

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA  
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

TESE DE DOUTORADO

**“Planejamento de Reativos em Sistemas de  
Energia Elétrica através de um Algoritmo de  
*Branch-and-Bound* Não Linear”**

*Celia Regina Nugoli Estevam*

ILHA SOLTEIRA - SP

Novembro de 2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

*CÉLIA REGINA NUGOLI ESTEVAM*

**PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM  
SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA  
ATRAVÉS DE UM ALGORITMO DE  
*BRANCH-AND-BOUND* NÃO LINEAR**

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP, como parte dos requisitos exigidos para obtenção do título de doutor em Engenharia Elétrica.

Orientador: José Roberto Sanches Mantovani

ILHA SOLTEIRA - SP

Novembro de 2008

## FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação  
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP - Ilha Solteira.

E79p

Estevam, Celia Regina Nugoli.

Planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica através de um algoritmo de *Branch-and-Bound* não linear / Celia Regina Nugoli Estevam. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2008.

145 f. : il.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2008

Orientador: José Roberto Sanches Mantovani

Bibliografia: p. 136 -141

1. Sistemas de energia elétrica – Planejamento. 2. Energia elétrica – Geração e transmissão. 3. Fluxo de potência ótimo. 4. Otimização clássica.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

### CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO:** Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica através de um Algoritmo de Branch-and-Bound Não Linear

**AUTORA:** CELIA REGINA NUGOLI ESTEVAM

**ORIENTADOR:** Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de DOUTOR em ENGENHARIA ELÉTRICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. JOSE ROBERTO SANCHES MANTOVANI  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RUBEN AUGUSTO ROMERO LAZARO  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ANTONIO PADILHA FELTRIN  
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Profa. Dra. NEIDA MARIA PATIAS VOLPI  
Departamento de Matemática / Universidade Federal do Parana

Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES  
Departamento de Sistemas de Energia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 28 de novembro de 2008.

*Dedicatória*

*Giuliano, Henry e Giulia*  
*À vocês que, dão sentido as minhas conquistas e iluminam a minha vida.*  
*Tornam-me mãe, amiga e esposa. Compartilham meus*  
*sonhos, minhas alegrias e preocupações.*  
*Obrigado!*

## *AGRADECIMENTOS*

Ao Professor José Roberto Sanches Mantovani, um agradecimento especial. Pela sua competência e disposição, estando sempre presente em todos os momentos, não medindo esforços para que esse trabalho se concretizasse.

Aos meus pais, João e Regina, que me ensinaram o valor de consciência e dignidade. Sempre estiveram presentes nos momentos de maior dificuldade. Obrigado pai e mãe.

Aos meus sogros Estevam e Izadir, pelo valoroso auxílio nos momentos difíceis que decorreram esse trabalho.

Ao grande amigo Marcos Rider, pela valorosa colaboração, troca de idéias, sugestões e pelas conversas descontraídas.

À minha amiga Elizete Amorim, pela relevante colaboração e amizade.

À minha amiga Mara, sua mãe Lurdes e seu pai Manuel, por me acolherem em seus lares com carinho e amizade. Muito obrigada.

À Professora Ana Diva, pelo auxílio e colaboração.

Às minhas amigas Alessandra e Meire.

Aos técnicos dos laboratórios Deoclécio e Beto, pela relevância e pronto atendimento nas necessidades urgentes.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica da Unesp-Ilha Solteira, que possibilitou a realização deste trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro.

*Á DEUS!*

## Resumo

---

Neste trabalho, propõe-se um algoritmo Branch and Bound não linear para resolver o problema de planejamento e despacho ótimo de fontes de potência reativa em sistemas de energia elétrica. O modelo de planejamento é formulado como um problema de programação não linear inteiro misto, não convexo e de grande porte. Este modelo consiste na minimização dos custos das fontes reativas contínuas e ou discretas que devem ser alocadas no sistema. As restrições consideradas no modelo devem assegurar a qualidade e a confiabilidade do suprimento de energia para os consumidores, mantendo as magnitudes das tensões dentro seus limites pré-estabelecidos, atendendo as demandas de potência ativa e reativa e um conjunto de restrições físicas e operacionais dos equipamentos instalados no sistema tais como: limite nas capacidades de geradores, compensadores síncronos e estáticos e os limites na variação dos “taps” dos transformadores. O aspecto relevante deste trabalho é que o algoritmo proposto resolve diretamente problemas de programação não lineares inteiros misto, resolvendo em cada nó da árvore de Branch and Bound um problema de programação não linear que é o despacho ótimo de fontes reativas, em que as restrições de discretização das variáveis de alocação ou investimento dos bancos de capacitores e indutores são relaxadas. Estes problemas são resolvidos utilizando o método de pontos interiores (MPI) primal-dual preditor-corretor, que geralmente melhora o desempenho do MPI. O algoritmo Branch and Bound não linear proposto possui técnicas eficientes para a escolha do próximo subproblema que deve ser resolvido assim como a variável de separação dos subproblemas e os testes de sondagem. Para contornar os problemas de mínimos locais que são

encontrados na resolução dos problemas de programação não linear, os testes de sondagem foram redefinidos adicionando um percentual preestabelecido à solução incumbente atual obtendo uma margem adicional de segurança, pois para problemas de programação não lineares inteiro misto nem sempre o valor da função objetivo de um subproblema sucessor é de qualidade inferior que o valor da função objetivo do problema antecessor. São apresentados alguns resultados do desempenho do algoritmo proposto, obtidos considerando-se diferentes condições de teste para os sistemas testes da literatura especializada – IEEE30, IEEE118 e o IEEE300. Através de simulações com o programa computacional implementado em Fortran a partir da metodologia proposta encontraram-se em todos os testes realizados várias soluções sub-ótimas, e a solução ótima foi encontrada depois de resolver alguns problemas de programação não linear, em um tempo computacional reduzido.

# Abstract

---

A nonlinear Branch and Bound algorithm to solve the problem of reactive optimal dispatch and planning of electrical power systems is proposed in this work. The planning model is formulated as a nonlinear non convex and large scale programming problem. This model consists of minimizing the costs of the reactive continuous and/or discrete sources that must be allocated on the system. The constraints considered on the model must assure the quality and reliability of supplying energy to the users maintaining the voltage magnitudes within the predefined limits, attending the active and reactive power demand and a set of physical and operational constraints of the installed equipment such as: generator capacity limits, synchronous and static compensators and the tap of the transformers. The emphasis of this work is that the proposed algorithm solves the integer nonlinear problems directly. A nonlinear programming problem is solved in each node of the Branch and Bound tree which is the optimal reactive power dispatch where the constraints that adjust the capacitors and inductors banks are relaxed. These problems are solved using the interior point method (IPM) primal-dual predictor corrector, which in general improves the performance of the IPM. The nonlinear Branch and Bound algorithm proposed has efficient techniques to choose the next sub problem that must be solved as well as the separation variable of the sub problems and the sounding tests. To minimize the local minima problem, that are found solving the nonlinear programming problem, the sounding test were redefined adding a predefined percent to the current incumbent, obtaining an additional security margin, where in nonlinear problems not always the objective function value to a posterior problem is greater than the predecessor.

Results are presented for test systems as IEEE30, IEEE118 and IEEE300. By simulations several sub optima were found and the optimal solution is found after solving some nonlinear programming problems with a short computational effort.

# Lista de Tabelas

6.1 – Custos fixos e limites permitidos para fontes reativas usados nas simulações do sistema IEEE30 - Caso 1	.....	109
6.2 – Custos fixos e limites permitidos para fontes reativas usados nas simulações do sistema IEEE30 – Caso 3	.....	110
6.3 – Propostas de investimentos em novas fonte reativas - Caso 1	.....	111
6.4 – Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 1	.....	112
6.5 – Proposta de investimentos de novas fonte reativas - Caso 2	.....	112
6.6 – Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 2	.....	114
6.7 – Proposta de investimentos em novas fonte reativas - Caso 3	.....	115
6.8 - Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 3	.....	117
6.9 - Proposta de investimentos de novas fonte reativas - Caso 4	.....	118
6.10 - Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 4	.....	120
6.11 - Conjunto de barras candidatas e custos fixos e limites máximos permitidos das fontes reativas a serem alocadas para o sistema IEEE118	.....	122
6.12 - Proposta de investimento de novas fonte reativas para o sistema IEEE118 operando sob diferentes cenários.	.....	123
6.13 - Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema IEEE118 operando sob todos os cenários	.....	125
6.14 – Conjunto de barras candidatas, custos fixos e limites máximos permitidos das fontes reativas a serem alocadas para o sistema IEEE300	.....	127

6.15 - Proposta de investimento de novas fonte reativas – Sistema IEEE300	.....	128
6.16 - Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema IEEE300 operando sob todos os cenários.	.....	130

# Lista de Figuras

4.1 - Diagrama de blocos do algoritmo B&B não linear	.....	66
4.2 - Ilustração do espaço de busca e não-convexidade do problema	.....	67
4.3 - Trajetória central e curvas de nível	.....	72
4.4 - Passo preditor e corretor	.....	84
5.1 - Fluxograma do Algoritmo B&B não linear proposto	.....	89
6.1 - Árvore de B&B para o sistema IEEE300 - Carga Pesada (#1)	.....	131

# Sumário

<b>I - PLANEJAMENTO E DESPACHO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA .....</b>	<b>14</b>
1.1 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO .....	19
<b>II – REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>21</b>
2.1 FLUXO DE POTÊNCIA ÓTIMO (FPO) .....	22
2.2 PLANEJAMENTO E DESPACHO ÓTIMO DE REATIVOS .....	24
2.2.1 <i>Métodos Clássicos de Otimização</i> .....	25
2.2.2 <i>Métodos Heurísticos</i> .....	34
<b>III – FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA .....</b>	<b>38</b>
3.1 FONTES DE POTÊNCIA REATIVA NO SISTEMA DE ENERGIA ELÉTRICA .....	39
3.1.1 <i>Geradores síncronos</i> .....	39
3.1.2 <i>Linhas de transmissão de alta tensão</i> .....	40
3.1.3 <i>Alteração da topologia do sistema</i> .....	41
3.1.4 <i>Transformadores com mudança de “tap” sob carga</i> .....	41
3.2 PRINCIPAIS EQUIPAMENTOS DE COMPENSAÇÃO CONSIDERADOS NA ETAPA DE PLANEJAMENTO DE REATIVOS .....	42
3.2.1 <i>Capacitores “shunt”</i> .....	43
3.2.2 <i>Indutores “shunt”</i> .....	43
3.2.3 <i>Compensadores Estáticos</i> .....	44
3.2.4 <i>Compensadores Síncronos</i> .....	45
3.3 CUSTOS DOS INVESTIMENTOS EM FONTES REATIVAS .....	46
3.4 CONDIÇÕES QUE REQUEREM O PLANEJAMENTO DE REATIVOS .....	46
3.5 FORMULAÇÃO GERAL DO PROBLEMA .....	47
<b>IV – ALGORITMO DE BRANCH AND BOUND E MÉTODOS DE PONTOS INTERIORES .....</b>	<b>53</b>
4.1 ALGORITMO BRANCH AND BOUND CLÁSSICO .....	54
4.1.1 <i>Critérios de Sondagem</i> .....	56

4.1.2 Escolha do Subproblema Candidato .....	58
4.1.3 Escolha da Variável para Separação .....	60
4.1.4 Estrutura do Algoritmo B&B Clássico .....	61
4.2 ALGORITMO BRANCH AND BOUND PARA PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR.....	63
4.3 MÉTODO DE PONTOS INTERIORES .....	68
4.3.1 Problema Original.....	69
4.3.2 Método de Pontos Interiores Primal-Dual .....	76
4.3.3 Método de Pontos Interiores de Alta Ordem: Preditor – Corretor .....	83
<b>V – TÉCNICA DE SOLUÇÃO PROPOSTA .....</b>	<b>88</b>
5.1 ALGORITMO BRANCH AND BOUND NÃO LINEAR .....	88
5.2 MÉTODO DE PONTOS INTERIORES PREDITOR-CORRETOR .....	90
5.2.1 Algoritmo Preditor-Corretor .....	101
<b>VI – TESTES E RESULTADOS .....</b>	<b>105</b>
6.1 INICIALIZAÇÃO DO MPIP-PC .....	106
6.2 SISTEMA IEEE30 .....	108
6.3 SISTEMA IEEE118 .....	120
6.4 SISTEMA IEEE300 .....	125
6.5 ANÁLISE DO ALGORITMO B&B.....	130
<b>VII – CONCLUSÕES .....</b>	<b>133</b>
<b>VIII – REFERÊNCIAS .....</b>	<b>136</b>
<b>APÊNDICE A.....</b>	<b>142</b>
<b>DESENVOLVIMENTO DO MÉTODO PREDITOR CORRETOR DE PONTOS INTERIORES .....</b>	<b>142</b>

# **I - Planejamento e Despacho de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica**

---

As solicitações de suporte de potência reativa em um sistema de potência são analisadas considerando-se os dois sistemas inter-relacionados: transmissão e distribuição juntamente com o sistema de subtransmissão. Nos sistemas de distribuição e subtransmissão as necessidades de suporte de reativos estão relacionadas com as cargas reativas desses dois sistemas, assim como as perdas em função dos grandes valores das impedâncias do sistema de distribuição. Devido às características desses sistemas é tecnicamente viável provê-los de reservas de potência reativa dentro de seus domínios. Desta forma as condições operacionais dos sistemas de distribuição e subtransmissão, em função das solicitações de suporte de potência reativa não seriam alteradas indevidamente pelas necessidades de suporte de potência reativa do sistema de transmissão.

No sistema de transmissão as necessidades de reativos são devidos às condições de operação da rede em função de um grande número possível de contingências, tais como retiradas de linhas de transmissão e/ou geradores, ou necessidades de grandes transferências de potências. Cenários de operação com cargas leves podem provocar a necessidade do sistema de compensar o excesso de correntes capacitivas que podem produzir sobretensões no sistema de transmissão. Frequentemente o sistema de geração e transmissão pode atender as demandas de reativos com as fontes de reativos disponíveis para serem despachadas. Contudo, para alguns cenários de operação na configuração básica ou condições planejadas como várias contingências, há violações de tensões e/ou limites operacionais de

fluxos nos alimentadores que podem não ser corrigidos através do redespacho das fontes reativas existentes no sistema. Neste contexto deve-se efetuar o planejamento de reativos (FPO) (GRANVILLE et al., 1988, GRANVILLE, 1994) (HSIAO et al., 1994) (IBA, 1988, IBA, 1994) (POWER..., 1996) (LEBOW, et al., 1984; LEBOW, et al., 1985) (MANTOVANI; GARCIA, 1996, MANTOVANI<sup>2</sup> et al., 2001, MANTOVANI<sup>1</sup> et al., 2001) que tem por objetivo determinar a expansão de fontes reativas, para se obter um sistema de energia elétrica capaz de operar de maneira viável e segura, considerando diversos cenários de operação (níveis de carga, contingências). Trata-se de um problema de otimização de grande porte com variáveis contínuas e discretas.

A decisão da expansão das fontes de suporte de potência reativa pode ter grande influência na operação do sistema. Esta decisão pode afetar diretamente a viabilidade de operação do sistema sob diferentes cenários. Adicionalmente quando o sistema está no estado de operação normal, as perdas ativas do sistema de transmissão podem ser reduzidas através dos ajustes adequados das fontes reativas. A redução das perdas no sistema de transmissão também depende da distribuição física e geográfica das fontes de potência reativa na rede de transmissão. Na literatura encontram-se dois tipos de abordagens relacionadas com o planejamento e ajustes de fontes de potência reativa (LEBOW et al., 1984, LEBOW et al., 1985, GRANVILLE et al., 1988):

- Determinação dos ajustes dos dispositivos de controle de tensão e fontes reativas existentes no sistema (bancos de capacitores e reatores, capacidade própria de geradores, compensadores síncronos e estáticos), com vistas a manter níveis aceitáveis de tensão e controlar as perdas no sistema de transmissão. Este problema normalmente é referenciado na literatura como *despacho de reativos*. É um modelo de otimização não linear, mal condicionado e não convexo.
- Obtenção da expansão ótima (custo mínimo) de fontes reativas considerando características físicas, econômicas e de operação - *planejamento de reativos*. Não sendo adequado transportar potência

reativa através do sistema de transmissão, deve-se procurar as diferentes localizações no sistema para alocação do suporte de reativos, em função das condições de operação normal ou sob contingências. Os dispositivos de suporte de reativos têm diferentes características; geradores são dispositivos rápidos de suporte de reativos com alto custo de operação e instalação, enquanto bancos de capacitores e reatores variáveis são dispositivos com tempo de resposta lento e com baixos custos de operação e instalação (LEBOW et al., 1984, GRANVILLE, et al., 1988). Para sistemas elétricos de potência operando de forma centralizada o planejamento de reativos tem sido matéria de pesquisa por vários grupos no Brasil e no exterior, contando com várias publicações nos últimos anos (GRANVILLE, et al., 1988, GRANVILLE, 1996, HSIAO et al., 1994, IBA, 1988, IBA, 1994, POWER..., 1996, LEBOW et al., 1985, LEBOW et al., 1984) (MANTOVANI; GARCIA, 1996; MANTOVANI<sup>2</sup> et al., 2001; MANTOVANI<sup>1</sup> et al., 2001). Considerando-se sistemas que operam de forma descentralizada ou sistemas multi áreas, é necessário que se identifiquem as necessidades de suporte de potência reativa e dos dispositivos de compensação através de critérios apropriados para analisar as capacidades reativas e selecionar os fornecedores de potência reativa do sistema completo ou para cada um dos subsistemas que compõem o sistema como um todo (AGUADO et al., 1999, AGUADO; QUINTANA, 2001, AMORIM; MANTOVANI, 2005).

Dessa forma para cada cenário de operação deve-se identificar as fontes reativas existentes, para obter os ajustes otimizados dos controles das seguintes fontes instaladas em cada região do sistema:

- Banco de capacitores e reatores instalados no sistema de transmissão e subtransmissão;
- Compensadores síncronos e estáticos instalados no sistema de geração e subtransmissão;
- Capacidade própria de geração de reativos (ativos) de unidades geradoras;

- Capacidade de reservas de compensação de reativos para manter a confiabilidade dos sistemas em condições de emergência.

As empresas fornecedoras de energia elétrica necessitam manter as magnitudes de tensões dentro de seus limites pré-estabelecidos para assegurar a qualidade e confiabilidade do suprimento de energia para os consumidores, pois qualquer alteração no sistema pode resultar em variações dos níveis de tensões nos barramentos e comprometer a qualidade no fornecimento de energia elétrica. Entretanto, o estado do sistema com níveis de tensões violados pode ser melhorado através da determinação dos ajustes dos dispositivos de controle de tensão e das fontes reativas existentes no sistema e, caso seja necessário, da obtenção da expansão ótima de fontes reativas considerando características físicas, econômicas e de operação.

O problema de planejamento de reativos para cada cenário de operação pode ser escrito de forma genérica como:

*Minimizar {Custos de Investimentos em Novas Fontes Reativas}*

*Sujeito a:*

- *Atender demandas de potência ativa e reativa (Equações de fluxo de carga);*
- *Capacidade de geração de reativos de geradores e compensadores síncrono (fontes reativas de tempo de resposta rápida);*
- *Capacidade de geração de reativos das fontes com tempo de resposta lento (banco de capacitores e reatores variáveis)*
- *Manter a magnitude de tensão dentre de limites seguros e preestabelecidos;*
- *Limites térmicos das linhas de transmissão.*
- *Integralidade das variáveis de investimentos*

Este é um problema de programação não linear de grande porte em que a função objetivo pode ter várias componentes, sendo as mais comuns conforme ressaltado anteriormente a redução das infactibilidades das magnitudes das tensões; minimização das necessidades reativas para o sistema, podendo-se ainda

considerar minimização de perdas do sistema de transmissão. As restrições consideradas no problema referem-se ao atendimento das demandas de potências ativas e reativas, qualidade dos serviços de fornecimento de energia elétrica, mantendo-se as magnitudes das tensões dentro de limites preestabelecidos e atendendo um conjunto de restrições físicas e operacionais dos equipamentos instalados no sistema, tais como: limites nas capacidades de geradores, compensadores síncronos e estáticos. Dessa forma o planejamento de reativos apresenta vários níveis de dificuldades para sua solução, devendo-se adotar soluções para contornar problemas relativos à: (1) Natureza não linear em redes que estão sob severas condições de operação, tornando o subproblema reativo excessivamente mal comportado, o que pode causar sérios problemas de instabilidade numérica; (2) Tipos de variáveis envolvidas tais como discretas e contínuas.

Neste trabalho, é desenvolvido um algoritmo de Branch-and-Bound (B&B) especializado a problemas de otimização não lineares inteiro misto e multimodais para resolver o problema de planejamento e despacho ótimo de fontes reativas em sistemas de energia elétrica, considerando-se que em cada nó da árvore é resolvido um problema de programação não linear (PNL) relaxado. Este problema de PNL é o despacho ótimo de fontes reativas, em que as restrições de discretização das variáveis de alocação ou de investimento dos bancos de capacitores e indutores são relaxadas. Os problemas de PNL em cada nó da árvore de B&B são resolvidos usando o método de pontos interiores preditor corretor (MPI-PC), (GRANVILLE, 1994, TORRES; QUINTANA, 1998).

O algoritmo de B&B não linear proposto para resolver o problema de planejamento de reativos, deve contemplar técnicas eficientes de escolha das variáveis para separação dos subproblemas e da ordem de escolha da resolução dos subproblemas da árvore de B&B. Além disso, deve redefinir os chamados testes de sondagem para contornar os problemas de mínimos locais que são encontrados na resolução dos problemas de PNL. Para isto o valor da função objetivo de uma solução mínima local discreta ou inteira deve ser utilizado para fazer a sondagem da solução discreta de outros nós que são utilizadas pelo

algoritmo B&B para encontrar a solução global. Isto é feito adicionando ao valor da função objetivo uma margem adicional de segurança para cada um dos subproblemas antes de serem sondados, ou seja, considera-se que o valor da função objetivo obtida pelo PNL em cada nó pode ser de qualidade inferior que a solução incumbente, em um percentual preestabelecido. A definição desta margem pode aumentar consideravelmente o número de soluções de PNL's necessárias para o algoritmo de B&B encontrar uma solução ótima ou sub-ótima de boa qualidade, mas tem por objetivo evitar a convergência para ótimos locais de má qualidade. Para problemas de programação linear inteiros mistos, não é necessário utilizar o fator de segurança, pois a função objetivo do nó sucessor é sempre maior que a função objetivo do nó antecessor (nó atual). Utilizando-se o modelo matemático e metodologia proposta foram efetuados testes com os sistemas IEEE de 30 barras, 118 barras e 300 barras (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 1973), e os resultados obtidos são discutidos e analisados.

## **1.1 Organização do Texto**

O presente trabalho está organizado em 7 capítulos. Este primeiro é introdutório e apresenta o problema estudado, a técnica e os objetivos desta tese. A ele somam-se os seguintes:

- No capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos utilizados durante o desenvolvimento desta pesquisa.
- No capítulo 3 apresentam-se algumas das principais fontes reativas que são utilizadas no despacho reativo ressaltando suas características principais, apresenta-se também a formulação geral do problema de reativos como um problema de programação matemática não linear inteiro misto de grande porte com discretas e contínuas.
- No capítulo 4 faz-se uma revisão das características do algoritmo de Branch and Bound clássico proposto na literatura para solução de problemas de programação linear e uma versão de um algoritmo de Branch and Bound para solução de problemas de programação não lineares inteiros mistos que podem

apresentar características multimodais. Apresenta-se também o método de pontos interiores preditor-corretor.

- O Capítulo 5 apresenta a técnica proposta para a solução do problema de planejamento de reativos.
- No Capítulo 6 mostram-se os resultados dos testes realizados na implementação computacional proposta para a solução do problema de Planejamento de Reativos em dois sistemas testes da literatura, IEEE30 e IEEE118.
- No Capítulo 7 apresentam-se as conclusões e sugestões para futuros trabalhos.

## II – Revisão da Literatura

---

No século XX, com o aumento da demanda por energia elétrica e a construção de unidades geradoras de energia fez com que estratégias ótimas de planejamento e operação de sistemas elétricos fossem desenvolvidas. O principal objetivo no início destas pesquisas era o despacho ótimo de geração em que as unidades geradoras de menor custo operacional deveriam gerar mais energia que as unidades de maiores custos atendendo algumas restrições físicas e operacionais dos sistemas elétricos. Este problema é conhecido como *Despacho Econômico* ou *Despacho Ótimo*. Em 1962, Carpentier formulou o problema de despacho econômico (DE) através de um modelo de otimização não linear. Esta formulação deu origem ao *Problema de Fluxo de Potência Ótimo* que foi definido em 1968 por Dommel e Tinney como Fluxo de Potência Ótimo (FPO). Assim, o problema de Despacho Econômico passou a ser abordado como um caso particular do FPO.

O FPO é uma ferramenta computacional utilizada no planejamento e operação de sistemas de energia elétrica. Na literatura encontram-se para solução do problema de FPO as técnicas de otimização clássicas e as metaheurísticas. Uma das grandes desvantagens de utilizar as técnicas clássicas de otimização para resolver o problema de FPO é a dependência do ponto inicial para o processo iterativo, ou seja, para encontrar um ponto solução de boa qualidade é necessário o conhecimento prévio de um ponto inicial. Outra dificuldade encontrada é no tratamento de problemas com restrições de desigualdade e variáveis de controle discretas e contínuas. Por outro lado, estes métodos de otimização clássica requerem pouco esforço computacional na busca de solução e são precisos.

A linha de pesquisa que propõe a solução do FPO através de metaheurísticas permite a utilização de modelos realistas de função objetivo e dos componentes dos sistemas elétricos de potência (IBA, 1994). Através das metaheurísticas é possível superar as limitações das técnicas de otimização clássicas na modelagem de funções de custo não-convexas e não diferenciáveis, variáveis de controle discretas e otimizar simultânea ou independentemente as diferentes funções objetivo, que compõem este problema. Uma característica desfavorável das metaheurísticas em comparação com as técnicas de otimização clássica é o elevado tempo computacional exigido para resolver problemas de médio e de grande porte.

O planejamento de reativos está diretamente relacionado com o problema de fluxo de potência ótimo (FPO). Para situar este problema no contexto da literatura especializada, inicialmente são apresentados e discutidos alguns trabalhos clássicos encontrados na literatura abordando o problema de FPO e em seguida o planejamento e despacho ótimo de reativos em sistemas de energia elétrica.

## ***2.1 Fluxo de Potência Ótimo (FPO)***

Vários trabalhos foram publicados na literatura especializada envolvendo o problema de planejamento e despacho ótimo de fontes reativas, que está diretamente relacionado com o subproblema do FPO. Dentre os inúmeros trabalhos envolvendo a formulação e solução do problema de FPO, está o de Dommel e Tinney (1968), que deu origem e serviu de base à maioria dos trabalhos envolvendo este tema. Neste trabalho, Dommel e Tinney, incorporam à solução do problema de fluxo de potência calculado pelo método de Newton tradicional, uma função objetivo que visa refletir as perdas no sistema de geração e transmissão, propondo para a solução do problema de otimização resultante técnicas clássicas de programação não linear. As restrições de desigualdades referentes às variáveis dependentes foram consideradas através do método das penalidades quadráticas, ou seja, à medida que as variáveis violam os seus limites,

as restrições são incorporadas à função objetivo através de um termo de penalidade. A técnica de solução proposta para resolver o problema consiste numa proposta inicial do método do gradiente reduzido generalizado. Além do método do gradiente ótimo para obter a direção e o tamanho do passo para atualização das variáveis de controle, foram testadas outras metodologias comumente utilizadas na solução de problemas não lineares de otimização – sensibilidade de segunda ordem da função lagrangeano com relações às variáveis de controle, método das tangentes paralelas e uma técnica mista que utiliza informações desses dois métodos.

Sun et al. (1984), propõem técnicas de solução para o problema de Fluxo de Potência Ótimo, com ênfase no problema reativo, baseado no método de Newton tradicional (MONTICELLI, 1983) para a solução do problema de fluxo de carga, efetuando os ajustes de certas variáveis de controle para minimizar uma função objetivo que envolve, normalmente, o custo de geração de potência ativa ou a minimização de perdas, satisfazendo critérios tais como limites físicos para operação de certos equipamentos do sistema e limites operacionais que consideram a qualidade dos serviços prestados aos consumidores. A metodologia básica desenvolvida é o emprego de técnicas de esparsidade na solução do sistema de equações que se obtém quando da aplicação das condições de otimalidade em uma aproximação quadrática do Lagrangeano em cada iteração. No método de Newton, conforme desenvolvido no artigo D. Sun et al (1984), não há necessidade do particionamento de variáveis em variáveis de controle (super básicas), variáveis de estado dependentes (básicas) e variáveis que atingiram seus limites e que devem ser fixadas no limite atingido e tornaram-se constantes (não básicas). As restrições de desigualdade são consideradas por funções de penalidades do tipo quadráticas. A solução do problema de fluxo de potência ótimo só acontece quando as condições de otimalidade de KKT(Karush-Khun-Tucker) são satisfeitas (BAZARAA et al, 1993), sendo apresentadas algumas condições numéricas e de natureza computacional que devem ser atendidas para a existência do mínimo, e também as matrizes envolvidas na solução do fluxo de carga ótimo pelo Método de Newton e a estrutura de cada uma delas: Jacobiana e Hessiana. Apresentam as

versões acoplada e desacoplada do fluxo de carga ótimo pelo método de Newton e alguns algoritmos para verificar a factibilidade das restrições de desigualdades e quais devem ser efetivamente consideradas na estrutura matricial, que é a principal dificuldade do método proposto. Utilizando-se a metodologia proposta neste artigo é possível encontrar um ponto adequado (quando existir) de operação para o sistema, através de um planejamento de operação em que se priorizem as variáveis (controle) que não podem ser violadas, deixando livres outras variáveis e/ou parâmetros que podem apresentar pequenas violações sem comprometer seriamente a qualidade do serviço e a segurança do sistema. A função objetivo considerada foi a minimização das perdas ativas no sistema de transmissão.

Torres e Quintana (1998), descrevem a solução de um problema de fluxo de potência ótimo (FPO) não linear através do método de Pontos Interiores Preditor Corretor (MPI-PC), que ajuda a melhorar o desempenho do MPI. A função objetivo do problema é a minimização das perdas de potência ativa na forma retangular. Considerando que o FPO quando formulado desta forma tem uma função objetivo quadrática e restrições quadráticas, tais características permitem facilidade de organização das matrizes Jacobiana e Hessiana e facilitam a convergência do algoritmo MPDIPC. O desenvolvimento matemático do MPI está baseado em um problema geral de programação não linear. Alguns fatores importantes com relação a implementação computacional são destacados: ponto inicial, formação do sistema de Newton, resolução do sistema linear, prevenção para dificuldades numéricas. Os testes realizados com os sistemas IEEE 30, 57, 118 e 300 barras, confirmam a eficiência do algoritmo.

## ***2.2 Planejamento e Despacho Ótimo de Reativos***

É realizada uma descrição sucinta de alguns trabalhos publicados que tratam do planejamento de reativos fornecendo uma visão geral dos diferentes enfoques e abordagens dadas ao problema, bem como as diferentes técnicas de solução propostas.

### 2.2.1 Métodos Clássicos de Otimização

Os dois trabalhos de Lebow et al. (1984 e 1985), estão entre as primeiras publicações que propõem a decomposição do problema de planejamento de reativos em dois subproblemas e a decomposição hierárquica dos mesmos através da técnica de decomposição de Benders. A decomposição é executada em dois níveis, para cada cenário de operação considerado. O primeiro nível trata da solução do fluxo de potência ótimo, considerando como função objetivo a minimização das perdas ativas do sistema de transmissão e executando o despacho reativo das fontes existentes. O segundo nível envolve a expansão ótima de fontes reativas, tratando-se de um problema de programação linear inteira mista tipo carga fixa e a técnica de otimização utilizada para resolvê-lo foi o algoritmo “*branch and bound*”. São consideradas contingências no modo corretivo e apresentados resultados de testes executados com três sistemas: IEEE118 e sistemas reais de 472 e 1079 barras.

Em 1988 Granville et al. (1988), apresenta uma formulação completa do planejamento de reativos considerando várias condições de carga (nominal, leve, pesada) e contingências nos modos corretivo e preventivo. A técnica proposta para solução do problema é a decomposição hierárquica de Benders em três estágios, em que no primeiro estágio tomam-se decisões sobre as capacidades reativas factíveis  $x^*$  a serem alocadas no sistema; Depois de alocadas as capacidades  $x^*$ , passa-se para o segundo estágio, onde se resolve o problema de operação da forma mais eficiente possível, e satisfazendo as restrições de segurança em condições normais de operação obtendo-se um ponto de operação  $y^*$ ; Com a capacidade de expansão  $x^*$  e o ponto de operação  $y^*$  em condições normais de operação, busca-se no terceiro estágio um ponto de operação viável  $z^*$  depois da ocorrência de uma contingência pertencente a uma lista ordenada por ordem de severidade. A função objetivo considerada é a minimização da soma dos custos de operação e investimentos em novas fontes reativas. Apresentam o desenvolvimento de um procedimento para selecionar o conjunto de barras mais adequado à alocação de novas fontes iniciando o planejamento com um conjunto

de barras e, se necessário, altera-se o mesmo considerando aspectos econômicos e de factibilidade. Apresentam resultados para o sistema IEEE118.

Em 1989, o problema de planejamento de reativos foi formulado e resolvido em dois estágios por Obadina e Berg (1989). No primeiro estágio executa o despacho ótimo das fontes reativas e ajustes dos dispositivos de controle dos níveis de tensão existentes no sistema, resolvendo um problema de otimização não linear com as seguintes características: a função objetivo reflete o custo total variável (associado à magnitude da fonte) da instalação de reativos em todas as barras de um conjunto pré-definido de candidatas; consideram-se as restrições normais do problema de planejamento de reativos (segurança, operação, limitações das capacidades reativas permitidas alocar, etc.) e um conjunto de restrições que asseguram margem de segurança para o sistema com relação a colapso de tensão. No segundo estágio, o número de barras onde serão instaladas novas fontes é minimizado, assegurando que as restrições de operação do sistema de energia elétrica e a margem de segurança com relação ao estágio crítico ( $SM \geq SM^{exp}$ ), sejam atendidas. As equações não lineares (fluxo de potência), envolvidas na formulação do problema foram linearizadas em torno de um ponto de operação obtido no primeiro estágio, obtendo-se um problema linear inteiro misto (PLIM) (incremental), com uma função objetivo com componentes de custos fixos e variáveis, associados à alocação de novas fontes reativas, em cada uma das barras do conjunto de candidatas. Apresentam-se resultados da aplicação do método para o sistema teste IEEE14.

Hong et al. (1990) formularam o problema reativo considerando-se cenários correspondentes para vários anos, coordenando a expansão de fontes reativas de um ano base até os anos correspondentes ao horizonte de planejamento, identificando alterações previstas para cargas, gerações e topologia do sistema ao longo deste período. O problema é resolvido utilizando a decomposição de Benders em dois níveis – múltiplos anos e cenários de planejamento. O subproblema de operação é resolvido utilizando-se o método de Newton (SUN et al., 1984) considerando como função objetivo a minimização de perdas do sistema de transmissão e redução das ineficiências (magnitudes das

tensões, potência reativa gerada). Apresentam resultados com propostas de investimentos contínuas e discretas para um sistema real de 217 barras.

Gómez et al. (1991) apresentam a solução do problema de planejamento de reativos através da decomposição de Benders em dois níveis diferindo de Granville (GRANVILLE<sup>1</sup> et al., 1988) que propõem a solução em três níveis. Esta simplificação é feita definindo-se um conjunto de variáveis de controle preventivo e a otimização do problema reativo com relação a este conjunto de variáveis é executada juntamente com as variáveis de investimento no problema mestre onde são gerados dois conjuntos de equações de cortes de Benders: (1) sensibilidade do problema reativo completo e as variáveis de investimentos; (2) sensibilidade do problema reativo e as variáveis de controle preventivo. O subproblema de operação é resolvido de forma aproximada, assumindo-se o desacoplamento das variáveis potência ativa e ângulos das tensões e potência reativa e magnitude das tensões. As variáveis  $P-\theta$  são consideradas constantes após solução do fluxo de carga e as equações não lineares que relacionam as variáveis  $Q-V$  são linearizadas e consideradas como parte do subproblema de operação (outras restrições consideradas referem-se a limites nas magnitudes das tensões, “*taps*” de transformadores, capacidades próprias de geração de máquinas, compensadores síncronos e estáticos, etc). No caso base, considera-se uma função objetivo não linear (sujeita a restrições lineares) que representa o custo das perdas ativas do sistema de geração transmissão e um termo linear dado pela soma das injeções de potência reativa que garantam operação viável para o sistema. No cenário de contingências a função objetivo considerada é representada apenas pelo termo linear. Há uma iteração entre os problemas de otimização e fluxo de potência até que uma convergência, por algum critério pré-estabelecido seja encontrada. Apresentam-se resultados contínuos e discretos para sistemas reais de 102, 213 e 443 barras.

Em 1994, S. Granville, faz uma implementação do método de pontos interiores para o problema de Despacho Ótimo de Reativos, que foi formulado e resolvido como um caso particular do problema de fluxo de potência ótimo, que consiste em determinar o estado de um sistema elétrico que otimize uma

determinada função objetivo e satisfaça um conjunto de restrições de operações que atendam requisitos de segurança e da qualidade do serviço prestado pela concessionária aos consumidores. A técnica proposta para resolução do problema foi um método de pontos interiores do tipo primal dual, originalmente formulado para problemas lineares e adaptado à solução do Despacho Ótimo de Reativos. A metodologia foi desenvolvida considerando-se duas funções objetivo: a minimização das necessidades de injeções reativas (indutivas e capacitivas) para o sistema; e a minimização das perdas no sistema de transmissão e as necessidades de injeções reativas capacitivas e indutivas no sistema. A técnica de solução adotada para a solução do sistema de equações, devido a aplicação das condições de otimalidade de primeira ordem, é o Método de Newton do tipo desacoplado. Para a aplicação deste método são feitas algumas aproximações semelhantes às que são feitas nos métodos de fluxo de carga desacoplado tradicionais nas matrizes Jacobiana e Hessiana envolvidas no método de Newton, referentes à parte ativa do problema. As principais características da metodologia apresentada é a facilidade de simular sistemas reais de grande porte, estabilidade numérica, não necessidade de identificar o conjunto de restrições ativas a cada iteração e apresentar-se eficiente tanto para solução do problema de minimização de perdas quanto para solução do despacho ótimo de reativos. O fator crítico que se apresenta é identificar o parâmetro de barreira inicial e a seqüência de parâmetros a ser gerada para resolver o problema de fluxo de potência ótimo, principalmente considerando-se sistemas com condições de carga pesada o que provoca o mau condicionamento das matrizes envolvidas e problemas de instabilidade de tensão. Foram realizados testes com o sistema brasileiro Sul/Sudeste que apresenta 1832 barras e com o sistema Norte Americano de 3467 barras.

Granville e Lima (1994) apresentam uma formulação completa para o problema de planejamento de reativos considerando os tipos de fontes reativas (fixas, bancos, contínuas) e várias condições de operação do sistema de energia elétrica (condição típicas de carregamento, contingência nos modos corretivos e preventivos). Utilizam decomposição de Benders em três níveis, onde o último nível neste procedimento visa incorporar ao esquema de decomposição o

tratamento das contingências no modo preventivo. Uma técnica alternativa é apresentada e testada para realizar o planejamento considerando contingência no modo preventivo. Esta técnica consiste em fixar as variáveis de controle (magnitudes das tensões nos geradores, “*taps*”, controles de bancos reativos e injeções reativas fictícias) nos valores dados pela solução do problema de operação (despacho reativo) do caso base, e com estes valores fixos, resolve-se um problema de operação para a contingência em estudo verificando a carência reativa neste cenário. Se o sistema apresentar necessidade de suporte reativo neste cenário cria-se uma restrição adicional para o problema de operação no caso base, baseada na necessidade reativa para manter o sistema operando adequadamente no cenário das contingências em estudo. A solução do problema de operação vai gerar índices de sensibilidades (multiplicadores de Lagrange) para o problema de investimento. Com estes procedimentos os autores mostram, utilizando os sistemas de 113 e 1832 barras que se chegam a propostas de investimentos mais econômicas que as obtidas com o esquema de decomposição em três níveis. O Subproblema de operação foi resolvido utilizando-se técnica de programação quadrática seqüencial (PQS). No procedimento de solução do problema de operação define-se uma zona de interesse, executando a otimização apenas dentro desta zona, mas resolvendo o fluxo de potência para o sistema completo. Este procedimento PQS-FP é considerado convergido quando os valores das variáveis de controle (tensões em barras de carga e injeções reativas em barras de geração) nos problemas de otimização e fluxo de potência coincidem (obedecendo uma tolerância pré estabelecida). Aspectos relacionados com a importância de considerar uma função custo (fixo, variável) adequada são discutidos e resultados da simulação de um sistema de 3150 barras ilustram este aspecto.

Wu et al. (1994) apresentam o problema de Fluxo de Potência Ótimo baseado nas condições de KKT e propõem para sua solução resolver o sistema de equações não lineares resultantes das condições de KKT duas formulações baseadas no Método de Newton de Pontos Interiores Primal-Dual: O Algoritmo de Pontos Interiores Primal-Dual Puro e o Preditor-Corretor do Algoritmo de Pontos Interiores Primal-Dual. O Algoritmo de Pontos Interiores Primal-Dual

Puro tratado neste trabalho é o mesmo desenvolvido por Granville (1994). Os aspectos referentes à implementação dos dois algoritmos são cuidadosamente discutidos, sendo o principal deles o ajuste do parâmetro de barreira, que foi baseado nos teoremas Fiacco & McCormick's (1968), fazendo com que este parâmetro tenda a zero a cada iteração. O maior esforço computacional do algoritmo é resolver um sistema simétrico de equações cuja estrutura de esparsidade é fixa. Assim, apenas uma ordenação ótima e uma fatoração simbólica estão envolvidas. Os resultados mostram que o Preditor-Corretor do Algoritmo de Pontos Interiores Primal-Dual para o Fluxo de Potência Ótimo é computacionalmente mais atrativo que o Algoritmo de Pontos Interiores Primal-Dual Puro em relação à velocidade e ao número das iterações.

Abdul-Hahman e Shahidehpour (1994) resolvem o problema de planejamento de reativos usando decomposição hierárquica de Benders em dois níveis, decompondo o problema de planejamento de reativos em dois subproblemas: operação e investimento. O subproblema de investimento é tratado de mesma forma que em outros trabalhos que utilizam técnicas de decomposição de Benders para resolver o problema reativo (LEBOW et al, 1984, GRANVILLE<sup>1</sup> et al., 1985, GRANVILLE, 1998, GOMES et al., 1991). Em relação ao tratamento dado à solução e formulação do subproblema de operação o trabalho apresenta dois aspectos interessantes: (1) modelagem fuzzy das restrições de tensões de barras através de uma representação trapezoidal, onde está incluído um fator de segurança estática que pode ser ajustado heurísticamente. Cada variação de tensão ( $\Delta V_i$ ,  $i$ -barra) é representada por duas restrições lineares para cada um dos limites (mínimo, máximo); (2) Tratamento não probabilístico da incerteza das demandas das cargas reativas, considerando um modelo de distribuição trapezoidal mapeando a variável fuzzy no intervalo [0,1]. A distribuição de possibilidades terá valor 1 para carregamento frequentes e cairá para valores baixos para carga que dificilmente acontecem. A representação trapezoidal das cargas reativas implica em quatro conjuntos de restrições independentes para o problema de operação, aumentando acentuadamente suas dimensões. Para contornar este problema são adotados os seguintes procedimentos: a técnica de

decomposição de Dantzig-Wolf de primeira ordem para decompor o problema de operação em quatro subproblemas  $k$  ( $k=1,2,3,4$ ), assim o sistema elétrico de potência foi decomposto em  $N$  áreas e cada um dos subproblemas de operação  $k$  aplicou-se a decomposição de Dantzig-Wolf de segunda ordem, considerando cada uma das áreas, e resolvendo em cada uma delas, um problema de otimização que considera a natureza fuzzy das restrições magnitudes das tensões, otimizando uma função objetivo com dois segmentos (redução de perdas com a adequação do perfil de tensão nas cargas e ajuste do perfil de tensão do sistema de forma a mantê-lo operando em regiões seguras). O sistema IEEE30 modificado é usado para testar a metodologia proposta.

Quintana (1995) propôs em seu artigo um algoritmo de Programação Linear Sucessiva (PLS), para resolver o problema que é excessivamente não linear e adota como função objetivo a minimização das perdas de potência ativa. Apresenta todo o equacionamento matemático e a técnica de solução quando é usado o método das barreiras logarítmicas na solução de problemas de otimização com restrições de desigualdades, aplicando-se o método de Newton. Também discute alguns aspectos práticos referentes à implementação dos algoritmos de pontos interiores tais como, a determinação do parâmetro de barreira, ponto inicial a ser adotado para o algoritmo, e a solução eficiente do conjunto de equações originário da aplicação das condições de otimalidade, pelo método do vetor esparso. Uma aplicação direta de um algoritmo de Barreira Primal-Dual ao problema não linear é também discutida, propondo um algoritmo de Barreira Primal-Dual diretamente para resolver o problema não linear referente à minimização de perdas no sistema de transmissão.

Wei et al. (1998) apresentam uma abordagem teórica do algoritmo do Método de Pontos Interiores aplicado à solução de problemas não lineares perturbados devido o uso das técnicas das barreiras, levando em consideração aspectos referentes a restrições funcionais de desigualdade e as variáveis de folga e excesso envolvidas. Na proposta de atualização do parâmetro de barreira usando o “gap” de dualidade, definem um parâmetro de centragem entre zero e um, que multiplicado pelo “gap” de dualidade permite uma melhor convergência do

algoritmo. O conceito do parâmetro de centragem permite que o algoritmo de fluxo de potência ótimo, baseado nas condições de KKT do problema primal perturbado, seja estendido tanto para os problemas de fluxo de potência ótimo como para o fluxo de potência tradicional. Propõem também um arranjo especial para as variáveis envolvidas no problema, o que permite a obtenção de uma estrutura matricial que facilita a fatoração, ordenação e solução dos sistemas lineares necessários para solução tanto dos problemas de fluxo de potência tradicional como de fluxo de potência ótimo. A função objetivo considerada refere-se à minimização das perdas no sistema de geração e transmissão e custo de geração.

Outros artigos que apresentam um estudo sobre a aplicação do Método de Pontos Interiores ao problema de Fluxo de Potência Ótimo são os L.V. Barboza et al. (BARBOSA, 1997, BARBOSA et. al, 1998), que analisam o problema do máximo carregamento de um sistema de energia elétrica considerando limitações tanto operacionais como de equipamento. A formulação do problema de otimização determina o máximo carregamento como um problema de Fluxo de Potência Ótimo, sendo a função objetivo o parâmetro de incremento da carga, considerado uma variável de otimização. As restrições de igualdade que são satisfeitas ao final do processo iterativo tratam-se do balanço de potência de cada barra do sistema, parametrizado com o fator de carga e as restrições de desigualdade podem ser divididas em dois grupos: restrições nas variáveis de decisão e restrições funcionais. Para resolver este problema, propõem o Algoritmo de Pontos Interiores não lineares nas suas versões Primal-Dual e Preditor-Corretor, dando enfoque à influência das restrições operativas na solução das equações da rede elétrica correspondente ao máximo carregamento e os Algoritmos Primal-Dual Puro e Preditor-Corretor sob o ponto de vista de desempenho operacional. Na versão Primal-Dual Pura do Algoritmo, obtem-se um sistema linear que é resolvido de forma iterativa para valores cada vez menores do parâmetro de barreira, mantendo-se sempre a condição de interioridade das estimativas calculadas no processo iterativo. Assim, quando o parâmetro de barreira tende a zero tem-se a solução do problema original. Já no

Algoritmo do Preditor-Corretor Primal Dual, o cálculo da nova estimativa é obtida em duas etapas. Na primeira são obtidos os valores preditos para os incrementos nas variáveis primais e duais resolvendo o sistema linear obtido pelo Método de Newton para o parâmetro de barreira igual a zero da mesma maneira apresentada por Wu et al. (1994). Após a obtenção dos termos de segunda ordem e o parâmetro de barreira, é realizada a segunda etapa, que consiste em uma etapa de correção. Nesta etapa as equações do sistema obtidas pelo Método de Newton são modificadas através das correções feitas para as condições de primeira ordem. Assim, os incrementos em todas as variáveis são obtidos. Em seguida, determina o comprimento do passo nos espaços primal-dual e fazem a atualização de todas as variáveis.

Mantovani<sup>1</sup> et al. (2001) apresentam a formulação do problema de planejamento de reativo como um problema de programação não linear inteiro misto. Esse problema é linearizado obtendo-se um problema linear inteiro misto (PLIM) que é decomposto pela técnica de Benders em dois subproblemas relativamente mais simples, um de investimento (mestre), que é resolvido por um algoritmo de *Branch and Bound* (B&B) especializado, desenvolvido para determinar a quantidade de reativos que deve ser alocada nas barras candidatas para a solução do problema de planejamento de reativos, considerando o modelo de barras de capacitores e reatores discretizados e um outro de operação (escravo) que utiliza para sua resolução Programação Linear Sucessiva (PLS) e a partir das informações fornecidas pelo problema mestre (quanto deve ser investido e em quais barras) validará ou não a proposta de investimento. A troca de informações entre os subproblemas de operação e investimento é realizada através dos multiplicadores de Lagrange e das soma das infactibilidades fornecidas pelo subproblema de operação e pelas propostas de investimentos obtidas do subproblema de investimento. Tais problemas são resolvidos alternadamente. Esta metodologia foi testada, com sucesso, nos sistemas IEEE30, 118 e um sistema real de 309 barras.

### 2.2.2 Métodos Heurísticos

Em 1988, Aoki et al. formularam o problema de planejamento de reativos considerando uma função cujo objetivo é minimizar custos (fixos e variáveis) da instalação de novas unidades de capacitores considerando restrições de investimento e operação. O número de unidades de capacitores instalados ou a serem instalados em cada barra é tratado como uma variável inteira. As equações do fluxo de potência são linearizadas em torno de um ponto de operação e o problema geral de planejamento de reativos é formulado como um problema linear inteiro misto (PLIM). A técnica usada para resolver o problema geral de planejamento é a programação linear sucessiva (FC-PLIM). O PLIM é resolvido utilizando-se um algoritmo heurístico cuja idéia básica é buscar boas soluções inteiras factíveis localizadas próximas à solução do PL (vértice) e dentro do poliedro “convexo” formado pelo conjunto de restrições. Obtida uma solução inteira inicia-se a chamada fase de melhoria que constitui em mudar os valores de uma variável inteira de cada vez de forma a proporcionar a diminuição dos custos de instalação de novas fontes reativas, buscando instalá-las em poucas barras do sistema. Usando a metodologia proposta são apresentados resultados para um sistema real de 135 barras.

Hsiao et al., (1991) apresenta uma nova formulação para o planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica, sendo formulado como um problema de otimização restrita, multiobjetivo e não diferenciável. Foram consideradas como funções objetivos a minimização: de perdas ativas totais do sistema de transmissão; do custo da expansão de fontes reativas; do desvio da magnitude das tensões de barras e do desvio do fluxo de potência em linhas de transmissão. Não foi considerado restrições de carga, operacionais e de contingências. A metodologia proposta para a solução do problema consiste na técnica “*simulated annealing*” estendida em dois estágios. No primeiro estágio, deve-se encontrar um ponto global não inferior para o problema de otimização multiobjetivo usando a técnica “*simulated annealing*”. No segundo estágio a técnica “*simulated annealing*” para função com um único objetivo é aplicada ao problema oriundo da

aplicação do método da restrição  $\varepsilon$ . São apresentados resultados das simulações para os sistemas IEEE30 e um sistema real de 358 barras.

Hong e Liu (1992) tratam da solução do problema de planejamento de reativos considerando contingências e restrições de segurança relativas a problemas de colapso de tensão, utilizando técnicas baseadas em heurísticas e sistemas especialistas. A função objetivo reflete custos da instalação de novas fontes reativas no sistema (custos fixos e variáveis). Foram desenvolvidos dois sistemas especialistas com base de conhecimento distintas. O sistema 1, executa a análise das condições de operação do sistema identificando as linhas e geradores sobrecarregados, barras com maior concentração de carga, linhas de longa distância, linhas radiais aéreas vulneráveis e barras candidatas à alocação de novas fontes. Em seguida determina-se uma das curvas (potência ativa (P) – tensão (V)), (potência reativa (Q) – tensão (V)), (potência aparente (S) – tensão (V)) a ser estudada para determinar o índice de segurança contra colapso de tensão. O sistema 2 resolve o problema de planejamento de reativos executando as seguintes tarefas: (1) Identificar os controles disponíveis (tensão de geradores, compensadores “*shunt*”, “*taps*” de transformadores) para solucionar problemas de violações de tensão; (2) Processar fluxo de carga com vistas a obter as sensibilidades que permitem os ajustes dos controles existentes no sistema ou obter dados para formular e resolver o problema de programação quadrática que fornece as sensibilidades (multiplicadores de Lagrange) em relação ao ponto crítico nas curvas P-V, Q-V e S-V; (3) Selecionar de acordo com regras estabelecidas, e com base em aspectos econômicos (nível de tensão, tipos de dispositivos de controle, etc) e tempos de respostas necessários, os tipos de equipamentos de compensação de reativos a serem instalados no sistema; (4) Utilizando todas as fontes reativas obtidas no item 3, com todas as restrições satisfeitas e os ajustes dos controles completamente estabelecidos, proceder à instalação efetiva de novas fontes reativas apenas em uma barra do sistema, a cada iteração deste procedimento. A utilização destes dois sistemas especialistas é feita de modo iterativo até que a convergência seja obtida. O sistema IEEE30 é usado para ilustrar o método desenvolvido.

Em 1994, Iba apresenta um método de otimização para o planejamento de potência reativa baseado nos fundamentos e conceitos dos algoritmos genéticos (AG's). Embora a ferramenta proposta seja baseada nas idéias dos AG's, ela difere das técnicas de AG's convencionais, devido às características: (1) Uso de múltiplos caminhos de busca para tentar encontrar um ótimo global; (2) Uso de múltiplos objetivos simultaneamente; (3) Uso de variáveis discreta e inteira; (4) Uso de apenas dois operadores genéticos (*Interbreeding*: é um tipo de recombinação, que faz uso das avaliações parciais de cada subsistema e a *Manipulação*: é uma técnica de inteligência artificial, baseada nas regras "If-Then"). Neste trabalho o sistema de potência é decomposto em diferentes áreas utilizando-se as informações de área/região, ou seja, considerando-se as conexões e topologia da rede. A decomposição de uma rede em áreas, não necessita de um método matemático. Essa divisão pode ser realizada até mesmo manualmente. Na decomposição do sistema, as variáveis de controle e de estado são classificadas e armazenadas em memória para cada uma das áreas. Na época que este trabalho foi proposto, o armazenamento destas variáveis era a grande limitação desta abordagem devido à falta de memória dos computadores disponíveis. Após a decomposição do sistema, calculam-se as equações de fluxo de potência para cada indivíduo da população. Os cálculos das equações de fluxo de potência devem ser aplicados para o sistema inteiro, e não para cada uma das áreas sob análise. Em seguida, cada subsistema é avaliado com vários objetivos: violações das magnitudes de tensões, violação de capacidade reativa de geradores. Este método foi testado, com sucesso, nos sistemas testes de 51 barras e 224 barras e, de acordo com Iba, este tipo de abordagem permite maiores possibilidades de se encontrar um ótimo global, além de considerar a natureza discreta das variáveis envolvidas no problema de planejamento de reativo.

Mantovani<sup>2</sup> et al. (2001) propõem uma metodologia simples para resolver o problema de planejamento de reativos baseado em um algoritmo genético simples (AGS) e na programação linear sucessiva (PLS). O problema é dividido em planejar e operar subproblemas; o subproblema de operação é um problema não linear, mal condicionado e não convexo, consiste em determinar o controle da

tensão e o ajuste das fontes reativas. O subproblema de planejamento consiste em obter a expansão ótima das fontes reativas que considera características operacionais, econômicas e físicas do sistema. O algoritmo inicia quando um conjunto de barras candidatas estiver sendo analisadas e uma solução inicial (se existir) for obtida relaxando todas as variáveis discretas que estão envolvidas no problema. Esta fase de inicialização é executada resolvendo um problema de despacho reativo usando uma técnica que é similar a PLS de Stott e de Alsac (1983). Após a fase de inicialização, um problema linear inteiro misto (PLIM) é formulado e resolvido usando simultaneamente o AGS e PLS. O AGS trata da otimização das variáveis discretas (os transformadores com ajustes de taps no gerador e/ou alocação de potência reativa usando bancos de capacitores) e a PLS trabalha com uma ferramenta auxiliar do algoritmo genético que fornece o estado final da operação do sistema ajustando as variáveis discretas existentes e encontrando a função de aptidão para cada componente da população genética do algoritmo. A metodologia proposta foi testada com os sistemas IEEE30 e um sistema real de 309 barras.

## **III – Formulação Geral do Problema**

---

De maneira geral, o planejamento de reativos pode ser formulado como o problema de se determinar, a partir de cenários de operação definidos, a alocação de fontes reativas em um sistema de energia elétrica, a um custo mínimo, considerando restrições de segurança e de atendimento da demanda. As características físicas, econômicas e de operação dos controles de reativos das fontes existentes e das novas fontes que serão instaladas no sistema devem ser completamente definidas para a obtenção de uma proposta adequada de planejamento.

Neste capítulo são apresentadas de maneira resumida as características físicas e operacionais de algumas das principais fontes reativas existentes no sistema que são utilizadas no despacho reativo. Também são ressaltadas as características operacionais das principais fontes reativas usadas na etapa de planejamento e os custos envolvidos na instalação e operação das mesmas. O texto da descrição das fontes reativas é praticamente o mesmo que aparece na referência (LEBOW et al., 1984). Apresenta-se, na parte final do Capítulo, a formulação geral do planejamento de reativos como um problema de programação matemática não linear inteiro misto de grande porte com variáveis discretas e contínuas.

### **3.1 Fontes de Potência Reativa no Sistema de Energia Elétrica**

O conjunto dos equipamentos que constitui um sistema de energia elétrica, geralmente é capaz de suprir toda a demanda ativa e reativa necessária para manter o sistema operando em condições normais de projeto – carga e topologia da rede.

O suprimento de demanda reativa necessária é feito pelas capacidades de geração de reativos das máquinas geradoras, linhas de transmissão de alta tensão (longas) entre as principais fontes. Os transformadores com “*taps*” variáveis sob carga apesar de não serem fontes geradoras de reativos têm um importante papel no despacho reativo, eliminando problemas de violações de tensões que seriam resolvidos com a alocação, na maioria das vezes desnecessárias, de novas fontes reativas. Uma estratégia de alterar a topologia do sistema retirando componentes (por exemplo linhas de transmissão longas), em determinadas condições de operação, pode ser analisada.

#### **3.1.1 Geradores síncronos**

Os geradores síncronos, principal fonte de potência ativa nos sistemas de energia elétrica, são também grandes fornecedores e consumidores de potência reativa. Suas capacidades de consumo/fornecimento estão vinculadas a limites físicos de projetos tais como limites da capacidade térmica da máquina e a problemas dinâmicos de operação do sistema de energia elétrica, associados a limites de estabilidade transitória. Uma importante característica dos geradores síncronos é sua capacidade de responder rapidamente a perturbações no sistema. Os geradores síncronos representam na maioria das vezes a única reserva reativa disponível na operação do sistema que pode ser usada na ocorrência de um distúrbio que necessita de resposta rápida. Dado este aspecto, no planejamento de operação o fornecimento de reativos dos geradores deve estar ajustado em níveis

que proporcionem uma capacidade reativa de reserva que possa suprir o suporte reativo necessário na ocorrência de uma perturbação.

### **3.1.2 Linhas de transmissão de alta tensão**

As linhas de transmissão de alta tensão são altamente capacitivas o que as torna elementos reativos normais do sistema, fornecendo capacidades reativas proporcionais ao quadrado das magnitudes das tensões de barras onde estão ligadas. O efeito capacitivo dessas linhas é bastante benéfico para o sistema operando em condições de carga nominal ou pesada, uma vez que a linha se comporta como uma fonte distribuída para compensação de perdas reativas. Em condições de carga leve este efeito capacitivo pode causar problemas de sobretensões nos terminais das linhas.

Há casos de carregamento no sistema em que mesmo o efeito capacitivo das linhas é insuficiente para evitar problemas de baixas tensões. Esse problema poderia ser resolvido através da adição de uma nova linha que adicionaria capacitância ao sistema e reduziria as perdas reativas. Porém, do ponto de vista reativo, economicamente é difícil de justificar a construção de uma nova linha, pois existem alternativas de compensação de reativos que podem resolver os problemas de baixas tensões a custos menores. É evidente que quando a construção de uma linha trazer outros benefícios para o sistema – melhoria da confiabilidade, observabilidade, etc, então todos estes fatores devem ser ponderados e tomada a decisão que contemple uma relação adequada custo/benefício.

A capacidade reativa das linhas de transmissão é automaticamente considerada no planejamento ótimo de reativos através da solução do problema de fluxo de potência.

### 3.1.3 Alteração da topologia do sistema

A mudança da topologia da rede não está relacionada com fontes de compensação de reativos, mas o remanejamento de fluxos ativos e reativos em linhas de transmissão, através da ação do chaveamento adequado dos equipamentos de manobra, pode aliviar problemas com tensões. Adotar esse tipo de procedimento apenas para melhorar o perfil de tensão da rede no planejamento ótimo de reativos, que raramente considera restrições de segurança estática e dinâmica, não é confiável. O estudo de viabilidade das condições topológicas do sistema é tratado como estratégia operacional.

### 3.1.4 Transformadores com mudança de “tap” sob carga

Grande parte dos transformadores dos sistemas de energia elétrica tem incorporados dispositivos de controle de níveis de tensão. Posições de “tap” são pontos discretos sobre os enrolamentos de um transformador que altera sua relação de transformação, permitindo que as tensões variem dentro de um certo intervalo correspondente ao número desses pontos. A alteração do valor eficaz da tensão permite o controle e a redistribuição do fluxo de potência reativa no sistema, melhorando o perfil de tensão.

A mudança de “tap” sob carga não representa fonte de reativos, mas seu uso apropriado, associado a outros dispositivos de regulação e controle de reativos, permite considerável flexibilidade em manter níveis de tensão adequados no sistema. A calibração dos “tap” existentes pode adiar a necessidade da instalação de novas fontes reativas, tornando a modelagem e o ajuste deste tipo de controle essencial durante o procedimento de planejamento de reativos.

Operacionalmente a mudança de “tap” pode ser manual ou automática respondendo a sinais de controle de tensão de uma conexão ou barra vizinha. A diferença de tempo entre o envio do sinal e a mudança efetiva do “tap” é de alguns minutos. Esse tempo de atuação enquadra o “tap” como um dispositivo de controle adequado para as regulações normais de tensão ou as alterações de tensão

devido a distúrbios pequenos ou moderados, não permitindo seu uso para assegurar e manter a estabilidade do sistema durante um distúrbio mais severo.

### **3.2 Principais Equipamentos de Compensação Considerados na Etapa de Planejamento de Reativos**

Na especificação dos equipamentos para compensação de reativos estão envolvidos diversos aspectos:

- Tipo de compensação necessária – indutiva, capacitiva ou um intervalo de compensação que em alguns cenários é indutiva e em outros capacitiva.
- Magnitude da fonte em MVAr ou em “por unidade” – pu.
- Velocidade de resposta do equipamento de compensação e seus dispositivos de controle – esta característica está relacionada com a natureza do problema dinâmico envolvido (estabilidade de tensão, estabilidade dinâmica e transitória, etc.), que determina o tempo de resposta adequado para o equipamento de compensação. Quanto mais rápida e precisa for essa resposta maior será o custo do equipamento.
- Localização do equipamento no sistema – Infra estrutura existente, nível de tensão, condições de operação do equipamento.

Os equipamentos de compensação mais utilizados durante a etapa de planejamento ótimo de reativos são capacitores e reatores “*shunt*”, compensadores síncronos e de estado sólido (estáticos). Existem outras formas de compensação que são mais utilizadas durante a fase de projeto do sistema em um dado cenário: capacitores e reatores série.

### 3.2.1 Capacitores “*shunt*”

Os capacitores “*shunt*” são amplamente utilizados durante a etapa de planejamento. Pode ser do tipo fixo ou bancos que possibilitam combinações série/paralela para determinar a magnitude necessária da fonte em diferentes cenários, proporcionando maior flexibilidade na operação dos capacitores “*shunt*” existentes no sistema. Outras características desses equipamentos são a modularidade e a confiabilidade, já que não têm partes móveis. O tempo necessário para instalar novas unidades é relativamente curto.

O custo destes equipamentos varia de médio a baixo quando comparado ao de outros equipamentos de compensação. Esse custo depende, entre outros fatores, dos dispositivos de controle necessários que podem ser:

- Chaves com fechamento automático sob carga ou disjuntores que podem ser operados automática, remota ou manualmente, se necessário.
- Chaves projetadas para resolver problemas de sobretensões e surtos de correntes devido a ações de chaveamento do capacitor.

As principais limitações desse tipo de equipamento são relativas a:

- Tempo de resposta alto, impossibilitando-os de participarem da solução de problemas de estabilidade transitória.
- A compensação reativa proporcionada (MVar) é função das tensões de linha nas barras onde os equipamentos estão instalados.

### 3.2.2 Indutores “*shunt*”

Os reatores “*shunt*” são utilizados em sistemas de energia elétrica com o objetivo de compensar os efeitos dos reativos capacitivos das linhas longas de alta tensão durante períodos de cargas leves eliminando problemas de sobretensões.

São equipamento importantes no planejamento e controle ótimo de reativos. Podem ser do tipo fixo (uma única capacidade MVar), ou bancos que

permitem um melhor ajuste da capacidade dependendo das condições de carga do sistema. São, normalmente, conectados no sistema de dois modos:

- 1 – Conectados às linhas de transmissão. Não são chaveados, são partes do sistema de transmissão e seus valores considerados nos cálculos dos parâmetros das linhas onde estão inseridos. O chaveamento desses equipamentos causa problemas de surto de tensão de chaveamento;
- 2 – Conectados ao terciário de transformadores. Nesse modo de ligação os equipamentos são controlados por ação de chaveamentos automáticos.

Os custos destes equipamentos são superiores aos dos capacitores “*shunt*”, variando de acordo com as magnitudes e dispositivos de comando e proteção. Para grandes capacidades (MVar) os custos são elevados.

### 3.2.3 Compensadores Estáticos

Os compensadores estáticos são uma família de sistemas de compensação de reativos “*shunt*” compostos de dispositivos de chaveamento convencionais e de estado sólido (eletrônicos de potência) associados a sistemas de controle que propiciam o ajuste rápido e refinado das compensações reativas necessárias para atender o sistema.

Algumas características dos compensadores estáticos devem ser consideradas no planejamento de reativos:

- 1 – Custo relativamente alto, da ordem de duas a três vezes o custo da operação “*shunt*” convencional;
- 2 – Geração de harmônicos, havendo necessidades de filtros e manutenção rigorosa;
- 3 – Necessidade de transformadores de acoplamento ou enrolamento terciário de outros transformadores por problemas de limitação de tensão;

- 4 – Tempo de resposta instantâneo;
- 5 – Fornecem potência reativa contínua e propiciam quando necessário o controle independente de fase.

Desta forma a aplicação de compensadores estáticos está limitada a situações onde se necessitam respostas rápidas dos equipamentos de compensação ou intervalo de compensação contínuo ou ainda controle independente de fase.

### 3.2.4 Compensadores Síncronos

São máquinas síncronas ajustadas para gerar ou absorver grandes magnitudes de potência reativa (MVar), propiciando um intervalo contínuo de compensação. Fornecem respostas rápidas (um ou dois segundos) a desvios de tensão no sistema e são considerados elementos altamente estabilizantes. Durante um pequeno intervalo de tempo possuem capacidade de sobrecargas, que pode ser utilizada em situações críticas de operação.

Os compensadores síncronos têm custos de instalação, manutenção, dispositivos de controle e equipamento de compensação substancialmente maiores que dos reatores e capacitores “*shunt*” com capacidade de compensação semelhante. As taxas de falhas destes equipamentos também são maiores.

O uso de compensadores síncronos em sistemas de transmissão está em grande parte limitado aos equipamentos em operação. A especificação de novos equipamentos deve ser feita de forma muito criteriosa e justificada com base nos seguintes atributos:

- Necessidade de um intervalo de compensação de reativos (indutivo, capacitivo);
- Necessidades de um tempo de resposta rápido e sobrecargas reativas durante distúrbios no sistema.

### **3.3 Custos dos Investimentos em Fontes Reativas**

Para o planejamento ótimo de reativos é importante a representação dos custos de expansão de novas fontes uma vez que o objetivo principal do problema é a minimização destes custos. Esses dados podem ser encontrados com precisão em concessionárias de energia e/ou com os fabricantes de equipamentos de compensação de reativos.

Segundo a Lebow et al. (1984) no custo total de uma fonte reativa estão embutidos custos de capital, custos de operação e instalação. Uma representação mais genérica e adequada para o planejamento de reativos divide o custo total da instalação de novas fontes reativas em duas parcelas:

- Custos Fixos: São independentes da magnitude das fontes (MVar). Dependem entre outros dos seguintes fatores:
  - Local onde está instalada a nova fonte no sistema que decorre em problemas relativos a espaço físico e adequação da infra-estrutura disponível, acarretando ou não a necessidade de novas construções;
  - Equipamento de comando – disjuntores e chaves no caso de instalação de reatores.
- Custos Variáveis: Dependem do tipo de compensação – indutiva/capacitiva, capacidade da fonte (MVar), nível de tensão.

### **3.4 Condições que Requerem o Planejamento de Reativos**

O sistema de energia elétrica planejado considerando certas condições de carga e topologia tem reservas reativas necessárias para operar atendendo a restrições de segurança e operação. Com a evolução do sistema, o sistema originalmente planejado sofre alterações topológicas e de crescimento de cargas podendo não mais atender tais restrições.

Baseado nesses aspectos as principais situações e/ou condições que requerem planejamento de reativos são:

- Crescimento de cargas em barras de baixa tensão distantes das unidades geradoras, causando dificuldades com a qualidade de serviço para os consumidores, problemas de instabilidade de tensão e perdas excessivas no sistema de transmissão;
- Linhas de transmissão longas (ou subterrâneas) de alta tensão operando em condições de carga leves, ocasionam problemas de sobretensões em seus terminais causando problemas em máquinas síncronas, cargas equipamentos;
- Necessidades de uma estratégia adequada de planejamento reativos/operação do sistema de geração/transmissão, visando manter o suporte reativo necessário para operação segura e manutenção de reservas reativas das fontes de respostas rápidas (compensadores síncronos e estáticos, máquinas síncronas), para serem usadas em condições transitórias do sistema;
- Crescimento dos sistemas de transmissão e subtransmissão com a adição de novas linhas e alteração das necessidades reativas;
- Necessidade de substituir os capacitores de uma área do sistema de energia elétrica por motivos técnicos e/ou econômicos – problemas com os equipamentos de compensação velhos, alteração do nível de tensão de um setor do sistema de energia elétrica.

### **3.5 Formulação Geral do Problema**

O problema ótimo de reativos consiste em determinar, sob vários cenários de operação (contingência, níveis de carga), as localizações e as magnitudes das fontes reativas que asseguram operação factível do sistema de energia elétrica. Na formulação e solução do problema alguns aspectos importantes a considerar são:

- As fontes reativas instaladas e os controles disponíveis devem ser levados em consideração na alocação de novas fontes. Nessa etapa, sempre que possível, um percentual de fontes reativas de respostas rápidas deve ser mantido como reserva para atender problemas

transitórios no sistema. Esse percentual não é determinado pela metodologia proposta neste trabalho que está relacionada com o estado estacionário da rede. Para avaliar tais necessidades devem-se executar estudos de estabilidade, curto-circuito, etc.

- O conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes ( $I$ ) deve ser previamente definido pelo planejador, atendendo critérios de natureza física e econômica;
- Os tipos de equipamentos de compensação de reativos a serem utilizados (compensadores síncronos, compensadores estáticos, capacitores “*shunt*” fixos ou bancos, indutores “*shunt*” fixos ou bancos) também devem ser definidos.

O planejamento de reativos para sistemas elétricos de potência é formulado como um problema de PNLIM e sua função objetivo consiste na minimização dos custos das fontes reativas discretas que devem ser alocadas no sistema. Nesses custos estão incluídos: investimento de capital, instalação e operação. As restrições do modelo devem assegurar a qualidade e a confiabilidade do suprimento de energia para os consumidores, mantendo as magnitudes das tensões dentro seus limites pré-estabelecidos, atendendo as demandas de potências ativa e reativa e um conjunto e restrições físicas e operacionais dos equipamentos instalados no sistema tais como: limites nas capacidades de geradores, compensadores síncronos e estáticos e os “*taps*” dos transformadores. Desta forma, o modelo matemático do planejamento e despacho ótimo de fontes de potência reativa é formulado matematicamente como:

$$\text{Min } W = \sum_{i \in I} [CFX_i + Cc_i \cdot qc_i + Cr_i \cdot qr_i] r_i + \gamma \sum_{j \in J} [y1_j + y2_j] \quad (3.1)$$

*s.a.*

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G PG_m + \hat{I}_L PC_l = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L \quad (3.2)$$

$$Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G QG_m + \hat{I}_L QC_l + \hat{I}_q(qc_i - qr_i) - \hat{I}_u(qc_i^0 - qr_i^0) + \hat{I}_D(y1_j - y2_j) = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L, j \in J \quad (3.3)$$

$$QG_i^{\min} \leq QG_i \leq QG_i^{\max} \quad i \in G \quad (3.4)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i \in NB \quad (3.5)$$

$$y1_j \geq 0 \quad j \in J \quad (3.6)$$

$$y2_j \geq 0 \quad j \in J \quad (3.7)$$

$$t_l \in T \quad l \in NT \quad (3.8)$$

$$0 \leq qc_m \leq qc_m^{\max} r_m \quad m \in M \quad (3.9)$$

$$0 \leq qr_m \leq qr_m^{\max} r_m \quad m \in M \quad (3.10)$$

$$qc_n \in S_d r_n \quad n \in N \quad (3.11)$$

$$qr_n \in S_d r_n \quad n \in N \quad (3.12)$$

$$qc_u^0 \in S_d \quad u \in U \quad (3.13)$$

$$qr_u^0 \in S_d \quad u \in U \quad (3.14)$$

$$r_i \in \{0,1\} \quad i \in I \quad (3.15)$$

- $i, j$  : Índice das barras.
- $NB$  : Conjunto de barras do sistema.
- $M$  e  $N$  : Conjunto de barras candidatas à alocação de fontes de potência reativa contínua e/ou discreta, respectivamente..
- $I$  : Conjunto de barras candidatas e/ou que possuem fontes reativa controláveis  $I = M \cup N$ .
- $G, L$  : Conjunto das barras de geração e carga do sistema.
- $J$  : Conjunto de barras com fontes reativas fictícias para factibilizar a solução do problema de planejamento de reativos.
- $NT$  : Conjunto de transformadores com controle automático de taps.

- $U$  : Conjunto de barras que possuem fontes reativas controláveis discretas (bancos).
- $W$  : Valor da função objetivo.
- $CFX_i$  : Custo fixo de alocação de fontes reativas na barra  $i$ .
- $Cc_i$  e  $Cr_i$  : Custo de alocação por unidade de fontes reativas dos tipos capacitivas e indutivas, respectivamente, na barra candidata  $i$ .
- $qc_i$  e  $qr_i$  : Capacidade capacitiva e indutiva, respectivamente que podem ser instaladas na barra  $i$ .
- $y1_j, y2_j$  : Vetor de injeções reativas fictícias indutivas (capacitivas).
- $r_i$  : Variável de decisão: Se  $r_i = 1$  então alocar as fontes reativas para a barra  $i$ ; se  $r_i = 0$  então não alocar as fontes reativas para a barra  $i$ .
- $\gamma$  : Fator de penalidade.
- $\underline{V}, \underline{\theta}$  : Magnitude e ângulo das tensões nas barras do sistema.
- $t_l$  : Valor do *tap* no transformador  $l$ .
- $P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t})$  : Injeções de potência ativa na barra  $k$ .
- $$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.16)$$
- $\Omega_k$  : conjunto formado pela barra  $k$  e todas as suas vizinhas.
- $Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t})$  : Injeções de potência reativa na barra  $k$ .
- $$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} - B_{km} \text{sen} \theta_{km}) \quad (3.17)$$
- $\hat{I}_G$  : Matriz identidade de dimensão  $G \times G$ .
- $\hat{I}_L$  : Matriz identidade de dimensão  $L \times L$ .
- $\hat{I}_q$  : Matriz identidade de dimensão  $I \times I$ .

- $\hat{I}_u$  : Matriz identidade de dimensão  $U \times U$  .
- $\hat{I}_D$  : Matriz identidade de dimensão  $NB \times NB$  .
- $PG_m, QG_m$  : Potências ativas e reativas geradas na barra  $m$ .
- $PC_l, QC_l$  : Demanda de potência ativa e reativa na barra  $l$ .
- $QG_i^{\min}, QG_i^{\max}$  : Limite inferior e superior de geração reativa na barra  $i$ .
- $V_i^{\min}, V_i^{\max}$  : Limite inferior e superior da magnitude de tensão na barra  $i$ .
- $QG_i, V_i$  : Valor atual de geração reativa e da magnitude da tensão na barra  $i$ .
- $T$  : Tap do transformador;
- $qc_m^{\min}, qr^{\max}$  : Limites superiores das fontes reativas capacitivas e indutivas contínuas na barra  $m \in M$ .
- $S_d$  : Conjunto de valores discretizados dos bancos de fontes de potência reativa.
- $$S_d \in \{n\Delta\} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N$$
- $qc_i^0, qr_i^0$  : Capacidades das fontes reativas controláveis discretas, respectivamente, para alocar na barra candidata  $i \in N$  .
- $\Delta_n$  : Intervalo de discretização das variáveis discretas ( $t_b, qc_b, qr_r$ ).

Os conjuntos de equações (3.2)-(3.3) são as equações estáticas do fluxo de potência (MONTICELLI, 1983), que representam o balanço de potências ativa e reativa do sistema e relacionam as condições de operação da rede elétrica, com capacidade de geração e o atendimento das demandas ativas (P) e reativas (Q). O conjunto de restrições (3.4) está relacionado com a capacidade de geração de reativos das fontes contínuas existentes no sistema. A restrição (3.5) garante os limites operacionais do nível das magnitudes das tensões. As restrições (3.6)-(3.7) representam as condições de não negatividade das injeções fictícias de fontes de

reativos. Restrição (3.8) fornece os limites discretos dos transformadores com controle automático de “*taps*”. As restrições (3.9)-(3.14) limitam a capacidade dos bancos de fontes reativas contínuas e discretas existentes ou a serem alocadas no sistema. O problema formulado através das equações de (3.1)–(3.15) é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte com variáveis reais, contínuas e discretas. Nesta tese a técnica de solução proposta para este problema é um algoritmo de Branch and Bound não linear juntamente com um método de pontos interiores preditor-corretor.

## **IV – Algoritmo de Branch and Bound e Métodos de Pontos Interiores**

---

A maioria das técnicas clássicas de otimização encontradas na literatura para solução de problemas de programação inteira também podem ser aplicadas à solução de problemas de programação linear inteiro misto. As técnicas encontradas na literatura para resolver problemas de programação não linear inteiro misto são as metaheurísticas dedicadas juntamente com as técnicas clássicas e/ou heurísticas. As dificuldades encontradas pelas metaheurísticas desenvolvidas para resolver problemas de programação não linear inteiro misto estão na implementação computacional de um algoritmo especializado que deve ser desenvolvido para cada tipo de problema sob análise, esforço computacional necessário para encontrar a solução do problema e uma forma sistemática, eficiente e robusta para considerar as restrições do modelo (AMORIM, 2006).

Os métodos clássicos de otimização desenvolvidos para solução de problemas de programação não lineares inteiros mistos, normalmente necessitam que o problema apresente propriedades que permitam a sua decomposição – funções objetivo separáveis, restrições de acoplamento, etc. Geralmente para solução deste tipo de problemas utilizam-se técnicas de decomposição matemática, tais como decomposição de Benders, Dantzig Wolf, etc, que apresentam capacidade de encontrar a solução ótima do problema de programação não linear inteiros e são muito eficientes na solução de problemas de pequeno e médio porte em termos do número de variáveis reais e inteiras envolvido, mas,

para sistemas de grande porte ainda apresentam problemas de elevado esforço computacional e de difícil convergência.

Neste capítulo, é apresentada uma revisão das características do algoritmo de Branch and Bound clássico proposto na literatura para solução de problemas de programação linear, e a partir dos conceitos básicos que fundamentam este algoritmo é desenvolvido uma versão de um algoritmo de Branch and Bound para solução de problemas de programação não lineares inteiros mistos que podem apresentar características multimodais. Apresenta-se também na última seção deste capítulo o desenvolvimento matemático da solução de problemas de programação não linear através do método de pontos interiores primal-dual (MPI-PD) do tipo preditor corretor. O algoritmo de Branch and Bound não linear e o método de pontos interiores preditor corretor constituem a metodologia básica proposta neste trabalho para solução do problema de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica, que é detalhada no próximo capítulo.

#### **4.1 Algoritmo Branch and Bound Clássico**

Um algoritmo de Branch and Bound (B&B) é conceitualmente simples. A idéia básica consiste em resolver um problema de programação linear inteiro misto (PLIM) resolvendo um conjunto de problemas de programação linear (PL) que são versões relaxadas do problema de PLIM (TAHA, 1975). Assim, inicialmente é resolvido o problema original após relaxar a integralidade das variáveis inteiras envolvidas no problema. Este problema de PL, conhecido como problema linear correspondente, denominado genericamente de  $P_0$  é resolvido usando um algoritmo de PL. Se  $P_0$  apresenta uma solução inteira para as variáveis inteiras, então essa solução é ótima global para o problema original. Entretanto, normalmente, a solução de  $P_0$  apresenta uma solução com algumas variáveis inteiras com valores atuais fracionários. Neste caso a técnica de B&B é aplicada para implementar duas operações básicas:

**Branching:** É a partição do espaço das soluções contínuas dentro dos sub-espacos (subproblemas), que também são contínuos. O objetivo de particionar as variáveis é para eliminar partes dos espacos contínuos que não são factíveis para o problema inteiro e com isso aumentar a possibilidade de que as soluções contínuas obtidas usando PL dos dois novos subproblemas sejam inteiras. A solução dos problemas de PL é realizada através da imposição de restrições, que é uma condição necessária para produzir soluções inteiras, pois essas regiões produzem novas regiões factíveis nos subproblemas com pontos inteiros na casca convexa da região factível. Em outras palavras, todos os pontos inteiros factíveis do problema original estão presentes nas regiões factíveis dos subproblemas e, alguns destes pontos inteiros fazem parte da casca convexa dos subproblemas e, conseqüentemente, podem ser soluções ótimas do subproblema com variáveis contínuas (PL). Por causa da natureza da operação de partição, ela é conhecida pelo nome de *branching*.

**Bounding:** Considerando o problema original do tipo minimizar, então o valor ótimo da função objetivo, para cada subproblema criado pelo *branching* deve ter, logicamente, um limite inferior associado com alguns dos valores inteiros factíveis. Esse limite é essencial para fazer o *ranking*, ou seja, ordenar a seqüência de solução dos subproblemas, e conseqüentemente, em localizar a solução ótima inteira mais rapidamente. Esta operação justifica o nome de *bounding*.

Assim, a estratégia é separar ou dividir o problema  $P_0$  em dois subproblemas de programação linear mais restritos,  $P_1$  e  $P_2$  escolhendo uma variável inteira com valor atual fracionário para realizar a separação. Logo, se a variável  $x_{ij}$  possui um valor atual fracionário de  $x_{ij}^*$  então os problemas sucessores são obtidos da seguinte forma:

- **Subproblema  $P_1$ :** É o problema original  $P_0$  acrescido da restrição  $x_{ij} \leq [x_{ij}^*]$  em que  $[x_{ij}^*]$  é o maior inteiro contido em (ou é a parte inteira de)  $[x_{ij}^*]$ .

- **Subproblema P<sub>2</sub>:** É o problema original P<sub>0</sub> acrescido da restrição

$$x_{ij} \geq \lceil x_{ij}^* \rceil + 1.$$

Os subproblemas P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub> são chamados de descendentes de P<sub>0</sub> e podem gerar, sucessivamente, outros descendentes.

Nesta etapa existem dois subproblemas P<sub>1</sub> e P<sub>2</sub>, que também são chamados de candidatos. O próximo passo é a escolha de um deles para resolução, ficando o outro armazenado para uma futura verificação. Entretanto, às vezes, a solução de um subproblema permite descobrir que já não é necessária a separação em dois novos subproblemas e assim, o subproblema é considerado sondado e, conseqüentemente, eliminado para futuras avaliações. As condições para se eliminar um subproblema são descritas nos critérios de sondagem.

#### 4.1.1 Critérios de Sondagem

Um subproblema está sondado quando a sua solução apresenta alguma das seguintes características:

1. Se a solução obtida de um determinado subproblema for inteira. Se ela for a primeira solução encontrada então ela será a solução incumbente (melhor solução inteira já encontrada), caso não seja a primeira, compara-se com a incumbente existente, se seu valor for melhor ela ficará sendo a nova solução incumbente. Nos dois casos o problema é sondado.
2. Se a solução corrente não é inteira, mas a função objetivo do subproblema é de menor qualidade em relação a melhor solução inteira já encontrada durante o processo (incumbente). Neste caso, o subproblema corrente pode ter soluções inteiras na sua região factível, mas elas devem ser de pior qualidade que a solução inteira já encontrada e, portanto, o subproblema deve ser sondado e, conseqüentemente, eliminado de futuras avaliações.
3. Se o subproblema não possui solução viável (ser infactível). Neste caso, os problemas sucessores desse subproblema serão também infactíveis que o

subproblema corrente. Portanto, o subproblema deve ser sondado e, conseqüentemente, eliminado de futuras avaliações, pois não existem pontos factíveis no problema.

É importante observar que um problema sucessor como  $P_1$  é um problema mais restrito que seu subproblema predecessor, porque  $P_1$  possui uma restrição adicional. Assim, a região factível de  $P_1$  é menor ou igual que a região factível de  $P_0$ . Portanto como o problema é de minimização, a função objetivo de  $P_1$  deve ser maior ou igual a função objetivo de  $P_0$  (mais restrito). As observações anteriores justificam os testes de sondagem. Assim, o algoritmo de B&B consiste fundamentalmente de uma estratégia de separação do problema em subproblemas menores até que esses subproblemas sejam sondados. Os subproblemas gerados podem ser apresentados num gráfico chamado de árvore de B&B em que os nós representam os subproblemas e as arestas representam a variável inteira usada para separação. O algoritmo termina quando todos os subproblemas gerados foram sondados. A solução ótima global é a melhor solução inteira encontrada que é chamada de incumbente durante o processo de resolução. Através desta árvore, pode-se testar se uma dada solução viável é ótima comparando-a de modo implícito ou explícito com cada uma das soluções viáveis do problema, o que garante que todas as soluções ótimas sejam encontradas. Assim o algoritmo de B&B é conceitualmente simples, mas a implementação computacional apresenta maior complexidade e podem aparecer problemas de esforço computacional e de memória na resolução de um problema de grande porte. Desta forma, para melhorar a eficiência de um algoritmo de B&B várias decisões devem ser tomadas durante o processo de resolução. Sabe-se que o melhor algoritmo de B&B é aquele que gera um número menor de nós na árvore de B&B, pois assim o algoritmo realiza o menor número de chamadas ao algoritmo de PL, necessário para resolver cada subproblema gerado. Os principais parâmetros que determinam a qualidade de um algoritmo de B&B estão relacionados com a determinação de uma boa solução incumbente inicial, a escolha da variável para separação e a escolha do próximo subproblema que deve ser analisado.

Os algoritmos de B&B mais eficientes são os algoritmos especializados, isto é, os algoritmos que incorporam as características específicas do problema sob análise. Para cada tipo de problema podem ser geradas estratégias eficientes de sondagem ou ainda, podem ser geradas informações adicionais com novas restrições que ao serem incorporadas ao problema melhoram os testes de sondagem, reduzindo significativamente a dimensão da árvore de B&B.

#### 4.1.2 Escolha do Subproblema Candidato

Uma das estratégias usada para a escolha do subproblema candidato é a busca em profundidade, também conhecida como “*last in, first out*” (LIFO). Esta regra determina que o problema candidato selecionado seja sempre o último adicionado à lista de problemas candidatos, ou seja, se o nó atual não é sondado, o próximo a ser considerado é um dos seus dois sucessores na árvore.

A principal vantagem da regra LIFO é que a solução do último problema da lista requer somente o adicionamento de uma restrição de limite inferior ou superior a uma variável não discreta, permitindo um melhor desempenho do algoritmo e reduzindo o esforço computacional necessário para armazenar as informações dos subproblemas candidatos.

A desvantagem da regra LIFO é a sua rigidez para controlar o processo enumerativo; há situações em que o problema mais antigo na lista de problemas candidatos é mais promissor, tornando esta regra ineficiente quando o tamanho do problema é muito grande (TAHA, 1975). Outra regra conhecida é a busca em largura, que considera todos os nós de um mesmo nível, onde o nível de um nó é determinado pelo número de arcos no caminho único entre este nó e o nó raiz (problema original) (TAHA, 1975).

Uma outra maneira de escolher o subproblema candidato é através da estimativa da melhor solução inteira que é possível encontrar para o subproblema, calculada empregando *pseudocustos* e o valor das variáveis inteiras do nó. A vantagem desta regra é que embora exija um maior esforço computacional para

armazenar as informações obtidas dos subproblemas candidatos, ela seleciona dentre todos os candidatos, o subproblema mais promissor.

O cálculo para encontrar a melhor estimativa de um problema é através da soma do limite inferior do candidato com o somatório dos menores valores associados às alterações necessárias para tornar as variáveis inteiras (MIASAKI, 2002), como descrito em (4.1).

$$V_{est}^{k+1} = V_{inf}^k + \sum_{j \in I} \min \left[ P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) \right] \quad (4.1)$$

sendo:

$V_{est}^{k+1}$  : Valor estimado da função objetivo no nó  $k+1$ .

$V_{inf}^k$  : Valor do limite inferior da função objetivo do subproblema candidato  $k$

$I$  : Conjunto das variáveis inteiras do problema.

$P_j^-$  : Pseudocusto inferior.

$$P_j^- = \left| \frac{V_{PL}^{k-} - V_{PL}^k}{f_j^k} \right|$$

$V_{PL}^k$  : valor da função objetivo do problema relaxado.

$V_{PL}^{k-}$  : valor da função objetivo do problema descendente de  $k$  obtido com a redução da variável  $x_j$ .

$f_j^k$  : Parte fracionária da variável inteira  $x_j^k$  dada por  $f_j^k = x_j^k - [x_j^k]$ ,

sendo  $[x_j^k]$  o maior inteiro contido em  $x_j^k$ .

$P_j^+$  : Pseudocusto superior.

$$P_j^+ = \left| \frac{V_{PL}^{k+} - V_{PL}^k}{1 - f_j^k} \right|$$

Os produtos  $P_j^- \cdot f_j^k$  e  $P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)$  são realizados para estabelecer o valor da alteração esperada na função objetivo quando uma variável deixa seu valor não inteiro para assumir os valores inteiros vizinhos.

Esta regra exige, a cada separação, a resolução de dois PL's, além de armazenar as soluções obtidas e determinar suas estimativas. Em seguida, escolhe-se na lista de candidatos o subproblema com menor estimativa e prossegue a construção da árvore de B&B. O armazenamento das informações e a resolução dos PL's são as grandes dificuldades desta regra.

Pode-se também calcular a escolha da variável de separação usando a estimativa dos descendentes já determinados a partir da solução do PL antecedente. As estimativas dos nós descendentes são dadas a partir da solução de um PL obtida de um nó qualquer através das expressões:

$$V_{est}^{i+1} = V_{inf}^k + P_j^- \cdot f_j^k + \sum_{\substack{j \in I \\ i \neq j}} \min \left[ P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) \right] \quad (4.2)$$

$$V_{est}^{i+2} = V_{inf}^k + P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) + \sum_{\substack{j \in I \\ i \neq j}} \min \left[ P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k) \right] \quad (4.3)$$

Essas estimativas apresentam qualidade inferior quando comparadas com as obtidas pelo processo de Gauthier (GAUTHIER, RIBIÈRE, 1977) mas são compensadas pela agilidade obtida pela simplificação.

### 4.1.3 Escolha da Variável para Separação

A escolha da variável de separação é muito importante em relação ao tempo computacional de execução do algoritmo. Esta escolha é feita usando uma ordem de prioridade entre as variáveis inteiras com valor corrente não inteiro. Esta ordem de prioridade está dividida em estática ou dinâmica.

Na ordem de prioridade estática as variáveis são ordenadas segundo critérios definidos pelo usuário e elas são escolhidas segundo esta ordem. Por

exemplo, pode-se ordenar as variáveis levando em conta o valor absoluto dos coeficientes da função objetivo ou levando em conta sua importância devido às características do problema (os valores mais elevados são colocados primeiro) (BENICHOU et al., 1971).

Utiliza-se na ordem de prioridade dinâmica o conceito de *pseudocustos*, cuja idéia básica é escolher a variável que produz um melhor incremento da estimativa da função objetivo para permitir a rápida eliminação dos subproblemas gerados. O cálculo da variável que proporciona a maior determinação no valor da função objetivo pode ser feito de duas maneiras, a regra MAX MAX ou MAX MIN descritas abaixo.

$$\text{máx}\left\{\text{máx}\left[P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)\right]\right\} \quad (4.4)$$

$$\text{máx}\left\{\text{min}\left[P_j^- \cdot f_j^k ; P_j^+ \cdot (1 - f_j^k)\right]\right\} \quad (4.5)$$

#### 4.1.4 Estrutura do Algoritmo B&B Clássico

A estrutura de um algoritmo B&B básico assume a seguinte forma:

##### 1. *Inicialização:*

Fazer a solução incumbente inicial igual a infinito ( $Z_{inc} = \infty$ ). Resolver o PL correspondente (PL original com variáveis contínuas). Se a solução do PL for inteira, pare, pois ela é ótima global. Em outro caso, armazenar o valor da função objetivo como limitante inferior  $Z_{inf}$  dos subproblemas sucessores e ir ao passo 2;

##### 2. *Branching:*

Escolher a primeira variável inteira  $x_i$  como valor corrente contínuo  $x_i^*$  para realizar a separação. Gerar dois novos subproblemas a partir do subproblema corrente adicionando a restrição  $x_i \leq \lfloor x_i^* \rfloor$  para gerar um

subproblema e a restrição  $x_i \geq \lceil x_i^* \rceil + 1$  para gerar outro subproblema.

Em que  $\lceil x_i^* \rceil$  é a parte inteira de  $x_i^*$ .

### 3. *Bounding:*

Resolver um dos dois PL's gerados ( dependendo do tipo de busca que será utilizado) usando um algoritmo de PL e armazenar a solução ótima de cada um  $z_{\text{inf}} = z_{\text{pl}}$  como limitante inferior, para os prováveis PL's sucessores.

### 4. *Teste de Sondagem:*

Após resolver o PL (subproblema), devem-se verificar os testes de sondagem. O subproblema é sondado e conseqüentemente eliminado de futuros desdobramentos se satisfazer algum dos seguintes testes de sondagem:

- a. Teste 1: Se  $z_{\text{inf}} \geq z^*$ , em que  $z^*$  é o valor da solução incumbente.
  - b. Teste 2: Se a solução do PL for inefectível.
  - c. Teste 3: Se o ótimo do PL for inteiro, isto é, todas as variáveis inteiras assumem valores inteiros. Neste caso, se o ótimo for menor que a incumbente então, deve-se atualizar a incumbente e aplicar o teste 1 para os subproblemas ainda não sondados.
5. Se existir subproblemas (nós) remanescentes não sondados, escolher o de menor  $z_{\text{inf}}$  e ir ao passo 2 para fazer *Branching*. Se todos os subproblemas foram sondados, pare, pois o processo terminou.

O algoritmo básico, embora seja conceitualmente simples, apresenta complexidade na implementação computacional. Este algoritmo apresenta excelente desempenho para instâncias de problemas de pequenas dimensões, mas em instâncias maiores (grande número de variáveis inteiras ou discretas) apresenta várias limitações relacionadas com o esforço computacional. Assim, em aplicações reais, devem-se introduzir melhorias significativas no algoritmo,

relativas a critérios de sondagem, obtenção de forma heurística nos limitantes no valor da função objetivo, tipo de busca na árvore de B&B tais como determinação de variáveis de separação adequadas.

## 4.2 Algoritmo Branch and Bound Para Programação Não Linear

O algoritmo de B&B não linear proposto neste trabalho foi desenvolvido para a solução de problema de programação não linear inteiro misto, representado genericamente como:

$$\text{Min } z = f(x) \quad (4.6)$$

s.a.

$$g(x) = 0 \quad (4.7)$$

$$h(x) \geq 0 \quad (4.8)$$

$$x = [x_r \quad x_d] \quad (4.9)$$

em que:

$f(x)$  : função objetivo não linear;

$g(x)$  : conjunto de restrições de igualdade não lineares;

$h(x)$  : conjunto de restrições de desigualdade não lineares;

$x$  : variáveis de decisão;

$x_r$  : variáveis reais;

$x_d$  : variáveis discretas, dadas por:

$$x_d = n \cdot \Delta$$

$$n \in \{0, 1, 2, \dots\}$$

$\Delta$  : tamanho do passo (intervalo de discretização das variáveis).

O algoritmo B&B para solução do problema (4.6)-(4.9) apresenta uma dificuldade adicional com relação ao algoritmo clássico apresentado na seção anterior que é a solução de problemas de programação não linear (PNL) em cada nó da árvore de B&B. Com isso, no desenvolvimento do algoritmo B&B não linear alguns cuidados devem ser tomados em relação a seus elementos fundamentais:

- Escolha do próximo subproblema que deve ser resolvido e da variável para a separação dos subproblemas;
- Testes de sondagem;
- Forma de trabalhar com o critério de sondagem de problemas não lineares.

A escolha da variável para separação e o próximo subproblema que deve ser resolvido são importantes porque determinam a dimensão da árvore de B&B, e o esforço computacional. Não existe uma forma exata para determinar de forma antecipada a variável que tem que ser usada para separar um subproblema e o próximo subproblema para análise e obter uma árvore de B&B com o menor número possível de nós. Neste trabalho, escolheu-se para separação a estratégia *Last in First Out (LIFO)* (TAHA,1975).

Os testes de sondagem permitem verificar se na região factível de um subproblema já não existem soluções melhores que as já conhecidas (a incumbente corrente) e, portanto, devem ser eliminadas do processo de busca. Assim, um subproblema é sondado se:

1. A solução for discreta (indicando que é a melhor solução dessa região factível) ou se a solução for maior que a solução incumbente corrente;
2. Se a solução for infactível, indicando que não existem soluções discretas factíveis nesta região do espaço de busca do subproblema.

A grande dificuldade para implementar um algoritmo B&B, no que se refere à técnica de sondagem dos nós para o problemas de programação não linear inteiros está relacionada com a natureza multimodal do problema. No algoritmo

de B&B proposto este aspecto é considerado no critério de sondagem com o uso de um fator de segurança no valor da solução incumbente. Este procedimento consiste dos seguintes passos:

- i.* Resolver o problema (4.6)-(4.9) relaxado e definir a solução incumbente inicial  $z = z^*$  e o subproblema corrente ( $PC^0$ );
- ii.* Escolha uma variável  $\underline{x}_d$ , cujo valor atual é  $\underline{x}_d^*$  para separação;
- iii.* Gerar dois novos subproblemas descendentes a partir do subproblema corrente ( $PC^0$ ), acrescentando as seguintes restrições:

$$\begin{aligned} 1^0 \text{ descendente } (PC^k) &: & x_d &\leq x_d^* \\ 2^0 \text{ descendente } (PC^{k+1}) &: & x_d &\geq x_d^* + \Delta \end{aligned}$$

- iv.* Armazenar o  $PC^k$  na lista LIFO para posterior análise e resolver o  $PC^{k+1}$ ;
- v.* Verificar os testes de sondagem. O problema é sondado se satisfizer pelo menos uma das seguintes condições:
  - (a) O problema é infactível: infactibilidade de potência reativa
 
$$\left( \sum_{i \in I} (y1_i + y2_i) > 0 \right)$$
  - (b) Se  $z_{encontrado} > z^* + \varepsilon$ , sendo  $z^*$  o valor da incumbente atual e  $\varepsilon$  o fator de segurança para contornar possíveis problemas com o aparecimento de ótimos locais na resolução dos problemas de PNL;
  - (c) Quando encontrar uma solução que satisfaz as restrições de integralidade e o valor ótimo obtido é menor do que a incumbente, então  $z^* = z_{encontrado}$  e aplicar o teste definido em *v*(b) para todos os subproblemas candidatos ainda não sondados;
- vi.* Se o subproblema atual não satisfaz algum dos critérios de sondagem (a), (b) ou (c) ir ao passo *ii*. Caso contrário ir ao passo *vii*;
- vii.* Se existirem subproblemas (nós) remanescentes não sondados, resolver o último problema da lista de candidatos e ir ao passo *ii*. Se todos os subproblemas foram sondados, pare, pois o processo terminou.

O diagrama de blocos do algoritmo está ilustrado na Fig. 4.1.

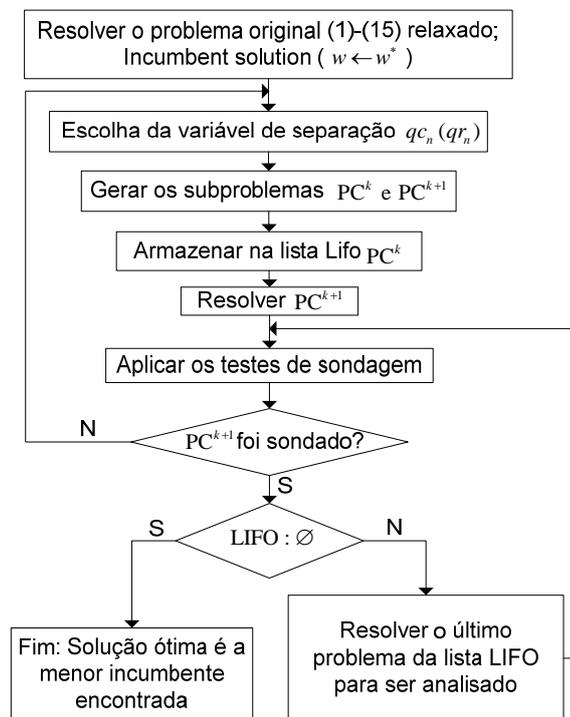


Figura 4.1: Diagrama de blocos do algoritmo B&B não linear.

Em relação ao algoritmo apresentado, destaca-se a necessidade de um algoritmo eficiente para resolver os problemas não lineares em cada nó da árvore de B&B, e para isso utiliza-se o método de pontos interiores primal–dual preditor–corretor (TORRES; QUINTANA, 1998). Outro aspecto relevante do algoritmo de B&B proposto é alterar o teste de sondagem, adicionando um fator de segurança ( $\varepsilon$ ) ao valor da função objetivo da solução incumbente. Na árvore de B&B como os subproblemas são não lineares e multimodais o valor da função objetivo do subproblema sucessor pode ser maior, menor ou igual ao valor da função objetivo do subproblema antecessor. Esta característica prejudica o critério de sondagem e pode fazer com que o algoritmo B&B forneça soluções ótimas locais de péssima qualidade. O fator de segurança ajuda a prevenir este tipo de problema.

Na Fig. 4.2 ilustra-se geometricamente a necessidade de se considerar este fator de segurança no processo de sondagem do método B&B para resolver

problemas de programação não linear. Devido às não-linearidades deste tipo de problemas o valor da função objetivo de uma solução mínima local discreta ou inteira (por exemplo, o nó  $l$  da árvore de B&B) deve ser utilizada para fazer a sondagem da solução discreta de outros nós (por exemplo, o nó  $k$ ) que são utilizadas pelo algoritmo B&B para encontrar a solução global (nó  $g$ ). Sem o uso do fator de segurança, o algoritmo B&B encontraria a solução discreta do nó  $l$  como a melhor solução ótima local e atendendo todos os critérios de sondagem termina a busca. O uso do fator de segurança no procedimento de sondagem garante que o nó  $k$  não seja sondado ao encontrar o mínimo local (nó  $l$ ), e permite que o algoritmo B&B convirja para o mínimo global (nó  $g$ ) ou um ótimo local de melhor qualidade. Para problemas de programação linear inteiro mistos não é necessário utilizar o fator de segurança, pois a função objetivo do nó sucessor é sempre maior que a função objetivo do nó antecessor (nó atual). A inclusão deste fator de segurança no processo de sondagem do algoritmo B&B aumenta a probabilidade de encontrar o mínimo global, mas pode aumentar consideravelmente o número de problemas de PNL's que devem ser sondados no procedimento de busca de soluções discretas.

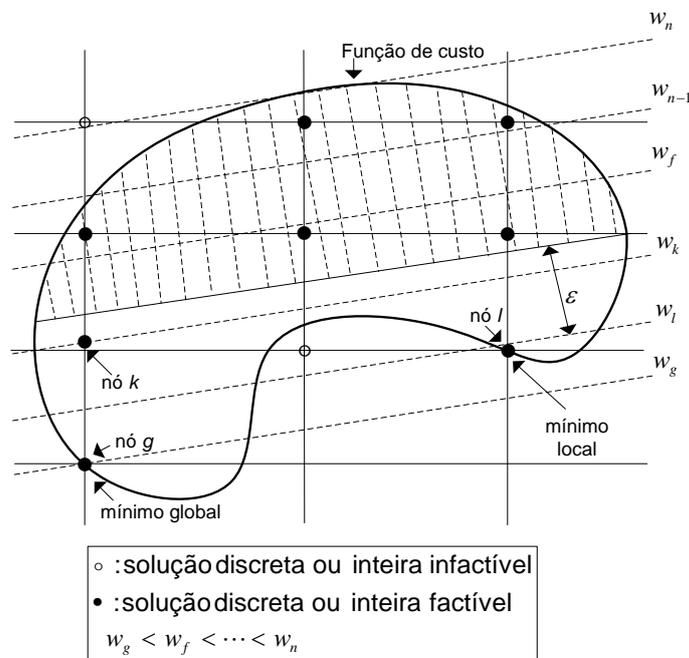


Figura 4.2: Ilustração do espaço de busca e não-convexidade do problema

### **4.3 Método de Pontos Interiores**

O método de Pontos Interiores (MPI), criado inicialmente para resolver problemas de PL têm sido aplicados com sucesso na otimização da operação de sistemas de potência (QUINTANA et al., 2000). O MPI consegue um melhor desempenho computacional para problemas de grandes dimensões quando comparado com os métodos tradicionais. Os problemas de otimização com restrições (seja de minimização ou maximização) são usualmente reformulados como problemas de otimização sem restrições, utilizando principalmente os Métodos de Penalidade, Lagrangiana, Lagrangiana Reduzida ou Lagrangiana Reduzida Aumentada.

Na última década as pesquisas na área do MPI tiveram um crescimento significativo criando novas variantes do método para resolver todo tipo de problema, desde programação linear até não linear e desde problemas convexos até não convexos (considerando que até hoje, geralmente não há garantia de convergência para todos os problemas não convexos). Da mesma forma, estas novas variantes são igualmente aplicadas para resolver toda espécie de problemas práticos.

A evolução dos métodos de pontos interiores pode ser resumida como segue (SALAS, 2006):

- Frish, em 1955, criou o primeiro método de pontos interiores, em que utilizou um método de barreira logarítmica.
- Em 1968, Fiacco e McCormick apresentaram um método para resolver um problema não linear com restrição de desigualdade baseado no método de barreira logarítmica.
- Karmarkar, em 1984 apresentou um novo método baseado em transformações não lineares para resolver um tipo particular de PL. Foi o maior desenvolvimento no campo da pesquisa de pontos interiores, pois mostrou um tempo de solução acima de 50 vezes mais rápido que o

método simplex, isto é, um algoritmo com tempo polinomial de convergência.

- Em 1989, Meggido foi o primeiro a apresentar o método barreiras logarítmicas para solucionar os PL's primal e dual (MPI-PDBL).
- Mehrotra, em 1992 para acelerar a convergência, resolveu dois sistemas de equações lineares, conseguindo melhores direções de busca. Este método é chamado de pontos interiores preditor-corretor (MPI-PDBL-PC).
- Em 1993, (CARPENTIER et al., 1993) acrescenta melhorias no algoritmo de Mehrotra, a inclusão de múltiplos passos corretores.

### 4.3.1 Problema Original

Seja o problema:

$$\text{Min } z = f(x) \quad (4.10)$$

s.a.

$$g(x) = 0 \quad (4.11)$$

$$h^{\min} \leq h(x) \leq h^{\max} \quad (4.12)$$

$$x^{\min} \leq \hat{x} \leq x^{\max} \quad (4.13)$$

em que:

$f(x)$  : função objetivo;

$g(x) = 0$  : restrições de igualdade;

$h(x)$  : restrições de desigualdade;

$x$  : variáveis de decisão;

$\hat{I}$  : Matriz que seleciona as variáveis de decisão canalizadas;

$x^{\min}, x^{\max}$  : Limites inferior e superior das variáveis de decisão.

$h^{\min}, h^{\max}$  : Limites inferior e superior das restrições de desigualdades.

O primeiro passo do MPI consiste em transformar as restrições de desigualdade do problema (4.10) - (4.13), em restrições de igualdades, através do uso de variáveis de folga não negativas (TORRES; QUINTANA, 1998), obtendo-se o seguinte problema equivalente:

$$\text{Min } z = f(x) \quad (4.14)$$

*s.a*

$$g(x) = 0 \quad (4.15)$$

$$-s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} = 0 \quad (4.16)$$

$$-h(x) - s_2 + h^{\max} = 0 \quad (4.17)$$

$$-s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} = 0 \quad (4.18)$$

$$-\hat{I}x - s_4 + x^{\max} = 0 \quad (4.19)$$

$$s_1 \geq 0, s_2 \geq 0, s_3 \geq 0, s_4 \geq 0 \quad (4.20)$$

sendo:

$s_1, s_2, s_3, s_4$  : variáveis de folga não negativas.

As relações definidas em (4.20) são as condições de não negatividade das variáveis de folga.

Para a solução do problema, utiliza-se o método de segunda ordem de Newton (GRANVILLE, 1984, TORRES; QUINTANA, 1998). Transformando este problema em um problema com restrições de igualdade através da técnica da penalidade logarítmica – ponto interior, as condições de não negatividade são incorporadas na função objetivo (4.14), obtendo-se:

$$\text{Min } z = f(x) - \mu^k \sum_{j=1}^p (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^p (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) \quad (4.21)$$

s.a

$$g(x) = 0 \quad (4.22)$$

$$-s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} = 0 \quad (4.23)$$

$$-h(x) - s_2 + h^{\max} = 0 \quad (4.24)$$

$$-s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} = 0 \quad (4.25)$$

$$-\hat{I}_x - s_4 + x^{\max} = 0 \quad (4.26)$$

Em que  $p$  representa o número de restrições de desigualdades e  $\mu > 0$  é o parâmetro de barreira que decresce em forma monotônica para zero no processo iterativo. A seqüência de parâmetros  $\{\mu^k\}_{k=0}^{\infty}$  gera uma seqüência de subproblemas dados pelas equações (4.21) - (4.26) e baseado no teorema de Fiacco e McCormick (FIACCO; MCCORMICK, 1968, BAZARAA et al., 1993), se  $\mu^k \downarrow 0$  a seqüência  $\{x(\mu^k)\}_{k=0}^{\infty}$  de soluções de (4.21) - (4.26) tende à  $x^*$ , um mínimo local do problema (4.14) - (4.20). A seqüência de subproblemas dados por (4.21) - (4.26) descreve uma trajetória, nos espaços primal e dual, conhecida como *Trajetoária Central* ou *Caminho Central* como mostra a figura 4.3 (SALAS, 2006).

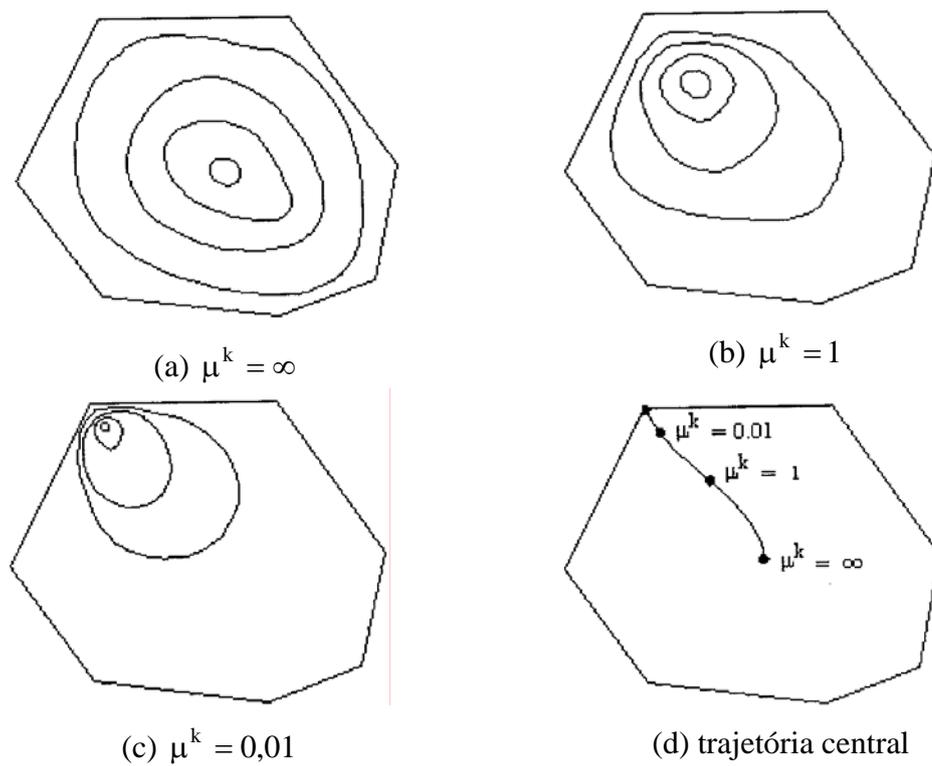


Figura 4.3: Trajetória Central e curvas de nível

Em seguida, formula-se o problema Lagrangeano (BAZARRA, 1993), o qual incorpora as restrições de igualdade à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange  $(\lambda, z_1, z_2, z_3, z_4)$  (variáveis duais):

$$\begin{aligned}
 L = & f(x) - \mu^k \sum_{j=1}^p (\ln s_{1j} + \ln s_{2j}) - \mu^k \sum_{j=1}^p (\ln s_{3j} + \ln s_{4j}) - \lambda^T g(x) - \\
 & - z_1^T (-s_1 - s_2 - x^{\min} + x^{\max}) - z_2^T (-h(x) - s_2 + h^{\max}) - \\
 & - z_3^T (-s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max}) - z_4^T (-\hat{I}x - s_4 + x^{\max})
 \end{aligned} \tag{4.27}$$

Calculando as condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker (KKT) para o Lagrangeano (Derivada primeira do Lagrangeano com relação às variáveis envolvidas iguais a zero) obtém-se:

$$\nabla_{s_1} L = -\mu^k S_1^{-1} e + z_1 = 0 \quad (4.28)$$

$$\nabla_{s_2} L = -\mu^k S_2^{-1} e + z_1 + z_2 = 0 \quad (4.29)$$

$$\nabla_{s_3} L = -\mu^k S_3^{-1} e + z_3 = 0 \quad (4.30)$$

$$\nabla_{s_4} L = -\mu^k S_4^{-1} e + z_3 + z_4 = 0 \quad (4.31)$$

$$\nabla_{z_1} L = -s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} = 0 \quad (4.32)$$

$$\nabla_{z_2} L = -h(x) - s_2 + h^{\max} = 0 \quad (4.33)$$

$$\nabla_{z_3} L = -s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} = 0 \quad (4.34)$$

$$\nabla_{z_4} L = -\hat{I}x - s_4 + x^{\max} = 0 \quad (4.35)$$

$$\nabla_{\lambda} L = -g(x) = 0 \quad (4.36)$$

$$\nabla_x L = \nabla f(x) - J_g(x)^T \lambda + J_h(x)^T z_2 + \hat{I}^T z_4 = 0 \quad (4.37)$$

$$(z_1, z_1 + z_2, z_3, z_3 + z_4) \geq 0 \quad (4.38)$$

em que:

$J_g(x)$  : jacobiano da função  $g(x)$

$J_h(x)$  : jacobiano da função  $h(x)$

$S_1, S_2, S_3$  e  $S_4$  : matrizes diagonais definidas pelas componentes  $s_1, s_2, s_3$  e  $s_4$  respectivamente;

$e$  : vetor de coordenada 1 com dimensão apropriada.

As equações (4.32) - (4.36) junto com as condições de não negatividade (4.20) garantem a factibilidade primal. A equação (4.37) junto com as condições de não negatividade (4.38) asseguram a factibilidade dual, enquanto as equações

(4.28) a (4.31) representam as perturbações ( $\mu^k \neq 0$ ) para as condições de complementaridade ( $\mu^k = 0$ ).

O sistema de equações (4.28) - (4.37) é não linear e de grande porte, usualmente utiliza-se o método de Newton para resolvê-lo. A sua solução é geralmente aproximada por uma única iteração do método de Newton. O método de Newton necessita de alguns valores iniciais como: parâmetro de barreira inicial ( $\mu^0$ ), ponto primal inicial ( $x^0, s_1^0, s_2^0, s_3^0, s_4^0$ ) e ponto dual inicial ( $\lambda^0, z_1^0, z_2^0, z_3^0, z_4^0$ ). As direções de Newton são apenas um meio de seguir o caminho dos pontos minimizantes parametrizados por  $\mu^k, x(\mu^k)$ . Em cada iteração  $k$  do método de Newton o ponto de solução tem que respeitar as condições de não negatividade (4.20) e (4.38).

Para simplificar a notação das equações (4.28) - (4.37), as mesmas podem ser representadas como:

$$F(w) = G(w) - \mu^k u = 0 \quad (4.39)$$

em que:

$$G(w) = \begin{bmatrix} S_1 z_1 \\ S_2 (z_1 + z_2) \\ S_3 z_3 \\ S_4 (z_3 + z_4) \\ -s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} \\ -\hat{I}x - s_4 + x^{\max} \\ -s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} \\ -h(x) - s_2 + h^{\max} \\ + \nabla f(x) - J_g(x)^T \lambda + J_h(x)^T z_2 + \hat{I}^T z_4 \\ -g(x) \end{bmatrix}, \quad w = \begin{bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ z_3 \\ z_4 \\ z_1 \\ z_2 \\ x \\ \lambda \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} e \\ e \\ e \\ e \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

O método de Newton é um método de ascendência, com uma direção de busca  $(\Delta w^k)$  definida por:

$$\Delta w^k = -[J_F(w^k)]^{-1}(G(w^k) - \mu^k u) \quad (4.40)$$

sendo

$J_F(w^k)$  : jacobiano de  $F(w^k)$ ;

$\Delta w^k$  : vetor de direções de busca na iteração k.

$$\Delta w^k = [\Delta s_1^k \quad \Delta s_2^k \quad \Delta s_3^k \quad \Delta s_4^k \quad \Delta z_3^k \quad \Delta z_4^k \quad \Delta z_1^k \quad \Delta z_2^k \quad \Delta x^k \quad \Delta \lambda^k]^T$$

Computacionalmente, a resolução explícita da inversa de uma matriz não é eficiente, com isso a direção de busca  $\Delta w^k$  é obtida pela resolução do sistema linear (4.41).

$$J_F(w^k)\Delta w^k = -G(w^k) + \mu^k u \quad (4.41)$$

sendo que os elementos da matriz  $J_F(w^k)$  são formados pelas derivadas parciais de primeira ordem da função  $f(x)$ .

As condições necessárias para a utilização do método de Newton na solução das equações (4.28) - (4.37) são (RIDER, 2006):

1. Existência de um ponto estacionário  $(x^*, s_i^*, z_i^*, \lambda^*)$  que seja solução das equações (4.28) - (4.37) e que satisfaça as condições de KKT.
2. Existência e continuidade das segundas derivadas parciais locais no ponto estacionário.
3. O conjunto das restrições de igualdade e de desigualdade ativa no ponto estacionário deve ser linearmente independente.



$$\times \begin{bmatrix} \Delta s_1 \\ \Delta s_2 \\ \Delta s_3 \\ \Delta s_4 \\ \Delta z_3 \\ \Delta z_4 \\ \Delta z_1 \\ \Delta z_2 \\ \Delta x \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mu S_1^{-1} e - z_1 \\ \mu S_2^{-1} e - z_1 - z_2 \\ \mu S_3^{-1} e - z_3 \\ \mu S_4^{-1} e - z_3 - z_4 \\ -s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} \\ -\hat{I}x - s_4 + x^{\max} \\ -s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} \\ -h(x) - s_2 + h^{\max} \\ -\nabla f(x) + J_g(x)^T \lambda - J_h(x)^T z_2 - \hat{I}^T z_4 \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

em que

$$\nabla_x^2 L_\mu = H_f(x^k) - \sum_{j=1}^m \lambda_j^k H_{g_j}(x^k) + \sum_{j=1}^p z_{2j}^k H_{h_j}(x^k) \quad (4.43)$$

O sistema (4.42) possui as seguintes características:

- Dimensão elevada;
- Alta esparsidade, não só pela existência de numerosas sub-matrizes nulas, mas também pela alta esparsidade das sub-matrizes não nulas;
- Matrizes simétricas, não só em elementos, mas também em estrutura;
- Sistema indefinido.

O maior esforço computacional dos MPI é a solução do sistema linear (4.42) em cada iteração  $k$  que pode tomar de 70% a 90% do tempo computacional total. Desta forma, a eficiência do MPI depende da solução do sistema (4.42), na qual é recomendável usar um algoritmo para resolver um sistema de equações lineares com esparsidade.

Para resolver o sistema linear (4.42) pode-se usar os Métodos Diretos, Iterativos ou Não – Iterativos, Combinação dos Métodos Diretos e o Gradiente Conjugado (BAZARAA et al., 1993).

### Atualização das variáveis primais e duais

Depois de resolver o sistema de equações lineares (4.39) em cada iteração  $k$ , uma nova aproximação de todas as variáveis de decisão é obtida, de acordo com a seguinte expressão:

$$s_i^{k+1} = s_i^k + \alpha^k \Delta s_i, \quad \text{para } i = 1,2,3,4 \quad (4.44)$$

$$z_i^{k+1} = z_i^k + \alpha^k \Delta z_i, \quad \text{para } i = 1,2,3,4 \quad (4.45)$$

$$x^{k+1} = x^k + \alpha^k \Delta x \quad (4.46)$$

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha^k \Delta \lambda \quad (4.47)$$

em que  $\alpha^k \in (0, 1]$  é o comprimento do passo em cada iteração  $k$ .

### Cálculo do Comprimento do Passo

A escolha do tamanho do passo tem que ser estabelecida de forma apropriada. Desta forma o tamanho máximo dos passos primal e dual em cada iteração  $k$  no método de Newton são determinados pela expressão:

$$\alpha_p^{m\acute{a}x} = \min_{i,j} \left\{ \min_{\Delta s_{1i} < 0} \left( \frac{-s_{1i}^k}{\Delta s_{1i}} \right), \min_{\Delta s_{2i} < 0} \left( \frac{-s_{2i}^k}{\Delta s_{2i}} \right), \min_{\Delta s_{3j} < 0} \left( \frac{-s_{3j}^k}{\Delta s_{3j}} \right), \min_{\Delta s_{4j} < 0} \left( \frac{-s_{4j}^k}{\Delta s_{4j}} \right) \right\} \quad (4.48)$$

$$\alpha_d^{m\acute{a}x} = \min_{i,j} \left\{ \min_{\Delta z_{1i} < 0} \left( \frac{-z_{1i}^k}{\Delta z_{1i}} \right), \min_{\Delta z_{3j} < 0} \left( \frac{-z_{3j}^k}{\Delta z_{3j}} \right), \min_{\Delta z_{1i} + \Delta z_{2i} < 0} \left( \frac{-(z_{1i}^k + z_{2i}^k)}{\Delta z_{1i} + \Delta z_{2i}} \right), \right. \\ \left. \min_{\Delta z_{3j} + \Delta z_{4j} < 0} \left( \frac{-(z_{3j}^k + z_{4j}^k)}{\Delta z_{3j} + \Delta z_{4j}} \right) \right\} \quad (4.49)$$

$$\alpha^k = \min \{ \tau \alpha_p^{m\acute{a}x}; \tau \alpha_d^{m\acute{a}x}; 1, 0 \} \quad (4.50)$$

O valor do escalar  $\tau \in (0,1)$  é um fator de segurança para garantir que o próximo ponto satisfaça as condições de não negatividade; um valor típico é  $\tau = 0.99995$ .

### **Redução do Parâmetro de Barreira**

O valor residual da condição de complementaridade é chamado de *gap de complementaridade*, que é calculado em cada iteração  $k$  pela equação (4.51):

$$\rho^k = (z_1^k)^T s_1^k + (z_1^k + z_2^k)^T s_2^k + (z_3^k)^T s_3^k + (z_3^k + z_4^k)^T s_4^k \quad (4.51)$$

A seqüência  $\{\rho^k\}_{k=0}^{\infty}$  deve convergir para zero e a relação entre  $\rho^k$  e  $\mu^k$ , implícito nas equações (4.28) – (4.31), sugere que  $\mu^k$  poderia ser reduzido em cada iteração  $k$  baseado no decréscimo do *gap de complementaridade*, dado por:

$$\mu^{k+1} = \beta^k \frac{\rho^k}{2(p+q)} \quad (4.52)$$

em que  $p$  e  $q$  representam o número de variáveis de folga e excessos das restrições funcionais de desigualdade e das variáveis canalizadas do problema.  $\beta \in (0,1)$  é o decréscimo esperado de  $\rho^k$ , denominado *centering parameter* e definido como:

- se  $\beta^k = 1$ : o sistema de equações de KKT (4.28) – (4.37) define uma direção central, um passo de Newton para um ponto no trajeto da barreira.
- Se  $\beta^k = 0$ : o sistema de equações de KKT (4.28) – (4.37) dá um passo Newton puro, também conhecido como direção *affine-scaling*.

Para compensar os dois objetivos, de reduzir  $\mu^k$  e melhorar a direção central,  $\beta^k$  é escolhido dinamicamente como  $\beta^{k+1} = \max\{0,95\beta^k; 0,1\}$ , com  $\beta^0 = 0,2$  proposto por (TORRES; QUINTANA, 1998).

### Critério de Convergência

O processo do método de Newton é repetido até que sejam satisfeitas as condições de factibilidade e otimalidade apresentadas nas expressões abaixo.

- Factibilidade Primal:

$$\begin{aligned} & \max_i \left\{ \max_i \{h_i^{\min} - h_i(x^k)\}, \max_i \{h_i^{\max} - h_i(x^k)\} \right\}, \\ & \max_i \{x_i^{\min} - x_i^k\}, \max_i \{x_i^{\max} - x_i^k\}, \|g(x^k)\|_{\infty} \leq \epsilon_f \end{aligned} \quad (4.53)$$

- Factibilidade Dual:

$$\frac{\|\nabla f(x^k) - J_g(x^k)^T \lambda^k + J_h(x^k)^T z_2^k + \hat{I}^T z_4^k\|_{\infty}}{1 + \|x^k\|_2} \leq \epsilon_f \quad (4.54)$$

- Condição de Otimalidade:

$$\frac{\rho^k}{1 + \|x^k\|_2} \leq \epsilon_o \quad (4.55)$$

$$\mu^k \leq \epsilon_{\mu} \quad (4.56)$$

- Desvio da Função Objetivo:

$$\frac{|f(x^k) - f(x^{k-1})|}{1 + |f(x^k)|} \leq \epsilon_f \quad (4.57)$$

em que  $\epsilon_f, \epsilon_o$  e  $\epsilon_{\mu}$  são os erros das condições de factibilidade, otimalidade e parâmetro de barreira, respectivamente. Tipicamente  $\epsilon_f = \epsilon_o = 10^{-5}$  e  $\epsilon_{\mu} = 10^{-8}$ .

### **Ponto Inicial**

Sabe-se que a solução do problema de otimização deve se encontrar no interior ou na fronteira da região de convergência. O ponto inicial e a trajetória de convergência não possuem essa restrição, pois de fato, as condições de otimalidade são referidas ao ponto candidato ao ótimo, não sendo necessariamente satisfeitas durante o processo iterativo. A resolução iterativa determina uma seqüência de pontos que aproximam o ponto inicial à solução ótima do problema. Em particular, as equações que determinam a inclusão do ponto na região de convergência serão em geral satisfeitas apenas no final do processo iterativo. Esta é uma importante vantagem na utilização das versões dos MPI para PNL, pois os algoritmos de pontos interiores realizam uma trajetória interior à região formada pelas restrições de desigualdade e eles necessitam da determinação de um ponto inicial interior a esta região (EL-BAKRY, et al., 1996). Embora o ponto inicial somente precise manter as condições de não negatividade, a convergência do algoritmo é sensível a ele, assim, para melhorar o desempenho dos MPI é feita uma iniciação heurística (TORRES; QUINTANA,1998):

- A estimação do  $x^0$  é dada usando o ponto médio entre os limites superior e inferior para as variáveis com limites.
- As variáveis de folga primais são logo inicializadas como:

$$s_{1_i}^0 = \min \left\{ \max \left( 0, 15h_i^\Delta, h_i(x^0) - h_i^{\min} \right), 0,85h_i^\Delta \right\}$$

$$s_{2_i}^0 = h_i^\Delta - s_{1_i}^0$$

$$s_{3_j}^0 = \min \left\{ \max \left( 0, 15x_j^\Delta, x_j^0 - x_j^{\min} \right), 0,85x_j^\Delta \right\}$$

$$s_{4_j}^0 = x_j^\Delta - s_{3_j}^0$$

$$\text{sendo } h_i^\Delta = h_i^{\min} - h_i^{\max} \text{ e } x_j^\Delta = x_j^{\min} - x_j^{\max}$$

- As variáveis duais  $\lambda_i^0$  são inicializadas com -1 se é associada com a restrição de igualdade de potência ativa, ou 0 (zero) se é associada com a

restrição de igualdade de potência reativa para o problema a ser resolvido neste trabalho.

- As variáveis de folga são inicializadas como:

$$z_1^0 = \mu^0 (S_1^0)^{-1} e$$

$$z_2^0 = \mu^0 (S_2^0)^{-1} e - z_1^0$$

$$z_3^0 = \mu^0 (S_3^0)^{-1} e$$

$$z_4^0 = \mu^0 (S_4^0)^{-1} e - z_3^0$$

em que  $S_1^0, S_2^0, S_3^0$  e  $S_4^0$  são matrizes diagonais definidas pelos componentes  $s_1^0, s_2^0, s_3^0$  e  $s_4^0$ , respectivamente.

### **Algoritmo Geral**

1. Inicializar  $\mu^0, \beta^0$  e obter um ponto inicial  $w^0$  que cumpra com as condições de não-negatividade.
2. Calcular  $g(x^0), h(x^0), J_g(x^0)$  e  $J_h(x^0)$ .
3. Calcular o vetor da parte direita da expressão (4.42).
4. Fazer  $k = 0$ .

Repetir

5. Calcular a matriz  $\nabla_x^2 L_\mu$  usando (4.43).
6. Montar e resolver no ponto atual o sistema (4.42).
7. Obter o máximo tamanho de passo usando (4.48) - (4.50).
8. Atualizar as variáveis usando (4.44) - (4.47).
9. Calcular  $g(x^{k+1}), h(x^{k+1}), J_g(x^{k+1})$  e  $J_h(x^{k+1})$ .
10. Calcular  $\mu^{k+1}$  (4.52),  $\rho^k$  (4.51) e  $\beta^{k+1}$ .

11. Calcular o vetor da parte direita da expressão (4.42).

12. Fazer  $k = k + 1$ .

Até se obter a convergência.

### 4.3.3 Método de Pontos Interiores de Alta Ordem: Preditor – Corretor

A idéia central dos métodos de pontos interiores de alta ordem é melhorar o processo do MPI, pois a tarefa mais custosa deste processo em cada iteração  $k$  é o cálculo do  $\Delta w^k$  da equação (4.41) que envolve a fatoração da matriz quadrada da equação (4.42) e a solução de dois sistemas triangulares (*forward/backward*) que segue depois da fatoração. Para isso é necessário que o número de fatorações seja reduzido ao mínimo necessário, assumindo o risco de um acréscimo no custo computacional em uma iteração. Existem vários métodos de pontos interiores de alta ordem, entre eles o MPI Preditor - Corretor (MPI-PC) (TORRES; QUINTANA, 1998). O detalhamento do MPI-PC de segunda ordem para o problema não linear (3.1)-(4.15) está ilustrado no Apêndice A.

O MPI-PC é uma variante do MPI Primal - Dual que melhora o cálculo das direções de busca para acelerar a convergência. Este método soluciona dois sistemas de equações lineares em cada iteração  $k$ , usando a mesma matriz quadrada de coeficientes de (4.41), mas com dois vetores diferentes nos lados direitos da equação (4.41). Esses dois sistemas de equações lineares definem os passos preditor e corretor, respectivamente. Assim, adicionando ao sistema Newton os termos de segunda ordem, têm-se:

$$J_F(w^k)\Delta w^k = -G(w^k) + \mu^k u - \Delta \quad (4.58)$$

em que

$$\Delta = [\Delta S_1 \Delta z_1 \quad \Delta S_2 (\Delta z_1 + \Delta z_2) \quad \Delta S_3 \Delta z_3 \quad \Delta S_4 (\Delta z_3 + \Delta z_4) \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

Assumindo que estes termos de segunda ordem são conhecidos, a solução de (4.58) proporciona uma direção de busca composta por:

$$\Delta w^k = \Delta w_{af}^k + \Delta w_{ce}^k + \Delta w_{co}^k$$

sendo:

$\Delta w_{af}^k$  : direção preditor ou *affine-scaling*, é uma direção de Newton pura, obtida pela solução de (4.58) só com o primeiro vetor do lado direito ( $\mu^k = 0$  e  $\Delta = 0$ ).

$\Delta w_{ce}^k$  : direção central obtida pela solução de (4.58) só com o segundo vetor do lado direito (com um  $\mu^k$  apropriado).

$\Delta w_{co}^k$  : direção corretor e é obtida pela solução de (4.58) só com terceiro vetor do lado direito.

No MPI-PDBL-PC a direção de busca é obtida em dois passos (passo preditor e passo corretor) (SALAS, 2006):

$$\Delta w^k = \underbrace{\Delta w_{af}}_{\text{preditor}} + \underbrace{\Delta w_{ce} + \Delta w_{co}}_{\text{corretor}} \quad (4.59)$$

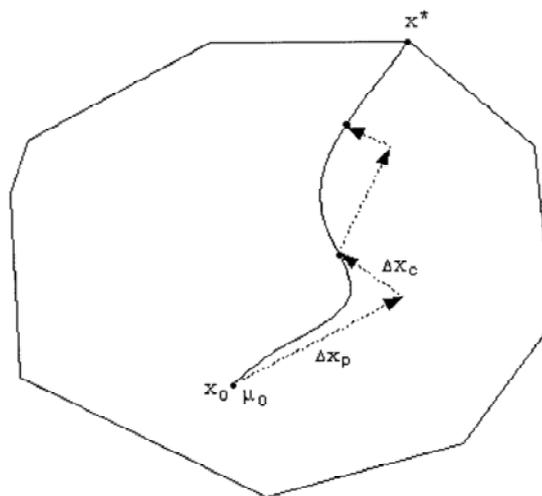


Figura 4.4: Passo Preditor e Corretor

### Passo Preditor

Para a solução do sistema não linear considera-se que primeiro deve-se calcular a direção *affine-scaling* ( $\Delta w^{af}$ ). Nesta etapa, o parâmetro de barreira  $\mu$  é feito igual a zero e a partir do sistema (3.42) calcula-se ( $\Delta w^{af}$ ) conforme descrito no sistema (4.60):

$$J_F(w^k) \times \begin{bmatrix} \Delta s_1^{af} \\ \Delta s_2^{af} \\ \Delta s_3^{af} \\ \Delta s_4^{af} \\ \Delta z_3^{af} \\ \Delta z_4^{af} \\ \Delta z_1^{af} \\ \Delta z_2^{af} \\ \Delta x^{af} \\ \Delta \lambda^{af} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -z_1 \\ -z_1 - z_2 \\ -z_3 \\ -z_3 - z_4 \\ -s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} \\ -\hat{I}x - s_4 + x^{\max} \\ -s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} \\ -h(x) - s_2 + h^{\max} \\ -\nabla f(x) + J_g(x)^T \lambda - J_h(x)^T z_2 - \hat{I}^T z_4 \\ g(x) \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

A solução deste sistema é utilizada para calcular os termos de segunda ordem e estimar dinamicamente os parâmetros de barreira  $\mu$  que serão usados no passo corretor.

Os comprimentos dos passos primal e dual, na direção *affine-scaling*  $\alpha_p^{af}$  e  $\alpha_d^{af}$  são calculados como segue:

$$\alpha_p^{af} = \min_{i,j} \left\{ \min_{\Delta s_{1i}^{af} < 0} \left( \frac{-s_{1i}}{\Delta s_{1i}^{af}} \right), \min_{\Delta s_{2i}^{af} < 0} \left( \frac{-s_{2i}}{\Delta s_{2i}^{af}} \right), \min_{\Delta s_{3i}^{af} < 0} \left( \frac{-s_{3j}}{\Delta s_{3j}^{af}} \right), \min_{\Delta s_{4j}^{af} < 0} \left( \frac{-s_{4j}}{\Delta s_{4j}^{af}} \right) \right\} \quad (4.61)$$

$$\alpha_d^{af} = \min_{i,j} \left\{ \min_{\Delta z_{1i}^{af} < 0} \left( \frac{-z_{1i}}{\Delta z_{1i}^{af}} \right), \min_{\Delta z_{3j}^{af} < 0} \left( \frac{-z_{3j}}{\Delta z_{3j}^{af}} \right), \min_{\Delta z_{1i}^{af} + \Delta z_{2i}^{af} < 0} \left( \frac{-(z_{1i} + z_{2i})}{\Delta z_{1i}^{af} + \Delta z_{2i}^{af}} \right), \right. \\ \left. \min_{\Delta z_{3j}^{af} + \Delta z_{4j}^{af} < 0} \left( \frac{-(z_{3j} + z_{4j})}{\Delta z_{3j}^{af} + \Delta z_{4j}^{af}} \right) \right\} \quad (4.62)$$

$$\alpha^{af} = \min \{ \tau \alpha_p^{af}; \tau \alpha_d^{af}; 1, 0 \} \quad (4.63)$$

Uma estimativa para o gap de complementaridade ( $\rho^{af}$ ) é calculada pela expressão:

$$\begin{aligned} \rho^{af} = & \left( z_1^k + \alpha^{af} \Delta z_1^{af} \right)^T \left( s_1^k + \alpha^{af} \Delta s_1^{af} \right) + \left( z_1^k + z_2^k + \alpha^{af} \left( \Delta z_1^{af} + \Delta z_2^{af} \right) \right)^T \left( s_2^k + \alpha^{af} \Delta s_2^{af} \right) + \\ & + \left( z_3^k + \alpha^{af} \Delta z_3^{af} \right)^T \left( s_3^k + \alpha^{af} \Delta s_3^{af} \right) + \left( z_3^k + z_4^k + \alpha^{af} \left( \Delta z_3^{af} + \Delta z_4^{af} \right) \right)^T \left( s_4^k + \alpha^{af} \Delta s_4^{af} \right) \end{aligned} \quad (4.64)$$

Uma estimativa para  $\mu^{af}$  é obtida por:

$$\mu^{af} = \min \left\{ \left( \frac{\rho^{af}}{\rho^k} \right)^2 ; 0,2 \right\} \frac{\rho^{af}}{2(p+q)} \quad (4.65)$$

O valor de  $\mu^{af}$  deve ser pequeno quando a direção de *affine-scaling* gera decréscimo maior no gap de complementaridade, sendo escolhido um valor maior de  $\mu^{af}$  no outro caso.

### Passo Corretor

Com os resultados do passo preditor pode-se calcular a direção de Newton ( $\Delta w^k$ ) resolvendo o sistema de equações (4.66).

$$J_F(w^k) \times \begin{bmatrix} \Delta s_1^k \\ \Delta s_2^k \\ \Delta s_3^k \\ \Delta s_4^k \\ \Delta z_3^k \\ \Delta z_4^k \\ \Delta z_1^k \\ \Delta z_2^k \\ \Delta x^k \\ \Delta \lambda^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1^{-1} \left( \mu^{af} e - \alpha_{af}^2 \Delta S_1^{af} \Delta z_1^{af} \right) - z_1 \\ S_2^{-1} \left( \mu^{af} e - \alpha_{af}^2 \Delta S_2^{af} \Delta z_1^{af} + \Delta z_2^{af} \right) - z_1 - z_2 \\ S_3^{-1} \left( \mu^{af} e - \alpha_{af}^2 \Delta S_3^{af} \Delta z_3^{af} \right) - z_3 \\ S_4^{-1} \left( \mu^{af} e - \alpha_{af}^2 \Delta S_4^{af} \Delta z_3^{af} + \Delta z_4^{af} \right) - z_3 - z_4 \\ -s_3 - s_4 - x^{\min} + x^{\max} \\ -\hat{I}x - s_4 + x^{\max} \\ -s_1 - s_2 - h^{\min} + h^{\max} \\ -h(x) - s_2 + h^{\max} - h(\alpha^{af} \Delta x^{af}) \\ -\nabla f(x) + J_g(x)^T \lambda - J_h(x)^T z_2 - \hat{I}^T z_4 \\ g(x) + g(\alpha^{af} \Delta x^{af}) \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

No passo corretor calcula-se simultaneamente as direções  $\Delta w_{ce}^k$  e  $\Delta w_{co}^k$ .

Os passos preditor e corretor estão baseados nos mesmos elementos da fatoração da matriz quadrada de (4.58). O esforço adicional no MPI-PC está na solução de um sistema linear adicional para o cálculo da direção de *affine-scaling* ( $\Delta w^{af}$ ) e no cálculo dos tamanhos de passos  $\alpha_p^{af}$  e  $\alpha_d^{af}$ , e estimativa  $\mu^{af}$ . A vantagem do MPI-PC é a redução do número de iterações e o tempo computacional (TORRES; QUINTANA, 1998).

### **Algoritmo Geral**

1. Escolher um ponto inicial  $w^0$  que cumpra as condições de não negatividade.
2. Calcular  $g(x^0), h(x^0), J_g(x^0), J_h(x^0)$ .
3. Calcular o vetor da parte direita da expressão (4.60).
4. Fazer  $k = 0$ .

Repetir

5. Calcular a matriz  $\nabla_x^2 L_\mu$  usando (4.43).
6. Montar e resolver no ponto atual o sistema (4.60)
7. Calcular  $\alpha^{af}, \rho^{af}$  e  $\mu^{af}$  usando (4.63), (4.64) e (4.65)
8. Montar e resolver no ponto atual o sistema (4.66).
9. Obter o máximo tamanho de passo usando (4.50)
10. Atualizar as variáveis usando (4.44)-(4.47).
11. Calcular  $g(x^{k+1}), h(x^{k+1}), J_g(x^{k+1}), J_h(x^{k+1})$
12. Calcular o vetor da parte direita da expressão (4.60).
13. Fazer  $k = k + 1$

Até se obter a convergência.

## V – Técnica de Solução Proposta

---

A solução do problema de planejamento de reativos é através de um algoritmo de B&B não linear dedicado descrito no capítulo IV. Neste algoritmo utiliza-se, como técnica de solução dos PNL's relaxados nos nós da árvore de B&B, o método de pontos interiores preditor corretor do tipo primal dual. O sistema de equações não lineares resultante da aplicação das condições de otimalidade de primeira ordem de KKT ("Karush-Kuhn-Tucker") é resolvido através do método de Newton.

### ***5.1 Algoritmo Branch and Bound Não Linear***

O algoritmo B&B não linear dedicado a solução do problema de planejamento de reativos, tem como elementos fundamentais: (1) A escolha do próximo subproblema que deve ser resolvido na estrutura da árvores de Branch and Bound; (2) Escolha da variável para a separação dos subproblemas; e, (3) Os testes de sondagem que devem ser realizados de forma à considerar problemas não lineares.

Para a escolha do próximo subproblema assim como a variável para separação utilizam-se a estratégia *Last in First Out* (LIFO) (TAHA,1975). Propõe-se duas alterações em relação ao algoritmo B&B básico apresentado no capítulo IV. A primeira alteração é a solução dos problemas de programação não linear (PNL) nos nós da árvore de B&B. A segunda está relacionada com o teste de sondagem para resolver os possíveis problemas com o aparecimento de ótimos locais na solução dos problemas de PNL. Este fator de segurança pode variar conforme o tamanho do problema, sendo menor quando temos um problema muito grande.

### Fluxograma

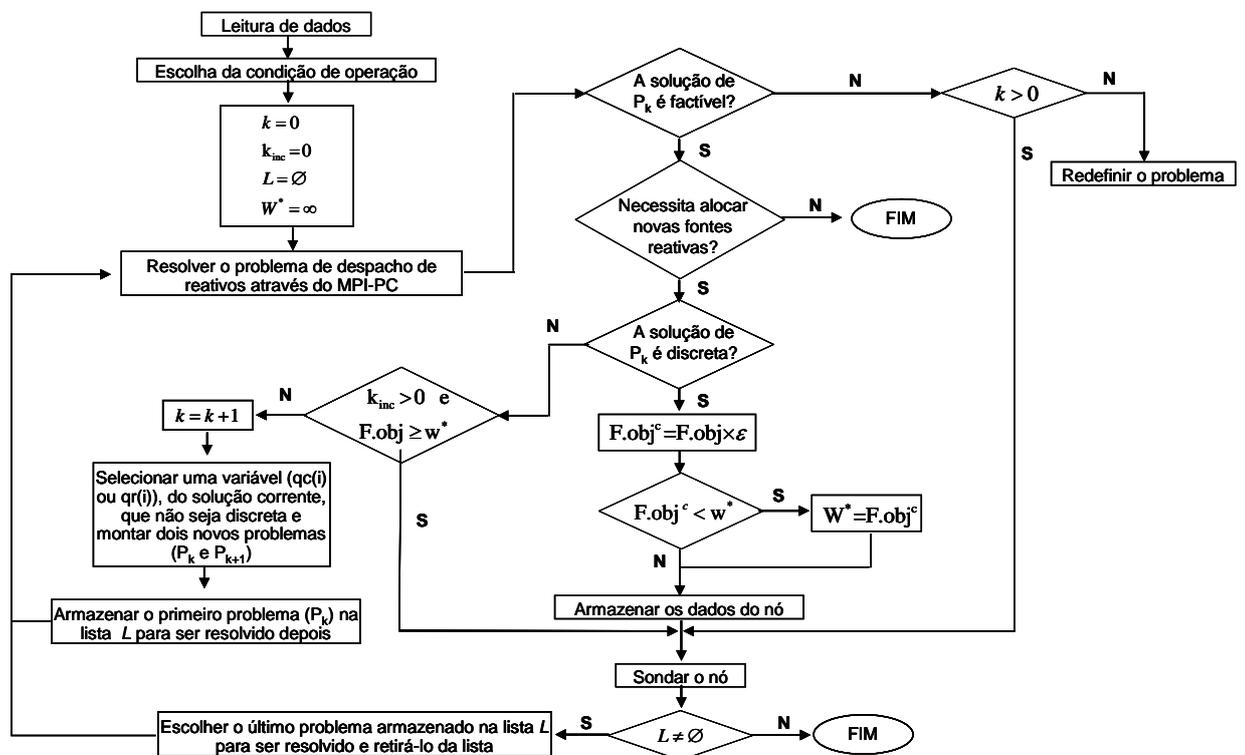


Figura 5.1: Fluxograma do algoritmo B&B não linear proposto

## 5.2 Método de Pontos Interiores Preditor-Corretor

No método preditor-corretor do tipo primal-dual utiliza-se a técnica das barreiras logarítmicas e o método de Newton para a resolução do sistema de equações não lineares resultante da aplicação das condições de otimalidade de KKT ao problema otimização.

Seja o problema de planejamento de reativos (3.1)-(3.15) em que as variáveis binárias e restrições de discretização são relaxadas:

$$\text{Min } w = \sum_{i \in I} [CFX_i + Cc_i \cdot qc_i + Cr_i \cdot qr_i] + \gamma \sum_{j \in J} [y1_j + y2_j] \quad (5.1)$$

s.a.

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G PG_m + \hat{I}_L PC_l = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L \quad (5.2)$$

$$Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G QG_m + \hat{I}_L QC_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) - \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) + \hat{I}_D (y1_j - y2_j) = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L, j \in J \quad (5.3)$$

$$QG_i^{\min} \leq QC_l - Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - y1_j + y2_j \leq QG_i^{\max} \quad i \in G \quad (5.4)$$

$$V_i^{\min} \leq V_i \leq V_i^{\max} \quad i \in NB \quad (5.5)$$

$$t_l^{\min} \leq t_l \leq t_l^{\max} \quad l \in NT \quad (5.6)$$

$$0 \leq qc_m \leq qc_m^{\max} \quad m \in M \quad (5.7)$$

$$0 \leq qr_m \leq qr_m^{\max} \quad m \in M \quad (5.8)$$

$$y1_j \geq 0 \quad j \in J \quad (5.9)$$

$$y2_j \geq 0 \quad j \in J \quad (5.10)$$

$$0 \leq r_i \leq 1 \quad i \in I \quad (5.11)$$

Para aplicar o método das barreiras logarítmicas no problema (5.1), (5.11), transformam-se as restrições de desigualdade em restrições de igualdade, através do uso de variáveis de folga ou de excesso não negativas, obtendo-se o seguinte problema equivalente:

$$\text{Min } w = \sum_{i \in I} [CFX_i + Cc_i \cdot qc_i + Cr_i \cdot qr_i] r_i + \gamma \sum_{j \in J} [y1_j + y2_j] \quad (5.12)$$

s.a.

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G PG_m + \hat{I}_L PC_l = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L \quad (5.13)$$

$$Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G QG_m + \hat{I}_L QC_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) - \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) + \quad (5.14)$$

$$+ \hat{I}_D (y1_j - y2_j) = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L, j \in J \quad (5.15)$$

$$-VQ1_i - VQ2_i - QG_i^{\min} + QG_i^{\max} = 0 \quad i \in G \quad (5.16)$$

$$-QC_l + Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) + y1_j - y2_j - VQ2_i + QG_i^{\max} = 0 \quad i \in G \quad (5.17)$$

$$-VV1_i - VV2_i - V_i^{\min} + V_i^{\max} = 0 \quad i \in NB \quad (5.18)$$

$$-V_i - VV2_i + V_i^{\max} = 0 \quad i \in NB \quad (5.19)$$

$$-Vt1_l - Vt2_l - t_l^{\min} + t_l^{\max} = 0 \quad l \in NT \quad (5.20)$$

$$-t_l - Vt2_l + t_l^{\max} = 0 \quad l \in NT \quad (5.21)$$

$$-Vqc1_m - Vqc2_m - qc_m^{\min} + qc_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.22)$$

$$-qc_m - Vqc2_m + qc_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.23)$$

$$-Vqr1_m - Vqr2_m - qr_m^{\min} + qr_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.24)$$

$$-qr_m - Vqr2_m + qr_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.25)$$

$$y1_j - Vy1_j = 0 \quad j \in J \quad (5.26)$$

$$y2_j - Vy2_j = 0 \quad j \in J \quad (5.27)$$

$$VQ1_i, VQ2_i, VV1_i, VV2_i, Vt1_l, Vt2_l, Vqc1_m, Vqc2_m, Vqr1_m, Vqr2_m, Vy1_j, Vy2_j \geq 0 \quad (5.28)$$

No modelo desenvolvido consideram-se que  $qc_m^{\min}$  e  $qr_m^{\min} = 0$ .

Em seguida, incorporam-se as restrições de desigualdade (5.28) à função objetivo (5.12), através da técnica das barreiras logarítmicas e obtém-se o seguinte problema perturbado.

$$\begin{aligned}
\text{Min } w = & \sum_{i \in I} [CFX_i + Cc_i \cdot qc_i + Cr_i \cdot qr_i] r_i + \gamma \sum_{j \in J} [y1_j + y2_j] - \mu Q \sum_{i \in I} \ln VQ1_i + \\
& - \mu Q \sum_{i \in I} \ln VQ2_i - \mu V \sum_{i \in I} \ln VV1_i - \mu V \sum_{i \in I} \ln VV2_i - \mu t \sum_{l \in NT} \ln Vt1_l - \mu t \sum_{l \in NT} \ln Vt2_l + \\
& - \mu qc \sum_{m \in M} \ln Vqc1_m - \mu qc \sum_{m \in M} \ln Vqc2_m - \mu qr \sum_{m \in M} \ln Vqr1_m - \mu qr \sum_{m \in M} \ln Vqr2_m + \\
& - \mu y1 \sum_{j \in J} \ln Vy1_j - \mu y2 \sum_{j \in J} \ln Vy2_j
\end{aligned} \tag{5.29}$$

s.a.

$$P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G PG_m + \hat{I}_L PC_l = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L \tag{5.30}$$

$$\begin{aligned}
& Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - \hat{I}_G QG_m + \hat{I}_L QC_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) - \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) + \\
& + \hat{I}_D (y1_j - y2_j) = 0 \quad k \in NB, m \in G, l \in L, j \in J
\end{aligned} \tag{5.31}$$

$$-VQ1_i - VQ2_i - QG_i^{\min} + QG_i^{\max} = 0 \quad i \in G \tag{5.32}$$

$$-QC_l + Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) + y1_j - y2_j - VQ2_i + QG_i^{\max} = 0 \quad i \in G \tag{5.33}$$

$$-VV1_i - VV2_i - V_i^{\min} + V_i^{\max} = 0 \quad i \in NB \tag{5.34}$$

$$-V_i - VV2_i + V_i^{\max} = 0 \quad i \in NB \tag{5.35}$$

$$-Vt1_l - Vt2_l - t_l^{\min} + t_l^{\max} = 0 \quad l \in NT \tag{5.36}$$

$$-t_l - Vt2_l + t_l^{\max} = 0 \quad l \in NT \tag{5.37}$$

$$-Vqc1_m - Vqc2_m - qc_m^{\min} + qc_m^{\max} = 0 \quad m \in M \tag{5.38}$$

$$-qc_m - Vqc2_m + qc_m^{\max} = 0 \quad m \in M \tag{5.39}$$

$$-Vqr1_m - Vqr2_m - qr_m^{\min} + qr_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.40)$$

$$-qr_m - Vqr2_m + qr_m^{\max} = 0 \quad m \in M \quad (5.41)$$

$$y1_j - Vy1_j = 0 \quad j \in J \quad (5.42)$$

$$y2_j - Vy2_j = 0 \quad j \in J \quad (5.43)$$

Desta forma o problema de despacho de reativos passou a ser formulado como um problema com restrições apenas de igualdade. Esta técnica das barreiras logarítmicas para resolver problemas com restrições de desigualdade é amplamente discutida na literatura. O método das barreiras converge para a solução ótima do problema original quando o parâmetro de barreira  $\mu$ , tende para zero (BAZARAA et al.,1993). Para solução do sistema de equações não lineares devido a aplicação das condições de otimalidade de KKT ao problema (5.29)-(5.43), adotou-se o método de segunda ordem de Newton (BAZARAA et al.,1993; SUN et al.,1984) que foi detalhado no capítulo anterior. Com as equações (5.29)-(5.43) formula-se o problema Lagrangeano (BAZARAA et al.,1993), que incorpora as restrições de igualdade à função objetivo através dos multiplicadores de Lagrange (variáveis duais), dado por:

$$\begin{aligned} L = & \sum_{i \in I} [CFX_i + Cc_i \cdot qc_i + Cr_i \cdot qr_i] r_i + \gamma \sum_{j \in J} [y1_j + y2_j] - \mu Q \sum_{i \in I} \ln VQ1_i + \\ & - \mu Q \sum_{i \in I} \ln VQ2_i - \mu V \sum_{i \in I} \ln VV1_i - \mu V \sum_{i \in I} \ln VV2_i - \mu t \sum_{l \in NT} \ln Vt1_l - \mu t \sum_{l \in NT} \ln Vt2_l + \\ & - \mu qc \sum_{m \in M} \ln Vqc1_m - \mu qc \sum_{m \in M} \ln Vqc2_m - \mu qr \sum_{m \in M} \ln Vqr1_m - \mu qr \sum_{m \in M} \ln Vqr2_m + \\ & - \mu y1 \sum_{j \in J} \ln Vy1_j - \mu y2 \sum_{j \in J} \ln Vy2_j - \sum_{k=1}^{NB} \pi P \left[ P_k(\theta, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G PG_m + \hat{I}_L PC_l \right] + \\ & - \sum_{k=1}^{NB} \pi Q \left[ Q_k(\theta, \underline{V}, \underline{t}) - \hat{I}_G QG_m + \hat{I}_L QC_l + \hat{I}_q (qc_i - qr_i) - \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) + \hat{I}_D (y1_j - y2_j) \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\sum_{i \in G} \pi QG1_i [-VQ1_i - VQ2_i - QG_i^{\min} + QG_i^{\max}] + \\
& -\sum_{i \in G} \pi QG2_i [-QC_i + Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{t}) + y1_j - y2_j - VQ2_i + QG_i^{\max}] + \\
& -\sum_{i \in G} \pi V1_i [-VV1_i - VV2_i - V_i^{\min} + V_i^{\max}] - \sum_{i \in G} \pi V2_i [-V_i - VV2_i + V_i^{\max}] + \\
& -\sum_{l \in NT} \pi Vt1_l [-Vt1_l - Vt2_l - t_l^{\min} + t_l^{\max}] - \sum_{l \in NT} \pi Vt2_l [-t_l - Vt2_l + t_l^{\max}] + \\
& -\sum_{m \in M} \pi qc1_m [-Vqc1_m - Vqc2_m - qc_m^{\min} + qc_m^{\max}] - \sum_{m \in M} \pi qc2_m [-qc_m - Vqc2_m + qc_m^{\max}] + \\
& -\sum_{m \in M} \pi qr1_m [-Vqr1_m - Vqr2_m - qr_m^{\min} + qr_m^{\max}] - \sum_{m \in M} \pi qr2_m [-qr_m - Vqr2_m + qr_m^{\max}] + \\
& -\sum_{j \in J} \pi y1_j [y1_j - Vy1_j] - \sum_{j \in J} \pi y2_j [y2_j - Vy2_j]
\end{aligned}$$

A partir da formulação do problema Lagrangeano ( $L$ ) são obtidas as condições de KKT (Karush-Khun-Tucker) para este problema. Aplicando o método de Newton para resolver o sistema de equações não lineares de segunda ordem das condições de KKT obtém-se a seguinte estrutura matricial:

$$A \cdot [\Delta z] = [\nabla L z] \quad (5.44)$$

sendo:

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ \text{---} & \text{---} \\ A_2^t & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} A_{11} & 0 \\ 0 & A_{12} \end{bmatrix}$$

$$- z = [z_1 \mid z_2 \mid z_3 \mid z_4]$$

-  $z_1$ : variáveis primais:

$$z_1 = [V, \theta, t_l, qc_i, qr_i, QG_m, y1_j, y2_j]$$

-  $z_2$ : variáveis de folga não negativas:

$$z_2 = [VQ1_i, VQ2_i, VV1_i, VV2_i, Vt1_i, Vt2_i, Vqc1_m, Vqc2_m, Vqr1_m, Vqr2_m, Vy1_j, Vy2_j]$$

-  $z_3$ : variáveis duais das restrições de igualdade:

$$z_3 = [\pi P, \pi Q]$$

-  $z_4$ : variáveis duais:

$$z_4 = [\pi QG2_i, \pi QG1_i, \pi v1_j, \pi v2_j, \pi vt1_i, \pi vt2_i, \pi qc1_m, \pi qc2_m, \pi qr1_m, \pi qr2_m, \pi y1_j, \pi y2_j]$$

Em que:  $\Delta z$  e  $\nabla Lz$  são as direções de busca das variáveis e o gradiente do Lagrangeano com relação às variáveis primais e duais respectivamente.

Os termos  $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5$  e  $H_6$  da submatriz  $A_{11}$ , representam os termos da matriz hessiana obtidos das equações de Fluxo de Potência, através do método de Newton (MONTICELLI, 1983).

O termo independente do sistema linear (5.44) é o gradiente do Lagrangeano (5.1) associado ao problema (5.1)-(5.11) relaxado.

As submatrizes envolvidas são:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} H_1 & H_2 & H_4 & & & \\ H_2 & H_3 & H_5 & & & \\ H_4 & H_5 & H_6 & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned}
[\nabla Lz] = & \left[ \begin{aligned}
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi V 2_i \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi V t 2_i \\
& C c_i - \hat{I}_q \pi Q + \pi q c 2_m \\
& C r_i + \hat{I}_q \pi Q - \pi q r 2_m \\
& \hat{I}_G \pi Q \\
& \gamma - \frac{\mu y 1}{V y 1_j} - \hat{I}_D \pi Q - \pi Q G 2_i - \pi y 1_j \\
& \gamma - \frac{\mu y 2}{V y 2_j} + \hat{I}_D \pi Q + \pi Q G 2_i - \pi y 2_j \\
& - \frac{\mu Q}{V Q 1_i} + \pi Q G 1_i \\
& - \frac{\mu Q}{V Q 2_i} + \pi Q G 1_i + \pi Q G 2_i \\
& - \frac{\mu V}{V V 1_i} + \pi V 1_i \\
& - \frac{\mu V}{V V 2_i} + \pi V 1_i + \pi V 2_i \\
& - \frac{\mu V}{V t 1_i} + \pi V t 1_i \\
& - \frac{\mu V}{V t 2_i} + \pi V t 1_i + \pi V t 2_i \\
& - \frac{\mu q c}{V q c 1_m} + \pi q c 1_m \\
& - \frac{\mu q c}{V q c 2_m} + \pi q c 1_m + \pi q c 2_m \\
& - \frac{\mu q r}{V q r 1_m} + \pi q r 1_m \\
& - \frac{\mu q r}{V q r 2_m} + \pi q r 1_m + \pi q r 2_m \\
& - \frac{\mu y 1}{V y 1_j} + \pi y 1_j \\
& - \frac{\mu y 2}{V y 2_j} + \pi y 2_j \\
& - P_k(\theta, V, t) + \hat{I}_G P G_m - \hat{I}_L P C_i \\
& - Q_k(\theta, V, t) + \hat{I}_G Q G_m - \hat{I}_L Q C_i - \hat{I}_q (q c_i - q r_i) + \hat{I}_u (q c_i^0 - q r_i^0) - \hat{I}_D (y 1_j - y 2_j) \\
& Q C_i - Q_k(\theta, V, t) - y 1_j + y 2_j + Q G 2_i - Q G_i^{max} \\
& V Q 1_i + V Q 2_i + Q G_k^{min} - Q G_k^{max} \\
& V V 1_i + V V 2_i + V_i^{min} - V_i^{max} \\
& V_i + V V 2_i - V_i^{max} \\
& V t 1_i - V t 2_i - t_i^{min} + t_i^{max} \\
& t_i + V t 2_i - t_i^{max} \\
& V q c 1_m + V q c 2_m + q c_i^{min} - q c_i^{max} \\
& q c_m + V q c 2_m - q c_i^{max} \\
& V q r 1_m + V q r 2_m + q r_m^{min} - q r_m^{max} \\
& q r_m + V q r 2_m - q r_m^{max} \\
& - y 1_j + V y 1_j \\
& - y 2_j + V y 2_j
\end{aligned} \right]
\end{aligned}$$



em que:

$$D_1 = -\frac{\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y 1_j}{V y 1_j}$$

$$D_2 = -\frac{\gamma + \pi Q \hat{I}_D + \pi Q G 2_i - \pi y 1_j}{V y 2_j}$$

$$D_3 = -\frac{\pi Q G 1_i}{V Q 1_i}$$

$$D_4 = -\frac{\pi Q G 1_i + \pi Q G 2_i}{V Q 2_i}$$

$$D_5 = -\frac{\pi v 1_i}{V V 1_i}$$

$$D_6 = -\frac{\pi v 1_i + \pi v 2_i}{V V 2_i}$$

$$D_7 = -\frac{\pi v t 1_l}{V t 1_l}$$

$$D_8 = -\frac{\pi v t 1_l + \pi v t 2_l}{V t 2_l}$$

$$D_9 = -\frac{\pi q c 1_m}{V q c 1_m}$$

$$D_{10} = -\frac{\pi q c 1_m + \pi q c 2_m}{V q c 2_m}$$

$$D_{11} = -\frac{\pi q r 1_m}{V q r 1_m}$$

$$D_{12} = -\frac{\pi q r 1_m + \pi q r 2_m}{V q r 2_m}$$

$$D_{13} = -\frac{\pi y 1_j}{V y 1_j}$$

$$D_{14} = -\frac{\pi y 2_j}{V y 2_j}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \begin{aligned}
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi QG2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi V2_i \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi QG2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi QG2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Vt2_i \\
& Cc_i - \hat{I}_q \pi Q + \pi qc2_m \\
& Cr_i + \hat{I}_q \pi Q - \pi qr2_m \\
& \hat{I}_G \pi Q \\
& Vy1_j^{-1} \left( -\mu y1 + \Delta Vy1_j (\Delta \gamma - \Delta \pi Q \hat{I}_D - \Delta \pi QG2_i - \Delta \pi y1_j) \right) + \gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi QG2_i - \pi y1_j \\
& Vy2_j^{-1} \left( -\mu y2 + \Delta Vy2_j (\Delta \gamma + \Delta \pi Q \hat{I}_D + \Delta \pi QG2_i - \Delta \pi y2_j) \right) + \gamma + \pi Q \hat{I}_D + \pi QG2_i - \pi y1_j \\
& VQ1_i^{-1} (-\mu Q + \Delta VQ1_i \Delta \pi QG1_i) + \pi QG1_i \\
& VQ2_i^{-1} (-\mu Q + \Delta VQ2_i \Delta \pi QG2_i) + \pi QG1_i + \pi QG2_i \\
& VV1_i^{-1} (-\mu V + \Delta VV1_i \Delta \pi v1_i) + \pi v1_i \\
& VV2_i^{-1} (-\mu V + \Delta VV2_i (\Delta \pi v1_i + \Delta \pi v2_i)) + \pi v1_i + \pi v2_i \\
& Vt1_i^{-1} (-\mu V + \Delta Vt1_i \Delta \pi vt1_i) + \pi vt1_i \\
& Vt2_i^{-1} (-\mu V + \Delta Vt2_i (\Delta \pi vt1_i + \Delta \pi vt2_i)) + \pi vt1_i + \pi vt2_i \\
& Vqc1_m^{-1} (-\mu qc + \Delta Vqc1_m \Delta \pi qc1_m) + \pi qc1_m \\
& Vqc2_m^{-1} (-\mu qc + \Delta Vqc2_m (\Delta \pi qc1_m + \Delta \pi qc2_m)) + \pi qc1_m + \pi qc2_m \\
& Vqr1_m^{-1} (-\mu qr + \Delta Vqr1_m \Delta \pi qr1_m) + \pi qr1_m \\
& Vqr2_m^{-1} (-\mu qr + \Delta Vqr2_m (\Delta \pi qr1_m + \Delta \pi qr2_m)) + \pi qr1_m + \pi qr2_m \\
& Vy1_j^{-1} (-\mu y1 + \Delta Vy1 \Delta \pi y1_j) + \pi y1_j \\
& Vy2_j^{-1} (-\mu y2 + \Delta Vy2 \Delta \pi y2_j) + \pi y2_j \\
& -P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) + \hat{I}_G PG_m - \hat{I}_L PC_l \\
& -Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) + \hat{I}_G QG_m - \hat{I}_L QC_l - \hat{I}_q (qc_i - qr_i) + \hat{I}_u (qc_i^0 - qr_i^0) - \hat{I}_D (y1_j - y2_j) \\
& QC_l - Q_k(\underline{\theta}, \underline{V}, t) - y1_j + y2_j + QG2_i - QG_i^{m\acute{a}x} \\
& VQ1_i + VQ2_i + QG_k^{\min} - QG_k^{m\acute{a}x} \\
& VV1_i + VV2_i + V_i^{\min} - V_i^{m\acute{a}x} \\
& V_i + VV2_i - V_i^{m\acute{a}x} \\
& Vt1_l - Vt2_l - t_l^{\min} + t_l^{m\acute{a}x} \\
& t_l + Vt2_l - t_l^{m\acute{a}x} \\
& Vqc1_m + Vqc2_m + qc_i^{\min} - qc_i^{m\acute{a}x} \\
& qc_m + Vqc2_m - qc_i^{m\acute{a}x} \\
& Vqr1_m + Vqr2_m + qr_m^{\min} - qr_m^{m\acute{a}x} \\
& qr_m + Vqr2_m - qr_m^{m\acute{a}x} \\
& -y1_j + Vy1_j \\
& -y2_j + Vy2_j
\end{aligned} \right] = [\nabla Lz'] =
\end{aligned}$$

### 5.2.1 Algoritmo Preditor-Corretor

O MPI-PC requer uma meia iteração (Passo Preditor). Nesta etapa, o parâmetro de barreira  $\mu$  do termo independente do sistema matricial (5.45) é feito igual a zero. A solução deste sistema é utilizada para calcular os termos de segunda ordem e estimar dinamicamente o parâmetro de barreira  $\mu$ .

#### Passo Preditor

Faz-se o  $\mu$  e as direções de buscas iguais a zero no sistema matricial (5.45) e calculam-se as direções *affine-scaling*, conforme descrito no sistema (5.46).

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{af} & A_{12}^{af} \\ \text{---} & \text{---} \\ A_{12}^{aft} & 0 \end{bmatrix} \cdot [\Delta z^{af}] = [\nabla L z^{af}] \quad (5.46)$$

sendo:

$$A_{11}^{af} = A'_{11} = A'_1$$

$$A_{12}^{af} = A'_{12}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ \nabla L_z^{af} \right] = \left[ \begin{array}{l}
\pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi V 2_i \\
\pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} \\
\pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi V t 2_i \\
C c_i - \hat{I}_q \pi Q + \pi q c 2_m \\
C r_i + \hat{I}_q \pi Q - \pi q r 2_m \\
\hat{I}_G \pi Q \\
\gamma - \hat{I}_D \pi Q - \pi Q G 2_i - \pi y 1_j \\
\gamma + \hat{I}_D \pi Q + \pi Q G 2_i - \pi y 2_j \\
\pi Q G 1_i \\
\pi Q G 1_i + \pi Q G 2_i \\
\pi V 1_i \\
\pi V 1_i + \pi V 2_i \\
\pi V t 1_l \\
\pi V t 1_l + \pi V t 2_l \\
\pi q c 1_m \\
\pi q c 1_m + \pi q c 2_m \\
\pi q r 1_m \\
\pi q r 1_m + \pi q r 2_m \\
\pi y 1_j \\
\pi y 2_j \\
-P_k(\theta, \underline{V}, t) + \hat{I}_G P G_m - \hat{I}_L P C_l \\
-Q_k(\theta, \underline{V}, t) + \hat{I}_G Q G_m - \hat{I}_L Q C_l - \hat{I}_q (q c_i - q r_i) + \hat{I}_u (q c_i^0 - q r_i^0) - \hat{I}_D (y 1_j - y 2_j) \\
Q C_l - Q_k(\theta, \underline{V}, t) - y 1_j + y 2_j + Q G 2_i - Q G_i^{max} \\
V Q 1_i + V Q 2_i + Q G_k^{min} - Q G_k^{max} \\
V V 1_i + V V 2_i + V_i^{min} - V_i^{max} \\
V_i + V V 2_i - V_i^{max} \\
V t 1_l - V t 2_l - t_l^{min} + t_l^{max} \\
t_l + V t 2_l - t_l^{max} \\
V q c 1_m + V q c 2_m + q c_i^{min} - q c_i^{max} \\
q c_m + V q c 2_m - q c_i^{max} \\
V q r 1_m + V q r 2_m + q r_m^{min} - q r_m^{max} \\
q r_m + V q r 2_m - q r_m^{max} \\
- y 1_j + V y 1_j \\
- y 2_j + V y 2_j
\end{array} \right]
\end{aligned}$$

Calcula-se em seguida o comprimento dos passos primal  $(\alpha_p^{af})$  e dual  $(\alpha_d^{af})$ , o  $gap^{af}$  e o  $\mu^{af}$  conforme foi descrito no capítulo IV.

### **Passo Corretor**

Com os resultados do passo preditor pode-se calcular a direção de Newton como é indicado no sistema de equações (5.47) usando a mesma matriz quadrada do passo preditor.

$$\begin{bmatrix} A_{11}^{af} & A_{12}^{af} \\ \text{---} & \text{---} \\ A_{12}^{af} & 0 \end{bmatrix} \cdot [\Delta z] = [\nabla Lz] \quad (5.47)$$

em que:

$$\begin{aligned}
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial V_k} + \pi V 2_i \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial \theta_k} \\
& \pi P \cdot \frac{\partial P_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi Q G 2_i \cdot \frac{\partial Q_k(\theta, V, t)}{\partial t_k} + \pi V t 2_i \\
& C c_i - \hat{I}_q \pi Q + \pi q c 2_m \\
& C r_i + \hat{I}_q \pi Q - \pi q r 2_m \\
& \hat{I}_G \pi Q \\
& V y 1_j^{-1} (-\mu y 1 + \alpha_{af}^2 \Delta V y 1_j^{af} (\Delta \gamma^{af} - \Delta \pi Q \hat{I}_D^{af} - \Delta \pi Q G 2_i^{af} - \Delta \pi y 1_j^{af})) + \gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y 1_j \\
& V y 2_j^{-1} (-\mu y 2 + \alpha_{af}^2 \Delta V y 2_j^{af} (\Delta \gamma^{af} + \Delta \pi Q \hat{I}_D^{af} + \Delta \pi Q G 2_i^{af} - \Delta \pi y 2_j^{af})) + \gamma + \pi Q \hat{I}_D + \pi Q G 2_i - \pi y 1_j \\
& V Q 1_i^{-1} (-\mu Q + \alpha_{af}^2 \Delta V Q 1_i^{af} \Delta \pi Q G 1_i^{af}) + \pi Q G 1_i \\
& V Q 2_i^{-1} (-\mu Q + \alpha_{af}^2 \Delta V Q 2_i^{af} \Delta \pi Q G 2_i^{af}) + \pi Q G 1_i + \pi Q G 2_i \\
& V V 1_i^{-1} (-\mu V + \alpha_{af}^2 \Delta V V 1_i^{af} \Delta \pi v 1_i^{af}) + \pi v 1_i \\
& V V 2_i^{-1} (-\mu V + \alpha_{af}^2 \Delta V V 2_i^{af} (\Delta \pi v 1_i^{af} + \Delta \pi v 2_i^{af})) + \pi v 1_i + \pi v 2_i \\
& V t 1_i^{-1} (-\mu V + \alpha_{af}^2 \Delta V t 1_i^{af} \Delta \pi v t 1_i^{af}) + \pi v t 1_i \\
& V t 2_i^{-1} (-\mu V + \alpha_{af}^2 \Delta V t 2_i^{af} (\Delta \pi v t 1_i^{af} + \Delta \pi v t 2_i^{af})) + \pi v t 1_i + \pi v t 2_i \\
& V q c 1_m^{-1} (-\mu q c + \alpha_{af}^2 \Delta V q c 1_m^{af} \Delta \pi q c 1_m^{af}) + \pi q c 1_m \\
& [ \nabla L_z ] = V q c 2_m^{-1} (-\mu q c + \alpha_{af}^2 \Delta V q c 2_m^{af} (\Delta \pi q c 1_m^{af} + \Delta \pi q c 2_m^{af})) + \pi q c 1_m + \pi q c 2_m \\
& V q r 1_m^{-1} (-\mu q r + \alpha_{af}^2 \Delta V q r 1_m^{af} \Delta \pi q r 1_m^{af}) + \pi q r 1_m \\
& V q r 2_m^{-1} (-\mu q r + \alpha_{af}^2 \Delta V q r 2_m^{af} (\Delta \pi q r 1_m^{af} + \Delta \pi q r 2_m^{af})) + \pi q r 1_m + \pi q r 2_m \\
& V y 1_j^{-1} (-\mu y 1 + \alpha_{af}^2 \Delta V y 1_j^{af} \Delta \pi y 1_j^{af}) + \pi y 1_j \\
& V y 2_j^{-1} (-\mu y 2 + \alpha_{af}^2 \Delta V y 2_j^{af} \Delta \pi y 2_j^{af}) + \pi y 2_j \\
& - P_k(\theta, V, t) + \hat{I}_G P G_m - \hat{I}_L P C_l \\
& - Q_k(\theta, V, t) + \hat{I}_G Q G_m - \hat{I}_L Q C_l - \hat{I}_q (q c_i - q r_i) + \hat{I}_u (q c_i^0 - q r_i^0) - \hat{I}_D (y 1_j - y 2_j) \\
& Q C_l - Q_k(\theta, V, t) - y 1_j + y 2_j + Q G 2_i - Q G_i^{max} \\
& V Q 1_i + V Q 2_i + Q G_k^{\min} - Q G_k^{max} \\
& V V 1_i + V V 2_i + V_i^{\min} - V_i^{max} \\
& V_i + V V 2_i - V_i^{max} \\
& V t 1_i - V t 2_i - t_i^{\min} + t_i^{max} \\
& t_l + V t 2_i - t_l^{max} \\
& V q c 1_m + V q c 2_m + q c_i^{\min} - q c_i^{max} \\
& q c_m + V q c 2_m - q c_i^{max} \\
& V q r 1_m + V q r 2_m + q r_m^{\min} - q r_m^{max} \\
& q r_m + V q r 2_m - q r_m^{max} \\
& - y 1_j + V y 1_j \\
& - y 2_j + V y 2_j
\end{aligned}$$

## VI – Testes e Resultados

---

Neste capítulo são apresentados os resultados dos testes realizados com o programa computacional desenvolvido em linguagem de programação FORTRAN (formula translation), para solução do problema de Planejamento de Reativos, a partir da metodologia proposta no capítulo V. Os testes foram realizados utilizando-se os sistemas da literatura especializada – IEEE30, IEEE118 e IEEE300 operando sob diferentes cenários – contingências e cargas. Nas análises dos resultados obtidos através dos testes com estes sistemas, os custos totais (*F. Obj.*) para cada cenário de operação, são compostos pelos custos fixos da alocação de novas fontes reativas e os custos operacionais dessas fontes em cada cenário sob estudos. Os custos fixos das fontes reativas alocadas no cenário sob análise e que já foram alocadas na simulação de outros cenários anteriores são considerados iguais a zero.

## 6.1 Inicialização do MPIPD-PC

Nos testes efetuados com todos os sistemas, o ponto inicial adotado para todas as variáveis primais do modelo para todos os PNL's relaxados resolvidos através do MPIPD-PC, foi obtido através do seguinte procedimento heurístico:

$$V_i = (V_i^{\max} + V_i^{\min})/2 \quad i = 1, \dots, NB \quad (NB: \text{Número de barras do sistema}).$$

$$t_i = (t_i^{\max} + t_i^{\min})/2 \quad i \in NT \quad (NT: \text{Conjunto de transformadores com controle automático de taps}).$$

$$qc_i = (qc_i^{\max} + qc_i^{\min})/2 \quad i \in L \quad (L: \text{Conjunto de barras candidato à alocação de fontes reativas}).$$

$$qr_i = (qr_i^{\max} + qr_i^{\min})/2 \quad i \in L$$

$$QG_i = (QG_i^{\max} + QG_i^{\min})/2 \quad i \in G \quad (G: \text{Conjunto de barras de geração}).$$

$$\theta_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, NB$$

$$y1_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, I$$

$$y2_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, I$$

As variáveis duais foram inicializadas nos seguintes valores:

$$\pi y1_j = -\gamma + \frac{\mu y1_j}{V y1_j} + \pi Q \hat{I}_D + \pi Q G 2_i \quad j \in J \quad (J: \text{Conjunto de barras candidata a possuir injeções fictícias de reativos capacitivos}).$$

$$\pi_{y2_j} = -\gamma + \frac{\mu_{y2}}{V_{y2_j}} - \pi_{Q\hat{I}_D} - \pi_{QG2_i} \quad j \in J \text{ (} J: \text{ Idem, reativos indutivos)}.$$

$$\pi_{QG1_i} = \frac{\mu_Q}{V_{Q1_i}} \quad i \in G \text{ (} G: \text{ Conjunto de barras de geração)}.$$

$$\pi_{QG2_i} = -\frac{\mu_Q}{V_{Q1_i}} + \frac{\mu_Q}{V_{Q2_i}} \quad i \in G$$

$$\pi_{v1_i} = \frac{\mu_V}{V_{V1_i}} \quad i = 1, \dots, NB,$$

$$\pi_{vt1_l} = \frac{\mu_V}{V_{t1_l}} \quad l \in NT \text{ (} NT: \text{ Conjunto de transformadores com controle automático de taps)}.$$

$$\pi_{vt2_l} = -\frac{\mu_V}{V_{t1_l}} + \frac{\mu_V}{V_{t2_l}} \quad l \in NT$$

$$\pi_{qc1_m} = \frac{\mu_{qc}}{V_{qc1_m}} \quad m \in M \text{ (} M: \text{ Conjunto de barras candidatas à alocação de fontes de potência reativa contínuas e discretas)}.$$

$$\pi_{qc2_m} = -\frac{\mu_{qc}}{V_{qc1_m}} + \frac{\mu_{qc}}{V_{qc2_m}} \quad m \in M$$

$$\pi_{qr1_m} = \frac{\mu_{qr}}{V_{qr1_m}} \quad m \in M,$$

$$\pi_{qr2_m} = -\frac{\mu_{qr}}{V_{qr1_m}} + \frac{\mu_{qr}}{V_{qr2_m}} \quad m \in M$$

$$\pi_{y1_j} = \frac{\mu_{y1}}{V_{y1_j}} \quad j \in J$$

$$\pi_{y2_j} = \frac{\mu_{y2}}{V_{y2_j}} \quad j \in J$$

$$\pi_{P_i} = -1, \quad i = 1, \dots, NB$$

$$\pi_{Q_i} = 0 \quad i = 1, \dots, NB$$

## 6.2 Sistema IEEE30

O sistema IEEE30 consiste de 30 barras, 41 linhas de transmissão e 4 transformadores com *taps* controlados automaticamente (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 1973).

As condições para os testes com esse sistema foram:

- Limite das magnitudes das tensões de barras  $[0,95 - 1,05] pu$ ;
- Níveis de carga:
  - Nominal;
  - Leve: 80% da carga nominal;
  - Pesada: 103% da carga nominal.
- Contingência:
  - #1: Retirada da linha 1-2.
- Intervalo de discretização para as fontes reativas de 2 MVAR;
- Fator de segurança de sondagem:  $\varepsilon = 3\%$  ;
- Parâmetro de barreira inicial:  $\mu = 1$  ;
- Os custos de operação das fontes reativas discretas foram adotados iguais a 1 \$/MVAR, e para as fontes reativas contínuas iguais a 2 \$/MVAR.

Na simulação destes sistemas foram consideradas quatro condições de testes:

**Caso 1:** Conjunto de barras candidatas  $I = \{2,5,8,11,13,30\}$ . Os custos fixos e os limites máximos de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ), para esta condição de testes estão apresentados na Tabela 6.1. Nos dados da tabela 6.1 todas as barras são candidatas a ter

fontes discretas. Os limites mínimos das fontes reativas indutivas e capacitivas que são permitidas alocarem são iguais à zero.

Tabela 6.1: Custos fixos e limites permitidos para fontes reativas usados nas simulações do sistema IEEE30 - Caso 1.

Barras	$CFx_i$ (US\$)	$qc_c^{\max}, qc_r^{\max}$ (MVar)
2	30	30
5	30	45
8	15	40
11	30	40
13	35	30
30	30	30

**Caso 2:** Foi considerado o mesmo conjunto de barras candidatas utilizado no testes 1. Os custos e limites máximos de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ), para esta condição de testes são os mesmos do caso 1, exceto que na barra 8 o tipo de fonte reativa a ser alocada é de natureza contínua e o custo fixo da fonte reativa que pode ser alocada na barra 8 é de US\$ 45.00.

**Caso 3:** Todas as barras do sistema são candidatas à alocação de fontes reativas. Os custos e limite máximo de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ), para esta condição de teste estão apresentados na Tabela 6.2, exceto que as barras 5 e 8 são candidatas à alocação de fontes reativas contínuas e os custos fixos das fontes reativas que podem ser alocadas na barra 5 é de US\$ 40.00 e na barra 8 é de US\$ 45.00.

Tabela 6.2: Custos fixos e limites permitidos para fontes reativas usados nas simulações do sistema IEEE30 – Caso 4.

Barras	$CFx_i$ (US\$)	$qc_c^{\max}, qc_r^{\max}$ (MVAr)
2	30	30
3	15	10
4	15	10
5	30	40
6	15	10
7	15	10
8	15	40
9	15	10
10	15	10
11	30	40
12	15	10
13	35	30
14	15	10
15	15	10
16	15	10
17	15	10
18	15	10
19	15	10
20	15	10
21	15	10
22	15	10
23	15	10
24	15	10
25	10	10
26	30	10
27	9	10
28	8	10
29	30	10
30	30	30

**Caso 4:** Todas as barras do sistema são candidatas à alocação de fontes reativas discretas. Os custos e limite máximo de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ), para esta condição de testes são os mesmos da Tabela 6.2.

Os resultados obtidos através das simulações dos Casos 1, 2, 3 e 4, para os diferentes cenários em que o sistema foi simulado encontram-se nas Tabelas 6.3, 6.5, 6.7 e 6.9.

Tabela 6.3: Propostas de investimento em novas fonte reativas - Caso 1.

Nível de Carga	Barras	sem contingência	Contingência
			# 1 1- 2
		$qc_c$ (MVar)	$qc_c$ (MVar)
Carga Nominal	2	-	30.00
	5	-	18.00
	8	-	40.00
	F. Obj	-	US\$163.00
	PNL's	1	71
Carga Pesada (103%)	2	-	30.00
	5	-	28.00
	8	-	40.00
	13	-	14.00
	F. Obj	-	US\$147.00
	PNL's	1	33

### Comentários:

- Para o sistema operando sem contingências a solução obtida após efetuar o despacho de reativos não apresentou violação das restrições e não necessitou da alocação de novas fontes de reativos para as cargas nominal, leve e pesada.
- A solução ótima com a retirada da linha 1-2 (#) foi encontrada depois de resolver 71 PNL's para carga nominal, para a carga leve a solução inicial após o despacho de reativos não necessitou da alocação de novas fontes e para a condição de carga pesada foi necessário resolver 33 PNL's. A tensão nas barras 1, 11 e 13 ficaram no limite máximo, e as barras 3, 26 e 30 ficaram no limite mínimo para carga nominal. Para carga pesada, as magnitudes de tensão nas barras 1, 11 e 13 ficaram no limite máximo e as

demais dentro dos limites preestabelecidos. O tempo computacional foi de 33 segundos e 17 centésimos de segundo para carga nominal e para carga pesada foi de 29 segundos e 35 centésimos de segundo.

- Na tabela 6.4 estão representados os custos fixos e operacionais necessários para o sistema opera sob os diferentes cenários considerados no caso 1.

Tabela 6.4: Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 1.

Barras	Custos totais	
	$CFX (US\$)$	$COP (US\$)$
2	30.00	30.00
5	30.00	28.00
8	15.00	40.00
13	35.00	14.00
Total	110.00	112.00

Tabela 6.5: Propostas de investimentos de novas fontes reativas - Caso 2.

Nível de Carga	Barras	sem contingência	Contingência
			#1 1-2
		$qc_c (MVA_r)$	$qc_c (MVA_r)$
Carga Nominal	2	-	30.00
	5	-	44.00
	30	-	20.00
	F. Obj	-	US\$184.00
	PNL's	1	41
Carga Pesada (103%)	2	-	30.00
	5	-	44.00
	13	-	22.00
	30	-	22.00
	F. Obj	-	US\$153.00
	PNL's	1	121

**Comentários:**

Considerar a barra 8 como candidata a fonte reativa contínua (compensador estático de reativos) com um custo de alocação maior propiciou ao algoritmo de planejamento de reativos proposto o seguinte comportamento:

- Nos cenários de operação sem contingências a solução obtida após efetuar o despacho de reativos não apresentou violação das restrições e não necessitou da alocação de novas fontes de reativos para as cargas nominal, leve e pesada.
- A solução ótima com a retirada da linha 1-2 (#) foi encontrada depois de resolver 41 PNL's para a carga nominal e 121 PNL's para a carga pesada. Para a condição de carga leve a solução inicial após o despacho de reativos não necessitou da alocação de novas fontes. A tensão nas barras 1, 11 e 30 ficaram no limite máximo, e as demais entre os limites preestabelecidos para carga nominal. Para carga pesada, as barras 1, 2, 5, 11, 13 e 30 ficaram no limite máximo e as demais entre os limites preestabelecidos. O tempo computacional foi de 35 segundos e 61 centésimos de segundo para carga nominal e para carga pesada foi de 1 minuto, 46 segundos e 54 centésimos de segundo.
- Os custos fixos e operacionais para alocar fontes de reativos contínuas são menores que os custos para alocar fontes discretas. Desta forma, verifica-se através dos resultados obtidos com este teste que a metodologia proposta só aloca este tipo de fonte em situações que são economicamente favoráveis. No caso do sistema operando sob contingência no nível de carga nominal não foi alocada fonte de reativos contínua, obtendo-se um custo total maior que o sistema operando nas mesmas condições no caso do testes 1. Este aumento no custo deve-se ao fato que a barra 8 tem um custo de alocação maior, e então ela deixou de ser uma opção de investimento atraente e automaticamente o espaço de busca do problema tornou-se mais restrito. No cenário de operação com carga pesada sob contingência os custos de investimentos forma maiores que para este mesmo cenário porque obrigatoriamente foi necessário alocar reativos na

barra candidata a fonte reativa discreta. A ordem como os cenários são simulados também altera na composição dos custos totais parciais, mas não altera os custos de investimentos totais conforme constam na tabela 6.6.

- Na tabela 6.6 estão representados os custos fixos e operacionais necessários para o sistema operando sob os diferentes cenários considerados no Caso 2.

Tabela 6.6: Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 2.

Barras	Custos totais	
	<i>CFX (US\$)</i>	<i>COP(US\$)</i>
2	30.00	30.00
5	30.00	44.00
13	35.00	22.00
30	30.00	22.00
Total	125.00	118.00

Tabela 6.7: Proposta de investimentos em novas fonte reativas - Caso 3.

Nível de Carga	Barras	sem contingência	Contingência
			#1
		$qc_c$ (MVA <sub>r</sub> )	$qc_c$ (MVA <sub>r</sub> )
Carga Nominal	2	-	26.00
	3	-	10.00
	4	-	10.00
	6	-	10.00
	7	-	10.00
	10	-	8.00
	12	-	4.00
	23	-	2.00
	F.Obj	-	US\$ 215.00
	PNL's	1	61
Carga Pesada (103%)	2	-	30.00
	3	-	10.00
	4	-	10.00
	6	-	10.00
	7	-	10.00
	9	-	2.00
	10	-	10.00
	12	-	10.00
	14	-	4.00
	15	-	2.00
	23	-	2.00
	26	-	2.00
	F.Obj	-	US\$ 177.00
	PNL's	1	73

**Comentários:**

Considerando todas as barras do sistema, exceto a barra de referência, como candidatas a alocação de novas fontes reativas, permitindo-se alocar apenas fontes reativas contínuas nas barras 5 e 8, obteve-se os resultados da tabela 6.7. Estes resultados permitem obter as seguintes considerações sobre a metodologia proposta neste trabalho para o planejamento de reativos:

- Nos cenários de operação sem contingências a solução obtida após efetuar o despacho de reativos não apresentou violação das restrições e não

necessitou da alocação de novas fontes de reativos para as cargas nominal, leve e pesada.

- A solução ótima com a retirada da linha 1-2 (#) foi encontrada depois de resolver 61 PNL's para carga nominal, para a carga leve a solução inicial após o despacho de reativos não apresenta necessidade da alocação de novas fontes. Para carga pesada, a solução foi encontrada depois de resolver 73 PNL's. As tensões para as cargas nominal e pesada ficaram dentro dos limites preestabelecidos, sendo que as barras 1, 11, 13 ficaram no limite máximo para os dois níveis de cargas e as barras 3 e 30 no limite mínimo para carga nominal e para carga pesada somente a barra 30 ficou no limite mínimo. O tempo computacional foi de 44 segundos e 11 centésimos de segundo para carga nominal e para carga pesada foi de 1 minuto, 30 segundos e 36 centésimos de segundo.
- Como os custos de instalação e alocação de fontes reativas contínuas são maiores que os custos de alocação de fontes discretas, neste caso não foram alocadas fontes reativas de natureza contínua. Como o número de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas aumentou com relação ao caso 2, o algoritmo convergiu para um outro ponto de operação com um número maior de fontes alocadas. Neste resultado tem-se um custo fixo total de US\$ 225.00 e um custo de operação de US\$ 114.00.

Tabela 6.8: Custos de operação e de alocação de fontes reativas para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 3.

Barras	Custos totais	
	<i>CFX (US\$)</i>	<i>COP(US\$)</i>
2	30.00	30.00
3	15.00	10.00
4	15.00	10.00
6	15.00	10.00
7	15.00	10.00
9	15.00	2.00
10	15.00	10.00
12	15.00	10.00
14	15.00	4.00
15	15.00	2.00
19	15.00	2.00
23	15.00	2.00
26	30.00	2.00
Total	225.00	114.00

Tabela 6.9: Proposta de investimentos de novas fontes reativas - Caso 4.

Nível de Carga	Barras	sem	Contingência
		contingência	# 1 1- 2
		$qC_c$ (MVar)	$qC_c$ (MVar)
Carga Nominal	2	-	20.00
	3	-	10.00
	4	-	10.00
	5	-	6.00
	6	-	10.00
	7	-	10.00
	8	-	6.00
	10	-	2.00
	12	-	2.00
	14	-	2.00
	24	-	2.00
	F. Obj	-	US\$275.00
	PNL's	1	63
Carga Pesada (103%)	2	-	28.00
	3	-	10.00
	4	-	10.00
	5	-	8.00
	6	-	10.00
	7	-	10.00
	8	-	14.00
	10	-	4.00
	12	-	4.00
	14	-	2.00
	26	-	2.00
	F. Obj	-	US\$132.00
	PNL's	1	81

**Comentários:**

- A solução ótima tanto para a carga nominal, leve e pesada no caso base deram os mesmos resultados quando se considera as barras 5 e 8 como candidatas a fontes reativas discretas (caso 3).

- A solução ótima com a retirada da linha 1-2 (#) foi encontrada depois de resolver 63 PNL's para carga nominal, para a carga leve a solução inicial após o despacho de reativos não apresenta necessidade da alocação de novas fontes. Para carga pesada, a solução foi encontrada depois de resolver 81 PNL's. As tensões para as cargas nominal e pesada ficaram dentro dos limites preestabelecidos, sendo que as barras 1, 11, 13 ficaram no limite máximo para as cargas nominal e pesada e a barra 3 no limite mínimo para carga nominal. O tempo computacional foi de 1 minuto, 22 segundos e 69 centésimos de segundo para carga nominal e para carga pesada foi de 1 minuto, 43 segundos e 7 centésimos de segundos.
- Os custos fixos e de operação quando se consideram todas as barras como candidatas a fontes reativas discretas são menores que os custos de operação com as barras 5 e 8 consideradas candidatas à alocação de fontes de reativos contínuas. No caso da barras 5 e 8 serem candidatas a fontes de reativos contínuas com custos de instalação e operação maiores o problema é mais restritivo, uma vez que só serão alocadas fontes nessas barras se for absolutamente necessário para resolver o problema de reativos do sistema em algum dos cenários de operação considerados.
- Na tabela 6.8 encontram-se os custos fixos e de operação para o sistema operar em todos os cenários nas condições do teste 3.

Tabela 6.10: Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema operando sob todos os cenários - Caso 4.

Barras	Custos totais	
	<i>CFX (US\$)</i>	<i>COP (US\$)</i>
2	30.00	28.00
3	15.00	10.00
4	15.00	10.00
5	30.00	8.00
6	15.00	10.00
7	15.00	10.00
8	15.00	14.00
10	15.00	4.00
12	15.00	4.00
14	15.00	2.00
24	15.00	2.00
26	30.00	2.00
Total	225.00	104.00

### 6.3 Sistema IEEE118

Este sistema tem 118 barras, 168 linhas de transmissão e 9 transformadores com “*taps*” controlados automaticamente (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 1973).

As condições de testes adotadas para este sistema são:

- Os cenários adotados consistem de 3 níveis de carregamento e contingências com as retiradas das linhas: 5-8 (#1), 26-30 (#2), 65-68 (#3) e 89-92 (#4);

- O sistema simulado para o caso base, consiste em adotar a topologia básica e carregamento nominal, que constam do arquivo de dados original;
- Nas condições de carga leve considera-se que o carregamento nominal do arquivo de dados sofre uma redução de 20% e na condição de carga pesada, o carregamento nominal do arquivo de dados sofre um acréscimo de 20%;
- Na simulação de cada um dos cenários, consideram-se que as fontes alocadas devido à simulação de um cenário estão disponíveis para atender as necessidades reativas do sistema no cenário sob estudo.
- Os limites das magnitudes das tensões em todas as barras do sistema compreendidos entre [0,97-1,03] pu;
- Intervalo de discretização para as fontes reativas discretas de 12,5 MVar;
- Fator de segurança:  $\varepsilon = 3\%$  ;
- Os custos de operação das fontes reativas discretas foram adotados iguais a 1 \$/MVar, e para as fontes reativas contínuas iguais a 2 \$/MVar;
- Parâmetro de barreira inicial:  $\mu = 1$ .

Na Tabela 6.11 estão os conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas e seus respectivos custos e limite máximo de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ).

Tabela 6.11: Conjunto de barras candidatas e custos fixos e limites máximos permitidos das fontes reativas a serem alocadas para o sistema IEEE118.

Barras	$CFx_i$ (US\$)	$qc_c^{\max}, qc_r^{\max}$ (MVA <sub>r</sub> )
10	12	80
12	10	80
21	10	50
31	10	80
35	5	80
49	5	80
56	10	80
60	5	80
71	10	80
76	5	80
83	10	80
85	5	120
94	10	80

Os resultados obtidos com as simulações utilizando-se o sistema IEEE118, para os diferentes cenários em que o sistema foi simulado encontram-se na Tabela 6.12.

Tabela 6.12: Propostas de investimento de novas fonte reativas para o sistema IEEE118 operando sob diferentes cenários.

Nível de Carga	Barras	sem contingência		Contingências							
				#1 8-5		#2 26-30		#3 65-68		#4 89-92	
		$qc_c$ (MVar)	$qc_r$ (MVar)								
Carga Nominal	10	-	-	-	12.50	-	-	-	-	-	-
	21	-	-	-	-	12.50	-	-	-	-	-
	76	25.00	-	25.00	-	25.00	-	25.00	-	25.00	-
	83	-	-	-	-	-	-	-	-	62.50	-
	F. Obj	US\$ 30.00		US\$ 49.50		US\$ 37.50		US\$ 25.00		US\$ 87.50	
	PNL's	3		5		5		3		9	
Carga Leve (80%)	10	-	-	-	12.50	-	-	-	-	-	-
	F. Obj	-		US\$ 12.50		-		-		-	
	PNL's	1		3		1		1		1	
Carga Pesada (120%)	10	-	-	-	12.50	-	-	-	-	-	-
	12	-	-	75.00	-	-	-	-	-	-	-
	21	-	-	12.50	-	37.50	-	-	-	-	-
	76	62.50	-	62.50	-	62.50	-	50.00	-	62.50	-
	83	37.50	-	37.50	-	37.50	-	50.00	-	75.00	-
	85	-	-	-	-	-	-	-	-	75.00	-
	94	37.50	-	37.50	-	37.50	-	37.50	-	50.00	-
	F. Obj	US\$ 157.50		US\$ 257.50		US\$ 175.00		US\$ 137.50		US\$ 267.50	
	PNL's	33		45		21		27		15	

### Comentários:

- Para os cenários de operação sem contingências a solução ótima foi encontrada depois de resolver 3 PNL's para carga nominal e para o cenário de carga pesada foi necessário resolver 33 PNL's. Para a carga leve a solução após efetuar o despacho de reativos já é ótima. O tempo computacional foi de 2 segundos e 2 centésimos de segundo para carga nominal, 39 segundos e 42 centésimos de segundos para a carga pesada.

- A tensão ficou dentro dos limites preestabelecidos em todas as barras do sistema, na simulação de todos os cenários (base, #1, #2, #3, #4).
- Nos cenários da contingência #1, para carga nominal, a solução ótima foi encontrada depois de resolver 5 PNL's, 3 PNL's para a carga leve e 45 para carga pesada. O tempo computacional foi de 2 segundos e 84 centésimos de segundo para carga nominal, 1 segundo e 37 centésimos de segundo para carga leve e 44 segundos e 35 centésimos de segundo para carga pesada. Com a retirada da linha 1-2 para o sistema operar nas condições preestabelecidas há a necessidade de alocar fontes reativas indutivas na barra 10.
- Nos cenários da contingência #2, para carga nominal, a solução ótima foi encontrada depois de resolver 5 PNL's com um tempo computacional de 2 segundos e 69 centésimos de segundo. Para a carga leve a solução do despacho de reativos no nó inicial das árvores de B&B verifica-se que não há a necessidade de alocar novas fontes reativas. Para o cenário de carga pesada foi necessário resolver 21 PNL's em um tempo computacional de 29 segundos e 61 centésimos de segundo.
- Nos cenários da contingência #3, a solução ótima foi encontrada de depois de resolver 3 PNL's para a carga nominal em um tempo computacional de 1 segundo e 57 centésimos de segundo. Para a carga leve a solução do despacho de reativos no nó inicial da árvores de B&B verifica-se que não há a necessidade de alocar novas fontes reativas. Para o cenário de carga pesada resolveu 27 PNL's em um tempo computacional de 27 segundos e 39 centésimos de segundo.
- Nos cenários da contingência #4, a solução ótima foi encontrada depois de resolver 9 PNL's para a carga nominal e 15 PNL's para carga pesada. Para a carga leve após a solução do despacho de reativos no nó inicial da árvore de B&B verifica-se que não há a necessidade de alocar novas fontes reativas. O tempo computacional foi de 11 segundos e 31 centésimos de segundo para a carga nominal e 18 segundos e 82 centésimos de segundo para carga pesada.

Tabela 6.13: Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema IEEE118 operando sob todos os cenários.

Barras	Custo Fixo Total (US\$)	Custos de Operação por cenário					Custo de Operação Total (US\$)
		Sem Contingência (US\$)	Contingências				
			# 1 (US\$)	# 2 (US\$)	# 3 (US\$)	# 4 (US\$)	
10	12.00	-	12.50	-			12.50
12	10.00	-	75.00	-			75.00
21	10.00	-	12.50	37.50			37.50
76	5.00	62.50	62.50	62.50	50.00	62.50	62.50
83	10.00	37.50	37.50	37.50	50.00	75.00	75.00
85	5.00	-	-	-		75.00	75.00
94	10.00	37.50	37.50	37.50	37.50	50.00	50.00
Total	62.00	137.50	237.50	173.00	137.50	262.50	387.50

#### 6.4 Sistema IEEE300

Este sistema é composto por 300 barras, 411 linhas de transmissão e 42 transformadores com “*taps*” controlados automaticamente (UNIVERSIDADE DE WASHINGTON, 1973). As condições de testes adotadas para este sistema são:

- Os cenários adotados nos testes com este sistema, consistem de 3 níveis de carregamento e contingências com as retiradas das linhas: 3-1 (#1), 156-157 (#2);
- O sistema simulado para o caso base, que consiste em adotar a topologia básica e carregamento nominal, constam do arquivo de dados original;
- Nas condições de carga leve considera-se que o carregamento nominal do arquivo de dados sofre uma redução de 20% e na condição de carga pesada um aumento de 7,5% no carregamento;
- Na simulação de cada um dos cenários, consideram-se que as fontes alocadas devido à simulação de um cenário estão disponíveis para atender as necessidades reativas do sistema no cenário sob estudo;

- Os limites das magnitudes das tensões em todas as barras do sistema compreendidos entre  $[0,95 - 1,05]$  pu;
- Intervalo de discretização para as fontes reativas de 12,5 MVar;
- Fator de segurança,  $\varepsilon = 3\%$  ;
- Os custos de operação das fontes reativas discretas foram adotados iguais a  $1 \$/MVar$ , e para as fontes reativas contínuas iguais a  $2 \$/MVar$ ;
- Parâmetro de barreira inicial:  $\mu = 1$ .

Na Tabela 6.14 estão os conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas e seus respectivos custos e limite máximo de alocação de reativos de natureza capacitiva e indutiva ( $qc_c$  e  $qc_r$ ).

Tabela 6.14: Conjunto de barras candidatas e custos fixos e limites máximos permitidos das fontes reativas a serem alocadas para o sistema IEEE300.

Barras	$CF_x$ (US\$)	$q_c^{\max}, q_r^{\max}$ (US\$)
131,155,164,165,166,169,177,192,199,200,201,206,209,212,215,217,218,220,221,222,248,249,251,252,254,255,256,259,260,261,262.	10	100
08,10,19,63,69,76,77,80,120,122,125,126,128,295,296.	12	100
88	5	50
99,100,135,156,170,247,264,268,269,280,282,287,292,294.	7	100
97	25	50
103	30	50
133,145,152,157,158,265,267.	5	100
55*	40	30
104	20	30
117	15	40
171*	45	50
98	10	20
150	10	40
132	20	80
258	20	40
253	20	100
149	15	50
245	15	60
250,263	15	100
* fontes reativas contínuas		

Tabela 6.15: Proposta de investimento de novas fontes reativas – Sistema IEEE300.

Nível de Carga	Barras	sem contingência	Contingências		
			#1 3-1	#2 156-157	
			$q^c_c (MVA_r)$	$q^c_c (MVA_r)$	$q^c_c (MVA_r)$
Carga Nominal	149	25.00	37.50	25.00	
	152	50.00	50.00	25.00	
	157	-	-	100.00	
	158	-	-	75.00	
	F. Obj	US\$ 95.00	US\$ 87.50	US\$ 235.00	
	PNL's	5	5	9	
Carga Leve (80%)	157	-	-	50.00	
	F. Obj	-	-	US\$ 50.00	
	PNL's	1	1	9	
Carga Pesada (107,5%)	55	21.41	10.00	Problema Infactível	
	97	50.00	50.00		
	103	50.00	50.00		
	104	25.00	25.00		
	149	50.00	50.00		
	150	37.50	37.50		
	157	75.00	75.00		
	171	1.36	1.72		
	252	-	50.00		
	259	-	25.00		
	260	-	12.50		
	F. Obj	US\$ 503.12	US\$ 428.50		-
	PNL's	21	31		-

**Comentários:**

- Nos cenários de operação sem contingência a solução ótima foi encontrada depois de resolver 5 PNL's para carga nominal e para o cenário de carga pesada foi necessário resolver 21 PNL's. Para a carga leve a solução inicial após realizar o despacho de reativos é a solução ótima para este sistema.

- O tempo computacional foi de 25 segundos e 25 centésimos de segundo para carga nominal e 1 minuto, 9 segundos e 40 centésimos de segundos para a carga pesada.
- As tensões ficaram dentro dos limites preestabelecidos, para os dois níveis de carga e tipo de casos (base, #1, #2).
- Para a contingência #1, a solução ótima foi encontrada depois de resolver 5 PNL's para a carga nominal, 31 PNL's para carga pesada. Para a carga leve a solução inicial após efetuar o despacho de reativos já é ótima. O tempo computacional foi de 23 segundos e 56 centésimos de segundo para a carga nominal e 1 minuto, 43 segundos e 42 centésimos de segundos para a carga pesada.
- Para a contingência #2, a solução ótima foi encontrada depois de resolver 9 PNL's para a carga nominal. Para a carga leve a solução ótima discreta é obtida após resolver 9 PNL's e para a carga pesada o problema é infactível, devido a infactibilidade de potência reativa em função da definição do conjunto de barras candidatas, natureza das fontes e dos limites máximos de reativos, capacitivos e indutivos da tabela 6.14. O tempo computacional foi de 40 segundos e 69 centésimos de segundo para carga nominal e 56 segundos e 36 centésimos de segundos para a carga leve.

Tabela 6.16: Custos fixos e variáveis de alocação de bancos reativos para o sistema IEEE300 operando sob todos os cenários.

Barras	Custo Fixo Total (US\$)	Custos de Operação por cenário			Custo de Operação Total (US\$)
		Sem Contingência (US\$)	Contingências		
			# 1 (US\$)	# 2 (US\$)	
55	40.00	21.41	10.00	-	42.82
97	25.00	50.00	50.00	-	50.00
103	30.00	50.00	50.00	-	50.00
104	20.00	25.00	25.00	-	25.00
149	15.00	50.00	50.00	25.00	50.00
150	10.00	37.50	37.50	-	37.50
152	5.00	50.00	50.00	25.00	50.00
157	5.00	75.00	75.00	100.00	100.00
158	5.00	-	-	75.00	75.00
171	45.00	1.36	1.72	-	3.44
252	10.00	-	50.00	-	50.00
259	10.00	-	25.00	-	25.00
260	10.00	-	12.50	-	12.50
Total	230.00	383.04	448.44	225.00	671.26

## 6.5 Análise do Algoritmo B&B

Para verificar o desempenho do algoritmo Branch-and-Bound proposto a Figura 6.1 ilustrada a árvore de B&B para o sistema de 300 barras com contingência – tabela 6.15. Nesta árvore pode-se verificar que alguns nós foram sondados devido ao fator de segurança adotado para contornar problemas de ótimos locais no algoritmo B&B não linear e outros nós devido a infactibilidade do problema de planejamento de reativos.

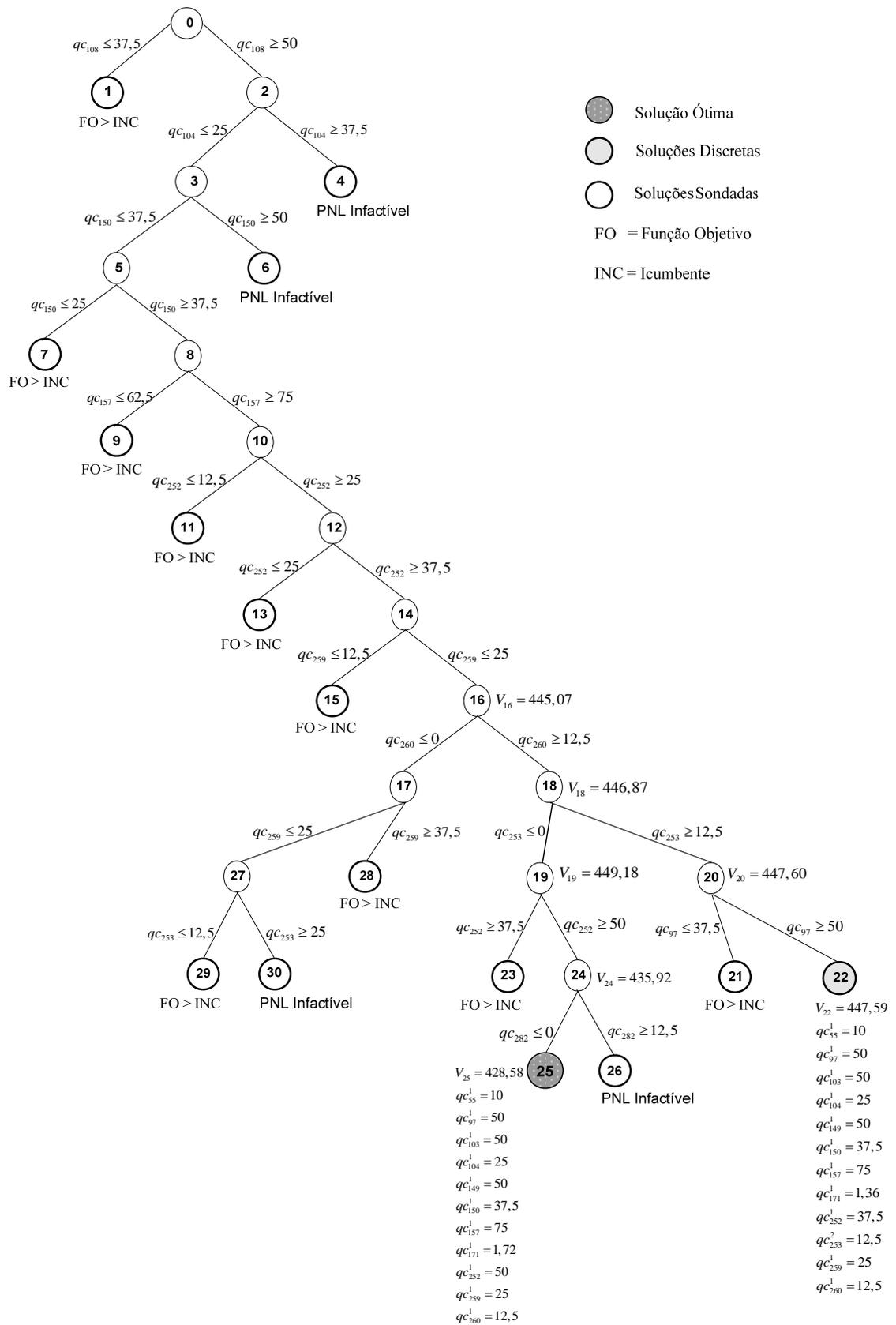


Figura 6.1: árvore de B&B para o sistema IEEE300 – Carga pesada (#1).

Como se ilustra na Figura 6.1, o algoritmo encontrou duas soluções discretas nos nós 22, 25. A solução encontrada pelo algoritmo é instalar onze compensadores, um de 10 MVar na barra 55, um de 37,5 MVar na barra 150, um de 75 MVar na barra 1157, um de 1,72 MVar na barra 171, um de 12,5 na barra 260, dois de 25 MVar nas barras 104 e 259 e três de 50 MVar nas barras 97, 103, 149 e 252.

Os nós 1, 7, 9, 11, 13, 15, 21, 23, 28 e 29 foram sondados devido ao fator de segurança. ( $\varepsilon$ ) e os nós 4, 6, 26 e 30 devido à infactibilidades de potência reativa.

Pode-se observar a não linearidade do problema através dos valores de  $V_{24}$  e  $V_{25}$  em que nos mostra uma redução no valor da função objetivo, quando se avança em profundidade na árvore de B&B.

## VII – Conclusões

---

Neste trabalho, o planejamento de reativos foi detalhadamente estudado, propondo-se um modelo matemático de programação não linear inteira mista e para a solução do problema através de um algoritmo de Branch and Bound não linear juntamente com o MPI-PD.

A definição do conjunto de barras candidatas determina a qualidade da solução obtida para o problema, conforme ficou evidente através dos testes com o sistema IEEE30, IEEE118 e o IEEE300 operando sob diferentes condições de cargas e contingências. Um conjunto mal elaborado conduz a problemas de planejamento infactíveis ou a soluções economicamente pouco atraentes. Desta forma, as definições do conjunto de barras candidatas devem ser feitas de maneira criteriosa e cuidadosa, através de simulações exploratórias para identificar as barras que apresentam problemas físicos com relação às necessidades de suporte de reativos. Para definir o conjunto de barras candidatas a alocação de novas fontes de potência reativa, buscando torná-lo o mais amplo possível, a análise conjunta de sensibilidades potência reativa e tensão e potência reativa perdas seria uma ferramenta de análise que poderia melhorar o desempenho da metodologia proposta neste trabalho.

O planejamento de reativos inicia-se quando houver necessidade de alocar novas fontes de potência reativa, que no algoritmo proposto consiste das seguintes etapas:

(a) Resolver o problema original relaxado utilizando o método de pontos interiores preditor-corretor, em que é definida a solução incumbente inicial; (b) Os subproblemas gerados em seguida, através da árvore de B&B informam onde alocar as novas fontes reativas necessárias, verificando se a proposta é viável, buscando sempre a solução de menor custo.

O aspecto relevante deste trabalho é que o algoritmo proposto resolve diretamente problemas não lineares inteiros, resolvendo em cada nó da árvore de B&B um problema de programação não linear que é o despacho ótimo de fontes reativas, em que as restrições de discretização do ajuste dos bancos de capacitores e indutores são relaxadas.

As soluções encontradas mostram a eficiência do algoritmo de B&B proposto, que apresenta uma convergência rápida depois de fazer a sondagem de todos os nós da árvore de B&B, garantindo que não existe uma solução melhor que a solução incumbente, mas devido a não linearidade do problema de planejamento, o valor de investimento ( $w$ ) na árvore de B&B não tem um comportamento sempre ascendente (como acontece na árvore de B&B quando é resolvido um PLIM). A presença desta não linearidade pode afetar o desempenho do algoritmo de B&B que é contornado pelo fator de segurança  $\varepsilon$ . Todavia, é importante ressaltar que para determinados valores de limites fixados para as variáveis, o sistema mostra-se com dificuldade (soluções infactíveis) na determinação da solução ótima discreta. Neste caso é necessário que se relaxe os limites ou se refaça o conjunto de barras candidatas.

Através dos testes realizados com os sistemas testes do IEEE verificam-se que o algoritmo B&B juntamente com o MPI-PC apresentam desempenho satisfatório para solução do problema de planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica.

Devido a natureza multimodal do problema os resultados obtidos para o planejamento de reativos são muito sensíveis à inicialização do algoritmo MPI-PC, definição do conjunto de barras candidatas e custos fixos e operacionais das fontes reativas que podem ser alocadas no sistema.

**Sugestões para trabalhos futuros:**

Algumas melhorias podem ser implementadas em trabalhos futuros e estão relacionadas com:

- Implementação do controle discreto de “taps” de transformadores.
- Desenvolvimento de uma metodologia inteligente baseada em análise de sensibilidade para a busca de soluções discretas no PNLIM e para a determinação do conjunto de barras candidatas a alocação de novas fontes de potência reativa se necessário, entre outras.
- Desenvolvimento dos problemas de PNL relaxados considerando-se o desacoplamento das partes ativa e reativa do problema de fluxo de potência ótimo.
- Estudar os principais aspectos envolvidos na obtenção do modelo matemático do problema de planejamento e despacho ótimo de reativos de sistemas elétricos multi áreas.
- Estudar a viabilidade, propor e implementar técnicas analíticas de otimização juntamente com técnicas de decomposição para resolver o problema de despacho e planejamento de reativos de sistemas elétricos multi áreas.
- Analisar a viabilidade de aplicar técnicas de decomposição em programação não linear para resolver o problema de reativos de sistemas multi áreas. Implementar a técnica de decomposição juntamente com a técnica de otimização em programação não linear.

## VIII – Referências

---

ABDUL-RAHMAN, K. H.; SHAHIDEHPOUR, S. M. Application of fuzzy sets to optimal reactive power planning with security constraints. **IEEE Transactions on Power System**, v.9, n.2, p. 589-597, 1994.

AGUADO, J. A.; QUINTANA, V. H.; CONEJO, A. J. Optimal power flows of interconnected power systems. **IEEE Power Eng. Soc. Summer Meeting**, v. 2, p. 814-819, 1999.

AGUADO, J. A.; QUINTANA, V. H. Inter-utilities power-exchange coordination: A market-oriented approach. **IEEE Transactions on Power System**, New York, v. 16, p.513-519, 2001.

AMORIM, E. A. **Fluxo de potência ótimo em sistemas multimercados através de um algoritmo evolutivo multiobjetivo**. 2006. 159 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Ilha Solteira, 2006.

AOKI, K.; FRAN, M.; NISHIKORI, A. Optimal VAR planning by approximation method for recursive mixed-integer linear programming. **IEEE Transactions on Power System**, New York, v.3, n. 4, p. 1741-1747, 1988.

BARBOZA, L. V. **Análise do máximo carregamento de sistemas de potência via métodos de pontos interiores.** 1997. 152f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 1997.

BARBOZA, L. V.; SALGADO, R.; ALMEIDA, K. C. Estudo do máximo carregamento de sistemas de potência via algoritmos de pontos interiores. In: BRAZILIAN AUTOMATIC CONTROL CONFERENCE, 12, 1998, Uberlândia. **Anais...** Uberlândia: [s.n.], 1998. v. 6, p.2005-2010.

BAZARAA, M. S.; SHERALI, H. D. and SHETTY, C. M.. **Nonlinear programming - theory and algorithms.** 2.ed. New York: John Wiley & Sons, 1993. 656p.

CARPENTIER, J. L. Contribution a l'étude du dispatching économique. **Bull-Soc. Fr Elec., Ser. B3**, [s.l.], p.431-447, 1962.

CARPENTIER, T. J.; LUSTIG, I. J.; MULVEY, J. M., SHANNO, D. F. Higher-order predictor-corrector interior point methods with applications to quadratic objectives. **SIAM Journal on Optimization**, v 3, p. 696-725, 1993.

DOMMEL, H. W.; TINNEY, W. F. Optimal power flow solutions. **IEEE Transactions on PAS**, v. PAS-87, n.10, p. 1866-1876, 1968.

FIACCO, A. C., McCORMICK, G. P. **Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques.** New York: John Wiley & Sons, 1986. p.187.

GOMES, T.; PÉREZ-ARRIAGA, I. J.; LUMBRERAS, J; PARRA, V. M. A security-constrained decomposition approach to optimal reactive power planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 6, n. 3, p. 1069-1076, 1991.

GRANVILLE<sup>1</sup>, S., PEREIRA, M. V. F., MONTICELLI, A. J. An integrated methodology for VAR sources planning. *IEEE Trans. on Power Systems*, Palo Alto. v.3, n.2, p.2473-2476, 1988.

GRANVILLE<sup>2</sup>, S.; PEREIRA, M. V. F.; MONTICELLI, A. J. An integrated methodology for VAR sources planning. **IEEE Transactions on PAS**, New York, v.3, n.2, p. 549-557, 1988.

GRANVILLE, S. Optimal reactive dispatch through interior points methods. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.9, n.1, p. 136-146, 1994.

GRANVILLE, S.; LIMA, M. C. A. Application of decomposition techniques to VAR planning: methodological & computational aspects, **IEEE PES Winter Meeting**, New York, v.3, n.4, p.234-242, 1994.

HISIO, Y.; CHIANG, H.; LIU, C.; CHEN, Y. A computer package for optimal multi-objective VAR planning in large scale power systems. **IEEE Transactions on Power System**, New York, v.9, n.2, p. 668-676, 1994.

HONG, Y.; SUN, D. I.; LIN, S. Y. Multi-year multi-case optimal VAR planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.5, n.4, p. 1294-1301, 1990.

HONG, Y.; LIU, C. A Heuristic and algorithmic approach to VAR planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.7, n.2, p. 505-512, 1992.

IBA, K. Practical Reactive power allocation/operation using successive linear programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.3, n.2, p. 558-566, 1988.

IBA, K. Reactive power by genetic algorithm. **IEEE Trans. Power. Systems**, New York, v.9, n.2, p. 685-692, 1994.

POWER engineering society tutorialcourse, Optimal power flow solution techniques, Requirements and Challenges, PES 96 TP 111-0, p. 36-51, 1996.

LEBOW, W. M.; ROUHANI, R.; NADIRA, R.; USORO, P. B.; MEHRA, R. K.; SOBIESKI, D. W.; PAL, M. K.; BHAVARAJU, M. P. Optimization of reactive volt-ampere (VAr) sources in system planning, v.1: Solution Techniques, Computing Methods and Results, EL-3279, v.1, Final Report., 1984.

LEBOW, W. M.; ROUHANI, R.; NADIRA, R.; USORO, P. B.; MEHRA, R. K.; SOBIESKI, D. W.; PAL, M. K.; BHAVARAJU, M. P. A hierarchical approach to reactive volt-ampère (VAr) optimization in system planning. **IEEE Transactions on PAS**, New York, v.104, n.8, p. 2051-2057, 1985.

MANTOVANI<sup>1</sup>, J. R. S.; SCUCUGLIA, J. W.; ROMERO, R.; GARCIA, A. V. Planejamento de fontes reativas em sistemas de energia elétrica utilizando a técnica de decomposição de benders e o algoritmo de branch-and-bound. **SBA Controle & Automação**, São Paulo, v.12, n.2, p.131-140, 2001.

MANTOVANI<sup>2</sup>, J. R. S.; MODESTO, S. A. G.; GARCIA, A. V. VAr planning using genetic algorithm and linear programming. **IEE Proc.-Gener. Transm. Distrib.**, New York, v.148, n.3, p.257-262, 2001.

MANTOVANI, J. R. S E GARCIA, A. V. A Heuristic method for reactive power planning, **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.11 n.1, p.68-74, 1996.

MONTICELLI, A. J.. **Fluxo de carga em redes de energia elétrica**. São Paulo: Edgard Blücher, 1983. 344p.

OBADINA, O. O.; BERG, G. J. VAr planning for power system security. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.4, n.2, p. 677-686, 1989.

QUINTANA, V. H. A log-barrier primal-dual algorithm for optimal reactive-power dispatch, electro'95: In. CONGRESSO CHILENO DE INGENIERIA ELECTRICA,11, 1995, Punta Arena: **Anais...**Punta Arena, 1995. p.205-213.

QUINTANA, V. H.; TORRES, G. L. and MEDINA-PALOMO, J. Interior-point methods and their applications to power system: a classification of publications and software codes. **IEEE Trans. Power. Systems**, New York, v.15, n.1, p.170-176, 2000.

RIDER, M. J. **Planejamento da expansão de sistemas de transmissão usando os modelos CC-CA e técnicas de programação não linear. 2006.** 243 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2006.

SALAS, C. S. S. **Alocação ótima de bancos de capacitores em sistemas de distribuição aadial. 2006.** 137 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

STOTT, B.; ALSAC, O. Experience with successive linear programming for optimal rescheduling of active and reactive power. In: SYMPOSIUM ON CONTROL APPLICATIONS TO POWER SYSTEM SECURITY, 1983, Florença. **Anais...** Florença, CIGRE/IFAC, 1983.

SUN, D. I.; ASHLEY, B.; BREWER, B.; HUGHES, A.; TINNEY, W. F. Optimal power flow by newton approach, **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.103, n.10, p.2854-2880, 1984.

TAHA, H. A. **Integer programming: theory applications and computations**, department of industrial engineering. Arkansas: University of Arkansas Fayetteville, 1975. p.392.

TORRES, G.; QUINTANA V. H. An interior-point methods for non-linear optimal power flow using voltage rectangular coordinates, **IEEE Trans. Power. Systems**, New York, PWRS-13, n.4, p. 1211-1218, 1998

UNIVERSIDADE DE WASHINGTON. Power systems test case archive. [s.l., s.n.], Disponível em < [www.ee.washington.edu/research/pstca](http://www.ee.washington.edu/research/pstca)>, Acesso em: 19 out. 2008.

WEI, H.; SASAKI, H.; KUBOKAWA, J.; YOKOYAMA, R. An Interior point nonlinear programming for optimal power flow problems with a novel data structure. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v.13, n.3, p.870-877, 1998.

WU, Y. C.; DEBS, A. S.; MARSTEN, R. E. A direct nonlinear predictor-corrector primal-dual interior point algorithm for optimal power flows. **IEEE Transactions on Power System**, New York, v.9, n.2, p. 876-883, 1994.

ZOLLENKOPF, K. Basic computational algorithm and programming techniques. **Large sparse set of linear equations**. New York: Academic Press, 1971. 352p.

# Apêndice A

## Desenvolvimento do Método Preditor Corretor de Pontos Interiores

---

Neste apêndice apresenta-se o desenvolvimento básico do método preditor corretor para solução dos sistemas de equações não lineares referente a solução de um problema de programação não linear através do método de pontos interiores primal dual.

Seja o sistema de equações lineares indefinido (4.42), do capítulo 4:

$$A \cdot [\Delta z] = [\nabla Lz] \quad (A1)$$

O primeiro procedimento no método preditor corretor é tornar os elementos da matriz hessiana independentes do termo de barreira  $\mu_k$ . Para definir as condições necessárias para o método preditor corretor é adotada, sem perda de generalidade, a primeira linha do sistema de equações (A1) referente à variável de folga ( $Vy_1$ ) das variáveis relacionadas com as injeções de potência reativa ( $y_1$ ):

$$\frac{\mu y_1}{Vy_1^2} \cdot \Delta y_1_j = \gamma - \frac{\mu y_1}{Vy_1_j} - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_1_j$$

Fazendo

$$\gamma - \frac{\mu y_1}{V y_{1j}} - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j} = 0 \quad (\text{A1})$$

Multiplicando (A1) por  $V y_{1j}$ , temos:

$$\begin{aligned} V y_{1j} \cdot \gamma - \frac{\mu y_1}{V y_{1j}} \cdot V y_{1j} - \pi Q \hat{I}_D \cdot V y_{1j} - \pi Q G 2_i \cdot V y_{1j} - \pi y_{1j} \cdot V y_{1j} &= 0 \\ V y_{1j} \cdot \gamma - \mu y_1 - \pi Q \hat{I}_D \cdot V y_{1j} - \pi Q G 2_i \cdot V y_{1j} - \pi y_{1j} \cdot V y_{1j} &= 0 \\ V y_{1j} \cdot [\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j}] &= \mu y_1 \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

Multiplicando (A2) por  $V y_{1j}^{-2}$ :

$$\begin{aligned} V y_{1j}^{-2} \cdot V y_{1j} \cdot [\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j}] &= \mu y_1 \cdot V y_{1j}^{-2} \\ V y_{1j}^{-1} \cdot [\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j}] &= \mu y_1 \cdot V y_{1j}^{-2} \end{aligned}$$

A equação de complementaridade é da forma:

$$V y_{1j} \cdot [\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j}] - \mu y_1 = 0$$

Fazendo  $\gamma - \pi Q \hat{I}_D - \pi Q G 2_i - \pi y_{1j} = z$ :

$$f(V y_{1j}, z) = V y_{1j} \cdot z - \mu y_1 = 0$$

Temos que uma função (série de Taylor) é:

$$f(x + \Delta x) = f(x) + J_f \cdot \Delta x + \frac{1}{2} \Delta x \cdot H_f \cdot \Delta x$$

Sendo,

$$J_f = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial V y_{1j}} \\ \frac{\partial f}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z \\ V y_{1j} \end{bmatrix} \quad H_f = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Fazendo a expansão de Taylor, temos:

$$\begin{aligned}
 f(Vy1_j, z + \Delta Vy1_j) &= Vy1_j z - \mu y1 + [z \quad Vy1_j] \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy1_j \\ \Delta z \end{bmatrix} + \frac{1}{2} [\Delta Vy1_j \quad \Delta z] \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy1_j \\ \Delta z \end{bmatrix} \\
 0 &= Vy1_j z - \mu y1 + z \Delta Vy1_j + Vy1_j \Delta z + \frac{1}{2} [\Delta z \quad \Delta Vy1_j] \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy1_j \\ \Delta z \end{bmatrix} \\
 0 &= Vy1_j z - \mu y1 + z \Delta Vy1_j + Vy1_j \Delta z + \frac{1}{2} [\Delta z \Delta Vy1_j \quad \Delta Vy1_j \Delta z] \\
 0 &= Vy1_j z - \mu y1 + z \Delta Vy1_j + Vy1_j \Delta z + \frac{1}{2} [2 \cdot \Delta z \Delta Vy1_j] \\
 0 &= Vy1_j z - \mu y1 + z \Delta Vy1_j + Vy1_j \Delta z + \Delta z \Delta Vy1_j
 \end{aligned}$$

Multiplicando por  $Vy1_j^{-1}$ , tem-se:

$$\begin{aligned}
 0 &= (Vy1_j^{-1}) Vy1_j z - (Vy1_j^{-1}) \mu y1 + (Vy1_j^{-1}) z \Delta Vy1_j + (Vy1_j^{-1}) Vy1_j \Delta z + (Vy1_j^{-1}) \Delta z \Delta Vy1_j \\
 0 &= z - (Vy1_j^{-1}) \mu y1 + (Vy1_j^{-1}) z \Delta Vy1_j + \Delta z + (Vy1_j^{-1}) \Delta z \Delta Vy1_j \\
 - (Vy1_j^{-1}) z \Delta Vy1_j - \Delta z &= Vy1_j^{-1} (-\mu y1 + \Delta z \Delta Vy1_j) + z \\
 [-Vy1_j^{-1} z \quad -I] \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy1_j \\ \Delta z \end{bmatrix} &= Vy1_j^{-1} (-\mu y1 + \Delta z \Delta Vy1_j) + z
 \end{aligned}$$

Como não se sabe inicialmente quanto vale  $\Delta z \Delta Vy1_j$  da parte direita da equação anterior, assim como também o valor de  $\mu$ , então, no passo preditor, assume-se que eles valem zero.

### **Passo Preditor**

Fazendo  $\mu = 0$  e  $\Delta z \Delta Vy1_j = 0$ , temos:

$$[-Vy1_j^{-1} z \quad -I] \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy1_j^{af} \\ \Delta z^{af} \end{bmatrix} = z$$

Com o resultado do passo preditor, podemos calcular os termos de 2ª ordem e o valor de  $\mu^{af}$ , e temos uma aproximação de  $\Delta z \Delta Vy1_j$ . Após obter estes dados, recalcula-se o vetor do lado direito do sistema (4.48) para os incrementos de todas as variáveis.

**Passo Corretor**

$$\begin{bmatrix} -Vy_j^{-1}z & -I \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta Vy_j \\ \Delta z \end{bmatrix} = Vy_j^{-1}(-\mu^{af} y_1 + \Delta z^{af} \Delta Vy_j^{af}) + z$$

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)