemática: nenhuma se iguala na solidez, no equilíbrio perfeito e na delicadeza*” (AMOROSO COSTA, apud. DAVIS e HERSH, 1986; p. 38). “*Sem a matemática não nos seria possível compreender muitas das passagens da Santa Escritura*” (SANTO AGOSTINHO, apud. DAVIS E HERSH, 1986; p.38). Essas são algumas opiniões cultivadas pelos professores ainda hoje e repetidas em sua prática docente.

Para D’AMBRÓSIO (1997; p. 85), entretanto, a matemática apresenta um papel político e conscientizador. Ele afirma que *a ação pedagógica do professor de matemática não é neutra*, tendo em vista que todas as informações são processadas e guardadas pelos alunos e contribuirão para a formação da consciência de cada um. Assim sendo, as afirmações expressas no parágrafo anterior não podem ser aceitas sem restrições, sem um olhar crítico. São opiniões perigosas, que assumidas pelos professores podem distanciar cada vez mais o aluno da aprendizagem da Matemática (MACHADO; 1998) e assim fazer com que ela perca seu caráter também dialético.

No ambiente escolar, muitas vezes a disciplina se coloca de forma isolada. Retira-se-lhe o vínculo com as outras disciplinas, entre os diversos conteúdos da própria matemática, bem como com a realidade do mundo em que vivemos, o que a torna uma disciplina de difícil acesso. O professor posiciona-se em sala de aula como a figura detentora de todo o saber matemático, assumindo uma postura autoritária e distanciando cada vez mais os alunos. Embora hoje já existam sinais de tentativa de superação dessas posturas, as mudanças são ainda lentas. PANIZZA (2006) considera que modificar a prática de sala de aula do professor de matemática hoje se configura como um problema reconhecido internacionalmente. Acredita-se que para se buscar formar o cidadão crítico, reflexivo e consciente também através da matemática, faz-se necessário rever a postura docente.

Existem ainda desafios relacionados aos “dogmas” criados dentro da disciplina de matemática. MACHADO (1998) julga que a ação pedagógica é prejudicada pela criação de “estereótipos” que acabam orientando práticas pedagógicas. Concepções do tipo “a matemática é exata”, “a capacidade para a matemática é inata”, “a matemática desenvolve o raciocínio”, “a

matemática é uma ciência neutra” são utilizadas pelos professores como base para permanência de práticas já arraigadas na cultura docente que distanciam os estudantes da disciplina.

PANIZZA (2006) traz considerações evidenciando algumas preocupações básicas de professores de matemática. A autora desenvolve seus trabalhos partindo de expressões que segundo ela são habituais nos professores: “os alunos não vêem sentido no que fazem”, “os alunos agem mecanicamente”. A ação pedagógica dos professores, em sua grande maioria, mais pautada em fixação de regras e fórmulas que no próprio estabelecimento de relações entre os elementos matemáticos pode estar contribuindo para o reforço dessas afirmações e distanciando o aluno do desenvolvimento do pensamento matemático. Dessa forma, não se sabe se, de fato, a capacidade de **desenvolvimento do raciocínio** associada ao ensino de Matemática, neste caso, ainda pode ser considerada. Até que ponto os conteúdos trabalhados em sala de aula vêm contribuindo para o desenvolvimento do raciocínio é aspecto curioso e incerto. Este “slogan” (*a matemática desenvolve o raciocínio*) vem sendo repetido pelos professores de matemática, sem que eles, muitas vezes, compreendam como efetivamente desenvolver o raciocínio dos alunos, através dos conteúdos em sala de aula.

MACHADO (1998) discorda da afirmação de que a matemática é a disciplina que melhor desenvolve o raciocínio e atribui tal função à língua materna. Ele afirma que “... *o exercício do raciocínio favorece a organização do pensamento, e para isso qualquer tema pode ser utilizado como veículo*”.

Mesmo considerando que os “slogans” são opiniões “veneráveis e respeitáveis”, FLORIANI (2000) acredita que eles só podem ser aceitos com ressalvas, pois do contrário contribuem para o distanciamento da necessária “desaristocratização da Matemática”. Sua utilização indiscriminada contribui para a disseminação de uma prática que justifica os baixos índices de aprendizagem apresentados pelas pesquisas do País. O autor, afirma que, com isto, se substitui o Latim pela Matemática, como ferramenta de seleção escolar. Em seus termos: *a matemática no lugar do Latim como força seletora* (p.31). Em suas pesquisas, o autor chegou à conclusão de que todos os professores de matemática consideram essencial deixar claro aos alunos a utilidade da matemática no dia a dia, porém quando são instigados a explicitarem melhor seu ponto de vista, *as explicações não passam de chavões, sem maiores significados* (p.42).

Diante dos problemas relativos à aprendizagem da Matemática, estudos foram sendo realizados e estruturados no que se passou a denominar de Educação Matemática. FLORIANI (2000 p.32) a percebe como *uma disciplina embrionária... em construção, uma área de conhecimento com relativa autonomia, investigando problemas próprios e específicos*. Dentro dessas investigações destaca-se como ponto essencial a necessidade de mudança de comportamento do professor de matemática, pois este não deve ser, no ambiente de sala de aula, a única figura detentora do conhecimento. Ao professor cabe buscar transformar a Matemática de “ciência dada” (o aluno que apenas recebe a informação) em “ciência feita” (o aluno ativo). HUETE (2006, p.143) compartilhando da mesma opinião afirma que *não se aprende matemática, faz-se*.

Ainda na mesma perspectiva destaca-se D’AMBRÓSIO (1996) que considera como de fundamental importância “mudar a atitude do professor”, tendo em vista acabar com a imagem de “autoritário, impositor e impostor” – onde o professor *faz que sabe quando não sabe* (p.80). D’ambrosio ressalta ainda a existência de professores de matemática *que ministram muito bem suas aulas ... mas, que não contam aquele truquezinho que se usa num certo tipo de equação só para pedir na prova justamente ele* (p.84). Para o autor, deve-se partir em busca da superação dessas posturas, assim um “novo papel” é projetado para o docente. O “novo papel do professor” “... será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa” (p.80).

Observa-se que dentro desse “novo papel do professor” há a necessidade de ele buscar conhecer seu aluno, ampliar seu leque de conhecimentos e acima de tudo estar sempre se atualizando diante das inovações sociais e tecnológicas, tendo em vista a construção de um modelo educacional que acompanhe as mudanças ocorridas no mundo atual.

Ainda na perspectiva do professor, CARRAHER (1988; p. 87) afirma que o “educador matemático” é aquele que deverá *assumir que a matemática é prática cultural de um povo, contrariando o senso comum que a considera uma ciência universal e neutra*. A autora dá ao professor de matemática um papel de “amplificador cultural” que constrói conhecimento com experiências de aprendizagens.

NUNES (2005) salienta que a atividade do professor de matemática envolve dois processos de ensino e aprendizagem: um relacionado à aprendizagem do aluno e o outro



relacionado à aprendizagem do professor. Se for considerado apenas o processo de aprendizagem dos alunos, os professores também tenderão a focalizar apenas a aprendizagem de seus alunos, esquecendo-se de que ao ensinar eles mesmos aprendem. Durante o processo de ensino, a construção do conhecimento se desenvolve mutuamente. Existe uma troca de conhecimentos que acontece mediante um processo interativo de investigação e busca pelo saber.

Para a construção do conhecimento PONTE (2003) considera que a investigação é uma poderosa forma, e que na Matemática existe uma relação estreita entre problemas e investigações. Conceitua a investigação matemática como *atividade de ensino e aprendizagem* (p.23). Assumindo a mesma posição BRAUMANN (2002) afirma que:

*Aprender Matemática não é simplesmente compreender a Matemática já feita, mas ser capaz de fazer investigação de natureza matemática (ao nível adequado de cada grau de ensino). Só assim se pode verdadeiramente perceber o que é a matemática e a sua utilidade na compreensão do mundo e na intervenção sobre o mundo (p.05).*

Na verdade, os autores acreditam na possibilidade de realização de investigações durante o desenvolvimento do processo Ensino-Aprendizagem em Matemática, porém não vêem a possibilidade de que essas investigações substituam completamente as práticas recorrentes: aplicação de exercícios, problemas e/ou projetos. Percebe-se que esse novo papel projetado ao docente, leva à necessidade da pesquisa da própria prática. Desta forma, o trabalho docente e a pesquisa tornam-se indissociáveis.

Contudo, para que ocorra a incorporação do novo papel do professor de Matemática faz-se necessário repensar a formação inicial ainda na licenciatura. FLORIANI (2000) considera que a formação “conteudista”, as práticas “rotineiras” e a quase insignificante presença das disciplinas “humanas” na grade curricular dos cursos de Matemática, só contribuem como mais uma dificuldade dos professores em buscar inovar sua prática. Reforça ainda a existência de uma não reflexão sobre a função dos conteúdos, os quais são passados para os alunos em um processo absolutamente mecânico.

A necessidade de compromisso do professor como pesquisador de sua prática, de conhecer seus alunos, as fases de desenvolvimento em que eles se encontram deve vir atrelada ao domínio de conteúdos na tentativa de se suprirem muitos dos problemas didáticos presentes na sala de aula. Segundo MAIA (2004; p.09), *a ênfase nos conteúdos das escolas contribui para a crença de que, uma vez sabendo-se a matemática, os problemas didáticos estarão automaticamente solucionados*. Percebe-se que a importância dada à explicação dos conteúdos acarreta uma não reflexão, também, da forma como os professores estão ensinando e como os alunos estão aprendendo. Assim é que HUETE (2006,p.21) considera que na matemática *prevalece o método sobre o conteúdo*.

Falar sobre a formação de professores de matemática nos leva a uma discussão que, neste trabalho, tem um papel primordial: o professor que se dedicará a ensinar a matemática na Educação Infantil e séries iniciais do Ensino Fundamental. Este professor é o licenciado em Pedagogia. É dele também a obrigação de trabalhar todas as disciplinas que compõem o currículo escolar das referidas séries, contudo aqui serão discutidos aspectos relacionados exclusivamente ao ensino da Matemática.

## **1.1 - O PEDAGOGO E O TRABALHO COM A MATEMÁTICA**

Trabalhar a Matemática para os pedagogos tem se mostrado um desafio de difícil superação. Grande parte de sua formação é dedicada à discussão de questões metodológicas, agregando-se a isto aspectos relativos à aprendizagem. O conteúdo matemático em si tem sido bastante negligenciado, o que pode ser percebido pela escassez de tempo pedagógico dedicado à disciplina, durante o curso<sup>1</sup>. No Estado do Ceará, considerando as universidades públicas, de um total de 2200 horas que compoem a licenciatura apenas 60 a 75 horas aula são dedicadas à disciplina. Isto não significa, que neste período estejam sendo abordados apenas os conteúdos em si, mas pode-se ainda tratar de metodologias adaptáveis à matemática. Acredita-se que isso

---

<sup>1</sup> Pesquisa realizada por Maia (2004) e Barreto (2005)

possa se configurar como uma das justificativas desses profissionais concluírem o curso sem se sentirem seguros para ensinar Matemática.

A estes profissionais cabe o papel de facilitar o processo de aprendizagem, introduzir os alunos no mundo da Matemática e ajudá-los a construir esse conhecimento. Contudo, as últimas pesquisas apresentadas pelo SAEB – Sistema de Avaliação do Ensino Básico - têm evidenciado que o desenvolvimento de habilidades básicas em matemática, no Brasil, está sendo insuficiente.

As pesquisas realizadas pelo SAEB classificam a construção de habilidades matemáticas em categorias. Essas categorias são:  *muito crítica*, que agrupa os alunos que não conseguem identificar uma soma ou subtração em uma situação problema, a  *crítica*, os alunos que conseguem pelo menos identificar a operação envolvida, a  *intermediária* aqueles que desenvolveram algumas habilidades de interpretação, porém insuficientes ao correspondente à série em que estão, a  *adequada* aqueles alunos que interpretam e sabem resolver os problemas de forma competente e a  *avançada* que representa os alunos considerados “maduros”. (SAEB, 2003).

Os dados têm revelado que o processo da aprendizagem de matemática no País tem se concretizado de forma precária, evidenciando um verdadeiro analfabetismo numérico, já que após quatro anos de escolarização, a maioria dos alunos demonstrou não ter construído competências básicas necessárias para o cotidiano e para prosseguirem no segundo ciclo do ensino fundamental. As avaliações das habilidades de compreensão matemática apontam que 52% dos estudantes estão em um nível crítico ou muito crítico, 41% dos alunos estão no nível intermediário, revelando o desenvolvimento de algumas competências, embora muito aquém do desejável e do necessário e apenas 7% dos pesquisados estão em um nível competente, evidenciando que a aprendizagem está compatível com a série cursada.

Para se buscar superar esse baixo índice de aprendizagem que tem se configurado no cenário educacional brasileiro, diversos são os aspectos considerados importantes e necessários: melhorar as condições de infra-estrutura da escola, ter bons livros didáticos, incentivar a prática de esportes e buscar atrair a comunidade escolar. Sem dúvida, todos esses aspectos são de crucial importância para o bom desempenho dos alunos.

Porém, um aspecto fundamental deve ser ressaltado: a qualificação docente, sua preparação para lecionar a matemática básica. Os dados do SAEB deixam entrever que a preparação dos professores para o ensino da matemática está sendo ineficiente para gerar aprendizagem adequada (SAEB, 2003).

A institucionalização da Década da Educação – 1997 a 2007 – foi uma tentativa de vencer estes desafios que se apresentam. Iniciada no país através da lei 9394/96, visava a habilitar todos os professores em nível superior e a capacitar aqueles profissionais em exercício (CARNEIRO, 1998). Contudo, diversas foram as capacitações já realizadas, desde o início da referida Década, mas os resultados ainda não se fizeram sentir nas avaliações do SAEB. Embora, como já afirmamos anteriormente, vários sejam os aspectos relevantes para se buscar vencer os desafios educacionais atuais, a formação do professor assume importância significativa, porém não vem influenciando direta e positivamente a aprendizagem dos alunos em sala de aula.

As dificuldades de aprendizagem em matemática, no nível elementar, têm sido objeto de trabalhos e pesquisas de diferentes profissionais. Tem-se evidenciado a necessidade de compreender as lacunas na formação das crianças, bem como a necessidade de participação delas no seu próprio processo de aprendizagem. Isto é, não se admite pensar na criança como um ser passivo que dominará a matemática a partir, apenas, do ensino que lhes é transmitido. A aprendizagem matemática não acontece simplesmente pela transmissão social de informações, os alunos apenas como receptores de informações. Para KAMII (1999) o tipo de conhecimento que é transmitido por informações sociais é denominado *conhecimento social*<sup>2</sup>. Ele tem características amplamente arbitrárias e se origina fundamentalmente das convenções construídas pelos indivíduos, o que não se coaduna com as características do *conhecimento matemático*. Este se constrói por meio de relações estabelecidas mentalmente pelo educando, através de um processo de reflexão e interação com o meio.

Considerando o aluno no processo de aprendizagem matemática KAMII (2001) e CARRAHER (2001), partem do pressuposto de que ele está no centro da aprendizagem e sofre diretamente a ação dos professores que devem ter conhecimento da psicologia do desenvolvimento para conduzir o aprendiz à construção do conhecimento. CARRAHER afirma que,

---

<sup>2</sup> Conceito baseado nos estudos de Piaget.

*“a criança, a fim de compreender a noção de quantidade, passa por certos estágios durante seu desenvolvimento durante os quais sua visão de quantidade é outra e, de fato, não conseguimos convencê-la a mudar de opinião. É a própria criança que vem a descobrir o significado adulto de “quantidade” e, então, torna-se apta a iniciar verdadeiramente a aprendizagem escolar da matemática. (2001; p.67)*

A autora insiste que, para a construção do conhecimento matemático, faz-se necessário o estabelecimento de relações, para as quais as crianças de mais tenra idade ainda não estão aptas. Isso requer do professor um conhecimento sobre a fase de desenvolvimento na qual seu aluno está inserido. O professor conduzirá o processo de construção da aprendizagem, mas sem “agredir” o raciocínio espontâneo da criança. Ressalta ainda a necessidade de vivência da disciplina, de se dar sentido ao que o aluno está aprendendo.

O educando já traz consigo uma bagagem de experiências que se constitui em um rico conhecimento que deve ser explorado. Neste aspecto as autoras acreditam não ser pertinente trabalhar com conteúdos em unidades separadas, muitas vezes sem interligações, pois assim estaremos contribuindo para um aprendizado sem significado. Deve-se buscar adaptar os conteúdos escolares à realidade do aluno como todo. Sobre isso CARRAHER (2003; p.12) afirma: *a aprendizagem de matemática na sala de aula é um momento de interação entre a matemática organizada pela comunidade científica, ou seja, a matemática formal, e a matemática como atividade humana.*

A autora considera ainda que *o ensino de matemática se faz, tradicionalmente, sem referência ao que os alunos já sabem.* Ela mostra que a forma como vem sendo desenvolvido o Ensino de Matemática, só contribui para a ampliação dos fracassos mostrados a cada ano através das pesquisas aqui já tratadas. Aos alunos são repassados conteúdos com a utilização de regras gerais, muitas vezes sem significado até para os professores. À aplicação de fórmulas, de algoritmos, é dada uma importância capital e estes são repassados seguindo, na maioria dos casos, os passos já determinados pelo capítulo do livro didático.

KAMII (1997; p.32), considera a necessidade de os professores *encorajarem as crianças a desenvolverem seus próprios meios de raciocínio em vez de obrigá-las a memorizar regras que não fazem sentido, assim eles terão melhores fundamentos cognitivos e maior*

*confiança*. Acredita que as “técnicas” são estranhas à forma de pensar das crianças. Defende o construtivismo como sendo “*um tipo de pedagogia que pede aos professores que não sejam bitolados e que reflitam sobre o que estão fazendo, a partir do ponto de vista de como as crianças aprendem e chegam a construir o conhecimento, ao invés de como as crianças devem se comportar*” (KAMII, 2001; p.111). A autora evidencia que o aprendizado em matemática torna-se mais fácil para as crianças, se os professores proporcionarem situações em que elas sejam levadas a buscar mecanismos próprios para a resolução das situações propostas. Seguidora de Piaget, Kamii acredita que desta forma, evita-se a criação do hábito na criança. Para Piaget, o hábito não desenvolve o raciocínio. A criança não pensa quando está desenvolvendo algo habitualmente.

ZUNINO (1995) compartilhando da mesma opinião traz discussões onde julga também ser essencial a participação das crianças na construção da aprendizagem matemática. A autora considera que se a criança não está ativamente dentro do processo de elaboração do conhecimento o professor estará impedindo-a de descobrir em que consiste o conhecimento matemático; impede também *que elas ponham em ação suas próprias possibilidades de fazer matemática* (p.08). O professor deve considerar o papel da lógica infantil na aprendizagem. Deixar que as crianças “ponham em ação suas possibilidades,” é desenvolver nelas sua autonomia, é deixar a criança descobrir uma forma própria de aprender.

HUETE (2006) afirma que o aluno somente será capaz de construir noções matemáticas, se elas estiverem dentro de uma situação real. Assim, acredita que cada aluno tem seu estilo próprio de aprender e que cada conteúdo tem sua particular forma de ser abordado. Não se devem ignorar as diferenças individuais, mas deve-se buscar um ensino que atenda aos diferentes estilos de aprendizagem e à amplitude matemática apresentada por cada aluno.

Percebe-se que o ensino e a aprendizagem da Matemática devem ser observados com uma atenção especial, considerando os diversos entraves apresentados dentro da escola e que permaneceram enraizados mesmo no decorrer da evolução desta disciplina. Ressalta-se que muitas das dificuldades existentes hoje foram produzidas por um ensino inadequado e pouco funcional dos conteúdos matemáticos.

Para este trabalho interessa-nos abordar especificamente as dificuldades relativas ao domínio conceitual em torno do Sistema de Numeração Decimal, do qual passaremos a tratar no tópico a seguir.

## **1.2 - O SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL - SND**

O trabalho com sistemas de numeração está sempre presente nos currículos escolares. Embora as discussões envolvam o conhecimento de diferentes tipos de sistema de numeração, o trabalho central gira em torno do sistema de base dez, por ser este o mais utilizado em nossa cultura. O Sistema de Numeração Decimal é apontado nas diretrizes oficiais para o ensino brasileiro – RCN – Referenciais Curriculares Nacionais e PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais, como um relevante aspecto e que necessariamente deve ser desenvolvido ao longo da Educação Infantil e Ensino Fundamental. Ao final destes níveis de ensino os alunos deverão ter compreendido e dominado as leis que regem esse sistema. Ambos os documentos estão divididos em blocos de conteúdos e dedicam unidades específicas a este assunto.

NUNES (2005) considera que na aprendizagem do Sistema de Numeração Decimal dois objetivos dos PCN's são atendidos: *utilizar a linguagem matemática como meio para produzir, expressar e comunicar suas idéias e saber utilizar diferentes recursos tecnológicos para adquirir e construir conhecimentos* (p.08).

BARRETO (2005, p.01) afirma que o *sistema decimal é um componente do currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental considerado de suma importância. Em nossa cultura os números, as medidas e as operações fundamentais têm-no como base. Sem ele as quantidades e as medidas com as quais operamos seriam expressas diferentemente e, ainda, as operações seguiriam algoritmos distintos.*

Segundo BIANCHINI (2002; p.17), Sistema de Numeração “*é um conjunto de símbolos e regras utilizado para representar números*”. Nosso sistema de numeração, sendo ele de base dez, trabalha com dez símbolos que por meio de relações vão compondo outras ordens e conseqüentemente outros números. Esse é um dos aspectos que caracteriza nosso sistema de numeração como sendo posicional. A numeração posicional de base dez que adotamos atualmente teve sua origem na Índia, aproximadamente no final do século V, e foi divulgada na Europa em torno do ano 825 d. C. pelo matemático árabe Al Khawarismi.

COLL e TEBEROSKY (2000; p.23), ressaltam que *“a regra de agrupamento que organiza o sistema de numeração decimal é: cada 10 unidades de uma ordem forma uma nova unidade de ordem superior”*. O Sistema de Numeração Decimal por apresentar essa complexidade de “agrupamento” de unidades de uma ordem traz dificuldades no processo de aprendizagem. Desta forma, considerando o domínio e uso do Sistema de Numeração Decimal - SND, a literatura ressalta grande dificuldade por parte dos alunos.

Os maiores problemas residem no fato de as crianças não compreenderem realmente a “regra” que compõe nosso sistema. Transformar mentalmente dez unidades em uma nova unidade é uma tarefa bem complexa para crianças das séries iniciais da escolarização. Assim, é pouco provável que elas consigam utilizar nosso sistema sem dificuldades. A compreensão do Sistema de Numeração Decimal só será possível se as crianças tiverem construído mentalmente o sistema de unidades.

LERNER (2001; p.74), constatou por meio de suas pesquisas que para as crianças *os famosos “vai um” e “pedir emprestado” – ritual inerente das contas escolares – não tinham vínculo nenhum com as “unidades, dezenas e centenas” estudadas previamente*. Esses “problemas” eram verificados tanto em crianças que resolviam a “conta” corretamente como naquelas que cometiam erros. Elas não parecem entender que os algarismos sejam submetidos a uma organização específica dentro do Sistema de Numeração Decimal, para que se possam produzir os infinitos números.

LERNER (2001) traz ainda considerações evidenciando que as crianças em torno dos 5/6 anos até percebem que a posição que o algarismo ocupa no número exerce função relevante, contudo, talvez por imaturidade, falta-lhe clareza na constituição dessa relação. Esse fato fica explícito quando a autora pede pra que a criança compare dois números e ela afirma que o número escolhido é maior porque o *“primeiro [algarismo] é quem manda* (p.80).

Outro aspecto considerado pela autora como dificultador da aprendizagem das crianças dos conteúdos relacionados ao SND diz respeito à numeração falada (forma como se pronuncia o número) e a numeração escrita (forma como se escreve o número). Aceitar que a forma como se fala o número nem sempre coincide com a que se escreve é considerado por Lerner, dependendo da idade da criança, como desafio. A autora acredita que esse conflito só será vencido se as crianças forem instigadas a *“tomarem consciência”* do que lhes é proposto.



Daí a importância atribuída ao professor. Em relação a este pensamento de Lerner, GOLBERT (2003) tem a mesma opinião e afirma:

*a economia de símbolos, possibilitada pelo princípio da posicionalidade torna o sistema numérico altamente abstrato e difícil de ser compreendido pela criança, daí a necessidade da escola e do professor oferecer suportes para o aluno chegar à compreensão dos princípios subjacentes às convenções numéricas (p.05).*

Em sala de aula os alunos são ensinados desde a primeira série a fazer a correspondência entre uma dezena e 10 unidades, a localizar corretamente os números de acordo com o valor posicional e ao final da quarta série já estão trabalhando com décimos, centésimos e milésimos, além do uso das quatro operações aritméticas. Porém, esses conhecimentos não estão sendo suficientes para que as crianças compreendam o que estão fazendo quando “se leva” ou “pede emprestado” determinado valor e entendam a natureza dos números decimais. “É necessário criar condições que permitam às crianças apropriar-se dos princípios que regem nosso sistema de numeração e compreender que os procedimentos utilizados para resolver as operações estão inseridos no contexto desse sistema” (ZUNINO,1995; p.189). Desta forma, a autora considerou que o problema com o Sistema de Numeração era, na verdade, um problema didático, já que o aprendizado da matemática parece estar centralizado na aquisição de mecanismos que dificultam os esquemas conceituais que as crianças constroem. GOLBERT (2003) acredita que a matemática *tem que ser tratada como uma prática cultural, de serem oportunizadas aprendizagens através de interações sociais e de situações contextualizadas, plenas de significado para o alunos* (p.06). A autora ressalta a necessidade de se oportunizar a aprendizagem através de situações interativas, onde as “convenções matemáticas” sejam percebidas nas suas origens, de forma que, ao serem propostas, apareçam como resultado de um processo que pode conduzir a uma melhor compreensão. Compartilhando da mesma opinião têm-se ainda BRIZUELA (2006) considerando a interação como aspecto fundamental e necessário à aprendizagem Matemática.

NUNES (2005;p.19) salienta também as funções do Sistema Numérico Decimal, afirmando que ele *amplifica nossa capacidade de registrar, lembrar e manipular quantidades*. O sistema possibilita a criação de um padrão de elaboração dos números que dispensa a

memorização de um rótulo para cada elemento a ser contado. *Sem nosso sistema de numeração, é impossível trabalharmos com quantidades* (2005; p. 33). Assim sendo, a partir de apenas dez dígitos podem-se realizar as combinações necessárias para a formação de infinitos números. A autora acredita ainda que a “*geração de nomes*” [dos números] no Sistema de Numeração torna-se mais fácil e evita que apenas “*memorizemos mecanicamente*”. Sobre isso ela afirma: *apenas temos que lembrar de uns poucos nomes de números* (1997; p.56). Contudo, cita o exemplo das crianças inglesas e brasileiras que têm em seu processo de contagem problemas semelhantes: as crianças inglesas não vêem nos *teens* referências à estrutura decimal, da mesma forma como as brasileiras não a vêem nos nomes das dezenas (dez = 10; vinte = 20; trinta = 30...). Considera então como essencial os alunos dominarem a estrutura do Sistema de Numeração, contudo afirma que “*no sistema de numeração (...) os indícios sobre unidades de diferentes valores e sobre composição aditiva não são completamente claros*” (NUNES,1997; p.56). Como nosso Sistema de Numeração usa os mesmos símbolos (0,1,2...) porém com valores diferentes, pois depende de sua posição em relação a outros símbolos, a autora considera que ele se torna difícil de ser compreendido pelas crianças. Na verdade, o Sistema Decimal oculta algumas relações que as crianças não descobrem facilmente, não é um tipo de conhecimento que pode ser transmitido por simples informação de outro.

A escola enfatiza o “contar” acreditando que nesse tipo de atividade está desenvolvendo o raciocínio e dando início ao trabalho com o SND. Porém, NUNES (1997) deixa claro que a simples contagem termo a termo, embora seja importante, não é suficiente para a compreensão do nosso sistema. Ressalta que a escola tenta ensinar “regras” para as crianças resolverem continhas que na verdade elas não compreendem e acabam por esvaziar o significado das mais diversas situações propostas em sala de aula. Comenta o fato de já existirem estudos que mostram que *as noções iniciais de adição e subtração são compreendidas pelas crianças anteriormente à aquisição do conceito de conservação* (NUNES, 2005; p.30). Destaca a composição aditiva do número como sendo uma propriedade essencial do SND que fica evidente na observação do nome dos números. Ela julga que a criança compreende o sistema quando compreende que, por exemplo, 23 pode ser composto por 2 dezenas mais três unidades e as palavras “vinte” e “três” enfatiza essa composição do número. Destaca ainda os conceitos de unidade como sendo invariáveis do SND e considera que no ensino voltado para a compreensão

dos conceitos matemáticos é importante que os alunos compreendam a relação inversa existente entre adição e subtração.

Sobre o mesmo ponto de vista, KAMII (1999), chama de *técnicas ou truques* a metodologia utilizada pelas escolas, que têm a ilusão de achar que se utilizando desses “mecanismos”, as crianças estão aprendendo o valor posicional. Inicialmente a autora chama a atenção para o fato de que *valor posicional não é uma técnica...as técnicas geralmente envolvem desempenho motor...aprender a somar, subtrair e multiplicar envolve raciocínio e raciocínio não é técnica* (p.93), julga ser inconveniente o trabalho com valor posicional na primeira série, pois acredita que os alunos ainda não tiveram “tempo”, nem maturidade cognitiva suficiente para construir o sistema de unidades.

KAMII (2001) afirma que *para que a criança seja capaz de pensar no número 32 como compreendendo 3 dezenas e 2 unidades, entretanto, ela precisa construir um sistema – o de dezenas – sobre o sistema de unidades*. Na verdade, a autora tenta mostrar que é impossível construir o nível das dezenas, quando o nível das unidades ainda não está bem apreendido. Para que isso aconteça, a criança necessita ter uma reversibilidade no pensamento que normalmente os alunos da primeira série ainda não têm. Pode-se aliar a isso o estudo de HUETE (2006) que considera que o estudo prematuro de certos conteúdos pode ser a causa de bloqueios ou fracassos existentes na aprendizagem matemática.

Para o trabalho com a operação matemática da adição na 1ª série, KAMII considera ser relevante trabalhá-la pensando na ação mental que ela proporciona. Assim aponta duas possibilidades de trabalho na sala de aula: “adição com lápis” e “adição sem lápis”. A adição sem lápis visa a proporcionar aos alunos “lembrar” do resultado de algumas ações. KAMII não condena o uso da “memorização”, apenas discorda que essa seja vista como objetivo educacional na matemática, como repetição mecânica. Não se deve pensar que as crianças devam memorizar as técnicas de adição, a fim de interiorizarem fatos, mas lembrar as relações construídas mentalmente. Deve-se incentivar o empenho na ação mental de adicionar e *não pôr em prática uma técnica aprendida prematuramente*, assim a autora conclui afirmando que *a adição é uma operação mental* (2001 p.102).

Considerando a adição com lápis, KAMII condena quando, na sala de aula, o professor utiliza essa metodologia tendo como objetivo memorizar sinais aritméticos. As escolas propõem “contas” de “arme e efetue” quando as crianças não conseguem ver sentido nessa

atividade. Propor a adição com lápis antes da adição sem lápis leva à criação do hábito de resolver continhas sem que o aluno dirija sua atenção ao desenvolvimento do raciocínio lógico matemático. A explicação prematura da “conta envolvendo adição” leva muitas vezes a criança e o próprio professor a buscar apenas atingir a resposta certa.

KAMII (2001) acredita que o uso de “técnicas” no trabalho com as operações aritméticas seja ela adição, subtração, multiplicação ou divisão, deve ser considerado desde que construído pelas crianças, como, por exemplo, *contar nos dedos*, pois esta está baseada na sua forma de pensar. Acredita que *quando lhe ensinamos uma técnica já inventada, estamos ensinando-lhe uma coisa que vem do exterior e que ela vai usar mecanicamente para dar respostas que agradam aos adultos* (p. 140).

Nesse sentido, BERTONI (1994; p.16) afirma que *os professores ficam muito ansiosos enquanto não ‘dão o algoritmo formal’*, assim não considerando o desenvolvimento cognitivo das crianças se “apressam” em trabalhar as operações aritméticas. Como as crianças sentem-se “obrigadas” a aprender, já que o conteúdo vem no livro didático (normalmente seguido pelo professor) e faz parte do currículo, não é de se surpreender o fato das crianças memorizarem regras como saída alternativa às suas dificuldades. Por isso é que HUETE (2006) critica a apresentação dos conteúdos matemáticos sequenciadamente em temas e por séries. O autor considera que a apresentação das operações matemáticas em sala de aula e no livro didático é feita de *forma isolada e pouco coerente* (p. 37).

Através da literatura visitada, pode-se perceber que as incompreensões por parte das crianças, acerca do uso do Sistema Decimal são incontestáveis e a articulação deste com as operações aritméticas é quase inexistente. ZUNINO (1995) chama atenção para a existência de tais problemas e alerta para a ausência de perguntas em sala de aula por parte das crianças, em relação às dúvidas que elas têm. Evidencia que ou elas não apresentam consciência dos problemas que se formulam, do esforço que estão fazendo para apropriar-se de um conhecimento e relacioná-lo a idéias que elas têm ou temem em intervir em sala de aula, em alguns casos, pelo fato de o professor não dar espaço.

A autora destaca como sendo necessário o professor dar às crianças condições que permitam a apropriação dos princípios que regem nosso sistema de numeração e a compreensão

dos procedimentos utilizados para resolver as operações que estão inseridas no contexto desse sistema.

Tais dificuldades de aprendizagem por parte das crianças impõem a necessidade da presença, em sala de aula, de um profissional com qualificação, domínio metodológico e principalmente domínio conceitual acerca do próprio conteúdo matemático. Dominar o conteúdo matemático, no entanto, não significa apenas que o professor deve saber resolver problemas aritméticos ou mesmo geométricos elementares propostos para as séries iniciais do Ensino Fundamental. É necessário que ele entenda as relações matemáticas que ali estão presentes. Resolver um problema matemático não é apenas realizar um algoritmo, mas principalmente trabalhar com os elementos que estão em jogo realizando as mais diversas relações e generalizações possíveis.

Esta, entretanto, não parece ser a realidade quando se analisam as competências dos professores para o trato específico com o SND. MAIA (2004) traz considerações acerca dos conhecimentos e lacunas dos formandos do curso de pedagogia no que diz respeito ao Sistema de Numeração Decimal. Suas conclusões evidenciaram sérias lacunas na formação desses futuros profissionais, considerando que os sujeitos participantes da amostra dessa investigação estavam no último ano do curso de graduação.

Na pesquisa realizada foram apresentadas aos sujeitos algumas situações-problema que abordavam conteúdos de aritmética relacionados ao SND que fazem parte do programa do Ensino Fundamental. Após a resolução dos problemas os entrevistados foram indagados sobre a forma como poderiam explicar aos seus “possíveis” alunos.

Embora os pesquisados, em sua maioria, conseguissem resolver os problemas, poucos conseguiam explicar o porque dos passos efetivados. Evidenciava-se que as lacunas existentes podem estar comprometendo o trabalho com os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, já que as incompreensões encontradas são semelhantes às dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental, apontadas pelos autores aqui já tratados.

Os futuros professores demonstraram fragilidades na proposição de estratégias de ensino, bem como no domínio de conteúdo. Existiram falhas nas explicações das resoluções das questões e ausência de clareza na explicitação do pensamento. As estratégias de ensino utilizadas eram normalmente vinculadas apenas ao uso do algoritmo, sem o uso de qualquer outro tipo de estratégia ou representação. .

Considerando a resolução de algoritmos, MAIA (2004; p.53) afirma: *os futuros professores “operam” com a utilização do “vai um” e “pedir emprestado”, repetem regras que não sabem explicar e sem relação com o SND.* O uso de “jargões” escolares é prática recorrente dos formandos, que demonstraram surpresa quando indagados acerca das “casas que a vírgula anda” nas operações com os números decimais. Não compreendiam por que na adição se “coloca vírgula abaixo de vírgula” e na multiplicação se “contam” as casas decimais. Os argumentos dados eram falhos e demonstravam insegurança.

O valor posicional do número na resolução dos algoritmos parece ser ignorado pelos futuros professores que consideram apenas o valor absoluto. Sobre isso MAIA (2004; p.53) afirma, *quando tiveram que continuar uma divisão que apresentou “resto” eles “acrescentaram” zeros como se estivessem fazendo transformações de unidades para dezenas sempre.*

Na investigação realizada por BARRETO (2005) com professores efetivos de uma escola pública de Fortaleza, com cerca de 15 anos de prática de sala de aula, foram propostas situações problemas de mesma natureza daquelas aplicadas a formandos em pedagogia.

Os dados evidenciaram resultados semelhantes aos obtidos na pesquisa junto aos formandos de Pedagogia. Em alguns casos os professores não conseguiam resolver nenhuma das questões propostas, como também não conseguiam estabelecer ou até perceber a relação existente entre as operações e o SND. O uso do “vai um” e “pedir emprestado” era utilizado como prática recorrente e não foi explicado corretamente em nenhum momento. O saber da experiência não se apresentou, neste caso, como fator relevante à superação destes desafios.

No trato com conteúdos relacionados ao Sistema Métrico Decimal a literatura aponta para algumas dificuldades em se trabalhar com Unidades de Medida por parte dos professores. Considerando a relação existente entre o Sistema Decimal e o nosso Sistema Métrico, BARRETO (2005, p.01) afirma *a clareza do padrão de dez unidades para compor uma unidade de ordem superior, ou de um décimo de uma unidade ser igual à unidade inferior permite o registro de infinitos pesos, e metragens.* Essa relação é pouco usada em sala de aula. São utilizadas “regras” de “andar com a vírgula” sem nenhuma noção da função que ela exerce no número.

Sobre este conteúdo MAIA (2004; p. 53) afirma que *os formandos de pedagogia fazem as transformações apenas porque dizem ter necessidade de “compatibilizar” as unidades*

*de medida, mas demonstram claramente não dominar a “operação” de transformação, pois não estabelecem relação entre unidades de medida.* Tais conclusões coincidem com o que SCHLIEMANN E CARRAHER (1993) afirmam: o uso de regras desprovidas de relação com o sistema pode ser a causa das dificuldades das crianças, que apenas “repetem” os mesmos procedimentos adotados pelos professores. Dessa mesma forma têm-se ainda PAVANELLO (2004).

BARRETO (2005) constatou uma alta incidência de erros, no trabalho com o Sistema Métrico Decimal cometidos por parte dos alunos que estão em vias de se tornarem professores. A autora constatou dificuldades tanto na escrita do número quanto em sua transformação. *Os professores não conseguem dar justificativa à presença de zeros que ocupam as ordens que se encontram entre a parte inteira e o submúltiplo requerido* (p.07).

Em relação ao uso de estratégias de ensino para a explicação de tal conteúdo, evidencia-se que a mais utilizada pelos professores é a “regra de três”. A utilização de tal estratégia não se constitui em uma forma adequada para os alunos das séries iniciais do Ensino Fundamental, pois este conteúdo faz parte da Álgebra, normalmente vista na sexta série. Contudo, BARRETO (2005) considera que seu uso deve-se ao fato de que os professores pensam em *ensinar como aprenderam*. Fica evidente, portanto, que os professores utilizam-se das mesmas metodologias de ensino da sua vida de estudante, sem conseguir lhes fazer qualquer crítica, embora afirmem sempre que, em muitos casos, por conta dos procedimentos de seus professores eles são “traumatizados” com a Matemática.

Como se pode perceber, as dificuldades presentes nos formandos, estão muito próximas daquelas demonstradas na literatura quando da análise de crianças. Assim, pode-se indagar, como levar as crianças a estabelecerem as necessárias relações para a apreensão dos conceitos envolvidos com o domínio do SND, se os profissionais não conseguem, eles mesmos, ter clareza de tais relações? Seria necessário que eles compreendessem o por quê dos passos realizados nos algoritmos para serem capazes de criar estratégias diferenciadas, quando se deparassem com as dificuldades muito comuns para alunos de 1ª a 4ª série com tais algoritmos.

Diante dessas dificuldades, aos professores resta buscar apoio em ferramentas didáticas alternativas. O Livro é indicado nas avaliações do SAEB como fator que contribui de forma positiva ao desempenho dos alunos. CASTRO FILHO (2002) comenta que a prática docente, de uma maneira geral, tem sido pautada pelo que é proposto no livro didático, tanto em relação aos

conteúdos e sua organização, quanto em relação às atividades.

LERNER (2001) descreve a forma como de uma maneira geral se inicia o trabalho com os Sistemas Numéricos: estabelecem-se metas definidas por série – na primeira trabalha-se com números menores que cem, na segunda com números menores que 1000 e assim sucessivamente, uma vez aprendidos os dígitos, se inicia a noção de dezena como agrupamento de dez unidades, e depois se apresenta a escrita do número dez. Utiliza-se o mesmo procedimento para a apresentação das outras ordens, em seguida explica-se o valor posicional de cada algarismo em termos de “unidades, dezenas...” como requisito prévio para a resolução de operações, tenta-se “concretizar” a numeração escrita materializando o agrupamento em dezenas ou centenas. Essa estrutura é criticada pela autora que não concorda com essa “*administração do conhecimento ministrando-o em cômodas quotas anuais*” (p.112). Acredita que os professores comumente seguem essa estrutura que também é facilmente proposta pelo livro didático.

BARRETO (2005), analisando os Livros Didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental, mais adotados pelas escolas municipais da cidade de Fortaleza para o ano de 2005, avaliou a relação estabelecida entre o Sistema Decimal e as operações aritméticas. Concluiu que *ao abordar as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão com os números naturais, nenhuma das coleções analisadas procedeu de forma sistemática, no sentido de estabelecer as relações que existem entre elas e o SND* (p.13). Os livros normalmente seguem estrutura semelhante à encontrada por LERNER e outros (2001), conforme comentado anteriormente.

NUNES (2005) considera que as atividades existentes nos livros propõem problemas mais na perspectiva de aplicação das técnicas operatórias do que de desenvolver a compreensão do significado das operações.

No trabalho de BARRETO (2005), a divisão foi a operação matemática que na explicitação do livro mereceu maior cuidado. Ela foi apresentada de forma mais sistemática e mais relacionada com o agrupamento de ordens na base dez. Para a autora, essa postura pode ser decorrente da dificuldade reconhecida nos meios pedagógicos para a aprendizagem de tal operação. Destaca que nos livros didáticos o trabalho com o Sistema Decimal deveria começar sistematicamente, desde as operações consideradas mais simples, de modo que, ao chegar à divisão, este conceito já estivesse parcialmente apreendido. Salienta que *se assim procedessem, da criança estaria sendo exigido apenas um trabalho de transposição para a divisão do conceito*



*apreendido nas outras operações* (p.13).

Os livros reforçam a pressa em apresentar “*truques*” e “*formas práticas*” introduzindo desde o início dos capítulos o algoritmo formal. Tais precipitações didáticas desprezam as dificuldades inerentes ao SND e induzem o professor a perpetuar o uso do “*vai um*” e do “*pedir emprestado*” sem relação com o SND. Os livros incentivam os professores a utilizarem os *exercícios como fixação de técnicas*.

Para BARRETO (2005, p.12) *o livro, ferramenta didático básica*, só será considerado eficaz no sentido de contribuir para o estabelecimento da relação operações /sistema decimal se for realizado um trabalho sistemático, desde as primeiras operações, utilizando-se de estratégias diversificadas.

É sabido que já existem algumas discussões referentes às concepções do Sistema de Numeração Decimal e aos conceitos das operações. O material dourado, por exemplo, surge como uma alternativa para que seja mostrada aos alunos a compreensão das idéias de troca e agrupamentos como noções básicas no sistema de numeração. Existem ainda discussões que enfatizam a compreensão das técnicas operatórias, que são ensinadas a partir da representação dos números escritos. Contudo, não se pode deixar de assinalar a grande dificuldade dos professores em trabalhar com esse tipo de material. A falta de segurança no desenvolvimento de atividades com esse recurso leva também ao desenvolvimento de aulas onde, quando muito, o Material dourado é utilizado apenas para mostrar a equivalência entre 10 unidades (cubinhos) e uma dezena (barra), 10 dezenas uma centena (placa) e assim sucessivamente. Ressalta-se ainda a dificuldade que os alunos têm em consequência disso, de “*associar mentalmente*” aquilo que fazem quando usam o material dourado, com o “*cálculo*” e as transformações/agrupamentos entre as ordens no papel. GOLBERT (2003) afirma: *para que os alunos façam a correta representação interna a partir de materiais... é necessário que o professor esclareça-lhes sobre a correspondência entre os dois domínios – o do concreto e o dos numerais* (p.23), o que nem sempre é alcançado.

Embora hoje se considere que diversos são os fatores que contribuem para o desenvolvimento da aprendizagem dos alunos, não se pode dispensar a ação mediadora do professor. Essa ação mediadora torna-se fundamental quando se considera a relação existente entre aprendizado e desenvolvimento dentro da perspectiva vygotskyana.

Segundo MARTINS (2005; p.55) as formas com que o professor aborda os conteúdos de sua disciplina, bem como as oportunidades que ele oferece para que os alunos deles se apropriem é aspecto relevante dentro desse processo. O professor deve atuar como um mediador, aquele que possibilita a realização de atividades de modo a propiciar o aprendizado de um determinado conceito necessário à criança. Professor e aluno vão trabalhar em colaboração. O docente terá o papel de discutir com o aluno, explicar, dar informações, questionar, corrigir e fazer com que o próprio aluno participe do processo de explicação, exercitando os sentidos e significados implicados com os conteúdos aprendidos.

O fato é que para uma atividade eficaz na sala de aula, o professor necessita de uma formação ampla, que lhe dê suporte, no sentido de viabilizar a construção do conhecimento matemático. Esta formação deve contemplar não apenas aspectos metodológicos, mas também um bom domínio conceitual. Como foi possível perceber nos estudos até aqui apresentados, existe uma grande dificuldade relacionada ao desenvolvimento de habilidades matemáticas nas crianças das séries iniciais do Ensino Fundamental. Alguns elementos também foram ressaltados em relação a dificuldades semelhantes junto a professores.

Percebe-se assim, a importância do domínio do Sistema de Numeração Decimal também por parte dos professores. Cabe então questionar se eles se encontram em nível elevado de desenvolvimento de conceitos acerca do Sistema de Numeração Decimal, ou se os problemas identificados na literatura são decorrentes do fato de eles se encontrarem em etapas preliminares de formação de conceito, isto é o que se propõe com essa pesquisa. Para avaliar tal nível de desenvolvimento conceitual, serão tomados os princípios de Vygotsky, os quais serão abordados no capítulo a seguir.

## CAPÍTULO 2 - VYGOTSKY E A FORMAÇÃO DE CONCEITOS

*A vida cotidiana representa um entorno cheio de noções e conceitos matemáticos. A escola pode ajudar a organizar estes dados e proporcionar sólidas bases para conhecimentos futuros.*

Duhalde e Cuberes

As idéias de Vygotsky trazem fortes contribuições à compreensão dos processos psicológicos e principalmente repercussões no campo educacional. Sua obra sofreu influência direta da teoria marxista, principalmente, por ter sido gerada nos anos pós-revolução socialista na União Soviética. Para este trabalho procurou-se abordar o processo de formação de conceitos tratado por este autor, discutindo alguns aspectos considerados relevantes até que se configure o processo em si.

Para muitos autores (COLE e SCRIBNER, apud Vygotsky, 2000), as propostas de Vygotsky eram consideradas “ambiciosas”, tendo em vista que ele procurava *uma abordagem abrangente que possibilitasse a descrição e a explicação das abordagens psicológicas superiores, em termos aceitáveis para as ciências naturais* (p.07). Frequentemente, VYGOTSKY referia-se à “crise da psicologia”, pois considerava que nenhuma das escolas existentes fornecia bases firmes necessárias para o estabelecimento de uma teoria unificada dos processos psicológicos humanos. As teorias existentes não conseguiam explicar os comportamentos complexos. A psicologia apresentava-se dividida em duas vertentes: *uma com características de ciência natural – que poderia explicar os processos elementares sensoriais e reflexos, e uma outra com características de ciência mental, que descreveria as propriedades emergentes dos processos psicológicos superiores* (MARTINS, 2005,p.26). A psicologia pré-vigotskiana não conseguia elaborar uma integração entre esses dois processos. Assim, influenciado pelos princípios do materialismo dialético, VYGOTSKY buscava construir um novo paradigma psicológico, onde os fenômenos fossem estudados como processos em movimento e em mudança, ou seja, integrados em um contexto histórico. O marxismo para ele

*era uma ferramenta para o pensamento, e não um conjunto de verdades reveladas* (Riviere, 1985, p.16).

Acreditando que o homem constitui sua humanização apropriando-se da cultura e que as mudanças históricas na sociedade produzem mudanças na “natureza do homem” – consciência e comportamento – VYGOTSKY tenta relacionar esses aspectos às questões psicológicas. As formas superiores de comportamento – atenção dirigida, percepção seletiva, memória, etc. – deveriam ser vistas nas relações sociais do indivíduo com o mundo exterior. Desta forma, considera que compreender os fenômenos psíquicos como processos em mudança, nos leva a ver o ser humano em seu processo histórico e cultural.

Considerando a criança em seu processo de desenvolvimento, VYGOTSKY atribui ao meio em que ela vive importância fundamental. É nas relações com o próximo, com o outro que a criança constrói e reconstrói seu conhecimento. Enquanto sujeito do conhecimento o homem não tem acesso direto aos objetos, mas mediado em um processo de interação que envolve várias relações. Essas relações podem ser mediadas por um adulto ou até mesmo outra criança. A mediação é um conceito extremamente relevante nos estudos de Vygotsky, OLIVEIRA (1999, p.26) a define como sendo um *processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação*.

O meio proporciona um leque de experiências, um conjunto de significados, seja ao comportamento ou ao pensamento, que, na verdade, servem de orientação à criança. À medida que ela exercita tais significados, os internaliza provocando um crescimento direto à sua independência em relação ao outro. Assim, a criança apreende o significado das palavras e conseqüentemente dos conceitos, o que facilita sua comunicação, e dá um sentido próprio ao conjunto de signos que ela encontra em seu meio social.

Vygotsky atribui importância à imitação como um elemento presente nas relações e que propicia aprendizagem. Acredita que através da imitação, a criança pode ir muito além das suas próprias capacidades. A imitação é uma relação direta com o ambiente social o que é fundamental para o desenvolvimento da criança.

VYGOTSKY (2000 e 2003) considera que o aprendizado desperta vários processos internos de desenvolvimento e que o processo de desenvolvimento progride de forma mais lenta e atrás do processo de aprendizado (2000; p.118). Assim, o aprendizado vai ser imprescindível ao desenvolvimento humano. A criança se desenvolve enquanto aprende (2003; p. 58).

VYGOTSKY aponta para a existência de diferentes níveis de desenvolvimento: nível de desenvolvimento real e zona de desenvolvimento proximal - ZDP. O nível de desenvolvimento real é aquele que define funções que já amadureceram e foram estabelecidas por ciclos de desenvolvimento já completados, caracterizado pelo que a criança já é capaz de fazer sem a ajuda do outro. A zona de desenvolvimento proximal compreende a distância entre o nível de desenvolvimento real e o nível de desenvolvimento potencial, é caracterizada pelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, apresentam-se em estado embrionário, permite um delineamento do futuro imediato da criança. Na ZDP o trabalho da criança em colaboração com o outro é extremamente relevante, já que ela vai elaborando e reelaborando seus conceitos.

O aprendizado vai criando zonas de desenvolvimento proximal, em níveis progressivamente mais elevados. Para Vygotsky, o que hoje é zona de desenvolvimento proximal, amanhã será nível de desenvolvimento real, ou seja, o que hoje a criança só faz em colaboração com o outro, amanhã ela será capaz de fazer sozinha. Daí as discussões de Vygotsky em julgar interessante buscar descobrir o que as crianças já são capazes de fazer, de modo independente, mas tendo em vista descobrir principalmente as funções que ainda não se completaram. Acredita que aí é onde o professor deverá agir, pois não vê eficácia em se trabalhar nos níveis de desenvolvimento já completados, é exatamente na ZDP onde se encaixa o papel mediador do professor. Para que ocorra o desenvolvimento global da criança faz-se necessário “partir” de onde elas estão, buscar estratégias educacionais para que as crianças consigam superar seu nível de desenvolvimento. Considera que o “bom aprendizado” é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento (VYGOTSKY, 2000; p.117), que desperta vários processos internos de desenvolvimento capazes de operar na interação com outras pessoas em seu ambiente e em cooperação com seus companheiros.

Nesse processo a linguagem tem papel de destaque; surge inicialmente como meio de comunicação entre as crianças e o próximo, é básica para o desenvolvimento do pensamento. Pode-se considerar que os pensamentos são formados por meio das palavras. Na formação de conceitos a palavra será signo que se transformará em símbolo, ou seja, terá importância capital nesse processo. A fala acompanha as ações da criança e expressa significação. A criança vai assim criando uma imagem interior, desenvolvendo um processo chamado por VYGOTSKY de internalização: *é a reconstrução interna de uma operação externa* (2000, p.74).

ALBUQUERQUE (2005, p.38) considera que o processo de internalização *não é de absorção passiva, mas um processo intrapessoal de transformação*, que gera algo novo e próprio de cada indivíduo. Pode-se perceber que esse processo se dá diretamente nas relações sociais e está *profundamente enraizado nas ligações entre história individual e história social* (VYGOTSKY, apud.MARTINS, 2005, p.49). Assim é que Vygotsky considera que o aprendizado se dá das relações interpsicológicas para as intrapsicológicas, vai incluir o indivíduo que ensina, aquele que aprende e ainda a relação entre os envolvidos nesse processo.

Ao longo da aprendizagem dos indivíduos o desenvolvimento é impulsionado, a criança vai apreendendo o significado dos conceitos, o que facilita sua comunicação, e dá um sentido próprio ao conjunto de signos que ela encontra em seu meio social. Inserida em um contexto social, a criança cresce em um ambiente falante, começa a falar desde muito cedo e às palavras, vai relacionando significados cada vez mais diferenciados.

A chave para o estudo da formação de conceitos, para VYGOTSKY (2000), é analisar o emprego funcional da palavra e do seu desenvolvimento, das suas diversas formas de aplicação. A formação de conceitos não pode vir desvinculada do sistema de linguagem. Assim, VYGOTSKY afirma:

*Conceitos são formados ... não pelo interjogo de associações ou pela experiência repetida, mas por uma operação intelectual na qual participam funções mentais, tais como memória, atenção, etc., e na qual a linguagem é um guia: categorizando a realidade; dirigindo a atenção; clarificando pensamentos; proporcionando os meios para o pensamento simbólico enfim, a linguagem interfere significativamente no processo de formação de conceitos. (2005, p.62).*

Essa questão nos leva a pensar no desenvolvimento da consciência, através do uso da linguagem, que impulsiona o pensamento, proporcionando avanços na compreensão conceitual. Ela vai colaborar no fornecimento de conceitos, nas formas de organização do real, na mediação entre o sujeito e o objeto do conhecimento. Através da linguagem *“as funções mentais superiores serão socialmente formadas e culturalmente transmitidas”* (MARTINS, 2005). Percebe-se que o significado da palavra tem importância capital, já que segundo VYGOTSKY (2001, p. 398) *reflete de forma mais simples a unidade do pensamento e da linguagem.*

Ao longo do processo de internalização da fala vão ocorrendo algumas transformações, já que inicialmente a fala começa sucedendo ou acompanhando a ação a que se refere e posteriormente passa a precedê-la, assumindo uma função de organizadora e planejadora da ação. Para Vygotsky (apud. MARTINS, 2005; p.61) *a relação entre pensamentos e palavras é um processo vivo; o pensamento nasce da palavra*, e ao longo do desenvolvimento humano, novos significados vão sempre sendo ligados às palavras que já fazem parte do vocabulário infantil. A mudança no entendimento dos significados das palavras é, portanto, *inseparável do desenvolvimento conceitual*. O momento central do processo de amadurecimento de conceitos é o emprego específico da palavra, o que VYGOTSKY (2001; p.170) acrescenta, [o momento central] *é o emprego funcional do signo como meio de formação de conceitos*. O desenvolvimento dos conceitos é segundo ALBUQUERQUE (2005, p.40) uma parte do desenvolvimento da linguagem, já que a autora compartilha da mesma opinião de Vygotsky que considera que *o processo de desenvolvimento dos conceitos é o mesmo processo de desenvolvimento dos significados da palavra, da generalização ou do conceito*.

Assim, até se chegar à efetiva formação de conceitos, até que a criança consiga por esforços próprios construir um significado com base em suas conclusões pessoais, trava-se um longo processo. Há uma construção gradativa. A formação de conceitos não é um produto acabado, há de se considerar a percepção, a elaboração mental, a palavra e a relação entre o conceito e o objeto por ele representado. Para VYGOTSKY (2000; p.67) *um conceito não é uma formação isolada, fossilizada e imutável, mas sim uma parte ativa do processo intelectual, constantemente a serviço da comunicação, do entendimento e da solução de problemas*. Logo, desde a infância o processo de aquisição e construção de conceitos se desenvolve e por meio de diferentes formas.

MARTINS (2005) afirma que a construção de conceitos se traduz em um conjunto de desafios: a) o indivíduo deve se destacar das situações e objetos; b) deve destacar um objeto do outro; c) decompor, analisar, sintetizar objetos e situações; d) e finalmente, generalizar o aprendido em utilização concomitante e posterior. Esses aspectos resumem os passos dados para a formação de conceitos, já que até se completar esse processo as crianças passam por fases básicas que em alguns casos se assemelham muito a um conceito pronto.

VYGOTSKY (2003) aponta que *um conceito é um ato real e complexo de pensamento que não pode ser ensinado por meio de treinamento, só podendo ser realizado quando o próprio*

*desenvolvimento mental da criança já tiver atingido o nível necessário* (p.104). O conceito expresso pela palavra representa um ato de generalização, os significados das palavras vão evoluindo. Inicialmente, ela é uma generalização primitiva e à medida que o intelecto infantil vai se desenvolvendo vai sendo substituído por generalizações cada vez mais complexas, chegando à formação de conceitos propriamente dita. Os conceitos são formados por operações intelectuais onde participam funções mentais como atenção, memória, etc.

De acordo com o desenvolvimento real da criança algumas formações intelectuais surgem e são semelhantes ao verdadeiro conceito. VYGOTSKY (2001) considera que em termos funcionais, essas formações intelectuais são equivalentes aos autênticos conceitos, mas só se configuram como um meio específico e original de pensamento na adolescência.

A afirmação acima pode ser confirmada quando se considera que para o autor *o processo de formação de conceitos pressupõe, como parte fundamental, o domínio do fluxo dos próprios processos psicológicos através do uso funcional da palavra ou do signo* (2001; p. 172) e somente na adolescência é que se desenvolve o domínio dos próprios processos de comportamento com o emprego de meios auxiliares. O autor conclui, afirmando que:

*o desenvolvimento dos processos que finalmente culminam na formação de conceitos começa na fase mais precoce da infância, mas as funções intelectuais que, numa combinação específica, constituem a base psicológica do processo de formação de conceitos amadurecem, configuram-se e se desenvolvem somente na puberdade* (2001, p.167).

O processo de formação de conceitos é longo. VYGOTSKY considera a existência de dois tipos de conceitos: os *espontâneos e os científicos* para ele *os conceitos espontâneos da criança são um produto do aprendizado pré-escolar, da mesma forma que os conceitos científicos são produto do aprendizado escolar* (2001; p.145).

Considerando os conceitos espontâneos o autor comenta que quando a criança está operando com eles ela não o faz de forma consciente, pois sua atenção se centraliza no objeto sobre o qual realiza a ação e nunca no pensamento. A formação desse tipo de conceito ocorre de forma direta, do indivíduo com o objeto, seu desenvolvimento acontece no dia a dia, não necessariamente na escola, por isto Vygotsky fazia menção a uma aprendizagem pré-escolar. Ele é embasado nas experiências imediatas das crianças, daí serem chamados também de *cotidianos*. Para VYGOTSKY (apud. MARTINS, 2005) neste tipo de construção, a criança se move das



*coisas* para o conceito. Ela adquire consciência de seus conceitos espontâneos relativamente tarde. Aqui, julga-se interessante esclarecer o termo “consciência” utilizado por VYGOTSKY (2003). Este termo é utilizado para *indicar a percepção da atividade da mente – a consciência de estar consciente* (p.114). Assim, a criança pode até possuir o conceito (saber a que ele se refere), mas não está consciente do seu ato próprio de pensar.

Já o conceito *científico* para VYGOTSKY (apud. MARTINS; 2005, p.58) *começa não com um encontro imediato com coisas, mas com um relacionamento mediado para um objeto... com os conceitos científicos ela [criança] é forçada a seguir a trajetória oposta – do conceito para as coisas*. Esse tipo de conceito é o aprendido na escola, apresentado como parte de um sistema hierárquico, começa a se desenvolver com sua definição verbal. VYGOTSKY (2003; p.116) comenta: *nos conceitos científicos que a criança adquire na escola, a relação com um objeto é mediada, desde o início, por algum outro conceito*. Essa afirmação aponta para a existência de uma relação entre os dois tipos de conceitos.

Eles se mostram inter-relacionados e se influenciam mutuamente no processo de desenvolvimento. VYGOTSKY (2003) considera que um não vai existir sem o outro. É no uso dos conceitos cotidianos que o sentido das definições e explicações dos conceitos científicos vai se construindo. Faz-se necessário que o conceito cotidiano alcance um certo nível para que a criança apreenda um conceito científico inserido na relação entre os dois. MOLL (1998; p.10) em sua discussão acerca da formação de conceitos em Vygotsky afirma que *... os conceitos cotidianos medeiam a aquisição dos conceitos científicos*. Por outro lado, Vygotsky afirma também que *os conceitos cotidianos são mediados e transformados pelos conceitos científicos*, e acrescenta:

*...a própria noção de conceito científico implica uma certa posição em relação a outros elementos, isto é, um lugar dentro de um sistema de conceitos. É nossa tese que os rudimentos de sistematização primeiro entram na mente da criança, por meio do seu contato com os conceitos científicos, e são depois transferidos para os conceitos cotidianos, mudando sua estrutura psicológica de cima para baixo.* (apud. MARTINS, 2005, p.59)

Percebe-se então que os conceitos apresentam uma relação que os une, que facilita a coordenação de pensamentos e logo o desenvolvimento de operações intelectuais. Os dois tipos de conceitos, na verdade, terminam por se encontrar, se complementar. A relação entre um e

outro se modifica na medida em que eles são exercitados. Tais conclusões podem ser confirmadas a partir de MARTINS (2005, p. 66) que baseado no pensamento de Vygotsky diz:

*...os conceitos científicos aprendidos na escola têm uma história e a aprendizagem dos conceitos científicos deve ter como ponto de partida os conceitos que as crianças aprenderam em sua vida social – os conceitos cotidianos. Assim, à medida que a criança se apropria dos conceitos científicos, eles se tornam cotidianos e os cotidianos, científicos.*

Nessa trajetória de formação de conceitos, Vygotsky aponta para a existência de três estágios. O primeiro é o dos *sincréticos* que se desenvolve em três fases, o segundo é o dos *complexos* que ocorre em cinco fases e o último é o dos *pré-conceitos* dividido em quatro fases.

No estágio dos *sincréticos*, o que caracteriza o pensamento é a existência de imagens sincréticas que são equivalentes funcionais dos verdadeiros conceitos. O indivíduo faz um agrupamento de objetos numa *agregação desorganizada* ou *amontoadado*, isso é feito sem qualquer fundamento para o adulto e revela uma não intencionalidade na relação objeto – palavra, porém para a criança existe uma relação ocasional. A relação entre os objetos são impressões subjetivas, não sistematizadas. Segundo ALBUQUERQUE (2005, p. 44) *nessa formação o sujeito confunde as relações entre suas próprias impressões com as relações entre os objetos.*

As fases que compõem esse estágio são: fase de tentativa e erro caracterizada pela arbitrariedade na escolha dos objetos; fase da predominância da percepção e organização do campo visual, onde se consideram as disposições espaciais dos objetos; e a fase da formação sincrética de um novo grupo tomando por base um grupo que antes foi formado sincreticamente.

No segundo estágio, denominado dos *complexos*, os objetos isolados associam-se na mente da criança agora devido às relações que de fato existem. Há uma coerência, um objetivo, embora ainda diferenciado do objetivo presente no pensamento conceitual. VYGOTSKY (2003;p.76) afirma que *um complexo não é formado no plano do pensamento lógico abstrato, as ligações que o criam, assim como a que ele ajuda a criar, carecem de unidade lógica;* Nessa questão reside a diferença entre um complexo e um conceito. No conceito o agrupamento entre os objetos é feito de acordo com um atributo, já as ligações entre os elementos de um complexo podem ser tão diversas *a ponto de qualquer conexão factual levar à inclusão de um elemento em um complexo* (p.76).

Para Vygotsky as cinco fases desse estágio se sucedem. Elas foram detectadas pelo autor, a partir de um experimento realizado com diversos objetos que deveriam ser ordenados de acordo com características percebidas pelas crianças. Eram considerações pessoais.

O primeiro tipo é o *associativo* baseado em qualquer relação percebida pela criança entre o objeto da amostra e os demais. O segundo tipo é o complexo de *coleções* que se baseia nas relações entre os objetos observados na experiência prática, nas impressões concretas provocadas nas crianças. Os objetos, embora sejam diferentes, se complementam e, portanto, podem ser agrupados. O terceiro tipo de complexo é o de *cadeia* caracterizado por um agrupamento que inicialmente é feito tomando por base uma característica isolada de um determinado objeto e no decorrer do agrupamento a atenção da criança pode ser direcionada para outro tipo de característica, ou seja, pode mudar o tempo todo. O elo entre os objetos não apresenta a mesma coerência do início ao fim, pode mudar. O complexo *difuso* surge quando a existência de uma vaga impressão de que os objetos têm algo em comum, mesmo que seja uma semelhança muito remota, leva a criança a organizar os objetos de uma determinada forma. Os atributos utilizados pelas crianças são vagos, muitas vezes imperceptíveis ao pesquisador. VYGOTSKY (2001, p.189) afirma que nessa fase o indivíduo

*Ingressa em um mundo de generalizações difusas, pela qual os traços escorregam e oscilam, transformando-se imperceptivelmente uns nos outros. Aqui não há contornos sólidos e reinam os processos ilimitados que frequentemente impressionam pela universalidade dos vínculos que combinam.*

O último tipo de complexo é chamado de *pseudoconceito*. Este é muito importante para o pensamento do sujeito e muito semelhante ao conceito dos adultos, porém VYGOTSKY (2003, p.82) afirma que ele é *psicologicamente muito diferente do conceito propriamente dito*. Acrescenta ainda que é realizada uma *combinação complexa de uma série de objetos fenotipicamente idênticos ao conceito, mas que não são conceitos, de maneira nenhuma, pela natureza genética, pelas condições de surgimento e desenvolvimento e pelos vínculos dinâmicos que lhe servem de base*. ALBUQUERQUE (2005, p.45) seguindo o mesmo raciocínio considera que neste tipo de conceito *a forma externalizada pelo pensamento parece ser de um pensamento por conceitos, mas em termos internos é um pensamento por complexos*. Os pseudoconceitos predominam sobre todos os complexos no pensamento infantil, ele serve de elo entre o pensamento por complexos e o pensamento conceitual. Adultos e crianças operam em torno dos

conceitos, entretanto, as suas percepções são diferentes. As crianças não o fazem de forma consciente. A criança ainda está presa aos objetos concretos, ela ainda sente necessidade de estabelecer conexões com a prática.

Contudo, essa necessidade de estabelecer conexões vai entrando em conflito com o conceito posto diretamente à criança no seu contato com os adultos. Aquilo que foi criado por um complexo, com base em uma determinada característica vai tomando formas representativas diferentes. Aquela imagem que deu origem ao conceito vai desaparecendo da consciência e da memória de forma imperceptível, e finalmente é esquecida. ALBUQUERQUE (2005, p.46) afirma que *com o pseudoconceito o indivíduo tem condição de realizar as tarefas que lhes são propostas e que estão relacionadas ao conceito, sem a consciência exata do que está sendo feito*. Desta forma, pode-se concluir que o pensamento por complexos é um embrião da formação de conceitos. Ele cria base para as generalizações posteriores.

No estágio dos *pré - conceitos* já existe um nível mais elevado de abstração, embora ainda com a manutenção de características de estágios anteriores. Na primeira fase deste estágio, os objetos incluídos em um agrupamento são escolhidos com base nas características que mais chamam a atenção dos indivíduos, são as mais evidentes e mais próximas da amostra apresentada.

A segunda fase desse estágio é a dos conceitos potenciais, que segundo ALBUQUERQUE (2005, p. 48) têm em sua *base psicológica um tipo de significado concreto e funcional da palavra*. Aqui é tomado um atributo comum como característica, mas diferentemente do pensamento por complexos o atributo tomado como referência não se perde facilmente. Nesta fase as situações de vínculos presentes no pensamento por complexos vão desaparecendo. VYGOTSKY (2001, p.222) afirma que o conceito potencial *é uma formação pré-intelectual que surge cedo demais na história da evolução do pensamento*.

Nos elementos evidenciados por Vygotsky como pertinentes à terceira e à quarta fase desse estágio, pode-se perceber que é nelas que o indivíduo vivencia processos intensos de análise e síntese das situações propostas. Somente na quarta fase, já com o processo de abstração bem desenvolvido é que se chega à formação do conceito propriamente dito. Nas palavras de VYGOTSKY: *só o domínio do processo da abstração, acompanhado do desenvolvimento do pensamento por complexos, pode levar a criança a formar conceitos de verdade* (2001, p. 226). Nos conceitos, segundo VYGOTSKY (2001, p. 220), os sujeitos envolvidos no processo terão

que *abstrair, isolar elementos e examinar os elementos abstratos separados da totalidade da experiência concreta de que fazem parte.*

Dentro dessa perspectiva o autor atribui à “palavra” papel decisivo no processo de formação de conceitos. Através da palavra é que o conceito abstrato é expresso, é sintetizado e é incorporado à realidade.

A escola assume, então, espaço privilegiado na construção e reconstrução do conhecimento, seja ele científico ou cotidiano, pois ela dá oportunidades múltiplas de interação entre professor, aluno e conhecimento, possibilitando a apropriação de sentidos próprios em relação aos conteúdos escolares. Ressalta-se que aluno e professor são sujeitos do conhecimento e estão inseridos numa mesma prática social. Cada indivíduo no processo de ensino e de aprendizagem, tendo suas experiências próprias, se resgata enquanto ser que contém história individual e conseqüentemente conceitos cotidianos pessoais. O ambiente escolar poderá ser o meio social em que todos os conhecimentos serão socializados, discutidos, refletidos, organizados e reorganizados na busca da construção do conhecimento científico.

No ambiente escolar, mediante o contato direto entre alunos e professores, é que ocorrerá a elaboração dos conceitos científicos por parte das crianças. Nesta relação o professor assume papel preponderante visto que deve ser ele o maior portador de conceitos científicos que constantemente estará sendo vivenciado, trabalhado e estudado em sala de aula. Assim, busca-se conhecer como se encontra o conceito científico do Sistema de Numeração Decimal apresentados por professores do Ensino Fundamental, se necessariamente o professor desenvolve esse tipo de conceito. Para realizar tal investigação, propõe-se a metodologia a seguir.

### CAPÍTULO 3 – CAMINHOS METODOLÓGICOS

*Investigar é procurar conhecer o que não se sabe!*

João Pedro da Ponte

Na busca de se definir a metodologia deste trabalho, cujo objetivo é analisar o nível de elaboração conceitual de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre o SND, optou-se por uma pesquisa de cunho qualitativo, visto que não nos interessa perceber quantos dos professores são capazes de responder a que quantidade de questões. O que se deseja saber é como os professores compreendem, explicam e justificam o uso do Sistema de Numeração Decimal e sua relação com a resolução de diferentes problemas de aritmética. Acredita-se também ser a abordagem qualitativa, por suas próprias características básicas, a que mais se aproxima da teoria vygotskyana que fundamenta esta pesquisa. Bogdan e Blicken pontuam aspectos da pesquisa qualitativa que são comuns à teoria utilizada neste trabalho, como por exemplo: a questão da *interação simbólica, perspectiva interior, história de vida, significado, vida cotidiana, processo, construção social, desenvolvimento de conceitos, modelos*, entre outros.

Para MINAYO (1994, p. 21) a abordagem qualitativa *se preocupa, nas ciências sociais, com um nível de realidade que não pode ser quantificado*. Assim, acredita-se que essa abordagem seja mais adequada, já que os dados recolhidos na presente pesquisa não têm uma generalização estatística, mas sim uma generalização lógica. Compartilhando da mesma opinião, BICUDO ( In: BORBA e ARAÚJO e cols. 2004) considera que a abordagem qualitativa engloba mais a “idéia do subjetivo”, ou seja o que não está diretamente explícito, portanto, portador de uma maior quantidade de detalhes que propiciará uma compreensão mais profunda do quadro em foco.

A pesquisa qualitativa conforme CHIZZOTTI (2005, p.79), *parte do fundamento de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, uma interdependência viva entre o sujeito e o objeto, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito*. O autor ressalta que o conhecimento não se dá de forma isolada, o objeto pesquisado está inserido em um contexto social, não sendo, portanto neutro. Faz-se necessário que o pesquisador se insira no universo conceitual dos sujeitos, tendo em vista melhor compreender as relações

existentes e que envolvem o objeto pesquisado. Ressalta-se tal característica como totalmente imbricada com a teoria de Vygotsky, quando ele coloca o conhecimento, os conceitos como articulados a outros elementos que precisam ser tratados. A construção de conceitos não se dá no vazio, mas em um processo de interação entre as pessoas e o meio.

Alguns autores como SANTOS e GAMBOA (2002), CHIZZOTTI (2005) e BOGDAN e BIKLEN (1994) estabelecem características básicas na pesquisa qualitativa. Contudo, inicialmente discorreremos as idéias de CHIZZOTTI (2005) e posteriormente de forma mais detalhada a abordagem de BOGDAN e BIKLEN (1994), articulando os pontos citados pelos autores com a presente pesquisa.

O primeiro aspecto a ser apontado por CHIZZOTTI é a delimitação e a formulação do problema, *“o problema decorre, antes de tudo, de um processo indutivo que se vai definindo e se delimitando na exploração dos contextos ecológico e social, onde se realiza a pesquisa, e dos contatos com informantes que conhecem esse objeto e emitem juízos sobre ele”* (p.81). A delimitação do problema é feita depois que se faz uma explicitação da questão inicial, se faz uma breve revisão do contexto e do quê se vai pesquisar. Desta forma, o problema que se coloca para esta pesquisa toma como base dois elementos fundamentais: os resultados alarmantes apontados pelos Sistema de Avaliação da Educação Básica, SAEB, onde os alunos demonstram níveis baixíssimos de aprendizagem; bem como dificuldades detectadas junto a professores, com relação ao domínio de conteúdos a serem trabalhados no próprio Ensino Fundamental (MAIA, 2004; BARRETO 2005). Assim, pode-se questionar se o baixo rendimento de aprendizagem matemática dos alunos não está relacionado ao nível de domínio conceitual dos professores. Conhecendo-se um pouco esta realidade, pode-se tentar buscar uma formação docente mais completa e que contemple aspectos fundamentais para a efetiva melhoria do ensino brasileiro. Há de se considerar aqui um aspecto fundamental apontado por TARDIF (2006, p.31), quando ele afirma que o professor é *antes de tudo alguém que sabe alguma coisa e cuja função consiste em transmitir esse saber aos outros*.

O segundo aspecto, destacado ainda por CHIZZOTTI, está relacionado ao pesquisador, pois este é parte fundamental da pesquisa qualitativa. *“Ele deve (...) despojar-se de preconceitos, predisposições para assumir uma atividade aberta a todas as manifestações que observa, sem adiantar explicações nem conduzir-se pelas aparências imediatas, a fim de alcançar uma compreensão global dos fenômenos”* (CHIZZOTTI, 2005; p.82). Isso não quer

dizer que o pesquisador deva assumir uma posição radicalmente passiva, mas, ele deverá ter coerência em relação à sua análise dos dados.

Como terceiro aspecto característico da pesquisa qualitativa, Chizzotti traz os pesquisados. Ele vai ressaltar a relação dinâmica que deve existir entre o pesquisador e o pesquisado. Assim ele afirma: “*essa relação não será desfeita em nenhuma etapa da pesquisa, até seus resultados finais*” (CHIZZOTTI, 2005; p.83). O autor trata como fundamental essa relação, pois faz-se necessário um bom relacionamento para a apreensão de vínculos, uma vez que o resultado final será resultado de um trabalho de grupo e não individual. Nesta pesquisa, o contato com os sujeitos envolvidos deu-se de forma bastante efetiva, haja vista que o próprio preparo dos instrumentos de coleta de dados foi realizado a partir de um projeto piloto, passando por toda a integração com os professores durante as entrevistas até o momento da proposição de uma oficina pedagógica, a qual responde a uma manifestação de uma necessidade dos docentes. Estes elementos serão detalhados mais adiante.

O quarto aspecto trata dos dados. “*Os dados não são coisas isoladas, acontecimentos fixos, captados em um instante de observação*” (CHIZZOTTI, 2005; p.84). É preciso ir além das aparências, analisar os detalhes inseridos em um contexto e em movimento o que se buscou a todo momento durante o desenrolar desta pesquisa. Nos momentos de coletas de dados a relação com os sujeitos buscava esclarecimento de cada afirmação; e durante a análise, a cada passo se procurava captar as ligações dos diversos elementos entre si e com a teoria sócio-histórica escolhida com base neste trabalho

Como último aspecto temos as técnicas. Estas utilizadas nas descobertas dos fenômenos abrangem o estudo de caso, a observação participante, história ou relatos de vida, análise de conteúdo, entrevista não diretiva ou abordagem clínica, etc.

BOGDAN e BIKLEN (1994) trazem uma abordagem que consideramos complementar às características ressaltadas por Chizzotti. O primeiro aspecto é a *fonte de dados*, que é o ambiente natural. Aqui se faz necessário que o pesquisador se insira no ambiente investigado, tendo em vista compreender as ações envolvidas no contexto do dia-a-dia relacionadas às palavras e gestos. Neste aspecto a teoria de Vygotsky está diretamente ligada ao que é apontado tanto por Bogdan e Biklen, como por Chizzotti quando se considera a importância do meio, das relações entre os indivíduos para se construir, apreender e compreender um conceito. Neste sentido se buscou, dentro das limitações, principalmente de tempo disponível



para a realização de uma dissertação de mestrado, adentrar a escola, que é o ambiente natural de trabalho dos sujeitos investigados.

O segundo aspecto é a *descrição*, pois os dados podem ser coletados em forma de palavras ou imagens. A palavra assume importância capital e os investigadores terão que ter um olhar bastante minucioso para fazerem uma abordagem da realidade de forma detalhada e cuidadosa. Aqui o uso da palavra, o seu significado como é apontado por Vygotsky é aspecto fundamental no processo de coleta de dados, assumindo também um alto grau de relevância no desenvolvimento desta pesquisa.

O terceiro aspecto relaciona-se ao *processo*, que coloca em segundo plano os resultados ou os produtos da pesquisa. Também aqui pode-se relacionar tal característica à teoria vygotskyana, visto que em nenhum momento deve-se considerar unicamente o ponto de chegada, mas principalmente o desenrolar da investigação, os fatores que ao longo do processo se desencadeiam e trazem conseqüências ao produto final.

O quarto aspecto está relacionado à análise dos dados que segundo os autores acontece de forma *indutiva*. As conclusões às quais se chega ganham forma à medida que as partes vão sendo recolhidas e examinadas. Mais uma vez a questão do processo, da influência do externo sobre o interno passa a não determinar com precisão um resultado, deixando sempre uma abertura de superação, do que a mais se pode descobrir. Assim é que à medida que os dados foram sendo coletados, foram-se realizando pequenos ajustes metodológicos.

O quinto e último aspecto compreende o significado. Nas palavras de BOGDAN e BIKLEN (1994, p. 51): *a investigação qualitativa faz luz sobre a dinâmica interna das situações, dinâmica esta que é freqüentemente invisível para o observador exterior*. O pesquisador vai, no decorrer de seu trabalho, observando, direcionando e redirecionando seus passos para tornar mais visível o significado dado pelo investigado àquela situação, o que em muito se assemelha aos aspectos apontados por Vygotsky no processo de construção de conceitos, no uso do significado da palavra em uma determinada situação e contexto.

Dentro dessa abordagem qualitativa julgou-se ser mais adequado para esta pesquisa adotar o estudo de caso.

Um estudo de caso abrange uma unidade, um grupo. CHIZZOTTI (2005, p.102) afirma que ele é *uma caracterização abrangente para designar uma diversidade de pesquisas que coletam e registram dados de um caso particular ou de vários casos a fim de organizar um*

*relatório ordenado e crítico de uma experiência, ou avaliá-la analiticamente.* Dentro de um estudo de caso coleta-se uma grande quantidade de informações que podem ser aprofundadas. VIEIRA E MATOS (2001) considera que esse tipo de pesquisa proporciona ainda uma facilidade operacional por permitir a utilização de uma amostra reduzida.

ANDRÉ (1995) identifica algumas características do estudo de caso, tais como: o uso da observação participante, da entrevista e análise de documentos, da existência de interação entre pesquisador e objeto pesquisado, possibilidade de modificação nos rumos da pesquisa, importância no processo e não nos resultados da pesquisa, a não intervenção do pesquisador no ambiente investigado e coleta de dados descritivos.

No estudo da prática escolar pode-se considerar o contexto em que a situação investigada se insere e as relações entre diferentes variáveis que a envolvem. Faz-se necessário levar em conta a variedade de significados presentes numa dada situação, permitindo assim que ao se investigar a prática pedagógica se desconsidere a análise de elementos isolados considerando-os em seu conjunto. ANDRÉ (1995) acredita que isso permite a veiculação e reelaboração de conhecimentos, atitudes, valores, crenças, modos de ver e sentir a realidade e o mundo. Afirma ainda que esse tipo de estudo deve ser utilizado:

*(1) quando se está interessado numa instância em particular, isto é, numa determinada instituição, numa pessoa ou num específico programa ou currículo; (2) quando se deseja conhecer profundamente essa instância particular em sua complexidade e em sua totalidade; (3) quando se estiver mais interessado naquilo que está ocorrendo e no como está ocorrendo do que nos seus resultados; (4) quando se busca descobrir novas hipóteses teóricas, novas relações, novos conceitos sobre um determinado fenômeno; e (5) quando se quer retratar o dinamismo de uma situação numa forma muito próxima do seu acontecer natural (p. 26).*

Dentro dessa perspectiva, o presente trabalho foi caracterizado como um estudo de caso de abordagem clínica, visto que se objetiva analisar os níveis conceituais acerca do Sistema Decimal de que são portadores professores formados em pedagogia e com efetivo exercício de Magistério no Ensino Fundamental da cidade de Eusébio – CE.

Dessa forma, o trabalho de campo foi desenvolvido em duas escolas públicas do Eusébio, município onde a pesquisadora desenvolveu a maior parte de sua experiência pedagógica e onde mantém domicílio. As escolas serão denominadas aqui de escola 1 e escola 2;

localizam-se, respectivamente, no centro do Eusébio e no bairro do Jacundá. Estas escolas compuseram a amostra devido ao fato de terem sido as que se dispuseram a aceitar a presença da pesquisadora e manifestaram interesse em iniciar uma discussão em torno do ensino e da aprendizagem da Matemática nas séries iniciais. Tal manifestação adveio tanto da parte da direção quanto da parte das professoras, que são os sujeitos diretamente investigados. Estas escolas possuem em comum o Coordenador Pedagógico, que revelou durante todo o processo um interesse em relação à realização da pesquisa, chegando mesmo a fazer sugestões de condução metodológica à pesquisadora. Ele acreditava ser essa uma oportunidade de mostrar a necessidade de se investir mais na disciplina de Matemática que muitas vezes era esquecida diante de “tantas” capacitações em Português oferecidas pelo município.

A Escola 1 é uma das maiores escolas do Eusébio em espaço físico e em quantidade de alunos. Atende a alunos da Educação Infantil até o quinto ano do Ensino Fundamental nos turnos manhã e tarde. É uma escola que participa de eventos promovidos pela prefeitura e normalmente obtém uma posição de destaque. O material didático a ser utilizado pelas professoras para o trabalho com a matemática, é praticamente inexistente. Em toda a escola tem apenas um Material Dourado que pertence a uma professora. Porém, segundo as professoras elas utilizam sucatas ou frutas comuns da região para desenvolverem atividades em sala de aula.

A Escola 2 é uma das escolas mais novas do município, tem pouco mais de três anos e ocupa uma área pequena. Também atende da pré-escola até o quinto ano do Ensino Fundamental. O turno matutino atende apenas à Educação Infantil e o vespertino ao Ensino Fundamental, o que fez com que nesta escola o trabalho de coleta de dados tivesse que ser realizado integralmente à tarde. A escola não apresenta nenhum tipo de material didático voltado exclusivamente ao ensino da disciplina de Matemática, o que foi registrado como uma queixa por parte das professoras.

Participaram desta investigação docentes com o mínimo de três anos de experiência no trabalho com a Matemática e que exercem o magistério unicamente no Ensino Fundamental. A justificativa para a escolha de professores com esse tempo de magistério deve-se às considerações acerca do “saber da experiência”, isto é, à importância que se pode atribuir ao trabalho docente como estratégia de formação de professores. Para TARDIF (2006, p.36) o saber da experiência é aquele advindo dos próprios professores no exercício de suas funções e na prática, são saberes específicos baseados em seu trabalho do dia-a-dia e conhecimento de seu

meio, são validados pela experiência cotidiana. Contudo, ressalta-se que sendo este tipo de saber considerado importante dentro do processo de formação docente, algumas pesquisas (MAIA, 2004; BARRETO 2005) apontam para resultados que nos deixam em alerta acerca do trabalho com a matemática, pois professores mesmo com cerca de 15 anos de experiência docente ainda não apresentavam domínio de conteúdo matemático específico das séries em que lecionavam.

A amostra foi composta por oito professoras. No decorrer do processo uma delas abandonou a pesquisa. Foram cinco professoras da Escola 1 e três da Escola 2. Como a desistência ocorreu na escola 2, ela ficou com apenas dois representantes na pesquisa. Os sujeitos investigados têm formação em Pedagogia, com exceção de uma professora que estava concluindo o curso. Uma das professoras era habilitada para o ensino de matemática e física. Todos lecionam matemática, dentre as outras disciplinas que compõem o currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental, o que corresponde hoje, segundo a nova nomenclatura adotada, a docentes do **1º ao 5º ano** do referido nível de ensino. A escolha destas séries se justifica por ser nelas que se inicia mais formalmente o trabalho com o Sistema de Numeração Decimal e por serem as séries nas quais os pedagogos são habilitados a ensinar.

Algumas técnicas foram utilizadas para a coleta dos dados. Inicialmente foi utilizada a entrevista semi-estruturada onde se pretendia conhecer alguns elementos do processo de formação do professor, sua percepção da Matemática como disciplina escolar, bem como o domínio apresentado por ele através de sua fala sobre aspectos específicos do Sistema de Numeração Decimal (ver anexo I).

A mais importante técnica foi a aplicação do método clínico. Consiste fundamentalmente na *“apresentação de problemas cuidadosamente selecionados aos sujeitos de modo não-padronizado, mas ao mesmo tempo não casual”* (CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN; 2003). Aqui o investigador tenta compreender, a partir da resolução de atividades propostas, através de uma entrevista flexível e por meio das justificativas do entrevistado, que forma de raciocínio o sujeito pesquisado utiliza durante a resolução de problemas. Para CHIZZOTTI (2005) na abordagem clínica os dados são colhidos por meio de um discurso livre, o que requer do entrevistador cuidados especiais, mantendo uma escuta ativa e atenção dobrada, já que ele poderá intervir com discretas interrogações.

Nesta etapa foi utilizada uma lista de atividades (ver anexo II) a serem resolvidos por escrito pelos investigados. A lista era composta por treze questões que envolviam diferentes

aspectos relacionados ao Sistema de Numeração Decimal, e, portanto, para sua resolução requeriam um conhecimento e domínio do sistema de base dez.

Sabendo-se que o SND é um conceito amplo trabalhado desde as séries iniciais do Ensino fundamental e formado por outros conceitos, foram assim selecionados para esta pesquisa os principais conceitos que o compõe: a palavra decimal; número, numeral e algarismo; agrupamento, valor posicional, a vírgula, parte inteira e decimal do número e o zero, bem como as relações entre conteúdos presentes no currículo das séries iniciais do ensino fundamental ao sistema de base dez – sistema monetário, sistema de medidas e as quatro operações. Para a seleção desses conceitos tomou-se por base três coleções de livros didáticos das séries iniciais do Ensino Fundamental (Bonjorno 2000 e 2001; Dante 2000). Todos os livros tinham uma unidade e/ou capítulo específico intitulado Sistema de Numeração Decimal e traziam os citados conceitos como pontos fundamentais a serem discutidos e dominados entre alunos e professores até o final do quinto ano.

Desta forma, as questões da lista de atividades dessa pesquisa foram compostas abordando todos esses aspectos. Elas não foram entregues na sua totalidade para os sujeitos participantes, mas foram apresentadas em dois blocos, de modo que, ao final da resolução de cada um destes blocos, fosse possível realizar a entrevista clínica, explorando as respostas dadas por cada um dos entrevistados, aos diferentes itens dos exercícios. Durante as entrevistas, pretendeu-se perceber as justificativas dadas pelos entrevistados para a forma idiossincrática através da qual resolveram cada questão. As entrevistas foram acontecendo individualmente e agendadas com antecedência de acordo com as conveniências do participante e da escola.

As questões foram divididas nos blocos abaixo discriminados, os quais puderam ser caracterizados da seguinte forma:

- Bloco 1 – questões 1 a 7 – são questões relacionadas a definições de conceitos específicos no campo do sistema decimal, as operações que ocorrem dentro de diferentes conjuntos numéricos e procedimentos de agrupamentos em diferentes bases.
- Bloco 2 – questões 8 a 13 – são questões relativas também a operações que ocorrem dentro de diferentes conjuntos numéricos e ao trabalho com as diferentes classes e ordens que compõem um número e a questão da inclusão de classes.

O primeiro passo para a coleta de dados foi a aplicação do teste piloto a uma professora portadora das características idênticas àquelas já apontadas para a amostra. O teste piloto consistiu na realização tanto da entrevista semi-estruturada, quanto da aplicação das atividades que eram tomadas por base durante a entrevista clínica. Esta etapa foi importante para constatar a inviabilidade de admitir na amostra profissionais que não permitissem a gravação da entrevista. A variedade e riqueza de dados que se pretendia coletar era muito ampla, ficando impossível de serem apreendidos apenas através de anotações por escrito. Esse estudo piloto serviu de base para a aplicação dos testes com os demais professores da amostra. Pretendia-se verificar se existia, de fato, uma compreensão diante do que estava sendo proposto, se as perguntas da entrevista conseguiam captar aquilo que se pretendia e se a linguagem utilizada nas atividades escritas era acessível. Foram realizados pequenos ajustes em relação à forma segundo à qual as atividades estavam sendo propostas, visando retirar alguns elementos que se mostraram dúbios durante o teste piloto. A alteração realizada foi exclusivamente direcionada à reestruturação das perguntas.

Após a realização do teste piloto, procedeu-se imediatamente a coleta de dados junto ao restante da amostra.

O horário escolhido pelas professoras da primeira escola foi o intervalo entre onze horas da manhã e uma hora da tarde, durante o qual as atividades docentes estavam suspensas. Porém, nenhuma delas conseguiu terminar neste intervalo de tempo e ocupou um pouco o horário da aula. Isto impôs um horário de trabalho extra às professoras, bem com à diretora, pois cabia a ela substituir as professoras, durante o período em que cada uma delas encontrava-se ainda concluindo os trabalhos da pesquisa. A resolução das atividades e as respostas à entrevista clínica teve uma duração individual de aproximadamente três horas. Esta extensão de tempo deveu-se em parte à quantidade de questões que o tema da pesquisa impunha que se colocasse, mas principalmente às dúvidas manifestas pelas professoras, quer no momento de resolver as atividades, quer no momento de justificar a forma como as tinham respondido.

As duas primeiras etapas da pesquisa – etapa I e etapa II – tiveram a duração de dois meses. Durante esse período, pôde-se viver muito a rotina da escola. Vários foram os dias em que se chegava a almoçar junto com as professoras. Elas passavam, em sua maioria, o dia na escola e na própria cantina preparavam o almoço. O clima era de perfeita harmonia, brincadeira e entendimento. A pesquisadora foi acolhida de forma muito natural, e todos a tratavam como

membro efetivo do corpo docente da escola. Em nenhum momento percebeu-se sua presença como incomodando ou como uma ameaça.

Na segunda escola, o horário marcado sempre era o horário normal das aulas e quando a pesquisadora chegava, alguém se dirigia para a sala de aula, normalmente a pessoa responsável pela sala de multimeios, para que a professora participante da pesquisa pudesse ficar disponível para as atividades da pesquisa. Essa foi uma determinação da diretora que demonstrou acolher de forma positiva a realização da pesquisa. Nesta escola a relação da pesquisadora com os funcionários e participantes da pesquisa foi menor, pois como era em horário de aula as professoras não conversavam muito e mesmo no horário do intervalo, elas ficavam normalmente em sala de aula planejando ou preenchendo diário. Mas, ainda assim percebia-se um bom clima de relacionamento.

A partir dos resultados que foram sendo empiricamente percebidos, durante o processo de coleta de dados, foi sugerida pelas professoras e acatada pela pesquisadora, a realização de uma oficina que deveria se configurar como a terceira etapa desta pesquisa, porém pelas limitações de tempo de uma pesquisa de mestrado tornou-se inviável que a oficina fosse utilizada como mais uma etapa de coleta de dados. Isso, principalmente porque o coordenador retardou o acontecimento da oficina para a semana pedagógica que só aconteceria na segunda quinzena de janeiro de 2007. O período foi escolhido devido à impossibilidade de realizá-la em dezembro, logo após o término das entrevistas, tendo em vista o acréscimo de trabalho característicos do final do ano letivo. A oficina chegou a acontecer, mas os dados não foram aqui considerados.

Os dados obtidos nas duas etapas da coleta de dados - entrevista semi-estruturada e resolução de exercícios com exploração clínica – foram fundidos, de modo que as conclusões pudessem ser alcançadas de forma orgânica. Os princípios vygotskyanos foram considerados como quadro teórico, de modo que foi possível perceber o nível de elaboração conceitual das professoras, acerca do Sistema de Numeração Decimal.

A análise dos dados foi realizada com o apoio do software de análise qualitativa Nud\*ist. Para NUNES (2001) o Nud\*ist proporciona economia de tempo, mantendo o rigor com os dados, já que *a decisão de como e qual unidade de texto será codificada depende da interpretação dos dados realizada pelo investigador* (p.485).

Inicialmente o texto com as transcrições das professoras foram importados já dentro das configurações que se julgaram necessárias ao Nud\*ist, ou seja, em formato *somente texto* com quebra linhas. Em seguida os textos foram lidos minuciosamente para que se pudesse identificar naquilo que as professoras falavam sobre os conceitos em investigação, as categorias de análise. Isso fez com que se separasse cada “fala” das professoras por assunto, de acordo com os conceitos que estavam sendo investigados. Posteriormente, dentro dos textos já separados por assunto, foram agrupados os dados de forma que pudesse ser percebido onde as professoras apresentaram níveis conceituais mais elaborados ou menos elaborados, de acordo com os estágios propostos por Vygotsky. Assim, foi possível ver momentos em que o trabalho realizado pelas professoras, bem como as justificativas por elas apresentadas apontavam para o estágio *sincrético*, para os *complexos* ou para os *pré-conceitos* de acordo com o quadro teórico já definido. O uso do software permitiu um refinamento na análise dos dados presente no tópico seguinte.



## **CAPÍTULO 4 - A FORMAÇÃO DO CONCEITO CIENTÍFICO DE SISTEMA DE NUMERAÇÃO DECIMAL POR PROFESSORES DAS SÉRIES INICIAIS**

*... vemos o mundo e tentamos compreender seu funcionamento, com “óculos conceituais”. Inicialmente com conceitos cotidianos, alternativos, espontâneos ou pré-conceitos, que vão dando lugar aos conceitos científicos.*

Nébias

### **4.1 O CAMINHO NA ANÁLISE DOS DADOS**

Para a análise dos dados desta pesquisa tomaram-se como pressupostos básicos aspectos relevantes da teoria de Vygotsky sobre desenvolvimento de conceitos, como por exemplo: partir de processos de interações e experiências com o outro, fazendo mediação pelo uso de signos, no caso, a linguagem, já que ela tem papel de comunicação e organização do pensamento. Buscou-se conhecer as relações estabelecidas pelos professores componentes da amostra, entre os diversos conceitos necessários à formação do conceito de Sistema de Numeração Decimal, com isso, objetivou-se perceber aspectos de distanciamento e aproximação entre as diferentes concepções docentes e aquilo que Vygotsky denominou de conceito científico. De acordo com os princípios vygotskyanos, a construção de um conceito científico, aquele que é almejado na atividade escolar, faz-se a partir do encontro entre a concepção científica que deve advir principalmente dos docentes, e a concepção espontânea que, no caso em análise, tem como portadores as crianças da escola elementar.

ALBUQUERQUE (2005) considera que *na elaboração de atividades e de análise de dados, a linguagem tem um sentido amplo, pois é vista como um dos processos de organização do pensamento, de estruturação das representações, das soluções e justificativas* (p.60). Foi nesta linha de raciocínio que a análise realizada nesta pesquisa aconteceu. Sua principal função foi compreender o uso da palavra pelos professores, da fala como expressão de seu pensamento e da formação de conceito, ou seja, o significado que o sujeito dava ao objeto investigado durante as entrevistas.

Para Vygotsky a primeira dimensão dos conceitos é a idéia de libertação dos seres humanos do contexto perceptual imediato. Este seria um processo de abstração e generalização, possibilitado pela linguagem. Desta forma, ele afirma que,

*a palavra não se relaciona com um único objeto, mas com todo um grupo ou classe de objetos. Assim, cada palavra constitui uma generalização dissimulada. De uma perspectiva psicológica, o significado da palavra é, acima de tudo, uma generalização. É fácil perceber que a generalização é um ato verbal de pensamento; seu reflexo da realidade é radicalmente diferente do reflexo da sensação imediata ou da percepção (VYGOTSKY, 2000, p.47)*

Através do contato social, o significado da palavra se desenvolve, bem como os processos psicológicos a ele relacionados. Segundo OLIVEIRA (1999) *as relações entre linguagem e processos de pensamento se alteram, caracterizando outra transição importante no desenvolvimento* (p.56). É com esse pensamento que na teoria de Vygotsky os conceitos não são considerados na mente do sujeito como algo isolado, mas organizado em um todo, em uma rede de significados na qual existe relação entre os elementos envolvidos.

Para se conseguir compreender o processo de formação de conceitos no sujeito e discutir o estágio em que o indivíduo se encontra é fundamental que se parta do significado e da representação dada pelo sujeito ao que se está investigando.

Considerando todos esses aspectos, relacionando ainda ao objetivo desta investigação, qual seja: analisar o nível de elaboração conceitual dos professores das séries iniciais do ensino fundamental, acerca do Sistema de Numeração é que se desenvolveu esta análise. Foram elencados conceitos fundamentais dentro do nosso Sistema de Numeração, os quais perderiam o sentido, caso fossem analisados isoladamente, já que são parte de uma teoria na qual estão embutidos.

Os conceitos selecionados foram: a palavra decimal; número, numeral e algarismo; agrupamento; valor posicional (absoluto e relativo); a vírgula, parte inteira e decimal do número e o zero, abordando ainda algumas relações que para a formação do conceito científico do SND necessariamente deveriam existir, quais sejam: relacionar conteúdos presentes no currículo das séries iniciais do ensino fundamental ao sistema de base dez – sistema monetário, sistema decimal de medidas e as quatro operações. Para se analisarem esses conceitos foram

consideradas as concepções que cada sujeito investigado apresentava no momento das entrevistas e após a resolução dos exercícios, na tentativa de se compreender aquilo que, na consciência, se relaciona com a palavra expressa.

A partir desta forma de analisar os dados acreditou-se estar captando melhor a complexidade da organização conceitual dos sujeitos, já que se está trabalhando com relações e estruturas. Seguiu-se assim, aquilo que VYGOTSKY (2000) propunha quando afirmava que *somente a investigação do uso funcional da palavra e de seu desenvolvimento oferece a chave para a formação de conceitos* (p.126).

OLIVEIRA (1999) acredita que os conceitos são um *produto de processos de construção conjunta de significações* (p.61). Eles são uma construção coletiva com outros sujeitos *mediante processos de negociações interpessoais* (p.61). A autora afirma ainda que

*ao aceitar o pressuposto de uma relação sujeito – sujeito – signo – significado – objeto, constante, intensa e complexa, não podemos aceitar a existência de conceitos e redes conceituais acabados: eles estariam sempre sujeitos a transformações, especialmente em situações de interação social* (p.62).

Foi com esta concepção que se desenvolveu toda a análise dos dados desta pesquisa, na tentativa de evidenciar elementos expressos pelos professores investigados que os aproximam de cada um dos três estágios de formação de conceitos apontados na teoria de Vygotsky – *sincréticos, complexos e pré-conceitos*. Evidentemente não se pretende aqui classificar os sujeitos como sendo parte integrante de um ou de outro estágio. Pelo contrário, buscou-se ressaltar aspectos de suas falas, no momento em que estavam sendo entrevistados, que evidenciam que seu pensamento guarda aspectos dos diferentes estágios de formação conceitual.

O item 4.2, a seguir, objetiva levar o leitor a conhecer um pouco da história dos sujeitos que compõem a amostra desta pesquisa, bem como as relações que eles mantêm com a disciplina de matemática.

O tópico 4.3 discute o significado que foi possível captar junto aos sujeitos, durante todo o processo de desenvolvimento desta pesquisa, evidenciando elementos que aproximam as conceituações que eles expressaram dos estágios de formação de conceitos – *sincréticos, complexos e pré-conceitos*. Consideraram-se sempre, para a análise, aqueles conceitos apontados

como os mais importantes para a elaboração do conceito científico de Sistema de Numeração Decimal – SND, conforme já descritos anteriormente.

## 4.2 CONHECENDO OS SUJEITOS INVESTIGADOS

No processo de formação de conceitos é fundamental considerar a conexão entre o pensamento e as dimensões motivacionais do funcionamento psicológico. VYGOTSKY afirma que *o pensamento tem suas origens na esfera motivadora da consciência, esfera esta que contém nossas tendências e necessidades, nossos interesses e impulsos e nosso afeto e emoção. Apenas ali encontramos a resposta ao porquê último na análise do pensamento...* (2000, p.282).

Desta forma, procurou-se manter inicialmente um contato com as professoras para se saber como elas viam a Matemática na escola e como era o seu relacionamento com esta disciplina. Para uma melhor compreensão foram colhidos dados também acerca do tempo de magistério, já que a experiência e vivência de cada professor em sala de aula também se configuram como fatores de aprendizagem, conseqüentemente de desenvolvimento e de influência no processo de formação de conceitos. Para efeito de melhor visualização foi elaborado um quadro, no qual se resumem as informações colhidas e apresentam-se expressões utilizadas por cada professor para demonstrar seu sentimento.

<b>Quadro nº 1 - Síntese de formação, experiência profissional e percepção da matemática Dos professores</b>							
Prof	Idade	Tempo de magistério	Formação	Habilitação	Disciplina que leciona e série	Gosta de ensinar matemática?	Por que ensina matemática?
P1	37 anos	18 anos	Pedagogia	Português	Polivalente/ 5ºano	<i>Gosta, mas não sabe muito;</i>	<i>Se identifica/ Sistema obriga;</i>
P2	41 anos	20 anos	Pedagogia	História e Geografia	Polivalente/ 5º ano	<i>Não;</i>	<i>Sistema obriga;</i>
P3	30 anos	8 anos	Cursando Pedagogia	Português	Polivalente/ 5º ano	<i>Odeia;</i>	<i>Sistema obriga;</i>
P4	36 anos	9 anos	Pedagogia	Português / Inglês	Polivalente/ 4º ano	<i>Não gosta;</i>	<i>Sistema obriga;</i>
P5	56 anos	14 anos	Pedagogia	Sem habilitação	Polivalente/ 5º ano	<i>Nunca gostou;</i>	<i>Sistema obriga;</i>
P6	48 anos	10 anos	Pedagogia	Matemática e física	Polivalente/ 4º e 5º ano	<i>Gosta;</i>	<i>Sistema obriga;</i>
P7	44 anos	23 anos	Pedagogia	Sem habilitação	Polivalente/ 4º e 5ºano	<i>Sempre gostou.</i>	<i>Se identifica/ Sistema obriga.</i>

Observa-se que todas as professoras apresentam um “tempo” de magistério, que já não as qualifica como em início de carreira. TARDIF (2006) acredita que o tempo que se configura como inicial à carreira docente, ou seja, onde ele está adquirindo experiência, vai do primeiro ao quinto ano de trabalho. Considerando o “saber da experiência” relacionado no caso específico desta pesquisa, aos “saberes disciplinares”, apontados por TARDIF (2006) as professoras, embora com um tempo longo de docência, têm sua prática de sala de aula principalmente fundada sobre concepções do ensino e da aprendizagem herdadas da sua própria história escolar. Esse aspecto pôde ser verificado através das falas de algumas professoras:

*No começo eu sofri muito pra ensinar matemática, e também como aluna eu sofria muito com a matemática (P1);*

*É uma matéria que eu realmente nunca gostei, sempre foi uma matéria que estudei pra tirar nota (P5);*

*Não morro de amores por matemática não, nunca tive paixão por ela (P4);*

*Deixa eu lembrar aqui como era que as tias me ensinavam...(P6);*

*Eu nem inventava de perguntar essas coisas que você tá me perguntando pra não deixar estender mais a aula de matemática (P3).*

TARDIF (2006) acredita que *os saberes sociais, transformados em saberes escolares através dos saberes disciplinares e dos saberes curriculares* são relações que devem ser vivenciadas na prática e contribuem para a formação docente. Assim, o “saber disciplinar” adquirido pelos professores em investigação ao longo de sua vida escolar, vem sendo constantemente utilizado em sua prática de sala de aula como se pode ver nas falas anteriores. Eles acrescentam ainda:

*...porque eu aprendi assim e eu passo assim, a gente quando aprendeu não nos foi questionado isso (P1);*

*...desde que eu aprendi...que todos os professores que passaram por mim ensinaram assim... levar um, pedir emprestado, que ô coisa triste, mas eu ensino assim (P3).*

*... a gente tá fazendo com eles [alunos] a mesma coisa que fizeram com a gente, não tem diferença, o que eu sei é que completa com zeros (P5).*

Considerando-se a um só tempo as falas das professoras e as idades que elas revelaram ter, percebe-se que a metodologia utilizada para a exploração conceitual da matemática nas escolas, atualmente, é muito semelhante àquela de cerca de 30 anos atrás, quando as atuais professoras estavam vivendo a sua condição de alunas da escola elementar. Na verdade, elas evidenciaram estar “passando” para seus alunos aquilo que vivenciaram em sua época de escola, de acordo com a experiência que cada uma teve, tenha sido ela positiva ou negativa. Observando-se ainda que, das sete professoras observadas, apenas duas disseram gostar e saber ensinar Matemática, pode-se inferir que a *esfera motivadora da consciência*, da qual fala Vygotsky, está comprometida diante de tais aversões das docentes em relação à disciplina.

Todas as professoras deixaram claro que ensinavam matemática porque o “sistema” educacional adotado pelo município de Eusébio as obrigava, já que elas tinham que ser polivalentes, ou seja, ensinar todas as disciplinas. Apenas P1 e P7 fizeram observação de que mesmo sendo obrigadas a ensinar se identificavam com a disciplina.

A formação de todas as participantes da pesquisa era Pedagogia e apenas P3 ainda estava em processo de conclusão do mesmo curso. Esta era a característica exigida para a professora fazer parte da amostra, conforme já foi explicitado no capítulo da metodologia. Pôde-se perceber que as professoras não consideraram a sua formação na universidade como fator relevante para o aprendizado de conteúdos disciplinares. Conforme pode ser visto nos depoimentos, existem aquelas que acreditam ter aprendido na prática: *a faculdade te dá o diploma, mas a experiência mesmo e o verdadeiro aprendizado dos conteúdos é quando a gente passa a trabalhar... então, minha amiga a gente aprende nem que não queira* (P1), já com 18 anos de experiência. Em contrapartida pode-se ver (P5), depois de 14 anos de docência, afirmar: *eu não gosto e não sei matemática... o que eu sei é pra mim... pra ensinar crianças... que estão aprendendo agora é complicado demais... e a formação da gente é mais é na boca, porque na prática eu não vejo muito isso não.*

Interessante ressaltar que quando foi pedido para expressar seus sentimentos sobre a disciplina de matemática, as professoras utilizaram expressões que revelaram muita hostilidade. Das sete professores apenas P1, P6 e P7 afirmaram gostar de matemática, ressaltando que P6 era uma professora com habilitação em matemática e física, o restante não mantinham uma “boa relação” com a disciplina. Aponta-se como destaque P3 que afirmou: *odeio, é pra ser sincera, não é? Pois eu odeio!* Esta professora parecia ter tido péssimas experiências escolares com a

matemática, chegando a considerá-la como um “castigo”: *a medida que as minhas professoras me castigaram, porque matemática é um castigo...* Depois de fazer esta afirmação, P3 tentou, durante todo o processo de entrevista, justificar a sua posição, afirmando que tentava não passar esse sentimento de raiva da Matemática para os alunos, talvez porque ela acreditasse que um tal posicionamento interfira no desenvolvimento da matemática em sala de aula.

Esta relação com a matemática que foi externada pelas professoras investigadas pode ser vista, a um só tempo, como um dos elementos de causa e de consequência das lacunas de formação conceitual de que elas são portadoras. Além do mais o processo de aprendizagem envolve aspectos afetivos e cognitivos. A aprendizagem de algo em relação a que o indivíduo tem aversão é um desafio tendencialmente mais árduo que aprender algo motivante e portador de boas recordações. No item a seguir procurou-se evidenciar o significado atribuído pelas docentes aos conceitos matemáticos indispensáveis à formação do conceito de Sistema de Numeração Decimal – SND. Enfatizaram-se os avanços e os recuos dados rumo à expressão efetiva do conceito científico de tal Sistema.

#### **4.3 CONCEITUAÇÃO DOS PROFESSORES ACERCA DE ELEMENTOS COMPONENTES DO SND**

De acordo com a teoria de Vygotsky, não se pode analisar um determinado conceito em uma única situação. Há que se considerarem diferentes contextos onde os conceitos investigados sejam aplicados, relacionados e refletidos. Assim, não se pretende aqui apontar em que “nível” de formação conceitual cada um dos professores se encontra, mas dizer que a partir de uma afirmação, situação, explicação ou momento dos professores pôde-se perceber elementos de pensamentos *sincréticos, complexos, pré-conceitos* ou *conceitos*.

Assim sendo, para que se considerem os estágios de formação de conceitos dos quais fala Vygotsky, há de se considerar todo o processo de investigação e também que, muitas vezes, o sujeito investigado sente a necessidade de recorrer a explicações ligadas a estágios mais primitivos para se alçar a um outro estágio mais avançado. Pelo caráter dialético da própria teoria do Vygotsky o “psiquismo” fica nesse movimento e não permite que sejam criados rótulos onde

um professor seja visto como pensando sempre em nível *sincrético* ou somente *complexo* ou até de um *pré-conceito ou conceito*.

Foram considerados aqui como pensamentos em níveis *sincréticos* aqueles nos quais as professoras não conseguiam dar explicação nenhuma, ou seja, permaneciam em silêncio diante das indagações, as relações estabelecidas entre os objetos não correspondem às verdadeiras relações do SND, e as justificativas dadas eram baseadas em “regras” sem significado dentro do sistema de base dez.

Os pensamentos em nível *complexo* foram os que demonstraram evidencia de alguma relação estabelecida com a base dez entre os conceitos abordados em cada tópico, ou seja, se as professoras conseguiam perceber, mesmo que de forma não aprofundada, a ligação entre as regras que compõem o Sistema de Numeração Decimal e a questão em investigação. Considerou-se a existência ou não de alguma articulação, ainda que de forma não generalizada.

Os considerados como *pré-conceitos* foram aqueles em que as explicações estavam articuladas com características do SND, porém ainda com a presença de elementos que se confundiam com a relação de base dez do Sistema em estudo.

Os pensamentos verificados como sendo de *conceitos* mostraram-se bem articulados dentro do SND e abordaram diferentes conceitos em um mesmo pensamento. Aqui as professoras deveriam perceber as relações de base dez entre as ordens, agrupamentos, operações, conteúdos, entre outros. Conseguir estabelecer vínculos relacionais e generalizados entre o sistema em investigação e os demais conceitos aqui abordados foi o principal aspecto considerado.

Desta forma, este tópico foi subdividido, de acordo com o significado que as professoras foram atribuindo aos mais diferentes conceitos que compõem o SND e as relações que elas consideravam entre estes e o conceito científico do tema em investigação.

#### **4.3.1 CONCEPÇÕES ACERCA DA ORIGEM DO TERMO SISTEMA, DAS RELAÇÕES COM A BASE DEZ E DAS ORDENS.**

Em relação ao próprio nome atribuído ao sistema de numeração – Sistema de Numeração Decimal – pôde-se perceber diferentes perspectivas conferidas pelas professoras. Seu



nome foi justificado por P1 e P3 como algo “arbitrário”, a partir do qual elas não conseguiram estabelecer qualquer ligação com a base dez que o caracteriza. P1 faz uso da seguinte justificativa *...ainda não houve um matemático, um matemático mesmo bom que fizesse outra numeração... acho que a gente poderia criar um sinônimo pra poder mudar e não ficar na mesma mesmice, não houve ainda uma pessoa que acordasse...* Com esta afirmação, percebe-se por parte da professora, um nível elementar de construção conceitual, quando não consegue fazer uma relação da palavra “decimal” à questão da base dez e dos conseqüentes agrupamentos nas ordens e transformações entre as ordens que caracterizam e constituem o sistema.

Da mesma forma encontrou-se P3 que disse não saber porque o SND recebia esse nome, arriscou-se ainda em afirmar que *... é como se fosse o batismo dos números*. A percepção imediata que as professoras apresentaram está mais direcionada à questão de que o sistema em estudo “necessitava” receber um nome, demonstrando ausência de qualquer relação complexa entre os conceitos envolvidos com o Sistema Decimal. Em relação à base dez que caracteriza o SND, P3 afirmou: *não lembro disso não, faz muito tempo que vi*. Acredita-se que, nestes aspectos, as professoras demonstraram ter o pensamento relacionado ao nível sincrético, já que os elementos que elas consideram são desconexos e demonstram não conseguir perceber nenhuma relação lógica, ligação entre o nome dado ao SND e sua base dez.

Pôde-se notar uma percepção diferente junto a P2 e P4. Elas fazem uso da História da Matemática e, embora trazendo apenas elementos rudimentares, é a partir deles que elas conseguem explicar porque o nosso sistema de numeração recebe o nome de Decimal. Nas palavras de P2: *pela necessidade de contar ele surge... antigamente se sabia os números... era usado pedrinhas, palitinhos, coisas para representar números, aí surgem os números e numerais e aí decimal, por que eles são agrupados de dez em dez... de dez unidades se forma a dezena, dez dezenas a centena e assim vai*. P2 percebe a questão do agrupamento na base dez como fator fundamental, mas os conceitos que ela aponta como importantes dentro do SND, inicialmente resumem-se a conhecer a “quantidade” que representa o número e os seus símbolos, porém após seguidas indagações ela chega a seguinte conclusão: *para a aprendizagem do SND os alunos precisam saber fazer transformações entre as ordens*, isso evidencia um estágio de formação de conceitos que se aproxima dos complexos, pois ela chega a perceber várias relações necessárias ao conceito científico do SND, porém fica ainda voltando seus pensamentos para questões mais elementares como o uso da contagem e da representação da quantidade por símbolos numéricos.

P4 após lembrar a história dos “pastores que contam suas ovelhas”, presente em seu livro didático, como fonte de criação do SND, conclui afirmando que acredita que decimal ... *é alguma coisa de dez, você conta de acordo com... de dez em dez*. Embora se aproxime da questão do agrupamento na base dez associa também a questão da *contagem* como fator relevante dentro do SND. Isso se configura como o início de um pensamento por complexos, pois já existe uma ligação com a base do sistema, que se pode inferir ser algo relativo a agrupamentos de dez, embora as professoras não consigam ir mais além em suas explicações acerca do sistema, apresentando um nível de generalização ainda elementar, mas relacionado aos princípios do SND.

Já P5 consegue fazer relações com as ordens que compõem o sistema, mas as reduz às ordens que compõem a “parte fracionária” dos números – *décimos, centésimos e milésimos* etc. Não consegue demonstrar o agrupamento na base dez entre as ordens como o fizeram P2 e P4. Isso pôde ser percebido quando se perguntou a P5 sobre qual seria a base do Sistema de Numeração *Decimal*, ao que ela respondeu *não, não sei, não vou mentir pra você*.

A conceituação que P1 tem do SND é que ele envolve exclusivamente o trabalho com *números quebrados*. O que a professora chama de “números quebrados” são os números que apresentam parte inteira e decimal. Quando se pede que ela dê exemplos de números do SND ela enumera os seguintes exemplos: *1,6; 3,4*, acrescentando que como as pessoas não estão *habitadas a trabalhar com números quebrados, sentem dificuldades no trabalho com o SND* e que o uso desses números só se dá em concursos e no trabalho com medidas. Considera que *no dia a dia ... não lembra de usar o SND ... muita gente não usa, a não ser que seja uma área específica que exija*. Acrescenta ainda que *uma dona de casa é uma pessoa que nunca teve acesso ao sistema decimal*.

Como se viu, também P5 apresenta o mesmo raciocínio, pois associa o SND exclusivamente às frações, mas a relação que ela afirmou existir era o fato de que a fração representa uma divisão que *normalmente* termina em *números quebrados*, isso leva ainda a um pensamento de que P5 considera somente a questão dos “números quebrados”, pois anteriormente ela havia citado os *décimos, centésimos e milésimos* como relacionados ao “nome” Sistema de Numeração Decimal. Em parte, isso evidencia uma falta de organização do sistema em ordens, porque da mesma forma que existem as ordens dos décimos, centésimos e milésimos existem também as das unidades, dezenas, centenas.

Percebe-se que o SND, para essas professoras, está relacionado com os *decimais* e raramente é percebido como fazendo parte da compreensão das relações entre um conjunto mais amplo de números. P1 ainda chega a afirmar que o Sistema de Numeração Decimal para ela era composto por *todos os números quebrados que você colocou aqui* [estava considerando os números decimais presentes nas questões 8, 9 e 11 do anexo II]. Afirma ainda que os números que não são “quebrados” *são os naturais... natural é uma coisa e decimal é outra*. Embora seja claro que os “números quebrados” realmente não fazem parte do conjunto dos números naturais, a professora não se mostrou capaz de estabelecer qualquer relação entre os diferentes conjuntos. Tal pensamento encontra-se em nível sincrético, pois nenhuma relação foi feita por P1 e P5 entre o “nome” e as características do Sistema de Numeração Decimal. Isso mostra um nível de conceituação onde as idéias estão reunidas artificialmente com base em “suposições” observadas de forma não sistemática, já que apenas uma “observação” com base na representação numérica é percebida.

A palavra decimal em nenhum momento assume, por parte de P1 e P5, um significado de relação com a questão da base dez e dos conseqüentes agrupamentos entre as ordens que se podem fazer. A ligação que elas estabelecem entre a “palavra” *decimal* e os “números decimais” trabalhados “na escola” é o grau mais elevado de abstração que conseguem fazer e ainda assim não fazem nenhuma relação desse conceito com a vida, o dia a dia em que estão inseridas.

P6 e P7 são enfáticas em afirmar que o nome Sistema de Numeração Decimal vem da *base dele que é dez* (P7), evidenciando, neste momento, elementos componentes do conceito científico do SND, já que percebem a vinculação entre o nome e a base dez, tal pensamento configura-se como um pensamento caracteristicamente complexo. P6 ainda chega a afirmar que faz-se necessário que *os alunos compreendam a existência de apenas dez algarismos e que com esses dez você faz infinitos números*, segundo a professora *tudo na matemática é a partir desses dez algarismos*. Faz uma comparação entre a matemática da escola e o Português: *...nós não temos o alfabeto? A partir daquelas vinte e seis letras você não desenvolve todas as palavras? Do mesmo jeito é na matemática, tudo vai partir dos dez algarismos que fazem parte do sistema decimal*. Acredita que os alunos precisam conhecer as classes, compreender o SND, compreender a composição e a maneira de ler o número. Considera importante os alunos usarem o Quadro Valor e Lugar – QVL para a escrita dos números corretamente quando afirma *... se eles*

*se engancharem eles vão para o QVL e aí eles conseguem escrever porque fica fácil.* O significado de P6 acerca do SND parece ser bem mais definido, relacionado, encadeado com outros conceitos, o que mostra uma capacidade de generalização longe de um pensamento sincrético e dentro do pensamento em nível de pré-conceito, pois ela consegue pensar de forma a considerar outros conceitos como necessários à composição do SND.

P7 faz também uma articulação que evidencia perceber relações entre diferentes conceitos que compõem o SND quando diz

*...será que eu estou confundindo algarismo com numeral? O numeral eu acho que ele abrange uma quantidade maior, por exemplo, o numeral, ele tem dois algarismos, três algarismos e aí vai... e o número é só a idéia da quantidade e o numeral é a representação, que é formado por algarismos, no caso, dez algarismos.*

Interessante ressaltar que P7, ao final de toda a pesquisa, compreendeu ou pelo menos passou a ter alguma idéia do por quê do SND ser um “sistema”. Assim ela concluiu: *É um sistema porque é a forma... é a maneira de sua organização... é o sistema adotado de dez em dez.* Percebeu-se que foi no momento da entrevista que ela chegou a essa conclusão, pois demonstrou surpresa quando deu essa resposta. Observou-se que aquela foi a primeira vez que a professora organizou alguns elementos dispersos que ela tinha em torno do conceito de SND e conseguiu fazer uma generalização de tal forma que a aproximou do conceito científico. Nesse momento, assim como P6 ela pensa em nível pré - conceito.

Os elementos aqui considerados, como se pôde ver, ainda não são pensados sempre como vinculados ao conceito científico do SND. Este sendo um sistema caracteristicamente posicional há de se considerar também sua base dez e, conseqüentemente, como tendo os valores dos algarismos estabelecidos de acordo com a posição que eles ocupam dentro de um número. Algumas professoras, como se viu, chegaram a “mencionar” as ordens dos algarismos quando justificavam o nome dado ao SND, desta forma passa-se a analisar como é visto o valor posicional no SND, considerando ordens, classes e valores dos números.

### 4.3.2 VALOR POSICIONAL – RELAÇÕES ENTRE ORDENS E CLASSES, VALOR ABSOLUTO E RELATIVO; USO DO ZERO

Considerar o valor posicional dos algarismos é essencial dentro do SND, já que uma das características desse sistema é exatamente ele ser posicional, ou seja, um algarismo representa um valor de acordo com a posição que ele ocupa. Dessa forma, ordem e classe são dois conceitos fundamentais e relacionados.

O conceito que normalmente as professoras apresentaram demonstrava a relação que existe entre ordem e classe como pode ser visto pelas falas a seguir: *classe é aquilo que é formado por um grupo de três ordens (P2), a classe você agrupa de três em três que são de três em três ordens (P3)*. Se fosse considerado somente o conceito expresso pela “palavra” neste momento, talvez se acreditasse que as professoras estivessem em um nível conceitual bem desenvolvido. Porém, estabelecer a relação entre o que falavam e representavam no papel não evidenciou um pensamento em nível de conceito ou pré-conceito.

P1 e P4 afirmaram que só conseguiriam fazer representações numéricas se fizessem uso do QVL – Quadro Valor e Lugar, o que evidencia a necessidade de apoio de um instrumento gráfico para a representação do pensamento. O quadro abaixo construído por P1, testemunha esta necessidade.

**Quadro nº 2- Uso do QVL para representação numérica (Questão 6; Anexo II); P1**

TRILHOES			BILHOES			MILHOES			MILHAR			Sim		
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U

O uso do QVL por essas professoras foi apenas para a representação dos números compostos somente por “parte inteira”, ou seja, elas não utilizaram em questões com números que haviam parte decimal. Mesmo com o emprego de um instrumento corriqueiramente usado na sala de aula, a professora não conseguiu chegar à resposta correta. Embora P1 tenha construído o QVL corretamente, ela erra na hora de colocar os algarismos nas ordens e classes correspondentes, pelo fato de o número não apresentar todas as ordens completas nas classes.

**Quadro nº 3 - Representação numérica - Relação entre classe e ordem (Questão 6, item “a”; Anexo II); P1**

a) Dois milhões seiscentos e quatorze mil cento e vinte e três;

2.000.614.123

A resposta constante no quadro acima evidencia a ausência de relação entre o que está escrito e o valor posicional do algarismo. Essa dificuldade foi normalmente a que prevaleceu entre os sujeitos da pesquisa, ou seja, não vincular o “valor” do algarismo considerando a ordem e a classe, a posição, em que ele se encontra.

Ao representar o número “um bilhão treze mil quinhentos e dois” P4, mesmo com o apoio do QVL, também não consegue fazê-lo corretamente, como pode ser visto no quadro abaixo.

**Quadro nº 4 - Representação numérica - Relação entre classe e ordem (Questão 6, item “b”; Anexo II); P4.**

b) Um bilhão treze mil quinhentos e dois;

Justifique:  $\overset{B}{1} \overset{C}{0} \overset{M}{0} \overset{M}{0} \overset{M}{1} \overset{M}{3} \overset{M}{0} \overset{M}{0} \overset{C}{5} \overset{C}{0} \overset{U}{2}$  . é necessário para cada ordem um numeral.

A resposta correta deveria ser 1.000.013.502. Foi possível ver a dificuldade em representar o número já que a classe dos milhões estava vazia e a classe das milhares estava incompleta. Esse erro foi uma constante entre as professoras e acredita-se que isso acontecia pelo fato de que não vinham “expressas” todas as ordens e classes do número, pois P2 também errou na sua representação, e seu erro foi ocasionado exatamente por que para ela um número tem que ter todas as ordens “preenchidas”. Isso pode ser observado a partir do quadro a seguir.

**Quadro nº 5 - Representação numérica- Relação entre classe e ordem; (Questão 6, item “c”; Anexo II); P2**

c)Doze bilhões cinquenta e três milhões e quarenta e cinco.

. 120.053.045.000

Para a professora, o fato de a “classe” vir expressa na questão proposta, significava que ela deveria estar completa:

*...doze bilhões cinquenta e três milhões e quarenta e cinco. Ó, quando tá tudo completo, as classes, dá certo e aqui não fica, por isso que eu estou me enrolando... você me pede doze e eu estou escrevendo cento e vinte... eu até tinha colocado doze, mas fica errado porque esse doze não pode ficar só dois números, se eu tenho que agrupar de três em três pra botar o ponto separando as classes ...o bilhão tem quatro classes e doze ordens.*

Quando questionada se todas as ordens tinham que ser completas, a professora respondeu: *tem, se não, não é bilhão*. Mais uma vez percebe-se que o caráter posicional do número não é compreendido.

As professoras se prendem à informação que receberam de que cada classe se compõe de três ordens e não conseguem fazer uma generalização para outros contextos ou até para o mesmo contexto, porém com um leque de relações mais amplo dos conceitos envolvidos no SND. Considerar que *as classes são separadas de três em três ordens*, requer que elas compreendam também que tais ordens podem vir preenchidas pelo zero, o qual indica simplesmente que todos os elementos componentes daquela ordem formaram um grupo de dez e transformaram-se em um elemento da ordem subsequente.

P3 que apresentava o mesmo pensamento de P1, P4 e P2, afirma que o importante é que se *leia de acordo com cada classe*. Esse tipo de afirmação evidencia que a concepção da professora encontra-se ainda distante do que seria um conceito propriamente dito de ordens e classes e das relações que elas mantêm entre si, portanto acredita-se que, neste momento, essas professoras evidenciaram pensamentos com características sincréticas.

P5 apresentou também nível de pensamento com elementos sincréticos quando considerou as relações estabelecidas entre as ordens e as classes, fazendo confusão entre estas. Embora considerasse que a classe era formada por três “*números*” – que seriam os “algarismos”, ela a chamava de *unidades, dezenas, centenas, “dezenas de milhar” e “milhar”* utilizando essa seqüência. Em sua concepção os três primeiros “*números*” formavam a classe das *unidades*, os três *números* seguintes compunham a segunda classe que seria a das *dezenas* e assim por diante, conforme se vê no diálogo abaixo:

<b>Quadro nº 6 - Justificativa utilizada na exploração dos conceitos de “classe e ordem” no SND (Questão 4; Anexo II); P5</b>
-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<b>E:</b> Quais as classes existentes nesse número 193.445.678.800.023?
-------------------------------------------------------------------------

<b>P5:</b> <i>classe da unidade, dezena, centena, dezena de milhar e milhar.</i>
----------------------------------------------------------------------------------

Observa-se que ela utiliza os nomes das ordens como se fossem nomes das classes. Erra ainda na seqüência dos nomes das ordens “aplicadas” às classes, afirmando que após a centena vem as *dezenas de milhar* e depois a *milhar*. Pode-se perceber, a partir de tais afirmações que a professora desconsidera o valor dos algarismos dentro das relações de base dez. Manifesta ainda pensamentos desconexos quando analisa o número presente no quadro acima e afirma que ele tem *trilhões de ordens*. Aqui ela evidencia que sua concepção de ordens e classes estão ainda longe do conceito científico.

P6 e P7 definem ordens e classes considerando a relação que existe entre ambos os conceitos e conseguem generalizar a forma como conceituam com as representações numéricas que fazem, evidenciando um domínio do trabalho com as ordens dentro do SND. Porém, quando vão explicar a presença do *zero* na composição dos números, demonstram ter ainda um conceito espontâneo, sem relação com o SND. P7 afirma que o “zero” é para “preencher” “casas” – ordens – *vazias*. Isso pode ser percebido na fala que segue:

*...um bilhão treze mil quinhentos e dois. Você escreve o um na casa do bilhão que são quatro classes e três ordens, essa classe dos milhões você não diz nada, aí eu completei com zero, porque no Sistema Decimal é assim, se tá vazio a gente completa com zero e mil quinhentos e dois fica do mesmo jeito, a dezena não diz nada completa com zero.*



O significado que ela atribui ao algarismo zero é o de que *ele não vale nada*, como ela mesma se expressa. P6 justifica de forma bem semelhante: *quando não tem nada, você usa o zero, que não altera nada*. Embora essas professoras evidenciem “relacionar” o conceito de ordem e classe que apresentam quando “acertam” na representação numérica, elas se utilizam do “zero” sem atribuir significado nenhum com as relações envolvidas entre os conceitos dentro do SND. Tal forma de pensar evidencia ligações factuais, sem relação com o conceito científico, elas operam com o conceito, até trabalham com as ordens e classes, mas o significado que apresentam não está encadeado com os princípios do valor posicional do SND é apenas um hábito, portanto, o pensamento delas mostra-se com elementos também de pensamento sincrético.

No diálogo do quadro abaixo, pode-se ainda ver como P4 também pensa em relação ao *zero*, quando o utiliza na representação de números.

<p><b>Quadro nº 7 - Uso do zero na representação numérica – “O zero não vale nada” (Questão 6; item b; Anexo II); P4</b></p> <p><b>E:</b> Por quê esse item ficou com tanto zero? [o número que constava em sua resposta era 10001300502]</p> <p><b>P4:</b> Porque ele não dá todas as classes, aí a gente completa com zero.</p> <p><b>E:</b> Por que você completa com zero?</p> <p><b>P4:</b>Por que é assim, você completa a casa que não tem valor com o zero.</p> <p><b>E:</b>O zero representa o quê pra você?</p> <p><b>P4:</b>Um número que não vale nada.</p> <p><b>E:</b> Se ele não vale nada, por que será que ele existe?</p> <p><b>P4:</b> sei não.</p>
------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Este foi um pensamento comum entre as professoras, pode-se dizer que elas apresentaram ausência de estabelecimento de qualquer relação do *zero* com o caráter posicional do SND. Desta forma, assim como P6 e P7 o pensamento encontra-se, nesse caso, em nível sincrético.

Quando se consideraram as ordens e classes com os respectivos valores absolutos e relativos dos algarismos, observou-se que os conceitos de valor absoluto e relativo foram definidos com facilidade pelas professoras, quando se considerava o conceito isoladamente.

Porém, esses dois conceitos estão relacionados ao caráter posicional dos algarismos nos números e com as relações entre as ordens e classes dentro do SND. É este complexo de relações que as professoras não mostraram efetivamente compreender.

P3, P5 e P6 associam o valor relativo com a “leitura” do número. Afirmam que *se a gente olhar pra forma como lê o número sabemos todos os valores relativos* (P3). P6 aponta que *se cento e noventa e três trilhões é assim que você diz, então o nove tem como valor relativo dentro do número, noventa trilhões, o valor relativo dele é noventa trilhões*. P5 afirma que *se você fala noventa e três trilhões, basta escrever esse número e pronto, porque isso é igual o que você fala, se é relativo é relacionado com o todo e se é absoluto é ele e pronto, não tem o que contestar*. Porém como as professoras estão considerando somente a “leitura”, incorrem em erros como o cometido por P5 que afirma ser 90 o valor relativo do algarismo 9 no número 193.445.678.800.023. Quando questionada sobre sua resposta, ela afirma: *eu não falo noventa e três? É por isso. Vale noventa*. Neste momento a professora não considerou a classe que o algarismo se encontra.

As duas “expressões” em análise não têm, para as professoras, significado dentro do sistema posicional que caracteriza o SND. O que as professoras consideram é a expressão “falada, pronunciada”, que, embora em parte seja verdadeira, não está vinculada ao conceito científico de SND, evidenciando pensamento sincrético.

P1 ao contrário de P3, P5 e P6, não fez associação com a leitura. Recorreu como de costume, conforme já comentado anteriormente, ao uso do QVL. Ela afirmou: *eu pego o número preencho o resto das ordens com zeros e aí depois disso a gente lê direitinho*. Chega a afirmar que sem o QVL ela não conseguiria ler. Percebe-se que a professora necessita ainda de apoio da representação gráfica para dar significado ao pensamento. E ainda assim, o sentido do que fez não evidenciou conhecimento de relações do “valor relativo” com as ordens e classes que compõem o SND, pois apenas fala em “preencher com zeros” as ordens. Tal ausência de relação com o contexto do sistema em estudo caracteriza-se como um pensamento em nível sincrético.

Nas representações dos valores relativos e absolutos de P6 e P7, percebe-se uma argumentação articulada entre o que falavam e a representação no papel que estavam realizando. P6 assim se pronunciava: *o valor relativo é o valor do “número” considerando ele todo dentro da classe e da ordem e o valor absoluto é o algarismo em si* (P6). O que a professora chama de valor do número tinha significado de valor do algarismo, mas a palavra que ela utiliza não era

adequada. Isso acontecia normalmente entre as professoras, quando iam chamar *algarismos* chamavam *números*, mas o sentido empregado poderia ser facilmente percebido por meio da fala, onde ela expressava o que estava pensando, exatamente como se vê na teoria do Vygotsky. P7 assim se expressa: *eu pensei assim, de trás pra frente, comecei da ordem das unidade, depois fui pra dezena e assim até chegar no nove do noventa trilhão que são as ordens que vão até ele, aí é fácil de ver que vai ficar noventa trilhões como valor relativo*. Porém, P7 dá uma declaração evidenciando que embora tenha o conceito de valor absoluto e relativo inicialmente bem definido, não consegue transpor isso para outros momentos, pois afirma que: *em milhão não tem milhares ainda*. Ela ainda não é capaz de estabelecer relações mais generalizadas dentro do SND. Já P6 consegue demonstrar que percebe as relações entre as ordens e classes dentro do SND, pois quando teve que responder **quantos milhares existem em meio milhão** ela foi a única professora que conseguiu responder corretamente a questão, justificando-a com base em relações entre as ordens e classes no SND, conforme pode ser visto no quadro abaixo.

<b>Quadro nº 8 - Relação entre milhão e milhar - (Questão 5; Anexo II) – P6</b>	
<b>P6:</b> <i>eu usei meu raciocínio, coloquei um milhão dividi por dois, é a metade, que vai ser quinhentos mil, que é meio milhão, aí eu dividi por mil porque você quer saber quantas milhares tem nele.</i>	
<b>5- Quantos milhares possui meio milhão?</b>	$1.000.000 \div 2 = 500.000 \div 1000 = 500$ 500 milhares

Observa-se que P6 compreende a relação existente entre um milhão e meio milhão, bem como entre a expressão “*milhares*” e mil, ao contrário do que aconteceu com P7, quando negou haver milhares em milhão, conforme comentado acima. Essa capacidade de articular os elementos envolvidos demonstra um estágio de elaboração conceitual bem elevado que se aproxima do conceito propriamente dito das relações de base dez existentes entre as ordens e classes e do caráter posicional do sistema em estudo. A generalização que ela foi capaz de fazer e explicar por meio da sua fala e da sua representação, evidencia um pensamento em nível de pré-conceito quando se considera o valor posicional e os conceitos a ele relacionados.

As demais professoras não conseguiram sequer representar meio milhão, permanecendo em um estágio de pensamento sincrético. Consideravam apenas que a resposta para *quantos milhares existiam em meio milhão* seria 5. Quando se investigava o porquê de tal resposta, normalmente estava vinculada à “metade” - metade da dezena. As ordens e classes se perdiam diante do número que elas não conseguiam escrever. O sentido que elas atribuíam pode ficar mais claro a partir da afirmação seguinte: *não é a metade? Pega um milhão, a metade dele é quinhentos mil que tem cinco milhares* (P5). A relação que normalmente faziam entre quinhentos mil e a quantidade de milhares nele existente limitava-se a considerar somente o “valor” cinco já que apontavam que *cada milhão é formado por uma milhar, cinco milhões não são cinco?* (P1). Assim, observa-se um significado entre os valores das ordens equivocado, onde o *milhão* e a *milhar* são equivalentes. Tal percepção evidencia um pensamento vinculado ainda à semelhança entre os “nomes” das ordens, sem relacionar os valores e a posição ocupada do algarismo no número. Essa forma de pensar relaciona-se ao pensamento sincrético.

Considerar as ordens e os valores dos algarismos de acordo com a posição ocupada, com as relações de base dez que caracteriza o SND, leva a refletir acerca do agrupamento presente no sistema decimal. A forma como os sujeitos pensam e consideram o agrupamento está diretamente relacionado ao conceito científico do SND, assim sendo o tópico que segue está a ele relacionado.

### **4.3.3 AGRUPAMENTO NO SND**

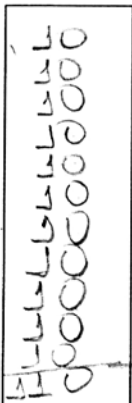
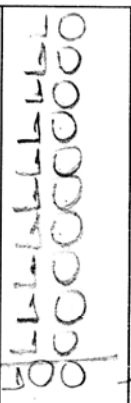
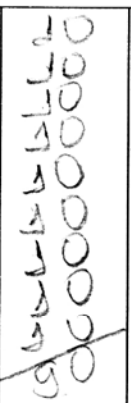
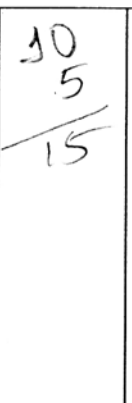
O agrupamento na base dez que caracteriza o SND foi utilizado normalmente pelas professoras como “contagem de dez em dez” ou um agrupamento considerando a “quantidade de ordens que compõem os números” e nunca como um agrupamento de elementos que pertencem a uma determinada ordem e que, uma vez agrupados eles passam a constituir uma unidade de uma ordem imediatamente superior.

Nenhuma professora justificou o uso do agrupamento como sendo relacionado a um princípio do SND caracterizado pelo uso da base dez. P1 faz uso desse tipo de agrupamento, mas acredita que o fato de utilizá-lo está relacionado a ser “mais fácil” como pode ser visto em sua afirmação: *eu pensei logo no agrupamento de dez em dez porque é mais fácil...*(P1) isso

evidencia ausência de relação entre o agrupamento e o SND. O que ela faz e a forma como explica, como se pode ver no quadro a seguir, mostra o quanto seu pensamento está vinculado a um conceito espontâneo de “agrupamento”, algo que ela utiliza cotidianamente, mas que ainda não tem relação com o conceito científico de SND.

**Quadro nº 9: Agrupamento fala e representação escrita incompatíveis - ( Questão 1; Anexo II); P1**

**P1:** Eu pensei logo no agrupamento de dez em dez, até porque é mais prático contar de dez em dez.  
**E:** Por que você fez de dez em dez esse agrupamento?  
**P1:** Porque é mais fácil.  
**E:** Você conhece outra forma de agrupar dentro do SND?  
**P1:** não, não me lembro porque essa é a mais fácil.  
**E:** Como foi que você agrupou de dez em dez?  
**P1:** Era pra agrupar dez e marcar um valor no quadro aqui, tipo uma conta que só pode ter nove na unidade é?  
**P1:** ...eu contei um por um e achei trezentos e dezesseis.  
**E:** E isso é agrupar de dez em dez?  
**P1:** Eu contei de um por um e fechei em grupos de dez e aí vi quanto dava... acho que é assim mesmo.

COLUNA A				
				
<b>Número resultante</b> <u>345</u>				

A professora acima, chega a explicar como deveria ter feito, mas não consegue representar seu pensamento. A relação que ela considera é a contagem, formar grupos de dez, já que seu pensamento mostra-se preso ao “valor dez”. Entretanto, ela não consegue re-organizar estes grupos de dez, formando uma unidade superior. Na coluna mais à esquerda, há onze grupos de 10; já na terceira coluna existem apenas nove. Em outra ocasião, ela se refere ao agrupamento considerando “as ordens” dos números, como é visto em suas falas no quadro a seguir, mas desvia sua atenção à realização de uma soma que ela mesma não consegue explicar com base no SND. A discussão acerca das ordens passa a um segundo plano, sabe que dentro do

SND elas devem ser consideradas. A partir da seleção por ordens ela se sente compelida a efetuar uma operação entre os números e faz uma soma sem conseguir justificar. Repete, assim, um hábito desenvolvido pelas crianças na escola, já exaustivamente registrado pela literatura, de efetuar qualquer operação com os números, sem pensar qual função tem tal operação.

**Quadro nº 10: Uso de “soma” no agrupamento sem relação com o SND – (Questão 3; AnexoII); P1**

**P1:** Você pediu pra eu fazer um agrupamento de acordo com o sistema decimal... que foi que eu fiz... contei as casas decimais e fui agrupando de acordo com a quantidade de casas... dezenas, centenas... e depois eu fiz o somatório delas... tem a soma só de números que apresentam as ordens das unidades, depois só dos que apresentam dezenas... e vai...

**E:** Porque você somou?

**P1:** Você quer que eu faça de um jeito, daí eu fiz um agrupamento que eu teria a soma de dezenas, depois de centenas e milhares...

**E:** Por que você fez assim?

**P1:** o que veio de imediato na minha cabeça foi isso, então eu fiz isso.

P3 embora afirme que usa o agrupamento de dez em dez por *ele estar relacionado ao SND*, demonstra não considerar a relação de base dez, pois realiza somas também ao final do agrupamento de *unidade com unidade, dezena com dezena, centena com centena* assim como fez P1, e também não consegue explicar, diz apenas que *a soma tem a ver com o SND*. Porém, ela fica em silêncio quando se pergunta qual a relação existente entre ambos os conceitos – *somas e o SND*, isso leva a uma reflexão acerca do que Vygotsky diz sobre o “uso da palavra como libertação do indivíduo do contexto imediato”. P3 evidencia ainda mais uma vez a ausência de domínio dos princípios que compõem o SND, quando está realizando o agrupamento na “base dez”. Forma “trinta e um grupos de dez” deixando uma sobra de “seis unidades”, porém ela “soma” as seis unidades com os trinta e um grupos de dez e não percebe que, neste momento ela não está realizando agrupamento na base dez. Representação e justificativa encontram-se no quadro seguinte.

**Quadro nº 11: soma “grupos de dez com grupos de unidades soltas” sem perceber que está “falando” em um agrupamento na base dez – (Questão 1; Anexo II); P3**

COLUNA A				
D	C	D	U	U
3			1	
+			6	

→ 31 dezenas  
 → +6 unidades

↳ grupos de 10  
 ↳ agrupamentos

**Número resultante**  $31 + 6 = 37$  /

**E:** mas aí você somou trinta e um grupos de dez com seis unidades?

**P3:** Foi, que dá trinta e sete.

**E:** Veja, você somou trinta e um grupos de dez com seis unidades?

**P3:** É, é isso mesmo.

**E:** Então, dá trinta e sete o quê?

**P3:** Trinta e sete grupos de dez.

A professora não conseguiu, mesmo depois de questionada, perceber que havia adicionado elementos de diferentes naturezas, isto é, dezenas e unidades. Isso evidencia um significado de agrupamento vazio de sentido, sem qualquer tipo de relação dentro dos princípios que regem o agrupamento no SND. Desta forma, aponta-se P1 e P3 como apresentando pensamentos, considerando o agrupamento na base dez, em nível sincrético.

P2 seguiu os mesmos passos de P1 e P3. Diante do desafio de realizar agrupamentos, ele finalizou a questão também realizando uma soma. Mas no seu caso, após os questionamentos característicos da entrevista clínica, ela conseguiu chegar à conclusão de que *a soma seria desnecessária*, já que ela já havia feito um agrupamento considerando as ordens e que isso já estava *dentro dos princípios do SND*. Esse aspecto pode ser melhor esclarecido a partir das falas de P2 a seguir.

**Quadro nº 12: Uso de “soma” no agrupamento por ordens – (Questão 3; Anexo II); P2**

**P2:** No princípio eu achei que eu poderia agrupar iniciando por ordem de um algarismo depois de dois algarismos e assim sucessivamente. Aí eu fui fazendo somas. Eu fiz uma soma dos números de uma ordem e aí eu tenho o resultado dos de uma ordem e assim foi o resto... só que eu percebo que existe maneira mais prática, mais simples de eu fazer isso.

**E:** Então me diz como seria?

**P2:** No momento eu não to conseguindo ver...

**E:** Seria de acordo com o sistema decimal?

**P2:** sim, mas eu nem sei por que eu fiz essas somas, nem precisava, bastava eu fazer grupos e pronto. O grupo de números de uma ordem e assim pra frente...

**E:** Então qual foi o princípio que você utilizou?

**P2:** um dos princípios seria as ordens. E eu acho que é o principal e mais fácil

Observa-se que entre essas três professoras foi comum o uso de “somas”, porém P2 evidencia estar em outro nível de elaboração conceitual quando consegue perceber o agrupamento no SND considerando as ordens, e que a soma que havia sido feita não era necessária para a resolução do desafio. Pode-se perceber nesse momento, a propósito da reação de P2, aquilo que Vygotsky aponta com relação à ZDP, ou seja, diante de um desafio e com a ajuda de um outro sujeito, é possível chegar a um nível de conceituação mais elevado. A conceituação de P2, nesse momento, aponta características de complexo, onde o conceito encontra-se em processo de elaboração e reelaboração.

Da mesma forma considera-se P4 quando diz *...você me pediu uma forma de resolver no agrupamento do SND e a mais fácil e prática é a das ordens e também é essa a principal característica do nosso sistema, ele trabalha com ordens*. P4 e P2 apontam as ordens como estando inseridas no trabalho com o SND, porém ressalta-se que este ainda não é um pensamento em nível de conceito ou pré-conceito, pois o que se evidencia é que as relações estão tomando sentido em um processo de reestruturação de conceitos espontâneos em conceito científico do SND. E embora esse processo sempre esteja acontecendo, os fatos se desenvolvem em componentes ainda elementares, pois P4 no tópico anterior afirma que o Sistema de Numeração Decimal tem como característica, que lhe permite receber esse nome, *“alguma coisa de dez”* que seria a questão do agrupamento na base dez. Porém, mesmo evidenciando elementos iniciais do nível complexo ela não percebe que o agrupamento quando se consideram as ordens está ligado ao agrupamento na base dez. Desta forma, aponta-se que alguma relação foi percebida tanto por P2 como P4, mas ainda não a nível de generalização plena.



P5 não chega a fazer agrupamento, utiliza a “contagem a partir de um”. Desta forma, assim se expressa: *era pra fazer agrupamento dentro dos princípios do SND, aí eu contei quantas figuras tinha, porque eu não lembro disso direito, mas acho que é a mesma coisa de contar*. Mostrou-se completamente presa aos princípios de contagem. Na questão 3, anexo II seu pensamento não se mostrava diferente, mas começa a considerar a contagem de dez em dez, falava em formar *conjuntos de dez números* como se pode ver na afirmação abaixo:

*...eu agrupei os dez maiores e os dez menores números. Você pede um agrupamento dentro dos princípios dos números decimais, então eu agrupei de dez em dez usando conjunto dos dez maiores números e dos dez menores.*

Quando se perguntou se existia outra forma de agrupar ela afirma: *o importante é que fosse de dez em dez, eu mesma não estou vendo outra forma não*. A representação utilizada pela professora pode ser vista no quadro abaixo, afim de uma melhor compreensão de seu pensamento:

**Quadro nº 13: Agrupamento na terceira questão – “agrupa os dez maiores números e dez menores” – (Questão 3; Anexo II); P5**

The image shows two vertical lists of handwritten numbers. The left list contains ten numbers: 1.800001, 345.978, 567.978, 132.876, 112.676, 112.543, 132.000, 98.975, 45.098, and 4.089. The right list contains ten numbers: 1.034, 2.978, 987, 783, 594, 92, 85, 1009, and 1. The numbers are written in a vertical list, with some numbers circled or grouped together.

Observa-se que o significado dado ao agrupamento por P5 é bastante limitado, não existe nenhum outro tipo de relação vinculada ao SND, além da relação da palavra *decimal* à

quantidade dez, já que ela apenas separou os números em grupos de dez elementos. Ela demonstrou sempre não ter noção do que seria o agrupamento, vinculando-o à questão da contagem simplesmente por circunstância ocasional da situação que se deparou, evidenciando lacunas dentro do contexto do SND, sem significado, que se aproximam aqui, do nível sincrético no processo de formação de conceitos.

P7 justifica o uso do agrupamento de dez em dez em acórdância com os princípios do SND. Dá, ainda, uma explicação que a coloca, neste momento, próximo a um nível de pré-conceito no processo de elaboração de conceito do SND. Assim, afirma:

*...agrupei de dez em dez...porque as figurinhas [ver questão 1 anexo II] tinham que ser agrupadas no sistema decimal... o que é o agrupamento na base dez: é você ir juntando de dez em dez e quando fechar dez unidades que vai ser de "um" você muda pra casa vizinha e aí quando juntar dez grupos de dez você manda pra centena e se formar dez grupos de cem manda pra milhar. É um agrupamento várias vezes na mesma base, mas sempre com grupos diferentes. Dez grupos de um, dez grupos de dez, dez grupos de cem e assim vai... [Ver quadro abaixo].*

**Quadro nº 14: Agrupamento na base dez – (Questão 1; Anexo II) –P7**

COLUNA A				
UD	UM	C	D	U
		3	1	6
$  \begin{array}{r}  + 3106 \\  \hline  \end{array}  $				
Número resultante <u>316</u>				

Nota-se que P7 compreende a forma como acontecem os agrupamentos, sem, entretanto ser capaz de realizar uma representação gráfica correta. P6, por sua vez, é capaz de

explicar oralmente e faz uma boa representação, embora que talvez por questões de comodidade tenha agrupado as quantidades em grupos de cinquenta e não exatamente de cem como seria o característico no SND. Ver quadro a seguir:

**Quadro nº 15: Agrupamento na base dez – (Questão 1; Anexo II) - P6**

Primeiro eu fiz as filinhas de dez em dez, que é o princípio posicional do sistema decimal, quando eu organizei tudo nesse quadrinho, eu coloquei cinquenta em cada, aí sobrou essa dezena e essas seis unidades. Aí, eu marquei de dez em dez e fui tracejando aqui. Esses três vale cem, é... trezentos agora. Esse traço torto é dez e os pequenininhos valem seis unidades. Tudo é trezentos e dezesseis.

**Número resultante** 316 caixinhas

A diferença entre o pensamento das duas professoras é percebida quando P7 dá sua explicação muito próxima do conceito científico do SND, mas a representação utilizada não fica tão relacionada com sua fala como se pôde ver.

Na tentativa de se compreender melhor se as professoras apresentavam os princípios da base dez bem generalizados, a ponto de serem capazes ou não de fazer transposições destes mesmos princípios para uma base diferente, escolheu-se a base “quatro” para ser utilizada pelas professoras em situações semelhantes às da base dez [Ver questão 2; Anexo II].

O agrupamento na base “quatro” foi trabalhado pelas professoras como uma contagem de quatro em quatro. Todas formaram “grupos de quatro” como pode ser visto pela representação de P4 abaixo e depois realizaram uma multiplicação do total de grupos pelo valor “quatro” correspondente a base. Conforme quadro abaixo.

**Quadro nº 16: “Agrupamento na base quatro” – contagem de quantos grupos de quatro, multiplicado pelo valor quatro; (Questão 2; Anexo II); P4**

Eu fiz dezessete grupos de quatro. Aí eu multiplico por quatro que é a base que eu utilizei e soma com o que sobra que é uma unidade. Agora quando eu tava fazendo eu quis fazer assim, quatro unidades é um ponto aqui como se fosse nas unidades, mas aí eu achei que eu ia tá inventando coisa e também eu tava era complicando minha vida.

COLUNA A	COLUNA B				
<table border="1" style="width: 100%; height: 100%;"> <tr> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%;"></td> <td style="width: 25%; text-align: center;">6</td> <td style="width: 25%; text-align: center;">9</td> </tr> </table>			6	9	
		6	9		
número resultante <u>69</u>	$  \begin{array}{r}  17 \text{ grupo} \\  \times 4 \\  \hline  68 \\  + 1 \text{ unidade} \\  \hline  \end{array}  $				

As resoluções e justificativas apresentadas pelas professoras para o trabalho com a base 4 foram semelhantes entre as sete entrevistadas. O exemplo acima pode ser visto como ilustrativo dos procedimentos adotados por todas elas. Embora P4 tenha formado grupos de quatro, buscando obedecer aos princípios da base 4, proposta na questão 2, ela não conseguiu perceber a necessidade de reagrupamentos obedecendo a estes mesmos princípios. Ao chegar no final do agrupamento em quatro (isto é uma divisão) a professora P4 fez uma multiplicação, anulando, sem perceber, a tarefa que havia realizado. Já tendo efetuado diferentes operações, ela considerou que havia chegado ao final do trabalho e, utilizando o princípio da contagem, registrou o número conforme ele deveria ser escrito, caso se tratasse de uma escrita na base 10. Evidencia assim uma não generalização do sentido do agrupamento na base dez e, portanto, uma impossibilidade de transposição de tal conceituação para a base 4. Mesmo as professoras P6 e P7 que conseguem perceber, quando trabalham na base 10, que cada agrupamento de dez

transforma-se em uma unidade da ordem imediatamente superior, neste caso não tiveram esta percepção. Veja-se a afirmação de P7: *Eu fiz dezessete grupos de quatro... eu tentei fazer como a outra questão na base dez, aí eu fiz só dezessete grupos de quatro vezes quatro que dá sessenta e nove.*

As professoras, durante as entrevistas, demonstraram sempre ter clareza de que não tinham domínio sobre a tarefa que estavam realizando. Elas afirmavam frequentemente que tinham *pensado em fazer de outro jeito* (P7), mas que não fez porque não iria conseguir, já que não tinham *costume de trabalhar em outra base* (P6). Percebe-se que o nível de generalização daquilo que é feito no agrupamento na base dez não é considerado quando se vai agrupar em outro tipo de base, evidenciando um não domínio dos princípios de agrupamento. Assim, acredita-se que tal forma de pensar esteja vinculada ao pensamento em nível sincrético, já que a relação entre a forma de agrupar não é percebida.

O agrupamento para as professoras não se configura em um “conceito” ainda, em determinados momentos ele se aproxima do pensamento por complexos, mas as relações estabelecidas ainda não são transferidas para outros contextos, evidenciando uma limitação conceitual que está em processo de elaboração e desenvolvimento. Existiram momentos, como se pôde ver, em que o uso do agrupamento e as justificativas utilizadas pelas professoras mostraram ainda elementos sincréticos.

A seguir serão vistos agrupamentos na base dez inseridos no contexto de uma operação matemática, aqui especificamente adição e subtração com o “vai um e pedir emprestado”, termos bastante discutidos na literatura, conforme já apresentado no capítulo 1 deste trabalho.

#### **4.3.4 TRANSFORMAÇÃO NA BASE DEZ – ALGORITMO, “VAI UM” E “PEDIR EMPRESTADO”**

A expressões “vai um” e “pedir emprestado” comumente utilizadas nas escolas, como é apontado pela literatura já analisada neste trabalho, também esteve presente no discurso das professoras investigadas. Ambas as expressões estão relacionadas aos agrupamentos e transformações entre os algarismos que compõem os números no momento em que se resolve um algoritmo.

Um dado importante a ser ressaltado é o fato de que nenhuma das professoras componentes da amostra conhecia o termo “algoritmo”. Sempre que o termo fazia parte do enunciado da questão (ver anexo I item H), era necessário explicar-lhes o seu significado. Elas sempre se colocavam com expressões de surpresa: *como assim algoritmo?* (P1); ou então *eu não entendi!* (P6) e (P4). Somente após explicação do significado da palavra é que elas se sentiam aptas a iniciar a tarefa proposta.

O “vai um” normalmente visto nas operações de adição era mais difícil de ser percebido pelas professoras do que o “pedir emprestado” na subtração. Existiram casos, como se verá adiante, em que a relação entre esse termo e o SND, no momento da exploração dos exercícios de subtração, por meio da entrevista clínica, adquiriram sentido para os sujeitos investigados. Mais uma vez, evidencia-se a importância do processo de mediação apontado por Vygotsky como algo favorável ao aprendizado, e, portanto ao desenvolvimento.

O “vai um” para as professoras normalmente assume o mesmo significado, ou seja, ausência de relação com a base dez, como se pode ver no quadro a seguir, a partir da justificativa de P1 apresentada diante da resolução de uma adição.

<b>Quadro nº 17: “Vai um”- ausência de relação com a base dez – (Questão 8; item “a”; Anexo II); P1</b>	
<p>a) <math>726 + 293</math></p> $\begin{array}{r} 726 \\ + 293 \\ \hline 1019 \end{array}$	<p><b>P1:</b> eu fiz assim, seis mais três nove, dois mais nove, onze, aí levei o um para as centenas.</p> <p><b>E:</b> Porque ele foi para as centenas?</p> <p><b>P1:</b> A gente não trabalha as casas decimais? Unidade, dezena, centena... eu somo seis mais três unidades dá nove unidades, no caso agora eu tenho dois mais nove que dá onze dezenas, aí eu deixo um e levo... Não entendi ou eu me enganei, me enrolei...deixa eu começar de novo...</p> <p><b>P1:</b> Veja, ele foi lá pra cima o um, por que no caso aqui... fica casa abaixo de casa... ordem abaixo de ordem... eu não posso colocar onze aqui por que eu ainda tenho a ordem das centenas pra trabalhar... por isso eu trago esse um pra ficar com o sete...</p> <p><b>E:</b> Você trouxe um o quê pra cá?</p> <p><b>P1:</b> O algarismo um? O algarismo um... eu não to entendendo... ele representa dezenas, mas aí ele vai ser somado com centenas.</p> <p><b>E:</b> Por que ele é dezena e vai a ser somado com centena?</p> <p><b>P1:</b> Agora você me pegou...</p> <p><b>E:</b> E aí o que você me diz?</p> <p><b>P1:</b> que ele representa aqui nesta casa dez dezenas [apontando para a ordem das dezenas] a partir do momento que eu trago ele pra cá [apontando para a</p>

	<p>ordem das centenas] eu somo ele junto com centenas, não é isso não? Aí sete centenas mais duas centenas são nove centenas com mais dez ficaria onze centenas... [Como ela considerava as dez dezenas da ordem das dezenas ela se refere ainda a dez mesmo quando ela transforma “inconscientemente” para a ordem das centenas, mas na hora de se referir a soma na centena ela “fala” dez e acrescenta apenas a quantidade um – que ela não sabe explicar].</p> <p><b>E:</b> Você acha que é isso então?</p> <p><b>P1:</b> Eu acho que é, mas não tenho certeza porque minha explicação não tá me convencendo.</p> <p><b>E:</b> Por que ela não te convence?</p> <p><b>P1:</b> Por que se eu somo dezena, por que vem pra centena do nada?</p>
--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Observa-se que o agrupamento na base dez quando se trabalha com a adição é algo sem sentido para a professora, mesmo que ela considere as ordens componentes dos números. Ela não consegue ver a relação que existe entre as ordens dos números e que quando está somando ela está efetuando transformações na base dez. Sua ação não traz esse significado para ela. Em um determinado momento na entrevista ela chega a afirmar que *quando se faz um agrupamento na base dez, em uma ordem, você pode ter no máximo o valor dez... quer dizer, nove*, mas não consegue fazer uma relação disso com o que faz na hora de resolver um algoritmo. Ela acredita que existe uma necessidade de se trabalhar *casa sobre casa*, o que seria ordem sobre ordem, mas não atribui relação disso com o “valor posicional” dos algarismos no SND que será visto mais adiante. P3 ao explicar a adição, afirma que *mandei uma dezena lá pra centena... desde que eu estudei que todos os professores que passaram por mim me ensinaram essa questão de “levar um” e “pedir emprestado”, que ô coisa triste! Se fosse o caso, eu levaria uma centena lá pra milhar e assim por diante*. Quando indagada sobre se ela somaria centena com milhar ela confirma: *é, é assim mesmo*. P5 pensa de forma bastante semelhante, pois acredita que sempre *deixa a unidade e leva a dezena para a centena*.

Essas afirmações evidenciam como as professoras encontram-se distantes da conceituação científica do SND, o que as levaria a entender e serem capazes de explicar todas as ligações que existem entre os agrupamentos, as transformações entre ordens, dentro do processo de efetuar as operações. O que as professoras fazem é algo baseado em fragmentos conceituais os quais poderiam ser classificados como conceitos espontâneos. A associação que elas fazem com o SND vincula-se normalmente ao uso do termo “decimal” que, por sua vez, se resume ao

significado de uma contagem de dez em dez. Assim sendo, tal forma de pensar caracteriza-se nesta situação em nível sincrético.

P2 e P4 tiveram dificuldades semelhantes. Inicialmente pareciam estar compreendendo o agrupamento na base dez, mas quando questionadas, ambas as professoras não conseguiam dar explicações e acabavam por não entender as próprias concepções que tinham, o que também as caracterizam como pensando por meio de elementos sincréticos. Isso pode ser verificado nos trechos abaixo.

**Quadro nº 18: Justificativa do “vai um” – não vinculação do agrupamento na base dez entre as ordens; (Questão 8, item a; Anexo II); P2**

**P2:** Eu fui pela maneira mais prática. Peguei a classe das unidades adicionei uma à outra e somei seis mais três, nove, aí passa pra casa das dezenas que tem dois mais nove e vai dar onze, aí eu coloquei o um e foi um.

**E:** Foi um o quê? [refiro-me ao agrupamento de dez dezenas em uma centena].

**P2:** A dezena daqui [aponta para a ordem das dezenas]. Aí sete mais dois, mais um, dez.

**E:** Quando você somou dois mais nove, você somou o quê?

**P2:** Eu somei duas dezenas mais nove dezenas que dá onze dezenas. Fica uma aqui e manda uma pra cá [aponta para as centenas].

**E:** E essa ordem é a ordem de quê?

**P2:** Das centenas.

**E:** E você trouxe uma dezena pra cá para as centenas e somou normalmente?

**P2:** É... quer dizer... sabe que você me pegou? Eu tenho que somar dezena com dezena... mas, é assim que a gente faz e dá certo. Eu não entendo por quê, mas eu ensino assim, meus alunos aprendem, agora você me perguntou isso e eu tô vendo que tem coisa que eu nem entendo...

Observa-se que o agrupamento de dezenas em centenas não assume esse sentido para P2 no momento de realizar uma adição. Da mesma forma pode-se observar P4 nas falas do quadro seguinte, porém ela inicialmente vai falando corretamente os passos que dá, embora acabe não compreendendo também a transformação de dezena em centena.

**Quadro nº 19: Justificativa do “vai um” – não vinculação do agrupamento na base dez entre dezena e centena (Questão 8, item a; Anexo II); P4**



**P4:** Aqui é assim... seis mais três, nove. Dois mais nove, onze. então eu coloquei um e veio um pra cá. [aponta para a casa das dezenas] Essa adição é com agrupamento.

**E:** Agrupamento de quê?

**P4:** De centena?

**E:** Por que?

**P4:** Porque vem uma centena pra cá. [aponta para o um colocado em cima do número sete localizado na casa das centenas].

**E:** Você somou dezenas, e como foi que veio pra cá centenas?

**P4:** É pelo processo de agrupamento é unidades nas unidades, dezenas nas dezenas e centenas nas centenas.

**E:** E quando tu somaste nove mais dois, onze. Onze o quê?

**P4:** Onze dezenas.

**E:** E o que foi que você deixou aqui na casa das dezenas?

**P4:** Uma dezena.

**E:** E o que foi que você levou pra lá?

**P4:** Levei uma... uma... centena pra lá?

**E:** E por que foi uma centena pra lá?

**P4:** Não... não foi uma centena pra lá não... é... foi sim...

**E:** Foi a centena pra lá?

**P4:** Foi sim... foi uma centena...

**E:** E você sabe me dizer por que foi uma centena pra lá?

**P4:** [fica em silêncio]

**E:** Aqui era dezena e por quê ficou centena?

**P4:** É, eu nunca me preocupei em saber isso, porque eu sempre digo para os meninos que nas unidades fica só até nove não é? Na dezena também e nas centenas também... veja mas aqui nessa continha eu ainda tinha que continuar o processo de agrupamento, por isso que esse número vem pra cá, por que eu ainda tinha as centenas pra somar.

**E:** E por que quando você somou nove dezenas, como você me disse, com as duas dezenas deu onze dezenas você deixou uma dezena aqui e mandou o quê pra cá?

**P4:** Uma dezena. Mas, não pode ser uma dezena... se eu somei aqui... não, foi uma centena, porque você soma dezena com dezena e centena com centena.

**E:** E por que foi uma centena?

**P4:** Porque quando eu faço essa transferência de uma ordem, aquilo que você tinha... é no caso dezena, se transforma automaticamente, eu faço um grupo de dez, tudo na base dez, tudo aqui é baseado na base dez, eu aprendi que era assim.

P4 percebe que faz um agrupamento, mas não consegue relacionar as transformações de dez dezenas em uma centena de forma segura, ela fica em dúvida diante das indagações realizadas e acaba se referindo a uma transformação automática. Ressalta-se que anteriormente, como já foi citado, ela aponta como importante considerar as ordens dos algarismos nos números, mas não demonstra compreender as transformações entre as ordens no SND com segurança. A explicação que ela consegue dar é que isso acontece “automaticamente”. Isso

evidencia um pensamento ainda preso as suas experiências em determinados momentos, aquilo que foi “ensinado” pra ela é repetido em sala de aula, embora ela apresente indícios do conceito científico do agrupamento dentro do SND. Como os conceitos que ela trabalha não estão claros de sentido dentro do trabalho com o SND, ela vai fazendo aquilo que acredita ser o correto. Normalmente as professoras “operam” com os conceitos, mas ainda de forma não muito clara para elas. P2 e P4 são duas professoras que, neste momento, estão no mesmo processo de desenvolvimento conceitual, onde percepções instáveis são evidenciadas, porém mais adiante poderá se perceber que elas se diferenciam quando se considera o agrupamento e as transformações a partir da operação de subtração quando usam o “pedir emprestado”.

P6 embora tenha demonstrado um pensamento bem definido anteriormente em relação a como se faz um agrupamento na base dez, quando se observou o agrupamento feito por ela no contexto de uma adição ela se utiliza também do “vai um” e explica da seguinte forma: *quando ele sai daqui [da dezena] é de um jeito e quando chega aqui [centena] é de outro, de outro valor, porque ele muda de classe, quer dizer ordem. É do mesmo jeito quando a gente pede emprestado, o valor que chega é outro.* Observa-se que ela considera que o “valor” muda, ela não vê a equivalência entre as ordens dos números.

Isso deixa claro a concepção de Vygotsky de que para se fazer um estudo do processo de formação de conceitos, faz-se necessário analisar esse mesmo conceito em diferentes situações e contextos. Se fosse considerado somente a forma como a professora explica o processo de agrupamento e representa, poderia se acreditar que ela tivesse um significado semelhante ao de um estágio já de conceito propriamente dito. Contudo, ao utilizar o agrupamento em uma soma, ela evidencia um pensamento que possui falhas na vinculação com as relações envolvidas no SND e ausente da percepção da relação de “dez para um” entre as ordens. Isso não condiz com um pensamento conceitual, ela utiliza um conceito, assim como os demais, mas não de forma “consciente”. Considerando esses aspectos observados, acredita-se que a professora apresenta aqui elementos do pensamento complexo, pois o significado atribuído ao agrupamento e as transformações são ainda confundidos e distorcidos do conceito científico envolvido no SND.

P7 inicialmente não consegue compreender o “vai um” na adição quando afirma: *...tem uma historinha nisso aí só que eu não estou lembrada. Uma dezena... ela não tem como ser transformada em... uma regrazinha pra centenas... ela ocupou centenas... acontece alguma*

*coisa, é uma coisa mecânica que a gente faz.* Ao chegar na subtração ela explica e pensa sobre o que está falando: *...eu tirei uma centena e trouxe pra dezena, no caso, fica dez. aí eu tiro uma dezena daqui e trago para o sete, só que o que eu trouxe foi dez, porque dez mais sete é que fica dezessete. Ah! Isso tudo é a mesma historinha daqui do item “a”* [refere-se à adição feita anteriormente] *...você vai fazendo transformações dos números.* Porém, a professora, assim como também foi visto em P4, não consegue compreender que ao agrupar dezenas isso pode vir a se transformar em centenas. Ela não consegue sair da situação de transformação de unidade para dezena, fica sempre pensando estar transformando as mesmas unidades, sem conseguir generalizar isso para transformações em centenas ou até milhares.

Pôde-se perceber, pelo trabalho executado pelas professoras e as respectivas justificativas apresentadas para os procedimentos, que transformar de *unidade para dezena* foi mais fácil de ser compreendido, porém generalizar essa transformação para *dezena em centena* ou *centena em milhar* ainda não foi possível. As professoras se prendem nas transformações dando um significado de que estão trabalhando sempre com *unidades e dezenas*. Mesmo quando P7 “percebe” as transformações a partir da subtração, ela não consegue voltar para o item anterior e explicar todo o processo que havia feito, pois se confunde nas ordens. Isso mostra que, na verdade, o significado da regra de agrupamento na base dez que caracteriza o SND não foi compreendido de forma que ela consiga generalizar esse conhecimento para outras situações. A generalização ainda não atingiu nível de conceito, percebeu-se que ela apresentou uma conceituação com características de complexo, na qual o pensamento lógico abstrato, as ligações entre as ordens ainda não apresentam uma unidade lógica.

Nenhuma professora conseguiu dar um significado ao que estava fazendo dentro das relações existentes entre os algarismos no SND a partir da adição. Porém, assim como aconteceu com P7, no desenvolvimento da subtração, existiram casos em que as transformações na base dez entre as ordens que compunham os números adquiriram algum sentido dentro dos princípios de agrupamento do SND.

P1 teve exatamente a mesma reação de P7. Ao explicar a operação de subtração que havia feito, o significado que ela tinha do agrupamento entre as ordens na adição toma algum sentido, mesmo que ainda de forma primitiva. O que se viu foi uma tentativa de generalizar o agrupamento feito na subtração com o restante das operações, o que mostra desenvolvimento no processo de formação de conceitos.

**Quadro nº 20: “Pedir emprestado” – Compreensão da transformação na base dez;  
(Questão 8; Anexo II); P1**

<p>b)507 - 278</p> $  \begin{array}{r}  \overset{AB}{507} \\  - 278 \\  \hline  229  \end{array}  $	<p><b>P1:</b> Bem, quinhentos e sete menos duzentos e setenta e oito... eu vou pedir emprestado exatamente nas casas ao lado. De sete dezenas eu não posso tirar oito dezenas... aí o que eu fiz.. eu também de zero dezenas eu não posso tirar... eu peguei uma centena passei pra cá [para a ordem das dezenas] que fica dez dezenas , dessas dez dezenas eu pedi pra unidade que no caso ficaria oito unidades menos oito unidades.</p> <p><b>E:</b> E aí não ficaria zero? Oito unidades menos oito unidades?</p> <p><b>P1:</b> Não, peraí... fica dezessete menos oito.</p> <p><b>E:</b> E você pediu um o quê emprestado?</p> <p><b>P1:</b> eu pedi uma centena que vem pra cá dezena.</p> <p><b>E:</b> E por quê que era centena e depois ficou dezena?</p> <p><b>P1:</b> É isso que agora que você falou que eu to prestando atenção. Agora me responde: Por que é que a gente só trabalha assim?</p> <p><b>E:</b> Assim como?</p> <p><b>P1:</b> É que agora tu ta me pegando mesmo... você ta me questionando coisas certas. Se eu peço centena, por que é que ela vem pra cá como dezena? Ela deveria ter valor de centena. Teria que ficar cem. Eu não posso considerar cem se aqui é dezena. Como é que eu faria?</p> <p><b>E:</b> E ela vem então com valor de quê?</p> <p><b>P1:</b> é isso que eu to vendo que não sei...</p> <p><b>E:</b> Ela vem da centena pra dezena com valor de quê?</p> <p><b>P1:</b> Não sei e você precisa me dizer...</p> <p><b>E:</b> Me diz aqui uma coisa, ela mudou de que ordem pra que ordem?</p> <p><b>P1:</b> Centena pra dezena.</p> <p><b>E:</b> E o valor alterou?</p> <p><b>P1:</b> Altera por que ele valia cem e agora ele vale... um, quer dizer dez.</p> <p><b>E:</b> E a centena tem alguma relação com a dezena?</p> <p><b>P1:</b> Tem ela é dez dezenas.</p> <p><b>E:</b> Então ela veio pra cá como?</p> <p><b>P1:</b> Meu Deus! Entendi agora! Então em todas as operações a gente faz a mesma coisa... eu ainda não tinha parado pra pensar nisso... e olha que são dezessete anos ensinando é ensinando inconscientemente. Por que como é que eu posso pegar a centena e passar automaticamente pra dezena se ele saiu centena ele tem que continuar centena, daí eu transformo a centena em dezena pra poder passar para o aluno. Então ninguém pede emprestado, você transforma centena em dezena e dezena em unidade. Se eu peço centena, por quê que eu vou chegar aqui em dezena? Teria que ficar cem dezenas [aqui ela se atrapalha novamente]</p>
-----------------------------------------------------------------------------------------------------	--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Como se pôde observar, P1 percebe o que ela faz quando “pede emprestado” dos algarismos que compõem os números, mas ainda assim ela se atrapalha no estabelecimento de relações entre os valores de equivalência na base dez. A reação de P1 quando percebe o que faz é de verdadeiro espanto. Essa situação evidencia o que Vygotsky coloca como processo de

interação entre os sujeitos como uma mediação que proporciona aprendizagem e desenvolvimento. Porém, mesmo que alguns elementos conceituais tenham ficado mais evidentes para P1, ela não chegou a ter clareza das relações que existem entre as ordens e o agrupamento na base dez. O que a coloca ainda distante do conceito científico do SND. Considerando o “pedir emprestado”, a professora mostrou pensamentos em nível complexo.

P4 ao contrário do que aconteceu com P1, não conseguiu perceber as transformações de base dez que aconteceram mesmo no momento em que estava explicando a operação de subtração. Ela usa a expressão “pedir emprestado”, mas vincula isso a uma “transformação automática” que acontece como pode ser verificado no quadro a seguir.

**Quadro nº 21: “Pedir emprestado” – Incompreensão da transformação na base dez; (Questão 8; item b; Anexo II); P4**

**E:** Como é esse processo de pedir emprestado?  
**P4:** Se eu nas unidades, o número que está em baixo não pode ser retirado do número de cima por ele ser menor, eu tenho que pedir emprestado na casa vizinha pra poder ter uma reserva. Por isso a gente fala na subtração com reserva.  
**E:** E o que foi que você pediu emprestado?  
**P4:** Uma centena que veio pra dezena, pra casa vizinha que tinha cinco na dezena, desse cinco eu tirei um e ele veio pra cá, pra casa vizinha que tinha zero e aí ficou dez...  
**E:** E por quê que ficou dez?  
**P4:** É porque se ele vem pra cá, ele automaticamente se transforma em dezena. E aí ele deixa de ser centena e passa a ser dezena porque ele mudou de ordem.  
**E:** E ele vai se transformar em dezena por quê?  
**P4:** É um processo já automático... mudou de casa ele se transforma.  
**E:** Certo. Aí quando você fez as transformações automáticas você ficou com dezessete menos oito. Você trouxe esse um das dezenas para as unidades ele veio um ou dez?  
**P4:** Veio um. E aí quando coloca aqui do lado fica dezessete.

b) 507 - 278

$$\begin{array}{r} 507 \\ - 278 \\ \hline 329 \end{array}$$

Utilizando o processo da subtração com reserva.

P4 demonstra, como se viu no quadro acima, que o fato do número deixar de ser “sete” e passar a ser “dezessete” é simplesmente por uma questão “espacial” do número “um”

ocupar um lugar ao lado do “sete”. Neste momento a relação de base dez, do valor posicional, mostra-se completamente inexistente. P5 embora não faça uso do “pedir emprestado” acredita que o número se transforma em “dezessete” por uma *suposição*. Ela afirma que *supõe-se que o sete corresponde a dezessete*. Isso caracteriza um pensamento baseado em ligações factuais, não direcionadas às relações características do SND, portanto sincrético. P3 ao considerar o “pedir emprestado” afirma que: *nunca entendi isso não, mas é incrível como ele sempre dá certo*. A professora não faz relação com o SND, apenas age como uma forma “prática” de quem disso se utilizou durante toda a vida. Essas três professoras (P4, P5 e P3) foram as que atribuíram o nível mais elementar de vinculação entre a base dez do SND e o “pedir emprestado”, evidenciando encontrarem-se em estágio ainda longe do conceito científico do SND.

P6 não utilizou o “pedir emprestado”, pois ela preferiu fazer “oito pára dezessete” como fez P5. Sua explicação foi da forma como pode ser vista no quadro seguinte.

**Quadro nº 22: Incompreensão da transformação na base dez – ( Questão 8; item “b” Anexo II); P6**

**E:** E aí você fez oito pára dezessete, nove, porque você baixou um número pra cá... [aponto para o sete do 278] e aí ficou oito.

**P6:** Eu baixei uma unidade. Só que quando ele chega aqui ele vem pra linha do dez. só que nesse modelo que eu fiz ele vem só como unidade mesmo, pois da outra forma que é pedindo emprestado ele pede emprestado como dez, mas aqui é só como unidade.

**E:** Só uma unidade?

**P6:** Eu não to entendendo não. Eu só acrescentei um, aí tem sete fica sete, oito. Porque não foi só aquele mesmo que a gente leva pra cima, como é que a gente chama? ... a reserva. Ou então a gente chama de agrupamento, como agrupamento.

**E:** Por que esse número se transforma em “dezessete”?

**P6:** eu não to entendendo...

Handwritten work showing the subtraction of 278 from 507. At the top, it says "b) 507 - 278 = 229" with a red arrow pointing from the 7 in 278 to the 0 in 507. Below this is a vertical subtraction: 507 minus 278 equals 229. To the right of the vertical work is the number 757.

Observa-se que P6 não consegue fazer uma relação das transformações na base dez entre as ordens, entre o que ela faz e o “pedir emprestado”, comumente utilizado. Além do que, o

significado dos passos que a professora realiza no momento de resolver o algoritmo da subtração mostra-se confuso e completamente sem relação com a base dez que caracteriza o SND. P6 foi uma das professoras que melhor “explicou” o agrupamento no tópico anterior, porém quando do contexto do algoritmo ela evidenciou um pensamento baseado em características sincréticas, pois as relações eram sem significado nos princípios do SND.

P2, ao contrário de P6, consegue explicar matematicamente cada passo que faz. Somente na hora de relacionar o “pedir emprestado” com o que ela está pensando é que demonstra não fazer uma generalização das transformações entre as unidades no processo de agrupamento na base dez, como pode ser visto abaixo.

**Quadro nº 23 “Pedir emprestado” – Incompreensão da transformação na base dez; (Questão 8; item b; Anexo II); P2**

**P2:** Aqui como eu não posso tirar oito de sete eu fiz uma transformação né, como aqui na dezena eu tenho zero eu vou buscar lá na centena.

**E:** Foi buscar o quê nas centenas?

**P2:** Um número pra eu poder vir pra dezena e tira da dezena para a unidade. Fica quatro aqui nas centenas e vem um pra cá [aponta para as dezenas] que passa a ser dez, aí eu tirei um do dez que passa pra cá para as unidades como dez. Aí fica dezessete.

**E:** E o que foi que você tirou daqui?

**P2:** eu tirei a centena não foi não?

**E:** E aí tu trouxeste pra cá pra dezena e ficou quanto?

**P2:** Ficaram dez.

**E:** Dez o quê?

**P2:** Dez dezenas. Aí eu tirei um...

**E:** Um o quê?

**P2:** Uma dezena, trouxe pra cá para as unidades. Que no caso dez mais sete fica dezessete.

**E:** E o que é que você fez para isso ficar dez aqui na dezena e dez aqui nas unidades?

**P2:** Eu faço uma transformação. De centena pra dezena e de dezena pra unidade, toda vida é isso que a gente faz.

**E:** Tem outra forma de fazer isso?

**P2:** Tem uma que eu aprendi que é a do pedir emprestado, mas quando a gente pede emprestado tem que devolver. Mas, aí a gente faz assim, oito pára dezessete por que pega um daqui e depois daqui [aponta para a dezena e para a unidade] que eu nem lembro por que é que você pede emprestado, mas eu aprendi assim... eu até ensino para os meus alunos o oito pára dezessete, mas eu vou explicando pela transformação que dá mais sentido.

**E:** E pra você explicar para seus alunos essa transformação eles aprendem?

**P2:** Aprendem. No começo eles acham ruim, mas depois pega prática.

Aí eu posso ir pelo o tradicional mesmo.

**E:** E o que é o tradicional?

**P2:** É aquele pedir emprestado e do “tanto para tanto”.

**E:** E quando você explica assim eles entendem?

**P2:** Eu acho que até mais do que o outro jeito de transformar.

Interessante ressaltar que a professora explica as transformações, mas não consegue perceber que o “pedir emprestado” é a mesma transformação na base dez, ou seja, o significado que ela tem das transformações não são generalizados para outras situações. Chega a considerar que os alunos aprendem “melhor” quando é ensinado da forma como ela chama de “tradicional”. Na verdade, o que ela considera de “tradicional” não traz, “conscientemente”, nenhuma relação matemática de base dez, isso porque para os próprios professores investigados essa relação não existe, é algo que eles muitas vezes não compreendem, ou estão compreendendo melhor, a partir de agora, quando estão tendo a oportunidade de questionarem seus conhecimentos, dando um novo significado aos conceitos. Seu pensamento evidencia elementos de complexo, embora ela ainda faça uso de pensamentos primitivos, que por outro lado, pode até levá-la a elaborar e reelaborar os conceitos que tem.

Como se pôde perceber o “pedir emprestado” mostrou-se às professoras como algo difícil de ser relacionado com o SND e, portanto de ser explicada a efetiva razão do termo. As professoras que melhores relações estabeleceram foram P1 e P7. Ressalta-se que essa expressão é muito utilizada nas escolas e Lerner (1995) mostra que as crianças também não a compreendem. O fato de se perceberem estas lacunas conceituais nos professores aponta para uma dificuldade de conduzir as crianças a efetivamente construir o conceito científico acerca do SND dentro de toda a sua complexidade de agrupamentos e transformações na base dez.

As relações que as professoras conseguem fazer mostram-se limitadas e reduzidas a “aplicações” momentâneas em situações específicas, já que o conceito que apresentam está mais caracteristicamente ligado a um conceito espontâneo. Nenhuma professora mostrou-se capaz de fazer uso do agrupamento que organiza o SND coerentemente, de modo que se possa aproximá-las da caracterização de portadoras de um conceito científico.

Para se analisar a questão do agrupamento há de se considerar também que os números relacionados ao SND podem ser formados por “parte inteira e decimal”, são os comumente chamados pelos professores como “*números quebrados*” ou até como muitas vezes é trabalhado em sala de aula: *números decimais*.



A composição desses números normalmente envolve algarismos nas ordens correspondentes a “parte inteira” e “parte decimal”, ou seja, na parte inteira tem-se as ordens *unidade, dezena, centena, etc.* e na decimal tem-se os *décimos, centésimos e milésimos...* Além de apresentarem a *vírgula* separando a parte inteira dos decimais. È sobre esses números que recaem as análises do próximo tópico.

#### **4.3.5 TRANSFORMAÇÃO E AGRUPAMENTO NA BASE DEZ: O USO DA VÍRGULA**

Quando se considerou a parte decimal dos números a questão do valor posicional, da relação de base dez, um significado ainda mais elementar caracteriza o pensamento das professoras. Nenhuma foi capaz de perceber a transformação da “unidade” em “décimos” ou de “décimos” em “centésimos”. Isto pode ser observado quando da realização da divisão presente na questão oito, item “d” (Ver anexo II), cujo resultado implica na utilização de décimos e centésimos.

Para proceder a esta divisão, faz-se necessário que, após dividir a ordem das unidades, seja transformado o “resto” – que corresponde a uma unidade – em 10 décimos. É por conseqüência desta transformação que será marcada uma vírgula no quociente. As professoras P1, P4, P5, P6 e P7 ao concluírem a divisão das unidades e chegarem ao “resto” um, afirmaram: *acrescenta um zero e tem que colocar uma vírgula no quociente* (P5). Quando questionadas sobre o por quê deste procedimento, apresentaram as seguintes justificativas: *a regra diz que eu acrescento um zero coloco a vírgula e continuo a divisão* (P4); *porque, no caso, é o sistema decimal, quando você usa o sistema decimal e coloca esse zero tem que colocar a vírgula* (P5); *não me pergunte por quê, eu aprendi assim* (P6); Isso evidencia uma ausência de significado, de acordo com os princípios do agrupamento no SND, das transformações de base dez entre as ordens. O que se vê é que o que as professoras fazem não tem sentido nem para elas. Elas argumentam com base na existência de uma “regra” ausente de vínculos na base dez. No quadro abaixo pode-se ter uma idéia da visão equivocada das professoras para a transformação que realizam, a partir das falas de P4.

**Quadro nº 24: Incompreensão da transformação de unidade em décimos (Questão 8, item “d”; Anexo II)– P4**

**E:** Tinha quanto no resto dessa divisão?

**P4:** Uma unidade.

**E:** E depois de acrescentar o zero você ficou com quanto?

**P4:** Dez.

**E:** Dez o quê?

**P4:** Uma dezena, dez unidades.

P7 não chega a continuar a divisão depois de “acrescentar o zero e a vírgula”, pois afirma que “não continua por que não vai saber explicar a questão do zero e da vírgula”. No trecho abaixo pode-se ver a forma como ela se justificou.

**Quadro nº 25: Incompreensão do uso do “zero vírgula” (Questão 8, item “d”; Anexo II) – P7**

**E:** Você pode continuar pra mim?

**P7:** Posso. Mas, você já vai fazer mais perguntas sobre o que eu quero fazer, aliás do que eu sei fazer pra terminar essa conta.

**E:** E o que é que você sabe?

**P7:** Colocar um zero nesse um e uma vírgula lá no quociente.

**E:** E por que você tem que fazer isso?

**P7:** Porque eu não sei fazer de outro jeito.

**E:** Mas, você sabe por que coloca esse zero e uma vírgula?

**P7:** Aí isso é que eu não sei. Por isso que eu não continuei. Só por isso. Eu sabia que você iria me perguntar e eu não saberia te dizer.

**E:** Então você vai fazer agora?

**P7:** Não. Deixa assim.

Os dados até aqui apresentados mostram que diante das relações entre as ordens da parte “inteira”, as professoras apresentaram um estágio de conceituação que ainda não se aproxima do conceito científico de SND. Quando se consideram as relações entre as ordens que compõem a parte decimal, há um distanciamento ainda maior da percepção dos agrupamentos na base dez. O que se vê são procedimentos mecânicos, desprovidos de sentido. Não é o emprego

de um conceito, mas o uso de uma regra, o que caracteriza, nesta pesquisa, um pensamento sincrético entre os sujeitos.

P2 e P3, citadas como exceção no uso do acréscimo do zero e colocação da vírgula no quociente, na verdade, apresentaram também elementos do pensamento sincrético. Elas utilizaram a mesma regra, mas não a tinham bem gravada na memória. Desta forma, erraram no resultado da divisão. Ambas afirmaram que *acrescentava um zero no resto e um “zero” no quociente* (P3). Isso fez com que os quocientes encontrados fossem equivocados. P2 chegou ao seguinte resultado:

**Quadro nº 26: Uso equivocado da “regra” do acrescentar o “zero e colocar a vírgula no quociente” - (Questão 8, item “d”; Anexo II) – P2**

d)  $3133 : 4$   
33 7830.205  
13  
10  
20  
01

O diálogo que se travou com a professora é ainda mais ilustrativo da ausência de relações entre os números, quando ela efetua a divisão. Ela não percebeu que o resultado encontrado era maior que o dividendo. O diálogo se encontra no quadro abaixo:

**Quadro nº 27: Justificativa para o uso da “regra”; (Questão 8; item “d”; Anexo II) – P2**

**P2:** Eu tenho que colocar um zero no quociente e trazer um zero pra cá [para o resto] Aí fica dez por quatro que dá dois, vezes quatro, oito pára dez dois. Vai sempre ficar na dízima. Não perai, eu tinha que baixar um zero pra cá de novo, né? [coloca outro zero no quociente e no resto da divisão] dá então cinco, vezes quatro, vinte pára vinte nada.

**E:** Quanto você obteve no resultado?

**P2:** sete milhões oitocentos e trinta mil, duzentos e cinco.

**E:** Quanto era a divisão?

**P2:** Três mil cento e trinta e três dividido por quatro.

**E:** E dá quanto?

**P2:** sete milhões oitocentos e trinta mil duzentos e cinco.

**E:** Você não acha que esse resultado tá muito grande não?

**P2:** Você foi quem mandou eu continuar a divisão...

**E:** Você acha que tá certo?

**P2:** Eu acho que era pra eu ter parado onde eu parei, mas quer saber de uma coisa? Eu não passava uma conta dessas para os meus alunos por que ela é complicada até pra mim, quanto mais pra eles...

**E:** Você falou que dava uma dízima, esse resultado é uma dízima?

**P2:** Eu não lembro mais disso, não.

Os erros cometidos na resolução do algoritmo e as justificativas apresentadas pelas professoras que o realizaram com exatidão, deixa uma possibilidade de reflexão sobre se a dificuldade é no algoritmo da divisão, que se mostra para os alunos e para as professoras como mais complexo do que os demais, ou se a dificuldade está na relação de base dez que é necessário realizar entre as ordens. Essa questão é levantada tomando por base os dados aqui já apresentados, pois a dificuldade dos outros professores foi exatamente nas transformações.

Outros procedimentos utilizados quando da realização de algoritmos foram também justificados pelos sujeitos desta pesquisa pela existência de “regras”. Foi comum encontrarem-se expressões como: *vírgula em baixo de vírgula e contar quantas casas decimais tem no número para se colocar a vírgula*. Também aqui, nenhum professor foi capaz de dar explicações condizentes com os princípios do SND quando se perguntava qual a função da vírgula nos números decimais e por quê dessas regras. No máximo afirmavam que *eu aprendi assim* (P1); *se eu mudar o lugar da vírgula vai influenciar no valor, eu sei dessa regrinha e que a gente tem que respeitar* (P7). Mas, no decorrer da investigação foi possível ver que elementos de outros níveis de pensamentos também estavam presentes.

A vírgula não tinha uma função inicialmente clara pra nenhuma das entrevistadas. P4 dá uma declaração interessante quando questionada sobre qual a função da vírgula nos números decimais: *nunca parei pra pensar... eu não vou nem te dizer nada porque não tem nada mesmo pra dizer...* Porém, ela mesma, a partir do esforço realizado no sentido de justificar o procedimento adotado, foi capaz de descobrir o significado da vírgula em um número. Em seus próprios termos: *ela tá aqui [no número] pra separar os números inteiros dos... dos... “quebrados”, não é? Ah! É assim, aqui são ... os décimos, centésimos e milésimos ... nessa outra parte é que é unidade, dezena e centena*.

Outra professora que foi capaz de compreender a vírgula no decorrer desta investigação foi P5 que se mostrou no início bastante confusa, afirmando que *a vírgula é assim,*

*por exemplo, um vírgula cinqüenta e quatro, isso vai ser cinqüenta e quatro centésimos e depois conclui na lista de exercícios que ah! Isso é pra separar os inteiros dos décimos... é dos décimos.* Porém, ela ainda evidencia uma percepção elementar ao considerar todos os algarismos localizados à direita da vírgula como sendo décimos. As professoras P4 e P5, inicialmente, não trabalharam com o “conceito” de vírgula e sua relação com o SND, pois afirmavam simplesmente aplicar “regras”. Elas mostraram, entretanto, que esse conceito encontrava-se na ZDP e que rapidamente passou a se constituir em uma aprendizagem real para elas. Assim, acredita-se que o pensamento nesse momento esteve relacionado aos complexos. Ressalta-se que P5 ainda apresenta elementos de pensamento sincrético quando chama todas as casas à direita da vírgula de *décimos*, sem perceber que eles guardam uma diferença com relação aos centésimos e milésimos.

P1 que desde o início acredita que o SND é composto somente pelos *números decimais*, não sabia dizer qual a função da vírgula dentro deles, mas quando está no processo de interação com a pesquisadora, demonstra a seguinte reação: *caramba! Outra coisa que eu tava por fora! Antes da vírgula eu tinha os “inteiros”, não é isso? Aí eu tinha que trabalhar com casas decimais agora.* Interessante ressaltar que essas professoras, que não compreendiam a função da vírgula no início, quando estavam lendo os números decimais e iam dizer as ordens dos algarismos, ignoravam a função da vírgula, lendo desde a primeira ordem da direita como *unidade, dezena, centena*, quando, na verdade, deveriam ler *milésimos, centésimos e décimos* e só a partir daí *unidade, dezena, centena*.

Somente depois do processo de interação e da mediação que se travava a cada entrevista e após um contexto de uso é que as professoras chegaram a perceber o significado da vírgula e conseqüentemente “começaram” a ler os números decimais corretamente, considerando os *décimos, centésimos e milésimos* como tais e não mais como unidades, dezenas e centenas. Mais uma vez o processo de formação de conceitos no SND mostrou-se em desenvolvimento. Embora essas professoras tenham apresentado elementos ainda de pensamento sincrético, quando se considerou “a função da vírgula” elas evidenciaram também pensamentos em nível complexo.

Contudo, existiram aquelas professoras cujo pensamento permaneceu com o mesmo sentido, ou seja, sem perceber qual a função da vírgula no número e conseqüentemente o valor posicional entre as ordens, dando uma justificativa sem relação com o SND. P6 foi uma dessas

professoras; sua concepção era bastante elementar e evidenciava uma relação muito presa a ligações concretas, pois considera que a vírgula *é pra indicar que o número é um numeral decimal, sem a vírgula ele vira inteiro, é o que eu sei*. P3 acredita que a vírgula *pode diminuir o número ou aumentar... a ordem da vírgula altera os valores*. Dessa mesma forma pensou P7. Interessante apontar que P6 e P7 que anteriormente vinham apresentando estágios de pensamento em níveis mais elaborados que os demais professores, quando se passou para a análise das relações do SND envolvidos em um conjunto maior de números, elas não faziam generalizações, evidenciando conceitos ainda bem elementares, de características sincréticas, como pôde ser visto pela fala de P6 acima.

As frações decimais foram muito relacionadas aos números compostos por parte inteira e decimal, o que, em parte, mostra algum nível de generalização. A parte inteira era representada isoladamente e a decimal através de uma fração cujo denominador era *dez, cem ou mil*. A representação comumente utilizada pelas entrevistadas pode ser vista no quadro abaixo. Ressalta-se que a professora aponta que no item “c” o número “mil” colocado no denominador de mil quinhentos e três foi um *erro de escrita* (P3).

**Quadro nº 28: Uso da representação dos números decimais por meio de frações decimais – (Questão 12; Anexo II); P3**

a) quinze inteiros e cinquenta centésimos;  $15 + \frac{50}{100} = 15 + 0,50 = 15,50$

b) Doze inteiros e quatro milésimos;  $12 + \frac{4}{1000} = 12 + 0,004 = 12,004$

c) Um mil quinhentos e três inteiros e setenta e cinco centésimos;

$$\frac{1.503}{1000} + \frac{75}{100} = 1503 + 0,75 = 1503,75$$

Porém, quando questionadas sobre como resolviam aquelas representações, a justificativa dada era também baseada em uma “regra” de *andar com a vírgula* (P5). Somente P4 explica esta questão como advindo de uma divisão por *dez, cem ou mil*. As professoras contavam

a quantidade de *zeros* no denominador que elas representaram e vinculavam à quantidade de *casas decimais* que o número deveria ter. P1 não faz representação dos números decimais por meio de frações, mas faz uso da mesma justificativa. Essas professoras apresentaram, assim, um mesmo estágio de pensamento, pois embora P4 tendo dado justificativa associando a representação das frações decimais à divisão, não compreende o processo divisório que envolve a “transformação” entre as ordens na relação de “dez para um” quando se consideram os décimos, centésimos e milésimos. Assim, o pensamento que tiveram estando longe dos princípios que “regem” o SND e vinculados somente ao uso de uma *regra* desprovida de sentido dentro desses princípios evidencia um pensamento caracteristicamente sincrético.

P6 e P7 demonstraram o mesmo estágio de pensamento, mas ao contrário das outras professoras, associaram que o centésimo e o milésimo tinham “*três e quatro ordens*” a direita da vírgula de acordo com o número “cem e mil” e que assim a vírgula deveria *andar* essa quantidade de *casas*. A diferença entre essas duas professoras e as demais foi que as outras consideraram somente os “*zeros*” como a quantidade de casas que a vírgula deveria andar e P6 e P7 consideraram a quantidade de *ordens* que tinha o número “cem e mil”. A afirmação de P7 esclarece o pensamento de ambas: *o milésimo é porque mil tem quatro casas decimais que é unidade, dezena centena e milhar, então depois da vírgula a gente anda, uma, duas, três e quatro, ficam quatro casas decimais nesse número.*

<b>Quadro nº 29: Contagem da “quantidade de ordens” presente no denominador para representar o número decimal - (Questão doze, item “b”; Anexo II) – P7</b>	
b) Doze inteiros e quatro milésimos;	$12,0004$ 
Justifique:	<u>mil = quatro casas 1000</u>

Conclui-se que o pensamento baseado na “regra” do “*andar com a vírgula*” como foi visto predominantemente nos exercícios, não evidencia a compreensão da relação de base dez também quando se trabalha com *números decimais*. Isso mostra, mais uma vez, que as professoras vêm apresentando diferentes estágios de formação de conceitos dentro do conceito

científico amplo do SND. Em alguns momentos o pensamento mostra-se sincrético, oras complexo e em poucas vezes como pré-conceito. Os dados não evidenciam, até mesmo porque a própria teoria do Vygotsky não permite rotular os professores como tendo conceituação em determinado estágio. Pelo contrário, dentro do estudo do SND o processo de formação dos conceitos das professoras está em um movimento demonstrando sempre elaboração e reelaboração do que se “acredita” que elas sabem ou deveriam saber. Assim, percebe-se que ao considerar os *números decimais* as professoras estão mais próximas dos conceitos espontâneos. As relações entre os conceitos que compõem o Sistema de Numeração Decimal quase não são “lembradas” quando se trabalha com os números compostos também pela parte decimal. Elas apresentam dificuldade na articulação entre os conceitos, principalmente em perceber que as relações existentes para o trabalho com os números compostos somente pela parte inteira são as mesmas existentes para se trabalhar com os números decimais. Pensar matematicamente sobre os decimais como estando vinculados ao SND é algo quase sem significado para as professoras.

A relação entre conteúdos matemáticos trabalhados no currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental e o SND também foi considerada nesta pesquisa e poderá ser vista a seguir.

#### **4.4 ARTICULAÇÃO ENTRE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS E O SND**

Alguns conteúdos matemáticos presentes nas séries iniciais do ensino fundamental apresentam uma relação caracteristicamente mais direta ao SND. São conteúdos que podem se vinculados pela relação de base dez, pelas considerações do valor posicional e ainda por uma relação mais geral da necessidade de um pensamento matemático onde todos os conceitos envolvidos com o SND sejam relacionados.

Três desses conteúdos foram selecionados para fazer parte desta pesquisa: as quatro operações fundamentais – adição, subtração, multiplicação e divisão; sistema monetário e sistema de medidas, afim de que se possa perceber como os professores associam e vêem a relação deles com o SND.



#### 4.4.1 AS QUATRO OPERAÇÕES FUNDAMENTAIS – ADIÇÃO, SUBTRAÇÃO, MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

As operações matemáticas fundamentais – adição, subtração, multiplicação e divisão foram apontadas por algumas professoras como algo a ser aprendido somente após o domínio dos conceitos que envolvem o SND, mas existiram casos em que foi considerada a situação inversa, ou seja primeiro os “alunos” devem aprender as quatro operações para só depois dominarem o sistema de numeração decimal. É sobre isso que recaem as discussões deste tópico.

P2 ( Anexo I; item “f, g, h”) inicialmente afirmou que para aprender o SND os alunos precisam ter a idéia de quantidade dos números e saber o significado dos termos *adição, subtração, multiplicação e divisão*, porém quando se reporta aos algoritmos (Questão 8; Anexo II) ela percebe que o importante para as crianças aprenderem as quatro operações é *elas saberem transformar as ordens, isso a gente aprende quando trabalha com o SND desde o início e aí é que vai aprender a somar*. P2 foi a única professora que mencionou a transformação entre as ordens, diferentemente das demais que apontaram apenas o “conhecimento” das ordens.

P6 ( Anexo I; item “f, g, h”) acredita que *tudo vai se resumir lá nas quatro operações. Pra aprender a somar você tem que saber o SND, se não souber que o que é unidade, dezena e centena como é que faz?* P7 ( Anexo I; item “f, g, h”) compartilha da mesma opinião e evidencia dúvida se utiliza o sistema decimal na multiplicação, sua conclusão é a seguinte: *é... na multiplicação a gente faz somas, então eu acho que usa sim, eu acho é que em todas as operações a gente usa o SND, eu não tenho que saber o que é unidade, dezena e centena? Então usa*. Em seu discurso, P4 ( Anexo I; item “f, g, h”) parece ter convicção a respeito da existência de relação entre o SND e as operações. Ela afirma *é uma relação intrínseca... um está para o outro. Sem o SND não há as operações*. Entretanto, no momento em que vai detalhar esta relação, as fragilidades de conceitualização afloram, pois para ela o conhecimento das ordens é útil para a *organização* do algoritmo. Assim ela explica:

*...você usa o SND quando vai explicar a casinha das unidades, a casinha das dezenas, que a unidade tem que tá na casinha das unidades, as dezenas nas dezenas. Tudo isso tem que ser trabalhado porque se o aluno não compreender essa arrumação ele não consegue resolver a divisão, a subtração, a multiplicação.*

P4 chega a afirmar que utiliza o SND quando trabalha com adição e subtração com reserva nas ordens – *unidade, dezena, centena, etc.*

Nada é ressaltado pela professora, em relação aos agrupamentos e transformações que acontecem entre as ordens durante a execução de cada uma das operações. Ressalte-se ainda que ao ser questionada sobre qual conteúdo matemático ela estava trabalhando em sua sala de aula, naquele momento, ela afirmou que era *adição com reserva*, e que o trabalho com o SND em sala de aula já tinha sido concluído: *agora eu to só na adição, no SND mais não, já terminei*. P5 quando indagada sobre se já havia ensinado algo sobre o SND aos seus alunos, ela faz a seguinte afirmação: *aquele negócio de unidade, dezena, centena eles já sabiam, porque eu ensino o quinto ano e eles aprenderam isso com outras professoras eu to ensinando agora só as quatro operações, porque elas já chegaram sabendo o SND*. Ela afirma não poder mais explorá-lo, *se não, fica repetitivo*.

Essas professoras demonstraram perceber alguma relação do SND com as quatro operações, embora tenham relacionado mais à questão do conhecimento das ordens, da sua organização, sem mencionar as relações de base dez existentes entre elas. Porém, considerando as colocações de P2 que se mostraram mais completas e relacionadas ao conceito científico do SND, já que ela aponta a *transformação entre as ordens* acredita-se que P2 encontra-se em nível de conceituação por complexos. As demais apresentam-se ainda com elementos do nível sincrético, pois não conseguem perceber relações mais complexas entre o trabalho com as ordens nos números e as operações matemáticas em estudo. A consideração de P2 em nível complexo está relacionada ao fato de que quando da resolução do algoritmo da adição, na utilização do “vai um”, ela não conseguiu perceber exatamente a transformação entre as ordens que acabou de comentar, evidenciando que não se encontra com pensamento em nível de pré-conceito.

P1 e P5 ( Anexo I; item “f, g, h”) acreditam que as operações é que vão influenciar o aprendizado do SND. P1 afirma: *para que os alunos aprendam o SND eles primeiro tem que saber as quatro operações, isso com certeza é fundamental*. P5 foi uma professora que com frequência mencionava que os alunos necessitavam *aprender eram as quatro operações e o resto era fácil*. Observa-se que o pensamento dessas professoras oscila bastante quando se consideram todos os conceitos envolvidos com o SND, como aconteceu com a função da vírgula e a consideração das ordens, percebida por ambas as professoras anteriormente, porém elas não fazem uma generalização disso com compreensões que devem anteceder o aprendizado das

quatro operações. O nível de conceituação delas aqui mostra uma ausência de relação entre as quatro operações e o SND, evidenciando pensamento em nível sincrético. As professoras se prendem a conceitos específicos dentro do SND sem perceber que esses conceitos fazem parte de um todo amplo.

Quando se considera uma operação matemática e as relações que elas mantêm com o SND, tem que se ver também que o processo de resolução do algoritmo e os resultados encontrados vão depender dos valores numéricos envolvidos, se são discretos ou contínuos, se podem ou não ser representados por números decimais.

Ao pensar sobre um algoritmo, o professor tem que estar pensando matematicamente sobre aquela situação. Nem todos os sujeitos investigados neste trabalho evidenciam pensar dessa forma. Normalmente elas se prendem à “palavra” expressa para representar a operação que tinham que fazer, no caso, multiplicação ou divisão, (Questão 10 e 13; Anexo II) sem atentar para os números envolvidos na operação. Assim, consideravam que **em uma multiplicação o resultado sempre vai ser “maior” e que na divisão o resultado sempre vai ser “menor” que os fatores envolvidos**. Isso acontecia porque o conceito de multiplicação e divisão que elas estavam considerando era um conceito espontâneo, limitado apenas a considerar estas operações dentro do conjunto dos números naturais. P1, P4, P5 e P6 não evidenciaram perceber que ao se considerarem diferentes conjuntos numéricos, os resultados das operações podem ser diferentes.

Somente P2 e P3 foram capazes de associar as operação com os valores envolvidos e o SND. P3 afirma que

*...há casos em que se realiza uma multiplicação e o produto é menor que qualquer um dos fatores envolvidos, isso é verdade porque nós multiplicamos por um número menor que um e maior que zero, no caso, como no exemplo de antes, cinco vezes zero vírgula um é igual a zero vírgula cinco. Então zero vírgula cinco é maior que zero vírgula um. Veja que você diz que há casos.*

P2 assim se expressa:

*...numa multiplicação e divisão você tem que considerar o sistema decimal todinho... se você fizer duas vezes quatro é uma coisa e duas vezes zero vírgula quatro vai dar um resultado menor que os fatores envolvidos, isso significa que nem sempre a conta de multiplicar vai ter no resultado um número maior.*

Observa-se que as professoras conseguem fazer um leque de relações matemáticas, com significado, tomando por base diferentes conceitos e “palavras” de acordo com diferentes conjuntos numéricos que compõem o SND. Isso evidencia, neste momento, um nível de conceituação bastante desenvolvido que se caracteriza por um pré-conceito.

Porém, existiram professoras, como P5 que se prenderam as “palavras” *multiplicação e divisão* sem mostrar, neste aspecto, capacidade de fazer qualquer generalização. Ela considera que *você multiplica, então nunca isso pode dar um resultado menor, sempre vai ser maior, o nome já diz, multiplicação*. Tal expressão mostra uma vinculação a um conceito espontâneo de *multiplicação* que evidencia ausência de relação com o contexto do SND. Também nenhuma relação é percebida entre os valores numéricos envolvidos, apontando um conceito em nível sincrético.

Em outros casos, as professoras oscilavam entre considerar somente a palavra – multiplicação ou divisão - e depois estas com os valores envolvidos, como se pode ver com a afirmação de P7:

*Ah! Quando se trabalha com os números decimais o negócio vai ser contrário. Vai ser tudo ao contrário do que eu acabei de dizer...se eu trabalho com decimais o resultado, embora seja numa multiplicação, pode ser menor, é incrível como quando você pergunta a gente vê os escorregões que a gente dá. A gente não vê muito do que a gente deveria ver.*

Mais uma vez pôde-se identificar que a professora viveu uma modificação na sua ZDP, passando alguns elementos desta para a zona de desenvolvimento real. Esse nível conceitual mostrou-se como complexo.

Buscando analisar, ainda sob um outro prisma, a percepção de números decimais por parte das professoras, propôs-se a elas uma situação problema que envolvia a divisão (Questão 13; Anexo II). A questão, por estar relacionada à distribuição de pessoas a serem transportadas em ônibus, não comportava uma resposta dada em decimais.

P1, P2, P3, P4 e P6 consideravam a quantidade discreta envolvida no problema, percebendo não ser possível continuar a divisão infinitamente como os números em jogo poderiam levar a supor. P1 e P4 fazem a mesma representação para chegarem a uma resposta. Abaixo, a resolução e justificativa utilizadas por P1, diante da referida questão.

**Quadro nº 30: Consideração da quantidade discreta envolvida na operação (Questão 13; Anexo II) - P1**

13- Quantos ônibus de 36 lugares são necessários, no mínimo, para transportar 1128 passageiros, se nenhum ônibus pode transportar mais que 36 pessoas?

$$\begin{array}{r} 1128 \overline{)36} \\ \underline{48} \phantom{00} \\ 121 \end{array}$$

P1 suspende o processo de divisão e afirma: *vamos precisar de trinta e dois ônibus, porque ninguém pode colocar ninguém em pé, então são necessários trinta e dois ônibus, só que um não vai cheio. Nós estamos trabalhando com “gente”*. Esse pensamento foi o que prevaleceu entre as professoras P1 e P4, o que evidencia uma elaboração conceitual bem desenvolvida, já que as relações entre os números envolvidos e a proposta do problema são consideradas. Porém, P2, P3 e P6 fazem a divisão inexata até chegar a uma dízima, e só ao final pensam sobre o que haviam feito, justificando que não deveriam ter feito a “conta” até o “final”, pois *o problema trata de pessoas que não podem ser divididas* (P2). A representação utilizada pelas professoras podem ser compreendidas a partir do algoritmo realizado por P2 no quadro a seguir.

**Quadro nº 31: Desconsideração da quantidade discreta na resolução do algoritmo e consideração no momento da justificativa (Questão 13; Anexo II) – P2**

13- Quantos ônibus de 36 lugares são necessários, no mínimo, para transportar 1128 passageiros, se nenhum ônibus pode transportar mais que 36 pessoas?

$$\begin{array}{r}
 1128 \overline{) 36} \\
 \underline{-108} \phantom{00} \\
 48 \phantom{00} \\
 \underline{-36} \phantom{00} \\
 12
 \end{array}$$

⇒ 32 Ônibus

Se fosse 31 ônibus ficariam 12 pessoas em pé (12) em pé  
 é necessário 32 ônibus o que nenhuma pessoa vá em pé.

Considerando as respostas dadas pelas professoras acima citadas, acredita-se que elas estejam em nível de conceituação complexo já apresentando elementos do pré-conceito.

Outro estágio de elaboração conceitual foi percebido em P5 e P7, pois elas mesmo conseguindo perceber que o problema envolvia quantidades discretas e que não admitiam a possibilidade de um fracionamento, não conseguiram encontrar uma saída para o desafio, afirmando que necessitavam de 31 ônibus.

P7 ao explicar seu pensamento afirma: *eu obtive trinta e um ônibus e aí sobram doze passageiros. Eu teria como dividir essas pessoas? Huum... não, não pode. O que eu faço com essas pessoas aqui? A divisão é inexata, se são pessoas eu não posso continuar isso não... isso não me convenceu. Eu não sei mesmo.* P5 afirma que *dá trinta e um. Sobram doze passageiros.* Nenhuma das duas professoras quando questionadas sobre o que faziam com esses doze passageiros foram capazes de encontrar uma resposta. Afirmavam que *eu não tenho idéia do que fazer com esses doze passageiros, só se eles ficarem* (P7). As professoras se prendem ao algoritmo que fazem sem estabelecer qualquer outro tipo de relação, o que evidencia um estágio de elaboração conceitual sincrético.

Ainda dentro das discussões acerca dos conceitos envolvidos com o SND e das operações matemáticas, não se pode esquecer de analisar o significado e a consideração que as professoras dão ao valor posicional característico do sistema decimal no contexto de um algoritmo.

Na proposição do algoritmo da multiplicação, no qual o multiplicador é composto por mais de um dígito (Questão 8; item “c”; Anexo II), buscou-se observar mais uma vez a percepção das professoras em relação à questão que está relacionada ao valor posicional e que é praticada cotidianamente na escola: por que ao multiplicar a ordem das dezenas do multiplicador pelo multiplicando, desloca-se o produto parcial uma ordem para a esquerda? P1 e P3 não conseguiram fazer nenhuma relação entre tal multiplicação e o valor posicional. No quadro abaixo pode-se ver a explicação dada para tal deslocamento na operação feita por P1.

**Quadro nº 32: Desconsideração do valor posicional durante a resolução de um algoritmo (Questão 8; item “c”; Anexo II) – P1**

**E:** E aqui? Cento e vinte e cinco vezes doze. Como você pensou?  
**P1:** duas vezes cinco dez, aí duas vezes dois quatro mais essa dezena aqui de cima cinco, duas vezes um dois que seria duas centenas... Aí eu vou aqui e faço uma vez cinco, cinco. Um vezes dois, dois e um vezes um, um.  
**E:** E por quê que você deslocou esse cinco pra cá? (aponto para o número cento e vinte e cinco da segunda parcela da multiplicação).  
**P1:** (fica pensando)... sabe por quê? Porque eu aprendi assim e eu passo assim... é isso que eu quero que você entenda, eu to aprendendo com você agora. Tem certas coisas em matemática que não questiono porque eu não sei e até por que pra mim até minutos atrás estava tudo correto e eu sabia de tudo que eu ensinava. Como eu vou questionar uma coisa que eu acho que está certo?

$$\begin{array}{r}
 \text{c) } 125 \times 12 \\
 \phantom{\text{c) }} 125 \\
 \times \phantom{1} 12 \\
 \hline
 + 250 \\
 \phantom{+} 125 \\
 \hline
 1500
 \end{array}$$

Observa-se que P1 não consegue perceber que estava multiplicando o algoritmo correspondente à ordem das dezenas e que por isso houve o deslocamento. Seu trabalho é realizado como se fossem duas multiplicações independentes que ao final teriam que ser somadas, evidenciando a ausência de relação com o SND. Mostra-se como algo que foi decorado e repetido para ela sem estabelecimento de relações com os princípios do valor posicional que caracteriza tal sistema. De forma semelhante, procedeu P3 na resolução da mesma “operação” cuja justificativa pode-se ver abaixo.

**Quadro nº 33: Ausência de significado do valor posicional dos algarismos na resolução de um algoritmo; (Questão 8; item “c”; Anexo II) – P3**

**E:** Por que você multiplica esse cinco e ele vem pra esse lugar aqui, ele se desloca?  
**P3:** Porque se eu colocar ele na casa das unidades vai alterar no resultado. E a medida que as minhas professoras me ensinaram na multiplicação por dois algarismos o primeiro

normalmente, mas no segundo a gente vai colocar ele lá na casa das dezenas e não das unidades.  
**E:** Tu sabes dizer por quê?  
**P3:** Não, elas não me disseram nunca.  
**E:** E hoje nenhum aluno te perguntou nada disso não?  
**P3:** Até hoje, graças à Deus não. Mas, se eles me perguntassem eu diria que não sabia...

Mesmo se referindo ao fato de estar multiplicando a ordem das dezenas e de não poder adicionar com as unidades, P3 não percebe que a origem das dezenas no produto parcial foi a multiplicação da dezena (2) do multiplicador pela unidade (5) do multiplicando. Mesmo que as professoras tenham afirmado, como já se evidenciou em itens anteriores, existir uma relação entre operações e SND elas não mostraram ter efetivamente clareza sobre esta relação. Embora P1 e P3 operem com o conceito elas não conseguem perceber por quê as coisas se processam da forma como elas o utilizam. P1 embora tenha mostrado anteriormente compreender determinados conceitos, como a transformação entre algumas unidades na subtração, não consegue fazer uma abstração a ponto de perceber qualquer relação com as ordens e o valor posicional a partir da multiplicação. O argumento de ambas aponta para falhas na relação com o valor posicional do SND, e para um nível de conceitualização sincrético.

Ainda com relação à mesma questão de multiplicação, P2 consegue perceber que o deslocamento em uma ordem para a esquerda tem origem no fato de “estar multiplicando dezenas”, e isso ela afirma com segurança. O diálogo entre P2 e a pesquisadora no quadro abaixo, mostra como ela compreendia e como chegou a compreender melhor o que fez a partir das reflexões realizadas.

**Quadro nº 34: Compreensão do valor posicional na resolução de um algoritmo (Questão 8; item “c”; Anexo II) – P2**

**E:** E por que quando você multiplicou um vez cinco, você colocou esse número aqui nesse lugar? (aponta para a ordem das dezenas).  
**P2:** Esse “um” representa a ordem das dezenas... ele representa dez, ele tá na segunda ordem. Então quando eu multiplico o resultado tem que ficar abaixo da ordem das dezenas.  
**E:** E se eu multiplicasse então dez vezes cinco, dez vezes dois e dez vezes um dava certo?  
**P2:** Aí eu não sei... aí você me pega de novo.  
**E:** Você não quer tentar?  
**P2:** Eu não por que eu não sei fazer...  
**E:** Pensa um pouco e me diz se isso daria certo?



**P2:** Olhando pela lógica eu acho que daria por que aí fica cinqüenta, duzentos e mil e se somasse dava? ... acho que sim. é mesmo, dava certo...

P2 se mostra próxima de um complexo já com elementos de um pré-conceito, pois foi capaz de “abstrair” colocando os números como multiplicados pela dezena e juntos compondo o mesmo resultado. Não chega ainda a um conceito propriamente dito por não ter percebido relações mais generalizadas quando se trabalhava com o valor posicional e o caráter de base dez do SND a partir da subtração e adição.

P4 e P5 quando expressaram a forma como estavam pensando as relações entre o valor posicional e o SND mostraram estar em um estágio de desenvolvimento de conceitos ainda com características sincréticas, já que o “deslocamento para a esquerda” da ordem das dezenas na multiplicação foi justificado *por uma organização convencional... se eu vou multiplicar agora as dezenas eu tenho que colocar dezena em baixo de dezena... eu estou multiplicando uma dezena por cinco*. Da mesma forma aconteceu com P5. P6 e P7 demonstraram também um pensamento movido mais pela intuição, por “convenções”. O diálogo abaixo mostra a forma como P6 se expressou.

**Quadro nº 35: Desconsideração do valor posicional dos algarismos na resolução do algoritmo (Questão 8; item “c”; Anexo II) – P6**

**E:** Por que esse cinco que você fala vem pra esse lugar que você colocou?

**P6:** Isso aí é porque você tem que colocar a partir do número que você começa a multiplicar. E aí é por isso que quando o número tem dois ou mais algarismos você acaba fazendo uma multiplicação e uma soma também.

**E:**Então por que é mesmo que a gente começa daqui?

**P6:** É a partir do número que tá multiplicando... é isso que eu sei.

P6 nao chega sequer a se referir à existência de ordens constituintes dos números implicados. Ela evidencia não ter consciência de que está multiplicando a ordem das dezenas e produzindo, dezenas, centenas e assim sucessivamente. O trabalho que realiza ainda não tem um sentido claro para ela, o que nos leva a afirmar que seu desenvolvimento conceitual encontra-se ainda em nível sincrético.

Contudo, P7 consegue chegar a um pensamento mais dentro das relações que existem entre o que fez, ou seja, o deslocamento da ordem da segunda parcela para a ordem das dezenas e o valor posicional no SND.

**Quadro nº 36: Consideração do valor posicional dos algarismos na resolução do algoritmo (Questão 8; do item “c”; Anexo II) – P7**

**E:** E por que você deslocou uma casa aqui pra esquerda?

**P7:** Porque... ele tem que ficar em baixo da dezena.

**E:** Por que ele tem que ficar em baixo da dezena?

**P7:** Eu nunca atentei pra isso não. Cinco... na realidade ele aqui tá na dezena, mas ele no resultado passa a ser a unidade. Porque é assim, unidade, dezena, centena. Mais veja que essa unidade ficou em baixo da dezena.

**E:** Pra achar esse cinco você multiplicou o quê?

**P7:** Uma dezena mais duas unidades. Ou doze.

**E:** Quanto foi que você multiplicou pra achar esse cinco aí?

**P7:** Uma dezena. Ah! Eu to entendendo mais ou menos... por isso é que tenho que fazer esse processo aqui... é dezena que eu to multiplicando agora, mais meu Deus! Imagina se um aluno me perguntasse o que eu iria dizer? Porque na matemática a gente não inventa, na hora a gente até poderia inventar alguma coisa, isso de dizer que é mecânico não existe. Eu não ia saber o que dizer ao meu aluno que ele vem pra cá porque você tá multiplicando a ordem das dezenas, então ele vai ser é dezena agora.

Isso evidencia o quanto a ZDP discutida na teoria do Vygotsky está em constante movimento quando se considera o processo de interação. Ao passo que as perguntas foram feitas e a professora foi respondendo ela passou a perceber algo que, para ela, ainda não fazia parte do seu nível real de pensamento. Neste momento, ela mostrou um nível de pensamento complexo.

A seguir será discutida a relação dos conceitos envolvidos no SND com os sistemas monetários e de medidas.

#### **4.4.2 SISTEMA MONETÁRIO E SISTEMA DE MEDIDAS**

O sistema monetário e o sistema de medidas são dois conteúdos presentes no currículo das séries iniciais do Ensino Fundamental que estão relacionados com o Sistema de Numeração Decimal quando se considera a relação de base dez.

Ao trabalhar com questões (Anexo I; item “j”, “l”) que envolviam o sistema monetário P1 se prende apenas ao termo *centavos* para fazer associação com o SND. Ela afirma que: *tem o inteiro que é o real e os centavos que são os centésimos... o nome centavos já lembra centésimos*. P3 apresenta a mesma forma de pensar quando diz que *quando a gente fala centavos eu posso até pensar no centésimo, acho que pode ser*. P1 e P3 se prendem a aspectos factuais sem conseguir fazer uma relação mais generalizada do que falam com a base dez característica dos sistemas em estudo.

P7 considera os números utilizados no SND como sendo os mesmos do sistema monetário, pois afirma que *no sistema monetário são os números do sistema de numeração decimal, dez centavos, vinte centavos*. Embora ela esteja “falando” dos números, ela não consegue expressar nenhuma relação mais ampla, além da contagem de dez em dez, demonstrando ausência de qualquer conceito relacionado ao agrupamento na “base dez” entre, por exemplo, dez centavos e o real. Evidencia assim ausência de articulação entre as unidades – real e centavos- presentes no sistema monetário, caracterizando pensamento em nível de conceituação sincrético.

Também se “preendendo” ao valor “dez” tem-se P2 e P5, porém com um significado diferente. A fala de P2 ilustra a forma como as duas professoras estabeleceram a relação: *um real representa dez moedas de dez centavos, por isso existe uma relação direta*. Observa-se que a “relação direta” que as professoras apontam está vinculada ao agrupamento na base dez.

Tem-se ainda P6 que se aproxima da questão da base dez quando afirma que *o dinheiro é matemática, tudo está relacionado e aí complementa, o valor decimal também pode ser atribuído ao dinheiro, milhões é dinheiro*. Ela fala no “valor decimal” que embora não se mostre como um conceito definido em seu significado, pode-se inferir que sua observação esteja próxima da relação existente entre o SND e o sistema monetário, que seria a base dez. Além de já estar considerando as ordens dos algarismos no SND como relacionado ao dinheiro. Tais professoras apresentam neste momento pensamento complexo, pois conseguem perceber, a relação com a base dez, embora que ainda não de forma generalizada.

P4 teve pensamento diferenciado das demais professoras no que diz respeito à vinculação entre os sistemas – SND, monetário e de medidas. O único caráter relacional que ela percebe é o fato de existirem valores com representação inteira e decimal em todos os sistemas. Tal percepção está vinculada a uma conceituação ainda em nível sincrético, pois a generalização que ela consegue fazer ainda se encontra em um nível perceptual imediato, representado somente pelos símbolos numéricos.

Desta forma, quando se considera o sistema de medidas e o SND, P1 teve o mesmo pensamento de P4, pois acredita que a única relação entre os dois é a questão da existência de *medidas quebradas e não só inteiras*. Isso mostra que essas professoras, quando se considera o sistema de medidas, apresentam características semelhantes entre os estágios de formação de conceitos que se encontram.

No que diz respeito ao sistema de medidas, P2 consegue fazer uma generalização que engloba relações mais amplas do SND, mostrando um estágio conceitual mais desenvolvido que as demais, quando diz que *pra eu poder usar o sistema de medidas eu tenho que conhecer os números e também a base é dez do Sistema de Numeração Decimal e assim eu tenho dez centímetros, dez milímetros*. Contudo, ela se prende ao valor *dez*, não fazendo relações entre medidas, como 1 metro sendo igual a 1000 milímetros. Desta forma, o conhecimento da base dez como característica do SND não se mostra tão claro quando do trabalho com as medidas, mas quando comparada com o pensamento das demais professoras e considerando também a relação que foi capaz de expressar quando do sistema monetário, que mostrou-se de forma semelhante a essa. Acredita-se que tal professora esteja evidenciando pensamento complexo. Assim como aconteceu com o sistema monetário, também P5 demonstra pensamento semelhante ao de P2, pois afirma que *os decímetros são dez sobre o metro que é cem*, se prende também ao valor *dez* e volta a considerar as frações e os *números quebrados que surgem a partir delas*.

P3 foi a professora que não conseguiu ver relação nenhuma entre os sistemas, pois afirmou que *eu acho que não tem relação não, não tem nada a ver*. Ela mostra total ausência de compreensão da relação de base dez comum ao SND e sistema de medidas. Ao contrário de P6 e P7 que demonstraram perceber essa relação, porém P6 evidencia um poder de generalização bem maior quando afirma que *no sistema de medida só muda a forma de escrever, de registrar, mas é do mesmo jeito, a relação é a mesma, só muda mesmo os símbolos, que vai ser Km...mas, a tabela de valores é a mesma olhando para o QVL*. Ela parece perceber o uso da base dez no

trabalho com medidas, considera que o “quilo” tem mil gramas, o quilometro tem mil metros, contudo o estabelecimento de suas relações se limita a essas medidas que por sinal são as mais utilizadas no dia a dia. P7 tenta estabelecer relações quando afirma: *você tem uma seqüência também. Cem centímetros é mil metros. É uma relação que você estabelece semelhante ao sistema decimal. De medidas que formam outras.* Porém, não consegue articular o uso da base dez entre os sistemas propostos de forma correta, demonstrando um não domínio das relações entre as medidas, pois não percebe o erro de equivalência que cometeu – *cem centímetros é mil metros*. Embora as formas de pensamento sejam semelhantes, P6 demonstra um domínio conceitual mais articulado neste momento, se aproximando do conceito propriamente dito da “base dez” dentro dos sistemas. Assim, P6 mostra-se neste momento com pensamento em nível de pré-conceito e P7 em nível de complexo.

Quando se considerou a relação dos sistemas monetário e de medidas com o SND, o que se pôde ver foi que o pensamento das professoras, embora em alguns casos tenha se aproximado da relação de base dez que caracteriza todos os sistemas mencionados, ainda se mostrou em um estágio que não permite tal vinculação de forma generalizada com outros conceitos e outros contextos. Em outros casos, as relações aconteceram por ligações muito vagas ainda, como pela representação numérica de *números quebrados e inteiros, o nome centavos* que se “assemelha” a *centésimo* e ainda um caso de uma professora que não conseguiu fazer nenhuma relação. Isso mostra que o SND ainda tem características desconhecidas ou não dominadas, pelas professoras, difíceis de serem articuladas com outros conteúdos. Exatamente por conta dessas dificuldades é que as professoras ao serem questionadas, ao terem que explicitar suas compreensões recorreram constantemente a diferentes formas de pensar, a diferentes níveis de conceituação.

O que se percebe, a partir das diferentes formas de respostas dadas pelos sujeitos investigados, é que o conceito de SND encontra-se ainda em formação. Não se pode classificar as professoras como detentoras de um nível conceitual situado sempre em um mesmo estágio, mas em estágios diferenciados que ora se aproximam do nível sincrético, ora dos complexos e ora dos pré-conceitos.

## **5 - CONCLUSÃO**

*Mestre não é quem ensina;  
mas quem de repente aprende.*

Guimarães Rosa

As discussões desenvolvidas neste trabalho apontam para questões relacionadas à construção do conhecimento como um processo que vai sendo enriquecido pela relação do homem com o outro, através da interação que proporciona construção e reconstrução de significados. Na verdade, para além da disciplina componente do currículo escolar, o conhecimento deve se desenvolver em uma relação dialética saber/fazer sempre visando atingir um nível de domínio conceitual progressivamente mais complexo. Com a disciplina de matemática não é diferente, ela tem seu papel formador na escola que não deixa de ser político e conscientizador (D'AMBRÓSIO, 1996).

Os dados do SAEB (2003), entretanto, não têm demonstrado um bom desempenho escolar dos alunos, principalmente na disciplina de Matemática. Isto não é um dado novo, mas sim algo que já se repete há décadas. Superar este quadro requer, dentre outros requisitos, a presença de um professor com formação sólida que lhe habilite para tratar a Matemática como um “amplificador cultural” (CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN, 2003); que lhe instrumentalize para a quebra de concepções errôneas acerca da Matemática as quais só contribuem para distanciar o aluno da disciplina (MACHADO; 1998); que lhe dê condições de desenvolver a aprendizagem dos alunos (KAMII, 1988 e 1992; CARRAHER, 1986) e ainda que lhe torne um investigador de sua prática de sala de aula (D'AMBRÓSIO, 1996; FLORIANI, 2000; PIMENTA, 2003), ou seja, que reveja sua postura e seu desenvolvimento (PANIZZA, 2006). Para desempenhar tão complexo papel, é fundamental que o professor tenha um conhecimento sólido a respeito dos conceitos em relação aos quais terá que auxiliar seus alunos a construir.

Os conceitos matemáticos desenvolvidos nas primeiras séries do Ensino Fundamental têm se voltado, predominantemente, para o ensino do número e das operações aritméticas. Tais conteúdos, em nossa cultura, tomam por base o SND. Ele é apontado pelos PCN's como fundamental ao aprendizado dos alunos, devendo, conseqüentemente, ser dominado por aqueles que são os responsáveis por ensiná-los – os professores. Ainda assim, é comum encontrarem-se nos livros didáticos unidades ou capítulos que tratem tal sistema de forma

isolada. As pesquisas realizadas acerca do domínio e das relações estabelecidas entre aritmética e SND por parte dos alunos têm apontado para um verdadeiro caos matemático, como vimos também no primeiro capítulo deste trabalho.

Grande parte dos trabalhos realizados pelos autores considerados nesta pesquisa apontou para as dificuldades dos alunos da escola básica no trato com o domínio e uso do SND, embora tenham sido vistos autores como NUNES (2005), BARRETO(2005), MAIA (2004), que investigaram questões relacionadas ao SND a partir da perspectiva dos professores. Verificou-se que muitas das dificuldades vividas pelos alunos são as mesmas vistas em professores recém formados e mesmo professores cujo tempo de magistério ultrapassavam os dez anos. Assim sendo, buscou-se analisar o nível de elaboração conceitual de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental sobre o SND, tomando por base os estágios de formação de conceitos da teoria do Vygotsky.

Em determinados momentos do processo de coleta de dados, as professoras demonstraram que seu domínio conceitual do SND as aproximava de um estágio mais avançado de construção conceitual, contudo quando se modificava o contexto ou a situação em que aquele conceito era investigado, elas se mostravam diferente, faziam uma reformulação do que pensavam, e aproximavam-se de um outro nível conceitual. Vygotsky (apud TULVISTE, 1991, p. 83) vai considerar que “...longe de um adulto sempre pensar mediante conceitos. No mais das vezes, seu pensamento se faz em um nível de elaboração conceitual por complexos, caindo, às vezes, para formas ainda mais elementares e mais primitivas”. Assim sendo, acredita-se que os conceitos não são “entidades estáveis” e que estão embutidos em outros conceitos constantemente em processos de elaboração e reelaboração e assim foram aqui percebidos.

Para a efetiva produção de conceitos as formas mais elementares de pensamento não são abandonadas por completo, ou seja, elas continuam a operar ainda por muito tempo em um conceito recém-adquirido até se alcançar o conceito científico e isso pode ser percebido por meio da palavra.

Através das falas das professoras, do espaço de discussão que era desenvolvido indiretamente quando aconteciam as entrevistas nesta pesquisa, foi possível perceber falhas de conceitos relacionados ao SND e os elementos que o constitui, enquanto conceito científico, quais sejam: o uso da base dez, valor posicional, agrupamento, uso da vírgula, do zero, do trabalho com a parte inteira e decimal dos números e das relações entre conteúdos como as

quatro operações matemáticas, sistema monetário e de medidas. Esses foram os elementos mapeados e investigados junto as docentes.

O uso do “vai um” e “pedir emprestado” apontado por LERNER (1996) foi muito utilizado pelas professoras, mas sem vínculo com os agrupamentos e transformações entre as ordens na base dez. As professoras “operam” da mesma forma como as crianças o fazem. Na resolução dos algoritmos as entrevistadas repetiam “regras” e não conseguiam explicá-los de forma relacionada com o SND. Acreditavam que todas as transformações que efetuavam eram sempre transformações entre dezenas. Somente a partir da subtração, com o uso também do “pedir emprestado” é que, através do processo de interação, foram verificados casos de “compreensão” das transformações na base dez, mas ainda assim com a limitação na percepção de que as transformações aconteciam sempre de unidade para dezena. As professoras não se mostravam capazes de fazer generalizações para as demais ordens e diferentes conceitos relacionados.

Dificuldades elementares foram ainda verificadas quando da não percepção do vínculo existente entre o SND e o seu próprio nome. Se as professoras não conseguem perceber tais relações como podem ser capazes de relacionar os elementos que deveriam fazer parte do cotidiano de sua sala de aula? O agrupamento na base dez era realizado, porém com poucos casos de compreensão de como ele se processava. O que aponta a ausência de compreensão de como ele acontecia, evidenciando o que Vygotsky coloca como “operar com os conceitos sem ter consciência deles”. As professoras evidenciavam está trabalhando constantemente com o conceito espontâneo do agrupamento na base dez, assim sendo reflete-se sobre como elas podem provocar a formação do conceito científico junto a seus alunos.

O valor posicional foi muitas vezes ignorado pelos sujeitos investigados. Na utilização do algoritmo da multiplicação, predominantemente, viram-se professoras que demonstraram não compreender o por quê do posicionamento das parcelas (no caso de multiplicação de dezenas), ou seja, não compreendiam que quando se “deslocava” a segunda parcela uma “casa” para a esquerda, era porque se tratava da multiplicação de uma ordem maior. O SND com sua característica posicional permite que isso seja feito e, portanto, justifica tal deslocamento. Poucas foram as professoras que chegaram a essa conclusão.

O valor posicional dos algorismos de acordo com as ordens e classes que ocupam foi ainda menos percebido quando se consideraram os números formados por “parte inteira e



decimal”. A repetição dos “jargões” escolares foi prática constante das entrevistadas, que demonstraram surpresa quando foram perguntadas acerca das “casas que a vírgula andava” nas operações com os números decimais. Não compreendiam por que na adição se “colocava vírgula abaixo de vírgula” e na multiplicação se “contavam” as casas decimais. Os argumentos que elas davam eram falhos, demonstravam insegurança e não apresentavam vínculos com o SND.

No trato com o algoritmo da divisão perceberam-se professoras com dificuldades em sua realização. O valor posicional dos algarismos também era desconsiderado, ou seja, considerava-se apenas o valor absoluto. As transformações de “unidades em décimos” no resto da divisão eram incompreendidas e desvinculadas de relação com o SND. Quando indagadas sobre o “acréscimo” de zeros ao resto da divisão para propiciar a continuidade da operação, afirmavam que a ação realizada era sempre de transformação de unidades para dezenas. Quando questionadas sobre esse aspecto houve casos em que tal conceito passou a ser refletido, observado, mesmo que pela primeira vez, e assim percebeu-se desenvolvimento.

Pela análise realizada foi possível ver ainda que, assim como os alunos, as professoras demonstraram ter maior dificuldade para realizar a operação de divisão. Existiram ainda casos daquelas que não detectaram a relação entre a realização das operações fundamentais e o Sistema de Numeração Decimal. As “contas” eram resolvidas como se estas fossem completamente desvinculadas do SND, chegando até a serem vistas como “base” para o aprendizado do próprio sistema. Questiona-se sobre se a dificuldade está no algoritmo da divisão ou na quase ausência de relação que é percebida dos princípios do SND com as operações matemáticas aqui consideradas.

Da mesma forma, foi possível, ainda, verificar que o sistema monetário e o sistema de medidas foram considerados por algumas das entrevistadas como sem vínculo com o Sistema de Numeração Decimal. Aquelas que demonstravam considerar a relação de base dez, nem sempre mostravam-se capazes de fazer generalizações para outros contextos.

A vírgula, normalmente, não tinha uma função definida dentro do SND. Faziam uso da “regra” de “acrescentar zeros e a vírgula”, mas não apresentavam uma justificativa que evidenciasse relação com a base dez. Foi possível ver casos de professoras que desenvolveram tal conceito no momento da entrevista, evidenciado a ZDP em pleno movimento e o quanto é importante para o sujeito falar sobre as suas soluções e formas de pensar no processo de aprendizagem.

A função do “zero” foi simplesmente reduzida a “não valer nada”, ignorando novamente o valor posicional. Os conceitos aqui considerados como se pôde ver ainda não são pensados como vinculados ao conceito científico do SND.

Ficou evidente que as entrevistadas utilizaram-se de formas de resolver e justificar os exercícios tomando por base o modo como elas aprenderam em suas vidas de estudante no ensino fundamental e médio, sem conseguir lhes fazer qualquer crítica e fazendo poucas reflexões com base nos princípios do SND. Elas afirmaram com frequência que não sabiam explicar, “porque aprenderam daquele jeito”. Demonstraram que as experiências vividas com a Matemática, durante o seu próprio processo de escolarização, não foram consideradas positivas.

Foram identificados nas entrevistadas momentos em que os pensamentos se mostraram tanto em nível sincrético, como complexo, bem como no estágio dos pré-conceitos. Contudo, houve uma maior incidência de pensamentos em níveis sincréticos, evidenciando que diversas são as incompreensões das professoras, quanto aos conceitos, pois eles são ainda cheios de idéias vagas e subjetivas, ou seja, sem uso da lógica científica. As docentes parecem se utilizar dos conceitos ainda muito movidas pela prática ou hábito. Elas apresentaram ausência no domínio do conteúdo do SND, dos princípios que regem tal assunto e que são essenciais para a aprendizagem e o desenvolvimento do educando em sala de aula. A partir de tais constatações, indaga-se: como então essas profissionais levarão seus alunos a desenvolver o conceito científico do SND se elas próprias evidenciaram muitas vezes ter apenas o conceito espontâneo?

As professoras demonstraram conhecer “regras” decoradas, ausentes de significado dentro do SND. Por conseguinte, projeta-se que elas continuarão empregando tais regras no desenvolvimento de sua prática em sala de aula, sem fazer articulação com o Sistema de Numeração Decimal. Isto nos coloca uma interrogação acerca do processo de formação inicial e de formação em serviço: como estas profissionais que já viveram diferentes oportunidades de qualificação, demonstram tais dificuldades em estabelecer relações entre os diferentes conteúdos matemáticos que compõem o currículo do Ensino Fundamental?

Na resolução das atividades propostas e nas entrevistas, pôde-se perceber que algumas entrevistadas respondiam às perguntas. Porém, algumas não conseguiam expressar por meio de “palavras” seu pensamento, nem materializá-lo durante o processo de entrevista através dos instrumentos que utilizavam, evidenciando sérias lacunas em sua formação. A análise realizada mostra que as lacunas existentes podem comprometer o trabalho com os alunos das

séries iniciais do Ensino Fundamental, já que as incompreensões encontradas entre as professoras são semelhantes às dificuldades dos alunos de escola básica. As lacunas aqui evidenciadas dizem respeito a questões de Matemática básica, nas quais as professoras apresentaram dificuldades em justificar com base em princípios do SND aquilo que elas realizavam. Pôde-se perceber ainda que mesmo as entrevistadas que conseguiram êxito no resultado das questões escritas, ao responder as perguntas da entrevistadora acerca de como tinham resolvido os exercícios ou de como estavam pensando, apresentaram falhas nas explicações ou não conseguiam ver relações entre o que faziam e o SND.

Contudo, ao longo das etapas de coleta dos dados as professoras conseguiam refletir sobre o que elas mesmas falavam, o que permitiu estabelecer uma mediação entre a pesquisadora e os sujeitos investigados, de modo que alguns conceitos ainda não percebidos pelas professoras, tornaram-se claros ao longo das entrevistas. Interessante ressaltar que elas iam percebendo as falhas existentes na formação de cada uma. As professoras foram conseguindo entender elementos que não entendiam ainda, mesmo tendo vários anos de magistério. Foi despertado indiretamente, já que este não era um dos objetivos da pesquisa, uma vontade de entender melhor o trabalho que elas realizavam há anos com as crianças, sem saber, de fato, o que estavam fazendo. Surgiam constantemente durante as entrevistas expressões como: *ah! Agora estou entendendo*. Ou ainda *Mas isso é a mesma coisa que você estava perguntando antes e eu não tinha conseguido explicar*. Isso mostra como a interação, mesmo que em um processo de entrevista clínica, como foi o caso desta pesquisa, é importante para a aprendizagem, seja ela do aluno ou do professor.

Existiram momentos em que as professoras investigadas elaboraram, reelaboraram e desenvolveram conceitos durante a entrevista, como também aconteceram casos em que, por talvez o conceito trabalhado no momento não localizar-se ainda na zona de desenvolvimento proximal, elas não chegaram a desenvolvê-lo. O que de fato, foi possível ver foi o percurso da reflexão de cada uma sobre a esfera conceitual investigada, inclusive processos em que os conceitos em investigação estavam sendo desenvolvidos. As perguntas feitas pela entrevistadora promoviam, em muitos casos, reestruturação de conceitos, estimulando o pensamento sobre pontos abordados na pesquisa.

Os dados aqui analisados mostraram como a conceitualização das professoras, em torno do SND, se desenvolve predominantemente em nível sincrético. Foram verificadas

colocações muito limitadas, muitas vezes momentâneas que se perdiam diante dos conceitos que elas tinham, que, às vezes, não se mostravam relacionados com SND e os conceitos fundamentalmente envolvidos com o sistema de base dez e que não eram percebidos assim por elas. Contudo, essas mesmas professoras cujo nível de elaboração conceitual tinha características típicas do estágio sincrético, apresentavam-se também em nível de complexo e até de pré-conceitos, este último já com menor incidência.

Embora um pouco raros, foi possível detectar, através das falas e resoluções de atividades, a presença de elementos conceituais característicos do nível dos complexos. As entrevistadas evidenciavam um nível mais elevado de abstração e vinculado com os princípios do SND. As justificativas apresentadas nestes casos não eram dadas tão ao acaso como no estágio anterior, mas as generalizações e relações entre os “conceitos” não eram tão vinculados ao SND a ponto de estarem em nível de conceito. Foram considerados em estágio de pré-conceitos, somente os pensamentos em que as professoras evidenciaram um processo de síntese bem definido. Dessa forma o que se pôde ver foi a presença mais forte de pensamentos em nível sincrético.

A presença desses diferentes níveis de elaboração conceitual mostra que as professoras ainda não chegaram naquilo que Vygotsky chama de “conceito científico” do SND.

Isto levanta um ponto para a reflexão em torno do necessário processo de formação continuada destas professoras para o trabalho com a Matemática: tendo vivido experiências negativas com a disciplina, as professoras necessitam de uma formação em serviço que as habilite a desvendar as verdadeiras origens destes problemas. Este processo só poderá ocorrer, caso as oportunidades de qualificação levem em consideração as relações existentes entre os diversos aspectos da matemática com a qual elas trabalham. Assim, pode-se abrir uma possibilidade de as professoras contribuírem efetivamente para a aprendizagem de tal disciplina junto a seus alunos. Poucos foram os casos de professoras que afirmaram ensinar matemática porque gostavam.

A professora que apresentou nível mais elevado de elaboração conceitual – nível de complexos e pré-conceitos – foi a que tinha formação com habilitação em matemática e física. Mesmo assim, ela demonstrou pouco conhecimento das relações de base dez, quando se consideraram os números decimais, o que remete a uma reflexão sobre a formação que se está oferecendo, pois para P6 mesmo se mostra incompleta.

Embora os pedagogos saiam com habilitação para ensinar todas as disciplinas das séries iniciais do Ensino Fundamental, inclusive a Matemática, os dados aqui apresentados levantam questionamentos acerca da formação oferecida nesses cursos, se ela realmente está sendo suficiente.

Foi possível detectar que o processo de troca de idéias, durante a utilização da entrevista clínica, propiciou alguns avanços no processo de elaboração de conceitos das professoras envolvidas. Elas passaram a pensar nas necessárias relações que se devem estabelecer entre os diferentes conteúdos que são contemplados na Matemática escolar. As professoras demonstraram estar vivendo um processo de desenvolvimento de conceitos que através da interação e mediação pode atingir níveis de desenvolvimento real mais elevados. Esta pode ser uma ferramenta importante para a elaboração de conceitos científicos junto a docentes em processo de formação continuada. ALBUQUERQUE (2006) tomando por base o pensamento de Vygotsky vai apontar a formação do conceito científico como uma apreensão mental que exige uma atenção exclusiva do sujeito sobre ele, abstraindo do mesmo os aspectos essenciais e inibindo os secundários para que se chegue a generalizações mais amplas por meio de uma síntese. Dessa forma, o indivíduo vai partir sempre do particular para o geral e do geral para o particular, evidenciando exatamente o processo dialético na formação dos conceitos. Pode-se afirmar que foram vividos fragmentos deste processo, durante as entrevistas, que auxiliaram os docentes no desenvolvimento do conceito amplo do SND.

Mesmo que hoje se considere que a aprendizagem dos alunos dependa fundamentalmente da sua participação na construção do próprio conhecimento, não se pode dispensar a ação mediadora do professor e esta é fundamental quando se considera a teoria do Vygotsky. Para uma atividade eficaz na sala de aula, o professor necessita de uma formação ampla, que lhe dê suporte, no sentido de viabilizar o desenvolvimento do conceito científico de todos os conteúdos trabalhados na escola. Esta formação deve contemplar não apenas metodologias, mas também um bom domínio de conteúdos. A dificuldade maior enfrentada reside no fato de que a preparação para o ensino de matemática está sendo ineficiente para gerar uma aprendizagem adequada. É somente a partir de uma boa formação que o professor poderá colaborar para superar o baixo nível de rendimento escolar que os alunos têm apresentado. Assim, pode-se questionar a formação que está sendo oferecida aos professores do Ensino Fundamental – quer a formação inicial ou a continuada. Tal formação parece não contribuir para

que professores alcancem um nível de pensamento conceitual acerca do Sistema de Numeração Decimal. Estes tem permanecido em nível sincrético acarretando dificuldade no domínio por parte dos alunos acerca do SND, base de praticamente todos os elementos da aritmética contemplada pelo currículo do Ensino Fundamental brasileiro.

Assim, acredita-se que esta dissertação também pode vir a despertar atenção daqueles que são responsáveis direta ou indiretamente pelo processo de formação docente do professor de matemática. Faz-se necessário urgentemente se pensar em rever esse processo tendo em vista que as dificuldades percebidas foram em boa parte elementares quando se considera que o objeto de investigação desta pesquisa era o professor.

Mesmo não tendo sido objetivo desta investigação formar, capacitar o docente das séries iniciais do Ensino Fundamental, acredita-se que ela tenha também contribuído desta forma. Isso apontou ainda para um caminho alternativo de uma possível solução dos problemas aqui verificados, que seria o desenvolvimento de projetos de intervenção que buscasse levar o professor à compreensão e domínio dos conceitos aqui investigados.

Acredita-se que tal proposta seja viável e fundamental para esta pesquisa. Porém, isso requer um tempo maior de investigação quando se considera o período de dois anos em que uma dissertação de mestrado deve ser concluída. Assim, deixa-se aqui a idéia e a necessidade de se continuar esta investigação como forma de contribuir significativamente para a melhoria do ensino brasileiro.

## **6 - REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ALBUQUERQUE, I. M. B. *O conceito de Grupo: sua formação por alunos de matemática*. Ceará: UFC, 2005. Tese de Doutorado em Educação Brasileira, Faculdade de Educação, Universidade Federal do Ceará, 2005.
- ALENCAR, E. S. (org.). *Novas Contribuições da Psicologia aos Processos de Ensino e Aprendizagem*. São Paulo: Cortez, 1999.
- ANDRÉ, M. *Etnografia da Prática Escolar*. Curitiba: Papirus, 1995.
- BARRETO, M. C. e outros. *Sistema de Numeração decimal: estratégias didáticas e domínio conceitual apresentados por professores do Ensino Fundamental*. 57 Reunião Anual da SBPC. Universidade Estadual do Ceará. Fortaleza-C. jul.2005.
- BARRETO, M. C. *O material didático do Telensino e o desenvolvimento de conceitos matemáticos*. Em FARIAS, I. M. S. et al (orgs). *Telensino: percursos e polêmicas*. Fortaleza: Edições Demócrito Rocha, UECE. 2001.
- BERTONI, N. E. *Por que mudar o ensino de matemática?* TEMAS E DEBATES, SBEM. v. VII, n.5, out/ 1994, p.14-20.
- BIANCHINI, E. *Matemática*. 5ª série. São Paulo: 2002.
- BOGDAN, R.C. e BIKLEN, S. K. *Investigação Qualitativa em Educação Matemática*. Trad. Alvarez, Santos e Baptista. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BONJORNO, R. A. e BONJORNO, J. R. *Matemática – pode contar comigo*. São Paulo: Editora FTD, 2000.
- BONJORNO, R. A. e BONJORNO, J. R. *Vamos juntos nessa Matemática*. São Paulo: Editora FTD, 2001.
- BORBA, M. de C e ARAÚJO J. de L (Orgs.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.
- BRASIL, Ministério da Educação. *Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática/ Brasília: 2001*.
- BRASIL, Ministério da Educação. *Referencial Curricular Nacional*. Vol.3, Brasília:1998.
- BRIZUELA, B. M. *Desenvolvimento Matemático na Criança*. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- CARNEIRO, M. A. *LDB fácil: leitura crítico – compreensiva – artigo a artigo*. Petrópolis, Rio de Janeiro: Vozes, 1998.
- CARRAHER, T. N. (Org.). *Aprender Pensando 2ª ed*. Petrópolis: Vozes, 1988.
- CARRAHER, T. N. *O método clínico*. 5ª ed. São Paulo: Cortez, 1998.
- CARRAHER, CARRAHER e SCHLIEMANN. *Na vida dez, na escola zero*. 13ª ed. São Paulo: Cortez, 2003.
- CARRAHER, T. N. *O desenvolvimento mental e o sistema numérico decimal*. In: TERESINHA N. C. (org). *Aprender pensando*. Petrópolis: Vozes, 2001.
- CASTRO FILHO, J. A. e outros. *Identificação de dificuldades na aprendizagem de conceitos matemáticos nas séries iniciais do ensino fundamental*. Relatório técnico. 2002.
- CHARLOT, B. *Da relação com o Saber: elementos para uma teoria*. Porto Alegre: Artmed, 2000.
- CHIZZOTTI, A. *Pesquisa em Ciências Sociais*. 7ª ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- COLL, C. e TEBEROSKY, A. *Aprendendo Matemática*. 2ª ed. São Paulo: Ática, 2000.

- DANTE, L. R. *Vivência e construção: Matemática*. São Paulo: Ática, 2000.
- DAVIS, P. e HERSH, R. *A experiência Matemática*. 3ª ed. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1986.
- D'AMBRÓSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- DÁMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. 3ª ed. Campinas, SP: Papyrus, 1996.
- DÁMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre Educação Matemática*. São Paulo: Summus, Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1997.
- FIORENTINI, D. (org.) *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática*. São Paulo: Musa editora; GEPFPM – PRAPEM – FE/UNICAMP, 2005.
- FIORENTINI, D. (org.) *Formação de Professores de Matemática: explorando novos caminhos com outros olhares*. Campinas, São Paulo: Mercado de Letras, 2003.
- FLORIANI, J. V. *Professor e Pesquisador: (exemplificação apoiada na matemática)*. 2ª ed. Blumenau: Ed. Da FURB, 2000.
- GOLBERT, C. S. *Matemática nas Séries Iniciais: sistema de numeração decimal*. Porto Alegre: Mediação, 1999.
- GOLBERT, C. S. *Novos Rumos na Aprendizagem da Matemática: conflito, reflexão e situações – problema*. Porto Alegre: Mediação, 2003.
- HUETE, S.; JUAN C. *O Ensino da Matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas*. Trad. Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- INEP/MEC. Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – SAEB: 2005. Disponível em: [http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/saeb/news07\\_01.htm](http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/saeb/news07_01.htm) . Acesso em: fevereiro de 2007.
- KAMII, C. *Aritmética: Novas Perspectivas: Implicações da teoria de Piaget*. 7ª edição. Campinas, São Paulo: Papyrus, 1997.
- KAMII, C. *A criança e o número: implicações da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. 28ed. Campinas: Papyrus, 2001.
- KAMII, C. e DECLARCK, G. *Reinventando a aritmética*. 14 ed. Campinas, Papyrus 2001.
- SCHLIEMANN, A. L. D. *Da compreensão do sistema decimal à compreensão de algoritmos*. In: ALENCAR, E. S. de. *Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem*. 2ed. São Paulo: Cortez, 1999.
- LERNER, D. e SADOVSKY, P. *O sistema de numeração: um problema didático*. In: PARRA, C. e SAIZ, I. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas; 2001.
- MACHADO, N. J. *Matemática e língua materna. Análise de uma impregnação mútua*. 4ed São Paulo: Cortez, 1998.
- MACHADO, N. J. *Matemática e Realidade*. São Paulo: Cortez, 2001.
- MAIA, M. G. B. *Sistema Decimal: o que sabem os futuros professores de matemática*. Fortaleza – Ceará, 2004. Monografia de Especialização em Ensino de Matemática – Universidade Estadual do Ceará, 2004.
- MARTINS, J. B. *Vygotsky e a Educação*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.



- MINAYO, M. C. de S. e cols. *IPesquisa Social: I teoria, método e criatividade*. Rio de Janeiro: Vozes, 1994.
- MOYSÉS, L. *Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática*. Campinas, São Paulo: Papyrus, 1997.
- MOLL, L. C. *Vygotsky e a Educação: implicações Pedagógicas da Psicologia Sócio-histórica*. Porto Alegre: Artmed, 1996.
- NUNES, J. B. C. *A Socialização do Professor: as influências no processo de saber a ensinar*. Santiago de Compostela, 2001; ISBN:84-8121-984-3. Tese de Doutorado – Universidade de Santiago de Compostela.
- NUNES, T. e BRYANT, P. *Crianças Fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.
- NUNES, T. e outros. *Educação Matemática: números e operações numéricas*. São Paulo: Cortez, 2005.
- OLIVEIRA, M. B. & OLIVEIRA, M. K. *Investigações Cognitivas: conceitos, linguagem e cultura*. Porto Alegre, Artmed, 1999.
- PANIZZA, M. e cols. *Ensinar Matemática na Educação Infantil e nas Séries Iniciais: análise e propostas*. Trad. Antônio Feltrin. Porto Alegre: Artmed, 2006.
- PARRA, C. e SAIZ, I. (Org). *Didática da matemática: Reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes médicas, 2001.
- PAVANELLO, R. M. *Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: Biblioteca do Educador Matemática – SBEM, 2004.
- PONTE, J.P., COSTA, C. *Divagações Sobre Investigação Matemática e o Seu Papel na Aprendizagem da Matemática*. São Paulo: Papyrus, 2003.
- RIVIERE, A. *La Psicologia de Vigotski*. Madri: Visor, 1985.
- SANTOS, J. C. dos. e GAMBOA, S. S. *Pesquisa Educacional: quantidade e qualidade*. 5ª ed. São Paulo, Cortez, 2002.
- SCHILIEMANN, A. & CARRAHER, D. (eds). *A compreensão do conceito aritmético*. São Paulo, Papyrus, 1993.
- TARDIF, M. *Saberes Docentes e Formação Profissional*. Petrópolis, RJ: Vozes, 2006.
- VASCONCELOS, L. *Problemas de adição e subtração: modelos teóricos e práticas de ensino*. In: SCHILIEMANN, A. & CARRAHER, D. (eds) *A compreensão do conceito aritmético*. São Paulo, Papyrus, 1996.
- VIEIRA, S. L. e MATOS, K. S. L. de. *Pesquisa Educacional: o prazer de conhecer*. Fortaleza: ed. Demócrito Rocha, UECE, 2001.
- VYGOTSKY, L. S. *A Formação Social da Mente*. 6ª Ed. São Paulo: Martins Fontes, 2000.
- VYGOTSKY, L. S. *A Construção do Pensamento e da Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2001.
- VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 2003.
- VYGOTSKY, L. S. *Psicologia Pedagógica*. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- ZUNINO, D. L. *Matemática na Escola: Aqui e agora*. 2ª ed. Porto Alegre: Artes médicas, 1995.

## 7 - ANEXOS

### 7.1 ANEXO I – ROTEIRO DE ENTREVISTA

#### 1- Bloco

Nome:

Idade:

Tempo de Magistério:

Formação:

Onde teve sua formação:

Disciplinas que Leciona:

Por que Leciona Matemática?

#### 2- Bloco

a) Como você definiria número?

b) E como você definiria Numeral?

c) Na sua opinião, qual o significado/ importância que tem o estudo do Sistema de Numeração Decimal na escola?

d) Por que o nosso sistema de numeração é chamado de Sistema de Numeração Decimal?

e) Em que situações ou em que momentos você utiliza o Sistema de Numeração Decimal? (SITUAÇÃO – no sentido de problema, atividade, tarefa, etc.)

f) Para você que conceitos são mais importantes no SND? Por quê?

g) Que relação (ligação/ vínculo) você vê entre o Sistema de Numeração Decimal e as operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão) que você ensina? (Se a resposta tiver caráter positivo perguntar que estratégias ele utiliza para relacionar os “algoritmos” com o Sistema de Numeração Decimal).

h) Para utilizar ou para efetivar o algoritmo da adição, da subtração, multiplicação e divisão o que você julga necessário o indivíduo saber?

i) Qual a função da vírgula nos números decimais?

j) Que relação existe entre o Sistema de Numeração Decimal e o nosso sistema monetário?

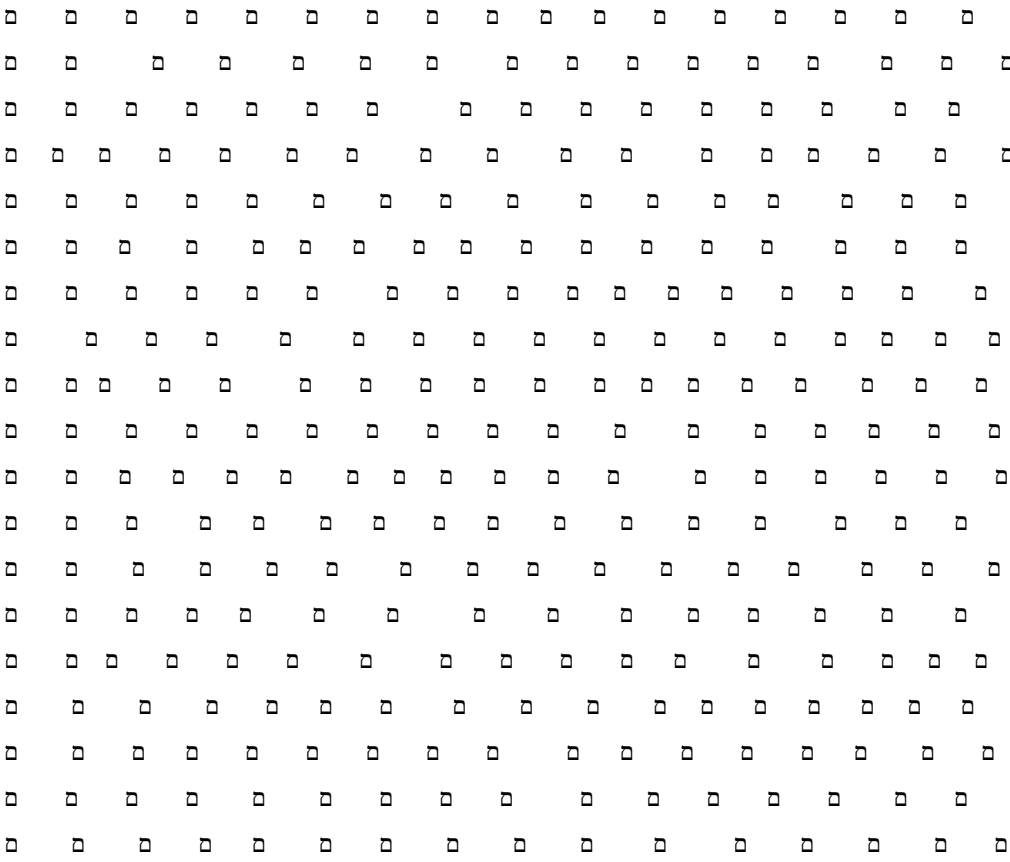
l) Que relação existe entre o Sistema de Numeração Decimal e o nosso sistema de medidas?

- m) Você encontra dificuldades na compreensão do Sistema de Numeração Decimal?  
Quais?
- n) Quais as dificuldades dos alunos na compreensão do Sistema de Numeração Decimal?
- o) Você percebe se os seus alunos compreendem o Sistema Decimal?
- p) Como você percebe isto? (caso a resposta à questão anterior seja positiva)

## **7.2 ANEXO II – ATIVIDADES MATEMÁTICAS RELATIVAS AO SND**

**BLOCO I**

1.No quadro abaixo, há um conjunto de figuras. Agrupe-as, com base no princípio posicional do Sistema Decimal, utilizando a coluna A. Após realizar os agrupamentos, escreva o número resultante. Justifique seu procedimento de agrupamento.

COLUNA A	COLUNA B								
<table border="1" style="width: 100%; height: 150px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> <td style="width: 15%;"></td> </tr> </table>									
<p>Número resultante _____</p>									

2.No quadro abaixo, há um conjunto de figuras. Agrupe-as, com base no princípio posicional do sistema de base quatro, utilizando a coluna A. Após realizar os agrupamentos, escreva o número resultante. Justifique seu procedimento de agrupamento.

COLUNA A					COLUNA B														
					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣
					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣
					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣
					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣
					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣
número resultante					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	
_____					▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	▣	

3. Agrupe os numerais segundo os princípios do Sistema Decimal e para cada agrupamento apresente uma justificativa. Existem outras formas de agrupá-los? Em caso afirmativo, quais são elas? Realize cada uma delas

594	1.034	92	783	
345.978				
132.876	98.978	9	112.676	
567.978				
85	987	2.978	4.089	1
45.098	112.000	112.543	100	
1.800.001				

4. Considere o numeral 193.445.678.800.023 e responda:

a) Quantas classes ele possui?

b) Quantas ordens ele possui?

c) Quantas centenas de milhar existem neste número?

d) Qual o total de dezenas presentes neste número como um todo?

e) Qual o valor relativo do algarismo 9?

f) Qual o valor relativo do algarismo de maior valor absoluto?

g) Qual o valor absoluto do algarismo de maior valor relativo?

5- Quantos milhares possui meio milhão?

6. Escreva os números e justifique sua resposta:

a) Dois milhões seiscentos e quatorze mil cento e vinte e três;

Justifique: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Um bilhão treze mil quinhentos e dois;

Justifique: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

c) Doze bilhões cinquenta e três milhões e quarenta e cinco.

Justifique: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7. Escreva com base no Sistema de Numeração Decimal, um número que contenha quatro dezenas de milhar, uma unidade de milhar, três centenas e duas unidades simples

## BLOCO II

8. Realize as seguintes operações e explique como realizou cada uma delas.

a)  $726 + 293$

b)  $507 - 278$

c)  $125 \times 12$

d)  $3133 : 4$

e)  $260 : 20$

f)  $3,7 \times 12,9$

g)  $46,78 + 32,698$

h)  $29,006 - 5,47$

9. Realize as seguintes operações e analise (e/ ou comente) os resultados obtidos:

a)  $2 \times 0,1 =$

b)  $2 \times 1 =$

c)  $2 \times 10 =$

d)  $2 : 0,1 =$

e)  $2 : 1 =$

f)  $2 : 10 =$



10. Classifique com verdadeira (V) ou falsa (F) as seguintes afirmações acerca de operações realizadas a partir do Sistema de Numeração Decimal: Justifique cada uma de suas respostas

a) sempre que se realiza uma multiplicação, o produto é maior que qualquer um dos fatores envolvidos. ( )

b) sempre que se realiza uma divisão, o quociente é menor que qualquer um dos fatores envolvidos. ( )

c) há casos em que se realiza uma multiplicação e o produto é menor que qualquer um dos fatores envolvidos. ( )

d) há casos em que se realiza uma divisão e o quociente é maior que qualquer um dos fatores envolvidos. ( )

11. Ordene os números e justifique a ordenação realizada:

0,7329; 1,2956; 0,0999; 0,81; 1,325; 0,1

Justifique: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

12. Escreva os números e justifique sua resposta:

a) quinze inteiros e cinquenta centésimos;

Justifique: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

b) Doze inteiros e quatro milésimos;

Justifique: \_\_\_\_\_

---

---

---

c)Um mil quinhentos e três inteiros e setenta e cinco centésimos;

Justifique: \_\_\_\_\_

---

---

---

d)Quarenta e sete milésimos.

Justifique: \_\_\_\_\_

---

---

---

13- Quantos ônibus de 36 lugares são necessários, no mínimo, para transportar 1128 passageiros, se nenhum ônibus pode transportar mais que 36 pessoas?

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)