



UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
CAMPUS DE CURITIBA
DEPARTAMENTO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
E DE MATERIAIS - PPGEM

ESTEVAN RODRIGO CECCON

CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL USANDO
NEUTRALIZADORES DINÂMICOS VISCOELÁSTICOS

CURITIBA

OUTUBRO - 2008

Estevan Rodrigo Ceccon

CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL USANDO NEUTRALIZADORES DINÂMICOS VISCOELÁSTICOS

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Área de Concentração em Mecânica dos Sólidos e Vibrações, do Departamento de Pesquisa e Pós-Graduação, do Campus de Curitiba, da UTFPR.

Orientador: Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr.

CURITIBA

OUTUBRO – 2008

TERMO DE APROVAÇÃO

ESTEVAN RODRIGO CECCON

CONTROLE DE VIBRAÇÃO TORCIONAL USANDO NEUTRALIZADORES DINÂMICOS VISCOELÁSTICOS

Esta Dissertação foi julgada para a obtenção do título de mestre em engenharia, na área de concentração em Mecânica dos Sólidos e Vibrações, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais.

Prof. Giuseppe Pintaúde, D.Sc.
Coordenador de Curso

Banca Examinadora

Prof. Carlos Alberto Bavastri, Dr. Eng.
(UFPR)

Prof. Eduardo Márcio de O. Lopes, Ph.D.
(UFPR)

Prof. Jucélio Tomás Pereira, D.Sc.
(UTFPR)

Prof. Marco Antônio Luersen, Dr.
(UTFPR)

Curitiba, outubro de 2008

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida, renovado a cada provação que se apresenta e nos sonhos que se concretizam.

Aos meus pais, Olaertes e Goreti, por serem exemplo de vida, dedicação e amor, que direta ou indiretamente, acreditam e me incentivam a correr atrás de meus ideais.

A Carolina agradeço o apoio, o afeto, o reconhecimento e a compreensão dos inúmeros momentos dedicados a este importante trabalho.

Aos meus colegas, pelo apoio e ajuda durante o cumprimento das disciplinas, aos amigos Kokot e Eduardo pela ajuda na parte experimental no Laboratório de Vibrações (LAVIB), aos amigos Wagner e Marcus pelas dicas e ao grande amigo Endrigo pelo empréstimo de recursos necessários e ajuda na parte experimental deste trabalho.

Ao meu orientador pelas diretrizes de trabalho, explicações, compreensão e paciência na tarefa de orientar um aluno que não tinha dedicação exclusiva ao mestrado e sem experiência prévia na área de estudo.

À UTFPR por disponibilizar os recursos utilizados no procedimento experimental e à empresa SEW por emprestar os equipamentos utilizados para gerar a excitação torcional (servomotor e conversor de frequência).

CECCON, Estevan Rodrigo, **Controle de Vibração Torcional Usando Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos**, 2008, Dissertação (Mestrado em Engenharia) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 136p.

RESUMO

O problema de vibração torcional pode ocorrer em muitos equipamentos como motores a combustão, compressores radiais, caixas de engrenagens e sistemas de transmissão de torque entre eixos. Se, na faixa de frequência de excitação, encontram-se uma ou várias frequências naturais torcionais pode ocorrer a falha do eixo por fadiga. Neste trabalho é apresentada uma metodologia para o projeto ótimo de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (NDVs) para reduzir vibrações torcionais em sistemas rotativos. Para tal fim, foram desenvolvidas algumas etapas como o projeto de um sistema de medições torcionais (torque e aceleração angular) e o desenvolvimento de um código por elementos finitos (avaliado e validado por meio de exemplos numéricos) para obter os parâmetros modais do sistema rotativo em análise. Com os parâmetros modais determinam-se os parâmetros construtivos ótimos do neutralizador utilizando um código FORTRAN com interface programada em LABVIEW (LAVIB1). A partir destas características físicas ótimas procedeu-se a realização física do neutralizador dinâmico viscoelástico e a sua construção. Um exemplo numérico-experimental é apresentado para demonstrar a eficiência do neutralizador.

Palavras-chave: Vibração Torcional, Controle de Vibrações, Neutralizadores Dinâmicos, Parâmetros Equivalentes Generalizados, Materiais Viscoelásticos, Dinâmica de Rotores.

CECCON, Estevan Rodrigo, **Torsional Vibration Control Using Viscoelastic Dynamic Neutralizers**, 2008, thesis (Master in Engineering) - Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica e de Materiais, Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 136p.

ABSTRACT

The problem of torsional vibration may occur in many equipment as combustion engines, radial compressors, gear reducers and torque transmission systems between axes. If, in the working frequency range, there are any torsional natural frequencies the shaft may fail due to fatigue. This work presents a methodology for the optimum design of a viscoelastic dynamic neutralizer to reduce torsional vibrations in rotating systems. For such an objective some stages were developed as the project of a system for torsional measurements (torque and angular acceleration) and the development of a finite element code (evaluated and validated by means of numerical examples) to obtain the modal parameters of the rotating system in analysis. Feeding these modal parameters to a FORTRAN code with LABVIEW interface (LAVIB1) it is possible to get the optimum physical characteristics of the viscoelastic dynamic neutralizer. With these optimal physical characteristics it is possible to build the neutralizer. A numerical and experimental example is presented to check the neutralizer efficiency.

Keywords: Torsional Vibration, Vibration Control, Dynamic Neutralizers, Generalized Parameters, Viscoelastic Materials, Rotor Dynamics.

SUMÁRIO

RESUMO.....	iii
ABSTRACT	iv
LISTA DE FIGURAS	vii
LISTA DE TABELAS	x
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS	xi
LISTA DE SÍMBOLOS.....	xii
1 INTRODUÇÃO.....	17
1.1 Vibração torcional.....	17
1.2 Controle de Vibrações.....	19
1.3 Estado da Arte.....	20
1.4 Objetivo do trabalho	26
1.5 Composição do trabalho	26
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	28
2.1 Modificação Estrutural e Neutralizadores Dinâmicos.....	28
2.1.1 Neutralizador do Tipo Massa-Mola [MK].....	28
2.1.2 Neutralizador do Tipo Massa-Mola-Amortecedor [MKC]	30
2.1.3 Neutralizador Dinâmico Viscoelástico [NDV]	32
2.2 Aplicação de Neutralizadores Dinâmicos para Vibração Torcional	35
2.2.1 Caso de excitação em banda estreita.....	36
2.2.2 Caso de frequência perturbadora variável (excitação em banda larga)	37
2.3 Materiais Viscoelásticos	41
2.4 Modelos para Materiais Viscoelásticos	42
2.4.1 Modelo com derivada de ordem inteira	42
2.4.2 Modelo com derivada de ordem fracionária.....	44
2.5 Temperatura e Frequência de Transição.....	50
2.6 Parâmetros Equivalentes	56
2.6.1 Modelo Viscoelástico.....	56
2.7 Sistemas à Torção.....	59
2.7.1 Introdução à Dinâmica de Rotores.....	59
2.7.2 Matrizes de Inércia e Rigidez Elementares.....	60
2.7.3 Matrizes de Inércia e Rigidez Globais.....	62
2.8 Sistemas com múltiplos graus de liberdade.....	65
2.8.1 Problema de Autovalores não Amortecido.....	66
2.8.2 Resposta em frequência do sistema primário à torção.....	67
2.8.3 Neutralizadores Dinâmicos Fixados a Sistemas Primários Complexos	70

2.8.4	Truncamento	72
2.9	Técnicas de Otimização Não Linear	77
2.9.1	Aplicação a Neutralizadores Dinâmicos	78
2.9.2	Variável de projeto	79
2.9.3	Função Objetivo	80
3	SIMULAÇÃO NUMÉRICA	81
3.1	Validação do Código	81
3.2	Projeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico	84
4	DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL	87
4.1	Método de medição	87
4.1.1	Medição de Mobilidade Rotacional	87
4.2	Calibração	90
4.3	Relação entre massa do sistema primário e do neutralizador x Relação de inércias do sistema primário e do neutralizador	93
4.4	Determinação da Rigidez Torcional	96
4.5	Ensaio Numérico-Experimental	100
4.5.1	Dados da manta de material viscoelástico	102
4.5.2	Dados do eixo	103
4.5.3	Dados dos discos	104
4.5.4	Dados dos mancais	105
4.6	Otimização pelo código LAVIB1	107
4.6.1	Resultados da Otimização	109
4.7	Construção do Neutralizador	110
4.8	Resultados Experimentais	117
4.9	Comparação entre os Resultados Numéricos e Experimentais	132
5	CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS	133
5.1	Conclusões	133
5.2	Sugestões para Trabalhos Futuros	134
	REFERÊNCIAS	137
	APÊNDICE A – METODOLOGIA E MATERIAIS UTILIZADOS	146
A.1	Seleção do Método	146
A.2	Fases do projeto	147
A.3	Materiais Utilizados	151
	APÊNDICE B – CÓDIGO MATLAB PARA ANÁLISE DE VIBRAÇÕES TORCIONAIS 157	
	ANEXO A – CURVA CARACTERÍSTICA DO SERVOMOTOR UTILIZADO NO EXPERIMENTO	166
	ANEXO B – CARACTERÍSTICAS DO CONVERSOR DE FREQUÊNCIAS UTILIZADO NO EXPERIMENTO	167
	ANEXO C – INFORMAÇÕES DO ACOPLAMENTO ELÁSTICO	168

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Sistema de neutralizador MK	29
Figura 2.2 – Curvas de amplitude de deslocamento do sistema primário e massa neutralizadora	29
Figura 2.3 – Sistema de neutralizador MKC.....	31
Figura 2.4 – Curvas de amplitude de deslocamento: sistema primário com neutralizador MKC	31
Figura 2.5 – Sistema de neutralizador NDV	32
Figura 2.6 – Esquema de neutralizador dinâmico viscoelástico (fonte: BAVASTRI e KULEVICZ, 2003)	34
Figura 2.7 – Protótipos de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos (fonte: BAVASTRI e KULEVICZ, 2003).....	34
Figura 2.8 – Diagramas esquemáticos de massas auxiliares neutralizadoras para aplicação num eixo de manivela (fonte: CREDE, 1972)	36
Figura 2.9 – Esquema de amortecedor dinâmico rotativo não dissipativo de Sarazin-Chilton (fonte: NEVES DA SILVA, 2005).....	37
Figura 2.10 – Esquema de amortecedor dinâmico rotativo não dissipativo de Solomon (fonte: NEVES DA SILVA, 2005).....	37
Figura 2.11 – Diagrama esquemático de amortecedor de Lanchester.....	38
Figura 2.12 – Esquema de amortecedor torcional de atrito seco de Lanchester (fonte: NEVES DA SILVA, 2005).....	39
Figura 2.13 – (a) Polia de acionamento e “polia” neutralizadora de vibração em virabrequins de motores Diesel; (b) Detalhe de amortecedor torcional de atrito seco de Lanchester para motores Diesel.....	39
Figura 2.14 – Virabrequim e ponta de eixo para montagem do neutralizador de vibração torcional em motores Diesel.	40
Figura 2.15 – Neutralizador de vibração torcional hidráulico para motores Diesel.....	40

Figura 2.16 – Solução proposta para atenuar vibrações torcionais e/ou flexionais em um eixo de hélice de navio (fonte: NEVES DA SILVA, 2005)	41
Figura 2.17 – Modelos para materiais viscoelásticos com derivada de ordem inteira	43
Figura 2.18 – Representação gráfica dos parâmetros do modelo de derivada fracionária de quatro parâmetros.	46
Figura 2.19 – Borracha trabalhando em cisalhamento puro.....	50
Figura 2.20 - Gráficos de caracterização dinâmica: (a) fator de deslocamento versus temperatura (b) nomograma de freqüência reduzida.	53
Figura 2.21 – Representação esquemática da variação do módulo dinâmico e do fator de perda com a freqüência para uma temperatura constante (fonte: SILVA, 2005).....	54
Figura 2.22 – Esquema de um neutralizador dinâmico viscoelástico simples.....	57
Figura 2.23 – Sistemas equivalentes para obtenção dos parâmetros equivalentes generalizados.....	57
Figura 2.24 – Barra sob vibração torcional.....	59
Figura 2.25 – Transformação de coordenadas no sistema primário.	68
Figura 2.26 – Sistema composto e sistema equivalente com parâmetros equivalentes generalizados.....	70
Figura 2.27 – Transformação de coordenadas no sistema composto.....	73
Figura 3.1 – Representação esquemática do eixo engastado em um extremo com um disco na outra extremidade.	82
Figura 3.2 – Tela do programa LAVIB1 mostrando resultados da otimização dos parâmetros de um NDV.....	84
Figura 3.3 – Respostas em freqüência (inertância) dos sistemas primário e composto para o exemplo numérico.....	86
Figura 4.1 – Medição de resposta rotacional (EWINS, 1984).....	88
Figura 4.2 – Aplicação de excitação rotacional (momento) (EWINS, 1984).....	89

Figura 4.3 – Diagrama esquemático do método utilizado para calibração do método de medição.....	90
Figura 4.4 – Montagem para validação e calibração do método de medição LAVIB-UTFPR.....	91
Figura 4.5 – Equipamentos utilizados na calibração do método de medição LAVIB-UTFPR.....	92
Figura 4.6 – Detalhe da excitação do sistema para calibração com martelo piezoelétrico.....	92
Figura 4.7 – Curva obtida na calibração: inércia do disco.....	93
Figura 4.8 – Intervalos máximo e mínimo para a variação da relação de inércias....	95
Figura 4.9 – Determinação da rigidez torcional.....	96
Figura 4.10 – Manta de material viscoelástico para NDV.....	97
Figura 4.11 – Deformação cisalhante $\gamma(R)$	99
Figura 4.12 – Diagrama do sistema analisado projetado com o código desenvolvido em MATLAB.....	101
Figura 4.13 – Sistema eixo e rotores estudado.....	101
Figura 4.14 – Detalhe do acelerômetro fixado ao dispositivo de medição.....	102
Figura 4.15 – Nomograma com características do material viscoelástico utilizado (borracha butílica com dureza 45 Shore A).....	103
Figura 4.16 – Medição de FRF no sistema estudado.....	106
Figura 4.17 – Resposta em frequência numérica (inertância) do sistema estudado.....	107
Figura 4.18 – Primeiro modo à torção para o sistema.....	109
Figura 4.19 – Respostas em frequência (inertância) do sistema primário e do sistema composto.....	110
Figura 4.20 – Anteprojeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico.....	113
Figura 4.21 – Projeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico (dimensões).....	114

Figura 4.22 – Protótipo do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico	115
Figura 4.23 – Esquema para verificação do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico	116
Figura 4.24 – Montagem do NDV no eixo.	117
Figura 4.25 – Medição de resposta do NDV (realizada em 21/05/2008).....	118
Figura 4.26 – Medição de resposta do NDV (realizada em 03/06/2008).....	119
Figura 4.27 – Medição de resposta do sistema sem motor e sem NDV.....	120
Figura 4.28 – Medição de resposta do sistema sem motor e com NDV.....	121
Figura 4.29 – Medição de resposta do sistema com motor e sem NDV.....	122
Figura 4.30 – Medição de resposta do sistema com motor e com NDV.....	123
Figura 4.31 – Medição da resposta flexional do sistema.....	124
Figura 4.32 – (a) Montagem para medição de espectro do rotor com um acelerômetro e analisador de sinais HP 3560A; (b) Detalhe do acelerômetro e NDV fixos ao sistema para medição da resposta.....	126
Figura 4.33 – Medição de resposta do sistema 1073/1074: (a) com NDV; (b) sem NDV.....	127
Figura 4.34 – Medição de resposta do sistema 1077/1078: (a) com NDV; (b) sem NDV.....	128
Figura 4.35 – Medição de resposta do sistema 1081/1082: (a) sem NDV; (b) com NDV.....	129
Figura 4.36 – Medição de resposta do sistema 1083/1084: (a) com NDV; (b) sem NDV.....	130
Figura 4.37 – Medição de resposta do sistema 1087/1088: (a) sem NDV; (b) com NDV.....	131
Figura A.1 – Esquema da bancada para análise dinâmica de rotores LAVIB-UTFPR	152
Figura A.2 – Servomotor (fonte: catálogo SEW 2007)	153
Figura A.3 – Conversor de frequência para controle do servomotor	154

Figura A.4 – Cantoneira para montar servomotor na bancada.....	154
Figura A.5 – Suportes utilizados para montar os acelerômetros / gerar excitação com martelo piezoelétrico.	156
Figura A.6 – Curva característica do servomotor utilizado (fonte: catálogo SEW 2007)	166
Figura C. 1 – Acoplamento elástico para união eixo-motor (fonte: catálogo Dagross 2007).....	168

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 – Propriedades do eixo (WALKER, 2004).	81
Tabela 3.2 – Propriedades do disco (WALKER, 2004).	83
Tabela 3.3 – Comparação entre freqüências naturais calculadas analiticamente e resultados obtidos através do programa computacional.	83
Tabela 3.4 – Valores ótimos dos parâmetros construtivos do NDV	85
Tabela 4.1 – Intervalos para relação de inércias e para (<i>rel</i>)	95
Tabela 4.2 – Parâmetros materiais de uma BORRACHA BUTÍLICA dureza 45 Shore A cedidos pelo grupo PISA/CNPQ	103
Tabela 4.3 – Características do eixo	104
Tabela 4.4 – Propriedades dos discos utilizados na montagem experimental	104
Tabela 4.5 – Dados dos mancais utilizados na montagem experimental	105
Tabela 4.6 – Freqüências naturais para o sistema obtidas por elementos finitos ...	105
Tabela 4.7 – Valores ótimos dos parâmetros construtivos do NDV	109
Tabela 4.8 – Freqüências naturais à flexão para o sistema obtidas por elementos finitos (MATLAB) e medidas experimentalmente.	124
Tabela 4.9 – Medições na Bancada do LAVIB com HP3560A e Servomotor SEW CM71S - 05/2008.	125
Tabela A.1 - Situações relevantes para diferentes estratégias de pesquisa	146
Tabela B.1 – Características do conversor de freqüência utilizado (fonte: catálogo SEW 2007)	167
Tabela C.1 – Dimensões do acoplamento elástico utilizado	169

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

FRF	- Função Resposta em Frequência
GL	- Grau de Liberdade
LQR	- Controlador Regulador Linear Quadrático
LRV	- <i>Lateral Rotor Vibration</i> (Vibração Lateral de Rotores)
LRC	- Circuito Resistivo Indutivo Capacitivo
MDOF	- <i>Multi Degree of Freedom</i> (Múltiplos Graus de Liberdade)
MK	- Massa-Mola
MKC	- Massa-Mola-Amortecedor
ND	- Neutralizador Dinâmico
NDV	- Neutralizador Dinâmico Viscoelástico
PID	- Controlador Proporcional Integral Derivativo
PZT	- Zirconato Titanato de Chumbo
SP	- Sistema Primário
SC	- Sistema Composto
TF	- Transformada de Fourier
TPF	- Técnica dos Pontos Fixos
TONL	- Técnicas de Otimização Não Lineares
TRV	- <i>Torsional Rotor Vibration</i> (Vibração Torcional de Rotores)
EDO	- Equação Diferencial Ordinária

LISTA DE SÍMBOLOS

α	- Ordem da derivada fracionária
ε	- Deformações
σ	- Tensões
τ	- Tensão de Cisalhamento
E	- Módulo de Elasticidade
t	- Tempo
Ω	- Frequência
G	- Módulo de cisalhamento
ν	- Coeficiente de Poisson
η	- Fator de perda
α	- Ordem da derivada fracionária
N	- Número de graus de liberdade
J	- Momento polar de inércia
M	- Matriz de inércia
C	- Matriz de amortecimento
K	- Matriz de rigidez
s_j	- j-ésimo autovalor
ϕ_j	- j-ésimo autovetor
Λ	- Matriz de Autovetores (matriz espectral)
Φ	- Matriz de Autovetores (matriz modal)
X	- Vetor de variáveis de projeto
\hat{M}	- Matriz de massa do sistema composto
\hat{C}	- Matriz de amortecimento do sistema composto
$\hat{\Phi}$	- Matriz modal truncada
μ	- Relação de massas entre sistema primário e neutralizador dinâmico
θ	- Ângulo de torção
$\dot{\theta}$	- Velocidade angular
$\ddot{\theta}$	- Aceleração angular
T_c	- Energia cinética
U	- Energia de Deformação
L	- Lagrangeano
q_k	- k-ésima coordenada generalizada

- $f_{obj}(x)$ - Função Objetivo
- ρ - Densidade por unidade de volume do material do eixo/rotor
- S - Área da seção transversal
- q_k - k-ésima coordenada generalizada
- I - Momento de inércia
- γ - Deformação angular
- μ_l - Relação de inércias entre sistema primário e neutralizador dinâmico
- b - Largura da manta de material viscoelástico
- c - Comprimento da manta de material viscoelástico

1 INTRODUÇÃO

1.1 Vibração torcional

Desde que o homem começou a construir máquinas e equipamentos industriais os problemas de redução e isolamento de vibração estão presentes no dia-a-dia de engenheiros e técnicos.

Na prática é muito difícil evitar vibrações. Geralmente estas ocorrem por causa dos efeitos dinâmicos decorrentes de tolerâncias de fabricação, folgas, contatos, atrito entre peças de uma máquina e, ainda, devido a forças desequilibradas de componentes rotativos e de movimentos alternados.

Vibrações elevadas em equipamentos mecânicos geralmente causam excessivo desgaste em mancais, falhas de estrutura ou de parte desta, perdas elevadas (energia, calor, rendimento), mau funcionamento de componentes eletrônicos, elevados níveis de ruídos, *etc.* O estudo de vibrações e níveis de ruído em máquinas e equipamentos mecânicos que possuem vibração torcional devido ao desbalanceamento de componentes de torque é importante para aumentar a vida útil dos mesmos e para uma diminuição do consumo de energia causada pelas perdas citadas acima.

Vibração torcional é um movimento oscilatório angular de um sistema girante em torno de sua linha de centro, superposta à sua velocidade angular de trabalho, como resultado de um torque pulsante e da relação inércia/elasticidade torcional do eixo (DIMAROGONAS, 1996). Este movimento oscilatório pode ser amplificado no regime de funcionamento do equipamento caso a frequência de operação esteja nas vizinhanças de uma frequência natural, fenômeno conhecido como ressonância.

Todos os componentes de um sistema como eixos de manivela, eixos intermediários, eixos de rotores e também os acoplamentos e engrenagens estão sujeitos a torques estáticos e a torques vibratórios adicionais. Tais torques podem provocar uma diminuição na vida útil dos mesmos ou falha por fadiga devido à

vibração, principalmente quando os níveis de vibração são elevados devido ao sistema estar trabalhando em ressonância.

A análise de TRV (*Torsional Rotor Vibration* – Vibração Torcional de Rotores) não é necessária em muitos equipamentos rotativos, particularmente máquinas com rotores simples desacoplados (ADAMS, 2001). Em outros casos não existe excitação torcional e, portanto, estas vibrações não ocorrem. Quando rotores são acoplados a possibilidade de excitação do sistema acoplado nas frequências naturais é maior. O acoplamento de rotores pode ser feito por meio de elementos flexíveis ou por engrenagens.

Normalmente a análise de vibração transversal e de vibração torcional é feita de maneira independente, pois considera-se que TRV e LRV (*Lateral Rotor Vibration* – Vibração Transversal de Rotores) não possuem interação significativa na maioria dos equipamentos mecânicos (ADAMS, 2001).

Ao contrário dos modos típicos de LRV, em TRV os amortecimentos modais são baixos, praticamente desprezáveis. Com amortecimentos muito baixos, excitações de TRV podem prontamente conduzir a uma falha do equipamento sem aviso prévio. Amortecimento para vibração transversal não auxilia a amortecer os modos da TRV devido ao fato dos modos serem desacoplados para a maioria dos equipamentos. O desacoplamento entre os modos de LRV e TRV pode permitir que modos de TRV sejam continuamente ou de maneira intermitente levados a grandes amplitudes por ressonância e o eixo pode falhar subitamente devido à fadiga (ADAMS, 2001).

Como exemplo de equipamentos sujeitos a vibração torcional têm-se motores ou compressores radiais, ou sistema de turbina a gás/gerador. Em alguns casos, quando o espectro de excitação torcional externo possui grandes valores, ou se torna significativa em uma faixa de frequência onde residem uma ou várias frequências naturais do sistema, a resposta de torção torna-se elevada (ressonância).

Outro exemplo de equipamento sujeito à vibração torcional são os motores a combustão interna. Neste caso, a excitação é causada pelo movimento do mecanismo biela-manivela de cada pistão. Para controlar essa vibração a solução

usual é acoplar uma “polia neutralizadora” (amortecedor de Lanchester) no extremo do virabrequim.

Eixos de transmissão por meio de engrenagens são elementos de máquinas que também estão sujeitos à ocorrência de vibração torcional.

1.2 Controle de Vibrações

Com o objetivo de reduzir os níveis de vibração pode-se utilizar alguma das seguintes técnicas:

1. Atuar sobre a força de excitação eliminando-a, reduzindo sua amplitude e/ou alterando a sua frequência.
2. Atuar sobre a estrutura, variando seus parâmetros dinâmicos (massa, rigidez e amortecimento). Pode-se ainda acoplar um sistema auxiliar ao sistema principal ou primário procurando neutralizar (absorver) vibrações e/ou seus efeitos.

Geralmente atuar sobre a excitação é pouco prático e na maioria das vezes impossível. A última técnica apresentada acima (2) é conhecida como modificação estrutural e é sempre uma ação válida quando a sua densidade modal é relativamente baixa e os esforços são do tipo banda estreita, isto é, o espectro de excitação possui um conteúdo de frequência estreito. O sistema auxiliar, que é acoplado ao sistema principal, é denominado neutralizador dinâmico de vibração.

Um neutralizador dinâmico de vibração é um sistema simples, em geral possível de ser modelado com um grau de liberdade, com ou sem amortecimento, que é acoplado à estrutura principal com o objetivo de controlar ou reduzir os níveis de vibração e/ou ruído irradiado pela mesma. Na ausência de amortecimento, via de regra, esses dispositivos de controle recebem a nomenclatura de neutralizadores dinâmicos massa-mola ou MK. Se for introduzido um elemento dissipador de energia, por exemplo, um amortecedor viscoso, estes dispositivos são denominados

massa-mola-amortecedor ou simplesmente MKC (SILVA, 2005). Estes dispositivos auxiliares podem ser classificados em dois grupos, ativos e passivos.

Os recentes avanços tecnológicos dos chamados materiais inteligentes tais como os materiais piezoelétricos, materiais com memória de forma, fluidos eletro-reológicos, entre outros, vêm proporcionando um rápido desenvolvimento de novas configurações destes neutralizadores dinâmicos. Os neutralizadores dinâmicos ativos dispõem de um atuador, colocado paralelamente aos elementos passivos, que exerce uma força no sistema de acordo com uma estratégia de controle previamente estabelecida (FREITAS e STEFFEN JR., 2004).

Os dispositivos ativos requerem sensores e processadores, apresentando por isso um custo elevado. Caso o neutralizador faça uma leitura das condições de operação do sistema e corrija automaticamente suas características internas como rigidez e amortecimento, o neutralizador é dito adaptativo.

Os neutralizadores passivos, se devidamente projetados, deverão atenuar a resposta vibratória permitindo a operação sem problemas do sistema. Os dispositivos para neutralização de vibração podem ainda ser classificados em quatro grupos de acordo com o princípio de funcionamento:

- Viscosos;
- Viscoelásticos
- Hidráulicos;
- Eletro-mecânicos;
- Híbridos (combinação dos elementos acima).

1.3 Estado da Arte

Dentre as pesquisas realizadas em sistemas girantes a partir da década de 80 é marcante a participação de pesquisadores japoneses no sentido de atender às necessidades tecnológicas da indústria local, principalmente nos setores siderúrgico e automobilístico. Contudo, em geral, as pesquisas têm desenvolvimentos isolados,

isto é, estudos de casos específicos e sem continuidade (KHATER, 1999). O avanço lento das pesquisas em vibrações torcionais se dá principalmente pelas dificuldades de transmissão e coleta dos sinais próprios de eixos girantes devido à deficiência de instrumentação até o momento desenvolvida.

As pesquisas em sistemas rotativos tornaram-se uma preocupação no meio acadêmico a partir dos anos 80. Até então, esta era tratada somente em motores alternativos e eixos de navios através de otimizações empíricas de parâmetros no sentido de atenuar ou eliminar excitações vibratórias torcionais. Estas técnicas são hoje conhecidas por controle passivo. As máquinas eram de grande porte, pesadas, lentas e exigiam alterações no projeto para a adaptação da nova forma que, na maioria das vezes, adicionava massas ou inércias ao sistema original, ou ainda impunham um super-dimensionamento aos eixos de transmissão de torque tornando-as ainda mais pesadas e lentas, comprometendo assim o rendimento e a qualidade das máquinas com conseqüente aumento dos custos operacionais e queda da produtividade (KATHER, 1999).

A nova preocupação acadêmica surgiu em virtude da exigência de uma tecnologia moderna devido ao advento da informática. Segundo KHATER (1999) os avanços na área da informática provocaram praticamente uma avalanche de desenvolvimento das demais áreas, alterando inclusive o perfil tradicional da mecânica. Começam a surgir as estruturas inteligentes que envolvem o uso de atuadores piezoelétricos ou sistemas eletromagnéticos.

Os novos conhecimentos da mecânica trouxeram grandes benefícios no aperfeiçoamento dos sistemas mecânicos assegurando melhor desempenho, com sistemas mais leves e maiores velocidades, desenvolvendo sistemas controlados eletronicamente com a denominação de controles ativos. A evolução das sub-áreas, no entanto não se faz por igual, dependendo muitas vezes da atração que determinadas linhas de pesquisas exercem sobre as instituições. A análise e o controle de vibrações torcionais em sistemas rotativos encontram-se nesse meio. Apesar de representar uma importante ferramenta para a análise e diagnósticos de sistemas rotativos, a vibração torcional constitui uma linha ainda praticamente não explorada, tanto no país como no exterior, onde todo o trabalho de viabilidade das soluções técnicas ainda necessita ser feito (KHATER, 1999).

A seguir são mostrados alguns trabalhos recentes relacionados aos temas *dinâmica de rotores, materiais viscoelásticos, vibração torcional, neutralizadores dinâmicos* e outros *métodos de controle de vibração torcional*.

ESPÍNDOLA *et al.* (2005) estudaram a utilização de materiais viscoelásticos para obter amortecimento em estruturas e controlar vibrações. O modelo por derivadas fracionárias foi utilizado para descrever o comportamento dos materiais viscoelásticos e caracterizar o fator de perda e módulo de elasticidade dinâmico. Mostrou-se também a aplicação destes materiais em isoladores de vibração.

Em ESPÍNDOLA *et al.* (1992, 2003, 2005) e em BAVASTRI (1997, 1998, 2003) é proposta uma metodologia geral para o projeto ótimo de NDVs aplicados a uma estrutura geometricamente complexa onde um ou vários neutralizadores podem controlar passivamente uma ou várias frequências naturais. Em BAVASTRI *et al.* (2007) modelos de neutralizadores dinâmicos viscosos, hidráulicos e viscoelásticos foram apresentados generalizando o modelo dos neutralizadores dinâmicos.

DAYOU (2003, 2005 e 2006) desenvolve pesquisas relacionadas com neutralizadores dinâmicos. Juntamente com BRENNAN (2003) propôs um método experimental para a verificação da sintonização quando se utilizam múltiplos neutralizadores em uma mesma estrutura geometricamente complexa. Em 2006 DAYOU propôs uma generalização para a teoria dos pontos fixos. A técnica dos pontos fixos foi desenvolvida para controle de estruturas relativamente simples. DAYOU examina esta teoria para o controle global de vibração de uma estrutura contínua por meio do controle da energia cinética. DAYOU e KIM (2005) estudaram os efeitos sobre a energia cinética de uma estrutura contínua com múltiplos neutralizadores sintonizados em frequências distintas e a otimização da taxa de sintonização de cada neutralizador por mínimos quadrados.

Neutralizadores de vibração por atrito foram estudados por YE e WILLIAMS (2006). Foram apresentadas a solução exata para um sistema operando em regime permanente e a solução numérica para obtenção do fator de amortecimento por atrito ótimo e comparou-se os resultados obtidos com a teoria proposta por DEN HARTOG e ORMONDROYD.

O assunto neutralizadores dinâmicos adaptativos foi explorado por FREITAS e STEFFEN JR. (2004). Neutralizadores dinâmicos adaptativos são aqueles cujos parâmetros físicos de massa, rigidez e amortecimento podem ser ajustados, possibilitando a estes dispositivos a sintonização numa banda de frequência maior. STEFFEN JR. *et al.* (2007) realizaram pesquisas em controle ativo de vibração de máquinas rotativas em regime transitório e em regime permanente através da utilização de materiais piezoelétricos nos mancais. Resultados experimentais e simulação numérica por elementos finitos mostraram que esta estratégia para o controle de vibração de rotores é válida.

HAGOOD e FLOTOW (1991) investigaram o amortecimento de vibrações em estruturas usando uma cerâmica piezoelétrica conhecida como PZT (zirconato titanato de chumbo), acoplada a um circuito elétrico (*shunt*) contendo um resistor e um indutor. Como o PZT comporta-se de maneira análoga a um capacitor, resulta um circuito ressonante do tipo RLC. Este circuito, quando acoplado à estrutura, se comporta de maneira análoga a um absorvedor dinâmico de vibrações, produzindo uma frequência de ressonância elétrica que pode ser ajustada à frequência de ressonância da estrutura através do resistor e do indutor. Quando se transforma energia mecânica em energia elétrica (através do PZT, efeito piezoelétrico), esta pode ser dissipada no resistor (do circuito *shunt*) na forma de calor (efeito Joule), e desta maneira a vibração da estrutura pode ser reduzida. Foi realizado um estudo de duas configurações de neutralizadores dinâmicos de vibrações: os NDs passivos clássicos e o circuito shunt acoplado a uma cerâmica piezoelétrica.

SPEARRITT e ASOKANTHAN (1996) fizeram pesquisas na utilização de atuadores piezoelétricos laminados para vibrações torcionais em vigas engastadas. Os atuadores permitem avaliar a energia de deformação por flexão e torção atuando sobre a viga. As informações desta energia permitem otimizar o atuador piezoelétrico, as dimensões da estrutura ou as propriedades do material da viga. Os resultados apresentados mostraram uma redução significativa dos níveis de vibração. LEE e MOON (1989) estudaram a aplicação de filmes piezoelétricos em estruturas planas sob torção.

TEIXEIRA *et al.* (2004) trabalharam com um controlador PID e com um controlador regulador linear quadrático (LQR) com o objetivo de otimizar os sistemas

de controle de vibrações. No que diz respeito aos métodos de controle utilizados, ficou evidente que o controlador LQR tem um melhor desempenho do que o PID. Constataram que o número de oscilações, bem como as amplitudes do deslocamento angular, é menor para o controlador LQR. O sistema adquire a estabilidade em tempos aproximadamente iguais, porém, com menos oscilações e menores amplitudes.

GUIRÃO e NASCIMENTO (2004) estudaram a utilização de mancais magnéticos e apresentaram uma nova concepção na tecnologia de mancais. Estes dispositivos são projetados para manter um eixo suspenso dentro do mancal sem que haja contato entre ambos. Podem suportar tanto cargas radiais quanto axiais utilizando apenas forças magnéticas para a levitação do eixo diferenciando-se dos mancais fluidodinâmicos ou dos mancais de rolamento os quais são baseados em forças mecânicas para a sustentação do eixo. Um grande benefício da tecnologia dos mancais magnéticos ativos é que eles têm a capacidade de operar como atuadores em sistema de controle ativo de vibrações, uma vez que possuem a capacidade de controlar a correta posição do eixo dentro do mancal. Estes dispositivos têm sido muito estudados para aplicação em controle de vibração de rotores.

As pesquisas de CHÁVEZ (2003) foram no campo dos controladores passivos. A proposta feita é a utilização de um apoio elástico com boas propriedades de amortecimento, que constitui uma solução econômica e efetiva na supressão ou atenuação das vibrações em sistemas dinâmicos com problemas de ressonância ou instabilidade, freqüentemente pela falta de amortecimento suficiente. Trata-se, portanto de uma concepção alternativa de neutralizador dinâmico.

Redes neurais são modelos computacionais ou sistemas de processamento de informações que, de um modo geral, podem ser tratados como um dispositivo “caixa preta” que aceita uma entrada e produz uma saída. A técnica das redes neurais mapeia qualquer não linearidade e não requer modelagem formal do sistema a ser tratado. ASSIS e KHATER (2004) realizaram estudos para a aplicação de redes neurais no controle de vibrações torcionais.

YUAN *et al.* (2006) fizeram o desenvolvimento analítico e simulações numéricas de flexo-torção em rotores sujeitos a desbalanceamentos. HUANG (2007) estudou analiticamente vibração torcional síncrona associada com componentes de

excitação harmônica em rotações próximas à frequência natural de um sistema eixo-rotor. CHEN (2001) pesquisou vibrações torcionais em um eixo com seção variável (cônica) com discos acoplados e descreve a formulação analítica deste tipo de problema. A mesma linha de pesquisa, qual seja eixos com seção transversal variável, foi seguida por WU (2007).

SAIGO e TANAKA (2006) desenvolveram um filtro para alterar impedância capaz de absorver a propagação de ondas vibratórias torcionais. O filtro desenvolvido mostrou-se bastante eficiente para o controle de vibração em sistemas com 2 e 3 graus de liberdade.

A proposta do artigo de WU e CHEN (2001) é apresentar uma aproximação para eliminar a “dependência” dos ângulos de torção existente nos engrenamentos de um sistema de redução. Utilizou-se para tal o Método de Elementos Finitos (FEM). Com isso mostraram o efeito da relação de transmissão entre as engrenagens do sistema e obtiveram um parâmetro entre os eixos do sistema que avalia o comportamento dinâmico com relação à vibração torcional.

TUFEKCI e DOGRUER (2005) investigaram os efeitos do cisalhamento transversal e inércia rotacional devido à vibração flexo-torcional em arcos circulares de seção uniforme. As equações do movimento vibratório foram resolvidas de maneira exata pelo método do valor inicial e concluíram que a inércia rotacional possui uma grande influência no movimento vibratório do arco estudado.

NAYFEH e VARANASI (2004) propuseram um modelo para a análise de vibração torcional em tubos delgados com paredes finas e com amortecedores de camadas.

A resposta dinâmica de múltiplos neutralizadores dinâmicos sub-harmônicos de vibração torcional foi estudada por CHAO e SHAW (2000). Os neutralizadores sub-harmônicos analisados são pêndulos centrífugos acoplados em máquinas rotativas, compostos por um par de absorvedores de vibração idênticos e sintonizados em uma frequência correspondente à metade da do torque flutuante aplicado no equipamento.

Com relação à medição de vibração torsional, HALLIWELL (1996) faz uma explanação sobre a evolução do vibrômetro torcional a laser desde sua invenção no

Institute of Sound and Vibration Research, da Universidade de Southampton em 1983, também mostrando os princípios de funcionamento deste equipamento. O uso de torsiógrafos óticos, mecânicos ou sísmicos em conjunto com *strain gages*, anéis deslizantes e discos ranhurados pode então ser substituída pela tecnologia laser. O vibrômetro torcional a laser é robusto e fácil de utilizar em medições de campo. seus princípios também foram estudados por MILES *et al.* (1999).

1.4 Objetivo do trabalho

Uma das soluções para o problema de vibração torcional caso exista ressonância é a utilização de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (NDV's).

Este trabalho tem como objetivo principal projetar de forma ótima os parâmetros construtivos de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos para o controle passivo de vibrações torcionais.

Partindo-se do conhecimento do sistema a controlar, através de seus parâmetros modais (frequências naturais, amortecimento, modos de vibrar) e características dinâmicas do material viscoelástico utilizado, é possível, utilizando Técnicas de Otimização Não-Linear (TONL), determinar os parâmetros ótimos dos neutralizadores através do código LAVIB1. Com os parâmetros ótimos o dispositivo de controle é construído e sua eficiência verificada experimentalmente.

O objetivo secundário é projetar e testar um sistema de medições torcionais para medir torque e aceleração angular, sistema este utilizado para validar o protótipo do neutralizador.

1.5 Composição do trabalho

No Capítulo 2 apresenta-se uma revisão bibliográfica sobre neutralizadores de vibração e materiais viscoelásticos, além do conceito de parâmetros equivalentes

generalizados, o desenvolvimento matemático para sistemas à torção e técnicas de otimização.

O Capítulo 3 traz um exemplo numérico para avaliar o código por elementos finitos para cálculo de frequências naturais em sistemas à torção (eixo e rotores) desenvolvido em MATLAB. Os resultados numéricos obtidos com o código são comparados aos resultados analíticos fornecidos por uma referência bibliográfica (WALKER, 2004). É feita a otimização do projeto de um NDV para o controle de vibrações torcionais no caso estudado.

O procedimento experimental adotado nas atividades de laboratório (medições, otimização, cálculos e construção do protótipo do NDV) está descrito no capítulo 4 assim como os resultados obtidos.

As conclusões e sugestões de melhorias e de futuros trabalhos na área de vibrações torcionais são o escopo do capítulo 5.

A metodologia seguida para o desenvolvimento das atividades, materiais utilizados e cronograma estão nos apêndices A e B, respectivamente.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Modificação Estrutural e Neutralizadores Dinâmicos

Um equipamento, estrutura ou elemento de máquina pode sofrer vibração excessiva se é excitado por uma força vibratória cuja freqüência de vibração está nas vizinhanças de uma das suas freqüências naturais. Em alguns casos, a vibração pode ser reduzida alterando a freqüência natural através do re-projeto do equipamento ou operando em freqüências para eliminar a condição de ressonância, ou ainda, pela adição de amortecimento ao elemento para fazer decrescer a resposta da ressonância. Em outros casos a vibração não pode ser reduzida por tais meios porém, pode ser controlada pela aplicação de um neutralizador de vibração (modificação estrutural). Um neutralizador dinâmico de vibração é um sistema simples, em geral de um grau de liberdade, com ou sem amortecimento, que é acoplado à estrutura principal com o objetivo de controlar ou reduzir os níveis de vibração e/ou ruído na mesma (SILVA, 2005).

O princípio básico de um neutralizador dinâmico não envolve dissipação de energia, mas sim a redistribuição das freqüências naturais para neutralizar certas freqüências do novo sistema formado pelo sistema primário associado ao neutralizador de modo a reduzir os níveis de vibração do sistema primário. Por tal motivo o emprego das palavras “amortecedor” e “absorvedor” é impreciso e se prefere usar a denominação neutralizador dinâmico de vibrações (CREDE, 1972).

2.1.1 Neutralizador do Tipo Massa-Mola [MK]

Na ausência de amortecimento, via de regra, esses dispositivos de controle recebem a nomenclatura de neutralizadores dinâmicos massa-mola ou MK (Figura 2.1).

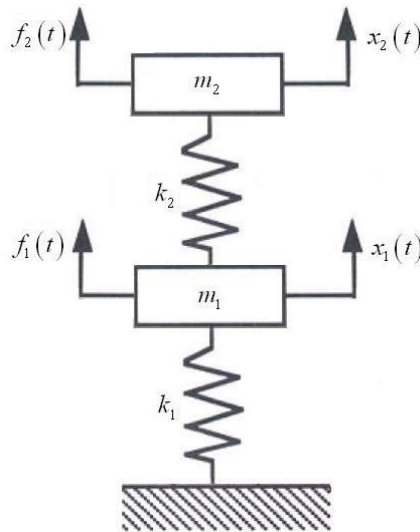


Figura 2.1 – Sistema de neutralizador MK

Os neutralizadores MK trabalham em banda estreita (freqüências de trabalho na vizinhança da freqüência natural do sistema primário) e foi demonstrado (DEN HARTOG, 1956) que a amplitude de vibração do sistema primário tende para zero quando a freqüência natural do neutralizador e a do sistema primário coincidem. Esta escolha, conhecida como sintonização da freqüência do neutralizador, modifica a resposta do sistema, introduzindo duas novas freqüências naturais, ao redor da freqüência natural do sistema primário como mostrado na Figura 2.2. Tais curvas podem ser obtidas no sistema da Figura 2.1 aplicando uma excitação unitária (Delta de Dirac) no sistema primário (m_1). As amplitudes das respostas do sistema primário e do sistema composto podem ser vistas na Figura 2.2.

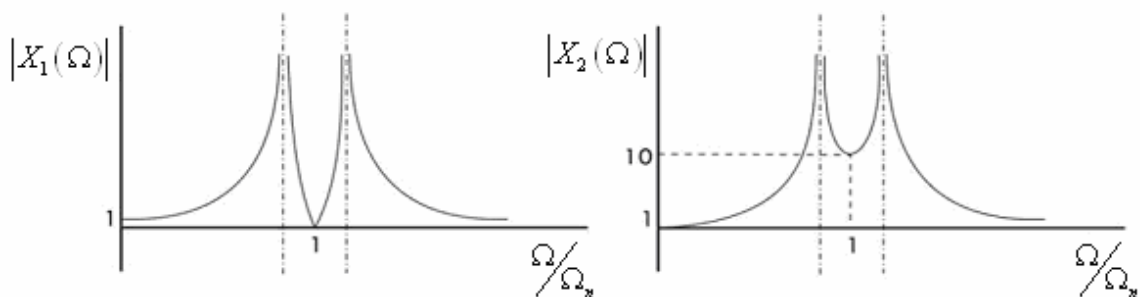


Figura 2.2 – Curvas de amplitude de deslocamento do sistema primário e massa neutralizadora

Esse tipo de neutralizador possui apenas elementos que armazenam energia cinética e potencial elástica, não existindo qualquer tipo de dissipação de energia vibratória. O controle se deve fundamentalmente às forças de reação.

Prova-se que a massa a proteger (m_1) do sistema elástico constituído por duas massas m_1 e m_2 e pela elasticidade k_2 Figura 2.1 fica imobilizada, enquanto que a massa m_2 vibra com uma amplitude finita. Pelos gráficos da Figura 2.2, que representam as amplificações das duas massas, verifica-se que a ressonância do conjunto ocorre para duas freqüências perturbadoras relativamente afastadas de $\Omega = \Omega_n$.

Duas dificuldades surgem dessa aplicação: a) a amplitude de vibração do neutralizador é grande, o que em geral, leva à sua ruptura por fadiga; b) variações na freqüência de excitação, tornando-a diferente da freqüência de sintonização do neutralizador, aumentam as amplitudes de vibração do sistema (ressonância), o que poderia provocar o colapso da estrutura. A fim de evitar esses inconvenientes é importante introduzir amortecimento no neutralizador.

2.1.2 Neutralizador do Tipo Massa-Mola-Amortecedor [MKC]

Se for introduzido um elemento dissipador de energia, por exemplo, um amortecedor viscoso, estes dispositivos são denominados massa-mola-amortecedor ou simplesmente MKC (Figura 2.3).

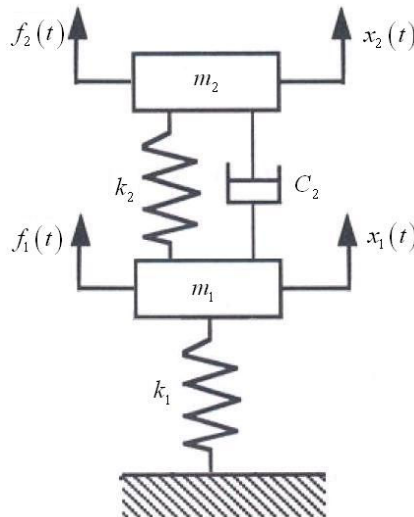


Figura 2.3 – Sistema de neutralizador MKC

Aqui, além de gerar forças de reação sobre a estrutura, o neutralizador promove uma dissipação de energia vibratória o que possibilita o trabalho deste numa banda ampla de freqüência (faixa de freqüência de trabalho) (Figura 2.4). No entanto, esses dispositivos MKC com amortecedores viscosos são difíceis de construir e, em geral, utilizados apenas como comparação dos modelos matemáticos no estudo de controle de vibrações (SILVA, 2005).

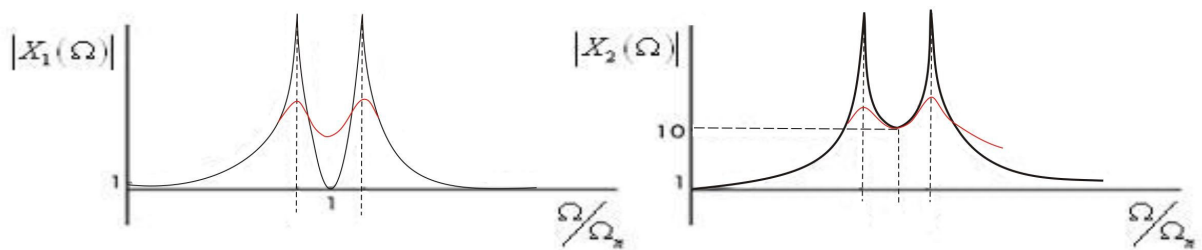


Figura 2.4 – Curvas de amplitude de deslocamento: sistema primário com neutralizador MKC

O modelo matemático deste tipo de neutralizador dinâmico foi desenvolvido por ORMONDROYD e DEN HARTOG (1928). O método clássico de sintonia do neutralizador [MKC] trabalhando em banda larga é chamado Método dos Pontos Fixos. A existência dos pontos fixos é garantida se o sistema primário tem amortecimento nulo (DEN HARTOG, 1956). Segundo DEN HARTOG (1956): “A

sintonização dos neutralizadores dinâmicos é mais efetiva quando os máximos valores de resposta do sistema primário são iguais e coincidem com os pontos fixos”.

Esta teoria é inadequada para aplicações práticas a sistemas primários complexos onde vários modos podem contribuir para a resposta do sistema (SILVA, 1991). Entretanto, alguns pesquisadores tais como YOUNG (1952) e SNOWDON (1968), estudaram sua aplicação a estruturas complexas.

2.1.3 Neutralizador Dinâmico Viscoelástico [NDV]

Uma alternativa para o emprego de neutralizadores dinâmicos de vibração é o neutralizador dinâmico viscoelástico (Figura 2.5). Nesse caso, uma peça de material viscoelástico substitui a mola e o amortecedor viscoso.

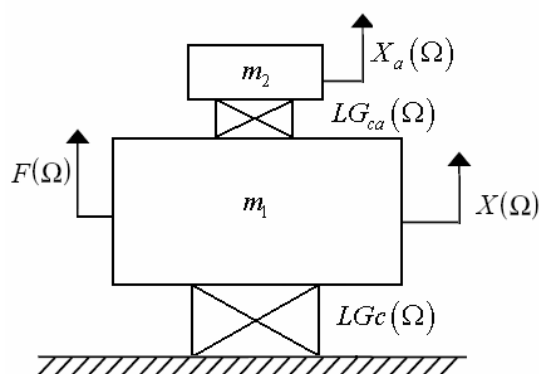


Figura 2.5 – Sistema de neutralizador NDV

Os neutralizadores confeccionados com material viscoelástico apresentam boa eficiência e são fáceis de construir com forma simples e custo baixo. Daí a sua grande vantagem sobre os outros dispositivos. O material viscoelástico, além de um efeito resiliente, introduz um fator dissipador de energia. Essa dissipação de energia reduz significativamente o nível de amplitude de vibração no neutralizador. Isso aumenta em muito a sua vida útil, pois os efeitos de fadiga são minorados. Outro

aspecto ainda mais importante é que a presença desse fator dissipador de energia “espalha” o efeito absorvedor de vibração do neutralizador para frequências vizinhas à frequência de sintonia, o que torna o neutralizador eficiente numa banda de frequências mais ampla, característica importante se a estrutura é excitada em um intervalo de frequências mais amplo. O primeiro pesquisador a modelar este tipo de neutralizador foi SNOWDON em 1968. Naquele trabalho é apresentada a análise de um neutralizador viscoelástico de um grau de liberdade aplicado a um sistema também de um grau de liberdade e sem amortecimento.

ESPÍNDOLA e SILVA (1992) generalizaram o problema do projeto ótimo de um sistema de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos através da via modal. Com a introdução do conceito de parâmetros equivalentes generalizados para neutralizadores [MKC] e viscoelásticos, foi possível escrever as equações dinâmicas do sistema composto em função das coordenadas generalizadas do sistema primário. Esse fato é extremamente vantajoso uma vez que o acréscimo de graus de liberdade devido ao acoplamento dos neutralizadores não implica no aumento do tamanho do sistema de equações do sistema composto. Nesta proposta ou metodologia, o controle era projetado modo a modo.

ESPÍNDOLA e BAVASTRI (1997) aplicaram os conceitos de parâmetros equivalentes generalizados e técnicas de otimização não-linear na elaboração de um algoritmo que permitisse encontrar os parâmetros físicos ótimos de um sistema de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos, para minimizar a resposta vibratória de uma estrutura qualquer geometricamente complexa e em uma faixa ampla de frequência. O algoritmo é totalmente baseado nos parâmetros modais da estrutura primária.

Com esta metodologia, um ou vários NDVs são projetados de forma ótima para controlar uma ou várias frequências naturais em uma banda larga de frequências. A escolha da posição dos neutralizadores dinâmicos viscoelásticos sobre a estrutura baseia-se nos parâmetros modais, e recai exatamente nos pontos de máxima amplitude dos modos que se encontram na faixa de frequência de interesse (SILVA, 2005).

Um esquema de neutralizador viscoelástico é apresentado na Figura 2.6. Um anel de aço representa a massa do sistema de um grau de liberdade. O núcleo de

alumínio serve para fixar o dispositivo de controle sobre a superfície do sistema primário, que recebe assim, a ação da massa de sintonização com o material resiliente (material viscoelástico). Um neutralizador segundo o esquema da Figura 2.6 é apresentado na Figura 2.7.

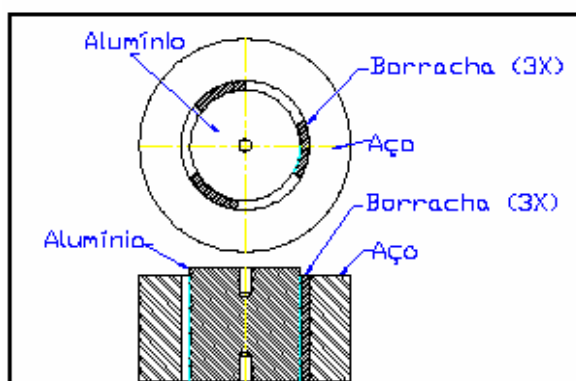


Figura 2.6 – Esquema de neutralizador dinâmico viscoelástico (fonte: BAVASTRI e KULEVICZ, 2003)

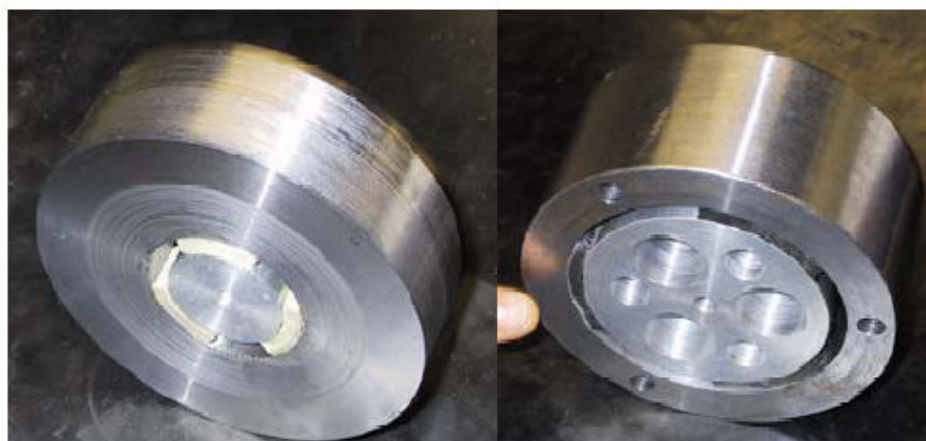


Figura 2.7 – Protótipos de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos (fonte: BAVASTRI e KULEVICZ, 2003)

Segundo BAVASTRI e KULEVICZ. (2003) a massa do núcleo, para fins práticos, não influencia a sintonização dos dispositivos. Uma vez definida a massa dos neutralizadores e conhecida a característica dos materiais viscoelásticos, a rigidez necessária aportada por estes materiais fica definida pela área de contato com o núcleo (utilizado para fixar o neutralizador sobre o sistema a controlar e para transferir a força de dissipação de energia).

2.2 Aplicação de Neutralizadores Dinâmicos para Vibração Torcional

Neutralizadores dinâmicos têm numerosas aplicações em controle de vibrações. Os neutralizadores dinâmicos de vibrações têm comprovado ser muito eficazes para reduzir vibrações em máquinas, edifícios, pontes e muitos outros sistemas mecânicos com custo relativamente baixo. O objetivo ao aplicar um neutralizador é escolher as suas características físicas de tal forma que o nível de vibração da estrutura (sistema primário) seja reduzido a valores aceitáveis ou a amplitude da sua resposta seja minimizada (CRUZ, 2004).

Uma aplicação direta para o controle de vibrações torcionais se faz em eixos de manivela de motores a combustão interna. Em muitos motores, pode existir uma frequência natural em vibração torcional dentro da gama de frequências operacionais do motor e vibrações que poderiam existir em condição de ressonância são reduzidas acoplando-se um volante ao eixo através de uma mola e de um amortecedor.

Duas versões desse princípio são mostradas esquematicamente na figura (2.6). Na Figura 2.8 (a) o eixo (1) está rigidamente preso por uma das suas extremidades a uma carcaça (2), dentro da qual está um volante (3) preso ao eixo de manivela por um pequeno eixo flexível (4), podendo o volante girar em relação à carcaça. O eixo (4) se assemelha a uma mola k_2 na Figura 2.1 ou Figura 2.3, e o amortecimento vem do líquido que preenche o espaço entre o volante e a carcaça. Uma modificação deste croqui está indicada na Figura 2.8 (b) na qual é omitida a conexão do eixo com o volante. Este amortecedor é menos eficaz que o apresentado na Figura 2.8 (a), porém é muito utilizado pela simplicidade.

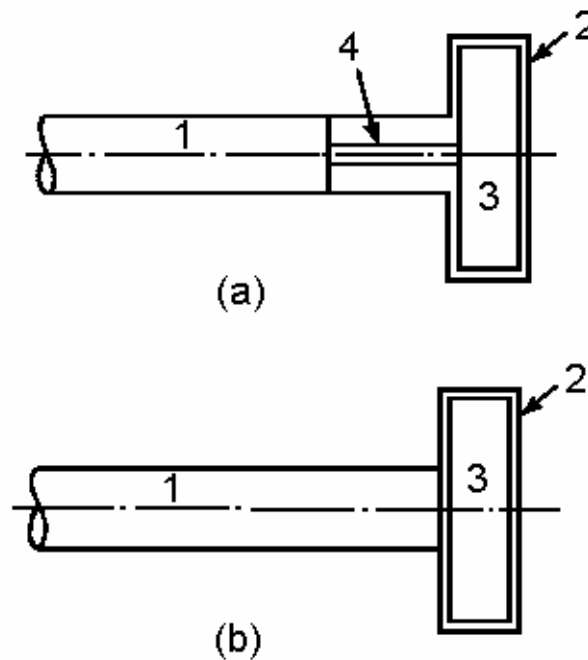


Figura 2.8 – Diagramas esquemáticos de massas auxiliares neutralizadoras para aplicação num eixo de manivela (fonte: CREDE, 1972)

Há muitas outras aplicações para neutralizadores dinâmicos. O princípio pode ser aplicado, por exemplo, para reduzir o efeito das ondas sobre um navio (DEN HARTOG, 1956), para reduzir a vibração de certo tipo de máquinas de lavar roupas (THEARLE, 1932), para reduzir a vibração das pás de turbinas (DI TARANTO, 1958) ou para diminuir a resposta vibratória em máquinas ferramentas (HAHN, 1951).

2.2.1 Caso de excitação em banda estreita

É o caso mais geral das máquinas e estruturas com motores de velocidade constante. Caso a frequência de operação do sistema coincida com uma frequência natural é mais simples realizar modificações estruturais (aumento de rigidez ou alteração de massa) e modificar a frequência própria da peça ou estrutura perturbada.

Para atenuar vibrações torcionais em eixos de manivela de motores de velocidade constante existem neutralizadores dinâmicos rotativos não dissipativos

como os pendulares de Sarazin-Chilton (Figura 2.9) e Solomon (Figura 2.10) que são aplicados nos braços das manivelas.

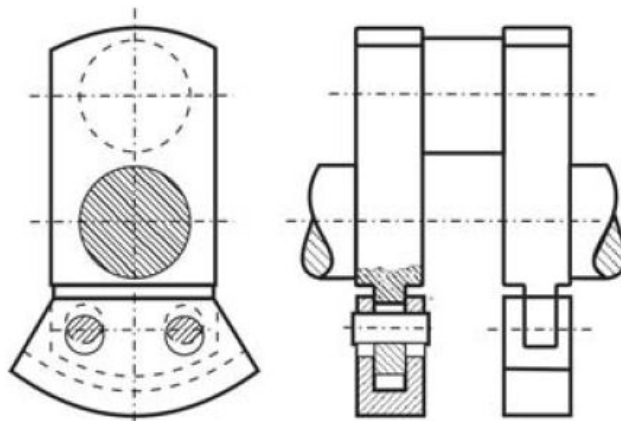


Figura 2.9 – Esquema de amortecedor dinâmico rotativo não dissipativo de Sarazin-Chilton (fonte: NEVES DA SILVA, 2005)

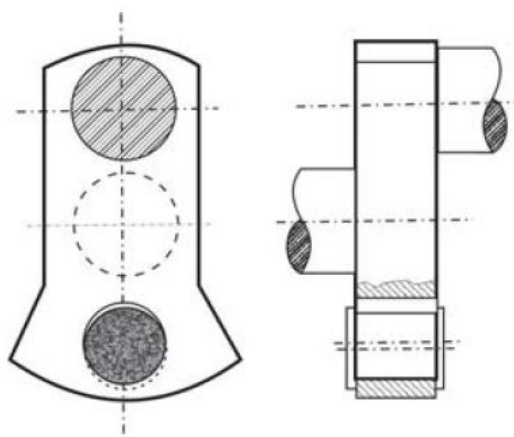


Figura 2.10 – Esquema de amortecedor dinâmico rotativo não dissipativo de Solomon (fonte: NEVES DA SILVA, 2005)

2.2.2 Caso de frequência perturbadora variável (excitação em banda larga)

Em sistemas sujeitos à perturbações de frequência variável, como é o caso de veículos, o processo para atenuar as vibrações é a utilização de amortecedores dinâmicos dissipativos (MKC's ou NDV's).

O neutralizador original para motores de combustão interna é o *Amortecedor de Lanchester*, que usa amortecimento de atrito seco como mostra a Figura 2.11. Neste neutralizador, o eixo (1) leva uma placa (2), em cujos lados opostos se encontram os elementos do volante (3), suportado por mancais no eixo. Coxins (4) de material capaz de criar grandes forças de atrito são interpostos entre a placa (2) e os elementos do volante (3). As molas (5) e os tirantes (6) mantêm comprimidos os coxins.

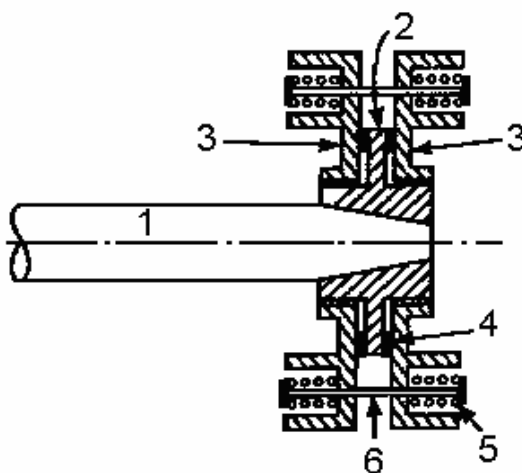


Figura 2.11 – Diagrama esquemático de amortecedor de Lanchester
(fonte: CREDE, 1972)

Da Figura 2.12 à Figura 2.14 são mostrados um diagrama de uma concepção diferente para o amortecedor de Lanchester, fotos de um amortecedor utilizado em motores diesel e um detalhe do virabrequim onde este neutralizador é montado.

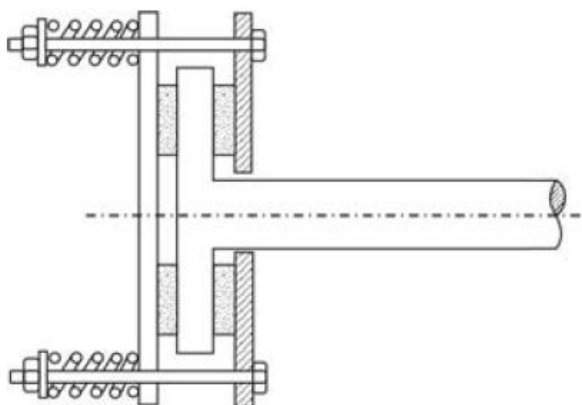


Figura 2.12 – Esquema de amortecedor torcional de atrito seco de Lanchester (fonte: NEVES DA SILVA, 2005)



(a)



(b)

Figura 2.13 – (a) Polia de acionamento e “polia” neutralizadora de vibração em virabrequins de motores Diesel; (b) Detalhe de amortecedor torcional de atrito seco de Lanchester para motores Diesel

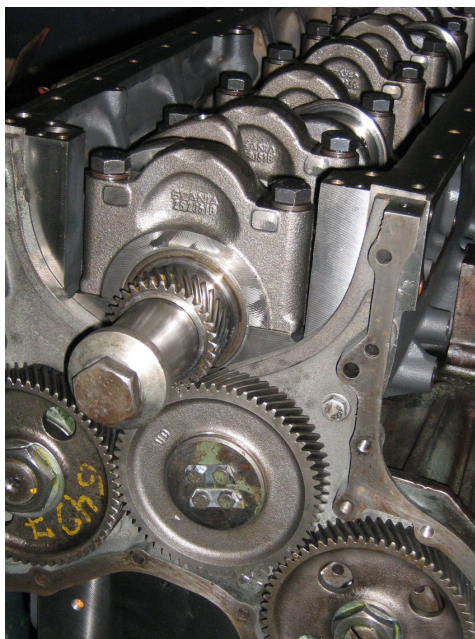


Figura 2.14 – Virabrequim e ponta de eixo para montagem do neutralizador de vibração torcional em motores Diesel.

Uma opção para o controle de vibração torcional em motores de combustão são os neutralizadores hidráulicos (Figura 2.15) com princípio de funcionamento semelhante ao esquema da Figura 2.8.

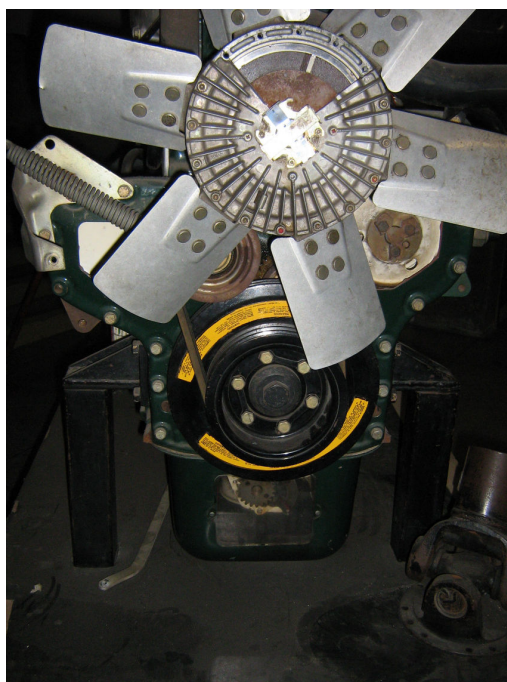


Figura 2.15 – Neutralizador de vibração torcional hidráulico para motores Diesel.

Na Figura 2.16 apresenta-se uma solução proposta para atenuar vibrações torcionais e/ou flexionais em um eixo de hélice de navio. Trata-se de uma manga bipartida que envolve o eixo na região média do intervalo entre mancais, tendo intercalado um elastômero, por exemplo, neoprene. O seu dimensionamento é relativamente fácil e é especialmente eficiente em eixos rodando com velocidade constante.

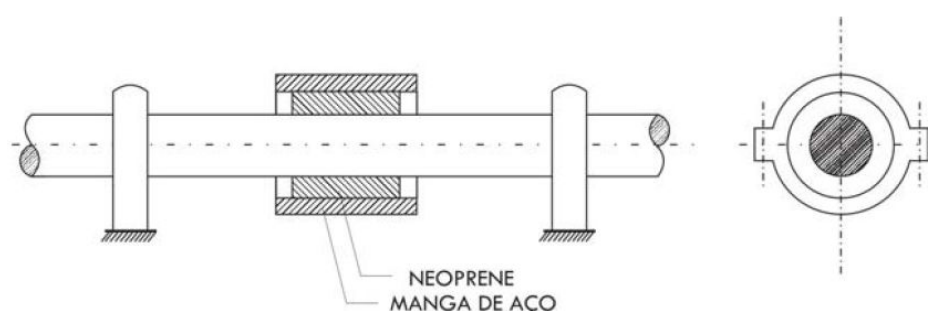


Figura 2.16 – Solução proposta para atenuar vibrações torcionais e/ou flexionais em um eixo de hélice de navio (fonte: NEVES DA SILVA, 2005)

2.3 Materiais Viscoelásticos

Sistemas passivos de controle para a atenuação de vibrações em estruturas usando materiais resilientes ou com capacidade elevada de dissipação de energia apresentam grande diversidade de concepções pois resultam de projetos voltados para cada problema específico. Em geral, são mecanicamente robustos e se mostram como alternativas mais eficientes, sob o ponto de vista dinâmico estrutural, do que as técnicas usuais de enrijecimento da estrutura (SILVA, 2005) que muitas vezes não podem ser utilizadas principalmente em casos de excitação banda larga.

Viscoelasticidade é a área que aborda as propriedades características de alguns materiais que, quando deformados, exibem comportamento elástico, armazenando energia mecânica, e também comportamento viscoso, dissipando energia. Estes materiais têm propriedades mecânicas dependentes da temperatura e da frequência de vibração e podem ser caracterizados por duas propriedades

transientes: fluência e relaxação. São produzidos nas mais diversas formas tais como borrachas, resinas, vernizes, esmaltes, acrílicos e vidros.

Em dinâmica estrutural, as principais características requeridas desses materiais são: rigidez, resiliência e grande capacidade de dissipação de energia vibratória. Por esse motivo, os materiais viscoelásticos são largamente empregados em projetos de estruturas aeronáuticas, prediais, de máquinas diversas e em dispositivos estruturais, tais como isoladores e neutralizadores dinâmicos de vibração (SILVA, 2005).

2.4 Modelos para Materiais Viscoelásticos

2.4.1 Modelo com derivada de ordem inteira

Para um projeto de controle de vibração usando materiais viscoelásticos é necessário conhecer com precisão as propriedades dinâmicas básicas, como o módulo de elasticidade e a capacidade de dissipar energia.

A equação constitutiva geral para viscoelasticidade linear utilizando derivadas de ordem inteira é (NASHIF *et al.*, 1985)

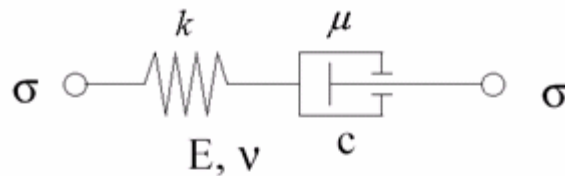
$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m \frac{d^m \sigma(t)}{dt^m} = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n \frac{d^n \varepsilon(t)}{dt^n} \quad \text{Eq. 2.1}$$

onde $\sigma(t)$ é a tensão, $\varepsilon(t)$ a deformação, b_m , E_0 , E_n são os parâmetros característicos do material e m e n são números inteiros.

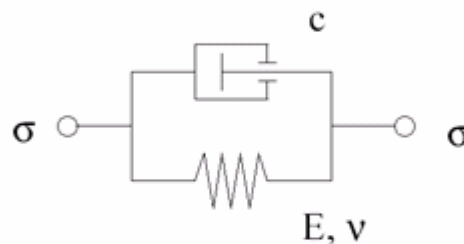
O comportamento viscoelástico pode ser modelado de forma simples por modelos compostos por molas e amortecedores.

Se o elemento de mola e o amortecedor estão associados em série e sujeitos à mesma carga, temos o modelo de **Maxwell**. A combinação dos elementos de

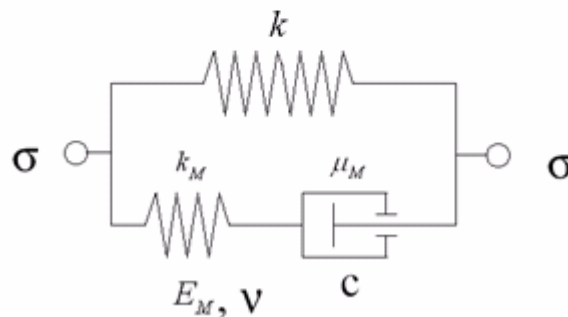
amortecimento e elástico em paralelo é conhecida como modelo viscoelástico de **Kelvin-Voigt**. O modelo **Zener** é composto por uma mola em paralelo com um elemento Maxwell - sendo o caso mais simples do modelo Maxwell generalizado.



Modelo de Maxwell



Modelo de Kelvin-Voigt



Modelo viscoelástico Zener

Figura 2.17 – Modelos para materiais viscoelásticos com derivada de ordem inteira

Há fortes limitações para estes modelos, pois quando uma tensão é aplicada em um elastômero têm-se três classes de deformações, nem sempre corretamente modeladas: (1) uma elástica instantânea, (2) uma elástica retardada e (3) um fluxo viscoso irrecuperável, nem sempre corretamente descritos pelos modelos acima. Ainda assim, estes modelos podem ser utilizados para descrever a resposta viscoelástica de elastômeros sob uma pequena região de temperatura e/ou tempo, embora nas aplicações seja muito freqüente o interesse em uma ampla região de tempo e temperatura.

Em função do comportamento tensão/deformação descrito é necessário um número elevado de parâmetros para uma razoável precisão. Para materiais viscoelásticos com propriedades mecânicas fortemente dependentes da frequência em faixa ampla, o número de derivadas temporais M e N na série deve ser grande. Conseqüentemente, o número de parâmetros empíricos necessários no modelo pode ser elevado exigindo um esforço computacional muito grande (CRUZ, 2004).

2.4.2 Modelo com derivada de ordem fracionária

Os modelos que utilizam mola-amortecedor viscoso apresentam comportamento impreciso devido à relação tensão-deformação definida no tempo por uma equação diferencial de ordem inteira. No entanto, esta equação diferencial pode ser generalizada substituindo as derivadas de ordem inteira por derivadas de ordem fracionária (SILVA, 2005).

Os modelos a derivada fracionária têm provado ser uma ferramenta poderosa para descrever o comportamento dinâmico de vários materiais. Uma das vantagens de utilizá-los é que eles produzem uma representação analítica bem comportada nos domínios do tempo e da frequência. Além disso, a forma matemática tem seu fundamento em teorias moleculares que governam o comportamento mecânico do meio viscoelástico, permitindo a descrição do comportamento dinâmico real (BAGLEY e TORVIK, 1983). Finalmente, eles são causais e suficientemente simples para cálculos na engenharia (BAGLEY e TORVIK, 1986).

BAGLEY e TORVIK (1979) construíram uma relação constitutiva tensão-deformação dinâmica para elastômero usando cálculo fracional e, em 1983, introduziram uma equação constitutiva geral para viscoelasticidade com operadores de ordem fracionária. Para isso, ajustaram satisfatoriamente dados experimentais uniaxiais no domínio da frequência utilizando um modelo matemático de quatro parâmetros. A definição de derivada e integral fracionária pode ser vista com maiores detalhes em CRUZ (2004).

A equação constitutiva unidimensional em derivadas fracionárias conforme BAGLEY e TORVIK (1983) é

$$\sigma(t) + \sum_{m=1}^M b_m D^{\beta_m} \sigma(t) = E_0 \varepsilon(t) + \sum_{n=1}^N E_n D^{\alpha_n} \varepsilon(t) \quad \text{Eq. 2.2}$$

sendo b_m , β_m , α_n , E_0 e E_n os parâmetros do material. As expressões D^{β_m} e D^{α_n} representam derivadas de ordem fracionária β_m e α_n . Em seus estudos, BAGLEY e TORVIK (1983) observaram que $\alpha \approx \beta$ para muitos casos analisados. Posteriormente, verificou-se que a condição $\alpha = \beta$ é necessária para que o modelo matemático seja consistente com as leis termodinâmicas (BAGLEY e TORVIK, 1986; MAKRIS, 1997). Quando $M=N=1$ e $\alpha = \beta$ a equação acima é denominada modelo de derivada fracionária com quatro parâmetros:

$$\sigma(t) + b_1 D^\alpha [\sigma(t)] = E_0 \varepsilon(t) + E_1 D^\alpha [\varepsilon(t)] \quad \text{Eq. 2.3}$$

Aplicando a Transformada de Fourier na equação (2.3) tem-se

$$\sigma(\Omega) + b_1 (i\Omega)^\alpha [\sigma(\Omega)] = E_0 \varepsilon(\Omega) + E_1 (i\Omega)^\alpha [\varepsilon(\Omega)] \quad \text{Eq. 2.4}$$

Define-se o módulo de elasticidade, $E_c(\Omega)$, dependente da frequência Ω como

$$E_c(\Omega) = \frac{\sigma(\Omega)}{\varepsilon(\Omega)} = \frac{E_0 + E_1 (i\Omega)^\alpha}{1 + b_1 (i\Omega)^\alpha}, \quad \text{Eq. 2.5}$$

ou alternativamente, segundo PRITZ (1996) como

$$E_c(\Omega) = \frac{E_0 + E_\infty (i\Omega b)^\alpha}{1 + (i\Omega b)^\alpha}, \quad \text{Eq. 2.6}$$

onde $E_1 = E_\infty b_1$, $b_1 = b^\alpha$ e $E_c(\Omega)$ é o módulo de elasticidade complexo do material. Em geral este módulo é função da freqüência e da temperatura.

E_0 e E_∞ representam as assíntotas inferior e superior (Figura 2.18). O expoente α representa a inclinação da reta tangente à curva de $E(\Omega)$ no seu ponto de inflexão (que está associado ao ponto de máximo fator de perda). O parâmetro b , que tem unidade de tempo, é denominado tempo de relaxação e determina o deslocamento horizontal da curva de $E(\Omega)$ (Figura 2.18).

O parâmetro α , que é a ordem da derivada fracionária, influencia as curvas de módulo dinâmico e fator de perda (Figura 2.18). Quanto menor o valor de α , menor é a inclinação da curva do módulo dinâmico. O pico do fator de perda também varia com α . Os picos são menos acentuados para α 's menores (SILVA, 2005).

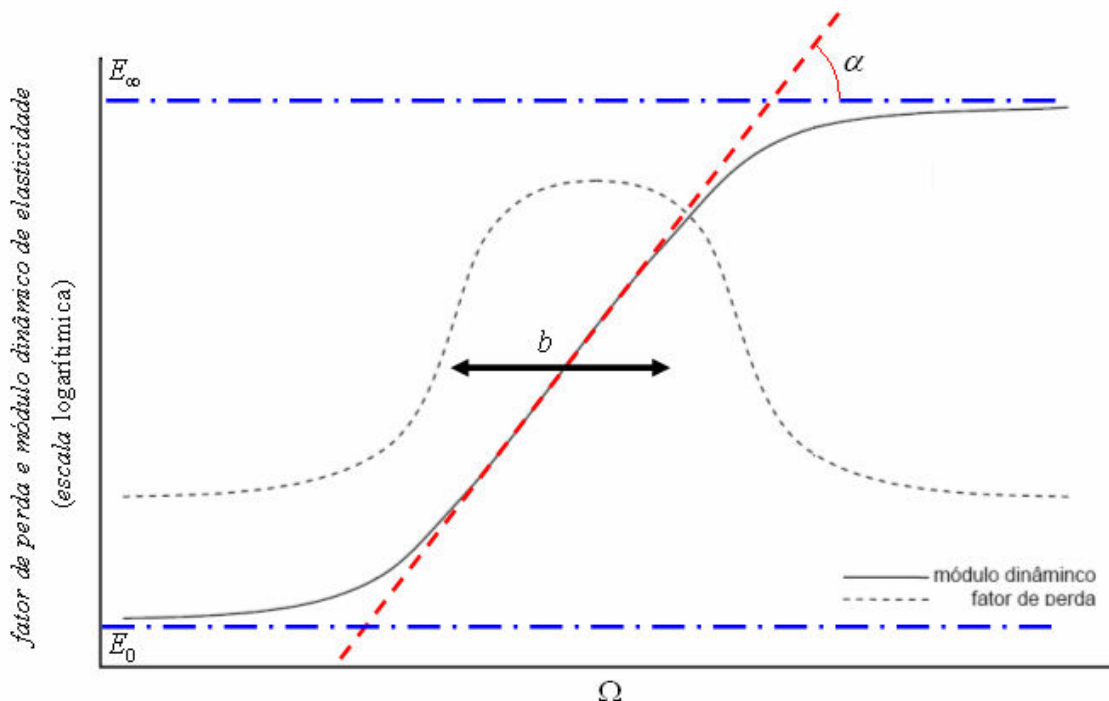


Figura 2.18 – Representação gráfica dos parâmetros do modelo de derivada fracionária de quatro parâmetros.

Ainda, o módulo de elasticidade, $E_c(\Omega)$, pode ser escrito de forma geral por

$$E_c(\Omega) = E(\Omega)(1 + i\eta_E(\Omega)), \quad \text{Eq. 2.7}$$

onde $E(\Omega)$ é a parte real de $E_c(\Omega)$, também denominada módulo dinâmico de

elasticidade e $\eta_E(\Omega) = \frac{\text{Im}[E_c(\Omega)]}{\text{Re}[E_c(\Omega)]}$ é denominado fator de perda

Usualmente trabalha-se com materiais viscoelásticos em cisalhamento. Para esses casos, têm-se que o módulo de cisalhamento complexo é dado por

$$G_c(\Omega) = \frac{\tau(\Omega)}{\gamma(\Omega)} = \frac{G_0 + G_1(i\Omega)^\alpha}{1 + b_1(i\Omega)^\alpha} \quad \text{Eq. 2.8}$$

De forma similar ao módulo de elasticidade

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + G_\infty(i\Omega b)^\alpha}{1 + (i\Omega b)^\alpha} \quad \text{Eq. 2.9}$$

ou na forma complexa

$$G_c(\Omega) = G(\Omega)(1 + i\eta_G(\Omega)), \quad \text{Eq. 2.10}$$

onde:

G_c é o Módulo de cisalhamento complexo

G_0 é a Assíntota inferior do módulo de cisalhamento (comportamento elástico)

G_∞ é a Assíntota superior do módulo de cisalhamento (comportamento vítreo)

α é a Ordem da derivada fracionária

φ é o Parâmetro real ($\varphi = b_1 = b^\alpha$).

Para respeitar as condições de trabalho interno e taxa de dissipação de energia não negativos a partir das equações acima é necessário que as restrições sobre os parâmetros $G_\infty > G_0 > 0$, $\varphi > 0$ sejam respeitadas, assumindo ainda que $0 < \Omega < \infty$.

Considera-se que, para borrachas em geral, tem-se $\eta_E(\Omega) = \eta_G(\Omega) = \eta(\Omega)$

(SNOWDON, 1968), onde $G(\Omega) = \text{Re}[G_c(\Omega)]$ e $\eta_G(\Omega) = \frac{\text{Im}[G_c(\Omega)]}{\text{Re}[G_c(\Omega)]}$.

Como se sabe que $i^\alpha = e^{i\frac{\alpha\pi}{2}} = \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right)$, tem-se que a equação

(2.9) pode ser reescrita como

$$G_c(\Omega) = \frac{G_0 + G_\infty (b\Omega)^\alpha \left[\cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \right]}{1 + (b\Omega)^\alpha \left[\cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + i \cdot \text{sen}\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) \right]} \quad \text{Eq. 2.11}$$

A frequência onde o fator de perda tem seu máximo, Ω_m , é (PRITZ, 1996)

$$\Omega_m = \frac{1}{b} \left(\frac{G_0}{G_\infty} \right)^{\frac{1}{2\alpha}} \quad \text{Eq. 2.12}$$

Esta frequência é a frequência de transição do material. Para melhor uso do amortecimento inerente ao material viscoelástico é conveniente que a frequência de anti-ressonância dos neutralizadores, denotada por Ω_A , esteja tão perto quanto possível da frequência Ω_m . Portanto, pode-se considerar

$\Omega_A = \Omega_m$. Esta última expressão deve ser considerada como uma restrição imposta à frequência dos neutralizadores.

É conveniente representar a rigidez dinâmica de um elemento de material elastomérico em uma forma geral como (NASHIF *et al.*, 1985)

$$K_c(\Omega) = LG_c(\Omega) = LG(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)], \quad \text{Eq. 2.13}$$

onde L é uma constante com dimensão de comprimento que depende da geometria do elemento e de suas inserções metálicas. Na ausência de amortecimento ($\eta(\Omega) = 0$) tem-se

$$K_c(\Omega) = LG_c(\Omega) = LG(\Omega). \quad \text{Eq. 2.14}$$

Uma amostra de borracha trabalhando em cisalhamento puro (ESPÍNDOLA, 2003) terá como rigidez dinâmica a expressão

$$K_c(\Omega) = \frac{A}{h} G_c(\Omega), \quad \text{Eq. 2.15}$$

onde A é a área cisalhada e h é a altura entre as áreas carregadas (Figura 2.19). Em peças de formas irregulares, onde esse tipo de material é usado, L pode ser determinado experimentalmente. Esta forma de representar a rigidez de um material viscoelástico é muito usada em controle de vibração e ruído pela sua simplicidade.

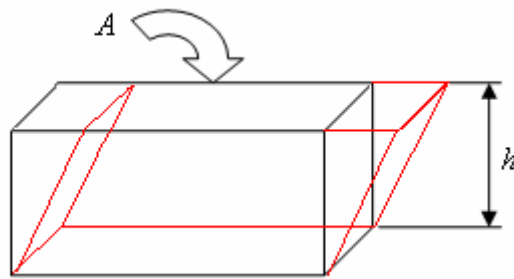


Figura 2.19 – Borracha trabalhando em cisalhamento puro

2.5 Temperatura e Frequência de Transição

Segundo LOPES (2007), os materiais viscoelásticos apresentam dependência tanto da frequência quanto da temperatura, é apropriado indicar que

$$G_c(\Omega, T) = G(\Omega, T)[1 + i\eta_G(\Omega, T)], \quad \text{Eq. 2.16}$$

onde Ω representa a frequência e T a temperatura.

Para um expressivo número de materiais, a chave para se obter uma caracterização dinâmica ampla a partir de um conjunto de dados experimentais limitados é o princípio de superposição frequência-temperatura (FERRY, 1980; NASHIF *et al.*, 1985). De acordo com essa hipótese, a mudança de uma propriedade com a temperatura é equivalente a um deslocamento em relação ao eixo da frequência da curva da mesma propriedade.

As diversas curvas de propriedades dinâmicas de materiais viscoelásticos podem ser superpostas, em uma temperatura de referência qualquer, por meio de deslocamentos em frequência apropriados, formando, assim, duas curvas mestras únicas, uma para cada propriedade.

Matematicamente, tem-se que

$$G_0(\Omega_r) = \left(\frac{T_0 \rho_0}{T \rho} \right) G(\Omega, T) \quad \text{Eq. 2.17}$$

$$(\eta_G)_0(\Omega_r) = \eta_G(\Omega, T) \quad \text{Eq. 2.18}$$

onde T é temperatura (em escala absoluta), T_0 é temperatura de referência (escala absoluta), Ω é frequência, $\Omega_r = [\alpha_T(T)\Omega]$ é frequência reduzida, α_T é o fator de deslocamento (cujos valores são $0 < \alpha_T < 1$ para $T > T_0$, e $\alpha_T > 1$ para $T < T_0$), ρ é a densidade e ρ_0 é a densidade à temperatura de referência.

As expressões acima estabelecem que, exceto por um fator $(T_0 \rho_0 / T \rho)$, via de regra desprezável, para o módulo de cisalhamento, as propriedades dinâmicas obtidas a uma frequência Ω e temperatura T são iguais às propriedades dinâmicas a uma frequência composta Ω_r e a uma temperatura T_0 . Embora a temperatura de referência seja arbitrária, sua escolha, para um certo conjunto de dados experimentais, terá influência na qualidade da representação final obtida (LOPES *et al.*, 2007).

A determinação do fator de deslocamento α_T é de crucial importância para o processo de consolidação das curvas. Tipicamente, o que se faz é estimar os valores que fazem com que as curvas parciais se desloquem em frequência de tal modo que superposições completas sejam alcançadas na temperatura de referência (FERRY, 1980). Uma expressão simples pode ser obtida pelo ajuste desses valores a uma equação empírica, consistente com a experiência e conhecida como equação WLF (WILLIAMS-LANDEL-FERRY), qual seja:

$$\log_{10} \alpha_T(T) = \frac{-\theta_1(T - T_0)}{\theta_2 + (T - T_0)}, \quad \text{Eq. 2.19}$$

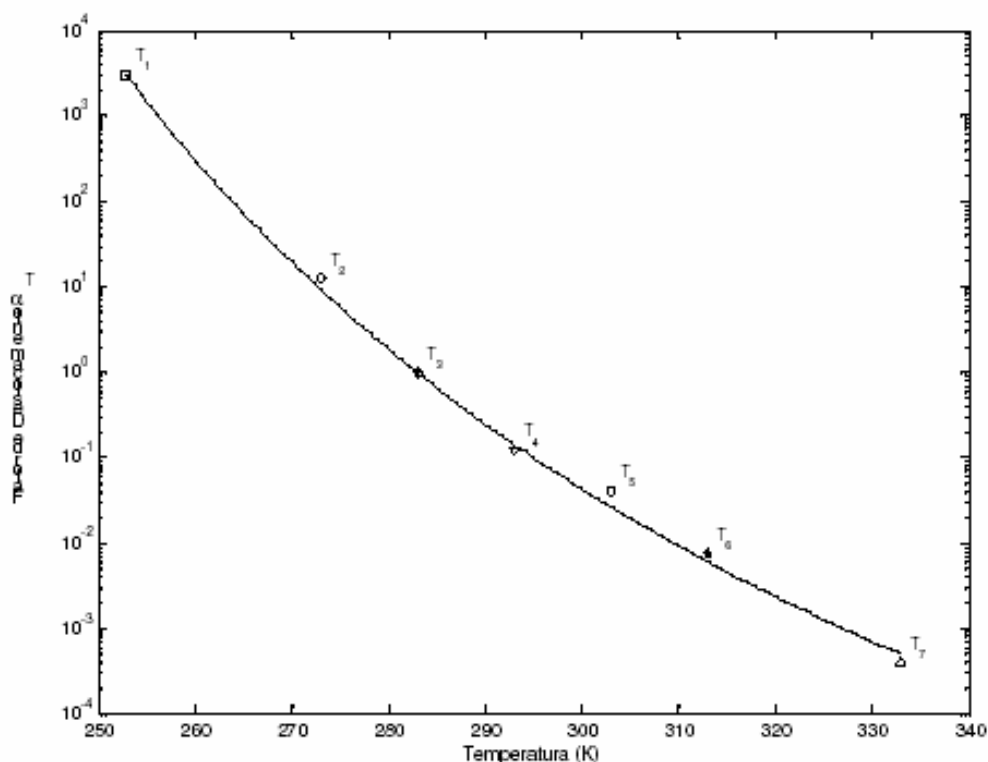
onde θ_1 e θ_2 são parâmetros a serem determinados para cada material. Um gráfico típico de fator de deslocamento versus temperatura absoluta é apresentado na Figura 2.20 (a).

Logo, partindo da equação (2.11) os valores respectivos do módulo dinâmico de elasticidade ou de armazenagem $G(\Omega)$ e do fator de perda $\eta(\Omega)$ para o modelo de quatro parâmetros são dados por

$$G(\Omega) = \frac{G_0 + (G_0 + G_\infty)b_1 [\Omega\alpha(T)]^\alpha \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + G_\infty b_1^2 [\Omega\alpha(T)]^{2\alpha}}{1 + 2b_1 [\Omega\alpha(T)]^\alpha \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + b_1^2 [\Omega\alpha(T)]^{2\alpha}} \quad \text{Eq. 2.20}$$

$$\eta(\Omega) = \frac{(G_\infty - G_0)b_1 [\Omega\alpha(T)]^\alpha \text{sen}\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right)}{G_0 + (G_0 + G_\infty)b_1 [\Omega\alpha(T)]^\alpha \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2}\right) + G_\infty b_1^2 [\Omega\alpha(T)]^{2\alpha}} \cdot \quad \text{Eq. 2.21}$$

Uma vez consolidadas, as propriedades dinâmicas são exibidas, de forma padronizada (ISO 10112, 1991), em nomogramas, conhecidos como nomogramas de frequência reduzida, como ilustrado na Figura 2.20 (b). Esses nomogramas, desenvolvidos por JONES (1978) a partir do gráfico de frequência reduzida (FERRY, 1980), têm sido adotados tanto por pesquisadores quanto fabricantes de materiais viscoelásticos. Expressões paramétricas têm sido frequentemente ajustadas aos dados, de sorte que representações contínuas estejam disponíveis, tanto gráfica quanto analiticamente.



Temperatura (K)

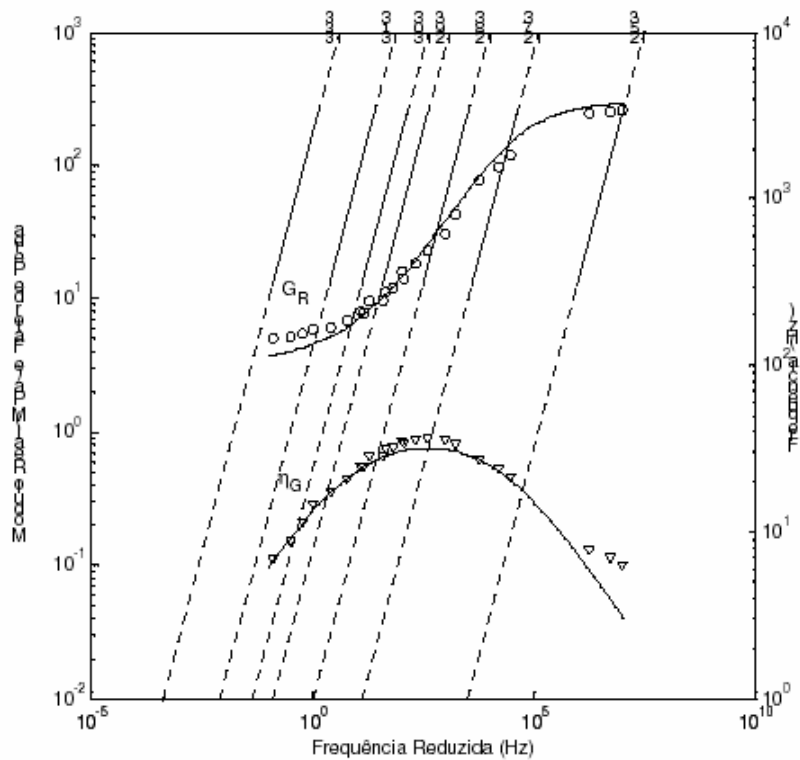


Figura 2.20 - Gráficos de caracterização dinâmica: (a) fator de deslocamento versus temperatura (b) nomograma de frequência reduzida.

(fontes: ISO 10112, 1991; ESPÍNDOLA, 1990)

Em geral, o módulo dinâmico de elasticidade dos materiais viscoelásticos aumenta com a frequência e diminui com a temperatura. O fator de perda, por outro lado, aumenta com a frequência até um valor máximo e depois diminui. Esse comportamento se repete com o aumento da temperatura (NASHIF *et al.*, 1985; ESPÍNDOLA, 1992).

Na Figura 2.21 observa-se um esboço desse comportamento. A temperatura é constante.

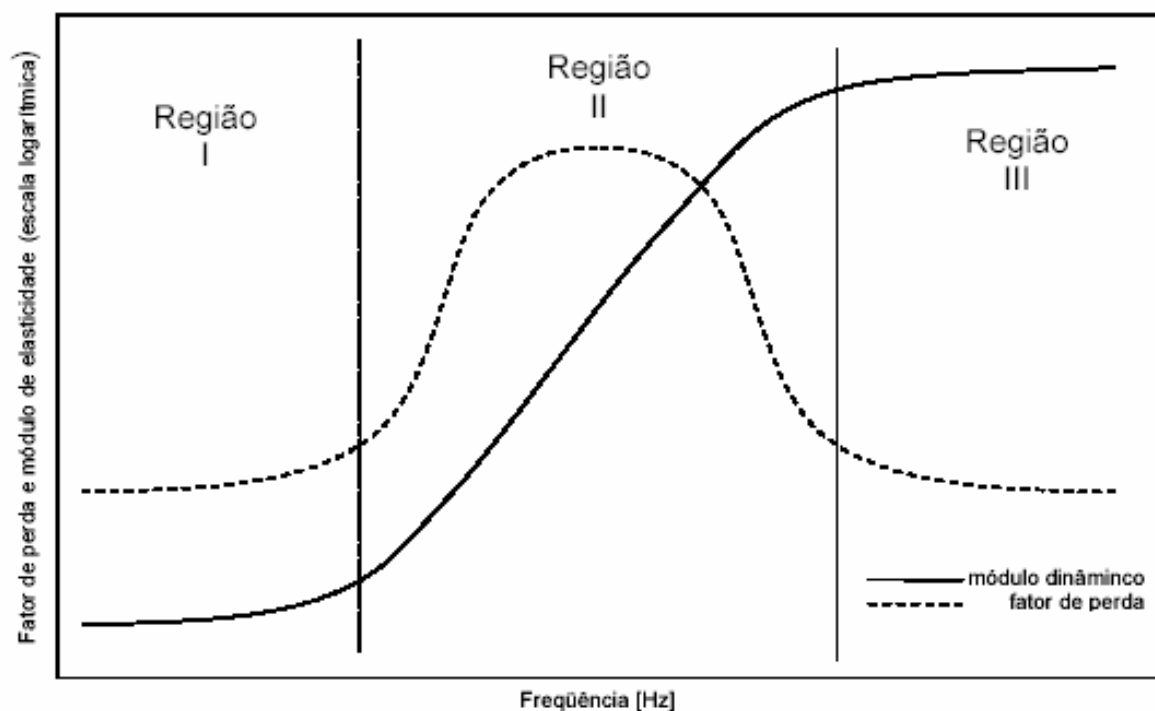


Figura 2.21 – Representação esquemática da variação do módulo dinâmico e do fator de perda com a frequência para uma temperatura constante (fonte: SILVA, 2005)

Na Figura 2.21, a frequência onde ocorre o valor máximo do fator de perda é denominada de frequência de transição. Este ponto de máximo corresponde, aproximadamente, à maior inclinação na curva do módulo dinâmico, e a partir desse ponto o material perde resiliência assumindo comportamento vítreo.

Observa-se a presença de três regiões:

- A região I (baixas frequências ou altas temperaturas) é caracterizada pelos valores baixos, e praticamente constantes, de rigidez (módulo dinâmico) e fator de perda. Essa região é muito importante para os projetistas de isoladores de vibração. O material viscoelástico, operando nessa região, devido à sua baixa rigidez (elevada flexibilidade), permite níveis muito baixos de transmissibilidade sendo, portanto, interessante sua utilização em isolamento mecânico de vibrações, na fabricação de molas elastoméricas e isoladores de vibração, com grande estabilidade estrutural.
- A região II é conhecida como zona de transição do material (vizinhança da frequência e da temperatura de transição). Nessa região a rigidez do material aumenta com a frequência (ou com a redução da temperatura) em incrementos relativamente grandes. O fator de perda tem um aumento de seu valor até atingir o seu máximo. Após alcançar este valor máximo, o fator de perda tende a diminuir novamente. Nessa região ocorre o valor máximo do fator de perda. A região II é a mais importante para projetos de neutralizadores dinâmicos de vibração e também de estruturas sanduíche, sendo naturalmente a mais desejada pelos projetistas devido aos elevados valores do fator de perda.
- Um material viscoelástico trabalhando na região III não possui maiores utilidades. A rigidez nessa região torna-se muito elevada, próxima à do aço ou do alumínio. O fator de perda volta a ter valores muito pequenos. O material passa a ter um comportamento vítreo.

2.6 Parâmetros Equivalentes

Os parâmetros equivalentes (ESPÍNDOLA e SILVA, 1992) são obtidos a partir das quantidades dinâmicas (massa dinâmica e impedância mecânica) calculadas na base do neutralizador (CRUZ, 2004).

Segundo SILVA (2005) a utilização do conceito de parâmetros equivalentes generalizados permite trabalhar em um subespaço modal do sistema primário e projetar de maneira ótima neutralizadores dinâmicos, com as seguintes vantagens sobre a teoria de 1 grau de liberdade (GL) apresentada por ORMONDROYD e DEN HARTOG (1928):

- A massa resultante dos neutralizadores é de, aproximadamente, 4 a 5 vezes menor.
- Uma metodologia geral para o projeto ótimo de um sistema de neutralizadores de vibração e ruído (controle modo a modo), sobre um sistema geometricamente complexo é estabelecida.

Com isso é possível projetar, de forma ótima, um conjunto de neutralizadores capaz de reduzir a resposta vibratória de um sistema mecânico geometricamente complexo, utilizando uma quantidade de massa muito menor que a necessária se se utilizasse um modelo de 1 GL para o sistema primário.

2.6.1 Modelo Viscoelástico

Um neutralizador dinâmico de vibrações simples é composto por uma massa conectada a um elemento resiliente conforme esquema mostrado na Figura 2.22.

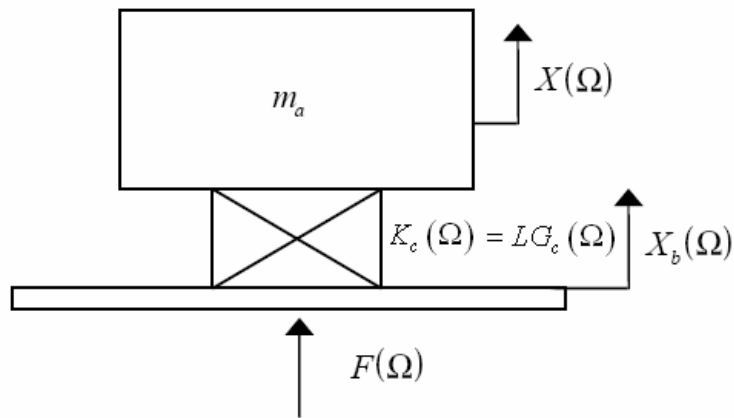


Figura 2.22 – Esquema de um neutralizador dinâmico viscoelástico simples

onde $K_c(\Omega) = LG_c(\Omega) = LG(\Omega)[1 + i\eta(\Omega)]$, L é chamado fator de forma, uma constante da peça elastomérica (parâmetro de projeto que pode ser variado e depende da geometria do neutralizador) e G_c é o módulo complexo de cisalhamento. Estes parâmetros podem ser obtidos experimentalmente ou de gráficos já determinados para certos materiais (NASHIF *et al.*, 1985).

As características dinâmicas do neutralizador também podem ser descritas por duas outras propriedades dinâmicas: *massa equivalente* e *amortecimento equivalente*, ambas associadas ao referencial inercial, conforme a Figura 2.23.

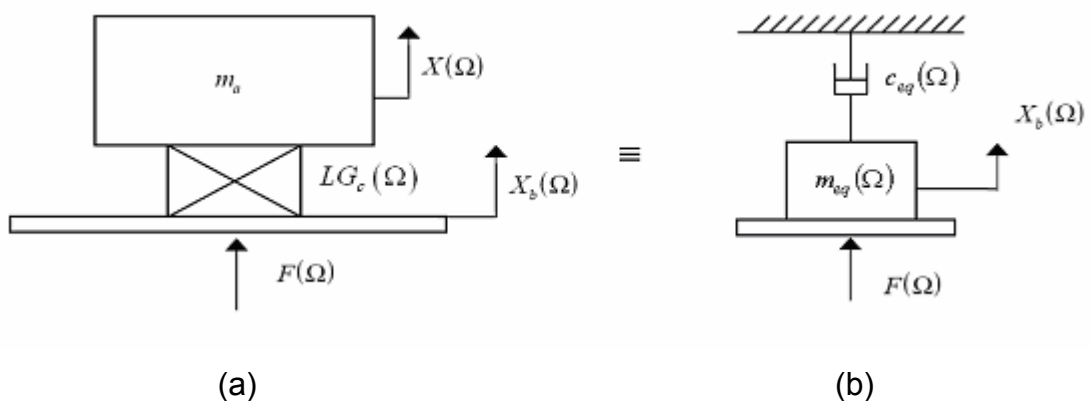


Figura 2.23 – Sistemas equivalentes para obtenção dos parâmetros equivalentes generalizados

Na Figura 2.23 tem-se dois sistemas dinamicamente equivalentes: a impedância de 2.23 (a) é igual à impedância de 2.23(b). Utiliza-se o modelo equivalente 2.23(b) pois o sistema primário *sente* o neutralizador dinâmico como uma massa, função da frequência, a ele fixada e um amortecedor viscoso equivalente ligado à massa e à terra. Segundo BAVASTRI (1997) os parâmetros equivalentes são definidos pelas equações (2.22) e (2.23).

$$m_{eq}(\Omega) = -m_a \frac{r(\Omega) \{ \varepsilon_a^2 - r(\Omega) [1 + \eta^2(\Omega)] \}}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2} = -m_a \frac{\varepsilon_a^2 - [1 - \eta^2(\Omega)]}{[\varepsilon_a - 1]^2 + [\eta(\Omega)]^2} \quad \text{Eq. 2.22}$$

$$c_{eq}(\Omega) = m_a \Omega_a \frac{r(\Omega)\eta(\Omega)\varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a^2 - r(\Omega)]^2 + [r(\Omega)\eta(\Omega)]^2} = m_a \Omega_a \frac{\eta(\Omega)\varepsilon_a^3}{[\varepsilon_a - 1]^2 + [\eta(\Omega)]^2} \quad \text{Eq. 2.23}$$

A vantagem de se usar os parâmetros equivalentes generalizados reside no fato de se poder trabalhar com uma formulação baseada nas coordenadas físicas do sistema primário somente (número reduzido de equações representativas do sistema), apesar da adição de graus de liberdade introduzidos pelo acoplamento dos neutralizadores à estrutura do sistema primário.

Este fato é crucial para o desenvolvimento da teoria, pois permite uma transformação de coordenadas usando a matriz modal do sistema primário a qual é invariante durante o processo de otimização. Assim, o sistema composto pode ser modelado no espaço modal do sistema primário através de uma transformação de coordenadas principais.

2.7 Sistemas à Torção

2.7.1 Introdução à Dinâmica de Rotores

No caso de vibrações torcionais o sistema apresenta um grau de liberdade correspondente ao deslocamento angular ao redor do eixo de rotação. A rotação da barra, θ , é função da posição ao longo do comprimento da barra (coordenada axial - x) e do tempo t (Figura 2.24).

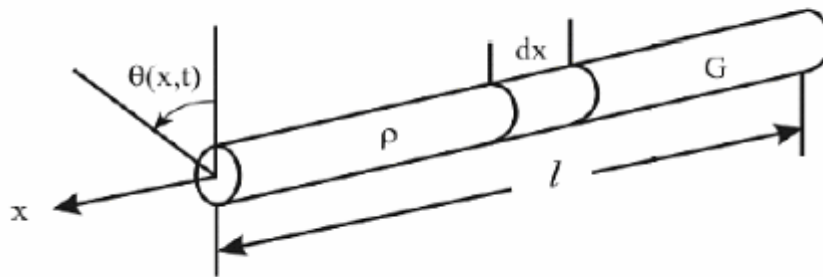


Figura 2.24 – Barra sob vibração torcional

O modelo analítico é constituído de um conjunto de equações diferenciais que descrevem o movimento do sistema nas direções de seus graus de liberdade e são obtidas usando as leis de NEWTON, relações de tensão/deformação e as equações de LAGRANGE.

O modelo físico de uma máquina rotativa pode ser concebido pela combinação de elementos classificados como *discos rígidos*, *árvores flexíveis* e *mancais*.

O disco é considerado rígido por hipótese, caracterizando-se somente pela energia cinética. Por hipótese a energia de deformação é devida somente ao eixo. A equação do movimento do rotor é obtida aplicando-se a equação de LAGRANGE

sobre as energias cinética do disco e do eixo, e energia de deformação do eixo (LALANNE e FERRARIS, 1990).

Para o caso torcional os mancais não exercem grande influência no movimento vibratório e são apenas utilizados no momento de se fazer a discretização do sistema por elementos finitos.

A obtenção das equações do movimento de rotores pode ser feita por meio do método dos elementos finitos. CLARK (1972) faz o desenvolvimento destas equações.

2.7.2 Matrizes de Inércia e Rigidez Elementares

O amortecimento para o caso de vibrações torcionais não é significativo pois geralmente é muito baixo. Sua influência nas frequências naturais não é significativa, e a máxima resposta durante o regime transitório também não é afetada pelo amortecimento (LALANNE e FERRARIS, 1990).

Adotou-se uma hipótese linear para interpolar os ângulos de torção (graus de liberdade):

$$\theta = \left[1 - \frac{x}{L}, \frac{x}{L} \right] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 2.24}$$

Uma vez que a expressão para a energia cinética é:

$$T_c = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} I_\theta \dot{\theta}^2 dx, \quad \text{Eq. 2.25}$$

utilizando a equação (2.24) tem-se:

$$T_c = \frac{I_\theta L_e}{12} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}, \quad \text{Eq. 2.26}$$

sendo a matriz de massa elementar dada pela equação (2.27), J é o momento polar de inércia ($I_\theta = \rho.J$, para uma seção transversal circular) e L_e o comprimento do elemento diferencial de eixo.

$$M_e = \frac{I_\theta L_e}{6} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 2.27}$$

Quando esta matriz não diagonal é utilizada o modelo é dito modelo por elementos finitos.

A energia potencial de deformação elástica do eixo é dada por

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{L_e} GJ \left(\frac{\partial \theta}{\partial x} \right) dx, \quad \text{Eq. 2.28}$$

onde G é o módulo elástico de cisalhamento. Usando as equações (2.24) e (2.28) obtém-se:

$$U = \frac{G.J}{2.L_e} (\theta_1 - \theta_2)^2 \quad \text{Eq. 2.29}$$

$$U = \frac{1}{2} k (\theta_1 - \theta_2)^2. \quad \text{Eq. 2.30}$$

Portanto a rigidez do elemento é dada por:

$$k = \frac{G.J}{L_e} \quad \text{Eq. 2.31}$$

Escrevendo a equação (2.29) em forma matricial tem-se

$$U = \frac{GJ}{2L_e} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad \text{Eq. 2.32}$$

a matriz de rigidez é obtida ou definida por

$$K_e = \frac{GJ}{L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}. \quad \text{Eq. 2.33}$$

2.7.3 Matrizes de Inércia e Rigidez Globais

Matriz de Inércia Global

A hipótese presente aqui é que a aceleração angular de cada elemento em torno do seu eixo varia linearmente ao longo de seu comprimento (ADAMS, 2001).

A matriz de inércia global para um rotor simples é uma matriz de banda (tridiagonal) obtida pela superposição de cada matriz de inércia elementar. Repare no termo opcional $I^{(d)}$ em cada rotor que indica a possibilidade de existir um disco montado sobre a posição nodal correspondente.

$$K = \frac{\pi(d_0^4 - d_i^4)G}{32L} \quad \text{Eq. 2.40}$$

e

d_0 o diâmetro externo;

d_i o diâmetro interno (no caso de eixos ocos);

L o comprimento do eixo;

G o módulo de elasticidade de cisalhamento do material do eixo.

2.8 Sistemas com múltiplos graus de liberdade

A equação do movimento de um sistema linear invariante no tempo com N graus de liberdade pode ser escrita na forma matricial como

$$M\ddot{q}(t) + C\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t) \quad \text{Eq. 2.41}$$

onde M , C e K são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez de ordem N , $q(t)$ e $f(t)$ são os vetores de coordenadas generalizadas (graus de liberdade) e de forças generalizadas, de ordem $N \times 1$ respectivamente.

Para o caso **torcional** $f(t)$ são momentos atuantes, $q(t)$ são deslocamentos angulares, M é a matriz de inércia e K é a matriz de rigidez torcional obtidas conforme descrito no item 2.7. O amortecimento à torção é muito baixo e neste trabalho considerou-se amortecimento viscoso proporcional ($C = \alpha M$).

A solução da equação (2.41) é obtida resolvendo um problema de autovalores-autovetores. As freqüências Ω_j são chamadas *freqüências naturais* ou *freqüências próprias* do sistema e podem ser complexas se o sistema apresenta

alguma forma de dissipação de energia. Os autovetores correspondentes são chamados *modos naturais* de vibração ou *modos próprios*.

2.8.1 Problema de Autovalores não Amortecido

A solução do problema de autovalores não amortecido está descrita em BAVASTRI (1997) e SILVA (2005) e pode ser mostrada na forma matricial como

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \lambda_2 & \\ & & \ddots \\ 0 & & & \lambda_n \end{bmatrix} = \text{diag}(\Omega_j^2) \quad \text{Eq. 2.42}$$

(Matriz Espectral),

e

$$\Phi = \left[\{\phi_1\}_{N \times 1}, \{\phi_2\}_{N \times 1}, \dots, \{\phi_N\}_{N \times 1} \right]_{N \times N} \quad \text{(Matriz Modal)} \quad \text{Eq. 2.43}$$

sendo que Ω_j^2 é conhecido como o quadrado da j-ésima frequência natural e Φ_j o autovetor ou modo de vibrar correspondente (EWINS, 1984).

O conjunto de matrizes das equações (2.42) e (2.43) é conhecido como modelo modal da estrutura e as matrizes M e K formam o seu modelo espacial (BAVASTRI, 1997).

Demonstra-se (EWINS, 1984 e BISHOP, 1963) que o modelo modal tem a propriedade conhecida como ortogonalidade. Ou seja,

$$\begin{aligned} \Phi^T M \Phi &= \text{diag}(m_r) = M_r \\ \Phi^T K \Phi &= \text{diag}(k_r) = K_r \\ \Phi^T C \Phi &= \text{diag}(c_r) = C_r \end{aligned} \quad \text{Eq. 2.44}$$

Os parâmetros m_r e k_r são chamados de massa e rigidez modais do r -ésimo modo, respectivamente e $\Omega_r^2 = k_r/m_r$.

Normalizando os modos de vibrar através da raiz quadrada da massa modal obtêm-se para a equação (2.44):

$$\begin{aligned}\Psi^T M \Psi &= I \\ \Psi^T K \Psi &= \text{diag}(\Omega_r^2) \\ \Psi^T K \Psi &= \text{diag}(2\xi_i \Omega_i)\end{aligned}\tag{Eq. 2.45}$$

onde $\psi_r = \frac{1}{\sqrt{m_r}} \phi_r$.

A matriz Ψ é chamada matriz modal ortonormal.

2.8.2 Resposta em frequência do sistema primário à torção

Considere-se uma **transformação de coordenadas** para desacoplar o sistema de equações e resolver o sistema de equações dado pela equação (2.41) (Figura 2.25), de modo que

$$q(t) = \Psi p(t)\tag{Eq. 2.46}$$

Substituindo a equação (2.47) na (2.41) e pré-multiplicando por Ψ^T :

$$\Psi^T M \Psi \ddot{p}(t) + \Psi^T K \Psi p(t) = \Psi^T f(t)\tag{Eq. 2.47}$$

$$[I]\ddot{p}(t) + \begin{bmatrix} \dots & & \\ & -\Omega_{ij} + 2\xi_j\Omega_j + \Omega_j^2 & \\ & & \dots \end{bmatrix} p(t) = \Psi^T f(t) \quad \text{Eq. 2.48}$$

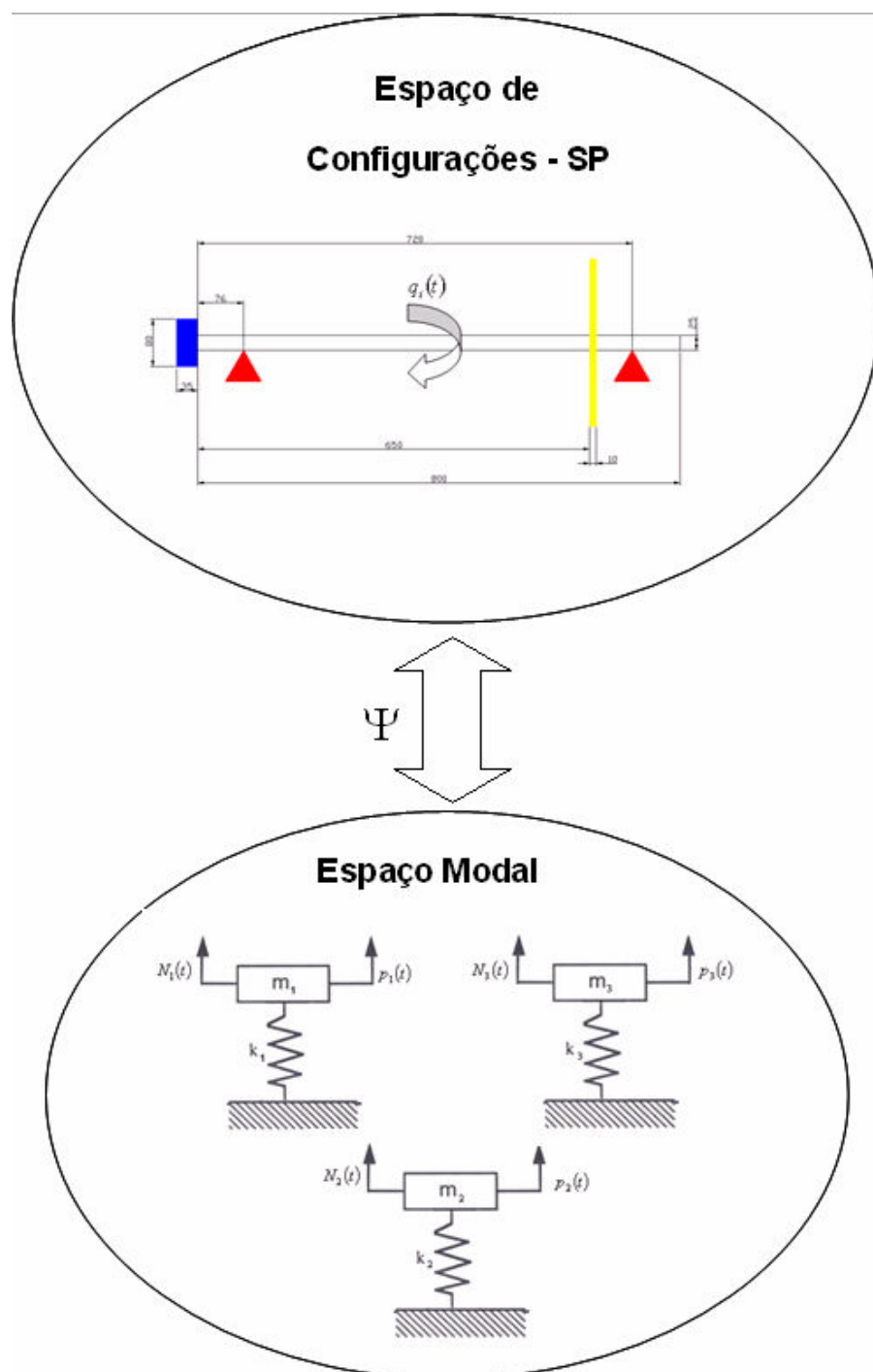


Figura 2.25 – Transformação de coordenadas no sistema primário.

Aplicando Transformada de Fourier é possível escrever a equação (2.45) no domínio da frequência:

$$\begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & -\Omega_{ij} + 2\xi_j\Omega_j + \Omega_j^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} P(\Omega) = \Psi^T F(\Omega). \quad \text{Eq. 2.49}$$

Note que o sistema foi desacoplado. Portanto, resolvendo para cada componente

$$P(\Omega) = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \frac{1}{-\Omega_{ij} + 2\xi_j\Omega_j + \Omega_j^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \Psi^T F(\Omega). \quad \text{Eq. 2.50}$$

Pré-multiplicando a equação (2.50) por Ψ^T a resposta no sistema de configuração é obtida.

$$\Psi^T P(\Omega) = \Psi^T \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \frac{1}{-\Omega_{ij} + 2\xi_j\Omega_j + \Omega_j^2} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} \Psi^T F(\Omega) \quad \text{Eq. 2.51}$$

ou seja,

$$Q(\Omega) = H(\Omega)F(\Omega), \quad \text{Eq. 2.52}$$

sendo $H(\Omega)$ é a Função Resposta em Frequência (FRF) do sistema primário. Um coeficiente desta matriz é dada por:

$$H_{ij}(\Omega) = \alpha_{ij}(\Omega) = \sum_{r=1}^N \frac{\Phi_{ir} \Phi_{jr}}{-\Omega_{ij} + 2\xi_j \Omega_j + \Omega_j^2} \quad (i, j = 1, \dots, N) . \quad \text{Eq. 2.53}$$

2.8.3 Neutralizadores Dinâmicos Fixados a Sistemas Primários Complexos

Para vários neutralizadores adicionados a uma estrutura (sistema primário com múltiplos graus de liberdade - Figura 2.26), a equação diferencial dada por BAVASTRI (1997) é

$$\widehat{M}\ddot{q}(t) + \widehat{C}\dot{q}(t) + Kq(t) = f(t), \quad \text{Eq. 2.54}$$

sendo \widehat{M} é a matriz de inércia do sistema composto obtida por meio da equação (2.56) e \widehat{C} a matriz de amortecimento do sistema composto determinada pelas equações (2.57) e (2.58).

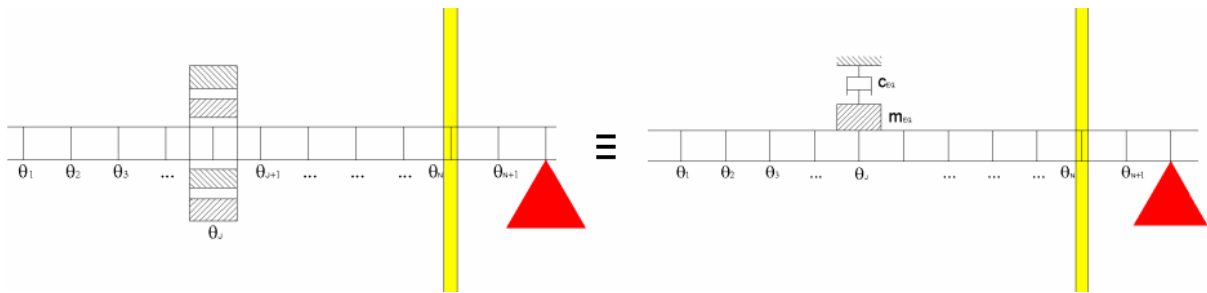


Figura 2.26 – Sistema composto e sistema equivalente com parâmetros equivalentes generalizados

Para p neutralizadores fixados ao longo de p coordenadas generalizadas $q_{k_1}, q_{k_2}, \dots, q_{k_p}$, sendo as massas e amortecimentos equivalentes generalizados $m_{e_1}, m_{e_2}, \dots, m_{e_p}$ e $c_{e_1}, c_{e_2}, \dots, c_{e_p}$, a massa \widehat{M} e o amortecimento \widehat{C} do sistema composto são, respectivamente

$$\widehat{M} = \begin{bmatrix} S.P. \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & m_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} = M + \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & m_{e_1}(\Omega) & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & m_{e_p}(\Omega) \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2.55}$$

e

$$\widehat{C} = \begin{bmatrix} S.P. \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & & 0 \\ & c_{eq}(\Omega) & \\ 0 & & \ddots \end{bmatrix} = C + \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & c_{e_1}(\Omega) & & 0 \\ & & \ddots & \\ & 0 & & c_{e_p}(\Omega) \\ & & & & \ddots \end{bmatrix} \quad \text{Eq. 2.56}$$

Um termo de massa equivalente é adicionado ao nó sobre o qual está o neutralizador (vide Figura 2.26). O mesmo ocorre com termo de amortecimento.

A equação de movimento no domínio da frequência (aplicando Transformada de Fourier na equação 2.54), considerando parâmetros equivalentes generalizados, é escrita da seguinte forma

$$\left[-\Omega^2 \widehat{M} + i\Omega \widehat{C} + K \right] Q(\Omega) = F(\Omega) \quad \text{Eq. 2.57}$$

A equação (2.57) só é válida no domínio da frequência, ou para excitações modais permanentes de frequência Ω , pois os parâmetros equivalentes generalizados são função da frequência. O conceito de espaço modal poderia ser aplicado para o sistema composto, entretanto este não fica desacoplado, uma vez que a transformação de coordenadas não diagonaliza as matrizes \widehat{M} e \widehat{C} . É importante notar também que não há restrição sobre a dimensão do sistema.

O objetivo é obter os parâmetros físicos ótimos dos NDVs para minimizar a resposta do sistema primário (SP).

2.8.4 Truncamento

Na prática, apenas alguns poucos modos estão dentro da faixa de frequência de interesse. Portanto, o problema de autovalores e autovetores, em geral, fica restrito aos primeiros modos ou àqueles que estão dentro da faixa de frequências de interesse mais dois resíduos, inferior e superior (EWINS, 1984), que representam a influência dos modos de baixa e alta frequências respectivamente.

Assim, devido à propriedade de ortogonalidade dos modos, considera-se a seguinte **transformação de coordenadas** (Figura 2.27):

$$Q(\Omega) = \hat{\Psi} \hat{P}(\Omega) \quad \text{Eq. 2.58}$$

onde $\hat{\Psi}$ é a matriz modal truncada do sistema primário, de ordem $N \times \hat{N}$ (N representa o número de graus de liberdade e \hat{N} o número de autovetores computados ou medidos na faixa de frequência de interesse). Em geral $\hat{N} \ll N$.

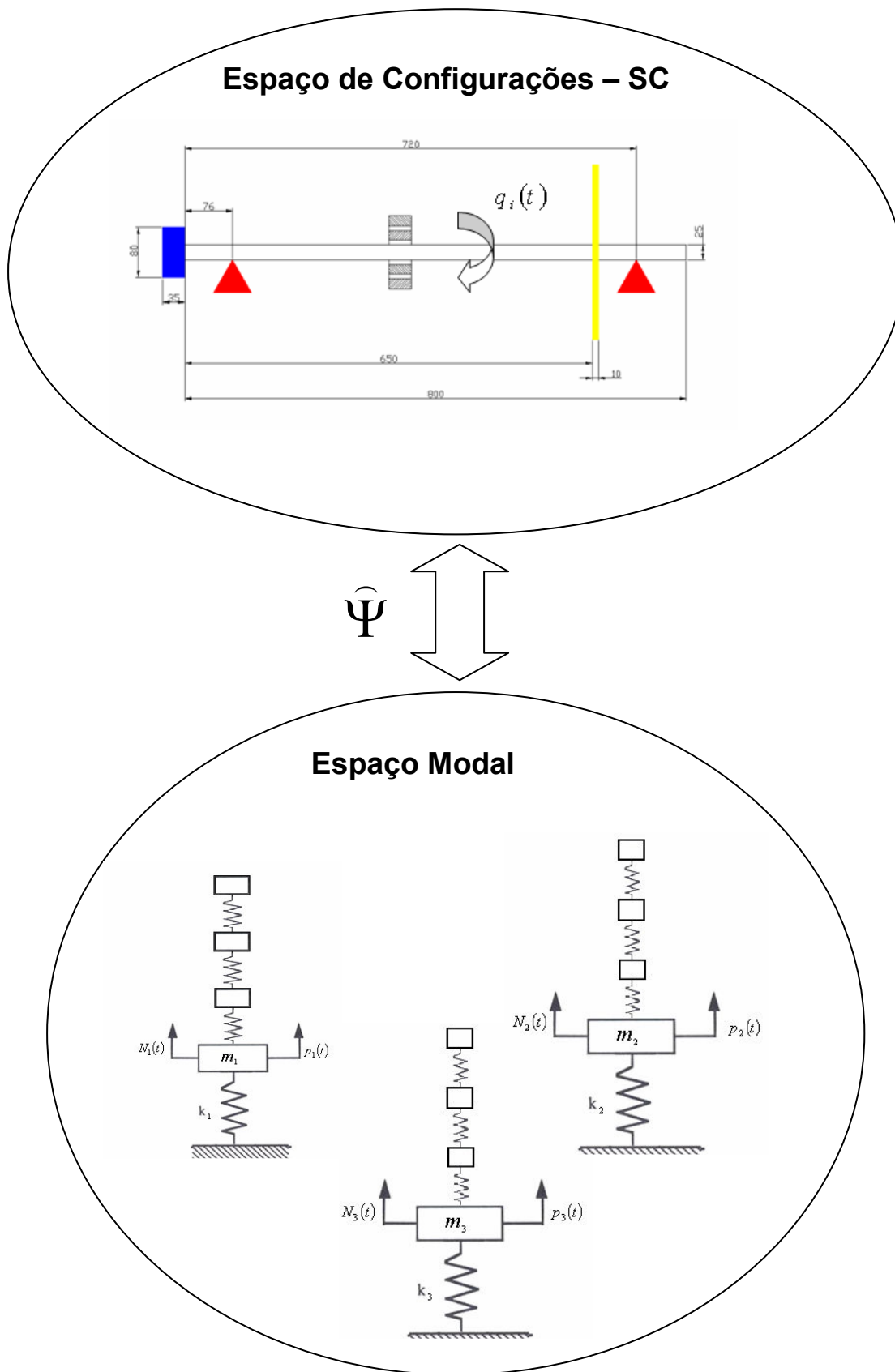


Figura 2.27 – Transformação de coordenadas no sistema composto.

Como pode ser visto na Figura 2.27 o sistema composto em um sub-espaco modal do sistema primário não estará desacoplado já que os autovetores são do sistema primário apenas.

Substituindo a equação (2.58) na equação (2.57) e pré-multiplicando por $\widehat{\Psi}^T$:

$$\widehat{\Psi}^T \left[-\Omega^2 \widehat{M} + i\Omega \widehat{C} + K \right] \widehat{\Psi} \widehat{P}(\Omega) = \widehat{\Psi}^T F(\Omega) . \quad \text{Eq. 2.59}$$

Utilizando as propriedades de ortogonalidade (equação 2.45) a equao (2.59) toma a forma:

$$\left\{ -\Omega^2 \left[\text{diag}(\widehat{m}_j) + \widehat{M}_A(\Omega) \right] + i\Omega \left[\text{diag}(\widehat{c}_j) + \widehat{C}_A(\Omega) \right] + \text{diag}(\widehat{k}_j) \right\} \widehat{P}(\Omega) = \widehat{R}(\Omega) . \quad \text{Eq. 2.60}$$

Os elementos das matrizes $\widehat{M}_A(\Omega)$ e $\widehat{C}_A(\Omega)$ podem ser escritos da seguinte forma

$$\widehat{M}_{a(s,r)}(\Omega) = \sum_{k=1}^p m_{ei} \Psi_{k,s} \Psi_{k,r} \quad \text{Eq. 2.61}$$

$$\widehat{C}_{a(s,r)}(\Omega) = \sum_{k=1}^p c_{ei} \Psi_{k,s} \Psi_{k,r} \quad \text{Eq. 2.62}$$

e é dado por

$$\widehat{R}(\Omega) = \widehat{\Psi}^T F(\Omega) . \quad \text{Eq. 2.63}$$

Assim, a resposta do sistema composto no sub-espaco modal do sistema primário é dada por:

$$\hat{P}(\Omega) = \left\{ -\Omega^2 \left[I_{\hat{n} \times \hat{n}} + \hat{M}_{\hat{a} \times \hat{n}} \right] + i\Omega \left[\begin{array}{c} \backslash \\ 2\xi_i \Omega_i \\ \backslash \end{array} \right] + \hat{C}_{\hat{a} \times \hat{n}} \right\} + \left[\begin{array}{c} \backslash \\ \Omega_j^2 \\ \backslash \end{array} \right] \right\}^{-1} \hat{\Psi}^T F(\Omega),$$

Eq. 2.64

ou de forma compacta

$$\hat{P}(\Omega)_{\hat{N} \times 1} = \hat{D}_{\hat{N} \times \hat{N}}^{-1} \cdot \hat{\Psi}_{\hat{N} \times \hat{N}}^T F(\Omega)_{\hat{N} \times 1}.$$

Eq. 2.65

Para eliminar a influência dos modos distantes, e sem relevância na resposta em frequência do sistema composto, faz-se um truncamento $\hat{N} \ll N$. Passa-se então para um subespaço modal do sistema primário, tal que

$$Q(\Omega)_{N \times 1} = \hat{\Psi}_{N \times \hat{N}} \hat{P}(\Omega)_{\hat{N} \times 1}$$

Eq. 2.66

$$\hat{\Psi} = \{ \Psi_1, \Psi_2, \dots, \Psi_{\hat{N}} \}_{N \times \hat{N}}.$$

Eq. 2.67

A equação (2.60) representa um sistema de dimensão $\hat{N} \ll N$, sua solução corresponde aos parâmetros equivalentes generalizados e mostra que no espaço modal o sistema de equações não é desacoplado. Isso ocorre devido à adição dos neutralizadores dinâmicos ao sistema primário.

Fazendo a transformação inversa da equação (2.58), encontra-se a solução das coordenadas físicas. Pré-multiplicando a equação (2.65) por $\hat{\Psi}$ tem-se

$$\hat{\Psi} \hat{P}(\Omega) = \hat{\Psi} \hat{D}(\Omega)^{-1} \cdot \hat{\Psi}^T F(\Omega)$$

Eq. 2.68

e

$$Q(\Omega) = \widehat{\Psi} \widehat{P}(\Omega) = \widehat{\Psi} \widehat{D}(\Omega)^{-1} \cdot \widehat{\Psi}^T F(\Omega), \quad \text{Eq. 2.69}$$

na qual

$$\widehat{D} = \widehat{D}_0 - \Omega^2 \widehat{M}_A(\Omega) + i\Omega \widehat{C}_A(\Omega) \quad \text{Eq. 2.70}$$

e

$$\widehat{D}_0 = \text{diag} \left(\widehat{k}_j - \widehat{m}_j \Omega^2 + i\Omega \widehat{c}_j \right) \quad \text{Eq. 2.71}$$

A matriz \widehat{D}_0 é diagonal. Já a matriz \widehat{D} , que representa o sistema composto (sistema primário + neutralizadores), não o será.

Para modos de vibrar (autovetores) normalizados pela matriz massa, a equação (2.71) pode ser escrita da seguinte forma:

$$\widehat{D}_0 = \text{diag} \left(\Omega_j^2 - \Omega^2 + i2\xi_j \Omega_j \Omega \right) \quad \text{Eq. 2.72}$$

Fazendo uma equivalência com sistemas de um grau de liberdade e usando a equação (2.70) pode-se escrever a matriz de receptância do sistema composto.

$$\alpha(\Omega) = \widehat{\Phi} \widehat{D}^{-1} \widehat{\Psi}^T \quad \text{Eq. 2.73}$$

Cada elemento dessa matriz é escrito como

$$\alpha_{ks}(\Omega) = \sum_{j=1}^{\widehat{n}} \sum_{i=1}^{\widehat{n}} D_{ij} \Psi_{si} \Psi_{kj} \quad \text{Eq. 2.74}$$

sendo D_{ij} os elementos da matriz \hat{D}^{-1} e Ψ_{sj} os elementos da matriz $\hat{\Psi}$.

D^{-1} é a matriz de resposta em frequência do sistema composto no sub-espaço modal do sistema primário. Ela pode ser calculada conhecendo-se os parâmetros modais da estrutura a controlar (sistema primário) e as características dos neutralizadores dinâmicos acoplados a ela. É importante lembrar aqui que, no sub-espaço modal do sistema primário, conta-se com um número reduzido de equações $\hat{N} \ll N$ e, portanto, a resposta é uma aproximação do valor real desta.

Partindo-se da formulação descrita até aqui pode-se optar por duas formas diferentes para controlar as vibrações do sistema primário:

- Controle modo a modo: Aplicada por SILVA (1991), na qual se despreza o acoplamento do sistema introduzido pelos NDs e procura-se um controle modo a modo através de uma correlação direta com a teoria de DEN HARTOG (1956), para um grau de liberdade. Resultados utilizando essa técnica podem ser encontrados em ESPÍNDOLA e SILVA (1992).
- Controle em uma banda ampla de frequência: Esse procedimento leva em consideração o acoplamento do sistema composto e baseia-se em técnicas de otimização não linear para encontrar as características físicas ótimas dos neutralizadores. Os resultados dessa técnica podem ser encontrados em BAVASTRI (1997). Essa mesma metodologia é a adotada no presente trabalho.

2.9 Técnicas de Otimização Não Linear

O projeto de um sistema pode ser formulado como um problema de otimização onde uma medida de *performance* é maximizada (ou minimizada) enquanto restrições são satisfeitas. Qualquer problema, no qual parâmetros são determinados enquanto restrições precisem ser satisfeitas, pode ser formulado como um problema de otimização (ARORA, 1989).

No sentido mais amplo, o problema de otimização não linear é encontrar um extremo de uma função objetivo sujeita a restrições de igualdade e/ou desigualdade. A função objetivo e as restrições podem ser lineares ou não lineares.

2.9.1 Aplicação a Neutralizadores Dinâmicos

Uma forma de determinar os parâmetros ótimos do neutralizador para um sistema amortecido é aplicando técnicas de otimização não linear. Isto se faz tentando achar o ponto ótimo – parâmetros físicos do neutralizador – que produz a mínima resposta possível do sistema primário (CRUZ, 2004).

Como o objetivo é minimizar a resposta do sistema primário, o problema de otimização é formulado da seguinte forma (SILVA, 2005):

Achar $X = (\Omega_a)$ que minimize $f(x) = \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} (|H(\Omega, X)|)$ tal que $X_1 < X < X_2$, onde $f: \mathfrak{R}^n \rightarrow \mathfrak{R}$ é a função objetivo não linear, $X \in \mathfrak{R}^n$ é o vetor projeto, Ω_a a frequência de anti-ressonância do neutralizador, $H(X, \Omega)$ é a função resposta em frequência do sistema e X_1 e X_2 são restrições (limites inferior e superior respectivamente) e Ω_1 e Ω_2 são frequências arbitrárias, inicial e final da faixa de análise.

O vetor de projeto X contém as componentes características do neutralizador dinâmico onde o fator de perda η_a é escalonado por uma constante para conseguir numericamente a mesma ordem de grandeza entre todas as componentes do vetor projeto. Isto permitirá um melhor desempenho no cálculo numérico iterativo.

Uma vez estabelecido o modelo matemático para o sistema composto (sistema primário + neutralizadores), os métodos numéricos de otimização não linear

podem ser utilizados para encontrar os parâmetros ótimos dos neutralizadores dinâmicos.

O método empregado nesse trabalho para obtenção dos parâmetros ótimos dos neutralizadores dinâmicos viscoelásticos é o método Quase Newton (BFGS) em conjunto com algoritmos genéticos. Maiores detalhes sobre esses métodos podem ser encontrados em ARORA (1989).

Ao finalizar o processo de otimização dos parâmetros do neutralizador, obtém-se, como saída, a frequência natural ótima para o neutralizador acoplado ao sistema primário, bem como uma massa (inércia), previamente fixada como uma razão da massa modal.

2.9.2 Variável de projeto

Neste trabalho, a variável independente da função objetivo representa as características fundamentais do neutralizador dinâmico uma vez que a massa do mesmo já foi determinada, tanto para sistemas com um grau de liberdade como para sistemas com múltiplos graus de liberdade.

A variável de projeto utilizando um material viscoelástico com parâmetros conhecidos (caracterizados) é dada por:

$$X = (\Omega a_i), \quad \text{Eq. 2.75}$$

com $i = 1$ a p neutralizadores.

2.9.3 Função Objetivo

Minimizar a resposta vibratória de uma estrutura qualquer quando é fixado um ou mais neutralizadores viscoelásticos sobre ela constitui o alvo da função objetivo do problema de otimização. A função objetivo deve ser escolhida de tal forma que, durante o processo iterativo, permita descrever o comportamento do sistema composto. Várias propostas de funções objetivo podem ser dadas dependendo da aplicação em particular e podem ser vistas com mais detalhes em BAVASTRI (1997).

Neste trabalho a função objetivo utilizada foi a norma 2 dos máximos valores na faixa de frequências de interesse. A mesma pode ser definida por:

$$F(X) = \left\| \max_{\Omega_1 < \Omega < \Omega_2} |P_i(X, \Omega)| \right\|_2 \quad \text{Eq. 2.76}$$

sendo $P(\Omega, X)$ é o vetor de deslocamentos principais e $i = 1$ a p neutralizadores.

Esta função objetivo tem a vantagem de que o sistema de equações no sub-espaço modal do sistema primário é reduzido a $\hat{N} \ll N$.

3 SIMULAÇÃO NUMÉRICA

Neste capítulo são aplicados os conceitos de matriz de inércia, matriz de rigidez e cálculo de freqüências naturais (problema de autovalores) implementando-os em uma linguagem de programação (MATLAB) para posteriormente obter as funções resposta em freqüência para o sistema rotativo em análise.

Para validar o modelo os resultados foram comparados com WALKER (2004). Também comparou-se a saída do código desenvolvido com os resultados e simulações feitas por CARVALHO (2007).

3.1 Validação do Código

Para validar o código desenvolvido foi feita uma comparação com um exemplo apresentado por WALKER (2004). Para quantificar a precisão do programa desenvolvido foram calculados os erros relativos entre os resultados obtidos através da aproximação numérica e aqueles obtidos através da formulação por elementos finitos.

O caso considerado é apresentado no exemplo 9.2.1 (WALKER, 2004) e corresponde a um eixo engastado em uma das extremidades, de seção circular constante, com uma inércia torcional de $0,29260 \text{ kg.m}^2$ na extremidade não engastada e de propriedades conhecidas, conforme a Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Propriedades do eixo (WALKER, 2004).

Comprimento total	2540 mm
Diâmetro	127 mm
Módulo de elasticidade	206,8 GPa
Densidade	$7833,41 \text{ kg/m}^3$
Coefficiente de Poisson	0,3

No exemplo considerado WALKER (2004) representa o engaste em ($y=0\text{m}$) atribuindo no nó correspondente (nó 01) um valor de inércia extremamente alto. O valor atribuído foi de 29260 kg.m^2 (100 mil vezes maior que a inércia do eixo). O eixo foi discretizado em 10 elementos.

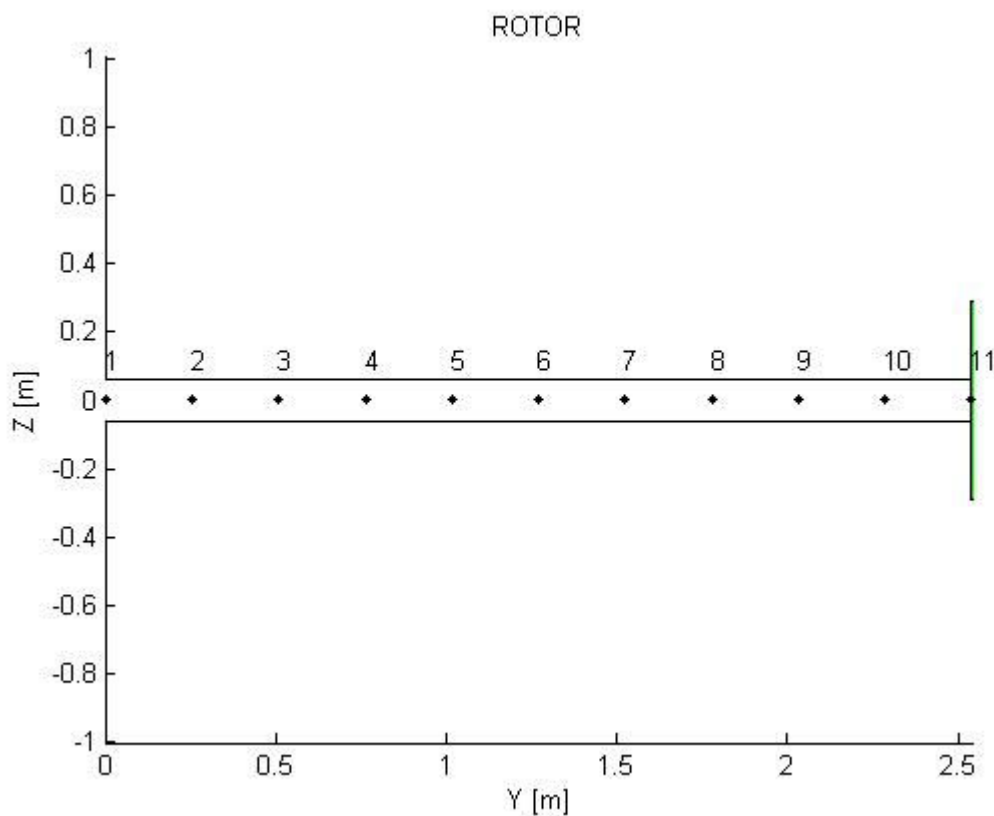


Figura 3.1 – Representação esquemática do eixo engastado em um extremo com um disco na outra extremidade.

A inércia torcional de $0,29260 \text{ kg.m}^2$ foi obtida por meio da adição de um disco com as características abaixo:

Tabela 3.2 – Propriedades do disco (WALKER, 2004).

Espessura	10 <i>mm</i>
Diâmetro	578 <i>mm</i>
Módulo de elasticidade	206,8 <i>GPa</i>
Densidade	7833,41 <i>kg/m³</i>
Coefficiente de Poisson	0,3

As freqüências naturais obtidas numericamente com 10 elementos pelo código MATLAB (coluna “resultado numérico calculado pelo programa”) se encontram na Tabela 3.3. A coluna “solução analítica” vem da referência (WALKER, 2004) e a coluna “diferença relativa” traz o erro percentual entre os resultados numéricos e a solução analítica.

Tabela 3.3 – Comparação entre freqüências naturais calculadas analiticamente e resultados obtidos através do programa computacional.

Modo	Solução analítica [Hz] (WALKER)	Resultado numérico calculado pelo programa (10 el.) [Hz]	Diferença relativa [%]
1	206,51	206,41	0,0484
2	717,52	720,22	0,3749
3	1306,92	1327,90	1,5799

As diferenças encontradas se devem principalmente ao fato de que as dimensões adotadas para o disco (diâmetro e espessura) que cria a inércia torcional de 0,2926 *kg.m²*, não forneceram exatamente esta inércia mas um valor próximo (0,29283 *kg.m²*). Com isso a matriz de inércia do sistema se torna um pouco diferente e altera os resultados das freqüências naturais. No entanto, os resultados obtidos pelo código MATLAB se mostram satisfatórios principalmente se são considerados os três primeiros modos, uma vez que a discretização por elementos finitos possui apenas 10 elementos.

3.2 Projeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico

Os parâmetros ótimos de controle (inércia I_A e frequência natural ótima Ω_A^*) para o projeto de um neutralizador dinâmico viscoelástico para o controle do primeiro modo à torção são obtidos por meio do código LAVIB1 (programa de otimização).

O programa LAVIB1 é um código FORTRAN com interface e saída gráfica em LABVIEW desenvolvido pelo grupo PISA/CNPq que otimiza os parâmetros de projeto de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos (Figura 3.2).

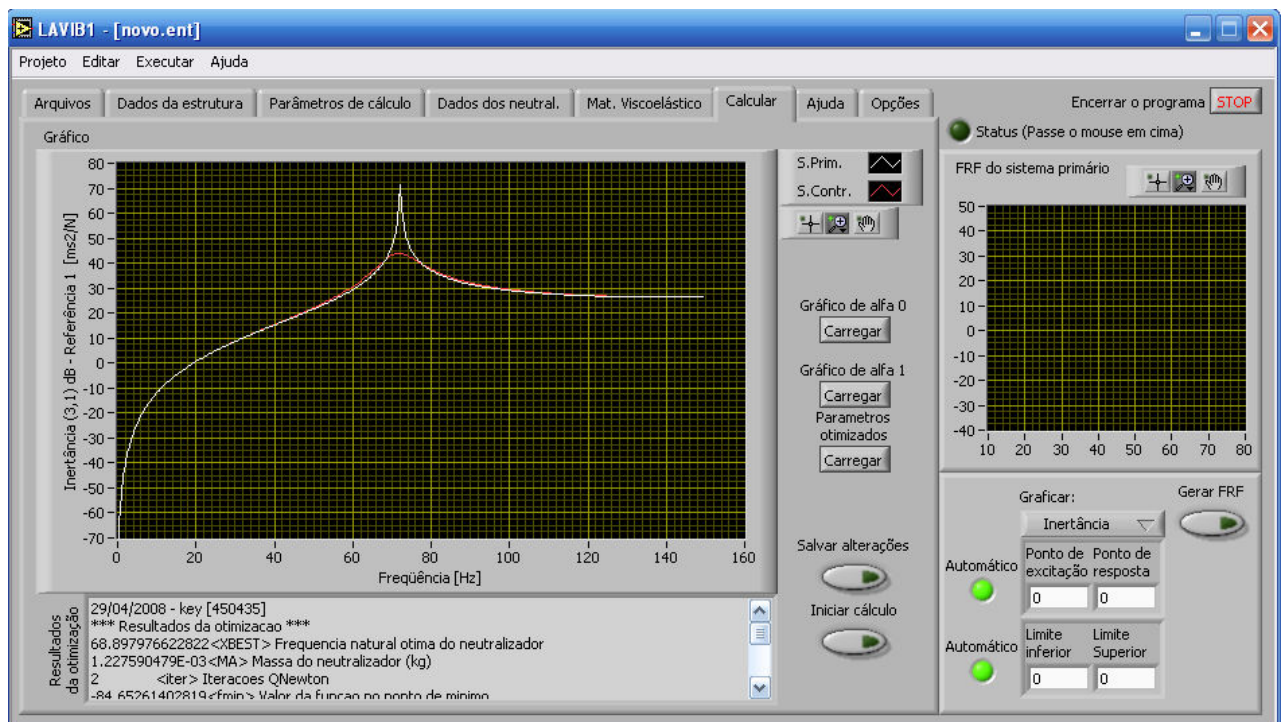


Figura 3.2 – Tela do programa LAVIB1 mostrando resultados da otimização dos parâmetros de um NDV

Os dados de entrada para a otimização são:

- Parâmetros modais do sistema em estudo (frequências naturais, amortecimento modal e modos de vibrar);
- Tipo de função objetivo a otimizar;

- Parâmetros de cálculo: neste ponto a técnica de otimização deve ser escolhida. As opções são Quase Newton, Algoritmos Genéticos e a combinação Quase Newton+Algoritmos Genéticos. De acordo com a técnica escolhida devem-se fornecer mais dados de entrada como critério de parada, fator de ponderação, faixa de frequências a analisar e no caso de Algoritmos Genéticos, número de indivíduos, número de gerações, porcentagem de *crossover* (cruzamento) e de mutação.
- Modo ou modos a controlar e relação entre a massa (inércia) modal do sistema primário e do neutralizador;
- Dados do neutralizador (neutralizador simples, simétrico/assimétrico);
- Dados do material viscoelástico (parâmetros físicos);

O material viscoelástico adotado foi borracha butílica com dureza 45 Shore A cujos parâmetros para o modelo de derivada fracionária são conhecidos. A relação de inércias modal adotada foi de 0,06 (maiores detalhes vide seção 4.3).

A resposta do sistema composto (sistema primário + neutralizador), considerando a aplicação de um impacto modelado como um delta de DIRAC no nó 0 e resposta na posição nodal 9, é mostrada de forma comparativa com a mesma resposta em frequência do sistema primário sem neutralizador acoplado na Figura 3.3. Os resultados são apresentados na Tabela 3.4.

Tabela 3.4 – Valores ótimos dos parâmetros construtivos do NDV
(Exemplo numérico)

Parâmetro	Valor ótimo	Unidade
Frequência	193,75	<i>Hz</i>
Inércia	$1,689 \cdot 10^{-2}$	<i>kg.m²</i>

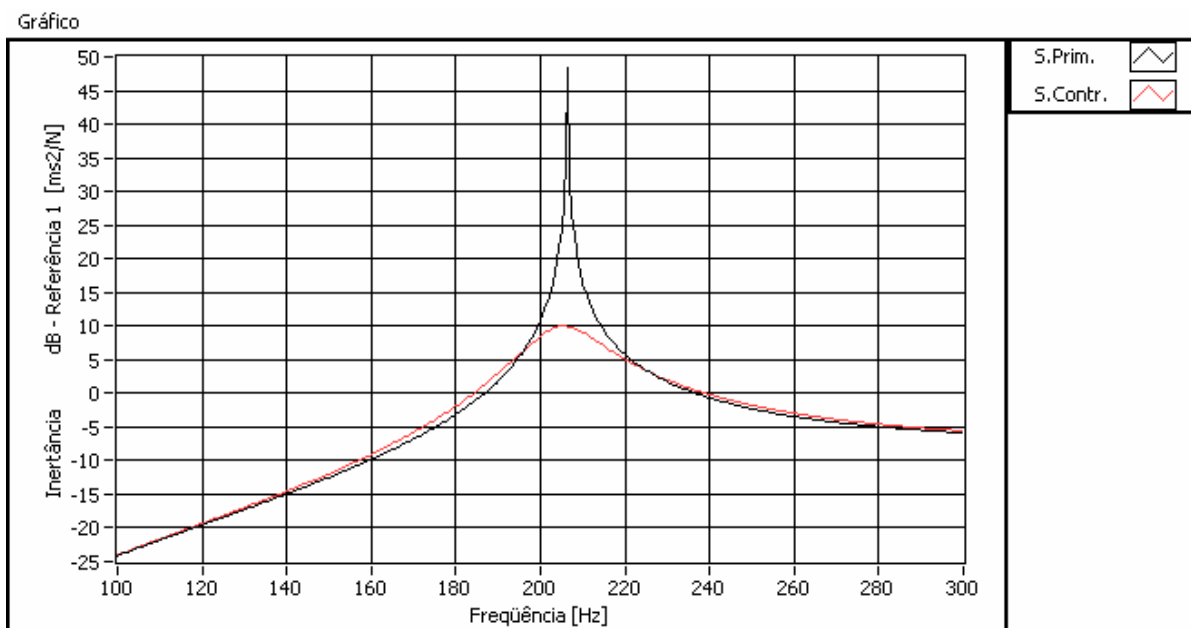


Figura 3.3 – Respostas em frequência (inertância) dos sistemas primário e composto para o exemplo numérico

Para atenuar o primeiro modo de vibrar a massa do neutralizador (obtida por meio da equação 4.18) é de aproximadamente $8,6\text{ kg}$ comparados com $264,6\text{ kg}$ do sistema primário. Os detalhes do dimensionamento físico do neutralizador são explicados no capítulo 4.

Observa-se na Figura 3.3 uma redução no nível vibratório de aproximadamente 40 dB considerando um fator de amortecimento de $0,00001$ no sistema primário.

4 DESENVOLVIMENTO EXPERIMENTAL

No presente capítulo é descrito um procedimento experimental simples para medição de vibrações torcionais. Este procedimento foi implementado no laboratório de vibrações (LAVIB) da UTFPR com o objetivo de verificar os parâmetros modais do rotor em obtidos numericamente. Também este procedimento permitirá medir respostas (FRF e espectro) com e sem neutralizador dinâmico viscoelástico para verificar a eficácia deste dispositivo. Para tal fim o neutralizador foi prototipado após a otimização dos parâmetros físicos no código LAVIB1 e realizaram-se medições no sistema composto (sistema de rotores + neutralizador ótimo).

4.1 Método de medição

Uma das grandes dificuldades nos trabalhos envolvendo vibrações torcionais está na medição das grandezas envolvidas (torque e deslocamentos angulares, por exemplo). Neste trabalho adotou-se a metodologia de medição proposta por EWINS (1984) e que está descrita no item 4.1.1.

4.1.1 Medição de Mobilidade Rotacional

Segundo EWINS (1984), medir respostas ou excitações rotativas e também quando se tenta aplicar uma excitação rotativa como, por exemplo um momento, não é uma tarefa fácil. Atualmente existem equipamentos sofisticados e caros que permitem medir rotações, não disponíveis no LAVIB da UTFPR.

Com relação à medição de respostas rotativas por dispositivos clássicos um bom número de técnicas têm sido avaliadas. Tais técnicas utilizam um par de acelerômetros convencionais associados montados em uma pequena distância na estrutura que se deseja medir ou em um suporte montado sobre a estrutura. Ambas

as configurações estão mostradas na Figura 4.1 que também mostra as coordenadas de interesse, x_0 e θ_0 . O princípio de funcionamento das duas opções de montagem consiste em medir os sinais de cada acelerômetro e as repostas x_0 e θ_0 podem ser deduzidas tomando a média e a diferença de x_A e x_B , respectivamente. Assim, estas grandezas podem ser obtidas através das seguintes equações:

$$x_0 = \frac{1}{2}(x_A + x_B) \quad \text{Eq. 4.1}$$

e

$$\theta_0 = \frac{(x_A - x_B)}{l}. \quad \text{Eq. 4.2}$$

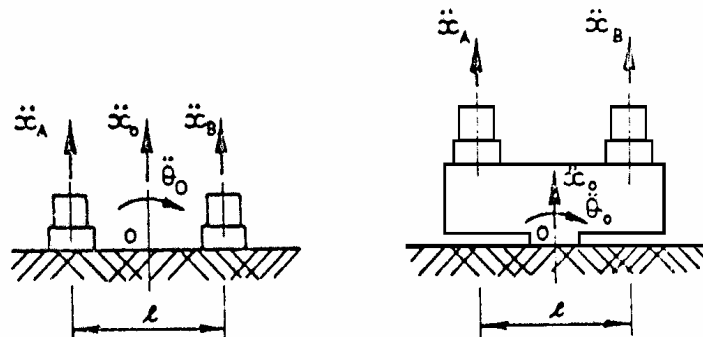


Figura 4.1 – Medição de resposta rotacional (EWINS, 1984)

Esta aproximação permite medir as FRFs do tipo x/F ou θ/F . As outras podem ser medidas diretamente pela aplicação de um momento e na ausência de excitadores rotativos é necessário utilizar dispositivos similares aos descritos acima.

A Figura 4.2 mostra uma extensão do princípio do bloco de excitação no qual uma força única de excitação, F_1 , pode resultar na aplicação simultânea de uma força F_0 ($= F_1$) e de um momento M_0 ($= -F_1 \cdot l_1$). Um segundo teste com o mesmo

dispositivo de excitação aplicado na posição 2 fornece simultaneamente uma força de excitação F_0 ($= F_2$) e de um momento M_0 ($= +F_2 \cdot l_2$). Adicionando e subtraindo as respostas produzidas pelas duas condições de excitação, pode-se deduzir as respostas translacional e rotacional devido à força translacional e ao momento separadamente, possibilitando deste modo a medição de todos os tipos de FRF ($\frac{x}{F}$, $\frac{\theta}{F}$, $\frac{x}{M}$ e $\frac{\theta}{M}$).

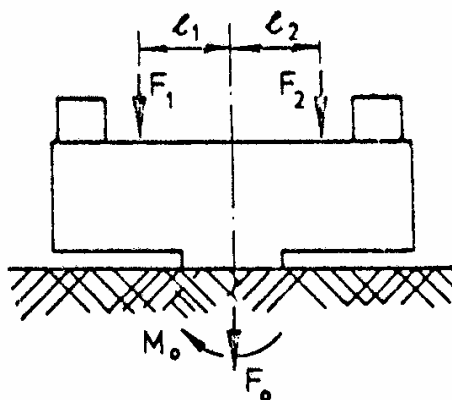


Figura 4.2 – Aplicação de excitação rotacional (momento) (EWINS, 1984)

Outros métodos para medir efeitos rotacionais incluem acelerômetros e shakers rotacionais especialmente desenvolvidos mas em todos os casos surge um problema que deriva do fato de que os níveis do sinal de saída gerados pelas componentes de translação do movimento da estrutura prevalecem e tendem a mascarar as componentes devido aos movimento de rotação, fato que pode levar a sérios erros nas operações de diferença feitas.

Neste trabalho, a excitação foi gerada utilizando um martelo piezoelétrico para aplicação de um momento, e por um servomotor conforme descrito no apêndice A e nos anexos A e B.

4.2 Calibração

A calibração do sistema de medição pode ser feita utilizando um disco de inércia conhecida, acelerômetros e um transdutor de força (shaker ou martelo piezoelétrico).

Assim, calculando a relação $M/\ddot{\theta}$ é possível medir a inércia já conhecida de um disco (vide Figura 4.3).

$$I(\Omega) = \frac{M(\Omega)}{-\Omega^2 \theta(\Omega)} \quad \text{Eq. 4.3}$$

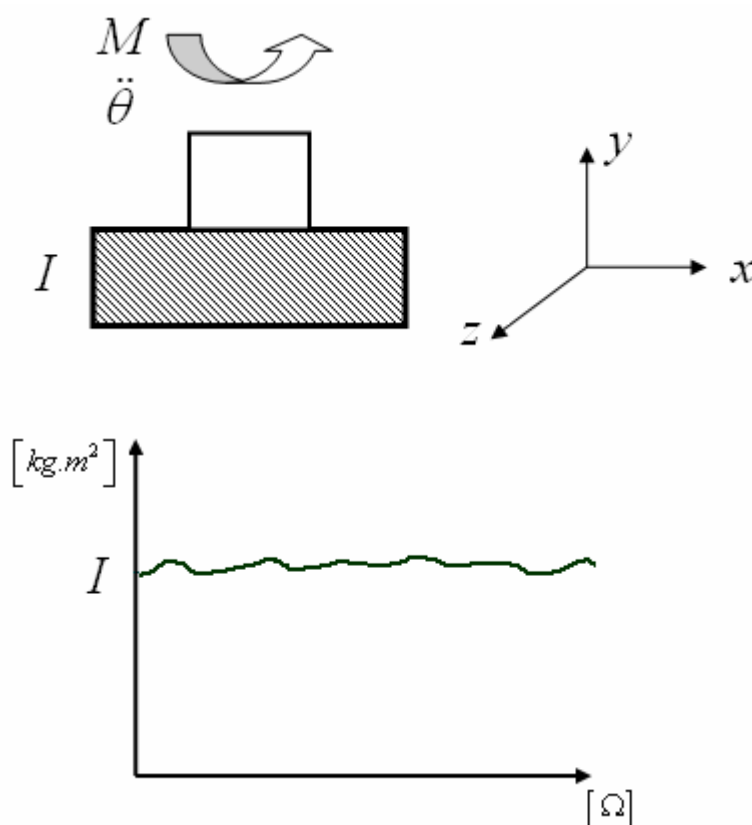


Figura 4.3 – Diagrama esquemático do método utilizado para calibração do método de medição.

Para que o método de medição adotado seja validado e calibrado a curva experimental deve ser uma constante de valor igual à massa ou inércia do sistema. Em caso de diferença, deve-se ajustar algum dos parâmetros envolvidos na medição (braços de alavanca e sensibilidade dos acelerômetros, entre outros).

O valor obtido nas medições deve corresponder à inércia do disco de aço ($\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$) utilizado ($0,047 \text{ kg.m}^2$).

Nas Figura 4.4 à 4.7 pode ser vistos os equipamentos utilizados na calibração e o resultado obtido.

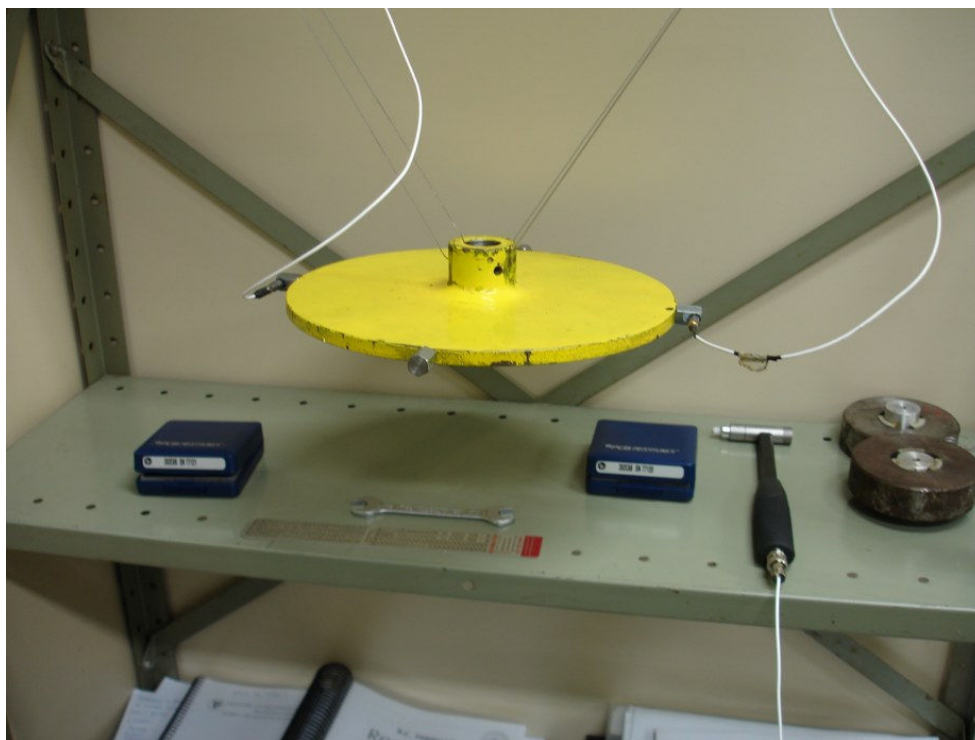


Figura 4.4 – Montagem para validação e calibração do método de medição LAVIB-UTFPR

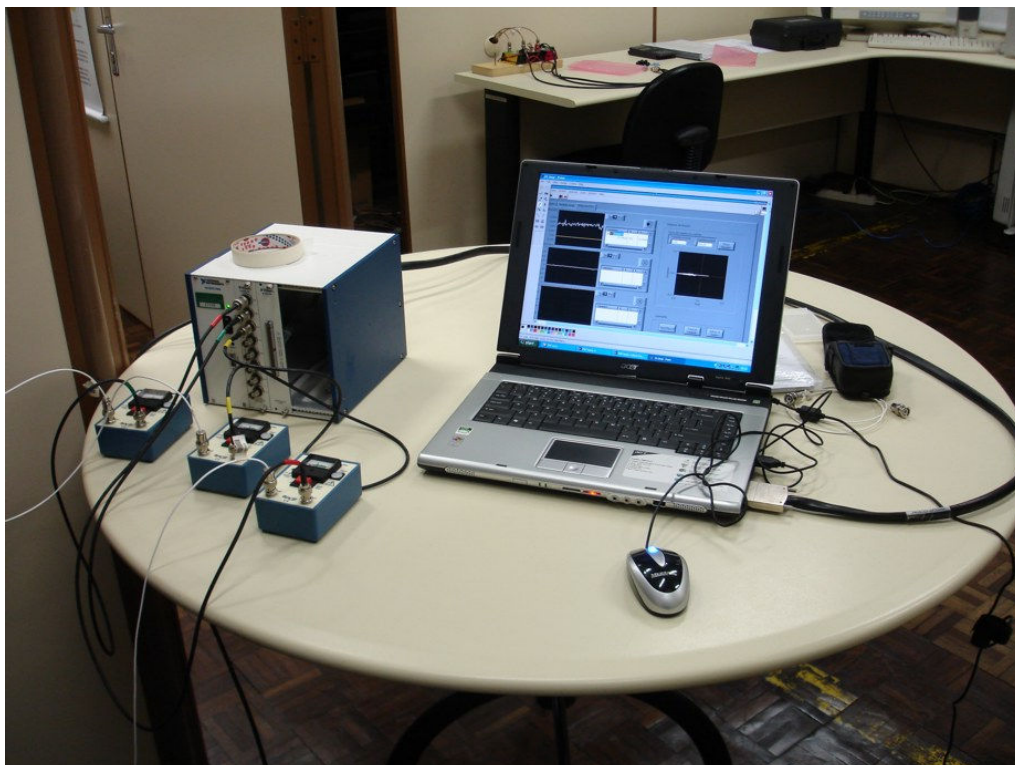


Figura 4.5 – Equipamentos utilizados na calibração do método de medição LAVIB-UTFPR

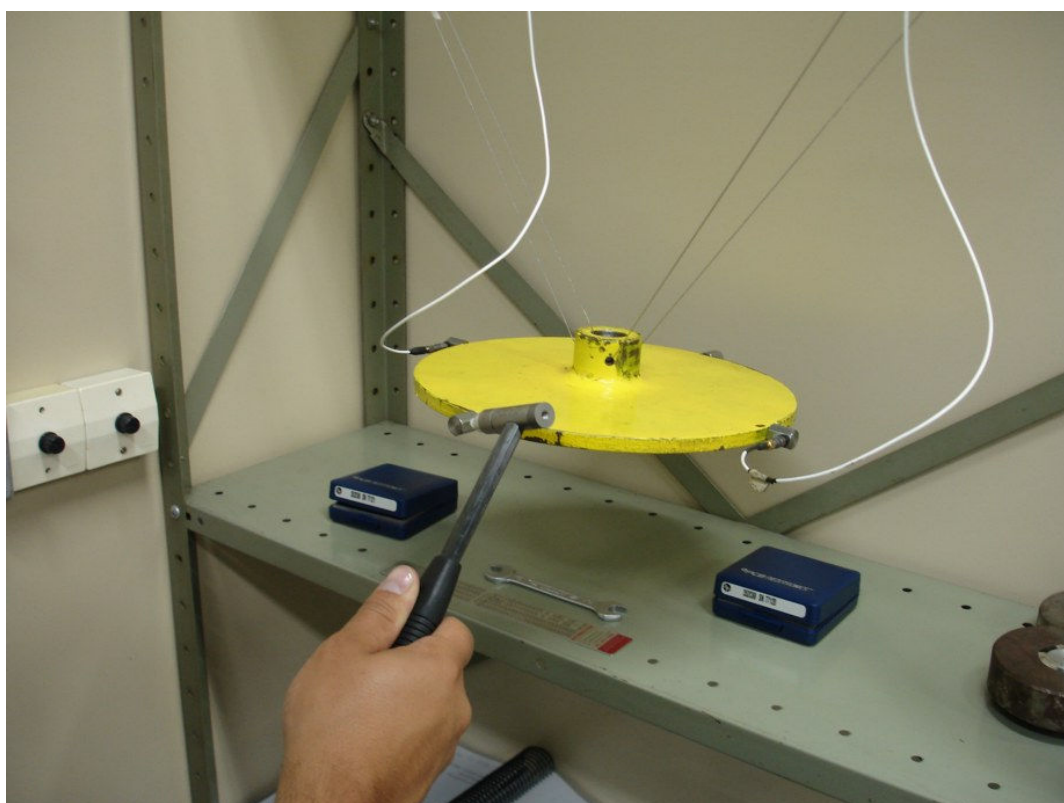


Figura 4.6 – Detalhe da excitação do sistema para calibração com martelo piezoelétrico

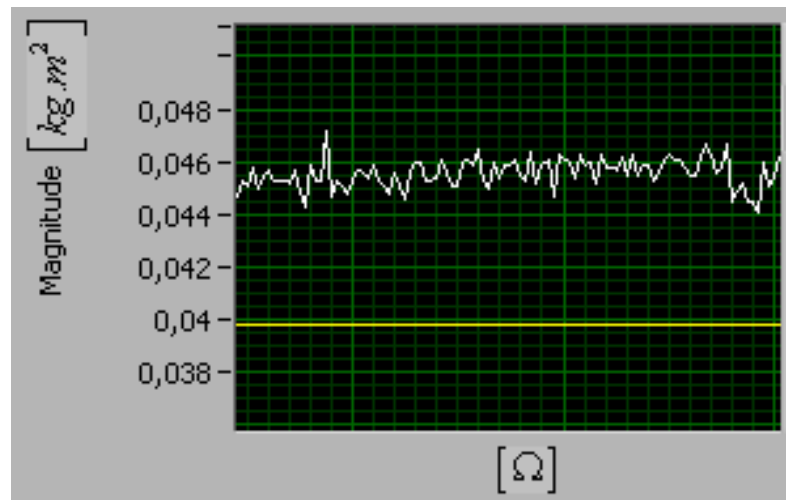


Figura 4.7 – Curva obtida na calibração: inércia do disco

O erro entre os valores nominal da inércia do disco e o valor medido foi de 2,13% e é explicado principalmente pela dificuldade de posicionar os acelerômetros e excitar o sistema com o martelo piezoelétrico na posição exata do braço de alavanca ajustado no sistema de aquisição de dados. No entanto, os resultados se mostram satisfatórios.

4.3 Relação entre massa do sistema primário e do neutralizador x Relação de inércias do sistema primário e do neutralizador

Para os casos em que as vibrações são causadas por movimentos lineares a teoria desenvolvida por DEN HARTOG (1956) fornece o intervalo para a relação de massas μ entre o sistema primário (SP) e o neutralizador dinâmico (ND) para o projeto ótimo do dispositivo de controle. Esta relação é dada por:

$$\mu = \frac{m_a}{m} = 0,1 \text{ a } 0,25 \quad \text{Eq. 4.4}$$

A analogia da relação μ para o caso de vibrações torcionais leva a substituir as massas pelos momentos polares de inércia do sistema primário e do neutralizador. Assim, a razão μ é função das massas e dos raios do sistema primário e do neutralizador:

$$\mu_I = \frac{I_a}{I} = \frac{m_a \cdot r_a^2}{m \cdot r^2} = \frac{m_a}{m} \frac{r_a^2}{r^2} = \mu \frac{r_a^2}{r^2} = \mu (rel)^2 \quad \text{Eq. 4.5}$$

No caso em que (rel) vale 1 (se e somente se $r_a = r$) tem-se $\mu_I = \mu$. Para qualquer outro valor de (rel) ($r_a \neq r$) é válida a relação dada pela equação (4.5). Assim, adotando a variação para μ entre 0,1 a 0,25 obtêm-se:

$$\begin{aligned} r_a = \frac{r}{2} \rightarrow (rel)^2 = \frac{1}{4} \therefore \mu_I &= \frac{\mu}{4} \begin{cases} \text{se } \mu = 0,10 \rightarrow \mu_I = 0,025 \\ \text{se } \mu = 0,25 \rightarrow \mu_I = 0,063 \end{cases} \\ r_a = \frac{r}{10} \rightarrow (rel)^2 = \frac{1}{100} \therefore \mu_I &= \frac{\mu}{4} \begin{cases} \text{se } \mu = 0,10 \rightarrow \mu_I = 0,001 \\ \text{se } \mu = 0,25 \rightarrow \mu_I = 0,003 \end{cases} \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.6}$$

Foram testados valores para (rel) entre 0,5 e 0,1 (NDV 2 a 10 vezes menor que o o SP) com variação de 0,05 em 0,05 para cada valor de μ entre 0,1 e 0,25. Verifica-se na Tabela 4.1 que os valores ótimos para (r_a) são de 0,5 a 0,22 para o projeto de um dispositivo mais compacto (tamanho ideal do neutralizador dinâmico 2,0 a 4,5 vezes menor em relação ao sistema primário) de modo que, observando a curva da Figura 4.8, se tem a faixa de 0,01 a 0,06 para μ_I (para μ de 0,1 a 0,25).

Tabela 4.1 – Intervalos para relação de inércias e para (*rel*)

Relação de Massas	Relação de inércias (menor valor)	Relação de inércias (maior valor)
0,10	0,01	0,03
0,11	0,01	0,03
0,12	0,01	0,03
0,13	0,01	0,03
0,14	0,01	0,04
0,15	0,01	0,04
0,16	0,01	0,04
0,17	0,01	0,04
0,18	0,01	0,05
0,19	0,01	0,05
0,20	0,01	0,05
0,21	0,01	0,05
0,22	0,01	0,06
0,23	0,01	0,06
0,24	0,01	0,06
0,25	0,01	0,06

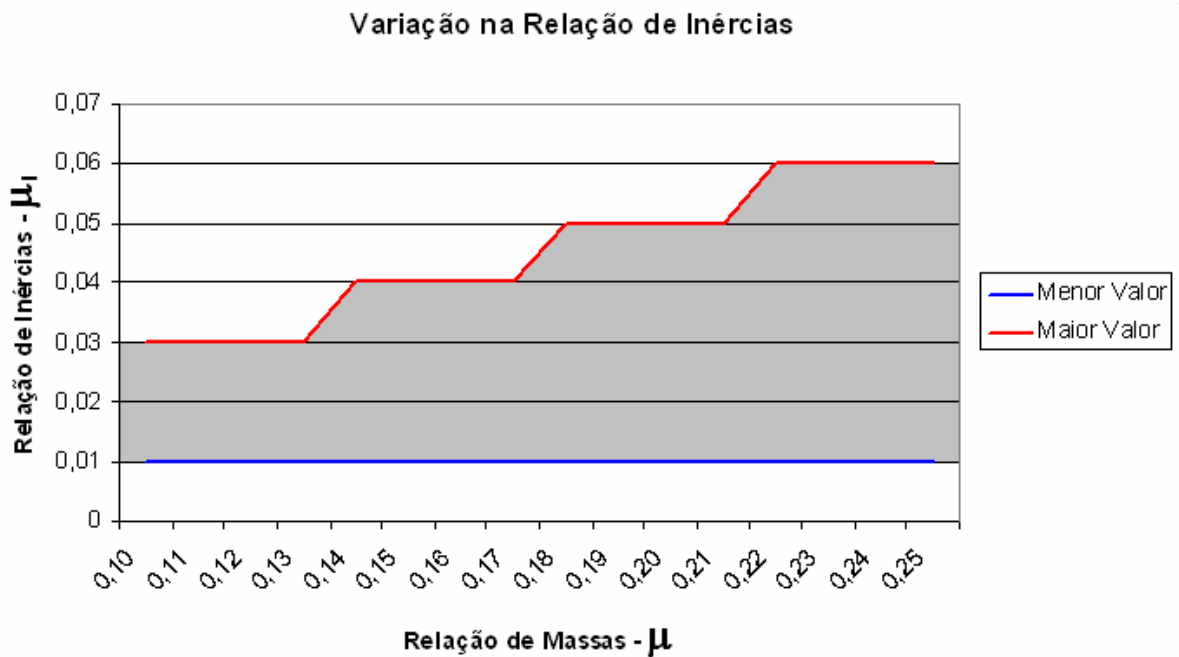


Figura 4.8 – Intervalos máximo e mínimo para a variação da relação de inércias

4.4 Determinação da Rigidez Torcional

Para a determinação da rigidez torcional considera-se o esquema de um NDV e o detalhe do material viscoelástico conforme Figura 4.9.

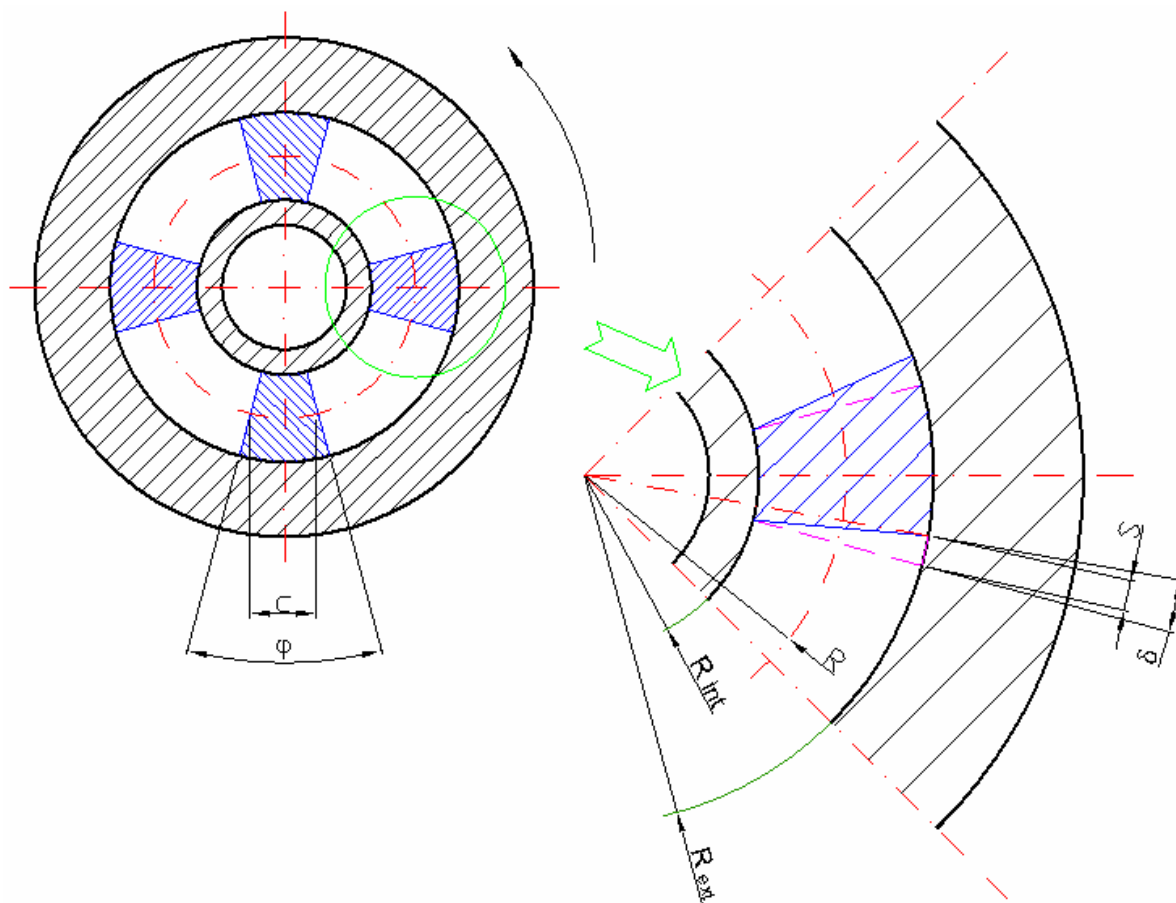


Figura 4.9 – Determinação da rigidez torcional

Na Figura 4.9, o arco S corresponde à rotação sofrida pelo material viscoelástico calculado por

$$S = R_{ext} \cdot \delta, \tag{Eq. 4.7}$$

sendo δ a rotação do anel (elemento inercial).

Ainda R_{ext} representa o raio interno do disco externo do neutralizador, R_{int} é o raio externo da bucha central de montagem do neutralizador sobre o eixo e R define o raio arbitrário que satisfaz a condição $R_{int} \leq R \leq R_{ext}$.

A área do material viscoelástico que resiste ao momento aplicado é determinada com auxílio da Figura 4.10. Nesse caso,

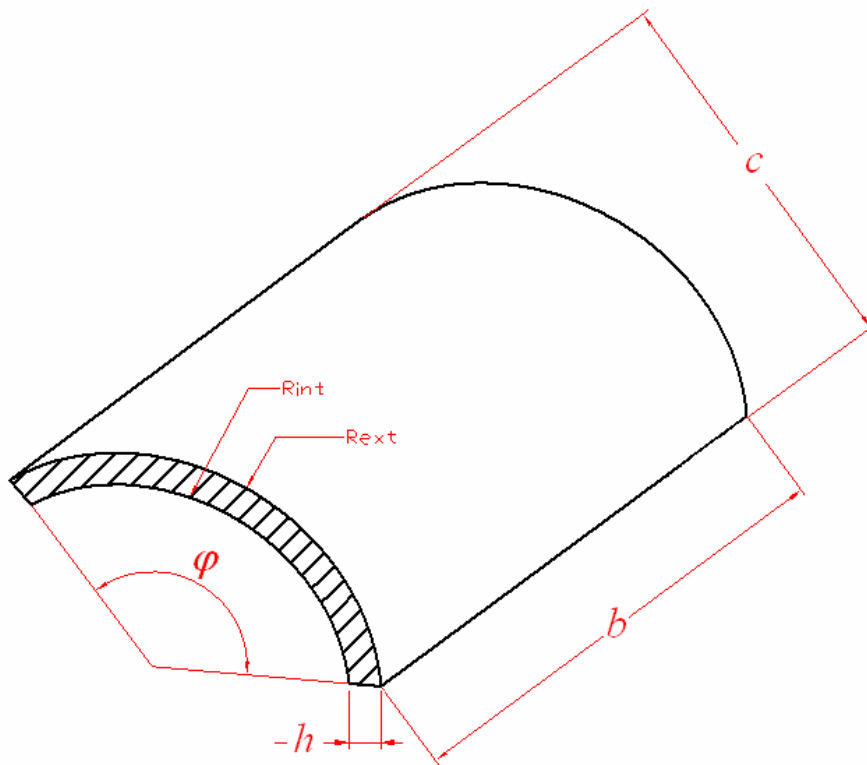


Figura 4.10 – Manta de material viscoelástico para NDV

$$\begin{aligned} A_0 &= A_0(R) = c(R).b \\ A_t &= A_t(R) = n.A_0(R) \end{aligned} \quad \text{Eq. 4.8}$$

sendo A_0 uma área genérica, para um raio R , de um setor de manta, n é o número de mantas utilizadas no NDV ($n \geq 3$) e A_t é a área total resistente. Para o cálculo de A_0 os parâmetros físicos necessários são b a largura variável da manta e c o comprimento da manta ($c = \varphi.R$).

Por analogia com a Lei de HOOKE, tem-se

$$M = K_t \cdot \delta \quad \text{Eq. 4.9}$$

onde M é o momento aplicado ao neutralizador, δ é o deslocamento angular devido ao momento M e K_t é a rigidez torcional.

A determinação dessa rigidez torcional envolve a obtenção da tensão de cisalhamento sobre a área resistente, $A_t(R)$, calculada usando a equação

$$\tau = \tau(R) = \frac{F(R)}{n \cdot A_0(R)} = \frac{M}{R \cdot n \cdot A_0(R)} = \frac{1}{R} \left(\frac{M}{n \cdot A_0(R)} \right) = \frac{M}{n \cdot \varphi \cdot R^2}. \quad \text{Eq. 4.10}$$

A deformação cisalhante (Figura 4.11) nessa seção é

$$\gamma = \gamma(R) = \frac{\tau(R)}{G(\Omega)} = \frac{1}{R} \left(\frac{M}{n \cdot \varphi \cdot R \cdot G(\Omega)} \right) \quad \text{Eq. 4.11}$$

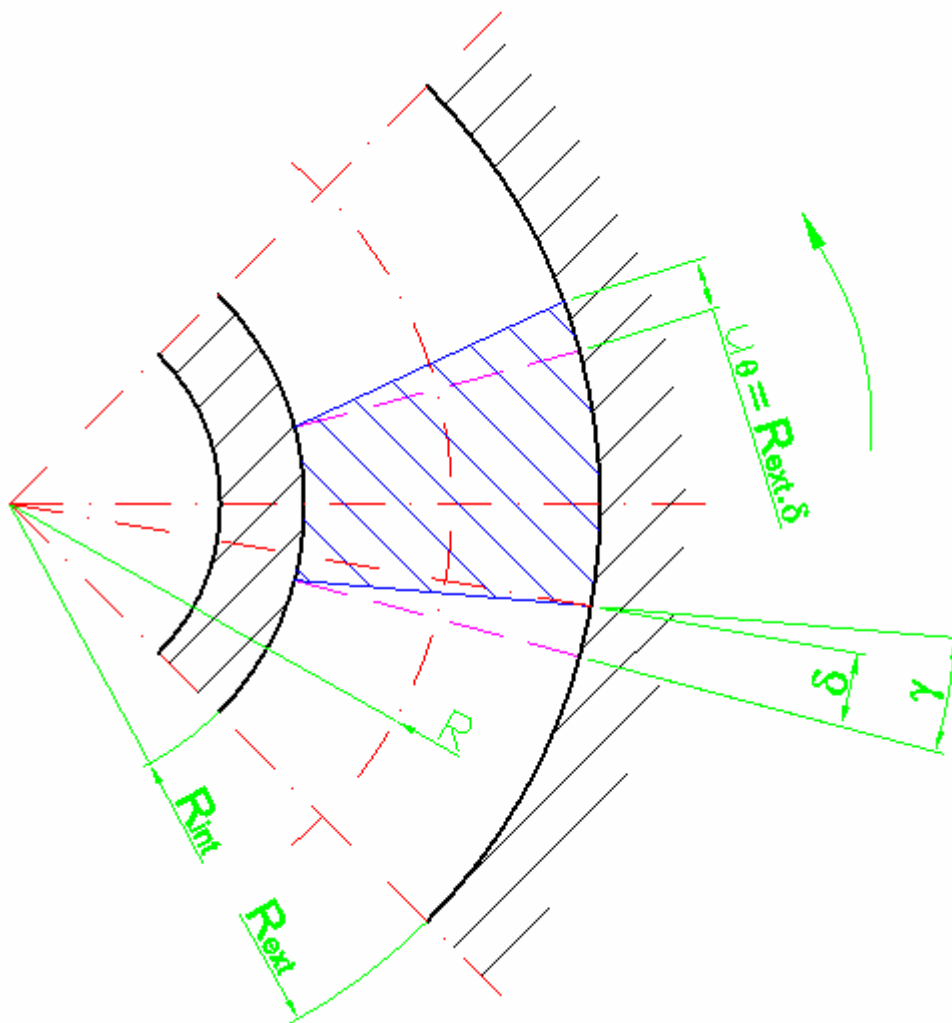


Figura 4.11 – Deformação cisalhante $\gamma(R)$

A perda de perpendicularidade também pode ser definida como:

$$\gamma = \frac{du_\theta}{dR} \tag{Eq. 4.12}$$

Logo:

$$\frac{du_\theta}{dR} = \frac{1}{R} \left(\frac{M}{n \cdot \varphi \cdot R \cdot G(\Omega)} \right) \tag{Eq. 4.13}$$

Integrando a equação (4.13) obtém-se:

$$\int_{\theta}^S du_{\theta} = \int_{R_{\text{int}}}^{R_{\text{ext}}} \frac{1}{R^2} \left(\frac{M}{n \cdot \varphi \cdot G(\Omega)} \right) dR \quad \text{Eq. 4.14}$$

Para o dimensionamento do NDV fixa-se uma das variáveis (b ou c) para se calcular a outra medida da peça de material viscoelástico já que h (Figura 4.10) é fixo e igual à espessura da manta do material viscoelástico disponível. Neste trabalho optou-se por escolher um comprimento de arco c e calcular a largura b necessária para se obter a rigidez torcional que forneceria a freqüência de sintonização ótima para o NDV, isolando a variável escolhida na (equação 4.15)

$$b = \frac{K_t \ln \left(\frac{R_{\text{ext}}}{R_{\text{int}}} \right)}{R_{\text{ext}} G(\Omega) \cdot n \cdot c} \quad \text{Eq. 4.15}$$

Com as variáveis b e c tem-se a área de cisalhamento do material viscoelástico (A_0) e calcula-se o fator de forma L para o neutralizador ($L = A_0/h$).

4.5 Ensaio Numérico-Experimental

Neste item é feita a verificação numérico-experimental da técnica de controle proposta. Para tal fim foi projetada e estudada uma configuração de eixo e rotores que possui uma freqüência natural dentro da faixa de freqüências de excitação que pode ser alcançada na bancada do LAVIB.

Após a calibração foram realizadas medições de FRFs (inertância) para verificar as freqüências naturais e validar o modelo proposto.

A Figura 4.12 mostra o diagrama esquemático do sistema de rotores projetado. A Figura 4.13 e a Figura 4.14 mostram a montagem experimental do sistema em questão para o ensaio feito no LAVIB da UTFPR.

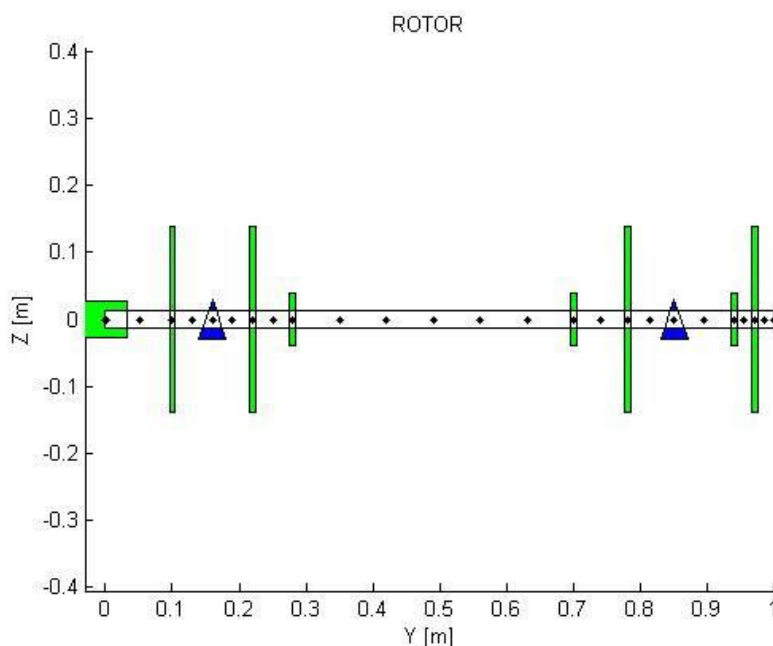


Figura 4.12 – Diagrama do sistema analisado projetado com o código desenvolvido em MATLAB

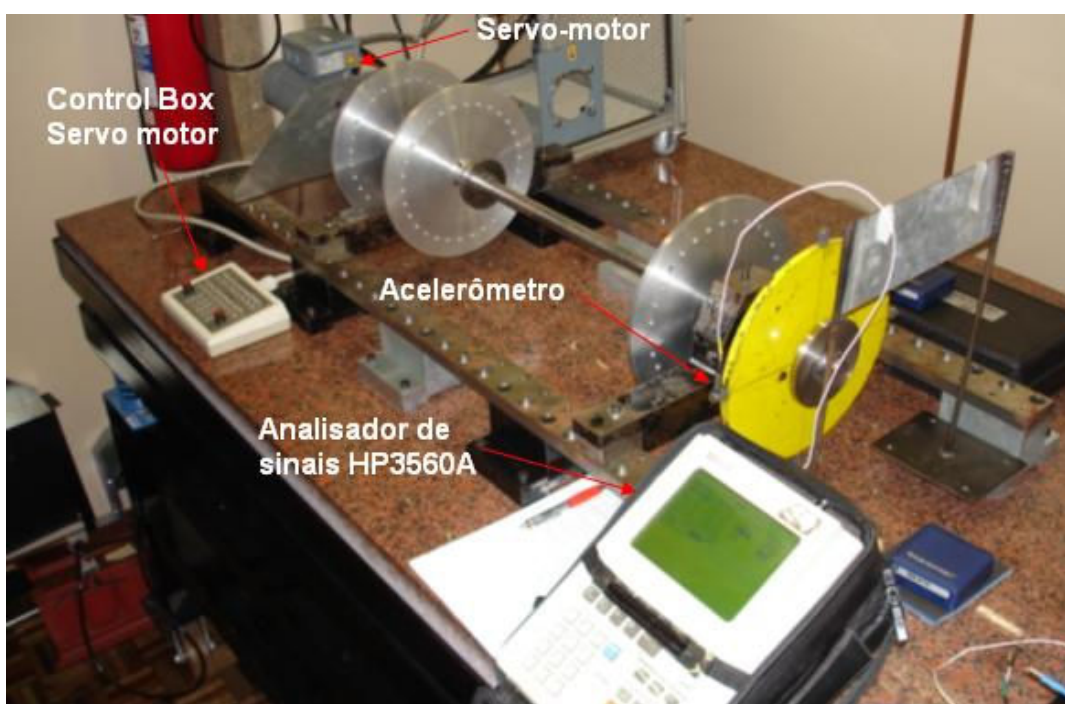


Figura 4.13 – Sistema eixo e rotores estudado

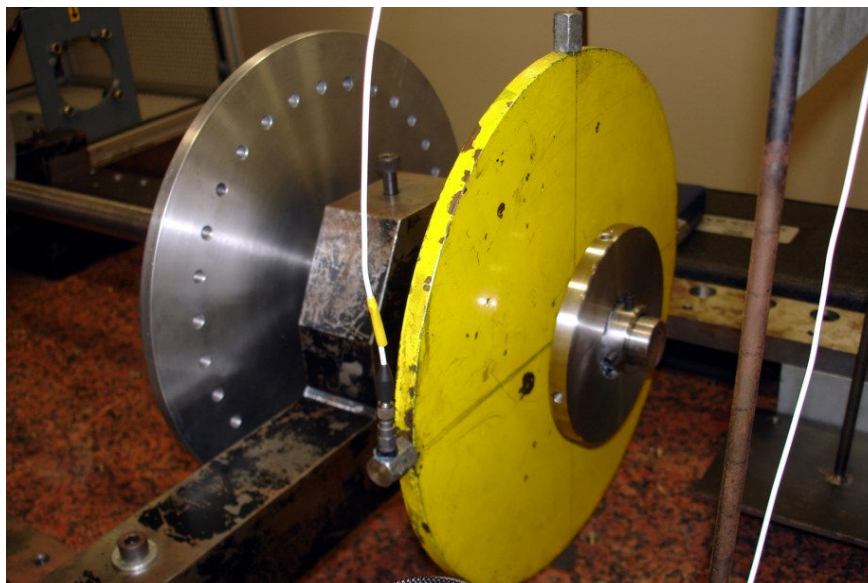


Figura 4.14 – Detalhe do acelerômetro fixado ao dispositivo de medição

4.5.1 Dados da manta de material viscoelástico

O modelo de derivada fracionária de quatro parâmetros foi utilizado para caracterizar dinamicamente o comportamento de uma borracha butílica pura. Estes parâmetros, para a temperatura $T_0 = 273,0K$, podem ser obtidos do nomograma da Figura 4.15 e estão listados na Tabela 4.2.

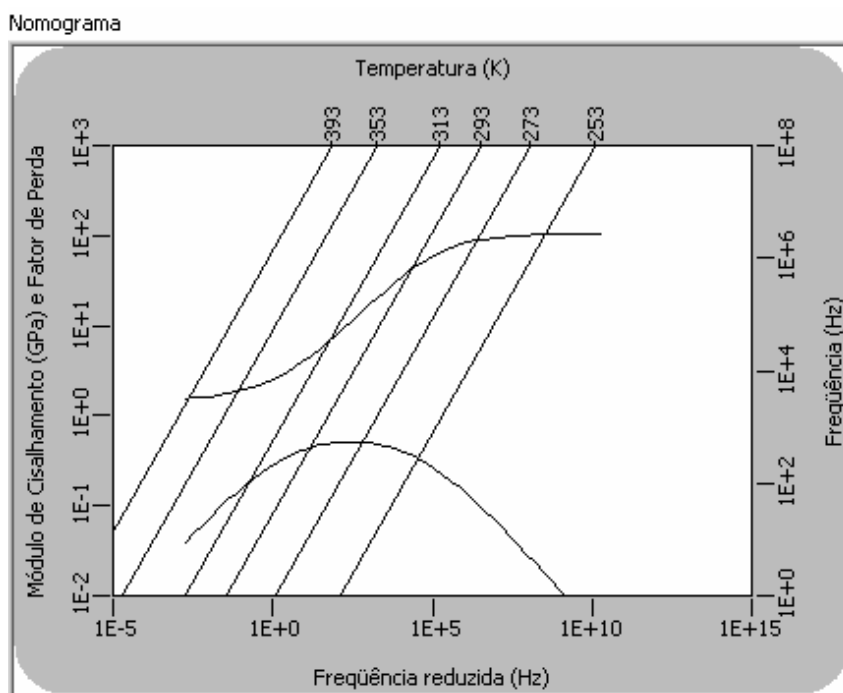


Figura 4.15 – Nomograma com características do material viscoelástico utilizado (borracha butílica com dureza 45 Shore A)

Tabela 4.2 – Parâmetros materiais de uma BORRACHA BUTÍLICA dureza 45 Shore A cedidos pelo grupo PISA/CNPQ

Propriedade	Valor	Unidade
G_0	1,11	MPa
G_∞	1,53	MPa
b	$1,34 \cdot 10^{-2}$	s
α	0,396	-
T_0	273	K
θ_1	15,1	-
θ_2	171	-

4.5.2 Dados do eixo

Nos ensaios utilizou-se um eixo de aço carbono disponível no LAVIB com as características conforme a Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Características do eixo

Constante	Símbolo	Valor	Unidade
<i>Diâmetro do eixo</i>	<i>d</i>	0,025	<i>m</i>
<i>Comprimento</i>	<i>L</i>	1,000	<i>m</i>
<i>Módulo de elasticidade</i>	<i>E</i>	210	<i>GPa</i>
<i>Massa específica</i>	ρ	7850	kg/m^3
<i>Coefficiente de Poisson</i>	ν	0,3	-
<i>Momento de inércia de área</i>	<i>I</i>	$3,0104 \times 10^{-4}$	m^4
<i>Área da seção transversal</i>	<i>S</i>	$4,9087 \times 10^{-4}$	m^2

4.5.3 Dados dos discos

Foram montados sete discos sobre o eixo, além do acoplamento, que foi modelado como um disco com diâmetro médio (56,5mm) e espessura média (62mm). As informações relativas a cada disco estão na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 – Propriedades dos discos utilizados na montagem experimental

Disco	Material	Densidade ρ [kg/m^3]	Diâmetro Externo – D [m]	Diâmetro Interno – d [m]	Espessura [m]	Posição no eixo [m]
1	Aço	7850	0,0565	0,025	0,062	0,000
2	Alumínio	2700	0,280		0,009	0,100
3	Alumínio	2700	0,280		0,009	0,220
4	Aço	7850	0,080		0,010	0,350
5	Aço	7850	0,080		0,010	0,600
6	Alumínio	2700	0,280		0,009	0,780
7	Aço	7850	0,080		0,010	0,920
8	Aço	7850	0,280		0,010	0,950

4.5.4 Dados dos mancais

Tabela 4.5 – Dados dos mancais utilizados na montagem experimental

Mancal	Posição no eixo [m]
1	0,160
2	0,850

A informação referente aos mancais (Tabela 4.5) no caso de vibrações torcionais é utilizada apenas na discretização do sistema por elementos finitos (posição de um nó da malha) pois os modos de vibrar torcionais não são influenciados pela rigidez ou amortecimento dos mancais.

O modelo numérico foi elaborado através do código próprio em MATLAB. As primeiras sete frequências naturais obtidas pelo modelo de elementos finitos podem ser vistas na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 – Frequências naturais para o sistema obtidas por elementos finitos

Modo	Frequência [Hz]
1	73,11
2	209,19
3	304,40
4	1308,74
5	1687,24
6	2150,64
7	3064,14

Os parâmetros modais do sistema utilizados na otimização do projeto do NDV também foram obtidos pelo código MATLAB e exportados em um arquivo “*txt*”. Esse arquivo é montado de tal forma que na primeira linha são inseridas as frequências naturais não amortecidas. Na segunda linha são inseridos os amortecimentos

modais da estrutura. Foi empregado um amortecimento modal igual para todos os modos de 1×10^{-5} , valor adotado para evitar instabilidades numéricas. Nas linhas seguintes são colocadas as colunas da matriz modal Φ formada pelos autovetores normalizados pela matriz de inércia do sistema primário.

Durante os ensaios a FRF medida foi inertância. Para tal medição foram utilizados um martelo piezoelétrico PCB 086C04 e dois acelerômetros PCB 352C68, posição nodal de medição 24 conforme Figura 4.12. Nos ensaios feitos utilizando o servomotor, posição nodal 0 conforme Figura 4.12, utilizou-se um analisador de sinais HP 3560A configurado para medir até 200Hz com 800 linhas, com uma janela do tipo força exponencial (Figura 4.16) e um acelerômetro PCB 352C68, posição nodal de medição 24 conforme Figura 4.12.

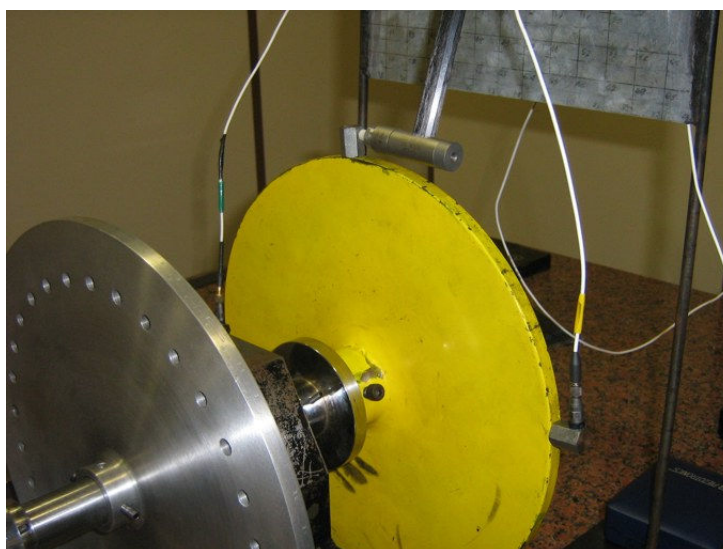


Figura 4.16 – Medição de FRF no sistema estudado

A Figura 4.17 mostra a função resposta em frequência (inertância) do sistema obtida utilizando os recursos descritos acima.

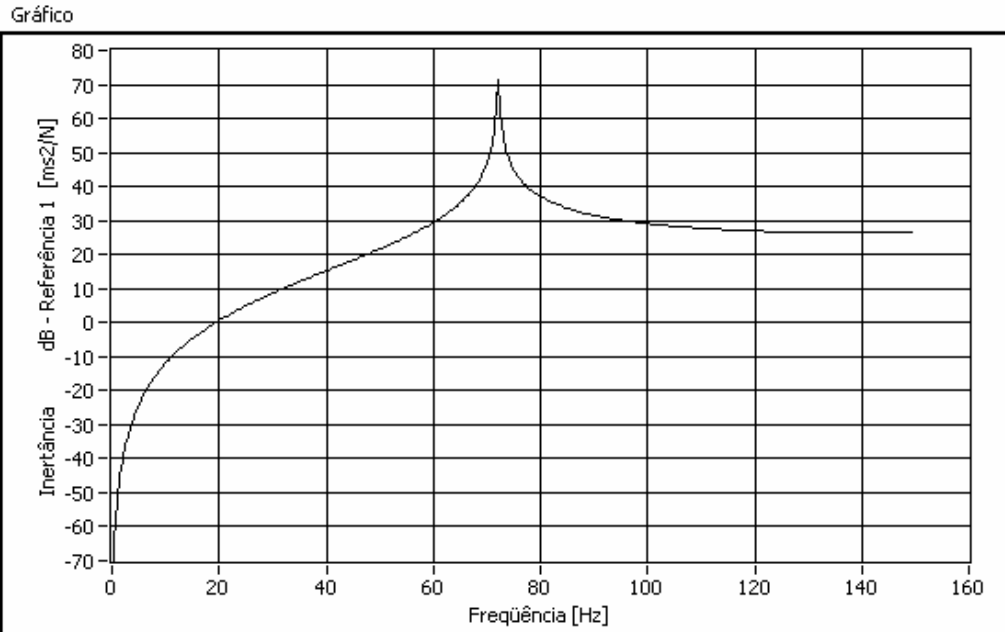


Figura 4.17 – Resposta em frequência numérica (inertância) do sistema estudado.

Aplicando técnicas de otimização não-linear sobre o sistema de rotores determinam-se parâmetros construtivos ótimos do neutralizador dinâmico viscoelástico e pode-se minimizar FRF representada na curva da Figura 4.17.

Para medir a resposta em frequência do sistema com e sem o neutralizador dinâmico viscoelástico utilizou-se uma janela Hanning de 0 a 200Hz resolução de 0,5Hz no analisador de sinais HP 3560A e um acelerômetro PCB 352C68. A excitação foi gerada pelo servomotor SEW CM71S (conforme anexo A). Comparou-se os níveis de resposta do sistema para avaliar a eficiência do dispositivo projetado.

4.6 Otimização pelo código LAVIB1

Os parâmetros ótimos de controle para o neutralizador (inércia I_A e frequência natural ótima Ω_A^*) são obtidos por meio do código LAVIB1.

Com estes parâmetros pode-se construir o neutralizador, que terá uma frequência de antirressonância coincidente com o ponto ótimo obtido no programa de otimização não linear.

O sistema estudado possui 27 graus de liberdade. A função objetivo escolhida para a otimização é dada pela equação (2.76) com a excitação aplicada no nó 0 e a resposta na posição nodal 26. A resposta em frequência avaliada foi inércia.

O método de otimização empregado é o método de Quase-Newton em conjunto com Algoritmos Genéticos. Os parâmetros utilizados nesse trabalho são:

- Discretização (entre as frequências inferior e superior da banda): 260 pontos de frequência.
- Relação de massa modal (μ_l): 0,03 (3% da massa modal)
- Modo a controlar: primeiro
- Restrições inferior e superior (faixa a analisar) das frequências dos neutralizadores: 0 e 130 Hz respectivamente.

Nas configurações para o algoritmo genético utilizou-se uma população de 50 indivíduos e 5 gerações. Evitou-se utilizar uma população muito grande, pois quanto maior a população, maior é o esforço computacional para se fazer a qualificação dos indivíduos dessa população.

O aspecto da diversidade é contemplado pelos parâmetros de probabilidade de cruzamento (*crossover*) e mutação. O primeiro parâmetro deve ficar entre 0,5 e 0,95 e o segundo entre 0,001 e 0,1.

- Probabilidade de cruzamento $p_{cross} = 0.50$
- Probabilidade de mutação $p_{mutate} = 0.02$

Adotou-se ainda o critério de parada de 10^{-9} e fator de ponderação igual a 0,05.

As configurações a respeito do neutralizador dinâmico viscoelástico escolhidas são: neutralizador modelo simples, simétrico, quantidade 01 montado na posição nodal 26.

A posição nodal para montar o NDV no sistema foi definida a partir da resposta torcional do sistema (Figura 4.18) obtida pelo código MATLAB. Como na

posição "0" está o motor a opção foi montar o NDV na extremidade livre do eixo (nó 26) onde a amplitude da resposta seria maior.

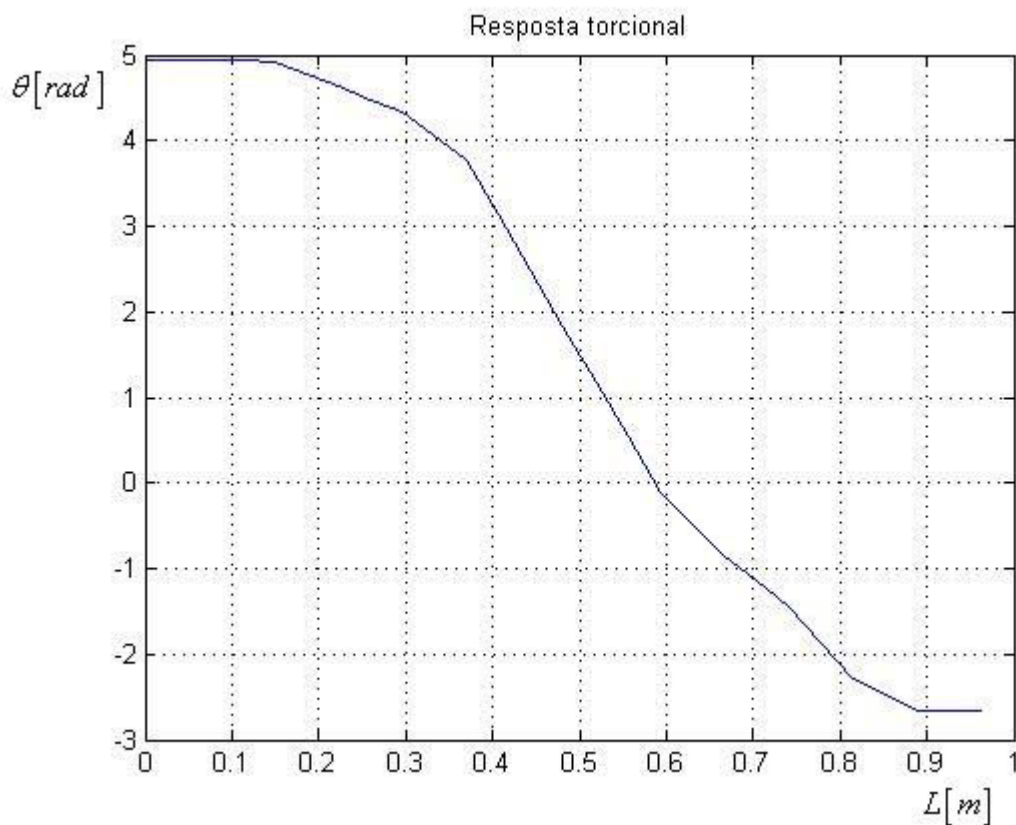


Figura 4.18 – Primeiro modo à torção para o sistema

4.6.1 Resultados da Otimização

Os resultados obtidos na otimização estão apresentados na Tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Valores ótimos dos parâmetros construtivos do NDV

Parâmetro	Valor ótimo	Unidade
Frequência	68,89	Hz
Inércia	$1,228 \cdot 10^{-3}$	$kg \cdot m^2$

A resposta do sistema composto (sistema primário + neutralizador), considerando a aplicação de um impacto modelado como um delta de DIRAC no nó 0 e resposta na posição nodal 26, é mostrada de forma comparativa com a mesma resposta em frequência do sistema primário, sem neutralizador acoplado na Figura 4.19.

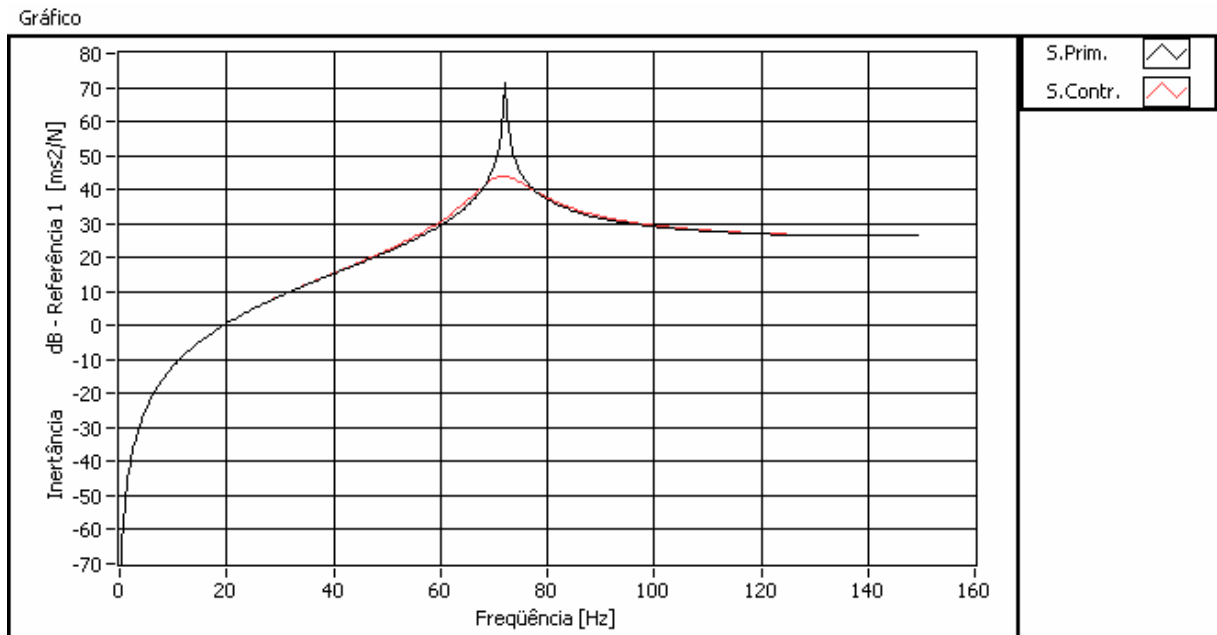


Figura 4.19 – Respostas em frequência (inertância) do sistema primário e do sistema composto

Para atenuar o primeiro modo de vibrar, a massa do neutralizador é de aproximadamente 711 gramas. Essa massa é de cerca de 5,0% da massa total do sistema.

4.7 Construção do Neutralizador

Com os parâmetros ótimos mostrados na Tabela 4.7 pode-se construir o neutralizador dinâmico e, assim, realizar a parte experimental para comparação com os resultados numéricos.

Devido à frequência natural do primeiro modo de vibrar torcional ficar em torno de 70Hz, a faixa de frequência para visualização dos resultados entre 0 e 130Hz.

A construção do neutralizador orienta-se pelos seguintes passos:

- A inércia dos neutralizadores determinada no processo de otimização pelo código LAVIB1 vale:

$$I_A^* = 1,227590479 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$$

A inércia ótima é transformada em uma massa por meio da equação (4.18) e, definindo o material metálico pode-se determinar os outros parâmetros físicos para o NDV (vide Figura 4.21 onde $R_{NDV} = 112\text{mm}$).

$$I = \frac{1}{2} m (R_{NDV}^2 + R_{ext}^2) \quad \text{Eq. 4.16}$$

- Com a frequência de ressonância ótima (Ω_A^*) e os parâmetros do material viscoelástico (G_0 , G_∞ , α , b_1 , φ_0 , T_0 , θ_1 , θ_2 , espessura da manta e temperatura de trabalho T) determina-se o fator de deslocamento α_T por meio da equação (2.19) e a frequência reduzida Ω_R por meio da equação

$$\Omega_R = \alpha_T(T) \Omega \quad \text{Eq. 4.17}$$

onde $\Omega = \Omega_A^*$.

Com α_T pode-se calcular o módulo de cisalhamento (parte real) por meio da equação (2.20), obtendo

$$G(\Omega_A) = \frac{G_o + (G_o + G_\infty)b_1(\Omega\alpha(T))^\beta \cos\left(\frac{\beta\pi}{2}\right) + G_\infty b_1^2(\Omega\alpha(T))^{2\beta}}{1 + 2b_1(\Omega\alpha(T))^\beta \cos\left(\frac{\beta\pi}{2}\right) + b_1^2(\Omega\alpha(T))^{2\beta}} \quad \text{Eq. 4.18}$$

onde $\Omega = \Omega_A^*$. A frequência natural é obtida através da equação

$$\Omega_A^* = \sqrt{\frac{L.G(\Omega_A^*)}{I_A}}, \quad \text{Eq. 4.19}$$

sendo

$$L = \frac{A}{h}. \quad \text{Eq. 4.20}$$

Para o caso de cisalhamento puro A e h representam a área e a espessura de cisalhamento, respectivamente. A espessura do material viscoelástico h disponível no LAVIB é igual a 0.004 m.

- Conhecendo as frequências de antirressonância e módulo de cisalhamento, pode-se obter o fator geométrico L para o neutralizador.

A forma do neutralizador é apresentada na Figura 4.20. Consiste de um núcleo que serve para a fixação do neutralizador ao sistema primário. O material viscoelástico une o núcleo a um anel de aço inoxidável, que representa a inércia do neutralizador I_a . Ao vibrar, o neutralizador produz um deslocamento relativo entre o núcleo e o anel, produzindo uma rigidez dinâmica torcional, função da frequência de excitação. Na temperatura ambiente (19 graus Celsius), a frequência natural do neutralizador deve estar próxima à frequência de antirressonância (ponto ótimo no processo de otimização). O neutralizador trabalha ao cisalhamento puro neste tipo simples de construção.

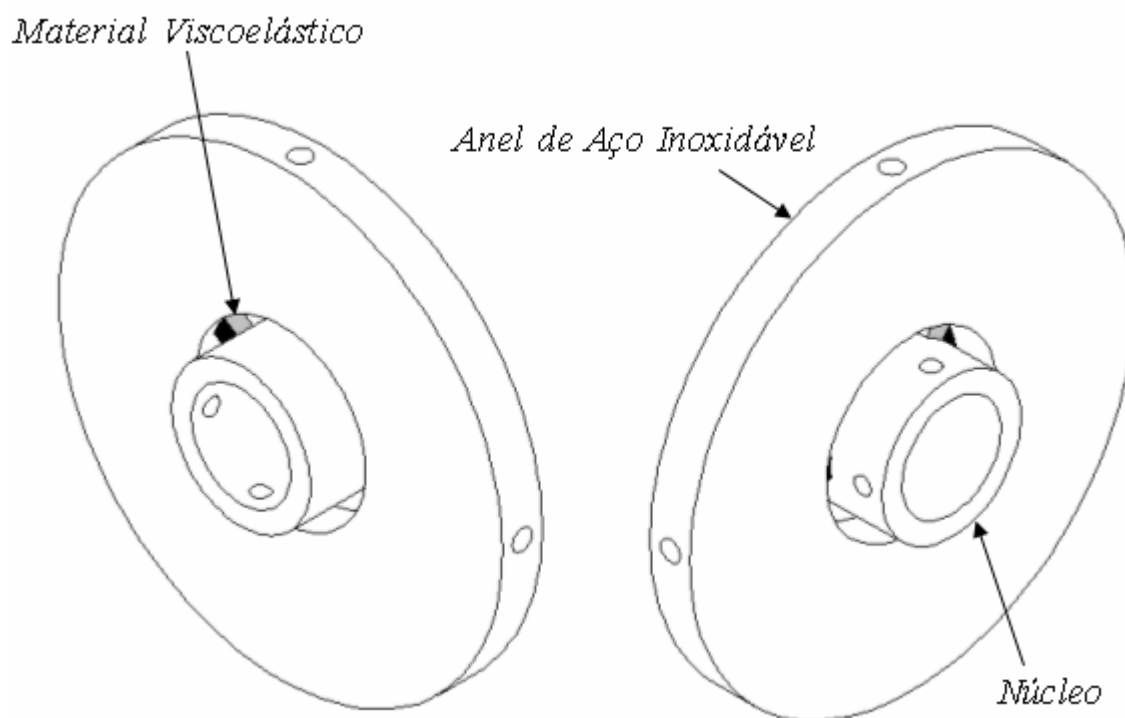


Figura 4.20 – Anteprojeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico

A construção do neutralizador foi realizada de forma artesanal. Para isto o anel externo e o núcleo foram construídos de aço inoxidável. O núcleo tem um ressalto, como pode ser visto na Figura 4.21, com objetivo de fixá-lo no eixo por ambos os lados através de parafusos.

Para a montagem do neutralizador utilizou-se adesivo instantâneo a base de éster de cianoacrilato, acelerando a cura com calor. Uma vez a cola seca, procede-se o corte do material viscoelástico para produzir a frequência natural desejada. Na Figura 4.21 pode-se observar a sua forma final.

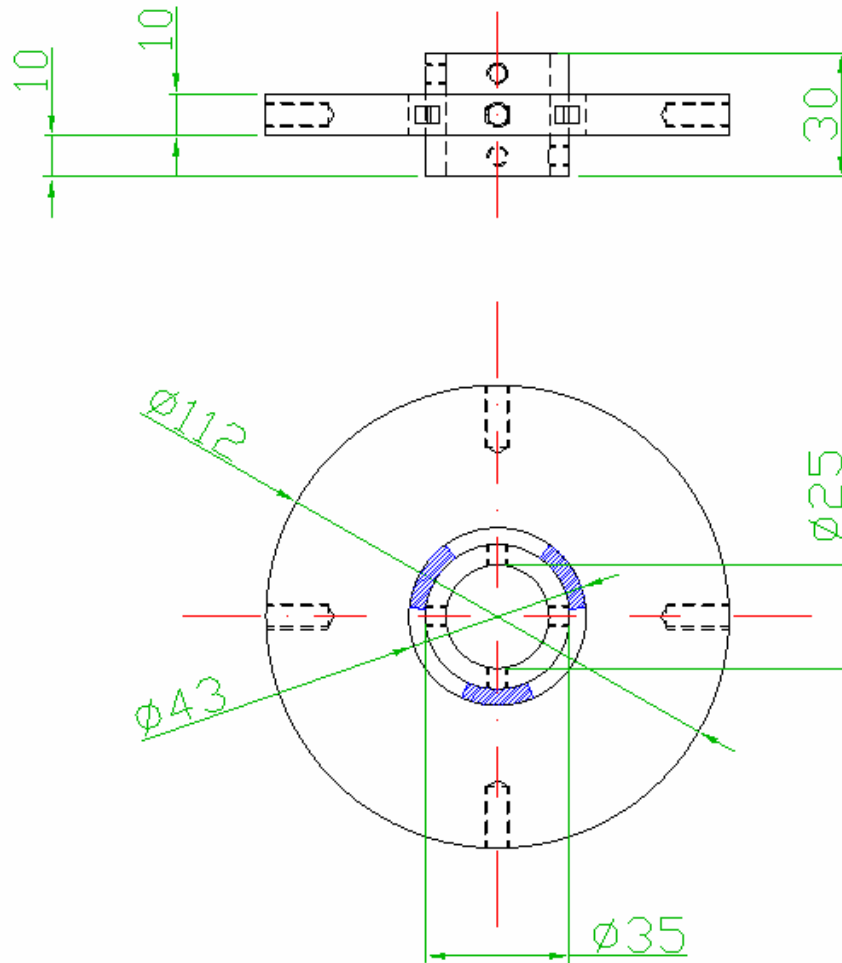


Figura 4.21 – Projeto do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico (dimensões)

O diâmetro interno do anel externo foi definido a partir do diâmetro do eixo (25mm), espessura de parede de 5mm para a fixação do núcleo por parafusos ao eixo e pela espessura da manta de material viscoelástico disponível (4mm). O valor obtido desta forma é de 43mm.

A partir do diâmetro interno, e escolhendo-se um diâmetro externo compatível com o espaço físico disponível no sistema (próximo do intervalo de relação de inércias ótimo), se obtém uma largura para o NDV. Variou-se o diâmetro externo de modo a se obter uma largura mínima de 10mm adequada à montagem dos suportes para os acelerômetros.

O protótipo construído pode ser visto na Figura 4.22.



Figura 4.22 – Protótipo do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico

A verificação da frequência natural real do neutralizador foi efetuada através da sua montagem na bancada de vibrações com dois acelerômetros, aplicação de um torque conhecido (martelo piezoelétrico) e verificação da resposta em frequência (inertância) medida por meio da montagem conforme Figura 4.23, procedimento similar ao utilizado na validação e calibração do método de medição adotado.

A influência dos suportes para acelerômetros / excitação pelo martelo piezoelétrico na resposta em frequência do sistema deve ser considerada no momento da avaliação da frequência de sintonização do neutralizador. São quatro espaçadores, com massa de 22 gramas cada, totalizando aproximadamente 13% da massa total do neutralizador. A inércia do conjunto NDV + espaçadores foi calculada, determinou-se a rigidez torcional total e, através da equação (4.23), definiu-se qual seria a frequência natural real do neutralizador apenas. A influência dos suportes se refletiu em 4,4Hz.

$$K_t = (\Omega_A)^2 I_A \quad \text{Eq. 4.21}$$

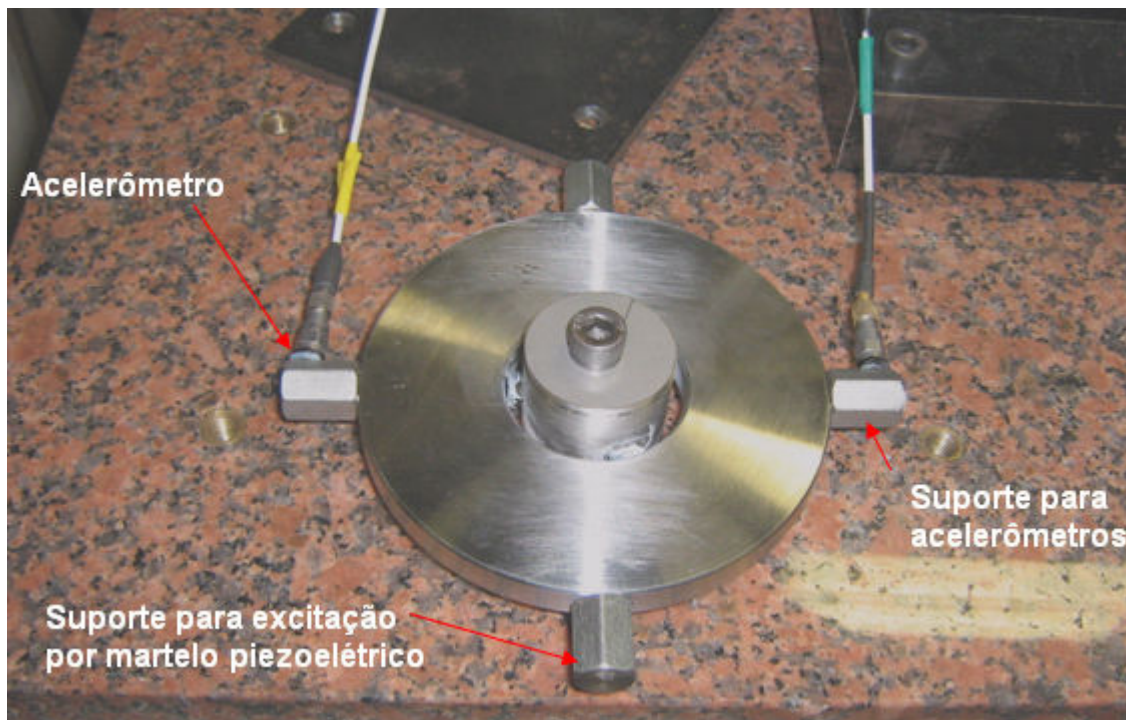


Figura 4.23 – Esquema para verificação do Neutralizador Dinâmico Viscoelástico

Após a construção do neutralizador, o protótipo foi montado no eixo conforme Figura 4.24:

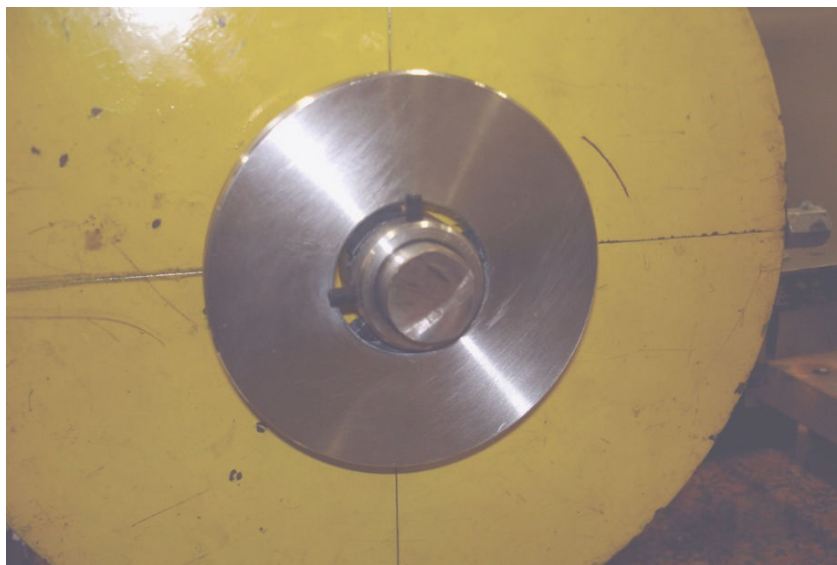


Figura 4.24 – Montagem do NDV no eixo.

4.8 Resultados Experimentais

A frequência de sintonização do neutralizador verificada experimentalmente foi de aproximadamente 69Hz, com um erro percentual menor que 0,2% com relação ao valor teórico. Na Figura 4.25 e Figura 4.26 estão as respostas em frequência (inertância) do NDV obtidas com os acelerômetros e martelo piezoelétrico. A influência dos espaçadores deve ser considerada nos valores dos picos nas curvas obtendo-se uma frequência natural experimental de aproximadamente 69Hz. A variação entre os valores das duas curvas se deve à diferença de temperaturas no momento de cada verificação (efetuadas em dias diferentes).

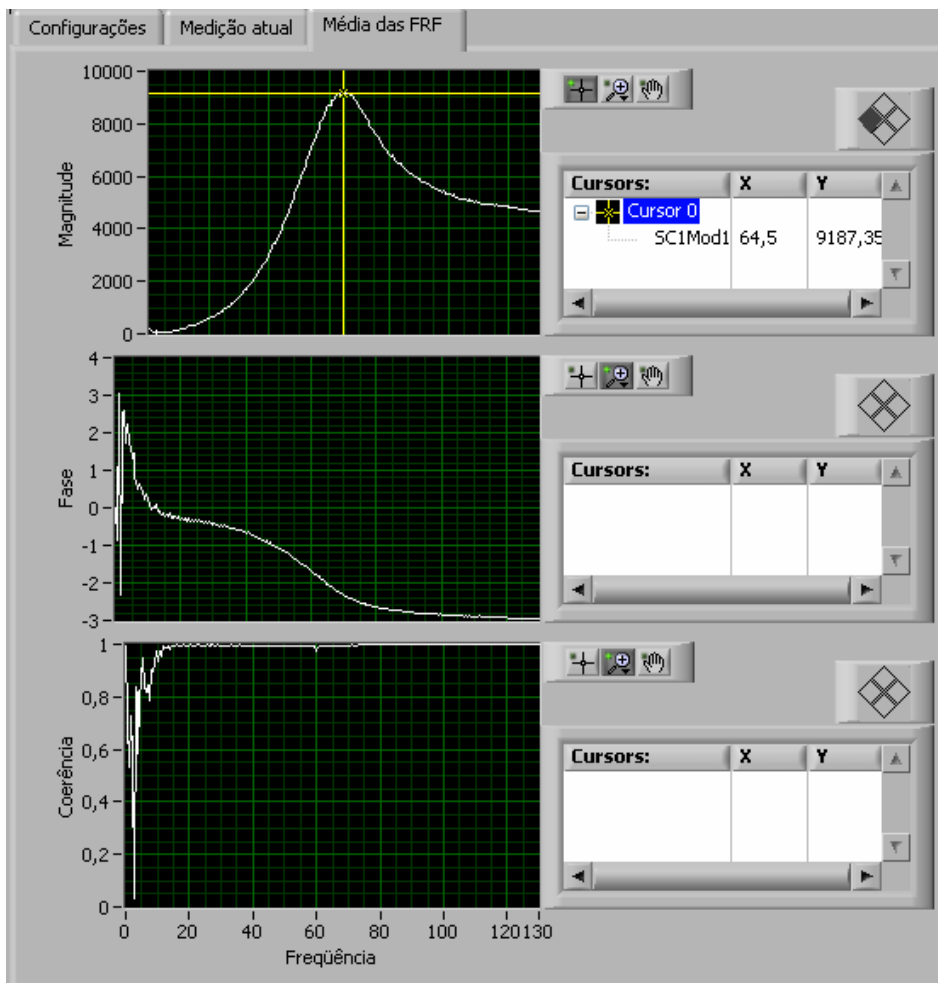


Figura 4.25 – Medição de resposta do NDV (realizada em 21/05/2008).

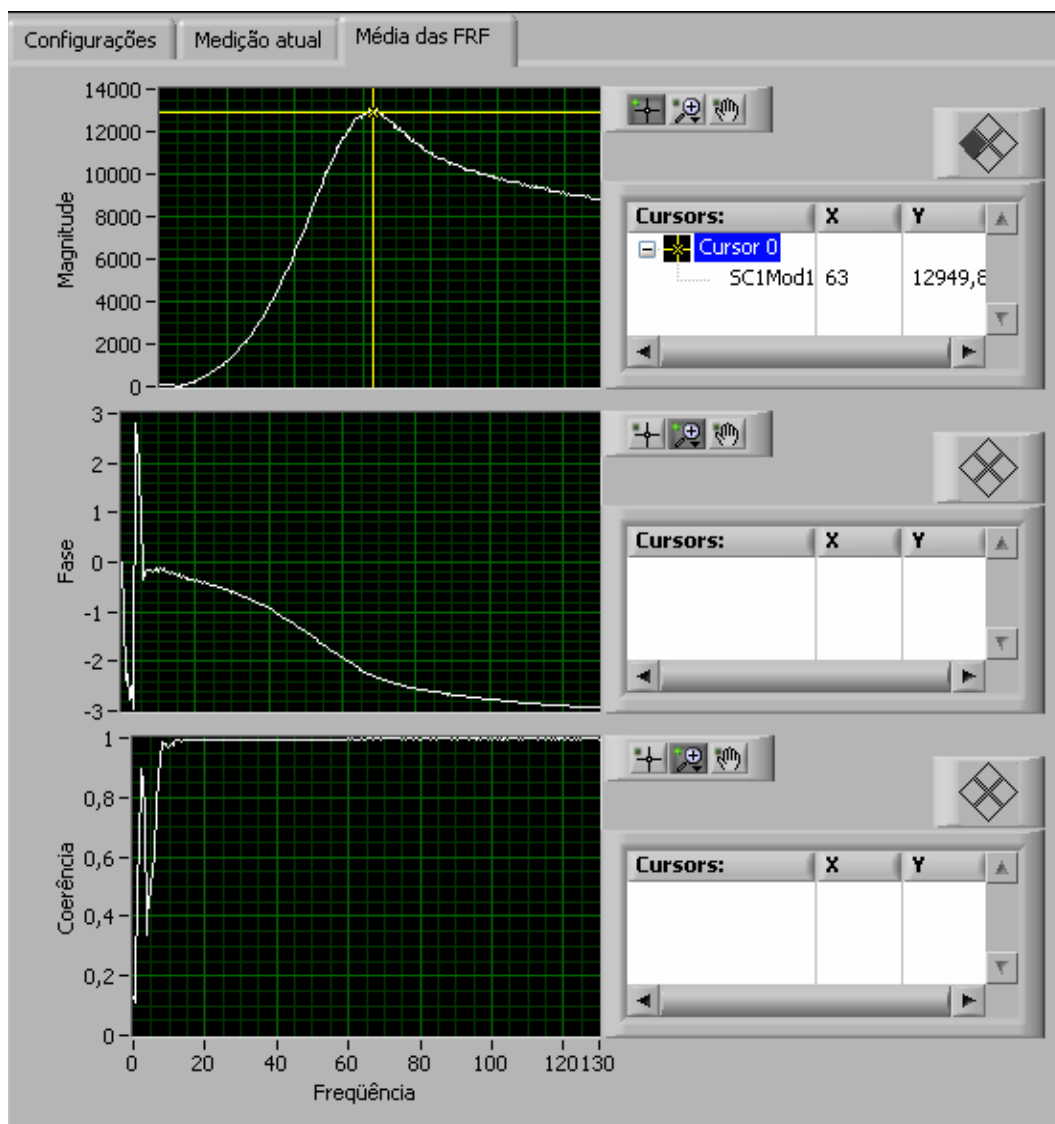


Figura 4.26 – Medição de resposta do NDV (realizada em 03/06/2008).

As respostas em frequência à torção do sistema (inertância) com e sem o neutralizador, medidas com acelerômetros e martelo piezoelétrico, podem ser visualizadas nas Figura 4.27 a Figura 4.30.

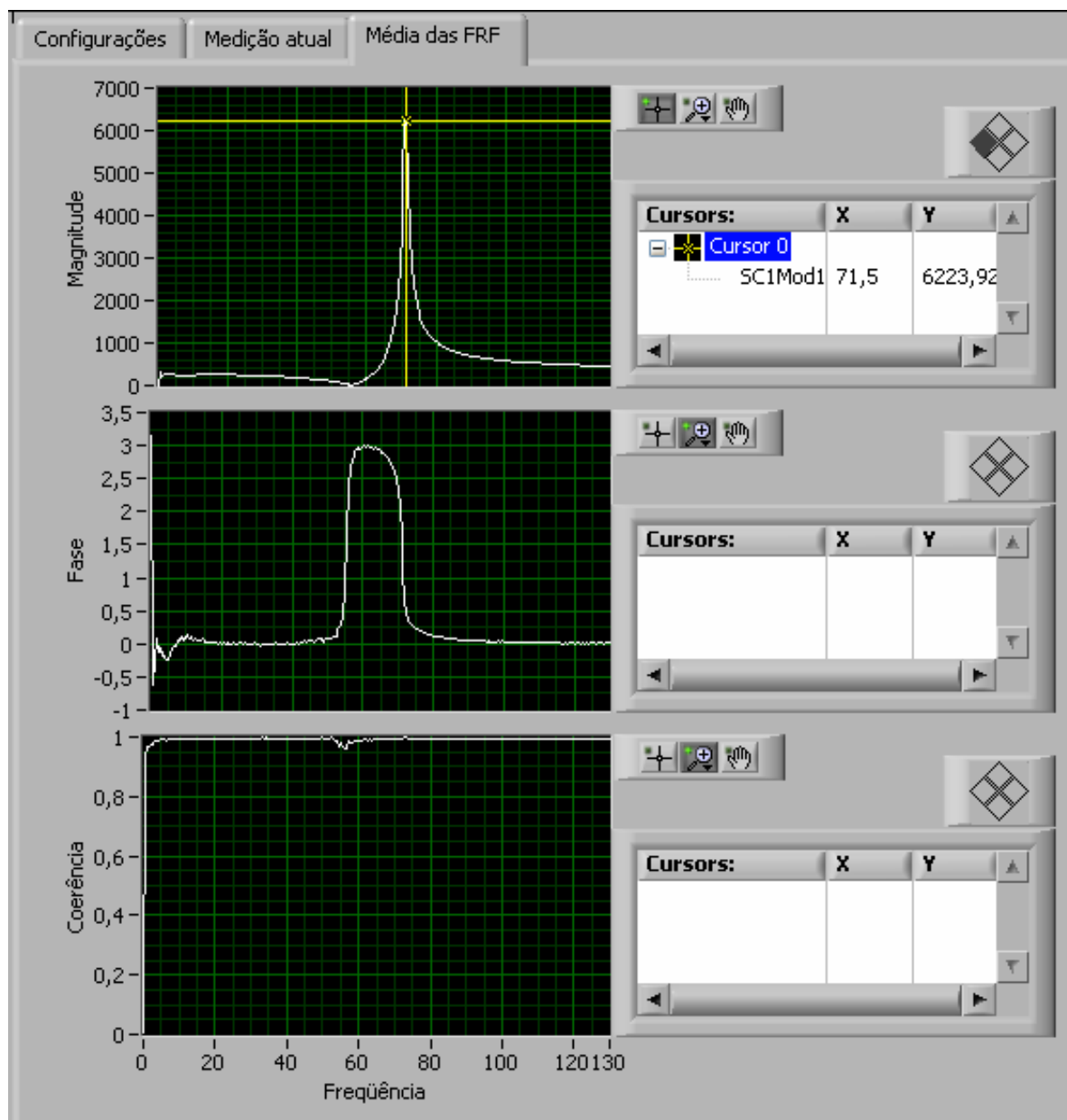


Figura 4.27 – Medição de resposta do sistema sem motor e sem NDV

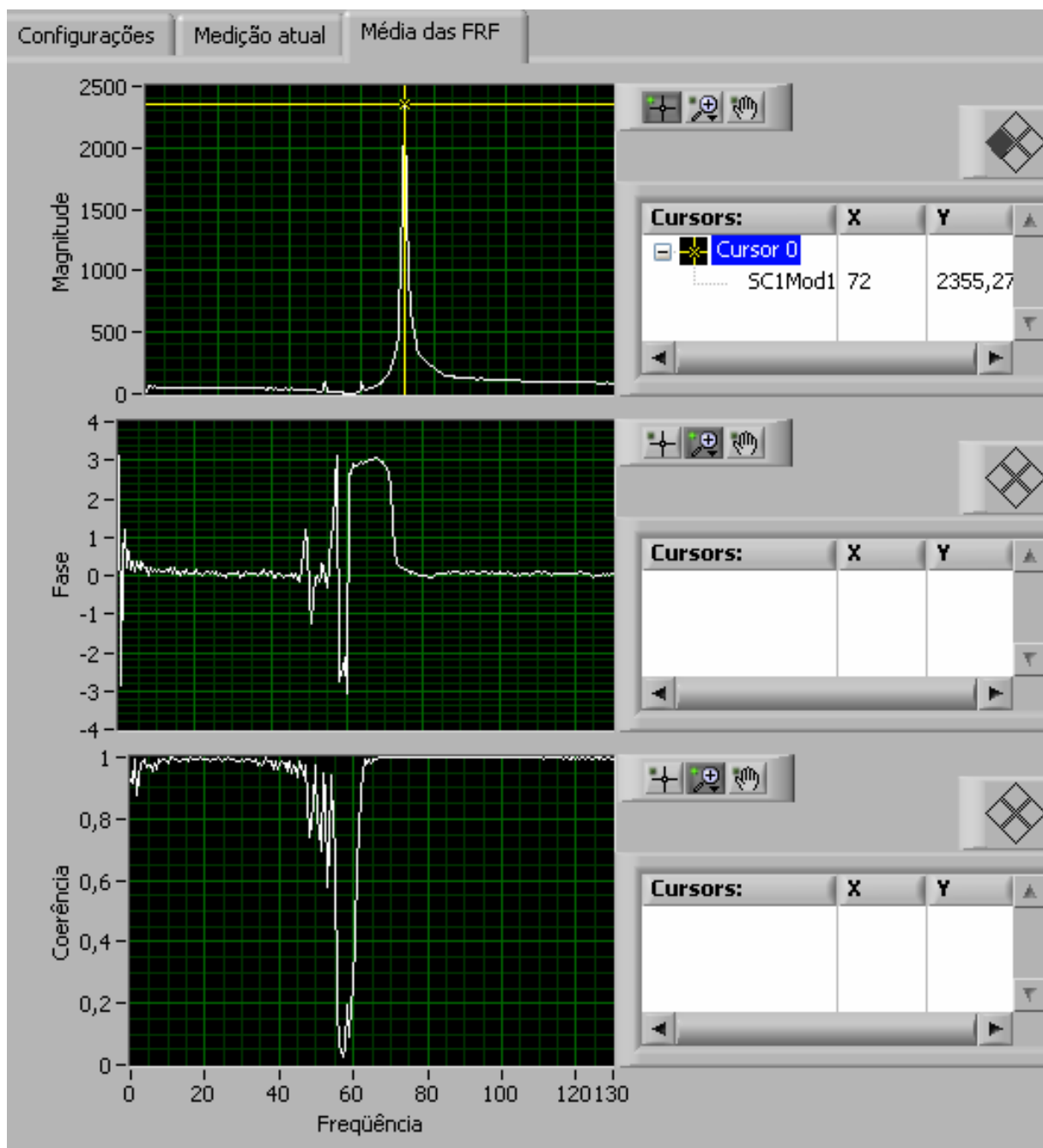


Figura 4.28 – Medição de resposta do sistema sem motor e com NDV.

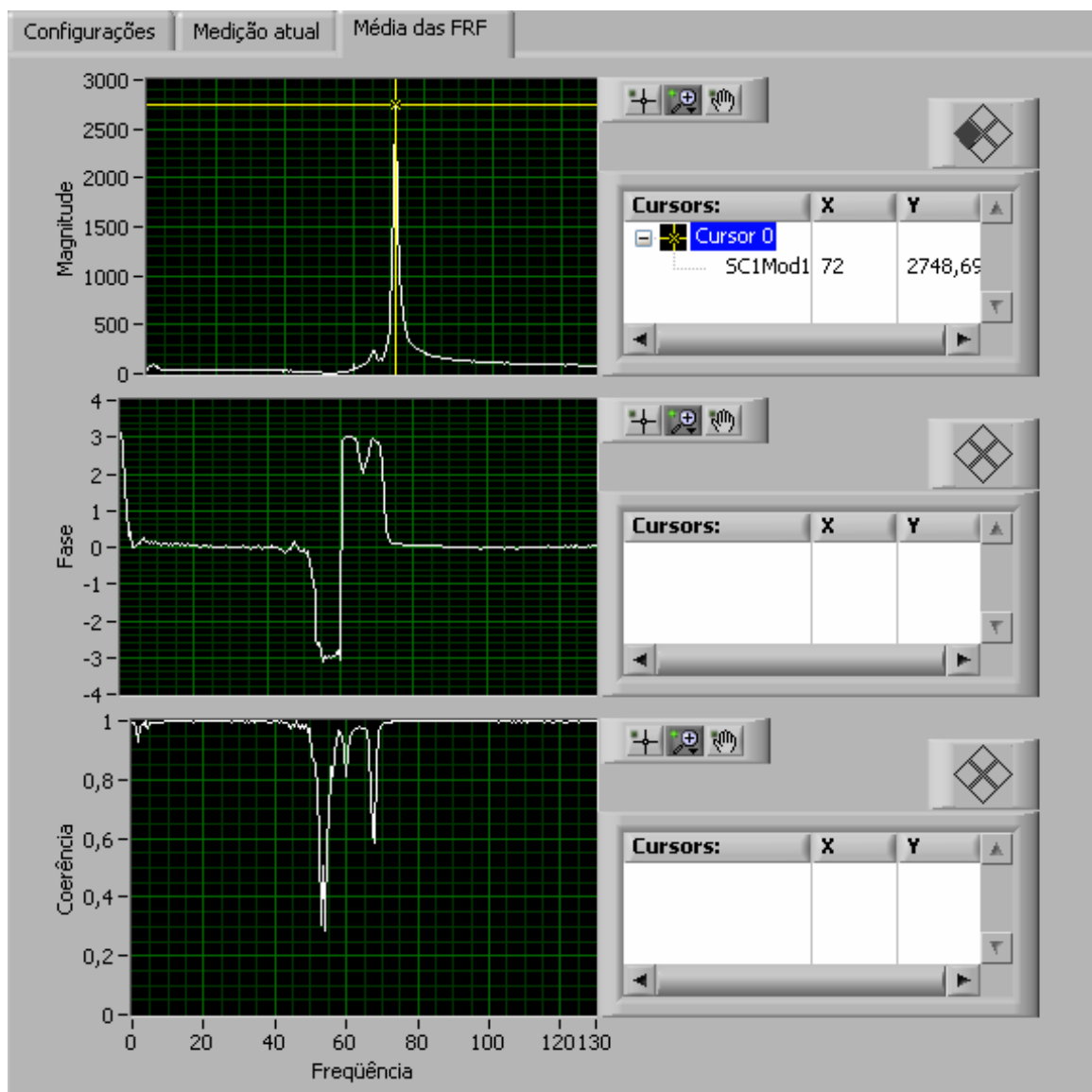


Figura 4.29 – Medição de resposta do sistema com motor e sem NDV.

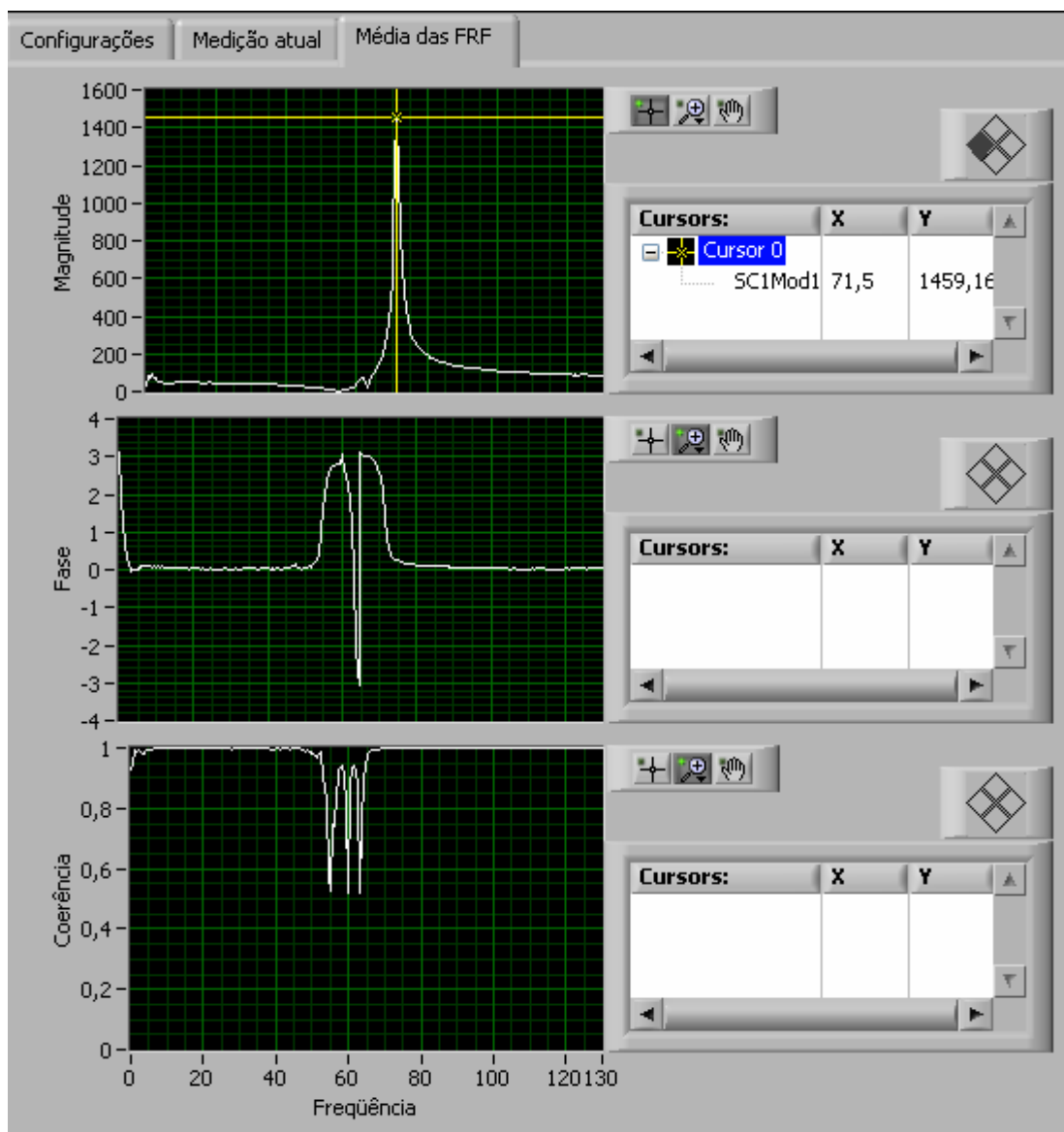


Figura 4.30 – Medição de resposta do sistema com motor e com NDV.

Também mediu-se a resposta em freqüência do sistema com relação à flexão (Figura 4.31) para avaliar a influência do acoplamento entre os modos de vibrar flexional e torcional. A FRF avaliada foi inércia com excitação por martelo piezoelétrico no ponto médio do eixo (posição nodal 12) e acelerômetro na posição 0,750m (posição nodal 16).

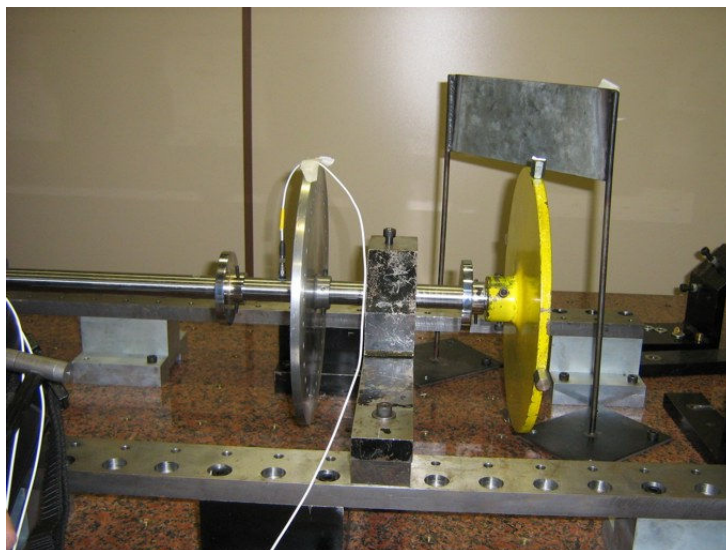


Figura 4.31 – Medição da resposta flexional do sistema.

As frequências naturais dos modos de vibrar à flexão foram obtidas pelo código ROTORDIN em MATLAB e estão na Tabela 4.8. O código ROTORDIN foi testado e utilizado em outros trabalhos de pesquisa do LAVIB-UTFPR, de modo que os resultados fornecidos são confiáveis.

Tabela 4.8 – Frequências naturais à flexão para o sistema obtidas por elementos finitos (MATLAB) e medidas experimentalmente.

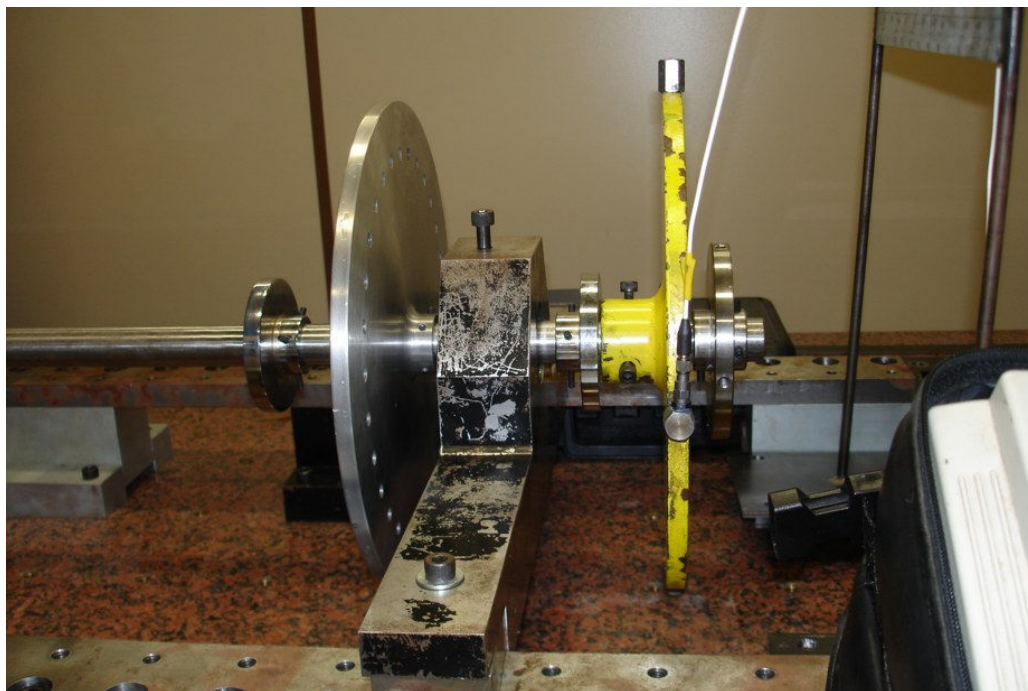
Modo	Frequência [Hz] MATLAB	Frequência [Hz] Medida
1	42,85	46,5
2	68,35	68
3	81,45	81
4	142,50	139
5	163,25	165

As respostas do sistema (espectro) com e sem o neutralizador medidas com o analisador de sinais HP 3560A (Figura 4.32) podem ser visualizadas na Figura 4.33 a Figura 4.37. A Tabela 4.9 traz os melhores resultados obtidos dentre onze pares

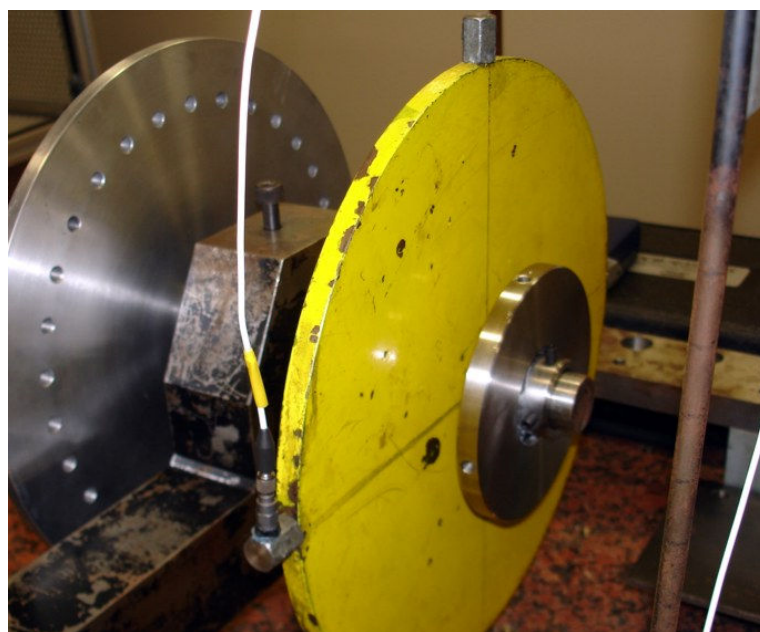
de medições feitas no sistema com e sem o neutralizador (unidade de medida em Volts, escala em dB com referência 1).

Tabela 4.9 – Medições na Bancada do LAVIB com HP3560A e Servomotor SEW CM71S - 05/2008.

Medição	Nome	Configuração	Características		Redução
04	1073	com N.D.V.	70,0Hz	- 38,57dB	26,36dB
05	1074	sem N.D.V.	71,5Hz	- 12,21dB	
08	1077	com N.D.V.	70,5Hz	- 37,31dB	22,38dB
09	1078	sem N.D.V.	70,5Hz	- 14,93dB	
12	1081	sem N.D.V.	66,5Hz	- 31,14dB	60,48dB
13	1082	com N.D.V.	66,5Hz	- 91,62dB	
14	1083	com N.D.V.	67,5Hz	- 76,13dB	45,46dB
15	1084	sem N.D.V.	67,5Hz	- 30,67dB	
18	1087	sem N.D.V.	72,5 Hz	- 48,37dB	46,79dB
19	1088	com N.D.V.	72,5 Hz	- 95,16dB	

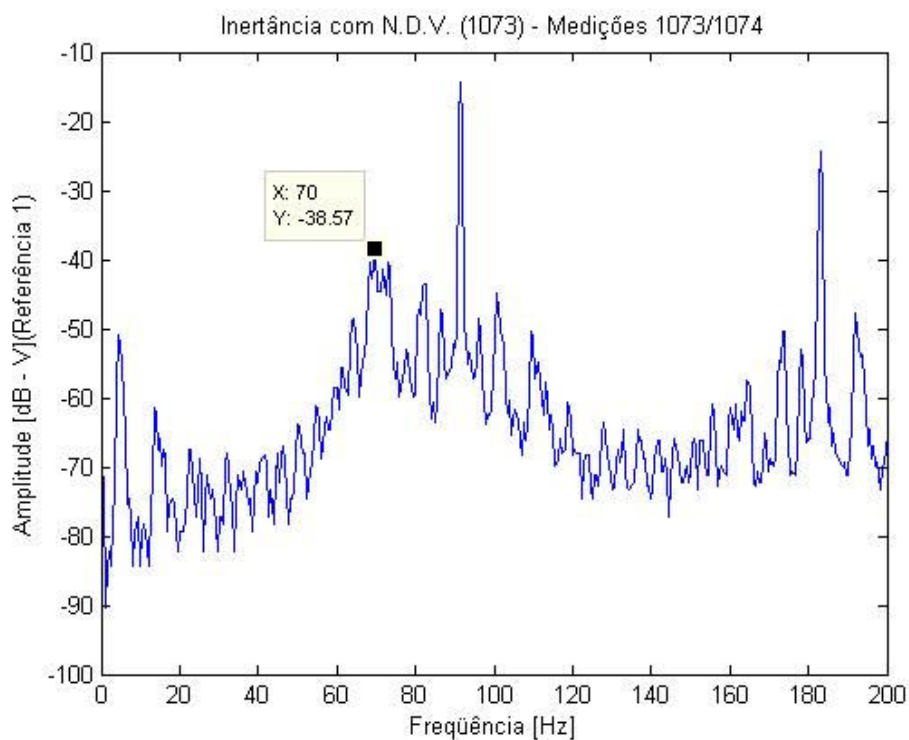


(a)

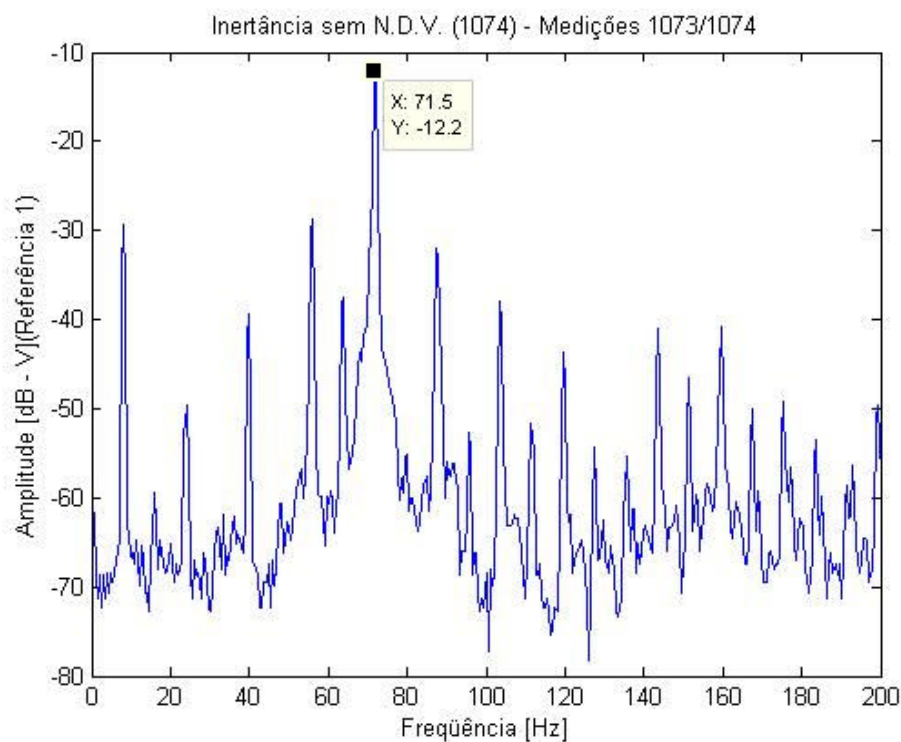


(b)

Figura 4.32 – (a) Montagem para medição de espectro do rotor com um acelerômetro e analisador de sinais HP 3560A; (b) Detalhe do acelerômetro e NDV fixos ao sistema para medição da resposta.

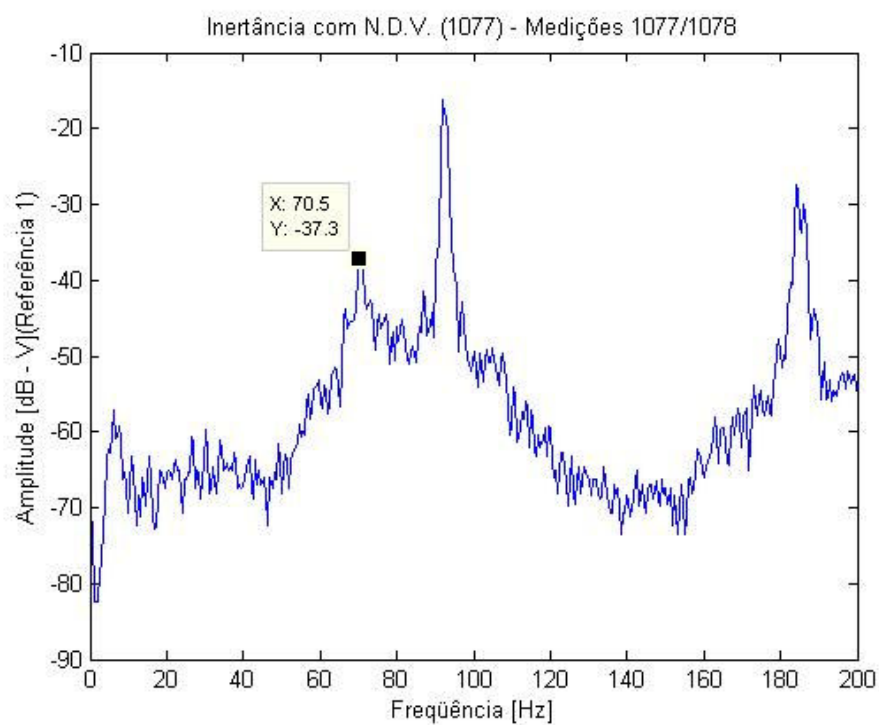


(a)

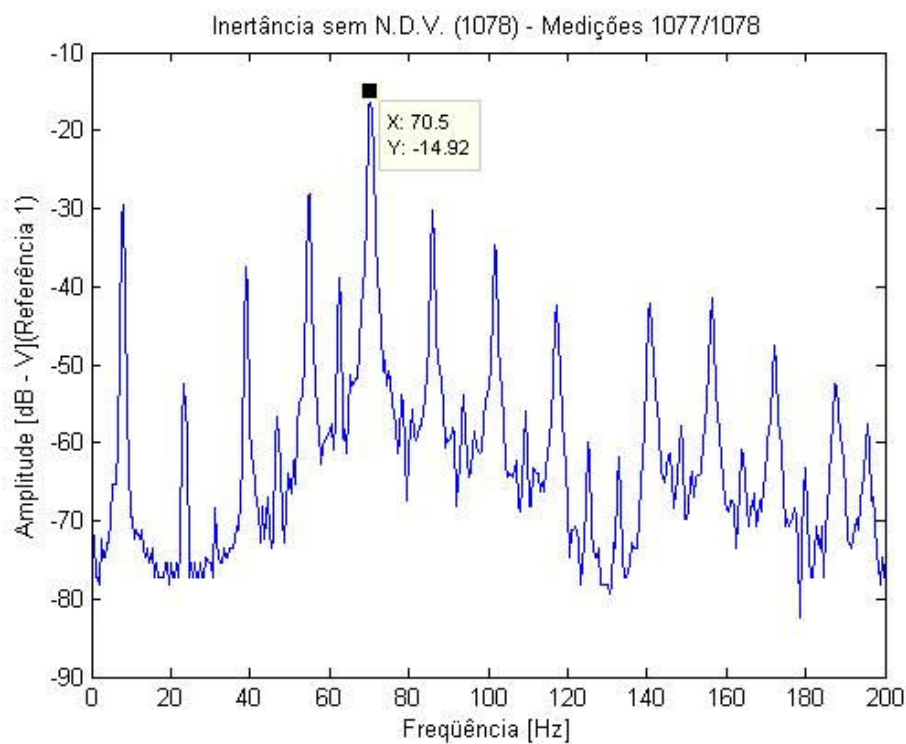


(b)

Figura 4.33 – Medição de resposta do sistema 1073/1074: (a) com NDV; (b) sem NDV.

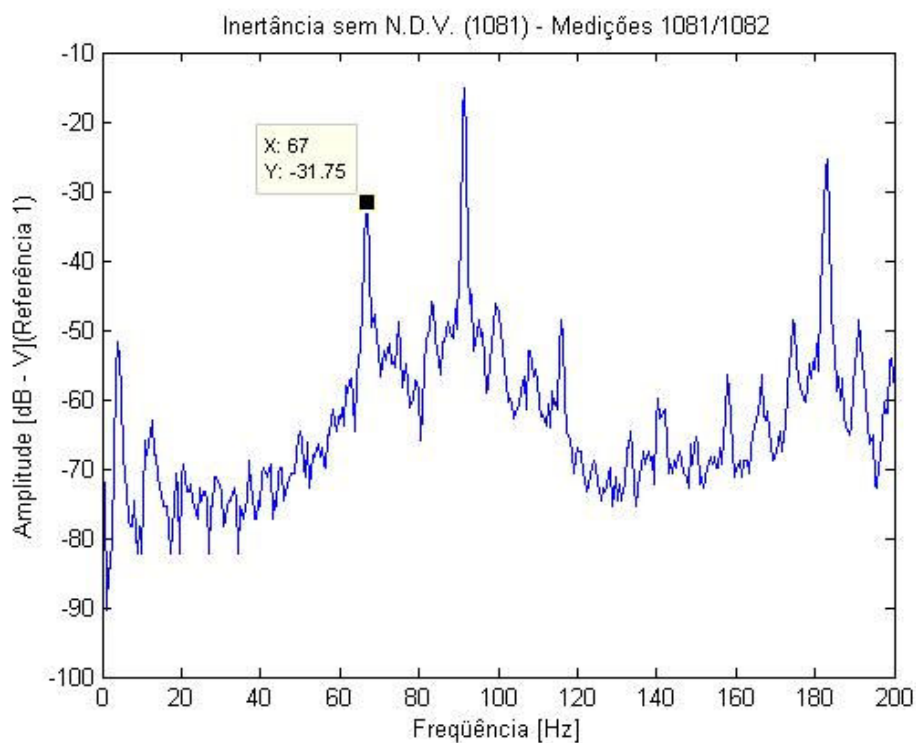


(a)

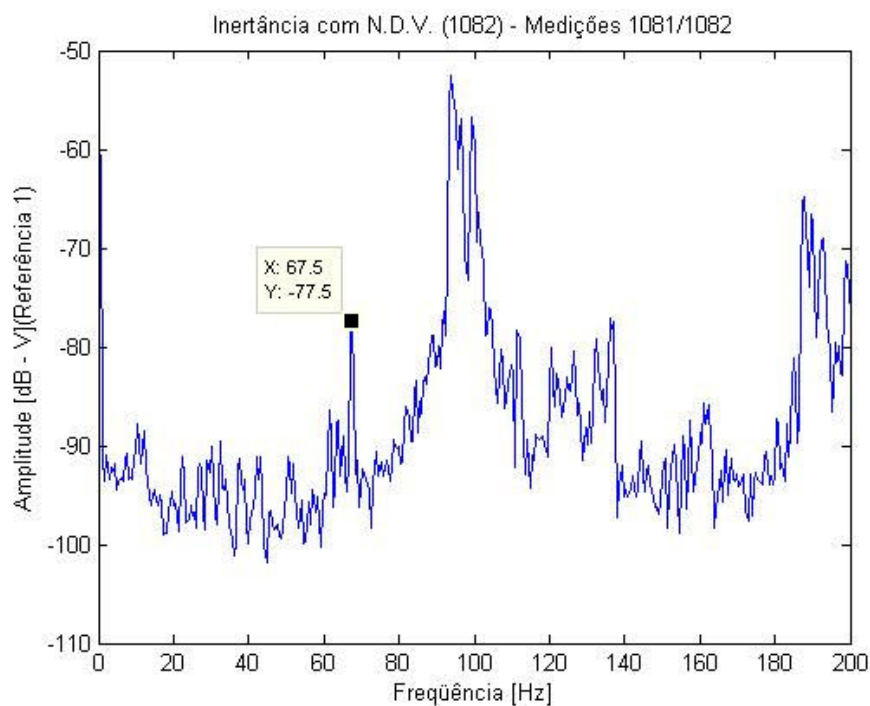


(b)

Figura 4.34 – Medição de resposta do sistema 1077/1078: (a) com NDV; (b) sem NDV.

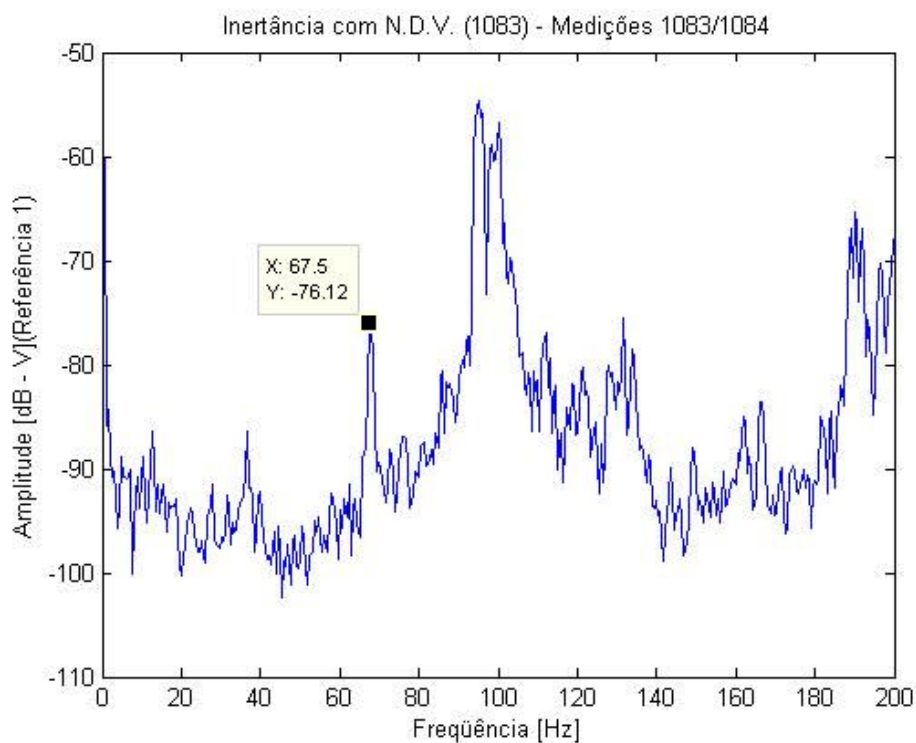


(a)

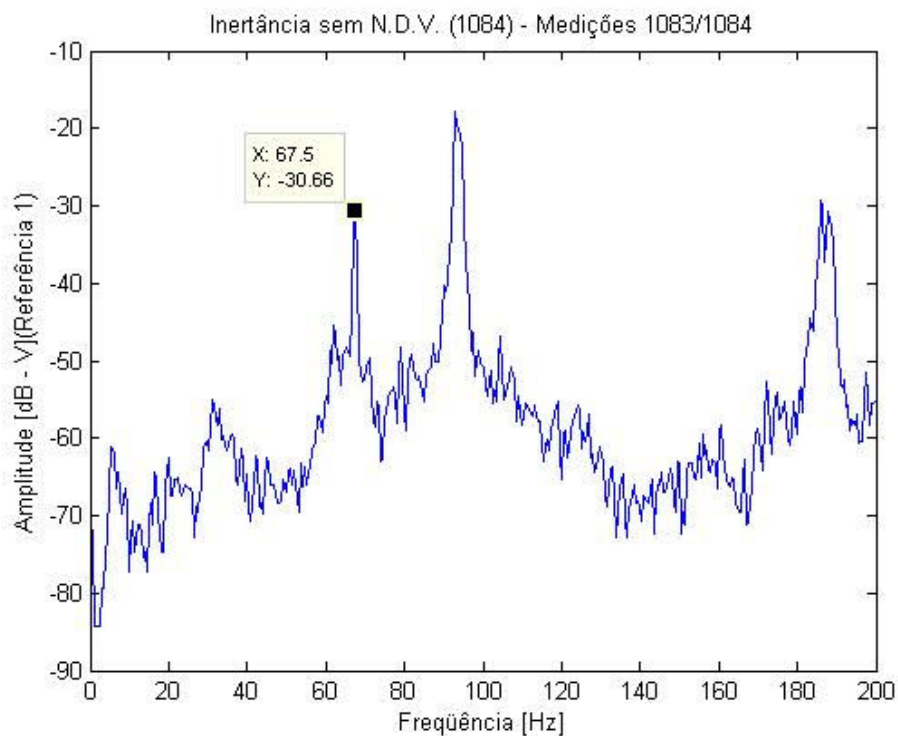


(b)

Figura 4.35 – Medição de resposta do sistema 1081/1082: (a) sem NDV; (b) com NDV.

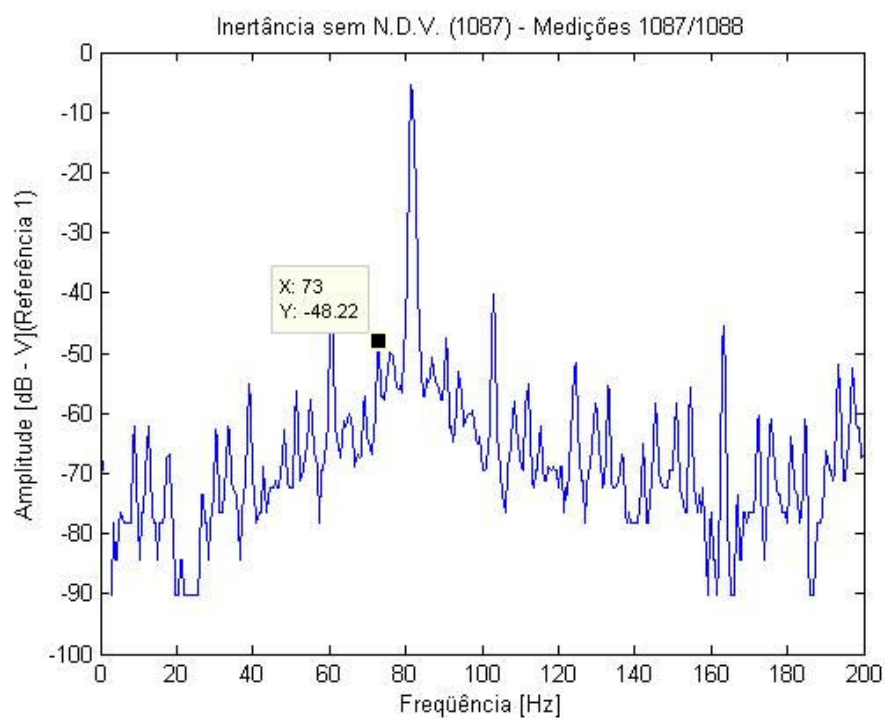


(a)

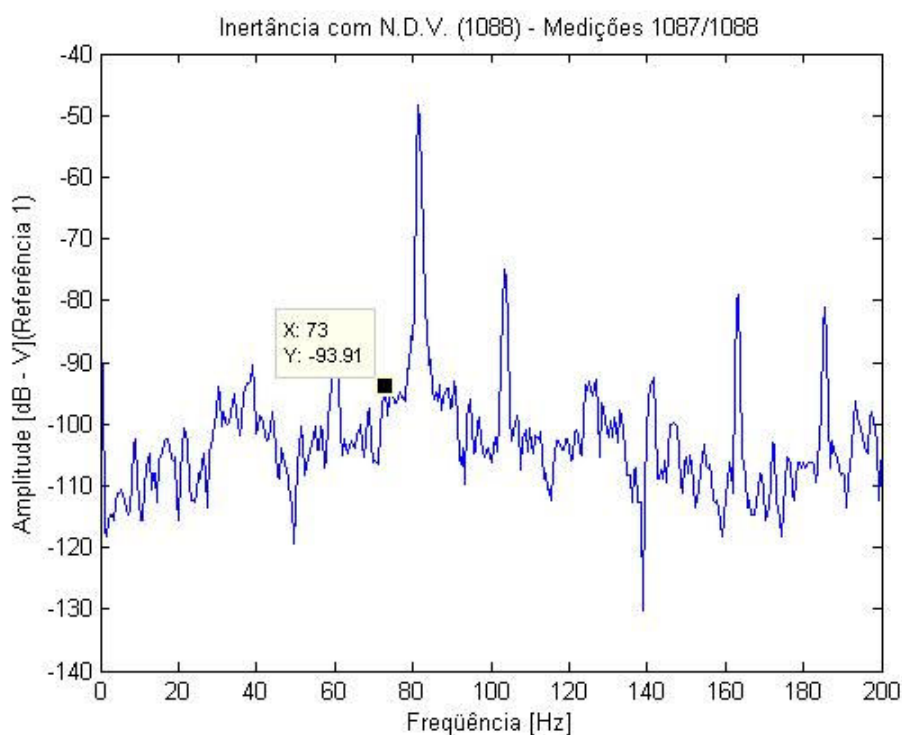


(b)

Figura 4.36 – Medição de resposta do sistema 1083/1084: (a) com NDV; (b) sem NDV.



(a)



(b)

Figura 4.37 – Medição de resposta do sistema 1087/1088: (a) sem NDV; (b) com NDV.

4.9 Comparação entre os Resultados Numéricos e Experimentais

Uma simples inspeção da Figura 4.33 à Figura 4.37 mostra quantitativamente a acurada predição numérica dos resultados experimentais. As pequenas diferenças entre estas curvas são atribuídas às diferenças entre as freqüências naturais do neutralizador, obtida numericamente, e a realmente produzida na prática. A redução de aproximadamente 30dB prevista na otimização do projeto do NDV, na faixa de freqüência analisada, foi reproduzida experimentalmente obtendo-se a redução média de aproximadamente 40dB (mínima redução de 22dB) conforme a sintonização da excitação produzida pelo servomotor em relação à freqüência natural do sistema.

Utilizando o martelo piezoelétrico para criar a excitação torcional, teste de impacto, esta redução não foi conseguida. Considera-se que este tipo de excitação com o sistema de rotores livre não é eficaz no que diz respeito a injetar energia vibratória torcional suficiente para verificar a eficiência do NDV. A redução nas amplitudes das curvas experimentais devem ser analisadas considerando-se o efeito do janelamento exponencial utilizado nas medições.

5 CONCLUSÕES E SUGESTÕES DE TRABALHOS FUTUROS

5.1 Conclusões

Abordaram-se os conceitos relacionados aos neutralizadores dinâmicos de vibração e seus princípios de atuação sobre uma estrutura com comportamento linear, geometricamente complexa, onde um ou vários dispositivos podem controlar ou reduzir os níveis de vibração em uma ampla faixa de frequências. Foram revistos os conceitos de parâmetros equivalentes generalizados, modelagem de sistemas complexos no espaço modal e funções de resposta em frequência em subespaço modal do sistema primário. Todos esses conceitos são fundamentais para o projeto ótimo dos NDVs.

O material viscoelástico utilizado na composição dos mancais foi modelado por derivada fracionária com quatro parâmetros. A precisão deste modelo garantiu a qualidade dos resultados obtidos.

Através do desenvolvimento de um código numérico MATLAB foram encontradas as características dinâmicas torcionais do sistema de rotores estudado.

Uma análise experimental foi realizada buscando validar a metodologia de projeto ótimo proposta. A metodologia proposta consiste genericamente em:

- Obtenção dos parâmetros modais do sistema;
- Otimização dos parâmetros do neutralizador (utilizando o código LAVIB1 existente no LAVIB-UTFPR);
- Dimensionamento físico, construção e verificação da sintonização do NDV;
- Avaliação da eficiência do neutralizador.

Foi possível, através das simulações numérico-experimentais, comprovar a eficiência da metodologia, que conduziu a resultados significativos, no que diz respeito ao controle de vibrações utilizando um neutralizador dinâmico viscoelástico.

Com massa reduzida, o neutralizador reduziu os níveis de vibração na faixa de interesse de forma eficaz e satisfatória.

No entanto, nesta análise verificou-se algumas divergências com relação aos resultados teóricos.

As diferenças entre o modelo numérico e os resultados experimentais se devem principalmente ao amortecimento considerado para o sistema primário e ao posicionamento dos acelerômetros sobre os suportes no disco, que causam uma diferença no braço de alavanca ajustado para a medição experimental.

Os erros também podem ser atribuídos às imprecisões no corte do material viscoelástico. Este processo foi realizado manualmente. Outra fonte de erro é a diferença na temperatura ambiente no momento do ensaio e a temperatura considerada no momento do dimensionamento do NDV. Pequenas variações da temperatura provocam dispersões na frequência natural desses dispositivos, devido às variações no módulo de cisalhamento com a temperatura.

Não foi possível realizar uma varredura na frequência de alguns poucos Hertz até 100Hz, região na qual se encontra a primeira frequência natural a torção do sistema estudado. Isto teria possibilitado mostrar a resposta em frequência do sistema eixo e rotores com e sem o neutralizador. O motivo desta impossibilidade encontra-se no servomotor-inversor de frequência utilizado (inércia total do sistema maior que a capacidade de torque nominal). Assim, a eficiência do dispositivo foi medida através de um harmônico da frequência fundamental de excitação em igualdade de condições com e sem o neutralizador.

5.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

Como este é o primeiro trabalho na área de vibrações torcionais desenvolvido pelo grupo do LAVIB da UTFPR, muitas melhorias podem ser implementadas para um conhecimento mais aprofundado do tema e melhor domínio do projeto de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos voltados para o problema de vibração torcional. As sugestões são:

- Desenvolvimento de nova técnica para gerar excitações torcionais (sistema de pêndulo ou biela-manivela, por exemplo);
- Desenvolver um sistema que permita obter repetibilidade na medição de FRF do sistema eixo+rotores, tanto em relação a posição de aplicação do impulso unitário com o martelo piezoelétrico, quanto à intensidade do impulso aplicado e posição dos acelerômetros utilizados na medição (eixo com escala gravada no diâmetro por exemplo);
- Realizar ensaios utilizando um *shaker* para criar a excitação, pois a energia adicionada ao sistema pelo impulso com martelo piezoelétrico não se mostrou suficiente para avaliar a performance do NDV, o que só foi conseguido com a utilização do servomotor;
- Melhoria do programa em LABVIEW utilizado para a aquisição de dados;
- Desenvolvimento de interface gráfica para o código MATLAB desenvolvido;
- Implementação de técnicas de otimização para o sistema composto em MATLAB;
- Climatização do ambiente da bancada do laboratório, para evitar variações nas propriedades dos materiais viscoelásticos utilizados durante os ensaios;
- Fazer a análise da sensibilidade do método de medição adotado com relação a incertezas, pois os resultados experimentais obtidos visavam validar a metodologia proposta (na medição da FRF, adotou-se a hipótese de que as incertezas na medição da força e da aceleração se cancelavam);
- Formar parcerias com fornecedores de serviços de usinagem e vulcanização para melhorar o processo de prototipagem dos neutralizadores e eliminar erros devido à construção artesanal dos mesmos;
- Estudo de vibrações torcionais em regime transitório;
- Estudo da influência da temperatura sobre as propriedades dos materiais viscoelásticos e variações causadas nas características de sintonização do neutralizador dinâmico;

- Estudo da aplicação de neutralizadores dinâmicos viscoelásticos em sistemas complexos sujeitos a vibração torcional, como virabrequins ou caixas de engrenagens;
- Avaliação da viabilidade econômica e aplicabilidade prática dos neutralizadores dinâmicos viscoelásticos projetados.

REFERÊNCIAS

- [1] ADAMS JR, M. L. **Rotating Machinery Vibration: From Analysis to Troubleshooting**. New York: Marcel Dekker Inc., 2001.
- [2] ARORA, J. S. **Introduction to Optimum Design**. Singapore: McGraw-Hill Book Co. International Edition, 1989.
- [3] ASSIS, M. C. S.; KHATER, E. **Identificação de um Sistema Dinâmico Não-Linear usando Redes Neurais**. In: Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica (CREEM), 2004. Nova Friburgo-RJ, Brasil. Anais, 2004.
- [5] BAGLEY, R.L.; TORVIK, P. J. **A Generalized Derivative Model for an Elastomer Damper**. *The Shock and Vibration Bulletin*, vol. 49, pp.135-143, 1979.
- [6] BAGLEY, R. L.; TORVIK, P.J. **A Theoretical Basis for the Application of Fractional Calculus to Viscoelasticity**. *Journal of Rheology*, vol. 27 (3), pp. 201-210, 1983.
- [7] BAGLEY, R.L.; TORVIK, P.J. **On the Fractional Calculus Model of Viscoelastic Behaviour**, *Journal of Rheology*, vol. 30 (1), pp. 133-155, 1986.
- [8] BAVASTRI, C. A. **Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos**. Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Santa Catarina, Brasil, 1997.
- [9] BAVASTRI, C. A., ESPÍNDOLA, J. J., e TEIXEIRA, P. H. **A Hybrid Algorithm to Compute the Optimal Parameters of a System Viscoelastic Vibration Neutralizers in Frequency Band**. MOVIC '98, Zurich, Switzerland. vol. 2, pp. 577-582, 1998.
- [10] BAVASTRI, C. A.; KULEVICZ, D. A. **Medição e Controle de Vibração e Ruído em Transformadores de Subestações**. In: Congresso de Inovação

- Tecnológica em Energia Elétrica (CITINEL), 2003. Salvador-BA, Brasil. Anais 2003.
- [11] BAZARAA, M. S.; SHETTY, C. M. **Nonlinear Programming: Theory and Algorithms**. John Wiley & Sons, New York, NY, 1979.
- [12] BISHOP, R. E. D.; GLADWELL, G. M. L. **An investigation into the Theory of Resonance Testing**. Proc Roy Soc Phil Trans 255(a)241, 1963.
- [13] CARVALHO, A. P. **Estudo da Dinâmica Torcional de Rotores: Resposta Transitória no Tempo**. Trabalho de conclusão de curso, Engenharia Industrial Mecânica, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Paraná, Brasil, 2007.
- [14] CHAO, C. P.; SHAW, S. W. **The dynamic response of multiple pairs of subharmonic torsional vibration absorbers**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 231, pp. 411-431, 2000.
- [15] CHÁVEZ, R. G. D. **Dinâmica de um Rotor Horizontal em Apoios Elásticos**. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2003.
- [16] CHEN, Y. Z.. **Torsional free vibration of a cylinder with varying cross-section and adhesive masses**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 241(3), pp. 503-512, 2001.
- [17] CHILDS, D. W. **Turbomachinery Rotordynamics: Phenomena, Modeling and Analysis**. New York: John Wiley & Sons Inc., 1993.
- [18] CHONDROS, T. G.; LABEAS, G. N. **Torsional vibration of a cracked rod by variational formulation and numerical analysis**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 301, pp. 994-1006, 2007.
- [19] CHRISTENSEN, R. M. **Theory of Viscoelasticity – An Introduction**. New York, NY: Academic Press, 1982.

- [20] CLARK, S. K. **Dynamics of Continuous Elements**. New Jersey: Prentice-Hall Inc., 1972.
- [21] CREDE, C. E. **Choque e Vibração nos Projetos de Engenharia**. Rio de Janeiro: Ao Livro Técnico, 1972.
- [22] CRUZ, G. A. **Projeto Ótimo de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Baseado no Modelo de Derivadas Fracionárias**. Tese de doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Santa Catarina, Brasil, 2004.
- [23] DAYOU, J. **Fixed-points theory for global vibration control using vibration neutralizer**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 292, pp. 765-776, 2006.
- [24] DAYOU, J.; KIM, S. M. **Control of kinetic energy of a one-dimensional structure using multiple vibration neutralizers**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 281, pp. 323-340, 2005.
- [25] DAYOU, J.; BRENNAN, M. J. **Experimental verification of the optimal tuning of a tunable vibration neutralizer for global vibration control**. *Applied Acoustics*, vol. 64, pp. 311–323, 2003.
- [26] DEN HARTOG, J. P. **Mechanical Vibrations**, New York: McGraw-Hill, 1956.
- [27] DEN HARTOG, J. P. **Vibrações nos Sistemas Mecânicos**. São Paulo: Edgar Blücher, 1972.
- [28] DIMAROGONAS, A. **Vibration for Engineers**. New York: Prentice Hall, Inc, 1996.
- [38] DI TARANTO, R. A. **A blade-vibration-damping Device – Its Testing and a Preliminary Theory of its Operation**. *Applied Mechanics*, vol. 25, pp. 21, 1958.
- [39] EHRICH, F. F. **Handbook of Rotordynamics**. New York: McGraw-Hill, 1992.
- [29] ESPÍNDOLA, J. J.; BAVASTRI, C. A. **Reduction of Vibrations in Complex Structures With Viscoelastic Dynamic Vibration Absorbers, or**

- Neutralizers.** In: X International Symposium on Dynamic Problems of Mechanics (DINAME), 2003. Ubatuba-SP, Brasil. Anais, 2003.
- [30] ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA, H. P. **Modal Reduction of Vibration by Dynamic Neutralizers: A General Approach.** In: 10th International Modal Analysis Conference, San Diego, California, pp. 1367-1373, 1992.
- [31] ESPÍNDOLA, J. J.; SILVA NETO, J. M.; LOPES, E. M. O. **A generalised fractional derivative approach to viscoelastic material properties measurement.** *Applied Mathematics and Computation*, vol. 164, pp. 493–506, 2005.
- [32] ESPÍNDOLA, J. J. **Projeto de Isoladores Aeronáuticos.** Relatório final à Fundação Banco do Brasil, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis (UFSC), Brasil, 1990.
- [33] EWINS, D. J. **Modal Testing Theory and Practice.** England: Research Studies Press.1984.
- [34] FERRY, J. D. **Viscoelastic Properties of Polymers.** New York: John Wiley e Sons, 1980.
- [35] FREITAS, T. F.; STEFFEN Jr, V. **Atenuação de Vibrações em Sistemas Mecânicos e Mecatrônicos Usando Técnicas Passivas.** In: Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica (CREEM), 2004. Nova Friburgo-RJ, Brasil. Anais, 2004.
- [36] GUIRÃO, P. H. F.; NASCIMENTO, L. P. **Dinâmica de Rotores com Mancais Magnéticos Ativos Mecânicos.** In: Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica (CREEM), 2004. Nova Friburgo-RJ, Brasil. Anais, 2004.
- [37] HAGOOD, N. W.; A. VOM FLOTOW. **Damping of Structural Vibrations with Piezoelectric Materials and Passive Electrical Networks.** *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 146(2), pp. 243-268, 1991.

- [38] HALLIWELL, N. A. **The laser torsional vibrometer: a step forward in rotating machinery diagnostics.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 190, pp. 399-418, 1996.
- [39] HAN, R. S. **Design of Lanchester Damper for Elimination of Metal-cutting Chatter.** ASME, vol. 73, pp. 331, 1951.
- [40] HUANG, D. G. **Characteristics of torsional vibrations of a shaft with unbalance.** *Journal of Sound and Vibration*, disponível on line em 30 de maio, 2007.
- [41] ISO 10112:1991, **Damping Materials – Graphical Presentation of the Complex Modulus.** ISO, 1991.
- [42] JONES, D. I. G. **A Reduced-Temperature Nomogram for characterization of Damping Material Behavior.** *Shock and Vibration Bulletin*, vol. 48, n. 2, pp. 13-22, 1978.
- [43] KHATER, E. **Acelerômetro angular com circuito embarcado.** Dissertação de mestrado, Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Rio de Janeiro, Brasil, 1992.
- [44] KHATER, E.; NÓBREGA, E. G. O.; NETTO, M. L. A. **Controle Ativo de vibração torcional em máquinas rotativas.** In: V Simpósio Brasileiro de Redes Neurais, pp. 195-198, Anais, 1998.
- [45] KHATER, E.; NÓBREGA, E. G. O.; NETTO, M. L. A. **Controle Ativo de vibração torcional em sistemas acionados por motores de corrente contínua.** In: IV Congresso de Engenharia Mecânica Norte-Nordeste (CEM-NNE/96), pp. 583-588, Anais, 1996.
- [46] KHATER, E. **Controle Ativo de vibração torcional em sistemas rotativos usando redes neurais multicamadas.** Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Campinas, Brasil, 1998.

- [47] KHATER, E. **Diagnóstico de Falha em máquinas Rotativas através da Análise da Vibração Torcional**. In: I EMAN/FUNREI (I Encontro de Manutenção da FUNREI), 1999. São João Del Rei, Brasil. Anais, 1999.
- [48] KORENEV, B. G.; REZNIKOV, L. M. **Dynamic Vibration Absorbers**. Singapore: John Wiley & Sons, 1993.
- [49] KOSER, K.; PASIN, F. **Torsional vibrations of the drive shafts of mechanisms**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 199, pp. 559-565, 1997.
- [50] LALANNE, M.; FERRARIS, G. **Rotordynamics Prediction in Engineering**. New York: John Wiley & Sons Inc. 1990.
- [51] LAZAN, B. J. **Damping of Materials and Members in Structural Mechanics**. Oxford: Pergamon Press, 1968.
- [52] LEE, C. K.; MOON, F. C. **Laminated piezopolymer plates for torsion and bending sensors and actuators**. *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 85, n. 6, pp.2432-2439, 1989.
- [53] LOPES, E. M. O.; BAVASTRI, C. A.; ESPÍNDOLA, J. J.; NETO, J. M. S.. **Caracterização Dinâmica Integrada de Elastômeros por Derivadas Generalizadas**. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM), 2007. Recife-PE, Brasil. Anais, 2007.
- [54] MAKRIS, N. **Three-dimensional constitutive viscoelastic laws with fractional order time derivatives**. *Journal of Rheology*, vol. 41, n. 5, p. 1007-1020, 1997.
- [55] MEIROVICH, L. **Elements of Vibration Analysis**. New York: McGraw-Hill, 1986.
- [56] MILES, T. J.; LUCAS, M.; HALLIWELL, N. A.; ROTHBERG, S. J. **Torsional and bending vibration measurement on rotors using laser technology**. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 226, pp. 441-467, 1999.
- [57] NASHIF, A. D.; JONES, D. I. G.; HENDERSON, J. P. **Vibration Damping**. New York : John Wiley & Sons, 1985.

- [58] NAYFEH, S. A.; VARANASI, K. K. **A model for the damping of torsional vibration in thin-walled tubes with constrained viscoelastic layers.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 278, pp. 825-846, 2004.
- [59] ORMONDROYD, J.; DEN HARTOG, J.P. **The Theory of Dynamic Vibration Absorbers.** *Journal of Applied Mechanics*, Trans. ASME, vol. 49: pp. A9-A22, 1928.
- [60] PRITZ, T. **Analisis of four-parameter Fractional Derivate Model of Real Solid Materials,** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 195, pp. 103-115, 1996.
- [61] SAIGO, M.; TANAKA, N. **Torsional vibration suppression by wave absorption controller.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 295, pp. 317-330, 2006.
- [62] SILVA, C. T. **Projeto e Localização Ótimos de Sistemas de Neutralizadores Dinâmicos Viscoelásticos Usando Algoritmos Genéticos.** Dissertação de mestrado, Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR), Paraná, Brasil, 2005.
- [63] SILVA, H. P. **Controle Modal de Vibrações por Neutralizadores Dinâmicos: Uma Abordagem Generalizada.** Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), Santa Catarina, Brasil, 1991.
- [64] NEVES DA SILVA, J. **Vibrações Mecânicas geradas por máquinas alternativas – Diagnóstico e soluções para atenuar.** [online] Disponível na Internet via WWW. URL: <http://www.ipa.univ.pt/Eventos/SI2004-II/PDF/NSilva>. Julho, 2005. Documento acessado em 16 de setembro de 2007.
- [65] SNOWDON, J. C. **Vibration and Shock in Damped Mechanical Systems.** New York: John Wiley & Sons Inc., 1968.

- [66] SPEARRITT, D. J.; ASOKANTHAN, S. F. **Torsional vibration control of a flexible beam using laminated PVDF actuators.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 193, pp. 941-956, 1996.
- [67] STEFFEN JR, V. ; SIMÕES, R. C; DER HAGOPIAN, J; MAHFOUD, J. **Modal Active Vibration Control of a Rotor Using Piezoelectric Stack Actuators.** *Journal of Vibration and Control*, vol. 13, pp. 45-64, 2007.
- [68] TEIXEIRA, B. R.; RIOS JÚNIOR, G. E.; KATHER, E. **Análise Comparativa de Técnicas de Controle de Manipuladores.** In: Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica (CREEM), 2004. Nova Friburgo-RJ, Brasil. Anais, 2004.
- [69] THEARLE, E. L. **A New Type of Dynamic Balancing Machine.** ASME, vol. 54, pp. 131-141, 1932.
- [70] THOMSON, W. T. **Teoria da Vibração com aplicações.** Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- [71] TUFEKCI, E.; DOGRUER, O. Y. **Out-of-plane free vibration of a circular arch with uniform cross-section: Exact solution.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 291, pp. 525-538, 2005.
- [72] WALKER, D. N. **Torsional Vibration of Turbomachinery.** New York: McGraw-Hill, 2004.
- [73] WU, J. **Torsional vibration analyses of a damped shafting system using tapered shaft element.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 306, pp. 946-954, 2007.
- [74] WU, J.; CHEN Y. Z. **Torsional vibration analysis of gear-branched systems by Finite Element Method.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 240, pp. 159-182, 2001.
- [75] YE, S.; WILLIAMS, K. A. **Torsional friction damper optimization.** *Journal of Sound and Vibration*, vol. 294, pp. 529-546, 2006.

- [76] YIN, R. K. **Case Study Research Design and Methods**. Beverly Hills: Sage Publishing, 1989.
- [77] YOUNG, D. **Theory of Dynamic Absorbers for Beams**. Proceeding of First U.S. National Congress of Applied Mechanics, pp. 91-96, 1952.
- [78] YUAN, Z.; CHU, F.; LIN Y. **External and internal coupling effects of rotor's bending and torsional vibrations under unbalances**. Journal of Sound and Vibration, vol. 299, pp. 339-347, 2006.

APÊNDICE A – METODOLOGIA E MATERIAIS UTILIZADOS

A.1 Seleção do Método

Segundo YIN (1989) existem cinco formas básicas de pesquisa que podem ser utilizadas para desenvolver um trabalho: o experimento, a observação (*Survey*), a análise de arquivos, a análise histórica e o estudo de caso.

A Tabela A.1 apresenta as condições em cada uma das colunas e como elas se relacionam com as cinco principais estratégias de pesquisa.

Tabela A.1 - Situações relevantes para diferentes estratégias de pesquisa
Adaptado: YIN, 1989, p.17

Estratégia	Forma da Pergunta de pesquisa	Controle sobre o comportamento dos eventos
Experimento	Como? Por quê?	Sim
Observação (<i>Survey</i>)	Quem? Onde? O que? Quantos?	Não
Análise de Arquivos	Quem? Onde? O que? Quantos?	Não
Análise Histórica	Como? Por quê?	Não
Estudo de Caso	Como? Por quê?	Não

Observando-se as perguntas de pesquisa anteriormente apresentadas: Como? Quando? e Por quê? Determina-se a maneira mais adequada para conduzir um projeto.

A estratégia *experimento* é mais adequada quando se trata de um fenômeno em que se deseja entender o “como” ocorre e “por que” ocorre.

O objetivo principal desse trabalho é obter uma metodologia de projeto que permita o controle ótimo de vibração torcional, assim será necessário entender o como e por que ocorre o fenômeno da vibração torcional para poder controlá-lo de maneira eficiente. Percebe-se que a estratégia *experimento* é mais adequada para este trabalho.

Para realizar essas tarefas, foram realizadas diversas etapas que serão descritas abaixo.

A.2 Fases do projeto

As fases seguidas durante o desenvolvimento do projeto para conseguir o resultado esperado são:

A – Revisão Bibliográfica (Estudo do estado da arte);

Os principais pontos pesquisados foram:

- Neutralizadores dinâmicos
- Materiais viscoelásticos.
- NDV's
- Controle Vibração em rotores
- Controle Vibração torcional
- Controle Vibração Torcional usando NDV's
- Problemas de vibrações torcional

B – Fundamentação Teórica;

Buscou-se fazer uma revisão dos assuntos e formulações matemáticas relevantes para a obtenção do objetivo final. Os principais pontos que foram contemplados na revisão da bibliografia são:

- Materiais Viscoelásticos
- Neutralizadores Dinâmicos
- Fundamentação matemática

➤ Sistema primário

Caracterização matemática e obtenção da função resposta em frequência FRF.

➤ Sistema composto

Aqui é feita a análise do sistema de múltiplos graus de liberdade (sistema primário + neutralizador dinâmico) mostrando o equacionamento para obter a função resposta em frequência (FRF) otimizada;

- Parâmetros equivalentes generalizados;
- Técnicas de otimização (TPF – Técnica dos Pontos Fixos e TONL – Técnica de Otimização Não Linear)
- Função objetivo - $f_{obj}(x)$ - e vetor projeto
- Dinâmica de rotores (vibração torcional).

Neste item serão abordados assuntos relativos à vibração torcional:

- Fundamentos da Mecânica do Contínuo
(Equação do Movimento)
- Matrizes de Inércia e Rigidez elementares
- Modelos de análise de vibração torcional de rotores
(Matriz de Inércia Global e Matriz de Rigidez Global)

C – Exemplo numérico;

Neste item, após a revisão bibliográfica e formulações matemáticas necessárias deve-se fazer uma aplicação dos conceitos e implementação em Matlab do cálculo das frequências naturais e FRF's. Assim será possível verificar se o modelo adotado está coerente com os fenômenos reais.

D – Definição do sistema a ser analisado

Respeitando as características do servomotor e do conversor de frequência utilizados no experimento (faixa de operação – frequências) será projetado um sistema eixo+rotor que atenda essas características de modo que seja possível um melhor controle das medições realizadas.

E – Validação do código LAVIB e método de medição

Ajustar o programa Matlab com os valores reais obtidos em laboratório e correções no código Labview utilizado para a aquisição de dados.

Para essa tarefa as atividades são:

- Estudo de método para medições de vibrações torcionais;

EWINS (1984) propõe um método de medição utilizando dois acelerômetros fixos ao eixo por meio de um suporte específico para tal finalidade. Esta técnica será utilizada e implementada em Labview para o código LAVIB (Laboratório de Vibrações - UTFPR) de aquisição de dados.

- Medições experimentais;

A excitação do movimento oscilatório torcional será obtida utilizando um servomotor controlado por um inversor de frequência acoplado ao sistema

físico em análise (rotor + eixo) por meio de um acoplamento elástico. O conversor permitirá variar a frequência de excitação na faixa de 0 a 75Hz.

O sinal da resposta do sistema será coletado utilizando o método de medição proposto por EWINS (1984) descrito acima.

- Análise dos dados coletados;

F – Definição da função objetivo a ser minimizada;

O projeto ótimo do neutralizador consistirá em determinar os parâmetros físicos ótimos que minimizam a resposta vibratória do sistema primário utilizando TONL. Para tal será utilizado o algoritmo geral desenvolvido pelo LAVIB.

G – Obtenção dos parâmetros modais para do sistema primário (eixo + rotor);

Utilizando o aplicativo (código) desenvolvido no programa Matlab desenvolvido serão determinadas os parâmetros modais do sistema em análise e definidas as características do neutralizador como massa e características do material viscoelástico a ser utilizado.

H – Definição das propriedades (parâmetros e nomogramas) do material viscoelástico

I – Construção do neutralizador dinâmico e avaliação de eficiência;

Nesta atividade será feito o projeto físico do neutralizador para a fabricação, determinando-se a geometria, materiais e dimensões.

Com o protótipo do neutralizador será feito um novo ensaio utilizando o código LAVIB para o sistema eixo-rotor adotado: primeiro aciona-se o sistema sem o neutralizador e mede-se a resposta vibratória; em seguida adiciona-se o neutralizador ao sistema montando-o em posição pré-determinada ao longo do comprimento do eixo, aciona-se o sistema e mede-se a nova resposta vibratória. As medições serão analisadas e tabuladas para confrontação com os resultados teóricos obtidos.

J – Elaboração do texto da dissertação;

Esta atividade será feita em paralelo como todas as demais, sendo feitas as correções necessárias depois das avaliações intermediárias.

A.3 Materiais Utilizados

Os principais recursos necessários para este projeto são:

- Bancada de vibrações existente no LAVIB para montar eixo, mancais, rotores e servomotor (Figura A.1);

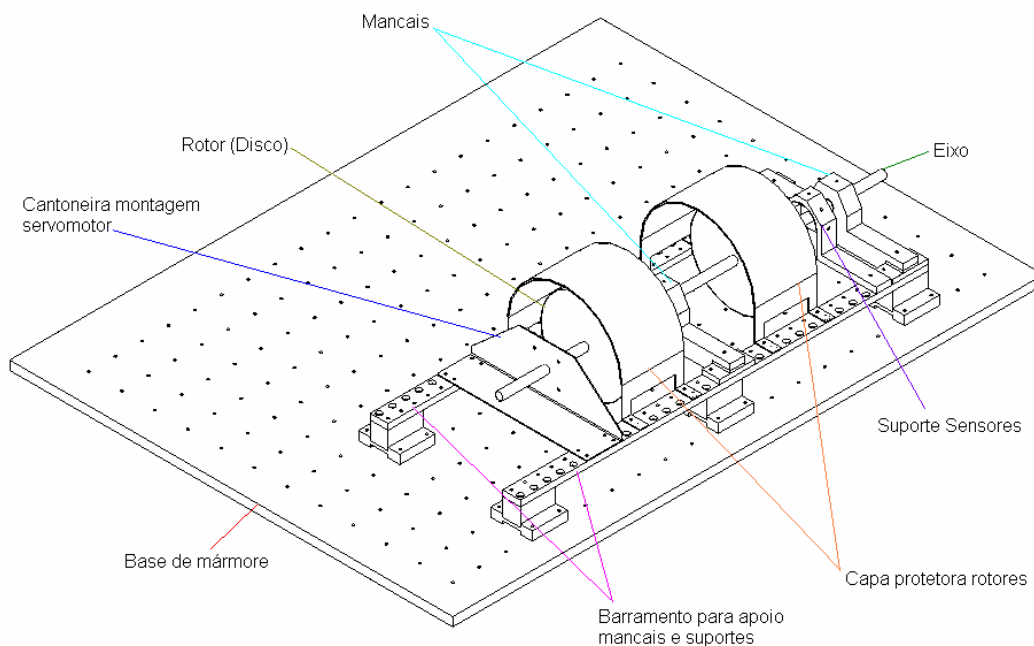


Figura A.1 – Esquema da bancada para análise dinâmica de rotores LAVIB-UTFPR

- Servomotor SEW modelo CM71S para simular movimento angular alternado (Figura A.2);

O servomotor é uma máquina síncrona na qual o estator é bobinado como no motor elétrico convencional, porém, apesar de utilizar alimentação trifásica, não pode ser ligado diretamente à rede, pois utiliza uma bobinagem especialmente confeccionada para proporcionar alta dinâmica ao sistema. O rotor é composto por ímãs permanentes dispostos linearmente e um gerador de sinais (*resolver*) instalado para fornecer sinais de velocidade e posição.

O *resolver* é um gerador de sinais analógicos que fornece ao servoconversor condição de avaliar velocidade e posicionamento do servomotor.

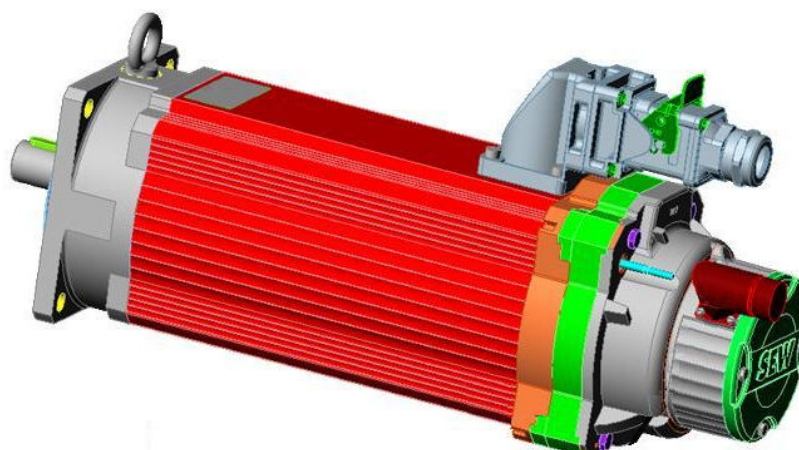


Figura A.2 – Servomotor (fonte: catálogo SEW 2007)

Observando o diagrama (Anexo A) obtém-se a informação de que o modelo do servomotor CM71S utilizado pode trabalhar a rotações de 0 à 4500rpm (0 a 75Hz) e pode fornecer um torque de 16,5 à 6,4 N.m. Uma vez que a carga sobre o servomotor corresponde apenas à inércia do disco montado sobre o eixo será possível excitar o sistema em toda a faixa de operação do servomotor.

Com o motor adotado pode-se excitar o sistema considerado no seu primeiro modo torcional.

- Conversor de frequência para controle do servomotor (Figura A.3);

Conversor de frequência é um equipamento eletrônico que tem por objetivo variar a velocidade de motores elétricos trifásicos.

Proporciona a partida suave dos motores com rampas ajustáveis, modulam a rotação do motor, controlam seu torque e tem possibilidade de controle de posicionamento (através de sensor de realimentação) (fonte: www.sew.com.br).



Figura A.3 – Conversor de freqüência para controle do servomotor
(fonte: catálogo SEW 2007)

No anexo B tem-se a tabela que fornece informações a respeito da corrente de trabalho máxima do conversor e também valores de torque na saída do motor em regime de trabalho dinâmico (partidas e paradas intermitentes), característica importante para a simulação de vibrações torcionais.

- Suporte para motor;

Cantoneira fabricada em aço carbono ABNT 1020 espessura 3,0mm com configuração para proporcionar elevada rigidez torcional (Figura A.4).

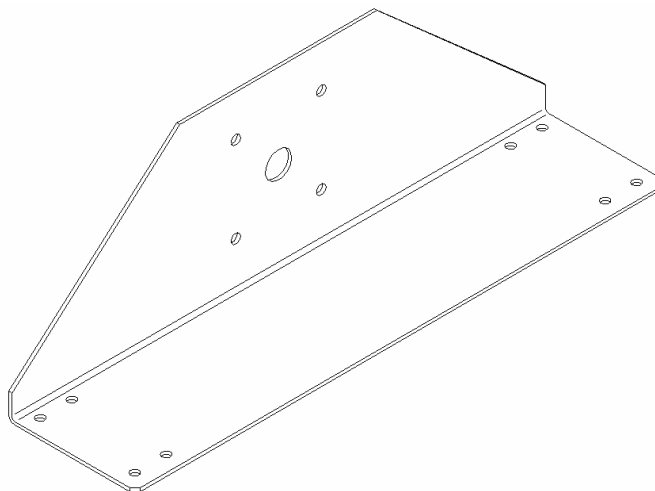


Figura A.4 – Cantoneira para montar servomotor na bancada.

- Acoplamento elástico para união eixo-motor (ver anexo C);

Para as dimensões do eixo do motor e do eixo da bancada o acoplamento a ser utilizado é o GS-67, marca Dagross.

- Eixo cilíndrico de aço ABNT 1020;

O eixo utilizado possui comprimento de 1000mm e diâmetro 25mm;

- Mancais;
- Itens de fixação;
- Acelerômetros (2x);

Marca PCB Piezotronics, modelo 352C68, sensibilidade $10,2\text{mV}/(\text{m}/\text{s}^2)$;

- Fonte amplificadora de sinal;
- Marca PCB Piezotronics 480C02;

- Sistema de aquisição de dados;

Marca National Instruments NI SCXI-1000 c/ placa para acelerômetros NI SCXI-1531, 120VAC, 0.5A.

- Placa de aquisição de dados;

Marca National Instruments DAQCard-6062E, 340mA, 5V.

- Martelo Piezoelétrico para criar excitações sem utilizar o servomotor;

Marca PCB Piezotronics, modelo 086C02, sensibilidade $1.1\text{mV}/\text{N}$;

- Adesivo instantâneo a base de éster de cianoacrilato;
- Transformador de tensão 220VAC para 380VAC para acionamento do servomotor;
- Suportes para acelerômetros. Trata-se de um espaçador para a fixação dos acelerômetros a uma distância conhecida da linha de centro do eixo (Figura A.5).

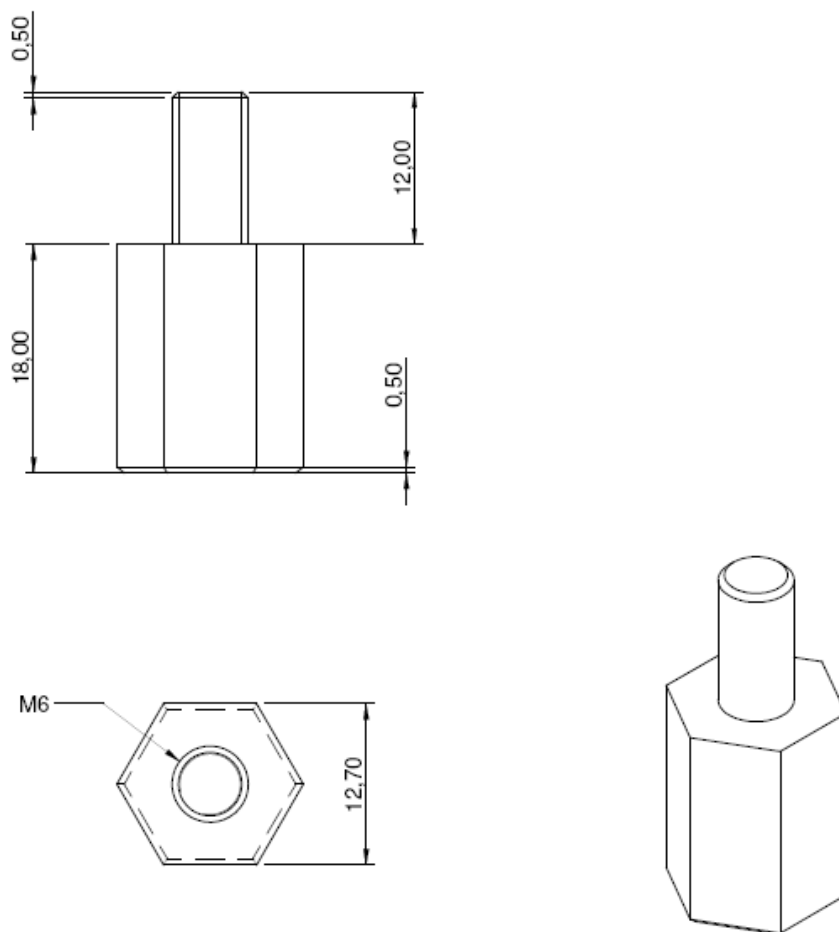


Figura A.5 – Suportes utilizados para montar os acelerômetros / gerar excitação com martelo piezoelétrico.

Para efetuar a aquisição tornaram-se necessárias, a utilização de um sistema de aquisição de dados computacional (LABVIEW) que possibilite coletar e interpretar gráfica e numericamente os dados obtidos.

Também foram necessários um laptop com software LABVIEW para rodar o código LAVIB, cabos para a transmissão dos sinais dos acelerômetros e cabo para conexão sistema de aquisição-laptop.

Além dos materiais listados acima serão necessários no momento de verificar a eficiência do dispositivo de controle projetado prototipá-lo surgindo então a necessidade de um material viscoelástico adequado.

APÊNDICE B – CÓDIGO MATLAB PARA ANÁLISE DE VIBRAÇÕES TORCIONAIS

```
% ANALISE DE VIBRAÇOES TORCIONAIS
```

```
% Aluno: Estevan R. Ceccon - 06/2008
```

```
% Prof.: Carlos A. Bavastri
```

```
clc
```

```
clear
```

```
disp('Análise de Vibrações Torcionais');
```

```
% Dados do EIXO
```

```
L=1; % Comprimento do eixo [m]
```

```
d=[0.025]; % Diametro eixo [m] - Escalonamentos
```

```
ps=[1]; % Posição final dos escalonamentos [m] - para eixo liso ps=L
```

```
Rho_e= 7850; % Densidade do eixo [kg/m3]
```

```
nu=0.3; % Poisson
```

```
E=210e9; % Modulo de Elasticidade [Pa]
```

```
% Dados do DISCO
```

```
ND=8; % Numero de discos
```

```
D= [0.0565, 0.280, 0.280, 0.080, 0.080, 0.280, 0.080, 0.280]; % Diametro  
Disco [mm]
```

```
esp_d=[0.062, 0.009, 0.009, 0.010, 0.010, 0.009, 0.010, 0.010]; % Espessura  
do eixo [mm]
```

```
Rho_d=[7850, 2700, 2700, 7850, 7850, 2700, 7850, 7850]; % Densidade  
do eixo [kg/m3]
```

```
pd= [0.001, 0.100, 0.220, 0.350, 0.600, 0.780, 0.920, 0.95]; % Posição do disco  
sobre o eixo [m]
```

```
% Discretização do Sistema Eixo-Disco-Acoplamento
```

```
V_MAIOR=6; % No. de divisoes trecho maior
```

```
V_MENOR=2; % No. de divisoes trecho menor
```

```
% Dados Dos Mancais
```

```
NC=2; % No. de mancais
```

```
x_m1=[0.160]; % Posição primeiro mancal [m]
```

```
x_m2=[0.850]; % Posição segundo mancal [m]
```

```
pc=[x_m1,x_m2];
```

```
% Preparação inicial dos dados
```

```

Ge=E/(2*(1+nu));
R1=d/2;          %Raio do eixo
R2=D/2;          %Raio do disco

% LOCALIZAÇÃO DOS VAOS

pp=[ps,pd,pc];
% ps: posicao Escalonamentos
% pc: no nos finais (Mancais)
% pd: posicao do disco

pp=sort(pp);      % coloca em ordem crescente o vetor pp

c=1;
for ii=1:length(pp)-1
    if pp(ii)~=pp(ii+1) % ~= : diferente , ele faz isso pq quando forma o pp tem um
        pontos em comum entre ps,pd,pc
            c=c+1;
            p(c)=pp(ii); % pega as posicoes dos nos
        end
    end
end

if pp(length(pp))~=p(length(p))
    p=[p,pp(length(pp))]; % caso o ultimo termo do novo vetor p seja diferente do
        ultimo termo do vetor pp, ele acrescenta o ultimo
        % termo de pp em p
end

if p(1)~=0
    p=[0,p];
end % ele obriga o primeiro termo a ser 0 e com isso acrescenta mais
    um valor ao vetor p, ele nao substitui o
    % primeiro termo, so acrescenta o 0

if p(length(p))~=L
    p=[p,L];
end % mesma coisa que no if anterior, so que aqui ele
    faz o ultimo termo ser L

for ii= 2:length(p) % eh a partir de 2 pq nao tem pp(0)
    TAM_VAOS(ii-1)=p(ii)-p(ii-1); %tendo a posicao dos dois nos e
        subtraindo elas, tem-se a distancia entre eles
end

II=find(TAM_VAOS==max(TAM_VAOS));
for ii=1:(length(p)-1)
    if ii==II
        n(ii)=V_MAIOR; %quando temos o ponto com maior vao o
    end
    n(ii) passa a ser = ao v_maior
end
else
end

```

```

        n(ii)=V_MENOR;                %no demais, eles sao = ao v_menor
    end
    dely(ii)=(p(ii+1)-p(ii))/n(ii);   %cria o dely que eh usado para fazer as
matrizes, isto eh o dy
end

if ps(length(ps))~=L
    ps=[ps,L];
end

% LOCALIZAÇÃO DOS NOS DO SISTEMA

Y=[0];
for kk=1:length(p)-1
    Y=[Y,p(kk)+dely(kk):dely(kk):p(kk+1)];
end

% PROPRIEDADES DAS SEÇÕES TRANVERSAIS DOS EIXOS

c=1;
SS=pi*d(1)^2/4;                    %d(1): diametro do eixo
Ilp=(Rho_e*pi*(d(1)/2)^4)/2;

JJ=Ilp/Rho_e(1);                  % Momento polar de inercia: J=I/rho

GG=E/(2*(1+nu(1)));               % Modulo de cisalhamento: G=E/(2*(1+nu))

J=JJ*ones(1,n(1));
S=SS*ones(1,n(1));
lp=Ilp*ones(1,n(1));
G=GG*ones(1,n(1));

for ii=2:(length(p)-1)
    if p(ii)==ps(c)
        c=c+1;
        SS=pi*d(c)^2/4;
        Ilp=(Rho_e*pi*(d(c)/2)^4)/2;
        JJ=Ilp/Rho_e(c);
        GG=E/(2*(1+nu));
    end
    S=[S,SS*ones(1,n(ii))];
    lp=[lp,Ilp*ones(1,n(ii))];
    J=[J,JJ*ones(1,n(ii))];
    G=[G,GG*ones(1,n(ii))];
end

disp('PROPRIEDADES DAS SEÇÕES TRANVERSAIS DOS EIXOS:')
disp('Areas dos elementos:')
disp(S)

```



```

disp('Inercia dos elementos:')
disp(lp)

% Propriedades dos discos

for j=1:length(ps)
    for k=1:length(pd)
        if pd(k)<=ps(j)                                % se for maior, então será feito
com o proximo acoplamento
            Md(k)=pi*(R2(k).^2-R1(j).^2).*esp_d(k)*Rho_d(k);        % massa do disco =
volume * densidade
            ldx(k)=Md(k)/2.*((R1(j).^2+R2(k).^2));                % momento de inércia em
x
        end
    end
end

%-----

% MONTAGEM DAS MATRIZES M, K

m=n(1);

dim=(1*sum(n)+1);    % No. de GL * No. de nos

M=zeros(dim);
C=zeros(dim);
K=zeros(dim);

% MATRIZ DE INERCIA

c=1;

for r=1:sum(n);
    if r <= m
        dy=dely(c);
    else
        c=c+1;
        m=m+n(c);
        dy=dely(c);
    end

M(1*(r-1)+1:1*(r-1)+2,1*(r-1)+1:1*(r-1)+2) = M(1*(r-1)+1:1*(r-1)+2,1*(r-1)+1:1*(r-
1)+2)+ ...
                    (lp(r)*dy)/(6)*[2,1;1,2];
                    % so esta considerando 01 diamentro do eixo;
caso exista escalonamento fazer d(r)
end

```

```

m=0;
for ii=1:length(pd) %m eh uma posicao que ele acha
para pegar os dados da matriz / Esse loop esta encarregado de colocar as massas
dos discos na matriz de massa global
    m=find(abs(Y-pd(ii))==0); %Y sao as posicoes dos nos
entre 0 e 1 m ; pd(ii) eh a posicao do disco Y vem de calc_aux / isso serve para
encontrar os nos que tem discos.
    M(1*m,1*m)=M(1*m,1*m)+Idx(ii); % Acrescenta o valor das
massa e inercias do disco.
end

Idxa=0;
for ii=1:length(pa) % m eh uma posicao que ele acha
para pegar os dados da matriz / Esse loop esta encarregado de colocar as massas
dos discos na matriz de massa global
    m=find(abs(Y-pa(ii))==0); % Y sao as posicoes dos nos
entre 0 e 1 m ; pd(ii) eh a posicao do disco Y vem de calc_aux / isso serve para
encontrar os nos que tem discos.
    M(1*m,1*m)=M(1*m,1*m)+Idxa(ii); % Acrescenta o valor das
massa e inercias do disco.
end

disp('Matriz de inercia:')
disp(M)

% MATRIZ DE RIGIDEZ

c=1;
m=n(1);
for r=1:sum(n);
    if r <= m
        dy=dely(c);
    else
        c=c+1;
        m=m+n(c);
        dy=dely(c);
    end

    K(1*(r-1)+1:1*(r-1)+2,1*(r-1)+1:1*(r-1)+2) = K(1*(r-1)+1:1*(r-1)+2,1*(r-1)+1:1*(r-1)+2)
+ ...
        G(r)*J(r)/dy*[1,-1;-1,1];

end

disp('Matriz de rigidez:')
disp(K)

% Problema de autovalores

```

```

[F,Lbd]=eig(K,M);          % F matriz de autovetores nao ortonormalizados (matriz
modal)
                        % L matriz espectral

% F=Fi(2:dim,2:dim);      % Suprimindo modo de corpo rigido
% Lbd=Lbda(2:dim,2:dim); % Suprimindo modo de corpo rigido

disp('Matriz modal - F')
disp(F)

disp('Autovalores - Lbd')
disp(Lbd)

Mr = F'*M*F;           % Massa Modal
Kr = F'*K*F;           % Rigidez Modal

% Ortonormalizacao de F atraves da matriz de massa

for v=1:dim
    F(:,v) = F(:,v)/ Mr(v,v)^0.5;
end
disp('F ortonormalizada:')
disp(F)

% Teste ortonormalizacao

disp('Teste ortonormalizacao')
mr = F'*M*F
kr = F'*K*F

% Frequencias naturais

frad=sqrt(diag(Lbd));
disp('Frequencias naturais - rad:')
disp(frad)

fn=sqrt(diag(Lbd))/2/pi;
disp('Frequencias naturais - Hz:')
disp(fn)

% MATRIZ DE AMORTECIMENTO
% Considerado amortecimento viscoso proporcional

alf=0.8;                % Coeficiente de proporcionalidade
C=alf*M;
disp('Matriz de amortecimento:')
disp(C)

% Relacao de amortecimento

```

```

Cr= F.*C*F;
ksi= (diag(Cr))./(2*diag(Lbd));
disp('Relação de amortecimento - ksi:')
disp(ksi)

for i=2:length(Cr)-1
    for j=2:length(Cr)-1
        if i==j
            ksi(i-1)=Cr(i,j)/(2*Lbd(i,j));
        end
    end
end

disp('Relação de amortecimento - ksi sem modo de corpo rigido:')
disp(ksi')

% RESPOSTA EM FREQUENCIA
% Inertancia - Modelo Viscoso Proporcional

Fi=F(1:dim,2:dim);      % Suprimindo modo de corpo rigido

N=1000;
Omax=500;
Domega=Omax/N;
omega=0:Domega:Omax;

frad1=sqrt(diag(Lbd));
frad=frad1(2:dim);

%-----
k=1;          % Ponto de excitação
j=26;        % Ponto de medição
alfa1=0;
for o=1:length(omega)
    alfa=0;
    for r=1:dim-1
        alfa=alfa+(Fi(r,k)*Fi(r,j)/(-
frad(r)*frad(r)+omega(o)*omega(o)+i*2*ksi(r)*frad(r)*omega(o)));
    end
    alfa1(o)=alfa;
end

figure(1)
plot((omega/(2*pi)),20*log10(abs(alfa1)))
grid on
title('Inertancia p/ i=1, j=26 - Modelo Viscoso Proporcional')

% Resposta Torcional

```

```

s=F(1:dim,2:dim);
h=L/length(s);
dl(1)=0;
for i=2:length(s)
    dl(i)=dl(i-1)+h;
end

w=s';
for u=1:1          % modo a plotar
    for v=1:length(s)
        ss(u,v)=w(u,v);
    end
end

figure(4)
plot(dl,ss)
grid on
title('Resposta torcional')

% *****
% ESQUEMA EIXO+ROTOR(ES)

figure(5)
hold on;          % cria uma janela de imagem

title('ROTOR')   % entitula a janela aberta

% Discos

for ii=1:length(pd) % traça os discos
    fill([pd(ii)-esp_d(ii)/2,pd(ii)+esp_d(ii)/2,...
         pd(ii)+esp_d(ii)/2,pd(ii)-esp_d(ii)/2], ...
         [D(ii)/2,D(ii)/2,-D(ii)/2,-D(ii)/2],'g')
end

% Mancais

for ii=1:length(pc) % traça os mancais
    fill([pc(ii)-0.020,pc(ii)+0.020,...
         pc(ii),pc(ii)], ...
         [-0.030,-0.030,0.030,0.030],'b')
end

% Eixo externo

if ps(1)~=0
    ps=[0,ps];
end          % insere zero no primeiro termo de p

```

```
if ps(length(ps))~=L
    ps=[ps,L];
end          % insere L no último termo de p

for ii=1:length(L)    % traça o eixo
    fill([ps(ii),ps(ii+1),ps(ii+1),ps(ii)],[-d(ii)/2,-d(ii)/2,d(ii)/2,d(ii)/2],'w')
end

plot(Y,zeros(1,length(Y)),'k .') % plota os nós

axis equal
xlabel('Y [m]')
ylabel('Z [m]')

hold off;
```

ANEXO A – CURVA CARACTERÍSTICA DO SERVOMOTOR UTILIZADO NO EXPERIMENTO

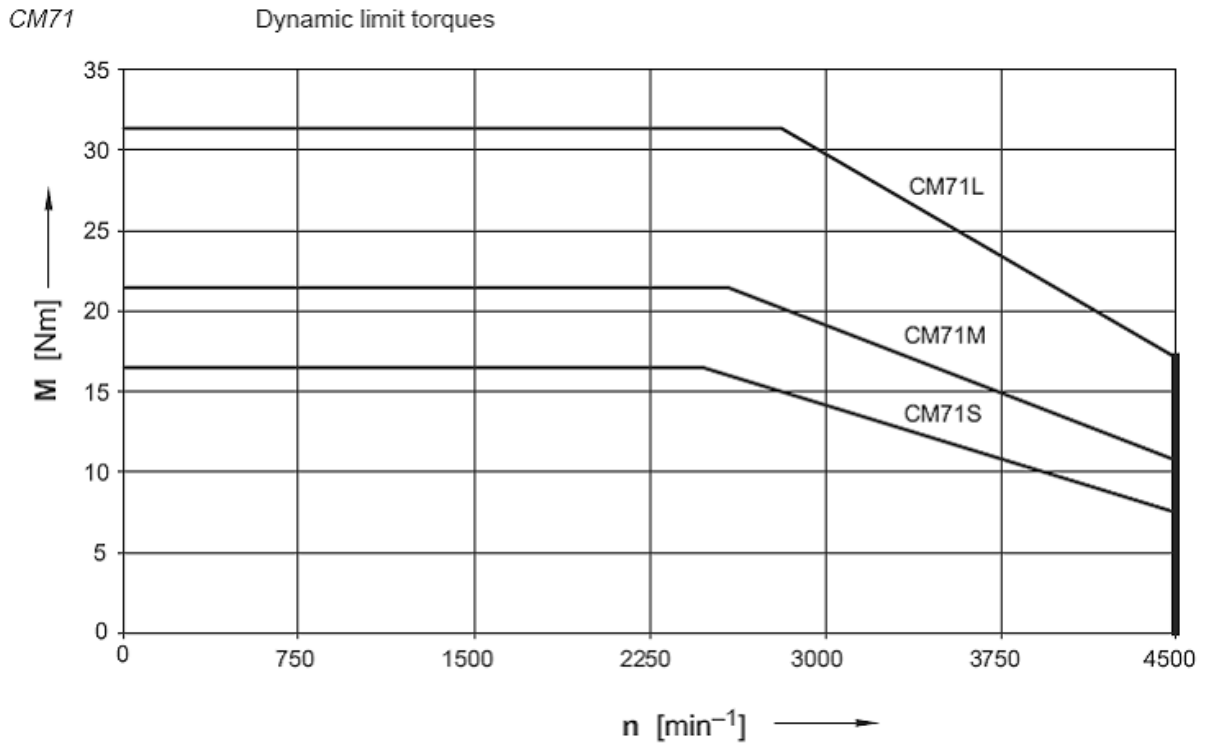


Figura A.6 – Curva característica do servomotor utilizado (fonte: catálogo SEW 2007)

ANEXO B – CARACTERÍSTICAS DO CONVERSOR DE FREQUÊNCIAS UTILIZADO NO EXPERIMENTO

Tabela B.2 – Características do conversor de frequência utilizado (fonte: catálogo SEW 2007)

Assignment to MOVIDRIVE® 0015 - 0300

n_N [min ⁻¹]	Motor	M _{max} [Nm]	MOVIDRIVE®												
			0015	0022	0037	0055	0075	0110	0150	0220	0300				
			7.3 [A]	8.6 [A]	14.5 [A]	22 [A]	29 [A]	42 [A]	54 [A]	80 [A]	95 [A]				
2000	CFM71S	M _{max}	12.9	14.6	16.5										
	CFM71M		13.1	15.1	21.4										
	CFM71L		14.0	16.3	25.6	31.3									
	CFM90S		13.8	16.2	26.8	38.0	39.6								
	CFM90M		13.1	15.4	25.8	38.2	48.1	52.0							
	CFM90L			15.8	26.6	40.0	51.9	70.9	74.9						
	CFM112S				28.3	42.7	55.1	74.7	81.9						
	CFM112M				27.4	41.6	54.6	76.8	94.4	108.0					
	CFM112L					41.7	55.0	79.2	100.2	139.3	156.8				
	CFM112H						56.6	82.2	105.5	153	177.9				
3000	DFS56M	M _{max}	3.8												
	DFS56L		7.6												
	CFM71S		9.1	10.6	15.8	16.5									
	CFM71M		9.3	10.9	17.2	21.5									
	CFM71L		9.4	11.0	18.2	25.8	31.0	31.4							
	CFM90S		9.5	11.2	18.7	27.7	35.1	39.5							
	CFM90M				18.1	27.2	35.3	48.4	52.2						
	CFM90L				17.9	27.1	35.5	50.5	63.1	75.2					
	CFM112S				18.8	28.7	37.7	53.4	66.3	81.9					
	CFM112M					29.1	38.4	55.3	69.9	97.0	108.0				
	CFM112L						40.6	58.9	75.4	108.8	125.9				
	CFM112H							58.4	75.3	111.1	131.1				
4500	CFM71S	M _{max}	6.4	7.5	12.1	16.3	16.5								
	CFM71M		6.3	7.4	12.2	17.4	21.0	21.4							
	CFM71L			7.2	12.1	17.9	22.8	29.9	31.3						
	CFM90S				12.6	19.0	24.8	34.4	39.6						
	CFM90M				12.1	18.3	24.1	34.3	42.8	52.0					
	CFM90L					17.7	23.4	33.7	42.9	61.4	70.5				
	CFM112S					20.0	26.5	38.2	48.6	68.3	77.7				
	CFM112M						24.8	36.1	46.3	67.4	78.5				
6000	CFM71S	M _{max}	4.7	5.6	9.2	13.2	15.9	16.6							
	CFM71M		5.0	5.9	9.9	14.6	18.2	21.4							
	CFM71L				9.6	14.5	18.7	25.6	30.3	31.4					
	CFM90S				10.2	15.4	20.1	28.5	35.3	39.4					
	CFM90M					12.9	17.0	24.5	31.2	44.3	50.6				
	CFM90L						17.9	25.9	33.1	48.3	56.5				

ANEXO C – INFORMAÇÕES DO ACOPLAMENTO ELÁSTICO

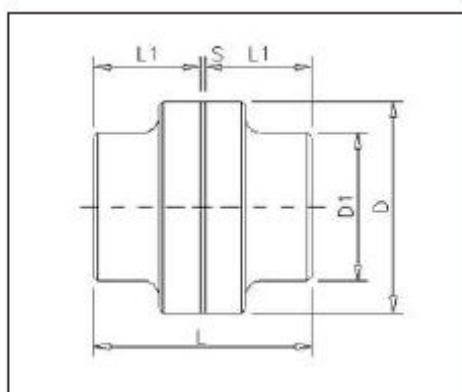


Figura C.7 – Acoplamento elástico para união eixo-motor (fonte: catálogo Dagross 2007)

Tabela C.3 – Dimensões do acoplamento elástico utilizado
(Fonte: www.dmcorrentes.com.br)

Modelo	D	D1	Furo	L	L1	Kg
GS-50	50	33	22	52	25	0,46
GS-67	67	46	30	62	30	0,95
GS-82	82	53	35	83	40	1,80
GS-97	97	68	45	103	50	3,50
GS-112	112	79	50	123	60	5,20
GS-128	128	90	60	143	70	8,00
GS-148	148	107	70	163	80	12,00
GS-168	168	124	80	183	90	19,00
GS-194	194	140	90	203	100	26,00
GS-214	214	157	100	224	110	35,50
GS-240	240	179	120	244	120	47
Obs. Furo - Diâmetro máximo permitido						

Para as dimensões do eixo do motor e do eixo da bancada o acoplamento utilizado é o GS-67, marca Dagross.