

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

LOCALIZAÇÃO DE ESTADOS FERMIÔNICOS
EM JUNÇÕES DE PAREDES DE DOMÍNIOS

RODRIGO CÉSAR FONSECA DA SILVA

JOÃO PESSOA
2009

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE FEDERAL DA PARAÍBA
CENTRO DE CIÊNCIAS EXATAS E DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DOS CURSOS DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

LOCALIZAÇÃO DE ESTADOS FERMIÔNICOS EM JUNÇÕES DE PAREDES DE DOMÍNIOS

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Dionisio Bazeia Filho, apresentada ao Departamento de Física, em complementação aos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física.

RODRIGO CÉSAR FONSECA DA SILVA

LOCALIZAÇÃO DE ESTADOS FERMIÔNICOS EM JUNÇÕES DE PAREDES DE DOMÍNIOS

RODRIGO CÉSAR FONSECA DA SILVA

Aprovada em _____

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Dionisio Bazeia Filho
Orientador

Prof. Dr. Francisco de Assis de Brito
Co-orientador

Prof. Dr. Laércio Losano
Examinador Interno

Prof. Dr. Carlos Alberto Santos de Almeida
Examinador Externo

À minha família.
A Deus.

AGRADECIMENTOS

O simples fato de termos a quem agradecer é uma prova de que o nosso potencial, tanto profissional como ser humano, se mostrou relevante em algum momento. Ao final desta etapa da minha vida, já posso vislumbrar boas possibilidades para o futuro mesmo sabendo que ainda tenho muito a realizar. Aos bons amigos que fiz, aos excelentes profissionais que tive o privilégio de conhecer e mesmo àquelas pessoas, que ao longo da minha jornada só puderam oferecer lições de resignação e tolerância, meus sinceros agradecimentos.

- Ao Prof. Dionísio Bazeia pela orientação, estímulo, confiança e competência com que conduziu este trabalho.
- Ao Prof. Francisco de Assis Brito, pela presente co-orientação, interesse, apoio e participação decisiva no desenvolvimento e término deste trabalho.
- Ao Prof. Laércio Losano pela disponibilidade para tirar as minhas dúvidas e pela colaboração ofertada durante os dois anos dedicados a esta dissertação.
- A todo o Grupo de Partículas e Campos, pela convivência e alta qualidade dos trabalhos desenvolvidos.
- Ao Departamento de Física e o Programa de Pós Graduação em Física da Universidade Federal da Paraíba, em nome dos Professores Cláudio Furtado e Carlos Pires, pela oportunidade que me foi dada para obter o título de Mestre.
- A todos os professores deste departamento, pela minha formação.
- Aos bons colegas de trabalho, pelos momentos de estudo e descontração.
- Aos funcionários deste departamento, pela assistência e grata convivência.
- Aos meus professores da graduação da Universidade Federal de Campina Grande, pelos ensinamentos, pelo profissionalismo, paciência e amizade que me abriram muitas portas.

-
- À CAPES, pelo indispensável suporte financeiro.
 - A todos que contribuíram, direta ou indiretamente, para o término deste trabalho.

Resumo

O fato de junções terem dimensões menores que os defeitos envolvidos, nos dá uma idéia razoável de como fazer redução dimensional de estruturas tipo paredes de domínios que pode representar o nosso Universo como é o caso de uma 3-brana. Como um bom exemplo, podemos pensar o nosso Universo 3-dimensional como uma interseção de 2 universos com 4 dimensões espaciais. O foco deste trabalho é o estudo da interseção de defeitos para localizar estados fermiônicos em junções de paredes de domínio que formam junções estáveis. Aqui destacamos a possibilidade do Universo de 4-dimensões ter sido obtido através de junções de paredes de domínio 8-dimensionais onde é possível verificar o aparecimento de modos massivos para um número determinado de estados fermiônicos localizados na junção, além do modo zero fermiônico.

Abstract

The fact of junctions having smaller dimensions than the involved defects, give us a reasonable idea of how to do dimensional reduction of structures type domain walls that can represent our Universe as in the case of a 3-brane. As a good example, we can think of our 3-dimensional Universe as an intersection of 2 universes with 4 spatial dimensions. The focus of this work is the study of the intersection of defects such as domain walls that form stable junctions. Here we emphasize the possibility of the Universe being obtained through junctions of 8-dimensional domain walls where it is possible to verify the emergence of a certain number of massive fermionic eigenstates localized on the junction beyond the fermion zero mode.

Conteúdo

1	Introdução	1
2	Defeitos topológicos	6
2.1	Quebra espontânea de simetria	7
2.2	Campos escalares	8
2.3	Soluções topológicas	11
2.4	Equações de Bogomol'nyi	12
2.5	Estabilidade linear	14
2.6	Soluções tipo kink	16
3	O Mecanismo BBL de redução de dimensões	19
3.1	Modelo supersimétrico levemente deformado	25
3.1.1	Considerações Gerais	25
3.1.2	Sistemas estendidos	27
3.2	O Mecanismo BBL	29

3.2.1	O modelo de dois campos escalares	29
3.2.2	O modelo de três campos escalares	33
4	Estados fermiônicos em junções de paredes de domínios	38
4.1	A ação supersimétrica	38
4.2	Soluções tipo paredes de domínios e junções	39
4.3	Modos fermiônicos inseridos em paredes de domínios e junções	40
4.4	Um exemplo com dois campos escalares	41
4.5	Um modelo com seis campos escalares	45
5	Conclusões	50
	Bibliografia	52

Capítulo 1

Introdução

Na investigação de sistemas de campos escalares reais onde ocorre quebra espontânea de simetria discreta, nos deparamos com o surgimento de estruturas de defeitos do tipo paredes de domínios que estão presentes em sistemas que incluem campos fermiônicos com ou sem supersimetria. As soluções clássicas que representam as estruturas de defeito podem ser de natureza topológica ou não-topológica. Nós lidamos com a estrutura topológica mais simples que aparece em modelos de campos escalares - o kink. Neste trabalho, vamos nos concentrar em modelos descritos por campos escalares em $(D + 1)$ dimensões espaço-temporais que suportam soluções topológicas, que são soluções estáticas clássicas da equação de movimento. Estas soluções podem ter aplicações em diferentes contextos desde a Física da Matéria Condensada à Cosmologia [1, 2]. Acredita-se que, durante o início da evolução do Universo, os defeitos topológicos produzidos podem ter consequências observáveis para explicar as propriedades do Universo hoje. Por exemplo, a formação de defeitos tem muitas semelhanças com fenômenos de não-equilíbrio que acontecem em colisões de íon pesados [3, 4].

Vamos considerar estruturas de defeitos que podem aparecer em configurações tipo junções. Como é bem conhecido na literatura, é possível localizar partículas em defeitos tipo paredes de domínios, cordas cósmicas, etc. Estas soluções podem envolver escalas de energia tão diferentes quanto as que são encontradas em campos de sistemas magnéticos [5], termodinâmica de sistemas fora do equilíbrio [6] e cosmologia [2]. Estas estruturas espaciais

estendidas são a base para descrever a coexistência de domínios diferentes ou fases, e em geral, modelada por uma série de campos escalares que desempenham o papel de parâmetros de ordem que satisfazem as equações de movimento. As paredes de domínios também aparecem em modelos que incluem supersimetria [7, 8, 9, 10] e supergravidade [11, 12]. Há restrições impostas pela teoria supersimétrica na classificação das soluções das equações de campo. Os defeitos topológicos são classificados como estados BPS ou não-BPS.

Modelos contendo dois ou mais campos escalares reais dão origem a duas outras classes de sistema: os que suportam defeitos que geram estruturas internas [14, 15] e os que suportam junções de defeitos [7, 9, 10]. Esta segunda classe de sistema é o objeto de estudo deste trabalho. O nosso foco principal é a localização de partículas fundamentais em interseções desses defeitos. Para construir junções espaciais de defeitos primeiro modelamos junções planares. Como é bem conhecido na literatura, é possível ladrilhar um plano com polígonos regulares de três modos distintos: com triângulos, quadrados ou hexágonos. Estes casos requerem junções com três, quatro e seis segmentos, respectivamente e em cada vértice do polígono formado temos um mínimo do potencial que descreve o sistema.. Assim, o modelo de dois campos deve gerar simetrias discretas Z_3 , Z_4 ou Z_6 . Há uma relação entre a disposição dos mínimos no modelo de dois campos e a rede (triangular, quadrada ou hexagonal) montada com a junção que surge com os mesmos mínimos. Ligando os centros das figuras que montam essas redes, percebemos uma relação de dualidade entre a rede triangular e a rede hexagonal enquanto que rede quadrada é uma rede auto-dual (Figuras 1.1 e 1.2). Estamos interessados no uso dessas junções de defeitos como base de um modelo de redução dimensional que nos permita localizar partículas em um cenário que envolve dimensões espaciais extras. Não foi possível gerar uma visualização espacial de sistemas com mais de três dimensões espaciais, mas um exemplo simples nos permitirá intuir como se processa a redução dimensional. Da interseção de duas paredes de domínios tridimensionais obtemos uma junção bidimensional, ou 2-brana (Figura 1.3). Portanto, podemos entender nosso Universo como sendo o resultado

da interseção de objetos, nos dando uma junção tipo 3-brana.

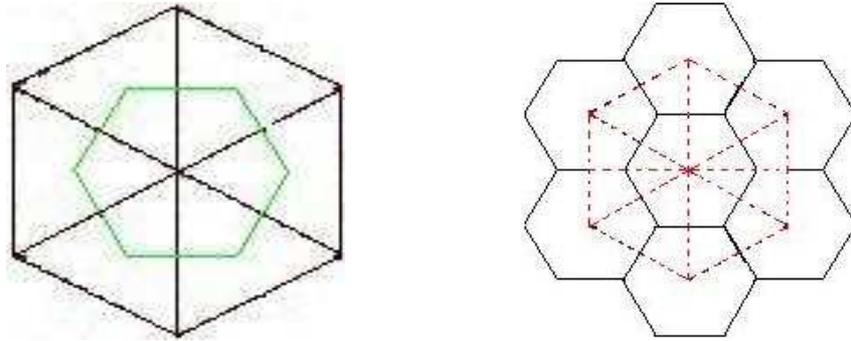


Figura 1.1: Correspondência dual entre as redes triangular e hexagonal.

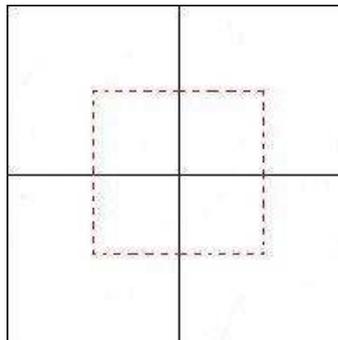


Figura 1.2: Correspondência auto-dual da rede quadrada.

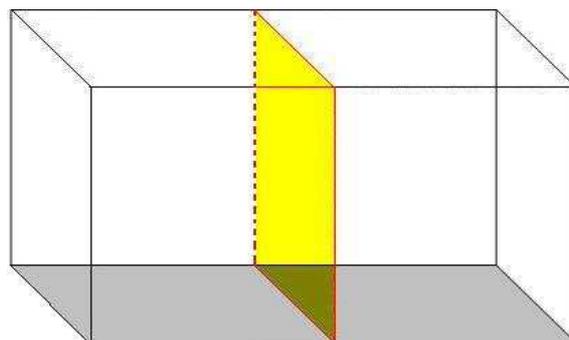


Figura 1.3: Uma junção tipo 2-brana formada pela interseção de duas paredes de domínios tridimensionais, representadas pelos dois blocos.

Resultados importantes foram obtidos usando estas considerações como um guia para

construir junções de defeitos em modelos de três ou mais campos. Alguns desses resultados serão apresentados no capítulo 3.

Em geral estamos interessados em potenciais que podem ser obtidos em termos dos superpotenciais na forma

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N W_{\phi_i}^2, \quad i = 1, 2, \dots, 3$$

onde $W_{\phi_i} = \partial W / \partial \phi_i$. A densidade de energia para soluções estáticas unidimensional pode ser escrita como

$$\epsilon(x) = \frac{dW}{dx} + \sum_i \left(\frac{d\phi_i}{dx} - W_{\phi_i} \right)^2.$$

As estruturas de defeito de interesse são soluções de energia estável e finita das equações diferenciais de primeira ordem que resolvem as equações de movimento correspondentes, conforme mostradas no capítulo 2. Para assegurar que as soluções clássicas tenham energia finita, é preciso identificar o comportamento assintótico das soluções com mínimos do potencial que definem o sistema em consideração. O potencial tem que incluir dois mínimos degenerados distintos, pelo menos, para que o sistema possua soluções topológicas.

Esta dissertação está organizada da seguinte forma: No capítulo 2, é feita uma revisão de conceitos importantes tais como quebra espontânea de simetria e teoria de campos escalares reais em um espaço-tempo $1 + 1$ dimensional abordando vários aspectos como a análise de energia, onde serão apresentadas algumas considerações sobre o método de Bogomol'nyi, o conceito de corrente topológica e análise da estabilidade linear.

No capítulo 3, estudamos modos fermiônicos em paredes de domínios que formam junções estáveis e apresentamos um sistema estendido definido por um potencial composto por um setor bosônico real mais uma extensão onde aparece um parâmetro real e uma função dos campos, tal que $V_\varepsilon = V + \varepsilon F$. Este será usado em um modelo de redução de dimensões, denominado Mecanismo BBL [44], com o objetivo de estudar o fenômeno de bifurcação e

mostrar que existem valores de ε que favorecem bifurcações com uma configuração particular estável. Tal configuração pode ser uma junção tipo 0-brana estável, por exemplo. Exploramos a aplicação deste sistema com dois e três campos escalares para discutir em seguida, a generalização para N campos. Um dos resultados importantes descritos nesta seção é a possibilidade de encontrarmos gravidade localizada nas junções.

No capítulo 4 apresentamos os resultados que são frutos da contribuição científica desta dissertação [48]. Partindo do pressuposto que o nosso Universo, que possui 4 dimensões espaço-temporais, está mergulhado em dimensões espaciais extras, modelamos um sistema composto por campos escalares reais para mostrar que junções de defeitos tipo paredes de domínios se comportam como mecanismo de confinamento de partículas. Trabalhamos dois exemplos específicos: com dois campos e outro com seis campos escalares reais. A partir da equação Schrödinger para os estados fermiônico localizados na junção, encontramos uma superposição de estados massivos e um modo zero fermiônico localizados na junção de seis paredes de domínios 8-dimensionais.

Os comentários finais e discussão dos resultados estão no capítulo 5.

Capítulo 2

Defeitos topológicos

Defeito é uma denominação dada a algumas soluções estáticas das equações de movimento. Há vários tipos de defeitos, como paredes de domínios, cordas cósmicas, monopolos, texturas e outro objetos “ híbridos ”. O tipo de defeito formado é determinado pelas propriedades de simetria do sistema e a natureza da transição de fase. Em geral, são duas classificações dadas aos defeitos: defeitos topológicos e defeitos não-topológicos. Os defeitos topológicos surgem em modelos que suportam quebra espontânea de simetria [16]. Eles são soluções estáveis, com densidade de energia localizada [17, 18]. Sempre que os modelos apresentarem simetria Z_2 podem surgir estruturas denominadas *paredes de domínios* originadas da imersão de soluções topológicas (kinks) obtidas no espaço-tempo 1 + 1 dimensional em espaços de dimensão espacial superior. Nosso interesse está em modelos descritos por campos escalares, bem como em sistemas aos quais adicionamos campos fermiônicos com ou sem supersimetria [20, 21].

2.1 Quebra espontânea de simetria

O modelo apresentado a seguir nos mostra uma aplicação dos conceitos de quebra espontânea de simetria. Trata-se do modelo ϕ^4 que é o modelo mais conhecido que apresenta tal fenômeno. Consideremos um potencial escrito na forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}|\lambda|\phi^4, \quad (2.1)$$

onde μ e λ são constantes reais, com λ representando a constante de acoplamento de auto-interação do campo escalar real. O termo quadrático representa o termo familiar de massa da teoria de campos escalares. O coeficiente positivo do termo quártico é escolhido de forma a garantir a estabilidade contra oscilações. Termos acima da quarta potência são omitidos para que a teoria seja renormalizável em 4 dimensões. Dois casos, que correspondem à manifestação ou quebra de simetria, podem ser distinguidos. Se o termo que envolve o parâmetro μ^2 for positivo, o potencial (2.1) tem apenas um mínimo, ($\phi = 0$).

Mas se o termo que envolve o parâmetro μ^2 for negativo, ocorrerá a quebra espontânea de simetria. O potencial (2.1) terá dois mínimos

$$v_0 = \pm \sqrt{\frac{-\mu^2}{|\lambda|}}, \quad (2.2)$$

que nos fornece uma massa clássica bem definida e dada por

$$m^2 = \left(\frac{d^2V}{d\phi^2} \right)_{\phi^2 = -\mu/\lambda} = -2\mu. \quad (2.3)$$

Note que o mínimo do potencial não está mais em $\phi = 0$. A escolha do novo mínimo do potencial deixa o modelo bem definido, mas resulta na quebra da simetria Z_2 do mesmo.

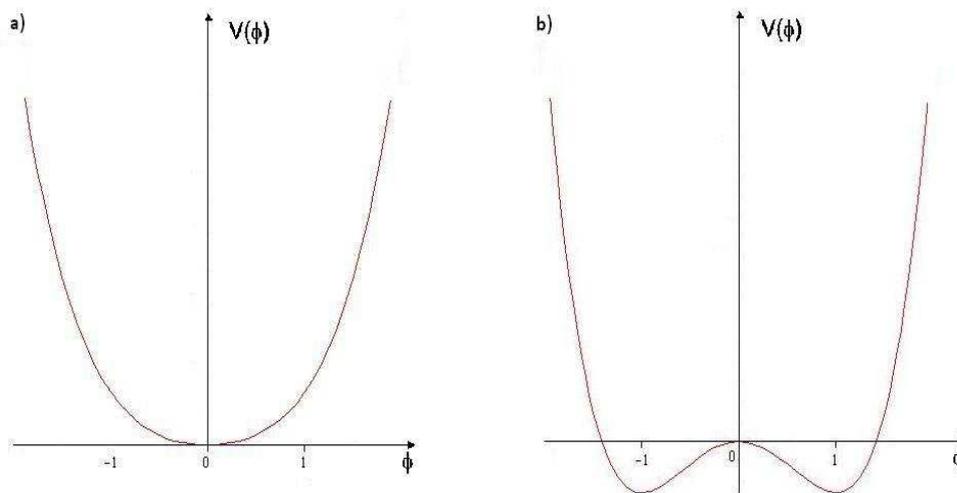


Figura 2.1: Mínimos do potencial (2.1): a) Um mínimo para $\mu^2 > 0$; b) Dois mínimos para $\mu^2 < 0$.

2.2 Campos escalares

Sistemas clássicos são descritos pela definição de dois elementos: o conjunto clássico de coordenadas espaciais x^i , que é suposto para dar uma informação completa sobre o estado do sistema e a lagrangeana. O estado depende de um parâmetro chamado tempo clássico absoluto t e, conseqüentemente, as coordenadas $x^i(t)$ são funções do tempo. A lagrangeana,

$$L = L(x^i, \dot{x}^i, t) = T - V \quad (2.4)$$

é uma função das coordenadas x^i , das velocidades \dot{x}^i , e do tempo t . Do ponto de vista da Mecânica Clássica, todos os sistemas em nosso Universo, incluindo o Universo como um todo, são plenamente descritos pelas suas coordenadas e lagrangeana. Para a maior parte dos sistemas, a lagrangeana é igual à diferença entre a energia cinética $T(\dot{x}^i)$, e energia potencial $V(x^i)$, dependendo apenas das coordenadas. Uma vez que o sistema é definido como acima e se as condições de contorno iniciais $x^i(t = 0)$ e $\dot{x}^i(t = 0)$ são conhecidas, suas propriedades podem ser derivadas de maneira relativamente simples.

A teoria clássica de campos descreve certos sistemas físicos como objetos clássicos infinito-

dimensionais cujos estados precisam de tantas coordenadas clássicas quanto há pontos no espaço. Então, o índice i , que acima foi usado para enumerar as coordenadas clássicas, é substituído pelo ponto espacial x^μ , e a própria coordenada é levada em uma certa função $\phi(x^\mu)$, denominada campo, no ponto x^μ

$$i \rightarrow \mu, \quad x^i \rightarrow \phi \equiv \phi(x^\mu). \quad (2.5)$$

A densidade lagrangeana local $\mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi)$ define a lagrangeana

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi). \quad (2.6)$$

Funções do quadrivetor, isto é, $x^\mu = (x^0 = t, \vec{x})$, onde \vec{x} representa a sua parte espacial, descrevem os campos escalares reais. A métrica utilizada é a de Minkowski, com tensor métrico $\eta_{\mu\nu}$ tal que $\eta_{00} = 1$, $\eta_{11} = \eta_{22} = \eta_{33} = \dots = -1$. A dimensão do espaço-tempo é $D + 1$, ou $(D, 1)$, de modo que $\vec{x} = (x^1, x^2, \dots, x^D)$. Para modelos de apenas um único campo escalar real ϕ , com derivadas $\partial_\mu \phi = \partial\phi/\partial x^\mu$ é possível escrever a ação

$$\mathcal{S} = \int d^{D+1}x \mathcal{L}(\phi, \partial_\mu \phi), \quad (2.7)$$

integrada em todo espaço-tempo, com a densidade lagrangeana \mathcal{L} sendo uma função do campo e de suas derivadas. A dinâmica deste tipo de modelo é descrita por uma densidade lagrangeana

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - V(\phi) \quad (2.8)$$

onde o potencial $V(\phi)$ é uma função escalar real qualquer do campo escalar que caracteriza o modelo a ser investigado. É importante salientar que, em unidades naturais, a ação é adimensional e as coordenadas espaço-temporais têm dimensão de inverso da energia e o campo tem dimensão de energia na potência $\frac{1}{2}(D - 2)$.

Aqui a análise será feita no nível clássico, o que torna possível mudar a notação e eliminar os parâmetros a e λ . Assim, para simplificar a compreensão do problema fazemos as mudanças:

$\phi \rightarrow a\phi$ e $x^\mu \rightarrow x^\mu/\lambda a$, garantindo que o novo campo ϕ e as novas coordenadas x^μ sejam adimensionais.

A densidade lagrangeana (2.8) é real, invariante de Lorentz e quadrática nas derivadas. O termo dependente das derivadas na Lagrangeana identifica as contribuições cinética e gradiente enquanto que o outro se refere ao potencial. Usaremos aqui $\mu = 0, 1, 2, \dots, D$ e a convenção de soma de Einstein. A partir do princípio da mínima ação, obtemos a equação de movimento do campo

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = 0, \quad (2.9)$$

que usando a lagrangeana (2.8), pode ser escrita como

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (2.10)$$

A equação acima possui D variáveis espaciais e uma temporal para o campo ϕ e o símbolo ∇^2 é o laplaciano em D dimensões. Além disso, a equação (2.10) representa a equação de onda com termo, em geral, não-linear dado pela derivada $V'(\phi) \equiv dV/d\phi$. Em uma dimensão espacial ($D = 1$), esta equação se torna

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (2.11)$$

Para a configuração de campo estático, ou seja, $\phi = \phi(x)$, a equação de movimento (2.11) torna-se

$$\frac{d^2 \phi}{dx^2} = \frac{dV}{d\phi}. \quad (2.12)$$

2.3 Soluções topológicas

Voltando nossa atenção para equação de segunda ordem (2.12), devemos lembrar que para obtermos uma solução bem definida necessitamos de condições de contorno que podem ser construídas a partir do fato de que soluções topológicas devem ter energia finita e densidade de energia localizada (como pode ser visto em [18]). A solução estática, $\phi = \phi(x)$, possui a energia dada por

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + V(\phi) \right\}. \quad (2.13)$$

Para soluções com energia finita isto nos sugere as seguintes condições de contorno

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \phi(x) = v_0; \quad (2.14)$$

e

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{d\phi}{dx} = 0. \quad (2.15)$$

A relação (2.14) garante que $\phi(x)$ tenda assintoticamente para um dos zeros do potencial de maneira que $V(v_0) = 0$. Escrevendo $V(\phi)$ na forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2} W'(\phi)^2 \quad (2.16)$$

onde $W'(\phi) = dW/d\phi$ e $W(\phi)$ é uma função suave chamada de superpotencial, as soluções da equação de movimento (2.12) que satisfazem as condições de contorno (2.14) e (2.15) obedecem a equação de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm W'(\phi) = \pm \sqrt{2V(\phi)}. \quad (2.17)$$

que mostra que $V(\phi) \geq 0$. Logo, a energia associada a estas soluções é igualmente compartilhada entre as porções gradiente e potencial, isto é,

$$E = \int dx \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + V(\phi) \right\} = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 = 2 \int_{-\infty}^{\infty} dx V(\phi). \quad (2.18)$$

2.4 Equações de Bogomol'nyi

Nesta seção, vamos tratar do caso de modelos descritos por potenciais limitados inferiormente, isto é, potenciais da forma (2.16). Estes modelos constituem setores bosônicos reais de sistemas supersimétricos [20, 21]. A equação de movimento dada em (2.12) pode ser reescrita como sendo

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = W'(\phi)W''(\phi). \quad (2.19)$$

A equação (2.19) pode ser resolvida pelas seguintes equações de primeira ordem

$$\frac{d\phi}{dx} = \pm W'(\phi) \quad (2.20)$$

conhecidas como *Equações de Bogomol'nyi* [23]. De fato,

$$\frac{d^2\phi}{dx^2} = \frac{d}{dx}(\pm W'(\phi)) = \pm W''(\phi)\frac{d\phi}{dx} = W'(\phi)W''(\phi),$$

onde na última igualdade usamos a equação (2.20). A energia da solução pode ser escrita como

$$\begin{aligned} E &= \int dx \left\{ \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} W'(\phi)^2 \right\} \\ &= \int dx \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \mp W'(\phi) \right)^2 \pm \int dx W'(\phi) \frac{d\phi}{dx} \\ &= E_B + \int dx \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \mp W'(\phi) \right)^2 \end{aligned} \quad (2.21)$$

onde E_B é conhecido como o limite de Bogomol'nyi e

$$E_B \equiv |W(\phi(\infty)) - W(\phi(-\infty))| \equiv |\Delta W|. \quad (2.22)$$

Podemos encontrar este limite se conhecermos a forma como superpotencial $W(\phi)$ é definido e o comportamento assintótico da solução $\phi(x)$. Observamos também que se o potencial escrito como em (2.16) e a condição $E_B \neq 0$ for satisfeita, as configurações de campos que

satisfazem as equações de primeira ordem (2.20), são chamadas soluções BPS (Bogomol'nyi-Prasad-Somerfeld) [23, 25]. Podemos classificar as soluções BPS segundo suas características topológicas. Introduzimos então a corrente topológica

$$j_T^\mu = \varepsilon^{\mu\nu} \partial_\nu \phi. \quad (2.23)$$

Esta corrente fornece uma carga topológica conservada definida por

$$Q_T = \int_{-\infty}^{\infty} dx \underbrace{j_T^0}_{\varepsilon^{01} \partial_1 \phi = \frac{d\phi}{dx}} = \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{d\phi}{dx} \right) = \phi(\infty) - \phi(-\infty). \quad (2.24)$$

Sendo assim, soluções topológicas são aquelas para as quais $Q_T \neq 0$; caso contrário as soluções são ditas não-topológicas.

2.5 Estabilidade linear

O objeto de estudo desta seção é investigar a estabilidade de uma solução estática $\phi(x)$. Consideramos pequenas perturbações em torno desta solução para estudarmos sua estabilidade [18, 26]. O procedimento consiste em linearizar a equação de movimento (2.10), desprezando termos perturbativos de ordem maior ou igual a dois. Sendo assim, vamos admitir que

$$\phi(x, t) = \phi(x) + \eta(x, t) \quad (2.25)$$

seja solução da equação de movimento (2.10), onde $\phi(x)$ é solução da equação estática (2.12) e $\eta(x, t)$ é uma pequena flutuação em torno desta solução. Substituindo então (2.25) em (2.10), fazendo a expansão de Taylor em $(dV/d\phi)(\phi + \eta)$ em torno de $\phi(x)$, preservando termos somente até ordem linear em η , e tendo em vista a equação (2.12) obtemos

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} + \eta \left(\frac{d^2 V}{d\phi^2} \right)_{\phi(x)} = 0, \quad (2.26)$$

onde o termo $\left(\frac{d^2 V}{d\phi^2} \right)_{\phi(x)} \equiv U(x)$ é uma função que depende apenas da coordenada espacial x .

Utilizando o método de separação de variáveis podemos obter uma solução para equação (2.26). Supomos então que sua solução seja do tipo

$$\eta(x, t) = \eta(x)T(t). \quad (2.27)$$

Assim,

$$T''(t)\eta(x) - \eta''(x)T(t) + U(x)\eta(x)T(t) = 0, \quad (2.28)$$

onde " " indica a derivada segunda com respeito ao argumento. Dividindo esta equação por (2.27) obtemos

$$\frac{T''(t)}{T(t)} - \frac{\eta''(x)}{\eta(x)} + U(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{T''(t)}{T(t)} = \frac{\eta''(x)}{\eta(x)} - U(x). \quad (2.29)$$

Ambos os lados desta expressão dependem de uma única variável, o que implica que deve ser iguais a uma constante, digamos K . Teremos então, duas equações diferenciais ordinárias de

segunda ordem,

$$T''(t) - KT(t) = 0 \quad (2.30)$$

e

$$-\eta''(x) + U(x)\eta(x) = -K\eta(x). \quad (2.31)$$

Vamos analisar estas duas equações:

1. Temos como solução para a primeira equação: $T(t) = \exp(\pm i\sqrt{-K}t)$. Caso tenhamos $K > 0$, quando $t \rightarrow \pm\infty$ esta função diverge. Mas de acordo com a hipótese de que $\eta(x, t) = \eta(x)T(x)$ representa uma pequena flutuação, isto é incompatível. Portanto, devemos ter $K < 0$, e isso nos permite escrever $K = -\omega^2$, com ω real, de maneira que $T(t) = \exp(\pm i\omega t)$ é oscilatória. Além disso, como $\phi(x, t) = \phi(x) + \eta(x)T(t)$ é um campo escalar real, é suficiente escolher a parte real ou imaginária de $T(t)$. Podemos escolher então

$$T(t) = \cos(\omega t). \quad (2.32)$$

2. A equação (2.31) é uma equação de autovalores, tipo Schrödinger, da forma

$$\hat{H}\eta_n(x) = \omega_n^2\eta_n(x), \quad (2.33)$$

onde η_n representa o conjunto de autofunções desta equação e

$$\hat{H} = -\frac{d^2}{dx^2} + U(x) \quad (2.34)$$

é o operador hamiltoniano. Então, a estabilidade das soluções é assegurada se este operador for não negativo, isto é, se seus autovalores forem não-negativos. Devemos notar que, como \hat{H} é um operador linear, a solução geral da equação (2.25) é da forma

$$\eta(x, t) = \sum_n \eta_n(x) \cos(\omega_n t). \quad (2.35)$$

Para modelos que suportam soluções BPS, os potenciais são limitados inferiormente (equação (2.18)), e o operador \hat{H} pode ser fatorado na forma $\hat{H} = \hat{S}\hat{S}^\dagger$, onde

$$\hat{S} = \frac{d}{dx} + \frac{d^2W}{d\phi^2} \quad (2.36)$$

e

$$\hat{S}^\dagger = -\frac{d}{dx} + \frac{d^2W}{d\phi^2}. \quad (2.37)$$

Esta fatoração indica que \hat{H} é um operador não-negativo. Para verificar esta afirmação consideramos uma autofunção normalizada qualquer η_n associada a \hat{H} , cujo autovalor é ω_n^2 . Devemos mostrar que este autovalor é não-negativo. Sabemos que

$$\omega_n^2 = \langle n | \hat{H} | n \rangle = \langle n | \hat{S}\hat{S}^\dagger | n \rangle \quad (2.38)$$

e considerando o operador identidade $\hat{I} = \sum_m |m\rangle\langle m|$ obtemos

$$\omega_n^2 = \sum_m \langle n | \hat{S} | m \rangle \langle m | \hat{S}^\dagger | n \rangle = |\omega_{mn}|^2 \geq 0 \quad (2.39)$$

o que mostra diretamente que o operador hamiltoniano é não-negativo. Portanto as soluções BPS são linearmente estáveis [31].

2.6 Soluções tipo kink

Na presença de quebra espontânea de simetria podemos escrever o potencial na forma mais conveniente

$$V(\phi) = \frac{\lambda^2}{2}(a^2 - \phi^2)^2. \quad (2.40)$$

que após ignorarmos as constantes a e λ fica da forma

$$V(\phi) = \frac{1}{2}(1 - \phi^2)^2. \quad (2.41)$$

Em (1,1) dimensões, a equação de movimento que segue de (2.8) e de (2.41) pode ser escrita na forma

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial t^2} - \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + 2\phi(\phi^2 - 1) = 0, \quad (2.42)$$

que para o caso de soluções estáticas temos

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 2\phi(\phi^2 - 1). \quad (2.43)$$

Estamos interessados em soluções $\phi = \phi(x)$, que sejam estendidas, localizadas no espaço e de energia finita. Estas soluções são chamadas de ondas solitárias ou sólitons. A equação (2.43) tem duas soluções triviais, independentes da posição espacial. Essas soluções são $\bar{\phi}_{\pm} = \pm 1$ e apresentam energia nula, identificando os vácuos clássicos do modelo. Há outras soluções estáticas, dadas por

$$\phi_{\pm}(x) = \pm \tanh(x) \quad (2.44)$$

que são denominadas kink(+) ou antikink(-), escolhidas centradas na origem de forma conveniente, pois o modelo apresenta invariância translacional e o centro da solução é arbitrário. Para um potencial do tipo (2.40), a solução é $a \tanh(\lambda ax)$. Os kinks podem ser imersos em duas ou mais dimensões espaciais. Quando isso acontece, eles são chamados genericamente de paredes de domínios.

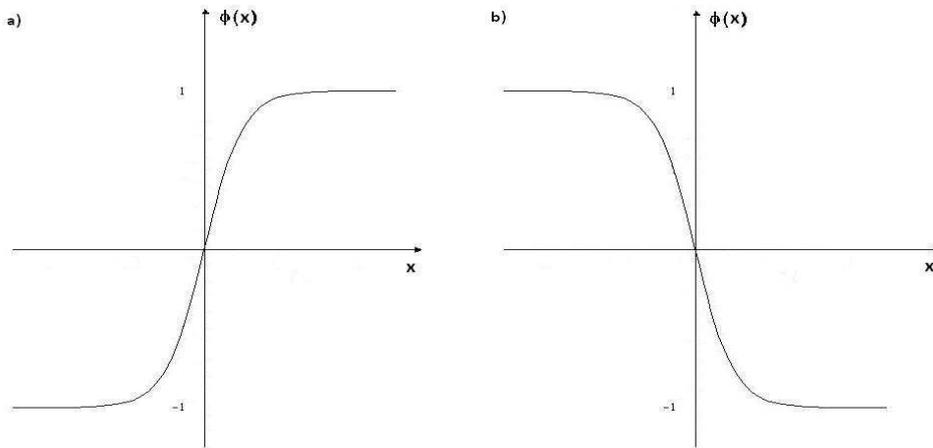


Figura 2.2: a) O kink(+); b) O antikink(-).

A energia das soluções estáticas é dada pela expressão

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(x) dx \quad (2.45)$$

onde $\epsilon(x)$ é a densidade de energia, que se escreve como

$$\epsilon(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 + V(x). \quad (2.46)$$

No caso da solução trivial, $\bar{\phi}$, que satisfaz $V(\bar{\phi})=0$, a energia é nula. Para os kinks, a energia é $E = 4/3$, com densidade de energia $\epsilon(x) = \text{sech}^4(x)$.

A energia gradiente e a energia potencial se escrevem, respectivamente, como

$$E_g = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{d\phi}{dx} \right)^2 dx, \quad E_p = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} V(\phi) \quad (2.47)$$

e se anulam no caso de soluções triviais $\bar{\phi} = \pm 1$. Para os kinks, temos

$$\epsilon_g(x) = \epsilon_p(x). \quad (2.48)$$

o que implica em $E_g = E_p$.

Capítulo 3

O Mecanismo BBL de redução de dimensões

Existe a possibilidade de um defeito topológico terminar em outro formando junções. Na formação de junções de objetos de D dimensões espaciais, consideramos que esta superposição se dá em uma região suficientemente pequena quando comparada com as dimensões espaciais dos defeitos e que estes dois objetos estão em repouso. Levando-se em conta estas considerações, temos duas possibilidades:

1. Nesta pequena região existe uma fusão dos dois objetos, formando um terceiro, com emissão de energia tal como em um processo exotérmico tornando, assim, a junção estável;
2. Este processo talvez não seja energeticamente favorável.

Um processo de fusão, onde a junção se estabiliza, realmente só acontece quando a energia por unidade de área, isto é, a tensão, do terceiro objeto formado no processo for menor que a soma das tensões dos outros dois objetos originais. Uma vez que a energia deste terceiro objeto é menor que a soma das demais, ele não decai em um estado no qual os outros dois estão separados. Sendo assim, só pode haver uma junção se de fato o terceiro objeto existir.

Em regiões afastadas da junção, a configuração se aproxima assintoticamente de paredes isoladas. Paredes de domínios interpolam dois vácuos degenerados. Se três ou mais vácuos (v_1, v_2, v_3) ocorrem, segmentos de paredes de domínios separam cada par de vácuos vizinhos.

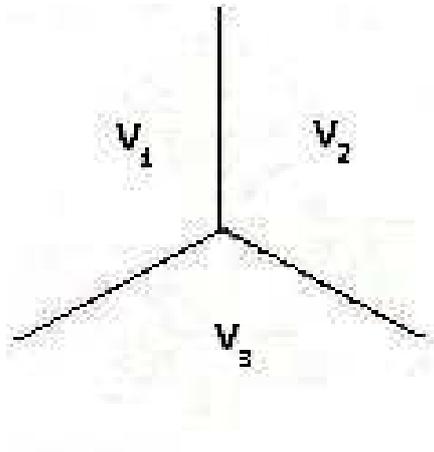


Figura 3.1: Junção tripla

Dentro do contexto de formação de junções está a redução dimensional. A unificação da gravidade com outras forças da natureza sugere que o nosso Universo tenha mais que 3 dimensões espaciais. A proposta original do modelo estudado neste capítulo é a de criar um mecanismo dinâmico com argumentos que sugerem a existência de um mundo tridimensional e que a formação de uma junção é um mecanismo natural de seleção espaço-tempo com determinada dimensão. Nesta seção mostraremos algumas idéias novas sobre o mecanismo de redução de dimensões proposto em [44] para explicar a razão pela qual o relaxamento cessa em 3+1 dimensões. Este modelo é denominado Mecanismo BBL (*Bazeia-Brito-Losano*). Em princípio, no mecanismo BBL se procura por bifurcações de frentes de fase como soluções topológicas estáticas de uma versão 9-dimensional para as equações de Ginzburg-Landau em duas dimensões que são:

$$\partial_t \Phi_I = \Phi_I + \frac{1}{2} \nabla^2 \Phi_I - \frac{2}{3} \Phi_I^3 - \frac{\varepsilon}{2} (\Phi_I^2 - 3\Phi_J^2) \Phi_I. \quad (3.1)$$

onde $I, J = 1, 2 (I \neq J)$ e $|\varepsilon| < 1$. Frente de fase é o nome dado aos kinks que conectam dois estados uniformes com fases diferentes. No caso que estamos estudando, os estados têm uma

diferença de fase de 180° portanto, chamaremos essas frentes de fase de frentes π . A bifurcação é a decomposição dessas frentes de fase em outras quando há a perda de estabilidade devido à diminuição da tensão. Se o número N de campos escalares é maior que o número de dimensões espaciais, o processo de bifurcação nos leva a uma junção tipo 0-brana caso todos os $9N$ graus de liberdade estejam ativos.

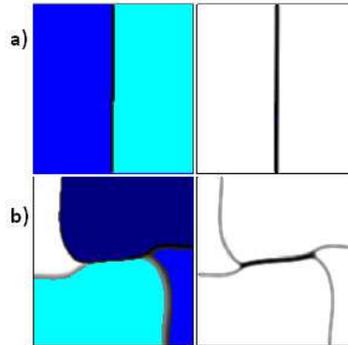


Figura 3.2: a) Dois domínios separados por uma junção; b) Criação de outros dois domínios por meio de bifurcações.

Vamos considerar (3.1) como as equações de movimento de uma teoria de campos com $9N$ campos escalares reais em um espaço-tempo de 10 dimensões. Para que a redução termine em uma junção tipo 3-brana somente 6 graus de liberdade (campos escalares) devem ser ativados por efeitos térmicos. Necessitamos então de um espaço tempo 10-dimensional com uma rede de interseções de 8-brana formando junções tipo p -brana de dimensões $p = 0, 1, 2, \dots, 7$.

Estamos tratando de um sistema elástico com um espaço tempo composto de $9N$ osciladores unidimensionais independentes à semelhança de um sólido de Einstein em 9 dimensões espaciais, onde consideramos as unidades naturais ($\hbar = c = k_B = 1$). Tal semelhança é observada em alguns resultados importantes obtidos que demonstram a validade deste sistema como um mecanismo de redução de dimensões: a energia e o calor específico [47]. Para alguma temperatura abaixo da temperatura de Einstein, $T_E = \omega_0$ (frequência natural de oscilação), os efeitos quânticos provocam perda de graus de liberdade. Entretanto,

o número de graus de liberdade ativados independentemente, como os graus de liberdade rotacional e vibracional de um gás de moléculas diatômicas, podem ser obtido por efeitos térmicos pelo cálculo do calor específico do sistema. O “quantum” é a tensão da 8-brana ativada, $T_8 = T_E$. Aqui a energia total de configurações de 8-brana idênticas escrita como $E_N = \frac{1}{2} \int d^9x \sum_{I=1}^{9N} [\dot{\Phi}_I^2 + (\nabla\Phi_I)^2] = 9NT_8Vol_8$, define um sistema estatístico dado por

- $U = \tilde{E} = -\frac{\partial}{\partial\beta} \ln Z$ (energia média);
- $Z = \sum_{N=0}^{\infty} \exp(-\beta E_N)$ (função de partição);
- $E_N = N\omega$ (energia de todos os estados acessíveis onde $\omega = 9T_8Vol_8$);
- T_8 e Vol_8 (tensão e o volume da 8-brana);
- $n(T) = 9\frac{\partial U(T)}{\partial T}$ (número de estados ativados por efeitos térmicos por Vol_8);
- $U(T) = \sum_{n=0}^N \epsilon_n \exp\left[-\frac{\epsilon_n}{T}\right] = T_8 / [\exp\left(\frac{T_8}{T}\right) - 1]$, onde $\epsilon_n = nT_8$.

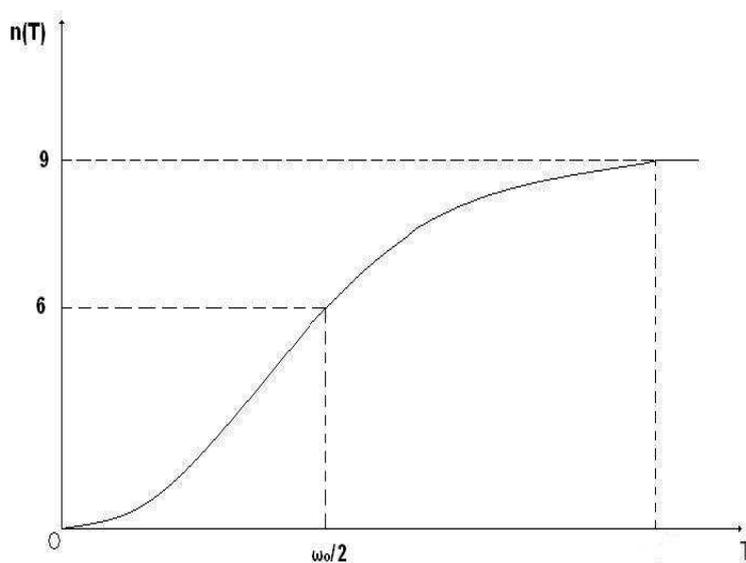


Figura 3.3: Graus de liberdade do sistema ativados por efeitos térmicos.

Usamos o calor específico para a contagem média do número de estados ativados, $n(T)$, que se aproximam de 6 quando $T = 1/\beta \rightarrow \omega_0/2$ (energia de ponto zero obtida no limite de

baixas temperaturas $T \ll \omega_0$) [44]. Neste regime nosso sistema oscila com um comprimento de onda muito alto. Então, podemos escrever uma teoria de campos efetiva para nosso sólido de 9 dimensões espaciais com apenas 6 campos escalares ao invés de $9N$ campos. Podemos notar que este mecanismo reduz as dimensões espaciais para junções de branas com $D - n(T) = 3$ dimensões efetivas que favorecem junções tipo 3-brana além de $n(T)$ branas, com uma codimensão, formando junções ortogonalmente.

Considere a ação

$$S = \frac{1}{2} \int d^{10}x \sum_{I=1}^{9N} \left\{ \partial_\mu \Phi_I \partial^\mu \Phi_I - \left[\frac{\partial W(\Phi)}{\partial \Phi_I} \right]^2 \right\} \quad (3.2)$$

aqui consideraremos que o superpotencial tem a forma

$$W(\Phi) = \sum_{I=1}^{9n} W(\Phi_I); \quad W(\Phi_I) = r\Phi_I - \frac{1}{r} \frac{\Phi_I^3}{3} \quad (3.3)$$

com $r = \sqrt{3/2}$ para garantir uma simetria Z_4 entre os mínimos. O termo ε que acopla os campos está relacionado à estabilidade das junções. O superpotencial cúbico $W(\Phi)$ nos dará uma teoria de campos com $512^N = 2^{9N}$ soluções tipo vácuo e soluções tipo 8-brana, que podem ser usadas para construir junções tipo 0-brana. Junções tipo 7-brana são formadas por interseções de duas 8-branas ortogonais. Nosso Universo parece ser uma junção tipo 3-brana proveniente da junção de seis 8-branas ortogonais. Em um modelo de dois campos, por exemplo, só há $4 = 2^2$ vácuos nas bordas de um quadrado no espaço de campos. Já em um modelo de três campos, existem $8 = 2^3$ vácuos relativos aos vértices de um cubo no espaço de campos, e assim por diante. Em três dimensões espaciais, o modelo de dois campos produz apenas uma junção tipo 0-brana, enquanto que no modelo de três campos ou mais campos, há uma junção tipo 0-brana e junções tipo 1-brana produzidas pela interseção de 2-branas.

Nas próximas seções serão apresentados os modelos que exibem os fenômenos acima mencionados.

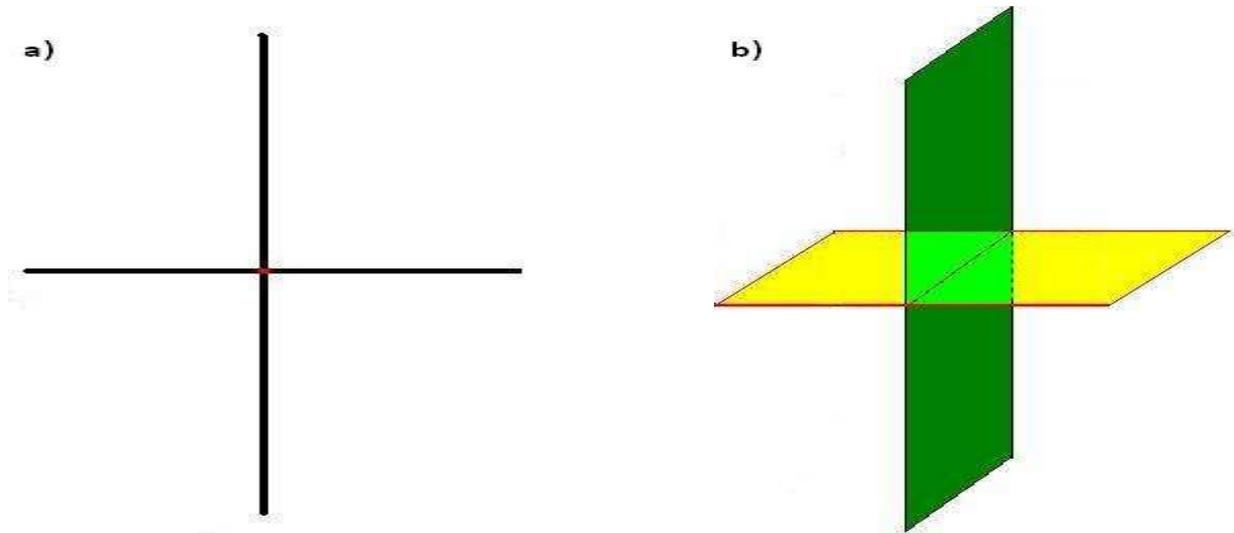


Figura 3.4: a) Uma junção tipo 0-brana; b) Uma junção tipo 1-brana.

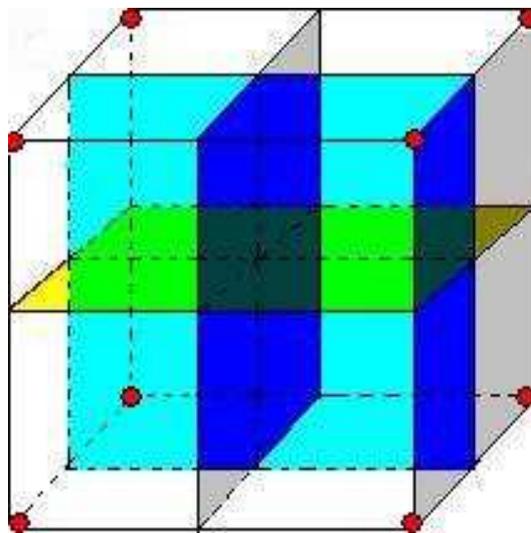


Figura 3.5: Bifurcações das frentes de fase π formando frentes de fase $\frac{\pi}{2}$. Em um modelo com três campos escalares, temos a formação de uma 0-brana bem no centro do cubo formado pelos vácuos no espaço de campos.

3.1 Modelo supersimétrico levemente deformado

Vamos investigar sistemas de campos escalares reais em (1,1) dimensões com potenciais levemente modificados que admitem extensões supersimétricas [24]. Em uma teoria supersimétrica, cujo setor real bosônico possui N campos escalares reais $\phi_1, \phi^1, \dots, \phi_N$, o potencial pode ser escrito em termos do superpotencial $W(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ como

$$V = V(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) = \frac{1}{2}W_{\phi_1}^2 + \frac{1}{2}W_{\phi_2}^2 + \dots + \frac{1}{2}W_{\phi_N}^2, \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (3.4)$$

onde $W_{\phi_i} = \frac{\partial W}{\partial \phi_i}$. De uma forma geral, podemos estender o potencial de um sistema supersimétrico da seguinte maneira

$$V_E = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N W_{\phi_i}^2 + \frac{\varepsilon}{2} F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) \quad (3.5)$$

onde a função $F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$, arbitrária dos campos em princípio, representa uma espécie de deformação do sistema original. Estas funções de correção devem ser pequenas o suficiente para que praticamente todas as propriedades supersimétricas do sistema original sejam mantidas, tais como as soluções BPS. O procedimento de perturbação é baseado em investigações prévias [45, 46].

3.1.1 Considerações Gerais

Considerando modelos que são porções bosônicas de teorias supersimétricas da forma

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^N \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i - V(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) \quad (3.6)$$

onde V é dado por (3.4). As equações de movimento para campos estáticos são:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \phi_1}{dx^2} &= W_{\phi_1} W_{\phi_1 \phi_1} + \dots + W_{\phi_N} W_{\phi_N \phi_1} \\ \frac{d^2 \phi_2}{dx^2} &= W_{\phi_1} W_{\phi_1 \phi_2} + \dots + W_{\phi_N} W_{\phi_N \phi_2} \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\frac{d^2\phi_N}{dx^2} = W_{\phi_1} W_{\phi_1\phi_N} + \dots + W_{\phi_N} W_{\phi_N\phi_N}. \quad (3.7)$$

As equações de primeira ordem que nos dão as configurações de campos que resolvem as equações de movimento são dadas por

$$\frac{d\phi_1}{dx} = W_{\phi_1}, \quad \frac{d\phi_2}{dx} = W_{\phi_2}, \quad \dots, \quad \frac{d\phi_N}{dx} = W_{\phi_N}. \quad (3.8)$$

A energia das soluções estáticas pode ser escrita como:

$$E = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{d\phi_i}{dx} \right)^2 + W_{\phi_i}^2 \right], \quad (3.9)$$

onde a e b nomeiam os vácuos. O sistema pode ter vários setores topológicos distintos, que podem ser identificados por dois estados de vácuo conectados por soluções topológicas. Estes vácuos podem ser identificados pela série de números (v_a, v_b, v_c, \dots) , o que nos permite escrever:

$$E^{ab} = E_B^{ab} + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{d\phi_i}{dx} + W_{\phi_i} \right)^2 \right] \quad (3.10)$$

onde $E_B^{ab} = |W_{ab}| = |W(v_a) - W(v_b)|$ é o limite de Bogomol'nyi.

A corrente topológica tem a forma

$$j^\alpha = \frac{1}{2} \varepsilon^{\alpha\beta} \partial_\beta \Phi \quad (3.11)$$

onde Φ é um vetor coluna, tal que $\Phi = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$.

3.1.2 Sistemas estendidos

É do nosso interesse o estudo de setores topológicos do tipo BPS e para isto, vamos escrever as soluções estáticas do sistema estendido $\phi_1^\varepsilon(x), \phi_2^\varepsilon(x), \dots, \phi_N^\varepsilon(x)$ em termos das soluções estáticas do modelo original, até a primeira ordem em ε

$$\phi_i^\varepsilon(x) = \phi_i + \varepsilon \eta_i(x), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3.12)$$

Em um sistema supersimétrico, a energia da solução estática ϕ_i^ε pode ser escrita como

$$\begin{aligned} E_\varepsilon &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_{i=1}^N \left[\left(\frac{d\phi_i^\varepsilon}{dx} \right)^2 + W_{\phi_i^\varepsilon}^2 \right] \\ &+ \frac{\varepsilon}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx F(\phi_1^\varepsilon, \phi_2^\varepsilon, \dots, \phi_N^\varepsilon), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.13)$$

No caso de um setor BPS conectando vácuos

$$\begin{aligned} E_\varepsilon^{fg} &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx \sum_{i=1}^N \left(\frac{d\phi_i}{dx} - W_{\phi_i} \right)^2 \\ &+ E_B + \frac{\varepsilon}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N), \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (3.14)$$

onde ϕ_i são soluções do sistema original e os índices f e g nomeiam os vácuos. Os campos dados por (3.12) resolvem o sistema de equações diferenciais de primeira ordem (2.20) e isso nos permite escrever a energia como

$$E_\varepsilon^{fg} = E_B^{fg} + \frac{\varepsilon}{2} \int_{-\infty}^{\infty} dx F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) + \mathcal{O}(\varepsilon^2) \quad (3.15)$$

onde $E_B^{fg} = |W_{fg}|$ e $W_{fg} \equiv W(v_f^\varepsilon) - W(v_g^\varepsilon) = W(v_f) - W(v_g)$.

Para $\varepsilon = 0$, $v_f^\varepsilon = v_f$ e $v_g^\varepsilon = v_g$ (não há modificações nos mínimos do sistema). $\phi_i^\varepsilon(x)$ e $\phi_i(x)$ possuem o mesmo comportamento assintótico fazendo com que $\eta_i(x)$ se anule assintoticamente. Correções que não alteram os mínimos de V , também não modificam a carga topológica, vemos que, $Q_T^\varepsilon = Q_T$. Com $\varepsilon \neq 0$, se fizermos uma expansão de primeira ordem de

$$W[\phi_1^\varepsilon(\pm\infty), \dots, \phi_N^\varepsilon(\pm\infty)] = W[\phi_1(\pm\infty), \dots, \phi_N(\pm\infty)] + \varepsilon \sum_{i=1}^N \eta_i(\pm\infty) \frac{dW(\pm\infty)}{d\phi_i} \quad (3.16)$$

o termo E_B^{fg} , em (3.15), desaparece como no caso para $\varepsilon = 0$. Isso acontece pois $\phi_i(\pm\infty)$ são os mínimos do sistema original. Eles são extremos de W , então o segundo termo da equação (3.16) se anula, o que faz com que o limite BPS de um sistema estendido coincida com o limite BPS do modelo não-perturbado, em primeira ordem. A carga topológica, para este caso, sofre uma ligeira mudança

$$Q_T^\varepsilon = Q_T + \varepsilon\Delta Q, \quad (3.17)$$

onde Q_T^ε , Q_T e $\varepsilon\Delta Q$ são vetores com N componentes com $\Delta Q = \eta(\infty) - \eta(-\infty)$.

3.2 O Mecanismo BBL

Nesta seção estudamos os modelos para o caso de dois e três campos escalares, respectivamente.

3.2.1 O modelo de dois campos escalares

Vamos considerar dois campos escalares reais $\Phi_1 = \phi_1(x) = \phi_1$ e $\Phi_2 = \phi_2(x) = \phi_2$, cuja dinâmica é descrita por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\alpha\phi_1\partial^\alpha\phi_1 + \frac{1}{2}\partial_\alpha\phi_2\partial^\alpha\phi_2 - \frac{1}{2}(\partial_{\phi_1}W)^2 - \frac{1}{2}(\partial_{\phi_2}W)^2. \quad (3.18)$$

O superpotencial (3.3) agora é escrito na forma

$$W = r(\phi_1 + \phi_2) - \frac{1}{r}\left(\frac{\phi_1^3}{3} + \frac{\phi_2^3}{3}\right) \quad (3.19)$$

e as soluções topológicas estáticas unidimensionais podem ser encontradas pelas equações de primeira ordem

$$\frac{d\phi_1}{dx} = r - \frac{\phi_1^2}{r}, \quad \frac{d\phi_2}{dx} = r - \frac{\phi_2^2}{r} \quad (3.20)$$

Este conjunto de equações não-lineares, facilmente, produz vácuos e soluções tipo defeitos topológicos. Os vácuos são $\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_2 = \pm r$, envolvendo uma simetria Z_4 que exige que $r = \sqrt{3/2}$. Estes vácuos são vértices de um quadrado no plano (ϕ_1, ϕ_2) que formam uma série de 6 ($4!/2!2!$) setores BPS independentes, onde cada um conecta um par de vértices. Quatro setores estão nas extremidades do quadrado, enquanto os outros dois setores estão nas diagonais. Estes estados foram denominados de Lados e 1-Diag e nos dão as seguintes soluções topológicas

$$\phi_{1a}^2 = r^2; \quad \phi_{1a}^2 = r^2 \tanh^2(x), \quad \text{Lados} \quad (3.21)$$

$$\phi_{2b}^2 = \phi_{1a}^2; \quad \phi_{1b}^2 = r^2 \tanh^2(x), \quad \text{1-Diag} \quad (3.22)$$

onde o índice $a = 1, 2, 3, 4$ indica um lado particular, enquanto $b = 5, 6$ indica uma diagonal. Tais soluções são obtidas facilmente quando fazemos o sistema desacoplar impondo o limite $\varepsilon \rightarrow 0$. Realmente, estas soluções são independentes uma das outras e sendo assim, nós podemos inserí-las corretamente em duas dimensões espaciais como paredes de domínios, ou 1-brana, separando dois vácuos. A conexão entre os quatro vácuos são feitas pelas soluções $\vec{v}_1 = r(1, \tanh y)$, $\vec{v}_2 = r(-\tanh x, 1)$, $\vec{v}_3 = r(-1, -\tanh y)$ e $\vec{v}_4 = r(\tanh x, -1)$.

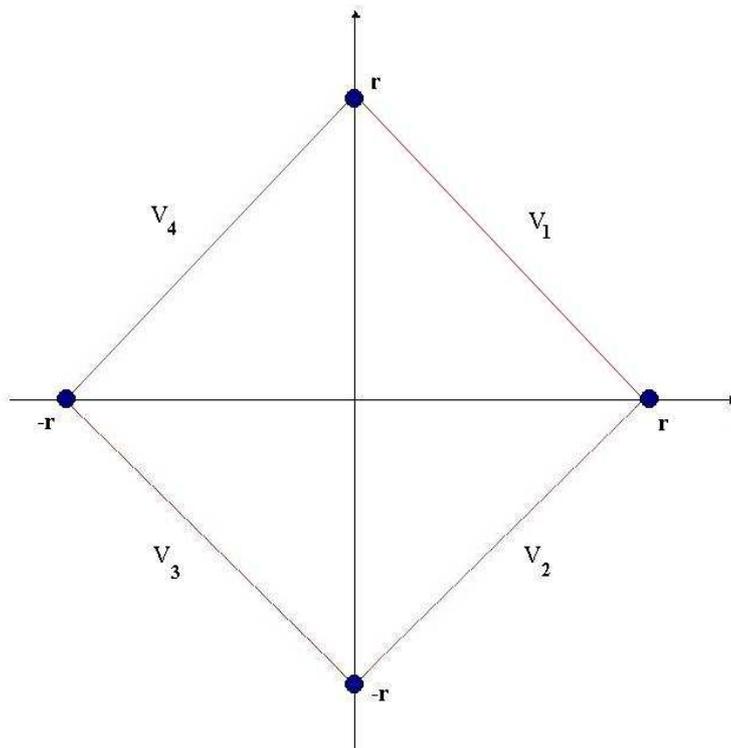


Figura 3.6: Representação no espaço de campos para o mecanismo BBL com 2 campos escalares.

Para mostrar que o sistema e suas soluções formam junções estáveis devemos deformar ligeiramente o espaço de parâmetros da teoria levando em conta a presença do parâmetro de deformação, ε , de junção nas equações de Ginzburg-Landau. A mudança na energia de Bogomol'nyi das soluções BPS, como pode ser visto em [24], é dada por

$$E^a = E_B^a + \frac{1}{2}\varepsilon \int_{-\infty}^{\infty} F(\phi_1(x), \phi_2(x))dx, \quad (3.23)$$

onde $E_B^a = |\Delta W_a|$ é a energia de Bogomol'nyi. A deformação em termos de ε , que é compatível com as equações de Ginzburg-Landau, pode ser deduzida como sendo

$$F(\phi_1, \phi_2) = \frac{1}{2}[(\phi_1)^4 + (\phi_2)^4] - 3[\phi_1\phi_2]^2 + \frac{9}{2} \quad (3.24)$$

Agora podemos mostrar que se a solução (3.21) é estável, a solução (3.22) é instável e vice versa. No limite $\varepsilon = 0$ encontramos a estabilidade marginal destas soluções que também coincide com o limite onde o sistema desacopla. A energia total (3.23) das soluções (3.21) é a mesma em qualquer setor referente aos lados que envolvem metade da energia das soluções diagonais (3.22). Para que a junção seja estável, a soma de energias dos dois lados adjacentes deve ser menor que a energia de qualquer diagonal, i.e., a condição de junção [49]:

$$E^a + E^{a+1} < E^b. \quad (3.25)$$

Calculando as energias encontramos

$$E^a + E^{a+1} = 4 + \frac{21}{2}\varepsilon, \quad \text{Lados} \quad (3.26)$$

$$E^b = 4 + 6\varepsilon, \quad \text{1-Diag} \quad (3.27)$$

onde o índice $a = 1, 2, 3$ indicam os lados e $b = 1, 2$ uma diagonal.

Com isso vemos que a configuração de 4 Lados é estável para $\varepsilon < 0$, por satisfazer a condição de junção neste regime. Porém, a configuração 1-Diag é estável para $\varepsilon > 0$. Assim as configurações (3.21) e (3.22) não podem ser simultaneamente estáveis. Em qualquer circunstância que envolve a condição $\varepsilon < 0$, paredes de domínios (dos setores 1-Diag) separando vácuos adjacentes tendem a bifurcar em quatro meia (ou equivalentemente duas) paredes de domínios formando uma junção tipo 0-brana, a qual possui uma dimensão mais baixa. Isto pode representar um mecanismo de redução de dimensões [43], onde um universo $(p+1)$ -dimensional inicialmente formado relaxa para outro universo $[(p-1)+1]$ -dimensional, com uma bifurcação e assim sucessivamente.

Estamos interessados em soluções estáveis que satisfazem as exigências básicas das soluções topológicas, de acordo com as referências [18, 50]. Dadas as equações de movimento:

$$\frac{\partial^2 \phi^k}{\partial x^2} = \frac{\partial V}{\partial \phi^k} \quad (3.28)$$

onde V é uma função de campos escalares reais $\phi^1(x^1)$ e $\phi^2(x^2)$ tal que:

$$V(\phi^1, \phi^2) = \frac{1}{2} (W_{\phi^1}^2 + W_{\phi^2}^2) + \frac{\varepsilon}{2} F(\phi^1, \phi^2), \quad (3.29)$$

onde $F(\phi^1, \phi^2)$ é dada por (3.24).

Substituindo este potencial estendido em (3.28):

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^1} = \phi^1 \left[(\phi^1)^2 \left(\frac{2}{r^2} + \varepsilon \right) - 2 \right] - 3\varepsilon \phi^1 (\phi^2)^2 \quad (3.30)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \phi^2} = \phi^2 \left[(\phi^2)^2 \left(\frac{2}{r^2} + \varepsilon \right) - 2 \right] - 3\varepsilon \phi^2 (\phi^1)^2 \quad (3.31)$$

Vamos estudar a estabilidade de soluções típicas ($\phi^1 = \phi^1(x^1), \phi^2 = 0$) e ($\phi^1 = 0, \phi^2 = \phi^2(x^2)$), a fim de encontrar os kinks que aproximam o modelo BBL do modelo $\lambda^k(\phi^k)^4$ que é bem conhecido na literatura (como em [51] por exemplo)

$$\phi^1(x^1)^2 = r^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{r^2 \varepsilon}{2}} \right) \tanh^2(x^1), \quad \phi^2(x^2)^2 = r^2 \left(\frac{1}{1 + \frac{r^2 \varepsilon}{2}} \right) \tanh^2(x^2) \quad (3.32)$$

podemos ver que para $\varepsilon \rightarrow 0$ encontramos exatamente as equações (3.21) e (3.22).

De uma teoria de perturbação do tipo [51]

$$\phi_s^k(x, t) = \phi_s^k(x) + \sum_n \eta_{n^k}^k(x) e^{i\omega_n t} \quad (3.33)$$

onde está indicado uma soma em todos os modos normais de vibração [50] e $k = 1, 2$. Obtemos equações tipo Schrödinger acopladas para flutuações $\eta_{n_1}^1(x^1), \eta_{n_2}^2(x^2)$ que podem ser escritas na forma

$$-\frac{d^2}{dx_k^2} \eta_{n_k}^k(x) + V_{kj} \eta_{n_j}^k(x) = E^2_{(n_k)_k} \eta_{n_k}^k(x), \quad k = 1, 2; \quad (3.34)$$

onde usamos $\square \zeta_{n_k}^k(x) = E^2_{(n_k)_k} \zeta_{n_k}^k(x)$. Aqui V_{kj} são as componentes da matriz

$$V = \begin{pmatrix} V_{\phi_1\phi_1} & V_{\phi_1\phi_2} \\ V_{\phi_2\phi_1} & V_{\phi_2\phi_2} \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

O estudo completo da estabilidade se resume a achar os autovalores $E^2_{(n_k)_k}$ em (3.34), para uma determinada solução. Em geral, isso não é uma tarefa fácil. Porém em problemas em que os campos estão quase desacoplados ($\varepsilon \rightarrow 0$), estas complicações não existem. Na aproximação em que em que $\varepsilon \rightarrow 0$, este problema pode ser tratado analiticamente uma vez que as equações diferenciais estão desacopladas com as seguintes contribuições

$$\begin{aligned} V_{\phi_1\phi_1} &= 4 - 6\text{sech}^2\lambda_1 ax^1, \\ V_{\phi_2\phi_2} &= 4 - 6\text{sech}^2\lambda_2 ax^2, \\ V_{\phi_1\phi_2} &= V_{\phi_2\phi_1} = 0. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Um fato digno de nota é que não há uma relação de dependência com o parâmetro ε nas equações acima. Encontramos nas equações (3.36) simplesmente os potenciais de Pöschl-Teller modificados obtidos para paredes de domínios BPS no limite em que $\varepsilon \rightarrow 0$. Isto mostra que o termo dependente de ε não afeta a estabilidade de qualquer parede de domínios. O espectro discreto para as flutuações do campo escalar é encontrado e é composto por dois estados ligados: o modo zero e o primeiro estado excitado dados por

$$E^2_{(0)1,2} = 0, \quad (3.37)$$

$$\eta_{(0)}^{1,2} = C_0 \text{sech}^2(\lambda_{1,2} ax^{1,2}), \quad (3.38)$$

$$E^2_{(1)1,2} = 3\lambda_2^2 a^2, \quad (3.39)$$

$$\eta_{(1)}^{1,2} = C_1 \text{sech}^2(\lambda_{1,2} ax^{1,2}) \times \tanh(\lambda_{1,2} ax^{1,2}). \quad (3.40)$$

3.2.2 O modelo de três campos escalares

O superpotencial (3.3) agora é escrito na forma

$$W = r(\phi_1 + \phi_2 + \phi_3) - \frac{1}{r} \left(\frac{\phi_1^3}{3} + \frac{\phi_2^3}{3} + \frac{\phi_3^3}{3} \right) \quad (3.41)$$

e as soluções topológicas estáticas unidimensionais podem ser encontradas pelas equações de primeira ordem

$$\frac{d\phi_1}{dx} = r - \frac{\phi_1^2}{r}, \quad \frac{d\phi_2}{dx} = r - \frac{\phi_2^2}{r}, \quad \frac{d\phi_3}{dx} = r - \frac{\phi_3^2}{r} \quad (3.42)$$

Os vácuos agora são $\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_2 = \bar{\phi}_3 = \pm r$, compondo os vértices de um cubo no espaço (ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3) e formando uma série de 28 ($8!/2!6!$) setores BPS independentes, onde cada um conecta um par de vértices ($2^3 = 8$ no total). Doze setores estão nos lados, 12 formam superfícies diagonais, enquanto os outros quatro setores estão nas diagonais internas. Estes estados foram denominados Lados, 1-Diag e 2-Diag e nos dão as seguintes soluções topológicas

$$\phi_{1a}^2 = \phi_{2a}^2 = r^2; \quad \phi_{3a}^2 = r^2 \tanh^2(x), \quad \text{Lados} \quad (3.43)$$

$$\phi_{1b}^2 = r^2; \quad \phi_{2b}^2 = \phi_{3b}^2; \quad \phi_{3b}^2 = r^2 \tanh^2(x), \quad \text{1-Diag} \quad (3.44)$$

$$\phi_{1c}^2 = \phi_{2c}^2 = \phi_{3c}^2; \quad \phi_{3c}^2 = r^2 \tanh^2(x), \quad \text{2-Diag} \quad (3.45)$$

onde $a = 1, \dots, 12$, $b = 13, \dots, 24$ e $c = 25, \dots, 28$ rotulam todos os 28 setores.

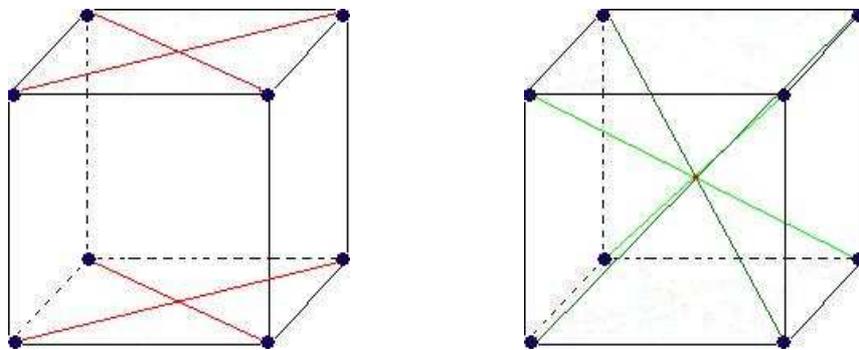


Figura 3.7: Representação no espaço de campos para os estados 1-Diag e 2-Diag, respectivamente, no mecanismo BBL com três campos escalares.

Novamente, temos que mostrar que no caso $\varepsilon = 0$, o sistema pode favorecer a configuração de soluções que formam os doze Lados (3.43) em vez das soluções que formam as diagonais internas (3.45). Isto é o análogo do fenômeno de bifurcação no sistema planar descrito para

o caso de dois campos escalares. Existem valores de ε que favorecem uma bifurcação onde os doze Lados formam uma configuração estável. Tal configuração pode formar uma junção de 0-brana estável em 3 dimensões espaciais. Também existem configurações de junções 1-brana provenientes dos setores 1-Diag (3.44), mas elas não são energeticamente favorecidas. No limite de largura fina [52], as paredes de domínios podem ser representadas por doze soluções rotacionadas de 90° , dadas por $\vec{v}_a = (\phi_{1a}, \phi_{2a}, \phi_{3a})$ com $a = 1, 2, \dots, 12$. As primeiras três soluções são $\vec{v}_1 = r(1, \tanh y, 1)$, $\vec{v}_2 = r(-\tanh x, 1, 1)$, $\vec{v}_3 = r(-1, 1, -\tanh z)$.

Considerando a função em (3.23) como sendo $F(\phi_1, \phi_2, \phi_3) = F(\phi_1, \phi_2) + F(\phi_1, \phi_3) + F(\phi_2, \phi_3)$, a estabilidade da configuração é assegurada se a soma das energias de três Lados adjacentes for menor que algum estado 2-Diag, i.e.,

$$E^a + E^{a+1} + E^{a+2} < E^c. \quad (3.46)$$

O cálculo das energias nos dá

$$E^a + E^{a+1} + E^{a+2} = 6 + \frac{63}{2}\varepsilon, \quad a = 1, 2, \dots, 10; \quad \text{Lados} \quad (3.47)$$

$$E^b + E^{b+1} = 6 + 27\varepsilon, \quad \text{1-Diag} \quad (3.48)$$

$$E^c = 6 + 18\varepsilon, \quad \text{2-Diag} \quad (3.49)$$

Este resultado mostra que a configuração dos doze Lados é estável para valores de $\varepsilon < 0$, pois neste regime a condição de junção é satisfeita. As configurações 2-Diag têm maior energia e só podem ser estáveis se $\varepsilon > 0$. A energia dos estados 1-Diag tem valor intermediário e decai para qualquer um dos casos. Assim as configurações (3.43), (3.44) e (3.45) não podem ser simultaneamente estáveis. Para nossos propósitos, porém, nós assumimos que $\varepsilon < 0$ e isso nos conduz a um cenário que envolve paredes de domínios separando dois vácuos adjacentes que tendem a bifurcar em doze meia-paredes de domínios (ou equivalentemente seis) que juntas formam uma junção tipo 0-brana. Um fenômeno no qual reduzimos três para 0-dimensões. Podemos estender estes exemplos para N campos escalares, em D -dimensões

espaciais e estudar a estabilidade das junções de p -branas para formar junções de branas $(D - N)$ dimensionais.

Também foi mostrado na literatura [61] resultados que sugerem que a gravidade prefere viver numa junção tipo 3-brana através da localização de grávitons. Vamos considerar na localização da gravidade:

- A solução tipo junção de branas é alcançada considerando fatias AdS_{10} ¹ juntas a fontes do tipo função delta. As equações de campo do gráviton de spin 2 podem ser encontradas pela lagrangeana $\mathcal{L}_2 = \sqrt{g}[\mathcal{L} + \frac{R}{2\kappa^2} + \Lambda]$, onde \mathcal{L} é dado por (3.2), R é o escalar de Ricci, κ é uma escala da ordem da escala de Planck ($\approx 10^{18} GeV$) e Λ é a constante cosmológica;
- Do potencial estendido (3.5) temos a função $F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N)$ que representa N campos combinados na forma $F(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_N) = F(\phi_1, \phi_2) + F(\phi_1, \phi_3) + \dots + F(\phi_{N-1}, \phi_N)$;
- Agora aplicando a explícita forma do potencial e $F(\phi_i, \phi_j)$ nós encontramos os vácuos perturbados que são dados por $\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_2 = \dots = \bar{\phi}_N = \left(\frac{3}{[2-3(N-1)\varepsilon]}\right)^{\frac{1}{2}}$;
- A constante cosmológica definida por $\Lambda = V(\bar{\phi}_1 = \bar{\phi}_2 = \dots = \bar{\phi}_N) = -\frac{(27/8)N(N-1)^2\varepsilon^2}{[2-3(N-1)\varepsilon]}$ com $N > 1$ é sempre negativa pois foi estabelecido que $\varepsilon < 0$. Ou seja, a estabilidade de junções é consistente com o espaço AdS .

A junção de branas em um espaço-tempo plano constante permite a localização de estados sem massa sobre ela. No limite de largura fina $\mathcal{L}|_{kink} \rightarrow -\sigma \sum_{I=1}^6 \delta(Z_I)$, onde Z_I são as coordenadas que parametrizam as dimensões extras, e σ é a tensão da 8-brana. As flutuações da métrica

$$dS_{10}^2 = \Omega^{-2} \left(\eta_{\mu\nu} dX^\mu dX^\nu + \sum_{I=1}^6 \delta(dZ_I)^2 \right), \quad (3.50)$$

¹Representação no espaço anti-de Sitter, (AdS), em 10 dimensões espaço-temporais onde uma configuração de junções de brana tem o objetivo de localizar a gravidade para a região de interseção.

em torno da 3-brana onde $\Omega = \frac{1}{(\sum_{I=1}^6 \kappa |Z_I| + 1)}$, são governadas pela equação tipo Schrödinger [60]. Para um conjunto de 6 junções tipo 8-brana temos [61]

$$\left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + 60 \kappa^2 \Omega^2 - 4 \kappa \Omega \sum_{I=1}^6 \delta(Z_I) \right] \Phi = m^2 \Phi \quad (3.51)$$

Concluimos que o modo zero é confinado na junção e sua função de onda é $\Psi_0 = C \Omega^4$. A densidade de probabilidade é maximizada quando $|Z_1| + |Z_2| + \dots + |Z_6| = 0$, isto é, $Z_1 = \dots = Z_6 = 0$ e define uma junção tipo 3-brana em 10 dimensões espaço-temporais. Correções para o potencial de Newton para cada estado massivo são altamente suprimidas a longas distâncias, e portanto, nesse regime a gravidade (3+1) dimensional pode ser corretamente descrita pelo modo zero gravitacional [60, 61].

No próximo capítulo ampliaremos estes conceitos para localização de modos massivos fermiônicos nas junções.

Capítulo 4

Estados fermiônicos em junções de paredes de domínios

Os modelos de Randall-Sundrum assumem a existência de uma teoria de dimensões espaciais extras que nos dá uma brana como um mecanismo de confinamento do nosso universo numa 3-brana. Se nosso universo 4-dimensional está mergulhado em dimensões extras, ao fornecermos bastante energia, deveria ser possível provar a existência de dimensões extras transversais à nossa brana. Atualmente, em teorias supersimétricas, um assunto em particular tem recebido bastante atenção: defeitos topológicos com dimensões espaciais extras tipo paredes de domínios 5-dimensionais. Neste capítulo trabalhamos com (9,1) dimensões, e mostramos que junções de defeitos tipo paredes de domínios são candidatas à estruturas de confinamento tanto de férmions chirais sem massa como de modos massivos fermiônicos.

4.1 A ação supersimétrica

A lagrangeana que adotamos aqui possui um termo que quebra parcialmente a supersimetria e é dada por

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \partial_m \phi^i \partial^m \phi^i + \bar{\psi}^i \Gamma^m \partial_m \psi^i + W_{\phi^i \phi^j} \bar{\psi}^i \psi^j - V(\phi^i) + \varepsilon F(\phi^i), \quad (4.1)$$

onde $m = 0, 1, 2, \dots, D-1$, $i, j = 1, 2, \dots, N$, ϕ^i são os campos escalares reais, ψ^i são espinores, Γ^m são as matrizes de Dirac e o termo de quebra de supersimetria $\varepsilon F(\phi^i)$ é responsável pelo acoplamento dos campos e pela estabilidade das junções como vimos no capítulo anterior. O potencial escalar é dado por

$$V(\phi^1, \phi^2, \dots, \phi^N) = \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \phi^1} \frac{\partial W}{\partial \phi^1} + \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \phi^2} \frac{\partial W}{\partial \phi^2} + \dots + \frac{1}{2} \frac{\partial W}{\partial \phi^N} \frac{\partial W}{\partial \phi^N}, \quad (4.2)$$

onde W e $W_{\phi^i \phi^j}$ são o superpotencial e sua segunda derivada (as referências [7, 37, 38, 39, 40, 41] dão mais detalhes a respeito). Neste trabalho assumimos $\varepsilon \ll 1$ e ainda que:

$$W_{\phi^i \phi^j} = \delta_{ij} W_{\phi^i \phi^i} \quad (4.3)$$

com o potencial escrito na forma

$$V(\phi^1, \phi^2, \dots, \phi^N) = V(\phi^1) + V(\phi^2) + \dots + V(\phi^N). \quad (4.4)$$

4.2 Soluções tipo paredes de domínios e junções

As equações de movimento para campos bosônicos e fermiônicos resultantes de (4.1) são

$$\square \phi^i + \frac{\partial V}{\partial \phi^i} - W_{\phi^i \phi^i \phi^i} \bar{\psi}^i \psi^i - \varepsilon \frac{\partial F}{\partial \phi^i} = 0, \quad (4.5)$$

$$\Gamma^m \partial_m \psi^i + W_{\phi^i \phi^i} \psi^i = 0. \quad (4.6)$$

Uma escolha conveniente do superpotencial nos permite encontrar soluções tipo parede de domínio no setor bosônico cuja dinâmica é governada pelas equações de movimento

$$\square \phi^i + \frac{\partial V}{\partial \phi^i} = 0, \quad (4.7)$$

onde desprezaremos o termo εF por enquanto por ser suficientemente pequeno para afetar a dinâmica dos campos escalares. Como vimos no capítulo anterior, este termo para garantir a estabilidade das junções precisa apenas que ε seja negativo e ainda que em

módulo o mesmo seja muito pequeno. Estamos interessados em soluções tipo parede de domínio que podem formar junções estáveis. Sendo assim, vamos considerar que cada campo escalar depende de apenas uma coordenada espacial x^k , i.e., $\phi(x^1, x^2, \dots, x^3) \rightarrow \phi^k(x^k) \in \{\phi^1(x^1), \phi^2(x^2), \dots, \phi^N(x^N)\}$, onde x^k é uma coordenada transversal à parede de domínios. Com estas considerações, no regime estático as paredes de domínios são governadas por

$$\frac{d^2 \phi^k}{dx_k^2} = \frac{\partial V}{\partial \phi^k}. \quad (4.8)$$

Uma primeira integração de (4.8) nos habilita a trabalhar com a equação de primeira ordem

$$\frac{d\phi^k}{dx^k} = \pm \frac{\partial W}{\partial \phi^k}. \quad (4.9)$$

Várias aplicações do formalismo de primeira ordem em vários contextos da física podem ser vistas em [29, 30, 31, 32, 33, 34, 35].

4.3 Modos fermiônicos inseridos em paredes de domínios e junções

A equação de movimento para férmions (4.6) pode ser escrita em termos das componentes positivas e negativas da energia de ψ_{\pm}^i . Vejamos soluções fermiônicas da forma [36]

$$\psi^k = e^{ip_{\mu}^{(k)} x^{\mu}} \chi^k(x^k), \quad (4.10)$$

onde $\mu = 0, 1, 2, \dots, D - 2$, são índices ao longo das paredes de domínios. Substituindo (4.10) em (4.6), encontramos

$$i\Gamma^{\mu} p_{\mu}^{(k)} \chi^k - \Gamma^k \partial_k \chi^k + W_{\phi^k \phi^k} \chi^k = 0. \quad (4.11)$$

Ao admitirmos o sistema no referencial de repouso tal que $p_{\mu}^{(k)} = (E^k, 0, \dots, 0)$, podemos fazer com que a equação (4.11) assumam a forma

$$iE^k \Gamma^0 \chi^k - \Gamma^k \partial_k \chi^k + W_{\phi^k \phi^k} \chi^k = 0. \quad (4.12)$$

Usando as propriedades das matrizes gamma nós temos $\Gamma^k \chi_{\pm} = \pm \chi_{\pm}$ e $i\Gamma^0 \chi_{\pm} = \chi_{\mp}$ tal que encontramos o sistema de equações

$$(\partial_k - W_{\phi^k \phi^k}) \chi_+^k = E^k \chi_-^k, \quad (4.13)$$

$$(\partial_k + W_{\phi^k \phi^k}) \chi_-^k = -E^k \chi_+^k. \quad (4.14)$$

Da manipulação destas equações encontramos as equações tipo Schrödinger que governam a dinâmica de férmions tal como encontramos para paredes de domínios. A saber

$$[-\partial_k^2 + U_{\pm}^k(x^k)] \chi_{\pm}^k = E_k^2 \chi_{\pm}^k, \quad U_{\pm}^k(x^k) = W_{\phi^k \phi^k}^2(x^k) \pm W'_{\phi^k \phi^k}(x^k). \quad (4.15)$$

Da superposição dos estados localizados nas paredes de domínios descritos na equação acima, podemos obter a equação de Schrödinger para os estados fermiônicos localizados na junção, dada por

$$[-\nabla^2 + U_{(\text{junc})}] \Psi_{\pm(n_1, n_2, \dots, n_N)} = E_{(n_1, n_2, \dots, n_N)\text{junc}}^2 \Psi_{\pm(n_1, n_2, \dots, n_N)}, \quad (4.16)$$

onde

$$U_{(\text{junc})} = U_{\pm}^1(x^1) + U_{\pm}^2(x^2) + \dots + U_{\pm}^N(x^N), \quad (4.17)$$

$$E_{(n_1, n_2, \dots, n_N)\text{junc}}^2 = E_1^2 + E_2^2 + \dots + E_N^2, \quad (4.18)$$

$$\Psi_{\pm(n_1, n_2, \dots, n_N)} = \chi_{\pm(n_1)}^1(x^1) \times \chi_{\pm(n_2)}^2(x^2) \times \dots \times \chi_{\pm(n_N)}^N(x^N), \quad (4.19)$$

e as componentes $\chi_{+(n_i)}^i(x^i)$ e $\chi_{-(n_i)}^i(x^i)$ são funções normalizáveis. Estamos considerando os números $n_i = 0, 1$, i.e., somente dois estados ligados, pois eles podem ser localizados em paredes de domínios individuais ou em junções. O modo zero ($E=0$), que está associado ao férmion chiral na parede de domínios e junção [28].

4.4 Um exemplo com dois campos escalares

Vamos considerar o exemplo com $N = 2$ campos escalares formando paredes de domínios bidimensionais em $D = 3 + 1$ dimensões que podem se unir para formar uma junção tipo

brana.

Considere o seguinte superpotencial

$$W(\phi_1, \phi_2) = \lambda_1 \left(\frac{\phi_1^3}{3} - a^2 \phi_1 \right) + \lambda_2 \left(\frac{\phi_2^3}{3} - a^2 \phi_2 \right). \quad (4.20)$$

Para este caso a equação de primeira ordem (4.9) se reduz para

$$\frac{d\phi^1}{dx^1} = \frac{\partial W}{\partial \phi^1}, \quad \frac{d\phi^2}{dx^2} = \frac{\partial W}{\partial \phi^2}. \quad (4.21)$$

As soluções que satisfazem as equações diferenciais são tais que

$$\phi^1(x^1) = -a \tanh \lambda_1 a x^1, \quad \phi^2(x^2) = -a \tanh \lambda_2 a x^2. \quad (4.22)$$

Os potenciais com obtidos de (4.15) são dados por

$$U_+^{1,2}(x^{1,2}) = 4\lambda_{1,2}^2 a^2 - 6\lambda_{1,2}^2 a^2 \operatorname{sech}^2 \lambda_{1,2} a x^{1,2}, \quad (4.23)$$

$$U_-^{1,2}(x^{1,2}) = 4\lambda_{1,2}^2 a^2 - 2\lambda_{1,2}^2 a^2 \operatorname{sech}^2 \lambda_{1,2} a x^{1,2} \quad (4.24)$$

que são os potenciais de Pöschl-Teller modificados [27] da forma geral $U(x^k) = A - B \operatorname{sech}^2(x^k)$ para $k = 1, 2$, com A e B constantes reais. Os estados ligados têm as seguintes energias

$$E_n = A - \left[\sqrt{B + \frac{1}{4}} - \left(n + \frac{1}{2} \right) \right]^2 \quad (4.25)$$

onde

$$n = 0, 1, \dots < \sqrt{B + \frac{1}{4}} - \frac{1}{2} \quad (4.26)$$

nos dá o número de estados ligados do sistema.

O espectro discreto de férmions composto pelo modo zero e o primeiro estado excitado para o potencial (4.23) localizados na parede de domínios, que pode ser encontrado através de (4.17), é dado por

$$E_{(0)1,2}^2 = 0, \quad \chi_{(0)}^{1,2} = C_0 \operatorname{sech}^2(\lambda_{1,2} a x^{1,2}), \quad (4.27)$$

$$E_{(1)1,2}^2 = 3\lambda_{1,2}^2 a^2, \quad \chi_{(1)}^{1,2} = C_1 \tanh(\lambda_{1,2} a x^{1,2}) \operatorname{sech}(\lambda_{1,2} a x^{1,2}). \quad (4.28)$$

As quatro combinações utilizando o modo zero e o primeiro estado excitado são descritas abaixo

$$E_{(00)\text{junc}}^2 = 0, \quad (4.29)$$

$$\Psi_{(00)} = C_1 \text{sech}^2(\lambda_1 a x^1) \times \text{sech}^2(\lambda_2 a x^2), \quad (4.30)$$

$$E_{(01)\text{junc}}^2 = 3\lambda_2^2 a^2, \quad (4.31)$$

$$\Psi_{(01)} = C_2 \text{sech}^2(\lambda_1 a x^1) \times \tanh(\lambda_2 a x^2) \times \text{sech}(\lambda_2 a x^2), \quad (4.32)$$

$$E_{(10)\text{junc}}^2 = 3\lambda_1^2 a^2, \quad (4.33)$$

$$\Psi_{(10)} = C_3 \tanh(\lambda_1 a x^1) \times \text{sech}(\lambda_1 a x^1) \times \text{sech}(\lambda_2 a x^2), \quad (4.34)$$

$$E_{(11)\text{junc}}^2 = 3(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) a^2, \quad (4.35)$$

$$\Psi_{(11)} = C_4 \tanh(\lambda_1 a x^1) \times \text{sech}(\lambda_1 a x^1) \times \tanh(\lambda_2 a x^2) \times \text{sech}(\lambda_2 a x^2). \quad (4.36)$$

Por outro lado, para potenciais da forma (4.24), podemos montar um modelo que exhibe o comportamento de um potencial tipo delta no limite de largura fina que nos permite escrever

$$V(x_N) = \frac{1}{2} (2\alpha^2 - \alpha \delta(x_N)), \quad (4.37)$$

onde admitimos que $\Delta = \frac{1}{\lambda_N a_N} \rightarrow 0$ é a espessura da parede de domínio; $\rho \sim \lambda_N a_N^3$; $\alpha = \frac{2\rho}{a_N^2}$.

Teremos então

$$\left[-\frac{1}{2} \nabla^2 + \alpha^2 - \frac{\alpha}{2} \sum_{N=1}^6 \delta(x_N) \right] \Psi = 0 \quad (4.38)$$

que resume o nosso problema ao da partícula livre em um poço cuja solução é dada pela função de onda

$$\Psi(x_N) = \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{\frac{N}{2}} e^{-\alpha \sum_N |x_N|}, \quad N = 1, 2, \dots, 6. \quad (4.39)$$

É bem sabido que funções δ suportam um único estado ligado (o modo zero) e os demais estados são modos contínuos. Então, as equações (3.51) e (4.38) recebem o mesmo tratamento no processo de obtenção das soluções. A densidade de probabilidade de encontrar o estado

fundamental, tanto para férmions quanto para gravidade, em junções, $||\Psi_0||^2$, apresenta um máximo como pode ser visto na figura abaixo

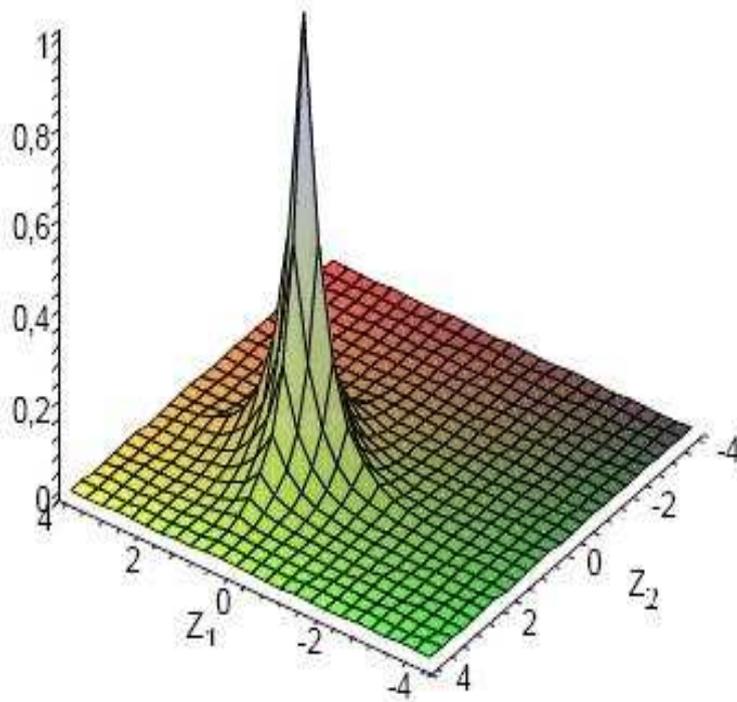


Figura 4.1: densidade de probabilidade, $||\Psi_0||^2$, onde $\Psi_0=C\Omega^4$ para a gravidade e $\Psi_0=\Psi(Z_N)_0^{1,2}=C\text{sech}^2(\lambda_1 Z_1)\text{sech}^2(\lambda_2 Z_2)$ para férmions em duas dimensões. Parâmetros: $C=1$; $\lambda_N = 1$; $N = 1, 2$.

4.5 Um modelo com seis campos escalares

Uma vez que estamos considerando uma teoria em (9,1) dimensões espaço-temporais e o nosso Universo descrito por (3,1) dimensões, necessitamos de uma configuração com dimensões espaciais extras com um campo escalar associado a cada uma delas. Então, devemos encontrar uma teoria de campos 4-dimensional efetiva localizada na junção de 6 paredes de domínios 8-dimensionais (8-brana) em dez dimensões. Para tanto, devemos ter 6 campos escalares ao todo, totalmente imersos nas 10 dimensões espaciais para formar as 8d paredes de domínios, já que estamos considerando o Universo como uma junção de paredes de domínios (3-brana) que evolui no tempo de maneira a constituir um volume global com 4 dimensões espaço-temporais. A lagrangeana para estados fermiônicos localizados sobre as junções 4-dimensionais é dada por

$$\mathcal{L}_{4d}^F = \int \mathcal{L}_{10d}^F dx_1 dx_2 dx_3 dx_4 dx_5 dx_6, \quad (4.40)$$

onde a dinâmica dos férmions e o acoplamento de Yukawa são dados pela densidade lagrangeana 10-dimensional

$$\mathcal{L}_{10d}^F = \bar{\Psi} \Gamma^M \partial_M \Psi + (W_{\phi_1 \phi_1} + \dots + W_{\phi_6 \phi_6}) \bar{\Psi} \Psi. \quad (4.41)$$

A seguinte decomposição espectral nos dá os campos escalares e fermiônicos

$$\begin{aligned} \Phi - \Phi_s &= \eta(y^\mu; x_1, \dots, x_6) \\ &= \sum_{n_1 \dots n_6} \xi_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}(y^\mu) \psi^{n_1 \dots n_6}, \end{aligned} \quad (4.42)$$

$$\Psi(y^\mu; x_1, \dots, x_6) = \sum_{n_1 \dots n_6} \tau_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}(y^\mu) \psi^{n_1 \dots n_6}, \quad (4.43)$$

onde $n_i = 0, 1$ e $\psi^{n_1 \dots n_6} = \chi^{n_1}(x_1) \times \dots \times \chi^{n_6}(x_6)$, e $\chi(x_i)$ são funções que satisfazem a equação (4.16), válidas tanto para férmions quanto para bósons. O sistema tem dois estados ligados, que são 2^N parceiros supersimétricos. No nosso caso, temos $N = 6$ que nos dá 64 escalares

4-dimensionais $\xi_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}(y^\mu)$ e 64 férmions sem massa de Dirac $\tau_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}(y^\mu)$ vivendo na junção. Então nós temos a lagrangeana 4-dimensional

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{4d}^F &= \overline{\tau_{0 \dots 0}^{\text{junc}}} \Gamma^\mu \partial_\mu \tau_{0 \dots 0}^{\text{junc}} \\
 &+ \sum_{n_1 \dots n_6} \overline{\tau_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}} (\Gamma^\mu \partial_\mu - E_{\text{junc}}^{n_1 \dots n_6}) \tau_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}} + \\
 &+ \sum_{l_1 \dots l_6} \sum_{m_1 \dots m_6} \sum_{n_1 \dots n_6} G \xi_{l_1 \dots l_6}^{\text{junc}} \overline{\tau_{m_1 \dots m_6}^{\text{junc}}} \tau_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}}.
 \end{aligned} \tag{4.44}$$

Note que o primeiro termo descreve férmions 4-dimensionais, enquanto que o segundo nos leva a férmions massivos em 4-dimensões. G é uma constante de acoplamento calculada pela integração do acoplamento de Yukawa nas seis dimensões extras. Temos 2^N estados ligados localizados na junção. Existe um certo número de estados degenerados $\lambda_k = \lambda$, para qualquer valor de k . Na interseção de $N = 6$ paredes de domínios existe apenas o modo zero e os demais estados massivos com massa $m = \sqrt{3}\lambda a$ são dados como segue:

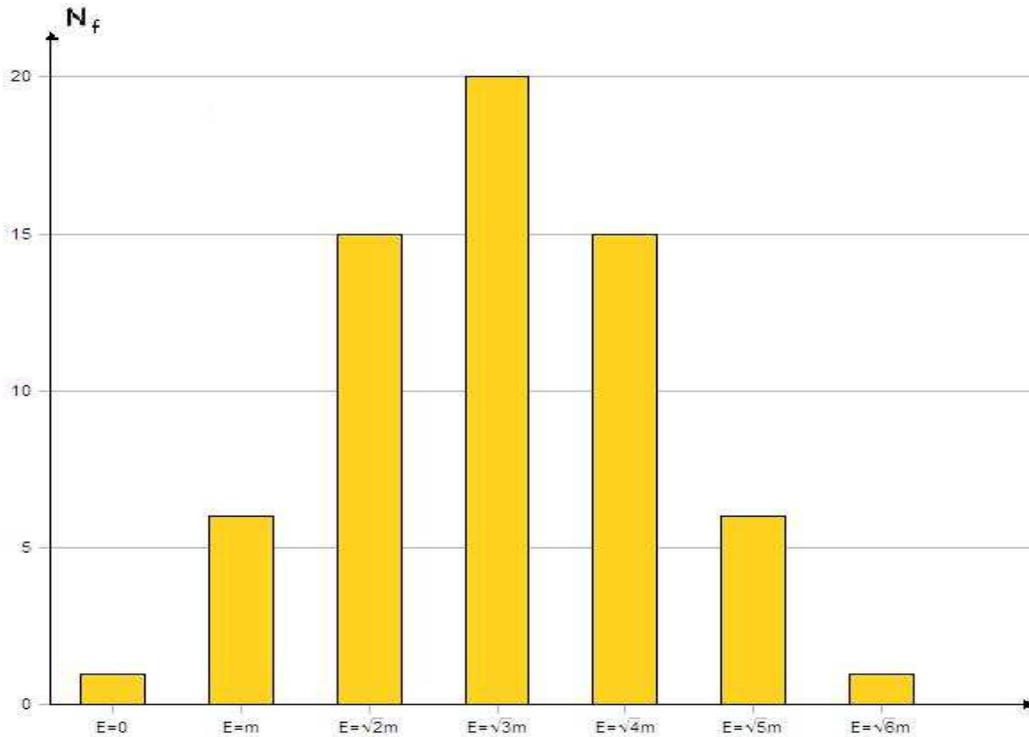


Figura 4.2: Histograma referente ao número de estados massivos e sua energia correspondente.

Temos então a seguinte distribuição:

$$(N_f, m) = \{(1, 0), (6, m), (15, \sqrt{2}m), (20, \sqrt{3}m), (15, \sqrt{4}m), (6, \sqrt{5}m), (1, \sqrt{6}m)\}. \quad (4.45)$$

Assim, os férmions na lagrangeana têm uma “ hierarquia ” de massa, que é a seguinte

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4d}^F &= \bar{\tau}_0^{(0)} \Gamma^\mu \partial_\mu \tau_0^{(0)} + \sum_{s=1}^6 \sum_{n=1}^{N_s} \bar{\tau}_n^{(s)} (\Gamma^\mu \partial_\mu - \sqrt{s} m) \tau_n^{(s)} \\ &+ \sum_{l,l'} \sum_{m,m'} \sum_{n,n'} G^{l'lm'mn'n} \xi_l^{(l')} \bar{\tau}_m^{(m')} \tau_n^{(n')}, \end{aligned} \quad (4.46)$$

onde $l', m', n'=0,1,\dots,6$. A função de partição de um gás de junções de seis paredes de domínios 8-dimensionais pode ser encontrada considerando a energia de todos os estados fermiônicos de um gás com $6M$ paredes de domínios 8-dimensionais em $(9,1)$ dimensões

$$\tilde{E} = \sum_{i=1}^{6M} n_i \epsilon_i, \quad \epsilon_i = 0, \epsilon, \quad i = 1, 2, \dots, 6M, \quad (4.47)$$

onde $\epsilon = 3$ e \tilde{E} é a energia da função de onda normalizada (4.27), ou seja, tem a forma $E^2/\lambda^2 a^2$. Assim, a função de partição é

$$Z = \sum_{n_1, \dots, n_{6M}} \exp \left[-\beta \sum_{i=1}^{6M} n_i \epsilon_i \right] = \left[\sum_{n=0}^1 \exp(-\beta n \epsilon) \right]^{6M}. \quad (4.48)$$

A energia média por junção é dada por

$$\tilde{u}_{\text{junc}} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} \frac{1}{M} = 6\epsilon \frac{e^{-\beta\epsilon}}{1 + e^{-\beta\epsilon}}. \quad (4.49)$$

Portanto, $\tilde{u}_{\text{junc}} \rightarrow 3\epsilon$ em temperatura suficientemente elevada, tal que $\epsilon/T \ll 1$. Neste regime a energia da junção por parede de domínio é precisamente a mesma energia encontrada na junção de *três* paredes de domínios excitadas.

A respeito do valor médio da massa fermiônica não-nula na distribuição, encontramos

$$\langle m \rangle = \frac{\sum_{s=1}^6 N_s \sqrt{s} m}{\sum_{s=1}^6 N_s} = 1.709m \simeq \sqrt{3}m. \quad (4.50)$$

Este resultado significa que em um gás de paredes de domínios em dez dimensões, a probabilidade de uma junção ser formada com a superposição de 20 estados massivos através da combinação de *três* paredes de domínios 8-dimensionais em seu estado fundamental fermiônico, e *três* paredes de domínios 8-dimensionais em seu primeiro estado excitado é maior do que qualquer outra combinação. Assim, Os férmions observados em nosso mundo 4-dimensional são regidos pela lagrangeana média

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{4d}^F \simeq & \bar{\tau}_0^{(0)} \Gamma^\mu \partial_\mu \tau_0^{(0)} + \sum_{n=1}^{20} \bar{\tau}_n^{(3)} (\Gamma^\mu \partial_\mu - \sqrt{3}m) \tau_n^{(3)} + \\ & \sum_{l,l'} \sum_{m,m'} \sum_{n,n'} G_{l'm'm'n} \xi_l^{(l')} \bar{\tau}_m^{(m')} \tau_n^{(n')}. \end{aligned} \quad (4.51)$$

Assumindo que esses estados fermiônicos podem ser organizados em um vetor coluna e que se transformam sob o grupo local $SU(3)$

$$q_n = \begin{pmatrix} \tau_n^1 \\ \tau_n^2 \\ \tau_n^3 \end{pmatrix}, \quad (4.52)$$

podemos atribuir $N_c = 3$ cores para *seis quarks* ($n = 1, 2, \dots, 6$), ou seja, o número de sabor dos quarks é $N_F = 6$. Isto compreende $N_c N_F = 18$ graus de liberdade fermiônicos. Os outros dois graus de liberdade são preenchidos com 2 férmions sem cor tipo esquerdo que podem ser colocados em conjunto com o primeiro termo (o modo zero que corresponde ao férmion chiral) para dar lugar a 3 léptons. Assim, o modelo simples (4.51) parece ser uma boa aproximação para descrever a geração de seis quarks e três léptons.

A dinâmica dos modos bosônicos é descrita pela lagrangeana

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{10d}^B = & \frac{1}{2} \partial_\mu \eta \partial^\mu \eta - \frac{1}{2} \eta (-\nabla^2 + U_{\text{junc}}) \eta - \\ & \frac{1}{3!} \sum_{k=1}^6 V'''(\phi_k) \eta^3 - \frac{1}{4!} \sum_{k=1}^6 V''''(\phi_k) \eta^4. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Integrando essa lagrangeana nas coordenadas x_1, x_2, \dots, x_6 nós encontramos a lagrangeana

4-dimensional

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_{4d}^B &= \frac{1}{2} \sum_{n_1 \dots n_6} \partial_\mu \xi_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}} \partial^\mu \xi_{n_1 \dots n_6}^{\text{junc}} - V(\xi), \\
 &\simeq \frac{1}{2} \partial_\mu \xi_0^{(0)} \partial^\mu \xi_0^{(0)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{20} \partial_\mu \xi_n^{(3)} \partial^\mu \xi_n^{(3)} - V(\xi).
 \end{aligned} \tag{4.54}$$

O potencial escalar é responsável pelas soluções não triviais de 21 escalares que devem ser responsáveis pela produção das dos quarks e léptons na Lagrangeana (4.51).

Capítulo 5

Conclusões

Nosso universo físico é bem descrito pelo modelo padrão e a relatividade geral, e ambos são expressos em três dimensões espaciais e uma temporal. Mas esses modelos são incompletos e uma grande quantidade de trabalhos vem questionando se é possível melhorar esta descrição com uma ou mais dimensões espaciais extras. O acréscimo de mais dimensões nos dá mais graus de liberdade que podem ser utilizados como ferramenta para tentar solucionar uma grande variedade de problemas nos cenários já existentes.

Nesse contexto, procuramos justificar, com argumentos e exemplos, um modelo idealizado para explicar a dinâmica por trás do confinamento e localização de modos fermiônicos de altas dimensões para o nosso universo 4-dimensional. Seguindo uma ordem pré-estabelecida, estudamos modelos importantes de dois ou mais campos escalares e a formação de junções de defeitos. Na procura de soluções topológicas ao nível clássico, demos atenção especial ao modelo ϕ^4 apresentado no capítulo 2, definido pelo potencial dado pela equação (2.1) e mostramos como ocorre o fenômeno de quebra de espontânea de simetria deste modelo. Em seguida, desenvolvemos o conceito de campos escalares dentro da Teoria Clássica de Campos para mostrar como é possível encontrar soluções topológicas para o conjunto de equações diferenciais de segunda ordem dadas por (2.12) (equações de movimento para campos estáticos). Mostramos que estas equações podem ser resolvidas por um conjunto de equações

de primeira ordem, chamadas de equações de Bogomol'nyi, e introduzimos o conceito de corrente topológica para classificar as soluções como topológicas e não-topológicas para enfim, estudar a estabilidade destas soluções diante de pequenas flutuações.

No capítulo 3 mostramos que o limite BPS em modelos supersimétricos levemente deformados coincide com limite BPS do sistema original sem essa deformação, em primeira ordem. Após uma breve apresentação do mecanismo BBL, onde constatamos sua validade como mecanismo de redução de dimensões, encontramos os kinks que aproximam este modelo do modelo padrão ϕ^4 , as eqs (3.33), e verificamos que o termo de acoplamento ε não modifica a estabilidade do sistema. Ainda neste capítulo, verificamos alguns resultados interessantes deste modelo no que diz respeito à identificação de gravidade, gauges e campos de matéria em junções 3-brana e traçamos um paralelo com o mecanismo que possibilita a identificação de modos zeros fermiônicos.

Encontramos equações tipo Schrödinger que governam a dinâmica de férmions localizados nas paredes de domínios independentes, através de flutuações em torno da interseção de defeitos e assim sendo, foi possível determinar o número de estados ligados do modelo 4-dimensional desenvolvido, pois os potenciais envolvidos são os do tipo Pöschl-Teller modificados, os quais possuem apenas dois estados ligados. Este modelo nos permitiu identificar uma quantidade bem definida de modos massivos, e um modo zero fermiônico que já havia sido previsto em trabalhos bastante citados, como pode ser visto na referência [36]. Outras quantidades físicas importantes foram calculadas: além dos estados de energia encontramos a função de partição; calculamos a energia média por junção na parede de domínio, valor médio da massa fermiônica, etc. Alguns resultados ainda estão em aberto como o cálculo das constantes de normalização das equações (3.36), por exemplo.

Este trabalho trás perspectivas de aplicações cosmológicas, no futuro. Partindo do pressuposto de que o Universo é homogêneo e isotrópico em largas escalas de energia [62],

nosso grande desafio será aplicar o formalismo de primeira ordem em cosmologia para o modelo de seis campos escalares descrito no capítulo 4. O princípio cosmológico exige que o conteúdo de matéria do Universo se comporte como um fluido perfeito, para o qual podemos assumir que o tensor energia-momento seja dado por $T_{\mu\nu} = (\rho, -p, -p, -p)$. A partir deste tensor energia-momento obtemos as equações de Friedmann

$$H^2 = \frac{2}{3}\rho - \frac{\kappa}{a^2}$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{1}{3}(\rho + 3p),$$

centrais no modelo cosmológico padrão. ρ e p podem ser identificados como a densidade de energia e a pressão do campo escalar que permeia o Universo ($\rho = \rho_\phi$ e $p = p_\phi$).

Do ponto de vista de uma teoria de campos, em um contexto em que a energia do Universo é dominada por campos escalares, é possível determinar a ação que descreve a dinâmica das equações de campo da gravitação:

$$\mathcal{S} = \int d^4x \sqrt{-g} \left(-\frac{1}{4}R + \mathcal{L}(\phi, \partial_\phi) \right)$$

esta é a ação de Einstein-Hilbert onde R é o escalar de curvatura. O termo multiplicativo $\sqrt{-g}$, onde g é o determinante do tensor métrico ($g = |g_{\mu\nu}|$), é apropriadamente escolhido [63, 64]. Enfim, nos cenários que envolvem este formalismo para a dinâmica da energia e matéria escura, que são de natureza bosônica, a inclusão de férmions na teoria pode gerar resultados interessantes.

Bibliografia

- [1] T. W. B. Kibble, *J. Phys. A* **9** (1976) 1387.
- [2] A. Vilenkin and E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects* (Cambridge University Press, Cambridge, 1994).
- [3] B. Berdnikov and K. Rajagopal, *Phys. Rev. D* **61** (2000) 105017 [hep-ph/9912274].
- [4] D. Boyanovsky, H. J. de Vega and M. Simionato, *Phys. Rev. D* **63** (2001) 045007 [hep-ph/0004159].
- [5] A.H. Eschenfelder, *Magnetic Bubble Technology* (Springer-Verlag, Berlin, 1981).
- [6] D. Walgraef, *Spatio-Temporal Pattern Formation*(Springer-Verlag, New York, 1997).
- [7] E.R.C. Abraham and P.K. Townsend, *Nucl. Phys. B* **351**, 313 (1991).
- [8] J.R. Morris and D. Bazeia, *Phys. Rev. D* **54**, 5217 (1996); J.D. Edelstein, M.L. Trobo, F.A. Brito and D. Bazeia, *Phys. Rev. D* **57**, 7561 (1998).
- [9] G.W. Gibbons and P.K. Townsend, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1727 (1999); P.M. Saffin, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4249 (1999); H. Oda, K. Ito, M. Naganuma, and N. Sakai, *Phys. Lett. B* **471**, 140 (1999).
- [10] S.M. Carroll, S. Hellerman, and M. Trodden, *Phys. Rev. D* **61**, 065001 (2000); D. Binosi and T. ter Veldhuis, *Phys Lett. B* **476**, 124 (2000); M. Shifman and T. ter Veldhuis, *Phys. Rev. D* **62**, 065004 (2000).

-
- [11] M. Cvetič, S. Griffies, and S.-J. Rey, Nucl. Phys. B **381**, 301 (1992); M. Cvetič and H.H. Soleng, Phys. Rep. **282**, 159 (1997).
- [12] O. DeWolfe, D.Z. Freedman, S.S. Gubser, and A. Karch, Phys. Rev. D **62**, 046008 (2000).
- [13] D. Bazeia, A.S. Inácio, and L. Losano, hep-th/0111015.
- [14] J.R. Morris, Phys. Rev. D **51**, 697 (1995); **52**, 1096 (1995); Int. J. Mod. Phys. A , 1115 (1998).
- [15] D. Bazeia, R.F. Ribeiro and M.M. Santos, Phys. Rev. D **54**, 1852 (1996); F.A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. D **56**, 7869 (1997); D. Bazeia, H. Boschi-Filho, and F.A. Brito, J. High Energy Phys. **04**, 028 (1999).
- [16] S. Coleman, *Aspects of Symmetry* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1985).
- [17] R. Jackiw, *Rev. Mod. Phys.* **49**, 681 (1977).
- [18] R. Rajaraman, *Solitons and Instantons* (North-Holland, Amsterdam, 1982).
- [19] D. Walgraef, *Spatio-Temporal Pattern Formation* (Spring-Verlag, New York, 1997).
- [20] M. Kaku, *Quantum Field Theory* (Oxford University Press, New York, 1993).
- [21] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields* (Volume III Supersymmetry)(Cambridge University Press, New York, 2000).
- [22] Belot, G., forthcoming, *An Elementary Notion of Gauge Equivalence, General Relativity and Gravitation*.
- [23] E. B. Bogomol'nyi, *Sov. J. Nucl. Phys.* **24**, 449 (1976).
- [24] C. A. Almeida, D. Bazeia e L. Losano. *J. Phys A* **34**, 3351-3362(2001).

-
- [25] M. K. Prasad e C. M. Sommerfield, *Phys. Rev. Lett.* **35** 760 (1975).
- [26] H. Goldstein, *Classical Mechanics* (Second Edition: Addison-Wesley, 1980).
- [27] P.M. Morse and H. Feshbach, *Methods of Theoretical Physics* (McGraw-Hill, New York, 1953), p.1650.
- [28] R. Jackiw and C. Rebbi, *Solitons With Fermion Number 1/2*; *Phys. Rev. D* **13**, 3398 (1976). D. B. Kaplan and M. Schmaltz, *Domain Wall Fermions and the Eta Invariant*, *Phys. Lett. B* **368**, 44 (1996) [arXiv:hep-th/9510197]. J.R. Morris and D. Bazeia, *Supersymmetry Breaking and Fermi Balls* *Phys. Rev. D* **54**, 5217 (1996)[arXiv:hep-ph/9607396]. J. D. Edelstein, M. L. Trobo, F. A. Brito and D. Bazeia, *Kinks inside supersymmetric domain ribbons*, *Phys. Rev. D* **57**, 7561 (1998) [arXiv:hep-th/9707016]. K. Ito, M. Naganuma, H. Oda and N. Sakai, *Nonnormalizable zero modes on BPS junctions*, *Nucl. Phys. B* **586**, 231 (2000) [arXiv:hep-th/0004188]; D. Stojkovic, *Fermionic zero modes on domain walls*, *Phys. Rev. D* **63**, 025010 (2001) [arXiv:hep-ph/0007343]; Y. X. Liu, L. D. Zhang, L. J. Zhang and Y. S. Duan, *Fermions on Thick Branes in Background of Sine-Gordon Kinks*, arXiv:0804.4553 [hep-th].
- [29] D. Bazeia, M.J. dos Santos and R.F. Ribeiro, *Phys. Lett. A* **208**, 84 (1995).
- [30] D. Bazeia, W. Freire, L. Losano and R.F. Ribeiro, *Mod. Phys. Lett. A* **17**, 1945 (2002).
- [31] D. Bazeia and M.M. Santos, *Phys. Lett. A* **217**, 28 (1996).
- [32] D. Bazeia, R.F. Ribeiro and M.M. Santos, *Phys. Rev. D* **54**, 1852 (1996).
- [33] D. Bazeia, J.R. Nascimento, R.F. Ribeiro and D. Toledo, *J. Phys. A***30**, 8157 (1997).
- [34] D. Bazeia, J. Menezes and M.M. Santos, *Phys. Lett. B* **521**, 418 (2001).
- [35] D. Bazeia, J. Menezes and M.M. Santos, *Nucl. Phys. B* **636**, 132 (2002).

-
- [36] G. W. Gibbons and N. D. Lambert, *Domain walls and solitons in odd dimensions*, Phys. Lett. B **488**, 90 (2000)[arXiv:hep-th/0003197]. K. Skenderis and P. K. Townsend, Phys. Lett. B **468**, 46 (1999) [arXiv:hep-th/9909070]. F. Brito, M. Cvetič and S. Yoon, *From a thick to a thin supergravity domain wall*, Phys. Rev. D **64**, 064021 (2001) [arXiv:hep-ph/0105010]. D. Bazeia, F. A. Brito and J. R. S. Nascimento, *Supergravity brane worlds and tachyon potentials*, Phys. Rev. D **68**, 085007 (2003) [arXiv:hep-th/0306284]. F. A. Brito, F. F. Cruz and J. F. N. Oliveira, *Accelerating universes driven by bulk particles*, Phys. Rev. D **71**, 083516 (2005) [arXiv:hep-th/0502057].
- [37] J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity* (Princeton, Princeton, 1992).
- [38] J.D Edelman, M.L. Trobo, F.A. Brito and D. Bazeia, Phys. Rev. D **57**, 7561 (1998).
- [39] H. Nastase, M. Stephanov, P. van Nieuwenhuizen and A. Rebhan, Nucl. Phys. B **542**, 471 (1999).
- [40] N. Graham and R.L. Jaffe, Nucl. Phys. B **544**, 432 (1999).
- [41] M. Shifman, A. Vainshtein and M. Voloshin, Phys. Rev. D **59**, 045016 (1999).
- [42] R. Durrer, M. Kunz, M. Sakellariadou, Phys. Lett. B **614**,125 (2005).
- [43] A. Karch, L. Randall, Phys. Rev. Lett. **95**, 161601 (2005).
- [44] D. Bazeia, F. A. Brito and L. Losano, *Relaxing to three dimensional brane junction*, Europhys. Lett. D **76** (2006) 374 [arXiv:hep-th/0512331].
- [45] D. Bazeia, Phys. Rev. D **43**, 4074 (1991).
- [46] D. P. Jatkar and A. Khare, J. Phys. A: Math. Gen. **24** L1201, (1991).
- [47] Sílvia R. A. Salinas, *Introdução à Física Estatística*, pags. 102 e 103.

-
- [48] D. Bazeia, F. A. Brito, R. C. Fonseca, *Fermion states on domain wall junctions and the flavor number*, Trabalho submetido à publicação.
- [49] E.R.C. Abraham, P.K. Townsend, Nucl. Phys. *B351*, 313 (1991). G.W. Gibbons, P.K. Townsend, Phys. Rev. Lett. **83**, 1727 (1999); S.M. Carroll, S. Hellerman, M. Trodden, Phys. Rev. D **61**, 065001 (2000); P.M. Saffin, Phys. Rev. Lett. **83**, 4249 (1999); D. Bazeia, F.A. Brito, Phys. Rev. Lett. **84**, 1094 (2000); H. Oda, K. Ito, M. Naganuma, N. Sakai, Phys. Lett. B **471**, 140 (1999); M. Eto et. al., Phys. Rev. D **72**, 085004 (2005).
- [50] H. Goldstein, *Classical Mechanics*, Second Edition (Addison-Wesley, 1980).
- [51] Dionisio Bazeia, *Defect Structures in Field Theory*, arXiv:hep-th/0507188v2 23 Jul (2005).
- [52] E.R.C. Abraham, P.K. Townsend, Nucl. Phys. B **351**, 313 (1991). G.W. Gibbons, P.K. Townsend, Phys. Rev. Lett. **83**, 1727 (1999); S.M. Carroll, S. Hellerman, M. Trodden, Phys. Rev. D **61**, 065001 (2000); P.M. Saffin, Phys. Rev. Lett. **83**, 4249 (1999); D. Bazeia, F.A. Brito, Phys. Rev. Lett. **84**, 1094 (2000); H. Oda, K. Ito, M. Naganuma, N. Sakai, Phys. Lett. B **471**, 140 (1999); M. Eto et. al., Phys. Rev. D **72**, 085004 (2005).
- [53] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, vol. 1 (Cambridge University Press, 1995).
- [54] S. Weinberg, *The Quantum Theory of Fields*, vol. 3 (Cambridge University Press, 2000).
- [55] F.A. Brito, *Defeitos Dentro de Defeitos, Junções e Redes de Defeitos*, Tese de Doutorado, João Pessoa-PB (2000).
- [56] P. Srivastava, *Supersymmetry, Superfields and Supergravity: An Introduction* (Adam Hilger, 1986); J. Wess and J. Bagger, *Supersymmetry and Supergravity*, Second Edition (Princeton University Press, 1992).

-
- [57] F. A. Berezin, *Metod vtorichnogo kvantovaniya, The Method of Second Quantization*, Moskva Nauka, 1965 (English Translation published by Academic Press NY 1966).
- [58] L. Girardello e M. T. Grisaru, *Nucl. Phys. B* **194**, 65 (1988).
- [59] A.H. Chamseddine, R. Arnowitt e P. Nath, *Phys. Rev. Lett.* **49** (1982) 970; L. J. Hall, J. Lykken e S. Weinberg, *Phys. Rev.* **27** (1983) 2359; H. P. Nilles, *Phys. Rep.* 110 (1984) 1; P.Nath, R.Arnowitt e H.Chamseddine, *Applied N=1 Supergravity*, World Scientific, Singapore, 1984; W. de Boer, *Prog. in Part. Nucl. Phys.* **33** (1994) 201; M.Dine e A.Nelson, *Phys. Rev.* **48** (1993) 1277, *Phys. Rev.* **51** (1995) 1362; M. Dine, A. Nelson, Y. Nir e Y. Shirman, *Phys. Rev.***53** (1996) 2658; H.A. Baer et al, hep-ph/9503479; M. Drees e S.P. Martin, hep-ph/9504324; *Report of the Working Group on Electroweak Symmetry Breaking and New Physics of the 1995 DPF study of the future of particle physics in the USA*, World Scientific, Singapore; J. Amundson *et al*, hep-ph/9609374, em: *Proceedings of the 1996 DPF/DPB Summer Study on High Energy Physics, Snowmass, Colorado, 1996*, Eds. D.G. Cassel, L. Trindle Gennari, R.H. Siemann, p. **655**; A. Bartl *et al*, *ibid.*, p. **693**.
- [60] L. Randall, R. Sundrum, *Phys. Rev. Lett.* **83** (1999) 4690.
- [61] N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G. Dvali, and N Kaloper, *Infinitely Large New Dimensions*, *Phys. Rev. Lett.* **84** (2000) 586-589.
- [62] T. Padmanabhan, *Structure formation in the universe* (Cambridge University Press, 1999);
- [63] S. Weinberg, *Gravitation and Cosmology* (John Wiley & Sons, Canada, 1976);
- [64] S. M. Carroll, *Lecture Notes on General Relativity*, gr-qc/9712019 (1997);

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)