

Modelagem Analítica da Injeção de Bancos Contendo Um e Dois Produtos Químicos em Meios Porosos

PRISCILA MAGALHÃES RIBEIRO

Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro
LABORATÓRIO DE ENGENHARIA E EXPLORAÇÃO DE PETRÓLEO

MACAÉ - RJ
JULHO DE 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Modelagem Analítica da Injeção de Bancos Contendo Um e Dois Produtos Químicos em Meios Porosos

Priscila Magalhães Ribeiro

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO, COMO PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE RESERVATÓRIO E EXPLORAÇÃO.

Orientador: Adolfo Puime Pires, D.Sc.

MACAÉ - RJ
JULHO DE 2008

Modelagem analítica da Injeção de Bancos Contendo Um e Dois Produtos Químicos em Meios Porosos

Priscila Magalhães Ribeiro

DISSERTAÇÃO APRESENTADA AO CENTRO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE ESTADUAL DO NORTE FLUMINENSE DARCY RIBEIRO, COMO PARTE DAS EXIGÊNCIAS PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA DE RESERVATÓRIO E EXPLORAÇÃO.

Aprovada em 09/07/08.

Comissão Examinadora:

Denis José Schiozer (D.Sc, Engenharia de Petróleo) - UNICAMP

André Duarte Bueno (D.Sc, Engenharia Mecânica) - LENEP/CCT/UENF

Vietcheslav Ivanovich Priimenko (Ph.D., Matemática) - LENEP/CCT/UENF

Adolfo Puime Pires (D.Sc, Engenharia de Reservatório) - LENEP/CCT/UENF
(Orientador)

Agradecimentos

A Deus por todas as bênçãos derramadas sobre minha vida.

À minha família, especialmente aos meus amados pais, Ruben e Neiva, razões de minha vida, que sempre estiveram ao meu lado.

À tia Nilse, minha segunda mãe, por todo seu amor e dedicação.

Ao meu orientador e grande amigo Adolfo por todo incentivo, dedicação e constante estímulo. Sua influência ímpar marcará para sempre minha formação acadêmica e profissional. Muito obrigada por todos esse anos de tantos desafios, mudanças e conquistas.

Ao Álvaro Peres, Abelardo Barreto e Mauro Becker que disponibilizaram as condições fundamentais à conclusão desta dissertação.

Aos colegas de trabalho Kato, Aline, Tiago e André que muito me ajudaram na tarefa de conciliar compromissos profissionais e acadêmicos.

Aos amigos que sempre estiveram ao meu lado torcendo e colaborando para a conclusão de mais esta etapa.

Aos professores Denis Schiozer, Viatcheslav Priimenko e André Bueno pela atenção dispensada na avaliação deste trabalho.

Ao LENEP pelo suporte, aos professores e funcionários, em especial à Leia e à Bena.

Sumário

1	Introdução	1
2	Revisão Bibliográfica	5
3	Modelagem Matemática do Deslocamento de Óleo pela Injeção de Água Contendo Produtos Químicos	8
3.1	Modelo Físico-Matemático	9
3.2	Independência entre Termodinâmica e Hidrodinâmica	12
4	Injeção de Bancos de Polímeros em Meios Porosos	16
4.1	Isoterma de Adsorção Linear	17
4.1.1	Fluxo fracionário convexo	19
4.1.2	Fluxo fracionário em forma de “S”	26
4.2	Isoterma de Adsorção Convexa (Langmuir)	34
4.2.1	Fluxo fracionário convexo	38
4.2.2	Fluxo fracionário em forma de “S”	43
4.3	Isoterma de Adsorção Côncava	48
4.3.1	Fluxo fracionário convexo	53
4.3.2	Fluxo fracionário em forma de “S”	59

5	Injeção de Bancos de Água Contendo Dois Produtos Químicos em Meios Porosos	66
5.1	Injeção de Banco de Água Contendo Dois Polímeros	66
5.1.1	Solução do problema auxiliar	68
5.1.2	Solução da equação do levantamento	70
5.2	Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero e Um Surfactante . . .	80
5.2.1	Solução do problema auxiliar	82
5.2.2	Solução da equação do levantamento	82
5.3	Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero e Um Sal	88
5.3.1	Solução do problema auxiliar	90
5.3.2	Solução da equação do levantamento	95
6	Conclusões	100
	Referências Bibliográficas	103
A	Deslocamento de Óleo por Água	107
B	Cálculo de $T(X, \varphi)$	112
B.1	Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero	112
B.1.1	Isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário convexo	112
B.1.2	Isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S” . .	113
B.1.3	Isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo . . .	114
B.1.4	Isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	117
B.1.5	Isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo	119
B.1.6	Isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S” .	121
B.2	Injeção de Banco de Água Contendo Dois Componentes	122

B.2.1	Banco contendo dois polímeros considerando adsorção li-near	122
B.2.2	Banco contendo um polímero e um surfactante	125
B.2.3	Banco contendo um polímero e um sal	126
C	Cálculo do Fator de Recuperação	127
C.1	Injeção de Banco Contendo Um Polímero	127
C.1.1	Isoterma de Henry e fluxo fracionário convexo	127
C.1.2	Isoterma de Henry e fluxo fracionário em forma de “S”	130
C.1.3	Isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo	130
C.1.4	Isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	132
C.1.5	Isoterma côncava e fluxo fracionário convexo	133
C.1.6	Isoterma côncava e fluxo fracionário em forma de “S”	135
C.2	Injeção de Banco de Água com Dois Componentes Químicos	135
C.2.1	Dois polímeros	136
C.2.2	Um polímero e um surfactante	139
C.2.3	Um polímero e um sal	140

Lista de Figuras

3.1	Condições de contorno e inicial nos planos (X, T) e (X, φ)	14
4.1	Injeção de banco de polímeros em meios porosos.	16
4.2	Isoterma de adsorção linear.	18
4.3	Solução do sistema auxiliar no plano $X \times \varphi$	19
4.4	Perfil de concentração governado pela isoterma de adsorção linear.	20
4.5	Fluxo fracionário convexo.	20
4.6	Gráfico da função $F(U, c)$ para $c = 0$ e $c = 1$, fluxo convexo.	21
4.7	Características de U para isoterma linear e fluxo convexo no plano (X, φ)	22
4.8	Caminho da solução para a injeção de banco de polímeros: isoterma linear e fluxo fracionário convexo.	23
4.9	Perfis de U : fluxo convexo e isoterma linear.	24
4.10	Perfis de f (fluxo fracionário da água): fluxo convexo e isoterma linear.	25
4.11	Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção linear e fluxo convexo.	26
4.12	Perfis de saturação e concentração para diferentes volumes injetados (T), fluxo convexo e isoterma de adsorção linear.	27
4.13	Fator de recuperação para isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário convexo.	28
4.14	Fluxo fracionário em forma de “S”.	30
4.15	Gráfico da função $F(U, c)$ para $c = 0$ e $c = 1$, fluxo fracionário em forma de “S”.	30

4.16	Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”	31
4.17	Características de U para o caso de isoterma linear e fluxo em forma de “S” no plano (X, φ)	31
4.18	Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”	32
4.21	Fator de recuperação para isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”	32
4.19	Perfil de saturação para diferentes volumes porosos injetados, fluxo fracionário em forma de “S” e isoterma de adsorção linear.	33
4.20	Caminho da solução no plano $f \times s$	34
4.22	Isoterma de adsorção de Langmuir.	35
4.23	c -características expressas no plano $X \times \varphi$: isoterma de Langmuir.	36
4.24	Perfis de concentração de polímero: isoterma de Langmuir.	38
4.25	Características de U no plano $X \times \varphi$ para isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	39
4.26	Caminho da solução para a injeção de banco de polímero: isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	41
4.27	Perfis de U em função de X e φ para isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	42
4.28	Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	42
4.29	Perfis de saturação em função de X e T para diferentes volumes porosos injetados, isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	43
4.30	Características de U no plano físico auxiliar (X, φ) , isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	44
4.31	Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	46
4.32	Perfis de U para diferentes volumes injetados, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	47

4.33	Características no plano $X \times T$, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	47
4.34	Caminho da solução no plano $f \times s$ para isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	48
4.35	Perfis de saturação para diferentes volumes injetados, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”	49
4.36	Isoterma de adsorção côncava.	50
4.37	Características do sistema auxiliar para o caso de isoterma de adsorção côncava.	50
4.38	Perfis de concentração de polímero para isoterma côncava.	53
4.39	Características de U para o caso de isoterma côncava e fluxo fracionário convexo no plano (X, φ)	54
4.40	Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.	56
4.41	Perfis de U em função de X e φ para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.	57
4.42	Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.	57
4.43	Perfis de saturação e concentração em função de X e T para diferentes volumes porosos injetados, isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.	58
4.44	Fator de recuperação para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.	59
4.45	Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.	61
4.46	Características de U para o caso de isoterma côncava e fluxo fracionário em forma de “S” no plano (X, φ)	62
4.47	Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.	63
4.48	Perfil de saturação para diferentes valores de T , isoterma côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.	64

4.49	Caminho da solução no plano $f \times s$: isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”	65
4.50	Fator de recuperação para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.	65
5.1	Isotermas de adsorção de Henry para os dois polímeros.	68
5.2	Plano físico auxiliar para injeção de banco contendo dois polímeros considerando isoterma de adsorção linear.	69
5.3	Perfis de concentração dos polímeros “1” e “2”: (a) banco ainda sendo injetado; (b) banco sendo deslocado por água sem polímero; (c) separação entre os dois polímeros durante o deslocamento no meio poroso.	71
5.4	Fluxo fracionário convexo como função de s , c_1 e c_2 para o caso de injeção de banco contendo dois polímeros.	72
5.5	Função $F(U, c_1, c_2)$ para diferentes valores de concentração de dois polímeros.	72
5.6	Características de U no plano $X \times \varphi$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.	73
5.7	Caminho da solução do problema da injeção de banco contendo dois polímeros no plano $F \times U$	74
5.8	Perfil de U para o caso da injeção de banco contendo dois polímeros.	76
5.9	Caminho da solução no plano $f \times s$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.	77
5.10	Características no plano $X \times T$ para injeção de banco contendo dois polímeros.	78
5.11	Perfil de saturação para o caso da injeção de banco contendo dois polímeros.	79
5.12	Fator de recuperação de um reservatório submetido à injeção de banco de água contendo dois polímeros.	79
5.13	Plano físico auxiliar do problema da injeção de água contendo polímero e surfactante.	83
5.14	Perfil de concentração de polímero para a injeção de banco contendo polímero e surfactante.	83
5.15	Fluxo fracionário em função da concentração de surfactante (1) e polímero (2).	84

5.16	Características de U no plano físico auxiliar para a injeção de banco de água contendo surfactante e polímero.	84
5.17	Caminho da solução no plano $F \times U$ para a injeção de banco de água contendo 1 polímero e 1 surfactante.	85
5.18	Perfis de U para diferentes valores de φ para injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.	86
5.19	Características no plano $X \times T$ para a injeção de banco de polímero e surfactante.	86
5.20	Perfis de saturação e concentração de polímero para diferentes valores de T na injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.	87
5.21	Fator de recuperação para a injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.	88
5.22	Isoterma de adsorção do polímero em presença de sal.	89
5.23	c -características no plano físico auxiliar para a injeção de banco de água contendo polímero e sal.	92
5.24	Perfis de concentração de polímero (1) e sal (2) para 3 diferentes valores de φ : (a) banco ainda sendo injetado; (b) banco sendo deslocado por água sem polímero; (c) não existe mais a região (2) no meio poroso.	94
5.25	Fluxo fracionário convexo para o caso de injeção de polímero e sal.	95
5.26	Características de U no plano físico auxiliar para injeção de banco contendo polímero e sal.	96
5.27	Perfis de U para diferentes valores de φ na injeção de banco de água contendo sal e polímero.	97
5.28	Características de saturação no plano $X \times T$	98
5.29	Perfis de saturação e concentração para diferentes valores de T para injeção de banco de água contendo sal e polímero.	99
A.1	Curvas de fluxo fracionário.	108
A.2	Solução gráfica do deslocamento de óleo por água.	109
A.3	Saturação média de água no reservatório para a injeção contínua de água.	110

A.4	Fator de recuperação para a injeção contínua de água.	111
C.1	Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma de Henry e fluxo fracionário convexo.	128
C.2	Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.	131
C.3	Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma côncava e fluxo fracionário convexo.	133
C.4	Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.	136

Lista de Tabelas

- 4.1 Constantes das permeabilidades relativas descritas pela fórmula de Corey. . 30

Nomenclatura

Letras Maiúsculas

A	área da seção transversal [m^2]
F	função da equação do levantamento
J	função de Leverett
L	comprimento do reservatório [m]
M	constante do fluxo fracionário
P	pressão [Pa]
T	número de bancos injetados
T'	volumes porosos injetados
U	função da equação do levantamento
V	velocidade do choque no sistema auxiliar
X	distância adimensional [m/m]
X'	distância adimensional [m/m]

Letras Minúsculas

\tilde{a}	concentração real na fase sólida [Kg/m^3]
a	concentração na fase sólida; adsorção [Kg/m^3]
\vec{c}	vetor de concentração na fase aquosa [Kg/m^3]
c	concentração na fase aquosa [Kg/m^3]
f	fluxo fracionário [$(m/s)/(m/s)$]
k	permeabilidade [m^2]
k_1	constante da isoterma
k_2	constante da isoterma
m	expoente da fórmula de Corey para a permeabilidade relativa ao óleo
n	número de componentes
s	saturação da fase aquosa [%]
\bar{s}	saturação média da fase aquosa [%]
t	tempo dimensional [s]
u	velocidade de fluxo [m/s]
x	comprimento dimensional [m]
y	expoente da fórmula de Corey para a permeabilidade relativa à água

Letras Gregas

α_D	coeficiente de dispersividade
β	constante
γ	densidade
ε_C	coeficiente capilar
ε_D	coeficiente de difusão
ε_T	coeficiente de atraso
λ	autovalor
μ	viscosidade
ξ	variável auto-similar do sistema geral [$\xi = \frac{X}{T}$]
ρ	massa específica [Kg/m^3]
τ	tempo [s]
ϕ	porosidade [%]
φ	potencial
Γ	constante de Henry
Δ	região fechada
$\partial\Delta$	contorno de uma região fechada
Θ	indica transformação de variáveis
Ω	volume (m^3)

Subscritos

B	banco
n	número de componentes
o	óleo
or	óleo residual
p	poço produtor
r	rarefação
$r\pi$	relativo à fase π
R	reservatório
w	água
wi	água irredutível
π	fase

Sobrescritos

-	condição atrás do choque
+	condição à frente do choque
(<i>I</i>)	condição inicial
(<i>J</i>)	condição de injeção

Resumo

O deslocamento de óleo pela injeção de produtos químicos é um método de recuperação avançada que envolve processos físico-químicos de transferência de massa, transição de fases e mudança nas propriedades de transporte. A injeção contínua deste tipo de fluido é um problema de Riemann, cuja solução pode ser obtida através da introdução de uma variável auto-similar. A injeção de um volume finito de água contendo produtos químicos (banco) é uma alternativa economicamente atrativa para aumentar a recuperação de campos maduros, uma vez que a injeção contínua está associada a custos elevados. Por outro lado, do ponto de vista matemático, a injeção de bancos de produtos químicos se torna um problema mais complexo. Este trabalho apresenta a solução analítica da injeção de bancos com um e dois componentes químicos em reservatórios de óleo, considerando efeitos de adsorção, através da separação do sistema de equações em uma equação de transporte (equação do levantamento) e um sistema termodinâmico auxiliar. A solução da parte termodinâmica é totalmente determinada pela isoterma de adsorção e permite prever o comportamento da concentração dos produtos químicos independente das propriedades de transporte. A solução da equação do levantamento envolve a interação entre ondas de diferentes famílias. Para a injeção de bancos de água contendo um polímero, foram adotados três tipos de isotermas de adsorção (Henry, Langmuir e côncava) e funções fluxo fracionário convexa e em forma de “S”. Os resultados evidenciam o efeito que o tipo de isoterma de adsorção exerce sobre o fluxo do banco no meio poroso. Três diferentes casos de injeção de banco com dois componentes foram analisados: dois polímeros, um polímero e um surfactante e um polímero e um sal, considerando fluxo fracionário convexo. Além disso, foi demonstrada a eficiência dos métodos estudados através da antecipação do fator de recuperação quando comparado com a injeção contínua de água.

Palavras chave: engenharia de reservatórios, recuperação avançada de petróleo, métodos químicos, injeção banco de polímeros, leis da conservação.

Abstract

Oil displacement by injection of chemical solutions is a Enhanced Oil Recovery method that involves physical-chemical processes of inter-phase mass transfer, phase transition and transport properties changes. The continuous injection of this fluid is a Riemann problem, and the solution can be obtained by the introduction of a self-similar variable. The injection of a finite volume (slug) of water with chemical components is an attractive alternative to improve the recovery of mature oil fields, since the continuous injection could be very expensive. Nevertheless, from the mathematical point of view, the problem becomes much more complex. This work presents the analytical solution of slug injection with one and two chemicals components in an oil reservoir, considering adsorption effects, by splitting the system of equations into a transport equation (lifting equation) and a thermodynamic auxiliary system. The solution of the thermodynamic part is completely determined by the adsorption isotherm and it allows the prediction of chemical flooding regardless of the transport properties. The lifting equation solution involves interaction between waves of different families. Three different kinds of adsorption isotherms (Henry, Langmuir and concave) were adopted for the slug injection of water with one polymer in solution, considering convex and “S” shape fractional flow functions. The results show the effect of the type of adsorption isotherm on the flow of slugs in porous media. Three different cases of slug injection with two components were analysed: two polymers, one polymer and one surfactant and one polymer and one salt, considering convex fractional flow function. Moreover, it was shown the efficiency of the method applied by the recovery factor increase when compared with the continuous injection of water.

Keywords: reservoir engineering, enhanced oil recovery, chemical methods, polymer slug injection, conservation laws.

Capítulo 1

Introdução

A engenharia de reservatórios tem como objetivo retirar o maior volume possível de fluidos do reservatório. Engloba o estudo das características das jazidas, das propriedades das rochas, das propriedades dos fluidos nelas contidos, da maneira como estes fluidos interagem dentro da rocha e das leis físicas que regem o movimento dos fluidos em seu interior, com objetivo principal de maximizar a produção de hidrocarbonetos com o menor custo possível [Thomas, 2001].

O volume de óleo que pode ser retirado de um reservatório é chamado de volume recuperável, e o quociente entre ele e o volume original é conhecido como fator de recuperação. O volume recuperável de um reservatório e seu fator de recuperação não são valores fixos, sofrendo alterações à medida que mais informações a respeito da formação e dos fluidos vão sendo obtidas, além das alterações no quadro econômico [Rosa et al., 2006].

A incorporação de maiores e crescentes reservas de petróleo e gás natural, seja através do desenvolvimento de novas jazidas ou do aumento do fator de recuperação de campos em produção, é uma busca constante da engenharia de reservatórios. Em ambos os casos, os métodos de recuperação secundária e terciária representam um papel importantíssimo para a obtenção dos resultados desejados, especialmente em reservatórios portadores de óleos pesados e/ou muito viscosos, cujo fator de recuperação é baixo se submetidos a processos primários de recuperação.

Devido à tendência ao declínio da descoberta de campos de grandes extensões, grande enfoque tem sido dado ao estudo de métodos de recuperação com o objetivo de desenvolver e aplicar tecnologias que aumentem o fator de recuperação de campos já existentes. Cronologicamente, as etapas da aplicação de métodos de recuperação a um reservatório são denominadas recuperação primária, recuperação secundária e recuperação terciária. A recuperação primária é a produção resultante da atuação da energia natural do reservatório; a secundária busca a manutenção de pressão através da injeção de

fluidos imiscíveis [Lake, 1989] e a recuperação terciária seria um esforço aplicado após a secundária. Existem outras nomenclaturas utilizadas para os métodos de recuperação, como, por exemplo, as baseadas na tecnologia empregada, que classifica os métodos em recuperação convencional e avançada.

A aplicação de um processo de recuperação é muito mais ampla que a simples intervenção em alguns poços, ou seja, a área de atuação é todo o reservatório, independente da simplicidade ou complexidade do método que está sendo utilizado. Os métodos de recuperação convencionais são baseados no comportamento puramente mecânico, onde um fluido é injetado em um reservatório com a finalidade de deslocar o óleo para fora da rocha, fornecendo pressão ao reservatório e ocupando o espaço do óleo deslocado. Neste processo não há qualquer interação de natureza química ou termodinâmica entre os fluidos ou entre fluidos e rocha. Já os métodos de recuperação avançada de petróleo, de uma maneira geral, atuam na interação entre os fluidos injetado e do reservatório e no sistema rocha-fluido para aumentar o fator de recuperação do reservatório.

Com pequenas exceções, os métodos de recuperação avançada de petróleo podem ser classificados em três categorias: térmicos, solventes ou químicos. Os métodos térmicos incluem a injeção de vapor, água quente e combustão “*in situ*”. A injeção de solventes engloba os casos de hidrocarboneto miscível, CO_2 miscível ou imiscível, nitrogênio e gás de combustão (miscível ou imiscível). Estes métodos, de uma maneira geral, atuam reduzindo o óleo residual do reservatório [Gunadi et al., 2005].

Entre os métodos químicos, podemos citar a injeção de polímeros, surfactantes e de produtos alcalinos. Os surfactantes alteram a tensão interfacial entre o óleo e a água, reduzindo as forças capilares e tornando uma fração maior do óleo móvel. A presença de compostos alcalinos na água altera as forças capilares óleo-água e a molhabilidade da rocha. A injeção de água contendo polímeros reduz a mobilidade da fase aquosa, melhorando a eficiência do deslocamento, e é particularmente interessante no caso de reservatórios portadores de óleos viscosos.

Polímeros são moléculas muito grandes, formadas por milhares de blocos que se repetem, chamados monômeros. Os polímeros mais frequentemente utilizados na indústria do petróleo são: *biopolímeros polissacarídeos* e *poliacrilamidas parcialmente hidrolisadas* [Rosa et al., 2006]. A injeção de polímeros tem como objetivo o aumento da eficiência de varrido pela redução da razão de mobilidades, que é a característica mais importante em um projeto de injeção de água. A razão de mobilidades é definida como a relação entre a mobilidade da água injetada, medida na saturação residual de óleo, e a mobilidade do óleo, medida na saturação de água conata. Este fenômeno aumenta a recuperação de óleo, uma vez que aumenta a quantidade de hidrocarbonetos varridos durante a passagem da água com polímero pelo reservatório. A saturação de óleo residual não é reduzida devido ao uso deste método, mas a saturação de óleo remanescente. Uma maior eficiência na

recuperação de hidrocarbonetos constitui o incentivo econômico para o uso deste método [Lake, 1989].

A aplicação dos métodos químicos em campo tem sido intensificada na última década. Sobre a injeção de polímeros, trabalhos foram publicados descrevendo um roteiro para a aplicação do método [Du and Guan, 2004, Kaminsky et al., 2007]. Estes roteiros englobam a seleção do reservatório no qual o método será aplicado, análise da água de injeção, escolha do polímero, testes em laboratório, simulação de reservatório e definição do volume do banco a ser injetado, entre outros. Exemplos de sucesso da aplicação de métodos químicos de recuperação de petróleo podem ser encontrados na China, onde a técnica vem sendo utilizada mais intensamente desde 1999. Há relatos de aumento do volume de óleo recuperado de até 25% [Chang et al., 2006].

Se a injeção de polímeros for considerada aplicável a um determinado reservatório, é necessário analisar uma gama de variáveis com o objetivo de otimizar o processo, como o tipo de polímero, o tamanho do banco e a concentração. A otimização está associada à análise de fenômenos físico-químicos mais complexos, que não aparecem na injeção de água convencional (recuperação secundária). Uma simulação completa da física do fluxo de polímeros no meio poroso requer um modelo da dependência da viscosidade com a concentração de polímeros, reologia da solução, mistura “*in situ*” da solução de polímeros com a salmoura presente no reservatório, degradação térmica, degradação por cisalhamento, adsorção do polímero à rocha reservatório, volume poroso inacessível (exclusão pelo tamanho das macromoléculas na vizinhança da garganta dos poros) e mudanças na permeabilidade relativa devido à adsorção [Littmann, 1988].

No Brasil, a Petrobras implementou três projetos-piloto de injeção de polímeros nas últimas duas décadas [Melo et al., 2002, Melo et al., 2005]. O objetivo foi obter conhecimento prático do processo para uma possível aplicação futura em outros reservatórios ou até mesmo em campos marítimos.

A solução analítica do deslocamento de óleo por água contendo polímeros e bancos de polímeros contribui para o entendimento dos processos químicos de recuperação avançada de petróleo, além de auxiliar a interpretação dos dados obtidos em laboratório. Uma outra aplicação, que também serve de estímulo para a pesquisa de soluções analíticas para sistemas de equações diferenciais parciais hiperbólicas, é a simulação de reservatórios baseada no conceito de linhas de fluxo [Pires, 2003]. O conhecimento do processo pode auxiliar no estágio inicial de produção, quando está sendo decidida a tecnologia, e em estudos de otimização, quando dados geológicos e físicos são insuficientes ou inadequados para uma simulação numérica mais realista do reservatório.

Este trabalho tem ênfase na modelagem matemática e apresenta a solução do problema de fluxo bifásico, injeção de água com espécies químicas em reservatórios de óleo. Será

analisada a injeção de bancos de água contendo um ou dois produtos químicos dissolvidos. Uma motivação econômica para o estudo do problema de injeção finita é o alto custo associado à injeção contínua de água com polímeros, o que pode não ser interessante economicamente.

No capítulo 2, será feita uma breve revisão bibliográfica do problema. O capítulo 3 apresentará a modelagem matemática do processo de injeção de banco de água contendo produtos químicos em reservatórios de óleo. O problema da injeção de água como forma de recuperação secundária é apresentado no Apêndice A.

No capítulo 4, temos as soluções exatas de alguns problemas de injeção de banco de água contendo um polímero. Foram utilizados três diferentes tipos de isotermas de adsorção: isoterma de Henry, de Langmuir e côncava. Para cada uma das três relações de equilíbrio sólido-líquido serão analisados os fluxos fracionários convexo e em forma de “S”.

A solução da injeção de banco contendo dois produtos químicos será apresentada no capítulo 5, considerando os efeitos de adsorção e a interação entre ondas de diferentes famílias. Neste capítulo, será estudada a injeção de banco contendo dois polímeros, um polímero e um surfactante e um polímero e um sal. Foram obtidas as soluções analíticas para todos os casos, validando o método desenvolvido por [Pires, 2003] e o aplicando pela primeira vez à injeção de banco com dois componentes.

Para todos os casos analisados nessa dissertação, a eficiência do método aplicado foi comprovada através da comparação dos fatores de recuperação. Quando comparados à injeção contínua de água, a injeção de banco contendo produtos químicos apresentou um volume recuperado maior em menores volumes injetados.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

O fluxo de fluidos em meios porosos desconsiderando os efeitos de dispersão e os gravitacionais pode ser descrito por sistemas de equações hiperbólicas, que expressam as leis de conservação de massa de cada um dos componentes envolvidos no processo e levam em consideração a natureza do fluxo e a transferência de massa entre as fases [Entov and Voskov, 2000]. O caso unidimensional do deslocamento de óleo por água, considerando fluxo horizontal e imiscível de fluidos incompressíveis, permite solução analítica uma vez conhecidas as curvas de permeabilidade relativas [Buckley and Leverett, 1942].

Os produtos químicos adicionados à água de injeção como método de recuperação avançada normalmente atuam aumentando a viscosidade da água, diminuindo a viscosidade do óleo e diminuindo a tensão interfacial.

No âmbito do deslocamento de óleo por água contendo produtos químicos, os primeiros trabalhos datam do final da década de 50, através do uso de métodos matemáticos recém consolidados. Fayers e Perrine foram pioneiros, apresentando uma análise de sistemas hiperbólicos 2×2 e uma solução particular para a injeção contínua de polímero [Fayers and Perrine, 1959]. Neste trabalho, os autores também analisaram as condições de Rankine-Hugoniot no choque.

Helfferich apresentou a formulação do problema de deslocamento de óleo por soluções multicomponentes (problema de Riemann) [Helfferich, 1981]. Em trabalhos posteriores, podem ser encontradas soluções aproximadas para este tipo de problema [Hirasaki, 1981, Hirasaki, 1982]. Pope publicou estudos do efeito da salinidade da água e da troca iônica no fluxo em meios porosos, sem considerar dispersão, através de sistemas com três equações [Pope et al., 1978] e aplicou a teoria de fluxo fracionário para recuperação avançada de petróleo, levando em consideração a injeção de produtos químicos [Pope, 1980].

O problema da cromatografia multicomponente considerando sistema unidimensional, isotérmico, em equilíbrio local e sem efeitos difusivos foi solucionado utilizando a isoterma

de Langmuir, evidenciando que o sistema termodinâmico se ajusta à teoria matemática de equações quasilineares [Rhee et al., 1970, Rhee et al., 1989]. Entov e Polishchuk analisaram os efeitos de adsorção e difusão no processo de filtração utilizando dados de experimentos laboratoriais [Entov and Polishchuk, 1975].

[Amaefule and Handy, 1982] investigaram experimentalmente o efeito da diminuição da tensão interfacial na permeabilidade relativa óleo/água e concluíram que o deslocamento de óleo por solução de surfactante é dependente de quão efetiva é esta solução em reduzir a tensão interfacial entre a fase aquosa e o óleo. Efeitos da pressão capilar, difusão e não-equilíbrio termodinâmico na estrutura da solução do problema de Riemann foram estudados por [Alishayeva and Entov, 1983], [Bedrikovetsky and Lurie, 1983] e [Barenblatt et al., 1991]. Na vizinhança do choque de concentrações foi obtida a solução tipo onda viajante, a qual resultou na generalização do critério de Oleinik para estabilidade do choque [Oleinik, 1957, Oleinik, 1959].

Lecourtier e Chauveteau descreveram teórica e experimentalmente, desconsiderando adsorção e degradação, os mecanismos que governam o deslocamento de bancos de polímeros através do meio poroso [Lecourtier and Chauveteau, 1984]. O problema matemático que modela o deslocamento de óleo por bancos contendo polímeros gera interação entre ondas e a solução para o caso de um componente foi obtida de forma assintótica, como encontrado em [Bedrikovetsky et al., 1985]. A injeção de dois produtos químicos no banco foi resolvida analiticamente somente quando não ocorrem interações entre os componentes, injetados separadamente em dois bancos sucessivos [Bedrikovetsky, 1993]. O deslocamento de óleo por polímeros considerando não-equilíbrio termodinâmico, assim como a injeção de banco, é um caso não auto-similar [Zazovsky, 1985].

[Pires, 2003] introduziu um potencial associado a leis da conservação, como nova variável independente, no sistema de equações que modela o deslocamento de óleo por água contendo produtos químicos que podem ser adsorvidos no meio poroso. Esta mudança de variáveis separa o sistema original em um sistema auxiliar, de ordem reduzida e apenas contendo parâmetros termodinâmicos, e uma equação que possui parâmetros termodinâmicos e hidrodinâmicos [Pires et al., 2004a, Pires et al., 2004b, Pires et al., 2004c, Shapiro et al., 2004, Pires et al., 2006a]. A abordagem do problema contempla o fato da velocidade de propagação de cada componente no meio poroso depender da isoterma de adsorção, que rege o equilíbrio sólido-líquido, e não das características do meio poroso.

Este procedimento apresenta-se como uma ferramenta eficiente na busca de soluções analíticas para alguns casos que descrevem o fluxo bifásico multicomponente em meios porosos. É aplicável para problemas de deslocamentos imiscíveis [Pires et al., 2006b, Cardoso et al., 2007] e miscíveis [Dutra et al., 2007, Bedrikovetsky et al., 2004]. Porém, no caso da injeção de bancos de polímeros, a transformação de variáveis proposta por

Pires foi aplicada apenas para injeção de banco contendo um polímero cuja isoterma de adsorção é a de Henry [Pires et al., 2006a].

Esta dissertação de mestrado se propõe a aplicar o método desenvolvido por Pires para obter a solução matemática exata do problema da injeção de bancos contendo um polímero para diferentes isotermas de adsorção (Henry, Langmuir e côncava) e formas de fluxo fracionário. Além disso foram resolvidos alguns casos particulares de injeção de bancos contendo dois produtos químicos.

Capítulo 3

Modelagem Matemática do Deslocamento de Óleo pela Injeção de Água Contendo Produtos Químicos

O deslocamento unidimensional de óleo por injeção contínua de água contendo polímeros, considerando-se a adsorção dos mesmos no meio poroso, é descrito por um sistema $(n + 1) \times (n + 1)$ de equações hiperbólicas obtidas a partir de leis de conservação de massa, onde n é o número de componentes na fase aquosa responsável pelo deslocamento do óleo.

Neste trabalho, o reservatório é considerado homogêneo e isotrópico, e está inicialmente saturado por duas fases incompressíveis: óleo e água. Existem n componentes dissolvidos na fase aquosa, e suas mudanças de concentração não afetam a densidade da solução. Além disso, estes componentes podem ser adsorvidos pelo meio poroso (rocha). Adsorção é a adesão de componentes que se encontravam em solução (o adsorvido) a uma superfície sólida (o adsorvente); o grau de adsorção depende da temperatura, da pressão e da área da superfície.

Para modelar matematicamente este processo são necessárias algumas hipóteses simplificadoras, como:

1. Meio poroso homogêneo e isotrópico;
2. Fases incompressíveis e imiscíveis;
3. Equilíbrio local de fases por todo o reservatório;
4. Efeitos de dispersão, capilaridade e gravidade desprezados;

5. Os componentes químicos não se dissolvem no óleo;
6. Saturações e composições iniciais do reservatório uniformes;
7. Concentração de produtos químicos não altera a densidade da água.

3.1 Modelo Físico-Matemático

Consideramos o deslocamento unidimensional de óleo por água contendo n componentes (polímeros, surfactantes, sais etc.) em um reservatório de permeabilidade e porosidade constante, inicialmente saturado com óleo e água.

A lei de Darcy para fluxo bifásico sem efeitos gravitacionais é dada por:

$$u_\pi = -\frac{kk_{r\pi}(s, \vec{c})}{\mu_\pi(\vec{c})} \frac{\partial P_\pi}{\partial x}, \quad \pi = o, w \quad (3.1)$$

onde $\vec{c} = (c_1, c_2, \dots, c_n)$ é o vetor de concentrações dos componentes químicos na água, u_π é a velocidade de fluxo da fase π , k é a permeabilidade absoluta do reservatório, $k_{r\pi}$ é a permeabilidade relativa à fase π , μ_π é sua viscosidade e P_π é a pressão.

Aplicando o balanço de materiais para o caso bifásico (óleo e água) obtemos as seguintes equações:

$$\frac{\partial \rho_w s}{\partial t} + \frac{\partial \rho_w u_w}{\partial x} = 0 \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial \rho_o (1-s)}{\partial t} + \frac{\partial \rho_o u_o}{\partial x} = 0 \quad (3.3)$$

A pressão capilar é dada por:

$$P_o - P_w = \frac{\sigma \cos \theta}{\sqrt{\frac{k}{\phi}}} J(s, \vec{c}) \quad (3.4)$$

onde $J(s, \vec{c})$ é a função de Leverett [Lake, 1989].

A equação de conservação da fase água (equação 3.2) pode ser reescrita combinando-a com a equação de conservação de massa da fase óleo (equação 3.3) e aplicando o conceito de pressão capilar. O resultado está expresso na equação a seguir, onde L é o comprimento do reservatório e as fases são consideradas incompressíveis.

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \frac{\partial f(s, \vec{c})}{\partial x} = -\varepsilon_c \frac{\partial}{\partial x} \left(k_{ro}(s, \vec{c}) f(s, \vec{c}) \frac{\partial J(s, \vec{c})}{\partial x} \right) \quad (3.5)$$

onde

$$\varepsilon_c = \frac{\sigma \cos \theta \sqrt{k} \phi}{\mu_o L u} \quad (3.6)$$

e $f(s, \vec{c})$ é a função fluxo fracionário de água, conforme apresentado no apêndice A.

A conservação de massa de cada componente levando em conta os efeitos de difusão e adsorção real é descrita através das seguintes equações:

$$\phi \frac{\partial (c_i s + \tilde{a}_i)}{\partial t} + \frac{\partial c_i u_w}{\partial x} = -\varepsilon_c \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha_D u s \frac{\partial c_i}{\partial x} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.7)$$

onde α_D é o coeficiente de dispersividade em meios porosos. Sob condições de não-equilíbrio, as concentrações adsorvidas de equilíbrio a_i e reais \tilde{a}_i são diferentes.

Definindo as seguintes variáveis adimensionais

$$X' = \frac{x}{L}, \quad T' = \frac{ut}{\phi L} \quad (3.8)$$

e substituindo a equação para a velocidade da água na equação 3.7 temos:

$$\frac{\partial (c_i s + \tilde{a}_i)}{\partial T'} + \frac{\partial c_i u_w}{\partial X'} = -\varepsilon_c \frac{\partial}{\partial X'} \left(c_i k_{ro}(s, \vec{c}) f(s, \vec{c}) \frac{\partial J(s)}{\partial X'} \right) + \varepsilon_D \frac{\partial}{\partial X'} \left(s \frac{\partial c_i}{\partial X'} \right), \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_D = \frac{\alpha_D}{L} \quad (3.10)$$

A adsorção considerando os efeitos de não equilíbrio pode ser descrita através da seguinte equação:

$$\varepsilon_t \frac{\partial \tilde{a}_i}{\partial T'} = a_i(\vec{c}) - \tilde{a}_i \quad (3.11)$$

$$\varepsilon_t = \frac{\tau u}{L} \quad (3.12)$$

Se o comprimento do reservatório for muito grande em comparação aos demais parâmetros existentes nas equações 3.6, 3.10 e 3.12, os termos ε_c , ε_D e ε_t estão bem próximos a zero. Analisando a equação 3.11, podemos concluir que, nesta situação, as concentrações de equilíbrio são iguais às concentrações reais, equilíbrio puramente termodinâmico.

O deslocamento unidimensional de óleo por água contendo produtos químicos no meio poroso, desconsiderando a dispersão, a compressibilidade das fases e os efeitos gravitacionais é descrito pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial T'} + \frac{\partial f(s, \vec{c})}{\partial X'} = 0 \\ \frac{\partial(\vec{c}s + \vec{a}(\vec{c}))}{\partial T'} + \frac{\partial(\vec{c}f(s, \vec{c}))}{\partial X'} = 0 \end{cases} \quad (3.13)$$

Este sistema é composto por leis de conservação para o volume da fase aquosa e para a massa de cada componente químico, sob condições de equilíbrio termodinâmico (adsorção). Possui como incógnitas a função escalar saturação de água $s(X', T')$ e a função vetorial concentração de produtos químicos na fase aquosa, $\vec{c}(X', T')$. Trata-se de um sistema composto por equações diferenciais parciais de primeira ordem. As equações são classificadas como hiperbólicas, associadas à propagação de sinais a velocidades finitas. A idéia fundamental ligada a este tipo de equação é a noção de uma característica, que é uma curva ao longo da qual os sinais se propagam [Logan, 1994].

A injeção contínua de água contendo n componentes resulta nas seguintes condições inicial e de contorno:

$$\begin{cases} s(X', 0) = s^{(I)}(X') \\ \vec{c}(X', 0) = \vec{c}^{(I)}(X') \end{cases} \quad (3.14)$$

$$\begin{cases} f(0, T') = f^{(J)}(T') \\ \vec{c}(0, T') = \vec{c}^{(J)}(T') \end{cases}$$

No tempo inicial, ou seja, $T' = 0$, o reservatório possui 2 fluidos, água e óleo, sendo a saturação de água inicial $s^{(I)}(X')$ e a de óleo $(1 - s^{(I)}(X'))$. A concentração inicial de produto químico, que este trabalho considera dissolvido apenas na fase aquosa, é $\vec{c}^{(I)}(X')$. No caso de polímeros, por exemplo, não há essa espécie química inicialmente no reservatório, portanto $\vec{c}^{(I)}(X') = 0$. Na posição $X' = 0$, localiza-se o poço injetor, onde apenas água é injetada ($f^{(J)}(T') = 1$), contendo concentração $\vec{c}^{(J)}(T')$ de produtos químicos.

No caso da injeção de um volume finito de água contendo produtos químicos (banco), deslocado por água de concentração nula, o sistema de equações é adimensionalizado em função do volume do banco. As variáveis adimensionais aplicadas ao sistema 3.13 são:

$$X = \frac{x}{\Omega_B/A_R}, T = \frac{ut}{\phi(\Omega_B/A_R)} \quad (3.15)$$

onde Ω_B é o volume do banco a ser injetado, A_R é a área da seção transversal do reservatório, $L = \Omega_R/\Omega_B$ e Ω_R é o volume do reservatório.

As condições que descrevem a injeção de banco são:

$$\begin{cases} s(X, 0) = s^{(I)}(X) \\ c(X, 0) = \bar{c}^{(I)}(X) \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} f(0, T) = f^{(J)}(T) \\ c(0, T) = \bar{c}(T) = \begin{cases} \bar{c}^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \end{cases}$$

No tempo $T = 0$, o reservatório encontra-se em sua condição inicial de saturação e de concentração, sendo esta nula quando se trata da injeção de produtos que não existem normalmente no reservatório, como por exemplo polímeros e surfactantes. Na posição do poço injetor ($X = 0$), a injeção de água contendo produtos químicos se dá até que um volume de banco seja injetado ($T = 1$). A partir deste ponto é injetada água para deslocar o banco.

3.2 Independência entre Termodinâmica e Hidrodinâmica

A partir da conservação da água é possível definir o potencial:

$$\varphi(X, T) = \int_{(0,0)}^{(X,T)} f(s)dT - sdX \quad (3.17)$$

que representa o volume de água que flui através do ponto X durante o tempo T menos o volume de água inicialmente acumulado no intervalo $[0, X]$.

A integral 3.17 é uma função de X e T , independente da trajetória. Ambas as funções $s(X, T)$ e $f(X, T)$ são limitadas, portanto, a integral também é uma função contínua e limitada.

Através da transformação de variáveis independentes:

$$\Theta : (X, T) \rightarrow (X, \varphi) \quad (3.18)$$

o sistema 3.13 é separado em uma equação contendo variáveis hidrodinâmicas e termodinâmicas, chamada de equação do levantamento:

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{s}{f} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{f} \right) = 0 \quad (3.19)$$

e um sistema contendo apenas variáveis termodinâmicas, o sistema auxiliar:

$$\frac{\partial \vec{a}(\vec{c})}{\partial \varphi} + \frac{\partial \vec{c}}{\partial X} = 0 \quad (3.20)$$

O sistema auxiliar 3.20 é composto por n equações e n incógnitas. A mais importante característica desse novo sistema é a independência das n equações da equação do levantamento 3.19, ou seja, a separação dos efeitos termodinâmicos dos hidrodinâmicos [Pires, 2003].

As incógnitas no sistema 3.20 são c_i , $i = 1, 2, 3, \dots, n$. A equação hiperbólica 3.19 contém a incógnita $s(X, \varphi)$ e o vetor $\vec{c}(X, \varphi)$, que é solução do sistema 3.20, uma vez que o fluxo fracionário (f) é função dessas variáveis: $f(s, \vec{c})$.

A transformação de variáveis independentes resulta na separação do sistema original em uma equação e um sistema de ordem menor. O sistema reduzido (auxiliar) contém somente funções termodinâmicas, ao contrário do sistema original, que contém funções termodinâmicas e propriedades de transporte.

A dedução das relações entre as ondas do sistema geral e o auxiliar, bem como as condições de Rankine, Lax e Oleinik são discutidas em [Pires, 2003].

O problema de valor inicial e de contorno 3.13 e 3.14 deve ser mapeado no plano (X, φ) (figura 3.1).

- Condição inicial: $T = 0$

$$\begin{cases} s = s^{(I)} \\ \vec{c} = 0 \\ d\varphi = -s^{(I)} dX \end{cases} \quad (3.21)$$

- Condição de contorno: $X = 0$

$$\begin{cases} s = s^{(J)} \\ \vec{c} = \vec{c}^{(J)} \\ f^{(J)} = 1 \\ d\varphi = f^{(J)} dT \end{cases} \quad (3.22)$$

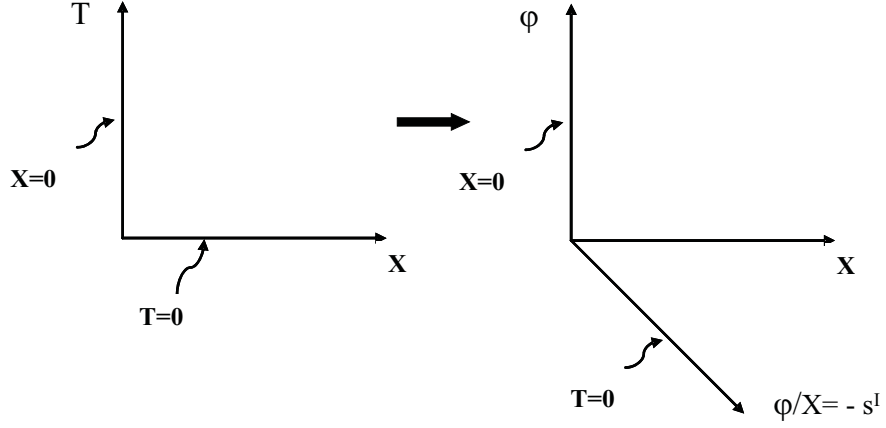


Figura 3.1: Condições de contorno e inicial nos planos (X, T) e (X, φ) .

Para a injeção de banco, as condições de contorno e inicial são dadas por:

$$\begin{cases} s(X, -s^{(I)}X) = s^{(I)}(X) \\ \vec{c}(X, -s^{(I)}X) = \vec{c}^{(I)}(X) \end{cases} \quad (3.23)$$

$$\begin{cases} f(0, T) = f^{(J)}(T) \\ \vec{c}(0, T) = \vec{c}(T) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \end{cases}$$

Admitindo que tanto o sistema auxiliar quanto a equação do levantamento já foram resolvidos em função das variáveis X e φ , e portanto $\vec{c}(X, \varphi)$ e $s(X, \varphi)$ determinados, é possível obter uma relação entre X , T e φ a partir de 3.17:

$$dT = \frac{1}{f(s, \vec{c})} d\varphi + \frac{s}{f(s, \vec{c})} dX \quad (3.24)$$

Integrando a equação 3.24, determina-se $T = T(X, \varphi)$:

$$T = \int \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), \vec{c}(X, \varphi))} + \int \frac{s}{f(s(X, \varphi), \vec{c}(X, \varphi))} dX \quad (3.25)$$

A solução de $\vec{c}(X, T)$ e $s(X, T)$ é obtida a partir da inversão do mapeamento inverso da solução em (X, T) . Para os casos estudados neste trabalho, a existência da transformação inversa é mostrada em [Pires, 2003], definindo um método para solução de alguns problemas de injeção de água contendo produtos químicos em meios porosos:

1. Aplicação do potencial φ ao sistema de equações substituindo a variável T ;

2. Aplicação do potencial φ às condições inicial e de contorno do problema;
3. Solução do problema auxiliar;
4. Solução da equação do levantamento;
5. Mapeamento inverso da solução.

Capítulo 4

Injeção de Bancos de Polímeros em Meios Porosos

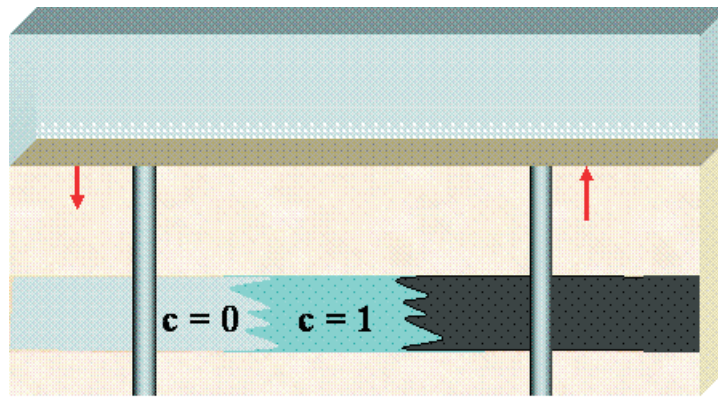


Figura 4.1: Injeção de banco de polímeros em meios porosos.

Este capítulo vai tratar da injeção de uma quantidade finita de água contendo um polímero no meio poroso, ou seja, injeção de banco de polímero: um determinado volume de água contendo um polímero com concentração $c = 1$ (Ω_B) é injetado e em seguida este volume é deslocado pela injeção de água sem polímero, ou seja, $c = 0$. O processo está ilustrado na figura 4.1. Este caso em particular é descrito pelo sistema de equações 4.1 e pelas condições inicial e de contorno 4.4. Vale destacar que as variáveis não são adimensionalizadas em função do tamanho do reservatório, mas sim do tamanho do banco, conforme foi apresentado no capítulo 3. Desta forma, um volume do banco injetado é representado por $T = 1$ em $X = 0$ e o poço produtor está localizado na posição adimensional $X_p = \frac{\Omega_R}{\Omega_B}$.

No caso da injeção de um polímero o sistema original é:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s,c)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial(cs+a(c))}{\partial T} + \frac{\partial(cf(s,c))}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (4.1)$$

o qual, após a mudança de variáveis independentes, é separado na equação do levantamento

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{s}{f(s, c)} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{f(s, c)} \right) = 0 \quad (4.2)$$

e no sistema auxiliar, que se reduz à equação

$$\frac{\partial a(c)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c}{\partial X} = 0 \quad (4.3)$$

As condições inicial e de contorno para a injeção de banco contendo um polímero são:

$$\begin{cases} s(X, -s^{(I)} X) = s^{(I)}(X) \\ c(X, -s^{(I)} X) = c^{(I)}(X) \end{cases} \quad (4.4)$$

$$\begin{cases} f(0, T) = f^{(J)}(T) \\ c(0, T) = c(T) = \begin{cases} 1, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \end{cases}$$

A seguir serão apresentadas as soluções para diferentes isotermas de adsorção e formas de fluxo fracionário. A isoterma de adsorção governa o comportamento termodinâmico, enquanto o fluxo fracionário está intimamente ligado ao comportamento hidrodinâmico, sofrendo também influência da concentração de outros produtos na água.

A isoterma de adsorção é uma relação de equilíbrio entre a concentração de partículas em solução e a concentração aderida à rocha a uma determinada pressão e temperatura [Myers, 2002].

4.1 Isoterma de Adsorção Linear

A isoterma de adsorção linear (figura 4.2), também conhecida como isoterma de Henry, é uma relação de equilíbrio, onde a concentração adsorvida de um componente só depende da concentração do mesmo na fase líquida:

$$a(c) = \Gamma c \quad (4.5)$$

onde Γ é conhecida como constante de adsorção ou constante de Henry.

Podemos reescrever a equação 4.3 como

$$\frac{da(c)}{dc} \frac{\partial c}{\partial \varphi} + \frac{\partial c}{\partial X} = 0 \quad (4.6)$$

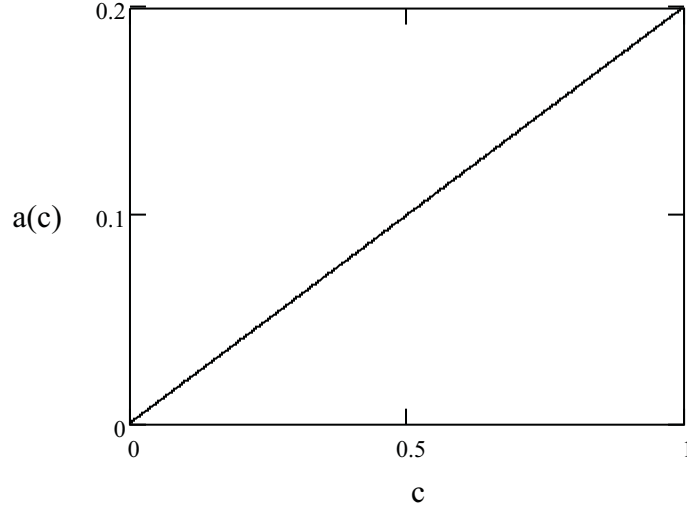


Figura 4.2: Isoterma de adsorção linear.

Aplicando o método das características, temos

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c)}{dc} = \Gamma \quad (4.7)$$

e, portanto, sobre as características:

$$\frac{dc}{dX} = 0, \quad (4.8)$$

ou seja, o valor da concentração de polímero c é constante sobre cada característica.

A partir das condições do problema (3.23), a solução do sistema auxiliar é composta, conforme ilustrado no plano (X, φ) (figura 4.3), por um salto de concentração de $c = 0$ para $c = 1$ em $\varphi = \Gamma X$ e um segundo salto de $c = 1$ para $c = 0$ em $\varphi = \Gamma X + 1$. A interpretação física da solução mostra uma região à frente do banco com concentração igual à existente no reservatório antes do início da injeção, $c = 0$, seguida pelo banco de concentração constante e igual a 1 e este por sua vez deslocado por água sem polímero ($c = 0$).

Analisando o comportamento do banco (figura 4.3), foi verificado que ele cresce até um valor limite dado por:

$$\frac{\Omega_s}{A_R} = \frac{\varphi}{\Gamma} - \frac{\varphi - 1}{\Gamma} = \frac{1}{\Gamma} \quad (4.9)$$

onde A_R é a área da seção transversal do reservatório.

$$c(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \Gamma X \\ 1, & \Gamma X < \varphi \leq \Gamma X + 1 \\ 0, & \Gamma X + 1 < \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.10)$$

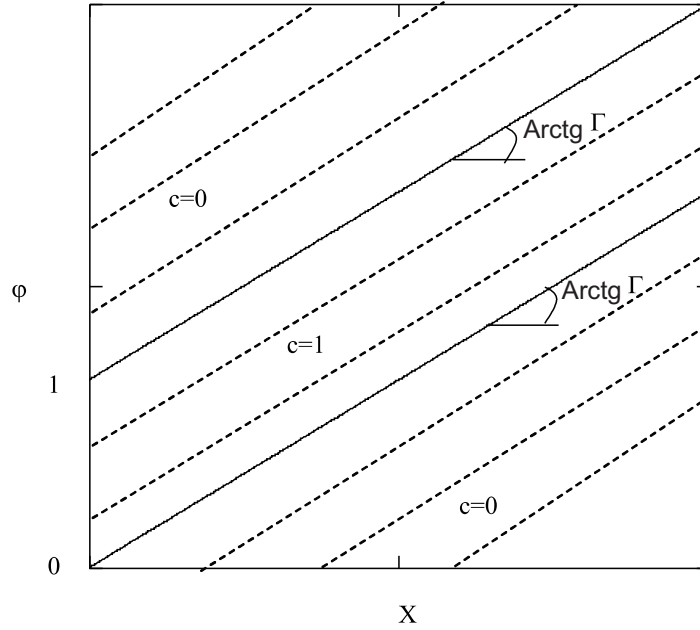


Figura 4.3: Solução do sistema auxiliar no plano $X \times \varphi$.

O perfil de concentração, construído a partir da solução 4.10, está ilustrado na figura 4.4. Este perfil apresenta a distribuição de concentração de polímero no meio poroso em três diferentes situações, onde $\varphi^{(1)} < \varphi^{(2)} < \varphi^{(3)}$:

1. $\varphi^{(1)}$ corresponde a um volume injetado menor que o volume do banco;
2. $\varphi^{(2)}$ correspondente a um volume injetado exatamente igual ao volume do banco, a partir deste ponto começa a injeção de água sem polímero;
3. $\varphi^{(3)}$ é o ponto onde o volume injetado já superou o volume do banco, sendo este deslocado por água de concentração nula de polímero.

Após a solução do problema auxiliar, na qual foi determinado o comportamento termodinâmico, inicia-se a solução da equação do levantamento. Vale destacar que a solução não é mais auto-similar, como no caso de injeção contínua de polímero. Neste trabalho, serão utilizadas duas formas de fluxo fracionário que descrevem o fluxo bifásico de óleo e água contendo polímeros no meio poroso: fluxo convexo e fluxo em forma de “S”.

4.1.1 Fluxo fracionário convexo

Esta seção apresenta a solução da equação do levantamento 4.2 para a isoterma linear e o fluxo fracionário convexo:

$$f(s, c) = \frac{s}{s + (M_0 + M_1 c)(1 - s)} \quad (4.11)$$

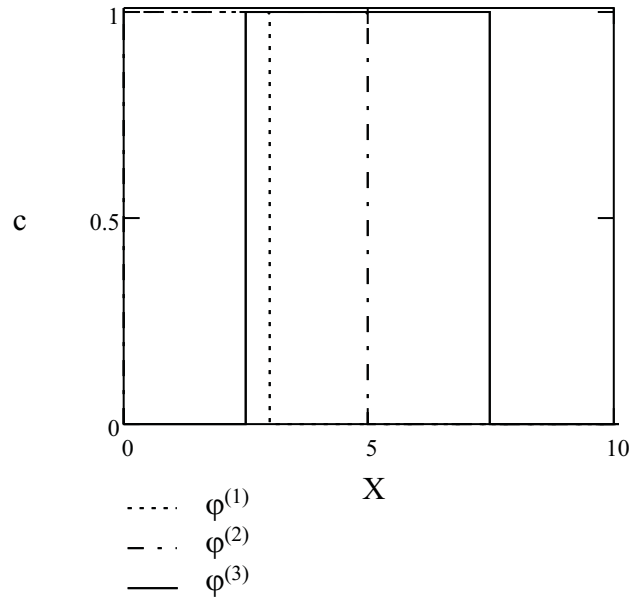


Figura 4.4: Perfil de concentração governado pela isoterma de adsorção linear.

onde M_0 e M_1 são constantes positivas e $0 < c < 1$, $M_0 + M_1 c < 1$.

Como pode ser verificado na figura 4.5, o polímero faz com que a curva de fluxo fracionário seja deslocada para a direita, ou seja, para uma mesma saturação o fluxo fracionário de água é maior para concentração nula do que para a concentração $c = 1$.

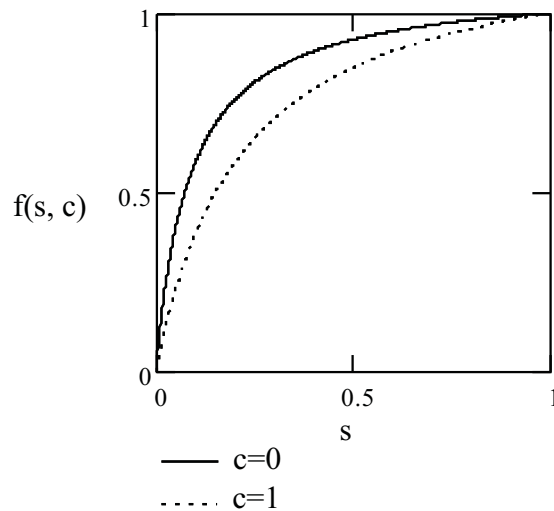


Figura 4.5: Fluxo fracionário convexo.

Sendo $U = 1/f$ e $F = -s/f$, a equação 4.2 pode ser reescrita:

$$\frac{\partial F}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (4.12)$$

e F pode ser expresso como uma função de U e c :

$$F(U, c) = -\frac{(M_0 + M_1 c)U}{(U - 1) + (M_0 + M_1 c)} \quad (4.13)$$

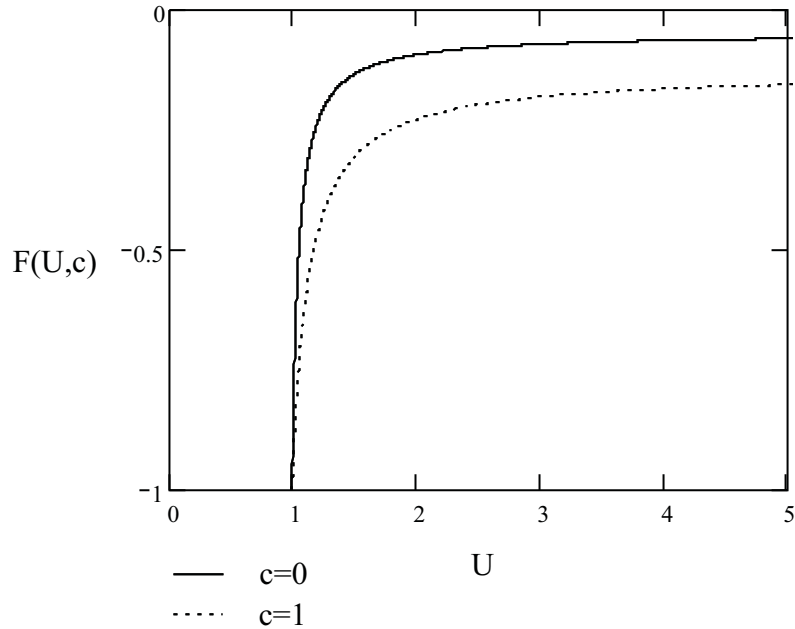


Figura 4.6: Gráfico da função $F(U, c)$ para $c = 0$ e $c = 1$, fluxo convexo.

As condições 4.4 para a nova variável U e função $F(U, c)$ tornam-se:

$$T = 0 \rightarrow \varphi = -s^{(I)} X \rightarrow \begin{cases} c^{(I)} = 0 \\ U \rightarrow \infty \\ F = -M_0 \end{cases} \quad (4.14)$$

$$X = 0 \rightarrow \varphi = f^{(J)} T \rightarrow \begin{cases} f^{(J)} = 1 \\ U = 1 \\ F = -1 \end{cases} \quad (4.15)$$

A figura 4.6 apresenta o comportamento de $F \times U$ para as concentrações nula e unitária.

Neste ponto, podemos resolver todo o problema em termos de F , U e c , e posteriormente determinar s e f através das equações:

$$f = \frac{1}{U} \quad (4.16)$$

$$s = \frac{(M_0 + M_1 c)}{U - 1 + (M_0 + M_1 c)} \quad (4.17)$$

Aplicando a regra da cadeia à equação 4.12:

$$\frac{\partial F}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial F}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (4.18)$$

Pelo método das características:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\partial F}{\partial U} \quad (4.19)$$

e sobre as características

$$\frac{dU}{dX} = -\frac{\partial F}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \varphi} \quad (4.20)$$

onde

$$\frac{\partial F(U, c)}{\partial U} = \frac{(M_0 + M_1 c) - (M_0 + M_1 c)^2}{[(U - 1) + (M_0 + M_1 c)]^2} \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial F(U, c)}{\partial c} = \frac{M_0 U (1 - U)}{[(U - 1) + (M_0 + M_1 c)]^2} \quad (4.22)$$

Para o caso da isoterma linear $\frac{\partial c}{\partial \varphi} = 0$, pois c é constante no interior das regiões definidas anteriormente, portanto:

$$\frac{dU}{dX} = 0 \quad (4.23)$$

ou seja, U é constante sobre as características, que estão ilustradas na figura 4.7.

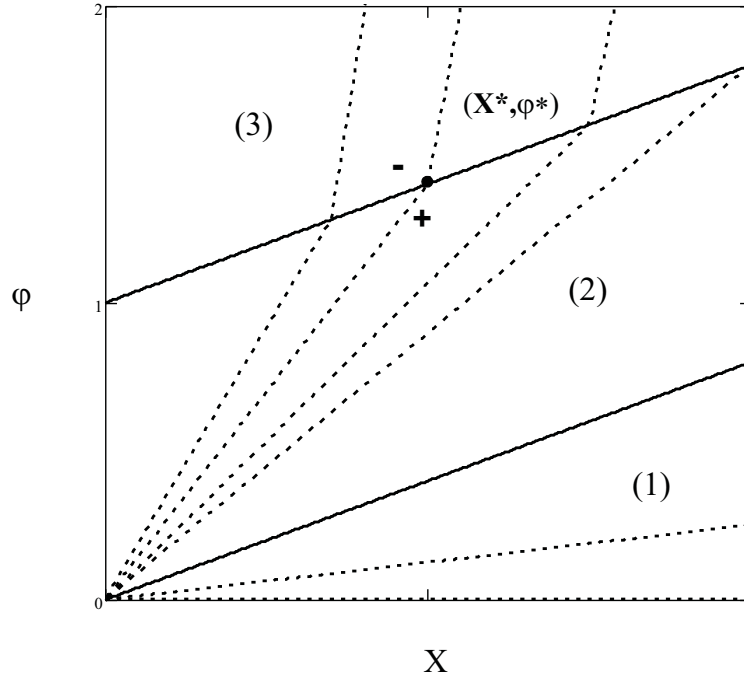


Figura 4.7: Características de U para isoterma linear e fluxo convexo no plano (X, φ) .

Vale observar que a solução é auto-similar apenas para $\varphi < \Gamma X + 1$. Em $\varphi = \Gamma X + 1$ há

um choque de U determinado pelas equações transcendentais:

$$\frac{\partial F(U^+, 1)}{\partial U} = \frac{\varphi^*}{X^*} = \frac{\Gamma X^* + 1}{X^*} \quad (4.24)$$

$$\frac{F(U^+, 1) - F(U^-, 0)}{U^+ - U^-} = \Gamma \quad (4.25)$$

onde U^+ é a solução atrás da onda de choque, na região $c = 1$, e U^- é o valor de U à frente da onda de choque, na região $c = 0$, e (X^*, φ^*) representa um ponto sobre a reta $\varphi = \Gamma X + 1$.

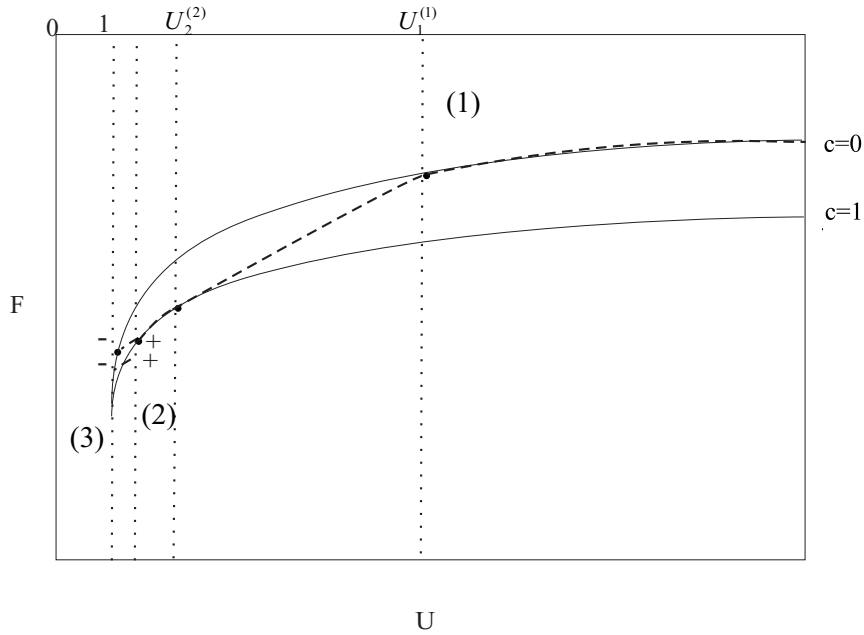


Figura 4.8: Caminho da solução para a injeção de banco de polímeros: isoterma linear e fluxo fracionário convexo.

A figura 4.8 apresenta o caminho da solução no plano $F \times U$. A solução geral $U(X, \varphi)$ pode ser vista na figura 4.9, que apresenta o perfil de U para 3 diferentes estágios de injeção, onde $\varphi^{(1)} < \varphi^{(2)} < \varphi^{(3)}$, lembrando que o volume do banco Ω_B é o mesmo para todos os casos e $\varphi^{(2)}$ representa o momento em que 1 volume do banco é injetado no meio poroso e a partir daí é injetada água sem polímero.

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & -s^I X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma X \\ U_2(X, \varphi), & \Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1 \\ U^-, & \Gamma X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.26)$$

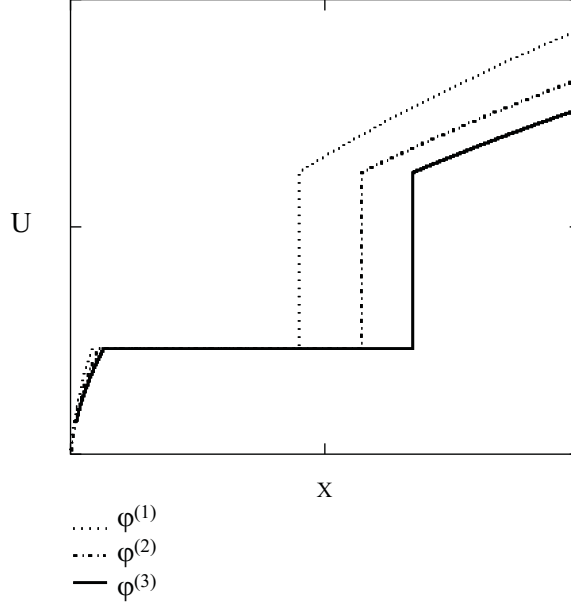


Figura 4.9: Perfis de U : fluxo convexo e isoterma linear.

O valor de $U_1^{(1)}$ é constante e calculado a partir de $U_2^{(2)}$ (valor de U na curva $F(U, 1)$ cuja derivada é igual a Γ) aplicando as equações transcendentais:

$$\frac{\partial F(U_2^{(2)}, c = 1)}{\partial U} = \Gamma \quad (4.27)$$

$$\frac{F(U_2^{(2)}, c = 1) - F(U_1^{(1)}, c = 0)}{U_2^{(2)} - U_1^{(1)}} = \Gamma \quad (4.28)$$

As funções $U_1(X, \varphi)$ e $U_2(X, \varphi)$ são as rarefações de U nas regiões (1) e (2) (figura 4.7), respectivamente. Elas são obtidas através das características (equação 4.19):

$$U_1(X, \varphi) \rightarrow \frac{\partial F(U_1(X, \varphi), c = 0)}{\partial U} = \frac{\varphi}{X} \quad (4.29)$$

$$U_2(X, \varphi) \rightarrow \frac{\partial F(U_2(X, \varphi), c = 1)}{\partial U} = \frac{\varphi}{X} \quad (4.30)$$

Note que $U_1(X, \varphi)$ é obtido pela derivada de F em relação a U na curva de $c = 0$, enquanto $U_2(X, \varphi)$ é obtido pela mesma derivada na curva $c = 1$.

O fluxo fracionário no meio poroso pode ser determinado a partir da relação (figura 4.10):

$$f(X, \varphi) = \frac{1}{U(X, \varphi)} \quad (4.31)$$

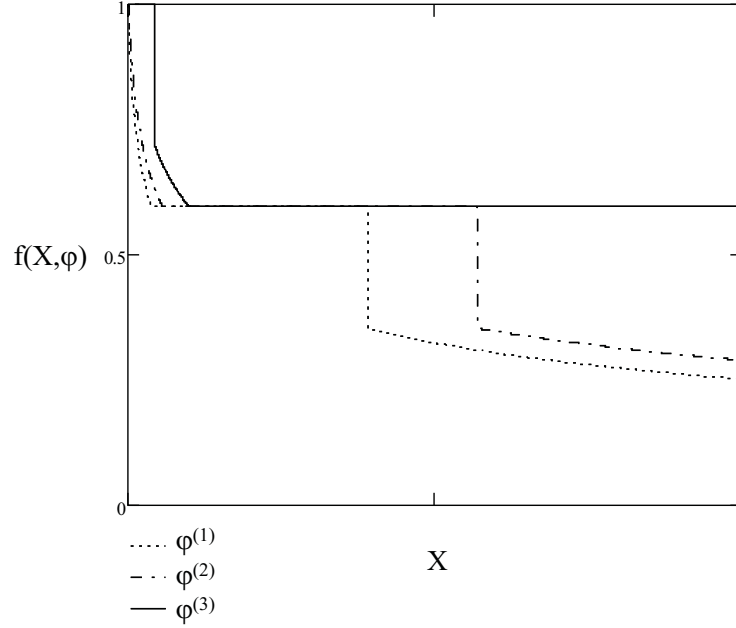


Figura 4.10: Perfis de f (fluxo fracionário da água): fluxo convexo e isoterma linear.

Da mesma forma, a saturação é obtida a partir da solução do sistema auxiliar e da equação do levantamento:

$$s(X, \varphi) = \frac{(M_0 + M_1 c(X, \varphi))}{U(X, \varphi) - 1 + (M_0 + M_1 c(X, \varphi))} \quad (4.32)$$

Combinando 4.10 e 4.26 em 4.32 obtemos a solução da saturação (s) em função de X e φ :

$$s(X, \varphi) = \begin{cases} \frac{M_0}{U_1(X, \varphi) - 1 + M_0}, & -s^I X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ \frac{M_0}{U_1^{(1)} - 1 + M_0}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma X \\ \frac{(M_0 + M_1)}{U_2(X, \varphi) - 1 + (M_0 + M_1)}, & \Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1 \\ \frac{M_0}{U^- - 1 + M_0}, & \Gamma X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.33)$$

Neste ponto do problema tanto a equação do levantamento quanto o sistema auxiliar já estão solucionados. Basta agora retornar ao domínio do tempo aplicando a integração 3.25 para completar a solução do problema. O apêndice B apresenta o cálculo do tempo para cada uma das três regiões da figura 4.11.

Assim $s(X, T)$ e $c(X, T)$ já podem ser determinados: para cada par ordenado (X, φ) temos $c(X, \varphi)$, $s(X, \varphi)$ e $T(X, \varphi)$.

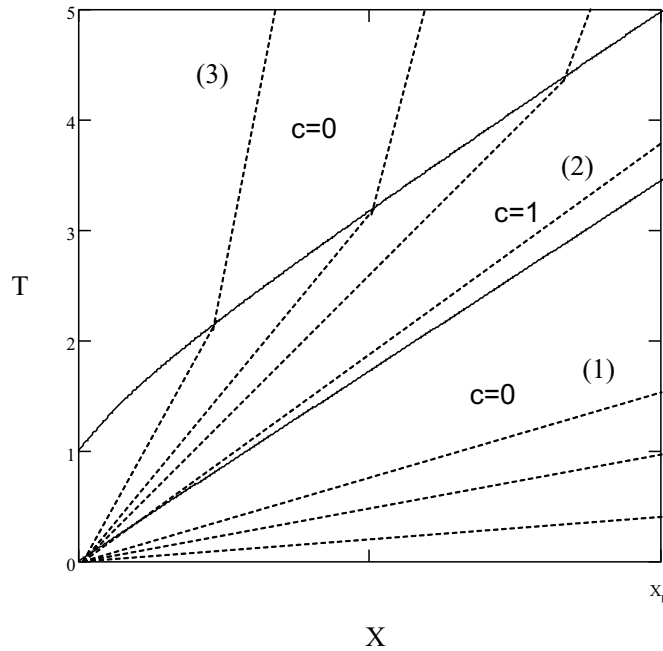


Figura 4.11: Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção linear e fluxo convexo.

A estrutura do deslocamento de óleo por banco de produtos químicos regido pela isoterma linear é composta por (figura 4.11):

1. zona de deslocamento de óleo seguido por um banco de óleo de saturação $1 - s_1^{(1)}$ (região 1);
2. deslocamento do banco de polímero com concentração igual à de injeção (região 2);
3. água sem polímero.

A figura 4.12 apresenta os perfis de saturação e concentração para diferentes volumes injetados.

O fator de recuperação, cujo cálculo detalhado encontra-se no apêndice C, é apresentado na figura 4.13. Fica evidente o maior volume recuperado do reservatório, em menor tempo de injeção, a partir da aplicação do método de recuperação avançada aqui descrito em comparação com a injeção de água pura.

4.1.2 Fluxo fracionário em forma de “S”

Nesta sub-seção será resolvida a equação do levantamento para o fluxo fracionário em forma de “S” (figura 4.14). O efeito da concentração de polímero será aplicado à mudança da viscosidade da água, não alterando nem as propriedades da fase óleo, nem as permeabilidades relativas.

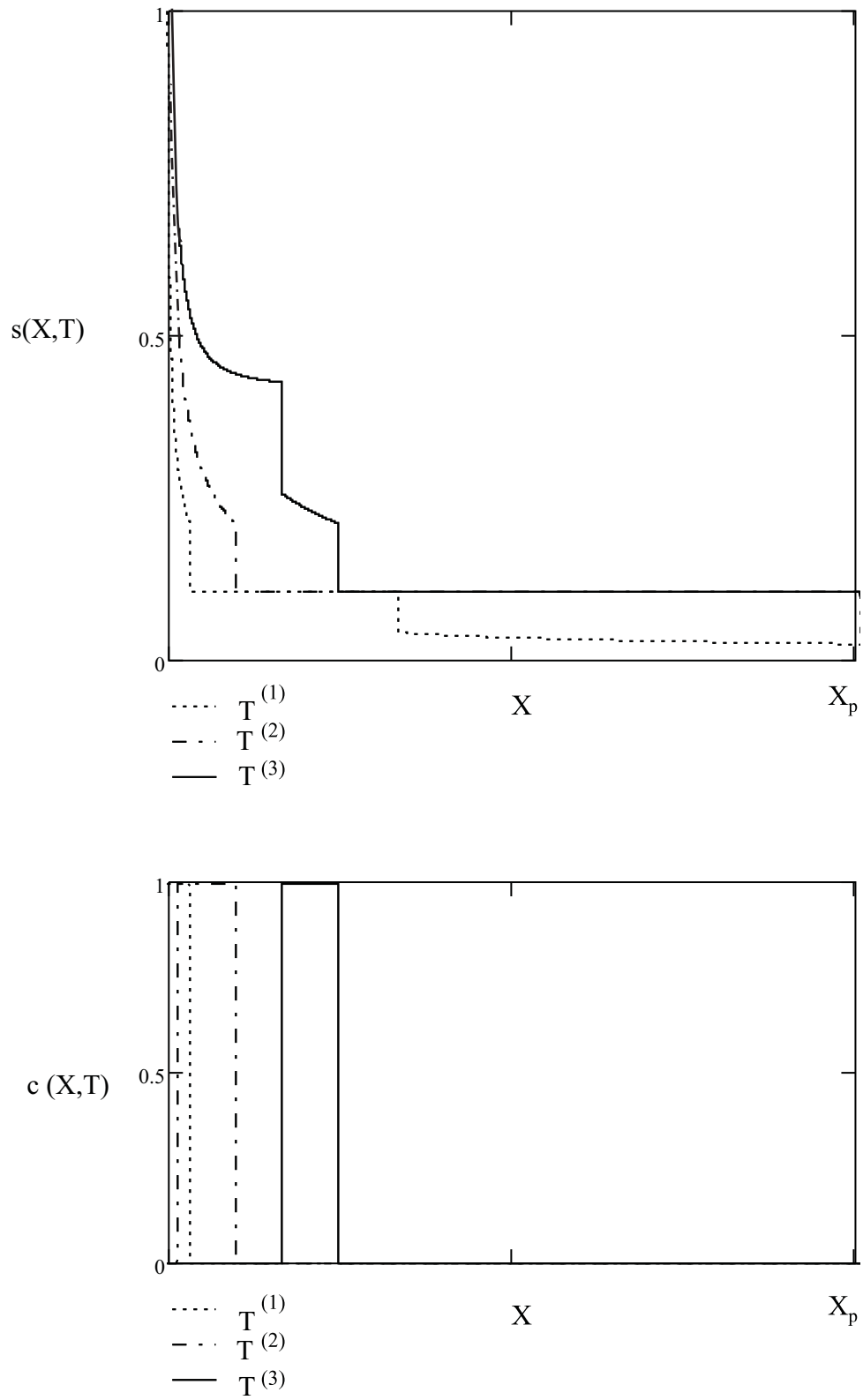


Figura 4.12: Perfis de saturação e concentração para diferentes volumes injetados (T), fluxo convexo e isoterma de adsorção linear.

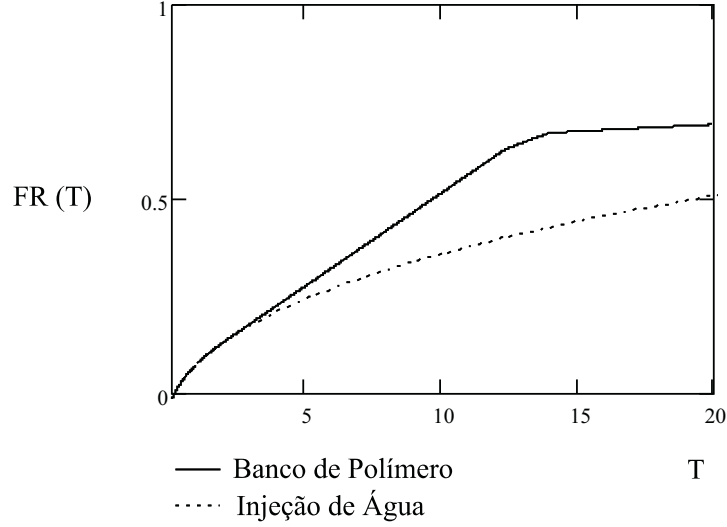


Figura 4.13: Fator de recuperação para isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário convexo.

O fluxo fracionário da água é definido como a razão entre a mobilidade da água e a mobilidade total (mobilidade da água mais a mobilidade do óleo):

$$f(s) = \frac{\frac{k_{rw}(s)}{\mu_w(c)}}{\frac{k_{rw}(s)}{\mu_w(c)} + \frac{k_{ro}(s)}{\mu_o}} \quad (4.34)$$

As permeabilidades relativas são descritas pela fórmula de Corey e os valores das constantes são apresentados na tabela 4.1:

$$k_{rw}(s) = k_{rwor} \left(\frac{s - s_{wi}}{1 - s_{wi} - s_{or}} \right)^y \quad (4.35)$$

$$k_{ro}(s) = k_{rowi} \left(\frac{1 - s - s_{wi}}{1 - s_{wi} - s_{or}} \right)^m \quad (4.36)$$

O aumento da viscosidade da água é linearmente proporcional à concentração de polímero em solução:

$$\mu_w(c) = \mu_w^0(1 + \beta c) \quad (4.37)$$

Da mesma forma como foi feito anteriormente, a equação do levantamento é escrita em função de F e U (equação 4.12). A figura 4.15 apresenta o comportamento da função $F(U, c)$ com a variação de U para $c = 0$ e $c = 1$.

A solução (equação 4.38), cujo caminho está ilustrado na figura 4.16, se dá com um salto da condição inicial ($U^{(l)}$) para a curva $F(U, 0)$ em $U_1^{(1)}$, com velocidade $-s^{(l)}$, deste ponto

há um novo salto com velocidade Γ para a curva $F(U, 1)$ em $U_2^{(2)}$. Sobre a curva $c = 1$ há uma rarefação de U e infinitos saltos para a curva $F(U, 0)$ novamente. A figura 4.17 mostra as características de U no plano $X \times \varphi$, o qual pode ser separado em quatro regiões:

- Região (0) $\rightarrow U$ constante e igual à condição inicial $U^{(I)}$ com $c = 0$;
- Região (1) $\rightarrow U$ constante e igual a $U_1^{(1)}$ com $c = 0$;
- Região (2) $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 1$, onde U varia de 1 até $U_2^{(2)}$ (valor de U sobre a curva $F(U, 1)$ de onde parte o choque de velocidade Γ e sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma X$ no plano $X \times \varphi$);
- Região (3) $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 0$ proveniente do choque que ocorre sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma X + 1$, onde U^- é determinado pelas equações transcendentais 4.24 e 4.25 apresentadas no caso do fluxo convexo.

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(I)}, & -s^I X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma X \\ U_2(X, \varphi), & \Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1 \\ U^-, & \Gamma X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.38)$$

Com o problema auxiliar e a equação do levantamento solucionados, retorna-se ao domínio do tempo, como mostrado no apêndice B. A figura 4.18 mostra as regiões e características no plano $X \times T$. A estrutura do deslocamento de óleo por banco de produtos químicos é composta por uma zona de deslocamento de óleo livre de produção de água, cuja saturação é $(1 - s^{(I)})$ (região 0); seguida de um banco de óleo com saturação $(1 - s_1^{(1)})$ (região 1); posteriormente o banco de polímero (região 2) e este deslocado por água de injeção (região 3). Os perfis de s para $T^{(1)} < T^{(2)}$ são apresentados na figura 4.19 e o caminho da solução no plano $f \times s$ é apresentado na figura 4.20.

O fator de recuperação para este caso é apresentado na figura 4.21 e seu cálculo encontra-se no apêndice C. O aumento do fator de recuperação com a injeção de banco de polímero logo após o início da injeção é notável, e somente vai igualar a injeção contínua de água para grandes volumes injetados ($T \rightarrow \infty$).

Constante	Valor
y	2
m	4
k_{rwor}	0,2
k_{rowi}	0,2
s_{or}	0,1
s_{wi}	0,1

Tabela 4.1: Constantes das permeabilidades relativas descritas pela fórmula de Corey.

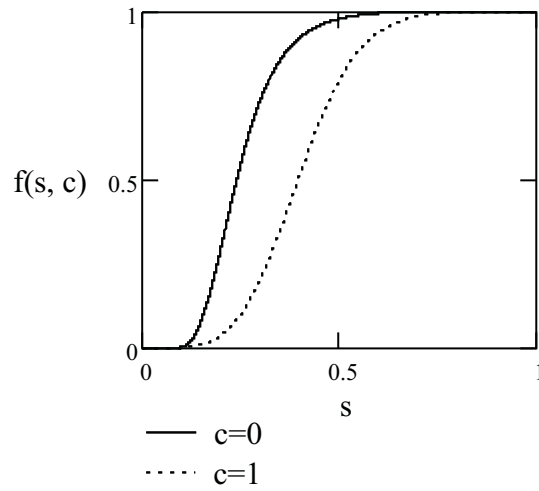


Figura 4.14: Fluxo fracionário em forma de “S”.

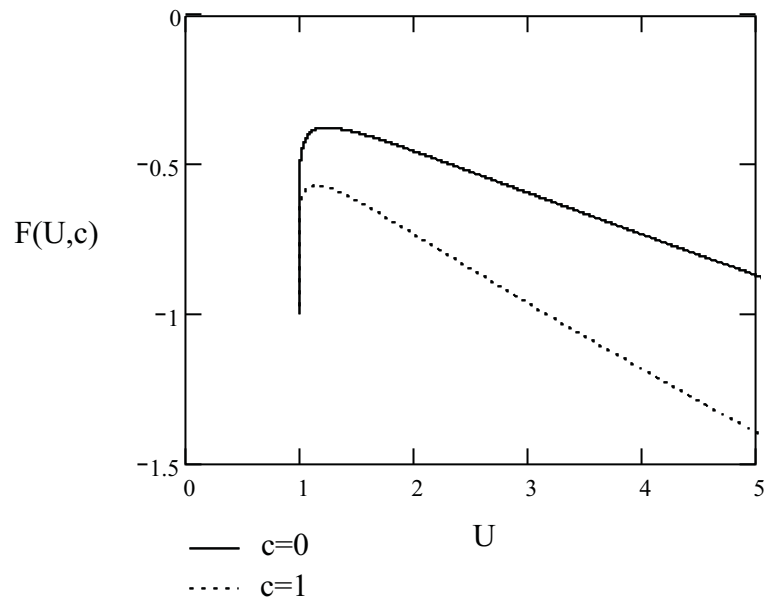


Figura 4.15: Gráfico da função $F(U, c)$ para $c = 0$ e $c = 1$, fluxo fracionário em forma de “S”.

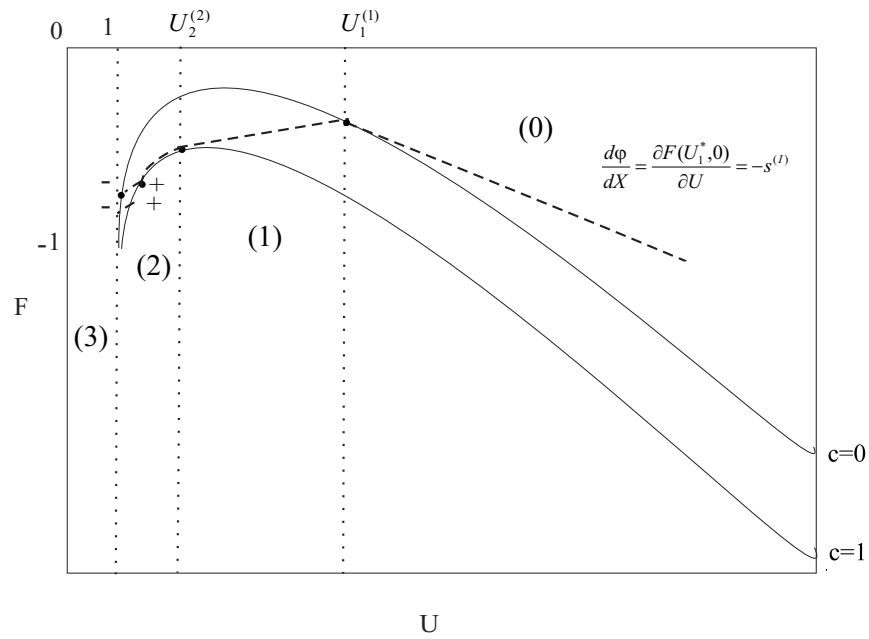


Figura 4.16: Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”.

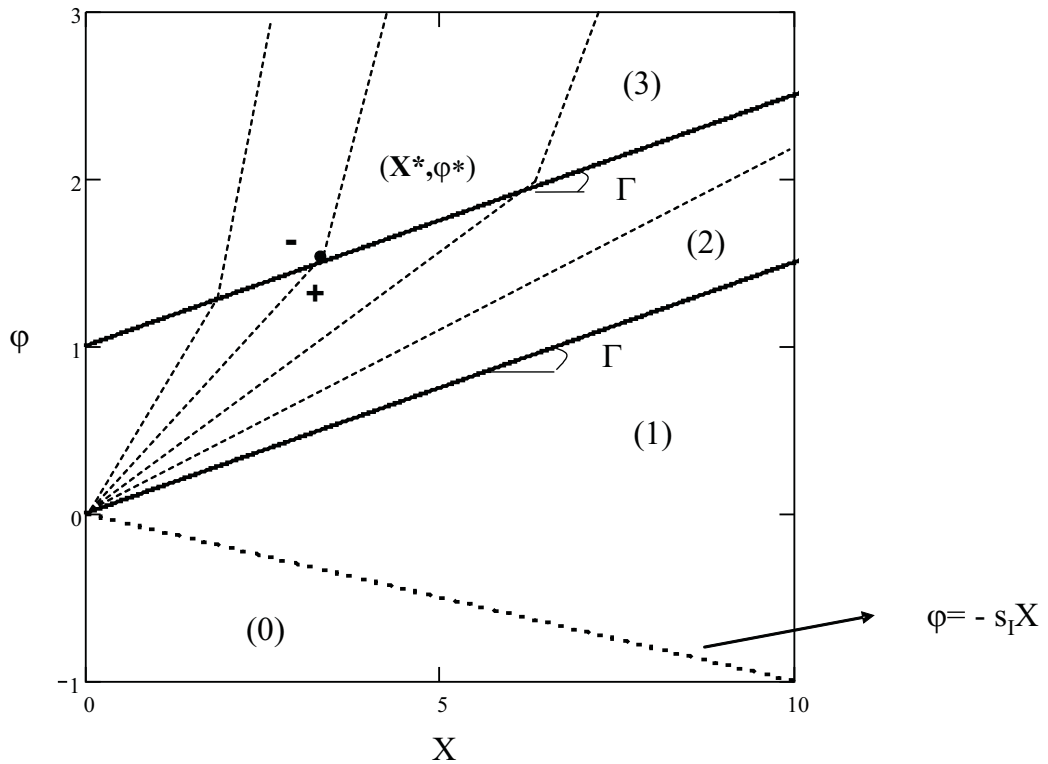


Figura 4.17: Características de U para o caso de isoterma linear e fluxo em forma de “S” no plano (X, φ) .

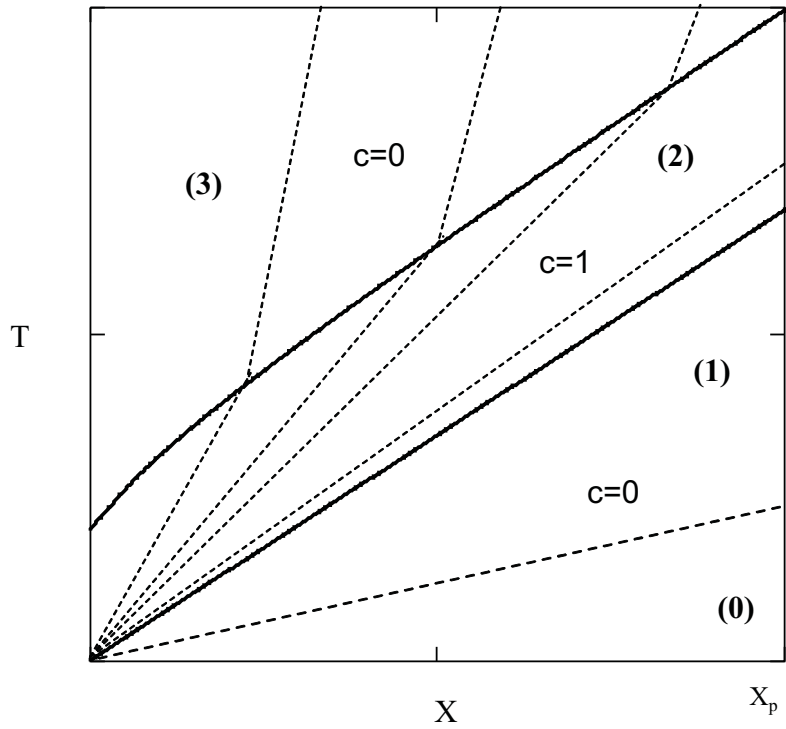


Figura 4.18: Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”.

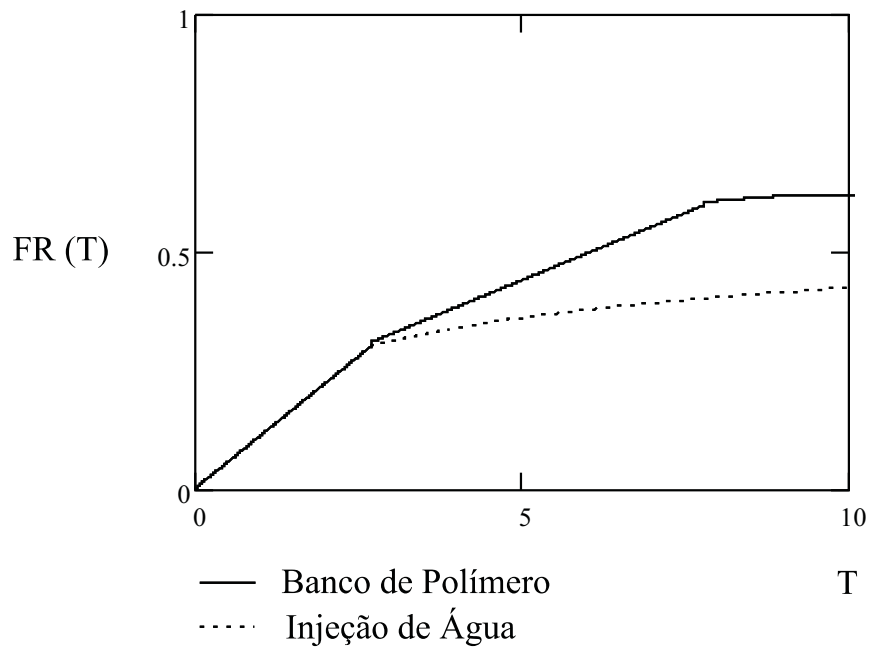


Figura 4.21: Fator de recuperação para isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”.

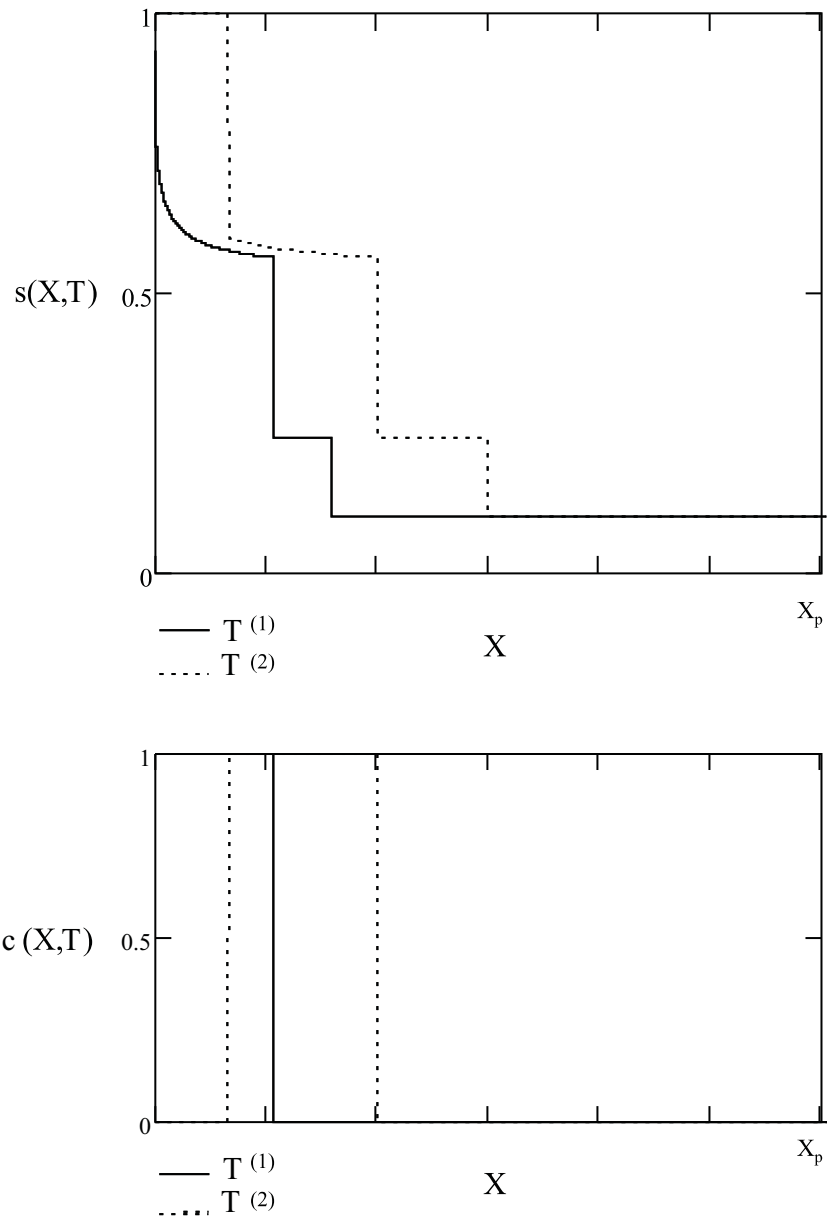


Figura 4.19: Perfil de saturação para diferentes volumes porosos injetados, fluxo fracionário em forma de “S” e isoterma de adsorção linear.

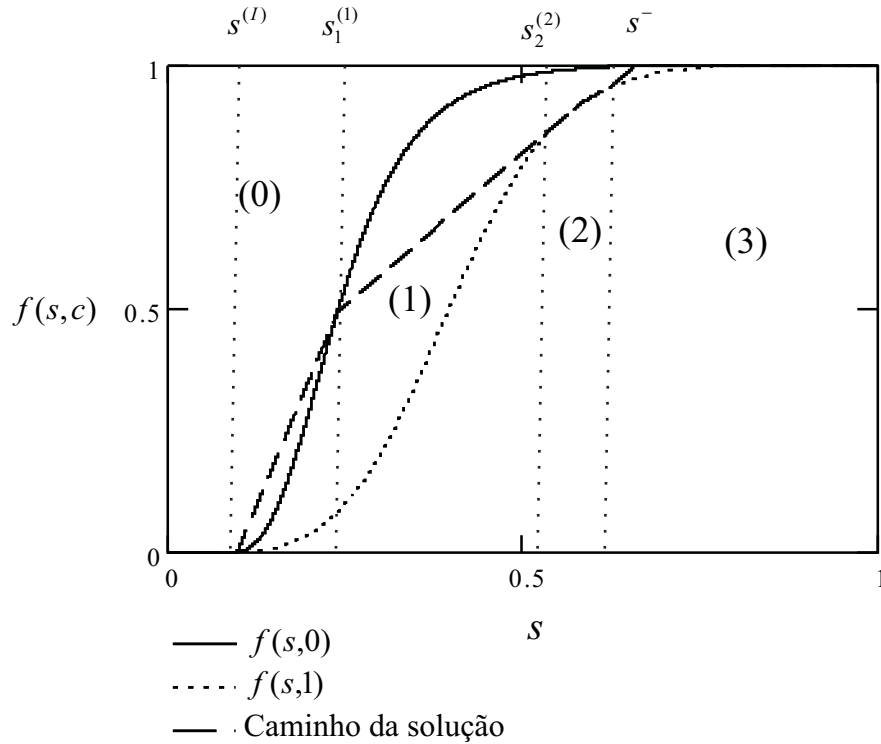


Figura 4.20: Caminho da solução no plano $f \times s$.

4.2 Isoterma de Adsorção Convexa (Langmuir)

Este modelo de isoterma foi desenvolvida por Irving Langmuir em 1916 (figura 4.22). Na teoria original de Langmuir, o máximo de adsorção está limitado à cobertura de uma camada da superfície do sólido.

$$a(c) = \frac{k_1 c}{1 + k_2 c} \quad (4.39)$$

Da mesma forma como na seção 4.1, a solução do problema se inicia pela solução do sistema auxiliar 4.3, porém, para este caso:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c)}{dc} = \frac{k_1}{(1 + k_2 c)^2} \quad (4.40)$$

As características construídas a partir das equações 4.4 e 4.40 estão ilustradas na figura 4.23, onde as linhas contínuas delimitam as regiões de diferentes concentrações e as linhas tracejadas representam as características.

As seguintes regiões podem ser identificadas no plano (X, φ) :

1. Região 1 $\rightarrow c = 0$;
2. Região 2 $\rightarrow c = 1$;

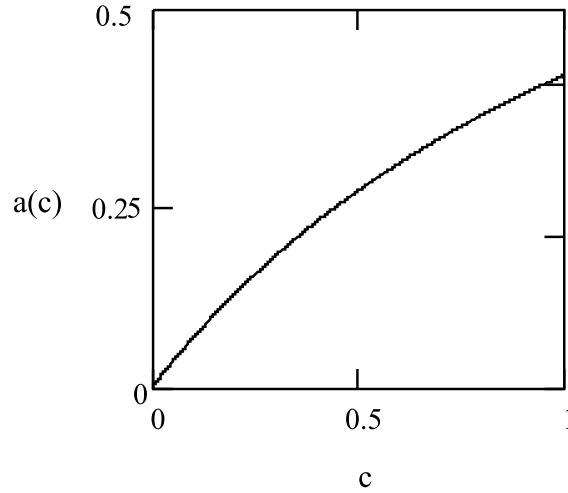


Figura 4.22: Isoterma de adsorção de Langmuir.

3. Região 3 $\rightarrow c$ variando de um até zero, uma c -rarefação;
4. Região 4 $\rightarrow c = 0$.

O valor de c na região da c -rarefação ($c_r(X, \varphi)$), região 3, pode ser determinado a partir da equação 4.40:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\varphi - 1}{X} = \frac{k_1}{(1 + k_2 c_r(X, \varphi))^2} \quad (4.41)$$

Dessa forma $c_r(X, \varphi)$ pode ser determinada através de:

$$c_r(X, \varphi) = \frac{1}{k_2} \left[\left(\frac{k_1 X}{\varphi - 1} \right)^{1/2} - 1 \right] \quad (4.42)$$

A passagem da região 1 para a região 2, cujas inclinações das características são, respectivamente, $\frac{da(c=0)}{dc}$ e $\frac{da(c=1)}{dc}$, se dá através de um choque. De acordo com as condições de Rankine-Hugoniot e respeitando o critério de Lax [Lax, 1957], o choque possui velocidade V .

$$V = \frac{a(c=1) - a(c=0)}{1 - 0} = \frac{k_1}{1 + k_2} \quad (4.43)$$

O limite entre estas duas regiões é a reta $\varphi_1(X)$.

$$\varphi_1(X) = V X \quad (4.44)$$

O limite entre as regiões 2 e 3 também é dado por uma reta, $\varphi_2(X)$ (equação 4.45), marcando o início da rarefação. Do mesmo modo, o final da rarefação e o início da região

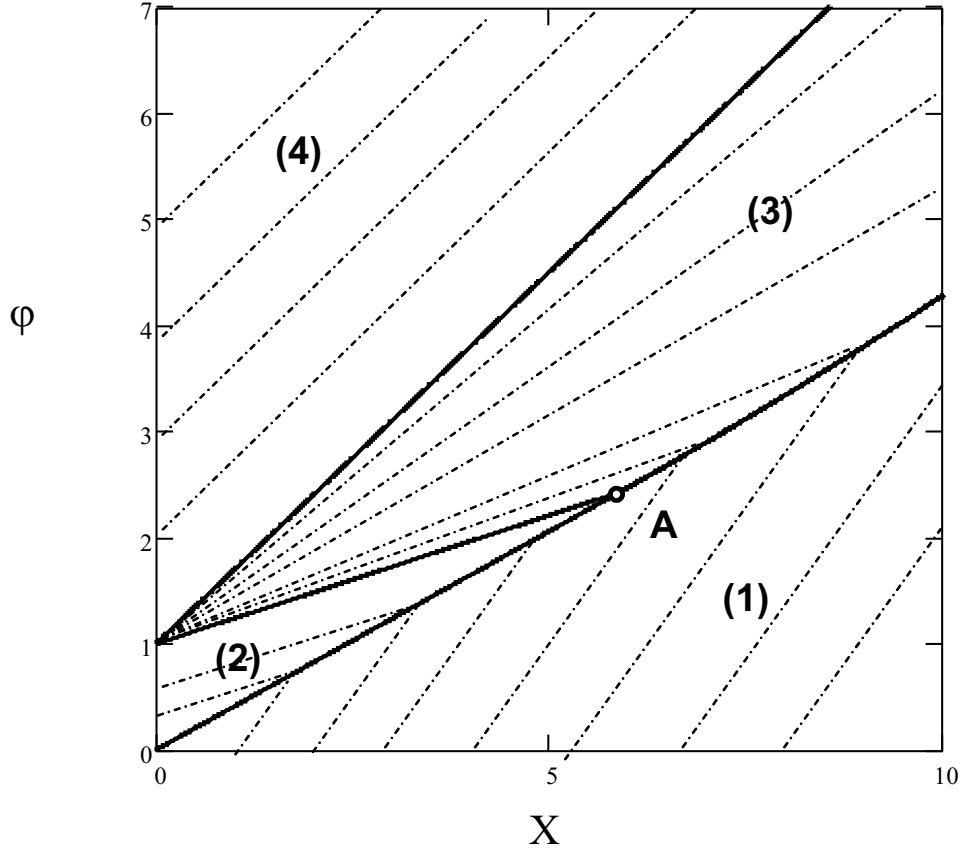


Figura 4.23: c -características expressas no plano $X \times \varphi$: isoterma de Langmuir.

4 é determinado pela reta $\varphi_3(X)$:

$$\varphi_2(X) = \frac{da(c=1)}{dc} X = \frac{k_1}{(1+k_2)^2} X + 1 \quad (4.45)$$

$$\varphi_3(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X = k_1 X + 1 \quad (4.46)$$

Como pode ser observado na figura 4.23, as retas $\varphi_1(X)$ e $\varphi_2(X)$ convergem para o mesmo ponto (ponto A), marcando o fim da região de concentração de polímero constante e igual à de injeção, ou seja, a região de $c = 1$. O ponto A é resultado do encontro da característica de velocidade $\frac{da(c=1)}{dc}$ com o choque de velocidade V , portanto:

$$\frac{k_1}{1+k_2} X = \frac{k_1}{(1+k_2)^2} X + 1 \quad (4.47)$$

$$X_A = \frac{(1+k_2)^2}{k_1 k_2} \quad (4.48)$$

Substituindo X_A (equação 4.48) em $\varphi_1(X)$ ou $\varphi_2(X)$, equações 4.44 e 4.45 respectivamente, obtemos o valor de φ_A :

$$\varphi_A = \frac{1 + k_2}{k_2} \quad (4.49)$$

Para $X > X_A$ não há mais a região 2, ocorrendo um choque de concentração da região 1 para a 3. Como na região 3 a concentração varia com (X, φ) , cada ponto de interação entre as características da região 1 $\left(\frac{da(c=0)}{dc}\right)$ com a região 3 $\left(\frac{da(c_r(X, \varphi))}{dc}\right)$, onde $c_r(X, \varphi)$ é dado pela equação 4.42) terá uma velocidade de choque diferente, dada por:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{[a]}{[c]} = \frac{a(c_r(X, \varphi)) - a(c=0)}{c_r(X, \varphi) - 0} \quad (4.50)$$

$$\frac{d\varphi}{dX} = \sqrt{\frac{k_1(\varphi - 1)}{X}} \quad (4.51)$$

Integrando 4.51 e usando como condição de contorno as coordenadas do ponto A (4.48 e 4.49) obtém-se a curva $\varphi_4(X)$ que separa a região 1 da 3:

$$\varphi_4(X) = k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1) \quad (4.52)$$

Neste ponto todas as concentrações e as curvas que limitam das regiões já estão definidas e, portanto, o problema auxiliar está resolvido:

$$c(X, \varphi) = \begin{cases} c^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ c^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.53)$$

$$c^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ 1, & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ c_r(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ 0, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.54)$$

$$c^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ c_r(X, \varphi), & \varphi_4(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ 0, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.55)$$

A figura 4.24 apresenta o perfil de concentração no meio poroso para o caso da injeção de banco de polímero, de volume fixo, deslocado por água, onde os efeitos termodinâmicos são governados pela isoterma de Langmuir. São apresentados três estágios diferentes da injeção, onde $\varphi^{(1)} < \varphi^{(2)} < \varphi^{(3)}$:

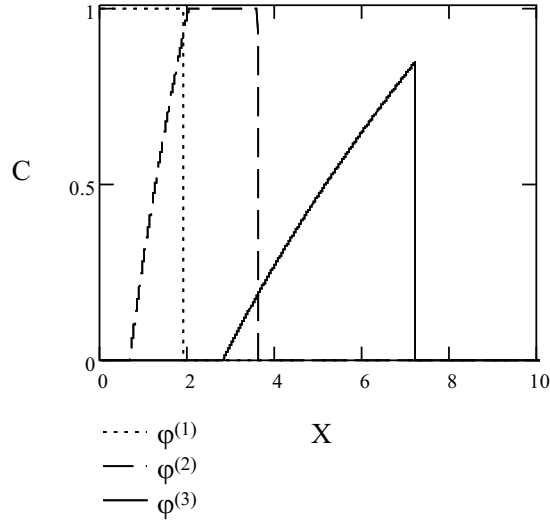


Figura 4.24: Perfis de concentração de polímero: isoterma de Langmuir.

- em $\varphi^{(1)}$ o banco de polímeros ainda está sendo injetado, ou seja, o volume de injeção é menor que o volume do banco ($0 < \varphi^{(1)} < 1$);
- em $\varphi^{(2)}$ o volume do banco de polímeros já foi injetado e está sendo deslocado pela injeção de água de concentração nula, mas ainda existe uma região no meio poroso onde o banco apresenta a concentração igual à de injeção $c = 1$ ($1 < \varphi^{(2)} < \varphi_A$);
- já em $\varphi^{(3)}$ o volume de água que desloca o banco é tal que não existe mais região de concentração de polímero igual à de injeção ($\varphi^{(3)} > \varphi_A$).

Como pode ser observado na figura 4.23, o banco apresenta um comportamento de crescimento ilimitado, onde seu comprimento é dado por:

$$\frac{\Omega_s}{A_R}(\varphi) = \frac{k_2 + 2\sqrt{k_2(\varphi - 1)}}{k_1} \quad (4.56)$$

4.2.1 Fluxo fracionário convexo

Como realizado na seção 4.1, após resolver o sistema auxiliar inicia-se a solução da equação do levantamento 4.2. Utilizando o fluxo fracionário convexo (equação 4.11) será construída a solução da parte hidrodinâmica do problema a partir do comportamento da parte termodinâmica já determinado, sendo este governado pela isoterma de Langmuir.

Neste caso, diferente do linear, $\frac{\partial c}{\partial \varphi}$ não é sempre nulo e U não é constante sobre todas as características. Na região 3, c_r é uma função de (X, φ) e as equações 4.20 e 4.19 podem ser reescritas a partir de 4.13 e 4.42:

$$\frac{dU}{dX} = -\frac{\partial F}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \varphi} = \frac{M_1 U_r(X, \varphi) (U_r(X, \varphi) - 1)}{[U_r(X, \varphi) - 1 + M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)]^2} \left[-\frac{(k_1 X)^{1/2}}{2k_2 (\varphi - 1)^{3/2}} \right] \quad (4.57)$$

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\partial F}{\partial U} = \frac{(M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)) - (M_0 + M_1 c_r(X, \varphi))^2}{[U_r(X, \varphi) - 1 + M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)]^2} \quad (4.58)$$

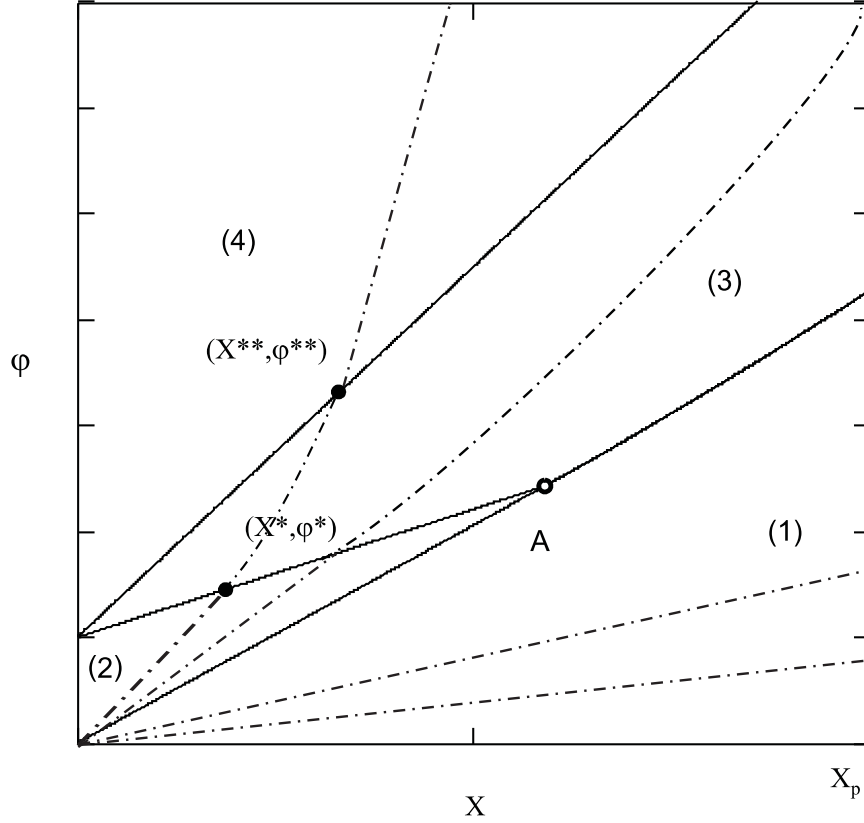


Figura 4.25: Características de U no plano $X \times \varphi$ para isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

A figura 4.25 apresenta as características de U nas regiões identificadas na solução do sistema auxiliar. É interessante destacar que na região 3 ocorre a interação entre duas ondas de diferentes famílias [Rhee et al., 1989]. A solução deste problema é dada por:

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.59)$$

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_2(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.60)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_4(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.61)$$

Onde:

- $U_1(X, \varphi) \rightarrow U$ -rarefação com $c = 0$;
- $U_1^{(1)} \rightarrow U$ constante com $c = 0$, calculado pelas equações:

$$\frac{\partial F(U_2^{(2)}, c = 1)}{\partial U} = V \quad (4.62)$$

$$\frac{F(U_2^{(2)}, c = 1) - F(U_1^{(1)}, c = 0)}{U_2^{(2)} - U_1^{(1)}} = V \quad (4.63)$$

- $U_2(X, \varphi) \rightarrow U$ -rarefação com $c = 1$, onde U varia de 1 até $U_2^{(2)}$;
- $U_r(X, \varphi) \rightarrow U$ -rarefação na região (3), onde c é variável ($c_r(X, \varphi)$);
- $U^- \rightarrow U$ -rarefação com $c = 0$, proveniente da interação entre $U_r(X, \varphi)$ e $\varphi_3(X)$.

As figuras 4.26 e 4.27 apresentam caminho da solução no plano $F \times U$ e os perfis de U , respectivamente.

Com o sistema auxiliar e a equação do levantamento solucionados é possível retornar ao domínio do tempo (figura 4.28) e analisar o efeito deste método de recuperação avançada no fator de recuperação do reservatório. Os cálculos são apresentados nos apêndices B e C. Os perfis de saturação e concentração para diferentes volumes injetados são apresentados na figura 4.29.

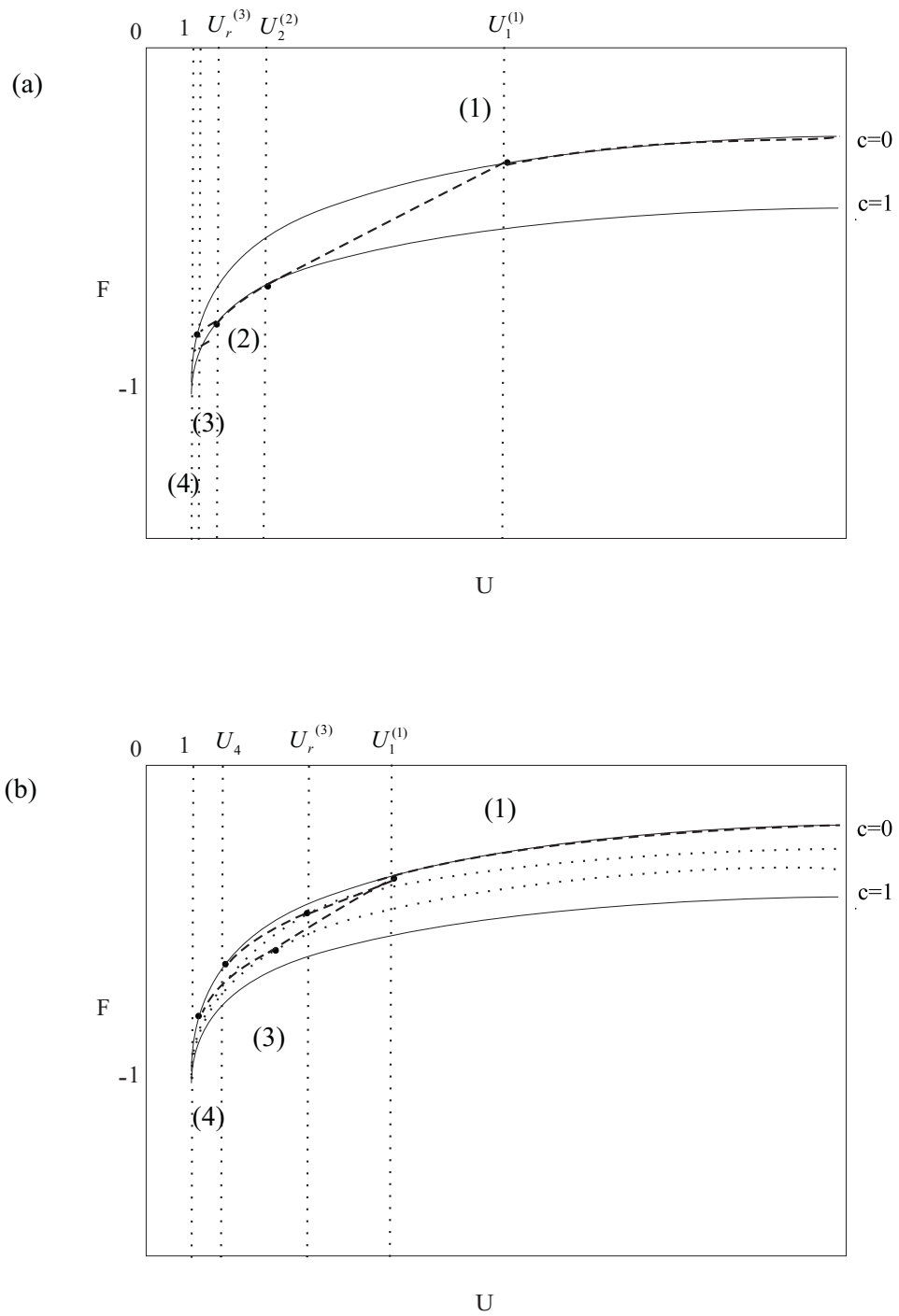


Figura 4.26: Caminho da solução para a injeção de banco de polímero: isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

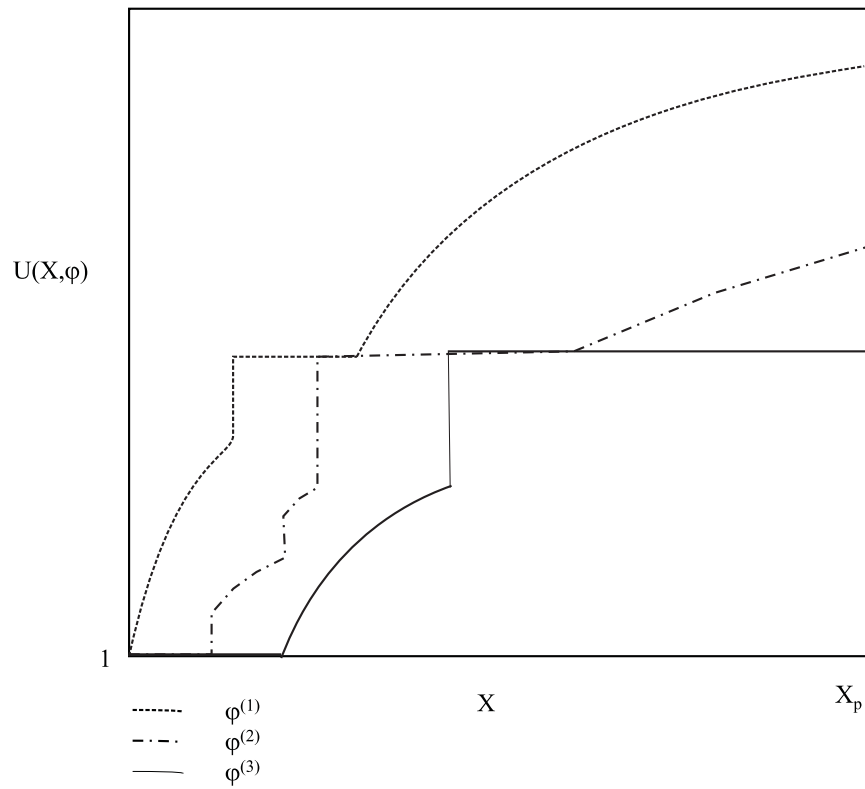


Figura 4.27: Perfis de U em função de X e φ para isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

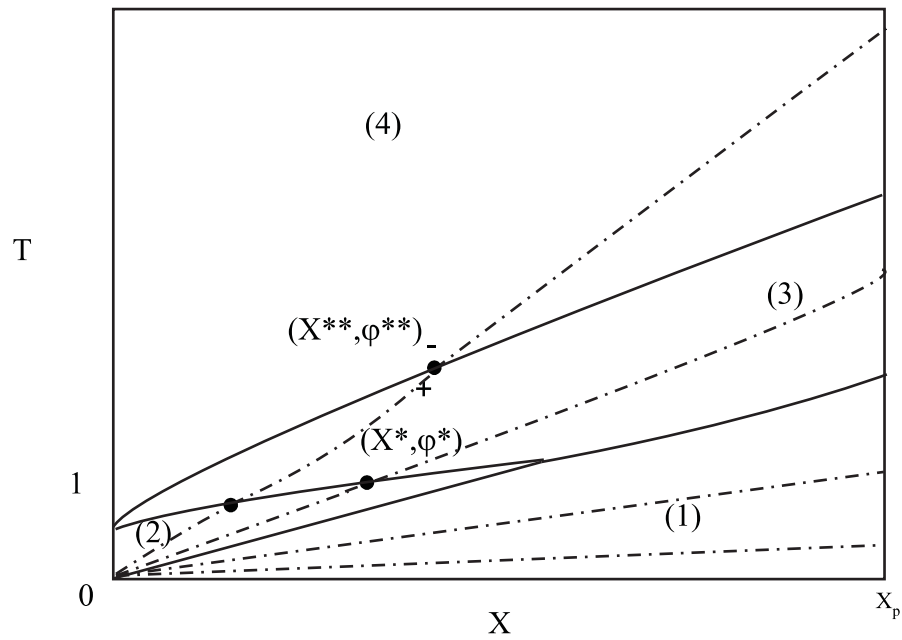


Figura 4.28: Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

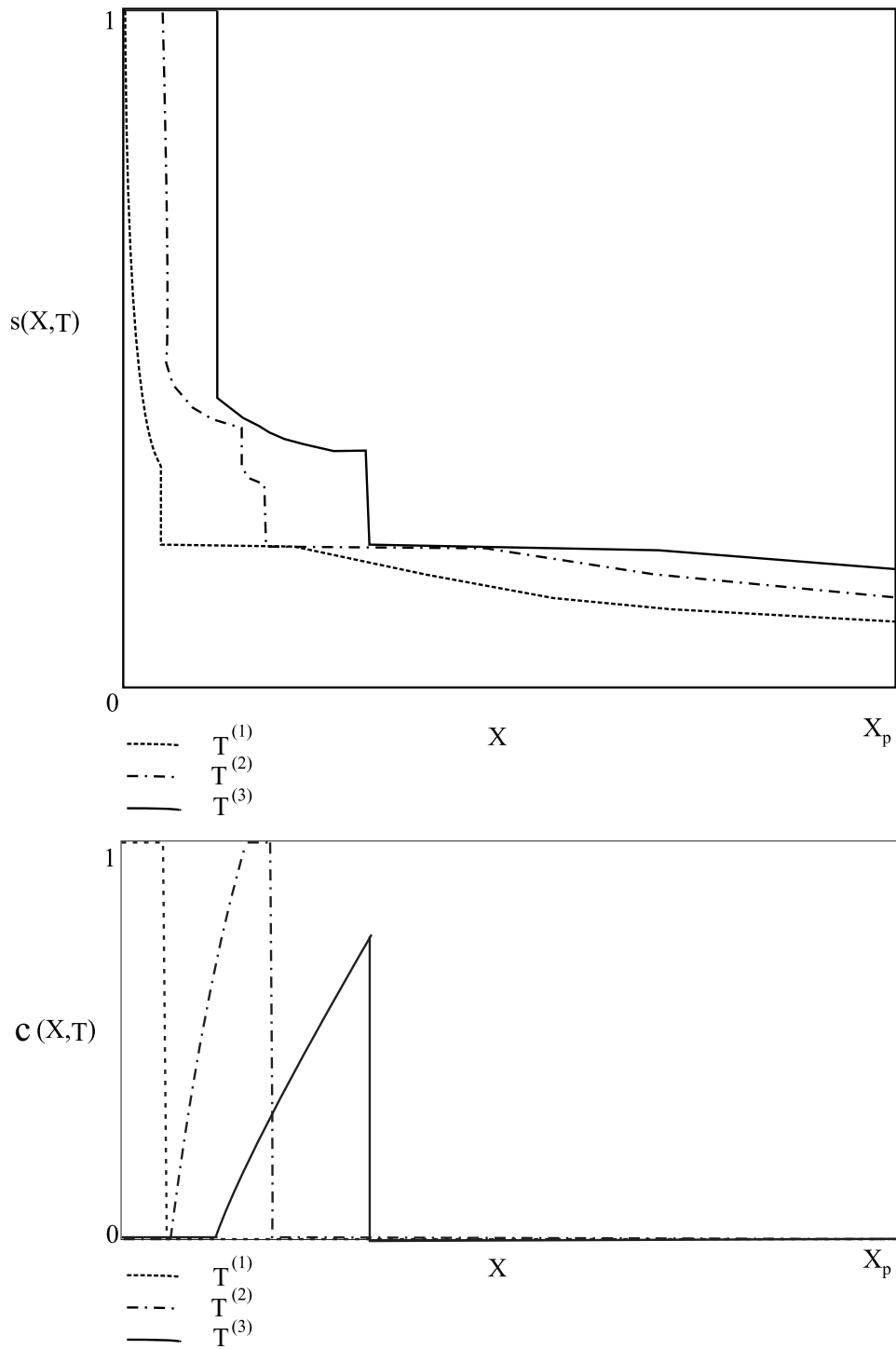


Figura 4.29: Perfis de saturação em função de X e T para diferentes volumes porosos injetados, isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

4.2.2 Fluxo fracionário em forma de “S”

Adotaremos aqui o mesmo modelo utilizado na sub-seção 4.1.2. A solução é semelhante à do fluxo convexo para a mesma isoterma, porém no fluxo fracionário em forma de “S” há a região (0), conforme ilustrado na figura 4.30.

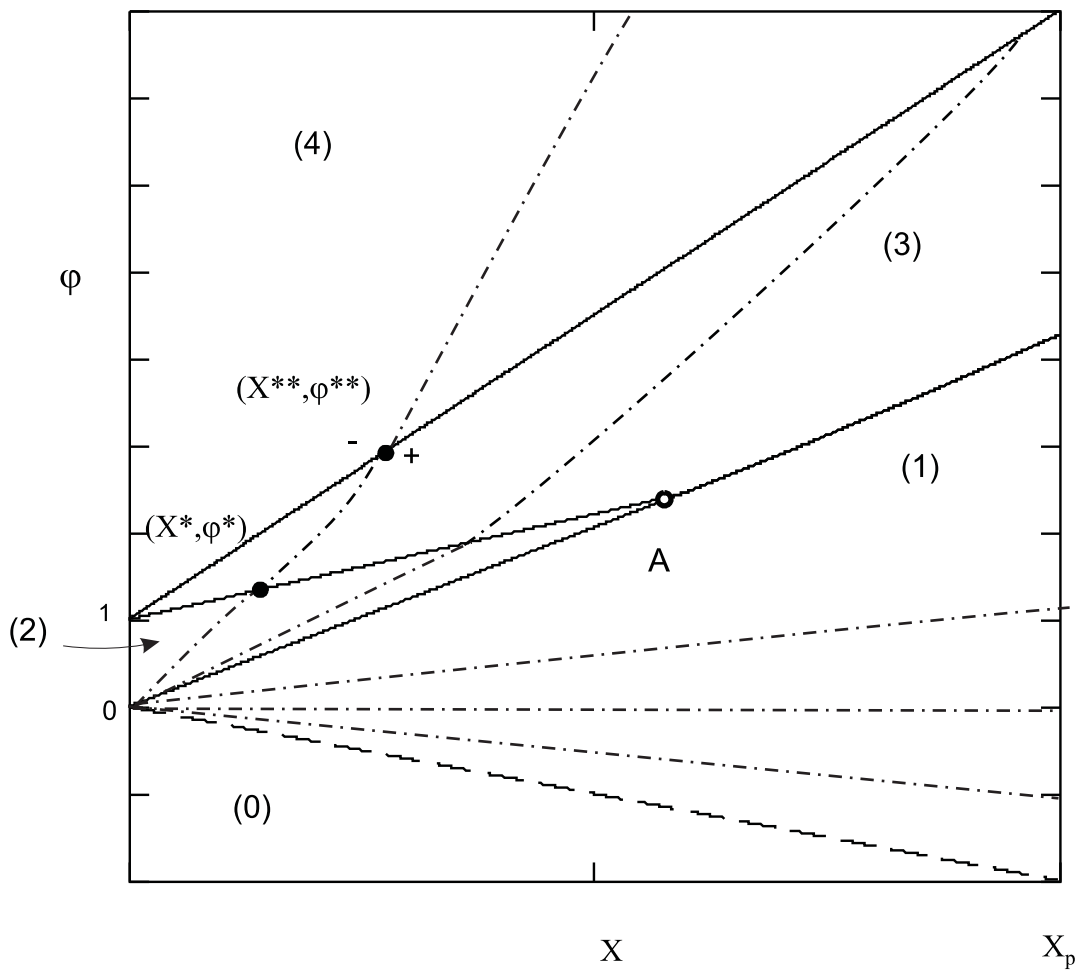


Figura 4.30: Características de U no plano físico auxiliar (X, φ) , isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

Na região (0) a saturação é igual à saturação de água original do reservatório $s^{(I)}$, logo:

$$U^{(I)} = \frac{1}{f(s^{(I)}, 0)} \quad (4.64)$$

A solução é composta por uma região de estado constante $U^{(I)}$, seguido de uma U -rarefação na região (1), existindo um estado de U constante $U_1^{(1)}$ antes da passagem para região (2), caso $X \leq X_A$, ou passagem para a região (3), caso $X > X_A$. Na região (3) ocorre uma c -rarefação, desta há a passagem para região (4), que apresenta concentração nula. O caminho da solução está ilustrado na figura 4.31, onde em (a) há a passagem para a curva de concentração unitária e (b) representa um estágio de injeção onde não existe mais a concentração do banco igual à de injeção no meio poroso.

O perfil de U para diferentes valores de φ é apresentado na figura 4.32 e contruído a partir da solução abaixo:

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.65)$$

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(I)}, & -\infty < X < -s^{(I)}X \\ U_1(X, \varphi), & -s^{(I)}X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_1(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.66)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(I)}, & -\infty < X < -s^{(I)}X \\ U_1(X, \varphi), & -s^{(I)}X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_4(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.67)$$

Com a solução do problema auxiliar e da equação do levantamento, a saturação em todo meio poroso em função de φ já pode ser obtida e conseqüentemente o retorno ao domínio do tempo, que está detalhado no apêndice B, completa a solução (figura 4.33). O caminho da solução no plano $f \times s$ é ilustrado na figura 4.34, onde as regiões do plano físico (figura 4.33) são destacadas.

Os perfis de saturação e concentração para diferentes volumes porosos injetados são apresentados na figura 4.35. O cálculo do fator de recuperação, onde a adsorção segue a isoterma de Langmuir e o fluxo “S”, é demonstrado no apêndice C.

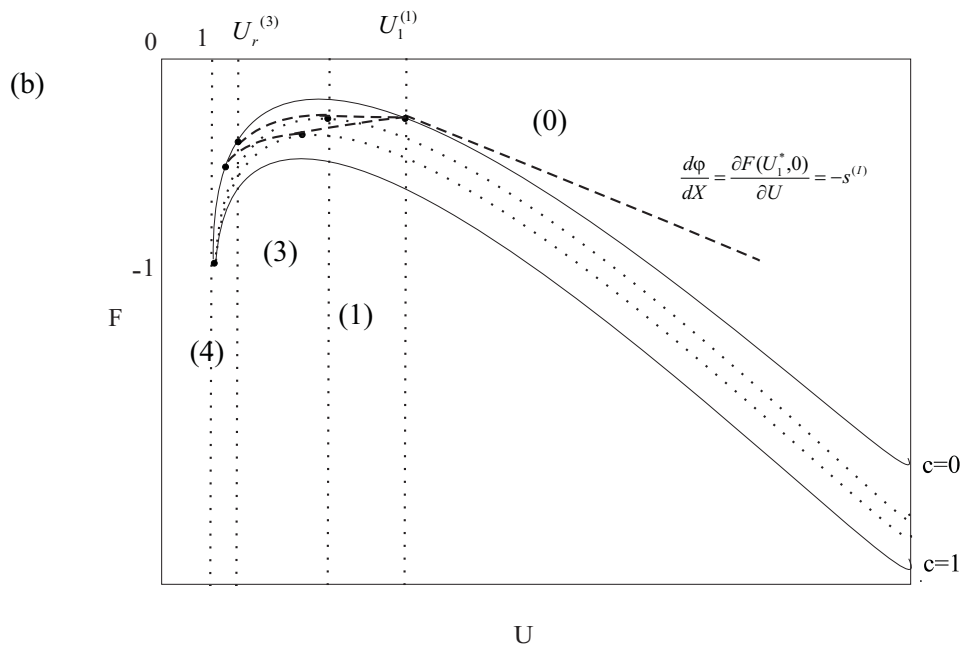
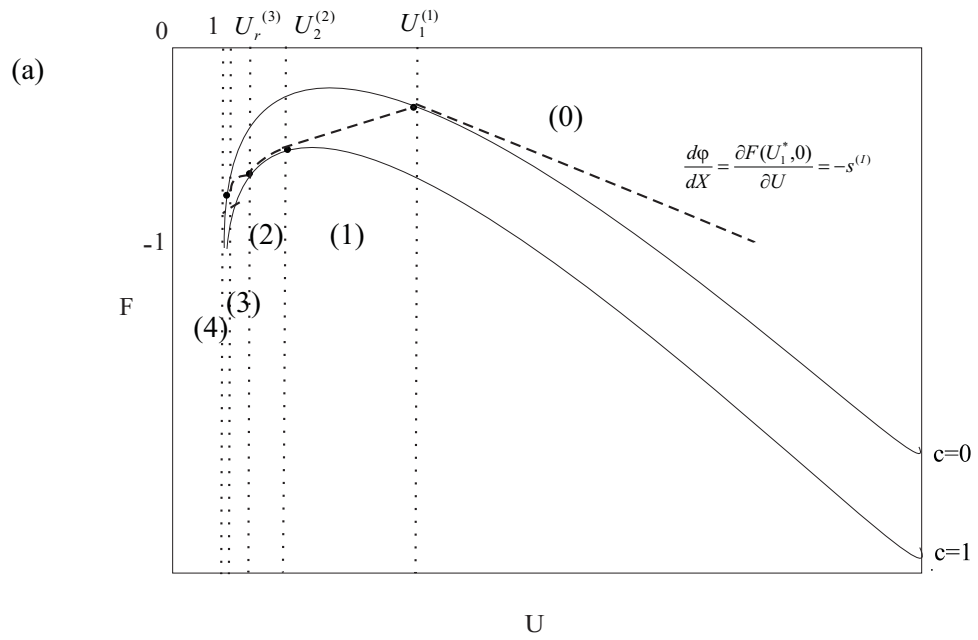


Figura 4.31: Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

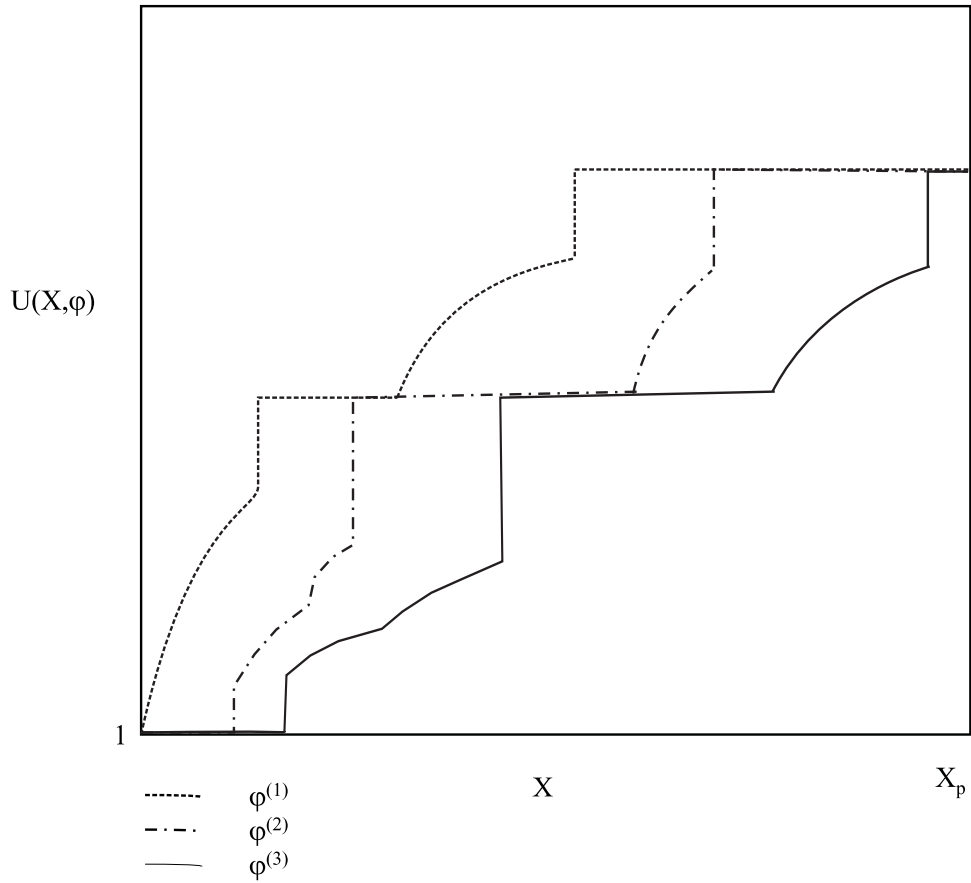


Figura 4.32: Perfis de U para diferentes volumes injetados, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

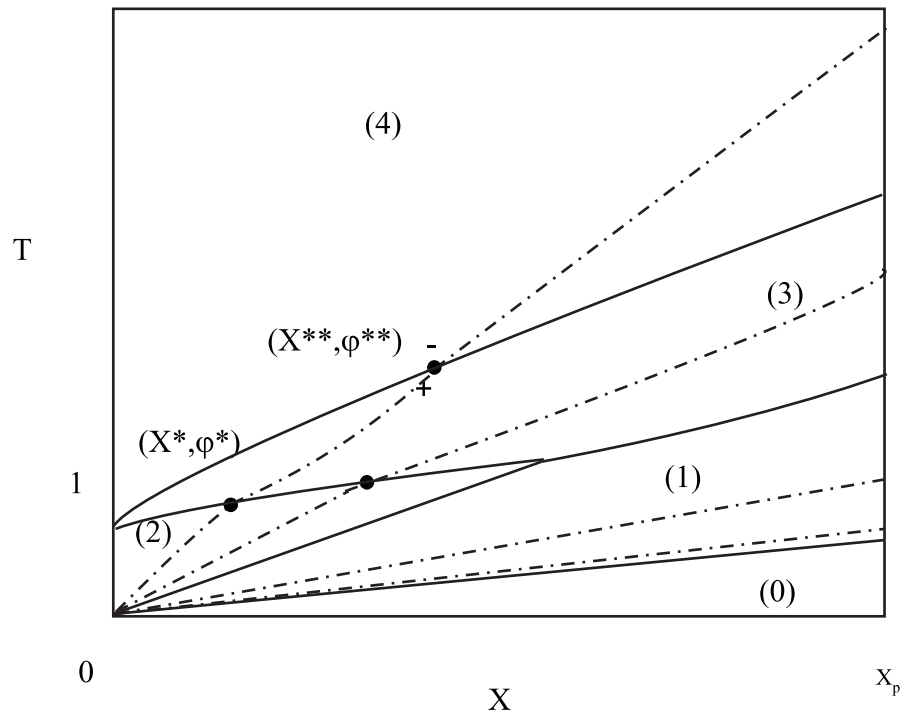


Figura 4.33: Características no plano $X \times T$, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

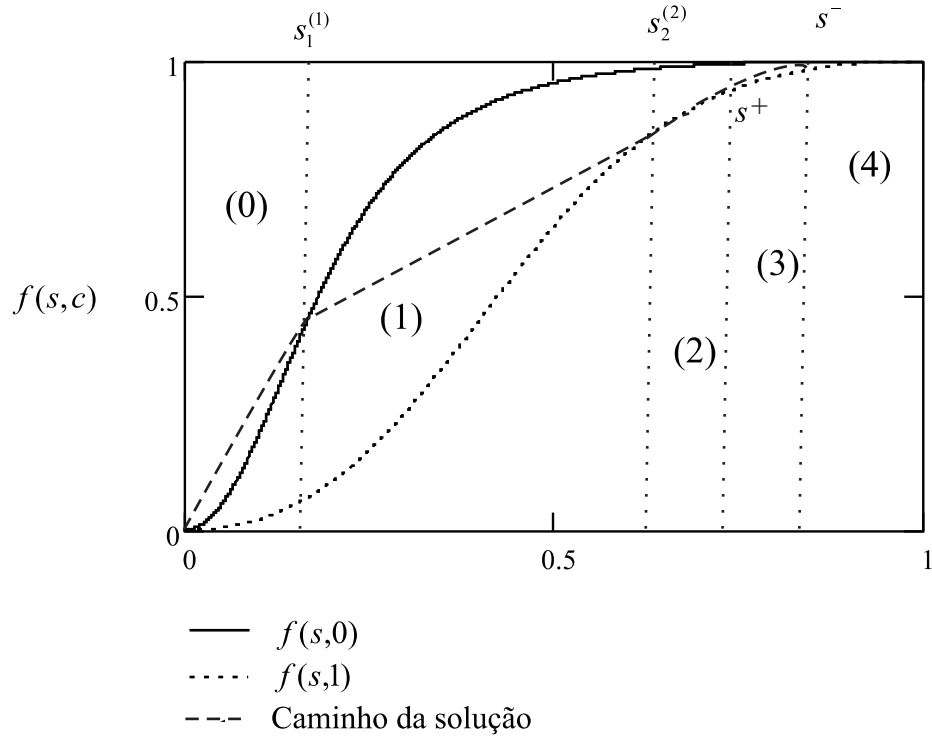


Figura 4.34: Caminho da solução no plano $f \times s$ para isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

4.3 Isoterma de Adsorção Côncava

Nesta seção será analisada a isoterma de adsorção côncava (figura 4.36):

$$a(c) = k_1 c^2 + k_2 c \quad (4.68)$$

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c)}{dc} = 2k_1 c + k_2 \quad (4.69)$$

A figura 4.37 apresenta as características calculadas com base na equação 4.69. Como pode ser observado, há 4 regiões apresentando diferentes valores de concentração, e conseqüentemente velocidades características distintas, são elas:

- Região 1 $\rightarrow c = 0$;
- Região 2 $\rightarrow c$ variando de zero até um, uma c -rarefação;
- Região 3 $\rightarrow c = 1$;
- Região 4 $\rightarrow c = 0$.

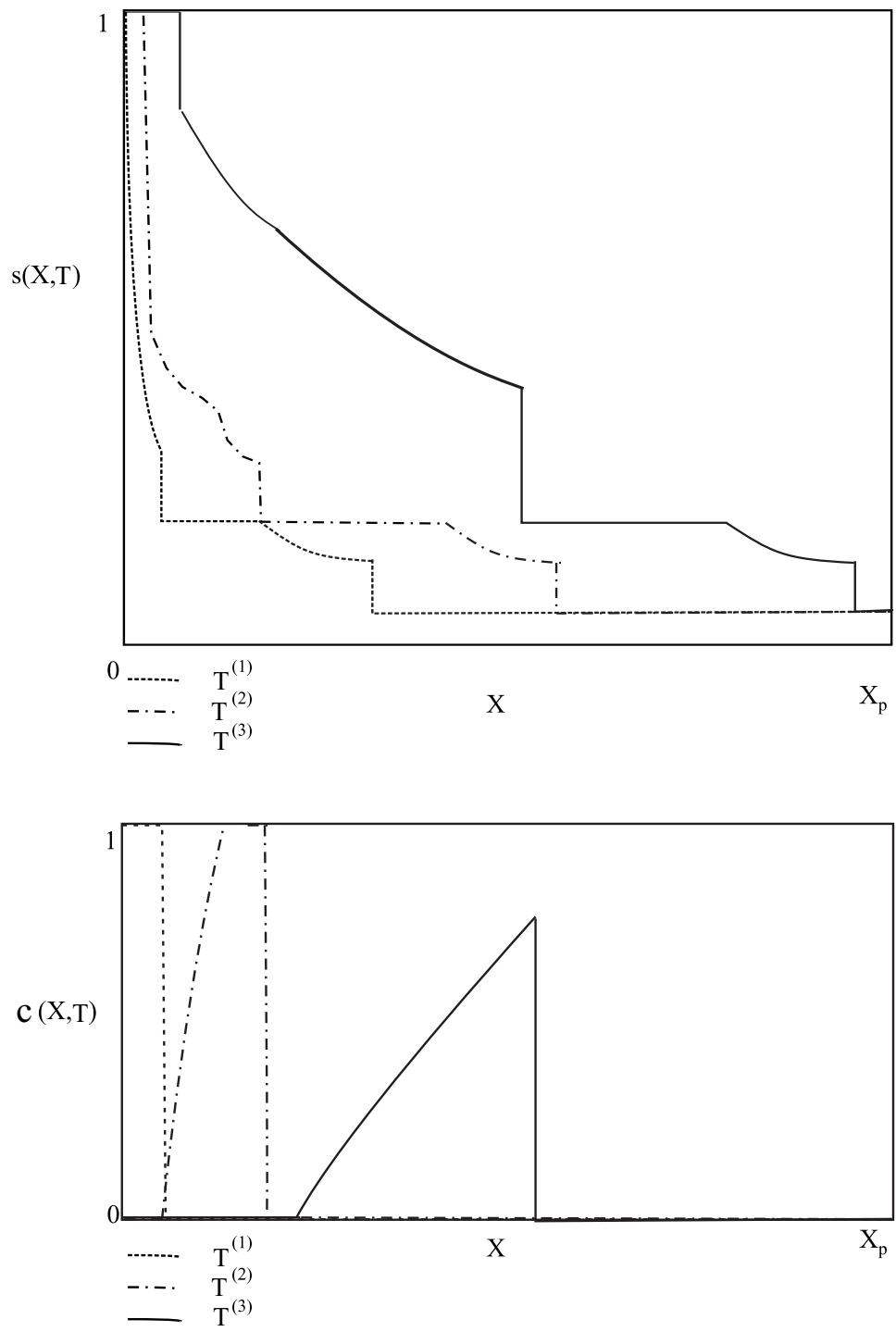


Figura 4.35: Perfis de saturação para diferentes volumes injetados, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”.

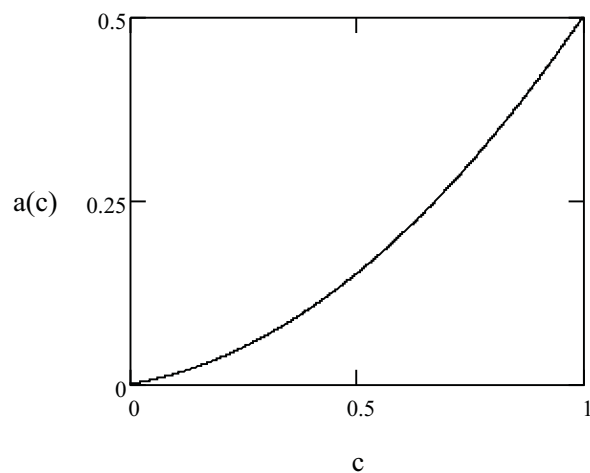


Figura 4.36: Isotherma de adsorção côncava.

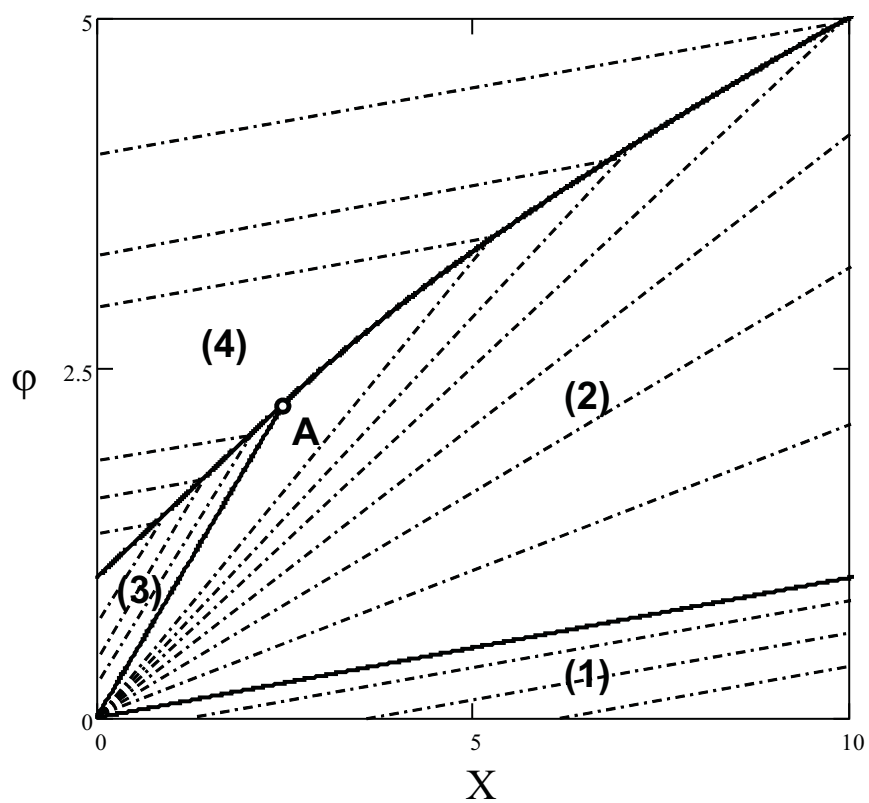


Figura 4.37: Características do sistema auxiliar para o caso de isoterma de adsorção côncava.

Nas regiões 1, 3 e 4 a concentração de polímero é constante, enquanto na região 2 varia. Para determinar a concentração na região 2 utiliza-se a equação 4.69, que resulta na expressão explícita para a concentração:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c_r(X, \varphi))}{dc} = 2 k_1 c_r(X, \varphi) + k_2 \quad (4.70)$$

$$c_r(X, \varphi) = \frac{1}{2 k_1} \left(\frac{\varphi}{X} - k_2 \right) \quad (4.71)$$

O limite da região 1 é dado pela reta $\varphi_1(X)$, que marca também o início da rarefação (região 2), onde c varia de zero a um. Esta rarefação termina em $\varphi_2(X)$, quando se inicia a região 3 de concentração constante $c = 1$. Da região 3 para a 4 há um choque de concentração de velocidade V , cuja reta que delimita é representada por $\varphi_3(X)$. Este choque é resultado da interação entre as características provenientes da região 3 $\left(\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c=1)}{dc} \right)$ com as da região 4 $\left(\frac{d\varphi}{dX} = \frac{da(c=0)}{dc} \right)$:

$$\varphi_1(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X = k_2 X \quad (4.72)$$

$$\varphi_2(X) = \frac{da(c=1)}{dc} X = (2 k_1 + k_2) X \quad (4.73)$$

$$\varphi_3(X) = V X + 1 \quad (4.74)$$

onde V é dado por:

$$V = \frac{a(1) - a(0)}{1 - 0} = k_1 + k_2 \quad (4.75)$$

A região 3, que apresenta concentração de polímero igual à de injeção, fica compreendida entre as regiões 2 e 4. Esta região só existe até o ponto A, cujas coordenadas podem ser determinadas pela interseção das retas $\varphi_2(X)$ e $\varphi_3(X)$. Dessa forma:

$$V X_A + 1 = \frac{da(c=1)}{dc} X_A = (2 k_1 + k_2) X_A \quad (4.76)$$

$$X_A = \frac{1}{V + \frac{da(c=1)}{dc}} = \frac{1}{V + 2 k_1 + k_2} \quad (4.77)$$

Substituindo o valor de X_A em $\varphi_2(X)$ ou em $\varphi_3(X)$ obtém-se a coordenada φ_A :

$$\varphi_A = \frac{\frac{da(c=1)}{dc}}{V + \frac{da(c=1)}{dc}} = \frac{2k_1 + k_2}{V + 2k_1 + k_2} \quad (4.78)$$

Após o ponto A, ou seja $X > X_A$, há interação direta das características da região 2 com a 4, pois não existe mais a região 3. Esta interação resulta em choques de velocidades diferentes em cada ponto:

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{[a]}{[c]} = \frac{a(c_r(X, \varphi)) - a(c=0)}{c_r(X, \varphi) - 0} \quad (4.79)$$

$$\frac{d\varphi}{dX} = k_1 c_r(X, \varphi) + k_2 = \frac{1}{2} \left(\frac{\varphi}{X} + k_2 \right) \quad (4.80)$$

Resolvendo a equação diferencial ordinária 4.80 com as condições iniciais 4.77 e 4.78, obtemos a equação para a curva $\varphi_4(X)$, que representa a interação, através de choque, entre as características das regiões 2 e 4.

$$\varphi_4(X) = 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X \quad (4.81)$$

Assim, a solução do problema auxiliar está completa: concentrações e limites das regiões determinados. A figura 4.38 apresenta perfis de concentração para diferentes valores de φ ($\varphi^{(1)} < \varphi^{(2)} < \varphi^{(3)}$).

$$c(X, \varphi) = \begin{cases} c^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ c^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.82)$$

$$c^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ c_r(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ 1, & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ 0, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.83)$$

$$c^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ c_r(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ 0, & \varphi_4(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.84)$$

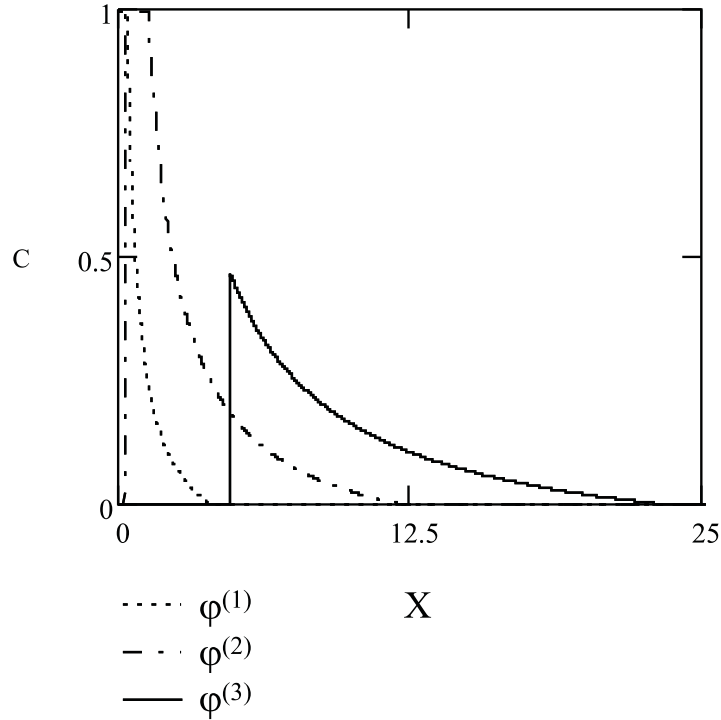


Figura 4.38: Perfis de concentração de polímero para isoterma côncava.

O banco apresenta um tendência de crescimento ilimitado, onde seu comprimento é dado por:

$$\frac{\Omega_s}{A_R}(\varphi) = \frac{2 \left(\sqrt{k_1^2 + k_1 k_2 \varphi} - k_1 \right)}{k_2^2} \quad (4.85)$$

4.3.1 Fluxo fracionário convexo

Com a parte termodinâmica solucionada, partimos para a solução da equação do levantamento 4.2 sujeita às condições 4.4. Nesta seção será tratado o fluxo fracionário convexo (equação 4.11).

Similarmente à seção 4.1.1, a equação do levantamento será reescrita em termos de F e U tomando a forma da equação 4.12, onde F é dado por 4.13.

Como no caso da isoterma convexa, no caso côncavo há uma região onde a concentração não é constante, apresentando uma c -rarefação. Nesta região $\frac{\partial c}{\partial \varphi}$ não é nulo e o valor de U pode ser determinado através das equações a seguir:

$$\frac{dU}{dX} = -\frac{\partial F}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial \varphi} = \frac{M_1 U_r(X, \varphi) (U_r(X, \varphi) - 1)}{[U_r(X, \varphi) - 1 + M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)]^2} \left[-\frac{1}{2k_1 X} \right] \quad (4.86)$$

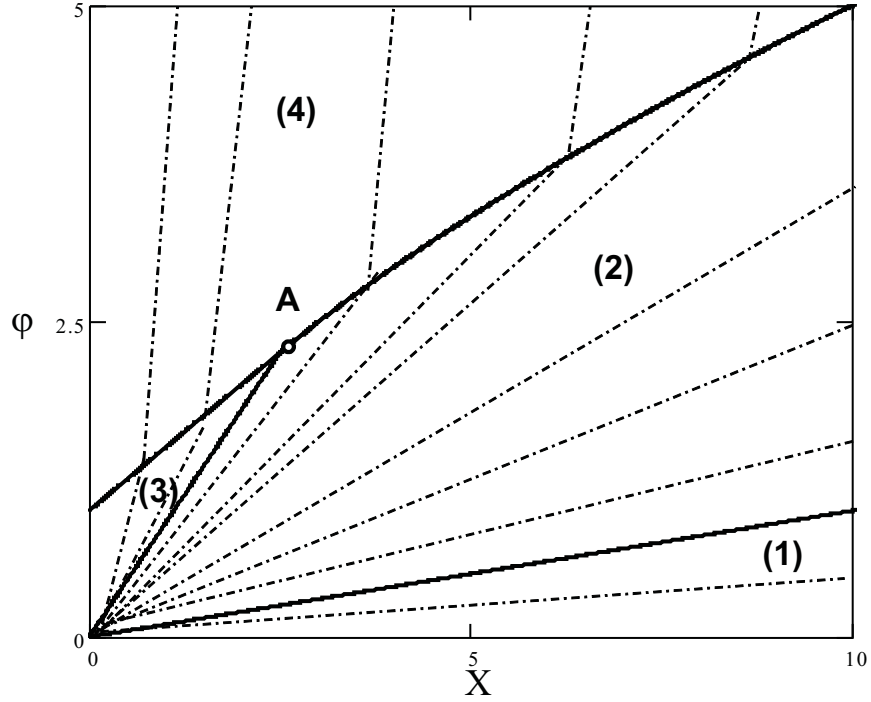


Figura 4.39: Características de U para o caso de isoterma cônica e fluxo fracionário convexo no plano (X, φ) .

$$\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\partial F}{\partial U} = \frac{(M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)) - (M_0 + M_1 c_r(X, \varphi))^2}{[U_r(X, \varphi) - 1 + M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)]^2} = \frac{\varphi}{X} \quad (4.87)$$

De onde resulta a expressão para U na região 2 ($U_r(X, \varphi)$):

$$U_r(X, \varphi) = 1 - [M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)] + \sqrt{\frac{X}{\varphi} \{M_0 + M_1 c_r(X, \varphi) - [M_0 + M_1 c_r(X, \varphi)]^2\}} \quad (4.88)$$

A figura 4.39 apresenta as características de U no plano $X \times \varphi$ subdivididas em 4 regiões:

- Região 1 $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 0$ ($U_1(X, \varphi)$);
- Região 2 $\rightarrow U$ -rarefação com c variável ($U_r(X, \varphi)$);
- Região 3 $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 1$ ($U_3(X, \varphi)$);
- Região 4 $\rightarrow U^-$ proveniente do choque das características vindas da região 3 de $c = 1$ em $\varphi_3(X)$, caso $X \leq X_A$, e das características vindas da região 2 em $\varphi_4(X)$, caso $X > X_A$.

O caminho da solução está ilustrado na figura 4.40, onde em (a) é apresentado o caminho da solução para instantes de injeção anteriores e em (b) posteriores ao ponto A.

A solução pode ser escrita como:

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.89)$$

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ U_3(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.90)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ U^-, & \varphi_4(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.91)$$

Os perfis de U , ainda no domínio de X e φ , estão apresentados na figura 4.41.

Neste ponto é feito o mapeamento inverso da solução, como ilustrado na figura 4.42, que apresenta as características que carregam valores constantes de saturação. O cálculo detalhado é apresentado no apêndice B. Os perfis de saturação e concentração para diferentes números de banco injetados são apresentados na figura 4.43.

O deslocamento de óleo por banco de polímeros apresenta-se estruturado por uma região de produção de óleo (região 1), seguida pelo banco de concentração variável e que aumenta com o tempo (região 2). Após a produção do banco vem a produção de água de injeção sem polímero (região 4). Se o volume do banco for grande o suficiente para X_p ser menor que X_A haveria a produção do banco de concentração igual à de injeção ($c = 1$).

A comparação da eficácia do método é feita através da análise do fator de recuperação (figura 4.44). Nos tempos iniciais os dois métodos de recuperação possuem o mesmo comportamento, porém após a injeção de um determinado volume o banco de polímero apresenta melhores resultados. Após um longo tempo os dois fatores de recuperação são iguais.

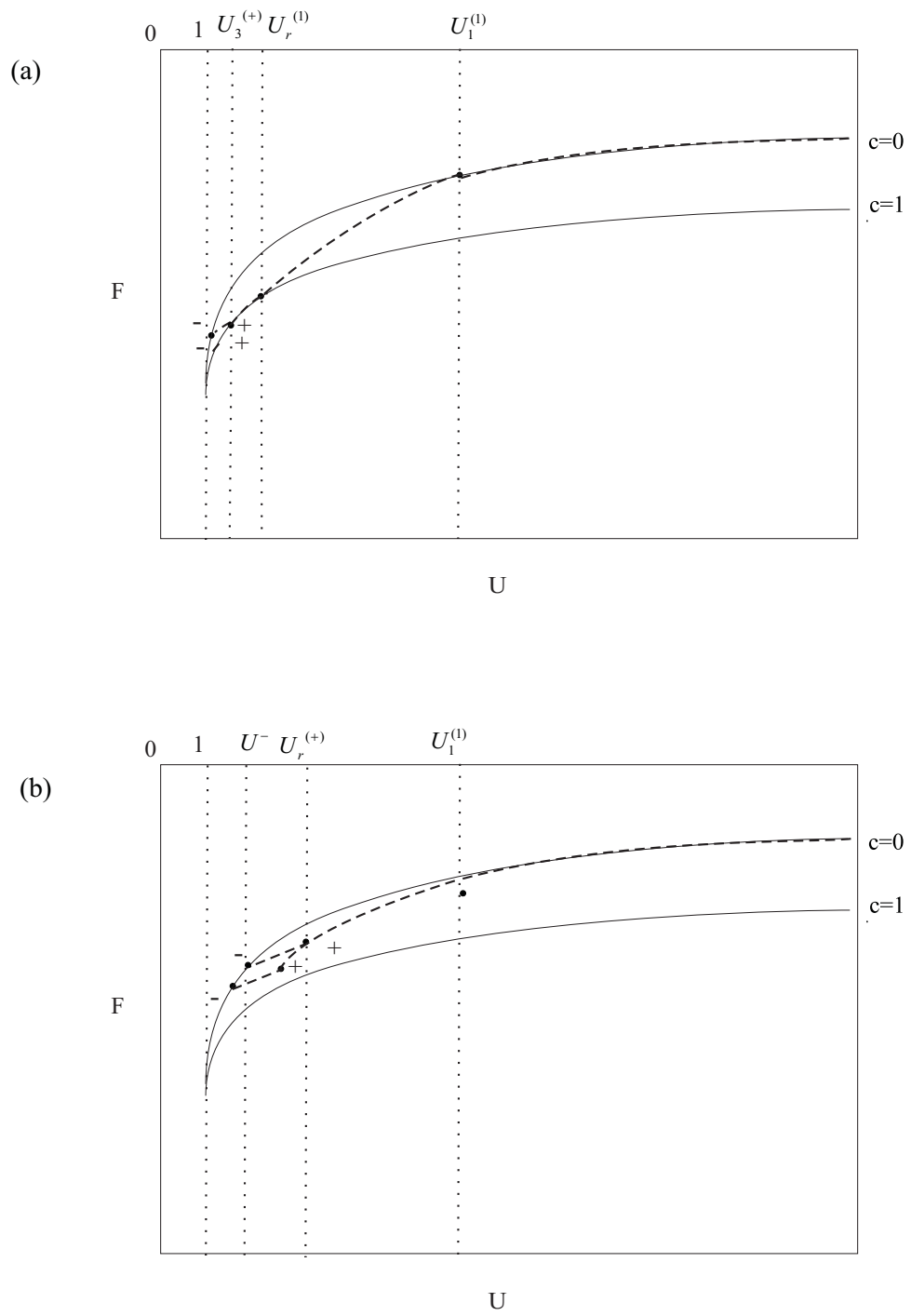


Figura 4.40: Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.

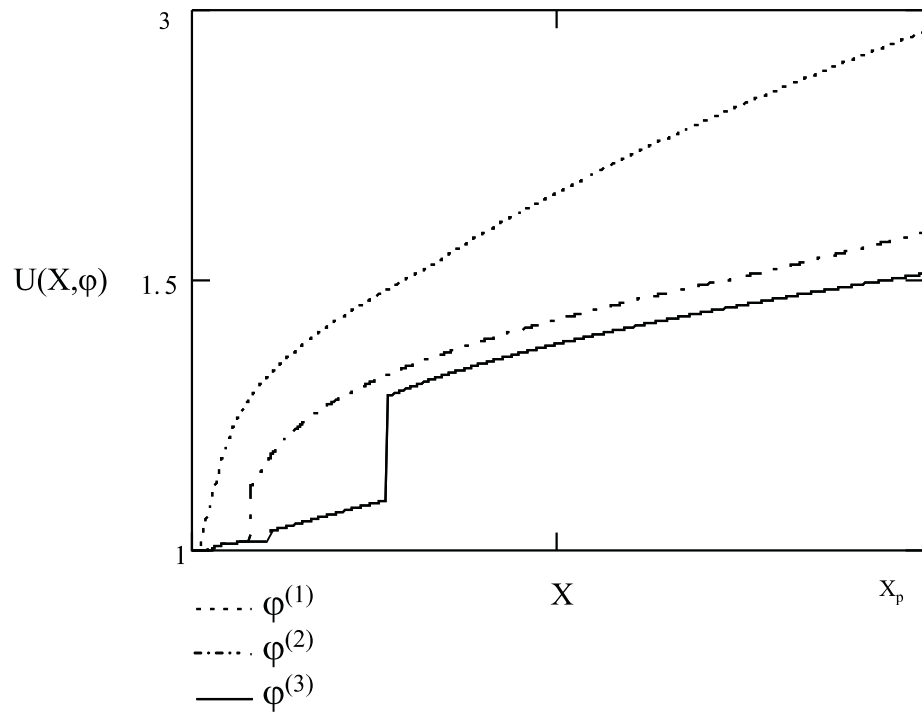


Figura 4.41: Perfis de U em função de X e φ para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.

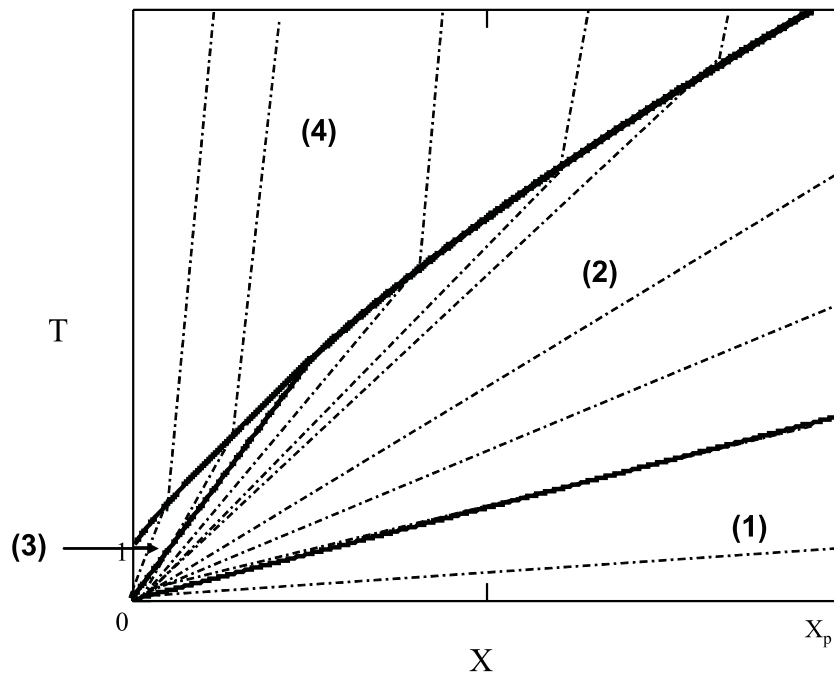


Figura 4.42: Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.

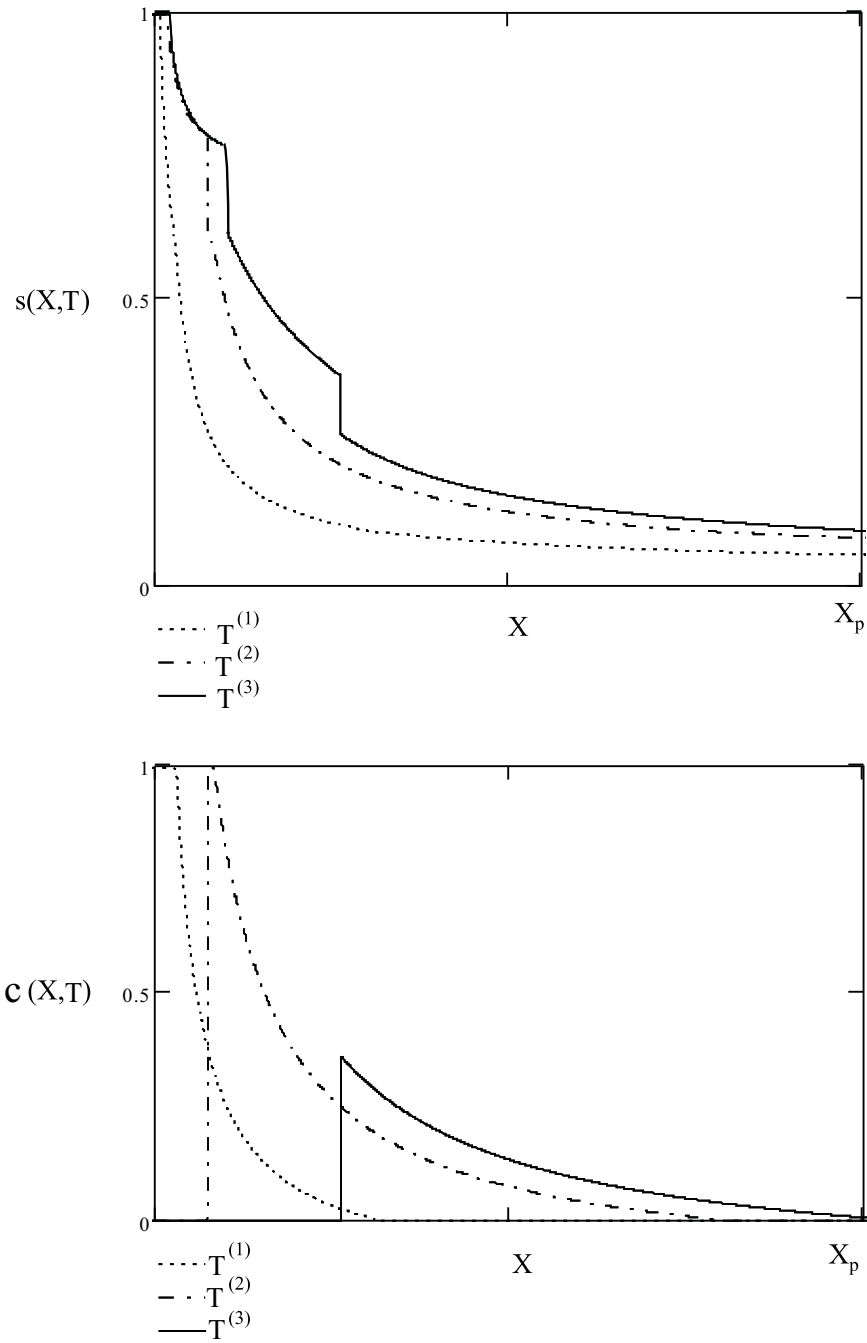


Figura 4.43: Perfis de saturação e concentração em função de X e T para diferentes volumes porosos injetados, isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.

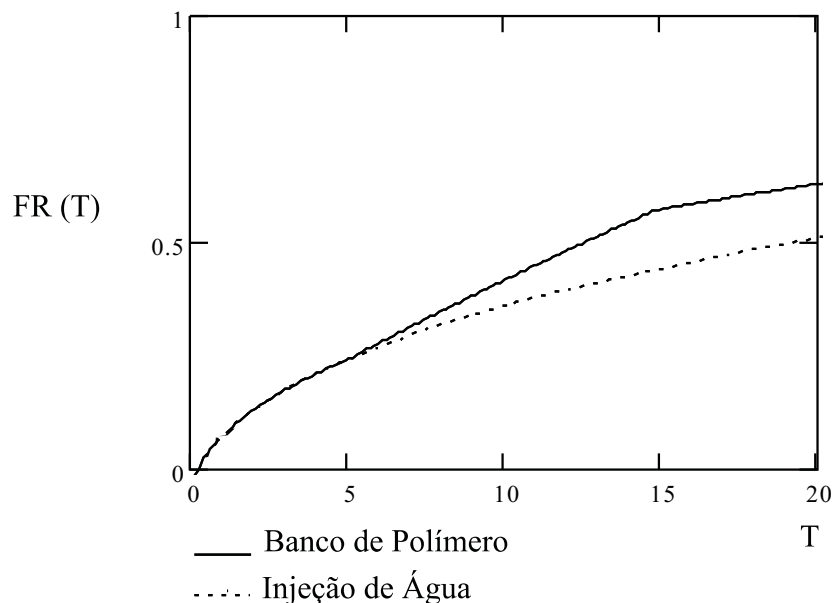


Figura 4.44: Fator de recuperação para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo.

4.3.2 Fluxo fracionário em forma de “S”

Vamos agora resolver a equação do levantamento para o fluxo fracionário em forma de “S”, como foi apresentado na sub-seção 4.1.2. A figura 4.46 apresenta as características no plano $X \times \varphi$ que carregam valores constantes de U . Nesta figura pode-se observar a existência de 5 regiões, são elas:

- Região 0 $\rightarrow U$ constante e igual a $U^{(l)}$, onde $c = 0$;
- Região 1 $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 0$ ($U_1(X, \varphi)$);
- Região 2 $\rightarrow U$ -rarefação com c variável ($U_r(X, \varphi)$);
- Região 3 $\rightarrow U$ -rarefação com $c = 1$ ($U_3(X, \varphi)$);
- Região 4 $\rightarrow U^-$ proveniente do choque das características vindas da região 3 de $c = 1$ em $\varphi_3(X)$, caso $X \leq X_A$, e das características vindas da região 2 em $\varphi_4(X)$, caso $X > X_A$.

O caminho da solução está ilustrado na figura 4.45.

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (4.92)$$

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(I)}, & -\infty \leq \varphi < -s^{(I)}X \\ U_1(X, \varphi), & -s^{(I)}X \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ U_3(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.93)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(I)}, & -\infty \leq \varphi < -s^{(I)}X \\ U_1(X, \varphi), & -s^{(I)}X \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ U^-, & \varphi_4(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (4.94)$$

O mapeamento inverso da solução do plano $X \times \varphi$ para o plano $X \times T$ é detalhado no apêndice B e as regiões no plano físico são apresentadas na figura 4.47, assim como as s -características. Os perfis de saturação e concentração, para diferentes volumes injetados, são apresentados na figura 4.48.

Neste caso, de fluxo fracionário em forma de “S”, a estrutura do deslocamento de fluidos se diferencia do apresentado no fluxo convexo (sub-seção 4.3.1) pela produção inicial de óleo com ausência de água (região 0). O caminho da solução no plano $f \times s$ é mostrado na figura 4.49, nesta figura podem ser identificadas as regiões que foram especificadas no plano físico (figura 4.47).

O impacto da injeção de banco de polímero sobre a produtividade do reservatório pode ser analisado através do cálculo do fator de recuperação (apêndice C), que está ilustrado na figura 4.50.

Nos tempos iniciais, a produção do reservatório com a injeção de banco é semelhante à que seria obtida com a injeção contínua de água pura. Porém, como o banco retarda a produção de água e reduz a saturação de água no instante do “*breakthrough*”, em tempos posteriores apresenta melhor resultado, antecipando o fator de recuperação.

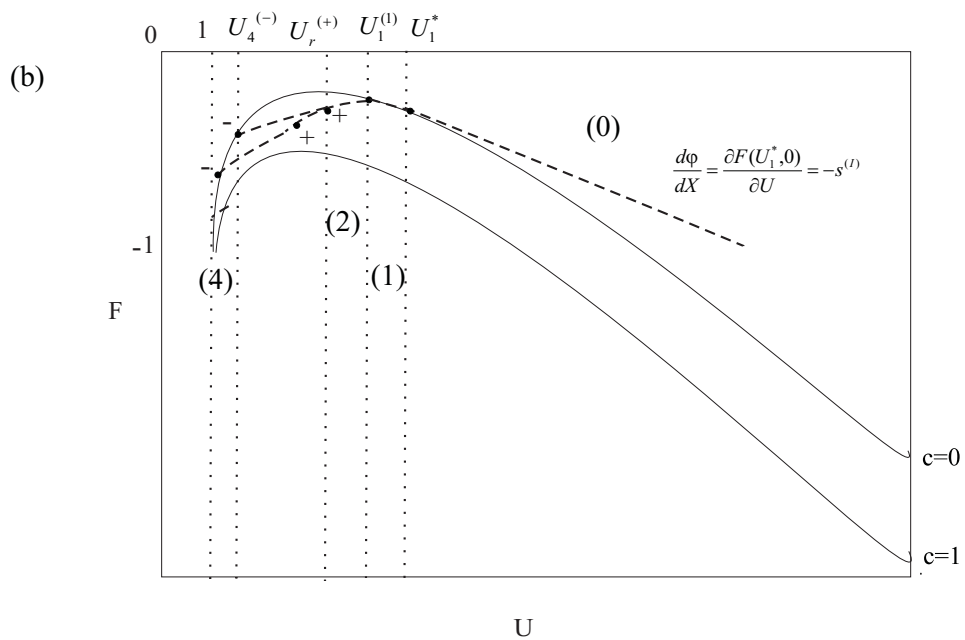
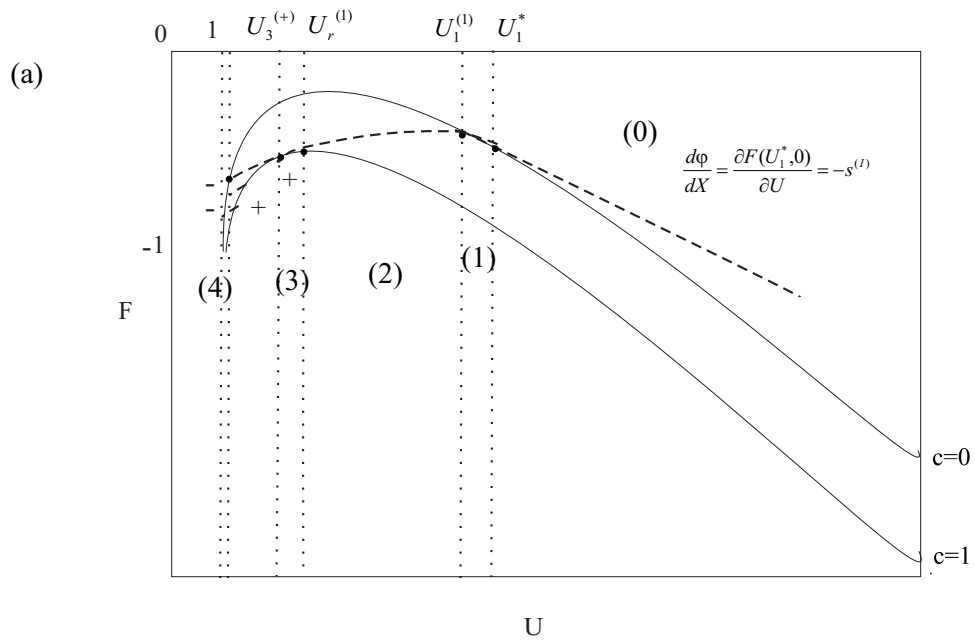


Figura 4.45: Caminho da solução da injeção de banco de polímero governada pela isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.

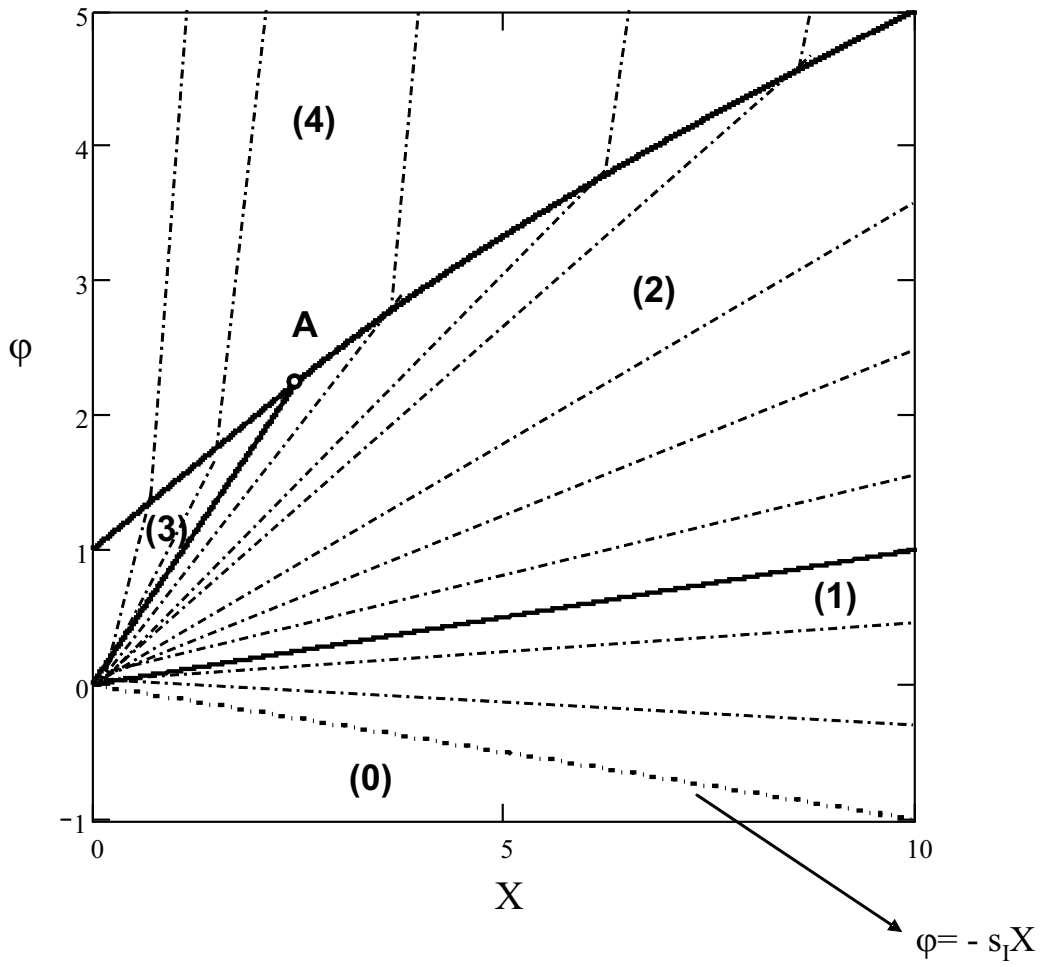


Figura 4.46: Características de U para o caso de isoterma côncava e fluxo fracionário em forma de “S” no plano (X, φ) .

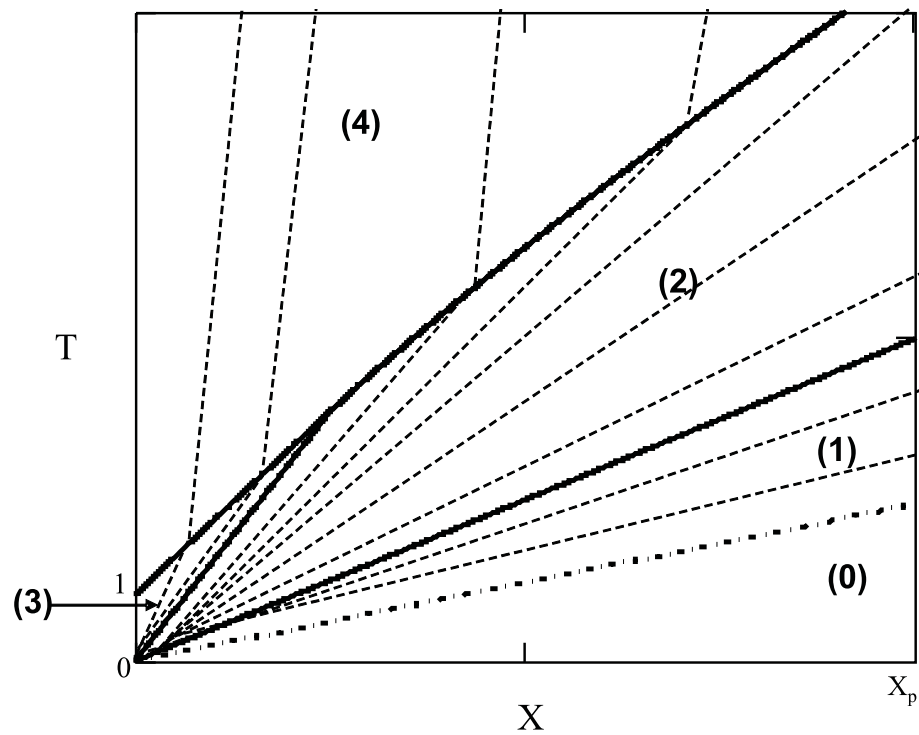


Figura 4.47: Características no plano $X \times T$ para a isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.

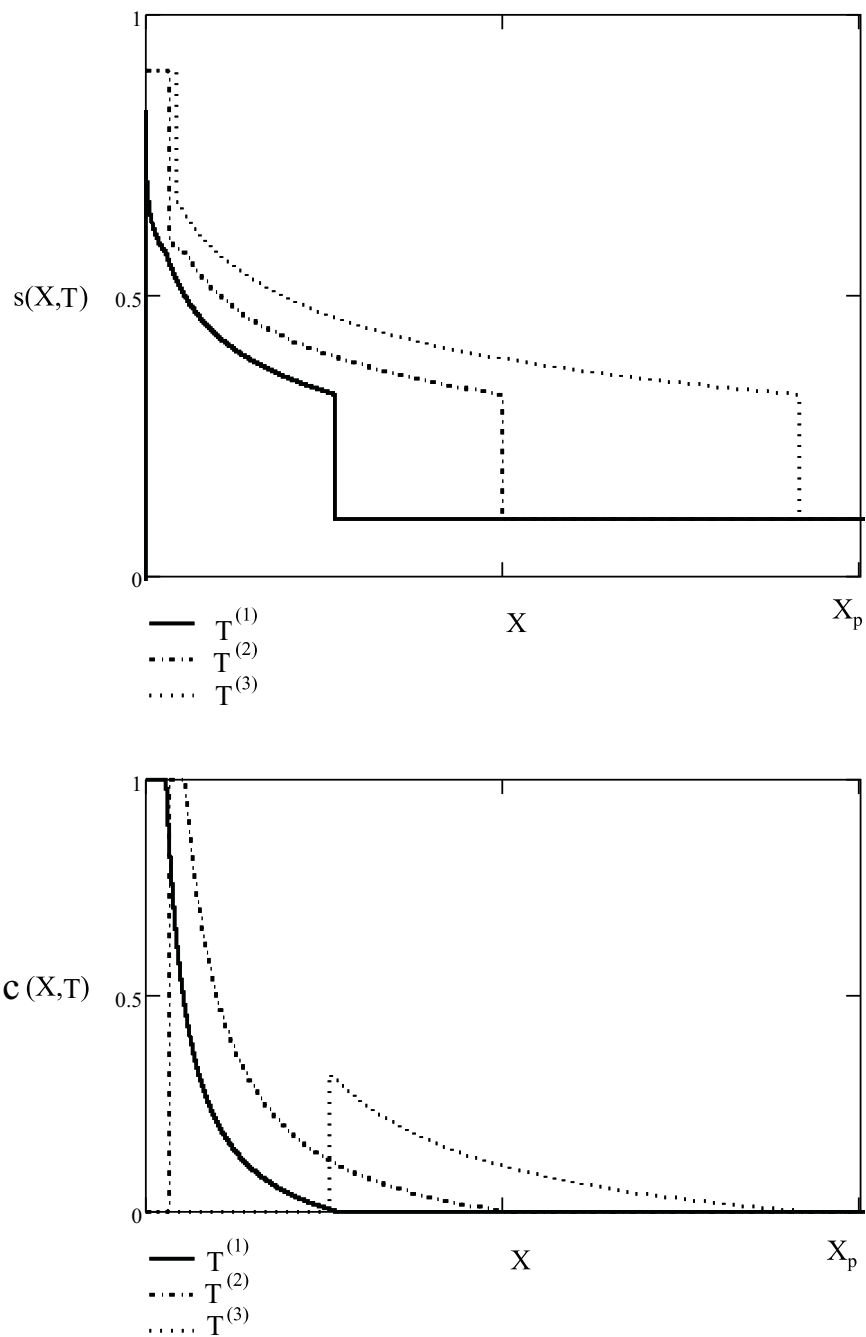


Figura 4.48: Perfil de saturação para diferentes valores de T , isoterma côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.

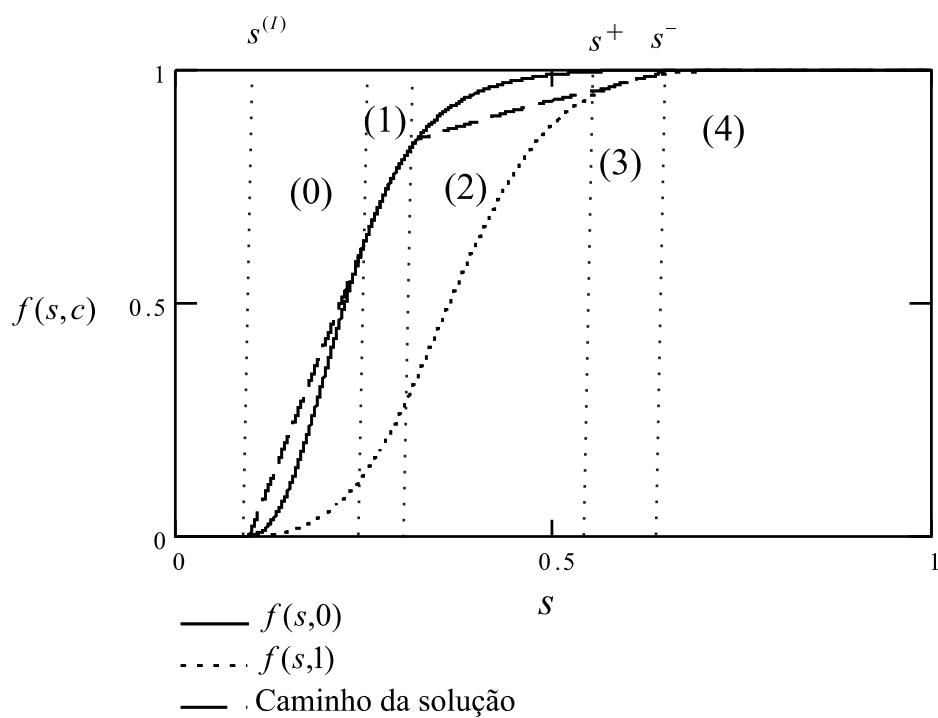


Figura 4.49: Caminho da solução no plano $f \times s$: isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”

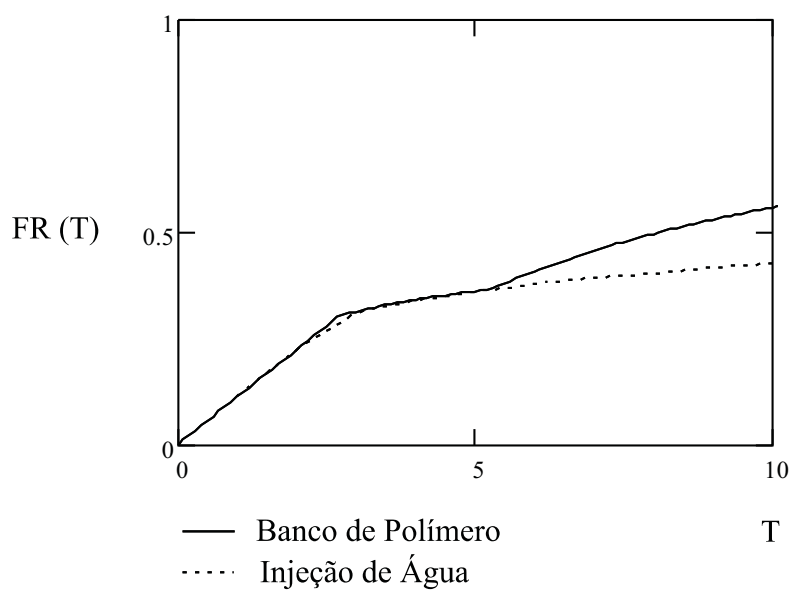


Figura 4.50: Fator de recuperação para isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”.

Capítulo 5

Injeção de Bancos de Água Contendo Dois Produtos Químicos em Meios Porosos

Neste capítulo serão apresentados três diferentes casos de injeção de banco de água contendo dois produtos químicos em meios porosos considerando os efeitos de adsorção. Estes casos são:

1. Injeção de 2 polímeros;
2. Injeção de 1 polímero e 1 surfactante;
3. Injeção de 1 polímero e 1 sal.

5.1 Injeção de Banco de Água Contendo Dois Polímeros

O sistema de equações que descreve o deslocamento de óleo por banco de água contendo dois polímeros é composto por três equações:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s, c_1, c_2)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial(c_1 s + a_1(c_1))}{\partial T} + \frac{\partial(c_1 f(s, c_1, c_2))}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial(c_2 s + a_2(c_2))}{\partial T} + \frac{\partial(c_2 f(s, c_1, c_2))}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.1)$$

As condições associadas ao problema são:

- Condição inicial $\rightarrow T = 0$:

$$\begin{cases} s(X, 0) = s^{(I)} \\ c_1(X, 0) = 0 \\ c_2(X, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.2)$$

Condição de contorno $\rightarrow X = 0$:

$$\begin{cases} s(0, T) = s^{(J)} \\ f(0, T) = f^{(J)} = 1 \\ c_1(0, T) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \\ c_2(0, T) = \begin{cases} c_2^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.3)$$

Introduzindo o potencial 3.17 no sistema obtemos a equação do levantamento e o sistema auxiliar 2×2 .

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{s}{f(s, c_1, c_2)} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{f(s, c_1, c_2)} \right) = 0 \quad (5.4)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1(c_1)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial a_2(c_2)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_2}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.5)$$

A condições do problema também são convertidas em função de X e φ , como apresentado no capítulo 3.

- Condição inicial $T = 0 \rightarrow \varphi = -s^{(I)}X$:

$$\begin{cases} s(X, -s^{(I)}X) = s^{(I)} \\ c_1(X, -s^{(I)}X) = 0 \\ c_2(X, -s^{(I)}X) = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

- Condição de contorno $X = 0$:

$$\begin{cases} s(0, \varphi) = s^{(J)} \\ f^{(J)} = 1 \\ c_1(0, \varphi) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \\ c_2(0, \varphi) = \begin{cases} c_2^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.7)$$

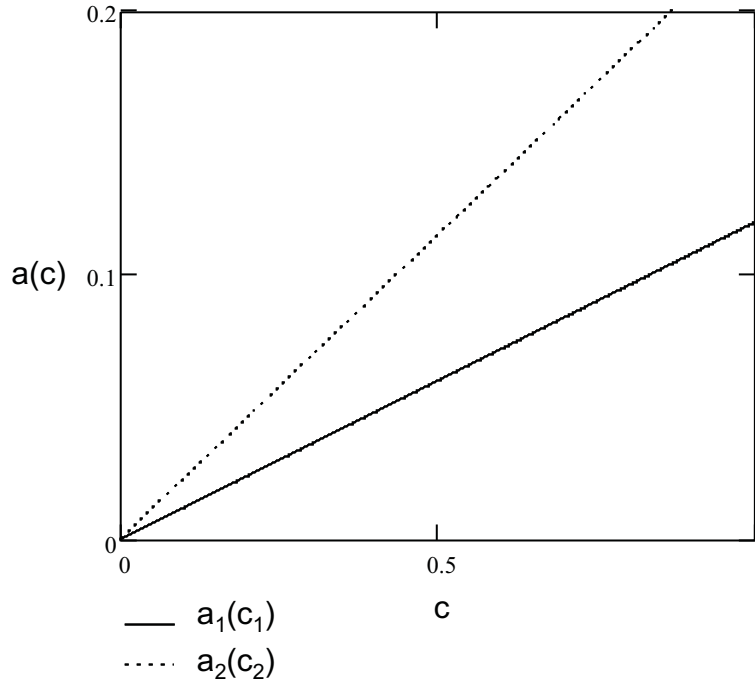


Figura 5.1: Isothermas de adsorção de Henry para os dois polímeros.

Será considerado comportamento termodinâmico regido pela isoterma de Henry. Neste caso a adsorção de cada componente independente da concentração do outro (figura 5.1), adotado $\Gamma_1 < \Gamma_2$:

$$a_1(c_1) = \Gamma_1 c_1 \quad (5.8)$$

$$a_2(c_2) = \Gamma_2 c_2 \quad (5.9)$$

5.1.1 Solução do problema auxiliar

Reescrevendo o sistema auxiliar (5.5) na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_X + \begin{pmatrix} \frac{da_1(c_1)}{dc_1} & 0 \\ 0 & \frac{da_2(c_2)}{dc_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

São dois os auto-valores, constantes e distintos, onde $\lambda_I < \lambda_{II}$:

$$\lambda_I = \frac{da_1(c_1)}{dc_1} = \Gamma_1 \quad (5.11)$$

$$\lambda_{II} = \frac{da_2(c_2)}{dc_2} = \Gamma_2 \quad (5.12)$$

A figura 5.2 apresenta o plano físico auxiliar $X \times \varphi$ para este problema, construído com base em λ_I e λ_{II} , no qual podem ser identificadas 6 regiões:

- Região 0 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = 0$;
- Região 1 $\rightarrow c_1 = c_1^{(J)}$ e $c_2 = 0$;
- Região 2 $\rightarrow c_1 = c_1^{(J)}$ e $c_2 = c_2^{(J)}$;
- Região 3 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = c_2^{(J)}$;
- Região 4 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = 0$;
- Região 5 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = 0$.

A região (2) tem sua existência limitada pelo ponto A , cujas coordenadas são:

$$X_A = \frac{1}{\Gamma_2 - \Gamma_1} \quad (5.13)$$

$$\varphi_A = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_2 - \Gamma_1} \quad (5.14)$$

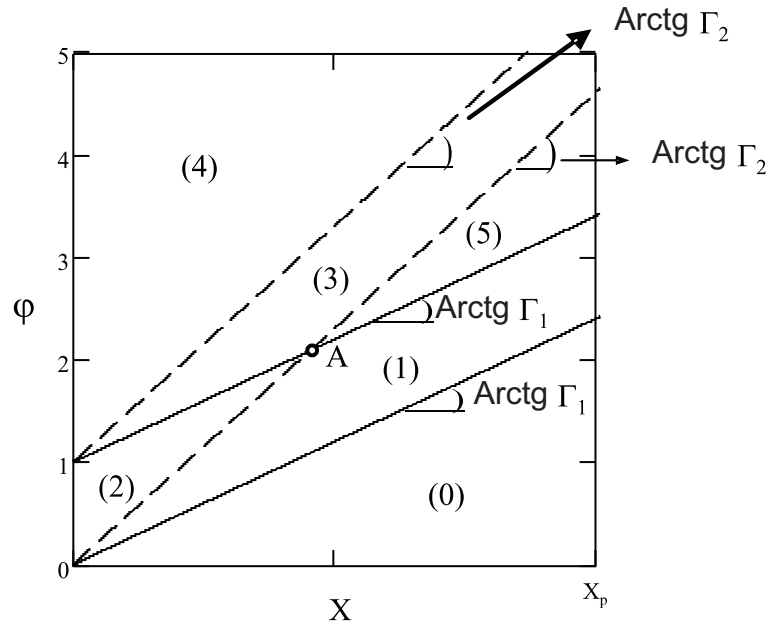


Figura 5.2: Plano físico auxiliar para injeção de banco contendo dois polímeros considerando isoterma de adsorção linear.

A partir da análise do plano $X \times \varphi$ a solução da parte termodinâmica do problema está determinada. É importante observar que a partir de um determinado instante de injeção há a separação entre os dois componentes, conhecido como ciclo cromatográfico, onde os

componente são separados pela diferença de velocidade de propagação de cada espécie no meio poroso. Este fenômeno depende do tamanho do banco em relação ao tamanho do reservatório. O perfil de concentração para diferentes valores de φ é apresentado na figura 5.3 e calculado através de:

$$c_1(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \Gamma_1 X \\ c_1^{(J)}, & \Gamma_1 X < \varphi \leq \Gamma_1 X + 1 \\ 0, & \varphi > \Gamma_1 X + 1 \end{cases} \quad (5.15)$$

$$c_2(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \Gamma_2 X \\ c_2^{(J)}, & \Gamma_2 X < \varphi \leq \Gamma_2 X + 1 \\ 0, & \varphi > \Gamma_2 X + 1 \end{cases} \quad (5.16)$$

5.1.2 Solução da equação do levantamento

Trataremos aqui com a forma de fluxo fracionário convexo, onde os dois polímeros atuam viscosificando a água de injeção do banco. O efeito da concentração de polímero no fluxo fracionário pode ser visto na figura 5.4, e determinado através da seguinte expressão:

$$f(s, c) = \frac{s}{s + (M_0 + M_1 c_1 + M_2 c_2)(1 - s)} \quad (5.17)$$

De forma análoga à realizada no capítulo 4, transformaremos as variáveis dependentes da equação do levantamento (5.4): $U = \frac{1}{f(s, c_1, c_2)}$ e $F = -\frac{s}{f(s, c_1, c_2)}$. A função F pode ser escrita como dependente das variáveis U , c_1 e c_2 , conforme expresso na equação 5.18:

$$F(U, c_1, c_2) = -\frac{(M_0 + M_1 c_1 + M_2 c_2)U}{(U - 1) + (M_0 + M_1 c_1 + M_2 c_2)} \quad (5.18)$$

A figura 5.5 apresenta o comportamento de F em relação a U para as diferentes configurações de concentração dos dois polímeros.

Pela regra da cadeia, a equação do levantamento pode ser escrita como:

$$\frac{\partial F}{\partial U} \frac{\partial U}{\partial \varphi} + \frac{\partial F}{\partial c_1} \frac{\partial c_1}{\partial \varphi} + \frac{\partial F}{\partial c_2} \frac{\partial c_2}{\partial \varphi} + \frac{\partial U}{\partial X} = 0 \quad (5.19)$$

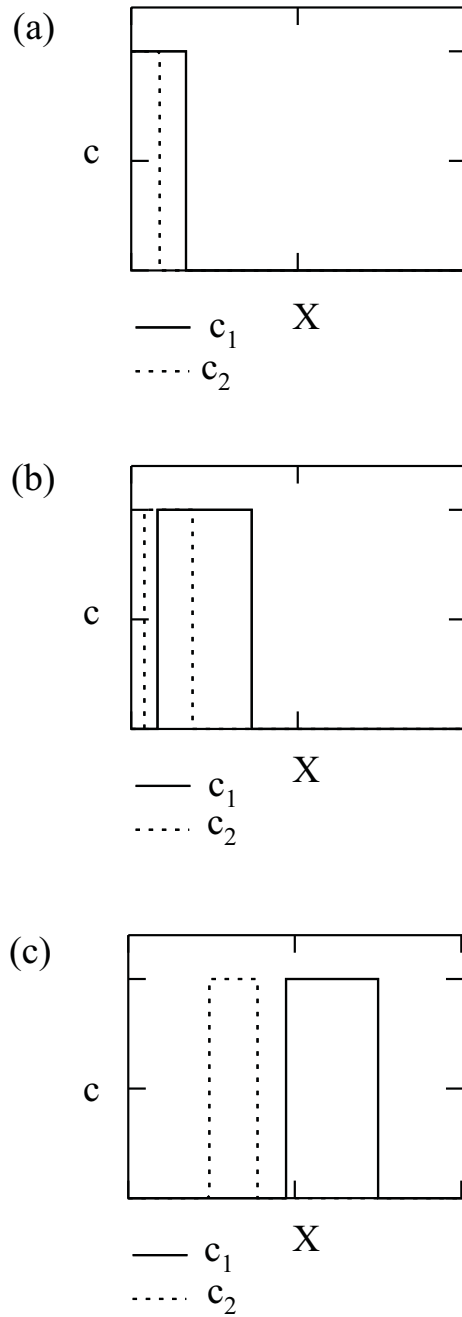


Figura 5.3: Perfis de concentração dos polímeros “1” e “2”: (a) banco ainda sendo injetado; (b) banco sendo deslocado por água sem polímero; (c) separação entre os dois polímeros durante o deslocamento no meio poroso.

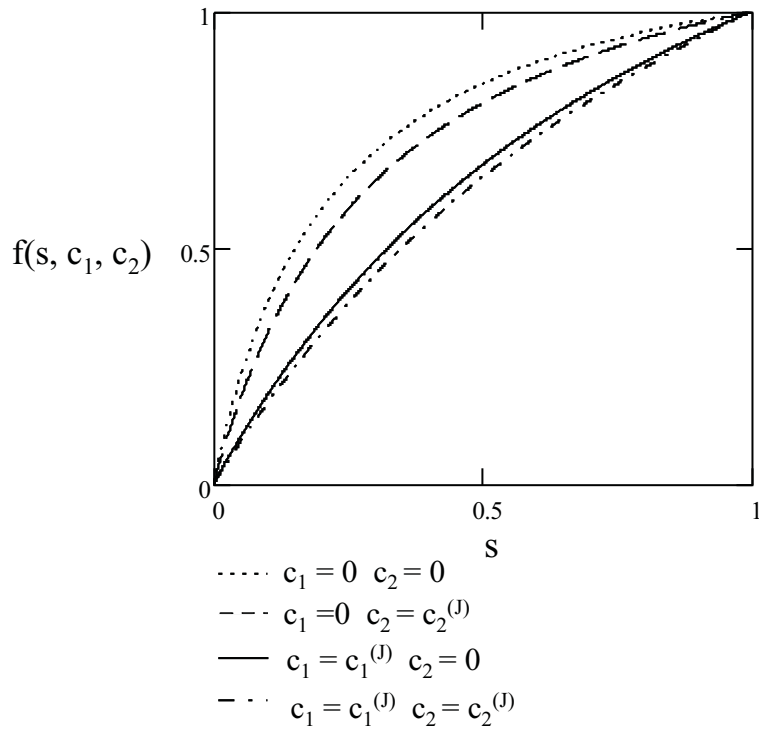


Figura 5.4: Fluxo fracionário convexo como função de s , c_1 e c_2 para o caso de injeção de banco contendo dois polímeros.

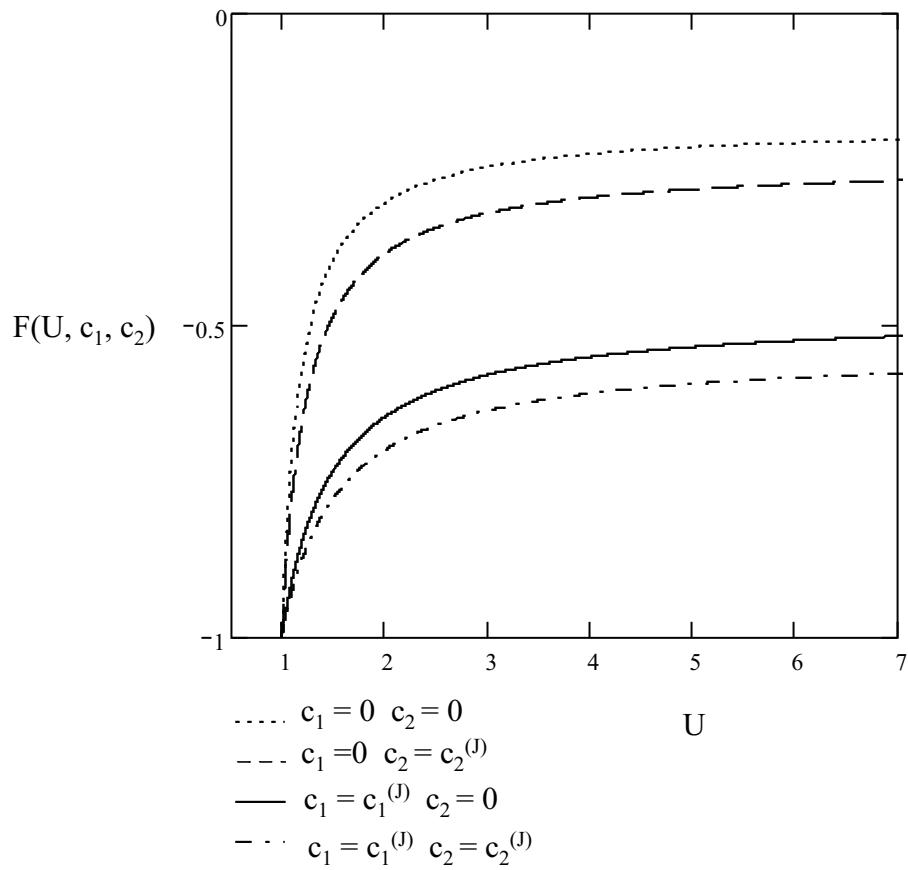


Figura 5.5: Função $F(U, c_1, c_2)$ para diferentes valores de concentração de dois polímeros.

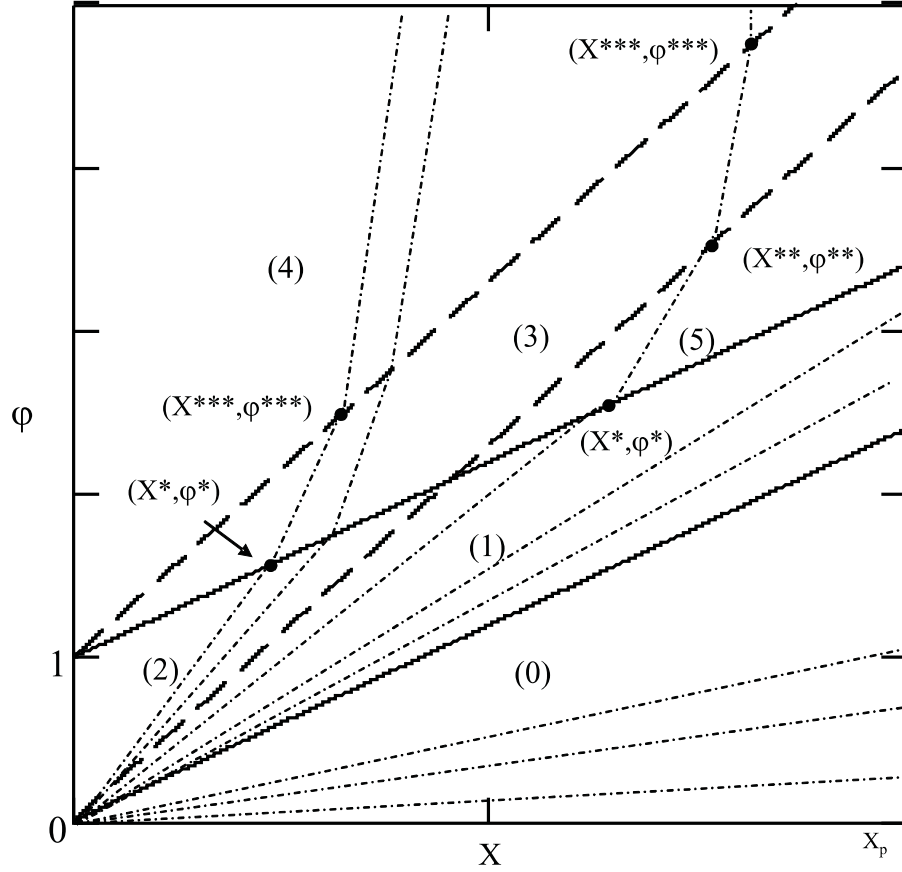


Figura 5.6: Características de U no plano $X \times \varphi$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.

Sobre as características $\frac{d\varphi}{dX} = \frac{\partial F}{\partial U}$, a equação 5.19 torna-se:

$$\frac{dU}{dX} = -\frac{\partial F}{\partial c_1} \frac{\partial c_1}{\partial \varphi} - \frac{\partial F}{\partial c_2} \frac{\partial c_2}{\partial \varphi} \quad (5.20)$$

Neste caso, conforme verificado na solução do sistema auxiliar, dentro de cada uma das regiões listadas anteriormente, $\frac{\partial c_1}{\partial \varphi} = 0$ e $\frac{\partial c_2}{\partial \varphi} = 0$. Portanto, sobre as curvas características:

$$\frac{dU}{dX} = 0 \rightarrow U = \text{constante} \quad (5.21)$$

As características da equação do levantamento no plano físico auxiliar encontram-se ilustradas na figura 5.6 e portanto a solução da equação do levantamento está determinada. O caminho da solução é apresentado na figura 5.7, mostrando a passagem entre as curvas de diferentes concentrações. Nesta figura está ilustrada a diferença entre o caminho para instantes onde ainda existe a região (2) (figura 5.7-a) e instantes posteriores, onde esta região não mais existe no meio poroso (figura 5.7-b).

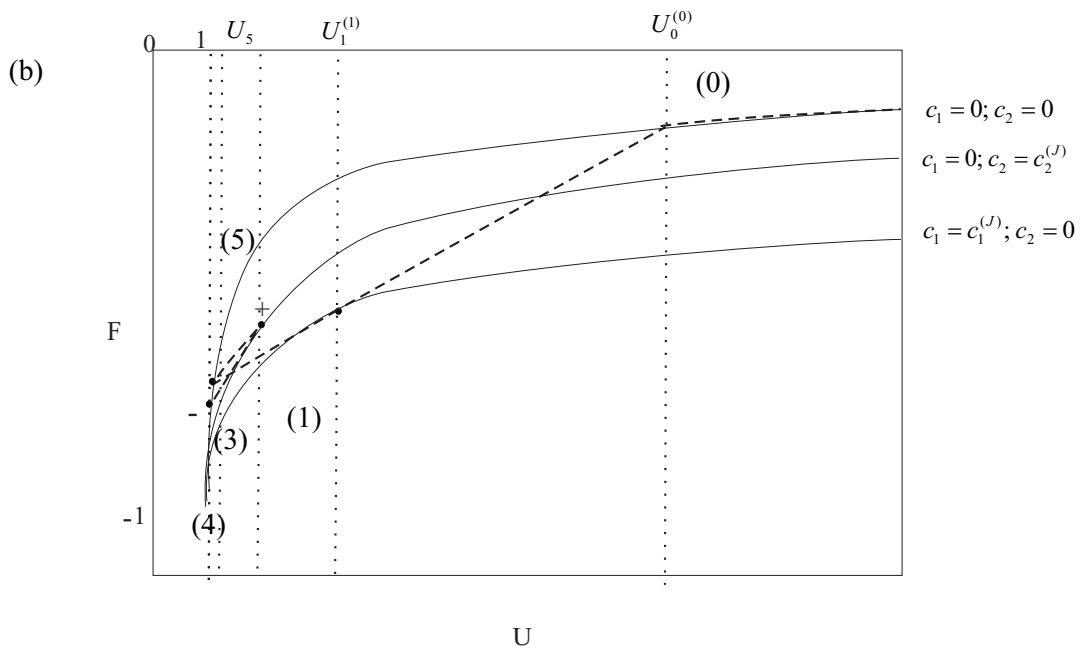
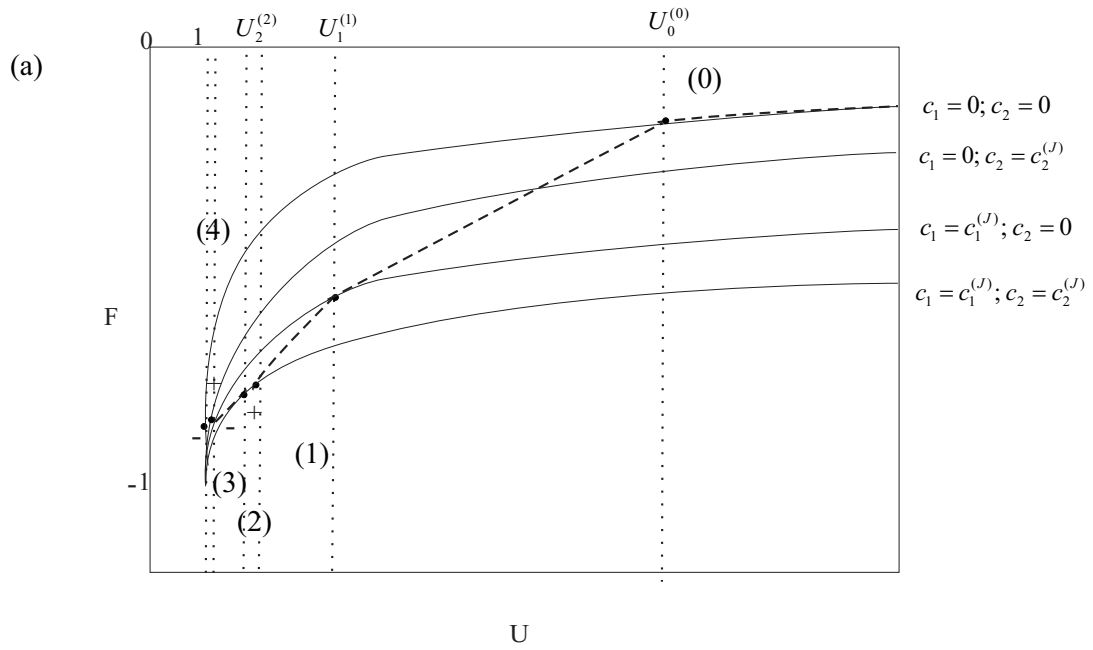


Figura 5.7: Caminho da solução do problema da injeção de banco contendo dois polímeros no plano $F \times U$.

A solução pode ser escrita como:

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (5.22)$$

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_0(X, \varphi), & -s^{(I)} X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \\ U_0^{(0)}, & \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma_1 X \\ U_1(X, \varphi), & \Gamma_1 X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma_2 X \\ U_2(X, \varphi), & \Gamma_2 X \leq \varphi < \Gamma_1 X + 1 \\ U_3(X, \varphi), & \Gamma_1 X \leq \varphi < \Gamma_2 X + 1 \\ U_4(X, \varphi), & \Gamma_2 X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.23)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_0(X, \varphi), & -s^{(I)} X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \\ U_0^{(0)}, & \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma_1 X \\ U_1(X, \varphi), & \Gamma_1 X \leq \varphi < \Gamma_1 X + 1 \\ U_5(X, \varphi), & \Gamma_1 X + 1 \leq \varphi < \Gamma_2 X \\ U_3(X, \varphi), & \Gamma_2 X \leq \varphi < \Gamma_2 X + 1 \\ U_4(X, \varphi), & \Gamma_2 X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.24)$$

O valor de $U_0^{(0)}$ é determinado a partir das equações transcendentais:

$$\frac{\partial F(U_1^-, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} = \Gamma_1 \quad (5.25)$$

$$\frac{F(U_1^-, c_1^{(J)}, 0) - F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{U_1^- - U_0^{(0)}} = \Gamma_1 \quad (5.26)$$

onde U_1^- é o valor de U cuja derivada da curva $F(U, c_1^{(J)}, 0)$ em relação a U é igual a Γ_1 .

O mesmo procedimento é realizado para encontrar o valor $U_1^{(1)}$ constante:

$$\frac{\partial F(U_2^-, c_1^{(J)}, c_2^{(J)})}{\partial U} = \Gamma_2 \quad (5.27)$$

$$\frac{F(U_2^-, c_1^{(J)}, c_2^{(J)}) - F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{U_2^- - U_1^{(1)}} = \Gamma_2 \quad (5.28)$$

onde U_2^- é o valor de U cuja derivada da curva $F(U, c_1^{(J)}, c_2^{(J)})$ em relação a U é igual a Γ_2 .

As funções $U_0(X, \varphi)$, $U_1(X, \varphi)$ e $U_2(X, \varphi)$ são rarefações obtidas das curvas $F(U, 0, 0)$, $F(U, c_1^{(J)}, 0)$ e $F(U, c_1^{(J)}, c_2^{(J)})$, respectivamente. Já nas regiões 3, 4 e 5 (figura 5.6) os

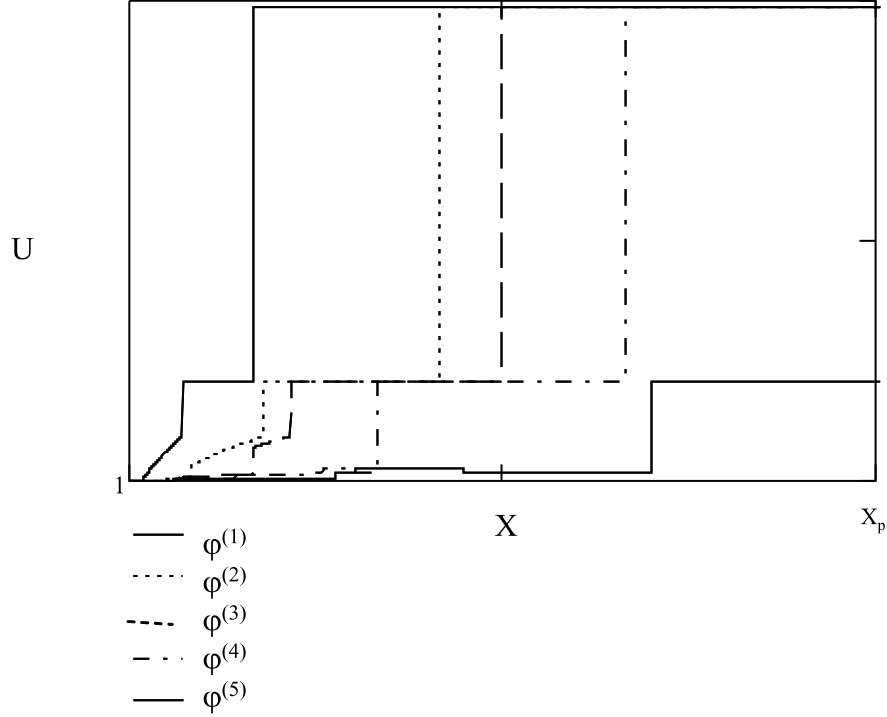


Figura 5.8: Perfil de U para o caso da injeção de banco contendo dois polímeros.

valores de U estão ligados aos saltos que ocorrem tanto na parte termodinâmica quanto na hidrodinâmica:

$$X^* \leq X_A \rightarrow \frac{F(U_3(X^*, \varphi^*), 0, c_2^{(J)}) - F(U_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})}{U_3(X^*, \varphi^*) - U_2(X^*, \varphi^*)} = \Gamma_1 \quad (5.29)$$

$$X^{**} > X_A \rightarrow \frac{F(U_3(X^{**}, \varphi^{**}), 0, c_2^{(J)}) - F(U_5(X^{**}, \varphi^{**}), 0, 0)}{U_3(X^{**}, \varphi^{**}) - U_5(X^{**}, \varphi^{**})} = \Gamma_2 \quad (5.30)$$

$$\frac{F(U_4(X^{***}, \varphi^{***}), 0, 0) - F(U_3(X^{***}, \varphi^{***}), 0, c_2^{(J)})}{U_4(X^{***}, \varphi^{***}) - U_3(X^{**}, \varphi^{***})} = \Gamma_2 \quad (5.31)$$

$$\frac{F(U_5(X^*, \varphi^*), 0, 0) - F(U_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)}{U_5(X^*, \varphi^*) - U_1(X^*, \varphi^*)} = \Gamma_1 \quad (5.32)$$

A figura 5.8 apresenta o perfil de U para diferentes valores de φ . A saturação é obtida a partir da solução do sistema auxiliar e da equação do levantamento:

$$s(X, \varphi) = \frac{(M_0 + M_1 c_1(X, \varphi) + M_2 c_2(X, \varphi))}{U(X, \varphi) - 1 + (M_0 + M_1 c_1(X, \varphi) + M_2 c_2(X, \varphi))} \quad (5.33)$$

O caminho da solução no plano $f \times s$ é apresentado na figura 5.9.

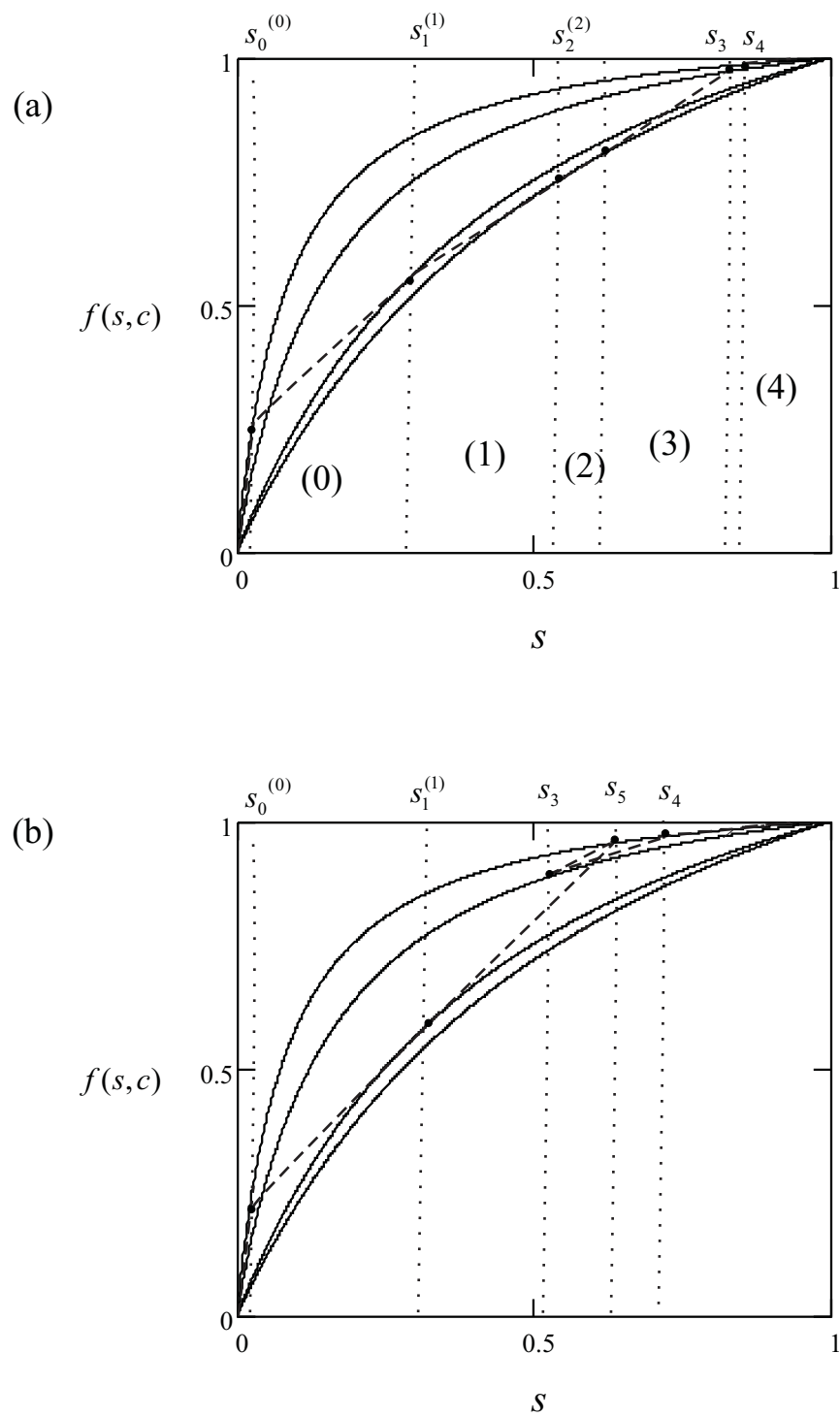


Figura 5.9: Caminho da solução no plano $f \times s$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.

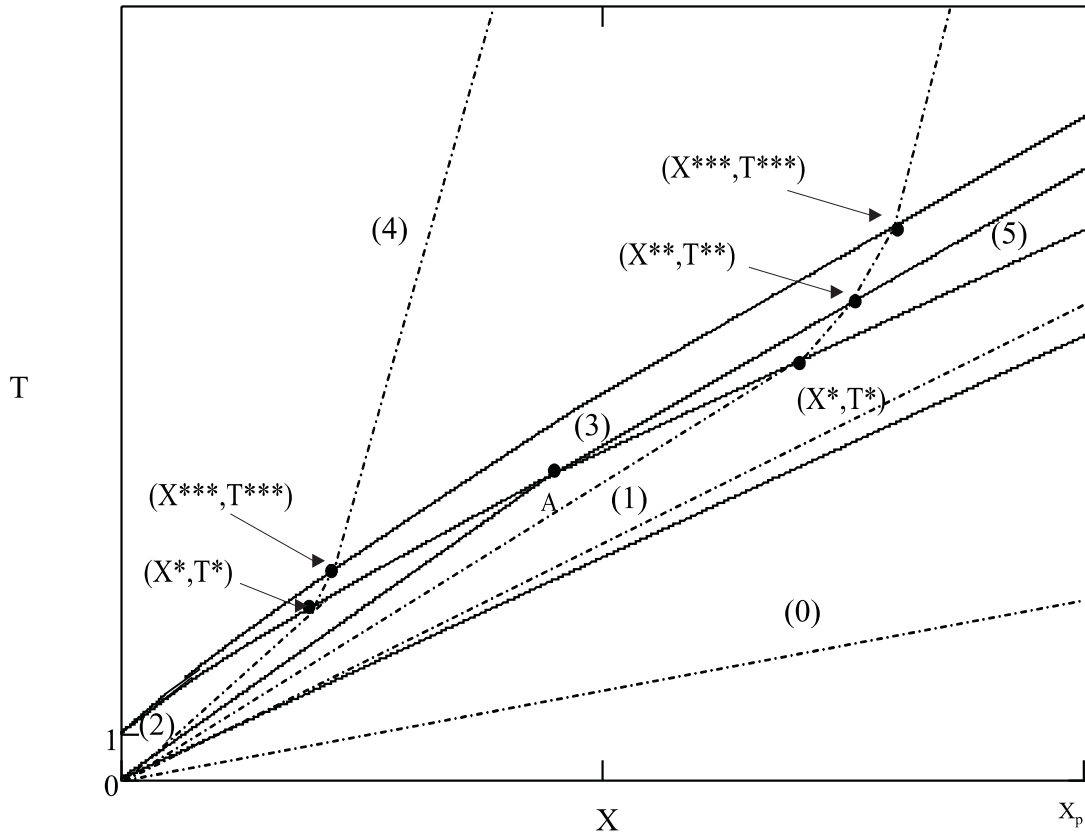


Figura 5.10: Características no plano $X \times T$ para injeção de banco contendo dois polímeros.

Com as soluções $s(X, \varphi)$, $c_1(X, \varphi)$ e $c_2(X, \varphi)$ conhecidas já temos as informações necessárias para o mapeamento inverso, saindo do plano físico auxiliar $X \times \varphi$ para o plano $X \times T$, conforme apresentado no anexo B.2.1. A figura 5.10 apresenta as características de s no domínio do tempo e do espaço.

A estrutura do deslocamento de óleo por banco de dois polímeros é composta por:

- produção de óleo, seguida de um banco de óleo de saturação $(1 - s_0^{(0)})$ (região 0);
- produção do polímero que se move mais rapidamente no meio poroso (região 1);
- produção do banco de água pura, resultado da separação cromatográfica: o polímero mais rápido já foi produzido e o mais lento ainda não alcançou o poço produtor (região 5);
- o banco de polímero mais lento (que mais adsorve) começa a ser produzido (região 3);
- após um certo volume de injeção começa a ser produzida água de deslocamento (região 4).

A figura 5.11 apresenta perfis de saturação para diferentes volumes injetados, é interessante observar que após a produção do primeiro polímero surge um banco de óleo devido

ao ciclo cromatográfico. A análise da eficiência deste método de recuperação pode ser feita através do fator de recuperação (figura 5.12), cujo cálculo é apresentado no apêndice C.

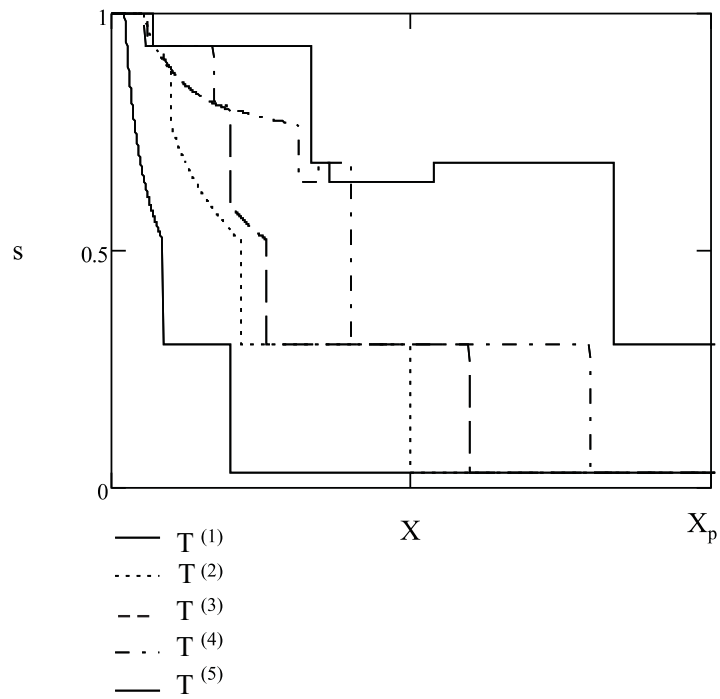


Figura 5.11: Perfil de saturação para o caso da injeção de banco contendo dois polímeros.

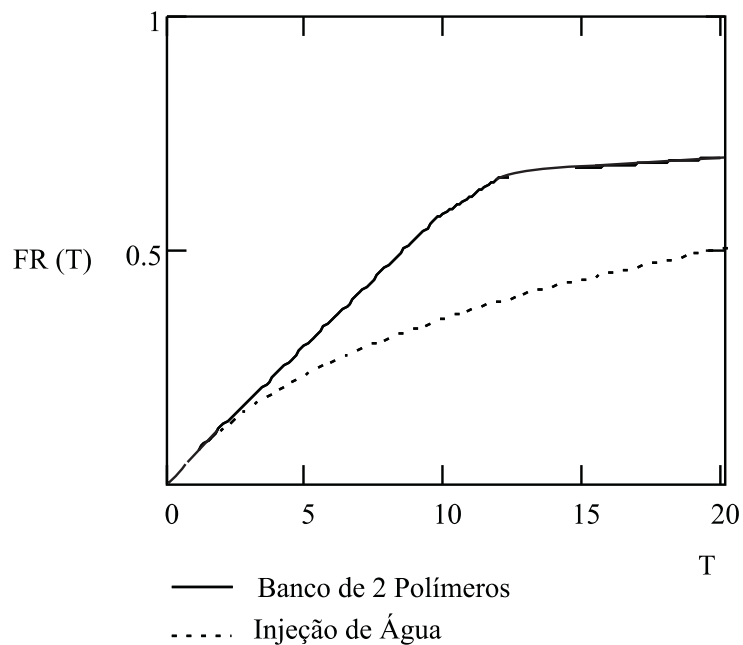


Figura 5.12: Fator de recuperação de um reservatório submetido à injeção de banco de água contendo dois polímeros.

5.2 Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero e Um Surfactante

Surfactantes são uma classe especial de moléculas que são tanto hidrofílicas quanto hidrofóbicas, a configuração mais estável para estas moléculas é a interface óleo/água. Os surfactantes são geralmente injetados com água no meio poroso com o objetivo de reduzir a tensão interfacial, resultando na redução das forças capilares que podem trapear o óleo nos poros da rocha [Bryan and Kantzas, 2007].

Nesta seção será descrita a injeção de banco de água contendo surfactantes e polímeros. O objetivo desta combinação é uma melhor eficiência de varrido e redução da saturação de óleo irreduzível. O surfactante (componente 1) não é adsorvido ao meio poroso, enquanto o polímero (componente 2) sofre adsorção linear:

$$a_2(c_2) = \Gamma_2 c_2$$

O surfactante age reduzindo a tensão interfacial, com essa redução a saturação residual do óleo diminui. O efeito do surfactante aqui utilizado é baseado em trabalhos experimentais publicados na literatura [Amaefule and Handy, 1982]:

$$s_{or}(c_1) = s_{or}^{(I)}(0,0003c_1^{-2,6639})^{0,5213} \quad (5.34)$$

onde $s_{or}^{(I)}$ é a saturação de óleo residual sem a adição de surfactante.

O sistema de equações que descreve o problema é:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s, c_1, c_2)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial(c_1 s)}{\partial T} + \frac{\partial(c_1 f(s, c_1, c_2))}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial(c_2 s + a_2(c_1, c_2))}{\partial T} + \frac{\partial(c_2 f(s, c_1, c_2))}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.35)$$

As condições associadas ao problema são:

- Condição inicial $\rightarrow T = 0$:

$$\begin{cases} s(X, 0) = s^{(I)} \\ s_{or} = s_{or}^{(I)} \\ c_1(X, 0) = 0 \\ c_2(X, 0) = 0 \end{cases} \quad (5.36)$$

- Condição de contorno $\rightarrow X = 0$:

$$\begin{cases} s(0, T) = s^{(J)} \\ f(0, T) = f^{(J)} = 1 \\ s_{or} = s_{or}^{(J)} \left[0,0003 \left(c_1^{(J)} \right)^{-2,6639} \right]^{0,5213} \\ c_1(0, T) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \\ c_2(0, T) = \begin{cases} c_2^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.37)$$

Mudando as variáveis independentes do sistema 5.35 de (X, T) para (X, φ) obtemos a equação do levantamento e o sistema auxiliar.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{s}{f(s, c_1, c_2)} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{f(s, c_1, c_2)} \right) = 0 \quad (5.38)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial a_2(c_2)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_2}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.39)$$

A condições do problema também são convertidas em função de X e φ , como apresentado no capítulo 4.

- Condição inicial $T = 0 \rightarrow \varphi = -s^{(I)} X$

$$\begin{cases} s(X, -s^{(I)} X) = s^{(I)} \\ s_{or} = s_{or}^{(I)} \\ c_1(X, -s^{(I)} X) = 0 \\ c_2(X, -s^{(I)} X) = 0 \end{cases} \quad (5.40)$$

- Condição de contorno $X = 0 \rightarrow \varphi = T$:

$$\begin{cases} s(0, \varphi) = s^{(J)} \\ f(0, \varphi) = f^{(J)} = 1 \\ s_{or} = s_{or}^{(J)} \left[0,0003 \left(c_1^{(J)} \right)^{-2,6639} \right]^{0,5213} \\ c_1(0, \varphi) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \\ c_2(0, \varphi) = \begin{cases} c_2^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \end{cases} \quad (5.41)$$

5.2.1 Solução do problema auxiliar

Escrevendo o sistema auxiliar na forma matricial:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_X + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{da_2(c_2)}{dc_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

Os auto-valores, constantes e distintos, onde $\lambda_I < \lambda_{II}$, são:

$$\begin{cases} \lambda_I = 0 \\ \lambda_{II} = \frac{da_2(c_2)}{dc_2} = \Gamma_2 \end{cases} \quad (5.43)$$

Na figura 5.13 está ilustrado o plano físico auxiliar. Podemos perceber que o auto-valor λ_I rege o comportamento do surfactante, que se move com a água de injeção, sem ser retido pelo meio poroso. Vale ressaltar que uma vez que o surfactante passou por um trecho do meio poroso, a saturação de óleo residual permanece menor que a original, não retornando a um valor mais elevado mesmo que cesse a injeção do produto. O polímero, ao contrário, interage com a rocha e sua propagação no meio poroso é retardada. O perfil de c_2 para diferentes valores de φ é apresentado na figura 5.14.

$$c_1(X, \varphi) = \begin{cases} c_2^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & 1 < \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.44)$$

$$c_2(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi \leq \Gamma_2 X \\ c_2^{(J)}, & \Gamma_2 X < \varphi \leq \Gamma_2 X + 1 \\ 0, & \Gamma_2 X + 1 < \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.45)$$

5.2.2 Solução da equação do levantamento

Como foi dito anteriormente, o surfactante altera o volume do óleo residual, enquanto o polímero atua aumentando a viscosidade do fluido. O fluxo fracionário aqui adotado apresenta forma convexa (figura 5.15):

$$f(s, c_1, c_2) = \frac{s - s_{wi}}{s - s_{wi} + (M_0 + M_1 c_2)(1 - s - s_{or}(c_1))} \quad (5.46)$$

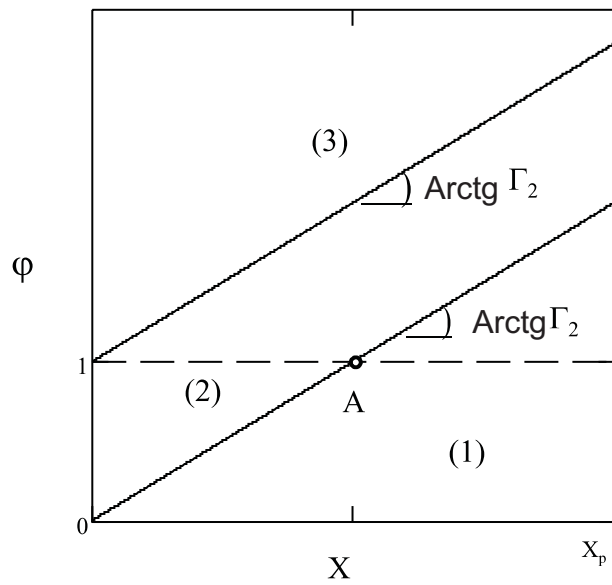


Figura 5.13: Plano físico auxiliar do problema da injeção de água contendo polímero e surfactante.

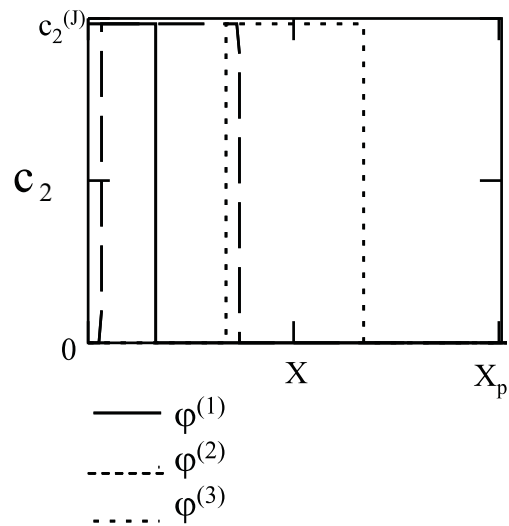


Figura 5.14: Perfil de concentração de polímero para a injeção de banco contendo polímero e surfactante.

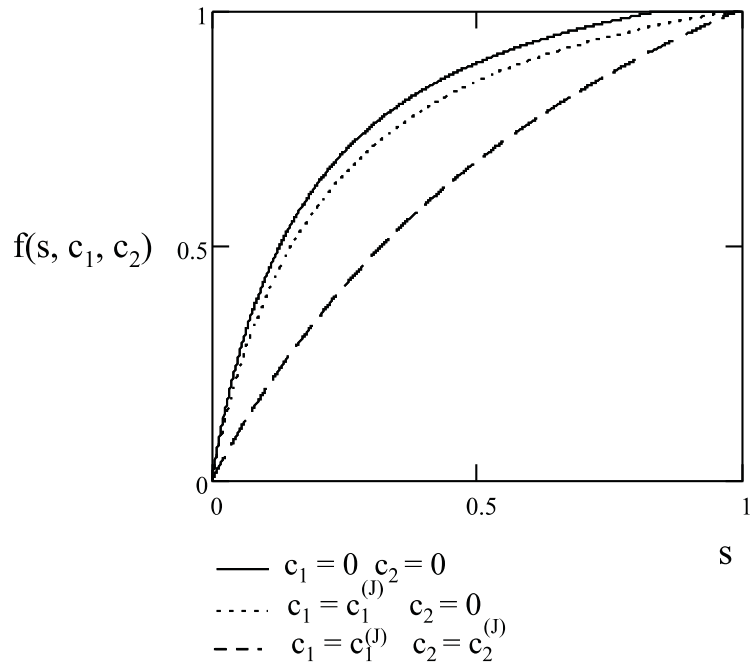


Figura 5.15: Fluxo fracionário em função da concentração de surfactante (1) e polímero (2).

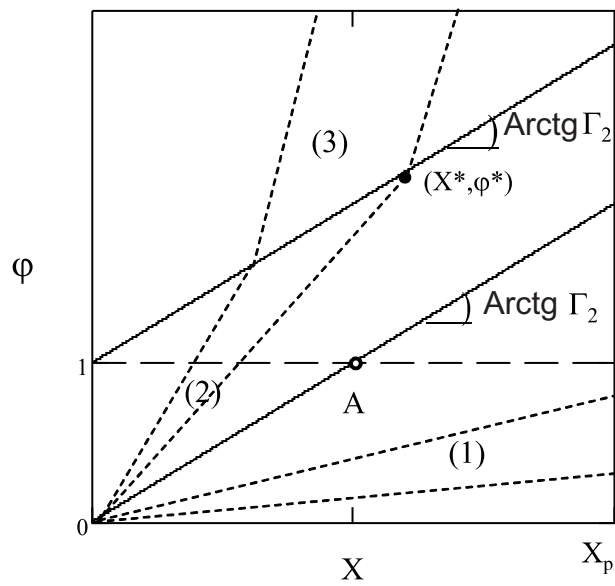


Figura 5.16: Características de U no plano físico auxiliar para a injeção de banco de água contendo surfactante e polímero.

A solução da equação do levantamento é encontrada em termos das funções F e U e as características de U no plano físico auxiliar estão ilustradas na figura 5.16.

A descontinuidade na injeção do surfactante não altera as características de U , pois o seu efeito é apenas na mudança do s_{or} , que permanece após o término da injeção do banco. Este fato pode ser comprovado matematicamente pelo auto-valor ligado ao surfactante de valor nulo.

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & -s^I X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0, c_2=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0, c_2=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma X \\ U_2(X, \varphi), & \Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1 \\ U^-, & \Gamma X + 1 \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.47)$$

O caminho da solução é apresentado na figura 5.17 e os perfis de U estão ilustrados na figura 5.18. Com o sistema auxiliar e a equação do levantamento solucionados é possível voltar ao domínio do tempo (figura 5.19), cujo cálculo é apresentado no apêndice B. O surfactante, por não adsorver na rocha, se move mais rápido no meio poroso e alcança primeiro o poço produtor.

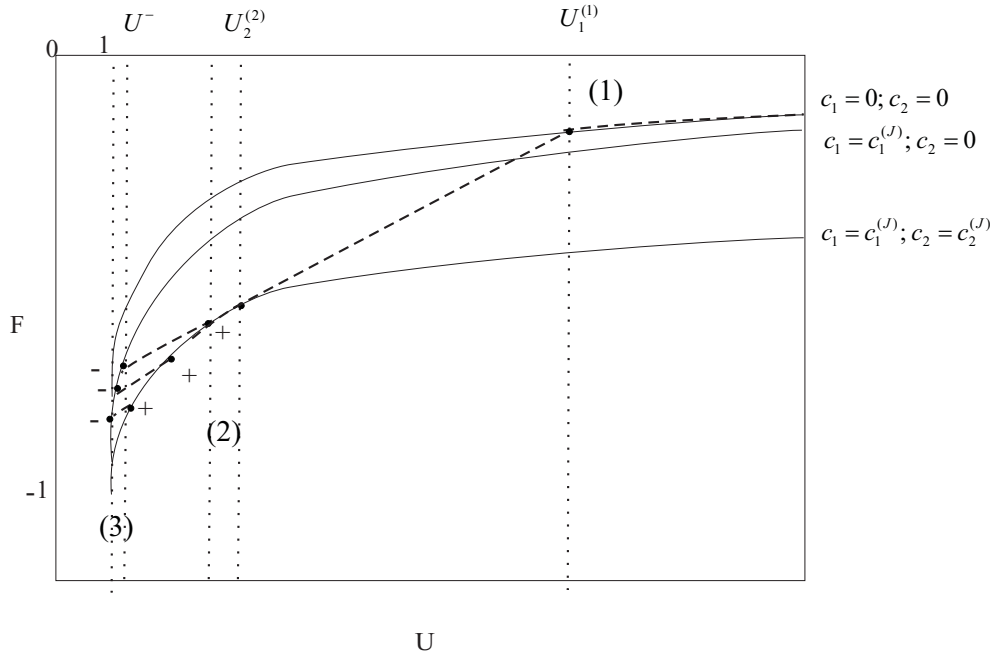


Figura 5.17: Caminho da solução no plano $F \times U$ para a injeção de banco de água contendo 1 polímero e 1 surfactante.

Os perfis de saturação e concentração para diferentes volumes porosos injetados são apresentados na figura 5.20.

A figura 5.21 apresenta uma comparação entre o fator de recuperação (FR) obtido com a injeção de banco de água contendo polímero e surfactante e a injeção contínua de água

sem os componentes químicos. O FR se mostra muito superior para a injeção do banco aqui modelado. Outro ponto importante a se destacar nesse caso é o fator de recuperação conseguir alcançar valor bem próximo a 1 após um certo volume injetado. Este comportamento se deve ao efeito do surfactante, que reduziu o óleo residual e, portanto, o FR para a injeção do banco será sempre maior do que a injeção contínua de água.

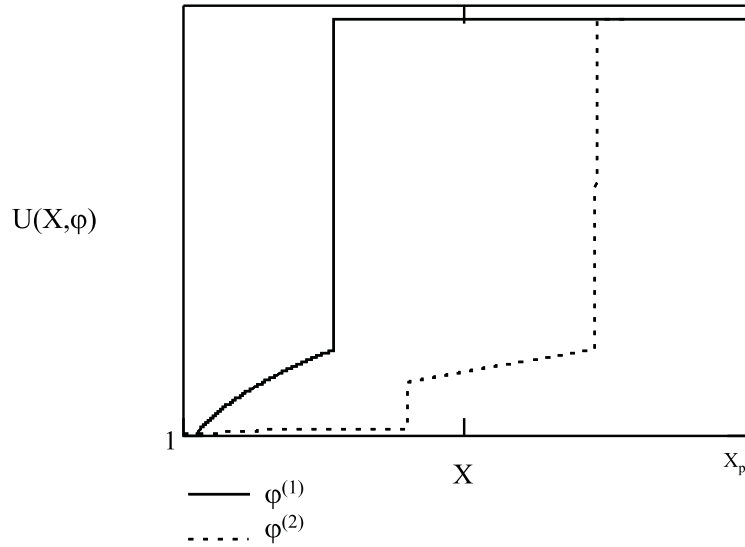


Figura 5.18: Perfis de U para diferentes valores de φ para injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.

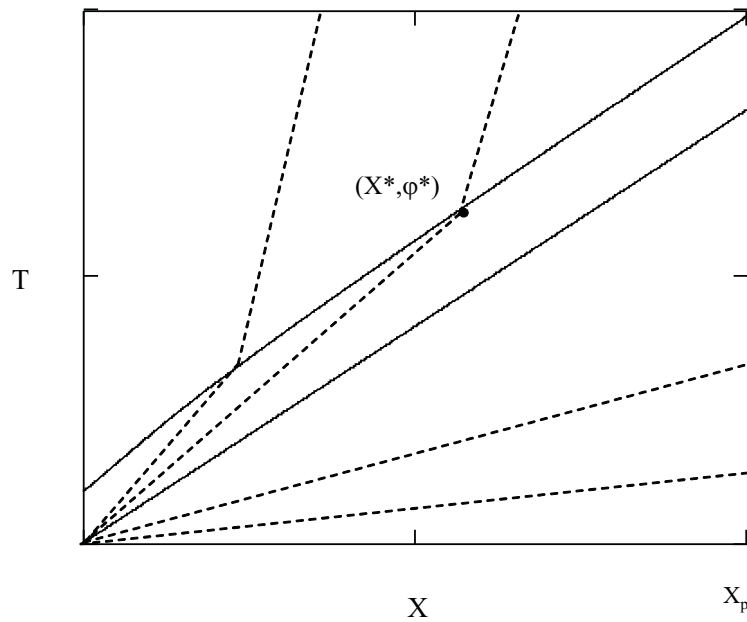


Figura 5.19: Características no plano $X \times T$ para a injeção de banco de polímero e surfactante.

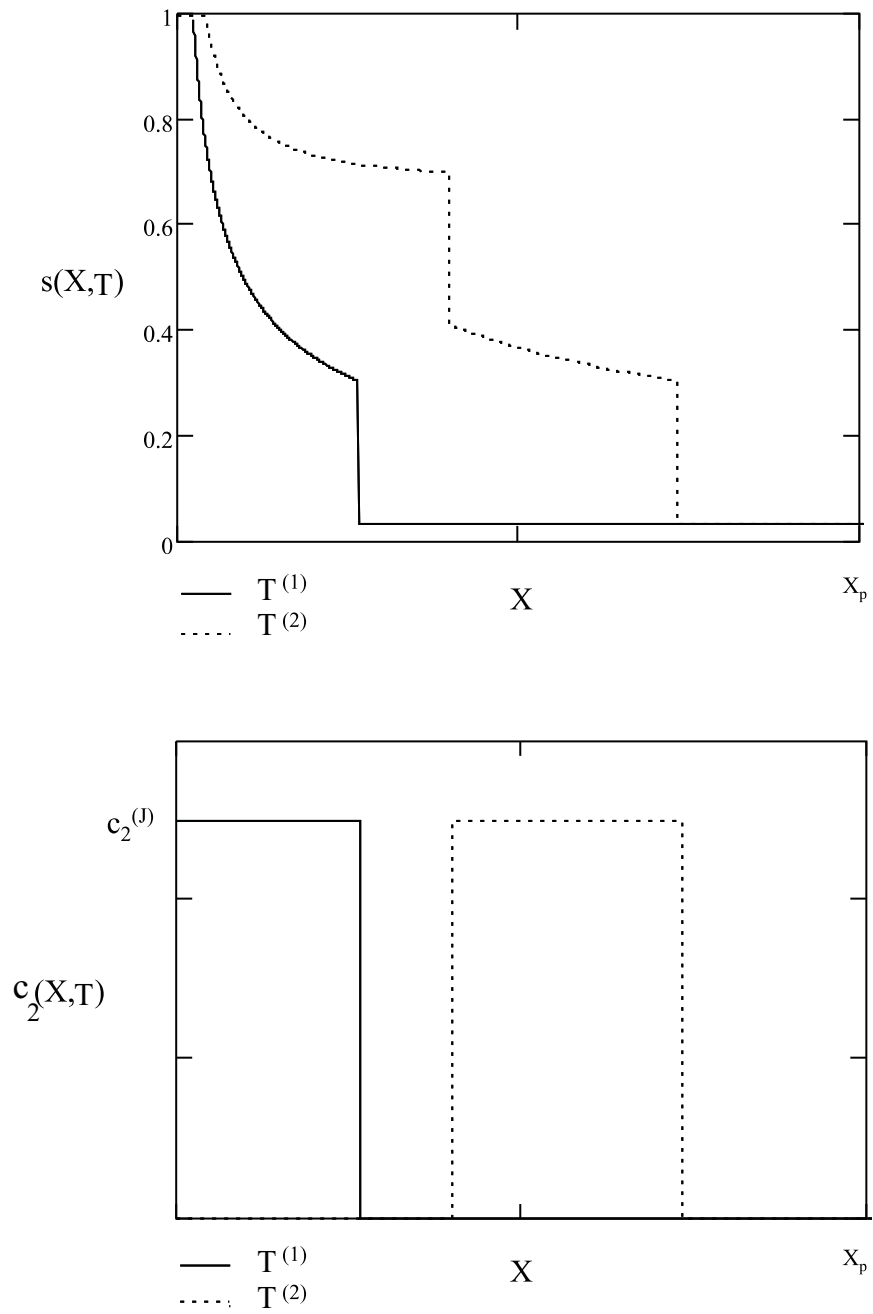


Figura 5.20: Perfis de saturação e concentração de polímero para diferentes valores de T na injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.

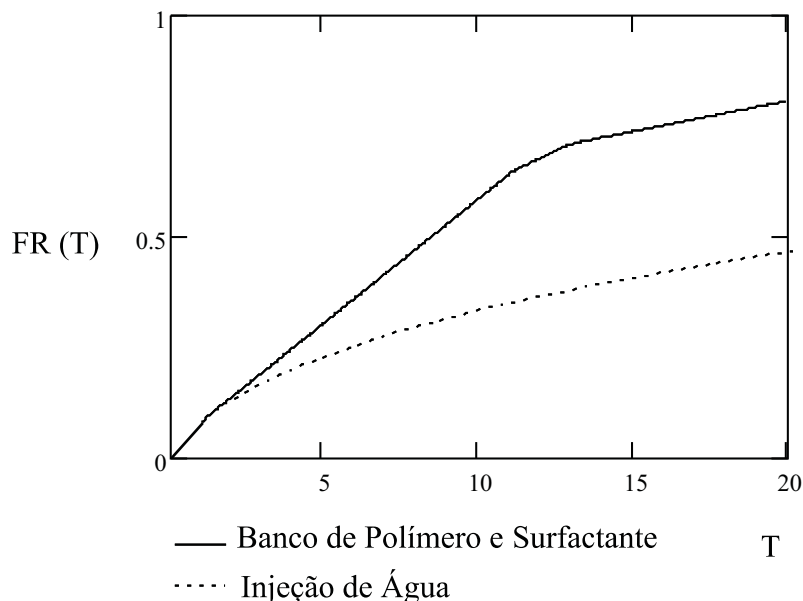


Figura 5.21: Fator de recuperação para a injeção de banco de água contendo polímero e surfactante.

5.3 Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero e Um Sal

No deslocamento de óleo por água contendo sais no meio poroso podem ocorrer processos físico-químicos mais complexos, nos quais o sal não atua no aumento da recuperação do óleo propriamente dito, mas influenciando no comportamento dos demais aditivos [Bedrikovetsky, 1993]. Uma solução salina injetada juntamente com polímeros no banco pode atuar reduzindo a adsorção do polímero. Nesta seção vamos considerar a injeção de banco de água contendo um polímero e um sal, relatando a influência das concentrações dos dois componentes no comportamento de fluxo.

Será considerada a adsorção do polímero (componente 1), que é função de sua concentração em solução e da concentração do sal (componente 2), figura 5.22. O sal não adsorve na rocha nem modifica o fluxo fracionário:

$$a_1(c_1, c_2) = \frac{(\beta_1 + \beta_2 c_2) c_1}{1 + \beta_3 c_1} \quad (5.48)$$

O sistema que descreve o problema considerando o fluxo bifásico e o equilíbrio sólido-

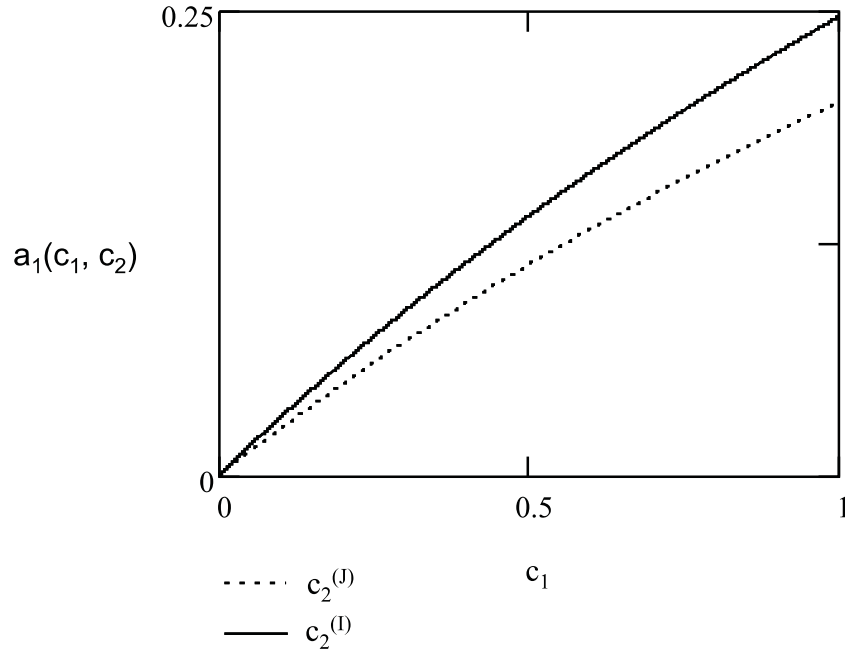


Figura 5.22: Isoterma de adsorção do polímero em presença de sal.

líquido é:

$$\begin{cases} \frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s, c_1)}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial (s c_1 + a_1(c_1, c_2))}{\partial T} + \frac{\partial (c_1 f(s, c_1))}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial (s c_2)}{\partial T} + \frac{\partial (c_2 f(s, c_1))}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.49)$$

As condições associadas ao problema são:

- Condição inicial $\rightarrow T = 0$:

$$\begin{cases} s(X, 0) = s^{(I)} \\ c_1(X, 0) = 0 \\ c_2(X, 0) = c_2^{(I)} \end{cases} \quad (5.50)$$

- Condição de contorno $\rightarrow X = 0$:

$$\begin{cases} s(0, T) = s^{(J)} \\ f(0, T) = f^{(J)} = 1 \\ c_1(0, T) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq T \leq 1 \\ 0, & T > 1 \end{cases} \\ c_2(0, T) = c_2^{(J)} \end{cases} \quad (5.51)$$

No momento $T = 0$ existia uma concentração de sal $c_2^{(I)}$ na água de formação, que não contém polímero, e a água injetada em $X = 0$, tanto a do banco quanto a que o desloca, possui concentração $c_2^{(J)}$ do mesmo sal, onde $c_2^{(I)} > c_2^{(J)}$.

Mudando as variáveis independentes do sistema 5.49 de (X, T) para (X, φ) obtemos a equação do levantamento e o sistema auxiliar.

$$\frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{s}{f(s, c_1)} \right) - \frac{\partial}{\partial X} \left(\frac{1}{f(s, c_1)} \right) = 0 \quad (5.52)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial a_1(c_1, c_2)}{\partial \varphi} + \frac{\partial c_1}{\partial X} = 0 \\ \frac{\partial c_2}{\partial X} = 0 \end{cases} \quad (5.53)$$

As condições do problema também são convertidas em função de X e φ , como apresentado no capítulo 3:

- Condição inicial $T = 0 \rightarrow \varphi = -s^{(I)}X$:

$$\begin{cases} s(X, -s^{(I)}X) = s^{(I)} \\ c_1(X, -s^{(I)}X) = 0 \\ c_2(X, -s^{(I)}X) = c_2^{(I)} \end{cases} \quad (5.54)$$

- Condição de contorno $X = 0 \rightarrow \varphi = T$:

$$\begin{cases} s(0, \varphi) = s^{(J)} \\ f^{(J)} = 1 \\ c_1(0, \varphi) = \begin{cases} c_1^{(J)}, & 0 \leq \varphi \leq 1 \\ 0, & \varphi > 1 \end{cases} \\ c_2(0, \varphi) = c_2^{(J)} \end{cases} \quad (5.55)$$

5.3.1 Solução do problema auxiliar

Reescrevendo o sistema auxiliar na forma matricial podemos determinar os auto-valores:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_X + \begin{pmatrix} \frac{\partial a_1(c_1, c_2)}{\partial c_1} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}_\varphi = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.56)$$

São dois os auto-valores, constantes e distintos, onde $\lambda_I < \lambda_{II}$:

$$\begin{cases} \lambda_I = 0 \\ \lambda_{II} = \frac{\partial a_1(c_1, c_2)}{\partial c_1} \end{cases} \quad (5.57)$$

As c -características do sistema auxiliar estão ilustradas no plano físico auxiliar, figura 5.23. Nela podemos identificar 4 regiões:

1. Região 1 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = c_2^{(I)}$;
2. Região 2 $\rightarrow c_1 = c_1^{(J)}$ e $c_2 = c_2^{(J)}$;
3. Região 3 $\rightarrow c_1$ variando de $c_1^{(J)}$ até zero, c -rarefação, e $c_2 = c_2^{(J)}$;
4. Região 4 $\rightarrow c_1 = 0$ e $c_2 = c_2^{(J)}$.

A c -rarefação é regida pela equação:

$$c_{1r}(X, \varphi) = \frac{1}{\beta_3} \left(\sqrt{(\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)}) \frac{X}{\varphi - 1} - 1} \right) \quad (5.58)$$

A existência da região (2) está limitada ao ponto A de coordenadas:

$$X_A = \frac{(1 + \beta_3 c_1^{(J)})^2}{\beta_3 c_1^{(J)} (\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)})} \quad (5.59)$$

$$\varphi_A = \frac{(1 + \beta_3 c_1^{(J)})}{\beta_3 c_1^{(J)}} \quad (5.60)$$

O limite entre as regiões é dado pelas seguintes equações:

- Região (1) e (2) $\rightarrow \varphi_1(X)$

As características da região (1) se chocam com as da região (2), ocorrendo um choque de velocidade V .

$$V = \frac{\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)}}{(1 + \beta_3 c_1^{(J)})} \quad (5.61)$$

$$\varphi_1(X) = V X \quad (5.62)$$

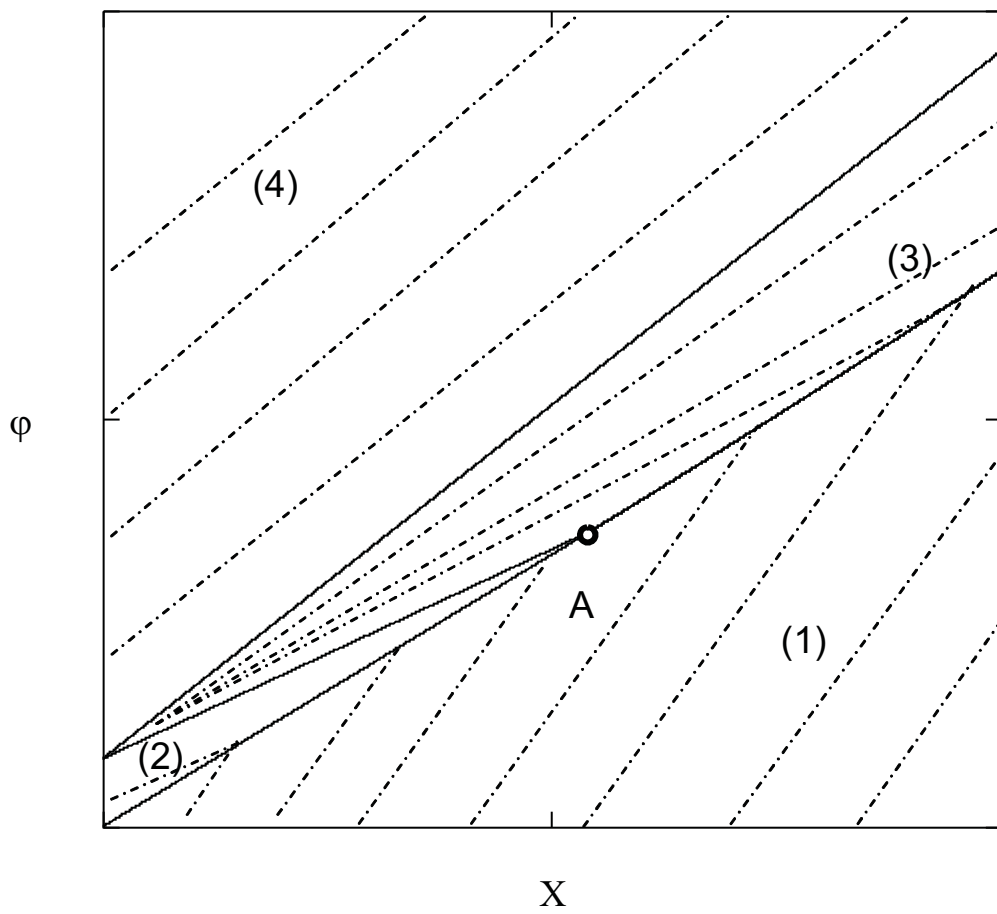


Figura 5.23: c -características no plano físico auxiliar para a injeção de banco de água contendo polímero e sal.

- Região (2) e (3) $\rightarrow \varphi_2(X)$

$$\varphi_2(X) = \frac{\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)}}{(1 + \beta_3 c_1^{(J)})^2} X + 1 \quad (5.63)$$

- Região (3) e (4) $\rightarrow \varphi_3(X)$

$$\varphi_3(X) = (\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)}) X + 1 \quad (5.64)$$

- Região (1) e (3) $\rightarrow \varphi_4(X)$

$$\varphi_4(X) = \left(\sqrt{(\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)})} X + \frac{\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)} - \sqrt{\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)}} (1 - \beta_3 c_1^{(J)})^2}{\beta_3 c_1^{(J)} (\beta_1 + \beta_2 c_2^{(J)})} \right)^2 + 1 \quad (5.65)$$

Sobre esta curva ocorre choque das características da região (1) com as da região (3).

$$\vec{c}(X, \varphi) = \begin{cases} c_1^{(1)}(X, \varphi), c_2^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ c_1^{(2)}(X, \varphi), c_2^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (5.66)$$

$$c_1^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ c_1^{(J)}, & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ c_{1r}(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ 0, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.67)$$

$$c_1^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} 0, & 0 \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ c_{1r}(X, \varphi), & \varphi_4(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ 0, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.68)$$

$$c_2^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} c_2^{(I)}, & 0 \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ c_2^{(J)}, & \varphi_1(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.69)$$

$$c_2^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} c_2^{(I)}, & 0 \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ c_2^{(J)}, & \varphi_4(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.70)$$

A figura 5.24 mostra o perfil de concentração dos dois componentes para três diferentes valores de φ .

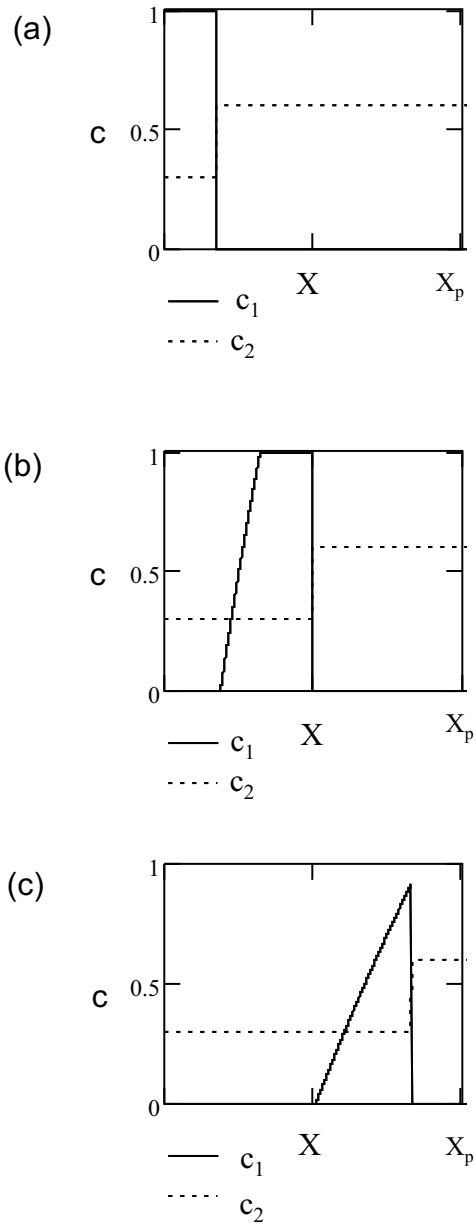


Figura 5.24: Perfis de concentração de polímero (1) e sal (2) para 3 diferentes valores de φ : (a) banco ainda sendo injetado; (b) banco sendo deslocado por água sem polímero; (c) não existe mais a região (2) no meio poroso.

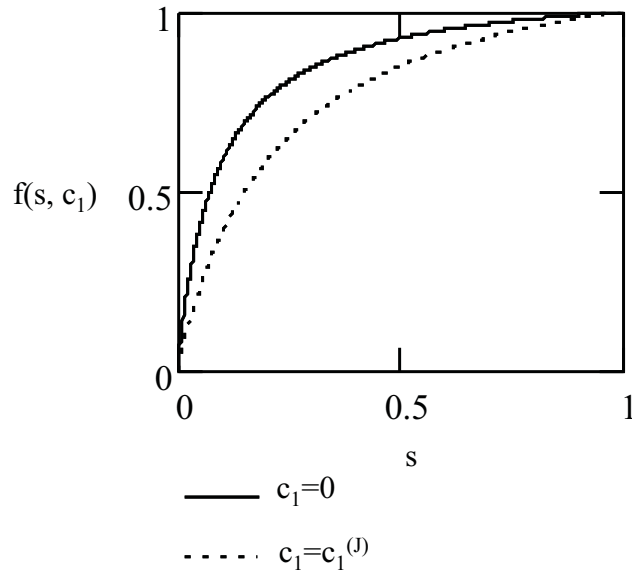


Figura 5.25: Fluxo fracionário convexo para o caso de injeção de polímero e sal.

5.3.2 Solução da equação do levantamento

Com a solução do problema auxiliar, partiremos para a solução da equação do levantamento. Neste caso apenas a concentração do polímero altera o fluxo fracionário, que possui forma convexa (figura 5.25):

$$f(s, c_1) = \frac{s}{s + (M_0 + M_1 c_1)(1 - s)} \quad (5.71)$$

A solução da equação do levantamento será feita em termos de F e U , conforme realizado nos outros casos apresentados nesta dissertação.

A figura 5.26 apresenta as características de U no plano $X \times \varphi$. O caminho da solução é semelhante ao apresentado para o caso da injeção de um polímero com isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo (sub-seção 4.2.1). A partir das equações 5.72, 5.73 e 5.74 perfis de U para φ constante podem ser construídos (figura 5.27).

$$U(X, \varphi) = \begin{cases} U^{(1)}(X, \varphi), & X \leq X_A \\ U^{(2)}(X, \varphi), & X > X_A \end{cases} \quad (5.72)$$

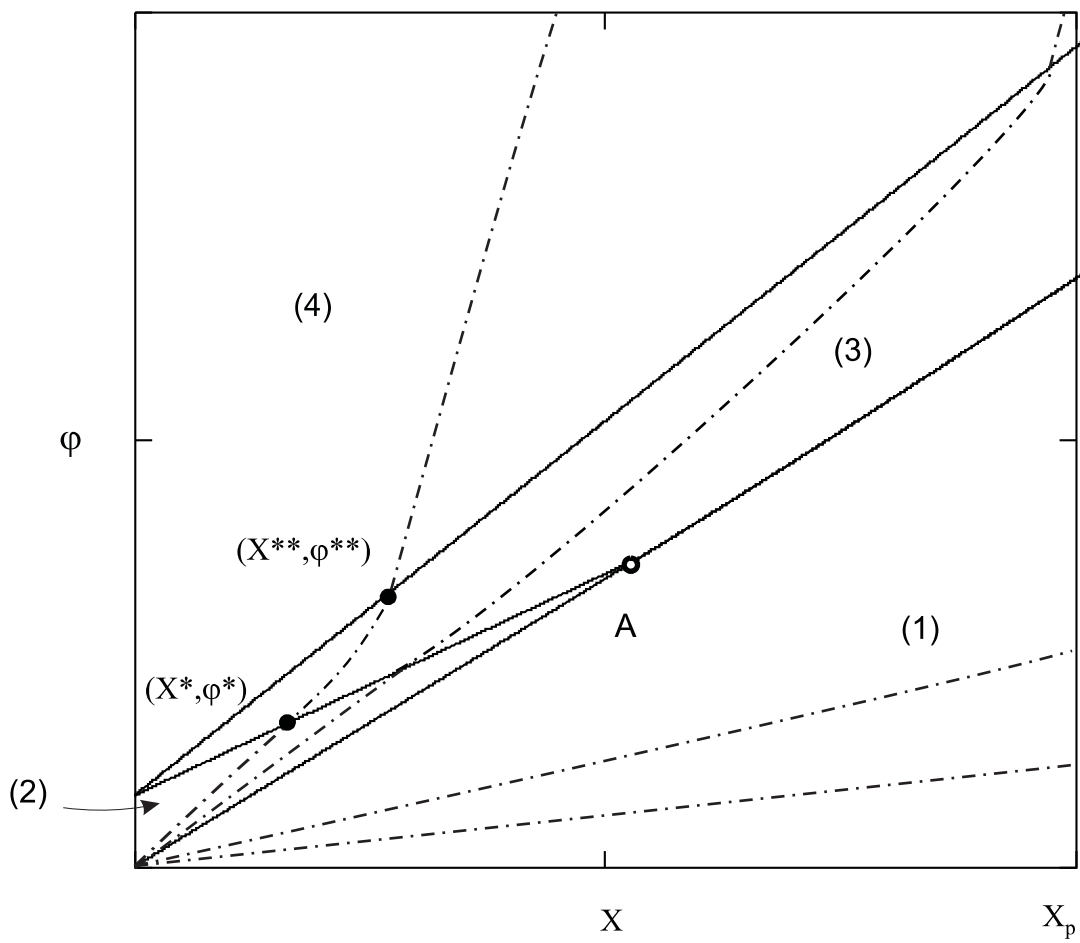


Figura 5.26: Características de U no plano físico auxiliar para injeção de banco contendo polímero e sal.

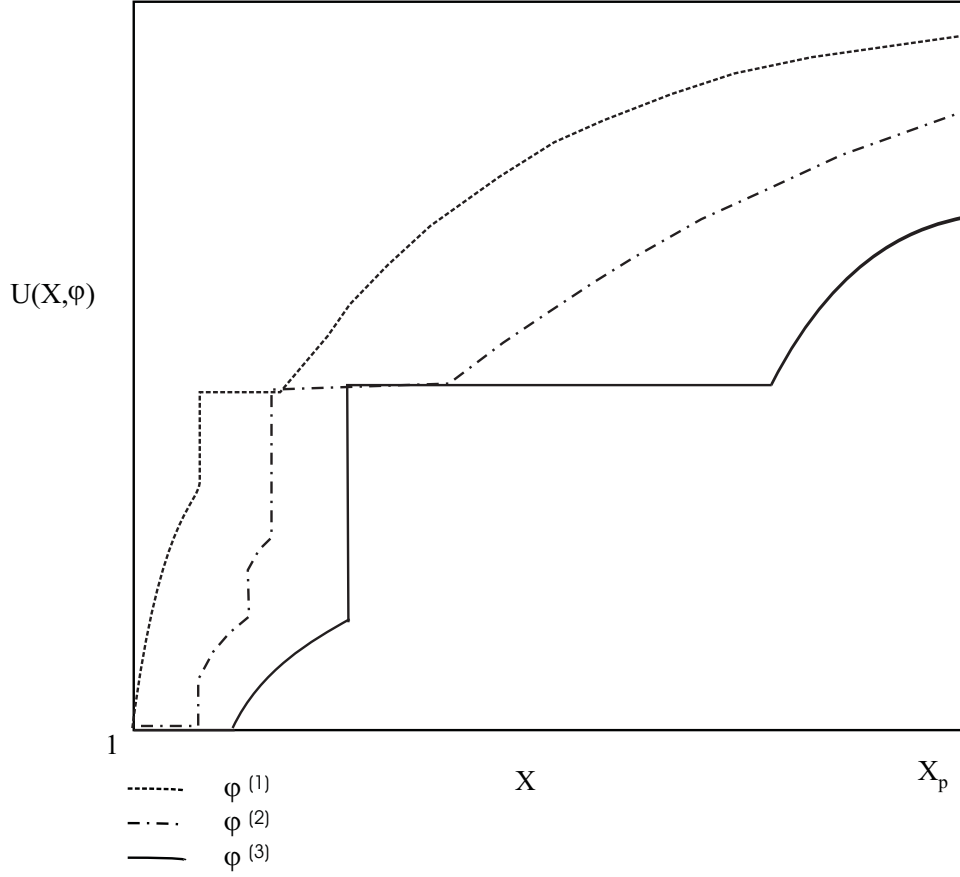


Figura 5.27: Perfis de U para diferentes valores de φ na injeção de banco de água contendo sal e polímero.

$$U^{(1)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_1(X) \\ U_2(X, \varphi), & \varphi_1(X) \leq \varphi < \varphi_2(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_2(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.73)$$

$$U^{(2)}(X, \varphi) = \begin{cases} U_1(X, \varphi), & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0)}{\partial U} X \\ U_1^{(1)}, & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1=0)}{\partial U} X \leq \varphi < \varphi_4(X) \\ U_r(X, \varphi), & \varphi_4(X) \leq \varphi < \varphi_3(X) \\ U^-, & \varphi_3(X) \leq \varphi < \infty \end{cases} \quad (5.74)$$

Combinando a solução da equação do levantamento com a do sistema auxiliar, obtêm-se a saturação como função de X e φ . Portanto, já é possível retornar ao domínio do tempo, como apresentado no apêndice B. As características de s no plano $X \times T$ e os perfis saturação e concentração para diferentes volumes injetados são apresentados nas figuras 5.28 e 5.29, respectivamente.

Este caso é bem semelhante ao da injeção de apenas um polímero com isoterma de adsorção

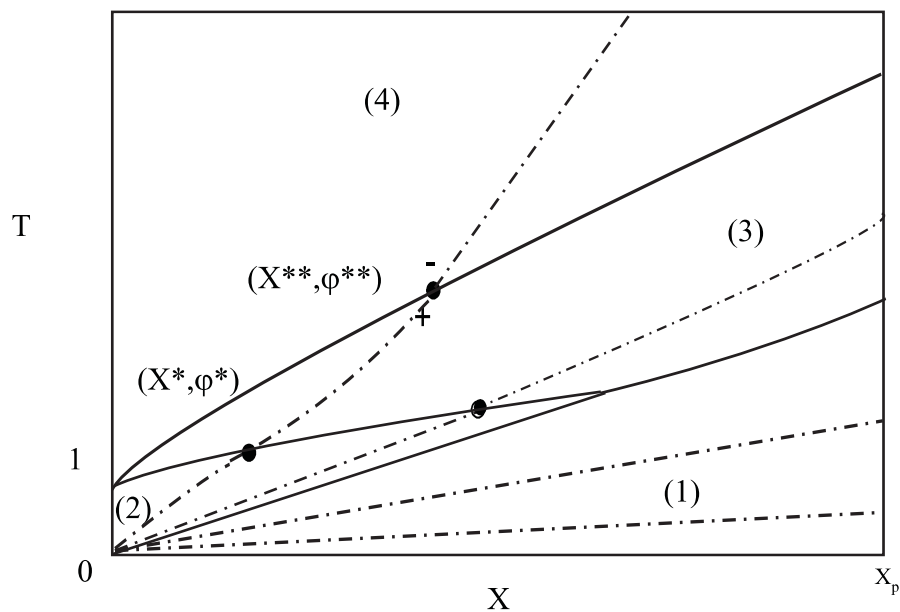


Figura 5.28: Características de saturação no plano $X \times T$.

de Langmuir e fluxo fracionário convexo, diferenciando-se apenas pela análise da influência da salinidade, tanto da água de injeção quanto da de formação, no comportamento do polímero no meio poroso. Foi observado que a menor concentração de sal na água de injeção reduziu a adsorção do polímero, aumentando a eficiência do deslocamento de óleo pelo banco.

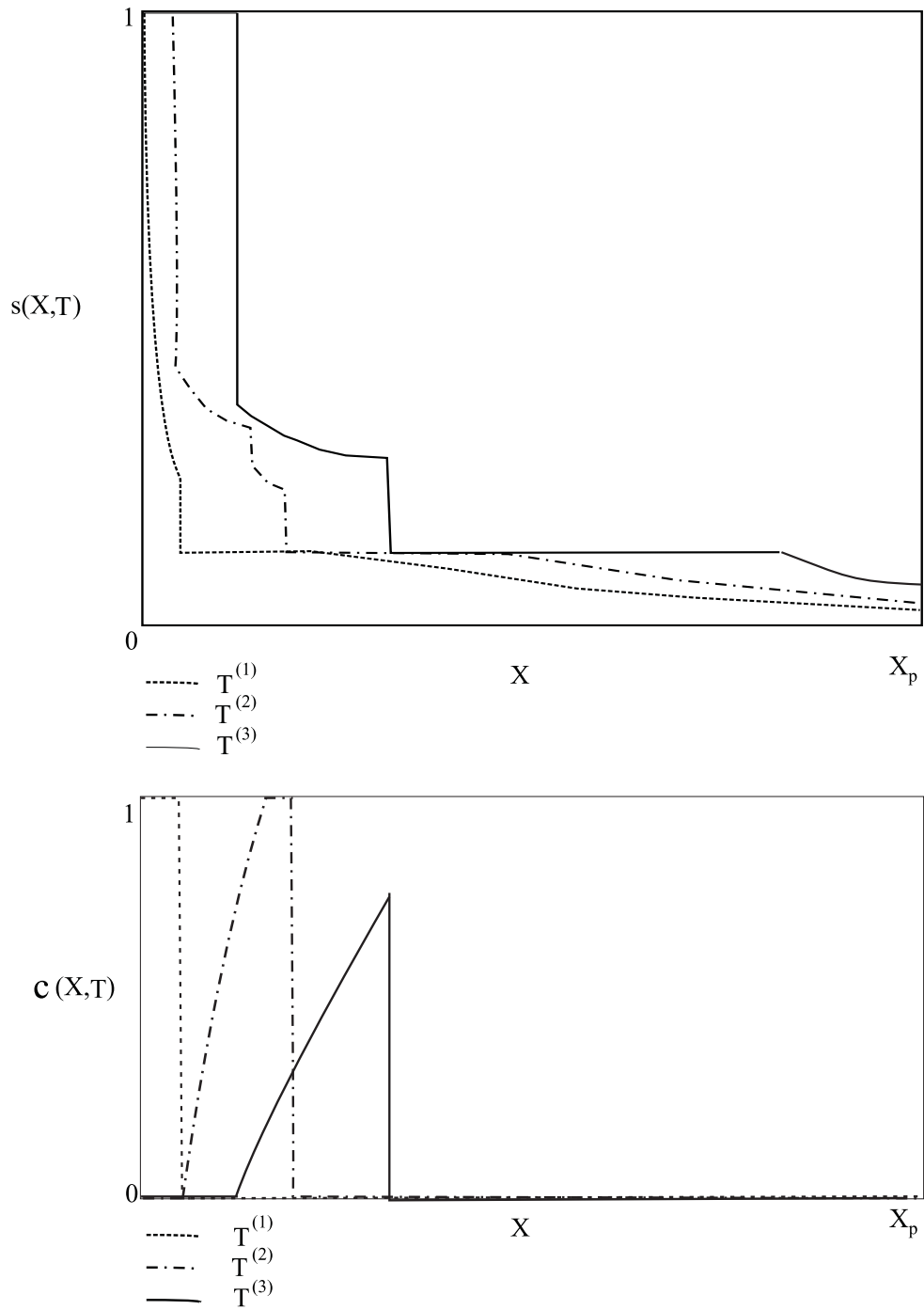


Figura 5.29: Perfis de saturação e concentração para diferentes valores de T para injeção de banco de água contendo sal e polímero.

Capítulo 6

Conclusões

Neste trabalho foram desenvolvidas soluções analíticas exatas para o problema da injeção de banco de água contendo um polímero utilizando a técnica de separação dos efeitos termodinâmicos e hidrodinâmicos [Pires, 2003]. As soluções abrangem três tipos diferentes de isotermas de adsorção e duas formas de fluxo fracionário. Foram considerados os casos de isoterma linear (isoterma de Henry), côncava e convexa (isoterma de Langmuir); fluxo fracionário convexo e em forma de “S”.

Para volumes porosos injetados menores que o volume do banco a solução é idêntica à solução da injeção contínua de um produto químico (caso auto-similar). A descontinuidade que surge com a mudança do fluido injetado na condição de contorno gera uma nova configuração da solução, ligando-se à parte auto-similar e ocasionando interação entre ondas.

Os resultados evidenciam o efeito que o tipo de isoterma exerce sobre o fluxo do banco no meio poroso, resolvido totalmente a partir do problema auxiliar. A solução deste problema comprova que o perfil de concentrações (configuração termodinâmica) é determinado apenas pela forma da isoterma, independente das propriedades hidrodinâmicas do sistema original, para as hipóteses simplificadoras consideradas nesse trabalho.

No caso da isoterma de Henry, o banco se expande no meio poroso até um valor máximo ($1/\Gamma$ no plano físico auxiliar). Já para a isoterma convexa (Langmuir) é observado um crescimento ilimitado do banco (proporcional a $\frac{k_2+2\sqrt{k_2(\varphi-1)}}{k_1}$ no plano físico auxiliar), acompanhado pela diluição da concentração de polímero, apresentando menores concentrações em direção ao poço injetor. A isoterma côncava também apresenta diluição da concentração de polímero, porém as menores concentrações encontram-se próximas ao poço produtor, e crescimento progressivo do banco, proporcional a $\frac{2(\sqrt{k_1^2+k_1k_2\varphi-k_1})}{k_2}$ no plano físico auxiliar.

A partir das soluções do problema auxiliar foi resolvida a equação do levantamento para os casos de fluxo fracionário convexo e em forma de “S”. Após a solução completa (parâmetros termodinâmicos e hidrodinâmicos) no plano físico auxiliar, fez-se a transformação inversa das variáveis independentes, retornando ao plano físico (X, T) . Com base nestes resultados foram calculados os fatores de recuperação para todos os seis casos, mostrando o incremento na recuperação devido à utilização do método de recuperação aqui estudado.

Também foram resolvidos os problemas de injeção de banco de dois polímeros considerando isoterma de Henry; um polímero e um surfactante (que não adsorve, mas altera o fluxo fracionário) e um polímero e um sal (que não adsorve nem altera a curva de fluxo fracionário, mas influencia a adsorção do polímero). Para estes casos somente foi utilizada a forma de fluxo fracionário convexa.

O caso da injeção de dois polímeros é semelhante ao ciclo cromatográfico, permitindo a completa separação entre os dois componentes no meio poroso. Isso provoca a divisão do banco original em dois, cada um contendo apenas um componente, separados por uma região contendo apenas água de injeção. Também neste caso o fator de recuperação é superior ao que seria obtido com a injeção de água. Neste problema surgem seis regiões distintas no meio poroso, sendo que em três delas não há polímeros.

A presença de um polímero e um surfactante é interessante por desmobilizar parte do óleo residual através da injeção de um composto que diminui a saturação de óleo residual (surfactante). Esse produto viaja no meio poroso a uma velocidade superior à do polímero, por apresentar menor adsorção. Analisamos apenas o caso extremo em que o surfactante não adsorve, porém é importante lembrar que pequena adsorção do mesmo aumenta a eficiência do processo, pois diminui a adsorção do polímero. O resultado do fator de recuperação é superior inclusive ao caso da injeção de polímeros devido à diminuição da saturação de óleo residual.

A salinidade da água de injeção, assim como a de formação, afeta o comportamento termodinâmico do polímero no meio poroso. Foi demonstrado que quanto menor a concentração de sal na água de injeção maior o tamanho da região de concentração igual à de injeção do banco no meio poroso, por diminuir a adsorção do polímero.

As soluções aqui obtidas podem ser aplicadas para selecionar o tipo de polímero a ser utilizado em um determinado projeto de recuperação avançada de petróleo, uma vez conhecida sua isoterma de adsorção através de experimentos laboratoriais. A partir da termodinâmica também é possível determinar o volume de banco a ser injetado de forma a otimizar o processo e obter o resultado desejado, assim como a quantidade de produto químico necessária. Uma outra aplicação para este trabalho é o desenvolvimento de simuladores de linhas de fluxo, quando a razão de mobilidades for próxima a um.

Como recomendação para trabalhos futuros sugerimos a comparação dos resultados aqui obtidos para diferentes valores das constantes das isotermas de adsorção, especialmente entre diferentes isotermas, e analisar economicamente a aplicação deste método de recuperação avançada. Também seria interessante a generalização do problema de injeção de bancos de polímeros considerando isoterma de Henry para n componentes, bem como adotar a função fluxo fracionário em forma de “S”. Outro ponto a considerar é o desenvolvimento da solução para isoterma de Langmuir multicomponente. Por último, resolver os casos de injeção de um polímero e um surfactante e um polímero e um sal com fluxo fracionário em forma de “S” e comparar os resultados obtidos com os de simuladores comerciais.

Referências Bibliográficas

- [Alishayeva and Entov, 1983] Alishayeva, O. M. and Entov, V. M. (1983). On the effect of inaccessible pore volumes on the displacement of oil by a polymer solution. *Fluid Dynamics*, 6.
- [Amaefule and Handy, 1982] Amaefule, J. O. and Handy, L. (1982). The effect of interfacial tensions on relative oil/water permeabilities of consolidated porous media. *Soc.f Petr. Eng. J.*, 22(3):371–381.
- [Barenblatt et al., 1991] Barenblatt, G. I., Entov, V. M., and Ryzhik, V. M. (1991). *Theory of Fluid Flows Through Natural Rocks*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.
- [Bedrikovetsky, 1993] Bedrikovetsky, P. G. (1993). *Mathematical Theory of Oil and Gas Recovery. With Applications to ex-USSR Oil and Gas Fields*, volume 4 of *Petroleum Engineering and Development Studies*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht. 575 p.
- [Bedrikovetsky et al., 1985] Bedrikovetsky, P. G., Kanevskaya, R. D., and Lurie, M. V. (1985). Effects of the kinetics of sorption, dissolving and heat transfer on the displacement of oil by chemical fluids. *Fluid Dynamics*, 6.
- [Bedrikovetsky and Lurie, 1983] Bedrikovetsky, P. G. and Lurie, M. V. (1983). Stability and admissibility of shocks in the systems of equations of two-phase seepage. *App. Math. Mech.*, 47(4).
- [Bedrikovetsky et al., 2004] Bedrikovetsky, P. G., Shapiro, A. A., and Pires, A. P. (2004). New analytical solutions for 1-d multicomponent gas injection problems. Abu Dhabi. Eleventh Abu Dhabi International Petroleum Exhibition and Conference, SPE 88760.
- [Bryan and Kantzas, 2007] Bryan, J. and Kantzas, A. (2007). Enhanced heavy-oil recovery by alkali/surfactant flooding. Anaheim. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 110738.
- [Buckley and Leverett, 1942] Buckley, S. E. and Leverett, M. C. (1942). Mechanisms of fluid displacement in sands. *Transactions AIME*, 146:107–116.

- [Cardoso et al., 2007] Cardoso, C. B., Silva, R. C. A., and Pires, A. P. (2007). The role of adsorption on chemical-flooding oil recovery. Anaheim. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 109642.
- [Chang et al., 2006] Chang, H. L., Zhang, Z. Q., Wang, Q. M., Chu, Z. S., Guo, Z. D., Sun, H. Q., Cao, X. L., and Qiao, Q. (2006). Advances in polymer flooding and alkaline/surfactant/polymer processes as developed and applied in the people's republic of china. *Journal of Petroleum Technology*, February:84–89.
- [Du and Guan, 2004] Du, Y. and Guan, L. (2004). Field-scale polymer flooding: Lessons learnt and experiences gained during past 40 years. Puebla. SPE International Petroleum Conference, SPE 91787.
- [Dutra et al., 2007] Dutra, T. A., Pires, A. P., and Bedrikovetsky, P. G. (2007). Miscible eor processes: Existence of elliptic regions in gasflood modeling. Buenos Aires. SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, SPE 107886.
- [Entov and Polishchuk, 1975] Entov, V. M. and Polishchuk, A. M. (1975). Role of sorption processes with the motion of polymer solutions in a porous medium. *Fluid Dynamics*, 3:422–428.
- [Entov and Voskov, 2000] Entov, V. M. and Voskov, D. V. (2000). On oil displacement by gas injection. Baveno. Seventh Euro. Conf. on the Mathematics of Oil Recovery.
- [Fayers and Perrine, 1959] Fayers, F. J. and Perrine, R. L. (1959). Mathematical description of detergent flooding in oil reservoirs. *Transactions AIME*, 216:277–283.
- [Gunadi et al., 2005] Gunadi, B., Suarana, I. P., and Marhaendrajana, T. (2005). Gas injection programs in Pertamina West Java to obtain better recovery: Field screening, laboratory and a simulation study. Malaysia. SPE International Improved Oil Recovery Conference in Asia Pacific.
- [Helfferich, 1981] Helfferich, F. (1981). Theory of multicomponent multiphase displacement in porous media. *Soc. Petr. Eng. J.*, 21:51–62.
- [Hirasaki, 1981] Hirasaki, G. J. (1981). Application of the theory of multicomponent, multiphase displacement to three-component, two-phase surfactant flooding. *Soc. Petr. Eng. J.*, 21:191–204.
- [Hirasaki, 1982] Hirasaki, G. J. (1982). Ion exchange with clays in the presence of surfactants. *Soc. Petr. Eng. J.*, 22:181–192.
- [Kaminsky et al., 2007] Kaminsky, R. D., Wattenbarger, R. C., Szafranski, R. C., and Coutee, A. S. (2007). Guidelines for polymer flooding evaluation and development. Dubai. International Petroleum Technology Conference, IPTC 11200.

- [Lake, 1989] Lake, L. W. (1989). *Enhanced Oil Recovery*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs. 550 p.
- [Lax, 1957] Lax, P. D. (1957). Hyperbolic systems of conservation laws, ii. *Commun. Pure Appl. Math.*, 10(4):537–566.
- [Lecourtier and Chauveteau, 1984] Lecourtier, J. and Chauveteau, G. (1984). Propagation of polymer slugs through porous media. Houston. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 13034.
- [Littmann, 1988] Littmann, W. (1988). *Polymer Flooding*. Elsevier Science Pub. Co. Inc., New York.
- [Logan, 1994] Logan, J. D. (1994). *An Introduction to Nonlinear Partial Differential Equations*. John Wiley & Sons Inc., New York. 400 p.
- [Melo et al., 2002] Melo, M. A., da Silva, I. P. G., Godoy, G. M. R., and Sanmartim, A. N. (2002). Polymer injection projects in brazil: Dimensioning, field application and evaluation. Tulsa. SPE/DOE Thirteenth Symposium on Improved Oil Recovery, SPE 75194.
- [Melo et al., 2005] Melo, M. A., Holleben, C. R. C., da Silva, I. P. G., de Barros Correia, A., da Silva, G. A., Rosa, A. J., Lins, A. G., and de Lima, J. C. (2005). Evaluation of polymer injection projects in brazil. Rio de Janeiro. SPE Latin American and Caribbean Petroleum Engineering Conference, SPE 94898.
- [Myers, 2002] Myers, A. L. (2002). Thermodynamics of adsorption in porous materials. *AIChE Journal*, 48(1):146–160.
- [Oleinik, 1957] Oleinik, O. A. (1957). Discontinuous solutions of nonlinear differential equations. *Uspekhi Mat. Nauk*, 12(3):3–73. in Russian.
- [Oleinik, 1959] Oleinik, O. A. (1959). On uniqueness and stability of a generalized solution of cauchy’s problem for quasilinear equations. *Uspekhi Mat. Nauk*, 14(2):165–170. in Russian.
- [Pires, 2003] Pires, A. P. (2003). *Independência entre Termodinâmica e Hidrodinâmica em Processos de Recuperação Avançada de Petróleo*. PhD thesis, Universidade Estadual do Norte Fluminense.
- [Pires et al., 2004a] Pires, A. P., Bedrikovetsky, P. G., and Shapiro, A. A. (2004a). Analytical modeling for 1-d gas flooding: Splitting between hydrodynamics and thermodynamics. Tulsa. SPE/DOE Fourteenth Symposium on Improved Oil Recovery, SPE 89441.

- [Pires et al., 2004b] Pires, A. P., Bedrikovetsky, P. G., and Shapiro, A. A. (2004b). Analytical modeling for two-phase flow processes: Splitting between hydrodynamics and thermodynamics. Houston. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 89919.
- [Pires et al., 2004c] Pires, A. P., Bedrikovetsky, P. G., and Shapiro, A. A. (2004c). Splitting between thermodynamics and hydrodynamics in compositional modelling. Cannes. European Conference on Mathematics of Oil Recovery.
- [Pires et al., 2006a] Pires, A. P., Bedrikovetsky, P. G., and Shapiro, A. A. (2006a). A splitting for analytical modeling of two-phase multicomponent flow in porous media. *Journal of Petroleum Science Engineering*, 51:54–67.
- [Pires et al., 2006b] Pires, A. P., Ribeiro, P. M., and Bedrikovetsky, P. G. (2006b). Analytical modeling of chemical flooding: One-dimensional two-phase flow accounting for ion exchange. San Antonio. SPE Annual Technical Conference and Exhibition, SPE 101710.
- [Pope, 1980] Pope, G. A. (1980). The application of fractional flow theory to enhanced oil recovery. *Soc. Petr. Eng. J.*, 20:191–205.
- [Pope et al., 1978] Pope, G. A., Lake, L. W., and Helfferich, F. (1978). Cation exchange in chemical flooding. part 1. basic theory without dispersion. *Soc. Petr. Eng. J.*, 18:418–434.
- [Rhee et al., 1970] Rhee, H. K., Aris, R., and Amundson, N. R. (1970). On the theory of multicomponent chromatography. *Phil. Trans. Royal Soc., Ser. A*, 267:419–455.
- [Rhee et al., 1989] Rhee, H.-K., Aris, R., and Amundson, N. R. (1989). *First-Order Partial Differential Equations*, volume II. Prentice-Hall Inc.
- [Rosa et al., 2006] Rosa, A. J., Carvalho, R. S., and Xavier, J. A. D. (2006). *Engenharia de Reservatórios de Petróleo*. Editora Interciência, Rio de Janeiro.
- [Shapiro et al., 2004] Shapiro, A. A., Bedrikovetsky, P. G., and Pires, A. P. (2004). A new method for analytical modelling of chemical flooding. Perth. SPE Asia Pacific Oil and Gas Conference and Exhibition, SPE 88461.
- [Thomas, 2001] Thomas, J. E. (2001). *Fundamentos da Engenharia de Petróleo*. Editora Interciência, Rio de Janeiro, 2^a edition.
- [Zazovsky, 1985] Zazovsky, A. F. (1985). Shock structure in problems of oil displacement by chemicals influencing phase equilibrium. *Fluid Dynamics*, 5.

Apêndice A

Deslocamento de Óleo por Água

A conservação do volume de água, considerando sua densidade constante, é dada por:

$$\phi \frac{\partial s(x, t)}{\partial t} + u \frac{\partial f(s(x, t))}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.1})$$

onde ϕ é a porosidade, u a velocidade do fluxo e $f(s)$ é a função fluxo fracionário da água:

$$f(s) = \frac{\frac{k_{rw}(s)}{\mu_w}}{\frac{k_{rw}(s)}{\mu_w} + \frac{k_{ro}(s)}{\mu_o}} \quad (\text{A.2})$$

Exemplos de diferentes formas de fluxo fracionário estão presentes na figura A.1.

Introduzindo as coordenadas adimensionais $X = x/L$ e $T = ut/(\phi L)$ na equação A.1 chega-se a:

$$\frac{\partial s}{\partial T} + \frac{\partial f(s)}{\partial X} = 0 \quad (\text{A.3})$$

O problema é regido pelas seguintes condições inicial e de contorno:

$$\begin{cases} s(X, 0) = s_{wi} & T = 0, X \geq 0 \\ f(0, T) = 1 & X = 0, T \geq 0 \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

É possível obter a solução da equação A.3 através da introdução de uma variável auto-similar $\xi = X/T$. Após a introdução da nova variável independente, a equação A.3 torna-se

$$\frac{ds}{d\xi}(f'(s) - \xi) = 0 \quad (\text{A.5})$$

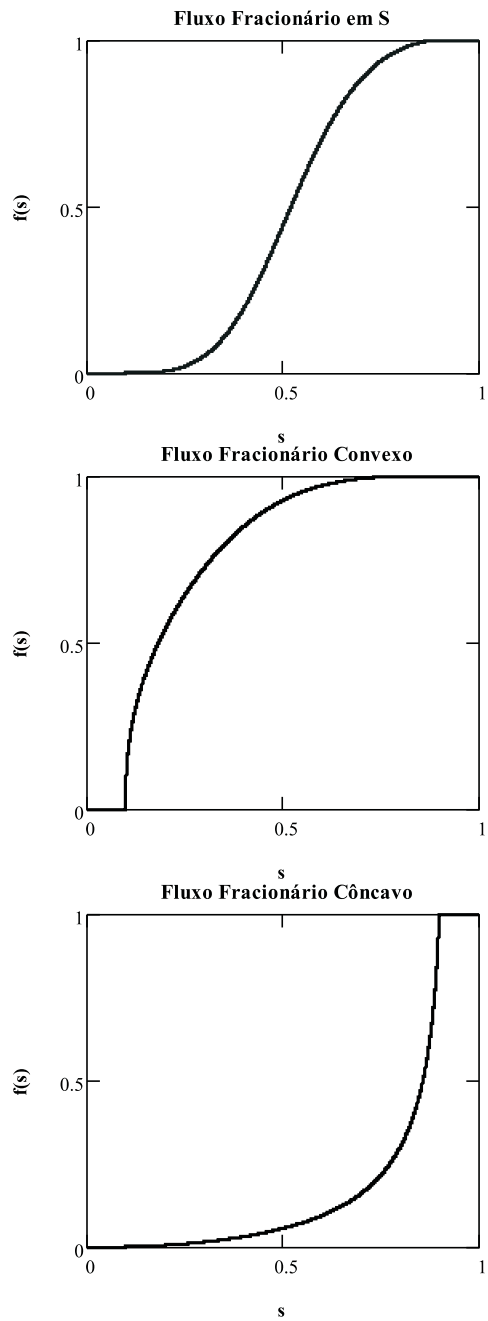


Figura A.1: Curvas de fluxo fracionário.

cuja solução com sentido físico é:

$$f'(s) = \xi \quad (\text{A.6})$$

Logo:

$$s \left(\xi = \frac{X}{T} \right) = \begin{cases} 1 - s_{or} & 0 < \xi < \xi_1 \\ s(\xi) & \xi_1 < \xi < D_{wi} \\ s_{wi} & D_{wi} < \xi < \infty \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

onde $\xi_1 = \frac{\partial f(1-s_{or})}{\partial s}$ e $D_{wi} = \frac{\partial f(s_D)}{\partial s} = \frac{f(s_D)}{s_D - s_{wi}}$, s_D é a saturação da frente de chegada da água (*breakthrough*).

A figura A.2 apresenta a solução deste problema.

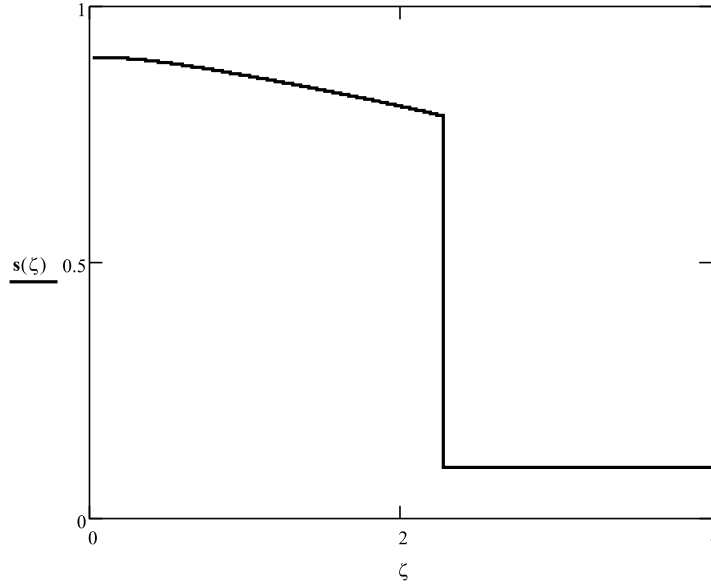


Figura A.2: Solução gráfica do deslocamento de óleo por água.

O método da integral de contorno pode ser aplicado para calcular o fator de recuperação do reservatório em um determinado tempo de injeção τ .

O fator de recuperação (FR) é definido como a razão entre a quantidade de óleo produzida e a reserva inicial:

$$FR(T) = \frac{\bar{s}(T) - s_{wi}}{1 - s_{wi}} \quad (\text{A.8})$$

onde $\bar{s}(T)$ é a saturação média de água do reservatório.

Integrando a equação (A.3) sobre a região Δ no plano (X, T) limitada pelo contorno $\partial\Delta : (0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$, de acordo com a fórmula de Green temos:

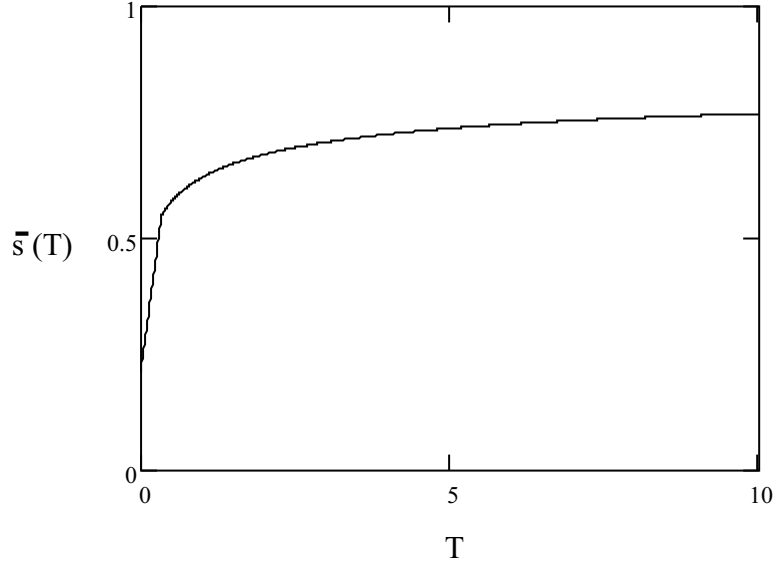


Figura A.3: Saturação média de água no reservatório para a injeção contínua de água.

$$\iint_{\Delta} \left(\frac{\partial s(X, T)}{\partial T} + \frac{\partial f(s(X, T))}{\partial X} \right) dX dT = \oint_{\partial\Delta} f(s(X, T)) dT - s(X, T) dX = 0$$

Pela auto-similaridade s e f são constantes ao longo do raio $(0, 0) \rightarrow (X_p, \tau)$. Calculando a integral nos 3 lados de $\partial\Delta$:

$$\tau - \bar{s}(\tau) - f(X_p/\tau) \tau + s(X_p/\tau) = 0$$

Chegamos então à fórmula para a saturação média de água:

$$\bar{s}(\tau) = \tau - f(X_p/\tau) \tau + s(X_p/\tau)$$

A saturação média e o fator de recuperação para a injeção contínua de água são apresentados nas figuras A.3 e A.4, respectivamente.

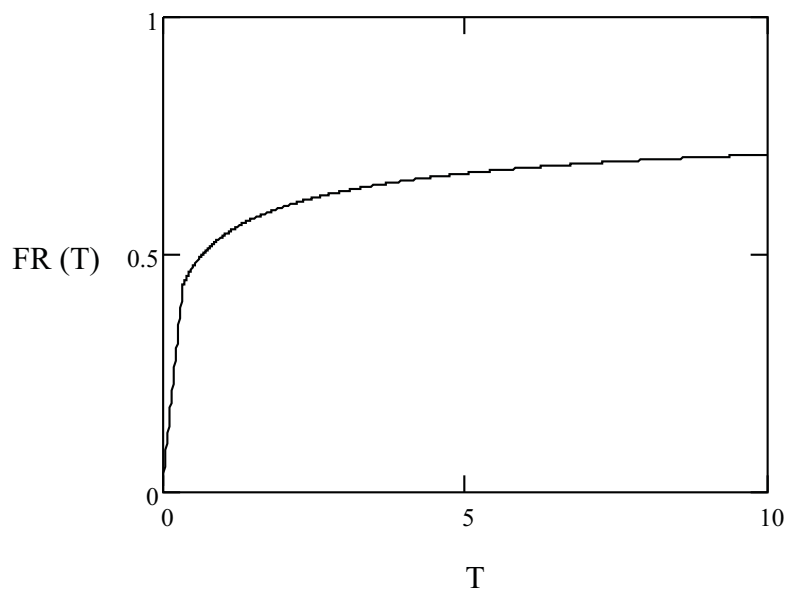


Figura A.4: Fator de recuperação para a injeção contínua de água.

Apêndice B

Cálculo de $T(X, \varphi)$

Neste apêndice será apresentado o cálculo do mapeamento dos casos tratados nos capítulos 4 e 5.

O tempo é determinado através da integração da equação abaixo:

$$dT = \frac{1}{f(s(X, \varphi), \vec{c}(X, \varphi))} d\varphi + \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c(\vec{X}, \varphi))} dX \quad (\text{B.1})$$

B.1 Injeção de Banco de Água Contendo Um Polímero

As funções s e f utilizadas neste apêndice foram obtidas no capítulo 4. De uma forma geral o tempo é dado por:

$$T = \int \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c(X, \varphi))} + \int \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c(X, \varphi))} dX \quad (\text{B.2})$$

B.1.1 Isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário convexo

Como foi apresentado na sub-seção 4.1.1, há 3 regiões de comportamento distinto (figura 4.7):

- Região 1: $\varphi < \Gamma X$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma X \end{cases}$$

onde:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T_1^{(1)}(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

e

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} dX$$

onde $s_1^{(1)}$ é uma constante.

- Região (2): $\Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_2(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (3): $\varphi \geq \Gamma X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X^*, s), 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde X^* e φ^* são os pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma X + 1$.

B.1.2 Isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário em forma de “S”

- Região (0): $-\infty \leq \varphi < -s^{(I)} X$

$$T_0(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^{(I)}, 0)} + \int_0^X \frac{s^{(I)}}{f(s^{(I)}, 0)} dX$$

- Região (1): $-s^{(I)} X \leq \varphi < \Gamma X$

$$T_1(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T_1(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} X$$

- Região (2): $\Gamma X \leq \varphi < \Gamma X + 1$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_2(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (3): $\varphi \geq \Gamma X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde X^* e φ^* são os pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma X + 1$.

B.1.3 Isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo

A solução deste problema no plano $X \times \varphi$ é apresentada na subseção 4.2.1. Com s e f resolvidos partimos para encontrar o tempo associado a cada um deles, para isso, conforme apresentado na figura 4.25, dividimos a solução em regiões para $X \leq X_A$ e para $X > X_A$.

1. Para $X \leq X_A$:

- Região (1): $0 \leq \varphi < V X$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < V X \end{cases}$$

Onde $T_1^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_1^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T^{(1)}(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

e na região onde U é constante e igual a $U_1^{(1)}$, com concentração também constante, a saturação conseqüentemente não varia ($s_1^{(1)}$), portanto:

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} X$$

- Região (2): $V X \leq \varphi < \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_2(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (3): $\frac{da(c=1)}{dc} X + 1 \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

onde X^* e φ^* são os pontos sobre a reta $\varphi(X) = \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$.

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T^{(4)}(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX \\ + \int_{\varphi^{**}}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X, \varphi), 0)} + \int_{X^{**}}^X \frac{s^-(X, \varphi)}{f(s^-(X, \varphi), 0)} dX$$

onde X^{**} e φ^{**} são os pontos sobre a reta $\varphi(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$.

1. Para $X > X_A$:

- Região (1): $0 \leq \varphi < k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1)$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1) \end{cases}$$

onde $T_1^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_1^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} dX$$

- Região (3): $k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1) \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$.

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX \\ + \int_{\varphi^{**}}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X, \varphi), 0)} + \int_{X^{**}}^X \frac{s^-(X, \varphi)}{f(s^-(X, \varphi), 0)} dX$$

onde φ^{**} e X^{**} são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$.

B.1.4 Isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”

1. Para $X \leq X_A$:

- Região (0): $-\infty \leq \varphi < -s^{(I)} X$

$$T_0(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^{(I)}, 0)} + \int_0^X \frac{s^{(I)}}{f(s^{(I)}, 0)} dX$$

- Região (1): $-s^{(I)} X \leq \varphi < V X$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < V X \end{cases}$$

onde $T_1^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_1^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T^{(1)}(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

e na região onde U é constante e igual a $U_1^{(1)}$:

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} X$$

- Região (2): $V X \leq \varphi < \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_2(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (3): $\frac{da(c=1)}{dc} X + 1 \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX \\ + \int_{\varphi^{**}}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s^-(X, \varphi), 0)} + \int_{X^{**}}^X \frac{s^-(X, \varphi)}{f(s^-(X, \varphi), 0)} dX$$

2. Para $X > X_A$:

- Região (0): $-\infty \leq \varphi < -s^{(I)} X$

$$T_0(X, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s^{(I)}, 0)} + \int_0^X \frac{s^{(I)}}{f(s^{(I)}, 0)} dX$$

- Região (1): $-s^{(I)} X \leq \varphi < k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1)$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1) \end{cases}$$

onde $T_1^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_1^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, 0)} + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, 0)} X$$

- Região (3): $k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1) \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

Se $X^* \leq X_A$, o tempo é dado por:

$$T_3^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 0)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

e (X^*, φ^*) pertence à reta $\varphi = \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$.

Se $X^* > X_A$, o tempo é dado por:

$$T_3^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), 0)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

onde (X^*, φ^*) pertence à reta $\varphi = k_1 X - 2\sqrt{k_1 k_2 X} + (k_2 + 1)$.

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), 0)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX \\ + \int_{\varphi^{**}}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s^-(X, \varphi), 0)} + \int_{X^{**}}^X \frac{s^-(X, \varphi)}{f(s^-(X, \varphi), 0)} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=1)}{dc} X + 1$ e φ^{**} e X^{**} são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$.

B.1.5 Isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário convexo

Nesta seção serão utilizados os resultados de s e f em função de $X \times \varphi$ determinados na sub-seção 4.3.1. A figura 4.39 apresenta as características e regiões deste problema, as quais serão tratadas individualmente para encontrar a expressão do tempo correspondente.

1. Para $X \leq X_A$:

- Região (1): $0 \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X$

$$T_1(X, \varphi) = \int_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T_1(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T_1(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

- Região (2): $\frac{da(c=0)}{dc} X \leq \varphi < \frac{da(c=1)}{dc}$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_0^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

- Região (3): $\frac{da(c=1)}{dc} X \leq \varphi < V X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_3(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_3(X, \varphi)}{f(s_3(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{1}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 1)} d\varphi + \int_0^{X^*} \frac{s_3(X^*, \varphi^*)}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{1}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} d\varphi + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$.

2. Para $X > X_A$:

- Região (1): $0 \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X$

$$T_1(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

- Região (2): $\frac{da(c=0)}{dc} X \leq \varphi < 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_0^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

- Região (4): $\varphi \geq 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s(X^*, \varphi^*), c_r(X^*, \varphi^*))} + \int_0^{X^*} \frac{s(X^*, \varphi^*)}{f(s(X^*, \varphi^*), c_r(X^*, \varphi^*))} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$.

B.1.6 Isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S”

Para determinar o tempo no caso da injeção de banco de água com um polímero governado pela isoterma de adsorção côncava e fluxo fracionário em forma de “S” serão utilizadas as soluções de s e f em função de $X \times \varphi$ encontradas na sub-seção 4.3.2. Com base nas regiões apresentadas na figura 4.46, a solução será dividida nas seguintes regiões:

1. Para $X \leq X_A$:

- Região (0): $-\infty < \varphi < -s^{(I)} X$

$$T_0(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^{(I)}, 0)} + \int_0^X \frac{s^{(I)}}{f(s^{(I)}, 0)} dX$$

- Região (1): $-s^{(I)} X \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X$

$$T_1(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} dX$$

Como tanto s quanto f são constantes sobre as características desta região, $T_1(X, \varphi)$ pode ser reescrito:

$$T_1(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

- Região (2): $\frac{da(c=0)}{dc} X \leq \varphi < \frac{da(c=1)}{dc} X$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_0^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

- Região (3): $\frac{da(c=1)}{dc} X \leq \varphi < V X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_3(X, \varphi), 1)} + \int_0^X \frac{s_3(X, \varphi)}{f(s_3(X, \varphi), 1)} dX$$

- Região (4): $\varphi \geq \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{1}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 1)} d\varphi + \int_0^{X^*} \frac{s_3(X^*, \varphi^*)}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 1)} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{1}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} d\varphi + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = \frac{da(c=0)}{dc} X + 1$.

2. Para $X > X_A$ existem 4 regiões:

- Região (0): $-\infty < \varphi < -s^{(I)} X$

$$T_0(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^{(I)}, 0)} + \int_0^X \frac{s^{(I)}}{f(s^{(I)}, 0)} dX$$

- Região (1): $-s^{(I)} X \leq \varphi < \frac{da(c=0)}{dc} X$

$$T_1(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), 0)} X$$

- Região (2): $\frac{da(c=0)}{dc} X \leq \varphi < 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} + \int_0^X \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_r(X, \varphi))} dX$$

- Região (4): $\varphi \geq 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$

$$T_4(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s(X^*, \varphi^*), c_r(X^*, \varphi^*))} + \int_0^{X^*} \frac{s(X^*, \varphi^*)}{f(s(X^*, \varphi^*), c_r(X^*, \varphi^*))} dX \\ + \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), 0)} dX$$

onde φ^* e X^* são pontos sobre a curva $\varphi(X) = 2\sqrt{k_1 X} + k_2 X$.

B.2 Injeção de Banco de Água Contendo Dois Componentes

A expressão do tempo é dada por:

$$T = \int \frac{d\varphi}{f(s(X, \varphi), c_1(X, \varphi), c_2(X, \varphi))} + \int \frac{s(X, \varphi)}{f(s(X, \varphi), c_1(X, \varphi), c_2(X, \varphi))} dX \quad (\text{B.3})$$

B.2.1 Banco contendo dois polímeros considerando adsorção linear

A solução será dividida em 6 regiões, conforme pode ser observado na figura 5.6.

- Região (0):

$$T_0(X, \varphi) = \begin{cases} T_0^{(1)}(X, \varphi) & 0 \leq \varphi < \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \\ T_0^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_0^{(0)}, 0, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma_1 X \end{cases}$$

onde:

$$T_0^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_0(X, \varphi), 0, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_0(X, \varphi)}{f(s_0(X, \varphi), 0, 0)} X$$

$$T_0^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_0(X, \varphi), 0, 0)} + \frac{s_0(X, \varphi)}{f(s_0(X, \varphi), 0, 0)} X$$

e

$$T_0^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_0^{(0)}, 0, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_0^{(0)}}{f(s_0^{(0)}, 0, 0)} X$$

$$T_0^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_0^{(0)}, 0, 0)} + \frac{s_0^{(0)}}{f(s_0^{(0)}, 0, 0)} X$$

- Região (1):

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & \Gamma_1 X \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \varphi \geq \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \end{cases}$$

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} X$$

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} X$$

e

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} X$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} + \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} X$$

- Região (2):

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_2(X, \varphi), c_1^J, c_2^J)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), c_1^J, c_2^J)} X$$

$$T_2(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_2(X, \varphi), c_1^J, c_2^J)} + \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), c_1^J, c_2^J)} X$$

- Região (3):

$$T_3(X, \varphi) = \begin{cases} T_3^{(1)}(X, \varphi) & X^* \leq X_A \\ T_3^{(2)}(X, \varphi) & X^* > X_A \end{cases}$$

Onde $T_3^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_3^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$T_3^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} dX$$

$$+ \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_3(X, \varphi), 0, c_2^{(J)})} + \int_{X^*}^X \frac{s_3(X, \varphi)}{f(s_3(X, \varphi), 0, c_2^{(J)})} dX$$

e

$$T_3^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} dX$$

$$+ \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s_5(X^*, \varphi^*)}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} dX$$

$$+ \int_{\varphi^{**}}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_3(X^{**}, \varphi^{**}), 0, c_2^{(J)})} + \int_{X^{**}}^X \frac{s_3(X^{**}, \varphi^{**})}{f(s_3(X^{**}, \varphi^{**}), 0, c_2^{(J)})} dX$$

Os pontos (X^*, φ^*) são pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma_1 X + 1$ e os pontos (X^{**}, φ^{**}) pertencem à reta $\varphi(X) = \Gamma_2 X$. A relação entre esses pontos é:

$$\frac{\varphi^{**} - \varphi^*}{X^{**} - X^*} = \frac{\partial F(U(X^*, \varphi^*), 0, 0)}{\partial U}$$

- Região (4):

$$T_4(X, \varphi) = \begin{cases} T_4^{(1)}(X, \varphi) & X^* \leq X_A \\ T_4^{(2)}(X, \varphi) & X^* > X_A \end{cases}$$

Onde $T_4^{(1)}(X, \varphi)$ e $T_4^{(2)}(X, \varphi)$ são dados por:

$$\begin{aligned}
T_4^{(1)}(X, \varphi) &= \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} dX \\
&+ \int_{\varphi^*}^{\varphi^{***}} \frac{d\varphi}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 0, c_2^{(J)})} + \int_{X^*}^{X^{***}} \frac{s_3(X^*, \varphi^*)}{f(s_3(X^*, \varphi^*), 0, c_2^{(J)})} dX \\
&+ \int_{\varphi^{***}}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s_4(X^{***}, \varphi^{***}), 0, 0)} + \int_{X^{***}}^X \frac{s_4(X^{***}, \varphi^{***})}{f(s_4(X^{***}, \varphi^{***}), 0, 0)} dX
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
T_4^{(2)}(X, \varphi) &= \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} dX \\
&+ \int_{\varphi^*}^{\varphi^{**}} \frac{d\varphi}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} + \int_{X^*}^{X^{**}} \frac{s_5(X^*, \varphi^*)}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} dX \\
&+ \int_{\varphi^{**}}^{\varphi^{***}} \frac{d\varphi}{f(s_3(X^{**}, \varphi^{**}), 0, c_2^{(J)})} + \int_{X^{**}}^{X^{***}} \frac{s_3(X^{**}, \varphi^{**})}{f(s_3(X^{**}, \varphi^{**}), 0, c_2^{(J)})} dX \\
&+ \int_{\varphi^{***}}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s_4(X^{**}, \varphi^{**}), 0, 0)} + \int_{X^{***}}^X \frac{s_4(X^{**}, \varphi^{**})}{f(s_4(X^{**}, \varphi^{**}), 0, 0)} dX
\end{aligned}$$

Os pontos (X^*, φ^*) são pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma_1 X + 1$, (X^{**}, φ^{**}) pertencem à reta $\varphi(X) = \Gamma_2 X$ e (X^{***}, φ^{***}) são pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma_2 X + 1$.

- Região (5):

$$\begin{aligned}
T_5(X, \varphi) &= \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} + \int_0^{X^*} \frac{s_1(X^*, \varphi^*)}{f(s_1(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} dX \\
&+ \int_{\varphi^*}^{\varphi} \frac{d\varphi}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s_5(X, \varphi)}{f(s_5(X^*, \varphi^*), 0, 0)} dX
\end{aligned}$$

onde (X^*, φ^*) são pontos sobre a reta $\varphi(X) = \Gamma_1 X + 1$.

B.2.2 Banco contendo um polímero e um surfactante

No caso da injeção de polímero e surfactante há o auto-valor nulo, que rege o efeito do surfactante. Em $\varphi = 0$ há o início do efeito do surfactante, cujo valor em T é:

$$T_0(X) = -F(U^{(I)}, 0, 0) X$$

A partir deste instante a saturação de óleo residual do reservatório possui um menor valor.

O tempo nas demais regiões é determinado por:

- Região (1): $-s^{(I)} < \varphi < \Gamma_2 X + 1$

$$T_1(X, \varphi) = \begin{cases} T_1^{(1)}(X, \varphi) & -s^{(I)} \leq \varphi < \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \\ T_1^{(2)}(X, \varphi) & \frac{\partial F(U_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)}{\partial U} X \leq \varphi < \Gamma_2 X \end{cases}$$

onde:

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} X$$

$$T_1^{(1)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} + \frac{s_1(X, \varphi)}{f(s_1(X, \varphi), c_1^{(J)}, 0)} X$$

e

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{1}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} d\varphi + \int_0^X \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} X$$

$$T_1^{(2)}(X, \varphi) = \frac{\varphi}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} + \frac{s_1^{(1)}}{f(s_1^{(1)}, c_1^{(J)}, 0)} X$$

- Região (2): $\Gamma_2 X \leq \varphi < \Gamma_2 X + 1$

$$T_2(X, \varphi) = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{f(s_2(X, \varphi), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} + \int_0^X \frac{s_2(X, \varphi)}{f(s_2(X, \varphi), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} dX$$

- Região (3): $\varphi \geq \Gamma_2 X + 1$

$$T_3(X, \varphi) = \int_0^{\varphi^*} \frac{d\varphi}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} + \int_0^{X^*} \frac{s_2(X^*, \varphi^*)}{f(s_2(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})} dX$$

$$+ \int_{\varphi^*}^\varphi \frac{d\varphi}{f(s^-(X^*, s), c_1^{(J)}, 0)} + \int_{X^*}^X \frac{s^-(X^*, \varphi^*)}{f(s^-(X^*, \varphi^*), c_1^{(J)}, 0)} dX$$

B.2.3 Banco contendo um polímero e um sal

O retorno ao domínio do tempo segue o mesmo procedimento apresentado para a injeção de um polímero com isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo (apêndice B.1.3).

Apêndice C

Cálculo do Fator de Recuperação

Neste apêndice serão detalhados os cálculos efetuados para obter a saturação média e, conseqüentemente, o fator de recuperação (equação A.8) de cada um dos casos apresentados nos capítulos 4 e 5.

C.1 Injeção de Banco Contendo Um Polímero

A saturação média no reservatório para a injeção de água contendo um polímero pode ser obtida a partir da seguinte relação:

$$\iint \left(\frac{\partial s(X, T)}{\partial T} + \frac{\partial f(s(X, T), c(X, T))}{\partial X} \right) dXdT = \oint f(s(X, T), c(X, T)) dT - s(X, T) dX = 0$$

C.1.1 Isoterma de Henry e fluxo fracionário convexo

O cálculo do fator de recuperação será dividido em 3 regiões, conforme ilustrado na figura C.1.

- Região (1) $\rightarrow 0 < T \leq T_1$

A saturação média é obtida através da integração da região $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$, onde τ é o tempo no qual se determina a saturação média. Aplicando o teorema de Green:

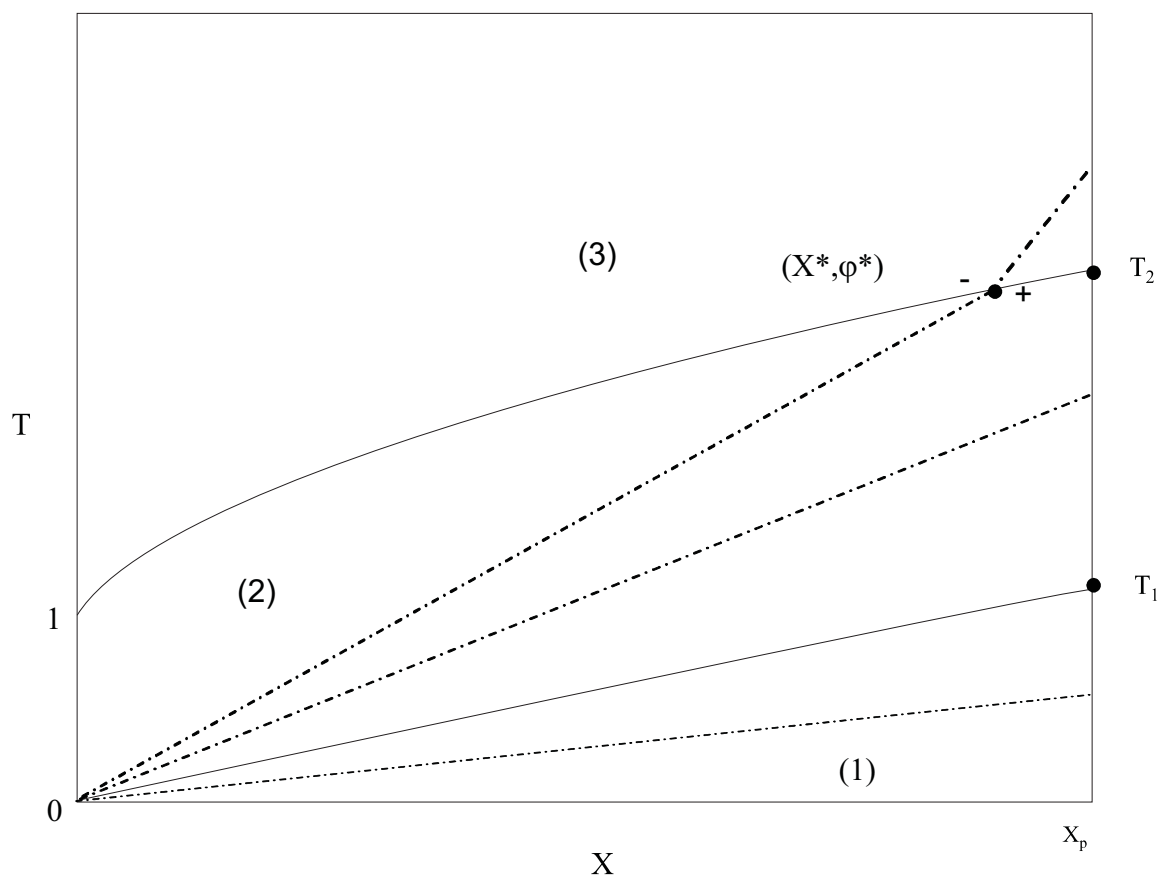


Figura C.1: Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma de Henry e fluxo fracionário convexo.

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^0 f(s(X_p, \tau), c = 0)dT - \int_{X_p}^0 s(X_p, \tau)dX = 0$$

$$\tau - \bar{s}(\tau) X_p - f(s_1(X_p, \tau), c = 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_1(X_p, \tau), c = 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p) \quad (\text{C.1})$$

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^0 f(s(X_p, \tau), c = 1)dT - \int_{X_p}^0 s(X_p, \tau)dX = 0$$

$$\tau - \bar{s}(\tau) X_p - f(s_2(X_p, \tau), c = 1) \tau + s_2(X_p, \tau) X_p = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_2(X_p, \tau), c = 1) \tau + s_2(X_p, \tau) X_p) \quad (\text{C.2})$$

- Região (3) $\rightarrow T > T_2$

A região sobre a qual é feita a integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^*} f(s^-(X^*, T^*), c = 0)dT - \int_{X_p}^{X^*} s^-(X^*, T^*)dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_2(X^*, T^*), c = 1)dT - \int_{X^*}^0 s_2(X^*, T^*)dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau - \bar{s}(\tau) X_p + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s_2(X^*, T^*), c = 1)T^* + s_2(X^*, T^*)X^* = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s_2(X^*, T^*), c = 1)T^* + s_2(X^*, T^*)X^*) \quad (\text{C.3}) \end{aligned}$$

C.1.2 Isoterma de Henry e fluxo fracionário em forma de “S”

No caso do fluxo fracionário em forma de S podemos dividir o plano $X \times T$ em 4 regiões.

- Região (0) $\rightarrow 0 < T \leq T_0$

Nesta região a saturação é igual à saturação de água inicial e a saturação média é:

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s^{(I)}, c = 0) \tau + s^{(I)} X_p) \quad (\text{C.4})$$

As demais regiões (1), (2) e (3) são equivalentes às de mesma numeração do caso de fluxo convexo (sub-seção C.1.1), variando apenas o intervalo de tempo de validade de cada solução:

- Região (1) $\rightarrow T_0 < T \leq T_1$

A saturação média é dada pela equação C.22.

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

A saturação média é dada pela equação C.2.

- Região (3) $\rightarrow T > T_2$

A saturação média é dada pela equação C.3.

C.1.3 Isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo

O cálculo da saturação média é dividido por regiões no plano $X \times T$, conforme mostra a figura C.2, onde $X_p > X_A$.

- Região (1) $\rightarrow 0 < T \leq T_1$

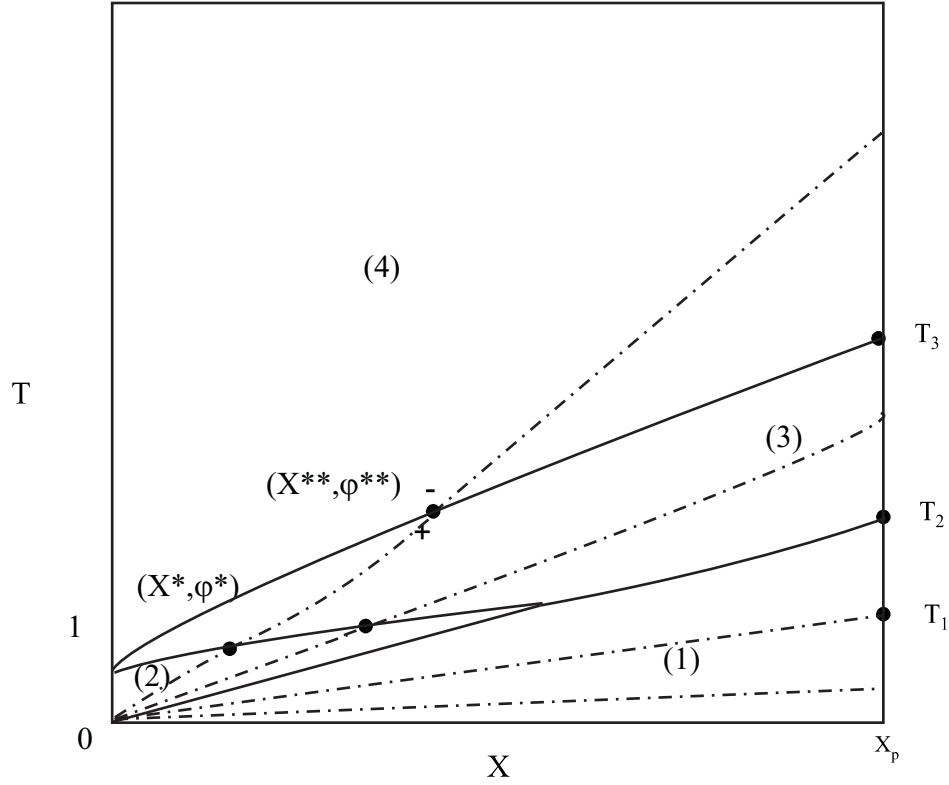


Figura C.2: Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma de Langmuir e fluxo fracionário convexo.

A saturação média é obtida através da integração na região $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_1(X_p, \tau), c = 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p) \quad (\text{C.5})$$

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

A saturação média é obtida através da integração na região $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_1^{(1)}, c = 0) \tau + s_1^{(1)} X_p) \quad (\text{C.6})$$

- Região (3) $\rightarrow T_2 < T \leq T_3$

A região sobre a qual é feita a integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s_r(X_p, \tau), c_r(X, \varphi))(T^* - \tau) - s_r(X_p, \tau)(X^* - X_p) \\ - f(s_2(X^*, T^*), c = 1) T^* + s_2(X^*, T^*) X^*) \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

- Região (4) $\rightarrow T > T_3$

A região sobre a qual é feita a integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^{**}, T^{**}) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} & (\tau + f(s^-(X_p, \tau), c = 0)(T^{**} - \tau) - s^-(X_p, \tau)(X^{**} - X_p) \\ & f(s_r(X_p, \tau), c = 0)(T^* - T^{**}) - s_r(X_p, \tau)(X^* - X^{**}) \\ & - f(s_2(X^*, T^*), c = 1)T^* + s_2(X^*, T^*)X^*) \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

onde $s^-(X_p, \tau) = s^-(X^{**}, T^{**})$.

C.1.4 Isoterma de Langmuir e fluxo fracionário em forma de “S”

O cálculo da saturação média é realizado de forma análoga à da seção C.1.3, exceto pela existência da região (0).

- Região (0) $\rightarrow 0 < T \leq T_0$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s^{(I)}, c = 0)\tau + s^{(I)}X_p) \quad (\text{C.9})$$

- Região (1) $\rightarrow T_0 < T \leq T_1$

A saturação média é dada pela equação C.5.

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

A saturação média é dada pela equação C.6.

- Região (3) $\rightarrow T_2 < T \leq T_3$

A saturação média é dada pela equação C.7.

- Região (4) $\rightarrow T > T_3$

A saturação média é dada pela equação C.8.

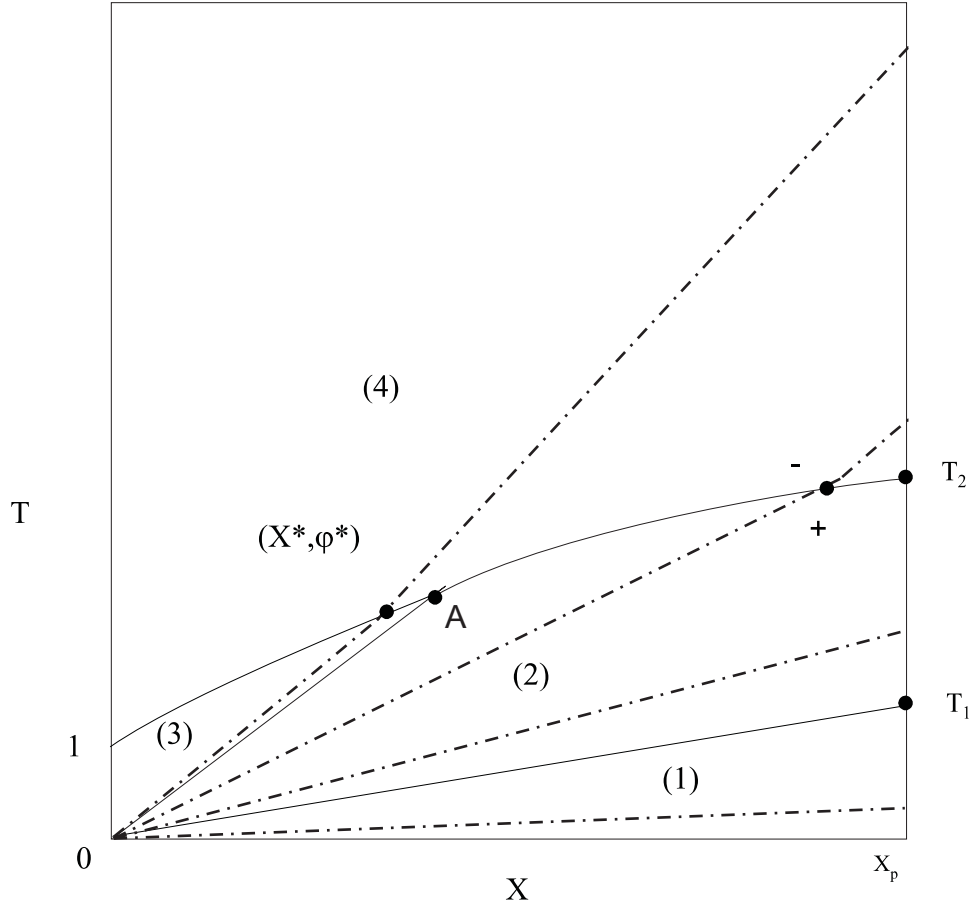


Figura C.3: Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$, isoterma côncava e fluxo fracionário convexo.

C.1.5 Isoterma côncava e fluxo fracionário convexo

Consideraremos que o poço está localizado à direita do ponto A ($X_p > X_A$). Conforme ilustrado na figura C.3, dividiremos a solução da saturação média no plano $X \times T$ em 3 regiões:

- Região (1) $\rightarrow 0 < T \leq T_1$

A região na qual será feita a integração para obter a saturação média é delimitada pelo contorno: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_1(X_p, \tau), c = 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p) \quad (\text{C.10})$$

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

Esta é a região onde ocorre a c -rarefação e o contorno é dado por: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^0 f(s(X_p, \tau), c_r(X_p, \tau))dT - \int_{X_p}^0 s(X_p, \tau)dX = 0$$

$$\tau - \bar{s}(\tau) X_p - f(s(X_p, \tau), c_r(X_p, \tau)) \tau + s(X_p, \tau) X_p = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s(X_p, \tau), c_r(X_p, \tau)) \tau + s(X_p, \tau) X_p) \quad (C.11)$$

- Região (4) $\rightarrow T > T_2$

Esta região será dividida em $X^* \leq X_A$ e $X^* > X_A$, porém para todo o domínio o caminho da integração pode ser expresso por: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

- 1) Quando $X^* \leq X_A$:

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^*} f(s^-(X^*, T^*), c = 0)dT - \int_{X_p}^{X^*} s^-(X^*, T^*)dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_3(X^*, T^*), c = 1)dT - \int_{X^*}^0 s_3(X^*, T^*)dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau - \bar{s}(\tau) X_p + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s_3(X^*, T^*), c = 1)T^* + s_3(X^*, T^*)X^* = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s_3(X^*, T^*), c = 1)T^* + s_3(X^*, T^*)X^*) \quad (C.12) \end{aligned}$$

- 2) Quando $X^* > X_A$:

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^*} f(s^-(X^*, T^*), c = 0)dT - \int_{X_p}^{X^*} s^-(X^*, T^*)dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s(X^*, T^*), c_r(X^*, T^*))dT - \int_{X^*}^0 s(X^*, T^*)dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau - \bar{s}(\tau) X_p + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s(X^*, T^*), c_r(X^*, T^*))T^* + s(X^*, T^*)X^* = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p}(\tau + f(s^-(X^*, T^*), c = 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s(X^*, T^*), c_r(X^*, T^*))T^* + s(X^*, T^*)X^*) \end{aligned} \quad (\text{C.13})$$

C.1.6 Isoterma cônica e fluxo fracionário em forma de “S”

Para o fluxo fracionário em forma de S a solução geral no plano (X, T) é dividida em 4 regiões:

- Região (0) $\rightarrow 0 < T \leq T_0$

A saturação média é dada pela fórmula C.4, da mesma maneira como realizado na região (0) do caso linear.

- Região (1) $\rightarrow T_0 < T \leq T_1$

A saturação média é dada pela equação C.10.

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

A saturação média é dada pela equação C.11.

- Região (4) $\rightarrow T > T_2$

A saturação média é dada pelas equações C.12, para $X^* \leq X_A$, e C.13, para $X^* > X_A$.

C.2 Injeção de Banco de Água com Dois Componentes Químicos

Nesta seção serão apresentados os cálculos para encontrar a saturação média e, consequentemente, o fator de recuperação dos casos de injeção de banco com dois componentes discutidos no capítulo 5.

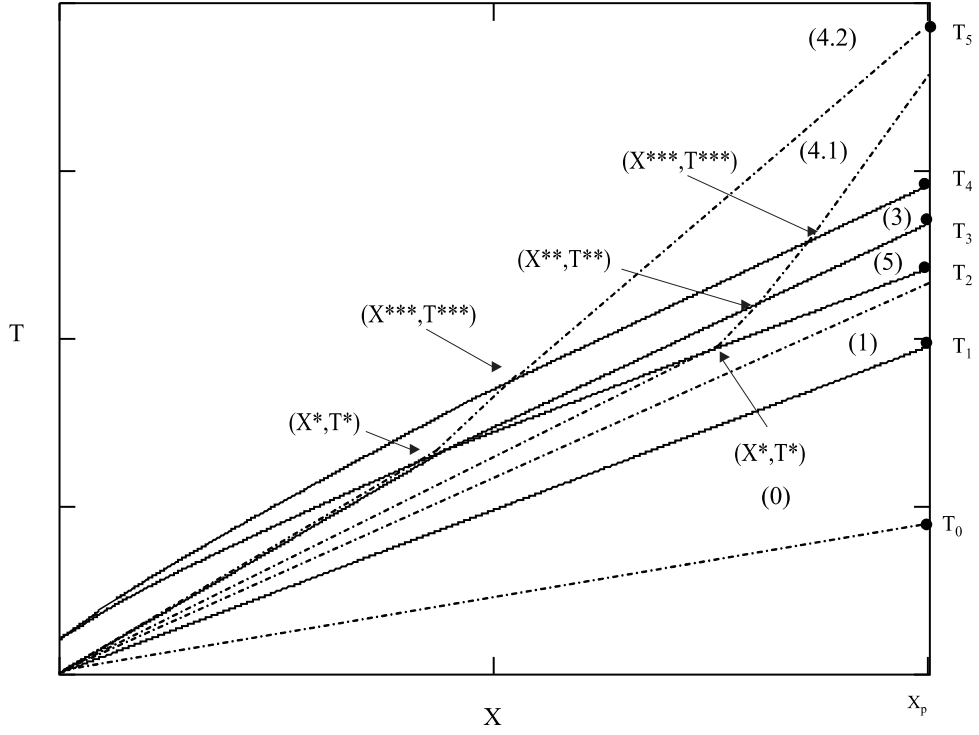


Figura C.4: Regiões para cálculo da saturação média no plano $X \times T$ para a injeção de banco contendo dois polímeros.

C.2.1 Dois polímeros

O cálculo da saturação média será dividido em regiões, conforme está apresentado na figura C.4.

- Região (0): $\rightarrow 0 < T \leq T_1$

O contorno da integração para obter a saturação média é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

Esta região pode ser subdividida para $0 < T \leq T_0$:

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_0(X_p, \tau), 0, 0) \tau + s_0(X_p, \tau) X_p) \quad (\text{C.14})$$

e para $T_0 < T \leq T_1$:

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_0^{(0)}, 0, 0) \tau + s_0^{(0)} X_p) \quad (\text{C.15})$$

- Região (1): $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

O caminho da solução é $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$.

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} \left(\tau - f(s_1(X_p, \tau), c_1^{(J)}, 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p \right) \quad (\text{C.16})$$

- Região (5): $\rightarrow T_2 < T \leq T_3$

O contorno da região de integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1 dT - \int_0^{X_p} s(X, T) dX + \int_\tau^{T^*} f(s_5(X^*, T^*), 0, 0) dT - \int_{X_p}^{X^*} s_5(X^*, T^*) dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0) dT - \int_{X^*}^0 s_1(X^*, T^*) dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s_5(X^*, T^*), 0, 0)(T^* - \tau) - s_5(X^*, T^*)(X^* - X_p) \\ - f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0) T^* + s_1(X^*, T^*) X^*) \end{aligned} \quad (\text{C.17})$$

- Região (3): $\rightarrow T_3 < T \leq T_4$

O contorno da região de integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^{**}, T^{**}) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1 dT - \int_0^{X_p} s(X, T) dX + \int_\tau^{T^{**}} f(s_3(X^{**}, T^{**}), 0, c_2^{(J)}) dT - \int_{X_p}^{X^{**}} s_3(X^{**}, T^{**}) dX \\ + \int_{T^{**}}^{T^*} f(s_5(X^{**}, T^{**}), 0, 0) dT - \int_{X^{**}}^{X^*} s_5(X^{**}, T^{**}) dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0) dT - \int_{X^*}^0 s_1(X^*, T^*) dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s_5(X^{**}, T^{**}), 0, c_2^{(J)})(T^{**} - \tau) - s_5(X^{**}, T^{**})(X^{**} - X_p) \\ + f(s_3(X^{**}, T^{**}), 0, 0)(T^* - T^{**}) - s_3(X^{**}, T^{**})(X^* - X^{**}) \\ - f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0) T^* + s_1(X^*, T^*) X^*) \end{aligned} \quad (\text{C.18})$$

- Região (4.1): $\rightarrow T_4 < T \leq T_5$

O contorno da região de integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^{***}, T^{***}) \rightarrow (X^{**}, T^{**}) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^{***}} f(s_4(X^{***}, T^{***}), 0, 0)dT - \int_{X_p}^{X^{***}} s_4(X^{***}, T^{***})dX \\ + \int_{T^{***}}^{T^{**}} f(s_3(X^{***}, T^{**}), 0, c_2^{(J)})dT - \int_{X^{***}}^{X^{**}} s_3(X^{***}, T^{***})dX \\ + \int_{T^{**}}^{T^*} f(s_5(X^{**}, T^{**}), 0, 0)dT - \int_{X^{**}}^{X^*} s_5(X^{**}, T^{**})dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0)dT - \int_{X^*}^0 s_1(X^*, T^*)dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p}(\tau + f(s_4(X^{***}, T^{***}), 0, 0)(T^{***} - \tau) - s_4(X^{***}, T^{***})(X^{***} - X_p) \\ + f(s_3(X^{**}, T^{**}), 0, c_2^{(J)})(T^{**} - T^{***}) - s_3(X^{**}, T^{**})(X^{**} - X^{***}) \\ + f(s_5(X^{**}, T^{**}), 0, 0)(T^* - T^{**}) - s_5(X^{**}, T^{**})(X^* - X^{**}) \\ - f(s_1(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0)T^* + s_1(X^*, T^*)X^* \end{aligned} \quad (C.19)$$

- Região (4.2): $\rightarrow T > T_5$

O contorno da região de integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^{***}, T^{***}) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\begin{aligned} \int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^{***}} f(s_4(X^{***}, T^{***}), 0, 0)dT - \int_{X_p}^{X^{***}} s_4(X^{***}, T^{***})dX \\ + \int_{T^{***}}^{T^*} f(s_3(X^{***}, T^{***}), 0, c_2^{(J)})dT - \int_{X^{***}}^{X^*} s_3(X^{***}, T^{***})dX \\ + \int_{T^*}^0 f(s_2(X^*, T^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})dT - \int_{X^*}^0 s_{21}(X^*, T^*)dX = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p}(\tau + f(s_4(X^{***}, T^{***}), 0, 0)(T^{***} - \tau) - s_4(X^{***}, T^{***})(X^{***} - X_p) \\ + f(s_3(X^{***}, T^{***}), 0, c_2^{(J)})(T^* - T^{***}) - s_3(X^{***}, T^{***})(X^* - X^{***}) \\ - f(s_2(X^*, T^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})T^* + s_2(X^*, T^*)X^* \end{aligned} \quad (C.20)$$

C.2.2 Um polímero e um surfactante

O cálculo da saturação média efetuado neste caso é realizado de forma análoga à injeção de banco contendo um polímero regida pela isoterma de adsorção linear e fluxo fracionário convexo (seção C.1.1), porém há o efeito da alteração do s_{or} nos momentos iniciais. O tempo de início de influência do surfactante é denominado T_0 .

- Região (0): $0 \leq T \leq T_0$

A saturação média é obtida através da integração da região $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (0, 0)$:

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^0 f(s^{(I)}, 0, 0)dT - \int_{X_p}^0 s^{(I)}dX = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s^{(I)}, 0, 0) \tau + s^{(I)} X_p) \quad (C.21)$$

- Região (1): $T_0 < T \leq T_1$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_1(X_p, \tau), c_1^{(J)}, 0) \tau + s_1(X_p, \tau) X_p) \quad (C.22)$$

- Região (2) $\rightarrow T_1 < T \leq T_2$

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_0^\tau f(s_2(X_p, \tau), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})dT - \int_{X_p}^0 s_2(X_p, \tau)dX = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau - f(s_2(X_p, \tau), c_1^{(J)}, c_2^{(J)}) \tau + s_2(X_p, \tau) X_p) \quad (C.23)$$

- Região (3) $\rightarrow T > T_2$

A região sobre a qual é feita a integração é: $(0, 0) \rightarrow (0, \tau) \rightarrow (X_p, \tau) \rightarrow (X^*, T^*) \rightarrow (0, 0)$.

$$\int_0^\tau 1dT - \int_0^{X_p} s(X, T)dX + \int_\tau^{T^*} f(s^-(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0)dT - \int_{X_p}^{X^*} s^-(X^*, T^*)dX$$

$$+ \int_{T^*}^0 f(s_2(X^*, T^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})dT - \int_{X^*}^0 s_2(X^*, T^*)dX = 0$$

$$\bar{s}(\tau) = \frac{1}{X_p} (\tau + f(s^-(X^*, T^*), c_1^{(J)}, 0)(T^* - \tau) - s^-(X^*, T^*)(X^* - X_p) - f(s_2(X^*, T^*), c_1^{(J)}, c_2^{(J)})T^* + s_2(X^*, T^*)X^*) \quad (\text{C.24})$$

C.2.3 Um polímero e um sal

O cálculo da saturação média é semelhante ao realizado para o caso de um polímero com isoterma de adsorção de Langmuir e fluxo fracionário convexo (seção C.1.3).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)