



**UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ**  
**CAMPUS DE CURITIBA**  
**DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**  
**E DE MATERIAIS - PPGEM**

**RODRIGO AUGUSTO HUDENSKI**

**PROJETO ÓTIMO DE UM NEUTRALIZADOR**  
**DINÂMICO HÍBRIDO ELETRO-VISCOELÁSTICO**  
**PARA CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM**  
**ESTRUTURA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE**  
**LIBERDADE**

**CURITIBA**

**NOVEMBRO - 2008**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**RODRIGO AUGUSTO HUDENSKI**

**PROJETO ÓTIMO DE UM NEUTRALIZADOR  
DINÂMICO HÍBRIDO ELETRO-VISCOELÁSTICO  
PARA CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM  
ESTRUTURA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE  
LIBERDADE**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Mecânica dos Sólidos e Vibrações, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

**Orientador:** Prof. Carlos Alberto Bavastri,  
Dr.Eng.

**CURITIBA**

**NOVEMBRO - 2008**

## TERMO DE APROVAÇÃO

RODRIGO AUGUSTO HUDENSKI

# PROJETO ÓTIMO DE UM NEUTRALIZADOR DINÂMICO HÍBRIDO ELETRO-VISCOELÁSTICO PARA CONTROLE PASSIVO DE VIBRAÇÕES EM ESTRUTURA COM MÚLTIPLOS GRAUS DE LIBERDADE

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, área de concentração em Mecânica dos Sólidos e Vibrações, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

---

Prof. Giuseppe Pintaúde, Dr. Eng.  
Coordenador de Curso

### Banca Examinadora

---

Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr. Eng.  
(UTFPR)

---

Prof. Marco Antônio Luersen, Dr. Eng.  
(UTFPR)

---

Prof. Jucélio Tomás Pereira, Dr. Eng.  
(UTFPR)

---

Prof. Alcy Rodolfo dos Santos  
Carrara, Dr. Eng. (UFPR)

Curitiba, 28 de novembro de 2008

Dedico este trabalho à toda minha família.

Pelo incentivo, carinho e amor.

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, por sua misericórdia nos momentos difíceis, suas bênçãos e pela oportunidade concedida.

Aos meus pais, Clodomiro Hudenski e Judith de Souza Hudenski, por todo apoio, carinho e amor. Vocês são um pedaço de mim, e eu um reflexo de tudo que me ensinaram e compartilhamos ao longo da vida.

Para minha esposa Ana Paula, que sempre me encorajou a vencer este e qualquer outro desafio. Agradeço também por seu carinho e compreensão.

Ao meu amigo e orientador Prof. Carlos Alberto Bavastrí, Dr. Eng. coordenador do laboratório de vibrações – LAVIB, que exerce com muito empenho e dedicação a nobre arte do ensino. Por sua amizade e valiosas contribuições para realização deste trabalho.

A todos os meus amigos do LACTEC, e em especial a Borys Wictor Dagostim Horbatiuk, MSc. e ao Prof. Carlo Giuseppe Filippin, MSc. pela confiança em mim depositada.

Ao meu amigo e colega de mestrado Rodrigo Feder Paraná, pelas diversas discussões técnicas e filosóficas que aconteceram no LAVIB ao longo de todo este período, as quais foram imprescindíveis para a conclusão desta dissertação.

Aos meus amigos Elinton Rodrigues e Glaucio Mann, pelo auxílio com o modelo em CAD do neutralizador.

A todos meus colegas do Laboratório de Vibrações – LAVIB.

“A Sabedoria é árvore que dá vida a quem  
a abraça; quem a ela se apegar será  
abençoador.”

PROVÉRBIOS 3:18

HUDENSKI, Rodrigo Augusto, **Projeto Ótimo de um Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico para Controle Passivo de Vibrações em Estrutura com Múltiplos Graus de Liberdade**, 2008, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 108p.

## RESUMO

O presente trabalho inicia-se com uma revisão teórica das características dos materiais viscoelásticos. São analisados alguns modelos de neutralizadores dinâmicos usados no controle de vibrações, descrevendo as suas vantagens e desvantagens. Constata-se que o modelo mais utilizado atualmente tem sua performance prejudicada quando submetido a uma variação de temperatura. Para corrigir este efeito indesejado, é desenvolvido um modelo que pode ser resintonizado através de ajustes em parâmetros elétricos. Este modelo é chamado de Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro Viscoelástico – NDHEV. É, então, proposta uma metodologia para o projeto ótimo de um NDHEV. O seu comportamento dinâmico é equacionado pela via modal, através dos seus parâmetros equivalentes generalizados. O sistema composto (sistema primário e NDHEV) é modelado numericamente através de um software desenvolvido na plataforma Labview. O programa recebe os parâmetros modais do sistema primário através dos arquivos gerados pelo Ansys. Após a otimização, plota a função resposta em frequência para distintas configurações, tais como: Sistema primário isolado, sistema composto com o neutralizador dinâmico viscoelástico e sistema composto com o NDHEV, todos submetidos a uma mesma variação de temperatura determinada pelo usuário do programa. Assim, é confrontada a função resposta em frequência de cada configuração e comprovado numericamente que modelo do NDHEV apresenta o melhor desempenho.

**Palavras-chave:** Neutralizadores Dinâmicos, Materiais Viscoelásticos, Parâmetros Equivalentes Generalizados



HUDENSKI, Rodrigo Augusto, **Optimal Desing of Hybrid Electromechanical-Viscoelastic Dynamic Vibration Neutralizer for the Control of Vibration in Structure with Multiple Degrees of Freedom**, 2008, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 108p.

## ABSTRACT

This work begins with a theoretical review of viscoelastic materials characteristics. Some dynamic neutralizers models used in vibration control, are analyzed its advantages and disadvantages. It's appears that the model most commonly used currently has reduced its performance when subjected to a variation temperature. To correct this unwanted effect, it's developed one model that can be retuned through adjustments in electrical parameters. This model is called Hybrid Electro Viscoelastic Dynamic Neutralizer - HEVDN. Then it's proposed a methodology for the optimum design of a HEVDV. It's dynamic behavior is solved by the modal way, through its equivalent generalizes parameters. The composed system (primary system and the HEVDN) is modeled numerically by a software developed in LabVIEW platform. The program receives the modal parameters of the primary system through the files generated by ANSYS. After optimization, plots the function frequency response for different settings, such as: isolated primary system, composed system with the viscoelastic dynamic neutralizer, composed system with the HEVDN, all subject to the same variation temperature determined by the program user. Thus, it's compared to the function frequency response in each configuration and it's verified that the HEVDN have the best performance.

**Keywords:** Dynamic Neutralizer, Viscoelastic Materials, Equivalent Generalized Parameters

## SUMÁRIO

RESUMO.....	vi
ABSTRACT .....	vii
LISTA DE FIGURAS.....	ix
LISTA DE TABELAS .....	x
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS.....	xi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1 Relevância do Problema.....	5
1.2 Objetivo .....	5
1.3 Organização da Dissertação.....	6
2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS.....	8
2.1 Propriedades Dinâmicas dos Materiais Viscoelásticos .....	8
2.2 Modelo com Derivada de Ordem Fracionária .....	12
2.3 Influência da Temperatura e Frequência Sobre o Material Viscoelástico .....	16
3 NEUTRALIZADORES DINÂMICOS: CONCEITOS E MODELOS .....	22
3.1 Modelo Viscoelástico .....	22
3.1.1 Parâmetros equivalentes generalizados para o modelo viscoelástico .....	24
3.2 Modelo Eletromecânico.....	29
3.3 Modelo do Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico .....	37
3.4 Parâmetros Equivalentes Generalizados.....	46
3.5 Sistema Linear com Múltiplos Graus de Liberdade.....	46
3.5.1 Modelo viscoso .....	46
3.5.2 Modelo viscoso proporcional .....	47
3.5.3 Resposta em frequência – coordenadas principais.....	50
3.5.4 Neutralizadores dinâmicos fixados a sistemas primários complexos.....	53
3.5.5 Truncamento.....	54
4 ANÁLISE NUMÉRICA DO MODELO DO NDHEV .....	57
4.1 Técnica de Otimização .....	57
4.2 Modelamento da Estrutura Primária de Múltiplos Graus de Liberdade.....	58
4.3 Resultados Obtidos nas Simulações .....	64
4.3.1 Simulação na temperatura de projeto.....	64
4.3.2 Simulação da temperatura de dessintonização.....	70
5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	80
5.1 Conclusões.....	80
5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros .....	81
PRODUÇÃO CIENTÍFICA NO PERÍODO (Jun. 2006 – Nov. 2008).....	82

REFERÊNCIAS.....	83
APÊNDICE A – MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DO NDHEV .....	88
ANEXO A – ARTIGO APRESENTADO NO COBEM 2007 .....	97

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Deformação descrita pelo módulo de cisalhamento.....	8
Figura 2.2 – Deformação descrita pelo módulo volumétrico.....	8
Figura 2.3 – Deformação descrita pelo módulo aparente de elasticidade.....	9
Figura 2.4 – Propriedade de relaxação e fluência do material viscoelástico. ....	9
Figura 2.5 – Comportamento de material viscoelástico sob temperatura constante.	16
Figura 2.6 – Comportamento de material viscoelástico sob variação de temperatura. .....	17
Figura 2.7 – Monograma do Neoprene.....	20
Figura 3.1 – Modelo viscoelástico (a) Sistema composto (b) Diagrama do corpo livre .....	23
Figura 3.2 – Neutralizador dinâmico viscoelástico .....	25
Figura 3.3 – Modelos equivalentes (a) Modelo do neutralizador viscoelástico tradicional (b) Modelo usando parâmetros equivalentes generalizados.....	28
Figura 3.4 – Modelo de um neutralizador simples eletromecânico.....	29
Figura 3.5 – Parâmetros equivalentes – neutralizador eletromecânico.....	35
Figura 3.6 – Modelo conceitual do NDHEV .....	39
Figura 3.7 – Sistema eletromecânico ressonante .....	39
Figura 3.8 – Diagrama do corpo livre da base do NDHEV .....	41
Figura 3.9 – Diagrama do corpo livre da massa de sintonização do NDHEV.....	42
Figura 3.10 – Equivalência dinâmica (a) NDHEV acoplado ao SP (b) Modelo Equivalente .....	45
Figura 4.1 – Elemento de casca (ANSYS, 2001) .....	60
Figura 4.2 – Elemento Beam3 (ANSYS, 2001) .....	61
Figura 4.3 – Modelo para análise de elementos finitos. ....	62

Figura 4.4 – Malha de elementos finitos para a laje do segundo andar. ....	63
Figura 4.5 – Painel frontal do programa de otimização do NDHEV.....	65
Figura 4.6 – Gráfico comparativo entre NDHEV e NDV na temperatura de projeto ..	67
Figura 4.7 – Tela da simulação numérica de otimização para o nó 228 .....	69
Figura 4.8 – Ampliação do gráfico da FRF para o nó 228.....	69
Figura 4.9 – Gráfico comparativo entre os resultados do NDHEV e NDV na temperatura de dessintonização .....	72
Figura 4.10 – Painel frontal da simulação com NDHEV instalado sobre o nó 189....	74
Figura 4.11 – Função resposta em frequência para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 189 .....	75
Figura 4.12 – FRF para o neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 149 .....	76
Figura 4.13 – FRF para o neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 188 .....	77
Figura 4.14 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 185 .....	77
Figura 4.15 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 302 .....	78
Figura 4.16 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 300 .....	79
Figura A. 1 – Painel frontal do programa de otimização do NDHEV.....	89
Figura A. 2 – SubVi matriz $\phi$ .....	90
Figura A. 3 – Campo que define o número de arquivos do Ansys.....	90
Figura A. 4 – Fator $\mu$ .....	90
Figura A. 5 – Campo massa do sistema primário.....	91
Figura A. 6 – Frequência de interesse máxima.....	91
Figura A. 7 – Resolução em frequência.....	91
Figura A. 8 – Fator de amortecimento.....	92
Figura A. 9 – Número do nó da estrutura.....	92
Figura A. 10 – Tipo de borracha.....	93

Figura A. 11 – Temperatura de projeto.....	93
Figura A. 12 – Parâmetros elétricos.....	93
Figura A. 13 – Intensidade do campo magnético.....	94
Figura A. 14 – Cursor de ajuste da temperatura final.....	94
Figura A. 15 – Cursor de ajustes dos parâmetros elétricos.....	95
Figura A. 16 – Vetor dos parâmetros elétricos ótimos.....	96

## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 4.1 – Dados das simulações na temperatura de projeto .....	66
Tabela 4.2 – Dados da amostra 228 .....	67
Tabela 4.3 – Dados das simulações na temperatura de dessintonização.....	70
Tabela 4.4 – Dados da amostra 189 .....	73

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

EMA	- Atuador Eletromagnético
ER	- Fluido Eletro Reológico
<i>F.e.m.</i>	- Força Eletro Motriz
FRF	- Função Resposta em Frequência
LAVIB	- Laboratório de Vibrações
MGL	- Múltiplos Graus de Liberdade
NDHEV	- Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico
NDV	- Neutralizador Dinâmico Viscoelástico
PEG	- Parâmetros Equivalentes Generalizados
PID	- Proporcional Integral Derivativo
RLC	- Resistivo Indutivo e Capacitivo
SP	- Sistema Primário



## LISTA DE SÍMBOLOS

$\Omega$	- Freqüência Angular
$\xi$	- Relação de amortecimento
$M_a$	- Massa do sistema auxiliar
$G(\Omega)$	- Módulo dinâmico de cisalhamento
$B_v$	- Módulo volumétrico
$\sigma$	- Tensão
$\varepsilon$	- Deformação
$E_a$	- Módulo aparente de elasticidade
$S$	- Fator de forma ou fator geométrico
$\lambda$	- Constante experimental numérica
$a_i, b_i$	- Coeficientes a determinar do material viscoelástico
$i$	- Número imaginário
$\tilde{\sigma}$	- Tensão variável no tempo
$\tilde{\varepsilon}$	- Deformação variável no tempo
$G_r(\Omega)$	- Parte real do módulo de cisalhamento
$G_i(\Omega)$	- Parte imaginária do módulo de cisalhamento
$\eta_G(\Omega)$	- Fator de perda
$\overline{G}_C(\Omega, \theta)$	- Módulo de cisalhamento complexo
$\overline{B}(\Omega, \theta)$	- Módulo volumétrico complexo
$\overline{E}(\Omega, \theta)$	- Módulo de Young complexo
$\eta_B(\Omega, \theta)$	- Fator de perda para o módulo volumétrico
$\eta_E(\Omega, \theta)$	- Fator de perda para o módulo de Young
$\overline{K}(\Omega)$	- Rigidez do material viscoelástico
$L$	- Dimensão de comprimento
$h$	- Dimensão de altura
$A$	- Área
$D^{km}$	- Operador de derivada fracional
$\Gamma(1 - \alpha_n)$	- Função gama de Euler
$\sigma(\Omega)$	- Transformada de Fourier da tensão
$\varepsilon(\Omega)$	- Transformada de Fourier da deformação

$G_0$	- Módulo instantâneo ou relaxado
$G_\infty$	- Módulo de longo tempo ou não relaxado
$b$	- Constante de relaxação
$\alpha$	- Constante adimensional
$\Omega_t$	- Freqüência de transição
$\Omega_{red}$	- Freqüência reduzida
$\alpha_T$	- Fator de deslocamento
$T_0$	- Temperatura de referência em escala absoluta
$\rho$	- Densidade
$\rho_0$	- Densidade na temperatura de referência
$\theta_i$	- Parâmetro a determinar para cada material
$T_T$	- Temperatura de trabalho
$Q(\Omega)$	- Coordenada generalizada no domínio da freqüência
$X(\Omega)$	- Deslocamento no domínio da freqüência
$F(\Omega)$	- Força de excitação no domínio da freqüência
$L_a$	- Fator geométrico do sistema auxiliar
$\overline{G}_a$	- Módulo de cisalhamento complexo do sistema auxiliar
$m_a$	- Massa do sistema auxiliar
$K_a(\Omega)$	- Rigidez dinâmica do neutralizador vista da base
$\Omega_a$	- Freqüência de anti-ressonância
$r(\Omega)$	- Razão entre freqüências
$\varepsilon_a$	- Razão entre $\Omega$ e $\Omega_a$
$Z_a(\Omega)$	- Impedância dinâmica do neutralizador
$M_a(\Omega)$	- Massa dinâmica do neutralizador
$c_{eq}(\Omega)$	- Amortecimento equivalente generalizado
$m_{eq}(\Omega)$	- Massa equivalente generalizada
$q(t)$	- Deslocamento da coordenada generalizada
$\dot{q}(t)$	- Velocidade da coordenada generalizada
$\ddot{q}(t)$	- Aceleração da coordenada generalizada
$M$	- Matriz de massa
$C$	- Matriz de amortecimento
$K$	- Matriz de rigidez

$f(t)$	- Força generalizada
$s$	- Variável da transformada de Laplace
$\phi$	- Autovetor do sistema
$\Phi$	- Matriz modal
$\Psi$	- Autovetor ortonormalizado
$s_j$	- j-ésimo autovalor do sistema
$\Omega_j^2$	- Quadrado da j-ésima freqüência natural não amortecida
$m_r$	- Massa modal do r-ésimo modo
$k_r$	- Rigidez modal do r-ésimo modo
$c_r$	- Amortecimento modal do r-ésimo modo
$c_{cr}$	- Amortecimento crítico
$\delta_r$	- Decaimento logarítmico
$P(\Omega)$	- Coordenadas principais
$D_0$	- Matriz resposta em freqüência do espaço modal
$\alpha(\Omega)$	- Matriz resposta em freqüência no espaço de configurações
$\alpha_{ks}$	- Receptância com excitação em s e resposta em k
$\hat{\Phi}$	- Matriz modal truncada
$\hat{n}$	- Número de autovetores na faixa de freqüência de interesse
$n$	- Número de graus de liberdade
$H(\Omega)$	- Função resposta em freqüência
$x(t)$	- Deslocamento
$\dot{x}(t)$	- Velocidade
$\ddot{x}(t)$	- Aceleração
$\tilde{M}$	- Matriz de massa do sistema composto
$\tilde{C}$	- Matriz de amortecimento do sistema composto
$T$	- Constante que relaciona corrente da bobina com força magnética
$n_e$	- Número de espiras
$B$	- Campo magnético
$r$	- Raio da espira
$m_{fic}$	- Massa fictícia
$\phi_m$	- Fluxo Magnético
$q_e(t)$	- Carga elétrica

$\Theta$	- Produto entre comprimento total da bobina e campo magnético
$L$	- Indutância
$R$	- Resistência
$C$	- Capacitância
$\Omega_e^2$	- Frequência natural do circuito elétrico
$\Omega_T^2$	- Frequência natural da massa fictícia
$\xi_e$	- Coeficiente de resistência
$i(t)$	- Corrente elétrica

# 1 INTRODUÇÃO

A vibração é um fenômeno natural, que pode ser observado em diversos contextos. O fenômeno vibracional ocorre devido a uma interação entre a energia cinética e a energia potencial do sistema mecânico. O conhecimento de metodologias para o controle de vibrações é fundamental para o projeto de qualquer máquina e/ou estrutura. Isto evita que a mesma possa entrar em colapso devido à uma excitação que coincida com uma de suas frequências naturais.

As vibrações ocupam um amplo espaço dentro de um ambiente industrial. Por exemplo, são comuns processos que envolvem impacto, prensas, martelos, bate-estacas, turbulência em sistemas fluídos, vibrações em motores, ventiladores, compressores, grupos geradores de energia, bombas, etc. Estas vibrações não são somente incomodas por si só, mas podem provocar problemas.

Alguns acontecimentos indesejáveis podem ser detectados quando elevados níveis de vibrações estão presentes sobre uma estrutura, tais como:

- Desconforto humano ou dor;
- Falha da estrutura;
- Falha de peças vitais, tais como: rolamentos, engrenagens, etc.
- Elevados níveis de ruído em equipamentos, tais como: eletrodomésticos, motores elétricos, compressores de ar, grupos geradores, etc.

Com o objetivo de reduzir a amplitude de vibração, podem-se utilizar algumas das seguintes técnicas:

- Atuar sobre a força de excitação, eliminando-a, reduzindo a sua amplitude e/ou alterando a sua frequência.
- Atuar sobre a estrutura: variando a massa e/ou rigidez ou introduzindo amortecimento, adicionando um sistema mecânico auxiliar sobre o sistema primário.

Este trabalho utiliza a segunda técnica citada, a qual pode ser dividida em três classes: controle passivo, controle ativo e controle híbrido.

O controle passivo de vibrações envolve entre outras técnicas a utilização de dispositivos que aplicam força de reação e/ou dissipam energia vibratória do sistema de interesse. Esses elementos são conhecidos como neutralizadores dinâmicos de vibrações ou absorvedores dinâmicos de vibrações e não necessitam de potência externa para sua operação (BAVASTRI, 1997).

Entende-se por controladores ativos aqueles sistemas que podem determinar o estado presente da estrutura vibrante e escolher uma ação de controle que conduz para um estado desejado, baseado em uma lei de controle previamente determinada (CONNOR, 2000). Estes sistemas necessitam de potência externa para o seu funcionamento. Quando uma estratégia de controle ativo variável é empregada, de forma a garantir um desempenho ótimo, tem-se um controlador ativo (SOONG, 1999).

O controle híbrido de vibrações utiliza os elementos passivos em conjunto com uma estrutura de controle ativo, tendo como principal objetivo a redução da quantidade de potência necessária para se controlar o sistema de interesse (FRANCHEK, 1995).

A primeira análise de neutralizador dinâmico (sistema torcional), constituído de um sistema massa-mola simples, foi realizado por WATTS em 1883. Sua finalidade era reduzir o balanço de navios, procurando uma maior estabilização das plataformas dos canhões para, assim, melhorar a precisão do tiro. Em 1909, Frahm, considerado o inventor do neutralizador dinâmico passivo, propôs um neutralizador dinâmico passivo amortecido para reduzir o movimento em navios (CRUZ, 2004).

Ao sistema secundário dá-se o nome de neutralizador dinâmico de vibrações. Estes são fixados ao sistema principal, ou estrutura, ou sistema primário, com o propósito de reduzir ou controlar vibrações, aplicando forças de reação e/ou dissipação da energia vibratória (BAVASTRI, 1997).

O neutralizador passivo massa-mola, consiste na combinação de um segundo dispositivo massa-mola adicionado ao sistema vibrante. O maior efeito de adicionar um segundo sistema massa-mola é a alteração do número de graus de liberdade. A adição do sistema-massa mola pode ser chamada de neutralizador, absorvedor, sistema secundário ou ainda sistema auxiliar. O valor da massa e da rigidez é

selecionado de forma que a oscilação do sistema original seja mínima (INMAN, 1996). O objetivo é encontrar os parâmetros ótimos do sistema secundário para minimizar a vibração no sistema primário (SP).

Este tipo de neutralizador, que pode ser denominado [M,K], possui apenas elementos que armazenam a energia inercial e elástica, não existindo nenhum elemento que dissipe a energia (BAVASTRI, 1997).

O neutralizador massa-mola cria uma alta impedância na frequência natural de vibração do sistema primário, reduzindo assim sua oscilação. Esta sintonização introduz duas novas frequências em torno da frequência natural do sistema primário. Duas dificuldades são encontradas nesta situação:

- A vibração no neutralizador pode ser extremamente elevada, produzindo a possível ruptura do mesmo por fadiga;
- Grandes amplitudes de vibrações podem ser produzidas no sistema primário se a frequência de excitação variar, já que esta pode coincidir com uma das frequências naturais do sistema composto (SP + neutralizador).

Uma alternativa é trabalhar em banda larga, com modelos de neutralizadores não só contendo elementos de massa e mola, mas também amortecimento.

Os primeiros neutralizadores de vibrações foram usados para sistema discreto e YOUNG (1952), investigou a possibilidade de usar neutralizadores dinâmicos de vibração para sistemas contínuos, tais como vigas e outras estruturas (CRUZ, 2004). A aplicação dos neutralizadores para sistemas contínuos tem sido extensivamente estudada por muitos autores, como SNOWDON (1975), CANDIR e OZGUVEM (1986), HARTMANN e KERN (1991), MANIKANAHALLY e CROCKER (1991), RADE e STEFFEN (2000), DAYOU e BRENNAM (2002) e outros.

O amortecimento é necessário nos absorvedores de vibrações para aumentar a sua vida útil e melhorar o controle de vibrações em banda larga. Também, é frequentemente usado para dissipar a energia fornecida pela força aplicada (INMAN, 1996).

Segundo SNOWDON (1968): “A sintonização dos neutralizadores dinâmicos é mais efetiva quando os máximos valores da resposta do sistema primário são iguais

e coincidem com os pontos fixos. Este valor de resposta será excedido para qualquer sintonização do neutralizador diferente daquela”.

O método clássico de otimização para neutralizadores dinâmicos com amortecimento sobre um sistema primário com um grau de liberdade e com amortecimento desprezível é denominado Método dos Pontos Fixos (as respostas do sistema composto para diferentes amortecimentos do neutralizador dinâmico passam sempre através de dois pontos). A dificuldade que se apresenta neste caso é que este modelo é inadequado para aplicações a sistemas primários complexos, onde vários modos podem influenciar consideravelmente na resposta do sistema composto (SILVA, 1991).

Em 1959, SNOWDON apresenta pela primeira vez um neutralizador que utiliza um material viscoelástico que substitui a mola e o amortecedor viscoso.

Os neutralizadores viscoelásticos, são sistemas secundários que devem ser fixados nas estruturas com o intuito de reduzir a amplitude de vibração. Possuem esse nome devido à utilização de borrachas viscoelásticas que inserem amortecimento e rigidez ao sistema. Devem ser projetados para injetar sobre o sistema primário uma impedância elevada na faixa de frequência de interesse.

O neutralizador dinâmico viscoelástico consiste de uma massa  $m_a$  fixada a uma base por um material resiliente (material viscoelástico ou mola - amortecedor viscoso), tendo, portanto uma rigidez complexa.

Materiais viscoelásticos são amplamente utilizados como meio de fornecer amortecimento às estruturas e, assim, reduzir vibrações indesejadas (SNOWDON, 1968).

O comportamento do material viscoelástico apresenta clara dependência em relação a fatores tais como: frequência de excitação, temperatura ambiente, magnitudes de carregamentos dinâmicos, dentre outros. Na faixa linear, a temperatura e a frequência são as duas variáveis mais importantes (LOPES, 1998).

O controle passivo de vibrações é relativamente simples e direto. É um tipo de controle robusto, confiável e econômico, mas que possui algumas limitações. Uma vez determinado os valores de massa, amortecimento e rigidez, não se pode ajustar a ação de controle, que é naturalmente gerada pelos dispositivos passivos. Caso condições não antecipadas se façam presentes, principalmente em sistemas



complexos e de ordem elevada, o sistema de controle passivo não terá como responder a elas (SILVA, 2000).

### **1.1 Relevância do Problema**

O modelo mais utilizado atualmente, para a redução de vibração, é o Neutralizador Dinâmico Viscoelástico – NDV, o qual pertence a classe de controle passivo. Ele possui diversas características que o torna adequado para a grande maioria das aplicações. A utilização de materiais viscoelásticos é devido a sua capacidade de armazenar energia elástica e também a sua capacidade de dissipação de energia vibratória. Estas são excelentes características para o neutralizador. Além disto, deve-se destacar a sua robustez e a facilidade de utilização dos materiais viscoelásticos para a construção de protótipos.

Entretanto há uma outra característica que foi mencionada na introdução, que diverge destes pontos positivos, que é o seu comportamento altamente dependente da temperatura. O qual cria três distintas regiões de operação do material viscoelástico, que podem levar a uma dessintonização do neutralizador. Ou seja, todos os cálculos realizados para que o neutralizador trabalhe de forma ótima, tornam-se inválidos quando ocorre uma considerável variação de temperatura, caso o neutralizador dinâmico viscoelástico trabalhe na região de transição.

Para corrigir este efeito, é possível utilizar um controle misto passivo/ ativo-adaptativo. Neste trabalho é proposto um novo neutralizador dinâmico, que possui parâmetros elétricos ajustáveis que podem corrigir o efeito causado pela mudança de temperatura.

### **1.2 Objetivo**

O objetivo deste trabalho é desenvolver um novo modelo de neutralizador de vibrações, denominado neutralizador dinâmico híbrido eletro - viscoelástico, que atue de forma híbrida (mecânica e elétrica), em estruturas geometricamente complexas com múltiplos graus de liberdade – MGL. Mostrar que o dispositivo em estudo consegue reunir os benefícios do modelo viscoelástico e eletro-mecânico em um único dispositivo. Assim, torna-se possível o ajuste dos parâmetros elétricos, corrigindo o efeito indesejado de dessintonização, causado pela variação de

temperatura sobre o material viscoelástico. Através de simulações numéricas comprovam-se as vantagens da metodologia híbrida sobre o modelo viscoelástico puro, em ambientes com temperaturas constantes ou variáveis. Para tanto, deve ser desenvolvido um software de análise numérica, que otimiza os parâmetros do modelo híbrido e apresenta graficamente e numericamente os resultados obtidos. Para comprovar a sua eficácia, os dados devem ser confrontados com o modelo viscoelástico sob as mesmas condições.

### 1.3 Organização da Dissertação

No presente capítulo é apresentado a relevância do problema, os objetivos a serem alcançados e a organização da dissertação.

No capítulo 2, faz-se uma análise sobre temas que formam a base teórica necessária para o desenvolvimento deste trabalho. O primeiro é a formulação da equação constitutiva do material viscoelástico através de derivadas de ordem fracionárias. Como exemplo de aplicação desta equação, é apresentado o monograma de um neoprene. Na continuação deste capítulo, analisa-se a forte dependência dos materiais viscoelásticos com relação à temperatura e a frequência.

O capítulo 3 trata sobre alguns modelos de neutralizadores dinâmicos encontrados na literatura técnica. É apresentado o modelo viscoelástico, sua função resposta em frequência e seus parâmetros equivalentes generalizados. Como outra opção tecnológica, será detalhado o modelo eletromecânico. Em seguida, é desenvolvido um novo modelo de neutralizador, que é chamado de Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro Viscoelástico – NDHEV. Na seqüência, discorre-se sobre o conceito de parâmetros equivalentes generalizados. Este conceito permite escrever a dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas generalizadas do sistema primário. Ou seja, mesmo com a adição de um neutralizador ao sistema primário, o que introduz um novo grau de liberdade, é possível escrever as equações do sistema composto somente em termos do sistema primário. Esta teoria é utilizada para a determinação da massa e amortecimento equivalente do NDHEV. E por último é realizado um estudo sobre sistemas lineares com múltiplos graus de liberdade.

No capítulo 4, é realizada uma análise numérica do modelo proposto. Para esta tarefa é desenvolvido um programa de otimização na plataforma Labview. Para as simulações numéricas, utiliza-se um sistema primário modelado por elementos finitos no software Ansys. Neste capítulo são apresentados os parâmetros físicos, tipos de elementos usados e os parâmetros modais resultantes. Detalha-se também a estrutura primária complexa que será objeto para a redução dos níveis de amplitude de vibrações. Nas seções seguintes, os resultados do modelo viscoelástico e híbrido são analisados e confrontados, identificando o modelo que resulta em melhor desempenho.

No capítulo 5, são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS

### 2.1 Propriedades Dinâmicas dos Materiais Viscoelásticos

A deformação que é induzida em um material definido como puramente elástico é proporcional à tensão que produz esta deformação. Um material pode sofrer duas formas de deformações.

A primeira é o cisalhamento, onde há a variação de forma, porém o volume continua constante. Esta deformação é regida pelo módulo de cisalhamento, representado na Figura 2.1.

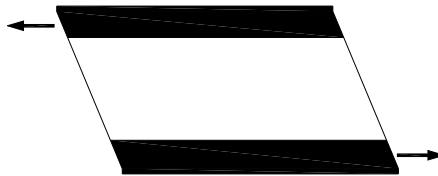


Figura 2.1 – Deformação descrita pelo módulo de cisalhamento.

A segunda, o material é submetido a uma variação de volume, mas não de forma. Esta deformação é mensurada pelo módulo volumétrico. Este comportamento é demonstrado sobre uma esfera que tem seu volume reduzindo, porém mantém a mesma forma original, conforme a Figura 2.2.

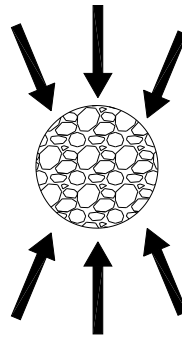


Figura 2.2 – Deformação descrita pelo módulo volumétrico.

Na maioria dos casos o estado de deformação do material é um misto entre cisalhamento e compressão, com predominância de um ou outro caso. Assim, certos materiais possuem um comportamento composto que demonstra a variação de forma e volume, como na Figura 2.3.

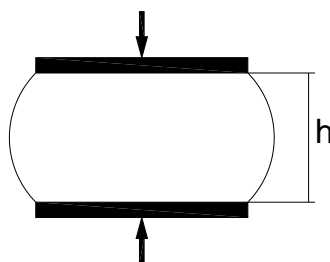


Figura 2.3 – Deformação descrita pelo módulo aparente de elasticidade.

O material viscoelástico possui um comportamento denominado elástico, definido pela deformação imposta e, pressupõem a existência de uma função de relaxação da tensão devido à sua capacidade de escoamento viscoso demonstrado na Figura 2.4.

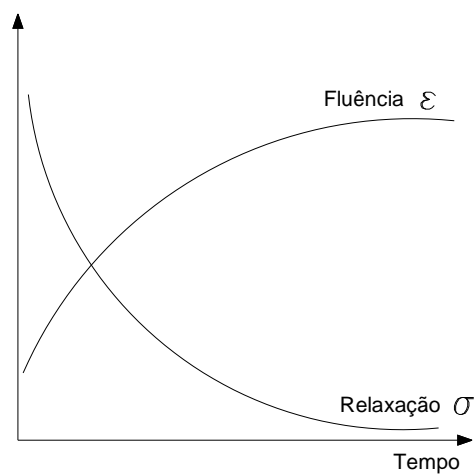


Figura 2.4 – Propriedade de relaxação e fluência do material viscoelástico.

A relaxação – tensão é descrita pelo módulo aparente de elasticidade (SNOWDON, 1968), dado por:

$$E_a = (1 + \lambda S^2)E = 3(1 + \lambda S^2)G, \quad \text{Eq. 2.1}$$

onde  $S$  é denominado fator de forma, é definido como a razão entre uma das áreas carregadas e toda a área livre. O fator  $\lambda$  é uma constante numérica que pode ser predita analiticamente ou medida de forma experimental.  $E$ , é o módulo de elasticidade.

Trabalhando-se na região linear de tensão-deformação, as deformações fundamentais de cisalhamento ou volumétrica não podem ser relacionadas com a tensão através de uma simples constante de proporcionalidade ( $G$  ou  $B_v$ ). Esta relação é geralmente apresentada pela equação diferencial parcial de ordem arbitrária (SNOWDON, 1968):

$$\begin{aligned} & \left( a_0 + a_1 \frac{\partial}{\partial t} + a_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + a_{n_1} \frac{\partial^{n_1}}{\partial t^{n_1}} \dots \right) \times \sigma = \\ & \left( b_0 + b_1 \frac{\partial}{\partial t} + b_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \dots + b_{n_1} \frac{\partial^{n_1}}{\partial t^{n_1}} \dots \right) \times \varepsilon, \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.2}$$

em que  $\sigma$  e  $\varepsilon$  são a tensão e a deformação, respectivamente. Se a tensão e a deformação têm variação senoidal no tempo, a equação diferencial pode ser substituída por uma equação algébrica da forma:

$$\begin{aligned} & (a_0 + a_1(i\Omega) + a_2(i\Omega)^2 + \dots + a_{n_1}(i\Omega)^{n_1} \dots) \times \tilde{\sigma} = \\ & (b_0 + b_1(i\Omega) + b_2(i\Omega)^2 + \dots + b_{n_1}(i\Omega)^{n_1} \dots) \times \tilde{\varepsilon}, \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.3}$$

onde  $\tilde{\sigma}$  representa as tensões variáveis no tempo,  $\tilde{\varepsilon}$  representa as deformações variáveis no tempo,  $\Omega$  a freqüência angular,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $a_i$  e  $b_i$  representam os coeficientes a determinar (BAVASTRI, 1997).

Sabe-se que a relação entre números complexos é um outro número complexo, assim a relação entre tensão e deformação também o será. Considerando o cisalhamento puro, o módulo de cisalhamento pode ser expresso da seguinte forma:

$$\bar{G}(\Omega) = G_r(\Omega) + iG_i(\Omega), \quad \text{Eq. 2.4}$$

onde  $G_r(\Omega)$  é a parte real do módulo de cisalhamento (energia armazenada no material viscoelástico, denominado módulo dinâmico) e  $G_i(\Omega)$  é a parte imaginária, associada com a energia dissipada. Outra maneira de expressar o módulo de cisalhamento, substituindo  $G_r(\Omega)$  por  $G(\Omega)$  é:

$$\bar{G}(\Omega) = G(\Omega)(1 + i\eta_G(\Omega)). \quad \text{Eq. 2.5}$$

Onde  $\eta_G(\Omega)$  é denominado fator de perda, que é a razão entre a parte imaginária e real:

$$\eta_G(\Omega) = \frac{G_i(\Omega)}{G_r(\Omega)}. \quad \text{Eq. 2.6}$$

Esses materiais geralmente também sofrem variação com a temperatura, e conseqüentemente os módulos de cisalhamento, volumétrico e de Young tomam, respectivamente, as formas apresentadas

$$\bar{G}(\Omega, \theta) = G(\Omega, \theta)(1 + i\eta_G(\Omega, \theta)), \quad \text{Eq. 2.7}$$

$$\bar{B}(\Omega, \theta) = B(\Omega, \theta)(1 + i\eta_B(\Omega, \theta)) \quad \text{Eq. 2.8}$$

e

$$\bar{E}(\Omega, \theta) = E(\Omega, \theta)(1 + i\eta_E(\Omega, \theta)). \quad \text{Eq. 2.9}$$

O símbolo representativo da temperatura será omitido para simplificar a representação matemática. Para borrachas em geral, segundo Snowdon (1968), é válida a expressão,

$$\eta_E(\Omega) = \eta_G(\Omega). \quad \text{Eq. 2.10}$$

A rigidez de um material viscoelástico é de forma simples e conveniente representada através da equação

$$\bar{K}(\Omega) = L\bar{G}(\Omega). \quad \text{Eq. 2.11}$$

Onde  $L$  tem dimensão de comprimento. Usualmente em materiais de formas irregulares  $L$  é determinado experimentalmente. Na situação da Figura 2.3,  $L$  é obtido por:  $L = 3A(1 + \lambda S^2)/h$  (BAVASTRI,1997).

Suas características de rigidez e fator de perda variam com a temperatura e frequência.

## 2.2 Modelo com Derivada de Ordem Fracionária

Para obter um preciso modelamento de materiais viscoelásticos emprega-se o modelo de derivadas fracionárias. Este modelo foi inicialmente introduzido por NUTTING (1921), que analisou as vantagens do modelamento da tensão-relaxação dos materiais viscoelásticos através de derivadas temporais de ordem fracionária em detrimento do modelo de funções de decaimento em forma exponencial, como ocorre com derivadas de ordem inteira.

Em seguida, GERMANT (1936) introduziu um operador de ordem  $\frac{1}{2}$  atuando sobre a tensão, em vez de uma derivada de ordem inteira, na equação constitutiva da viscoelasticidade de Maxwell no domínio do tempo. Mais tarde, BAGLEY e TORVIK (1979), trabalharam com um operador de ordem fracionária para definir uma relação constitutiva tensão-deformação dinâmica para um elastômero.

Na década de noventa, MAKRIS e CONTANTINOU (1992), usaram um modelo a derivada fracionária para representar o comportamento de dispositivos, tais como amortecedores viscosos usados para isolação de vibração. WELCH *et al.* (1999), investigaram a resposta viscoelástica quase-estática de materiais poliméricos, usando modelos constitutivos baseados no cálculo fracionário com quatro parâmetros.



Até então, os modelos mola amortecedor viscoso apresentavam uma certa imprecisão em relação a inclinação da curva obtida de forma experimental. A razão para este comportamento pode ser encontrada na relação tensão-deformação definida no domínio do tempo por uma equação diferencial de ordem inteira. No entanto, esta equação diferencial pode ser substituída por outra, com derivadas de ordem fracionária apresentando resultados mais próximos às das curvas experimentais.

Os modelos a derivadas fracionárias têm provado ser uma ferramenta poderosa para descrever o comportamento dinâmico de vários materiais (CRUZ, 2004). Podem-se citar inúmeras vantagens na utilização do modelo de derivadas fracionárias. A primeira é que ela produz uma representação analítica bem comportada nos domínios do tempo e da frequência. A segunda, é que a formulação matemática é baseada em teorias moleculares que governam o comportamento mecânico do meio viscoelástico, permitindo a descrição do comportamento dinâmico real (BAGLEY e TORVIK, 1983). São modelos causais (BAGLEY e TORVIK, 1986) e suficientemente adequados para cálculos em engenharia.

A equação constitutiva unidimensional em derivadas fracionárias é (NASHIF, JONES e HENDERSON, 1985):

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m D^{k_m} \sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n D^{\alpha_n} \varepsilon(t) \quad \text{Eq. 2.12}$$

onde  $b_m, k_m, E_0, E_n$  e  $\alpha_n$  são parâmetros do material em consideração,  $\sigma(t)$  denota a tensão e  $\varepsilon(t)$  é a deformação. As expressões  $D^{k_m}$  e  $D^{\alpha_n}$  representam derivadas de ordem fracionária  $k_m$  e  $\alpha_n$ , respectivamente. Para  $0 < \alpha_n < 1$ , tem-se

$$D^{\alpha_n}[f(t)] = \frac{1}{\Gamma(1-\alpha_n)} \frac{d}{dt} \int_0^t \frac{f(\xi)}{(t-\xi)^{\alpha_n}} d\xi, \quad \text{Eq. 2.13}$$

sendo que  $\Gamma(1-\alpha_n)$  é função gama de Euler. Observações experimentais indicam que muitos materiais viscoelásticos podem ser modelados retendo somente as primeiras derivadas fracionárias de cada série da equação 2.12 (BAGLEY e

TORVIK, 1986). No caso que  $M=N=1$ , resulta o seguinte modelo viscoelástico com cinco parâmetros ( $b_1, E_0, E_1, \alpha$  e  $k$ ):

$$\sigma(t) + b_1 D^k [\sigma(t)] = E_0 \varepsilon(t) + E_1 D^\alpha [\varepsilon(t)]. \quad \text{Eq. 2.14}$$

Tomando a transformada de Fourier da equação 2.14, tem-se:

$$\sigma(\Omega) + b_1 (i\Omega)^k \sigma(\Omega) = E_0 \varepsilon(\Omega) + E_1 (i\Omega)^\alpha \varepsilon(\Omega), \quad \text{Eq. 2.15}$$

onde  $\sigma(\Omega)$  e  $\varepsilon(\Omega)$  representam a transformada de Fourier da tensão e da deformação, respectivamente.

Colocando em evidência e dividindo os termos, a equação 2.14 torna-se,

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_0 + E_1 (i\Omega)^\alpha}{1 + b_1 (i\Omega)^k}. \quad \text{Eq. 2.16}$$

Isto sugere que o módulo de elasticidade complexo dependente da frequência é uma função de potências fracionárias da frequência (BAGLEY e TORVIK, 1979). O modelo dado na equação 2.16 pode ser simplificado, posto que ao se modelar a maioria dos materiais viscoelásticos encontrados em aplicações de controle de vibrações obtêm-se resultados precisos considerando  $\alpha \approx k$  (ROGERS, 1983, TORVIK e BAGLEY, 1987).

Os modelos mecânicos e equações reológicas nesta seção foram formulados em termos de deformação extensional, mas relações análogas existem para deformação por cisalhamento. Isto é, os resultados obtidos podem se converter para o caso de cisalhamento (CRUZ, 2004). Assim, pode-se obter uma equação equivalente à equação 2.16, para o módulo complexo de cisalhamento  $G_c(\Omega)$ ,

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_0 + G_1(i\Omega)^\alpha}{1 + b_1(i\Omega)^k}. \quad \text{Eq. 2.17}$$

As propriedades de amortecimento e rigidez de um material viscoelástico também variam com a temperatura, e assim o módulo complexo de cisalhamento toma a forma:

$$G_c(\Omega, \theta) = G(\Omega, \theta)(1 + i\eta_G(\Omega, \theta)). \quad \text{Eq. 2.18}$$

Doravante, o símbolo que representa a temperatura será omitido por simplicidade de notação, tornando-se,

$$G_c(\Omega) = G(\Omega)(1 + i\eta_G(\Omega)). \quad \text{Eq. 2.19}$$

No caso em que  $\alpha = k$ , tem-se o modelo a derivada fracionária de quatro parâmetros,  $\alpha, b_1, G_0$  e  $G_1$  para o módulo complexo de cisalhamento:

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_0 + G_1(i\Omega)^\alpha}{1 + b_1(i\Omega)^\alpha}. \quad \text{Eq. 2.20}$$

Considerando,  $G_1 = G_\infty b_1$  e  $b_1 = b^\alpha$  tem se,

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_0 + G_\infty(ib\Omega)^\alpha}{1 + (ib\Omega)^\alpha}. \quad \text{Eq. 2.21}$$

Os parâmetros  $G_0$  e  $G_\infty$  são o módulo instantâneo ou relaxado e o módulo não relaxado ou de longo tempo, respectivamente (CRUZ, 2004). Enquanto  $b$  é a

constante de relaxação e  $\alpha$  uma constante adimensional. A equação 2.21 é conhecida como modelo de quatro parâmetros e também pode ser referida como modelo de cálculo fracionário da viscoelasticidade. Ela tem sido satisfatoriamente ajustada a dados experimentais numa faixa de frequência ampla para vários polímeros.

### 2.3 Influência da Temperatura e Frequência Sobre o Material Viscoelástico

Submetido a temperatura constante, o módulo dinâmico de cisalhamento dos materiais viscoelásticos aumenta com a frequência, e sob um aumento de temperatura obtém-se uma redução.

Para o fator de perda, ocorre um aumento em seu módulo quando submetido ao aumento da frequência. Isto ocorre até um valor máximo, quando então começa a diminuir.

A Figura 2.5 apresenta o comportamento do material viscoelástico sob uma temperatura constante.

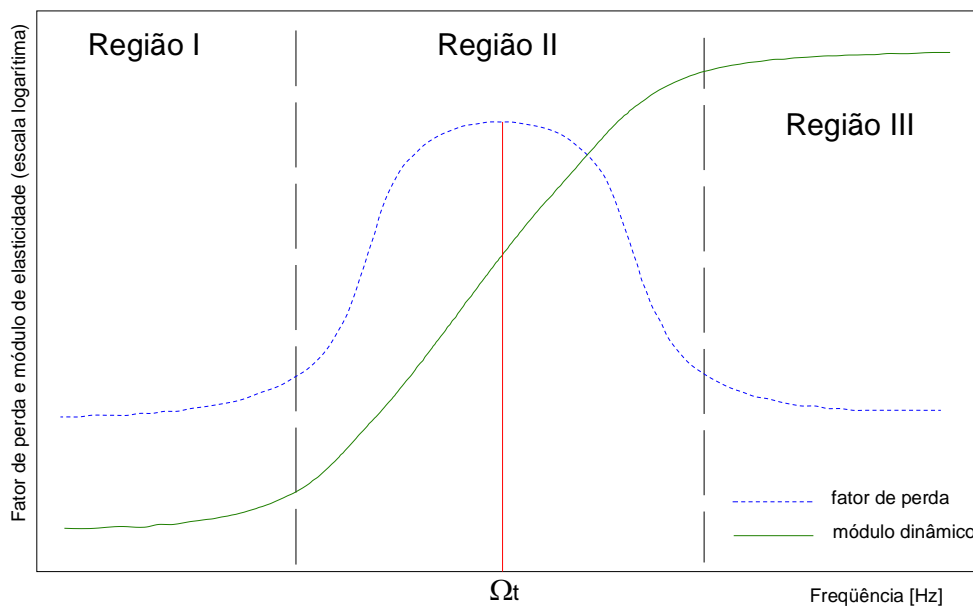


Figura 2.5 – Comportamento de material viscoelástico sob temperatura constante.

A frequência  $\Omega_t$  é conhecida como frequência de transição. Deste ponto em diante, o material viscoelástico perde sua resiliência.

A Figura 2.6, mostra o comportamento do material viscoelástico com a variação de temperatura, sob frequência constante. Neste caso, o fator de perda aumenta com a temperatura até um certo valor máximo relativo, na chamada temperatura de transição e em seguida começa a diminuir.

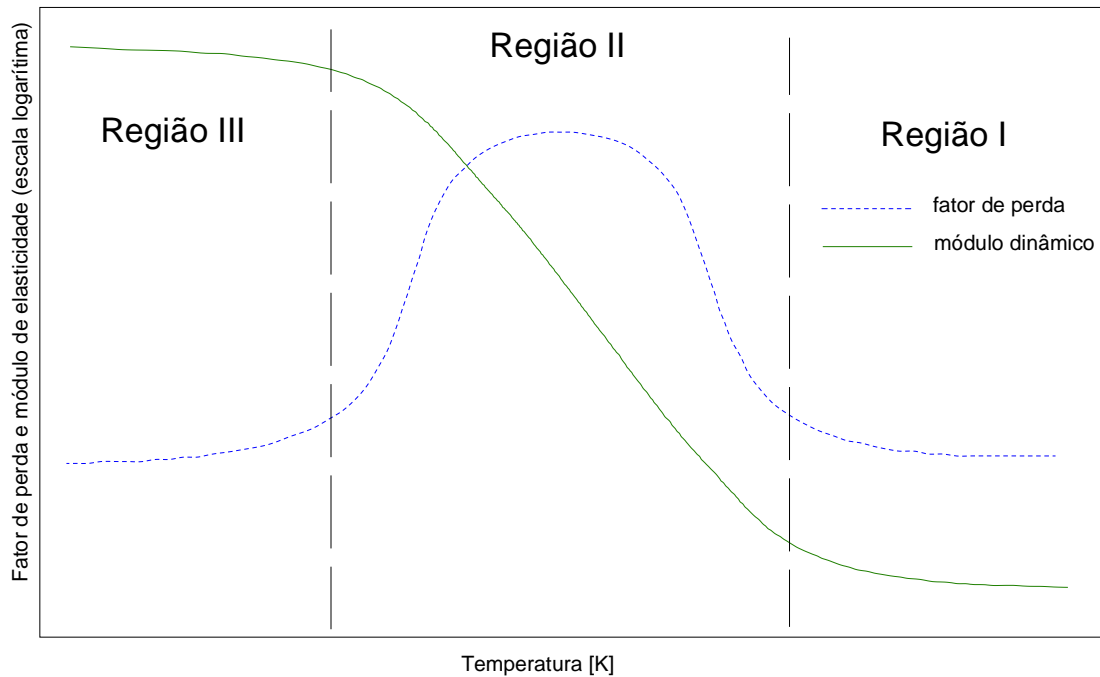


Figura 2.6 – Comportamento de material viscoelástico sob variação de temperatura.

Existem três regiões bem definidas: uma onde a temperatura de transição se encontra bem abaixo da temperatura ambiente ou a frequência de transição é relativamente elevada, chamada região elástica (CRUZ, 2004). Esta região é caracterizada por baixo amortecimento e materiais nestas condições são utilizados para a fabricação de molas elastoméricas ou isoladores de vibração. Segundo Espíndola (1990), esta região possui elevada resiliência, grande estabilidade estrutural e baixo ou médio amortecimento. Dentro desta categoria, pode-se achar a

borracha natural, com ou sem enchimento e neoprene. O fator de perda para essas borrachas variam de 0,01 a 0,1, aproximadamente. Tanto o fator de perda quanto o módulo de cisalhamento podem ser considerados constantes.

A segunda é chamada de região de transição e opera próximo a  $\Omega_c$ . Materiais que atuam nesta região geralmente são usados para a construção de neutralizadores dinâmicos. Novamente, Espíndola (1990) relata que materiais que operam nesta região possuem grande rigidez (reduzida resiliência), precária estabilidade estrutural e elevado amortecimento. Pode-se citar dentro desta categoria, a resina de polivinila butiral plastificada, thiokol RD, acetato de polivinila plastificada, borracha butílica com enchimento de negro fumo e outros.

E a terceira, chamada de região vítrea, contendo elevado valor do módulo de cisalhamento. Esta última, não apresenta aplicações no controle de vibrações.

Para diversos materiais de interesse, a chave para se obter uma caracterização dinâmica ampla, é o assim chamado princípio de superposição frequência temperatura (NASHIF, 1985). Esse princípio estabelece que as diversas curvas de propriedades dinâmicas podem ser superpostas, em uma temperatura de referência qualquer, por meios de deslocamentos em frequência apropriados, formando assim duas curvas mestras únicas, uma para cada propriedade (COAN, 2005). Matematicamente,

$$G_{R0}(\Omega_{red}) = \frac{T_0 \rho_0}{T \rho} G_R(\Omega, T) \quad \text{Eq. 2.22}$$

onde  $\Omega_{red} = \alpha_T(T)\Omega$  é a frequência reduzida,  $\alpha_T$  é o fator de deslocamento (cujos os valores são  $0 < \alpha_T < 1$  para  $T > T_0$ ,  $\alpha_T = 1$  para  $T = T_0$  e  $\alpha_T > 1$  para  $T < T_0$ ),  $T_0$  é a temperatura de referência (em escala absoluta),  $\rho$  é a densidade e  $\rho_0$  é a densidade à temperatura de referência.

As expressões acima estabelecem que, exceto por um fator  $(T_0 \rho_0 / T \rho)$  para o módulo de cisalhamento, as propriedades dinâmicas obtidas à uma frequência  $\Omega$  e

temperatura  $T$  são iguais às propriedades dinâmicas à uma frequência composta  $\Omega_{red}$  e uma temperatura  $T_0$  (COAN, 2005). Embora a temperatura de referência seja arbitrária, sua escolha, para um certo conjunto de dados experimentais, terá influência na qualidade da representação final obtida (LOPES, 2004).

A determinação do fator de deslocamento  $\alpha_T$  é de crucial importância para o processo de consolidação das curvas. Tipicamente, o que se faz é estimar os valores que fazem com que as curvas parciais se desloquem em frequência, de tal modo que superposições completas sejam alcançadas na temperatura de referência (COAN, 2005). De grande utilidade é o ajuste desses valores à uma equação empírica, consistente com a experiência e conhecida como equação Williams-Landel-Ferry (LOPES, 2004), a qual é apresentada na equação 2.23.

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + T - T_0}, \quad \text{Eq. 2.23}$$

Onde  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são parâmetros a serem determinados para cada material.

Utilizando esta metodologia, podem-se padronizar as propriedades dinâmicas em monogramas. O monograma é um tipo de representação visual que compila mais de uma grandeza física em um único gráfico.

Expressões paramétricas têm sido ajustadas aos dados, de sorte que representações contínuas estejam disponíveis, tanto gráficas como analiticamente (COAN, 2005). A Figura 2.7 mostra o monograma do neoprene, que é um material muito utilizado para o controle de vibrações.

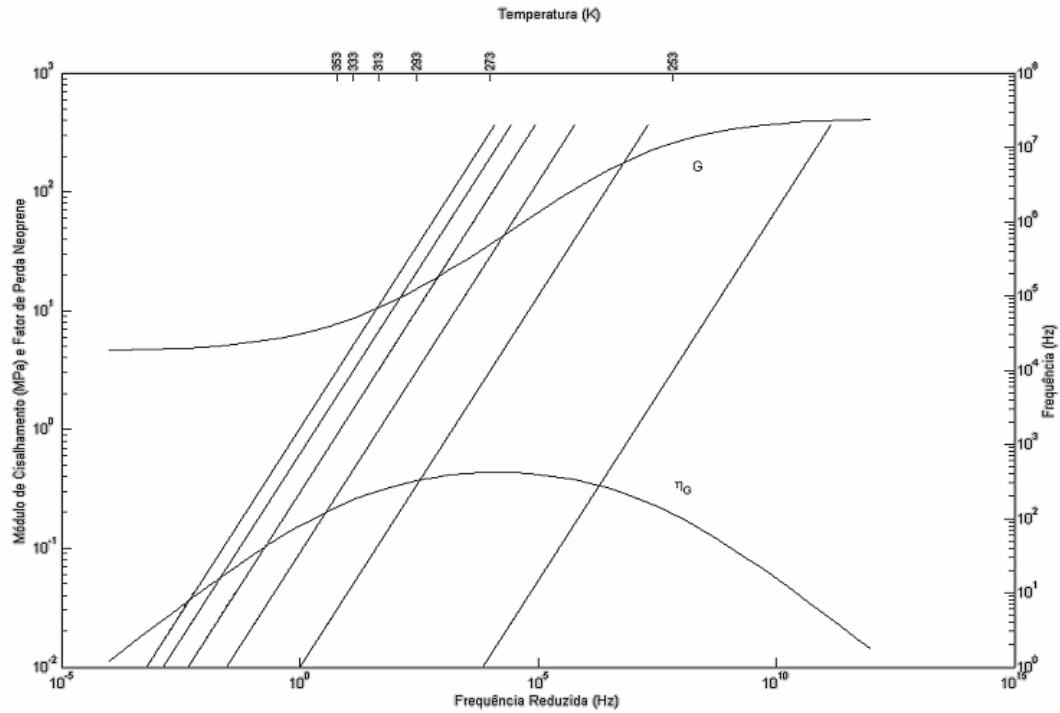


Figura 2.7 – Monograma do Neoprene.

Para a representação gráfica da Figura 2.7, foram utilizados os seguintes valores da equação constitutiva:

- Temperatura de trabalho  $T_T = 303K$  ;
- Temperatura de referência  $T_0 = 273K$  ;
- Módulo instantâneo ou relaxado  $G_0 = 4,55 \times 10^6 \text{ MPa}$ ;
- Módulo de longo tempo ou não relaxado  $G_\infty = 4,18 \times 10^8 \text{ MPa}$ ;
- Constante de relaxação  $b = 0,319 \text{ s}$ ;
- Derivada de ordem fracionária  $\alpha = 0,00274$  .

O parâmetro  $G_0$  é o valor assintótico de  $G_C$  para freqüências tendendo a zero (freqüências baixas) e  $G_\infty$  é o valor assintótico para freqüências tendendo a infinito (altas freqüências).



O parâmetro  $\alpha$ , que é a ordem da derivada fracionária, influencia as curvas de módulo dinâmico e fator de perda. Quanto menor o valor de  $\alpha$ , menor é a inclinação da curva do módulo dinâmico. O pico do fator de perda também varia com  $\alpha$ . Os picos são menos acentuados para  $\alpha$ 's menores.

A constante  $b$  tem unidade de tempo e é denominado tempo de relaxação. Matematicamente, a variação deste parâmetro provoca um deslocamento das curvas. Quando  $b$  cresce, o fator de perda desloca-se para a direita e o módulo dinâmico de elasticidade desloca-se para a esquerda (SILVA, 2005).

### 3 NEUTRALIZADORES DINÂMICOS: CONCEITOS E MODELOS

Neste capítulo, faz-se uma revisão de alguns modelos de neutralizadores encontrados na literatura e desenvolve-se um novo modelo de neutralizador.

Para implementar a metodologia desenvolvida por ESPÍNDOLA E SILVA (1992), ESPÍNDOLA E BAVASTRI (1995,1997) e BAVASTRI (1997), é revisado a teoria dos parâmetros equivalentes generalizados - PEG para o neutralizador dinâmico viscoelástico e eletromecânico. Então é definido o conceito dos PEG para o NDHEV.

#### 3.1 Modelo Viscoelástico

Em 1959, SNOWDON apresenta pela primeira vez um neutralizador que utiliza um material viscoelástico que substitui a mola e o amortecedor viscoso.

O material viscoelástico, além de um efeito resiliente, introduz um fator dissipador de energia intrínseco. A dissipação de energia reduz significativamente o nível de amplitude de vibração no neutralizador, aumentando a sua vida útil. Outro aspecto muito importante é que o fator dissipador de energia espalha o efeito absorvedor de vibração para as frequências vizinhas à frequência de sintonia. Tornando-o eficaz em uma ampla banda de frequência e possibilitando a sua atuação na redução de níveis de vibração com ou mais neutralizadores acoplados à estrutura. O que propicia um controle mais realista, à medida que o acoplamento do sistema composto não é desprezado.

A função resposta em frequência, que será desenvolvida, é uma característica do sistema, uma vez que depende apenas dos parâmetros do mesmo e não da excitação que esta aplicada. A formulação matemática é realizada no domínio da frequência, já que as características dos materiais viscoelásticos são obtidas neste domínio.

O sistema composto é a união do sistema primário e do sistema secundário. Sendo que o primeiro é o sistema que se deseja reduzir / controlar as vibrações e o segundo é utilizado para este objetivo. No caso mais simples de estudo, o sistema resultante entre esta união, terá dois graus de liberdade. Porém, serão calculados os

parâmetros equivalentes generalizados,  $c_{eq}(\Omega)$  e  $m_{eq}(\Omega)$ , para escrever a dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas físicas do sistema primário. Conforme o conceito descrito na seção 2.4.

O sistema a ser controlado será chamado sistema primário e o unido a ele, sistema secundário ou sistema auxiliar ou finalmente, neutralizador dinâmico. A Figura 3.1 mostra o sistema composto para material viscoelástico e seu respectivo diagrama do corpo livre.

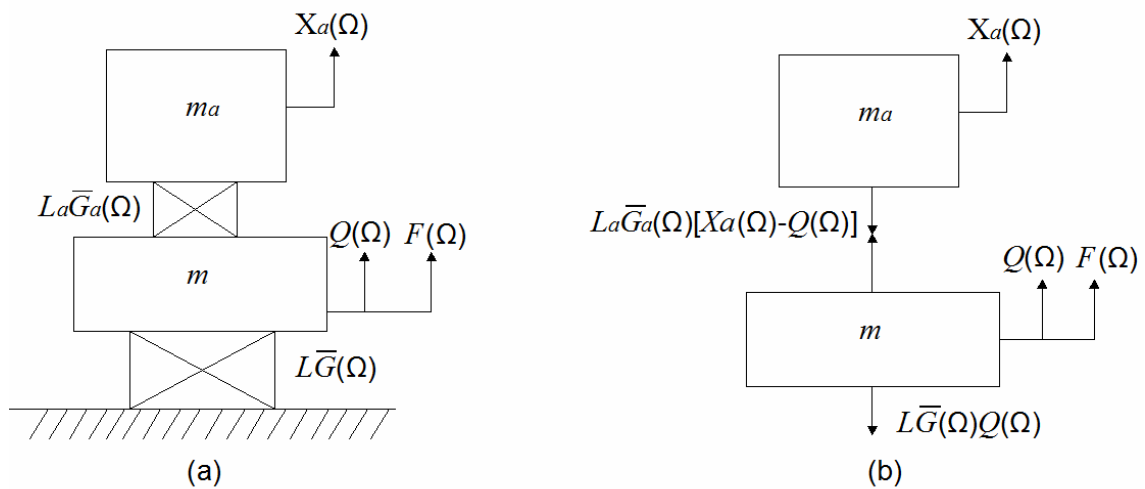


Figura 3.1 – Modelo viscoelástico (a) Sistema composto (b) Diagrama do corpo livre

Aplicando a segunda Lei de Newton ao sistema, utilizando-se da Transformada de Fourier e ordenando as variáveis encontra-se o seguinte sistema de equações:

$$F(\Omega) - L\bar{G}(\Omega)Q(\Omega) + L_a\bar{G}_a(\Omega)[X_a(\Omega) - Q(\Omega)] = -\Omega^2 mQ(\Omega) \quad \text{Eq. 3.1}$$

e

$$-L_a\bar{G}_a(\Omega)[X_a(\Omega) - Q(\Omega)] = -\Omega^2 m_a X_a(\Omega). \quad \text{Eq. 3.2}$$

A partir da equação 3.1 pode-se escrever o deslocamento do sistema secundário em função do deslocamento do sistema primário e, substituindo na equação 3.2, obtém-se,

$$Q(\Omega) = \frac{L_a \overline{G}_a(\Omega) - \Omega^2 m_a}{\left[ (-\Omega^2 m + L \overline{G}(\Omega)) (L_a \overline{G}_a(\Omega) - \Omega^2 m_a) - L_a \overline{G}_a(\Omega) m_a \Omega^2 \right]} F(\Omega), \quad \text{Eq.3.3}$$

sendo que:

$$\overline{G}(\Omega) = G(\Omega)(1 + i\eta(\Omega)) \quad \text{Eq. 3.4}$$

e

$$\overline{G}_a(\Omega) = G_a(\Omega)(1 + i\eta_a(\Omega)). \quad \text{Eq. 3.5}$$

A relação  $Q(\Omega)/F(\Omega) = H(\Omega)$  é uma característica do sistema. Deve-se salientar que esta não é única no caso de sistema que possuem dois graus de liberdade. A componente  $H_{11}(\Omega)$ , da matriz 2X2, da função resposta em freqüência, é corretamente definida como a resposta no sistema primário quando excitado nele próprio.

### 3.1.1 Parâmetros equivalentes generalizados para o modelo viscoelástico

Nesta seção, é utilizado o conceito de parâmetros equivalentes generalizados, introduzido por ESPÍNDOLA e SILVA (1992), o caso do neutralizador dinâmico viscoelástico. Este conceito declara que é possível escrever as equações do sistema composto somente em termos das coordenadas generalizadas do sistema primário.

O neutralizador viscoelástico é composto por uma massa conectada à base através de um elemento resiliente que pode ser visto como uma mola em paralelo com um amortecedor (SNOWDON, 1968).

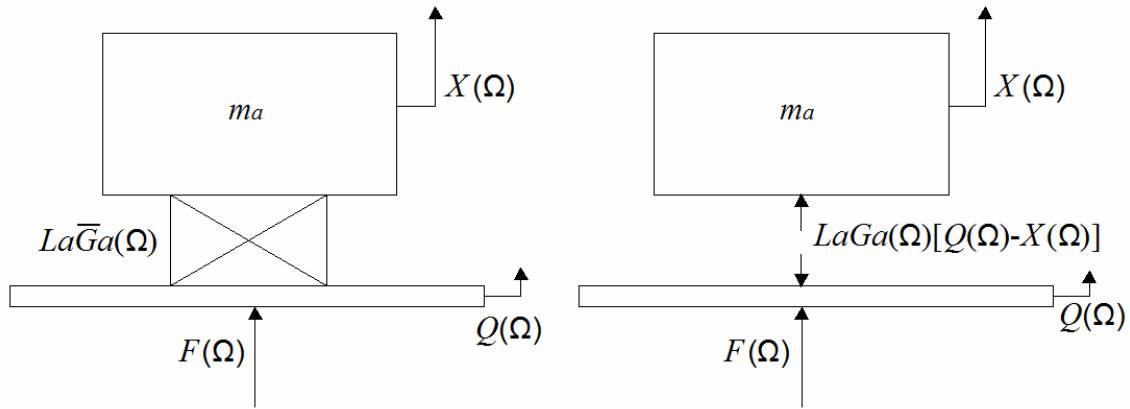


Figura 3.2 – Neutralizador dinâmico viscoelástico

No modelo da Figura 3.2,  $Q(\Omega)$  é a coordenada generalizada no domínio da frequência,  $X(\Omega)$  o deslocamento da massa no domínio da frequência,  $L_a \overline{G}_a(\Omega)$  é o produto entre o fator de forma e módulo de cisalhamento complexo do material viscoelástico,  $F(\Omega)$  a força de excitação e  $m_a$  é a massa do sistema auxiliar.

Aplicando a segunda lei de Newton sobre os vetores que estão representados na Figura 3.2, obtém-se:

$$F(\Omega) = L_a \overline{G}_a(\Omega)[Q(\Omega) - X(\Omega)] \quad \text{Eq. 3.6}$$

e

$$-\Omega^2 m_a X(\Omega) + L_a \overline{G}_a[X(\Omega) - Q(\Omega)] = 0. \quad \text{Eq. 3.7}$$

Isolando o termo  $X(\Omega) / Q(\Omega)$  na equação 3.7 e substituindo em 3.6,

$$F(\Omega) = L_a \overline{G}_a(\Omega) \left[ 1 - \frac{L_a \overline{G}_a(\Omega)}{L_a \overline{G}_a(\Omega) - \Omega^2 m_a} \right] Q(\Omega). \quad \text{Eq. 3.8}$$

Definindo  $K_a(\Omega) = F(\Omega) / Q(\Omega)$  como rigidez dinâmica do neutralizador vista da base, tem-se:

$$K_a(\Omega) = \frac{L_a \overline{G_a}(\Omega) \Omega^2 m_a}{\Omega^2 m_a - k_c(\Omega)}. \quad \text{Eq. 3.9}$$

Considerando o amortecimento desprezível, isto é,  $\eta(\Omega) = 0$  e em conseqüência  $L_a \overline{G_a}(\Omega) = L_a G_a(\Omega)$ , define-se a freqüência de anti-ressonância  $\Omega_a$ , de forma que o denominador da equação 3.9 seja zero. Logo,

$$m_a \Omega_a^2 - L_a G_a(\Omega_a) = 0 \quad \text{Eq. 3.10}$$

e então,

$$\Omega_a^2 = \frac{L_a G_a(\Omega_a)}{m_a}. \quad \text{Eq. 3.11}$$

Com o denominador da equação 3.9 igualado a zero, a rigidez dinâmica do neutralizador medida na base obtém valores majorados. Conseqüentemente, na ausência de amortecimento precisa-se de uma força infinita para provocar um deslocamento finito na base, quando a freqüência de excitação coincide com a freqüência  $\Omega_a$ . Este conceito é fundamental para explicar o significado físico do comportamento dos neutralizadores quando fixado a um sistema qualquer (CRUZ, 2004).

Definindo  $r(\Omega) = L_a G_a(\Omega) / L_a G_a(\Omega_a)$  e  $\varepsilon_a = \Omega / \Omega_a$  a rigidez dinâmica na base do neutralizador fica:

$$K_a(\Omega) = m_a \Omega^2 \frac{r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]}. \quad \text{Eq. 3.12}$$

Posto que a transformada de Fourier do deslocamento ( $x(t)$ ), velocidade e aceleração é  $X(\Omega)$ ,  $i\Omega X(\Omega)$  e  $-\Omega^2 X(\Omega)$ , respectivamente. A relação entre rigidez, massa e impedância dinâmica é dada por:

$$K(\Omega) = -\Omega^2 M(\Omega) = i\Omega Z(\Omega). \quad \text{Eq. 3.13}$$

Logo, usando as equações 3.12 e 3.13 tem-se a impedância e a massa dinâmica na base do neutralizador:

$$Z_a(\Omega) = -im_a\Omega \frac{r(\Omega)[1+i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1+i\eta(\Omega)]} \quad \text{Eq. 3.14}$$

e

$$M_a(\Omega) = -m_a \frac{r(\Omega)[1+i\eta(\Omega)]}{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1+i\eta(\Omega)]}, \quad \text{Eq. 3.15}$$

respectivamente.

Por sua vez, a rigidez, massa e impedância mecânica podem ser desdobradas em duas outras propriedades dinâmicas, a saber: massa equivalente e amortecimento equivalente.

Segundo ESPÍNDOLA E SILVA (1992), o amortecimento viscoso equivalente generalizado é definido como a parte real da impedância dinâmica e a massa equivalente como a parte real da massa dinâmica. Portanto:

$$c_{eq}(\Omega) = m_a\Omega \frac{r(\Omega)\eta(\Omega)\varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2} \quad \text{Eq. 3.16}$$

e

$$m_{eq}(\Omega) = -m_a \frac{r(\Omega)\{\varepsilon_a^2 - r(\Omega)[1+i\eta^2(\Omega)]\}}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2}. \quad \text{Eq. 3.17}$$

Assim, obtém-se uma equivalência entre os modelos apresentados na Figura 3.3.

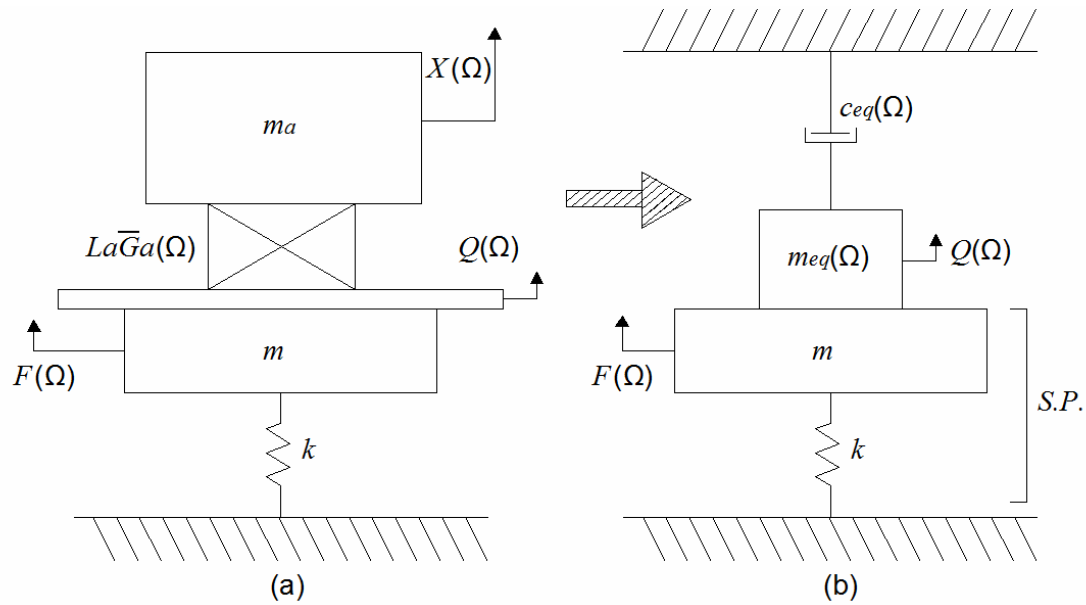


Figura 3.3 – Modelos equivalentes (a) Modelo do neutralizador viscoelástico tradicional (b) Modelo usando parâmetros equivalentes generalizados

Diante deste cenário torna-se necessário as seguintes considerações:

1- A equivalência mostrada na Figura 3.3, expressa que o sistema primário considera o neutralizador dinâmico como sendo composto de uma massa  $m_{eq}(\Omega)$ , fixada ao longo da coordenada generalizada  $q(t)$  e de um amortecedor viscoso generalizado de constante  $c_{eq}(\Omega)$ , ligado a terra ou ao sistema de referência (ESPÍNDOLA et al.,1992).

2- A importância de trabalhar com o sistema equivalente é que a dinâmica do sistema composto (primário + neutralizador), pode ser formulada em termos das coordenadas físicas do sistema primário ainda que a presença dos neutralizadores introduza novos graus de liberdade. Esta é a principal vantagem do conceito das quantidades equivalentes generalizadas.

3- As quantidades equivalentes generalizadas determinadas anteriormente são para um neutralizador simples com características gerais. Casos particulares, tais como



amortecimento viscoso e eletromecânico podem ser analisados introduzindo as expressões pertinentes nas equações gerais anteriores (BAVASTRI et al, 2007).

Utilizando o amortecimento e massa equivalente do neutralizador dinâmico viscoelástico, pode-se obter a equação dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas físicas do sistema primário,

$$H(\Omega) = \frac{Q(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{1}{-\Omega^2(m + m_{eq}(\Omega)) + i\Omega(c + c_{eq}(\Omega)) + k}. \quad \text{Eq. 3.18}$$

### 3.2 Modelo Eletromecânico

O neutralizador eletromecânico é formado por um circuito elétrico ressonante capaz de atuar em uma faixa ampla de frequências. Este modelo pode ser utilizado sobre um sistema mecânico de um grau de liberdade através de um ressonador elétrico ao invés de um ressonador mecânico.

Por meio das equações dinâmicas do sistema composto, e escolhendo-se adequadamente os parâmetros do circuito elétrico, é possível obter reduções de vibrações consideráveis.

Um modelo simples de um sistema de controle passivo eletromecânico, é aplicado a um sistema de um grau de liberdade, como na Figura 3.4.

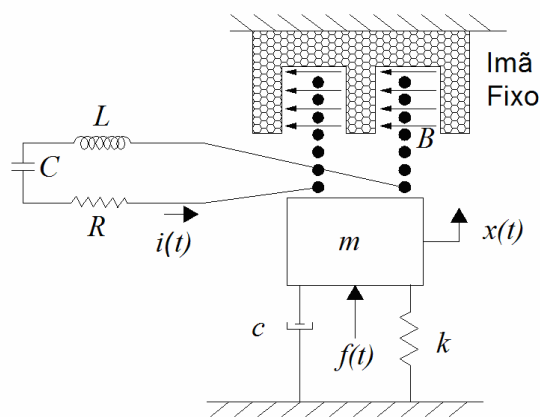


Figura 3.4 – Modelo de um neutralizador simples eletromecânico.

O sistema primário é modelado através de uma massa  $m$ , um amortecimento  $c$  e uma rigidez  $k$ . O neutralizador é composto por uma bobina que se encontra dentro do campo magnético criado por um ímã fixo e um circuito elétrico ressonante  $RLC$ . A massa submetida à força pode estar em contato com uma mola (modelo viscoso) ligada a terra e um amortecedor também ligado à terra.

Define-se então:  $T$  - constante que relaciona a corrente da bobina com a força magnética ( $T = 2\pi.n_e.r.B$ ),  $B$  - campo magnético,  $r$  raio da espira,  $n_e$  número de espiras,  $X(\Omega)$  - transformada de Fourier do deslocamento,  $I(\Omega)$  - transformada de Fourier da corrente,  $F(\Omega)$  - Transformada de Fourier do esforço sobre o sistema primário,  $L$  - indutância na bobina do circuito ressonante,  $R$  - resistência do circuito elétrico,  $C$  - capacitância,  $i = \sqrt{-1}$  número imaginário e  $\Omega$  - frequência angular.

Como dito anteriormente, o neutralizador eletromecânico é composto por um circuito  $RLC$  em série com uma bobina imersa em um campo magnético saliente. Ao aplicar forças senoidais à barra ocorre um movimento relativo entre a bobina e o campo magnético. Este movimento induzirá uma corrente no circuito  $RLC$ , que irá gerar forças contrárias às forças senoidais e resultará em menores amplitudes de vibração.

Por meio do diagrama do corpo livre do modelo eletromecânico, e considerando os sistemas lineares, chega-se à equação diferencial:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + k x(t) + T i(t) = f(t). \quad \text{Eq. 3.19}$$

Considerando a soma das diferenças de potenciais e a força eletro motriz -  $F.e.m.$  induzida pelo movimento relativo entre as espiras e o campo magnético, obtém-se a equação do circuito  $RLC$ :

$$L_i \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R_i \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C_i} i(t) - T \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 0. \quad \text{Eq. 3.20}$$

Para encontrar a resposta em frequência de todo o sistema, aplica-se a transformada de Fourier nas equações 3.19 e 3.20 resultando em:

$$\left(-\Omega^2 m + k\right)X(\Omega) + TI(\Omega) = F(\Omega) \quad \text{Eq. 3.21}$$

e

$$\left(-\Omega^2 L_i + j\Omega R_i + \frac{1}{C_i}\right)I(\Omega) + \Omega^2 TX(\Omega) = 0. \quad \text{Eq. 3.22}$$

Isolando a corrente na equação 3.22 obtém-se a equação 3.23:

$$I(\Omega) = \frac{-\Omega^2 TX(\Omega)}{\left(-\Omega^2 L_i + j\Omega R_i + \frac{1}{C_i}\right)}. \quad \text{Eq. 3.23}$$

Substituindo a equação 3.23 em 3.21 e manipulando adequadamente os termos, obtém-se a função resposta em frequência,

$$H(\Omega) = \frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{\left(-\Omega^2 L_i + jR_i\Omega + 1/C_i\right)}{\left(-\Omega^2 m + k\right)\left(-\Omega^2 L_i + jR_i\Omega + 1/C_i\right) - \Omega^2 T^2}. \quad \text{Eq. 3.24}$$

Para se encontrar a resposta em frequência adimensional, isola-se o termo  $I(\Omega)$  nas equações 3.22 e 3.21, e então elas podem ser igualadas:

$$\frac{-X(\Omega)T\Omega^2}{-L_i\Omega^2 + jR_i\Omega + 1/C_i} = \frac{F(\Omega) - X(\Omega)\left[-m\Omega^2 + k\right]}{T}. \quad \text{Eq. 3.25}$$

Evidenciando  $X(\Omega)$  da equação 3.25 e reordenando chega-se a:

$$X(\Omega) = \frac{F(\Omega) \left[ \frac{1}{C_i} - L_i \Omega^2 + R_i j \Omega \right]}{\left[ k - m \Omega^2 \right] \left[ \frac{1}{C_i} - L_i \Omega^2 + R_i j \Omega \right] - T^2 \Omega^2}. \quad \text{Eq. 3.26}$$

Considerando como fator comum o termo  $1/C_i$  e  $k/C_i$ , obtém-se:

$$X(\Omega) = \frac{\frac{F(\Omega)}{C_i} \left[ 1 - L_i C_i \Omega^2 + R_i C_i j \Omega \right]}{\frac{k}{C_i} \left\{ \left[ 1 - \frac{m}{k} \Omega^2 \right] \left[ 1 - L_i C_i \Omega^2 + R_i C_i j \Omega \right] - \frac{C_i}{k} T^2 \Omega^2 \right\}}. \quad \text{Eq. 3.27}$$

Definindo as seguintes relações auxiliares:

$$\Omega^2 = \frac{k}{m}, \quad \text{Eq. 3.28}$$

freqüência natural do sistema primário.

$$\Omega_e^2 = \frac{1}{L_i C_i}, \quad \text{Eq. 3.29}$$

freqüência natural do circuito *RLC*.

$$m_{fc} = T^2 C_i, \quad \text{Eq. 3.30}$$

massa fictícia do controle eletromecânico.

$$\Omega_r^2 = \frac{k}{(T^2 C_i)}, \quad \text{Eq. 3.31}$$

freqüência natural, considerando a massa fictícia.

$$\xi_e = \frac{\Omega_e R_i C}{2}, \quad \text{Eq. 3.32}$$

coeficiente de resistência.

$$r_e = \frac{\Omega_1}{\Omega_e}, \quad \text{Eq. 3.33}$$

relação de  $\Omega_1$  e  $\Omega_e$ .

$$r_T = \frac{\Omega_1}{\Omega_T}, \quad \text{Eq. 3.34}$$

relação  $\Omega_1$  e  $\Omega_T$ .

Agora, utiliza-se as relações auxiliares na equação 3.27, chegando-se a:

$$X(\Omega) = \frac{\frac{F(\Omega)}{k} \left[ 1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_e \xi_e}{\Omega_1} \Omega_j \right]}{\left[ 1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2} \right] \left[ 1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_e \xi_e}{\Omega_1} \Omega_j \right] - r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}. \quad \text{Eq. 3.35}$$

Ao substituir-se a equação 3.33 na equação 3.30 tem-se a equação 3.36

$$I(\Omega) = \frac{-F(\Omega)T\Omega^2}{\left[ k - m\Omega^2 \right] \left[ \frac{1}{C_i} - L_i\Omega^2 + R_i j\Omega \right] - T^2\Omega^2} \quad \text{Eq. 3.36}$$

e, utilizando como fator comum o termo  $k / C_i$  no denominador, é possível reescrevê-la:

$$I(\Omega) = \frac{-\left[\frac{F(\Omega)}{T}\right] r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}{\left[1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}\right] \left[1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_r \xi_e}{\Omega_1} \Omega.j\right] - r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}. \quad \text{Eq. 3.37}$$

Finalmente, da equação 3.35 e 3.30 chega-se à expressão da resposta em frequência adimensional:

$$H_{ad}(\Omega) = \frac{X(\Omega)}{F(\Omega)/k} = \frac{\left[1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_r \xi_e}{\Omega_1} \Omega.j\right]}{\left[1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}\right] \left[1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_r \xi_e}{\Omega_1} \Omega.j\right] - r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}. \quad \text{Eq. 3.38}$$

A função corrente elétrica adimensional da resposta em frequência do sistema auxiliar, devido a uma excitação do sistema primário, é dada pela equação:

$$I_{ad}(\Omega) = \frac{I(\Omega)}{F(\Omega)/T} = \frac{-r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}{\left[1 - \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}\right] \left[1 - \frac{r_e^2}{\Omega_1^2} \Omega^2 + \frac{2r_r \xi_e}{\Omega_1} \Omega.j\right] - r_T^2 \frac{\Omega^2}{\Omega_1^2}}. \quad \text{Eq. 3.39}$$

O conceito de parâmetros equivalentes generalizados é utilizado novamente. A idéia principal é escrever a dinâmica do sistema composto em função das coordenadas do sistema primário. Os modelos da Figura 3.5 são dinamicamente equivalentes. Isto pode ser demonstrado calculando-se as impedâncias dinâmicas de ambos os modelos.

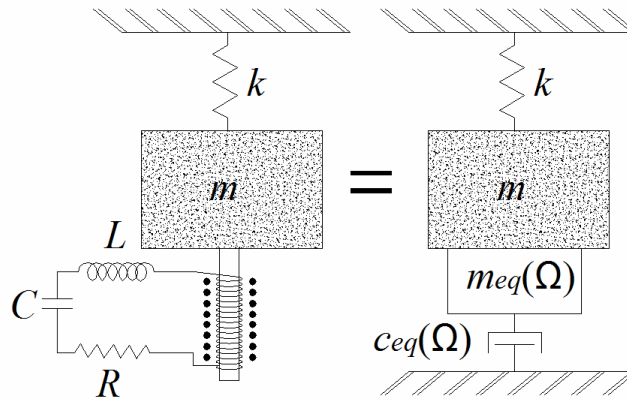


Figura 3.5 – Parâmetros equivalentes – neutralizador eletromecânico

Considerando o sistema composto (SP + neutralizador eletromecânico), tem-se a seguinte equação do movimento do sistema equivalente

$$\{-\Omega^2 [m + m_{eq}(\Omega)] + k + j.\Omega.c_{eq}(\Omega)\}X(\Omega) = F(\Omega). \tag{Eq. 3.40}$$

A partir da qual pode ser definido a rigidez dinâmica

$$K(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = \frac{-T^2 \Omega^2}{\left[ -L_i \Omega^2 + R_i j\Omega + \frac{1}{C_i} \right]}, \tag{Eq. 3.41}$$

a impedância dinâmica

$$Z(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{j\Omega X(\Omega)} = \frac{T^2 \Omega j}{\left[ -L_i \Omega^2 + R_i j\Omega + \frac{1}{C_i} \right]} \tag{Eq. 3.42}$$

e massa dinâmica

$$M(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{-\Omega^2 X(\Omega)} = \frac{T^2}{\left[ -L_i \Omega^2 + R_i j\Omega + \frac{1}{C_i} \right]}. \quad \text{Eq. 3.43}$$

Segundo ESPÍNDOLA E SILVA (1992), para encontrar a massa equivalente, destaca-se a parte real da massa dinâmica,

$$m_{eq}(\Omega) = \text{Re}[M(\Omega)] = \frac{T^2 \left( \frac{1}{C_i} - L_i \Omega^2 \right)}{\left( \frac{1}{C_i} - L_i \Omega^2 \right)^2 + R_i^2 \Omega^2}. \quad \text{Eq. 3.44}$$

Por outro lado, tomando-se a parte real da impedância mecânica, obtém-se o amortecimento equivalente,

$$c_{eq}(\Omega) = \text{Re}[Z(\Omega)] = \frac{T^2 R_i \Omega^2}{\left( \frac{1}{C_i} - L_i \Omega^2 \right)^2 + R_i^2 \Omega^2}. \quad \text{Eq. 3.45}$$

Considerando a definição dos termos auxiliares  $\beta = \Omega/\Omega_1$  e  $\varepsilon = \Omega/\Omega_e$ , levando-se em conta o termo  $r_T^2 \beta^2$  e multiplicando-se o numerador e denominador por  $\Omega_1$ , obtém-se:

$$r_T \beta^2 = \frac{\Omega_1}{\Omega_T} \frac{\Omega}{\Omega_e} \frac{\Omega_1}{\Omega_1} = \frac{1}{m_{eq}} \beta T^2 C_i. \quad \text{Eq. 3.46}$$

E definindo a relação de massas (o circuito elétrico neste caso não agrega massa ao sistema primário).



$$\mu_{me} = \frac{T^2 C_i}{m} \quad \text{Eq. 3.47}$$

ou, também,

$$\mu_{me} = \frac{m_{fic}}{m}. \quad \text{Eq. 3.48}$$

Analogamente ao apresentado para o modelo viscoelástico, pode ser equacionada a função resposta em freqüência do sistema composto para o modelo eletromecânico. Deve-se lembrar que a equação 3.49 é válida quando o sistema primário é de um grau de liberdade.

$$H(\Omega) = \frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{1}{-\Omega^2(m + m_{eq}(\Omega)) + i\Omega(c + c_{eq}(\Omega)) + k}. \quad \text{Eq. 3.49}$$

### 3.3 Modelo do Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico

Conceitualmente o objetivo dos neutralizadores dinâmicos é oferecer alta impedância mecânica em certa faixa de freqüência. Isto é, dentro desta faixa existem uma ou mais freqüências naturais a serem controladas, e devido a esta freqüência a impedância é baixa.

Freqüentemente, o neutralizador dinâmico é projetado em controle de malha aberta, isto pode reduzir a amplitude de vibrações a níveis aceitáveis. Mas dependendo da região de operação, o material viscoelástico é altamente dependente da temperatura e freqüência. Então, pequena variação da temperatura implica em grande variação do módulo de cisalhamento ocasionando a dessintonização do neutralizador.

O neutralizador dinâmico eletromecânico simples é um sistema ressoante que pode ser usado para o controle passivo de vibrações. São independentes da temperatura e não adicionam massa ao sistema primário. Além disso, possuem parâmetros que podem ser ajustados no caso de mudanças das características do

sistema primário. Porém, necessita de estrutura auxiliar para fixação do corpo magnético e podem possuir alto consumo de energia.

O neutralizador dinâmico híbrido eletro-viscoelástico não necessita de estrutura auxiliar, possui parâmetros ajustáveis e seu consumo de energia é zero, no caso de controle passivo. Estas características tornam o modelo híbrido muito versátil. Então, caso ele esteja sujeito a uma variação de temperatura que provoque a sua dessintonização, o circuito elétrico pode ser ajustado, com um baixo consumo de energia, para que o neutralizador híbrido sempre trabalhe de forma otimizada.

Propõe-se agora, um novo modelo de neutralizador que combina os benefícios do modelo viscoelástico e eletromecânico em um único dispositivo híbrido. Este modelo é construído por dois sistemas ressonantes: um mecânico e outro elétrico. Um material viscoelástico mantém unida a massa de sintonização com a carcaça, a qual é presa ao sistema primário (HUDENSKI *et al.*, 2007). Em torno da massa de sintonização,  $m_{a1}$ , há uma bobina conectada ao circuito elétrico ressonante  $RLC$ . A bobina permanece sob a ação de um campo magnético  $B$ . Então, quando ocorre um movimento relativo entre a bobina e o campo magnético, uma força contra eletromotriz é gerada. O objetivo é escolher os parâmetros físicos do circuito elétrico e viscoelástico de forma tal que a resposta do sistema primário seja mínima.

Para simular numericamente este dispositivo é necessário o modelo matemático de seu comportamento dinâmico. A Figura 3.6 apresenta o projeto conceitual do NDHEV.

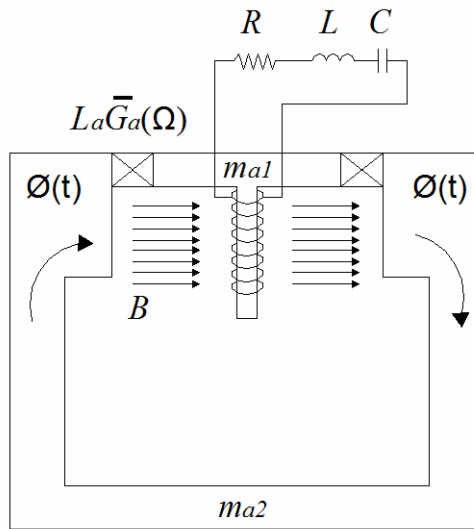


Figura 3.6 – Modelo conceitual do NDHEV

Para uma melhor análise do NDHEV, separa-se o sistema em dois diagramas de copo livre, um para  $m_{a1}$  e outro para  $m_{a2}$ . A Figura 3.7 mostra a massa de sintonização  $m_{a1}$ , o circuito elétrico ressonante e a bobina imersa em um campo magnético.

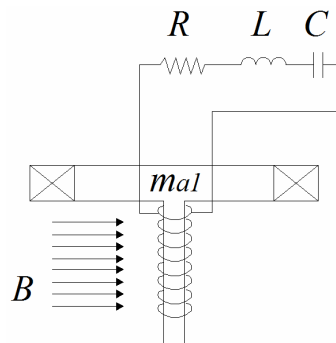


Figura 3.7 – Sistema eletromecânico ressonante

Aplicando a lei das tensões de Kirchhoff ao circuito ressoante da Figura 3.7 e considerando  $q_e(t)$  como a carga elétrica, tem-se:

$$L \frac{d^2 q_e(t)}{dt^2} + R \frac{dq_e(t)}{dt} + \frac{1}{C} q_e(t) = Fem \quad \text{Eq. 3.50}$$

A força eletromotriz –  $Fem$  é gerada devido ao deslocamento relativo entre fluxo magnético e as espiras da bobina. A massa suspensa  $m_{a1}$  possui movimento relativo com o fluxo magnético devido ao material viscoelástico em que esta fixada. Onde,  $x(t)$  é o deslocamento do sistema primário e  $x_a(t)$  é o deslocamento da massa de sintonização  $m_{a1}$ .

Utilizando a lei de Faraday e relacionando-a com os parâmetros construtivos da bobina, tem-se:

$$|Fem| = \frac{d\phi_m(t)}{dt} = 2\pi r_b n_e B \frac{dx(t)}{dt} = \Theta \frac{d(x(t) - x_a(t))}{dt}, \quad \text{Eq. 3.51}$$

$$\phi_m(t) = 2\pi r_b n_e B x(t). \quad \text{Eq. 3.52}$$

Onde:  $B$  é o campo magnético,  $n_e$  é o número de espiras da bobina,  $r_b$  raio da espira,  $2\pi n_e r_b$  o comprimento total das espiras,  $\phi_m(t)$  intensidade de fluxo magnético e  $\Theta$  o produto entre o comprimento total das espiras e o campo magnético.

Substituindo a equação 3.50 em 3.49:

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = \Theta \frac{d(x(t) - x_a(t))}{dt}, \quad \text{Eq. 3.53}$$

e derivando,

$$L \frac{d^3 q_e(t)}{dt^3} + R \frac{d^2 q_e(t)}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{dq_e(t)}{dt} = \Theta \frac{d^2(x(t) - x_a(t))}{dt^2}. \quad \text{Eq. 3.54}$$

Como  $i(t) = dq_e(t)/dt$  a equação diferencial torna-se:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \Theta \frac{d^2 (x(t) - x_a(t))}{dt^2}. \quad \text{Eq. 3.55}$$

Aplicando a transformada de Fourier na equação 3.55:

$$I(\Omega) = [-L\Omega^2 + iR\Omega + 1/C] = -\Theta\Omega^2 [X(\Omega) - X_a(\Omega)], \quad \text{Eq. 3.56}$$

e isolando a corrente, chega-se em:

$$I(\Omega) = \frac{-\Theta\Omega^2 [X(\Omega) - X_a(\Omega)]}{(-L\Omega^2 + iR\Omega + 1/C)}. \quad \text{Eq. 3.57}$$

A equação 3.57, é a corrente induzida no circuito *RLC*. Para obter a equação do comportamento dinâmico do NDHEV, deve-se também analisar o diagrama do corpo livre para a massa  $m_{a2}$ .

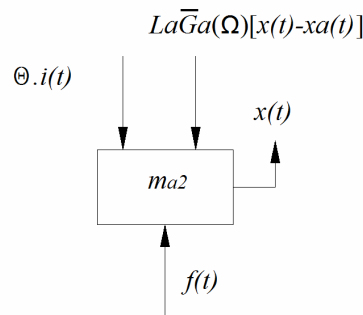


Figura 3.8 – Diagrama do corpo livre da base do NDHEV

Aplicando a segunda lei de Newton, aos vetores da Figura 3.8 onde  $\Theta \cdot i(t)$  é a força contra eletromotriz gerada:

$$\sum F = m\ddot{x} \quad \text{Eq. 3.58}$$

$$f(t) - L_a \overline{G}_a(\Omega)[x(t) - x_a(t)] - \Theta i(t) = m_{a2} \ddot{x}(t). \quad \text{Eq. 3.59}$$

A equação 3.58 é válida somente para excitação de frequências harmônicas. Aplicando a transformada de Fourier sobre a equação 3.61,

$$-\Omega^2 X(\Omega)m_{a2} + L_a \bar{G}_a(\Omega)[X(\Omega) - X_a(\Omega)] + \Theta I(\Omega) = F(\Omega), \quad \text{Eq. 3.60}$$

e isolando  $X_a(\Omega)$ , tem-se

$$X_a(\Omega) = \frac{[-\Omega^2 m_{a2} + L_a \bar{G}_a(\Omega)]X(\Omega) - F(\Omega) + \Theta I(\Omega)}{L_a \bar{G}_a(\Omega)}. \quad \text{Eq. 3.61}$$

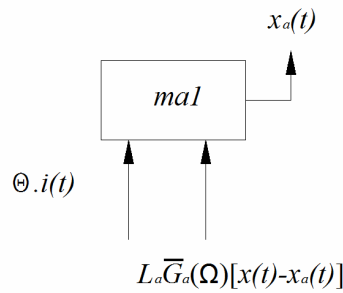


Figura 3.9 – Diagrama do corpo livre da massa de sintonização do NDHEV

Analisando de forma análoga o diagrama do corpo livre da Figura 3.9 e aplicando a segunda lei de Newton:

$$\Theta i(t) + L_a \bar{G}_a(\Omega)[x(t) - x_a(t)] = m_{a1} \ddot{x}_a(t). \quad \text{Eq. 3.62}$$

Aplicando a transformada de Fourier à equação 3.62,

$$\Theta I(\Omega) + L_a \bar{G}_a(\Omega)X(\Omega) = [-m_{a1}\Omega^2 + L_a \bar{G}_a(\Omega)]X_a(\Omega), \quad \text{Eq. 3.63}$$

e substituindo  $X_a(\Omega)$  e  $I(\Omega)$  na equação 3.62 é obtido a relação  $X(\Omega)/F(\Omega)$ . Na equação 3.64, apresenta-se a relação  $X(\Omega)/F(\Omega)$

$$\frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2}{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}. \quad \text{Eq. 3.64}$$

onde  $A$  é uma função do material viscoelástico

$$A = (L_a \bar{G}_a(\Omega)) \quad \text{Eq. 3.65}$$

e  $D$  dos parâmetros elétricos do circuito ressonador

$$D = (-\Omega^2 L + Ri + 1/C). \quad \text{Eq. 3.66}$$

A partir da equação 3.63 pode-se obter a rigidez dinâmica, impedância mecânica e massa dinâmica:

$$K(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2}, \quad \text{Eq. 3.67}$$

$$Z(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{i\Omega X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{i\Omega(-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2)} \quad \text{Eq. 3.68}$$

e

$$M(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{-\Omega^2 X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{-\Omega^2(-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2)}, \quad \text{Eq. 3.69}$$

respectivamente.

A quantidade equivalente generalizada é obtida da função dinâmica do sistema (ESPÍNDOLA e BAVASTRI, 1999), ou seja:

$$c_{eq}(\Omega) = \text{Re}[Z(\Omega)], \quad \text{Eq. 3.70}$$

$$m_{eq}(\Omega) = \text{Re}[M(\Omega)]. \quad \text{Eq. 3.71}$$

Então, para tornar mais concisa a expressão da massa e amortecimento equivalente do modelo híbrido, são definidos os parâmetros  $\Delta$ ,  $\Pi$ ,  $\delta$  e  $\lambda$ , tais que:

$$\Delta = (1 - 2CL\Omega^2 + C^2\Omega^2(R^2 + L^2\Omega^2)), \quad \text{Eq. 3.72}$$

$$\Pi = (-1 + CL\Omega^2), \quad \text{Eq. 3.73}$$

$$\delta = -\Pi + CR\eta_a, \quad \text{Eq. 3.74}$$

$$\lambda = C^2T^4 + 2CT^2\Pi m_{a1} + \Delta m_{a1}^2, \quad \text{Eq. 3.75}$$

$$J = \Omega^4 \lambda m_{a2} + \Delta G_a^2 L_a^2 (m_{a1} + m_{a2}) (1 + \eta_a^2), \quad \text{Eq. 3.76}$$

e

$$K = \Omega^2 G_a L_a (m_{a1} + 2m_{a2}) (\Delta m_{a1} + CT^2 \delta). \quad \text{Eq. 3.77}$$

Com isto, é apresentado o amortecimento e massa equivalente para o modelo do NDHEV.

$$c_{eq}(\Omega) = \frac{\Omega^3 G_a L_a m_{a1} [-C^2 R T^2 \Omega + \eta_a (CT^2 \Pi + \Delta m_{a1})]}{\Omega^4 \lambda + \Delta G_a^2 L_a^2 (1 + \eta_a^2) - 2\Omega^2 G_a L_a (\Delta m_{a1} + CT^2 \delta)} \quad \text{Eq. 3.78}$$

$$m_{eq}(\Omega) = \frac{J - K}{\Omega^4 \lambda + \Delta G_a^2 L_a^2 (1 + \eta_a^2) - 2\Omega^2 G_a L_a (\Delta m_{a1} + CT^2 \delta)} \quad \text{Eq. 3.79}$$

Então, finalmente tem-se o modelo dinamicamente equivalente do NDHEV, baseado no conceito de parâmetros equivalentes generalizados, conforme a Figura 3.10.



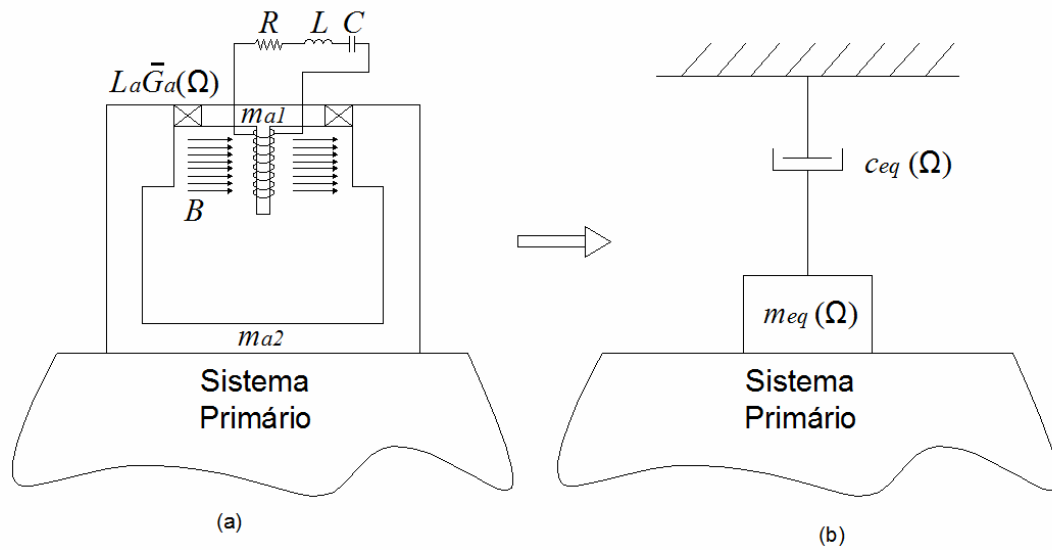


Figura 3.10 – Equivalência dinâmica (a) NDHEV acoplado ao SP (b) Modelo Equivalente

Mostra-se que o esquema (a) e o esquema (b) da Figura 3.10, são dinamicamente equivalentes e, neste sentido, a rigidez dinâmica “sentida” pelo sistema primário é a mesma em ambos os casos.

O sistema primário “sente” o neutralizador como uma massa equivalente  $m_{eq}(\Omega)$ , dependente da frequência, fixada ao longo da coordenada generalizada  $x(t)$  e um amortecimento viscoso (também dependente da frequência) conectado a referência ou terra. O sistema dinâmico resultante (SP + neutralizador) pode então ser formulado em termos das coordenadas generalizadas físicas do sistema primário, embora tenha sido introduzidas novos graus de liberdades. Esta é a principal vantagem do conceito de quantidades equivalentes generalizadas para os neutralizadores dinâmicos.

O sistema primário é definido pela massa  $m$ , amortecimento  $c$  e rigidez  $k$ . O neutralizador é definido por  $m_{eq}(\Omega)$  e  $c_{eq}(\Omega)$ , massa e amortecimento equivalente generalizado respectivamente. A equação do movimento para o sistema composto, considerando o sistema primário com um grau de liberdade, é dada por:

$$H(\Omega) = \frac{1}{-\Omega^2 (m + m_{eq}(\Omega)) + i\Omega(c + c_{eq}(\Omega)) + k}. \quad \text{Eq. 3.80}$$

### 3.4 Parâmetros Equivalentes Generalizados

ESPÍNDOLA E SILVA (1992), propõem uma generalização ao problema de redução de vibrações através de neutralizadores dinâmicos pela via modal, introduzindo o conceito de parâmetros equivalentes generalizados para neutralizadores viscosos e viscoelásticos.

Mostra-se a importância dos parâmetros equivalentes generalizados de um neutralizador simples quando introduzidos no modelo matemático de um sistema composto qualquer, permitindo escrever a dinâmica do sistema composto apenas em função das coordenadas generalizadas físicas do sistema primário (BAVASTRI, 1997).

### 3.5 Sistema Linear com Múltiplos Graus de Liberdade

Nesta seção, serão desenvolvidos alguns conceitos importantes sobre a resposta de sistema linear de múltiplos graus de liberdade. Estes conceitos serão aplicados para introduzir a teoria de neutralizadores dinâmicos atuando sobre sistemas primários complexos.

#### 3.5.1 Modelo viscoso

A equação de movimento de um sistema linear, causal, invariante no tempo e com múltiplos graus de liberdade é :

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t). \quad \text{Eq. 3.81}$$

A solução da equação 3.81 para vibração livre, ou seja,  $f(t)=0$ , supondo  $q(t) = \phi e^{st}$  é

$$\left[ s^2 M + sC + K \right] \phi . e^{st} = 0, \quad \text{Eq. 3.82}$$

ou

$$\left[ s^2 M + sC + K \right] \phi = 0, \quad \text{Eq. 3.83}$$

uma vez que  $e^{st} \neq 0$ . A solução não trivial leva a

$$\det \left[ s^2 M + sC + K \right] = 0. \quad \text{Eq. 3.84}$$

A equação 3.84 gera um polinômio que por sua vez gera  $2n$  valores para  $s$  ( $s_1, s_2, \dots, s_{2n}$ ), onde  $n$  é a dimensão do problema. Substituindo cada valor de  $s_j$  na equação 3.83 determina-se o vetor  $\Phi_j$ , de valores relativos. As raízes do polinômio gerado pela equação 3.82,  $s_j$ , são chamadas de autovalores e os vetores  $\phi_j$ , de autovetores. Os autovalores dependendo da característica do problema podem ser reais e iguais ou complexos conjugados. No caso geral apresenta-se a forma complexa e complexa conjugada.

$$s_j = \partial_j + iv_j \quad \text{Eq. 3.85}$$

$$s_j^* = \partial_j - iv_j \quad \text{Eq. 3.86}$$

A cada par de autovalores complexos conjugados corresponde a um par de autovetores, também complexos conjugados.

### 3.5.2 Modelo viscoso proporcional

Se o amortecimento pode ser considerado viscoso proporcional, primeiramente considera-se  $c = 0$ , o que leva ao seguinte problema de autovalores:

$$[s^2 M + K]\phi = 0. \quad \text{Eq. 3.87}$$

Os autovalores do problema são imaginários puros conjugados (ESPÍNDOLA, 1986):

$$S_j = i\Omega_j \quad \text{Eq. 3.88}$$

e

$$S_j^* = -i\Omega_j. \quad \text{Eq. 3.89}$$

Substituindo 3.88 ou 3.89 em 3.87,

$$K.\phi = \Omega^2 M\phi. \quad \text{Eq. 3.90}$$

Os autovetores correspondentes a  $s_j$  e  $s_j^*$  são reais e iguais. A solução do problema pode ser mostrada na forma matricial como,

$$\begin{matrix} \text{diag}(\Omega_j^2) \\ \phi \end{matrix}, \quad \text{Eq. 3.91}$$

onde  $\Omega_j^2$  é conhecido como quadrado da  $j$ -ésima frequência natural e  $\phi_j$  o seu autovetor ou modo de vibrar correspondente (EWINS, 1984).

O conjunto de matrizes da equação 3.104 é conhecido como modelo modal da estrutura e as matrizes  $M$  e  $K$  formam o seu modelo espacial (BAVASTRI, 1997).

Demonstra-se (EWINS, 1984 e ESPÍNDOLA, 1992) que os autovetores são ortogonais em relação as matrizes que o geram:

$$\Phi^T M \Phi = \text{diag}(m_r) \quad \text{Eq. 3.92}$$

$$\Phi^T K \Phi = \text{diag}(k_r) \quad \text{Eq. 3.93}$$

onde,

$$\Omega_r^2 = \frac{k_r}{m_r}. \quad \text{Eq. 3.94}$$

Os parâmetros  $m_r$  e  $k_r$  são chamados de massa e rigidez modais do  $r$ -ésimo modo, respectivamente.

Normalizando os autovetores através da raiz quadrada da massa modal as relações seguintes são válidas:

$$\Psi^T M \Psi = I \quad \text{Eq. 3.95}$$

e

$$\Psi^T K \Psi = \text{diag}(\Omega_r^2), \quad \text{Eq. 3.96}$$

onde  $\Psi_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \phi_r$ .

Escrevendo a matriz  $C = \beta M + \gamma K$  é fácil provar que os autovetores são ortogonais em relação a  $C$  também.

$$\Psi^T C \Psi = \beta \times \text{diag}(k_r) + \gamma \times \text{diag}(m_r) = \text{diag}(c_r), \quad \text{Eq. 3.97}$$

onde  $c_r$  é o amortecimento modal.

O amortecimento crítico  $c_{cr}$  é dado por

$$c_{cr} = 2m_r \Omega_r. \quad \text{Eq. 3.98}$$

A relação de amortecimento modal é

$$\xi_r = \frac{c_r}{c_{cr}}. \quad \text{Eq. 3.99}$$

Assim pode-se reescrever o coeficiente de amortecimento modal como

$$c_r = 2\xi_r m_r \Omega_r. \quad \text{Eq. 3.100}$$

Segundo EWINS (1984), para sistemas modelados com amortecimento viscoso proporcional, suas freqüências naturais são complexas e suas partes imaginárias são dadas por

$$v_r = \Omega_r \sqrt{1 - \xi_r^2}. \quad \text{Eq. 3.101}$$

A parte imaginária das freqüências naturais representa a parte oscilatória. Por outro lado, a parte real representa o decaimento. Esse é dado por:

$$\delta_r = \xi_r \Omega_r. \quad \text{Eq. 3.102}$$

### 3.5.3 Resposta em freqüência – coordenadas principais

O sistema de equações que descreve o comportamento dinâmico de sistemas lineares com múltiplos graus de liberdade pode ser escrito no domínio da freqüência. Obtém-se, assim,

$$\left[-\Omega^2 M + i\Omega C + K\right]Q(\Omega) = F(\Omega), \quad \text{Eq. 3.103}$$

onde  $F(\Omega)$  e  $Q(\Omega)$  são transformadas de Fourier de  $f(t)$  e  $q(t)$ , respectivamente. Fazendo uma transformação de coordenadas na forma

$$Q(\Omega) = \Psi.P(\Omega) \quad \text{Eq. 3.104}$$

e premultiplicando a equação 3.103 por  $\Psi^T$  tem-se

$$\begin{aligned} \left[-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_r \Omega_r) + \text{diag}(\Omega_r^2)\right]P(\Omega) &= N(\Omega) \\ N(\Omega) &= \Psi^T.F(\Omega). \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.105}$$

Da transformação de coordenadas resulta um novo espaço que recebe o nome de espaço modal. Neste espaço, a equação 3.105, está desacoplada. O desacoplamento das equações no espaço modal permite a solução independente de cada linha do sistema. Uma linha genérica  $r$  desse sistema de equações é

$$\left(-\Omega^2 + i\Omega 2\xi_r \Omega_r + \Omega_r^2\right)P_r(\Omega) = N_r(\Omega). \quad \text{Eq. 3.106}$$

Assim é possível determinar a resposta, considerando o amortecimento viscoso proporcional. Definindo a matriz  $D_0$  como

$$D_0 = \left[-\Omega^2 I + i\Omega \text{diag}(2\xi_j \Omega_j) + \text{diag}(\Omega_j^2)\right] \quad \text{Eq. 3.107}$$

calcula-se as coordenadas principais

$$P(\Omega) = D_0^{-1}N(\Omega) \quad \text{Eq. 3.108}$$

ou

$$P(\Omega) = D_0^{-1}\Psi^T F(\Omega). \quad \text{Eq. 3.109}$$

A matriz  $D_0$  é diagonal e sua inversa é calculada por inversão simples de cada elemento da diagonal. Essa matriz é chamada de matriz resposta em freqüência do espaço modal. Premultiplicando a equação 3.109 por  $\Psi$  obtém-se a resposta do sistema no sistema de coordenadas generalizadas

$$Q(\Omega) = \Psi.D_0^{-1}\Psi^T F(\Omega). \quad \text{Eq. 3.110}$$

Define-se então, a matriz de resposta em freqüência em coordenadas no espaço de configurações como

$$\alpha(\Omega) = \Psi D_0^{-1} \Psi^T, \quad \text{Eq. 3.111}$$

onde cada elemento particular é dado por

$$\alpha_{ks}(\Omega) = \sum_{r=1}^n \frac{\Psi_{kr} \Psi_{sr}}{-\Omega^2 + \Omega_r^2 + i2\xi_r \Omega_r \Omega}. \quad \text{Eq. 3.112}$$

A equação 3.112,  $\alpha_{ks}$ , representa a resposta em freqüência do sistema na coordenada generalizada  $k$  quando excitado na coordenada generalizada  $s$ .



### 3.5.4 Neutralizadores dinâmicos fixados a sistemas primários complexos

Para o neutralizador fixado a uma estrutura (sistema com múltiplos graus de liberdade) a equação de movimento no domínio da frequência, considerando parâmetros equivalentes generalizados, é escrita como

$$\left[-\Omega^2 \tilde{M} + i\Omega \tilde{C} + K\right] Q(\Omega) = F(\Omega), \quad \text{Eq. 3.113}$$

onde  $\tilde{M}$  e  $\tilde{C}$  são respectivamente a matriz de massa e de amortecimento do sistema composto.

Para  $p$  neutralizadores fixados ao longo de  $p$  coordenadas generalizadas  $q_{k1}, q_{k2}, \dots, q_{kp}$ , sendo as massas e amortecimentos equivalentes generalizados  $m_{e1}, m_{e2}, \dots, m_{ep}$  e  $c_{e1}, c_{e2}, \dots, c_{ep}$ . A nova massa e novo amortecimento do sistema composto são, respectivamente,

$$\tilde{M} = M + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{eq}(\Omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{eq}(\Omega) \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 3.114}$$

e

$$\tilde{C} = C + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{eq}(\Omega) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{eq}(\Omega) \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 3.115}$$

A equação 3.113 só é válida no domínio da frequência, pois os parâmetros equivalentes generalizados são função da frequência. O conceito de espaço modal

poderia ser aplicado para o sistema composto, entretanto este não fica desacoplado, uma vez que a transformação de coordenadas não diagonaliza parte das matrizes  $\tilde{C}$  e  $\tilde{M}$ . É importante notar também que, dependendo do modelo matemático, pode-se trabalhar com mil, ou mais graus de liberdade (matrizes computadas numericamente por elementos finitos).

### 3.5.5 Truncamento

Na prática apenas poucos modos estão dentro da faixa de frequência de interesse. Portanto, o problema de autovalores e autovetores, em geral fica restrito à esses primeiros dez ou vinte modos.

Para tal, considera-se a transformação de coordenadas:

$$Q(\Omega) = \hat{\Phi}\hat{P}(\Omega), \quad \text{Eq. 3.116}$$

onde  $\hat{\Phi}$  é a matriz modal truncada do sistema primário, de ordem  $n \times \hat{n}$  ( $n$  representa o número de graus de liberdade e  $\hat{n}$  o número de autovetores computados ou medidos na faixa de frequência de interesse). Em geral  $\hat{n} \ll n$ .

Substituindo a equação 3.116 na equação 3.113 e premultiplicando por  $\hat{\Phi}^T$ :

$$\left[ -\Omega^2 \left[ \text{diag}(\hat{m}_j) + \hat{M}_A(\Omega) \right] + i\Omega \left[ \text{diag}(\hat{c}_j) + \hat{C}_A(\Omega) \right] + \text{diag}(\hat{k}_j) \right] \hat{P}(\Omega) = \hat{N}(\Omega) \quad \text{Eq. 3.117}$$

Os elementos da matrizes  $\hat{M}_A(\Omega)$  e  $\hat{C}_A(\Omega)$  podem ser escritos como:

$$\hat{M}_{A(s,r)}(\Omega) = \sum_{i=1}^p m_{ei} \Phi_{K_i s} \Phi_{K_i r} \quad \text{Eq. 3.118}$$

$$\hat{C}_{A(s,r)}(\Omega) = \sum_{i=1}^p c_{ei} \Phi_{K_i s} \Phi_{K_i r} \quad \text{Eq. 3.119}$$

$$\hat{N}(\Omega) = \hat{\Phi}^T F(\Omega) \quad \text{Eq. 3.120}$$

A equação 3.117 representa um sistema de dimensão  $\hat{n} \ll n$  e sua solução corresponde aos parâmetros equivalentes generalizados. Ela mostra que no espaço modal o sistema de equações não é desacoplado. Isso ocorre devido a adição dos neutralizadores dinâmicos ao sistema primário.

Fazendo a transformação inversa da equação 3.118, encontra-se a solução das coordenadas físicas. De 3.117 e 3.120 mostra-se que:

$$Q(\Omega) = \hat{\Phi} \hat{D}^{-1} \hat{\Phi}^T \hat{F}(\Omega) \quad \text{Eq. 3.121}$$

onde

$$\hat{D} = \hat{D}_0 - \Omega^2 \hat{M}_A(\Omega) + i\Omega \hat{C}_A(\Omega) \quad \text{Eq. 3.122}$$

e

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\hat{k}_j - \hat{m}_j \Omega^2 + i\Omega \hat{c}_j). \quad \text{Eq. 3.123}$$

A matriz  $\hat{D}_0$  é diagonal. Já a matriz  $\hat{D}$ , que representa o sistema composto (sistema primário + neutralizador) não é diagonal.

Para autovetores normalizados pela matriz de massa, a equação 3.123 pode ser escrita como,

$$\hat{D}_0 = \text{diag}(\Omega_j^2 - \Omega^2 + i2\xi_j \Omega_j \Omega). \quad \text{Eq. 3.124}$$

Cada elemento dessa matriz é escrito como:

$$\alpha(\Omega) = \sum_{j=1}^{\hat{n}} \sum_{i=1}^{\hat{n}} D_{ij} \Phi_{si} \Phi_{kj} , \quad \text{Eq. 3.125}$$

onde  $D_{ij}$  são elementos da matriz  $\hat{D}^{-1}$  e  $\Phi_{sj}$  são elementos da matriz  $\hat{\Phi}$ .  $D^{-1}$  é a matriz de resposta em frequência no espaço modal do sistema composto. Ela pode ser calculada conhecendo-se os parâmetros modais da estrutura a controlar (sistema primário) e as características dos neutralizadores dinâmicos acoplados a ela. É importante lembrar que, no espaço modal, conta-se com um número reduzido de equações  $\hat{n} \ll n$ .

Partindo-se da formulação descrita até aqui pode-se optar por duas formas diferentes para controlar as vibrações do sistema primário:

- Controle modo a modo: aplicada por SILVA(1991), nela despreza-se o acoplamento do sistema e procura-se um controle modo a modo através de uma correlação direta com a teoria de DEN HARTOG (1956), para um grau de liberdade. Resultados utilizando essa técnica podem ser encontrados em ESPÍNDOLA E SILVA (1992).
- Controle em uma banda ampla de frequência: Esse procedimento leva em consideração o acoplamento do sistema composto e baseia-se em técnicas de otimização não linear para encontrar as características dos neutralizadores. Os resultados dessa técnica podem ser encontrados em BAVASTRI (1997).

## 4 ANÁLISE NUMÉRICA DO MODELO DO NDHEV

### 4.1 Técnica de Otimização

Estando o modelo matemático do sistema composto formulado, métodos numéricos de otimização podem ser utilizados para encontrar os parâmetros ótimos do neutralizador dinâmico viscoelástico e neutralizador dinâmico híbrido eletro viscoelástico.

O problema de otimização não linear é encontrar o ponto ótimo (máximo ou mínimo) de uma função no espaço  $R^{nd}$ , ou  $nd$  dimensional sujeita a certas restrições (BAVASTRI, 1997). A função objetivo usada para determinar os parâmetros ótimos do neutralizador é definida por:

$$f_{obj}(x) = R^n \rightarrow R, \quad \text{Eq. 4.1}$$

onde

$$f_{obj}(x) = \min_x \left( \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} |H(x, \Omega)| \right) \quad \text{Eq. 4.2}$$

e  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  são os limites inferior e superior da banda de freqüência de interesse. Sujeita a seguinte inequação de restrição:

$$x_i^L < x_i < x_i^U \quad \text{Eq. 4.3}$$

onde  $x$  é o vetor projeto,  $i$  é o  $i^{th}$  componente,  $L$  é a restrição inferior e  $U$  a restrição superior.

A técnica de otimização utilizada no programa de análise numérica desenvolvido neste trabalho é chamada de “*Nelder and Mead Method*” (NELDER e

MEAD, 1965). Este método trabalha sem a utilização da informação da derivada. Ele consiste na captura do mínimo da função  $f(x)$  através de um simples corpo geométrico. Para a análise em duas dimensões o corpo é um triângulo, em três um tetraedro e assim por diante.

## 4.2 Modelamento da Estrutura Primária de Múltiplos Graus de Liberdade

Para a simulação numérica do programa de otimização do NDHEV é necessário definir uma estrutura primária com múltiplos graus de liberdade.

A estrutura primária escolhida para esta simulação, é a estrutura básica de um prédio de três andares em escala reduzida, a qual foi modelada no Ansys. Este é um software de análise de elementos finitos que pode ser utilizado nas mais diversas classes de problemas de engenharia.

Para a análise de uma estrutura o Ansys divide o procedimento em três etapas: “*preprocessor*”, “*solucion*” e “*postprocessor*”. Na primeira etapa é feita a modelagem da estrutura, a definição do tipo de elemento estrutural (viga, barras, placas, etc.), das constantes características do elemento e do tipo de material. Na segunda, é feita a definição das condições de contorno da estrutura. E na terceira é feita a apresentação dos resultados da análise.

A dinâmica das estruturas estuda as modificações ocorridas na quantidade de movimento dos sistemas elásticos. Alguns exemplos são: ação de um motor sobre a sua base, ação dos ventos ou das ondas do mar em estruturas, ação de terremotos ou explosões, impacto de cargas móveis sobre sistemas estruturais, vibrações livres, ou seja, quando provocadas exclusivamente pela energia potencial e cinética. Disto vem o interesse em se obter, através da análise modal, as frequências naturais e modos de vibração. Sabe-se, que graus de liberdade são coordenadas que definem como se encontram as configurações de um sistema a qualquer instante. Um modo de vibração é a configuração do sistema segundo a qual este pode oscilar, mantendo-se constante a relação entre os deslocamentos dos diversos pontos da estrutura.

O modelo modal da estrutura foi obtido através do método de elementos finitos, usando uma malha com 303 nós. Os parâmetros do material empregado para a análise são os normalmente usados para o aço comum. Módulo de elasticidade  $E = 21 \times 10^{10} \text{ N} / \text{m}^2$ , coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$  e densidade  $\rho = 7850 \text{ kg} / \text{m}^3$ .

O prédio foi modelado no programa Ansys como uma estrutura constituída de quatro pilares principais e três lajes. Para modelar numericamente os pilares e as lajes, utilizaram-se basicamente dois tipos de elementos finitos. O primeiro é o elemento de casca *SHELL63*, conforme Figura 4.1, que gera o modelo dos andares. E o segundo é o elemento *BEAM3*, conforme Figura 4.2, que proporciona a sustentação do prédio.

O elemento de casca, visto na Figura 4.1, pode ser quadrangular ou triangular e tem capacidade de suportar cargas de flexão e de membrana, ou seja cargas no plano da chapa e na direção normal. Este elemento possui seis graus de liberdade em cada nó que são translações e rotações nos eixos  $x, y$  e  $z$ . Neste elemento é necessária a inserção da espessura em cada nó para a definição do volume (VALE, 2006).

As propriedades físicas e mecânicas utilizadas na análise modal para este elemento são: módulo de elasticidade longitudinal, densidade e coeficiente de Poisson do material constituinte do modelo.

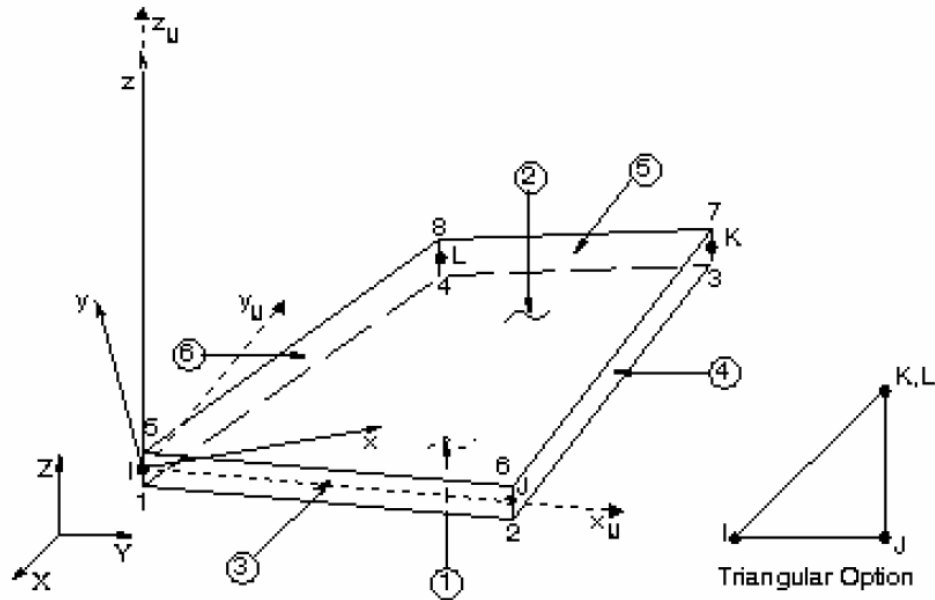


Figura 4.1 – Elemento de casca (ANSYS, 2001)

O elemento *BEAM3*, visto na Figura 4.2, é do tipo linha, tendo capacidade de suportar cargas de tração, compressão e flexão. Este elemento tem três graus de liberdade em cada nó, que são as direções nodais  $X$ ,  $Y$  e a rotação sobre o eixo nodal  $Z$ . É necessária a inserção de constantes reais, tais como a área da seção transversal, altura e momento de inércia da viga. Este elemento pode ser quadrangular ou triangular e tem a capacidade de suportar cargas de flexão e de membrana (VALE, 2006).

As propriedades físicas e mecânicas utilizadas na análise modal para este elemento são: módulo de elasticidade longitudinal, densidade e coeficiente de Poisson do material constituinte do modelo.



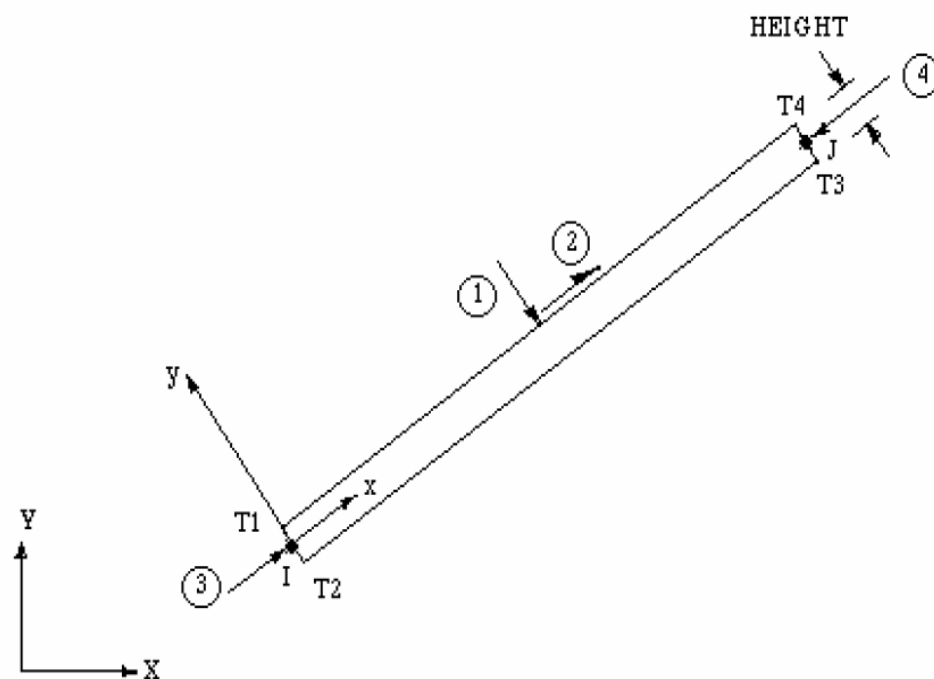


Figura 4.2 – Elemento Beam3 (ANSYS, 2001)

Utilizando os elementos referidos anteriormente, é construído o modelo do prédio para a análise numérica no Ansys, e pode ser observada na Figura 4.3.

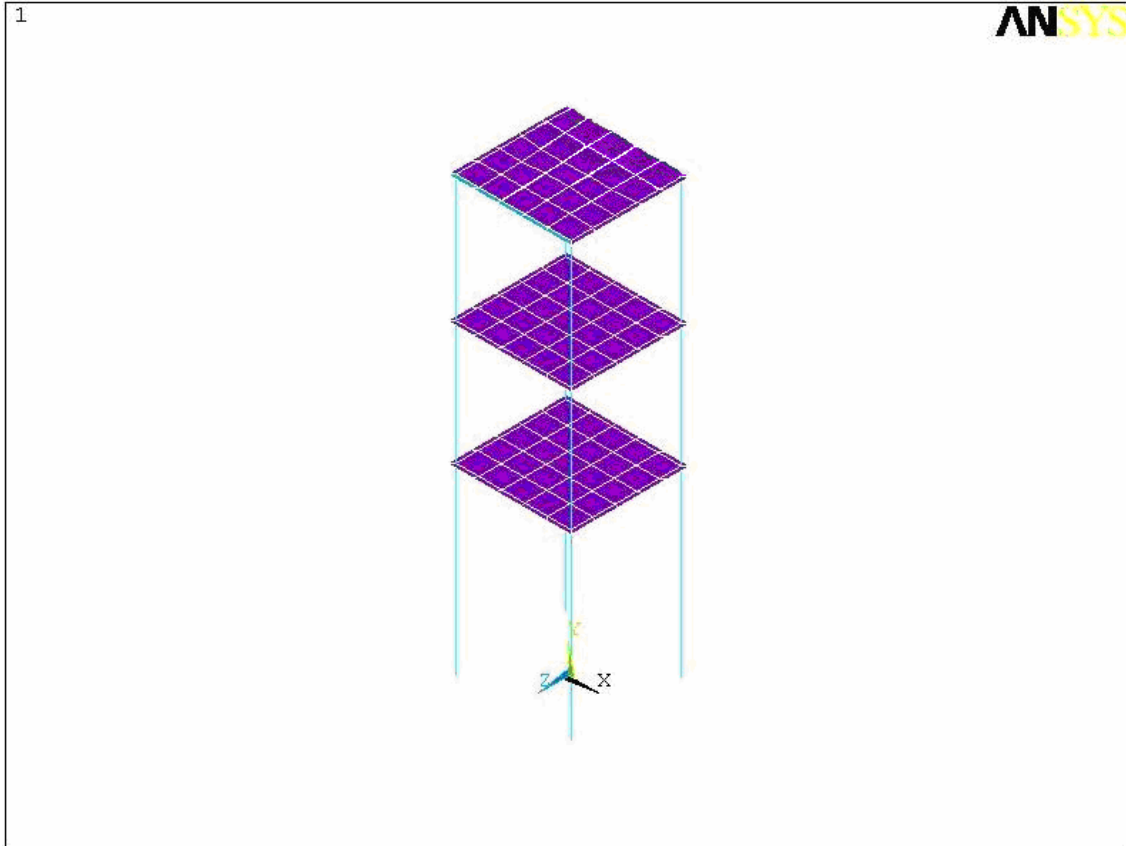


Figura 4.3 – Modelo para análise de elementos finitos.

Para a análise de elementos finitos, o programa gera uma malha sobre a estrutura. E em cada intersecção da malha, é atribuído um número para cada nó, também chamado de “node”. É através do número do nó que se correlaciona a posição física em que o neutralizador é colocado com a matriz de massa do sistema primário. Por exemplo: Caso o neutralizador seja instalado no nó 183, o programa criará uma matriz  $n \times n$  com todos os elementos iguais a zero, exceto para o elemento 183x183, que terá o valor da massa equivalente do neutralizador. Esta matriz será somada a matriz de massa do sistema primário, com isto o programa modela o comportamento do sistema composto. Um procedimento análogo ocorre com o amortecimento equivalente (teoria do sistema composto detalhada na seção 2.5.5.).

Para a visualização dos nós criados sobre a estrutura, basta apenas clicar sobre o menu “*Plot Nodes*”, do programa Ansys. Mostram-se na Figura 4.4, todos os “*nodes*” criados para a laje do segundo andar do prédio. Da mesma forma, pode ser visualizado os nós dos demais andares.

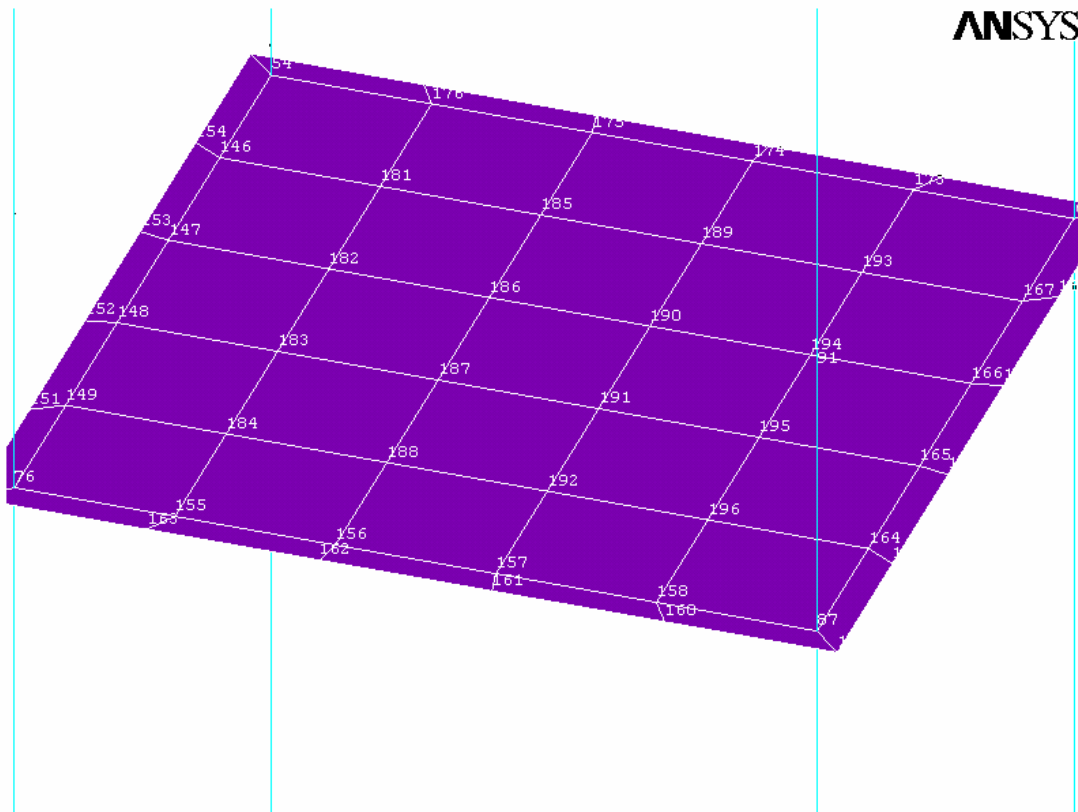


Figura 4.4 – Malha de elementos finitos para a laje do segundo andar.

Com a malha de elementos finitos pronta, o Ansys pode realizar a análise modal da estrutura e gerar um arquivo para cada frequência natural de vibração. Este arquivo contém o autovalor e o autovetor para cada um dos três eixos cartesianos e seus respectivos rotacionais. Para as simulações numéricas do presente trabalho, consideram-se apenas as vibrações ao longo do eixo “*x*”.

As cinco primeiras frequências naturais obtidas, ao longo do eixo “x”, para a estrutura em estudo foram:  $f_1 = 3,4608Hz$ ,  $f_2 = 5,8985Hz$ ,  $f_3 = 13,602Hz$ ,  $f_4 = 20,552Hz$  e  $f_5 = 28,086Hz$ .

### 4.3 Resultados Obtidos nas Simulações

A metodologia adotada para avaliar os resultados inicia-se com a montagem de uma tabela que apresenta os dados das simulações. Estes são, avaliados e comentados.

A faixa de frequência de interesse é limitada nas três primeiras frequências naturais da estrutura primária. Este truncamento é necessário, pois há um grande esforço computacional para simulações numéricas em banda larga. Entretanto, para comprovar a validade do modelo é também realizada uma simulação com uma faixa de interesse um pouco mais ampla, que abrange as cinco primeiras frequências naturais da estrutura.

É selecionado uma amostra para que sua função resposta em frequência, em diferentes configurações, seja analisada e detalhada. Todos os resultados foram obtidos sobre a estrutura primária complexa definida na seção 4.2.

As simulações são divididas em duas categorias. A primeira é referente ao comportamento do sistema composto na temperatura de projeto. E a segunda, é sobre o sistema composto quando submetido a uma variação de temperatura que causa uma dessintonização do modelo viscoelástico. Assim, com a utilização do modelo híbrido, torna-se possível a correção deste efeito indesejado. Bastando para isto, ajustar os parâmetros do circuito elétrico ressonador.

#### 4.3.1 Simulação na temperatura de projeto

O painel frontal do programa de otimização do NDHEV é apresentado na Figura 4.5. Para maiores detalhes sobre o funcionamento do programa dirija-se ao “Manual de Utilização do Programa de Otimização do NDHEV”, localizado no Apêndice A.

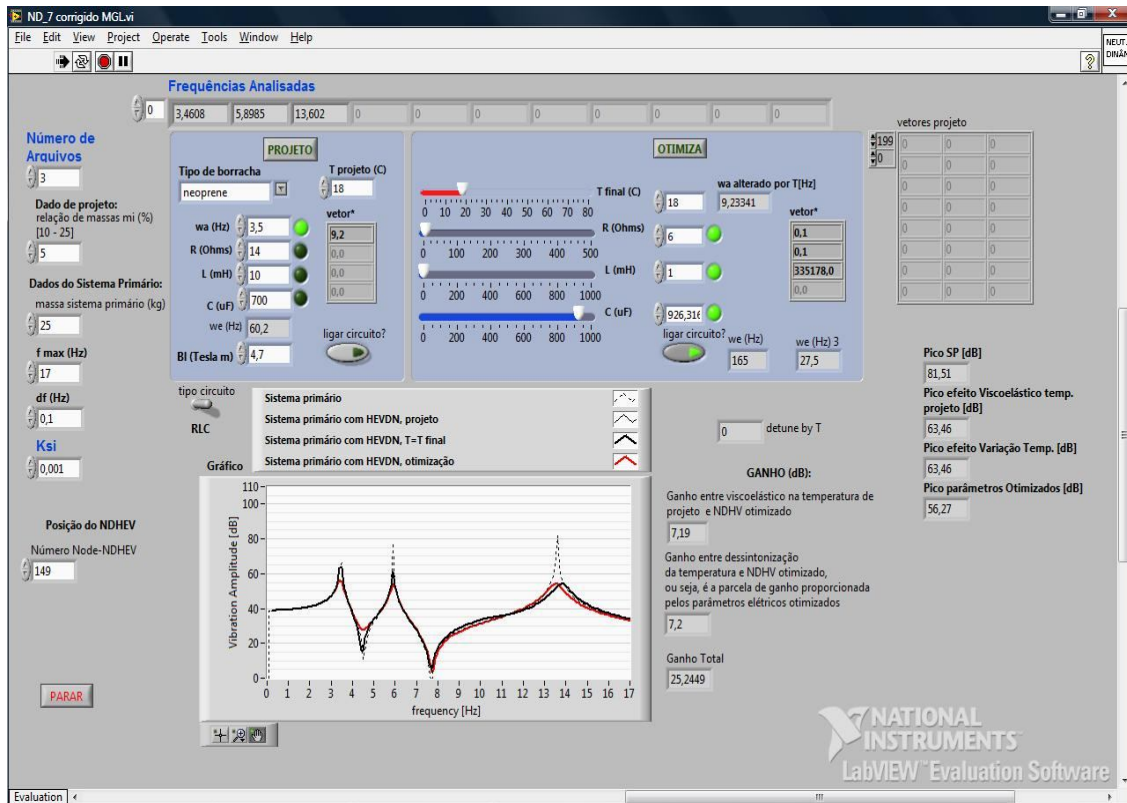


Figura 4.5 – Painel frontal do programa de otimização do NDHEV

Os valores da Tabela 4.1 comparam os ganhos obtidos entre a utilização do NDV e NDHEV para a temperatura de projeto, neste caso 18°C. Cabe ressaltar que a potência de referência utilizada para o cálculo do ganho em decibéis é de  $1 \times 10^{-6}$ . Cada simulação indica uma nova posição do neutralizador na estrutura, ou seja, um diferente nó da estrutura.

Tabela 4.1 – Dados das simulações na temperatura de projeto

Nó	SP	SP+NDV	SP + NDHEV			Ganho [dB]		
	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	R[W]	L[mH]	C[mF]	SP+NDV	SP+NDHEV
149	81,51	63,46	56,27	0,1	0,1	335178	18,05	25,24
164	81,51	63,46	56,27	0,1	0,1	3335178	18,05	25,24
184	81,51	63,46	56,27	0,1	0,1	335178	18,05	25,24
185	81,51	64,11	56,57	0,1	0,1	330435	17,4	24,94
188	81,51	63,46	56,27	0,1	0,1	3335178	18,05	25,24
189	81,51	64,11	56,57	0,1	0,1	330435	17,4	24,94
191	81,51	64,51	60,61	0,4	0,1	74189,5	17	20,9
193	81,51	64,11	56,57	0,1	0,1	330435	17,4	24,94
194	81,51	64,56	60,31	0,4	0,1	95172,7	16,95	21,2
196	81,51	63,46	56,27	0,1	0,1	335178	18,05	25,24
199	81,51	65,04	61,53	2,6	0,1	534698116	16,47	19,98
228	81,51	59,84	46,33	0,4	0,1	62785,6	21,67	35,18
236	81,51	59,89	50,19	1	0,1	65353	21,62	31,32
237	81,51	65,04	61,53	2,6	0,1	626472984	16,47	19,98
238	81,51	65,04	61,53	2,6	0,1	626472984	16,47	19,98
239	81,51	65,04	61,53	2,6	0,1	626472984	16,47	19,98
240	81,51	65,04	61,53	2,6	0,1	626472984	16,47	19,98
286	81,51	63,41	55,78	1,6	0,1	70395,8	18,1	25,73
300	81,51	63,33	48,76	0,3	0,1	186466,8	18,18	32,75
301	81,51	63,41	55,25	1,3	0,1	78599,7	18,1	26,26

Para uma outra forma de visualização dos ganhos (entenda-se ganho como a redução de amplitude de vibração) apresenta-se o gráfico comparativo da Figura 4.6.

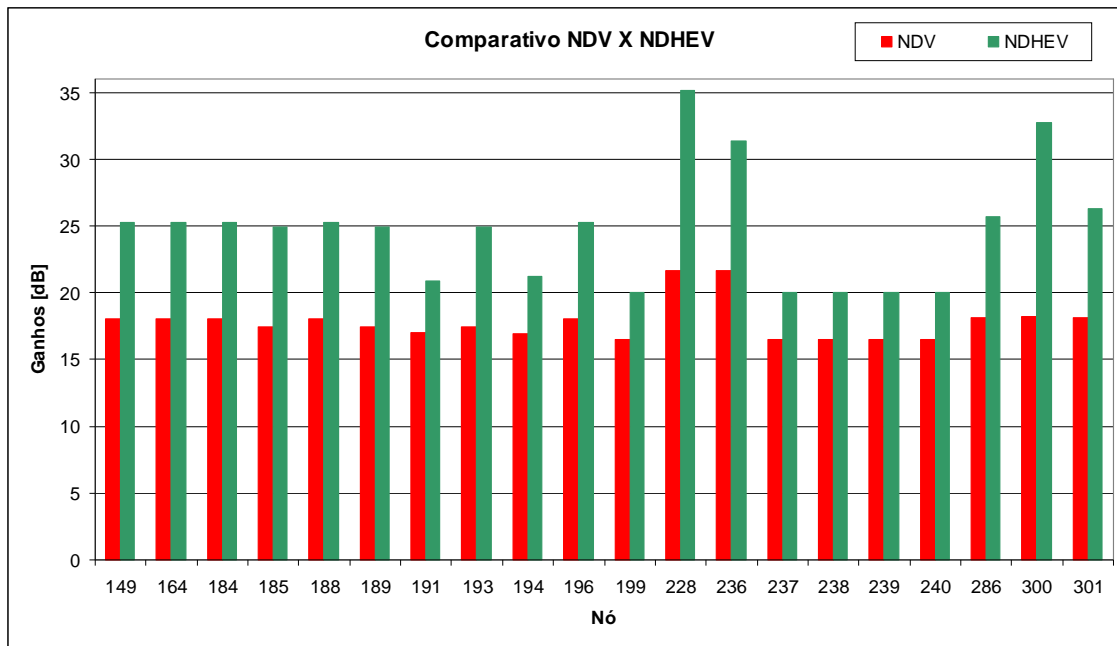


Figura 4.6 – Gráfico comparativo entre NDHEV e NDV na temperatura de projeto

Observando-se o gráfico acima, percebe-se que em todas as simulações numéricas realizadas o NDHEV obteve um melhor desempenho em comparação ao NDV. Este resultado deve-se ao fato de que o modelo híbrido reúne as vantagens do modelo viscoelástico com o efeito proporcionado pelo circuito eletromagnético ressonador, agrupando estas qualidades em um único dispositivo. Vale ressaltar também que este dispositivo não necessita de nenhuma fonte de energia externa.

Para uma análise mais detalhada destaca-se o nó 228, o qual está situado na laje do terceiro andar, e possui o melhor desempenho para o NDV, entre as configurações aqui simuladas.

Tabela 4.2 – Dados da amostra 228

Nó	SP	SP+NDV	SP + NDHEV			Ganho [dB]		
	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	R[W]	L[mH]	C[mF]	SP+NDV	SP+NDHEV
228	81,51	59,84	46,33	0,4	0,1	62785,6	21,67	35,18

Para esta simulação, o material viscoelástico utilizado foi o neoprene, tanto para o NDV quanto para o NDHEV. Os valores de módulo de cisalhamento e fator de perda são definidos para a temperatura de projeto com o auxílio do monograma do material.

Observa-se claramente na Tabela 4.2, que o NDHEV obteve um desempenho significativamente superior, ou seja, 13,51dB mais eficientes que o NDV. Isto comprova a eficácia daquele sobre este.

A Figura 4.7 mostra a tela do programa de otimização do NDHEV para o caso do neutralizador instalado sobre o nó duzentos e vinte e oito. Nela, temos um gráfico com três curvas distintas. A curva pontilhada define a função resposta em frequência do sistema primário isolado, vibrando em suas frequências naturais. A curva contínua mais grossa define a FRF do sistema composto, utilizando o neutralizador dinâmico viscoelástico. E em vermelho, tem-se a FRF do sistema composto, utilizando o NDHEV. Para esta última configuração, observa-se uma considerável redução de vibração na faixa de frequências de interesse.

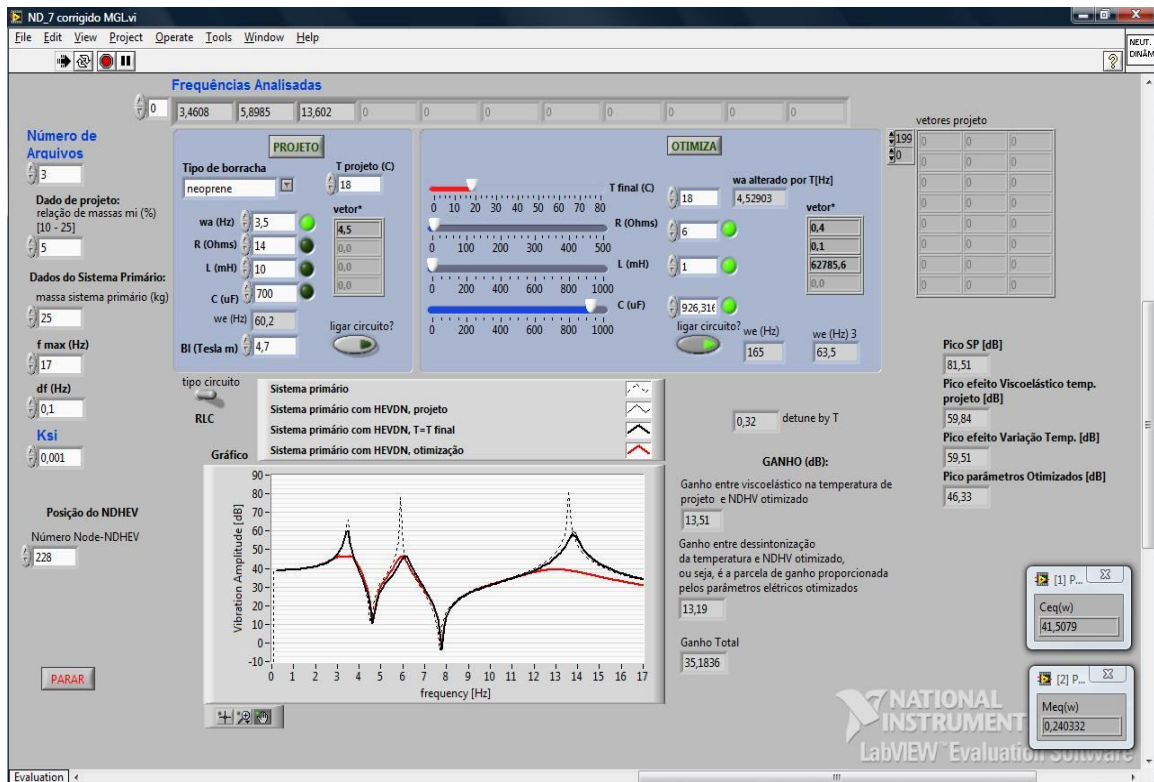




Figura 4.7 – Tela da simulação numérica de otimização para o nó 228

A rotina de otimização definiu os parâmetros elétricos ótimos do NDHEV com os seguintes valores: Resistência de 0,4Ω, indutância de 0,1mH e capacitância de 62785,6mF. Ao longo de diversas simulações, observou-se que os melhores resultados do neutralizador híbrido foram obtidos com baixos valores de resistência e indutância e altos valores de capacitância.

Para uma melhor visualização da FRF desta simulação, a mesma é ampliada e apresentada na Figura 4.8.

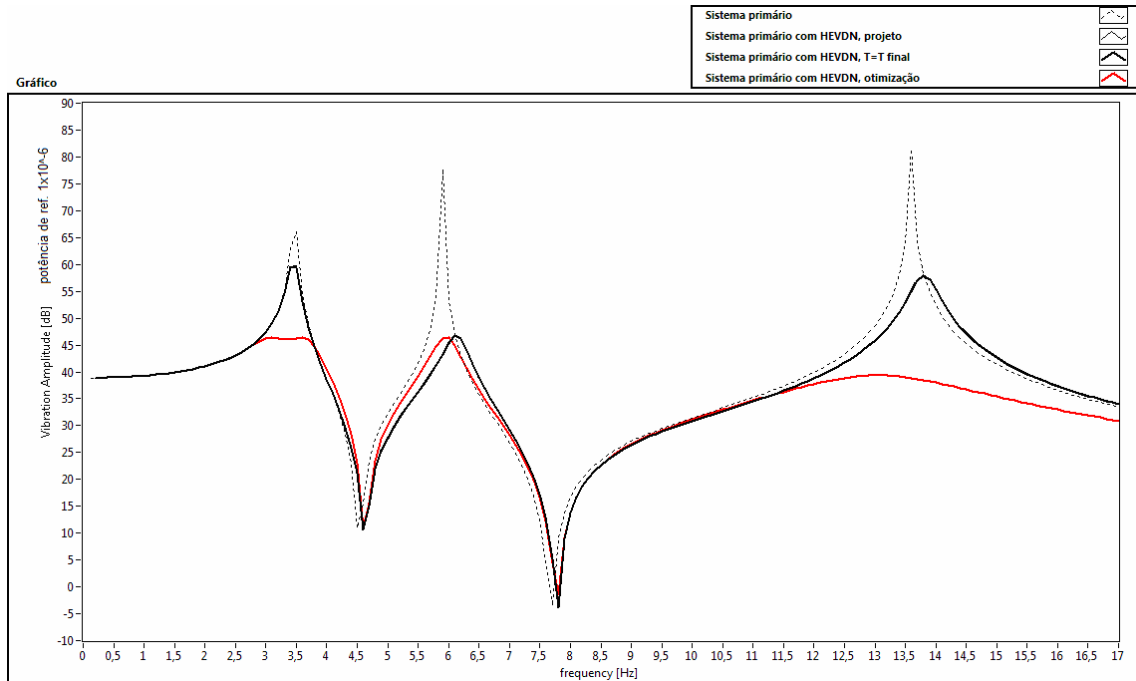


Figura 4.8 – Ampliação do gráfico da FRF para o nó 228

Os resultados obtidos em todas as simulações realizadas validam a utilização do modelo híbrido, atuando sobre a estrutura geometricamente complexa. E

também, comprovam o seu superior desempenho frente ao modelo viscoelástico em ambientes de temperatura constante.

#### 4.3.2 Simulação da temperatura de dessintonização

Nestas simulações os neutralizadores, NDV e NDHEV, são otimizados para a temperatura de projeto, neste caso 18°C. Em seguida, ocorre uma variação de temperatura que provoca a dessintonização dos neutralizadores. Este fenômeno muda significativamente os valores do módulo de cisalhamento e fator de forma do material viscoelástico, causando a dessintonização dos mesmos. Entretanto, apenas o modelo híbrido possui a possibilidade de ajustes em seus parâmetros elétricos para resintonizar o neutralizador. Fazendo com que a amplitude de vibração da estrutura seja reduzida novamente.

Foram realizadas diversas simulações para esta situação, as quais são apresentadas na Tabela 4.3, todas considerando a estrutura primária descrita no item 4.2. A temperatura final é ajustada para 70°C e a temperatura inicial para 18°C, ou seja, o material viscoelástico é submetido a uma variação térmica de 52°C.

Foram selecionados aleatoriamente diversos nós na estrutura. Cada nó representa uma configuração, consiste em uma nova posição do neutralizador na estrutura. Assim, o programa utiliza uma rotina de otimização para calcular os parâmetros construtivos ótimos da parte viscoelástica e elétrica para cada configuração.

Tabela 4.3 – Dados das simulações na temperatura de dessintonização

Nó	SP	SP+NDV	SP+NDV+DT	SP + NDHEV + DT			Ganho [dB]		
	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	R[W]	L[mH]	C[mF]	SP+NDV	SP+NDHEV
146	81,51	64,11	67,73	64,31	1,6	67,6	24342,4	13,78	17,2
149	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43
164	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43

167	81,51	64,11	67,73	64,31	1,6	67,6	24342,4	13,78	17,2
174	81,51	64,37	66,65	64,73	19,9	231,6	679,4	14,86	16,78
176	81,51	64,37	66,65	64,73	19,9	231,6	679,4	14,86	16,78
181	81,51	64,11	67,74	64,31	1,6	67,6	24344	13,77	17,2
182	81,51	64,56	69,53	66,6	9	217,2	682,9	11,98	14,91
184	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43
185	81,51	64,11	70,34	55,19	0,1	0,1	327654,7	11,17	26,32
186	81,51	64,56	69,77	66,4	3,1	141	1447,5	11,74	15,11
188	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43
189	81,51	64,11	70,34	55,19	0,1	0,1	327654,7	11,17	26,32
190	81,51	64,56	69,53	66,6	9	217,2	682,9	11,98	14,91
191	81,51	64,51	69,05	66,79	8,84	225,1	730	12,46	14,72
192	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43
193	81,51	64,11	70,34	55,19	0,1	0,1	327654	11,17	26,32
194	81,51	64,56	69,53	66,6	9	217,2	682,9	11,98	14,91
194	81,51	64,56	69,53	66,6	9	217,2	682,9	11,98	14,91
195	81,51	64,51	69,05	66,79	8,4	225,1	730,4	12,46	14,72
196	81,51	63,46	70,16	61,08	0,3	22,2	70070	11,35	20,43
199	81,51	65,04	73,61	62,87	1,5	0,1	211500375	7,9	18,64
237	81,51	65,04	73,61	62,87	1,5	0,1	211500375	7,9	18,64
238	81,51	65,04	73,61	62,87	1,5	0,1	211500375	7,9	18,64
239	81,51	65,04	73,61	62,87	1,5	0,1	211500375	7,9	18,64
240	81,51	65,04	73,61	62,87	1,5	0,1	211500375	7,9	18,64
286	81,51	63,41	68,98	55,7	1,2	0,1	154529,5	12,53	25,81
288	81,51	64,76	73,02	60,69	1,6	0,1	32640,2	8,49	20,82
288	81,51	63,56	68,92	60,55	1	0,1	25931,9	12,59	20,96
301	81,51	63,41	68,55	65,79	4,9	87,4	6529,7	12,96	15,72
302	81,51	63,41	68,55	55,28	1,2	0,1	140699,2	12,96	26,23

Para uma outra visualização dos resultados da tabela anterior, é apresentado o gráfico da Figura 4.9. As quais confrontam a performance do modelo viscoelástico com a do híbrido. O eixo das abscissas corresponde ao nó da malha de elementos finitos em que o neutralizador é posicionado. E o das ordenadas o ganho obtido para cada posição.

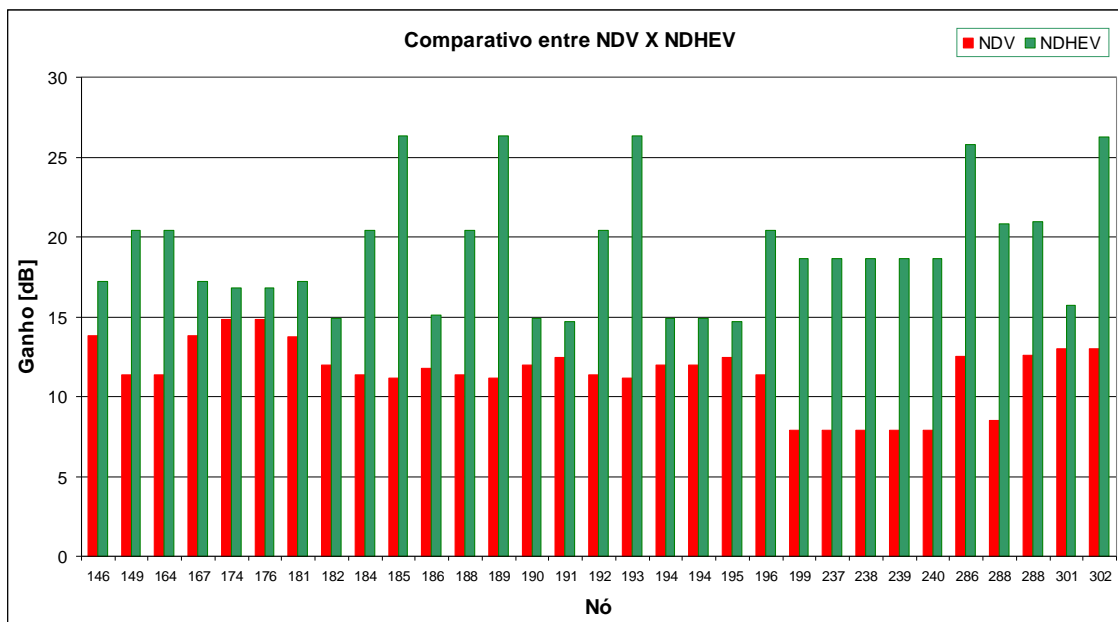


Figura 4.9 – Gráfico comparativo entre os resultados do NDHEV e NDV na temperatura de dessintonização

Observando as barras vermelhas do gráfico anterior, fica evidente o baixo desempenho do NDV quando comparado ao NDHEV sob as mesmas condições de variação térmica. A princípio, esta mudança de temperatura também afeta o desempenho do neutralizador híbrido, pois ele também possui o mesmo material viscoelástico em sua estrutura. Não obstante, devido a presença do campo magnético interagindo com uma bobina e com um circuito elétrico ressonante, o NDHEV permite a correção deste efeito indesejado. O resultado desta correção pode ser observado através do ganho obtido, o qual é representado pelas barras verdes da Figura 4.9 .

Para este novo cenário, o NDHEV apresenta novamente um desempenho superior ao NDV, comprovando novamente a validade deste modelo. E isto não é um fato pontual, é uma tendência em todas as amostras do gráfico.

Entre os pontos apresentados Tabela 4.3, o nó 189 apresentou o melhor desempenho do NDHEV, e será analisado detalhadamente com o auxílio da Tabela 4.4. Este nó está localizado na laje do segundo andar do prédio e pode ser visualizado na Figura 4.4.

Tabela 4.4 – Dados da amostra 189

Nó	SP	SP+NDV	SP+NDV+DT	SP + NDHEV + DT			Ganho [dB]		
	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	Amplitude [dB]	R[W]	L[mH]	C[mF]	SP+NDV	SP+NDHEV
189	81,51	64,11	70,34	55,19	0,1	0,1	327654,7	11,17	26,32

Os dados de resistência, indutância e capacitância são calculados pela rotina de otimização. E como se pode constatar, através da Tabela 4.3, há um comportamento recorrente de baixos valores de resistência e indutância e altos valores de capacitância que proporcionam ótimos desempenhos para o NDHEV.

A Figura 4.10 mostra o painel frontal do programa de otimização para a simulação numérica em que o neutralizador é posicionado sobre o nó 189. A faixa de frequência de interesse para este caso está entre zero e dezessete hertz. Nesta faixa, a estrutura complexa primária apresentou três frequências naturais de vibração, que são:  $f_1 = 3,4608Hz$ ,  $f_2 = 5,8985Hz$  e  $f_3 = 13,602Hz$ . Caso o sistema primário seja excitado em alguma destas frequências, a estrutura vibrará com amplitudes majoradas em cada oscilação, podendo levá-la a ruptura. Com o objetivo de evitar esta situação catastrófica, é instalado o NDHEV na laje do segundo andar, mais especificamente sobre o nó 189. Isto acrescentará amortecimento e rigidez ao sistema composto, mitigando os picos de vibrações.

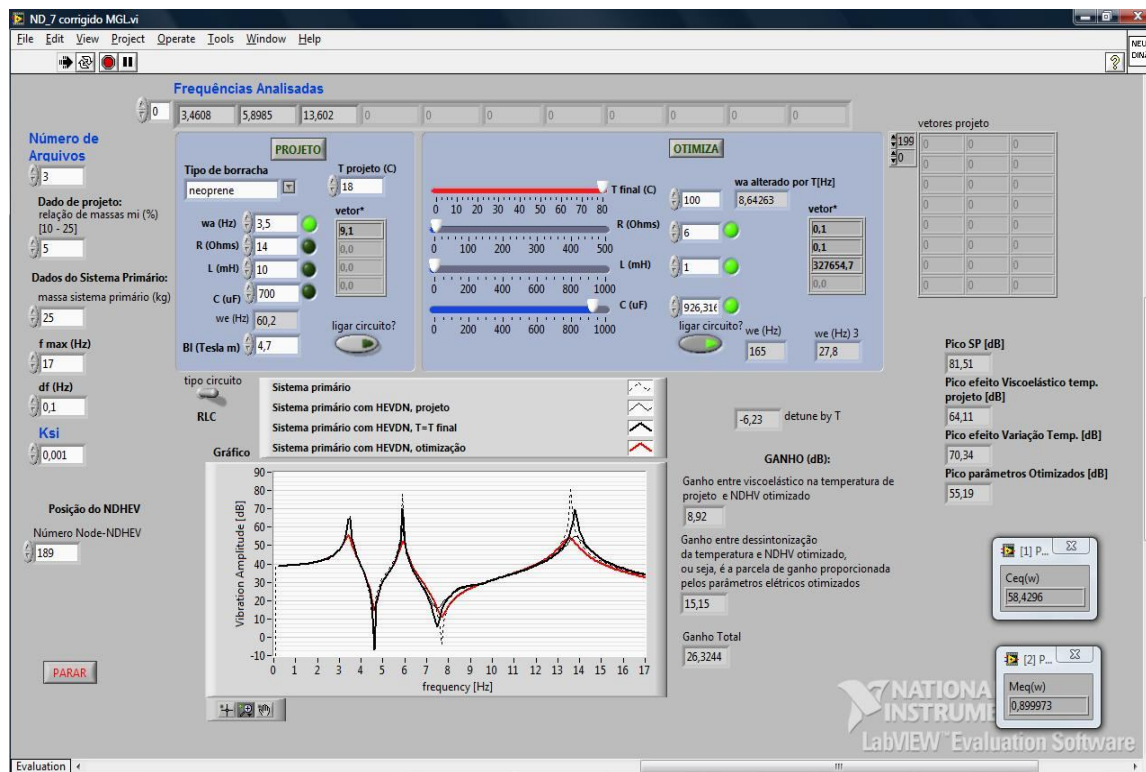


Figura 4.10 – Painel frontal da simulação com NDHEV instalado sobre o nó 189

Para uma visualização mais adequada da FRF do sistema composto, o gráfico presente no painel frontal será ampliado na Figura 4.11.

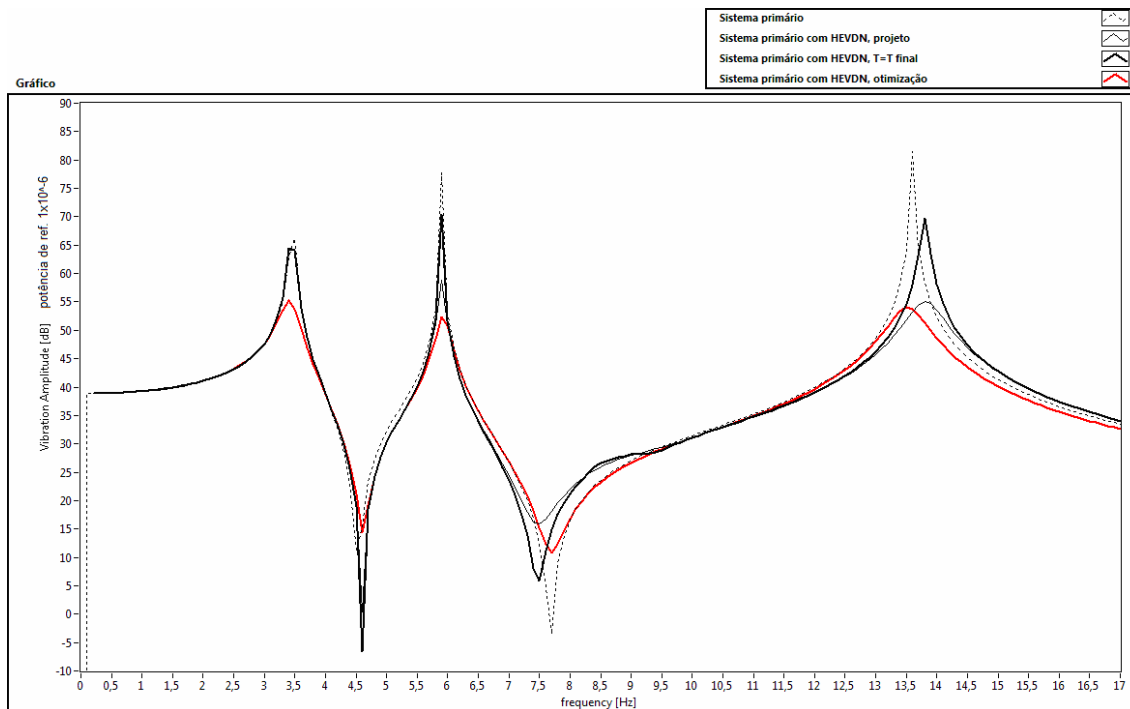


Figura 4.11 – Função resposta em frequência para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 189

A curva pontilhada representa o comportamento dinâmico do sistema primário isolado, a qual obteve a sua amplitude máxima em 81,51 decibéis.

Já a curva contínua - delineada em um traçado fino - representa o sistema composto com NDV. Esta configuração obteve uma redução dos níveis de vibrações de 17,4 dB em relação ao sistema primário isolado.

Para a curva contínua - delineada em um traçado mais saliente - tem-se o sistema composto com NDV sujeito a uma variação de temperatura. Esta variação causa a dessintonização do neutralizador, fazendo com que os níveis de vibrações do sistema composto sejam majorados novamente, atingindo 70,34 dB. Isto é causado por uma alteração nos valores do módulo de cisalhamento e do fator de perda do material viscoelástico. Esta forte dependência da temperatura é uma característica de todos os materiais viscoelásticos.

Assim, a curva vermelha representa o sistema composto com NDHEV, otimizado para a temperatura de dessintonização. Neste modelo, também esta

presente o material viscoelástico. Entretanto, a força contra eletromotriz gerada pela interação entre a bobina e o campo magnético, terão sentido tal que se opõem as oscilações de vibrações. Isto fará com que o sistema composto reduza novamente seus níveis de vibrações. Para o caso em questão, uma redução de 26,32 dB. Ou seja, 15,15 dB mais eficiente que o modelo viscoelástico.

Para uma análise mais detalhada dos dados simulados, são apresentadas algumas FRF's da Tabela 4.3.

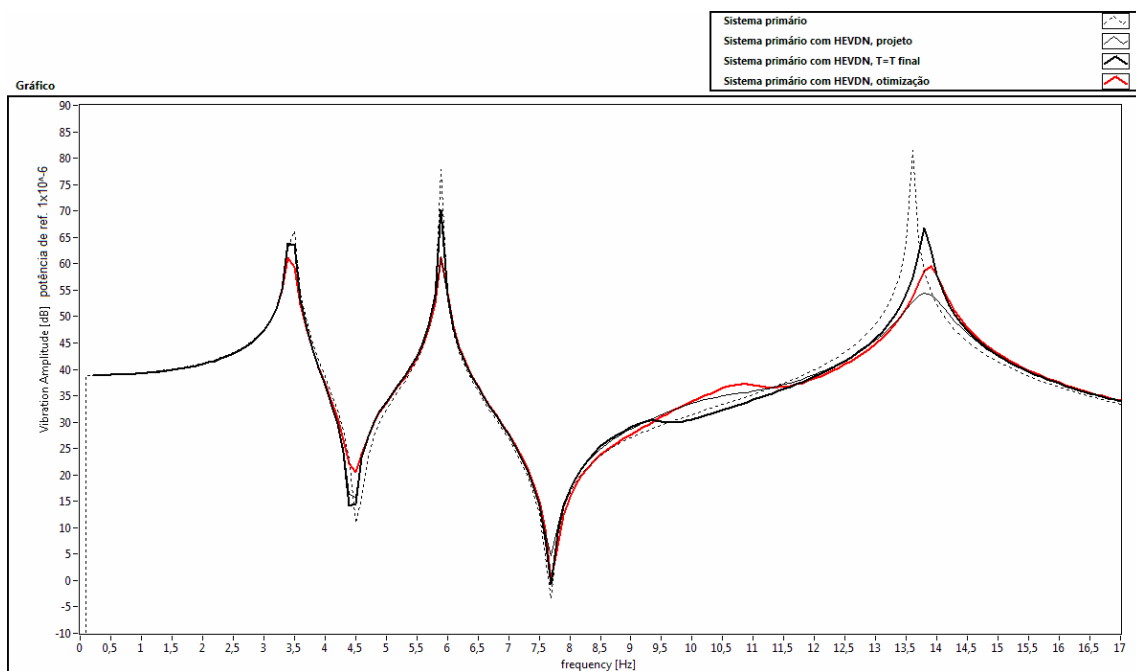


Figura 4.12 – FRF para o neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 149



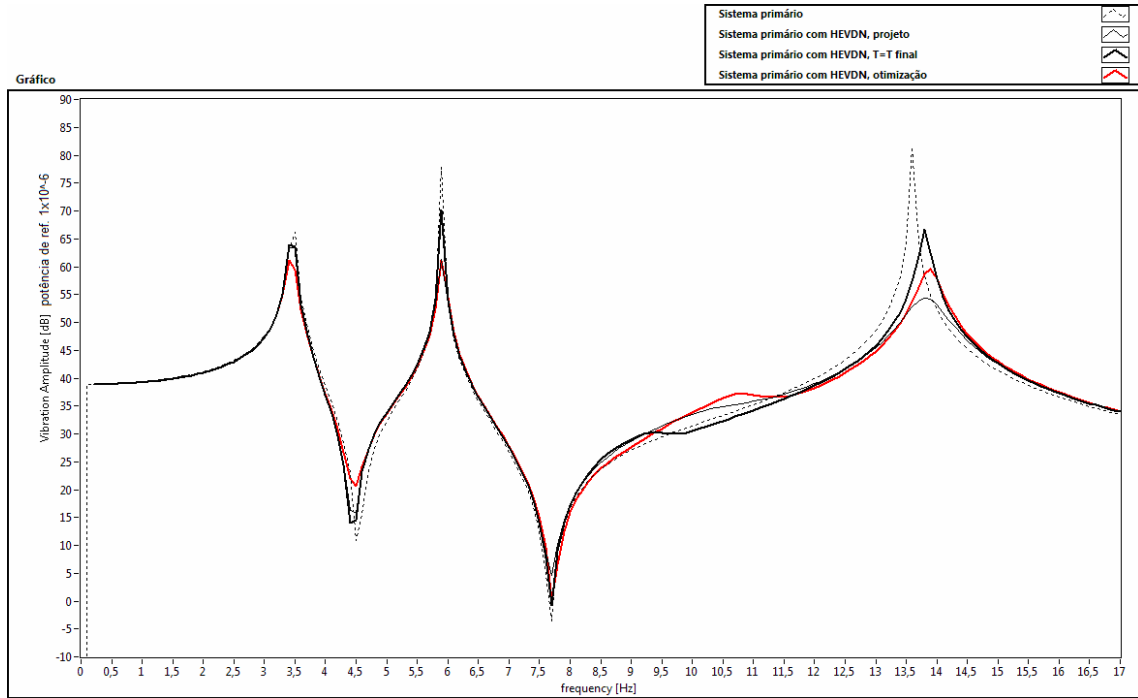


Figura 4.13 – FRF para o neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 188

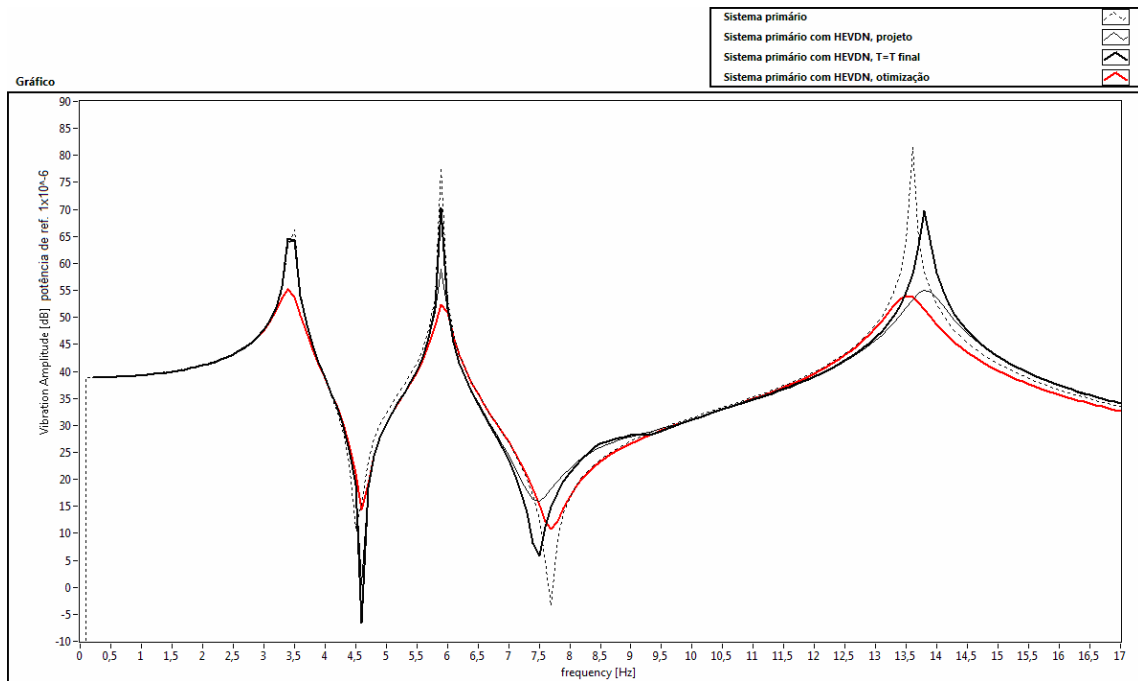


Figura 4.14 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 185

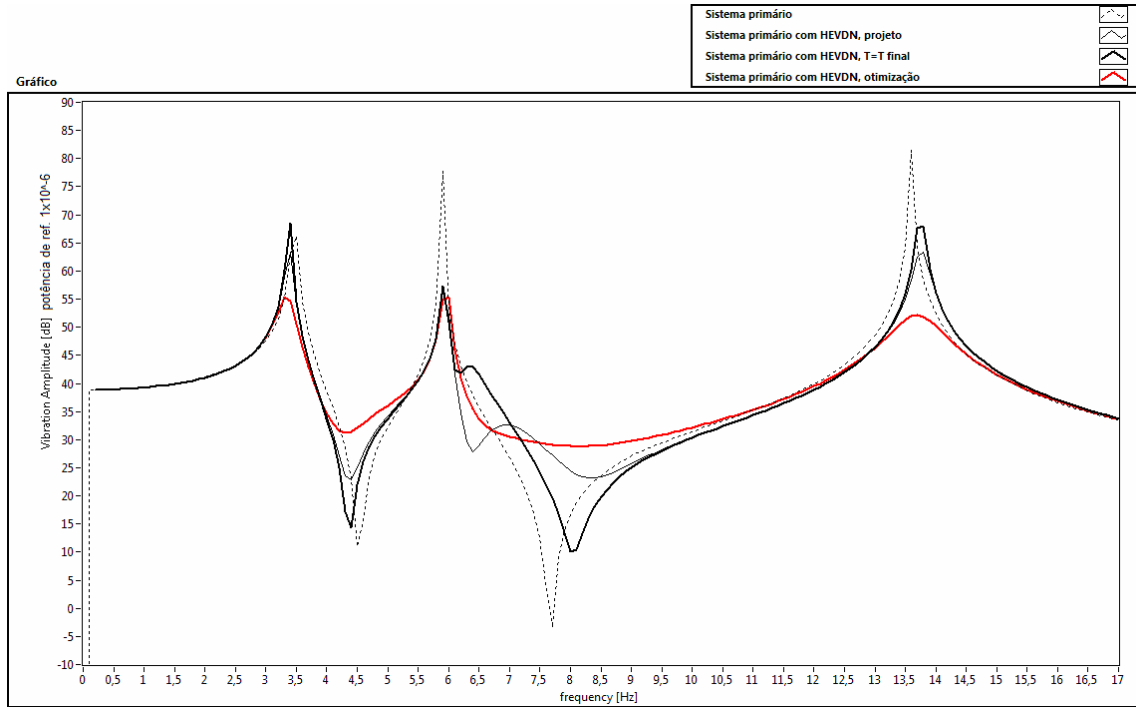


Figura 4.15 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 302

Como citado na seção 4.3, será apresentado uma simulação com a faixa de interesse um pouco mais ampla. A qual abrange os cinco primeiros modos da estrutura do prédio. Esta faixa não foi utilizada em todas as simulações devido ao grande esforço computacional exigido. Entretanto, os resultados obtidos para três e cinco modos são suficientes para validar a influência dos parâmetros elétricos, no sentido de reduzir as amplitudes de vibrações do sistema primário em uma faixa de frequência de interesse.

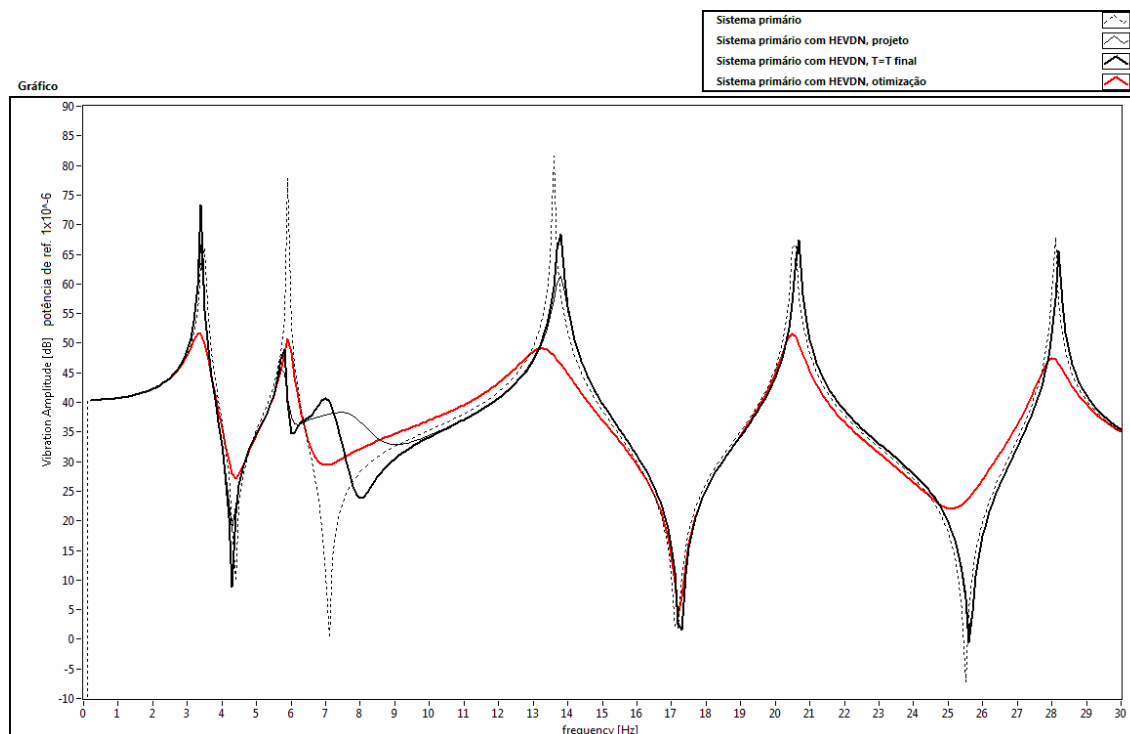


Figura 4.16 – FRF para neutralizador dinâmico posicionado sobre o nó 300

Examinando os resultados obtidos através do programa de otimização, verificam-se consideráveis reduções dos níveis de vibrações com a utilização do NDHEV. Estes dados novamente validam a utilização do modelo proposto em estrutura com múltiplos graus de liberdade e ratificam o seu superior desempenho frente ao modelo viscoelástico, mesmo quando submetido a uma variação térmica.

## 5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

### 5.1 Conclusões

Foi desenvolvido e apresentado um novo modelo de neutralizador dinâmico, o qual reúne as vantagens do modelo viscoelástico e eletromecânico em um único dispositivo. Este modelo foi então chamado de Neutralizador Dinâmico Híbrido Eletro-Viscoelástico.

Foi desenvolvida uma metodologia para o projeto ótimo do neutralizador dinâmico híbrido eletro-viscoelástico atuando sobre uma estrutura geometricamente complexa.

A análise numérica do NDHEV para uma estrutura de múltiplos graus de liberdade foi realizada com um programa desenvolvido na plataforma Labview. Este programa calcula a função resposta em frequência do sistema composto para três distintas configurações, a saber: sistema isolado, sistema composto com NDV e sistema composto com NDHEV, tanto para temperaturas constantes quanto variáveis.

Através dos resultados obtidos nas análises numéricas realizadas, comprovou-se a validade do modelo proposto atuando sobre uma estrutura geometricamente complexa. Comprovou-se também, o superior desempenho do NDHEV frente ao NDV para temperaturas constantes ou variáveis.

Confirmou-se numericamente que a dessintonização causada pela variação da temperatura pode ser corrigida pela ação de um circuito eletromagnético. Isto abre um novo caminho a ser explorado no que diz respeito as metodologias de controle de vibrações.

Através das simulações numéricas, comprovou-se a eficiência do NDHEV, obtendo resultados significativos para o controle de estruturas com múltiplos graus de liberdade. Atingindo assim, todos os objetivos almejados.

Os resultados para o modelo híbrido mostraram-se promissores. Sendo uma nova opção para o controle de vibrações.

## 5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

No presente trabalho utilizou-se o método de otimização de “Nelder and Mead”, é sugerido aqui a implementação de um programa com uma outra técnica de otimização. Por exemplo, Algoritmos Genéticos.

Outro fato a se considerar é a localização do neutralizador sobre a estrutura. O programa de otimização aqui desenvolvido, calcula a FRF do sistema composto com o neutralizador posicionado sobre o nó determinado pelo operador do programa. É sugerido, então, a implementação de um programa que otimize também a posição do neutralizador sobre a estrutura. Uma adaptação da técnica desenvolvida para NDV, para a localização ótima de ser implementada para o NDHEV.

Sugere-se também um trabalho que contemple uma análise numérica da ação de múltiplos NDHEV sobre uma estrutura geometricamente complexa.

E por fim, a montagem de um protótipo do NDHEV, para que os resultados teóricos e experimentais sejam comparados e analisados.

## **PRODUÇÃO CIENTÍFICA NO PERÍODO (Jun. 2006 – Nov. 2008)**

HUDENSKI, R.A.; PARANÁ, R.F.; BAVASTRI, C.A. **A Hybrid Electromechanical – Viscoelastic Dynamic Vibration Neutralizer: A New Model and Analysis.** In:19th International Congress of Mechanical Engineering. 2007. 10p.

## REFERÊNCIAS

- ANSYS, **User's Manual for Revision 6**. Swanson Analysis Systems Inc. Houston, 2001.
- BAVASTRI, C.A. **Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos**. 1997. 126f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1997.
- BAVASTRI, C.A.; DOUBRAVA FILHO, F.J.; ESPÍNDOLA, J.J.; LOPES, E.O.M.; VENÂNCIO, H.W. **Modelo Geral de Neutralizadores Dinâmicos para Controle Passivo de Vibrações e Ruído: Parâmetros Equivalentes Generalizados**. In: XXVIII Cilamce, 2007.19p.
- BAGLEY, R.L.; TORVIK, P.J. **A Generalized Derivative Model for na Elastomer Damper**. *The Shock and Vibration Bulletin*. v.49, 1979. 135-143p.
- BAGLEY, R.L.; TORVIK, P.J. **A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity**. *Journal of Reology*. v.277, 1983. 201-210p.
- BAGLEY, R.L.; TORVIK, P.J. **On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behavior**. *Journal of Reology*. v.30, 1986. 133-155p.
- CANDIR, B.; OZGUVEN, H.N. **Dynamic Vibration Absorbers for Reducing Resonance Amplitudes of Hysterically Damped Beam**. In: Proceedings of Fouth International Model Analysis Conference, 1986. 1628-1635p.
- COAN, J.J. **Controle Misto de Vibrações em Viga Metálica Utilizando Neutralizadores Viscoelásticos e Filtros Adaptativos: Caso Harmônico**. 2005. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.
- CONNOR, J.J. **Introduction to Structural Motion Control**. New Jersey: Prentice Hall, 2000. 680p.

CRUZ, G.A.M. **Projeto Ótimo de Neutralizadores Viscoelásticos Baseado no Modelo a Derivadas Fracionárias**. 2004. 168f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2004.

DAYOU, J.; BRENNAN, M.J. **Global Control of Structural Vibration Using Multiple Tuned Tunable Vibration Neutralizers**. Journal of Sound and Vibration. v.258, 2002. 345-357p.

DEN HARTOG, J.P. **Mechanical Vibrations**. New York: McGraw Hill Book Company, 1956. 436p.

ESPÍNDOLA, J.J. **Apostila de Dinâmica das Estruturas**. Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica. – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1986.

ESPÍNDOLA, J.J. **Design and Performance of Viscoelastic Isolators and Suspensions for Aeronautic Engines**. FBB Report. 1990.

ESPÍNDOLA, J.J.; SILVA, H.P. **Modal Reducion of Vibrations by Dynamic Neutralizers: A General Approach**. In:10th International Modal Analysis Conference. 1992. 1367-1373p.

ESPÍNDOLA, J.J.; BAVASTRI, C.A. **Reduction of Vibrations Complex Structures with Viscoelastic Neutralizers: A Generalized Approach**. In:DECT'95-ASME, v.3, 1995. 761-766p.

ESPÍNDOLA, J.J.; BAVASTRI, C.A. **An Efficient Concept of Transmissibility for a General Equipment Isolation System**. In:DECT'97-ASME, v.CD-ROM, 1997. CD-CDp.

ESPÍNDOLA, J.J.; BAVASTRI, C.A. **International Symposium on Dynamic Problems in Mechanics and Mechatronics**. Schloss Reicensburg. v.1, 1999. 251-258p.

EWINS, D.J. **Modal Testing:Theory and Practice**. England: Research Studies Press, 1984. 269p.



FRAHM, H. **Device for Damping Vibration of Bodies**, US Patent. N° 989959, 30 october, 1909.

FRANCHEK, M.A.; RYAN, M.W.; BERNHARD, R.J. **Adaptative Passive Vibration Control**. Journal of Sound and Vibration. v.189, 1995. 565-585p.

GERMANT, A. **A Method of Analyzing Experimental Results Obtained From Elasto-Viscous Bodies**. Physics. v.7, 1936. 311-317p.

HARTMANN, D.W.; KERN, G.G. **Wind Induced Vibration on High Voltage Overhead Lines**. Journal of Surveys on Mathematic for Industry. v.1, 1991. 145-172p.

HUDENSKI, R.A.; PARANÁ, R.F.; BAVASTRI, C.A. **A Hybrid Electromechanical – Viscoelastic Dynamic Vibration Neutralizer: A New Model and Analisis**. In:19th International Congress of Mechanical Engineering. 2007. 10p.

INMAN, D.J. **Engineering Vibration**. New Jersey: Prentice Hall, 1996. 560p.

LOPES, E.M.O. **On the Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials**. 1998. 192f. Thesis (Phd Mechanical) – University of Wales Cardiff, 1998.

LOPES, E.M.O.; BAVASTRI, C.A.; SILVA NETO, J.M.; ESPÍNDOLA, J.J. **Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros por Derivadas Generalizadas**. In:III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica. Belém: Anais do III Congresso de Engenharia Mecânica. 2004.

MAKRIS, N.; CONSTANTINOU, M.C. **Spring Viscous Damper Systems for Combined Seismic and Vibration Isolation**. Earthquake Engineering and Structural Dynamics. v.21, 1992. 649-664p.

MANIKAHLLY, D.N.; CROCKER, M.J. **Vibration Absorbers for Hysterically Damped Mass Loaded Beam**. Journal of Vibration and Acoustic. v.1133, 1991. 116-122p.

- NASHIF, A.D.; JONES, D.J.I.G.; HENDERSON, J.P. **Vibration Damping**. New York: John Wiley and Sons, 1985. 441p.
- NELDER, J. A.; MEAD, R. **A Simplex Method for Function Minimization**. Computer Journal. v.7 1965. 308-313p.
- NUTTING, P.G. **A New General Law of Deformations**. Journal of the Franklin Institute. v.191, 1921. 684-697p.
- RADE, D.; STEFFEN, Jr. V. **Optimization of Dynamic Vibration Absorbers Over Frequency Band**. Mechanical Systems and Signal Processing. v.4, 2000. 679-690p.
- ROGERS, L. **Operators and Fractional Derivatives for Viscoelastic Constitutive Equations**. Journal of Reology. v.27, 1983. 351-372p.
- SCHWEITZER, G. **Magnetic Bearing for Vibration Control**. Bently Nevada Instability Seminar, 1985.
- SILVA, C.T. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos**. 2005. 149f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2005.
- SILVA, C.W. **Vibration: Fundamental and Practice**. NW: CRC Press, 2000. 943p.
- SILVA, H.P. **Controle Modal de Vibrações por Neutralizadores Dinâmicos: Uma Abordagem Generalizada**. 1991. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1991.
- SNOWDON, J.C. **Steady State Behavior of the Dynamic Absorber**. Journal of Acoustical Society of América. v.31, 1959. 1096-1103p.
- SNOWDON, J.C. **Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems**. New York: John Wiley and Sons, 1968. 486p.

SNOWDON, J.C. **Vibration of Simply Supported Rectangular and Square Plats to which Lumped Masses and Dynamic Vibration Absorbers are Attached.** Journal of Acoustical Society of América. v.57, 1975. 646-654p.

SOONG, T.T.; DARGUSH, G.F. **Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering.** New York: John Willey and Sons, 1997. 356p.

TORVIK, P.J.; BAGLEY, R.L. **Fractional Derivatives in the Description of Damping Materials and Phenomena.** The Role of Damping in Vibration and Noise Control. ASME DE-5. 1987. 125-135p.

VALE, A.R.M. **Controle de Vibração em Reatores Elétricos Através de Absorvedores Dinâmicos Viscoelásticos.** 2006. 187f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Pará, Belém, 2006.

YOUNG, D. **The Theory of Dynamics Absorbers for Beams.** In: Proceedings of First U.S. National Congress of Applied Mechanics. 1952. 91-96p.

WATTS, P. **On a Method of Reducing the Rolling of Ships at Sea.** Trans. Instn. Archit. v.24, 1983. 165-190p.

WELCH, S.W.J.; RORRER, R.A.L.; DUREN, R.G. **Application fo Time Based Fractional Calculus Methods to Viscoelastic Creep na Stress Relaxation of Materials.** Mechanics of Time Dependent Materials. v.3, 1999. 279-303p.

## APÊNDICE A – MANUAL DE UTILIZAÇÃO DO PROGRAMA DE OTIMIZAÇÃO DO NDHEV

Este manual tem o objetivo de auxiliar a utilização do programa de otimização do NDHEV, o qual foi desenvolvido na plataforma Labview 8.2. Este software possui uma versão de avaliação para trinta dias, o que possibilita ao estudante a conhecer e utilizar esta ferramenta.

O Labview (*Laboratory Virtual Instruments Engineering Workbench*) é um compilador desenvolvido pela *National Instruments*. Compilador é um programa cuja finalidade é traduzir uma determinada lógica, escrita em uma linguagem que é amigável ao operador humano, em uma linguagem que pode ser entendida e executada por um processador.

Este programa utiliza uma linguagem de programação diferente das usuais em um aspecto importante. Ao invés de utilizar linhas de código em forma de texto ele utiliza uma linguagem gráfica que é composta por muitos nós conectados. Possui um compilador gráfico aperfeiçoado para maximizar o desempenho do sistema. Compila o código fonte em tempo real, e imediatamente diz ao usuário quando um erro é cometido. Pode ser usado como um substituto para as linguagens baseadas em linhas de código, permitindo ao usuário observar literalmente o que o programa está fazendo.

Na plataforma Labview existe dois ambientes de trabalho. O primeiro é o painel frontal e o segundo o diagrama de blocos. Naquele encontra-se a interface homem máquina, enquanto que neste localiza-se toda a lógica de programação.

Os programas em Labview são chamados de “*Virtual Instruments*” ou VI’s porque a aparência e as operações simulam instrumentos reais, mas como estão dentro de um computador, recebem o nome de instrumentos virtuais. Assim, pode-se citar algumas vantagens da programação gráfica: Fácil aprendizagem, curto tempo de desenvolvimento comparado a outras linguagens de texto, interface gráfica amigável ao usuário, etc.

Bem, após esta breve explanação sobre a plataforma utilizada, inicia-se o detalhamento sobre a utilização do software. O painel frontal do programa de otimização do NDHEV é apresentado na Figura A. 1, e através dele é orientado toda a explicação dos campos a serem ajustados para o correto funcionamento do software de otimização.

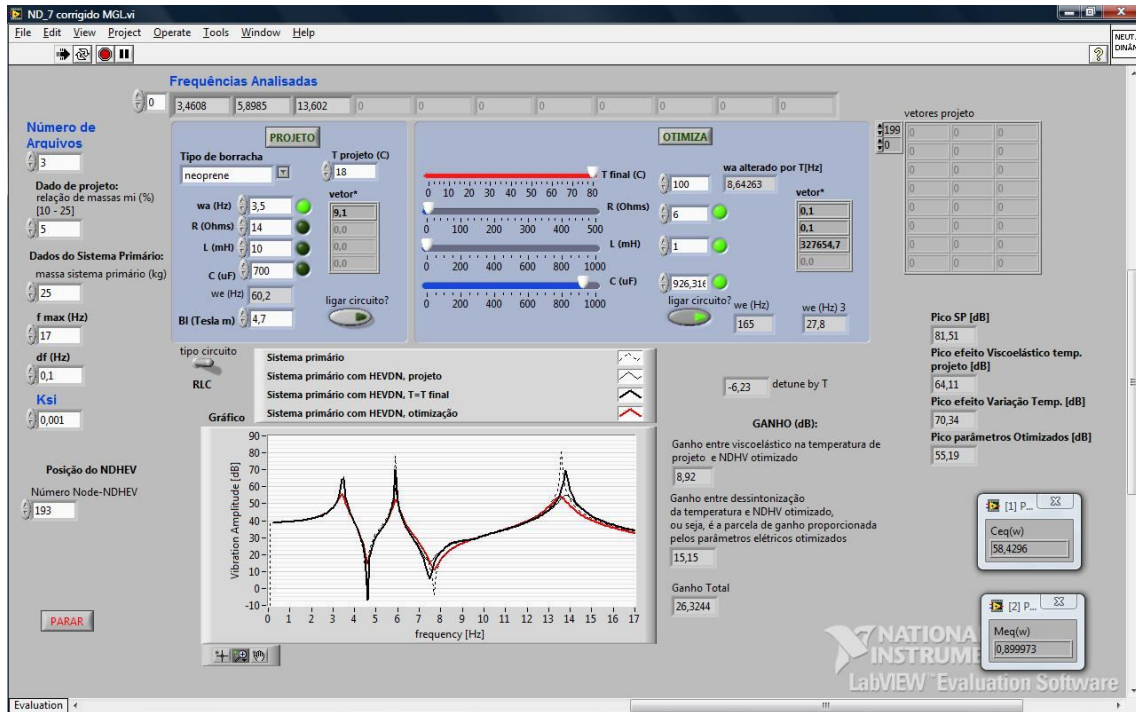


Figura A. 1 – Painel frontal do programa de otimização do NDHEV

Para a utilização do programa, é necessário definir uma estrutura primária em que se deseja reduzir a amplitude de vibração. A estrutura deve ser modelada no programa ANSYS, que através do comando “PRDISP”, gera um arquivo que pode ser facilmente convertido para o formato txt. Estes arquivos possuem os dados dos parâmetros modais da estrutura primária. São utilizados como entrada de dados para a subVi chamada “Matriz  $\phi$ ” (ver Figura A. 2), a qual possui três saídas: A primeira é a matriz de autovetores  $\phi$ , a segunda, são as freqüências naturais da estrutura e por fim o número de freqüências analisadas.



Figura A. 2 – SubVi matriz  $\emptyset$

Quando se inicia o programa, é aberto o painel frontal. Nele, devem-se definir alguns parâmetros. O primeiro, localizado na extremidade superior direita, é o campo número de arquivos. Este é o número de arquivos que foi gerado pelo Ansys. Assim, o Labview irá “ler” a quantidade de arquivos definida no campo da Figura A. 3.

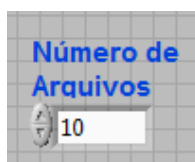


Figura A. 3 – Campo que define o número de arquivos do Ansys

Na seqüência, deve-se ajustar o fator  $\mu$ , relação entre as massas do neutralizador e do sistema primário, como visto na Figura A. 4. Este fator deve ser ajustado entre 10% e 25% da massa do sistema primário. Por exemplo, digamos que o sistema primário tenha uma massa de 1000 kg, e o fator  $\mu$  seja igual a 10%. Então a massa total do neutralizado é no máximo 100 kg.

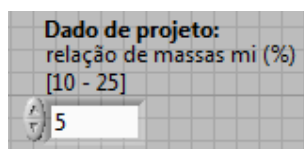


Figura A. 4 – Fator  $\mu$

Logo mais abaixo, do campo fator  $\mu$ , é definido a massa do sistema primário. É a massa da estrutura que se deseja reduzir a amplitude de vibração.

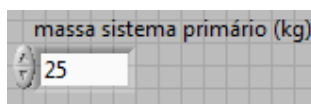


Figura A. 5 – Campo massa do sistema primário

O próximo campo, é referente a frequência máxima plotada, conforme Figura A. 6. Ou seja, se a maior frequência natural de interesse for 70 Hz, então se deve ajustar para um valor um pouco superior que este. Assim, o programa irá plotar todos os picos das frequências naturais de interesse.

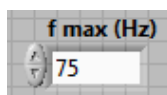


Figura A. 6 – Frequência de interesse máxima

Continuando, tem-se o parâmetro  $df$ . Que nada mais é que a resolução em frequência, apresentado na Figura A. 7. Quanto menor este valor, maior será a resolução em frequência do gráfico. Por outro lado, maior será o tempo de processamento e a quantidade de memória utilizada. Este parâmetro deve ser ajustado com muita parcimônia, pois dependendo da configuração do computador utilizado pode provocar o travamento da máquina.

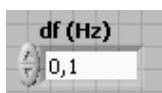


Figura A. 7 – Resolução em frequência

Seguindo em sentido descendente no painel frontal, têm-se o fator  $\xi$ , que é o fator de amortecimento. Este parâmetro deve ser definido pelo operador do programa e inserido no campo da Figura A. 8. A introdução de amortecimento ao sistema amplia a banda de frequência de atuação do neutralizador.



Figura A. 8 – Fator de amortecimento

Logo abaixo do campo fator de amortecimento, no painel frontal, há um campo chamado “Posição do NDHEV”, onde deve ser inserido o número do nó correspondente a posição física em que o neutralizador é instalado. Para identificar corretamente o número do nó o programa Ansys possui um comando chamado “Plot nodes”, onde toda a malha da estrutura torna-se visível com os seus respectivos nós (ver Figura 4.4).

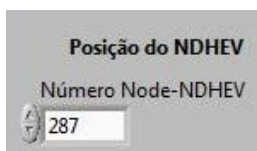


Figura A. 9 – Número do nó da estrutura

Seguindo agora para cima e para a direita no painel frontal, encontra-se um painel com fundo cor azul claro e com o botão intitulado “projeto” no topo. O primeiro item a ser ajustado neste painel é o tipo de borracha, Figura A. 10, que será utilizada tanto no NDV como no NDHEV. O comportamento dinâmico desta borracha é regido através do modelo de derivadas fracionárias. Por isso, quando definimos o tipo de



borracha, o programa acessa em sua memória uma tabela que consta os quatros parâmetros do material viscoelástico escolhido.



Figura A. 10 – Tipo de borracha

A direita do campo “Tipo de borracha”, deve ser ajustado a temperatura de projeto, Figura A. 11. Ou seja, é a temperatura ambiente que o absorvedor é projetado para trabalhar.



Figura A. 11 – Temperatura de projeto

Um pouco abaixo do campo “tipo de borracha”, Figura A. 12, observa-se os parâmetros do circuito elétrico ressonante. Os mesmos, só terão efeito quando o botão “Ligar Circuito” estiver acionado, caso contrário o programa otimizará apenas o neutralizador viscoelástico. Nesta etapa, recomenda-se não acionar o botão “Ligar Circuito”, pois seguindo esta orientação obteremos os parâmetros otimizados do NDV sem a influência do circuito elétrico ressonante.



Figura A. 12 – Parâmetros elétricos

O último parâmetro desta coluna, o qual é visto na Figura A. 13, define a intensidade do campo magnético. Este é o valor do campo magnético que a bobina do circuito ressonante é submetida em Tesla metro.



Figura A. 13 – Intensidade do campo magnético

Há também, um outro painel azul que possui o botão chamado “Otimiza”. Neste painel, são ajustados os parâmetros da rotina de otimização. O cursor vermelho, Figura A. 14, define a temperatura ambiente final, ou seja, o neutralizador é dessintonizado devido a diferença entre a temperatura final e a de projeto.

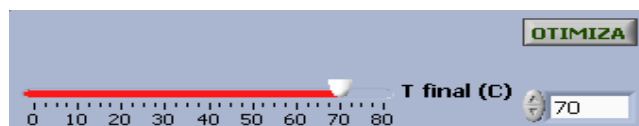


Figura A. 14 – Cursor de ajuste da temperatura final

Os parâmetros RLC são ajustados no painel de otimização, conforme Figura A. 15. E serão utilizados como valores iniciais para a rotina de otimização. Existe um led verde a direita de cada cursor. Este led indica para a rotina de otimização quais parâmetros serão otimizados. Por exemplo, se somente o led da resistência estiver acionado, somente ela será otimizada, e a indutância e capacitância apropriar-se-á dos valores definido em seus respectivos campos. Portanto, para obter o melhor resultado possível é necessário que os três leds estejam ligados e o botão “ligar circuito” esteja acionado.

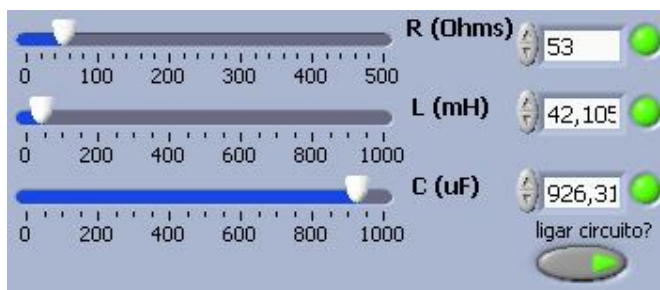


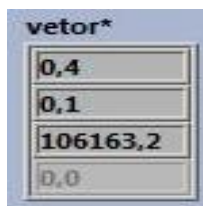
Figura A. 15 – Cursor de ajustes dos parâmetros elétricos

Sendo feitos estes procedimentos, o programa está pronto para ser utilizado. Para iniciar a execução, deve-se clicar na seta branca (*Run*), localizada no topo do painel frontal, e em seguida no botão projeto. Isto fará que uma janela se abra, para selecionar o caminho dos arquivos gerados pelo Ansys, os quais devem ser previamente salvos. Selecionando os arquivos, o programa inicia os cálculos, que levam alguns minutos para serem concluídos. O tempo de otimização é diretamente proporcional a faixa de frequência de interesse e a resolução em frequência. Ao final desta etapa, a função repostada em frequência - FRF do sistema primário é plotada em linhas pontilhadas. Simultaneamente são realizadas outras duas rotinas: A primeira otimiza os parâmetros do NDV na temperatura de projeto, em seguida plota com uma linha preta contínua e fina a FRF do sistema composto (SP + NDV). A segunda provoca a dessintonização do sistema composto, através da mudança da temperatura de projeto para a temperatura final, e plota esta FRF com uma linha preta contínua e grossa.

Devido a mudança de temperatura, o NDV deixa de trabalhar de forma otimizada e reduz a sua performance. Para evitar este efeito indesejado, este trabalho desenvolveu o NDHEV, que possui ajustes em seus parâmetros elétricos que corrigem o efeito de dessintonização. Esta é a principal vantagem do sistema híbrido. Outra vantagem, é que o sistema híbrido não necessita de fonte externa de energia para alimentar o circuito ressonante.

A rotina de otimização do NDHEV é executada ao clicar no botão “otimiza”. Assim, os parâmetros RLC serão tais que a FRF do sistema composto (SP + NDHEV) é a mínima possível. Os valores otimizados de resistência, indutância e

capacitância aparecem nesta ordem na tabela chamada “vetor\*“, conforme Figura A. 16, e então a FRF do sistema composto otimizado (SP + NDHEV) é apresentado no gráfico em uma linha vermelha.



vetor*	
0,4	
0,1	
106163,2	
0,0	

Figura A. 16 – Vetor dos parâmetros elétricos ótimos

O desempenho de cada configuração pode ser comparado de forma visual e numérica. A forma visual é facilmente identificada pelo gráfico presente no painel frontal. A forma numérica é apresentada através de indicadores numéricos que estão localizados a direita do gráfico. Estes indicadores informam a amplitude de pico de cada configuração e seus respectivos ganhos (entenda-se ganho como redução de amplitude de vibração).

## ANEXO A – ARTIGO APRESENTADO NO COBEM 2007

### A HYBRID ELECTROMECHANICAL-VISCOELASTIC DYNAMIC VIBRATION NEUTRALIZER: A NEW MODEL AND ANALYSIS

Rodrigo Augusto Hudenski, hudenski@yahoo.com.br

Rodrigo Féder Paraná, rparana@gmail.com

Carlos Alberto Bavastri, bavastri@utfpr.edu.br

UTFPR - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Av. Sete de Setembro, 3165. Curitiba – Brasil. CEP: 80230-901.

**Abstract.** *Vibration absorbers are mechanical devices for attaching to another mechanical system or structure (called the primary system) to control or reduce vibration and sound radiation from machines or structural surfaces. The cheapest and easiest way to construct a vibration absorber is by incorporating a viscoelastic material as both the resilient and energy-dissipating element. A major problem in the analysis and design of such absorbers is that, when applied to a structure, they result in equations with coefficients that are frequency dependent. This difficult problem was solved efficiently by the PISA-CNPq group with the introduction of a new concept of generalized quantities for the absorber and a new approach to the optimal design of viscoelastic absorber systems. This kind of neutralizer, although achieving optimal vibration reduction, can cause detuning as temperature varies. Electromechanical vibration neutralizers are another class of vibration neutralizer that use the interaction between a magnetic field and the displacement of a coil to generate an EMF in a resonant RLC circuit. Such neutralizers can be configured as passive/active control devices and also add less mass to the primary system. However, practical difficulties are caused by the need for them to be installed with an auxiliary structure to support the magnetic field generator. In this study, a new kind of vibration neutralizer that combines the benefits of optimal vibration reduction and active vibration control with minimal power consumption and the ability to function without an auxiliary structure is introduced. Then, a model for a hybrid electromechanical-viscoelastic dynamic neutralizer is described and its equivalent generalized parameters are introduced and analyzed. The theoretical mathematical basis developed by the PISA-CNPq group is applied in this study to the optimal design of a hybrid device. An example of vibration control in a one-degree-of-freedom system is introduced and the results are discussed.*

**Keywords:** *Vibration Control, Electromechanical Device, Optimization, Dynamic Neutralizers, Viscoelastic Material.*

#### 1. INTRODUCTION

Vibration absorbers, as they are commonly known, but which should more appropriately be called vibration neutralizers, are mechanical devices for attaching to another mechanical system or structure (called the primary system) to control or reduce vibration and sound radiation from machines or structural surfaces. Vibration neutralizers were first used to reduce rolling motions of ships (Frahm, 1909). Since then, many publications on the subject have been demonstrating their efficiency in reducing vibrations and sound radiation in many kinds of structures and machines (Den Hartog, 1956).

Using viscoelastic materials, which can be manufactured to meet design specifications, vibration neutralizers had become easy to make and apply to almost any complex structure (Bavastri, 1997; Snowdon, 1968).

In recent times, a great deal of effort has been done to generalize vibration neutralizers theory, applied to more complex structures than the undamped single degree of freedom model, tackled by Ormondroyd & Den Hartog (1928). In the work of Espíndola and Silva (1992), a general theory for optimum design of neutralizer systems, when applied to generic structures, was derived. This approach has been applied to many types of viscoelastic neutralizers (Espíndola & Silva, 1992; Freitas & Espíndola, 1993). The theory is based on the concept of equivalent generalized quantities for the neutralizers. With this concept, it is possible to write down the composite system (primary plus absorbers) movement equations in terms of the generalized coordinates (degrees of freedom), previously chosen to describe the primary system alone, despite the fact that the composite system has additional degrees of freedom (Espíndola & Bavastri, 1999).

A nonlinear optimization technique can be used to design the neutralizer system to be optimum (in a certain sense) over a specific frequency band.

The concept of fractional derivative is applied to the construction of a parametric model for the viscoelastic material (Espíndola *et al.*, 2004). Viscoelastic materials are both frequency and temperature dependent. Thus, a disadvantage for the use of such material is that vibration neutralizers designed to optimally work in a specific frequency range, when exposed to temperature variations, can cause detuning.

Electromechanical vibration neutralizers are another class of dynamic vibration neutralizers that use the interaction between a magnetic field and the displacement of a coil to generate an electromotive force in a resonant RLC electrical circuit. The resulting circuit current, when appropriately setting RLC parameters, develops a counter-electromotive force. This force can reduce the primary system vibration (Bavastri, 2001; Abu-Akeel, 1967; Nagem *et al.*, 1995). Such neutralizers can be set as passive or active control devices by varying RLC parameters. This kind of neutralizer also adds less mass to the primary system, in comparison with viscoelastic ones. However, practical difficulties are caused by the need for them to be installed with an auxiliary structure to support the magnetic field generator.

In this study, a new kind of vibration neutralizer that combines the benefits of a viscoelastic and an electromechanical neutralizer is presented. This hybrid neutralizer can achieve optimal vibration reduction and act as an active vibration control device by changing the electrical circuit parameters. This characteristic can be applied to retune the neutralizer if it is exposed to temperature variation. Besides, the hybrid neutralizer active control configuration consume minimal power comparing to others active vibration control configurations such as an adaptive filter active noise reduction one, that needs to use an exciter to impose a cancel force to the primary system. Additionally, the hybrid configuration does not need to be installed with an auxiliary structure to support the magnetic field generator. Thus, the proposed configuration is extremely versatile.

## 2. FRACTIONAL DERIVATIVE MODEL TO VISCOELASTIC MATERIALS

To obtain a precise modeling of the viscoelastic material and, thus, of the control device, it was employed the fractional derivative model. This model was firstly introduced by Nutting (1921), modeling the relaxation of tension in viscoelastic materials by means of fractional powers of time. After that, Gemant (1936) observed that the elasticity and damping of viscoelastic materials were proportional to fractional powers of frequency. In Bagley and Torvik (1986), the description of the viscoelastic behavior by fractional calculus was tackled. In that work, it was shown that the fractional model is closely related to the molecular theory which describes the microscopic behavior of most viscoelastic materials.

The constitutive relationship in shear regarding the four parameter fractional derivative model is given by:

$$\tau(t) + \varphi_0 \frac{d^\beta \tau(t)}{dt^\beta} = G_L \gamma(t) + G_H \varphi_0 \frac{d^\beta \gamma(t)}{dt^\beta} \quad (1)$$

where  $\tau(t)$  and  $\gamma(t)$  are the stress and strain time histories, respectively, and  $\varphi_0$ ,  $G_L$ ,  $G_H$  e  $\beta$  are the four parameters to be experimentally determined. The fractional derivative model given by Eq. (1) describes the linear behavior of thermorheologically simple viscoelastic materials (Bagley & Torvik, 1986; Pritz, 1996). These materials present a complex modulus of elasticity, where the real part accounts for the storage of energy (spring effect) and the imaginary part for the dissipation of energy (damping effect).

In the frequency domain, the complex shear modulus is given by Lopes (1998):

$$\bar{G}(\Omega, T) = \frac{G_L + G_H \varphi_0 [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta}{1 + \varphi_0 [i\alpha_T(T)\Omega]^\beta} \quad (2)$$

The shift factor  $\alpha_T$  is given by:

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)} \quad (3)$$

where  $\Omega$  is the circular frequency [rad/s];  $T$  is the absolute temperature [K];  $T_0$  is the reference temperature [K];  $\theta_1$  and  $\theta_2$  are parameters experimentally determined. Once the shear modulus of a viscoelastic material is known, it is possible to determine the corresponding stiffness of any simple system made of this material. From now on, the temperature will be regarded as constant and, therefore, omitted in the shear modulus. In Fig. 1 it is

shown a typical plot of a neoprene type viscoelastic material used in sound radiation and vibration control. This material was used in the present work. Material parameters were measured by the PISA-CNPq group in LVA-PISA, being both temperature and frequency dependent.

### 3. HYBRID ELECTROMECHANICAL-VISCOELASTIC DYNAMIC NEUTRALIZER (HEVDN) MODEL

To combine benefits of both viscoelastic and electromechanical dynamic vibration neutralizers, it is presented a new model of hybrid viscoelastic-electromechanical vibration neutralizer that can be used for vibration and sound radiation control. As shown in Fig. 2, this model is made of two resonant systems: one mechanical and one electromechanical. The former is made of a tuning mass and a viscoelastic material. The viscoelastic material holds together the tuning mass to the shell that is attached to the primary system. The shell also holds the magnet in which magnetic field lies the tuning mass. Around the tuning mass there is a coil that is linked to a resonant RLC electric circuit. Thus, when there is relative displacement between the coil around the tuning mass and the magnetic field, an electromotive force is generated in the electric circuit.

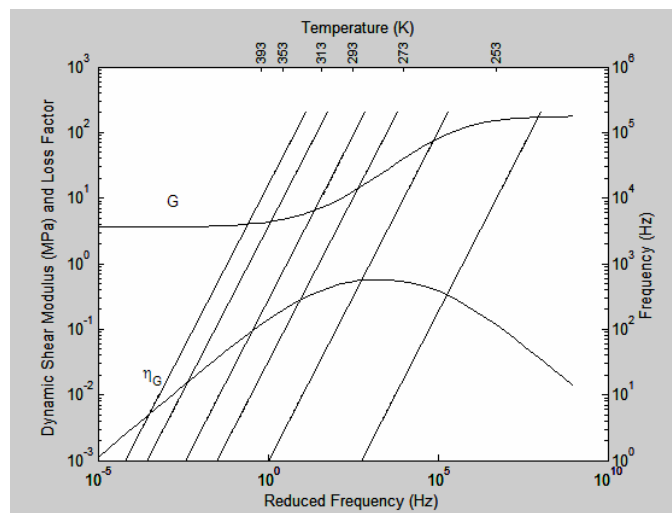


Figure 1. Monogram of the viscoelastic material used in this study:

$$\varphi_0 = 2,46 \cdot 10^{-3}; G_L = 3,57 \cdot 10^6; G_H = 1,79 \cdot 10^8; \beta = 0,435$$

Conceptually, dynamic neutralizer's goal is to offer to the vibrating system high mechanical impedance in a certain frequency range, in which the system has low mechanical impedance. It is shown that, in this range, there are one or more natural frequencies to be controlled, and, for this reason, system mechanical impedance is low.

Often, when a dynamic neutralizer is designed to open-loop control, it can reduce amplitude vibration to acceptable levels. Depending on the operating region, the viscoelastic material can be highly temperature-frequency dependent. Thus, small temperature variation implies in big shear modulus variation, what can make the neutralizer natural frequency vary considerably. This situation can lead to control detuning and thus to a non-optimum performance.

Electromechanical dynamic neutralizers are resonant systems that can also be used in vibration passive control. They are weather variation independent and do not add mass to the primary system. Besides, they can be adaptively set, in case the characteristics of the primary system change. However, they need an auxiliary structure to fix the magnet and can have high power consumption.

The hybrid electromechanical-viscoelastic dynamic neutralizer does not need any auxiliary structure and is adaptable. Thus, if detuning caused by temperature variation increase vibration amplitude, the electrical circuit can be reset to retune the viscoelastic neutralizer. Therefore, the hybrid neutralizer can always work in an optimum way.

To design this device it is necessary to mathematically model its dynamical behavior.

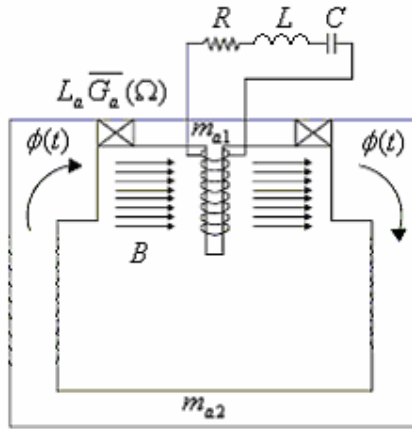


Figure 2. HEVDN physical configuration

### 3.1. Electromechanical model

Figure 3 shows the electromechanical resonant system. The system is made of a coil exposed to a magnetic field intensity  $B$ . A RLC circuit is attached to the coil. Applying Faraday's Law of Induction and Kirchhoff's Voltage Law it is possible to mathematically describe the system.

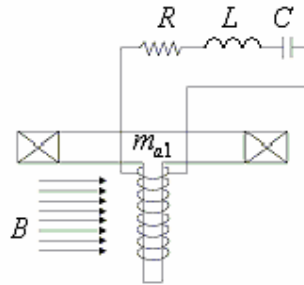


Figure 3. HEVDN electromechanical system

From Fig. 3 circuit, applying Kirchhoff's Voltage Law and considering  $q(t)$  the electrical charge it is shown that:

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = EMF \quad (4)$$

The Electromotive force – EMF is generated by magnetic flux and coil relative displacement. Structure vibration causes the HEVDN to move. The suspended mass  $m_{a1}$  moves in a relative way along with the magnet attached to the primary system because of the viscoelastic material, where  $x(t)$  is the primary system displacement and  $x_a(t)$  the tuning mass displacement.

$$|EMF| = \frac{d\phi(t)}{dt} = 2\pi r_b n B \frac{dx(t)}{dt} = \Theta \frac{d(x(t) - x_a(t))}{dt} \quad (5)$$

$$\phi(t) = 2\pi r_b n B x(t) \quad (6)$$

In which:

$n$  Coil number of turns,



$r_b$  Coil radius,  
 $n2\pi r_b$  Coil total length,  
 $\phi(t)$  Magnetic flux intensity.  
 $\Theta = n2\pi r_b B$

Thus:

$$L \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + R \frac{dq(t)}{dt} + \frac{1}{C} q(t) = \Theta \frac{d(x(t) - x_a(t))}{dt} \quad (7)$$

Obtaining the derivative:

$$L \frac{d^3 q(t)}{dt^3} + R \frac{d^2 q(t)}{dt^2} + \frac{1}{C} \frac{dq(t)}{dt} = \Theta \frac{d^2(x(t) - x_a(t))}{dt^2} \quad (8)$$

As  $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$  the differential equation becomes:

$$L \frac{d^2 i(t)}{dt^2} + R \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} i(t) = \Theta \frac{d^2(x(t) - x_a(t))}{dt^2} \quad (9)$$

Applying Fourier Transform:

$$I(\Omega) [-L\Omega^2 + iR\Omega + 1/C] = -\Theta\Omega^2 [X(\Omega) - X_a(\Omega)] \quad (10)$$

It is obtained:

$$I(\Omega) = \frac{-\Theta\Omega^2 [X(\Omega) - X_a(\Omega)]}{(-L\Omega^2 + iR\Omega + 1/C)} \quad (11)$$

Equation (11) is the RLC circuit induced current equation.

### 3.2. HEVDN Stiffness, Impedance and Dynamic Mass Calculus

To obtain the neutralizer's equation, the free-body diagram shown below is analyzed.

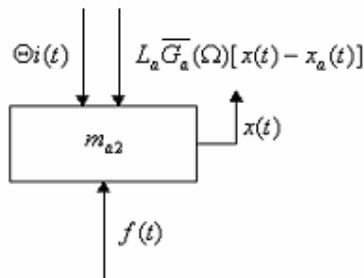


Figure 4. HEVDN free-body diagram for  $m_{a2}$

From Fig. 4, applying Newton's Second Law, where  $\Theta i(t)$  is the generated counter-electromotive force:

$$\sum F = m\ddot{x}$$

$$f(t) - L_a \overline{G}_a(\Omega)[x(t) - x_a(t)] - \Theta i(t) = m_{a2} \ddot{x}(t) \quad (12)$$

Equation (12) is valid only to harmonic excitation of frequency  $\Omega$ . Applying the Fourier Transform to Eq. (12):

$$-\Omega^2 X(\Omega) m_{a2} + L_a \overline{G}_a(\Omega)[X(\Omega) - X_a(\Omega)] + \Theta I(\Omega) = F(\Omega) \quad (13)$$

and isolating  $X_a(\Omega)$ ,

$$X_a(\Omega) = \frac{[-\Omega^2 m_{a2} + L_a \overline{G}_a(\Omega)]X(\Omega) - F(\Omega) + \Theta I(\Omega)}{L_a \overline{G}_a(\Omega)} \quad (14)$$

The free-body diagram for  $m_{a1}$  is analyzed in an analogous way. From Fig. 5, applying Newton's Second Law:

$$\Theta i(t) + L_a \overline{G}_a(\Omega)[x(t) - x_a(t)] = m_{a1} \ddot{x}_a(t) \quad (15)$$

Applying the Fourier Transform to Eq. (15):

$$\Theta I(\Omega) + L_a \overline{G}_a(\Omega)X(\Omega) = [-m_{a1}\Omega^2 + L_a \overline{G}_a(\Omega)]X_a(\Omega) \quad (16)$$

Substituting  $X_a(\Omega)$  and  $I(\Omega)$  in Eq. (16) the relation  $X(\Omega)/F(\Omega)$  is obtained. In Eq. (17),  $A$  is a parameter that depends on the viscoelastic material and  $D$  a parameter that depends on the electrical circuit.

$$\frac{X(\Omega)}{F(\Omega)} = \frac{-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2}{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})} \quad (17)$$

$$A = (L_a \overline{G}_a(\Omega))$$

$$D = (-\Omega^2 L + Ri + 1/C)$$

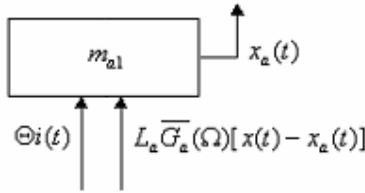


Figure 5. HEVDN free-body diagram for  $m_{a1}$

From one degree of freedom the following functions, dynamic stiffness, mechanical impedance and dynamic mass are, respectively, obtained from Eq. (17):

$$K(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2} \quad (18)$$

$$Z(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{i\Omega X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{i\Omega(-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2)} \quad (19)$$

$$M(\Omega) = \frac{F(\Omega)}{-\Omega^2 X(\Omega)} = \frac{\Omega^4 m_{a1} m_{a2} D - \Omega^2 AD(m_{a1} + m_{a2}) + \Theta^2 \Omega^4 (m_{a1} + m_{a2})}{-\Omega^2(-\Omega^2 m_{a1} D + AD - \Theta^2 \Omega^2)} \quad (20)$$

**3.3. HEVDN equivalent generalized quantities calculus**

The equivalent generalized quantities are obtained from the system dynamic functions (Espíndola & Bavastri, 1999).

$$c_{eq}(\Omega) = \text{Re}[Z(\Omega)] \quad (21)$$

$$m_{eq}(\Omega) = \text{Re}[M(\Omega)] \quad (22)$$

Therefore, it is finally obtained an equivalent model to the HEVDN:

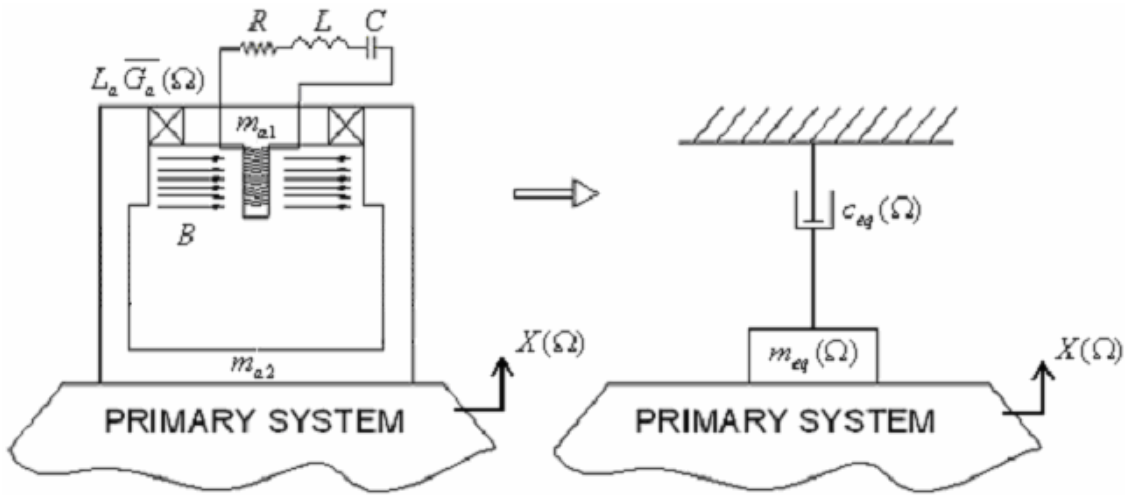


Figure 6. HEVDN equivalent generalized quantities and model equivalence

Now, it has been proved that both schemes shown in Fig. 4 are dynamically equivalent (Espíndola & Silva, 1992) in the sense that the dynamic stiffness “felt” by the primary system is the same in both cases.

The primary system “feels” the absorber as a  $m_{eq}(\Omega)$  mass, frequency dependent, attached to it along a generalized coordinate  $x(t)$  and a viscous dashpot (even if the damping is of viscoelastic type) of constant  $c_{eq}(\Omega)$  (also frequency dependent) linked to a fixed reference. The dynamics of the resultant system (primary plus absorbers) can then be formulated in terms of the original physical generalized coordinates alone ( $X(\Omega)$  in Fig. 6), although the new system has now additional degrees of freedom (one for each absorber). This is the main advantage of the concept of equivalent generalized quantities for the absorbers.

The motion equation for a compound system (primary system plus dynamic neutralizers) given by Fig. 6 is:

$$(m + m_{eq}(\Omega))\ddot{x}(t) + (c + c_{eq}(\Omega))\dot{x}(t) + kx(t) = f(t) \quad (23)$$

where  $x(t)$  and  $f(t)$  are the response and harmonic excitation with frequency  $\Omega$ , respectively. The primary system is defined by the mass,  $m$ , damping,  $c$ , and stiffness,  $k$ . The dynamic neutralizer is defined by  $m_{eq}(\Omega)$  and  $c_{eq}(\Omega)$ , generalized equivalent mass and damping, respectively. In the frequency domain, the Eq. (23) can be written

$$H(\Omega) = \frac{1}{-\Omega^2(m + m_{eq}(\Omega)) + i\Omega(c + c_{eq}(\Omega)) + k} \quad (24)$$

#### 4. DYNAMIC NEUTRALIZER OPTIMUM DESIGN

The objective function, used to determine the optimum physical parameters of the neutralizer, is defined by:

$$f_{obj}(x) = R^n \rightarrow R \quad (25)$$

where

$$f_{obj}(x) = \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} |H(\Omega, x)| \quad (26)$$

and  $\Omega_1$  and  $\Omega_2$  are the lower and upper limits of the frequency range of concern. Therefore, the optimization problem is to minimize the objective function

$$\min f_{obj}(x) \quad (27)$$

subject to the following inequality constraints.

$$x_i^L < x_i < x_i^U \quad (28)$$

where  $x$  is the design vector,  $i$  is the  $i^{\text{th}}$  component,  $L$  is the lower constraint and  $U$  is the higher constraint.

For this methodology, the optimization procedure is divided in two parts. First, the optimization is made with the electric circuit turned off. Then, the optimum design of the viscoelastic dynamic neutralizer is found as Espíndola and Bavastrí (1996 and 2001), Bavastrí *et al.* (1998) and Espíndola *et al.* (2006). In this case,  $m_{eq}(\Omega)$  and  $c_{eq}(\Omega)$  are the same as Bavastrí (1997).

After that, the viscoelastic dynamic neutralizer is exposed to temperature variation, which makes the neutralizer to detune and work in a non-optimum way. As result, the control system lacks in efficiency. Finally, to reset the optimum vibration control, the RLC electric circuit is turned on and, with the viscoelastic neutralizer physical parameters adapted to the new temperature, a non-linear optimization technique is used again to find the electric circuit optimum parameters to reduce the primary system vibration levels. In this way, the HEVDN part made with the viscoelastic material may be controlled by the electric circuit one.

#### 5. NUMERICAL SIMULATION

For the HEVDN model, a numerical simulation over an one-degree-of-freedom cantilever beam primary system is presented. The frequency band of interest is a large one. The simulation goal is to reduce vibration amplitude in an optimal way. Table 1 show data for the cantilever beam and design specifications:

Table 1. Design specifications

Beam Length	0,5 m
Beam Width	0,1 m
Beam Height	0,005 m
Beam material Density	7850 kg/m <sup>3</sup>
Beam material Elasticity Modulus	2E+11 N/m <sup>2</sup>
Viscoelastic material	neoprene
Electric field intensity	4 T
Coil radius	0,025 m
Coil number of turns	1000
Magnet mass ( $m_{a2}$ )	0,5 kg
Design temperature	25°C
Detune temperatures	-5 and 50°C

Figures 7 and 8 show simulation results. The primary system with HEVDN frequency response is shifted in relation to the primary system frequency response because of the magnet mass added to the system. It is shown the vibration amplitude reduction obtained by the designed HEVDN with the electrical circuit turned off. In this case, only the viscoelastic neutralizing effect is acting. Figures 7 and 8 also show detuning caused by a -30°C and a +25°C temperature variation, resulting in reduced performances, as well as the HEVDN performance with the electrical circuit turned on. The electrical circuit not only corrected detuning but improved vibration reduction by 4 dB ( $T=-5^{\circ}C$  detune) and 9 dB ( $T=50^{\circ}C$  detune), comparing to the initial designed specification. The optimum parameter values found for the electric circuit are  $R=1k\Omega$ ;  $L=130mH$ ;  $C=210nF$  ( $T=-5^{\circ}C$  detune) and  $R=183k\Omega$ ;  $L=459mH$ ;  $C=2,66\mu F$  ( $T=50^{\circ}C$  detune). For the first case, the resistor value reached lower restriction limit in optimization. In most simulation cases, inductance seems to play a non-important role in optimization. For both simulation cases, inductance values of 1mH and 1H do not cause significant change in frequency response. This means that, for  $T=-5^{\circ}C$  detune temperature, the electric circuit is almost completely capacitive, adding only stiffness to the primary system.

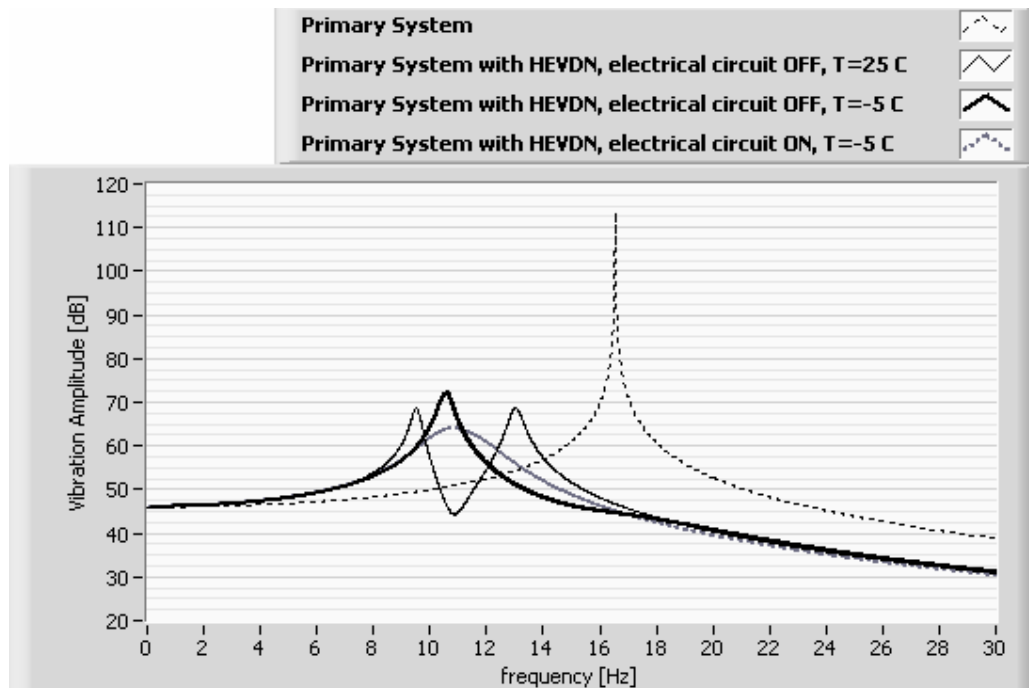


Figure 7. Frequency Response Functions

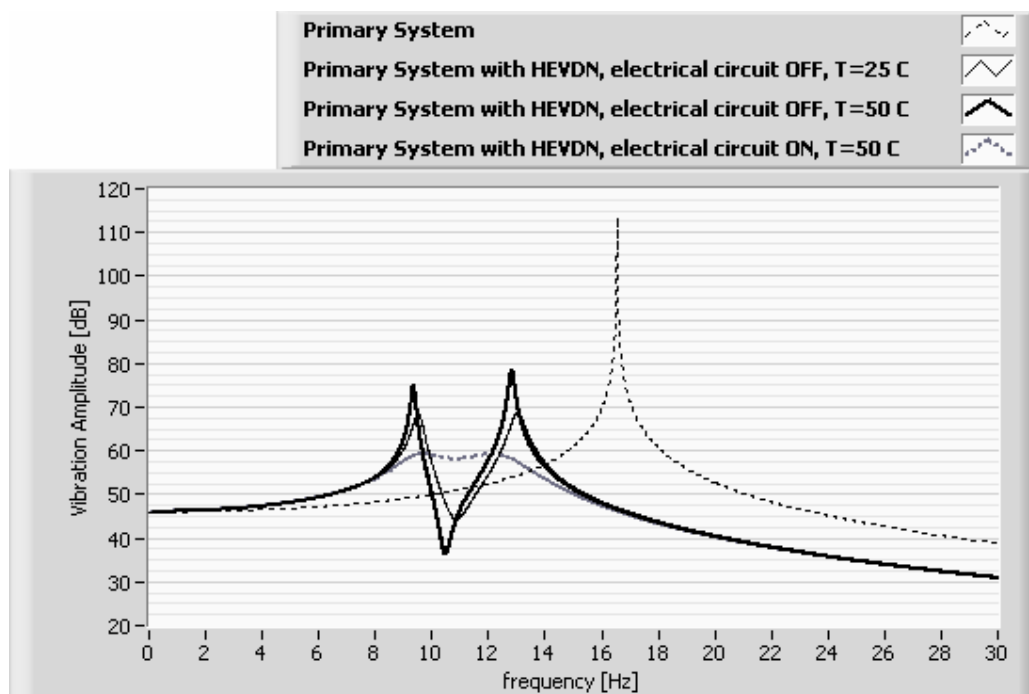


Figure 8. Frequency Response Functions

## 6. CONCLUSIONS

It was presented a new dynamic neutralizer model, made of a mechanical part (with viscoelastic material) and an electromechanical one (AC generator principle). This new model take benefits of both viscoelastic and electromechanical neutralizers, has minimum power consumption and do not need auxiliary support structures. In this new conception, the electromechanical neutralizer acts controlling the viscoelastic neutralizer, not the primary system.

Equivalent generalized quantities concept was exposed and used to model the HEVDN. It allows expressing whole system dynamics using only the primary system coordinates.

To demonstrate HEVDN performance in vibration control, an optimum device design methodology was introduced. It includes the HEVDN optimization with the electric circuit turned off. An intentional detune caused by temperature variation is simulated and a second optimization, now upon the electric circuit parameters is made to reduce vibration levels in a wide frequency range. The results show that the model can even improve the viscoelastic dynamic neutralizer performance for detuning temperatures, reducing amplitude vibration in at least 4 dB, comparing to the design temperature performance. It was also demonstrated with this model that vibration reduction optimization occurred for low and high detuning temperatures. The entire simulation proves the HEVDN model versatility. This study results show that it is possible to build a dynamic neutralizer able to work at different work regimes, in an active control configuration, not only to retune the viscoelastic neutralizer but also to improve its performance in many situations, including primary system structural characteristics time variation. Future studies include a wide range analysis of HEVDN behavior with variation of electric circuit parameters, detune temperatures, viscoelastic material characteristics and primary system natural frequency.

The simulation results shown that it may be possible to use only a *RC* electric circuit to control the viscoelastic dynamic neutralizer.

## 7. REFERENCES

- Abu-Akeel, A.K., 1967. "The Electrodynamic Vibration Absorber as a Passive or Active Device". Journal of Engineering for Industry. pp.741-753.
- Bagley, R.L.& Torvik,P.J. 1986. "On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behaviour". Journal of Reology (30) 133-155.
- Bavastri, C.A, Espindola, J.J, Teixeira, P.H.,1998. "A Hybrid Algorithm to Compute the Optimal Parameter of a Systems Viscoelastic Vibration Neutralizers in a Frequency Band". MOVIC 98.

- Bavastri, C.A., 1997, "Reduções de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos". Doctorate Thesis, Universidade Federal de Santa Catarina, Brasil.
- Bavastri, C.A., 2001, "Neutralizador Electromecânico de Vibrações: Parâmetros Equivalentes Generalizados". In: XII ENIEF, Congress on Numerical Methods and their Applications, Argentina.
- Den Hartog, J.P., 1956. "Mechanical Vibrations". New York: McGraw-Hill.
- Espíndola, J. J.; Lopes, E. M. O; Bavastri, C. A., 2006. "Optimum System of Viscoelastic Vibration Absorbers by Fractional Calculus", In: Workshop on Fractional Differentiation and its Applications, Porto, Portugal.
- Espíndola, J.J. & Silva, H.P., 1992. "Modal Reduction of Vibrations by Dynamic Neutralizers", Proceedings of the Tenth International Modal Analysis Conference, San Diego, USA: 1367-1373.
- Espíndola, J.J. and Bavastri, C.A., 1999. "Optimum Conceptual Design of Viscoelastic Dynamic Vibration Neutralizer for Low Frequency Complex Structures", EURO Diname 99, pp.251-258.
- Espíndola, J.J., Silva Neto, J.M. & Lopes, E.M.O., 2004. "A New Approach to Viscoelastic Material Properties Identification Based on the Fractional Derivative Model". Proceedings of First IFAC Workshop on Fractional Differentiation and its Application (FDA' 04), Bordeaux, France.
- Frahm, H., 1909. "Device for Damping Vibration of Bodies", U.S. Patent no 989959.
- Freitas, F.L. & Espíndola, J.J., 1993. "Noise and Vibration Reduction with Beam-Like Dynamic Neutralizers". 12th Brazilian Congress of Mechanical Engineering.
- Gemant, A., 1936. "A method of analyzing experimental results obtained from elasto-viscous bodies". Physics 7: 311-317.
- Lopes, E.M.O, 1998, "On the Experimental Response Reanalysis of Structures with Elastomeric Materials". Doctorate Thesis, University of Wales Cardiff, United Kingdom.
- Nagem, R.J., Madanshetty, S. & Medhi, G., 1995. "An Electromechanical Vibration Absorber". Design Engineering Technical Conferences. ASME 1995.Vol.3-part C, pp.53-57.
- Nutting, P.G., 1921. "A new general law of deformation". Journal of the Franklin Institute 191: 679-685.
- Ormondroyd, J. & Den Hartog, J.P. 1928. "The Theory of Dynamic Vibration Absorber". Journal of Applied Mechanics, Trans. ASME Vol. 49: A9-A22.
- Pritz, T., 1996. "Analysis of Four-Parameter Fractional Derivative Model of Real Solid Materials". Journal of Sound and Vibration, Vol.195 (1) 103-115.
- Snowdon, J.C., 1968, "Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems", John Wiley & Sons Inc., New York.

## 8. RESPONSIBILITY NOTICE

The authors are the only responsible for the printed material included in this paper.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)



[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)