

**Leandro de Moraes Bustamante**

Minimização do custo de antecipação e atraso para o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência: aplicação em uma usina siderúrgica.

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador: Prof. Docteur Carlos R. V. de Carvalho

Belo Horizonte - MG  
15 de fevereiro de 2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**Leandro de Moraes Bustamante**

Minimização do custo de antecipação e atraso para o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência: aplicação em uma usina siderúrgica.

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais para obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientador:

Prof. Docteur Carlos Roberto Venâncio de Carvalho

MESTRADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
LINHA DE PESQUISA: ENGENHARIA LOGÍSTICA E DE MANUFATURA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS

Belo Horizonte - MG  
15 de fevereiro de 2007

Dissertação de Mestrado sob o título *Minimização do custo de antecipação e atraso para o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência: aplicação em uma usina siderúrgica*, a ser defendida por Leandro de Moraes Bustamante, em março de 2.006, Belo Horizonte, Minas Gerais, na presença da banca examinadora constituída pelos doutores:

---

Prof. Dr. Carlos Roberto Venâncio de Carvalho  
Departamento de Engenharia de Produção - UFMG  
Orientador

---

Prof. Dr. Gilberto de Miranda Júnior  
Departamento de Engenharia de Produção - UFMG

---

Prof. Dr. Geraldo Robson Mateus  
Departamento de Ciência da Computação - UFMG

---

Prof. Dr. João Antônio de Vasconcelos  
Departamento de Engenharia Elétrica - UFMG

*Dedico este trabalho à minha família, pelo apoio e paciência, aos professores, pela  
proficiência e aos meus colegas pelo companheirismo.*

# Agradecimentos

A Deus.

Ao professor Carlos pela dedicação e apoio.

Aos meus pais e minha avó pelo apoio incondicional e constante.

À Grasielle pela força que o seu carinho, paciência e alegria me proporcionaram nos momentos mais difíceis.

Aos meus irmãos pelo companheirismo e amizade.

À Belgo e aos amigos Iran Medeiros e Cláudio Dal'col pela oportunidade de desenvolvimento deste trabalho e pelo grande apoio.

Aos colegas do mestrado, em especial ao Rogério Climaco, Luciano, Marcellus e Antônio Marcos, pelo companheirismo e disponibilidade em me ajudar sempre.

Aos professores e demais funcionários do Departamento de Engenharia de Produção, pela contribuição na minha formação profissional e pessoal.

Aos amigos e parentes que de uma forma ou de outra me ajudaram neste trabalho.

# Resumo

Nesta dissertação foi estudado o problema de sequenciamento de uma máquina, com objetivo de minimizar o somatório dos custos de antecipação e atraso no atendimento de uma demanda e com tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção. O problema do planejamento operacional da produção do laminador de uma usina siderúrgica, que serve de inspiração e ambiente para esta pesquisa, consiste em determinar uma melhor sequência para produção de um conjunto de ordens planejadas. Cada ordem possui uma data desejada para atendimento, ocorrendo a incidência de custo de atraso se a ordem é programada para produzir posteriormente à respectiva data desejada, ou custo de antecipação se a ordem é produzida antes do desejado.

Para representar o problema foram desenvolvidos modelos utilizando Programação Linear Inteira Mista. Foram propostos dois modelos utilizando as formulações de Manne [16] e Wagner [24], tratando o tempo de preparação de máquina como uma restrição do problema. Entretanto, a partir das conclusões iniciais para situações de ociosidade da máquina, foi percebida a necessidade de tratar também o custo de preparação, sendo desenvolvido então um outro modelo. As dificuldades de modelagem do problema estudado partindo-se das definições de Manne e Wagner são explicitadas, assim como a comparação do desempenho dos modelos quando aplicados na resolução de um mesmo cenário de teste. Os modelos foram implementados utilizando a linguagem de programação MathProg e o *software* de otimização GLPK 4.8.

A modelagem proposta e as análises dos resultados, mesmo que limitados para problemas em escala reduzida, permitem avaliar a aplicação dos modelos para o caso estudado e conhecer melhor o problema e suas soluções, gerando conhecimento que pode contribuir para o desenvolvimento de heurísticas convenientes para tratar problemas reais.

**Palavras-chave:** Sequenciamento da Produção de Uma Máquina, Problema de Atraso e Antecipação, Tempo de Preparação Dependente da Sequência, Programação Linear Inteira Mista.

# Abstract

*In this dissertation was studied the one-machine scheduling problem, with the objective of minimizing the sum of earliness and tardiness costs, with sequence dependent setup time. The operational planning problem of rolling mill production in a steel plant, which was the inspiration and environment to this research, consists of determining a best sequence to produce a set of production planning orders. Each order has a due date. If the sequence programming the order produces after the due date, there is tardiness cost, otherwise, if the order is programmed before the due date, there is earliness cost.*

*To represent the problem were developed Mixed Integer Linear Programming models. Two models were proposed, using the Manne's [16] and Wagner's [24] formulations, dealing with setup times like a problem restriction. However, from the initial conclusions in idleness situations, was understood the necessity of dealing with setup costs also, when was developed another model. The difficulties of the modelling of the problem studied, from Manne's and Wagner's definitions, are showed, such as the comparison about the performance when it is used to resolve the same problem. The models were implemented using the programming language MathProg and optimizing package GLPK 4.8.*

*The modelling proposed and the result analysis, even that limited to problems with reduced size, allow evaluate the application for models in the studied case and understand the problem and its solutions, generating knowledge that can contribute to development of suitable heuristics to solve real problems.*

**Keywords:** *One-machine Scheduling Problem, Earliness - Tardiness Problem, Sequence-dependent Setup Time, Mixed Integer Linear Programming.*



# Sumário

<b>Lista de Figuras</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>14</b>
1.1 Motivação da pesquisa . . . . .	15
1.2 Objetivos da dissertação . . . . .	17
1.2.1 Objetivo geral . . . . .	17
1.2.2 Objetivos específicos . . . . .	17
1.3 Organização da dissertação . . . . .	18
<b>2 Referencial Teórico da Pesquisa</b>	<b>19</b>
Introdução . . . . .	19
2.1 O problema de sequenciamento da produção . . . . .	20
2.1.1 O problema de sequenciamento com custos de atraso e antecipação	23
2.1.2 O problema de sequenciamento envolvendo preparação de máquina	24

---

2.2	Métodos para Resolução e Modelagem . . . . .	26
	Conclusão . . . . .	29
<b>3</b>	<b>O contexto da pesquisa prática</b>	<b>30</b>
	Introdução . . . . .	30
3.1	Características dos Produtos da Empresa . . . . .	31
3.2	Processo de Produção da Empresa . . . . .	33
3.2.1	O Processo de Produção da Laminação Leve . . . . .	34
3.3	O Processo de Planejamento e Programação da Produção Atual da Empresa	38
3.4	Análise dos Processos de Planejamento e Programação da Produção da Empresa . . . . .	41
3.5	Caracterização do problema . . . . .	44
<b>4</b>	<b>Modelagem Matemática</b>	<b>45</b>
	Introdução . . . . .	45
4.1	Descrição do Problema . . . . .	46
4.1.1	O Problema com Janelas de Tempo . . . . .	49
4.2	Modelagem do Problema - Primeira Proposta . . . . .	49
4.2.1	Modelo M . . . . .	52
4.2.1.1	Dados do Problema . . . . .	52
4.2.1.2	Variáveis do Problema . . . . .	53

---

4.2.1.3	Modelo . . . . .	53
4.2.2	Um Novo Modelo Considerando Janelas de Tempo . . . . .	54
4.3	Modelagem do Problema - Segunda Proposta . . . . .	54
4.3.1	Modelo W . . . . .	59
4.3.1.1	Dados do Problema . . . . .	60
4.3.1.2	Variáveis do Problema . . . . .	60
4.3.1.3	Modelo . . . . .	61
4.3.2	Um Novo Modelo Considerando Janelas de Tempo . . . . .	62
4.4	Método de Resolução . . . . .	62
	Conclusão . . . . .	63
<b>5</b>	<b>Resultados e análises</b>	<b>64</b>
	Introdução . . . . .	64
5.1	Testes dos Modelos Propostos . . . . .	65
5.1.1	Cenários de Teste . . . . .	65
5.1.2	Resultados e Análises dos Testes . . . . .	66
5.2	Resultados computacionais obtidos . . . . .	70
5.2.1	Avaliação dos Modelos com Janelas de Tempo . . . . .	73
5.3	Aplicação no Caso Prático . . . . .	74
5.3.1	Um Novo Modelo Considerando Custo de Preparação de Máquina . . . . .	75

5.3.2	Avaliação do Desempenho do Modelo Considerando Custo de Preparação	77
	Conclusão . . . . .	78
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>79</b>
	Referências bibliográficas	83

# Lista de Figuras

2.1	Esquema do Problema de Sequenciamento de Uma Máquina . . . . .	21
2.2	Esquema do Problema de Sequenciamento de um <i>Flow-shop</i> . . . . .	21
2.3	Esquema do Problema de Sequenciamento de um <i>Job-shop</i> . . . . .	21
2.4	Esquema do Problema de Sequenciamento de Máquinas Paralelas . . . . .	22
3.1	Produtos . . . . .	31
3.2	Fluxo de Produção . . . . .	33
3.3	Fluxo de Produção da Laminação Leve . . . . .	34
3.4	Fluxo de Produção Detalhado do Laminador Leve . . . . .	35
3.5	Árvore de Preparação: exemplo hipotético . . . . .	37
3.6	Estrutura de Planejamento e Programação da Produção . . . . .	38
4.1	Representação Gráfica do Tempo de Preparação de Máquina ( <i>Setup</i> ) . . . . .	46
4.2	Problema da Triangulação . . . . .	47
4.3	Representação Gráfica do Atraso e Antecipação . . . . .	48

---

4.4	Representação Gráfica da Janela de Tempo para Atendimento . . . . .	49
5.1	Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo M para o cenário T01 . . . . .	66
5.2	Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo W para o cenário T02 . . . . .	67
5.3	Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo W para o cenário T03 . . . . .	69
5.4	Diagrama de Gantt para a sequência apresentada para o cenário T03 com redução no tempo de preparação e manutenção do custo total da solução apresentada na tabela 5.4 . . . . .	70

# Lista de Tabelas

3.1	Famílias de Produtos Leves . . . . .	32
5.1	Dados para os Cenários de Teste . . . . .	65
5.2	Resultados apresentados pelo modelo M para o cenário T01 . . . . .	66
5.3	Resultados apresentados pelo modelo W para o cenário T02 . . . . .	67
5.4	Resultados apresentados pelo modelo W para o cenário T03 . . . . .	69
5.5	Resultados para o cenário T03 com redução no tempo de preparação e manutenção de custo total . . . . .	69
5.6	Tempo médio de resposta para o modelo M . . . . .	72
5.7	Tempo médio de resposta para os modelos W e M . . . . .	72
5.8	Comparação entre os tempos médios de resposta para o modelo M em função dos diferentes valores de R . . . . .	73
5.9	Tempo médio de resposta para os modelos M.TW e W.TW . . . . .	74
5.10	Resultados apresentados pelo modelo W.S para o cenário T03 . . . . .	76
5.11	Tempo médio de resposta para o modelo W.S resolver cada cenário . . . . .	77

# Capítulo 1

## Introdução

Muitas pesquisas têm sido dedicadas a temas surgidos dos desafios gerenciais no ambiente do planejamento da produção, agora ainda mais diversos em função da crescente competição em escala mundial entre as cadeias produtivas. Estes desafios podem ser resumidos, sem perder a sua abrangência, no conflito entre a redução de custo e a melhora no nível de serviço percebido pelo cliente, que é frequentemente interpretado como o conflito entre produtividade e flexibilidade. Neste contexto, o Planejamento, Programação e Controle da Produção (PPCP) se destacam com um papel fundamental.

De acordo com Vollman *et al* [23], são duas as principais funções de um sistema de PPCP. A primeira, relacionada às necessidades primárias, define que, baseado nas demandas dos clientes, o PPCP deve garantir a quantidade de produtos a fabricar em um horizonte de tempo. A segunda trata do planejamento dos recursos de produção (máquinas, operadores, matérias-primas), que são as necessidades secundárias, de modo que, conhecendo as quantidades de produtos a fabricar, as datas dos contratos sejam respeitadas, com um custo de fabricação mínimo.

Em face da complexidade de tais funções, dois requisitos são essenciais: os sistemas de informação, que asseguram o registro, a manutenção e a transmissão de informações dentro da empresa; e as técnicas de apoio à decisão.

Várias técnicas de apoio à decisão, auxiliadas por implementações computacionais, foram desenvolvidas nas últimas décadas, dentre elas as tradicionais: MRPII (*Manufacturing*



*Resource Planning*), OPT (*Optimized Production Technology*) e JIT (*Just-In-Time*) [12]. Pelas particularidades de cada sistema de produção ainda permanece uma dificuldade específica para ser estudada: o domínio da exata capacidade de produção. Tecnicamente esta dificuldade se traduz no Problema de Sequenciamento de Produção. Este problema é um objeto de estudos para desenvolvimento de modelos quantitativos específicos, elaborados por meio de técnicas de modelagem de problemas, que buscam soluções satisfatórias do ponto de vista gerencial.

Dentre as técnicas de modelagem existentes destaca-se neste estudo a Programação Matemática e seus algoritmos de otimização. Esta técnica permite encontrar, segundo um objetivo preestabelecido, uma melhor solução para um problema dentro de um conjunto de soluções possíveis. O problema real é representado através de variáveis de decisão, relações matemáticas envolvendo estas variáveis, para representar as restrições existentes (por exemplo as limitações dos recursos), e uma função também destas variáveis, para representar o objetivo pretendido.

No caso deste trabalho, é pesquisado o problema de sequenciamento de uma máquina, sujeito a um tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção, e que tem como objetivo minimizar os custos totais de atraso e antecipação em relação a uma data desejada para atendimento de uma necessidade. Este problema é tratado para o caso de uma usina siderúrgica, mais especificamente do laminador desta usina, utilizando da técnica de modelagem estudada na Programação Matemática.

## 1.1 Motivação da pesquisa

A tomada de decisões no PPCP envolve um número elevado de informações, restrições e variáveis interdependentes e conflitantes, que tornam extremamente complexas as atividades de planejamento e programação da produção. A situação se agrava, pois em muitas situações, ou os responsáveis pela tomada de decisão não possuem ferramentas de apoio ou a ferramenta disponível não trata o problema de forma adequada.

Atualmente boa parte das grandes empresas trabalha com sistemas informatizados que permitem tratar as informações de modo consistente e integrado, além de disponibilizarem uma série de ferramentas computacionais de apoio para os responsáveis pela tomada de

decisão. Porém como estes sistemas são desenvolvidos com um grau de generalização elevado, para que possam ser aplicados em diversos ambientes produtivos, podem ocorrer situações nas quais a ferramenta de apoio não seja eficaz para tratar as características específicas de um determinado problema em uma empresa.

A empresa estudada neste trabalho possui um sistema computacional de apoio à decisão para tratar o problema de sequenciamento da produção do laminador. Este sistema utiliza um método aproximado, mais especificamente um algoritmo genético (AG), para buscar uma solução viável do problema e sua lógica de funcionamento é de propriedade do fornecedor. Por se tratar de um método aproximado seria importante validar o resultado apresentado pelo AG, porém no caso estudado ocorreu apenas uma validação qualitativa, baseada na experiência dos funcionários do PPCP. A validação quantitativa não foi possível, pois não existia base para comparação de resultados. Ademais, a antecipação da produção em relação à data da necessidade, que gera um custo real de manutenção de estoque, não é tratada atualmente pelo modelo de sequenciamento da produção do AG. Este considera apenas custos de atraso e preparação de máquina.

A elaboração de um modelo matemático de otimização que represente a realidade de um problema de modo particular, pode propiciar ganhos efetivos, mesmo que um grande esforço seja necessário para construção do modelo e implantação de uma técnica que resolva o problema.

O problema de sequenciamento com objetivo de minimizar custos de antecipação e atraso, com tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção, tem sido foco de vários trabalhos de pesquisa em todo o mundo, porém devido à sua complexidade, em sua grande maioria, estes trabalhos tratam o problema através de métodos aproximados. Poucos trabalhos foram desenvolvidos para a busca de modelos de programação matemática, que solucionem o problema de forma ótima, destacando-se neste sentido os trabalhos de Balakrishnan *et al* [5], Coleman [7] e Zhu e Heady [25].

Os modelos desenvolvidos por estes autores aplicam uma modelagem matemática baseada na formulação de Manne [16], porém as conclusões do trabalho publicado por Staffod *et al* [20] motivam também o desenvolvimento de modelos baseados na proposta de Wagner [24], o que foi verificado apenas em parte do trabalho de Harjunkoski e Grossmann [15].

A motivação para esta pesquisa surge da necessidade de conhecer melhor o problema e

buscar uma forma apropriada para sua representação, de maneira que seja possível obter uma solução adequada aos objetivos da empresa.

## 1.2 Objetivos da dissertação

### 1.2.1 Objetivo geral

O objetivo desta dissertação é estudar o problema de sequenciamento da produção do laminador de uma usina siderúrgica, desenvolver modelos de programação matemática para representar este problema, apresentar um método para resolver os modelos propostos e avaliar a aplicação no caso real.

### 1.2.2 Objetivos específicos

Especificamente este trabalho trata o problema do sequenciamento de uma máquina (laminador de uma usina siderúrgica), com tempo de preparação dependente da sequência de produção e com o objetivo de minimizar o somatório dos custos totais de antecipação e atraso no atendimento das demandas.

Neste sentido, o trabalho é composto por: (i) uma pesquisa bibliográfica para levantamento e entendimento dos trabalhos realizados envolvendo o problema; (ii) o diagnóstico da situação atual da produção e do planejamento operacional na empresa estudada, de forma a identificar os pontos relevantes para a modelagem do problema; (iii) o desenvolvimento de modelos matemáticos objetivando a representação do problema real; (iv) a resolução do problema através de uma implementação computacional; (v) as análises dos resultados obtidos; (vi) as conclusões e oportunidades para futuros desenvolvimentos.

Além do entendimento do problema e do desenvolvimento de dois modelos matemáticos que busquem a sua representação, é feita ainda uma comparação inicial dos dois modelos matemáticos, baseados nas formulações de Manne [16] e Wagner [24] respectivamente. O desempenho de cada formulação, em termos do tempo computacional para obtenção da solução ótima, é avaliada, assim como a sua utilização no caso real.

Os modelos propostos incorporam o custo de estoque, uma característica importante no tratamento de problemas de sequenciamento (ver Baker e Scudder [4]) e que atualmente não é considerada pela empresa pesquisada. Além disso, na modelagem a preparação de máquina é considerada como uma restrição de tempo e não faz parte da função objetivo como um custo, sendo possível avaliar as implicações desta abordagem no caso estudado.

### 1.3 Organização da dissertação

Esta dissertação está estruturada em seis capítulos, sendo que este Capítulo caracteriza o problema em linhas gerais através dos conceitos centrais, apresenta os objetivos e situa o tema dentro do contexto geral da empresa estudada e do estado-da-arte.

O Capítulo 2 apresenta o contexto teórico da pesquisa, que consiste de uma revisão bibliográfica relacionada ao tema desta dissertação. Este levantamento teórico é usado para facilitar a descrição do problema e o desenvolvimento do modelo para a solução do problema estudado.

O contexto prático da pesquisa é exposto no Capítulo 3, onde é descrito o processo produtivo do laminador de perfis leves da empresa estudada, caracterizando de modo agregado o funcionamento das principais áreas e as variáveis determinantes do problema, de forma a contribuir para o entendimento do problema estudado e para o desenvolvimento dos modelos matemáticos.

No Capítulo 4 são apresentados as formulações que inspiraram a modelagem, assim como os modelos matemáticos que representam o problema e o método utilizado para resolução dos cenários de teste, que são descritos no Capítulo 5. Neste capítulo são mostrados os resultados computacionais, as análises e conclusões pertinentes, e também um novo modelo, proposto em função das conclusões obtidas.

As conclusões finais referentes ao trabalho podem ser vistas no Capítulo 6, que contém também as sugestões para realização de futuras pesquisas.

# Capítulo 2

## Referencial Teórico da Pesquisa

### Introdução

O Problema de Sequenciamento de Produção é um problema clássico da literatura (*Scheduling Problem*) e é um dos mais difíceis de resolução do ponto de vista computacional dentro da administração da produção. O problema consiste basicamente em ordenar a utilização dos recursos, que não podem ser usados simultaneamente, para a execução de atividades necessárias para atendimento a uma demanda. A dificuldade justifica-se no número de restrições existentes e variáveis interdependentes e conflitantes, necessárias para representar o problema, como é relatado por Harjunkoski e Grossmann [15].

Conforme Anthony e Govindarajan [2], na Administração da Produção de uma empresa podem ser identificados três níveis hierárquicos de decisão, o nível estratégico, o tático e o operacional. No nível estratégico são decididas políticas e objetivos de longo prazo, como a localização de plantas produtivas e suas capacidades. As decisões de médio prazo, como a quantidade de produtos a produzir nos próximos meses (problemas de dimensionamento de lotes de produção), são tomadas no nível tático. O sequenciamento de produção trata do planejamento de curto prazo (operacional). No planejamento operacional são definidas quais atividades devem ser realizadas, em qual momento e com quais recursos, buscando atingir um determinado objetivo respeitando restrições existentes, conforme detalhado por Baker [3].

Embora este não seja o foco desta pesquisa, vale ressaltar que as decisões nos níveis mais altos da hierarquia impõem restrições para os níveis que trabalham com informações menos agregadas, como o nível do sequenciamento da produção (para maiores detalhes ver Bitran e Tirupati [6]). De uma maneira geral os objetivos definidos e as restrições existentes para cada caso prático conduzem a uma extensa gama de diferentes problemas de sequenciamento, que são objeto de várias pesquisas em todo o mundo.

Os aspectos teóricos apresentados neste capítulo estão direcionados para o problema estudado. Neste sentido o problema genérico de sequenciamento é apresentado na seção 2.1, e as subseções 2.1.1 e 2.1.2 mostram as características específicas dos problemas de sequenciamento com a existência de custos de antecipação e atraso e com tempos de preparação dependentes da sequência de produção. Os métodos de resolução e alguns referenciais teóricos são discutidos rapidamente na seção 2.2.

## 2.1 O problema de sequenciamento da produção

Błażewicz *et al* [9] mostram uma classificação e organização dos problemas de sequenciamento, baseado em três propriedades do problema: as características das máquinas, as características das operações e recursos, e o critério de otimização do problema. Nesta classificação dois conceitos são importantes, o conceito de operação ou tarefa e o conceito de *job*. Uma tarefa representa uma operação elementar, que para ser realizada necessita de um certo número de unidades de tempo e/ou recursos. Um *job* representa uma sequência conhecida de uma ou mais tarefas, as quais compõem a sequência tecnológica de fabricação de cada produto. Assim, num contexto de manufatura de produtos, um *job* pode representar a fabricação de um produto ou de um lote de uma família de produtos, que possuem a mesma sequência tecnológica de fabricação. Os problemas podem então ser definidos:

- Para máquinas especializadas, que executam um único tipo de tarefa, destacam-se os problemas de:
  - Uma máquina: quando todas as tarefas são executadas em apenas uma máquina (figura 2.1). Neste caso particular o conceito de tarefa coincide com o conceito de *job*, pois cada tarefa é independente de qualquer outra tarefa.

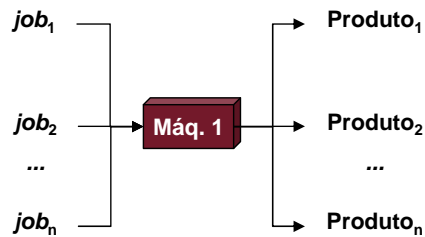


Figura 2.1: Esquema do Problema de Sequenciamento de Uma Máquina

- *Flow-shop*: quando um conjunto de máquinas executam tarefas sobre um conjunto de *jobs*, sendo que todos os *jobs* possuem a mesma sequência de operações (tarefas) sobre as máquinas (figura 2.2). Um caso especial deste problema é o *flow shop* de permutação, quando todas as máquinas executam todas as tarefas na mesma sequência, o que reduz significativamente o número total de soluções viáveis do problema, diminuindo o esforço computacional para encontrar uma das melhores soluções.

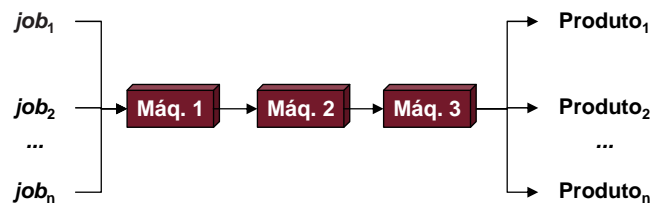


Figura 2.2: Esquema do Problema de Sequenciamento de um *Flow-shop*

- *Job-shop*: quando um conjunto de máquinas executa tarefas sobre um conjunto de *jobs* (figura 2.3), sendo que cada *job* é fabricado por uma sequência própria de operações (tarefas). O *flow-shop* é um caso especial do *job-shop*, deste modo os modelos desenvolvidos para resolver problemas de *job-shop* resolvem também os problemas de *flow-shop*.

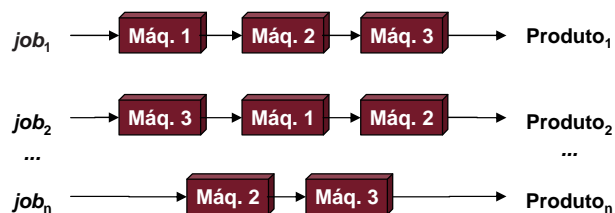


Figura 2.3: Esquema do Problema de Sequenciamento de um *Job-shop*

- Para máquinas paralelas (figura 2.4) destacam-se os problemas:
  - Com máquinas idênticas: quando todas as máquinas possuem a mesma velocidade.
  - Com máquinas diferentes: quando cada máquina possui uma velocidade, sendo classificadas como uniformes se a velocidade é constante e não depende da tarefa executada ou não uniformes se a velocidade depende da tarefa executada.

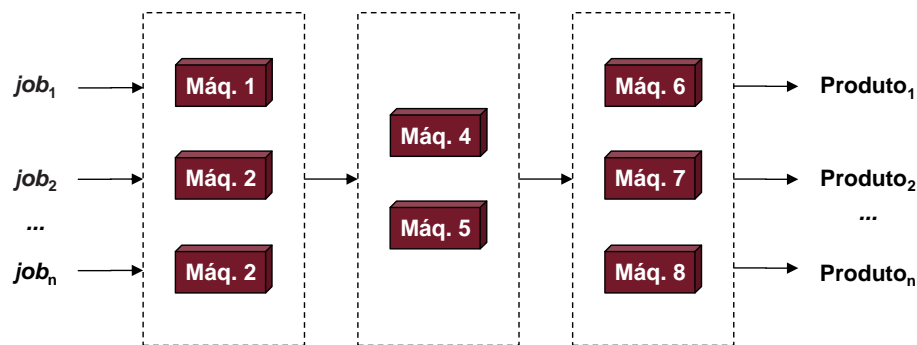


Figura 2.4: Esquema do Problema de Sequenciamento de Máquinas Paralelas

O critério de otimização difere em cada situação prática de acordo com os objetivos da empresa. A literatura apresenta várias possibilidades, dentre elas, para o problema de uma máquina, Baker [3] destaca: o tempo de fluxo médio, o atraso médio, o tempo de fluxo máximo e o número de jobs atrasados. Este tema é discutido com maiores detalhes na subseção 2.1.1.

As características do processo produtivo impõem restrições ao problema de sequenciamento, que devem ser respeitadas. Algumas destas restrições são comuns à maioria dos problemas, como: a cada instante cada tarefa só pode ser executada por no máximo uma máquina; a cada instante cada máquina executa no máximo uma tarefa; a preempção não é permitida, ou seja ao iniciar uma tarefa em uma máquina ela não pode ser interrompida. Outras restrições existem em algumas situações específicas, como aquelas relacionadas ao tempo de preparação de máquina (ver subseção 2.1.2).



### 2.1.1 O problema de sequenciamento com custos de atraso e antecipação

Baker e Scudder [4] afirmam, em um trabalho publicado em 1990, que durante muitos anos as pesquisas realizadas sobre o problema de sequenciamento da produção mantinham o foco em medidas de desempenho chamadas por Baker [3] de regulares. Uma medida de desempenho é dita regular se e somente se a função objetivo  $Z$  é de minimização e se  $Z$  aumenta somente quando pelo menos uma data de término de uma tarefa aumentar, ou seja, usualmente as medidas de desempenho eram função das datas de término das tarefas, como por exemplo: tempo de fluxo médio, maior data de término, atraso médio, número de *jobs* atrasados, dentre outros.

Com o acirramento da competição, a idéia de tratar apenas o atraso começou a mudar. Atualmente, muitas empresas se preocupam também em não antecipar a produção, em função dos custos de estoque que incidem na produção antecipada.

A idéia central é que tanto a antecipação da produção, quanto o seu atraso devem ser evitados. Deste modo a sequência de produção ideal é aquela que programa a produção de uma tarefa na data exata da sua necessidade. Na literatura a data desejada para atendimento de uma demanda é chamada de *due date* e os problemas de sequenciamento da produção, que objetivam minimizar os custos de atraso e antecipação, são chamados de *E/T Problem (Earliness and Tardiness Problem)*.

A abordagem do *E/T Problem* depende das características de cada situação prática. Baker e Scudder [4] pesquisaram estas características e os trabalhos realizados em cada situação. A partir do trabalho de Baker e Scudder, é possível identificar uma classificação que distingue os tipos de problemas de acordo com:

1. a data desejada para atendimento de uma demanda. Neste caso os problemas podem ser classificados em:
  - Problemas com Data Desejada Comum (*Common Due Date*): quando a data desejada para atendimento é igual para todas as tarefas, como ocorre em um ambiente onde todos os componentes devem estar prontos em uma mesma data, para permitir a montagem do produto final;
  - Problemas com Datas Desejadas Distintas (*Distinct Due Date*): quando cada

tarefa possui uma data desejada de atendimento distinta;

- Problemas com Tolerância (*Due Data Tolerance*) ou Janelas de Tempo (*Time Window*) para Atendimento: quando existe uma tolerância ou janela de tempo para atendimento a uma necessidade.

2. as penalidades ou custos unitários de atraso ou antecipação. Nesta situação os problemas podem receber a seguinte classificação:

- Problemas com Custos Iguais: quando as penalidades por atraso são iguais às penalidades por antecipação;
- Problemas com Custos Diferentes: quando as penalidades por atraso são diferentes das penalidades por antecipação;
- Problemas com Custos Dependentes: quando as penalidades por atraso e/ou antecipação são dependentes das tarefas, assumindo valores diferentes para cada tarefa.

O uso de custos referentes a atraso e antecipação dá origem a uma medida de performance não regular, o que, segundo Baker e Scudder [4], traz novos desafios para a busca de métodos de solução, principalmente quando se trata de problemas com datas desejadas para atendimento diferentes para cada tarefa.

Esta dissertação aborda o problema de sequenciamento envolvendo custo de atraso e antecipação, com datas desejadas de atendimento e custos distintos para cada tarefa. O Capítulo 4 apresenta também, para determinadas situações específicas, modelos que tratam do problema com janelas de tempo distintas para cada tarefa, e com custos distintos para atraso e antecipação, porém iguais para todas as tarefas.

### **2.1.2 O problema de sequenciamento envolvendo preparação de máquina**

O tempo de preparação de uma máquina envolve todo o tempo gasto nas atividades necessárias para desmontar a máquina previamente preparada para executar uma outra tarefa e montá-la para executar uma nova tarefa. Este tempo pode depender somente da tarefa a ser executada. Neste caso, o tempo de preparação é dito independente da

sequência. Ou pode ser dependente também da tarefa que está sendo executada. Nesta hipótese, o tempo gasto é dito dependente da sequência de produção.

Os custos de preparação de máquina podem ou não ser diretamente proporcionais ao tempo que a máquina deve ficar parada para execução da preparação. Quando os custos estão relacionados ao uso dos recursos como equipamentos, peças, mão de obra, que são consumidos durante a preparação, geralmente não são proporcionais ao tempo de preparação.

Em um artigo publicado em 1999, Allahverdi *et al* [1] apresentam uma pesquisa realizada em 1997, sobre trabalhos voltados para o problema de sequenciamento envolvendo tempo e custos de preparação de máquina. Neste trabalho, os problemas são classificados de acordo com características do tempo de preparação em: problemas com tempo para troca entre diferentes tarefas (*non-batch setup*) e problemas com tempo de preparação para troca entre diferentes agrupamentos de tarefas (*batch setup*). Os problemas com *batch setup* ocorrem quando as tarefas podem ser agrupadas, por exemplo em famílias de produtos, e um tempo de preparação de máquina maior é aplicado quando existe a troca entre tarefas pertencentes a diferentes agrupamentos. No mesmo trabalho, Allahverdi *et al* [1] classificam os problemas com preparação dependente e não dependente da sequência de produção.

A partir da revisão da literatura efetuada pelos autores para os problemas de sequenciamento de produção de uma máquina, máquinas paralelas, *flow-shop* e *job-shop*, envolvendo tempo e custo de preparação de máquina, Allahverdi *et al* [1] concluem que o problema de sequenciamento com preparação de máquina apresenta um campo fértil para pesquisas e sugerem nove direções para futuros trabalhos, das quais destacam-se duas nesta dissertação: (i) pesquisas voltadas para solucionar o problema de sequenciamento com tempos de preparação buscando otimizar objetivos relacionados ao cliente, como minimizar os custos de antecipação e/ou atraso no atendimento a uma necessidade; (ii) pesquisas que desenvolvam base teórica para modelagem de problemas de sequenciamento e para avaliação de heurísticas, visto que a maioria dos trabalhos que tratam o sequenciamento com tempo e custo de preparação de máquina dedicam-se a desenvolver heurísticas e análises empíricas.

Zhu e Heady [25] também concluem que quase todos os artigos publicados até a data de sua pesquisa (maio de 2000), que tratam do *E/T Problem*, assumem que o tempo de

preparação de máquina não é importante ou é independente da sequência de produção. Neste último caso, permitindo que o tempo de preparação seja incorporado ao tempo de processamento da tarefa pela máquina.

Em algumas situações práticas o tempo de preparação pode ser desconsiderado ou incorporado ao tempo de processamento, o que simplifica o problema, porém em muitos ambientes, como no caso de uma indústria siderúrgica (ver Capítulo 3), o tempo de preparação de máquina é significativo, não podendo ser desconsiderado e não podendo também ser incorporado ao tempo de processamento, pois é variável e dependente da sequência de produção.

## 2.2 Métodos para Resolução e Modelagem

Os problemas de sequenciamento são classificados ainda segundo a sua dificuldade de resolução, que está relacionada ao tempo de execução do melhor método existente para a resolução do problema (Błażewicz *et al* [9]). Para os problemas classificados como fáceis o tempo para sua resolução é escrito como uma função polinomial do tamanho dos dados utilizados. Já para problemas difíceis (NP-completo, ou não polinomial) o tempo de solução é definido como uma função não polinomial do tamanho dos dados (Garey e Johnson [13]).

Para a resolução de problemas de sequenciamento NP-completo, Rinnooy Kan [18] e Błażewicz *et al* [9] apresentam alguns métodos, que podem ser assim resumidos:

- Relaxação: este método é utilizado, quando é possível, através da simplificação de alguns dados do problema original, criar um novo problema mais fácil, cuja solução é utilizada para avaliar ou propor uma solução para o problema original;
- Heurística: nestes métodos utiliza-se um algoritmo para a resolução do problema através da busca de uma solução viável, ou seja, que respeite todas as restrições do problema. Entretanto, nestes métodos não existe garantia de encontrar a melhor solução do problema, embora seja possível tratar problemas de grandes dimensões e encontrar soluções bem próximas do ótimo. Dentre os algoritmos já desenvolvidos podem-se citar por exemplo aqueles que implementam regras de prioridade, apro-

ximações, buscas *tabu*, *simulated annealing*, GRASP e alguns algoritmos genéticos;

- Métodos Enumerativos: estes métodos enumeram todas as soluções para o problema, de onde se seleciona uma melhor solução de acordo com o critério especificado. Dentre os métodos enumerativos listam-se por exemplo os métodos de *branch and bound* e *branch and cut*.

Para que os métodos descritos possam ser aplicados na resolução de um problema de sequenciamento é importante que o problema seja conhecido e modelado, de modo que, a partir de um modelo que represente o problema real, um algoritmo possa ser desenvolvido ou escolhido para resolver o problema.

A programação matemática tem sido vastamente utilizada na modelagem de problemas de sequenciamento. Segundo Goldberg e Luna [14] é um método que apresenta grande aplicabilidade e capacidade de retratar a realidade. Uma pesquisa sobre formulações matemáticas aplicadas a problemas de sequenciamento é apresentada por Błażewicz *et al* [8].

A literatura apresenta alguns trabalhos que tratam de problemas semelhantes ao aqui abordado através de programação matemática. Zhu e Heady [25] desenvolvem um modelo usando programação linear inteira mista (PLIM), para modelar o *E/T Problem* de sequenciamento de máquinas paralelas uniformes, com tempo de preparação dependente da sequência e datas desejadas de atendimento distintas. Balakrishnan *et al* [5] também desenvolveram um modelo usando PLIM, para o *E/T Problem* de máquinas paralelas uniformes, com tempo de preparação dependente da sequência e datas desejadas de atendimento distintas, porém considerando que os *jobs* possuem diferentes datas de chegada e o tempo de preparação pode variar de acordo com o *job* e a máquina. Coleman [7] formula um modelo com PLIM, que minimiza a soma dos custos de antecipação e atraso para o problema de uma máquina, com tempo de preparação dependente da sequência e datas desejadas de atendimento distintas. Um modelo de PLIM e algumas heurísticas para resolver o problema de minimização dos custos totais de atraso, antecipação e preparação são apresentados em ten Kate *et al* [21].

Nesta pesquisa, também será utilizada a Programação Linear Inteira Mista para representar o problema. Na PLIM pode-se identificar dois tipos distintos de variáveis, aquelas que estão restritas a assumirem valores inteiros e outras que podem assumir valores con-

tínuos, embora todos os valores de todas as variáveis devam ser positivos ou nulos. Além disso, na PLIM o critério de otimização, as restrições das variáveis e as relações entre as variáveis são representados através de expressões matemáticas lineares.

Alguns modelos de programação matemática são bem conhecidos na literatura, como os modelos de Wagner [24], Bowman [10] e Manne [16]. Estes modelos servem de base para formulações de vários outros autores. Harjunkoski e Grossmann [15], por exemplo, propõem uma decomposição no problema de sequenciamento da produção da aciaria de uma indústria siderúrgica em cinco etapas, sendo uma delas o sequenciamento da produção dentro de cada grupo de produtos, através um modelo baseado na formulação de Manne, e outra, a ordenação da produção entre os diferentes grupos de produtos, utilizando um modelo de sequenciamento baseado em Wagner.

Segundo Stafford *et al* [20], o modelo de Bowman enfraqueceu desde a sua proposição, devido ao elevado número de variáveis binárias necessárias para representar o modelo. As formulações de Manne e Wagner, as quais serão descritas com maiores detalhes nas seções 4.2 e 4.3 respectivamente, são as mais referenciadas para o desenvolvimento de outros modelos propostos na literatura.

Os resultados na pesquisa de Stafford *et al* [20] motivam a elaboração de dois modelos matemáticos para tratar o problema foco desta dissertação, um baseado no modelo de Manne e o outro no modelo de Wagner. Com os dois modelos elaborados é possível ter uma primeira comparação quanto ao desempenho em termos de tempo computacional para obtenção da solução ótima, além de avaliar a sua utilização no caso real apresentado no Capítulo 3.

No trabalho de Stafford *et al* [20] é feita uma comparação do desempenho entre modelos elaborados, a partir das formulações de Manne e Wagner, para o problema de *flow-shop* de permutação com objetivo de minimização da maior data de término. O desempenho foi avaliado de acordo com o tempo gasto para a solução dos problemas testados. A análise dos resultados chegou a conclusão de que os modelos baseados no trabalho de Wagner necessitam de menor tempo computacional para chegar à solução ótima dos problemas testados, se comparados aos modelos fundamentados no trabalho de Manne. Deste modo, os autores sugerem que são mais indicados para resolver problemas de sequenciamento tipo *flow-shop* de permutação com objetivo de minimizar a maior data de término.

## Conclusão

De acordo com Rinnooy Kan [18] um caminho natural para atacar problemas de sequenciamento de produção é formulá-los como modelos de Programação Matemática. Mesmo em se tratando de problemas NP-completos, os modelos envolvendo Programação Matemática tem contribuído bastante para avanços computacionais, conforme comentam também Błażewicz *et al* [8].

As conclusões dos trabalhos de Allahverdi *et al* [1] e de Stafford *et al* [20] e os resultados da pesquisa teórica realizada nesta dissertação, que não encontrou modelos baseados nas formulações de Wagner [24] para tratar o *E/T Problem* com tempo de preparação de máquina dependente da sequência, contribuem para a motivação deste estudo.

No capítulo seguinte, apresenta-se o problema real que inspirou o estudo aqui apresentado, mostrando as características do processo produtivo e dos processos de planejamento e programação da produção, que servirão de base para a modelagem matemática apresentada no Capítulo 4.

# Capítulo 3

## O contexto da pesquisa prática

### Introdução

A pesquisa realizada nesta dissertação foi motivada por um problema real em uma empresa do setor siderúrgico, especificamente em uma usina não integrada, produtora de aços longos para construção civil e indústria.

Uma usina siderúrgica é dita não integrada quando seu processo produtivo se inicia na Aciaria e utiliza matérias-primas já previamente processadas, como o ferro gusa, ou recicladas, como a sucata, para produção do aço. Neste tipo de usina não existem as unidades produtivas de sinterização e auto-forno, etapas iniciais do processo produtivo das usinas ditas integradas, que são capazes de transformar o minério de ferro em ferro gusa.

A norma NBR 6215/1986 define como produtos não planos, também conhecidos como produtos longos, aqueles produtos cuja seção transversal é constante e constitui figuras geométricas, como quadrado, círculo, retângulo, hexágono, dentre outras.

As informações que compõem este capítulo apresentam o contexto e as características do problema estudado, que servem de base para o desenvolvimento dos modelos apresentados no próximo capítulo.

Este capítulo se propõe a caracterizar a empresa estudada, apresentando os produtos



produzidos (seção 3.1), as características do processo produtivo (seção 3.2) e dos processos de planejamento e programação da produção (seção 3.3), além de mostrar uma análise crítica destes processos (seção 3.4). O problema específico, objeto central deste estudo, é apresentado na seção 3.5.

### 3.1 Características dos Produtos da Empresa

A fábrica estudada é uma usina siderúrgica não integrada, produtora de aços longos, mais especificamente perfis estruturais e barras (vergalhões, barras chatas e redondas), utilizados em diversas aplicações, dentre elas: construção civil, indústria automobilística, indústria de implementos agrícolas, empresas construtoras de torres de eletrificação e serralherias.

Os produtos acabados são definidos de acordo com as seguintes características:

- Tipo da seção: apresenta o formato da seção transversal reta do produto, que varia conforme mostrado na figura 3.1;

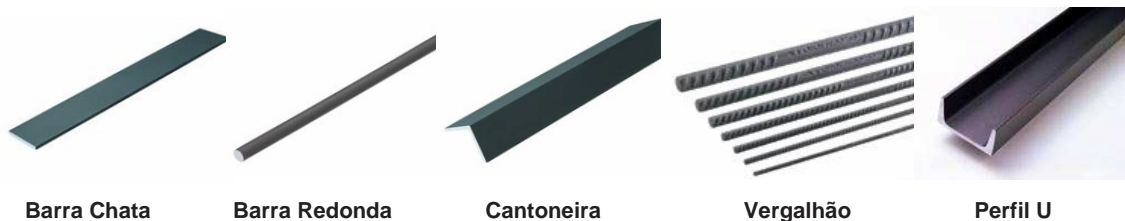


Figura 3.1: Produtos

- Tamanho: caracteriza a maior dimensão nominal da seção transversal reta do produto, que depende do tipo de seção de cada produto: no caso da cantoneira trata-se do tamanho da aba; para perfis U trata-se do comprimento da alma; para barras chatas caracteriza a largura da barra; e para vergalhões e barras redondas o diâmetro da barra;
- Espessura: apresenta a segunda característica dimensional do produto, neste caso a espessura de cada tipo de produto, sendo relacionada à espessura da aba no caso das cantoneiras, à espessura da alma para perfis U e à espessura da barra para barras chatas. Esta característica não tem significado para vergalhões e barras redondas;

- Aço: caracteriza o tipo de aço do qual é feito o produto;
- Comprimento: define o comprimento comercial de cada peça do produto final;
- Peso: caracteriza o peso do feixe de produto final vendido.

Deste modo, pode-se apresentar um exemplo de produto: CTN 2 x 1/4 A36 12m 2t. Neste exemplo, o produto é uma cantoneira, onde CTN é o tipo de seção, o tamanho é igual a 2 polegadas, a bitola é 1/4 de polegada, A36 é o tipo de aço, o comprimento da peça é igual a 12 metros e o feixe vendido possui o peso de 2 toneladas.

Em siderurgia, segundo a norma NBR6215/1986, os perfis laminados são divididos de acordo com a maior dimensão nominal da seção transversal reta em leves, médios e pesados. Os perfis leves são aqueles que possuem a maior dimensão com tamanho menor ou igual a 80 mm, os médios possuem maior dimensão com valores entre 80 mm e 200 mm e os pesados são aqueles cuja maior dimensão tem valor superior a 200 mm. Para a empresa estudada, que não produz produtos pesados, esta divisão se reflete em sua linha de produção, que é separada em linha de produção leve e linha de produção média.

São cerca de 1100 produtos diferentes que podem ser produzidos na linha de produção leve, chamada de laminação leve (foco deste trabalho). Verifica-se que a empresa agrupa os produtos em famílias, como mostrado na tabela (3.1), onde cada família é definida através das características Tipo de Seção e Tamanho. Os produtos agrupados em uma mesma família são aqueles que possuem mais semelhanças no processo produtivo e, por consequência, necessitam de um menor tempo de preparação de máquina entre o fim da produção de um produto e o início da produção de um outro produto.

Família	Tipo de Seção	Tamanho
VER 10,00 mm	VER	10,00 mm
VER 12,50 mm	VER	12,50 mm
VER 16,00 mm	VER	16,00 mm
BRM 1 a 1 1/8	BRM	1 a 1 1/8
BRM 1 1/4 a 1 3/4	BRM	1 1/4 a 1 3/4
CTN 1 1/4	CTN	1 1/4
CTN 2	CTN	2
CTN 2 1/2	CTN	2 1/2
PFU 3	PFU	3
BCH G2-A	BCH	G2-A
BCH G2-B	BCH	G2-B
BCH G2-C	BCH	G2-C

Tabela 3.1: Famílias de Produtos Leves

## 3.2 Processo de Produção da Empresa

A usina siderúrgica estudada é composta por três unidades produtivas: aciaria, laminação leve e laminação média. Estas unidades são representadas na figura 3.2.

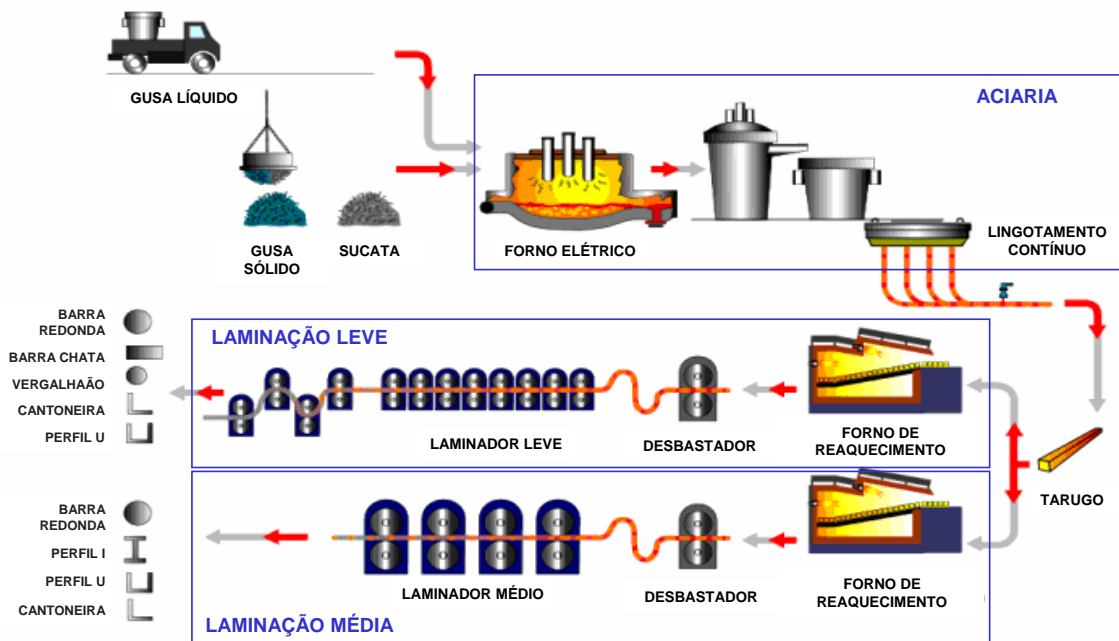


Figura 3.2: Fluxo de Produção

Nesta figura pode-se observar a interligação entre a aciaria, que produz o produto semi-acabado (tarugo) a partir da fusão da sucata, gusa e demais elementos químicos, e a laminação leve e média, que utilizam o tarugo para produção do produto acabado (laminado).

No final do processo produtivo da aciaria existe um estoque de tarugos, que tem como objetivo amortecer as oscilações dos processos produtivos da laminação e da aciaria, evitando paradas e alterações bruscas na sequência de produção dos dois processos. Deste modo, pode-se considerar a programação da produção de laminados, tanto da laminação leve, quando da laminação média, segregada da programação de produção da aciaria, embora dependentes.

Como este trabalho se propõe estudar o problema de sequenciamento da produção da laminação leve, o processo produtivo desta unidade é detalhado na próxima seção.

### 3.2.1 O Processo de Produção da Laminação Leve

A laminação é um processo de conformação mecânica, onde o tarugo de aço de seção quadrada e com um determinado comprimento é inicialmente aquecido e ao passar por uma sequência de cilindros, que giram em sentidos contrários com uma mesma velocidade periférica, ganha uma determinada forma com um tipo de seção transversal característica do produto final desejado. Ao sofrer este processo de deformação plástica, o tarugo tem sua seção transversal reduzida e por consequência aumenta seu comprimento, de forma que, para obtenção do produto final, é necessário o corte no comprimento desejado.

A laminação leve é composta pelas operações de aquecimento, desbaste, laminação propriamente dita, resfriamento e corte, que são executados em sequência. A figura 3.3 ilustra essa sequência de operações

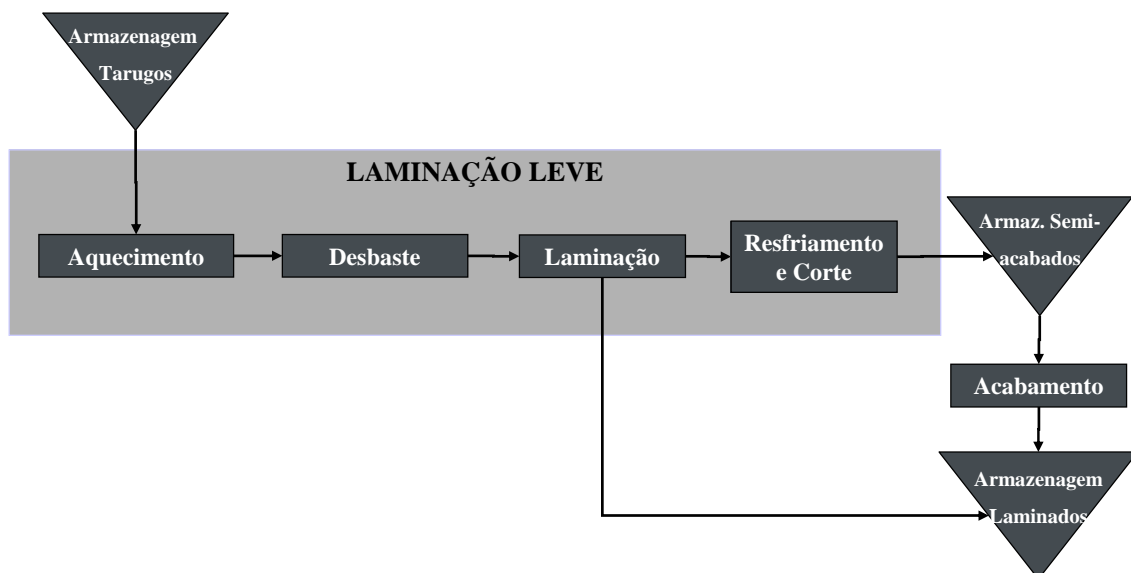


Figura 3.3: Fluxo de Produção da Laminação Leve

Nesta figura verifica-se que o processo produtivo na laminação leve inicia com o aquecimento dos tarugos. O processo de aquecimento é realizado em um forno com capacidade para 180 t e uma produtividade nominal de 70 t/h. Este forno recebe os tarugos como

seção única quadrada de 130 mm. Em seguida, os tarugos, já a uma temperatura de 950°C, passam pelo desbastador, quando em um processo de desbaste têm sua seção reduzida para 75 mm. A calibração do desbastador é única para todos os produtos, o que reduz a complexidade do processo produtivo.

O processo de laminação, que sucede o desbaste, é realizado pelo laminador, equipamento responsável pela conformação final do tarugo. A figura 3.4 representa detalhes do laminador leve, do desbastador e do leito de resfriamento e corte.

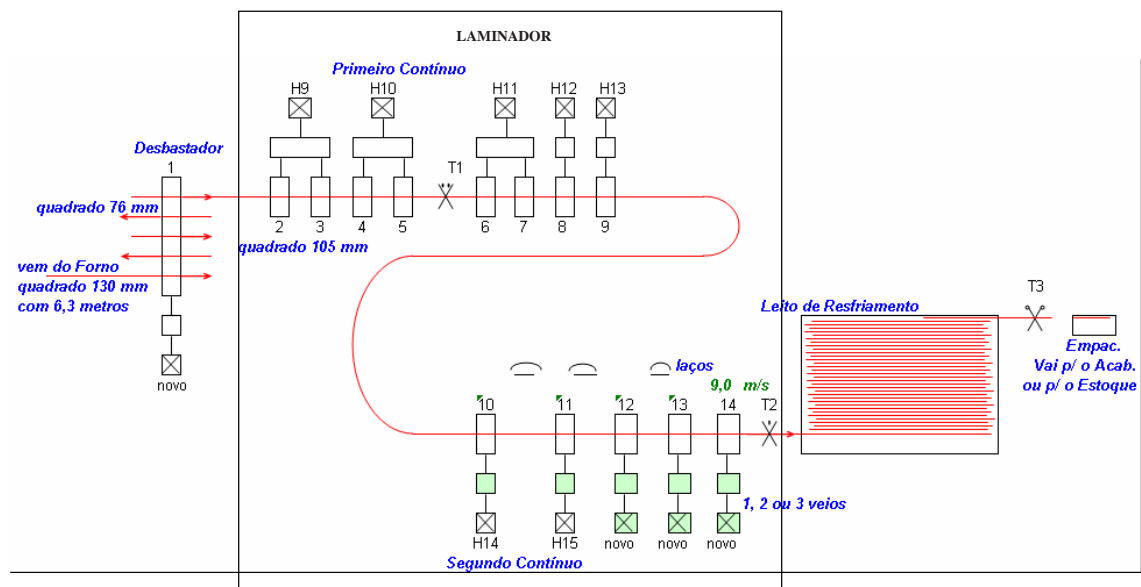


Figura 3.4: Fluxo de Produção Detalhado do Laminador Leve

Observa-se nessa figura que o laminador é composto pelos seguintes equipamentos: o primeiro contínuo (composto por quatro cadeiras de laminação, uma primeira tesoura de desponte, seguida de mais quatro cadeiras de laminação); uma curva e um formador de laço; o segundo contínuo (composto por cinco cadeiras de laminação e uma tesoura de seccionamento) e uma mesa de rolos.

O leito de resfriamento prepara o produto após a laminação, para o corte na última tesoura, que define o comprimento comercial dos produtos. Após o corte, parte dos produtos, no caso vergalhão e barras redondas, são empacotados, formando feixes de 1 até 2,5 toneladas e entregues ao estoque de produtos acabados, outra parte, neste caso barras chatas, cantoneiras e perfis U são empacotados em feixes de 5 toneladas e entregues ao estoque do acabamento, ainda na condição de produtos semi-acabados.

No acabamento, as cantoneiras e perfis U são desempenados e empacotados, enquanto as barras chatas são apenas empacotadas, formado feixes que variam de 1 a 5 toneladas, a depender da configuração do produto final. A capacidade produtiva do acabamento é variável, podendo ser ajustada de acordo com a necessidade da empresa.

O laminador é considerado o gargalo da laminação leve, uma vez que a produtividade dos demais equipamentos (forno, desbastador, mesa de resfriamento e corte e acabamento) pode ser ajustada para estar sempre superior a do laminador.

No caso específico estudado, o processo produtivo possui uma complexidade maior, se comparado ao processo de produção de outras indústrias siderúrgicas do mesmo porte. O equipamento da laminação leve foi projetado e construído para laminar apenas perfis, porém atualmente produz também barras. Este fato não se reflete em alterações nos fluxos de produção, mas implica um elevado número de produtos diferentes e significativas alterações nas operações de produção, quando da troca de produtos pertencentes a diferentes famílias, o que se reflete nos elevados tempos de preparação de máquina.

A laminação leve possui uma configuração específica para a produção de cada produto, sendo esta configuração alterada sempre que se inicia a produção de um produto diferente. Cada alteração na configuração da laminação é composta por modificações específicas em cada equipamento, e como cada alteração dura um tempo para ser executada, a composição destes tempos gera o tempo para troca entre cada produto.

Esquemáticamente, a figura 3.5 apresenta uma árvore de preparação e os tempos definidos para os equipamentos que compõem a laminação. Tanto a árvore apresentada, quanto os valores mostrados como exemplo são hipotéticos, por se tratar de informações próprias da empresa.

Observa-se na figura 3.5 que, em determinadas situações, como por exemplo na troca de produtos produzidos com diferentes tipos de aço, a configuração do laminador permanece inalterada, sendo necessária apenas a preparação dos equipamentos à jusante do laminador, que, embora impacte no laminador, pode ser considerada desprezível se comparada à preparação para outras situações, como na troca de produtos pertencentes a famílias diferentes.

Outro dado relevante é o tempo para a troca entre produtos com bitolas diferentes, pertencentes a uma mesma família. Este tempo é consideravelmente inferior ao tempo para troca

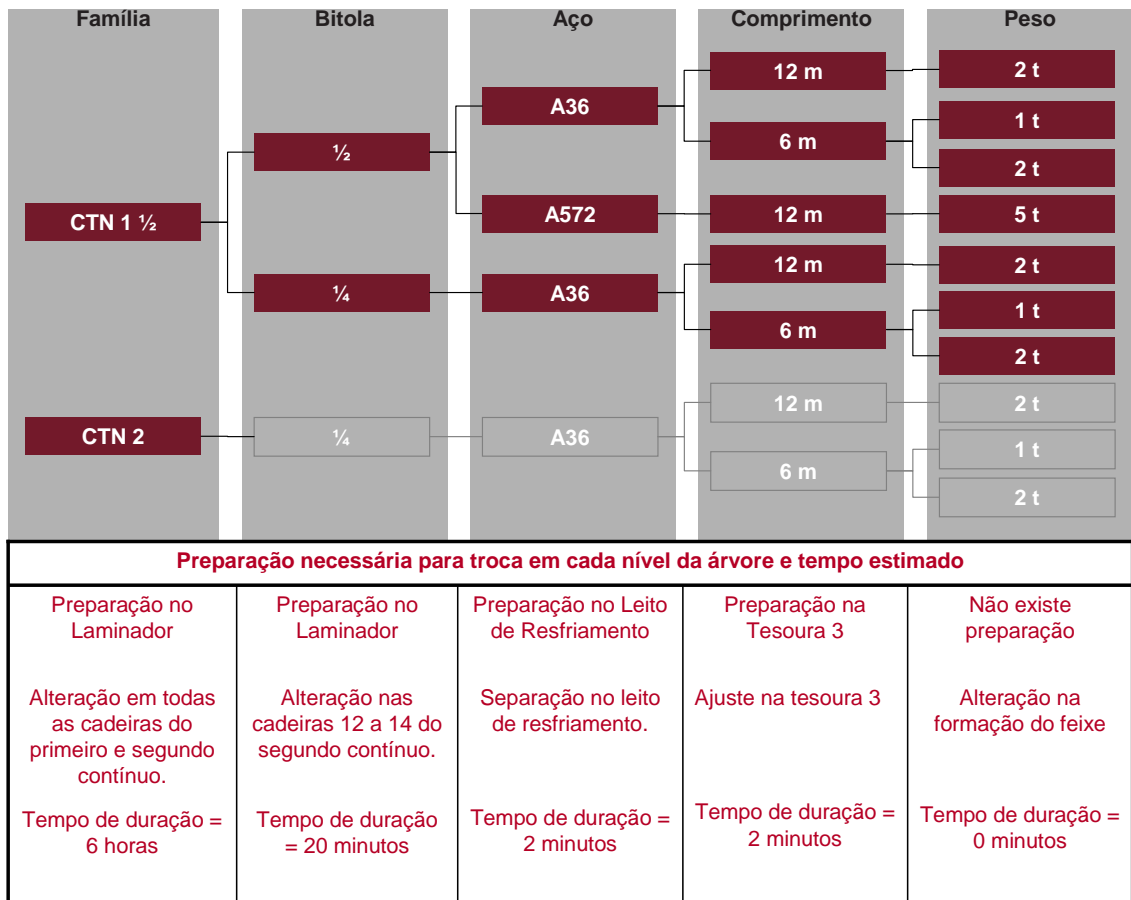


Figura 3.5: Árvore de Preparação: exemplo hipotético

entre outros produtos de diferentes famílias. Em outras palavras, o tempo de preparação entre dois produtos depende do grau de familiaridade destes dois produtos.

Analisando a matriz de tempos de preparação para a laminação leve pode-se observar que os tempos para troca de famílias são significativos e podem influenciar no tempo total de máquina disponível para produção do laminador. Na empresa estudada o laminador é o gargalo de produção, assim, a definição de uma sequência de produção onde os tempos de preparação de máquina são bem administrados, contribui para a obtenção de um tempo total maior para a produção propriamente dita.

### 3.3 O Processo de Planejamento e Programação da Produção Atual da Empresa

O Planejamento e a Programação de Produção da empresa estudada são apoiados por um sistema ERP (*Enterprise Resource Planning*) e por um sistema APS (*Advanced Planning and Scheduling*) adquiridos pela empresa de um fornecedor externo. O ERP é um sistema de informações transacionais cuja função é armazenar, processar, organizar e integrar as informações geradas nos processos organizacionais da companhia. O APS disponibiliza ferramentas para auxílio no planejamento da empresa em seus três níveis hierárquicos. A figura 3.6 representa como os processos de Planejamento e Programação da Produção são estruturados na empresa.

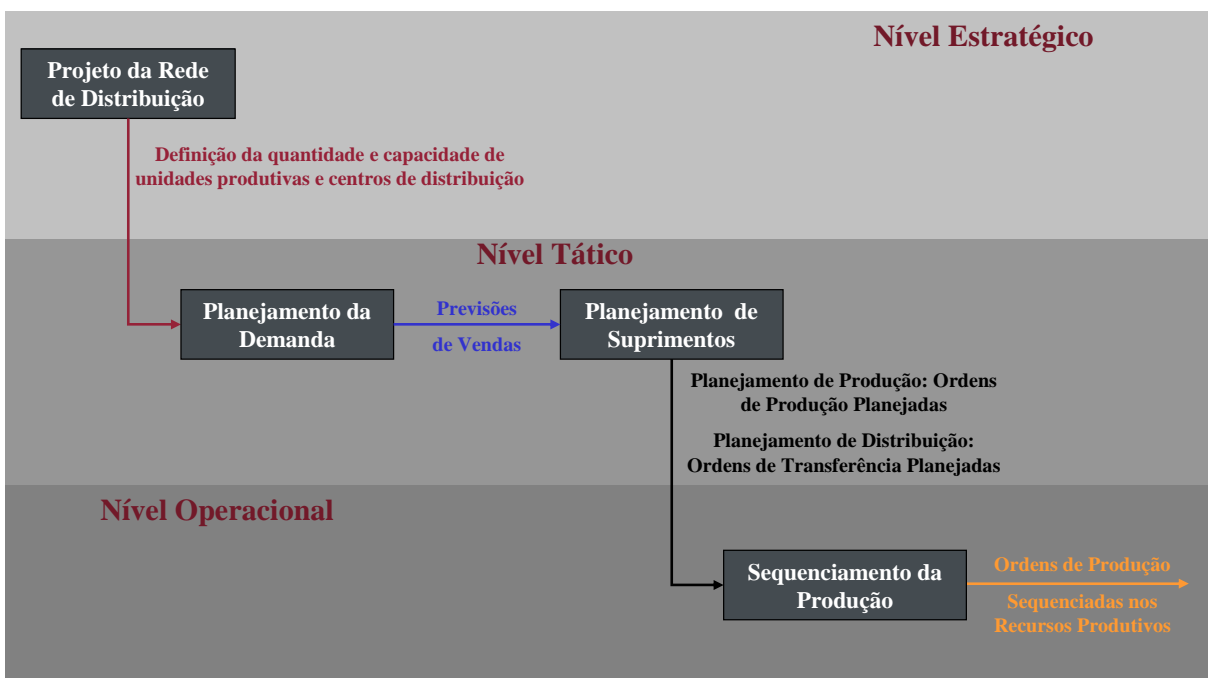


Figura 3.6: Estrutura de Planejamento e Programação da Produção

Observa-se nesta figura, que o Planejamento e Programação da Produção da empresa são estruturados em três níveis, conforme proposto por Anthony e Govindarajan [2].

No nível estratégico de planejamento é realizado o projeto da rede de distribuição dos produtos da empresa. Considerando os diversos custos aplicáveis, os planos de venda e o



planejamento estratégico da empresa, esta etapa do planejamento determina como deve ser configurada a rede de distribuição, ou seja, onde devem existir pontos de distribuição e de produção e quais devem ser as capacidades instaladas.

O planejamento da demanda, já no nível tático, é responsável por definir a previsão de vendas de todos os produtos finais, a ser considerada para os próximos três meses. Para tanto considera-se o histórico de vendas, bem como as análises estatísticas associadas e a previsão de vendas efetuada de modo colaborativo pela gerência de vendas. As previsões mensais definidas serão posteriormente divididas linearmente pelas semanas de cada mês, dando origem às Necessidades Independentes Previstas (NIP's) semanais.

Partindo da previsão de vendas mensais definidas, a próxima etapa se ocupa do planejamento de suprimentos da rede de distribuição da empresa, ou seja, trata da determinação da melhor unidade para produzir que produto e em qual quantidade, e de qual o melhor centro de distribuição para entregar quais produtos a quais clientes, gerando o planejamento de produção e de distribuição.

Para executar o planejamento de produção e de distribuição são considerados: a capacidade produtiva média de cada centro; os custos de produção, de transporte e de armazenagem; e as penalidades por não atendimento das NIP's, por não atendimento das ordens de venda já confirmadas e por não alcance dos estoques de segurança projetados em cada ponto da rede. Com estas informações é definido um problema e modelado pela Programação Linear, cuja função objetivo busca a maximização do lucro. Este problema é resolvido utilizando um módulo do APS adquirido pela empresa. Como resultado da solução deste problema são definidas as ordens de produção planejadas nas unidades produtivas e as ordens de transferências para os centros de distribuição, que irão atender em separado cada demanda, ou seja, as NIP's, as ordens de vendas já confirmadas, e as necessidades para reposição de estoques de segurança em toda a rede. No caso de ordens de produção para a Laminação Leve, o número de ordens fica entre 500 e 600 ordens por mês.

A última etapa do processo de Planejamento e Programação da Produção da empresa apresentada é responsável pelo sequenciamento das ordens de produção planejadas para que cada unidade produtiva, no caso deste trabalho a laminação leve, possa executá-las.

Para sequenciar as ordens planejadas, atualmente são considerados dois custos, o custo

unitário de atraso (unidades monetárias por dia de atraso) e o custo unitário de preparação (unidades monetárias por hora de preparação). Entende-se como custo de atraso uma penalidade, que ocorre sempre que uma ordem, que possui uma data planejada para ser produzida, é programada para produzir em uma data posterior a esta data desejada de atendimento. O tempo de preparação é considerado apenas se for programada a produção de um produto imediatamente após a produção de um produto de uma família diferente, caso contrário, não haverá contabilização de tempo e portanto nem de custo de preparação.

Na tentativa de minimizar o custo total, os dois custos considerados conduzem a soluções distintas. Enquanto o custo de preparação orienta para grandes lotes de produção de uma mesma família de produtos, minimizando a incidência de trocas, o custo de atraso orienta para o atendimento de todas as ordens planejadas nas datas desejadas, o que normalmente conduz para pequenos lotes de produção. Estas visões antagônicas devem ser balanceadas do ponto de vista do ótimo global. Atualmente este balanceamento dos custos é tratado utilizando um módulo do APS implantado na empresa.

O módulo do APS, responsável pelo sequenciamento das ordens de produção planejadas nos recursos produtivos, implementa um Algoritmo Genético (AG) cuja lógica de funcionamento é de propriedade do fornecedor. O AG é parametrizado e durante 2 horas, no caso do laminador leve, busca a melhor solução do ponto de vista do custo total (custos de atraso mais preparação). O tempo de busca da solução pelo AG foi definido considerando a estabilização de uma curva, que representa cada resultado de custo obtido a cada iteração feita pelo AG.

Para o cálculo do custo de preparação são considerados apenas os tempos para troca entre famílias. Assim para que a solução final apresente uma melhor sequência em termos de custo de preparação também para a troca entre produtos de uma mesma família, programados para serem produzidos em sequência, é executado um método aproximado, também de propriedade do fornecedor, que sequencia estes produtos de acordo com uma lógica pré-definida.

O sequenciamento é executado hoje considerando-se um horizonte de 60 dias, sendo os 15 dias iniciais tratados como um período quando não há mudanças sugeridas nas ordens já sequenciadas. Este período é determinado em função das restrições do laminador e da aciaria, no que diz respeito ao tempo de antecipação necessário para a preparação do tarugo, uma vez que o sequenciamento dos laminadores gera as necessidades depen-

dentos para o sequenciamento da aciaria. Para o horizonte de programação considerado atualmente são sequenciadas aproximadamente 850 ordens de produção planejadas, sendo que cada ordem é composta por um produto, uma quantidade e uma data desejada para atendimento.

### 3.4 Análise dos Processos de Planejamento e Programação da Produção da Empresa

Em relação ao processo de Planejamento e Programação da Produção da empresa pesquisada, alguns pontos específicos e algumas consequentes conclusões merecem destaque.

Segundo Harjunoski e Grossmann [15], o problema de sequenciamento de produção de indústrias siderúrgicas pode ser caracterizado como um dos mais difíceis do ponto de vista computacional. O problema específico tratado nesta dissertação pode ser considerado menos complexo se comparados a outros problemas semelhantes observados no setor siderúrgico, pois, no caso aqui tratado, os problemas de sequenciamento da aciaria e do laminador podem ser resolvidos isoladamente. Contudo, ainda assim, existe um problema de grande complexidade computacional para ser solucionado, principalmente quando se observa o número de variáveis necessárias para representar o problema real.

Conforme descrito na seção anterior, os problemas de definição da ordem de produção (dimensionamento de lotes de produção), conhecidos na literatura como *lot-sizing problem*, e sequenciamento são resolvidos em momentos distintos. Entretanto, em diversas situações observadas na empresa, verificou-se o planejamento de ordens de produção com volumes de produto muito baixos, dando origem a um programa de produção não viável do ponto de vista da relação entre o tempo gasto para preparar a laminação para a produção da ordem planejada e o tempo de processamento da ordem na laminação. Este problema, que se agrava quando volume de vendas previstas para o período é baixo, exige uma intervenção do PPCP através de ajustes manuais nas ordens planejadas.

O APS implantado na empresa possui recurso para considerar uma política de lote mínimo de produção. Este recurso, após a execução do planejamento de produção, atualiza as ordens planejadas de baixo volume considerando lotes mínimos de produção. Contudo, ainda assim, persiste a geração de programas de produção inviáveis, como mostra o

seguinte exemplo. Suponha-se que a capacidade de produção considerada no planejamento da produção seja de  $C$  t/mês. Se após o planejamento da produção, for considerado um lote mínimo para ajustes nas ordens planejadas, o que normalmente ocorre é a necessidade de produzir dentro do mês um volume superior à capacidade de  $C$  toneladas. Por este motivo, a ferramenta para tratar o lote mínimo de produção não é utilizada atualmente pela empresa.

Para tentar evitar o planejamento de ordens de produção com baixos volumes, a empresa amplia o horizonte considerado no sequenciamento de produção.

As ordens de produção são planejadas por produto e o tempo de preparação é significativo apenas para trocas entre famílias de produtos. Como ocorrem situações nas quais o volume planejado para uma ordem de produção de um produto, para uma determinada data, é muito baixo, a produção pode não ser viável em função do elevado tempo para a preparação da laminação. Porém pode haver outras ordens de produção planejadas para o mesmo produto e para outros produtos da mesma família em períodos futuros, que, se somadas à ordem de baixo volume, justifica a montagem da laminação para a produção. Deste modo a programação da produção trabalha com horizontes mais longos, de forma que um maior volume de ordens planejadas possa ser observado durante o sequenciamento. A cada execução da programação da produção, são tratadas aproximadamente 850 ordens planejadas, considerando um horizonte de 60 dias, sendo 15 dias congelados. Observa-se que se trata de um problema de grandes dimensões.

O fato do problema de sequenciamento ser tratado posteriormente ao problema de dimensionamento das ordens de produção, quando a capacidade de produção é afetada pelo tempo de preparação e este é dependente da sequência de produção, também pode comprometer o planejamento feito. Esta situação sugere a necessidade de uma abordagem conjunta para os dois problemas, conforme discutido por Carvalho [11].

O problema de sequenciamento de produção do laminador leve é resolvido na empresa estudada, com o objetivo de definir uma sequência de produção para as ordens planejadas, que minimize o custo de preparação e o custo de atraso. O problema de geração de estoque, quando a produção ocorre antes da data desejada não é tratado na solução atual. Conforme comentado por Zhu e Heady [25], os atrasos são menos desejáveis que as antecipações, mas não considerar custos pela manutenção de estoques na resolução do problema de sequenciamento, pode conduzir a resultados, que poderiam ser melhores em

termos de custo total para a empresa, caso o custo real de manutenção de estoques fosse considerado.

O método de solução adotado na empresa para resolver o problema de sequenciamento utiliza um método aproximado, através de um Algoritmo Genético (AG) de propriedade do fornecedor do *software* (APS) utilizado pela empresa. A solução obtida é factível, porém não foram realizados testes quantitativos para verificar a qualidade da solução encontrada pelo AG, avaliada pela equipe de programação da empresa apenas do ponto de vista qualitativo.

A sequência de produção definida pelo AG é alterada quando a heurística final, que ordena os produtos de uma mesma família, é executada. Esta heurística busca reduzir o tempo de preparação entre produtos de uma mesma família, o que não é considerado no AG. Porém ao alterar a sequência de produção proposta pelo AG, ótima do ponto de vista de custos de preparação por família e custos de atraso, pode ocorrer a geração de novos atrasos, piorando o resultado encontrado pelo AG. Embora este fato não chegue a ser um problema crítico, caberia uma análise posterior à execução da heurística final, para verificar o impacto na solução em termos de custo de atraso.

Percebem-se bons campos para pesquisa na empresa estudada, que podem tratar tanto de problemas de dimensionamento das ordens de produção, quanto de sequenciamento da produção e até mesmo da integração entre estes dois níveis de decisão.

Algumas questões discutidas nesta seção apresentam problemas de difícil resolução em termos teóricos e práticos, porém foco de várias pesquisas no meio acadêmico. Esta dissertação aborda o problema do sequenciamento da produção, que carrega em si uma grande complexidade.

Embora seja notória a existência de uma lacuna entre os processos de planejamento (dimensionamento de lotes de produção) e programação de produção (sequenciamento da produção), conforme discutido por Carvalho [11] e como pôde ser observado no caso apresentado neste capítulo, este assunto não é objeto de pesquisa nesta dissertação. Esta lacuna abre um rico campo para próximas pesquisas e acredita-se que este trabalho possa auxiliar novos desenvolvimentos nesta área, na medida que apresenta uma análise de um caso prático e modelos matemáticos que tratam de parte do problema.

### 3.5 Caracterização do problema

Conclui-se que o processo produtivo da laminação leve se caracteriza como um *flow-shop* de permutação, onde o laminador é o gargalo de produção e os demais equipamentos (forno, desbastador, mesa de resfriamento e corte) são ajustados para acompanhar o ritmo do laminador, sendo considerados com capacidade infinita. Porém, como não existem estoques intermediários no processo produtivo da laminação e não é permitido tempo de espera entre as operações produtivas, o problema de sequenciamento para a laminação leve é tratado como o problema de sequenciamento de uma máquina, neste caso o laminador.

O problema consiste então, em definir uma sequência de produção para as ordens planejadas para o laminador. Estas ordens são obtidas através do atual sistema de planejamento da empresa, que não é foco de estudo nesta pesquisa, e são compostas pelas seguintes informações: produto, quantidade e data desejada para produção. Para um mesmo produto pode haver várias ordens planejadas com quantidades independentes, sugeridas para diferentes datas. Na modelagem do problema, Capítulo 4, assim como nos testes e análises apresentados no Capítulo 5, cada ordem de produção planejada será considerada como um *job*.

As ordens planejadas devem ser programadas para serem concluídas na data definida na etapa de planejamento. Se o término da produção for posterior a esta data desejada, ocorrerá um atraso no atendimento. Por outro lado, se o término ocorrer antes da data desejada, ocorrerá a formação de estoques. Logo para que não ocorra a incidência de custo de atraso ou antecipação (estoque) é necessário que as ordens de produção planejadas sejam concluídas na data desejada.

Cada produto pertence a uma família e o tempo de preparação é considerado significativo apenas quando a troca envolver dois produtos pertencentes a famílias diferentes. O tempo de preparação para troca da família de produtos em produção influencia a capacidade disponível do equipamento e é dependente da sequência de produção, o que torna o problema de sequenciamento mais complexo.

Deste modo, pode-se caracterizar o problema como um problema de sequenciamento de uma máquina, objetivando minimizar os custos de atrasos e antecipações no atendimento de uma ordem planejada (*job*), considerando um tempo de preparação dependente da sequência de produção.

# Capítulo 4

## Modelagem Matemática

### Introdução

Após conhecer o caso prático e as características do problema, parte-se para a sua resolução. Neste caso, conforme comentado na seção 2.2, o problema será resolvido utilizando programação matemática, mais especificamente programação linear inteira mista.

O problema de sequenciamento de **uma máquina**, com custo de atraso e antecipação (estoques) e com tempo de preparação de máquina (*setup*) dependente da sequência de produção, é apresentado na seção 4.1.

Motivado pelo trabalho de Stafford *et al* [20] são propostos dois caminhos para elaborar os modelos matemáticos para o problema, fundamentadas nas formulações de Manne [16] e Wagner [24], que são desenvolvidos nas seções 4.2 e 4.3 respectivamente.

Nas seções 4.2 e 4.3 também são apresentados os modelos que resolvem o problema proposto na seção 3.5 e um problema similar, que considera janelas de tempo para atendimento de uma necessidade, que é apresentado na subseção 4.1.1. Por fim, a seção 4.4 mostra a estratégia utilizada para resolução dos modelos matemáticos propostos.

## 4.1 Descrição do Problema

Uma máquina tem que processar um conjunto  $I$  de  $n$  jobs  $(1, \dots, i, \dots, n)$ , de modo que a cada instante a máquina executa no máximo um job. Existe a possibilidade de existência de tempos ociosos entre a execução de dois jobs, porém a preempção não é permitida, de modo que, ao iniciar um processamento, a execução não pode ser interrompida, devendo ser finalizada.

Todos os jobs estão disponíveis no tempo 0, ou seja trata-se de um sequenciamento estático<sup>1</sup> (ver Baker e Scudder [4]), assim, qualquer job pode ser sequenciado no tempo 0. Esta definição é real para o caso estudado no capítulo 3, porém o modelo poderia ser alterado para um problema com datas diferentes de chegada para cada job. Balakrishnan *et al* [5] tratam situação similar em seu trabalho.

Cada job  $i$  possui um tempo de processamento  $P_i$ , e pertence a uma família  $F \subset 1, \dots, b$  (com  $b \leq n$ ). Os tempos de preparação de máquina são dados por uma matriz  $n \times n$  e estão associados a estas famílias. Isto significa que, se um job  $j$  é processado imediatamente após um job  $i$ , deve existir um tempo de preparação de  $s_{ij}$  unidades de tempo, entre o término da produção do job  $i$  ( $t_i + P_i$ ) e o início da produção do job  $j$  ( $t_j$ ), desde que os jobs  $i$  e  $j$  pertençam a famílias diferentes. Assume-se que não existe nem tempo nem custo de preparação entre dois jobs pertencentes à mesma família, ou seja, se os jobs  $j$  e  $k$  pertencem à família  $F$ , o valor de  $s_{jk}$  na matriz de preparação  $n \times n$  é igual a 0 (ver figura 4.1).

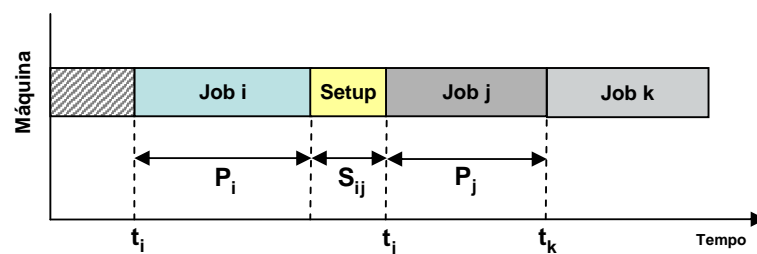


Figura 4.1: Representação Gráfica do Tempo de Preparação de Máquina (*Setup*)

Conclui-se que a máquina está pronta para produzir a família  $F$ , quando a preparação da máquina foi concluída, permanecendo nesta situação até que uma outra operação

<sup>1</sup>O sequenciamento é dito estático quando todos os dados são conhecidos a priori.



de preparação seja iniciada. O tempo de preparação de máquina é dito dependente da sequência de produção, pois sua definição depende dos *jobs*  $i$  e  $j$ , se dependesse apenas de  $j$ , o tempo de preparação seria independente da sequência de produção. Durante a preparação nenhum outro *job* pode ser produzido na máquina.

É necessário que a matriz de tempo de preparação  $n \times n$  satisfaça a desigualdade triangular, que garante que não deve ser factível efetuar duas preparações para completar uma (ver Coleman [7]), por exemplo fazer uma preparação do *job*  $i$  para o *job*  $j$  e uma outra do *job*  $j$  para o *job*  $k$ , para completar uma preparação do *job*  $i$  para o *job*  $k$  (problema da triangulação). Conforme citado por Sourd [19], a desigualdade triangular é satisfeita se  $s_{ij} + s_{jk} \geq s_{ik}$ . Esta é uma condição suficiente, porém caso não seja satisfeita, pode-se garantir que o problema da triangulação será satisfeito, uma vez que  $s_{ij} + P_j + s_{jk} \geq s_{ik}$ , conforme citado por Zhu e Heady [25]. Estas condições são representadas graficamente na figura 4.2. Como a condição necessária é atendida para o problema estudado, garante-se que a desigualdade triangular para os tempos de preparação  $s_{ij}$  da matriz  $n \times n$  é satisfeita.

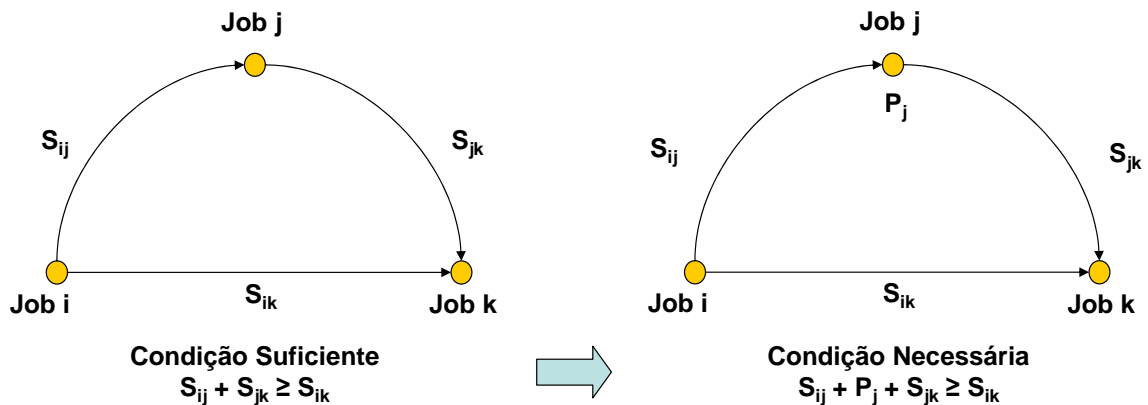


Figura 4.2: Problema da Triangulação

Para simplificar a formulação do problema assume-se que a máquina não tem tempo de preparação inicial, deste modo o tempo de preparação para o primeiro *job* sequenciado é igual a 0, independente do *job*. Isto poderia ser interpretado como se o primeiro *job* sequenciado pertencesse a mesma família do último *job* da sequência vigente, porém esta afirmação nem sempre é verdadeira. Os modelos apresentados neste trabalho podem ser facilmente adaptados para lidar com tempo de preparação de máquina inicial, acrescentando uma restrição  $t_i \geq s_{0i}$ , onde  $s_{0i}$  é o tempo de preparação se o *job*  $i$  for o primeiro na sequência produtiva.

Além das restrições de preparação de máquina, custos de antecipação e atraso são associados a cada *job*. Um *job* *i* tem uma data desejada para ser atendido definida como  $T_i^{due}$ . Se a data de término de produção de *i* ( $t_i + P_i$ ) for menor que  $T_i^{due}$ , então o *job* *i* está adiantado em  $h_i^1$  unidades de tempo. Sendo assim sendo  $h_i^1 = T_i^{due} - (t_i + P_i)$  e  $h_i^1 \geq 0$ . Por outro lado se para um *job* *i'*,  $(t_{i'} + P_{i'}) > T_i^{due}$ , *i'* está atrasado em  $h_{i'}^2$  unidades de tempo. Deste modo  $h_{i'}^2 = (t_{i'} + P_{i'}) - T_i^{due}$  e  $h_{i'}^2 \geq 0$ . Assim, o atraso e antecipação, representados na figura 4.3, são definidos pela equação 4.1.

$$(t_i + P_i) - h_i^2 + h_i^1 = T_i^{due} \tag{4.1}$$

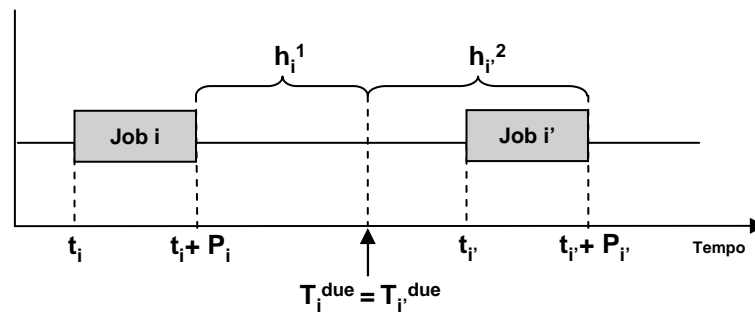


Figura 4.3: Representação Gráfica do Atraso e Antecipação

Considerando a equação 4.1, se a data programada para término da produção do *job* *i* ( $t_i + P_i$ ) for superior à data desejada  $T_i^{due}$ , então existirá atraso. Neste caso, os valores de  $h_i^1$  e  $h_i^2$  (respeitando as restrições de  $h_i^1 \geq 0$  e  $h_i^2 \geq 0$ ) serão 0 e  $[(t_i + P_i) - T_i^{due}]$  respectivamente. Caso contrário, será formado estoque, logo os valores e  $h_i^1$  e  $h_i^2$  serão respectivamente  $[T_i^{due} - (t_i + P_i)]$  e 0 .

Sobre os atrasos e antecipações incidem custos por unidade de tempo, que podem ser iguais para todos os *jobs* ou diferentes para cada *job*. Quando o *job* *i* é adiantado, ele é penalizado por um custo  $F^1 * h_i^1$ , onde  $F^1 \geq 0$  é o custo de antecipação por unidade de tempo, nesta hipótese, independente do *job*. Similarmente quando um *job* *i* é atrasado, ele será penalizado por um custo  $F^2 * h_i^2$ , onde  $F^2 \geq 0$  é o custo de atraso por unidade de tempo, neste caso também independente do *job*. Se os custos de antecipação e atraso são diferentes para cada *job*, a antecipação e o atraso são penalizados com custos  $E_i^1 * h_i^1$  e  $E_i^2 * h_i^2$ , respectivamente.

### 4.1.1 O Problema com Janelas de Tempo

Nos casos práticos podem ocorrer situações nas quais os *jobs* podem ser atendidos em uma janela de tempo (ver Baker e Scudder [4]). Nestes casos, os atrasos e antecipações são apurados não em relação a uma data específica ( $T_i^{due}$ ), mas sim em relação a uma janela de tempo, representada por  $r_i$  e  $q_i$  (ver figura 4.4).

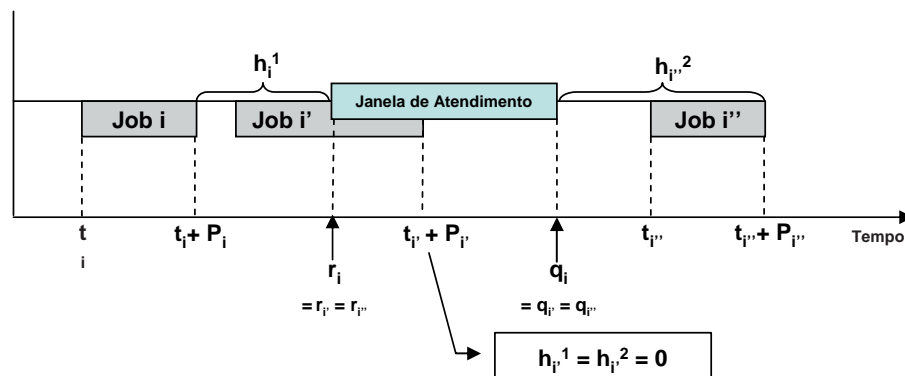


Figura 4.4: Representação Gráfica da Janela de Tempo para Atendimento

Considera-se que um *job i* deve ser produzido entre duas datas  $r_i$  e  $q_i$ , onde  $r_i$  é a data mais cedo, antes da qual o *job i* é dito adiantado em  $h_i^1$  unidades de tempo (sendo  $h_i^1 = r_i - (t_i + P_i)$ ) e  $q_i$  é a data mais tarde, a partir da qual o *job i* é dito atrasado em  $h_i^2$  unidades de tempo (sendo  $h_i^2 = (t_i + P_i) - q_i$ ). Nesta hipótese, as equações 4.2 e 4.3 definem a antecipação e o atraso respectivamente, substituindo a equação 4.1.

$$(t_i + P_i) + h_i^1 \geq r_i \tag{4.2}$$

$$(t_i + P_i) - h_i^2 \leq q_i \tag{4.3}$$

## 4.2 Modelagem do Problema - Primeira Proposta

A primeira proposta de modelagem matemática para tratar o problema estudado é baseada nas definições de Manne [16]. O modelo de Manne procura satisfazer duas restrições básicas: sequência e não interferência.

Se em um *flow-shop* ou *job-shop* são necessárias duas tarefas  $i$  e  $j$  em sequência para fabricar um produto, a restrição de sequência garante que a tarefa  $j$  deve iniciar no mínimo  $P_i$  unidades de tempo, após a primeira tarefa ( $i$ ) ter iniciado. Vale ressaltar que no problema de sequenciamento de uma máquina, foco deste estudo, os conceitos de *job* e tarefa coincidem (ver seção 2.1), neste caso esta restrição perde o seu significado, prevalecendo a restrição de não interferência.

A restrição de não interferência procura garantir que, se um *job*  $j$  é produzido imediatamente após um *job*  $i$  em uma mesma máquina, o *job*  $i$  deve preceder o *job*  $j$  de um tempo suficiente, de modo que  $i$  possa ser completado antes de  $j$  começar. Porém em uma sequência não conhecida existem duas possibilidades ou:

$$t_j \geq t_i + P_i \quad \text{ou} \quad (4.4)$$

$$t_i \geq t_j + P_j \quad (4.5)$$

As equações 4.4 e 4.5 apresentam a restrição lógica, que caracteriza os Problemas de Sequenciamento (*Scheduling Problems*), porém a programação matemática linear clássica não lida com esta restrição, sendo necessária a sua linearização. Para transformar a restrição "ou" em uma inequação linear com variáveis inteiras, Manne definiu a variável binária  $y_{ij}$  (sendo  $y_{ij} \in \{0,1\}$ ). Esta variável binária permite tratar a restrição "ou" através das inequações 4.6 e 4.7.

$$t_j - t_i + M(1 - y_{ij}) \geq P_i \quad (4.6)$$

$$t_i - t_j + My_{ij} \geq P_j \quad (4.7)$$

Para o caso do *job*  $j$  ser produzido após o *job*  $i$ ,  $y_{ij}$  é igual a 1, situação na qual a inequação 4.6 passa a ser igual a inequação 4.4 e a inequação 4.7 passa a ser redundante, uma vez que  $M$  representa um valor muito grande. Manne definiu  $M$  como a soma da data prevista para início da produção do *job* que ocupa a última posição na sequência de produção, mais o tempo de processamento do *job*  $i$  no caso da inequação 4.6 ou do *job*  $j$  para a inequação 4.7.

Como pode ser observado as restrições definidas por Manne (4.6 e 4.7) permitem a existência de tempos ociosos entre dois *jobs* subsequentes.

Na modelagem matemática proposta por Manne, o tempo de preparação de máquina não foi considerado. Com a existência do tempo de preparação, dependente da sequência de produção, é necessário um ajuste nas inequações 4.6 e 4.7, pois agora deve-se garantir que se um *job j* é produzido imediatamente após um *job i*, o *job i* mais o tempo de preparação ( $s_{i,j}$ ) para troca do *job i* para o *job j* devem ser completados antes do *job j* começar. Esta idéia pode ser observada na figura 4.1.

É possível utilizar a variável de sequenciamento  $y_{ij}$  para ajustar as inequações 4.6 e 4.7, acrescentando o tempo de preparação, conforme inequações 4.8 e 4.9.

$$t_j - t_i + M(1 - y_{ij}) - S_{ij}y_{ij} \geq P_i \quad (4.8)$$

$$t_i - t_j + My_{ij} - S_{ji}y_{ji} \geq P_j \quad (4.9)$$

Na modelagem de Manne existem duas situações possíveis, ou o *job i* é produzido antes do *job j* ( $y_{i,j} = 1$  e  $y_{j,i} = 0$ ) ou o *job i* é produzido após do *job j* ( $y_{i,j} = 0$  e  $y_{j,i} = 1$ ), assim pode-se afirmar que:

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad (4.10)$$

Substituindo a equação 4.10 em 4.9, para que as restrições sejam expressas apenas em função de  $y_{ij}$ , e alterando o arranjo das parcelas das inequações 4.8 e 4.9, pode-se chegar às inequações 4.11 e 4.12, que representam as restrições de não interferência propostas por Manne, modificadas para a situação de existência de tempo de preparação dependente da sequência de produção. Coleman [7] propõe um conjunto de restrições muito semelhante em seu trabalho.

$$t_j - t_i - (M + S_{ij})y_{ij} \geq P_i - M \quad (4.11)$$

$$t_i - t_j + (M + S_{ji})y_{ij} \geq P_j + S_{ji} \quad (4.12)$$

Considerando as inequações 4.11 e 4.12, se o *job i* precede o *job j* ( $y_{ij} = 1$  e  $y_{ji} = 0$ ), as respectivas restrições serão obtidas:

$$t_j - t_i - (M + S_{ij}) \times 1 \geq P_i - M \implies t_j \geq t_i + P_i + S_{ij} \quad (4.13)$$

$$t_i - t_j + (M + S_{ji}) \times 1 \geq P_j + S_{ji} \implies t_i \geq t_j + P_j - M \quad (4.14)$$

Por outro lado se o *job j* precede o *job i* ( $y_{ij} = 0$  e  $y_{ji} = 1$ ) as restrições 4.11 e 4.12 terão os respectivos valores:

$$t_j - t_i - (M + S_{ij}) \times 0 \geq P_i - M \implies t_j \geq t_i + P_i - M \quad (4.15)$$

$$t_i - t_j + (M + S_{ji}) \times 0 \geq P_j + S_{ji} \implies t_i \geq t_j + P_j + S_{ji} \quad (4.16)$$

A primeira proposta de modelagem matemática para o problema dá origem a um primeiro modelo, que é apresentado na subseção 4.2.1, e a um segundo modelo considerando janela de tempo de atendimento, apresentado na subseção 4.2.2.

### 4.2.1 Modelo M

O primeiro modelo matemático elaborado aborda o problema de sequenciamento de uma máquina, com tempo de preparação dependente da sequência de produção e com objetivo de minimizar o custo de atraso e antecipação em relação à data desejada para término de produção de cada *job i*, considerando custos por unidade de tempo de atraso e antecipação dependentes dos *jobs*. Como esse modelo é baseado na formulação de Manne, ele é chamado neste trabalho de modelo M.

Os dados de entrada, as variáveis (saídas) e o modelo M são apresentados nas subseções 4.2.1.1, 4.2.1.2 e 4.2.1.3, respectivamente.

#### 4.2.1.1 Dados do Problema

Formalizando matematicamente o problema, os dados de entrada são:

- $i$ : *job* que será sequenciado;
- $P_i$ : tempo de processamento do *job i*;
- $T_i^{due}$ : data desejada para término da produção do *job i* (*due date*);
- $S_{ij}$ : tempo de preparação para produzir o *job j* depois do *job i*;
- $E_i^1$ : custo de antecipação (estoque) do *job i* por unidade de tempo;

- $E_i^2$ : custo do atraso da produção do *job*  $i$  por unidade de tempo;
- $M$ : um valor muito elevado;
- $I$ : conjunto dos *jobs* a serem sequenciados.

#### 4.2.1.2 Variáveis do Problema

As variáveis (saídas) do problema são:

- $y_{ij}$ : variável que determina a sequência de produção, sendo igual a 1 se o *job*  $j$  é produzido depois do *job*  $i$  e 0, se não;
- $t_i$ : a data de início da produção do *job*  $i$ ;
- $h_i^1$ : o tempo de antecipação do *job*  $i$ ;
- $h_i^2$ : o tempo de atraso do *job*  $i$ .

#### 4.2.1.3 Modelo

O primeiro modelo matemático proposto para representar o problema estudado é apresentado abaixo.

$$\text{minimizar } Z = \sum_i E_i^1 h_i^1 + \sum_i E_i^2 h_i^2 \quad (4.17)$$

$$\text{sujeito a } t_j - t_i - (M + S_{ij}) y_{ij} \geq P_i - M \quad \forall i, j \in I \text{ e } i \neq j \quad (4.18)$$

$$y_{ij} + y_{ji} = 1 \quad \forall i, j \in I \text{ e } i \neq j \quad (4.19)$$

$$t_i + P_i - h_i^2 + h_i^1 = T_i^{\text{due}} \quad \forall i \in I \quad (4.20)$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (4.21)$$

$$h_i^1 \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (4.22)$$

$$h_i^2 \geq 0 \quad \forall i \in I \quad (4.23)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I \quad (4.24)$$

A função objetivo representada pela equação 4.17 tem como critério de otimização a minimização dos custos de antecipação (representada pela parcela  $\sum_i E_i^1 h_i^1$ ) e atraso (representada pela parcela  $\sum_i E_i^2 h_i^2$ ).

As restrições 4.18 definem a sequência de operações sobre o recurso e as restrições 4.19 indicam que o *job*  $i$  é produzido antes ou após o *job*  $j$ .

A existência de atraso ou antecipação em relação à data desejada para término da produção do *job*  $i$  ( $T_i^{due}$ ), é garantida através da restrição 4.20.

As restrições 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24 determinam os domínios das variáveis.

### 4.2.2 Um Novo Modelo Considerando Janelas de Tempo

Como apresentado na seção 4.1.1, em determinadas situações práticas, o problema pode considerar a existência de atraso ou antecipação, comparando a data programada para término da produção do *job*  $i$  ( $t_i + P_i$ ) com uma janela de tempo (ver figura 4.4).

Para o problema com janelas de tempo de atendimento, um novo modelo pode ser elaborado a partir do modelo M. Para que uma janela de tempo, definida pelos valores de  $r_i$  e  $q_i$ , possa ser considerada, é necessário substituir a restrição 4.20 ( $t_i + P_i - h_i^2 + h_i^1 = T_i^{due}$ ) pelas restrições 4.2 ( $t_i + P_i + h_i^1 \geq r_i$ ) e 4.3 ( $t_i + P_i - h_i^2 \leq q_i$ ). Deste modo, o valor de  $T_i^{due}$  deixa de ser um dado de entrada (ver item 4.2.1.1), sendo substituído pelos valores de  $r_i$  e  $q_i$  como novos dados de entrada para o problema.

O modelo para tratar o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência de produção, que objetiva minimizar o custo de antecipação e atraso de atendimento a um *job*, sujeito a uma janela de tempo para atendimento, considerando custos unitários de atraso e antecipação dependentes dos *jobs*, é dado então pela função objetivo 4.17 e pelas restrições 4.18, 4.19, 4.2, 4.3, 4.21, 4.22, 4.23 e 4.24. Este novo modelo será chamado de modelo M.TW no restante deste trabalho.

## 4.3 Modelagem do Problema - Segunda Proposta

A segunda proposta de modelagem matemática para o problema foi baseada no modelo de Wagner [24] e na posterior formulação de Tseng e Stafford [22], que tratam do problema de designação do *job* em uma determinada posição de uma sequência de produção. A



motivação para elaboração de uma segunda proposta de modelagem matemática para o problema surge a partir das conclusões do estudo de Stafford *et al* [20], conforme discutido na seção 2.2.

Para tratar o problema de sequenciamento, como um problema de designação segundo a proposta de Wagner, parte-se de um conjunto  $L$  de posições  $l$  possíveis dentro de uma sequência de produção, onde cada *job*  $i \in I$  deve ser alocado. A variável utilizada para designar um *job*  $i$  em uma posição  $l$  é definida como  $z_{il}$ , sendo igual a 1 se o *job*  $i$  está alocado na posição  $l$  e 0, se não.

Cada *job* deve ser alocado a apenas uma posição, pois a preempção não é permitida, e cada posição só pode ser ocupada por um *job*, pois a máquina processa no máximo um *job* em um mesmo momento, deste modo para todos os *jobs* do conjunto  $I$ ,  $\sum_{l \in L} z_{il} = 1$ , e todas as posições do conjunto  $L$ ,  $\sum_{i \in I} z_{il} = 1$ .

O tempo de processamento da posição  $l$  dependerá de qual *job* foi alocado a ela. Dessa forma,  $\sum_{i \in I} P_i z_{il}$  determina qual o tempo de processamento da posição  $l$ .

A restrição de não interferência nesta modelagem procura garantir que, entre duas posições subsequentes,  $l$  e  $l+1$ , a data de início da produção do *job* alocado na posição  $l$  ( $t_l$ ) preceda o início da produção na posição  $l+1$  ( $t_{l+1}$ ) de um tempo suficiente, de modo que o *job* alocado na posição  $l$  possa ser completado, antes da produção da posição  $l+1$  começar. Neste caso, não existe a restrição "ou" (inequações 4.4 e 4.5), pois é previamente definido que a posição  $l$  precede a posição  $l+1$ . A inequação 4.25 garante o atendimento à restrição de não interferência, sendo que aqui também é permitida a existência de tempos ociosos entre a produção de duas posições subsequentes.

$$t_{l+1} \geq t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} \quad (4.25)$$

Nos modelos propostos por Wagner [24] e por Tseng e Stafford [22], o tempo de preparação de máquina não foi tratado. Com a existência do tempo de preparação, dependente da sequência de produção, é necessário um ajuste na inequação 4.25, pois agora deve-se garantir que entre duas posições subsequentes,  $l$  e  $l+1$ , a data de início da produção do *job* alocado na posição  $l$  ( $t_l$ ) preceda a data de início da produção na posição  $l+1$  ( $t_{l+1}$ ) de

um tempo suficiente, de modo que o *job* alocado na posição  $l$  mais o tempo de preparação para troca do *job* alocado em  $l$  para o *job* alocado em  $l + 1$  possam ser completados, antes da produção da posição  $l + 1$  começar.

Para que o tempo de preparação dependente da sequência de produção possa ser tratado, é necessário definir uma variável que identifique se dois *jobs*  $i$  e  $j$  foram alocados em posições subsequentes  $l$  e  $l + 1$ . Harjunkoski e Grossmann [15] propõem uma variável contínua  $w_{ijl} \geq 0$  para este fim, através da inequação 4.26.

$$w_{ijl} \geq z_{il} + z_{jl+1} - 1 \quad \forall i, j \in I, i \neq j, l \in L, l < |L| \quad (4.26)$$

Pela inequação 4.26, se um *job*  $i$  é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 1$ ) e se um *job*  $j$  é alocado na posição  $l + 1$  ( $z_{jl+1} = 1$ ), o valor de  $w_{ijl}$  será calculado como:

$$w_{ijl} \geq 1 + 1 - 1 \Rightarrow w_{ijl} \geq 1 \quad (4.27)$$

Porém a inequação 4.26 apresenta apenas um limite inferior para os valores de  $w_{ijl}$ . Assim,  $w_{ijl}$  pode assumir valores maiores que 1, inclusive para *jobs* que não são subsequentes, como mostra o seguinte exemplo. Se um *job*  $i$  é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 1$ ) e se um *job*  $j$  é alocado na posição  $l + 2$  ( $z_{jl+1} = 0$ ), de acordo com a inequação 4.26,  $w_{ijl}$  será dado por  $w_{ijl} \geq 0$ . Como não existe um limite superior, para este exemplo,  $w_{ijl}$  pode assumir valores maiores que 0, o que poderia indicar que o *job*  $j$  ocupa uma posição subsequente à posição ocupada pelo *job*  $i$ .

Para evitar estas situações, verificadas durante os testes da primeira versão do modelo matemático apresentado na seção 4.3.1, propõe-se uma alteração na variável  $w_{ijl}$  e uma nova restrição que define um limite superior para o valor de  $w_{ijl}$ .

Nesta dissertação, a variável  $w_{ijl}$  é definida como uma variável binária ( $w_{ijl} \in \{0, 1\}$ ), de modo que  $w_{ijl} = 1$  significa que o *job*  $i$  está alocado na posição  $l$  e o *job*  $j$  na posição  $l + 1$ , e para qualquer outra situação  $w_{ijl}$  é igual a 0. Além disso, o valor de  $w_{ijl}$  possui um limite superior estipulado pela equação 4.28, que define que o valor de todos os  $w_{ijl}$  somados devem ser iguais ao total de posições disponíveis para o sequenciamento menos 1

$(|L| - 1)$ , pois, para a última posição, a variável  $w_{ijl}$  não é considerada conforme inequação 4.26.

$$\sum_{i,j \in I \ i \neq j} \sum_{l \in L \ l < |L|} w_{ijl} = |L| - 1 \quad (4.28)$$

A inequação 4.26, a equação 4.28 e a definição de  $w_{ijl}$  como uma variável binária, procuram garantir que  $w_{ijl}$  só será igual a 1, se o *job*  $i$  estiver locado na posição  $l$  e o *job*  $j$  na posição  $l + 1$ . Isto ocorre, pois, sendo  $w_{ijl}$  uma variável binária, a inequação 4.26 garante que o valor de  $w_{ijl}$  será igual a 1, no caso do *job*  $i$  estar alocado à posição  $l$  (pois  $z_{il} = 1$ ) e o *job*  $j$  à posição subsequente  $l + 1$  (pois  $z_{j,l+1} = 1$ ), de forma que os demais valores de  $w_{ijl}$ , para os *jobs* não subsequentes, serão iguais a zero, para que a restrição 4.28 seja satisfeita.

Através da variável  $w_{ijl}$ , o tempo de preparação pode ser acrescentado na inequação 4.25, conforme mostra a inequação 4.29, de modo que a restrição de não interferência contemple a existência de um tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção.

$$t_{l+1} \geq t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} + \sum_{i,j \in I \ i \neq j} s_{i,j} w_{ijl} \quad (4.29)$$

Os seguintes exemplos esclarecem melhor o uso das variáveis  $z_{il}$  e  $w_{ijl}$  no tratamento da restrição de não interferência com tempo de preparação, na segunda modelagem matemática proposta:

- Exemplo 01: se o *job*  $i$  é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 1$ ) e se o *job*  $j$  é alocado na posição  $l + 1$  ( $z_{j,l+1} = 1$ ). Neste caso, a inequação 4.26 conduz a  $w_{ijl} \geq 1$ . Como  $w_{ijl}$  é uma variável binária, neste exemplo  $w_{ijl} = 1$ . Deste modo, a restrição 4.29 terá o seguinte valor:

$$t_{l+1} \geq t_l + P_i + s_{i,j} \quad (4.30)$$

Ou seja, a data de início de produção da posição  $l + 1$  é igual à data de início de produção da posição  $l$ , mais o tempo de processamento do *job*  $i$ , que está alocado à posição  $l$ , mais o tempo de preparação entre os dois *jobs*  $i$  e  $j$  produzidos em sequência.

- Exemplo 02: se o *job i* é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 1$ ) e se o *job j* não é alocado na posição  $l + 1$  ( $z_{jl+1} = 0$ ). Neste caso, a inequação 4.26 conduz a  $w_{ijl} \geq 0$ . Como  $w_{ijl}$  é uma variável binária, neste exemplo  $w_{ijl}$  pode assumir os valores 0 ou 1, porém como a equação 4.28 restringe o valor do somatório de todas as variáveis  $w_{ijl}$ , e todos os valores de  $w_{ijl}$  para *jobs* alocados em posições subsequentes serão iguais a 1 (conforme exemplo 01), o valor de  $w_{ijl}$  para o exemplo 02 é 0. Assim, de acordo com a restrição 4.29, a data de início de produção da posição  $l + 1$  é igual à data de início de produção da posição  $l$ , mais o tempo de processamento do *job i*, que está alocado à posição  $l$ , mais o tempo de preparação entre os dois *jobs* alocados nas posições  $l$  e  $l + 1$ , que, neste exemplo 02, são o *job i* e um outro *job* não definido.
- Exemplo 03: se o *job i* não é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 0$ ) e se o *job j* é alocado na posição  $l + 1$  ( $z_{jl+1} = 1$ ). Nessa hipótese, a inequação 4.26 também conduz a  $w_{ijl} \geq 0$ . Como  $w_{ijl}$  é uma variável binária, neste exemplo,  $w_{ijl}$  pode assumir os valores 0 ou 1, porém similarmente ao exemplo 02, o valor de  $w_{ijl}$  para o exemplo 03 também é 0. Deste modo, na restrição 4.29, para o cálculo da data de início da produção da posição  $l + 1$  ( $t_{l+1}$ ), nem o tempo para troca do *job i* para o *job j*, nem o valor do tempo de processamento do *job i* serão considerados, pois  $i$  não está alocado em  $l$ .
- Exemplo 04: se o *job i* não é alocado na posição  $l$  ( $z_{il} = 0$ ) e se o *job j* também não é alocado na posição  $l + 1$  ( $z_{jl+1} = 0$ ). Neste caso, a inequação 4.26 conduz a  $w_{ijl} \geq -1$ . Como  $w_{ijl}$  é uma variável binária, neste exemplo,  $w_{ijl}$  pode assumir o valor 0 ou 1, porém similarmente aos exemplos 02 e 03, como todos os valores de  $w_{ijl}$  para *jobs* alocados em posições subsequentes são iguais a 1 e como a equação 4.28 restringe o valor do somatório de todas as variáveis  $w_{ijl}$ , o valor de  $w_{ijl}$  para o exemplo 04 também é 0.

Após tratar a restrição de não interferência com tempo de preparação dependente da sequência de produção, é necessário discutir como os tempos de atraso e antecipação são considerados quando o problema de sequenciamento é abordado como o problema de designação.

Nesta situação, é necessário calcular os tempos de atraso e antecipação para cada posição  $l$  do sequenciamento e para tal deve-se comparar a data desejada para término de produção do *job i* ( $T_i^{due}$ ) alocado à posição  $l$ , com a data programada para término da produção da

posição  $l$  ( $t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il}$ ). A equação 4.31 apresenta os tempos de antecipação ( $h_l^1 \geq 0$ ) e atraso ( $h_l^2 \geq 0$ ) para a posição  $l$ .

$$t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} + h_l^1 - h_l^2 = \sum_{i \in I} T_i^{due} z_{il} \quad \forall l \in L \quad (4.31)$$

Supondo que o *job*  $i$  está alocado na posição  $l$ , neste caso  $z_{il} = 1$  e a inequação 4.31 terá o seguinte resultado:

$$t_l + P_i + h_l^1 - h_l^2 = T_i^{due} \Rightarrow \quad (4.32)$$

$$\Rightarrow h_l^1 - h_l^2 = T_i^{due} - (t_l + P_i) \quad (4.33)$$

Dessa forma, se a data de término da produção para a posição  $l$ , onde está alocado o *job*  $i$  ( $t_l + P_i$ ), for maior que a data desejada para término da produção de  $i$  ( $T_i^{due}$ ), os valores de  $h_l^1$  e  $h_l^2$  (respeitando as restrições que  $h_l^1 \geq 0$  e  $h_l^2 \geq 0$ ) serão 0 e  $t_l + P_i - T_i^{due}$  respectivamente, ou seja, incidirá custo de atraso. Caso contrário, se a data de término da produção para a posição  $l$ , for menor que a data desejada para produção de  $i$  ( $T_i^{due}$ ), os valores de  $h_l^1$  e  $h_l^2$  serão respectivamente  $[T_i^{due} - (t_l + P_i)]$  e 0, o que indica que ocorreu uma antecipação na produção do *job*  $i$ .

Uma diferença básica desta proposta de modelagem está relacionada à definição dos custos por unidade de tempo de atraso e antecipação. No modelo M é possível utilizar custos diferentes por *job*. Já na modelagem baseada em Wagner, a dificuldade em tratar custos unitários diferentes por *job*, sugere que seja necessário utilizar valores de custos unitários iguais independentes dos *jobs* a serem sequenciados.

Considerando as definições acima, dois novos modelos matemáticos são apresentados nas subseções 4.3.1 e 4.3.2.

### 4.3.1 Modelo W

O novo modelo matemático, chamado de modelo W, aborda o problema de sequenciamento de uma máquina, com tempo de preparação dependente da sequência de produção e com objetivo de minimizar o custo de atraso e antecipação em relação a data desejada para término da produção de cada *job*, considerando custos por unidade de tempo de atraso e antecipação independentes dos *jobs*.

Os dados de entrada, as variáveis (saídas) e o modelo  $W$ , são apresentados nas subseções 4.3.1.1, 4.3.1.2 e 4.3.1.3, respectivamente.

#### 4.3.1.1 Dados do Problema

Os dados de entrada para o problema são:

- $i$ : *job*, que deverá ser sequenciado;
- $l$ : posições possíveis na sequência de produção;
- $P_i$ : tempo de processamento do *job*  $i$ ;
- $T_i^{due}$ : data desejada para término da produção do *job*  $i$  (*due date*);
- $s_{ij}$ : tempo de preparação para produzir o *job*  $j$  depois do *job*  $i$ ;
- $F^1$ : custo por antecipação (estoque) por unidade de tempo;
- $F^2$ : custo por atraso no atendimento (produção) por unidade de tempo;
- $I$ : conjunto dos *jobs* a serem sequenciados;
- $L$ : conjunto das posições possíveis dentro da sequência de produção.

#### 4.3.1.2 Variáveis do Problema

As variáveis (saídas) do problema são:

- $z_{il}$ : variável binária que determina, quando igual a 1, se o *job*  $i$ , foi alocado na posição  $l$  na sequência de produção, e caso contrário quando igual a 0;
- $t_l$ : variável que determina a data de início da produção da posição  $l$ ;
- $h_l^1$ : variável que determina o tempo de antecipação da produção da posição  $l$ ;
- $h_l^2$ : variável que determina o tempo de atraso da produção da posição  $l$ ;
- $w_{ijl}$ : variável binária que determina se os *jobs*  $i$  e  $j$  foram alocados em posições subsequentes, sendo igual a 1 se o *job*  $i$  foi alocado na posição  $l$  e o *job*  $j$  foi alocado na posição  $l + 1$  e 0, se não;

### 4.3.1.3 Modelo

O modelo formulado é apresentado abaixo.

$$\text{minimizar } Z = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^1 h_l^1 + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^2 h_l^2 \quad (4.34)$$

$$\text{sujeito a } t_{l+1} - t_l - \sum_{i \in I} P_i z_{il} - \sum_{i,j \in I, i \neq j} S_{i,j} w_{ijl} \geq 0 \quad \forall l \in L, l < |L| \quad (4.35)$$

$$\sum_{i \in I} z_{il} = 1 \quad \forall l \in L \quad (4.36)$$

$$\sum_{l \in L} z_{il} = 1 \quad \forall i \in I \quad (4.37)$$

$$w_{ijl} - z_{il} - z_{jl+1} \geq -1 \quad \forall i, j \in I, i \neq j, l \in L, l < |L| \quad (4.38)$$

$$\sum_{i,j \in I, i \neq j} \sum_{l \in L, l < |L|} w_{ijl} = |L| - 1 \quad (4.39)$$

$$t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} + h_l^1 - h_l^2 - \sum_{i \in I} T_i^{due} z_{il} = 0 \quad \forall l \in L \quad (4.40)$$

$$t_l \geq 0 \quad \forall l \in L \quad (4.41)$$

$$h_l^1 \geq 0 \quad \forall l \in L \quad (4.42)$$

$$h_l^2 \geq 0 \quad \forall l \in L \quad (4.43)$$

$$w_{ijl} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in I, l \in L \quad (4.44)$$

$$z_{il} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, l \in L \quad (4.45)$$

A função objetivo representada pela equação 4.34 busca a minimização dos custos de estoque e atraso, representados respectivamente pelas parcelas  $\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^1 h_l^1$  e  $\sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^2 h_l^2$ .

A restrição 4.35 define que a operação em uma posição  $l + 1$  só pode iniciar ( $t_{l+1}$ ), após a operação na posição anterior ( $l$ ) terminar e a preparação ( $s_{i,j}$ ) for executada.

As restrições 4.36 e 4.37 garantem respectivamente, que cada posição  $l$  deve ser ocupada por um, e somente um, *job*  $i$ , e que cada *job*  $i$  só pode ocupar uma posição  $l$ .

Identifica-se que o *job*  $i$  é alocado na posição  $l$ , imediatamente anterior a posição  $l + 1$ , ocupada pelo *job*  $j$ , através das restrições 4.38 e 4.39. Esta última, por sua vez, garante que a troca do *job*  $i$  para o *job*  $j$  só será considerada na restrição 4.35, se o *job*  $i$  estiver alocado à posição  $l$  e o *job*  $j$  estiver alocado à posição subsequente  $l + 1$ .

A existência de atraso ou antecipação em relação à data desejada para a produção do *job*

$i$  ( $T_i^{due}$ ) alocado à posição  $l$ , é garantida através da restrição 4.40.

As restrições 4.41, 4.42, 4.43, 4.44 e 4.45 determinam os domínios das variáveis.

### 4.3.2 Um Novo Modelo Considerando Janelas de Tempo

Similarmente ao apresentado na subseção 4.2.2, o modelo W, proposto na subseção 4.3.1, baseado na formulação de Wagner, pode ser adaptado, gerando um novo modelo que considere janelas de tempo para atendimento de um *job*.

Para que uma janela de tempo, definida pelos valores de  $r_i$  e  $q_i$ , possa ser considerada, é necessário substituir a restrição 4.40 ( $t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} + h_l^1 - h_l^2 - \sum_{i \in I} T_i^{due} z_{il} = 0$ ) pelas restrições 4.46 e 4.47, que são derivadas das restrições 4.2 e 4.3.

$$t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} + h_l^1 \geq \sum_{i \in I} r_i z_{il} \quad (4.46)$$

$$t_l + \sum_{i \in I} P_i z_{il} - h_l^2 \leq \sum_{i \in I} q_i z_{il} \quad (4.47)$$

Por consequência, o valor de  $T_i^{due}$  deixa de ser dado de entrada, sendo substituído pelos valores de  $r_i$  e  $q_i$ .

Então, para solucionar o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência de produção, com o objetivo de minimizar o custo de antecipação e atraso de atendimento a um *job*, sujeito a uma janela de tempo para atendimento e considerando custos unitários de atraso e antecipação independente dos jobs, um novo modelo, chamado de W.TW, é dado então pela função objetivo 4.34 e pelas restrições 4.35, 4.36, 4.37, 4.38, 4.39, 4.46, 4.47, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44 e 4.45.

## 4.4 Método de Resolução

A linguagem de programação MathProg foi utilizada para implementação dos modelos propostos. Por meio desta linguagem e a partir de dados numéricos caracterizando as



entradas dos problemas, foram geradas a função objetivo e as restrições de cada cenário avaliado. Isto gerou um arquivo de entrada, composto de um conjunto de equações que caracteriza cada problema, que pode ser resolvido em diferentes *softwares*.

Para resolver problemas de otimização existem vários *softwares* disponíveis, dentre eles o GLPK e o CPLEX. Nesta dissertação foi utilizado o GLPK, em sua versão 4.8, distribuída gratuitamente pela GNU<sup>2</sup>. O GLPK (*GNU Linear Programming Kit*) é destinado a resolver problemas de programação linear e problemas de programação linear inteira mista. Embora o CPLEX possua um algoritmo mais poderoso, a facilidade e disponibilidade do GLPK levaram à sua utilização.

## Conclusão

Neste capítulo foram apresentados os modelos M e W, elaborados para resolver o problema de sequenciamento de uma máquina, com tempo de preparação dependente da sequência de produção, e com objetivo de minimizar os custos de antecipação e atraso no atendimento de um *job*, que possui uma data desejada para término de produção.

Para modelar o problema, utilizaram-se, como referência, os modelos de Manne [16] e Wagner [24], de modo a permitir uma avaliação da performance e aplicação de cada modelo no caso prático apresentado no capítulo anterior.

A principal diferença entre os modelos M e W é que, neste último, os custos por unidade de tempo de atraso e antecipação são fixos para todos os *jobs*, enquanto que, no modelo M podem ser considerados custos diferentes para cada *job*.

São apresentados ainda dois modelos diferentes, M.TW e W.TW, que permitem considerar janelas de tempo para atendimento de cada *job*, o que pode ser necessário em determinadas situações práticas.

Os modelos elaborados foram submetidos a testes de avaliação. Os cenários de testes, os resultados, as análises e conclusões são apresentados no próximo capítulo.

---

<sup>2</sup>Para maiores detalhes o site [www.gnu.org](http://www.gnu.org) pode ser consultado.

# Capítulo 5

## Resultados e análises

### Introdução

Considerando o problema proposto e os modelos elaborados, este capítulo apresenta os resultados obtidos através de alguns testes realizados, as análises e conclusões pertinentes.

A avaliação dos modelos propostos, realizada através da resolução de problemas didáticos, é apresentada na seção 5.1. Após esta avaliação inicial, foram definidos outros cenários de testes, baseados no trabalho de Ow e Morton [17] e Coleman [7], aumentando o tamanho do problema, para que fosse possível avaliar o desempenho dos modelos, em termos do tempo computacional exigido para geração da resposta ótima. A metodologia para geração dos cenários de teste e os resultados obtidos são apresentados na seção 5.2.

De acordo com o trabalho de Stafford et al [20], os modelos baseados na formulação de Wagner [24], para o problema de sequenciamento tipo *flow-shop* de permutação com objetivo de minimizar a maior data de término, tem um tempo de resposta muito melhor do que aqueles modelos fundamentados em Manne [16] para o mesmo problema. A seção 5.2 também procura avaliar esta situação para o problema pesquisado, através da comparação do tempo de resposta para os modelos M e W, quando resolvem um mesmo problema de teste.

Na seção 5.3, é apresentado um novo modelo, baseado nos resultados obtidos na seção

5.1 em situações de ociosidade do equipamento. Este novo modelo também tem o seu desempenho avaliado na subseção 5.3.2.

## 5.1 Testes dos Modelos Propostos

Os modelos M e W foram testados, para que fosse possível determinar se havia alguma inconsistência ou erro no modelo e se o resultado ótimo seria alcançado. Os cenários de testes criados são apresentados na seção 5.1.1 e os resultados e análises são apresentados na seção 5.1.2.

### 5.1.1 Cenários de Teste

Para testar cada modelo desenvolvido inicialmente foram criados dois cenários, com 4 *jobs* a serem sequenciados, que doravante serão chamados de cenários T01 e T02. Os dados dos *jobs* para o cenário T01 e T02, assim como a matriz de tempos de preparação de máquina, são apresentados na tabela 5.1.

Dados Cenários T01 e T02			Custos Cenário T01		Custos Cenário T02		Matriz de Tempo de Preparação para os Cenários T01 e T02				
<i>Job</i>	$T_i^{due}$	$P_i$	$E_i^1$	$E_i^2$	$F^1$	$F^2$	<i>Job</i>	1	2	3	4
1	0	24	10	100	10	100	1	0	4	0	6
2	24	30	20	200			2	4	0	4	5
3	48	30	10	100			3	0	4	0	6
4	87	16	30	300			4	6	5	6	0

Tabela 5.1: Dados para os Cenários de Teste

Percebe-se que os cenários T01 e T02 diferem-se apenas em relação ao custo de atraso e antecipação considerados, sendo que para o cenário T01 os custos são específicos para cada *job* ( $E_i^1$  e  $E_i^2$ ), ao passo que para o cenário T02 os custos de antecipação e atraso foram considerados únicos para todos os *jobs* ( $F^1$  e  $F^2$ ). Para facilitar as análises, demais informações como tempos de processamento ( $P_i$ ), tempos de preparação ( $s_{ij}$ ) e datas desejadas de término de produção ( $T_i^{due}$ ) são idênticas para os cenários T01 e T02.

A matriz de tempos de preparação é uma matriz simétrica (diferentemente do caso real), logo  $s_{ij} = s_{ji}$ , com diagonal principal igual a zero. Não existe tempo de preparação para a troca do *job* 1 para o *job* 3 ( $s_{13} = s_{31} = 0$ ). No caso real, é considerado o tempo de preparação para troca entre produtos de famílias diferentes (ver seção 3.3), deste modo, se a matriz de tempos de preparação dos cenários de teste retratasse um caso real, seria possível concluir que os *jobs* 1 e 3 pertencem à mesma família e assim o tempo de preparação entre eles é considerado zero.

### 5.1.2 Resultados e Análises dos Testes

Ao rodar o modelo M, considerando os dados do cenário T01, foram obtidos os resultados apresentados na tabela 5.2. O Diagrama de Gantt para a solução é apresentado na figura 5.1.

Sequência dos Jobs	$P_i$	$T_i^{due}$	$E_i^1$	$E_i^2$	$s_{ij}$	$t_i$	Data Fim Produção	$h_i^1$	$h_i^2$	Custo Antecip.	Custo Atraso	
2	30	24	20	200	0	0	30	0	6	0	1200	
1	24	0	10	100	4	34	58	0	58	0	5800	
4	16	87	30	300	6	64	80	7	0	210	0	
3	30	48	10	100	6	86	116	0	68	0	6800	
										<b>210</b>	<b>13800</b>	
Maior Data de Término (A)				116	Custo Total				14010			
Tempo de Preparação (B)				16								
% (B/A)				13,8%								

Tabela 5.2: Resultados apresentados pelo modelo M para o cenário T01

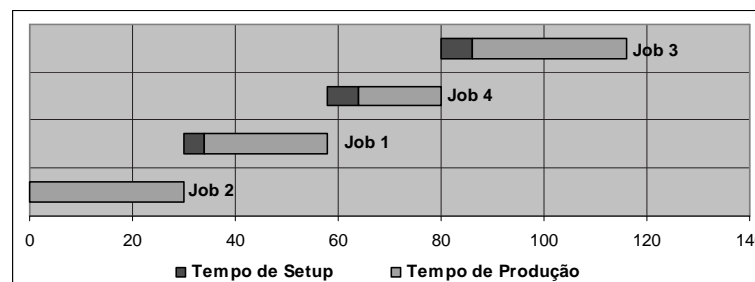


Figura 5.1: Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo M para o cenário T01

Nota-se que, embora o *job* 1 tenha a data desejada de atendimento ( $T_i^{due}$ ) mais cedo, o *job* 2 é o primeiro da sequência em função do seus custos por unidade de tempo de atraso e antecipação serem maiores. De modo similar, o atendimento do *job* 3 é prejudicado, pois o *job* 4, mesmo tendo a maior  $T_i^{due}$ , é sequenciado antes do *job* 3, em função de seus custos unitários ( $E_4^1$  e  $E_4^2$ ) serem maiores.

Os resultados apresentados na tabela 5.3 foram obtidos ao rodar o modelo W considerando os dados do cenário T02. O Diagrama de Gantt para esta solução é apresentado na figura 5.2. Neste caso, como todos os custos unitários são iguais, observa-se que a sequência da solução inicia pelo *job* 1, pois ele tem a data desejada de atendimento mais cedo. O *job* 3 é programado logo após o *job* 1, pois o tempo de preparação entre os *jobs* 1 e 3 é zero. O *job* 4 foi programado no final da sequência, pois possui a maior  $T_i^{due}$ .

Sequência dos Jobs	$P_i$	$T_i^{due}$	$F^1$	$F^2$	$s_{ij}$	$t_i$	Data Fim Produção	$h_i^1$	$h_i^2$	Custo Antecip.	Custo Atraso	
1	24	0	10	100	0	0	24	0	24	0	2400	
3	30	48			0	24	54	0	6	0	600	
2	30	24			4	58	88	0	64	0	6400	
4	16	87			5	93	109	0	22	0	2200	
										<b>0</b>	<b>11600</b>	
Maior Data de Término (A)				109	Custo Total				11600			
Tempo de Preparação (B)				9								
% (B/A)				8,3%								

Tabela 5.3: Resultados apresentados pelo modelo W para o cenário T02

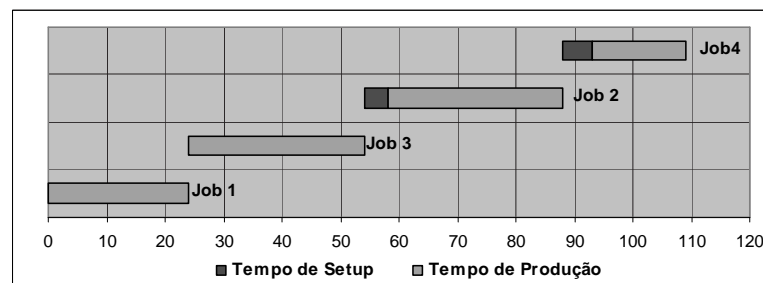


Figura 5.2: Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo W para o cenário T02

O modelo M também foi resolvido para os dados do cenário T02 e, como esperado, a sequência obtida e por consequência os resultados foram idênticos aos apresentados na tabela 5.3 e na figura 5.2, ou seja, os modelos M e W apontam a mesma solução ótima para um mesmo cenário de teste.

A solução obtida pelo modelo W para o cenário T02 (tabela 5.3) aponta a sequência 1-3-2-4, mesmo com  $T_2^{due} < T_3^{due}$ , ao invés de estabelecer a sequência 1-2-3-4, que também é uma solução factível. A motivação para esta solução está relacionada à não existência de tempo de preparação entre os *jobs* 1 e 3. Se a solução apontasse a sequência 1-2-3-4, o tempo de preparação aumentaria de 9 para 14 e o custo total de 11600 para 12900. Isto ocorre, pois no cenário T02 a demanda é maior do que a capacidade, de modo que a redução no tempo de preparação total "disponibiliza" tempo, que pode ser utilizado em operações de produção. Neste exemplo, fica claro que o modelo W reduz o tempo de preparação indiretamente, porém apenas com o objetivo de reduzir o custo total (atraso e antecipação). Raciocínio análogo pode ser feito para o modelo M.

Em determinados momentos, podem ocorrer situações contrárias à do cenário T02 e haver ociosidade do equipamento para o qual as ordens são sequenciadas. Para análise desta situação foi elaborado um novo cenário de testes T03. O cenário T03 possui os mesmos dados do cenário T02, alterando apenas as datas desejadas para término de produção dos *jobs* 1, 2, 3 e 4, de 0, 24, 48 e 87 para 24, 95, 95 e 120, respectivamente, ou seja aumentando o prazo para atendimento de cada *job*, o que torna a capacidade do equipamento superior à demanda para o mesmo período.

O problema apresentado no cenário T03 é resolvido utilizando-se o modelo W, mas os resultados e conclusões seriam os mesmos, caso fosse utilizado o modelo M para resolver o problema T03. O resultado é apresentado na tabela 5.4 e o diagrama de Gantt na figura 5.3, onde percebe-se uma maior data de término igual a 120 e um tempo total de preparação de 14 unidades de tempo. Nota-se também a presença de tempos ociosos, que reduzem a incidência de custos de antecipação, entre a produção do *job* 1 e do *job* 2 e entre os *jobs* 3 e 4, ambos de 3 unidades de tempo.

Uma outra solução possível para o cenário T03, definida sem o auxílio dos modelos desenvolvidos, é apresentada na tabela 5.5 e na figura 5.4. Percebe-se que a sequência foi alterada em relação à solução da tabela 5.4, invertendo a posição na sequência dos *jobs* 2 e 3. Com isso o tempo total de preparação foi reduzido, mantendo o custo total (antecipação mais atraso).

Sequência dos Jobs	$P_i$	$T_i^{due}$	$F^1$	$F^2$	$s_{ij}$	$t_i$	Data Fim Produção	$h_i^1$	$h_i^2$	Custo Antecip.	Custo Atraso	
1	24	24	10	100	0	0	24	0	0	0	0	
2	30	95			4	31	61	34	0	340	0	
3	30	95			4	65	95	0	0	0	0	
4	16	120			6	104	120	0	0	0	0	
										<b>340</b>	<b>0</b>	
Maior Data de Término (A)				120				<b>Custo Total</b>		<b>340</b>		
Tempo de Preparação (B)				14								
% (B/A)				11,7%								

Tabela 5.4: Resultados apresentados pelo modelo W para o cenário T03

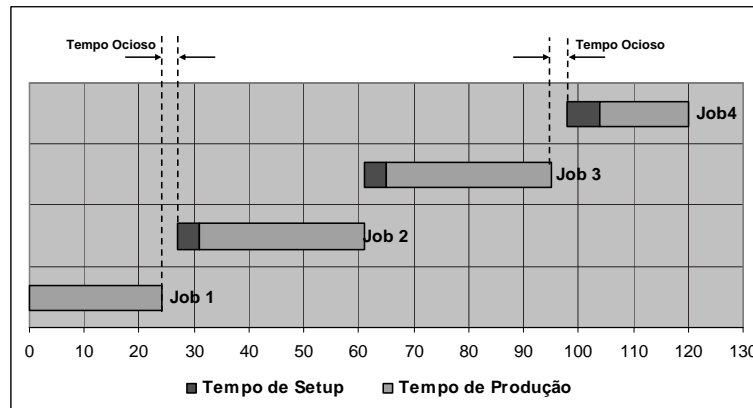


Figura 5.3: Diagrama de Gantt para a sequência apresentada pelo modelo W para o cenário T03

Sequência dos Jobs	$P_i$	$T_i^{due}$	$F^1$	$F^2$	$s_{ij}$	$t_i$	Data Fim Produção	$h_i^1$	$h_i^2$	Custo Antecip.	Custo Atraso	
1	24	24	10	100	0	0	24	0	0	0	0	
3	30	95			0	31	61	34	0	340	0	
2	30	95			4	65	95	0	0	0	0	
4	16	120			5	104	120	0	0	0	0	
										<b>340</b>	<b>0</b>	
Maior Data de Término (A)				120				<b>Custo Total</b>		<b>340</b>		
Tempo de Preparação (B)				9								
% (B/A)				7,5%								

Tabela 5.5: Resultados para o cenário T03 com redução no tempo de preparação e manutenção de custo total

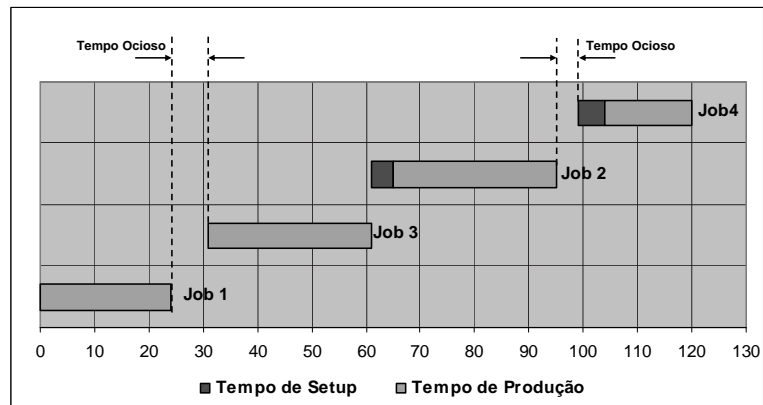


Figura 5.4: Diagrama de Gantt para a sequência apresentada para o cenário T03 com redução no tempo de preparação e manutenção do custo total da solução apresentada na tabela 5.4

Na análise da resposta do modelo W para o cenário T03, observa-se que, em situações de ociosidade, a solução apresentada pode conter tempos ociosos para garantir a mínima incidência de custos de antecipação, o que é desejável em problemas E/T, conforme ressaltado por Baker e Scudder [4]. Entretanto, a solução pode apresentar trocas desnecessárias. A comparação entre os resultados apresentados nas tabelas 5.4 e 5.5 mostra que é possível obter uma solução com um mesmo custo total e um menor tempo de preparação. Esta situação sugere a necessidade de acrescentar na função objetivo uma parcela referente ao custo de preparação, orientando a busca da solução no sentido de minimizar o custo de antecipação, atraso e preparação. Este assunto é discutido com mais detalhes na seção 5.3.

## 5.2 Resultados computacionais obtidos

Neste trabalho, o desempenho dos modelos é avaliado através do tempo computacional gasto para obtenção da solução ótima. Para tal a variável de maior interesse, segundo Coleman [7], é o tamanho do problema, que pode ser definido pelo número de *jobs* a serem sequenciados. Deste modo, foram criados cenários de teste com um número de *jobs* crescente, para verificar como os modelos M e W se comportam com o aumento do tamanho do problema.

O desempenho dos modelos na resolução de problemas com um mesmo número de *jobs* pode variar, como consequência de alterações em determinadas características do proble-



ma. Ow e Morton [17] apresentam dois fatores, o fator de atraso e o fator de limite da data desejada, que são importantes para controlar estas variações. O fator de atraso ( $\tau$ ) é uma medida grosseira da proporção de *jobs*, sobre a qual se espera incidir atraso em uma sequência qualquer, e é dado por  $\tau = 1 - \overline{T^{due}} / (n * \overline{P})$ . O fator de limite da data desejada ( $R$ ) é usado para controlar a faixa de variação da distribuição da data desejada em torno da média.

Um outro ponto destacado por Ow e Morton se refere à relação entre os custos de atraso e antecipação ( $\phi$ ), onde o custo de antecipação é definido como uma fração do custo de atraso, sendo possível variar esta fração para definir cenários de teste diferentes.

Os cenários foram gerados usando os mesmos parâmetros utilizados por Coleman [7], que também foram baseados no trabalho de Ow e Morton [17]. Nas pesquisas de Zhu e Heady [25] e Balakrishnan *et al* [5], de modo similar, direto ou indireto, o trabalho de Ow e Morton também é utilizado como referência.

Cada cenário é composto por um número de *jobs* a serem sequenciados. Cada *job* possui um tempo de processamento  $P_i$ , definido com base em uma distribuição normal com  $\mu = 1$  e  $\sigma = 0,2$ . A data desejada de término da produção  $T_i^{due}$  para cada *job* é definida com base em uma distribuição uniforme, que tem como limite inferior  $\overline{T^{due}} - 0,5 * R$  e como limite superior  $\overline{T^{due}} + 0,5 * R$ , onde  $\overline{T^{due}} = n * \overline{P} * (1 - \tau)$ , sendo  $\tau$  igual a 0,1, 0,5 ou 0,7 e  $R$  igual a 0,2 ou 1,0. Os tempos de preparação  $s_{ij}$  são definidos com base em uma distribuição normal com  $\mu = 1$  e  $\sigma = 0,2$ .

O custo por unidade de tempo de atraso é definido com base em uma distribuição uniforme com limites inferior e superior iguais a 0 e 5. O custo de antecipação é definido como uma fração  $\phi$  do custo de atraso, sendo  $\phi$  igual a 0,05 ou 0,25.

Através das variações nos valores de  $\tau$ ,  $R$  e  $\phi$  foram gerados 12 cenários de teste para cada conjunto crescente de *jobs*.

Foram definidos cenários de teste idênticos para serem resolvidos pelos modelos M e W. A única diferença são os custos de antecipação e atraso, que, quando aplicados ao modelo M, foram definidos para cada *job* (respectivamente  $E_i^1$  e  $E_i^2$ ), e para serem aplicados ao modelo W, são independente dos *jobs* (respectivamente  $F^1$  e  $F^2$ ). Utilizou-se a média dos valores de  $E_i^1$  e  $E_i^2$ , para definir os valores de  $F^1$  e  $F^2$  de cada cenário.

Os problemas foram resolvidos utilizando o GLPK 4.8 rodando em um microcomputador Pentium 4 com processador de 3,0 GHz e 2,00 GB de RAM. Os resultados da tabela 5.6 apresentam a média dos tempos computacionais gastos para resolver cada cenário pelo modelo M.

Nº de Jobs	Tempo médio de resposta em segundos
06	0,1
07	0,9
08	4,0
09	22,0
10	1987,5

Tabela 5.6: Tempo médio de resposta para o modelo M

Os mesmos cenários criados para serem resolvidos pelo modelo W (com custos iguais para todos os *jobs*) foram resolvidos também pelo modelo M, para permitir uma comparação da performance dos modelos baseados em Manne e Wagner aplicados ao problema estudado. Os resultados apresentados pelos modelos W e M para os cenários com custos iguais para todos os *jobs* são mostrados na tabela 5.7<sup>1</sup>.

Tempo médio de resposta em segundos		
Nº de Jobs	Modelo W	Modelo M
06	0,3	0,2
07	3,1	1,9
08	33,9	24,4
09	727,0	781,1
10	<b>2305,0</b>	

Tabela 5.7: Tempo médio de resposta para os modelos W e M

Para os cenários testados, e considerando os modelos M e W não foi possível resolver problemas com mais de 10 *jobs*, em um tempo computacional razoável. Para cenários com custos de atraso e antecipação iguais para todos os *jobs*, considerando o modelo M não foi possível resolver cenários com mais de 9 *jobs* em tempo razoável, conforme tabela 5.7.

<sup>1</sup>A célula marcada em negrito na tabela 5.7 indica que 4 dos 12 cenários testados para 10 *jobs*, não foram resolvidos em um tempo computacional razoável pelo modelo W.

Os tempos de resposta do modelo M para os cenários com custos diferentes por *job* (tabela 5.6) foram menores que os apresentados pelos modelos M e W para os cenários com custos iguais para todos os *jobs* (tabela 5.7). Este fato pode ocorrer, pois em diversos cenários os custos diferentes direcionam a solução para o ótimo mais rapidamente.

Os resultados obtidos não permitem concluir que o modelo baseado em Manne seja melhor ou pior que o modelo oriundo da formulação de Wagner, no tratamento do problema de sequenciamento de uma máquina com objetivo de minimização do custo total de atraso mais antecipação, com tempo de preparação dependente da sequência de produção e custos por unidade de tempo de atraso e antecipação iguais para todos os *jobs*.

Os resultados encontrados corroboram a conclusão de Coleman [7] de que o tempo de resposta é sensível à dispersão dos valores de  $T_i^{due}$ , representada pelo valor de  $R$ . Quanto menor a dispersão, mais tempo é necessário para obtenção da resposta ótima. A tabela 5.8 apresenta os mesmos resultados da tabela 5.6, porém agora estratificados em função dos diferentes valores de  $R$ , utilizados na criação dos cenários de teste.

Tempo médio de resposta em segundos		
Nº de Jobs	Valor de R	
	0,2	1,0
06	0,17	0,03
07	1,02	0,80
08	4,58	3,45
09	37,13	6,92
10	2.550,37	1.424,62

Tabela 5.8: Comparação entre os tempos médios de resposta para o modelo M em função dos diferentes valores de  $R$

### 5.2.1 Avaliação dos Modelos com Janelas de Tempo

Conforme apresentado no capítulo 4, os modelos desenvolvidos podem tratar o problema considerando janelas de tempo para atendimento do *job*. Para tal são necessárias pequenas alterações em cada modelo (ver subseções 4.2.2 e 4.3.2).

O desempenho dos modelos M.TW e W.TW (com *time windows*) é rapidamente estudado. Para tal são utilizados os mesmos cenários de teste para 8 *jobs* aplicados aos modelos M

e W, porém considerando janelas de tempo ( $r_i$  e  $q_i$ ).

Os valores de  $r_i$  e  $q_i$  foram definidos com base nos respectivos valores de  $T_i^{due}$ , considerando 2 unidades de tempo a menos para cálculo do  $r_i$  e 2 unidades de tempo a mais para cálculo de  $q_i$ . Os resultados são apresentados na tabela 5.9.

Tempo médio de resposta em segundos			
Nº de Jobs	Modelo M.TW	Modelo W.TW	Modelo M.TW com custos Iguais
08	6,0	41,7	25,5

Tabela 5.9: Tempo médio de resposta para os modelos M.TW e W.TW

Comparando os resultados da tabela 5.9 com os resultados das tabelas 5.6 e 5.7 para os cenários com 8 jobs, percebe-se que os tempos de processamento foram maiores para solucionar os problemas com janelas de tempo de atendimento a uma demanda.

Quando se trata de problemas com janelas de tempo, ocorre um acréscimo no número de restrições. Stafford *et al* [20] ressaltam que uma combinação de fatores, como número de variáveis e restrições, a natureza das restrições e a interligação entre as restrições, é o que reflete no tempo de resposta.

### 5.3 Aplicação no Caso Prático

Conforme análise dos testes apresentada na seção 5.1.2, no tratamento de problemas de sequenciamento de empresas cujo custo de preparação do equipamento não seja desprezível, como no caso de uma indústria siderúrgica, quando apenas o tempo de preparação é considerado e como uma restrição, em momentos de ociosidade, as soluções apontadas pelos modelos W e M podem propor um número elevado de trocas, mesmo que sequências com menor tempo total de preparação tenham o mesmo custo total de atraso e antecipação. Este fato pode ser observado ao comparar os resultados apresentados nas tabelas 5.4 e 5.5.

Para evitar estas situações, a opção adotada nesta pesquisa é considerar um custo por preparação como uma parcela a mais na função objetivo do modelo, que passa a minimizar

o custo total composto pelo custos de antecipação, atraso e preparação.

No caso da indústria pesquisada, o custo é proporcional ao tempo de preparação. Assim, para calcular o custo de preparação de uma sequência de produção, uma alternativa é multiplicar o custo de preparação de máquina por unidade de tempo  $E^3$ , pelo tempo total de preparação da sequência.

Para identificar o tempo total de preparação da sequência proposta, uma opção é definir uma variável binária cujo valor é igual a 1, sempre que o *job*  $i$  preceder imediatamente o *job*  $j$ , ou 0, caso contrário. Esta variável é multiplicada pelo respectivo tempo de preparação ( $s_{ij} \forall i, j \in I$  com  $i \neq j$ ), e todos os resultados encontrados são então somados. Na modelagem baseada em Manne (seção 4.2) percebe-se que esta variável binária não é definida. A variável  $y_{ij}$  assume o valor igual a 1 sempre que o *job*  $i$  precede o *job*  $j$ , independente da precedência ser imediata ou não. Já na modelagem baseada em Wagner (seção 4.3), a variável  $w_{ijl}$  é igual a 1, se e somente se o *job*  $i$  precede de modo imediato o *job*  $j$ .

A dificuldade encontrada em acrescentar o custo de preparação na função objetivo dos modelos baseados em Manne, sugere que a modelagem baseada na formulação de Wagner é mais apropriada para tratar os problemas desta natureza. Neste sentido, é proposta uma modificação no modelo W.

### 5.3.1 Um Novo Modelo Considerando Custo de Preparação de Máquina

Para que o custo de preparação de máquina possa ser tratado como critério de minimização, é apresentado um novo modelo, elaborado a partir do modelo W. Para isto, é acrescentada à função objetivo 4.34 a parcela referente a este custo, representada como  $E^3(\sum_{i \in I} \sum_{j \in I, i \neq j} \sum_{l \in L} s_{ij} w_{ijl})$ , onde  $E^3$ , que passa a ser um dado de entrada necessário para o problema, representa o custo por unidade de tempo de preparação. A função objetivo passa a ser definida pela equação 5.1.

$$Z = \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^1 h_l^1 + \sum_{i \in I} \sum_{l \in L} F^2 h_l^2 + E^3 \left( \sum_{i \in I} \sum_{j \in I, i \neq j} \sum_{l \in L} s_{ij} w_{ijl} \right) \quad (5.1)$$

O modelo baseado em Wagner, que soluciona o problema de sequenciamento de uma máquina com tempo de preparação dependente da sequência de produção, com o objetivo de minimizar o custo de antecipação, atraso e preparação, com *jobs* sujeitos a uma data específica para atendimento, é dado então pela função objetivo 5.1 e pelas restrições 4.35, 4.36, 4.37, 4.38 4.40, 4.41, 4.42, 4.43, 4.44, 4.45 e 4.39. Este modelo é chamado de modelo W.S.

Resolvendo o problema apresentado pelo cenário de teste T03, através do modelo W.S, considerando o valor de  $E^3 = 1$ , é obtida a solução apresentada na tabela 5.10. Percebe-se que a solução possui a mesma sequência apresentada no Diagrama de Gantt da figura 5.4. O custo total elevou-se em 9 unidades (349 - 340), em função do custo de preparação acrescentado na função objetivo.

Sequên- cia dos <i>Jobs</i>	$P_i$	$T_i^{due}$	$F^1$	$F^2$	$E^3$	$s_{ij}$	$t_i$	Data Fim Prod.	$h_i^1$	$h_i^2$	Custo Antec.	Custo Atraso	Custo Prepara.
1	24	24	10	100	1	0	0	24	0	0	0	0	0
3	30	95				0	31	61	34	0	340	0	0
2	30	95				4	65	95	0	0	0	0	4
4	16	120				5	104	120	0	0	0	0	5
											<b>340</b>	<b>0</b>	<b>9</b>
Maior Data de Término (A)						120	Custo Total				349		
Tempo de Preparação (B)						9							
% (B/A)						7,5%							

Tabela 5.10: Resultados apresentados pelo modelo W.S para o cenário T03

O modelo passa a considerar o custo de preparação e busca também a sua minimização, porém a influência da preparação na busca da solução ótima depende do custo por unidade de tempo de preparação ( $E^3$ ) e da sua relação com os custos por unidade de tempo de atraso e antecipação, porém esta análise não faz parte do escopo desta dissertação. No exemplo acima  $E^3$  foi definido como 1, abaixo dos valores de  $F^1$  e  $F^2$ , apenas para fins didáticos.

### 5.3.2 Avaliação do Desempenho do Modelo Considerando Custo de Preparação

Para avaliar o modelo W.S, que objetiva minimizar os custos de preparação, antecipação e atraso no atendimento de uma demanda, utilizaram-se os mesmos cenários aplicados ao modelo W, acrescentando o custo de preparação por unidade de tempo  $E^3$ .

Não foram encontradas na literatura referências sobre a definição do custo de preparação, no contexto do problema estudado nesta dissertação. Apenas o trabalho de ten Kate *et al* [21] aborda um problema semelhante, com preparação independente da sequência de produção, porém nos testes realizados pelos autores não existem referências sobre como os valores dos custos de preparação foram definidos.

Definiram-se dois valores para  $E^3$ , o primeiro valor igual a 1 e o segundo igual a duas vezes o valor de  $F^2$ . Considerando os mesmos cenários de teste apresentados na seção 5.2 e os dois valores para o custo de preparação, foram criados 24 cenários de teste para cada conjunto de *jobs*. Os resultados são apresentados na tabela 5.11<sup>2</sup>.

Nº de Jobs	Tempo de resposta médio em segundos
06	0,4
07	2,8
08	20,0
09	<b>247,8</b>

Tabela 5.11: Tempo médio de resposta para o modelo W.S resolver cada cenário

Para os cenários testados, o modelo W.S resolveu problemas com até 09 *jobs*, em um tempo computacional razoável. Não foi verificada, nos resultados, uma correlação entre o aumento do custo de preparação em relação aos custos de antecipação e atraso e um aumento ou redução no tempo de resposta. Contudo, esta observação não é conclusiva. Para uma melhor análise outros testes devem ser aplicados, aumentando-se os valores de custo de preparação por exemplo. Acredita-se que a existência de um custo muito superior aos demais possa agilizar a busca pela solução ótima.

<sup>2</sup>A célula marcada em negrito na tabela 5.11 indica que 2 dos 24 cenários testados para 9 *jobs*, não foram resolvidos em um tempo computacional razoável pelo modelo W.S.

## Conclusão

Os resultados dos testes iniciais mostraram que, em situações de ociosidade, os modelos M e W podem propor trocas desnecessárias. Para evitar estas situações, um novo modelo (W.S) foi proposto na seção 5.3. Entretanto, o modelo W.S, assim como o modelo W, não permitem considerar custos unitários de atraso e antecipação diferentes para cada *job*. Por outro lado, a modelagem baseada em Manne [16] não parece ser indicada para tratar o custo de preparação na função objetivo, embora permita tratar custos dependentes dos *jobs*. Estas considerações abrem espaço para futuras pesquisas, conforme comentado no capítulo final.

Os testes realizados nos modelos M, W e W.S utilizando o GLPK 4.8, mostraram que os modelos resolvem de forma ótima os problemas propostos, mas possuem uma limitação para sua aplicação nos problemas em escala real, decorrente do tempo computacional gasto para busca da solução ótima, característica de problemas NP-completo [13].

Os modelos propostos permitem conhecer e analisar a natureza das soluções ótimas, o que facilita a busca por regras, para aplicação em métodos aproximados, que podem resolver problemas em escala industrial, conforme comentado por Błażewicz *et al* [9], Coleman [7] e Balakrishnan *et al* [5].

As soluções encontradas pelos modelos para determinados cenários de teste em escala reduzida, podem abrir espaço para a avaliação da qualidade das soluções de métodos aproximados existentes, inclusive a solução proposta atualmente pelo algoritmo genético, no caso específico da laminação da usina siderúrgica estudada.

Vale ressaltar que todos os modelos elaborados são bastante sensíveis aos custos unitários definidos ( $E_i^1$ ,  $E_i^2$ ,  $F^1$ ,  $F^2$ , e  $E^3$ ), sendo que a diferença das soluções dos cenários T01 e T02 apresentadas pelo modelo M (tabelas 5.2 e 5.3) confirma esta afirmação. Contudo, não é escopo desta pesquisa analisar como estes valores foram definidos na empresa estudada, nem tão pouco se são adequados ou não, embora este seja um outro campo rico para pesquisa.



# Capítulo 6

## Conclusões

Esta pesquisa teve como interesse o estudo do problema de sequenciamento da produção de uma máquina, com objetivo de atender uma demanda em uma determinada data desejada, minimizando os custos de antecipação e atraso, considerando um tempo de preparação de máquina dependente da sequência de produção. Estas são características do problema específico estudado, o sequenciamento da produção em um laminador de perfis leves de uma usina siderúrgica.

Em face da complexidade do problema de sequenciamento, a busca por modelos quantitativos e métodos de resolução, que configurem uma ferramenta de apoio à tomada de decisão pelos planejadores e programadores de produção, torna uma importância vital na procura por melhores resultados em um ambiente altamente competitivo, onde são exigidas, cada vez mais, reduções de custo e melhorias no nível de serviço percebido pelos clientes.

Neste sentido, vários trabalhos têm sido realizados em todo o mundo. Uma pesquisa bibliográfica mostrou que a maioria dos trabalhos publicados trata o problema através de heurísticas, em função da dificuldade na obtenção de uma solução ótima em um tempo computacional razoável através de um modelo de otimização.

O interesse por esta pesquisa foi despertado devido ao fato do problema ser tratado na empresa estudada através de um algoritmo genético (AG), cuja solução não foi validada por falta de um referencial comparativo. Ademais, a atual formulação do problema na

empresa não considera o custo de antecipação da produção para atendimento de uma demanda. O trabalho publicado por Stafford *et al* [20], somado ao fato de não terem sido encontrados na literatura pesquisada modelos baseados na formulação de Wagner [24] para tratar o problema estudado, estimularam este trabalho.

A partir da análise do problema real, foi possível identificar suas características, que serviram de base para elaboração de modelos que buscassem a sua representação, utilizando programação linear inteira mista.

Inicialmente foram desenvolvidos dois modelos, um primeiro baseado na formulação de Manne [16] (modelo M) e um outro fundamentado no trabalho de Wagner [24] (modelo W). Entretanto, a partir dos resultados obtidos com os primeiros testes, concluiu-se que em situações de ociosidade do equipamento, os dois modelos podem propor um número desnecessário de trocas entre produtos de diferentes famílias, mesmo que uma solução com menor tempo de preparação atinja o mesmo custo total de atrasos mais antecipações. Isto ocorre, porque o tempo de preparação de máquina é considerado como uma restrição do problema, logo sua redução só é proposta quando implicar menores custos de atraso e antecipação, o que não ocorre em situações de ociosidade. Um novo modelo (W.S) foi então proposto, acrescentando o custo de preparação na função objetivo.

A dificuldade em definir uma variável que identifique se dois *jobs* são sequenciados um imediatamente após o outro, para os modelos baseados em Manne [16], sugere que a formulação de Wagner [24] seja mais apropriada para tratar problemas, nos quais o custo de preparação deva ser tratado na função objetivo.

Por outro lado, a modelagem baseada em Wagner não parece ser a mais conveniente para tratar problemas, em que o custo por unidade de tempo de atraso e antecipação é variável de acordo com o *job*. Esta pode ser uma característica importante para várias situações práticas, conforme comentado por Balakrishnan *et al* [5], o que pode limitar o uso dos modelos fundamentados em Wagner.

Desta maneira, oportunidades para futuras pesquisas são identificadas, pois, enquanto a modelagem baseada em Manne [16] dificulta o tratamento do custo de preparação na função objetivo, os modelos W e W.S não permitem tratar custos por unidade de tempo de atraso e antecipação dependentes dos *jobs*.

Entendendo que a importância na definição de custos diferentes por *jobs* reside fundamentalmente na necessidade de priorizar o atendimento a determinadas demandas, uma alternativa a ser estudada seria utilizar o modelo baseado em Wagner, que facilita o tratamento do custo de preparação na função objetivo, porém com janelas de tempo. Neste caso, as janelas de tempo para atendimento de demandas prioritárias poderiam ser definidas mais justas do que aquelas referentes a demandas menos críticas.

Em relação à performance dos modelos desenvolvidos, avaliada de acordo com o tempo computacional gasto para obtenção da resposta ótima, percebe-se que os modelos são capazes de resolver problemas com até 10 *jobs*. Os resultados obtidos não permitem concluir que os modelos baseados em Wagner são mais eficientes do que os modelos oriundos da formulação de Manne, quando aplicados para resolver os mesmos problemas, diferentemente da conclusão de Stafford *et al* [20], para os problemas de minimização da maior data de término (*makespan*) em sequenciamento de *flow-shop* de permutação.

Conforme Błażewicz *et al* [8], Coleman [7] e Zhu e Heady [25], os modelos desenvolvidos, mesmo que limitados para resolução de pequenos problemas, são importantes não apenas para gerar uma base de dados, que permita comparar e validar resultados obtidos através de métodos de resolução aproximados, mas também para gerar conhecimento, que facilite o desenvolvimento métodos aproximados, por exemplo heurísticas, convenientes para tratar problemas reais.

Um estudo de técnicas matemáticas e computacionais para a resolução de problemas de grandes dimensões, como, por exemplo, o método de decomposição de *Benders*, somado ao entendimento do problema real, adquirido nesta pesquisa através dos modelos, das soluções e das análises realizadas, cria um cenário promissor para o desenvolvimento de um método eficaz para a resolução do problema de sequenciamento da produção do laminador na usina siderúrgica estudada.

As análises e conclusões deste trabalho permitem apresentar outros pontos a serem explorados acerca do tema desta dissertação, em futuras pesquisas:

- alteração dos modelos elaborados acrescentando o tempo de preparação inicial ( $s_{0i}$ ), através das restrições  $t_i \geq s_{0i}$  para os modelos baseados em Manne e das restrições  $t_l \geq \sum s_{0i} z_{il}$  para os modelos baseados em Wagner;

- alteração dos modelos considerando diferentes datas de chegada (*release date*) para cada job ( $rd_i$ ), através das restrições  $t_i \geq rd_i$  para os modelos baseados em Manne e das restrições  $t_i \geq \sum rd_i z_{il}$  para os modelos baseados em Wagner;
- alteração os modelos propostos considerando *batch setup*. A forma como os modelos foram elaborados considera uma matriz de tempo de preparação  $n \times n$ , sendo  $n$  o número de *jobs*. O agrupamento dos *jobs* em famílias permite reduzir o tamanho da matriz de preparação, o que provavelmente trará ganhos de tempo computacional para resolução dos problemas. O tratamento de *batch setup* na formulação proposta para os modelos não é trivial.

Vale ainda ressaltar que, na análise do processo de planejamento e programação da produção da indústria siderúrgica estudada, foi verificado que o problema tático de dimensionamento dos lotes de produção (*lot-sizing*) é resolvido de modo não integrado ao problema operacional de sequenciamento da produção (*scheduling*). Esta abordagem pode gerar um plano de produção não factível, na medida que o tempo de preparação consome capacidade produtiva e é dependente da sequência de produção, além de ser um fator importante na determinação dos lotes de produção em função do seu custo. O trabalho aqui apresentado não teve objetivo de tratar o problema de integração das decisões táticas e operacionais, que é foco de várias pesquisas no meio acadêmico, porém, a partir dos modelos apresentados aqui, tendo a empresa estudada como campo de pesquisa, é possível iniciar um estudo que busque a integração destes dois níveis de decisão, o que inclusive poderia permitir a redução do tamanho do problema de sequenciamento a ser resolvido.

## Referências Bibliográficas

- [1] J.N.D. e Aldowaisan T. Allahverdi, A. Gupta. A review of scheduling research involving setup considerations. *OMEGA - The International Journal of Management Science*, (27):219–239, 1999.
- [2] V. Anthony, R. N. e Govindarajan. *Management Control Systems*. MCGraw-Hill / Irwin, Boston, nona edição edition, 1998.
- [3] K. R. Baker. *Introduction to Sequencing and Scheduling*. John Wiley, New York, 1974.
- [4] K.R. Baker and G.D. Scudder. Sequencing with earliness and tardiness penalties: a review. *Operations Research Society of America*, 38(1):22–36, 1990.
- [5] N. Balakrishnan, J.J. Kanet, and S.V. Sridharan. Early/tardy scheduling with sequence dependent setups on uniform parallel machines. *Computers & Operations Research*, 26:127–141, 1999.
- [6] G. R. Bitran and D. Tirupati. *Handbooks in Operations Research and Management Science - Logistics of Production and Inventory*, volume 4, chapter 10 - Hierarchical Production Planning, pages 523–568. Elsevier Science Publishers B.V., 1993.
- [7] Coleman B.J. A simple model for optimizing the single machine early/tardy problem with sequence-dependent setups. *Production and Operations Management*, (2):225–228, 1992.
- [8] J. Błażewicz, M. Dror, and W. Jan. Mathematical programming formulations for machine scheduling: A survey. *European Journal of Operational Research*, 51:283–300, 1991.
- [9] J. Błażewicz, K. H. Ecker, E. Pesch, G. Schmidt, and J. Weglarz. *Scheduling Computer and Manufacturing Process*. Ed. Springer-Verlag, Berlin, 1996.

- [10] E. H. Bowman. The scheduling sequencing problem. *Operations Research*, 7, 1959.
- [11] C. R. V. de Carvalho. *Une Proposition d'Integration de la Planification et l'Ordonancement de Production: Application de la Méthode de Benders*. Phd thesis, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, França, 1998.
- [12] I. G. N. Corrêa, H. L. e Gianesi. *Just In Time, MRPII e OPT Um Enfoque Estratégico*. Atlas, São Paulo, 1995.
- [13] D. S. Garey, M. R. e Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W.H.Freeman and Company, San Francisco, 1979.
- [14] M. C. Goldbarg and H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear - Modelos e Algoritmos*. Campus, 2000.
- [15] I. Harjunkoski and I. E. Grossmann. A decomposition approach for the scheduling of a steel plant production. *Computers and Chemical Engineering*, 25:1647–1660, 2001.
- [16] A. S. Manne. On the job-shop scheduling problem. *Operations Research*, 8:219–223, 1960.
- [17] P.S. Ow and T.E. Morton. The single machine early/tardy problem. *Management Science*, 35(2):177–191, 1989.
- [18] A. H. G. R. Rinnooy Kan. *Machine Scheduling Problems*. Martinus Nijhoff, The Hague, 1976.
- [19] F. Sourd. Earliness-tardiness scheduling with setup considerations. *Computers & Operations Research*, 32:1849–1865, 2005.
- [20] E.F. Stafford Jr, F.T. Tseng, and J.N.D. Gupta. Comparative evaluation of MILP flowshop models. *Journal of the Operational Research Society*, 56:88–101, 2005.
- [21] H.A. ten Kate, J. Wijngaard, and W.H.M. Zijm. Minimizing weighted total earliness, total tardiness and setup costs. Research Report 12, School of Management and Organization, University of Groningen, Holland, 1991.
- [22] F.T. Tseng and E.F. Stafford. Two MILP models for the  $N \times M$  SDST flowshop sequencing problem. *International Journal of Production Research*, 39:1777–1809, 2001.
- [23] T.E. Vollman, W.L. Berry, and D.C. Whybark. *Manufacturing Planning and Control Systems*. McGraw-Hill, New York, 1988.

- [24] H. M. Wagner. An integer linear programming model for machine scheduling. *Naval Research Logistics Quarterly*, 6(2):131–140, 1959.
- [25] Z. Zhu and R.B. Heady. Minimizing the sum of earliness/tardiness in multi-machine scheduling: a mixed integer programming approach. *Computers & Industrial Engineering*, 38:297–305, 2000.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)



[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)