

UNIVERSIDADE FEDERAL DE OURO PRETO – ESCOLA DE MINAS
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Análise Inelástica de Segunda Ordem de Sistemas Estruturais Metálicos

AUTOR: Fernando Carlos Scheffer Machado

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ricardo Azoubel da Mota Silveira

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação do Departamento de Engenharia Civil da Escola de Minas da Universidade Federal de Ouro Preto, como parte integrante dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil, área de concentração: Estruturas Metálicas.

Ouro Preto, março de 2005.

“Tudo que é importante é simples.”

“Tudo deveria se tornar o mais simples possível, mas não simplificado.”

“Eu sou como um artista que extrai livremente de sua imaginação.
A imaginação é mais importante do que o conhecimento.
O conhecimento é limitado. A imaginação engloba o mundo.”

Albert Einstein (1879-1955)

| AGRADECIMENTOS

“Dê-me uma alavanca e um ponto de apoio, e moverei o mundo.”

Arquimedes (287 AC-217 AC)

Àqueles que foram e sempre serão meu “apoio”:

- Meu pai Ozanan Machado (*in memoriam*) e minha mãe Maria da Aparecida Scheffer Machado que sempre estiveram e sempre estarão ao meu lado.

Àqueles que foram a minha “alavanca”:

- Meu professor e orientador Ricardo Azoubel da Mota Silveira, pelo seu conhecimento, orientação e ajuda nos momentos certos;
- Minha turma: Ana Amélia, Anderson, Carol, Cereno, Cristiano, Flávio, Igor, Kátia, Paulo, pelo companheirismo;
- Ao Paulo Rocha, pelas “aulas” de português;
- A USIMINAS, Escola de Minas/UFOP e professores do DECIV;
- A Ouro Preto, bela cidade que me acolheu por estes dois anos;
- Ao mundo, pela minha existência e por fornecer todos os obstáculos que me fizeram evoluir e chegar aqui.

| RESUMO

Este trabalho traz os fundamentos para uma análise inelástica de segunda ordem em sistemas estruturais metálicos bidimensionais. As metodologias e formulações estudadas têm o objetivo de simular os efeitos da plastificação do aço de uma forma simples e eficiente. O sistema computacional oriundo deste trabalho pode ser considerado a primeira tentativa de desenvolver um programa de análise avançada de estruturas metálicas.

A primeira abordagem inelástica estudada é dividida em duas formulações baseadas no método da rótula plástica: a elasto-plástica e a plástica-refinada. A primeira utiliza as prescrições da AIC-LRFD para definir uma superfície de interação M-P, que é responsável pela capacidade resistente limite da seção transversal metálica. A segunda é considerada um refinamento da primeira, onde são utilizadas formulações específicas para simular a degradação da rigidez da seção e do módulo de elasticidade. Em ambas formulações são utilizadas as funções de estabilidade para simular o efeito da não-linearidade geométrica.

A outra abordagem inelástica implementada baseia-se no conceito da “seção montada”. Ela foi desenvolvida diretamente para a formulação plástica-refinada e utiliza uma curva de interação M-P que varia de acordo com as dimensões de cada perfil. Essa abordagem utiliza equações desacopladas de rigidez para simular os efeitos de segunda ordem. A formulação elasto-plástica é então obtida através da simplificação da plástica-refinada.

A avaliação da eficiência das formulações estudadas e implementadas é feita através da análise de vários problemas estruturais metálicos encontrados na literatura, cujos resultados são usados especificamente para validação de formulações inelásticas. Muitos desses resultados foram obtidos por métodos de comprovada precisão, como por exemplo, o método da zona plástica. No final deste trabalho são apresentadas algumas considerações adicionais envolvendo as formulações inelásticas estudadas.

| ABSTRACT

This work brings the beddings for a second-order inelastic analysis in two-dimensional structural steel frames. The methodologies and formulations studied try to simulate the steel plastification effects in a simple and efficient form. The computational system obtained of this work can be considered the first attempt to develop a program for an advanced analysis of steel structures

The first inelastic model studied is divided in two formulations, which are based on the methodology of the plastic-hinge: the elastic-plastic and the refined-plastic. The first one uses the full-yield surface given by AISC-LRFD which define the limit strength capacity of the cross-section before the complete yield. The second formulation is considered a refinement of the first one, where specific procedures are used to simulate the degradation of the stiffness of the section and the elasticity modulus. The stability functions are used in both formulations to simulate the non-linear geometric effects.

Another implemented inelastic methodology is based on "section assemblage concept". This formulation was developed directly for the refined-plastic approach and it is a more rigorous and rational method of analysis by considering the section capacity under moment and axial force via the modeling of an I and H section by three rectangular strips. This model uses detached stiffness equations to simulate second order effects. The elastic-plastic formulation is considered a simplification of the refined-plastic one.

The efficiency of the formulations studied and implemented is evaluated through the analysis of some steel structural problems found in the literature, whose results are specifically used for validation of inelastic formulations. Many of these results are given by high precision methods, as the plastic zone method. At the end of this work some considerations about the inelastic formulations studied are presented.

|SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| Resumo | V |
| Abstract | VI |
| Lista de Figuras | XI |
| Lista de Tabelas | XV |
| Lista de Símbolos | XVI |
| | |
| CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO | 01 |
| 1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS | 01 |
| 1.2 – OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO | 03 |
| 1.3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 05 |
| | |
| CAPÍTULO 2 – FUNDAMENTOS PARA UMA ANÁLISE ESTRUTURAL | |
| INELÁSTICA | 08 |
| 2.1 – INTRODUÇÃO | 08 |
| 2.2 – A DUCTILIDADE DO AÇO | 08 |
| 2.3 – RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA | 09 |
| 2.3.1 – Regime Elástico | 10 |
| 2.3.2 – Regime Elasto-Plástico | 12 |
| 2.3.3 – Fator de forma | 15 |
| 2.4 – EFEITOS DA FORÇA AXIAL | 16 |
| 2.5 – MODELAGEM DOS EFEITOS DA PLASTIFICAÇÃO DA SEÇÃO | 18 |
| 2.5.1 – O Método da Zona Plástica | 18 |
| 2.5.2 – O Método da Rótula Plástica | 20 |
| 2.4 – ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO NÃO-LINEAR | 22 |

CAPÍTULO 3 – FORMULAÇÕES INELÁSTICAS BASEADAS NA

| | |
|--|-----------|
| AISC-LRFD | 28 |
| 3.1 – INTRODUÇÃO | 28 |
| 3.2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE VIGA-COLUNA | 28 |
| 3.2.1 – Considerações Preliminares | 29 |
| 3.2.2 – Funções de Estabilidade | 30 |
| 3.2.3 – Matriz de Rigidez Tangente | 33 |
| 3.3 – MÉTODO DA RÓTULA PLÁSTICA | 38 |
| 3.3.1 – Considerações preliminares | 38 |
| 3.3.2 – Formulação Elasto-Plástica | 39 |
| 3.3.2.1 – Modificação da matriz de rigidez tangente | 41 |
| 3.3.2.2 – Considerações sobre a formulação da rótula elasto-plástica | 43 |
| 3.3.3 – Formulação Plástica-Refinada | 44 |
| 3.3.3.1 – Conceito do módulo tangente | 44 |
| 3.3.3.2 – Degradação da rigidez do elemento | 47 |
| 3.3.3.3 – Considerações adicionais para implementação computacional | 50 |

CAPÍTULO 4 – FORMULAÇÕES INELÁSTICAS BASEADAS NO

| | |
|--|-----------|
| CONCEITO DA SEÇÃO MONTADA | 51 |
| 4.1 – INTRODUÇÃO | 51 |
| 4.2 – ELEMENTO HÍBRIDO NÃO-LINEAR DE VIGA –COLUNA | 52 |
| 4.2.1 – Considerações Iniciais | 53 |
| 4.2.2 – Matriz de Rigidez | 54 |
| 4.2.3 – Relações de Equilíbrio do Elemento nas Condições Extremas de S_s | 59 |
| 4.2.3.1 – Nenhuma rótula plástica | 59 |
| 4.2.3.2 – Uma rótula plástica | 60 |
| 4.2.3.3 – Duas rótulas plásticas | 61 |
| 4.3 – FORMULAÇÃO PLÁSTICA-REFINADA | 62 |
| 4.3.1 – O Conceito da Seção Montada | 63 |
| 4.3.2 – Definição da Rigidez S_s da Mola | 66 |
| 4.4 – FORMULAÇÃO ELASTO-PLÁSTICA BASEADO NO CONCEITO | |
| DA SEÇÃO MONTADA | 68 |

| | |
|--|------------|
| CAPÍTULO 5 – O PROGRAMA COMPUTACIONAL | 70 |
| 5.1 – INTRODUÇÃO | 70 |
| 5.2 – VISÃO GERAL DO PROGRAMA | 70 |
| 5.3 – SUB-ROTINA DEFAKTS | 75 |
| 5.3.1 – Sub-rotina DEFKG1 | 76 |
| 5.3.2 – Sub-rotina DEFKG2 | 77 |
| 5.4 – SUB-ROTINA VETFI | 77 |
| 5.4.1 – Sub-rotina LOPIN1 | 78 |
| 5.4.2 – Sub-rotina LOPIN3 | 79 |
| 5.5 – SUB-ROTINA NEXTINC | 79 |
| 5.5.1 – Sub-rotinas DEFFINT e LOADPI | 81 |
| 5.5.2 – Sub-rotina LOPIN2 | 81 |
| 5.5.3 – Sub-rotina LOPIN4 | 82 |
| 5.5.4 – Sub-rotina DEFRIG2 | 83 |
| 5.6 – RETORNO DAS FORÇAS INTERNAS À CURVA DE INTERAÇÃO | 83 |
| 5.7 – ESPESSURA EQUIVALENTE DA MESA | 84 |
| | |
| CAPÍTULO 6 – EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO | 86 |
| 6.1 – INTRODUÇÃO | 86 |
| 6.1.1 – Considerações Importantes | 87 |
| 6.1.2 – Problemas Estruturais Analisados | 88 |
| 6.2 – VIGA BI-ENGASTADA | 89 |
| 6.3 – PÓRTICO SIMPLES BI-ROTULADO | 93 |
| 6.4 – PÓRTICO COM RESTRIÇÃO AO MOVIMENTO LATERAL | 96 |
| 6.5 – PÓRTICO RETANGULAR COM APOIOS DIFERENTES | 101 |
| 6.6 – PÓRTICO SIMPLES DE VOGEL | 104 |
| 6.7 – PÓRTICO TIPO GALPÃO | 108 |
| 6.8 – PÓRTICO DE DOIS ANDARES | 113 |
| 6.9 – PÓRTICO DE SEIS ANDARES | 118 |
| | |
| CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES | 125 |
| 7.1 – UM BREVE RESUMO SOBRE ESTE TRABALHO | 125 |
| 7.2 – CONSIDERAÇÕES FINAIS | 126 |

| | |
|---|-----|
| 7.2.1 – Problemas Encontrados e Possíveis Melhorias | 127 |
| 7.3 – JUSTIFICATIVAS PARA UMA ANÁLISE AVANÇADA | 128 |
| 7.4 – SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS | 129 |

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 130

APÊNDICE A – Estratégias de Incremento e Iteração 136

| | |
|---|-----|
| A.1 – ESTRATÉGIAS DE INCREMENTO DE CARGA | 136 |
| A.1.1 – Incremento Direto do Parâmetro de Carga | 137 |
| A.1.2 – Incremento do Comprimento de Arco | 137 |
| A.2 – ESTRATÉGIA DE ITERAÇÃO | 138 |

APÊNDICE B – Formulação do Elemento Finito 140

| | |
|---|-----|
| B.1 – INTRODUÇÃO | 140 |
| B.2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO NÃO-LINEAR | 140 |
| B.2.1 – Relações Deformação-Deslocamento | 143 |
| B.2.2 – Incremento da Energia Potencial Total | 146 |
| B.2.3 – Elemento Finito | 147 |
| B.2.4 – Matriz de Rigidez e Vetor das Forças Internas | 149 |

APÊNDICE C – Manual do Programa 153

| | |
|---|-----|
| C.1 – PROGRAMA ANÁLISE AVANÇADA DE ESTRUTURAS | 153 |
| C.2 – ENTRADA DE DADOS 1 | 153 |
| C.3 – ENTRADA DE DADOS 2 | 157 |
| C.4 – OBTENÇÃO DE RESULTADOS | 160 |

APÊNDICE D – Tabela de Perfis 162

| | |
|---|-----|
| D.1 – TABELAS DE PERFIS USADOS NOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO | 162 |
|---|-----|

LISTA DE FIGURAS

CAPÍTULO 1

| | |
|---|----|
| Figura 1.1 – Métodos de análise/projeto | 02 |
|---|----|

CAPÍTULO 2

| | |
|---|----|
| Figura 2.1 – Idealização elástica-perfeitamente plástica para a relação tensão deformação do aço | 09 |
| Figura 2.2 – Flexão de um segmento de viga retangular | 10 |
| Figura 2.3 – Estados de tensão e deformação de uma seção retangular sob flexão pura | 12 |
| Figura 2.4 – Relação $M-\Phi$ de uma viga retangular | 14 |
| Figura 2.5 – Curvas $M-\Phi$ reais e idealizadas para diversos tipos de seções | 16 |
| Figura 2.6 – O perfil estudado e a distribuição de tensões propostas pelo modelo | 18 |
| Figura 2.7 – Resumo das metodologias abordadas | 18 |
| Figura 2.8 – Discretização do pórtico e seção para o método da zona plástica | 19 |
| Figura 2.9 – Trajetórias de equilíbrio características dos métodos de análise inelástica | 20 |
| Figura 2.10 – Conceito da distribuição da plastificação em cada metodologia | 21 |
| Figura 2.11 – Solução para um incremento de carga | 26 |
| Figura 2.12 – Algoritmo de solução não-linear | 26 |
| Figura 2.13 – Fluxograma da metodologia de solução não-linear | 27 |

CAPÍTULO 3

| | |
|---|----|
| Figura 3.1 – Elemento de viga coluna proposto | 29 |
| Figura 3.2 – Elemento de viga-coluna com momentos de extremidade e força axial | 30 |
| Figura 3.3 – Deslocamentos global e local de um elemento de viga-coluna | 34 |
| Figura 3.4 – Sistemas de forças equivalentes | 35 |

| | |
|--|----|
| Figura 3.5 – Superfície de interação da seção transversal | 40 |
| Figura 3.6 – Possibilidades de ocorrência de rótula plástica | 41 |
| Figura 3.7 – Redução da rigidez inelástica para o efeito da carga axial | 45 |
| Figura 3.8 – Relação força-deformação axial | 47 |
| Figura 3.9 – Curvas de degradação de rigidez à flexão para a formulação da rótula plástica-refinada | 48 |
| Figura 3.10 – Tipos de redução de rigidez | 49 |

CAPÍTULO 4

| | |
|--|----|
| Figura 4.1 – Elemento híbrido | 53 |
| Figura 4.2 – Transformações de sistemas | 56 |
| Figura 4.3 – O perfil estudado e a distribuição de tensões propostas pelo modelo | 63 |
| Figura 4.4 – Superfície de interação do perfil HEB 220 obtida pela presente teoria | 64 |
| Figura 4.5 – Distribuição da tensão residual nos perfis do tipo H (coluna) e I (viga) | 65 |
| Figura 4.6 – Imperfeições iniciais sugeridas pela ECCS (1983) | 66 |

CAPÍTULO 5

| | |
|---|----|
| Figura 5.1 – Visão geral esquemática do programa | 71 |
| Figura 5.2 – Procedimentos para as análises linear e não-linear | 72 |
| Figura 5.3 – Ciclo iterativo de N-R | 74 |
| Figura 5.4 – Algoritmo da sub-rotina MATRIG | 75 |
| Figura 5.5 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG1 | 76 |
| Figura 5.6 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG2 | 77 |
| Figura 5.7 – Algoritmo da sub-rotina VETFI | 78 |
| Figura 5.8 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN2 | 78 |
| Figura 5.9 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN4 | 79 |
| Figura 5.10 – Algoritmo da sub-rotina NEXTINC | 80 |
| Figura 5.11 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN2 | 81 |
| Figura 5.12 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN4 | 82 |
| Figura 5.13 – Retorno das forças internas à curva de interação | 84 |

CAPÍTULO 6

| | |
|---|-----|
| Figura 6.1 – Problemas estruturais analisados | 88 |
| Figura 6.2 – Viga bi-engastada e modelo de EF adotado | 89 |
| Figura 6.3 – Trajetória de equilíbrio para as análises elasto-plásticas | 91 |
| Figura 6.4 – Trajetória de equilíbrio para as análises plástica-refinadas | 91 |
| Figura 6.5 – Comportamento M-P nos elementos da estrutura | 92 |
| Figura 6.6 – Pórtico simples bi-rotulado e malha de EF utilizada | 93 |
| Figura 6.7 – Curvas força-deslocamento: análise pós-crítica elasto-plástica | 94 |
| Figura 6.8 – Curvas força-deslocamento: análise pós-crítica plástica-refinada | 94 |
| Figura 6.9 – Pórticos com restrição ao movimento lateral | 96 |
| Figura 6.10 – Malha de EF e imperfeição geométrica utilizadas | 96 |
| Figura 6.11 – Diagramas de momento e carga axial dos pórticos | 97 |
| Figura 6.12 – Variação das forças internas nas colunas e viga | 99 |
| Figura 6.13 – Trajetórias de equilíbrio dos pórticos: análise plástica-refinada | 100 |
| Figura 6.14 – Pórtico retangular com apoios diferentes | 101 |
| Figura 6.15 – Malha de EF utilizada | 102 |
| Figura 6.16 – Trajetória de equilíbrio para a análise elasto-plástica | 103 |
| Figura 6.17 – Trajetória de equilíbrio para a análise plástica-refinada | 103 |
| Figura 6.18 – Pórtico simples de Vogel e malha de EF utilizada | 104 |
| Figura 6.19 – Trajetória de equilíbrio: análise elasto-plástica | 105 |
| Figura 6.20 – Trajetória de equilíbrio: análise plástica-refinada | 105 |
| Figura 6.21 – Diagrama de momentos e forças axiais limites | 106 |
| Figura 6.22 – Pórtico tipo galpão | 108 |
| Figura 6.23 – Malha de EF utilizada | 109 |
| Figura 6.24 – Curva carga-deslocamento: análise elasto-plástica | 110 |
| Figura 6.25 – Curva carga-deslocamento: análise plástica-refinada | 110 |
| Figura 6.26 – Curva carga-deslocamento: análise elasto-plástica | 111 |
| Figura 6.27 – Curva carga-deslocamento: análise plástica-refinada | 111 |
| Figura 6.28 – Diagramas de momentos e de forças axiais no instante do colapso da estrutura | 112 |
| Figura 6.29 – Pórtico de dois andares com bases rotuladas e engastadas | 113 |
| Figura 6.30 – Malha de EF utilizada | 114 |

| | |
|---|-----|
| Figura 6.31 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de bases rotuladas | 115 |
| Figura 6.32 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de bases engastadas | 115 |
| Figura 6.33 – Trajetórias de equilíbrio pós-crítica do pórtico de bases rotuladas: análise plástica-refinada pela técnica do comprimento de arco | 116 |
| Figura 6.34 – Trajetórias de equilíbrio elástica e inelástica do pórtico de bases rotuladas | 117 |
| Figura 6.35 – Trajetórias de equilíbrio elástica e inelástica do pórtico de bases engastadas | 117 |
| Figura 6.36 – Pórtico de seis andares | 118 |
| Figura 6.37 – Malha de EF e forma de carregamentos adotados | 119 |
| Figura 6.38 – Pontos de formação de rótulas | 120 |
| Figura 6.39 – Diagramas de forças axiais e momentos no instante de colapso da estrutura | 121 |
| Figura 6.40 – Deslocamento do nó 75: análise elasto-plástica | 122 |
| Figura 6.41 – Deslocamento do nó 75: análise plástica-refinada | 123 |
| Figura 6.42 – Deslocamento do nó 51: análise plástica-refinada | 123 |
| Figura 6.43 – Deslocamento do nó 75: análise elástica e inelástica | 124 |

APÊNDICE B

| | |
|---|-----|
| Figura B.1 – Referencial Lagrangiano total (RLT) | 142 |
| Figura B.2 – Referencial Lagrangiano atualizado (RLA) | 142 |
| Figura B.3 – Deformação inicial: configuração de equilíbrio t | 145 |
| Figura B.4 – Elemento de viga-coluna adotado | 148 |
| Figura B.5 – Cálculo das forças internas | 152 |

APÊNDICE C

| | |
|---|-----|
| Figura C.1 – Exemplo de arquivo de dados 1ados | 154 |
| Figura C.2 – Problema estrutural referente ao arquivo | 154 |
| Figura C.3 – Exemplo de arquivo de dados 2 | 157 |
| Figura C.4 – Exemplo de relatório de saída | 161 |

| LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2

| | |
|---|----|
| Tabela 2.1 – Fator de forma de várias seções transversais | 15 |
|---|----|

CAPÍTULO 6

| | |
|---|-----|
| Tabela 6.1 – Resumo das formulações utilizadas | 86 |
| Tabela 6.2 – Cargas de ocorrência de rótulas: análises elasto-plásticas | 90 |
| Tabela 6.3 – Cargas de ocorrência de rótulas: análises plástica-refinadas | 90 |
| Tabela 6.4 – Cargas limites adimensionalizadas para a formulação elasto-plástica | 95 |
| Tabela 6.5 – Cargas limites adimensionalizadas para a formulação plástica-refinada .. | 95 |
| Tabela 6.6 – Forças internas normalizadas nos elementos: pórtico engastado | 98 |
| Tabela 6.7 – Forças internas normalizadas nos elementos: pórtico rotulado | 98 |
| Tabela 6.8 – Fatores de carga críticos para a formulação elasto-plástica | 102 |
| Tabela 6.9 – Fatores de carga críticos para a formulação plástica-refinada | 102 |
| Tabela 6.10 – Fatores de carga limites para a formulação elasto-plástica | 106 |
| Tabela 6.11 – Fatores de carga limites para a formulação plástica-refinada | 106 |
| Tabela 6.12 – Fatores de carga limites para a formulação elasto-plástica | 109 |
| Tabela 6.13 – Fatores de carga limites para a formulação plástica-refinada | 109 |
| Tabela 6.14 – Carga crítica para o pórtico (a) com bases rotuladas | 114 |
| Tabela 6.15 – Carga crítica para o pórtico (b) com bases engastadas | 114 |
| Tabela 6.16 – Fatores de carga crítica para a formulação plástica-refinada | 122 |

APÊNDICE C

| | |
|---|-----|
| Tabela C.1 – Montagem do arquivo de dados 1 | 155 |
| Tabela C.2 – Montagem do arquivo de dados 2 | 158 |

APÊNDICE D

| | |
|--|-----|
| Tabela D.1 – Tabela de perfis utilizados | 163 |
|--|-----|

| LISTA DE SÍMBOLOS

Gregos:

| | |
|--|---|
| α | Parâmetro estado-energia da seção. |
| δM_{pr} | Varição do momento plástico reduzido. |
| $\delta \mathbf{u}, \delta \lambda$ | Vetor residual de deslocamentos e fator residual de carga. |
| Δe | Deslocamento axial incremental do elemento. |
| $\Delta \mathbf{f}, \Delta \mathbf{d}$ | Vetores incrementais de força e deslocamento. |
| Δl | Restrição incremental imposta pela estratégia de comprimento de arco. |
| $\Delta \mathbf{u}, \Delta \lambda$ | Vetor incremental de deslocamentos e fator incremental de carga. |
| $\Delta \theta_A, \Delta \theta_B$ | Rotações incrementais nas extremidades do elemento. |
| ε | Deformação específica. |
| Φ | Curvatura ou rotação relativa entre duas seções por unidade de comprimento. |
| λ | Parâmetro de carga proporcional ou fator de carga da estrutura. |
| σ | Tensão específica. |
| $\sigma_y, \varepsilon_y, \Phi_y$ | Tensão, deformação e curvatura de escoamento. |
| θ | Rotação de um ponto qualquer do elemento. |
| ϕ | Fator de degradação da rigidez da seção. |
| ψ_0 | Imperfeição inicial no prumo ou alinhamento da estrutura. |

Romanos:

| | |
|-------|---|
| E | Módulo de Young ou de elasticidade do material. |
| E_t | Módulo tangente de colunas. |
| f | Fator de forma da seção. |

| | |
|------------------------------|--|
| $\mathbf{f}_c, \mathbf{d}_c$ | Vetores de forças e de deslocamentos nodais do elemento no sistema de forças básicas ou corrotacional. |
| $\mathbf{f}_g, \mathbf{d}_g$ | Vetores de forças e de deslocamentos nodais do elemento no sistema global de coordenadas. |
| \mathbf{F}_i | Vetor das forças internas da estrutura. |
| $\mathbf{f}_l, \mathbf{d}_l$ | Vetores de forças e de deslocamentos nodais do elemento no sistema local de coordenadas. |
| \mathbf{F}_r | Vetor de forças de referência. |
| M_A, M_B | Momentos fletores nas extremidades A e B do elemento. |
| EI | Rigidez à flexão da viga. |
| \mathbf{g} | Gradiente de forças residuais ou vetor de forças desequilibradas. |
| \mathbf{K} | Matriz de rigidez representativa do sistema estrutural. |
| \mathbf{k}_c | Matriz de rigidez do elemento no sistema corrotacional. |
| \mathbf{k}_{ch} | Matriz de rigidez do elemento no sistema corrotacional modificada pela presença de rótulas. |
| \mathbf{K}_e | Matriz de rigidez do elemento no sistema básico de forças. |
| \mathbf{k}_g | Matriz de rigidez do elemento no sistema global. |
| M, P | Momento fletor e carga axial. |
| M_{er} | Momento reduzido de início de escoamento. |
| M_p | Momento fletor de plastificação da seção. |
| M_{pr} | Momento fletor de plastificação reduzido da seção. |
| M_y | Momento fletor de escoamento da seção ou incipiente. |
| \mathbf{N} | Matriz de translação. |
| P_y | Carga axial de escoamento. |
| r | Raio de flexão de uma viga. |
| \mathbf{R} | Matriz de rotação do sistema global para o local. |
| S_1, S_2 | Parâmetros de estabilidade da seção. |
| S_s | Rigidez do elemento mola. |
| \mathbf{T} | Matriz de transformação do sistema local para o básico de forças. |
| \mathbf{T}_{cg} | Matriz de transformação do sistema global para o corrotacional. |
| \mathbf{u} | Deslocamentos dos pontos nodais da estrutura. |
| W | Módulo elástico da seção. |
| Z | Módulo plástico da seção. |

1. INTRODUÇÃO

1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

A proposta da análise estrutural é determinar as tensões, deformações, forças atuantes, solicitações resultantes e deslocamentos para uma dada estrutura sob determinadas condições de contorno e carregamento. Para o projeto/dimensionamento estrutural, a proposta é definir os membros do sistema que apresentem uma melhor capacidade de atender às solicitações encontradas na análise estrutural, tanto nos quesitos resistência e estabilidade como no de economia.

As pesquisas nessa área da engenharia civil tendem a buscar a melhor forma de interagir a análise e o projeto estrutural, que ainda são tratados de forma um pouco separada. Outra tendência dos pesquisadores é, aproveitando os avanços na informática, utilizar metodologias mais precisas, que fornecem resultados mais realistas, evitando demasiadas simplificações no processo de análise/projeto.

Atualmente, as metodologias de análise/projeto estrutural passam por uma mudança de paradigmas, onde as análises lineares (com adaptações para consideração de efeitos não-lineares) estão sendo substituídas progressivamente por análises não-lineares (segunda ordem, inelásticas, ligações semi-rígidas, etc.). As diversas normas de projeto, nacional e internacionais (AISC-LRFD, 1986, 1994; AS4100, 1990; BS5950, 1990; CSA, 1994; ECS3, 1990; NBR8800, 1986, 2003), mesmo que sugerindo o uso de análises não-lineares, ainda separam a análise do projeto estrutural. No caso das estruturas metálicas, esse tipo de inconsistência fica evidente no uso do fator de comprimento efetivo, K , para a checagem da capacidade resistente dos membros e como forma de estabelecer uma interação entre o sistema estrutural e seus membros. Como a

definição desse fator depende diretamente do sistema estrutural adotado e de seu comportamento durante o carregamento, exigira um profundo conhecimento, por parte do projetista, para que não ocorram confusões e origem imprecisões.

Pode-se afirmar, entretanto, que o comportamento (resistência e estabilidade) do sistema estrutural e de seus membros são interdependentes e os métodos de projeto usuais, adotados pelas normas de projeto, consideram essa interdependência de forma inconsistente e com aproximações. São feitas análises elásticas de segunda ordem e os resultados obtidos são aplicados em equações de interação que consideram a plastificação, isso demonstra uma mistura de conceitos que deveria ser evitada. Esse fato, juntamente com a evolução dos recursos computacionais, exige então que uma nova metodologia de análise/projeto seja adotada. A Fig. 1.1 apresenta uma nova filosofia de análise/projeto proposta por vários pesquisadores (Chen e Sohal, 1995; Chen e Kim, 1997; Chan e Chui, 2000).

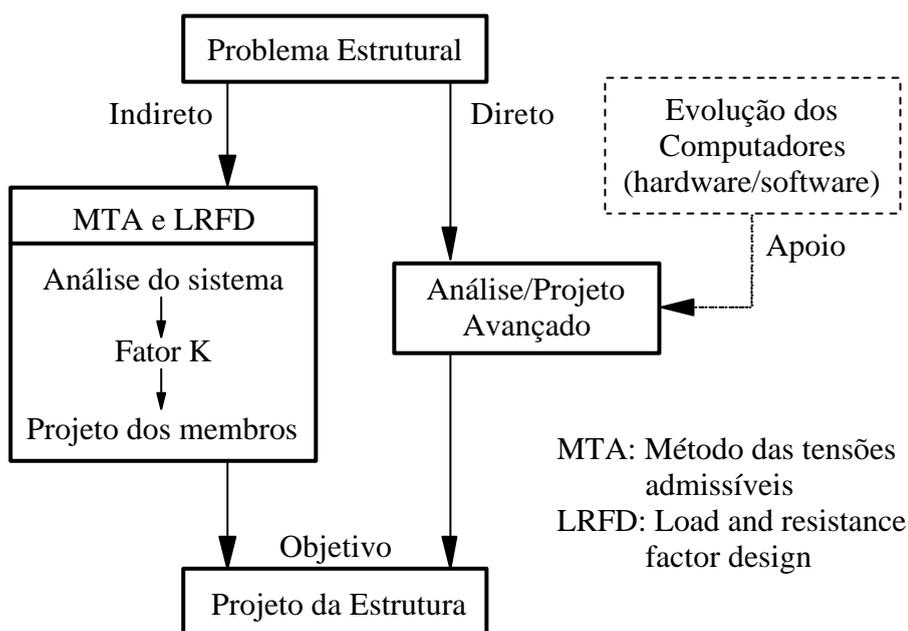


Figura 1.1 – Métodos de análise/projeto (Chen e Kim, 1997).

Esses pesquisadores afirmam que a análise separada da estrutura e dos membros apresenta inconsistências e sugerem a adoção de metodologias de análise/projeto que considerem efeitos de segunda ordem, da inelasticidade do aço, da semi-rigidez das conexões, e que ainda atendam às curvas de interação M-P e demais especificações das normas de projeto. Essa metodologia é chamada aqui de **Análise Avançada** e será

tratada como tal por este trabalho. A idéia básica consiste então em introduzir no modelo numérico e nas formulações a serem adotadas todos os fatores considerados relevantes na análise da estrutura, e que permitem ao calculista fazer o dimensionamento seguro do sistema estruturado em aço.

A não-linearidade geométrica, também chamada de efeitos de segunda ordem, é responsável por considerar os efeitos $P-\Delta$ e $P-\delta$, isto é, os efeitos oriundos das deformação da estrutura, à medida que é carregada. É uma importante fonte de não-linearidade no problema estrutural e que exige formulações numéricas adequadas para sua consideração.

A não-linearidade física, que é causada principalmente pelas características mecânicas dos materiais utilizados na construção civil, abrange dois efeitos importantes: a inelasticidade da seção e a semi-rigidez das conexões. A inelasticidade, ou consideração da plastificação, representa a característica da seção que perde rigidez à medida que parte do seu material constituinte entra em escoamento. Esse efeito se torna importante quando o membro estrutural deve resistir a momentos fletores e sua rigidez se altera à medida que as forças internas se modificam (aumentam).

A consideração da semi-rigidez das conexões em aço é representada usualmente por funções momento-rotação que simulam o comportamento da ligação durante o processo de carregamento. A introdução da flexibilidade da conexão na análise evita a simplificação comum, entre os projetistas, de se considerar a ligação como simplesmente rotulada ou completamente rígida.

A princípio, as especificações de normas de projeto que um programa de análise estrutural avançada devem incluir são as seguintes: consideração da curva de interação M-P, tensões residuais e imperfeições geométricas. Essa dissertação tem como propósito então introduzir essas especificações numa base computacional já existente como será discutido mais claramente na próxima seção.

1.2 – OBJETIVOS E ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO

O presente trabalho é oriundo do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da UFOP (PROPEC/Deciv/EM), com ênfase em Estruturas Metálicas, e se enquadra na interface das seguintes linhas de pesquisa:

- **Mecânica Computacional:** que objetiva a aplicação de métodos numéricos na determinação de respostas de sistemas de engenharia;
- **Comportamento e Dimensionamento de Estruturas Metálicas:** que visa estudar isoladamente ou em conjunto o comportamento das diversas partes de uma estrutura metálica.

A presente dissertação pode ser considerada a primeira tentativa de obter um programa de análise avançada de estruturas metálicas. Para isso, serão propostas e implementadas novas formulações numa base computacional já existente. O objetivo é habilitar essa base a realizar análises inelásticas de segunda ordem.

A base computacional existente foi inicialmente desenvolvida por Silveira (1995) para análise da estabilidade de colunas, arcos e anéis com restrições unilaterais de contato. Posteriormente, o sistema computacional foi expandido por Galvão (2000), que inseriu várias formulações geometricamente não-lineares de elementos de pórtico e Rocha (2000), que implementou algumas estratégias de solução não-linear que permitem o traçado completo das trajetórias de equilíbrio. Pinheiro (2003) se concentrou no estudo e implementação de elementos finitos não-lineares para modelagem de sistemas estruturais treçados 2D e 3D, e de pórticos planos com ligações semi-rígidas. Recentemente, Galvão (2004) obteve a resposta não-linear, estática e dinâmica (análise de vibração e transiente), de sistemas estruturais reticulados planos com ligações rígidas e semi-rígidas.

A metodologia adotada aqui para a análise inelástica de sistemas estruturais metálicos será a da rótula plástica, com suas formulações elasto-plástica e plástica-refinada. Tomou-se então como referências básicas os trabalhos de Liew (1992; Liew et al. 1993a e b) e Chan e Chui (1997, 2000), que serão mais bem detalhados na próxima seção.

Posto isso, procurou-se organizar este trabalho da forma mais didática possível. A Seção 1.3, onde será visto um compêndio dos trabalhos relacionados com o tema desta dissertação, encerra este primeiro capítulo.

O Capítulo 2 apresenta uma explanação geral sobre o comportamento inelástico do aço e sobre o problema não-linear a ser resolvido, discutindo estratégias e metodologias para sua solução.

As primeiras formulações envolvendo o método da rótula plástica são apresentadas no Capítulo 3. Essas formulações, que são baseadas na AISC-LRFD

(1986), foram desenvolvidas a partir dos trabalhos de Liew (1992; Liew et al., 1993a) que tratam de um elemento de viga-coluna que tem sua relação de equilíbrio modificada tanto pelos efeitos de segunda ordem como pelos efeitos inelásticos da seção metálica.

Em seguida, no Capítulo 4, são apresentadas formulações desenvolvidas por Chan e Chui (1997; 2000), que se baseiam no conceito de “seção montada”. Define-se um elemento finito híbrido que permite a formação de rótulas plásticas em suas extremidades, alterando assim sua relação de equilíbrio, como na formulação do Capítulo 3.

No Capítulo 5 são descritos os procedimentos adotados para implementar computacionalmente as formulações inelásticas dos capítulos anteriores. Ênfase é então direcionada aos pontos de intervenção deste trabalho.

Para testar e validar as formulações e implementações realizadas são apresentados os exemplos numéricos no Capítulo 6. Problemas estruturais encontrados na literatura, com resultados confiáveis (testes experimentais ou usando formulações numéricas avançadas) são comparados com aqueles obtidos através do sistema computacional desenvolvido nesta dissertação.

Finalmente, no Capítulo 7, são apresentadas as conclusões sobre o uso dessas formulações, metodologias e implementações, bem como algumas sugestões para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

1.3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Dentro do assunto alvo deste trabalho procurou-se inicialmente estudar as diversas metodologias de análise inelástica existentes na literatura e assim situar de forma adequada o tema proposto dentro das alternativas disponíveis.

A primeira busca resultou numa lista de metodologias de solução inelástica, que poderiam ser divididas em dois grupos, a saber: aquelas que usam o conceito da zona plástica e as que usam o conceito da rótula plástica.

O primeiro grupo (zona plástica) pode ainda ser dividido em três abordagens, que se distinguem pelo tipo do elemento finito usado. A primeira abordagem envolve o uso de elementos finitos tridimensional de casca formando não só o membro estrutural mas também a seção transversal (Chen e Kim, 1997); já a segunda abordagem consiste em

discretizar tanto o elemento estrutural quanto a seção transversal em pequenos elementos de viga-coluna fazendo com que o elemento estrutural se apresente como um feixe de fibras curtas no formato da seção transversal do perfil analisado (Vogel, 1985; Ziemian, 1990; Torkamani e Sonmez, 2001; Kim e Lee, 2002); a última abordagem, chamada de método simplificado, usa relações momento-curvatura-força axial ($M-\Phi-P$) para substituir parte da discretização (Li e Lui, 1995).

Os resultados fornecidos pelas abordagens que usam o conceito da zona plástica, por serem bastante precisos, foram tratados por Chan e Chui (2000) e Liew et al. (1993a e b) como soluções de comparação e validação de suas próprias metodologias.

Para o estudo do segundo grupo, formado por variantes da metodologia da rótula plástica, que é objeto deste trabalho, buscou-se uma base bibliográfica bastante ampla, além dos trabalhos de Liew (1992; Liew et al., 1993a) e Chan e Chui (1997, 2000). Esses pesquisadores trabalharam basicamente com duas abordagens inelásticas: a elasto-plástica e a plástica-refinada. Em ambas, o conceito básico se resume em criar um elemento de viga-coluna que tem sua relação de equilíbrio modificada à medida que a estrutura é carregada, simulando assim a formação de rótulas em suas extremidades.

Em sua tese de doutorado, Liew (1992; Liew et al., 1993a e b) desenvolveu um programa de análise de estruturas metálicas que leva em consideração o efeito de diversas não-linearidades, tais como a geométrica, a da semi-rigidez das conexões e da inelasticidade. Como já mencionado, foram realizadas dois tipos de análise inelástica: a elasto-plástica e a plástica-refinada. As formulações inelásticas de segunda ordem desenvolvidas por Liew se baseiam em considerações da norma AISC-LRFD (1986) e no emprego das funções de estabilidade.

Chan e Chui (1997, 2000) também desenvolveram um programa computacional semelhante ao de Liew, mas procurando aprimorar o anterior. Suas formulações inelásticas se baseiam no conceito da “seção montada” desenvolvido a partir da norma britânica (BS5950, 1990). Os resultados apresentados se mostraram menos conservativos que os obtidos pela formulação de Liew. Outra diferença está na consideração dos efeitos de segunda ordem, que é feita por equações desacopladas e consideradas mais eficientes que as funções de estabilidade (Yang e Kuo, 1994; Galvão, 2000).

Outro pesquisador que merece destaque é o W. F. Chen, que juntamente com seus orientados, produziu diversas publicações relevantes sobre o tema desta dissertação

(White e Chen, 1993; Chen e Toma, 1994; Chen e Sohal, 1995; Chen et al., 1996; Chen e Kim, 1997).

Mais recentemente, outros trabalhos também trataram de variantes do tema em questão, tais como: Ochoa (2001), que estudou diferentes formas de carregamento da estrutura; Liew et al. (2000b), que discute estratégias para análise de pórticos espaciais; Liew e Tang (2000) discutem o uso de perfis tubulares; Kim et al. (2000) fazem considerações envolvendo as tensões reversas; Zhou e Chan (2004) desenvolveram um EF que permite formação de apenas uma rótula plástica; já em Chan e Zhou (2004) é proposto um elemento que permite a formação de três rótulas; e Liew et al. (2000a) discutem a importância da análise avançada como ferramenta para o engenheiro projetista.

Por fim, vale enfatizar que, no Brasil, a análise inelástica de sistemas estruturais metálicos tem despertado interesse de grandes centros de pesquisa e várias dissertações e teses já foram concluídas envolvendo o tema (Velasco, 1987; Vieira, 1997; Martins, 1999; Landesmann, 1999, 2003; Carneiro, 2000; Assaid, 2001; Soares, 2002; Lazanha, 2003; Santos, 2004).

2.

FUNDAMENTOS PARA UMA ANÁLISE ESTRUTURAL INELÁSTICA

2.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo tem a finalidade de fornecer a base teórica necessária para o entendimento do comportamento inelástico do aço.

A primeira parte (Seções 2.2 a 2.4) traz uma apresentação detalhada dos conceitos físicos necessários à compreensão do efeito de plastificação (Timoshenko e Gere, 1984; Chen e Han, 1988; Ghali e Neville, 1989; Chen e Sohal, 1995; Chan e Chui, 2000).

Na segunda parte deste capítulo (Seções 2.5 até 2.7) faz-se uma explanação sobre o problema não-linear oriundo da análise inelástica e discute estratégias e metodologias para sua solução.

2.2 - A DUCTILIDADE DO AÇO

A ductilidade pode ser definida como a capacidade de um material suportar grandes deformações sem perder muita resistência. Essa característica do aço é a principal responsável pelo processo de redistribuição das forças/momentos numa determinada seção de um elemento estrutural.

A relação tensão-deformação de uma dada seção metálica tenta representar o comportamento do aço diante da existência da tensão, inclusive quando atinge a plastificação. Por motivo de simplificação, esse comportamento é representado por um gráfico, como ilustrado na Fig. 2.1, constituído por duas linhas retas, uma caracterizando o comportamento **elástico** e a outra o **perfeitamente plástico**.

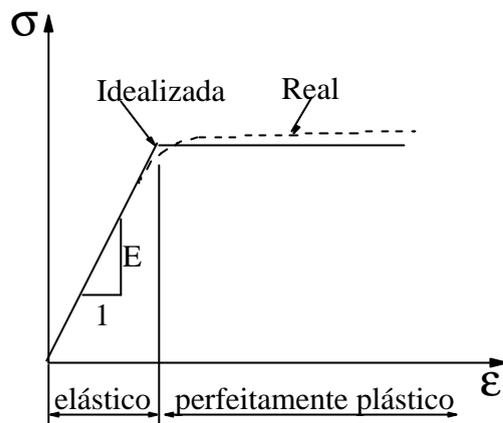


Figura 2.1 - Idealização elástica-perfeitamente plástica para a relação tensão deformação do aço.

Em vigas, a redistribuição de tensões causadas por momentos se apresenta como se a seção fosse formada por fibras. As fibras mais tensionadas (fibras externas em relação à superfície neutra) que atingiram a tensão de escoamento assumem o comportamento plástico enquanto as outras mantêm o comportamento elástico. Essa região onde existe material em escoamento é chamada de **zona plástica**. Com o aumento do carregamento, mais fibras se plastificam, e esse processo continua até que toda a seção esteja plastificada. A seção totalmente plastificada se comporta como uma rótula (**rótula plástica**), e o **mecanismo de colapso** aparecerá quando um número suficiente de rótulas plásticas for formado.

2.3 - RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA

A informação básica necessária em qualquer cálculo envolvendo comportamento plástico e esforços em elementos estruturais é a relação entre o valor do momento fletor aplicado (M) e o ângulo de rotação relativa (θ) dos extremos de um seguimento de viga (ver Fig. 2.2). O ganho em capacidade de carga de uma viga devido a plastificação depende dessa relação momento-curvatura, que por sua vez depende da forma da seção transversal (Chen e Sohal, 1985).

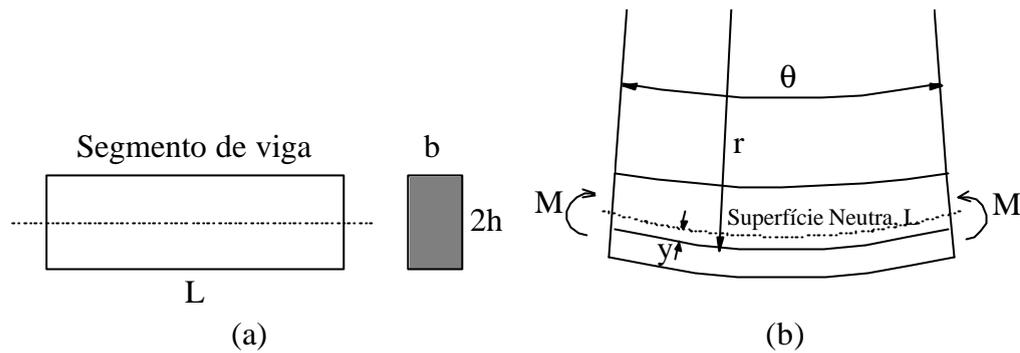


Figura 2.2 - Flexão de um segmento de viga retangular.

2.3.1 - Regime Elástico

Considere um segmento de viga retangular de um material elástico-perfeitamente plástico com comprimento L , largura b e altura $2h$, como mostrado na Fig. 2.2. Quando submetido a um momento fletor M em seus extremos, o segmento fletirá em um arco com raio r e com um ângulo central θ , que pode ser obtido por:

$$\theta = \frac{L}{r} \quad (2.1)$$

A curvatura Φ , ou rotação relativa entre duas seções por unidade de comprimento, é expressa por:

$$\Phi = \frac{\theta}{L} = \frac{1}{L} \left(\frac{L}{r} \right) = \frac{1}{r} \quad (2.2)$$

Assumindo que depois de fletido o plano da seção continua plano e perpendicular às fibras e a deformação por cortante desprezível, então o comprimento de uma fibra longitudinal distante de y da linha neutra é $(r+y)\theta$, e a deformação axial na fibra é proporcional a distância y da linha neutra da seguinte forma:

$$\epsilon = \frac{(r+y)\theta - L}{L} = \Phi y = \frac{1}{r} y \quad (2.3)$$

A relação momento-curvatura ($M-\Phi$) pode então ser obtida combinando-se a equação de compatibilidade (2.3) com as relações tensão-deformação dadas a seguir e com as equações de equilíbrio, também fornecidas a seguir. A relação tensão-deformação (idealizada), mostrada na Fig. 2.3, pode ser escrita como:

$$s = Ee \quad \text{para: } e < e_y \quad (2.4a)$$

$$s = s_y \quad \text{para: } e = e_y \quad (2.4b)$$

onde ϵ_y é a deformação axial de escoamento e E é o módulo de elasticidade ou de Young.

As duas equações de equilíbrio necessárias na derivação da relação momento-curvatura são:

$$P = \int_A s dA = 0 \quad (2.5)$$

$$M = \int_A s y dA \quad (2.6)$$

A Equação (2.5) é usada para localizar a linha neutra da seção. A linha neutra de uma seção retangular, devido a sua simetria, passa pelo centróide tanto no regime elástico como no elasto-plástico. A Eq. (2.6) é usada para obter a capacidade de resistência a momento da seção, para uma dada distribuição de tensão.

Quando todas as fibras de um segmento estão no regime elástico ($\epsilon < \epsilon_y$), a distribuição de tensão na seção é linear, como mostrado na Fig. 2.3. A relação momento-curvatura nesse regime é igualmente linear e pode ser obtida substituindo σ na Eq. (2.6) pela Eq. (2.4a) e em seguida substituindo o valor de ϵ dado pela Eq. (2.3), ou seja:

$$M = E \int_A e y dA = EF \int_A y^2 dA = EIF \quad (2.7)$$

na qual I é o momento de inércia da seção.

A tensão nas fibras aumenta proporcionalmente ao aumento no valor do momento. O seguimento começa a escoar quando a tensão axial nas fibras extremas alcançam a tensão de escoamento σ_y . A curvatura correspondente ao início do escoamento pode ser escrito da Eq. (2.3) como:

$$F_y = \frac{\epsilon_y}{h} \quad (2.8)$$

onde $2h$ é a altura da seção.

O momento de escoamento pode então ser obtido da Eq. (2.7) da seguinte forma:

$$M_y = EI\Phi_y = E\epsilon_y \frac{I}{h} = \sigma_y \left(\frac{2bh^2}{3} \right) = \sigma_y W = \sigma_y \frac{I}{h} \quad (2.9)$$

onde W é o **módulo elástico** (ou módulo resistente) da seção.

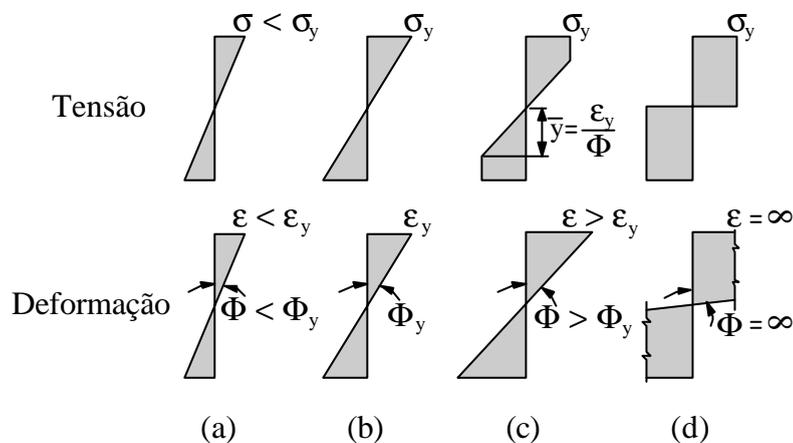


Figura 2.3 - Estados de tensão e deformação de uma seção retangular sob flexão pura.

2.3.2 - Regime Elasto-Plástico

Baseando-se ainda na Fig. 2.3, observa-se que um aumento adicional no momento resultará na plastificação da seção. As fibras que escoaram continuam a suportar a tensão constante de escoamento σ_y , enquanto as fibras mais interiores, menos

tensionadas (e no regime elástico), recebem uma tensão adicional induzida pelo aumento do momento (Fig. 2.3c). Aqui, as fibras mais externas da seção têm sua deformação duplicada. Nenhum aumento na tensão máxima acompanha o aumento na deformação; o que ocorre é que a região de fibras sob tensão de escoamento aumenta na direção da linha neutra. Aumentos adicionais na deformação das fibras externas correspondem diretamente a um aumento da curvatura, mas só produzirá uma penetração da tensão constante de escoamento no interior da seção. Esse processo continua até que todas as fibras tenham escoado (Fig. 2.3d). Durante o processo de plastificação, a seção está num regime elasto-plástico (parcialmente elástico e parcialmente plástico). A zona de transição entre as porções elástica e plástica é dada por:

$$\bar{y} = \frac{e_y}{F} \quad (2.10)$$

onde \bar{y} é melhor definido na Fig. (2.3c). O momento atuante na seção nesse regime é obtido da Eq. (2.6) substituindo $\sigma = E\varepsilon = E\Phi y$ pela porção elástica e $\sigma = \sigma_y$ pela porção plástica, da seguinte forma:

$$M = \int_{A_e} EF y^2 dA + \int_{A_p} s_y y dA \quad (2.11)$$

na qual A_e e A_p são, respectivamente, as áreas das porções elástica e plástica da seção. Substituindo $dA = bdy$ na equação anterior, chega-se a:

$$M = \int_0^{\bar{y}} EF y^2 bdy + 2 \int_{\bar{y}}^h s_y y bdy \quad (2.12)$$

ou, como resultado da integração:

$$M = 2EF b \frac{\bar{y}^3}{3} + 2s_y \frac{b}{2} (h^2 - \bar{y}^2) \quad (2.13)$$

Substituindo na equação anterior o valor de \bar{y} dado pela Eq. (2.10) e ε_y pelo resultado da Eq. (2.8), além de $\sigma_y = E \varepsilon_y$, chega-se à seguinte equação para o momento elasto-plástico de uma seção retangular:

$$M = \frac{3}{2} M_y \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{\Phi_y}{\Phi} \right)^2 \right] \quad (2.14)$$

onde M_y é o momento de escoamento da seção dada pela Eq. (2.9). Note que Φ_y/Φ é igual a \bar{y}/h . A relação momento-curvatura da Eq. (2.14) é mostrada na Fig. 2.4. O momento de plastificação total (M_p) da seção corresponde a $\Phi = 0$ ou $\Phi_y/\Phi = 0$, ou seja:

$$M = 1,5 M_y = s_y Z \quad (2.15)$$

na qual Z corresponde ao **Módulo Plástico** da seção ($Z = 1,5W$).

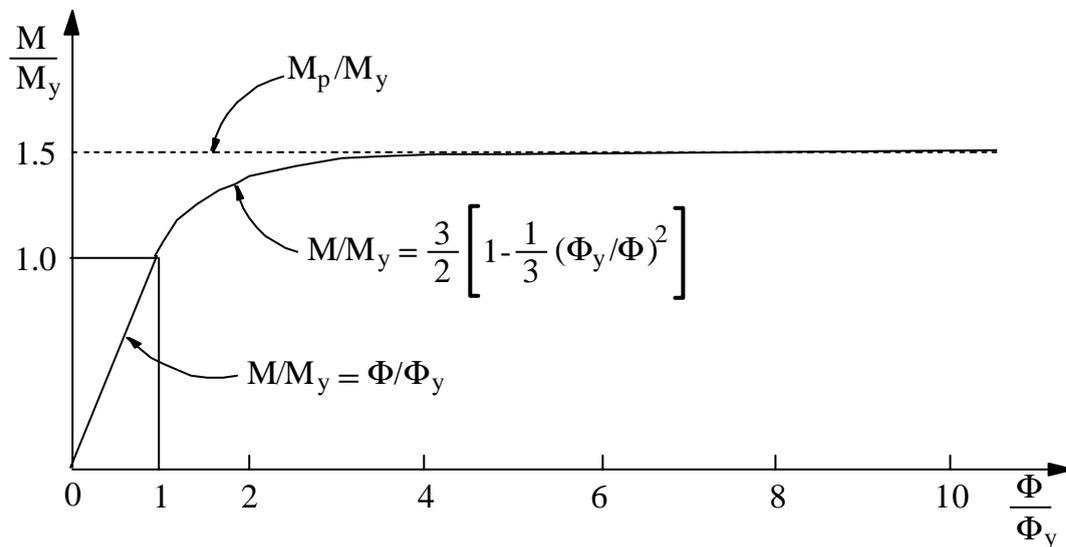


Figura 2.4 - Relação M - Φ de uma viga retangular (Chen e Sohal, 1995).

Seguindo os mesmos procedimentos utilizados para uma seção retangular, pode-se obter, analogamente, as seguintes expressões do momento escoamento, curvatura escoamento e momento de plastificação para uma seção do tipo I:

$$M_y = \frac{2}{3} \sigma_y (h - t_f)^3 \left(\frac{t_w}{h} \right) + \sigma_y \left(\frac{t_f^2}{h} \right) b \left(h - \frac{t_f}{3} \right) + \sigma_y (h - t_f) \left(\frac{b}{h} \right) (2h - t_f) t_f \quad (2.16)$$

$$\Phi_y = \frac{\varepsilon_y}{h} = \frac{\sigma_y}{Eh} \quad (2.17)$$

$$M_p = \sigma_y b t_f (2h - t_f) + \sigma_y t_w (h - t_f)^2 \quad (2.18)$$

onde b é a largura da mesa do perfil, t_f é a espessura da mesa, t_w é a espessura da alma e h é igual a metade da altura total do perfil (Chen e Sohal, 1995).

2.3.3 - Fator de forma

É chamada de **fator de forma** de uma seção a relação existente entre os módulos plástico e elástico, isto é:

$$f = \frac{M_p}{M_y} = \frac{s_y Z}{s_y W} = \frac{Z}{W} \quad (2.19)$$

Tabela 2.1 - Fator de forma de várias seções transversais.

| Forma da seção transversal | Fator de forma |
|----------------------------|----------------|
| Triângulo isósceles | 2,32 |
| Diamante | 2,00 |
| Barra redonda | 1,70 |
| Retângulo | 1,50 |
| Tubo circular | 1,27 |
| Mesas largas | 1,14 |
| Perfil I - idealizado | 1,00 |

Trata-se de um bom indicador do potencial de ganho de resistência de uma seção quando analisada no processo de plastificação. Esse fator é maior para seções com massa concentrada próxima do centróide da seção e menor para seções com massa concentrada longe do centróide, que é o caso dos perfis I. Para esses perfis o fator de

forma varia de 1,10 a 1,18. A Tab. 2.1 fornece os fatores de forma para algumas seções. A Fig. 2.5 apresenta a relação $M-\Phi$ para alguns tipos de seções da Tab. 2.1.

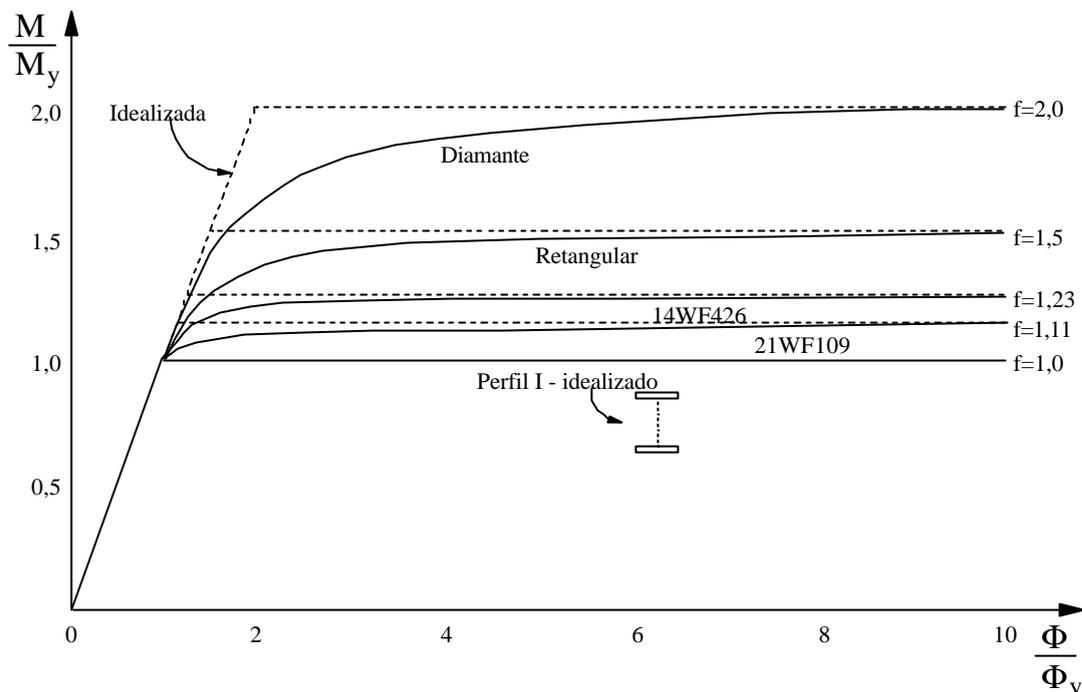


Figura 2.5 - Curvas $M-\Phi$ reais e idealizadas para diversos tipos de seções.

2.4 - EFEITOS DA FORÇA AXIAL

A aplicação de força axial numa dada seção transversal resulta em uma tensão uniforme sobre toda a seção. A adição do momento fletor nessa seção produz uma variação linear da tensão quando na fase elástica. A plastificação de uma seção sob ação simultânea de momento fletor e força axial ocorrerá da mesma maneira como já apresentado neste capítulo, mas de forma "desequilibrada", isto é, a força axial se responsabilizará pela plastificação de uma parte da seção, enquanto o momento plastificará o resto da seção.

Dessa forma, pode-se afirmar que a presença de força axial reduz a capacidade de plastificação da seção. Em outras palavras, o momento de plastificação deverá ser reduzido à medida que a carga axial aplicada na seção for aumentada. O momento de plastificação reduzido é definido por M_{pr} e para sua dedução existem diversas funções

propostas pela literatura (Chen e Sohal, 1995; Chan e Chui, 2000). Essas funções são normalmente chamadas de **superfícies de interação**, ou curvas de resistência da seção.

A AISC-LRFD (1986), por exemplo, propõe uma superfície de interação dada por uma equação bi-linear formada pelas seguintes expressões:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{8}{9} \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} \geq 0,2 \quad (2.20a)$$

$$\frac{P}{2P_y} + \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} < 0,2 \quad (2.20b)$$

Essas expressões foram usadas pela formulação inelástica de segunda ordem desenvolvida por Liew (1992) e serão melhor discutidas no Capítulo 3.

Outra proposta de superfície de interação é a que é usada por Chan e Chui (1997), e segue as prescrições da norma britânica BS5950 (1990). As expressões usadas por Chan e Chui são baseadas nas dimensões do perfil, como mostrado na Fig. 2.6, e podem ser vistas a seguir:

$$? = \frac{P}{2s_y t} \quad \text{para } ? \leq \frac{d}{2} \quad (2.21a)$$

$$? = \frac{(P - s_y t d)}{2Bs_y} \quad \text{para } \frac{d}{2} < ? \leq \frac{d}{2} + T \quad (2.21b)$$

$$M_{pr} = \left[BT(D - T) + \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - ?^2 \right) t \right] s_y \quad \text{para } ? \leq \frac{d}{2} \quad (2.22a)$$

$$M_{pr} = \left[\left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - ?^2 \right) Bs_y \right] \quad \text{para } \frac{d}{2} < ? \leq \frac{d}{2} + T \quad (2.22b)$$

Essas expressões serão utilizadas nas formulações inelásticas apresentadas no Capítulo 4.

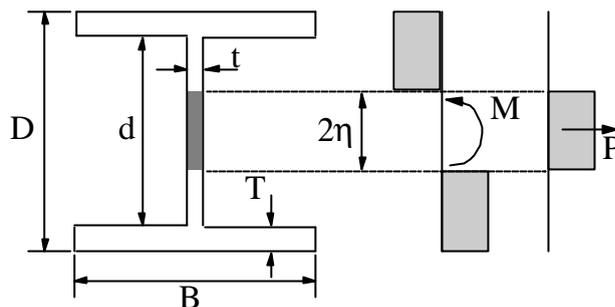


Figura 2.6 – O perfil estudado e a distribuição de tensões propostas pelo modelo.

2.5 - MODELAGEM DOS EFEITOS DA PLASTIFICAÇÃO DA SEÇÃO

Como o objetivo principal deste trabalho é buscar uma forma computacional de simular os efeitos da plastificação da seção metálica, faz-se necessário conhecer as metodologias numéricas normalmente utilizadas para tal fim. Basicamente, existem duas abordagens numéricas: o método da Zona Plástica e o método da Rótula Plástica. A Fig. 2.7 apresenta graficamente os métodos a serem apresentados nas próximas seções.

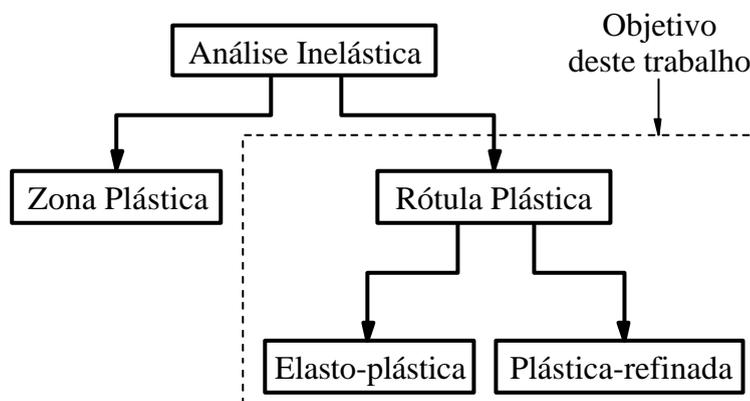


Figura 2.7 – Resumo das metodologias abordadas.

2.5.1 - O Método da Zona Plástica

Trata-se de um método de solução inelástica bastante preciso. Ele consiste basicamente em discretizar tanto o membro estrutural (viga, coluna) quanto a seção

transversal em pequenos elementos, como mostrado na Fig. 2.8. O elemento estrutural se apresenta como um feixe de fibras curtas no formato da seção transversal do perfil analisado. Atributos físicos como imperfeições e tensões residuais podem ser estimadas e consideradas diretamente.

Análises feitas com essa estratégia numérica são tratadas como soluções exatas, dada a precisão oferecida por este método. Entretanto, esse procedimento tem um alto custo computacional, tanto de memória quanto de processamento. Dessa forma esse método é aceito somente para simulação de estruturas simples e é normalmente usado para comparação (*benchmark solutions*) na calibração de problemas e validação de resultados obtidos através de outros métodos (Chan e Chui, 2000).

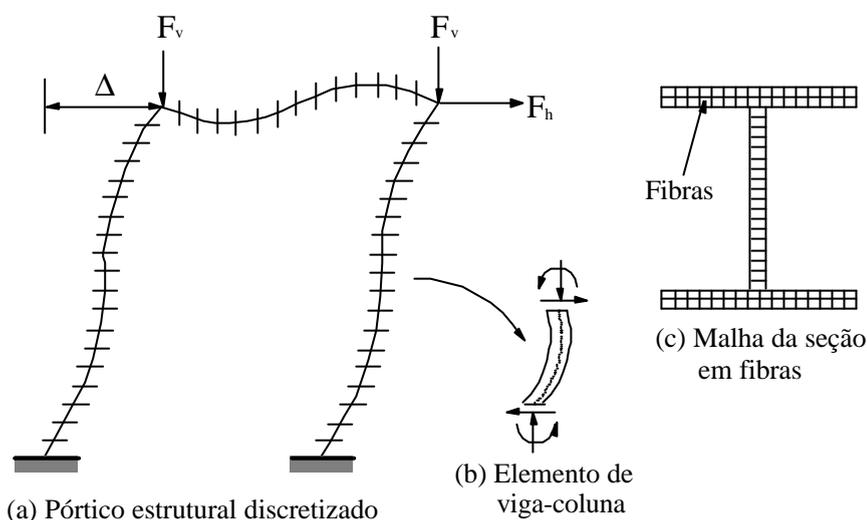


Figura 2.8 - Discretização do pórtico e seção para o método da zona plástica.

Para reduzir os custos computacionais desse método, alguns pesquisadores, tais como Li e Lui (1995), propuseram algumas simplificações. Um exemplo é o uso de relações momento-curvatura-força axial ($M-\Phi-P$) para substituir a discretização à medida que a seção transversal se deforma. Porém essas simplificações acabam por aproximar esse método do seguinte a ser exposto.

2.5.2 – O Método da Rótula Plástica

De acordo com Ziemian (1993), essa estratégia de solução inelástica é muito mais eficiente computacionalmente que o anterior. Tem sido muito utilizado como alternativa ao primeiro, uma vez que seus resultados têm se mostrado satisfatórios dentro do nível de exatidão exigida pela análise avançada de estruturas (Chan e Chui, 2000).

A proposta básica do método está na idealização de um elemento finito que permita a ocorrência de rótulas plásticas em seus pontos nodais. Na verdade, a ocorrência da rótula plástica tem apenas a função de representar simbolicamente as mudanças que se operam na matriz de rigidez do elemento em questão. Essas mudanças são respostas aos efeitos de plastificação de determinados pontos nodais do elemento estrutural e seguem leis de ocorrência de acordo com a formulação que as regem.

Basicamente, existem duas formulações para o método da rótula plástica: a da rótula elasto-plástica e da rótula plástica-refinada. Na primeira formulação a seção metálica assume apenas dois comportamentos: perfeitamente elástico, quando as forças internas estão aquém da capacidade limite da seção, e perfeitamente plástico, quando esse limite é atingido. A segunda formulação permite uma degradação da rigidez da seção à medida que as forças internas se aproximam da capacidade limite da seção.

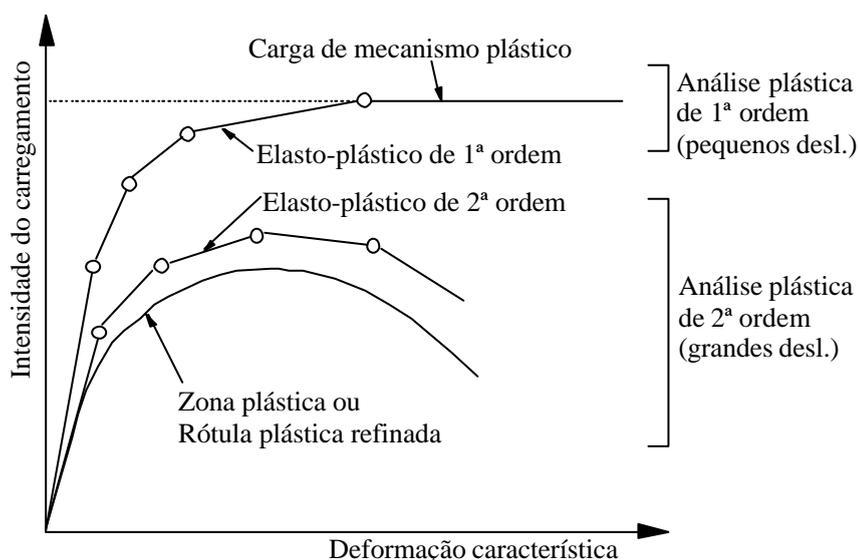


Figura 2.9 – Trajetórias de equilíbrio características dos métodos de análise inelástica (Chen e Kim, 1997).

Uma comparação das curvas carga-deslocamento obtidas por esses métodos pode ser vista, de forma aproximada, na Fig. 2.9. Nela pode-se perceber que os métodos de primeira ordem e o método elasto-plástico de segunda ordem possuem uma discordância não conservativa em relação aos métodos da zona plástica e da rótula plástica-refinada. Esse fato é originado pela não consideração, nos primeiros métodos, de efeitos causados pelas fontes de não-linearidades físicas.

A Figura 2.10 apresenta, de forma esquemática, uma das principais diferenças dessas metodologias. Nela é demonstrada o conceito da distribuição da plastificação, responsável por simular a degradação da rigidez do membro estrutural à medida que ele se plastifica.

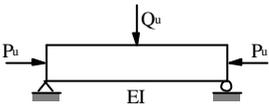
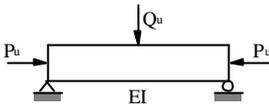
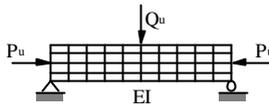
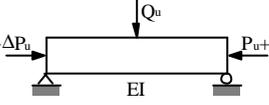
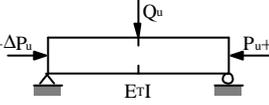
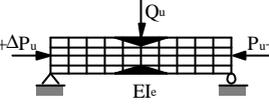
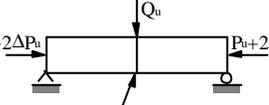
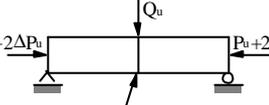
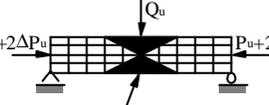
| Método da Rótula Elasto-Plástica | Método da Rótula Plástica Refinada | Método da Zona Plástica |
|--|---|---|
|  <p>Totalmente Elástico</p> |  <p>Totalmente Elástico</p> |  <p>Totalmente Elástico</p> |
|  <p>Nenhum Escoamento Gradual</p> |  <p>Escoamento Gradual</p> |  <p>Escoamento Gradual</p> |
|  <p>Rótula Plástica</p> |  <p>Rótula Plástica</p> |  <p>Zona Plástica</p> |

Figura 2.10 – Conceito da distribuição da plastificação em cada metodologia (Chen e Kim, 1997).

A simulação da rótula plástica será mais bem detalhada neste trabalho, precisamente nos Capítulos 3 e 4, onde serão apresentadas algumas formulações inelásticas.

Via de regra, as formulações para análise inelástica de segunda ordem de estruturas levam em conta duas fontes de não-linearidades: a geométrica e a física.

Quando o equilíbrio do sistema é obtido baseando-se na sua geometria deformada, a análise é normalmente chamada de análise de segunda ordem. Assim, as formulações

devem avaliar a influência da configuração deformada no comportamento do sistema, ou seja, os efeitos $P-\Delta$ (do sistema estrutural) e $P-\delta$ (de cada elemento).

No caso da não-linearidade física, existem dois fatores básicos: a semi-rigidez das ligações e o efeito da plastificação do aço. Neste trabalho serão estudados apenas os efeitos decorrentes da plastificação da seção. Quando esses efeitos são somados aos da não-linearidade geométrica tem-se então caracterizada uma análise inelástica de segunda ordem.

A partir dessas considerações percebe-se que a análise de um dado sistema estrutural está relacionada diretamente com a solução de um problema não-linear, e que, portanto, os processos de cálculo usuais, normalmente lineares e elásticos, não são adequados à solução do problema que se pretende obter. A seguir será abordado como será tratado o problema não-linear a ser resolvido.

2.4 – ESTRATÉGIA DE SOLUÇÃO NÃO-LINEAR

O problema estrutural não-linear pode ser altamente susceptível à forma como o carregamento é aplicado ao sistema, isto é, a estrutura pode apresentar uma trajetória de equilíbrio que invariavelmente possui caminhos primários e secundários. Metodologias eficientes de solução de sistemas não-lineares devem ser capazes de percorrer todos os caminhos de equilíbrio de sistemas estruturais, identificando e passando por todos os pontos singulares ou críticos (pontos limites de carga e de deslocamento e/ou pontos de bifurcação) que possam existir. Para isso, as estratégias mais eficientes adotam um processo incremental-iterativo de solução.

O processo incremental consiste em carregar a estrutura de forma gradual até que se atinja a carga crítica. Para isso são usados incrementos de carga, ou **passos de carga**, com intensidades adequadas, que vão se somando e alterando a configuração inicial da estrutura. Dessa forma, à medida que um passo de carga é aplicado, são obtidas respostas da estrutura, que serão usadas para atualizar sua configuração e a partir daí ser aplicado o próximo passo de carga. Diversas estratégias de incremento de carga podem ser vistas em Crisfield (1991) e Rocha (2000). O processo iterativo é responsável por tentar corrigir a solução incremental, isto é, obter o equilíbrio entre forças internas e externas.

De um modo geral, e no contexto do método dos elementos finitos, a condição de equilíbrio de um sistema estrutural com características não-lineares pode ser expresso da seguinte forma:

$$\mathbf{F}_i(\mathbf{u}) = \lambda \mathbf{F}_r \quad (2.23)$$

onde, \mathbf{F}_i é vetor das forças internas da estrutura, função dos deslocamentos dos pontos nodais da estrutura \mathbf{u} , e λ é o parâmetro de carregamento proporcional. Esse parâmetro de carga é responsável pelo escalonamento de \mathbf{F}_r , que é um vetor de forças de referência e de magnitude arbitrária, ou seja, apenas a sua direção é importante.

Para se obter as diversas configurações de equilíbrio do sistema e assim poder traçar a chamada trajetória não-linear de equilíbrio, deve-se resolver a Eq. (2.23) de forma incremental. Isso significa que, para uma seqüência de incrementos do parâmetro de carga $\Delta\lambda_1, \Delta\lambda_2, \Delta\lambda_3, \dots$, deve ser calculada uma seqüência de incrementos de deslocamentos nodais $\Delta\mathbf{u}_1, \Delta\mathbf{u}_2, \Delta\mathbf{u}_3, \dots$. Entretanto, como \mathbf{F}_i é uma função não-linear dos deslocamentos, a solução estimada do problema (solução predita: $\Delta\lambda^0$ e $\Delta\mathbf{u}^0$), para cada passo de carga, não deve satisfazer *a priori* a equação anterior. Como conseqüência, defini-se uma força residual \mathbf{g} , ou também chamada força desequilibrada, dada por:

$$\mathbf{g} = \lambda\mathbf{F}_r - \mathbf{F}_i(\mathbf{u}) \quad (2.24)$$

que deve ser aplicada novamente ao sistema estrutural. Os vários algoritmos existentes, que utilizam a abordagem incremental-iterativa, apresentam como passo fundamental a avaliação dessas forças residuais, em particular das forças internas da estrutura. Dessa forma, uma nova estimativa para os deslocamentos é gerada pela relação:

$$\mathbf{K} \delta\mathbf{u} = \mathbf{g} \quad (2.25)$$

onde \mathbf{K} é a matriz de rigidez representativa do sistema estrutural e $\delta\mathbf{u}$ é o vetor de deslocamentos residuais, ou seja, é o valor estimado para se corrigir o incremento de deslocamentos da solução predita $\Delta\mathbf{u}$.

Em vários trabalhos (Crisfield, 1991) essa estimativa da correção de $\Delta \mathbf{u}$ não é obtida de uma maneira direta através da solução de (2.25). Nesses os deslocamentos residuais são definidos como a soma de duas componentes, ou seja:

$$\delta \mathbf{u} = \delta \mathbf{u}_g + \delta \lambda \delta \mathbf{u}_r \quad (2.26)$$

onde $\delta \lambda$ é um parâmetro que, a fim de tornar mais eficiente o processo de correção, deve ser avaliado no ciclo iterativo para também “corrigir” o incremento de carga; $\delta \mathbf{u}_g$ e $\delta \mathbf{u}_r$ são obtidos através das relações: $\delta \mathbf{u}_g = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{g}$ e $\delta \mathbf{u}_r = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}_r$. Observe que esses vetores de deslocamentos podem ser obtidos de forma imediata, pois \mathbf{K} , \mathbf{g} e \mathbf{F}_r são conhecidos. A definição de $\delta \lambda$ em (2.26) vai depender de uma equação de restrição a ser imposta adicionalmente ao problema não-linear.

Uma das estratégias usada nesse trabalho para se chegar ao valor de $\delta \lambda$ é baseada no emprego da técnica denominada *comprimento de arco constante* (Crisfield, 1991; Rocha, 2000; Apêndice A), que consiste em adicionar à Eq. (2.23) a seguinte restrição:

$$\Delta \mathbf{u}^T \Delta \mathbf{u} + \Delta \lambda^2 \mathbf{F}_r^T \mathbf{F}_r = \Delta l^2 \quad (2.27)$$

onde Δl é o comprimento de arco da trajetória de equilíbrio. A adição de (2.27) ao sistema permite que se faça ajuste no parâmetro de carga λ durante o ciclo iterativo, e dessa forma ultrapassar possíveis pontos críticos existentes nos caminhos primários e secundários.

Após a realização de uma série de iterações que leve o resíduo a ser tão pequeno quanto se queira, e isso é feito através de algum critério de convergência (Apêndice A), um novo estado de equilíbrio é estabelecido. A iteração representada pelo superescrito k deve, portanto, fornecer os sub-incrementos (ou correções) $\delta \lambda^k$ e $\delta \mathbf{u}^k$, e após essa iteração os incrementos de carga e deslocamento são novamente avaliados fazendo:

$$\Delta \lambda^k = \Delta \lambda^{(k-1)} + \delta \lambda^k \quad \text{e} \quad \Delta \mathbf{u}^k = \Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}^k \quad (2.28)$$

Num contexto computacional, é vantajoso introduzir a equação de restrição seguindo as duas etapas de solução apresentadas a seguir:

1. a partir da última configuração de equilíbrio da estrutura, é selecionado um incremento de carga, definido aqui como incremento inicial do parâmetro de carga $\Delta\lambda^0$, procurando satisfazer alguma equação de restrição imposta ao problema (Eq. (2.27), por exemplo). Após a seleção de $\Delta\lambda^0$, determina-se o incremento inicial dos deslocamentos nodais $\Delta\mathbf{u}^0$ através da equação:

$$\Delta\mathbf{u}^0 = \Delta\lambda^0 \delta\mathbf{u}_r \quad (2.29)$$

sendo $\delta\mathbf{u}_r = \mathbf{K}^{-1}\mathbf{F}_r$ o vetor dos deslocamentos tangenciais. As aproximações $\Delta\lambda^0$ e $\Delta\mathbf{u}^0$ caracterizam a chamada **solução incremental predita**;

2. na segunda etapa de solução, procura-se, através de iterações do tipo Newton, corrigir a solução incremental inicialmente proposta na etapa anterior, com o intuito de restaurar o equilíbrio da estrutura o mais rápido possível. Se as iterações realizadas envolvem não só os deslocamentos \mathbf{u} , mas também o parâmetro de carga λ , então uma equação adicional de restrição é requerida. A forma dessa equação de restrição é o que distingue as várias técnicas de solução (ver Apêndice A).

A Figura 2.11 fornece um esquema de solução incremental-iterativa para o sistema com um grau de liberdade, onde os parâmetros de carga e o deslocamento são atualizados seguindo a restrição de comprimento de arco cilíndrico (Crisfield, 1991).

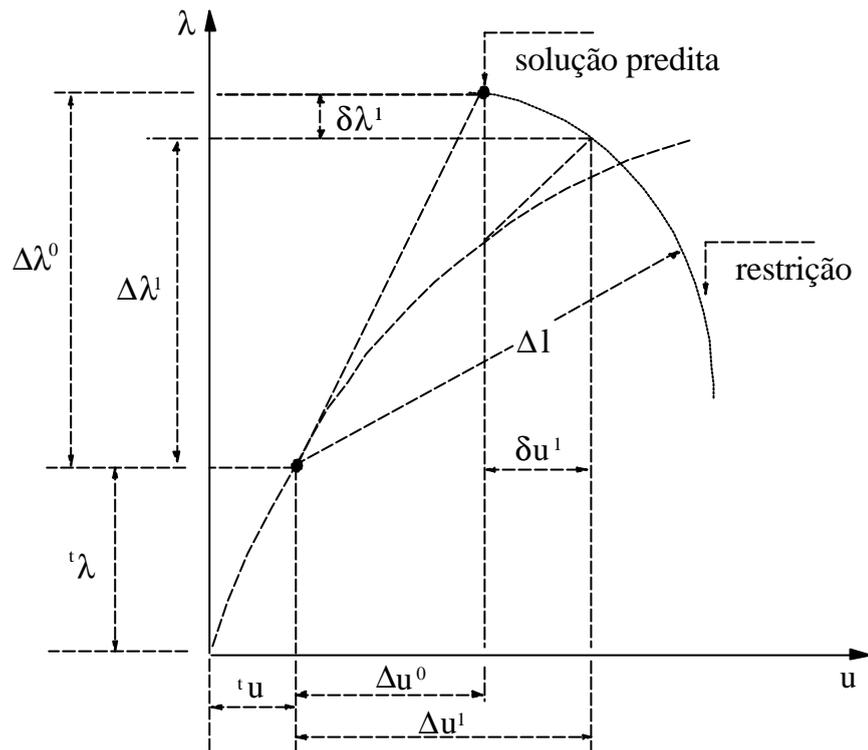


Figura 2.11 – Solução para um incremento de carga.

A seguir, com o propósito de fornecer um resumo dos procedimentos computacionais utilizados neste trabalho, são mostrados nas Figs. 2.11 e 2.12 os passos básicos envolvidos na implementação da metodologia de solução não-linear adotada.

1. Configuração inicial: $t_{\mathbf{u}}$ e t_{λ}
2. Define a solução predita: $\Delta\lambda^0$ e $\Delta\mathbf{u}^0$
3. Iterações: $k = 1, 2, \dots, I_{\text{máx}}$
4. Verifica a convergência: $\zeta_1 = \frac{\|\mathbf{g}^{(k-1)}\|}{\|\Delta\lambda^{(k-1)} \mathbf{F}_r\|} \leq \zeta$?
 - Sim:** para o ciclo de iterações, segue para o passo 7;
 - Não:** calcula $\delta\mathbf{u}^k = \delta\mathbf{u}_g^k + \delta\lambda^k \delta\mathbf{u}_r^k$
5. Atualiza as variáveis:
 - i. incrementais: $\Delta\lambda^k = \Delta\lambda^{(k-1)} + \delta\lambda^k$ e $\Delta\mathbf{u}^k = \Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}^k$
 - ii. totais: ${}^{t+\Delta t}\lambda^k = t_{\lambda} + \Delta\lambda^k$ e ${}^{t+\Delta t}\mathbf{u}^k = t_{\mathbf{u}} + \Delta\mathbf{u}^k$
6. Retorna ao passo 3
7. Faz novo incremento de carga e recomeça o processo

Figura 2.12 – Algoritmo de solução não-linear.

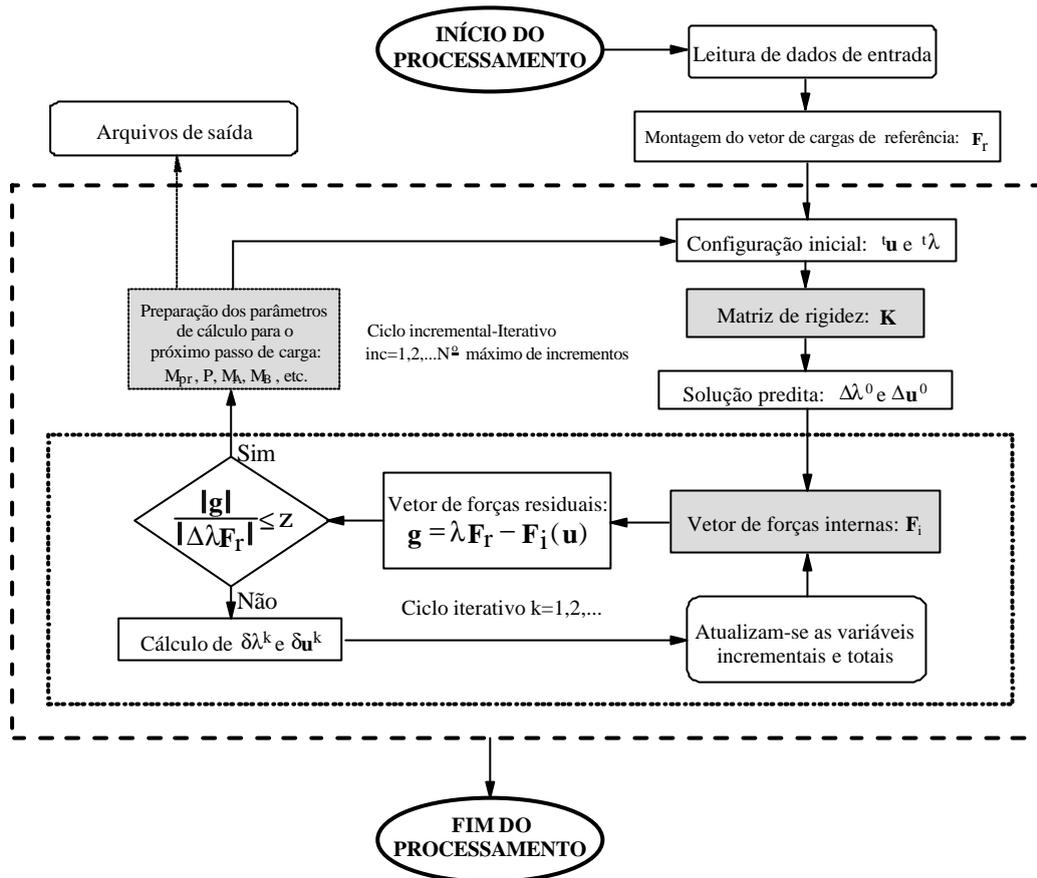


Figura 2.13 – Fluxograma da metodologia de solução não-linear.

Este trabalho tem como proposta, então, baseando-se no fluxograma apresentado na Fig. 2.12 e nas formulações inelásticas a serem apresentadas nos Capítulos 3 e 4, mostrar como a matriz de rigidez \mathbf{K} e o vetor das forças internas \mathbf{F}_i são calculados e implementados (Capítulo 5).

Esses procedimentos dependerão, também, do cálculo de outros parâmetros que são utilizados pelas formulações inelásticas. Assim, ao final de cada passo de carga, depois de constatada a convergência, são obtidos os momentos plásticos reduzidos (M_{pr}), o vetor de forças básicas de cada elemento (M_A , M_B e P), os coeficientes de rigidez da seção (S_i ou ϕ_i), etc.

Na Figura 2.12 pode-se perceber que os pontos destacados são aqueles onde haverá interveniência direta por parte deste trabalho, além daqueles outros relacionados à aquisição de dados e saída de resultados. Mais detalhes sobre a implementação são fornecidos no Capítulo 5.

3.

FORMULAÇÕES INELÁSTICAS BASEADAS NA AISC-LRFD

3.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo irá apresentar as primeiras formulações a serem utilizadas neste trabalho. Elas foram desenvolvidas por Liew (1992), em sua tese de doutorado, e podem ser consideradas como uma alternativa viável em relação ao método da zona plástica em termos de simplicidade, economia de processamento e precisão. A metodologia de rótula plástica desenvolvida por ele se divide em duas formulações: a primeira alia as prescrições da AISC-LRFD (1986) a uma formulação de segunda ordem de forma simplificada e a segunda complementa a primeira introduzindo conceitos de distribuição da plastificação no elemento finito.

Este capítulo apresenta então a formulação do elemento de viga-coluna proposto para que se possa simular os efeitos decorrentes da não-linearidade geométrica. A seguir, na Seção 3.3, é discriminada a metodologia da rótula plástica com suas duas formulações: a elasto-plástica e a plástica-refinada.

Mais detalhes sobre essas formulações podem ser encontrados nos trabalhos de Liew et al. (1993a), White e Chen (1993), Chen e Toma (1994), Chen e Sohal (1995), Chen e Kim (1997).

3.2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE VIGA-COLUNA

Primeiramente é importante definir uma formulação adequada para o elemento finito (Fig. 3.1) que será usado para a análise inelástica proposta. Esse elemento deve ser capaz de simular os efeitos de segunda ordem, tais como os $P-\delta$ e $P-\Delta$. Para isso será

abordado o conceito das funções de estabilidade, que são responsáveis por essa simulação. Antes, entretanto, algumas considerações sobre o elemento devem ser feitas com intuito de simplificar o modelo, evitando assim aspectos mais complicados.

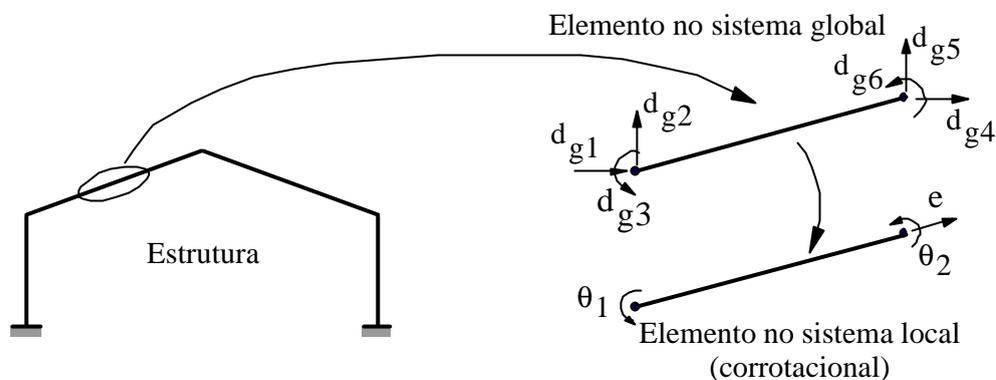


Figura 3.1 – Elemento de viga-coluna proposto.

3.2.1 – Considerações Preliminares

Para a correta modelagem do elemento de viga-coluna a ser adotado é necessário fazer algumas considerações, ou seja:

- todos elementos são inicialmente retos e prismáticos. A seção transversal permanece plana após a deformação do elemento;
- todos membros da seção transversal são compactos, de forma que os efeitos de flambagem local são insignificantes;
- todos os membros da estrutura são suficientemente contraventados de forma que flambagem lateral ou torcional não influencia a resposta do membro antes do colapso;
- tensões e deformações do membro são assumidas pequenas, mas grandes deslocamentos de corpo rígido são permitidos;
- as forças de cisalhamento são suficientemente pequenas de forma que os efeitos de deformação por cortante podem ser desprezados;
- encurtamento axial devido à curvatura oriunda de flexão no membro é desprezado.

As considerações de geometria e deformação feitas são válidas para a análise da grande totalidade dos sistemas estruturais em aço mais comuns na construção civil. Embora as estruturas de aço possam suportar grandes deslocamentos de corpo rígido, a deformação de cada membro, em relação a seu comprimento na configuração deformada, permanecerá pequena desde que as seções de aço compactas demonstrem alta rigidez à flexão.

3.2.2 – Funções de Estabilidade

A Figura 3.2a mostra um membro de viga-coluna sujeito a momentos de extremidade M_A e M_B , e a uma força axial P . Usando o diagrama de corpo livre de um segmento de viga-coluna de comprimento x , como mostrado na Fig. 3.1b, a seguinte equação de equilíbrio pode ser derivada:

$$\frac{d^2 y}{dx^2} + \rho^2 y = \frac{M_A + M_B}{LEI} x - \frac{M_A}{EI} \quad (3.1)$$

onde E é o módulo de elasticidade, I é o momento de inércia, L é o comprimento indeformado do elemento, $\rho^2 = P/EI$ e P é tido positivo quando for tração.

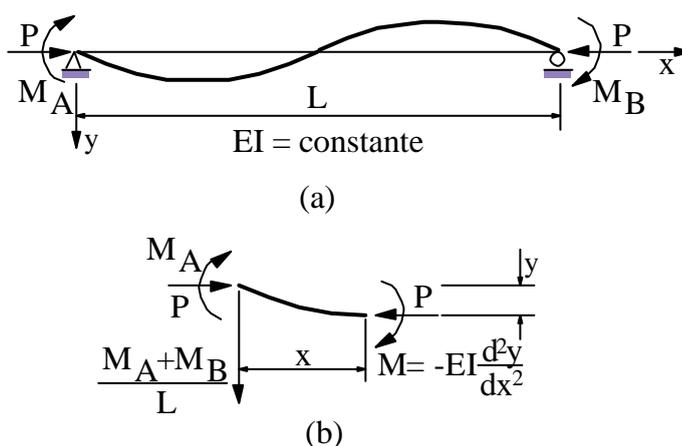


Figura 3.2 – Elemento de viga-coluna com momentos de extremidade e força axial.

A solução geral a equação diferencial ordinária anterior é da seguinte forma (Chen e Lui, 1986):

$$y = A \operatorname{sen}(\rho x) + B \operatorname{cos}(\rho x) + \frac{M_A + M_B}{LEI} x - \frac{M_A}{EI\rho^2} \quad (3.2)$$

onde as constantes A e B podem ser obtidas através do emprego das condições de contorno, ou seja:

$$y(0) = 0 \quad (3.3a)$$

$$y(L) = 0 \quad (3.3b)$$

Dessa forma, escreve-se para A e B:

$$A = -\frac{1}{EI\rho^2 \operatorname{sen}(\rho L)} [M_A \operatorname{cos}(\rho L) + M_B] \quad (3.4)$$

$$B = \frac{M_A}{EI\rho^2} \quad (3.5)$$

Substituindo então os valores de A e B na Eq. (3.2) e rearranjando os termos, chega-se:

$$y = -\frac{M_A}{EI\rho^2} \left[\frac{\operatorname{cos}(\rho L)}{\operatorname{sen}(\rho L)} \operatorname{sen}(\rho x) - \operatorname{cos}(\rho x) - \frac{x}{L} + 1 \right] - \frac{M_B}{EI\rho^2} \left[\frac{1}{\operatorname{sen}(\rho L)} \operatorname{sen}(\rho x) - \frac{x}{L} \right] \quad (3.6)$$

da qual:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{M_A}{EI\rho} \left[\frac{\operatorname{cos}(\rho L)}{\operatorname{sen}(\rho L)} \operatorname{cos}(\rho x) - \operatorname{sen}(\rho x) - \frac{1}{\rho L} \right] - \frac{M_B}{EI\rho} \left[\frac{1}{\operatorname{sen}(\rho L)} \operatorname{cos}(\rho x) - \frac{1}{\rho L} \right] \quad (3.7)$$

A rotação θ_A é obtida fazendo $x = 0$ na equação anterior, isto é:

$$\theta_A = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=0} = \frac{L}{EI} \left[\frac{\text{sen}(\rho L) - \rho L \cos(\rho L)}{(\rho L)^2 \text{sen}(\rho L)} \right] M_A + \frac{L}{EI} \left[\frac{\text{sen}(\rho L) - \rho L}{(\rho L)^2 \text{sen}(\rho L)} \right] M_B \quad (3.8)$$

e θ_B pode ser obtido também da Eq. (3.7) fazendo $x = L$, ou seja:

$$\theta_B = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=L} = \frac{L}{EI} \left[\frac{\text{sen}(\rho L) - \rho L}{(\rho L)^2 \text{sen}(\rho L)} \right] M_A + \frac{L}{EI} \left[\frac{\text{sen}(\rho L) - \rho L \cos(\rho L)}{(\rho L)^2 \text{sen}(\rho L)} \right] M_B \quad (3.9)$$

A relação força-deslocamento axial, ignorando o efeito do encurtamento da curvatura, pode ser expresso como:

$$P = \frac{EA}{L} e \quad (3.10)$$

onde e é o deslocamento axial do elemento.

As Equações (3.8, 3.9 e 3.10) podem ser representadas de forma matricial como mostrado a seguir:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ e \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

onde S_1 e S_2 são chamadas **funções de estabilidade** e podem ser escritas da seguinte forma:

$$S_1 = \begin{cases} \frac{\rho \text{sen}(\rho) - \rho^2 \cos(\rho)}{2 - 2 \cos(\rho) - \rho \text{sen}(\rho)} & \text{para } P < 0 \\ \frac{\rho^2 \cosh(\rho) - \rho \text{senh}(\rho)}{2 - 2 \cosh(\rho) + \rho \text{senh}(\rho)} & \text{para } P > 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

$$S_2 = \begin{cases} \frac{\rho^2 - \rho \text{sen}(\rho)}{2 - 2 \cos(\rho) - \rho \text{sen}(\rho)} & \text{para } P < 0 \\ \frac{\rho \text{senh}(\rho) - \rho^2}{2 - 2 \cosh(\rho) + \rho \text{senh}(\rho)} & \text{para } P > 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

sendo $\rho = \pi\sqrt{\rho_e}$ e $\rho_e = P/(\pi^2 EI/L^2)$.

S_1 e S_2 avaliam o efeito da força axial na rigidez à flexão do elemento. Entretanto, as Eqs. (3.12) e (3.13) são indeterminadas para o caso da força axial, P , igual a zero. Para contornar esse problema, as seguintes equações simplificadas podem ser usadas para aproximar as funções de estabilidade quando a força axial no elemento cair dentro do intervalo de $-2,0 \leq \rho_e \leq 2,0$ (Lui, 1985):

$$S_1 = 4 + \frac{2\pi^2 \rho_e}{15} - \frac{(0.01\rho_e + 0.543)\rho_e^2}{4 + \rho_e} - \frac{(0.004\rho_e + 0.285)\rho_e^2}{8.183 + \rho_e} \quad (3.14)$$

$$S_2 = 2 - \frac{\pi^2 \rho_e}{30} + \frac{(0.01\rho_e + 0.543)\rho_e^2}{4 + \rho_e} - \frac{(0.004\rho_e + 0.285)\rho_e^2}{8.183 + \rho_e} \quad (3.15)$$

Embora as equações anteriores sejam aproximadas, elas proporcionam, dentro do intervalo proposto, uma excelente avaliação das funções de estabilidade comparando-se com a solução “exata” obtida das Eqs. (3.12) e (3.13). Entretanto, fora desse intervalo, deverá ser usadas as funções de estabilidade convencionais (Eqs. 3.12 e 3.13), como sugerido por Lui (1985).

3.2.3 – Matriz de Rigidez Tangente

Numa análise de segunda ordem, é conveniente expressar as equações de força-deslocamento do elemento de forma incremental. Para isso, denotamos como ΔM_A , ΔM_B , $\Delta \theta_A$ e $\Delta \theta_B$ os momento de rotações incrementais nos nós das extremidades A e B, respectivamente. ΔP e Δe são, por conseguinte, as componentes incrementais da força axial e deslocamento na direção longitudinal de elemento. A forma incremental da Eq. (3.11) fica da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

ou, expressa simbolicamente, numa forma mais compacta:

$$\Delta \mathbf{f}_c = \mathbf{k}_c \Delta \mathbf{d}_c \quad (3.17)$$

onde $\Delta \mathbf{f}_c$ e $\Delta \mathbf{d}_c$ são os vetores incrementais de força e deslocamento, respectivamente, e \mathbf{k}_c é a matriz de rigidez básica dos elemento.

Para um elemento de pórtico plano padrão são exigidos mais três graus de liberdade para descrever os graus de liberdade do membro. Na Fig. 3.3 pode-se ver de forma esquemática, tanto as seis componentes dos graus de liberdade no sistema global ($d_{g1}, d_{g2}, \dots, d_{g6}$) quanto as três componentes referentes ao sistema local (d_{c1}, d_{c2}, d_{c3}) definidas aqui como os deslocamentos básicos ou corrotacionais, e que representam $\Delta \theta_A$, $\Delta \theta_B$ e Δe , respectivamente.

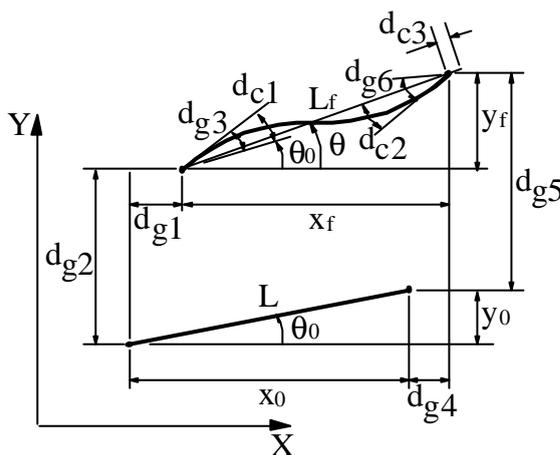


Figura 3.3 – Deslocamentos global e local de um elemento de viga-coluna.

De acordo com a Fig. 3.3, esses dois sistemas podem se relacionar da seguinte forma:

$$d_{c1} = \theta_A = \theta_0 + d_{g3} - \tan^{-1} \frac{y_0 + d_{g5} - d_{g2}}{x_0 + d_{g4} - d_{g1}} \quad (3.18a)$$

$$d_{c2} = \theta_B = \theta_0 + d_{g6} - \tan^{-1} \frac{y_0 + d_{g5} - d_{g2}}{x_0 + d_{g4} - d_{g1}} \quad (3.18b)$$

$$d_{c3} = e = \frac{(2x_0 + d_{g4} - d_{g1})(d_{g4} - d_{g1}) + (2y_0 + d_{g5} - d_{g2})(d_{g5} - d_{g2})}{L_f + L} \quad (3.18c)$$

onde L_f é o comprimento deformado (Chen e Sohal, 1995).

A expressão para d_3 na Eq. (3.18c) é mais precisa do que o valor calculado simplesmente por $L_f - L$. Isso ocorre devido ao fato de os resultados obtidos pela Eq. (3.18c) não apresentarem as pequenas diferenças entre comprimentos de grandes elementos. Essa equação é obtida através da solução de d_{c3} pela equação $d_{c3} = (L_f^2 - L^2)/(L_f - L)$. No denominador poder-se-á assumir $L_f + L \approx 2L$ desde que a teoria de pequenos deslocamentos seja presumida para o elemento corrotacional (Chen e Toma, 1994).

Tomando-se a derivada das Eqs. (3.18a-c) em relação a cada componente d_{gi} ($i = 1, 2, \dots, 6$), chega-se na relação cinemática incremental entre os dois vetores de deslocamento. Essa relação pode ser escrita de forma matricial como se segue:

$$\begin{Bmatrix} \Delta\theta_A \\ \Delta\theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta/L & \cos\theta/L & 1 & \sin\theta/L & -\cos\theta/L & 0 \\ -\sin\theta/L & \cos\theta/L & 0 & \sin\theta/L & -\cos\theta/L & 1 \\ -\cos\theta & -\sin\theta & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta d_{g1} \\ \Delta d_{g2} \\ \Delta d_{g3} \\ \Delta d_{g4} \\ \Delta d_{g5} \\ \Delta d_{g6} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

onde θ é o ângulo de inclinação do elemento deformado (ver Fig. 3.3). Simbolicamente, essa relação cinemática pode ser escrita como:

$$\Delta \mathbf{d}_c = \mathbf{T}_{cg} \Delta \mathbf{d}_g \quad (3.20)$$

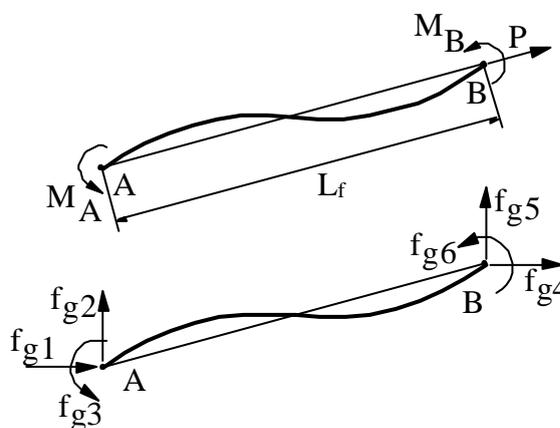


Figura 3.4 – Sistemas de forças equivalentes.

Baseado no princípio do equilíbrio, as forças nos dois sistemas, mostradas na Fig. 3.4, têm a seguinte relação matricial:

$$\begin{Bmatrix} f_{g1} \\ f_{g2} \\ f_{g3} \\ f_{g4} \\ f_{g5} \\ f_{g6} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin\theta/L & -\sin\theta/L & -\cos\theta \\ \cos\theta/L & \cos\theta/L & -\sin\theta \\ 1 & 0 & 0 \\ \sin\theta/L & \sin\theta/L & \cos\theta \\ -\cos\theta/L & -\cos\theta/L & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ P \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

ou, simbolicamente:

$$\mathbf{f}_g = \mathbf{T}_{cg}^T \mathbf{f}_c \quad (3.22)$$

Para se obter a relação incremental força-deslocamento é necessário derivar ambos os lados da equação anterior, isto é

$$\Delta \mathbf{f}_g = \mathbf{T}_{cg}^T \Delta \mathbf{f}_c + \Delta \mathbf{T}_{cg}^T \mathbf{f}_c \quad (3.23)$$

A matriz de transformação $\Delta \mathbf{T}_{cg}^T$ pode ser obtida pela derivada $\Delta \mathbf{T}_{cg}$ em relação a cada um respectivos graus de liberdade do sistema global, d_{gk} , da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{T}_{cg}^T = \frac{\partial \mathbf{T}_{cg}^T}{\partial d_{gk}} \Delta d_{gk}, \quad k = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.24)$$

que pode, também, ser escrita como:

$$\Delta \mathbf{T}_{cg}^T = \left[\frac{\partial^2 \mathbf{d}_{ci}}{\partial d_{gj} \partial d_{gk}} \right]^T \Delta d_{gk}, \quad i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, 6; k = 1, 2, \dots, 6 \quad (3.25)$$

ou:

$$\Delta \mathbf{T}_{cg}^T = \left[\frac{\partial^2 \mathbf{d}_{c1}}{\partial d_{gj} \partial d_{gk}} \mid \frac{\partial^2 \mathbf{d}_{c2}}{\partial d_{gj} \partial d_{gk}} \mid \frac{\partial^2 \mathbf{d}_{c3}}{\partial d_{gj} \partial d_{gk}} \right]^T \Delta \mathbf{d}_{gk} = [\mathbf{T}_1 \mid \mathbf{T}_2 \mid \mathbf{T}_3] \Delta \mathbf{d}_{gk} \quad (3.26)$$

Desenvolvendo-se então as derivadas apropriadamente chega-se nas seguintes expressões das matrizes \mathbf{T}_1 , \mathbf{T}_2 e \mathbf{T}_3 :

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_2 = \frac{1}{L^2} \begin{bmatrix} -2sc & c^2 - s^2 & 0 & 2sc & -(c^2 - s^2) & 0 \\ & 2sc & 0 & -(c^2 - s^2) & -2sc & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & -2sc & c^2 - s^2 & 0 \\ \text{sim.} & & & & 2sc & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$\mathbf{T}_3 = \frac{1}{L} \begin{bmatrix} s^2 & -sc & 0 & -s^2 & sc & 0 \\ & c^2 & 0 & sc & -c^2 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & s^2 & -sc & 0 \\ \text{sim.} & & & & c^2 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

onde as componentes s e c são os respectivos seno e cossenos diretores do elemento.

O processo de derivação da relação incremental força-deslocamento se completa substituindo $\Delta \mathbf{T}_{cg}^T$ da Eq. (3.26) na Eq. (3.23), ou seja:

$$\Delta \mathbf{f}_g = (\mathbf{T}_{cg}^T \mathbf{k}_c \mathbf{T}_{cg} + \mathbf{T}_1 \mathbf{M}_A + \mathbf{T}_2 \mathbf{M}_B + \mathbf{T}_3 \mathbf{P}) \Delta \mathbf{d}_g \quad (3.29)$$

ou, numa forma simplificada:

$$\Delta \mathbf{f}_g = \mathbf{k}_g \Delta \mathbf{d}_g \quad (3.30)$$

onde \mathbf{k}_g representa a matriz de rigidez tangente do elemento de viga-coluna no sistema global. Deve-se notar que, na derivação da matriz de rigidez tangente \mathbf{k}_g , os nós extremos foram considerados com conexões rígidas. Se conexões semi-rígidas ou rótulas plásticas estiverem presentes nessas extremidades, modificações deverão ser

feitas na matriz de rigidez tangente de forma a adaptá-la ao modelo de elemento proposto por esta formulação. As modificações necessárias para inserir rótulas plásticas ao modelo podem ser vistas na seção seguinte.

3.3 – MÉTODO DA RÓTULA PLÁSTICA

A rótula plástica pode ser imaginada como uma seção localizada na extremidade do elemento que tem a possibilidade de modificar suas características estruturais, assumindo o comportamento de uma rótula. Porém, a idéia básica do método da rótula plástica é, tão somente, inserir modificações na matriz de rigidez do elemento (\mathbf{k}_g ou \mathbf{k}_c) à medida que se formem rótulas plásticas em suas extremidades. A formação dessas rótulas dependerá de certas regras específicas que variam de acordo com o tipo de formulação a ser utilizada.

A primeira formulação, chamada **elasto-plástica**, consiste num monitoramento das forças internas nas duas extremidades do elemento. O elemento manterá, nessas extremidades, as características elásticas do material até o momento que for detectado a formação de uma rótula. A partir desse momento essa extremidade assumirá instantaneamente o comportamento plástico e ocorrerão mudanças na matriz de rigidez do elemento para fazer jus a essa mudança.

A segunda formulação, chamada **plástica-refinada**, associa regras de fluência do material à primeira formulação com a finalidade de simular os efeitos da distribuição da plastificação no elemento de viga-coluna. Para considerar os efeitos da força axial é introduzido o conceito do módulo tangente e para o momento fletor é associado outro conceito chamado de degradação da rigidez. Entretanto, algumas considerações devem ser feitas a priori.

3.3.1 – Considerações preliminares

Algumas considerações devem ser feitas antes de se iniciar o estudo da formulação:

- a. o comportamento inelástico será restrito às extremidades do elemento que simulam as rótulas. O comprimento dessa rótula é nulo por concepção;
- b. as rótulas plásticas ocorrerão apenas nas extremidades do elemento e sua deformação será constituída apenas por rotação inelástica;
- c. uma vez formada a rótula plástica, as forças internas nessa seção transversal do elemento deverão mover **dentro** da superfície de tensão plástica da mesma. O descarregamento não será considerado neste estudo;
- d. como superfície de tensão plástica será adotada a curva de interação momento-carga axial fornecida pela AISC-LRFD (1986);
- e. possíveis benefícios oriundos do encruamento do material não serão considerados;
- f. as respostas obtidas pelo método da rótula plástica devem ser consistentes, tomando-se por base àqueles obtidos pelo método da zona plástica;
- g. as formulações devem ser capazes de proporcionar razoável precisão de resultados com o uso de um ou poucos elementos por membro. Esse atributo é importante quando for necessário fazer análises de sistemas estruturais de grande porte.

Como as formulações a serem apresentadas só permitem a formação de rótulas nas extremidades do elemento alguns cuidados serão necessários durante a análise de sistemas estruturais. Por exemplo, no caso de membros (vigas e colunas) com carregamento distribuído, ou caso seja necessária a obtenção de momentos em pontos intermediários nos vãos, será conveniente a divisão dos membros usando vários elementos para capturar a formação de rótulas nestes pontos intermediários.

3.3.2 – Formulação Elasto-Plástica

Numa análise elasto-plástica, o elemento é considerado totalmente elástico até o momento em que as forças internas em uma de suas extremidades atinjam um ponto crítico, onde se define a formação de uma rótula plástica nessa extremidade. Esse ponto crítico pode ser identificado através da **superfície de tensão plástica** ou **superfície de**

interação M-P do elemento. Nesta formulação, essa superfície é definida através da equação bi-linear fornecida pela AISC-LRFD (1986), que é:

$$\frac{P}{P_y} + \frac{8}{9} \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} \geq 0,2 \quad (3.31a)$$

$$\frac{P}{2P_y} + \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} < 0,2 \quad (3.31b)$$

onde P_y é a carga axial de escoamento, M_p é o momento plástico limite (ou momento último de plastificação) e P e M são as forças internas presentes na seção analisada. A Fig. 3.5 representa graficamente as Eqs. (3.31a) e (3.31b). Caso as forças internas satisfaçam as equações anteriores conclui-se que houve formação de rótula plástica na seção.

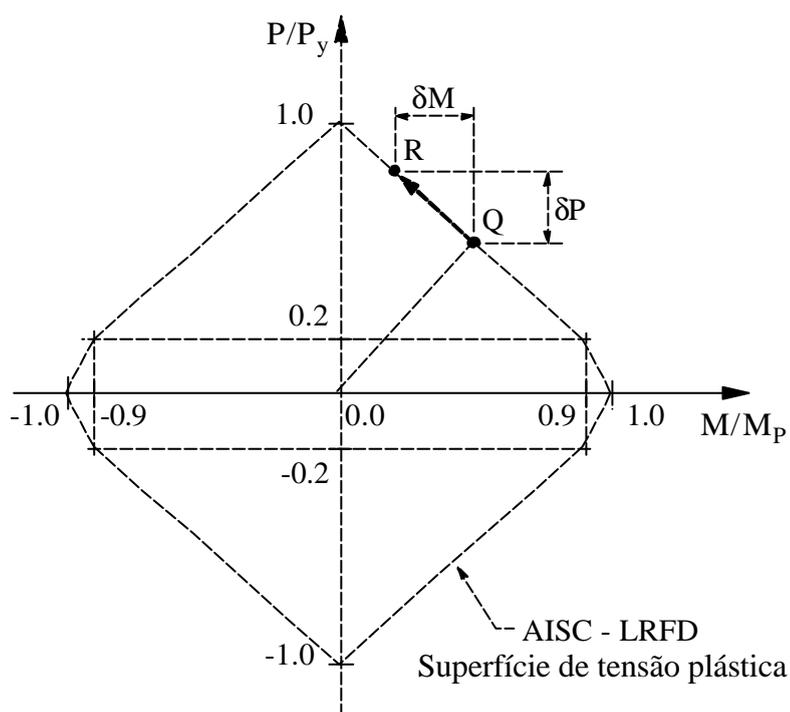


Figura 3.5 – Superfície de interação da seção transversal.

Os pontos Q e R da Fig. 3.5 demonstram o comportamento da seção dentro da superfície de tensão plástica. O ponto Q indica o instante quando ocorre a formação da rótula plástica. A partir desse ponto uma variação na carga axial P indicaria uma violação dessa curva, isto é, a seção assumiria um ponto externo à curva. Como isso não

pode ocorrer, a variação em P (ou δP) implicará numa variação obrigatória de M (ou δM) mantendo as forças internas da seção **na superfície**, posicionando-se, então, no ponto R .

3.3.2.1 – Modificação da matriz de rigidez tangente

A Figura 3.6 demonstra as várias situações de ocorrência, ou não, de rótula plástica em um elemento de viga-coluna.

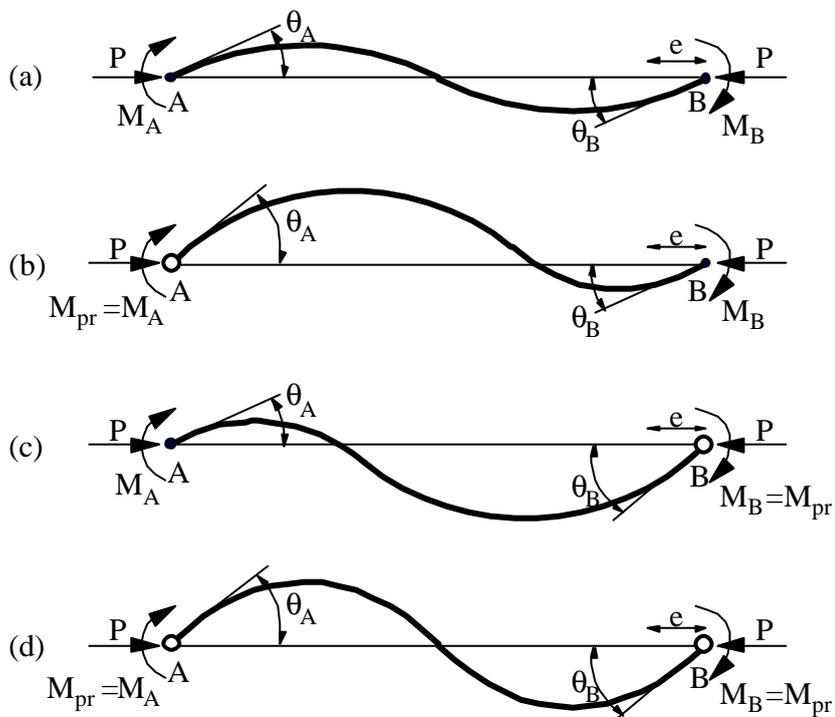


Figura 3.6 – Possibilidades de ocorrência de rótula plástica.

Uma vez definida a presença de rótula plástica em uma das extremidades do elemento, deverá então acontecer uma modificação na rigidez tangente do elemento (Eq. 3.16). Por exemplo, se a rótula ocorreu na extremidade A do elemento, como indicado na Fig. 3.6b, a relação de equilíbrio força-deslocamento fica:

$$\begin{Bmatrix} \delta M_{prA} \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} S_1 & S_2 & 0 \\ S_2 & S_1 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

onde δM_{prA} é a variação do momento plástico que deve acontecer na extremidade A quando é verificada uma variação de P. $\Delta \theta_A$ pode ser obtida, a partir da primeira linha da matriz, da seguinte forma:

$$\Delta \theta_A = \frac{L \delta M_{prA}}{EI - S_2 \theta_B} \quad (3.33)$$

e então, retro-substituindo a Eq. (3.33) em (3.32) tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & (S_1 - S_2^2/S_1) & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 1 \\ S_2/S_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \delta M_{prA} \quad (3.34)$$

onde o último termo do lado direito de (3.34) é definido como o vetor de correção de forças.

Analogamente, quando a rótula aparece na extremidade B (Fig. 3.6c), tem-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} (S_1 - S_2^2/S_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} S_2/S_1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \delta M_{prB} \quad (3.35)$$

e, finalmente, para o caso de ocorrer rótula nas duas extremidades (Fig 3.6d), escreve-se:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta M_{prA} \\ \delta M_{prB} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.36)$$

As Equações (3.34), (3.35) e (3.36) podem genericamente ser escritas numa forma matricial compacta da seguinte maneira:

$$\Delta \mathbf{f}_c = \mathbf{k}_{ch} \Delta \mathbf{d}_c + \Delta \mathbf{f}_{cp} \quad (3.37)$$

onde \mathbf{k}_{ch} é a matriz de rigidez tangente modificada devido a presença de rótula(s) plástica(s); e $\Delta \mathbf{f}_{cp}$ é o vetor correção de forças, que aparece devido a variação do momento ao longo da superfície de interação. Transformando então a Eq. (3.37) para o sistema de coordenadas globais, através dos mesmos procedimentos adotados na obtenção da Eq. (3.29), chega-se a:

$$\Delta \mathbf{f}_g = (\mathbf{T}_{cg}^T \mathbf{k}_{ch} \mathbf{T}_{cg} + \mathbf{T}_1 \mathbf{M}_1 + \mathbf{T}_2 \mathbf{M}_2 + \mathbf{T}_3 \mathbf{P}) \Delta \mathbf{d}_g + \mathbf{T}_{cg}^T \Delta \mathbf{f}_{cp} \quad (3.38)$$

Assim, uma vez definida a formação da rótula plástica no elemento, a subsequente variação no momento plástico devido a mudanças na força axial irá afetar a relação força-deslocamento no elemento de viga-coluna. Mais uma vez, deve-se salientar que em nenhuma circunstância as forças internas poderão ultrapassar a superfície de interação, e dessa forma qualquer mudança na força axial P acarretará variação no momento ao longo dessa superfície de plastificação.

3.3.2.2 – Considerações sobre a formulação da rótula elasto-plástica

Embora o método da rótula elasto-plástica forneça uma precisão bastante razoável em relação a outras metodologias de análise estrutural, ela apresenta ainda algumas deficiências que devem ser avaliadas:

- a. a formulação não computa os efeitos de tensões residuais oriundas dos processos de laminação ou montagem do sistema estrutural e as variações no processo de deformação axial do elemento;
- b. por ser incapaz de simular os efeitos da distribuição do escoamento (plasticidade) da seção não controla coerentemente modificações nas relações força-deslocamento e tensão-deformação.

Essas duas deficiências ocasionam um erro não conservativo dos resultados em relação àqueles obtidos pelo método da zona plástica. Em alguns casos esse erro é superior a 5%, o que pode caracterizar falha na análise da estrutura. Isso ocorre porque a distribuição de esforços na estrutura não ocorre de forma adequada. Membros que perderiam a rigidez durante o processo (alterando a rigidez geral do sistema estrutural) suportam incorretamente maiores esforços, fazendo a estrutura parecer mais rígida do que realmente é. Esse efeito é bastante reduzido em estruturas com membros de viga fracamente carregados, situação essa em que a formulação elasto-plástica apresenta resultados confiáveis.

Para obter uma formulação mais abrangente, que sirva para qualquer caso, será necessário eliminar as duas deficiências apresentadas anteriormente. A próxima seção tem o objetivo de apresentar os procedimentos necessários para contornar essas deficiências.

3.3.3 – Formulação Plástica-Refinada

Com o objetivo de eliminar as deficiências da primeira formulação, expostas na seção anterior, esta metodologia adota dois conceitos para obter melhores aproximações: o do módulo tangente e o da degradação da rigidez da seção. O primeiro conceito se propõe aproximar os efeitos de tensão residual e de deformação axial do elemento a partir da ação da força axial. O segundo procura aproximar de forma mais realística os efeitos de perda de rigidez da seção causados pelo momento fletor, à medida que as forças internas se aproximam da superfície de tensão de plastificação, e assim aproximar os efeitos da plastificação distribuída pelo elemento.

3.3.3.1 – Conceito do módulo tangente

Para colunas sujeitas a compressão pura, a AISC-LRFD (1986) define o módulo tangente (E_t) como sendo uma componente que pode avaliar, baseado no comportamento inelástico de colunas, a redução gradual na elasticidade da seção. Assim, substituindo o módulo de elasticidade pelo módulo tangente consegue-se

simular a degradação da elasticidade da seção devido a imperfeições geométricas e físicas existentes, tais como as tensões residuais. A AISC-LRFD (1986) fornece as seguintes equações para colunas:

$$\frac{E_t}{E} = 1,0 \quad \text{para } P \leq 0,39P_y \quad (3.39a)$$

$$\frac{E_t}{E} = -2.7243 \frac{P}{P_y} \ln\left(\frac{P}{P_y}\right) \quad \text{para } P > 0,39P_y \quad (3.39b)$$

Contudo, as Eqs. (3.39a) e (3.39b) só podem ser empregadas quando $P < 0$ (forças axiais de compressão). Para contornar essa deficiência, no caso de forças axiais de tração, as equações de resistência para colunas da CRC (Column Research Council) podem ser adotadas, ou seja (Galambos, 1988):

$$\frac{E_t}{E} = 1,0 \quad \text{para } P \leq 0,5P_y \quad (3.40a)$$

$$\frac{E_t}{E} = 4 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \quad \text{para } P > 0,5P_y \quad (3.40b)$$

As Equações (3.39) e (3.40) foram plotadas na Fig. 3.7, de forma que se pode perceber a variação de E_t até atingir o valor de zero.

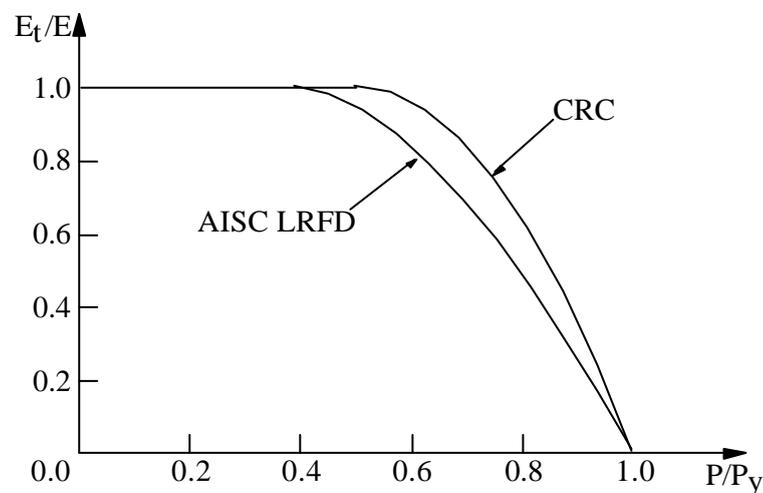


Figura 3.7 – Redução da rigidez inelástica para o efeito da carga axial.

A relação força-deslocamento de um elemento inelástico carregado axialmente pode ser obtida através da derivada das Eqs. (3.39) e (3.40) de acordo com as seguintes equações:

$$e = \frac{0,39P_y L}{EA} + \int_{0,39P_y}^P \frac{L}{AE_t} dP \quad \text{para } P > 0,39P_y \quad (3.41a)$$

$$e = \frac{0,5P_y L}{EA} + \int_{0,5P_y}^P \frac{L}{AE_t} dP \quad \text{para } P > 0,5P_y \quad (3.41b)$$

Substituindo as equações anteriores nas Eqs. (3.39) e (3.40), respectivamente, e desenvolvendo a integral, chega-se nas seguintes expressões para a carga axial normalizada:

$$\frac{P}{P_y} = \exp \left[-0,941 \exp \left(2,7243 \left[0,39 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right] \right) \right] \quad \text{para } P > 0,39P_y \quad (3.42a)$$

$$\frac{P}{P_y} = \frac{1}{1 + \exp \left(2 - 4 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_y} \right)} \quad \text{para } P > 0,5P_y \quad (3.42b)$$

onde $\varepsilon/\varepsilon_y = Ee/(F_y L)$ é a tensão normalizada axial no elemento. As relações normalizadas força-deslocamento expressas nas Eqs. (3.42a) e (3.42b) podem ser vistas na Fig. 3.8 onde se verifica a natureza não-linear dessas equações.

A principal diferença entre o CRC- E_t e o LRFD- E_t está no fato de que o primeiro considera apenas a tensão residual no modelo de rigidez efetiva da coluna enquanto o segundo leva em consideração tanto os efeitos das imperfeições geométricas como a tensão residual.

Entretanto, a consideração apenas do módulo tangente não é suficiente para representar a distribuição da plasticidade, pois ele se limita tão somente aos efeitos oriundos da força axial. Deve-se então considerar adicionalmente outro parâmetro que leve em conta os efeitos do momento fletor no elemento.

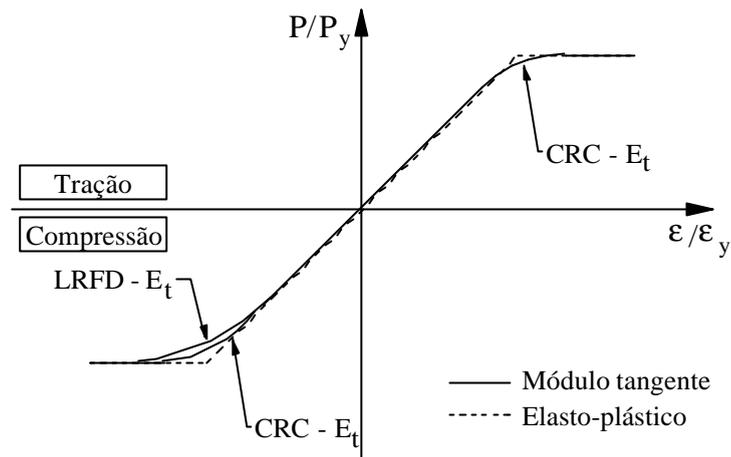


Figura 3.8 – Relação força-deformação axial.

3.3.3.2 – Degradação da rigidez do elemento

Com o objetivo de considerar os efeitos oriundos da ação do momento fletor, esta formulação permite a redução gradual da rigidez inelástica à flexão do elemento associada com a plastificação de suas extremidades. O modelo plástico-refinado utiliza a mesma superfície de interação do elasto-plástico, porém a formulação é alterada para que possa introduzir um fator que indique quando as forças internas estão se aproximando dessa superfície, ou seja:

$$\alpha = \frac{P}{P_y} + \frac{8}{9} \frac{M}{M_p} \quad \text{para } \frac{P}{P_y} \geq 0,2 \quad (3.43a)$$

$$\alpha = \frac{P}{2P_y} + \frac{M}{M_p} \quad \text{para } \frac{P}{P_y} < 0,2 \quad (3.43b)$$

onde α é o parâmetro estado-força que avalia a magnitude da força axial P e momento M na extremidade do elemento. Se $\alpha = 0,5$, então a seção se comportará como se fosse totalmente elástica; caso $0,5 < \alpha < 1,0$, existirá uma degradação da rigidez fornecida pelo coeficiente ϕ , que será apresentado a seguir; e quando $\alpha = 1,0$, a rótula estará completamente formada (ver Fig. 3.9).

Observe que α nunca poderá assumir valores superiores a 1,0, pois implicaria numa violação da resistência da seção. No processo de solução, quando isso acontece,

ocorrerá uma “acomodação” das forças internas para torná-lo igual a 1,0. O valor de $\alpha = 0,5$ pode ser interpretado com sendo o início do escoamento na seção.

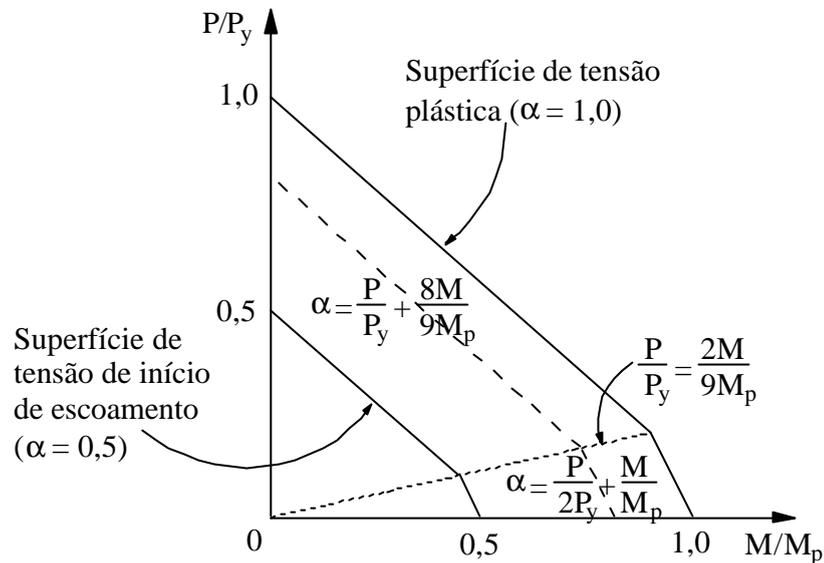


Figura 3.9 – Curvas de degradação de rigidez à flexão para a formulação da rótula plástica-refinada.

Assumindo o coeficiente ϕ variando parabolicamente com o parâmetro α , que indica o início do escoamento acontecendo em $\alpha = 0,5$, escreve-se (Chen e Toma, 1994):

$$\phi = 1,0 \quad \text{para } \alpha \leq 0,5 \quad (3.44a)$$

$$\phi = 4\alpha(1 - \alpha) \quad \text{para } \alpha > 0,5 \quad (3.44b)$$

que pode ser utilizado para alterar a relação força-deslocamento do elemento (Eq. 3.16) da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \frac{E_t I}{L} \begin{bmatrix} f_A \left[S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - f_B) \right] & f_A f_B S_2 & 0 \\ f_A f_B S_2 & f_B \left[S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - f_A) \right] & 0 \\ 0 & 0 & A/I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta e_A \\ \Delta e_B \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (3.45)$$

O coeficiente ϕ também pode ser obtido por outras funções além da parabólica apresentada anteriormente. Porém, destaca-se que a Eq. (3.44b) demonstrou a melhor aproximação de resultados, em relação ao método da zona plástica (Liew et al., 1993a). As outras funções podem ser vistas, juntamente com a equação parabólica proposta, na Fig. 3.10.

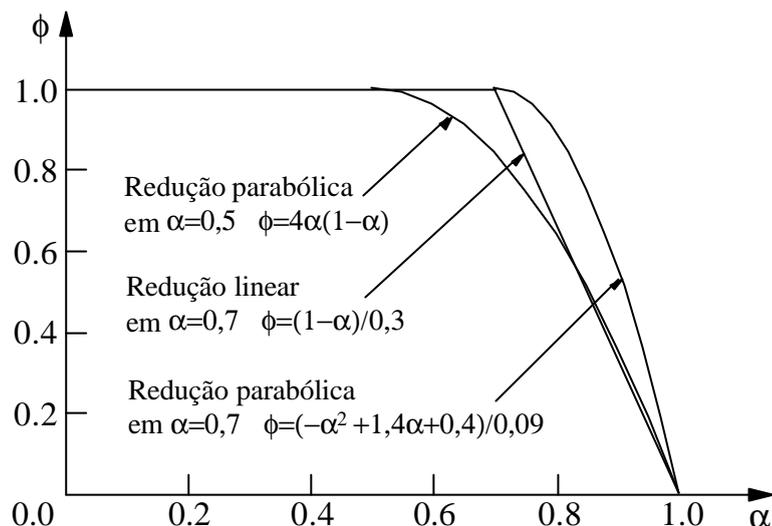


Figura 3.10 – Tipos de redução de rigidez.

Percebe-se na equação matricial anterior que, além da introdução do coeficiente ϕ , o módulo de elasticidade E foi substituído pelo módulo tangente E_t . Os índices A e B do parâmetro ϕ representam as extremidades esquerda e direita do elemento, respectivamente. Pode-se observar também que quando ambos valores de ϕ forem iguais a 1,0, a Eq. (3.45) fica igual à Eq. (3.16); e quando algum ϕ assume o valor zero a Eq. (3.45) assume o formato semelhante ao de uma das Eqs. (3.34), (3.35) ou (3.36).

O emprego do módulo tangente para colunas, assim como a adoção desse modelo de degradação, permitem que essa formulação seja chamada de **rótula plástica-refinada**. Como será mostrado adiante (Capítulo 6 – Exemplos de validação) essa abordagem se mostra superior à elasto-plástica por fornecer resultados mais próximos daqueles obtidos analiticamente ou pelo método da zona plástica.

3.3.3.3 – Considerações adicionais para implementação computacional

Embora Liew (1992) não tenha usado em sua formulação, ele sugere o emprego de uma estratégia incremental-iterativa para obtenção do caminho não-linear de equilíbrio do sistema estrutural, onde em cada passo de carga iterações do tipo Newton-Raphson (padrão ou modificado) devem ser empregadas. Além disso, devem ser implementados procedimentos adicionais, sugeridos em Chen e Toma (1994), no sentido de se aproximar da trajetória de equilíbrio “exata” da estrutura. Esses procedimentos são relatados a seguir:

- a. O coeficiente ϕ não deve variar bastante entre um passo e outro de carga; foi assumido aqui o valor máximo $\delta\phi = 0,1$;
- b. O mesmo cuidado deve ser tomado com E_t , o qual sua variação também deve ser limitada, no máximo igual a $\delta E_t = 0,1$, entre dois passos de carga;
- c. Não deverá acontecer a formação de uma nova rótula sem que o incremento de carga seja aplicado de uma forma completa.

No caso de violação de um dos itens anteriores, retorna-se a configuração de equilíbrio anterior da estrutura e reduz-se o incremento de carga.

Detalhes da implementação computacional das duas formulações propostas serão apresentadas no Capítulo 5. O Capítulo 6 é responsável pela validação dessas implementações.

4.

FORMULAÇÕES INELÁSTICAS BASEADAS NO CONCEITO DA SEÇÃO MONTADA

4.1 – INTRODUÇÃO

Embora as formulações apresentadas no capítulo anterior sejam amplamente utilizadas, alguns pesquisadores questionam sua utilização devido a algumas restrições que a superfície de interação proposta pela AISC-LRFD (1986) possui. A primeira restrição é a de que ela é conservativa em relação à maioria dos perfis utilizados. Uma vez que ela é usada indistintamente para todos os perfis, não considerando as peculiaridades geométricas que cada perfil possui, resulta muitas vezes em soluções não econômicas. Outra restrição é oriunda da descontinuidade existente na superfície de interação que pode ser conferida na Eq. (4.1). Essa descontinuidade representa uma inconsistência entre cargas axiais altas e baixas podendo dar origem a problemas numéricos computacionais.

$$\frac{P}{P_y} + \frac{8}{9} \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} \geq 0,2 \quad (4.1a)$$

$$\frac{P}{2P_y} + \frac{M}{M_p} = 1,0 \quad \text{para } \frac{P}{P_y} < 0,2 \quad (4.1b)$$

Assim, tentando suplantar essas restrições, Chan e Chui (1997, 2000) desenvolveram o conceito da “seção montada” (*section assemblage concept*) para substituir a superfície de interação definida pelas Eqs. (4.1a e b), objetivando uma superfície menos genérica e mais próxima da superfície real de cada perfil. Essa nova abordagem baseia-se nos elementos geométricos constituintes da seção transversal (dimensões da alma e mesas), formado uma equação contínua, sem variações bruscas,

eliminando dessa forma a outra restrição das equações fornecidas pela AISC-LRFD. Nessa formulação, enquanto o núcleo da alma do perfil (e partes adjacentes) é responsável por resistir às forças axiais, as outras partes restantes da seção são responsáveis pela absorção dos momentos fletores.

Para desenvolver essa formulação, este capítulo se inicia propondo um elemento híbrido não-linear de viga-coluna, na Seção 4.2. Fazem-se então considerações a respeito do comportamento do elemento híbrido proposto, das formulações não-lineares que envolvem o elemento de viga-coluna e da definição da rigidez do elemento de mola. Na Seção 4.3 é desenvolvido o conceito da “seção montada” e demais definições necessárias para construção do modelo de rótula plástica-refinada. Por último, na Seção 4.4, é feita uma discussão sobre como simplificar o modelo apresentado de forma a torná-lo elasto-plástico.

4.2 – ELEMENTO HÍBRIDO NÃO-LINEAR DE VIGA -COLUNA

É conveniente iniciar esta formulação caracterizando o elemento finito híbrido a ser usado por ela.

Como ilustrado na Fig. 4.1, esse elemento híbrido é, na verdade, a junção de três elementos: um elemento de viga-coluna tradicional com dois elementos de mola em suas extremidades. O elemento de viga-coluna é responsável pela simulação dos efeitos de segunda ordem enquanto os elementos de mola são responsáveis pelos efeitos inelásticos. Para isso, a rigidez dos elementos de mola é representada pela variável S_s que se modifica à medida que o elemento híbrido é carregado simulando o efeito da distribuição da plastificação.

A seguir serão relatados alguns conceitos básicos referentes à formulação não-linear adotada para o elemento de viga-coluna, além do estudo do comportamento do elemento híbrido funcionando como elemento único.

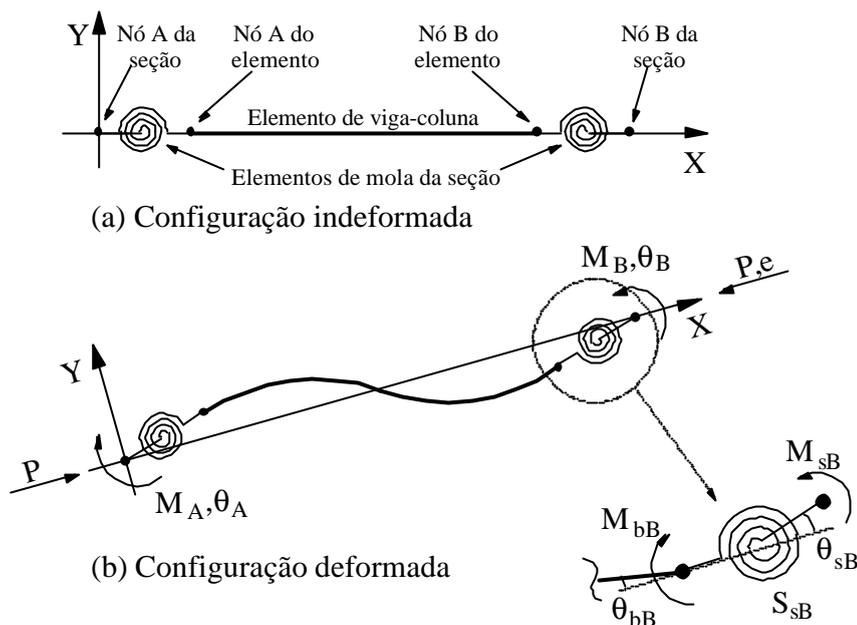


Figura 4.1 – Elemento híbrido.

4.2.1 – Considerações Iniciais

Antes de iniciar as formulações propostas, algumas considerações devem ser feitas:

- É válida a suposição de Bernoulli de que a seção transversal plana permanece plana após a deformação da estrutura. Empenamento e distorções na seção transversal não são consideradas;
- são consideradas pequenas deformações, porém grandes deslocamentos e rotações;
- as rótulas são tratadas como se ocorressem concentradas em uma seção nodal de comprimento zero;
- as estruturas são consideradas suficientemente contraventadas lateralmente para evitar flambagem lateral e os perfis suficientemente compactos para não ocorrer flambagem local;
- somente serão considerados perfis do tipo I (vigas) e H (pilares).

4.2.2 – Matriz de Rigidez

O elemento híbrido usado por esta formulação pode ser visto na Fig. 4.1 e, como já descrito, ele é composto basicamente por um elemento de viga-coluna com dois elementos de mola (ou pseudo-mola) em suas extremidades. Essas pseudo-molas têm a finalidade de simular a ocorrência de rótulas plásticas no elemento, indicando assim a possibilidade de ocorrer rótulas somente nas extremidades de um elemento. Essa restrição obriga o analista, em algumas situações, a usar mais de um elemento por membro da estrutura, caso exista a possibilidade de ocorrer rótulas em posições intermediárias dos vãos.

A rigidez da pseudo-mola, dada por S_s , é calculada a partir das forças internas do elemento híbrido e das características geométricas do perfil. Esse cálculo será visto mais detalhadamente na Seção 4.3.

Conhecendo sua rigidez, a relação momento-rotação do elemento de mola pode ser definida da seguinte forma (ver Fig. 4.1b):

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_s \\ \Delta M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_s & -S_s \\ -S_s & S_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_s \\ \Delta \theta_b \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

onde ΔM_s e ΔM_b são os momento nodais incrementais nos nós constituintes do elemento híbrido, e $\Delta \theta_s$ e $\Delta \theta_b$ as rotações correspondentes.

O elemento de viga-coluna usado é o elemento tradicional usualmente adotado para membros de sistemas estruturais. Sua relação momento-rotação é conhecida e é dada por:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{bA} \\ \Delta M_{bB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bA} \\ \Delta \theta_{bB} \end{Bmatrix} \quad (4.3)$$

onde os índices dos elementos da matriz de rigidez do elemento correspondem ao nó do elemento finito.

Entretanto, para que a análise seja tratada como de segunda ordem, o elemento de viga-coluna deverá satisfazer os efeitos P- Δ e para isso deve-se adotar uma formulação

não-linear adequada para esse elemento (ver Apêndice B). No caso de sistemas estruturais, ou membros, com presença de forças axiais, P , de moderada magnitude, Chan e Chui (1997) sugerem o uso de uma formulação simplificada dada por:

$$K_{AA} = K_{BB} = \frac{4EI}{L} + \frac{2PL}{15}, \quad (4.4a)$$

$$K_{AB} = K_{BA} = \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30}. \quad (4.4b)$$

onde os coeficientes K_{ij} são os valores das rigidezes elásticas do elemento de viga-coluna. Caso as forças axiais se aproximem da carga de flambagem será necessário usar uma aproximação mais refinada. Ao final deste trabalho, mais especificamente no Apêndice B, é feita uma explanação de uma formulação mais refinada desenvolvida por Yang e Kuo (1994) e implementadas com sucesso por Galvão (2000).

Combinando-se então as relações das Eqs. (4.2) e (4.3) para formar o elemento híbrido (mola-viga-mola), chega-se na seguinte expressão na forma incremental:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sA} \\ \Delta M_{bA} \\ \Delta M_{bB} \\ \Delta M_{sB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sA} & -S_{sA} & 0 & 0 \\ -S_{sA} & K_{AA} + S_{sA} & K_{AB} & 0 \\ 0 & K_{BA} & K_{BB} + S_{sB} & -S_{sB} \\ 0 & 0 & -S_{sB} & S_{sB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{bA} \\ \Delta \theta_{bB} \\ \Delta \theta_{sB} \end{Bmatrix} \quad (4.5)$$

Assumindo que as cargas são aplicadas apenas nos nós globais, ΔM_{bA} e ΔM_{bB} serão nulos e poder-se-á obter da segunda e terceira linhas da Eq. (4.5) as expressões:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \theta_{bA} \\ \Delta \theta_{bB} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} + S_{sA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} + S_{sB} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} S_{sA} & 0 \\ 0 & S_{sB} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{sB} \end{Bmatrix} \quad (4.6)$$

Através da eliminação dos graus de liberdade internos, substituindo a Eq. (4.6) na Eq. (4.5) chega-se finalmente a relação incremental de rigidez para o elemento híbrido, que é escrita como:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{s1} \\ \Delta M_{s2} \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{sA} - S_{sA}^2 (K_{BB} + S_{sB}) / \beta_s & (S_{sA} S_{sB} K_{AB}) / \beta_s & 0 \\ (S_{sA} S_{sB} K_{BA}) / \beta_s & S_{sB} - S_{sB}^2 (K_{AA} + S_{sA}) / \beta_s & 0 \\ 0 & 0 & EA / L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{s1} \\ \Delta \theta_{s2} \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (4.7)$$

onde Δe é a deformação incremental axial, ΔP é a força incremental axial e β_s é definido por:

$$\beta_s = \begin{vmatrix} K_{AA} + S_{sA} & K_{AB} \\ K_{BA} & K_{BB} + S_{sB} \end{vmatrix} = (K_{AA} + S_{sA})(K_{BB} + S_{sB}) - K_{AB}K_{BA} > 0 \quad (4.8)$$

sendo os coeficientes K_{ij} os valores das rigidezes elásticas fornecidos pela Eq. (4.4).

A Equação (4.7) se refere ao sistema local do elemento com suas forças básicas. Porém, durante a montagem da matriz de rigidez do sistema será necessário que se tenha tanto a matriz de rigidez do elemento quanto os vetores de força e deslocamento no sistema de coordenadas globais da estrutura. Para isso será necessário desenvolver algumas relações para promover as mudanças de sistemas (ver Fig. 4.2).

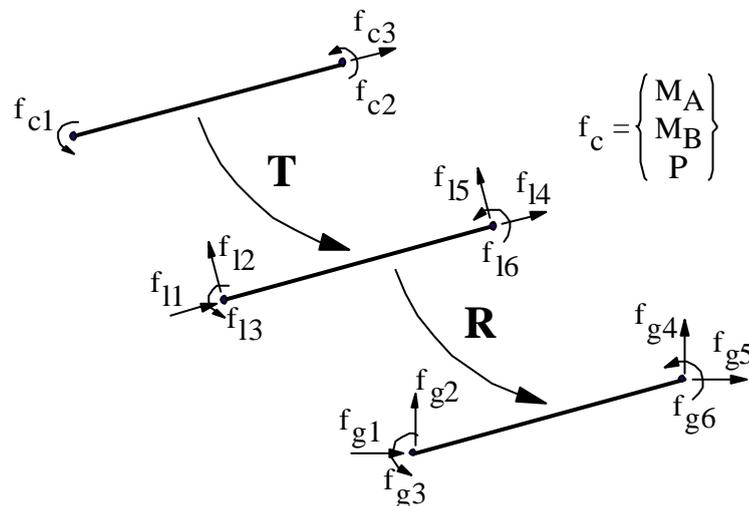


Figura 4.2 – Transformações de sistemas.

Parte-se então da notação simplificada da Eq. (4.7) da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{f}_c = \mathbf{K}_e \Delta \mathbf{d}_c \quad (4.9)$$

Através da Fig. 4.2, pode-se definir a seguinte relação entre o sistema local de coordenadas e o de forças básicas (ou corrotacional):

$$\mathbf{f}_l = \mathbf{T} \mathbf{f}_c \quad (4.10)$$

onde \mathbf{f}_l é o vetor de forças no sistema local de coordenadas e \mathbf{T} é matriz de transformação dada por:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 1/L \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & -1/L \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Para se obter a variação do vetor de forças, deriva-se a Eq. (4.10) da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{f}_l = \Delta(\mathbf{T} \mathbf{f}_c) = \mathbf{T} \Delta \mathbf{f}_c + \Delta \mathbf{T} \mathbf{f}_c \quad (4.12)$$

Da equação anterior percebe-se que a variação do vetor de forças incremental é oriunda de duas componentes: a primeira representa a variação da equação com respeito à força em si e a segunda representa o trabalho feito pela força inicial quando o elemento sofre deslocamento. Essa segunda parcela pode ser substituída pela matriz de translação \mathbf{N} , montada como se segue (Chan e Chui, 2000):

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & P/L & 0 & 0 & -P/L & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ \text{sim.} & & & P/L & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

assim a Eq. (4.12) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\Delta \mathbf{f}_1 = \mathbf{T} \Delta \mathbf{f}_c + \mathbf{N} \quad (4.14)$$

Pelo princípio do contragradiente pode-se escrever a seguinte relação entre os deslocamentos básicos e os deslocamentos nodais do elemento:

$$\Delta \mathbf{d}_c = \mathbf{T}^T \Delta \mathbf{d}_1 \quad (4.15)$$

Substituindo então as Eqs. (4.9) e (4.15) em (4.14), a equação de equilíbrio incremental no sistema local com seis componentes fica:

$$\Delta \mathbf{f}_1 = (\mathbf{T} \mathbf{k}_e \mathbf{T}^T + \mathbf{N}) \Delta \mathbf{d}_1 \quad (4.16)$$

ou, numa forma simplificada:

$$\Delta \mathbf{f}_1 = \mathbf{k}_t \Delta \mathbf{d}_1 \quad (4.17)$$

onde \mathbf{k}_t é a matriz de rigidez tangente do elemento de viga-coluna com elementos de mola em suas extremidades, isto é, do elemento híbrido. Observe que a transformação dessa matriz do sistema local para o global é pelo método tradicional, isto é:

$$\mathbf{k}_t = \mathbf{R}^T \mathbf{k}_1 \mathbf{R} \quad (4.18)$$

com, \mathbf{R} sendo a matriz de rotação montada com os cossenos diretores da seguinte forma:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \theta & \text{sen } \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen } \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

4.2.3 – Relações de Equilíbrio do Elemento nas Condições Extremas de S_s

A relação de rigidez do elemento é checada em suas condições extremas substituindo a rigidez das pseudo-molas por valores ou muito altos ou muito baixos. Daí, comparam-se os resultados obtidos com as expressões de rigidez teóricas. No total, três condições serão testadas: (a) nenhuma rótula plástica formada nas extremidades elemento híbrido; (b) uma rótula em uma extremidade; e (c) duas rótulas nas duas extremidades.

Para auxiliar o entendimento do processo, os termos da Eq. (4.7) serão representados da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sA} \\ \Delta M_{sB} \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k'_{AA} & k'_{AB} & 0 \\ k'_{BA} & k'_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & EA/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{sB} \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (4.20)$$

4.2.3.1 – Nenhuma rótula plástica

Se nenhuma rótula está formada nos nós A e B do elemento híbrido, a segunda e terceira linhas da Eq. (4.20) podem ser simplificadas colocando um valor muito grande para as rigidezes das pseudo-molas (S_{sA} e S_{sB}). Assim, os termos da Eq. (4.20) ficarão:

$$\begin{aligned} k'_{AA} &= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ S_{sA} - \frac{S_{sA}^2 (K_{BB} + S_{sB})}{\beta_s} \right\} = \\ &= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{\left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) K_{11} - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sB}}}{\left(\frac{K_{AA}}{S_{sA}} + 1 \right) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sA} S_{sB}}} = K_{AA}, \quad (4.21a) \\ k'_{BB} &= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ S_{sB} - \frac{S_{sB}^2 (K_{AA} + S_{sA})}{\beta_s} \right\} = \end{aligned}$$

$$= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{\left(\frac{K_{AA}}{S_{sA}} + 1 \right) K_{BB} - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{s1}}}{\left(\frac{K_{AA}}{S_{sA}} + 1 \right) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sA} S_{sB}}} = K_{BB}, \quad (4.21b)$$

$$k'_{AB} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{S_{sA} S_{sB} K_{AB}}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{K_{AB}}{\left(\frac{K_{AA}}{S_{sA}} + 1 \right) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sA} S_{sB}}} = K_{AB}, \quad (4.21c)$$

$$k'_{BA} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{S_{sA} S_{sB} K_{BA}}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow \infty \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{K_{BA}}{\left(\frac{K_{AA}}{S_{sA}} + 1 \right) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sA} S_{sB}}} = K_{BA}. \quad (4.21d)$$

A equação final com a relação força-deslocamento resulta em:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sA} \\ \Delta M_{sB} \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} & 0 \\ K_{BA} & K_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & EA/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{sB} \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (4.22)$$

onde a Eq. (4.20) é finalmente transformada em uma equação de rigidez de um típico elemento de viga-coluna.

4.2.3.2 – Uma rótula plástica

Para o caso de que tenha sido formada uma rótula plástica no nó A, os valores de S_{sA} e S_{sB} serão tomados muito pequeno e muito grande, respectivamente. Dos elementos da Eq. (4.20) tem-se:

$$\begin{aligned} k'_{AA} &= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ S_{sA} - \frac{S_{sA}^2 (K_{BB} + S_{sB})}{\beta_s} \right\} = \\ &= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{S_{sA} \left(K_{AA} - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sB}} \right)}{\left(K_{AA} + S_{sA} \right) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB} K_{BA}}{S_{sB}}} = 0, \end{aligned} \quad (4.23a)$$

$$k'_{BB} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ S_{sB} - \frac{S_{sB}^2 (K_{AA} + S_{sA})}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{(K_{AA} + S_{sA})K_{BB} - K_{AB}K_{BA}}{(K_{AA} + S_{sA}) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB}K_{BA}}{S_{sB}}} =$$

$$= \frac{K_{AA}K_{BB} - K_{AB}K_{BA}}{K_{AA}}, \quad (4.23b)$$

$$k'_{AB} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{S_{sA}S_{sB}K_{AB}}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{S_{sA}K_{AB}}{(K_{AA} + S_{sA}) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB}K_{BA}}{S_{sB}}} = 0, \quad (4.23c)$$

$$k'_{BA} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \left\{ \frac{S_{sA}S_{sB}K_{BA}}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{S_{sA}K_{BA}}{(K_{AA} + S_{sA}) \left(\frac{K_{BB}}{S_{sB}} + 1 \right) - \frac{K_{AB}K_{BA}}{S_{sB}}} = 0. \quad (4.23d)$$

A relação final força-deslocamento se torna:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sA} \\ \Delta M_{sB} \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_{AA}K_{BB} - K_{AB}K_{BA}}{K_{AA}} & 0 \\ 0 & 0 & EA/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{sB} \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (4.24)$$

onde pode-se notar que o valor $(K_{AA}K_{BB} - K_{AB}K_{BA})/K_{AA}$ será igual a $3EI/L$ quando a força axial estiver ausente. A Eq. (4.24) é idêntica a da matriz de rigidez de um elemento rotulado/engastado.

4.2.3.3 – Duas rótulas plásticas

Quando são formadas rótulas plásticas em ambas as extremidades do elemento, as duas rigidezes, S_s , do elemento assumem valores muito pequenos. Dessa forma a Eq. (4.20) resulta:

$$k'_{AA} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow 0}} \left\{ S_{sA} - \frac{S_{sA}^2 (K_{BB} + S_{sB})}{\beta_s} \right\} =$$

$$= \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow 0}} \frac{(K_{BB} + S_{sB})K_{AA}S_{sA} - K_{AB}K_{BA}S_{sA}}{(K_{AA} + S_{sA})(K_{BB} + S_{sB}) - K_{AB}K_{BA}} = 0, \quad (4.25a)$$

$$k'_{AB} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow 0}} \left\{ \frac{S_{sA}S_{sB}K_{AB}}{\beta_s} \right\} = \lim_{\substack{S_{sA} \rightarrow 0 \\ S_{sB} \rightarrow \infty}} \frac{S_{sA}S_{sB}K_{AB}}{(K_{AA} + S_{sA})(K_{BB} + S_{sB}) - K_{AB}K_{BA}} = 0. \quad (4.25b)$$

Ficando a equação final da seguinte forma:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_{sA} \\ \Delta M_{sB} \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & EA/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \theta_{sA} \\ \Delta \theta_{sB} \\ \Delta e \end{Bmatrix} \quad (4.26)$$

onde percebe-se que ela se tornou a equação de um elemento de treliça.

4.3 – FORMULAÇÃO PLÁSTICA-REFINADA

Como alternativa às superfícies de interação propostas pelas normas, uma delas utilizada pela formulação descrita no capítulo anterior, Chan e Chui (1997, 2000) desenvolveram o conceito da “seção montada” objetivando uma formulação mais precisa e abrangente. Nessa abordagem, é assumido que o núcleo da alma do perfil suportará predominantemente o carregamento axial ao qual o perfil está exposto. Restará às outras partes da seção transversal, incluindo mesas e, eventualmente, o restante da alma, suportar os esforços oriundos do momento (ver Fig. 4.3).

Essa simplificação segue precisamente as fórmulas rigorosas da norma britânica BS5950 (1990) e produz os mesmos níveis de capacidade ao momento de seções sob carregamento axial publicados pelo SCI (Steel Constructional Institute, 1987).

Nesta seção será visto inicialmente o conceito da “seção montada”, a construção de sua superfície de interação e, mais adiante, a definição da rigidez S_s da mola, fator característico da formulação plástica-refinada e parâmetro importante presente nas relações de equilíbrio anteriores.

4.3.1 – O Conceito da Seção Montada

A seção é idealizada como uma montagem de três faixas retangulares (ou quatro no caso de seções tubulares quadradas) onde as faixas são dispostas a formar as duas mesas e a alma da seção. Essa montagem pode ser vista na Fig. 4.3. Para o cálculo da distribuição das forças, primeiramente, deve-se definir quanto da alma é responsável por resistir ao carregamento axial:

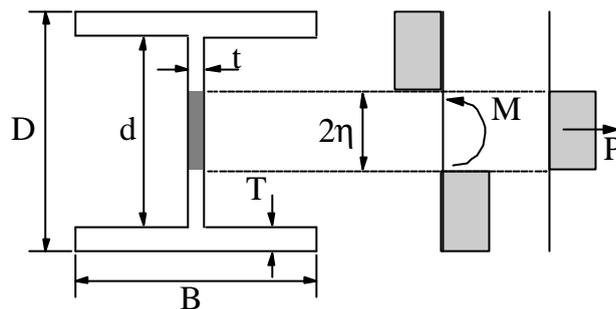


Figura 4.3 – O perfil estudado e a distribuição de tensões propostas pelo modelo.

$$\sigma = \frac{P}{2s_y t} \quad \text{para } \sigma \leq \frac{d}{2} \quad (4.27a)$$

$$\sigma = \frac{(P - s_y t d)}{2Bs_y} \quad \text{para } \frac{d}{2} < \sigma \leq \frac{d}{2} + T \quad (4.27b)$$

onde P é a carga axial, σ_y é tensão de escoamento, t é a espessura da alma, T é a espessura da mesa, B é a largura da mesa, d é a altura da alma e η é a metade da parcela da alma que suporta a carga axial. A partir desse valor, chega-se na expressão do momento de plastificação reduzido, como se segue:

$$M_{pr} = \left[BT(D - T) + \left(\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \sigma^2 \right) t \right] s_y \quad \text{para } \sigma \leq \frac{d}{2} \quad (4.28a)$$

$$M_{pr} = \left[\left(\frac{d}{2} \right)^2 - \sigma^2 \right] Bs_y \quad \text{para } \frac{d}{2} < \sigma \leq \frac{d}{2} + T \quad (4.28b)$$

no qual D é a altura total da seção do perfil.

Esse conceito de que o núcleo seja responsável por suportar o carregamento axial pode ser extrapolado para outras seções típicas, tais como a seção tubular quadrada ou retangular já mencionada anteriormente, entre outras. Basta apenas que as equações de tensão no elemento necessitem apenas da interação entre força axial e momento.

Essa metodologia contrasta com os outros métodos existentes, tanto para perfis I quanto para outros tipos de perfis. Suas aproximações são mais simples, consistente e racional que as outras abordagens, não necessitando de nenhum outro parâmetro empírico sem significado físico (Chan e Chui, 2000).

A Figura 4.4 apresenta graficamente o momento plástico reduzido para um perfil do tipo HEB 220. Nele pode-se perceber que não existe nenhum ponto de descontinuidade na curva de interação proposta nem possui variações abruptas na curvatura (vértices ou quinas).

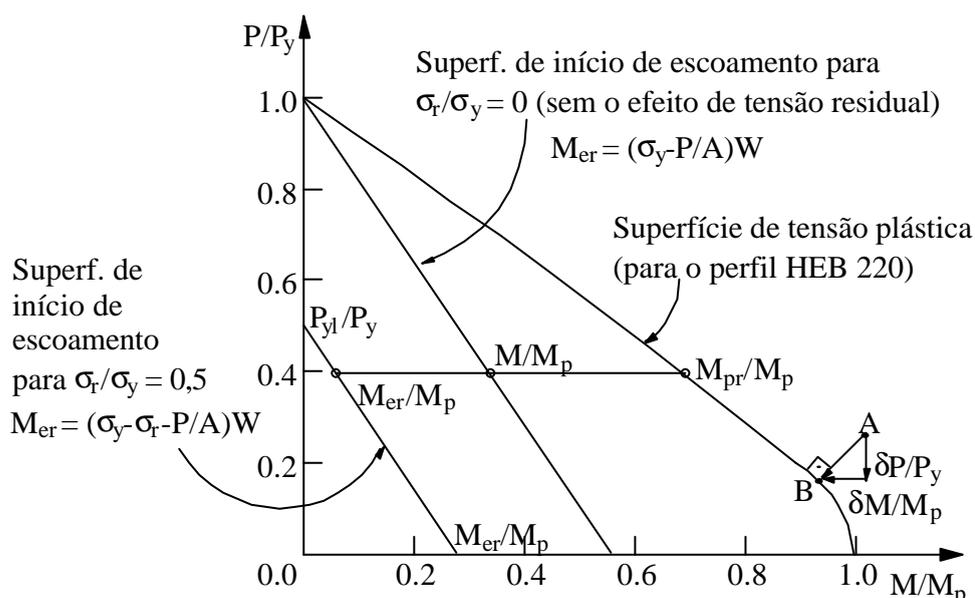


Figura 4.4 – Superfície de interação do perfil HEB 220 obtida pela presente teoria.

Juntamente com a curva de interação foi plotada a superfície de início de escoamento. Essa superfície separa duas regiões, a primeira (inferior) informa que quaisquer componentes M-P que se situem dentro dela indicam que a seção se comporta de forma elástica e nenhuma modificação na rigidez nessa seção é necessária. Para o caso das componentes se posicionarem na segunda região (superior) deverá ocorrer uma perda de rigidez nessa seção, uma vez que parte dela já atingiu a fase de escoamento.

Assim como ocorre na primeira formulação, não existe possibilidade de uma seção assumir componentes M-P tais que se posicionem fora da curva de interação, devendo haver uma compensação dessas componentes de força para que se posicionem, no máximo, sobre a curva. Nesse caso, será assumido que se formou uma rótula plástica e a rigidez da seção será reduzida a zero.

A superfície de início de escoamento é dependente da força axial e da existência de tensão residual. Ela pode ser definida através da seguinte equação (Chan e Chui, 1997):

$$M_{er} = \left(\sigma_y - \sigma_r - \frac{P}{A} \right) W \quad (4.29)$$

onde σ_r é a máxima tensão residual, A é a área da seção transversal, W é o módulo elástico e M_{er} é o momento de início de escoamento reduzido. Essa equação pode ser vista na Fig. 4.4 de duas formas: com $\sigma_r = 0,5$, valor sugerido por Chan e Chui (1997) para o tipo de perfil analisado, e sem considerar a tensão residual.

Baseado em recomendações do ECCS (*European Convention for Construction Steelwork*, 1983) poderão ser adotados determinados valores para a tensão residual máxima que podem ser vistos na Fig. 4.5. Além de sugerir a consideração de tensões residuais, a ECCS (1983) também indica a consideração de imperfeições geométricas iniciais na análise, como ilustrado na Fig. 4.6.

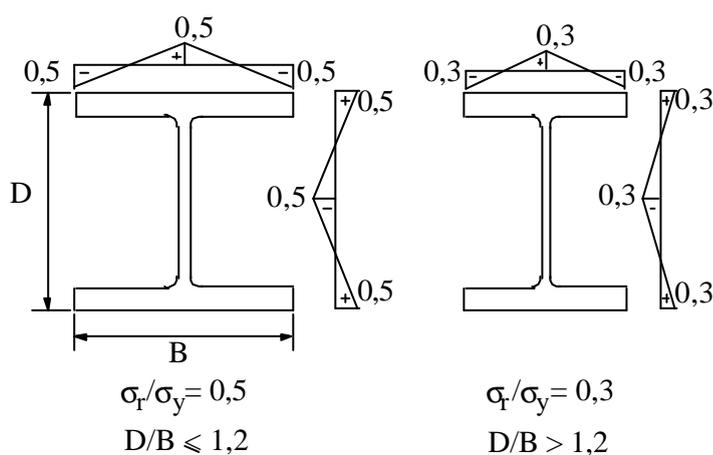


Figura 4.5 – Distribuição da tensão residual nos perfis do tipo H (coluna) e I (viga).

Chan e Chui (2000) também sugerem que uma lei de formação de rótulas plásticas mais precisa pode ser obtida dividindo a seção em um grande número de subáreas. Nesse caso a simulação da tensão residual pode feita aplicando-a, como se fossem tensões iniciais, nas subáreas específicas. Essas funções de estabilidade poderiam ser armazenadas em um banco de dados para o uso durante a análise inelástica.

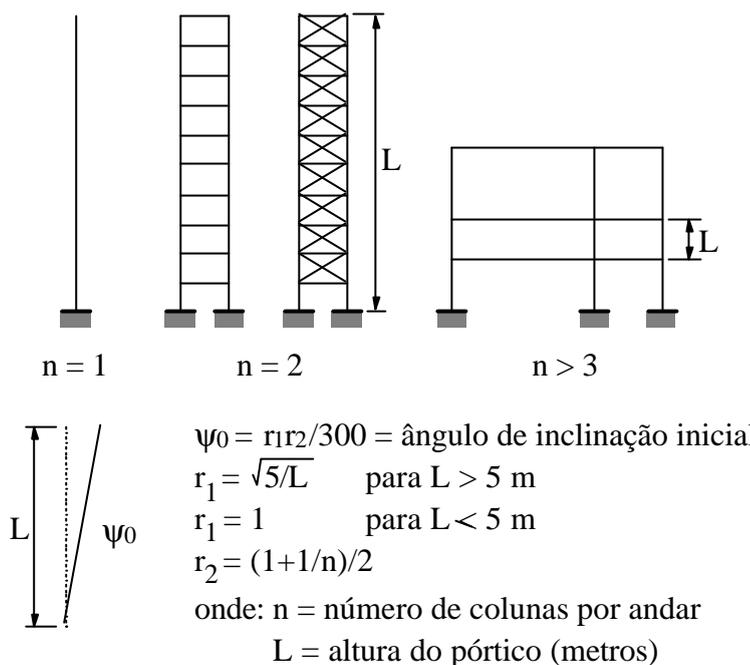


Figura 4.6 – Imperfeições iniciais sugeridas pela ECCS (1983).

4.3.2 – Definição da Rigidez S_s da Mola

Os métodos de rótulas plásticas mais refinados têm o objetivo de simular uma transição suave entre os estados idealmente elástico e o perfeitamente plástico. Esta metodologia desenvolvida por Chan e Chui (1997) não foge à regra e tenta refinar a transição causada pelo escoamento do material, permitindo, assim, traçar de forma mais correta a trajetória de equilíbrio da estrutura.

Para essa análise deverá ser feita uma comparação do momento presente na seção (M) com M_{er} e M_{pr} , isso é, sua posição relativa entre a superfície de início de escoamento e a superfície de tensão plástica. Assim será possível definir o nível de perda de rigidez que a seção se encontra no instante analisado (ver Fig. 4.4).

No presente método, uma pseudo-mola é usada para simular a degradação da rigidez da seção causada por sua plastificação (Seção 4.2). Essa pseudo-mola tem a propriedade de manter as mesmas características elásticas do elemento de viga-coluna ao qual está conectada enquanto as forças internas não atingirem a superfície de início de escoamento. A partir desse instante ela assumirá o comportamento descrito pela seguinte equação:

$$S_s = \frac{6EI}{L} \frac{|M_{pr} - M|}{|M - M_{er}|} \quad \text{para } M_{er} < M < M_{pr} \quad (4.30)$$

na qual EI são as constantes de flexibilidade, L é o comprimento do elemento e S_s é a rigidez da pseudo-mola naquele instante. Pela Eq. (4.30) pode-se perceber que S_s assumirá valores de zero a infinito, porém, para fins computacionais, deve-se limitar esses valores a 10^{-10} e 10^{10} , respectivamente. Esses valores representam os dois valores extremos em que o momento pode se igualar ao momento elástico e plástico.

Fisicamente falando, quando o valor do momento estiver abaixo de M_{er} , a rigidez infinita da pseudo-mola indicará que o momento será transferido integralmente de um lado para o outro da pseudo-mola. Quando o momento atingir M_{pr} , a rigidez nula da pseudo-mola implicará que nenhum momento será transferido através dela. No caso do momento ultrapassar o valor de M_{pr} , atingindo um ponto fora da curva de interação, então deverá ser utilizado algum procedimento para retornar as componentes das forças internas para a curva. Um procedimento para lidar com a violação do estado plástico será fornecido mais à frente neste trabalho (Capítulo 5).

O parâmetro $6EI/L$ é uma função de rigidez do elemento que afeta a precisão da curva de transição do estado idealmente elástico para o perfeitamente plástico. O uso da constante 6 tem a função de fazer com que essa curva tenha concordância com a função mais rigorosa de momento-curvatura de uma seção genérica. Decidiu-se, então, neste trabalho, usar esse valor, seguindo a orientação de Chan e Chui (2000).

É importante destacar que, uma vez formada a rótula plástica em uma ou duas extremidades de um elemento, as condições de equilíbrio podem ser violadas se a resistência axial e ao momento da seção forem menores que as forças aplicadas. Isso reflete a condição em que as componentes de força posicionam-se fora da superfície de interação (ver ponto A na Fig. 4.4). Existem diversas formas de trazer o ponto para a

curva, e Chan e Chui sugerem que seja usada uma trajetória perpendicular à curva. Voltando a Fig. 4.4, o novo ponto de equilíbrio das forças internas irá mover de A para B subtraindo-se os valores de $\delta P/P_y$ e $\delta M/M_p$ de P e M, respectivamente. Portanto, o gradiente das componentes de forças internas é computado e usado para trazer o ponto A para a superfície de tensão plástica da seção.

4.4 – FORMULAÇÃO ELASTO-PLÁSTICA BASEADO NO CONCEITO DA SEÇÃO MONTADA

Em metodologias para rótulas elasto-plásticas, o material é assumido como sendo perfeitamente elástico ou completamente plástico. Essa é uma simplificação no processo computacional para o caso de não ser necessário um acompanhamento do escoamento das seções numa análise inelástica.

A implementação dessa formulação elasto-plástica baseada no conceito da seção montada visa apenas a comparação de resultados uma vez que os ganhos computacionais deste método são pequenos em relação ao método plástico-refinado.

Como não existe uma degradação gradual da rigidez das pseudo-molas, torna-se freqüente a ocorrência de um ou mais vértices (ou quinas) na trajetória de equilíbrio da estrutura, caracterizando os instantes que a(s) rótula(s) plástica(s) se formaram. A carga crítica obtida por esse método é, normalmente, mais elevada que a obtida pelo método refinado, isto é, menos conservativa.

Com a utilização do conceito da “seção montada” nesta formulação, chega-se a mesma superfície de tensão plástica do método plástico-refinado definido nas Eqs. (4.27) e (4.28), e a seção é assumida com comportamento elástico enquanto as componentes de força não atingirem essa superfície. Após atingi-la, seu comportamento é tido como plástico e as componentes de força são mantidas sobre a curva.

Em termos computacionais, a rigidez da pseudo-mola (S_s) assume somente dois valores:

$$S_s = 10^{+10} \frac{EI}{L} \quad \text{para } M < M_{pr} \quad (4.31a)$$

$$S_s = 10^{-10} \frac{EI}{L} \quad \text{para } M = M_{pr} \quad (4.31b)$$

respectivamente, para os casos de comportamento elástico e plástico.

No caso das componentes de força atingirem um ponto externo à curva, deverá ser utilizado um processo para modificar essas componentes e trazê-las de volta à curva, assim como na formulação anterior.

5. O PROGRAMA COMPUTACIONAL

5.1 – INTRODUÇÃO

Este capítulo tem o objetivo de mostrar os procedimentos computacionais adotados neste trabalho para implementar as formulações inelásticas apresentadas nos Capítulos 3 e 4. Essas implementações foram feitas numa base computacional já existente, oriunda de trabalhos de pesquisas já elaborados por Silveira (1995), Rocha (2000), Galvão (2000, 2001, 2004) e Pinheiro (2003). Também foram feitas algumas modificações nessa base de forma a atualizá-la, uma vez que, feita originariamente em na linguagem de programação FORTRAN 77, utilizou-se o FORTRAN 90 para as novas implementações.

Será feita inicialmente uma descrição geral do programa na Seção 5.2, onde serão destacados os principais pontos de intervenção deste trabalho. Após essa explicação, serão apresentadas em seções separadas (Seções 5.3 a 5.5) as rotinas que foram alteradas e implementadas. Nas Seções 5.6 e 5.7 serão feitas algumas considerações adicionais sobre os detalhes das implementações.

Explicações sobre a montagem dos arquivos de entrada de dados e sobre a utilização do programa podem ser encontradas nos Apêndices C e D desta dissertação.

5.2 – VISÃO GERAL DO PROGRAMA

A Figura 5.1 fornece uma visão geral esquemática do programa computacional que vem sendo desenvolvido desde 1995, após a conclusão da tese de doutorado de

Silveira (1995). Observe que o sistema computacional para análise de estruturas é dividido em dois tipos de módulos (ou tipo de análises): estática e dinâmica. Sendo que cada análise também se divide em dois tipos de solução: linear e não-linear. Na mesma figura são destacados os trabalhos de pesquisa que contribuíram com cada tipo de análise. No Capítulo 1 dessa dissertação encontra-se detalhado a interferência de cada um desses trabalhos no programa que vem sendo desenvolvido.

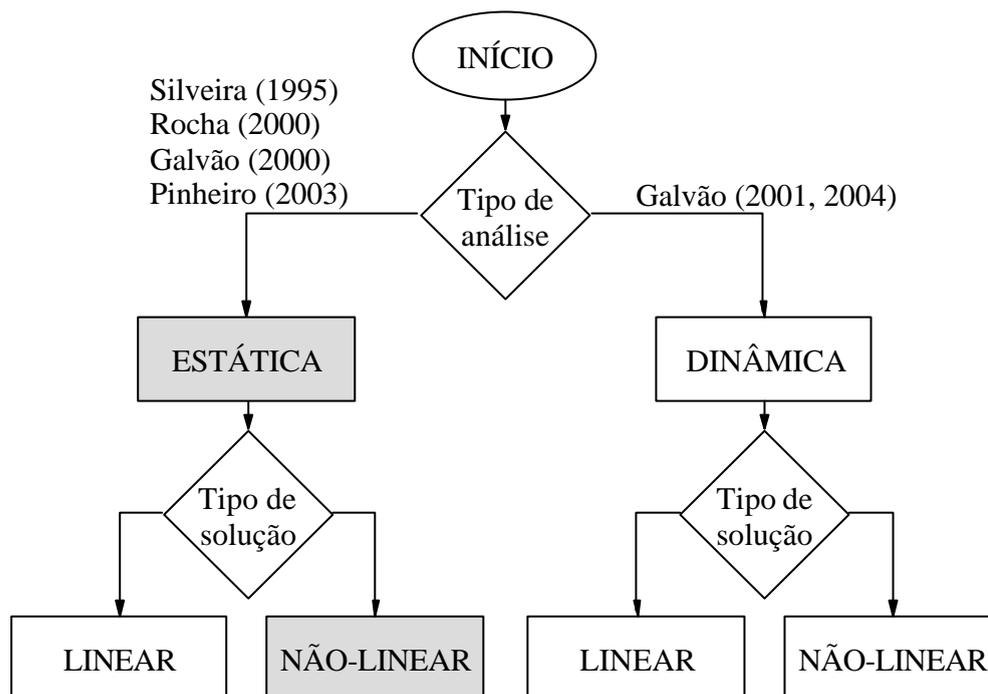


Figura 5.1 – Visão geral esquemática do programa.

Na Figura 5.2, pode-se visualizar a parte do programa que sofreu intervenção direta desta dissertação. Para melhor entendimento está indicado em cada processo, ou etapa, o nome da sub-rotina correspondente.

Outro destaque a respeito dos fluxogramas é que também está indicado, em cinza, os pontos de intervenção direta deste trabalho e que serão detalhados mais à frente. Uma vez que a finalidade deste trabalho é estender a capacidade de análise não-linear do programa, permitindo a consideração da não-linearidade física (comportamento inelástico da seção), será dada mais ênfase a esse “ramo” do sistema computacional.

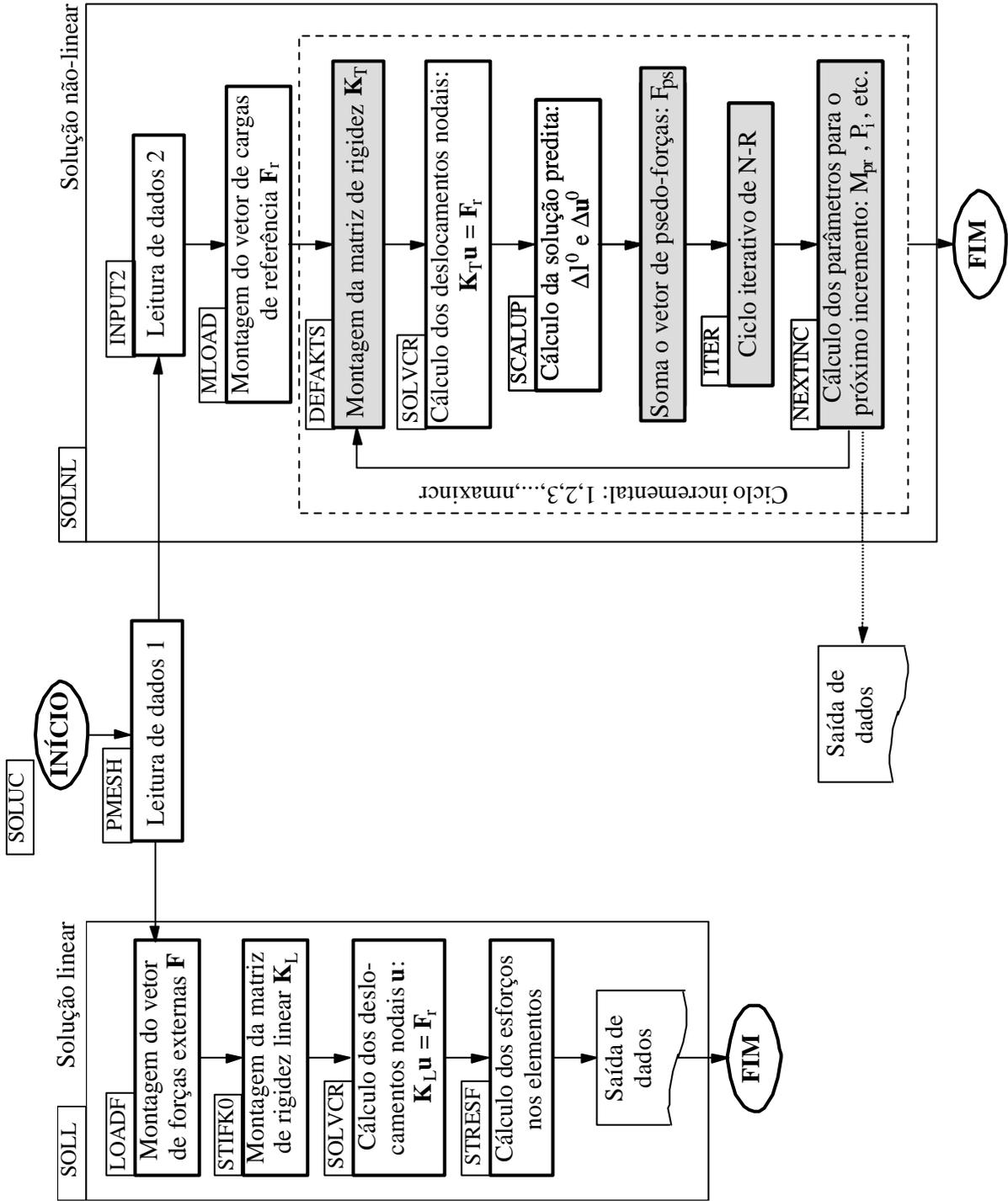


Figura 5.2 – Procedimentos para as análises linear e não-linear.

Estudando o fluxograma dado pela Fig. 5.2, percebe-se que a sub-rotina LEITURA DE DADOS 1 define, além das características básicas, geométricas e de carregamento, qual o tipo de solução que será realizada. No caso da análise não-linear, será necessário fazer a LEITURA DE DADOS 2, onde o programa obtém o dados relacionados com o número de passos de carga, número de iterações, estratégia de incremento de carga, etc. Destaca-se que, até essa dissertação, a base computacional permitia a análise de segunda ordem de pórticos bidimensionais com ligações rígidas e semi-rígidas, e treliças bi e tridimensionais.

Assim, após a LEITURA DE DADOS 2, faz-se a montagem do vetor de cargas de referência \mathbf{F}_r . Esse vetor será multiplicado pelo fator de carga λ quando se necessitar obter o vetor de forças externas \mathbf{F}_e . A partir dos dados de uma dada configuração inicial (\mathbf{u}^0 e \mathbf{f}^0) é montada a matriz de rigidez global da estrutura \mathbf{K} na sub-rotina DEFAKTS. Após a montagem de \mathbf{K} e o cálculo dos deslocamentos nodais tangenciais, entra em ação a sub-rotina SCALUP, que define a solução predita de $\Delta\lambda^0$, isto é, define um passo de carga adequado (de acordo com o grau de não-linearidade do problema).

Neste ponto existe uma intervenção deste trabalho referente às formulações usadas. Uma vez que o vetor de forças externas está montado, é necessário somar o vetor de pseudo-forças, \mathbf{F}_{ps} , que é originado após a formação das rótulas plásticas e limita as forças internas que o elemento (com rótulas) pode suportar, de acordo com a superfície de interação.

Em seguida entra-se na sub-rotina ITER que controla o ciclo de iterações através do método de Newton-Raphson, e que tem o objetivo de obter o equilíbrio do sistema estrutural. Essa sub-rotina pode ser vista de forma mais detalhada na Fig. 5.3.

Após o cálculo do vetor de forças internas \mathbf{F}_i , chega-se no gradiente ou vetor de forças residuais da seguinte forma:

$$\mathbf{g} = (\lambda\mathbf{F}_r + \mathbf{F}_{ps}) - \mathbf{F}_i \quad (5.1)$$

O gradiente será então comparado com o vetor de cargas de referência incremental $\Delta\lambda\mathbf{F}_r$. Caso esse gradiente seja suficientemente pequeno, satisfazendo um certo critério de convergência, pode-se afirmar que o equilíbrio de forças no sistema foi atingido. Caso contrário, o ciclo iterativo continua corrigindo e atualizando a variáveis incrementais e totais, e reiniciando o processo até que a solução convirja ou até que o

número máximo de iterações seja alcançado. Destaca-se aqui que, caso o usuário decida usar o método de Newon-Raphson padrão, a matriz de rigidez será recalculada a cada iteração.

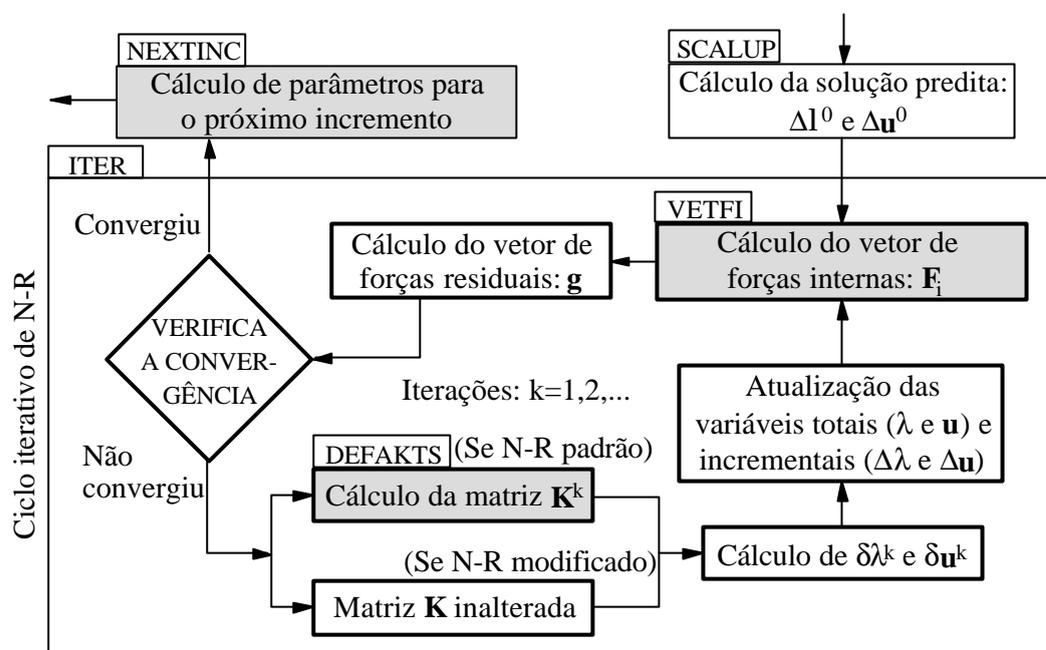


Figura 5.3 – Ciclo iterativo de N-R.

Uma vez obtida a convergência no processo iterativo, segue-se para a preparação de todos os parâmetros para o próximo passo de carga (M_{pr} , P_i , S_s ou ϕ , etc.) e imprime os resultados através da sub-rotina NEXTINC. Nessa rotina são avaliadas as forças internas em cada elemento (P , M_A e M_B) de acordo com as formulações (Capítulos 3 e 4). A impressão dos resultados é feita em vários arquivos de forma a separar adequadamente os dados para posterior análise dos mesmos.

As formulações implementadas neste trabalho interferem basicamente na montagem da matriz de rigidez de cada elemento e, por conseguinte, na matriz de rigidez global do sistema estrutural. Outro ponto onde elas interferem é na preparação dos dados para o próximo passo de carga.

Assim, nas próximas seções, atenção especial será dada às sub-rotinas DEFAKTS, VETFI e NEXTINC. A primeira é responsável pela montagem da matriz de rigidez de cada elemento, a segunda pelo cálculo do vetor de forças internas de cada elemento e a última pela preparação e controle dos parâmetros para o próximo incremento. Maiores

detalhes sobre as outras partes do programa podem ser vistas nos trabalhos de Silveira (1995), Rocha (2000), Galvão (2000) e Pinheiro (2003).

5.3 – SUB-ROTINA DEFAKTS

Esta sub-rotina tem a finalidade de controlar a montagem da matriz de rigidez de acordo com o tipo do sistema estrutural: treliça plana, pórtico plano e treliça espacial. Focando no objetivo deste trabalho, DEFAKTS chamará a rotina MATRIG para pórticos planos.

O algoritmo da sub-rotina MATRIG, visto na Fig. 5.4, fornece os passos básicos para a montagem da matriz de rigidez global do sistema, a partir das matrizes de rigidez de cada elemento.

```

Inicialização das variáveis;
Loop para todos os elementos:
    Preparação das variáveis do elemento;
    Calcula a matriz de transformação inicial [Trn];
    Define os deslocamentos em coordenadas locais;
    Calcula a matriz de rigidez de acordo com a formulação:
        Formulação geral linearizada (Yang e Kuo, 1994);
        Formulação de Alves (1995);
        Formulação de Pacoste-Eriksson (1997);
        Formulação inelástica 1: Sub-rotina DEFKG1;
        Formulação inelástica 2: Sub-rotina DEFKG2;
    Transforma a matriz de rigidez para o sistema global (se
        necessário);
    Armazena Kg em AKTS (assembly);
    Armazena DelMpc em psdFi (assembly).
Fim do Loop

```

Figura 5.4 – Algoritmo da sub-rotina MATRIG.

As modificações feitas na rotina original constam apenas do acréscimo da possibilidade de montar a matriz do elemento de mais duas formas diferentes, referentes às formulações propostas, a partir de duas sub-rotinas:

- a. Sub-rotina DEFKG1: Formulação inelástica do Capítulo 3;
- b. Sub-rotina DEFKG2: Formulação inelástica do Capítulo 4.

Outra modificação está na montagem do vetor de pseudo-forças, psdFi , necessário às formulações. Esse vetor será somado ao vetor de forças externas, $\lambda \mathbf{F}_r$, para limitar a capacidade resistente do elemento no qual houve formação de rótula plástica.

5.3.1 – Sub-rotina DEFKG1

Esta rotina é bastante simples e segue a formulação proposta no Capítulo 3. Ela tem a função de calcular a matriz de rigidez do elemento já no sistema global e seu algoritmo é ilustrado na Fig. 5.5.

```
Inicialização das variáveis;
Definição da existência de rótulas nas extremidades 1 e 2 (R1 e R2);
Definição do Módulo tangente de Elasticidade (Et);
Definição do parâmetro de Estado-Energia, (Alfa1 e Alfa2);
Definição dos parâmetros de rigidez da seção (Fi1 e Fi2);
Definição dos parâmetros de rigidez do elemento (S1 e S2);
Definição dos elementos da matriz de rigidez (Kc);
Definição das matrizes de transformação (Tcg, T1 e T3);
Calcula a matriz de rigidez tangente:
    Kg = (TcgT.Kc.Tcg) + T1*M1 + T1*M2 + T3*P;
Transforma o vetor de pseudo-forças de 3 para 6 componentes:
    DelMpc = TcgT.DMpc.
```

Figura 5.5 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG1.

Vale lembrar que na formulação apresentada no Capítulo 3, a matriz do elemento é montada no sistema corrotacional com dimensão 3x3 e em seguida é transformada para o sistema global de dimensão 6x6 (ver Eq. 3.29) a partir da matriz de transformação \mathbf{T}_{cg} . A mesma transformação é feita com o vetor de pseudo-forças, que também é calculado e fornecido por essa rotina.

5.3.2 – Sub-rotina DEFKG2

Esta rotina segue a formulação proposta no Capítulo 4 e, como na sub-rotina da seção anterior, tem a função de calcular a matriz de rigidez do elemento já no sistema global. Seu algoritmo é fornecido na Fig. 5.6.

```

Inicialização das variáveis;
Definição dos elementos da matriz de rigidez (Kc);
Definição das matrizes de transformação (Tcg, Tb e N);
Calcula as matrizes de rigidez tangente (Kl e Kg):
    Kl = (TbT.Kc.Tb) + N;
    Kg = (RT.Kl.R);
Calcula o vetor de pseudoforças de 3 para 6 componentes:
    DelPint = TcgT.dPint.

```

Figura 5.6 – Algoritmo da sub-rotina DEFKG2.

Diferentemente da rotina anterior, observe que os parâmetros de rigidez (Sse_1 e Sse_2), necessários na definição da matriz de rigidez, não são recalculados dentro dela. Esses parâmetros são calculados na rotina NEXTINC, no passo de carga anterior. Porém, da mesma forma que a formulação anterior, a matriz é construída com dimensão 3x3, modificada para 6x6 usando-se a Eq. (4.16) e transformada para o sistema global usando a matriz de transformação \mathbf{R} (Eq. 4.18), montada em MATRIG.

5.4 – SUB-ROTINA VETFI

Esta rotina tem a função de calcular o vetor de forças internas \mathbf{F}_i , para que seja feita a verificação do equilíbrio do sistema estrutural. Ela funciona analogamente a sub-rotina MATRIG, pois também necessita calcular a matriz de rigidez de cada elemento, fazendo, assim, um *loop* varrendo todos os elementos. Essa rotina pode ser conferida na Fig. 5.7.

Como já enfatizado, a obtenção do vetor \mathbf{F}_i passa pela montagem da matriz de rigidez de cada elemento e o respectivo cálculo das forças internas, e, para que isso aconteça podem ser chamadas duas sub-rotinas: LOPIN1 e LOPIN3. Essas sub-rotinas

seguem as formulações dos Capítulos 3 e 4, respectivamente, e são detalhadas nas próximas seções.

```

Inicialização das variáveis;
Loop para todos os elementos:
  Preparação das variáveis do elemento;
  Calcula a matriz de transformação inicial [Trn];
  Define os deslocamentos em coordenadas locais;
  Calcula o vetor de forças internas de acordo com a formulação:
    Formulação de Pacoste-Eriksson (1997);
    Formulações com forças internas incrementais;
    Formulação inelástica 1: Sub-rotina LOPIN1;
    Formulação inelástica 2: Sub-rotina LOPIN3;
  Transforma o vetor de forças internas para o sistema global
    (se necessário):  $F_{il} \Rightarrow F_{ig}$ ;
  Armazena  $F_{ig}$  em  $F_i$  (assembly);
Fim do Loop

```

Figura 5.7 – Algoritmo da sub-rotina VETFI.

5.4.1 – Sub-rotina LOPIN1

Esta rotina é responsável por calcular as forças internas de acordo com a formulação inelástica apresentada no Capítulo 3. Seu algoritmo pode ser visto na Fig. 5.8. A rotina responsável pela montagem da matriz de rigidez do elemento é a sub-rotina DEFKG1 já apresentada na Seção (5.3.1). A variável dg , indicada no algoritmo, contém o vetor de deslocamento do elemento no sistema global de coordenadas.

```

Inicialização das variáveis;
Montagem da matriz de transformação [Tcg];
Inicializa  $K_g$  e monta a matriz [ $K_g$ ] do elemento;
  Sub-rotina DEFKG1;
Calcular o vetor de forças:
   $\{fg\} = [K_g] \cdot \{dg\}$ ;
Transforma o vetor de forças  $\{fg\}$  (6 comp.) para  $\{fc\}$  (3 comp.)
   $\{fc\} = [Tcg] \cdot \{fg\}$ .

```

Figura 5.8 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN1.

5.4.2 – Sub-rotina LOPIN3

Esta rotina, assim como a anterior, calcula as forças internas de cada elemento, porém agora usando a formulação do Capítulo 4. A Fig. 5.9 fornece o seu algoritmo.

```
Inicialização das variáveis;
Montagem da matriz de transformação [Tcg];
Inicializa Kg e monta a matriz [Kg] do elemento;
    Sub-rotina DEFKG2;
Calcular o vetor de forças:
    {fg} = [Kg].{dg};
Transforma o vetor de forças {fg} (6 comp.) para {fc} (3 comp.)
    {fc} = [Tcg].{fg}.
```

Figura 5.9 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN3.

Observe que a matriz de rigidez do elemento é montada pela sub-rotina DEFKG2, também já apresentada na Seção (5.3.2).

5.5 – SUB-ROTINA NEXTINC

Esta rotina tem a função de atualizar e preparar vários parâmetros para o próximo passo de carga. Entre esses parâmetros destaca-se o cálculo das forças resultantes (P , M_A e M_B), para cada elemento finito, representadas nos algoritmos pela variável P_i . Essa tarefa é realizada pela sub-rotina DEFFINT.

Após o cálculo das forças internas faz-se a verificação da extrapolação do número máximo de iterações, da violação da superfície de interação e de outras prescrições pertinentes à formulação usada. Esse controle permite que, caso ocorra violação, abandone-se o passo de carga corrente e reinicie-se o processo de solução com um passo de carga menor. A Fig. 5.10 apresenta o algoritmo simplificado desta sub-rotina.

```

Inicialização das variáveis;
Calcula as forças internas resultantes
    Sub-rotina DEFFINT;
Verifica a estratégia de variação incremento de carga:
Automática:
Verifica se foi extrapolado o número máximo de iterações:
    Ok:
        Atualiza vetores de coordenadas totais;
        Atualiza os parâmetros para o próximo passo de carga;
        Imprime os resultados.
    Houve violação:
        Calcula o FACI a partir da estratégia de controle de
            incremento escolhida;
        Abandona o passo de carga corrente e reinicia o processo de
            cálculo com um incremento inicial menor ( $\lambda \cdot \text{FACI}$ ).
Constante:
Verifica a semi-rigidez das conexões;
Verifica se foi extrapolado o número máximo de iterações e se
    houve violação de algumas das prescrições adotadas,
    definindo o FACI para o próximo passo de carga caso
    necessário:
    Ok:
        Atualiza vetores de coordenadas totais;
        Atualiza os parâmetros para o próximo passo de carga;
        Imprime os resultados.
    Houve violação:
        Abandona o passo de carga corrente e reinicia o processo de
            cálculo com um incremento inicial menor ( $\lambda \cdot \text{FACI}$ ).

```

Figura 5.10 – Algoritmo da sub-rotina NEXTINC.

A definição do fator de redução do passo de carga, FACI, depende da estratégia de controle de carga adotada (Galvão, 2000), podendo este fator ser reduzido ou aumentado de acordo com o grau de não-linearidade do problema. As formulações propostas no Capítulo 3 exigem que algumas verificações sejam feitas (Seção 3.3.3.3) e foram implementadas apenas para quando for adotada a estratégia de passo de carga constante. Essas verificações são responsáveis pela eventual redução do passo de carga.

Além dos vetores de forças internas \mathbf{P}_i , outros parâmetros são atualizados, tais como, os parâmetros de rigidez da seção, indicadores de formação de rótula, etc.

5.5.1 – Sub-rotinas DEFFINT e LOADPI

A primeira sub-rotina, DEFFINT, é responsável pela definição do procedimento de cálculo para cada tipo de estrutura: treliça plana, pórtico plano e treliça espacial. Como as formulações propostas neste trabalho foram desenvolvidas para pórticos planos, a sub-rotina chamada é a LOADPI.

A rotina LOADPI também é responsável pela definição de que rotina deve ser chamada de acordo com o tipo de análise. Para este trabalho são pertinentes duas sub-rotinas: LOPIN2 e LOPIN4, que contém as formulações dos Capítulos 3 e 4, respectivamente. Como essas duas rotinas calculam as forças incrementais, então a rotina LOADPI se encarrega de somá-las à matriz que contém as forças internas totais de cada elemento e atualizar as variáveis correspondentes.

5.5.2 – Sub-rotina LOPIN2

Esta rotina é responsável por calcular as forças internas na forma incremental de acordo com a formulação proposta no Capítulo 3. Seu algoritmo é apresentado na Fig. 5.11.

```
Inicialização das variáveis;
Montagem da matriz de rotação [Tcg];
Transforma dg (global - 6 comp.) para dc (corrotacional - 3 comp.):
    {dc} = [Tcg].{dg};
Inicializa Kc e monta a matriz [Kc];
    Sub-rotina DEFKc1;
Calcular o vetor de forças:
    {fc} = [Kc].{dc};
Calcula o Mpc para a nova carga axial existente;
Calcula DelMpc a partir da existência prévia de rótulas e corrige o
    vetor de forças {pi} caso já exista rótula;
Cálculo dos vetores de forças {pi} (3 comp.) e {fi} (6 comp.).
```

Figura 5.11 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN2.

Como as forças internas em cada elemento são calculadas a partir da matriz de rigidez \mathbf{K}_c , no sistema corrotacional com dimensão 3×3 , então o vetor de deslocamentos

do elemento \mathbf{d}_g deve ser transformado para o mesmo sistema, reduzido-o para três componentes (\mathbf{d}_c). Outros parâmetros que são calculados é o valor do momento plástico reduzido (Mpc) e o vetor de pseudo-forças (delMpc). A rotina que monta a matriz de rigidez do elemento para essa formulação chama-se DEFKC1.

A rotina DEFKC1 é semelhante à DEFKG1, já apresentada, com a diferença que não transforma a matriz \mathbf{K}_c do sistema corrotacional para o global.

5.5.3 – Sub-rotina LOPIN4

Esta rotina, assim como a anterior, calcula as forças internas na forma incremental de cada elemento, porém usando a formulação apresentada no Capítulo 4. Na Fig. 5.12 pode ser visto o seu algoritmo.

```
Inicialização das variáveis;
Montagem da matriz de rotação [Tcg];
Transforma dg (global - 6 comp.) para dc (corrotacional - 3 comp.):
    {dc} = [Tcg].{dg};
Inicializa Kc e monta a matriz [Kc];
    Sub-rotina DEFKC2;
Calcular o vetor de forças:
    {fc} = [Kc].{dc};
Calcula o Mpr para a nova carga axial existente;
Calcula dPint a partir da violação da curva de interação;
Aplica o sinal correto em dPint;
Cálculo dos vetores de forças {pi} (3 comp.) e {fi} (6 comp.).
```

Figura 5.12 – Algoritmo da sub-rotina LOPIN4.

Percebe-se que ela é semelhante à anterior, apresentando algumas diferenças apenas na construção da matriz de rigidez \mathbf{K}_c e no vetor de pseudo-forças, chamado dPint nessa rotina. A rotina que monta a matriz de rigidez para esta formulação chama-se DEFKC2. Assim como na sub-rotina DEFKC1, a sub-rotina DEFKC2 se difere de DEFKG2 pelo fato de não transformar \mathbf{K}_c para o sistema global (\mathbf{K}_g).

5.5.4 – Sub-rotina DEFRIG2

Esta rotina merece destaque, pois viabiliza o emprego da formulação elasto-plástica apresentada no final do Capítulo 4. Ela calcula os parâmetros de rigidez da seção (S_s) de acordo com dois valores limites, superior e inferior, para S_s , dados pela Eqs. (4.31a e b).

Porém, após alguns testes feitos pelo autor deste trabalho no sentido de melhorar a precisão dos resultados, decidiu-se pelo uso dos seguintes valores para S_s :

$$S_s = 10^{+16} \frac{EI}{L} \quad \text{para } M < M_{er} \quad (5.2a)$$

$$S_s = 10^{-10} \frac{EI}{L} \quad \text{para } M = M_{pr} \quad (5.2b)$$

Essa modificação no limite superior é devido a fatores oriundos das aproximações numéricas feitas pelo processador. Com esses valores, foram obtidos resultados mais consistentes para a matriz de rigidez do elemento.

A rotina DEFRIG2 é chamada apenas no final do processamento do passo de carga e os valores de S_s , depois de calculados, são armazenados na variável Ss , que contém os valores de S_s das duas extremidades de todos os elementos, para que possam ser usados em outras sub-rotinas do programa.

5.6 – RETORNO DAS FORÇAS INTERNAS À CURVA DE INTERAÇÃO

Uma vez formada a rótula plástica em uma ou duas extremidades de um elemento, as condições de equilíbrio podem ser violadas, pois a resistência da seção plastificada pode ser menor que as forças aplicadas no elemento. Esse fato reflete a condição em que o ponto M-P se posiciona fora da área contida pela superfície de interação (ver Fig. 5.13).

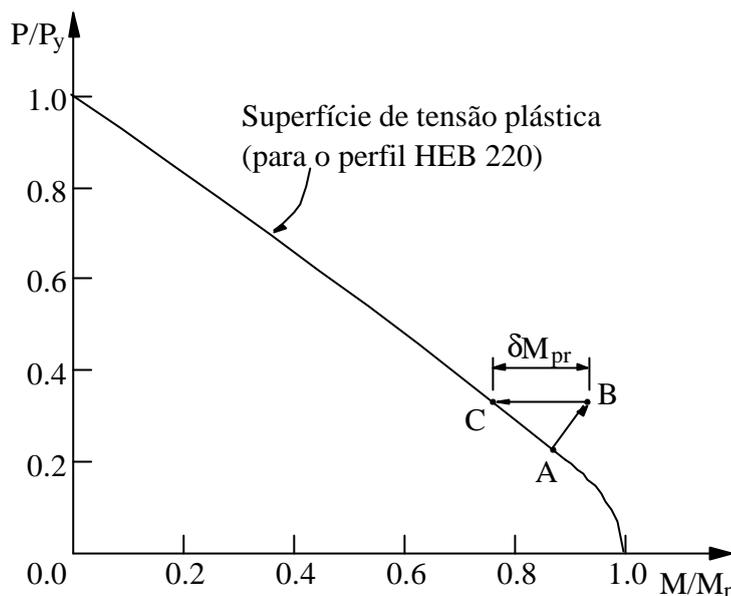


Figura 5.13 – Retorno das forças internas à curva de interação.

Existem diversas formas de trazer o ponto M-P para cima da superfície. Chan e Chui (1997) sugerem trazê-lo numa trajetória perpendicular à superfície reduzindo simultaneamente a carga P e o momento M na seção rotulada. Liew et al. (1993a) sugerem uma trajetória “horizontal”, isto é, aplica-se uma redução no momento (δM_{pr}) sem modificar a carga axial (uma vez que ela já foi aplicada integralmente ao elemento).

Neste trabalho adotou-se a segunda alternativa para ambas as formulações, inicialmente por se mostrar mais simples de ser implementada e depois se constatou que não causa grandes diferenças com o uso de pequenos passos de carga.

5.7 – ESPESSURA EQUIVALENTE DA MESA

Durante os testes comparativos das formulações (Capítulo 6), percebeu-se que as Eqs. (4.27) e (4.28), propostas por Chan e Chui (2000) para se definir os limites de resistência de uma dada seção metálica, funcionam bem para perfis soldados, mas apresentam discrepâncias em relação aos perfis usinados. O motivo dessa discrepância é oriundo do fato de que, ao contrário dos perfis soldados, os usinados possuem concordâncias construtivas entre as mesas e as almas. Essa peculiaridade altera razoavelmente suas características mecânicas e geométricas (A , I , W , Z).

Para resolver esse problema adotou-se neste trabalho uma espessura maior da mesa do perfil, na esperança de que essa espessura equivalente compensasse o excedente de material que os perfis usinados possuem.

Foi confeccionada então uma tabela de perfis (Apêndice D), com uma característica geométrica a mais ($T_{f_{eqv}}$). Essa tabela foi utilizada nos exemplos de validação que serão apresentados no próximo capítulo.

6. EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

6.1 – INTRODUÇÃO

Através da análise inelástica de problemas estruturais encontrados na literatura, pretende-se verificar neste capítulo a eficiência das formulações propostas nos Capítulos 3 e 4, além de testar as implementações apresentadas no Capítulo 5.

Para melhorar a apresentação dos resultados, optou-se por usar uma nomenclatura simplificada para as formulações propostas e implementadas. A Tab. 6.1 contém as abreviações usadas e suas respectivas representações na forma de um resumo.

Tabela 6.1 – Resumo das formulações utilizadas.

| Sigla | Descrição |
|--------------|--|
| EP-L | Formulação inelástica baseada na norma AISC-LRFD: análise elasto-plástica (Cap. 3) |
| PR-L | Formulação inelástica baseada na norma AISC-LRFD: análise plástica-refinada (Cap. 3) |
| EP-C | Formulação inelástica baseada no conceito da seção montada: análise elasto-plástica (Cap. 4) |
| PR-C | Formulação inelástica baseada no conceito da seção montada: análise plástica-refinada (Cap. 4) |

Na Seção 6.1.1 são feitas algumas considerações importantes sobre as análises realizadas neste capítulo. Logo em seguida, na Seção 6.1.2, existe um resumo dos problemas estruturais estudados.

Da Seção 6.2 até a 6.9 são apresentadas as análises inelásticas realizadas nesta dissertação, onde os resultados aqui obtidos serão comparados com aqueles provenientes da literatura.

6.1.1 – Considerações Importantes

Cabe destacar, a priori, algumas considerações relacionadas com a modelagem dos problemas estruturais analisados. São elas:

- a. todas as ligações foram tomadas como rígidas, isto é, não foram utilizadas ligações semi-rígidas para a conexão viga-coluna em nenhum dos pórtico analisados neste trabalho;
- b. com o objetivo de organizar a apresentação dos dados, são apresentados nos problemas a serem analisados apenas a identificação dos perfis que constituem os membros dos pórticos. As características geométricas de cada um desses perfis são apresentadas em uma tabela fornecida no Apêndice D;
- c. nas formulações baseadas no **conceito da seção montada** (EP-C e PR-C) é utilizada uma característica geométrica a mais nos perfis (apresentada na Tab. D.1, Apêndice D). Essa característica é a espessura equivalente da mesa, e é responsável por compensar as diferenças entre os perfis soldados e usinados. Para maiores detalhes ver os Capítulos 4 e 5;
- d. na maioria das análises realizadas, para obtenção da trajetória de equilíbrio do sistema, utilizou-se basicamente duas estratégias de solução não-linear: controle apenas do parâmetro de carga, que tem o objetivo apenas de atingir a carga de colapso da estrutura; e o controle simultâneo do parâmetro de carga e dos deslocamentos nodais através da técnica do comprimento de arco (ver Apêndice A), que permite a o traçado pré e pós-crítico do caminho de equilíbrio da estrutura.

6.1.2 – Problemas Estruturais Analisados

Os problemas estruturais inelásticos analisados neste capítulo foram retirados da literatura (Vogel, 1985; Liew et al., 1993a e b; Chen e Sohal, 1995; Chen et al., 1996; Chan e Chui, 1997, 2000; Santos, 2004). Os resultados extraídos dessas referências foram usados para comparação com as respostas obtidas nesta dissertação. Na Fig. 6.1 estão todos os sistemas estruturais abordados neste capítulo.

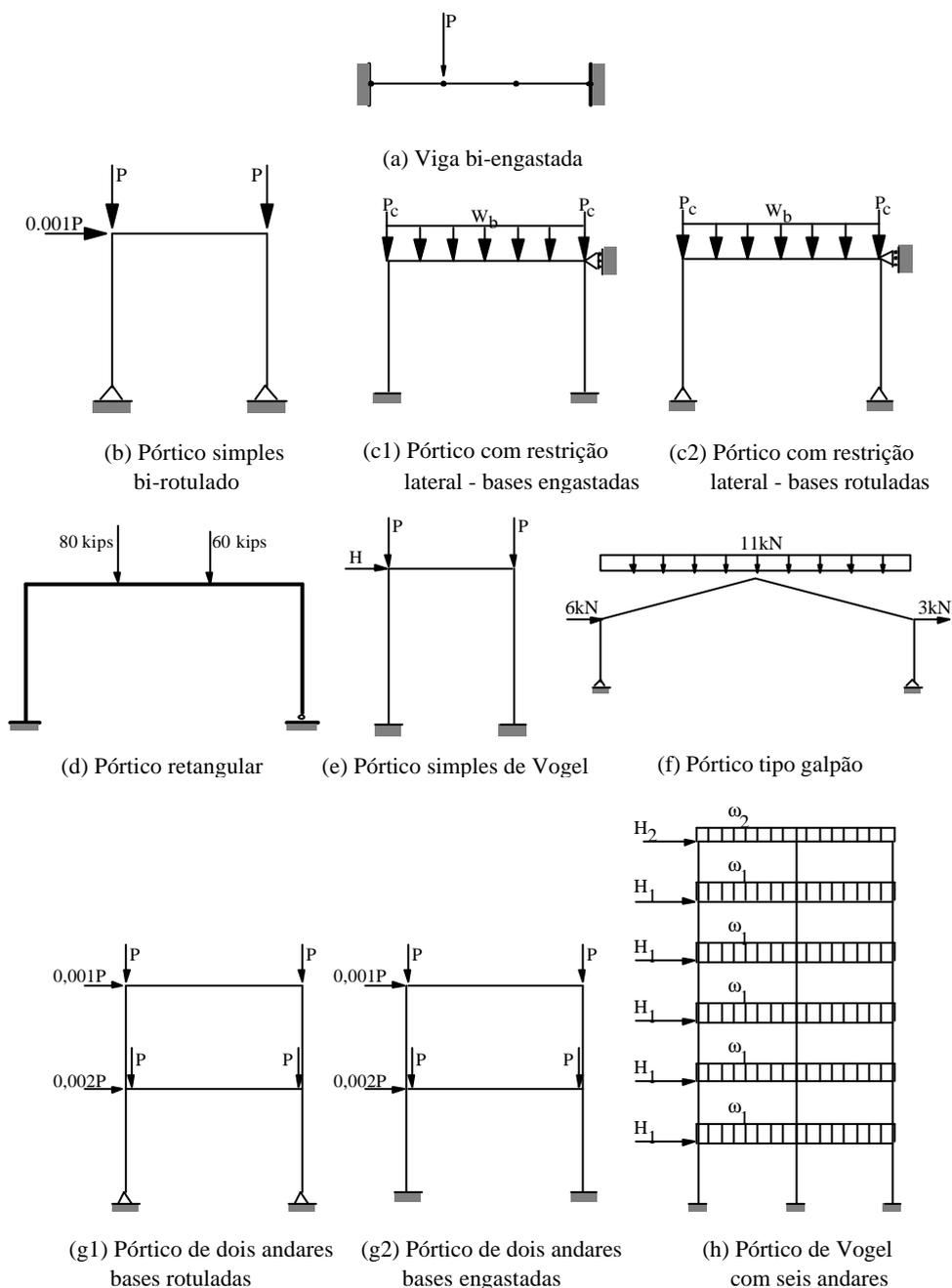


Figura 6.1 – Problemas estruturais analisados.

6.2 – VIGA BI-ENGASTADA

O primeiro sistema estrutural analisado neste capítulo é mostrado na Fig. 6.2. Trata-se de uma viga bi-engastada submetida a uma carga concentrada P , em $x = L/3$, sendo $L = 3$ m. Foi utilizado o perfil do tipo W200x71, que possui as seguintes propriedades mecânicas: módulo de elasticidade $E = 205$ kN/mm², tensão de escoamento $\sigma_y = 235$ N/mm² e tensão máxima residual de $\sigma_r = 0,5\sigma_y$.

Na Fig. 6.2 é mostrada também a malha de EF adotada, com três elementos iguais de 1 m de comprimento cada.

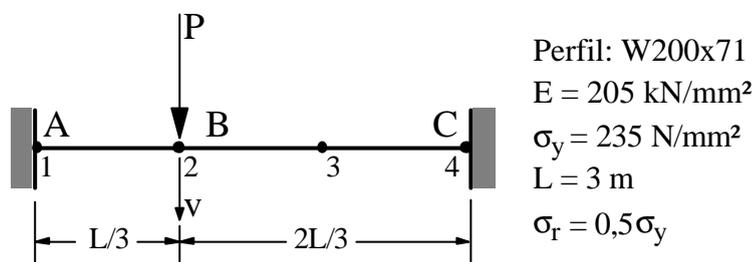


Figura 6.2 – Viga bi-engastada e modelo de EF adotado.

O estudo do comportamento inelástico desta viga foi feito por vários pesquisadores (Chen et al., 1996; Chan e Chui 2000) e será utilizado aqui para verificar as formulações elasto-plástica e plástica-refinada implementadas num problema relativamente simples, com predominância do comportamento de flexão da viga.

Optou-se por comparar as trajetórias de equilíbrio produzidas pelo programa computacional desenvolvido com as fornecidas por Chan e Chui (2000), como pode ser visto nas Figs. 6.3 e 6.4. A análise foi feita usando tanto as formulações elasto-plástica (EP-L e EP-C) como as plástica-refinadas (PR-L e PR-C), obtendo-se resultados semelhantes aos da referência, como pode ser conferido também através das Tabs. 6.2 e 6.3. Essas tabelas apresentam o valor normalizado da carga (PL/M_p) na formação das rótulas nos respectivos pontos da viga.

No caso das análises elasto-plásticas (Tab. 6.2), nota-se que os valores das cargas de ocorrência das rótulas coincidem com aqueles da literatura. Já para as análises refinadas (Tab. 6.3), foram obtidos aqui valores acima do esperado para as rótulas A e B, porém o valor da carga de colapso da viga (rótula em C) é bem próximo daquele fornecido por Chan e Chui (2000). O valor da carga de colapso fornecido por Liew

(Chen et al., 1996) é inferior ao obtido para esta dissertação (PR-C), caracterizando assim um certo conservadorismo na curva de interação da norma LRFD.

Nessas tabelas, a inexistência de valor da carga para a última rótula, no caso das formulações EP-L e PR-L, pode ser explicado pelo fato da ocorrência de uma instabilidade numérica computacional após a formação da rótula plástica no ponto nodal B. Essa instabilidade é causada pelo fato das formulações EP-L e PR-L zerarem a componente de rigidez da extremidade rotulada do elemento criando uma matriz de rigidez singular, com um zero na diagonal.

Tabela 6.2 – Cargas de ocorrência de rótulas: análises elasto-plásticas.

| Referência | Rótula em A | Rótula em B | Rótula em C |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| EP-L | 6,74 | 8,65 | - |
| Chen et al. (1996) | 6,76 | 8,65 | 8,99 |
| EP-C | 6,74 | 8,67 | 8,99 |
| Chan e Chui (2000) | 6,74 | 8,67 | 8,91 |

Tabela 6.3 – Cargas de ocorrência de rótulas: análises plástica-refinadas.

| Referência | Rótula em A | Rótula em B | Rótula em C |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| PR-L | 8,50 | 8,84 | - |
| Chen et al. (1996) | 8,31 | 8,76 | 8,91 |
| PR-C | 8,85 | 8,95 | 8,98 |
| Chan e Chui (2000) | 8,25 | 8,82 | 8,97 |

A título de comparação e estudo do comportamento da viga, foi apresentada na Fig. 6.5 a variação das forças internas em cada ponto da estrutura à medida que ela é carregada, demonstrando assim um comportamento predominantemente de flexão da viga.

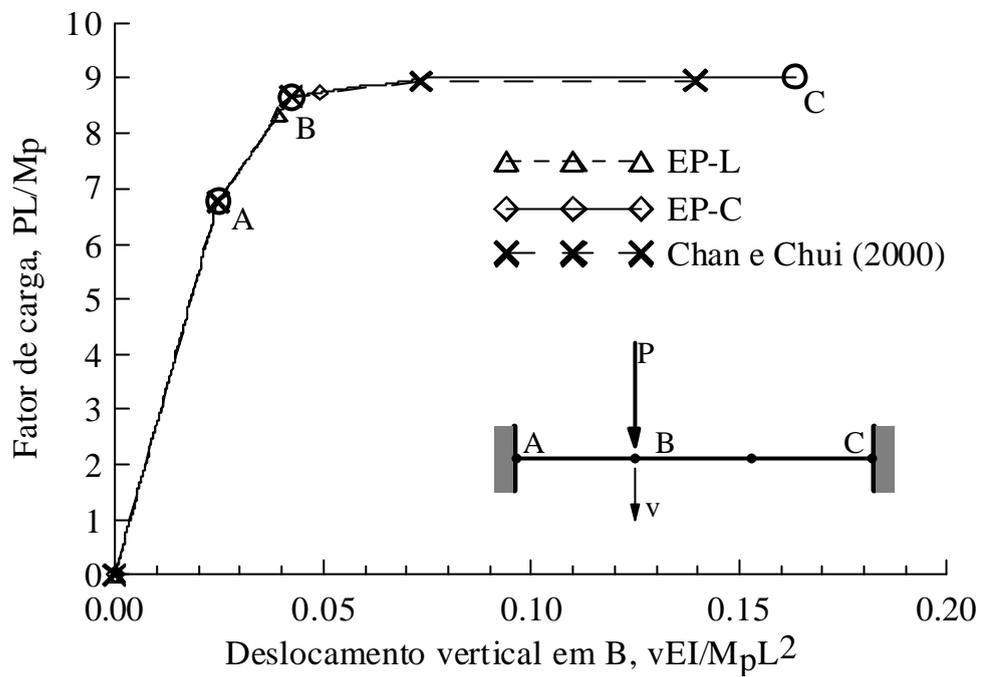


Figura 6.3 – Trajetória de equilíbrio para as análises elasto-plásticas.

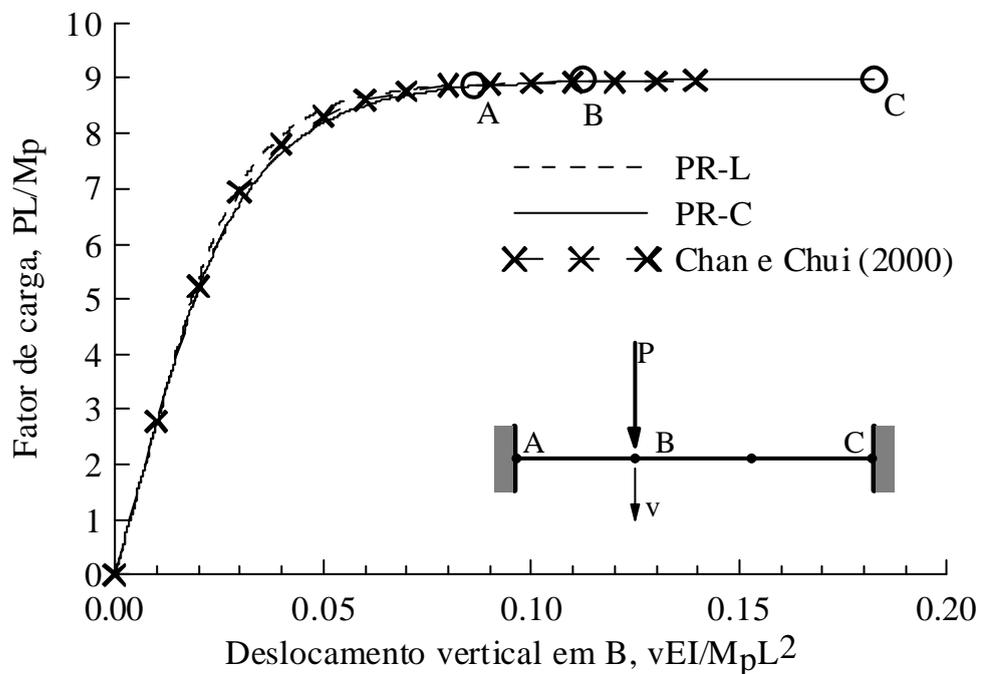


Figura 6.4 – Trajetória de equilíbrio para as análises plástica-refinadas.

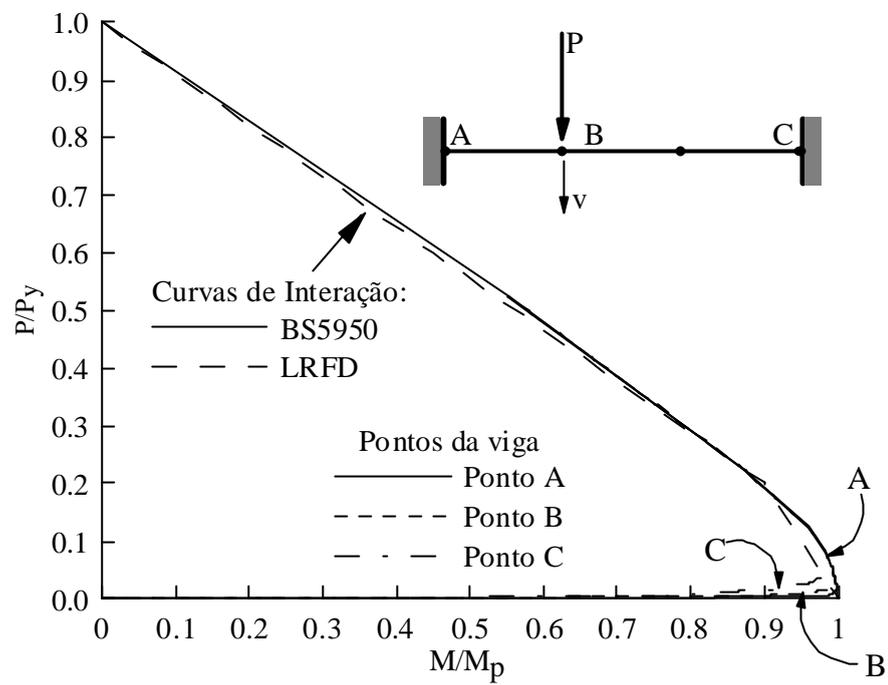


Figura 6.5 – Comportamento momento-carga axial nos elementos da estrutura.

6.3 – PÓRTICO SIMPLES BI-ROTULADO

A estrutura objeto desta análise é um pórtico simples, tipo portal, visto na Fig. 6.6, formado por perfis W200x46, com módulo de elasticidade $E = 200 \text{ kN/mm}^2$ e tensão de escoamento $\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$. É assumido o seguinte valor para a tensão máxima residual $\sigma_r = 0,5\sigma_y$. O comprimento de todos os membros (colunas e vigas) é de 3524 mm e foi utilizado apenas um elemento finito por membro. O carregamento principal, na forma de duas cargas verticais, P , é aplicado no topo das colunas e, para produzir uma instabilidade lateral, uma pequena força horizontal é aplicada no topo de uma das colunas com a intensidade de $0,001P$.

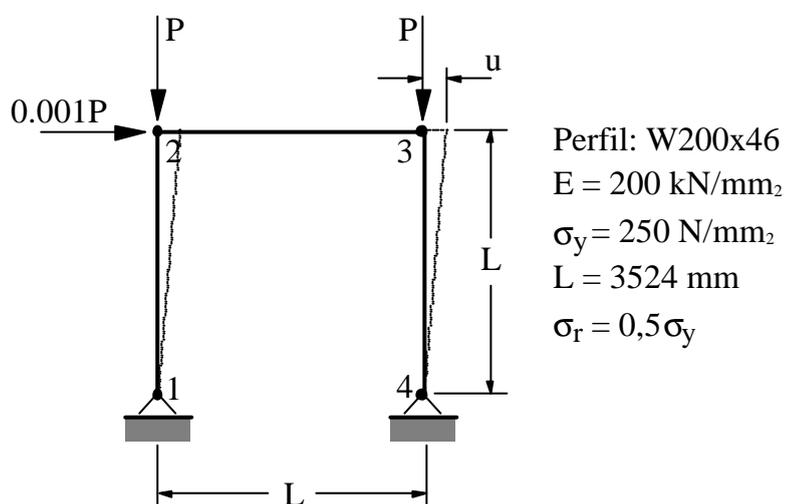


Figura 6.6 – Pórtico simples bi-rotulado e malha de EF utilizada.

A carga de colapso desse pórtico foi investigada inicialmente por Lui e Chen (1988) e re-analisada por Chan e Chui (2000), sendo os resultados numéricos destes últimos tomados aqui como referência.

Os resultados obtidos pelo programa desenvolvido neste trabalho, para as formulações elasto-plástica e plástica-refinada, são mostrados nas Figs. 6.7 e 6.8, respectivamente. Observe que o deslocamento no topo da coluna, u , foi tomado como parâmetro de controle do comportamento do pórtico.

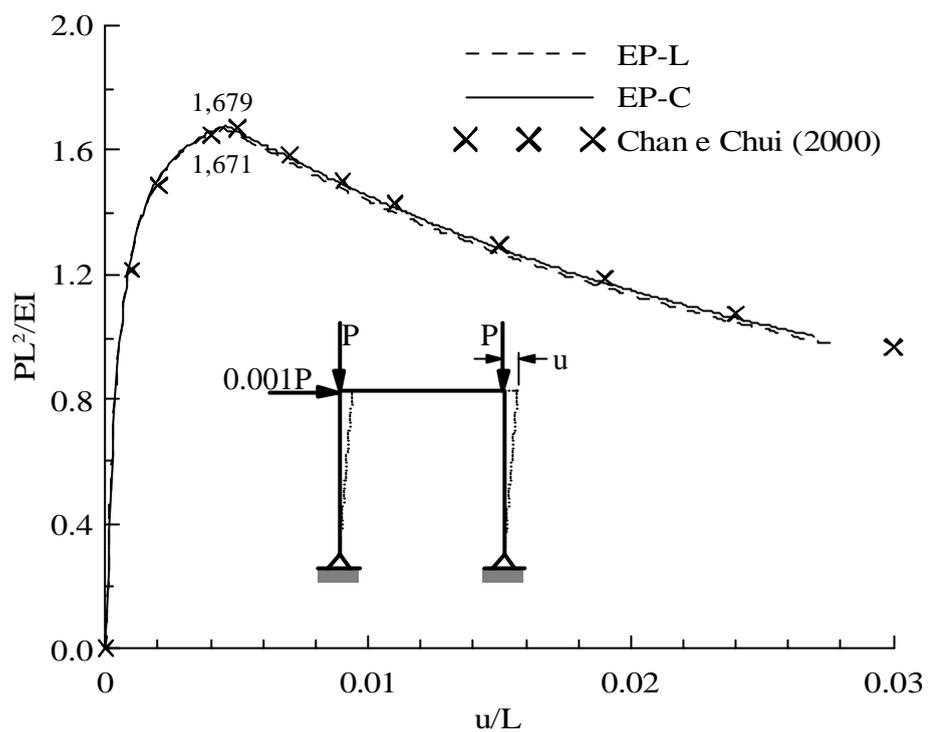


Figura 6.7 – Curvas força-deslocamento: análise pós-crítica elasto-plástica.

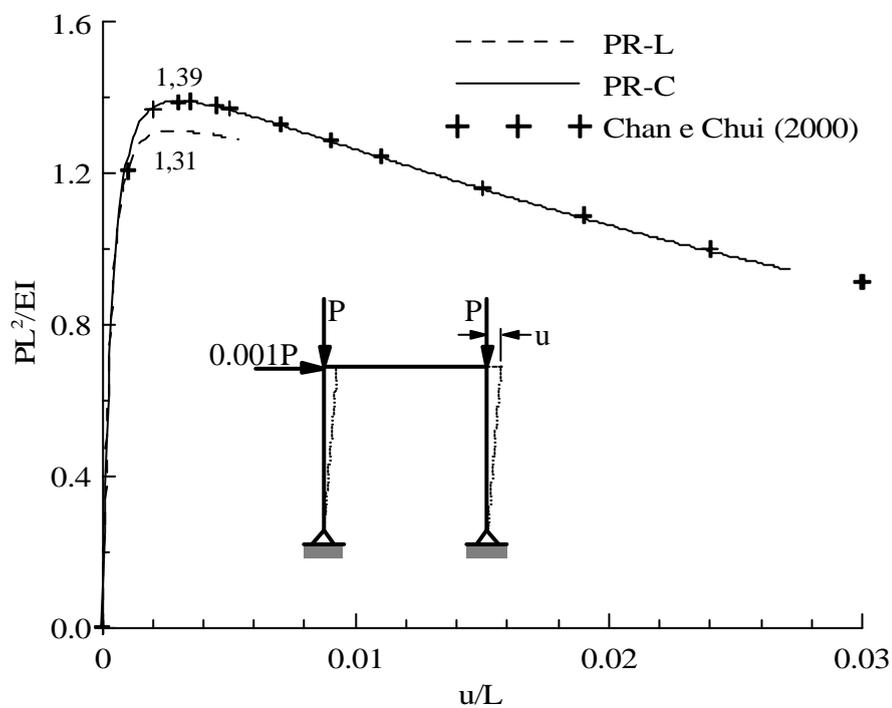


Figura 6.8 – Curvas força-deslocamento: análise pós-crítica plástica-refinada.

Como esperado, essas figuras mostram que as trajetórias obtidas pelas formulações EP-C e PR-C coincidem com aquela fornecidas por de Chan e Chui (2000). Já as cargas limites obtidas usando as formulações EP-L e PR-L são ligeiramente inferiores às definidas por EP-C e PR-C, respectivamente. Essa diferença pode ser explicada em função da curva de interação adotada, de onde se pode concluir que a fornecida pela LRFD mostra-se mais conservadora.

As Tabelas 6.4 e 6.5 fornecem os valores das cargas limites obtidos pelas formulações implementadas.

Tabela 6.4 – Cargas limites adimensionalizadas para a formulação elasto-plástica.

| Referência | Carga limite |
|--------------------|---------------------|
| EP-L | 1,67 |
| EP-C | 1,68 |
| Chan e Chui (2000) | 1,68 |

Tabela 6.5 – Cargas limites adimensionalizadas para a formulação plástica-refinada.

| Referência | Carga limite |
|--------------------|---------------------|
| PR-L | 1,31 |
| PR-C | 1,39 |
| Chan e Chui (2000) | 1,39 |

6.4 – PÓRTICO COM RESTRIÇÃO AO MOVIMENTO LATERAL

Aqui são estudados dois pórticos idênticos, do tipo portal, sendo que a diferença entre eles se encontra nas condições de contorno oferecidas pelos apoios inferiores. Esses pórticos são ilustrados na Fig. 6.9, onde se pode notar uma restrição ao movimento lateral no topo da coluna direita. Essa restrição tem a finalidade de simular um contraventamento por um membro inclinado ou por um sistema rígido, como por exemplo, uma parede de concreto.

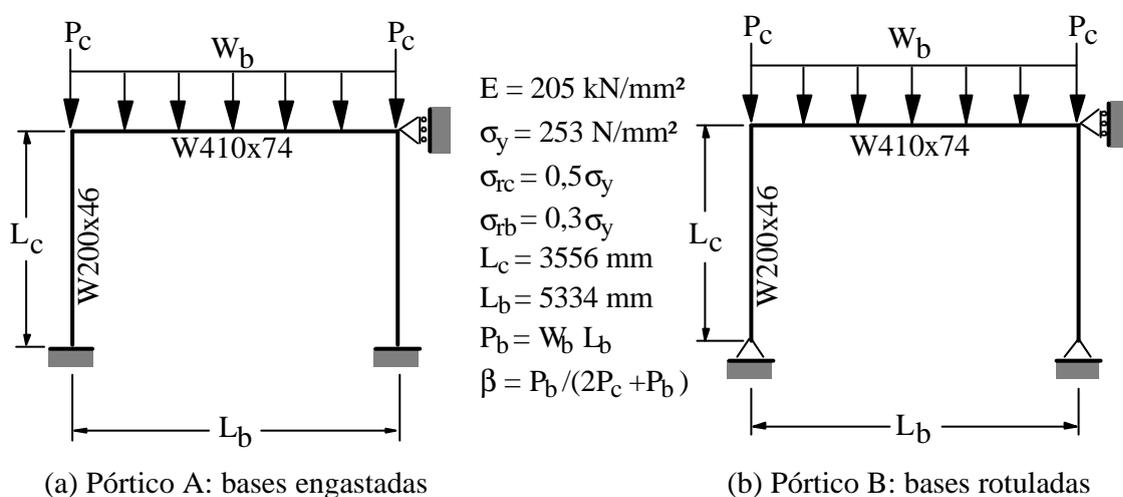


Figura 6.9 – Pórticos com restrição ao movimento lateral.

Foi aplicada inicialmente à estrutura uma imperfeição geométrica nas colunas na forma de uma curva senoidal com deformação máxima de $L/1000$. Essa imperfeição pode ser vista, junto com a malha de EM adotada, na Fig. 6.10.

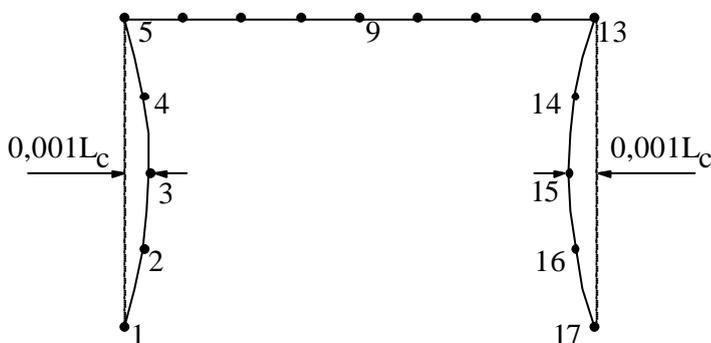


Figura 6.10 – Malha de EF e imperfeição geométrica utilizadas.

As respostas para momento fletor e força axial, no momento em que os pórticos entram em colapso, são mostrados na Fig. 6.11, quando são comparados os resultados obtidos pelas formulações plástica-refinadas aqui implementadas e aqueles fornecidos pelo método da zona plástica (Chen et al., 1990). Adicionalmente, através das Tab. 6.6 e 6.7, são comparados os resultados deste trabalho com aqueles fornecidos por Liew et al. (1993b) e Chan e Chui (2000), também para o instante de colapso dos dois sistemas.

Tabela 6.6 – Forças internas normalizadas nos elementos: pórtico engastado.

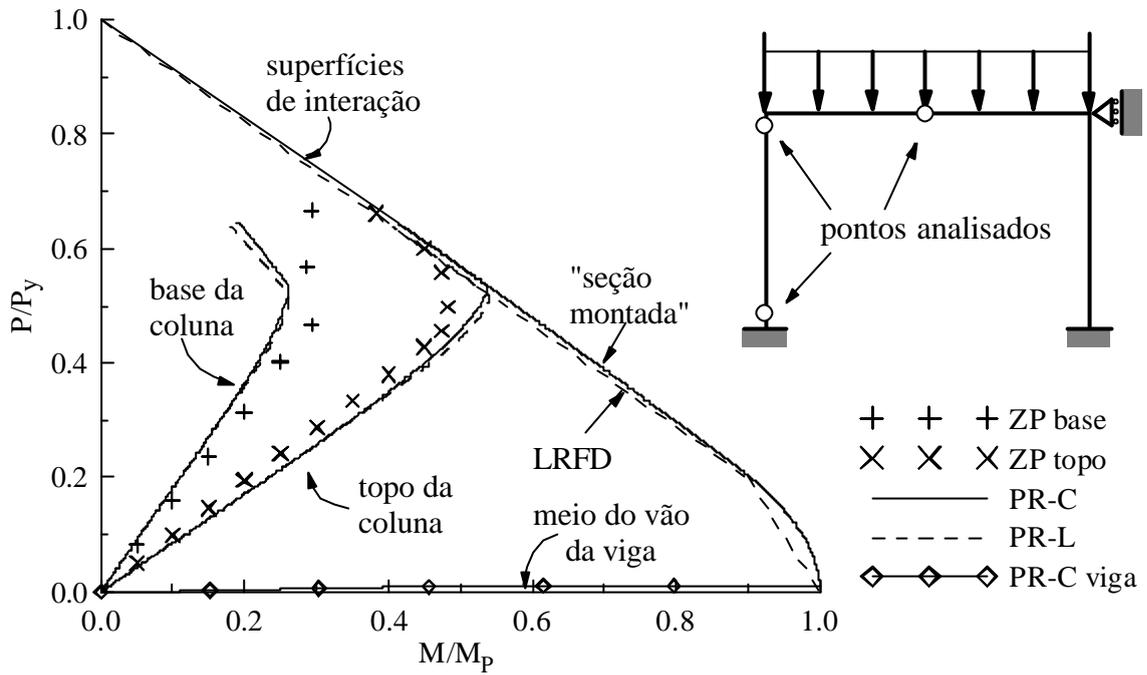
| Referência | Momento no topo | Momento na base | Momento na viga | Carga axial |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------|
| PR-L | 0,405 | 0,180 | 0,995 | 0,640 |
| PR-C | 0,414 | 0,189 | 1,000 | 0,645 |
| Liew et al. (1993b) | 0,408 | 0,234 | 0,994 | 0,637 |
| Chan e Chui (2000) | 0,417 | 0,207 | 0,997 | 0,643 |
| Chen et al. (1990), ZP | 0,392 | 0,290 | 1,000 | 0,660 |

Tabela 6.7 – Forças internas normalizadas nos elementos: pórtico rotulado.

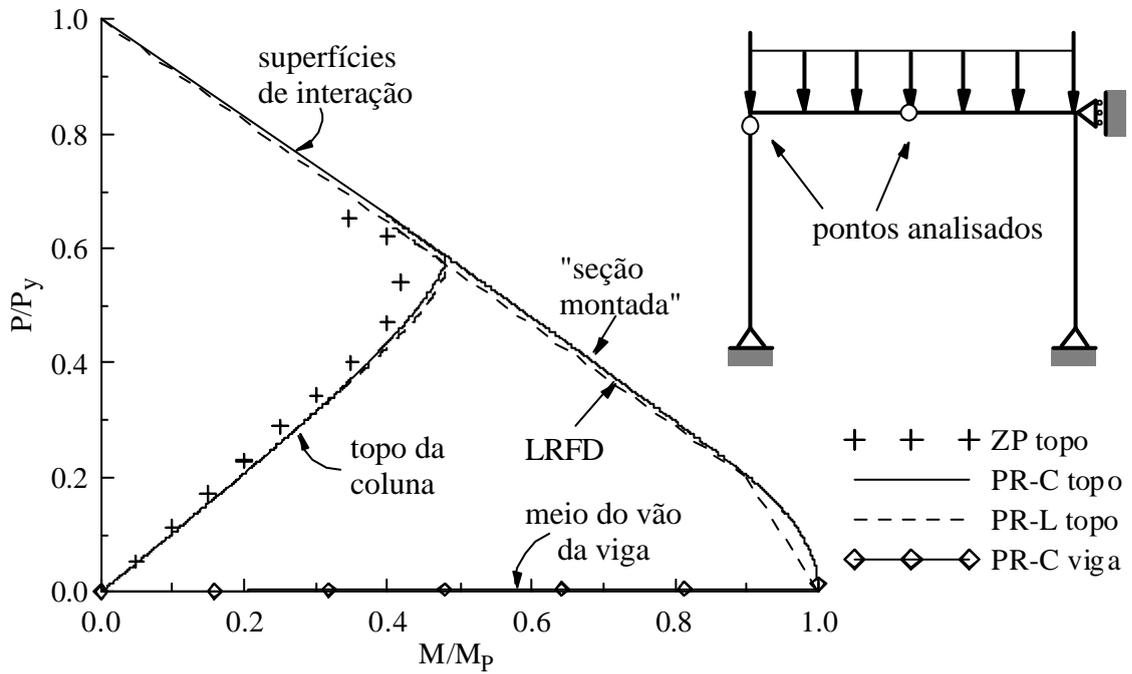
| Referência | Momento no topo | Momento na viga | Carga axial |
|------------------------|----------------------------|----------------------------|------------------------|
| PR-L | 0,404 | 0,996 | 0,641 |
| PR-C | 0,414 | 1,000 | 0,645 |
| Liew et al. (1993b) | 0,408 | 0,995 | 0,637 |
| Chan e Chui (2000) | 0,417 | 0,996 | 0,643 |
| Chen et al. (1990), ZP | 0,345 | 0,980 | 0,645 |

Percebe-se, através da análise desses trabalhos, que os resultados obtidos pelas formulações PR-L e PR-C podem ser consideradas confiáveis. Pode-se chegar nessa mesma conclusão observando-se a Fig. 6.12, onde são mostradas as variações das forças internas em alguns pontos dos dois pórticos.

Por fim, a Fig. 6.13 fornece as trajetórias de equilíbrio dos pórticos em análise.

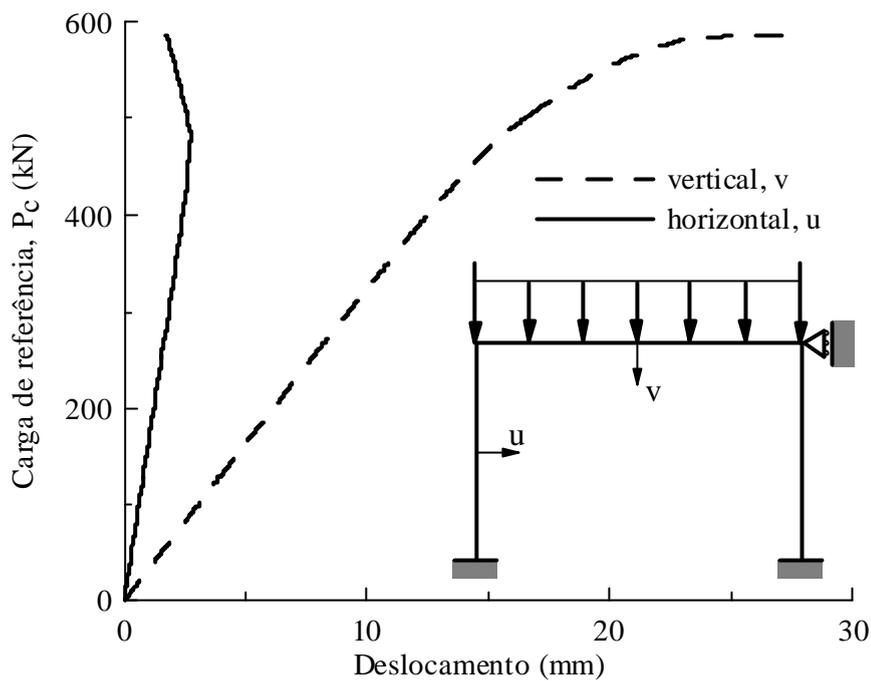


(a) Pórtico A: bases engastadas

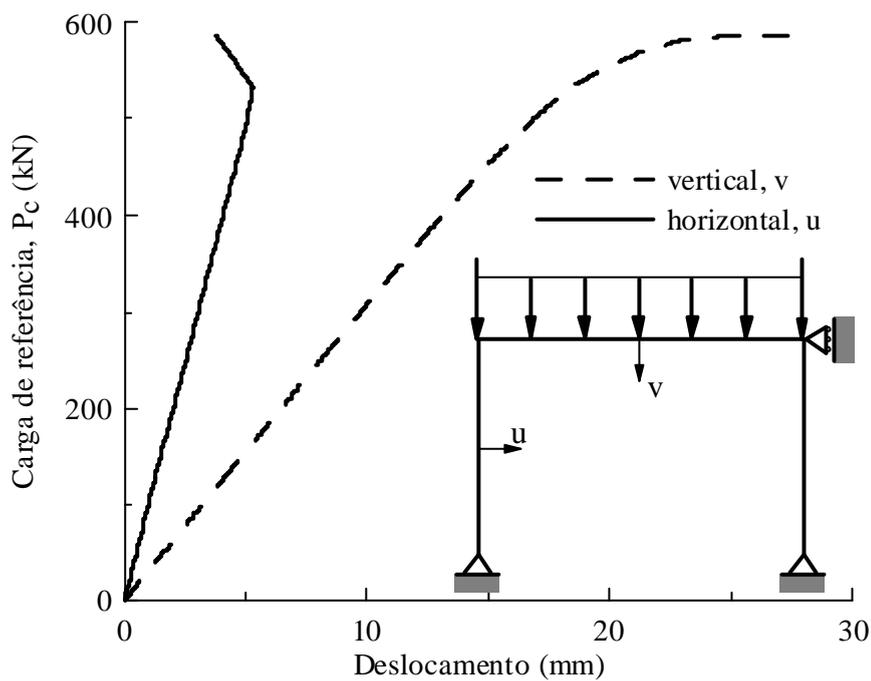


(b) Pórtico B: bases rotuladas

Figura 6.12 – Variação das forças internas nas colunas e viga.



(a) Pórtico A: bases engastadas



(b) Pórtico B: bases rotuladas

Figura 6.13 – Trajetórias de equilíbrio dos pórticos: análise plástica-refinada.

6.5 – PÓRTICO RETANGULAR COM APOIOS DIFERENTES

Seguindo a premissa de validação dos resultados obtidos pelo presente trabalho, foi escolhido o pórtico detalhado na Fig. 6.14 a partir do livro de Chen e Sohal (1995). Trata-se de um pórtico retangular, do tipo portal, formado por perfis do tipo W460x74 nas colunas e um W530x123 na viga. Ele apresenta duas cargas verticais concentradas na viga, posicionadas em $x = L/3$ e $x = 2L/3$ (L é o comprimento total da viga) de intensidade 80 e 60 kips, respectivamente. Possui módulo de elasticidade $E = 29000$ ksi, tensão de escoamento $\sigma_y = 36$ ksi e, devido aos perfis usados, tensão residual máxima $\sigma_r = 0,3\sigma_y$. O apoio esquerdo é engastado enquanto o direito é do segundo gênero.

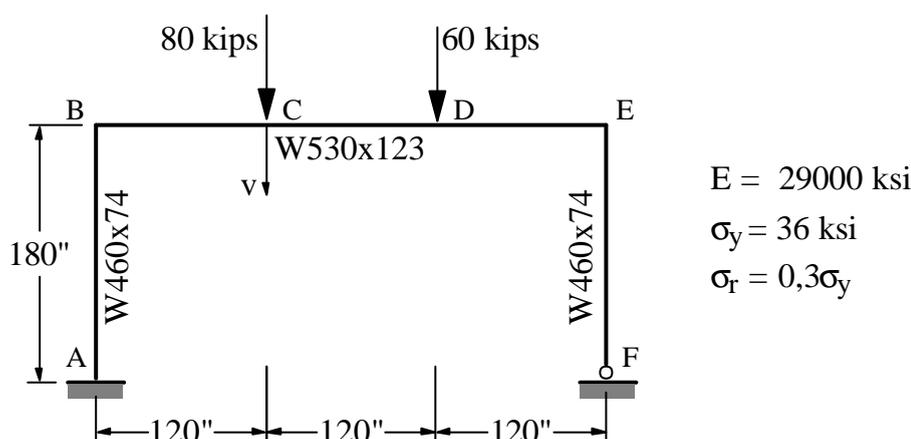


Figura 6.14 – Pórtico retangular com apoios diferentes.

Esse pórtico foi analisado por Santos (2004), que em sua pesquisa de iniciação científica utilizou o programa PHINGE desenvolvido por Liew (1992) em sua tese de doutorado. Na Fig. 6.15 é fornecida a malha adotada nos trabalhos anteriores e que será também adotada aqui.

As trajetórias de equilíbrio obtidas através das formulações EP e PR são apresentadas nas Fig. 6.16 e 6.17, onde se apresenta a variação do deslocamento vertical do ponto C (ver Fig. 6.14) em relação ao fator de carga. Observe que os resultados obtidos se aproximam daqueles de Santos (2004). O mesmo pode ser concluído das Tabs. 6.8 e 6.9, onde estão presentes as cargas críticas obtidas pelas formulações implementadas.

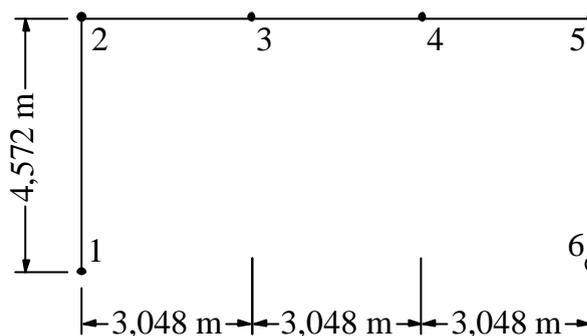


Figura 6.15 – Malha de EF utilizada.

Note também que as cargas críticas fornecidas pelas formulações EP-L e PR-L, baseadas no emprego da curva de interação M-P dada pela AISC-LRFD (1986), são ligeiramente inferiores às obtidas pelas formulações EP-C e PR-C, respectivamente.

Tabela 6.8 – Fatores de carga críticos para a formulação elasto-plástica.

| Referência | Fator de carga |
|---------------------------|----------------|
| EP-L | 1,15 |
| EP-C | 1,19 |
| Santos (2004) | 1,17 |
| Liew (Chen e Sohal, 1995) | 1,16 |

Tabela 6.9 – Fatores de carga críticos para a formulação plástica-refinada.

| Referência | Fator de carga |
|---------------------------|----------------|
| PR-L | 1,17 |
| PR-C | 1,19 |
| Santos (2003) | 1,16 |
| Liew (Chen e Sohal, 1995) | 1,17 |

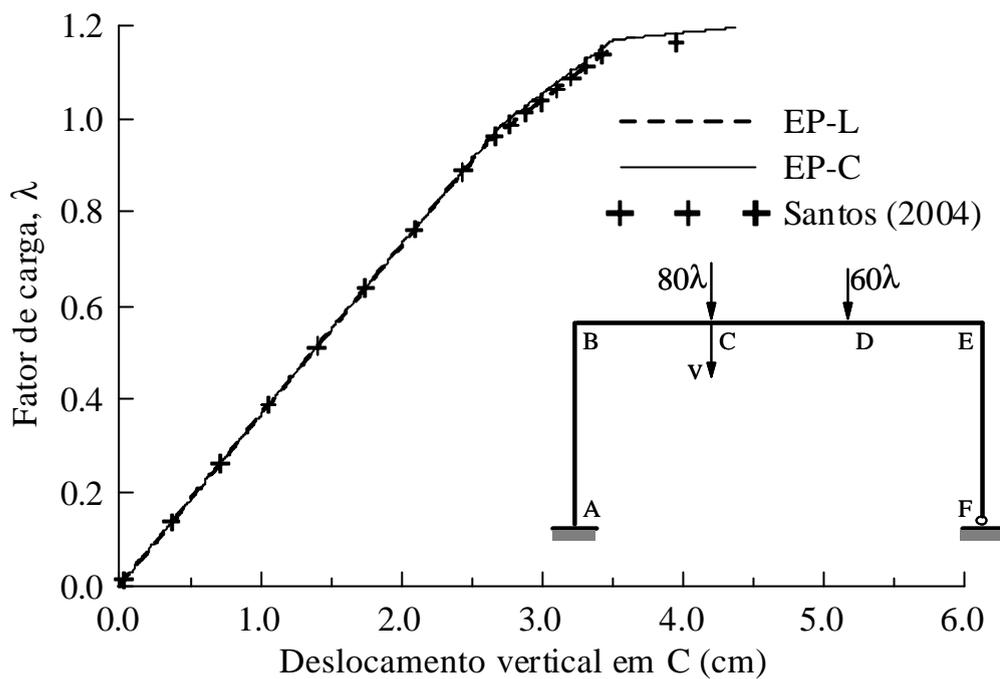


Figura 6.16 – Trajetória de equilíbrio para a análise elasto-plástica.

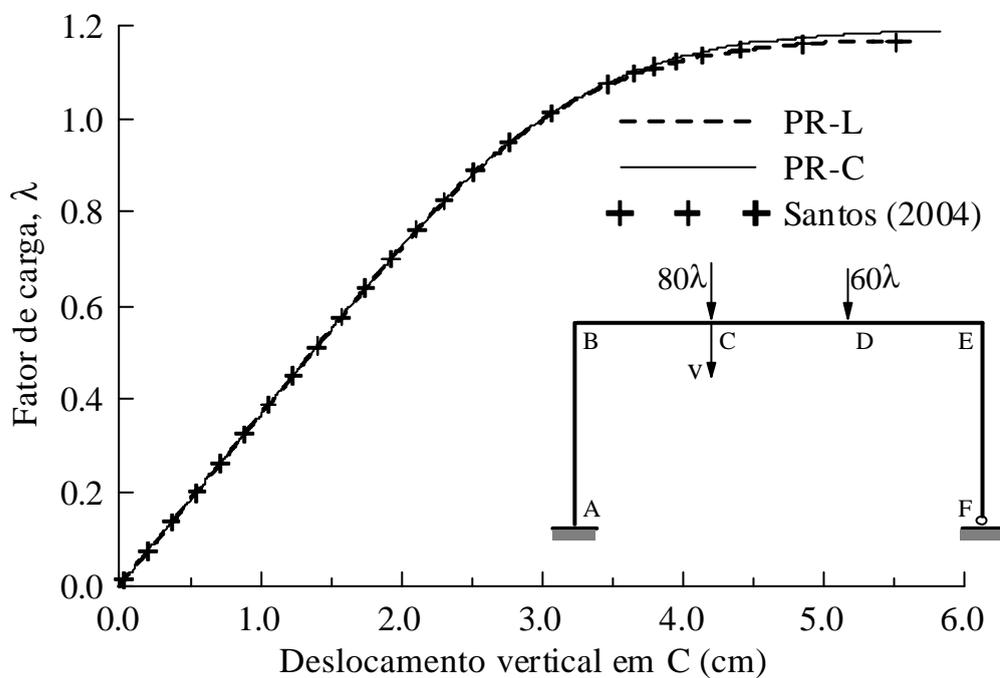


Figura 6.17 – Trajetória de equilíbrio para a análise plástica-refinada.

6.6 – PÓRTICO SIMPLES DE VOGEL

O sistema estrutural a ser analisado nesta seção é um dos pórticos usados pela ECCS (1983) para calibração de programas computacionais para estudo inelástico de estruturas metálicas. Esse pórtico, tipo portal, foi inicialmente idealizado por Vogel (1985), e suas dimensões são apresentadas na Fig. 6.18. Os perfis usados são o HEB300 nas colunas e o HEA340 na viga. São fornecidos o módulo de elasticidade $E = 205 \text{ kN/mm}^2$, tensão de escoamento $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$ e tensão máxima residual $\sigma_r = 0,5\sigma_y$. Existem duas cargas verticais, P , aplicadas no topo das colunas com intensidade de 2800 kN, e uma carga horizontal, H , de 35 kN.

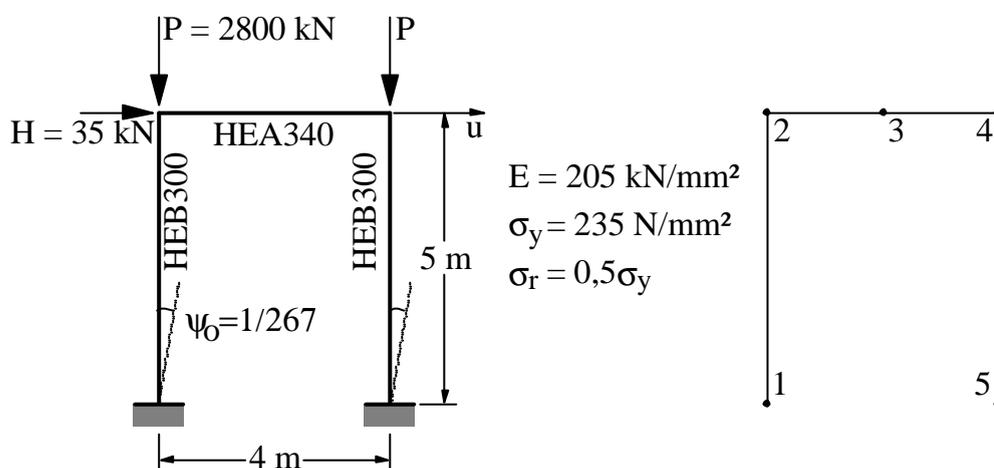


Figura 6.18 – Pórtico simples de Vogel e malha de EF utilizada.

Trata-se de um sistema estrutural bastante utilizado por vários pesquisadores para validar suas formulações e implementações inelásticas (Liew, 1993a; Chan e Chui, 2000; Chen et al., 1996; Kim e Lee, 2002).

A malha de EF adotada neste trabalho é ilustrada também na Fig. 6.18. Os resultados aqui obtidos para as formulações EP e PR são apresentados nas Figs. 6.19 e 6.20, onde se observa a variação do comportamento do pórtico usando como parâmetros de controle o deslocamento horizontal do nó 4 (ver Fig. 6.18) e o fator de carga λ . Os resultados obtidos aqui são comparados com aqueles de Vogel (1985), que não fornece maiores detalhes sobre a formulação usada através do método da rótula plástica (RP).

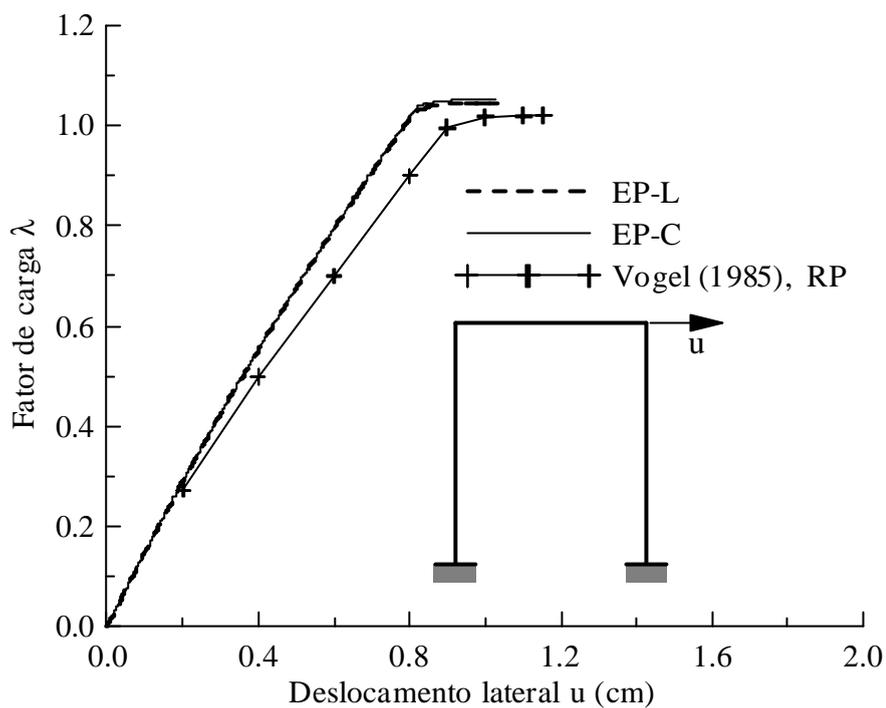


Figura 6.19 – Trajetórias de equilíbrio: análise elasto-plástica.

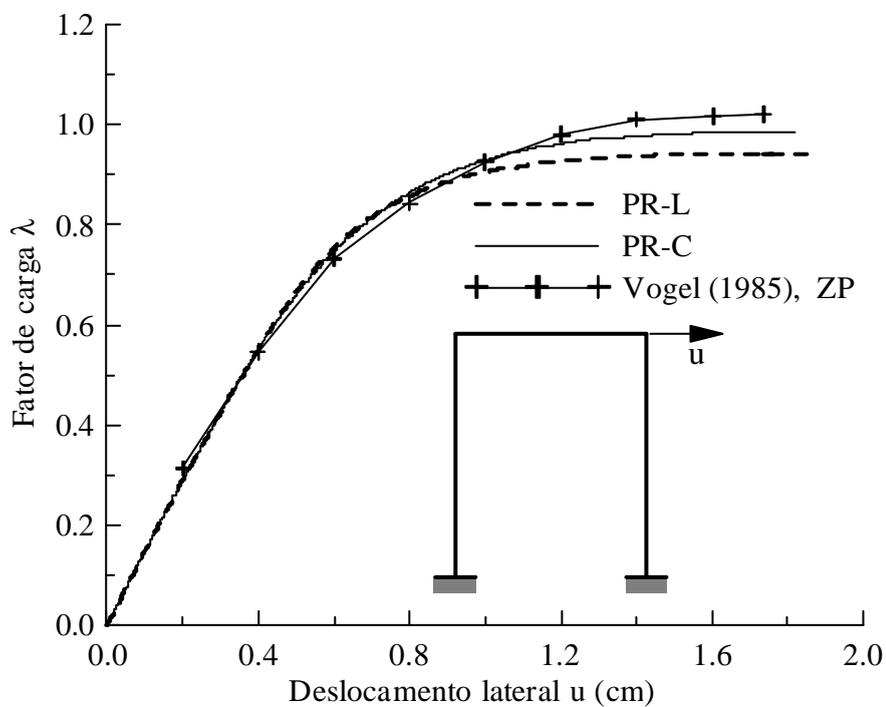


Figura 6.20 – Trajetórias de equilíbrio: análise plástica-refinada.

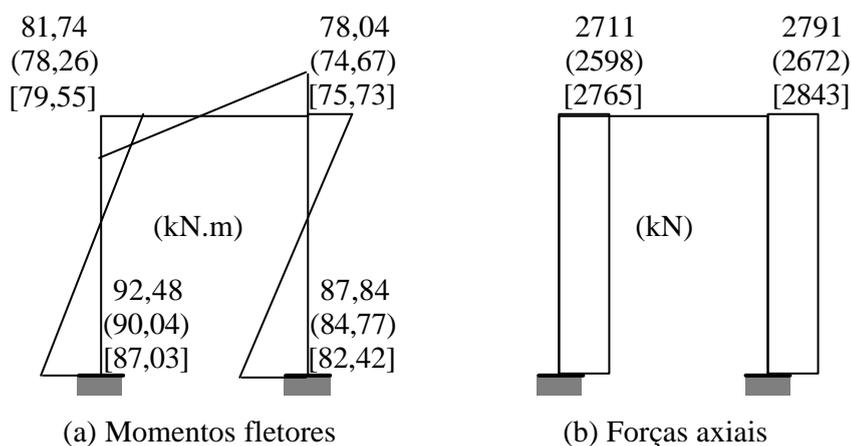
Observe que na Fig. 6.19 existe uma divergência nas trajetórias obtidas pelas formulações EP, porém as cargas críticas são próximas daquelas obtidas por Vogel (ver Tabs. 6.10 e 6.11). Já a Figura 6.20, mostra que as trajetórias obtidas (PR-L e PR-C) são semelhantes àquela fornecida por Vogel usando o método da zona plástica (ZP), até valores próximos da carga de colapso. Na Tab. 6.11 são fornecidos os valores dessas cargas de colapso.

Tabela 6.10 – Fatores de carga limites para a formulação elasto-plástica.

| Referência | Fator de carga |
|-------------------|----------------|
| EP-L | 1,04 |
| EP-C | 1,05 |
| Vogel, (1985), RP | 1,02 |

Tabela 6.11 – Fatores de carga limites para a formulação plástica-refinada.

| Referência | Fator de carga |
|-------------------|----------------|
| PR-L | 0,94 |
| PR-C | 0,98 |
| Vogel, (1985), ZP | 1,02 |



Valores: PR-C $\lambda = 0,98$
 (PR-L, $\lambda = 0,94$)
 [Ziemian, 1993, ZP, $\lambda = 1,00$]

Figura 6.21 – Diagrama de momentos e forças axiais limites.

Finalmente, através da Fig. 6.21 é possível comparar os valores dos momentos e forças axiais, no instante que se atinge a carga de colapso, obtidas pelas formulações

refinadas. É interessante observar que, no caso do momento fletor, os valores obtidos por PR-L estão mais próximos daqueles de Ziemian; já para as forças axiais existe uma aproximação maior da formulação PR-C.

6.7 – PÓRTICO TIPO GALPÃO

O pórtico tipo galpão é também um dos portais de calibração usados pela ECCS (1983) para verificar a precisão e a confiabilidade dos programas computacionais para análise inelástica (Vogel, 1985; Ziemian, 1993). A Fig. 6.22 apresenta a geometria do pórtico, que é formado por perfis IPE360. O carregamento principal é composto por uma carga vertical distribuída de 11 kN/m e duas cargas horizontais concentradas nos topos das colunas de 6 e 3 kN, como mostrado na mesma figura. São aplicadas inicialmente imperfeições geométricas na estrutura de 1/200 no prumo das colunas e 1/288 na inclinação das vigas. São utilizados o módulo de elasticidade $E = 205 \text{ kN/mm}^2$, a tensão de escoamento $\sigma_y = 235 \text{ N/mm}^2$ e a tensão máxima residual $\sigma_r = 0,5\sigma_y$.

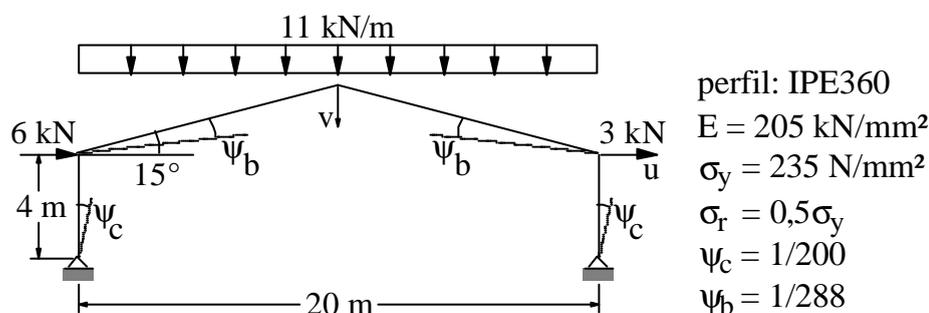


Figura 6.22 – Pórtico tipo galpão.

A análise feita por este trabalho consistiu em obter os caminhos de equilíbrio da estrutura tomando-se como parâmetros de controle os deslocamentos de dois pontos da estrutura e o fator de carga λ . Para isso foi utilizada a malha de EF apresentadas na Fig. 6.23, que divide as colunas em 4 elementos e as vigas em 20 elementos iguais. Os pontos nodais 25 e 45 são tomados como referência. As curvas obtidas aqui foram comparadas com os resultados de Vogel (1985), como podem ser vistas nas Figs. 6.24 a 6.27.

Também foram feitas comparações entre os fatores de carga limites obtidos pelas formulações implementadas (EP-L, EP-C, PR-L e PR-C) com os resultados fornecidos por Liew (Chen et al., 1996) e Chan e Chui (2000) em suas pesquisas (ver as Tabs. 6.12 e 6.13). Percebe-se através dessas figuras e tabelas que houve boa aproximação entre os resultados obtidos pelas formulações implementadas e os indicados por esses últimos pesquisadores.

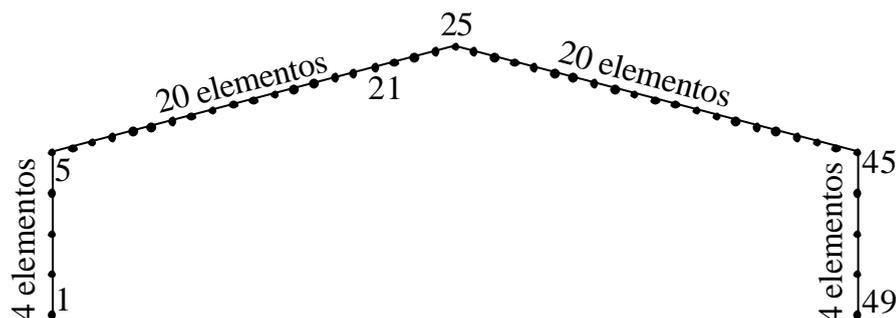


Figura 6.23 – Malha de EF utilizada.

Tabela 6.12 – Fatores de carga limites para a formulação elasto-plástica.

| Referência | Fator de carga |
|-----------------|----------------|
| EP-L | 1,04 |
| EP-C | 1,05 |
| Vogel(1985), RP | 0,96 |

Tabela 6.13 – Fatores de carga limites para a formulação plástica-refinada.

| Referência | Fator de carga |
|--------------------|----------------|
| PR-L | 0,94 |
| Chen et al. (1996) | 0,95 |
| PR-C | 0,95 |
| Chan e Chui (2000) | 0,97 |
| Vogel (1985), RP | 0,96 |
| Vogel (1985), ZP | 1,07 |

Através das Figs. 6.24 e 6.25, pode-se verificar a boa concordância entre os resultados deste trabalho e aqueles de Vogel (1985) obtidos com a metodologia da rótula plástica. Observa-se, entretanto, uma diferença existente quando se comparam com os resultados de Vogel (1985) usando o método da zona plástica (ZP). Essa discrepância pode ser atribuída a dois fatores: em primeiro, o método da zona plástica considera os efeitos do encruamento do aço, fato que proporciona um ganho de rigidez à estrutura; em segundo, a alta esbeltez do sistema estrutural analisado acentua os efeitos não-lineares geométricos em relação aos efeitos inelásticos. Esse segundo fator também explica o fato dos resultados obtidos pelas formulações EP serem tão próximos dos obtidos pelas formulações PR.

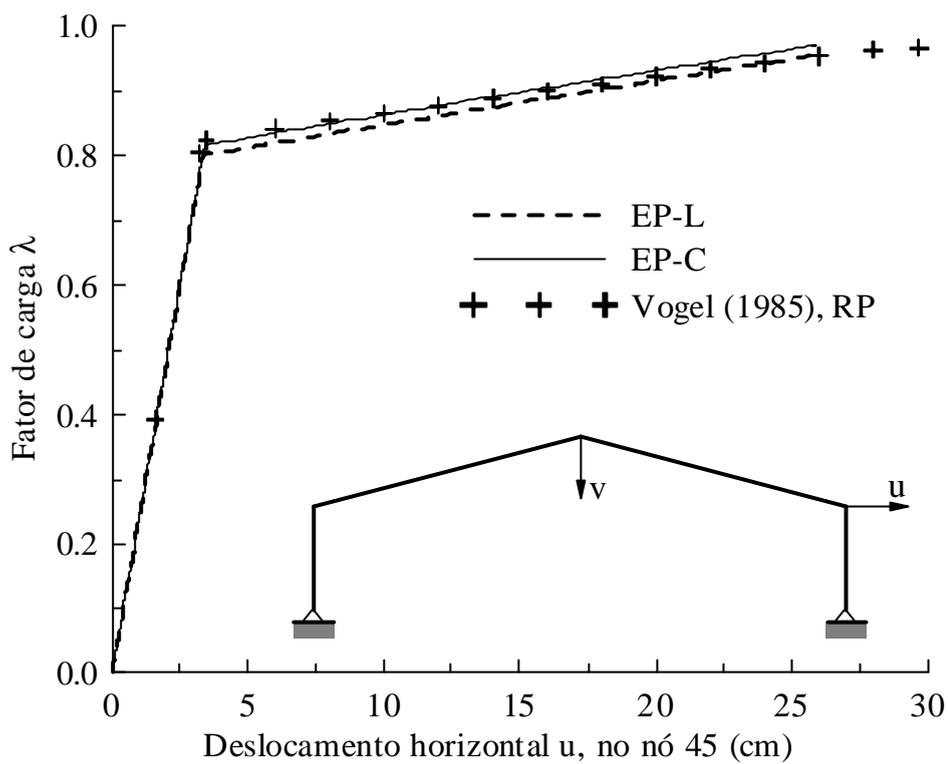


Figura 6.24 – Curva carga-deslocamento: análise elasto-plástica.

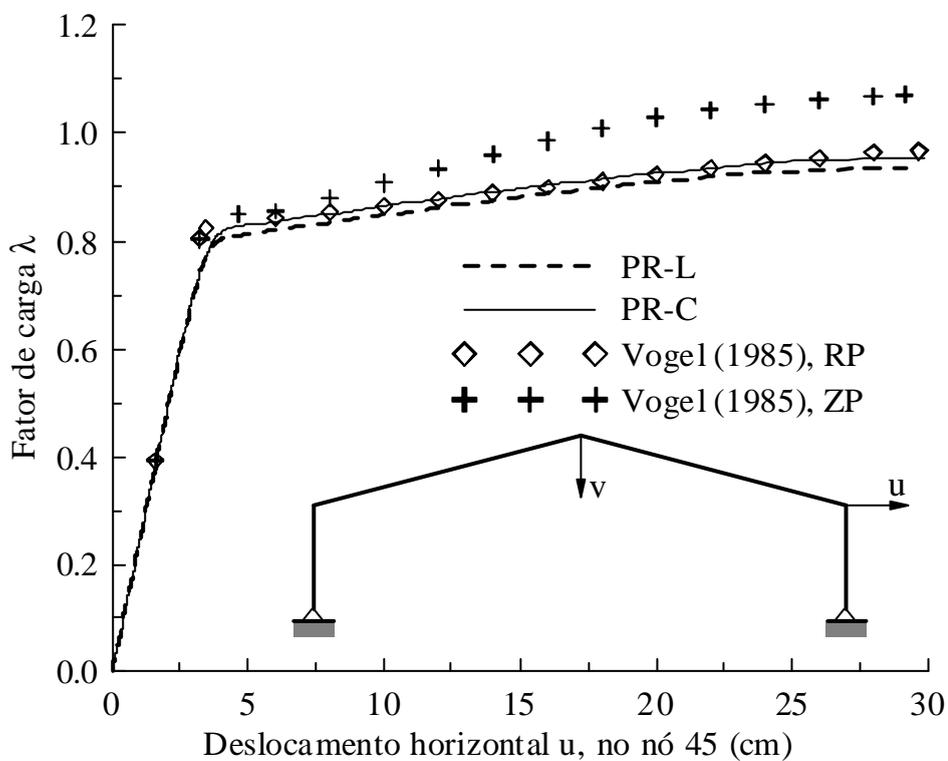


Figura 6.25 – Curva carga-deslocamento: análise plástica-refinada.

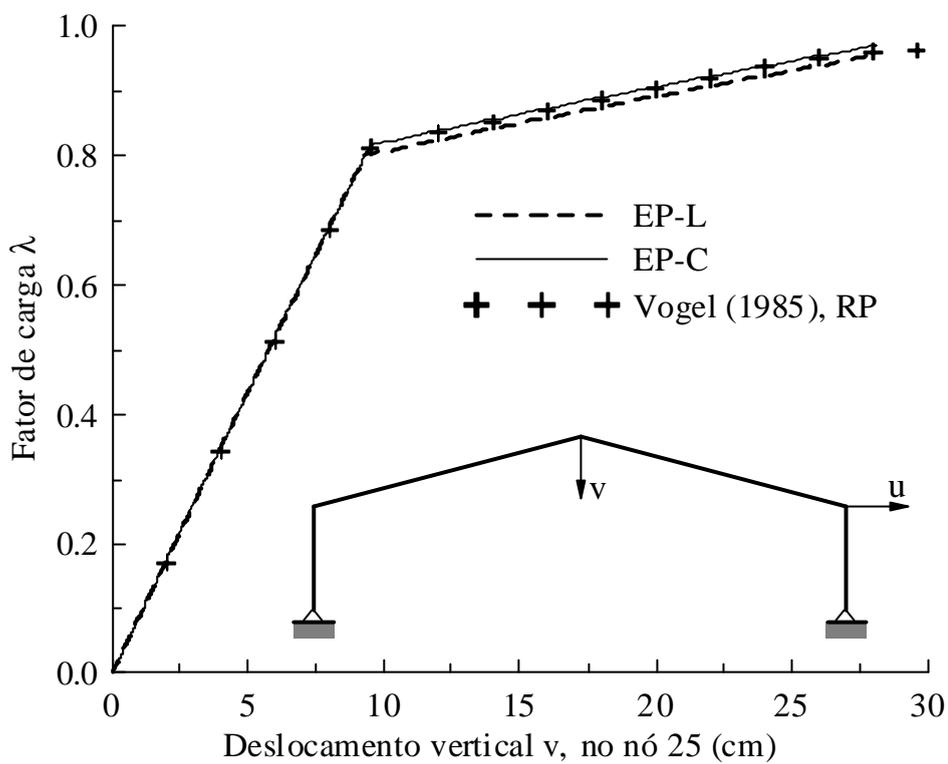


Figura 6.26 – Curva carga-deslocamento: análise elasto-plástica.

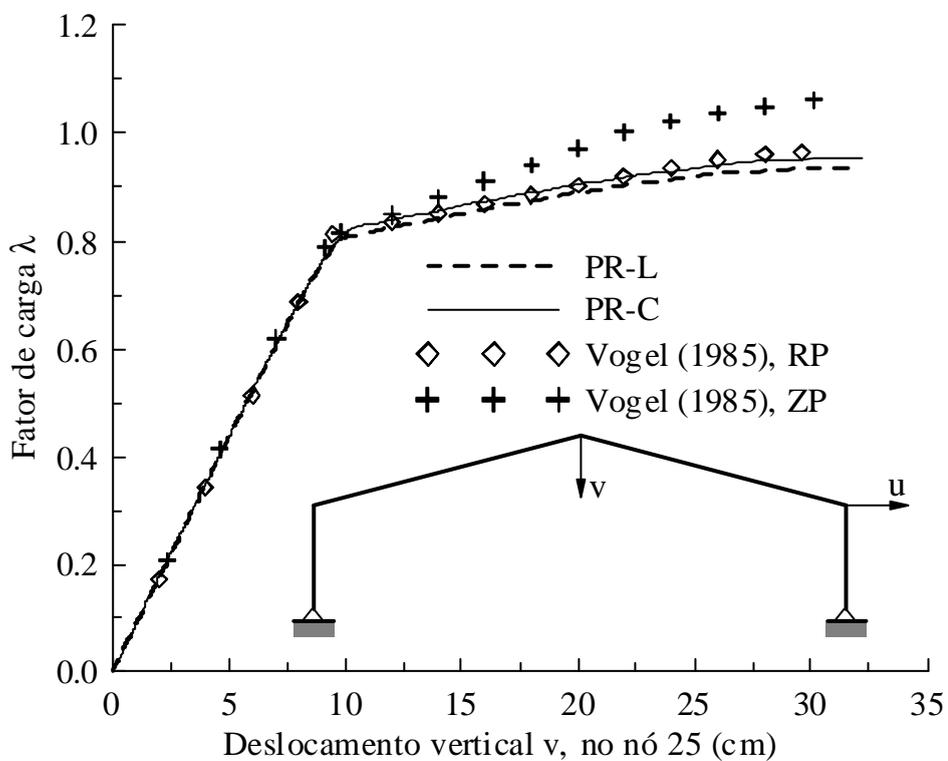


Figura 6.27 – Curva carga-deslocamento: análise plástica-refinada.

A redução nos fatores de carga limites, observados nas Tab. 6.12 e 6.13, tem a mesma origem nos aspectos que influenciaram as trajetórias de equilíbrio. Na Fig. 6.28 podem ser comparados, também, os momentos fletores e cargas axiais no instante de colapso da estrutura.

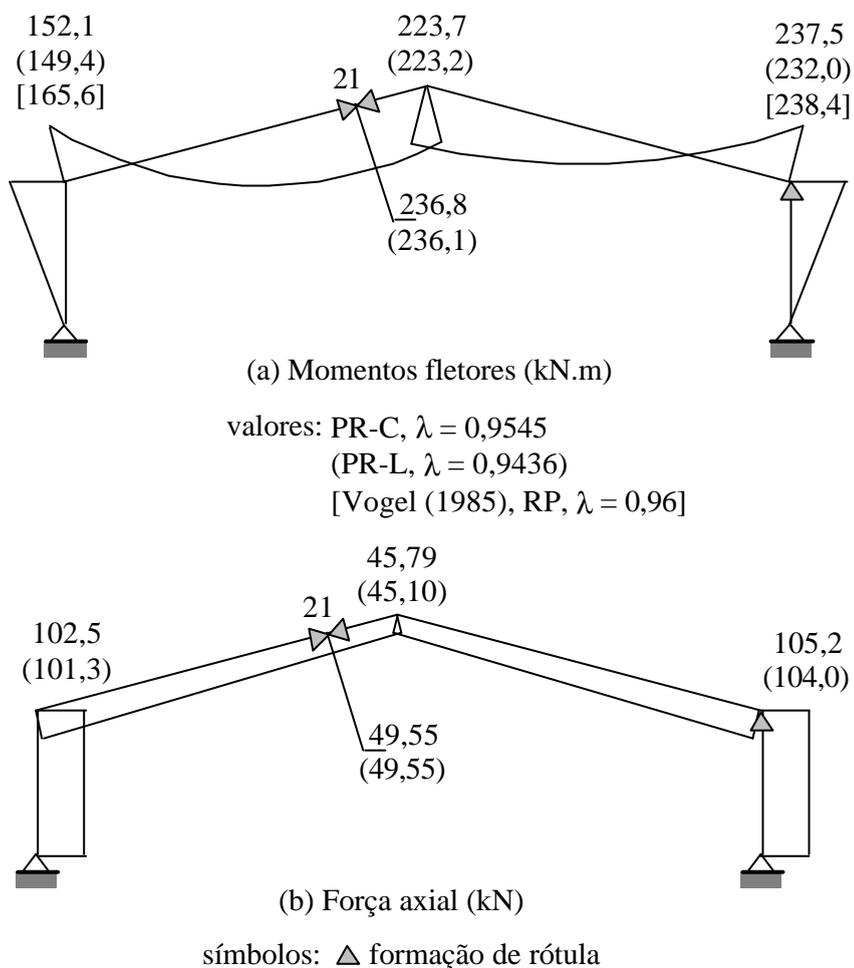


Figura 6.28 – Diagramas de momentos e de forças axiais no instante do colapso da estrutura.

Adicionalmente, as curvas obtidas usando as formulações EP-L e PR-L apresentam-se, após o início do escoamento do material, ligeiramente abaixo das curvas EP-C e PR-C. Isso pode ser explicado através das diferentes curvas de resistência usadas por essas formulações, sendo a fornecida pela AISC-LRFD (1986) ligeiramente conservadora para os perfis deste exemplo.

6.8 – PÓRTICO DE DOIS ANDARES

Este exemplo é constituído por dois pórticos com condições de apoio diferentes: um possui (a) bases rotuladas e o outro (b) bases engastadas. Suas geometrias e demais características podem ser vistas na Fig. 6.29. São pórticos simples com dois andares, onde as vigas são formadas por perfis do tipo W360x72 e as colunas por perfis W310x143. O carregamento principal é constituído por cargas verticais P , aplicadas nos quatro pontos onde as vigas se juntam às colunas e o carregamento desestabilizante é formado por duas cargas horizontais, uma de $0,001P$ e a outra de $0,002P$, aplicadas nos pontos onde a viga superior e a inferior se juntam com a coluna esquerda, respectivamente. As características mecânicas dos perfis são: o módulo de elasticidade $E = 205 \text{ kN/mm}^2$, a tensão de escoamento $\sigma_y = 250 \text{ N/mm}^2$ e a tensão máxima residual $\sigma_r = 0,5\sigma_y$ para as colunas e $\sigma_r = 0,3\sigma_y$ para as vigas seguindo, mais uma vez, as recomendações da ECCS (1983).

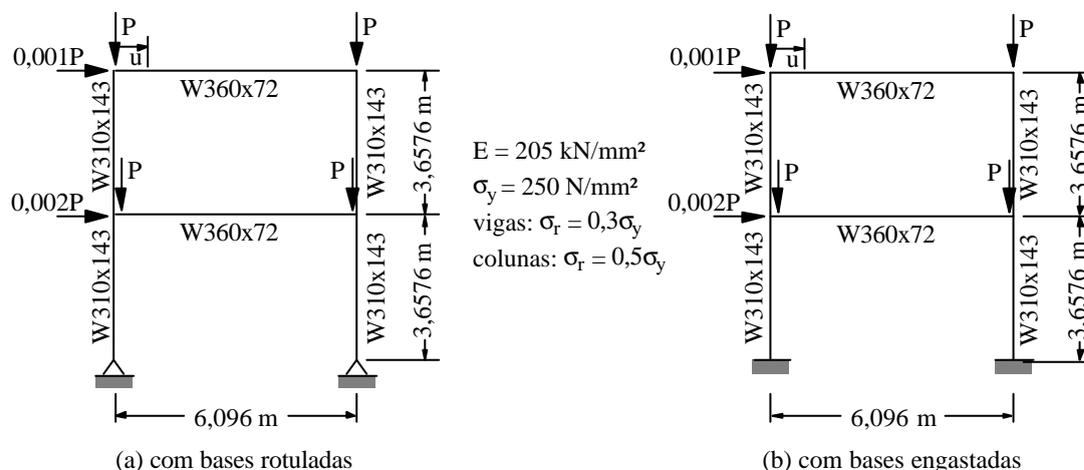


Figura 6.29 – Pórtico de dois andares com bases rotuladas e engastadas.

Chan e Chui (2000) fizeram um estudo comparativo desses dois pórticos para analisar os efeitos de vários tipos de conexões e a influência do contraventamento na resposta do sistema. Esta dissertação utilizou para comparação apenas os resultados obtidos para estruturas com conexões rígidas e sem contraventamento. A malha de EF é apresentada na Fig. 6.30 onde, em ambos os pórticos, é constituída por um elemento por coluna e dois por viga.

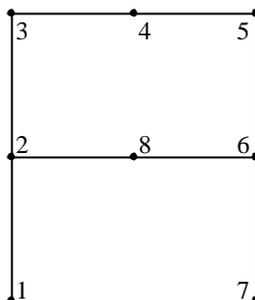


Figura 6.30 – Malha de EF utilizada.

As cargas críticas obtidas através das análises realizadas aqui podem ser vistas nas Tabs. 6.14 e 6.15, e as trajetórias de equilíbrio conferidas nas Figs. 6.31 e 6.32.

Tabela 6.14 – Carga crítica para o pórtico com bases rotuladas.

| Referência | Carga crítica (kN) |
|--------------------|--------------------|
| EP-L | 2161 |
| EP-C | 2173 |
| PR-L | 1767 |
| PR-C | 1941 |
| Chan e Chui (2000) | 1955 |

Tabela 6.15 – Carga crítica para o pórtico com bases engastadas.

| Referência | Carga crítica (kN) |
|--------------------|--------------------|
| EP-L | 2238 |
| EP-C | 2251 |
| PR-L | 2001 |
| PR-C | 2164 |
| Chan e Chui (2000) | 2136 |

Como esperado, os valores obtidos aqui para a carga crítica usando a formulação PR-C são próximos daqueles de Chan e Chui (2000), tanto para o pórtico rotulado como para o de base engastada. Os valores obtidos pela análise PR-L são sensivelmente inferiores pelo fato de dela utilizar uma superfície de interação mais conservadora que a formulação PR-C. Para os dois pórticos, observa-se, como esperado, que as cargas críticas obtidas pelas formulações elasto-plásticas são maiores que aquelas fornecidas pelas formulações plásticas-refinadas.

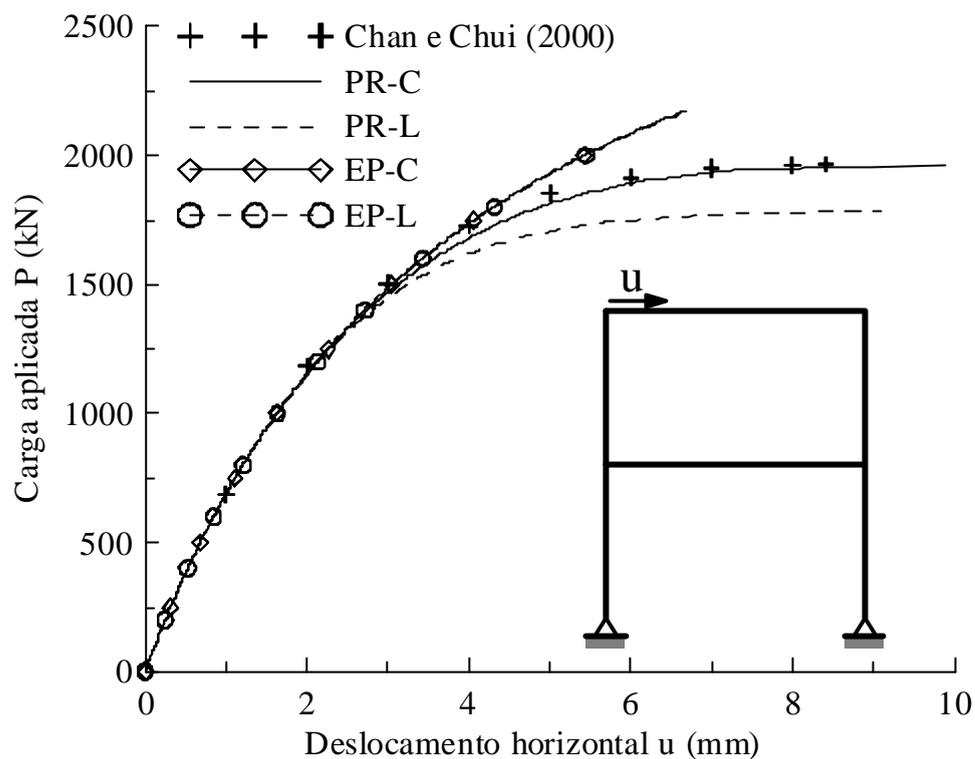


Figura 6.31 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de bases rotuladas.

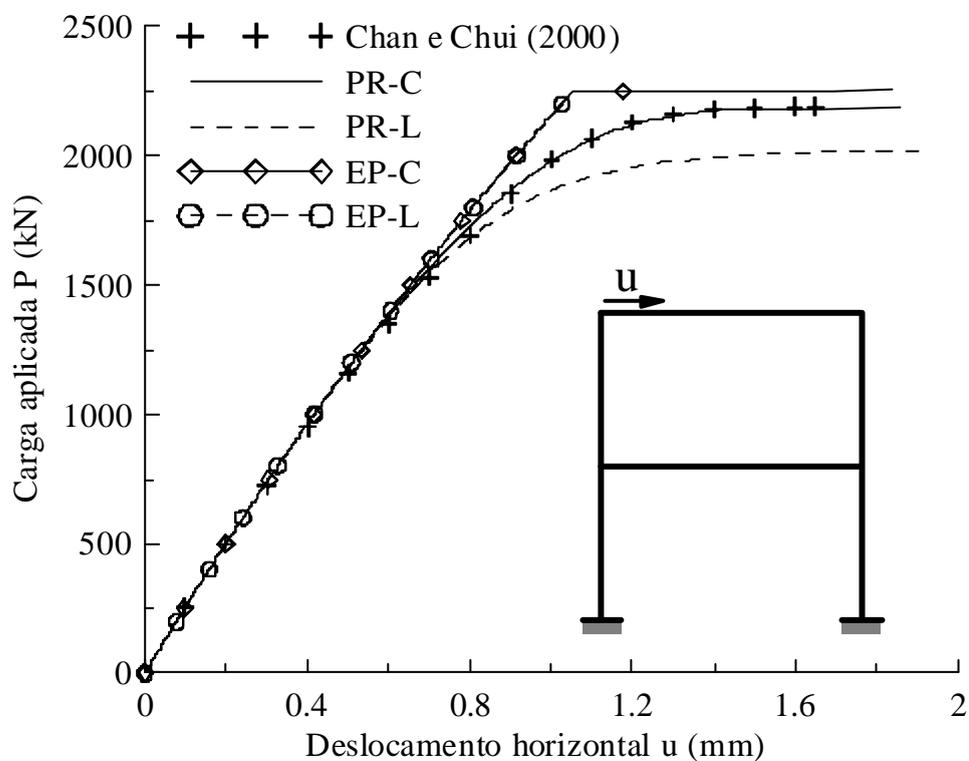


Figura 6.32 – Trajetórias de equilíbrio do pórtico de bases engastadas.

Outra análise importante realizada por Chan e Chui (2000) foi a de buscar o traçado da trajetória pós-crítica do pórtico de bases rotuladas. Procurando reproduzir os resultados obtidos por esses pesquisadores utilizou-se aqui a estratégia de solução não-linear do comprimento de arco, que se baseia no controle simultâneo de parâmetros de carga e deslocamento nodal ao longo do processo de solução (ver Apêndice A). Os resultados obtidos através das duas formulações PR são apresentados na Fig. 6.33.

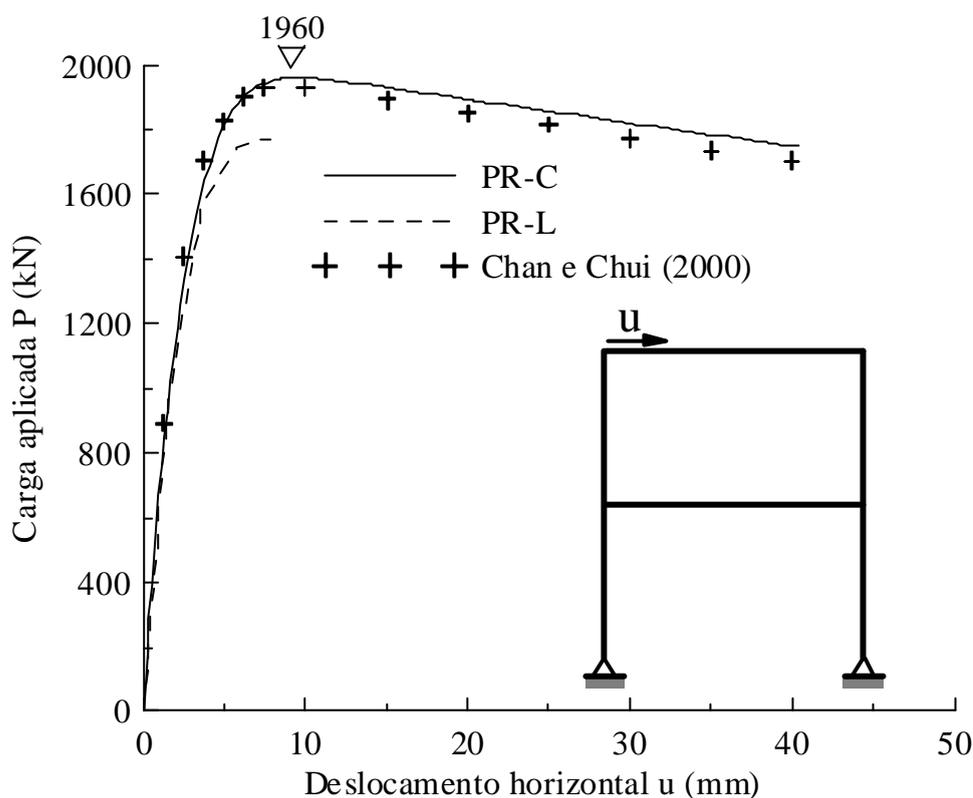


Figura 6.33 – Trajetórias de equilíbrio pós-crítica do pórtico de bases rotuladas: análise plástica-refinada pela técnica do comprimento de arco.

Por fim, a título de comparação, apresentam-se nas Figs. 6.34 e 6.35, as respostas não-lineares elásticas obtidas por Pinheiro (2003) e as cargas críticas elástica e inelástica obtidas por Chan e Chui (2000). Fica evidente a influência dos efeitos inelásticos sobre os resultados deste problema, que reduz drasticamente a carga crítica do sistema.

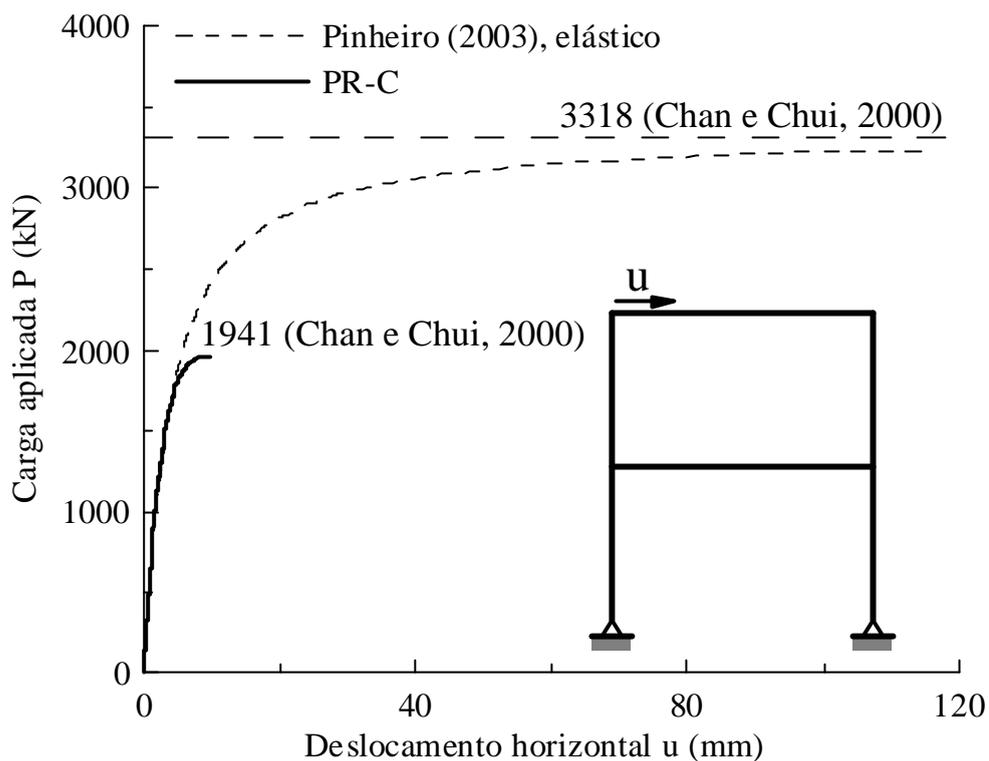


Figura 6.34 – Trajetórias de equilíbrio elástica e inelástica do pórtico de bases rotuladas.

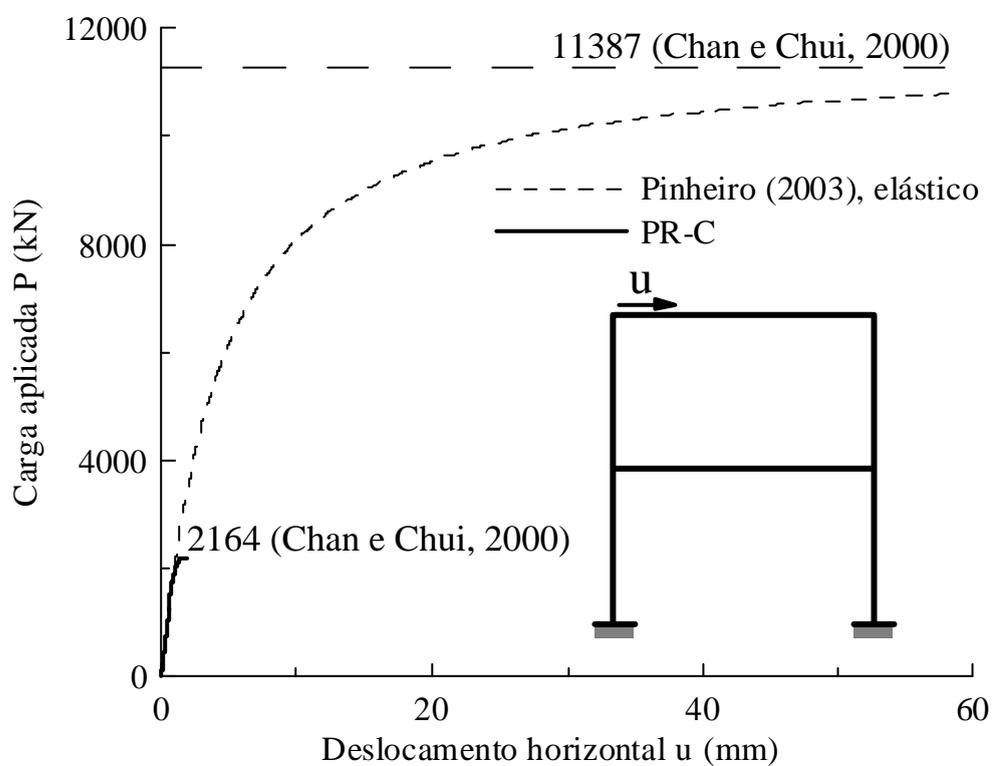


Figura 6.35 – Trajetórias de equilíbrio elástica e inelástica do pórtico de bases engastadas.

Vogel (1985) empregou os métodos da zona plástica (ZP) e da rótula plástica (RP) para resolver o pórtico. Ziemian (1993) re-analisou a estrutura e complementou esses estudos através dos programas CU-SP2D e CU-STAND, que usam as mesmas metodologias, respectivamente. Liew et al. (1993b) e Chan e Chui (2000) também estudaram o mesmo pórtico com o objetivo de calibrar e validar suas formulações.

A análise realizada neste trabalho consistiu de obter a carga crítica e as trajetórias de equilíbrio da estrutura tomando como referência o deslocamento horizontal de dois pontos do pórtico localizados nos quarto e sexto andares. Esses pontos podem ser vistos na Fig. 6.37, onde é mostrada a malha de EF adotada para essa análise (nós 51 e 75, respectivamente). Na mesma figura pode ser visto o modelo do carregamento empregado.

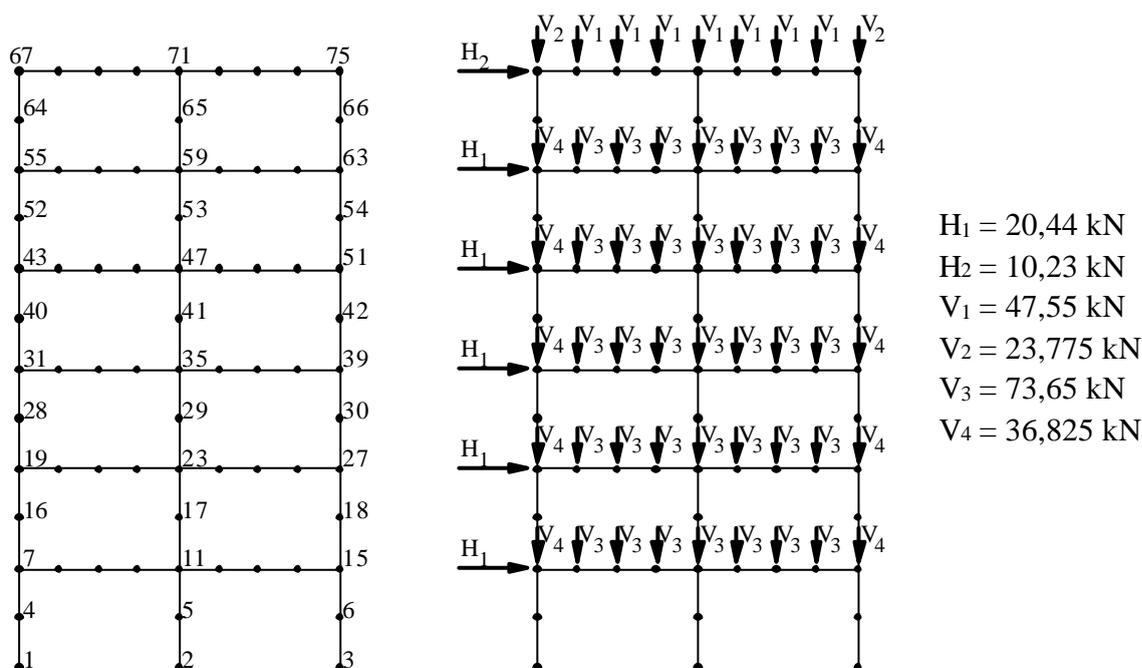


Figura 6.37 – Malha de EF e forma de carregamentos adotados.

Durante a análise do pórtico outros resultados também puderam ser obtidos, tais como os pontos de formação de rótulas (Fig. 6.38) e os diagramas de forças no instante de colapso da estrutura (Fig. 6.39). Verificou-se uma diferença entre o número de rótulas obtido aqui, usando as formulações PR-L e PR-C, e o número fornecido por Ziemian (1993) com o programa CU-STAND (1993) (9 para PR-L, 11 para PR-C e 19 para Ziemian). Entretanto, essa diferença não deve ser levada em conta, uma vez que se

pode perceber que os valores dos momentos indicam a formação iminente de rótulas nas posições indicadas por Ziemian (ver Fig. 6.38).

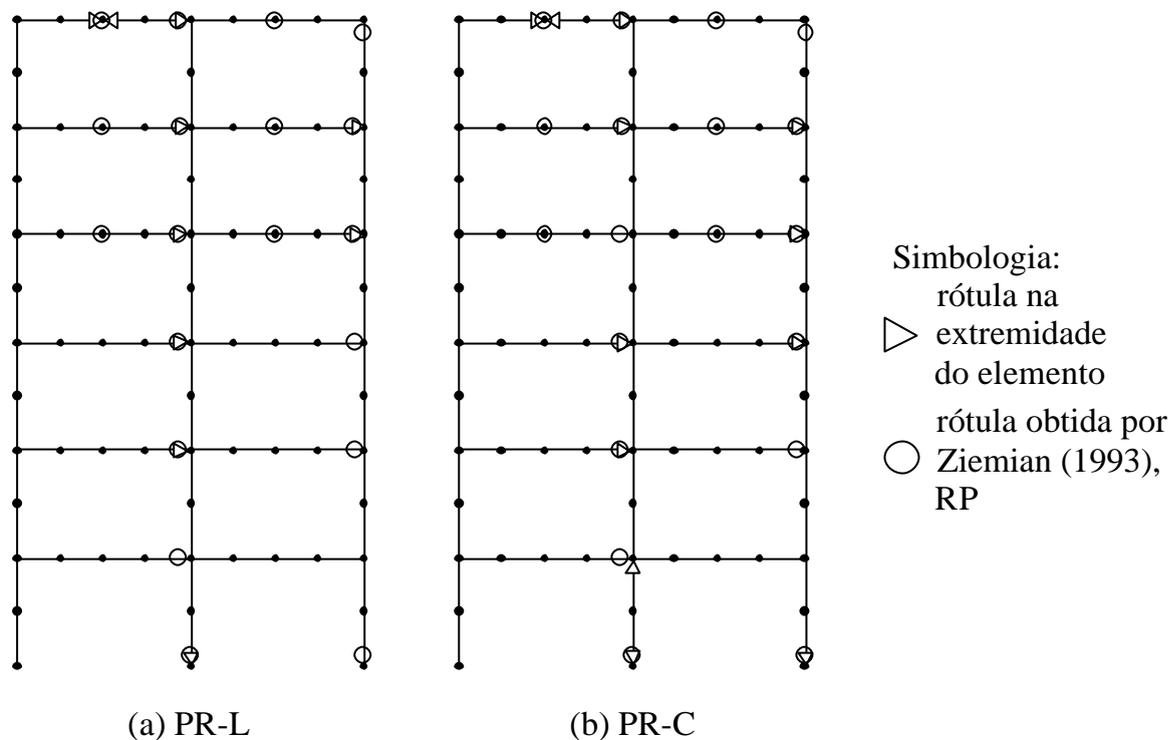


Figura 6.38 – Pontos de formação de rótulas.

Através da Fig. 6.39, onde serão mostradas as forças internas resultantes, pode-se verificar a boa aproximação entre as respostas aqui obtidas com aquelas fornecidas por Ziemian (1993). Nota-se, entretanto, que a análise realizada através da formulação PR-L mostrou-se mais conservadora.

A Tabela 6.16 fornece os valores limites para o fator de carga obtidos por esta dissertação e os fornecidos pelos vários trabalhos da literatura.

Tabela 6.16 – Fatores de carga crítica para a formulação plástica-refinada.

| Referência | Fator de carga |
|--------------------|----------------|
| PR-L | 1,11 |
| PR-C | 1,15 |
| Chan e Chui (2000) | 1,13 |
| Ziemian (1993), RP | 1,13 |
| Vogel (1985), RP | 1,12 |
| Ziemian (1989), ZP | 1,18 |
| Vogel (1985), ZP | 1,11 |

Por fim, a coerência e a boa aproximação dos resultados obtidos neste trabalho podem ser conferidas adicionalmente através das trajetórias de equilíbrio apresentadas nas Figs. 6.40, 6.41 e 6.42. Como complemento desta análise, a Fig. 6.43 apresenta a os resultados de Pinheiro (2003) para uma análise não-linear elástica junto com aqueles obtidos pela formulação PR-C. Observe, mais uma vez, a importância de se considerar o efeito inelástico numa análise estrutural.

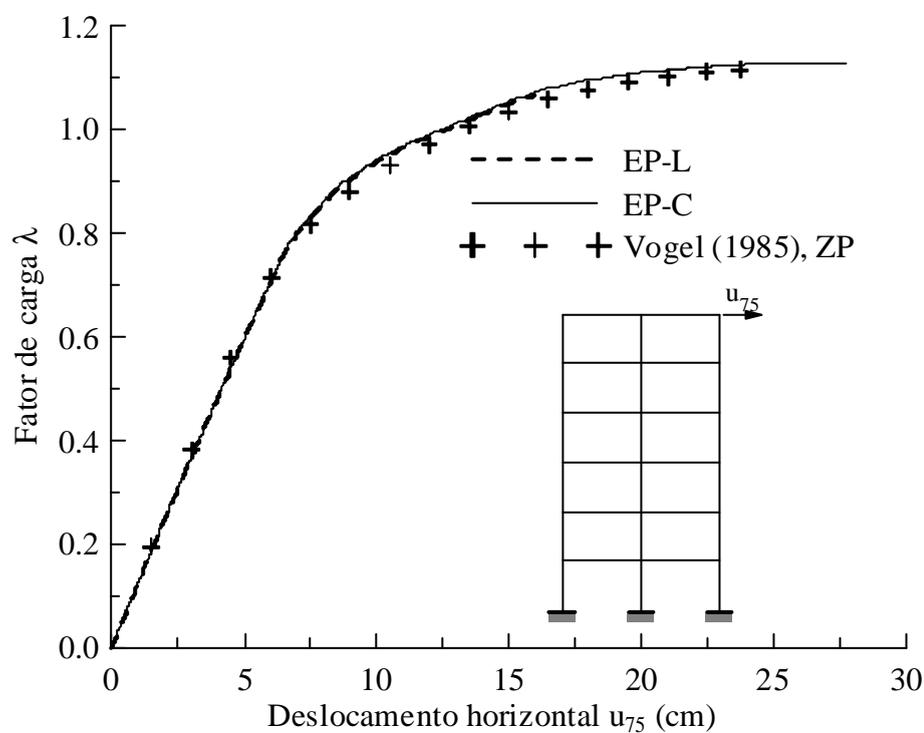


Figura 6.40 – Deslocamento do nó 75: análise elasto-plástica.

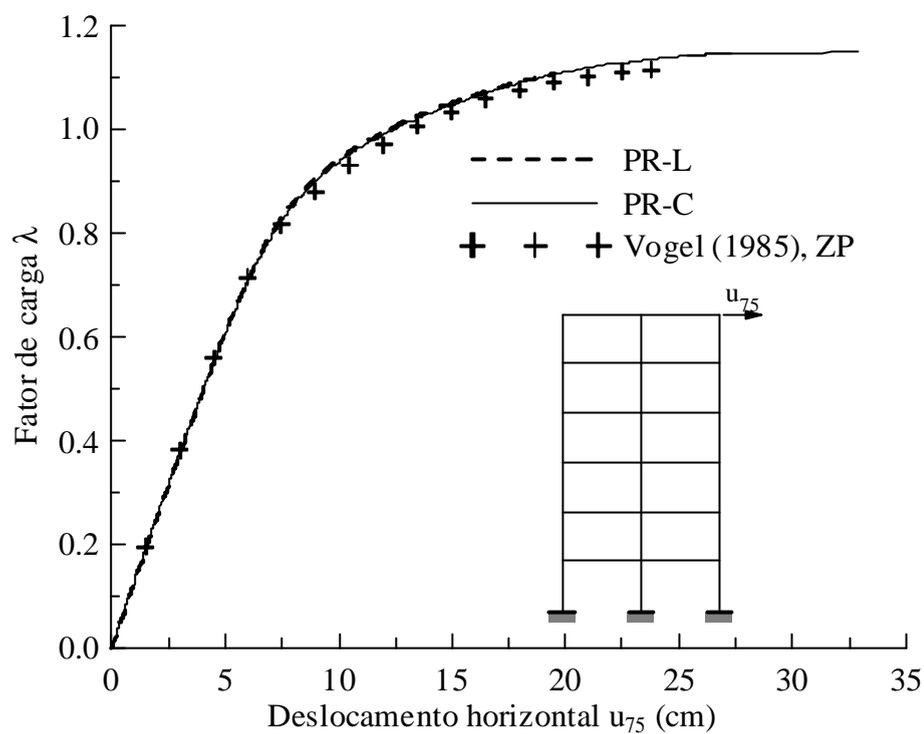


Figura 6.41 – Deslocamento do nó 75: análise plástica-refinada.

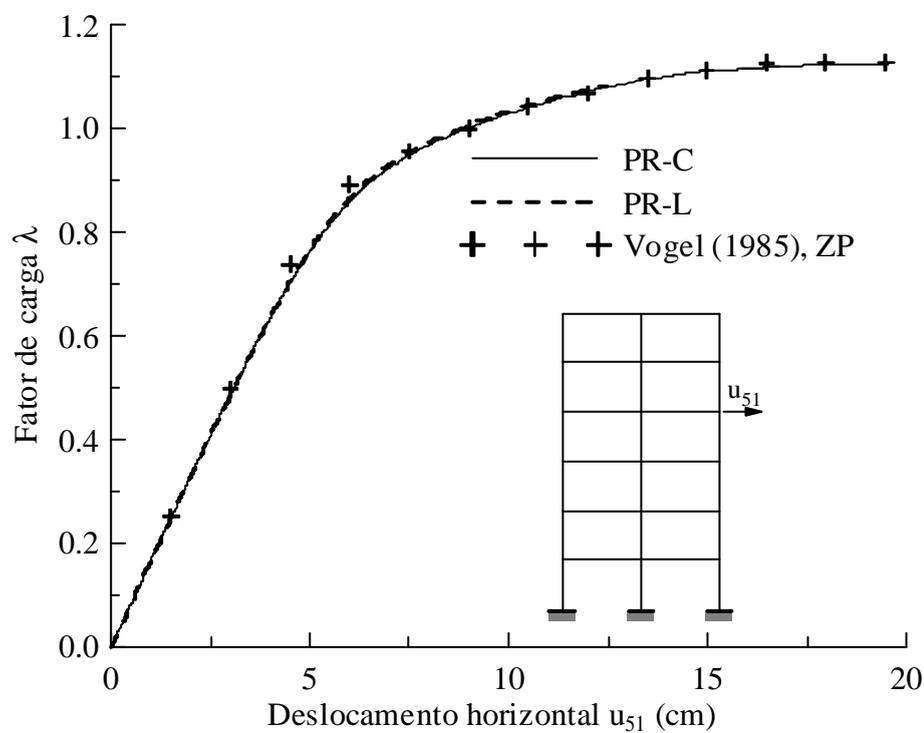


Figura 6.42 – Deslocamento do nó 51: análise plástica-refinada.

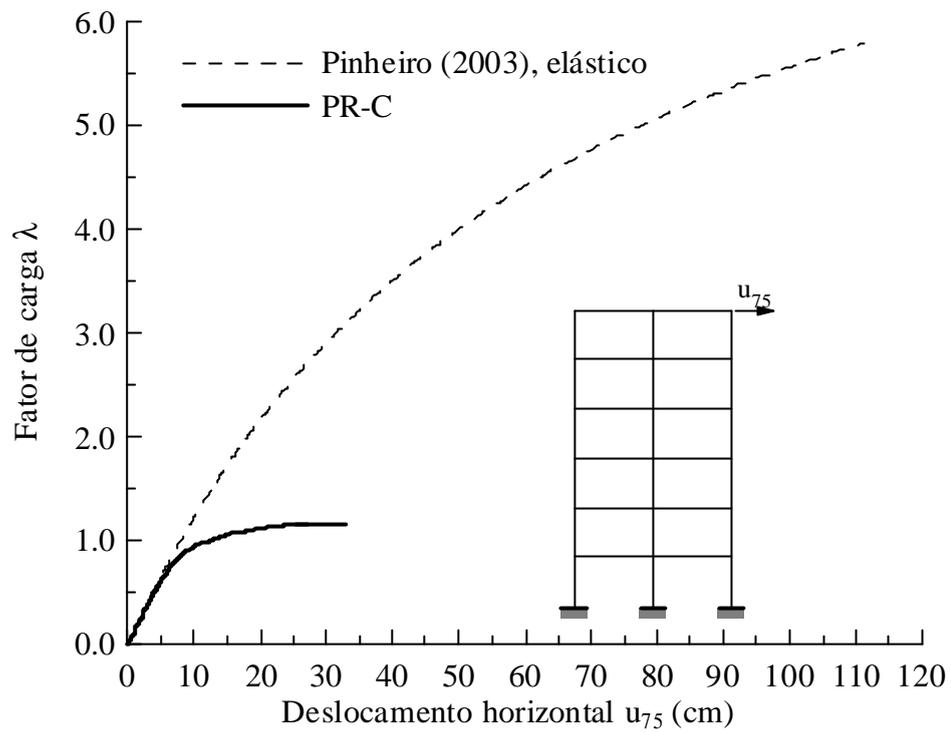


Figura 6.43 – Deslocamento do nó 75: análise elástica e inelástica.

7. CONCLUSÕES

7.1 – UM BREVE RESUMO SOBRE ESTE TRABALHO

Esta dissertação pode ser considerada a primeira tentativa de desenvolvimento de um programa computacional para análise avançada de estruturas metálicas. Vale repetir que se entende aqui por análise avançada qualquer metodologia que capture a resistência e a estabilidade de um sistema estrutural e de seus membros individualmente sem, no entanto, necessitar da checagem individual da capacidade de cada membro (Chen e Kim, 1997).

Foram então desenvolvidas e implementadas algumas formulações inelásticas em uma base computacional já existente. Essas formulações, denominadas nesta dissertação de elasto-plástica (EP) e plástica-refinada (PR), basearam-se no emprego da abordagem (ou metodologia) da rótula plástica. Os trabalhos de Liew (1992, Liew et al., 1993a e b) e Chan e Chui (1997, 2000) podem ser considerados as referências mais importantes utilizadas.

Conceitualmente, essas formulações fazem o monitoramento das forças internas dos elementos, de forma que, no instante em que a capacidade da seção suportar os esforços é ultrapassada, a matriz de rigidez do elemento finito empregado é modificada de forma a simular a ocorrência de uma rótula plástica. As formulações elasto-plástica e plástica-refinada se diferenciam principalmente pelo fato da segunda permitir uma perda gradual da rigidez da seção à medida que as forças se aproximam da capacidade limite da seção (superfície de interação P-M).

Outra abordagem para se considerar os efeitos inelásticos na estrutura, mas que foi apenas mencionada neste trabalho, é a da zona plástica. Ela baseia-se na discretização tanto do membro estrutural quanto da seção transversal em pequenos

elementos finitos, como se o membro fosse formado por um feixe de fibras curtas. Devido a sua capacidade de simular com precisão os efeitos da inelasticidade da seção, seus resultados são normalmente tidos como “solução exata”. Entretanto, devido ao seu alto custo computacional, dificilmente será usada de forma cotidiana em análises nos escritórios de projeto. Os resultados obtidos por vários pesquisadores (Vogel, 1985; Ziemian, 1993) através do emprego do método da zona plástica foram usados no capítulo anterior para validar aqueles resultantes do programa desenvolvido nesta dissertação.

7.2 – CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante dos bons resultados obtidos na análise da grande maioria dos problemas estruturais apresentados no Capítulo 6, pode-se concluir, portanto, que as formulações inelásticas apresentadas de forma detalhada nos Capítulos 3 e 4 foram implementadas com sucesso.

As formulações inelásticas elasto-plásticas (EP-L e EP-C, Capítulo 6), embora simplificadas, se apresentam como uma alternativa viável no caso de estruturas onde existe de pequenos carregamentos axiais, com dominância de momentos fletores, ou em sistemas estruturais com alta esbelteza, onde existe predomínio dos efeitos de segunda ordem. Entretanto, trata-se de uma metodologia aproximada e geralmente superestima as resistências e rigidezes dos elementos no regime inelástico para estruturas compactas, fornecendo, normalmente, cargas críticas maiores que as reais. Esse fator não permite sua classificação como método de análise avançada. Os ganhos computacionais proporcionados por essas formulações, em relação às plástica-refinadas, também não são relevantes.

As formulações plástica-refinadas (PR-L e PR-C, Capítulo 6) apresentaram-se então como um aperfeiçoamento das elasto-plásticas. Essas formulações aplicam procedimentos especiais para simular o efeito da distribuição da plasticidade, responsável pela degradação da resistência e rigidez dos elementos durante a formação da rótula plástica, simulando de forma adequada à distribuição da plasticidade. Sua principal vantagem é a de ser tão simples e eficiente quanto a abordagem elasto-plástica, porém mantendo os resultados suficientemente precisos na avaliação da resistência e

estabilidade de um sistema estrutural e seus componentes, comparando-se, assim, ao método da zona plástica.

Entretanto, dentre as abordagens para as formulações plástica-refinadas tratadas por esta dissertação, a proposta por Chan e Chui (1997, 2000) se mostrou mais adequada que a proposta por Liew (1992). Alguns pontos merecem ainda serem enfatizados:

- a. a equação de equilíbrio do elemento escrita na forma desacoplada se mostrou mais eficiente do que o emprego das funções de estabilidade. Essas, como já enfatizado, apresentam problemas quando as cargas axiais se aproximam de zero;
- b. a curva de interação proposta por Chan e Chui (1997) mostrou-se mais eficiente que a usada por Liew (1992), sendo menos conservativa, porém dentro dos limites estabelecidos pela normas de projeto;
- c. o uso de valores de rigidez da seção muito pequenos (mas nunca zero), após a formação de rótulas, evitou a geração de matrizes de rigidez do sistema estrutural com singularidades.

7.2.1 – Problemas encontrados e possíveis melhorias

Um problema já mencionado anteriormente é a formação de matrizes de rigidez singulares na formulação desenvolvida por Liew (1992) (ver seção 6.2). A formulação proposta por Chan e Chui (1997) contorna esse problema adotando coeficientes de rigidez muito pequenos, mas não iguais a zero. Entretanto, esse procedimento pode ser o causador de instabilidades numéricas encontradas no momento em que a estrutura se aproxima da configuração de mecanismo de colapso, isso é, quando formam rótulas suficientes para atingir a hipoestaticidade.

Procedimentos adicionais devem ser implementados no futuro para detectar esse tipo de instabilidade numérica e parar processamento.

7.3 – JUSTIFICATIVAS PARA UMA ANÁLISE AVANÇADA

Existem várias vantagens no emprego da análise avançada de estruturas metálicas como ferramenta de trabalho (Chen e Sohal, 1995; Chen e Kim, 1997; Chan e Chui, 2000). Algumas delas são apresentadas a seguir:

- a. trata-se de mais uma ferramenta de projeto para os engenheiros;
- b. a análise avançada captura o limite de resistência e de estabilidade de um sistema estrutural e seus membros de forma direta, fazendo com que a verificação separada da capacidade do membro não seja necessária;
- c. comparada à LRFD e MTA, a análise avançada fornece informações mais precisas sobre o comportamento estrutural do sistema;
- d. a análise avançada supera a inconsistência relacionada com a análise de segunda ordem do sistema estrutural no regime elástico e a verificação dos membros usando as equações bi-lineares da LRFD, desenvolvidas considerando o comportamento inelástico da seção;
- e. a análise avançada é adequada para projetos desenvolvidos com recursos puramente computacionais, ao contrário do emprego da norma LRFD, que requerem o cálculo do comprimento efetivo K para verificação da capacidade do membro;
- f. a análise avançada captura a redistribuição inelástica de forças internas por todo o sistema estrutural, e permite um uso econômico de material para pórticos com alta indeterminação;
- g. o desenvolvimento dos computadores pessoais de alta velocidade e grande capacidade de memória viabilizou o emprego da análise avançada de estruturas metálicas;
- h. por fim, a análise avançada é tempo-eficaz porque elimina completamente as verificações da capacidade dos membros, que são freqüentemente cansativas e confusas.

7.4 – SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

A base computacional existente e usada nesta dissertação foi construída a partir de diversos trabalhos (Silveira, 1995; Rocha, 2000; Galvão, 2000, 2001 e 2004; Pinheiro, 2003) objetivando um programa de análise avançada de estruturas metálicas. Acredita-se que esta dissertação cumpriu com sucesso a sua tarefa, que foi a de viabilizar a análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturados em aço.

Entretanto, várias opções de análises podem ainda ser implementadas para que o programa se torne mais abrangente e funcional. São apresentadas aqui algumas sugestões para futuras pesquisas, que podem usufruir a base já implementada, com pequena ou média intervenção sobre a mesma:

- a. a análise inelástica de segunda ordem de sistemas estruturais metálicos com ligações semi-rígidas;
- b. a análise dinâmica incluindo os efeitos de segunda ordem, da inelasticidade e das ligações semi-rígidas;
- c. o estudo não-linear de sistemas estruturais metálicos tridimensionais;
- d. a análise não-linear de sistemas estruturais sob condições de incêndio;
- e. a análise não-linear de estruturas mistas aço/concreto.

| Referências Bibliográficas

- AISC (1986): *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. 1st edn., American Institute of Steel Construction, AISC, Chicago, IL.
- AISC (1994): *Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings*. 2nd edn., American Institute of Steel Construction, AISC, Chicago, IL.
- Alves, R.V. (1995): *Instabilidade Não-Linear Elástica de Pórticos Espaciais*. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- AS 4100 (1990): *Steel Structures*. Standards Australia, Sydney, Australia.
- Assaid, L.M.B. (2001): *Método Plástico Aplicado às Estruturas Aporticadas de Aço*. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- BS 5950 (1990): *Structural Use of Steelwork in Buildings*. Part 1, British Standards Institution, London, England.
- Carneiro, D.S. (2000): *Análise Plástica Aplicada a Estruturas Aporticadas em Aço*. Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
- Chan, S-L. e Chui, P.P.T. (1997): A generalized design-based elasto-plastic analysis of steel frames by sections assemblage concept. *Journal of Engineering Structures*, vol. 19(8), pp. 628-636.
- Chan, S-L., e Chui, P.P.T. (2000): *Non Linear Static and Cyclic analysis of Steel frames with Semi-Rigid Connections*. Elsevier, Oxford.

- Chan, S-L. e Zhou, Z.H. (2004): Elastoplastic and large deflection analysis of steel frames by one element per member. II: Three hinges along member. *Journal of Structural Engineering*, vol. 130(4), pp. 545-553.
- Chen, W.F., Goto, Y. e Liew, J.Y.R. (1996): *Stability Design of Semi-Rigid Frames*. John Wiley & Sons Inc., USA.
- Chen, W.F. e Han, D.J. (1988): *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag, New York, USA.
- Chen, W.F. e Kim, S.E. (1997): *LRFD Steel Design using Advanced Analysis*. CRC Press, Inc., Flórida, USA.
- Chen, W.F. e Sohal, I. (1995): *Plastic Design and Second Order Analysis of Steel Frames*. Springer-Verlag, New York.
- Chen, W.F. e Toma, S. (1994): *Advanced Analysis of Steel Frames: Theory, Software and Applications*. CRC Press, Inc., Flórida, USA.
- Crisfield, M.A. (1981): A fast incremental/iterative solution procedure that handles "snap-through". *Computers & Structures*, vol. 13, pp. 52-62, Elsevier, Oxford.
- Crisfield, M.A. (1991): *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures*. Vol. 1, John Wiley & Sons Inc., USA.
- CSA (1994): *Limit States Design of Steel Structures*. Canadian Standards Association, CAN/CSA-S16.1-M94.
- Davies, J.M. (2001): Second-order elastic-plastic analysis of plane frames. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 58, pp. 1315-1330, Elsevier, Oxford.
- ECCS (1983): *Ultimate Limit State Calculation of Sway Frames with Rigid Joints*. Pub. no. 33 European Convention for Constructional Steelwork.
- Eurocode 3 (1990): *Design of Steel Structures*. Vol. 1, Eurocode edited draft.
- Galambos, T.V. (1988): *Guide to stability design criteria for metal structures*. 4th edn, Structural Stability Research Council, John Wiley and Sons, New York, NY.
- Galvão, A.S. (2000): *Formulações Não-Lineares de Elementos Finitos para Análise de Sistemas Estruturais Metálicos Reticulados Planos*. Dissertação de Mestrado, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Galvão, A.S. (2001): *Análise linear de estruturas reticulares planas e espaciais*. Trabalho da disciplina Estudo Orientado do Programa de Pós-Graduação da PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.

- Galvão, A.S. (2004): *Instabilidade estática e dinâmica de pórticos planos com ligações semi-rígidas*. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- Galvão, A.S. e Silveira, R.A.M. (2000): Formulações geometricamente não-lineares propostas por Yang e Kuo (1994) para análise de sistemas estruturais retilíneos. *XIX Jornadas Sudamericanas De Ingeniería Estructural*, Jubileo don Julio Ricaldoni, Punta del Este, CD-ROM.
- Ghali, A. e Neville, A.M. (1989): *Structural Analysis*. 3rd ed., Ed Chapman & Hall, London, UK.
- Kim, S.E., Kim, M.K. e Chen, W.F. (2000): Improved refined plastic hinge analysis accounting for strain reversal. *Engineering Structures*, vol. 22, pp. 15-25, Elsevier, Oxford.
- Kim, S.E. e Lee, D-H. (2002): Second-order distributed plasticity analysis of space steel frames. *Engineering Structures*, vol. 24, pp. 735-744, Elsevier, Oxford.
- Landesmann, A. (1999): *Análise e Implementação de Modelo Plástico para Estruturas Metálicas Aperticadas*. Dissertação de Mestrado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Landesmann, A. (2003): *Modelo Não-linear Inelástico para Análise de Estruturas Metálicas Aperticadas em Condições de Incêndio*. Tese de Doutorado, Programa de Engenharia Civil/COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil.
- Lazanha, E.C. (2003): *Análise Dinâmica Elasto-plástica de Estruturas Metálicas Sob Excitação Aleatória do Vento*. Dissertação de Mestrado, EP-USP, São Paulo, Brasil.
- Li, Y. e Lui, E.M. (1995): A simplified plastic zone method for frame analysis. *Microcomput. Civil Eng.*, vol. 10, pp. 51-62.
- Liew, J.Y.R. (1992): *Advanced Analysis for Frame Design*. Ph.D. Thesis, Purdue University, West Lafayette, IN.
- Liew, J.Y.R., Chen, W.F. e Chen, H. (2000a): Advanced inelastic analysis of frame structures. *Journal of Constructional Steel Research*, vol. 55, pp. 245-265, Elsevier, Oxford.
- Liew, J.Y.R., Chen, H., Shanmugam, N.E. e Chen, W.F. (2000b): Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures. *Engineering Structures*, vol. 22, pp. 1324-1338, Elsevier, Oxford.

- Liew, J.Y.R. e Tang, L.K. (2000): Advanced plastic hinge analysis for the design of tubular space frames. *Engineering Structures*, vol. 22, pp. 769-783, Elsevier, Oxford.
- Liew, J.Y.R., White, D.W. e Chen, W.F. (1993a): Second-order refined plastic hinge analysis for frame design: part 1. *J. Struct. Div. ASCE*, vol. 119(11), pp. 3196-3216.
- Liew, J.Y.R., White, D.W. e Chen, W.F. (1993b): Second-order refined plastic hinge analysis for frame design: part 2. *J. Struct. Div. ASCE*, vol. 119(11), pp. 3217-3237.
- Lim, J.B.P. e Nethercot, D.A. (2004): Finite element idealization of a cold-formed steel portal frame. *Journal of Structural Engineering*, vol. 130(1), pp. 78-94.
- Lui, E.M. (1985): *Effect of Connection Flexibility and Panel Zone Deformation on the Behavior of Plane Steel Frames*. Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, USA.
- Lui, E.M. e Chen, W.F. (1988): Behavior of braced and unbraced semi-rigid frames. *J. Solids Struct.*, vol. 24(9), pp. 893-913.
- Martins, G.V. (1999): *Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas não Proporcionais*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Meek, J.L. e Tan, H.S. (1984): Geometrically Nonlinear Analysis of Space Frames by an Incremental Iterative Technique. *Comp. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol. 47, p. 261-282.
- NBR 8800 (1986): *Projeto e Execução de Estruturas em Aço de Edifícios*. ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.
- NBR 8800 (2003): *Projeto e Execução de Estruturas em Aço e Estruturas Mistas Aço-Concreto de Edifícios*. Projeto de revisão, ABNT, Rio de Janeiro, Brasil.
- Ochoa, D.A. (2001): Stability and second-order analysis of frame with semirigid connections under distributed axial loads. *Journal of Structural Engineering*, vol. 127(11), pp. 1306-1315.
- Pinheiro, L. (2003): *Análises Não-Lineares de Sistemas Estruturais Metálicos Rotulados e Semi-Rígidos*. Dissertação de Mestrado, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.

- Ramm, E. (1982): Strategies for Tracing the Non-Linear Response Near Limit-Points. *Non-linear Finite Element Analysis in Structural Mechanics*. Springer-Verlag, Berlin, pp. 63-89.
- Riks, E. (1972): The Application of Newton's Methods to the Problems Elastic Stability. *Int. J. Solids Structures*. *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 39, pp. 1060-1066.
- Riks, E. (1979): An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems. *Int. J. Solids Structures*, vol. 15, p. 529-551.
- Rocha, G. (2000): *Estratégias Numéricas para Análise de Elementos Estruturais Esbeltos Metálicos*. Dissertação de Mestrado, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- Santos, M.N. (2004): *Aplicação do Método da Rótula Plástica na Análise Não-Linear de Estruturas*, Relatório Final de Pesquisa PIBIC/CNPq/UFOP, Deciv/EM/UFOP, Ouro Preto, MG, Brasil.
- SCI (1983): *Steelwork Design Guide to BS5950*. Part. 1, Vo. 1, Section properties and member capacities, 2nd ed., The Steel Construction Institute.
- Silveira, R.A.M. (1995): *Análise de Elementos Estruturais Esbeltos com Restrições Unilaterais de Contato*. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.
- Silveira, R.A.M., Galvão, A.S. e Gonçalves, P.B. (2000): A comparative study of some non-linear formulations for the analysis of plane frames, *Proc. European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering (ECCOMAS 2000)*, eds. E. Oñate, G. Bueda and B. Suárez, Barcelona.
- Soares Filho, M. (2002): *Análise Dinâmica de Pórticos Elasto-plásticos com Conexões Semi-rígidas Utilizando Programação Matemática*. Projeto de tese de doutorado em estruturas, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Timoshenko, S.P. e Gere, L.E. (1984): *Mecânica dos Sólidos*. Vol. 1 e 2, LTC, Rio de Janeiro.
- Torkamani, M.A.M. e Sonmez, M. (2001): Inelastic large deflection Modeling of Beal-colums. *Journal of Structural Engineering*, vol. 127, no.8, pp. 876-886.
- Vellasco, P.C.G.S. (1987): *Estudo da Não-Linearidade do Material em Microidealização de Estruturas de Aço*. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Rio de Janeiro, Brasil.

- Vieira, F.C.P. (1997): *Análise de Estruturas Metálicas Espaciais Aporticadas com Diferentes Funções de Plastificação*. Dissertação de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasília, DF, Brasil.
- Vogel, U. (1985): Calibrating Frames, *Stahlbau*, v. 54 (outubro), p. 295-311.
- Wempner, G.A. (1971): Discrete approximation relations related to nonlinear theories of solids. *Int. J. Solids and Struct.*, vol. 7, pp. 1581-1599.
- White, D.W. e Chen, W.F. (1993): *Plastic Hinge Based Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames: An assessment of the state-of-the-art*. Ed. D. W. White & W.F. Chen, SSRC Publications, Bethlehem, PA, USA.
- Yang, Y.B. e Kuo, S.B. (1994): *Theory & Analysis of Nonlinear Framed Structures*, Prentice Hall.
- Ziemian, R.D. (1993): Examples of frames studies used to verify advanced methods of inelastic analysis. In: *Plastic Hinge Based Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames*. SSRC, Lehigh Univ., Bethlehem, PA, USA.
- Zhou, Z.H. e Chan, S.L. (2004): Elastoplastic and large deflection analysis of steel frames by one element per member. I: One hinge along member. *Journal of Structural Engineering*, vol. 130(4), pp. 538-544.

APÊNDICE A:

Estratégias de Incremento e Iteração

A.1 – ESTRATÉGIAS DE INCREMENTO DE CARGA

A obtenção da solução incremental inicial tem como passo fundamental a definição do parâmetro de carga inicial $\Delta\lambda^0$. A seleção automática do incremento desse parâmetro deve refletir o grau de não-linearidade corrente do sistema, isto é, deve fornecer grandes incrementos quando a resposta da estrutura for quase linear e levar à pequenos incrementos quando a resposta da estrutura for fortemente não-linear. Além disso, o algoritmo deve ser capaz de escolher o sinal correto para o incremento, introduzindo medidas capazes de detectar quando pontos de máximo e mínimo são ultrapassados.

Crisfield (1991) e Ramm (1982) sugeriram estratégias de incremento automático de carga e de outros parâmetros (deslocamento, comprimento de arco, trabalho externo) baseadas na relação: $(I_d / I_{p,a})^\alpha$; onde, I_d é o número de iterações desejadas pelo analista para convergência no ciclo iterativo, $I_{p,a}$ é o número de iterações que foram necessárias para convergência no passo anterior e α é um expoente cujo valor encontra-se usualmente entre 0.5 e 2. Algumas estratégias de incremento de carga baseadas nessa relação serão descritas a seguir.

A.1.1 – Incremento Direto do Parâmetro de Carga

Caso se queira obter de forma direta e automaticamente o valor do parâmetro inicial de carga λ , então a seguinte expressão deve ser usada:

$$\Delta\lambda^0 = \pm\Delta\lambda_{p,a}^0 (I_d/I_{p,a})^{1/2} \quad (\text{A.1})$$

sendo $\Delta\lambda_{p,a}^0$ o incremento de carga inicial do passo de carga anterior.

A.1.2 – Incremento do Comprimento de Arco

A relação $I_d/I_{p,a}$ pode ainda ser empregada na definição do incremento do comprimento de arco a ser adotado como parâmetro de controle no passo de carga corrente, ou seja:

$$\Delta l = \Delta l_{p,a} (I_d/I_{p,a})^{1/2} \quad (\text{A.2})$$

onde $\Delta l_{p,a}$ e Δl representam os incrementos do comprimento de arco no passos de carga anterior (valor conhecido) e no passo de carga corrente (incógnita), respectivamente.

Através da condição de restrição escrita para a solução incremental inicial,

$$\Delta\mathbf{u}^{0T} \Delta\mathbf{u}^0 = \Delta l^2 \quad (\text{A.3})$$

onde é desprezado o termo do carregamento, chega-se na expressão procurada:

$$\Delta\lambda^0 = \pm\Delta l / \sqrt{\delta\mathbf{u}_T^T \delta\mathbf{u}_T} \quad (\text{A.4})$$

A.2 – ESTRATÉGIA DE ITERAÇÃO

O parâmetro de carga $\delta\lambda$ pode ser calculado em função de uma dada estratégia de iteração, ou equação de restrição imposta ao problema. Não se pode esperar, entretanto, de nenhuma estratégia a mesma eficiência na resolução de diferentes problemas fortemente não-lineares. A estratégia de iteração a comprimento de arco constante, implementada no programa, é apresentada a seguir.

As idéias originalmente propostas por Riks (1972) e Wempner (1971), propiciaram o surgimento de diversas estratégias que impõem, em cada iteração, a condição de comprimento de arco constante. Crisfield (1981) e Ramm (1982) observaram, através de vários exemplos numéricos, que, em problemas práticos com número elevado de variáveis, o "termo de carga" poderia ser desprezado. Eles então propuseram, que, a cada iteração, a seguinte equação simplificada:

$$\Delta\mathbf{u}^{kT} \Delta\mathbf{u}^k = \Delta l^2 \quad (\text{A.5})$$

deveria ser respeitada a cada iteração. Desenvolvendo adequadamente a expressão anterior, chega-se a uma equação quadrática em $\delta\lambda$:

$$A\delta\lambda^k + B\delta\lambda^k + C = 0 \quad (\text{A.6})$$

onde, $A = \delta\mathbf{u}_r^{kT} \delta\mathbf{u}_r^k$; $B = 2\delta\mathbf{u}_r^{kT} (\Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}_g^k)$; $C = (\Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}_g^k)^T (\Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}_g^k) - \Delta l^2$.

Com a resolução de (A.6), chega-se a dois valores de $\delta\lambda$, $\delta\lambda_1$ e $\delta\lambda_2$, de forma que deve-se escolher entre as soluções:

$$\Delta\mathbf{u}_1^k = \Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}_g^k + \delta\lambda_1^k \delta\mathbf{u}_r^k \quad \text{e} \quad \Delta\mathbf{u}_2^k = \Delta\mathbf{u}^{(k-1)} + \delta\mathbf{u}_g^k + \delta\lambda_2^k \delta\mathbf{u}_r^k \quad (\text{A.7})$$

aquela que mais se aproxima da solução incremental da iteração anterior, $\Delta\mathbf{u}^{(k-1)}$. Essa escolha deve prevenir que a solução regrida ao longo do caminho já calculado. Um procedimento simples a ser seguido, e que foi implementado nesse programa, consiste

em se achar o menor ângulo entre $\Delta \mathbf{u}^k$ e $\Delta \mathbf{u}^{(k-1)}$. Isso equivale a achar o máximo cosseno do ângulo:

$$\begin{aligned} \cos \theta_{1,2} &= \Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} \Delta \mathbf{u}^k / \Delta l^2 \\ &= \Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} (\Delta \mathbf{u}^{(k-1)} + \delta \mathbf{u}_g^k) / \Delta l^2 + \delta \lambda_{1,2} \Delta \mathbf{u}^{(k-1)T} \delta \mathbf{u}_r^k / \Delta l^2 \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

Como (A.6) é uma equação quadrática, ela poderá ter raízes imaginárias se $B^2 - 4AC$ for menor que zero. Essa situação pode existir quando o incremento inicial do parâmetro de carga for grande, ou se a estrutura exibir múltiplos caminhos de equilíbrio (Meek e Tan, 1984).

A restrição de comprimento de arco constante foi utilizada por Riks (1979) apenas para a obtenção do incremento inicial do parâmetro de carga $\Delta \lambda^0$. No processo iterativo subsequente ($k \geq 1$), a equação de restrição usada para calcular $\delta \lambda$ é obtida fazendo com que a solução iterativa $(\delta \mathbf{u}^k, \delta \lambda^k \mathbf{F}_r)$ seja ortogonal à solução incremental predita $(\Delta \mathbf{u}^0, \Delta \lambda^0 \mathbf{F}_r)$, ou seja:

$$\delta \mathbf{u}^{kT} \Delta \mathbf{u}^0 + \delta \lambda^k \Delta \lambda^0 \mathbf{F}_r^T \mathbf{F}_r = 0 \quad (\text{A.9})$$

Desenvolvendo a Eq. (A.26) tem-se a expressão procurada para a determinação da correção do parâmetro de carga:

$$\delta \lambda = -\Delta \mathbf{u}^{0T} \delta \mathbf{u}_g / (\Delta \mathbf{u}^{0T} \delta \mathbf{u}_r + \Delta \lambda^0 \mathbf{F}_r^T \mathbf{F}_r) \quad (\text{A.10})$$

APÊNDICE B:

Formulação do Elemento Finito

B.1 – INTRODUÇÃO

Para melhor compreensão das formulações não-lineares do elemento finito, este capítulo tem a finalidade de complementar a base teórica sobre o assunto, esclarecendo mais alguns pontos relacionados às formulações propostas por este trabalho.

Este capítulo inicia com a definição da formulação para as coordenadas de referência, passando depois para as relações deformação-deslocamento. Na Seção B.2.2 discute-se o incremento da energia potencial total passando depois para a formulação do elemento finito, propriamente dito, na seção seguinte. A última Seção trata da matriz de rigidez do elemento e do vetor de forças internas.

Esta formulação é baseada nos trabalhos de Alves (1995), Yang e Kuo (1994) e Galvão (2000).

B.2 – FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO NÃO-LINEAR

Duas abordagens têm sido propostas para descrever o movimento de corpos sólidos: as do tipo Euleriana e Lagrangiana. Na formulação Euleriana, as coordenadas espaciais, isto é, aquelas associadas ao corpo deformado, são empregadas como as coordenadas de referência. Já na formulação Lagrangiana, as coordenadas materiais, ou seja, aquelas associadas ao corpo antes de sua deformação, são utilizadas como as coordenadas de referência.

A formulação Lagrangiana é particularmente apropriada para análises não-lineares do tipo passo-a-passo, onde o interesse está centrado na história de deformação de cada ponto do corpo durante o processo de carregamento. Já a formulação Euleriana tem sido amplamente adotada na análise de problemas de mecânica dos fluidos, onde a atenção está focada no movimento do material ao longo de um volume específico de controle. Posto isso, o presente trabalho restringe-se a formulações do tipo Lagrangiana, tendo-se em vista ainda que a maioria das formulações de elementos finitos com não-linearidade geométrica encontradas na literatura baseiam-se nesse tipo de referencial.

Com a abordagem Lagrangiana, três tipos de configurações podem ser concebidos em termos de um sistema estacionário de coordenadas Cartesianas: a configuração inicial, a última configuração deformada t e a configuração deformada corrente $t + \Delta t$. Por hipótese, assume-se que todas as variáveis de estado, tais como tensões, deformações e deslocamentos, juntamente com a história de carregamento, são conhecidas na configuração t . A partir daí, a questão principal passa a ser a formulação de um processo incremental para determinar todas essas variáveis de estado para o corpo na configuração $t + \Delta t$, considerando que o carregamento externo atuando na configuração t tenha sofrido um pequeno acréscimo de valor. O passo que caracteriza o processo de deformação do corpo de t para $t + \Delta t$ é tipicamente referido como um passo incremental.

Dependendo de qual configuração anterior é selecionada como referência para a obtenção do estado de equilíbrio do corpo na configuração deformada corrente, $t + \Delta t$, dois tipos de referenciais Lagrangianos podem ser identificados: o referencial Lagrangiano atualizado (RLA), onde a última configuração t de equilíbrio é selecionada como o estado de referência, e o referencial Lagrangiano total (RLT), que utiliza a configuração inicial indeformada para o mesmo propósito.

Para o RLT, os deslocamentos são medidos em relação à configuração inicial indeformada (Fig. B.1) e para o RLA, os deslocamentos são medidos em relação à última configuração de equilíbrio obtida no processo incremental, ou seja, em relação a um referencial que é atualizado a cada incremento de carga (Fig. B.2).

É importante destacar que devido aos eventuais deslocamentos de corpo rígido ocorridos durante o processo incremental, cujas influências não são perfeitamente consideradas, bem como devido à utilização de funções de interpolação simplificadas, a tendência é que os resultados obtidos se afastem do comportamento real à medida que a

configuração deformada distancia-se da configuração original. Este problema é menos sentido quando se utiliza o referencial Lagrangiano atualizado (RLA), pois neste tipo de abordagem a configuração de referencia é a obtida no incremento anterior ao que se deseja obter a configuração deformada, não havendo, portanto, grande distanciamento entre as duas configurações.

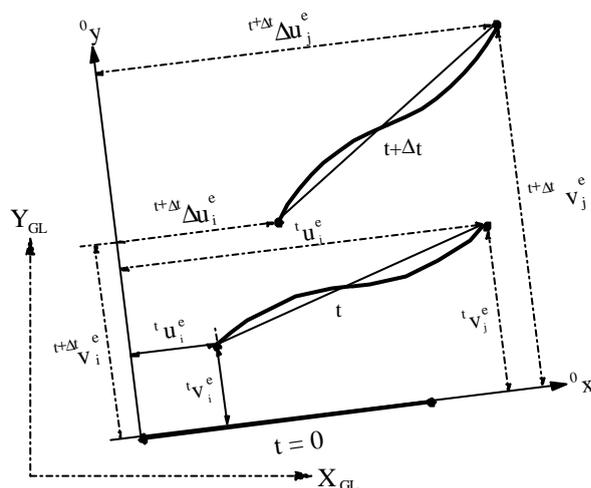


Figura B.1 – Referencial Lagrangiano total (RLT).

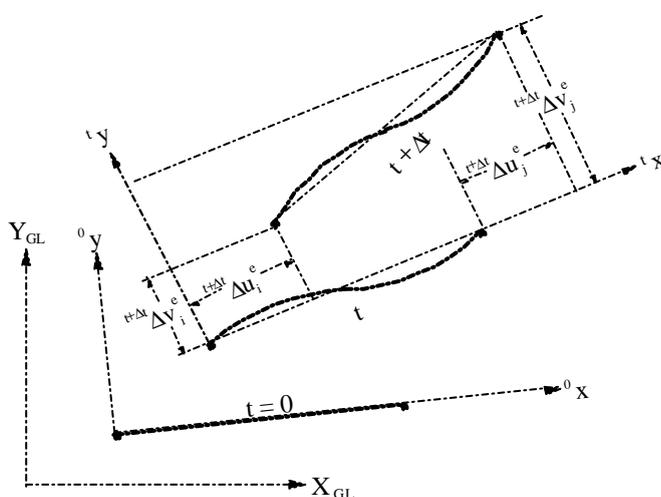


Figura B.2 – Referencial Lagrangiano atualizado (RLA).

A teoria a ser apresentada a seguir fundamenta-se nos trabalhos de Yang e Kuo (1994) e Alves (1995), e Galvão (2000). Nesse último são encontradas várias formulações geometricamente não-lineares, para a modelagem de sistemas estruturais planos formados por barras. A análise do desempenho computacional dessas formulações é fornecida nos artigos de Galvão e Silveira (2000) e Silveira *et al.* (2000). Entretanto, merece destaque, do ponto de vista de desempenho na solução de problemas

fortemente não-lineares, tempo de processamento e eficiência na obtenção das configurações pós-críticas mais complicadas, aquela formulação desenvolvida por Galvão (2000) que utiliza as relações cinemáticas não-lineares sugeridas por Yang e Kuo (1994) e os conceitos de energia propostos por Alves (1995). Essa formulação será brevemente descrita nas próximas seções.

Serão apresentadas primeiramente as relações deformação-deslocamento não-lineares do elemento finito considerado; em seguida, serão definidas a expressão da energia potencial total do sistema na forma incremental e as equações de equilíbrio não-lineares; e finalmente, a matriz de rigidez tangente e o vetor de forças internas do elemento finito adotado.

B.2.1 – Relações Deformação-Deslocamento

As seguintes componentes de deformação axial e transversal, baseadas no tensor de Green-Lagrange, e já expressas separando-se as parcelas lineares das não-lineares, são adotadas:

$$\Delta \epsilon_{xx} = \Delta e_{xx} + \Delta \eta_{xx} \quad (\text{B.1})$$

$$\Delta \epsilon_{xy} = \Delta e_{xy} + \Delta \eta_{xy} \quad (\text{B.2})$$

onde para cada parcela se escreve:

$$\Delta e_{xx} = \frac{\partial \Delta \bar{u}}{\partial x} \quad \Delta \eta_{xx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Delta \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Delta v}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (\text{B.3})$$

$$\Delta e_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta \bar{u}}{\partial y} + \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \right] \quad \Delta \eta_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \Delta \bar{u}}{\partial y} \frac{\partial \Delta \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \Delta v}{\partial y} \frac{\partial \Delta v}{\partial x} \right] \quad (\text{B.4})$$

sendo $\Delta \bar{u}$ o deslocamento axial de um ponto distante y da linha neutra da seção.

Aceitando-se a hipótese da teoria de barras de Bernoulli de que as seções transversais inicialmente planas permanecem planas após a deformação, escreve-se:

$$\Delta \bar{u} = \Delta u - y \frac{d\Delta v}{dx} \quad (\text{B.5})$$

onde a primeira parcela, Δu , é conseqüência dos esforços extensionais atuantes e é constante ao longo da seção; a segunda parcela, $y(d\Delta v/dx)$, é devido aos esforços de flexão, e varia linearmente com a distância à linha neutra. Substituindo-se então a Eq. (B.5) em (B.3) e (B.4), chega-se a:

$$\Delta e_{xx} = \frac{d\Delta u}{dx} - y \frac{d^2\Delta v}{dx^2} \quad (\text{B.6a})$$

$$\Delta \eta_{xx} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 - 2y \frac{d\Delta u}{dx} \frac{d^2\Delta v}{dx^2} + y^2 \left(\frac{d^2\Delta v}{dx^2} \right)^2 + \left(\frac{d\Delta v}{dx} \right)^2 \right] \quad (\text{B.6b})$$

$$\Delta e_{xy} = \frac{1}{2} \left[- \frac{d\Delta v}{dx} + \frac{d\Delta v}{dx} \right] = 0 \quad (\text{B.6c})$$

$$\Delta \eta_{xy} = \frac{1}{2} \left[\frac{d\Delta u}{dx} \frac{d\Delta v}{dx} + y \left(\frac{d\Delta v}{dx} \frac{d^2\Delta v}{dx^2} \right) \right] \quad (\text{B.6d})$$

No caso do RLA, é indispensável que se defina para o elemento finito considerado o estado de tensões, ou de deformações, na última configuração de equilíbrio obtida no processo de solução incremental, ou seja, na configuração t . Nessa configuração, as forças iniciais resultantes axiais tP , cisalhantes tQ , e momento fletor tM , podem ser definidas por:

$${}^tP = \int_A {}^t\tau_{xx} dA; \quad {}^tQ = \int_A {}^t\tau_{xy} dA; \quad \text{e} \quad {}^tM = \int_A {}^t\tau_{xx} y dA \quad (\text{B.7})$$

e de acordo com a Figura B.3, tem-se que:

$${}^tM = -M_i + \frac{(M_i + M_j)}{L} x \quad {}^tQ = - \frac{(M_i + M_j)}{L} \quad (\text{B.8})$$

Para um elemento de pórtico plano cuja hipótese de Bernoulli tenha sido adotada, apenas a tensão axial $\Delta^t \tau_{xx}$ pode ser obtida diretamente da lei constitutiva: $\Delta^t \tau_{xx} = E \Delta \epsilon_{xx}$. Yang e Kuo (1994) sugerem que a tensão cisalhante incremental $\Delta^t \tau_{xy}$ seja determinada considerando-se como hipótese inicial a seção transversal simétrica em relação aos eixos x e z. Dessa forma, chega-se à seguinte expressão:

$$\Delta^t \tau_{xy} = S_{xy}^l + S_{xy}^n \quad (\text{B.9})$$

onde as parcelas linear e não-linear do incremento da tensão cisalhante são dadas por (Yang e Kuo, 1994):

$$S_{xy}^l = \frac{E}{2} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) \frac{d^3 \Delta v}{dx^3} \quad \text{e} \quad S_{xy}^n = \frac{E}{2} \left(y^2 - \frac{h^2}{4} \right) \frac{d \Delta u}{dx} \frac{d^3 \Delta v}{dx^3} \quad (\text{B.10})$$

sendo h igual a altura da seção transversal do elemento de viga.

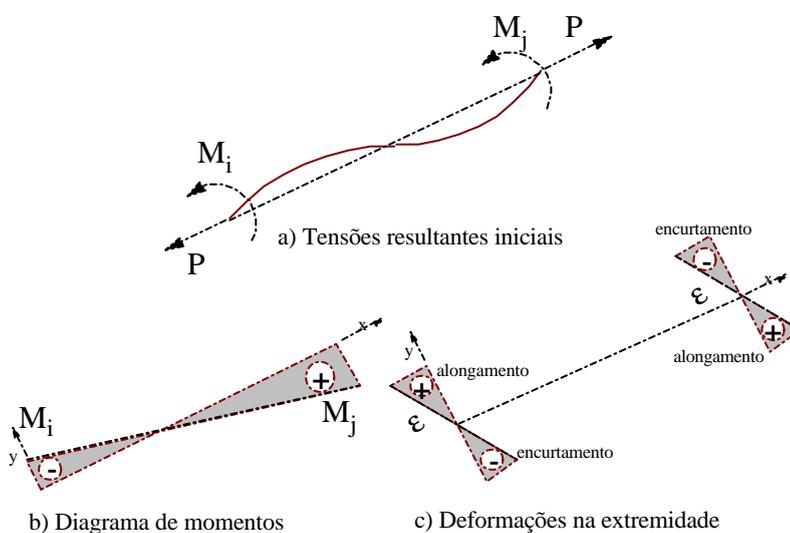


Figura B.3 – Deformação inicial: configuração de equilíbrio t.

B.2.2 – Incremento da Energia Potencial Total

O incremento na energia potencial total de um sistema estrutural pode ser definido, na configuração de equilíbrio $t+\Delta t$, de acordo com a seguinte expressão:

$$\Delta\Pi = \Delta D + \Delta V \quad (\text{B.11})$$

sendo o incremento de energia interna de deformação, ΔD , já introduzindo as parcelas axial e cisalhante da deformação, dado por:

$$\Delta D = \iint_{\text{Vol}} \left({}^t\tau_{xx} \Delta\varepsilon_{xx} + 2{}^t\tau_{xy} \Delta\varepsilon_{xy} \right) dAdx + \iint_{\text{Vol}} \left(\frac{E}{2} \Delta\varepsilon_{xx}^2 + 2{}^{\Delta t}\tau_{xy} \Delta\varepsilon_{xy} \right) dAdx \quad (\text{B.12})$$

Já o incremento da energia potencial das forças externas, ΔV , é definido por:

$$\Delta V = - \int_S F_i \Delta u_i dS = - \left[\int_S {}^t F_i \Delta u_i dS + \int_S \Delta F_i \Delta u_i dS \right] \quad (\text{B.13})$$

Assumindo aqui que as deformações incrementais são pequenas de forma que as parcelas não-lineares destas podem ser desprezadas, e seguindo a sugestão de Alves (1995), pode-se reescrever o funcional de energia da seguinte forma:

$$\Delta\Pi = U_L + U_\tau + U_0 - \left[\int_S {}^t F_i \Delta u_i dS + \int_S \Delta F_i \Delta u_i dS \right] \quad (\text{B.14})$$

onde, através das Eqs. (B.6)-(B.9), define-se:

$$U_L = \frac{1}{2} \int_{{}^t\text{Vol}} E \varepsilon_{xx}^2 d\text{Vol} \quad (\text{B.15a})$$

$$U_{\tau} = \frac{1}{2} \int_0^L {}^t P \left[\left(\frac{d\Delta u}{dx} \right)^2 + \left(\frac{d\Delta v}{dx} \right)^2 + \frac{I}{A} \left(\frac{d^2 \Delta v}{dx^2} \right)^2 \right] dx + \frac{1}{2} \int_0^L {}^t M \frac{d\Delta u}{dx} \frac{d^2 \Delta v}{dx^2} dx - \frac{1}{2} \int_0^L {}^t Q \frac{d\Delta u}{dx} \frac{d\Delta v}{dx} dx \quad (\text{B.15b})$$

$$U_0 = \int_{\text{Vol}} ({}^t \tau_{xx} \Delta e_{xx} + 2 {}^t \tau_{xy} \Delta e_{xy}) d\text{Vol} \quad (\text{B.15c})$$

Note que a Equação (B.15c) pode ser associada ao trabalho realizado pelas tensões atuantes no elemento, na configuração de equilíbrio t , quando o elemento sofre o incremento de deformação. Esse trabalho, portanto, deve ser igual ao daquele realizado pelas forças externas atuantes em t , ou seja:

$$U_0 = \int_S {}^t F_i \Delta u_i dS \quad (\text{B.16})$$

e assim consegue-se reescrever o incremento da energia potencial, $\Delta \Pi$, da seguinte forma:

$$\Delta \Pi = U_L + U_{\tau} - \int_S \Delta F_i \Delta u_i dS \quad (\text{B.17})$$

B.2.3 – Elemento Finito

O elemento de viga-coluna adotado é o esquematizado na Fig. B.4. Trata-se de um segmento reto, limitado pelos nós i e j , que se deforma no plano de definição da estrutura. Cada elemento define um sistema local de coordenadas xy , rotacionado em relação a um sistema global de coordenadas XY de um certo ângulo α .

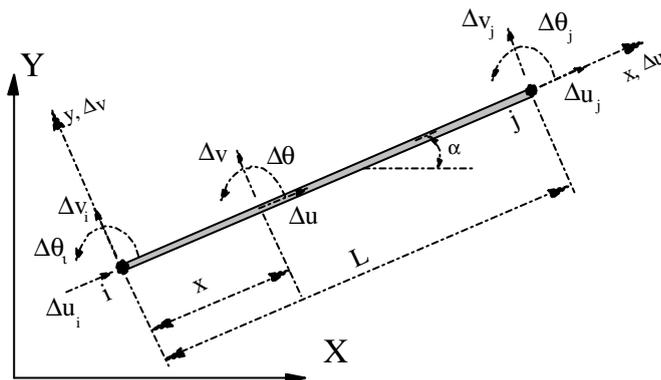


Figura B.4 – Elemento de viga-coluna adotado.

Para aproximar o deslocamento axial incremental Δu é adotada uma função linear, enquanto para a componente transversal Δv , admitindo-se $\Delta \theta = d\Delta v/dx$, adota-se uma função do terceiro grau. Dessa forma, escreve-se:

$$\Delta u = a_0 + a_1 x \quad (\text{B.18a})$$

$$\Delta v = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + b_3 x^3 \quad (\text{B.18b})$$

onde $a_0, a_1, b_0, b_1, b_2, b_3$ e b_4 são constantes a serem determinadas através das condições de contorno do elemento, isto é: em $x = 0, \Delta u = \Delta u_1, \Delta v = \Delta v_1$ e $\Delta \theta_1 = d\Delta v_1/dx$; e em $x = L, \Delta u = \Delta u_2, \Delta v = \Delta v_2$ e $\Delta \theta_2 = d\Delta v_2/dx$. Dessas condições chega-se às expressões para Δu e Δv em termos dos seus valores nodais:

$$\Delta u = H_1 \Delta u_1 + H_2 \Delta u_2 \quad (\text{B.19a})$$

$$\Delta v = H_3 \Delta v_1 + H_4 \Delta \theta_1 + H_5 \Delta v_2 + H_6 \Delta \theta_2 \quad (\text{B.19b})$$

onde H_1, H_2, \dots e H_6 são as funções de interpolação:

$$H_1 = 1 - \frac{x}{L}; \text{ e } H_2 = \frac{x}{L} \quad (\text{B.20a})$$

$$H_3 = 1 - \frac{3x^2}{L^2} + \frac{2x^3}{L^3}; H_4 = x - \frac{2x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2}; H_5 = \frac{3x^2}{L^2} - \frac{2x^3}{L^3}; \text{ e } H_6 = -\frac{x^2}{L} + \frac{x^3}{L^2} \quad (\text{B.20b})$$

Matricialmente, tem-se que os deslocamentos Δu e Δv , e a rotação $\Delta\theta$ de um dado ponto do elemento, a uma distância x do nó i (Fig. B.4), são dadas por:

$$\Delta \mathbf{d} = \mathbf{H} \Delta \mathbf{u}^e \quad (\text{B.21})$$

onde $\Delta \mathbf{d}^T = \{\Delta u \ \Delta v \ \Delta\theta\}$ e $\Delta \mathbf{u}^{eT} = \{\Delta u_i, \Delta v_i, \Delta\theta_i, \Delta u_j, \Delta v_j, \Delta\theta_j\}$; \mathbf{H} é uma matriz que contém as funções de forma em (B.20).

B.2.4 – Matriz de Rigidez e Vetor das Forças Internas

Com a substituição das Eqs. (B.19a e b) nas relações cinemáticas (B.6), e em seguida estas nas expressões (B.15), chega-se, de acordo com Alves (1995), à energia potencial total em função dos deslocamentos e forças nodais, ou seja:

$$\Delta \bar{\Pi} = \Delta \mathbf{u}^{eT} \left[\frac{1}{2} \mathbf{K}_L^e + \frac{1}{2} \mathbf{K}_t^e \right] \Delta \mathbf{u}^e + \Delta \mathbf{u}^{eT} {}^t \mathbf{F}_i^e - \Delta \mathbf{u}^{eT} {}^{t+\Delta t} \lambda \mathbf{F}_r^e \quad (\text{B.22})$$

onde as componentes das matriz de rigidez linear \mathbf{K}_L^e e matriz de rigidez geométrica \mathbf{K}_t^e são obtidas diretamente da energia interna de deformação através da diferenciação de U_L e U_τ , respectivamente:

$$k_{L(i,j)} = \frac{\partial^2 U_L}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} \quad (\text{B.23a})$$

$$k_{\tau(i,j)} = \frac{\partial^2 U_\tau}{\partial \Delta u_i \partial \Delta u_j} \quad (\text{B.23b})$$

Em (B.22), tem-se ainda que ${}^t \mathbf{F}_i$ caracteriza o vetor das forças internas do elemento genérico considerado na configuração de equilíbrio t ; λ é um fator de carga e \mathbf{F}_r um vetor de cargas nodais de referência.

Levando-se em conta então a contribuição de todos os elementos finitos, sem esquecer que o somatório dos vetores e das matrizes deve ser efetuado em relação a um

referencial comum ($\mathbf{K} = \sum \mathbf{R}^e \mathbf{T} \mathbf{K}^e \mathbf{R}^e$, \mathbf{R}^e sendo a matriz de rotação do elemento), chega-se a uma expressão semelhante à (B.22) para todo o sistema estrutural. Do princípio da energia potencial total estacionária, tem-se que a condição de equilíbrio do sistema na configuração $t+\Delta t$ é dada por:

$$[\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_\tau] \Delta \mathbf{U} + {}^t \mathbf{F}_i = {}^{t+\Delta t} \lambda \mathbf{F}_r \quad (\text{B.24a})$$

ou,

$$\Delta {}^\Delta \mathbf{F}_i + {}^t \mathbf{F}_i = {}^{t+\Delta t} \lambda \mathbf{F}_r \quad (\text{B.24b})$$

sendo:

$$\Delta {}^\Delta \mathbf{F}_i = [\mathbf{K}_L + \mathbf{K}_\tau] \Delta \mathbf{U} \quad (\text{B.25})$$

definido como o incremento das forças internas da estrutura. Observe portanto que o vetor das forças internas na configuração de equilíbrio $t+\Delta t$, ${}^{t+\Delta t} \mathbf{F}_i$, é obtido neste trabalho de forma incremental, ou seja, calculando a cada incremento o acréscimo nas forças internas.

Procurando-se eliminar os modos espúrios de deformação decorrentes de deslocamentos e rotações de corpo rígido, Yang e Kuo (1994) propõem que a seguinte equação seja utilizada para o incremento das forças internas num dado elemento genérico 'e':

$$\Delta {}^\Delta \mathbf{F}_i^e = \mathbf{K}^e \Delta \mathbf{u}_N^e \quad (\text{B.26})$$

com $\Delta \mathbf{u}_N^e$ sendo o vetor de *deslocamentos naturais incrementais* do elemento, no sistema local, e é definido como:

$$\Delta \mathbf{u}_N^{eT} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \theta_{ci} & \delta & 0 & \theta_{cj} \end{bmatrix} \quad (\text{B.27})$$

onde, da Fig. B.5, chega-se às expressões dos deslocamentos que provocam deformação no elemento:

$$\delta = {}^{t+\Delta t}\mathbf{L} - {}^t\mathbf{L}; \quad \theta_{ci} = \Delta\theta_i - \psi; \quad \theta_{cj} = \Delta\theta_j - \psi \quad (2.28)$$

sendo $\psi = \tan^{-1}[v/({}^t\mathbf{L} + \mathbf{U})]$, com $v = \Delta v_i - \Delta v_j$, a rotação de corpo rígido que o elemento sofre. Assim, através das relações anteriores, chega-se a uma expressão incremental força-deslocamento do elemento, ou seja:

$$\begin{Bmatrix} \Delta M_1 \\ \Delta M_2 \\ \Delta P \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{ii} & K_{ij} & M_i/L \\ K_{ji} & K_{jj} & M_j/L \\ M_i/L & M_j/L & EA/L + P/L \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta\theta_i \\ \Delta\theta_j \\ \delta \end{Bmatrix}, \quad (B.29a)$$

onde

$$K_{ii} = K_{jj} = \frac{4EI}{L} + \frac{2PL}{15} + \frac{4P}{L} \left(\frac{EI}{EA} \right) \quad (B.29b)$$

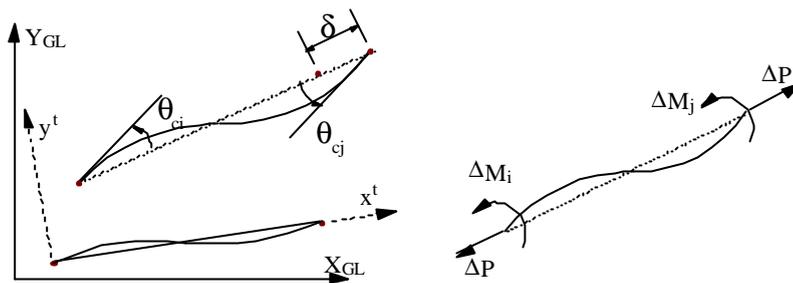
$$K_{ij} = K_{ji} = \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30} + \frac{2P}{L} \left(\frac{EI}{EA} \right) \quad (B.29c)$$

ou então, de forma simplificada:

$$K_{ii} = K_{jj} = \frac{4EI}{L} + \frac{2PL}{15} \quad (B.29d)$$

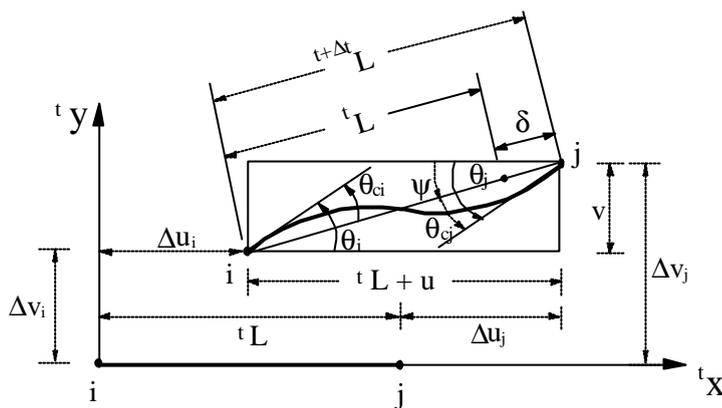
$$K_{ij} = K_{ji} = \frac{2EI}{L} - \frac{PL}{30} \quad (B.29e)$$

Por fim, o vetor das forças internas de todo o sistema estrutural deve ser obtido somando-se os esforços internos absorvidos por cada elemento, devidamente transformados para o sistema global de referência.



a) Deslocamentos naturais incrementais.

b) Esforços relacionados com δ, θ_{ci} e θ_{cj}



c) Geometria deformada

Figura B.5 – Cálculo das forças internas.

APÊNDICE C: Manual do Programa

C.1 – PROGRAMA ANÁLISE AVANÇADA DE ESTRUTURAS

Nesta seção será apresentado o programa computacional PAAEM (Programa de Análise Avançada de Estruturas Metálicas) desenvolvido pelo Programa de Pós-graduação do Curso de Engenharia Civil (PROGRAD-DECIV) da Universidade Federal de Ouro Preto (EM-UFOP). Esse programa originado na tese de doutorado de Silveira (1995) foi posteriormente ampliado por Rocha (2000), Galvão (2000, 2001, 2004), Pinheiro (2003) e agora por este trabalho.

Seguem, nas seções seguintes, as possibilidades oferecidas pelo programa e explicações de como usa-las.

C.2 – ENTRADA DE DADOS 1

O Programa foi desenvolvido nas linguagens de programação FORTRAN 77 e FORTRAN 90 e funciona dentro de uma janela prompt do MS-DOS do Windows. Assim, sua interface com o usuário obriga que a entrada de dados seja feita por arquivos do tipo texto (com extensão “.d”). A indicação dos arquivos de entrada de dados é feita digitando-se seus respectivos nome à medida que a janela de prompt do programa for apresentando mensagens que indicam qual arquivo será consultado para um determinado processamento.

O primeiro arquivo de entrada de dados corresponde ao arquivo que contém dados geométricos da estrutura, dados de carregamentos e alguns dados indicadores de análise

que são relacionados aos dados geométricos e de carregamento. Existe uma certa liberdade na montagem do arquivo, uma vez que são usados **macro-comandos** que identificam quais são os dados que estão sendo fornecidos. A Fig. C.1 demonstra uma exemplo de arquivo de dados referente ao problema estrutural apresentado na Fig. C.2.

```

Fixed-end Beam, Chan e Chui Pág. 169 - Análise Plástica-refinada - 3 elem.
4 3 2 1 3 1 8 ...npoin,nelem,ndime,nmats,npmat,nsecs,npsec
1 11 1 2 3 0 1 8 ...ncase,ntype,nplot,mnode,ndofn,semi,plast,npar
coor ...MACRO-COMANDO
ppor ...MACRO-COMANDO
4 ...npoin
1 1 0.0 0.0 ...no,ng,x,y
2 1 1000.0 0.0
3 1 2000.0 0.0
4 1 3000.0 0.0
boun ...MACRO-COMANDO
1 1 1 1 1 ...no,ng,dx,dy,mz
4 1 1 1 1
elem ...MACRO-COMANDO
1 1 2 1 ...el,noi,noj,lx
3 3 4 1
mate ...MACRO-COMANDO
2.05d5 235.0 117.5 ...E, Fy, Fr
1 ...ngelm
1 3 ...kell,kel2
seca ...MACRO-COMANDO
9097 76.6d6 7.09d5 8.03d5 216.0 10.16 206.0 17.6 ...a, I, W, Z, d, tw, b, tf
1 ...ngelm
1 3 ...kell,kel2
plot ...MACRO-COMANDO
'mesh' 1.0 0.0 ...lci,ct(1),ct(2)
graf ...MACRO-COMANDO
1 2 2 ...autopl,npl,ndl
2 2 1.589783d-5 9.246060d-3 ...idcar,iddes,multcar,multdes
1 ...idelem
load ...MACRO-COMANDO
1 0 ...iplod,iedge
2 0.0 -1.0 0.0 ...no,px,py,mz
4 0.0 0.0 0.0
end

```

Figura C.1 – Exemplo de arquivo de dados 1.

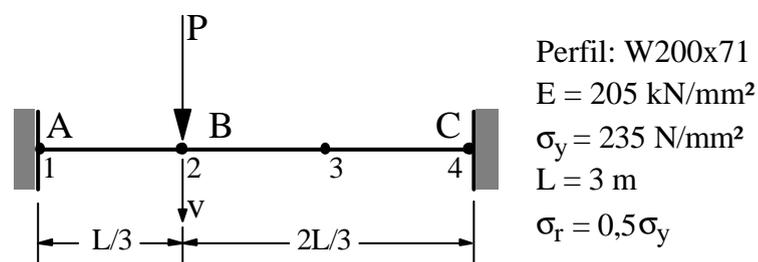


Figura C.2 – Problema estrutural referente ao arquivo.

Nesse arquivo existe uma certa liberdade na ordem que são colocados os macro-comandos, mas os dados de cada macro-comando devem ser colocados seguindo

determinadas regras. Essas regras podem ser vistas a seguir na Tab. (A.1), junto com as explicações referentes ao uso das variáveis.

Destaca-se que as três primeiras linhas são obrigatórias e, tanto em conteúdo quanto na posição. Os dados de carregamento devem vir por último no arquivo.

Tabela C.1 – Montagem do arquivo de dados 1.

| M-C | Variável | Descrição |
|------------|-----------------|---|
| 1ª linha | TITLE | Título do problema a ser analisado (80 caracteres) |
| 2ª linha | NPOIN | Número de pontos nodais |
| | NELEM | Número de elementos |
| | NDIME | Dimensão espacial |
| | NMAT | Número de tipos de materiais |
| | NPMAT | Número de propriedades de materiais |
| | NSECS | Número de seções diferentes |
| | NPSEC | Número de propriedades das seções |
| 3ª linha | NCASE | Número de casos de carga |
| | NTYPE | Tipo de análise: 0: treliça 2D – análise linear estática 1: pórtico 2D – análise linear estática 2: treliça 3D – análise linear estática 3: pórtico 3D – análise linear estática 4: treliça 2D – análise linear dinâmica 5: pórtico 2D – análise linear dinâmica 6: treliça 3D – análise linear dinâmica 7: pórtico 3D – análise linear dinâmica 9: pórtico 2D – análise não-linear dinâmica 10: treliça 2D – análise não-linear estática 11: pórtico 2D – análise não-linear estática 12: treliça 3D – análise não-linear estática |
| | NPLOT | Indicador de plotagem |
| | NNODE | Número de nós por elemento |
| | NDOFN | Número de graus de liberdade por nó |
| | SEMI | Define o tipo de semi-rigidez a ser considerada: 0: considera as ligações e os elementos perfeitamente elásticos 1: considera as ligações semi-rígidas 2: considera as ligações semi-rígidas |
| | PLAST | Define o tipo de rótula plástica a ser considerada: 0: considera a formação de rótulas pelo modelo elasto-plástico 1: considera a formação de rótulas pelo modelo refinado |
| | NPAR | |
| COORD: | | Dados pra coordenadas: |
| PPOR: | | Dados para elemento de pórtico bidimensional: |
| | NNPOIN | Número de pontos nodais |
| | NO | Número do nó |
| | NG | Define a construção de pontos intermediários |

| | | |
|--------------|---------------------|---|
| | X,Y | Coordenadas cartesianas Obs.: é obrigatório encerrar com o último nó |
| BOUN: | | Dados das condições de contorno |
| | NO | Número do nó |
| | NG | Define a construção de pontos intermediários (desativado) |
| | DX | Deslocamento em X (0 para livre e 1 para restringido) |
| | DY | Deslocamento em Y (0 para livre e 1 para restringido) |
| | MZ | Rotação no nó (0 para livre e 1 para restringido) Obs.: é obrigatório encerrar com o último nó |
| ELEM: | | Tabela de incidência dos elementos |
| | EL | Número do elemento |
| | NOI | Número do nó à esquerda do elemento |
| | NOJ | Número do nó à direita do elemento |
| | LX | Define a construção de pontos intermediários (usar a diferença numérica entre o nó direito e o esquerdo) Obs.: é obrigatório encerrar com o último elemento |
| MATE: | | Dados dos materiais dos elementos: |
| | E | Módulo de elasticidade do material |
| | FY | Tensão de escoamento do material |
| | FR | Tensão residual do material |
| | NGELM | Número de grupos de elementos desse material |
| | KEL1 | Primeiro elemento do grupo |
| | KEL2 | Último elemento do grupo |
| SECA: | | Dados geométricos das seções: |
| | A | Área da seção |
| | I | Inércia da seção |
| | W | Módulo elástico da seção |
| | Z | Modulo plástico da seção |
| | D, TW, B, TF | Dimensões constituintes da seção: altura total, espessura da alma, largura da base, espessura da mesa (respectivamente) |
| | NGELM | Número de grupos de elementos dessa seção |
| | KEL1 | Primeiro elemento do grupo |
| | KEL2 | Último elemento do grupo |
| PLOT: | | |
| GRAF: | AUTOPL | Define se os dados de plotagem da trajetória de equilíbrio serão fornecidos via teclado ou arquivo(0/1) Dados quando AUTOPL = 1: |
| | NPL | Define de qual nó que será impressa a carga |
| | NDL | Define de qual nó que será impresso o deslocamento |
| | IDCAR | Indicador da direção da carga de referência (1, 2 ou 3) |
| | IDDES | Indicador da direção do deslocamento a ser analisado (1, 2 ou 3) |
| | MULTCAR | Valor multiplicador para normalização da carga |
| | MULTDES | Valor multiplicador para normalização do deslocamento |
| | IELEM | Número do elemento que será analisado as forças internas: usar 0: para entrar com o nº do elemento via teclado; usar 1: quando não for de interesse essa análise; |
| PRIN: | | |

| | | |
|-------|--------------|---|
| NOPR: | | |
| LOAD: | IPLOD | Define se existe carregamento nos nós (usar 0/1) |
| | IEDGE | Define se existe carregamento nos elementos (0/1) |
| | NO | Define o nó de aplicação da carga |
| | PX | Define o valor da carga horizontal aplicada no nó |
| | PY | Define o valor da carga vertical aplicada no nó |
| | MZ | Define o valor do momento aplicado no nó Obs.: é obrigatório encerrar com o último nó |
| END: | | Fim do arquivo1 |

Esse arquivo de entrada de dados é utilizado por qualquer tipo de análise estrutural que usuário tenha intenção de fazer. Tanto para análise lineares quanto não-lineares. No segundo caso, outras informações serão necessárias, informações essas específicas a este tipo de análise e para conter essas informações será necessário construir um segundo arquivo de entrada de dados.

C.3 – ENTRADA DE DADOS 2

Este segundo arquivo de dados somente será requisitado pelo programa de análise quando no primeiro arquivo for indicado o uso de análise não-linear. Essa indicação é feita pela variável NTYPE que, assumindo valores maiores que 9, indica o uso dos diversos tipo de análise não-linear disponíveis (ver Tab. C.1).

A requisição feita pelo programa obrigará que o usuário digite o nome do arquivo 2 (sem a extensão) para que o programa possa identifica-lo. A Fig. (C.3) apresenta um exemplo de arquivo de dados 2.

```

%PRINCIPAL
4 0 1 100.0 6000 21 2 1 1.e-3
...form,Einc,Eite,faci,ninc,nitmax,iterty,cconv,betok
%REANAL
0 ...ires
%RELATO
0 ...rel
%SCREEN
1000 0 ...kwinc,kplot
%END

```

Figura C.3 – Exemplo de arquivo de dados 2.

A montagem do arquivo de dados 2 é semelhante ao primeiro, uma vez que também são utilizados os macro-comandos. Porém usam-se regras específicas aos dados que são exigidos pelo programa. Essas regras são vistas na Tab. (C.2).

Tabela C.2 – Montagem do arquivo de dados 2.

| M-C | Variável | Descrição |
|------------|-------------|--|
| PRINCIPAL: | | Parâmetros básicos para a análise não-linear |
| | FORM | <p>Formulação a ser usada:</p> <p><u>1 ou 11 (Yang= 1)</u>: Yang e Kuo (YGN) - Formulação Lagrangeana atualizada, com forças internas calculadas de forma incremental Yang e Kuo (YGN) - Linearizada - 1994 (para pórticos planos);</p> <p><u>12 (Yang= 2)</u>: Yang e Kuo (YGN) - Formulação Lagrangeana atualizada, com forças internas calculadas de forma não-incremental Yang e Kuo (YHN) - Ordem Elevada - 1994 (para pórticos planos);</p> <p><u>13 (Yang= 3)</u>: Yang e Kuo (YGN) - Formulação Lagrangeana Total;</p> <p><u>14 (Crisfield= 1)</u>: Crisfield (MAC) - Formulação Lagrangeana Total;</p> <p><u>2 (Alves= 1)</u>: Alves-1995 (AFN);</p> <p><u>3 (Pacos= 1)</u>: Pacoste-Eriksson PTT(RLT - 1P.Gaus - interp. Linear);</p> <p><u>4 ()</u>: Liew – 1993 (plastificação da seção);</p> <p><u>5 ()</u>: Chan Chui – 2000 (plastificação da seção).</p> |
| | EINC | <p>Estratégia de escolha do incremento de carga:</p> <p>0: Incremento constante (iauto= 0)</p> <p>1: Incremento de parâmetro de carga (incl= 1)</p> <p>2: Incremento de componente de deslocamento (incd= 1)</p> <p>22: Incremento de componente de deslocamento 2 (incd= 2)</p> <p>3: Incremento de comprimento de arco (inca= 1)</p> <p>4: Incremento de trabalho externo (incw= 1)</p> <p>5: Incremento de deslocamento generalizado (incgd= 1)</p> <p>6: Incremento de trabalho (yang) (incwy= 1)</p> |
| | EITE | <p>Estratégia de iteração:</p> <p>1: Iteração em carregamento constante (ilc= 1)</p> <p>2: Iteração em deslocamento constante (idis= 1)</p> <p>3-31: Iteração em comprimento de arco cilíndrico (iarc= 1)</p> <p>32: Iteração em comprimento de arco esférico (iarc= 2)</p> <p>33: Iteração em comp. arco linear de Ricks (iarc= 3)</p> <p>34: Iteração em comp. arco linear de Ramm (iarc= 4)</p> <p>4: Iteração em trabalho externo constante (itec= 1)</p> <p>5: Iteração em MIN. UNB. DISP. NORM (imdo= 1)</p> <p>6: Iteração em MIN. UNB. FORC. NORM (imfo= 1)</p> <p>7-71: Iteração em CONSTANT WEIG. RESP. (irpc= 1)</p> |

| | | |
|----------|---------------|--|
| | | 72: Iteração em CONSTANT WEIG. RESP. MOD. (irpc= 2) 8-81: Iteração em resíduo ortogonal 1 O.C. (ikrenk= 1) 82: Iteração em resíduo ortogonal 2 O.C. (ikrenk= 2) 9: Iteração em deslocamento generalizado GSP (iyang = 1) |
| | FACI | Primeiro fator de carga a ser usado |
| | NINC | Número máximo de incrementos |
| | NITMAX | Número máximo de iterações |
| | ITERTY | Estratégia de aplicação do Newton-Rapson: 1: aplica N-R padrão; 2: aplica N-R modificado; 3: aplica N-R parcialmente atualizado. |
| | CCONV | Critério de convergência: 1: carga; 2: deslocamento; 3: carga e deslocamento |
| | BETOK | Tolerância máxima. |
| CONTINC: | | Parâmetros básicos para continuar o processamento: |
| | IDES | Número de iterações desejadas. |
| | FMX | Incremento máximo do parâmetro de carga. |
| | FMN | Incremento mínimo do parâmetro de carga. |
| | DDES | Incremento de deslocamento desejado. |
| | DDMX | Incremento máximo de deslocamento. |
| | DDMN | Incremento mínimo de deslocamento. |
| | NODES | Nó usado para o controle de deslocamento. |
| | COMSEL | Define a componente de deslocamento do nó NODES a ser utilizada no controle de deslocamento: 1: deslocamento horizontal u; 2: deslocamento vertical v; 3: rotação θ . |
| | DLDES | Incremento desejado do comprimento de arco. |
| | DLDMX | Incremento máximo do comprimento de arco. |
| | DLDMN | Incremento mínimo do comprimento de arco. |
| | WDES | Incremento desejado para o trabalho externo. |
| | WDMX | Incremento máximo do trabalho externo. |
| | WDMN | Incremento mínimo do trabalho externo. |
| REANAL: | IRES | Define o tipo de re-análise que se deseja fazer: 1: grava todos os dados necessários para um futuro recomeço do processo; 2: grava os deslocamentos da estrutura para simular, numa análise futura, um modelo estrutural com imperfeições iniciais. |
| RELATO: | REL | Valor inteiro que define a impressão dos arquivos de saída. Se esse macro-comando for omitido, o programa imprime somente os dados iniciais em um arquivo com extensão (.s) e os dados para os gráficos do processo incremental em um arquivo (.dat): 1: imprime no arquivo (.s), além dos dados iniciais, as principais informações relativas a cada passo de carga; |

| | | |
|------------|---------------|---|
| | | 2: imprime as tensões para cada passo de carga em um arquivo (Stress.s). |
| SCREEN: | | Define a visualização de resultados em tela: |
| | KWINC | De quantos em quantos incrementos serão visualizados as iterações e os resultados do passo de carga corrente na tela. |
| | KPLOT | De quantos em quantos incrementos serão visualizados as deformadas da estrutura na tela. |
| CHANGE: | | Define a troca da estratégia de incremento de carga durante o processo incremental para a estratégia INCA : |
| | ISWCH | 1: Define a troca quando o parâmetro de rigidez corrente $CSTIF < CSTIFS$, definido pelo usuário. |
| | CSTIFS | Parâmetro de rigidez que define a troca de estratégia. |
| FREQUENCE: | | Cálculo das frequências naturais durante o processo incremental-iterativo. |
| | NPF | Calcula as NPF primeiras frequências da estrutura. |
| | NTTF | As frequências serão calculadas de NTTF em NTTF passos de carga. |
| END: | | Fim do arquivo 2. |

C.4 – OBTENÇÃO DE RESULTADOS

O programa fornece os resultados obtidos pelo processamento através de arquivos de saída de dados. Nesses arquivos podemos encontrar uma gama enorme de informações pertinentes à análise solicitada pelo usuário nos arquivos de entrada de dados. São basicamente três tipos de arquivos: relatórios de processamento, arquivos de trajetórias de equilíbrio e arquivos de monitoramento de forças internas do elemento.

Os relatórios são formados por vários resumos. O primeiro é um resumo dos dados da estrutura, para simples conferência, semelhante ao arquivo de dados 1, porém mais organizado. O segundo informa o tipo de análise não-linear que o programa está executando. Por último, ele apresenta um relatório de processamento onde estão discriminados os passos de carga onde houve ocorrências pertinentes à análise tais como: formação de rótula, violação da superfície de interação e reduções prescritas do passo de carga. Eles podem ser identificados pela extensão “.s”.

Os arquivos de trajetória de equilíbrio são tabelas que mostram passo-a-passo o carregamento em um determinado nó da estrutura analisada e sua deformação. Esse arquivo é normalmente usado para que seja feita a plotagem da trajetória de equilíbrio da estrutura. Eles podem se identificados pela extensão “.dat”.

O último arquivo é semelhante ao segundo, porém ele mostra passo-a-passo as forças internas (normalizadas) dentro do elemento. Desta forma teremos uma tabela com 5 colunas: a primeira indica o passo de carga, a segunda a carga axial, a terceira e quarta os momentos nas duas extremidades e a última a superfície de interação utilizada pela análise. Esses dados também são usados para plotagem e comparação de superfícies de interação. Como também possui extensão “.dat”, para diferenciar dos arquivos de trajetória, esse arquivo possui um “e” no final do nome.

Na Figura C.4 pode-se ver parte do relatório de saída obtido pelo programa.

```

...
...
=====
INÍCIO DO PROCESSAMENTO:
=====
Passo de carga:      5565 <--- FORMAÇÃO DE RÓTULA PLÁSTICA
No elemento   1 formou uma rótula na extremidade A
-----
Passo de carga:      5628 <--- FORMAÇÃO DE RÓTULA PLÁSTICA
No elemento   1 formou uma rótula na extremidade B
-----
Passo de carga:      5640 <--- FORMAÇÃO DE RÓTULA PLÁSTICA
No elemento   2 formou uma rótula na extremidade A
-----
Passo de carga:      5646 <--- FORMAÇÃO DE RÓTULA PLÁSTICA
No elemento   3 formou uma rótula na extremidade B
-----
Passo de carga abandonado:      5650
Elemento   1 com carga axial violada
Elemento   2 com carga axial violada
Elemento   3 com carga axial violada

Novo incremento de carga adotado:      20.000
-----
...
...
...
*** PROGRAMA INTERROMPIDO ***

NO PASSO DE CARGA:      5660

==> EXCEDEU O NÚMERO MÁXIMO DE FALHAS

```

Figura C.4– Exemplo de relatório de saída.

APÊNDICE D: Tabela de Perfis

D.1 – TABELAS DE PERFIS USADOS NOS EXEMPLOS DE VALIDAÇÃO

Por motivo de organização, nesta seção será apresentada uma tabela com o resumo das características geométricas de todos os perfis metálicos usados nos exemplos de validação. Todos esses dados foram tirados tanto da bibliografia de referência como também de tabelas fornecidas por fabricantes, conforme normas nacionais e internacionais.

Destaca-se novamente que foi acrescentado um valor em cada perfil que é o valor da espessura equivalente da mesa (t_f). Esse valor é utilizado ao invés daquele fornecido pelas tabelas oficiais pelo fato da segunda formulação estudada neste trabalho exigir tal mudança.

Tabela D.1 – Tabela de perfis utilizados.

| Perfil | A (mm²) | I_x (mm⁴) | W_x (mm³) | Z_x (mm³) | d (mm) | tw (mm) | b (mm) | tf (mm) | tf_e (mm) | Obs.: |
|---------------|-------------------------------|---|---|---|-------------------|--------------------|-------------------|--------------------|--------------------------------|--------------|
| W200x46 | 5890 | 45,8x10 ⁶ | 451x10 ³ | 498x10 ³ | 203 | 7,24 | 203 | 11,0 | 11,28 | W8x31 |
| W200x71 | 9097 | 76,6x10 ⁶ | 709x10 ³ | 803x10 ³ | 216 | 10,16 | 206 | 17,4 | 17,62 | W8x48 |
| W310x143 | 18200 | 348x10 ⁶ | 2150x10 ³ | 2420x10 ³ | 323 | 14,0 | 309 | 22,9 | 23,23 | W12x96 |
| W360x72 | 9100 | 201x10 ⁶ | 1150x10 ³ | 1280x10 ³ | 350 | 8,6 | 204 | 15,1 | 15,56 | W14x48 |
| W410x74 | 9550 | 27,5x10 ⁶ | 1330x10 ³ | 1510x10 ³ | 413 | 9,7 | 180 | 16,0 | 16,23 | W16x50 |
| W460x74 | 9450 | 333x10 ⁶ | 1460x10 ³ | 1650x10 ³ | 457 | 9,0 | 190 | 14,5 | 14,74 | W18x50 |
| W530x123 | 15700 | 761x10 ⁶ | 2800x10 ³ | 3210x10 ³ | 544 | 13,1 | 212 | 21,2 | 21,56 | W21x83 |
| | | | | | | | | | | |
| HEA340 | 13300 | 276,9x10 ⁶ | 1678x10 ³ | 1850x10 ³ | 330 | 9,5 | 300 | 16,5 | 17,56 | |
| HEB300 | 14900 | 251,7x10 ⁶ | 1678x10 ³ | 1869x10 ³ | 300 | 11,0 | 300 | 19,0 | 20,06 | |
| | | | | | | | | | | |
| IPE240 | 3912 | 38,9x10 ⁶ | 324x10 ³ | 367x10 ³ | 240 | 6,2 | 120 | 9,8 | 10,63 | |
| IPE300 | 5381 | 83,5x10 ⁶ | 557x10 ³ | 628x10 ³ | 300 | 7,1 | 150 | 10,7 | 11,36 | |
| IPE330 | 6261 | 117,7x10 ⁶ | 713x10 ³ | 804x10 ³ | 330 | 7,5 | 160 | 11,5 | 12,39 | |
| IPE360 | 7273 | 162,7x10 ⁶ | 903x10 ³ | 1019x10 ³ | 360 | 8,0 | 170 | 12,7 | 13,54 | |
| IPE400 | 8446 | 231,3x10 ⁶ | 1156x10 ³ | 1307x10 ³ | 400 | 8,6 | 180 | 13,5 | 14,58 | |
| | | | | | | | | | | |
| HEB160 | 5425 | 24,92x10 ⁶ | 312x10 ³ | 354x10 ³ | 160 | 8,0 | 160 | 13,0 | 13,61 | |
| HEB200 | 7808 | 56,96x10 ⁶ | 570x10 ³ | 643x10 ³ | 200 | 9,0 | 200 | 15,0 | 15,70 | |
| HEB220 | 9104 | 80,91x10 ⁶ | 736x10 ³ | 827x10 ³ | 220 | 9,5 | 220 | 16,0 | 16,64 | |
| HEB240 | 10600 | 112,6x10 ⁶ | 938x10 ³ | 1053x10 ³ | 240 | 10,0 | 240 | 17,0 | 17,80 | |
| HEB260 | 11840 | 149,2x10 ⁶ | 1148x10 ³ | 1283x10 ³ | 260 | 10,0 | 260 | 17,5 | 18,46 | |