

Tese apresentada à Pró-reitoria de Pós-graduação do Instituto Tecnológico de Aeronáutica como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Física, Área de Física Nuclear.

**Flaviano Williams Fernandes**

**AS CONTRIBUIÇÕES DE QUEBRA ELÁSTICA E  
FUSÃO EM REAÇÕES INDUZIDAS POR  
DÊUTERONS**

Tese aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Brett Vern Carlson

Orientador

Prof. Dr. Homero Santiago Maciel  
Pró-reitor de Pós-graduação e pesquisa

Campo Montenegro  
São José dos Campos, SP - Brasil

2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

## Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

### Divisão Biblioteca Central do ITA/CTA

Fernandes, Flaviano Williams

As contribuições de quebra elástica e fusão em reações induzidas por dêuterons / Flaviano Williams Fernandes.

São José dos Campos, 2008.

126f.

Tese de Mestrado – Curso de Física. Área de Física Nuclear – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2008. Orientador: Prof. Dr. Brett Vern Carlson. .

1. Reação Nuclear. 2. Seção de Choque. 3. Aproximação DWBA. 4. Dêuteron. 5. Quebra Elástica. 6. Fusão. I. Centro Técnico Aeroespacial. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Divisão de Física. II. Título.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

FERNANDES, Flaviano Williams. **As contribuições de quebra elástica e fusão em reações induzidas por dêuterons**. 2008. 126f. Tese de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Flaviano Williams Fernandes

TÍTULO DO TRABALHO: As contribuições de quebra elástica e fusão em reações induzidas por dêuterons.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Tese / 2008

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta tese e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

---

Flaviano Williams Fernandes

Rua Dr Jamil Cury

CEP 12.220-281 – São José dos Campos – SP

# AS CONTRIBUIÇÕES DE QUEBRA ELÁSTICA E FUSÃO EM REAÇÕES INDUZIDAS POR DÊUTERONS

Flaviano Williams Fernandes

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr.	Tobias Frederico	Presidente	-	ITA
Prof. Dr.	Brett Vern Carlson	Orientador	-	ITA
Dr.	Luiz Carlos Chamon	Membro Externo	-	IF-USP
Prof. Dr.	Ricardo Affonso do Rego	Membro Interno	-	ITA

Aos meus pais, pela formação moral e intelectual que me proporcionaram e pelo apoio incondicional que me deram nos momentos em que precisei, meus eternos agradecimentos.

# Agradecimentos

Primeiramente à Deus pela oportunidade de ser o que sou hoje.

À minha namorada Elisa,  
pessoa inspiradora, tendo fundamental importância na minha vida pessoal e profissional,  
dando bons conselhos e sempre me motivando nos momentos difíceis, além de me  
proporcionar grandes felicidades. Meus eternos agradecimentos, te amo.

À minha irmã Kátiuscia e minha prima Pamela,  
por estarem ao meu lado várias vezes, me ajudando nos momentos difíceis. Sou  
profundamente agradecido.

Ao meu Orientador,  
pela paciência e pelo conhecimento nas áreas de física e informática que me forneceu  
durante o tempo em que trabalhamos juntos.

Aos amigos Marcelo Gomes, Clóvis e César H. Lenzi,  
pela colaboração na realização deste trabalho e pelos bons conselhos que me deram.

Aos amigos do departamento:  
Caetano, Yudji, Wilson, Elmo, Jorge, César e demais.

À Vanessa,  
por ter me recepcionado tão bem em minha chegada ao ITA.

Aos colegas do departamento:  
Suiço, Tiago, Bruno, Ethore, Ediana e demais.

Ao Prof. Marinho,

sempre atencioso em me ajudar com minhas dificuldades na área da informática.

Aos demais professores do departamento de Física,  
por terem grande importância na minha formação profissional e intelectual.

À Dona Fátima, Zenaide, Lana e demais funcionários do ITA,  
por serem atenciosos em me ajudar, responsáveis no cumprimento de seus deveres.

À Capes,  
pelo suporte financeiro que me forneceu.

À banca examinadora,  
por ter aceitado examinar e criticar o meu trabalho, para que suas arestas fossem  
aparadas.

Por fim, um agradecimento especial à minha pessoa,  
realmente foi mais uma conquista dentre várias que irão por vir.

# Resumo

Os processos de quebra e fusão que ocorrem em núcleos fracamente ligados tem apresentado grande interesse teórico e experimental recentemente. Para sistemas simples, como o dêuteron, essas reações tem sido estudado por décadas. O importante papel desempenhado pelo processo de quebra em reações induzidas por dêuterons, levou ao desenvolvimento da técnica CDCC que descreve simultaneamente o espalhamento elástico. Entretanto, quando os processos de quebra e fusão são consideradas separadamente, a aproximação DWBA provém razoável concordância com os dados experimentais para espectros e distribuições angulares.

Nesse trabalho, usamos o potencial de alcance zero da aproximação DWBA na forma post para estimar as seções de choque total de quebra elástica e Coulomb-induzida como função da energia para diversos núcleos-alvo. Usamos o modelo de folding para estimar a seção de choque de absorção do dêuteron e comparamos as seções de choque de fusão completa e quebra elástica com a seção de choque de reação do dêuteron, com o objetivo de caracterizar a dependência da energia e da carga/massa dessas contribuições para a seção de choque de reação.

**Palavras-Chave:** Reação Nuclear, Aproximação DWBA, Quebra Elástica, Fusão, Reações Induzidas por Dêuterons



# Abstract

*The breakup and breakup-fusion of weakly-bound nuclei has garnered a great deal of theoretical and experimental interest in recent years. For the simplest of such system, the deuteron, these reactions have been studied for decades. The important role played by breakup in deuteron-induced reactions to the development of the CDCC method with its simultaneous description of elastic scattering. However, when deuteron breakup and breakup-fusion reactions are considered alone, the DWBA approximation is still found to provide reasonably good agreement with the experimental data for angular distributions and spectra.*

*Here, we use the zero-range post form of the DWBA approximation to estimate the Coulomb-induced and total deuteron elastic breakup cross sections as a function of energy for several target nuclei. We use a folding model to estimate the complete deuteron absorption cross section and compare the breakup and complete fusion cross sections to the total deuteron reaction cross section, with the objective of characterizing the energy and mass/charge dependence of their contributions to the reaction cross section.*

**Keywords:** Nuclear Reaction, DWBA Approximation, Elastic Breakup, Fusion, Deuteron Reaction

# Sumário

LISTA DE FIGURAS . . . . .	11
LISTA DE TABELAS . . . . .	17
1 INTRODUÇÃO. . . . .	18
1.1 Reações induzidas por dêuterons. . . . .	18
1.2 Reações nucleares envolvendo três corpos. . . . .	23
2 REAÇÕES NUCLEARES EM UM MODELO DE MULTICANAIS. . . . .	26
2.1 Conceito de partições em um modelo de multicanais. . . . .	26
2.1.1 Os operadores de Green dependentes do tempo. . . . .	29
2.2 A matriz $S$ e o operador de Møller. . . . .	35
2.3 Os operadores de Green independentes do tempo. . . . .	42
2.4 O operador de transição $T$ . . . . .	45
2.4.1 Aproximação DWBA para a matriz $T$ . . . . .	49
2.5 O operador de transição $\mathfrak{S}$ . . . . .	53
3 REAÇÕES DÊUTERON-NÚCLEO. . . . .	61
3.1 Aplicação do formalismo de três corpos para o caso do dêuteron. . . . .	61
3.2 Seção de choque diferencial para a quebra elástica. . . . .	63
3.3 Fusão. . . . .	68

SUMÁRIO	10
<b>3.4 Quebra do dêuteron.</b>	69
3.4.1 Funções de onda do modelo óptico.	69
3.4.2 Quebra elástica.	71
<b>4 RESULTADOS.</b>	80
<b>5 CONCLUSÕES.</b>	115
<b>APÊNDICE A – OS POTENCIAIS ÓPTICOS DO DÊUTERON, PRÓTON E NÊUTRON.</b>	119
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	124

# Lista de Figuras

FIGURA 1.1 – Possíveis contribuições para a seção de choque de reação em reações nucleares envolvendo íons pesados. A figura foi extraída da Ref. [18].	19
FIGURA 1.2 – Representação das reações envolvidas em um processo de reação nuclear induzida por dêuterons. Mais detalhes podem ser encontrados na Ref. [4].	21
FIGURA 1.3 – Reação induzida por dêuteron envolvendo $^{124}\text{Te}$ como núcleo alvo. As linhas tracejadas representam a seção de choque de reação usando três modelos diferentes. Os pontos representam os dados experimentais e a linha cheia representa o ajuste feito para os dados experimentais.	22
FIGURA 1.4 – Movimento das partículas 1 e 2 em relação a 3 e a representação dos vetores posição do sistema de laboratório e do centro-de-massa.	24
FIGURA 2.1 – Representação esquemática do operador $T$ usando diagramas de Feynmann, de acordo com a Ref. [5].	45
FIGURA 4.1 – Distribuição angular do canal elástico e a comparação com dados experimentais em uma reação induzida por dêuterons usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12].	82
FIGURA 4.2 – Distribuição angular do canal elástico e a comparação com dados experimentais em uma reação induzida por dêuterons usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12].	82

FIGURA 4.3 – Seção de choque total de reação de dêuterons e a comparação com dados experimentais para vários isótopos do estanho usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12]. . . . .	83
FIGURA 4.4 – Distribuição angular para o nêutron espalhado no canal elástico e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de nêutrons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6]. . . . .	84
FIGURA 4.5 – Seção de choque total para o nêutron espalhado e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de nêutrons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6]. . . . .	84
FIGURA 4.6 – Distribuição angular de prótons espalhados no canal elástico e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de prótons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6]. . . . .	85
FIGURA 4.7 – Comparação da seção de choque de reação do próton espalhado no canal elástico com dados experimentais usando o potencial óptico de prótons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6]. . . . .	85
FIGURA 4.8 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$ . . . . .	87
FIGURA 4.9 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo $^{90}\text{Zr}(d, p + n)^{90}\text{Zr}$ . . . . .	88
FIGURA 4.10 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo $^{118}\text{Sn}(d, p + n)^{118}\text{Sn}$ . . . . .	89
FIGURA 4.11 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$ . . . . .	90
FIGURA 4.12 – Comparação da seções de choque da quebra elástica com e sem potencial nuclear para $^{40}\text{Ca}$ , $^{90}\text{Zr}$ , $^{118}\text{Sn}$ e $^{208}\text{Pb}$ . . . . .	92

- FIGURA 4.13 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 95
- FIGURA 4.14 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 95
- FIGURA 4.15 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 96
- FIGURA 4.16 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 96
- FIGURA 4.17 –Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 97
- FIGURA 4.18 –Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 97
- FIGURA 4.19 –Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 98

- FIGURA 4.20 – Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  ${}^{40}\text{Ca}(d, p+n){}^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 98
- FIGURA 4.21 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  ${}^{40}\text{Ca}(d, p+n){}^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 99
- FIGURA 4.22 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  ${}^{40}\text{Ca}(d, p+n){}^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 99
- FIGURA 4.23 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  ${}^{40}\text{Ca}(d, p+n){}^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 100
- FIGURA 4.24 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  ${}^{40}\text{Ca}(d, p+n){}^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 100
- FIGURA 4.25 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  ${}^{208}\text{Pb}(d, p+n){}^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 101
- FIGURA 4.26 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  ${}^{208}\text{Pb}(d, p+n){}^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 101

- FIGURA 4.27 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 102
- FIGURA 4.28 –A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 102
- FIGURA 4.29 –Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 103
- FIGURA 4.30 –Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 103
- FIGURA 4.31 –Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 104
- FIGURA 4.32 –Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 104
- FIGURA 4.33 –Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV. . . . . 105



- FIGURA 4.34 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV. . . . . 105
- FIGURA 4.35 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV. . . . . 106
- FIGURA 4.36 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV. . . . . 106
- FIGURA 4.37 – Comparação do espectro de energias do próton da reação  $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$  com e sem a interação nuclear e a comparação com dados experimentais extraídos da Ref. [17]. . . . . 107
- FIGURA 4.38 – Distribuição angular do próton na reação  $^{118}\text{Sn}(d, p + n)^{118}\text{Sn}$  a uma energia incidente do dêuteron de 56 MeV e ângulo de saída do nêutron de  $15^\circ$ . . . . . 108
- FIGURA 4.39 – Distribuição angular do próton na reação  $^{51}\text{V}(d, p + n)^{51}\text{V}$  com energia incidente do dêuteron de 56 MeV e ângulo de saída do nêutron de  $17,5^\circ$ . . . . . 109
- FIGURA 4.40 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando cálcio 40 como alvo. . . . . 111
- FIGURA 4.41 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando zircônio 90 como alvo. . . . . 112
- FIGURA 4.42 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando estanho 118 como alvo. . . . . 113
- FIGURA 4.43 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação com chumbo 208 como alvo. . . . . 114

# Lista de Tabelas

TABELA A.1 –Parâmetros do potencial óptico do dêuteron propostos na Ref. [12] . 123

# 1 Introdução.

## 1.1 Reações induzidas por dêuterons.

Em reações nucleares envolvendo íons pesados típicos, as possíveis contribuições para a seção de choque incluem o processo elástico, em que tanto o projétil quanto o alvo permanecem no mesmo estado que tinham no canal de entrada, e processos inelásticos, em que parte da energia de movimento do projétil pode ser transferida para os graus de liberdade internas do projétil ou alvo, excitando-o. Além desses, outros processos normalmente estão envolvidos. O projétil pode penetrar no alvo e formar um núcleo composto, que posteriormente emite partículas, ou pode haver uma colisão periférica no qual ocorre a captura de alguns núcleons do projétil pelo alvo ou a remoção de núcleons do alvo, definido como reações de stripping, pickup e/ou knock-out, respectivamente. Os processos de formação de núcleo composto e reações diretas são representados na Fig. 1.1. Para que ocorra reações diretas ou a formação de núcleo composto é necessário que o projétil se aproxime o suficiente do núcleo para que ele sinta os efeitos da interação nuclear na superfície e no interior do mesmo. Para isso, os valores da energia de colisão, da repulsão coulombiana e do momento angular são importantes para determinar o quanto será possível estas reações. Para íons pesados a barreira coulombiana pode ser grande. Por exemplo, numa colisão envolvendo dois átomos de urânio, para vencer a barreira

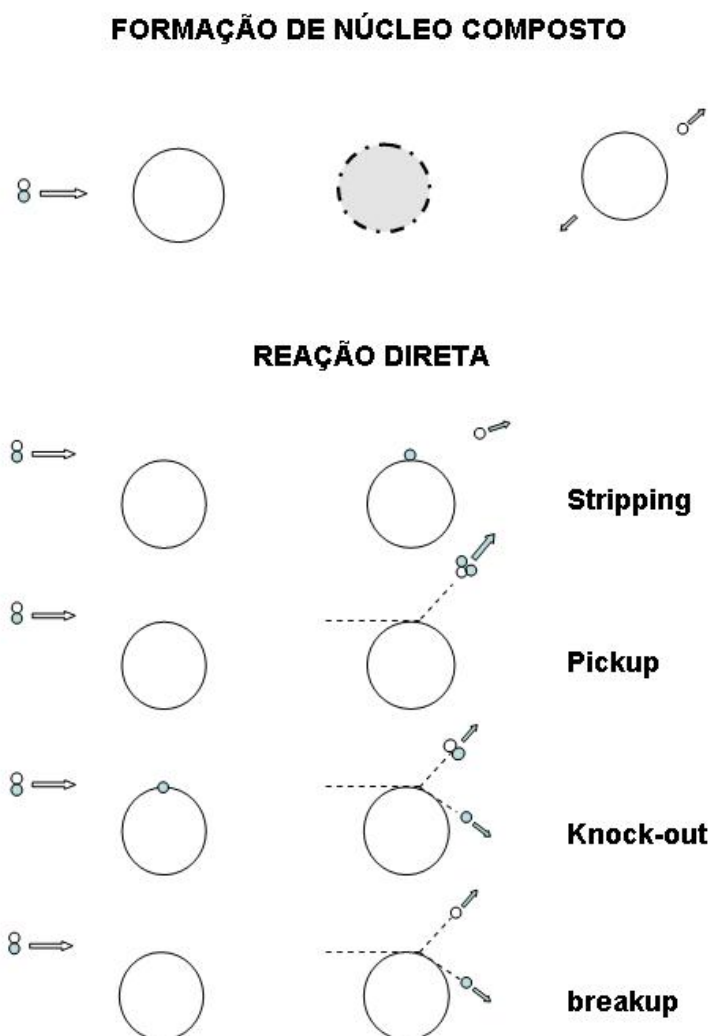


FIGURA 1.1 – Possíveis contribuições para a seção de choque de reação em reações nucleares envolvendo íons pesados. A figura foi extraída da Ref. [18].

coulombiana, é necessário que o projétil tenha uma energia aproximada de 1400 MeV. Além disso, a energia de ligação entre núcleons é normalmente da ordem de 5 a 10 MeV. Isso faz com que a energia de excitação do núcleo seja grande para romper a ligação entre os núcleons. Para vencer esses obstáculos é necessário que o projétil possua uma energia de incidência grande. Portanto, efeitos envolvendo reações diretas e formação de núcleo composto também são importantes em núcleos menos pesados e em altas energias. Para reações nucleares envolvendo íons típicos, os processos de formação de núcleo composto e

reações diretas constituem a maior parte da seção de choque.

No caso de núcleos fracamente ligados, como o dêuteron, que possui uma energia de ligação da ordem de 2,24 MeV, os processos de reações diretas, como stripping e breakup, exercem um papel maior no processo de reação, e assim se tornam mais importantes do que no caso de íons pesados. Por ser fracamente ligado, o projétil pode se quebrar, favorecendo o aparecimento de fenômenos que são mais visíveis em íons leves. Após a quebra, os fragmentos do projétil podem sair livremente no canal de saída, ou um deles pode ser absorvido pelo núcleo. Quando o dêuteron se quebra e ambas as partes saem livres no canal de saída, denominamos o processo de quebra elástica do dêuteron, se o núcleo permanecer no estado fundamental. Se parte da energia do dêuteron é transferida para o núcleo, denominamos o processo de quebra inelástica. Na Fig. 1.2, representamos “EB” (Elastic Breakup) como o processo referente a quebra elástica. Na quebra elástica e inelástica temos um sistema constituído de três corpos representado pela reação 1.1,



$A$  representa o núcleo alvo,  $x$  representa o projétil antes da quebra,  $a$  e  $b$  representam os resíduos após a quebra. Para analisar uma reação desse tipo devemos utilizar um modelo de três corpos. Todas as possibilidades apresentadas dependem das variáveis dinâmicas, tais como as energias, envolvidas. Esses casos estão ou podem ser representados pela Fig. 1.2. Após a quebra, se uma das partes do dêuteron (próton ou nêutron) for absorvida pelo núcleo e a outra sair livremente, denominamos o processo de fusão incompleta. Na Fig. 1.2 o termo “IF” (Incomplete Fusion) significa fusão incompleta. Se ambas as partes do dêuteron (próton e nêutron) forem absorvidas pelo núcleo em sequência, denominamos

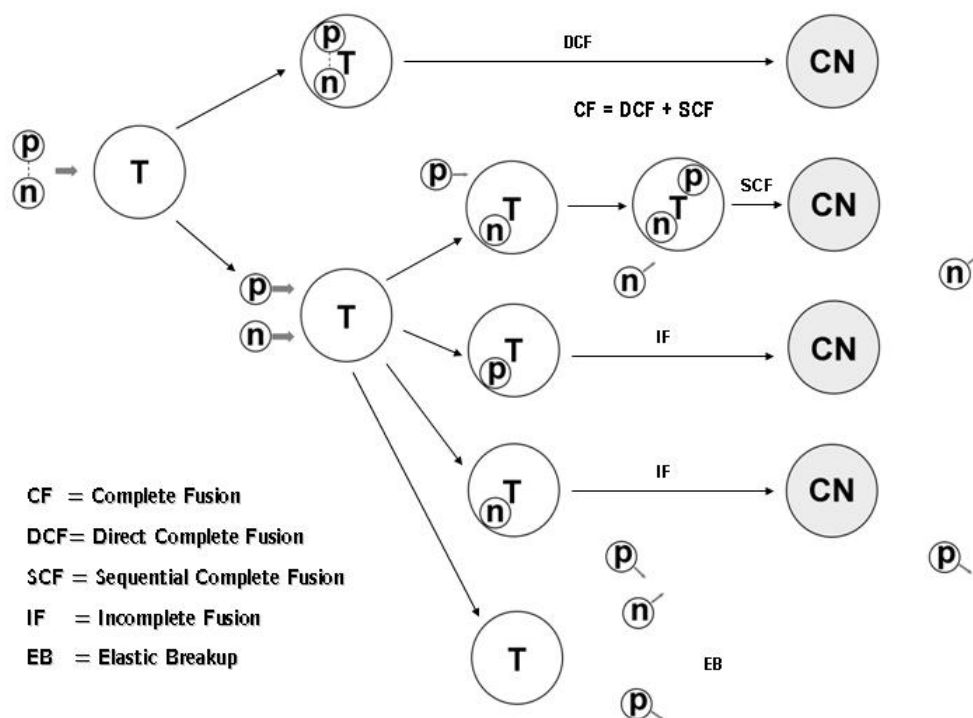


FIGURA 1.2 – Representação das reações envolvidas em um processo de reação nuclear induzida por dêuterons. Mais detalhes podem ser encontrados na Ref. [4].

o processo de fusão completa sequencial, “SCF”. Porém, se o deuteron não se quebrar, ele pode ser absorvido diretamente pelo núcleo. Quando isto ocorre, denominamos o processo de fusão completa direta, que na Fig. 1.2 designamos como “DCF”.

A seção de choque de reação deve consistir aproximadamente da soma destas contribuições. Ou seja, é bem aproximada pela soma das contribuições das seções de choque da quebra do projétil, de fusão incompleta e fusão completa. A importância de se estudar a contribuição da quebra em reações induzidas por dêuterons pode ser vista na Fig. 1.3. Ela mostra cálculos e dados experimentais da reação entre o deuteron e um alvo de  $^{124}\text{Te}$ . No canal de saída, são observados dois nêutrons emergindo juntamente com um núcleo de  $^{124}\text{I}$ . Como o próton presente no deuteron foi absorvido pelo núcleo durante a reação, consideramos que esse processo inclui as contribuições de fusão completa e de uma fusão incompleta no qual o próton foi absorvido pelo núcleo e o nêutron saiu livremente. Os

dados experimentais apresentam metade da seção de choque que seria obtida se a seção de choque de reação do dêuteron fosse usada para calcular a formação de núcleo composto (cálculos teóricos). A linha cheia corresponde o ajuste dos dados experimentais. Concluímos que o processo de quebra e de fusão incompleta com emissão do nêutron participam com quase metade da seção de choque de reação neste caso. O estudo do processo de fusão em reações induzidas por dêuterons é importante por ser uma possível maneira de produzir radioisótopos de uso medicinal.

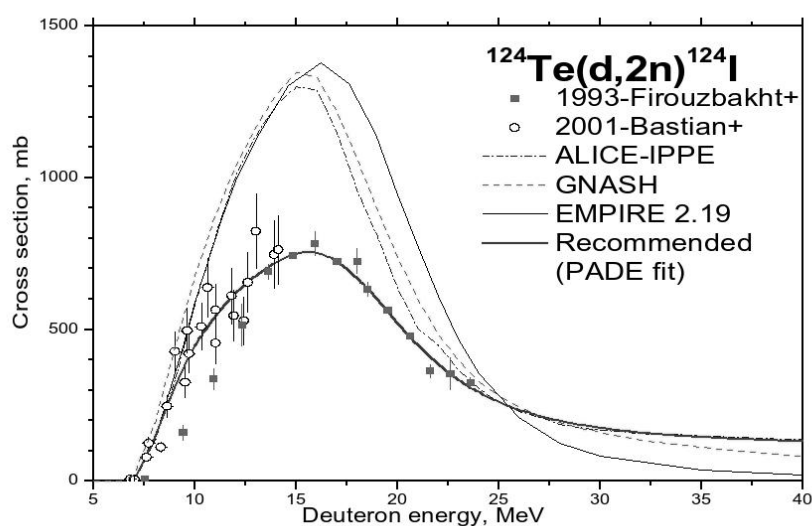


FIGURA 1.3 – Reação induzida por dêuteron envolvendo  $^{124}\text{Te}$  como núcleo alvo. As linhas tracejadas representam a seção de choque de reação usando três modelos diferentes. Os pontos representam os dados experimentais e a linha cheia representa o ajuste feito para os dados experimentais.

Para obter uma análise qualitativa da quebra elástica e não elástica usamos o modelo de Austern (Refs. [2, 3, 15]), porém, em nosso trabalho, não trabalhamos com a contribuição da quebra não-elástica. Obtemos uma análise qualitativa da quebra elástica usando a aproximação DWBA em um modelo de multicanais. Nesse trabalho faremos uma análise detalhada dos cálculos de *quebra elástica* e com menos detalhes da *fusão* no estudo de reações nucleares induzidas por dêuterons. Estimaremos através dos resultados gerados

pelo nosso modelo a importância dessas contribuições e o papel que elas exercem na seção de choque de reação. Testaremos o modelo comparando os cálculos teóricos com os dados experimentais. Iremos também obter, através dos dados da reação, conclusões físicas a respeito do que ocorre durante o processo de colisão no qual consideramos os efeitos da *quebra elástica e fusão*. Modelos mais sofisticados de reações envolvendo processos de quebra já foram desenvolvidos, como a Ref. [9], de que trata dos processos de quebra nuclear usando a técnica CDCC (Continuum Discretized Coupled Channels formalism) e os trabalhos de R. C. Mastroleo, T. Udagawa e M. G. Mustafa (Ref. [7] que trata dos processos de fusão completa e incompleta em reações induzidas por dêuterons). Porém, nenhum deles estudaram em detalhes a contribuição dos vários processos para a seção de choque de reação.

## 1.2 Reações nucleares envolvendo três corpos.

Em reações nucleares em que temos três corpos envolvidos, devemos tratar o problema usando um modelo de três corpos. Para analisar este tipo de sistema, vários trabalhos foram feitos afim de obter um modelo que descreve o comportamento físico dos participantes. Nesses trabalhos a interação entre cada participante é tratada como uma interação entre pares. Sabendo que em uma reação pode haver várias configurações possíveis trabalhamos com o conceito de partições (seção 2.1) que descrevem as possíveis configurações do sistema. Como exemplo, citamos a partição de entrada em que temos o próton e nêutron ligados formando o dêuteron interagindo com o núcleo e o canal de saída onde podemos ter o próton e o nêutron livres juntamente com o núcleo, que representaria outra partição. Isso seria a quebra do dêuteron que será tratado com mais detalhes na



próxima seção. Portanto, para obter as funções de onda que descrevem cada partição, utilizamos do modelo de multicanais para obter as equações e os operadores de transição  $T$  que carregam as informações da transição entre os estados que representam o canal de entrada e saída. Para obter as funções de onda de cada partição em um problema de três corpos, utiliza-se as equações de Faddeev. A Ref. [13] apresenta tais equações na forma matricial. Nesse caso específico, cada partição refere-se ao estado ligado de dois corpos e seu movimento, sendo analisado do ponto de vista do outro participante. O caso em que os três participantes estão livres também é considerado como uma partição específica. Para o estudo da cinemática envolvida, a Fig. 1.4 mostra claramente a descrição desse movimento de acordo com o sistema de coordenadas adotado. Rotulamos os corpos envolvidos com índices 1, 2 e 3 e tratamos o movimento de dois em relação a outro.  $r_{ij}$  representam a magnitude do vetor posição de  $i$  em relação a  $j$ . No sistema de coordenadas do centro-de-massa  $R$  é o vetor ligando o corpo 3 ao centro-de-massa do subsistema (1,2) e  $r_{23}$  é o vetor posição entre 2 e 3.  $p_1$  e  $p_2$  são os momentos de 1 e 2, Existem alguns

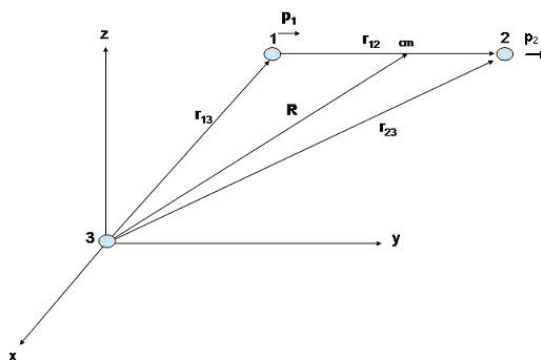


FIGURA 1.4 – Movimento das partículas 1 e 2 em relação a 3 e a representação dos vetores posição do sistema de laboratório e do centro-de-massa.

trabalhos que tratam do problema de três corpos com mais detalhes como na Ref. [2] que usa a técnica CDCC em problemas de três corpos e Ref. [13] onde obtém-se as equações de

---

Faddeev. Em nosso trabalho utilizamos do conceito de partições para tratar o problema de três corpos, que será apresentado no próximo capítulo.

## 2 Reações nucleares em um modelo de multicanais.

### 2.1 Conceito de partições em um modelo de multicanais.

Se considerarmos uma colisão entre um projétil com  $A_p$  nucleons e um alvo com  $A_t$  nucleons, podemos escrever a hamiltoniana do sistema

$$H = \sum_{i=1}^{A_p+A_t} K_i + \sum_{i<j}^{A_p+A_t} V_{ij}, \quad (2.1)$$

onde

$$K_i = -\frac{\hbar^2}{2\mu_i} \nabla_i^2 \quad (2.2)$$

é o operador energia cinética da partícula  $i$  e  $\mu_i$  é a sua massa e  $V_{ij}$  é a interação entre os núcleons  $i$  e  $j$ , como

$$H = \sum_{i=1}^{A_p} K_i + \sum_{j<k}^{A_p} V_{jk} + \sum_{j=1}^{A_t} K_j + \sum_{i<l}^{A_t} V_{il} + \sum_{i=1}^{A_p} \sum_{j=1}^{A_t} V_{ij}. \quad (2.3)$$

Este podemos reescrever como

$$H = H_a + H'_a, \quad (2.4)$$

onde  $H_a$  é a hamiltoniana da partição dos nucleons em  $A_p$  núcleons do projétil e  $A_t$  núcleons do alvo que não inclui a interação entre os nucleons dos núcleos diferentes. Esta interação está contida em  $H'_a$ ,

$$H_a = \sum_{i=1}^{A_p} K_i + \sum_{j<k}^{A_p} V_{jk} + \sum_{j=1}^{A_t} K_j + \sum_{s<l}^{A_t} V_{sl}, \quad (2.5)$$

$$H'_a = \sum_{i=1}^{A_p} \sum_{j=1}^{A_t} V_{ij}. \quad (2.6)$$

Observe que a hamiltoniana  $H_a$  da partição em  $A_p$  e  $A_t$  propaga os dois núcleos livremente mas que inclui a interação completa entre os  $A_p$  nucleons do projétil e a interação completa entre os  $A_t$  núcleons do alvo. Observe também que  $H'_a$  inclui a interação entre os nucleons de núcleos diferentes.

Se considerarmos uma colisão envolvendo três corpos, teríamos como exemplos das hamiltonianas das partições, onde a propagação relativa entre  $A$  e  $ab$  é livre,

$$H_{ab} = K_A + K_a + K_b + V_{ab}, \quad (2.7)$$

onde a propagação relativa entre  $a$  e  $Ab$  é livre,

$$H_{Ab} = K_A + K_a + K_b + V_{Ab}, \quad (2.8)$$

onde a propagação entre  $b$  e  $Aa$  é livre,

$$H_{Aa} = K_A + K_a + K_b + V_{Aa}, \quad (2.9)$$

e, no caso especial onde consideramos todas as partículas livres,

$$H_0 = \sum_{i=1}^3 K_i. \quad (2.10)$$

Como exemplo, se considerarmos  $b$  como próton e  $a$  como nêutron, então  $H_{ab}$  descreve o caso em que a interação entre o próton e o nêutron é levado em conta.

Se incluirmos todas as interações existentes temos a hamiltoniana total

$$H = H_{ab} + H'_{ab} \quad (2.11)$$

$$= H_{Ab} + H'_{Ab} \quad (2.12)$$

$$= H_{Aa} + H'_{Aa}, \quad (2.13)$$

onde definimos

$$H'_{ab} = V_{Ab} + V_{Aa}, \quad (2.14)$$

$$H'_{Ab} = V_{ab} + V_{Aa}, \quad (2.15)$$

$$H'_{Aa} = V_{ab} + V_{Ab}. \quad (2.16)$$

No primeiro caso, equação 2.11, em que consideramos a interação entre o próton e o nêutron em  $H_{ab}$ , a interação  $H'_{ab}$  consiste na interação próton+núcleo e nêutron+núcleo, ou seja, temos o dêuteron e seus estados “excitados” interagindo com o núcleo. Se consi-

derarmos uma partição com condições de contorno definidas, temos o que chamamos de canal de entrada ou de saída de uma colisão.

É conveniente utilizarmos operadores de projeção  $P_a$  que projeta no conjunto de estados  $\aleph_a$  de uma partição, de modo que as seguintes propriedades são satisfeitas,

$$P_a P_a = P_a,$$

$$P_a^\dagger = P_a, \tag{2.17}$$

$$P_a \aleph_a = \aleph_a. \tag{2.18}$$

### 2.1.1 Os operadores de Green dependentes do tempo.

A função de Green para o canal  $a$  e a função de Green completa são obtidas através das equações temporais, onde para facilitar o entendimento consideramos  $\hbar = 1$ ,

$$\left[ i \frac{d}{dt} - H_a \right] G_a^{(\pm)}(t) = \delta(t), \tag{2.19}$$

$$\left[ i \frac{d}{dt} - H \right] G^{(\pm)}(t) = \delta(t). \tag{2.20}$$

A função  $G_a^{(\pm)}$  é chamada de função de Green da partícula livre referente ao canal específico  $a$ .

Impondo as condições iniciais

$$G^{(+)}(t) = G_a^{(+)}(t) = 0, \quad t < 0 \tag{2.21}$$

$$G^{(-)}(t) = G_a^{(-)}(t) = 0, \quad t > 0 \tag{2.22}$$

podemos definir  $G^{(+)}(t)$  e  $G_a^{(+)}(t)$  como as funções de Green retardadas,  $G^{(-)}(t)$  e  $G_a^{(-)}(t)$

como as funções de Green avançadas. Aplicando as propriedades da função delta, as soluções para a equação 2.19 podem ser escritas na forma,

$$G_a^{(+)}(t) = \begin{cases} -iA'e^{-iH_a t} & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{se } t < 0 \end{cases}; \quad (2.23)$$

$$G_a^{(-)}(t) = \begin{cases} iAe^{-iH_a t} & \text{se } t < 0 \\ 0 & \text{se } t > 0 \end{cases}, \quad (2.24)$$

Para a equação 2.20 temos como solução,

$$G^{(+)}(t) = \begin{cases} -iB'e^{-iHt} & \text{se } t > 0 \\ 0 & \text{se } t < 0 \end{cases}; \quad (2.25)$$

$$G^{(-)}(t) = \begin{cases} iBe^{-iHt} & \text{se } t < 0 \\ 0 & \text{se } t > 0 \end{cases}, \quad (2.26)$$

sendo  $A$ ,  $A'$ ,  $B$  e  $B'$  constantes de normalização, que nos casos acima são consideradas unitárias.

Fisicamente podemos definir as funções  $G^{(\pm)}$  e  $G_a^{(\pm)}$  como propagadores temporais que satisfazem as equações

$$\phi_a(t) = \pm iG_a^{(\pm)}(t-t')\phi_a(t'), \quad (2.27)$$

$$\Psi(t) = \pm iG^{(\pm)}(t-t')\Psi(t'). \quad (2.28)$$

O propagador livre  $G_a^{(+)}(t-t')$  é responsável por evoluir a função de onda livre relativa a partição  $a$ ,  $\phi_a(t')$ , para um futuro posterior  $t$ . O propagador  $G^{(+)}(t-t')$  é responsável por evoluir a função de onda completa  $\Psi(t')$  para um futuro posterior  $t$ . Uma análise idêntica

é feita para o propagador  $G_a^{(-)}$ , cuja função é evoluir a função de onda livre relativa a partição  $a$ ,  $\phi_a(t')$ , para o passado em um instante  $t$  assim como o propagador  $G^{(-)}$  também é responsável por evoluir a função de onda completa  $\Psi(t')$  para o passado no instante  $t$ . Multiplicando as Eqs. 2.19 e 2.20 por  $\phi_a(t')$  e  $\Psi(t')$ , podemos verificar que  $\phi_a(t)$  e  $\Psi(t)$  se tornam soluções das equações

$$\left[ i \frac{d}{dt} - H_a \right] \phi_a(t) = 0, \quad (2.29)$$

$$\left[ i \frac{d}{dt} - H \right] \Psi^{(\pm)}(t) = 0, \quad (2.30)$$

mostrando que  $G_a^{(\pm)}$  e  $G^{(\pm)}$  são realmente propagadores temporais. Identificamos  $\phi_a(t)$  como a função de onda na partição definida por  $a$  que se propagam livremente no tempo sem a interação com os nucleons dos outros núcleos da partição, e identificamos  $\Psi(t)$  como a função de onda total do sistema que inclui a interação entre os nucleons de todos os núcleos da partição.

Aplicando o limite no qual  $t' \rightarrow -\infty$ , definimos

$$\Psi_{in}(t) = \lim_{t' \rightarrow -\infty} iG_a^{(+)}(t - t')\Psi(t'), \quad (2.31)$$

ou seja,  $\Psi_{in}(t)$  é a função de onda no qual a função de onda total a  $t \rightarrow -\infty$  evoluiria se não tivesse interação entre os elementos da partição  $a$ . Aplicando também o limite no qual  $t' \rightarrow \infty$  definimos

$$\Psi_{out}(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} -iG_a^{(-)}(t - t')\Psi(t'), \quad (2.32)$$

como a função de onda que evoluiria a função de onda total para  $t \rightarrow \infty$  se não houvesse



interação.

Combinando as Eqs. 2.19 e 2.20 e integrando no tempo podemos convertê-las em equações integrais na forma

$$G^{(\pm)}(t-t') = G_a^{(\pm)}(t-t') + \int_{-\infty}^{\infty} dt'' G_a^{(\pm)}(t-t'') H'_a G^{(\pm)}(t''-t'), \quad (2.33)$$

$$G^{(\pm)}(t-t') = G_a^{(\pm)}(t-t') + \int_{-\infty}^{\infty} dt'' G^{(\pm)}(t-t'') H'_a G_a^{(\pm)}(t''-t'). \quad (2.34)$$

Analisando o segundo termo do lado direito das equações acima, verificamos que os limites de integração não ultrapassa o intervalo entre  $t'$  a  $t$ . Vemos isso após verificarmos que as expressões acima satisfazem as Eqs. 2.19, 2.20 e as condições 2.21 e 2.22. A equação acima pode ser empregada como uma equação iterativa, ou seja, podemos iterá-la infinitamente substituindo  $G^{(\pm)}$  no lado direito

$$\begin{aligned} G^{(\pm)}(t) &= G_a^{(\pm)}(t) + \int_0^t dt'' G_a^{(\pm)}(t-t'') H'_a G_a^{(\pm)}(t'') \\ &+ \int_0^t dt'' G_a^{(\pm)}(t-t'') H'_a \int_0^{t''} dt''' G_a^{(\pm)}(t''-t''') H'_a G_a^{(\pm)}(t'''-t') + \dots \end{aligned} \quad (2.35)$$

Podemos assim dizer que  $G^{(\pm)}$  resulta de interações sucessivas  $H'_a$  seguidas de propagações no tempo. Agora iremos obter uma relação entre  $\Psi_{in}(t)$  e  $\Psi(t)$ . Primeiramente usamos

$$i \frac{\partial}{\partial t'} [G_a^{(\pm)}(t-t') \Psi(t')] = i \Psi(t') \frac{\partial}{\partial t'} G_a^{(\pm)}(t-t') + i G_a^{(\pm)}(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} \Psi(t'), \quad (2.36)$$

no qual o primeiro termo retiramos da equação 2.19

$$\Psi(t') \frac{\partial}{\partial t'} G_a^{(\pm)}(t-t') = -\Psi(t') \delta(t-t') - \Psi(t') H_a G_a^{(\pm)}(t-t') \quad (2.37)$$

e o segundo termo da equação 2.30 multiplicado por  $G_a^{(\pm)}$

$$iG_a^{(\pm)}(t-t')\frac{\partial}{\partial t'}\Psi(t') = G_a^{(\pm)}(t-t')H_a\Psi(t') + G_a^{(\pm)}(t-t')H'_a\Psi(t'). \quad (2.38)$$

Sabendo que  $G_a^{(\pm)}$  e  $H_a$  comutam, substituímos tais expressões acima na equação 2.36 e obtemos, após eliminarmos os termos remanentes, a expressão

$$i\frac{\partial}{\partial t'}[G_a^{(\pm)}(t-t')\Psi(t')] = -\Psi(t')\delta(t-t') + G_a^{(\pm)}(t-t')H'_a\Psi(t'). \quad (2.39)$$

Integramos assim a equação acima no intervalo  $(-\infty, \infty)$ ,

$$\lim_{t' \rightarrow \infty} iG_a^{(\pm)}(t-t')\Psi(t') - \lim_{t' \rightarrow -\infty} iG_a^{(\pm)}(t-t')\Psi(t') = -\Psi(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' G_a^{(\pm)}(t-t')H'_a\Psi(t'). \quad (2.40)$$

A função de onda completa  $\Psi^{(+)}(t)$  com condições de contorno em  $t \rightarrow -\infty$  será

$$\Psi^{(+)}(t) = \Psi_{in}(t) + \int_{-\infty}^t dt' G_a^{(+)}(t-t')H'_a\Psi^{(+)}(t'). \quad (2.41)$$

A função de onda completa  $\Psi^{(-)}(t)$  com condições de contorno em  $t \rightarrow \infty$  será

$$\Psi^{(-)}(t) = \Psi_{out}(t) + \int_t^{\infty} dt' G_a^{(-)}(t-t')H'_a\Psi^{(-)}(t'). \quad (2.42)$$

Após uma análise detalhada do comportamento da integral 2.41 e junto com a definição imposta para  $\Psi_{in}(t)$ , identificamos  $\Psi^{(+)}(t)$  como função de onda emergente do sistema descrito. Analisando a equação acima e usando a definição para  $\Psi_{out}(t)$  representamos  $\Psi^{(-)}(t)$  como função de onda imergente do sistema. Com isso, impondo  $t' \rightarrow \pm\infty$ , pode-

mos escrever as expressões

$$\Psi^{(+)}(t) = \lim_{t' \rightarrow -\infty} iG^{(+)}(t-t')\Psi_{in}(t'), \quad (2.43)$$

$$\Psi^{(-)}(t) = \lim_{t' \rightarrow \infty} -iG^{(-)}(t-t')\Psi_{out}(t'). \quad (2.44)$$

e assim definir  $G^{(+)}(t-t')$  como o operador que propaga a função de onda  $\Psi_{in}$  para o instante  $t$  mediante a interação e  $G^{(-)}(t-t')$  como o operador que propaga a função de onda que se encontra no estado  $\Psi_{out}$  para o instante  $t$  mediante a interação.

Assim como foi feito anteriormente podemos aplicar

$$\begin{aligned} i \frac{\partial}{\partial t'} [G^{(\pm)}(t-t')\Psi_{in}(t')] &= \left[ \frac{\partial}{\partial t'} G^{(\pm)}(t-t') \right] i\Psi_{in}(t') + iG^{(\pm)}(t-t') \frac{\partial}{\partial t'} \Psi_{in}(t') \\ &= \Psi_{in}(t')\delta(t-t') + G^{(\pm)}(t-t')H'_a\Psi_{in}(t'). \end{aligned} \quad (2.45)$$

Após integrarmos no intervalo  $(-\infty, \infty)$  temos

$$\Psi^{(+)}(t) = \Psi_{in}(t) + \int_{-\infty}^t dt' G^{(+)}(t-t')H'_a\Psi_{in}(t'). \quad (2.46)$$

Podemos fazer o processo análogo para obter

$$\Psi^{(-)}(t) = \Psi_{out}(t) + \int_t^{\infty} dt' G^{(-)}(t-t')H'_a\Psi_{out}(t'). \quad (2.47)$$

Tais equações definem  $G^{(\pm)}$  como propagadores responsáveis por levar o sistema do estado inicial  $\Psi_{in,out}$  para o estado  $\Psi^{(\pm)}$ . Ou seja, supondo a partícula no estado  $\Psi_{in}$  em um passado remoto  $t'$ , o propagador  $G^{(+)}$  leva o sistema para o estado descrito pela função de onda  $\Psi^{(+)}(t)$  em um instante posterior. Supondo a partícula no estado  $\Psi_{out}$  em um

instante  $t'$  qualquer no futuro, o propagador  $G^{(-)}$  leva o sistema para o passado  $t$  descrito pela função de onda  $\Psi^{(-)}(t)$ .

## 2.2 A matriz S e o operador de Møller.

Assim como apresentado na Eq. 2.27, podemos usar o propagador  $G_a^{(-)}$  para retroceder a função de onda  $\Psi_{in}$  que se encontra no canal específico  $a$  no tempo

$$\Psi_{a,in}(t') = -iG_a^{(-)}(t' - t)\Psi_{a,in}(t). \quad (2.48)$$

Substituindo tal expressão em 2.46 obtemos

$$\Psi^{(+)}(t) = \Psi_{in}(t) - i \int_{-\infty}^t dt' G^{(+)}(t - t') H'_a G_a^{(-)}(t' - t) \Psi_{in}(t). \quad (2.49)$$

Dentro do subespaço da partição  $a$  podemos escrever

$$P_a \Psi_{in}(t) = \Psi_{in}(t) \quad (2.50)$$

de modo que podemos obter

$$\Psi^{(+)}(t) = \Omega_a^{(+)} \Psi_{in}(t), \quad (2.51)$$

ou escrita na forma

$$\Psi^{(+)}(t) = [P_a + K_a^{(+)}] \Psi_{in}(t), \quad (2.52)$$

no qual definimos

$$K_a^{(+)} = -i \int_{-\infty}^{\infty} dt' G^{(+)}(t - t') H'_a G_a^{(-)}(t' - t) P_a. \quad (2.53)$$

Podemos também avançar a função de saída no tempo

$$\Psi_{a,out}(t') = iG_a^{(+)}(t' - t)\Psi_{a,out}(t). \quad (2.54)$$

Analogamente, obtemos

$$\Psi^{(-)}(t) = \Psi_{out}(t) + i \int_t^\infty dt' G^{(-)}(t - t') H'_a G_a^{(+)}(t' - t) \Psi_{out}(t). \quad (2.55)$$

Isolando  $\Psi_{out}(t)$ , desde que 2.18 seja satisfeita obtemos

$$\Psi^{(-)}(t) = \Omega_a^{(-)} \Psi_{out}(t), \quad (2.56)$$

ou escrita na forma

$$\Psi^{(-)}(t) = [P_a + K_a^{(-)}] \Psi_{out}(t), \quad (2.57)$$

onde definimos

$$K_a^{(-)} = i \int_{-\infty}^\infty dt' G^{(-)}(t - t') H'_a G_a^{(+)}(t' - t) P_a. \quad (2.58)$$

Podemos assim resumir essas duas expressões em

$$\Omega_a^{(\pm)} = [P_a + K_a^{(\pm)}]. \quad (2.59)$$

O operador  $\Omega_a^{(\pm)}$  se chama o operador de Møller e sua função é evoluir a função de onda total de entrada ou saída até o instante  $t$ . Das relações obtidas nas Eqs. 2.46 e 2.47,

podemos escrever as Eqs. 2.51 e 2.56 na forma

$$\Psi^{(+)}(t) = \Omega_a^{(+)}\Psi_{in}(t), \quad (2.60)$$

$$\Psi^{(-)}(t) = \Omega_a^{(-)}\Psi_{out}(t). \quad (2.61)$$

ou seja,  $\Omega_a^{(+)}$  é o operador que evolui a função de onda de entrada  $\Psi_{in}(t)$  para a função emergente  $\Psi^{(+)}(t)$  no mesmo instante  $t$ , e  $\Omega_a^{(-)}$  que evolui a função de onda de entrada  $\Psi_{out}(t)$  para a função imergente  $\Psi^{(-)}(t)$  no instante  $t$ .

Agora, para obter o operador adjunto, retrocedemos a função  $\Psi^{(+)}(t)$  no tempo usando o propagador  $G^{(-)}$  na forma

$$\Psi^{(+)}(t') = -iG^{(-)}(t' - t)\Psi^{(+)}(t) \quad (2.62)$$

e substituimos em 2.41

$$\Psi^{(+)}(t) = \Psi_{in}(t) - \left[ i \int_{-\infty}^t dt' G_a^{(+)}(t - t') H'_a G^{(-)}(t' - t) \right] \Psi^{(+)}(t). \quad (2.63)$$

Da condição que  $\psi_{in}(t)$  é uma função de onda na partição  $a$ , Eq. 2.17, obtemos

$$\Psi_{in}(t) = \left[ P_a + i \int_{-\infty}^t dt' P_a G_a^{(+)}(t - t') H'_a G^{(-)}(t' - t) \right] \Psi^{(+)}(t). \quad (2.64)$$

Obtemos assim a expressão

$$\Psi_{in}(t) = \Omega_a^{(+)\dagger} \Psi^{(+)}(t) \quad (2.65)$$

no qual definimos

$$\Omega_a^{(+)\dagger} = P_a + K_a^{(+)\dagger}, \quad (2.66)$$

onde

$$K_a^{(+)\dagger} = i \int_{-\infty}^t dt' P_a G_a^{(+)}(t-t') H'_a G^{(-)}(t'-t). \quad (2.67)$$

Assim como foi feito anteriormente podemos avançar  $\Psi^{(-)}$  no tempo na forma

$$\Psi^{(-)}(t') = i G^{(+)}(t'-t) \Psi^{(-)}(t) \quad (2.68)$$

e substituindo em 2.47 teremos

$$\Psi^{(-)}(t) = \Psi_{out}(t) + \left[ i \int_t^{\infty} dt' G_a^{(-)}(t-t') H'_a G^{(+)}(t'-t) \right] \Psi^{(-)}(t). \quad (2.69)$$

Após isolarmos  $\Psi_{out}(t)$ , obtemos

$$\Psi_{out}(t) = \left[ P_a - i \int_t^{\infty} dt' P_a G_a^{(-)}(t-t') H'_a G^{(-)}(t-t') \right] \Psi^{(-)}(t), \quad (2.70)$$

que escrevemos na forma

$$\Psi_{out}(t) = \Omega_a^{(-)\dagger} \Psi^{(-)}(t) \quad (2.71)$$

no qual definimos

$$\Omega^{(-)\dagger} = P_a - i \int_t^{\infty} dt' P_a G_a^{(-)}(t-t') H'_a G^{(-)}(t-t'). \quad (2.72)$$

Substituindo 2.51 e 2.56 em 2.65 e 2.71 respectivamente obtemos

$$\Psi_{out}^{in}(t) = \Omega_a^{(\pm)\dagger} \Omega_a^{(\pm)} \Psi_{out}^{in}(t). \quad (2.73)$$

Desde que estas relações valem para qualquer estado da partição  $a$ , temos

$$\Omega_a^{(\pm)\dagger}\Omega_a^{(\pm)} = P_a. \quad (2.74)$$

Sabemos que o operador  $P_a$  está associado aos estados do subespaço  $\aleph_a$ . Comparando com as Eqs. 2.60 e 2.61, percebemos que  $\Omega_a^{(\pm)}$  possui a função de mapear os estados do subespaço  $\aleph_a$  respectivamente em subespaços  $\mathbb{Q}_a^{(\pm)}$ , nos limites assintóticos  $t \rightarrow \pm\infty$ , ambos relativos a partição  $a$ . Agora, com relação ao operador inverso  $\Omega_a^{(\pm)\dagger}$ , comparamos tal observação com as equações 2.65 e 2.71 e chegar a conclusão que o operador inverso possui a função de fazer o caminho inverso, ou seja, mapear os subespaços  $\mathbb{Q}_a^{(\pm)}$  nos limites assintóticos para o subespaço  $\aleph_a$ . Com base nisso, podemos definir um operador de projeção  $Q_a^{(\pm)}$  como

$$\Omega_a^{(\pm)}\Omega_a^{(\pm)\dagger} = Q_a^{(\pm)}. \quad (2.75)$$

Agora, substituindo 2.65 em 2.51 e substituindo 2.71 em 2.56 obtemos

$$\Psi^{(\pm)}(t) = \Omega_a^{(\pm)}\Omega_a^{(\pm)\dagger}\Psi^{(\pm)}(t). \quad (2.76)$$

Nos casos 2.73, a função no subespaço  $\aleph_a$  foi para o subespaço  $\mathbb{Q}_a^{(\pm)}$  e depois retornou para o subespaço  $\aleph_a$ . Outra propriedade interessante é a ortogonalidade de tais operadores. Devido ao fato que os canais  $a$  e  $b$  incluem partições diferentes das funções de onda nos limites assintóticos, percebemos que a função de onda do canal  $b$  não possui projeção dentro do subespaço pertencente ao canal  $a$ . Concluimos assim que o produto interno  $\langle \Psi^{(\pm)}(\beta, t) | \Psi^{(\pm)}(\alpha, t) \rangle$ , sendo  $\alpha$  e  $\beta$  estados que correspondem as partições  $a$  e  $b$  diferentes,



é nulo quando  $t \rightarrow \pm\infty$ . Usando as eqs 2.60 e 2.61 verificamos que

$$\begin{aligned} \langle \Psi^{(\pm)}(\beta, t) | \Psi^{(\pm)}(\alpha, t) \rangle &= \left\langle \Psi_{b,in,out}(\beta, t) | \Omega_b^{(\pm)\dagger} \Omega_a^{(\pm)} \Psi_{a,in,out}(\alpha, t) \right\rangle \\ &= 0. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Isso significa que as funções de onda nos limites assintóticos associadas a diferentes partições são ortogonais entre si. Comparando com a definição de  $\Omega^{(\pm)}$  e seu operador adjunto, vemos que o produto interno juntamente com as propriedades 2.74 são satisfeitas se

$$\Omega_b^{(\pm)\dagger} \Omega_a^{(\pm)} = P_a \delta_{ab}, \quad (2.78)$$

mostrando a ortogonalidade do operador  $\Omega$  com relação a diferentes canais. Comparando as Eqs. 2.73 com a ortogonalidade da Eqs. 2.78 e a definição do operador  $Q^{(\pm)}$  podemos também chegar a seguinte propriedade

$$Q_a^{(\pm)} Q_b^{(\pm)} = 0 \quad a \neq b. \quad (2.79)$$

A matriz S está relacionada com a probabilidade de um sistema passar de um estado  $\alpha$  a um instante qualquer no passado para um estado posterior  $\beta$  em um instante  $t$  qualquer. Isso pode ser representado do ponto de vista matemático na forma

$$\langle \phi_b(\beta, t) | S_{ba} | \phi_a(\alpha, t) \rangle \equiv \langle \Psi^{(-)}(\beta, t) | \Psi^{(+)}(\alpha, t) \rangle. \quad (2.80)$$

Supondo o sistema, em um passado remoto, poderia ser representado por uma função de

onda em uma partição  $a$ ,  $\phi_a(t)$ , temos que

$$\Psi_{a,in}(\alpha, t) \equiv \phi_a(\alpha, t). \quad (2.81)$$

Identificando  $\Psi_{b,out}(\beta, t)$  como a função de onda do sistema no futuro remoto

$$\Psi_{b,out}(\beta, t) = \phi_b(\beta, t), \quad (2.82)$$

e usando as identidades 2.51 e 2.56 podemos escrever

$$\begin{aligned} \langle \phi_b(\beta, t) | S_{ba} \phi_a(\alpha, t) \rangle &= \langle \Psi^{(-)}(\beta, t) | \Psi^{(+)}(\alpha, t) \rangle \\ &= \langle \Psi_{b,out}(\beta, t) | \Omega_b^{(-)\dagger} \Omega_a^{(+)} \Psi_{a,in}(\alpha, t) \rangle \end{aligned} \quad (2.83)$$

e identificar

$$S_{ba} = \Omega_b^{(-)\dagger} \Omega_a^{(+)}. \quad (2.84)$$

Isso nos fornece a expressão do operador  $S_{ba}$  e sua relação com o operador de Møller e o seu operador adjunto.

Tal expressão será muito útil posteriormente para a obtenção do operador  $T$  em um espalhamento envolvendo multicanais.

### 2.3 Os operadores de Green independentes do tempo.

Aplicando a transformada de Fourier aos propagadores das Eqs. 2.23 a 2.26 respectivamente temos

$$G_a^{(\pm)}(E) = \begin{cases} i \int_0^\infty dt A' e^{-i(E-H_a)t} \\ -i \int_{-\infty}^0 dt A e^{-i(E-H_a)t} \end{cases} \quad (2.85)$$

$$G^{(\pm)}(E) = \begin{cases} i \int_0^\infty dt B' e^{-i(E-H)t} \\ -i \int_{-\infty}^0 dt B e^{-i(E-H)t} \end{cases} \quad (2.86)$$

Porém, para que haja convergência de tais integrais consideramos  $A = B = e^{-\epsilon t}$  e  $A' = B' = e^{\epsilon t}$ . Integrando, obtemos

$$G_a^{(\pm)}(E) = (E - H_a \pm i\epsilon)^{-1}, \quad (2.87)$$

$$G^{(\pm)}(E) = (E - H \pm i\epsilon)^{-1}. \quad (2.88)$$

Obtemos assim os resolventes,  $G_a^{(\pm)}$  e  $G^{(\pm)}$  independentes do tempo, correspondentes aos propagadores que evoluem para o futuro e retrocede para o passado, respectivamente. Agora, podemos escrever a equação 2.41 em uma forma independente do tempo. Basta multiplicar por  $e^{iEt}$ , integrar no tempo e obtemos

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi^{(\pm)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi_{out}^{in}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' \left[ \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} G_a^{(\pm)}(t) \right] e^{iEt'} H'_a \Psi^{(\pm)}(t'). \quad (2.89)$$

Definindo as transformadas de Fourier de  $\Psi(E)$  e  $\Psi_{out}^{in}(E)$  como

$$\Psi(E) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi(t), \quad (2.90)$$

$$\Psi_{out}^{in}(E) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi_{out}^{in}(t) \quad (2.91)$$

temos as equações independentes do tempo para  $\Psi^{(\pm)}$ ,

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \Psi_{out}^{in}(E) + G_a^{(\pm)}(E) H'_a \Psi^{(\pm)}(E). \quad (2.92)$$

Tais equações são conhecidas como equações de *Lippmann-Schwinger*, que no caso obtemos para uma reação envolvendo a partição  $a$ .

Agora multiplicamos as Eqs. 2.46 e 2.47 por  $e^{iEt}$  e integramos no tempo,

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi^{(\pm)}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} \Psi_{out}^{in}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} dt' \left[ \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{iEt} G^{(\pm)}(t) \right] e^{iEt'} H'_a \Psi_{out}^{in}(t'), \quad (2.93)$$

para obter mais duas equações para  $\Psi^{(\pm)}$ ,

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \Psi_{out}^{in}(E) + G^{(\pm)}(E) H'_a \Psi_{out}^{in}(E). \quad (2.94)$$

Estas equações serão úteis posteriormente para a obtenção do elemento de matriz do operador de transição  $T$ .

Segue das equações integrais dependentes do tempo, Eqs. 2.33 e 2.34, que após apli-

carros a transformada de Fourier obtemos

$$G^{(\pm)}(E) = G_a^{(\pm)}(E) + G_a^{(\pm)}(E)H'_a G^{(\pm)}(E), \quad (2.95)$$

$$G^{(\pm)}(E) = G_a^{(\pm)}(E) + G^{(\pm)}(E)H'_a G_a^{(\pm)}(E). \quad (2.96)$$

Em geral, integrando  $G_a^{(\pm)}(E)$  temos

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{E - E_a \pm i\epsilon} = PP \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{E - E_a \pm i\epsilon} + \int_{\pm\pi}^0 \frac{i\epsilon e^{i\theta}}{\epsilon e^{i\theta}} d\theta, \quad (2.97)$$

onde PP significa a parte principal da integral e substituímos

$$E - E_a \pm i\epsilon = \epsilon e^{i\theta}. \quad (2.98)$$

Temos assim

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{E - E_a \pm i\epsilon} = PP \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dE}{E - E_a \pm i\epsilon} \mp i\pi \int_{-\infty}^{\infty} \delta(E - E_a) dE. \quad (2.99)$$

Com isso podemos escrever  $G_a$  na forma

$$G_a^{(\pm)}(E) = PP G_a^{(\pm)}(E) \mp i\pi \delta(E - E_a), \quad (2.100)$$

expressão que será útil posteriormente na obtenção do operador  $T$ .

## 2.4 O operador de transição $T$ .

Nessa seção iremos definir o operador  $T$  que carrega toda a informação da interação ocorrida no processo de espalhamento, assim como mostra a Fig. 2.1, e que será uma ferramenta necessária na obtenção dos operadores de transição  $\mathfrak{S}$  de grande importância para as equações de Faddeev.

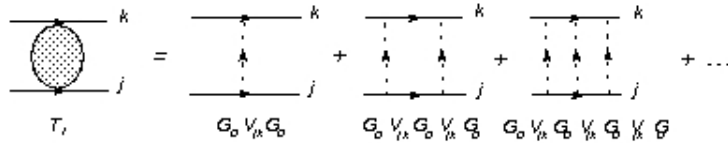


FIGURA 2.1 – Representação esquemática do operador  $T$  usando diagramas de Feynman, de acordo com a Ref. [5].

Supomos que o sistema esteja inicialmente no estado  $\alpha$  e sofra uma transição para o estado  $\beta$ . Começamos com as relações entre  $\Psi^{(\pm)}(E_\alpha, \alpha)$  e  $\phi_a(E_\alpha, \alpha)$  dados por 2.94,

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \phi_a(E) + G^{(\pm)}(E)H'_a\phi_a(E). \quad (2.101)$$

Calculamos a diferença de ambas as equações,

$$\begin{aligned} \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) - \Psi^{(-)}(E_\alpha, \alpha) &= G_a^{(+)}(E)H'_a\phi_a(E_\alpha, \alpha) - G_a^{(-)}(E)H'_a\phi_a(E_\alpha, \alpha). \\ &= -2\pi i\delta(E - H_a)H'_a\phi_a(E, \alpha), \end{aligned} \quad (2.102)$$

onde usamos  $G_a^{(\pm)}(E)$  na forma mostrada na Eq. 2.100. Substituindo a definição de  $\Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha)$  mostrado acima na Eq. 2.80, que define a matriz  $S_{ba}$ , temos

$$\begin{aligned} \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | S_{ba} | \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle &= \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | \Psi^{(-)}(E_\alpha, \alpha) \rangle \\ &- 2\pi i\delta(E_\beta - E_\alpha) \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | H'_a\phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle. \end{aligned} \quad (2.103)$$

Definindo o elemento de matriz  $T$  como

$$\langle \phi_b(E_\beta, \beta) | S_{ba} | \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle = \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle - 2\pi i \delta(E_\beta - E_\alpha) T_{\beta\alpha}(E), \quad (2.104)$$

vemos que os primeiros termos dos lados direitos das Eqs. 2.103 e 2.104 são iguais devido a Eq. 2.78 e que o segundo termo da Eq. 2.104 é justamente o segundo termo da Eq. 2.103. Temos então

$$\mathbf{T}_{ba} = \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | H'_a \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle. \quad (2.105)$$

Isolando  $\Psi^{(-)}$  em 2.102 e fazendo a substituição  $a \rightarrow b$ , temos

$$\Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) = \Psi^{(+)}(E_\beta, \beta) + 2\pi i \delta(E - H_b) H'_b \phi_b(E_\beta, \beta). \quad (2.106)$$

Substituindo na Eq. 2.80 obtemos

$$\begin{aligned} \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | S_{ba} | \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle &= \langle \Psi^{(+)}(E_\beta, \beta) | \Psi^{(+)}(E_\beta, \beta) \rangle \\ &\quad - 2\pi i \delta(E - H_b) \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | H'_b \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle, \end{aligned} \quad (2.107)$$

onde supomos  $H_b^{\dagger} = H'_b$ . Comparando a equação acima com a definição da matriz  $T$ , Eq. 2.104, obtemos uma outra expressão para  $\mathbf{T}_{ba}$ ,

$$\mathbf{T}_{ba} = \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | H'_b \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle. \quad (2.108)$$

A equação 2.108 define  $\mathbf{T}_{ba}$  como o overlap avaliado entre a função de onda emergente no canal de entrada com a função de onda livre no canal de saída mediante uma interação produzida na partição  $b$ . O mesmo operador  $\mathbf{T}$  pode ser escrito como o overlap da função

de onda imergente do canal de saída com a função de onda livre no canal de entrada mediante uma interação produzido no canal de entrada, Eq. 2.105.

Substituindo  $\Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha)$  dado por 2.94 em 2.108 podemos reescrevê-la na forma

$$\mathbf{T}_{ba} = \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | [H'_b + H'_b G^{(+)}(E) H'_a] \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle, \quad (2.109)$$

e de acordo com a definição imposta para o operador  $\mathbf{T}$  podemos definir

$$\mathbf{T}_{ba} = \langle \phi_b(E_\beta, \beta) | T_{ba} \phi_a(E_\alpha, \alpha) \rangle, \quad (2.110)$$

de modo que podemos obter uma equação que relaciona  $T_{ba}$  com o operador de Green e os potenciais  $H'_a$  e  $H'_b$  dado por

$$T_{\mathbf{b}a}(E_\alpha) = H'_b + H'_b G^{(+)}(E_\alpha) H'_a. \quad (2.111)$$

Substituímos em  $T_{\mathbf{b}a}(E_\alpha)$  dado anteriormente o operador de Green referente ao canal  $a$  dado por 2.95,

$$\begin{aligned} T_{\mathbf{b}a}(E_\alpha) &= H'_b + H'_b G^{(+)}(E_\alpha) H'_a \\ &= H'_b + H'_b G_a^{(+)}(E_\alpha) H'_a + \\ &+ H'_b G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a + H'_b G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a \\ &= H'_b + H'_b G_a^{(+)} [H'_a + H'_a G_a^{(+)} H'_a + \dots] \\ &= H'_b + H'_b G_a^{(+)} [H'_a + H'_a G^{(+)} H'_a]. \end{aligned} \quad (2.112)$$

Observando a equação para  $T_{\mathbf{b}a}(E_\alpha)$  dado em 2.111, ao considerar  $b \equiv a$  podemos



reescrevê-la na forma

$$T_{aa}(E_\alpha) = H'_a + H'_a G_a^{(+)}(E_\alpha) H'_a. \quad (2.113)$$

Comparamos com a expansão para  $T_{ba}(E_\alpha)$  dado acima e obtemos uma relação entre  $T_{ba}$  e o operador  $T_{aa}(E_\alpha)$ , na forma

$$T_{ba}(E_\alpha) = H'_b + H'_b G_a^{(+)}(E_\alpha) T_{aa}(E_\alpha). \quad (2.114)$$

Podemos substituir 2.95 em 2.113 iterativamente, afim de obter

$$\begin{aligned} T_{aa}(E_\alpha) &= H'_a + H'_a G_a^{(+)} H'_a + H'_a G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a + \dots \\ &= H'_a + H'_a G_a^{(+)} [H'_a + H'_a G_a^{(+)} H'_a + \dots] \\ &= H'_a + H'_a G_a^{(+)} T_{aa}(E_\alpha). \end{aligned} \quad (2.115)$$

Reorganizando os termos da Eq. 2.112 temos

$$\begin{aligned} T_{ba}(E_\alpha) &= H'_b + H'_b G_a^{(+)} H'_a + \\ &+ H'_b G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a + H'_b G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a \\ &= H'_b + [H'_b + H'_b G_a^{(+)} H'_a + H'_b G_a^{(+)} H'_a G_a^{(+)} H'_a + \dots], \end{aligned} \quad (2.116)$$

podemos obter

$$T_{ba}(E_\alpha) = H'_b + T_{ba}(E_\alpha) G_a^{(+)}(E_\alpha) H'_a. \quad (2.117)$$

Substituindo  $\Psi^{(-)}(E_\beta, \beta)$  dado por 2.94 em 2.105 e usando  $G^{(-)\dagger} = G^{(+)}$ , podemos

reescrever a matriz  $\mathbf{T}_{ba}$  na forma mostrada pela Eq. 2.111, onde definimos

$$T_{ba} = H'_a + H'_b G^{(+)}(E_\beta) H'_a. \quad (2.118)$$

Usando a expansão do propagador  $G^{(+)}(E_\beta)$  e organizando os termos, assim como foi feito na Eq. 2.116, obtemos uma nova expressão para o operador  $T_{ba}$

$$T_{ba}(E_\beta) = H'_a + H'_b G_b^{(+)}(E_\beta) T_{ba}(E_\beta). \quad (2.119)$$

As duas expressões, Eqs. 2.111 e 2.118, fornecem os mesmos elementos de matriz entre os estados  $\phi_a$  e  $\phi_b$  de mesma energia.

### 2.4.1 Aproximação DWBA para a matriz $T$ .

Supomos que a hamiltoniana total pode ser escrita como a soma de dois operadores,

$$H = H_1 + \gamma H'_2, \quad (2.120)$$

onde definimos

$$H_1 = H_0 + H'_1, \quad (2.121)$$

sendo  $H_0$  a hamiltoniana livre definida na Eq. 2.10 e  $\gamma$  uma constante arbitrária.

Segundo a Eq. 2.87 definimos o propagador  $G_1^{(\pm)}$  na forma

$$G_1^{(\pm)}(E) = (E - H_1 \pm i\epsilon)^{-1}. \quad (2.122)$$

$G_1^{(\pm)}(E)$  representaria o resolvente não perturbado, correspondente a propagação do sis-

tema quântico mediante a interação da parte  $H_1$ . Substituindo  $H$  dado pela Eq. 2.120 na Eq. 2.20, e usando o mesmo procedimento para obter o propagador  $G^{(\pm)}(E)$ , como demonstrado nas Eqs. 2.33, 2.34, 2.95 e 2.96 obtemos uma nova expressão que relaciona  $G^{(\pm)}(E)$  com o propagador  $G_1^{(\pm)}(E)$  e a parte restante de  $H$ . Os efeitos do operador  $H_1$  estão incluídos em  $G_1^{(\pm)}(E)$ ,

$$G^{(\pm)}(E) = G_1^{(\pm)}(E) + \gamma G_1^{(\pm)}(E) H_2' G^{(\pm)}(E), \quad (2.123)$$

$$G^{(\pm)}(E) = G_1^{(\pm)}(E) + \gamma G^{(\pm)}(E) H_2' G_1^{(\pm)}(E). \quad (2.124)$$

O mesmo procedimento pode ser feito para obter a função  $\Psi^{(\pm)}(E)$ , substituindo a Eq. 2.120 na equação temporal 2.30 e usando os mesmos passos que foram usados para obter as equações de *Lippman-Schwinger*, Eqs. 2.92 e 2.94,

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \Psi_1^{(\pm)}(E) + \gamma G_{a1}^{(\pm)}(E) H_2' \Psi^{(\pm)}(E), \quad (2.125)$$

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \Psi_1^{(\pm)}(E) + \gamma G^{(\pm)}(E) H_2' \Psi_1^{(\pm)}(E), \quad (2.126)$$

onde consideramos  $\Psi_1^{(\pm)}$  a função de onda que inclui a interação da parte  $H_1$ , e que satisfaz a equação

$$\Psi_1^{(\pm)}(t) = \pm i G_1^{(\pm)}(t - t') \Psi_1^{(\pm)}(t'), \quad t \geq 0. \quad (2.127)$$

Substituindo as expressões de  $\Psi^{(-)}(E)$  e  $\Psi^{(+)}(E)$  na Eq. 2.80 obtemos

$$\begin{aligned} \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle &= \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | \Psi_1^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle + \\ &+ \gamma \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | G_1^{(+)}(E_\alpha) H_2' \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle \quad (2.128) \\ &+ \gamma \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | H_2' G^{(+)}(E_\beta) \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle. \end{aligned}$$

Sabendo que  $G^{(\pm)}(E_\beta)$  aplicado na função  $\Psi^{(\pm)}(E_\alpha)$  fornece o autovalor  $(E_\beta - E_\alpha \pm i\epsilon)^{-1}$  e  $G_1^{(\pm)}(E_\alpha)$  aplicado na função  $\Psi^{(\pm)}(E_\beta)$  fornece o autovalor  $(E_\alpha - E_\beta \pm i\epsilon)^{-1}$ , podemos reagrupar os dois últimos termos da equação acima para obter

$$\begin{aligned} \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle &= \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | \Psi_1^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle - \\ &- 2\gamma i\pi\delta(E_\beta - E_\alpha) \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | H_2' \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle. \end{aligned} \quad (2.129)$$

Pela definição da matriz  $S$  e sua relação com a matriz  $T$ , identificamos o lado esquerdo e o primeiro termo do lado direito da equação acima com a matriz  $T$  de modo que podemos obter uma nova expressão para a matriz  $\mathbf{T}_{ba}$ ,

$$\mathbf{T}_{ba} = \mathbf{T}_{1ba} + \gamma \langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | H_2' \Psi^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle. \quad (2.130)$$

A matriz  $\mathbf{T}_{1ba}$  refere-se ao operador de transição de estados no qual o operador  $H_1$  está envolvido. No segundo termo consideramos no canal de saída o sistema descrito pela função de onda distorcida pelo operador  $H_1$ . Tal termo refere-se a amplitude de transição da função de onda total no canal de entrada para a função de onda distorcida no canal de saída mediante a interação do operador  $H_2'$ . Substituindo  $\Psi^{(-)}(E)$  definido pela Eq. 2.125 e  $\Psi^{(+)}(E)$  definido pela Eq. 2.126 na Eq. 2.129 obtemos outra expressão para  $\mathbf{T}_{ba}$ ,

$$\mathbf{T}_{ba} = \mathbf{T}_{1ba} + \gamma \langle \Psi^{(-)}(E_\beta, \beta) | H_2' \Psi_1^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle. \quad (2.131)$$

Substituindo as Eqs. 2.126 na Eq. 2.130 ou na Eq. 2.132 obtemos a expressão para o

operador  $\mathbf{T}_{ba}$  escrita na forma

$$\mathbf{T}_{ba} = \mathbf{T}_{1ba} + \gamma \left\langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | T_{ba}^{(2)}(E) \Psi_1^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \right\rangle, \quad (2.132)$$

onde definimos

$$T_{ba}^{(2)}(E) = H_2' + H_2' G^{(\pm)}(E) H_2'. \quad (2.133)$$

Podemos reorganizar a Eq. 2.125 na forma

$$\Psi_1^{(\pm)}(E) = \left[ 1 - \gamma G_1^{(\pm)}(E) H_2' \right] \Psi^{(\pm)}(E), \quad (2.134)$$

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \left[ 1 - \gamma G_1^{(\pm)}(E) H_2' \right]^{-1} \Psi_1^{(\pm)}(E). \quad (2.135)$$

Portanto podemos representar  $\Psi^{(\pm)}(E)$  como

$$\Psi^{(\pm)}(E) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \gamma G_1^{(\pm)}(E) H_2' \right)^n \Psi_1^{(\pm)}(E). \quad (2.136)$$

Impondo  $\gamma = 1$  a série acima denomina-se a série de Born. Podemos assim, representar a função de onda total como a superposição de ondas parciais de amplitudes  $G_1^{(\pm)}(E) H_2'$ . Fazendo uma aproximação considerando apenas  $n = 0$  na série acima obtemos um resultado aproximado para a matriz  $\mathbf{T}_{ba}$  dado pela Eq. 2.132, o qual denominamos a aproximação de Born de ondas distorcidas,

$$\mathbf{T}_{ba} \approx \mathbf{T}_{1ba} + \left\langle \Psi_1^{(-)}(E_\beta, \beta) | H_2' \Psi_1^{(+)}(E_\alpha, \alpha) \right\rangle. \quad (2.137)$$

## 2.5 O operador de transição $\mathfrak{S}$ .

Em um espalhamento envolvendo três corpos definidos como  $i$ ,  $j$  e  $k$ , podemos definir a interação entre os participantes como

$$V = V_{12} + V_{13} + V_{23}, \quad (2.138)$$

ou na forma

$$V = V^1 + V^2 + V^3, \quad (2.139)$$

sendo  $V_{ij}$  a interação entre os corpos  $i$  e  $j$ . Vamos inclusive considerar também a interação em que os três corpos interagem simultaneamente  $V_{123}$ .

Para o tratamento do problema de três corpos também é útil introduzir o conceito de operador de transição  $T$ , cuja definição foi dada na seção anterior. Iniciaremos com a Eq. 2.114 demonstrada na seção anterior. Supomos que  $a$  representaria o canal de entrada, no qual temos dois corpos ligados e um livre. Posteriormente indicamos  $b$  como o canal de saída no qual podemos ter várias combinações possíveis. Podemos citar como exemplo o caso em que  $T_{ba} \rightarrow T_{21}$ . Teremos assim, no canal de entrada o objeto rotulado como 1 livre e 2 + 3 ligados. Após a colisão teremos o objeto 2 livre e 1 + 3 ligados. Portanto,  $T_{21}$  carregaria toda a informação da interação entre os três corpos que ocorreu durante o espalhamento onde ocorreu o rearranjo entre os corpos. Isto é, para as interações em que o objeto 1 participa podemos escrever

$$H'_1 = V_{12} + V_{13} + V_{123}, \quad (2.140)$$

para as interações em que o objeto 2 participa temos

$$H'_2 = V_{21} + V_{23} + V_{123}, \quad (2.141)$$

para as interações em que o objeto 3 participa temos

$$H'_3 = V_{23} + V_{13} + V_{123}, \quad (2.142)$$

ou o caso em que os três objetos saem livres

$$H'_0 = V_{12} + V_{13} + V_{23} + V_{123}. \quad (2.143)$$

Com base nesse conceito e de acordo com 2.114 podemos expressar os operadores  $T_{i1}$  em função do operador  $T_{11}$  como

$$T_{i1} = H'_i + H'_i G_1^{(+)} T_{11}. \quad (2.144)$$

Nesse caso  $T_{i1}$  representa a transição entre as partições em que encontramos o objeto 1 livre e (2,3) ligado no canal de entrada, e no canal de saída encontramos o objeto i livre e o restante ligado. Podemos então escrever

$$\begin{aligned} T_{11} &= V_{12} + V_{13} + V_{123} + (V_{12} + V_{13} + V_{123}) G_1^{(+)} T_{11}, \\ T_{21} &= V_{23} + V_{21} + V_{123} + (V_{23} + V_{21} + V_{123}) G_1^{(+)} T_{11}, \\ T_{31} &= V_{13} + V_{23} + V_{123} + (V_{13} + V_{23} + V_{123}) G_1^{(+)} T_{11}. \end{aligned} \quad (2.145)$$

$G_1^{(+)}(E)$  nesse caso seria o operador de Green dado por

$$G_1^{(+)}(E) = (E - H_0 - V_{23} + i\epsilon)^{-1}, \quad (2.146)$$

onde  $H_0$  consiste nos termos de energia cinética e é dado por 2.2.

Ainda tem o caso no qual os três corpos saem livres, ou seja, no qual não existe interação no limite assintótico entre os três, onde

$$T_{01} = V_0 + V_0 G_1^{(+)} T_{11}, \quad (2.147)$$

sendo  $V_0$  definido como

$$V_0 = V_{12} + V_{13} + V_{23} + V_{123}. \quad (2.148)$$

Agora definiremos operadores para o problema de três corpos segundo Joachain, Ref. [13],

$$\mathfrak{S}_{11} = V_{23} G_1^{(+)} T_{11}, \quad (2.149)$$

$$\mathfrak{S}_{21} = V_{13} + V_{13} G_1^{(+)} T_{11}, \quad (2.150)$$

$$\mathfrak{S}_{31} = V_{12} + V_{12} G_1^{(+)} T_{11}, \quad (2.151)$$

$$\mathfrak{S}_{01} = V_{123} + V_{123} G_1^{(+)} T_{11}. \quad (2.152)$$

Podemos escrever os operadores  $T_{ij}$  em função dos operadores  $\mathfrak{S}_{mn}$  pela simples soma



das Eqs. 2.149, 2.150, 2.151, 2.152 de forma que podemos obter

$$T_{11} = \mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}, \quad (2.153)$$

$$T_{21} = V_{23} + \mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{31}, \quad (2.154)$$

$$T_{31} = V_{23} + \mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21}, \quad (2.155)$$

$$T_{01} = V_{23} + \mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}. \quad (2.156)$$

Substituindo a expressão 2.153 em 2.149, obtemos  $\mathfrak{S}_{11}$

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{11} &= V_{23} \left[ G_0^{(+)} + G_0^{(+)} V_{23} G_1^{(+)} \right] [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] \\ &= \left[ V_{23} G_0^{(+)} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_1^{(+)} \right] \times \\ &\quad \times [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] \\ &= \left[ V_{23} G_0^{(+)} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} + \dots \right] \times \quad (2.157) \\ &\quad \times [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] \\ &= \left[ V_{23} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} + V_{23} G_0^{(+)} V_{23} G_0^{(+)} V_{23} + \dots \right] \times \\ &\quad \times G_0^{(+)} [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}]. \end{aligned}$$

Podemos definir, segundo 2.113,

$$T_1 = V_{23} + V_{23} G_1^{(+)} V_{23}, \quad (2.158)$$

ou, segundo 2.115,

$$T_1 = V_{23} + V_{23} G_0^{(+)} T_1. \quad (2.159)$$

Neste caso o canal referente a  $a$  seria o caso no qual o objeto 1 encontra-se livre e 2 e 3

interagindo antes e durante a colisão, sendo  $G_1^{(+)}$  dado por

$$G_1^{(+)} = G_0^{(+)} + G_0^{(+)}V_{23}G_1^{(+)} . \quad (2.160)$$

Temos ao substituir em 2.157

$$\mathfrak{S}_{11} = T_1G_0^{(+)} [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] . \quad (2.161)$$

Para  $\mathfrak{S}_{21}$  substituímos 2.153 em 2.150

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{21} &= V_{13} + V_{13}G_1^{(+)}T_{11} \\ &= V_{13} + V_{13}G_0^{(+)}T_{11} + V_{13}G_0^{(+)}V_{23}G_1^{(+)}T_{11} \\ &= V_{13} + V_{13}G_0^{(+)} [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] + V_{13}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{11} \\ &= V_{13} + V_{13}G_0^{(+)} [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{31}] + V_{13}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{21}, \end{aligned} \quad (2.162)$$

que pode ser escrito como

$$\mathfrak{S}_{21} = T_2 + T_2G_0 [\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{31}] , \quad (2.163)$$

segundo 2.113 e 2.115, onde

$$\begin{aligned} T_2 &= V_{13} + V_{13}G_2^{(+)}V_{13} \\ &= V_{13} + V_{13}G_0^{(+)}T_2 \end{aligned} \quad (2.164)$$

e

$$G_2^{(+)} = G_0^{(+)} + G_0^{(+)}V_{13}G_2^{(+)} . \quad (2.165)$$

Para  $\mathfrak{S}_{31}$  substituimos 2.153 em 2.151,

$$\begin{aligned} \mathfrak{S}_{31} &= V_{12} + V_{12}G_1^{(+)}T_{11} \\ &= V_{12} + V_{12}G_0^{(+)}T_{11} + V_{12}G_0^{(+)}V_{23}G_1^{(+)}T_{11} \\ &= V_{12} + V_{12}G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] + V_{12}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{11} \\ &= V_{12} + V_{12}G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21}] + V_{12}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{31}, \end{aligned} \quad (2.166)$$

que pode ser escrito como

$$\mathfrak{S}_{31} = T_3 + T_3G_0[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21}], \quad (2.167)$$

segundo 2.113 e 2.115, com

$$\begin{aligned} T_3 &= V_{12} + V_{12}G_3^{(+)}V_{12} \\ &= V_{12} + V_{12}G_0^{(+)}T_3 \end{aligned} \quad (2.168)$$

e

$$G_3^{(+)} = G_0^{(+)} + G_0^{(+)}V_{12}G_3^{(+)} . \quad (2.169)$$

Para  $\mathfrak{S}_{01}$  substituimos 2.153 em 2.152

$$\begin{aligned}
 \mathfrak{S}_{01} &= V_{123} + V_{123}G_1^{(+)}T_{11} \\
 &= V_{123} + V_{123}G_0^{(+)}T_{11} + V_{123}G_0^{(+)}V_{23}G_1^{(+)}T_{11} \\
 &= V_{123} + V_{123}G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] + V_{123}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{11} \\
 &= V_{123} + V_{123}G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}] + V_{123}G_0^{(+)}\mathfrak{S}_{01},
 \end{aligned} \tag{2.170}$$

que pode ser escrito como

$$\mathfrak{S}_{01} = T_0 + T_0G_0[\mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}], \tag{2.171}$$

sendo

$$T_0 = V_{123} + V_{123}G_0^{(+)}T_0. \tag{2.172}$$

Podemos reunir os resultados obtidos

$$\mathfrak{S}_{01} = T_0 + T_0G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}], \tag{2.173}$$

$$\mathfrak{S}_{11} = T_1G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{21} + \mathfrak{S}_{31}], \tag{2.174}$$

$$\mathfrak{S}_{21} = T_2 + T_2G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{31}], \tag{2.175}$$

$$\mathfrak{S}_{31} = T_3 + T_3G_0^{(+)}[\mathfrak{S}_{01} + \mathfrak{S}_{11} + \mathfrak{S}_{21}] \tag{2.176}$$

e representá-los na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \mathfrak{S}_{01} \\ \mathfrak{S}_{11} \\ \mathfrak{S}_{21} \\ \mathfrak{S}_{31} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_0 \\ 0 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & T_0 & T_0 & T_0 & T_0 \\ T_1 & 0 & T_1 & T_1 & T_1 \\ T_2 & T_2 & 0 & T_2 & T_2 \\ T_3 & T_3 & T_3 & 0 & T_3 \end{bmatrix} G_0^{(+)} \begin{bmatrix} \mathfrak{S}_{01} \\ \mathfrak{S}_{11} \\ \mathfrak{S}_{21} \\ \mathfrak{S}_{31} \end{bmatrix}. \quad (2.177)$$

Essas equações são denominadas as equações de Faddeev. Para maiores detalhes, consulte a Ref. [1].

## 3 Reações dêuteron-núcleo.

### 3.1 Aplicação do formalismo de três corpos para o caso do dêuteron.

Supomos o caso no qual temos inicialmente um dêuteron (próton+nêutron) incidindo em um núcleo. Partindo de um problema de dois corpos montamos a nossa teoria para um problema de três corpos.

Para o caso de espalhamento dêuteron+núcleo podemos rotular

$$\text{próton} \rightarrow 2, \tag{3.1}$$

$$\text{nêutron} \rightarrow 3, \tag{3.2}$$

$$\text{núcleo} \rightarrow 1, \tag{3.3}$$

e assim aplicar os conceitos apresentados nas seções anteriores para tal espalhamento.

Para o canal de entrada podemos escrever  $\phi_{1,\alpha}$  como a função de onda para o caso que encontramos inicialmente, próton e nêutron ligados e o núcleo considerado livre, assim como demonstra a figura [1.1](#).

Para o canal de saída podemos ter o espalhamento elástico

$$1 + (2, 3) \rightarrow 1 + (2, 3), \quad (3.4)$$

$$d + A \rightarrow d + A \quad (3.5)$$

e inelástico

$$1 + (2, 3) \rightarrow 1^* + (2, 3), \quad (3.6)$$

$$d + A \rightarrow d + A^*, \quad (3.7)$$

tendo como resultado o dêuteron e o núcleo saindo livres. Tal situação é representado pela função de onda  $\Psi^1$ . Podemos ter também o caso no qual ocorre o processo de stripping,

$$1 + (2, 3) \rightarrow 2 + (1, 3), \quad (3.8)$$

$$A(d, p)A + n, \quad (3.9)$$

ou

$$1 + (2, 3) \rightarrow 3 + (1, 2), \quad (3.10)$$

$$d(A, A + p)n. \quad (3.11)$$

Tais situações são representadas pelas funções  $\Psi^2$  e  $\Psi^3$  respectivamente. Elas descrevem o processo no qual durante o espalhamento o próton ou o nêutron do dêuteron é capturado pelo núcleo. Temos também o caso em que ocorre a quebra do dêuteron durante o processo,

e temos assim o núcleo, próton e nêutron saindo livres no canal de saída,

$$1 + (2, 3) \rightarrow 1 + 2 + 3, \quad (3.12)$$

$$d + A \rightarrow p + n + A, \quad (3.13)$$

no qual denominamos *processo de quebra* ou *fragmentação*, representada pela função  $\Psi^0$ .

Por final temos a situação em que o dêuteron é capturado pelo núcleo, com os três (próton, nêutron e núcleo) formando assim um núcleo composto,

$$1 + (2, 3) \rightarrow (1, 2, 3), \quad (3.14)$$

$$d + A \rightarrow A', \quad (3.15)$$

que eventualmente decai pela emissão de partículas. Tal processo denominamos de  *fusão completa*. Finalmente, existe a possibilidade de uma reação de pickup, na qual o dêuteron captura um nêutron ou próton do alvo, com o trítio ou  ${}^3\text{He}$  no canal de saída. Não consideramos estes casos aqui.

## 3.2 Seção de choque diferencial para a quebra elástica.

Consideramos um processo de fragmentação

$$d + A \rightarrow p + n + A, \quad (3.16)$$

no qual um dêuteron colide com um núcleo e quebra formando três corpos livres.



Consideramos a hamiltoniana total do sistema escrita na forma

$$H = K_A + K_p + K_n + H_A + V_{pn} + V_{nA} + V_{pA}, \quad (3.17)$$

onde  $K_p$  e  $K_n$  são as energias cinéticas do próton e nêutron,  $H_A$  a hamiltoniana interna do núcleo  $A$ ,  $V_{pn}$  o potencial óptico de interação entre as partículas  $p$  e  $n$ ,  $V_{nA}$  o potencial óptico de interação entre o nêutron e o núcleo,

$$V_{nA} = U_{nA} + iW_{nA} \quad (3.18)$$

e  $V_{pA}$  potencial óptico de interação entre o próton e o núcleo,

$$V_{pA} = U_{pA} + iW_{pA}. \quad (3.19)$$

Assumimos que o núcleo alvo permanece no seu estado fundamental durante a reação e que satisfaz a equação

$$H_A \Phi_A^n = \varepsilon_d^n \Phi_A^n, \quad (3.20)$$

onde  $\Phi_A$  é a função interna do núcleo alvo. Neste caso, a hamiltoniana interna  $H_A$  faz um papel trivial e será suprimida posteriormente.

Definimos a seção de choque diferencial para a quebra elástica em um processo envolvendo multicanais como

$$\frac{d^6\sigma}{d\vec{k}_p d\vec{k}_n} = \frac{1}{\hbar v_d (2\pi)^5} \sum_c |T_c|^2 \delta(E_\beta - E_\alpha), \quad (3.21)$$

onde  $v_d$  é a velocidade incidente do dêuteron,  $|T_c|^2$  é o elemento de matriz de transição

do canal de entrada para o canal de saída e  $\vec{k}_p$  e  $\vec{k}_n$  são os momentos do próton e nêutron no canal de saída. A função delta representa o fato que a energia é conservada durante a reação. O índice  $\beta$  representa os estados finais e o índice  $\alpha$  o estado inicial do sistema.

Em uma reação induzida por dêuteron, considerando que o núcleo alvo se encontra no seu estado fundamental antes e após a colisão, podemos expressar  $T_c$ , segundo a Eq.

2.108, na forma

$$\mathbf{T}_c = \langle \phi_p(E_\beta, \beta) \phi_n(E_\beta, \beta) | [V_{pn} + V_{nA} + V_{pA}] | \psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle, \quad (3.22)$$

onde  $\psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha)$  é a função de onda de três corpos com as condições de contorno no canal de entrada e  $\phi_{p,n}(E_\beta, \beta)$  são as funções de onda livres do próton e nêutron no canal de saída. A função de onda estacionária  $\psi^{3B(+)}(E)$  satisfaz a equação

$$[K_p + K_n + V_{pn} + V_{nA} + V_{pA}] \psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha) = E_\alpha \psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha). \quad (3.23)$$

Podemos reescrever o elemento de matriz  $T_c$  da Eq. 3.22 em termos de funções de ondas distorcidas  $\tilde{\chi}_{p,n}^{(-)}(E)$  (Seção 2.4.1) que satisfazem as equações

$$(K_p + V_{pA}^\dagger - E_p) \tilde{\chi}_p^{(-)}(E) = 0, \quad (3.24)$$

$$(K_n + V_{nA}^\dagger - E_n) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E) = 0, \quad (3.25)$$

como descrito pela Eq. 2.130. Podemos então expressar  $T_c$  na forma

$$\mathbf{T}_c = \langle \tilde{\chi}_p^{(-)}(E_\beta, \beta) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E_\beta, \beta) | V_{pn} | \psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle, \quad (3.26)$$

onde os efeitos dos potenciais  $V_{pA}$  e  $V_{nA}$  estão incluídos nas ondas distorcidas  $\tilde{\chi}_p^{(-)}(E)$  e  $\tilde{\chi}_n^{(-)}(E)$ .

Portanto, a seção de choque diferencial para a quebra elástica em reações induzidas por dêuterons pode ser escrita na forma

$$\frac{d^6\sigma}{d\vec{k}_p d\vec{k}_n} = \frac{1}{\hbar v_d (2\pi)^5} \sum_c \left| \langle \tilde{\chi}_p^{(-)}(E_\beta, \beta) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E_\beta, \beta) | V_{pn} | \psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha) \rangle \right|^2 \delta(E_\beta - E_\alpha). \quad (3.27)$$

Usando a aproximação DWBA no qual descrevemos na Eq. 2.136, podemos representar a função de onda  $\psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha)$  como a superposição das funções de onda do sistema dêuteron+núcleo,

$$\psi^{3B(+)}(E) = \sum_{n=0}^{\infty} \left( \gamma G_{dA}^{(+)}(E) H'_2 \right)^n \psi_{dA}^{(+)}(E) \phi_d, \quad (3.28)$$

onde definimos

$$H'_2 = V_{nA} + V_{pA} - V_{dA}, \quad (3.29)$$

$$H_1 = K_p + K_n + V_{pn} + V_{dA}. \quad (3.30)$$

$G_{dA}^{(+)}(E)$  é o propagador do movimento relativo livre entre o centro-de-massa do dêuteron e o alvo definido pela equação

$$G_{dA}^{(+)}(E) = (E - H_1 + i\varepsilon)^{-1}. \quad (3.31)$$

$\psi_{dA}^{(+)}(E)$  é a função de onda do movimento relativo do centro-de-massa do dêuteron e o

alvo e  $\phi_d$  a função de onda do dêuteron que satisfazem as equações

$$((K_p + K_n)_{cm} + V_{dA}) \psi_{dA}^{(+)} = E_{dA} \psi_{dA}^{(+)}, \quad (3.32)$$

$$[(K_p + K_n)_{rel} + V_{pn}] \phi_d = \varepsilon_d \phi_d. \quad (3.33)$$

Usamos a aproximação de ordem zero para a função  $\psi^{3B(+)}(E_\alpha, \alpha)$ , veja Eq. 2.136 com  $n = 0$ , e assim tratar o elemento de matriz  $T_c$  escrito pela Eq. 3.26 na forma aproximada

$$\mathbf{T}_c \approx \left\langle \tilde{\chi}_p^{(-)}(E_\beta, \beta) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E_\beta, \beta) | V_{pn} | \psi_{dA}^{(+)}(E_{dA}) \phi_d \right\rangle. \quad (3.34)$$

E assim, tratamos a seção de choque diferencial na forma

$$\frac{d^6\sigma}{d\vec{k}_p d\vec{k}_n} = \frac{1}{\hbar v_d (2\pi)^5} \sum_c \left| \left\langle \tilde{\chi}_p^{(-)}(E_\beta, \beta) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E_\beta, \beta) | V_{pn} | \psi_{dA}^{(+)}(E_{dA}) \phi_d \right\rangle \right|^2 \delta(E_\beta - E_\alpha). \quad (3.35)$$

Usando a relação energia-momento

$$E_{p,n} = \frac{\hbar^2 k_{p,n}^2}{2\mu_{p,n}} \quad (3.36)$$

e integrando sobre a energia do nêutron obtemos a seguinte expressão para a seção de choque diferencial para o próton emergente,

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega_p dE_p} = \frac{2\pi}{\hbar v_d} \rho(E_p) \rho(E_n) \sum_c \left| \left\langle \tilde{\chi}_p^{(-)}(E_\beta, \beta) \tilde{\chi}_n^{(-)}(E_\beta, \beta) | V_{pn} | \psi_{dA}^{(+)}(E_{dA}) \phi_d \right\rangle \right|^2, \quad (3.37)$$

onde

$$E_n = E_d + \varepsilon_d - E_p. \quad (3.38)$$

$E_p$  é a energia do próton,  $E_d$  é a energia do dêuteron,  $\varepsilon_d$  é a energia de ligação do dêuteron e  $E_c$  é a energia remanescente do sistema.  $\rho(E_{p,n})$  são as densidades dos estados do próton e nêutron emitidos,

$$\rho(E_{p,n}) = \frac{\mu_{p,n} k_{p,n}}{(2\pi)^3 \hbar^2}. \quad (3.39)$$

### 3.3 Fusão.

A seção de choque de reação de um potencial óptico pode ser escrito como

$$\sigma_{\text{reação}} = \frac{2}{\hbar v_d} \langle \psi^{(+)} | W | \psi^{(+)} \rangle, \quad (3.40)$$

onde  $W$  é a parte imaginária do potencial óptico que fornece a função de onda  $\psi^{(+)}$ . No caso do dêuteron esta função de onda é descrita pela Eq. 3.32 e  $W$  é a parte imaginária do potencial óptico.

Devido a pequena energia de ligação do dêuteron, esperamos que a seção de choque de reação do dêuteron possa ser escrita, segundo o modelo proposto na Fig. 1.2, como a soma das contribuições da quebra elástica, fusão incompleta e fusão completa,

$$\sigma_{\text{reação}} = \sigma_{bkp} + \sigma_{p,FI} + \sigma_{n,FI} + \sigma_{FC}. \quad (3.41)$$

Segundo a Ref. [11] temos como exemplo de potencial para o dêuteron, o potencial de folding (Watanabe), que indicamos por  $V_{fold}$ , cuja expressão matemática é

$$V_{fold} = \int d\vec{r} |\phi_{d,\alpha}(\vec{r})|^2 \left[ V_p \left( \vec{R} + \frac{\vec{r}}{2} \right) + V_n \left( \vec{R} - \frac{\vec{r}}{2} \right) \right]. \quad (3.42)$$

Os potenciais  $V_p$  e  $V_n$  são potenciais do modelo óptico para os nucleons do projétil. Para a fusão, cálculos de fragmentação nuclear sugerem que o potencial de folding descreve a contribuição nuclear da fusão incompleta e completa, de modo que podemos escrever

$$\sigma_{FI+FC} = \frac{2}{\hbar v_d} \left\langle \psi_{dA}^{(+)} | W_{fold} | \psi_{dA}^{(+)} \right\rangle. \quad (3.43)$$

Potenciais como o folding são usados para calcular a seção de choque de absorção. Isto porque cálculos simples usando potenciais como estes descrevem a absorção de um ou ambos os nucleons do projétil, que deve fornecer uma boa estimativa da contribuição destes processos para a seção de choque de reação,

$$\sigma_{fold} \approx \sigma_{p,FI} + \sigma_{n,FI} + \sigma_{FC}. \quad (3.44)$$

Concluimos então o seguinte

$$\sigma_{reação} \approx \sigma_{bkp} + \sigma_{fld}. \quad (3.45)$$

Testaremos esta hipótese no próximo capítulo.

## 3.4 Quebra do dêuteron.

### 3.4.1 Funções de onda do modelo óptico.

Assumindo que a hamiltoniana é invariante por rotação, invariante sob inversão temporal podemos dizer que o momento angular total  $j$  é um bom número quântico. Isso implica que a hamiltoniana possa ser escrita em uma forma simétrica, para consulta sobre

tal assunto, adotamos a Ref. [14],

$$H_j = H_{0j} + U_j \quad \text{onde} \quad H_{0j}^T = H_{0j} \quad \text{e} \quad U_j^T = U_j. \quad (3.46)$$

Escrevemos como  $|h_j^{(\pm)}\rangle$  e  $\langle\tilde{h}_j^{(\pm)}|$  as soluções para a equação de Schroedinger que representam ondas emergentes e imergentes sem deslocamento de fase exceto para a fase centrípeta e que satisfazem as equações

$$(E - H_{0j} + U_j) |h_j^{(\pm)}\rangle = 0, \quad (3.47)$$

$$\langle\tilde{h}_j^{(\pm)}| (E - H_{0j} + U_j) = 0. \quad (3.48)$$

A simetria da hamiltoniana implica que

$$\langle\tilde{h}_j^{(\pm)}| = \left(|h_j^{(\mp)}\rangle\right)^T \quad \text{ou} \quad |\tilde{h}_j^{(\pm)}\rangle = \left(|h_j^{(\mp)}\rangle\right)^*. \quad (3.49)$$

Podemos escrever as soluções regulares com a condição de contorno de ondas emergentes

$$|\psi_j^{(+)}\rangle = \frac{i}{2} \left( |h_j^{(-)}\rangle - |h_j^{(+)}\rangle S_j \right), \quad (3.50)$$

$$\langle\tilde{\psi}_j^{(+)}| = \frac{i}{2} S_j^{-1} \left( \langle\tilde{h}_j^{(+)}| - S_j \langle\tilde{h}_j^{(-)}| \right), \quad (3.51)$$

e com a condição de contorno de ondas imergentes,

$$|\psi_j^{(-)}\rangle = \frac{i}{2} \left( |h_j^{(-)}\rangle - |h_j^{(+)}\rangle S_j \right) S_j^{-1}, \quad (3.52)$$

$$\langle\tilde{\psi}_j^{(-)}| = \frac{i}{2} \left( \langle\tilde{h}_j^{(+)}| - S_j \langle\tilde{h}_j^{(-)}| \right). \quad (3.53)$$

Novamente por causa da simetria da hamiltoniana, temos

$$\langle \tilde{\psi}_j^{(\pm)} | = \left( | \psi_j^{(\mp)} \rangle \right)^T. \quad (3.54)$$

Escrevemos os elementos de matriz como

$$\langle r | h_j^{(\pm)} \rangle = h_j^{(\pm)}(r), \quad \langle r | \psi_j^{(\pm)} \rangle = \psi_j^{(\pm)}(r), \quad \langle \tilde{h}_j^{(\pm)} | r \rangle = \tilde{h}_j^{(\pm)\dagger}(r) \text{ e } \langle \tilde{\psi}_j^{(\pm)} | r \rangle = \tilde{\psi}_j^{(\pm)\dagger}(r). \quad (3.55)$$

As relações entre essas funções de onda são dadas por

$$\tilde{h}_j^{(\pm)*}(r) = h_j^{(\mp)}(r) \quad \text{e} \quad \tilde{\psi}_j^{(\pm)*}(r) = \psi_j^{(\mp)}(r). \quad (3.56)$$

A parte radial das funções de Green [10] é escrita na forma

$$G_j^\pm(r, r') = -\frac{2\mu}{\hbar^2 k} \left( \psi_j^{(\pm)}(r) \tilde{h}_j^{(\mp)\dagger}(r') \theta(r' - r) + h_j^{(\pm)}(r) \tilde{\psi}_j^{(\mp)\dagger}(r') \theta(r - r') \right). \quad (3.57)$$

### 3.4.2 Quebra elástica.

Queremos calcular o elemento de matriz para a quebra do dêuteron usando a aproximação de ondas distorcidas DWBA. Iniciaremos usando a definição do elemento de matriz  $T_{ba}$  dado por 2.111,

$$T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) = \left\langle \tilde{\psi}_p^{(-)}(\vec{k}_p, \vec{r}_p) \tilde{\psi}_n^{(-)}(\vec{k}_n, \vec{r}_n) | V_{pn}(\vec{r}) | \psi_d^{(+)}(\vec{k}_d, \vec{R}) \phi_d(\vec{r}) \right\rangle, \quad (3.58)$$

onde

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_p + \vec{r}_n}{2} \quad \text{and} \quad \vec{r} = \vec{r}_p - \vec{r}_n. \quad (3.59)$$



Podemos escrever a expansão em ondas parciais das ondas distorcidas na forma

$$\psi^{(\pm)}(\vec{k}, \vec{r}) = 4\pi \sum_{ljn} i^l e^{\pm i\sigma_l} \psi_{ljn}^{(\pm)}(k, \vec{r}) \mathcal{Y}_{ls}^{jn\dagger}(\hat{k}) = \sum_{ljn} i^l e^{\pm i\sigma_l} \psi_{lj}^{(\pm)}(k, r) \mathcal{Y}_{ls}^{jn}(\hat{r}) \mathcal{Y}_{ls}^{jn\dagger}(\hat{k}), \quad (3.60)$$

onde

$$\mathcal{Y}_{ls}^{jn}(\vec{k}) = \sum_{m\nu} \langle lms\nu | jn \rangle Y_{lm}(\vec{k}) |s\nu\rangle, \quad (3.61)$$

$|s\nu\rangle$  sendo o estado de spin  $s$  e sua projeção  $\nu$ . Para  $p$  e  $n$ , escrevemos  $|s\nu\rangle = \chi_\nu$ , onde temos  $s_{n,p} = 1/2$ . Para o dêuteron, temos  $s_d = 1$  e

$$|s_d\nu_d\rangle = \sum_{\nu_n\nu_p} \langle s_n\nu_n s_p\nu_p | s_d\nu_d \rangle \chi_{\nu_n} \chi_{\nu_p}. \quad (3.62)$$

Substituindo na expansão de ondas parciais no elemento de matriz 3.58, podemos escrever

$$T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) = \sum_{ljn} i^{l_d - l_p - l_n} \mathcal{Y}_{l_p s_p}^{j_p n_p}(\hat{k}_p) \mathcal{Y}_{l_n s_n}^{j_n n_n}(\hat{k}_n) e^{i\sigma_{l_p}} T_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d}(k_p, k_n; k_d) e^{i\sigma_{l_d}} \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d\dagger}(\hat{k}_d), \quad (3.63)$$

onde

$$T_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d}(k_p, k_n; k_d) = (4\pi)^3 \int d^3 r_p d^3 r_n \tilde{\psi}_{l_p j_p n_p}^{(-)\dagger}(k_p, \vec{r}_p) \tilde{\psi}_{l_n j_n n_n}^{(-)\dagger}(k_n, \vec{r}_n) V_{pn}(\vec{r}) \phi_d(\vec{r}) \psi_{l_d j_d n_d}^{(+)}(k_d, \vec{R}). \quad (3.64)$$

Quando a interação  $V_{pn}$  é de curto alcance comparada a variação das funções de onda envolvidas, podemos aproximá-la como sendo uma função delta de Dirac em três dimensões,

$$V_{pn}(\vec{r}) \approx V_0 \delta^{(3)}(\vec{r}). \quad (3.65)$$

Usando a igualdade  $d^3r_p d^3r_n = d^3R d^3r$ , podemos então escrever

$$T_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d}(k_p, k_n; k_d) = (4\pi)^3 D_0 \int d^3R \tilde{\psi}_{l_p j_p n_p}^{(-)\dagger}(k_p, \vec{R}) \tilde{\psi}_{l_n j_n n_n}^{(-)\dagger}(k_n, \vec{R}) \psi_{l_d j_d n_d}^{(+)}(k_d, \vec{R}), \quad (3.66)$$

onde

$$D_0 = \int d^3r V_{pn}(\vec{r}) \phi_d(\vec{r}). \quad (3.67)$$

Substituindo a segunda expressão pelas componentes de ondas parciais da função de onda,

temos

$$\begin{aligned} T_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d}(k_p, k_n; k_d) &= (4\pi)^3 D_0 \int R^2 dR \tilde{\psi}_{l_p j_p}^{(-)*}(k_p, R) \tilde{\psi}_{l_n j_n}^{(-)*}(k_n, R) \psi_{l_d j_d}^{(+)}(k_d, R) \\ &\quad \times \int d\hat{R} \mathcal{Y}_{l_p s_p}^{j_p n_p \dagger}(\hat{R}) \mathcal{Y}_{l_n s_n}^{j_n n_n \dagger}(\hat{R}) \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d}(\hat{R}). \end{aligned} \quad (3.68)$$

A integral na segunda linha se torna

$$\begin{aligned}
Y_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d} &= \int d\hat{R} \mathcal{Y}_{l_p s_p}^{j_p n_p \dagger}(\hat{R}) \mathcal{Y}_{l_n s_n}^{j_n n_n \dagger}(\hat{R}) \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d}(\hat{R}) \\
&= \sum_{m\nu} \langle l_p m_p s_p \nu_p | j_p n_p \rangle \langle l_n m_n s_n \nu_n | j_n n_n \rangle \langle l_d m_d s_d \nu_d | j_d n_d \rangle \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | s_d \nu_d \rangle \\
&\quad \times \chi_{\nu_p}^\dagger \chi_{\nu_n}^\dagger \chi_{\nu_p} \chi_{\nu_n} \int d\hat{R} Y_{l_p m_p}^*(\hat{R}) Y_{l_n m_n}^*(\hat{R}) Y_{l_d m_d}(\hat{R}) \\
&= \sum_{m\nu} \langle l_p m_p s_p \nu_p | j_p n_p \rangle \langle l_n m_n s_n \nu_n | j_n n_n \rangle \langle l_d m_d s_d \nu_d | j_d n_d \rangle \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | s_d \nu_d \rangle \\
&\quad \times (-1)^{l_d} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\hat{l}_p \hat{l}_n} \langle l_p m_p l_n m_n | l_d m_d \rangle \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= (-1)^{n_p+n_n} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\hat{s}_d \hat{l}_p \hat{l}_n \hat{l}_d \hat{j}_p \hat{j}_n \hat{j}_d} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{3.69} \\
&\quad \times \sum_{m\nu} \begin{pmatrix} l_p & s_p & j_p \\ m_p & \nu_p & -n_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & s_n & j_n \\ m_n & \nu_n & -n_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_d & s_d & j_d \\ m_d & \nu_d & -n_d \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} s_p & s_n & s_d \\ \nu_p & \nu_n & -\nu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ m_p & m_n & -m_d \end{pmatrix} \\
&= (-1)^{j_p+j_n+l_d+n_d+1} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\hat{s}_d \hat{l}_p \hat{l}_n \hat{l}_d \hat{j}_p \hat{j}_n \hat{j}_d} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_n & j_d \\ n_p & n_n & -n_d \end{pmatrix} \\
&\quad \times \sum_{m\nu n} \begin{pmatrix} l_p & s_p & j_p \\ m_p & \nu_p & n_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_n & s_n & j_n \\ m_n & \nu_n & n_n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_d & s_d & j_d \\ m_d & \nu_d & n_d \end{pmatrix} \\
&\quad \times \begin{pmatrix} s_p & s_n & s_d \\ \nu_p & \nu_n & \nu_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ m_p & m_n & m_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_n & j_d \\ n_p & n_n & n_d \end{pmatrix},
\end{aligned}$$

onde usamos a notação  $\hat{y} = 2y + 1$ . Depois de manipularmos as somas sobre todos os números quânticos, a expressão acima pode ser escrita na forma

$$Y_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d} = (-1)^{j_p - j_n + n_d + l_d + 1} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sqrt{\hat{s}_d \hat{l}_p \hat{l}_n \hat{l}_d \hat{j}_p \hat{j}_n \hat{j}_d} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j_p & j_n & j_d \\ n_p & n_n & -n_d \end{pmatrix} \\ \times \sum_y \hat{y} \begin{Bmatrix} s_p & l_p & j_p \\ l_n & y & l_d \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} s_p & s_d & s_n \\ j_d & y & l_d \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} s_n & j_n & l_n \\ j_p & y & j_d \end{Bmatrix}. \quad (3.70)$$

Podemos assim escrever o elemento de matriz na forma

$$T_{l_p j_p n_p l_n j_n n_n}^{l_d j_d n_d}(k_p, k_n; k_d) = \sqrt{\hat{s}_d} \langle j_p n_p j_n n_n | j_d n_d \rangle T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) \quad (3.71)$$

com

$$T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) = (4\pi)^{5/2} Z_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d} R_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d), \quad (3.72)$$

$$Z_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d} = (-1)^{l_d + 1} \sqrt{\hat{l}_p \hat{l}_n \hat{l}_d \hat{j}_p \hat{j}_n} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sum_x \hat{x} \begin{Bmatrix} s_p & l_p & j_p \\ l_n & x & l_d \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} s_p & s_d & s_n \\ j_d & x & l_d \end{Bmatrix} \\ \times \begin{Bmatrix} s_n & j_n & l_n \\ j_p & x & j_d \end{Bmatrix}, \quad (3.73)$$

e

$$R_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) = D_0 \int R^2 dR \tilde{\psi}_{l_p j_p}^{(-)*}(k_p, R) \tilde{\psi}_{l_n j_n}^{(-)*}(k_n, R) \psi_{l_d j_d}^{(+)}(k_d, R). \quad (3.74)$$

Substituindo na expressão total de  $T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d)$  o elemento de matriz 3.58 pode

ser escrito na forma

$$\begin{aligned}
T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) &= \sqrt{\hat{s}_d} \sum_{l_j n} i^{l_d - l_p - l_n} \mathcal{Y}_{l_p s_p}^{j_p n_p}(\hat{k}_p) \mathcal{Y}_{l_n s_n}^{j_n n_n}(\hat{k}_n) e^{i\sigma_{l_p}} \langle j_p n_p j_n n_n | j_d n_d \rangle \\
&\times T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) e^{i\sigma_{l_d}} \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d \dagger}(\hat{k}_d), \tag{3.75}
\end{aligned}$$

no qual a conservação do momento angular total está explícito no coeficiente de Clebsch-Gordan que acopla o momento angular do próton e do nêutron ao momento angular do dêuteron. Quando os efeitos da interação spin-órbita das partículas não são incluídos, as funções de onda do modelo óptico que entram na integral radial  $R_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d)$  independem dos momentos angulares  $j_p$ ,  $j_n$  e  $j_d$ , produzindo a integral

$$R_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) \rightarrow R_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d), \quad \text{sem interação de spin-órbita.} \tag{3.76}$$

A expressão para o elemento de matriz reduz a

$$\begin{aligned}
T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) &= \sqrt{\hat{s}_d} \sum_{lm\nu} i^{l_d - l_p - l_n} Y_{l_p m_p}(\hat{k}_p) Y_{l_n m_n}(\hat{k}_n) e^{i\sigma_{l_p}} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ m_p & m_n & -m_d \end{pmatrix} T_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) \\
&\times |s_p \nu_p s_n \nu_n\rangle \begin{pmatrix} s_p & s_n & s_d \\ \nu_p & \nu_n & -\nu_d \end{pmatrix} \langle s_d \nu_d | e^{i\sigma_{l_d}} Y_{l_d m_d}^*(\hat{k}_d), \tag{3.77}
\end{aligned}$$

onde definimos

$$\begin{aligned}
T_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) &= (-1)^{l_d+1} (4\pi)^{5/2} \sqrt{\hat{l}_p \hat{l}_n \hat{l}_d} \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} R_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) \\
&= -(4\pi)^{5/2} \sqrt{\hat{l}_p \hat{l}_n} \langle l_p 0 l_n 0 | l_d 0 \rangle R_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d). \tag{3.78}
\end{aligned}$$

Em geral a seção de choque diferencial é dado na forma

$$\frac{d^6\sigma^{bkp}}{dk_p^3 dk_n^3} = \frac{2\pi}{\hbar v_d} \frac{1}{(2\pi)^6} \frac{1}{2s_d + 1} \sum_{\nu} \left| \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2 \delta(E_p + E_n - E_d - \varepsilon_d). \quad (3.79)$$

onde  $|s_d \nu_d\rangle$  são os estados de spin do deuteron. Podemos reescrevê-la em termos das energias emergentes de  $p$  e  $n$  e dos seus ângulos,  $E_n$ ,  $E_p$ ,  $\hat{k}_n$  e  $\hat{k}_p$ , e integrar sobre a energia emergente de  $n$  para obter

$$\frac{d^3\sigma^{bkp}}{dE_p d\hat{k}_p d\hat{k}_n} = \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \frac{1}{2s_d + 1} \sum_{\nu} \left| \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2, \quad (3.80)$$

onde podemos definir

$$E_n = E_d + \varepsilon_d - E_p \quad \text{sendo} \quad k_n = \sqrt{\frac{2\mu_n E_n}{\hbar^2}}. \quad (3.81)$$

Se não houver uma interação de spin-órbita, podemos representar a equação acima na forma

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma^{bkp}}{dE_p d\hat{k}_p d\hat{k}_n} &= \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \left| \sum_l i^{l_d - l_p - l_n} e^{i\sigma_{l_p}} T_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) e^{i\sigma_{l_d}} \right. \\ &\quad \left. \times \sum_m Y_{l_p m_p}(\hat{k}_p) Y_{l_n m_n}(\hat{k}_n) \begin{pmatrix} l_p & l_n & l_d \\ m_p & m_n & -m_d \end{pmatrix} Y_{l_d m_d}^*(\hat{k}_d) \right|^2. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Quando  $\hat{k}_d = \hat{0}$  podemos reduzir a expressão para

$$\begin{aligned} \frac{d^3\sigma^{bkp}}{dE_p d\hat{k}_p d\hat{k}_n} &= \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{2(2\pi)^5} \left| \sum_l i^{l_d - l_p - l_n} e^{i\sigma_{l_p}} T_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) e^{i\sigma_{l_d}} \right. \\ &\quad \left. \times \sum_m Y_{l_p m}(\hat{k}_p) Y_{l_n - m}(\hat{k}_n) \langle l_p m l_n - m | l_d m_d 0 \rangle \right|^2. \end{aligned} \quad (3.83)$$

Integrando a expressão geral da seção de choque nos ângulos  $\hat{k}_p$  e  $\hat{k}_n$  obtemos

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma^{bkp}}{dE_p} &= \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \int d\hat{k}_p d\hat{k}_n \sum_{\nu} \left| \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | T(\vec{k}_p, \vec{k}_n; \vec{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2 \\
&= \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \sum_{\nu} \int d\hat{k}_p d\hat{k}_n \left| \langle s_p \nu_p s_n \nu_n | \sum_{l_j n} i^{l_d - l_p - l_n} \mathcal{Y}_{l_p s_p}^{j_p n_p}(\hat{k}_p) \mathcal{Y}_{l_n s_n}^{j_n n_n}(\hat{k}_n) e^{i\sigma_{l_p}} \right. \\
&\quad \times \left. \langle j_p n_p j_n n_n | j_d n_d \rangle T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) e^{i\sigma_{l_d}} \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d \dagger}(\hat{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2. \tag{3.84}
\end{aligned}$$

Usando a ortonormalidade das funções,

$$\int d\hat{k} \mathcal{Y}_{l_s}^{j' n' \dagger}(\vec{k}) \mathcal{Y}_{l_s}^{j n}(\vec{k}) = \delta_{l' l} \delta_{j' j} \delta_{n' n}, \tag{3.85}$$

e dos coeficientes de Clebsch-Gordon,

$$\sum_{n_p n_n} \langle j_p n_p j_n n_n | j_d n_d \rangle \langle j_p n_p j_n n_n | j'_d n'_d \rangle = \delta_{j_d j'_d} \delta_{n_d n'_d}, \tag{3.86}$$

torna-se

$$\frac{d\sigma^{bkp}}{dE_p} \approx \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \sum_{l_j} \left| T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) \right|^2 \sum_{n_d \nu_d} \left| \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d \dagger}(\hat{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2. \tag{3.87}$$

A última soma do lado direito da equação é

$$\sum_{n_d \nu_d} \left| \mathcal{Y}_{l_d s_d}^{j_d n_d \dagger}(\hat{k}_d) | s_d \nu_d \rangle \right|^2 = \frac{2j_d + 1}{4\pi}, \tag{3.88}$$

resultando em

$$\frac{d\sigma^{bkp}}{dE_p} \approx \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \sum_{l_j} (2j_d + 1) \left| T_{l_p j_p l_n j_n}^{l_d j_d}(k_p, k_n; k_d) \right|^2. \tag{3.89}$$

Quando não incluímos a interação de spin-órbita, a seção de choque reduz ao resultado

$$\frac{d\sigma^{bkp}}{dE_p} \approx \frac{\mu_d}{\hbar^2 k_d} \frac{\mu_p k_p}{\hbar^2} \frac{\mu_n k_n}{\hbar^2} \frac{1}{(2\pi)^5} \sum_l \left| T_{l_p l_n}^{l_d}(k_p, k_n; k_d) \right|^2. \quad (3.90)$$



## 4 Resultados.

Em reações induzidas por partículas fracamente ligadas, como o dêuteron, ocorrem vários tipos de processos, como mostrado na Fig. 1.1. Ocorre a absorção do dêuteron pelo núcleo que denominamos de fusão completa, a absorção de apenas um dos constituintes do dêuteron, denominado de fusão incompleta ou apenas a quebra do dêuteron, permitindo a emissão livre do próton e nêutron simultaneamente. A fusão completa pode ser direta ou sequencial. Na fusão completa sequencial, o dêuteron se quebra e posteriormente as partículas (próton e nêutron) são absorvidas em sequência pelo núcleo. Na fusão completa direta, o dêuteron é absorvido diretamente pelo núcleo. A distinção entre esses dois tipos de fusão é difícil de ser analisada, e portanto, em nosso trabalho não iremos distinguir os dois casos. Incluímos ambas as contribuições no estudo da seção de choque de fusão completa. Ocorre também a fusão incompleta, no qual um dos constituintes do dêuteron (próton ou nêutron) é absorvido pelo núcleo e o outro é emitido e a fragmentação do dêuteron, no qual o mesmo se quebra emitindo o próton e o nêutron livres no canal de saída. Aproximando a seção de choque de reação como a soma de tais contribuições, assim como foi discutido na seção 1.1, podemos analisar a importância que cada termo possa ter para a seção de choque total. Nesta seção discutiremos as contribuições da quebra elástica, da fusão completa e incompleta para a seção de choque de reação.

Os cálculos da seção de choque foram feitos no referencial do centro-de-massa do

sistema dêuteron+núcleo. Portanto, para que as correções da energia do centro-de-massa para a energia no sistema de laboratório possam ser desprezíveis, não consideramos núcleos leves como hidrogênio, carbono, etc, como alvos. Também desprezamos a contribuição da interação spin-órbita para o cálculo da seção de choque diferencial demonstrada na Eq. 3.83, e para o espectro do próton ou nêutron emergente, na Eq. 3.90. Desprezamos excitação inelástica do núcleo, considerando o mesmo no estado fundamental durante a colisão. Para se obter os cálculos teóricos, foi elaborado um programa numérico escrito em linguagem Fortran 77. Utilizamos no canal de entrada o potencial óptico do dêuteron de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. No canal de saída usamos os potenciais ópticos para o próton e nêutron de Koning e Delaroche, Ref. [6]. As Figs. 4.1, 4.2 e 4.3 juntamente com as Figs. 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 comparam os potenciais escolhidos com dados experimentais de espalhamento elástico.

As Figs. 4.1 e 4.2 mostram a qualidade do ajuste do potencial óptico do dêuteron de Han, Shi e Shen em relação aos dados experimentais da distribuição angular do canal elástico em uma reação induzida por dêuterons para uma energia incidente de 56 MeV em vários núcleos-alvo, de  $^{16}O$  a  $^{208}Pb$ . A Fig. 4.3 mostra a qualidade do ajuste da seção de choque de reação de dêuterons incidentes em isótopos de estanho do mesmo potencial. Mais comparações de distribuições angulares e seções de choque de reação envolvendo outros núcleos-alvo podem ser vistos na Ref. [12].

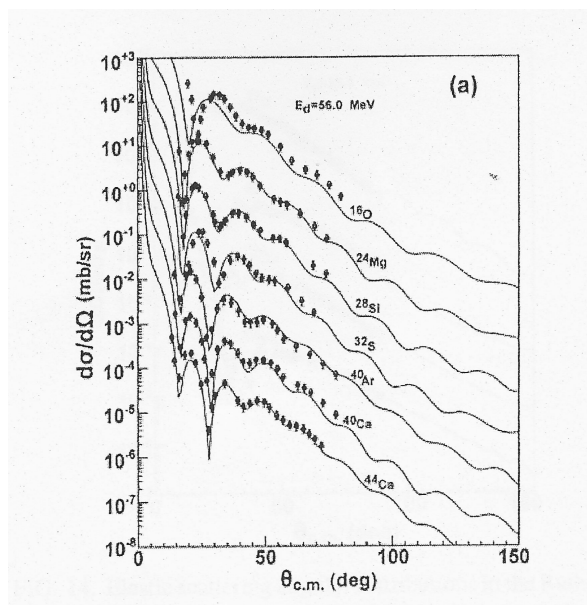


FIGURA 4.1 – Distribuição angular do canal elástico e a comparação com dados experimentais em uma reação induzida por dêuterons usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12].

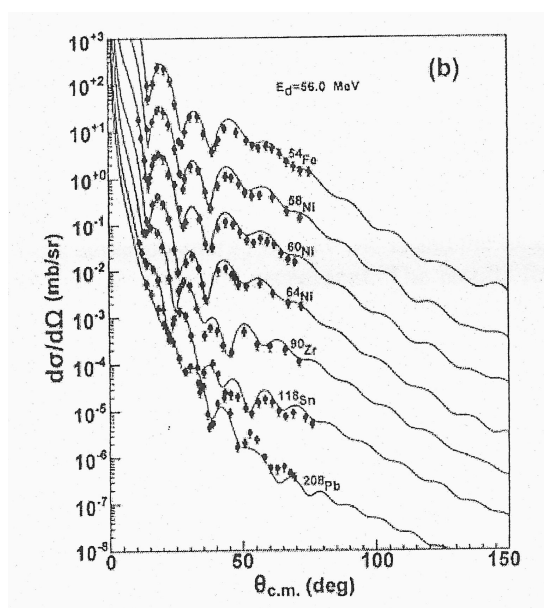


FIGURA 4.2 – Distribuição angular do canal elástico e a comparação com dados experimentais em uma reação induzida por dêuterons usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12].

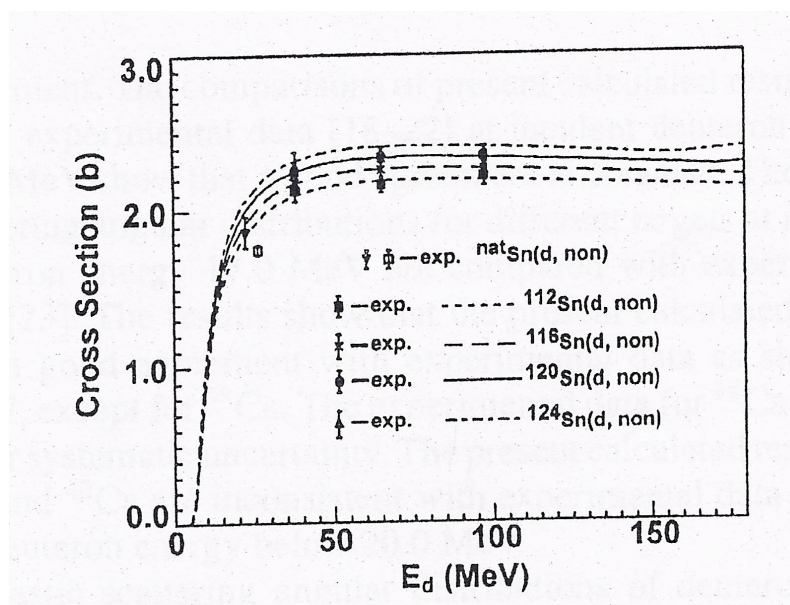


FIGURA 4.3 – Seção de choque total de reação de dêuterons e a comparação com dados experimentais para vários isótopos do estanho usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen, Ref. [12]. A figura foi extraída da Ref. [12].

As Figs. 4.5 e 4.7 comparam a seção de choque total e de reação para nêutrons e prótons espalhados respectivamente e a comparação com dados experimentais extraídos da Ref. [6] para vários núcleos-alvos em uma faixa de 10 KeV a 250 MeV para o nêutron e 1 a 200 MeV para o próton. A Fig. 4.4 compara a distribuição angular para o nêutron espalhado com dados experimentais usando três núcleos alvo, e a Fig. 4.6 compara a razão entre a seção de choque diferencial com a seção de choque de Rutherford para o próton espalhado com dados experimentais. Ambas as figuras foram extraídas da Ref. [6]. Mais detalhes podem ser vistos na Ref. [6].

Com base nos resultados apresentados nos trabalhos [12, 6] escolhemos os potenciais ópticos do dêuteron de Han, Shi e Shen e do nêutron e próton de Koning e Delaroche como os potenciais ópticos dos participantes da reação da quebra elástica.

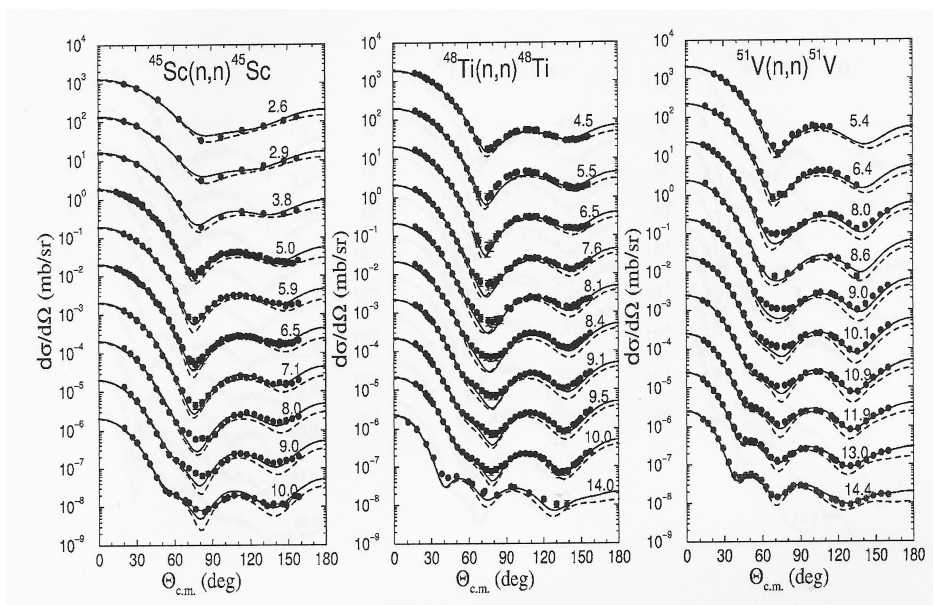


FIGURA 4.4 – Distribuição angular para o nêutron espalhado no canal elástico e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de nêutrons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6].

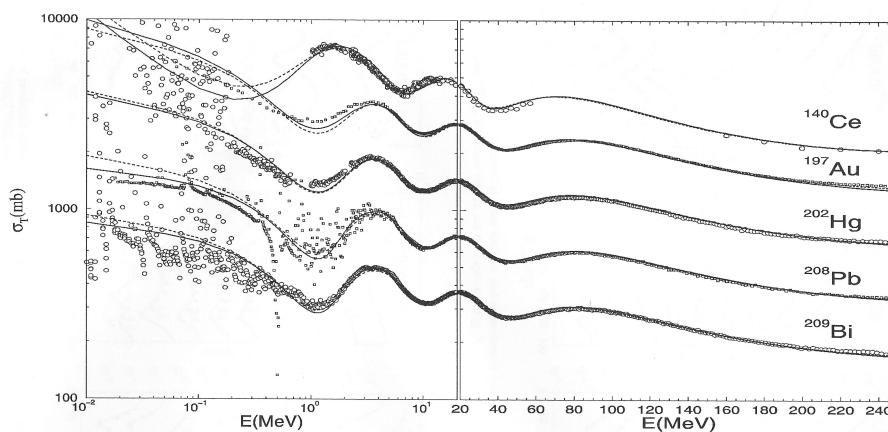


FIGURA 4.5 – Seção de choque total para o nêutron espalhado e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de nêutrons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6].

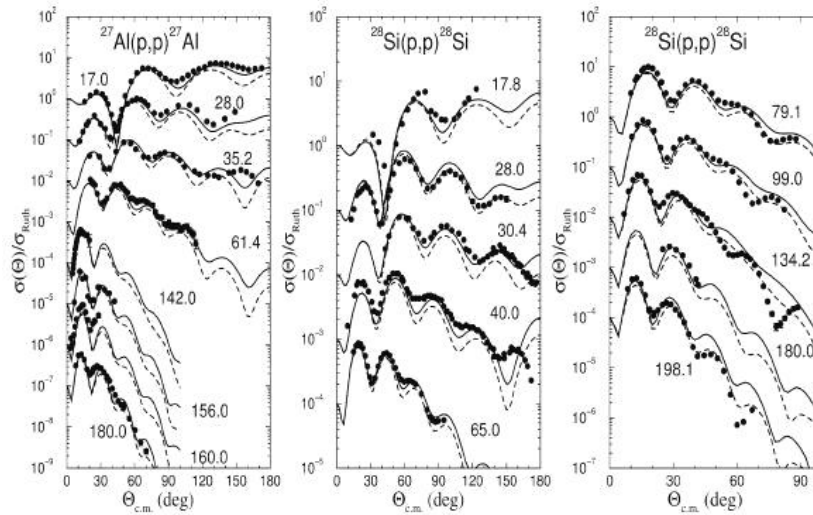


FIGURA 4.6 – Distribuição angular de prótons espalhados no canal elástico e a comparação com dados experimentais usando o potencial óptico de prótons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6].

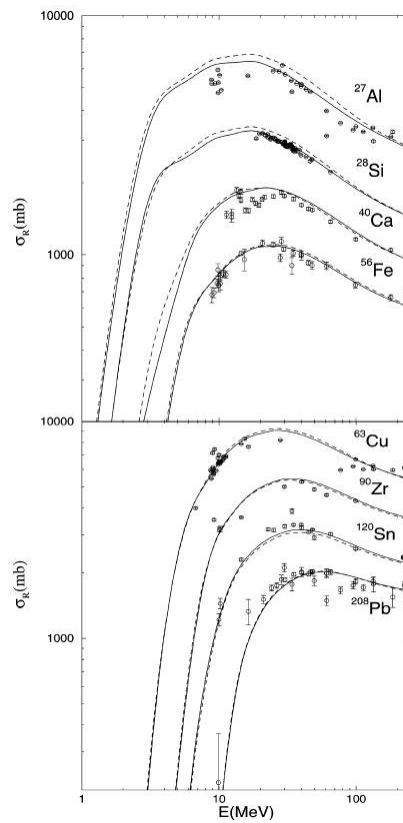


FIGURA 4.7 – Comparação da seção de choque de reação do próton espalhado no canal elástico com dados experimentais usando o potencial óptico de prótons de Koning e Delaroche, Ref. [6]. A figura foi extraída da Ref. [6].

As Figs. 4.8 a 4.11 mostram cálculos do espectro de prótons vindo do processo de quebra elástica do dêuteron usando cálcio, chumbo, zircônio e estanho como alvo para quatro energias incidentes do dêuteron. Calculamos o espectro considerando somente a interação coulombiana (linha tracejada) e considerando a interação coulombiana mais nuclear (linha contínua). Para todos os núcleos o espectro mostrou ser maior para energias de incidência menores no caso em que consideramos somente a interação coulombiana do que o caso em que incluímos o potencial nuclear. Isso se deve a parte imaginária do potencial óptico, responsável pela absorção do fluxo de partículas que se aproxima do alvo. Porém, a medida que a energia de incidência do dêuteron aumenta, o efeito do potencial coulombiano diminui, tornando-se menor que o efeito do potencial nuclear nos núcleos mais leves. Para energias baixas, a contribuição principal à quebra do dêuteron vem da interação coulombiana no interior do núcleo, contribuição que é absorvida quando a interação nuclear é levado em conta. Mas a medida que a energia aumenta, as contribuições da interação nuclear na superfície e da interação coulombiana fora do núcleo também aumentam. Para um núcleo leve, como  $^{40}\text{Ca}$ , a contribuição nuclear domina a energias altas. Em núcleos mais pesados, como  $^{208}\text{Pb}$ , a contribuição da interação nuclear é da mesma ordem de magnitude da contribuição coulombiana do interior que foi absorvida. Também observamos que, para energias de incidência baixas, a energia do próton é distribuída em uma faixa pequena de valores, e para energias mais altas, ela se distribui numa faixa maior de valores. Para energias altas, o espectro é máximo quando a energia do próton corresponde a metade da energia de incidência do dêuteron. Concluímos que para energias altas, existe uma tendência da energia do dêuteron ser distribuída igualmente entre o próton e nêutron. Porém, para baixas energias o espectro tende a ser máximo quando a energia do próton se aproxima do valor da energia do dêuteron. Assim, para

baixas energias existe uma tendência da energia ser distribuída quase totalmente para o próton e uma pequena parcela para o nêutron. Esse efeito é mais visível para núcleos pesados, e se deve ao potencial Coulombiano. Observando simultaneamente os espectros de energia para os quatro núcleos de diferentes número atômico, vemos que o pico do espectro é maior para núcleos mais pesados quando a energia de incidência é baixa, mas para energias mais elevadas a seção de choque diferencial cresce lentamente como função da massa. Isso se deve ao processo de breakup ser principalmente uma reação de superfície nuclear.

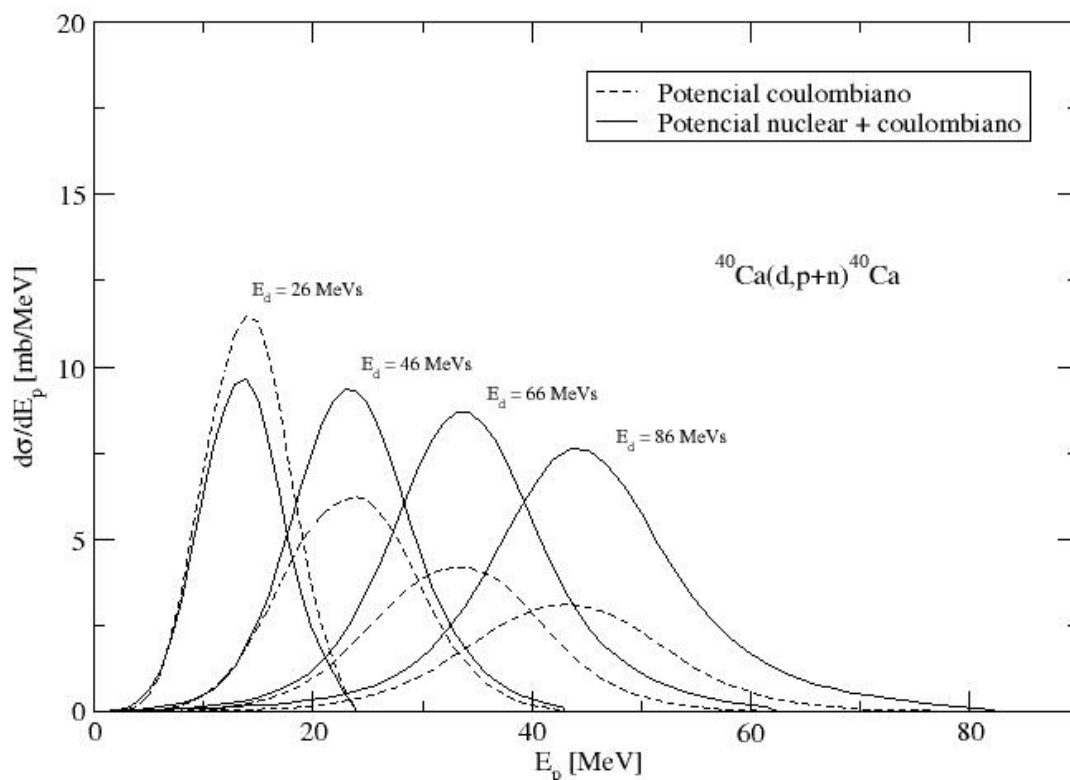
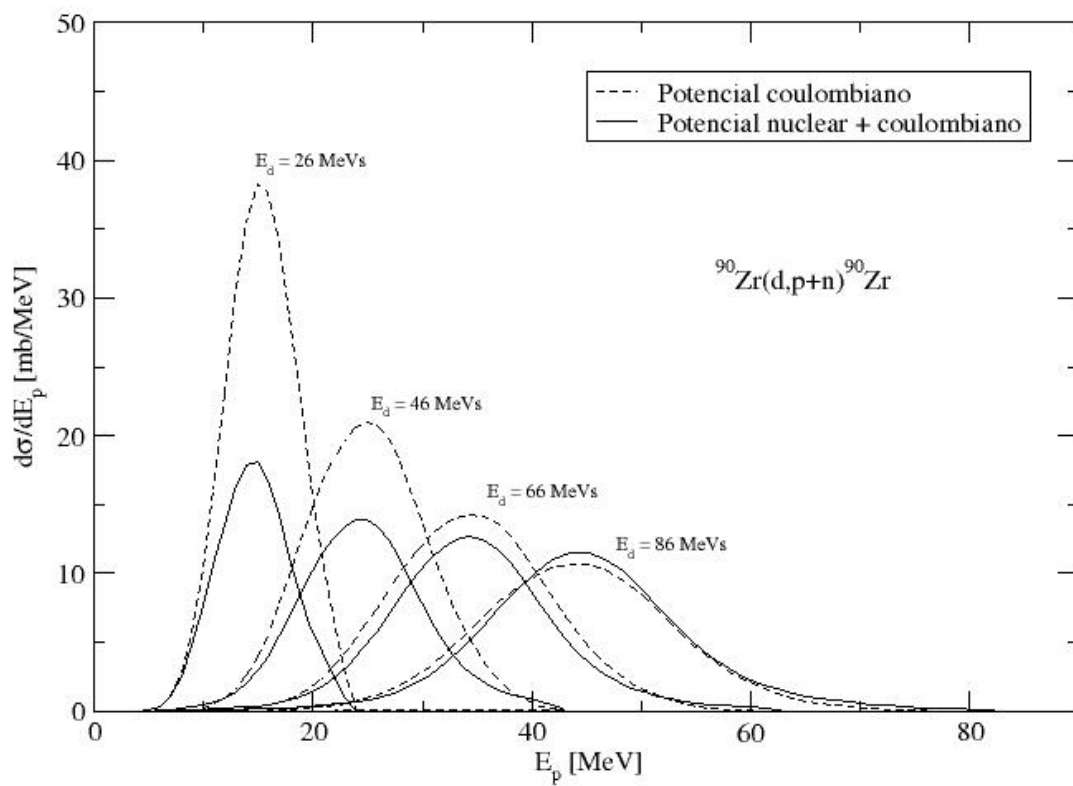


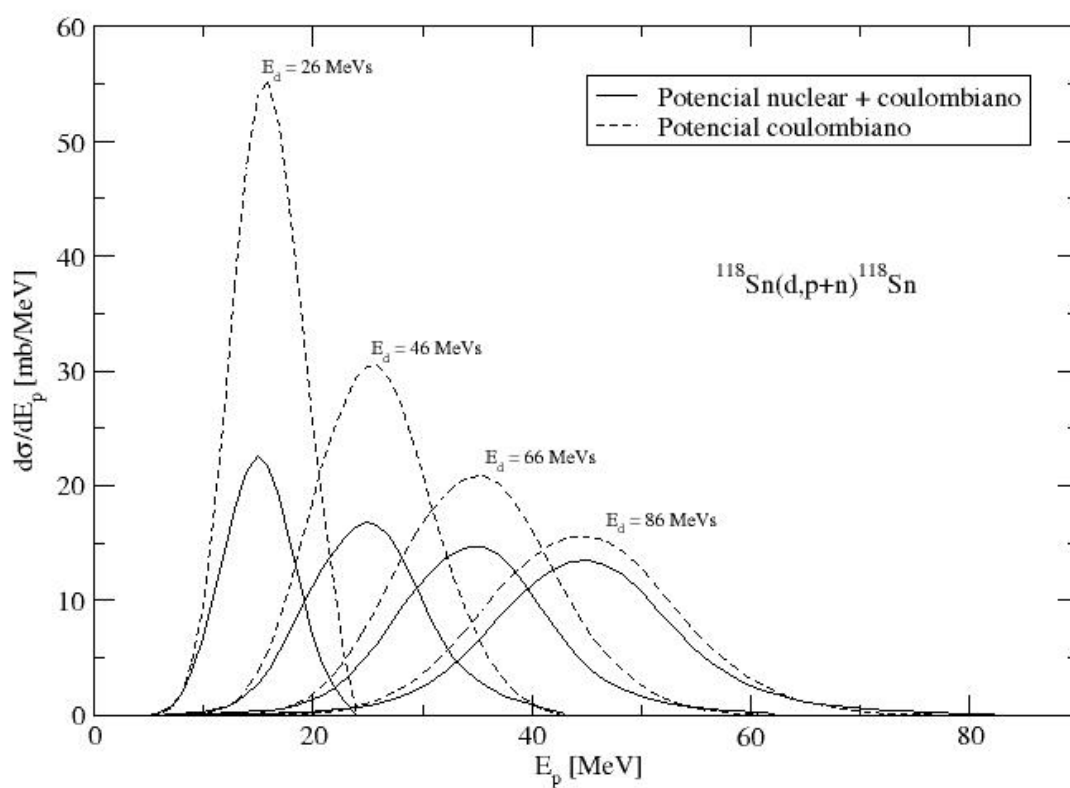
FIGURA 4.8 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$ .





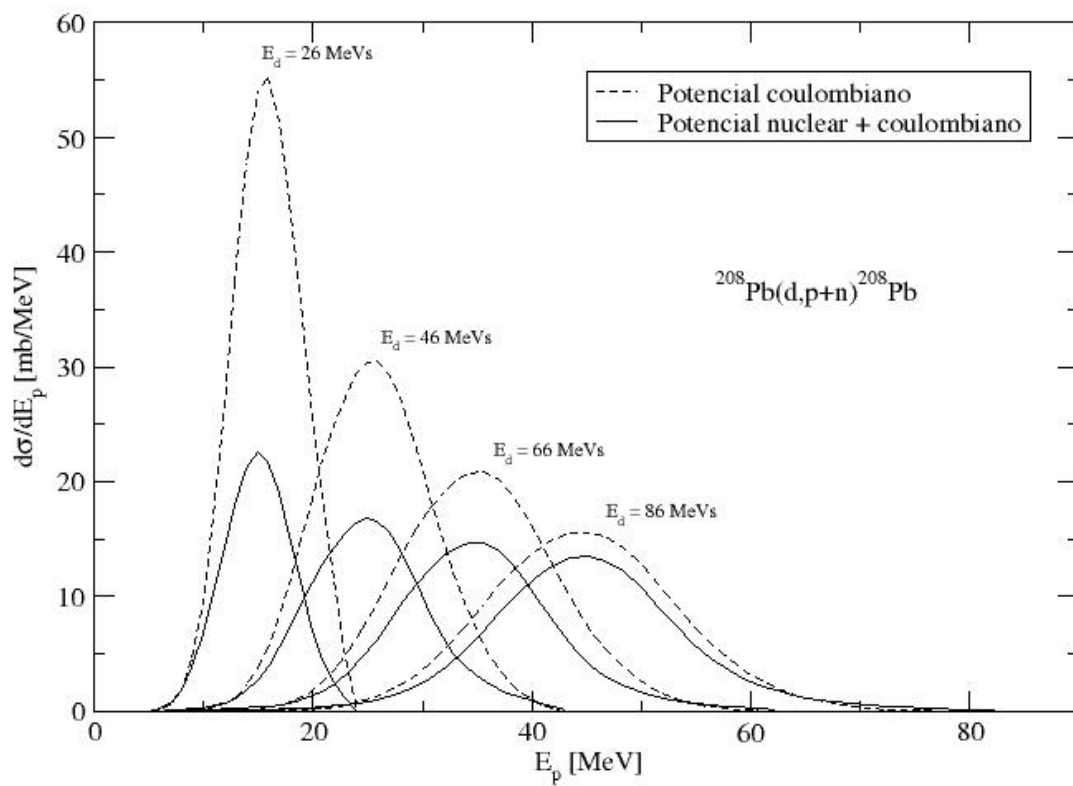
Wed Jan 16 20:26:06 2008

FIGURA 4.9 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo  $^{90}\text{Zr}(d,p+n)^{90}\text{Zr}$ .



Wed Jan 16 16:31:08 2008

FIGURA 4.10 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo  $^{118}\text{Sn}(d,p+n)^{118}\text{Sn}$ .



Wed Jan 16 16:43:24 2008

FIGURA 4.11 – Espectro de energias para o próton espalhado em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d,p+n)^{208}\text{Pb}$ .

Os efeitos do potencial nuclear para a quebra elástica são evidentes quando comparamos a seção de choque de quebra elástica com a seção de choque da quebra elástica no qual participa somente o potencial Coulombiano. Esta análise pode ser vista na Fig. 4.12 onde mostramos a razão entre a seção de choque integrada de quebra elástica com e sem a interação nuclear. Para núcleos leves como o cálcio a seção de choque sem o potencial nuclear é maior do que a seção de choque considerando o potencial nuclear quando a energia de incidência é menor do que 40 MeV. A situação inverte quando a energia é maior que 40 MeV. Isso reforça o fato que para baixas energias o dêuteron é efetivamente afastado do núcleo pela interação coulombiana. Para energias maiores, o dêuteron consegue se aproximar mais do núcleo e os efeitos do potencial nuclear exerce um papel maior. Porém, quando aumentamos o número atômico do núcleo essa diferença é mais acentuada mesmo para energias grandes de incidência. Isso se deve ao fato do potencial Coulombiano aumentar com a carga do núcleo.

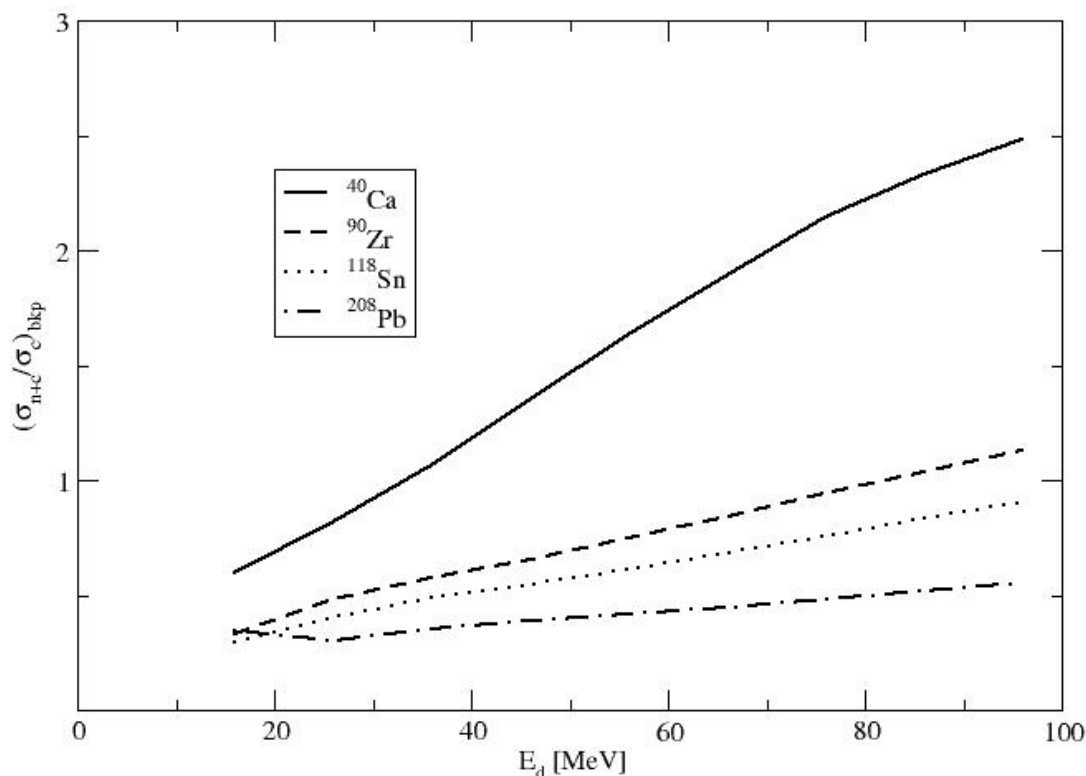


FIGURA 4.12 – Comparação da seções de choque da quebra elástica com e sem potencial nuclear para  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{118}\text{Sn}$  e  $^{208}\text{Pb}$ .

As Figs. 4.13 a 4.36 mostram, respectivamente, a seção de choque diferencial para o próton espalhado, em função do momento angular do deuteron e da energia do próton, em função do momento angular e energia do próton, e a seção de choque diferencial do nêutron em função do momento angular e da energia do nêutron para o cálcio e chumbo respectivamente, para quatro energias incidentes do deuteron. Para calcular a seção de choque diferencial que depende do momento angular e da energia usamos a expressão 3.83.

Podemos notar claramente os picos existentes para certos momentos angulares quando projetamos as figuras pelo lado do momento angular. Isto se deve aos dois processos que contribuem para a reação, a quebra coulombiana e a quebra nuclear. O pico referente a

momentos angulares menores possui maior contribuição da interação nuclear. O segundo pico, referente a momentos angulares um pouco maiores, a interação coulombiana tem uma contribuição maior para a quebra do dêuteron do que a nuclear. Observando a emissão de prótons, vemos claramente que a queda da seção de choque se prolonga para momentos angulares maiores. Isso se deve a contribuição do potencial Coulombiano que se estende a momentos angulares maiores. Esse efeito é mais visível para núcleos pesados, pois a interação coulombiana depende da carga do núcleo. Observando a emissão de nêutrons, percebemos que o efeito do prolongamento da seção de choque para momentos angulares grandes também acontece. A explicação para isso seria que ao colidir com o núcleo-alvo, o nêutron ainda continua ligado ao próton e com isso ele também sente, indiretamente, os efeitos da interação coulombiana. As contribuições dos momentos angulares grandes para a seção de choque se tornam maiores se aumentarmos a energia de incidência do dêuteron, evidenciando o fato que o momento angular do projétil depende de sua energia incidente. Verificamos também que para a mesma energia de incidência, a seção de choque diferencial do nêutron é concentrado em momentos angulares menores do que a do próton. Devido a repulsão coulombiana, o nêutron se aproxima mais do núcleo do que o próton e com isso ele sente mais os efeitos do potencial nuclear. O próton se mantém mais afastado do núcleo devido a interação coulombiana. Entendemos esse processo de separação de nêutron e próton como o responsável pela quebra elástica do dêuteron. As deduções anteriores foram feitas com a comparação de gráficos do mesmo núcleo-alvo. Fazendo a comparação entre gráficos de núcleos diferentes, ao projetarmos as figuras pelo lado da energia chegamos as mesmas conclusões apresentadas no parágrafo anterior referentes as Figs. 4.8 e 4.11 que representam os espectros de prótons devido ao processo de quebra elástica do dêuteron. Para todos os núcleos o espectro mostrou ser maior para energias

de incidência menores no caso em que consideramos somente a interação coulombiana do que o caso em que incluímos o potencial nuclear. Isso se deve a parte imaginária do potencial óptico, responsável pela absorção do fluxo de partículas que se aproxima do alvo. Porém, a medida que a energia de incidência do dêuteron aumenta, o efeito do potencial Coulombiano diminui, tornando-se menor que o efeito do potencial nuclear nos núcleos mais leves. Para energias baixas, a contribuição principal à quebra do dêuteron vem da interação coulombiana no interior do núcleo que é absorvido quando a interação nuclear é levado em conta. Mas a medida que a energia aumenta, as contribuições da interação nuclear na superfície e da interação coulombiana fora do núcleo também aumentam. Para um núcleo leve, como  $^{40}\text{Ca}$ , a contribuição nuclear domina a energias altas. Em núcleos mais pesados, como  $^{208}\text{Pb}$ , a absorção continua a ser importante a energias altas, com a contribuição da interação nuclear sendo da mesma ordem de magnitude da contribuição coulombiana do interior que foi absorvida. Para núcleos leves o potencial Coulombiano é menos intenso e portanto a diferença entre as seções de choque é menor.

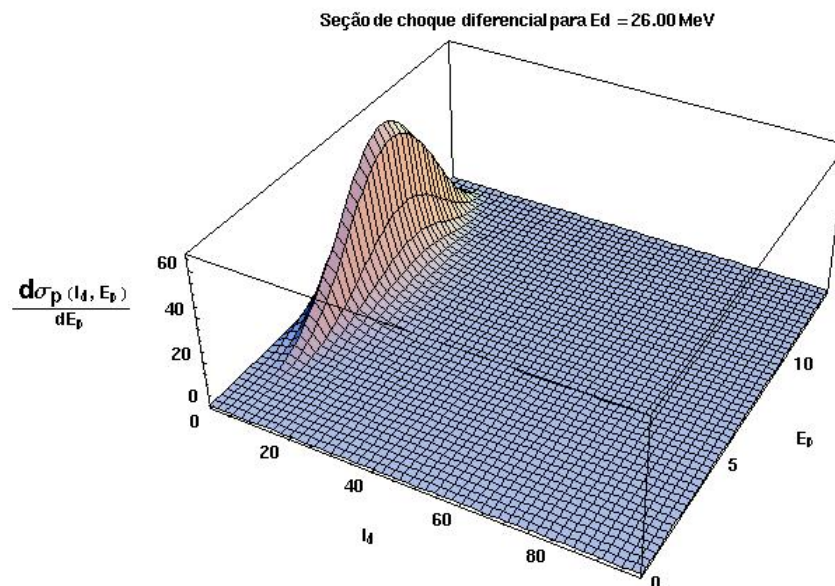


FIGURA 4.13 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

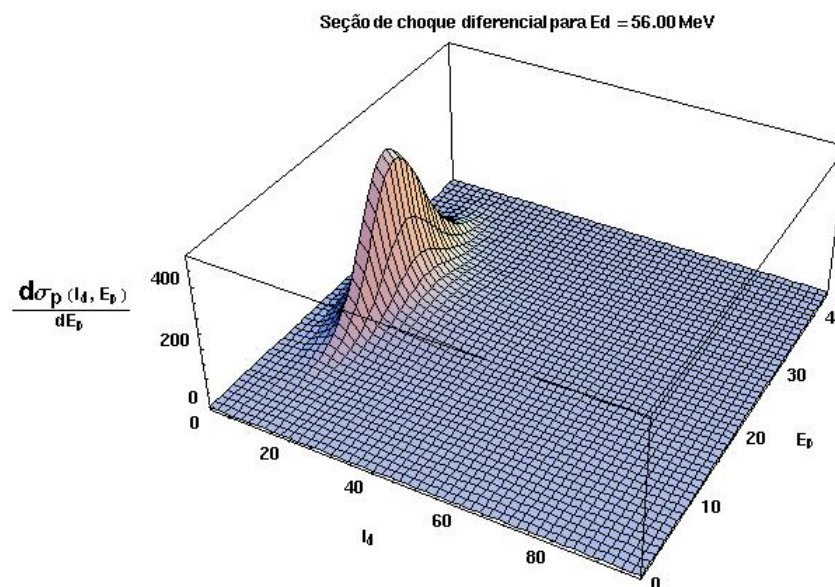


FIGURA 4.14 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.



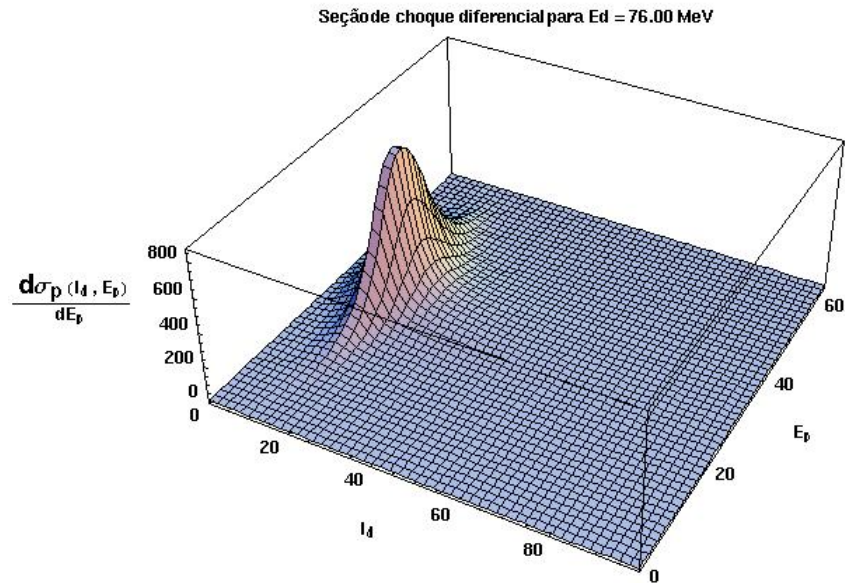


FIGURA 4.15 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

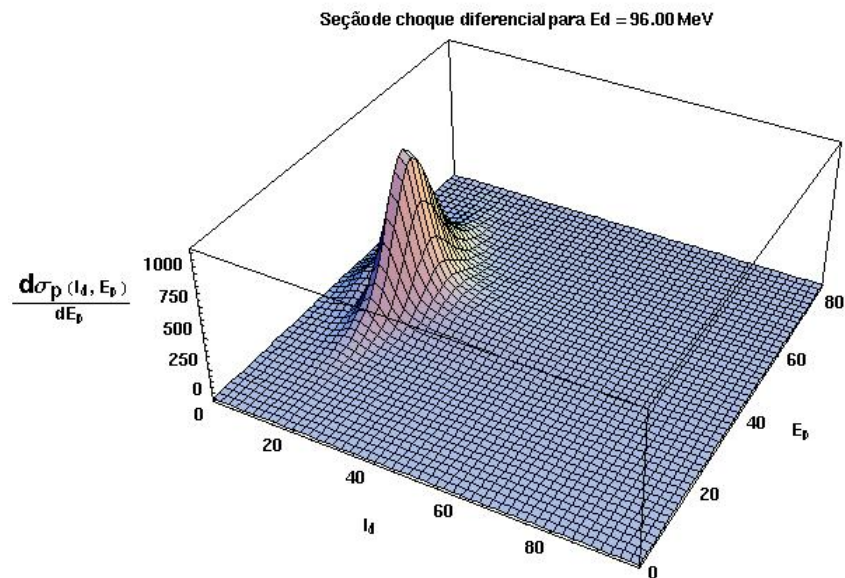


FIGURA 4.16 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p + n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

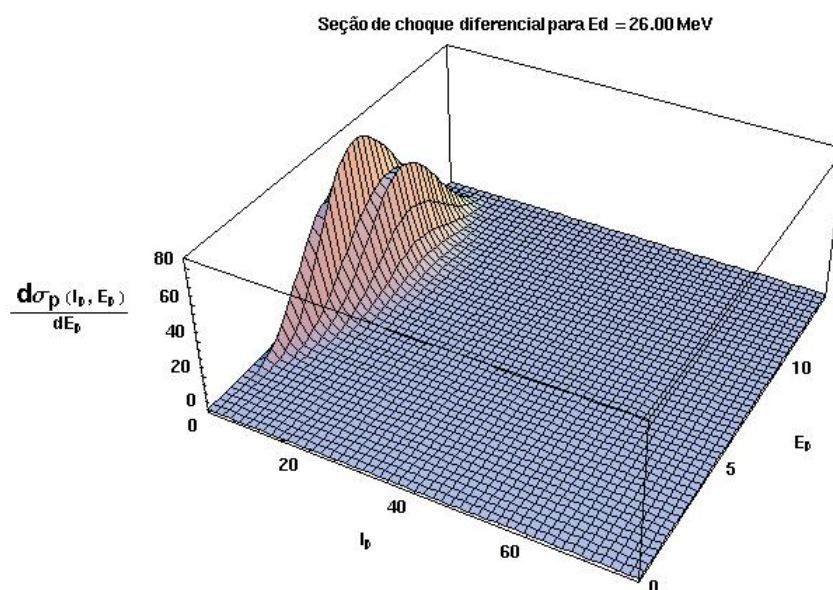


FIGURA 4.17 – Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

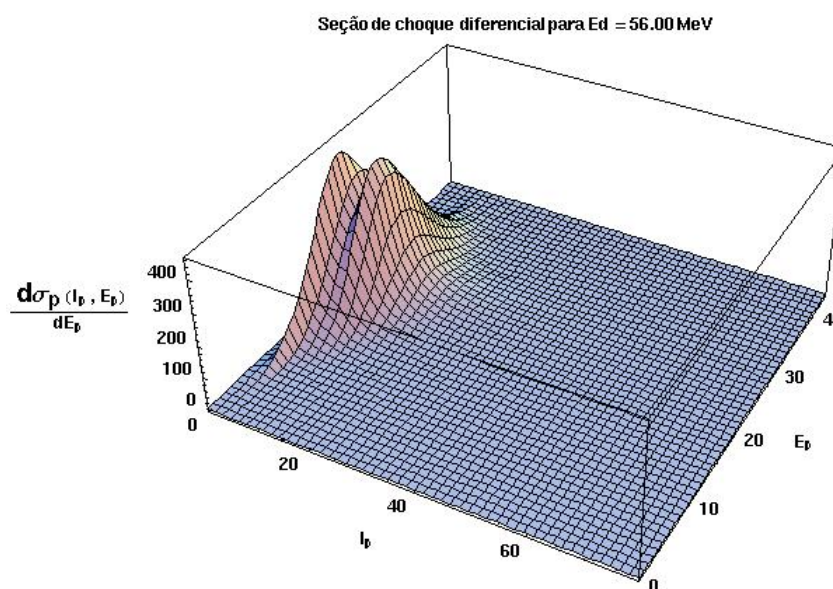


FIGURA 4.18 – Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.

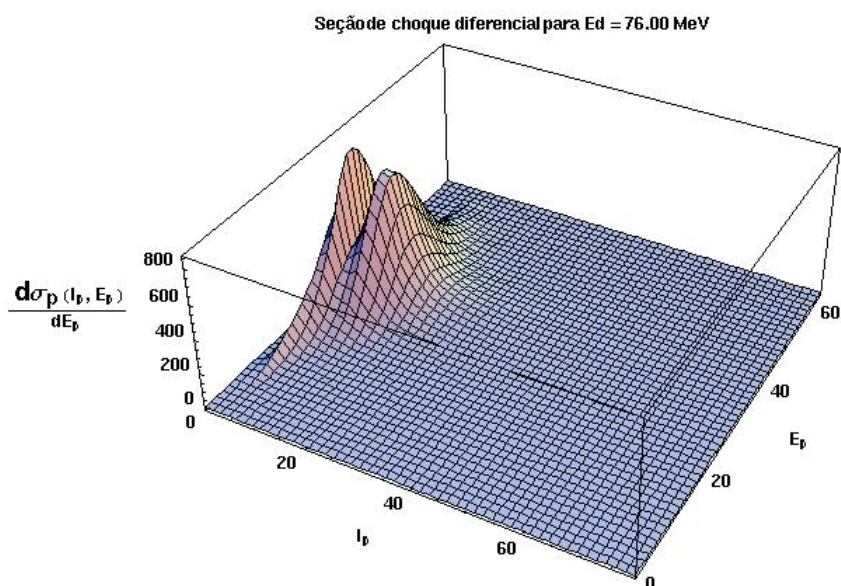


FIGURA 4.19 – Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

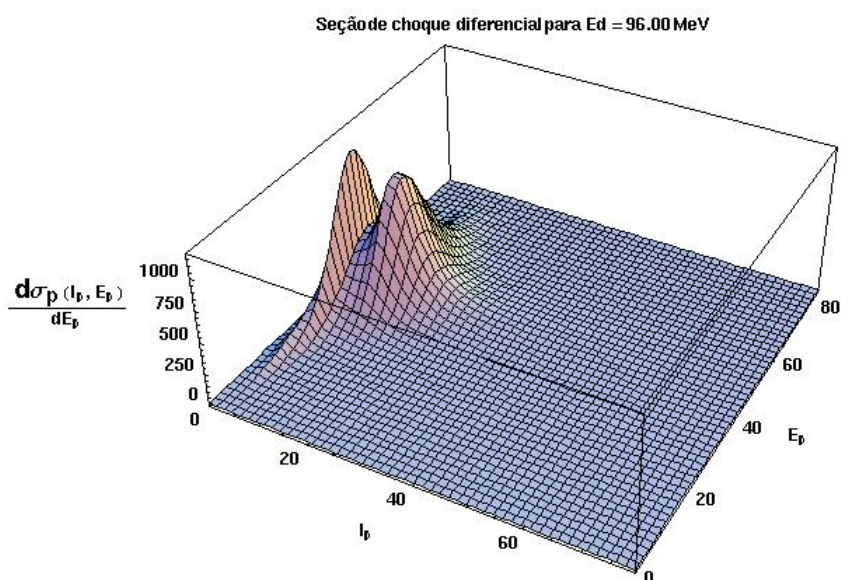


FIGURA 4.20 – Seção de choque diferencial do próton da quebra elástica do dêuteron em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

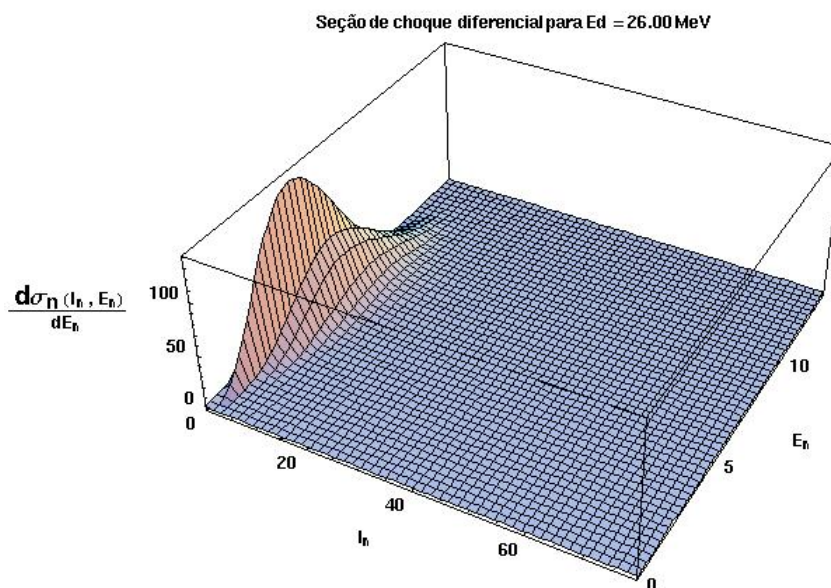


FIGURA 4.21 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

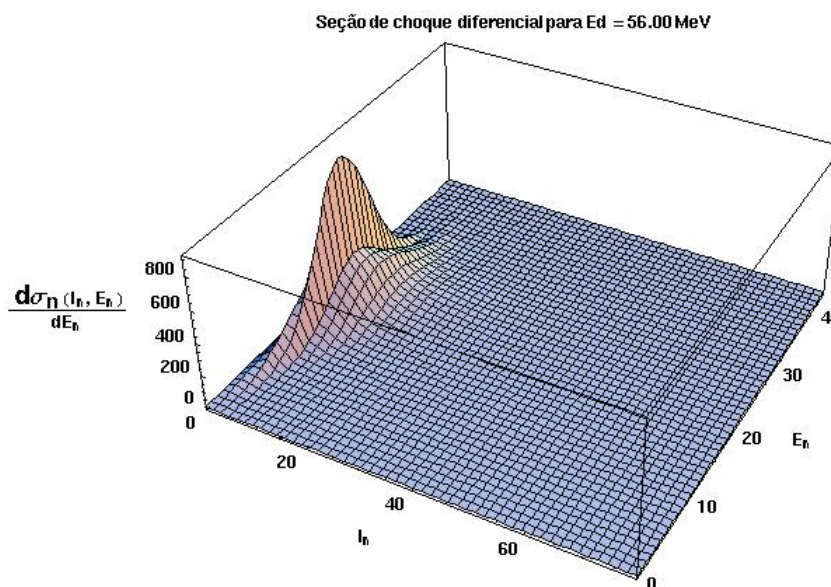


FIGURA 4.22 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.

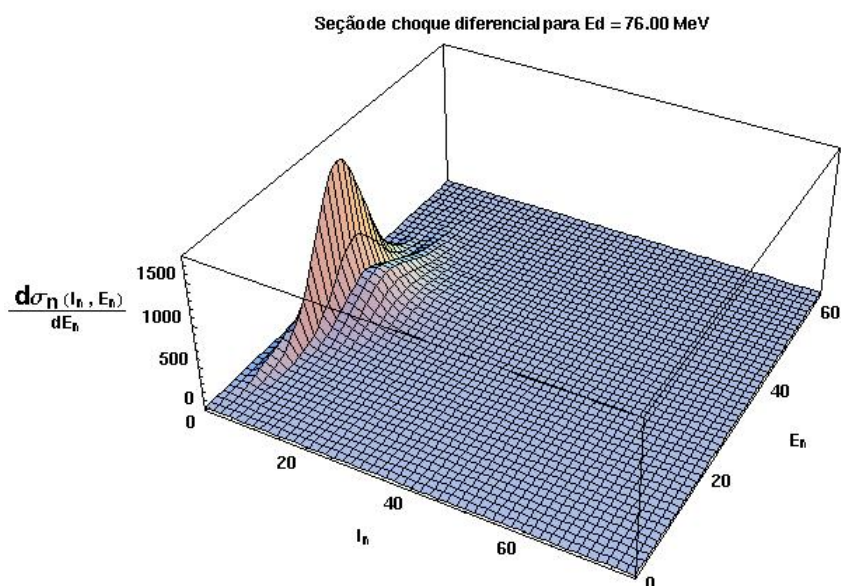


FIGURA 4.23 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

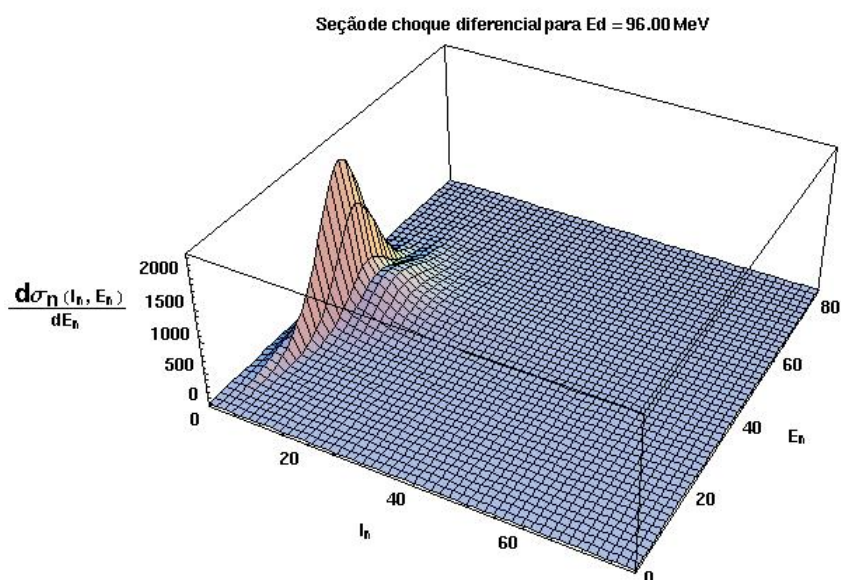


FIGURA 4.24 – Seção de choque diferencial do nêutron da quebra elástica do dêuteron em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{40}\text{Ca}(d, p+n)^{40}\text{Ca}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

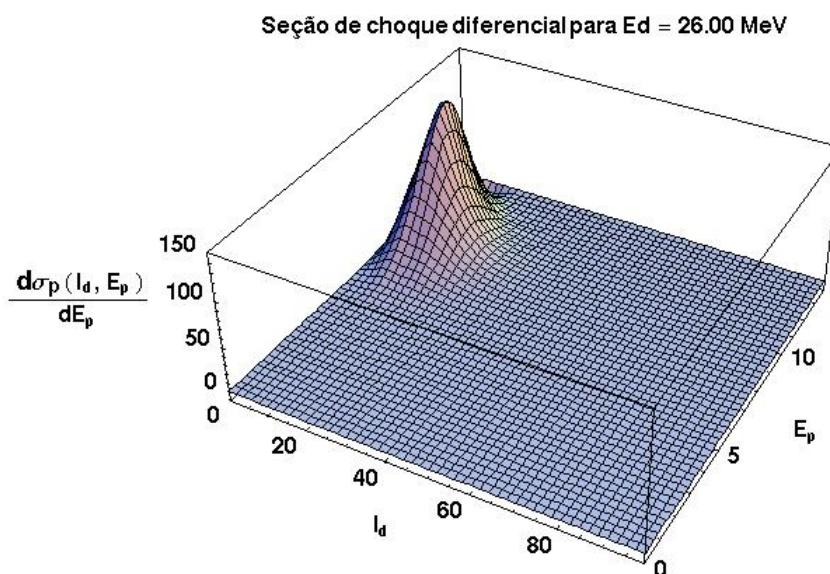


FIGURA 4.25 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

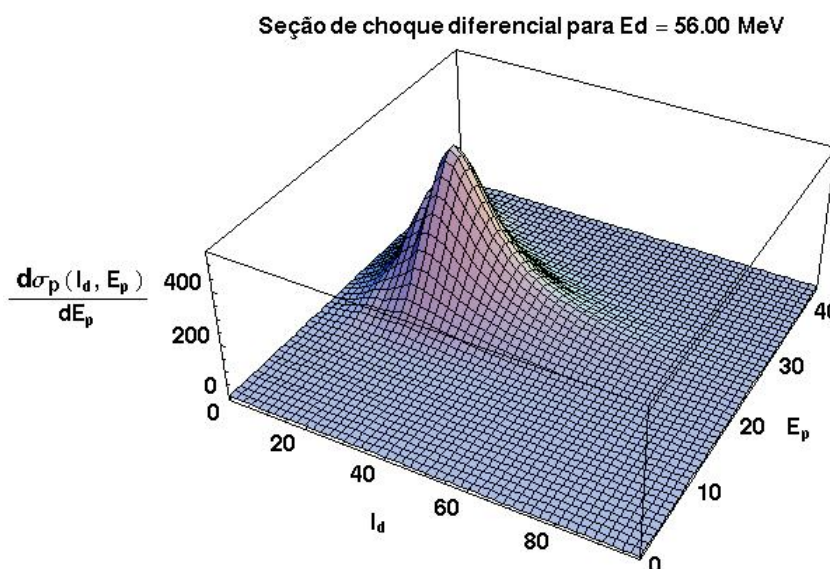


FIGURA 4.26 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.

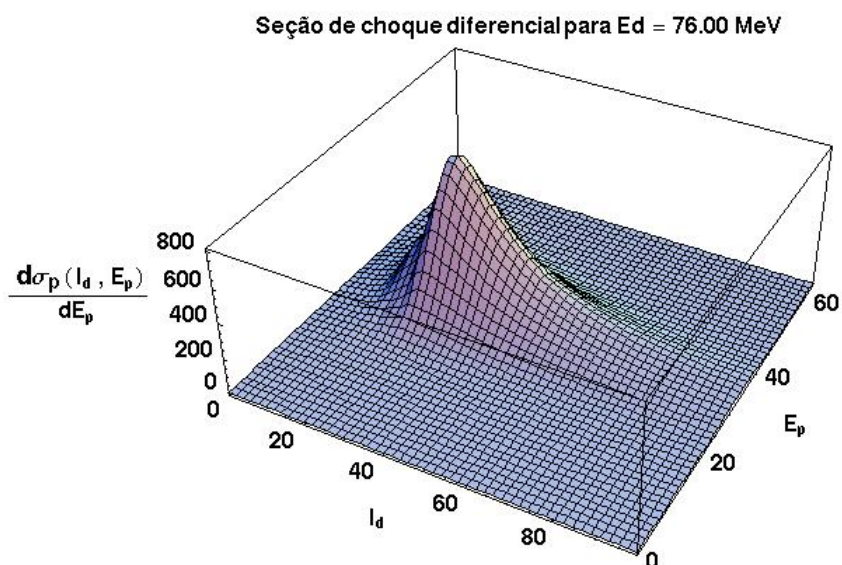


FIGURA 4.27 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

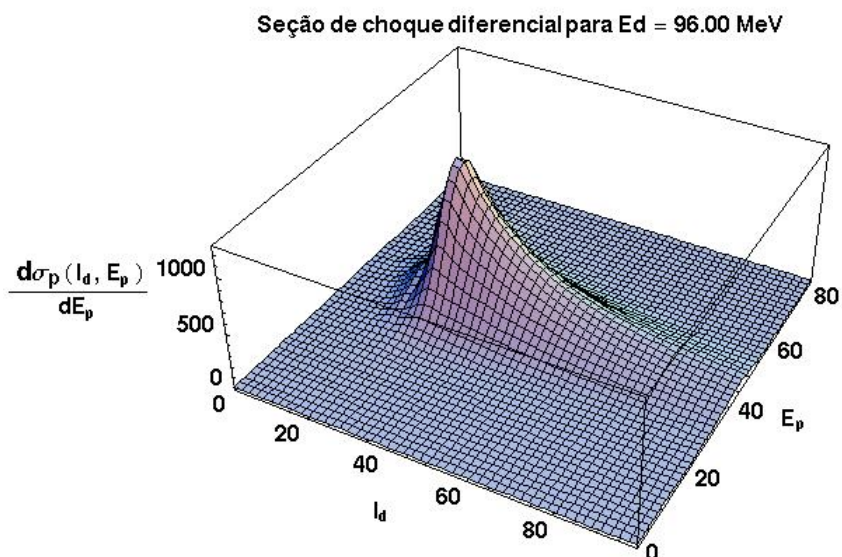


FIGURA 4.28 – A figura acima mostra a seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do momento angular do dêuteron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

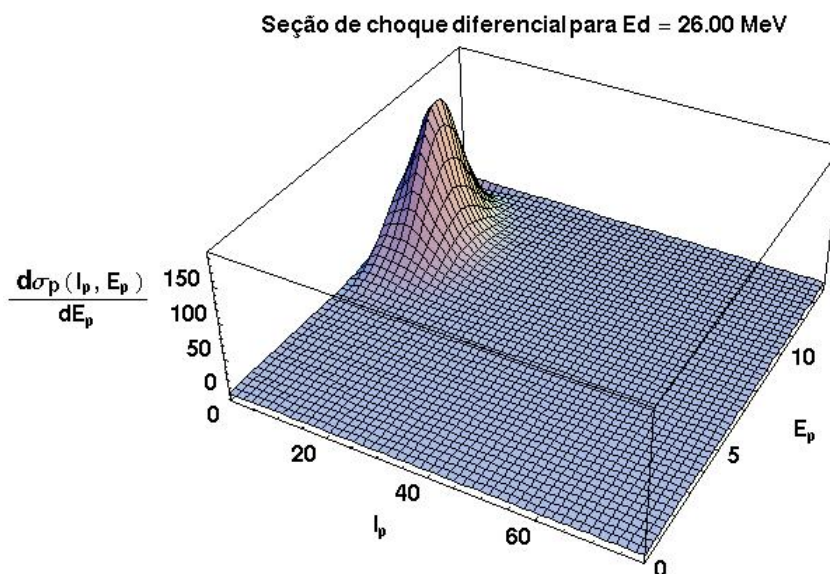


FIGURA 4.29 – Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

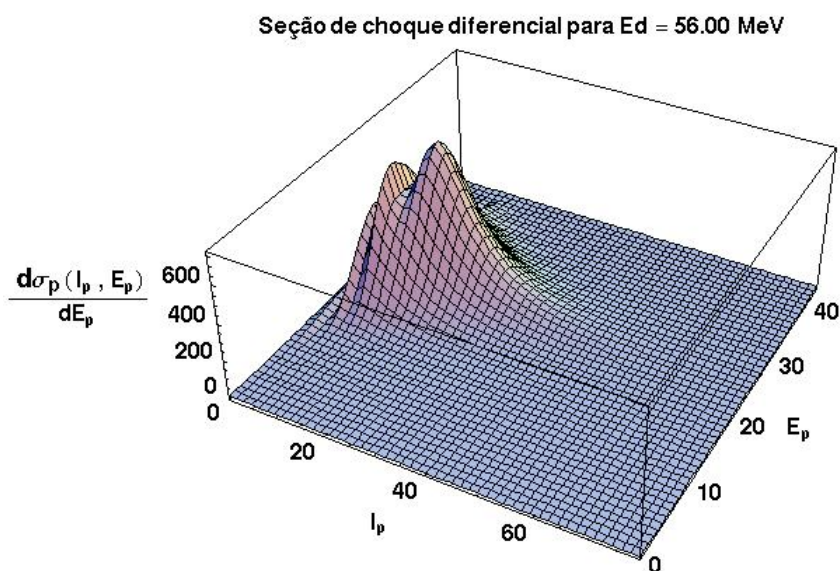


FIGURA 4.30 – Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.



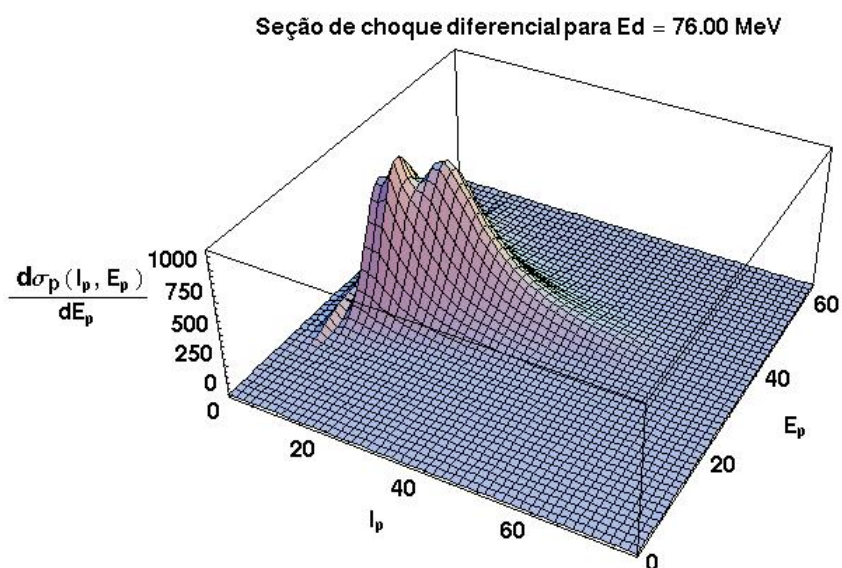


FIGURA 4.31 – Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

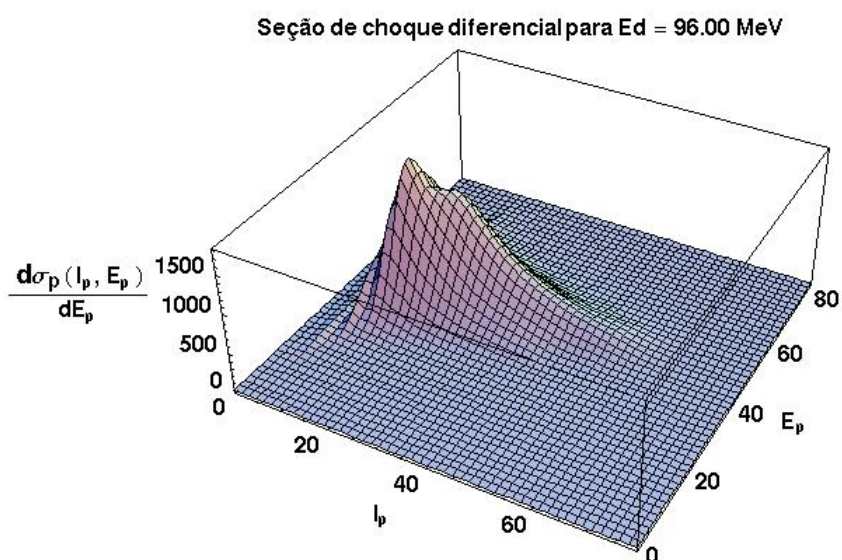


FIGURA 4.32 – Seção de choque diferencial do próton espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função de sua energia e do seu momento angular em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

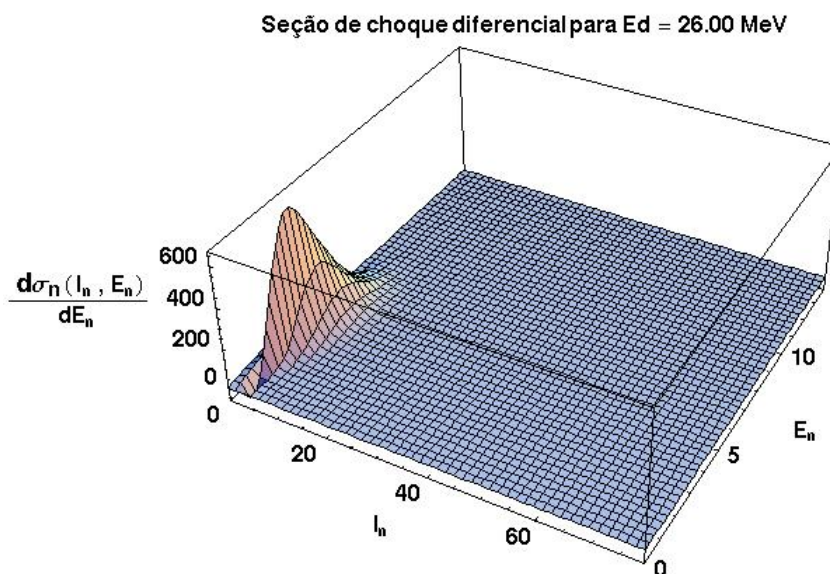


FIGURA 4.33 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 26 MeV.

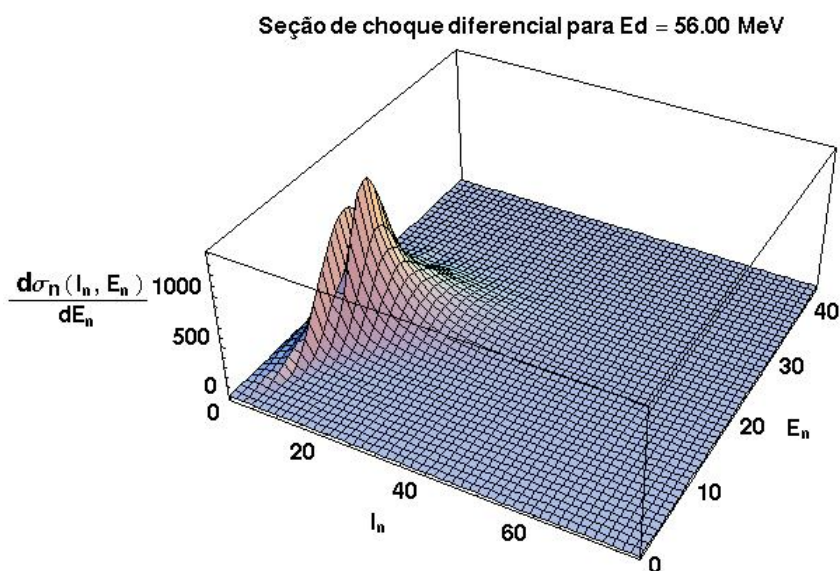


FIGURA 4.34 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 56 MeV.

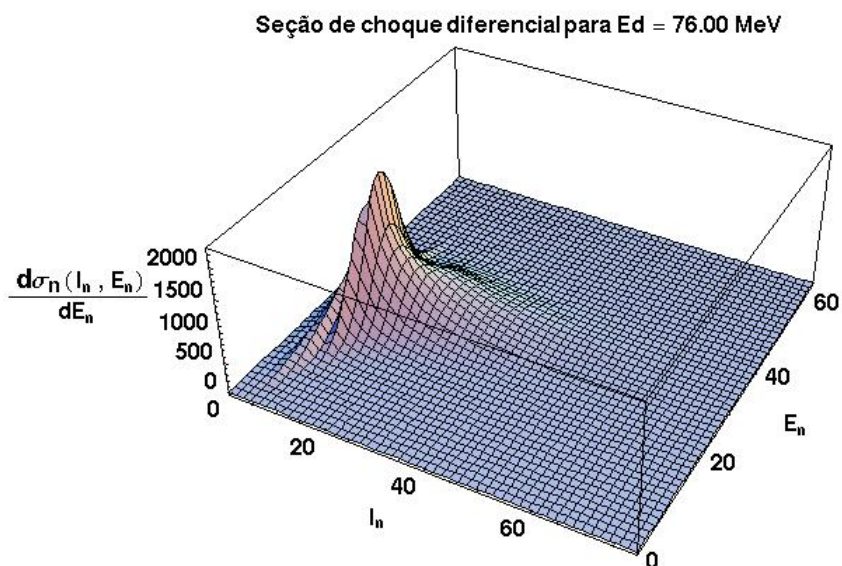


FIGURA 4.35 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 76 MeV.

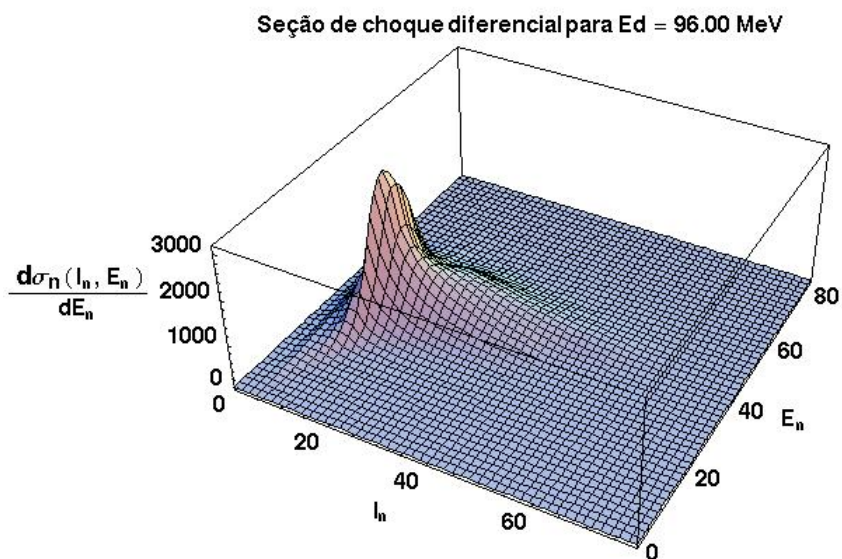
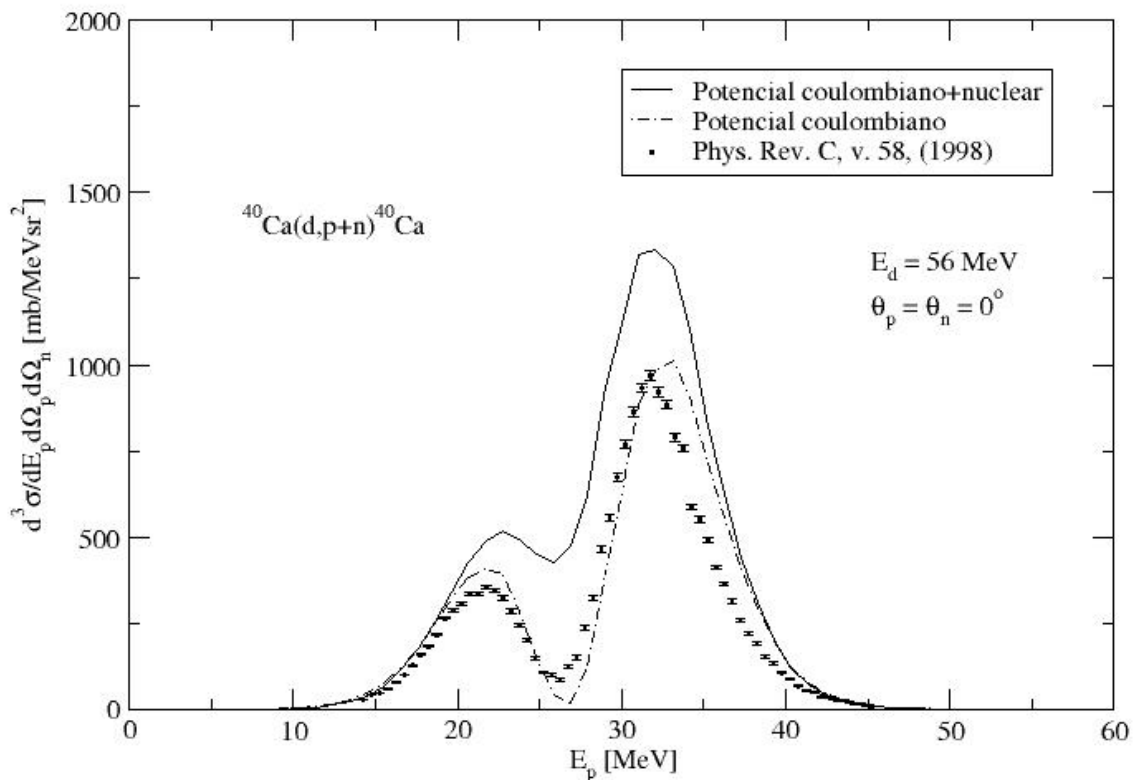


FIGURA 4.36 – Seção de choque diferencial do nêutron espalhado para o modelo de quebra elástica proposto na seção 3.2 em função da energia e momento angular do nêutron em uma reação do tipo  $^{208}\text{Pb}(d, p + n)^{208}\text{Pb}$  para energia incidente do dêuteron de 96 MeV.

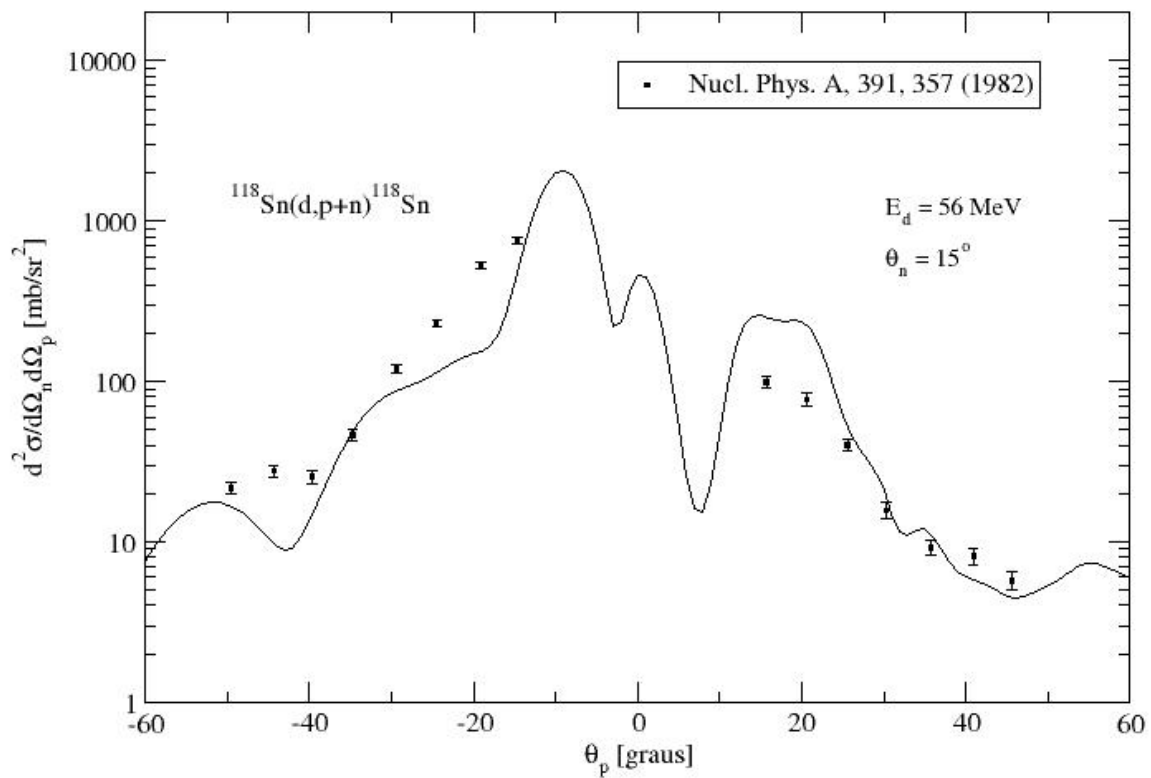
A figura 4.37, compara os dados experimentais da Ref. [17] da seção de choque de quebra do dêuteron e o cálculo do nosso modelo a uma energia incidente do dêuteron de 56 MeV. Uma incerteza de  $\pm 1^\circ$  atribuída aos ângulos experimentais de emissão das partículas emergentes (próton e nêutron) não foi levado em conta em nossos cálculos. Calculamos a seção de choque diferencial considerando somente a contribuição coulombiana (linha tracejada) e a seção de choque diferencial considerando a contribuição do potencial nuclear mais o potencial Coulombiano (linha contínua). Os cálculos do nosso modelo apresentam razoável concordância com os dados experimentais.



Mon Jul 14 08:01:58 2008

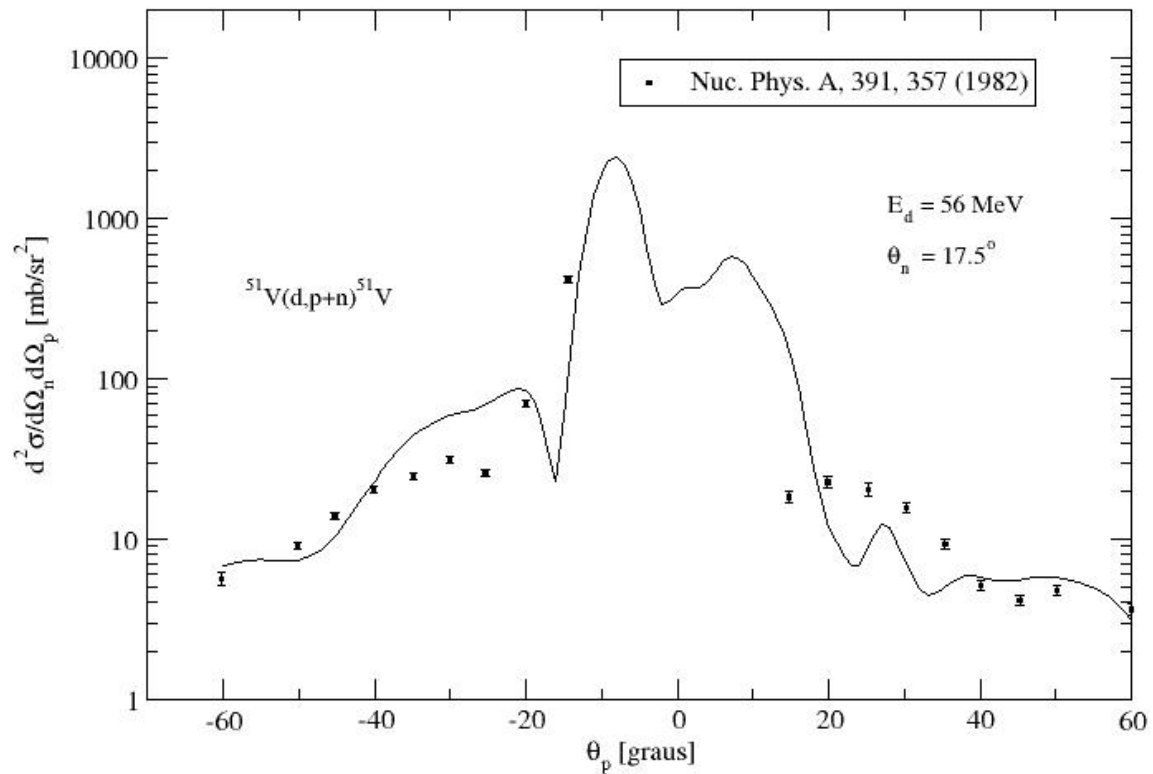
FIGURA 4.37 – Comparação do espectro de energias do próton da reação  $^{40}\text{Ca}(d,p+n)^{40}\text{Ca}$  com e sem a interação nuclear e a comparação com dados experimentais extraídos da Ref. [17].

Plotamos também a distribuição angular do próton a uma energia do dêuteron de 56 MeV (linha contínua), considerando o ângulo de saída do nêutron de  $15^\circ$  e estanho como o alvo, mostrado na Fig. 4.38. Na Fig. 4.39 o ângulo de saída do nêutron de  $17,5^\circ$  foi considerado em um alvo de vanádio. Comparamos ambas as curvas com dados experimentais extraídos da Ref. [16], e verificamos uma boa concordância com os últimos.



Thu Jan 17 11:28:24 2008

FIGURA 4.38 – Distribuição angular do próton na reação  $^{118}\text{Sn}(d, p + n)^{118}\text{Sn}$  a uma energia incidente do dêuteron de 56 MeV e ângulo de saída do nêutron de  $15^\circ$ .

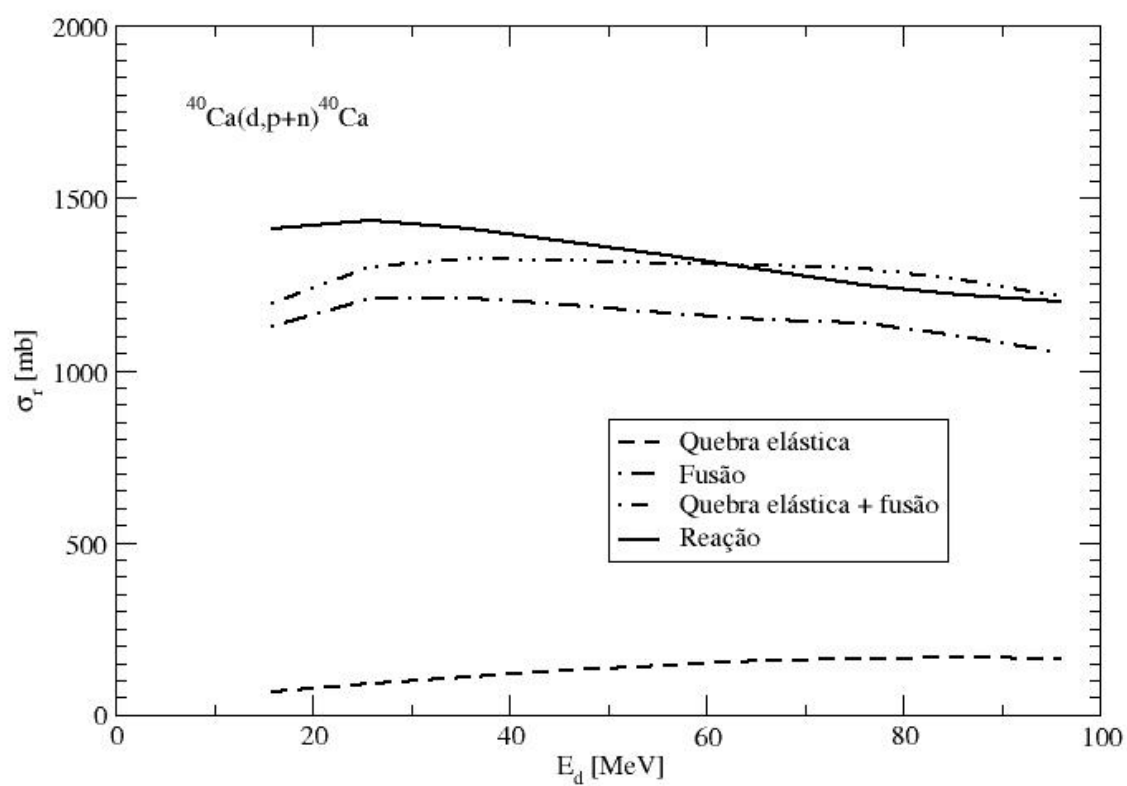


Thu Jan 17 11:27:03 2008

FIGURA 4.39 – Distribuição angular do próton na reação  $^{51}\text{V}(d, p + n)^{51}\text{V}$  com energia incidente do dêuteron de 56 MeV e ângulo de saída do nêutron de  $17,5^\circ$ .

Para estimar a contribuição dos processos de quebra elástica, fusão completa e incompleta calculamos a seção de choque da quebra elástica, de fusão e de reação como mostramos nas Figs. 4.40 a 4.43. A linha tracejada representa a seção de choque da quebra elástica, a linha ponto-tracejada representa a seção de choque de fusão completa e incompleta, no qual usamos o potencial de folding dado na Eq. 3.42, com os potenciais ópticos de Koning e Delaroche para o nêutron e próton e a função de onda do dêuteron obtida usando o potencial óptico de Han, Shi e Shen. A seção de choque de reação (linha contínua) foi obtido diretamente do cálculo de espalhamento usando o potencial de Han, Shi e Shen, que escolhemos para representar o potencial óptico do dêuteron responsável

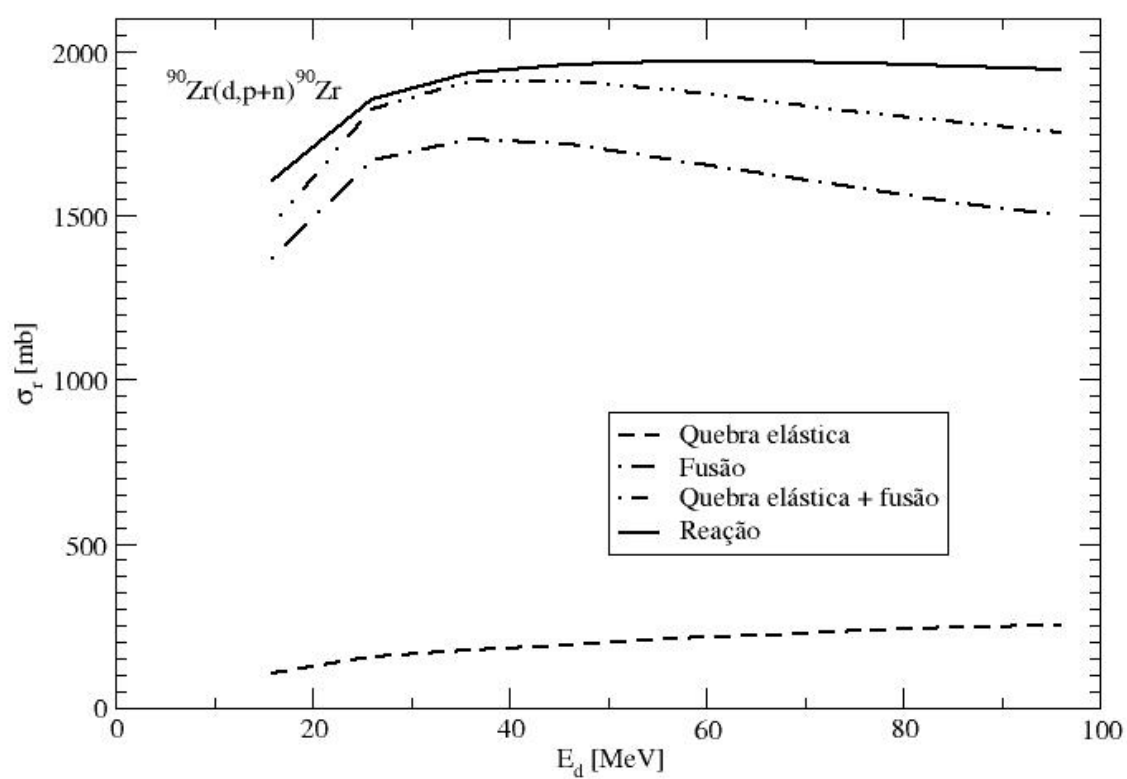
pela absorção. Verificamos que para núcleos leves o valor máximo da seção de choque de fusão é alcançado na faixa de energia estudada. Para núcleos mais pesados a contribuição do potencial Coulombiano se torna mais intenso, fazendo com que a seção de choque de fusão e reação aumente mesmo para energias mais elevadas. Com respeito a seção de choque que representa a quebra elástica, percebemos que é muito pequena para energias muito baixas, onde há pouca energia disponível para quebrar o dêuteron, e tende aumentar à medida que a energia aumenta. Para testar a hipótese de que a seção de choque de reação seria representado pela soma das contribuições dos processos de fusão completa, incompleta e quebra elástica, como mostramos na seção 3.3, somamos as seções de choque de fusão e de quebra elástica no qual representamos pela linha dois pontos-tracejada, afim de comparar com a seção de choque de reação. Verificamos que para baixas energias de incidência, da ordem de 30-40 MeV, a hipótese que apresentamos anteriormente parece corresponder com os dados da seção de choque de reação. Porém, quando aumentamos a energia de incidência do dêuteron, os dados obtidos pelo nosso modelo tende a se afastar cada vez mais dos dados da seção de choque de reação. Essa discrepância aumenta se aumentamos o número de massa do núcleo-alvo. Usando cálcio como alvo, Fig. 4.40, a concordância é razoável, mas a seção de choque de reação é subestimada a energias baixas. Usando zircônio como alvo, Fig. 4.41, a concordância é razoável a energias baixas, mas a seção de choque de reação é subestimada a energias mais altas. Usando estanho e chumbo como alvo, Figs. 4.42 e 4.43, percebemos que a soma das contribuições subestima a seção de choque de reação, principalmente para energias altas, e essa diferença cresce se aumentarmos a massa (carga) do alvo.



Sun Jul 6 16:25:32 2008

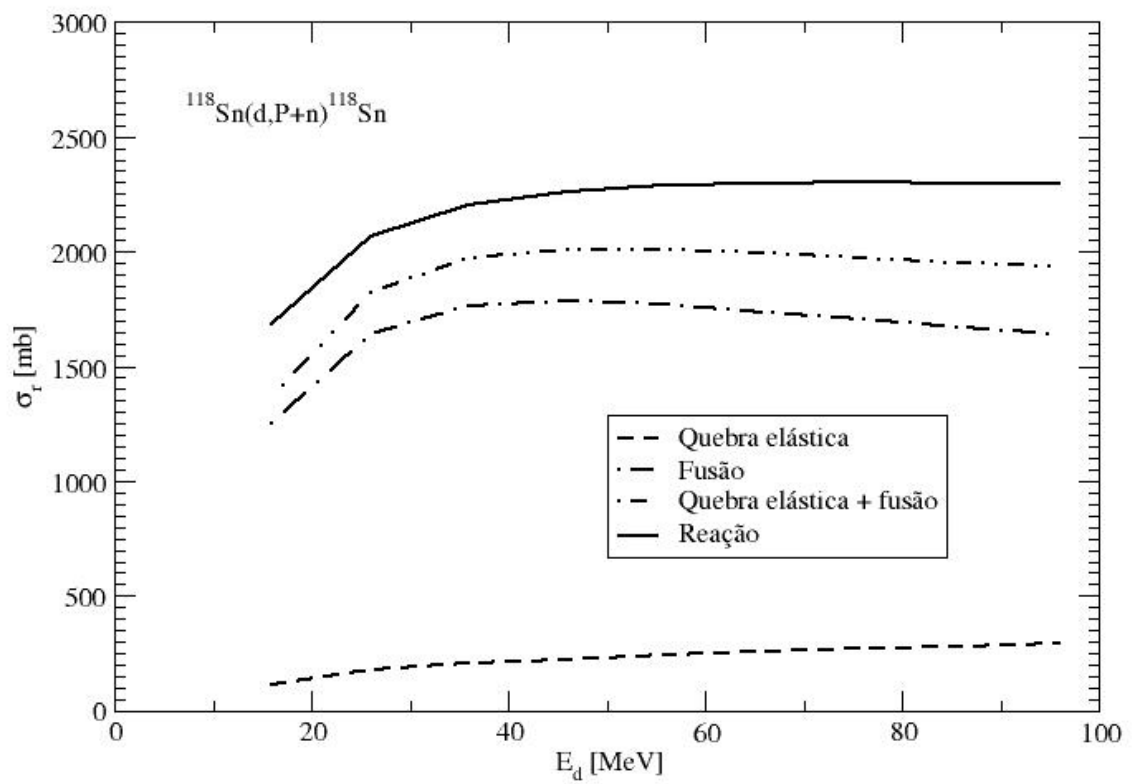
FIGURA 4.40 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando cálcio 40 como alvo.





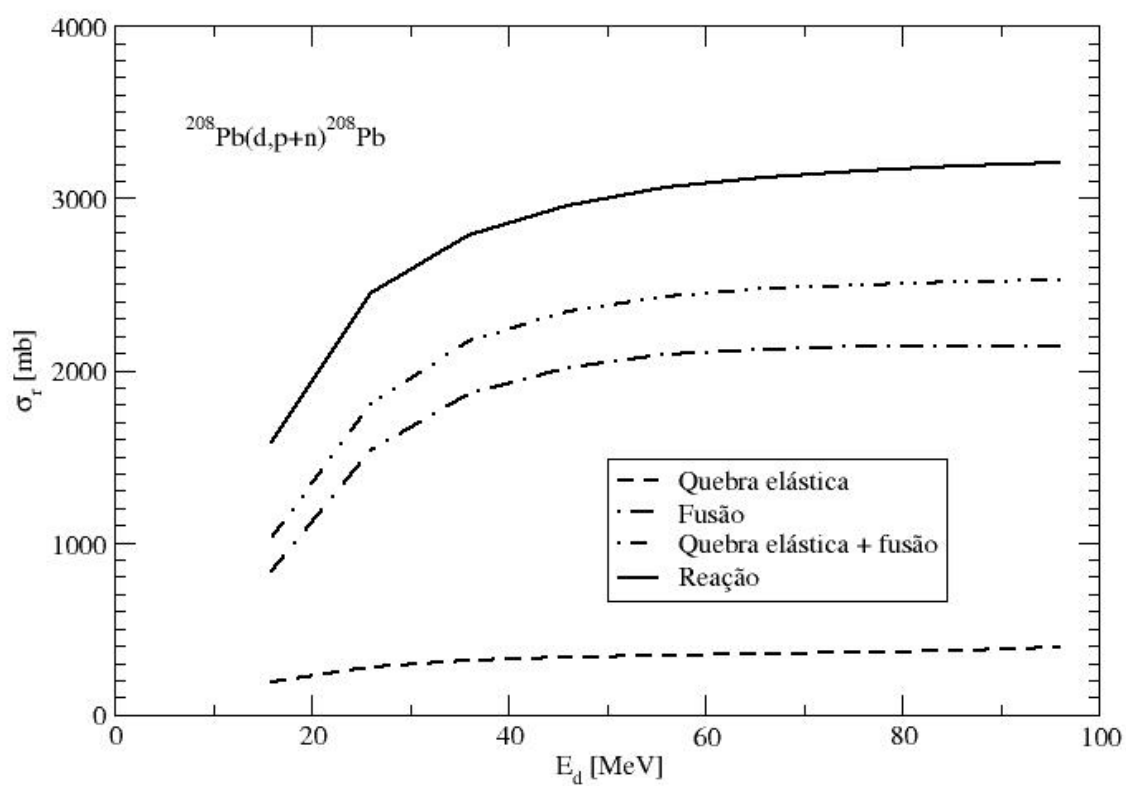
Sun Jul 6 16:26:03 2008

FIGURA 4.41 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando zircônio 90 como alvo.



Sun Jul 6 16:24:51 2008

FIGURA 4.42 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação usando estanho 118 como alvo.



Sun Jul 6 16:28:19 2008

FIGURA 4.43 – Seção de choque de quebra elástica, de fusão e de reação com chumbo 208 como alvo.

## 5 Conclusões.

Com o intuito de analisar a seção de choque de reação em uma reação nuclear induzida por dêuterons, estudamos o processo de quebra elástica, no qual o dêuteron se quebra e ambas as partículas são emitidas. Supondo que no processo de quebra elástica o núcleo-alvo se mantém no seu estado fundamental após a colisão, desenvolvemos um cálculo da seção de choque diferencial referente ao processo de quebra elástica. Uma consequência da quebra do dêuteron é a fusão incompleta, no qual o dêuteron se quebra e uma das partículas (próton ou nêutron) é absorvida e a outra é emitida livremente. Também ocorrem processos de fusão completa direta e sequencial, no qual o dêuteron é absorvido pelo núcleo diretamente, e no qual o dêuteron se quebra e o próton e o nêutron são absorvidos sequencialmente pelo núcleo. Analisando a expressão do potencial de folding, verificamos que a parte imaginária do potencial de folding, quando aplicado na função de onda do dêuteron, segundo o modelo óptico, fornece simultaneamente as seções de choque dos processos de fusão incompleta e completa.

Para o espectro de prótons da quebra elástica, a seção de choque diferencial mostrou-se maior para baixas energias incidentes e diminui com o aumento da energia. Para baixas energias, no canal de saída, o próton é emitido com grande parcela da energia do dêuteron e uma pequena parcela para o nêutron, mas para energias maiores a tendência é que ela seja distribuída praticamente igual entre próton e nêutron. Esse efeito é devido

a interação coulombiana, como foi observado ao comparar o espectro com e sem o potencial nuclear. Foi observado que a seção de choque diferencial, considerando somente a interação coulombiana é maior para baixas energias, mas diminui quando a energia do dêuteron aumenta. Esse efeito também aumenta para núcleos mais pesados. Comparando o espectro para vários núcleos, verificamos que para altas energias a seção de choque é maior para núcleos pesados.

Estudando a seção de choque da quebra elástica em função do momento angular e da energia nota-se a presença de picos para momentos angulares menores. Devido a interação coulombiana, a seção de choque diferencial do próton atinge seu máximo a momentos angulares maiores do que para nêutrons. Para momentos angulares menores, a interação nuclear exerce um papel maior no processo de quebra elástico do dêuteron. Esse efeito é mais evidente para baixas energias. A interação coulombiana faz com que a dependência do momento angular da partícula da seção de choque sofra uma diminuição suave para momentos angulares maiores. Esse efeito é mais visível para núcleos mais pesados, pois o potencial coulombiano aumenta com a carga do núcleo. O decaimento suave da seção de choque para momentos angulares grandes também é visto quando analisamos a emissão de nêutrons, pois durante a colisão o nêutron sente a interação com o próton, sentindo indiretamente os efeitos da interação coulombiana. Outra observação, analisando a emissão de nêutrons e prótons para o mesmo núcleo e mesma energia de incidência é que o pico da seção de choque diferencial para a emissão de nêutrons mostrou-se maior do que a de prótons, comprovando o fato que durante a colisão, devido a repulsão coulombiana o próton afasta-se mais do núcleo do que o nêutron e com isso, o nêutron sente mais os efeitos da interação nuclear do que o próton. O efeito de superfície nuclear também é evidente quando comparamos a emissão de prótons na mesma energia incidente

para núcleos diferentes. A seção de choque é maior para núcleos pesados do que para núcleos leves.

Comparando a seção de choque de quebra elástica integrada com e sem a contribuição do potencial nuclear, verificamos que para baixas energias à medida que a energia do dêuteron aumenta a seção de choque em que incluímos a interação nuclear também aumenta quando comparada com a seção de choque em que somente a interação coulombiana participa, devido ao fato que à medida que a energia aumenta o dêuteron vence a repulsão coulombiana e se aproxima mais do núcleo, sentindo mais os efeitos do potencial nuclear.

Foram feitos também cálculos da seção de choque integrada para os processos de quebra elástica e fusão completa mais fusão incompleta para estimar as suas contribuições para a seção de choque de reação. Verificou-se que a seção de choque de quebra elástica aumenta com a energia. A seção de choque de fusão, em núcleos leves, tende a aumentar quando a energia do dêuteron é baixa até um valor máximo, depois diminui com o aumento da energia. Para núcleos mais pesados, ela aumenta com o aumento da energia, inclusive para energias mais altas da faixa estudada. Escrevendo a seção de choque de reação como a soma das contribuições das seções de choque de fusão (completa+incompleta) e quebra elástica, somamos as contribuições das seções de choque de quebra elástica e a seção de choque gerada pelo potencial de folding com o intuito de comparar com a seção de choque de reação. Verificamos que a curva representando a soma das contribuições de quebra elástica e fusão tende a se afastar cada vez mais dos dados da seção de choque de reação quando aumentamos o número de massa do núcleo e a energia do dêuteron. Acreditamos que devem haver efeitos relacionados com a quebra e posterior fusão incompleta do nêutron e/ou próton que não incluímos em nosso modelo. Portanto, devemos incluí-los para assim descrever a seção de choque de reação em termos das contribuições apresen-

---

tadas anteriormente e também analisar com mais detalhes a contribuição de cada termo na reação. Pretendemos posteriormente investigar a contribuição da fusão incompleta, de modo a poder testar com mais cautela o modelo que apresentamos para a seção de choque de reação e analisar com mais detalhes a contribuição que cada processo apresentado anteriormente possa ter em reações nucleares induzidas por dêuterons.

# Apêndice A - Os potenciais ópticos do dêuteron, próton e nêutron.

No modelo óptico, o potencial que descreve a interação entre um núcleo e um projétil é representado por um potencial complexo

$$V(r) = U(r) + iW(r). \quad (\text{A.1})$$

A parte imaginária é responsável pelos processos não-elásticos que retiram parte do fluxo do feixe incidente. Para descrever o potencial que esteja de acordo com os dados experimentais, um potencial de Wood-Saxon ou sua derivada, Ref. [8], é normalmente usado para a parte real e imaginária,

$$V(r) \propto \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}, \quad (\text{A.2})$$

onde os parâmetros  $R$  e  $a$  representam o raio nuclear e a difusidade da superfície do núcleo, respectivamente. Sabendo que o raio nuclear é proporcional ao número de massa, podemos representá-lo na forma

$$R_i = r_i A^{1/3}. \quad (\text{A.3})$$



Porém, para que o potencial esteja de acordo com a densidade nuclear devemos incluir termos de volume e de superfície que estejam relacionados com a densidade volumétrica e superficial de núcleons no núcleo. Além desses, outros termos como a interação spin-órbita e coulombiana devem ser incluídos. Portanto, a expressão analítica do potencial, incluindo esses termos, é representado na forma

$$V(r) = V_R(r) + V_D(r) + V_{SO}(r) + V_C(r) + i[W_D(r) + W_S(r) + W_{SO}(r)], \quad (\text{A.4})$$

onde  $V_R(r)$ ,  $V_D(r)$  são as partes reais dos potenciais de Wood-Saxon, de superfície e de volume, respectivamente,  $W_D(r)$  e  $W_S(r)$  são as partes imaginárias do potencial de superfície e de volume,  $V_{SO}(r)$  e  $W_{SO}(r)$  são respectivamente as partes real e imaginária do potencial de spin-órbita e  $V_C(r)$  representa o potencial coulombiano. Para descrever a contribuição da interação de spin-órbita, Rosen, Beery, Goldhaber e Auerbach, Ref. [19], demonstraram que uma derivada primeira do potencial de Wood-Saxon é a forma mais apropriada. Os valores  $a_R$ ,  $a_D$  e  $a_S$  estão relacionados com a difusidade da superfície nuclear para cada potencial. Os valores  $R_R$ ,  $R_D$ ,  $R_S$ ,  $R_C$  correspondem ao raio nuclear para cada potencial. Tais valores são denominados de parâmetros ópticos do potencial.

Portanto, podemos descrever cada potencial na forma como segue

$$V_R = -V_R(E)\tau(r, R_R, a_R), \quad (\text{A.5})$$

$$V_D = -V_D(E)\frac{d}{dr}\tau(r, R_D, a_D), \quad (\text{A.6})$$

$$W_S = -W_S(E)\tau(r, R_S, a_S), \quad (\text{A.7})$$

$$W_D = -4W_D(E)\frac{d}{dr}\tau(r, R_D, a_D), \quad (\text{A.8})$$

$$V_{SO} = -\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 (\vec{L} \cdot \vec{S}) \frac{V_{SO}}{a_{SO} r} \frac{d}{dr}\tau(r, R_{SO}, a_{SO}), \quad (\text{A.9})$$

$$W_{SO} = -\left(\frac{\hbar}{m_\pi c}\right)^2 (\vec{L} \cdot \vec{S}) \frac{W_{SO}}{a_{SO} r} \frac{d}{dr}\tau(r, R_{SO}, a_{SO}), \quad (\text{A.10})$$

onde definimos  $m_\pi$  como a massa do pión e o potencial de Wood-Saxon como a função  $\tau$ ,

$$\tau(r; R_i, a_i) = \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{r-R_i}{a_i}\right]}, \quad i = R, D, S, SO. \quad (\text{A.11})$$

Para o potencial coulombiano utilizamos o potencial de uma esfera com densidade de carga uniforme,

$$V_C(r) = \begin{cases} \frac{Zze^2}{2R_C} \left[3 - \frac{r^2}{R_C^2}\right], & r < R_C, \\ \frac{Zze^2}{r}, & r \geq R_C. \end{cases} \quad (\text{A.12})$$

Para baixas energias do feixe incidente, esperamos que o projétil seja atenuado próximo da superfície nuclear. Porém, para energias maiores o projétil penetra mais facilmente na superfície do núcleo fazendo com que os efeitos de volume nuclear se tornam mais evidentes. Para incluir a dependência do potencial com a energia incidente do projétil, incluímos  $V_R(E)$ ,  $V_D(E)$ ,  $W_D(E)$  e  $W_S(E)$  dependentes da energia na expressão de cada

potencial. Os termos dependentes da energia, segundo a Ref. [12], são escritos na forma

$$V_R = V_0 + V_1 E + V_2 E^2 + V_3 \frac{(N - Z)}{A} + V_4 Z A^{-1/3}, \quad (\text{A.13})$$

$$W_D = W_0 + W_1 E + W_2 \frac{(N - Z)}{A}, \quad (\text{A.14})$$

$$W_S = \max \left[ 0, U_0 + U_1 + U_2 E^2 + U_3 \frac{(N - Z)}{A} \right], \quad (\text{A.15})$$

onde  $Z$ ,  $N$  e  $A$  representam, respectivamente, a carga, o número de nêutrons e o número de massa do alvo.  $z$  e  $E$  representam, respectivamente, a carga e a energia no referencial de laboratório do projétil. Os valores  $a_D$  e  $a_S$  são representados pelas equações

$$a_D = a_d + 0,045 A^{1/3}, \quad (\text{A.16})$$

$$a_S = a_s + 0,045 A^{1/3}, \quad (\text{A.17})$$

que dependem do número de massa do núcleo. Os parâmetros  $V_1$ ,  $W_1$ ,  $U_1$ , acompanham os termos relacionados com a dependência linear da energia. Os parâmetros  $V_2$ ,  $W_2$ ,  $U_2$ , acompanham a dependência com o quadrado da energia e os parâmetros  $V_3$ ,  $W_3$ ,  $U_3$ , acompanham a dependência do potencial com o número de massa do alvo. O parâmetro  $V_4$  acompanha a dependência do potencial com a carga e o número de massa do alvo.

Segue abaixo uma tabela contendo os valores dos parâmetros usados para calcular o potencial óptico do dêuteron extraídos da Ref. [12]. Os parâmetros ópticos para o próton e nêutron para vários núcleos-alvos são apresentados na Ref. [6].

Parâmetros do potencial óptico			
$V_0$	82,18	$r_R$	1,174
$V_1$	-0,148	$r_D$	1,328
$V_2$	-0,000886	$R_S$	1,563
$V_3$	-34,811	$r_C$	1,698
$V_4$	1,058	$a_R$	0,809
$W_0$	20,968	$a_d$	0,465
$W_1$	-0,0794	$a_S$	0,700
$W_2$	-43,398	$U_0$	-4,916
$U_1$	0,0555	$U_2$	0,0000442
$U_3$	35,0		

TABELA A.1 – Parâmetros do potencial óptico do dêuteron propostos na Ref. [12]

O modelo teórico apresentado neste apêndice foi baseado no potencial de Han, Shi e Shen apresentado na Ref. [12]. Os potenciais ópticos de Koning e Delaroche para o nêutron e próton tem uma forma parecida com o potencial do dêuteron, mas uma dependência mais complicada na energia. Os potenciais ópticos do próton e nêutron foram apresentados com detalhes na Ref. [6].

# Referências Bibliográficas

- [1] Newton, A. **Scattering theory of waves and particles**. Mcgrall-hill, Nova Iorque, (1966).
- [2] Kamimura, M. Kawai, M. Rawitscher, G. Yahiro, M. Austern, N., Iseri, Y. **Continuum-discretized couple-channels calculations for three-body models of deuteron-nucleus reactions**. *Physics Reports*, v. 154:125–204, Março (1987).
- [3] Trautmann, Shyam, R. Baur, G., Rosel, F. **Fragmentation processes in nuclear reactions**. *Physics Reports*, v. 111:333–371, Setembro (1984).
- [4] Donangelo, R. e Hussein, M. S. Canto, L. F., Gomes, P. R. S. **Fusion and breakup of weakly bound nuclei**. *VI Latin american symposium on nuclear physics and applications*, v. 884:52, (2007).
- [5] Mattuck, R. D. **A guide to Feynman diagrams in the many-body problem**. Mcgrall-hill, Nova Iorque, (1976).
- [6] Koning, A. J. e Delaroche, J. P. **Local and global nucleon optical models from 1 KeV to 200 MeV**. *Nuclear Physics A*, v. 713:231–310, Janeiro (2003).

- [7] Mastroleo, R. C.; Udagawa, T e Mustafa, M. G. **Calculations of complete fusion, incomplete fusion, and direct reaction cross sections for deuteron-induced reactions.** *Phys. Rev. C*, v. 42(2):683–689, Agosto (1990).
- [8] Woods, R. D. e Saxon, D. S. **Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering.** *Phys. Rev.*, v. 95(2):577–578, Julho (1954).
- [9] Nunes, F. M. e Thompson, I. J. **Multistep effects in sub-Coulomb breakup.** *Phys. Rev. C*, v. 59(5):2652–2659, Maio (1999).
- [10] Arfken, G. **Mathematical methods for physics.** Elsevier Academic Press, Amsterdam, (2005).
- [11] Feshbach, H. **Theoretical nuclear physics, nuclear reactions**, volume 2. John Wiley Profession, Nova Iorque, (1992).
- [12] Shi, Y. e Shen, Q. Han, Y. **Deuteron global optical model potential for energies up to 200 MeV.** *Physical Review C (Nuclear Physics)*, v. 74(4):044615, Outubro (2006).
- [13] Joachain, C. J. **Quantum collision theory.** North-Holland Publisher, Amsterdam, (1975).
- [14] Mehta, M. L. **Random matrices, 142.** Elsevier Academic Press, Amsterdam, third edition, (2004). Pure and Applied Mathematics.
- [15] Ichimura, M. **Relation among theories of inclusive breakup reactions.** *Phys. Rev. C*, v. 41(3):834–840, Março (1990).
- [16] Saito, T. Itahashi, T. Hosono, K. Shimizu, A. Kondo, M. Cynshi, O. Ohtani, F. Matsuoka, N., Hatanaka, K. **Proton-neutron correlation in the deuteron breakup**

- at 56 MeV and prior-form DWBA analysis. *Nuclear Physics A*, v. 391:257–376, (1982).
- [17] Sakamoto, N. Otsu, H. Uesaka, T. Wakasa, T. Sakai, H. Niizeki, T. Toyokawa, H. Tajima, Y. Ohnuma, H. Yosoki, M. Hatanaka, K. e Ichihara, T. Okamura, H., Ishida, S. **Mechanism of the forward-angle (d,pn) reaction at intermediate energies.** *Phys. Rev. C*, v. 58(4):2180–2191, Outubro (1998).
- [18] Satchler, G. R. **Introductions to nuclear reactions.** The Macmillan Press Ltd, Londres, (1980).
- [19] Goldhaber, A. S. Auerbach, E. H. Rosen, L., Beery, J. G. **Elastic scattering of 10.5- and 14.5-MeV polarized protons from nuclei and the optical model potential at intermediate energies.** *Ann Phys. (N.Y.)*, v. 34:96–152, Agosto (1965).

## FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

<sup>1.</sup> CLASSIFICAÇÃO/TIPO  <p style="text-align: center;"><b>DM</b></p>	<sup>2.</sup> DATA  <p style="text-align: center;">11 de julho de 2008</p>	<sup>3.</sup> REGISTRO N°  <p style="text-align: center;">CTA/ITA/DM-026/2008</p>	<sup>4.</sup> N° DE PÁGINAS  <p style="text-align: center;">126</p>			
<sup>5.</sup> TÍTULO E SUBTÍTULO:  As contribuições de quebra elástica e fusão em reações induzidas por dêuterons						
<sup>6.</sup> AUTOR(ES):  <p><b>Flaviano Williams Fernandes</b></p>						
<sup>7.</sup> INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES):  Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA						
<sup>8.</sup> PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR:  Reações induzidas por dêuterons, Quebra elástica, Fusão, Aproximação DWBA, Reação nuclear						
<sup>9.</sup> PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO:  Reações por dêuterons; Espalhamento inelástico; Fusão nuclear; DWBA; Aproximação de Born; Reações nucleares; Seções de choque; Física nuclear; Física						
<sup>10.</sup> APRESENTAÇÃO: <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 60%;"></td> <td style="text-align: center;"><b>X Nacional</b></td> <td style="text-align: center;"><b>Internacional</b></td> </tr> </table> ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Física. Área de Física Nuclear. Orientador: Brett Vern Carlson. Defesa em 26/06/2008. Publicada em 2008.					<b>X Nacional</b>	<b>Internacional</b>
	<b>X Nacional</b>	<b>Internacional</b>				
<sup>11.</sup> RESUMO:  Os processos de quebra e fusão que ocorrem em núcleos fracamente ligados tem apresentado grande interesse teórico e experimental recentemente. Para sistemas simples, como o dêuteron, essas reações tem sido estudado por décadas. O importante papel desempenhado pelo processo de quebra em reações induzidas por dêuterons, levou ao desenvolvimento da técnica CDCC que descreve simultaneamente o espalhamento elástico. Entretanto, quando os processos de quebra e fusão são consideradas separadamente, a aproximação DWBA provém razoável concordância com os dados experimentais para espectros e distribuições angulares.  Nesse trabalho, usamos o potencial de alcance zero da aproximação DWBA na forma post para estimar as seções de choque total de quebra elástica e Coulomb-induzida como função da energia para diversos núcleos-alvo. Usamos o modelo de folding para estimar a seção de choque de absorção do dêuteron e comparamos as seções de choque de fusão completa e quebra elástica com a seção de choque de reação do dêuteron, com o objetivo de caracterizar a dependência da energia e da carga/massa dessas contribuições para a seção de choque de reação.						
<sup>12.</sup> GRAU DE SIGILO:  (X) OSTENSIVO            ( ) RESERVADO            ( ) CONFIDENCIAL            ( ) SECRETO						



# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)