PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

CLÁUDIO POUSA MORAES BARROS

ANÁLISE DE ATITUDES DE ALUNOS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS EM SITUAÇÃO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO

PUC/SP

CLÁUDIO POUSA MORAES BARROS

ANÁLISE DE ATITUDES DE ALUNOS NA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS EM SITUAÇÃO DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

*Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de **MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA**, sob a orientação do **Professor Doutor Saddo Ag Almouloud.***

São Paulo

2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Dissertação por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ____ Local e Data: _______________

Dedico este trabalho à minha esposa
pelo incentivo para cursar o Mestrado,
pela paciência, pelo carinho e pelo apoio
dado durante meus estudos e ao meu
filho por não ter tido mais tempo para
me dedicar a ele.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador professor Doutor Saddo Ag Almouloud pelo apoio e sugestões dadas que me ajudaram a aprimorar e concluir esse trabalho.

À professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Igliori e à professora Doutora Edda Curi, por aceitarem fazer parte da banca examinadora e pelas valiosas sugestões dadas no exame de qualificação.

À professora Doutora Renata Rossini, pelas sugestões de alterações que contribuíram para a melhoria da pesquisa.

Ao meu querido pai (in memorian), que me trouxe tantas alegrias, ensinamentos e incentivos e que infelizmente não está mais aqui conosco.

Aos colegas de mestrado, em especial a Lea e Umberto pelo convívio e amizade.

Aos professores do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

À Secretaria de Educação do Estado de São Paulo, pela concessão da bolsa de estudos.

Aos alunos da EJA da E.E. Antonio Emilio de Souza Penna que participaram espontaneamente dessa pesquisa.

O Autor

RESUMO

O objetivo deste trabalho é o de pesquisar o desempenho de alunos na Resolução de Problemas envolvendo Função do 1º Grau, estudando suas atitudes e procedimentos e visando a responder às seguintes questões: os alunos do primeiro ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos resolvem uma seqüência de problemas referenciados na vida cotidiana que envolve Função Polinomial do 1º Grau? Quais são os procedimentos adotados por esses alunos na resolução de problemas? Os problemas do cotidiano que foram escolhidos são citados em um livro preparatório ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA). A pesquisa apoiou-se na noção de Registros de Representação Semiótica e, também, baseou-se na Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos para os primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental e na Matriz de Matemática para o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos do Ensino Médio. Nesta pesquisa, pôde-se evidenciar a dificuldade dos alunos na Resolução dos Problemas e a falta de conhecimentos básicos que deveriam ser adquiridos no Ensino Fundamental.

Palavras-chave: Resolução de Problemas; Educação de Jovens e Adultos; Lei Matemática ou Modelo Matemático; Registros de Representação.

ABSTRACT

The term Problems Resolution has been on focus at Mathematic Education and the students of Education for Young and Adult Students have been facing difficulties on problematic situations. The objective of this work was to evaluate the student's ability on solving problems with First degree function, analyzing their attitudes and methods and aiming to answer the following questions: are the first year high school students, of Education for Young and Adults, able to answer a sequence of ordinary problems evolving First degree function? Which are the methods adopted by these students to solve them? The chosen ordinary problems are found in a preparatory book to National Exam of Certification of Young and Adults Competencies. This research is based on the Notes of Semiotic Representation. It's also based on the Mathematic educational proposal for Education for Young and Adult Students, first and second level of fundamental school, and on the Mathematic matrix of national exam of Competency Certification of young and adults in high school. After this research it's possible to notice the student's difficulties on solving the problems and the lack of basic knowledge which should be acquired during the fundamental school.

Keywords: "Problems Resolution; Education for Young and Adult Students; Mathematic Law or Mathematic Model; Representation Registers"

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

APRESENTAÇÃO

Como professor de Matemática ministro aulas em escolas da rede estadual para o Ensino Fundamental, Ensino Médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA) há quase 7 anos.

Iniciei minha carreira profissional como Engenheiro Eletrônico, trabalhando na Área de Automação e Controle de Processos durante 11 anos. Em seguida, atuei por 8 anos na área imobiliária, como Gerente de Vendas e Corretor de Imóveis.

Posteriormente, em razão de me interessar pela Área de Ciências Exatas, decidi realizar o curso de Licenciatura Plena em Matemática na Faculdade Oswaldo Cruz, na cidade de São Paulo, em 2001.

Assim, em julho/agosto de 2001, comecei a trabalhar como professor substituto na E.E. Fernão Dias Paes, no bairro de Pinheiros, ministrando aulas no período diurno para as 1ª e 3ª séries do Ensino Médio. A partir de 02/08/2004, iniciei meu trabalho como professor efetivo de Matemática na E.E. Prof. Antonio Emilio de Souza Penna, no bairro Freguesia do Ó, tendo ministrado aulas nos períodos da manhã e tarde para o Ensino Fundamental e Médio e no noturno ao Ensino Médio e à EJA.

No decorrer de minha atuação como professor, tive preferência para ministrar aulas para alunos da EJA e, também, desenvolver minha pesquisa nessa área, considerando o interesse e a dedicação dos alunos na aquisição de novos conhecimentos, a necessidade de terem um diploma e o desejo de muitos ascenderem profissionalmente.

No entanto, noto a dificuldade dos alunos na resolução de problemas de uma maneira geral e, especificamente, de problemas envolvendo "Função Polinomial do 1º Grau", o que vem me causando muitas preocupações em relação ao ensino de Matemática. Muitos alunos não se consideram capazes de resolver um problema em sala de aula sem a orientação do professor, a não ser que ele seja praticamente idêntico a outro que já tenha sido resolvido anteriormente. Muitas vezes, sou questionado pelos alunos sobre a utilidade de determinados conteúdos, entre eles, o de Expressões Algébricas, mais especificamente da Função Polinomial do 1º Grau.

Nos últimos três anos, cursei o Mestrado Profissional em Ensino de Matemática na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo e participei do Grupo de Pesquisa de Educação Algébrica, GPEA.

Desse modo, tive a oportunidade de observar semelhantes preocupações por parte de professores e colegas de curso, entre elas: o entendimento desse segmento de ensino, as visões de professores e alunos nessa área de conhecimento matemático, as principais tendências do ensino - aprendizagem da Álgebra e o que pode ser feito para melhorar o aproveitamento do aluno.

Decidi, então, pesquisar o desempenho dos alunos na resolução de problemas, envolvendo Função Polinomial do 1º Grau, estudando suas atitudes e procedimentos, visando a responder às seguintes questões:

- Os alunos do primeiro ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) resolvem uma seqüência de problemas referenciados na vida cotidiana que envolve Função Polinomial do 1º Grau?
- Quais são os procedimentos adotados por esses alunos na resolução desses problemas?

No processo de redemocratização do Estado Brasileiro, após 1945, a educação de adultos ganhou destaque no âmbito da preocupação geral com a universalização da educação elementar para sustentação do governo central, para integrar as massas populacionais de imigração recente e, também, para incrementar a produção. (BRASIL. MEC, 2001, p. 19-20)

Nesse período, a educação de adultos define sua identidade tomando a forma de uma campanha nacional de massa, a Campanha de Educação de Adultos, lançada em 1947, sob a direção do professor Lourenço Filho. Ela visava a alfabetização de adultos no Brasil e alimentou a reflexão e o debate em torno do analfabetismo. Durante a própria Campanha, houve reconhecimento de que o adulto analfabeto poderia ser produtivo, capaz de raciocinar e resolver seus problemas. Para tanto contribuíram, também, teorias mais modernas da psicologia, que contrariavam postulados anteriores de que a capacidade de aprendizagem dos adultos seria menor do que a das crianças.

No final da década de 1950, as críticas à Campanha de Educação de Adultos dirigiam-se tanto às suas deficiências administrativas e financeiras como à sua orientação pedagógica. Denunciava-se o caráter superficial do aprendizado, que se efetivava no curto período da alfabetização, a inadequação do método para a população adulta e às diferentes regiões do País. Todas essas críticas convergiam para uma nova visão sobre o problema do analfabetismo e para consolidação de um novo paradigma pedagógico à educação de adultos, cuja referência principal era o educador pernambucano Paulo Freire.

No início dos anos de 1960, os principais programas de alfabetização e educação popular realizados no País foram inspirados no pensamento pedagógico de Paulo Freire e em sua proposta de alfabetização de adultos.

Desse modo, o paradigma pedagógico que se construiu nessas práticas, baseou-se no novo entendimento da relação entre as problemáticas educacionais e sociais.

A alfabetização e a educação de base de adultos deveriam partir sempre de um exame crítico da realidade existencial dos educandos, da identificação das origens de seus problemas e das possibilidades de superá-los[1].

Paulo Freire (2003) elaborou uma proposta de alfabetização de adultos conscientizadora cujo princípio básico pode ser traduzido em uma frase sua que ficou célebre: “A leitura do mundo precede a leitura da palavra”. Ele previa uma

[1] FREIRE, P. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2003. Nesta obra clássica, o autor expõe a filosofia educativa que orienta sua atuação no campo da alfabetização de adultos.

etapa preparatória, quando o alfabetizador deveria fazer uma pesquisa sobre a realidade existencial do grupo no qual iria atuar. Concomitantemente, faria um levantamento de seu universo vocabular, ou seja, das palavras utilizadas pelo grupo para expressar essa realidade.

Um princípio pedagógico, já bastante assimilado entre os que se dedicam à educação básica de adultos, é o da incorporação da cultura e da realidade vivencial dos educandos, como conteúdo ou ponto de partida da prática educativa. No caso da educação de adultos, talvez fique mais evidente a inadequação de uma educação que não interfira nas formas do educando compreender e atuar no mundo. A análise das práticas mostra as dificuldades de se operacionalizar esse princípio. (BRASIL. MEC, 2001, p. 29)

Os alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA) fazem parte de um público especial, em um curso com limitação de tempo e de condições materiais. Geralmente o professor não possui formação específica para atuação na EJA além de faltarem materiais didáticos específicos para esse público. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 12) A proposta curricular para a EJA faz referência ainda aos problemas decorrentes da organização institucional: muitas vezes, os alunos da EJA não têm acesso às bibliotecas, auditórios e laboratórios, que estão quase sempre fechados no horário noturno. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 15)

Outro agravante é o mito que envolve a disciplina de Matemática. O próprio Paulo Freire, em uma entrevista gravada durante o VIII Congresso Internacional de Educação Matemática, disse que:

> Eu não tenho dúvida nenhuma que dentro de mim há escondido um matemático que não teve chance de acordar, e eu vou morrer sem ter despertado esse matemático, que talvez pudesse ter sido bom. Bem, uma coisa eu acho, que se esse matemático que existe dormindo em mim tivesse despertado, de uma coisa eu estou certo, ele seria um bom professor de matemática. [...] na minha geração de brasileiras e brasileiros lá no Nordeste, quando a gente falava em matemática, era um negócio para deuses ou gênios. Se fazia uma concessão para o sujeito genial que podia fazer matemática sem ser deus. (FREIRE apud D’AMBROSIO, 1999, p. 4)

Verifica-se que existe uma barreira psicológica em relação à aprendizagem da Matemática. Essa disciplina parece aos alunos inacessível e sem sentido, havendo um temor e uma rejeição por parte deles. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 13)

De acordo com:

> A maioria dos alunos acredita que existe somente uma forma possível de resolver as tarefas matemáticas. Eles consideram a Matemática como uma ciência acabada e fechada em si mesma, na qual qualquer inovação é impossível. (ECHEVERRÍA apud POZO, 1998, p. 64)

Os diferentes passos do processo de solução de problemas são colocados em ação de forma automática, porém sua eficiência dependerá dos conhecimentos que o aluno tiver armazenado na memória e da forma como utilizá-los. (POZO**,** 1998)

Na alfabetização, o exercício mecânico de montagem e desmontagem de palavras e sílabas vai se sobrepondo à construção de significados; os problemas matemáticos dão lugar à memorização dos procedimentos das operações.

Com relação ao ensino de Matemática, observa-se que existem jovens e adultos analfabetos capazes de fazer cálculos bastante complexos, sem saber expressá-los na forma escrita e, às vezes, nem conseguem explicar como chegaram ao resultado. (BRASIL. MEC, 2001, p. 32)

Educandos expressaram o desejo de aprender a “fazer contas”, certamente, em razão da funcionalidade que tal habilidade tem para a resolução de problemas da vida diária. (BRASIL. MEC, 2001, p. 29)

A idéia de trazer assuntos relacionados ao cotidiano do aluno pode ser um estímulo à aprendizagem de Matemática, motivo pelo qual se selecionou uma seqüência de problemas envolvendo situações corriqueiras.

Para este trabalho, foram escolhidos problemas que constam em um livro preparatório ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA): “Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio” e faz parte do Capítulo VII “A Matemática por trás dos fatos – Aplicar Expressões Analíticas para Modelar e Resolver Problemas, Envolvendo Variáveis

Sócio-econômicas ou Técnico-científicas” escrito por Rodrigues (MEC. INEP, 2006a, p. 176-195).

Os problemas escolhidos abordam situações do cotidiano e foram desenvolvidos com os estudantes de uma Escola Estadual para posterior análise dos resultados. A escola situa-se no bairro Freguesia do Ó, na cidade de São Paulo onde ministro aulas de Matemática.

A fundamentação teórica da pesquisa baseia-se na teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica.

A elaboração do trabalho, também, está apoiada na Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos para os primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental e na Matriz de Matemática para o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) do Ensino Médio.

O presente trabalho compõe-se de quatro capítulos.

No Capítulo 1, são apresentados a Educação de Jovens e Adultos no Brasil, os Dados Estatísticos sobre a Educação de Jovens e Adultos no Brasil, a Proposta Curricular da Educação de Jovens e Adultos para os Primeiro e Segundo Segmentos do Ensino Fundamental, o Alfabetismo Funcional, o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos e a Matriz de Matemática para o ENCCEJA.

No Capítulo 2, a pesquisa sobre a Revisão Bibliográfica.

No Capítulo 3, são feitas reflexões sobre a Fundamentação Teórica, reflexões sobre a Resolução de Problemas, a Metodologia de Pesquisa, os Procedimentos Metodológicos, os Procedimentos para a Resolução de Problemas e a Análise dos Problemas Propostos.

No Capítulo 4, discutem-se os Procedimentos para a Resolução de Problemas, a Categorização e a Resolução dos Problemas Propostos.

CAPÍTULO 1

ESTUDOS DOS DOCUMENTOS OFICIAIS SOBRE A EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

A EJA é um curso que se destina a jovens e adultos que não tiveram oportunidade de conclusão, ou mesmo, de continuidade do aprendizado no Ensino Fundamental ou do Ensino Médio, dentro dos padrões normais (ensino de acordo com as faixas etárias). Normalmente, os alunos da EJA apresentam problemas de aprendizado diferentes dos alunos dos cursos regulares e necessitam de uma abordagem específica para a aprendizagem.

Neste capítulo, são citadas as considerações da Proposta Curricular da EJA voltadas ao Ensino Fundamental e a matriz de avaliação do Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA).

Os dados referentes ao INAF – Indicador de Alfabetismo Funcional – apurados anualmente desde 2001, são analisados por intermédio do estudo realizado pelo Instituto Brasileiro de Opinião Pública e Estatística – IBOPE Opinião, com base na metodologia desenvolvida em parceria entre o Instituto Paulo Montenegro e a Organização Não-Governamental – ONG Ação Educativa.

Um panorama sobre o que é o ENCCEJA, seus objetivos e o que é exigido dos alunos que realizam esse exame, também, são destacados.

1.1 EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

O sistema educacional brasileiro está baseado em dois grandes níveis: a Educação Básica e o Ensino Superior.

A Educação Básica é formada por:

- Educação Infantil (creches e pré-escolas);

- Ensino Fundamental (com nove anos de duração); e

- Ensino Médio (no mínimo três anos).

Dentro desse contexto, a educação básica é flexível, visando a atender aos jovens e adultos fora da faixa etária e aos portadores de necessidades educativas especiais.

A Educação Profissional é opcional e complementar à Educação Básica, podendo ser cursada concomitante ou, posteriormente, à mesma.

Uma das metas prioritárias do Ministério da Educação é assegurar a todos os brasileiros de 15 anos ou mais, sem acesso à escola ou que dela foram excluídos precocemente o ingresso, a permanência e a conclusão do Ensino Fundamental com qualidade. Por esse motivo, foi criado o curso "EJA – Educação de Jovens e Adultos", anteriormente, denominado supletivo. Só a partir da década de 1940 que a Educação de Jovens e Adultos começou a se delinear e constituir-se como política educacional.

A educação escolar de jovens e adultos no Brasil compreende ações de alfabetização, cursos e exames supletivos nas etapas do Ensino Fundamental e médio, bem como processos de educação a distância realizada via rádio, televisão ou materiais impressos (curso semipresencial). (DI PIERRO; GRACIANO, 2003, p. 13)

Os direitos educativos dos brasileiros são assegurados pela Constituição Federal de 1988 em seu artigo 208. A Educação de Jovens e Adultos tem a primeira referência à garantia de ensino público fundamental obrigatório e gratuito, inclusive, “para todos os que a ele não tiveram acesso na idade própria”. (DI PIERRO; GRACIANO, 2003, p. 10-11)

Em 2000, o Conselho Nacional de Educação aprovou o Parecer 11 e a Resolução 1, que fixaram Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos, regulamentando alguns aspectos da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). A Resolução delimitou a idade mínima para ingresso na educação de jovens e adultos aos 15 anos à etapa Fundamental do ensino e 17 anos ao Ensino Médio.

A Lei nº 10.172/2001 do Plano Nacional de Educação (PNE) definiu 26 metas prioritárias para o decênio 2001-2011, entre elas:

> alfabetizar em cinco anos dois terços da população analfabeta, de forma a erradicar o analfabetismo em uma década; assegurar, em cinco anos, a oferta do primeiro segmento do Ensino Fundamental para 50% da população com mais de 15 anos que não tenha atingido este nível de escolaridade; atender no segundo segmento do Ensino Fundamental toda a população com mais de 15 anos que tenha concluído a etapa precedente; dobrar em cinco anos, e quadruplicar em dez anos, o atendimento de jovens e adultos no Ensino Médio. (DI PIERRO; GRACIANO, 2003, p. 12)

A legislação nacional determina que a oferta gratuita do ensino público seja compartilhada entre as três esferas de governo, atribuindo aos municípios a Educação Infantil e o Ensino Fundamental, e aos Estados os encargos do Ensino Fundamental e Médio. O governo federal tem a responsabilidade pelo Ensino Superior e por algumas escolas técnicas de nível médio.

Na Educação de Jovens e Adultos, 46,55% das matrículas estão sob a obrigação dos governos estaduais, e os municípios respondem por 45% dos alunos inscritos nessa modalidade. (DI PIERRO; GRACIANO, 2003, p. 11)

Desde início de 1990, quando foi extinta a Fundação Educar (sucessora do Movimento Brasileiro de Alfabetização – MOBRAL), a responsabilidade pela política federal de educação de jovens e adultos cabe à Coordenação de Educação de Jovens e Adultos (COEJA), organismo de quarto escalão subordinado à Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação.

Entre 1997 e 2002, enquanto o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) respondia pelo apoio financeiro da União aos Estados e Municípios para programas de Ensino Fundamental de jovens e adultos, a COEJA estabeleceu referenciais curriculares, disseminou materiais didáticos e implementou o programa de formação de educadores das redes de escolas estaduais e municipais.

1.2 DADOS ESTATÍSTICOS DA EDUCAÇÃO DE JOVENS E ADULTOS NO BRASIL

A seguir, alguns dados estatísticos coletados pelo Censo Escolar da Educação Básica de 2004; 2005 e 2006, referentes à Educação de Jovens e Adultos (EJA) nos cursos presencial e semipresencial são apresentados.

O objetivo desta apresentação é dar uma visão geral da importância da EJA para o ensino brasileiro, tanto nos cursos presenciais como nos semipresenciais. O número de alunos matriculados, de 2004 a 2006, a faixa etária e as regiões de maior concentração de alunos são visualizados. Com isso, verifica-se a importância da aplicação de uma metodologia de ensino com materiais didáticos específicos, bem como investir na educação dos próprios professores para essa área de ensino.

O Censo Escolar, realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira[2] (INEP) do Ministério da Educação, é o mais relevante e abrangente levantamento estatístico sobre a educação básica no País, abrangendo todas as suas etapas (Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio) e modalidades (Ensino Regular, Educação Especial, Educação de Jovens e Adultos e Educação Profissional de Nível Técnico). É uma pesquisa declaratória respondida pelo(a) diretor(a) ou responsável de cada estabelecimento escolar. O Censo proporciona um retrato detalhado do sistema de educação básica no Brasil.

[2] Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). *Censo Escolar*. Disponível em http://www.inep.gov.br. Acessado em 15 de março de 2007.

As informações produzidas permitem acompanhar o impacto das políticas educacionais já adotadas, além de subsidiar a formulação e a implementação de políticas públicas.

Comparando os dados coletados pelo Censo Escolar da Educação Básica 2004 com o de 2003, verifica-se que houve expansão no número de alunos na EJA, especialmente, no Ensino Médio.

Em 2004, no Brasil, segundo o estudo realizado havia 55 milhões de estudantes em todos os níveis da educação básica e, desse total, 88% estavam em escolas públicas. A EJA contava com 4.577.268 alunos matriculados em cursos presenciais, havendo um crescimento de 3,9% em relação a 2003. No Ensino Médio na EJA, com 1.157.593 estudantes, ocorreu um aumento mais expressivo de 18% no número de matrículas. Em cursos presenciais do Ensino Fundamental na EJA, havia 3.419.675 alunos matriculados; de 5ª a 8ª séries houve um incremento de 5,7% no número de matrículas que passou a contar com 1,9 milhões de estudantes. Das 1ª a 4ª séries não houve variação significativa no número de matrículas que, na época, era de 1,6 milhões de estudantes[3]. (INEP. MEC, 2004)

De acordo com o Censo Escolar da Educação Básica 2004, no Estado de São Paulo não havia nenhuma dependência administrativa federal para a Educação de Jovens e Adultos.

Conforme revela o Censo Escolar da Educação Básica 2005, no Brasil havia 4.619.409 alunos matriculados na EJA em cursos presenciais. Desse total, 3.395.550 estudantes estavam no Ensino Fundamental e 59,7% matriculados em escolas municipais. No Ensino Médio, havia 1.223.859 matrículas e 84,14% estavam na rede estadual. Nos cursos semipresenciais, havia 996.000 alunos matriculados na EJA, sendo 502.267 estudantes no Ensino Fundamental e 493.733 no Ensino Médio. (MEC. INEP, 2006c)

Segundo o estudo, dos 996 mil alunos matriculados em cursos semipresenciais da EJA, a maioria das matrículas (506.407) era de mulheres e as

---

[3] Censo Escolar 2004 (INEP. MEC, 2004). Disponível em http://www.alfabetizacao.org.br/pt/noticias/default.asp?cod=380. Acessado em 17 de março de 2007.

dos homens correspondiam a 49,15%. Ressalta-se que nos cursos semipresenciais, os alunos só compareciam às salas de aula para esclarecer dúvidas e no período de provas. Desse total, 89,74% (893.809) das matrículas eram na rede estadual, 6,79% (67.631) na rede municipal e 3,47% (34.560) na rede particular. Cursos semipresenciais da Educação de Jovens e Adultos não eram ministrados em escolas federais. (MEC. INEP, 2006d)

Os dados da Tabela 1 apresentam o número de alunos matriculados no Brasil, em 2005, em cursos presenciais e semipresenciais da Educação de Jovens e Adultos, por nível de ensino, segundo a dependência administrativa.

Tabela 1 - Número de alunos matriculados em cursos presenciais e semipresenciais da EJA em 2005

Resultados Finais do Censo Escolar de 2005, da Educação de Jovens e Adultos, por nível de ensino, segundo dependência administrativa

Dependência Administrativa	**Educação de Jovens e Adultos (Supletivo presencial)**			**Educação de Jovens e Adultos (Supletivo semipresencial)**		
	Total	Funda-Mental	Médio	Total	Funda-Mental	Médio
Federal	875	446	429	0	0	0
Estadual	2.329.966	1.300.171	1.029.795	893.809	438.100	455.709
Municipal	2.070.606	2.027.136	43.470	67.631	50.570	17.061
Particular	217.962	67.797	150.165	34.560	13.597	20.963
Total	**4.619.409**	**3.395.550**	**1.223.859**	**996.000**	**502.267**	**493.733**

Fonte: MEC. INEP – Censo Escolar 2005, p. 1 (MEC. INEP, 2006c e MEC. INEP, 2006d)

De acordo com o Censo Escolar da Educação Básica 2005, em 2004, apenas 28% (282.896) dos alunos matriculados em cursos semipresenciais da EJA concluíram os cursos. Desse total de concluintes, 7,58% (21.463) pertenciam ao Ensino Fundamental de 1ª a 4ª séries; 42,87% (121.298) ao Ensino Fundamental das 5ª a 8ª séries e 49,53% (140.135) ao Ensino Médio. Na modalidade presencial, houve 27% de alunos concluintes da EJA. (MEC. INEP, 2006d)

Em 2005 havia 5.615.409 alunos matriculados e, em 2004, 5.718.061 alunos. Assim, houve uma redução de 1,8% no número de matrículas. O decréscimo deve ser relativizado, em razão do forte crescimento observado nos anos anteriores.

Para elaboração das Tabelas do Censo Escolar 2006, foram consultados *sites* do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (MEC. INEP).

Nos dados da Tabela 2, é apresentado um estudo comparativo entre os anos de 2004; 2005 e 2006 em relação ao número de matrículas iniciais na Educação de Jovens e Adultos em Cursos Presenciais e Semipresenciais. Os dados englobam as redes estadual, federal, municipal e particular de ensino no Brasil. (MEC. INEP 29 de março de 2006a)

Tabela 2 - Número de matrículas em cursos presenciais e semipresenciais da EJA no Brasil em 2004; 2005 e 2006.

Etapas/Modalidades de Educação Básica	2006	2005	2004	Diferença: 2006-2004
EJA Total	**5.616.291**	**5.615.409**	**5.718.061**	**- 101.770**
Presencial	4.861.390	4.619.426	4.577.268	284.122
Semipresencial	754.901	996.000	1.140.793	-385.892

Fonte: MEC. INEP, 29 de março de 2006a, p. 1

Comparando os dados de 2006 com os de 2004, percebe-se uma redução do número total de matrículas na EJA como um todo (1,78%), em razão da redução das matrículas nos cursos semipresenciais (33,83%), embora haja um aumento de matrículas nos cursos presenciais (6,21%).

Ao analisar os dados da Tabela 3, nota-se que o número de matrículas na Educação de Jovens e Adultos nos Cursos Presenciais com Avaliação no Processo, por Etapas, a Região Geográfica e a Unidade da Federação, em 29/03/2006, foi maior na região Nordeste, seguida da região Sudeste. A região Nordeste também tem maior número de matrículas nos cursos do Ensino Fundamental, enquanto a região Sudeste está em primeiro lugar nas matrículas do Ensino Médio. (MEC. INEP 29 de março de 2006b)

Tabela 3 - Número de Matrículas na EJA nos Cursos Presenciais nos Ensinos Fundamental e Médio em 2006

NÚMERO DE MATRÍCULAS

Educação de Jovens e Adultos – Cursos Presenciais com Avaliação no Processo

Unidade da Federação	Número de matrículas na Educação de Jovens e Adultos nos Cursos Presenciais com Avaliação de Processo				
	Total	Ensino Fundamental			Ensino Médio
		Total	1ª a 4ª Série	5ª a 8ª Série	
Brasil	4.861.390	3.516.225	1.487.072	2.029.153	1.345.165
Norte	608.482	498.982	205.270	293.712	109.500
Nordeste	1.992.544	1.694.941	909.606	785.335	297.603
Sudeste	1.423.746	836.441	250.640	585.801	587.305
Estado São Paulo	834.894	433.056	122.500	310.556	401.838
Sul	481.192	277.166	69.506	207.660	204.026
Centro-Oeste	355.426	208.695	52.050	156.645	146.731

Fonte: MEC. INEP - Censo Escolar (MEC. INEP 29 de março de 2006b, p. 75)

Nos dados da Tabela 4, visualiza-se o número de matrículas na Educação de Jovens e Adultos nos Cursos Presenciais com Avaliação no Processo, por Faixa Etária, Região Geográfica e Unidade da Federação, em 29/03/2006, destacando o Estado de São Paulo. (MEC. INEP 29 de março de 2006b)

Ao se analisar os dados do quadro, verifica-se que a faixa etária predominante foi a de 18 a 24 anos, com um total de 1.525.859 alunos matriculados, seguida da faixa etária com mais de 39 anos, com 839.750 alunos matriculados. Nessas duas faixas etárias, o maior número de matrículas ocorreu na região Nordeste, seguida da região Sudeste.

Tabela 4 - Número de matrículas na EJA, nos Cursos Presenciais, por Faixa Etária, em 2006

NÚMERO DE MATRÍCULAS

Educação de Jovens e Adultos – Cursos Presenciais com Avaliação no Processo

Unidade da Federação	Matrículas na Educação de Jovens e Adultos nos Cursos Presenciais Com Avaliação de Processo							
	Total	Faixa Etária						
		0 a 14 anos	15 a 17 anos	18 a 24 anos	25 a 29 anos	30 a 34 anos	35 a 39 anos	Mais de 39 anos
Brasil	4.861.390	48.421	641.964	1.525.859	727.909	592.846	484.641	839.750
Norte	608.482	8.034	99.267	200.804	94.911	70.963	53.451	81.052
Nordeste	1.992.544	27.428	278.455	594.542	288.464	231.098	194.516	378.041
Sudeste	1.423.746	9.880	171.324	450.974	210.021	182.075	148.870	250.602
São Paulo	834.894	5.436	91.923	261.757	124.896	112.177	90.925	147.780
Sul	481.192	1.901	55.175	152.077	74.748	63.266	52.737	81.288
Centro-Oeste	355.426	1.178	37.743	127.462	59.765	45.444	35.067	48.767

Fonte: MEC. INEP - Censo Escolar (MEC. INEP 29 de março de 2006b, p. 76)

Conforme o perfil dos alunos pesquisados neste trabalho, a maioria equivale a 31% e encontra-se na faixa etária de 20 a 25 anos. Na faixa de 26 a 30 anos, há 27%; nas outras faixas de idade, a porcentagem é a mesma, de 14%: de 16 a 19 anos, de 31 a 40 anos e com mais de 40 anos. A maioria nasceu na região Sudeste - 60%, sendo 57% no Estado de São Paulo e as demais na região Nordeste - 40%, sendo 25% no Estado da Bahia. Salienta-se que quatro alunos do sexo masculino não responderam ao questionário sobre o perfil.

Consultando os *sites* do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (MEC-INEP), verifica-se que, em 2006, um pouco mais de 43% dos alunos matriculados nas Escolas Federais são da região Sudeste; quase 33% são alunos matriculados nas Escolas Estaduais e, aproximadamente, 44% são alunos matriculados nas Escolas Particulares.

Na região Nordeste, há pouco mais de 54% dos alunos matriculados nas Escolas Municipais. Nesse trabalho, a pesquisa foi desenvolvida com alunos da rede estadual.

A seguir, apresenta-se um Mapa com dados estatísticos referentes à Educação de Jovens e Adultos nos cursos presenciais e semipresenciais nas regiões brasileiras, com a variação absoluta e porcentual de matrícula, entre 2005 e 2006. (MEC. INEP, 2006g, p. 7)

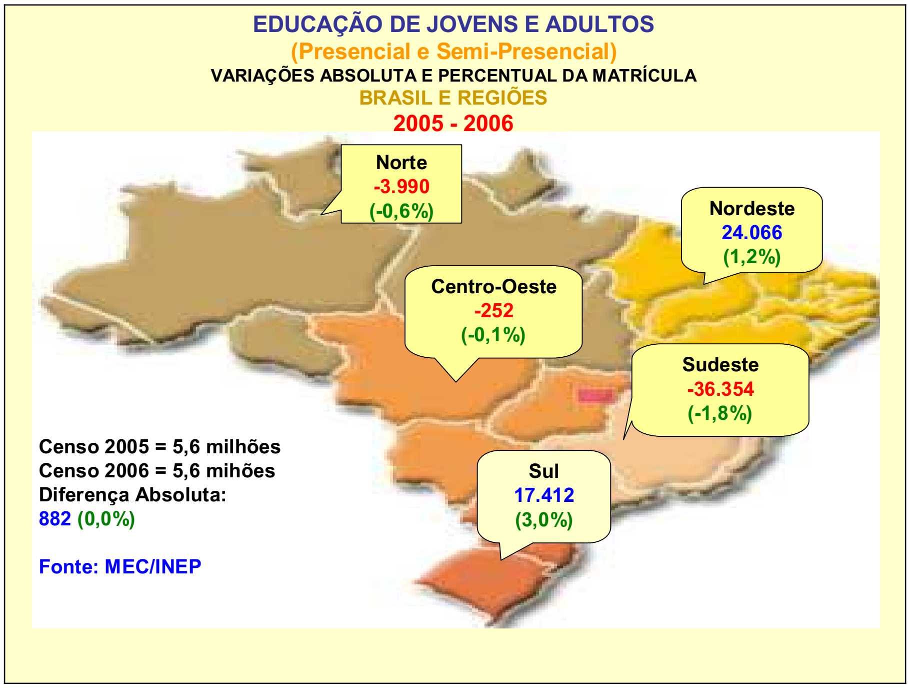


Figura 1 – Mapa da Educação de Jovens e Adultos do EJA no Brasil (2005-2006)

Nos documentos analisados, encontram-se dados sobre a porcentagem de alunos que concluíram a EJA nos cursos presencias e semipresenciais em 2004.

1.3 PROPOSTAS CURRICULARES

Tendo em vista que este trabalho foi direcionado a alunos que cursam a Educação de Jovens e Adultos (EJA) e considerando a não existência de Parâmetros Curriculares Nacionais para a EJA do Ensino Médio, a seguir, é apresentada uma síntese da proposta curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos do Ensino Fundamental com relação à resolução de problemas, com a finalidade de identificar o que os currículos prescritos indicam como expectativas de aprendizagem em Matemática na educação básica, para alunos da EJA.

1.3.1 Proposta curricular da EJA para o primeiro segmento do Ensino Fundamental

A seguir, serão citadas as considerações da Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos do Ensino Fundamental[4] com relação à resolução de problemas. Inicialmente, será comentada a Proposta Curricular de Matemática referente ao 1º segmento (de 1ª a 4ª série), editada pelo MEC em 2001: "Educação para jovens e adultos: Ensino Fundamental: proposta curricular - 1º segmento"[5]. (BRASIL. MEC, 2001)

O objetivo da proposta curricular é oferecer subsídio para orientar a elaboração de programas de educação de jovens e adultos e, conseqüentemente, o provimento de material didático e a formação de educadores dedicados.

De acordo com a proposta curricular (2001), no que se refere aos aspectos econômicos, fica evidente que o Brasil tem três tarefas básicas: produzir mais para suprir as carências materiais de grandes parcelas da população, distribuir a riqueza mais eqüitativamente e cuidar para que uma exploração predatória não esgote os recursos naturais de que o País dispõe. Assim:

> Parece haver um razoável consenso de que para se atingir essas metas é preciso elevar o nível de educação de toda a população. Reforçando argumentos nesse sentido, tem sido muito apontado o exemplo de países asiáticos que conseguiram um importante desenvolvimento econômico baseado num investimento maciço em educação. Trabalhadores com uma formação mais ampla, com mais iniciativa e mais capacidade de resolver problemas e aprender continuamente têm mais condições de trabalhar com eficiência e negociar sua participação na distribuição das riquezas produzidas. (BRASIL. MEC, 2001, p. 38)

Com relação ao ensino de Matemática para jovens e adultos, a Proposta Curricular para o 1º segmento da EJA destaca que:

---

[4] Que será chamada de Proposta Curricular.

[5] Educação para jovens e adultos: ensino fundamental: proposta curricular - 1º segmento. Disponível em http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/primeirosegmento/propostacurricular.pdf. Acessado em 5 de outubro de 2006.

> a questão pedagógica mais instigante é o fato de que eles quase sempre, independentemente do ensino sistemático, desenvolvem procedimentos próprios de resolução de problemas envolvendo quantificações e cálculos. Há jovens e adultos analfabetos capazes de fazer cálculos bastante complexos, ainda que não saibam como representá-los por escrito na forma convencional, ou ainda que não saibam sequer explicar como chegaram ao resultado, e pesquisas foram feitas para investigar a natureza desses conhecimentos e o seu alcance. O desafio, ainda pouco equacionado, é como relacioná-los significativamente com a aprendizagem das representações numéricas e dos algoritmos ensinados na escola. (BRASIL. MEC, 2001, p. 32-33)

No Ensino Fundamental, a atividade matemática deve estar orientada para integrar de forma equilibrada:

> seu papel formativo (o desenvolvimento de capacidades intelectuais fundamentais para a estruturação do pensamento e do raciocínio lógico) e o seu papel funcional (as aplicações na vida prática e na resolução de problemas de diversos campos de atividade). O simples domínio da contagem e de técnicas de cálculo não contempla todas essas funções, intimamente relacionadas às exigências econômicas e sociais do mundo moderno. (BRASIL. MEC, 2001, p. 99-100)

Para que a aprendizagem da Matemática seja significativa, ou seja, para que os educandos possam estabelecer conexões entre os diversos conteúdos e entre os procedimentos informais e os escolares e, também, para que utilizem esses conhecimentos na interpretação da realidade em que vivem, sugere-se que os conteúdos matemáticos sejam abordados por meio da resolução de problemas.

> Nessa proposta, a resolução de problemas não constitui um tópico de conteúdo isolado, a ser trabalhado paralelamente à exercitação mecânica das técnicas operatórias, nem se reduz à aplicação de conceitos previamente demonstrados pelo professor: ela é concebida como uma forma de conduzir integralmente o processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL. MEC, 2001, p. 103)
>
> Uma situação-problema pode ser entendida como uma atividade cuja solução não pode ser obtida pela simples evocação da memória, mas que exige a elaboração e a execução de um plano. (BRASIL. MEC, 2001, p. 103)

Não se pode confundir a idéia apresentada acima com os problemas que são tradicionalmente trabalhados nas salas de aula ou que aparecem nos livros didáticos, nos quais a situação é apresentada por um texto padronizado que, por sua vez, evoca uma resposta também padronizada, como neste exemplo: Paulo tinha 5 reais, gastou 2 reais na padaria. Com quanto ele ficou? 5 – 2 = 3.

Deve-se considerar que:

> Saber enunciar a resposta correta ou traduzir a solução de um problema por meio de uma escrita matemática adequada não é garantia de que os alunos tenham de fato, se apropriado do conhecimento envolvido na solução desse problema. (BRASIL. MEC, 2001, p. 103)

Para que o conhecimento seja adquirido, é preciso que os alunos consigam pôr à prova o resultado obtido, testar seus efeitos e argumentar sobre a solução encontrada. Nesse enfoque, o valor da resposta correta cede lugar ao processo de resolução. A explicitação do processo e a comparação entre diferentes estratégias de solução são fundamentais para que os educandos desenvolvam o senso crítico e a criatividade. Para ajudá-los nesse sentido, o professor deve sempre propor questões que os levem a analisar a situação, instigando-os a descobrir a solução. Por exemplo, ante uma situação que envolva subtrair 19 de 35, o professor pode fazer perguntas como: *É possível resolver de cabeça?*; *Seguir contando de 19 a 35 ajuda a obter o resultado?*; *De que serve pensar que 19 é 15 - 4?*

Assim:

> Explorar os conteúdos através de questionamentos leva os alunos a estabelecerem conjecturas e buscarem justificativas, o que pode ajudá-los a se dar conta do sentido das idéias matemáticas, além de favorecer a capacidade de expressão. (BRASIL. MEC, 2001, p. 104)

Na sala de aula, a resolução de problemas matemáticos envolve várias atividades e mobiliza diferentes capacidades dos alunos:

> • Compreender o problema;
> • Elaborar um plano de solução;
> • Executar o plano;
> • Verificar ou comprovar a solução;
> • Justificar a solução; e
> • Comunicar a resposta. (BRASIL. MEC, 2001, p. 104)

Ler, escrever, falar e escutar, comparar, opor, levantar hipóteses e prever conseqüências são procedimentos que acompanham a resolução de problemas e auxiliam o educando a construir seu saber matemático e utilizar tal saber em seu cotidiano, reconhecendo sua importância e valorizando seu aprendizado.

A seguir, os objetivos da área de Matemática, relacionados com a resolução de problemas são sintetizados. Os educandos devem ser capazes de:

> • Apreciar o caráter de jogo intelectual da Matemática, reconhecendo-o como estímulo à resolução de problemas.
> • Intervir em situações diversas relacionadas à vida cotidiana, aplicando noções matemáticas e procedimentos de resolução de problemas individual e coletivamente.
> • Vivenciar processos de resolução de problemas que comportem a compreensão de enunciados, proposição e execução de um plano de solução, a verificação e comunicação da solução.
> • Reconhecer a cooperação, a troca de idéias e o confronto entre diferentes estratégias de ação como meios que melhoram a capacidade de resolver problemas individual e coletivamente. (BRASIL. MEC, 2001, p. 110)

É importante citar que, analisando uma ampla variedade de problemas, os alunos terão oportunidade de constatar que:

> um problema pode ser resolvido por diferentes operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), assim como uma mesma operação pode estar associada a problemas diferentes. Essas constatações poderão ser evidenciadas pela linguagem oral, construções ou desenhos, antes de chegar às escritas matemáticas associadas a cada uma delas. Recomenda-se, portanto, que a construção do sentido das operações seja enfatizada tanto quanto o estudo do cálculo. (BRASIL. MEC, 2001, p. 118-119)

Os resultados das muitas pesquisas realizadas na área de didática da Matemática apontam que os problemas aditivos e subtrativos podem ser trabalhados concomitantemente à construção do significado dos números naturais, pois os problemas aditivos e subtrativos fazem parte da mesma família. (BRASIL. MEC, 2001, p.119)

Problemas que envolvem a distribuição em partes iguais podem ser resolvidos pela divisão ou por subtrações sucessivas. Por exemplo se cada pãozinho custa 18 centavos, quantos pãezinhos será possível comprar com 72 centavos?

0,72 : 0,18 = 4 (divisão)

0,72 - 0,18 = 0,54 (subtrações sucessivas)

0,54 - 0,18 = 0,36

0,36 - 0,18 = 0,18

0,18 - 0,18 = 0

Resultado: 4 pãezinhos

O conceito de proporcionalidade, além de presente nos contextos práticos como nas transações comerciais, na construção civil, no desenho gráfico e em outros ramos de atividade científica e tecnológica, está também relacionado a conceitos matemáticos como os de fração, probabilidade e porcentagem, entre outros.

A proposta curricular (2001) considera que:

> Os problemas cumprem um importante papel no sentido de propiciar as oportunidades para os jovens e adultos interagirem com os diferentes significados das operações. Eles deverão perceber que há distintas formas de resolver um mesmo problema e que algumas são mais simples do que outras. A diversidade nas soluções, por sua vez, mobiliza noções e procedimentos que permitem ampliar e desenvolver um tratamento mais flexível das operações, aproximando-os do conhecimento conceitual de cada uma delas. (BRASIL. MEC, 2001, p. 125)

Com relação às operações fundamentais (adição, subtração, multiplicação e divisão), sugere-se que, desde o início do Ensino Fundamental, os alunos da EJA entrem em contato com:

> uma ampla variedade de problemas que os ajudem a compreender os diferentes significados de cada operação. É fundamental que esses significados sejam trabalhados a partir de situações-problema, o que não quer dizer que os educandos tenham que dominar logo de início todas as técnicas operatórias. (BRASIL. MEC, 2001, p. 138)

A Educação Matemática dos jovens e adultos no Ensino Fundamental deve ser voltada à integração entre os conteúdos e seus próprios procedimentos informais de resolução. É importante despertar o interesse do aluno com a aplicação de problemas do cotidiano. A atividade de resolver uma situação-problema desenvolve o raciocínio do aluno no tocante à interpretação de enunciados, elaboração de proposições de resolução, a resolução, a verificação do resultado e até a elaboração da resposta.

O aluno da EJA que vive, de maneira geral, uma história de exclusão, tem falta de conhecimentos matemáticos e a educação no nível médio deve levar isso em consideração. No presente trabalho, a opção por uma seqüência de problemas que envolvem um contexto cotidiano teve como objetivo despertar o interesse de aprendizagem dos alunos com a aplicação de exercícios voltados a situações cotidianas, de desenvolver seu raciocínio com a utilização de diferentes estratégias de resolução e conduzi-lo no processo de aprendizagem por meio de uma seqüência de problemas, mobilizando suas diferentes capacidades.

1.3.2 Proposta curricular da EJA para o segundo segmento do Ensino Fundamental

Com relação ao ensino de 5ª a 8ª séries, a seguir é feita uma análise apoiada na Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos - segundo segmento do Ensino Fundamental, editada pelo MEC em 2002[6].

A Coordenação de Educação de Jovens e Adultos (COEJA) da Secretaria de Educação Fundamental do Ministério da Educação organizou esta proposta curricular a fim de subsidiar o processo de reorientação curricular nas Secretarias Estaduais e Municipais, bem como nas instituições e escolas que atendem ao público da EJA. Após a COEJA ter recebido inúmeras solicitações para estruturá-la, voltadas ao Segundo Segmento (5ª a 8ª séries) e fazer sugestões coerentes com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) do Ensino Fundamental, mas observando as especificidades dos alunos jovens e adultos e as características desses cursos.

Em 2002, a Secretaria de Educação Fundamental, baseada na Resolução CNE/CEB 01/2000 e no Parecer CNE/CEB 11/2000, que estabelecem as Diretrizes Curriculares Nacionais para a EJA lançou a proposta curricular da EJA.

[6] Proposta Curricular para a Educação de Jovens e Adultos: segundo segmento do ensino fundamental: 5ª a 8ª séries. Disponível em http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3_matematica.pdf. Acessado em 5 de outubro de 2006.

Essa proposta destaca que, aprender Matemática, é um direito básico de todos e uma necessidade individual e social. Afirma ainda que um ensino pautado na memorização de regras ou de estratégias ou apenas centrado em conteúdos pouco significativos para os alunos, certamente, não irá contribuir para uma boa formação matemática, levando o educando a apresentar desinteresse pela matéria, visto que não consegue compreender sua importância na rotina diária e formação pessoal.

Para que isso não ocorra, é preciso utilizar uma metodologia de ensino que estimule:

> a construção de estratégias para resolver problemas, a comprovação e a justificativa de resultados, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e a autonomia advinda da confiança na própria capacidade para enfrentar desafios, a matemática contribui para a formação dos jovens e adultos que buscam a escola. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 11)

A proposta curricular (2002) ressalta que o aluno da EJA vive, de modo geral, uma história de exclusão que limita seu acesso a bens culturais e materiais produzidos pela sociedade. Para reverter esta situação, o documento propõe:

> Um currículo de Matemática para jovens e adultos deve, portanto, contribuir para a valorização da pluralidade sociocultural e criar condições para que o aluno se torne agente da transformação de seu ambiente, participando mais ativamente no mundo do trabalho, das relações sociais, da política e da cultura. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 11-12)

Esta exclusão abrange a falta de conhecimentos, inclusive matemáticos, interfere no cotidiano dos alunos, tanto no desenvolvimento de conhecimentos úteis para seu dia-a-dia como na obtenção de melhores postos de trabalho, o que motiva muitos adultos a prosseguir os estudos.

A proposta curricular, também, apresenta uma reflexão sobre a Matemática, destacando que ela se compõe de um conjunto de conceitos e procedimentos que englobam métodos de investigação e raciocínio, formas de representação e comunicação, ou seja, abrange tanto os modos próprios de indagar sobre o mundo, organizá-lo, compreendê-lo e nele atuar como o conhecimento gerado nesses processos de interação entre o homem e os contextos naturais e socioculturais.

A Matemática é uma ciência viva, quer no cotidiano dos cidadãos quer nos centros de pesquisas onde se elaboram novos conhecimentos que têm sido instrumentos úteis para solucionar problemas científicos e tecnológicos em diferentes áreas do conhecimento.

Na educação de jovens e adultos, a atividade Matemática deve integrar, de forma equilibrada, dois papéis indissociáveis:

- Formativo: voltado ao desenvolvimento de capacidades intelectuais para a estruturação do pensamento;
- Funcional: dirigido ao desenvolvimento dessas capacidades na vida prática e à resolução de problemas nas diferentes áreas de conhecimento.

A proposta curricular faz referência a um estudo realizado preliminarmente à elaboração da proposta da EJA (que consta do Documento Introdutório) em que a Matemática é apontada por professores e alunos como a disciplina mais difícil de ser aprendida. Atribui-se a ela grande parte da responsabilidade pelo fracasso escolar de jovens e adultos.

> O baixo desempenho em Matemática no Ensino Fundamental traduz-se em elevadas taxas de retenção, tornando-se um dos filtros sociais que selecionam os que terão ou não oportunidade de avançar na educação básica. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 13)

Diversos fatores de ordem social e econômica levam os alunos a abandonarem a escola, inclusive por se sentirem excluídos da dinâmica de ensino e aprendizagem.

> Nesse processo de exclusão, o insucesso na aprendizagem matemática tem tido papel destacado e determina a freqüente atitude de distanciamento, temor e rejeição em relação a essa disciplina, que parece aos alunos, inacessível e sem sentido. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 13)

Outros fatores a serem considerados são: as dificuldades relativas à formação de professores, em geral – deficiências na formação acadêmica, interpretações equivocadas de concepções pedagógicas, etc. –, compartilhadas pela educação de jovens e adultos, bem como a ausência de uma política de formação específica para o profissional da EJA que lida com o público e com as demandas próprias. Outro fator relevante é o de que os professores, muitas vezes, não contam com publicações específicas para EJA. Cabe aqui lembrar que não há um PCN EJA direcionado ao Ensino Médio.

A proposta curricular destaca que a grande maioria dos professores ainda desconhece a abordagem baseada na resolução de problemas, como eixo orientador da aprendizagem em Matemática. No primeiro semestre de 2001, a COEJA realizou uma consulta envolvendo Secretarias Estaduais e Municipais de educação que promovem a EJA. Dos professores que responderam à consulta, apenas 14% afirmaram que trabalham na 5ª série com resolução de problemas e cerca de 90% desenvolvem as quatro operações fundamentais no campo dos números naturais. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 13-14)

Para os professores consultados, as estratégias didáticas usadas com maior freqüência são as aulas expositivas e os exercícios individuais, em grupo e de fixação. Isso pode indicar que eles apresentam aos alunos atividades passíveis de serem resolvidas de forma mecânica e que os problemas, quando são apresentados, destinam-se ao desenvolvimento dos conceitos ensinados.

Os estudos de educadores matemáticos constataram que, geralmente, nas aulas de Matemática, os problemas são resolvidos no final das seqüências de atividades, como aplicação da aprendizagem. Na maioria das vezes, apresentam formulações artificiais que os distanciam dos problemas reais com os quais os alunos se confrontam em suas atividades profissionais, domésticas ou de lazer.

Os professores da EJA freqüentemente desconsideram os conceitos, os procedimentos e as atitudes desenvolvidas no decorrer da vivência dos alunos, que emergem em suas interações sociais e compõem sua bagagem cultural. Habitualmente, adota-se um tratamento “escolar” dos conhecimentos que os alunos trazem para a escola, ignorando a riqueza de conteúdos provenientes da experiência pessoal e coletiva dos jovens e adultos – que deveriam ser considerados como ponto de partida para a construção de novos conhecimentos.

No item: “Ensinar e aprender Matemática na EJA”, a proposta curricular ressalta que analisar o ensino e a aprendizagem em Matemática pressupõe investigar os atores envolvidos nesse processo – aluno, professor e conhecimento matemático – e as relações que se estabelecem entre eles.

É importante considerar que:

> Em qualquer aprendizagem, a aquisição de novos conhecimentos deve considerar os conhecimentos prévios dos alunos. Em relação aos jovens e adultos, no entanto, é primordial partir dos conceitos decorrentes de suas vivências, suas interações sociais e sua experiência pessoal: como detêm conhecimentos amplos e diversificados, podem enriquecer a abordagem escolar, formulando questionamentos, confrontando possibilidades, propondo alternativas a serem consideradas. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 15)

Segundo o documento, embora os professores consultados tenham mencionado o tema “porcentagem” – como um dos conhecimentos anteriores dos alunos, apenas 35% dos docentes afirmaram trabalhar com este tema em sala de aula que pode envolver o uso das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, frações, problemas que envolvem frações, simplificação de expressões, por exemplo, porcentagens e frações, etc.

Deve-se considerar que:

> Muitos jovens e adultos dominam noções matemáticas aprendidas de maneira informal ou intuitiva, antes de entrar em contato com as representações simbólicas convencionais. Esse conhecimento reclama um tratamento respeitoso e deve constituir o ponto de partida para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Por isso, os alunos devem ter oportunidades de contar suas histórias de vida, expor os conhecimentos informais que têm sobre os assuntos, suas necessidades cotidianas, suas expectativas em relação à escola e às aprendizagens em Matemática. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 15)

O jovem e o adulto também estabelecem conexões dos diferentes temas matemáticos entre si com as demais áreas do conhecimento e com as situações do cotidiano, que vão conferir significado à atividade matemática. Quando os conteúdos matemáticos são abordados de forma isolada, não são efetivamente compreendidos nem incorporados pelos alunos como ferramentas eficazes para resolver problemas e construir novos conceitos.

> Se o estudante acredita que a Matemática é a ciência do certo ou errado, e que o importante é saber antecipadamente como se resolve um problema e ser rápido em solucioná-lo, provavelmente tenderá a desvalorizar os processos heurísticos de pensamento. Isto significa que dependerá do professor tanto para que esse lhe diga se aquilo que fez está certo quanto para explicar-lhe o que é preciso fazer, diante de uma situação aparentemente nova. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 16)

O professor deve conceber a Matemática como uma ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos e não como um saber que trata de verdades infalíveis e imutáveis. Assim, o professor pode desempenhar seu papel de mediador entre o conhecimento matemático e o aluno.

> Para ser ensinado, o saber matemático acumulado deve ser transformado, isto é, sofrer um processo de transposição didática. Cabe ao professor, além de deter os conhecimentos necessários para isso, compreender os obstáculos envolvidos no processo de construção de conceitos e procedimentos, além de outros aspectos relativos à aprendizagem dos alunos. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 16)

A proposta curricular chama a atenção sobre a contextualização:

> A contextualização dos temas matemáticos é outro aspecto que vem sendo amplamente discutido. Trata-se de apresentá-los em uma ou mais situações em que façam sentido para os alunos, por meio de conexões com questões do cotidiano dos alunos, com problemas ligados a outras áreas do conhecimento, ou ainda por conexões entre os próprios temas matemáticos (algébricos, geométricos, métricos etc). (BRASIL. MEC, 2002b, p. 16)
>
> Recomenda-se apenas o cuidado de que os conhecimentos construídos não fiquem indissoluvelmente vinculados a um contexto concreto e único, mas que possam ser generalizados e transferidos a outros contextos. Um conhecimento só se constrói plenamente quando é mobilizado em situações diferentes daquelas que lhe deram origem, isto é, quando é transferível para novas situações. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 16-17)

Com relação às escolhas didáticas:

> Escolhas didáticas que estimulam o envolvimento dos alunos em processos de pensamento, assim como o raciocínio e a argumentação lógica, contribuem para criar uma cultura positiva nas aulas de Matemática – muito diferente daquela em que apenas procedimentos algorítmicos e respostas rápidas e "certas" são valorizados. Só assim a aprendizagem será significativa. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 17)

Com relação aos objetivos gerais do ensino de Matemática para a EJA, o documento destaca:

> Identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da Matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 17)

Os alunos da EJA devem perceber que a Matemática tem um caráter prático, pois permite aos indivíduos a resolução de problemas do cotidiano, ajudando-os, para que não sejam enganados e que possam exercer sua cidadania. No entanto, o ensino e a aprendizagem da Matemática devem também contribuir para o desenvolvimento do raciocínio, da lógica, da coerência – que transcendem os aspectos práticos.

O aluno deve:

> Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos da realidade, estabelecendo inter-relações entre eles, utilizando o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico). (BRASIL. MEC, 2002b, p. 17)

O aluno da EJA deve resolver:

> Situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia e estimativa, utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 18)

Freqüentemente, a Matemática tem sido ensinada de forma "pobre", pois:

> Apresentam-se fórmulas, regras e resultados para que os alunos os apliquem mecanicamente em exercícios que seguem um modelo. Não se aproveita a potencialidade que o raciocínio matemático tem de estimular o desenvolvimento de capacidades importantes. É preciso desmistificar a idéia de que, frente à Matemática, o aluno tem uma atitude passiva e de mera reprodução de conhecimentos – especialmente nas classes da EJA. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 18)

Com relação à linguagem oral e o aluno comunicar-se matematicamente:

> Descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 18)

O documento enfatiza a necessidade de buscar:

> Relações entre esta linguagem e as representações matemáticas. Geralmente, as aulas desta disciplina não utilizam nem estimulam os alunos a produzir textos matemáticos. É importante que os alunos da EJA sejam estimulados a escrever pequenos textos relatando conclusões, justificando as hipóteses que levantaram – não importa se corretas ou não. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 18)

O aluno da EJA deve estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 18) Para atingir este objetivo, extremamente relevante, o ensino de Matemática deve:

> Estimular o aluno da EJA a pôr em ação sua capacidade de resolver problemas, de raciocinar, como faz cotidianamente em sua vida extra-escolar. Esse estímulo, entretanto, não deve se confundir com "facilitação" ou "infantilização" do processo de ensino e aprendizagem. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 19)

No estudo e/ou trabalho em grupo, o aluno deve interagir com seus colegas de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando sempre o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles.

Assim:

> A aprendizagem de Matemática desenvolve-se melhor num contexto de interações, de troca de idéias e saberes, de construção coletiva de novos conhecimentos. Evidentemente, o professor tem um papel muito importante como mediador e orientador dessas interações. No entanto, é importante que os alunos da EJA percebam que, pela cooperação na busca de soluções de problemas, podem aprender entre si e, também, ensinar. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 19)

A respeito da resolução de problemas, que é o tema de interesse deste estudo, a proposta curricular destaca que a experiência tem mostrado que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos defrontam-se com situações desafiadoras e trabalham para desenvolver estratégias de resolução, pois buscam seus conhecimentos e raciocinam para chegar aos resultados. Daí, a importância de tomar a resolução de problemas como ponto de partida da atividade matemática. A proposta curricular enfatiza o papel da resolução de problema quando afirma:

> O trabalho com resolução de problemas estabelece um novo contrato didático, em que o papel do aluno é participar de um esforço coletivo para construir a resolução de um problema, com direito a ensaios e erros, exposição de dúvidas, explicitação de raciocínios e validação de resultados. A resolução de problemas possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e organizar as informações de que dispõem para alcançar novos resultados. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 27)

Conforme a proposta curricular:

> Ao desenvolver o trabalho, jovens e adultos terão oportunidade de ampliar tanto seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos quanto sua visão sobre o mundo em geral, desenvolvendo sua autoconfiança. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 27)

A história da Matemática mostra que ela se desenvolveu movida pela necessidade de responder a perguntas motivadas por problemas, tanto de ordem prática como: a divisão de terras ou o cálculo de créditos quando vinculados a outras ciências, bem como por questões relacionadas a investigações relativas ao próprio conhecimento matemático.

> Assim, um dos caminhos para “fazer matemática em sala de aula de jovens e adultos” é a resolução de problemas. Consideram-se como problema situações que demandam a realização de uma seqüência de ações ou operações para obter um resultado; ou seja, situações em que a solução não está disponível de início, mas é necessário e possível construí-la. (BRASIL. MEC, 2002b, p. 27)

Nas Considerações Finais, o documento destaca que o trabalho com a metodologia de resolução de problemas favorece o aprendizado, pois engloba a exploração do contexto da situação, a possibilidade de desenvolver nos jovens e adultos atitudes de perseverança em busca de resultados, a capacidade de comunicar-se matematicamente e utilizar processos de pensamento abstrato.

1.4 ALFABETISMO FUNCIONAL

Convém destacar o que significa Alfabetismo Funcional:

> Em 1958, a UNESCO definia como alfabetizada uma pessoa capaz de ler e escrever um enunciado simples, relacionado a sua vida diária. Vinte anos depois, a UNESCO sugeriu a adoção dos conceitos de analfabetismo e alfabetismo funcional. Portanto, é considerada alfabetizada funcional a pessoa capaz de utilizar a leitura e escrita e habilidades matemáticas para fazer frente às demandas de seu contexto social e utilizá-las para continuar aprendendo e se desenvolvendo ao longo da vida. (INAF, 2007f, p. 1)

O INAF – Indicador de Alfabetismo Funcional - revela os níveis de alfabetismo funcional da população brasileira adulta. Seu principal objetivo é oferecer informações sobre as habilidades e práticas de leitura, escrita e Matemática dos brasileiros entre 15 e 64 anos de idade, de modo a fomentar o debate público, estimular iniciativas da sociedade civil e subsidiar a formulação de políticas nas áreas de educação e cultura.

O INAF vem sendo apurado anualmente, desde 2001, por meio de estudo realizado pelo IBOPE Opinião com base na metodologia desenvolvida em parceria entre o Instituto Paulo Montenegro – responsável pela atuação social do IBOPE – e a ONG “Ação Educativa”. Em 2001; 2003 e 2005, foi realizado o INAF Leitura e Escrita; em 2002 e 2004, o INAF Matemática. As pesquisas são intercaladas, o que possibilita analisar a evolução dos índices a cada dois anos.

Para coletar os dados, o INAF realiza entrevistas domiciliares, aplicando questionários e testes práticos a 2.000 pessoas, representativas da população brasileira de 15 a 64 anos, residentes em todas as regiões do País, em zonas urbanas e rurais.

A definição das amostras, a coleta de dados e seu processamento são feitos por especialistas do IBOPE que oferecem esses serviços gratuitamente em apoio à ação social realizada pelo Instituto Paulo Montenegro. Os entrevistados são submetidos a tarefas de complexidade variada que demandam habilidades de leitura de números e outras representações matemáticas de uso freqüente (gráficos, tabelas, escalas, etc.) e solução de situações-problema, envolvendo operações aritméticas simples (adição, subtração, multiplicação e divisão), raciocínio proporcional, cálculo de porcentagem, medidas de tempo, massa, comprimento e área.

O INAF segmenta os brasileiros em quatro níveis, de acordo com suas habilidades em leitura/escrita (letramento) e em Matemática (numeramento).

As definições de alfabetismo são as seguintes:

> **Analfabetismo** – corresponde à condição dos que não conseguem realizar tarefas simples que envolvem a leitura de palavras e frases ainda que uma parcela destes consiga ler números familiares (números de telefone, preços, etc.); (INAF 2007e, p. 4)
>
> **Alfabetismo nível rudimentar** – corresponde à capacidade de localizar uma informação explícita em textos curtos e familiares (como um anúncio ou pequena carta), ler e escrever números usuais e realizar operações simples, como manusear dinheiro para o pagamento de pequenas quantias ou fazer medidas de comprimento usando a fita métrica; (INAF 2007e, p. 4)
>
> **Alfabetismo nível básico** – as pessoas classificadas neste nível podem ser consideradas funcionalmente alfabetizadas, pois já lêem e compreendem textos de média extensão, localizam informações mesmo que seja necessário realizar pequenas inferências, lêem números na casa dos milhões, resolvem problemas envolvendo uma seqüência simples de operações e têm noção de proporcionalidade. Mostram, no entanto, limitações quando as operações requeridas envolvem maior número de elementos, etapas ou relações; (INAF 2007e, p. 4)
>
> **Alfabetismo nível pleno** – classificadas neste nível estão as pessoas cujas habilidades não mais impõem restrições para compreender e interpretar elementos usuais da sociedade letrada: lêem textos mais longos, relacionando suas partes, comparam e interpretam informações, distinguem fato de opinião, realizam inferências e sínteses. Quanto à matemática, resolvem problemas que exigem maior planejamento e controle, envolvendo percentuais, proporções e cálculo de área, além de interpretar tabelas de dupla entrada, mapas e gráficos. (INAF 2007e, p. 4)

Nos dados da Tabela 5, observa-se a evolução dos níveis de alfabetismo – habilidades matemáticas, em relação aos dados coletados em 2002 e 2004. (INAF, 2007b, p. 3)

Tabela 5 - Evolução dos níveis de alfabetismo - habilidades matemáticas

	2002	2004	Diferença 2002-2004
Analfabeto	3%	2%	- 1pp
Alfabetizado Nível Rudimentar	32%	29%	- 3pp
Alfabetizado Nível Básico	44%	46%	+ 2pp
Alfabetizado Nível Pleno	21%	23%	+ 2pp

Fonte: INAF, 2007b, p. 3

Pela análise dos dados da tabela anterior que abrange a população brasileira de 15 a 64 anos, verificou-se uma pequena melhora no nível de conhecimento matemático, em 2004, em relação, a 2002, tendo em vista o incremento da porcentagem de pessoas enquadradas nos níveis básico e pleno, totalizando 4%, refletindo no mesmo porcentual de redução das enquadradas como analfabetas e no nível rudimentar.

Conforme pesquisa INAF Matemática de 2004, a população jovem e adulta que se enquadra no alfabetismo matemático nível básico é aquela capaz de resolver problemas que envolvem Funções Polinomiais do 1º Grau.

Com relação ao grupo de alfabetismo matemático nível pleno, foram enquadradas somente 22% das pessoas, ou seja, as que demonstram certa familiaridade na resolução de problemas que exigem maior planejamento e controle, envolvendo porcentuais, proporções e cálculo de área, além de interpretar tabelas de dupla entrada, mapas e gráficos.

Desse modo, neste trabalho a expectativa era que todos os alunos se enquadrassem no nível básico, tendo em vista que estavam cursando o primeiro ano do Ensino Médio da EJA.

Ana Lúcia Lima, diretora executiva do Instituto Paulo Montenegro, explica:

> A grande contribuição do INAF é fornecer indicadores sobre o alfabetismo funcional da população brasileira, complementando as avaliações escolares existentes. Com este indicador procuramos oferecer subsídios para orientar ações que possam contribuir para a mudança do quadro educacional brasileiro, passo essencial para a diminuição das desigualdades e para a garantia de um desenvolvimento compatível com um cenário mundial cada vez mais globalizado e competitivo. (INAF, 2007d, p. 2)

Em 2005, a população brasileira com idade de 15 a 64 anos era de 122.708.812. De acordo com os dados coletados pela Pesquisa Nacional de Amostragem Domiciliar, o número de analfabetos era igual a 10.711.266, o que equivale a 9%.

O INAF mantém o uso do termo Alfabetismo – contraposto ao de Analfabetismo – considerando os dois domínios: letramento (processamento de informação verbal em diversos formatos; compreensão e expressão escrita) e numeramento (capacidade de compreender e operar com noções e representações matemáticas envolvidas em situações cotidianas).

Nos dados da Tabela 6, são mostradas as habilidades de letramento (leitura/escrita) e as de numeramento (matemáticas) em relação aos níveis de alfabetismo. (INAF, 2007a, p. 4)

Tabela 6 - Habilidades de letramento e de numeramento em relação aos níveis de alfabetismo

	Letramento 2005	**Numeramento 2004**
INAF – Analfabetos	9.874.768 (8%)	2.790.230 (2%)
INAF – Nível Rudimentar	37.168.381 (30%)	37.714.103 (31%)
INAF – Nível Básico	44.180.897 (36%)	55.038.060 (45%)
INAF – Nível Pleno	31.484.767 (26%)	27.708.812 (22%)

Fonte: **INAF, 2007a, p. 4**

Na prova do PISA (Programa Internacional de Avaliação de Alunos), coordenado pela OCDE (Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico), em 2003, da qual participaram alunos de 40 países com idade em torno dos 15 anos, os jovens brasileiros classificaram-se em 37º lugar em Leitura, último em Matemática e penúltimo em Ciências. Esses resultados não são nada animadores, pois trazem à tona a discussão em relação à qualidade da educação brasileira.

Vários fóruns de discussão sobre o tema estão acontecendo em todo o País. Especialistas apontam diversas formas de melhorar a qualidade da educação, desde a formação de professores até um maior envolvimento de todos os setores da sociedade nas questões educacionais.

Ressalta-se que a realização de cursos de atualização para os professores da EJA é muito importante, também, que materiais e livros didáticos específicos para esse setor da educação sejam distribuídos.

No mundo, a educação é vista como uma das questões principais para estimular o desenvolvimento de um país e reduzir as desigualdades sociais. Um exemplo típico é a China que hoje colhe os frutos de um investimento em educação nos últimos 20 anos.

No Boletim INAF de julho/agosto de 2006, no artigo Especialistas: A opção pelo subdesenvolvimento, Gustavo Ioschpe (2006) comenta que é impossível um país desenvolver-se no século XXI quando sua população ainda não resolveu problemas do século XIX. A comparação não é exagerada, pois:

> Ainda não conseguimos ensinar nossas crianças a ler e a escrever, coisa que outros países já fazem há mais de 100 anos. O resultado final é termos só 26% de nossa população de 15 a 64 anos plenamente alfabetizada. A má qualidade do sistema – e não a falta de vagas – faz com que só 20% de nossos jovens cheguem à educação superior. Países como Coréia do Sul, Finlândia, Estados Unidos e Noruega já passaram dos 80% – quatro vezes mais, portanto. Os outros países desenvolvidos têm taxas próximas de 60%. Chile, Argentina e Uruguai estão na casa dos 40%. A China assusta ainda mais: foi de 6% em 1998 para quase 20% agora. (IOSCHPE, 2006, p. 11)

Segundo Ioschpe (2006) o descompasso de qualificação entre o Brasil e os países de renda média e alta aumentou consideravelmente nas últimas décadas, pois estes países perceberam a importância do capital humano e esforçaram-se para massificar o conhecimento em seu nível mais alto, o universitário.

> De 1980 a 2000, por exemplo, a Malásia aumentou seu número de matrícula universitária em 539%, a Coréia em 429%, Portugal em 368%, o Chile em 202% e a média dos países da OCDE em 146%. O Brasil? Só 45%. É muito em termos absolutos, mas muito pouco ante o que acontece no resto do mundo. Vamos ficando para trás. E, em um período de enormes e rápidos avanços, cada etapa perdida torna a tarefa de equiparação exponencialmente mais difícil. Se persistirem as tendências recentes, em breve não estaremos batalhando pelo acesso ao Primeiro Mundo, mas, sim, para nos mantermos no estágio de subdesenvolvimento atual. Nas décadas de 70 e 80, fomos ultrapassados pelos Tigres Asiáticos. Nos anos 90 e atualmente, assistimos inertes ao forte crescimento de China, Índia, Chile e Europa Oriental. Onde estaremos daqui a vinte anos? Competindo com a África?

> Gabando-nos de que nosso maravilhoso solo é mais rico que o da Antártica? (IOSCHPE, 2006, p. 12)

No artigo: A questão da qualidade da educação no Brasil, publicada no Boletim INAF de julho/agosto de 2006, são destacadas algumas informações que são relatadas a seguir. (EQUIPE INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, 2006, p. 3)

Atualmente, 97% das crianças entre 7 e 14 anos estão matriculadas na escola, o que equivale quase a totalidade das crianças brasileiras. Mas, de acordo com a Prova Brasil de 2006, pode-se constatar que o fato das crianças freqüentarem a escola não é suficiente: nossos alunos concluem a 8ª série do Ensino Fundamental no nível educacional, mas deveriam estar na 4ª série. O SAEB - Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica - mostrou que 55% das crianças que concluem a 4ª série não sabem ler de modo adequado, isto é, são praticamente analfabetas e, apenas, 5% dos estudantes tiveram rendimento adequado em Matemática. (EQUIPE INSTITUTO PAULO MONTENEGRO, 2006, p. 3)

Conseqüentemente, isto se reflete no Ensino Médio, incluindo o ensino de jovens e adultos, pois os professores sentem dificuldades para ministrar os novos conteúdos, já que precisam revisar conhecimentos básicos necessários para a aprendizagem dos alunos, prejudicando, inclusive, a carga horária destinada a ministrar os novos conteúdos.

1.5 EXAME NACIONAL PARA CERTIFICAÇÃO DE COMPETÊNCIAS DE JOVENS E ADULTOS

O Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) foi criado, em 2002, no governo de Fernando Henrique Cardoso pelo Ministro da Educação Paulo Renato e por João Batista Ferreira Gomes Neto, então, Presidente do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais “Anísio Teixeira”. (PINTO, 2004, p. 1)

O ENCCEJA constitui-se em um instrumento de avaliação para aferição de competências e habilidades de jovens e adultos, residentes no Brasil e no exterior (brasileiros residentes no Japão e na Europa que, em 2006, fizeram a prova na Suíça), em nível de conclusão do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

O exame foi criado com o propósito de certificar, a partir de um exame nacional único, o conhecimento escolar de jovens e adultos e não de avaliar a educação, as escolas ou os procedimentos de ensino.

Os objetivos do ENCCEJA são:

> I - Construir uma referência nacional de auto-avaliação para jovens e adultos por meio de avaliação de competências e habilidades, adquiridas no processo escolar ou nos processos formativos que se desenvolvem na vida familiar, na convivência humana, no trabalho, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais; (MEC. INEP, 2006i, p. 1)
>
> II - Estruturar uma avaliação direcionada a jovens e adultos, que sirva às Secretarias da Educação para que procedam à aferição de conhecimentos e habilidades dos participantes, no nível de conclusão do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, nos termos do artigo 38, §§ 1º e 2º da Lei 9.394/96 (LDB); (MEC. INEP, 2006i, p. 1)
>
> III - Oferecer uma avaliação para fins de classificação na correção do fluxo escolar, nos termos do art. 24 inciso II alínea "c" da Lei 9394/96; (MEC. INEP, 2006i, p. 1-2)
>
> IV - Construir, consolidar e divulgar um banco de dados com informações técnico-pedagógicas, metodológicas, operacionais, socioeconômicas e culturais que possa ser utilizado para a melhoria da qualidade na oferta da Educação de Jovens e Adultos e dos procedimentos relativos ao Exame; (MEC. INEP, 2006i, p. 2)
>
> V - Construir um indicador qualitativo que possa ser incorporado à avaliação de políticas públicas da Educação de Jovens e Adultos. (MEC. INEP, 2006i, p. 2)

O ENCCEJA também tem o objetivo de combater as irregularidades em cursos supletivos que vendem diplomas ou facilitam a obtenção de certificados de conclusão de curso.

Os livros específicos do ENCCEJA que podem ser utilizados para o aluno estudar para o exame são:

- Matemática: livro do estudante: Ensino Fundamental; ou
- Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio.

Pinto (2004) do Centro de Educação, Estudos e Pesquisas (CEEP), mostra suas preocupações em relação ao ENCCEJA em seu artigo: “O que o ENCCEJA enseja?. Comenta: que a exemplo do Objetivo e do Anglo que “ensinam” para passar no vestibular, seriam criados “cursinhos para o ENCCEJA” que nada têm em comum com os ideais da EJA e do resgate da escolaridade. Além disso, considera que os jovens, ao tomarem conhecimento do exame, podem optar pelo “atalho”, deixando de estudar na idade adequada.

Suas críticas são mais abrangentes:

> A possibilidade de uma certificação que incidi sobre o aluno no estágio final do processo de ensino tanto para o nível fundamental como para o médio leva a desestruturação das poucas iniciativas de Educação de Jovens e Adultos existentes no país. A instauração do exame no atual cenário de abandono da Educação de Jovens e Adultos pelas políticas públicas é bastante perigosa. É preciso atentar que as escolas não mais precisarão de um projeto pedagógico, os professores não precisarão ter formação de nível superior, a freqüência do aluno às aulas não será obrigatória etc. Todo esse processo de sucateamento e desvalorização da Educação de Jovens e Adultos atendem aos interesses das Secretarias de Educação Estaduais e Municipais que terão no ENCCEJA a oportunidade de livrar-se do incomodo gasto com os Supletivos. (PINTO, 2004, p. 2)

O mesmo autor entende o ENCCEJA como uma alternativa para alunos jovens e adultos que trabalham, possuem família e encontram dificuldades em ter um horário para cursar a EJA. Para esses alunos, uma opção seria o curso semipresencial da EJA, pois podem contar com um apoio de um professor para aquisição de conhecimentos e esclarecimentos de suas dúvidas.

Para o Ensino Fundamental, a prova do ENCCEJA está organizada em torno das seguintes áreas do conhecimento: (PINTO, 2004, p. 2)

1) Língua Portuguesa, Língua Estrangeira Moderna, Educação Artística e Educação Física;
2) História e Geografia;
3) Matemática; e
4) Ciências Naturais.

Para o Ensino Médio, a prova do ENCCEJA está organizada em torno das seguintes áreas do conhecimento: (PINTO, 2004, p. 2)

1) Linguagens, Códigos e suas Tecnologias;

2) Ciências Humanas e suas Tecnologias;

3) Matemática e suas Tecnologias; e

4) Ciências da Natureza e suas Tecnologias.

Pinto (2004) lembra que o exame é composto por questões "objetivas de múltipla escolha", do tipo loteria, com alternativas de **"a"** a **"d",** o que garante de imediato um acerto de 25% dentro da distribuição estatística.

Convém citar que o participante que não conseguir aprovação em alguma área do conhecimento, no ano seguinte não precisará repetir todas as provas anteriores, mas apenas a área em que foi reprovado.

A matriz de competências e habilidades que estrutura o ENCCEJA considera, simultaneamente, as competências relativas às áreas de conhecimento e as que expressam as possibilidades cognitivas de jovens e adultos para a compreensão e realização de tarefas relacionadas com essas áreas (competências do sujeito). (MEC. INEP, 2007b)

As competências do sujeito são eixos cognitivos que, associados às competências apresentadas nas disciplinas e áreas do conhecimento do Ensino Fundamental e Médio, referem-se ao domínio de linguagens, compreensão de fenômenos, enfrentamento e resolução de situações-problema, capacidade de argumentação e elaboração de propostas. Dessas interações, em cada área, resultam habilidades que serão avaliadas por meio de questões objetivas (múltipla escolha) e pela produção de um texto (redação). (MEC. INEP, 2007b)

A adesão ao ENCCEJA é de caráter opcional e estará disponível às Secretarias de Educação do Distrito Federal, Municipais ou Estaduais, que poderão efetivá-la formalmente, mediante a assinatura de Termo de Parceria de Cooperação Técnica, no qual serão definidas as ações para realização do Exame.

A relação dos municípios que aderiram ao ENCCEJA de 2006 está disponível em http://www.inep.gov.br/basica/encceja/parcerias.htm.

Cabe às Secretarias de Educação, que aderirem ao ENCCEJA, definirem como e para que utilizarão seus resultados, bem como a responsabilidade pela emissão dos documentos necessários, quando for o caso, para a certificação de estudos no nível de conclusão do Ensino Fundamental e do Ensino Médio, em cumprimento ao disposto no inciso VII, do Artigo 24, da Lei nº 9.394/96 (LDB). As secretarias têm autonomia inclusive para definir qual a nota mínima para conceder certificação.

Em 2006, a adesão das redes de ensino ao exame de certificação foi de 52 Secretarias Municipais de Educação espalhadas pelo País, além das Secretarias de Educação do Tocantins, Mato Grosso do Sul e Distrito Federal. O exame também teve a participação da Fundação Estadual Prof. Dr. Manoel Pedro Pimentel, FUNAP, de São Paulo, que cuida da educação nos presídios paulistas. (MEC. INEP, 2007c, p. 1-2)

O participante do ENCCEJA inscreve-se em cada uma das áreas avaliadas, ou seja, pode obter certificação em cada prova separadamente.

No Ensino Fundamental, foram aplicadas 60.941 avaliações nas áreas de Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Educação Artística e Educação Física; História e Geografia; Matemática e Ciências Naturais. O número de participantes na prova da área de Língua Portuguesa, a mais buscada para a certificação, foi de 16.510.

No Ensino Médio, a procura por certificação foi maior e mais equilibrada entre as quatro áreas oferecidas em um total de 105.674 provas aplicadas. As áreas de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências Humanas e suas Tecnologias; Matemática e suas Tecnologias e Ciências da Natureza e suas Tecnologias foram avaliadas.

Em relação às médias de desempenho, vale lembrar que o ENCCEJA 2006 foi estruturado em metodologia da Teoria de Resposta ao Item (TRI), como a utilizada nas provas do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB). Portanto, as notas não seguem o padrão tradicional de um a dez, conforme o porcentual de acertos, mas estão estruturadas em uma escala de proficiência que, nesta edição, variou de 60 a 180. O nível 100 da escala foi tecnicamente sugerido às redes como ponto indicativo de que o participante desenvolveu as habilidades mínimas necessárias para obter a certificação.

No entanto, é importante destacar que as redes de ensino possuem autonomia para definir seu próprio parâmetro.

A seguir, nos dados da Tabela 7 existe a distribuição das médias obtidas pelos participantes na edição 2006 do ENCCEJA, em cada uma das áreas avaliadas no Ensino Fundamental e Ensino Médio. (MEC. INEP, 2007c, p. 2)

Tabela 7 - Médias obtidas pelos participantes no ENCCEJA de 2006

Provas/ Áreas avaliadas **Ensino Fundamental**	Média abaixo de 100		Média Acima de 100		Total De provas	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Língua Portuguesa, Língua Estrangeira, Educação Artística e Educação Física	6.504	39,4%	10.006	60,6%	16.510	100%
História e Geografia	3.704	25,1%	11.078	74,9%	14.782	100%
Matemática	3.717	24,5%	11.474	75,5%	15.191	100%
Ciências Naturais	2.854	19,7%	11.604	80,3%	14.458	100%
Provas/ Áreas avaliadas **Ensino Médio**	Média abaixo de 100		Média Acima de 100		Total De provas	
	Nº	%	Nº	%	Nº	%
Linguagens, Códigos e suas Tecnologias	12.909	46,9%	14.615	53,1%	27.524	100%
Ciências Humanas e suas Tecnologias	6.486	26,2%	18.299	73,8%	24.785	100%
Matemática e suas Tecnologias	5.456	20,5%	21.141	79,5%	26.597	100%
Ciências da Natureza e suas Tecnologias	7.520	28,1%	19.248	71,9%	26.768	100%

Fonte: ENCCEJA de 2006 (MEC. INEP, 2007c, p.2)

Dos resultados da Tabela 7, foi possível concluir que a procura por exames para o Ensino Médio (105.574) foi maior do que para o Ensino Fundamental (60.941). Na prova de Matemática, a porcentagem de candidatos aprovados no Ensino Fundamental foi de 75,5% e no Ensino Médio, de 79,5%, o que é uma porcentagem elevada.

A legislação para o ENCCEJA pode ser consultada no site do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais (INEP). (MEC. INEP, 2006f)

Os exames para certificação de conhecimentos – denominados madureza, supletivos e, agora, de certificação de competências – constituem uma das expressões mais tradicionais de educação formal de jovens e adultos no Brasil. Não sofreram inovação significativa desde a década de 1970, quando o *Projeto Auxilia* do Ministério da Educação (MEC) padronizou procedimentos e moralizou as provas. (EDITORIAL: EXAMES, FEDERALISMO E CENTRALIZAÇÃO. BOLETIM INFORMAÇÃO EM REDE, 2002, p. 2)

Salvo raras exceções, o padrão dos exames manteve-se inalterado nos últimos 30 anos, caracterizando-se pela aplicação de provas de múltipla escolha que medem a memorização de informações e o domínio de conceitos descontextualizados, relativos ao currículo de cada uma das disciplinas do núcleo comum.

No artigo "Provão em Xeque", publicado no Jornal Observatório da Imprensa de 09/09/2003, Antônio Góis comenta:

> O fim do provão ainda está em discussão, mas o INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais do MEC) já decidiu suspender neste ano, sem fazer muito alarde, o menos conhecido dos exames de avaliação criados pelo MEC: o ENCCEJA (Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos) (GÓIS, 2003, p. 1).

Neste artigo, segundo Luiz Araújo, presidente do INEP, uma das razões para a suspensão do ENCCEJA, em 2003, foi de ordem legal:

> O problema é que o ENCCEJA quer fazer uma certificação nacional, e essa é uma responsabilidade dos Estados. O governo passado tentou fazer com os Estados e municípios uma espécie de convênio de adesão, e não se pode revogar uma competência estadual ou municipal apenas por um termo de adesão. Teríamos que fazer uma mudança na LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação). (GÓIS, 2003, p. 1 e 2)

Para o ex-ministro Paulo Renato, hoje consultor na área educacional, a suspensão prejudica a população mais carente:

> É lamentável, porque o ENCCEJA é do interesse da população mais carente, daqueles que não tiveram a oportunidade de estudar na idade adequada e são ludibriados por cursinhos que fazem propaganda enganosa e fraudam o sistema. (GÓIS, 2003, p. 2)

Segundo Paulo Renato, o ENCCEJA serve também para estabelecer parâmetros para a educação de jovens e adultos. Para ele:

> Estávamos criando um padrão nacional de qualidade do Ensino Médio no país, e o ENCCEJA era uma parte importante, junto com o ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio). Preocupa-me o fato de esses dois instrumentos de melhoria do Ensino Médio estarem sendo abandonados. (GÓIS, 2003, p. 2)

1.6 MATRIZ DE MATEMÁTICA PARA O ENCCEJA

Como ainda não foram elaborados os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos para o Ensino Médio, a seguir, são relatadas as habilidades requeridas no Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA).

Consultando o Capítulo IV – As Matrizes que estruturam as avaliações, Matemática e suas Tecnologias – Ensino Médio do Livro introdutório: Documento básico: Ensino Fundamental e médio, observa-se que a Matriz de Matemática para o ENCCEJA indica 45 habilidades para a avaliação de egressos do Ensino Médio; delas as nove enunciadas abaixo fazem referência explícita à resolução de problemas, conforme é mostrado nos dados do quadro abaixo:

Quadro 1 - Matriz de Matemática para o ENCCEJA

H3 - Identificar o recurso matemático utilizado pelo homem, ao longo da história, para enfrentar e resolver problemas.
H8 - Utilizar conceitos e procedimentos matemáticos para construir formas de raciocínio que permitam aplicar estratégias para a resolução de problemas.
H13 - Interpretar informações e operar com números naturais, inteiros, racionais e reais, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.
H19 - Utilizar conceitos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.
H23 - Selecionar, compatibilizar e operar informações métricas de diferentes sistemas ou unidades de medida na resolução de problemas do cotidiano.
H28 - Resolver problemas, envolvendo grandezas direta e inversamente proporcionais e porcentagem.
H33 - Modelar e resolver problemas, utilizando equações e inequações com uma ou mais variáveis.
H38 - Selecionar e interpretar informações expressas em gráficos ou tabelas para a resolução de problemas.
H43 - Resolver problemas envolvendo processos de contagem, medida e cálculo de probabilidades.

Fonte: Livro introdutório: Documento básico: Ensino Fundamental e médio (MEC. INEP, 2002c, p. 153, 155 e 157)

De acordo com os dados descritos neste capítulo, verifica-se que, em 2004, a porcentagem de alunos concluintes dos cursos semipresenciais foi de 28% e a de presenciais da EJA de 27%. Esta porcentagem é muito baixa. Nesse universo, constatou-se que a Matemática é a disciplina mais difícil de ser aprendida, sendo responsável em grande parte pelo fracasso escolar de jovens e adultos. É uma disciplina que parece inacessível e sem sentido aos alunos. Por esses motivos, é importante e urgente que novas metodologias de ensino da Matemática sejam desenvolvidas e aplicadas.

A Proposta Curricular destaca que a grande maioria dos professores desconhece que a resolução de problemas é o eixo orientador da aprendizagem em Matemática, assim, conclui-se que a educação/atualização dos professores se faz urgente. Os professores devem utilizar uma metodologia de aprendizagem que englobe problemas do cotidiano para despertar o interesse dos alunos.

Os resultados da Prova Brasil de 2006 são alarmantes. Pode-se constatar que os alunos que concluem a 8ª série do Ensino Fundamental (série anterior ao 1º ano do Ensino Médio da EJA) possuem um nível educacional equivalente aos alunos concluintes da 4ª série. De acordo com o Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), 55% dos alunos que concluem a 4ª série são praticamente analfabetos e apenas 5% tiveram rendimento adequado em Matemática.

Estas considerações são preocupantes, pois mostram como poderá ser o desempenho dos alunos da EJA na resolução de problemas, envolvendo Função Polinomial do 1º Grau.

Por lecionar na EJA, foi interessante pesquisar, entre os professores, o uso do Capítulo VII “A Matemática por trás dos fatos – Aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas, envolvendo variáveis sócio-econômicas ou técnico-científicas” escrito por Rodrigues (MEC. INEP, 2006a, p. 176-195). Em conversa com os colegas de escola, percebeu-se que eles não conheciam o ENCCEJA nem as publicações didáticas voltadas para tal exame, que poderiam ser outra ferramenta de trabalho para ministrar aulas na EJA.

CAPÍTULO 2

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O levantamento da problemática que foi apresentada baseou-se na vivência cotidiana do pesquisador, no estudo dos documentos oficiais sobre a Educação de Jovens e Adultos e na necessidade de analisar problemas relacionados com a aprendizagem da Matemática por alunos da EJA.

Uma pesquisa foi realizada visando a encontrar publicações que estivessem de alguma forma relacionadas com o foco de pesquisa: será que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio da EJA resolvem uma seqüência de problemas referenciados na vida cotidiana que envolvem Função Polinomial do 1º Grau e quais os procedimentos por eles adotados na resolução desses problemas?

Foram pesquisadas dissertações e teses em Educação Matemática no site da CAPES, em que estão disponíveis as dissertações e teses defendidas a partir de 1987. Além disso, também, foram feitas buscas na PUC-SP, USP e UNICAMP.

A respeito da resolução de problemas, destacaram-se três dissertações de mestrado em ensino de Matemática, desenvolvidas por alunos da PUC/SP.

A primeira é a dissertação de mestrado profissional em ensino de Matemática de Irineu Motta Filho, publicada em 2006, intitulada *Atitudes e Procedimentos de Alunos da Educação de Jovens e Adultos Frente à Resolução de Problemas*. Este é o trabalho que mais se assemelha ao nosso em relação ao objetivo, a quem foi aplicado: alunos da 1ª série do Ensino Médio da EJA, e por ser constatada a falta de domínio de alguns conceitos e procedimentos básicos pelos alunos. Ressalta-se que o autor também considerou que as questões propostas eram bastante simples.

O autor utilizou pesquisa bibliográfica e documental e baseou-se em uma avaliação diagnóstica realizada com 32 alunos da 1ª série do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), tendo como objetivo identificar as atitudes e procedimentos de alunos frente à resolução de problemas. Ele procurou contemplar diferentes variáveis, como o número de soluções de um problema e o domínio matemático envolvido. Em sua seqüência, os exercícios iam aumentando o grau de dificuldade. Os primeiros exigiam conhecimentos das operações algébricas, de porcentagem e conhecimentos elementares de geometria plana. Os demais demandavam interpretação de texto, raciocínio, lógica, análise combinatória e probabilidade.

Com esse trabalho, Motta Filho (2006) teve a intenção de buscar alternativa para a aproximação dos alunos da EJA com a Matemática, utilizando suas experiências cotidianas e superando medos relacionados à própria capacidade de aprender Matemática.

Para o autor, de uma maneira geral, os alunos acertaram mais as questões aritméticas (com exceção da relacionada à porcentagem, que houve acerto, porém o procedimento não foi explicado) e as envolvendo geometria plana. Não houve nenhum acerto nas atividades que envolveram probabilidade (jogo de dados).

Destaca-se o comentário de Motta Filho (2006), que considerou as questões propostas bastante simples para alunos que estavam iniciando o Ensino Médio, a falta de domínio de alguns conceitos e procedimentos básicos revelou-se. Também ficou marcante a possibilidade desses alunos resolverem problemas mentalmente e buscarem alguma forma de registrar "convencionalmente" esses resultados.

Com base nos resultados obtidos na pesquisa, o autor ficou convencido de que uma proposta de ensino em que a resolução de problemas fosse convenientemente desenvolvida, poderia contribuir para incentivar e desenvolver a criatividade dos alunos, tornando a prática educativa matemática mais significativa.

Destaca-se, também, a dissertação de mestrado acadêmico em Educação Matemática de Armando Traldi Júnior, publicada em 2002, intitulada Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações.

Em razão do destaque que o termo resolução de problemas tem tido na Educação Matemática, Traldi Júnior (2002) iniciou sua pesquisa investigando se os alunos da 3ª série do Ensino Médio, que já estudaram o conteúdo de sistema de inequações do 1º grau, resolviam alguns problemas de programação linear. Foi feito um teste-diagnóstico, que foi aplicado em 33 alunos da turma (A), de uma escola pública.

O teste-diagnóstico compreendia atividades de conversão da língua natural para sentença matemática, de exercícios de conversão do gráfico para sentença algébrica, resolução de um sistema de inequações apresentado na forma algébrica e um problema de programação linear, com apenas duas variáveis e duas restrições.

Ao analisar o teste-diagnóstico, Traldi Júnior (2002) observou que, embora a turma (A) estivesse no final do Ensino Médio e tivesse estudado, recentemente, o conteúdo de sistema de inequações do 1º grau, apresentava dificuldades, tais como: conversão da língua natural para sentença matemática; conversão de sentenças matemáticas para sua representação gráfica; leitura e interpretação de gráficos; representar graficamente inequações e resolver sistemas de inequações propostos algebricamente.

Após o teste diagnóstico, o autor notou que, na tentativa de resolução dos problemas ou mesmo dos sistemas, o recurso gráfico não faz parte das estratégias dos alunos. A grande maioria deles busca cálculos algébricos e aritméticos, usando os dados do problema e as palavras-chave. Ele também percebeu que, apesar dos alunos terem algumas noções sobre os conceitos necessários para resolução de alguns problemas de programação linear, não articulam nem disponibilizam esses conhecimentos no momento da abordagem dos problemas.

Depois de confirmada a hipótese de algumas dificuldades dos alunos na resolução de problemas, Traldi Júnior (2002) buscou elementos na teoria proposta por Duval (1993), para preparar e desenvolver uma seqüência didática com uma outra turma (B) da 3ª série do Ensino Médio de uma escola pública. Para observar, se as atividades que envolvem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação proporcionaram condições favoráveis à apreensão do objeto sistema de inequações do 1º grau e se os alunos utilizaram esses conhecimentos na resolução de problemas. Dessa atividade, participaram 12 duplas.

Para análise, Traldi Júnior (2002) considerou apenas cinco duplas, em razão da falta de alguns alunos em uma ou mais sessões. Nenhum dos participantes havia sido reprovado nas 2ª ou 3ª séries do Ensino Médio.

Após o desenvolvimento dessa seqüência didática, foi aplicado na turma (B) um pós-teste, o mesmo teste-diagnóstico aplicado na turma (A), para ser feita uma análise comparativa entre o desempenho das duas turmas.

Traldi Júnior (2002) percebeu que a maior dificuldade apresentada pelos alunos que fizeram o pós-teste, foi realizar a conversão da língua natural para o registro simbólico expresso pela sentença matemática. Constatou-se que a seqüência-didática utilizada possibilitou uma significativa evolução no processo de ensino-aprendizagem, pois foi maior o índice de acertos dos alunos da turma B em relação aos da turma A.

Ao analisar os resultados, o autor não garantiu a construção do conceito de sistema de inequações por parte dos alunos que usaram a seqüência-didática, mas sim a evolução de seus conhecimentos e uma maior competência ao utilizá-los na resolução de problemas.

Como conclusão, ele confirmou a hipótese de que as atividades que permitem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático sistema de inequações do 1º grau, criaram no aluno condições mais favoráveis para a apreensão desse objeto.

Cita-se, também, a dissertação de mestrado acadêmico em Educação Matemática, de Wagner Sanches Lopes, publicada em 2003, intitulada *A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino*.

Nessa pesquisa, Lopes (2003) estudou os procedimentos adotados pelos alunos de uma classe da 8ª série do Ensino Fundamental, de uma escola pública, para a resolução de um conjunto de 12 atividades visando a introdução ao conceito de função, em particular, da função afim.

O autor fundamentou-se em elementos teóricos propostos por Raymond Duval e em considerações gerais sobre o entendimento do conceito de função, relativas ao livro “Conceitos Fundamentais da Matemática” de Bento de Jesus Caraça. Lopes (2003) avaliou os fenômenos didáticos ocorridos na resolução de problemas, envolvendo a conversão do registro gráfico de uma função afim para o registro algébrico e vice-versa. A pesquisa revelou a importância da utilização de múltiplas representações no processo de conceitualização de função, favorecendo a coordenação entre as variáveis visuais pertinentes no registro gráfico e os correspondentes valores categoriais no registro algébrico.

A análise das produções dos alunos e dos fenômenos didático-pedagógicos observados em sala de aula possibilitou avaliar em que medida uma proposta do ensino, voltada às atividades de conversão e tratamento de registros de representação, permite o domínio de aquisições funcionais dos diferentes sistemas de representação requeridos para a formação do conceito de função.

No quadro teórico escolhido, o autor procurou privilegiar a mudança de registro de representação. Os registros selecionados foram o verbal, o geométrico, o aritmético, o algébrico e o tabular da função afim.

Em cada encontro, os grupos de alunos recebiam folhas com a atividade daquele dia. Após a leitura, eram esclarecidas as possíveis dúvidas sobre a interpretação do texto e também eram promovidas discussões a cada instante que se fizesse necessário.

Após a primeira aplicação, o autor entrevistou uma aluna que disse ter gostado de participar das aulas, embora tenha achado o tempo curto. Ela demonstrou que não conseguia relacionar uma expressão algébrica ou uma equação do tipo $y = ax + b$ com o gráfico da reta.

As reflexões sobre a metodologia, o tempo de aplicação e as variáveis didáticas utilizadas nas atividades fizeram o autor rever esses aspectos e passou a considerar, em cada atividade, um tempo maior de trabalho com os alunos.

Lopes (2003) mudou a postura de observador para a de mediador em discussões abertas e participativas entre alunos. Desse modo, avaliou a eficiência das atividades propostas e captou as concepções e dificuldades dos alunos na resolução dos problemas propostos.

Durante o desenvolvimento de cada uma das doze atividades, os alunos podiam ir à lousa e explicar seu ponto de vista aos colegas, enquanto o autor procurava mediar a discussão, evitando interferir diretamente. Enquanto o pesquisador circulava pela sala, podia perceber a dificuldade que os alunos sentiam ao validar as respostas que encontravam.

Lopes (2003) criou um ambiente interativo, pois havia a oportunidade de conversar com os alunos a respeito de suas dificuldades, enquanto eles realizavam a tarefa do dia.

Na avaliação dos procedimentos de resolução, o autor constatou que a utilização de diferentes registros de representação possibilitou uma relativa diversidade desses procedimentos; uso ou não de tabelas na mediação entre registro gráfico e geométrico, idas e vindas dos pontos do gráfico às suas coordenadas e vice-versa, diferentes maneiras de buscar a coordenação entre os registros em jogo.

Na discussão entre os grupos e, de modo mais específico no painel final, os alunos puderam confrontar suas respostas, compreender eventuais divergências, comunicar seus procedimentos ou suas soluções, defendê-las e avaliar as respostas de seus colegas. O autor valorizou as contribuições dos alunos, as diferentes descrições produzidas e os distintos procedimentos utilizados.

Lopes (2003) procurou avaliar a eficiência dos trabalhos *"pela modificação da qualidade de produção"* (DUVAL, 1995, p. 6). Essa mudança de qualidade significa uma melhora nas iniciativas, nos procedimentos dos alunos para efetuar os tratamentos matemáticos e no interesse na execução das atividades. Nessa perspectiva, concluiu que a pesquisa atingiu seus objetivos.

Além de considerar algumas limitações em seu trabalho, especialmente, quanto ao estudo da variável visual pertinente relativa à inclinação da reta. Ele entendeu que esse estudo foi prejudicado, no decorrer das atividades, em função do estudo de outras duas variáveis.

Com relação a essas três dissertações, Motta Filho (2006) analisou a Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos do Segundo Segmento do Ensino Fundamental (5ª a 8ª série) e a Matriz de Matemática para o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) do Ensino Médio. Desenvolveu com os alunos da EJA diversos tipos de problemas, que eram independentes entre si e que apresentavam um grau de dificuldade maior do que o de nossa Dissertação, por exigirem também conhecimentos de porcentagem e de geometria plana. Em nosso trabalho, os procedimentos empregados em cada problema deveriam ser utilizados na resolução dos exercícios seguintes.

As outras dissertações também foram importantes fontes de pesquisa, porque trabalharam com a resolução de problemas, usando atividades que permitiam o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação. Lopes (2003) trabalhou com a resolução de problemas ligados ao conceito de função, empregando também a fundamentação teórica de Duval. A resolução desenvolvia-se de maneira interativa com os alunos que trocavam informações entre eles e com o próprio professor.

As pesquisas citadas diferem deste estudo, entre outros motivos, pelo tema, pela metodologia e pela pesquisa do trabalho ter sido desenvolvida com turmas do Ensino Fundamental e do Médio, que não eram da EJA.

Em nenhuma dessas dissertações, os problemas foram extraídos do livro para o ENCCEJA.

Como fonte de consulta e de conhecimento para esta pesquisa, são citadas diversas dissertações desenvolvidas por alunos da PUC/SP referentes às funções de 1º grau:

- Dissertação de mestrado profissional em ensino de matemática de Ivan Cruz Rodrigues, publicada em 2006, intitulada *Resolução de problemas em aulas de matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental e a atuação dos professores*.

O objetivo do trabalho citado foi contribuir para o aperfeiçoamento de ações de formação de professores em serviço, tendo a escola como local para o desenvolvimento da pesquisa. O autor analisou e procurou identificar concepções, crenças, atitudes e práticas de professores de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública estadual de São Paulo. Estudou se o professor conduzia seu discurso de modo a permitir a participação efetiva dos alunos na aula e desencadear um processo de discussão de hipóteses e raciocínios envolvidos e desenvolvidos para resolução dos problemas propostos, e se o professor permitia ao aluno expor e argumentar suas idéias.

A pesquisa qualitativa desenvolveu-se por meio de discussões de textos, atividades, procedimentos e processos realizados em reuniões pedagógicas, com todo o grupo de professores da escola, da gravação de aulas, envolvendo conteúdos matemáticos de quatro professoras de 1ª a 4ª séries, assistência e análise destas por parte do pesquisador e dos sujeitos da investigação e posterior entrevista com essas professoras para reflexão sobre a prática desenvolvida.

A posteriori, foi feita uma reflexão com as professoras sobre sua prática de ensino, com base em gravações realizadas em vídeo que mostrou ser esse um adequado instrumento a ser explorado na formação de professores. O desenvolvimento dessa investigação permitiu considerar as Horas de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC), como um importante espaço de formação continuada, porém insuficiente para que se tivesse uma mudança de impacto no processo de ensino-aprendizagem.

- Dissertação de mestrado acadêmico em educação matemática de Marcelo de Melo, publicada em 2007, intitulada *O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática.*

Seu objetivo foi detectar como professores de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolveram desigualdades e inequações com suas classes e, sobre esses assuntos, quais foram as fontes orientadoras de seus trabalhos. Para isso, o autor coletou e analisou dados de documentos institucionais, das entrevistas com quatro professores do curso investigado, do material didático utilizado e recomendado por eles e dos cadernos de alguns de seus alunos.

Esta dissertação foi útil a nosso trabalho, sobretudo por ter como referencial teórico central a teoria de Raymond Duval (2003) que trata dos Registros de Representação Semiótica.

- Dissertação de mestrado profissional em ensino de matemática de Antonio dos Santos, publicada em 2005, intitulada *Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento*.

O estudo constituiu-se de uma proposta para a revisão e recuperação dos alunos do Ensino Médio relativamente ao estudo das funções de 1º e 2º graus. Ela baseou-se no uso de um CD-ROM constituído de um *software* que, além de apresentar atividades exploradas por meio de situações-problema, engloba ajudas específicas nas atividades, teorias sobre os diversos conteúdos envolvidos nas funções e aulas-filme sobre funções e gráficos. O software disponível em CD-ROM permite ao aluno a revisão de conteúdos relacionados a funções de 1º e 2º graus, sem a dependência do professor. Em sua metodologia, Antonio dos Santos utilizou a aplicação de um *software* de Matemática para auxiliar no entendimento do ensino das funções a alunos do Ensino Médio que não eram da EJA. Verificou-se que o uso do *software* auxiliou consistentemente no entendimento do ensino de funções.

- Dissertação de mestrado acadêmico em educação matemática de Edivaldo Pinto dos Santos, publicada em 2002, intitulada *Função Afim y=ax+b: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo*.

O objetivo de Santos (2002) foi estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da função y = ax + b pela articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, com o auxílio de um *software* educativo denominado Funcplus, feito por alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola particular de São Paulo. Para atingir esse objetivo, foi elaborada uma seqüência didática baseada em alguns princípios de informática na educação e na teoria de Raymond Duval (1999), citada por Santos (2002), que considera importante para as representações gráficas o procedimento de interpretação global que leva em consideração a discriminação de variáveis visuais pertinentes e a percepção das variações correspondentes na escrita algébrica.

Para o autor, o ambiente informático estabelecido possibilitou uma nova forma de trabalhar com os alunos, de avaliar seus desempenhos, enfim, de desenvolver o processo de ensino-aprendizagem da função afim, mais especificamente da conversão do registro gráfico para o algébrico. Os resultados obtidos revelaram uma evolução em relação à construção dos significados dos coeficientes da representação algébrica da função afim associados à reta correspondente em sua representação gráfica.

- Dissertação de mestrado acadêmico em educação matemática de Acylena Coelho Costa, publicada em 2004, intitulada *Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função*.

Nesta dissertação, Costa (2004) apresenta um estudo de caráter diagnóstico, com o objetivo de investigar conhecimentos de oito estudantes universitários do curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade pública do Estado do Pará, sobre o conceito de função. A análise dos dados norteou-se pela teoria de Tall e Vinner, sobre conceitos, imagem e definição constituídos na formação do pensamento científico do estudante.

Na dissertação, a autora verificou que mesmo alunos do 2º ano de Licenciatura em Matemática desconheciam fundamentos teóricos básicos sobre funções, tais como: o próprio conceito de função, função constante, etc.

- Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática de Lourival Pereira Martins, publicada em 2006, intitulada *Análise da dialética ferramenta-objeto na construção do conceito de função*.

O objetivo desta pesquisa foi verificar a validade de uma proposta baseada na dialética ferramenta–objeto desenvolvida por Régine Douady (1984), que permitisse uma melhor compreensão do objeto matemático função por parte dos alunos da 8ª série do Ensino Fundamental, criando condições para que esse objeto se tornasse uma ferramenta na resolução de problemas. Também foram empregados, como ponto de apoio, as teorias dos Campos Conceituais de Vergnaud (1993) e os Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval (2005).

A pesquisa partiu da constatação de que as dificuldades enfrentadas pelos alunos no uso do conceito de função, como ferramenta de trabalho na resolução de problemas, estariam relacionadas com a falta de significado desse conceito para eles, pois o modo que o conceito é trabalhado em nosso sistema de ensino não cria condições para a formação do campo conceitual a ele relacionado.

Nessa dissertação, era permitida a troca de informações entre os alunos, quando estes expunham os conhecimentos adquiridos, tornando-os comuns a todos que participavam da atividade. Na institucionalização final, o professor dava a esses conhecimentos o estatuto de objeto matemático, tornando-os disponíveis como ferramentas para a próxima atividade.

O autor pôde concluir que as perspectivas de ensino com o uso da dialética ferramenta-objeto são vantajosas ao ensino de Matemática. O uso dessa dialética na introdução de um novo conceito permite ao aluno enfrentar as dificuldades apresentadas pela situação-problema e, na busca de uma solução, levá-lo a fazer uso de seus conhecimentos, discutir com seus colegas, dando significado ao conhecimento gerado.

- Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática de Edelweiss Benez Brandão Pelho, publicada em 2003, intitulada *Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis*.

A importância desta dissertação como fonte de consulta para nossa pesquisa foi devido à introdução do conceito de função, por meio da compreensão das variáveis dependentes e independentes e do relacionamento entre elas. Está embasada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. Fundamenta-se nos princípios da Engenharia Didática com a elaboração e aplicação de uma seqüência de ensino que se orienta na pesquisa de Kieran e Sfard (1999), sobre o ensino da álgebra escolar e no trabalho de Duval (1988), sobre a articulação entre os registros gráficos e algébricos.

Uma das ferramentas de ensino utilizadas na aplicação da seqüência foi o *software Cabri-Géomètre II*, além do uso de apenas papel e lápis. A seqüência foi aplicada a alunos da 2ª série do Ensino Médio de uma escola particular.

Pelho (2003) observou a dificuldade dos alunos que participaram de seu trabalho para resolver os problemas. Esta dificuldade foi amenizada nas pesquisas que utilizaram instrumentos para tornar mais acessível a compreensão da Matemática como: aplicação de pré-teste, interação entre o professor e entre os próprios alunos durante a pesquisa, bem como o uso da ferramenta do *software Cabri-Géomètre II*.

Este software é uma ferramenta eficaz para introduzir o estudo de funções, pois possibilita a compreensão das variáveis e do relacionamento entre elas, bem como a conversão entre diferentes registros de representação de função.

A maioria dos alunos encontrou dificuldades para responder a uma questão Matemática em linguagem natural, optando por respondê-la com expressões algébricas ou relações numéricas.

Nas dissertações consultadas observou-se a dificuldade dos alunos na resolução dos problemas. Destaca-se o comentário de Motta Filho (2006) que, embora considere que as questões propostas eram bastante simples para alunos que estavam iniciando o Ensino Médio, a falta de domínio de alguns conceitos e procedimentos básicos revelou-se. Ficou muito marcante a possibilidade desses alunos resolverem problemas mentalmente e de buscarem alguma forma de registrar "convencionalmente" esses resultados. Como conclusão, Traldi Júnior (2002) pôde confirmar a hipótese de que as atividades que permitem o tratamento, a conversão e a coordenação entre os registros de representação, no processo de ensino-aprendizagem do objeto matemático, criaram no aluno condições mais favoráveis para a apreensão.

As dificuldades encontradas pelos alunos foi amenizada nas pesquisas que utilizaram instrumentos para tornar mais acessível a compreensão da Matemática como: aplicação de pré-teste para verificação do conhecimento e das dificuldades dos alunos, interação entre o professor e entre os próprios alunos durante a pesquisa, bem como o uso da ferramenta de *software*.

Nas dissertações e teses pesquisadas, nenhum trabalho similar a este foi encontrado que envolvesse a resolução de problemas de Função Polinomial do 1º Grau, retirados do livro: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio, destinado ao ENCCEJA.

Na presente dissertação, a metodologia constituiu-se em desenvolver a seqüência de problemas diretamente aos alunos, sem aplicação de pré-teste e pós-teste, não foi permitida consulta ao pesquisador nem à professora e não houve comunicação entre os alunos e entre as duplas. Não foram utilizadas ferramentas de trabalho, tais como: consulta a material didático, uso de *software* e calculadora.

Na escolha da seqüência de problemas, considerou-se que eles deveriam estar relacionados com a vida cotidiana e que o grau de dificuldade fosse aumentando gradativamente, conduzindo o raciocínio do aluno à resolução dos mesmos. A escolha dos problemas do livro do ENCEJA foi interessante por considerar que eles são auto-instrutivos, o que levou a acreditar que os alunos poderiam resolver sozinhos, seguindo os procedimentos indicados para resolução.

CAPÍTULO 3

METODOLOGIA E FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste capítulo, destaca-se a importância da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e são citados autores(as) que desenvolveram trabalhos ligados ao assunto. Como fundamentação teórica, norteia-se pela teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica.

A metodologia utilizada na presente pesquisa é apresentada, além dos procedimentos metodológicos, dados referentes ao perfil dos alunos, o número de encontros e como se desenvolveu o estudo. É feita uma análise *a priori* dos problemas escolhidos, quais os procedimentos que poderão ser utilizados para a resolução desses problemas e algumas considerações do autor Rodrigues (MEC. INEP, 2002d, p. 139-142) sobre a proposta do capítulo VII - A Matemática por trás dos fatos – para o estudante.

3.1 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para a construção deste trabalho, uma seqüência de problemas foi escolhida e foram analisados os dados dos trabalhos que serviram de orientação para a mesma, tendo como norte a teoria de Raymond Duval sobre os Registros de Representação Semiótica.

Raymond Duval é psicólogo de formação, trabalhou no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (IREM) de Estrasburgo na França, de 1970 a

1995. Seus estudos de psicologia cognitiva geraram a importante obra "Semiótica e Pensamento Humano".

Essencialmente para Duval apud Machado (2005), o aprendizado de Matemática difere da aprendizagem de outras disciplinas, porque demanda uma dinâmica cognitiva peculiar; o autor também esclarece que:

> [...] há o fato de que os objetos matemáticos, começando pelos números, não são objetos diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos. O acesso aos números está ligado à utilização de um sistema de representação que os permite designar. (DUVAL 2005, p. 14)

Deste ponto, surge uma reflexão em torno da importância da "grande variedade de representações semióticas utilizadas em Matemática" (DUVAL 2005, p. 14), já que o objeto matemático só seria acessível ao conhecimento a partir de suas representações semióticas.

De acordo com Almouloud (2005), falar de Registro de Representação Semiótica, da conversão e da coordenação de registros significa colocar em jogo o problema da aprendizagem e disponibilizar ao professor instrumentos que deverão ajudá-lo a tornar mais acessível a compreensão da Matemática.

Para Duval, a palavra representação muito usada em Matemática, pode ser uma notação, uma escrita, um símbolo ou mesmo traçados e figuras, como representantes de objetos matemáticos. São exemplos de representações semióticas as figuras geométricas, as escritas em língua natural, as escritas algébricas e os gráficos, entre outras.

Estas representações podem ser mentais ou semióticas. Segundo Duval (1993 apud TRALDI JÚNIOR 2002, p. 19), "as representações mentais, ocultam um conjunto de imagens e, mais globalmente, as concepções que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhes é associado".

Já as representações semióticas, de acordo com Duval (1993 apud DAMM, 2002, p. 143), "são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representação, os quais têm suas dificuldades próprias de significado e de funcionamento".

Os registros são os diferentes tipos de representações semióticas utilizadas em Matemática (DUVAL 2005, p. 14). Duval agrupa as representações semióticas em quatro diferentes registros: a língua natural, os sistemas de escrita (numéricas, algébricas e simbólicas), os gráficos cartesianos e as figuras geométricas. Um mesmo registro pode conter diferentes representações.

Eis um exemplo:

No primeiro problema deste trabalho, o registro simbólico como representação simbólico-algébrica é P(n)=0,18n e como representação simbólico-numérica tem-se 3,06=0,18**.**17, quando n = 17.

Citando ainda Duval (1993 apud MORETTI, 2005, p. 150):

> A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e essa coordenação manifesta-se pela rapidez e espontaneidade da atividade cognitiva da conversão.

A respeito da importância das transformações de representação do texto de Duval (2005, p. 14) é possível destacar:

> a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação.

Ou seja, quanto maior for a mobilidade com registros de representação diferentes do mesmo objeto matemático maior será a possibilidade de apreensão desse objeto.

Conforme afirma Duval (2005, p. 15), “existem dois tipos de transformações de representações semióticas que são radicalmente diferentes: os tratamentos e as conversões”.

O autor citado (2005, p. 16) afirma também que: “os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro”.

Um exemplo de tratamento de um registro é a transformação da sentença “P(25) = 0,18 ● 25” para a sentença “P(25) = 4,50” (no mesmo registro simbólico algébrico).

Segundo Duval (2005, p. 16): “as conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados”.

Um exemplo de conversão de registros se dá pela transformação do enunciado “o preço de um determinado número de pães é igual a dezoito centavos multiplicado pela quantidade de pães” (escrito no registro da língua natural), na sentença “P(n) = 0,18 ● n” (escrita simbolicamente, ou, mais precisamente, no registro simbólico-algébrico).

No tocante à conversão de registros de representação semiótica, Duval (1993 apud TRALDI JÚNIOR, 2002, p. 25) considera que:

> [...] não pode haver um verdadeiro aprendizado quando as situações e tarefas propostas não levam em conta a necessidade de diversos registros de representação, para o funcionamento cognitivo do pensamento e o caráter central da conversão.
>
> Geralmente, no ensino, um sentido de conversão é privilegiado, pela idéia de que o treinamento efetuado num sentido estaria automaticamente treinando a conversão no outro sentido. Os exemplos propostos aos alunos são instintivamente escolhidos, evidentemente, nos casos de congruência. Infelizmente esses não são os casos mais freqüentes. (DUVAL, 2005, p. 20),

Acompanhando a resolução de problemas em sala de aula, pode-se notar que é comum o aluno fazer “mecanicamente” a conversão em um sentido, porém pode encontrar dificuldades em fazer a conversão no sentido inverso. Por exemplo, o aluno encontra menos dificuldade na conversão do registro algébrico para o registro gráfico do que na conversão do registro gráfico para o registro algébrico.

Para Duval, com relação à conversão de representação e ao paradoxo da compreensão em Matemática:

> Numerosas observações nos permitiram colocar em evidência que os fracassos ou os bloqueios dos alunos, nos diferentes níveis de ensino, aumentam consideravelmente cada vez que uma mudança de registro é necessária ou que a mobilização simultânea de dois registros é requerida. [...] Existe como que um “enclausuramento” de registro que impede o aluno de reconhecer o mesmo objeto matemático em duas de suas representações bem diferentes (DUVAL, 2005, p. 21).

Esse “enclausuramento” pode limitar a capacidade dos alunos na utilização dos conhecimentos matemáticos já adquiridos e impedir a aquisição de novos conhecimentos.

> A compreensão em matemática implica a capacidade de mudar de registro. Isso porque não se deve jamais confundir um objeto e sua representação. [...] os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivamente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.) O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas. (DUVAL, 2005, p. 21)

Assim, o objeto matemático “Função Polinomial do 1º Grau” não pode ser confundido com suas representações: gráfica, tabular, algébrica e expressão verbal.

Pode-se, então, formular, segundo Duval, o paradoxo da compreensão em Matemática da seguinte maneira: como podemos não confundir um objeto e sua representação se não temos acesso a esse objeto, a não ser por meio de sua representação?

Neste trabalho, são utilizados diversos registros de representação semiótica, tais como: o da língua natural, o numérico, a tabela e o algébrico a fim de verificar se o tipo de conversão a realizar tem influência sobre o desempenho do aluno.

Acredita-se que a teoria de Duval ajude a responder a esta questão de pesquisa, facilitando uma maior compreensão do objeto matemático – Função Polinomial do 1º Grau – e do processo de ensino-aprendizagem. Foi escolhida uma série de situações baseadas nessa teoria que tratam da conversão, tratamento e coordenação dos registros de representação do objeto matemático.

Analisa-se também a Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos para o Ensino Fundamental e as Matrizes que estruturam as avaliações de Matemática e suas Tecnologias para o Ensino Médio sobre a resolução de problemas.

Esta pesquisa baseia-se na resolução de alguns problemas que constam do livro “Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio” e fazem parte do Capítulo VII “A Matemática por trás dos fatos – Aplicar Expressões

Analíticas para Modelar e Resolver Problemas, Envolvendo Variáveis Sócio-econômicas ou Técnico-científicas” escrito por Rodrigues. (MEC. INEP, 2006a, p. 176-195)

Os objetivos foram:

- Propor atividades que permitissem ao aluno estudar o objeto Função Polinomial do 1º Grau com as seguintes conversões entre seus registros de representação:
  - da língua natural para o registro numérico;
  - do registro numérico para a língua natural;
  - do registro algébrico para a língua natural; e
  - da língua natural para o registro algébrico.
- Propor atividades de coordenação entre registros de representação para a resolução de problemas, utilizando os procedimentos indicados no enunciado, visto que o material do ENCCEJA é auto-instrutivo ou numa estratégia algébrica do próprio aluno.

Acredita-se que os problemas escolhidos permitirão conduzir o raciocínio do aluno à sua resolução.

3.2 RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

No fim da década de 1970, a resolução de problemas começou a se destacar no mundo inteiro com um movimento a seu favor. Em 1980, foi editada nos Estados Unidos da América a “Agenda para Ação”, documento que tem como objetivo buscar uma melhoria no ensino e na aprendizagem da Matemática. A primeira recomendação dessa agenda é que a resolução de problemas deve ser o foco principal da Matemática escolar e sugere que os educadores matemáticos dirijam seus esforços para que seus alunos desenvolvam a habilidade em resolvê-los. (TRALDI JÚNIOR, 2002, p. 3)

No Brasil, na década de 1980, as discussões a respeito de resoluções de problemas começaram a ter destaque e tomaram forma, em 1998, com os

Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental e Médio. O PCNEM destacou a importância da resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem de Matemática, observando:

> [...] é importante que a Educação se volte para o desenvolvimento das capacidades de comunicação, de resolver problemas, de tomar decisões, de fazer inferências, de criar, de aperfeiçoar conhecimentos e valores, de trabalhar cooperativamente. (BRASIL. MEC. PCNEM, 1998, p. 40)

Os PCNEM consideram a resolução de problemas como processo de ensino-aprendizagem da Matemática. Na exploração de problemas, abordam-se os conceitos, as idéias e os métodos matemáticos voltados às situações expostas neles, para que os alunos os resolvam.

No início da década de 1990, a Organização das Nações Unidas para a Educação, a Ciência e a Cultura (UNESCO), por meio de sua *Declaração Mundial sobre Educação para Todos*, diz que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial da aprendizagem, do mesmo modo que a leitura, a escrita e o cálculo. (UNESCO, 1990)

Para Duval (1993, p. 62), os registros de representação mais complexos são os que têm, como ponto de partida, o enunciado em língua natural ou texto e, segundo ele, "*os problemas de 'matematização' são aqueles que visam a descobrir a aplicação de tratamentos matemáticos já adquiridos a questões imersas em situações quotidianas...".* (DUVAL apud TRALDI JUNIOR, 2002, p. 4)

Duval propõe que a resolução desses problemas dependa primeiramente da compreensão do enunciado e da conversão das informações pertinentes. Para ele, as atividades de conversão são pouco consideradas no processo de ensino-aprendizagem e, portanto, ocasionam dificuldades aos alunos.

Muito do que se fala em competência leitora na área de Língua Portuguesa aplica-se à aprendizagem da Matemática.

A partir dos PCN, tornou-se claro que o problema matemático é o eixo principal do trabalho e que ele deve trazer um desequilíbrio (conflito cognitivo) para que o aluno produza conhecimento. Isso só será possível se houver uma compreensão do problema apresentado e se ele trouxer desafio ao aluno que precisa aprender a ler com compreensão e extrair do problema as informações necessárias para solucioná-lo. Observa-se, então, um trabalho interdisciplinar desenvolvido inicialmente na disciplina de Português, mas, que deve ser trabalhado nas demais áreas do conhecimento. (MILAN et al., 2005, p. 28-29)

Traduzir ou compreender um problema seria, então, chegar a uma representação desse problema que permitisse ao aluno dar uma resposta à pergunta final.

> Para conseguir essa representação, o aluno precisaria ter, inicialmente, certos conhecimentos lingüísticos. Nesse caso, tal tipo de conhecimento permitirá compreender as expressões escritas no problema. [...] No entanto, esse reconhecimento não é o suficiente para solucionar o problema; é necessário também compreender do contexto no qual se inserem os fatos. (MILAN et al., 2005, p. 28)

Para a grande maioria dos estudiosos desse assunto, o primeiro passo na solução das atividades matemáticas consiste na tradução das palavras ou do formato de apresentação do problema para símbolos e representações matemáticas. Ou seja:

> Compreender ou traduzir um problema matemático consiste em transformar a informação que consta nesse problema em termos matemáticos com os quais o aluno possa lidar. Portanto, compreender um problema não significa somente que o aluno possa compreender e compreenda a linguagem e as expressões por meio das quais a sua proposição é expressa ou que seja capaz de reconhecer os conceitos matemáticos a que se faz referência. (MILAN et al., 2005, p. 28)

Com relação ao Ensino Fundamental e médio, Pires (MEC. INEP, 2002d) faz algumas considerações importantes sobre problemas:

> Outro aspecto relevante e constantemente reforçado é o de que o ponto de partida da atividade matemática não é a definição, mas o problema. Esse problema não é certamente um exercício em que o aluno deve aplicar, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um procedimento. (PIRES, 2002d, p. 44)

A autora ainda acrescenta:

> Espera-se que o aluno possa enfrentar o problema interpretando-o e estruturando a situação em que é apresentado. Além disso, é preciso que ele não só encontre respostas para uma questão, mas também e, principalmente, saiba formular a questão pertinente quando se encontra diante de uma situação problemática. (PIRES, 2002d, p. 44)

Além do mais, segundo esta autora,

> A recompensa de um problema resolvido não é apenas a sua solução, mas a satisfação do indivíduo em resolvê-lo por seus próprios meios, é a imagem que ele pode ter de si mesmo, como alguém capaz de resolver problemas, de fazer matemática, de aprender. (PIRES, 2002d, p. 44)

Para Pires (2002d, p. 44), “importa também que o aluno forme uma imagem positiva de si diante da Matemática, do saber escolar, do mundo adulto, do futuro”.

A introdução a um conteúdo, que pode ser sobre expressões algébricas ou função polinomial do primeiro grau, deve conter a resolução de problemas do cotidiano e não uma definição. Esta resolução deve ser feita por meio do raciocínio lógico e não de forma mecânica, incentivando o aluno a pensar no processo de resolução e não a usar fórmulas sem saber o porquê. (PIRES, MEC. INEP, 2002d)

Conforme consta no Caderno de Atividades (2006) – Oficina de Experiências Matemáticas elaborado pelo Governo do Estado de São Paulo, Secretaria de Estado da Educação e CENP – Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas:

> A resolução de problemas deve se constituir na principal diretriz a ser adotada nas oficinas Experiências Matemáticas. Esta opção pela Resolução de Problemas revela a convicção de que o conhecimento matemático ganha significado quando os alunos têm situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução. (SILVA et al., 2006, p. 21)
>
> No entanto, para a grande maioria dos alunos, resolver um problema significa apenas fazer cálculos com os números do enunciado ou aplicar algo que aprenderam nas aulas, sem necessariamente apropriar-se da situação ou buscar compreender e validar os resultados (SILVA et al., 2006, p. 21)

Muitos desses alunos estão acostumados com as aulas de Matemática em que o professor, para “ensinar” um conteúdo, utiliza uma prática tradicional, definindo um assunto, dando exemplos de resolução de alguns exercícios ou problemas-modelo e, depois, apresenta outros exercícios ou problemas semelhantes para serem resolvidos.

> Em função disso, o saber matemático não se apresenta ao aluno como um conjunto de conceitos inter-relacionados, que lhes permite resolver um conjunto de problemas, mas como um interminável discurso simbólico, abstrato e incompreensível. O aluno “aprende matemática” apenas por reprodução/imitação. (SILVA et al., 2006, p. 22)

Deve-se diferenciar um problema de um exercício. O problema é uma situação que um indivíduo ou um grupo queira ou precise resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução (LESTER, 1983). Já a resolução de um exercício, baseia-se no uso de habilidades ou técnicas transformadas em rotinas automatizadas, como conseqüência de uma prática contínua. A diferença é que, para a resolução de um exercício, dispõe-se de mecanismos que levam, de forma imediata, à solução.

Um exercício pode ser dado como um problema enunciado em língua natural. Mas:

> Um problema não é um mero exercício em que se aplica de forma mecânica, uma fórmula ou um processo operatório, mas sim uma situação que demanda realização de uma seqüência de ações ou operações, *não conhecidas a priori*, para obter um resultado. (SILVA et al., 2006, p. 22)

Na resolução de um problema, quando o aluno já conhece um caminho que utiliza um investimento mínimo de recursos cognitivos, o problema torna-se um mero exercício.

Outra pesquisadora de metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática por meio de da Resolução de Problemas é Onuchic (2004). Desenvolveu o curso “O Padrão de Conteúdo Álgebra Trabalhado a Partir do Padrão de Procedimento Resolução de Problemas”, que se destina aos professores de Ensino Fundamental e Médio. Este curso visa a apresentar a metodologia de ensino-aprendizagem de Matemática, por meio da Resolução de

Problemas. Nesta metodologia, o problema constitui-se em ponto de partida para a construção de novos conceitos e conteúdos, dentro de um trabalho colaborativo em sala de aula. O curso foi apresentado no VII EPEM – Encontro Paulista de Educação Matemática, de 9 a 12 de junho de 2004 (ONUCHIC, 2004, p. 1).

Destacam-se abaixo algumas citações da autora:

> Para os anos oitenta, a publicação "Uma Agenda para a Ação" - *National Council of Teachers of Mathematics (*NCTM) - apresentou, como primeira recomendação: "a Resolução de Problemas deve ser o foco da matemática escolar". (ONUCHIC, 2004, p.1)
>
> Os *Standards* 2000 - Princípios e Padrões para a matemática escolar - NCTM - afirmam que o padrão de procedimento "Resolução de Problemas" é parte integrante de toda aprendizagem matemática. Dizem, também, que trabalhar dentro da resolução de problemas significa engajar os alunos numa tarefa onde o método de resolução não é conhecido *a priori*; que, para chegar à solução, os alunos precisam buscar idéias em seu conhecimento e que, através desse processo, devem desenvolver novas idéias matemáticas. (ONUCHIC, 2004, p.1-2)
>
> O livro *Teaching Mathematics through Problem Solving* - Grades 6-12 - NCTM (2003), em seu prefácio, diz que as duas colocações anteriores, distantes 20 anos entre elas, servem como evidência de um compromisso de tornar a Resolução de Problemas um tema central do ensino de matemática na escola. Pode-se sentir que a segunda afirmação mostra que, depois de 20 anos de novas propostas curriculares, de muita pesquisa e sérias reflexões, o movimento de reforma em ensino e aprendizagem de matemática mostra uma posição madura sobre o papel que a resolução de problemas deve desempenhar nesse trabalho. (ONUCHIC, 2004, p. 2)

Segundo a autora:

> O objetivo da resolução de problemas não é somente o de aprender matemática, mas também, um meio de fazer matemática. Os estudantes devem ter muitas oportunidades de formular, de saber movimentar-se dentro deles e de resolver problemas complexos que requerem um esforço que os leve a refletir sobre seu próprio pensar. (ONUCHIC, 2004, p. 2)

Para Prieto (2007), em seu artigo: "Afinal, resolver problemas na escola é um problema?":

> Problema é qualquer situação da nossa vida para a qual tenhamos que encontrar uma solução. Resolvemos problemas o tempo todo no nosso dia-a-dia. Da mesma forma que procuramos meios para resolver problemas na nossa vida, assim a resolução de problemas em Matemática é proposta pelo professor para que o aluno possa explorar e investigar novos conceitos. (PRIETO, 2007, p. 1)

Nesse artigo, Prieto também fala sobre Polya (1995) que, em seu livro "A arte de resolver problemas", estabelece quatro etapas para ajudar os alunos a resolverem problemas: compreensão do problema, estabelecer um plano, execução do plano e verificação da resposta.

> 1. Compreensão do problema - O aluno terá que transcrever da forma lingüística para a forma matemática. Para alguns, aí já existe uma grande barreira, pois o aluno terá que interpretar o problema e passar do português para os símbolos matemáticos. (POLYA, 1995 apud PRIETO, 2007, p. 2)

Assim, o aluno deverá fazer a conversão da língua natural para a linguagem algébrica.

> 2. Estabelecer um plano - É a hora de encontrar a conexão entre as informações que o problema dá e a pergunta que o problema faz. Aqui o aluno vai precisar de toda uma estrutura cognitiva onde estejam "guardados" conceitos matemáticos, operações, regras, algoritmos que possibilitem a compreensão do enunciado, ou seja, o que ele vai fazer com as informações que o problema dá. (POLYA, 1995 apud PRIETO, 2007, p. 2)
> 3. Execução do plano - É o momento de colocar em prática o plano pensado. (POLYA, 1995 apud PRIETO, 2007, p. 2)
> 4. Verificação da resposta - É o momento de examinar a solução obtida. Afinal, o plano que foi pensado, selecionado e executado, deu certo? (POLYA, 1995 apud PRIETO, 2007, p. 2)

Para Prieto, trabalhar dessa forma costuma possibilitar uma melhora no desempenho escolar e desenvolve a inteligência lógico-matemática.

De uma forma mais direta, voltada para a melhor compreensão do aluno, no livro: A conquista da Matemática, da 5ª série do Ensino Fundamental, no Item 10 – Resolvendo problemas é citado que Polya formula as quatro etapas essenciais para a resolução de problemas. (GIOVANNI et al., 2002, p. 69)

1ª etapa: Compreender o problema
- Leia o enunciado.
- Identifique os dados fornecidos.
- Identifique as incógnitas (o que se quer saber).
- Pense nas possíveis relações entre os dados e as incógnitas.
- Se possível, crie um esquema que represente a situação.

2ª etapa: Traçar um plano
- Você já resolveu algum problema parecido?
- É possível resolve-lo por partes?
- Quais são as operações matemáticas adequadas para essa situação?
- Todos os dados do problema estão envolvidos no seu plano?

3ª etapa: Colocar o plano em prática
- Ao executar o plano, explique cada um dos passos e tente responder: O que eu obtenho com esse passo?
- Ao encontrar dificuldades, volte ao princípio e reordene as idéias.

4ª etapa: Comprovar os resultados
- Leia o enunciado novamente e verifique se o que foi perguntado é o que foi respondido.
- Há algum outro modo de resolver esse problema? (GIOVANNI et al., 2002, p. 69)

Quando se pergunta: o que é resolver um problema? Polya responde:

> Resolver um problema é encontrar os meios desconhecidos para um fim nitidamente imaginado. Se o fim por si só não sugere de imediato os meios, se por isso temos de procurá-los refletindo conscientemente sobre como alcançar o fim, temos de resolver um problema. Resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir de uma dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo, para alcançar um fim desejado, mas não alcançável imediatamente, por meios adequados. (POLYA, 1997, p. 1)

Para Polya (1997), resolver problemas é a realização específica da inteligência, e a inteligência é dom específico do homem. A capacidade de contornar um obstáculo, empreender um caminho indireto onde nenhum caminho direto se apresenta, coloca o ser inteligente acima do estúpido, coloca o homem muito acima dos mais inteligentes animais e homens de talento acima de seus próximos.

“Os Dez Mandamentos de George Polya”, artigo publicado na Revista do Professor de Matemática[7] são:

> 1. Tenha interesse por sua matéria;
> 2. Conheça sua matéria;
> 3. Procure ler o semblante dos seus alunos; procure enxergar suas expectativas e suas dificuldades; ponha-se no lugar deles;
> 4. Compreenda que a melhor maneira de aprender alguma coisa é descobri-la você mesmo;
> 5. Dê aos seus alunos não apenas informação, mas *know-how*, atitudes mentais, o hábito de trabalho metódico;
> 6. Faça-os aprender a dar palpites;
> 7. Faça-os aprender a demonstrar;
> 8. Busque, no problema que está abordando, aspectos que possam ser úteis nos problemas que virão — procure descobrir o modelo que está por trás da presente situação concreta;
> 9. Não desvende o segredo de uma só vez — deixe os alunos darem palpites antes — deixe-os descobrirem por si próprios, na medida do possível;
> 10. Sugira; não os faça engolir à força.
>
> Ao formular os mandamentos, ou regras, acima, tive em mente os participantes das minhas classes, professores secundários de Matemática. Entretanto, essas regras se aplicam a qualquer situação de ensino, a qualquer matéria ensinada em qualquer nível. Todavia, o professor de Matemática tem mais e melhores oportunidades de aplicar algumas delas do que o professor de outras matérias (POLYA, 1987).

Em seu livro, *A solução de Problemas: aprender a resolver, resolver para aprender*, Pozo (1998) cita que:

> Ensinar os alunos a resolver problemas supõe dotá-los da capacidade de aprender a aprender, no sentido de habituá-los a encontrar por si mesmos respostas às perguntas que os inquietam ou que precisam responder, ao invés de esperar uma resposta já elaborada por outros e transmitida pelo livro-texto ou pelo professor. (POZO, 1998, p. 9)

Mas o que fazer com as informações que o problema fornece? Pozo (1998) comenta que os alunos vão criando o hábito de pensar nas informações dos problemas para chegar à solução. O professor deve ter o cuidado de construir problemas referenciados na vida cotidiana do aluno, utilizando vocabulário adequado à idade e à realidade dele.

---

[7] Revista do Professor de Matemática: da Sociedade Brasileira de Matemática, nº 10, 1º semestre de 1987. Dez Mandamentos para o Professor. Disponível em http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/matematica/0002.html. Acesso em 15 de abril de 2007.

Assim:

> Ensinar a resolver problemas não consiste somente em dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, mas também em criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema para o qual deve ser encontrada uma resposta. (POZO, 1998, p. 14)

Moreira (2005) considera que:

> A resolução de problemas deve ser feita através do raciocínio lógico e não de forma mecânica, pois deve-se incentivar, instigar o aluno a pensar no processo de resolução e não usar fórmulas sem saber o porque está usando”. *(*MOREIRA, 2005, p. 1)

O autor também fala sobre a motivação que é um assunto essencial para o sucesso do ensino de Matemática:

> Muitos professores se perguntam o porquê da falta de interesse dos estudantes em relação à disciplina. A resposta está na motivação. Se temos motivação fazemos as coisas com empenho e prazer, resultando em trabalhos bons e úteis. Cremos que a matemática deve ser ensinada veiculando problemas matemáticos com o cotidiano dos alunos, tendo uma abordagem que, inicialmente é intuitiva, e gradativamente se torna conceitual. Isto faz com que o raciocínio lógico se desenvolva, ao invés do trabalho mecânico, assim o estudante terá consciência do porque do processo de resolução, e não apenas aplique as fórmulas matemáticas com um intuito de obter um resultado que não signifique nada para ele. (MOREIRA, 2005, p. 2)

Dante (1995, p. 10) cita que: “Problema matemático é qualquer situação que exija a maneira matemática de pensar e conhecimentos matemáticos para solucioná-lo“. Para ele, um dos principais objetivos do ensino de Matemática é fazer o aluno pensar produtivamente:

> E, para isso, nada melhor que apresentar-lhe situações-problemas que o envolvam, o desafiem e o motivem a querer resolvê-las. Esta é uma das razões pela qual a resolução de problemas tem sido reconhecida no mundo todo como uma das metas fundamentais da Matemática no 1º grau. (DANTE, 1995, p. 11)

Segundo Butts:

> Estudar Matemática é resolver problemas. Portanto, a incumbência dos professores de Matemática, em todos os níveis, é ensinar a arte de resolver problemas. O primeiro passo nesse processo é colocar o problema adequadamente. (BUTTS, apud DANTE, 1995, p. 43)

Para Dante, deve-se fazer uma distinção entre o que é um exercício e o que é um problema:

> Exercício, como o próprio nome diz, serve para exercitar, para praticar um determinado algoritmo ou processo. O aluno lê o exercício e extrai as informações necessárias para praticar uma ou mais habilidades algorítmicas. (DANTE, 1995, p. 43)
>
> Problema ou problema-processo é a descrição de uma situação onde se procura algo desconhecido e não se tem previamente nenhum algoritmo que garanta a solução. A solução de um problema-processo exige uma certa dose de iniciativa, e criatividade aliada ao conhecimento de algumas estratégias. (DANTE, 1995, p. 43)

O professor deve começar trabalhando com problemas mais simples e aos poucos vai aumentando o grau de dificuldade. O processo feito pelo aluno deve ser valorizado e não só o resultado final. Estes problemas poderão ser resolvidos individualmente ou em grupo de alunos. O professor deve estimular os alunos a contarem como resolveram cada problema, pois assim fará com que organizem seu pensamento matemático e discutam entre si se concordam ou não com o que foi falado e se utilizaram outros meios de resolução. Quando necessário o professor deve dar sua opinião e/ou "dicas" e também explicar o que se torne necessário.

Buriasco considera que:

> Uma das atuais grandes tendências da Educação Matemática é a Resolução de Problemas, assim chamada porque considera que o estudo da Matemática é resolver problemas. Segundo ela, o ensino da Matemática deve ser desenvolvido sempre partindo de problemas. (BURIASCO, 1998, p. 25)

A autora também cita que segundo Butts (1980), os "problemas" podem ser classificados em cinco categorias:

> - **Exercícios de reconhecimento** - são os que pedem apenas que o aluno reconheça ou relembre um fato, uma definição, etc;
>   Exemplo: Como é chamado o triângulo que possui todos os lados de mesmo comprimento?
>
> - **Exercícios algorítmicos** - são os que podem ser resolvidos por meio do uso de um algoritmo ou procedimento passo-a-passo;
>   Exemplo: Resolva: 2x+5=17

> **- Problemas de aplicação** - são os que precisam da mudança de linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática adequada de modo que se possam utilizar os algoritmos apropriados;
> Exemplo: Um pãozinho custa R$0,18. Quantos pãezinhos posso comprar com R$3,06?
>
> **- Problemas em aberto** - são os que não contêm em seu enunciado pista alguma para sua resolução;
> Exemplo: Quantos triângulos diferentes podem ser desenhados, tendo os dois maiores lados de comprimento 6cm e 8cm?
>
> **- Situações-problema** - são aquelas nas quais a primeira coisa a fazer é identificar o problema inerente, cuja solução vai ajudar a "manejar" as próprias situações.
> Exemplo: Faça a planta do quarto que você gostaria de ter. (BURIASCO, 1998, p. 25-26)

Segundo Buriasco:

> Uma grande parte das atividades que constam dos livros didáticos são das três primeiras categorias. A característica comum às três é o fato de conterem a estratégia para sua resolução nos próprios enunciados. Por essa razão, apenas os problemas das duas últimas categorias são considerados problemas de fato. (BURIASCO, 1998, p. 26)

Conforme consta na "*Declaração Mundial sobre Educação para Todos" (UNESCO, 1990),* deve-se lembrar que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial da aprendizagem, do mesmo modo que a leitura, a escrita e o cálculo. (UNESCO, 1990)

Se o aluno encontrar dificuldades na leitura, que é fundamental para a aprendizagem da Matemática, será muito difícil, vencer as diferentes etapas para a resolução de problemas: compreender o problema; conceber um plano de resolução; executar o plano e refletir sobre o trabalho realizado.

Portanto, a competência da leitura na área de Língua Portuguesa é essencial para a resolução de problemas e a aprendizagem da Matemática.

Para saber como a resolução de problemas era tratada na escola estadual onde este trabalho foi realizado, conversei com os professores de Matemática e constatei que a maioria deles utiliza a resolução de problemas referenciado na vida cotidiana, que envolve Função Polinomial do 1º Grau nos conteúdos ensinados aos alunos do Ensino Médio da EJA. Apenas uma professora, que cursou Especialização em Educação Matemática na PUC/SP, utiliza no Ensino Fundamental, no Ensino Médio e, também, na EJA a resolução desses problemas como introdução, por exemplo, à Função Polinomial do 1º Grau.

A constatação fortaleceu ainda mais meu interesse para verificar: será que os alunos do primeiro ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA) resolvem uma seqüência de problemas referenciados na vida cotidiana que envolve Função Polinomial do 1º Grau? Quais são os procedimentos adotados por esses alunos na resolução desses problemas?

3.3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede Estadual de Ensino, situada no bairro Freguesia do Ó, na cidade de São Paulo onde ministro aulas de Matemática. Após conversar com a diretora, recebi seu apoio para o desenvolvimento do estudo. Na escola citada, existem turmas dos primeiro, segundo e terceiro anos do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), no período noturno.

A classe escolhida foi uma do 1° ano da EJA, na qual a professora de Matemática já havia ministrado o conteúdo sobre equação e função 1° grau, o que se considerou interessante, pois os alunos poderiam ter maior desenvoltura nesses assuntos. Também é importante relembrar que o material do ENCCEJA é auto-instrutivo e os alunos já deveriam ter adquirido conhecimentos básicos no Ensino Fundamental e, também, no cotidiano (por exemplo, a resolução das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão).

A professora apresentou o pesquisador aos alunos e esclareceu que eles estavam participando de um trabalho de pesquisa e que, portanto, seriam observados. Essas observações seriam anotadas pelo próprio pesquisador, durante os encontros. Explicou que não se tratava de exercícios ou prova valendo nota e perguntou se eles estavam dispostos a participar, ao que responderam afirmativamente.

O início, para conhecer o perfil dos alunos foi solicitado que cada um respondesse a um questionário. Como se observou quatro alunos do sexo masculino não responderam ao questionário sobre o perfil. Assim, foram coletadas as seguintes informações:

- 50% dos estudantes eram do sexo masculino (incluindo os quatro alunos que não responderam o perfil).
- 31% dos alunos estavam na faixa etária de 20 a 25 anos. Na faixa de 26 a 30 anos, havia 27%. Nas outras faixas de idade, a porcentagem de 14% era a mesma, de 16 e 19 anos, de 31 a 40 anos e os com mais de 40 anos. A maioria nasceu na região Sudeste – 60%, sendo 57% no Estado de São Paulo e os demais na região Nordeste – 40%, sendo 25% no Estado da Bahia.
- Com relação ao estado civil, a maioria era solteiro(a) – 66%; os casados(as) e os que viviam com um(a) companheiro(a), representando cada um, 17%. Nenhum dos alunos(as) era divorciado(a) ou viúvo(a). Desses estudantes, 50% não tinham filhos.
- Quanto ao número de horas trabalhadas, por dia: 43% trabalhavam entre 6 e 8 horas; 17% entre 9 e 12 horas; 7%, entre 1 e 5 horas e apenas 3% mais de 12 horas. Os demais, ou seja, 30% eram do lar, estudantes ou estavam desempregados.
- Em relação à idade em que começaram a trabalhar, a maioria 50% iniciou entre 15 e 18 anos. Na idade de 10 a 14 anos, havia 26%. Com menos de 10 anos, 13%. Apenas 3% iniciaram o trabalho com mais de 18 anos. Os demais, ou seja, 8% nunca trabalharam.
- Em relação à idade que iniciaram sua vida escolar, 60% responderam que foi entre 6 e 8 anos e 30%, entre 3 e 5 anos. Infelizmente, 10% dos alunos só iniciaram os estudos com a idade de 9 ou mais anos.

Nos dados da Tabela 8, consta o tempo que o aluno deixou de freqüentar a escola. É importante observar que 70% deles ausentaram-se de 1 a 5 anos.

Tabela 8 - Tempo que o aluno ficou afastado da escola

Tempo (em anos)	Porcentagem de alunos
1 a 5	70%
6 a 10	17%
18 a 20	7%
23	3%
Não responderam	3%

Os dados da Tabela 9 mostram com qual idade os alunos voltaram a estudar. Observa-se que 44% deles foi com idade inferior a 21 anos.

Tabela 9 - Idade com que o aluno retornou à escola

Idade (em anos)	Porcentagem dos alunos
15 a 17	27%
18 a 20	17%
21 a 23	17%
24 a 26	13%
27 a 29	6%
30 a 37	17%
Não responderam	3%

Na maioria das vezes (78%), os motivos da volta à escola estão associados ao emprego: por exigência, pretensão a um cargo ou ainda à necessidade do diploma. Por gostar de estudar e não ter tido oportunidade antes, o índice foi de 15%; por exigência da família 5% e, para ajudar o filho na escola, 2%. Convém ressaltar que alguns alunos colocaram mais de uma opção.

Estes resultados vão ao encontro do que é citado na Educação para Jovens e Adultos: Ensino Fundamental: proposta curricular – 1º segmento que apoiado na experiência ou em pesquisas sabe-se que os motivos que levam os jovens e adultos à escola, referem-se predominantemente:

> Às suas expectativas de conseguir um emprego melhor. Mas suas motivações não se limitam a este aspecto. Muitos referem-se também à vontade mais ampla de “entender melhor as coisas”, “se expressar melhor”, de “ser gente”, de “não depender sempre dos outros”. Especialmente as mulheres, referem-se muitas vezes também ao desejo de ajudar os filhos com os deveres escolares ou, simplesmente, de lhes dar um bom exemplo. (BRASIL. MEC, 2001, p. 42)

É também importante saber em que tipo de escola os alunos estudaram de 5ª a 8ª série. Alguns estudaram em mais de um tipo de escola:

- Escola municipal: 40%;
- Escola estadual: 33%;
- EJA: 16%; e
- Escola particular: 11%.

Foi perguntado aos alunos de que matéria mais gostavam. De Matemática, apenas 10% gostavam. Como a resolução de problemas está ligada à leitura, quais são os dados fornecidos e o que é solicitado, é importante citar que 24% gostam mais de Português.

Foi perguntado aos alunos de que matéria menos gostavam. A resposta “de Matemática” foi a da maioria, ou seja, 48% e de Português apenas 11%.

Qual é a matéria mais fácil? É Matemática para 10% e Português, para 17% dos estudantes.

Qual é a matéria mais difícil? É Matemática para a maioria - 68% - e Português, para 11% dos estudantes.

Em seguida, esses alunos desenvolveram uma seqüência de problemas (situações), com alguns problemas envolvendo Função Polinomial do 1º Grau, para posterior análise dos resultados.

Para tal, foram selecionados problemas referenciados na vida cotidiana, constantes do livro preparatório ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) – “Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio” que fazem parte do Capítulo VII “A Matemática por trás dos fatos – Aplicar Expressões Analíticas para Modelar e

Resolver Problemas, Envolvendo Variáveis Sócio-econômicas ou Técnico-científicas" escrito por Rodrigues. (MEC. INEP, 2006a, p. 176-195)

No desenvolvimento da seqüência de problemas, a professora e o pesquisador ficaram na sala de aula.

Foi explicado aos alunos que a resolução dos problemas seria utilizada em uma dissertação de mestrado e que não seriam divulgados os nomes dos alunos. O maior interesse era analisar o procedimento utilizado na resolução. Portanto, solicitou-se que eles se dedicassem em pensar e escrever de forma clara suas idéias para a resolução dos problemas.

As atividades foram desenvolvidas em seis encontros, com duração de 45 minutos cada.

No primeiro encontro, foi respondido o questionário relativo ao perfil dos alunos. No segundo encontro, foi aplicado o primeiro problema individualmente a 30 alunos. Após a análise da resolução do primeiro problema, foi interessante conversar com os alunos; no terceiro encontro, sobre suas dificuldades na resolução, inclusive, na interpretação do enunciado e também sempre dar a resposta aos problemas. Dados dessa conversa constam no Item 4.1 – Atitudes reveladas durante a resolução de problemas.

A partir do segundo problema, no quarto encontro optou-se pela resolução em dupla, pois propiciava a troca de informações entre os dois alunos, facilitando a resolução dos problemas. Foram formadas 10 duplas (20 alunos). No quinto encontro, foi aplicado o terceiro problema a 11 duplas (22 alunos) e o quarto e último problema foi aplicado no sexto encontro, a 13 duplas (26 alunos).

Convém ressaltar que, na resolução dos três últimos problemas, as duplas nem sempre eram formadas pelos mesmos alunos (em razão da falta de um deles).

No Anexo II, estão apresentados os quatro problemas propostos aos alunos.

3.4 PROCEDIMENTOS PARA A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta pesquisa seguiu a estrutura abaixo:

a) Os problemas foram entregues em folha de papel sulfite.

Havia um espaço em cada folha para a resolução do problema. Se necessário, os alunos poderiam utilizar também o verso da folha, que estava em branco. Não foram fornecidas folhas para rascunho.

A resolução das situações foi feita pelos alunos, usando apenas caneta. Se cometessem algum erro, poderiam resolver novamente ao lado ou no verso da folha, pois conhecer o procedimento que foi modificado ou estava incorreto seria essencial para este trabalho.

b) Durante a resolução dos problemas pelos alunos, o responsável pela pesquisa estava presente com a professora, mas em nenhum momento interferiu para ajudar na resolução.

c) Após a resolução do primeiro problema, foi fornecida uma folha de papel sulfite a cada aluno para que fizesse um comentário pessoal sobre a resolução do problema.

d) Depois da resolução do último problema, também foi fornecida uma folha de papel sulfite a cada aluno para que fizesse um comentário pessoal sobre o que achou da atividade, da seqüência dos problemas e se houve ou não dificuldade para o entendimento e a resolução dos problemas.

Os dados para a análise da pesquisa foram obtidos pelo próprio pesquisador, que considerou como fonte principal as folhas de respostas dos alunos recolhidas no final de cada atividade.

O relatório da pesquisa foi efetuado de forma descritiva, contendo apontamentos das folhas de respostas dos alunos e anotações que foram feitas pelo pesquisador.

3.5 ANÁLISE DOS PROBLEMAS PROPOSTOS

Os problemas envolvendo Expressões Algébricas, mais especificamente Função Polinomial do 1º Grau, foram escolhidos em razão da importância do estudo do conceito de função e suas aplicações na vida cotidiana. Além disso, acreditava-se que a seqüência utilizada permitiria conduzir o raciocínio do aluno à resolução dos problemas.

Conforme citado no item 3.3, os problemas foram extraídos de um livro preparatório ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA).

A seqüência englobou problemas do cotidiano para despertar o interesse dos alunos, de acordo com a proposta curricular de 2001.

Os quatro problemas foram relativos à Função Polinomial do 1º Grau ou Função Afim. Ressalta-se que são problemas que podem ser trabalhados a partir da 6ª série do Ensino Fundamental, como introdução ao estudo do conceito de função. Assim, apesar dos alunos da EJA terem se afastado da escola durante algum tempo, já deveriam ter conhecimento ou alguma noção do assunto.

Convém ressaltar que, antes da aplicação dessa seqüência de problemas, a professora de Matemática já havia ministrado a essa classe do 1° ano da EJA o conteúdo sobre equação e função do 1° grau.

Na resolução dos problemas, procurou-se contemplar diferentes variáveis, como o número de soluções do problema e o domínio matemático envolvido. Buscou-se identificar e analisar as atitudes, estratégias e procedimentos utilizados pelos alunos.

George Polya (1995) cita as diferentes etapas que um aluno deve vencer na resolução de problemas:

- Compreender o problema;
- Conceber um plano de resolução;
- Executar o plano; e
- Refletir sobre o trabalho realizado.

Será que os alunos da EJA estão utilizando estas etapas na resolução de problemas e quais são os procedimentos por eles utilizados?

Os problemas aplicados eram relacionados ao cotidiano dos alunos, em ordem crescente de dificuldade de resolução. Os alunos liam as orientações escritas no problema para sua resolução e nos seguintes utilizavam os conhecimentos adquiridos anteriormente. Em outras palavras, os exercícios demandavam maiores conhecimentos para resolução, adquiridos nos problemas já resolvidos. Eles eram estimulados a entender os diversos procedimentos utilizados na resolução dos problemas e a utilizarem a “lei matemática” ou o “modelo matemático” proposto.

Com os procedimentos utilizados no quarto problema, os alunos deviam escrever a “lei matemática” que descreve o problema, para inclusive responderem outras questões.

Com relação à mobilização de conhecimento, poderá ser verificado se o aluno é capaz de resolver cada problema. Em caso afirmativo, ele utiliza somente os procedimentos descritos no problema (o material do ENCCEJA é auto-instrutivo) ou algum outro procedimento desenvolvido por ele? O aluno sabe que para cada problema deve ser dada uma resposta? Será que o aluno identifica que para resolver os problemas dados, ele poderá utilizar uma “lei matemática ou modelo matemático”, ou seja, uma Função Polinomial do 1º Grau?

Nos primeiro, segundo e terceiro problemas existem grandezas que são diretamente proporcionais.

De acordo com Rodrigues (2002), a proposta do Capítulo VII – A Matemática por trás dos fatos – para o estudante é:

> Através de textos que explorem fatos do cotidiano, despertar no leitor a curiosidade para descobrir leis matemáticas simples que estão por trás das pequenas coisas do dia-a-dia e motivá-lo a conhecê-las para explicar melhor o mundo a seu redor. (RODRIGUES, 2002, p. 139)
>
> O tema central do texto é conduzir o leitor a desenvolver a competência de aplicar expressões analíticas para modelar e resolver problemas, envolvendo variáveis socioeconômicas ou técnico-científicas. (RODRIGUES, 2002, p. 139)

Com relação ao item Desenvolvendo a Competência:

> O capítulo inicia propondo situações muito simples em que o leitor é conduzido a identificar e interpretar representações analíticas associadas a fatos do cotidiano, [...] dentro de situações contextualizadas e a fazer analogias entre essas representações de modo a perceber o caráter generalizador que a modelagem matemática pode conferir à resolução dos problemas. (RODRIGUES, 2002, p. 139-140)

Na fase seguinte, o autor convida o leitor a interpretar ou aplicar os modelos identificados, associando-os a novos problemas contextualizados:

> As aplicações envolvem o uso de procedimentos algébricos simples como equações algébricas, objetivando a compreensão dos fenômenos descritos nas situações propostas. Espera-se que, ao final desta fase, o estudante esteja apto a estabelecer as relações que possibilitem que ele próprio crie os modelos matemáticos. (RODRIGUES, 2002, p. 140)

As situações-problema trabalhadas envolvem:

> A manipulação de ferramentas algébricas básicas, os conceitos de função linear, função afim [...], embora não seja objetivo da obra tratar esses conteúdos de maneira formal, mas usá-los como elementos que fortaleçam procedimentos mentais que permitam associar leis matemáticas a descrições de fatos, gráficos ou tabelas, sempre na direção da competência e das habilidades. (RODRIGUES, 2002, p. 140)

A proposta de trabalho com situações-problema deve ser vista como um desafio para o aluno que formulará hipóteses e conjecturas para sua resolução.

Para a resolução do problema:

> É importante que a situação leve o aluno a mobilizar seus conhecimentos cognitivos, afetivos e sociais anteriores e que não seja vista por eles como um desafio intransponível. Os alunos devem se sentir intelectualmente desafiados e ter consciência de sua capacidade de vencer os desafios. Isso lhes trará a motivação e a autoconfiança necessárias para prosseguir nos trabalhos. (RODRIGUES, 2002, p. 140)

Rodrigues (2002, p. 140-141) refere que no item “Matemática no café da manhã” pretende-se que o leitor associe leis matemáticas a fatos simples e perceba que essas leis estão presentes em nosso cotidiano.

O autor também tenta levar ao leitor a idéia de que situações, como a compra do pão são descritas por ferramentas matemáticas, nas quais duas grandezas se relacionam por expressões do tipo **y=kx**, sendo **k** um valor fixo e **x** e **y** variáveis.

CAPÍTULO 4

EXPERIMENTAÇÃO E ANÁLISE DE ATITUDES

Neste capitulo, serão apresentados os resultados da pesquisa, a análise das atitudes reveladas pelos alunos durante a resolução dos problemas, a categorização de tal resolução e uma análise de alguns protocolos dos alunos. Na análise de atitudes, considerou-se importante observar o que os alunos pensam sobre a Matemática, bem como enquadrá-los nos níveis de alfabetismo funcional estabelecidos pelo INAF que, certamente, influenciam na resolução de problemas, até pelo empenho em querer resolvê-los.

Cada problema proposto foi analisado e identificados quais dados foram fornecidos, o que estava sendo solicitado e possíveis maneiras de resolução que poderiam ser utilizadas pelos alunos.

4.1 ATITUDES REVELADAS DURANTE A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

As questões afetivas exercem um papel essencial no ensino-aprendizagem da Matemática, estando algumas delas extremamente arraigadas no sujeito, não podendo ser facilmente modificadas pela instrução. (CHACÓN, 2003)

A definição sobre o que é o afeto ou o domínio afetivo que está sendo mais usado é o da equipe de educadores da taxionomia dos objetivos da educação: âmbito da afetividade (KRATHWOHL et al., 1973 apud CHACÓN, 2003, p. 20). Na definição, o domínio afetivo inclui atitudes, crenças, considerações, gostos e preferências, emoções, sentimentos e valores.

Chacón (2003) cita que o autor McLeod (1989b) assinala duas categorias de crenças que parecem ter influência, sobretudo nos aprendizes de Matemática: *crenças sobre a Matemática* como disciplina que os estudantes desenvolvem que embora envolvam pouco componente afetivo, constituem uma parte *importante do contexto* no qual o afeto se desenvolve; e as *crenças dos estudantes* sobre si mesmos e sua relação com a Matemática. As crenças dos estudantes são relativas à confiança, ao autoconceito e à atribuição causal do sucesso e do fracasso escolar. (MCLEOD, 1989b apud CHACÓN, 2003, p. 20-21)

Em relação ao conceito de atitude no que tange à Matemática, Chacón (2003, p. 21) refere-se sobre a valorização, apreço e interesse por esta disciplina e por sua aprendizagem, sobressaindo-se mais o componente afetivo do que o cognitivo, manifestado pelo interesse, satisfação, curiosidade, valorização, etc. Pelo caráter marcadamente cognitivo da atitude matemática, para que tais comportamentos possam ser considerados como atitudes, é preciso distinguir entre o que o sujeito é capaz de fazer (capacidade) e o que ele prefere fazer (atitude).

Ao analisar os resultados desta pesquisa, verificou-se que 68% dos alunos declararam que a Matemática era a matéria mais difícil para eles. Destacou-se também, que na aplicação da pesquisa, após a resolução do primeiro problema, uma aluna declarou: “não fiz, porque não sei nada de cálculo. Sou extremamente péssima em Matemática e também sou muito tímida e tenho muita vergonha de fazer perguntas ao professor”.

Outra aluna declarou “eu em Matemática sou péssima, não entendo nada. Por mais que eu preste atenção, não consigo entender e quando entendo alguma coisa chego em casa, já esqueci tudo. Também tenho medo de perguntar ao professor”. Outra aluna declarou: “eu achei muito difícil, tive dificuldades e não consegui fazer. Não entendi, li o texto, mas não consegui fazer. Matemática é difícil de entender”. Outra aluna declarou: “achei o exercício bom, apesar de ter muita dificuldade em Matemática [...] tenho vergonha de falar que estou no 1º ano do Ensino Médio e não soube fazer uma divisão”. Um aluno, após a resolução de todos os problemas declarou: “esse monte de exercícios só serviu pra mim pra uma coisa pra me deixar em depressão e com uma sensação de incapacidade. Muito obrigado estou melhor”.

Observa-se que as atitudes dos alunos fazem com que acreditem que Matemática é difícil, que eles não vão aprender nunca. Isto traz muitas barreiras ao professor, que nem sempre terá tempo hábil para quebrá-las.

Destaca-se também que duas alunas declararam que eram tímidas, o que as impedia de fazer perguntas ao professor, atitudes derivadas de suas personalidades que dificultavam o aprendizado da Matemática.

A respeito do comportamento dos alunos durante a resolução de problemas, foram feitas muitas perguntas, tais como:

“Não entendi o que está escrito ou não entendi o que está sendo pedido”, dificuldades derivadas da interpretação do enunciado.

Como exemplo, uma aluna disse que não estava entendendo, então foi pedido para que ela lesse o problema em voz alta e foi observada a dificuldade da leitura, sendo solicitado inclusive a releitura de trechos. Ela pôde verificar quais eram os dados fornecidos pelo problema e o que estava sendo solicitado, o que facilitou a resolução.

“Tem que fazer a conta ou somente apresentar o resultado?“

“Pode ser feito direto?”

“Tem que dar a resposta?”

Alguns alunos foram se manifestando a respeito do que não sabiam fazer.

Depois de ser recolhida a resolução do primeiro problema, foi entregue uma folha de papel sulfite a cada aluno e solicitou-se que escrevesse o que achou do problema e a forma como ele foi conduzido, como foi sua resolução e se sentiu dificuldades.

A seguir, são apresentados alguns protocolos com os comentários dos alunos (os nomes são fictícios). Eles foram digitados[8], pois acredita-se que, desta

[8] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.

forma, a leitura será mais fácil. Os protocolos originais estão escaneados no Anexo I.

- Do comentário de três alunos (Beatriz, Matias e Andressa), confirma-se a hipótese do interesse deles quando se mostra a aplicação da Matemática no cotidiano.

Quadro 2 – Comentário da aluna Beatriz

"Achei interessante o método que o professor usou, pois é usado no nosso dia-a-dia quando vamos as contas. E também para avaliar o conhecimento dos estudantes".

Ao analisar o questionário do perfil, verificou-se que a Matemática era a matéria que essa aluna mais gostava. No entanto, o comentário sobre o reconhecimento da aplicação da Matemática no dia-a-dia partiu também de Matias (Quadro 3) e de Andressa (Quadro 4) que declararam nos questionários sobre o perfil, considerarem que essa disciplina era a mais difícil de todas, ou seja, crenças diferentes em relação à Matemática. No entanto, os três casos revelaram os componentes afetivos de interesse e valorização.

Quadro 3 – Comentário do aluno Matias

"Em relação ao teste que foi dado, achei interessante e muito produtivo. Pois revemos muitas operações que usamos sem perceber. Agora quando for as compras prestaremos mais atenção. E também serve para avaliar o que os estudantes aprenderam. Sem mais agradeço".

Quadro 4 – Comentário da aluna Andressa

"Eu gostei do exercício, serviu para desenvolver mas o conhecimento, da matemática para perceber que nosso dia, a dia sempre usamos a matemática. O exercício serviu para descobri, a nossa dificuldade na hora da conta, como agente procura fazer uma conta do jeito mais fácil para facilitar, nosso dia. O exercício serviu para agente perceber, que precisamos sempre usa que ela é fundamenta na vida de todo ser humano, em tudo que fazemos precisamos até em outra matéria usamos a matemática. Eu gostei de fazer o exercício, no começo achei um pouco difícil, mas depois que voltei ali de novo eu entendi as contas".

- De outra aluna Diana (Quadro 5), destaca-se que houve dois tipos de comportamento, um de cunho psicológico – declarou vergonha de expor suas dificuldades ao professor e não saber fazer a operação de divisão e outra de sua crença sobre a Matemática, que era a matéria mais difícil e a que menos gostava.

Quadro 5 – Comentário da aluna Diana

Comentário da Diana: "Achei o exercício bom, apesar de ter muita dificuldade em matemática, consegui compreender e responder algumas coisas. Gostaria de ter feito todo o exercício, mas não deu. Agora vou tentar melhorar em matemática, fazer algumas aulas particulares. Tenho vergonha de falar que estou no 1º ano do Ensino Médio e não soube fazer uma divisão".

- Outra aluna, a Celina (Quadro 6) declarou na pesquisa sobre o perfil do aluno que a Matemática era a matéria de que menos gostava, mas a considerava fácil. No entanto, nos comentários após a resolução de todos os problemas, ela disse que tinha dificuldade, ou seja, revelou a crença que tem sobre si mesma. Em um dos exercícios que fez em dupla, ela foi bem e no outro tentou resolver apenas metade das questões, nas quais não se saiu bem. Pode-se deduzir que seu parceiro deve ter resolvido os problemas da primeira dupla.

Quadro 6 – Comentário da aluna Celina

Professor Cláudio, eu achei interessante e ao mesmo tempo criativo, as perguntas às vezes confundiram a minha cabeça, mais consegui fazer, só não sei se está certo. Como disse no começo achei bastante interessante, pois nós devemos de vez enquanto colocar nossa cabeça para pensar, vou te dizer uma coisa o senhor é um professor muito legal, e é bastante criativo. Não vou mentir tenho dificuldade em matemática, mais matemática não é um bicho de 7 cabeças, a onde eu tenho mais dificuldade é na parte dos gráficos.

- Alguns alunos, como Nilza (Quadro 7), demonstraram preocupação por não compreender o que está sendo ensinado e saber que precisavam aprender Matemática, além de ter vergonha de perguntar suas dúvidas. Nilza comentou que teve um professor "bacana" com o qual aprendeu um pouco. Registrou ainda que sua dificuldade agravou-se por ter parado de estudar. Sua crença sobre si mesma era de total falta de autoconfiança.

Quadro 7 – Comentário da aluna Nilza

"Eu em matemática sou péssimo não entendo nada por mais que eu preste atenção não consigo entende e quando entendo alguma coisas chego em casa já esqueci tudo e o pior que eu preciso aprender matemática para o meu futuro mais cada dia fica mais difícil de aprender matemática mais vou continuar prestando atenção porque matemática e tão difícil meu Deus, será que um dia vou conseguir aprender matemática espero que sim e que às vezes tenho medo de perguntar por ter medo da resposta pois e ver a professora respondendo algum colegas mas prefiro fica com a duvidas para mim quando estava na 8ª tinha um professor muito bacana. Com ele aprendi um pouco mais fiquei um tempo sem estuda agora valia e não to conseguindo pegar mais nada em fim é isso".

Ao analisar como os alunos resolveram o primeiro problema e quais as dificuldades encontradas, chegou-se às seguintes conclusões:

- Os alunos sentiam muita dificuldade para entender o enunciado do problema, quais as informações fornecidas e o que estava sendo pedido, ou seja, dificuldades para fazer a conversão do registro da língua natural para o registro numérico ou o algébrico.
- Muitos não sabiam que, para todo problema, deve ser dada uma resposta.
- Quando foi solicitado para resolverem os problemas por meio de uma operação algébrica, muitos responderam corretamente, mas não mostraram como chegaram ao resultado correto. O fato pode ser explicado da seguinte maneira: foi feito um cálculo mental ou o aluno olhou a resposta do problema.

Assim, foi decidido que, nos outros encontros, a resolução do problema seria feita em dupla. Desta forma, diminuíram as dúvidas e, também, o número de perguntas que os alunos fizeram.

A seguir, serão apresentados alguns protocolos com os comentários dos alunos (os nomes são fictícios). Eles foram digitados[9], pois acredita-se que desta forma a leitura será mais fácil. Os protocolos originais estão escaneados no Anexo I.

Os protocolos basicamente podem ser divididos em dois grupos:

- Um grupo disse que gostou da atividade que trabalha o raciocínio. Um aluno declarou que o problema era fácil.

Como exemplo, foram transcritos alguns protocolos.

No protocolo do aluno Heitor (Quadro 8) consta que achou alguns exercícios complicados e outros mais fáceis. "Colou" algumas respostas e outras fez a conta mesmo. A Matemática era a matéria que ele menos gostava e, também, a que achava mais difícil. No entanto, analisando os procedimentos adotados na resolução dos problemas, verificou-se que ele compreendeu o enunciado. No primeiro problema, que era individual, respondeu parte das questões corretamente, porém não demonstrou os procedimentos utilizados. No trabalho em grupo, demonstrou parcialmente os cálculos. Este aluno classificou-se como alfabetizado nível básico, pois, além de compreender e localizar as informações do enunciado, ele resolveu problemas que envolviam uma seqüência simples de operações.

Quadro 8 – Comentário do aluno Heitor

"De tudo o que o professor passou eu achei alguns exercícios complicados e outros mais fáceis. Foi bom também porque isso o que o professor deu também deu para descontrair bastante. E sobre as respostas da folha que o professor deu, eu colei algumas outras eu fiz à conta mesmo".

Para Eduardo (Quadro 9) a Matemática era a matéria mais difícil, mas não a que menos gostava. Em seu protocolo, verifica-se que resolveu 50% do primeiro problema, mostrando o procedimento adotado. Sendo assim, pode-se dizer que

[9] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.

apesar de não preferir a Matemática (atitude), ele tinha capacidade de resolução. Foi considerado como alfabetizado nível básico.

Quadro 9 - Comentário do Eduardo

"Gostei de todos os exercícios, confesso encontrei um pouco de dificuldade em alguns, mas deu para trabalhar bastante o meu raciocínio e em alguns ou em um não me lembro tinha a resposta no canto da folha. E trabalhamos em dupla em alguns problemas, foi bom deu para trocarmos idéias de alguns. Foi muito bom".

Do protocolo de Rodrigo (Quadro 10) destaca-se que achou os exercícios bem interessantes e úteis à aprendizagem. Encontrou um pouco de dificuldade por causa do tempo que ficou sem estudar. A Matemática é a matéria que mais gosta e, também, a mais fácil para ele. Observou-se que na resolução do primeiro problema ele acertou todas as questões, não mostrou o procedimento em apenas uma delas. Demonstrou enquadrar-se como alfabetizado nível básico.

Quadro 10 - Comentário do Rodrigo

"Encontrei um pouco de dificuldade devido ao tempo que fiquei sem estudar mas os exercícios são bem interessantes e útil para o nosso aprendi".

Em seu protocolo, Vânia (Quadro 11) disse que achou "legal" os exercícios que começam em um nível bem fácil e vão aumentando o nível de dificuldade. A Matemática era a matéria que menos gostava e, também, a mais difícil para ela. No primeiro problema, resolveu 25% das questões, porém não demonstrou os procedimentos utilizados. Enquadrou-se como alfabetizada nível rudimentar.

Quadro 11 - Comentário da Vânia

"Bom eu achei legal os exercícios começou num nível bem fácil e foi aumentando o nível de dificuldade bom para mim não foi muito bom por que não sou boa em matemática mais bom para agente poder treinar".

No protocolo de Clóvis (Quadro 12) consta que ele gostou das atividades propostas. Achou interessante ter a resposta dos problemas na folha, não para copiar e sim para verificar se o resultado do problema estava correto. A Matemática era a matéria que menos gostava e, também, a mais difícil para ele.

No primeiro problema, resolveu em torno de 60% das questões e demonstrou os procedimentos utilizados. Enquadrou-se como alfabetizado nível básico.

Quadro 12 - Comentário do Clóvis

“Na minha opinião gostei muito das atividades que foram passadas, porque fez com que nos relembra-se das series anteriores, e para que o nos tive mais conhecimento, e achei interessante que tivesse resposta nas folha, não para copia e sim para que nos conseguisse chegar ao certo Resultado eu achei muito interessante”.

- O outro grupo alegou não saber nada, ter muita dificuldade, inclusive, um aluno declarou-se ser muito tímido para perguntar.

Em seu protocolo Vilma (Quadro 13) disse que achou muito difícil. Mesmo tendo a resposta não conseguiu fazer as contas. Isso contradisse com o que ela respondeu em seu perfil, quando disse que a matéria mais fácil era a Matemática. No primeiro problema, respondido individualmente, ela acertou 40% das respostas. Considerou-se essa aluna como alfabetizada nível básico.

Quadro 13 - Comentário da Vilma

“Achei muito difícil mesmo que tinha a resposta, mas acho que não consegui fazer as contas. É bom que devemos aprender a fazer as contas pra não sermos lesados. Quebrei a cabeça sai fumaça mais não sei se acertei alguma”.

Em seu protocolo, Daniela (Quadro 14) disse que estava muito difícil que não entendeu nada. Salienta-se que ainda pediu desculpas. Para ela, a Matemática é a matéria mais difícil e, também, a que menos gosta. Na resolução do primeiro problema acertou apenas 25% das respostas, tendo dificuldade na realização da operação de multiplicação. Esta aluna pôde ser enquadrada como alfabetizada nível rudimentar.

Quadro 14 - Comentário da Daniela

“Olha eu não gostei porque estava muito difícil eu embananei todos os exercícios. Professor eu peço desculpa mais não entendei nada”.

Jorge (Quadro 15) manifestou em seu protocolo que não achou difícil o problema. Mas não se lembrava como resolvê-lo, porque não está “acostumado a fazer este tipo de exercício”. Ele resolveu incorretamente todos os subitens do primeiro e do quarto problema, o que revelou as suas dificuldades para localizar uma informação explícita em textos curtos e realizar operações simples. Ele foi classificado como alfabetizado nível rudimentar.

Quadro 15 - Comentário do Jorge

“Eu não acho difícil, só não me lembro mais, Por quê? Eu estou desacostumado de fazer esse tipo de exercícios! Perante os exercícios eu adorei. Para á nossa melhoria de conhecimento, gostaria de aprender mais com calma. Vi coisas que nunca vi na minha vida. Obrigado”.

Arnaldo (Quadro 16) afirmou em seu protocolo, que o tempo das aulas era muito pequeno e tinha poucas aulas durante a semana. Convém lembrar que a EJA do Ensino Médio tem a duração de um ano e meio. Para ele, a Matemática é a matéria mais difícil e também a que menos gosta. Ele resolveu corretamente apenas 20% do primeiro problema, o que o enquadrou como alfabetizado nível rudimentar. Resolveu dois problemas em dupla, com um aluno que teve 60% de acerto no primeiro problema, foi classificado como alfabetizado nível básico, teve uma porcentagem de acerto de 30% e depois de 50%.

Quadro 16 - Comentário do Arnaldo

“O trabalho de matemática que tivemos, foi muito bom a pesar das dificuldades que tive. O tempo nas explicações são muito pouco. Nisso refere a respeito do bimestre, é muito rápido as aulas que temos durante a semana. Precisamos de tempo para raciocinar”.

No protocolo de Nilza (Quadro 17) consta que ela nunca viu algo assim em sua “vida matemática” e que usou as respostas de alguns exercícios. Para ela, é a matéria mais difícil e, também, a que menos gostava era a Matemática. Ela não conseguiu resolver corretamente nenhum subitem do primeiro problema nem do quarto problema, que foi feito em dupla. Considerando-se as dificuldades que ela encontrou para localizar uma informação explícita em textos curtos e, também, para realizar operações simples, foi classificada como alfabetizada nível rudimentar.

Quadro 17 - Comentário da Nilza

“Bem o que eu acho gostei um pouco de alguns exemplos. Mais achei um pouco chato porque eu nuca vi algo assim na minha vida matemática não e o meu forte mais tenho que aprende esta tal matemática que eu acho tal em alguns exercícios tenha as respostas e eu usei as respostas bem e isso ai não acho horrível e nem maravilhosos mais valeu Foi uma experiência quem sabem da próxima vez vou mim sai bem”.

Em seu protocolo, Raquel (Quadro 18) manifestou que nunca viu esse tipo de “tarefa” antes, pois sentia dificuldades, tanto na hora da explicação como na hora de “montar” as contas. Sua timidez não a deixava tirar as dúvidas nem aprender. Para ela a Matemática é a matéria mais difícil, que ela não consegue entender, embora não seja a disciplina que menos gosta. Ela respondeu corretamente 25% do primeiro problema, porém não efetuou as operações solicitadas. Pode-se supor que o resultado foi calculado mentalmente ou copiado do gabarito que constava no rodapé da segunda página. Classificou-se a aluna Raquel como alfabetizada nível rudimentar.

Quadro 18 - Comentário da Raquel

“Eu nunca vi antes esse tipo de tarefa. Para mim foi novo. É como eu já escrevi antes em uma das tarefas acho a matemática de mais mesmo tendo muitas dificuldades tanto na hora da explicação como na hora de montar as contas, tento fazer sozinha mas minha timidez não deixa eu tirar as minhas duvidas e nem deixa eu aprender. Achei muito legal principalmente quando foi para fazer em dupla porque eu tirava as duvidas do outro”.

4.2 CATEGORIZAÇÃO

Para analisar o desempenho dos alunos na resolução dos problemas, tais resoluções foram classificadas, conforme a categorização mostrada nos dados do quadro abaixo:

Quadro 19 - Categorização da resolução dos problemas

CATEGORIA	CONTEÚDO DA RESOLUÇÃO
A	Apresentaram procedimento correto ou explicações adequadas e cálculos e respostas corretas
B	Responderam parcialmente o problema ou o aluno usou um procedimento correto, ou explicação adequada, porém houve erro de cálculo
C	Não apresentaram o procedimento utilizado, mas responderam corretamente
D	Apresentaram explicações inadequadas ou incompletas e não explicitaram o cálculo
E	Resposta errada e procedimento incorreto ou inexistente ou explicação inadequada
F	Procedimento incorreto ou incompleto e resposta correta
G	Resposta em branco e procedimento em branco

No Anexo II, constam os quatro problemas propostos aos alunos.

Nos dados da tabela abaixo, são apresentados os porcentuais de acerto do primeiro problema:

Tabela 10 - Porcentuais de acerto do primeiro problema

	Categoria A	Categoria B	Categoria C	Categoria D	Categoria E	Categoria F	Categoria G
Primeiro Problema							
1	10	33,33	0	3,33	53,34	0	0
1 A	0	16,67	0	3,33	73,33	0	6,67
1B	16,67	26,66	16,67	0	20	16,67	3,33
1C	30	10	16,67	0	16,67	23,33	3,33

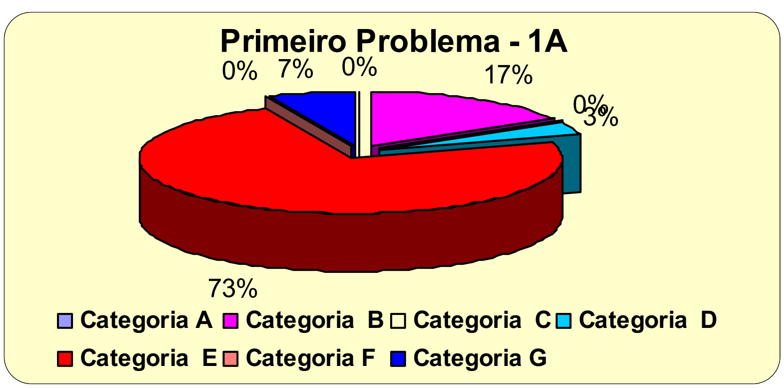


Figura 2 - Primeiro problema – **1 A**

No item **1A** do primeiro problema, houve 73% de erros (categoria **E**), 7% de respostas e procedimentos em branco (categoria **G**) e o número de acertos foi nulo (categoria **A**).

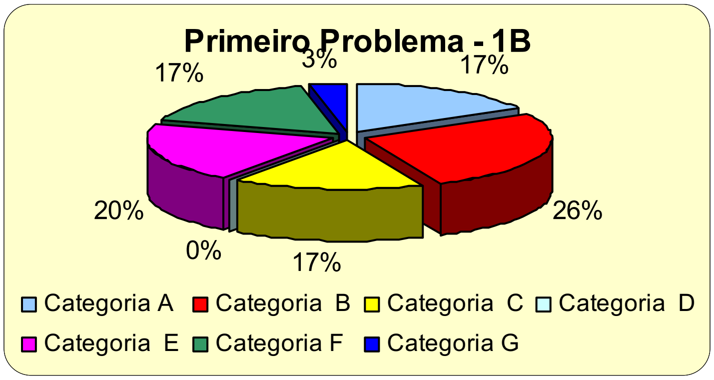


Figura 3 - Primeiro problema – **1 B**

No item **1B** do primeiro problema**,** a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi de 17% e 27% dos alunos que responderam parcialmente o problema (categoria **B**). Houve 17% de alunos que se enquadraram na categoria **C** e 17% na categoria **F**. Houve 20% de erros (categoria **E**).

No início do ano letivo de 2007, antes da resolução dos problemas propostos, a professora de Matemática já havia ministrado aulas sobre equação do 1º grau e Função Polinomial do 1º Grau, aos alunos do primeiro ano do Ensino Médio da EJA, sem utilizar a metodologia de resolução de problemas. Outros conceitos e conhecimentos matemáticos necessários para a resolução de problemas, como os que envolvem as quatro operações algébricas com números reais, conceito de frações, grandezas diretamente proporcionais e inversamente proporcionais, etc., já deveriam ter sido assimilados no Ensino Fundamental.

No entanto, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A**, ou seja, que apresentou procedimento correto ou explicações adequadas e cálculos e respostas corretos na resolução dos problemas, foi baixa.

Da mesma forma, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **B**, ou seja, que respondeu parcialmente ao problema ou os que usaram um procedimento correto ou explicação adequada, porém com erro de cálculo também foi baixa.

Referente às resoluções dos alunos que não apresentaram o procedimento utilizado, mas, que explicitavam a resposta correta (**C**), pode-se supor que o resultado foi calculado mentalmente, copiado de um colega ou do gabarito.

Com relação aos alunos que deixaram as respostas em branco e o procedimento em branco (**G**) podem indicar que houve uma certa dificuldade deles para enfrentar os problemas ou por resolvê-los incorretamente.

Nos dados da tabela abaixo, são apresentados os porcentuais de acerto do segundo problema:

Tabela 11 - Porcentuais de acerto do segundo problema

	Categoria A	Categoria B	Categoria C	Categoria D	Categoria E	Categoria F	Categoria G
Segundo Problema							
1 A	70	20	10	0	0	0	0
1 B	30	0	30	0	40	0	0
1 C	70	0	10	0	10	0	10
2	30	0	0	0	30	0	40
3 A	10	30	0	0	30	10	20
3 B	40	10	40	0	10	0	0
4	10	10	60	0	10	0	10
5	0	0	10	0	70	10	10
6	0	0	0	0	70	0	30

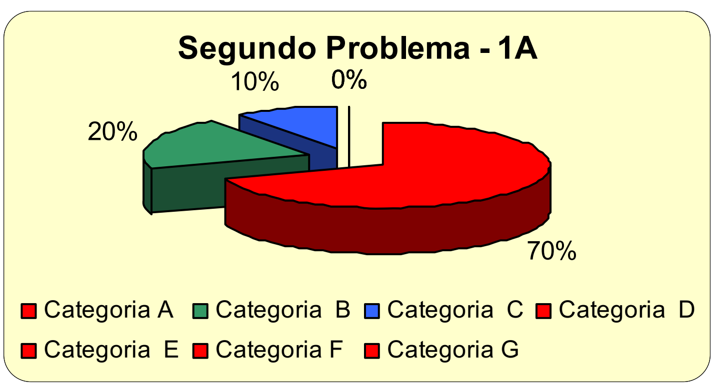


Figura 4 - Segundo problema – **1 A**

No item **1A** do segundo problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi de 70% e 20% dos que responderam parcialmente ao problema (categoria **B**). Houve 10% de alunos que responderam corretamente, mas não apresentaram o procedimento utilizado (categoria **C**).

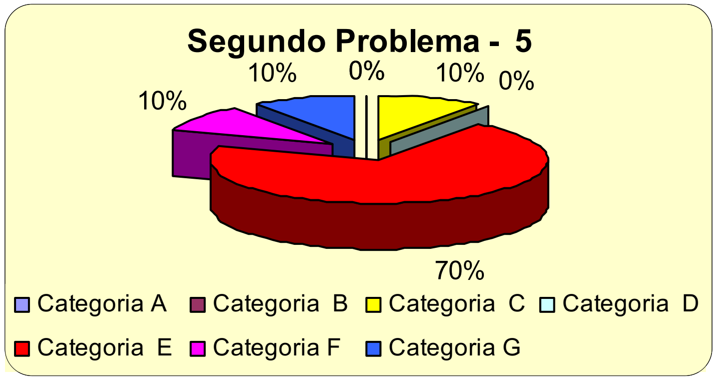


Figura 5 - Segundo problema – **5**

No item **5** do segundo problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** e na categoria **B** foi nula. Com relação à categoria **E**, houve 70% de alunos que se enquadraram nela.

No segundo problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi maior com relação ao problema anterior. Mas nos itens **3 A** e **4** esta porcentagem foi de apenas 10%. Nos itens **5** e **6** esta porcentagem foi nula.

A porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **B** foi baixa.

Referente às resoluções dos alunos que não apresentaram o procedimento utilizado, mas, que explicitavam a resposta correta (**C**), pode-se supor que o resultado foi calculado mentalmente ou copiado de um colega. Para esse problema, não havia gabarito.

Nos dados da tabela abaixo, são apresentados os porcentuais de acerto do terceiro problema:

Tabela 12 - Porcentuais de acerto do terceiro problema

	Categoria A	Categoria B	Categoria C	Categoria D	Categoria E	Categoria F	Categoria G
Terceiro Problema							
1 A	9,09	72,73	0	0	18,18	0	0
1 B	9,09	72,73	0	0	18,18	0	0
1 C	9,09	72,73	0	0	18,18	0	0
A	18,18	27,27	9,09	0	45,46	0	0
B	0	0	18,18	0	81,82	0	0
	Preferem a tabela 63,64	Preferem o gráfico 9,09			Resposta errada 9,09		Resposta branco 18,18

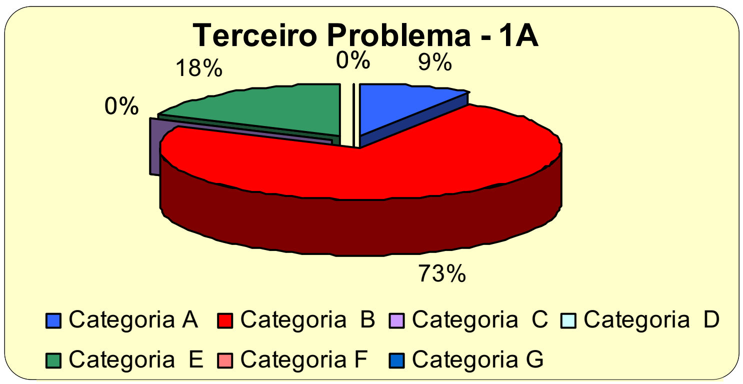


Figura 6 - Terceiro problema – **1A**

No item **1A** do terceiro problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi de apenas 9% e na categoria **B,** 73%, sendo assim bastante elevada. Com relação à categoria **E**, houve 18% de alunos que se enquadraram nela.

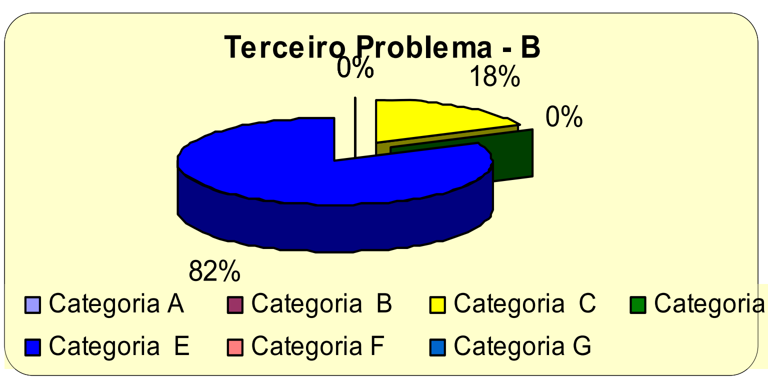


Figura 7 - Terceiro problema - **B**

No item **B** do terceiro problema, nenhum dos alunos enquadrou-se na categoria **A** e/ou na categoria **B**, o que indica que eles não entenderam os procedimentos anteriores, pois o problema era auto-instrutivo. Com relação à categoria **E**, houve 82% de alunos que se enquadraram nela.

No terceiro problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi muito baixa e a dos que se enquadraram na categoria **B** foi alta.

Nos dados da tabela abaixo, são apresentados os porcentuais de acerto do quarto problema:

Tabela 13 - Porcentuais de acerto do quarto problema

	Categoria A	Categoria B	Categoria C	Categoria D	Categoria E	Categoria F	Categoria G
Quarto Problema							
A 1	7,69	61,54	23,08	0	0	0	7,69
A 2	7,69	53,85	23,08	0	0	0	15,38
A 3	7,69	46,15	23,08	0	0	0	23,08
B	15,38	53,86	7,69	0	15,38	0	7,69
C	15,38	38,47	15,38	0	30,77	0	0
D	7,69	7,69	0	0	76,93	0	7,69
E	0	23,08	23,08	0	23,08	15,38	15,38
F	7,69	0	15,38	0	46,16	23,08	7,69
G	7,69	0	46,16	0	0	30,77	15,38

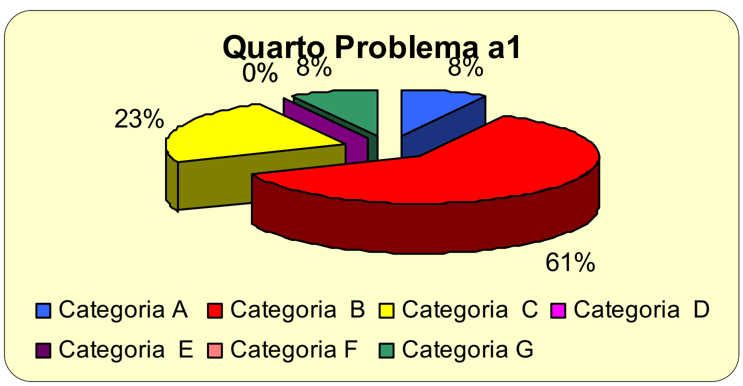


Figura 8 - Quarto problema - **A1**

No item **A1** do quarto problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi de apenas 8% e na categoria **B**, 61%, sendo bastante alta. A porcentagem de alunos que não apresentou o procedimento utilizado, mas respondeu corretamente (categoria **C**) foi de 23%.

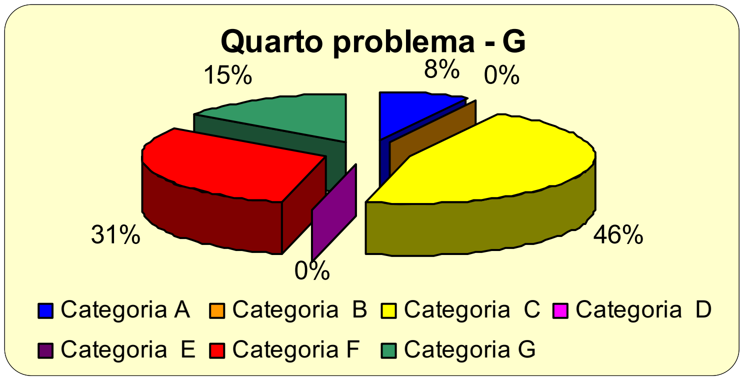


Figura 9 - Quarto problema - **G**

No item **G** do quarto problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi de apenas 8% e na categoria **B** foi nula. Pode-se notar que 46% dos alunos não apresentaram o procedimento utilizado, mas responderam corretamente (categoria **C**) e 31% dos alunos apresentaram o procedimento incorreto ou incompleto e resposta correta (categoria **F**). Considerando que, para esse problema, havia resposta no rodapé da página, pode-se supor que os alunos não souberam resolver ou encontraram dificuldades na resolução do problema e olharam a resposta do problema ou tentaram "inventar" um modo de chegar a tal resposta.

No quarto problema, a porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **A** foi muito baixa.

Nenhum dos alunos apresentou procedimento correto ou explicações adequadas e cálculos e respostas corretas na resolução do item **E** do problema.

A porcentagem de alunos que se enquadrou na categoria **B** foi alta.

Com relação à categoria **C**, pode-se supor que o resultado foi calculado mentalmente, copiado de um colega ou do gabarito. Nessa categorização, a porcentagem foi alta.

A porcentagem da categoria **E**, ou seja, resposta errada e procedimento incorreto ou inexistente, ou explicação inadequada foi alta.

Com relação à categoria **G**, vários alunos deixaram a resposta em branco o procedimento também em branco.

4.3 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DO PRIMEIRO PROBLEMA

O primeiro problema foi composto de quatro partes.

Nos quadros abaixo, figuram as unidades de análise do primeiro problema proposto aos alunos.

A seguir, todos os quadros apresentados foram extraídos do livro: *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio*. (MEC. INEP, 2006a)

No quadro abaixo, a tabela de preço dos pães 20 é apresentada.

Quadro 20 - Tabela de preço dos pães

Primeiro problema:

Comprando os pãezinhos pela manhã, podemos encontrar uma tabela como essa pregada no caixa da padaria.

PADARIA BELO PÃO Pão Francês	
Quantidade	**Preço (R$)**
1	0,18
2	0,36
3	0,54
4	0,72
5	0,90
6	1,08
7	1,26
8	1,44
9	1,62
10	1,80
11	1,98
12	2,16
13	2,34
14	2,52
15	2,70

Você já viu isso alguma vez? Ela permite que o caixa economize tempo na hora de saber o preço dos pães.

Vamos pensar um pouquinho nessa tabela e nas possíveis maneiras de usá-la e construí-la.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 176 e 177)

Nos dados do quadro abaixo, o raciocínio utilizado pelo caixa e pelo cliente para calcular o preço de 17 pães foi apresentado.

Quadro 21 - Cálculo feito pelo caixa e pelo cliente

Resolvendo Problemas
Caso um cliente desejasse comprar 17 pãezinhos, seria necessário calcular o preço, pois ele não consta da tabela. É possível que nessa hora sejam trocadas as seguintes palavras entre o caixa e o cliente:
Pensando em voz alta, o caixa diz: 2,70 + 0,36 = 3,06
O cliente, por sua vez, responde: De fato, 17 . 0,18 = 3,06
Esse diálogo traduz dois raciocínios, que revelam duas maneiras diferentes de chegar à mesma conclusão.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

Nos Quadros 22, 23, 25 e 27 foram selecionados alguns trechos de protocolos de alunos, digitados[10], pois acredita-se que, desta forma, a leitura será mais fácil. Os protocolos originais estão escaneados no Anexo I.

4.3.1 Análise da primeira parte do primeiro problema

As resoluções como seguem foram classificadas, levando-se em conta as características do aluno da EJA[11].

No Quadro 22, solicitou-se que o aluno explicassse o raciocínio utilizado pelo caixa e pelo cliente para calcular o preço dos 17 pães.

Quadro 22 - Item 1 do primeiro problema

*"**1**) Pense um pouquinho e explique como pensou cada um para chegar ao valor dos 17 pães".*

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

[10] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.
[11] Considerando suas dificuldades de expressão.

- Transcrição do protocolo de Ronaldo (destaque do pesquisador):

"O caixa pegou o valor da tabela referente ao valor 15 pães e somou o valor de 0,36 ref. a mais 2 (dois) päezinhos.

Parece ter havido conversão do registro da língua natural referente ao trecho do enunciado relativo à necessidade de calcular o preço de 17 päezinhos (não constante na tabela) para o registro numérico.

Pela explicação do aluno, entendeu-se que ele identificou e relacionou o valor 2,70 (do enunciado) a 15 päezinhos (da tabela), embora não tenha explicitado o valor de 2,70 nessa identificação.

Encontrou o valor 0,36 (do enunciado) na tabela, identificando que correspondeu ao valor de 2 päezinhos; referiu-se à adição no trecho "mais 2 (dois) päezinhos".

No entanto, considerou-se que o aluno não se referiu ao fato de 0,36 corresponder a 36 centavos ou 0,36 reais, como consta na tabela.

- Transcrição do protocolo de Ronaldo (destaque do pesquisador):

Já o cliente multiplicou 17 que é o número dos pães a ser comprado pelo valor unitário".

Conforme destacado em sua resposta, ele deveria ter visualizado na tabela que 0,18 correspondia ao valor unitário do pão, embora não tenha citado esse valor na resposta do problema.

- Transcrição do protocolo de Arnaldo (destaque do pesquisador):

"O caixa primeiro calculou o valor de 15
pãozinho que é igual a 0,18 x 15 = 2,70
porque é mais rápida a conta,
depois o valor de dois que seria 2 . 0,18 = 0,36"

$$\begin{array}{r} 2{,}70 \\ 0{,}36 \\ \hline 3{,}06 \end{array}$$

O aluno afirmou que o caixa *"primeiro calculou o valor de 15 päezinhos"*, o que indicou que ele não identificou nem relacionou o valor de 2,70 (do enunciado) a 15 päezinhos (da tabela), não precisando assim efetuar o cálculo acima. Da mesma maneira, não identificou nem relacionou o valor de 0,36 (do enunciado) a 2 pãezinhos (da tabela).

- Transcrição do protocolo de Arnaldo (destaque do pesquisador):

“O cliente logo fez direto a sua conta 17 x 0,18 = 3,06”

Neste caso, o aluno não identificou que o valor de 0,18 (do enunciado) correspondeu ao valor unitário do pãozinho. Ele parece ter copiado os dados fornecidos pelo problema, não explicando a que correspondia os fatores *“da sua conta”*.

Comentários do aluno Arnaldo: “Só tenho um pouco de dificuldade nas contas. O tempo nas explicações é muito pouco para uma matéria interessante e complexa. Muito barulho na sala nos desconcentra muito”. Conforme citado no item 4.1, ele foi classificado, como alfabetizado nível rudimentar.

Com relação aos procedimentos que poderiam ter sido utilizados pelos alunos para a resolução da primeira parte do primeiro problema, acredita-se que para responder qual foi o raciocínio utilizado pelo caixa, olhando na tabela de preços dos pães, o aluno deveria identificar que o valor de 2,70 correspondeu ao preço de 15 pães e que o valor de 0,36 correspondeu ao preço de 2 pães. O caixa somou esses valores para obter o valor dos 17 pães.

Para responder qual foi o raciocínio utilizado pelo cliente, o aluno deveria consultar a tabela de preço dos pães e identificaria, também, que 0,18 correspondeu ao preço unitário do pão, que multiplicado pela quantidade de 17 pães correspondeu ao preço total.

A pergunta exigiu que o aluno identificasse como foi calculado o preço de 17 pães. Ele deveria consultar a tabela e associar as quantidades aos preços do pão. Não exigiu nenhum tipo de operação algébrica.

4.3.2 Análise da segunda parte do primeiro problema

No quadro abaixo, solicitou-se que o aluno encontrasse outras maneiras de chegar ao valor dos 17 pães.

Quadro 23 - Outras maneiras do aluno chegar ao resultado

*"**1A**) E você, como faria essa conta? Encontre outras maneiras de chegar a esse resultado".*

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

- Transcrição do protocolo de Rodrigo (destaque do pesquisador):

"1,80 + 126 = 306 dez pães mais sete

360 – 0,54 = 306 vinte pães menos três pães"

Para encontrar as duas maneiras diferentes de chegar ao resultado correto, acredita-se que o aluno consultou a tabela e relacionou as quantidades de pãezinhos com os valores, ou seja: 10 pães custam 1,80; 7 pães custam 1,26 e 3 pães custam 0,54. O valor de 3,60 que foi o preço de 20 pães, que não constou na tabela, pôde ser obtido mentalmente pelo aluno, pela adição de 1,80 com 1,80. O aluno resolveu corretamente 80% do primeiro problema, sendo classificado como alfabetizado nível básico.

O aluno fez um tratamento no registro numérico, referente aos valores dos pãezinhos e respondeu utilizando os registros numérico e da língua natural. Convém destacar que o aluno não escreveu corretamente os valores dos pães, pois esqueceu de colocar a vírgula em 126, 306 e 360.

- Transcrição do protocolo de Solange (destaque do pesquisador):

"Pode somar o valor de 10 pãezinhos com mais 7 pãezinhos
Podemos somar o valor de 14 pãezinhos com mais 3 pãezinhos
Pode somar o valor de 12 pãezinhos com mais 5 pãezinhos"

A aluna demonstrou ter entendido o raciocínio, utilizou um procedimento parecido com o do caixa e encontrou três maneiras diferentes para chegar à quantidade correta de pãezinhos. O enunciado do problema foi dado no registro da língua natural e a aluna fez mentalmente um tratamento no registro numérico referente às quantidades de pãezinhos e respondeu na língua natural. Como no problema foi solicitado “*como faria essa conta? Encontre outras maneiras de chegar a esse resultado*”. A aluna deveria ter consultado a tabela e associado que o preço de 10 pãezinhos era 1,80 e o de 7 pãezinhos 1,26 e escrever o registro numérico: 1,80 + 1,26 = 3,06. Da mesma maneira, escrever os outros registros numéricos: 2,52 + 0,54 = 3,06 e 2,16 + 0,90 = 3,06.

- Transcrição do protocolo de Rute (destaque do pesquisador):

“10 pães 1,80
7 pães 1,26
3,06 10 pães mais 7 pães da tabela”.

O problema foi dado no registro da língua natural e para encontrar outra maneira de chegar ao resultado, a aluna fez um tratamento no registro numérico e respondeu no registro da língua natural e numérico.

A aluna escreveu que “*10 pães mais 7 pães* da tabela”, o que indicou que ela fez um tratamento no registro numérico, visto que a tabela trouxe registros numéricos. Portanto, parece ter havido a conversão do registro da língua natural, referente ao enunciado do problema e a necessidade de calcular o preço de 17 pãezinhos (não consta na tabela), para o registro numérico e da língua natural.

Pela explicação da aluna, entendeu-se que ela identificou e relacionou 10 pãezinhos (da tabela) ao valor 1,80 (da tabela) e 7 pãezinhos (da tabela) ao valor 1,26 (da tabela). Ela referiu-se à adição no trecho “mais 7 pães” e, também, à operação algébrica efetuada.

Fazemos a hipóteses de que se o aluno entendeu o raciocínio utilizado no problema anterior, ele deveria encontrar duas ou mais maneiras de chegar ao valor dos 17 pães. O resultado poderia ser obtido, consultando a tabela de preço dos pães e utilizando as operações algébricas com números reais. O problema exigiu o raciocínio do aluno de como chegar ao valor, utilizando os dados constantes na tabela e o uso de uma ou mais operações algébricas. Para responder ao problema, o aluno poderia ter empregado somente o registro da língua natural ou o da língua natural e o numérico.

Convém destacar que muitos alunos sentiram dificuldades na resolução desse problema, outros utilizaram um raciocínio idêntico ao do caixa e/ou do cliente e alguns apresentaram apenas uma maneira de chegar ao resultado.

4.3.3 Análise da Terceira Parte do Primeiro Problema

No quadro abaixo, foi mostrado ao aluno como "descobrir" a lei matemática ou o modelo matemático que expressava o preço a ser pago por **n** pãezinhos, ou seja, o preço a ser pago em função da quantidade de pães.

Quadro 24 - Modelo matemático do preço a ser pago por **n** pãezinhos

Vamos pensar um pouco na construção da tabela da padaria.
Poderíamos pensar, por exemplo, assim:

0,18 = 0,18 **.** 1
0,36 = 0,18 **.** 2
0,54 = 0,18 **.** 3
0,72 = 0,18 **.** 4
....

O preço a ser pago pelo cliente é igual ao preço de um pão, multiplicado pelo número de pães comprados.

A frase acima deixa bem clara qual é a lei matemática que relaciona o número de pães com o preço desses pães.

Será que não existe um jeito de dizer isso com símbolos matemáticos?

Existe! Basta chamarmos de **P** o preço a ser pago e de **n** o número de pães comprados. **P(n)** será o preço a ser pago por **n** pãezinhos. A expressão será:

$$P(n) = 0{,}18 \cdot n$$

Estamos dizendo a mesma coisa, agora na "língua" da Matemática.

Podemos até dizer que "descobrimos" a lei matemática ou o modelo matemático que está por trás desse fato. Vamos usá-lo agora.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

No quadro abaixo, o problema solicitava que o aluno utilizasse o modelo matemático (expressão) para "descobrir" o preço a ser pago por 25 pãezinhos.

Quadro 25 - Cálculo do preço a ser pago por 25 pãezinhos

*"**1B**) Substitua **n** por 25 na expressão que encontramos. A expressão ficará P(25)=0,18 **.** 25. Faça essa conta! O caixa da padaria faria essa conta para descobrir o quê?"*

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

- Transcrição do protocolo de Rafael:

$$\begin{array}{r} {}^{4} \\ 25 \\ 0{,}18 \\ \hline 200 \\ 25 \\ \hline 4{,}50 \end{array}$$

25 pães custam R$4,50

Conforme solicitado no problema, o aluno efetuou corretamente a operação de multiplicação (tratamento) e realizou uma conversão para dar a resposta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Ronaldo:

(25) = 0,18 **.** 25

$$\begin{array}{r} 0{,}18 \\ x25 \\ \hline {}^{1} \\ 90 \\ 36+ \\ \hline 4{,}50 \end{array}$$

R = 4,50

O aluno efetuou corretamente a operação de multiplicação (tratamento) e chegou a um resultado correto. Mas cometeu alguns erros: esqueceu de escrever P na expressão e respondeu erroneamente. A resposta poderia ser dada na língua natural, por exemplo: ele faria essa conta para descobrir que o preço de 25 pãezinhos era R$4,50.

- Transcrição do protocolo de Andressa (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} 0,\overset{4}{1}8 \\ \underline{\times 25} \\ 0,90 \\ \underline{3,6+} \\ 3,50 \end{array}$$

Ele vai multiplica essa conta

- Transcrição do protocolo de Celina:

$$\begin{array}{r} 25 \\ \underline{x0{,}18} \\ 4.5 \end{array}$$

"Faça essa conta!" – Neste problema, a aluna apenas escreveu o resultado da operação de multiplicação, colocando um ponto no lugar da vírgula.

Sobre a questão *"O caixa da padaria faria essa conta para descobrir o quê?",* a aluna Celina comenta: "... as perguntas às vezes confundem a minha cabeça. Não vou mentir tenho muita dificuldade em matemática". Ela resolveu incorretamente todo o primeiro problema, sendo classificada como alfabetizada nível rudimentar.

Para responder a este item do problema, o aluno poderia utilizar a expressão que está no registro simbólico e fazer a operação de multiplicação para descobrir o preço a ser pago por 25 pãezinhos. A resposta deveria ser dada na língua natural, o que exigiria uma conversão.

A questão exigia o raciocínio do aluno e o uso da operação de multiplicação.

É interessante observar que, na resolução do problema, nenhum dos estudantes escreveu a expressão matemática, o que demonstrou que, provavelmente, eles tenham tido dificuldade para usá-la. Eles apenas efetuaram a operação de multiplicação.

4.3.4 Análise da Quarta Parte do Primeiro Problema

No quadro abaixo, a expressão matemática para determinar o número de pães que poderiam ser comprados com 72 centavos, foi explorada.

Quadro 26 - Explorando a expressão matemática

Vamos explorar mais um pouco a expressão matemática do preço dos pães. Se substituirmos **P** por 0,72, a expressão ficará 0,72 = 0,18 **.** n. Para resolvê-la, devemos fazer $n = \frac{0{,}72}{0{,}18}$.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

No quadro abaixo, o aluno deveria fazer uma operação de divisão (que já está indicada), para determinar o número de pães que poderiam ser comprados com R$0,72. O aluno resolveu uma equação do 1º grau.

Quadro 27 - Número de pães que podem ser comprados

1C) Faça a conta! O resultado fornecerá o número de pães que podem ser comprados com R$0,72.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 177)

- Transcrição do protocolo de Rafael:

$$\begin{array}{r} \overset{3}{0{,}1}8 \\ x4 \\ \hline 0{,}72 \end{array}$$

Podem ser comprados 4 pães

No problema, solicitou-se que o aluno efetuasse a operação de divisão, porém para comprovar o resultado, ele realizou a operação de multiplicação. Pode-se acreditar que o aluno, consultando a tabela, relacionou o valor de 0,72 à quantidade de 4 pães ou mentalmente chegou à conclusão que poderia comprar essa quantidade de pães. Ele realizou uma conversão para dar a resposta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Andressa (destaque do pesquisador):

$$0{,}72 \;\underline{\big|\; 18\;\;}$$
$$\quad\quad 4$$

Podera ser comprado 4 paezinho porque se dividimos 0,72 centavo por 0,18 centavo vai da o resultado 4 paezinho.

Conforme solicitado no problema, a aluna efetuou a operação de divisão, obtendo como quociente a quantidade de 4 pãezinhos, porém não escreveu corretamente o valor de 18 centavos. Para dar a resposta na língua natural, ela realizou uma conversão e não escreveu corretamente os valores de 72 centavos e de 18 centavos.

Comentários da aluna Andressa: "O exercício serviu para descobrir a nossa dificuldade na hora da conta". Convém ressaltar que, em três problemas, incluindo o primeiro que foi resolvido individualmente, ela acertou 50%, sendo classificada como alfabetizada nível básico.

- Transcrição do protocolo de Matias (destaque do pesquisador):

$$\frac{0{,}72}{0{,}18} = 0{,}4 \qquad \text{ou } 72 : 18 = 4$$

R: Podem ser comprados 4 pães

Parece que o aluno efetuou mentalmente a operação de divisão, obtendo como quociente a quantidade de 4 pãezinhos. Convém destacar que o aluno não escreveu corretamente o valor 4 (escreveu 0,4) e os valores de 0,72 e de 0,18, (escreveu 72 e 18). Para dar a resposta na língua natural, ele realizou uma conversão.

- Transcrição do protocolo de Vanessa:

$$\begin{array}{ll} 0{,}72 \; \sqrt{0{,}18} & \qquad 4 \text{ pães} \\ \underline{\;\;72\;\;} \quad 4 & \\ \;\;0 & \end{array}$$

Conforme solicitado no problema, a aluna efetuou a operação de divisão, obtendo como quociente a quantidade de 4 pãezinhos, porém não escreveu corretamente o símbolo da divisão. Para dar a resposta na língua natural, ela realizou uma conversão.

Comentários da aluna Vanessa: “O exercício foi fácil, cálculos fáceis, sem muitos esforços chegamos ao resultado desejado”. Ela resolveu corretamente 60% do primeiro problema, tendo sido classificada como alfabetizada nível básico.

Para responder a este item do problema, o aluno poderia ter utilizado a expressão que constava no registro numérico (apesar de conter $n = \frac{0,72}{0,18}$) e fazer a operação de divisão (tratamento) para encontrar o resultado. A resposta deveria ser dada na língua natural, o que exigiria uma conversão.

Caso o aluno tivesse dificuldades na resolução da operação, olhando a tabela de preço dos pães, ele poderia identificar que o valor de 0,72 corresponderia ao preço de 4 pães (porém, no problema foi solicitado – *“faça essa conta!”)*.

Nesse problema, o aluno deveria efetuar apenas uma operação de divisão.

Verificou-se que o primeiro problema era auto-instrutivo. Assim, podia-se supor que os alunos deveriam responder sem muita dificuldade. Mas analisando as resoluções, constatou-se que muitos alunos sentiram dificuldades no:

- entendimento do enunciado do problema, desde o reconhecimento dos dados fornecidos ao que estava sendo solicitado;
- explicar qual foi o raciocínio utilizado pelo caixa e pelo cliente, associando os dados fornecidos pelo problema com os que constavam na tabela de preço do pão francês;
- encontrar outras maneiras (pelo menos duas) de chegar ao valor dos 17 pães, utilizando os dados que constavam na tabela; alguns utilizaram um raciocínio idêntico ao do caixa e/ou do cliente e outros apresentaram apenas um modo de chegar ao resultado;
- efetuar as operações de multiplicação e de divisão que foram solicitadas;
- expressar a resposta na língua natural;
- compreender P(n).

O problema exigiu o raciocínio do aluno para utilizar os dados contidos na tabela. Engloba a resolução da equação do 1° grau, a utilização de operações algébricas e indicou como pode ser construída uma "lei matemática ou modelo matemático", ou seja, uma expressão matemática que relaciona o preço a ser pago em função da quantidade de pães.

4.4 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DO SEGUNDO PROBLEMA

O segundo problema selecionado baseou-se na continuidade do raciocínio do primeiro problema, desafiando o aluno a adotar os procedimentos anteriormente utilizados.

O segundo problema foi composto de seis partes.

Nos quadros abaixo, aparece o que se considera como unidade de análise do segundo problema proposto aos alunos.

A seguir, todos os quadros apresentados foram extraídos do livro: *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio* (BRASIL, 2006).

Nos Quadros 28, 29, 30 e 32 a 36 foram selecionados alguns trechos de protocolos dos alunos, digitados[12], pois acredita-se que, desta forma, a leitura será mais fácil. Os protocolos originais estão escaneados no Anexo I.

4.4.1 Análise da Primeira Parte do Segundo Problema

Os alunos poderiam resolver este problema usando a "lei matemática ou modelo matemático" do primeiro problema. Eles também poderiam utilizar a tabela de preço dos pães do primeiro problema.

No quadro abaixo, foi perguntado se a quantia de R$3,20 era suficiente para comprar 20 pães.

[12] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.

Quadro 28 - Será que o dinheiro é suficiente?

1A) Agora é sua vez. Utilize as idéias que desenvolvemos para auxiliar um cliente que deseja comprar 20 pães e tem R$3,20. Será que o dinheiro é suficiente?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} \overset{1}{2}0 \\ \underline{\times 18} \\ 3{,}60 \end{array} \rightarrow \quad \text{não seria suficiente pois 20 pães são 3,60}$$

Os alunos efetuaram a operação de multiplicação quando realizaram o cálculo, é provável que tenham invertido a ordem dos fatores, ou seja, 20 multiplicado por 18 para chegar mentalmente ao resultado. O valor de um dos fatores era 18 centavos e não 18 reais. Eles realizaram uma conversão para dar a resposta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Raquel e José (destaque do pesquisador):

P(n) = 0,18

$$\begin{array}{r} 0{,}18 \\ \underline{0{,}20} \\ 360 \end{array}$$

R= Dinheiro não daria p. comprar 20 pães

Inicialmente, os alunos escreveram o modelo matemático errado. Depois efetuaram a operação de multiplicação, porém o valor de um dos fatores era 20 unidades e não 0,20 e o valor do produto era três reais e sessenta centavos e não trezentos e sessenta reais.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Rafael:

$$\begin{array}{r} 20 \\ \underline{x0{,}18} \\ 1{,}60 \\ \underline{+\,2{,}00} \\ 3{,}60 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}60 \\ \underline{-\,3{,}20} \\ 0{,}40 \end{array} \qquad \text{R: Não}$$

Os alunos efetuaram corretamente a operação de multiplicação para determinar o valor de 20 pães.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

$$\begin{array}{r} {}^{1}270 \\ +\ 90 \\ \hline 360 \end{array} \qquad \text{Não é suficiente}$$

No problema anterior, os alunos utilizaram o mesmo raciocínio do caixa da padaria para determinar o valor de 20 pães, quantidade que não consta na tabela de preços de pães. Entendeu-se que eles identificaram e relacionaram 15 pãezinhos (da tabela) com o valor 2,70 (da tabela) e 5 pãezinhos (da tabela) com o valor 0,90 (da tabela) e realizaram a adição para determinar o valor de 20 pãezinhos. Houve um erro quando escreveram o valor de uma das parcelas como 270 no lugar de 2,70 e 90 reais no lugar de 90 centavos e o total como 360 reais no lugar de 3,60, ou seja, três reais e sessenta centavos.

- Transcrição do protocolo de Janaina e Diana (destaque do pesquisador):

Não por que 20 paes da 3.60

As alunas responderam corretamente, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar a esse valor. Elas poderiam ter calculado mentalmente, realizando uma operação de multiplicação ou olhando na tabela de preço de pães e raciocinando que o valor de 20 pães era a soma do valor de 10 pães 1,80 com o valor de 10 pães 1,80. Houve um erro quando escreveram o valor de 3.60 no lugar de 3,60.

Comentários da aluna Janaina: “... a única coisa que eu faço na padaria eu falo me dá 5 pães que sempre dá 0,90 centavos nunca pensei em ficar contando multiplicando quanto dava os pães [...]. [...] acho que não teria que ter a resposta ficou mais fácil era só achar o resultado que já estava ali ...”. Ela resolveu corretamente 35% do primeiro problema e 60% do segundo problema, tendo sido classificada como alfabetizada nível básico.

Comentários da aluna Diana: “Achei o exercício bom, apesar de ter muita dificuldade em matemática [...]. Tenho vergonha de falar que estou no 1º ano do Ensino Médio e não soube fazer uma divisão”. Ela resolveu corretamente 30% do primeiro problema e 25% do segundo problema, tendo sido classificada como alfabetizada nível rudimentar.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Egídio:

$$\begin{array}{r} 0{,}18 \\ x\ \ 20 \\ \hline 3{,}60 \end{array}$$

Não é suficiente para compra de pães

Os alunos responderam corretamente, efetuando a operação de multiplicação para determinarem o valor de 20 pães. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

Com relação aos procedimentos utilizados pelos alunos para a resolução deste problema, acredita-se que eles poderiam resolver de diversas maneiras.

Por exemplo, utilizando as idéias desenvolvidas no problema anterior e a expressão matemática P(n) = 0,18 . n:

- Ele poderia calcular o preço de 20 pães, substituindo o valor na expressão e resolvendo uma operação de multiplicação:

$$P(n) = 0{,}18 \,.\, n \quad \Rightarrow \quad P(20) = 0{,}18 \,.\, 20 \quad \Rightarrow \quad P(20) = 3{,}60$$

Como o preço de 20 pães era R$3,60, o dinheiro não era suficiente.

- O aluno também poderia substituir o valor de R$3,20 na expressão e resolver a equação do 1º grau. Assim, por meio de uma operação de divisão, determinaria a quantidade de pães que poderia comprar.

$$P(n) = 0{,}18 \,.\, n \quad \Rightarrow \quad 3{,}20 = 0{,}18 \,.\, n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3{,}20}{0{,}18} \quad \Rightarrow \quad n = 17$$

Ele verificaria que o dinheiro não era suficiente para o cliente comprar 20 pães.

Caso o aluno não quisesse utilizar a expressão acima, poderia determinar o preço dos 20 pães, que não constavam na tabela, por exemplo, da seguinte maneira: poderia olhar na tabela de preço dos pães e identificaria que a quantidade de 10 pães correspondia ao preço de R$1,80. Ele poderia determinar o preço dos 20 pães, resolvendo uma operação de adição:

$$1,80 + 1,80 = 3,60$$

Como o preço de 20 pães era R$3,60, o dinheiro não era suficiente.

Esta pergunta exigiu do aluno a aplicação dos conhecimentos adquiridos anteriormente e o uso de operações numéricas. O aluno poderia responder a esse problema, utilizando o registro numérico e o registro da língua natural.

No quadro abaixo, foi perguntado quantos pães poderiam ser comprados, caso a quantia não fosse suficiente.

Quadro 29 - quantos pães o cliente poderia comprar?

1B) Se não for, quantos pães ele poderia comprar?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Rafael:

$$\begin{array}{r} 17 \\ x \quad 18 \\ \hline 136 \\ 17+ \\ \hline 3{,}06 \end{array}$$

R: Ele poderia comprar 17 pães

Os alunos poderiam ter calculado mentalmente e por meio do problema anterior, que poderiam comprar 17 pães com R$3,20. Eles efetuaram corretamente a operação de multiplicação para determinar que realmente era possível comprar os 17 pães. Houve um erro, quando escreveram o valor de um dos fatores como 18 reais no lugar de 18 centavos.

- Transcrição do protocolo de Raquel e José:

17 pães

Os alunos responderam corretamente no registro da língua natural, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar a esse valor.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

11 pães

Os alunos responderam incorretamente e não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar a esse valor.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Egídio:

$$\begin{array}{r} 0{,}18 \\ x\ \ 17 \\ \hline 3{,}06 \end{array}$$

Ele compraria 17 pães

Os alunos poderiam ter calculado mentalmente, comparando com o problema anterior que poderiam comprar 17 pães com R$3,20. Eles efetuaram parcialmente a operação de multiplicação para determinar que realmente era possível comprar os 17 pães. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

Comentários do aluno Eduardo: "... pena que o meu raciocínio não é tão bom para matemática". Ele resolveu corretamente 50% do primeiro problema.

Comentários do aluno Egídio: "... alguns problemas estavam com a resposta mas eu não a vi em nenhuma folha". Eles resolveram corretamente 40% do segundo problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

Acredita-se que o aluno poderia resolver o problema, por exemplo, das seguintes formas:

- O aluno poderia substituir o valor de R$3,20 na expressão matemática e resolver a equação do 1º grau. Assim, por meio de uma operação de divisão, determinaria a quantidade de pães que o cliente poderia comprar.

$$3{,}20 = 0{,}18 \cdot n \Rightarrow \quad n = \frac{3{,}20}{0{,}18} \quad \Rightarrow \quad n = 17$$

- Sem utilizar a expressão matemática, o aluno também poderia efetuar a divisão do valor de R$3,20 pelo preço unitário do pão que era R$0,18:

$$\begin{array}{r|l} 3{,}20 & 0{,}18 \\ \cline{2-2} 1\,40 & \quad 17 \\ 14 & \end{array}$$

Assim, verificou-se que o cliente poderia comprar 17 pães e sobrariam 14 centavos.

- Outra opção era consultar a tabela de preços do pão e relacionar que com R$2,70, podiam ser comprados 15 pães. Mentalmente poderiam calcular que sobrariam R$0,50 e observariam na tabela de preços do pão que poderiam comprar mais 3 pães.

Para este problema, foram exigidos do aluno a aplicação dos conhecimentos adquiridos anteriormente e o uso de uma operação algébrica. O aluno poderia responder a esse problema, utilizando os registros numérico e de língua natural.

No quadro abaixo, perguntou-se quanto o cliente teria de emprestar para poder comprar os 20 pães.

Quadro 30 - quanto o cliente teria que emprestar?

1C) Se o dinheiro dele não for suficiente e você fosse aquele amigo certo, na hora certa, quanto teria que emprestar a ele para que pudesse comprar os 20 pães?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

$$\begin{array}{r} 3{,}60 \\ -\,3{,}20 \\ \hline 0{,}40 \end{array} \qquad \text{40 centavos}$$

Os alunos efetuaram corretamente a operação de subtração, sendo o minuendo o valor correspondente a 18 pães e o subtraendo o dinheiro que o cliente tinha para pagar. O valor da diferença foi de 40 centavos. Eles realizaram uma conversão para dar a resposta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Raquel e José (destaque do pesquisador):

0,40 centavos

Os alunos responderam corretamente, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar a esse valor. É provável que mentalmente eles tenham efetuado a subtração, com os valores de 3,60 no minuendo e 3,20 no subtraendo, obtendo, assim, a diferença de 40 centavos. Houve um erro, quando escreveram o valor de 0,40 centavos no lugar de 40 centavos.

- Transcrição do protocolo de Janaina e Diana:

Temo que emprestar 40 centavos

As alunas responderam corretamente, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar a esse valor. É provável que mentalmente, tenham efetuado a subtração, com os valores de 3,60 no minuendo e 3,20 no subtraendo, obtendo, assim, a diferença foi de 40 centavos.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Rafael:

$$\begin{array}{rl} 3{,}60 & \rightarrow \text{ 20 pães} \\ -\ 3{,}20 & \rightarrow \text{ ele tem} \\ \hline 0{,}40 & \rightarrow \text{ teria que pedir emprestado} \end{array}$$

Os alunos efetuaram corretamente a operação de subtração, tendo no minuendo o valor correspondente a 20 pães e no subtraendo o dinheiro que o cliente tinha para pagar. O valor da diferença foi de 40 centavos.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Egídio (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} 3{,}60 \\ -\ 3{,}06 \\ \hline 0{,}54 \end{array}$$

Eu tive que emprestar 0,54C$

Os alunos raciocinaram corretamente para chegar ao resultado, porém cometeram um erro na operação de subtração, utilizando no subtraendo o valor de 3,06 (valor de 17 pães) ao invés de 3,20 que era o dinheiro que o cliente tinha. Houve também um erro quando escreveram 0,54C$ em lugar de R$0,54. Foi realizada uma conversão para dar a resposta errada na língua natural.

Por meio dos cálculos anteriores, o aluno sabia que 20 pães custavam R$3,60 e que o cliente tinha R$3,20. Portanto, era necessário que o amigo emprestasse-lhe 40 centavos. O aluno poderia determinar esse valor, resolvendo uma operação de subtração e poderia responder esse item do problema, utilizando o registro numérico e o da língua natural.

4.4.2 Análise da Segunda Parte do Segundo Problema

No Quadro 31, há a promoção do pão francês na padaria Belo Pão. **PROMOÇÃO!!! Pão Francês - R$ 0,15.**

Quadro 31 - Modelo matemático para o pão francês em promoção

2) Será necessário obtermos um novo modelo matemático para essa nova situação. Compare as duas situações e verifique o que mudou com a redução de preço. Escolha o modelo correto dentre as alternativas propostas:

a) n=0,15 P(n)   b) P(n)=0,15n   c) P(n)=0,15+n   d) n=0,15+P(n)

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

Considerando que o material do ENCCEJA é auto-instrutivo e com os conhecimentos adquiridos nos problemas anteriores e raciocinando, acreditava-se que o aluno chegaria à conclusão que o novo modelo matemático é P(n)=0,15n.

Das dez duplas, duas responderam ao item **a**; apenas três responderam ao item **b**; uma respondeu ao item **d** e quatro duplas deixaram a resposta em branco, ou seja, apenas 30% responderam corretamente. Este resultado é contrário ao que parece ser a concepção de Rodrigues (2006), segundo a qual “basta apresentar um exemplo resolvido que o aluno transfere seus conhecimentos e resolve o próximo exercício".

4.4.3 Análise da Terceira Parte do Segundo Problema

No quadro abaixo, solicitou-se que o aluno utilizasse o modelo matemático anterior para calcular quanto custariam 17 pães no novo preço.

Quadro 32 - Quanto custariam 17 pães no novo preço?

3A) Se você conhecer a lei matemática que modela a nova situação, poderá utilizá-la para descobrir, por exemplo, quanto custariam 17 pães no novo preço.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

$$\begin{array}{r} {}^{3}17 \\ x15 \\ \hline 85 \\ 17 \\ \hline 2{,}55 \end{array}$$

17 pães custaria 2,55

Os alunos efetuaram a operação de multiplicação para determinar o valor de 17 pães e responderam corretamente. Houve um erro quando escreveram 15 ao invés de 0,15. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Rafael (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} {}^{2}\\ 18 \\ \text{x } 3 \\ \hline 57 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3{,}60 \\ -0{,}54 \\ \hline 3{,}06 \end{array} \begin{array}{l} \rightarrow \text{ 20 pães} \\ \rightarrow \text{ 3 pães} \\ \end{array}$$

Ele poderia comprar 17 pães por 3,06

Os alunos raciocinaram de maneira diferente das outras duplas. Para calcular o valor de 17 pães, efetuaram uma operação de subtração cujo minuendo era o valor de 20 pães, e o subtraendo era o valor de 3 pães. Para obter o valor de 20 pães, acredita-se que eles copiaram o valor do item 1 do primeiro problema. Pode-se observar que cometeram os seguintes erros: o preço unitário do pão é 15 centavos (promoção) e não 18 centavos. Ao fazer a multiplicação, para saber o valor de 3 pães, eles escreveram 18 reais no lugar de 18 centavos e, também, erraram no produto que deveria ser 54 centavos e não 57 reais. Convém ressaltar que, na operação de subtração, eles utilizaram o valor correto de 54 centavos. Foi realizada uma conversão para dar a resposta incorreta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

$$\begin{array}{r} 015 \\ x\ 17 \\ \hline 105 \\ 15+ \\ \hline 255 \end{array}$$

Os alunos efetuaram a operação de multiplicação para determinar que o valor de 17 pães era R$2,55, cometeram erros, pois esqueceram de colocar a vírgula nos valores de 15 centavos e no de dois reais e cinqüenta e cinco centavos. Também esqueceram de dar a resposta ao problema, por exemplo, na língua natural.

Sugeriu-se que o aluno utilizasse a nova lei matemática para descobrir quanto custariam 17 pães. Para resolver a questão, o aluno precisaria substituir o valor na expressão e efetuar a operação de multiplicação.

$$P(n) = 0{,}15\ n \Rightarrow \quad P(17) = 0{,}15 \,.\, 17 \quad \Rightarrow \quad P(17) = 2{,}55$$

Caso o aluno tivesse dificuldades para resolver desta maneira, ele poderia apenas efetuar a operação de multiplicação de R$0,15 por 17 e obter o resultado de R$2,55.

O preço de 17 pães seria R$2,55

No quadro abaixo, solicitou-se que o aluno calculasse quantos pães poderia comprar com R$1,95.

Quadro 33 - Quanto pães poderiam ser comprados?

3B) Calcule também quantos pães poderiam ser comprados com R$1,95.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso (destaque do pesquisador):

	13 pães
10 pães	150
11 pães	165
12 pães	180
13 pães	195

Os alunos podem ter calculado mentalmente o valor para comprar 10 pães. Verificando que esse valor era menor que R$1,95, eles foram somando sucessivamente, a cada novo valor, o valor unitário de R$0,15, até responder corretamente que poderiam comprar 13 pães. Os alunos cometeram erros, pois esqueceram de colocar a vírgula nos valores de 150, 165, 180 e 195. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Rafael (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{rl} \overset{1}{1}3 & \rightarrow \text{pães} \\ \times\ 15 & \\ \hline 65 & \\ 13 & \\ \hline 195 & \rightarrow \text{novo preço} \end{array}$$

Os alunos poderiam ter calculado mentalmente que comprariam 13 pães. Eles efetuaram uma operação de multiplicação para comprovar que se poderiam comprar 13 pães com R$1,95. Os alunos cometeram erros, pois esqueceram de colocar a vírgula nos valores de 15 centavos e no de um real e noventa e cinco centavos. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural (eles poderiam ter escrito de uma maneira mais completa tal resposta).

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson (destaque do pesquisador):

```
   195  |_15_
        15      13
  ____
   45                  13 pães
 - 45
 ____
   00
```

Os alunos efetuaram a operação de divisão para determinar com R$1,95 se podem comprar 13 pães. Eles cometeram erros, pois esqueceram de colocar a vírgula nos valores de um real e noventa e cinco centavos e em 15 centavos. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

Nesse problema, o aluno poderia substituir o valor de R$1,95 na expressão Matemática e resolver a equação do 1º grau. Por meio de uma operação de divisão determinaria a quantidade de pães que o cliente poderia comprar.

$$1{,}95 = 0{,}15 \ . \ n \qquad \Rightarrow \qquad n = \frac{1{,}95}{0{,}15} \qquad \Rightarrow \qquad n = 13$$

Caso o aluno não quisesse utilizar a expressão matemática, poderia efetuar a divisão do valor de R$1,95 pelo preço unitário do pão que é R$0,15:

```
 1,95  |_0,15_
 0 45     13
   00
```

Assim, verificaria que o cliente poderia comprar 13 pães.

4.4.4 Análise da Quarta Parte do Segundo Problema

A quarta parte retorna o aluno ao início do problema, solicitando que, aplicando os valores na nova expressão matemática, ele efetuasse o cálculo, conforme os dados do quadro abaixo.

Quadro 34 - Com R$3,20 é possível comprar 20 pães?

4) Aquele cliente que tem R$3,20 e quer comprar 20 pães, agora conseguiria comprar todos os pães que deseja?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

> *Compraria 20 pães e sobraria, 20 centavos que poderia virar 21 pães e 5 centavos que é uma bala*

Os alunos poderiam ter calculado mentalmente o valor para comprar 20 pães e verificariam que era possível comprar mais um pão e sobrariam 5 centavos. Eles responderam corretamente na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Janaina e Diana (destaque do pesquisador):

> Sim
> 3 reais da pra compra 18 pães e sobra 0,50 sentavos ou da pra compra mais 3 pães que da 3,15
> dar pra compra 21 pães por 3,15

Elas devem ter calculado mentalmente que com 3 reais poderiam comprar 18 pães (R$2,70) e com 50 centavos mais 3 pães, totalizando 21 pães. Elas poderiam ter calculado mentalmente que com 3 reais seria possível comprar 20 pães (cálculo mais simples). Houve um erro, quando escreveram 0,50 centavos no lugar de 50 centavos. Elas responderam corretamente na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Egídio:

$$\begin{array}{r} 0{,}15 \\ 21 \\ \hline 3{,}15 \end{array} \qquad \text{21 pães}$$

Os alunos podem ter calculado mentalmente que 20 pães custam R$3,00 e que adicionados ao valor de 15 centavos dão R$3,15. Assim, com R$3,20 poderiam comprar 21 pães. Eles efetuaram parcialmente a operação de multiplicação, escrevendo o resultado de R$3,15. Foi realizada uma conversão para dar a resposta correta na língua natural.

Acredita-se que o aluno poderia resolver o problema de diversas maneiras. Por exemplo, utilizando a expressão matemática:

$$P(n) = 0{,}15\,n \Rightarrow \quad P(20) = 0{,}15 \cdot 20 \quad \Rightarrow \quad P(20) = 3{,}00$$

Assim, por meio de uma operação de multiplicação, ele determinaria que o cliente poderia comprar os 20 pães e que sobrariam 20 centavos.

Ou utilizando a expressão matemática:

$$P(n) = 0{,}15\,n \Rightarrow \quad 3{,}20 = 0{,}15.n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{3{,}20}{0{,}15} \quad \Rightarrow \; n=21$$

Por intermédio de uma operação de divisão, ele determinaria que o cliente poderia comprar 21 pães e sobrariam 5 centavos.

Sem utilizar a expressão matemática, o aluno também poderia efetuar, por exemplo, as seguintes operações:

$$\begin{array}{r} 0{,}15 \\ \underline{\times\ 20} \\ 3{,}00 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} 3{,}20 & \underline{\ 0{,}15\ } \\ 0\ 20 & \ \ 21 \\ 05 & \end{array}$$

Por meio de uma operação de multiplicação, ele determinaria que o cliente poderia comprar os 20 pães e sobrariam 20 centavos, ou, por uma operação de divisão, determinaria que o cliente poderia comprar até 21 pães e que ainda sobrariam 5 centavos.

O problema exigiu o raciocínio do aluno, a aplicação dos conhecimentos adquiridos anteriormente e o uso de uma operação algébrica.

4.4.5 Análise da Quinta Parte do Segundo Problema

No quadro abaixo, verificou-se que, após a redução do preço do pão francês, poderia ser comprado um pão a mais, gastando a mesma quantia.

Quadro 35 - Comprando um pão a mais e gastando a mesma quantia

5) Vamos fazer agora um uso um pouco mais sofisticado dessas idéias. Pense na seguinte situação:

Uma senhora que costumava comprar uma certa quantidade de pães todos os dias, pode, após a redução do preço, comprar um pão a mais, gastando a mesma quantia. Como fazer para descobrir quantos pães ela costumava comprar?

Vamos resolver essa situação juntos:

• Escreva a expressão que corresponde ao valor pago por **n** pães no preço antigo.
• O valor pago por **n+1** pães no preço novo é **P(n+1) = 0,15 (n+1)**.
• Como o preço é o mesmo, as duas expressões são iguais.

Assim, podemos escrever: 0,18 **.** n = 0,15 (n+1)

Para resolver essa equação é preciso tirar os parênteses do segundo membro: 0,18 **.** n = 0,15n + 0,15

Resolva a equação e assinale o valor de **n**:

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

No problema, pode-se verificar que, apesar de ter fornecido os procedimentos a serem utilizados, os cálculos demandariam maiores conhecimentos algébricos dos alunos.

Foi solicitado que os alunos resolvessem a seguinte equação, para assinalar o valor de **n**: 0,18 **.** n = 0,15n + 0,15

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

0,18 **.** 1 = 0,15 (1 + 1)
0,18 – 0,15 = 1 + 1 = 2
0,03 = 2
0 = 5 n = 5

Pode-se concluir que os alunos não tinham os conhecimentos necessários para resolver a equação dada, pois substituíram o valor de **n** por um e depois acharam que o valor de n=5. Para eliminar o valor de 0,15 do segundo membro da equação, deveriam dividir os dois membros por 0,15 e não passar esse valor para o primeiro membro, como uma subtração. Eles responderam corretamente ao problema, mas a resolução foi errada.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 1} \\
0{,}15 \\
\underline{0{,}15} \\
30
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
30 \\
\underline{\times\ 18} \\
5{,}40
\end{array}
$$

Pode-se concluir que esses alunos não possuiam os conhecimentos necessários para resolver a equação dada, responderam corretamente, mas a resolução estava incorreta.

Comentários da aluna Vilma: “Achei muito difícil mesmo que tenha a resposta, mas acho que não consegui fazer as contas. Quebrei a cabeça saiu fumaça mas não sei se acertei alguma”.

O aluno Nilson apresenta muitas dificuldades na leitura e na escrita, em razão de problemas de visão.

Vilma e Nilson resolveram corretamente 35% do segundo problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

- Transcrição do protocolo de Clóvis e Rodrigo:

$018 \,.\, 1 = 015 + 015 = 0{,}48$

Estes alunos também não possuíam os conhecimentos necessários para resolver a equação dada, assim responderam erroneamente que n = 3.

Convém ressaltar que apenas três duplas assinalaram **n = 5**, mas nenhuma delas resolveu corretamente o problema.

Pela primeira vez, foi utilizada a palavra equação: *resolva a equação e assinale o valor de **n***. O grau de dificuldade do problema aumentou, porém foram fornecidos todos os procedimentos que deveriam ser utilizados pelo aluno. O aluno deve raciocinar, aplicar os conhecimentos já adquiridos e resolver operações algébricas, o que exige um maior desempenho para a resolução da equação do 1º grau, ou seja:

$0{,}18n = 0{,}15n + 0{,}15$

$0{,}18n - 0{,}15n = 0{,}15n - 0{,}15n + 0{,}15$

$0{,}03n = 0{,}15$

$$\frac{0{,}03n}{0{,}03} = \frac{0{,}15}{0{,}03} \quad \Rightarrow \quad n = 5$$

4.4.6 Análise da Sexta Parte do Segundo Problema

O problema envolvia apenas o raciocínio do aluno, pois a resposta estava no enunciado da quinta parte, exigindo apenas sua atenção.

No quadro abaixo, o aluno deveria identificar se o número de pães comprados e o preço pago foram anteriores ou posteriores à redução do preço do pão.

Quadro 36 - Número de pães comprados e o preço pago

6) A resposta obtida no problema anterior corresponde ao número de pães que a senhora comprava antes ou depois da redução do preço?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 178)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

n = 5 depois da redução do preço

- Transcrição do protocolo de Clovis e Rodrigo:

Depois

- Transcrição do protocolo de Andressa e Solange:

Depois da Redução do Preço

- Transcrição do protocolo de Raquel e José:

7 pães

Os alunos que haviam errado o problema anterior não compreenderam a pergunta, que solicitava se o número de pães correspondia ao que a senhora comprava antes ou depois da redução do preço.

Mais duas duplas também deram a resposta errada.

Nenhuma das duplas respondeu corretamente a esse problema, e quatro duplas deixaram a resposta em branco.

Observando os procedimentos e os cálculos efetuados na quinta parte do segundo problema e raciocinando, o aluno deveria concluir que a resposta obtida no problema anterior correspondia ao número de pães que a senhora comprava, antes da redução do preço.

Ao analisar a resolução do segundo problema, verificou-se que embora os alunos tinham tido acesso aos dados do primeiro problema, eles não utilizaram a lei matemática ou o modelo matemático **P(n) = 0,18 . n** para a resolução do problema, mas, apenas as operações algébricas.

Alguns resolveram mentalmente o problema e não demonstraram qual foi o procedimento usando para se chegar ao resultado.

No item 5, foi dada a equação do 1º grau “0,18 **.** n = 0,15n + 0,15”, mas nenhum dos alunos a resolveu. Pode-se admitir que eles não sabiam resolver tal equação ou encontraram dificuldades pelo uso da letra **n** no lugar da letra **x**, que é usualmente utilizada.

Por não entenderem os procedimentos apresentados no item 5, nenhum dos alunos respondeu corretamente ao item 6 do segundo problema.

Os alunos mostraram dificuldade para expressar a resposta na língua natural.

4.5 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DO TERCEIRO PROBLEMA

Este problema foi composto de três partes.

Nos quadros abaixo, são destacados o que se considera como unidades de análise do terceiro problema proposto aos alunos.

A seguir, todos os quadros apresentados foram extraídos do livro: *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio.*

Nos Quadros 38, 40, 41 e 42, foram selecionados alguns trechos dos protocolos de alunos digitados[13]; pois, desta forma, a leitura seria mais fácil. Os protocolos originais foram escaneados no Anexo I.

No quadro abaixo, pode-se visualizar qual foi o critério adotado por uma locadora para calcular o aluguel de seus carros.

Quadro 37 - Critério adotado por uma locadora, para calcular o aluguel e seus carros

Desenvolvendo competências **Leia este problema** Uma locadora de automóveis adota o seguinte critério para calcular o valor a ser cobrado pelo aluguel de seus carros: • Uma taxa fixa de R$30,00, independente de quantos quilômetros foram rodados. • Uma taxa variável de R$1,20 por quilômetro rodado.
Este valor inicial de R$30,00 é novidade. O que vai mudar na lei matemática?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

[13] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.

4.5.1 Análise da Primeira Parte do Terceiro Problema

No quadro abaixo, foram indicados os cálculos que os alunos deveriam efetuar para descobrir a lei matemática utilizada no cálculo do aluguel de carros.

Quadro 38 - Cálculo do valor do aluguel de um carro

Resolvendo passo a passo Para descobrir a lei matemática que descreve esse fato, procure responder às seguintes perguntas: Faça os cálculos para obter as seguintes respostas:
1A) Quanto custaria usar um carro por 1 quilômetro?
1B) por 2 quilômetros?
1C) por 3 quilômetros?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso (destaque do pesquisador):

Custaria 1,20 por quilômetro + tx = 30,00
Daria 31,20

tx = 30,00 km

$$\begin{array}{r} 31{,}20 \\ +\ 1{,}20 \\ \hline 32{,}40 \end{array}$$

sairia 2,40 + tx = 30,00

tx = 30,00 km

$$\begin{array}{r} 32{,}40 \\ +\ 1{,}20 \\ \hline 33{,}60 \end{array}$$

sairia 3,60 + tx = 30,00

Os alunos entenderam o problema, mostraram o procedimento e responderam corretamente. Eles calcularam mentalmente o valor da taxa que varia por quilômetro rodado. Houve um erro quando escreveram tx = 30,00 km (taxa fixa de 30,00 ou de R$30,00).

- Transcrição do protocolo de Solange e Rafael:

$$\begin{array}{r} 30{,}00 \\ +\ 1{,}20 \\ \hline 31{,}20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30{,}00 \\ +\ 2{,}40 \\ \hline 32{,}40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 30{,}00 \\ +\ 3{,}60 \\ \hline 33{,}60 \end{array}$$

Os alunos calcularam mentalmente o valor a ser pago por quilômetro rodado e adicionaram esse valor à taxa fixa de R$30,00. Calcularam corretamente o valor da locação do carro.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor:

$$\begin{array}{r} 1{,}20 \\ \times\ 1 \\ \hline 1{,}20 \end{array}$$ Custaria 1,20 por 1 km.

$$\begin{array}{r} 1{,}20 \\ \times\ 2 \\ \hline 2{,}40 \end{array}$$ Custaria 2,40 por 2 km.

$$\begin{array}{r} 1{,}20 \\ \times\ 3 \\ \hline 3{,}60 \end{array}$$ Custaria 3,60 por 3 km.

Os alunos calcularam corretamente o valor a ser pago por quilômetro rodado, mas esqueceram de adicionar esse valor à taxa fixa de R$30,00, que independe de quantos quilômetros foram rodados. Assim, resolveram parcialmente o problema e deram a resposta incompleta na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Daniela (destaque do pesquisador):

1,20

2,40 por quilômetros

3,60 por quilômetros

As alunas calcularam mentalmente o valor a ser pago por quilômetro rodado, porém escreveram errado 2,40 por quilômetro e 3,60 por quilômetro, pois esqueceram de adicionar esse valor à taxa fixa de R$30,00.

Comentário da aluna Ana Márcia: “Olha eu não gostei porque estava muito difícil eu embananei todos os exercícios. Professor eu peço desculpa mais não entendei nada”.

Comentário da aluna Rosana: “Eu achei muito difícil e tive dificuldades para resolver”.

Elas resolveram incorretamente todo o terceiro problema, sendo classificadas como alfabetizadas nível rudimentar.

Pode-se observar que o grau de dificuldade dos problemas aumentou gradativamente. Nesse problema, o aluno deveria calcular o aluguel de um carro em função da distância percorrida e descobrir qual seria a lei matemática que expressa tal relação. Para isso, o aluno deveria efetuar operações de multiplicação e adição. Ele deve adicionar ao valor calculado a taxa fixa de R$30,00, que independe de quantos quilômetros foram rodados.

1,20 + 30,00 = 31,20 Custaria R$31,20 para rodar um quilômetro

$$\begin{array}{r} 1{,}20 \\ \times\ 2 \\ \hline 2{,}40 \end{array}$$

2,40 + 30,00 = 32,40 Custaria R$32,40 para rodar dois quilômetros

$$\begin{array}{r} 1{,}20 \\ \times\ 3 \\ \hline 3{,}60 \end{array}$$

3,60 + 30,00 = 33,60 Custaria R$33,60 para rodar três quilômetros

Esta questão exigia a compreensão do texto.

4.5.2 Análise da Segunda Parte do Terceiro Problema

Com base nos cálculos feitos anteriormente, no quadro abaixo é fornecida a lei matemática que os alunos poderão utilizar para responder às seguintes questões:

Quadro 39 - Lei matemática utilizada no cálculo do aluguel de um carro

Pense em cada um dos procedimentos que você fez e tente criar uma regra para calcular o valor do aluguel para **n** quilômetros. Esta resposta deverá levá-lo à lei matemática **P(n) = 30 + 1,2 . n**, sendo **P** o preço da locação em reais e **n** o número de quilômetros rodados. Dispondo dessa lei, você poderá responder às questões seguintes. Mãos à obra!

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

No quadro abaixo, existe o "item **A**" do problema.

Quadro 40 - Cálculo do aluguel de um carro

A) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

```
     135
    1,20
    ----
     000
    270
   135
   ------
  162,00  + tx = 30,00
```

O cliente tem que pagar R$192,00

Os alunos calcularam corretamente, por intermédio de uma operação de multiplicação, o valor a ser pago para rodar os 135 quilômetros. Mentalmente adicionaram a esse valor a taxa fixa de R$30,00 e responderam corretamente na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor (destaque do pesquisador):

```
    1,35
  x 1,20
  ------
  2,7,00
  1,35 +
  ------
  4 0,50
```

Ele pagará 40,50

Os alunos calcularam erroneamente, no meio de uma operação de multiplicação, o valor a ser pago para rodar os 135 quilômetros. Demonstraram dificuldade para efetuar a operação. Erraram quando escreveram 1,35 no lugar de 135 quilômetros e 2,7,00 com duas vírgulas. Mas esqueceram de adicionar ao valor calculado a taxa fixa de R$30,00, que independe de quantos quilômetros foram rodados.

- Transcrição do protocolo de Nilza e Raquel:

192 Reais

Neste caso, algumas suposições podem ser admitidas: as alunas calcularam mentalmente o valor a ser pago por quilômetro rodado ou olharam a resposta do problema, que constava no rodapé da primeira página e deram a resposta correta.

Comentário da aluna Nilza: “Eu em matemática sou péssima não entendo nada... e quando entendo alguma coisas chego em casa já esqueci. [...] em alguns exercícios tinha as respostas e eu usei as respostas”.

Comentário da aluna Raquel: “Não fiz porque não sei nada de cálculo. Sou extremamente péssima em matemática”.

Elas resolveram corretamente 30% do terceiro problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível rudimentar.

- Transcrição do protocolo de Arnaldo e Clóvis (destaque do pesquisador):

$$
\begin{array}{r l}
135 & \\
\times\ 120 & \\
\hline
200 & \\
172\ + & \qquad 192{,}00 \\
\hline
19200 &
\end{array}
$$

Neste caso, o mais provável foi que os alunos olharam a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página e, por não saberem resolver corretamente a operação de multiplicação, escreveram a soma de dois valores (200 + 172), cujo resultado era a resposta correta do problema.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Rodrigo (destaque do pesquisador):

```
120 . 135 =        120
                   135
                   600            162,00 R$
                  360+
                 120
                 162,00
```

Os alunos calcularam corretamente, por meio de uma operação de multiplicação, o valor a ser pago por quilômetro rodado. Mas esqueceram de adicionar a esse valor a taxa fixa de R$30,00. Também escreveram errado a resposta, que deveria ser R$162,00 e mais completa, como por exemplo, rodando 135 km, pagará R$162,00 pelo aluguel do carro.

- Transcrição do protocolo de Janaina e Davi:

Ele pagamos 162 Reais

```
  30
 192
```

Os alunos podem ter calculado mentalmente o valor a ser pago por quilômetro rodado ou olharam a resposta do problema (R$192,00) que constava no rodapé da primeira página e mentalmente subtraíram desse valor a taxa fixa de R$30,00 e obtiveram o valor de R$162,00. Houve um erro dos alunos, pois a resposta correta deveria ser: ele pagou 192 reais ou ele pagou R$192,00.

Comentário da aluna Janaina: "... achei a matéria legal eu só acho que não teria que ter a resposta porque ficou mais fácil era só achar o resultado que á estava ali ...".

Comentário do aluno Davi: "Eu achei o exercício bastante interessante para desenvolver a mente e o raciocínio, apesar de eu ter um pouco de dificuldade em matemática".

Eles resolveram corretamente 30% do terceiro problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível rudimentar.

É importante citar que a lei matemática **P(n) = 30 + 1,2 . n**, foi fornecida, sendo **P** o preço da locação em reais e **n** o número de quilômetros rodados e sugerido que, dispondo dessa lei, o aluno poderia responder à questão anterior.

Assim, o aluno poderia utilizar tal lei para calcular o valor da locação do carro, após ter rodado 135 km, efetuando as operações de multiplicação e adição.

$$P(n) = 30 + 1{,}2 \,.\, n \quad \Rightarrow \quad P(135) = 30 + 1{,}2 \,.\, 135$$
$$\Rightarrow \; P(135) = 30 + 162 \quad \Rightarrow \quad P(135) = 192$$

O cliente deverá pagar R$192,00 de aluguel.

Nenhum aluno utilizou a lei matemática para resolver o problema. Nesse caso, algumas suposições podem ser feitas: será que os alunos não conseguiram ler a lei **P(n) = 30 + 1,2 . n** ou dar significado aos termos ou para a lei? Será que eles sentem dificuldade para substituir os valores nessa lei ou têm dificuldade para resolver uma equação ou estão mais familiarizados em resolver uma operação aritmética para determinar o dado solicitado?

Sem utilizar a lei matemática, o aluno também poderá calcular, por exemplo, da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} \overset{1}{}\\ 1\overset{1}{3}5 \\ \times\ 1{,}20 \\ \hline \overset{1}{2}70 \\ 135+ \\ \hline 162{,}00 \end{array} \qquad 30{,}00 + 162{,}00 = 192{,}00$$

O cliente deverá pagar R$192,00 de aluguel.

No quadro abaixo, apresentou-se o item **b** do terceiro problema. Solicitou-se que o aluno calculasse a quantidade de quilômetros que o cliente poderia rodar, quando dispõe de uma certa quantia em dinheiro.

Quadro 41 - Quantos quilômetros podem ser rodados com R$120,00

B) Quantos quilômetros um cliente pode rodar no máximo, se ele dispõe de R$120,00 para pagar o aluguel?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso

75 km

Pode-se supor que os alunos calcularam mentalmente o número de quilômetros rodados ou olharam a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página. Eles não mostraram qual foi o procedimento que usaram para chegar a esse resultado.

- Transcrição do protocolo de Susana e Eduardo:

$$\begin{array}{r} 400 \\ \underline{\times 120} \\ 8000 \\ \underline{400\ +} \\ 120{,}00 \end{array}$$

Ele pode rodar no máximo 400 km.

Na resolução do problema, os alunos cometeram erros. Primeiro, deveriam subtrair de R$120,00 a taxa fixa de R$30,00 e o saldo dividir por R$1,20 que é o valor da taxa, que varia por quilômetro rodado. Também deveriam ter prestado mais atenção e verificado que não é possível multiplicar 120 por 400 e obter o valor de R$120,00.

- Transcrição do protocolo de Solange e Rafael:

75 + 30 da taxa fixa

Pode-se supor que os alunos copiaram a resposta (75 km) do problema, que constava no rodapé da primeira página. A esta quantidade de quilômetros, somaram o valor da taxa fixa de R$30,00, ou seja, eles somaram quilômetros com dinheiro em reais. Assim, erraram na resolução do problema.

- Transcrição do protocolo de Celina e Lourival:

100 km

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times\ 1{,}2 \\ \hline 120 \end{array}$$

Os alunos esqueceram que, na locação do carro, é cobrada a taxa fixa de R$30,00. Eles deveriam ter calculado mentalmente e a multiplicação do fator 100 (quilômetros) pelo fator 1,2 (valor da taxa que varia por quilômetro rodado), obtém-se o valor de R$120,00. Eles escreveram esta operação de multiplicação e erraram na resolução do problema.

- Transcrição do protocolo de Arnaldo e Clóvis:

$$\begin{array}{r} \times\ 120 \\ -\ 55 \\ \hline 75{,}00 \end{array}$$

75 km

Pode-se supor que os alunos copiaram a resposta (75 km) do problema, que constava no rodapé da primeira página. Mentalmente, calcularam o valor de 55 (como subtraendo), que subtraído do minuendo de 120, obtém-se o valor de 75,00. Nesta operação de subtração, os alunos cometeram um erro: com o valor do subtraendo escolhido, a diferença era 65 quilômetros. Eles responderam corretamente, porém o procedimento utilizado estava incorreto.

Comentário do aluno Arnaldo: “Só tenho um pouco de dificuldade nas contas”.

Comentário do aluno Clóvis: “... achei interessante que tivesse resposta nas folhas, não para copiar e sim para que nós conseguíssemos chegar ao resultado certo ...”.

Ao resolver o terceiro problema em dupla, eles foram classificados como alfabetizados nível básico.

O aluno poderá utilizar a lei matemática para calcular o número de quilômetros que o cliente pode rodar, se ele dispuser de R$120,00. Para isso, deverá substituir os dados fornecidos pela questão nessa lei. O aluno poderá encontrar maior dificuldade na resolução da equação do 1º grau, efetuando as operações de subtração e divisão.

$$P(n) = 30 + 1{,}2\,.\,n \quad \Rightarrow \quad 120 = 30 + 1{,}2\,.\,n$$

$$\Rightarrow \quad 120 - 30 = 30 - 30 + 1{,}2\,.\,n \quad \Rightarrow \quad 90 = 1{,}2\,.\,n$$

$$\Rightarrow \quad \frac{90}{1{,}2} = \frac{1{,}2n}{1{,}2} \quad \Rightarrow \quad 75 = n \quad \text{ou} \quad n = 75$$

O cliente pode rodar no máximo 75 quilômetros

Na resolução deste problema, novamente nenhuma dupla de alunos utilizou a lei matemática fornecida. Os alunos que responderam corretamente ao problema, não mostraram um procedimento correto de resolução.

Sem utilizar a lei matemática, o aluno também poderá calcular quantos quilômetros poderá rodar, por exemplo, da seguinte maneira:

$$\begin{array}{r} 120{,}00 \\ -\ 30{,}00 \\ \hline 90{,}00 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r|l} \overset{1}{9}000 & 120 \\ \cline{2-2} -\ 840 & 75 \\ \cline{1-1} 0600 & \\ 600 & \\ \cline{1-1} 000 & \end{array}$$

O cliente pode rodar no máximo 75 quilômetros

4.5.3 Análise da Terceira Parte do Terceiro Problema

No quadro abaixo, solicitou-se a opinião pessoal do aluno. Esta foi a última pergunta do terceiro problema.

Quadro 42 - Solicitação da opinião pessoal do aluno

Dê sua opinião. O que seria melhor? Afixar na locadora uma tabela com o valor a ser pago de acordo com os quilômetros rodados, ou um gráfico que contivesse as mesmas informações da tabela?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

Fazer uma tabela e marcar o velocímetro do carro.

Os alunos não deram corretamente a opinião pessoal, pois a resposta dada não faz parte da pergunta do problema.

Resumindo, a opinião de todas as duplas foi a seguinte:

- Seis acharam melhor afixar na locadora uma tabela com o valor a ser pago, de acordo com os quilômetros rodados;
- Uma achou melhor um gráfico que contivesse as mesmas informações da tabela;
- Duas duplas deixaram a resposta em branco; e
- Duas duplas responderam erroneamente.

Pode-se observar que a maioria dos alunos optou pelo uso da tabela, provavelmente, porque achou mais fácil a visualização e a leitura do valor a ser pago pelo aluguel de um carro.

Ao analisar as resoluções do terceiro problema, observou-se que:

- no cálculo do valor do aluguel do carro, muitos alunos esqueceram de adicionar o valor da taxa fixa de R$30,00 que independe de quantos quilômetros foram rodados;
- na segunda parte do terceiro problema, nenhum aluno utilizou a lei matemática **P(n) = 30 + 1,2 . n**. Neste caso, algumas suposições podem ser admitidas: será que os alunos sentem dificuldade para substituir os valores nessa lei; mostram dificuldade para resolver uma equação ou estão mais familiarizados em resolver uma operação aritmética para determinar o dado solicitado?
- algumas duplas responderam corretamente, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado no cálculo. Pode-se supor que os alunos calcularam mentalmente ou copiaram a resposta que constava no rodapé da primeira página.

- algumas duplas devem ter visualizado qual era a resposta que deveria ser dada e desenvolveram alguns cálculos, muitas vezes, de forma errônea para chegar ao resultado;
- algumas duplas sentiam dificuldade para expressar a resposta na língua natural.

4.6 ANÁLISE DAS ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DO QUARTO PROBLEMA

O quarto problema foi composto de sete partes.

Seu objetivo era levar o aluno a obter a regra geral, ou seja, a lei matemática que se aplica neste caso. O aluno foi conduzido a realizar algumas etapas para que ele pudesse visualizar, o que estava ocorrendo e escrevesse qual era esta lei matemática.

Esse problema foi o mais complexo, porque exigia maiores conhecimentos que deveriam ter sido adquiridos na resolução dos problemas anteriores.

Nos quadros abaixo, são destacados o que se considerou como unidades de análise do quarto problema proposto aos alunos.

A seguir, todos os quadros apresentados foram extraídos do livro: *Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio.*

É bom esclarecer que nos Quadros 44 a 50 foram selecionados alguns trechos dos protocolos de alunos digitados[14]. Os protocolos originais estão escaneados no Anexo I.

No quadro abaixo, foram fornecidos os dados relativos ao volume e à vazão de uma caixa d’água, em relação ao tempo.

[14] Os textos foram mantidos com a redação original, contendo inclusive os erros de português dos alunos.

Quadro 43 - Volume e vazão de água em uma caixa d'água

Quanto tempo esperar? Uma caixa d'água com volume de 12.000 litros, cheia, deverá ser esvaziada por uma tubulação que permite uma vazão constante de 50 litros por minuto. Desejamos saber o volume que ainda resta na caixa, após alguns minutos do início da operação. Alguns raciocínios simples permitirão que você responda às seguintes questões. Tente!

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

4.6.1 Análise da Primeira Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, foi solicitado para determinar o volume da caixa d'água, após decorrido um tempo do início da operação.

Quadro 44 - Determinação do volume da caixa d'água

A1) Quantos litros de água restam na caixa um minuto, após o início da operação? **A2**) E dois minutos? **A3**) E três minutos?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

$$\begin{array}{r} 12.000 \\ -\quad 50 \\ \hline 11.950 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12.000 \\ -\quad 100 \\ \hline 11.900 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12.000 \\ -\quad 150 \\ \hline 11.850 \end{array}$$

1 minuto = 11.950 L
2 minuto = 11.900 L
3 minuto = 11.850 L

Os alunos calcularam mentalmente a vazão da água, após um minuto, dois minutos e três minutos do início da operação. O procedimento para o cálculo de quantos litros de água restavam na caixa está correto. Os alunos responderam na língua natural e notou-se que encontraram dificuldades para responder com palavras na língua portuguesa, por exemplo, utilizando incorretamente o sinal de igual (=).

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Rodrigo (destaque do pesquisador):

1 MIN. 11.950 2 MIN 11.900 3 MIN 10.850

Neste caso, algumas suposições podem ser admitidas: os alunos calcularam mentalmente quantos litros de água restavam na caixa, após decorrido um período de tempo ou olharam a resposta do problema, que constava no rodapé da primeira página e deram duas respostas corretas e uma errada (para 3 minutos deveria ser 11.850 litros). Os alunos também poderiam escrever melhor as respostas, como por exemplo, após 1 minuto restam 11.950 litros.

- Transcrição do protocolo da Nilza e Jorge:

12.000,00	12.000,00
50,00	100,00
12.75000	11.985,00

Neste caso, os erros dos alunos são comentados: eles poderiam ter escrito a quantidade de litros da caixa d'água e a vazão como números naturais. Da maneira como escreveram, parece que confundiram esses valores com a quantidade de dinheiro em reais. Eles não colocaram os sinais de subtração nas operações realizadas. O resultado das duas operações está incorreto. Eles também não fizeram o cálculo de quantos litros de água restavam na caixa três minutos após o início da vazão. Também não foi dada a resposta do problema.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

12000
\- 50
11950

O procedimento para o cálculo de quantos litros de água restavam na caixa, após um minuto de vazão, está correto. Os alunos esqueceram de calcular o número de litros que restava na caixa d'água, após dois minutos e três minutos do início da operação. Eles também não deram a resposta do problema.

- Transcrição do protocolo de Celina e Robson (destaque do pesquisador):

Resposta 1) $\begin{array}{r} 50 \\ \underline{\times\ 1} \\ 50 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12000 \\ \underline{-\ 50} \\ 11050 \end{array}$ Rp. 2) $\begin{array}{r} 50 \\ \underline{\times\ 2} \\ 100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12000 \\ \underline{-\ 100} \\ 11900 \end{array}$

Rp. 3) $\begin{array}{r} 50 \\ \underline{\times\ 3} \\ 150 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1200 \\ \underline{-\ 150} \\ 11950 \end{array}$

O procedimento de resolução utilizado pelos alunos estava correto, porém cometeram alguns erros: na primeira resposta, o resultado deveria ser 11.950; na terceira resposta, o resultado deveria ser 11.850. Eles também utilizaram a abreviatura incorreta para resposta (Rp.). Eles deveriam ter dado a resposta de cada item do problema, por exemplo, na língua natural.

O problema exigia o raciocínio do aluno e o uso de uma ou mais operações algébricas. Ele deveria observar que a vazão de água era de 50 litros por minuto. Assim:

Após 1 minuto escoaram 50 litros de água da caixa

1 . 50 litros = 50 litros

Volume: 12.000 – 50 = 11.950 litros

O volume de água na caixa é de 11.950 litros

Após 2 minutos escoaram 100 litros de água da caixa

2 . 50 litros = 100 litros

Volume: 12.000 – 100 = 11.900 litros

O volume de água na caixa é de 11.900 litros

Após 3 minutos escoaram 150 litros de água da caixa

3 . 50 litros = 150 litros

Volume: 12.000 – 150 = 11.850 litros

O volume de água na caixa foi de 11.850 litros

O aluno deveria efetuar as operações de multiplicação e subtração e visualizar que, em todos os cálculos, utiliza o valor fixo da vazão de água que é de 50 litros por minuto. Ele deveria observar que o volume da caixa d'água está diminuindo no decorrer do tempo.

Convém destacar que cinco duplas resolveram corretamente o problema, mas não deram a resposta, por exemplo, na língua natural.

4.6.2 Análise da Segunda Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, foram solicitados: a determinação da quantidade de água escoada e o cálculo do volume da caixa d'água, após 10 minutos de vazão.

Quadro 45 - Cálculos após 10 minutos de vazão

Resolva também estes casos: **B**) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Andressa e Solange

500 litros em 10 minutos → $\begin{array}{r} 50 \\ \underline{\times\ 10} \\ 500 \end{array}$

Apos 10 minutos restam 11.500 litros → $\begin{array}{r} 12.000 \\ \underline{-\ 500} \\ 11.500 \end{array}$

As alunas mostraram o procedimento e responderam corretamente na língua natural. Para ficar mais clara a primeira resposta, elas poderiam responder que foram escoados 500 litros em 10 minutos.

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

50 1 minuto
10 minutos 500 litros

$\begin{array}{r} 12.000 \\ \underline{-\ 500} \\ 11.500 \end{array}$ Restam na caixa após 10 minutos = 11.500 L

Os alunos calcularam mentalmente quantos litros foram escoados em 10 minutos, mostraram o procedimento e responderam na língua natural, notou-se que sentiram dificuldades para utilizar corretamente o sinal de igual (=).

Para que a primeira resposta ficasse mais clara, eles poderiam ter respondido que foram escoados 500 litros em 10 minutos.

- Transcrição do protocolo de Raquel e José

500 Litros

11 500 Litros

Neste caso, algumas suposições poderiam ser admitidas: os alunos calcularam mentalmente a vazão da caixa d’água em 10 minutos e quantos litros de água restavam na caixa. Após decorrido esse período de tempo, ou olharam a resposta do problema, que constava no rodapé da primeira página e responderam corretamente.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor (destaque do pesquisador):

Em 10 minutos à água é escoada 500 litros.

$$\begin{array}{r} 12,000 \\ -\ 500 \\ \hline 11,500 \end{array}$$

Após 10 minutos restam 11,500 litros.

Os alunos calcularam mentalmente a vazão da caixa d’água em 10 minutos. Realizaram a operação de subtração para saber quantos litros de água restavam na caixa. Após decorrido esse período de tempo, responderam corretamente na língua natural. Eles cometeram erros quando colocaram a vírgula em 12,000 e 11,500.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} 11950 \\ -\ 450 \\ \hline 11500 \end{array}$$

Neste cálculo, houve um erro dos alunos, pois consideraram o volume da caixa d’água igual a 11.950 litros, que é o volume calculado após um minuto de vazão. Também houve um erro no cálculo da vazão, após dez minutos. É provável que eles tenham olhado a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página; para chegarem ao valor de 11.500 litros, subtraíram 450 unidades de 11.950 litros. Eles também não deram a resposta do problema.

Conforme foi citado antes, a aluna Vilma comentou que achava muito difícil mesmo com a resposta e que não conseguia fazer as contas, mesmo se esforçando. O aluno Nilson sente dificuldades na leitura e na escrita, por problemas com a visão. Eles resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

Para a resolução do problema, o aluno deveria repetir o mesmo raciocínio utilizado anteriormente:

Escoaram 500 litros de água da caixa
10 . 50 litros = 500 litros

Volume: 12.000 – 500 = 11.500 litros
O volume é de 11.500 litros

O aluno deveria efetuar as operações de multiplicação e subtração e visualizar quais os procedimentos e os cálculos que estão sendo utilizados para determinar o volume da caixa d'água no decorrer do tempo.

4.6.3 Análise da Terceira Parte do Quarto Problema

O quadro abaixo foi semelhante ao problema anterior, mudou apenas o tempo de vazão para 15 minutos.

Quadro 46 - Cálculos após 15 minutos de vazão

C) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Andressa e Solange:

$$\begin{array}{r} 12.000 \\ -\ 750 \\ \hline 11.250 \end{array}$$

Em 15 minutos 750 litros escoados
Restam na caixa 11.250 litros

As alunas calcularam mentalmente quantos litros foram escoados em 15 minutos ou olharam a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página. Realizaram a operação de subtração para saber quantos litros de água restavam na caixa, após decorrido esse período de tempo e responderam, corretamente, na língua natural.

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

50 1 minuto
15 minutos 750 litros

$$\begin{array}{r} 12.000 \\ -\ 750 \\ \hline 11.250 \end{array}$$ Restam 11.250 L

Os alunos calcularam mentalmente quantos litros foram escoados em 15 minutos ou olharam a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página. Realizaram a operação de subtração para saber quantos litros de água restavam na caixa. Após decorrido esse período de tempo, responderam corretamente na língua natural. Para ficar mais clara a primeira resposta, poderiam escrever que foram escoados 750 litros em 15 minutos.

- Transcrição do protocolo de Raquel e José:

750 Litros

11250 Litros

Neste caso, algumas suposições podem ser admitidas como: os alunos calcularam mentalmente a vazão da caixa d’água em 15 minutos e quantos litros de água restavam na caixa. Após decorrido esse período de tempo, ou olharam a resposta do problema que constava no rodapé da primeira página. Eles poderiam ter escrito melhor as respostas, como por exemplo, foram escoados 750 litros em 15 minutos; após 15 minutos, restavam 11.250 litros de água na caixa.

Comentário da aluna Raquel: “Não fiz porque não sei nada de cálculo. Sou extremamente péssima em matemática”.

Comentário do aluno Roberto: “... algumas respostas estavam no questionário”.

Eles resolveram corretamente 50% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível rudimentar.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor:

Em 15 minutos à água é escoada 750 litros.

```
  12,000
 -  750
 ------
  11,250        Após 15 minutos restam 11,250 litros.
```

Os alunos calcularam mentalmente a vazão da caixa d’água em 15 minutos ou olharam a resposta do problema, que constava no rodapé da primeira página. Realizaram a operação de subtração para saber quantos litros de água restavam na caixa. Depois desse período de tempo, responderam corretamente na língua natural. Eles cometeram erros quando colocaram a vírgula em 12,000 e 11,250. Também poderiam escrever melhor a primeira resposta, como por exemplo, em 15 minutos são escoados 750 litros de água da caixa.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

```
   2
   15            11500
 x 15           -  250
 ----           ------
   75            11250
  1
  15 +
 ----
  225
```

Em um dos fatores da multiplicação, os alunos usaram o valor 15, quando deveria ser igual a 50. Também houve um erro quando utilizaram o volume da caixa d’água cheia, como 11.500 litros (esse foi o volume calculado no problema anterior) no lugar de 12.000 litros. É provável que eles tenham olhado a resposta do problema, que constava no rodapé da primeira página. Para chegarem ao valor de 11.250 litros, subtraíram 250 unidades de 11.500 litros. Eles também não deram a resposta do problema.

- Transcrição do protocolo de Celina e Robson:

$$\begin{array}{r} 50 \\ \times\ 15 \\ \hline 450 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 12000 \\ -\ \ 450 \\ \hline 11650 \end{array}$$

Neste problema, os alunos cometeram alguns erros: o produto da multiplicação da vazão da caixa d'água pelo tempo de 15 minutos deveria ser igual a 750 litros Também houve erro na operação de subtração, cujo resultado deveria ser igual 11.550 litros. Os procedimentos utilizados pelos alunos estão corretos, mas os resultados, errados. Eles também não deram a resposta ao problema.

Para resolver o problema, o aluno deveria ter utilizador o mesmo raciocínio do problema anterior:

Escoaram 750 litros de água da caixa

15 . 50 litros = 750 litros

Volume: 12.000 – 750 = 11.250 litros

O volume é de 11.250 litros

O aluno deveria efetuar as operações de multiplicação e subtração. Todos esses procedimentos estão sendo utilizados para que o aluno visualize o que está acontecendo e responda ao problema seguinte.

4.6.4 Análise da Quarta Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, foi solicitada a determinação da lei matemática que descreve o número de litros que resta na caixa d'água, após **n** minutos de vazão de água.

Quadro 47 - Determinação da lei matemática

D) Pense nos cálculos que foram feitos para responder a essas duas questões. A partir deles é possível obter uma regra geral para o número de litros que restam na caixa após **n** minutos. Esta é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 187)

- Transcrição do protocolo de Raquel e José:

V(t) = 12000 – 50 t

Os alunos responderam corretamente ao problema.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor (destaque do pesquisador):

V(T) = 12,000 – 50 T

Os alunos cometeram um erro quando colocaram a vírgula em 12.000 e, também, era melhor que escrevessem a variável do tempo com letra minúscula. Mas demonstraram que sabiam escrever a lei matemática que descreve o problema.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Daniela (destaque do pesquisador):

V(T) = 12000 – 50 litro

No problema, as alunas erraram quando escreveram “50 litro” ao invés de 50t.

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso (destaque do pesquisador):

V=(t) 12.000 – 50 L

No problema, os alunos erraram quando trocaram o local do sinal de igualdade (V(t)=) e colocaram a variável L (litros) no lugar da variável tempo (t).

- Transcrição do protocolo de Celina e Robson:

V = (T) = 12.000

É provável que os alunos tenham sentido dificuldades para entender a lei matemática ou modelo matemático que foi aplicado nos problemas anteriores. Assim, escreveram incorretamente a lei solicitada no problema.

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Rodrigo:

12.000 LTS – 50 LTS

Provavelmente, os alunos sentiram dificuldades para entender a lei matemática ou modelo matemático que foi aplicado nas resoluções dos primeiro, segundo e terceiro problemas.

Comentário do aluno Eduardo: "Gostei de todos os exercícios, confesso encontrei um pouco de dificuldade em alguns, mas deu para trabalhar bastante o meu raciocínio ...".

Comentário do aluno Rodrigo: "Encontrei um pouco de dificuldade devido ao tempo que fiquei sem estudar ...".

Eles resolveram corretamente 30% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

- Transcrição do protocolo de Andressa e Solange:

subtração, multiplicação e adição

É provável que essas alunas não tenham entendido o que estava sendo solicitado, ou seja, a lei matemática que descreve o problema. Elas escreveram, as operações algébricas que utilizaram na resolução dos problemas.

Comentário da aluna Andressa: "... no começo achei um pouco difícil, mas depois que voltei a ler de novo, eu entendi as contas".

Comentário da aluna Solange: "Eu achei "fácil" mas um pouco complicado. [...] é bom para podermos exercitar nosso raciocínio lógico".

Elas resolveram corretamente 40% do quarto problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível básico.

Apenas uma dupla respondeu corretamente a esse problema. Considerando que o material do ENCCEJA é auto-instrutivo, acredita-se que os alunos tenham sentido dificuldades para entender os problemas anteriores.

Pode-se notar que o grau de dificuldade dos problemas continua aumentando, de modo gradativo. Nesta questão, não foi fornecida a lei matemática que descreve a variação do volume da caixa d'água no decorrer do tempo. Observando todos os cálculos anteriores, o aluno deveria escrever tal lei:

$$V(t) = 12.000 - 50\ t$$

4.6.5 Análise da Quinta Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, foi solicitado saber o que acontecerá com a caixa d'água, cinco horas, após o início do esvaziamento. Pediu-se que o aluno usasse a lei matemática para responder.

Quadro 48 - A caixa d'água cinco horas após o início do esvaziamento

Com a lei matemática você poderá responder a outras questões que não seriam tão facilmente respondidas com os procedimentos usados no início do problema. Use a lei obtida para respondê-las: **E**) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 188)

Solicitou-se que os alunos usassem a lei matemática para responder aos problemas seguintes. Os alunos também deveriam interpretar, porque o volume da caixa d'água ficou negativo. Nenhuma dupla interpretou corretamente o resultado.

- Transcrição do protocolo de Beatriz e Aline

Já estava vazia

As alunas podem ter calculado mentalmente o volume da caixa d'água e verificado que, após cinco horas do início do esvaziamento, a caixa já estaria vazia ou elas olharam a resposta do problema que constava no rodapé da segunda página e responderam corretamente.

Comentário da aluna Beatriz: "Achei interessante o método que o professor usou, pois é usado no nosso dia-a-dia quando vamos as contas".

Comentário da aluna Aline: "... os resultados eram fáceis e o legal era encontrar outra forma de dar o resultado".

Elas resolveram corretamente 60% do quarto problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível básico.

- Transcrição do protocolo de Arnaldo e Clóvis:

Após 5 horas $\rightarrow$ estava vazia

$$\begin{array}{r} 3000 \\ \times\ \ 5 \\ \hline 1500 \end{array}$$

Causa porque em 4 horas a caixa ja estaria vazia

Pode-se tentar entender qual o cálculo efetuado pelos alunos: o valor 3.000 pode significar que eles converteram 5 horas em minutos. O resultado deveria ser 300 minutos, que seriam multiplicados pela vazão de 50 litros por minuto e não por 5, como fizeram. Também erraram na operação de multiplicação, cujo resultado deveria ser igual a 15.000 litros. Na resposta, disseram que, após 4 horas, a caixa já estaria vazia, o que está correto. Será que os alunos visualizaram essa afirmação ou escreveram por engano 4 horas no lugar de 5 horas?

Comentário do aluno Arnaldo: "Só tenho um pouco de dificuldade nas contas".

Comentário do aluno Clóvis: "... achei interessante que tivesse resposta nas folhas, não para copiar e sim para que nós conseguíssemos chegar ao resultado certo ...".

Eles resolveram corretamente 50% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Daniela (destaque do pesquisador):

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times\ 50 \\ \hline 3000 \end{array}$$

5:0 horas a caixa já estava vazia

As alunas converteram incorretamente o tempo de 5 horas para minutos (deveriam ser 300 minutos). Elas também não mostraram o procedimento que as levou a concluir que, após 5 horas, a caixa d'água já estaria vazia. Erraram também quando escreveram 5:0 horas.

Comentário da aluna Ana Márcia: "Olha eu não gostei porque estava muito difícil eu embananei todos os exercícios. Professor eu peço desculpa mais não entendei nada".

Comentário da aluna Daniela: "Eu achei muito difícil e tive dificuldades para resolver". Elas resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível rudimentar.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

Após 5 horas estará vazia
Após 5 horas o volume será negativo que seja está vazia

Os alunos podem ter calculado mentalmente o volume da caixa d'água e verificado que, após 5 horas do início do esvaziamento, a caixa já estava vazia, ou até, pelo modo que foi escrito, é mais provável que eles tenham olhado a resposta do problema que constava no rodapé da segunda página e tenham respondido corretamente.

Conforme foi citado antes, eles resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

- Transcrição do protocolo de Egídio e Lourival (destaque do pesquisador):

```
  3000 lts
 x   5            A caixa gastou mais litros do que ela tinha
15.000 lts
```

Pode-se supor que os alunos tenham convertido mental e incorretamente o tempo de 5 horas para minutos. Deveriam ser 300 minutos e não 3.000 litros. Também houve um erro no valor da parcela igual a 5, quando deveria ser 50 e na unidade litros (l e não lts). Os alunos, também, deveriam escrever melhor a resposta, verificando que o volume da caixa d'água ficou negativo e, assim, concluir que ela ficou vazia.

- Transcrição do protocolo de Susana e Heitor:

> Interpretá-lo como foi de 5 horas o volume será negativo. Significa que já está vazia.

A resposta dos alunos está correta, porém eles não explicaram como chegaram a esse resultado. Eles fizeram o cálculo mentalmente ou olharam a resposta do problema, que constava no rodapé da segunda página e responderam correto.

Comentário da aluna Susana: "Bom eu não entendi algumas páginas, eu achei legal, o problema é a operação que é difícil de calcular".

Comentário do aluno Heitor: "Sobre as respostas da folha que o professor deu eu colei algumas outras eu fiz a conta mesmo". Eles resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

No problema, o aluno deveria observar que a vazão de água foi de 50 litros por minuto. Assim, deveria converter o tempo de 5 horas para minutos:

> Lembrando que uma hora possui 60 minutos:
> 5 horas = 5 . 60 minutos = 300 minutos

Utilizando a lei matemática:

$$V(t) = 12.000 - 50\,t \Rightarrow V(300) = 12.000 - 50 \,.\, 300$$
$$V(300) = 12.000 - 15.000 \Rightarrow V(300) = -\,3.000 \text{ litros}$$

O aluno deve observar que o volume da caixa d'água é negativo. Na prática, isso não acontece e ele deve interpretar tal resultado concluindo que no decorrer desse tempo a caixa d'água ficou vazia.

Para chegar a esta conclusão, o aluno precisaria converter horas para minutos, substituir os dados na lei matemática e efetuar as operações de multiplicação e subtração.

4.6.6 Análise da Sexta Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, solicitou-se o cálculo do tempo decorrido para que o volume da caixa d'água fosse de 5.000 litros.

Quadro 49 - O tempo em relação ao volume da caixa d'água

F) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 188)

- Transcrição do protocolo de Egídio e Lourival (destaque do pesquisador):

12.000 lts	2 hs faz 6.000 lts
- 7.000 lts	20 minutos 1.000 lts
5.000 lts	então 2 :20 hs é o tempo que necessita p/ a caixa d'agua.

No início, os alunos devem ter raciocinado de modo correto para que o volume da caixa d'água fosse igual a 5.000 litros, deveriam ser escoados 7.000 litros. Depois fizeram mentalmente o cálculo do tempo necessário para que houvesse tal escoamento. Eles deveriam mostrar esses cálculos: para escoar 6.000 litros, deveriam fazer a operação de multiplicação de 2 horas, ou seja, 120 minutos, pela vazão de 50 litros por minuto (120 . 50 = 6.000 litros); da mesma maneira, para escoar 1.000 litros (20 . 50 = 1.000 litros). Os alunos não escreveram corretamente a abreviatura de litros e horas. A resposta está correta.

- Transcrição do protocolo de Aline e Beatriz:

$$\begin{array}{r} 5.000 \\ -\ \ 140 \\ \hline 4860 \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} 12.000 \\ -\ 7.000 \\ \hline 5.000 \end{array}$$

As alunas não explicaram como chegaram ao valor de 140. É provável que elas tenham olhado a resposta do problema, que constava no rodapé da segunda página. Efetuaram uma subtração cujo resultado foi igual a 4.860. Acredita-se que tenham visualizado que esse procedimento estava incorreto. A seguir, elas podem ter raciocinado corretamente para que o volume da caixa d'água fosse igual a 5.000 litros, deveriam ser escoados 7.000 litros. Faltou continuarem o raciocínio de que, com a vazão de 50 litros por minuto, para determinar o tempo necessário para escoar 7.000 litros, deveriam fazer a operação de divisão, cujo dividendo era igual a 7.000 e o divisor igual a 50, obtendo o quociente de 140 minutos, ou 2h20min.

- Transcrição do protocolo de Rute e Afonso:

V = 5.000 140 minutos
2h, 20 minutos

A resposta dos alunos está correta, mas não explicaram como chegaram ao valor de 140 minutos. É provável que tenham olhado a resposta do problema que constava no rodapé da segunda página. Eles escreveram incorretamente a abreviação de 2h20min.

- Transcrição do protocolo de Vilma e Nilson:

$$\begin{array}{l|l} 5.000 & \ \ 5 \\ \cline{2-2} 0\ 0 & 140 \\ \ \ 0\ 0 & \end{array}$$

É provável que os alunos tenham olhado a resposta de 140 minutos, que constava no rodapé da segunda página do problema. Eles efetuaram a divisão do dividendo igual a 5.000 pelo divisor igual a 5 e obtiveram incorretamente o valor do quociente igual a 140. Eles também não responderam ao problema.

Conforme citado anteriormente, resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificados como alfabetizados nível básico.

- Transcrição do protocolo de Andressa e Solange:

Passará 100 minutos.

A resposta das alunas está incorreta, pois não explicaram como chegaram a esse valor. Então, não foi possível analisar qual foi o erro cometido.

Conforme citado anteriormente, elas resolveram corretamente 40% do quarto problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível básico.

Para responder a este problema, também, foi solicitado que os alunos usassem a lei matemática:

$$V(t) = 12.000 - 50\,t \quad \Rightarrow \quad 5.000 = 12.000 - 50\,t$$

$$5.000 - 12.000 = 12.000 - 12.000 - 50\,t$$

$$-7.000 = -50\,t \quad \Rightarrow \quad \frac{-7.000}{-50} = \frac{-50t}{-50} \quad \Rightarrow \quad 140 = t \text{ ou } t = 140$$

Passará um tempo de 140 minutos, ou seja, 2h20min para que o volume de água na caixa seja de 5.000 litros.

Para chegar a esta conclusão, o aluno substituiu os dados fornecidos pelo problema na lei matemática e resolveu a equação do 1º grau, efetuando as operações de subtração e divisão.

Nenhum aluno utilizou a lei matemática para resolver o problema.

4.6.7 Análise da Sétima Parte do Quarto Problema

No quadro abaixo, foi solicitado o uso da expressão (lei matemática), para saber qual o tempo mínimo necessário para o escoamento de toda a água da caixa d'água.

Quadro 50 - Cálculo do tempo mínimo para o escoamento de toda a água

G) Por fim, você já percebeu qual a expressão que deverá ser resolvida para sabermos qual o tempo mínimo necessário para o escoamento de toda a água? Use-a para assinalar a alternativa correta: a) 2 horas. b) 4 horas. c) 6 horas. D) 8 horas.

Fonte: Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio (MEC. INEP, 2006a, p. 188)

Nesse problema, também, foi solicitado para que os alunos usassem a lei matemática (expressão) para responder:

- Transcrição do protocolo de Eduardo e Rodrigo:

$$\begin{array}{r|l} 12000 & 50 \\ \cline{2-2} 2000 & 2{,}40 \\ 0\ \ 0 & \end{array}$$

Os alunos raciocinaram corretamente. Para o escoamento de 12.000 litros de água, com uma vazão de 50 litros por minuto, basta dividir 12.000 por 50 e encontrar o valor quociente de 240 minutos ou 4 horas. Houve um erro quando escreveram 2,40 e não interpretaram corretamente o valor do quociente. Os alunos não responderam ao problema. O procedimento utilizado está correto.

- Transcrição do protocolo de Egídio e Lourival:

$$\begin{array}{rl} & 3000 \text{ lts} \\ + & 3000 \text{ lts} \\ & 3000 \\ & 3000 \\ \hline & 12.000 \text{ lts} \end{array} \qquad \text{isso atingia 4:00 hs.}$$

Os alunos responderam corretamente, sem justificar como chegaram ao valor de 3.000 litros. É provável que tenham raciocinado e calculado mentalmente que, em 60 minutos (uma hora), com a vazão de 50 litros por minuto, tem-se o total de 3.000 litros (60 . 50 = 3.000). A soma de parcelas iguais de 3.000 litros resultou em um total de 12.000 litros de escoamento, em 4 horas. Houve erros quando eles escreveram as unidades como lts e hs.

- Transcrição do protocolo de Aline e Beatriz:

$$\begin{array}{r} 3.000 \\ \times\ 4 \\ \hline 12.000 \end{array}$$

É provável que as alunas tenham olhado a resposta do problema (4 horas), que constava no rodapé da segunda página e tentaram encontrar uma parcela que multiplicada por 4 horas desse o total de 12.000 litros de vazão de água. O procedimento utilizado pelas alunas estava incorreto.

- Transcrição do protocolo de Ana Márcia e Daniela:

tempo de esvaziamento foi 4:0 horas

As alunas responderam corretamente, mas não justificaram como chegaram a esse resultado. É provável que tenham olhado a resposta do problema que constava no rodapé da segunda página. Elas deveriam escrever corretamente 4 horas e não 4:0 horas.

Conforme citado anteriormente, elas resolveram corretamente 25% do quarto problema, tendo sido classificadas como alfabetizadas nível rudimentar.

Para resolver o problema, o aluno deve raciocinar, pois, quando toda a água da caixa d'água estiver vazia o volume será igual a zero. Deverá substituir esse valor na lei matemática e resolver a equação do 1º grau, efetuando as operações de subtração e divisão.

$$V(t) = 12.000 - 50\,t \quad \Rightarrow \quad 0 = 12.000 - 50\,t$$

$$0 - 12.000 = 12.000 - 12.000 - 50\,t \quad \Rightarrow \quad -12.000 = -50\,t$$

$$\frac{-12.000}{-50} = \frac{-50t}{-50} \quad \Rightarrow \quad 240 = t \quad \text{ou} \quad t = 240$$

Passará um tempo de 240 minutos, ou 4 horas, para que a caixa d'água fique vazia.

Deve-se destacar que nenhuma das duplas de alunos utilizou a lei matemática (expressão) para resolver o problema, conforme solicitado. Quatro duplas responderam corretamente, sem mostrar o cálculo efetuado. Duas duplas deixaram a resposta em branco.

Ao analisar as resoluções do quarto problema, observou-se que:

- muitos alunos calcularam mentalmente a vazão da caixa d'água em um tempo, após o início da operação e depois realizaram a operação de subtração para determinar o volume que ainda restava na caixa;

- apenas uma dupla escreveu corretamente a lei matemática que descreve esse problema. Considerando que o material do ENCCEJA é auto-instrutivo, acredita-se que os alunos tenham tido dificuldades para entender os procedimentos anteriores a esse problema e aos demais;

- os alunos tiveram dificuldade para converter o tempo dado em horas (5 horas) para minutos e para calcular que, após 5 horas, o volume da caixa estará negativo, ou seja, ela estará vazia;

- alguns alunos responderam corretamente partes do problema, mas não mostraram qual foi o procedimento utilizado para chegar ao resultado ou utilizaram procedimentos incorretos para chegar ao resultado;

- nenhuma dupla utilizou a expressão (lei matemática) para resolver o problema de cálculo do tempo máximo necessário para o escoamento de toda a água da caixa;

- algumas duplas tiveram dificuldade para expressar a resposta na língua natural, encontrando também dificuldades para fazer a conversão do registro numérico ao da língua natural.

A dificuldade dos alunos também se deveu ao fato de a resolução dos problemas ter sido provavelmente para muitos alunos um conteúdo novo com o qual eles ainda não estavam familiarizados.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As conclusões da presente pesquisa são apresentadas, relacionando os resultados com os fundamentos utilizados para aplicar uma seqüência de situações-problema, verificando o desempenho dos alunos na resolução de problemas que envolvem Função Polinomial do 1º Grau, estudando suas atitudes e procedimentos. Além de procurar responder às questões de pesquisa, são apresentadas sugestões para novos trabalhos.

A pesquisa baseou-se em alguns aspectos dos Registros de Representação Semiótica (DUVAL, 1995). Também foi pautada na Proposta Curricular de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos para os primeiro e segundo segmentos do Ensino Fundamental e na Matriz de Matemática para o Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos do Ensino Médio.

Nesta dissertação, uma seqüência de situações-problema foi usada, extraída do livro preparatório ao Exame Nacional de Certificação de Competências de Jovens e Adultos (ENCCEJA) do Ensino Médio. Aos alunos, não foram aplicados pré-teste e pós-teste, não foi permitida consulta ao pesquisador nem à professora, nem houve comunicação entre eles (primeiro problema) e entre as duplas. Não foram utilizadas ferramentas de trabalho, tais como: consulta a material didático, uso de *software* e calculadora. Inicialmente, foi aplicado um questionário para conhecer o perfil dos alunos.

Problemas do cotidiano foram aplicados em ordem crescente de dificuldade a fim de despertar a atenção dos alunos à aplicação da Matemática em seu dia-a-dia. Os problemas propostos foram auto-instrutivos, o que levou a acreditar que poderiam ser respondidos sem muita dificuldade. Apesar disso, a falta de conhecimentos de conceitos e dos procedimentos básicos foram se revelando. Como exemplo, pode-se citar que, após o término da resolução do quarto problema, foi perguntado aos alunos se eles já haviam visto a expressão matemática “P(n) = 0,18.n”, tendo sido respondido que nunca viram. Em seguida, foi escrita a expressão “y = 0,18.x”, vários alunos responderam que era Função Polinomial do 1º Grau, o que leva a concluir que os alunos não identificavam uma função que não fosse expressa sem “y” e “x”. O fato corrobora a teoria de Duval (1993) no tocante à compreensão (integral) de que um conteúdo conceitual repousa na coordenação simultânea de, ao menos, dois registros de representação ou a possibilidade de trocar a todo o momento de registro de representação. Neste trabalho, constatou-se que a troca do registro da representação semiótica facilitou o entendimento dos alunos.

Verificou-se que, aproximadamente, 55% dos alunos que participaram da pesquisa, foram classificados como alfabetizados nível rudimentar, ou seja, têm a capacidade de localizar uma informação explícita em textos curtos e familiares, ler e escrever números usuais e realizar operações simples. Os 45% restantes foram classificados como alfabetizados nível básico, ou seja, também lêem números na casa dos milhões, resolvem problemas envolvendo uma seqüência simples de operações e têm noção de proporcionalidade.

No entanto, mostraram limitações quando as operações requeridas envolviam maior número de elementos, etapas ou relações. Esta constatação vai ao encontro dos resultados obtidos na Prova Brasil de 2006. Nesta prova, observou-se que o nível educacional dos alunos que concluem a 8ª série do Ensino Fundamental equivale ao dos alunos de uma 4ª série. O SAEB – Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica – mostrou que 55% das crianças que concluem a 4ª série não sabem ler adequadamente, isto é, são praticamente analfabetas e que apenas 5% dos estudantes tiveram rendimento adequado em Matemática.

A proposta curricular destaca que a grande maioria dos professores ainda desconhece a abordagem baseada na resolução de problemas, como eixo orientador da aprendizagem em Matemática. Dos professores que responderam à consulta citada na proposta curricular, apenas 14% afirmaram que ensinavam a resolver problemas que utilizavam as quatro operações fundamentais no campo dos números naturais (BRASIL, 2002, p. 13-14).

Ressalta-se o livro de Pozo (1998) que destaca a importância da resolução de problemas para dotar os alunos de habilidades e estratégias eficazes, além de criar neles o hábito e a atitude de enfrentar a aprendizagem como um problema, para o qual deve ser encontrada uma resposta.

Esta metodologia de ensino associada à utilização de problemas do cotidiano, proposta para a EJA e adotada neste trabalho, desperta a atenção dos alunos no reconhecimento da importância e aplicação da matemática no dia-a-dia. O fato é importante, tendo em vista que a disciplina de Matemática parece aos alunos inacessível e sem sentido, de acordo com referência da Proposta Curricular. A resolução de problemas do cotidiano pode colaborar para mudar essa visão dos alunos.

Em razão da Matemática parecer sem sentido aos alunos, acredita-se que a metodologia de aplicação dos problemas do cotidiano seja importante para amenizar a atitude de rejeição deles. Esta rejeição foi constatada na resposta ao questionário aplicado no presente trabalho para identificar o perfil dos alunos, no qual se verifica que 70% informaram que a Matemática é a disciplina que menos gostam e/ou é a menos fácil. Esta rejeição também foi citada na proposta curricular na qual a Matemática foi apontada por professores e alunos como a disciplina mais difícil de ser aprendida.

Consideram-se algumas limitações deste trabalho, especialmente, na aplicação dos primeiro, terceiro e quarto problemas que continham a resposta no rodapé da página. Isso levou alguns alunos a desenvolverem outras estratégias de resolução, tendo em vista que não obtiveram o resultado apresentado, porém dificultou esta análise porque alguns alunos simplesmente colocavam as respostas dos problemas sem mostrar qual foi o procedimento utilizado na resolução, o que foi difícil diferenciar os alunos que fizeram cálculo mental daqueles que apenas copiaram o resultado.

Após a resolução dos primeiro e quarto problemas, foi solicitado que os alunos fizessem um comentário pessoal sobre o que acharam da atividade, da seqüência dos problemas e se houve ou não dificuldade para o entendimento e a resolução dos problemas.

Com relação à Categorização descrita no item 4.2, apresentam-se os porcentuais de acerto dos primeiro, segundo, terceiro e quarto problemas:

Problema	Categoria A	Categoria B	Categoria C	Categoria D	Categoria E	Categoria F	Categoria G
Primeiro	14,17%	21,67%	8,33%	1,67%	40,83%	10%	3,33%
Segundo	28,89%	7,18%	17,78%	0%	30%	2,22%	13,33%
Terceiro	9,09%	49,09%	5,46%	0%	36,36%	0%	0%
Quarto	8,54%	31,63%	19,66%	0%	21,37%	7,69%	11,11%

De uma forma resumida, foram constatadas algumas limitações dos alunos:

- indicaram seu raciocínio sem expressá-lo com uma operação algébrica;
- preferiram não utilizar a “lei matemática” ou o “modelo matemático”, ou seja, a Função Polinomial do 1º Grau para a resolução de problemas, efetuando apenas operações algébricas;
- tinham dificuldades para efetuar operações de adição, subtração, multiplicação e/ou divisão;
- não conseguiam solucionar o problema, conforme solicitado ou nem tentavam, incluindo a resolução de operações algébricas;
- não usavam devidamente o ponto e a vírgula em números decimais nem expressavam corretamente um valor em reais;
- demonstravam o procedimento algébrico, mas sentiam dificuldades para expressar sua resposta em português ou nem respondiam;
- tinham dificuldade no entendimento do enunciado do problema, desde o reconhecimento dos dados fornecidos ao que estava sendo solicitado, para o que se sugeriu um trabalho conjunto entre pesquisadores da área da língua portuguesa e de Matemática.

Sugere-se que os professores utilizem uma seqüência de problemas já prontos dos livros do ENCCEJA ou desenvolvam uma seqüência didática para ensinar aos alunos o conteúdo desejado, como por exemplo, o conceito de função. Também é interessante que sejam incluídos nesses problemas o traçado do gráfico da função, o que exigirá a conversão do registro algébrico para o registro gráfico e vice-versa.

O professor poderá utilizar a teoria de Duval (2005) como uma maneira didático/metodológica para atingir seu objetivo, que é a aquisição de conhecimento matemático pelo aluno, usando registros de representação. Inicialmente, o professor deverá propor situações que permitam ao aluno conversões de registros nos dois sentidos, do registro da língua natural para o registro numérico e a conversão do registro da língua natural para o registro algébrico.

Isso vai ao encontro da teoria de Duval (2005), ao afirmar que a resolução de problemas depende primeiramente da compreensão do enunciado e da conversão das informações para a linguagem matemática. Para o autor, as atividades de conversão são pouco consideradas no processo de ensino-aprendizagem e, portanto, geram dificuldades aos alunos.

O objetivo desta dissertação não foi aplicar novos métodos ou apresentar soluções aos problemas e dificuldades dos alunos no aprendizado da resolução de problemas, envolvendo Função Polinomial do 1º Grau e sim avaliá-los e, também, verificar que, embora existam novas propostas, elas ainda não fazem parte do conteúdo atual do ensino.

REFERÊNCIAS

ALMOULOUD, Saddo Ag. Registros de representação semiótica e compreensão de conceitos geométricos. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Aprendizagem em Matemática. 2ª ed, Campinas, SP: Papirus. 2005, p. 125 -148.

BIANCHINI, B. L.; PUGA, L. Z. Equações e Inequações: Uma abordagem à partir de duas ferramentas tecnológicas. São Paulo: PUC. 2004.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação – CEB. Parecer CEB 11/2000. Dispõe sobre as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos. Relator: Carlos Roberto Jamil Cury. Disponível em http://www.mec.gov.br

BRASIL. Governo Federal. Constituição da República Federativa do Brasil de 1988. Brasília, 05 de outubro de 1988. Disponível em http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituiçao.htm. Acesso em 12 de janeiro de 2007.

BRASIL. Ministério da Educação. Educação para jovens e adultos: Ensino Fundamental: proposta curricular - 1º segmento. Coordenação e texto final (de) Vera Maria Masagão Ribeiro. São Paulo: Ação Educativa; Brasília (BRASIL. MEC, 2001). 239p. Disponível em http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/primeirosegmento/propostacurricular.pdf. Acesso em 5 de outubro de 2006.

______. Ministério da Educação. Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB). Brasília. BRASIL. MEC, 1996.

______. Ministério da Educação. Livro introdutório: Documento básico: Ensino Fundamental e médio. Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília (MEC. INEP, 2002c). 200p. Disponível em http://encceja.inep.gov.br/images/pdfs/introdutorio_completo.pdf. Acesso em 10 de julho de 2006.

______. Ministério da Educação. Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio. Coordenação: Zuleika de Felice Murrie. Brasília (MEC. INEP, 2006a). 244p. Disponível em http://www.inep.gov.br/download/encceja/2006/livros/ensino_medio/MAT_EM_BR.zip. Acesso em 10 de julho de 2006.

______. Ministério da Educação. Matemática: livro do estudante: Ensino Fundamental. Coordenação: Zuleika de Felice Murrie. Brasília (MEC. INEP, 2006b). 214p. Disponível em www.inep.gov.br/download/encceja/2006/livros/ensino_fundamental/MAT_EF_BR.zip. Acesso em 10 de julho de 2006.

______. Ministério da Educação. Matemática: matemática e suas tecnologias: livro do professor: Ensino Fundamental e médio. Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília (MEC. INEP, 2002d). 150p. Disponível em http://encceja.inep.gov.br/images/pdfs/matematica_completo.pdf. Acesso em 10 de julho de 2006.

______. Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (BRASIL. MEC. PCNEM, 1998). Disponível em http://portal.mec.gov.br/seb/index.php?option=content&task=view&id=265&Itemid=255. Acesso em 05 de outubro de 2007.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do Ensino Fundamental: 5ª a 8ª série: Introdução. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília (BRASIL. MEC, 2002a). 148p.: il.: v.1. Disponível em http://www.mec.gov.br/sef/estrut2/pcn/materiais/eja/volume1/volume1.pdf. Acesso em 5 de outubro de 2006.

______. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Proposta Curricular para a educação de jovens e adultos: segundo segmento do Ensino Fundamental: 5ª a 8ª série: Introdução. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental (BRASIL. MEC, 2002b). 240p.: il.: v.3. Disponível em http://portal.mec.gov.br/secad/arquivos/pdf/eja/propostacurricular/segundosegmento/vol3_matematica.pdf. Acesso em 5 de outubro de 2006.

______. Resolução CNE/CEB Nº 01/2000 - Estabelece as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Educação de Jovens e Adultos. Disponível em http://www.diariooficial.hpg.com.br/fed_res_cne_ceb_012000.htm. Acesso em 12 de janeiro de 2007.

BURIASCO, R. L. C. Artigo: Sobre a resolução de problemas. Revista Pró-Mat Paraná. Número 1 - dezembro 1998. Disponível em www.diadiaeducacao.pr.gov.br/portals/portal/institucional/def/areas/matematica/promat.pdf. Acesso em 2 de fevereiro de 2007.

BUTTS, T. Colocando Problemas Adequadamente. Problem Solving in School Mathematics, Yearbooks 1980, tradução de Regina Luzia Corio de Buriasco para apresentação de Seminário de Mestrado em Educação Matemática, UNESP – Rio Claro, 8/1984.

CHACÓN, I. M. G. Matemática Emocional: Os Afetos na Aprendizagem Matemática. Produção Dayse Vaz de Moraes. Porto Alegre: ArtMed. 2003.

COSTA, A. C. Conhecimentos de estudantes universitários sobre o conceito de função. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2004, 92p.

D`AMBROSIO, U. Etnomatemática. Produção de 1999. Disponível em http://vello.sites.uol.com.br/macae.htm. Acesso em 15 de setembro de 2007.

DAMM, R. F. Registros de representação. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC. 2002, p. 135-153.

DANTE, L. R. Didática da resolução de problemas de Matemática: para estudantes do curso de magistério e professores do 1º grau. São Paulo: Ática. 1995, 176p.

DI PIERRO, M. C.; GRACIANO, M. Ação Educativa: A educação de jovens e adultos no Brasil: Informe apresentado à Oficina Regional da UNESCO para América Latina y Caribe. São Paulo, Brasil – junho de 2003. 54p. Disponível em http://www.acaoeducativa.org.br/downloads/relorealc.pdf. Acesso em 15 de agosto de 2007.

DUVAL, R. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Aprendizagem em Matemática. 2ª ed. Campinas, SP: Papirus. 2005, p. 11-33.

ECHEVERRÍA, M. P. P. A solução de problemas em matemática. In: A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender. (Org.) Juan Ignacio Pozo. Porto Alegre: ArtMed. 1998, p. 43-65.

EDITORIAL: EXAMES, FEDERALISMO E CENTRALIZAÇÃO. Boletim informação em rede, ano VI, nº 43 de abril de 2002. Disponível em http://www.acaoeducativa.org.br/downloads/ir43.pdf. Acesso em 3 de outubro de 2006.

EQUIPE INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. Boletim INAF de julho/agosto de 2006. A questão da qualidade da educação no Brasil. Disponível em www.ipm.org.br/download/inaf_2006_0708por.pdf. Acesso em 29 de abril de 2007.

FREIRE, P. Pedagogia do oprimido. Rio de Janeiro: Paz e Terra. 2003, 177p.

GIOVANNI, J. R.; CASTRUCCI, B.; GIOVANNI JUNIOR, J. R. A conquista da matemática: a + nova. 5ª série: livro do professor. São Paulo: FTD. (Coleção a conquista da matemática), 2002.

GÓIS, A. Provão em Xeque, 09/09/2003 Disponível em http://observatorio.ultimosegundo.ig.com.br/artigos/asp090920033.htm. Acesso em 3 de outubro de 2006.

INSTITUTO PAULO MONTENEGRO. Balanço 5 anos. Habilidades de letramento e de numeramento. Brasil, período de 2001 a 2005 (INAF, 2007a, p. 3). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.02.00.00&ver=por. Acesso em 22 de janeiro de 2007.

______. O que é o INAF. Evolução dos níveis de alfabetismo - habilidades matemáticas (INAF, 2007b). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.00.00.00&ver=por. Acesso em 22 de janeiro de 2007.

______. O que é o INAF. Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF, 2007c). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.00.00.00&ver=por. Acesso em 29 de abril de 2007.

______. O que é o INAF. O que significa Alfabetismo Funcional (INAF, 2007f). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.00.00.00&ver=por. Acesso em 22 de janeiro de 2007.

______. Leitura, escrita e matemática 2007. A importância da escolaridade no Indicador de Alfabetismo Funcional (INAF, 2007d). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.01.00.00&ver=por. Acesso em 29 de abril de 2007.

______. A evolução da educação no Brasil. Definições de alfabetismo (INAF, 2007e). Disponível em http://www.ipm.org.br./ipmb_pagina.php?mpg=4.02.01.00.00&ver=por. Acesso em 12 de março de 2008.

IOSCHPE, G. Boletim INAF de julho/agosto de 2006. A opção pelo subdesenvolvimento. Disponível em www.ipm.org.br/download/inaf_2006_0708por.pdf. Acesso em 29 de abril de 2007.

LESTER, F. K. Trends and issues in mathematical problem solving research, New York, Academic. 1983.

LOPES, W. S. A importância da utilização de múltiplas representações no desenvolvimento do conceito de função: uma proposta de ensino. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo. 2003, 95p.

MARANHÃO, M. C. S. A.; IGLIORI, S. B. C. Registros de Representação e Números Racionais. In: MACHADO, S. D. A. (Org.) Aprendizagem em Matemática 2ª ed. Campinas, SP: Papirus. 2005, p. 57-70.

MARTINS, L. P. Análise da dialética ferramenta-objeto na construção do conceito de função. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2006, 182p.

MELO, M. de. O ensino de desigualdades e inequações em um curso de Licenciatura em Matemática. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2007, 70 p.

MILAN, I; GUERRA, I. C.; PADOVAN, D. Competência leitora: Matemática – sugestões de atividades. 5 de março de 2005. Disponível em www.projetopresente.com.br/revista_1/rev4_mat.pdf. Acesso em 20 de outubro de 2007.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA (MEC. INEP, 2007). Censo Escolar. Disponível em http://www.inep.gov.br. Acesso em 15 de março de 2007.

______. Censo Escolar 2004 (MEC. INEP, 2004). Disponível em http://www.alfabetizacao.org.br/pt/noticias/default.asp?cod=380. Acessado em 17 de março de 2007.

______. Censo Escolar da Educação Básica 2005. Informativo nº 137 de 26 de maio de 2006 (MEC. INEP, 2006c). Disponível em http://www.inep.gov.br/informativo/informativo137.htm. Acesso em 17 de novembro de 2006.

______. Censo Escolar da Educação Básica 2005. Informativo nº 139 de 09 de junho de 2006 (MEC. INEP, 2006d). Disponível em http://www.inep.gov.br/informativo/informativo139.htm. Acesso em 19 de novembro de 2006.

______. Censo Escolar de 2006 (MEC. INEP, 2006e). Disponível em http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/censo/escolar/news07_02.htm. Acesso em 7 de março de 2007.

______. Estruturação do Exame (MEC. INEP, 2007a). Disponível em http://www.inep.gov.br/basica/encceja/estruturacao.htm. Acesso em 22 de agosto de 2007.

______. Exame Nacional para Certificação de Competências de Jovens e Adultos. Objetivos do ENCCEJA (MEC. INEP, 2006i). Disponível em http://www.inep.gov.br/basica/encceja. Acesso em 13 de julho de 2006.

______. Legislação para o ENCCEJA (MEC. INEP, 2006f). Disponível em http://www.inep.gov.br/basica/encceja/legislacao. Acesso em 22 de outubro de 2006.

______. Mapa da Educação de Jovens e Adultos no Brasil e Regiões. 2005 – 2006 (MEC. INEP, 2006g). Disponível em http://www.inep.gov.br/download/imprensa/2007/mapas_censo2006.ppt. Acesso em 17 de março de 2007.

______. Matriz de Competências (MEC. INEP, 2007b). Disponível em http://www.inep.gov.br/basica/encceja/matriz.htm. Acesso em 22 de agosto de 2007.

______. Participantes do ENCCEJA 2006 devem procurar resultados nas Secretarias de Educação. 01 de fevereiro de 2007 (MEC. INEP, 2007c). Disponível em http://www.inep.gov.br/imprensa/noticias/encceja/news07_01.htm. Acesso em 22 de março de 2007.

______. Quadros do Censo Escolar 2006 (MEC. INEP 29 de março de 2006a). Disponível em www.inep.gov.br/download/imprensa/2007/tabelas_censoescolar_2006.xls. Acesso em 17 de março de 2007.

______. Resultados do Censo Escolar 2006 (MEC. INEP 29 de março de 2006b). Disponível em www.inep.gov.br/download/censo/2006/resultados_censo_escolar2006.zip. Acesso em 12 de maio de 2007.

MOREIRA, F. de S. A Resolução de Problemas na Educação Matemática, agosto de 2005. Disponível em http://www.somatematica.com.br/artigos.php?pag=3. Acesso em 4 de fevereiro de 2007.

MORETTI, M. T. A Translação como recurso no esboço de curvas por meio de interpretação global de propriedades figurais. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). Aprendizagem em Matemática. Registro de representação semiótica. 2ª ed, Campinas, SP: Papirus. 2005, p. 149-160.

MOTTA FILHO, I. Atitudes e Procedimentos de Alunos da Educação de Jovens e Adultos Frente à Resolução de Problemas. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2006.

ONUCHIC, L. de la R. O Padrão de Conteúdo Álgebra Trabalhado a Partir do Padrão de Procedimento Resolução de Problemas. Anais do VII Encontro Paulista de Educação Matemática, 2004, Disponível em www.sbempaulista.org.br/epem/anais/Oficinas&Cursos/of-14.doc. Acesso em 14 de fevereiro de 2007.

ORGANIZAÇÃO DAS NAÇÕES UNIDAS – Declaração Mundial sobre educação para todos – UNESCO, 1990.

PELHO, E. B. B. Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2003.

PINTO, A. C. O que o ENCCEJA enseja? De 04 de outubro de 2004. Disponível em www.ceep.org.br/?q=node/view/29. Acesso em 22 de fevereiro de 2007.

PIRES, C. M. C. Capítulo III: As áreas do conhecimento contempladas no ENCCEJA: A Matemática no Ensino Fundamental. Matemática: matemática e suas tecnologias: livro do professor: Ensino Fundamental e médio. Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília (MEC. INEP, 2002d, p. 39–p.49).

POLYA, G. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Trad. Heitor Lisboa de Araujo. Rio de Janeiro: Interciência. 1995, 179p.

POLYA, G. Sobre a resolução de problemas de matemática na high school. A resolução de problemas na matemática escolar. (Org.) Stephen Krulik, Robert E. Reys. Tradução: Higyno H. Domingues, Olga Corbo. São Paulo: Atual. 1997.

POZO, Juan Ignácio (Org.). A solução de problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, 1998. 177p.

PRIETO, A. C. S. Afinal, resolver problemas na escola é um problema? Disponível em http://www.planetaeducacao.com.br/novo/artigo.asp?artigo=533. Acesso em 5 de abril de 2007.

Revista do Professor de Matemática: da Sociedade Brasileira de Matemática, nº10, 1º semestre de 1987. Dez Mandamentos para o Professor. Disponível em http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/matematica/0002.html. Acesso em 15 de abril de 2007.

RODRIGUES, I. C. Resolução de problemas em aulas de matemática para alunos de 1ª a 4ª séries do Ensino Fundamental e a atuação dos professores. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática. PUC/SP, São Paulo. 2006, 221p.

RODRIGUES, W. R. Capítulo VII: A Matemática por trás dos fatos – Aplicar Expressões Analíticas para Modelar e Resolver Problemas, Envolvendo Variáveis Sócio-econômicas ou Técnico-científicas. Matemática e suas tecnologias: livro do estudante: Ensino Médio. Coordenação: Zuleika de Felice Murrie. Brasília. (MEC. INEP, 2006a, p. 176-195)

RODRIGUES, W. R. Capítulo VII: A Matemática por trás dos fatos – Aplicar Expressões Analíticas para Modelar e Resolver Problemas, Envolvendo Variáveis Sócio-econômicas ou Técnico-científicas. Matemática: matemática e suas tecnologias: livro do professor: Ensino Fundamental e médio. Coordenação Zuleika de Felice Murrie. Brasília. (MEC. INEP, 2002d, p. 139-142)

SANTOS, A. dos. Revisando as funções do 1º e do 2º grau com a interatividade de um hiperdocumento. Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, PUC/SP, São Paulo. 2005, 117p.

SANTOS, E. P. dos. Função Afim y=ax+b: A articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo. Dissertação de Mestrado Acadêmico em Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo. 2002, 119p.

SILVA, A. F. G.; PUCCI, L. F. S.; PIETROPAOLO, R. Escola de Tempo Integral: Caderno de Atividades. Oficina de Experiências Matemáticas. São Paulo, 2006, p. 21 e 22. Disponível em cenp.edunet.sp.gov.br/escola_integral/mat_apoio/saude/Caderno%20-%20ESCOLA%20EM%20TEMPO%20INTEGRAL.doc. Acesso em 14 de fevereiro de 2007.

TRALDI JR, A. Sistema de inequações do 1º grau: uma abordagem do processo ensino-aprendizagem focando os registros de representações. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, PUC/SP, São Paulo. 2002, 112p.

ANEXO I

Com relação ao item **4.1 Atitudes reveladas durante a resolução de problemas**, escaneamos os seguintes comentários dos alunos:

Quadro 2 – Comentário da aluna Beatriz

Achei interessante, ~~porque~~ o método que o professor usou. pois é usado no nosso dia-a-dia quando vamos as contas. E também para avaliar o conhecimento dos estudantes.

Quadro 3 – Comentário do aluno Matias

Em Relação ao teste que foi dado, achei interessante e muito produtivo. Pois revemos muitas operações que usamos sem perceber. Agora quando formos as compras prestaremos mais atenção.

E também serve para o avaliar o que os estudantes aprenderam.

Sem mais Agradeço

Quadro 4 – Comentário da aluna Andressa

Eu gostei do exercicio, serviu para desenvolver-mos o conhecimento da matemática para percebe que nosso dia, a dia sempre usamos a matematica.

O exercicio serviu para descobri a nossa dificuldade na hora da conta, como agente procura fazer uma conta do jeito mais facio para facilita nosso dia.

O exercicio serviu para agente percebe, que precisamos sempre usa a matemática que ela é fundamental na vida de todo ser humano, em tudo que fazemos precisamos até em outras matérias usamos a matemática

Eu gostei de fazer o exercicio, no começo achei um pouco dificio, mas depois que voltei ele dinovo eu entendi as contas.

Quadro 5 – Comentário da aluna Diana

Achei o exercício bom, apesar de ter muitas dificuldade em matemática, consegui compreender e responder algumas coisas. Gostaria de ter feito todo o exercício, mas não deu. Agora vou ~~tentar~~ tentar melhorar em matemática, fazer algumas aulas particular, tenho vergonha de falar que estou no 3º ano do ensino médio e não saube fazer uma divisão.

Quadro 6 – Comentário da aluna Celina

Professor Claudio, [redacted] eu achei interessante e ao
mesmo tempo criativo, as perguntas as vezes
confundiram a minha cabeça mais consegui
fazer, só não sei se está certo.

Como disse no começo achei bastante
interessante pois nós deixamos de vez enquanto coloca
nossa cabeça para pensar, vou te dizer uma coisa
o senhor é um professor muito legal, e é bastante
criativo. Não vou mentir tenho dificuldade em
matemática, mas matemática não é um bixo
de 7 cabeças ([redacted]) e onde eu tenho mais dificuldade
é na Parte dos graficos.

QUADRO 7 – Comentário da aluna Nilza

Eu em matematica eu Resumo não
entendo nada Por mas que eu Presta
atenção não consigo entende e quando entendo
alguma coisas chego em casa ja esqueci
tudo e o pior que eu Preciso aprender
matematica Para o meu futuro mais
cada dia fico mais difícil de aprender
matematica mais vo continua prestado
atenção Porque matematica e tão difícil
meu Deus sera que um dia vo consegui
aprender matematica espero que sim
e que as vezes tenho medo de Perguntar
Por ter medo da Resposta Pois eu ver
a professora Respondendo alguns colegas
meus Prefiro fica com a duvidas Para
mim quando estava no 5º tinha um Professor
muito bacana com ele aprendi Poco mais
fiquei um tempo sem estuda agora voltei
e não to conseguindo fixa mais nada
em fim e isso

Quadro 8 – Comentário do aluno Heitor

Vi todo o que o professor passou eu achei
alguns exercícios complicados e outros mais fáceis.
Foi bom também porque isso o que o professor
deu também deu para descontrair bastante.
E sobre as respostas da folha que o professor
deu eu achei algumas outras eu fiz à conta mesmo.

Quadro 9 – Comentário de Eduardo

Gostei de todos os exercícios, confesso encontrei
um pouco de dificuldade em alguns, mas
deu para trabalhar bastante o meu raciocínio
e em alguns ou em um não me lembro tinha
a resposta no canto da folha.
E trabalhamos em dupla em alguns
problemas, foi bom deu para trocamos
ideias de alguns. Foi muito bom.

Quadro 10 – Comentário de Rodrigo

ENCONTREI UM POUCO DE DIFICULDADE
DEVIDO AO TEMPO QUE FIQUEI SEM
ESTUDAR MAS OS EXERCÍCIOS SÃO BEM
INTERESANTES E ÚTIL PARA O
NOSSO APRENDIS.

Quadro 11 – Comentário de Vânia

Bom eu achei legal os exercicios começou
num nivel bem fácil e foi aumentando o nivel de
dificuldade bom pra mim não foi muito bom
por que não sou bom em matemático mais bom
para agente poder treinar.

Quadro 12 – Comentário de Clovis

No minha opinião gostei muito das atividades
que foram passadas porque fez com que nos
relembrase das series anteriores. e para que
o nos tivesse mais conhecimento. e achei interessante
que tivesse resposta nas folha, não para
copiar e sim para que nos conseguise chegar
ao certo resultado eu achei muito
interessante.

Quadro 13 – Comentário de Vilma

~~[illegible]~~ Achei muito difícil mesmo ~~[illegible]~~ que
tinha a resposta, mas acho que não consegui
fazer as contas.

É bom que devemos aprender a fazer as
contas pra não sermos lesados.

Quebrei a cabeça sai fumaça mais não sei se
acertei alguma.

Quadro 14 – Comentário de Daniela

Olha eu não gostei porque estava muito difícil
eu em Bananei todos os exercises
Professor eu peço disculpa mas não intendi nada.

Quadro 15 – Comentário de Jorge

Eu não acho deficil, só não me lembro mais, porquê!
Eu estou desacostumado di fazer esse tipo de exercícios!
Perante os exercicios eu adorei para a nosso melhoria
de conhecimento, história de aprender mais com
calma !!!! coisas que nunca vi na minha vida
Obrigado.

Quadro 16 – Comentário de Arnaldo

O trabalho de matemática que
tivemos, foi muito bom
a pesar das dificuldades
que tive.
O tempo nas explicacões
são muito pouco.
Posso, refiro a respeito do
bimestre, é muito rapido as
aulas. Que temos durante a
semana
Precysamos de tempo para
racioçinar,

Quadro 17 – Comentário de Nilza

Bem o que eu acho foi tudo um pouco
eu algumas tarefas mais achei um pouco
chato porque eu nunca fiz algo assim
na minha vida matemática não é o meu
forte mais tudo que alguém estava matemático
que eu achei tal difícil em algum
exercício todas as respostas e eu usei
as respostas
fim e isso ai não acho geral
e vai melhorar mais valeu
Foi uma experiência quem sabem
na próxima vez eu vou mais vai
fim

Quadro 18 – Comentário de Raquel

Eu nunca vi antes esse tipo de
tarefa.
Mas tem informação
e como eu já esperava
muitos usei muito das tarefa
Acho a ~~[illegible]~~ matemática
Di mais mesmo tendo muitos
dificuldades tanto na hora
da explicação como na hora
de montar as contas, tanto
fazer pergunta pois minha
timidez não deixa eu tirar
as minhas dúvidas e sim
deixo em aberta.
Achei muito legal principalmente
quando for para fazer em
dupla porque um tirava
as dúvidas do outro.

Com relação ao item **4.3.1 Resolução da primeira parte do primeiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Ronaldo

O caixa pegou o valor da tabela referente ao valor 15 pães e somou o valor de 0,36 ref. a mais 2(dois) paezinhos.
Já o Cliente multiplico 17 que é o número dos pães a ser comprado ~~e mult.~~ pelo valor unitario.

Protocolo de Arnaldo

o caixa primeiro calculou o valor de 15 ~~Pães~~ Pãozinho que é igual á 0,18x15 = 2,70
Porque é mais rápida a conta,
depois o valor de dois que deu 2.0,18 = 0,36
O cliente logo fês direto a sua conta
17x0,18 = 3,06

2,70
0,36
3,06

Com relação ao item **4.3.2 Resolução da segunda parte do primeiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Solange

R = Podi somar o valor de 10 pãezinhos com mais 7 pãezinhos
Podemos somar o valor de 14 pãezinhos com mais 3 pãezinhos
Podemos somar o valor de 12 pãezinhos com mais 5 pãezinhos

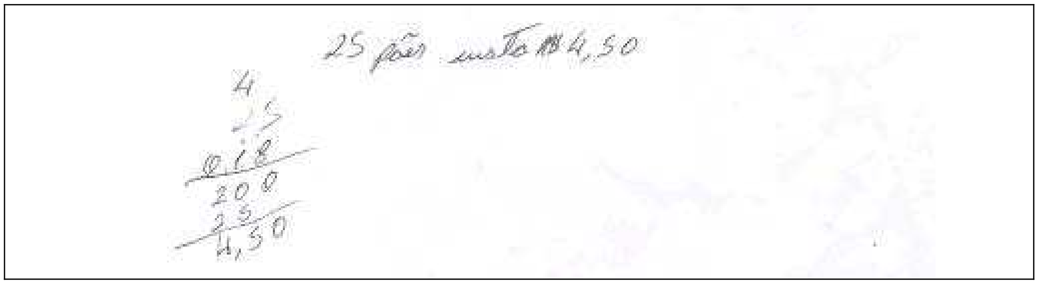
Protocolo de Rute

10 pães 1,80
7 pães 1,26
3,06

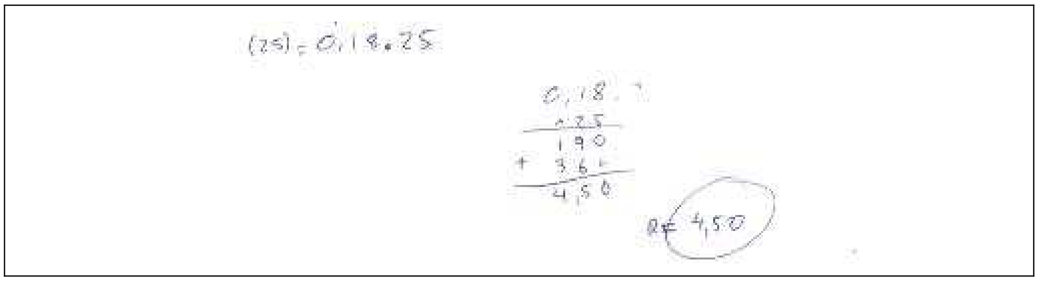
10 pães mais 7 pães da tabela.

Com relação ao item **4.3.3 Resolução da terceira parte do primeiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

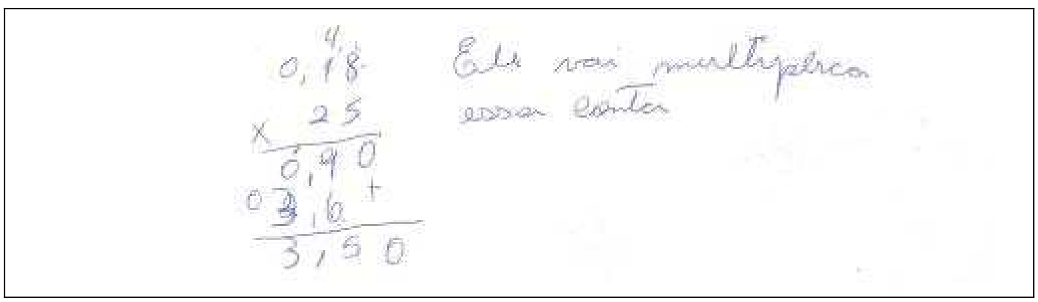
Protocolo de Rafael



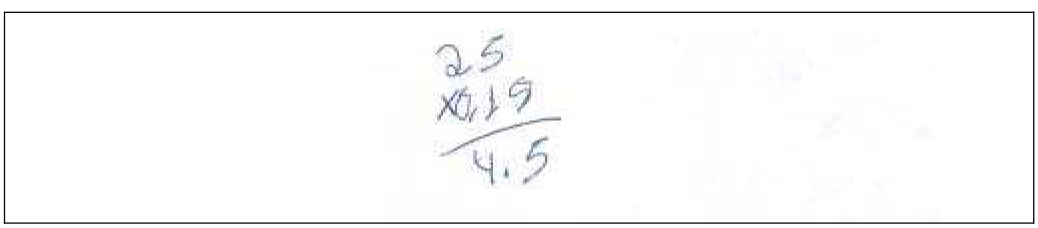
Protocolo de Ronaldo



Protocolo de Andressa

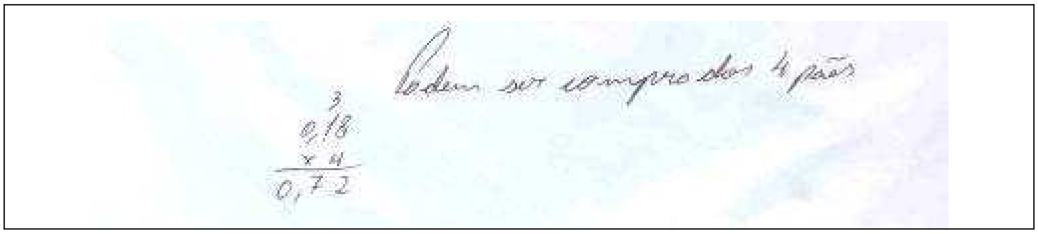


Protocolo de Celina

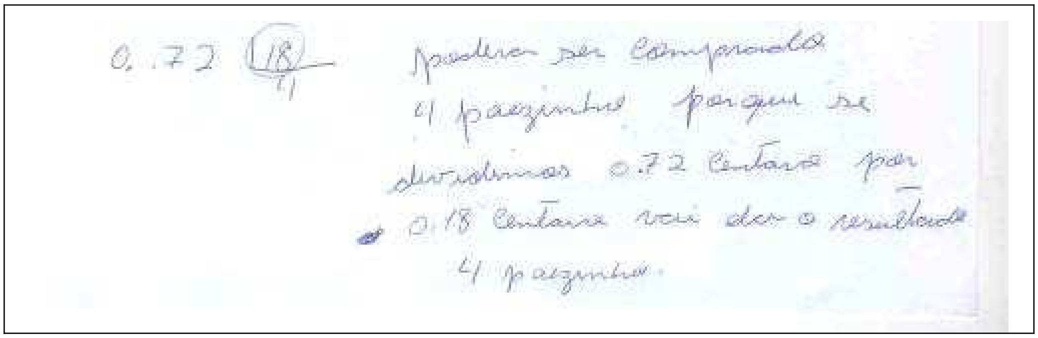


Com relação ao item **4.3.4 Resolução da quarta parte do primeiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

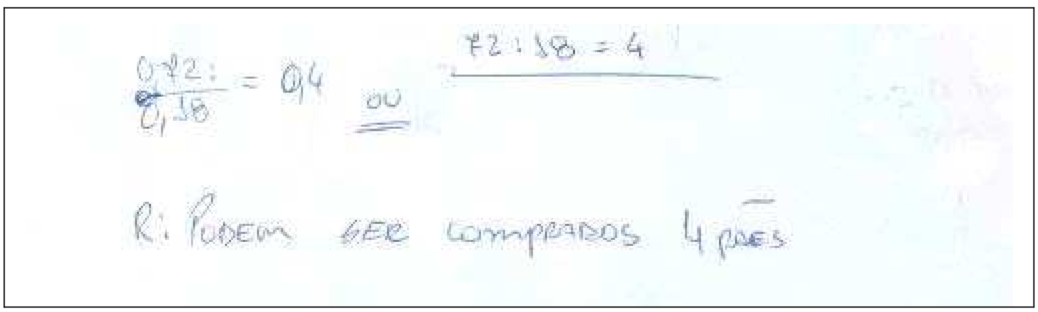
Protocolo de Rafael



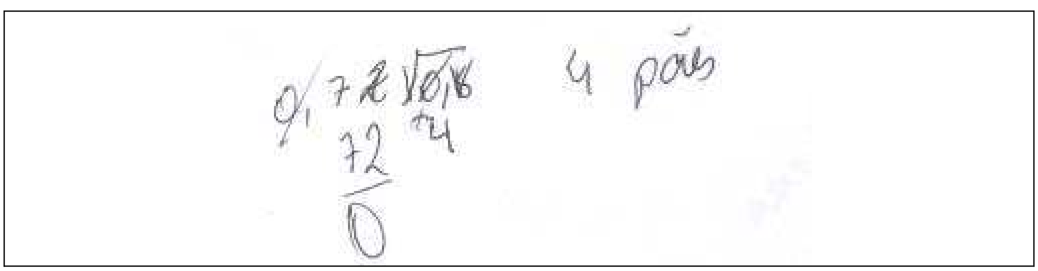
Protocolo de Andressa



Protocolo de Matias

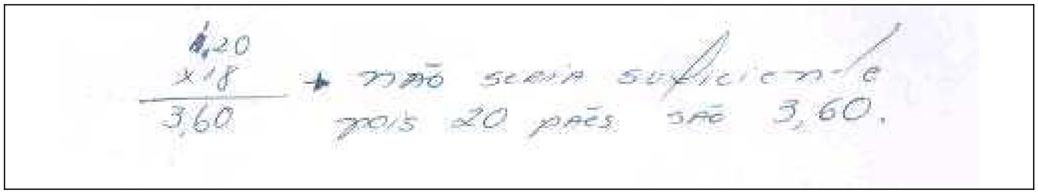


Protocolo de Vanessa

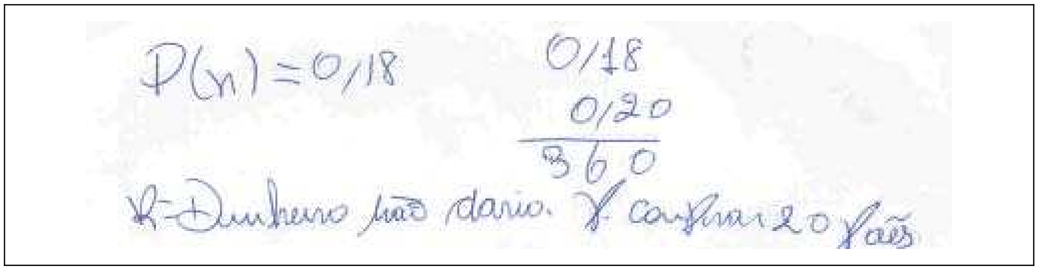


Com relação ao item **4.4.1 Resolução da primeira parte do segundo problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

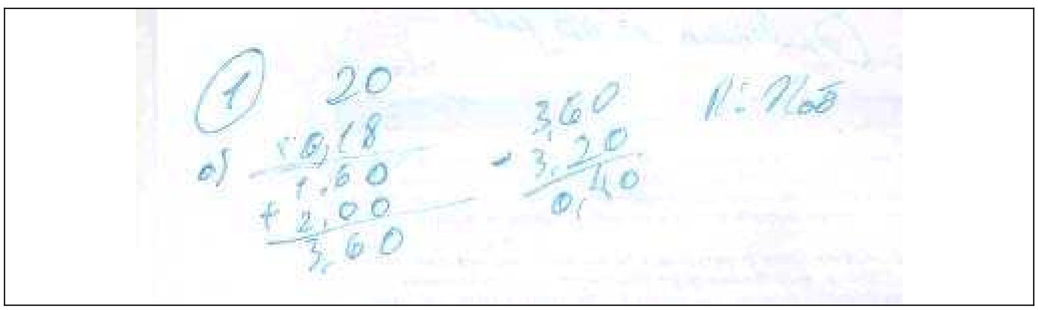
Protocolo de Rute e de Afonso


1,20
x18
3,60 → não seria suficiente pois 20 pães são 3,60.

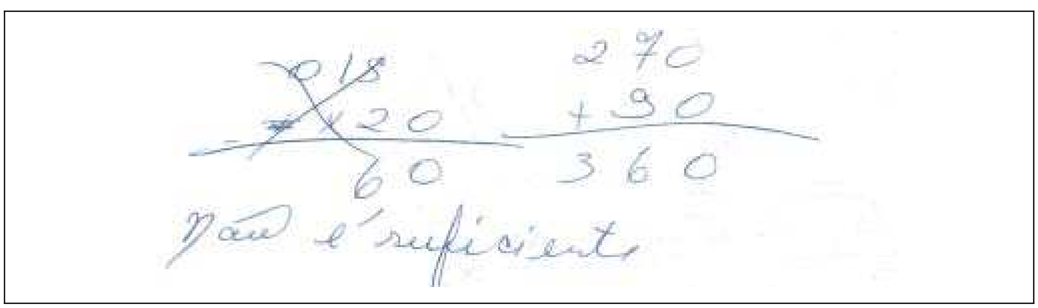
Protocolo de Raquel e de José


P(n) = 0,18
0,18
0,20
3 6 0
R- Dinheiro não dario. p/ comprar 20 pães

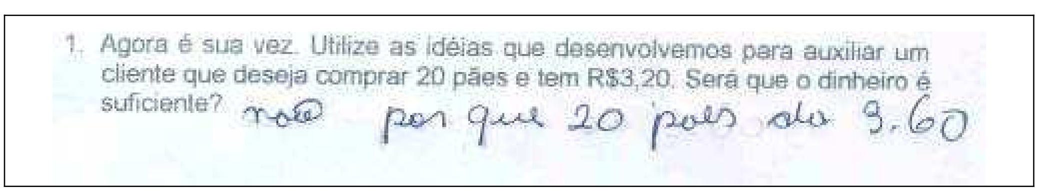
Protocolo de Ana Márcia e de Rafael


1
20
a) x 0,18
1,60
+ 2,00
3,60
3,60
- 3,20
0,40
R: Não

Protocolo de Vilma e de Nilson


0,18
x 20
60
2 7 0
+ 9 0
3 6 0
Não é suficient

Protocolo de Janaina e de Diana


1. Agora é sua vez. Utilize as idéias que desenvolvemos para auxiliar um cliente que deseja comprar 20 pães e tem R$3,20. Será que o dinheiro é suficiente? não por que 20 pães são 3.60

Protocolo de Eduardo e de Egídio

0,18
x 20
3,60

não é suficiente para compra de pães

Protocolo de Ana Márcia e de Rafael

b) 17
x 18
136
17+
3,06 → R: Ele poderia comprar 17 pães

Protocolo de Raquel e de José

17 pães

Protocolo de Vilma e de Nilson

11 pães

Protocolo de Eduardo e de Egídio

0,18
x 17
3,06

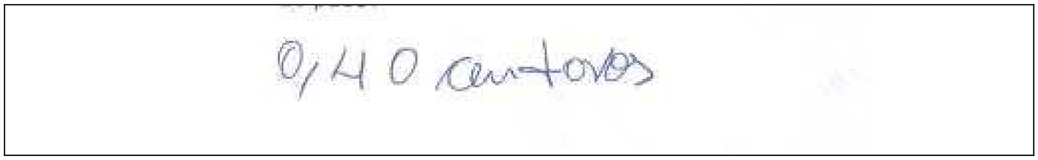
Ele compraria 17 pães

Protocolo de Rute e de Afonso

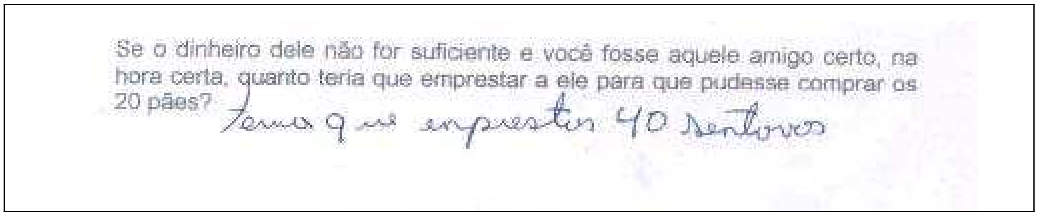
3,60
− 3,20
0,40

40 centavos

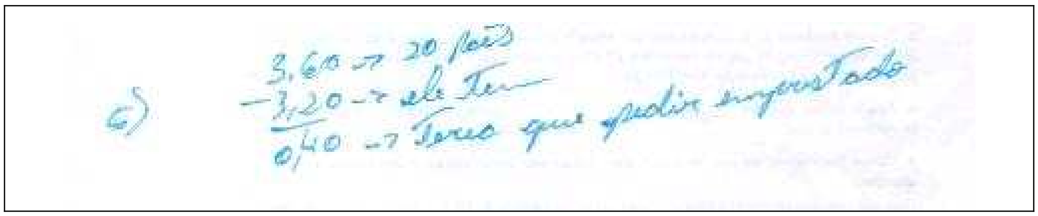
Protocolo de Raquel e de José


0,40 centovos

Protocolo de Janaina e de Diana


Se o dinheiro dele não for suficiente e você fosse aquele amigo certo, na hora certa, quanto teria que emprestar a ele para que pudesse comprar os 20 pães? Temos que emprestar 40 sentovos

Protocolo de Ana Márcia e de Rafael

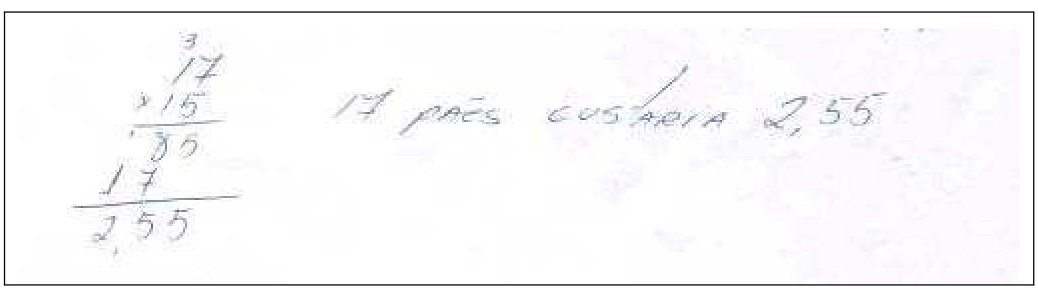

6) 3,60 → 20 pães
−3,20 → ele tem
0,40 → Temos que pedir emprestado

Protocolo de Eduardo e de Egídio

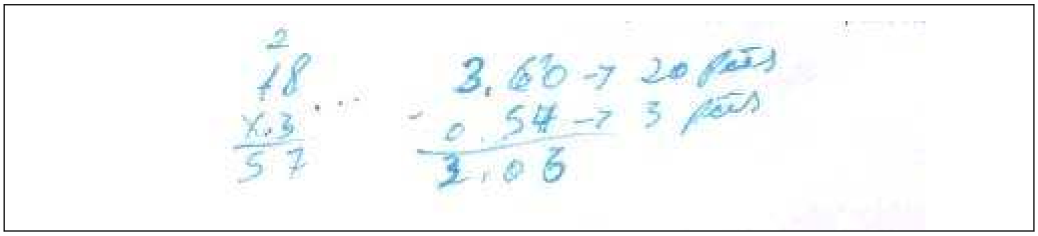

3,60
−3,06
0,54
Eu tive que emprestar 0,54 Ct

Com relação ao item **4.4.3 Resolução da terceira parte do segundo problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

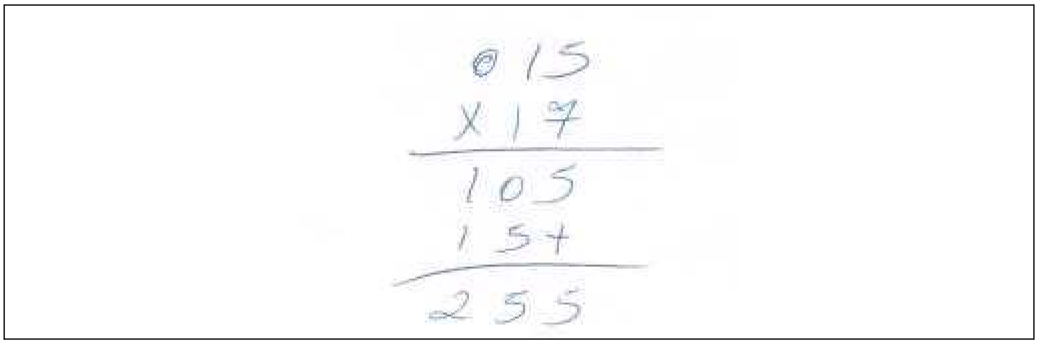
Protocolo de Rute e de Afonso


17
×15
85
17
2,55
17 pães custaria 2,55

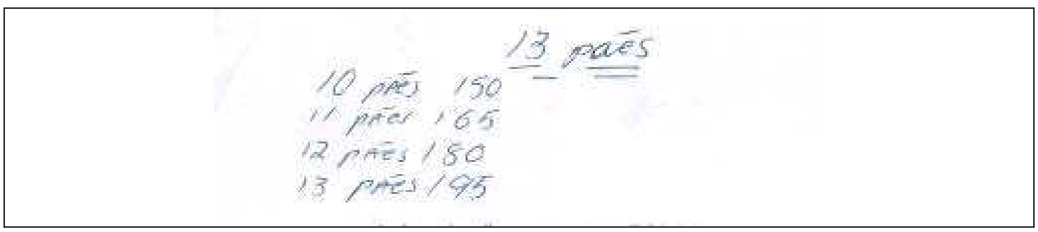
Protocolo de Ana Márcia e de Rafael



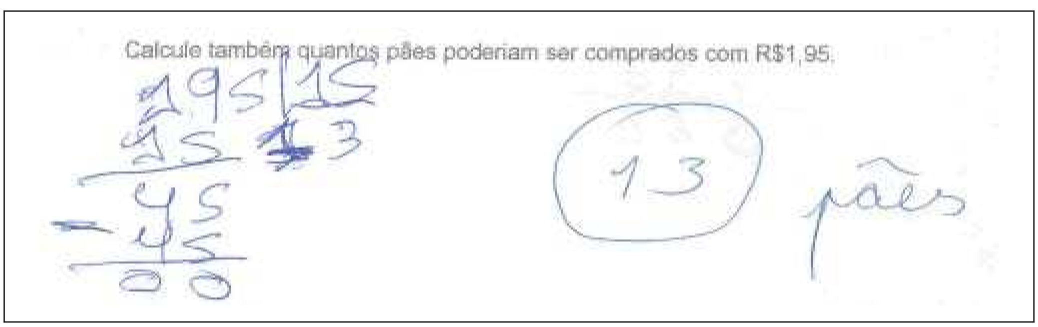
Protocolo de Vilma e do Nilson



Protocolo de Rute e de Afonso



Protocolo de Vilma e de Nilson



Com relação ao item **4.4.4 Resolução da quarta parte do segundo problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso

COMPRARIA 20 PÃES e
SOBRARIA, 20 CENTAVOS QUE
PODERIA VIRAR 21 PÃES e
5 CENTAVOS QUE É UMA BALA

Protocolo de Janaina e de Diana

3 Reais dos pra compra 18 paes e sobra
0,50 sentavos ai dos pra compra mais
3 paes que da 3,15
dos pra compra 21 paes por, 3,15

Protocolo de Eduardo e de Egídio

0,15
21
3,15 · 21 pães

Com relação ao item **4.4.5 Resolução da quinta parte do segundo problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso

0,18 . 1 = 0,15 (1 + 1)
0,18 - 0,15 = 1 + 1 ≠ 2
~~0~~,03 = 2
~~0~~ = 5   n = 5

a) 3   ~~b)~~ 5   c) 7   d) 9

Protocolo de Vilma e de Nilson

$$\begin{array}{r} 0,15 \\ +\,0,15 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \\ 18 \\ \hline 5,40 \end{array}$$

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9

Com relação ao item **4.4.6 Resolução da sexta parte do segundo problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso

n=5 depois da redução do preço

Protocolo de Clóvis e de Rodrigo

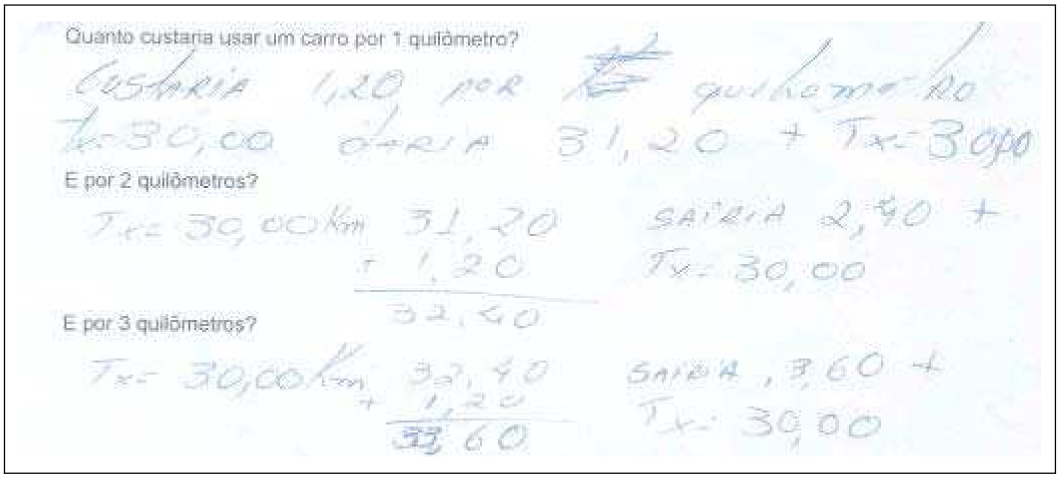
Depois

Protocolo de Raquel e de José

7 Não

Com relação ao item **4.5.1 Resolução da primeira parte do terceiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso


Quanto custaria usar um carro por 1 quilômetro?

Custaria 1,20 por quilometro Tx=30,00 daria 31,20 + Tx=30,00

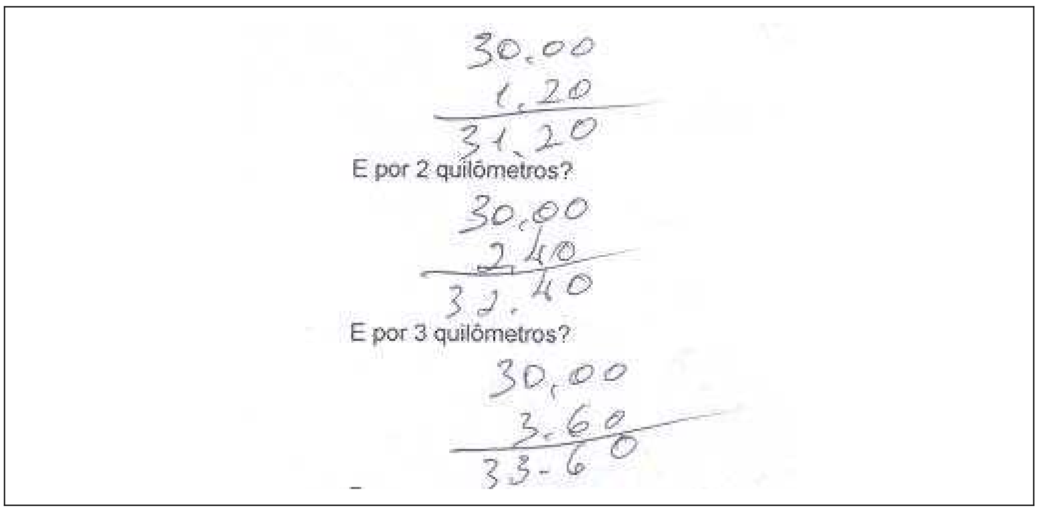
E por 2 quilômetros?

Tx= 30,00 km 31,20 + 1,20 = 32,40 Saíria 2,40 + Tx= 30,00

E por 3 quilômetros?

Tx= 30,00 km 32,40 + 1,20 = 33,60 Saíria 3,60 + Tx= 30,00

Protocolo de Solange e de Rafael


30,00
1,20
31,20

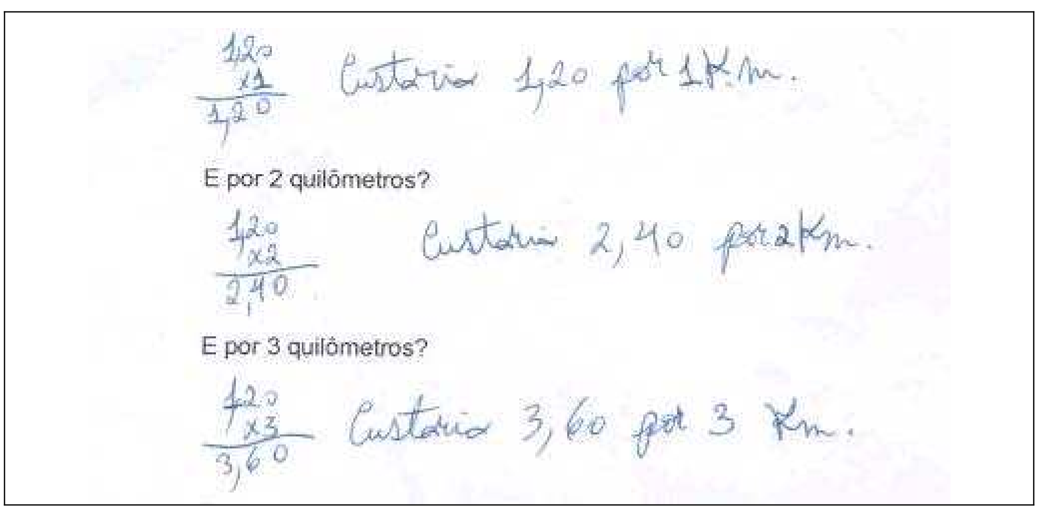
E por 2 quilômetros?

30,00
2,40
32,40

E por 3 quilômetros?

30,00
3,60
33,60

Protocolo de Susana e de Heitor


1,20 x1 = 1,20 Custaria 1,20 por 1 Km.

E por 2 quilômetros?

1,20 x2 = 2,40 Custaria 2,40 por 2 Km.

E por 3 quilômetros?

1,20 x3 = 3,60 Custaria 3,60 por 3 Km.

Protocolo de Ana Márcia e de Daniela

Quanto custaria usar um carro por 1 quilômetro? 1,20

E por 2 quilômetros? 2,40 por quilômetros.

E por 3 quilômetros? 3,60 por quilômetros

Com relação ao item **4.5.2 Resolução da segunda parte do terceiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso

135
1,20
000
270
135
162,00 + Tx: 30,00

Um cliente tem que pagar R$ 192,00

Protocolo de Susana e de Heitor

1,35
x 1,20
2,700
1,35+
4,050

Ele pagará 40,50.

Protocolo de Nilza e de Raquel

a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

192 Reais

Protocolo de Arnaldo e de Clóvis

a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

135
x 1,20
1,2,0
1,7,8,0
192,00

192,00

Protocolo de Eduardo e de Rodrigo

a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

120 . 135 =

$$\begin{array}{r} 120 \\ \times 135 \\ \hline 600 \\ 360+ \\ 120+ \\ \hline 162.00 \end{array}$$

60

162,0 R$

Protocolo de Janaina e de Davi

a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel? Ele pagara 162,00 Reais

$$\begin{array}{r} 162 \\ 30 \\ \hline 192 \end{array}$$

Protocolo de Rute e de Afonso

~~120,00~~
~~120~~
~~13200~~
~~75~~

75 Km

Protocolo de Susana e de Eduardo

$$\begin{array}{r} 400 \\ \times 120 \\ \hline 000 \\ 400+ \\ \hline 4000 \end{array}$$

Ele pode rodar no máximo 400 Km.

Protocolo de Solange e de Rafael

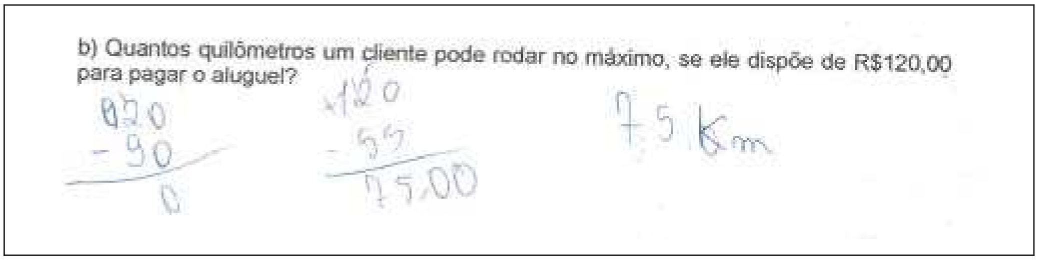
75 + 30 da Taxa fixo.

Protocolo de Celina e de Lourival

100 KM.

$$\begin{array}{r} 100 \\ \times 12 \\ \hline 120 \end{array}$$

Protocolo de Arnaldo e de Clóvis


b) Quantos quilômetros um cliente pode rodar no máximo, se ele dispõe de R$120,00 para pagar o aluguel?

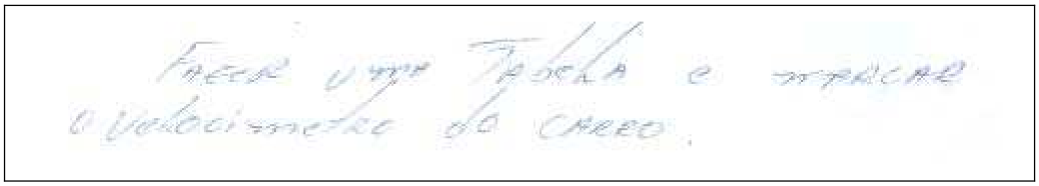
120
- 90
0

120
- 55
75,00

75 Km

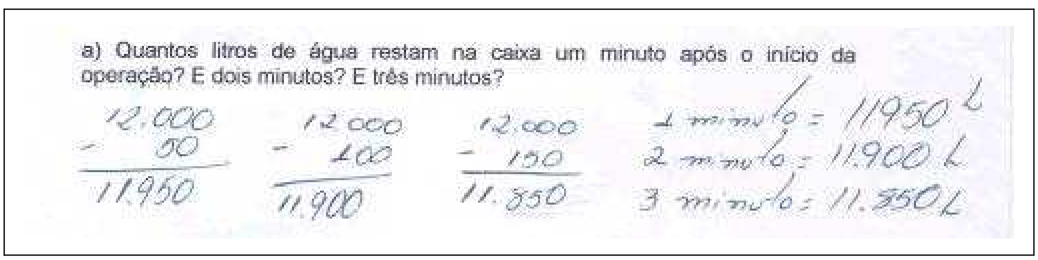
Com relação ao item **4.5.3 Resolução da terceira parte do terceiro problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso


FAZER UMA TABELA E MARCAR O VELOCIMETRO DO CARRO.

Com relação ao item **4.6.1 Resolução da primeira parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Rute e de Afonso


a) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação? E dois minutos? E três minutos?

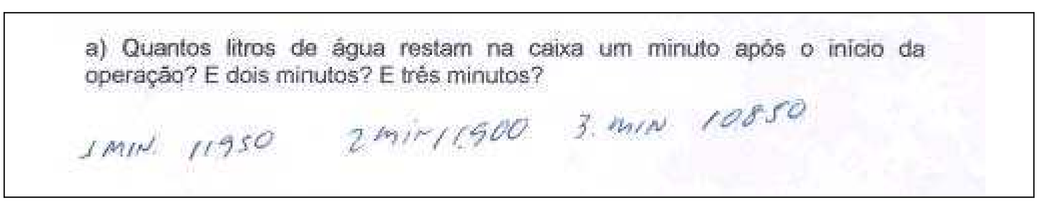
12.000
- 50
11.950

12.000
- 100
11.900

12.000
- 150
11.850

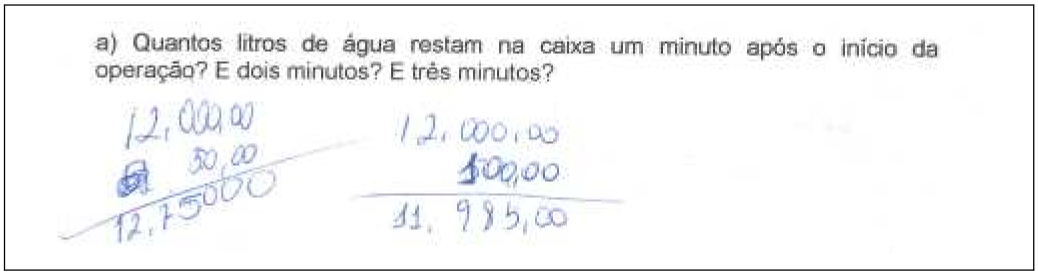
1 minuto = 11950 L
2 minuto = 11.900 L
3 minuto = 11.850 L

Protocolo de Eduardo e de Rodrigo


a) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação? E dois minutos? E três minutos?

1 MIN 11950 2 MIN 11900 3 MIN 10850

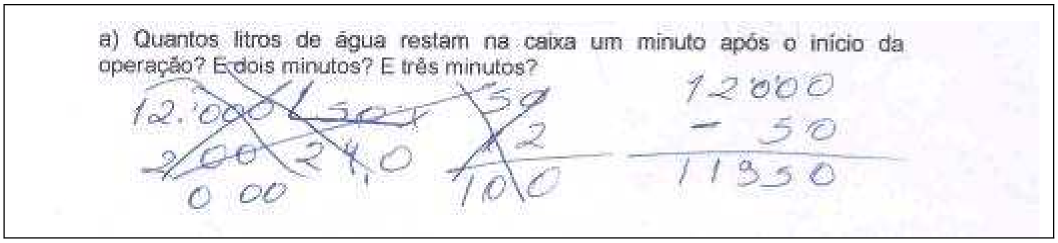
Protocolo de Nilza e de Jorge


a) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação? E dois minutos? E três minutos?

12,000,00
50,00
12,75000

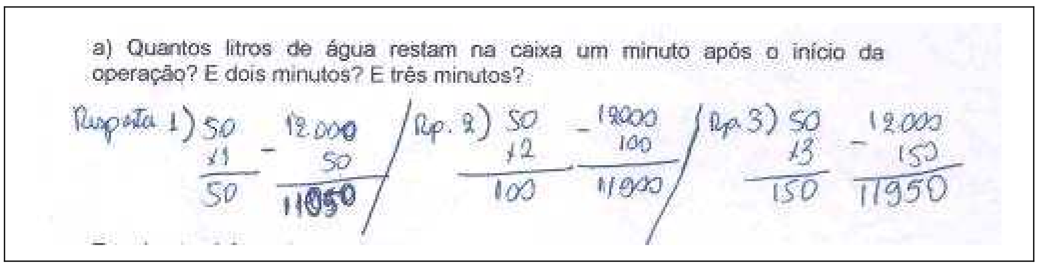
12.000,00
500,00
11.985,00

Protocolo de Vilma e de Nilson


a) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação? E dois minutos? E três minutos?

12000
− 50
11950

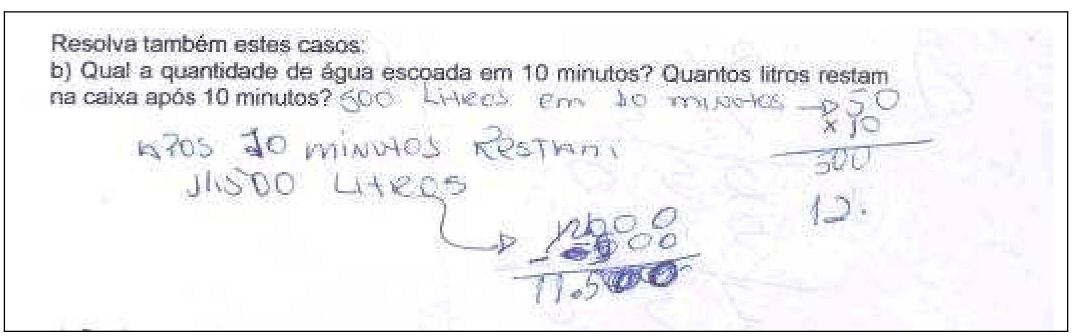
Protocolo de Celina e de Robson


a) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação? E dois minutos? E três minutos?

Resposta 1) 50 x1 50 — 12.000 − 50 = 11950 / Rp. 2) 50 x2 100 — 12000 − 100 = 11900 / Rp. 3) 50 x3 150 — 12.000 − 150 = 11950

Com relação ao item **4.6.2 Resolução da segunda parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Andressa e de Solange


Resolva também estes casos:

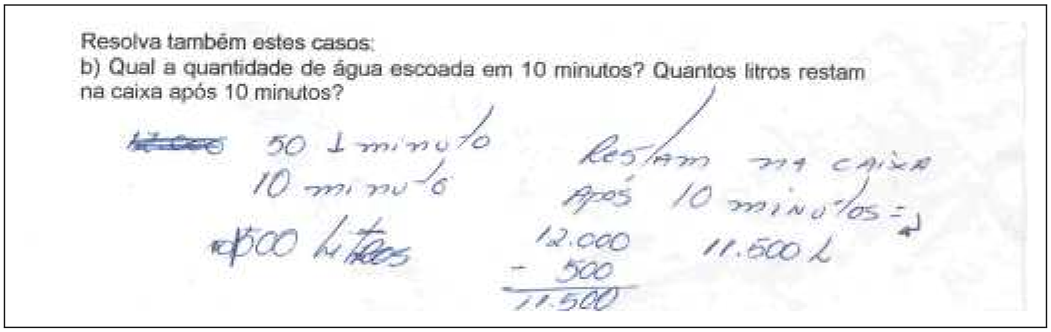
b) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos? 500 litros em 10 minutos

Após 10 minutos restam 11500 litros

50 x 10 = 500

12000 − 500 = 11500

Protocolo de Rute e de Afonso

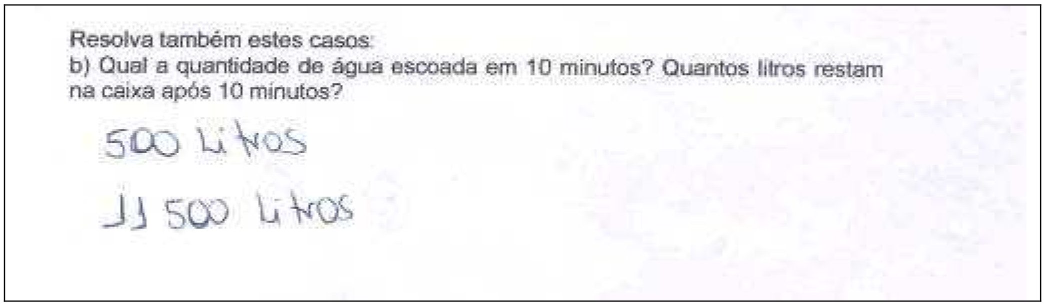


Resolva também estes casos:
b) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

~~12.000~~ 50 1 minuto
10 minuto
500 litros

Restam na caixa
após 10 minutos =
12.000
− 500
11.500
11.500 L

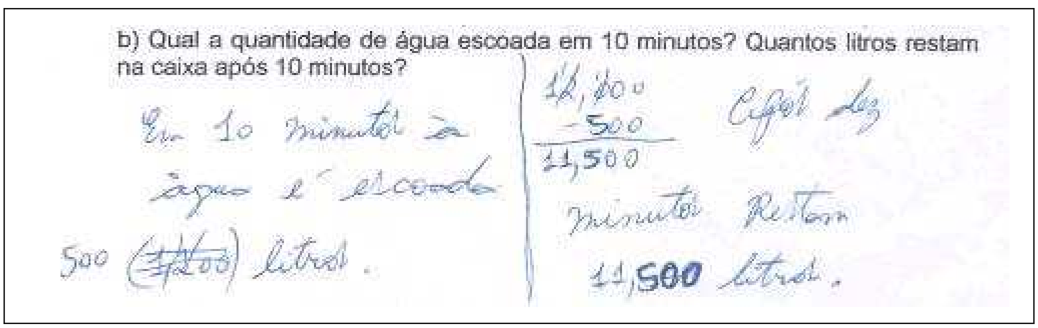
Protocolo de Raquel e de José



Resolva também estes casos:
b) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

500 Litros
11 500 Litros

Protocolo de Suzana e de Heitor

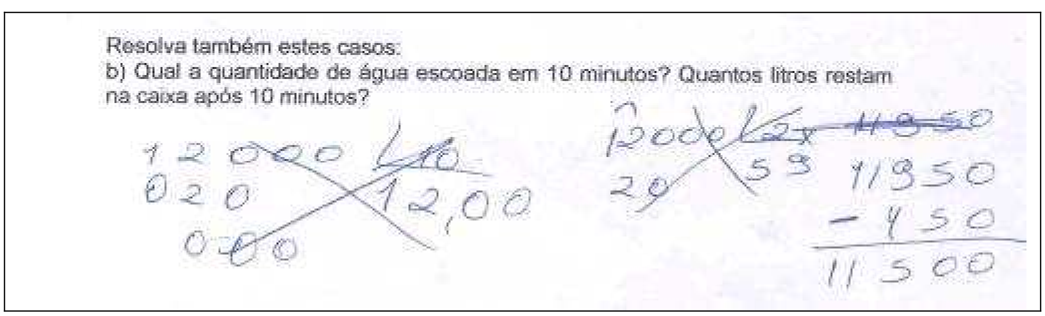


b) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

Em 10 minutos a
água e escoada
500 (~~11,500~~) litros.

12,000
− 500
11,500
Após dez
minutos Restam
11,500 litros.

Protocolo de Vilma e de Nilson



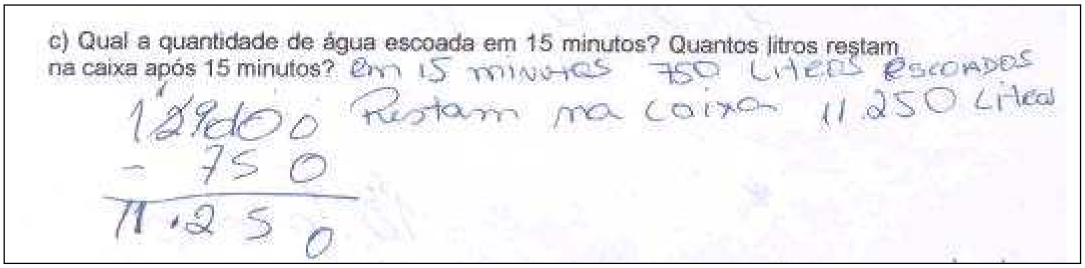
Resolva também estes casos:
b) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

12 000 | 10
020 | 12,00
000

1200 | 2 ~~11 950~~
20 | 59
11 950
− 450
11 500

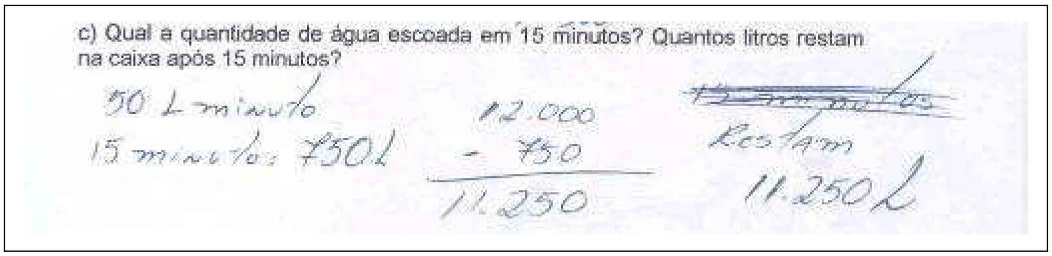
Com relação ao item **4.6.3 Resolução da terceira parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Andressa e de Solange


c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos? Em 15 minutos 750 Litros escoados

12000 Restam na caixa 11.250 Litros
− 750
11.250

Protocolo de Rute e de Afonso

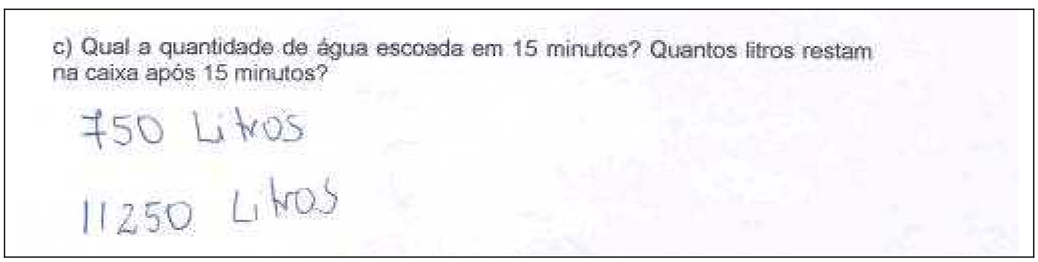

c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

50 L minuto
15 minutos 750 L

12.000
− 750
11.250

~~15 minutos~~
Restam
11.250 L

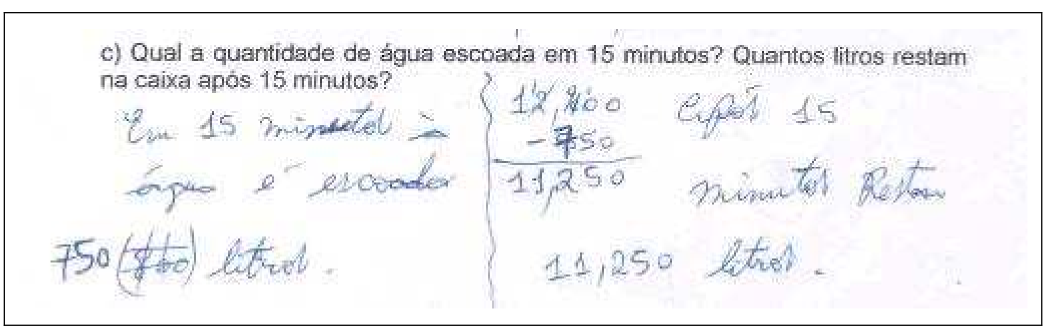
Protocolo de Raquel e de José


c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

750 Litros

11250 Litros

Protocolo de Suzana e de Heitor

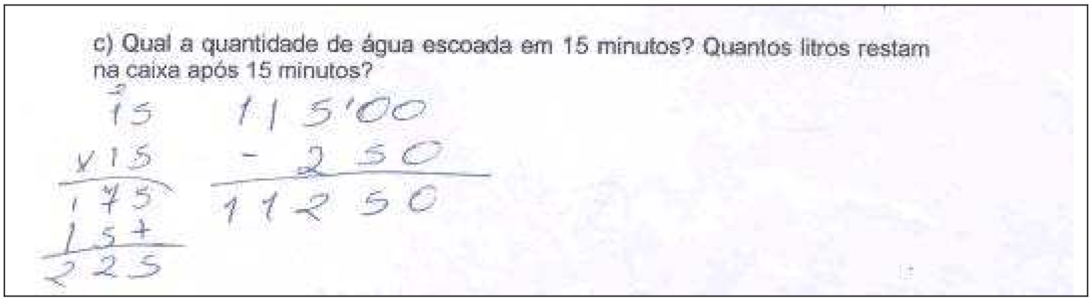

c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

Em 15 minutos a água é escoada 750 (700) litros.

12,000
− 750
11,250

Após 15 minutos Restam 11,250 litros.

Protocolo de Vilma e de Nilson

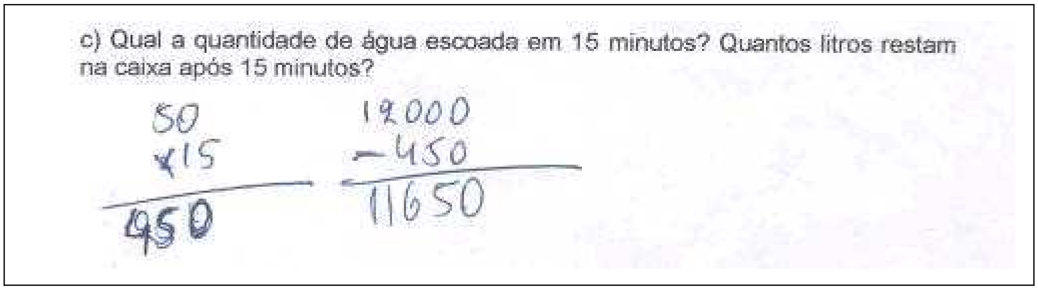


c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

15 × 15 = 175 + 15 = 225

11 5'00 − 250 = 11250

Protocolo de Celina e de Robson



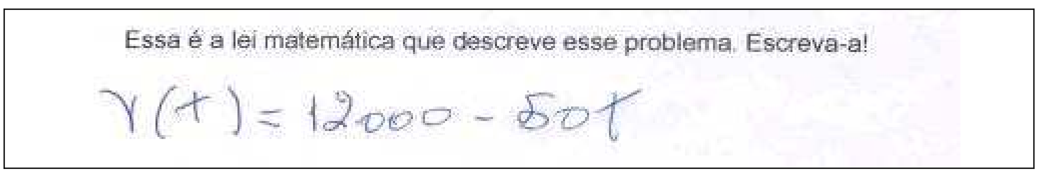
c) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

50 × 15 = 450

12000 − 450 = 11650

Com relação ao item **4.6.4 Resolução da quarta parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

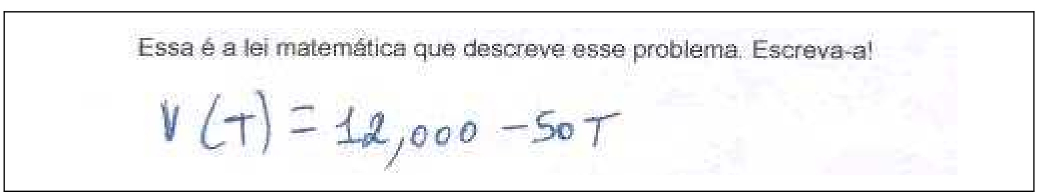
Protocolo de Raquel e de José



Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

$V(t) = 12000 - 50t$

Protocolo de Suzana e de Heitor



Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

$V(T) = 12{,}000 - 50T$

Protocolo de Ana Márcia e de Daniela

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

V(T) = 12000 - 50 [illegible]

$$\begin{array}{r} 12000 \\ -\ \ 50 \\ \hline 38 \end{array}$$

Protocolo de Rute e de Afonso

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

V=(t) 12000 - 50t

Protocolo de Celina e de Robson

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

V= (T) = 12.000

Protocolo de Eduardo e de Rodrigo

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

12 000L(T) – 50 L(T)

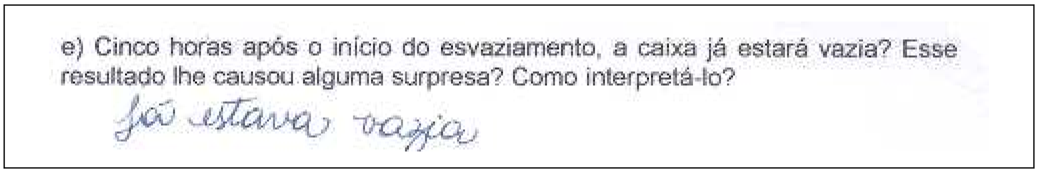
Protocolo da Andressa e da Solange

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

subtração, multiplicação e adição

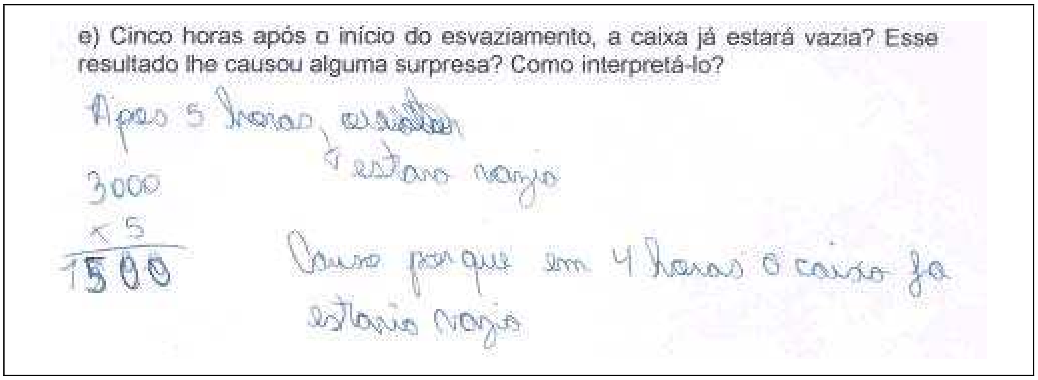
Com relação ao item **4.6.5 Resolução da quinta parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo da Beatriz e da Aline


e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

Jái estava vazia

Protocolo de Arnaldo e de Clóvis

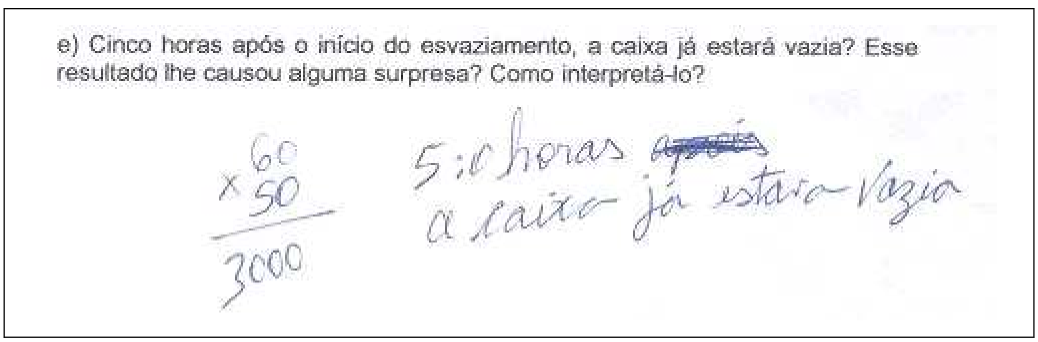

e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

Após 5 horas, ~~[illegible]~~ estara vazia

3000
×5
1500

Causo porque em 4 horas a caixa ja estaria vazia

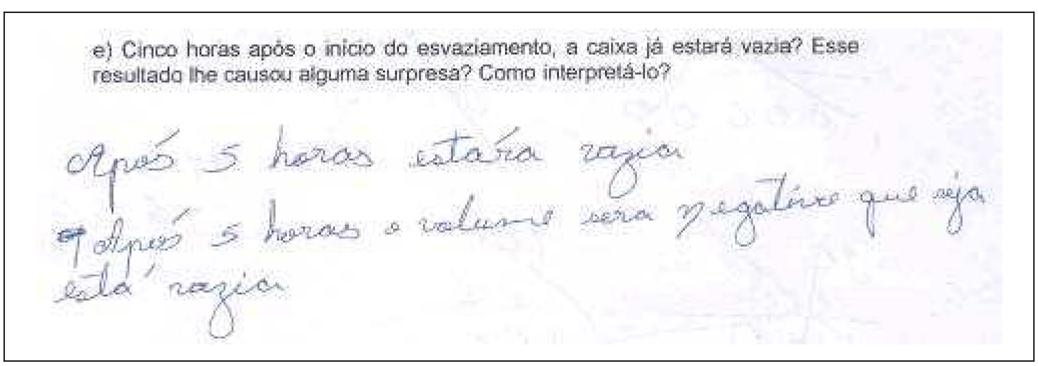
Protocolo da Ana Márcia e da Daniela


e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

60
×50
3000

5:0 horas ~~[illegible]~~ a caixa já estara vazia

Protocolo da Vilma e de Nilson


e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

Após 5 horas estara vazia
Após 5 horas o volume sera negativo que seja está vazia

Protocolo de Egídio e de Lourival

e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

a caixa gastou mais litros do que ela tinha

3000 lts
x 5
15.000 Lts.

Protocolo da Suzana e de Heitor

e) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

Interpretá-lo como depois de 5 horas o volume será negativo. Significa que já está vazia.

Com relação ao item **4.6.6 Resolução da sexta parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo de Egídio e de Lourival

f) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

12.000 lts
− 7000 lts
5.000 lts

2 hs faz 6.000 lts 20 minutos 1.000 lts então 2:20 hs é o tempo que necessita p/ a caixa d'água.

Protocolo da Aline e da Beatriz

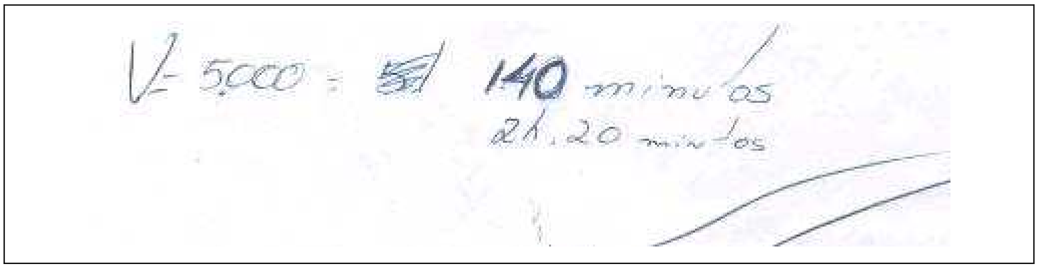
f) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

15.000
− 140
4860

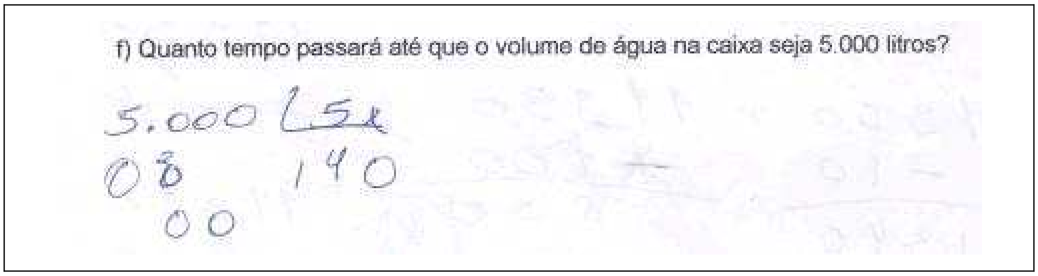
12.000
− 7.000
5.000

~~[illegible]~~

Protocolo da Rute e de Afonso

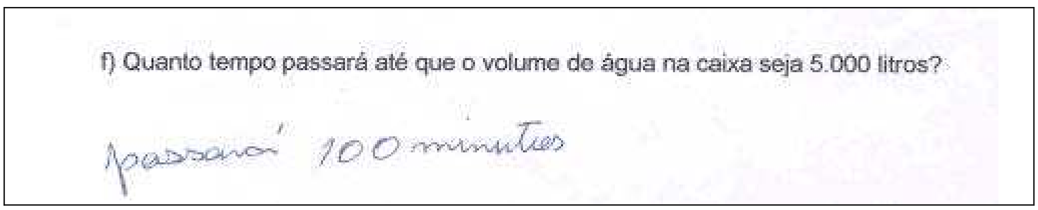

V = 5000 : 51 140 minutos
21.20 minutos

Protocolo da Vilma e de Nilson


f) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

5.000 | 5l
08 140
00

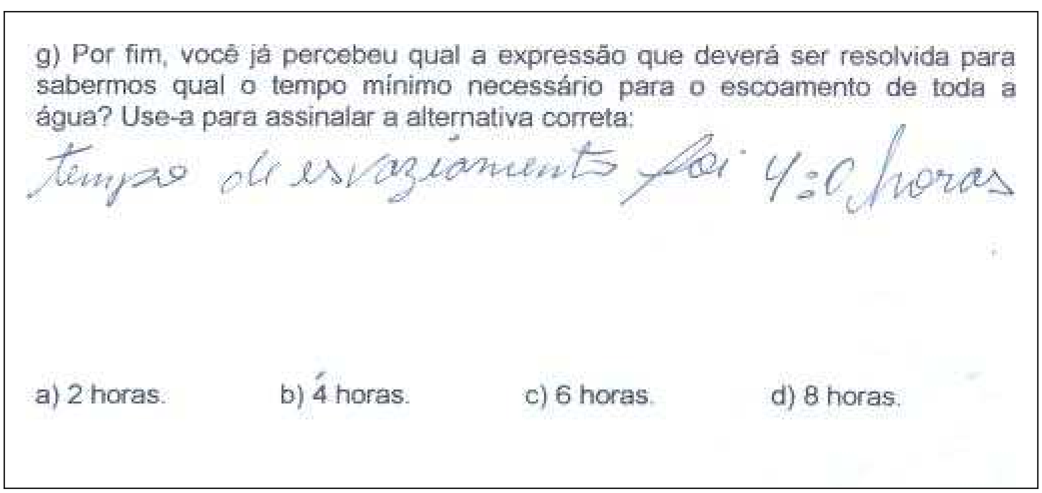
Protocolo da Andressa e da Solange


f) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

passará 100 minutos

Com relação ao item **4.6.7 Resolução da sétima parte do quarto problema**, escaneamos os seguintes protocolos dos alunos:

Protocolo da Ana Márcia e da Daniela


g) Por fim, você já percebeu qual a expressão que deverá ser resolvida para sabermos qual o tempo mínimo necessário para o escoamento de toda a água? Use-a para assinalar a alternativa correta:

tempo de esvaziamento foi 4:0 horas

a) 2 horas. b) 4 horas. c) 6 horas. d) 8 horas.

ANEXO II

OS QUATRO PROBLEMAS PROPOSTOS AOS ALUNOS

PRIMEIRO PROBLEMA

Resolvido individualmente pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em 19/04/2007

Capítulo VII

A Matemática por trás dos fatos

A matemática que não vemos

Todos os dias realizamos um grande número de operações matemáticas. Na maioria das vezes nem nos damos conta disso, mas nem sempre foi assim.

Se hoje temos muitos recursos matemáticos à nossa disposição é porque eles foram construídos, passo a passo, através dos tempos.

Cada um dos conhecimentos descobertos, em seu momento, permitiu que o homem subisse um degrau em direção ao estágio de desenvolvimento em que vivemos hoje.

Dois fatores foram essenciais nessa busca por parte do homem: a necessidade e a **curiosidade**. E é desses mesmos dois fatores que vamos nos valer nesse capítulo.

Queremos que você desperte seu olhar curioso sobre os temas apresentados e veja neles algo que explique e amplie sua visão sobre coisas simples do dia-a-dia.

Em algumas situações, você poderá achar tudo muito óbvio, mas não perca a paciência nem pule etapas. Cada novo passo dado irá enriquecer sua bagagem de conhecimentos matemáticos.

Esperamos que esses conhecimentos possam torná-lo mais autônomo e apto a interpretar de maneira mais precisa e crítica as coisas do dia-a-dia.

Matemática no café da manhã

Isso mesmo! É comum começarmos a lidar com a matemática desde que acordamos. Vamos ver?

Comprando os pãezinhos pela manhã, podemos encontrar uma tabela como essa pregada no caixa da padaria.

PADARIA BELO PÃO Pão Francês	
1	0,18
2	0,36
3	0,54
4	0,72
5	0,90
6	1,08
7	1,26
8	1,44
9	1,62
10	1,80
11	1,98
12	2,16
13	2,34
14	2,52
15	2,70

Tabela 1

Você já viu isso alguma vez? Ela permite que o caixa economize tempo na hora de saber o preço dos pães.

Vamos pensar um pouquinho nessa tabela e nas possíveis maneiras de usá-la e construí-la.

Resolvendo Problemas

Caso um cliente desejasse comprar 17 pãezinhos, seria necessário calcular o preço, pois ele não consta da tabela. É possível que nessa hora sejam trocadas as seguintes palavras entre o caixa e o cliente:

Pensando em voz alta, o caixa diz:

2,70 + 0,36 = 3,06

O cliente, por sua vez, responde:

De fato, 17 . 0,18 = 3,06.

Esse diálogo traduz dois raciocínios, que revelam duas maneiras diferentes de chegar à mesma conclusão. Pense um pouquinho e explique como pensou cada um para chegar ao valor dos 17 pães.

A) E você, como faria essa conta? Encontre outras maneiras de chegar a esse resultado.

Vamos pensar um pouco na construção da tabela da padaria. Poderíamos pensar, por exemplo, assim:

0,18 = 0,18 . 1 *0,36 = 0,18 . 2* *0,54 = 0,18 . 3* *0,72 = 0,18 . 4*	*O preço a ser pago pelo cliente é igual ao preço de um pão, multiplicado pelo número de pães comprados.*

A frase que está no quadro deixa bem clara qual é a lei matemática que relaciona o número de pães com o preço desses pães.

Será que não existe um jeito de dizer isso com símbolos matemáticos?

Existe! Basta chamarmos de P o preço a ser pago e de n o número de pães comprados. P(n) será o preço a ser pago por n pãezinhos. A expressão será:

$$\boxed{P(n) = 0{,}18 \cdot n}$$

Estamos dizendo a mesma coisa, agora na "língua" da Matemática.

Podemos até dizer que "descobrimos" a lei matemática ou o **modelo matemático** que está por trás desse fato. Vamos usá-lo agora.

B) Substitua n por 25 na expressão que encontramos. A expressão ficará P(25) = 0,18 . 25. Faça essa conta! O caixa da padaria faria essa conta para descobrir o quê?

Vamos explorar mais um pouco a expressão matemática do preço dos pães. Se substituirmos P por 0,72, a expressão ficará 0,72 = 0,18 . n.

Para resolvê-la, devemos fazer $n = \dfrac{0{,}72}{0{,}18}$.

C) Faça a conta! O resultado fornecerá o número de pães que podem ser comprados com R$ 0,72.

a) Você poderia calcular o preço de 15 pães mais o preço de 2 pães, ou o preço de 1 pão multiplicado por 15.
b) P = 4,50. O caixa faria este cálculo para obter o preço de 25 pães.
c) 4 pães.

1) Pense um pouquinho e explique como pensou cada um para chegar ao valor dos 17 pães.

1A) E você, como faria essa conta? Encontre outras maneiras de chegar a esse resultado.

1B) Substitua **n** por 25 na expressão que encontramos. A expressão ficará P(25)=0,18 **.** 25. Faça essa conta! O caixa da padaria faria essa conta para descobrir o quê?

Para resolvê-la, devemos fazer $n = \frac{0{,}72}{0{,}18}$.

1C) Faça a conta! O resultado fornecerá o número de pães que podem ser comprados com R$0,72.

SEGUNDO PROBLEMA

Resolvido em duplas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em 10/05/2007

Desenvolvendo competências

1

1. Agora é sua vez. Utilize as idéias que desenvolvemos para auxiliar um cliente que deseja comprar 20 pães e tem R$ 3,20. Será que o dinheiro é suficiente? Se não for, quantos pães ele poderia comprar? Se o dinheiro dele não for suficiente e você fosse aquele amigo certo, na hora certa, quanto teria que emprestar a ele para que pudesse comprar os 20 pães?

Coisas do comércio! A cem metros de nossa padaria foi inaugurada uma outra, e os moradores das redondezas agora têm duas opções para comprar seu pãozinho matinal. Para manter sua clientela, o proprietário da padaria Belo Pão tratou de baixar seus custos, diminuindo o desperdício e conseguindo desconto na compra das matérias-primas. Reduziu também sua margem de lucro e mandou fazer um belo cartaz.

PROMOÇÃO!!!
Pão Francês
R$ 0,15

2. Será necessário obtermos um novo modelo matemático para essa nova situação. Compare as duas situações e verifique o que mudou com a redução de preço. Escolha o modelo correto dentre as alternativas propostas:

a) $n=0,15\ P(n)$ b) $P(n)=0,15n$ c) $P(n)=0,15+n$ d) $n=0,15+P(n)$

3. Se você conhecer a lei matemática que modela a nova situação, poderá utilizá-la para descobrir, por exemplo, quanto custariam 17 pães no novo preço. Calcule também quantos pães poderiam ser comprados com R$1,95.

4. Aquele cliente que tem R$3,20 e quer comprar 20 pães, agora conseguiria comprar todos os pães que deseja?

5. Vamos fazer agora um uso um pouco mais sofisticado dessas idéias. Pense na seguinte situação:

Uma senhora que costumava comprar uma certa quantidade de pães todos os dias, pode, após a redução do preço, comprar um pão a mais, gastando a mesma quantia. Como fazer para descobrir quantos pães ela costumava comprar?

Vamos resolver essa situação juntos:

- *Escreva a expressão que corresponde ao valor pago por n pães no preço antigo.*
- *O valor pago por n+1 pães no preço novo é* $P(n+1) = 0,15\ (n+1)$.
- *Como o preço é o mesmo, as duas expressões são iguais.*

Assim, podemos escrever: $0,18\ .\ n = 0,15\ (n+1)$

Para resolver essa equação é preciso tirar os parênteses do segundo membro: $0,18\ .\ n = 0,15n + 0,15$

Resolva a equação e assinale o valor de n:

a) 3. b) 5. c) 7. d) 9.

6. A resposta obtida no problema anterior corresponde ao número de pães que a senhora comprava antes ou depois da redução do preço?

1A) Agora é sua vez. Utilize as idéias que desenvolvemos para auxiliar um cliente que deseja comprar 20 pães e tem R$3,20. Será que o dinheiro é suficiente?

1B) Se não for, quantos pães ele poderia comprar?

1C) Se o dinheiro dele não for suficiente e você fosse aquele amigo certo, na hora certa, quanto teria que emprestar a ele para que pudesse comprar os 20 pães?

PROMOÇÃO !!! **Pão Francês** **R$ 0,15**

2) Será necessário obtermos um novo modelo matemático para essa nova situação. Compare as duas situações e verifique o que mudou com a redução de preço. Escolha o modelo correto dentre as alternativas propostas:

a) n=0,15 P(n) b) P(n)=0,15n c) P(n)=0,15+n d) n=0,15+P(n)

3A) Se você conhecer a lei matemática que modela a nova situação, poderá utilizá-la para descobrir, por exemplo, quanto custariam 17 pães no novo preço.

3B)Calcule também quantos pães poderiam ser comprados com R$1,95.

4) Aquele cliente que tem R$3,20 e quer comprar 20 pães, agora conseguiria comprar todos os pães que deseja?

5) Assim, podemos escrever: 0,18 **.** n = 0,15 (n+1)

Para resolver essa equação é preciso tirar os parênteses do segundo membro:
0,18 **.** n = 0,15n + 0,15
Resolva a equação e assinale o valor de **n**:

a) 3 b) 5 c) 7 d) 9

6) A resposta obtida no problema anterior corresponde ao número de pães que a senhora comprava antes ou depois da redução do preço?

TERCEIRO PROBLEMA

Resolvido em duplas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em 17/05/2007

4 Desenvolvendo competências

Leia este problema

Uma locadora de automóveis adota o seguinte critério para calcular o valor a ser cobrado pelo aluguel de seus carros:

• Uma taxa fixa de R$$30,00, independente de quantos quilômetros foram rodados.

• Uma taxa variável de R$$1,20 por quilômetro rodado.

Este valor inicial de R$30,00 é novidade. O que vai mudar na lei matemática?

Resolvendo passo a passo

Para descobrir a lei matemática que descreve esse fato, procure responder às seguintes perguntas:

Quanto custaria usar um carro por 1 quilômetro? E por 2 quilômetros? E por 3 quilômetros? Que cálculos você fez para obter essas respostas?

Pense em cada um dos procedimentos que você fez e tente criar uma regra para calcular o valor do aluguel para **n** quilômetros.

Essa resposta deverá levá-lo à lei matemática **P(n) = 30 + 1,2 . n**, sendo **P** o preço da locação em reais e **n** o número de quilômetros rodados.

Dispondo dessa lei, você poderá responder às questões seguintes. Mãos à obra!

a) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

b) Quantos quilômetros um cliente pode rodar no máximo, se ele dispõe de R$120,00 para pagar o aluguel?

Dê sua opinião. O que seria melhor? Afixar na locadora uma tabela com o valor a ser pago de acordo com os quilômetros rodados, ou um gráfico que contivesse as mesmas informações da tabela?

Locadora de Automóveis

a) R$ 192,00

b) 75 km

Resolvendo passo a passo

Para descobrir a lei matemática que descreve esse fato, procure responder às seguintes perguntas:

Faça os cálculos para obter as seguintes respostas:

1A) Quanto custaria usar um carro por 1 quilômetro?

1B) E por 2 quilômetros?

1C) E por 3 quilômetros?

Pense em cada um dos procedimentos que você fez e tente criar uma regra para calcular o valor do aluguel para **n** quilômetros.

Essa resposta deverá levá-lo à lei matemática **P(n) = 30 + 1,2 . n**, sendo **P** o preço da locação em reais e **n** o número de quilômetros rodados.

Dispondo dessa lei, você poderá responder às questões seguintes. Mãos à obra!

A) Um cliente que tenha rodado 135 km numa locação, deverá pagar quanto de aluguel?

B) Quantos quilômetros um cliente pode rodar no máximo, se ele dispõe de R$120,00 para pagar o aluguel?

Dê sua opinião. O que seria melhor? Afixar na locadora uma tabela com o valor a ser pago de acordo com os quilômetros rodados, ou um gráfico que contivesse as mesmas informações da tabela?

QUARTO PROBLEMA

Resolvido em duplas pelos alunos do 1º ano do Ensino Médio da Educação de Jovens e Adultos (EJA), em 22/05/2007

Quanto tempo esperar?

Uma caixa d ’água com volume de 12.000 litros, cheia, deverá ser esvaziada por uma tubulação que permite uma vazão constante de 50 litros por minuto.
Desejamos saber o volume que ainda resta na caixa após alguns minutos do início da operação.

Alguns raciocínios simples permitirão que você responda às seguintes questões.Tente!

A1) Quantos litros de água restam na caixa um minuto após o início da operação?
A2) E dois minutos? **A3**) E três minutos?

Resolva também estes casos:

B) Qual a quantidade de água escoada em 10 minutos? Quantos litros restam na caixa após 10 minutos?

C) Qual a quantidade de água escoada em 15 minutos? Quantos litros restam na caixa após 15 minutos?

D) Pense nos cálculos que foram feitos para responder a essas duas questões. A partir deles é possível obter uma regra geral para o número de litros que restam na caixa após **n** minutos.

Essa é a lei matemática que descreve esse problema. Escreva-a!

Estas respostas são colocadas no rodapé da página, no sentido inverso

Caixa d'água:
a) 11.950l, 11.900l, 11.850l
b) 500l, 11.500l
c) 750l, 11.250l
d) $V(t)=12.000-50t$

Com a lei matemática você poderá responder a outras questões que não seriam tão facilmente respondidas com os procedimentos usados no início do problema.Use a lei obtida para respondê-las:

E) Cinco horas após o início do esvaziamento, a caixa já estará vazia? Esse resultado lhe causou alguma surpresa? Como interpretá-lo?

F) Quanto tempo passará até que o volume de água na caixa seja 5.000 litros?

G) Por fim, você já percebeu qual a expressão que deverá ser resolvida para sabermos qual o tempo mínimo necessário para o escoamento de toda a água? Use-a para assinalar a alternativa correta:

a) 2 horas. b) 4 horas. c) 6 horas. d) 8 horas.

e) Após 5 horas o volume será negativo. Significa que já está vazia.
f) V = 5.000 para t= 140 minutos.
g) Tempo de esvaziamento: 4 horas. Resposta: b