

## ESCOLA DE ENGENHARIA DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE ESTRUTURAS PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

# ANÁLISE NUMÉRICA DE ESTRUTURAS DE AÇO, CONCRETO E MISTAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

### RODRIGO BARRETO CALDAS

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenão do título de "Doutor em Engenharia de Estruturas".

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Hallal Fakury, UFMG Co-orientador: Prof. Dr. João Batista Marques de Sousa Jr., UFOP

> Belo Horizonte Outubro de 2008

## **Livros Grátis**

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

"Ainda que eu fale as línguas dos homens e dos anjos, se não tiver amor, serei como o sino que ressoa ou como o prato que retine.

Ainda que eu tenha o dom de profecia e saiba todos os mistérios e todo o conhecimento, e tenha uma fé capaz de mover montanhas, se não tiver amor, nada serei...

O amor é paciente, o amor é bondoso.

Não inveja, não se vangloria, não se orgulha.

Não maltrata, não procura seus interesses, não se ira facilmente, não guarda rancor.

O amor não se alegra com a injustiça, mas se alegra com a verdade.

Tudo sofre, tudo crê, tudo espera, tudo suporta..."

1 Coríntios 13

À minha esposa amada, Lucimar, sempre presente em todos os momentos, dedico este trabalho.

### **AGRADECIMENTOS**

"Como posso retribuir ao Senhor toda a sua bondade para comigo?"

Salmo 116:12

Aos meus queridos pais, Wellington e Lucia, que sempre me conduziram nos caminhos do amor e da justiça.

Às minhas irmãs Sielen e Juliana, pelo apoio e amizade.

À Vallourec & Mannesmann Tubes, pelo apoio financeiro, sem o qual seria impossível realizar este trabalho. Especialmente, ao engenheiro Afonso Henrique Mascarenhas de Araújo que tem realizado um valioso trabalho de incentivo à pesquisa e desenvolvimento do aço junto às universidades.

Aos professores Ricardo Hallal Fakury e João Batista Marques de Sousa Jr., pela orientação segura e lucidez com que conduziram este trabalho e, principalmente, pela amizade, confiança e apoio constantes.

Aos professores do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG: Edgar Carrasco, Estevam Las Casas, Fernando Amorim, Francisco Rodrigues, Gilson Queiroz, José Calixto, Ney Amorim e Roque Pitangueira

Ao pessoal do Departamento e do Programa de Pós-graduação em Engenharia de Estruturas da UFMG, especialmente à Fátima e Maria Inês.

# **SUMÁRIO**

LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	xvi
LISTA DE SÍMBOLOS	xviii
RESUMO	xxii
ABSTRACT	xxiii
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	
1.1 Motivação	
1.2 Objetivos deste Trabalho	1
1.3 Justificativa da Escolha do Tema	3
1.4 Organização deste Trabalho	3
1.4 Organização deste Trabanio	4
CAPÍTULO 2 CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	
2.1 Introdução	6
2.2 Fogo, Incêndio e Segurança	6
2.3 Características dos Incêndios	11
2.3.1 Descrição Geral e Modelagem do Comportamento	11
de Incêndios em Compartimentos	12
2.3.2 Incêndio Localizado ou Pré- <i>Flashover</i>	
2.3.3 Incêndio Pós- <i>Flashover</i>	18
2.3.3.1 Curvas Paramétricas	18
2.3.3.2 Curvas Nominais, TRRF e Tempo Equivalente	19
2.4 Ensaios Experimentais e o Comportamento de Estruturas Mistas em	20
Situação de Incêndio	
Situação do incendio	23

2.5 Projeto de Estruturas em Situação de Incêndio	29
2.6 Comportamento dos Materiais à Temperatura Elevada	33
2.6.1 Propriedades Termomecâncias do Aço Segundo o Eurocode	35
2.6.2 Propriedades Termomecânicas do Concreto Segundo o Eurocode	40
2.6.3 Propriedades Termomecânicas do Concreto de Baixa Densidade	
Segundo o Eurocode	46
2.6.4 Resistência à Tração do Concreto	47
2.6.5 Modelo de Han para a Relação Tensão-Deformação do Concreto em	
Seções Tubulares de Aço	49
2.6.6 Propriedades Termomecânicas do Concreto de Alta Resistência	.,
Segundo o Eurocode	51
2.6.7 Modelo de Schaumann para a Relação Tensão-Deformação de	
Concretos de Alta Resistência	52
2.6.8 Spalling do Concreto	53
2.6.9 Métodos e Materiais de Proteção contra Incêndio	58
2.7 Modelos Numéricos Desenvolvidos	62
2.7.1 Segurança Contra Incêndio e Modelos Numéricos no Brasil	67
CAPÍTULO 3 PLATAFORMA COMPUTACIONAL E METODOLOGIA	
3.1 Introdução	
3.2 Programa CSTM	71
3.2.1 Obtenção de Esforços em Seções Transversais Mistas de Aço e	72
Concreto	73
3.2.2 Obtenção de Superfícies de Interação em Seções Transversais	75
3.3 Aspectos Relevantes do Programa FEMOOP	76
3.3.1 Modelo de Elementos Finitos para Análise de Pilares Mistos	76
3.4 Metodologia de Desenvolvimento do Modelos Numéricos para Análise em	. 3
Situação de Incêndio	83

CAPÍTULO 4 MODELOS PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	
4.1 Introdução	85
4.2 Condução de Calor e Suas Condições de Contorno	90
4.3 Modelo Numérico para Condução de Calor com Base no Método das	
Diferenças Finitas	92
4.4 Modelo Numérico para Condução de Calor com Base no Método dos	
Elementos Finitos	96
4.5 Modelo Numérico para Radiação de Calor	101
4.6 Programa ANTRAC	102
4.7 Exemplos	103
4.7.1 Perfil Laminado com Proteção Tipo Contorno	103
4.7.2 Viga de Concreto	107
4.7.3 Pilar Misto Quadrado Preenchido com Concreto	109
4.7.4 Pilar Misto Circular Preenchido com Concreto	111
4.7.5 Pilar Misto Totalmente Envolvido com Concreto	112
4.7.6 Proteção tipo Caixa	114
4.7.7 Seção de Aço Tubular Circular	115
4.8 Conclusões	116
CAPÍTULO 5 MODELOS PARA SEÇÕES TRANSVERSAIS EM	
SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	
5.1 Considerações Iniciais e Introdução	117
5.2 Propriedades dos Materiais	121
5.3 Diagrama de Interação dos Esforços	123
5.4 Análise de Pilares	130
5.5 Exemplos	131
5.5.1 Seção Transversal Exposta ao Incêndio	131

5.5.2 Seção Transversal Parcialmente Exposta ao Incêndio	133
5.5.3 Seção Mista de Aço e Concreto	136
5.5.4 Pilar Aquecido em 4 Faces	138
5.5.5 Pilar Aquecido em 3 Faces	140
5.6 Conclusões	141
CAPÍTULO 6 MODELO DE ELEMENTO DE VIGA TRIDIMENSIONAL	
6.1 Introdução	143
6.2 Elemento de Viga Tridimensional	148
6.2.1 Grandes Rotações	148
6.2.2 Formulação Corrotacional	150
6.2.3 Matriz de Rigidez Local	157
6.3 Exemplos	158
6.3.1 Pilar de Aço	159
6.3.2 Viga de Aço	161
6.3.3 Viga de Concreto	162
6.3.4 Viga Mista de Aço e Concreto	164
6.3.5 Pórtico de Aço 3D	166
6.3.6 Pilar Misto Totalmente Envolvido por Concreto	167
6.3.7 Pilar Misto Preenchido com Concreto	168
6.3.8 Pilares Mistos Preenchidos com Concreto de Alta Resistência	171
6.4 Conclusões	173
CAPÍTULO 7 MODELO DE ELEMENTO DE CASCA	
7.1 Introdução	173
7.2 Desenvolvimento do Modelo de Dano	175
7.3 Modelo de Dano	176
7.4 Formulação do Elemento Finito	179
	1/7

7.5 Exemplos	181
7.5.1 Lajes de Concreto em Temperatura Ambiente	181
7.5.2 Lajes em Temperatura Elevada	183
7.5.3 Ensaios em Pequena Escala	185
7.5.4 Laje Restringida	186
7.6 Conclusões	188
CAPÍTULO 8 MODELO DE ELEMENTO DE MOLA	
8.1 Introdução	189
8.2 Elemento de Mola	193
8.3 Exemplos	195
8.3.1 Viga de Aço com Ligações Semi-Rígidas	195
8.3.2 Pórtico com Ligações Semi-Rígidas	198
8.4 Conclusões	200
CAPÍTULO 9 CONSIDERAÇÕES FINAIS	
9.1 Síntese do Trabalho	201
9.2 Conclusões	203
9.3 Trabalhos Futuros	204
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	205

## LISTA DE FIGURAS

### CAPÍTULO 2 CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Figura 2.2.1 Triângulo e quadrilátero do fogo.	7
Figura 2.3.1 Relação temperatura-tempo de um incêndio em um compartimento e taxa de calor liberado em um compartimento segundo o EN 1992-1-2:2004.	15
Figura 2.3.2 Comportamento do incêndio em um compartimento: (a), (b) e (c) são diferentes estágios da fase pré- <i>flashover</i> ; (d) e (e) fase pós- <i>flashover</i> .	15
Figura 2.3.3 Modelagem CFD usando o programa SmartFire (http://fseg.gre.ac.uk): (a) discretização do compartimento em volumes de controle, apenas o fechamento do compartimento é apresentado; (b) escala de temperaturas em °K.	17
Figura 2.3.4 Curva paramétrica segundo o EN 1991-1-2:2002.	20
Figura 2.3.5 Curvas nominais (EN 1991-1-2:2002).	21
Figura 2.3.6 Conceito do tempo equivalente.	23
Figura 2.4.1 Edifício com elementos estruturais de aço e mistos ensaiado em Cardington, UK (Lawson, 2001).	25
Figura 2.4.2 Piso misto típico: caminho das cargas para a estrutura em temperatura ambiente.	26
Figura 2.4.3 Piso misto típico: comportamento de membrana para grandes deslocamentos.	27
Figura 2.4.4 Piso misto típico: comportamento de catenária para grandes deslocamentos.	28
Figura 2.5.1 Procedimentos de projeto (EN 1994-1-2:2005).	30
Figura 2.5.2 Deslocamento lateral das colunas externas observado em um ensaio de uma estrutura de concreto em Cardington, UK (Bailey, 2002).	32
Figura 2.6.1 Relação tensão-deformação do aço em temperaturas elevadas (EN 1993-1-2:2005).	36
Figura 2.6.2 Fatores de redução da relação tensão-deformação dos aços laminados (EN 1993-1-2:2005).	37

Figura 2.6.3 Alongamento do aço em função da temperatura (EN 1993-1-2:2005).	39
Figura 2.6.4 Calor específico do aço em função da temperatura (EN 1993-1-2:2005).	39
Figura 2.6.5 Condutividade térmica do aço (EN 1993-1-2:2005).	40
Figura 2.6.6 Modelo matemático para representação da relação tensão- deformação do concreto à temperatura elevada (EN 1992-1-2:2004).	42
Figura 2.6.7 Alongamento do concreto à base de agregados calcários ou silicoso em função da temperatura (EN 1992-1-2:2004).	43
Figura 2.6.8 Calor específico em função da temperatura, para três conteúdos de umidade diferentes (EN 1992-1-2:2004).	45
Figura 2.6.9 Limite superior e inferior da condutividade térmica do concreto (EN 1992-1-2:2004).	46
Figura 2.6.10 Fatores de redução da resistência a tração do concreto segundo o EN 1992-1-2:2004 e a aproximação proposta.	48
Figura 2.6.11 Relação tensão deformação do concreto a tração (Huang <i>et al.</i> , 2003).	48
Figura 2.6.12. Relações tensão-deformação segundo o modelo de Han.	51
Figura 2.6.13 Relação tensão-deformação típica segundo o modelo de Schaumann para perfis tubulares de aço preenchidos com concreto de alta resistência.	53
Figura 2.6.14 Fenômenos associados ao spalling (Breunese e Fellinger, 2004).	54
Figura 2.6.15 <i>Spalling</i> após a exposição ao incêndio de um pilar com concreto normal (a) e um pilar com concreto de alta resistência (b) (Kodur e Harmathy, 2002).	57
Figura 2.6.16 Incêndio em uma estrutura de concreto (Cánovas, 1988): pilar rompido por compressão devido à diminuição da resistência; concreto desagregado e armadura exposta na face inferior da laje.	57
Figura 2.6.17 Proteções com alvenaria (a) e concreto (b) (Ribeiro, 2004).	58
Figura 2.6.18 Pilares mistos de aço revestidos com concreto.	59
Figura 2.6.19 Proteções térmicas do tipo contorno e do tipo caixa (Ribeiro, 2004): (a) em pilares; (b) em vigas.	60
Figura 2.6.20 Material isolante pulverizado (a) e material isolante aplicado com o auxílio de uma tela metálica (b) (Milke, 2002).	61

### CAPÍTULO 3 PLATAFORMA COMPUTACIONAL E METODOLOGIA

Figura 3.2.1 Definição da seção transversal, sistemas global e locais (seccionais).	73
Figura 3.2.2 Representação dos domínios de deformação correspondentes ao estado limite último de uma seção (ABNT NBR 6118:2003).	76
Figura 3.3.1 Sistema de coordenadas de referência: (a) sistema global; (b) sistema local ou seccional.	77
Figura 3.3.2 Eixos de referência e graus de liberdade locais.	80
CAPÍTULO 4 MODELOS PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	
Figura 4.1.1 Condições de contorno em um problema de condução de calor em meio sólido.	86
Figura 4.3.1 Índices dos elementos na malha.	93
Figura 4.3.2 Condutâncias térmicas entre o elemento (i, j) e os elementos adjacentes.	93
Figura 4.3.3 Fluxos de calor no elemento (i, j).	94
Figura 4.3.4 Fluxo de calor $q_{\frac{1}{2},j}$ para um elemento no contorno.	95
Figura 4.5.1. Fator de vista para um área infinitesimal e relações diferenciais.	101
Figura 4.7.1 (a) dimensões em mm do perfil IPE 400 e pontos onde as temperaturas foram analisadas; (b) temperaturas a 30 min para o perfil discretizado com elementos finitos retangulares; (c) temperaturas a 60 min para o perfil discretizado com elementos finitos retangulares; (d) escala de temperaturas.	105
Figura 4.7.2 Viga de concreto 160x230 mm <sup>2</sup> analisada.	107
Figura 4.7.3 Pontos onde as temperaturas foram medidas.	110
Figura 4.7.4 Temperaturas em °C para o tempo de 60 min.	111
Figura 4.7.5 Comparação das temperaturas.	112
Figura 4.7.6 Temperaturas em °C para o tempo de 420min.	113
Figura 4.7.7 Temperaturas dos gases, temperaturas obtidas experimentalmente	

por Huang et al. (2007) e via MEF segundo o presente trabalho.	113
Figura 4.7.8 Dimensões em mm da seção analisada.	114
Figura 4.7.9 Temperaturas para o tempo de exposição de 90 min.	115
Figura 4.7.10 Relação temperatura-tempo em pontos da seção.	115
Figura 4.7.11 Temperaturas na seção tubular circular.	116
CAPÍTHI O CAMODELOS DADA SEGÕES TRANSVEDSAIS EM	
CAPÍTULO 5 MODELOS PARA SEÇÕES TRANSVERSAIS EM	
SITUAÇÃO DE INCÊNDIO	
Figura 5.2.1 Relações tensão-deformação do concreto a temperatura elevada	
(EN 1992-1-2:2004).	122
Figure 5.3.1 Seção transversal e sistemas de coordenadas (NA é a linha neutra).	123
Figura 5.3.2 Sistema de coordenadas $xyz$ , $\xi\eta\zeta$ e variação da temperatura.	125
Figura 5.3.3 Domínio D <sub>1</sub> .	126
Figura 5.3.4 Domínio D <sub>2</sub> .	126
Figura 5.3.5 Domínio D <sub>3</sub> .	127
Figura 5.3.6 Domínio D <sub>4</sub> .	128
Figura 5.3.7 Superfície de interação completa para uma dada seção.	129
Figura 5.3.8 Diagrama de interação NM, para temperatura ambiente e temperatura elevada.	129
Figura 5.5.1 Comparação dos diagramas de interação NM para vários tempos de exposição ao incêndio-padrão.	132
Figura 5.5.2 Temperaturas para 300 min de exposição: (a) uma face exposta; (b) duas faces expostas; (c) três faces expostas; (d) escala de temperatura em °C.	133
Figura 5.5.3 Diagrama para uma face exposta, $\alpha = 0^{\circ}$ .	134
Figura 5.5.4 Diagrama para uma face exposta, $\alpha = 90^{\circ}$ .	134
Figura 5.5.5 Diagrama para duas faces expostas, $\alpha = 0^{\circ}$ .	135
Figure 5.5.6 Diagrama para duas faces expostas $\alpha = 90^{\circ}$	135

Figura 5.5.7 Diagrama para três faces expostas, $\alpha = 0^{\circ}$ .	136
Figura 5.5.8 Diagrama para duas faces expostas, $\alpha = 90^{\circ}$ .	136
Figura 5.5.9 Seção transversal mista: (a) dimensões in mm; (b) Temperaturas para 300 minutos de exposição ao incêndio.	137
Figura 5.5.10 Diagramas de interação para vários tempos de exposição.	138
Figura 5.5.11 Pilar analisado por Dotrepped <i>et al.</i> (1999): (a) diagrama de interação N <sub>z</sub> M <sub>x</sub> ; (b) distribuição das temperaturas (°C) para o tempo de 40 min de exposição ao incêndio.	139
Figura 5.5.12 Pilar analisado por Tan e Yao (2004): (a) diagrama de interação $N_z M_x$ ; (b) distribuição das temperaturas (°C) para o tempo de 75 min de exposição ao incêndio.	140
CAPÍTULO 6 MODELO DE ELEMENTO DE VIGA TRIDIMENSIONAL	
Figura 6.1.1 Método de Newton Raphson com controle do tempo: (a) incrementos de tempo e processo iterativo; (b) falha da estrutura.	147
Figura 6.2.1 Algoritmo de <i>Spurrier</i> para obtenção do <i>quaternion</i> unitário a partir da matriz de rotação. Observação: o símbolo = indica atribuição e o símbolo == indica igualdade.	150
Figura 6.2.2 Configuração inicial do elemento no espaço.	151
Figura 6.2.3 Triedros nodais para a configuração deformada.	152
Figura 6.2.4 Graus de liberdade locais (o símbolo "*" indica os graus de liberdade considerados na formulação corrotacional).	154
Figura 6.3.1 Resultados para os pilares analisados.	160
Figura 6.3.2 Resultados para a viga com o momento aplicado variando de 0,1 a 0,9 do momento de plastificação da seção IPE 360.	162
Figura 6.3.3 Viga de concreto (Cai et al., 2003)	163
Figura 6.3.4 Deslocamentos máximos da Viga 3 no vão exposto ao incêndio.	163
Figura 6.3.5 Deslocamentos máximos da Viga 6 no vão exposto ao incêndio.	164
Figura 6.3.6 Análise de vigas mistas em situação de incêndio.	165
Figura 6.3.7 Estrutura de aço tridimensional analisada (Souza Jr. e Creus, 2006).	166
Figura 6.3.8 Relação deslocamento-temperatura para a estrutura tridimensional.	166

Figura 6.3.9 Deslocamento axial no topo do pilar.	168
Figura 6.3.10 Deslocamento no topo da coluna do Teste 1 da tabela 6.3.10 (Kodur, 1998; 2006).	170
CAPÍTULO 7 MODELO DE ELEMENTO DE CASCA	
Figura 7.4.1 Notação utilizada para o elemento de casca.	181
Figura 7.5.1 Detalhes das lajes analisadas (adaptado de Huang <i>et al.</i> , 2003b), dimensões em mm. (a) Teste B1; (b) Teste C1.	183
Figura 7.5.2 Comparação dos deslocamentos centrais.	184
Figura 7.5.3 Geometria e discretização da laje. Dimensões em mm.	185
Figura 7.5.4 Deslocamentos centrais.	186
Figura 7.5.5 Deslocamento central do Teste MF4.	187
Figura 7.5.6 Detalhes do teste S56. Dimensões em mm.	188
Figura 7.5.7 Deslocamentos centrais.	189
CAPÍTULO 8 MODELO DE ELEMENTO DE MOLA	
Figura 8.1.1 Método das componentes (Block <i>et al.</i> , 2004): (a) componentes de uma ligação viga-coluna; (b) modelo com base no conceito das componentes apresentado pelo EN 1993-1-8:2005).	192
Figura 8.2.1 Graus de liberdade do elemento de mola.	195
Figura 8.2.2 Curvas cargas-deslocamento típicas, variando em função da temperatura.	195
Figura 8.3.1 Viga de aço com ligações semi-rígidas, dimensões em mm (Bailey, 1998).	196
Figura 8.3.2 Relação momento-rotação para várias temperaturas.	197
Figura 8.3.3 Comportamento de uma viga aquecida com diferentes características das ligações.	198
Figura 8.3.4 Pórtico com ligações semi-rígidas, dimensões em mm.	199
Figura 8.3.5 Comparações entre o modelo proposto e os resultados presentados por Bailey (1998).	200

## LISTA DE TABELAS

CAPÍTULO 2 CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	
Tabela 2.2.1 Fatores e suas influências na severidade do incêndio e segurança da vida e do patrimônio (Vargas e Silva, 2005).	10
Tabela 2.3.1 Tempos requeridos de resistência ao fogo, TRRF, em minuto (ABNT NBR 14432:1999).	22
Tabela 2.6.1 Influência da temperatura na coloração do concreto.	35
Tabela 2.6.2 Valores dos parâmetros do modelo matemático apresentado na figura 2.6.1 (EN 1993-1-2:2005).	37
Tabela 2.6.3 Fatores de redução da relação tensão-deformação dos aços trabalhados a frio.	38
Tabela 2.6.4 Valores dos principais parâmetros da relação tensão-deformação dos concreto com agregados silicosos ou calcários à temperatura elevada (EN 1992-1-2:2004).	41
Tabela 2.6.5 Valores dos principais parâmetros da relação tensão-deformação do concreto de baixa densidade (EN 1994-1-2:2005).	47
Tabela 2.6.6 Fatores de redução da resistência de concretos de alta resistência.	51
Tabela 2.6.7 Propriedades térmicas de alguns materiais de proteção isolantes.	59
CAPÍTULO 4 MODELOS PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR	
Tabela 4.7.1 Calor específico do <i>Blaze Shield II</i> em função da temperatura.	104
Tabela 4.7.2 Condutividade térmica do <i>Blaze Shield II</i> em função da temperatura.	104
Tabela 4.7.3 Temperaturas em °C.	106
Tabela 4.7.4 Temperaturas obtidas via MDF com e sem discretização do material de proteção.	107
Tabela 4.7.5 Temperaturas em °C.	108
Tabela 4.7.6 Comparação das temperaturas obtidas, para a seção da viga discretizada em 4512 elementos e umidade do concreto igual a 2% e 4%.	109

Tabela 4.7.7 Comparação dos resultados obtidos no CSTMI com o ECCS-TC3	
(2001).	110
Tabela 4.7.8 Propriedades térmicas das placas de vermiculita.	114
CAPÍTULO 6 MODELO DE ELEMENTO DE VIGA TRIDIMENSIONAL	
Tabela 6.3.1 Resumo dos parâmetros das análises.	169
Tabela 6.3.2 Tempos de resistência ao fogo calculados e medidos.	171
Tabela 6.3.3 Resumo dos parâmetros das análises.	172
CAPÍTULO 8 MODELO DE ELEMENTO DE MOLA	
Tabela 8.3.1 Valores da rigidez inicial, momento fletor resistente e rigidez do segundo trecho linear.	197

### LISTA DE SÍMBOLOS

**MAIÚSCULOS** 

IT = instrução técnica;

## A = área: ABNT = Associação Brasileira de Normas Técnicas; $A_v$ = área das aberturas verticais; $A_t$ = área total de fechamento (paredes, piso e teto, incluindo as aberturas); $\mathbf{B} = \text{matriz que relaciona deslocamentos e deformação } (\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{q});$ C = matriz de calor específico, matriz constitutiva; C = graus Celsius, carbono, ; CBMESP = Corpo de Bombeiros Militar do Estado de São Paulo; CBMMG = Corpo de Bombeiros Militar do Estado de Minas Gerais; CFD = modelagem computacional utilizando dinâmica dos fluídos; CO = monóxido de carbono; $CO_2$ = gás carbônico; **D** = matriz de compliância; E = módulo de elasticidade; F = vetor de forças internas; F = fator de vista;G = módulo de elasticidade transversal; H = hidrogênio; HCN = gás cianídrico; $H_2O = água;$ I = matriz identidade;I = inércia;

```
K = Kelvin;
 K = matriz de condutividade térmica, matriz de rigidez;
 M = momento fletor;
 MEF = método dos elementos finitos;
 MDF = método das diferenças finitas;
 N = esforço axial;
 O = oxigênio, fator de ventilação ou fator de abertura;
 O_2 = gás oxigênio;
 P = vetor de forças;
 \dot{Q} = taxa de calor;
 R = matriz de rotação;
 S = matriz skew (tensor spin);
 T = matriz de transformação;
 TRRF = tempo requerido de resistência ao fogo;
 V = volume;
 W = Watts, trabalho;
MINÚSCULOS
 b = fator térmico, largura;
 d = infinitesimal;
 f = vetor de força interna;
 f<sub>c</sub> = resistência a compressão do concreto;
 f<sub>y</sub> = resistência ao escoamento do aço;
 f_p = limite de proporcionalidade;
 f<sub>t</sub> = resistência a tração do concreto;
 h = altura;
```

h<sub>v</sub> = altura média das aberturas verticais;

```
k = fator de redução, curvatura, condutância;
 \mathbf{k} = matriz de rigidez;
 q = fluxo de calor;
 \mathbf{q} = \text{deslocamentos generalizados};
 \overline{\mathbf{q}} = quaternion unitário;
 \mathbf{r} = vetor de força externa;
 s = distância;
 T = tempo, espessura;
 U = deslocamento na direção do eixo x, perímetro;
 V = deslocamento na direção do eixo y;
 w = deslocamento na direção do eixo z;
OUTROS
 \alpha = ângulo, coeficiente de transmissão de calor;
 \beta = parâmetro de deformação;
 \sigma = vetor tensão;
 \sigma = tensão;
 \varepsilon = vetor deformação;
 \varepsilon = deformação, emissividade;
 \rho = massa específica;
 c = calor específico;
 \lambda = condutividade térmica, esbeltez relativa (realação do comprimento efetivo
   com o raio de giração), fator de carga;
 v = coeficiente de Poisson;
 \theta = pseudo vetor rotação;
 \theta = temperatura, rotação;
 \delta = variação, fator de amplificação dos momentos;
 φ = funções de interpolação;
```

```
φ = fluxo de calor por unidade de área;
 \ell = comprimento;
 \partial = derivação;
 \Omega = domínio;
 \Gamma = contorno;
 \Delta = variação;
 \Psi = vetor de forças desiquilibradas;
 \Delta \ell / \ell = alongamento;
SUBSCRITOS
 a = aço dos perfis estruturais;
 b = concreto de baixa densidade;
 c = concreto;
 g = gases;
s = aço das armaduras;
 x = eixo x;
 y = eixo y;
 z = eixo z;
```

### **RESUMO**

CALDAS, R. B., Análise Numérica de Estruturas de Aço, Concreto e Mistas em Situação de Incêndio, Belo Horizonte, 2008, 226p. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.

Este trabalho apresenta o desenvolvimento e implementação de modelos numéricos nãolineares, para a análise térmica e mecânica de estruturas de aço, concreto e mistas de
aço e concreto em situação de incêndio. Procedimentos para análise de transferência de
calor, com base no método das diferenças finitas e elementos finitos, ao nível da seção
transversal, fornecem a distribuição de temperatura da qual se pode obter a degradação
das propriedades dos materiais submetidos ao incêndio. Um novo procedimento para
análise da resistência de seções arbitrárias de vigas, colunas e lajes em situação de
incêndio é apresentado. Um elemento de viga tridimensional, capaz de simular
estruturas submetidas ao incêndio é implementado e testado. Para simular lajes de
concreto em altas temperaturas, um elemento de casca composto por camadas com um
modelo constitutivo de dano é introduzido. Finalmente, um elemento de mola para
ligações semi-rígidas em situação de incêndio é desenvolvido e acoplado aos elementos
de viga. Os modelos numéricos são validados por comparações com resultados
numéricos e experimentais encontrados na literatura.

Palavras-chave: aço, concreto, estrutura mista, incêndio, modelos numéricos, análise térmica, análise estrutural.

### **ABSTRACT**

CALDAS, R. B., *Numerical Analysis of Steel, Concrete and Composite Structures Subjected to Fire*, Belo Horizonte, 2008, 226p. Tese de Doutorado, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais.

This work presents the development and implementation of nonlinear numerical models for the thermal and mechanical analyses of steel, reinforced concrete and composite structures of steel and concrete subjected to fire. Heat transfer procedures, based on finite differences and finite elements at the cross section level, provide the temperature distribution from which the material degradation under fire may be assessed. A new procedure for the strength analysis of arbitrary cross sections of beam, columns and slabs under fire is presented. Three-dimensional beam-column element, able to simulate framed structures under fire action, are implemented and tested. To simulate reinforced concrete slabs under high temperatures, a layered shell finite element with a damage constitutive model is introduced. Finally, a spring element for semi-rigid connections under fire action is developed and coupled to the beam-column elements. The numerical schemes are validated by comparison with numerical and experimental results found in the literature.

Key words: steel, concrete, composite structures, fire, numerical models, thermal analyses, structural analyses.

# 1

## INTRODUÇÃO

Este capítulo contém uma apresentação deste trabalho, os objetivos e a motivação para o seu desenvolvimento.

### 1.1 MOTIVAÇÃO

O fogo sempre esteve presente na vida dos homens. Seu conhecimento e domínio influenciaram o desenvolvimento de vários povos. O homem primitivo conhecia o fogo apenas em incêndios florestais, considerando-o um segredo dos deuses. Aos poucos foi aprendendo a produzir e dominar o fogo, descobrindo sua utilidade para iluminar, cozinhar, afugentar animais e o frio. Porém, houve um dia em que o fogo tornou-se incontrolável, causando ferimentos e destruição. Surgia então o primeiro incêndio e a necessidade de controlá-lo.

O fogo continua sendo uma necessidade da vida humana, seja nas indústrias ou moradias, de vez em quando fugindo do controle do homem e dando origem aos incêndios, responsáveis por prejuízos materiais e pela perda de vidas.

Nos edifícios onde se mora ou se trabalha, ou nos lugares de lazer e diversão, a preocupação com a segurança contra incêndio e pânico (por vezes associado ao incêndio) está sempre presente. Pode-se notar nas sinalizações e iluminações de emergência dos cinemas ou nos hidrantes nas ruas que esta preocupação rodeia o ser humano a todo instante.

Os objetivos da segurança contra incêndio são minimizar o risco à vida e a perda patrimonial. O risco à vida surge devido à exposição à fumaça, calor e desabamento de

elementos construtivos sobre usuários e equipes de combate ao fogo. A perda patrimonial se refere à destruição parcial ou total da edificação e adjacências, equipamentos, documentos e estoques.

Um sistema de segurança contra incêndio é formado por um conjunto de meios de proteção ativos e passivos que possa garantir a desocupação dos usuários da edificação, possibilitar as operações de combate ao incêndio e minimizar danos à edificação e suas adjacências (por questões econômicas é necessário identificar a extensão do dano que pode ser considerado admissível). Entre os meios de proteção ativos, têm-se os detectores de calor ou fumaça, chuveiros automáticos, extintores, hidrantes, sistemas de iluminação de emergência, sistemas de controle e exaustão de fumaça, brigadas contra incêndio e outros que precisam ser acionados manual ou automaticamente. Entre os meios de proteção passivos podem-se citar a capacidade resistente em situação de incêndio das estruturas, compartimentação, saídas de emergência, isolamento de risco, rotas de fuga, controle dos materiais de acabamento e outros incorporados à construção da edificação que não requerem nenhum tipo de acionamento para o seu funcionamento.

O desenvolvimento de modelos numéricos para o estudo do comportamento de estruturas em situação de incêndio é o objetivo deste trabalho, assunto em relação ao qual, recentemente, observam-se intensivas pesquisas e avanços. Inicialmente, o conceito de temperatura crítica, pelo qual as estruturas de aço eram protegidas limitando a temperatura do aço, e o uso de tabelas para a verificação de estruturas de concreto, juntamente com ensaios experimentais, foram os principais procedimentos de verificação da capacidade resistente das estruturas em situação de incêndio. Atualmente, modelos analíticos, numéricos e experimentais cada vez mais sofisticados permitem um melhor conhecimento e entendimento do comportamento estrutural e dos materiais construtivos em situação de incêndio.

Os procedimentos de projeto devem levar em conta o comportamento da estrutura em temperatura elevada, a exposição ao calor e os benefícios dos meios de proteção ativa e passiva, juntamente com as incertezas associadas e a importância relativa da estrutura. No momento, é possível determinar de forma adequada o desempenho de uma estrutura ou de seus componentes em um incêndio real, incorporando os parâmetros citados. Esses procedimentos são chamados de aproximações com base em desempenho. Todavia, onde os procedimentos têm por base um incêndio nominal

(incêndio-padrão) com períodos de resistência ao incêndio, os parâmetros citados são considerados (não explicitamente), e recebem o nome de aproximações prescritivas.

Modelos avançados de cálculo podem ser utilizados tanto em uma aproximação prescritiva ou com base em desempenho. Os modelos desenvolvidos neste trabalho podem ser utilizados em análises avançadas, tanto com o objetivo de estudar soluções de projeto ou no estudo do comportamento de estruturas.

#### 1.2 OBJETIVOS

O presente trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de modelos numéricos avançados capazes de simular de forma adequada o comportamento de estruturas de aço, concreto e mistas de aço e concreto em temperatura elevada, possibilitando a verificação e o estudo de estruturas sob essas condições.

Na busca por esse objetivo, foram desenvolvidos modelos numéricos que abrangem desde o estudo do comportamento das seções transversais dos elementos estruturais como vigas, pilares e lajes, ao desenvolvimento de elementos finitos nãolineares de viga, casca e mola para a modelagem das estruturas sob altas temperaturas. Com esses modelos, as possibilidades futuras de análises e estudos são inúmeras e, portanto, trabalhos específicos poderão ser levados adiante.

### 1.3 JUSTIFICATIVA DA ESCOLHA DO TEMA

Dois pontos importantes contribuem para que a capacidade resistente das estruturas em situação de incêndio seja maior do que a prescrita nos métodos simplificados de cálculo: as condições reais de incêndio ao qual a estrutura está submetida e o comportamento da estrutura como um todo. O único caminho de se prever como um edifício se comporta em incêndio é por meio de modelos numéricos que incluam as mudanças no comportamento do material em altas temperaturas, as distribuições de temperaturas nas diversas partes da estrutura e a habilidade para trabalhar adequadamente em grandes deslocamentos (Burgess, 2005).

Com o objetivo de desenvolver modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio, foram utilizadas, em conjunto, várias propostas e resultados de pesquisas encontradas na literatura. Dessa forma foi possível agrupar, de forma inédita, um conjunto de hipóteses para o desenvolvimento de modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio. Adicionalmente, ao longo do desenvolvimento desses modelos, novas hipóteses foram estabelecidas.

Ao final, os modelos desenvolvidos foram validados estabelecendo seus limites de aplicação, tornando-se uma opção interessante para o desenvolvimento de pesquisas e projetos nessa área.

No Brasil, ainda são modestas as pesquisas sobre o comportamento de estruturas em situação de incêndio, principalmente as experimentais, devido ao alto custo das instalações e equipamentos envolvidos. Assim, o desenvolvimento de modelos numéricos capazes de simular o comportamento de estruturas em situação de incêndio torna-se extremamente relevante.

### 1.4 ORGANIZAÇÃO

No capítulo 2 tem-se uma revisão bibliográfica e a apresentação dos conceitos básicos envolvidos na engenharia de segurança contra incêndio. Ao final do capítulo, apresenta-se um resumo dos principais trabalhos voltados para o desenvolvimento de modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio.

No capítulo 3, apresentam-se a metodologia e os programas computacionais utilizados como plataforma para o desenvolvimento dos modelos apresentados neste trabalho.

Nos capítulos seguintes apresentam-se o desenvolvimento dos modelos numéricos para análise térmica via elementos finitos e diferenças finitas, modelo para análise de seções transversais, modelos de elementos de viga e casca e um capítulo sobre o desenvolvimento de um elemento de mola, respectivamente, capítulos 4, 5, 6, 7 e 8. Dentro desses procedimentos são apresentadas as formulações e hipóteses adotadas. Pode-se destacar que dois tipos de modelos foram desenvolvidos: modelos para verificação da capacidade resistente (estado limite último) da seção transversal de

elementos estruturais como vigas e pilares, e modelos para análise do comportamento global de estruturas, capazes de prever estados limites de serviço e último utilizando elementos finitos de viga, casca e mola.

No capítulo 9 são apresentadas as conclusões e finalmente, as referências bibliográficas deste trabalho.

# 2

## CONCEITOS BÁSICOS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Apresentam-se os conceitos básicos da engenharia de segurança contra incêndio, o comportamento e o projeto de estruturas em situação de incêndio, propriedades dos materiais e uma revisão bibliográfica dos modelos numéricos encontrados na literatura.

### 2.1 INTRODUÇÃO

No estudo do comportamento de estruturas em situação de incêndio, três etapas são importantes: modelagem do incêndio, análise térmica e análise estrutural. A modelagem do incêndio, do ponto de vista estrutural, tem como objetivo obter a relação temperatura-tempo dos gases. A análise térmica visa à obtenção da elevação da temperatura nos elementos estruturais a partir da relação temperatura-tempo dos gases. A elevação da temperatura é importante para avaliação das propriedades dos materiais que deverão ser utilizadas na análise estrutural. Os modelos desenvolvidos neste trabalho são voltados para as etapas de análise térmica e estrutural.

### 2.2 FOGO, INCÊNDIO E SEGURANÇA

Ao desenvolvimento simultâneo de calor e luz, produto da combustão de materiais inflamáveis, como, por exemplo, a madeira, dá-se o nome de fogo, que é o exemplo mais comum de oxi-redução (oxidação). Quando um material qualquer entra em combustão, ele reage com o oxigênio do ar (comburente), e nessa reação exotérmica

ocorre oxi-redução. Do ponto de vista da estrutura da matéria, a oxi-redução é apenas a transferência de elétrons entre átomos. A expressão

$$C_r H_s + tO_2 \rightarrow uCO_2 + vH_2O$$
 (2.2.1)

onde r, s, t, u e v são variáveis que expressam a quantidade dos componentes, exemplifica a combustão completa de um elemento, formado por carbono e hidrogênio, típico em um compartimento incendiado.

O chamado *triângulo do fogo* (figura 2.2.1a) simboliza os três elementos que devem estar continuamente presentes para a ocorrência da combustão: combustível, calor e oxigênio. Caso algum desses elementos seja removido, o processo de combustão não se sustenta e o fogo é extinto.

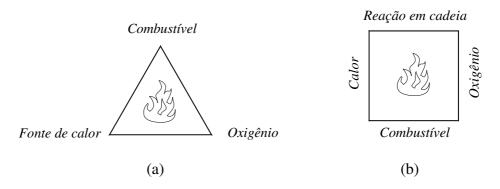


Figura 2.2.1 Triângulo e quadrilátero do fogo.

Todavia, a combustão é uma reação que se processa em cadeia e que, após o início, é mantida com parte do calor produzido. Dessa forma, verifica-se que a existência do fogo depende de quatro condições, como mostrado no *quadrilátero do fogo*, figura 2.2.1b (a mesma definição pode ser representada por um tetraedro). O conhecimento desse comportamento é o princípio de vários dispositivos e formas de combate a incêndios. Por exemplo, quando a água é usada, seu efeito é o de resfriar o ambiente, inibindo a reação entre o combustível e o oxigênio. Extintores a base de CO<sub>2</sub> substituem o oxigênio nas proximidades do foco de incêndio interrompendo a combustão.

O incêndio é definido como fogo que lavra com intensidade, em material que não estava a ele destinado, destruindo e, às vezes, causando prejuízos. Pode ter origem física (raios, eletricidade, centelhas devido à eletricidade estática, curtos-circuitos e calor devido ao atrito de peças em movimento), biológica (ação de bactérias termogênicas),

físico-química (hidrocarbonetos insaturados e gorduras animais e vegetais em certas condições de confinamento), acidental (involuntariamente criado pelo homem), intencional (propositadamente criado pelo homem).

Nos incêndios, a combustão pode ser completa gerando como produto apenas dióxido de carbono e água, ou incompleta. Na combustão incompleta não há suprimento suficiente de oxigênio sendo evidenciada pela geração de fumaça. Diferentemente da combustão completa, a reação com o oxigênio gera inúmeros produtos e sub-produtos, entre eles o monóxido de carbono (CO).

Existem três pontos notáveis da combustão: ponto de fulgor, ponto de combustão e ponto de ignição. O ponto de fulgor é a temperatura mínima na qual o combustível começa a desprender vapores, que se incendeiam em contato com uma chama ou centelha (agente ígneo), mas sem que a chama se mantenha devido à insuficiência da quantidade de vapores. O ponto de combustão ou inflamação é a temperatura mínima na qual o corpo combustível começa a desprender vapores, que se incendeiam em contato com um agente ígneo e mantém-se queimando, mesmo com a retirada do agente ígneo. O ponto de ignição é a temperatura na qual os gases desprendidos do combustível entram em combustão apenas pelo contato com o oxigênio do ar, independentemente de qualquer agente ígneo.

A fumaça varia de cor conforme o tipo de combustão: branca, indicando que a combustão é mais completa, com rápido consumo de combustível e boa quantidade de comburente (oxigênio); negra, indicando altas temperaturas, porém com deficiência de comburente; amarela, roxo ou violeta, indicando a presença de gases altamente tóxicos.

A morte em incêndio é geralmente provocada pela fumaça ou pelo calor. Os efeitos fisiológicos da exposição à fumaça e calor resultam em vários graus de incapacitação. Entre estes efeitos tem-se: dificuldade de visão que resulta da opacidade da fumaça e dos efeitos irritantes da fumaça e do calor nos olhos; dor e dificuldade de respiração ou mesmo ferimentos devido à inalação de fumaça irritante ou quente, podendo levar ao desmaio devido à asfixia; asfixia devido à inalação de gases tóxicos como o monóxido de carbono (CO) e o ácido cianídrico (HCN), resultando em convulsão e perda de consciência; dor devido à exposição da pele e partes respiratórias, seguida de queimaduras, ou hipertermia, que pode levar ao desmaio (Purser, 2002).

Em relação aos riscos, deve-se considerar que é importante o tempo em que os efeitos incapacitantes são prováveis de ocorrer, podendo atrasar ou impedir o escape, comparado com o tempo requerido para o escape do local, e ainda que qualquer exposição pode resultar em ferimentos ou morte, dependendo do tempo. O tempo de evacuação de uma edificação incendiada é função da forma da edificação (altura, área, saídas e outros), da quantidade de pessoas e de sua mobilidade (idade, estado de saúde e outros). Uma rota de fuga adequada, sinalizada, desobstruída e segura estruturalmente, é essencial na proteção da vida em um incêndio (Vargas e Silva, 2003).

Os objetivos da segurança contra incêndio são minimizar o risco à vida e a perda patrimonial. De acordo com a IT-CBMMG 02 (2006), o conceito de segurança contra incêndio é definido como o conjunto de ações e recursos internos e externos à edificação ou área de risco, que permitem controlar a situação de incêndio e pânico e remoção das pessoas do local do sinistro em segurança. A tabela 2.2.1 apresenta o resumo de alguns fatores e suas influências na severidade do incêndio e segurança da vida e do patrimônio.

Requerimentos de segurança contra incêndio para edificações são ditados por lei e tentam refletir os riscos que um incêndio pode acarretar aos ocupantes e equipes de combate. No Brasil podem-se citar as Leis 684 de 1975 e 14130 de 2001 do Estado de São Paulo e Minas Gerais respectivamente (as instruções técnicas, algumas já citadas, dão suporte técnico aos engenheiros e arquitetos para o cumprimento dessas leis) e o *Building Regulation* (2000) no Reino Unido.

Os requisitos de segurança contra incêndio em edificações incluem meios adequados de escape para os ocupantes, meios de detecção e controle do incêndio, juntamente com os requerimentos de resistência para a estrutura, os quais são expressos por um período de tempo (tempo requerido de resistência ao fogo, TRRF). Todos os materiais comumente utilizados nas estruturas das edificações (concreto e aço, por exemplo) perdem resistência e rigidez quando submetidos a altas temperaturas, daí a necessidade de verificação da capacidade resistente das estruturas em situação de incêndio.

Tabela 2.2.1 Fatores e suas influências na severidade do incêndio e segurança da vida e do patrimônio (Vargas e Silva, 2005).

Fatores	Influência na severidade do incêndio	Influência na segurança da vida	Influência na segurança do patrimônio	
Carga de incêndio	A temperatura máxima de um incêndio depende da quantidade, tipo e distribuição do material combustível.	O nível de enfumaçamento, toxicidade e calor depende da quantidade, tipo e distribuiçãodo material combustível.	O conteúdo da edificação é consideravelmente afetado por incêndios de grandes proporções.	
Ventilação	Em geral, o aumento da ventilação faz aumentar a temperatura do incêndio e diminuir sua duração.	A ventilação mantém as rotas de fuga livres de níveis perigosos de enfumaçamento e toxicidade.	A ventilação facilita a atividade de combate ao incêndio por evacuação da fumaça e dissipação dos gases quentes.	
Compartimentação	Quanto mais isolantes forem os elementos de compartimentação (pisos, tetos e paredes), menor será a propagação do fogo para outros ambientes, porém, o incêndio será mais severo no compartimento.	A compartimentação limita a propagação do incêndio.	A compartimentação limita a propagação do incêndio, restringindo as perdas.	
Resistência das estruturas em situação de incêndio	A resistência das estruturas em situação de incêndio não afeta diretamente a severidade do incêndio.	A resistência das estruturas em situação de incêndio tem pequeno efeito na segurança à vida em edifícios de pequena altura ou área, por serem de fácil desocupação. Em edifícios altos é essencial a resistência em situação de incêndio, pois garante a segurança ao escape dos ocupantes, às operações de combate e à vizinhança.	O colapso estrutural pode trazer consequências danosas às operações de combate ou à vizinhança. Se o risco for pequeno, a verificação de resistência pode ser dispensada.	
Rotas de fuga		Rotas de fuga bem sinalizadas, desobstruídas e seguras estruturalmente são essenciais para garantir a evacuação e dependem do tipo de edificação.		
Reserva de água	Água e disponibilidade de pontos de suprimen	to são necessários para extinção do incêndio, dimi vida e ao patrimônio.	nuindo os riscos de propagação e seus efeitos à	
Detecção de calor ou fumaça	A rápida detecção do incêndio, apoiada na eficiência da brigada contra incêndio e copo de bombeiros, reduzem o risco da propagação do incêndio.	A rápida detecção do início do incêndio, por meio de alarme, dá aos ocupantes rápido aviso da ameça, antecipando a desocupação.	A rápida detecção do início de um incêndio minimiza o risco de progação, reduzindo a região afetada pelo incêndio.	
Chuveiros automáticos	Projeto adequado e manutenção de chuveiros automáticos são internacionalmente reconhecidos como um dos principais fatores de redução do risco de incêndio, pois contribuem, ao mesmo tempo, para a compartimentação, a detecção e a extinção.	Chuveiros automáticos limitam a propagação do incêndio e reduzem a geração de fumaça e gases tóxicos.	Chuveiros automáticos reduzem o risco de incêndio e seu efeito na perda patrimonial.	
Hidrantes e extintores	Hidrantes, extintores e treinamento dos usuários da edificação, para rápido combate, reduzem o risco de propagação do incêndio e seu efeito ao patrimônio e à vida humana.			
Brigada contra incêndio	A presença de pessoas treinadas para prevenção e combate reduz o risco de início e progração de um incêndio.	Além de reduzir o risco de incêndio, a brigada coordena e agiliza a desocupaçõa da edificação.	A presença da brigada contra incêndio reduz o risco e as consequentes perdas patrimoniais decorrentes de um incêndio.	
Corpo de Bombeiros	Proximidade, acessibilidade e recursos do Corpo de Bombeiros otimizam o combate ao incêndio, reduzindo o risco de propagação.	Em grandes incêndios, o risco à vida é maior nos primeiros instantes. Dessa forma deve haver medidas de proteção independentes da presença do Corpo de Bombeiros. Um rápido e eficiente combate por parte do Corpo de Bombeiros reduz o risco à vida.	Proximidade, acessibilidade e recursos do Corpo de Bombeiros facilitam as operações de combate ao incêndio, reduzindo perdas estruturais e do conteúdo.	
Projeto de segurança contra incêndio		ncêndio deve prever um sistema adequado ao porta facilitar a desocupação e as operações de comba as perdas de vidas e patrimoniais.		

Diferentes tipos de falha causam diferentes níveis de risco a uma edificação. A falha de um pilar é potencialmente desastrosa, pois pode levar à queda de parte da estrutura ou uma redistribuição imprevista de carga entre os demais pilares que,

sobrecarregados, podem sofrer colapso progressivo. Por isso não se deve deixar os pilares sem adequada resistência em situação de incêndio, pois, as consequências da falha podem ser extremas. Vigas podem perder resistência e rigidez experimentando grandes deslocamentos, mas, desde que permaneçam ligadas nas extremidades, e que as lajes sobrepostas não entrem em colapso, os efeitos serão somente locais. É necessário avaliar a influência das vigas na estabilidade dos pilares, principalmente nos de extremidade que podem ser puxados ou empurrados devido às deformações das vigas. Se as lajes falham localmente ou apresentam fissuras como resultado de grandes deslocamentos, o principal problema é que o incêndio pode propagar para o pavimento superior (a compartimentação do incêndio é um dos objetivos da engenharia de segurança contra incêndio). Se as ligações entre vigas e pilares falham, vários efeitos podem ocorrer e o incêndio pode atingir o pavimento superior. Também, se as vigas falham na ligação, os pisos suportados caem sobre o piso inferior podendo causar um colapso progressivo. Outro efeito negativo é o aumento do comprimento destravado do pilar, reduzindo sua capacidade resistente.

### 2.3 CARACTERÍSTICAS DOS INCÊNDIOS

Existindo materiais combustíveis e oxigênio, o fogo evolui centrifugamente a partir do ponto de origem, deixando sinais característicos pelos caminhos onde passou. As evidências materiais, com fundamento nos princípios físico-químicos que governam a propagação do fogo, irão indicar se o desenvolvimento do fogo foi natural ou artificial. O fogo se propaga desde o foco aos combustíveis por quatro meios: convecção, condução, radiação e contato direto (não confundir meios de propagação do fogo com transferência de calor). A convecção, condução e radiação são meios de transferência de calor e sempre estão presentes no incêndio. O contato direto pode ser conseqüência do tamanho das chamas que atingem vários elementos combustíveis ou da queda (deslocamento ou projeção) de objetos em combustão provocando outros pontos de foco (exemplos são janelas em madeira que podem cair de um edifício e atingir outro menor).

De acordo com a IT-CBMMG 02 (2006), a compartimentação é uma medida de proteção passiva, constituída de elementos de construção resistentes ao fogo, destinados

a evitar ou minimizar a propagação do fogo, calor, fumaça e gases, interna ou externamente ao edifício, no mesmo pavimento (compartimentação horizontal) ou para pavimentos elevados consecutivos (compartimentação vertical). Na compartimentação são utilizados os seguintes elementos de vedação: paredes, entrepisos ou lajes e portas corta-fogo; vedadores nas paredes, entrepisos ou lajes; enclausuramento de dutos (*shafts*) e escadas por meio de paredes corta-fogo; selagem corta-fogo nas instalações prediais existentes nas paredes de compartimentação e na altura dos pisos e/ou entrepisos e registros corta-fogo nas tubulações de ventilação e de ar condicionado que ultrapassam paredes, lajes ou entrepisos de compartimentação.

O isolamento de risco também visa limitar a propagação do incêndio sendo definido (IT-CBMMG 02, 2006) como uma característica construtiva na qual se tem a separação física de uma edificação em relação às circunvizinhas, cuja característica básica é a impossibilidade técnica de uma edificação ser atingida pelo calor irradiado, conduzido ou propagado pela convecção de massas gasosas aquecidas, emanadas de outra atingida por incêndio.

Deve-se notar que as relações temperatura-tempo dos gases, definidas em normas, e os procedimentos de cálculo das estruturas em situação de incêndio têm por base o comportamento do incêndio em compartimentos.

#### 2.3.1 Descrição Geral e Modelagem do Incêndio em Compartimentos

A intensidade e a duração dos incêndios em edificações podem variar muito. É possível estimar o desenvolvimento da temperatura em um incêndio em um compartimento sob várias condições, desde que os parâmetros envolvidos sejam conhecidos. Vários desses parâmetros, como quantidade e área superficial dos materiais combustíveis, são imprevisíveis, uma vez que variam com o tempo e de um compartimento para o outro. Portanto é impossível saber a relação temperatura-tempo que um edifício poderá ser exposto durante sua vida útil. Porém, é possível, com razoável probabilidade, indicar para qualquer compartimento, uma relação temperatura-tempo que não será excedida durante a vida útil da edificação. Essas relações são as bases do projeto de segurança contra incêndio e facilitam o estudo dos componentes

resistentes da edificação expostos a incêndios de várias intensidades e durações (Lie, 2002).

A curva temperatura-tempo dos gases está associada à taxa de calor liberado pela combustão que pode ser representada pela figura 2.3.1 (EN 1992-1-2:2004) e está diretamente relacionada à taxa de combustão por meio do potencial calorífico específico do material em combustão (Babrauskas, 2002).

O desenvolvimento do incêndio em um compartimento, figura 2.3.1, pode ser dividido em três fases: (1) crescimento do incêndio; (2) combustão permanente com um aumento rápido de temperatura; (3) redução da temperatura.

O incêndio começa a partir da combustão de um primeiro item dentro do compartimento. Durante essa fase, o incêndio é localizado e a distribuição de temperatura no compartimento é altamente variável. O perigo maior é o risco de morte devido à produção de gases quentes e fumaça. Se o incêndio é rapidamente detectado e medidas efetivas de combates são acionadas, ele pode ser facilmente controlado e os danos e riscos são mínimos. Se não há intervenção, mas o primeiro item em combustão está suficientemente distante de outros materiais combustíveis, o incêndio pode se extinguir. O mesmo pode ocorrer caso os materiais tenham dificuldades de combustão.

Com o desenvolvimento do incêndio, se não houver quantidade suficiente de oxigênio, o incêndio pode se extinguir de fato ou apenas aparentemente, neste último caso, sendo capaz de crescer novamente caso mais oxigênio entre no compartimento. Em algumas situações pode ocorrer uma explosão ambiental chamada *backdraft*. Para respiração humana, o mínimo de oxigênio na atmosfera é de 16% em volume (a concentração de oxigênio na atmosfera é de aproximadamente 21%). Para a combustão, o mínimo para as chamas é de 13%, e 4% é o mínimo para as brasas sendo que abaixo de 4% não há combustão. Quando a quantidade de oxigênio é pequena (abaixo de 8% em volume) e se tem calor, gases inflamáveis continuam a ser liberados no compartimento. Esses gases podem se incendiar rapidamente se houver uma entrada suficiente de oxigênio no ambiente, provocando o *backdraft*.

Na engenharia estrutural, assume-se que o incêndio se espalha e que há suficiente quantidade de oxigênio para que ele não se extinga. Durante o crescimento do incêndio, fase (1) ou pré-*flashover*, gases quentes e fumaça são liberados a partir da combustão dos materiais. Esses gases, figura 2.3.2, se acumulam na parte superior do

compartimento definindo juntamente com as aberturas (janelas e portas) duas zonas: uma zona superior de gases quentes e uma zona inferior de ar fresco. A divisão entre as zonas superior e inferior é denominada plano neutro, acima do qual gases fluem para fora do compartimento e abaixo do qual o ar fresco entra no compartimento. Nessa fase, em geral o incêndio é controlado pelo combustível (quantidade ou facilidade de combustão).

O volume de gases torna-se estável enquanto ocorre um aumento da radiação e temperatura devido à contínua combustão, o que leva à ignição de todos os materiais combustíveis no compartimento (a temperatura de ignição da madeira exposta a um fluxo de calor mínimo é de aproximadamente 250°C, segundo Babrauskas, 2001). Esse fenômeno, no qual todos os materiais combustíveis encontram-se envolvidos pelo fogo, é conhecido como *flashover* (inflamação generalizada). O *flashover* está associado principalmente ao fluxo de calor recebido pelos materiais que ainda não entraram em combustão (Cadorim, 2003). Esse fluxo, transmitido por convecção e radiação, está associado às temperaturas do contorno (paredes e teto) e, portanto, à temperatura dos gases quentes que formam a zona superior. Cadorim (2003) com base em resultados de várias pesquisas adota para o fluxo o valor de 20kW/m² e para a temperatura 600°C. Após o *flashover*, tem-se a fase (2) ou pós-*flashover*, onde a temperatura aumenta rapidamente. Nessa fase, a extinção do incêndio é quase sempre impossível e as equipes de combate se concentram em prevenir a propagação para outros compartimentos ou edifícios.

Na fase (2), o incêndio entra em um estado estável de combustão e, portanto, a taxa de calor liberado também se torna constante (figura 2.3.1b). A taxa de combustão depende, principalmente, da quantidade de ar que entra no compartimento, ou seja, o incêndio é controlado pela ventilação. Nessa fase, a temperatura é alta e os danos à estrutura, também, atingem o máximo. Essa é a fase mais relevante para a engenharia estrutural. Após um período de combustão, muitos materiais são consumidos e a taxa de combustão começa a diminuir. Nesse ponto, cerca de 70% dos materiais foram consumidos (esse é o ponto em que começa o decréscimo na taxa de calor liberado, figura 2.3.1b). O incêndio entra, então, na terceira fase, na qual as temperaturas diminuem e o incêndio se extingue quando todos os materiais combustíveis são consumidos.

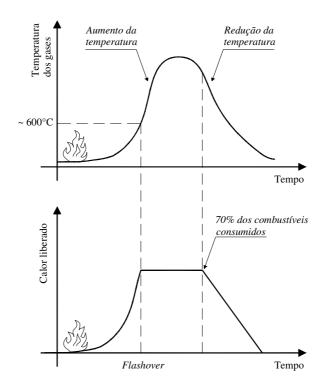


Figura 2.3.1 Relação temperatura-tempo de um incêndio em um compartimento e taxa de calor liberado em um compartimento segundo o EN 1992-1-2:2004.

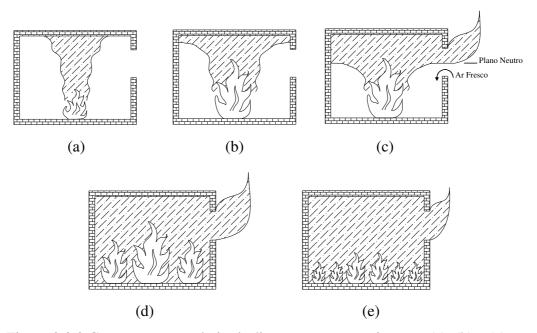


Figura 2.3.2 Comportamento do incêndio em um compartimento: (a), (b) e (c) são diferentes estágios da fase pré-*flashover*; (d) e (e) fase pós-*flashover*.

A modelagem do comportamento de um incêndio é um processo sofisticado e tem atraído a atenção de vários pesquisadores. Como resultado, muitos modelos têm sido desenvolvidos e podem ser divididos em três grupos: modelos analíticos, modelagem por zonas e modelagem computacional utilizando dinâmica dos fluídos (CFD).

Nos modelos analíticos, um grande número de ensaios é executado nos quais diferentes parâmetros são avaliados. Análises de regressão são realizadas estabelecendo relações entre as variáveis de saída (taxa de combustão, temperatura dos gases no incêndio, quantidade de gases quentes) e variáveis de entrada como carga de incêndio e ventilação. Devido à complexidade do problema, somente em poucos casos soluções analíticas podem ser encontradas. Exemplos de modelos analíticos são as curvas de incêndio parametrizado e incêndio localizado apresentadas pelo EN 1991-1-2:2002. Modelos analíticos mais simples são as curvas de incêndio nominais como a do incêndio-padrão onde o TRRF (tempo requerido de resistência ao fogo) incorpora as diversas variáveis do problema de uma maneira subjetiva.

Na modelagem computacional utilizando dinâmica dos fluídos (CFD), equações são escritas com base nas equações fundamentais da dinâmica dos fluídos, termodinâmica, mecânica e reações químicas que são resolvidas a partir da discretização do compartimento em um grande número de volumes de controle, volumes finitos ou elementos finitos. Esse modelo é mais versátil e conduz a resultados mais apurados e detalhados. Um exemplo de programas computacionais que utilizam modelagem CFD é o SMARTFIRE (http://fseg.gre.ac.uk, acessado em julho de 2008) desenvolvido na *University of Greenwich*. A figura 2.3.3 apresenta a análise de um compartimento incendiado. Caldas *et al.* (2006) utilizaram o programa para obtenção da relação temperatura-tempo dos gases em um compartimento para posterior análise da estrutura, demonstrando a possibilidade de economia com a utilização de métodos avançados de cálculo. Pannoni *et al.* (2005a, b) também utilizaram o programa para simular o comportamento do incêndio em compartimentos.

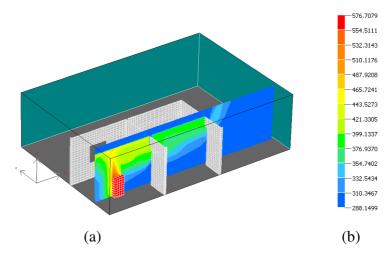


Figura 2.3.3 Modelagem CFD usando o programa SmartFire (http://fseg.gre.ac.uk):

(a) discretização do compartimento em volumes de controle, apenas o fechamento do compartimento é apresentado; (b) escala de temperaturas em °K.

A modelagem por zonas se enquadra como uma aproximação intermediária entre os modelos analíticos e a modelagem CFD. O incêndio é dividido em poucas e grandes zonas com diferentes características. Por exemplo, para a fase pré-*flashover*, o compartimento incendiado pode ser dividido em duas zonas: uma zona superior de gases quentes e uma zona inferior de ar fresco, figura 2.3.2. Assume-se que cada zona possua propriedades uniformes como temperatura e concentração de gases. Os resultados obtidos são menos detalhados do que os da modelagem CFD, todavia, para compartimentos de geometria regular, a modelagem por zonas fornece um bom entendimento do comportamento do incêndio. O programa computacional OZONE, desenvolvido por Cadorin (2003), utiliza o conceito de modelagem por zonas e modelos analíticos para obtenção da relação temperatura-tempo dos gases no incêndio.

Devido a incertezas sobre fatores como o local do início do incêndio, as condições de ventilação, a aleatoriedade das aberturas e a variedade nas propriedades dos materiais que formam o compartimento, necessita-se de uma aproximação probabilística para modelagem dos incêndios. Porém, devido à falta de informação sobre as várias distribuições probabilísticas e à natureza complexa do processo, utilizam-se aproximações determinísticas considerando-se os casos mais desfavoráveis.

#### 2.3.2 Incêndio Localizado ou Pré-Flashover

Devido ao alto risco de morte, a maior parte dos estudos em relação à dinâmica do incêndio têm sido concentrados na fase pré-flashover, com o objetivo de se obter um maior conhecimento da produção e propagação de fumaças e gases quentes. Para a engenharia estrutural, a capacidade de modelar o comportamento do incêndio na fase pré-flashover permite investigar o comportamento estrutural sob incêndios localizados em edificações como edifícios-garagem, estádios e aeroportos, onde, devido às grandes dimensões, não ocorre o flashover.

Para modelagem da fase pré-*flashover*, modelos analíticos e a modelagem por zonas são os mais utilizados, podendo-se empregar uma combinação de ambos (EN 1991-1-2:2002).

O EN 1991-1-2:2002 apresenta um modelo analítico para tratar os incêndios localizados. Segundo essa norma, quando o *flashover* não é provável de ocorrer, as ações térmicas na estrutura devido a um incêndio localizado devem ser avaliadas.

#### 2.3.3 Incêndio Pós-Flashover

O principal objetivo do estudo da fase pós-*flashover* é obter a relação temperatura-tempo que será utilizada na análise da estrutura. Essa relação pode ser encontrada a partir do balanço de energia no compartimento

$$\dot{Q}_{inc} = \dot{Q}_s + \dot{Q}_c + \dot{Q}_r + \dot{Q}_g \,, \tag{2.3.1}$$

que indica que a taxa de calor liberado pela combustão dos materiais é igual à taxa de calor perdido pelo incêndio. Nessa expressão,  $\dot{Q}_{inc}$  é a taxa de calor ganha pelo incêndio devido à combustão dos materiais,  $\dot{Q}_s$  é a taxa de calor perdida pela saída de gases quentes do compartimento (parte da energia que pode ser liberada como calor também é perdida pela saída de gases e partículas que não sofreram combustão dentro do compartimento),  $\dot{Q}_c$  é a taxa de calor perdida para os materiais que formam o compartimento, como paredes, teto e piso,  $\dot{Q}_r$  é a taxa de calor perdida por radiação através das aberturas no compartimento e  $\dot{Q}_g$  é a taxa de calor requerida para aumentar a temperatura dos gases.

Os termos da expressão 2.3.1 podem ser determinados a partir de observações experimentais, das quais se obtêm expressões empíricas, sendo influenciados por fatores como tipo e quantidade dos materiais em combustão, materiais que formam o contorno do compartimento (paredes, teto e pisos), ventilação e outros.

A taxa de calor liberado pode ser obtida experimentalmente ou em normas como o EN 1992-1-2:2004, figura 2.3.1b.

#### 2.3.3.1 Curvas Paramétricas

A solução da expressão 2.3.1 em geral é difícil, constituindo também um problema a falta de informações sobre as variáveis envolvidas. Para procedimentos de projeto, relações temperatura-tempo aproximadas têm sido desenvolvidas.

Com base nos resultados de Pettersson *et al.* (1976), o EN 1991-1-2:2002 apresenta expressões para a avaliação das relações temperatura-tempo da fase pós*flashover*, chamadas curvas paramétricas ou incêndio parametrizado. Como mostrada na figura 2.3.4, a curva paramétrica tem um ramo ascendente, usado para descrever a relação durante a elevação de temperatura, e um ramo descendente. O ramo ascendente é dado por

$$\theta_{g} = 20 + 1325 \left( 1 - 0.324 e^{-0.2t^{*}} - 0.204 e^{-1.7t^{*}} - 0.472 e^{-19t^{*}} \right), \tag{2.3.2}$$

onde o tempo modificado t\* relaciona-se com o tempo real t a partir da expressão

$$t^* = t\Gamma, (2.3.3)$$

sendo o fator  $\Gamma$  função do fator de ventilação, O, do fator térmico b e da carga de incêndio (EN 1991-1-2:2002).

O fator ou grau de ventilação ou fator de abertura,

$$O = \frac{A_v \sqrt{h_{eq}}}{A_t}, \qquad (2.3.4)$$

é função da área das abertura verticais,  $A_v$ , da altura média das aberturas verticais,  $h_v$ , e da área total de fechamento (paredes, piso e teto, incluindo as aberturas),  $A_t$ .

O fator térmico ou inércia térmica,

$$b = \sqrt{\rho c \lambda} , \qquad (2.3.5)$$

é função da massa específica,  $\rho$ , do calor específico, c, e da condutividade térmica  $\lambda$  dos materiais que formam o contorno do compartimento.

A máxima temperatura dos gases,  $\theta_{g,max}$ , na fase de elevação de temperatura, figura 2.3.4, é definida em função da carga de incêndio e do fator de ventilação.

Por simplicidade, o ramo descendente é dado por uma linha reta, figura 2.3.4. Uma vez que o comportamento estrutural é pouco afetado pelo ramo descendente, não é necessário usar expressões complexas.

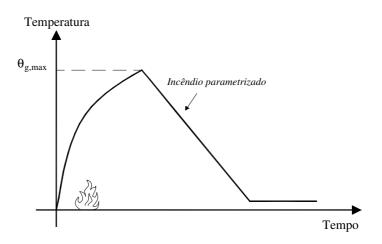


Figura 2.3.4 Curva paramétrica segundo o EN 1991-1-2:2002.

As curvas paramétricas conforme apresentadas pelo EN 1991-1-2:2002 são válidas para compartimentos com área de piso de até 500 m², sem aberturas no teto e com altura máxima de 4 m. Para compartimentos com maiores áreas de piso ou mais altos, o efeito da variação da temperatura no compartimento deve ser considerado.

### 2.3.3.2 Curvas Nominais, TRRF e Tempo Equivalente

Em procedimentos prescritivos de projeto e em ensaios padronizados, a temperatura é calculada segundo a curva do incêndio-padrão, figura 2.3.5, (EN 1991-1-2:2002; ABNT NBR 14432:2000; ISO 834-1:1999)

$$\theta_g = 20 + 345 \log(8t + 1).$$
 (2.3.6)

A expressão 2.3.6 é utilizada para incêndios à base de materiais celulósicos. Para incêndios devido à combustão de materiais formados por hidrocarbonetos, a relação temperatura-tempo (EN 1991-1-2:2002)

$$\theta_g = 20 + 1080 \left( 1 - 0.325 e^{-0.167t} - 0.675 e^{-2.5t} \right)$$
 (2.3.7)

deve ser utilizada.

Para estruturas externas, localizadas fora do compartimento incendiado, mas que, sofrem a ação do incêndio através de aberturas, o EN 1991-1-2:2002 apresenta a expressão

$$\theta_g = 20 + 660 \left( 1 - 0.687 e^{-0.32t} - 0.313 e^{-3.8t} \right). \tag{2.3.8}$$

Nas expressões anteriores,  $\theta_{\rm g}$  é a temperatura dos gases em graus Celsius e t é o tempo em minutos.

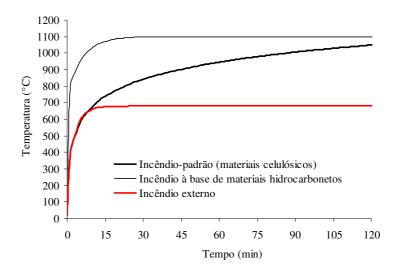


Figura 2.3.5 Curvas nominais (EN 1991-1-2:2002).

Observa-se que as curvas nominais, figura 2.3.5, apresentam um crescimento constante da temperatura, diferentemente do que ocorre em um incêndio real, figura 2.3.1. Segundo Wang (2002), para dar alguma realidade à exposição ao incêndio-padrão, um tempo limite de exposição é especificado, sendo denominado tempo requerido de resistência ao fogo, TRRF. Em procedimentos prescritivos de projeto, a especificação do TRRF tem por base critérios gerais como o tipo e altura da edificação que estão associados à carga de incêndio e às conseqüências da exposição a altas temperaturas. Nota-se que apesar da consideração de critérios gerais como a carga de incêndio e as conseqüências da exposição a altas temperaturas, fatores importantes, como a ventilação e as propriedades dos materiais que compõem o compartimento, não são considerados. A tabela 2.3.1 apresenta alguns exemplos de TRRF.

Segundo Vargas e Silva (2003), o tempo requerido de resistência ao fogo, TRRF, é um tempo mínimo de resistência ao fogo de um elemento construtivo, quando sujeito ao incêndio-padrão. A resistência ao fogo é a propriedade de um elemento estrutural

resistir à ação do fogo por determinado período de tempo, mantendo sua segurança estrutural, estanqueidade e isolamento, onde aplicável.

Tabela 2.3.1 Tempos requeridos de resistência ao fogo, TRRF, em minuto (ABNT NBR 14432:1999).

Ocupação/uso	Altura da edificação				
	h ≤ 6m	6 < h ≤ 12m	12 < h ≤ 23m	23 < h ≤ 30m	h > 30m
Residencial	30	30	60	90	120
Hotel	30	60	60	90	120
Supermercado	60	60	60	90	120
Escritório	30	60	60	90	120
Escola	30	30	60	90	120
Shopping	60	60	60	90	120
Hospital	30	60	60	90	120

O TRRF varia de uma especificação (norma, lei ou regulamentação) para outra, sendo fruto do consenso da sociedade, não significando a duração do incêndio ou o tempo de evacuação dos ocupantes do edifício ou o tempo de chegada do corpo de bombeiros.

Apesar das limitações, a utilização do incêndio-padrão tem muitas vantagens em relação às condições reais de exposição ao incêndio:

- o conceito de TRRF tem uma longa história e está bem relacionado com a segurança em incêndio, apresentando resultados seguros na utilização em projetos;
- tem-se um grande conhecimento obtido a partir de ensaios utilizando a relação temperatura-tempo do incêndio-padrão, porém pouco se tem para outros tipos de incêndios:
- a curva do incêndio-padrão tem somente uma relação temperatura-tempo, sendo de fácil utilização em projetos.

Por causa dessas vantagens, tentativas têm sido feitas para correlacionar incêndios naturais ao incêndio-padrão por meio do uso do conceito de tempo equivalente, que vem a ser o tempo de exposição do elemento construtivo ao incêndio-padrão que conduz ao mesmo efeito da exposição do elemento ao incêndio natural. É necessário selecionar o efeito apropriado. Usando a temperatura como exemplo, o conceito de tempo equivalente é ilustrado na figura 2.3.6.

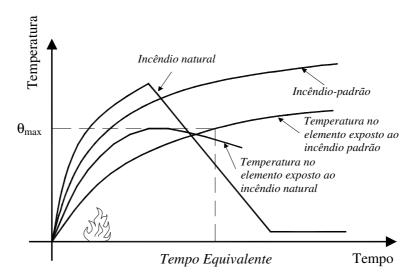


Figura 2.3.6 Conceito do tempo equivalente.

Durante muitos anos várias relações para o tempo equivalente têm sido desenvolvidas. O EN 1991-1-2:2002 apresenta um procedimento para obtenção do tempo equivalente, no qual se baseiam as IT-CBMESP 08 (2006) e IT-CBMMG 06 (2006).

# 2.4 ENSAIOS EXPERIMENTAIS E O COMPORTAMENTO DE ESTRUTURAS MISTAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Ensaios experimentais são importantes para o conhecimento do comportamento e avaliação de procedimentos de verificação de estruturas em situação de incêndio. A realização de ensaios experimentais com o objetivo direto de se estudar soluções de projeto não é comum e, em geral, os ensaios têm o objetivo de fornecer bases para estudos mais detalhados.

Nos ensaios, usualmente, carrega-se a estrutura e em seguida tem-se a exposição ao incêndio com o carregamento mantido constante. O ensaio termina quando a estrutura atinge algum critério de falha.

Com o objetivo de se ter uma qualificação relativa e se graduar o comportamento entre diferentes estruturas, a temperatura nos fornos é elevada segundo a curva do incêndio-padrão, expressão 2.3.5. Todavia, o incêndio-padrão pode não ser apropriado para o entendimento do comportamento real de uma estrutura em situação de incêndio.

A falha da estrutura é determinada pela capacidade resistente, isolamento e integridade. O isolamento está associado com o aumento excessivo da temperatura em superfícies do elemento não expostas ao incêndio. A integridade está associada à propagação do incêndio através de rachaduras no elemento ensaiado. A falha por perda de capacidade resistente pode também ser determinada por deslocamentos excessivos.

Os ensaios podem ser de vários níveis, variando desde ensaios simples onde um pedaço de perfil é colocado em um pequeno forno para obtenção do seu aquecimento, até ensaios mais sofisticados de elementos estruturais como vigas e pilares. No último nível de sofisticação têm-se os ensaios em pórticos ou edifícios reais.

Devido ao alto custo de ensaios em grande escala em edifícios reais, somente elementos individuais são testados em incêndio, levando a um comportamento muitas vezes diferente do real. Incêndios acidentais podem dar indícios do comportamento estrutural em situação de incêndio, porém, é impossível reconstruir o cenário completo, incluindo o desenvolvimento da temperatura e propagação do incêndio. Todavia, incêndios bem documentados dão uma visão geral e otimista da resistência de estruturas mistas de aço e concreto. Burgess (2005) cita exemplos significativos de incêndios acidentais ocorridos nos edifícios *One Meridian Plaza*, na Philadelphia, e *Broadgate Phase* 8, em Londres. Apesar dos danos causados pelo incêndio, os edifícios não sofreram colapso. O *One Meridian Plaza* tinha proteção contra incêndio nas estruturas e o *Broadgate Phase* 8 ainda não estava protegido.

A partir de incêndios acidentais notou-se que as estruturas mistas poderiam ser muito mais resistentes do que os métodos de cálculo sugeriam, e um grande projeto experimental foi desenvolvido pela *Britain British Steel* em meados dos anos 90. Um edifício de 8 pavimentos, típico de um prédio moderno de escritórios foi construído dentro de um grande galpão em Cardington, Reino Unido. O edifício foi projetado por engenheiros, sem qualquer influência de pesquisadores, segundo a norma BS 5950 (1990) e as prescrições do *Eurocode*. As lajes mistas concretadas no local trabalhavam em conjunto com as vigas de aço, formando vigas mistas. A estrutura era contraventada e as ligações projetadas para resistir somente cargas verticais. Todos os pisos foram carregados com sacos de areia com carga semelhante aos dos escritórios no Reino Unido. Seis testes em situação de incêndio foram realizados no edifício com medição das temperaturas, deslocamentos e deformações durante e após os incêndios (Lawson,

2001; Wang, 1995, 2000a,b e Wang e Davies, 2003). O maior teste compreendeu uma área de 380m². Os pilares foram cobertos com proteção tipo caixa por causa das conseqüências severas da falha de um pilar, porém, todas as vigas internas, foram deixadas sem proteção.



Figura 2.4.1 Edifício com elementos estruturais de aço e mistos ensaiado em Cardington, UK (Lawson, 2001).

Apesar das temperaturas nos ensaios (acima de 800 °C) serem bem maiores do que a temperatura crítica dada por métodos de cálculos usuais, e os deslocamentos dos pisos serem grandes, não houve falha em nenhum dos testes.

Desde o fim dos testes em 1996, estudos vêm sendo realizados com o objetivo de entender as complexas interações que ocorrem durante um incêndio em um edifício, produzindo modelos numéricos capazes de predizer o desempenho de projetos futuros.

Dois pontos importantes contribuem para que o comportamento de estruturas mistas em situação de incêndio seja melhor do que o prescrito nos métodos simplificados de cálculo (Burgess, 2005): as condições reais de incêndio ao qual a estrutura está submetida e o comportamento da estrutura como um todo. O único caminho de se prever como um edifício contínuo se comporta em incêndio é através de modelos numéricos que incluam as mudanças no comportamento do material para altas

temperaturas, as distribuições de temperaturas nas partes da estrutura e a habilidade para trabalhar adequadamente em grandes deslocamentos. Quando os projetistas utilizam métodos semelhantes, eles conseguem uma visão mais realística de como a estrutura se comporta.

Os ensaios de Cardington mostraram que o bom comportamento estrutural de pisos mistos de aço e concreto em situação de incêndio está relacionado principalmente à degradação da relação tensão-deformação do concreto e do aço e às deformações térmicas que levam a um comportamento de membrana. Com o aumento da temperatura, o piso mostrado na figura 2.4.2, passa pelas seguintes fases: (1) inicialmente as vigas expostas ao incêndio aquecem rapidamente, com pequena redução de resistência e rigidez; (2) a laje de concreto aquece mais lentamente, causando um encurvamento na direção da fonte de calor; (3) com a redução da resistência do aço, a laje mista, pelo efeito de membrana, pode suportar parte ou todo o carregamento antes resistido pelas vigas mistas, principalmente no caso de lajes mistas construídas com malhas de aço devidamente projetadas (figura 2.4.2). O comportamento de membrana ocorre em lajes mistas ou de concreto armado. Em lajes de concreto, esse comportamento não é explorado, pois, devido aos grandes deslocamentos, rachaduras ocorrem levando à perda de estanqueidade, problema que não ocorre em lajes mistas devido à presença da forma de aço (steel deck).

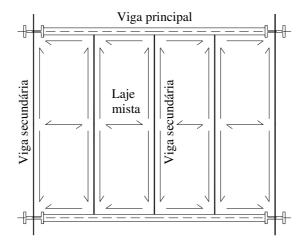


Figura 2.4.2 Piso misto típico: caminho das cargas para a estrutura em temperatura ambiente.

O comportamento de membrana se desenvolve desde que a laje seja bem suportada verticalmente ao longo de linhas que dividem o piso em áreas aproximadamente quadradas (as vigas no contorno dessa área, em geral, são protegidas para garantir a resistência em situação de incêndio). A dupla curvatura e os grandes deslocamentos sofridos pela laje levam a um comportamento de membrana tracionada em sua região central enquanto que na parte periférica tem-se a formação de um anel de compressão, figura 2.4.3. Esse mecanismo é alto-equilibrado e capaz de suportar o carregamento ou parte do carregamento que atua no piso.

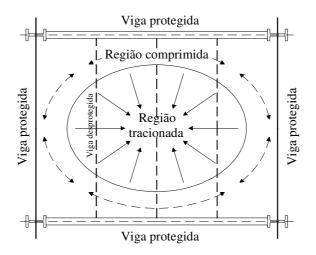


Figura 2.4.3 Piso misto típico: comportamento de membrana para grandes deslocamentos.

Se a laje é efetiva em apenas uma direção, onde, por exemplo, a área suportada não é aproximadamente quadrada, então a laje trabalha, em situação de incêndio, com curvatura simples. Ocorre então, um comportamento de catenária, distinto do comportamento de membrana por não ser auto-equilibrado, necessitando de ancoragem horizontal nos suportes. Nesse caso, a falha pode ocorrer devido à tração na laje ou nos elementos suportes. As ligações entre as vigas na direção de tração e seus pilares suporte podem falhar, levando à queda do piso e à perda de contenção lateral do pilar. Nas extremidades do edifício, a rigidez horizontal para ancorar a tração da catenária é dada principalmente pela rigidez dos pilares no pavimento afetado e no pavimento

superior. Se os pilares são aquecidos significantemente, sua rigidez é reduzida e podem flambar para o interior do edifício, puxados pelas lajes. Portanto, ao utilizar a ação da catenária é necessário observar seus efeitos até um suporte adequado.

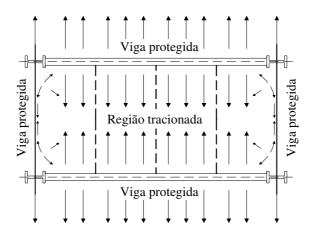


Figura 2.4.4 Piso misto típico: comportamento de catenária para grandes deslocamentos.

Durante um incêndio, grandes deslocamentos da estrutura são aceitáveis desde que o incêndio fique confinado ao compartimento de origem. Durante os anos 60 significantes pesquisas experimentais e teóricas foram realizadas sobre o comportamento de membrana em lajes de concreto sujeitas a grandes deslocamentos. Esse comportamento faz com que as lajes suportem cargas bem superiores às calculadas considerando apenas o comportamento à flexão. Um método simplificado de cálculo, considerando o comportamento de membrana, foi desenvolvido inicialmente por Bailey (2000a, 2000b, 2001) para lajes mistas em grandes deslocamentos e sujeitas a temperaturas elevadas. Usando o comportamento de membrana, é possível projetar estruturas onde várias vigas podem ficar sem proteção durante um incêndio. Inicialmente, considerando somente a resistência à flexão, todas as vigas de um piso eram protegidas.

## 2.5 PROJETO DE ESTRUTURAS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Os componentes de uma edificação são projetados para satisfazer requisitos de utilização e segurança. Um dos requerimentos de segurança é a adequada resistência em situação de incêndio, pois, quando outras medidas de proteção contra incêndio falham, a integridade estrutural é a última defesa (Kodur e Harmathy, 2002).

Os procedimentos de projeto em situação de incêndio devem levar em conta parâmetros como o comportamento da estrutura em temperatura elevada, a exposição ao calor e os benefícios dos meios de proteção ativa e passiva, juntamente com as incertezas associadas e a importância da estrutura. No momento, é possível determinar de forma adequada o desempenho de uma estrutura ou de seus componentes em um incêndio real (simulado a partir de modelos analíticos, zonas ou CFD), incorporando os parâmetros citados. Esses procedimentos são chamados de aproximações com base em desempenho. Nos procedimentos que têm por base um incêndio nominal (incêndio-padrão) com períodos de resistência ao incêndio definidos, os parâmetros citados são considerados implicitamente, e recebem o nome de aproximações prescritivas (figura 2.5.1).

Conforme apresentado na figura 2.5.1, a verificação em situação de incêndio se baseia em métodos tabulares, modelos simplificados e avançados de cálculo. Ensaios experimentais também são permitidos.

O caminho usual para satisfazer os requerimentos de resistência em situação de incêndio para estruturas de aço é simplesmente revestir o aço com um material isolante. Os materiais isolantes são constituídos por alvenaria, concreto normal ou leve, argamassa à base de cimento, fibras minerais, resinas acrílicas, vermiculita ou gesso, mantas de fibras cerâmicas ou de lã de rocha, tintas intumescentes e outros. No caso de materiais industrializados, a espessura é especificada pelos fabricantes, e tem como objetivo manter a temperatura do aço abaixo de uma temperatura crítica (usualmente entre 550 °C e 650 °C) dentro do tempo requerido de resistência ao fogo (TRRF), independente do nível de carregamento. A temperatura crítica é definida com base na redução da resistência do aço até que a reserva de resistência seja esgotada. A "reserva de resistência" é dada pela diferença entre os coeficientes de ponderação da resistência e das ações à temperatura ambiente e elevada. Nessa definição, considera-se que os

elementos estejam totalmente carregados à temperatura ambiente. Métodos mais racionais relacionam a temperatura crítica ao nível de carregamento.

O método tabular tem por base observações experimentais e resultados de análises numéricas a partir dos quais são construídas tabelas, ábacos ou cartas de cobertura. Em geral, nesse método, a partir das características do elemento estrutural como dimensões, propriedades dos materiais e solicitações, obtém-se diretamente o tempo de exposição ao incêndio (EN 1994-1-2:2005; EN 1992-1-2:2004; ABNT NBR 143231999; ABNT NBR 15200:2004).

Os modelos simplificados de verificação à temperatura elevada seguem os mesmos princípios de verificação à temperatura ambiente modificando-se as propriedades mecânicas dos materiais de acordo com a temperatura. Esses procedimentos de projeto são adotados em normas como o ANSI/AISC 360-05, o EN 1994-1-2:2005 e a ABNT NBR 14323:1999.

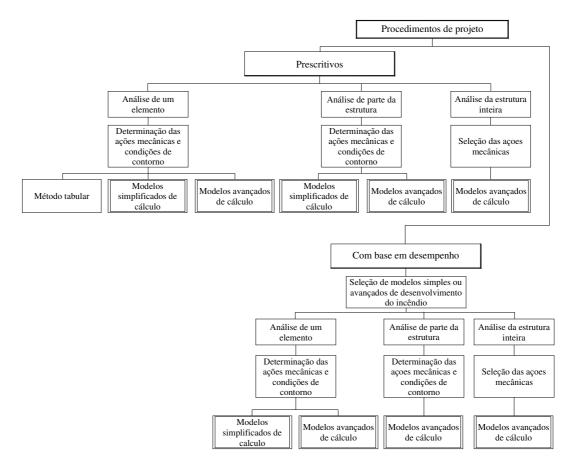


Figura 2.5.1 Procedimentos de projeto (EN 1994-1-2:2005).

Segundo o EN 1994-1-2:2005, onde o método tabular ou modelos simplificados não são aplicáveis, é necessário usar um método com base em análise avançada ou um método com base em ensaios experimentais.

Modelos avançados de cálculo, em geral, têm por base modelos numéricos para solução do problema e são fundamentados no comportamento da estrutura em situação de incêndio. Modelos de análise térmica devem ter por base os fundamentos da transferência de calor. Para análise mecânica os modelos devem seguir os princípios da análise estrutural levando em conta os efeitos da temperatura.

A interação entre os elementos estruturais ainda é um ponto pouco abordado nas normas de projeto de estruturas em situação de incêndio, e em geral, apenas são apresentadas as diretrizes que devem ser seguidas para realização de análises numéricas (modelos avançados de cálculo). Tal fato pode ser constatado ao se observar o enfoque dado pelas normas ao estado limite último de elementos individuais que formam a estrutura. No que se refere às estruturas mistas, o comportamento de membrana é um exemplo do comportamento estrutural como um todo, que não é abordado nas normas.

Para estruturas de concreto, Bailey (2002) comenta que os procedimentos correntes de projeto têm por base, principalmente, a verificação de elementos estruturais a partir de tabelas e modelos analíticos derivados de ensaios experimentais. Considerase que a resistência da estrutura completa será no mínimo igual à resistência dos elementos individuais. Porém, o comportamento de estruturas completas é significantemente diferente do comportamento de elementos isolados, com a ocorrência de efeitos favoráveis e desfavoráveis. Segundo Bailey (2002), em alguns casos, ao ignorar o verdadeiro comportamento da estrutura, efeitos desfavoráveis, os quais não são destacados por procedimentos de verificação ou ensaios de elementos isolados, podem levar ao colapso prematuro da estrutura. Uma diferença óbvia entre o comportamento de uma estrutura completa e de um elemento isolado é que a estrutura utiliza vários caminhos de resistência das cargas que não podem ser identificados a partir de ensaios de elementos. Por exemplo, a restrição de uma laje à expansão térmica, causada pela parte não aquecida que contorna um compartimento incendiado, pode induzir altas tensões de compressão na laje aquecida, o que pode ser benéfico por levar a um comportamento de membrana comprimida, suportando o carregamento atuante. Porém, essas forças de compressão podem aumentar a possibilidade de spalling. Outra forma de comportamento da estrutura completa, que pode levar a um colapso prematuro, resulta da falta de resistência ou acomodação dos movimentos laterais causados pela expansão térmica da laje (figura 2.5.2). Essas formas de comportamento, não previstas em normas correntes, têm sido recentemente destacadas como a razão de colapsos em estruturas de concreto em situação de incêndio (Bailey, 2002).



Figura 2.5.2 Deslocamento lateral das colunas externas observado em um ensaio de uma estrutura de concreto em Cardington, UK (Bailey, 2002).

Segundo Burgess (2005), o único caminho de se prever como uma estrutura completa se comporta em incêndio é por meio de modelos numéricos que incluam as mudanças no comportamento do material para altas temperaturas, as distribuições de temperaturas nas partes da estrutura e a habilidade para trabalhar adequadamente em grandes deslocamentos. Quando projetistas têm conhecimentos para utilizar semelhantes métodos, eles têm uma visão mais realística de como a estrutura se comporta.

## 2.6 COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS À TEMPERATURA ELEVADA

O desempenho de um elemento estrutural depende das propriedades de seus materiais constituintes. O conhecimento das propriedades à temperatura elevada e a distribuição de temperatura, permite, a partir de métodos da mecânica estrutural, prever o comportamento dos elementos estruturais em situação de incêndio.

Com relação ao comportamento em situação de incêndio, os materiais construtivos podem ser divididos em materiais resistentes (aço e concreto), isolantes (concreto, tijolo, gesso e materiais isolantes de proteção contra incêndio) e combustíveis (madeira, revestimentos e forros). Alguns materiais, como o concreto, são resistentes e isolantes, outros são resistentes e combustíveis, como a madeira.

As propriedades que determinam o comportamento estrutural dos elementos à temperatura elevada são resistência, rigidez, deformação térmica e fluência dos materiais componentes (Kodur e Harmathy, 2002).

As deformações de fluência são definidas como deformações dependentes do tempo. Para altas tensões e à temperatura elevada, a taxa de deformação devido à fluência é substancial. Portanto, os principais fatores que influenciam a fluência são a temperatura, o nível de tensão e sua duração. Para o concreto, os modelos de Thelandersson e Schneider (Purkis, 2006) podem ser utilizados para cálculo das deformações em situação de incêndio. Kodur e Harmathy (2002) apresentam maiores informações sobre a fluência nos aços. Os modelos apresentados para o aço e concreto, pelo *Eurocode*, incluem implicitamente o efeito da fluência.

As propriedades que influenciam a distribuição e o aumento da temperatura em um elemento são a condutividade térmica, o calor específico e a massa específica, que dependem da composição dos materiais constituintes.

Além das propriedades citadas, o *spalling* do concreto e a carbonização da madeira influenciam o comportamento dos respectivos materiais à temperatura elevada.

O aço é um material resistente e pode ser laminado a quente ou trabalhado a frio, sendo uma liga de ferro e carbono (até 0,29% de carbono), possuindo outros elementos como o silício, manganês, fósforo e enxofre.

Concreto é um material resistente e isolante formado pela pasta de cimento Portland hidratada e agregados (brita e areia). A pasta de cimento hidratada compõe de 20 a 40% do volume. Portanto, as propriedades do concreto variam grandemente com os agregados utilizados, em geral, silicosos ou calcários. Tradicionalmente, a resistência à compressão do concreto fica entre 20 e 50 MPa. Recentemente, concretos com resistência à compressão entre 50 e 100 MPa vêm sendo utilizados e são referenciados como concretos de alto desempenho ou alta resistência. Dependendo da densidade, eles são tratados como concretos de densidade normal para densidades em torno de 2400 kg/m³ e concretos de baixa densidade, entre 1600 e 2000 kg/m³ (ABNT NBR 14323:1999).

Em alguns casos, fibras de aço ou polipropileno são misturadas ao concreto com o objetivo de melhorar o seu comportamento. As fibras de polipropileno minimizam o *spalling* (Han *et al.*, 2005; Fletcher *et al.*, 2007), e as fibras de aço melhoram o comportamento dos concretos sem armaduras (concreto simples) à temperatura ambiente e elevada (Kodur, 1998, 2006).

Materiais de proteção contra incêndio, em geral, são isolantes que ajudam a retardar a elevação da temperatura em um elemento estrutural, aumentando a resistência em situação de incêndio.

Os materiais resistentes como aço, concreto e madeira sofrem redução da resistência e rigidez com a elevação da temperatura. Além da degradação dessas propriedades, o concreto pode perder parte da seção transversal devido ao *spalling* e a madeira perde parte de sua seção devido à carbonização. As alterações nas propriedades termomecânicas são devido à mudanças físicas, químicas e modificações na microestrutura dos materiais.

O concreto perde resistência e rigidez devido à fissuração interna e mudanças químicas, além de sofrer uma série de mudanças de coloração, especialmente se os agregados são silicosos. As mudanças de coloração podem indicar as perdas de resistência e rigidez, tabela 2.6.1 (Cánovas, 1988).

 $\theta_{\rm c}$ Cor (°C) 20 cinza 200 cinza 300 rosa 400 rosa 500 rosa 600 vermelho 900 cinza avermelhado 1000 amarelo alaranjado

Tabela 2.6.1 Influência da temperatura na coloração do concreto.

Após o aquecimento o concreto não recupera sua resistência inicial ao resfriar, diferentemente do aço. Segundo Cánovas (1988), se a temperatura atingida pelo concreto não ultrapassa os 500°C, este pode sofrer uma hidratação posterior que pode levar à recuperação de até 90% de sua resistência.

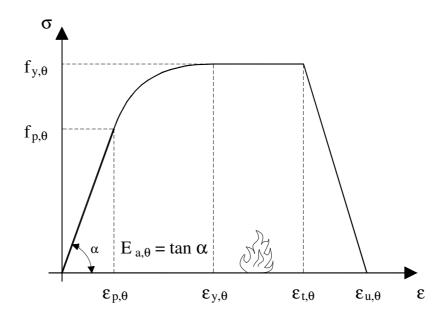
## 2.6.1 Propriedades Termomecânicas do Aço Segundo o Eurocode

A tabela 2.6.2 e a figura 2.6.2 apresentam os fatores de redução à temperatura elevada, relativos aos valores a 20°C, para a resistência ao escoamento, o limite de proporcionalidade e o módulo de elasticidade dos aços laminados, respectivamente,

$$k_{y,\theta} = \frac{f_{y,\theta}}{f_y}, \ k_{p,\theta} = \frac{f_{p,\theta}}{f_y} \ e \ k_{E,\theta} = \frac{E_{\theta}}{E}$$
 (2.6.1)

onde  $f_{y,\theta}$  é a resistência ao escoamento dos aços laminados a uma temperatura  $\theta_a$  e  $f_y$  é a resistência ao escoamento do aço a 20°C,  $f_{p,\theta}$  é o limite de proporcionalidade a uma temperatura  $\theta_a$ ,  $E_{\theta}$  é o módulo de elasticidade a uma temperatura  $\theta_a$  e E é o módulo de elasticidade a 20°C.

Para taxas de aquecimento entre 2 e 50 °C/min, a relação tensão-deformação do aço em temperatura elevada é dada pelas expressões apresentadas na figura 2.6.1.



Deformação	Tensão	Módulo de Elasticidade
$\varepsilon \leq \varepsilon_{p,\theta}$	$\epsilon E_{a, \theta}$	$E_{a,\theta}$
$ \varepsilon_{p,\theta} \le \varepsilon \le \varepsilon_{y,\theta} $	$f_{p,\theta} - c + (b/a) \left[ a^2 - \left( \varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon \right)^2 \right]^{0.5}$	$\frac{b(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon)}{a[a^2 - (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon)^2]^{0.5}}$
$\boldsymbol{\epsilon}_{\boldsymbol{y},\boldsymbol{\theta}} \leq \boldsymbol{\epsilon} \! \leq \! \boldsymbol{\epsilon}_{\boldsymbol{t},\boldsymbol{\theta}}$	${f f}_{y, m  heta}$	0
$\boldsymbol{\epsilon}_{t,\theta} \leq \boldsymbol{\epsilon} \leq \boldsymbol{\epsilon}_{u,\theta}$	$f_{y,\theta} \left[ 1 - \left( \epsilon - \epsilon_{t,\theta} \right) / \left( \epsilon_{u,\theta} - \epsilon_{t,\theta} \right) \right]^{0.5}$	-
$\varepsilon = \varepsilon_{u,\theta}$	0	-
Parâmetros	$\varepsilon_{p,\theta} = f_{p,\theta} / E_{a,\theta}  \varepsilon_{y,\theta} = 0.02$	$\varepsilon_{t,\theta} = 0.15$ $\varepsilon_{u,\theta} = 0.20$
	$a^{2} = (\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta} + c/E_{a,\theta})$	
Funções	$b^{2} = c(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})E_{a,\theta} + c^{2}$	
	$c = \frac{(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})^2}{(\varepsilon_{y,\theta} - \varepsilon_{p,\theta})E_{a,\theta} - 2(f_{y,\theta} - f_{p,\theta})}$	

Figura 2.6.1 Relação tensão-deformação do aço em temperaturas elevadas (EN 1993-1-2:2005).

Tabela 2.6.2 Valores dos parâmetros do modelo matemático apresentado na figura 2.6.1 (EN 1993-1-2:2005).

θ	Fator de redução para a resistência ao escoamento	Fator de redução para o limite de proporcionalidade	Fator de redução para a inclinação do trecho elástico linear	
(°C)	$f_{y,\theta}/f_y$	$k_{p,\theta} = f_{p,\theta}/f_y$	$k_{E,\theta} = E_{a,\theta}/E_a$	
20	1,000	1,000	1,000	
100	1,000	1,000	1,000	
200	1,000	0,807	0,900	
300	1,000	0,613	0,800	
400	1,000	0,420	0,700	
500	0,780	0,360	0,600	
600	0,470	0,180	0,310	
700	0,230	0,075	0,130	
800	0,110	0,050	0,090	
900	0,060	0,0375	0,0675	
1000	0,040	0,0250	0,0450	
1100	0,020	0,0125	0,0225	
1200	0,000	0,0000	0,0000	

Nota: para valores intermediários de temperatura, pode-se usar interpolação linear.

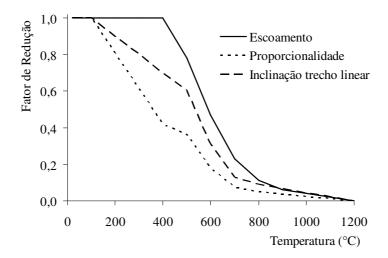


Figura 2.6.2 Fatores de redução da relação tensão-deformação dos aços laminados. (EN 1993-1-2:2005).

A partir da tabela 2.6.2 nota-se que os fatores de redução do módulo de elasticidade inicial e da resistência ao escoamento têm os mesmos valores dos fatores de redução apresentados pela ABNT NBR 14323:1999 para os aços laminados.

No caso das ações térmicas determinadas segundo o EN 1991-1-2:2002, utilizando modelos de incêndio naturais, durante o decréscimo de temperatura, os valores especificados na tabela 2.6.2 para a relação tensão-deformação do aço podem ser utilizados.

Segundo o EN 1992-1-2:2004 e EN 1994-1-2:2005, para o aço das armaduras, as mesmas considerações anteriores podem ser adotadas caso o aço seja laminado. No caso dos aços trabalhados a frio pode-se utilizar o mesmo modelo apresentado na figura 2.6.1 adotando-se os fatores de redução apresentados na tabela 2.6.3.

Tabela 2.6.3 Fatores de redução da relação tensão-deformação dos aços trabalhados a frio.

$\boldsymbol{ heta}_{\mathrm{s}}$	Fator de redução para a resistência ao escoamento	Fator de redução para o limite de proporcionalidade	Fator de redução para a inclinação do trecho elástico linear
(°C)	$k_{y,\theta} = f_{y,\theta}/f_y$	$k_{p,\theta} = f_{p,\theta}/f_y$	$k_{E,\theta} = E_{s,\theta}/E_s$
20	1,00	1,00	1,00
100	1,00	0,96	1,00
200	1,00	0,92	0,87
300	1,00	0,81	0,72
400	0,94	0,63	0,56
500	0,67	0,44	0,40
600	0,40	0,26	0,24
700	0,12	0,08	0,08
800	0,11	0,06	0,06
900	0,08	0,05	0,05
1000	0,05	0,03	0,03
1100	0,03	0,02	0,02
1200	0,00	0,00	0,00

Nota: para valores intermediários de temperatura, pode-se usar interpolação linear.

A massa específica do aço,  $\rho_a$ , pode ser considerada independente da temperatura e igual a 7850 kg/m³.

O alongamento do aço, figura 2.6.3, é dado por

$$\begin{split} &\Delta \ell_a \, / \, \ell_a = 1{,}2 \times 10^{-5} \, \theta_a + 0{,}4 \times 10^{-8} \, \theta_a^2 - 2{,}416 \times 10^{-4} \, , \, \text{para } \, 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_a \leq 750^{\circ}\text{C} \, , \\ &\Delta \ell_a \, / \, \ell_a = 1{,}1 \times 10^{-2} \, , \, \text{para } \, 750^{\circ}\text{C} < \theta_a \leq 860^{\circ}\text{C} \, \, \text{e} \\ &\Delta \ell_a \, / \, \ell_a = 2 \times 10^{-5} \, \theta_a - 6{,}2 \times 10^{-3} \, , \, \, \text{para } \, \, 860^{\circ}\text{C} < \theta_a \leq 1200^{\circ}\text{C} \, , \end{split}$$

onde  $\ell_a$  é o comprimento da peça de aço a 20°C,  $\Delta\ell_a$  é a expansão térmica da peça de aço provocada pela temperatura e  $\theta_a$  é a temperatura do aço, em graus Celsius.

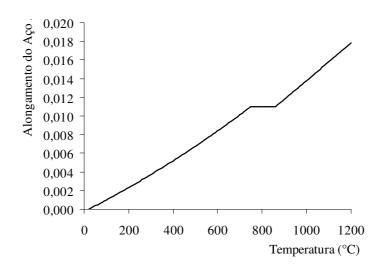


Figura 2.6.3 Alongamento do aço em função da temperatura (EN 1993-1-2:2005).

O calor específico do aço, figura 2.6.4, em J/kg°C, pode ser considerado,  $\begin{aligned} c_a &= 425 + 7.73 \times 10^{-1} \theta_a - 1.69 \times 10^{-3} \theta_a^2 + 2.22 \times 10^{-6} \theta_a^3 \text{, para } 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_a < 600^{\circ}\text{C} \text{,} \\ c_a &= 666 + 13002/(738 - \theta_a) \text{, para } 600^{\circ}\text{C} \leq \theta_a < 735^{\circ}\text{C} \text{,} \\ c_a &= 545 + 17820/(\theta_a - 731) \text{, para } 735^{\circ}\text{C} \leq \theta_a < 900^{\circ}\text{C} \text{ e} \end{aligned}$ 

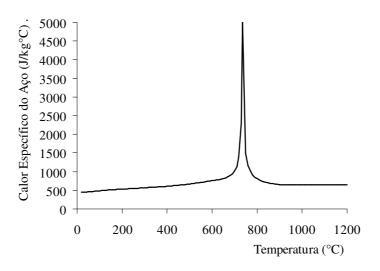


Figura 2.6.4 Calor específico do aço em função da temperatura (EN 1993-1-2:2005).

A condutividade térmica do aço, figura 2.6.5, em W/m°C, pode ser considerada,

$$\lambda_{\rm a} = 54 - 3.33 \times 10^{-2} \,\theta_{\rm a}$$
, para 20°C  $\leq \theta_{\rm a} < 800$ °C, 
$$\lambda_{\rm a} = 27.3$$
, para  $800$ °C  $\leq \theta_{\rm a} \leq 1200$ °C. (2.6.4)

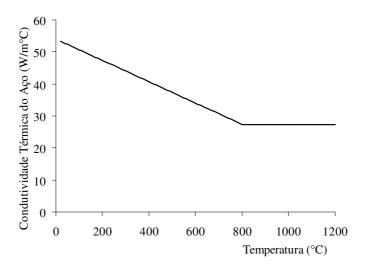


Figura 2.6.5 Condutividade térmica do aço (EN 1993-1-2:2005).

Em temperatura elevada, a fluência está associada à temperatura e à taxa de aquecimento. As taxas de aquecimento podem variar infinitamente, porém em situações reais de incêndio os limites de variação são bem definidos (Najjar, 1994). Devido às características da obtenção experimental das relações tensão-deformação do aço à temperatura elevada, onde as taxas de aquecimento são definidas com base em incêndios reais, as relações tensão-deformação apresentadas consideram implicitamente o efeito da fluência. Portanto, segundo as prescrições do EN 1993-1-2:2005, nenhuma consideração explicita da fluência é necessária.

#### 2.6.2 Propriedades Termomecânicas do Concreto Segundo o Eurocode

A tabela 2.6.4 fornece os fatores de redução à temperatura elevada, relativos aos valores a 20°C, para a resistência característica à compressão dos concretos,

$$k_{c,\theta} = \frac{f_{c,\theta}}{f_c} \tag{2.6.5}$$

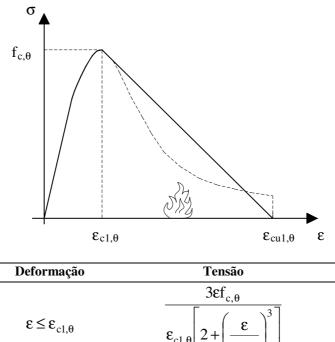
onde,  $f_{c,\theta}$  é a resistência característica à compressão do concreto a uma temperatura  $\theta_c$  e  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto a  $20^{\circ}$ C. Na tabela 2.6.4, os parâmetros apresentados são para concretos silicosos ou calcários (no mínimo 80% em peso de agregado calcário).

Tabela 2.6.4 Valores dos principais parâmetros da relação tensão-deformação dos concreto com agregados silicosos ou calcários à temperatura elevada (EN 1992-1-2:2004).

$\theta_{\rm c}$	Agregados silicosos		Agregados calcários			
(°C)	$f_{c,\theta}/f_c$	$\epsilon_{c1,\theta}$	$\epsilon_{\mathrm{cu1},\theta}$	$f_{c,\theta}/f_c$	$\epsilon_{c1,\theta}$	$\varepsilon_{\text{cu}1,\theta}$
20	1,00	0,0025	0,0200	1,00	0,0025	0,0200
100	1,00	0,0040	0,0225	1,00	0,0040	0,0023
200	0,95	0,0055	0,0250	0,97	0,0055	0,0250
300	0,85	0,0070	0,0275	0,91	0,0070	0,0275
400	0,75	0,0100	0,0300	0,85	0,0100	0,0300
500	0,60	0,0150	0,0325	0,74	0,0150	0,0325
600	0,45	0,0250	0,0350	0,60	0,0250	0,0350
700	0,30	0,0250	0,0375	0,43	0,0250	0,0375
800	0,15	0,0250	0,0400	0,27	0,0250	0,0400
900	0,08	0,0250	0,0425	0,15	0,0250	0,0425
1000	0,04	0,0250	0,0450	0,06	0,0250	0,0450
1100	0,01	0,0250	0,0475	0,02	0,0250	0,0475
1200	0,00	-	-	0,00	-	-

Nota: para valores intermediários de temperatura, pode-se usar interpolação linear.

A figura 2.6.6 e a tabela 2.6.4 apresentam a relação tensão-deformação aplicável para taxas de aquecimento entre 2 e 50°C/min, uma vez que os efeitos da fluência não são considerados explicitamente.



$$\epsilon_{cl,\theta} < \epsilon \leq \epsilon_{cul,\theta}$$
 Para propósitos numéricos, pode-se utilizar uma reta descendente, conforme a figura. Modelos lineares ou não-lineares são permitidos.

Figura 2.6.6 Modelo matemático para representação da relação tensão-deformação do concreto à temperatura elevada (EN 1992-1-2:2004).

Segundo o EN 1992-1-2:2004, durante o decréscimo de temperatura, os parâmetros dados na tabela 2.6.4 devem ser modificados. Segundo o EN 1994-1-2:2005 a resistência à compressão residual do concreto aquecido à uma temperatura máxima  $\theta_{\rm c,max}$  e depois resfriado até a temperatura ambiente de 20°C pode ser tomada igual a

$$\begin{split} &f_{c,20^{\circ}\text{C}} = k_{c,\theta_{\text{max}}} f_{c} \text{, para } 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_{c,\text{max}} < 100^{\circ}\text{C} \text{,} \\ &f_{c,20^{\circ}\text{C}} = \left(0.95 - 0.185 \left(\theta_{c,\text{max}} - 100\right) / 200\right) f_{c} \text{, para } 100^{\circ}\text{C} \leq \theta_{c,\text{max}} < 300^{\circ}\text{C} \text{ e} \\ &f_{c,20^{\circ}\text{C}} = 0.9 k_{c,\theta_{\text{max}}} f_{c} \text{, para } \theta_{c,\text{max}} \geq 300^{\circ}\text{C} \text{,} \end{split}$$

onde o fator de redução  $k_{c,\theta max}$  é o fator de redução para a temperatura  $\theta_{c,max}$ , obtido da tabela 2.6.4. O EN 1994-1-2:2005 também apresenta as considerações que devem ser feitas quanto à deformações  $\epsilon_{c1,\theta}$  e  $\epsilon_{cu1,\theta}$  mostradas na figura 2.6.6.

A massa específica do concreto é influenciada pela perda de água com a elevação da temperatura, podendo se considerar

$$\begin{split} & \rho_{c,\theta} = \rho_c \text{ , para } 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_c \leq 115^{\circ}\text{C} \text{ ,} \\ & \rho_{c,\theta} = \rho_c \big(1 - 0.02 \big(\theta_c - 115\big)/85\big) \text{ , para } 115^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 200^{\circ}\text{C} \text{ ,} \\ & \rho_{c,\theta} = \rho_c \big(0.98 - 0.03 \big(\theta_c - 200\big)/200\big) \text{ , para } 200^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 400^{\circ}\text{C} \text{ e} \\ & \rho_{c,\theta} = \rho_c \big(0.95 - 0.07 \big(\theta_c - 400\big)/800\big) \text{ , para } 400^{\circ}\text{C} < \theta_c \leq 1200^{\circ}\text{C} \text{ ,} \end{split}$$

onde  $\rho_c$  pode ser tomada igual a 2350kg/m³ para concreto armado e 2300 para concreto sem armaduras.

O alongamento do concreto com agregados silicosos, figura 2.6.7,

$$\Delta \ell_{c,\theta} / \ell_c = 9 \times 10^{-6} \theta_c + 2.3 \times 10^{-11} \theta_c^3 - 1.8 \times 10^{-4}, \text{ para } 20^{\circ}\text{C} \le \theta_c < 700^{\circ}\text{C } e$$

$$\Delta \ell_{c,\theta} / \ell_c = 1.4 \times 10^{-2} \text{ para } 700^{\circ}\text{C} \le \theta_c \le 1200^{\circ}\text{C}, \tag{2.6.8}$$

onde  $\ell_{\rm cn}$  é o comprimento da peça de concreto de densidade normal a 20°C,  $\Delta\ell_{\rm cn,\theta}$  é a expansão térmica da peça de concreto provocada pela temperatura e  $\theta_{\rm c}$  é a temperatura do concreto, em graus Celsius.

Para agregados calcários, o alongamento, figura 2.6.7, é

$$\Delta \ell_{c,\theta} / \ell_c = 6 \times 10^{-6} \theta_c + 1,4 \times 10^{-11} \theta_c^3 - 1,2 \times 10^{-4}, \text{ para } 20^{\circ}\text{C} \le \theta_c \le 805^{\circ}\text{C}, \text{ e}$$

$$\Delta \ell_{c,\theta} / \ell_c = 1,2 \times 10^{-2} \text{ para } 805^{\circ}\text{C} \le \theta_c \le 1200^{\circ}\text{C}. \tag{2.6.9}$$

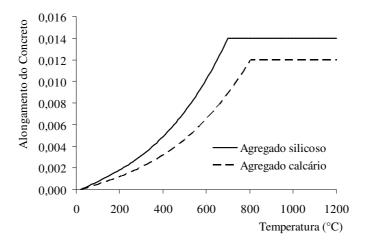


Figura 2.6.7 Alongamento do concreto à base de agregados calcários ou silicoso em função da temperatura (EN 1992-1-2:2004).

O calor específico do concreto seco, com agregados silicosos ou calcários, em J/kg°C, é dado por

$$\begin{split} c_{c,\theta} &= 900 \text{, para } 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_{c} \leq 100^{\circ}\text{C} \,, \\ c_{c,\theta} &= 900 + (\theta - 100) \text{, para } 100^{\circ}\text{C} < \theta_{c} \leq 200^{\circ}\text{C} \,, \\ c_{c,\theta} &= 1000 + (\theta - 200)/2 \text{, para } 200^{\circ}\text{C} < \theta_{c} \leq 400^{\circ}\text{C} \,\, e \\ c_{c,\theta} &= 1100 \text{, para } 400^{\circ}\text{C} < \theta_{c} \leq 1200^{\circ}\text{C} \,. \end{split}$$

A migração da água no interior do concreto, ou de outros materiais higroscópicos, afeta o processo de transferência de calor. Para uma adequada avaliação das temperaturas nesse tipo de material, necessita-se de uma análise que considere os fenômenos de transferência de calor e massa. Devido à complexidade desse tipo de análise, adota-se um método aproximado que consiste na adição ao calor específico da energia consumida para evaporação da água com temperatura acima de 100°C. Portanto, dependendo da umidade do concreto, considera-se um aumento brusco no valor do calor específico a partir de 100°C, atingindo um pico e voltando rapidamente ao valor de calor específico do material seco, figura 2.6.8. Dessa forma, onde a umidade não é considerada explicitamente, o calor específico do concreto com agregados silicosos ou calcários pode ser modelado com um pico constante, situado entre 100°C e 115°C, dado por

$$\begin{split} c_{c,pico} &= 900 \text{ , para umidade de } 0\% \text{ do peso do concreto,} \\ c_{c,pico} &= 1470 \text{ , para umidade de } 1,5\% \text{ do peso do concreto,} \\ c_{c,pico} &= 2020 \text{ , para umidade de } 3,0\% \text{ do peso do concreto e} \\ c_{c,pico} &= 5600 \text{ , para umidade de } 10\% \text{ do peso do concreto,} \end{split}$$

e por uma relação linear entre (115°C,  $c_{c,pico}$ ) e (200°C, 1000J/kg°C), figura 2.6.8

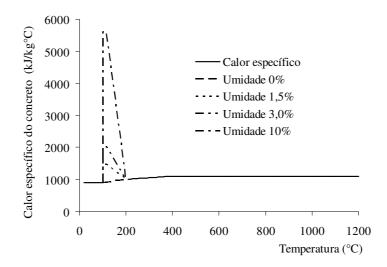


Figura 2.6.8 Calor específico em função da temperatura, para três conteúdos de umidade diferentes (EN 1992-1-2:2004).

O EN 1992-1-2:2004 utiliza uma umidade de 1,5% para obtenção das distribuições de temperatura apresentadas no seu anexo. Segundo o EN 1994-1-2:2005 caso não haja uma medição da umidade, esta não pode ser considerada superior a 4% do peso do concreto. A situação de 10% de umidade pode ocorrer em seções tubulares preenchidas com concreto (EN 1994-1-2:2005).

De acordo com o EN 1992-1-2:2004, a condutividade térmica, em W/m°C, para  $20^{\circ}\text{C} \le \theta_{c} < 1200^{\circ}\text{C}$ , pode ser definida entre os limites estabelecidos pelas expressões (figura 2.6.9)

$$\lambda_{c} = 2 - 0.2451(\theta_{c}/100) + 0.0107(\theta_{c}/100)^{2} e$$

$$\lambda_{c} = 1.36 - 0.136(\theta_{c}/100) + 0.0057(\theta_{c}/100)^{2},$$
(2.6.12)

que definem, respectivamente, um limite superior e inferior para a condutividade térmica. O EN 1992-1-2:2004 utiliza o limite inferior para obtenção das distribuições de temperatura apresentadas no seu anexo deixando a definição entre os limites superior e inferior para os Anexos Nacionais. Segundo o EN 1994-1-2:2005, o limite superior foi obtido a partir de ensaios em estruturas mistas de aço e concreto, sendo, portanto, recomendado para essas estruturas.

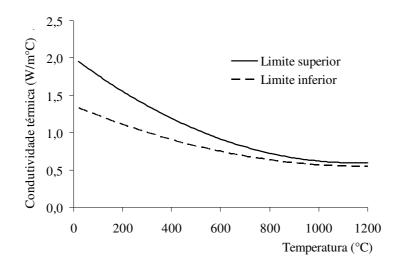


Figura 2.6.9 Limite superior e inferior da condutividade térmica do concreto (EN 1992-1-2:2004).

## 2.6.3 Propriedades Termomecânicas do Concreto de Baixa Densidade Segundo o Eurocode

Para concretos de baixa densidade, a relação tensão-deformação apresentada na figura 2.6.6 pode ser utilizada com os parâmetros da tabela 2.6.5, segundo o EN 1992-1-2:2004. Para a deformação  $\varepsilon_{cul.9}$ , a tabela 2.6.4 é adotada.

A massa específica,  $\rho_{cb}$ , deve situar-se entre 1600 kg/m³ e 2000 kg/m³ (EN 1994-1-2:2005). O alongamento deve ser determinado por

$$\Delta \ell_{cb,\theta} / \ell_{cb} = 8 \times 10^{-6} (\theta_c - 20).$$
 (2.6.13)

O calor específico pode ser considerado independente da temperatura,  $c_{\rm cb} = 840 \, {\rm J/kg^{\circ}C} \, .$ 

A condutividade térmica, é dada por

$$\lambda_{\rm cb} = 1 - (\theta_{\rm c}/1600)$$
, para 20°C  $\leq \theta_{\rm c} \leq 800$ °C e   
  $\lambda_{\rm cb} = 0.5$ , para  $\theta_{\rm c} > 800$ °C. (2.6.14)

Tabela 2.6.5 Valores dos principais parâmetros da relação tensão-deformação do concreto de baixa densidade (EN 1994-1-2:2005).

<b>θ</b> <sub>c</sub> (°C)	$f_{c,\theta}/f_c$
20	1,00
100	1,00
200	1,00
300	1,00
400	0,88
500	0,76
600	0,64
700	0,52
800	0,40
900	0,28
1000	0,16
1100	0,04
1200	0,00

As demais propriedades, como o calor específico, podem ser tomadas iguais às do concreto de densidade normal.

## 2.6.4 Resistência à Tração do Concreto

Conservadoramente, a resistência à tração deve ser ignorada. Porém, em cálculos simplificados ou avançados, o fator de redução da resistência à tração (EN 1992-1-2:2004)

$$k_{t,\theta} = \frac{f_{t,\theta}}{f_t} \tag{2.6.15}$$

onde,  $f_{t,\theta}$  é a resistência à tração do concreto a uma temperatura  $\theta_c$  e  $f_t$  é a resistência à tração do concreto a 20°C, pode ser tomado igual a

$$\begin{aligned} k_{t,\theta} &= 1,0 \text{ , para } 20^{\circ}\text{C} \leq \theta_{c} \leq 100^{\circ}\text{C e} \\ k_{t,\theta} &= 1,0-1,0 \big(\theta-100\big)/500 \text{ , para } 100^{\circ}\text{C} < \theta_{c} \leq 600^{\circ}\text{C} \,. \end{aligned} \tag{2.6.16}$$

Pode-se notar que os fatores de redução da resistência à tração são aproximadamente os fatores de redução da resistência a compressão elevados ao cubo. Esta aproximação é proposta e utilizada neste trabalho. A figura 2.6.10 apresenta os fatores de redução segundo o EN 1992-1-2:2004 e a aproximação proposta utilizando os

fatores de redução a compressão dados na tabela 2.6.4 para concretos com agregados silicosos.

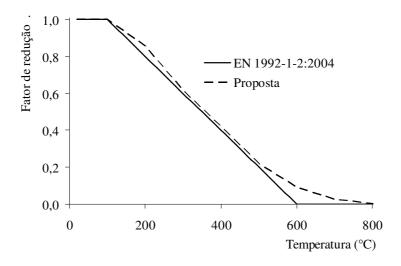


Figura 2.6.10 Fatores de redução da resistência a tração do concreto segundo o EN 1992-1-2:2004 e a aproximação proposta.

A relação tensão-deformação do concreto tracionado é considerada conforme Huang  $\it et al.$  (2003a), figura 2.6.11. Na figura,  $\epsilon_{cu}$  =15 $\epsilon_{cr}$  onde  $\epsilon_{cr}$  é dado pela divisão da tensão de fissuração  $f_t$  =0,3321 $\sqrt{f_c}$  (ASCE, 1982) pela rigidez inicial da relação tensão-deformação de compressão adotada.

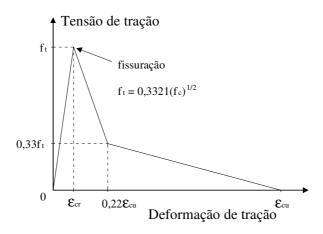


Figura 2.6.11 Relação tensão deformação do concreto a tração (Huang *et al.*, 2003).

# 2.6.5 Modelo de Han para a Relação Tensão-Deformação do Concreto em Seções Tubulares de Aço

Han (2000, 2001) e Han *et al.* (2003) apresentam um modelo para a relação tensão-deformação do concreto à temperatura elevada, que considera a interação entre aço e concreto em pilares tubulares retangulares ou circulares preenchidos com concreto. Esse modelo é referenciado neste trabalho como modelo de Han. A relação tensão-deformação tem por base resultados experimentais de pilares curtos. A interação entre o tubo de aço e o núcleo de concreto é considerado a partir de um fator de confinamento,

$$\xi = \frac{A_s f_{y,\theta}}{A_c f_c},\tag{2.6.17}$$

onde  $A_s$  é a área da seção transversal do tubo e  $A_c$  é a seção transversal de concreto,  $f_{y,\theta}$  é a resistência ao escoamento do aço à temperatura  $\theta$  e  $f_c$  é a resistência à compressão do concreto à temperatura ambiente.

Para seções tubulares circulares, a relação tensão-deformação, figura 2.6.12a, é dada por

$$\begin{split} &\sigma = \sigma_o \Big(2x - x^2\Big) & (x \leq 1) \\ &\sigma = \begin{cases} \sigma_o \Big(1 + q\Big(x^{0.1\xi} - 1\Big)\Big) & (\xi \geq 1, 12) \\ &\sigma_o \Big(\frac{x}{\beta(x-1)^2 + x}\Big) & (\xi < 1, 12) \end{cases} & (x > 1) \end{cases} \\ &\text{onde } x = \frac{\epsilon}{\epsilon_o}; \quad q = \frac{\xi^{0.745}}{2 + \xi}; \quad \xi = \frac{A_s f_{y,\theta}}{A_c f_c}; \quad \beta = 3, 51 \times 10^{-4} f_c^{\ 2} \Big(2, 36 \times 10^{-5}\Big)^{(0.25 + (\xi - 0.5)^7)}; \\ &\sigma_o = f_{c,\theta} \Bigg(1 + \Big(-0.054 \xi^2 + 0.4 \xi \Big) \Big(\frac{24}{f_c}\Big)^{0.45} \Big(1 - \theta/1000\Big)^{9.55} \Big); \\ &f_{c,\theta} = \frac{f_c}{\Big(1 + 1, 986(\theta - 20)^{3.21} 10^{-9}\Big)}; \\ &\epsilon_o = \epsilon_{cc,\theta} + \Big(1400 + 800 \Big(\frac{f_c}{24} - 1\Big)\Big) \xi^{0.2} \Big(1, 03 + 3, 6\theta 10^{-4} + 4, 22\theta^2 10^{-6}\Big) \quad (\mu\epsilon); \end{split}$$

$$\varepsilon_{\text{cc},\theta} = (1.03 + 3.6010^{-4} + 4.220^{2}10^{-6})(1300 + 12.5f_{c}) \quad (\mu\varepsilon). \tag{2.6.18}$$

Para seções tubulares quadradas ou retangulares, figura 2.6.12b,

$$\sigma = \sigma_o(2x - x^2) \tag{x \le 1}$$

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_o \left( 1 + q \left( x^{0,1\xi} - 1 \right) \right) & (\xi \ge 1,12) \\ \sigma_o \left( \frac{x}{\beta (x - 1)^{\eta} + x} \right) & (\xi < 1,12) \end{cases}$$
 (x > 1)

onde 
$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}$$
;  $q = \frac{\xi^{0.745}}{2+\xi}$ ;  $\xi = \frac{A_s f_{y,\theta}}{A_c f_c}$ ;  $\eta = 1.6 + \frac{1.5}{x}$ ;

$$\beta = \begin{cases} \frac{f_c^{0.1}}{1,35\sqrt{1+\xi}} & (\xi \le 3,0) \\ \frac{f_c^{0.1}}{1,35\sqrt{1+\xi}(\xi-2)^2} & (\xi \le 3,0) \end{cases}$$

$$\sigma_{o} = f_{c,\theta} \left( 1 + \left( -0.0135 \xi^{2} + 0.1 \xi \right) \left( \frac{24}{f_{c}} \right)^{0.45} (1 - \theta/1000)^{9.55} \right);$$

$$f_{c,\theta} = \frac{f_c}{(1+1.986(\theta-20)^{3.21}10^{-9})};$$

$$\epsilon_{o} = \epsilon_{cc,\theta} + \left(1330 + 760 \left(\frac{f_{c}}{24} - 1\right)\right) \xi^{0,2} \left(1{,}03 + 3.6\theta 10^{-4} + 4{,}22\theta^{2}10^{-6}\right) \quad (\text{me});$$

$$\varepsilon_{cc,\theta} = (1.03 + 3.6T10^{-4} + 4.22\theta^2 10^{-6})(1300 + 12.5f_c)$$
 (µ\varepsilon), (2.6.19)

As unidade para tensão, deformação e temperatura são MPa,  $\mu = 10^{-6}$  e  $^{\circ}$ C, respectivamente.

Na figura 2.6.12 tem-se as relações típicas para um concreto de 40MPa e fator de confinamento igual a 0,39.

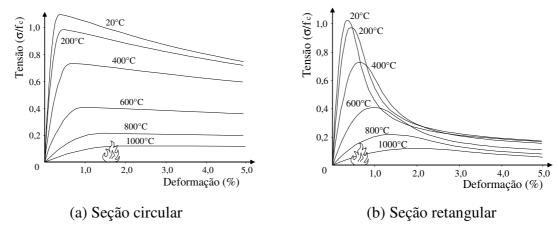


Figure 2.6.12. Relações tensão-deformação segundo o modelo de Han.

# 2.6.6 Propriedades Termomecânicas do Concreto de Alta Resistência Segundo o *Eurocode*

Os fatores de redução da resistência de concretos de alta resistência, CAR, expostos ao incêndio-padrão são dados em três classes conforme a tabela 2.6.6, onde tem-se a Classe 1, definida para concretos com resistência a compressão entre 50 e 70 MPa, Classe 2, para concretos de 70 a 90 MPa e Classe 3 para concreto com resistência acima de 90 MPa.

Tabela 2.6.6 Fatores de redução da resistência de concretos de alta resistência.

$\theta_{\rm c}$	$f_{c,\theta}/f_c$		
(°C)	Classe 1	Classe 2	Classe 3
20	1,00	1,00	1,00
50	1,00	1,00	1,00
100	0,90	0,75	0,75
200			0,70
250	0,90		
300	0,85		0,65
400	0,75	0,75	0,45
500			0,30
600			0,25
700			
800	0,15	0,15	0,15
900	0,08		0,08
1000	0,04		0,04
1100	0,01		0,01
1200	0,00	0,00	0,00

As propriedades térmicas de concretos normais podem ser aplicadas aos concretos de alta resistência, lembrando que, estes podem ter uma maior condutividade do que concretos de resistência normal. Nesse caso, o limite superior de condutividade térmica, definido pelo EN 1992-1-2:2004, é mais apropriado.

### 2.6.7 Modelo de Schaumann para a Relação Tensão-Deformação de Concretos de Alta Resistência

Uma investigação numérica sobre o comportamento de pilares tubulares de aço preenchidos com CAR foi realizada por Schaumann e Kodur (2006) utilizando o programa BOFIRE. As propriedades do CAR dadas pelas normas americana e européia foram utilizadas no cálculo dos tempos de exposição ao incêndio. Pilares preenchidos com CAR simples, com fibras ou armaduras de aço foram analisados numericamente e comparados com resultados experimentais. A relação tensão-deformação do CAR com fibras de aço apresentadas por Kodur e Sultan (2003), figura 2.6.13, também apresentadas por Schaumann e Kodur (2006) e utilizadas também para pilares com armaduras de aço são chamadas neste trabalho de modelo de Schaumann, sendo representado pelas expressões

$$\begin{split} & \sigma = f_{c,\theta} \Biggl( 1 - \left( \frac{\epsilon_o - \epsilon}{\epsilon_o} \right)^{\eta} \Biggr) \text{ se } \epsilon \leq \epsilon_o \text{ e} \\ & \sigma = f_{c,\theta} \Biggl( 1 - \left( \frac{30(\epsilon_o - \epsilon)}{(130 - f_c)\epsilon_o} \right)^2 \Biggr) \text{ se } \epsilon > \epsilon_o, \\ & \text{onde } \eta = 1, 6 + \frac{1,5}{x}; \ \epsilon_o = 0,0018 + \left( 6,7f_c + 6T + 0,03T^2 \right) \times 10^{-6} \text{ e} \\ & f_{c,\theta} = f_c \Bigl( 1,0625 - 0,003125 \bigl( \theta - 20 \bigr) \bigr), \text{ para } \theta < 100, \\ & f_{c,\theta} = 0,75f_c, \text{ para } 100 \leq \theta < 400 \text{ e} \\ & f_{c,\theta} = f_c \Bigl( 1,33 - 0,00145\theta \Bigr), \text{ para } \theta \geq 400, \text{ sendo } 0 \leq f_{c,\theta} \leq f_c \,. \end{split}$$

As unidades para tensão e temperatura são MPa e °C, respectivamente.

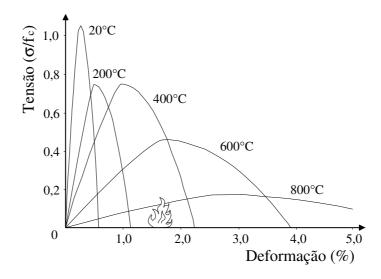


Figura 2.6.13 Relação tensão-deformação típica segundo o modelo de Schaumann para perfis tubulares de aço preenchidos com concreto de alta resistência.

#### 2.6.8 Spalling do Concreto

O termo *spalling* envolve diferentes fenômenos prejudiciais que podem ocorrer quando as estruturas de concreto são expostas ao incêndio. Esses fenômenos são causados por diferentes mecanismos: pressão nos poros devido à umidade, gradiente térmico, fissuração térmica interna, fissuração em torno das barras de aço e diminuição da resistência do concreto devido à fissuração e reações químicas.

O fenômeno do *spalling* do concreto ainda não é bem conhecido e as medidas tomadas para evitá-lo, como a utilização de materiais de proteção térmica e a adição de fibras de polipropileno à massa de concreto, são empíricas (Breunese e Fellinger, 2004).

Fibras de polipropileno aliviam a pressão devido ao vapor de água e materiais de proteção térmica reduzem os gradientes térmicos retardando a elevação da temperatura. Todavia, quando não se tem conhecimento de qual mecanismo causa o *spalling* em algum caso específico, fica difícil escolher uma solução adequada. Uma combinação entre fibras de polipropileno e materiais de proteção térmica pode evitar todos os fenômenos do *spalling*, porém, essa solução é antieconômica. As fibras de polipropileno derretem a aproximadamente 160°C criando pequenos canais no concreto. Esses canais podem ser internos, funcionando como um espaço para alívio da pressão do vapor, ou ter um acesso ao exterior, permitindo a saída do vapor.

Durante o aquecimento, tensões se desenvolvem no interior da seção de concreto. Gradientes térmicos e pressão nos poros devido à umidade levam a tensões mecânicas que podem causar tanto a fissuração quanto o spalling do concreto. Os mecanismos envolvidos no spalling são conhecidos, e para descreve-los, apresenta-se um exemplo. Quando uma parede de concreto é aquecida de um lado, a distribuição de temperatura se desenvolve conforme a figura 2.6.14. Para elevadas temperaturas, a fissuração interna e a desidratação levam a uma perda de resistência do concreto. A fissuração pode ter várias origens, como por exemplo, a diferença entre os coeficientes de dilatação da pasta de cimento e dos agregados. Devido ao gradiente térmico, a faixa da parede próxima à superfície exposta ao incêndio fica submetida a uma tensão de compressão paralela a esta superfície, propiciando o aparecimento de fissuras perpendiculares. Dependendo da restrição, as faixas da parede mais distantes da superfície exposta ao incêndio podem estar comprimidas ou tracionadas. As tensões de compressão podem crescer durante o aquecimento devido a restrições, armaduras, protensão, carregamento externo ou devido à alta taxa de aquecimento. Observa-se a partir do trabalho de Boström et al. (2004) que maiores tensões de compressão propiciam o spalling. Perto da face exposta ao incêndio, parte da umidade evapora e parte migra para o interior da parede gerando um pico de pressão devido à umidade.

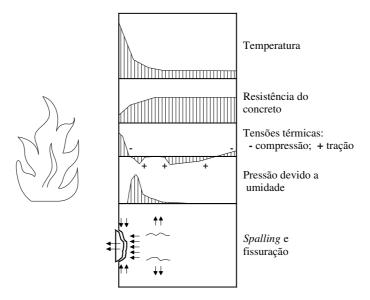


Figura 2.6.14 Fenômenos associados ao spalling (Breunese e Fellinger, 2004).

No trabalho de Breunese e Fellinger (2004), onde se tem uma síntese das pesquisas e conclusões de trabalhos realizados no TNO *Centre for Fire Research*, encontram-se referências a três tipos de *spalling*: *violent spalling*, *progressive gradual spalling* (falling off) e explosive spalling.

O termo *violent spalling* é atribuído ao fenômeno onde pequenas partes ou faixas do concreto são separadas da seção com certa velocidade e ruído, liberando energia. Esse tipo de *spalling* é causado por gradientes térmicos e pressão nos poros devido à umidade, com a fissuração também influenciando o processo. A pressão nos poros depende da taxa de aquecimento, taxa de umidade, permeabilidade e porosidade.

O progressive gradual spalling (falling off) é causado pela perda de resistência devido à fissuração interna e deterioração química do concreto. Esse tipo de spalling está associado principalmente às altas temperaturas atingidas pelo concreto e não à taxa de aquecimento. Se o concreto é aquecido a altas temperaturas, a resistência se torna tão pequena que partes se soltam devido à ação da gravidade. Esse tipo de spalling é provável de ocorrer em lajes aquecidas em sua face inferior (figura 2.6.16).

Explosive spalling é o resultado de uma combinação de pressão nos poros e gradientes térmicos na seção. Este se difere do violent spalling por apresentar uma região com alta pressão nos poros devido à umidade que migra para o interior da seção. Esse tipo de spalling é provável de ocorrer em seções com aquecimento a partir de mais de um lado, como por exemplo, vigas e pilares. A pressão é tão grande que pode causar a explosão de grandes partes da seção. Esse fenômeno pode ocorrer após um tempo considerável de exposição ao incêndio se a superfície do concreto está revestida com materiais de proteção térmica ou se a taxa de aquecimento for baixa (Wong, 2004).

No EN 1992-1-2:2004 são apresentadas prescrições relativas ao *spalling* que é dividido em *explosive spalling* e *falling off* do concreto. O *explosive spalling* engloba tanto o próprio *explosive spalling* quanto o *violent spalling* abordados acima.

Quanto ao *explosive spalling*, o *Eurocode* prescreve: o *spalling* deve ser evitado a partir de dispositivos apropriados como materiais de proteção térmica ou a utilização de fibras de polipropileno, caso contrário, sua influência na integridade, isolamento e resistência deve ser verificada; o *explosive spalling* é menos provável de ocorrer em estruturas com umidade menor do que 3% em peso; uma umidade menor do que 3% pode ser admitida para estruturas no interior de edifícios ou submetidas a baixas

umidades relativas do ar; quando se usa o método tabular nenhuma verificação adicional quanto ao *spalling* é necessária a não ser que a distância da face ao eixo da armadura seja superior a 70mm, neste caso uma armadura superficial é prescrita conforme será comentado a seguir; para vigas, lajes e elementos tracionados com umidade acima de 3%, a influência do *spalling* na resistência pode ser considerada assumindo-se uma perda local do cobrimento de uma barra ou de um feixe de barras e então, verificando a capacidade da seção reduzida; pode-se assumir que uma redistribuição de tensões sem perda da estabilidade ocorre quando se tem um número de barras suficiente como em lajes maciças com barras igualmente espaçadas e vigas com largura maior do que 400mm contendo mais do que 8 barras na região tracionada.

Quanto ao *falling off* do concreto, o EN 1992-1-2:2004 prescreve: o *falling off* do concreto nos últimos estágios de exposição ao incêndio deve ser evitado ou avaliado segundo a integridade, isolamento e/ou resistência; onde a distância da face do elemento ao eixo das armaduras for superior a 70mm, uma malha de armaduras superficial deve ser prevista (essa prescrição também deve ser observada quanto ao *explosive spalling*). A malha deve ter espaçamento inferior a 100mm e barras com diâmetro superior a 4mm.

A partir das prescrições do EN 1992-1-2:2004, apresentadas acima, nota-se que o o efeito do *spalling* em estruturas típicas de concreto pode ser desconsiderado.

Devido à baixa porosidade, concretos de alta resistência são mais susceptíveis ao *spalling* do que concretos de resistência normal. A figura 2.6.15 apresenta o *spalling* em dois pilares, um de concreto normal e outro de concreto de alta resistência.

Segundo o EN 1992-1-2:2004, para concretos de alta resistência contendo menos de 6% de silica fume em peso, deve-se seguir as mesmas regras aplicadas a concreto de resistência normal, apresentadas anteriormente. Para maiores conteúdos de silica fume, o *spalling* pode correr quando o concreto é exposto diretamente ao incêndio e pelo menos um dos seguintes métodos deve ser seguido:

- método A: uma malha de reforço com cobrimento de 15mm, formada por barras de diâmetro menor do que 2mm e espaçamentos menores do que 50mm. O cobrimento das armaduras principais deve ser maior do que 40mm;
- método B: um tipo de concreto para o qual tem sido demonstrado (por experiência local ou ensaio) que não ocorre *spalling*;

- método C: materiais de proteção para os quais têm sido demonstrado que não ocorre *spalling*;
- método D: incluindo no concreto mais do que 2kg/m³ de fibras de polipropileno.

Observa-se que o *spalling* traz como conseqüência uma diminuição da seção resistente e em geral uma exposição das armaduras ao incêndio, diminuição do isolamento e possível perda de estabilidade, figuras 2.6.15 e 2.6.16.





Figura 2.6.15 *Spalling* após a exposição ao incêndio de um pilar com concreto normal (a) e um pilar com concreto de alta resistência (b) (Kodur e Harmathy, 2002).



Figura 2.6.16 Incêndio em uma estrutura de concreto (Cánovas, 1988): pilar rompido por compressão devido à diminuição da resistência; concreto desagregado e armadura exposta na face inferior da laje.

#### 2.6.9 Métodos e Materiais de Proteção contra Incêndio

O objetivo dos vários métodos de proteção é retardar o calor transferido para o elemento estrutural, conseguindo-se um tempo maior de exposição ao incêndio. Esse objetivo é alcançado utilizando-se isolantes, membranas, proteção (anteparo) contra as chamas e materiais que absorvem o calor (*heat sinks*). Com relação ao *spalling* do concreto, observa-se que outro método de proteção é a adição de fibras de polipropileno ao concreto. A ação protetora está relacionada ao alívio da pressão do vapor de água devido ao derretimento das fibras criando pequenos espaços no concreto.

Métodos isolantes incluem o uso de placas (a base de minerais, gesso e vermiculita), materiais pulverizados (*spray* a base de cimentos, intumescentes e fibras minerais), mantas minerais ou de vidro, revestimento com concreto ou argamassas e tintas intumescentes.

Inicialmente a proteção era feita com alvenaria ou concreto, figura 2.6.17. Na figura 2.6.18 o concreto que reveste a seção de aço completa ou parcialmente pode ter função estrutural formando um pilar misto. Atualmente, os materiais mais empregados são as tintas intumescentes, argamassas e fibras.

Os materiais de proteção térmica podem ser aplicados tanto a estruturas de aço como de concreto, é claro, dentro dos limites de aplicação de cada material.

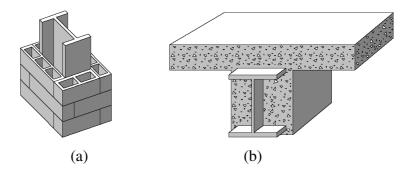


Figura 2.6.17 Proteções com alvenaria (a) e concreto (b) (Ribeiro, 2004).

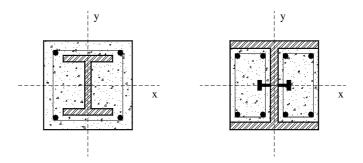


Figura 2.6.18 Pilares mistos de aço revestidos com concreto.

Um bom isolamento térmico está associado a um alto calor específico, baixa condutividade térmica e alta massa específica, que deve ser limitada, em geral a um máximo de 700kg/m³, para não aumentar exageradamente o peso próprio da estrutura, não dificultando ou onerando as operações de transporte e instalação, tabela 2.6.7. Adicionalmente às propriedades térmicas citadas, reações químicas, como a calcinação, intumescência e sublimação, podem ocorrer reduzindo a taxa de calor transferido.

Tabela 2.6.7 Propriedades térmicas de alguns materiais de proteção isolantes.

Material	Massa específica	Condutividade térmica	Calor específico
	(kg/m³)	(W/m°C)	(J/kg°C)
Spray de fibra mineral	250-350	0,10	1050
Placa de vermiculita	300	0,15	1200
Placa de gesso	800	0,15	1200
Reboco de gesso	800	0,20	1700
Manta de fibra mineral	500	0,25	1500
Concreto com ar incorporado	1600	0,30	1200
Concreto de baixa densidade	1600	0,80	1200
Concreto de densidade normal	2200	1,70	1200

Outras características importantes para os materiais de proteção são (Fakury, 2004): viabilidade econômica; manter a integridade durante o incêndio, ou seja, não apresentar rachaduras ou deslocamentos; não podem ser combustíveis, propagar chamas ou produzir fumaça ou gases tóxicos; ter boa resistência mecânica, não esfacelando sob pequenos impactos e nem sofrendo ação desproporcional da erosão; serem seguros garantindo uma proteção uniforme; acompanhar os movimentos da estrutura sem apresentar fissuras ou deslocamento; penetrar em todos os espaços vazios; não podem conter material nocivo à saúde; não podem apresentar desprendimentos por ressecamento superficial; devem ter durabilidade igual à da estrutura e, no caso de danos, permitirem a recomposição; não podem absorver umidade além da permitida; e,

não podem conter espaços vazios, nem permitir a proliferação de fungos ou bactérias em seu interior.

Quanto à forma, as proteções térmicas podem ser classificadas em tipo contorno ou tipo caixa, figura 2.6.19.

As formas de aplicação das proteções são várias: as argamassas e fibras, em geral são projetadas por meio de um esguicho, sendo pulverizadas (*spray*) na superfície dos elementos, constituindo normalmente proteção do tipo contorno, figura 2.6.20a; as argamassas, também podem ser aplicadas manualmente com uso de colher de pedreiro e desempenadeira, ou moldados através de fôrmas, figura 2.6.20b; as placas são fixadas nas estruturas através de pinos ou perfis leves de aço, constituindo normalmente proteção do tipo caixa; as mantas são aplicadas envolvendo a estrutura, e fixadas à mesma usando-se pinos, constituindo normalmente proteção do tipo contorno; as tintas intumescentes são aplicadas sobre a superfície perfeitamente limpa e com uma camada de *primer* compatível. Sobre a tinta intumescente, pode ser aplicada uma tinta de acabamento, na cor desejada.

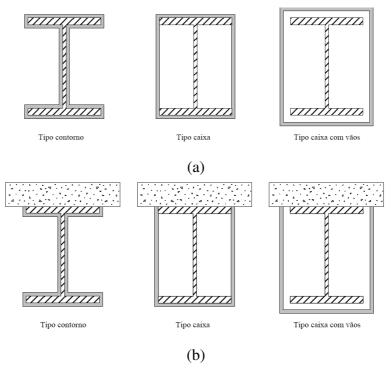


Figura 2.6.19 Proteções térmicas do tipo contorno e do tipo caixa (Ribeiro, 2004):

(a) em pilares; (b) em vigas.

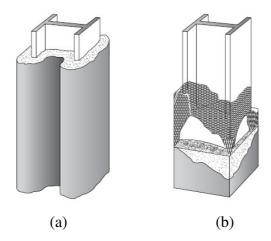


Figura 2.6.20 Material isolante pulverizado (a) e material isolante aplicado com o auxílio de uma tela metálica (b) (Milke, 2002).

As tintas intumescentes formam uma película fina que tem aumento de 20 a 30 vezes quando aquecida (apresentando um aspecto esponjoso) protegendo termicamente a estrutura.

As propriedades térmicas e mecânicas, a aderência e a eficiência das juntas dos materiais de proteção devem ser comprovadas por ensaios realizados em laboratório nacional ou estrangeiro, de acordo com a ABNT NBR 5628:2001 ou de acordo com outra norma brasileira ou estrangeira.

O texto apresentado no parágrafo anterior, retirado do projeto de revisão da ABNT NBR 14323:1999 (PR NBR 14323:2003) reflete a natureza particular de cada material de proteção, que pode apresentar complicadas e variadas reações químicas em alta temperatura.

Os métodos de proteção chamados de membrana são obtidos por forros usados para proteger estruturas de piso ou cobertura. Os painéis dos forros podem ser constituídos de gesso, vermiculita ou fibras minerais.

Anteparos para as chamas são métodos de proteção que objetivam diminuir a transferência de calor por radiação para os elementos estruturais. Milke (2002) cita estudos utilizando placas de aço para proteção de estruturas.

Exemplos de materiais que absorvem o calor (*heat sinks*) são líquidos preenchendo o interior de seções de aço tubulares. O líquido utilizado para proteção é uma solução aquosa contendo aditivos que evitam a corrosão, o congelamento e reações biológicas. O preenchimento com água mantém a temperatura do perfil baixa devido à

convecção (Twilt *et al.*, 1994). O líquido circula através dos perfis a partir de um sistema formado por reservatório e tubos adequadamente projetados.

#### 2.7 MODELOS NUMÉRICOS DESENVOLVIDOS

Para uma adequada modelagem de estruturas, que podem ter várias formas de carregamento, configurações, condições de contorno e exposição ao incêndio, o método dos elementos finitos tem sido o preferido da maioria dos pesquisadores.

Os programas de computador desenvolvidos, atualmente, podem ser divididos em dois grupos: (1) programas especialmente desenvolvidos para análise de estruturas em situação de incêndio, como o SAFIR e o VULCAN (citados abaixo); e, (2) programas comerciais genéricos que têm sido adaptados para análise em situação de incêndio, como o ANSYS e o ABAQUS.

As primeiras pesquisas sobre o comportamento de estruturas em situação de incêndio datam do final do século XIX, motivadas por grandes perdas devido à falha estrutural de edifícios durante incêndios. Desde então, especialmente nas últimas três décadas, significativos avanços nos sistemas computacionais impulsionaram o desenvolvimento de muitos procedimentos, numéricos e analíticos, para a análise do comportamento de estruturas em situação de incêndio.

A possibilidade de analisar o comportamento de estruturas completas, que dificilmente poderiam ser ensaiadas experimentalmente, impossibilitando a observação de fenômenos como a redistribuição de esforços e a possibilidade de realizar estudos paramétricos, são algumas vantagens dos métodos numéricos. Atualmente, métodos numéricos são usados principalmente para o projeto de estruturas complexas ou para o desenvolvimento e verificação de procedimentos de projeto (Franssen, 2005).

Um dos mais antigos estudos analíticos publicados sobre flambagem de pilares de aço em situação de incêndio foi realizado por Culver (1972), onde pilares de aço carregados axialmente e submetidos a gradientes de temperatura longitudinais foram analisados numericamente utilizando-se diferenças finitas. Em Najjar (1994) tem-se uma completa revisão bibliográfica acerca dos modelos numéricos desenvolvidos e aplicados para análise de pilares, vigas e pórticos de aço.

Franssen (2005) comenta que entre os primeiros trabalhos estão os realizados na *University of Berkeley*, nos Estados Unidos, com o desenvolvimento de programas como FIRES-T e FIRES-RC (Becker *et al*, 1974a,b) para análise de pilares de concreto. Segundo Franssen (2005), o interesse pela modelagem numérica do comportamento de estruturas em situação de incêndio diminuiu nos Estados Unidos e muito dessas atividades, desde os anos 80, ocorreram na Europa.

O programa ADAPTIC começou a ser desenvolvido por Izzuddin (1991) no *Imperial College*, Londres, para estudar o comportamento não-linear dinâmico de estruturas de aço à temperatura ambiente. Posteriormente, foi modificado para considerar os efeitos da exposição ao incêndio após explosões (Song *et al.*, 1995, 2000; Izzuddin, 1996; Izzuddin *et al.*, 2000; Elghazouli *et al.*, 2000). O programa possui a capacidade de refinamento da malha utilizando elementos de viga elásticos com interpolação de quarta ordem dos deslocamentos transversais e elementos cúbicos elasto-plásticos.

O programa Finite Element Analysis of Structures at Temperatures, FEAST, vem sendo desenvolvido na University of Manchester (Liu 1994, 1996), sendo aplicado principalmente ao estudo de ligações em situação de incêndio. O programa possui em sua biblioteca elementos de viga, elementos de casca, elementos sólidos e elementos de contato. Os elementos de viga são lineares e elásticos e os elementos sólidos consideram a não-linearidade física dos materiais aço e concreto. O usuário pode selecionar entre uma combinação de controle de carga, controle de temperatura, controle de deslocamento com carga constante e temperatura variável e controle de deslocamento com temperatura constante e carga variável, possibilitando ao programa analisar a estrutura após a falha. Várias pesquisas voltadas para o estudo de ligações de aço e mistas em situação de incêndio vêm sendo realizadas utilizando esse programa (Leston-Jones, 1997; Al-Jabri et al., 1998).

Na Universidade de *Liège*, Bélgica, a partir dos trabalhos de Dotreppe e Franssen (1985) e Franssen (1987) foi desenvolvido um programa computacional com base no MEF para análise de pórticos planos mistos em situação de incêndio. O programa denominado CEFICOSS, *Computer Engineering of the Fire Design of Composite and Steel Structures*, utiliza o método das diferenças finitas de forma explícita para o cálculo da elevação da temperatura na seção transversal de elementos de aço ou mistos. O

programa utiliza elementos finitos bidimensionais de viga com dois nós com três graus de liberdade cada. O efeito das deformações devido ao cisalhamento é desprezado. A seção transversal dos elementos é discretizada a partir de uma malha retangular utilizada tanto para análise térmica como mecânica. Todas as variáveis como tipo de material, temperatura, deformação, tensão e outras, são consideradas constantes em cada retângulo que discretiza a seção (modelo de fibras). A consideração de grandes deslocamentos é feita utilizando-se uma formulação lagrangeana atualizada. As relações tensão-deformação não-lineares dos materiais e as deformações térmicas são consideradas segundo as prescrições do *Eurocode*. O programa utiliza um procedimento incremental-iterativo onde a carga é aplicada à temperatura ambiente. Tensões, deformações e deslocamento são então calculados para um número de passos de tempo que caracterizam o incêndio até a falha da estrutura (Franssen *et al.*, 1995). O programa ainda é utilizado em trabalhos como o de Huber e Aste (2005).

Posteriormente, Franssen et al. (1997) desenvolveram o programa SAFIR para servir como plataforma para a implementação de vários elementos finitos e modelos constitutivos (Franssen, 2005). O programa é utilizado em inúmeras pesquisas sobre o comportamento de estruturas de aço, concreto e mistas de aço e concreto em situação de incêndio e na calibração de procedimentos de projeto (Landesmann e Batista, 2002; Landesmann, 2003; Vila Real et al., 2003; Vila Real et al., 2004a, b, Franssen et al., 2006). Em sua biblioteca podem ser encontrados, elementos sólidos para análise térmica bidimensional e tridimensional. Para a análise estrutural, o programa apresenta elementos de viga 3D, casca e sólidos. O elemento de viga tridimensional tem por base uma formulação corrotacional, possuindo três nós, um em cada extremidade com sete graus de liberdade cada, três rotações, três deslocamentos e empenamento. O terceiro nó está localizado no meio do elemento e tem apenas um grau de liberdade que interpola a parcela não-linear do deslocamento axial (Franssen, 2005). As deformações têm por base a hipótese de von Kármán, sendo desprezado o efeito das deformações devido ao cisalhamento. A integração longitudinal é realizada pelo método de Gauss, sendo a seção transversal discretizada em fibras triangulares e retangulares. Em qualquer ponto longitudinal de integração, todas as variáveis (temperatura, tensões e deformações) são constantes em cada fibra, caracterizando um modelo de fibras. As tensões residuais podem ser consideradas como tensões iniciais que permanecem constantes durante a análise. O comportamento do material no caso de descarga é elástico, com módulo de elasticidade igual ao da origem da curva tensão-deformação. A rigidez à torção é reduzida com o aumento da temperatura.

Na Universidade de Sheffield, UK, desde 1985, o programa VULCAN vem sendo desenvolvido. Saab (1990) e Saab e Nethercot (1991) incorporaram relações tensãodeformação para o aço à temperatura elevada ao programa INSTAF desenvolvido para analisar o comportamento de estruturas planas de aço à temperatura ambiente na University of Alberta (El-Zanaty e Murray, 1983). Najjar (1994) estendeu a formulação bidimensional do INSTAF para análise de estruturas de aço tridimensionais. Nesse novo programa, denominado 3DFIRE (Najjar e Burgess, 1996), os elementos de viga com dois nós possuem oito graus de liberdade locais por nó e onze graus de liberdade globais e funções de forma cúbicas são utilizadas. Os oito graus de liberdade incluem três translações, três rotações, a derivada da deformação axial e o empenamento. As seções transversais são discretizadas por segmentos para os quais a espessura é modificada com base na relação entre o módulo de elasticidade tangente e o módulo de elasticidade inicial. A variação da temperatura somente é considerada ao longo da seção e é um dado de entrada para o programa. A deformação devido ao cisalhamento não é considerada na obtenção da matriz de rigidez. Bailey (1995) introduziu elementos de placa com 4 nós e a possibilidade de modelagem das ligações semi-rígidas. Huang et al. (1999) realizou modificações para modelar lajes de concreto armado com base na discretização do elemento de placa em camadas. Cai (2002) modificou o elemento de viga desenvolvido possibilitando a modelagem de seções transversais assimétricas de aço, concreto ou mistas através da implementação de um modelo de fibras (Cai et al., 2002, 2003).

Segundo Huang *et al.* (2003a; 2004), o elemento de viga com oito graus de liberdade locais e onze globais, tem sido preciso para níveis de deslocamentos além dos aceitáveis para estruturas em situação de incêndio, porém, apresenta algumas desvantagens: devido à presença de graus de liberdade além dos convencionais o tempo de processamento se torna muito maior quanto comparado com análises usando seis graus de liberdade por nó; sempre é necessário aplicar restrições a alguns graus de liberdade mesmo quando não existem condições de contorno, o que pode influenciar os resultados, especialmente quando os deslocamentos se tornam grandes. Essas

observações motivaram Huang *et al.* (2003) a implementar no programa VULCAN um elemento isoparamétrico com 3 nós e seis graus de liberdade por nó apresentado por Bathe (1982). O elemento, com base em uma formulação lagrangeana total, considera as não-linearidades física e geométrica utilizando uma aproximação de segunda ordem para as rotações (Bathe, 1996). As deformações são consideradas pequenas. A seção transversal é discretizada utilizando-se um modelo de fibras.

Huang *et al.* (2003b) também implementaram um elemento de placa isoparamétrico (Bathe, 1996; Crisfield, 1991) de alta ordem, 9 nós, geometricamente não-linear com base em uma formulação lagrangeana total e nas hipóteses de von Kármán (grandes deslocamentos e rotações moderadas). O elemento utiliza um modelo de camadas para obtenção da matriz constitutiva. No trabalho de Huang *et al.* (2003c), as implementações citadas são validadas. Inúmeras pesquisas vêm utilizando o programa VULCAN, entre as quais: Bailey *et al.* (1996; 1999); Burgess e Plank (1998) e Huang *et al.* (2002).

Alguns programas comerciais como o ANSYS, o ABAQUS e o DIANA vêm sendo utilizados em pesquisas sobre o comportamento de estruturas em situação de incêndio por meio da inclusão das propriedades dos materiais à temperatura elevada. Análises de transferência de calor para obtenção da distribuição de temperatura também podem ser facilmente realizadas. O ABAQUS vem sendo utilizado para simular o comportamento de estruturas de aço e mistas na *Edinburgh University* (Gillie, 1999; Gillie *et al.*, 2000, 2001; Sanad *et al.*, 2000a,b,c) e no *Corus Research*, (O'Connor e Martin, 1998), mostrando-se capaz de simular problemas complexos como o comportamento de lajes, ligações e flambagem local de elementos de aço.

Both *et al.* (1996) utilizam o programa DIANA para simular os resultados dos ensaios experimentais realizados em *Cardington*. O programa também foi utilizado para simular o comportamento térmico e estrutural de lajes mistas.

Lopes *et al.* (2005) utilizam o programa ANSYS para modelar a flambagem lateral com torção de vigas de aço inoxidável em situação de incêndio empregando elementos de viga e casca. Li e Guo (2006) e Piloto *et al.* (2006) também utilizam o ANSYS para análise de estruturas em situação de incêndio.

Além dos trabalhos citados, que em geral utilizam modelos de plasticidade distribuída com um modelo de fibras ao nível seccional no desenvolvimento de

elementos de viga, inúmeros outros trabalhos, utilizando modelos de rotulas plásticas vêm sendo desenvolvidos (Liew *et al.*, 1998; Ma e Liew, 2004; Iu *et al.*, 2005; Landesmann *et al.*, 2005; Souza e Creus, 2006).

#### 2.7.1 Segurança Contra Incêndio e Modelos Numéricos no Brasil

Em 1972 aconteceu um grande incêndio no edifício Andraus, localizado na cidade de São Paulo, que resultou em 16 mortes e 336 feridos. O edifício Joelma, também localizado na mesma cidade, entrou em chamas em 1974 devido a um curto-circuito no sistema de ar-condicionado. No mesmo ano o edifício da Caixa Econômica, localizado no Rio de Janeiro, também sofreu a ocorrência de um incêndio.

Esses acontecimentos levaram a elaboração de regulamentos e normas de segurança contra incêndio. A maioria surgiu da adaptação de legislações estrangeiras por empresas de seguros, corporações de bombeiros e códigos de obras (Ferreira *et al.*, 2006).

Em 1980 foi editada pela Associação Brasileira de Normas Técnicas a ABNT NBR 5627:1980 "Exigências particulares das obras de concreto armado e protendido em relação à resistência ao fogo". A ABNT NBR 5627:1980 prescrevia o cobrimento e dimensões mínimas de elementos usuais de concreto como vigas, lajes e pilares. Devido ao conservadorismo para a época, e a pouca atenção dada pelos projetistas ao problema, essa norma nunca foi efetivamente utilizada, sendo cancelada em 2001.

Em 1981, na cidade de São Paulo, ocorreu um incêndio no edifício Grande Avenida levando à morte 17 pessoas e ferindo outras 53.

O edifício Andorinhas, localizado na cidade do Rio de Janeiro, sofreu a ação de um incêndio em 1986, deixando 20 mortes e 50 feridos. Em 1987, o edifício CESP, cidade de São Paulo, entrou em colapso após um incêndio.

Houve então um grande avanço da segurança contra incêndio no país. Em São Paulo, por meio de leis e decretos, foram aprovadas especificações para instalação de sistemas de segurança contra incêndio. Foi redigida a Instrução Técnica CB-02.33-94 que estabelecia tempos de resistência ao fogo para estruturas de aço. Segundo Souza Jr. (2004) a instrução, com vigência no Estado de São Paulo, um importante mercado, foi considerada bastante restritiva pelos setores interessados na promoção do uso do aço na

construção civil. Isso motivou a elaboração de normas com abrangência nacional, para o dimensionamento de estruturas em situação de incêndio.

Em 1996, a ABNT instalou uma comissão de estudos na qual foi criado um grupo de trabalho, constituído por representantes dos meios universitário (Universidade de São Paulo, Universidade Federal de Minas Gerais e Universidade Federal de Ouro Preto) e técnico para elaborar textos-base normativos sobre o assunto. A comissão composta, entre outros, de representantes do corpo de bombeiros do Estado de São Paulo, de fabricantes de material de revestimento contra fogo, do Instituto de Pesquisas Tecnológicas, de escritórios de projeto, de siderúrgicas, em 1999, aprovou a ABNT NBR 14323:1999 "Dimensionamento de estruturas de aço de edifícios em situação de incêndio". Atualmente a norma encontra-se em processo de revisão. Para a utilização da ABNT NBR 14323:1999, foi necessária a elaboração de outra norma, que fornecesse as diretrizes para a determinação da ação térmica nos elementos construtivos das edificações. Foi elaborado um texto-base que deu origem à ABNT NBR 14432:2000 "Exigências de resistência ao fogo de elementos construtivos das edificações". Essa norma é válida para quaisquer estruturas, independentemente do material utilizado.

Em 2001, no Estado de São Paulo, o Decreto 46.076 instituiu o regulamento de segurança contra incêndio das edificações e áreas de risco para os fins da Lei 684 de 1975. Também em 2001, no Estado de Minas Gerais foi criada a Lei 14.130, que dispões sobre a prevenção contra incêndio e pânico, regulamentada pelo Decreto 44.270 de 2006, semelhante ao Decreto 46.076 do Estado de São Paulo. Os objetivos dos decretos são: proporcionar condições de segurança contra incêndio e pânico aos ocupantes das edificações e áreas de risco, possibilitando o abandono seguro e evitando perdas de vida; minimizar os riscos de eventual propagação do fogo para edificações e áreas adjacentes; proporcionar meios de controle e extinção do incêndio e pânico; dar condições de acesso para as operações do corpo de bombeiros e garantir as intervenções de socorros. De acordo com a altura, área, ocupação e uso das edificações, são especificadas em instruções técnicas, prescrições relativas à: acesso de viatura; segurança estrutural contra incêndio; compartimentação horizontal e vertical; controle de materiais de acabamento; saídas de emergência; plano de intervenção de incêndio; brigada de incêndio; iluminação de emergência; detecção de incêndio; alarme de

incêndio; sinalização de emergência; extintores; hidrantes ou mangotinhos; chuveiros automáticos (*sprinklers*).

O edifício da Eletrobrás, cidade do Rio de Janeiro, sofre a ação de um incêndio sem vítimas, em 2004. Também, entra em vigor a ABNT NBR 15200:2004 "Projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio".

Esses acontecimentos motivaram o desenvolvimento de várias pesquisas. Entre os trabalhos realizados na UFMG, com relação ao desenvolvimento de modelos numéricos, pode-se citar o modelo de elementos finitos para avaliação da distribuição de temperatura em estruturas, implementado por Figueiredo Jr. (2002). Neste trabalho foi desenvolvido o programa denominado CALTEMI, com base no programa CALTEP do Centro Integrado de Métodos Numéricos em Engenharia, CIMNE, da Universidade Politécnica da Catalunha, na Espanha (Zárate e Onate, 1993). O CALTEMI trata de problemas de transferência de calor por condução em domínios bidimensionais. Ribeiro (2004), a partir dos programas citados, desenvolveu o programa THERSYS, capaz de analisar problemas tridimensionais de transferência de calor por condução em domínios sólidos. Algumas pesquisas utilizando os programas citados vêm sendo realizadas na UFMG (Nóbrega, 2003; Fakury *et al.*, 2003a, 2003b, 2004).

Souza Jr. (1998) na Universidade Federal de Ouro Preto desenvolveu um modelo de elementos de viga planos para modelagem de estruturas de aço em situação de incêndio. A matriz de rigidez é obtida considerando-se comportamento linear e elástico. A distribuição de temperatura na seção e ao longo do comprimento do elemento é considerada uniforme. As deformações térmicas não são consideradas no modelo. Várias outras pesquisas vêm sendo desenvolvidas nessa instituição utilizando-se uma versão inicial do programa VULCAN.

Souza Jr. (2004) na Universidade Federal do Rio Grande do Sul implementou um modelo de elementos de viga 3D onde a não-linearidade física é modelada com base no conceito de rótulas plásticas. A descrição cinemática adotada tem por base o trabalho de Oran (1973) e a matriz de rigidez é a proposta por Argyris *et al.* (1979).

Landesmann (2003) na Universidade Federal do Rio de Janeiro desenvolveu um modelo computacional para análise térmica e estrutural de estruturas de aço em situação de incêndio. Nesse trabalho foi desenvolvido o programa PNL-F para análise não-linear elasto-plástica de estruturas planas de aço em situação de incêndio. A análise térmica é

realizada por meio de um procedimento não-linear com base no método dos elementos finitos. O comportamento estrutural é simulado por meio de princípios de plasticidade concentrada, que fazem uso do modelo refinado das rótulas plásticas, funções de estabilidade, módulos tangentes e superfícies de interação de esforços. Utilizando-se o programa desenvolvido por Landesmann (2003) e o programa SAFIR, várias outras pesquisas foram desenvolvidas nesta instituição (Landesmann e Batista, 2002). Fernandes (2004) apresenta um modelo de elementos finitos não-linear para modelagem de estruturas planas onde a análise térmica é realizada conforme a ABNT NBR 14323:1999.

Na Universidade de São Paulo, vários trabalhos vêm sendo realizados sobre o comportamento de estruturas de aço, concreto e madeira em situação de incêndio (Silva, 2005, 2006; Costa *et al.*, 2005; Pinto *et al.*, 2008). Recentemente modelos numéricos para simulação de vigas mistas formadas por perfis de aço formados a frio vêm sendo desenvolvidos (Regobello *et al.*, 2007, 2008) utilizando programas comerciais como o ANSYS.

## PLATAFORMA COMPUTACIONAL E METODOLOGIA

A metodologia e os programas computacionais utilizados como plataforma para o desenvolvimento dos modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio são apresentados. Neste capítulo a ênfase maior é para a plataforma computacional utilizada. A metodologia e o desenvolvimento de cada modelo numérico são descritos separadamente e com maiores detalhes nos capítulos seguintes.

### 3.1. INTRODUÇÃO

No trabalho de Caldas (2004), dois programas computacionais, restritos à temperatura ambiente, foram desenvolvidos e modificados a partir de implementações que podem ser divididas em dois grupos: (a) implementações para análise de seções transversais genéricas de aço e concreto; (b) implementações para análise do comportamento de estruturas formadas por vigas e pilares com seções transversais genéricas.

No primeiro grupo, entre as implementações para análise de seções transversais genéricas, foi desenvolvido o programa CSTM (Cálculo de Seções Transversais Mistas), capaz de realizar análises não-lineares de seções transversais genéricas. Entre as funções disponíveis tem-se a obtenção de esforços resistentes, relações momento-curvatura e superfícies de interação. A partir desse programa foram desenvolvidos neste trabalho modelos para análise de seções genéricas em situação de incêndio. Nesses desenvolvimentos, a maior dificuldade foi a definição dos estados limites últimos do

concreto, que podem ser dados por domínios de deformação, propostos neste trabalho e apresentados no capítulo 5.

Entre as implementações realizadas por Caldas (2004), voltadas para análise do comportamento estrutural, desenvolveu-se um modelo de elementos finitos capaz de representar o comportamento de pilares mistos, considerando-se as não-linearidades física e geométrica. O modelo também foi utilizado para análise de vigas de aço e mistas de aço e concreto. Utilizando-se elementos de mola, desenvolveu-se ainda um sistema capaz de simular pórticos planos semi-rígidos. Nessas implementações, utilizou-se como plataforma computacional o programa FEMOOP, *Finite Element Method Object Oriented Program*.

O FEMOOP foi inicialmente desenvolvido na Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (Martha e Parente Jr., 2002) em linguagem C++, com programação orientada a objetos, a partir de 1990 (Guimarães, 1992) e foi utilizado por vários pesquisadores, como Pitangueira (1998), Parente Jr. (2000) e Sousa Jr. (2000). Em sua biblioteca podem ser encontrados elementos de treliça, viga bidimensionais e tridimensionais não-lineares (Caldas, 2004; Muniz, 2005), elementos de placa, casca e sólidos não-lineares. A partir das implementações feitas no FEMOOP por Caldas (2004), foram desenvolvidos neste trabalho elementos de viga tridimensionais, mola e casca para modelagem de estruturas em situação de incêndio (capítulos 6, 7 e 8).

Para viabilizar esses desenvolvimentos, modelos para análise de transferência de calor foram estudados. Esses estudos são apresentados no capítulo seguinte e levaram às implementações numéricas para análise de transferência de calor apresentados neste trabalho.

#### 3.2. PROGRAMA CSTM

O programa CSTM foi desenvolvido para plataforma *Windows* utilizando a linguagem C++. No desenvolvimento do programa, foram utilizados alguns pacotes gráficos, como IUP, Sistema Portátil de Interface com o Usuário, e o CD, Canvas Draw (www.tecgraf.puc-rio.br). O IUP é um sistema de criação de interfaces que permite que o programa possa ser executado em diferentes sistemas operacionais como *Windows* e *Linux*. O CD é uma biblioteca gráfica 2D que contém funções para suportar aplicações

com gráficos vetoriais e imagens. Possui também *drivers* que permitem, por exemplo, a geração de arquivos em formato DXF, EMF e WMF.

O programa CSTM tem algoritmos implementados para obtenção de (i) esforços resistentes, (ii) relações momento-curvatura, (iii) configuração deformada da seção em função dos esforços solicitantes, (iv) superfície de interação entre força axial e momento, (v) superfície de interação dos momentos para uma dada força axial e (vi) superfície de iteração tridimensional, força axial e momentos.

Neste trabalho apenas alguns pontos de maior interesse do programa CSTM serão abordados. Para maiores detalhes deve-se consultar o trabalho de Caldas (2004).

#### 3.2.1 Obtenção de Esforços em Seções Transversais Mistas de Aço e Concreto

Define-se a seção transversal por meio de poligonais, uma para o componente concreto que sempre envolve toda a seção, outra para o perfil metálico e outras para as aberturas contidas na poligonal do componente concreto. Barras de armadura são definidas pontualmente e localizadas no interior da poligonal do concreto, figura 3.2.1. Os vértices das poligonais são descritos segundo um sistema de coordenadas XYZ declarados no sentido anti-horário.

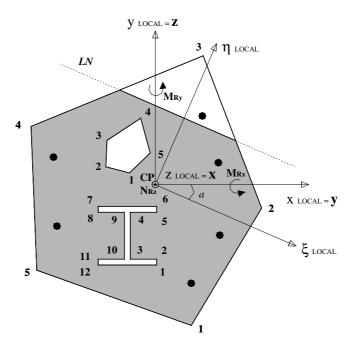


Figura 3.2.1 Definição da seção transversal, sistemas global e locais (seccionais).

Os esforços resistentes da seção transversal são os momentos fletores  $M_{Rx}$ ,  $M_{Ry}$  e o esforço axial  $N_{Rz}$  descritos segundo um sistema local, seccional, de coordenadas xyz, paralelo ao sistema global, XYZ, e com origem em um ponto qualquer do plano que contém a seção, figura 3.2.1.

Um outro sistema local, seccional,  $\xi\eta\zeta$ , rotacionado em relação ao sistema xyz de um ângulo igual ao de inclinação da linha neutra  $\alpha$ , com o eixo  $\xi$  paralelo à linha neutra, também é definido (figura 3.2.1). A utilização desse sistema é interessante, por exemplo, na obtenção de pontos sob maiores e menores deformações na seção uma vez que o eixo  $\eta$  é perpendicular à linha neutra.

Com base na hipótese de que seções planas permanecem planas, e a perfeita aderência entre o concreto e aço, para definir a deformada da seção dispõe-se de três alternativas:

i)  $\varepsilon_0$ ,  $k_x$  e  $k_y$  que definem, respectivamente, deformação na origem do sistema xyz, curvatura em torno do eixo x, curvatura em torno do eixo y (figura 3.2.1). Obtém-se a deformação em um ponto (x,y) qualquer da seção com a expressão

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_0 + k_x y - k_y x; \qquad (3.2.1)$$

ii)  $\epsilon_0$ ,  $k_0$  e  $\alpha$  que definem, respectivamente, deformação na origem do sistema  $\xi\eta\zeta$ , figura 3.2.1, curvatura em torno da linha neutra, ângulo de inclinação da linha neutra em relação ao eixo x, sendo positivo no sentido anti-horário. Obtém-se a deformação em um ponto  $(\xi,\eta)$  qualquer com a expressão

$$\varepsilon(\xi,\eta) = \varepsilon_0 + k_0 \eta, \qquad (3.2.2)$$

equivalente à expressão 3.2.1;

iii)  $\beta$  e  $\alpha$ , onde  $\beta$  é um parâmetro de deformação com o qual descrevem-se deformadas da seção restritas ao estado limite último, figura 3.2.2.

Para o concreto, considera-se o diagrama tensão-deformação simplificado fixado pelo Código Modelo CEB (CEB, 1990), composto de uma parábola e de uma reta, também utilizado pela ABNT NBR 6118:2003. Para o aço, uma relação tensão-deformação bi-linear (elasto-plástico perfeita) é adotada.

Os esforços seccionais resistentes  $M_{Rx}$ ,  $M_{Ry}$  e  $N_{Rz}$ , momentos fletores em torno dos eixos locais (seccionais) x e y (figura 3.2.1), e força axial segundo o eixo z,

respectivamente, são obtidos por integração das tensões definidas para valores das variáveis de deformação, por exemplo  $\varepsilon_0$ ,  $k_x$  e  $k_y$ ,

$$N_z = \int \sigma_z dA$$
,  $M_x = \int \sigma_z y dA$  e  $M_y = -\int \sigma_z x dA$  (3.2.3)

As integrais referentes aos esforços seccionais dados pelas expressões 3.2.3 são resolvidas após uma transformação das integrais de superfície (área) em integrais de contorno por meio de uma aplicação do teorema de Green (Caldas, 2004),

#### 3.2.2 Obtenção de Superfícies de Interação em Seções Transversais

Duas formulações utilizadas para a obtenção das superfícies de interação em seções transversais estão implementadas no programa CSTM. Uma das formulações utiliza o método de Newton Raphson e outra utiliza um parâmetro de deformação, o parâmetro  $\beta$ , que descreve as configurações deformadas em estado limite último da seção. Apresenta-se a seguir somente a formulação que utiliza o parâmetro  $\beta$  (Caldas, 2004), pois este procedimento será estendido para seções transversais em situação de incêndio neste trabalho.

Para definir a configuração deformada de uma seção em flexão oblíqua, são necessários pelo menos três parâmetros, por exemplo,  $\varepsilon_0$ ,  $k_x$  e  $k_y$ . Porém, se a descrição da deformada corresponde a um estado limite último, pode-se definir apenas dois parâmetros, já que algum valor de deformação sempre estará fixo, segundo a figura 3.2.2, que apresenta os domínios de deformação da ABNT NBR 6118:2003 e do CEB (1990). Com estas informações, ajustam-se equações que, a partir do valor do parâmetro  $\beta$  e do ângulo de inclinação da linha neutra,  $\alpha$ , podem percorrer todas as possíveis configurações deformadas em estado limite último da seção. Para cada configuração, os esforços resistentes, força axial e momentos fletores, são calculados a partir das expressões 3.2.3, obtendo-se assim as superfícies de interação de esforços ponto a ponto.

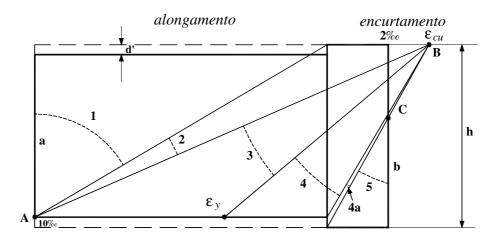


Figura 3.2.2 Representação dos domínios de deformação correspondentes ao estado limite último de uma seção (ABNT NBR 6118:2003).

#### 3.3. ASPECTOS RELEVANTES DO PROGRAMA FEMOOP

Uma importante característica do FEMOOP é a possibilidade de tratar modelos de elementos finitos com diferentes dimensões de uma forma genérica (Martha e Parente Jr., 2002). Isso é possível por meio da definição de duas classes: *Analysis Model* and *Shape*. A primeira é responsável por especificar aspectos relacionados à equação diferencial que governa o comportamento do elemento finito, enquanto a última define aspectos referentes à interpolação das variáveis e da geometria. Em nível global, por meio da classe *Control* tem-se a implementação dos algoritmos que controlam a análise do problema, a partir da qual se deriva a classe *Equilibrium Path*, que contém os diferentes métodos de obtenção dos caminhos de equilíbrio (*path-following methods*).

A entrada e saída de dados do programa são feitas por meio de arquivos neutros, *Neutral File* (www.tecgraf.puc-rio.br/neutrafile). O arquivo neutro foi criado com os objetivos de conter todas as informações necessárias para os programas de pré e pósprocessamento e análise por elementos finitos, sendo facilmente legível por programas em FORTRAN, C ou C++.

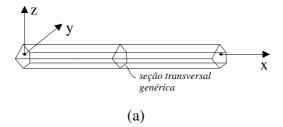
#### 3.3.1 Modelo de Elementos Finitos para Análise de Pilares Mistos

Neste item, apresenta-se a formulação do elemento de viga com 11 graus de liberdade, figura 3.3.2, implementado no programa FEMOOP por Caldas (2004). O

elemento tem por base uma formulação lagrangiana total, adequado para grandes deslocamentos e rotações moderadas. Os deslocamentos transversais são interpolados por funções hermitianas cúbicas. Para os deslocamentos axiais, funções quadráticas são empregadas, com um grau de liberdade axial hierárquico, figura 3.3.2.

Na figura 3.3.1 apresenta-se uma barra reta indeformada de comprimento  $\ell$ , seção transversal qualquer e um sistema de eixos cartesianos globais ortogonais xyz. A origem pode ser em um ponto qualquer no plano de uma das seções extremas da barra.

Admite-se que seções planas permaneçam planas após a deformação, hipótese de Navier-Bernoulli, e considera-se total aderência entre o aço e o concreto. O efeito das deformações produzidas pelo esforço cortante é desprezado, considerando-se estado uniaxial de tensões.



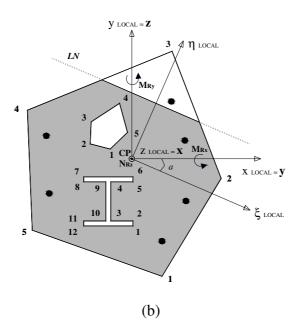


Figura 3.3.1 Sistema de coordenadas de referência: (a) sistema global; (b) sistema local ou seccional.

Sendo u, v e w as componentes de deslocamento nas direções globais x, y e z, respectivamente, tem-se (Garcia e Villaça, 1999, Crisfield, 1991) a expressão para rotações moderadas para a componente  $\varepsilon_x$  de deformação axial

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^{2} + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} \right]$$
 (3.3.1)

Usando-se a notação ()'= $\partial$ ()/ $\partial$ x nas expressões seguintes e sendo o campo de deslocamentos dados por

$$u = u_o(x) - yv' - zw', \quad v = v_o(x) \quad e \quad w = w_o(x),$$
 (3.3.2)

tem-se

$$\varepsilon_{x} = u' + \frac{1}{2} [(v')^{2} + (w')^{2}] - yv'' - zw'',$$
(3.3.3)

ou

$$\varepsilon_{x} = \varepsilon_{o} - yk_{z} + zk_{y}, \qquad (3.3.4)$$

onde

$$\varepsilon_{o} = u' + \frac{1}{2} [(v')^{2} + (w')^{2}], \qquad k_{y} = -w'' \quad e \qquad k_{z} = v''$$
(3.3.5)

são, respectivamente, a deformação axial e as curvaturas em torno dos eixos y e z.

Usando-se o princípio dos trabalhos virtuais, PTV, podem-se estabelecer as equações de equilíbrio não-lineares para a estrutura (Garcia e Villaça, 1999). Com as hipóteses adotadas na presente formulação, reduz-se a expressão do PTV para

$$\delta W_{\rm int} - \delta W_{\rm ext} = 0 \tag{3.3.6}$$

sendo

$$\delta W_{int} = \int \sigma_x \delta \varepsilon_x dV \tag{3.3.7}$$

onde  $\delta \epsilon_x$  é a variação na deformação axial produzida pela variação nos deslocamentos virtuais. A integral de volume é realizada na estrutura indeformada, caracterizando uma formulação lagrangiana total.

Discretizando o volume V da estrutura em elementos finitos de volume  $V_m$ , sendo m um elemento genérico e ne o número total de elementos, pode-se escrever a expressão  $3.3.7\ como$ 

$$\delta W_{\text{int}} = \sum_{m=1}^{\text{ne}} \left( \int \sigma_x \delta \varepsilon_x dV_m \right). \tag{3.3.8}$$

A variação de  $\varepsilon_x$ , expressão 3.3.3, resulta em

$$\delta \varepsilon_{x} = \delta u' + v' \delta v' + w' \delta w' - y \delta v'' - z \delta w''. \tag{3.3.9}$$

Substituindo-se a expressão 3.3.9 em 3.3.8, tem-se

$$\delta W_{int} = \sum_{m=1}^{ne} \left[ \iint \sigma_x \left( \delta u' + v' \delta v' + w' \delta w' \right) dA dx - \iint \sigma_x z \delta w'' dA dx - \iint \sigma_x y \delta v'' dA dx \right].$$
(3.3.10)

A partir das expressões 3.2.3, e observando-se a figura 3.3.1, tem-se

$$N_x = \int \sigma_x dA$$
,  $M_y = \int \sigma_x z dA$  e  $M_z = -\int \sigma_x y dA$ . (3.3.11)

Na expressão 3.3.11,  $N_x$  é a força axial interna na direção x,  $M_y$  o momento interno em torno do eixo y e  $M_z$  o momento interno em torno do eixo z, resultantes das tensões na seção função das deformações, que por sua vez são funções dos deslocamentos do elemento. Substituindo as expressões 3.3.11 em 3.3.10 tem-se

$$\delta W_{int} = \sum_{m=1}^{ne} \left\{ \int \left[ N_x \left( \delta u' + v' \delta v' + w' \delta w' \right) - M_y \delta w'' + M_z \delta v'' \right] dx \right\}.$$
 (3.3.12)

Conhecendo o carregamento externo,  $\mathbf{r}_{m}$ , aplicado nos nós do elemento, tem-se

$$\delta W_{\text{ext}} = \delta \mathbf{q}^{\text{T}} \mathbf{r}_{\text{m}} \tag{3.3.13}$$

e, sendo **q** um conjunto de deslocamentos nodais generalizados do elemento, obtém-se a partir da expressão 3.3.12,

$$\delta W_{int} = \delta \mathbf{q}^{T} \int N_{x} \left( \frac{\partial u'}{\partial \mathbf{q}} + v' \frac{\partial v'}{\partial \mathbf{q}} + w' \frac{\partial w'}{\partial \mathbf{q}} \right) - M_{y} \frac{\partial w''}{\partial \mathbf{q}} + M_{z} \frac{\partial v''}{\partial \mathbf{q}} \right] dx.$$
 (3.3.14)

Levando-se as expressões 3.3.14 e 3.3.13 em 3.3.6, obtém-se para o elemento a expressão

$$\psi = \int \left[ N_x \left( \frac{\partial u'}{\partial \mathbf{q}} + v' \frac{\partial v'}{\partial \mathbf{q}} + w' \frac{\partial w'}{\partial \mathbf{q}} \right) - M_y \frac{\partial w''}{\partial \mathbf{q}} + M_z \frac{\partial v''}{\partial \mathbf{q}} \right] dx - \mathbf{r}_m = \mathbf{f}_m - \mathbf{r}_m = 0.$$
 (3.3.15)

Tem-se então um conjunto de neq equações não lineares, onde neq é o número de graus de liberdade do elemento, e

$$\mathbf{f}_{\mathrm{m}} = \int \left[ \mathbf{N}_{\mathrm{x}} \left( \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{v}' \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{w}' \frac{\partial \mathbf{w}'}{\partial \mathbf{q}} \right) - \mathbf{M}_{\mathrm{y}} \frac{\partial \mathbf{w}''}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{M}_{\mathrm{z}} \frac{\partial \mathbf{v}''}{\partial \mathbf{q}} \right] d\mathbf{x}$$
(3.3.16)

é o vetor das forças internas do elemento.

A partir da expressão 3.3.16, derivando o vetor de forças internas em relação aos deslocamentos nodais  $\mathbf{q}$ , obtém-se a matriz de rigidez  $\mathbf{k}_m$  do elemento, logo

$$\mathbf{k}_{m} = \int \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{v}'\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{q}} + \mathbf{w}'\frac{\partial \mathbf{w}'}{\partial \mathbf{q}}\right) \left\{\frac{\partial \mathbf{N}_{x}}{\partial \mathbf{q}}\right\}^{T} + \mathbf{N}_{x} \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{q}}\right)^{T} + \mathbf{N}_{x} \frac{\partial \mathbf{w}'}{\partial \mathbf{q}} \left(\frac{\partial \mathbf{w}'}{\partial \mathbf{q}}\right)^{T} \\ -\frac{\partial \mathbf{w}''}{\partial \mathbf{q}} \left\{\frac{\partial \mathbf{M}_{y}}{\partial \mathbf{q}}\right\}^{T} + \frac{\partial \mathbf{v}''}{\partial \mathbf{q}} \left\{\frac{\partial \mathbf{M}_{z}}{\partial \mathbf{q}}\right\}^{T} \end{bmatrix} d\mathbf{x}$$
(3.3.17)

No modelo implementado faz-se interpolação quadrática para u, e cúbica para v e w. A figura 3.3.2 apresenta os graus de liberdade analisados.

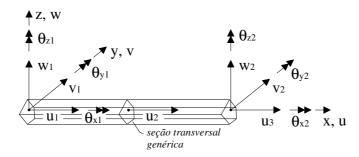


Figura 3.3.2 Eixos de referência e graus de liberdade locais.

Os componentes de deslocamentos u, v e w são aproximados em função dos deslocamentos nodais locais generalizados  $\mathbf{q}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_u^T & \mathbf{q}_v^T & \mathbf{q}_w^T \end{bmatrix}$  (a notação  $\begin{bmatrix} \end{bmatrix}$  será empregada para representar vetor linha), sendo

$$\mathbf{q}_{\mathbf{u}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{1} & \mathbf{u}_{2} & \mathbf{u}_{3} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{q}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{1} & \boldsymbol{\theta}_{z1} & \mathbf{v}_{2} & \boldsymbol{\theta}_{z2} \end{bmatrix} \mathbf{e}$$

$$\mathbf{q}_{\mathbf{w}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{1} & \boldsymbol{\theta}_{y1} & \mathbf{w}_{2} & \boldsymbol{\theta}_{y2} \end{bmatrix}$$
(3.3.18)

e, usando-se os polinômios

$$\begin{split} \phi_{u} &= \begin{cases} \frac{1}{2}\xi(\xi-1) \\ 1-\xi^{2} \\ \frac{1}{2}\xi(\xi+1) \end{cases}, \quad \phi_{v} = \begin{cases} \frac{1}{2}-\frac{3}{4}\xi+\frac{1}{4}\xi^{3} \\ \frac{\ell}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\xi-\frac{1}{4}\xi^{2}+\frac{1}{4}\xi^{3}\right) \\ \frac{1}{2}+\frac{3}{4}\xi-\frac{1}{4}\xi^{3} \\ \frac{\ell}{2}\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\xi+\frac{1}{4}\xi^{2}+\frac{1}{4}\xi^{3}\right) \end{cases} \\ \phi_{w} &= \begin{cases} \frac{1}{2}-\frac{3}{4}\xi+\frac{1}{4}\xi^{3} \\ -\frac{\ell}{2}\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\xi-\frac{1}{4}\xi^{2}+\frac{1}{4}\xi^{3}\right) \\ \frac{1}{2}+\frac{3}{4}\xi-\frac{1}{4}\xi^{3} \\ -\frac{\ell}{2}\left(-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\xi+\frac{1}{4}\xi^{2}+\frac{1}{4}\xi^{3}\right) \end{cases} \end{split}$$

$$(3.3.19)$$

como funções de interpolação na coordenada generalizada  $\xi = \frac{2}{\ell}x - 1$ , tem-se

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{u}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{v} = \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{v}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{v}} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{w} = \boldsymbol{\phi}_{\mathbf{w}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{w}} \tag{3.3.20}$$

A derivação dessas expressões em relação à coordenada x fornece

$$\mathbf{u} = \phi_{\mathbf{u}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{u}}, \quad \mathbf{v} = \phi_{\mathbf{v}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{v}} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{w} = \phi_{\mathbf{w}}^{\mathsf{T}} \mathbf{q}_{\mathbf{w}}$$
 (3.3.21)

e, derivando-se as expressões 3.3.21 em relação a q,

$$\frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{\phi'_u} \\ \mathbf{0_v} \\ \mathbf{0_w} \end{cases}, \quad \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{0_u} \\ \mathbf{\phi'_v} \\ \mathbf{0_w} \end{cases}, \quad \frac{\partial \mathbf{w}'}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{0_u} \\ \mathbf{0_v} \\ \mathbf{\phi'_w} \end{cases}, \quad \frac{\partial \mathbf{v}''}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{0_u} \\ \mathbf{0_v} \\ \mathbf{0_w} \end{cases} e \quad \frac{\partial \mathbf{w}''}{\partial \mathbf{q}} = \begin{cases} \mathbf{0_u} \\ \mathbf{0_v} \\ \mathbf{\phi'_w} \end{cases}.$$
(3.3.22)

Observa-se a presença das rotações  $\theta$  nos graus de liberdade generalizados, mas, pela hipótese de rotações moderadas,  $\theta_z \cong v'$  e  $\theta_y \cong -w'$ , ficando assegurada a continuidade de v' e w'. A figura 3.3.2 mostra o sistema xyz e os graus de liberdade do elemento.

Derivando as funções de interpolação, expressões 3.3.19, em relação à coordenada x tem-se

$$\phi_{u}^{T} = \left[ \frac{2}{\ell} \left( \xi - \frac{1}{2} \right) \quad \frac{2}{\ell} \left( -2\xi \right) \quad \frac{2}{\ell} \left( \xi + \frac{1}{2} \right) \right]$$

$$\phi_{v}^{T} = \left[ \frac{2}{\ell} \left( -\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\xi^{2} \right) \quad -\frac{1}{4} - \frac{1}{2}\xi + \frac{3}{4}\xi^{2} \quad \frac{2}{\ell} \left( \frac{3}{4} - \frac{3}{4}\xi^{2} \right) \quad -\frac{1}{4} + \frac{1}{2}\xi + \frac{3}{4}\xi^{2} \right]$$

$$\phi_{w}^{T} = \left[ \frac{2}{\ell} \left( -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} \xi^{2} \right) + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \xi - \frac{3}{4} \xi^{2} \right] + \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \xi - \frac{3}{4} \xi^{2} \right]$$

$$\phi_{v}^{T} = \left[ \frac{4}{\ell^{2}} \left( \frac{3}{2} \xi \right) \right] + \frac{2}{\ell} \left( -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \xi \right) + \frac{4}{\ell^{2}} \left( -\frac{3}{2} \xi \right) \right]$$

$$\phi_{w}^{T} = \left[ \frac{4}{\ell^{2}} \left( \frac{3}{2} \xi \right) \right] - \frac{2}{\ell} \left( -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \xi \right) + \frac{4}{\ell^{2}} \left( -\frac{3}{2} \xi \right) - \frac{2}{\ell} \left( \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \xi \right) \right]$$

$$(3.3.23)$$

e, com relação às derivadas referidas a **q**, os vetores nulos presentes na expressão 3.3.22 são definidos como

$$\mathbf{0}_{\mathbf{u}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{0}_{\mathbf{v}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{0}_{\mathbf{w}}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
(3.3.24)

Substituindo as devidas relações nas expressões 3.3.17 e 3.3.16, obtém-se, respectivamente, a matriz de rigidez tangente e o vetor das forças internas do elemento. respectivamente

$$\mathbf{k}_{\mathrm{m}} = \int \begin{bmatrix} \phi_{\mathrm{u}}' \left\{ \frac{\partial N_{\mathrm{x}}}{\partial \mathbf{q}} \right\}^{\mathrm{T}} \\ \phi_{\mathrm{v}}' \left\{ v' \left\{ \frac{\partial N_{\mathrm{x}}}{\partial \mathbf{q}} \right\}^{\mathrm{T}} + N_{\mathrm{x}} \left[ \mathbf{0}_{\mathrm{u}} \quad \phi_{\mathrm{v}}' \quad \mathbf{0}_{\mathrm{w}} \right] \right\} + \phi_{\mathrm{v}}'' \left\{ \frac{\partial M_{\mathrm{z}}}{\partial \mathbf{q}} \right\}^{\mathrm{T}} \\ \phi_{\mathrm{w}}' \left\{ w' \left\{ \frac{\partial N_{\mathrm{x}}}{\partial \mathbf{q}} \right\}^{\mathrm{T}} + N_{\mathrm{x}} \left[ \mathbf{0}_{\mathrm{u}} \quad \mathbf{0}_{\mathrm{v}} \quad \phi_{\mathrm{w}}' \right] \right\} - \phi_{\mathrm{w}}'' \left\{ \frac{\partial M_{\mathrm{y}}}{\partial \mathbf{q}} \right\}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}$$
(3.3.25)

e,

$$\mathbf{f}_{\mathrm{m}} = \int \begin{bmatrix} N_{\mathrm{x}} \phi'_{\mathrm{u}} \\ N_{\mathrm{x}} v' \phi'_{\mathrm{v}} + M_{\mathrm{z}} \phi'_{\mathrm{v}} \\ N_{\mathrm{x}} w' \phi'_{\mathrm{w}} - M_{\mathrm{y}} \phi''_{\mathrm{w}} \end{bmatrix} dx . \tag{3.3.26}$$

As derivadas dos esforços internos que aparecem na expressão da matriz de rigidez, expressão 3.3.25, são função de rigidezes generalizadas, obtidas utilizando-se a mesma técnica para obtenção dos esforços resistentes apresentada no item referente ao programa CSTM. Observa-se nesse ponto a relação entre as pesquisas voltadas para o comportamento da seção e as pesquisas voltadas para o comportamento dos elementos estruturais. Diferentemente do que foi feito por Caldas (2004), onde os esforços e rigidezes generalizadas são obtidos analiticamente utilizando-se uma aplicação do Teorema de Green, no desenvolvimento dos modelos para análise em temperatura elevada, utilizou-se um modelo de fibras. Essa opção foi feita pelo fato de que as

relações tensão-deformação dos materiais em temperatura elevada, em geral, não serem polinomiais, impossibilitando o uso do Teorema de Green.

Caldas (2004) desenvolveu outro modelo a partir da modificação do elemento finito apresentado eliminando-se os graus de liberdade fora do plano xz e incluindo ao sistema de análise a matriz de rotação, tornando possível a análise de pórticos planos de aço, concreto, mistos ou híbridos. Além disto, foram adicionados ao sistema elementos de mola capazes de simular ligações semi-rígidas ou mistas.

# 3.4. METODOLOGIA DE DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS NUMÉRICOS PARA ANÁLISE EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Neste item, uma descrição geral da metodologia utilizada é apresentada. Nos capítulos seguintes, a metodologia e o desenvolvimento de cada modelo numérico são descritos separadamente com maiores detalhes.

O programa CSTM e os modelos de elementos finitos apresentados foram validados a partir de resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura, sempre apresentando bons resultados na modelagem de estruturas de aço, concreto e mistas à temperatura ambiente (Caldas, 2004). Os programas apresentados foram utilizados como plataforma básica para o desenvolvimento dos modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio, apresentados nos capítulos seguintes deste trabalho.

A partir do programa CSTM foi desenvolvido um sistema para análise de seções considerando os estados limites últimos em situação de incêndio, denominado CSTMI (Cálculo de Seções Transversais Mistas em Situação de Incêndio). Em procedimentos normativos, quando se trata de seções transversais, o estado limite último, ou seja, a capacidade resistente é a única verificação exigida para as estruturas em situação de incêndio. Essa observação mostra a principal aplicação desse programa, voltado para a análise e desenvolvimento de procedimentos de projeto em situação de incêndio.

Para a completa análise de seções transversais submetidas a tensões normais em situação de incêndio, duas etapas são necessárias: obtenção da distribuição de temperaturas na seção (capítulo 4) e obtenção dos esforços normais resistentes (capítulo 5). A partir dos esforços resistentes e rigidezes calculadas para a seção de um dado

elemento estrutural exposto ao incêndio, pode-se avaliar o comportamento deste por meio de métodos analíticos como os utilizados para verificação de estruturas à temperatura ambiente.

A partir dos elementos finitos implementados no FEMOOP foi desenvolvido um sistema para análise termomecânica. Apesar da versão original do programa modificada neste trabalho possuir várias formulações de elementos de casca e placa implementados, alguns com consideração das não-linearidades geométrica e física utilizando modelos de plasticidade, estes não são capazes de modelar, por exemplo, lajes de concreto armado. O programa também possui elementos sólidos não-lineares geometricamente e a possibilidade de utilização de vários modelos de plasticidade para os materiais. Os principais desenvolvimentos, apresentados nos capítulos seguintes deste trabalho, foram: um modelo de elementos de barra 3D não-linear e de um método incrementaliterativo para obtenção do caminho de equilíbrio de estruturas submetidas à ação térmica do incêndio (capítulo 6); um modelo constitutivo associado a um esquema de camadas (*layers*) para consideração da não-linearidade física em elementos de casca, possibilitando a modelagem de lajes de concreto armado em temperatura elevada (capítulo 7); um elemento de mola para modelagem de ligações e conectores de cisalhamento (capítulo 8).

Um outro programa denominado ANTRAC (Análise de Transferência de Calor) foi desenvolvido (capítulo 4) e que constitui a base (arquivos fontes) para a análise de transferência de calor dos demais programas CSTMI e FEMOOP. O programa contém todas as propriedades dos materiais (aço, concreto e materiais de proteção) como calor específico, massa específica, condutividade térmica, dilatação térmica e relação tensão-deformação.

# 4

## MODELOS PARA TRANSFERÊNCIA DE CALOR

Apresentam-se a implementação e o desenvolvimento de modelos numéricos para análise de transferência de calor por condução e radiação utilizados neste trabalho.

Modelos com base em elementos finitos e diferenças finitas são descritos.

### 4.1 INTRODUÇÃO

De maneira geral, análises de transferência de calor envolvem sólidos, líquidos e gases. Aplicações incluem máquinas, componentes eletrônicos, processos químicos e, no caso deste trabalho, a elevação de temperatura em elementos construtivos.

Quando o objetivo é a obtenção de tensões (esforços em uma análise estrutural), análises de transferência de calor em meios sólidos são aplicadas para a determinação da distribuição de temperatura a partir das quais podem se obter as deformações térmicas e a influência nas propriedades dos materiais (modificação da resistência e rigidez). Em análises numéricas é conveniente realizar a análise térmica e em seguida o cálculo dos esforços. Por vezes, as mesmas discretizações são utilizadas nas duas fases. Esse procedimento é adequado quando as temperaturas influenciam os esforços sem nenhuma influência dos esforços ou deslocamentos nas temperaturas, ou seja, o problema é desacoplado (Cook *et al.*, 2002).

O calor é transmitido dentro de um sólido por condução e é transferido a partir de um sólido por convecção e por radiação, figura 4.1.1. O calor também pode ser gerado internamente, como, por exemplo, em resistências elétricas.

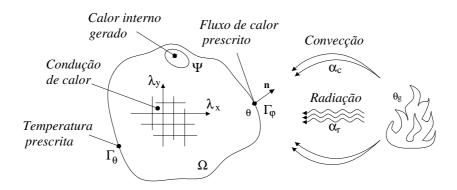


Figura 4.1.1 Condições de contorno em um problema de condução de calor em meio sólido.

A condutividade e outras propriedades podem ser funções da temperatura, o que torna a análise térmica não-linear. A análise também será não-linear se a radiação for uma condição de contorno, pois o fluxo de calor associado depende da diferença da quarta potência das temperaturas absolutas (escala Kelvin).

O problema considerado neste trabalho é a determinação da distribuição de temperaturas em sólidos (elementos estruturais), a partir das propriedades e condições de contorno conhecidas. As propriedades utilizadas podem ser encontradas na literatura ou obtidas experimentalmente. As condições de contorno em incêndio (radiação e convecção) são obtidas a partir da relação temperatura-tempo dos gases (item 2.3) e/ou fluxos de calor obtidos analiticamente ou por simulações numéricas.

Para o projeto de estruturas de concreto em situação de incêndio, as normas deixam em aberto a obtenção da distribuição de temperaturas nos elementos estruturais (EN 1992-1-2:2004; ABNT NBR 15200:2004). Algumas normas como o EN 1992-1-2:2004 apresentam isotermas para as seções transversais mais usuais de pilares, vigas e lajes. Em normas voltadas para verificação de estruturas mistas, como o EN 1994-1-2:2005, podem ser vistos alguns procedimentos específicos onde as temperaturas médias em partes da seção transversal são obtidas analiticamente, caso, por exemplo, de pilares parcialmente envolvidos por concreto e lajes mistas. No *Model Code on Fire Engineering* (ECCS-TC3, 2001) são apresentadas algumas isotermas para pilares tubulares preenchidos com concreto, além de procedimentos similares aos apresentados pelo projeto de revisão da ABNT NBR 14323:1999 (PR NBR 14323:2003) e o EN

1994-1-2:2005 para obtenção da temperatura em pilares mistos e lajes. Observa-se que, em se tratando de elementos de concreto armado ou mistos, é extremamente recomendável a utilização de algum modelo numérico, método dos elementos finitos ou das diferenças finitas, ou ensaios experimentais para obtenção da elevação da temperatura nos elementos.

Para o projeto de estruturas de aço, as normas PR NBR 14323:2003 e EN 1993-1-2:2005 apresentam procedimentos incrementais para obtenção da elevação da temperatura em seções transversais. Devido às formas geométricas dos perfis de aço, o conceito de massas concentradas, juntamente com a alta condutividade térmica do aço, permite o desenvolvimento de expressões para obtenção da elevação da temperatura em elementos com ou sem proteção contra incêndio. A elevação de temperatura, em graus Celsius, na seção transversal de um elemento estrutural de aço sem proteção contra incêndio, situado no interior da edificação, durante um intervalo de tempo Δt em segundos, é dada por (EN 1993-1-2:2005)

$$\Delta \theta_{a,t} = k_s \frac{(u/A)}{c_a \rho_a} \phi \Delta t, \qquad (4.1.1)$$

onde u/A é o fator de massividade para elementos estruturais de aço sem proteção contra incêndio; de maneira geral, u é a área de superfície por unidade de comprimento do elemento (EN 1993-1-2:2005) ou simplesmente, o perímetro exposto da seção de aço ao incêndio (PR NBR 14323:2003); A é o volume por unidade de comprimento do elemento (EN 1993-1-2:2005), ou simplesmente, a área da seção transversal do elemento estrutural (PR NBR 14323:2003);  $\rho_a$  é a massa específica e  $c_a$  é o calor específico do aço; φ é o valor do fluxo de calor por unidade de área, transferido por radiação ou convecção (expressões 4.2.3 e 4.2.4a); k<sub>s</sub> é um coeficiente que leva em conta o efeito de sombra (shadow effect) que considera que a energia que chega ao elemento não pode ser superior à energia que passa através do menor retângulo que envolve a seção. Nesse caso, não há mais energia atingindo a superfície do elemento do que a energia que flui através do menor retângulo que envolve a seção. Na ABNT NBR 14323:1999 não aparece o coeficiente  $k_s$ , porém, a emissividade relativa (que aparece na expressão do fluxo de calor por radiação, 4.2.4a) tem valor inferior ao indicado pelo EN 1993-1-2:2005. O valor de Δt deve ser limitado para garantir a estabilidade da solução no cálculo das temperaturas. Para elementos com proteção contra incêndio a elevação da temperatura, em graus Celsius, é dada pela expressão (EN 1993-1-2:2005; ABNT NBR 14323:1999)

$$\Delta\theta_{a,t} = \frac{\lambda_m (u_m / A)}{t_m c_a \rho_a} \frac{(\theta_{g,t} - \theta_{a,t})}{1 + \xi / 3} \Delta t - (e^{\xi / 10} - 1) \Delta\theta_{g,t}$$

$$(4.1.2)$$

com

$$\xi = \frac{c_{\mathrm{m}} \rho_{\mathrm{m}}}{c_{\mathrm{a}} \rho_{\mathrm{a}}} t_{\mathrm{m}} (u_{\mathrm{m}} / A) \tag{4.1.3}$$

onde  $u_m/A$  é o fator de massividade para elementos estruturais envolvidos por material de proteção contra incêndio;  $u_m$  é a área apropriada do material por unidade de comprimento do elemento estrutural, ou simplesmente, o perímetro apropriado do material de proteção contra incêndio,  $c_m$  é o calor específico do material de proteção contra incêndio;  $t_m$  é a espessura do material,  $\theta_{g,t}$  é a temperatura dos gases no tempo t,  $\lambda_m$  é a condutividade térmica e  $\rho_m$  é a massa específica do material de proteção contra incêndio. Na expressão 4.1.3,  $\Delta\theta_{a,t} \geq 0$  se  $\Delta\theta_{g,t} \geq 0$ . Essa consideração é feita porque o segundo termo da expressão pode levar a uma diminuição da temperatura do aço nos primeiros estágios de aumento da temperatura dos gases no incêndio.

A limitação de  $\Delta t$  na solução das expressões 4.1.2 e 4.1.3 está associada à utilização de um algoritmo de integração explícita da expressão. Algoritmos implícitos podem ser utilizados com maiores valores de  $\Delta t$ , porém, com computadores cada vez mais modernos, o tempo de processamento não é um problema (Franssen e Zaharia, 2006).

Com relação às expressões 4.1.2 e 4.1.3, algumas observações podem ser feitas:

- a expressão 4.1.2 da elevação de temperatura para o aço sem proteção resolve exatamente a equação de transferência de calor em meios sólidos. Pode-se notar que a expressão considera a transferência de calor nos contornos, tendo os resultados influenciados pela emissividade relativa e coeficiente de convecção considerados;
- a expressão 4.1.3 de elevação de temperatura do aço com proteção, é desenvolvida a partir de várias simplificações e apresenta um coeficiente exponencial para correção. Nota-se que a emissividade relativa e o coeficiente de convecção são fatores que não entram na expressão. Segundo Franssen e Zaharia (2006), as propriedades do material de proteção que são utilizadas na expressão de elevação de temperatura devem ser

determinadas experimentalmente segundo a norma ENV 13381-4:2002. De acordo com essa norma, vários elementos, com diversos fatores de massividade e espessuras de material de proteção devem ser expostos ao incêndio-padrão. A condutividade térmica é calculada com o inverso da expressão de elevação de temperatura usando as temperaturas medidas no ensaio. A massa específica e o calor específico devem ser fornecidos pelo fabricante do produto (se o calor específico não é conhecido, um valor de 1000 J/kg°C pode ser assumido). Dessa forma, as propriedades térmicas determinadas segundo a ENV 13381-4:2002 são aplicáveis somente ao tipo de seção ensaiado, por exemplo, I ou H, sendo possível a necessidade de ajustes para aplicação do produto em seções U ou T e seções tubulares. Portanto, nota-se que a condutividade térmica, obtida dessa forma, inclui fatores como tipo de seção, umidade da proteção, efeitos das várias reações químicas que ocorrem nos materiais de proteção, podendo absorver calor e retardando a elevação da temperatura nos elementos protegidos e o efeito de sombra (shadow effect), que modifica a transferência de calor por radiação em pontos menos expostos da seção. Logo, é extremamente importante que as hipóteses feitas para obtenção da condutividade térmica do material, obtida da expressão de elevação de temperatura, sejam consistentes com as hipóteses feitas ao se analisar os resultados experimentais utilizados para derivação desta condutividade;

- Franssen e Zaharia (2006) atentam que têm sido aceitáveis algumas discrepâncias entre os resultados de um modelo avançado (elementos finitos ou diferenças finitas) e de modelos simplificados (expressões de norma) devido às aproximações e simplificações introduzidas nos últimos. Normalmente, acredita-se que a introdução de aproximações e simplificações seja a favor da segurança. Porém, se um modelo avançado de cálculo é utilizado, em seções I ou H, por exemplo, as temperaturas obtidas, em geral, são maiores do que as obtidas pelos modelos simplificados. Isto é contra o princípio usualmente aceito de que modelos simplificados sejam conservadores comparados com modelos mais avançados. Franssen e Zaharia (2006) indicam a utilização de fatores para levar em conta o efeito de sombra. Deve-se mencionar que o EN 1991-1-2:2002 utiliza para emissividade relativa um valor de 0,8, bem superior ao do PR NBR 14323:2003, que utiliza 0,5, portanto, esse efeito já foi em parte considerado nas analises realizadas segundo o PR NBR 14323:2003.

#### 4.2 CONDUÇÃO DE CALOR E SUAS CONDIÇÕES DE CONTORNO

Três são os mecanismos básicos de transferência de calor: condução, convecção, e radiação. Na condução, o calor é transferido a nível molecular sem qualquer movimento de porções macroscópicas da matéria. Em geral, os elementos submetidos à transferência de calor por condução têm como condições de contorno transferências de calor por convecção e radiação.

A convecção se refere à transferência de calor na interface entre um fluido e as superfícies de um sólido. A transferência é devida ao movimento do fluído, o qual pode ser originado por uma força externa, independente dos gradientes térmicos, causando o que se chama de convecção forçada. Em um compartimento incendiado têm-se correntes de convecção de direções aleatórias e altas velocidades devido ao aumento de volume proporcionado pela combustão, configurando uma convecção forçada. A convecção também pode ser devida ao gradiente de temperaturas no fluído, causando a chamada convecção natural.

A radiação é a transferência de calor através de ondas eletromagnéticas que podem ser absorvidas, transmitidas ou refletidas pelas superfícies. Diferentemente da condução e da convecção, a radiação não necessita de um meio entre a fonte de calor e o receptor.

Somente em casos simples é possível encontrar soluções analíticas para o problema da transferência de calor. Portanto, em análises em situação de incêndio, os problemas de transferência de calor são tratados experimentalmente ou numericamente.

A condução de calor em meios sólidos e em três dimensões é governada pela equação diferencial

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y \frac{\partial \theta}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda_z \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) + \dot{\psi} = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t}$$
(4.2.1)

onde  $\psi$  é a taxa de calor interno gerado,  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  e  $\lambda_z$  são as condutividades térmicas nas direções x, y e z, respectivamente, c é o calor específico,  $\rho$  é a densidade do material,  $\theta(x,y,z,t)$  é o campo de temperaturas e t o tempo.

Reescrevendo-se os termos da expressão 4.2.1, considerando-se a condutividade térmica  $\lambda$  igual nas direções x, y e z, tem-se, em um domínio  $\Omega$ , a expressão

$$\nabla^{\mathrm{T}} \lambda \nabla \theta + \dot{\Psi} = \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t}. \tag{4.2.2}$$

O campo de temperaturas que satisfaz a expressão 4.2.2 de condução de calor no domínio  $\Omega$  deve satisfazer certas condições de contorno, que podem ser: temperaturas prescritas numa parte  $\Gamma_{\theta}$  do contorno; fluxo de calor prescrito  $\phi_p$  numa outra parte  $\Gamma_{\phi_p}$ ; transmissão de calor por convecção entre uma parte  $\Gamma_{\phi_c}$  à temperatura  $\theta$ , e o fluído à temperatura  $\theta_g$ , dado por

$$\varphi_c = \alpha_c (\theta - \theta_g), \tag{4.2.3}$$

onde  $\alpha_c$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção; transmissão de calor por radiação no contorno  $\Gamma_{\phi_r}$  à temperatura  $\theta$ , dado por

$$\varphi_{\rm r} = \varepsilon_{\rm res} \beta \left( \theta^4 - \theta_{\rm g}^4 \right) \tag{4.2.4a}$$

$$\varphi_r = \varepsilon_{res} \beta \left( \theta^4 - \theta_g^4 \right) = \varepsilon_{res} \beta \left( \theta^2 + \theta_g^2 \right) \left( \theta + \theta_g \right) \left( \theta - \theta_g \right) = \alpha_r \left( \theta - \theta_g \right), \tag{4.2.4b}$$

onde  $\varepsilon_{\rm res}$  é a emissividade resultante da superfície,  $\beta$  é a constante de proporcionalidade de Stefan-Boltzmann, e  $\alpha_r = \varepsilon_{\rm res} \beta (\theta^2 + \theta_{\rm g}^2)(\theta + \theta_{\rm g})$  é o coeficiente de transmissão de calor por radiação. No caso da transferência de calor no contorno se processar simultaneamente por convecção e por radiação, pode-se escrever

$$\varphi_{cr} = \varphi_c + \varphi_r = \alpha_c (\theta - \theta_g) + \alpha_r (\theta - \theta_g) = \alpha_{cr} (\theta - \theta_g), \tag{4.2.5}$$

onde  $\alpha_{cr} = \alpha_c + \alpha_r$  é o coeficiente de transmissão de calor por convecção e radiação. Os coeficientes e constantes envolvidos na transmissão de calor por convecção e radiação podem ser encontrados em especificações de projeto (ABNT NBR 14323:1999; EN 1991-1-2:2002). As condições de contorno com fluxo prescrito (convecção ou radiação) são chamadas de condições naturais. Quando se têm temperaturas prescritas, tem-se condições de contorno essenciais.

Existem vários modelos numéricos para avaliação da elevação da temperatura em elementos estruturais de aço, concreto e outros materiais. As possibilidades de solução dos sistemas de equações diferenciais que representam o problema de transferência de calor também podem variar entre métodos como diferenças finitas ou elementos finitos, além de outros. Milke (2002) e Rockett e Milke (2002) apresentam uma revisão sobre os vários modelos e programas desenvolvidos. Entre os programas encontrados na

literatura, pode-se citar o FIRES-T3, TASEF-2, SAFIR e SUPER-TEMPCALC, além de outros desenvolvidos especificamente para avaliar a elevação de temperatura em elementos estruturais de aço em situação de incêndio (Milke, 2002).

A seguir, apresentam-se dois modelos numéricos utilizados neste trabalho. Um modelo implementado que tem por base o método das diferenças finitas e outro desenvolvido com base no método dos elementos finitos. No modelo de elementos finitos também foi implementada a possibilidade de análise de transferência de calor por radiação.

# 4.3 MODELO NUMÉRICO PARA CONDUÇÃO DE CALOR COM BASE NO MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS

Apresenta-se a formulação encontrada em Blomberg (1996), onde o campo de temperaturas, aproximado por valores em pontos discretos que formam uma malha, é considerado em consecutivos passos de tempo, caracterizando um método explícito (Incropera e Witt, 1992). Um método implícito também pode ser adotado, porém não será aqui apresentado (Incropera e Witt, 1992; Zienkiewicz e Morgan, 1983).

Blomberg (1996) apresenta a formulação a seguir como uma aplicação do método das diferenças finitas, porém, como será visto, esta não tem por base a expansão da expressão 4.2.1 via série de Taylor. Patankar (1980) apresenta essa mesma formulação como uma aplicação do método dos volumes de controle.

Discretizando-se um corpo bidimensional em elementos retangulares (i, j) de dimensões  $\Delta x_i$  e  $\Delta y_j$ , largura e altura respectivamente, tem-se a malha mostrada na figura 4.3.1. A temperatura no centro de cada elemento (i, j) para o passo de tempo considerado é dada por  $\theta_{i,j}$ .

O acoplamento térmico entre os elementos da malha é dado pelas condutâncias térmicas. A figura 4.3.2 mostra a notação dos índices para as condutâncias.

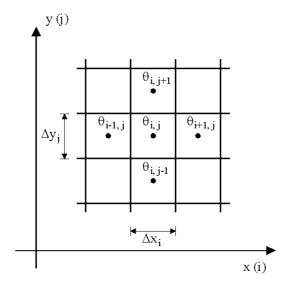


Figura 4.3.1 Índices dos elementos na malha.

A condutância por unidade de comprimento perpendicular ao plano xy (figuras 4.3.1 e 4.3.2) entre dois elementos (i-1,j) e (i,j) é dada por

$$k_{i-\frac{1}{2},j} = \frac{\Delta y_{j}}{\Delta x_{i-1}/(2\lambda_{i-1,j}) + \Delta x_{i}/(2\lambda_{i,j})}$$
(4.3.1)

onde  $\lambda_{i,j}$  é a condutividade térmica do elemento (i,j). A condutância dada pela expressão 4.3.1 se refere ao calor total transferido através do lado  $\Delta y_j$  por unidade de comprimento. O primeiro termo no denominador é a resistência térmica na direção x ao longo da metade do elemento (i-1,j).

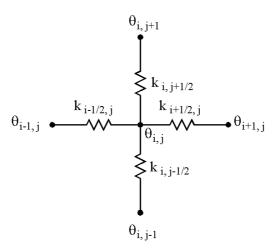


Figura 4.3.2 Condutâncias térmicas entre o elemento (i, j) e os elementos adjacentes.

Para elementos no contorno, figura 4.3.4, a condutância  $k_{\frac{1}{2},j}$  é calculada como

$$k_{\frac{1}{2},j} = \frac{\Delta y_j}{\Delta x_1 / (2\lambda_{1,j})}$$
 (4.3.2)

A figura 4.3.3 mostra os quatro fluxos de calor associados ao elemento (i, j). O fluxo de calor através do contorno esquerdo,  $q_{i-\frac{1}{2},j}$ , é dado por

$$q_{i-\frac{1}{2},j} = k_{i-\frac{1}{2},j} (\theta_{i-1,j} - \theta_{i,j}). \tag{4.3.3}$$

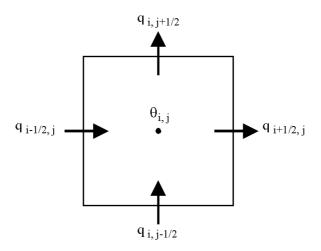


Figura 4.3.3 Fluxos de calor no elemento (i, j).

O fluxo de calor através do contorno inferior,  $q_{i,j-\frac{1}{2}}$ , é dado por

$$q_{i,j-\frac{1}{2}} = k_{i,j-\frac{1}{2}} (\theta_{i,j-1} - \theta_{i,j}). \tag{4.3.4}$$

O fluxo de calor através de elementos no contorno é determinado por condições de contorno como radiação e convecção. Considerando, por exemplo, o elemento (i, j) da figura 4.3.4, se o fluxo de calor φ é prescrito, o fluxo de calor por unidade de comprimento perpendicular ao plano xy é

$$q_{\frac{1}{2},j} = \varphi(t)\Delta y_{j}.$$
 (4.3.5)

A capacidade de calor do elemento por unidade de comprimento perpendicular ao plano xy é dada por  $c_{vi,j}\Delta x_i\Delta y_j$ , onde  $c_{vi,j}=\rho_{i,j}\,c_{i,j}$  é a capacidade volumétrica do elemento (i,j) obtida pela multiplicação da massa específica pelo calor específico do material.

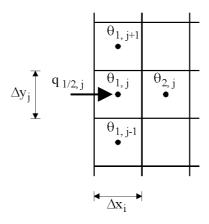


Figura 4.3.4 Fluxo de calor  $q_{\frac{1}{2},j}$  para um elemento no contorno.

O aumento de energia em um elemento interno, figura 4.3.3, durante um passo de tempo  $\Delta t$ , é dado pela expressão de balanço de energia

$$c_{vi,j} \Delta x_i \Delta y_j \left(\theta_{i,j}^n - \theta_{i,j}\right) = \left(q_{i-\frac{1}{2},j} - q_{i+\frac{1}{2},j} + q_{i,j-\frac{1}{2}} - q_{i,j+\frac{1}{2}}\right) \Delta t, \qquad (4.3.6)$$

onde  $\theta_{i,j}$  é a temperatura anterior do elemento (i,j), e  $\theta_{i,j}^n$  é a nova temperatura após o passo de tempo  $\Delta t$ .

Tem-se, então, a expressão final para as novas temperaturas

$$\theta_{i,j}^{n} = \theta_{i,j} + \frac{\Delta t}{c_{vi,j} \Delta x_{i} \Delta y_{j}} \left( q_{i-\frac{1}{2},j} - q_{i+\frac{1}{2},j} + q_{i,j-\frac{1}{2}} - q_{i,j+\frac{1}{2}} \right). \tag{4.3.7}$$

O passo de tempo  $\Delta t$  para o elemento (i,j) é determinado a partir do seguinte critério de estabilidade

$$\Delta t < \frac{c_{vi,j} \Delta x_i \Delta y_j}{k_{i-\frac{1}{2},j} + k_{i+\frac{1}{2},j} + k_{i,j-\frac{1}{2}} + k_{i,j+\frac{1}{2}}} \quad \text{para todo i e j.}$$
(4.3.8)

Esse critério deve ser satisfeito para todos os elementos (i, j). O menor passo de tempo obtido deve ser usado para garantir a estabilidade. A análise que leva a esse critério é mostrada por Eftring (1990).

A expressão 4.3.7 dá a nova temperatura com base na mudança de energia durante o passo de tempo Δt. Esse cálculo é realizado para todos os elementos. As novas temperaturas dão os novos fluxos de calor entre os elementos segundo as expressões 4.3.4 e 4.3.5, que serão utilizados na obtenção das próximas temperaturas, e assim por diante.

Segundo Zienkiewicz e Morgan (1983) a mesma derivação por diferenças finitas pode ser obtida a partir do método dos resíduos ponderados, sendo o procedimento por diferenças finitas um caso particular do método dos elementos finitos com funções de interpolação específicas. Essas observações motivaram o desenvolvimento do modelo de elementos finitos apresentado a seguir.

## 4.4 MODELO NUMÉRICO PARA CONDUÇÃO DE CALOR COM BASE NO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O desenvolvimento e aplicação do método dos elementos finitos à condução de calor em meios sólidos podem ser vistos em livros-texto como os de Zienkiewicz e Morgan (1983), Bathe (1996) e Cook *et al.* (2002).

Aplicando-se à expressão 4.2.2 e às suas condições de contorno, o método dos resíduos ponderados, utilizando-se elementos finitos  $\Omega^e$  para discretizar o domínio  $\Omega$ , o teorema de Green e o método de Galerkin, obtém-se, o seguinte sistema de equações diferenciais (Vila Real, 1988)

$$\mathbf{K}\mathbf{\theta} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{\theta}} = \mathbf{F} \tag{4.4.1}$$

onde

$$\mathbf{K}_{\ell m} = \mathbf{K}_{\ell m, 1} + \mathbf{K}_{\ell m, 2} = \sum_{e=1}^{E} \int_{\Omega^{e}} \nabla \mathbf{N}_{\ell} \lambda \nabla \mathbf{N}_{m} d\Omega^{e} + \sum_{e=1}^{H} \int_{\Gamma_{\varphi_{er}}^{e}} \alpha_{er} \mathbf{N}_{\ell} \mathbf{N}_{m} d\Gamma_{\varphi_{er}}^{e}$$

$$(4.4.2)$$

$$C_{\ell m} = \sum_{e=1}^{E} \int_{\Omega^{e}} \rho c N_{\ell} N_{m} d\Omega^{e}$$
(4.4.3)

$$F_{\ell} = \sum_{e=l}^{E} \int_{\Omega^{e}} N_{\ell} \dot{\psi} d\Omega^{e} - \sum_{e=l}^{Q} \int_{\Gamma_{\phi_{p}}^{e}} N_{\ell} \phi_{p} d\Gamma_{\phi_{p}}^{e} + \sum_{e=l}^{H} \int_{\Gamma_{\phi_{er}}^{e}} N_{\ell} \alpha_{cr} \theta_{g} d\Gamma_{\phi_{cr}}^{e}$$

$$(4.4.4)$$

A expressão 4.4.1 resulta apenas da discretização do domínio, representando um sistema de equações que pode ser resolvido por métodos numéricos. A solução por métodos numéricos requer a discretização no domínio do tempo. Para essa discretização pode-se utilizar uma aplicação do método das diferenças finitas, que tem por base: a expressão 4.4.1 é satisfeita apenas em pontos discretos  $t_{n+\delta}$  de cada intervalo de tempo  $\Delta t$  em que o tempo foi discretizado, sendo  $0 \le \delta \le 1$ ; as temperaturas variam linearmente ao longo do intervalo de tempo  $\Delta t$ , desde o instante  $t_n$  até  $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ .

No instante  $t_{n+\delta} = t_n + \delta \Delta t$ ,

$$\mathbf{\theta}_{n+\delta} = \mathbf{\theta}_n + \frac{\delta \Delta t (\mathbf{\theta}_{n+1} - \mathbf{\theta}_n)}{\Delta t} \qquad \text{com} \qquad 0 \le \delta \le 1.$$
 (4.4.5)

Segundo a hipótese de que as temperaturas variam linearmente ao longo do intervalo de tempo  $\Delta t$  ,

$$\frac{\partial \mathbf{\theta}_{n+\delta}}{\partial t} = \frac{\mathbf{\theta}_{n+1} - \mathbf{\theta}_{n}}{\Delta t} \,. \tag{4.4.6}$$

Substituindo as expressões 4.4.5 e 4.4.6 na expressão 4.4.1, chega-se na fórmula de recorrência,

$$\hat{\mathbf{K}}_{n+\delta} \mathbf{\theta}_{n+\delta} = \hat{\mathbf{F}}_{n+\delta}, \quad \text{para} \quad 0 < \delta \le 1,$$
 (4.4.7)

onde

$$\hat{\mathbf{K}}_{n+\delta} = \mathbf{K}_{n+\delta} + \frac{1}{\delta \Delta t} \mathbf{C}_{n+\delta}$$
 (4.4.8)

e

$$\hat{\mathbf{F}}_{n+\delta} = \mathbf{F}_{n+\delta} + \frac{1}{\delta \Delta t} \mathbf{C}_{n+\delta} \mathbf{\theta}_{n}. \tag{4.4.9}$$

Resolvido o sistema de equações 4.4.7, para  $\theta_{n+\delta}$  no instante  $t_{n+\delta}$ , o valor de  $\theta$  no final do intervalo de tempo  $\Delta t$ , ou seja, no instante  $t_{n+1}$  é dado por

$$\mathbf{\theta}_{n+1} = \frac{1}{\delta} \mathbf{\theta}_{n+\delta} + \left( 1 - \frac{1}{\delta} \right) \mathbf{\theta}_{n}, \tag{4.4.10}$$

sendo essas as condições iniciais quando se avança para o intervalo de tempo seguinte. Fazendo-se variar o parâmetro  $\delta$ , obtêm-se vários esquemas de integração no tempo, sendo os mais usuais  $\delta = 1/2$ ,  $\delta = 2/3$  e  $\delta = 1$  correspondentes respectivamente aos esquemas implícitos de Crank-Nicolson, Galerkin e Euler Backward (Zienkiewicz e Morgan, 1983). Para  $\delta = 0$ , tem-se o esquema explícito de Euler.

Segundo Hughes (1977), o algoritmo apresentado nas expressões 4.4.7 a 4.4.10 tem os mesmos critérios de estabilidade, quer se trate de problemas lineares ou nãolineares, sendo incondicionalmente estáveis quando  $\delta \ge 1/2$ . Para  $\delta = 0$  o intervalo de tempo  $\Delta t$  deve ser limitado para garantir a estabilidade da solução.

Em problemas não-lineares, em que as propriedades térmicas do material dependem da temperatura, o sistema de equações 4.4.1 pode ser escrito na forma

$$\mathbf{K}(\theta, t)\mathbf{\theta}(t) + \mathbf{C}(\theta, t)\dot{\mathbf{\theta}}(t) = \mathbf{F}(\theta, t). \tag{4.4.11}$$

Não há um método geral para resolver esse sistema não-linear de equações, no entanto existem várias soluções numéricas com base essencialmente em uma integração linear no tempo e utilizando processos iterativos, (Hughes, 1977; Zienkiewicz e Morgan, 1983; Vila Real, 1988).

Nos trabalhos de Vila Real (1988) e Ribeiro (2004) foram implementados o método iterativo simples. Neste método, a solução anterior é utilizada para obter a solução atual (Zienkiewicz, 1977; Owen e Hinton, 1980). Logo, a partir da expressão 4.4.7, tem-se

$$\mathbf{\theta}_{n+\delta}^{i+1} = \left[\hat{\mathbf{K}}_{n+\delta}^{i}\right]^{-1} \hat{\mathbf{F}}_{n+\delta}^{i} \tag{4.4.12}$$

onde  $\mathbf{K}_{n+\delta}^i$  e  $\mathbf{F}_{n+\delta}^i$  são calculados a partir de  $\mathbf{\theta}_{n+\delta}^i$ . Sendo o processo convergente, então, quando o número de iterações i tende para o infinito,  $\mathbf{\theta}_{n+\delta}^i$  tende para a solução verdadeira. A convergência é verificada a partir de algum critério de parada dado, por exemplo, pela comparação da norma da diferença entre os valores da iteração i+1 e os valores da iteração i com uma tolerância, tol, em °C, logo

$$\left\|\mathbf{\theta}^{i+1} - \mathbf{\theta}^{i}\right\| \le \text{tol} \,. \tag{4.4.13}$$

A partir do modelo de elementos finitos apresentado acima, foi desenvolvido um modelo com o objetivo de diminuir o tempo de solução do problema via elementos finitos. A partir das primeiras análises realizadas utilizando o método das diferenças finitas e comparando com o modelo acima, observou-se que as análises via diferenças

finitas tem tempo de processamento muito menor. Observando as simplificações do método das diferenças finitas e a partir de observações feitas por Bathe (1996) e Cook *et al.* (2002), desenvolveu-se um modelo de elementos finitos com base em uma integração explícita no tempo, o que levou a tempos de processamento próximos ao observados nas análises via diferenças finitas. A vantagem em relação às análises via diferenças finitas é a possibilidades de modelar contornos irregulares.

Considerando o esquema explícito de integração no tempo de Euler,  $\delta$  = 0, na expressão 4.4.5, tem-se

$$\mathbf{\theta}_{n+\delta} = \mathbf{\theta}_{n} \tag{4.4.14}$$

e logo  $\frac{\partial \mathbf{\theta}_{n+\delta}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{\theta}_{n}}{\partial t}$ . Portanto, da expressão 4.4.6,

$$\frac{\partial \mathbf{\theta}_{n}}{\partial t} = \frac{\mathbf{\theta}_{n+1} - \mathbf{\theta}_{n}}{\Delta t} \,. \tag{4.4.15}$$

Substituindo as expressões 4.4.14 e 4.4.15 na expressão 4.4.11, tem-se

$$\mathbf{K}\boldsymbol{\theta}_{n} + \mathbf{C}\frac{\boldsymbol{\theta}_{n+1} - \boldsymbol{\theta}_{n}}{\Delta t} = \mathbf{F} \tag{4.4.16}$$

que pode ser reescrita como

$$\mathbf{\theta}_{n+1} = \mathbf{\theta}_n + \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{F} - \mathbf{K} \mathbf{\theta}_n) \Delta t. \tag{4.4.17}$$

Pode-se notar a semelhança da expressão 4.4.17 com a expressão 4.3.7 obtida pela aplicação do método das diferenças finitas.

Na implementação computacional, são considerados elementos quadrilaterais e triangulares. A matriz de condutividade térmica, formada pelos coeficientes  $K_{\ell m,1}$  (primeiro termo da matriz K, expressão 4.4.2), para os elementos quadrilaterais é obtida a partir da integração considerando quatro pontos de Gauss e três pontos para os elementos triangulares. Também, foi proposto para a integração do termo  $K_{\ell m,1}$ , que a condutividade térmica seja avaliada para a temperatura média no elemento (média das temperaturas dos nós do elemento). Dessa forma, pode-se escrever o primeiro termo da matriz de condutividade térmica,

$$K_{\ell m,1} = \lambda \sum_{e=1}^{E} \int_{\Omega^{e}} \nabla N_{\ell} \nabla N_{m} d\Omega^{e} , \qquad (4.4.18)$$

$$K_{\ell m,1} = \lambda k_{\ell m,1}$$
 (4.4.19)

onde os coeficientes de condutividade térmica

$$k_{\ell m,1} = \sum_{e=1}^{E} \int_{\Omega^{e}} \nabla N_{\ell} \nabla N_{m} d\Omega^{e}$$
(4.4.20)

são avaliados apenas no início do cálculo. Posteriormente apenas a condutividade térmica  $\lambda$  é atualizada. O segundo termo da expressão 4.4.2,  $K_{\ell m,2}$ , é considerado juntamente com o vetor  ${\bf F}$ , avaliados a partir da contribuição dos contornos dos elementos sujeitos a convecção e radiação, sendo considerado a partir do comprimento do lado do elemento dividido por dois (nó inicial e final de uma linha que é um dos lados do elemento).

A matriz de calor específico C é diagonalizada considerando o domínio de contribuição de cada elemento igual à área do elemento dividida pelo número de nós do elemento. O calor e massa específica de contribuição de cada elemento para o nó são avaliados a partir das temperaturas do nó.

Com a diagonalização da matriz de calor específico a sua inversão é simples (o elemento da diagonal da matriz inversa  $\mathbf{C}^{-1}$  é igual à unidade sobre o elemento da matriz  $\mathbf{C}$ ).

Com a consideração da condutividade térmica em função da temperatura média no elemento, proposta neste trabalho, e a utilização da expressão 4.4.17 que dispensa a necessidade de métodos de solução de sistemas de equações, o tempo de processamento se tornou bem reduzido. Também, como será mostrado no item seguinte, o método explícito torna mais simples a consideração da transferência de calor por radiação.

Sendo o modelo com base em uma integração explícita no tempo, um critério de estabilidade deve ser adotado. Com base na expressão 4.3.8, considerando  $\Delta x \approx \Delta y$ ,

$$\Delta t < \frac{(c\rho\Omega)_e}{4f\lambda}$$
, para todo elemento e, (4.4.21)

onde f é um fator calibrado a partir de resultados numéricos com objetivo de garantir a estabilidade e convergência da solução. Esse fator vem sendo tomado igual a 1,5.

#### 4.5 MODELO NUMÉRICO PARA RADIAÇÃO DE CALOR

Este item apresenta as considerações feitas na implementação da transferência de calor por radiação no modelo de elementos finitos desenvolvido.

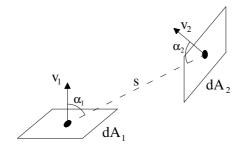
Considere dois planos infinitos com temperaturas uniformes,  $\theta_1$  para o plano 1 e  $\theta_2$  para o plano 2, e imagine que esses são corpos negros ideais (corpos com absorção e radiação perfeitas). Dessa forma, o plano de temperatura  $\theta_1$  absorve um fluxo de calor  $\beta\theta_2^4$  e irradia um fluxo de calor  $\beta\theta_1^4$ , onde  $\beta$  é a constante de Stefan-Boltzmann e as temperaturas são dadas em Kelvin. Portanto, os fluxos de calor totais nas superfícies de temperaturas  $\theta_1$  e  $\theta_2$  são, respectivamente,

$$\phi_1 = \beta (\theta_2^4 - \theta_1^4) e \phi_2 = \beta (\theta_1^4 - \theta_2^4).$$
(4.5.1)

Se os planos não são corpos negros, a radiação e absorção destes são caracterizadas pela emissividade  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , logo,

$$\phi_{1} = \frac{\beta}{(1/\epsilon_{1}) + (1/\epsilon_{2}) - 1} (\theta_{2}^{4} - \theta_{1}^{4}) e \phi_{2} = \frac{\beta}{(1/\epsilon_{1}) + (1/\epsilon_{2}) - 1} (\theta_{1}^{4} - \theta_{2}^{4})$$
(4.5.2)

que se reduzem à expressão 4.5.1 se  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ . Porém, as superfícies podem ser não paralelas, curvas e finitas. Para avaliar esses fatores geométricos um fator de vista (também chamado fator de forma, ângulo, configuração ou fator de intercepção) é definido. Esse fator é igual à unidade para planos infinitos paralelos e zero para superfícies que não se "vêem", como áreas coplanares ou "escondidas" de outras por algum anteparo. Considere duas áreas infinitesimais  $dA_1$  e  $dA_2$  separadas por uma distância s e tendo direções normais  $v_1$  e  $v_2$ , figura 4.5.1.



$$dF_{1\rightarrow2} = \frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\pi s^2} dA_2 \qquad dF_{2\rightarrow1} = \frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_2}{\pi s^2} dA_1 \qquad dF_{1\rightarrow2} dA_1 = dF_{2\rightarrow1} dA_2$$

Figura 4.5.1. Fator de vista para um área infinitesimal e relações diferenciais.

O fator de vista incremental  $dF_{1\rightarrow2}$  representa a parte do fluxo de calor que deixa  $dA_1$  e é interceptada por  $dA_2$ . Para cálculo de transferência de calor, grandes superfícies podem ser divididas, e fatores de vista podem ser considerados sobre subáreas finitas pequenas  $A_1$  e  $A_2$  se suas separações são suficientemente grandes. Em análises por elementos finitos, cada contorno do elemento pode ser considerado como uma subárea, e fatores de vista podem ser calculados para cada par de subáreas que trocam radiação.

O fluxo de calor recebido pela área  $A_1$  a partir de n áreas, suficiente pequenas, pode ser escrito como

$$\phi_{1} = \sum_{i=2}^{n} F_{i \to 1} \frac{\beta}{(1/\epsilon_{1}) + (1/\epsilon_{i}) - 1} (\theta_{i}^{4} - \theta_{1}^{4}), \tag{4.5.3}$$

onde

$$F_{i\to 1} = \frac{\cos\alpha_1\cos\alpha_i}{\pi s_i^2} dA_1. \tag{4.5.4}$$

Considerando o modelo de transferência de calor via elementos finitos com integração explícita no tempo, os fluxos de calor devido à radiação podem ser somados ao vetor **F** da expressão 4.4.17.

Observa-se que a radiação, absorção e reflexão do meio entre as superfícies radiantes foram desconsideradas. Isso é verdade para o ar, mas não para chamas ou ar contendo gases (H<sub>2</sub>O e CO<sub>2</sub>, por exemplo). Neste trabalho esse fato não é importante, pois a intenção é modelar o comportamento de aberturas nas seções transversais de elementos estruturais e espaços entre proteções contra incêndio do tipo caixa.

#### 4.6 PROGRAMA ANTRAC

Nos itens 4.3 a 4.5 foram apresentadas a aplicação do método das diferenças finitas e o desenvolvimento de um modelo de elementos finitos para análise da transferência de calor por condução em meios sólidos e por radiação.

Os modelos foram implementados em um programa denominado ANTRAC (Análise de Transferência de Calor) que constitui a base (arquivos fontes) da análise de transferência de calor dos demais programas apresentados neste trabalho. O programa

contém todas as propriedades dos materiais (aço, concreto e materiais de proteção) como calor específico, massa específica, condutividade térmica, deformação térmica e relação tensão-deformação.

Para as análises pelos modelos apresentados é necessária a discretização do domínio 2D em diferenças finitas (retângulos regulares) ou em elementos finitos retangulares de 4 nós ou triangulares de 3 nós. Para este fim e para posterior visualização dos resultados o programa GMSH (Geuzaine e Remacle, 2006) versão 1.65.0 é utilizado. O programa CSTMI, desenvolvido também pode ser utilizado para obtenção da distribuição das temperaturas. As principais características do programa CSTMI são apresentadas no capítulo seguinte.

#### 4.7 EXEMPLOS

Neste item, apresentam-se alguns exemplos dos modelos para análise de transferência de calor desenvolvidos neste trabalho.

#### 4.7.1 Perfil Laminado com Proteção Tipo Contorno

Como primeiro exemplo, comparam-se os resultados obtidos por Ribeiro (2004) utilizando o programa SAFIR e o modelo de diferenças finitas e elementos finitos apresentados, para um perfil I laminado IPE 400 com proteção do tipo contorno constituída de *Blaze Shield II*, figura 4.7.1. As propriedades do material de proteção são apresentadas nas tabelas 4.7.1 e 4.7.2. A massa específica do *Blaze Shield II* é igual a 240 kg/m³. Nas tabelas 4.7.3 e 4.7.4 são apresentados os resultados obtidos das análises e segundo o PR NBR 14323:2003.

Utilizando o modelo de diferenças finitas, o perfil protegido foi discretizado em 1376 elementos. A partir do modelo de elementos finitos, duas análises foram feitas. Uma discretizando com 1032 elementos retangulares e outra com 1020 elementos triangulares. A seção foi exposta ao incêndio-padrão por todos os lados sendo o coeficiente de convecção tomado igual a 25W/m²C e a emissividade resultante igual a 0,5 conforme o PR NBR 14323:2003.

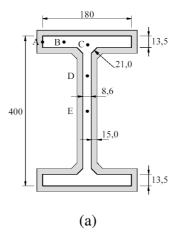
Tabela 4.7.1 Calor específico do *Blaze Shield II* em função da temperatura.

Temperatura	Calor específico	
(°C)	(J/kg°C)	
96	2093	
104	837	
150	1675	
200	1770	
400	2148	
482	2303	
600	2343	
800	2411	
1093	2512	
1200	2512	

Tabela 4.7.2 Condutividade térmica do *Blaze Shield II* em função da temperatura.

Temperatura (°C)	Condutividade térmica (W/m°C)	
100	0,061	
200	0,080	
400	0,112	
482	0,147	
600	0,173	
1093	0,208	

Na análise para 30 min de exposição ao incêndio, a diferença máxima nas médias foi de 15% e para 60 min a diferença máxima é de 6% indicando que os resultados são próximos. Quanto ao tempo de processamento, observa-se que as análises segundo o presente trabalho são extremamente mais rápidas em comparação com o SAFIR. Esta observação está associada ao esquema de integração no tempo e às otimizações na obtenção das matrizes de condutividade térmica e calor específico propostas neste trabalho. O programa SAFIR utiliza o método dos elementos finitos com uma integração implícita no tempo. Em relação à discretização com elementos retangulares e triangulares geradas com o programa GMSH 1.65.0 nota-se que este gera uma malha mais uniforme quando se trabalha com elementos triangulares, o que explica o menor tempo de processamento em relação à discretização com elementos finitos retangulares.



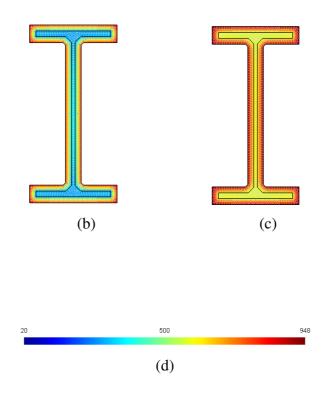


Figura 4.7.1 (a) dimensões em mm do perfil IPE 400 e pontos onde as temperaturas foram analisadas; (b) temperaturas a 30 min para o perfil discretizado com elementos finitos retangulares; (c) temperaturas a 60 min para o perfil discretizado com elementos finitos retangulares; (d) escala de temperaturas.

Temperaturas (°C) TRRF Ponto MDF MEF SAFIR NBR 14323 MEF (min) Analisado (retangular) (triangular) Α В C D Е Média: Α В 

1,43

0,15

Tabela 4.7.3 Temperaturas em °C.

Nota: A tempertura média foi calculada com base na área de influência de cada ponto, sendo dada por (2A + 4B + 3C + 2D + E) / 12

0,15

C

D

Е

Média:

Tempo de Processamento (min)

A partir da expressão 4.1.2 (ABNT NBR 14323:1999) desenvolveu-se uma expressão para o fluxo de calor. Por exemplo, conforme a expressão 4.3.5, o fluxo de calor em um elemento de discretização via diferenças finitas, no contorno, fica

$$q = \left(\frac{\lambda_{m}(u_{m}/u)\Delta y}{t_{m}}\right)\left(\frac{\theta_{g,t} - \theta_{a,t}}{1 + \xi/3}\right) - \frac{\left(e^{\xi/10} - 1\right)\Delta\theta_{g,t}c_{a}\rho_{a}\Delta x\Delta y}{\Delta t}.$$
(4.7.1)

onde não é necessária a discretização do material de proteção. O mesmo pode ser feito em análises via elementos finitos. Na expressão,  $(u_m/u)$  é a relação entre o perímetro interno da proteção contra incêndio e o perímetro da seção. Na tabela 4.7.4 tem-se uma comparação dos resultados das análises com e sem discretização do material de proteção.

A partir da tabela 4.7.4 observa-se que o método utilizado no qual não se tem necessidade de discretizar o material de proteção, é bastante adequado e possui suficiente precisão. Nesse caso foram utilizados somente 318 elementos para discretização do perfil. Esse método pode ser utilizado para análise da transferência de calor em seções protegidas com os mais diferentes tipos de materiais. Necessita-se, somente, obter uma expressão apropriada para o fluxo de calor, que podem ser ajustadas a partir de ensaios experimentais. Essa mesma aproximação pode ser utilizada para modelar proteções do tipo caixa.

Tabela 4.7.4 Temperaturas obtidas via MDF com e sem discretização do material de proteção.

		Temperaturas (°C)			
TRRF	Ponto	MDF	MDF	NBR 14323	
(min)	Analisado	(proteção discretizada)	(sem discretizar proteção)		
	A	326	320	328	
	В	318	318	328	
30	C	315	322	328	
	D	379	365	328	
	E	393	376	328	
	Média:	335	332	328	
	A	618	599	604	
	В	610	597	604	
60	C	608	601	604	
	D	658	641	604	
	E	679	651	604	
	Média:	625	610	604	
Tem	po de				
Processar	rocessamento (min) 0,15		0,05		

Nota: A tempertura média foi calculada com base na área de influência de cada ponto, sendo dada por (2A + 4B + 3C + 2D + E) / 12

#### 4.7.2 Viga de Concreto

Ribeiro (2004) analisou uma viga de dimensões  $160x230 \,\mathrm{mm}^2$ , sobreposta por laje de  $100 \,\mathrm{mm}$ . A parte superior da laje está submetida ao arrefecimento conforme simbolizado na figura 4.7.2. Além dos resultados obtidos por Ribeiro (2004), no programa THERSYS, que utiliza elementos finitos e realiza uma integração implícita no tempo, são apresentados nas tabelas os valores de temperatura segundo as isotermas do EN 1992-1-2:2004.

230 A A B C C D C D C D C D

Figura 4.7.2 Viga de concreto 160x230 mm<sup>2</sup> analisada.

As propriedades utilizadas nas análises, como a condutividade térmica, calor específico e outras, foram tomadas segundo o PR NBR 14323:2003. Observa-se que os resultados obtidos com o modelo de diferenças finitas foram próximos aos obtidos pelo THERSYS, tabela 4.7.5. Nota-se também uma grande diferença nos tempos de processamento dos programas. No presente trabalho, toda a seção foi discretizada com um total de 4512 elementos. Na análise via elementos finitos no THERSYS apenas a metade da seção foi discretizada num total de 740 elementos. Devido ao alto ganho de tempo a seção pode ser mais discretizada e melhorar os resultados.

Observa-se que em relação ao *Eurocode* os resultados não são tão próximos. Tal diferença deve estar associada principalmente às propriedades do concreto como a condutividade térmica, calor específico e a umidade. Dentro desse contexto, duas análises foram realizadas considerando as porcentagens de umidade em relação ao peso do concreto de 2% e 4% (Caldas *et al.*, 2005). Nas análises, a seção foi discretizada num total de 4512 elementos. A umidade é considerada segundo as observações do item 2.6.2. A tabela 4.7.6 apresenta os resultados para uma porcentagem de umidade de 2% e 4% do peso do concreto.

Tabela 4.7.5 Temperaturas em °C.

	<u> </u>		Temperaturas (°C	C)	Comp	oaração
TRRF (min)	Ponto Analisado	MDF	THERSYS	EUROCODE	MDF/THERSYS	MDF/EUROCODE
	A	101	100		1,01	
	В	179	170	130	1,05	1,38
30	C	315	299	255	1,05	1,24
	D	559	532	490	1,05	1,14
	E	813	813	820	1,00	0,99
				Média:	1,03	1,19
	A	279	280		1,00	
	В	402	385	330	1,04	1,22
60	C	559	536	470	1,04	1,19
	D	781	755	740	1,03	1,06
	E	937	938	939	1,00	1,00
				Média:	1,02	1,12
mpo Proce	ssamento (min)	0,4	4,0			

Tabela 4.7.6 Comparação das temperaturas obtidas, para a seção da viga discretizada em 4512 elementos e umidade do concreto igual a 2% e 4%.

		Temperaturas (°C)		Comparação		
TRRF	Ponto	MDF	MDF	EUROCODE	MDF/THERSYS	MDF/EUROCODE
(min)	Analisado	Umidade 2%	Umidade 4%			
	A	91	83			
	В	142	121	130	1,09	0,93
30	C	289	264	255	1,13	1,04
	D	547	534	490	1,12	1,09
	E	812	811	820	0,99	0,99
				Média:	1,08	1,01
	A	259	215			
	В	377	351	330	1,14	1,06
60	C	542	526	470	1,15	1,12
	D	775	769	740	1,05	1,04
	E	936	936	939	1,00	1,00
				Média:	1,08	1,05

A partir da consideração da umidade os resultados obtidos se tornam mais próximos dos apresentados pelo EN 1992-1-2:2004. Considerando uma porcentagem de umidade igual a 4% do peso do concreto, as médias das relações entre os resultados via MDF e do *Eurocode* diminuem de no máximo 1,19 para no máximo 1,08.

Deve-se notar que as isotermas apresentadas pelo EN 1992-1-2:2004 foram obtidas considerando 1,5% de umidade em peso, limite inferior de condutividade, emissividade resultante de 0,7 e coeficiente de convecção igual a 25W/m²C. Quanto a essas considerações, o PR NBR 14323:2003 se difere por considerar uma condutividade térmica igual ao limite superior do *Eurocode* (mais adequada a estruturas mistas), emissividade relativa igual a 0,5 e valores de umidade igual a 2%, 4% e 10%.

#### 4.7.3 Pilar Misto Quadrado Preenchido com Concreto

Neste exemplo, um pilar misto quadrado preenchido com concreto de dimensões externas 405x405mm² com perfil tubular de espessura de 5mm foi analisado via MDF e comparado com as isotermas apresentadas no ECCS-TC3 (2001). O pilar foi discretizado em 7056 elementos, e as temperaturas foram medidas em vários pontos, figura 4.7.3. As propriedades utilizadas nas análises como a condutividade térmica, calor específico e outras, foram tomadas segundo o PR NBR 14323:2003. Observa-se que os resultados obtidos via MDF estão próximos dos valores do ECCS-TC3 (2001), tabela 4.7.7.



Figura 4.7.3 Pontos onde as temperaturas foram medidas.

Tabela 4.7.7 Comparação dos resultados obtidos no CSTMI com o ECCS-TC3 (2001).

TRRF		Temperatura (°C)		Comparação com CSTMI
(min)	Ponto	CSTMI	ECCS-TC3 (2001)	ECCS-TC3 (2001)
	A	20	21	5,0%
	В	21	-	-
30	C	25	-	-
	D	50	-	-
	E	162	176	8,6%
	F	626	606	-3,2%
·			Média	3,5%
	A	29	21	-27,6%
	В	35	-	-
60	C	60	-	-
	D	132	140	6,3%
	E	318	350	9,9%
	F	840	847	0,8%
•			Média	-2,6%
	A	61	62	1,6%
	В	72	82	13,8%
90	C	114	110	-3,8%
	D	213	210	-1,2%
	E	430	380	-11,5%
	F	937	944	0,7%
			Média	-0,1%
	A	107	105	-1,9%
	В	122	139	13,9%
120	С	174	174	-0,1%
	D	286	300	4,9%
	Е	514	550	7,0%
	F	996	1001	0,5%
'			Média	4,1%

#### 4.7.4 Pilar Misto Circular Preenchido com Concreto

No trabalho de Lie (1994) encontram-se os resultados do ensaio de um pilar misto tubular circular com diâmetro externo de 273mm e espessura de 6,35mm preenchido

com concreto. As temperaturas foram medidas na superfície da seção tubular de aço e para as profundidades de 65 e 130mm no concreto. Nas simulações considerou-se o limite superior de condutividade térmica para o concreto e demais propriedades segundo o EN 1992-1-2:2004 para concreto com agregados calcários. Uma umidade de 10% do peso do concreto foi considerada. A umidade de 10% também foi adotada por Lie (1994) em seus cálculos. Na discretização da seção foram utilizados 1296 elementos quadrangulares e as armaduras foram desconsideradas. A figura 4.7.4 apresenta as temperaturas obtidas via MEF para o tempo de 60min de exposição ao incêndio-padrão. A figura 4.7.5 apresenta as temperaturas obtidas com o modelo de elementos finitos desenvolvido e as temperaturas obtidas experimentalmente.

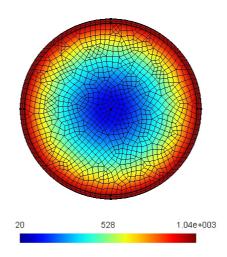


Figura 4.7.4 Temperaturas em °C para o tempo de 60 min.

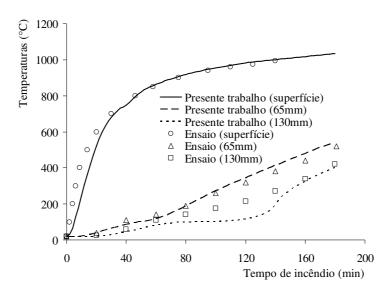


Figura 4.7.5 Comparação das temperaturas.

#### 4.7.5 Pilar Misto Totalmente Envolvido com Concreto

Huang *et al.* (2007) apresentam os resultados de análises numéricas e experimentais de uma seção I envolvida com concreto e exposta ao incêndio. O concreto que envolve uma seção de aço UC 152x152x37 tem 300x300 mm² e contém quatro barras de aço que não foram consideradas nas análises feitas neste trabalho. A temperatura dos gases no incêndio tem duas fases ascendentes a 5°C/min e 8°C/min, respectivamente, figura 4.7.7.

As propriedades dos materiais são consideradas de acordo com o EN 1994-1-2:2005 com uma umidade de 8% do peso do concreto (valor utilizado por Huang *et al.*, 2007 em simulações numéricas). O limite superior de condutividade foi considerado. A seção foi discretizada em 1198 elementos quadrangulares. A figura 4.7.6 apresenta as temperaturas para o tempo de 420 min de exposição ao incêndio.

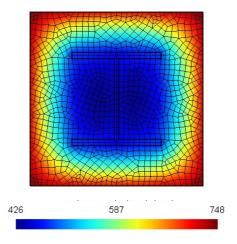


Figura 4.7.6 Temperaturas em °C para o tempo de 420min.

A figura 4.7.7 apresenta a comparação dos resultados obtidos numericamente e experimentalmente.

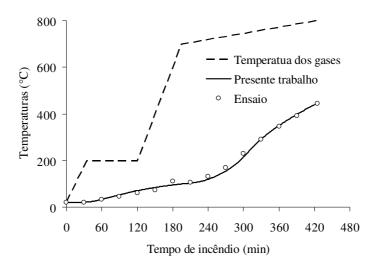


Figura 4.7.7 Temperaturas dos gases, temperaturas obtidas experimentalmente por Huang *et al.* (2007) e via MEF segundo o presente trabalho.

#### 4.7.6 Proteção Tipo Caixa

Na figura 4.7.8 tem-se um perfil I soldado CVS 300x79 com proteção do tipo caixa constituída por placas de vermiculita com 15mm de espessura, tabela 4.7.8.

Tabela 4.7.8 Propriedades térmicas das placas de vermiculita.

Propriedade	Valor
Massa específica	225 kg/m³
Calor específico	1200 J/kg°C
Condutividade	0,15 W/m°C

A elevação de temperatura foi obtida segundo o PR NBR 14323:2003 e segundo o modelo de elementos finitos apresentado. O problema apresenta inclusive transferência de calor por radiação nos espaços entre a proteção e o perfil, sendo apresentado com o objetivo de validar os desenvolvimentos com relação à modelagem desse tipo de transferência de calor. Na discretização da seção foram utilizados 500 elementos quadrilaterais. A seção está sujeita ao incêndio-padrão por todos os lados.

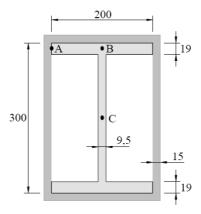


Figura 4.7.8 Dimensões em mm da seção analisada.

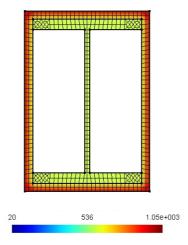


Figura 4.7.9 Temperaturas para o tempo de exposição de 90 min.

A figura 4.7.9 apresenta as temperaturas para o tempo de exposição ao incêndio-padrão por 90 min. Na figura 4.7.10 estão os resultados obtidos para os pontos mostrados na figura 4.7.8.

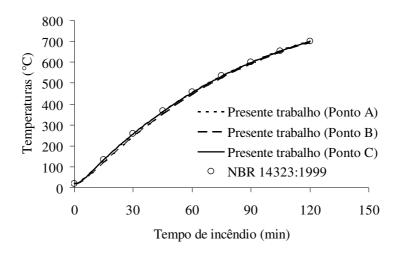


Figura 4.7.10 Relação temperatura-tempo em pontos da seção.

#### 4.7.7 Seção de Aço Tubular Circular

Uma seção de aço tubular circular com diâmetro externo de 273,1 mm e espessura de 6,35 mm foi submetida ao incêndio-padrão. O problema apresenta inclusive transferência de calor por radiação no interior da seção. Na discretização da seção foram

utilizados 220 elementos quadrilaterais. A figura 4.7.11 apresenta as temperaturas obtidas via MEF e utilizando o PR NBR 14323:2003.

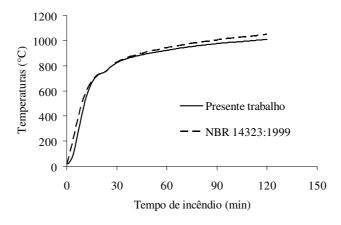


Figura 4.7.11 Temperaturas na seção tubular circular.

#### 4.8 CONCLUSÕES

A partir dos exemplos apresentados, nota-se que o modelo implementado com base nos métodos das diferenças finitas e o modelo desenvolvido com base em elementos finitos são adequados para obtenção da elevação da temperatura em elementos estruturais de aço e concreto. Outros materiais, como por exemplo, madeiras, podem ser usados desde que as propriedades sejam conhecidas.

A capacidade de realizar análises com radiação e a possibilidade de utilização de elementos finitos triangulares ou retangulares tornam os modelos numéricos bastante genéricos e possibilitam a modelagem de diversas geometrias e condições de contorno.

As hipóteses propostas neste trabalho, como a integração da matriz de condutividade térmica considerando uma média das temperaturas na obtenção da condutividade térmica foram adequadas, e juntamente com o método de integração explícito no tempo diminuíram consideravelmente o tempo de processamento em relação a outros modelos, como o implementado no programa SAFIR (exemplo 4.7.1).

# 5

### MODELO PARA SEÇÕES TRANSVERSAIS EM SITUAÇÃO DE INCÊNDIO

Apresenta-se o desenvolvimento de modelos numéricos para análise de seções transversais genéricas em situação de incêndio. O texto apresenta um enfoque voltado para elementos estruturais de concreto armado devido à necessidade de definição de parâmetros para obtenção da resistência de seções compostas por concreto.

#### 5.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS E INTRODUÇÃO

No desenvolvimento do algoritmo para obtenção de diagramas de interação de esforços em seções genéricas (Capítulo 03), a principal premissa foi a definição da configuração última de seções formadas por concreto. De forma semelhante, apresentase neste capítulo a proposta de um domínio de deformação para seções compostas por concreto em situação de incêndio.

Diversos trabalhos encontrados na literatura, alguns citados a seguir, tentam resolver o problema de determinação da resistência de elementos de concreto, principalmente pilares. Porém, são limitados ao incêndio-padrão ou condições simétricas de exposição ou geometria da seção. Neste capítulo, um novo procedimento para análise de seções e exposições genéricas ao incêndio é proposto. Devido à sua generalidade, elementos de aço, concreto ou mistos podem ser analisados. O algoritmo para obtenção de diagramas de interação tem como principal aplicação a obtenção da resistência de seções. Para o modelo de elementos finitos de viga apresentado no

capítulo 6, a importância deste capítulo está relacionada à obtenção dos esforços e rigidezes que aparecem na matriz de rigidez e força interna desse elemento.

Pelas razões mencionadas, o presente capítulo tem um enfoque voltado para elementos de concreto, principalmente pilares, uma vez que a solução deste elementos pode ser extendida a vigas e lajes.

Em geral, o comportamento de estruturas de concreto submetidas ao incêndio é satisfatório. O concreto é um material não combustível e que tem baixa condutividade térmica, protegendo as armaduras ou perfis de aço envolvidos. Todavia, o *spalling* é algumas vezes observado reduzindo a resistência em temperatura elevada, especialmente no caso de concretos de alta resistência (Kodur e McGrath, 2003). Apesar desse fenômeno, que pode ser minimizado com detalhes apropriados (EN 1992-1-2:2004), a resistência em situação de incêndio de estruturas de concreto deve ser adequada. Purkis (2006) e Fleischmann e Buchanan (2002) apresentam vários métodos para cálculo da resistência de elementos de concreto em temperatura elevada.

As possibilidades para análise das estruturas de concreto sob incêndio podem ser divididas em três grupos principais, segundo Franssen e Dotreppe (2003): testes experimentais, modelagem numérica (métodos avançados de cálculo) e métodos simplificados de cálculo. Testes experimentais fornecem dados importantes, porém são caros e consomem tempo, sendo em geral restritos a ensaios de pequenos elementos, não avaliando a continuidade ou restrições proporcionadas por uma estrutura completa.

Modelagens numéricas são atualmente ferramentas importantes para prever o comportamento de estruturas em situação de incêndio. O desenvolvimento de métodos numéricos, dos computadores e o conhecimento das propriedades do concreto e aço em temperatura elevada permitem o desenvolvimento de programas genéricos ou especializados, capazes de realizar análises estruturais em situação de incêndio, como o VULCAN (Huang *et al.*, 2003a) e o SAFIR (Franssen, 2005). Todavia, esses programas sofisticados não estão sempre à disposição de engenheiros e tendem a ser mais utilizados em pesquisas. Métodos simplificados, por outro lado, são apresentados em normas de projeto.

As normas européia (EN 1992-1-2:2004), americana (ACI 216R, 1989) e brasileira (ABNT NBR 15200:2004) indicam o uso de métodos de cálculo com base em correlações experimentais, empíricas e dimensões mínimas (métodos tabulares),

métodos simplificados e métodos avançados de cálculo para determinação da resistência em situação de incêndio, além de testes experimentais. Como a engenharia de segurança contra incêndio avança a partir de métodos prescritivos para métodos com base em desempenho, métodos de cálculo e modelos computacionais avançados são mais prováveis de serem utilizados do que métodos com base em correlações empíricas e dimensões mínimas.

O mecanismo de falha em situação de incêndio, para vigas simplesmente apoiadas e lajes armadas em uma só direção, é bem conhecido. Devido à redução da resistência da armadura tracionada em temperatura elevada, o escoamento leva à falha do elemento estrutural. Em pilares de concreto armado, o mecanismo de falha é mais difícil de ser avaliado. Não somente o esmagamento do concreto ou escoamento das armaduras tracionadas pode ocorrer, mas também a flambagem do pilar. Vários trabalhos encontrados na literatura apresentam métodos para determinação da resistência de pilares de concreto em situação de incêndio.

Em geral, os métodos de cálculo podem ser divididos em duas etapas distintas: análise de transferência de calor e análise estrutural. Análises de transferência de calor são realizadas para avaliar a distribuição de temperatura ao longo da estrutura. Em situação de incêndio, a resistência do material diminui, as deformações aumentam e adicionalmente, deformações térmicas se desenvolvem. Nos métodos simplificados, aplicados a pilares, geralmente as análises são realizadas ao nível da seção transversal com considerações devido à flambagem de uma maneira simplificada (Tan e Yao, 2003, 2004; Kang *et al.*, 2004).

Lie e Celikkol (1991) apresentaram um modelo matemático para calcular a resistência em situação de incêndio de pilares circulares. A curvatura do pilar é suposta variando linearmente a partir dos apoios rotulados até a seção intermediária. Para uma dada curvatura, varia-se a deformação axial até que o momento resistente na seção intermediária esteja em equilíbrio com o momento aplicado. A distribuição da temperatura na seção transversal é obtida por diferenças finitas. Lie e Irwin (1993) aplicaram o esquema para a análise de pilares retangulares. O modelo é similar ao apresentado pelo EN 1992-1-2:2004, que se baseia na estimativa da curvatura.

Franssen e Dotreppe (2003) descreveram ensaios experimentais e valores obtidos para a resistência de pilares circulares. Métodos teóricos são apresentados para uma

verificação rápida de pilares de concreto em situação de incêndio. Um dos métodos tem por base o trabalho anterior de Dotreppe *et al.* (1999), onde um modelo de elementos finitos foi utilizado para análise de resultados experimentais e para o desenvolvimento de uma expressão para projeto. A expressão foi obtida segundo os passos: determinação da resistência plástica ao esmagamento em temperatura elevada; determinação de um coeficiente de flambagem; e, desenvolvimento de um termo não-linear para carregamentos excêntricos.

Tan e Yao (2003) desenvolveram um método de cálculo simples para avaliação da resistência de pilares com seção transversal aquecida nas quatro faces com base nas prescrições de pilares em temperatura ambiente do *American Concrete Institute*. Os efeitos da elevação da temperatura na deterioração dos materiais e considerações quanto à resistência e estabilidade dos pilares são avaliados. Segundo Tan e Yao (2003) com o aumento da temperatura, o diagrama de interação de momento fletor e força axial (diagrama NM) contrai. Dessa forma, pode-se avaliar se o pilar falha ou não comparando o carregamento de falha para uma dada exposição ao incêndio com o carregamento aplicado. O método desenvolvido envolve a determinação de fatores de redução da resistência dos materiais, do módulo de elasticidade e a determinação da carga de falha por um processo de tentativa e erro. Flexão uniaxial e biaxial são consideradas. O método foi posteriormente estendido para análise de pilares com seções aquecidas em uma, duas e três faces (Tan e Yao, 2004), com a predição do deslocamento da linha neutra devido ao aquecimento assimétrico.

Kang *et al.* (2004) apresentam um método numérico para avaliação do comportamento último de pilares de concreto armado submetidos ao incêndio. A resistência é determinada por um diagrama NM. O método considera os efeitos de segunda ordem devido aos deslocamentos transversais e as condições de restrição na extremidade do pilar.

Alguns métodos simplificados de cálculo usam uma seção transversal reduzida para representar a deterioração da resistência e rigidez. A seção transversal reduzida é utilizada em métodos de cálculo à temperatura ambiente para obter a resistência em situação de incêndio. Exemplos são os métodos simplificados e gerais de cálculo dados pela norma brasileira ABNT NBR 15200:2004 e aqueles apresentados pelo EN 1992-1-

2:2004: "500°C isotherm method" e "Zone method", que têm por base os métodos desenvolvidos por Anderberg (1978) e Hertz (1985), respectivamente.

Seja qual for o método empregado para o projeto de pilares, o comportamento da seção transversal sob incêndio deve ser conhecido. Diagramas de interação momento fletor e força axial e superfícies de interação para força axial e momentos fletores são ferramentas importantes para o projeto de seções e de pilares à temperatura ambiente. Todavia, não há na literatura uma formulação geral para obtenção destas superfícies em seções submetidas aos efeitos da elevação de temperatura.

Nos itens seguintes, apresenta-se o procedimento proposto para obtenção de diagramas e superfícies de interação em seções de concreto, aço e mistas de aço e concreto de geometria e exposição ao incêndio genéricas, análogos às superfícies e diagramas comumente empregados para o projeto de seções à temperatura ambiente. Diagramas de interação da força axial e momento fletores são obtidos levando em conta a degradação das propriedades dos materiais com a elevação da temperatura e as deformações térmicas. Para ilustrar os procedimentos propostos e as possibilidades de análises, alguns diagramas são apresentados, além de exemplos de verificação de pilares.

#### 5.2 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

Para a obtenção das superfícies de interação com o objetivo de projetar seções, algumas considerações são necessárias em relação às propriedades dos materiais. A relação tensão-deformação do concreto utilizada é a do EN 1992-1-2:2004, apresentada no item 2.6.2 (figura 2.6.6). A deformação última à compressão para uma dada temperatura é de forma conservadora adotada como o valor correspondente à tensão de pico na relação tensão-deformação, ou seja,  $\varepsilon_{c1,\theta}$  na figura 2.6.6. Como pode ser notado na figura 5.2.1, quanto maior a temperatura, maiores são deformações no ramo descendente da relação, portanto, o valor adotado para a deformação última,  $\varepsilon_{c1,\theta}$ , é conservador. A resistência à tração do concreto não é considerada.

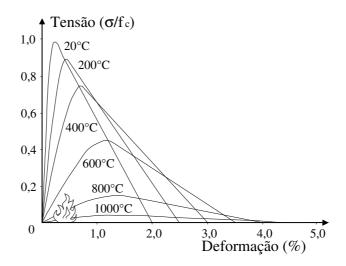


Figura 5.2.1 Relações tensão-deformação do concreto a temperatura elevada (EN 1992-1-2:2004).

As expressões 2.6.6, apresentadas pelo EN 1994-1-2:2005 e que trazem informações sobre o comportamento do concreto aquecido e posteriormente resfriado também são consideradas, permitindo a avaliação da resistência residual de seções após a exposição ao incêndio.

Para o aço, a relação tensão-deformação bilinear com deformação máxima absoluta de 0,10 é adotada com fatores de redução a 0,2% para aços classe N, indicado pelo EN 1992-1-2:2004 para uso com métodos simplificados de cálculo. As expressões para a tensão no aço são:

$$\begin{split} &f_{y,20^{\circ}C \leq \theta \leq 100^{\circ}C} = f_{y}; \\ &f_{y,100^{\circ}C < \theta \leq 400^{\circ}C} = (0,7-0,3(\theta-400)/300)f_{y}; \\ &f_{y,400^{\circ}C < \theta \leq 500^{\circ}C} = (0,57-0,13(\theta-500)/100)f_{y}; \\ &f_{y,500^{\circ}C < \theta \leq 700^{\circ}C} = (0,1-0,47(\theta-700)/200)f_{y} \ e \\ &f_{y,700^{\circ}C < \theta \leq 1200^{\circ}C} = (0,1(1200-\theta)/500)f_{y} \ . \end{split}$$
 (5.2.1)

Os fatores de redução da rigidez e deformações térmicas para o concreto e aços são os mesmos indicados pelo EN 1992-1-2:2004. As propriedades dos materiais conforme apresentadas no item 2.6 também podem ser utilizadas.

## 5.3 DIAGRAMAS DE INTERAÇÃO DOS ESFORÇOS

Assumindo que seções planas permanecem planas e que não há deslizamento entre os materiais (concreto e aço), as configurações deformadas de uma seção sujeita a força axial e momentos biaxiais, à temperatura ambiente, podem ser descritas por um conjunto de variáveis generalizadas de deformação ( $\varepsilon_o$ ,  $k_o$ ,  $k_x$ ,  $k_y$ ,  $\alpha$  e  $\beta$ ), conforme apresentado no item 3.2.1.

À temperatura ambiente, uma configuração última da seção é definida pelo aço ou concreto atingindo um limite convencional de deformação, figura 3.2.2. A deformação total é puramente mecânica (para uma definição de deformação mecânica e total, utilizadas nesta parte do trabalho, ver item 6.1). Esses limites irão ocorrer nos pontos mais distantes, medidos ao longo do eixo  $\eta$ , figura 5.3.1, usualmente tomados igual a 0,0035 e 0,01 respectivamente, de acordo com a ABNT NBR 6118:2003. A obtenção das superfícies de interação a partir da definição das configurações últimas, figura 3.2.2, pode ser feita com a definição de um parâmetro,  $\beta$ , conforme o item 3.2.2.

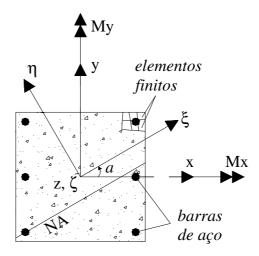


Figure 5.3.1 Seção transversal e sistemas de coordenadas (NA é a linha neutra).

Em condições de incêndio, a presença de deformações térmicas e a degradação das propriedades dos materiais introduzem dificuldades consideráveis às análises de estado limite último das seções. No presente trabalho, assume-se a deformação mecânica última como sendo a deformação para a tensão máxima na relação tensão-deformação do concreto, que depende da temperatura do ponto, tornando impossível conhecer inicialmente em qual ponto da seção um estado limite será atingido primeiro. Os pontos de avaliação das deformações são os centros dos elementos da malha em elementos finitos ou diferenças finitas. As deformações mecânicas (associadas às tensões) são dadas por

$$\varepsilon(x,y) = \varepsilon_o + k_x y - k_y x - \varepsilon_{th} \quad \text{ou}$$

$$\varepsilon(\xi,\eta) = \varepsilon_o + k_o \eta - \varepsilon_{th}$$
(5.3.1)

onde  $\varepsilon_{th}$  é a deformação térmica, função da temperatura, que por sua vez varia com a posição.

Um estado limite é atingido quando a deformação  $\epsilon(x,y)$  em um dos centros dos elementos que discretiza a seção atinge seu valor limite. Se ambos, a deformação térmica  $\epsilon_{th}$  e a deformação de compressão limite no concreto  $\epsilon_{cu}$  dependem da distribuição de temperatura  $\theta(x,y)$ , ou  $\theta(\xi,\eta)$ , é possível avaliar esses termos para cada elemento e obter pontos da superfície  $\epsilon_{cu}(\xi,\eta)$  que representam os limites de deformação total de compressão, figuras 5.3.2 e 5.3.3. Se qualquer ponto da configuração deformada da seção toca essa superfície limite, um estado limite é caracterizado.

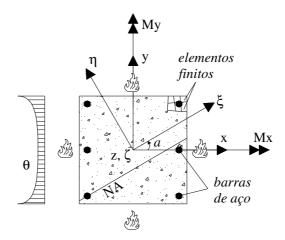


Figura 5.3.2 Sistema de coordenadas xyz,  $\xi\eta\zeta$  e variação da temperatura.

Para uma orientação fixa da linha neutra,  $\alpha$ , é possível definir uma variável arbitrária que traça a evolução da configuração deformada para as várias possibilidades de estados limites considerados. A escolha não é única, e uma das possibilidades é adotada neste trabalho como uma variável contínua e adimensional, chamada  $\beta$  (mesmo símbolo do parâmetro citado no item 3.2.2, pois ambos são semelhantes), cujos valores numéricos são escolhidos para dar uma descrição tão simples quanto possível. A variável  $\beta$ , ou parâmetro de deformação, assume valores entre 0 e 52, à semelhança do que foi feito em Caldas (2004), conforme comentado no item 3.2.2 deste trabalho.

Em uma seção sujeita a uma distribuição genérica de temperatura devido à exposição a um incêndio, considerando deformações de compressão negativas,  $\varepsilon_{c \, max}$  e  $\varepsilon_{c \, min}$  são os valores máximo e mínimo admissíveis para a deformação total de compressão, obtidos a partir da superfície  $\varepsilon_{cu}(\xi,\eta)$ , figura 5.3.3.  $\varepsilon_{t \, max}$  é a máxima tensão de tração admissível, convencionalmente adotada igual a 1% ou 0,01 (para qualquer material).

Partindo de um estado limite caracterizado por deformações plásticas excessivas nas armaduras, o domínio  $D_1$  é definido, figura 5.3.3, onde o ponto extremo está submetido à deformação  $\epsilon_{tmax}$  e o ponto inferior assume valores entre  $\epsilon_{tmax}$  e zero. As

linhas  $h_0$  e  $h_1$  definem esse domínio, no qual se assume que o concreto não tem resistência. Portanto, definindo  $0 \le \beta \le 1$ , tem-se

$$\varepsilon^{\eta \max} = \varepsilon_{t \max} \quad \text{and} \quad \varepsilon^{\eta \min} = (1 - \beta) \varepsilon_{t \max}.$$
(5.3.2)

onde  $\epsilon^{\eta\,max}$  e  $\epsilon^{\eta\,min}$  são as deformações nos pontos (centros dos elementos que discretizam a seção) de máxima e mínima coordenada  $\eta$ , respectivamente.

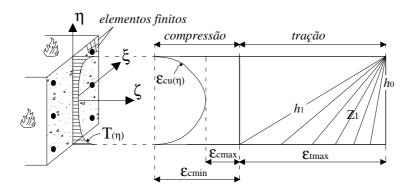


Figura 5.3.3 Domínio D<sub>1</sub>.

O próximo domínio,  $D_2$ , é definido considerando a deformação positiva igual ao valor máximo e comprimindo o concreto nos pontos inferiores, caracterizando um estado de flexão. As linhas  $h_1$  e  $h_2$  delimitam esse domínio, figura 5.3.4. Tomando  $1 < \beta \le 8$ , tem-se

$$\varepsilon^{\eta \max} = \varepsilon_{t \max} \quad e \quad \varepsilon^{\eta \min} = (\beta - 1)(\varepsilon_{c \max} / 7).$$
(5.3.3)

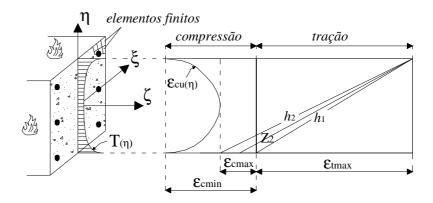


Figura 5.3.4 Domínio  $D_2$ .

O domínio  $D_3$  considera configurações deformadas no concreto à compressão e reduções na deformação de tração nos pontos superiores. Esse domínio começa na linha  $h_3$ , onde os pontos superiores têm deformações de tração, e termina na linha  $h_4$ , onde os pontos superiores têm deformação nula. Os pontos inferiores têm deformações  $\epsilon^{\eta \, \text{min}}$  que estão entre  $\epsilon_{\text{cmax}}$  e  $\epsilon_{\text{cmin}}$ , e, portanto, são avaliados por um processo de tentativas para cada valor de  $\beta$ . O processo é realizado a partir do incremento de deformação partindo de  $\epsilon_{\text{cmax}}$ . A solução é encontrada quando a configuração deformada tangencia a superfície limite  $\epsilon_{\text{cu}}(\xi,\eta)$ , figura 5.3.5. Definindo  $8 < \beta \le 18$ , tem-se

$$\varepsilon^{\eta \max} = (18 - \beta)(\varepsilon_{t \max}/10) \quad \text{and} \quad \varepsilon^{\eta \min} = f(\varepsilon^{\eta \max}(\beta)).$$
(5.3.4)

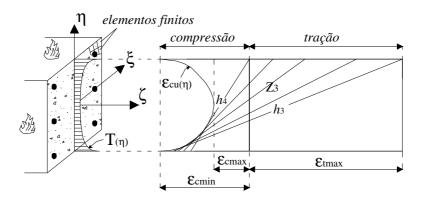


Figura 5.3.5 Domínio  $D_3$ .

Posteriormente, tem-se o domínio  $D_4$ , entre as linhas  $h_4$  e  $h_5$ . A seção é completamente comprimida e  $h_5$  corresponde a uma compressão uniforme, porém, não corresponde a uma compressão pura (sem flexão), a menos que se tenha geometria e distribuição de temperaturas simétricas. Esse domínio pode ser representado, para  $18 < \beta \le 26$ , por

$$\varepsilon^{\eta \max} = (\beta - 18)(\varepsilon_{\max}/8) \quad e \quad \varepsilon^{\eta \min} = f(\varepsilon^{\eta \max}(\beta)). \tag{5.3.5}$$

Mais uma vez,  $\epsilon^{\eta min}$  deve ser encontrado por um processo de tentativas para um valor fixo de  $\beta$ .

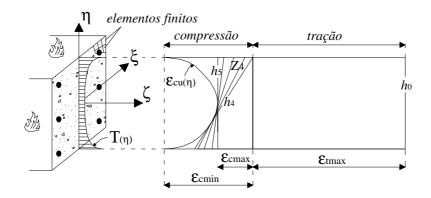


Figura 5.3.6 Domínio D<sub>4</sub>.

Para  $\beta > 26$ , tem-se domínios análogos, mas com compressão nos pontos superiores da seção. As expressões para esses domínios são dadas por

$$\varepsilon^{\eta \min} = (34 - \beta)(\varepsilon_{c \max}/8) e^{\eta \max} = f(\varepsilon^{\eta \min}(\beta)), \text{ para } 26 < \beta \le 34, \tag{5.3.6}$$

$$\varepsilon^{\eta \min} = (\beta - 34)(\varepsilon_{t \max} / 10) e^{\eta \max} = f(\varepsilon^{\eta \min}(\beta)), \text{ para } 34 < \beta \le 44, \tag{5.3.7}$$

$$\varepsilon^{\eta \min} = \varepsilon_{t \max} \ e \ \varepsilon^{\eta \max} = (51 - \beta)(\varepsilon_{c \max} / 7), \text{ para } 44 < \beta \le 51, \tag{5.3.8}$$

$$\varepsilon^{\eta \min} = \varepsilon_{t \max} e \varepsilon^{\eta \max} = (\beta - 51)\varepsilon_{t \max}, \text{ para } 51 < \beta \le 52.$$
(5.3.9)

Dado um valor entre 0 e 52 para  $\beta$  e com  $\epsilon^{\eta\,max}$  e  $\epsilon^{\eta\,min}$  definidos nos centros dos elementos com coordenadas  $\eta^{max}$  e  $\eta^{min}$ , as deformações generalizadas podem ser obtidas por

$$\begin{aligned} k_o &= \left( \epsilon^{\eta \max} - \epsilon^{\eta \min} \right) / (\eta_{\max} - \eta_{\min}), \\ \epsilon_o &= \epsilon^{\eta \max} - k_o \eta_{\max}, \quad k_x = k_o \cos(\alpha) \quad e \quad k_y = k_o \sin(\alpha). \end{aligned} \tag{5.3.10}$$

Conhecidos  $\varepsilon_{o}$ ,  $k_{x}$  e  $k_{y}$ , os esforços resistentes da seção são avaliados por uma integração numérica através dos elementos

$$N_z = \sum_{i=1}^{n} (\sigma(\epsilon)A)_i, M_x = \sum_{i=1}^{n} (\sigma(\epsilon)yA)_i e M_y = -\sum_{i=1}^{n} (\sigma(\epsilon)xA)_i,$$
 (5.3.11)

com σ obtido a partir da relação tensão-deformação para a temperatura no centro do elemento, e ε avaliado a partir da expressão 5.3.1 para o mesmo ponto. A contribuição das armaduras é adicionada às expressões 5.3.11, assumindo-se uma temperatura igual à temperatura do seu centro, na posição correspondente da malha. Partes da seção formada por outros materiais como, por exemplo, perfis de aço em um pilar misto, têm

suas contribuições na resistência somadas diretamente na expressão 5.3.11, uma vez que tais elementos também são discretizados juntamente com as regiões em concreto.

Variando o parâmetro  $\beta$ ,  $0 \le \beta \le 52$ , e para valores fixos da inclinação da linha neutra,  $\alpha$ , pode-se obter os pontos  $(N_z, M_x, M_y)$ , necessários para a descrição de uma superfície de interação aproximada por linhas discretas, figura 5.3.7. A interseção dessa superfície com um dos planos de momento nulo, leva aos diagramas de interação NM para flexão uniaxial, figura 5.3.8. Outra representação útil é obtida fixando um valor de força axial, resultando numa curva de interação  $M_xM_y$ .

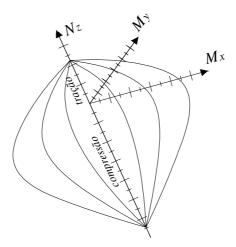


Figura 5.3.7 Superfície de interação completa para uma dada seção.

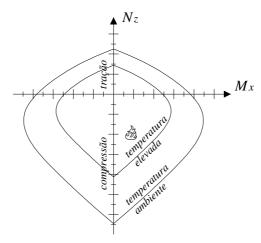


Figure 5.3.8 Diagrama de interação NM, para temperatura ambiente e temperatura elevada.

#### 5.4 ANÁLISE DE PILARES

O principal objetivo deste capítulo é a análise de seções transversais. Este item apresenta um algoritmo para o uso dos diagramas NM na análise global de pilares.

A partir da superfície de interação NM, ou M<sub>x</sub>M<sub>y</sub> para um dado esforço axial N<sub>z</sub>, a verificação de pilares pode ser feita considerando os efeitos de segunda ordem devido aos momentos nas extremidades do pilar. As proposições apresentadas têm por base o ACI 318 (2005). Para incluir o efeito de segunda ordem ao longo do pilar é necessário calcular o fator de amplificação

$$\delta = \frac{C_{\rm m}}{1 - N_{\rm E}/N_{\rm cr}} \,. \tag{5.4.1}$$

Na expressão 5.4.1,

$$C_{\rm m} = 0.6 + 0.4 \frac{M_{\rm El}}{M_{\rm E2}} \ge 0.4$$
, (5.4.2)

onde  $M_{E1}$  é o maior dos momentos aplicados nas extremidades e  $M_{E1}/M_{E2}$  é negativo para pilares com dupla curvatura. Para pilares com curvatura simples,  $C_m$  é igual a 1,0.

A carga de flambagem é calculada como

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(kL)^2},$$
 (5.4.3)

onde k=1 para elementos com as extremidades bi-rotuladas; k=0,7 para uma extremidade fixa e outra rotulada; e k=0,5 quando as extremidades forem fixas.

A rigidez efetiva para cada material da seção é obtida por um somatório nos elementos que discretizam a seção, i = 1...n, com área A, considerando a temperatura  $\theta$  constante e igual à média das temperaturas nodais (ou temperatura no centro do elemento),

$$EA = \sum_{i=1}^{n} (EA)_i$$
,  $EI_x = \sum_{i=1}^{n} (y^2 EA)_i$  e  $EI_y = \sum_{i=1}^{n} (x^2 EA)_i$ . (5.4.4)

A rigidez efetiva do pilar é calculada por

$$EI = 0.5EI_c + 0.8EI_s$$
, (5.4.5)

onde os subscritos c e s referem-se ao concreto e aço, respectivamente. O valor característico para o módulo secante do concreto em situação de incêndio é tomado

igual a  $f_{c,\theta}$  dividido pela deformação correspondente à tensão máxima da relação tensão-deformação, figura 5.2.1. Essa consideração e a expressão 5.4.5 têm por base as prescrições do EN 1994-1-2:2005 para pilares mistos de aço e concreto.

O método proposto deve ser aplicado a pilares com índice de esbeltez  $\lambda$  (raiz quadrada da relação inércia sobre área) menor ou igual a 100, e uma excentricidade mínima (ACI 318, 2005),

$$e_{\min} = 0.015 + 0.03h,$$
 (5.4.6)

em metros, deve ser considerada.

Para pilares de aço, ou mistos de aço e concreto, propõe-se que uma excentricidade mínima igual a L/500 seja considerada (L é o comprimento do pilar). Também, no caso de pilares de concreto, sugere-se que o valor obtido com a expressão 5.4.6 seja maior ou igual a L/500.

#### 5.5 EXEMPLOS

A seguir, alguns exemplos do modelo proposto neste trabalho para avaliação da resistência de seções transversais e pilares são apresentados. Nas análises, foram consideradas, para o concreto, propriedades de acordo com o EN 1992-1-2:2004 para concretos com agregados silicosos. Os exemplos mostram a influência da ação do incêndio sobre os diagramas de interação obtidos à temperatura ambiente e a aplicação do procedimento proposto para verificação de pilares.

#### 5.5.1 Seção Transversal Totalmente Exposta ao Incêndio

Meda *et al.* (2002) estudaram o comportamento último de três diferentes seções transversais quadradas de concreto armado sujeitas a uma força axial excêntrica com referência a um típico concreto de alta resistência e a vários tempos de exposição ao incêndio-padrão. Além dos diagramas NM das seções em temperatura elevada, são obtidos os diagramas após o resfriamento do concreto. São feitas então comparações com seções de concreto normal com o mesmo tamanho ou resistência, assim como com seções de concreto de alta resistência com diferentes arranjos das armaduras ou

protegidas por material de isolamento térmico. Relações tensão-deformação bilineares são utilizadas para o concreto, e alguns indicadores de desempenho são introduzidos para descrever a contração dos diagramas NM.

Neste trabalho as seguintes características são utilizadas nas análises da seção de concreto normal apresentada por Meda *et al.* (2002): área de 0,6x0,6m², 24 barras de armadura com 20mm de diâmetro e 50mm de distância do centro da armadura até a superfície de concreto mais próxima; 40MPa de resistência à compressão do concreto; 430MPa de resistência ao escoamento do aço e 2x10<sup>5</sup> MPa para o módulo de elasticidade. A seção foi discretizada em 1022 elementos finitos quadrangulares e exposta ao incêndio-padrão da ISO 834-1:1999.

A figura 5.5.1 mostra o diagrama NM colocado de forma adimensional com base nas expressões  $n = N/(f_cbh)$  e  $m = M/(f_cbh^2)$ , onde b é a largura e h é a altura da seção.

Nota-se que o momento fletor resistente é menor segundo o presente trabalho, provavelmente pela consideração da deformação última do concreto ser limitada à deformação para a tensão de pico. A força axial de compressão resistente é maior por se levar em consideração as deformações térmicas na obtenção da configuração deformada da seção, fazendo com que pontos mais aquecidos e com menor resistência venham a contribuir nos esforços, pois apresentam maiores deformações térmicas. Na região de tração o comportamento segundo o presente trabalho e o obtido por Meda *et al.* (2002) são próximos.

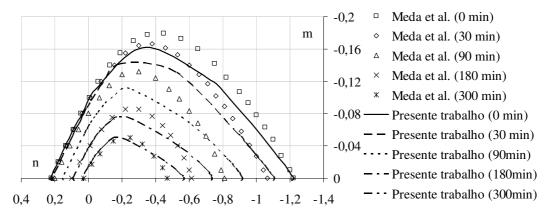


Figura 5.5.1 Comparação dos diagramas de interação NM para vários tempos de exposição ao incêndio-padrão.

#### 5.5.2 Seção Transversal Parcialmente Exposta ao Incêndio

Para ilustrar a possibilidade de aplicação do procedimento para diferentes tipos de exposição ao incêndio, e investigar o comportamento dos diagramas, a mesma seção do exemplo anterior é exposta parcialmente ao incêndio. Uma, duas ou três faces são expostas ao incêndio-padrão conforme a figura 5.5.2 que apresenta as temperaturas para 300min. As faces não expostas são consideradas protegidas por um anteparo adiabático, fluxo de calor nulo. Os diagramas NM são obtidos para duas orientações da linha neutra,  $\alpha = 0^{\circ}$  (flexão sobre o eixo-x) e  $\alpha = 90^{\circ}$  (flexão sobre o eixo-y). Para  $\alpha = 0^{\circ}$ , os diagramas obtidos representam uma flexão uniaxial ( $M_y$ =0) uma vez que a ação do incêndio é simétrica em relação ao eixo y nos três casos.

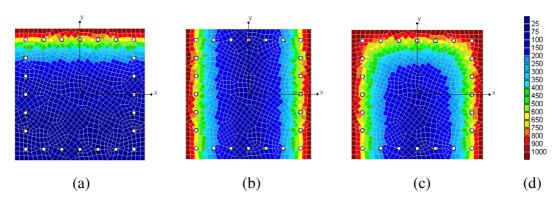


Figure 5.5.2 Temperaturas para 300 min de exposição: (a) uma face exposta; (b) duas faces expostas; (c) três faces expostas; (d) escala de temperatura em °C.

As figuras 5.5.3 e 5.5.4 apresentam as curvas de interação para uma face aquecida, para  $\alpha=0^{\circ}$  e  $\alpha=90^{\circ}$  respectivamente. A primeira situação é uma flexão uniaxial, uma vez que há momentos em relação ao eixo y. O diagrama se contrai e torna-se não simétrico em relação à força axial. Portanto, compressão pura apenas é obtida se a carga for aplicada excentricamente. Deve-se notar que com  $\alpha=90^{\circ}$ , o diagrama da figura 5.5.4 é somente a projeção de uma superfície de interação no plano, uma vez que ocorrem momentos em relação ao eixo-x devido à perda de simetria.

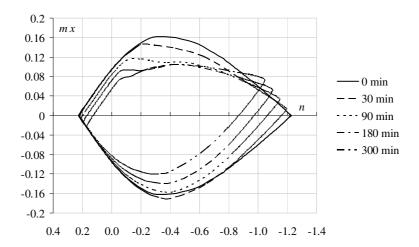


Figura 5.5.3 Diagrama para uma face exposta,  $\alpha = 0^{\circ}$ .

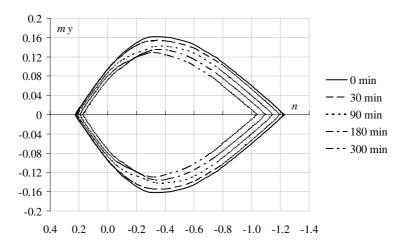


Figura 5.5.4 Diagrama para uma face exposta,  $\alpha = 90^{\circ}$ .

As figuras 5.5.5 e 5.5.6 mostram os diagramas para duas faces aquecidas com  $\alpha = 0^{\circ}$  e  $\alpha = 90^{\circ}$ , respectivamente. Nesse caso, a simetria da seção e da distribuição de temperaturas causa uma contração do diagrama, como já observado por Meda *et al.* (2002).

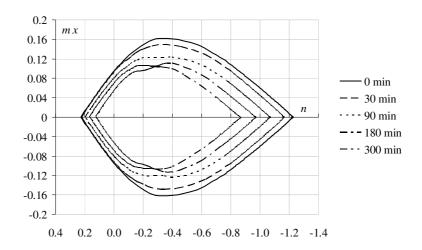


Figura 5.5.5 Diagrama para duas faces expostas,  $\alpha = 0^{\circ}$ .

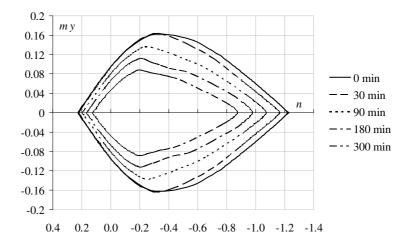


Figura 5.5.6 Diagrama para duas faces expostas,  $\alpha = 90^{\circ}$ .

Finalmente, as figuras 5.5.7 e 5.5.8 apresentam os diagramas para três faces aquecidas e conclusões análogas às de uma face exposta são observadas.

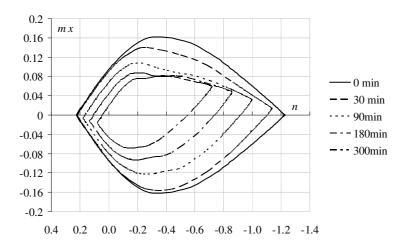


Figura 5.5.7 Diagrama para três faces expostas,  $\alpha = 0^{\circ}$ .

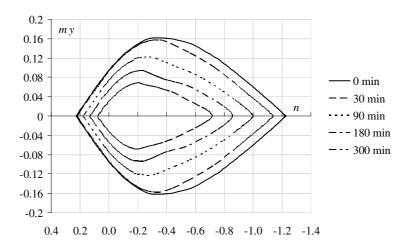


Figura 5.5.8 Diagrama para duas faces expostas,  $\alpha = 90^{\circ}$ .

#### 5.5.3 Seção Mista de Aço e Concreto

A seção arbitrária mista com 15 barras, uma abertura circular e um perfil de aço envolvido por concreto, figura 5.5.8, foi analisada por Chen *et al.* (2001) à temperatura ambiente. Para investigar a influência da ação do incêndio na superfície de resistência, a seção é submetida ao incêndio-padrão (EN 1991-1-2:2002). As seguintes características são utilizadas nas análises da seção: barras de armadura com 18mm de diâmetro e

50mm de distância do centro à extremidade mais próxima; seção de aço com 10,5mm de espessura de alma, 17,3mm para as mesas; resistência ao escoamento do aço de 323MPa; resistência a compressão do concreto de 20MPa; resistência ao escoamento das armaduras de 400MPa e módulo de elasticidade igual a 2×10<sup>5</sup> MPa. A seção foi dividida em 889 elementos finitos quadrangulares e as propriedades térmicas foram tomadas segundo o EN 1992-1-2:2004 para concretos com agregados silicosos com 0% de umidade.

A distribuição de temperaturas para 300 min de exposição ao incêndio é apresentada na figura 5.5.9. A figura 5.5.10 apresenta o diagrama de interação dos momentos para um valor de força axial de compressão igual a 4120 kN, para temperatura ambiente e vários tempos de exposição. A contração do diagrama para maiores tempos de exposição ilustra a perda de resistência da seção aos momentos fletores. Os resultados para a temperatura ambiente, segundo o presente trabalho, são conservadores, provavelmente devido à consideração dos limites de deformação do concreto. Chen *et al.* (2001) emprega uma relação tensão-deformação formada por uma parábola e um retângulo assumindo maiores limites de deformação última.

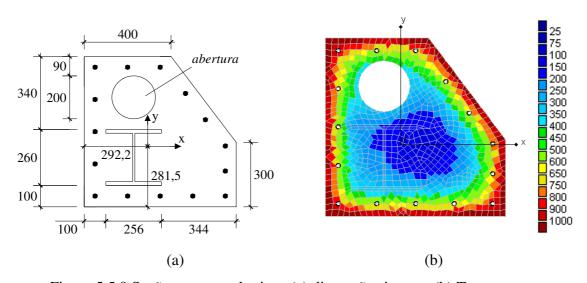


Figure 5.5.9 Seção transversal mista: (a) dimensões in mm; (b) Temperaturas para 300 minutos de exposição ao incêndio.

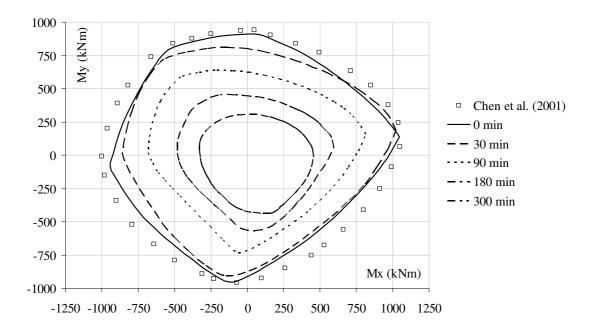


Figure 5.5.10 Diagramas de interação para vários tempos de exposição.

### 5.5.4 Pilar Aquecido em 4 Faces

Dotreppe *et al.* (1999) apresentam a capacidade resistente, obtida experimentalmente, de um pilar exposto ao incêndio-padrão por 40 min. No presente trabalho, as seguintes características foram utilizadas nas análises do pilar: área de 0,2×0,2 m²; 4 barras com diâmetro de 20mm; comprimento de 5,76m, rotulado nas extremidades; 28mm de distância do centro da barra à extremidade do concreto mais próxima; 21mm de excentricidade para a carga axial aplicada (excentricidade mínima dada pela expressão 5.4.6), 39MPa de resistência a compressão do concreto; resistência ao escoamento do aço igual a 443MPa e módulo de elasticidade igual a 2×10<sup>5</sup> MPa. A seção foi discretizada em 1248 elementos quadrilaterais.

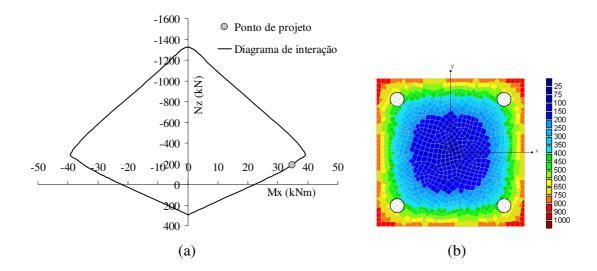


Figura 5.5.11 Pilar analisado por Dotreppe *et al.* (1999): (a) diagrama de interação  $N_zM_x$ ; (b) distribuição das temperaturas (°C) para o tempo de 40 min de exposição ao incêndio.

O diagrama de interação  $N_z M_x$  para o pilar é mostrado na figura 5.5.11. O ponto de projeto envolvido pelo diagrama NM foi encontrado para  $N_E = 188 \, kN$  da seguinte forma:

$$\begin{split} &\lambda = 5.76/\sqrt{1.33\times10^{-4}/0.04} = 100\,;\\ &EI = 0.5\times280 + 0.8\times719 = 715\,kNm^2\,;\;N_{cr} = \left(\pi^2\times715\right)\!/5.76^2 = 213\,kN\,;\\ &\delta = 1/\left(1-188/213\right) = 8.52\,;\\ &M_E = 8.52\times0.021\times188 = 34\,kNm\,. \end{split}$$

A carga de falha obtida de 188kN é 90% do resultado do ensaio experimental igual a  $208\,\mathrm{kN}$  .

#### 5.5.5 Pilar Aquecido em 3 Faces

A resistência em situação de incêndio de um pilar aquecido em três faces expostas ao incêndio-padrão da ISO 834-1:1999 por 75 min foi analisada por Tan e Yao (2004), via elementos finitos. As seguintes características foram utilizadas: área de 0,3×0,3 m²; 4 barras com 22mm de diâmetro; comprimento de 4,2m, rotulado nas extremidades; 30mm de distância do centro das barras de aço à extremidade de concreto mais próxima; 25mm de excentricidade do carregamento, 40MPa de resistência a compressão do concreto; resistência ao escoamento do aço igual a 460MPa e módulo de elasticidade igual a 2×10<sup>5</sup> MPa. A face não exposta ao incêndio foi considerada como protegida por um anteparo adiabático, com fluxo de calor nulo. A seção foi discretizada em 1022 elementos quadrilaterais.

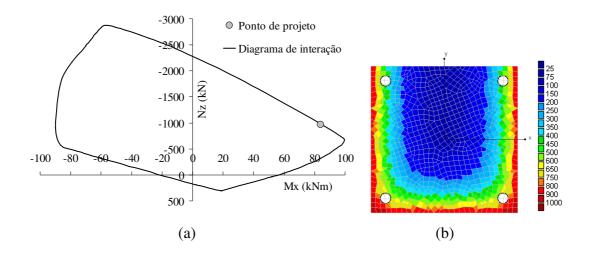


Figura 5.5.12 Pilar analisado por Tan e Yao (2004): (a) diagrama de interação  $N_z M_x$ ; (b) distribuição das temperaturas (°C) para o tempo de 75 min de exposição ao incêndio.

O diagrama  $N_z M_x$  é mostrado na figura 5.5.12. O ponto de projeto envolvido pelo diagrama foi calculado como  $N_E=970\,kN$ . O deslocamento da linha neutra devido ao aquecimento assimétrico é tomado como a excentricidade do diagrama de interação para

a força axial máxima de compressão,  $y_{NA} = -58/-2876 = 0,020$ . O ponto de projeto foi determinado como segue:

$$\begin{split} &\lambda = 4.2/\sqrt{6.75\times10^{-4}/0.09} = 48~;\\ &EI_c = EI_c - y_{NA}^2 EA_c = 3130 - 0.020^2 \times 507.431 = 2927 k N m^2\\ &EI_s = EI_s - y_{NA}^2 EA_s = 1974 - 0.020^2 \times 137.054 = 1919 k N m^2\\ &EI_x = 0.5 \times 2927 + 0.8 \times 1919 = 2999 k N m^2~;~N_{cr} = \left(\pi^2 \times 2999\right)/4.2^2 = 1678 k N~;\\ &\delta = 1/(1 - 970/1678) = 2.37~;\\ &M_E = 2.37 \times \left(0.025 + 0.02\right) \times 970 - 970 \times 0.02 = 84 k N m~. \end{split}$$

Nesse caso, a curvatura devido ao gradiente térmico é favorável e não foi considerada. Esse efeito pode ser estimado como uma excentricidade dada por  $e_{th} = \alpha \Delta \theta (kL)^2/8h$ , onde  $\alpha$  é o coeficiente de dilatação térmica do concreto;  $\Delta \theta$  é a variação de temperatura ao longo da altura, h, da seção. A carga 970kN de falha do pilar é pouco maior que a carga de 900kN obtida via elementos finitos por Tan e Yao (2004).

#### 5.6 CONCLUSÕES

Este capítulo apresentou um procedimento para a avaliação de diagramas e superfícies de interação do esforço axial e momentos fletrores para seções submetidas ao incêndio. Diagramas de interação são ferramentas comuns para o projeto de seções de elementos estruturais à temperatura ambiente, porém poucos trabalhos nesse tópico têm sido publicados para o caso de seções genéricas expostas ao incêndio.

As superfícies de interação obtidas a partir da formulação dão um melhor entendimento do comportamento de seções quando sujeitas a altas temperaturas, especialmente para os casos onde a variação de temperatura apresenta uma distribuição complexa e os diagramas podem desviar consideravelmente do seu formato à temperatura ambiente.

Algumas hipóteses feitas para construção dos diagramas, como a escolha da deformação última do concreto, todavia, necessitam ser estudas por procedimentos

numéricos ou experimentais. Neste trabalho a escolha foi conservadora. Também, a possibilidade de *spalling* não foi considerada.

O modelo para verificação de pilares de concreto armado em situação de incêndio pode ser aplicado a pilares de aço ou mistos de aço e concreto. Observa-se a partir dos exemplos, onde foi analisado um pilar esbelto e outro com 3 faces aquecidas, que os diagramas de interação representam adequadamente a resistência da seção de pilares de concreto armado. Modelos semelhantes, adaptados às normas brasileiras ABNT NBR 6118:2003 e ABNT NBR 15200:2004 também podem ser desenvolvidos. A análise da seção pode, também, ser utilizada para o dimensionamento ou estudo do comportamento de vigas e lajes em situação de incêndio.

# 6

# FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE VIGA TRIDIMENSIONAL

Inicialmente são apresentados o conceito de deformação efetiva, a obtenção das forças internas e rigidezes de elementos finitos não-lineares e a implementação de um método incremental-iterativo para obtenção do caminho de equilíbrio de estruturas sob a ação térmica do incêndio. Posteriormente apresenta-se o desenvolvimento do elemento de viga tridimensional para análise termomecânica.

# 6.1 INTRODUÇÃO

Na análise estrutural, pode-se modificar a relação tensão-deformação dos materiais para incluir os efeitos da deformação térmica e variação das propriedades físicas dos materiais com o aumento da temperatura. Para uma estrutura unidimensional com material linear, tem-se a expressão para a tensão

$$\sigma = E_{\theta}(\varepsilon - \alpha_{\theta} \Delta \theta), \tag{6.1.1}$$

onde  $E_{\theta}$  é o módulo de elasticidade que pode variar com a temperatura,  $\epsilon$  é a deformação devida ao deslocamento unidimensional,  $\alpha_{\theta}$  é o coeficiente de expansão térmica que também pode variar com a temperatura e  $\Delta\theta$  é a variação de temperatura. Essa expressão mostra que as tensões são causadas por uma deformação efetiva, também chamada deformação puramente mecânica,

$$\varepsilon_{\rm ef} = \varepsilon - \varepsilon_{\rm \theta},$$
 (6.1.2)

onde a deformação térmica  $\,\epsilon_{\,\theta}\,$  é dada por

$$\varepsilon_{\theta} = \alpha_{\theta} \Delta \theta$$
. (6.1.3)

Esse conceito de deformação efetiva é extremamente simples e é similar à definição das deformações elásticas utilizada em análise de estruturas elasto-plásticas (Chen e Han, 1988; Simo e Hughes, 1998).

Para materiais lineares e elásticos, tem-se então a relação tensão-deformação

$$\mathbf{\sigma} = \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{\varepsilon}_{\text{ef}} \,, \tag{6.1.4}$$

onde  $C_{\theta}$  é a matriz constitutiva do material que pode variar com a temperatura e  $\epsilon_{ef}$  é o vetor de deformações efetivas ou mecânicas, lembrando que as variações térmicas em geral não produzem distorções angulares. Para problemas elasto-plásticos, considerando pequenas deformações (Liu, 1996; Parente Jr. *et al.*, 2005),

$$\mathbf{\sigma} = \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{\varepsilon}_{ef} = \left( \mathbf{\varepsilon} - \mathbf{\varepsilon}_{p} - \mathbf{\varepsilon}_{\theta} \right), \tag{6.1.5}$$

onde  $\varepsilon_p$  são as deformações plásticas. As deformações devido aos deslocamentos, contidas no vetor  $\varepsilon$ , são chamadas de deformações totais.

Portanto, as relações constitutivas não-lineares e implementações computacionais desenvolvidas para análise de estruturas à temperatura ambiente podem ser utilizadas para análise de estruturas sob ação térmica, desde que as deformações computadas sejam substituídas por deformações efetivas. Porém, para materiais elasto-plásticos, a resistência ao escoamento pode variar com a temperatura. Bathe (1996) apresenta a utilização de modelos de plasticidade para análise de estruturas sob ação térmica, modificando as propriedades dos materiais de acordo com a temperatura.

Em seguida, partindo-se do princípio dos trabalhos virtuais, obtém-se o vetor de forças internas,  $\mathbf{f}_{\mathrm{m}}$ , de um elemento genérico de volume V, considerando a ação térmica. Sendo a expressão de variação do trabalho interno

$$\delta W_{int} = \mathbf{f}_{m} \, \delta \mathbf{q} = \int \boldsymbol{\sigma} \, \delta \boldsymbol{\epsilon} \, dV \,, \tag{6.1.6}$$

na qual  $\delta\epsilon$  é o vetor de deformações virtuais produzidas pelo conjunto de deslocamentos virtuais,  $\delta q$ , onde q é o conjunto de deslocamentos nodais generalizados do elemento, obtém-se o vetor de forças internas,

$$\mathbf{f}_{\mathrm{m}} = \int \mathbf{B}^{\mathrm{T}} \mathbf{\sigma} \, \mathrm{dV} \,, \tag{6.1.7}$$

no qual o vetor de tensões é obtido conforme as expressão 6.1.5. A matriz **B** que relaciona os deslocamentos com as deformações totais, conforme a expressão

$$\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{B}\mathbf{q}, \tag{6.1.8}$$

pode ser função dos deslocamentos e varia para cada tipo de elemento (Bathe, 1996; Crisfield, 1991).

Nota-se que nenhuma modificação (Bathe, 1996; Parente Jr. *et al.*, 2005) nos procedimentos de obtenção da força interna são necessários para considerar as ações térmicas, desde que as tensões sejam obtidas a partir das deformações efetivas, expressão 6.1.5.

Outro ponto importante para simulação do comportamento estrutural é a obtenção do caminho de equilíbrio da estrutura. Com base no trabalho de Parente Jr. *et al.* (2005), apresenta-se a técnica que será utilizada, que tem por base o método de Newton Raphson.

Considerando a estrutura submetida a um dado carregamento e mudanças de temperatura, pode-se escrever a equação de equilíbrio de um modelo de elementos finitos (Parente Jr. *et al.*, 2005)

$$\Psi(\mathbf{u},\lambda) = \mathbf{F}(\mathbf{u},\lambda) - (\lambda \mathbf{P} + \mathbf{P}_{c}), \tag{6.1.9}$$

onde  $\Psi$  é o vetor de forças desequilibradas,  $P_c$  é um vetor de forças constantes, como por exemplos cargas que permanecem constantes durante o incêndio, P é o vetor de forças proporcionais de referência e  $\lambda$  é o fator de carga.

No trabalho de Parente Jr. *et al.* (2005), o fator de carga também controla as mudanças de temperatura por meio da expressão

$$\mathbf{\theta} = \mathbf{\theta}_0 + \lambda (\mathbf{\theta}_1 - \mathbf{\theta}_0) = \mathbf{\theta}_0 + \lambda \Delta \overline{\mathbf{\theta}}, \qquad (6.1.10)$$

onde  $\theta_0$  é a temperatura de referência e  $\theta_1$  é a temperatura correspondente a  $\lambda = 1$ . Neste trabalho, a elevação de temperatura é obtida por análise térmica (capítulo 4) na seção transversal dos elementos.

A expressão 6.1.9 mostra que o vetor de forças internas **F** depende dos deslocamentos e do fator de carga, que está relacionado com as tensões no elemento devido às variações de temperatura.

Devido ao comportamento não-linear das equações de equilíbrio, 6.1.9, procedimentos incrementais iterativos são utilizados.

Parente Jr. *et al.* (2005) apresentam várias técnicas, entre elas o método do controle de carga. O sistema de equações, expressão 6.1.9, tem N+1 variáveis e N

equações, onde N é o número de graus de liberdade do modelo de elementos finitos. Porém, nesse método, o fator de carga é prescrito no início de cada passo. Portanto, a linearização da expressão 6.1.9, leva a

$$\Psi_{i+1} = \Psi_i + \Psi_{,\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} = \Psi_i + \mathbf{K} \delta \mathbf{u} , \qquad (6.1.11)$$

onde  $\mathbf{K}$  é a matriz tangente, i é o número da iteração e  $\delta \mathbf{u}$  a correção do vetor de deslocamentos nodais. A correção pode ser calcula fazendo-se  $\Psi_{i+1} = 0$ , o que leva ao sistema linear

$$\mathbf{K}\,\delta\mathbf{u} = -\mathbf{\Psi}_{\mathbf{i}} \Rightarrow \mathbf{K}\,\delta\mathbf{u} = \mathbf{P}_{\mathbf{c}} + \lambda\mathbf{P} - \mathbf{F}_{\mathbf{i}}.\tag{6.1.12}$$

Os deslocamentos nodais são atualizados usando-se

$$\mathbf{u}_{i+1} = \mathbf{u}_i + \delta \mathbf{u} \,. \tag{6.1.13}$$

O processo continua até que a convergência seja alcançada segundo algum critério e tolerância.

A matriz de rigidez pode ser obtida a partir da linearização do vetor de forças internas,

$$d\mathbf{F} = \mathbf{K} d\mathbf{u} = \int d\mathbf{B}^{T} \, \boldsymbol{\sigma} dV + \int \mathbf{B}^{T} \, d\boldsymbol{\sigma} \, dV = \mathbf{K}_{g} d\mathbf{u} + \mathbf{K}_{e} d\mathbf{u}, \qquad (6.1.14)$$

sendo

$$d\mathbf{\sigma} = \mathbf{C}_{\theta} d\mathbf{\varepsilon} = \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{B} d\mathbf{u}, \qquad (6.1.15)$$

onde  $C_{\theta}$  é matriz constitutiva tangente que pode variar com a temperatura. A matriz de rigidez elástica é dada por

$$\mathbf{K}_{e} = \int \mathbf{B}^{T} \mathbf{C}_{\theta} \mathbf{B} dV. \tag{6.1.16}$$

A matriz de rigidez geométrica,  $\mathbf{K}_{g}$ , é dependente do tipo de elemento utilizado, porém, a partir da expressão 6.1.14, nota-se que esta só depende da variação de temperatura por meio das tensões.

Usando o conceito de deformação efetiva e o método do controle de carga, a introdução da ação térmica em programas de análise mecânica não-linear via elementos finitos é simples e eficiente quando comparada a outras formulações com base em tensões térmicas. O problema se torna mais complexo quando outros métodos incrementais-iterativos são utilizados, principalmente devido ao fato de que se precisa quantificar a variação da força interna com o fator de carga.

Com base em ensaios experimentais e observações de incêndios reais, nota-se que, quando da ocorrência do incêndio, a estrutura já se encontra com um nível de carregamento. Pode-se notar que em simulações computacionais o adequado é aplicar um carregamento que é mantido constante durante a atuação do incêndio.

Logo, pode-se utilizar o método do controle de carga da forma convencional até o ponto onde se atinge o nível de carregamento desejado. A partir desse ponto, começa-se o incêndio onde a força externa é mantida constante. O processo deixa então de ter incrementos de carga e passa a ter incrementos de tempo, durante os quais se passa o incêndio e com a variação de temperatura associada ao fator de carga λ, expressões 6.1.9 e 6.1.10. Durante os passos de tempo realiza-se uma análise térmica ao longo dos elementos com suas devidas condições de contorno. Para cada incremento de tempo, as etapas de iteração consideram na obtenção da matriz de rigidez e força interna a degenerescência das propriedades físicas dos materiais. O processo continua, com incrementos de tempo, até a falha da estrutura (Najjar, 1994; Souza Jr., 1998).

Na figura 6.1.1a tem-se uma ilustração do método de Newton Raphson com controle do tempo, onde  $t_0$  representa o carregamento da estrutura à temperatura ambiente. Os demais tempos  $t_1$  a  $t_n$  representam os incrementos de tempo para os quais se realiza o processo iterativo considerando a ação do incêndio. O tempo  $t_{n+1}$  indica que a estrutura não consegue manter o carregamento aplicado, externo, caracterizando a falha.

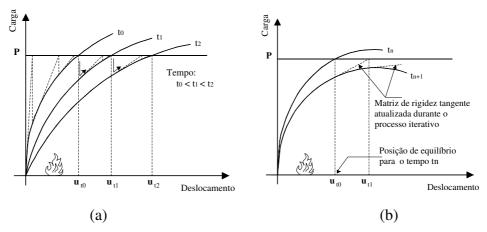


Figura 6.1.1 Método de Newton Raphson com controle do tempo: (a) incrementos de tempo e processo iterativo; (b) falha da estrutura.

Para cada incremento de tempo é realizada uma análise de transferência de calor nas seções transversais dos elementos sujeitos ao incêndio e obtém-se a variação de temperatura. A partir da integração nos elementos que discretizam as seções dos elementos de viga, capítulo 5, pode-se obter os esforços resistentes e rigidezes generalizadas das seções em situação de incêndio. Esses esforços e rigidezes são, então, utilizados para obtenção da matriz de rigidez e força interna dos elementos de viga.

A capacidade de realizar as análises térmica e estrutural em conjunto é uma característica particular dos modelos desenvolvidos neste trabalho. Em programas como o VULCAN ou SAFIR as temperaturas são um dado de entrada do problema ou a análise térmica é realizada e posteriormente é feita a análise estrutural.

#### 6.2 ELEMENTO DE VIGA TRIDIMENSIONAL

A não-linearidade física é considerada ao nível seccional, utilizando-se integração nos elementos que discretizam a seção, conforme apresentado para a solução da expressão 5.3.11. Para tratamento da não-linearidade geométrica, utiliza-se uma formulação corrotacional (Crisfield, 1991, 1997; Pacoste e Eriksson 1997; Souza 2000).

De maneira resumida, a formulação corrotacional consiste em usar um sistema de referência o qual continuamente translada e rotaciona com o elemento. Relativo a este sistema local que move, a formulação do elemento é definida e os efeitos dos grandes deslocamentos e rotações são considerados nas transformações entre os sistemas local e global.

#### **6.2.1** Grandes Rotações

O resultado de um certo número de grandes rotações depende da ordem na qual elas são aplicadas (Crisfield, 1997). Portanto, essas rotações não podem ser tratadas como vetores. Esse fenômeno tem importantes implicações nas análises por elementos de viga, placas e cascas. Para evitar o problema, na rotação de um dado vetor, utiliza-se uma matriz de rotação

$$\mathbf{R}(\mathbf{\theta}) = \mathbf{I} + \frac{\sin \theta}{\theta} \mathbf{S}(\mathbf{\theta}) + \frac{(1 - \cos \theta)}{\theta^2} \mathbf{S}(\mathbf{\theta})^2 = \mathbf{I} + \sin \theta \mathbf{S}(t) + (1 - \cos \theta) \mathbf{S}(t)^2, \tag{6.2.1}$$

conhecida como fórmula de Rodrigues, onde t é um vetor unitário na direção do pseudovetor  $\theta$ , e  $\theta$  é o módulo do pseudovetor. O pseudovetor contém as rotações em três dimensões utilizadas em elementos de viga usuais. Na expressão 6.2.1,

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\theta}) = \begin{bmatrix} 0 & -\theta_3 & \theta_2 \\ \theta_3 & 0 & -\theta_1 \\ -\theta_2 & \theta_1 & 0 \end{bmatrix}$$
 (6.2.2)

é a matriz *skew*, que representa rotações infinitesimais sobre eixos ortogonais, também chamada de tensor *spin*.

Utilizando-se uma forma modificada do pseudovetor,

$$\mathbf{\omega} = \mathbf{\omega}\mathbf{t} = 2\tan(\theta/2)\mathbf{t} = 2\frac{\tan(\theta/2)}{\theta}\mathbf{\theta},$$
(6.2.3)

chamada de vetor tangente-escalado, obtém-se outra forma da matriz de rotação

$$\mathbf{R}(\mathbf{\theta}) = \mathbf{I} + \frac{1}{1 + \frac{1}{4} \mathbf{\omega}^{\mathrm{T}} \mathbf{\omega}} \left[ \mathbf{S}(\mathbf{\omega}) + \frac{1}{2} \mathbf{S}(\mathbf{\omega}) \mathbf{S}(\mathbf{\omega}) \right]. \tag{6.2.4}$$

Quatro parâmetros, chamados de parâmetros de Euler,  $q_0$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ , podem ser agrupados em um vetor, também chamado de *quaternion* unitário,

$$\overline{\mathbf{q}} = \begin{cases} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{cases} = \begin{cases} q_0 \\ \mathbf{q} \end{cases} = \begin{cases} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \mathbf{t} \end{cases} = \begin{cases} \cos(\theta/2) \\ \sin(\theta/2) \frac{\theta}{\theta} \end{cases}, \tag{6.2.5}$$

e, como pode ser visto, estão relacionados com o pseudovetor  $\theta$ . Seus componentes podem ser utilizados para obter a matriz de rotação por meio da expressão

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 - 1/2 & q_1 q_2 - q_0 q_3 & q_1 q_3 + q_0 q_2 \\ q_2 q_1 + q_0 q_3 & q_0^2 + q_2^2 - 1/2 & q_2 q_3 - q_1 q_0 \\ q_3 q_1 - q_0 q_2 & q_3 q_2 + q_0 q_1 & q_0^2 + q_3^2 - 1/2 \end{bmatrix}.$$
(6.2.6)

Conforme citado, o resultado de sucessivas rotações aplicadas a um corpo depende da ordem nas quais estas são aplicadas. Duas rotações sucessivas podem ser representadas pelo produto de *quaternions* unitários, dado por

$$\overline{\mathbf{q}}_{12} = \overline{\mathbf{q}}_{2}\overline{\mathbf{q}}_{1} = \begin{cases} \mathbf{q}_{0_{1}}\mathbf{q}_{0_{2}} - \mathbf{q}_{1}^{\mathrm{T}}\mathbf{q}_{2} \\ \mathbf{q}_{01}\mathbf{q}_{2} + \mathbf{q}_{02}\mathbf{q}_{1} - \mathbf{q}_{1} \times \mathbf{q}_{2} \end{cases}, \tag{6.2.7}$$

onde  $\mathbf{q}_{0_1}$  indica o componente  $\mathbf{q}_0$  do *quaternion* unitário  $\mathbf{q}_1$ . Deve-se notar que esta operação não é comutativa e representa a rotação de um vetor a partir da matriz de rotação representa por  $\mathbf{q}_1$  e posteriormente por  $\mathbf{q}_2$ .

A obtenção do *quaternion* unitário a partir da matriz de rotação pode ser feita a partir da matriz escrita em função dos componentes do *quaternion* unitário, expressão 6.2.6. O procedimento pode ser sumarizado pelo algoritmo de *Spurrier*, mostrado na figura 6.2.1.

$$\begin{split} &m = max(traço(\mathbf{R}), R_{11}, R_{22}, R_{33}) \\ &se \ m == traço(\mathbf{R}) \\ &q_0 = \frac{1}{2} \sqrt{traço(\mathbf{R}) + 1} \\ &q_i = \frac{1}{4q_0} \left( R_{kj} - R_{jk} \right) \qquad \text{(com i, j, k como uma permutação cíclica de 1, 2, 3)} \\ &caso \ contrário \\ &q_i = \sqrt{\frac{1}{2} m + \frac{1}{2} [1 - traço(\mathbf{R})]} \qquad \text{(com i tal que } R_{ii} = m) \\ &q_0 = \frac{1}{4q_i} \left( R_{kj} - R_{jk} \right) \\ &q_\ell = \frac{1}{4q_i} \left( R_{\ell i} - R_{i\ell} \right) \qquad \text{(para } \ell = j, k) \end{split}$$

Figura 6.2.1 Algoritmo de *Spurrier* para obtenção do *quaternion* unitário a partir da matriz de rotação. Observação: o símbolo = indica atribuição e o símbolo == indica igualdade.

Após a obtenção do *quaternion* unitário correspondente aos parâmetros de Euler, pode-se obter o vetor tangente-escalado e conseqüentemente o pseudovetor com a expresssão 6.2.3, que pode ser reescrita como

$$\mathbf{\omega} = \mathbf{\omega}\mathbf{t} = 2\tan(\theta/2)\mathbf{t} = 2\frac{\tan(\theta/2)}{\theta}\mathbf{\theta} = \frac{2}{\cos(\theta/2)}\mathbf{q} = \frac{2}{q_0}\mathbf{q}.$$
 (6.2.8)

#### 6.2.2 Formulação Corrotacional

A transformação entre os sistemas local (xyz na figura 6.2.2) e global (XYZ na figura 6.2.2) é feita de acordo com uma formulação corrotacional. No caso de estruturas planas essa transformação pode ser exata (Muniz, 2005). Em três dimensões, todavia, diferentes formulações são propostas com base em diferentes definições do sistema local e diferentes considerações relacionadas ao tamanho das rotações locais. Neste trabalho, o procedimento proposto por Crisfield (1990, 1997), será utilizado por estar bem consolidado.

A figura 6.2.2 mostra o elemento de viga indeformado e seu sistema local inicial  $\hat{x}\hat{y}\hat{z}$  definido a seguir. O vetor  $\hat{\mathbf{e}}_1$  é dado por

$$\hat{\mathbf{e}}_1 = \frac{\mathbf{X}_{IJ}}{\mathbf{I}},\tag{6.2.9}$$

onde

$$\mathbf{X}_{\mathrm{IJ}} = \mathbf{X}_{\mathrm{J}} - \mathbf{X}_{\mathrm{I}} \tag{6.2.10}$$

é a diferença entre as coordenadas globais dos nós J e I, e

$$L = \|\mathbf{X}_{IJ}\| = \left(\mathbf{X}_{IJ}^{\mathsf{T}} \mathbf{X}_{IJ}\right)^{1/2} \tag{6.2.11}$$

é o comprimento inicial, indeformado, do elemento.

Os outros vetores  $\hat{\mathbf{e}}_2$  e  $\hat{\mathbf{e}}_3$  são obtidos a partir de um vetor  $\mathbf{v}$  fornecido como dado de entrada, que neste trabalho, quando multiplicado pelo vetor  $\hat{\mathbf{e}}_1$  fornece a direção do vetor  $\hat{\mathbf{e}}_3$ , portanto,

$$\hat{\mathbf{e}}_3 = \frac{\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{e}}_1}{\|\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{e}}_1\|} \tag{6.2.12}$$

e

$$\hat{\mathbf{e}}_2 = -(\hat{\mathbf{e}}_1 \times \hat{\mathbf{e}}_3). \tag{6.2.13}$$

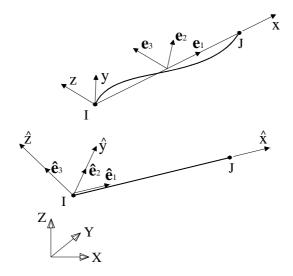


Figura 6.2.2 Configuração inicial e atual do elemento no espaço.

Assim, define-se o triedro formado pelos vetores bases que corresponde à matriz de rotação que transforma vetores a partir do sistema global para o local indeformado

$$\hat{\mathbf{E}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{e}}_1 & \hat{\mathbf{e}}_2 & \hat{\mathbf{e}}_3 \end{bmatrix}. \tag{6.2.14}$$

Após a deformação do elemento, as seções localizadas nas extremidades do elemento serão rotacionadas no espaço, figura 6.2.3, e as bases do sistema que definem a nova posição compõem os triedros

$$\mathbf{N}_{I} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{I1} & \mathbf{n}_{I2} & \mathbf{n}_{I3} \end{bmatrix} \quad e$$

$$\mathbf{N}_{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_{J1} & \mathbf{n}_{J2} & \mathbf{n}_{J3} \end{bmatrix}, \tag{6.2.15}$$

que inicialmente são iguais ao triedro  $\hat{\mathbf{E}}$ , expressão 6.2.14.

A rotação dos triedros é feita a partir das rotações globais obtidas após a solução do sistema de equações que representa a estrutura. Deve-se notar que as rotações globais em cada nó formam um pseudovetor, e as rotações sucessivas dos triedros são obtidas a partir da composição dos *quaternions* unitários, expressão 6.2.7. Sendo o triedro uma matriz de rotação, esta pode ser representada por um *quaternion* unitário obtido utilizando-se o algoritmo de *Spurrier*, figura 6.2.1.

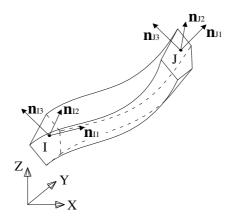


Figura 6.2.3 Triedros nodais para a configuração deformada.

Com a deformação do elemento, o sistema de coordenadas local xyz pode ser definido com o eixo x ao longo da linha que liga os nós I e J na configuração deformada, vetor  $\mathbf{e}_1$  na figura 6.2.2. O sistema local xyz pode ser representado pelo triedro

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \end{bmatrix}. \tag{6.2.16}$$

Os demais vetores,  $\mathbf{e}_2$  e  $\mathbf{e}_3$ , que aparecem na expressão, são dados por

$$\mathbf{e}_{2} = \overline{\mathbf{r}}_{2} - \frac{\overline{\mathbf{r}}_{2}^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_{1}}{2} (\overline{\mathbf{r}}_{1} + \mathbf{e}_{1}) \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{e}_{3} = \overline{\mathbf{r}}_{3} - \frac{\overline{\mathbf{r}}_{3}^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_{1}}{2} (\overline{\mathbf{r}}_{1} + \mathbf{e}_{1}) , \qquad (6.2.17)$$

onde os vetores  $\overline{\mathbf{r}}_1$ ,  $\overline{\mathbf{r}}_2$  e  $\overline{\mathbf{r}}_2$  formam o triedro

$$\overline{\mathbf{R}} = \begin{bmatrix} \overline{\mathbf{r}}_1 & \overline{\mathbf{r}}_2 & \overline{\mathbf{r}}_3 \end{bmatrix}, \tag{6.2.18}$$

que corresponde a uma rotação intermediária entre as rotações dos nós (Crisfield, 1997).

A partir das definições apresentadas, as rotações locais podem ser obtidas a partir das expressões

$$\theta_{xI} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{3}^{T}\mathbf{n}_{12} - \mathbf{e}_{2}^{T}\mathbf{n}_{13}\right)\right], \ \theta_{yI} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{1}^{T}\mathbf{n}_{13} - \mathbf{e}_{3}^{T}\mathbf{n}_{11}\right)\right],$$

$$\theta_{zI} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{2}^{T}\mathbf{n}_{11} - \mathbf{e}_{1}^{T}\mathbf{n}_{12}\right)\right], \ \theta_{xJ} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{3}^{T}\mathbf{n}_{J2} - \mathbf{e}_{2}^{T}\mathbf{n}_{J3}\right)\right],$$

$$\theta_{yJ} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{1}^{T}\mathbf{n}_{J3} - \mathbf{e}_{3}^{T}\mathbf{n}_{J1}\right)\right] = \theta_{zJ} = \arcsin\left[\frac{1}{2}\left(\mathbf{e}_{2}^{T}\mathbf{n}_{J1} - \mathbf{e}_{1}^{T}\mathbf{n}_{J2}\right)\right].$$
(6.2.19)

Localmente, admite-se que o elemento possui sete graus de liberdade (Crisfield, 1997), formados pelas rotações dadas pelas expressões 6.2.19 e o deslocamento u do nó

J na direção  $\mathbf{e}_1$ , figuras 6.2.2 e 6.2.4, obtido a partir do comprimento deformado do elemento. Esse comprimento pode ser obtido a partir dos deslocamentos globais dos nós.

A relação tangencial entre deslocamentos nos sistemas local,  $\delta u$  , e global,  $\delta \hat{u}$  , é dada por

$$\delta \mathbf{u} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \hat{\mathbf{u}}} \delta \hat{\mathbf{u}} = \mathbf{T} \delta \hat{\mathbf{u}} . \tag{6.2.20}$$

A transposta da matriz **T** transforma forças a partir do sistema local para o global,

$$\hat{\mathbf{P}} = \mathbf{T}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} . \tag{6.2.21}$$

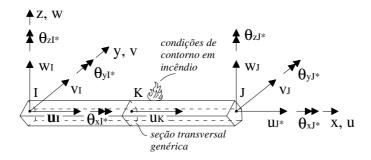


Figura 6.2.4 Graus de liberdade locais (o símbolo "\*" indica os graus de liberdade considerados na formulação corrotacional).

A partir da variação dos deslocamentos locais em relação aos globais, expressão 6.2.20, pode-se obter a matriz de transformação (Crisfield, 1997)

$$\mathbf{T}^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{t}_{1}^{\mathrm{T}} & \mathbf{t}_{2}^{\mathrm{T}} & \dots & \mathbf{t}_{12}^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \tag{6.2.22}$$

onde  $\mathbf{t}_1 = \mathbf{t}_2 = \mathbf{t}_3 = \mathbf{t}_8 = \mathbf{t}_9 = \mathbf{0}$ , pois se tem apenas sete graus de liberdade locais. Os demais vetores da expressão 6.2.22 são

$$\mathbf{t}_{4} = \frac{1}{2\cos\theta_{12}} \left[ \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{3}) \mathbf{n}_{12} - \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2}) \mathbf{n}_{13} - \mathbf{h}_{11} \right]^{T}, \mathbf{t}_{5} = \frac{1}{2\cos\theta_{12}} \left[ -\mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{3}) \mathbf{n}_{11} - \mathbf{h}_{12} \right]^{T},$$

$$\mathbf{t}_{6} = \frac{1}{2\cos\theta_{13}} \left[ \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2}) \mathbf{n}_{11} + \mathbf{h}_{13} \right]^{T}, \mathbf{t}_{7}^{T} = \begin{bmatrix} -\mathbf{e}_{1}^{T} & \mathbf{0}^{T} & \mathbf{e}_{1}^{T} & \mathbf{0}^{T} \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{t}_{10} = \frac{1}{2\cos\theta_{J1}} \left[ \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{3}) \mathbf{n}_{J2} - \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2}) \mathbf{n}_{J3} - \mathbf{h}_{J1} \right]^{T} \mathbf{e} \mathbf{t}_{12} = \frac{1}{2\cos\theta_{J3}} \left[ \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2}) \mathbf{n}_{J1} + \mathbf{h}_{J3} \right]^{T},$$

$$(6.2.23)$$

onde

$$\mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{1}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{\mathrm{T}} & \mathbf{L}_{2}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{\mathrm{T}} & -\mathbf{L}_{1}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{\mathrm{T}} & \mathbf{L}_{2}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{\mathrm{T}} \end{bmatrix}, \text{ para } k = 2 \text{ e } 3,$$
com

$$\mathbf{L}_{1}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{T} = \frac{1}{2}\overline{\mathbf{r}}_{k}^{T}\mathbf{e}_{1}\mathbf{A} + \frac{1}{2}\mathbf{A}\overline{\mathbf{r}}_{k}(\mathbf{e}_{1} + \overline{\mathbf{r}}_{1})^{T} \mathbf{e}$$

$$\mathbf{L}_{2}(\overline{\mathbf{r}}_{k})^{T} = \frac{1}{2}\mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) - \frac{1}{4}\overline{\mathbf{r}}_{k}^{T}\mathbf{e}_{1}\mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{1}) - \frac{1}{4}\mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k})\mathbf{e}_{1}(\mathbf{e}_{1} + \overline{\mathbf{r}}_{1})^{T}$$
(6.2.25)

onde S() é o tensor *spin*, expressão 6.2.2. Nas expressões também aparecem os termos

$$\mathbf{A} = \frac{1}{\ell} (\mathbf{I} - \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1^T)$$
, onde  $\ell$  é o comprimento deformado do elemento, e,

$$\begin{split} \mathbf{h}_{I1}{}^{T} &= \left[ \mathbf{0}^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{12})\mathbf{e}_{3} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{13})\mathbf{e}_{2})^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \right], \\ \mathbf{h}_{I2}{}^{T} &= \left[ (\mathbf{A}\mathbf{n}_{I3})^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{I1})\mathbf{e}_{3} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I3})\mathbf{e}_{1})^{T} \quad - (\mathbf{A}\mathbf{n}_{I3})^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \right], \\ \mathbf{h}_{I3}{}^{T} &= \left[ (\mathbf{A}\mathbf{n}_{I2})^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{I1})\mathbf{e}_{2} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I2})\mathbf{e}_{1})^{T} \quad - (\mathbf{A}\mathbf{n}_{I2})^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \right], \\ \mathbf{h}_{J1}{}^{T} &= \left[ \mathbf{0}^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{J2})\mathbf{e}_{3} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I3})\mathbf{e}_{2})^{T} \right], \\ \mathbf{h}_{J2}{}^{T} &= \left[ (\mathbf{A}\mathbf{n}_{J3})^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \quad - (\mathbf{A}\mathbf{n}_{J3})^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{J1})\mathbf{e}_{3} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{J3})\mathbf{e}_{1})^{T} \right] \mathbf{e} \\ \mathbf{h}_{J3}{}^{T} &= \left[ (\mathbf{A}\mathbf{n}_{J2})^{T} \quad \mathbf{0}^{T} \quad - (\mathbf{A}\mathbf{n}_{J2})^{T} \quad (\mathbf{S}(\mathbf{n}_{J1})\mathbf{e}_{2} - \mathbf{S}(\mathbf{n}_{J2})\mathbf{e}_{1})^{T} \right]. \end{split}$$

A matriz de rigidez do elemento no sistema local relaciona incrementos de deslocamento aos incrementos de força,

$$\delta \mathbf{P} = \mathbf{K} \, \delta \mathbf{u} \,. \tag{6.2.27}$$

A matriz de rigidez global,  $\hat{\mathbf{K}}$ , pode ser obtida a partir da linearização da expressão 6.2.21 e usando-se as expressões 6.2.20 e 6.2.27, logo

$$\delta \hat{\mathbf{P}} = \delta (\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{P}) = \mathbf{T}^{\mathsf{T}} \delta \mathbf{P} + \delta \mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} = \mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{K} \, \delta \mathbf{u} + \delta \mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{P} = (\mathbf{T}^{\mathsf{T}} \mathbf{K} \, \mathbf{T} + \mathbf{K}_{\mathsf{g}}) \delta \hat{\mathbf{u}} = \hat{\mathbf{K}} \delta \hat{\mathbf{u}} \,. \tag{6.2.28}$$

Como pode ser visto a matriz de rigidez geométrica, expressão 6.2.28, é dada por

$$\mathbf{K}_{g} = \frac{\partial \mathbf{T}^{T}}{\partial \hat{\mathbf{u}}} : \mathbf{P}, \qquad (6.2.29)$$

onde o símbolo ":" representa uma contração, tal que

$$\delta \mathbf{T}^{\mathrm{T}} \mathbf{P} = \sum_{r=1}^{3} \delta \mathbf{t}_{r} \mathbf{P}_{r} = \mathbf{K}_{g} \delta \hat{\mathbf{u}}, \qquad (6.2.30)$$

onde  $\mathbf{t}_{\mathrm{r}}$  são as linhas da matriz de transformação  $\mathbf{T}$  , expressões 6.2.22 a 6.2.26.

A derivação da matriz de rigidez geométrica envolve longas manipulações algébricas (Crisfield 1997; Souza 2000), que não serão apresentadas aqui. A expressão final pode ser apresentada como uma soma de várias matrizes,

$$\mathbf{K}_{g} = \mathbf{K}_{a} + \mathbf{K}_{b} + \mathbf{K}_{c} + \mathbf{K}_{d} + \mathbf{K}_{e} + \mathbf{K}_{f}$$
 (6.2.31)

As matrizes que aparecem na expressão são

$$\mathbf{K}_{a} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & -\mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_{b} &= P_{2} \mathbf{t}_{6}^{T} \mathbf{t}_{6} \tan \theta_{I3} + P_{3} \mathbf{t}_{12}^{T} \mathbf{t}_{12} \tan \theta_{J3} + P_{4} \mathbf{t}_{5}^{T} \mathbf{t}_{5} \tan \theta_{I2} \\ &+ P_{5} \mathbf{t}_{11}^{T} \mathbf{t}_{11} \tan \theta_{J2} + P_{6} \left( -\mathbf{t}_{4}^{T} \mathbf{t}_{4} \tan \theta_{I3} + \mathbf{t}_{10}^{T} \mathbf{t}_{10} \tan \theta_{J1} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{split} \mathbf{K}_{c} &= m_{2}\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{2}, \mathbf{n}_{11}) + m_{3}\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{2}, \mathbf{n}_{J1}) - m_{4}\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{3}, \mathbf{n}_{I1}) - m_{5}\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{3}, \mathbf{n}_{J1}) \\ &+ m_{6I}(\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{3}, \mathbf{n}_{J2}) - \mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{2}, \mathbf{n}_{J3})) - m_{6J}(\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{3}, \mathbf{n}_{I2}) - \mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{2}, \mathbf{n}_{I3}))' \end{split}$$

$$\mathbf{K}_{d} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{K}_{d2} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{d4} \end{bmatrix}$$
, onde

$$\mathbf{K}_{d2} = -\mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2})(\mathbf{m}_{2}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{11}) + \mathbf{m}_{61}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{13})) + \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{3})(\mathbf{m}_{4}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{11}) + \mathbf{m}_{61}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{12})) \text{ e}$$

$$\mathbf{K}_{\mathrm{d4}} = -\mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{2})(\mathbf{m}_{3}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J1}}) + \mathbf{m}_{\mathrm{6J}}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J3}})) + \mathbf{L}(\overline{\mathbf{r}}_{3})(\mathbf{m}_{5}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J1}}) + \mathbf{m}_{\mathrm{6J}}\mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J2}})),$$

$$\mathbf{K}_{e} = \mathbf{K}_{d}^{T} \quad e \tag{6.2.32}$$

$$\mathbf{K}_{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{f11} & \mathbf{K}_{f12} & -\mathbf{K}_{f11} & \mathbf{K}_{f14} \\ \mathbf{K}_{f12}^{T} & \mathbf{K}_{f22} & -\mathbf{K}_{f12}^{T} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{K}_{f11} & -\mathbf{K}_{f12} & \mathbf{K}_{f11} & -\mathbf{K}_{f14} \\ \mathbf{K}_{f14}^{T} & \mathbf{0} & -\mathbf{K}_{f14} & \mathbf{K}_{f44} \end{bmatrix}, \text{ onde}$$

$$\mathbf{K}_{111} = -\mathbf{m}_2 \mathbf{M}(\mathbf{n}_{12}) - \mathbf{m}_3 \mathbf{M}(\mathbf{n}_{12}) + \mathbf{m}_4 \mathbf{M}(\mathbf{n}_{13}) + \mathbf{m}_5 \mathbf{M}(\mathbf{n}_{13}),$$

$$\mathbf{K}_{f12} = -m_2 \mathbf{A} \mathbf{S}(\mathbf{n}_{12}) + m_4 \mathbf{A} \mathbf{S}(\mathbf{n}_{13}), \ \mathbf{K}_{f14} = -m_3 \mathbf{A} \mathbf{S}(\mathbf{n}_{J2}) + m_5 \mathbf{A} \mathbf{S}(\mathbf{n}_{J3}),$$

$$\begin{split} \mathbf{K}_{f\,22} &= m_2 (\mathbf{S}(\mathbf{e}_2) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I1}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_1) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I2})) - m_4 (\mathbf{S}(\mathbf{e}_3) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I1}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_1) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I3})) \\ &- m_{6I} (\mathbf{S}(\mathbf{e}_3) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I2}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_2) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{I3})) \end{split}$$

e

$$\begin{split} \mathbf{K}_{\mathrm{f}\,44} &= m_{3} \big( \mathbf{S}(\mathbf{e}_{2}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}1}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_{1}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}2}) \big) - m_{5} \big( \mathbf{S}(\mathbf{e}_{3}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}1}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_{1}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}3}) \big) \\ &+ m_{6\mathrm{J}} \big( \mathbf{S}(\mathbf{e}_{3}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}2}) - \mathbf{S}(\mathbf{e}_{2}) \mathbf{S}(\mathbf{n}_{\mathrm{J}3}) \big) \end{split}.$$

Nas expressões acima,

$$\mathbf{M}(\mathbf{z}) = -\frac{1}{\ell} \left[ \mathbf{A} \mathbf{z} \mathbf{e}_{1}^{\mathrm{T}} + \left( \mathbf{A} \mathbf{z} \mathbf{e}_{1}^{\mathrm{T}} \right)^{\mathrm{T}} + \mathbf{A} \left( \mathbf{e}_{1} \mathbf{z} \right) \right] \quad \mathbf{e}$$

$$\mathbf{G}(\overline{\mathbf{r}}_{k}, \mathbf{z})_{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{11} & \mathbf{g}_{12} & -\mathbf{g}_{11} & \mathbf{g}_{12} \\ \mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} & \mathbf{g}_{22} & -\mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} & \mathbf{g}_{22} \\ -\mathbf{g}_{11} & -\mathbf{g}_{12} & \mathbf{g}_{11} & -\mathbf{g}_{12} \\ \mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} & \mathbf{g}_{22} & -\mathbf{g}_{12}^{\mathrm{T}} & \mathbf{g}_{22} \end{bmatrix}, \text{ onde}$$

$$\mathbf{g}_{11} = -\frac{1}{2} \left( \mathbf{A} \mathbf{z} \overline{\mathbf{r}}_{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} + \mathbf{A} \overline{\mathbf{r}}_{k} \mathbf{z}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} + \overline{\mathbf{r}}_{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_{1} \mathbf{M}(\mathbf{z}) + \left( \mathbf{e}_{1} + \overline{\mathbf{r}}_{1} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{z} \mathbf{M}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) \right),$$

$$\mathbf{g}_{12} = -\frac{1}{4} \left( \mathbf{A} \mathbf{z} \mathbf{e}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) + \left( \mathbf{e}_{1} + \overline{\mathbf{r}}_{1} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{z} \mathbf{A} \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) + \mathbf{A} \overline{\mathbf{r}}_{k} \mathbf{z}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{1}) \right),$$

$$\mathbf{g}_{22} = \frac{1}{8} \left( -\left( \overline{\mathbf{r}}_{k}^{\mathrm{T}} \mathbf{e}_{1} \right) \mathbf{S}(\mathbf{z}) \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{1}) + \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) \mathbf{e}_{1} \mathbf{z}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{1}) + 2 \mathbf{S}(\mathbf{z}) \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) \right)$$

$$+ \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{1}) \mathbf{z} \mathbf{e}_{1}^{\mathrm{T}} \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k}) - \left( \mathbf{e}_{1} + \overline{\mathbf{r}}_{1} \right)^{\mathrm{T}} \mathbf{z} \mathbf{S}(\mathbf{e}_{1}) \mathbf{S}(\overline{\mathbf{r}}_{k})$$

Também aparecem nas expressões as forças escaladas

$$m_{2} = \frac{P_{2}}{2\cos\theta_{zI}}, \quad m_{3} = \frac{P_{3}}{2\cos\theta_{zJ}}, \quad m_{4} = \frac{P_{4}}{2\cos\theta_{yI}},$$

$$m_{5} = \frac{P_{5}}{2\cos\theta_{yI}}, \quad m_{6I} = \frac{P_{6}}{2\cos\theta_{yI}} \quad e \quad m_{6J} = \frac{P_{6}}{2\cos\theta_{yI}}$$
(6.2.34)

onde P são as forças internas associadas aos respectivos graus de liberdade, conforme as expressões acima, sendo  $P_6$  associada à rotação  $\theta_{xJ}$ , figura 6.2.4.

Observa-se que a matriz geométrica não é simétrica. Para evitar uma mudança nos algoritmos de solução de equações com base em matrizes simétricas, a matriz geométrica é tornada simétrica segundo a expressão

$$\mathbf{K}_{g} = \frac{1}{2} \left( \mathbf{K}_{g} + \mathbf{K}_{g}^{T} \right). \tag{6.2.35}$$

Essa consideração não trará prejuízos graves uma vez que, segundo Crisfield (1997), a matriz geométrica se torna simétrica quando se está próximo do ponto de equilíbrio no processo iterativo de Newton Raphson.

#### 6.2.3 Matriz de Rigidez Local

Nas expressões 6.2.28 e 6.2.21 onde aparecem a matriz de rigidez e força interna globais, o único requerimento é que a formulação local do elemento tenha os sete graus de liberdade mostrados na figura 6.2.4, indicados com o símbolo "\*".

O elemento com onze graus de liberdade apresentado no item 3.3.1 (Caldas, 2004; Sousa Jr. e Caldas, 2005) é utilizado com o grau de liberdade à torção desacoplado adicionado. Os graus de liberdade adicionais são condensados estaticamente ao nível incremental (Cook *et al.*, 2002) (alguns são simplesmente eliminados).

A torção é levada em consideração a partir da inclusão da relação linear  $\theta$  = TL/GJ onde a rigidez GJ é um dado de entrada que deve ser avaliado considerando fenômenos como a fissuração do concreto e degenerescência das propriedades com o aumento de temperatura e  $\ell_o$  é o comprimento inicial, indeformado, do elemento.

Portanto, para a matriz de rigidez local do elemento, tem-se

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} & 0 & k_{1,5} & k_{1,6} & k_{1,7} & k_{1,8} & k_{1,9} & 0 & k_{1,11} & k_{1,12} & k_{1,13} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} & 0 & k_{2,5} & k_{2,6} & k_{2,7} & k_{2,8} & k_{2,9} & 0 & k_{2,11} & k_{2,12} & k_{2,13} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} & 0 & k_{3,5} & k_{3,6} & k_{3,7} & k_{3,8} & k_{3,9} & 0 & k_{3,11} & k_{3,12} & k_{3,13} \\ 0 & 0 & 0 & GJ/\ell_o & 0 & 0 & 0 & 0 & -GJ/\ell_o & 0 & 0 & 0 \\ k_{5,1} & k_{5,2} & k_{5,3} & 0 & k_{5,5} & k_{5,6} & k_{5,7} & k_{5,8} & k_{5,9} & 0 & k_{5,11} & k_{5,12} & k_{5,13} \\ k_{6,1} & k_{6,2} & k_{6,3} & 0 & k_{6,5} & k_{6,6} & k_{6,7} & k_{6,8} & k_{6,9} & 0 & k_{6,11} & k_{6,12} & k_{6,13} \\ k_{7,1} & k_{7,2} & k_{7,3} & 0 & k_{7,5} & k_{7,6} & k_{7,7} & k_{7,8} & k_{7,9} & 0 & k_{7,11} & k_{7,12} & k_{7,13} \\ k_{8,1} & k_{8,2} & k_{8,3} & 0 & k_{8,5} & k_{8,6} & k_{8,7} & k_{8,8} & k_{8,9} & 0 & k_{8,11} & k_{8,12} & k_{8,13} \\ k_{9,1} & k_{9,2} & k_{9,3} & 0 & k_{9,5} & k_{9,6} & k_{9,7} & k_{9,8} & k_{9,9} & 0 & k_{9,11} & k_{9,12} & k_{9,13} \\ 0 & 0 & 0 & -GJ/\ell_o & 0 & 0 & 0 & 0 & GJ/\ell_o & 0 & 0 & 0 \\ k_{11,1} & k_{11,2} & k_{11,3} & 0 & k_{11,5} & k_{11,6} & k_{11,7} & k_{11,8} & k_{11,9} & 0 & k_{11,11} & k_{11,12} & k_{11,13} \\ k_{12,1} & k_{12,2} & k_{12,3} & 0 & k_{12,5} & k_{12,6} & k_{12,7} & k_{12,8} & k_{12,9} & 0 & k_{13,11} & k_{13,12} & k_{13,13} \end{bmatrix}$$

onde os coeficientes  $k_{1..13.1..13}$  são obtidos através da expressão 3.3.25.

A força interna do elemento será obtido a partir da espressão

$$\mathbf{f}_{m} = \begin{bmatrix} f_{1} & f_{2} & f_{3} & GJ\theta_{x}/\ell_{o} & f_{5} & f_{6} & f_{7} & f_{8} & f_{9} & -GJ\theta_{x}/\ell_{o} & f_{11} & f_{12} & f_{13} \end{bmatrix}, \quad (6.2.37)$$

sendo os coeficientes  $f_{1...13}$  obtidos a partir da expressão 3.3.26 e  $\theta_x$  representa a torção total de uma extremidade do elemento em relação à outra.

Apesar do elemento ter 13 graus de liberdade (6 em cada nó e o deslocamento axial hierárquico), os deslocamentos transversais são tomados iguais a zero juntamente com a rotação em torno do eixo axial e o deslocamento axial no nó i. Isso é feito porque

a formulação corrotacional admite uma matriz local correspondente a um elemento isostático no espaço. O deslocamento axial hierárquico é condensado estaticamente, restando apenas sete graus de liberdade. A figura 6.2.4 apresenta os 13 graus de liberdade e indica com o símbolo "\*" os graus de liberdade utilizados na formulação corrotacional.

#### 6.3 EXEMPLOS

O modelo numérico desenvolvido foi comparado com resultados experimentais e numéricos. Os resultados numéricos encontrados na literatura foram obtidos com os programas VULCAN e SAFIR. Alguns resultados do programa VULCAN foram obtidos a partir de uma versão comercial (versão 10.0) disponível na Universidade Federal de Minas Gerais. Nos exemplos, utilizam-se as propriedades em temperatura elevada obtidas do EN 1993-1-2:2005 e EN 1994-1-2:2005 e a análise térmica foi realizada por diferenças finitas, exceto quando comentado.

#### 6.3.1 Pilar de Aço

Os resultados obtidos no presente trabalho foram comparados com o modelo desenvolvido por Landesmann *et al.* (2005), com o programa SAFIR (encontrados em Landesmann *et al.*, 2005) e com o programa VULCAN, versão 10.0, para um pilar de aço biapoiado com 4m de comprimento, submetido ao incêndio-padrão nas quatro faces do perfil e também em três faces. O pilar é submetido, à temperatura ambiente, a um carregamento dado por 20% e 30% do momento e carga axial de plastificação, respectivamente, da seção de aço IPE 360, configurando uma flexão com curvatura simples. Na seção exposta ao incêndio em três faces, os deslocamentos devido à ação dos momentos agindo nas duas extremidades do pilar ocorrem na direção da mesa sem proteção. O aço tem resistência ao escoamento igual à 250MPa e módulo de elasticidade igual a 205000MPa.

No presente trabalho, o pilar foi discretizado com quatro elementos de viga de comprimentos iguais e as propriedades termomecânicas do aço foram tomadas segundo o EN 1993-1-2:2005. Na figura 6.3.1 são apresentados os deslocamentos transversais na seção central do pilar. Para o pilar submetido ao incêndio-padrão nas três faces do perfil, considerou-se a face não exposta ao incêndio como protegida por um anteparo adiabático. Observa-se que os resultados obtidos no presente trabalho têm uma ótima concordância com os resultados obtidos no programa SAFIR (Franssen, 2005).

Em relação ao VULCAN, os resultados também foram bons. As temperaturas fornecidas como dados de entrada foram tomadas iguais à temperatura do centróide da mesa desprotegida. A partir da temperatura da mesa desprotegida, para o perfil exposto ao incêndio em três faces, considerou-se para a alma e mesa protegida pela laje as porcentagens de 100% e 80%, respectivamente.

Em relação aos resultados obtidos por Landesmann *et al.* (2005), as diferenças são maiores e devem estar relacionadas às aproximações adotadas no modelo onde o comportamento estrutural é simulado por meio de princípios de plasticidade concentrada, que fazem uso do modelo refinado das rótulas plásticas, funções de estabilidade, módulos tangentes e superfícies de interação de esforços (Landesmann, 2003).

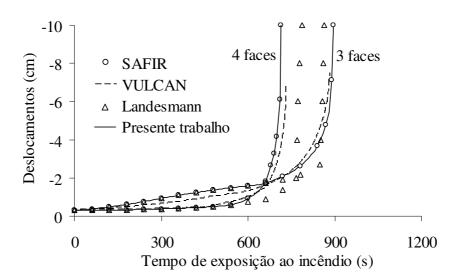


Figura 6.3.1 Resultados para os pilares analisados.

Essa distribuição de temperatura foi adotada com base nos resultados de análises térmicas para o perfil em estudo, e afeta pouco o resultado, indicando que a utilização

de métodos muito sofisticados para obtenção da distribuição da temperatura tem pouca influência nos resultados no caso de perfis de aço.

#### 6.3.2 Viga de Aço

Landesmann et al. (2005) também analisaram uma viga de aço biapoiada com 5 m de comprimento submetida a momentos nas extremidades. Os momentos aplicados variam entre 0,1 e 0,9 do momento de plastificação da seção de aço IPE360 à temperatura ambiente. As propriedades termomecânicas do aço nas análises realizadas no presente trabalho foram tomadas segundo o EN 1993-1-2:2005. As vigas foram discretizadas com quatro elementos de comprimentos iguais. A laje foi considerada como um anteparo adiabático e para o aço as mesmas propriedades, resistência e módulo de elasticidade, do exemplo anterior foram usadas.

O programa VULCAN também foi utilizado, sendo a porcentagem da temperatura da mesa protegida em relação à mesa desprotegida de 80% para as vigas com momento aplicado variando de 0,7 a 0,9 do momento de plastificação da seção à temperatura ambiente, e para os demais casos de carregamento a relação entre as temperaturas foi de 90%. Essa distribuição de temperatura foi considerada com base nos resultados de análises térmicas para o perfil IPE 360.

Na figura 6.3.2 apresentam-se os deslocamentos no meio do vão da viga que foi carregada em temperatura ambiente, tendo-se, em seguida, iniciado os incrementos de tempo que simulam o incêndio. Apenas os resultados de Landesmann *et al.* (2005) para 0,1, 0,2, 0,8 e 0,9 do momento de plastificação são apresentados. De forma similar ao exemplo anterior, os resultados obtidos para a viga ficaram bem próximos dos obtidos no programa SAFIR e um pouco diferentes dos resultados do modelo apresentado por Landesmann *et al.* (2005).

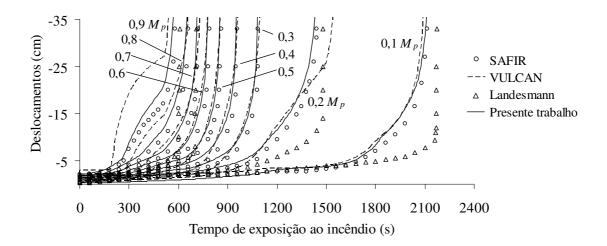


Figura 6.3.2 Resultados para a viga com o momento aplicado variando de 0,1 a 0,9 do momento de plastificação da seção IPE 360.

#### 6.3.3 Viga de Concreto

Seis espécimes de viga de concreto armado, mostrada na figura 6.3.3, foram testados por Ellingwood e Lin (1991) e analisados numericamente com o programa VULCAN por Cai *et al.* (2003). As vigas analisadas com o elemento desenvolvido correspondem à Viga 3 e à Viga 6 do trabalho original e são expostas ao incêndio nas faces laterais e inferior, enquanto o balanço é mantido à temperatura ambiente. A Viga 3 está sujeita ao incêndio-padrão da ASTM E119 e a Viga 6 é exposta a um incêndio de curta duração e grande intensidade (*short duration high intensity*, SDHI). A resistência a compressão do concreto é de 29,65 e 64,54 MPa para as Vigas 3 e 6, respectivamente. As armaduras têm resistência ao escoamento de 495 MPa e 187244 MPa para o módulo de elasticidade. Uma umidade de 3% do peso do concreto foi considerada. A condutividade térmica foi tomada como o limite inferior prescrito pelo EN 1992-1-2:2004. A carga Po foi considerada constante e igual a 157,8 e 111,2 kN para as Vigas 3 e 6, respectivamente.

Cai *et al.* (2003) empregaram 20 elementos nas análises numéricas e obtiveram a distribuição de temperaturas a partir de uma programa de análise de transferência de calor e massa tridimensional, chamado FPRCBC-T (Huang *et al.*, 1996). No presente trabalho, 16 elementos foram utilizados. As figuras 6.3.4 e 6.3.5 mostram as

comparações entre os deslocamentos máximos obtidos nos testes e nas análises numéricas. Os resultados são razoavelmente bons apesar das incertezas de alguns parâmetros envolvidos nas análises numéricas, como, por exemplo, a umidade do concreto.

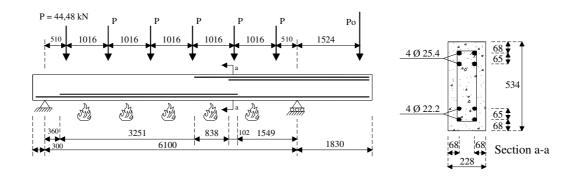


Figura 6.3.3 Viga de concreto (Cai et al., 2003)

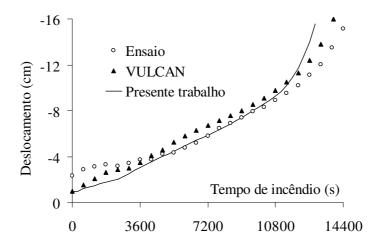


Figura 6.3.4 Deslocamentos máximos da Viga 3 no vão exposto ao incêndio.

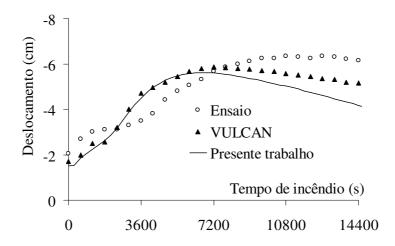
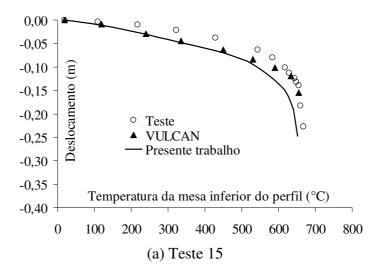


Figura 6.3.5 Deslocamentos máximos da Viga 6 no vão exposto ao incêndio.

#### 6.3.4 Viga Mista de Aço e Concreto

No trabalho de Huang *et al.* (1999b) encontram-se os resultados numéricos da análise de duas vigas mistas em situação de incêndio, utilizando o programa VULCAN. Os resultados experimentais mostrados por Wainman e Kirby (1988) também são apresentados. A seção mista é composta por um perfil I de aço 254x146mm x 43kg/m sobreposto por uma laje de concreto 624x130 mm com 4 armaduras de 8 mm de diâmetro. O perfil tem resistência ao escoamento igual a 255MPa e o concreto tem resistência à compressão de 30MPa. As armaduras possuem resistência ao escoamento igual a 600MPa. As vigas com 4,53 m de comprimento possuem quatro pontos de aplicação de carga iguais a 32,47kN e 62,36kN, respectivamente, Teste 15 e Teste 16. As vigas foram expostas ao incêndio-padrão em sua face inferior. A figura 6.3.6 apresenta os resultados. Nas análises, as propriedades foram tomadas segundo o EN 1994-1-2:2005 e foram utilizados 8 elementos com 4 pontos de Gauss cada.



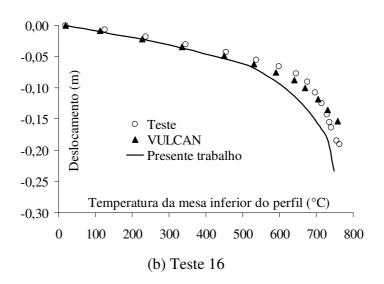


Figura 6.3.6 Análise de vigas mistas em situação de incêndio.

Os resultados mostram uma boa concordância entre os deslocamentos obtidos no presente trabalho e os obtidos experimental e numericamente.

#### 6.3.5 Pórtico de Aço 3D

Os resultados da análise numérica do pórtico de aço mostrado na figura 6.3.7, podem ser obtidos de Souza Jr. e Creus (2006). O material possui resistência ao escoamento igual a 325MPa, as seções são do tipo H 150x150x7x10mm e a carga P é igual a 250kN. Um incêndio na parte inferior da estrutura é simulado aquecendo-se todas as colunas e vigas da parte inferior. Os resultados dos deslocamentos dos pontos de aplicação das cargas H1 e H2 podem ser vistos na figura 6.3.8.

Em relação ao modelo apresentado por Souza Jr. e Creus (2006) os resultados demonstram pequenas diferenças. O modelo utiliza elementos finitos de viga 3D onde a não-linearidade física é modelada com base no conceito de rótulas plásticas (Souza Jr., 2004). Em relação ao programa SAFIR, (dados obtidos de Souza Jr. e Creus, 2006) os resultados foram bem próximos.

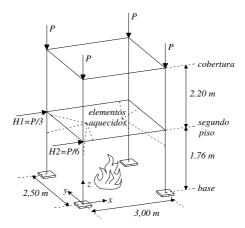


Figura 6.3.7 Estrutura de aço tridimensional analisada (Souza Jr. e Creus, 2006).

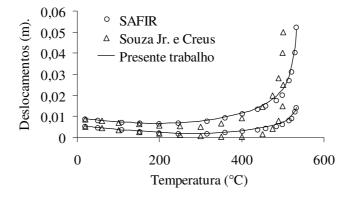


Figura 6.3.8 Relação deslocamento-temperatura para a estrutura tridimensional.

#### 6.3.6 Pilar Misto Totalmente Envolvido por Concreto

Desde o trabalho de Caldas (2004), o autor deste trabalho apresenta particular interesse no estudo de pilares mistos de aço e concreto. Paralelamente a este trabalho alguns estudos foram realizados e levaram a proposição dos procedimentos de cálculo atualmente empregados pelo PR NBR 14323:2003 (Caldas *et al.*, 2005, 2007). Também, alguns trabalhos sobre o comportamento de pilares mistos em situação de incêndio, foram desenvolvidos (Caldas *et al.*, 2006, 2007). Os exemplos e conclusões a seguir foram obtidos desses trabalhos.

Huang *el al.* (2007) apresentam os resultados da análise experimental e numérica de um pilar formado por uma seção I envolvida por concreto submetida ao incêndio, Teste RCC01. O concreto envolvendo uma seção de aço UC 152x152x37 tem 300x300mm e possui quatro barras de diâmetro de 13 mm com cobrimento de 30 mm. O pilar tem 3540 mm de comprimento, resistência a compressão do concreto de 43 MPa e escoamento do aço de 460 MPa. As barras têm resistência ao escoamento igual a 460 MPa. A relação temperatura-tempo dos gases no incêndio tem duas fases ascendentes a 5 e 8 °C/min, respectivamente, ver item 4.7.5.

As propriedades dos materiais foram tomadas segundo o EN 1994-1-2:2005 com uma umidade de 8% do peso do concreto. O limite superior de condutividade foi considerado. Quatro elemento de viga com 4 pontos de Gauss foram adotados e a seção foi discretizada em 1198 elementos quadrilaterais, figura 6.3.9. A carga axial aplicada é de 1106 kN . Uma imperfeição senoidal com amplitude máxima de 0,1 mm foi considerada nas análises.

A figura 6.3.9 mostra que o deslocamento axial é similar ao da análise numérica realizada por Huang *el al.* (2007) usando o programa FEMFAN-3D sendo o tempo de exposição obtido igual a 95% do tempo medido no ensaio experimental. Observa-se que nos estágios finais, a contração calculada do pilar é menor do que a medida experimentalmente. Acredita-se que essa diferença esteja associada à relação tensão-deformação adotada pelo EN 1992-1-2:2004, que não considera as deformações transientes. Essa observação motivou a realização de mais algumas análises, apresentadas nos exemplos seguintes.

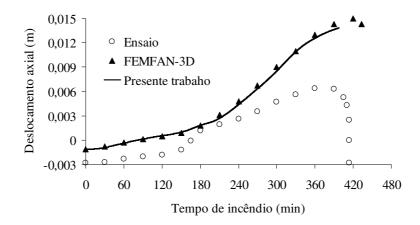


Figura 6.3.9 Deslocamento axial no topo do pilar.

#### 6.3.7 Pilar Misto Preenchido com Concreto

Kodur (1998, 2006) apresenta os resultados de ensaios em pilares tubulares de aço preenchidos com concreto submetidos à carga axial centrada, tabela 6.3.1. Onze espécimes com seções tubulares retangulares e quadradas foram testadas por Han *et al*. (2003), tabela 6.3.1. Alguns testes possuem carregamento excêntrico e proteção contra incêndio. O material de proteção possui condutividade térmica de 0,116 W/m°C, calor específico de 1047 J/Kg°C e 400 kg/m³ de massa específica. A razão do carregamento aplicado em relação a resistência à temperatura ambiente é superior a 0,7.

Han *et al.* (2003) estudaram a influência de vários parâmetros como: tempo de resistência ao fogo, dimensões da seção, esbeltez, excentricidade do carregamento, resistência residual do concreto e do aço. Fórmulas para o cálculo da resistência em situação de incêndio e da espessura do material de proteção são apresentadas.

Lie (1994) realizou estudos experimentais e teóricos sobre a resistência de seções tubulares circulares de aço preenchidas com concreto e armaduras em situação de incêndio, tabela 6.3.1. As distribuições de temperaturas e deslocamentos axiais são apresentadas. Lie e Irwin (1995) apresentaram resultados de um experimento em seções tubulares retangulares de aço preenchidas com concreto e armaduras. Modelos para cálculo das temperaturas, deslocamento e resistências em situação de incêndio são apresentados por Lie (1994) e Lie e Irwin (1995).

A tabela 6.3.1 apresenta os principais parâmetros utilizados neste trabalho para simular a resistências em situação de incêndio dos testes mencionados. Duas análises foram realizadas utilizando as relações tensão-deformação segundo o EN 1994-1-2:2005 e segundo o modelo apresentado por Han, item 2.6.5. Quatro elementos de viga com quatro pontos de Gauss são utilizados para analisar o comprimento dos pilares expostos ao incêndio-padrão (ISO 834 e ASTM E-119). As seções foram divididas em 1200 a 1400 elementos retangulares e uma imperfeição senoidal de amplitude máxima igual a 0,1 mm foi considerada. Em geral, a umidade foi considerada igual a 4% do peso do concreto. As propriedades dos materiais seguem o EN 1994-1-2:2005 e o EN 1992-1-2:2004 quando se tem agregados calcários. O limite superior de condutividade térmica para o concreto foi adotado.

Tabela 6.3.1 Resumo dos parâmetros das análises.

Ensaio	Referência	Seção tubular	Seção (mm)	Armaduras (diaâmetro)	Concreto (MPa)	Proteção (mm)	Carga (kN)	Excentricidade (mm)
1	Kodur (2006)	circular	273 x 6.35		38.2ª		712	
2	Kodur (2006)	circular	219 x 4.78		42.7 <sup>a</sup>		560	
3	Han et al. (2003)	retang.	300 x 200 x 7.96		32,83		2486	
4	Han et al. (2003)	retang.	300 x 200 x 7.96		32,83		2233	22,5
5	Han et al. (2003)	retang.	300 x 150 x 7.96		32,83		1906	
6	Han et al. (2003)	retang.	300 x 150 x 7.96		32,83		1853	22,5
7	Han et al. (2003)	retang.	300 x 200 x 7.96		32,83	13	2486	
8	Han et al. (2003)	retang.	300 x 200 x 7.96		32,83	20	2486	
9	Han et al. (2003)	retang.	300 x 150 x 7.96		32,83	13	1906	
10	Han et al. (2003)	retang.	300 x 150 x 7.96		32,83	22,6	1906	
11	Han et al. (2003)	quadrada	219 x 5.30		12,53	17	950	
12	Han et al. (2003)	quadrada	350 x 7.70		12,53	11	2700	
13	Han et al. (2003)	quadrada	350 x 7.70		12,53	7	1670	52,5
14	Lie (1994)	circular	273 x 6.35	4 (19.5 mm)	$46.7^{a}$		1050	
15	Lie (1994)	circular	273 x 6.35	4 (19.5 mm)	47 <sup>a</sup>		1900	
16	Lie and Irwin (1995)	quadrada	203 x 6.35	4 (16 mm)	47 <sup>a</sup>		500	
17	Lie and Irwin (1995)	quadrada	254 x 6.35	4 (16 mm)	48.1 <sup>a</sup>		1440	

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> 10% de umidade em peso;

O comprimento dos pilares é de 3810mm.

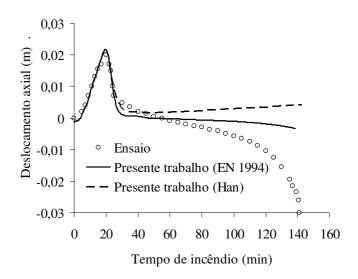


Figura 6.3.10 Deslocamento no topo da coluna do Teste 1 da tabela 6.3.10 (Kodur, 1998; 2006).

A figura 6.3.10 mostra o deslocamento axial típico dos pilares sem proteção. Durante os primeiros estágios de aquecimento, a seção de aço resiste a grande parte do carregamento devido à sua maior expansão em relação ao componente de concreto da seção mista, figura 6.3.10. Com o aumento da temperatura, o perfil de aço escoa devido à diminuição da resistência e o pilar contrai, em geral, para um tempo de exposição ao incêndio-padrão entre 15 e 30 min. Devido à baixa condutividade do concreto, esse perde resistência mais lentamente que o perfil, proporcionando uma resistência ao incêndio nos estágios posteriores. Quando o concreto não pode mais suportar o carregamento, ocorre a falha do pilar por esmagamento ou flambagem. O tempo durante o qual o componente concreto pode suportar o carregamento pode ser bastante significativo como mostra a figura 6.3.10.

O presente trabalho prevê bem o comportamento do pilar. Porém, observa-se que nos estágios finais, assim como no exemplo anterior, a contração calculada é menor do que a medida no ensaio. Acredita-se que esse comportamento esteja associado principalmente à deformação transiente do concreto. Essa observação é mais pronunciada quando se utiliza o modelo de Han, porém, este apresenta melhores resultados em relação ao tempo de exposição ao incêndio conforme se pode ver na tabela 6.3.2.

Li e Purkiss (2005) apresentaram uma revisão crítica dos modelos matemáticos correntes para o comportamento do concreto em temperatura elevada. Com base nos

modelos e em resultados experimentais, uma relação tensão-deformação que incorpora implicitamente os efeitos da deformação transiente é proposta. Esse modelo foi implementado no presente trabalho, porém, os resultados não apresentaram uma melhoria significativa em relação ao modelo do EN 1992-1-2:2004. Dessa forma, acredita-se que mais investigações numéricas e experimentais sejam necessárias para avaliar o comportamento observado.

Tabela 6.3.2 Tempos de resistência ao fogo calculados e medidos.

	F	Resistência (mi				
Ensaio	EN 1994 <sup>a</sup>	Han (2007) <sup>b</sup>	Experimental	EN 1994 Experimental	Han (2007) Experimental	
1	138,5	142,5	144	0,96	0,99	
2	77,5	82	108	0,72	0,76	
3	18,5	25,5	21	0,88	1,21	
4	10	9,5	24	0,42	0,40	
5	24,5	24,5	16	1,53	1,53	
6	22	20,5	20	1,10	1,03	
7	60	69	104	0,58	0,66	
8	95	110,5	146	0,65	0,76	
9	60,5	63	78	0,78	0,81	
10	109,5	114	122	0,90	0,93	
11	88	108,5	169	0,52	0,64	
12	165,5	188	140	1,18	1,34	
13	129	128	109	1,18	1,17	
14	133	136,5	188	0,71	0,73	
15	79	75	96	0,82	0,78	
16	94,5	104,5	150	0,63	0,70	
17	107,5	102,5	113	0,95	0,91	
			Média:	0,85	0,90	
			Desvio padrão:	0,28	0,29	

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup>Prsente trabalho utilizando o modelo do EN 1994-1-2:2005;

#### 6.3.8 Pilares Mistos Preenchidos com Concreto de Alta Resistência

Kodur (1998, 2006) apresenta os resultados de ensaios em pilares mistos preenchidos com concreto de alta resistência (CAR). Concretos simples e armados e reforçados com fibras de aço são utilizados para preencher as seções tubulares, tabela 6.3.3. As prescrições do EN 1992-1-2:2004 para os fatores de redução da resistência de concretos de alta resistência, item 2.6.6, e o modelo de Schaumann, item 2.6.7, são utilizados nas análises. As propriedades térmicas são adotadas segundo as prescrições do EN 1992-1-2:2004 com o limite superior de condutividade e 10% de umidade em peso sendo considerados.

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup>Prsente trabalho utilizando o modelo de Han (2007);

Segundo Schaumann e Kodur (2006), é difícil prever o comportamento de concretos de alta resistência, CAR, devido aos complexos fenômenos como micro fissuração e *spalling* que surgem devido à reduzida porosidade. Esses fenômenos levam a uma redução no tempo de resistência ao fogo. A tabela 6.3.3 mostra os tempos de resistência ao fogo calculado e medido de um pilar preenchido com CAR sem reforço, Teste 18. O tempo calculado utilizando os modelos do EN 1992-1-2:2004 e de Schaumann é maior do que o medido experimentalmente. Schaumann e Kodur (2006) também fazem as mesmas observações e atribuem essa divergência à fissuração que leva a um decréscimo acentuado na resistência da seção, levando à falha do pilar. O uso de barras ou fibras de aço reduz este fenômeno.

Na tabela 6.3.3, observa-se que os tempos calculados são conservadores em relação aos obtidos experimentalmente para os pilares com fibras ou armaduras de aço. Schaumann e Kodur (2006) também realizaram análises numéricas com o programa BOFIRE e obtiveram resultados semelhantes.

Tabela 6.3.3 Resumo dos parâmetros das análises.

Ensaio	Referência	Seção tubular	seção (mm)	Armaduras n° (diâmetro)	Concreto (MPa)	Carga (kN)	Resistência (minutos)		
							EC2	SK (2006) <sup>b</sup>	Experimental
18	Kodur (2006)	circular	273 x 6.35		90,5	1050	153,5	147	48
19	Kodur (2006)	circular	219 x 4.78	fibras de aço <sup>a</sup>	90,1	600	100	154,5	174
20	Kodur (2006)	quadrada	203 x 6.35	fibras de aço <sup>a</sup>	90,1	900	81	76	128
21	Kodur (2006)	quadrada	203 x 6.35	4 (15 mm)	81,7	1150	68	65	89

<sup>&</sup>lt;sup>a</sup> Fibras: 50 mm de comprimento; 0,9 mm de diâmetro equivalente; 57 de razão de aspecto; 1,77% no peso do concreto.

Observa-se a partir das análises realizadas, tabela 6.3.2, que o modelo do EN 1992-1-2:2004 sempre apresenta resultados seguros, sendo uma boa opção para o cálculo do tempo de resistência ao fogo. O modelo de Han dá resultados melhores provavelmente pela consideração do comportamento misto, item 2.6.5.

Para CAR, os modelos dão uma boa estimativa da resistência desde que fibras ou armaduras sejam adicionadas aos pilares para diminuir os efeitos da fissuração.

O modelo apresentado pelo EN 1992-1-2:2004 é sempre uma boa opção, podendo ser adotado no estudo ou projeto de estruturas completas constituídas por esses elementos.

<sup>&</sup>lt;sup>b</sup> Schaumann e Kodur (2006).

#### 6.4 CONCLUSÕES

Este capítulo apresenta o desenvolvimento de um modelo de elemento de viga para análise termomecânica de estruturas tridimensionais de aço, concreto e mistas de aço e concreto. O modelo proposto apresenta boa concordância com programas validados como o VULCAN e o SAFIR, além de resultados experimentais.

Seções transversais genéricas, possibilidade de modelagem de exposições genéricas ao incêndio e de realizar as análises térmica e estrutural em conjunto, fazem do modelo apresentado uma importante ferramenta para o estudo e projeto de estruturas em situação de incêndio. O estudo do comportamento de pilares mistos em situação de incêndio, apresentado nos últimos exemplos, ilustra as possibilidades de pesquisas que podem ser realizadas.

# FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE CASCA

Apresenta-se o desenvolvimento de um modelo numérico formado por elementos de casca com discretização ao longo da espessura para cálculo das propriedades constitutivas e distribuição da temperatura, permitindo a análise de lajes de concreto armado em situação de incêndio.

### 7.1 INTRODUÇÃO

Incêndios recentes e ensaios experimentais (Newman *et al.*, 2006) têm demonstrado que lajes de concreto armado em situação de incêndio podem apresentar um comportamento de membrana. Seguindo as observações de incêndios, uma grande quantidade de modelos numéricos e analíticos vem sendo desenvolvida por muitos pesquisadores para melhor entender o comportamento de lajes de concreto em situação de incêndio. Um breve resumo de alguns trabalhos é apresentado a seguir.

Nizamuddin (1976) desenvolveu um elemento finito não-linear com base na teoria de Kirchhoff (placas delgadas), subdividido em camadas, para modelar lajes de concreto armado em situação de incêndio.

Bailey (1995) empregou a teoria de Mindlin/Reissner (placas espessas) para modelar lajes de concreto e sua influência em estruturas mistas de aço e concreto submetidas a incêndio usando o programa VULCAN. Com base no trabalho de Bailey (1995), Huang *et al.* (1999) desenvolveram um elemento de casca não-linear subdividido em camadas para representação do concreto e armaduras de aço. Antes da fissuração ou esmagamento, o concreto é considerado isotrópico, homogêneo e elástico-linear. Um modelo de fissuração distribuída é adotado, no qual a fissuração é

identificada quando as tensões principais atingem uma superfície de falha. Após a fissuração, o concreto é tratado como um material ortotrópico com eixos principais normais e paralelos a direção da fissura. O concreto paralelo à fissura é considerado capaz de resistir à tração e compressão com base em uma relação tensão-deformação uniaxial. Um modelo para resistência à tração e *strain-softening* é adotado. Após o esmagamento, assume-se que o concreto perde toda sua resistência e rigidez. Huang *et al.* (2003a) introduziram a não-linearidade geométrica no modelo, possibilitando uma melhor representação do comportamento de membrana. Uma formulação lagrangeana total é adotada, assumindo pequenas deformações. O elemento de casca tem por base as hipóteses de von Kármán (grandes deslocamentos e rotações moderadas) possuindo 9 nós. Um fator rigidez efetiva é adotado para modificar a rigidez do material levando em consideração as propriedades ortotrópicas de lajes mistas de aço e concreto (Huang *et al.*, 2000).

Lim et al. (2004a, b) descrevem a modelagem numérica de lajes em situação de incêndio utilizando o programa SAFIR. Um elemento de casca com 4 nós, desenvolvido com base na teoria Discrete Kirchhoff Quadrangular (DKQ) e incluindo propriedades para modelar o comportamento de membrana é utilizado. As propriedades do concreto são modeladas considerando estado plano de tensões pelo modelo de von Mises, com um corte na superfície de plastificação com base na teoria de Rankine para consideração da fissuração (Talamona e Franssen, 2005). A integração ao longo da espessura do elemento é feita utilizando quadratura de Gauss. As armaduras são representadas com base em um modelo distribuído, e uma formulação corrotacional é adotada (Franssen, 2005).

Elghazouli *et al.* (2000) e Elghazouli e Izzudin (2001) utilizam elementos de viga implementados no programa ADAPTIC para modelar como grelhas o comportamento de lajes em situação de incêndio. Os autores comparam os resultados com os ensaios experimentais realizados em Cardington.

Gillie et al. (2001) modelam lajes mistas de aço e concreto em situação de incêndio utilizando uma aproximação com base em tensões resultantes. O modelo foi implementado utilizando o conjunto de programas *Finite Element Analysis of Shells at High Temperatures* (FEAST), desenvolvido para análise de placas ortotrópicas e adequado para interagir com o programa ABAQUS.

Métodos simplificados (Newman *et al.*, 2000; Bailey, 2001), vêm sendo desenvolvidos considerando o comportamento de membrana em lajes de concreto ou mistas. Recentemente, os procedimentos de projetos apresentados por Newman *et al.* (2000) sofreram adaptações (Newman *et al.*, 2006 e Bailey e To, 2006) para incluir arranjos de armaduras mais eficientes e a possibilidade do uso de incêndios naturais.

Neste capítulo, o principal objetivo é a apresentação de um modelo constitutivo que adota o enfoque distribuído para consideração da ocorrência de dano no material concreto em temperaturas elevadas, seja em tração ou em compressão, a partir de uma lei de compliância ortotrópica. O dano em compressão e o acoplamento devido ao efeito de Poisson são considerados a partir de uma lei com base na relação tensão-deformação do concreto em temperatura elevada definido pelo EN 1992-1-2:2004. O comportamento de membrana é também considerado a partir da implementação de um elemento de casca plano isoparamétrico de nove nós geometricamente não-linear.

#### 7.2 DESENVOLVIMENTO DO MODELO DE DANO

O modelo de dano para modelagem do concreto pode ser visto no trabalho de Pitangueira (1998), onde se tem uma revisão da evolução desses modelos para análise de estruturas à temperatura ambiente. Pitangueira (1998) apresenta uma formalização e generalização dos modelos de dano distribuído (ou modelo distribuído para tratamento de dano) desde os trabalhos iniciais até a adoção de relações de compliância inversa. A referida formalização contempla as várias possibilidades para a relação de compliância inicial, variação da direção de ocorrência de dano, aproximações do tensor tangente do referido modelo e leis de evolução de dano em tração e compressão. Várias possibilidades de implementação do modelo distribuído numa análise via elementos finitos, em relação à escolha da matriz de compliância inicial, à variação da direção de ocorrência de dano durante a análise, às aproximações do tensor tangente do referido modelo e às leis locais que descrevem a evolução do dano em tração e compressão são, também, analisadas.

Na análise do comportamento de estruturas feitas de materiais frágeis, normalmente estes são considerados como inicialmente homogêneos, elásticos e isotrópicos, admitindo-se que, com a aplicação de cargas e consequentes deformações,

os materiais tornam-se heterogêneos pela ocorrência de dano em tração ou compressão. Tal processo leva à formação de descontinuidades geométricas denominadas fissuras ou trincas.

Diferentes modelos têm sido propostos para representação desse fenômeno, podendo-se dividi-los em dois grupos: o modelo de fissuras discretas e o modelo de fissuras distribuídas. Para o estudo do comportamento da estrutura como um todo, o modelo distribuído é suficiente, sendo o modelo discreto mais aplicado para o estudo local da fissura.

O modelo de fissuras distribuídas considera que o material torna-se ortotrópico na região fissurada, modificando-se sua relação constitutiva no sistema local posicionado no plano de fissuração. Outra vantagem do modelo distribuído é que, por considerar a deterioração da rigidez a partir de uma modificação da relação constitutiva local, pode ser generalizado para considerar também regiões com dano em compressão, e o acoplamento entre as deformações direta e indireta devido ao efeito de Poisson. Esse refinamento leva ao uso da chamada Teoria de Dano.

Modelos de dano vêm sendo aplicados para análise de estruturas em situação de incêndio por vários outros pesquisadores. Tenchev e Purnel (2005) apresentam um modelo capaz de avaliar os efeitos do *spalling* no concreto, não abordado nos desenvolvimentos seguintes. O modelo considera a interação entre os agregados e argamassa. Referencias a vários modelos com base em plasticidade e dano também são apresentadas pelos autores.

#### 7.3 MODELO DE DANO

O modelo de dano supõe a validade de uma relação de compliância

$$\mathbf{\varepsilon}_{12} = \mathbf{D}\mathbf{\sigma}_{12},\tag{7.3.1}$$

representada pela matriz de compliância  $\mathbf{D}$ , entre deformações,  $\mathbf{\epsilon}_{12}$ , e tensões,  $\mathbf{\sigma}_{12}$ , num sistema local, (1,2), posicionado nas direções principais de ortotropia. A direção 1 é a direção da maior deformação principal e a direção 2 é a direção da menor deformação principal (deformações de tração são positivas e compressão negativas). Essas direções são fixadas para cada incremento de carga ou para cada passo de tempo de exposição ao

incêndio dentro do método de Newton Raphson utilizado para solução do sistema de equações que representa a estrutura.

Para que a matriz de compliância seja simétrica, uma hipótese para o acoplamento devido ao efeito de Poisson deve ser adotada. A hipótese mais usada é que o acoplamento é dado pelo módulo de elasticidade inicial do material antes de sofrer dano,  $E_0$ , e por um único valor de coeficiente de Poisson,  $\nu$ , válido para qualquer direção (Bazant e Oh, 1983). Portanto, para o estado plano de tensões, tem-se a matriz de compliância

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_1} & -\frac{\mathbf{v}}{E_0} & 0\\ -\frac{\mathbf{v}}{E_0} & \frac{1}{E_2} & 0\\ 0 & 0 & \frac{1}{G_{12}} \end{bmatrix}, \tag{7.3.2}$$

que invertida, leva ao tensor constitutivo secante local

$$\mathbf{C}_{12}^{s} = \frac{1}{1 - \frac{E_{1}E_{2}}{E_{0}^{2}} \mathbf{v}^{2}} \begin{bmatrix} E_{1} & \frac{\mathbf{v}E_{1}E_{2}}{E_{0}} & 0\\ \frac{\mathbf{v}E_{1}E_{2}}{E_{0}} & E_{2} & 0\\ 0 & 0 & \left(1 - \frac{E_{1}E_{2}}{E_{0}^{2}} \mathbf{v}^{2}\right) G_{12} \end{bmatrix}, \tag{7.3.3}$$

onde E<sub>1</sub> e E<sub>2</sub> são os módulos secantes, obtidos a partir da lei de dano adotada e da deformação ocorrida em cada direção, respectivamente. Para análise de estruturas de concreto em situação de incêndio, para regiões de compressão, adota-se uma lei de dano em função da relação tensão-deformação definida pelo EN 1992-1-2:2004.

Para regiões de tração, adota-se a relação tensão-deformação apresentada no item 2.6.4. Talamona e Franssen (2005) apresentam uma discussão sobre a resistência à tração e sua influência no comportamento de lajes em situação de incêndio. Lim *et al.* (2004b) comentam que os deslocamentos obtidos em lajes com pequenas taxas de armadura são sensíveis à resistência a tração. Neste trabalho também se observou que valores elevados da resistência à tração podem diminuir muito os deslocamentos da estrutura em estágios finais de exposição ao incêndio, levando a um tempo de exposição

muito superior ao observado experimentalmente. A relação tensão-deformação adotada neste trabalho se mostrou adequada.

Quando se tem um descarregamento, este é feito segundo a secante, o que indica que após se atingir determinado nível de dano este é fixado. Essa hipótese também é coerente quando o concreto é exposto ao incêndio e posteriormente resfriado, não recuperando sua resistência inicial.

O módulo de elasticidade transversal dado por

$$G_{12} = \frac{E_0 E_1 E_2}{E_0 E_1 + E_0 E_2 + 2\nu E_1 E_2},$$
(7.3.4)

aparece nas expressões 7.3.2 e 7.3.3, e deve ser limitado por  $G_{12} \ge \beta G_0$  onde  $G_0 = E_0 / (2(1+\nu))$  é o modulo de elasticidade transversal e  $\beta$  é um fator de retenção considerado igual a 0,25.

As tensões totais são obtidas a partir da expressão

$$\mathbf{\sigma}_{12} = \mathbf{C}_{12}^{\mathrm{s}} \, \mathbf{\varepsilon}_{12} \,, \tag{7.3.5}$$

sendo  $\mathbf{\epsilon}_{12}$  uma deformação efetiva, igual às deformações totais diminuídas das deformações térmicas.

O tensor constitutivo tangente local

$$\mathbf{C}_{12}^{\mathsf{t}} = \frac{\partial \mathbf{\sigma}_{12}}{\partial \mathbf{\varepsilon}_{12}} \,\,\,(7.3.6)$$

pode ser obtido derivando a expressão 7.3.5,

$$\mathbf{C}_{12}^{t} = \frac{\partial \mathbf{\sigma}_{12}}{\partial \mathbf{\varepsilon}_{12}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{\varepsilon}_{12}} \left( \mathbf{C}_{12}^{s} \, \mathbf{\varepsilon}_{12} \right) = \mathbf{C}_{12}^{s} + \frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \mathbf{\varepsilon}_{12}} \mathbf{\varepsilon}_{12} \,. \tag{7.3.7}$$

Na expressão 7.3.7, a parcela  $\frac{\partial \mathbf{C}_{12}^s}{\partial \mathbf{\epsilon}_{12}} \mathbf{\epsilon}_{12}$ , dada pela matriz

$$\frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{12}} \boldsymbol{\varepsilon}_{12} = \begin{bmatrix}
\frac{\partial \mathbf{C}_{11}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} + \frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{2} & \frac{\partial \mathbf{C}_{11}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2}} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} + \frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2}} \boldsymbol{\varepsilon}_{2} & 0\\
\frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} + \frac{\partial \mathbf{C}_{22}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{1}} \boldsymbol{\varepsilon}_{2} & \frac{\partial \mathbf{C}_{12}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2}} \boldsymbol{\varepsilon}_{1} + \frac{\partial \mathbf{C}_{22}^{s}}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}_{2}} \boldsymbol{\varepsilon}_{2} & 0\\
0 & 0 & 0
\end{bmatrix},$$
(7.3.8)

é obtida numericamente por diferenças finitas, e, em geral, não é simétrica. A média da soma da matriz e sua transposta é utilizada para torná-la simétrica.

Nos desenvolvimentos anteriores, foram omitidas as relevantes transformações entre o sistema local e global para simplificar a apresentação do modelo. Essas transformações podem ser vistas em Pitangueira (1998).

As armaduras são modeladas utilizando camadas equivalentes com propriedades constitutivas somente na direção axial das armaduras (Huang *et al.*, 2003). Cada camada é definida pela orientação em relação ao eixo x global. Perfeita aderência entre o concreto e o aço é considerada.

Huang *et al.* (1999; 2003b) atentam para o fato de que ainda não se tem modelos teóricos universalmente aceitos devido ao pouco conhecimento e falta de dados sobre o comportamento constitutivo do concreto em temperatura elevada. Dessa forma, o modelo apresentado poderá sofrer futuras modificações e adequações, sendo desejável a inclusão de efeitos como o *spalling* ou o comportamento ortotrópico de lajes mistas de aço e concreto.

A distribuição de temperaturas ao longo da espessura da laje é obtida por diferenças finitas na direção da espessura. Todos os tipos de concreto ou aços, além de materiais de proteção citados no item 2.6 podem ser utilizados na discretização da espessura da laje.

## 7.4 FORMULAÇÃO DO ELEMENTO FINITO

A formulação apresentada neste item pode ser vista em maiores detalhes em Crisfield (1991) que discute a implementação de vários elementos de casca. Neste trabalho adotou-se um elemento isoparamétrico com nove pontos nodais.

Partindo das hipóteses de von Kármán, as deformações de Green-Lagrange são dadas por

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\varepsilon}_{o} + z \boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^{2} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^{2} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_{y}}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_{x}}{\partial y} \\ -\frac{\partial \theta_{x}}{\partial x} + \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} \end{bmatrix}$$
(7.4.1)

onde z é a coordenada em relação ao plano de referencia do elemento e u, v  $\theta_x$  e  $\theta_y$  são os deslocamentos no plano de referência expressos em termos dos deslocamentos nodais usando funções quadráticas de interpolação, figura 7.4.1.

As deformações de cisalhamento são dadas por

$$\gamma = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_y \\ -\theta_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} = \mathbf{0} + \mathbf{s}$$
 (7.4.2)

onde w é o deslocamento vertical do plano de referência.

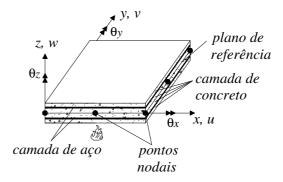


Figura 7.4.1 Notação utilizada para o elemento de casca.

Utilizando o princípio dos trabalhos virtuais e definindo, a partir da expressões anteriores,  $\mathbf{k} = \mathbf{B}_k \mathbf{q}$ ,  $\gamma = \mathbf{B}_\gamma \mathbf{q}$ ,  $\epsilon_o = \mathbf{B}_\epsilon \mathbf{q}$  e  $\mathbf{s} = \mathbf{B}_s \mathbf{w}$ , onde  $\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{u} & \mathbf{v} & \mathbf{w} & \theta_x & \theta_y \end{bmatrix}$ , pode-se obter o vetor de forças internas

$$\mathbf{p}_{i} = \int (\mathbf{B}_{\varepsilon}^{T} \mathbf{N} + \mathbf{B}_{k}^{T} \mathbf{M} + \mathbf{B}_{\gamma}^{T} \mathbf{Q}) d\mathbf{A}_{o}$$
 (7.4.3)

onde  $\mathbf{N} = \int \boldsymbol{\sigma} dz$ ,  $\mathbf{M} = \int \boldsymbol{\sigma} z dz$  e  $\mathbf{Q} = \int \alpha G \gamma dz$  são obtidos a partir do somatório nas camadas que subdividem o elemento,  $\boldsymbol{\sigma}$  são as tensões no plano, no sistema global, obtidas a partir da transformação das tensões no sistema local, expressão 7.3.5, e  $\alpha$  é o "shear factor", usualmente tomado igual a 5/6. A distribuição de temperaturas na seção é obtida por diferenças finitas com a mesma discretização em camadas.

A matriz de rigidez tangente pode ser obtida de forma usual a partir da diferenciação da expressão 7.4.3,

$$\mathbf{k}_{i} = \int \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\varepsilon}^{T} \\ \mathbf{B}_{k}^{T} \\ \mathbf{B}_{\gamma}^{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{m} & \mathbf{C}_{mb} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{mb}^{T} & \mathbf{C}_{b} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{\varepsilon} \\ \mathbf{B}_{k} \\ \mathbf{B}_{\gamma} \end{bmatrix} d\mathbf{A}_{o} + \int \mathbf{B}_{s}^{T} \mathbf{N}_{2} \mathbf{B}_{s} d\mathbf{A}_{o}$$
(7.4.4)

onde N<sub>2</sub> contém as forças no plano de referência e

$$\mathbf{C}_{\mathrm{m}} = \int \mathbf{C}^{\mathrm{t}} dz, \ \mathbf{C}_{\mathrm{mb}} = \int \mathbf{C}^{\mathrm{t}} z dz, \ \mathbf{C}_{\mathrm{b}} = \int \mathbf{C}^{\mathrm{t}} z^{2} dz \ \mathrm{e} \ \mathbf{C}_{\gamma} = \alpha \mathrm{Gt} \mathbf{I}_{2}. \tag{7.4.5}$$

Nas expressões 7.4.5,  $\mathbf{C}^{\mathrm{t}}$  é tensor constitutivo tangente no sistema global obtido a partir da transformação do tensor constitutivo tangente local, expressão 7.3.7, e  $\mathbf{I}_2$  é a matriz identidade 2x2. As integrais na expressão 7.4.5 são substituídas por somatórios nas camadas que subdividem o elemento (Huang *et al.*, 2003). A integração do vetor de forças internas e da matriz de rigidez na área  $\mathbf{A}_{\mathrm{o}}$  do plano de referência do elemento é feita utilizando-se a integração de Gauss.

#### 7.5 EXEMPLOS

Resultados experimentais e numéricos utilizando os programas VULCAN e SAFIR, encontrados na literatura, são utilizados para validação do modelo numérico desenvolvido. Procurou-se analisar estruturas pequenas e isoladas, livre de interações com estruturas adjacentes, possibilitando uma maior atenção no desenvolvimento do modelo apresentado.

#### 7.5.1 Lajes de Concreto em Temperatura Ambiente

Ghoneim e MacGregor (1994a, 1994b) realizaram uma série de testes em placas de concreto armado combinando cargas aplicadas no plano e lateralmente (carregamento uniformemente distribuído aplicado perpendicularmente à placa). Dois testes, B1 e C1, ensaiados com carga lateral, foram analisados por Huang *et al.* (2003b) utilizando o programa VULCAN. As placas são simplesmente apoiadas. As armaduras superiores e inferiores, figura 7.5.1, são compostas de 260 mm²/m de área nas direções ortogonais x e y.

No presente trabalho, os testes B1 e C1 são analisados utilizando a mesma discretização utilizada por Huang *et al.* (2003b), figura 7.5.1. O teste B1 tem dimensões 2745x1829 mm² com espessura de 68,2 mm. O teste C1 tem dimensões 1829x1829 mm² com uma espessura de 67,8 mm. A resistência ao escoamento do aço foi considerada igual a 450MPa e a resistência à compressão do concreto foi tomada igual a 18,7 MPa e 25,2 MPa para os testes B1 e C1, respectivamente. Os elementos que discretizam a laje foram subdivididos em 16 camadas.

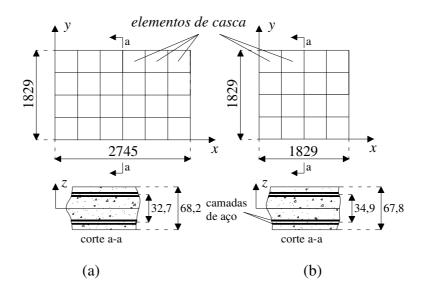


Figura 7.5.1 Detalhes das lajes analisadas (adaptado de Huang *et al.*, 2003b), dimensões em mm. (a) Teste B1; (b) Teste C1.

Os resultados obtidos para o deslocamento central, juntamente com resultados experimentais e das análises com o programa VULCAN são apresentadas na figura 7.5.2.

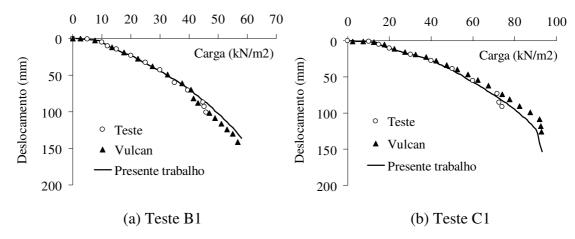


Figura 7.5.2 Comparação dos deslocamentos centrais.

A partir dos resultados, nota-se que o modelo produz bons resultados e tem boa concordância com os resultados experimentais. Apesar da indicação de que os resultados numéricos levam a uma carga última de falha maior, deve-se mencionar que os testes terminaram antes da falha completa das lajes. Outra observação importante é que os testes experimentais e análises numéricas levaram a uma carga última superior à calculada com base em um comportamento de flexão, evidenciando a ocorrência de um comportamento de membrana.

Nota-se, a partir dos deslocamentos do teste B1, que o modelo apresentado torna o comportamento mais suave não apresentando mudanças bruscas na curva como apresentado pelo VULCAN. Este comportamento suave deve estar associado à consideração da modificação do tensor constitutivo do concreto a partir das leis de dano, evitando a mudança brusca do tensor linear elástico isotrópico para um tensor ortotrópico, como ocorre no modelo implementado no VULCAN.

#### 7.5.2 Lajes em Temperatura Elevada

Talamona e Franssen (2005) apresentam os resultados numéricos e experimentais obtidos por Lim e Wade (2002) para a laje de concreto em situação de incêndio mostrada na figura 7.5.3. Os resultados numéricos foram obtidos com o programa SAFIR. A laje é simplesmente apoiada nos quatro lados. O carregamento

uniformemente aplicado é igual a 3,0 kN/m², e é mantido constante durante a exposição ao incêndio-padrão da ISO 834.

A figura 7.5.3 mostra as dimensões e discretização da laje, a espessura é de 100 mm, a resistência à compressão do concreto é de 36 MPa e o cobrimento de concreto é igual a 25 mm. A malha de armaduras é composta de barras de 8,7 mm a cada 300 mm nas duas direções. A resistência ao escoamento do aço é de 565 MPa. As armaduras foram consideradas como de aço trabalhado a frio e as propriedades em temperatura elevada foram consideradas segundo o EN 1992-1-2:2004. Agregados calcários foram considerados e o limite inferior para condutividade térmica definido pelo EN 1992-1-2:2004. Uma umidade de 3% por peso foi considerada na análise. Os elementos que discretizam a laje foram subdivididos em 22 camadas.

Os resultados numéricos e o experimental são próximos e são apresentados na figura 7.5.4. A laje analisada apresenta uma taxa alta de deslocamentos nos primeiros 30 min, um deslocamento suave e finalmente um aumento acentuado a partir dos 150min até a falha. Talamona e Franssen (2005) comentam que a alta resistência de lajes com pequenas taxas de armadura é atribuída a um comportamento de membrana.

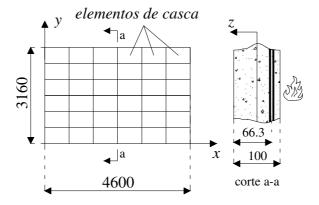


Figura 7.5.3 Geometria e discretização da laje. Dimensões em mm.

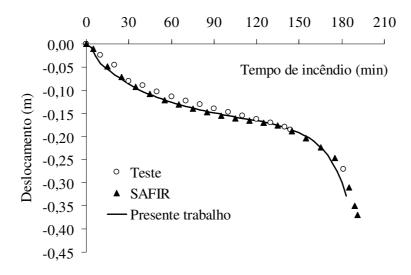


Figura 7.5.4 Deslocamentos centrais.

#### 7.5.3 Ensaios em Pequena Escala

Bailey e Toh (2006) apresentam uma série de testes a temperatura ambiente e elevada em lajes em pequena escala, sem restrição horizontal, com diferentes malhas de aço, diferentes ductilidades, tamanho e espaçamento das armaduras. Os ensaios em situação de incêndio mostraram que o comportamento de membrana ocorria. Na figura 7.5.5 os resultados do Teste MF4 são comparados com os do presente trabalho. Considerou-se uma dimensão de 1,15x1,15 m² para a laje, espessura de 19,6 mm, armaduras nas duas direções com diâmetro de 1,54 mm espaçadas de 25,4 mm e cobrimento de 5 mm. A resistência do concreto foi considerada igual a 39 MPa e a resistência ao escoamento do aço laminado igual a 311 MPa. Uma carga distribuída de 5,429 kN/m² (incluindo o peso próprio) foi aplicada e mantida constante durante a exposição ao incêndio. A laje foi discretizada com 16 elementos subdivididos em 17 camadas.

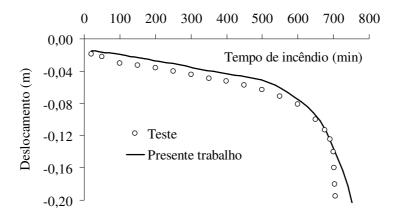


Figura 7.5.5 Deslocamento central do Teste MF4.

#### 7.5.4 Laje Restringida

Lin *et al.* (1989) apresentam os resultados de um ensaio à temperatura elevada realizado em uma laje de concreto armado, teste S56, na qual a expansão foi restringida pela aplicação de força horizontais para simular o comportamento em uma estrutura real, figura 7.5.6. Huang *et al.* (2003b) também analisaram essa laje com o programa VULCAN.

Neste trabalho, a resistência a compressão do concreto foi considerada igual a 36MPa e a resistência ao escoamento do aço das armaduras é de 414 MPa. As forças horizontais aplicadas foram consideradas constantes e igual a 600 kN e 1200 kN nas direções oeste e sul, respectivamente. A carga distribuída aplicada foi de 6,61 kN/m², sendo mantida constante durante o incêndio. Elementos de viga, apresentados no capítulo 6, com uma pequena rigidez à torção, 550 kNm², obtida com base nas propriedades fissuradas do concreto e armação mínima, foram considerados nas extremidades da laje. O incêndio-padrão segundo a ASTM E119 foi utilizado. As propriedades do concreto com agregados calcários, o limite inferior de condutividade, umidade de 3% e propriedades do aço laminado foram considerados segundo o EN 1992-1-2:2004. A distribuição das armaduras pode ser vista em Lin *et al.* (1989).

A figura 7.5.6 apresenta a discretização da laje com os elementos que foram subdivididos em 23 camadas.

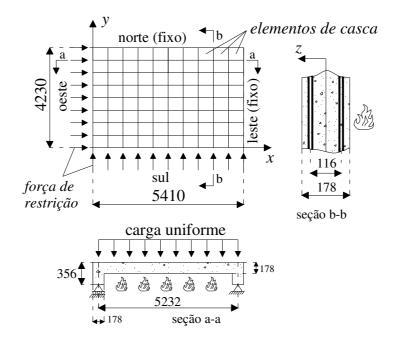


Figura 7.5.6 Detalhes do teste S56. Dimensões em mm.

Os deslocamentos centrais são mostrados na figura 7.5.7 juntamente com resultados obtidos com o programa VULCAN. O comportamento é razoavelmente bem descrito, ambas as análises, presente trabalho e VULCAN, apresentam deslocamentos próximos e menores em relação ao experimental no início da exposição ao incêndio. Isso pode indicar que a distribuição de temperatura ao longo da espessura da laje é mais desfavorável do que a obtida pelas análises térmicas. As diferenças entre as análises numéricas devem estar associadas à consideração das forças de restrição como constantes e a rigidez a torção das vigas nas extremidades. Neste trabalho observou-se que a rigidez a torção destas vigas influenciam sensivelmente os deslocamentos centrais da laje.

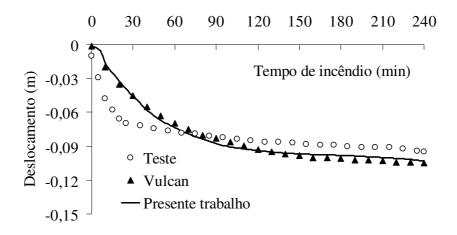


Figura 7.5.7 Deslocamentos centrais.

#### 7.6 CONCLUSÕES

Um elemento de casca e um modelo constitutivo de dano para modelagem de lajes de concreto armado em situação de incêndio são apresentados. Nos exemplos, a modelagem de acordo com o presente trabalho mostra-se adequada e tem boa concordância com resultados experimentais e numéricos encontrados na literatura. Várias outras comparações foram realizadas além das apresentadas, o que tende a demonstrar que o elemento e o modelo constitutivo propostos são capazes de representar o comportamento de lajes de concreto armado em situação de incêndio.

Modificações podem ser introduzidas na matriz constitutiva secante para levar em conta o comportamento ortotrópico de lajes mistas de aço e concreto e os efeitos do *spalling* através da introdução de fatores de modificação das propriedades de rigidez dos materiais.

# FORMULAÇÃO DO ELEMENTO DE MOLA

Apresenta-se o desenvolvimento de um modelo de elemento de mola para ligações em situação de incêndio.

### 8.1 INTRODUÇÃO

A observação de experimentos e incêndios reais em estruturas tem demonstrado que o comportamento como um todo é diferente do comportamento de elementos isolados. Em parte, isso é devido à semi-rigidez das ligações, que pode aumentar o tempo de resistência ao incêndio. Todavia, existem poucos trabalhos sobre o comportamento de ligações sob altas temperaturas, dos quais um dos principais foi realizado por Leston-Jones *et al.* (1997) utilizando um forno portável para estudar as relações momento-rotação.

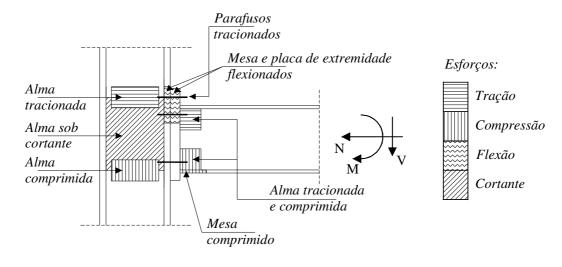
Segundo Block *et al.* (2006), tradicionalmente, as ligações são assumidas tendo suficiente resistência em situação de incêndio devido às suas temperaturas menores em relação aos elementos conectados, pelo fato de possuírem maior concentração de massa do que as barras. Porém, a partir de testes em grande escala realizados em Cardington, Reino Unido, e de pesquisas posteriores, observou-se que as ligações são mais vulneráveis do que o assumido. Isso é causado por forças e deformações às quais a ligação é submetida durante o incêndio, significativamente diferentes das normalmente consideradas. As forças internas mudam de momento e cortante à temperatura ambiente, para momento, cortante e compressão devido à restrição à expansão térmica das vigas nos estágios iniciais e intermediários do incêndio e para cortante e tração nos estágios posteriores, quando as cargas aplicadas às vigas são suportadas por meio do

comportamento de catenária. Gerar todas estas condições de carregamento em experimentos é difícil devido à grande variação dos detalhes das ligações e interações entre a estrutura e ligação. Portanto, meios alternativos para investigar as ligações em situação de incêndio são necessários.

Na modelagem das ligações em situação de incêndio podem-se utilizar elementos sólidos juntamente com outros elementos para discretizar partes da ligação. Em um nível mais simples, utiliza-se um único elemento com rigidezes obtidas a partir de modelagens mais sofisticadas, modelos analíticos, ensaios experimentais ou utilizandose o conceito do método dos componentes (EN 1993-1-8:2005).

A modelagem utilizando-se elementos sólidos é adequada para o estudo específico das ligações. Nesse contexto, podem-se citar os trabalhos de Liu (1996) no desenvolvimento do programa FEAST, utilizado em trabalhos como o de Liu (1999).

O método dos componentes foi desenvolvido por Tschemmernegg *et al.* (1987) e posteriormente introduzido nas normas européias. O aspecto original deste método é considerar qualquer ligação como um conjunto de componentes do tipo mola. O comportamento da ligação é dado pela combinação das rigidezes e resistência dos componentes nas zonas de compressão, tração e cisalhamento, figura 8.1.1 (Block *et al.*, 2004).



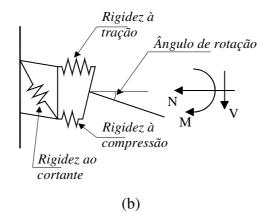


Figura 8.1.1 Método dos componentes (Block *et al.*, 2004): (a) componentes de uma ligação viga-pilar; (b) modelo com base no conceito dos componentes apresentado pelo EN 1993-1-8:2005).

A grande vantagem do método dos componentes é a possibilidade de se investigar experimentalmente partes isoladas de uma ligação que podem ser comuns a várias outras ligações (Spyrou *et al.*, 2002; Block *et al.*, 2005). Esses estudos são conduzidos de forma a caracterizar, principalmente, o comportamento das zonas tracionadas e comprimidas da ligação.

Vários pesquisadores têm utilizado o método dos componentes para descrever o comportamento de ligações em temperatura elevada. Leston-Jones (1997) foi o primeiro a aplicar o método para simular seus resultados experimentais. Al-Jabri (1999) usou o método para modelar o comportamento de ligações ensaiadas em situação de incêndio e Spyrou (2002) realizou uma série de experimentos em componentes e combinou-os utilizando um modelo de duas molas. Simões da Silva (2001) usou o método dos componentes, em combinação com os fatores de redução dados pelo Eurocode, para modelar os resultados de ensaios. Ramly Sulong *et al.* (2005) e Block *et al.* (2006) implementaram elementos com base no método dos componentes, respectivamente, nos programas de elementos finitos ADAPTIC e VULCAN. Os elementos são capazes de considerar os efeitos da carga axial, porém poucos são os ensaios experimentais em situação de incêndio que podem ser utilizados para validação dos resultados.

Em temperatura ambiente, pesquisadores têm incluído, detalhadamente, o comportamento das ligações em análises completas usando elementos desenvolvidos

com base no método dos componentes, Li et al. (1995), Lowes et al. (2003) e Bayo et al. (2006).

No presente trabalho, foi desenvolvido um elemento de mola de comprimento nulo com curvas carga-deslocamento bilineares definidas em função da temperatura média dos elementos de aço que compõe uma seção transversal qualquer. As curvas carga-deslocamento podem ser curvas momento-rotação ou força-deslocamento, definidas em um arquivo de entrada para os seis deslocamentos relativos do elemento (três deslocamentos e três rotações). O elemento possui os mesmos graus de liberdade dos elementos de viga e casca apresentados neste trabalho. O elemento também admite comportamentos à compressão e tração diferenciados para o deslocamento axial, sendo possível a definição de uma curva carga-deslocamento para tração e outra para a compressão.

O elemento desenvolvido pode ser utilizado para a modelagem de ligações semirígidas, mistas e conectores de cisalhamento em situação de incêndio como um único elemento, ou representando partes específicas da ligação como no método dos componentes.

A modificação das curvas carga-deslocamento com a variação da temperatura pode ter por base o trabalho de Al-Jabri *et al.* (2004). Nesse trabalho, foram obtidas experimentalmente, relações momento-rotação de várias ligações em situação de incêndio e concluiu-se que os fatores de redução das propriedades do aço são adequados para consideração da degradação das características das ligações.

Na modelagem de conectores de cisalhamento para a simulação de vigas mistas com interação parcial podem-se utilizar dois elementos de barra, um para simular o perfil e outro para simular a laje de concreto, que estarão conectados por elementos de mola simulando os conectores. A laje de concreto também poderá ser simulada a partir do elemento de casca apresentado no capítulo anterior. Nesse tipo de modelagem, a seção transversal associada ao elemento de mola fornecerá as temperaturas médias no conector que serão utilizadas para modificar as propriedades da mola de acordo com as curvas fornecidas como entrada de dados.

#### 8.2 ELEMENTO DE MOLA

O elemento de mola tem os mesmos graus de liberdade que os elementos de viga e casca apresentados neste trabalho, figura 8.2.1. A matriz de rigidez do elemento é dada por

$$\mathbf{k}_{T} = \begin{bmatrix} k_{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{v} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & k_{w} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{\theta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta y} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta z} & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta z} \\ -k_{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_{u} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{w} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_{v} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{v} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_{w} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{w} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{\theta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_{\theta x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta y} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{\theta z} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_{\theta z} \end{bmatrix}, \quad (8.2.1)$$

e a força interna, por

$$\mathbf{f}_{\mathrm{m}} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{\mathrm{u}} & \mathbf{f}_{\mathrm{v}} & \mathbf{f}_{\mathrm{w}} & \mathbf{f}_{\mathrm{\theta x}} & \mathbf{f}_{\mathrm{\theta y}} & \mathbf{f}_{\mathrm{\theta z}} & -\mathbf{f}_{\mathrm{u}} & -\mathbf{f}_{\mathrm{v}} & -\mathbf{f}_{\mathrm{w}} & -\mathbf{f}_{\mathrm{\theta x}} & -\mathbf{f}_{\mathrm{\theta z}} \end{bmatrix}. \quad (8.2.2)$$

Na expressão 8.2.1, os coeficientes de rigidez são obtidos a partir da tangente das curvas carga-deslocamento bilineares que variam em função da temperatura. Na figura 8.2.2, tem-se uma curva carga-deslocamento típica. O deslocamento apresentado é relativo, ou seja, o deslocamento do nó inicial menos o do nó final. Os coeficientes do vetor de forças internas, expressão 8.2.2, também são obtidos da curva carga-deslocamento a partir dos deslocamentos relativos (três translações e três rotações).

Outros tipos de curvas podem ser associados ao elemento, porém, para situação de incêndio preferiu-se trabalhar com curvas bilineares, pois podem ser ajustadas sem a necessidade de definição de muitas variáveis.

Para a análise, são fornecidos a rigidez inicial, ou seja, do primeiro trecho linear, o momento resistente e a rigidez do segundo trecho linear para temperaturas, figura 8.2.2. Durante a análise, a temperatura média nas partes de aço de uma seção transversal genérica associada ao elemento é avaliada e utilizada para definição da curva correspondente à temperatura. A temperatura média pode ser multiplicada por um fator menor do que 1,0 para representar condições menos desfavoráveis de exposição ao incêndio. Caso a temperatura seja intermediária às definidas, uma interpolação da

rigidez inicial, do momento resistente e da rigidez do segundo termo, obtendo uma curva carga-deslocamento apropriada. O elemento também possuiu a possibilidade de associação de uma curva carga-deslocamento à tração e compressão diferenciadas para o deslocamento axial. Na prática, o elemento assume um tamanho pequeno (nas modelagens utilizou-se 1 mm) necessário para definição da direção axial.

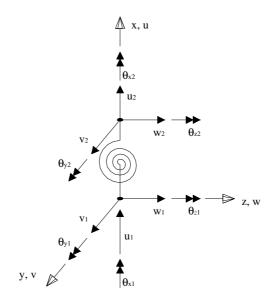


Figura 8.2.1 Graus de liberdade do elemento de mola.

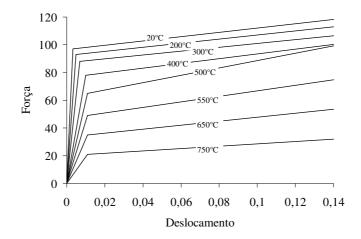


Figura 8.2.2 Curvas cargas-deslocamento típicas, variando em função da temperatura.

#### 8.3 EXEMPLOS

No trabalho de Bailey (1998) são apresentados dois exemplos de modelagens numéricas de estruturas com ligações semi-rígidas. Os resultados numéricos apresentados são utilizados para validação do modelo de mola apresentado neste trabalho.

#### 8.3.1 Viga de Aço com Ligações Semi-rígidas

Com o objetivo de estudar qualitativamente a influência das ligações semi-rígidas, Bailey (1998) utilizou uma viga de aço UB 305x165x40 com resistência ao escoamento do aço igual a 275 MPa e módulo de elasticidade igual a 205000 MPa ligada a nós rígidos por elementos de mola, figura 8.3.1.

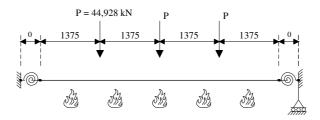


Figura 8.3.1 Viga de aço com ligações semi-rígidas, dimensões em mm (Bailey, 1998).

As cargas produzem uma razão de carga igual a 0,6, definida como o momento solicitante em situação de incêndio dividido pelo momento fletor resistente à temperatura ambiente. No trabalho de Bailey (1998), características diferentes para a ligação são consideradas a partir do escalonamento da rigidez e da resistência da ligação mostrada na figura 8.3.2. Na figura, também estão as relações bilineares utilizadas neste trabalho para aproximar as curvas definidas por Bailey (1998). Na definição das curvas bilineares a rigidez inicial foi tomada igual à utilizada por Bailey (1998) (obtida graficamente). O momento resistente foi fixado para a rotação relativa de 0,02 rad e a rigidez do segundo trecho linear foi adotada com o objetivo de se aproximar do momento para a rotação de 0,12 rad dado nas curvas utilizadas por Bailey (1998). A tabela 8.3.1 apresenta os valores utilizados na obtenção das curvas bilineares. As curvas apresentadas na figura 8.3.2 foram atribuídas apenas ao grau de liberdade rotacional

correspondente ao eixo de flexão da viga, relevante para a análise que ocorre em um plano. Para os demais graus de liberdade do elemento foram atribuídos valores altos de rigidez e resistência.

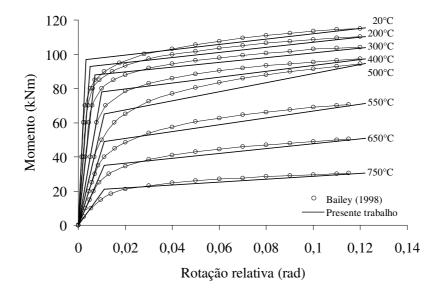


Figura 8.3.2 Relação momento-rotação para várias temperaturas.

Tabela 8.3.1 Valores da rigidez inicial, momento fletor resistente e rigidez do segundo trecho linear.

Temperaturas (°C)	Rigidez inicial (kNm)	Momento resistente (kNm)	Rigidez 2° trecho (kNm)	
20	30000	97	156	
200	18600	93	149	
300	12571	88	138	
400	7800	78	172	
500	5909	65	266	
550	4455	49	200	
650	3182	35	143	
750	1909	21	86	

As características da ligação, rigidez e resistência, foram escaladas em 25, 50, 75 e 100% das apresentadas na figura 8.3.2. Para as propriedades do aço, considerou-se o EN 1993-1-2:2005, sendo o perfil discretizado com 249 elementos triangulares, aquecido uniformemente. Quatro elementos de viga com quatro pontos de Gauss foram utilizados nas análises. A seção transversal associada ao elemento de mola foi a mesma do perfil com as temperatura médias multiplicadas por um fator igual a unidade. Os casos de apoios rotulados e engastados também foram analisados e os resultados para o deslocamento no centro do vão são apresentados na figura 8.3.3, juntamente com os obtidos por Bailey (1998).

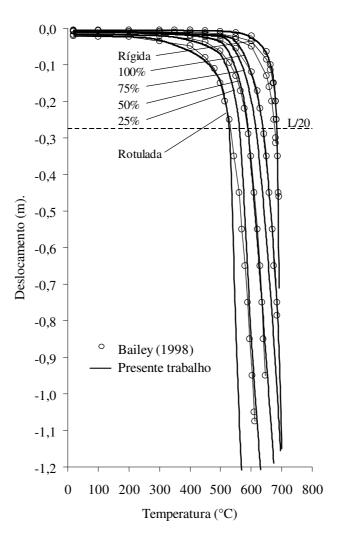


Figura 8.3.3 Comportamento de uma viga aquecida com diferentes características das ligações.

As diferenças nas curvas obtidas podem estar associadas à formulação do elemento de viga utilizada nas análises, uma vez que para as extremidades rotuladas os resultados são um pouco diferentes principalmente quando os deslocamentos são grandes. Para as extremidades rígidas os resultados são bem próximos. Quando se tem as características das ligações escaladas de 25% a 100% nota-se que, apesar das diferenças, o comportamento calculado no presente trabalho é coerente com as observações feitas por Bailey (1998) nas quais a resistência da viga em situação de incêndio, que pode ser definida para um deslocamento igual ao vão dividido por 20, aumenta com o aumento da rigidez e resistência das ligações. As diferenças nas curvas obtidas estão associadas principalmente à aproximação das curvas apresentadas em Bailey (1998) por curvas bilineares. Essa aproximação leva ao aumento acentuado dos deslocamentos quando os esforços na ligação ultrapassam o momento resistente, e a curva carga-deslocamento entra no segundo trecho linear de rigidez bem menor do que a rigidez inicial.

#### 8.3.2 Pórtico com Ligações Semi-rígidas

Bailey (1998) também apresenta a análise de um pórtico semi-rígido formado pela viga do exemplo anterior, figura 8.3.4.

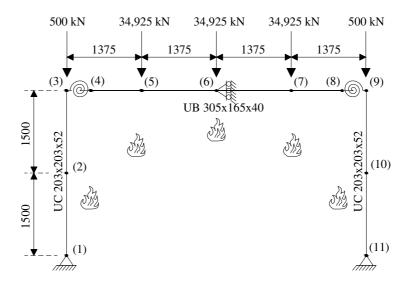


Figura 8.3.4 Pórtico com ligações semi-rígidas, dimensões em mm.

Os pilares do pórtico foram submetidos a uma razão de carga igual a 0,3 (carga durante o incêndio dividida pela capacidade de carga em temperatura ambiente) e todos os elementos foram aquecidos uniformemente e à mesma razão. As características da ligação são as mesmas definidas na figura 8.3.2, escaladas em 50%. No presente trabalho, o perfil UC 203x203x52 dos pilares teve a seção transversal discretizada em 296 elementos triangulares. No total, o pórtico foi discretizado com oito elementos de viga, conforme a figura 8.3.4, com quatro pontos de Gauss. Essa estrutura foi utilizada por Bailey (1998) para validar suas implementações comparando os seus resultados com os obtidos numericamente por El-Rimawi *et al.* (1993).

O cálculo do deslocamento vertical no centro da viga é mostrado na figura 8.3.5.

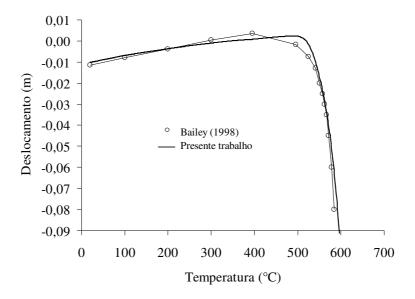


Figura 8.3.5 Comparações entre o modelo proposto e os resultados apresentados por Bailey (1998).

Pode-se ver que os resultados são bem próximos, apesar de as diferenças nos modelos de elemento de viga e da aproximação das curvas momento-rotação.

#### 8.4 CONCLUSÕES

Um modelo de elemento de mola capaz de ter relações carga-deslocamento que variam em função da temperatura foi desenvolvido. O elemento define a curva a ser utilizada na obtenção da matriz de rigidez e força interna a partir da temperatura média nos elementos de aço que compõe uma seção transversal qualquer, definida, juntamente com as curvas carga-deslocamento, como dados de entrada.

Apesar da falta de resultados experimentais, os exemplos apresentados formam uma base razoável de validação.

O modelo desenvolvido pode ser utilizado para modelagens de estruturas completas, juntamente com os modelos de viga e casca apresentados anteriormente, simulando ligações, partes das ligações ou conectores de cisalhamento.

# 9

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Apresentam-se uma síntese do trabalho, conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

#### 9.1 SÍNTESE DO TRABALHO

No capítulo inicial foram apresentados a motivação e o objetivo deste trabalho: desenvolvimento de modelos numéricos para a análise de estruturas em situação de incêndio.

Os principais conceitos sobre a engenharia de segurança contra incêndio, principalmente no que se refere à segurança estrutural, foram apresentados no capítulo 2. O texto apresenta uma fonte de dados sobre materiais, comportamento do incêndio, comportamento e projeto de estruturas, além de uma revisão bibliográfica dos modelos numéricos desenvolvidos. Esse texto é uma fonte importante de informações para futuras pesquisas e trabalhos que venham utilizar os modelos desenvolvidos neste trabalho.

O capítulo 3 apresenta a plataforma e metodologia utilizadas neste trabalho. A utilização de programas desenvolvidos com a técnica de programação orientada a objeto em linguagem C++ e contendo os desenvolvimentos apresentados por Caldas (2004), que foram fundamentais para alcançar os objetivos deste trabalho. A técnica de programação utilizada é extremamente importante para que os programas desenvolvidos possibilitem a introdução de novos materiais e elementos finitos. Neste trabalho esta foi uma preocupação contínua.

Os modelos para a análise de transferência de calor com base no método das diferenças finitas, MDF, e elementos finitos, MEF, apresentados no capítulo 4, formam uma base importante para os demais modelos desenvolvidos. A aplicação do MDF à análise térmica de seções transversais é uma importante contribuição deste trabalho. Na aplicação do MEF, o desenvolvimento do modelo com integração explícita do tempo e a forma de integração da matriz de condutividade térmica, considerando a condutividade para a temperatura média dos nós do elemento, permitindo que os coeficientes da matriz de condutividade sejam calculados apenas no início dos cálculos e posteriormente apenas as condutividades sejam atualizadas, expressões 4.4.18 a 4.4.20, levaram a um modelo com pequeno tempo de processamento e resultados adequados, conforme apresentado nos exemplos do capítulo 4. O modelo também é capaz de considerar a transferência de calor por radiação térmica, permitido a simulação de seções com proteção tipo caixa ou com aberturas.

No desenvolvimento do algoritmo para obtenção de superfícies e diagramas de interação de esforços em seções genéricas, um domínio de deformação última em situação de incêndio para seções compostas por concreto foi proposto. Apesar de haver vários trabalhos nesta área, o esquema proposto é inédito e genérico, considerando as relações tensão-deformação adequadas e a influência das deformações térmicas. O algoritmo permite a análise da resistência última da seção transversal de elementos estruturais como pilares, vigas e lajes submetidas a tensões normais, possibilitando uma análise adequada em situações de projeto ou em pesquisas.

O elemento de viga tridimensional apresentado no Capítulo 6 pode ter uma seção genérica com uma exposição ao incêndio qualquer. Com essas características e a capacidade de experimentar grandes deslocamentos e rotações, o elemento é uma alternativa aos modelos já desenvolvidos como os implementados nos programas VULCAN (Huang *et al.* 2003a) e SAFIR (Franssen, 2005). Os exemplos apresentados no capítulo 6, onde elementos de aço, concreto e mistos de aço e concreto são analisados e comparados com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura demonstram a robustez e viabilidade do elemento desenvolvido.

No capítulo 7, o elemento de casca apresentado mostrou-se adequado para simular o comportamento de lajes em situação de incêndio. A utilização do modelo de dano proposto, utilizando a relação tensão-deformação do concreto segundo o EN 1992-1-

2:2004 apresenta uma opção aos modelos de plasticidade até então aplicados a estruturas em situação de incêndio (Franssen, 2005).

Finalmente, o elemento de mola complementa os modelos apresentados possibilitando uma modelagem mais realista das estruturas. A possibilidade de definir curvas carga-deslocamento em função da temperatura torna possível a consideração de ligações semi-rígidas ou mistas ou a simulação de conectores de cisalhamento. A propriedade de associar uma seção transversal na qual são avaliadas as temperaturas dos elementos de aço é uma propriedade interessante desse modelo.

Uma característica importante das soluções desenvolvidas é a capacidade de realizar em conjunto as análises térmica e mecânica, o que os diferencia de outros programas (Franssen, 2005; Huang *et al.* 2003a).

#### 9.2 CONCLUSÕES

Diversos modelos numéricos para análise do comportamento de elementos estruturais em situação de incêndio foram desenvolvidos e apresentados neste trabalho. Os modelos desenvolvidos seguem os princípios e hipóteses da teoria de transferência de calor e mecânica estrutural levando em conta os efeitos das mudanças de propriedades dos materiais com a temperatura.

Os modelos numéricos se revelaram adequados para a análise de estruturas em situação de incêndio conforme normas internacionais (EN 1992-1-2:2004; EN 1993-1-2:2005) e com base na comparação dos resultados obtidos com resultados numéricos e experimentais encontrados na literatura. Concluiu-se que os modelos numéricos são capazes de simular, de forma precisa e robusta, o comportamento de estruturas de aço, concreto e mistas em situação de incêndio. Dessa forma, o objetivo deste trabalho foi alcançado e outros trabalhos poderão ser realizados com as ferramentas desenvolvidas. Com isso, considera-se que este trabalho representa uma contribuição relevante para as pesquisas na área de engenharia de segurança contra incêndio.

#### 9.3 TRABALHOS FUTUROS

Alguns fenômenos e comportamentos ainda são carentes de estudos e melhor entendimento por parte da engenharia estrutural e de segurança contra incêndio. Esses fenômenos necessitam principalmente de maiores estudos experimentais e posteriormente modelos numéricos ou analíticos poderão ser desenvolvidos.

O aparecimento do esforço normal em ligações submetidas ao incêndio é algo que vem sendo estudado recentemente. Programas como o VULCAN e ADAPTIC, ver item 8.1, procuram simular esse comportamento com elementos desenvolvidos com base no método dos componentes, porém, poucos ensaios experimentais foram realizados ficando difícil a avaliação dos modelos.

O comportamento ortotrópico das lajes mistas, em geral, é desconsiderado em situação de incêndio. De forma simplificada, apenas a parte sobre as nervuras da forma de aço é considerada nas modelagens (Caldas *et al.*, 2006). Devido ao comportamento de membrana essa modelagem é suficiente, porém, a consideração do comportamento ortotrópico em modelos constitutivos é desejável.

O *spalling* ainda é considerado um comportamento imprevisível nas estruturas de concreto e a sua consideração nos modelos constitutivos é uma importante tarefa para os pesquisadores.

De acordo com o objetivo deste trabalho, desenvolvimento de modelos numéricos para análise de estruturas em situação de incêndio, a principal sugestão é a utilização dos modelos desenvolvidos na modelagem de elementos, subestruturas e estruturas completas, com o objetivo de estudar, projetar, elaborar e validar procedimentos normativos, além de outras pesquisas relevantes para o desenvolvimento da engenharia estrutural e de segurança contra incêndio.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABNT NBR 5627:1980. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Exigências Particulares das Obras de Concreto Armado e Protendido em Relação à Resistência ao Fogo.

ABNT NBR 5628:2001. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Componentes Construtivos Estruturais Determinação da Resistência ao Fogo - Método de Ensaios.

ABNT NBR 6118:2003. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento.

ABNT NBR 14323:1999. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Dimensionamento de Estruturas de Aço de Edifícios em Situação de Incêndio - Procedimento.

ABNT NBR 14432:2000. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Exigências de Resistência ao Fogo de Elementos Construtivos de Edificações - Procedimento.

ABNT NBR 15200:2004. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Projeto de Estruturas de Concreto em Situação de Incêndio.

ACI 216R (1989). Guide for Determining the Fire Endurance of Concrete elements. American Concrete Institute.

ACI 318 (2005). Building Code Requirements for Structural Concrete. American Concrete Institute.

ANSI/AISC 360-05. Specification for Structural Steel Buildings. American Institute of Steel Construction.

Al-Jabri, K.S., Lennon, T., Burgess, I.W., Plank, R.J. (1998). Behaviour of Steel and Composite Beam-Column Connections in Fire. Journal of Constructional Steel Research 46(1-3), 308-309.

Al-Jabri, K.S. (1999). The Behaviour of Steel and Composite Beam-to-Column Connections in Fire. PhD Thesis, University of Sheffield.

Al-Jabri, K.S., Burgess, I.W., Plank R.J. (2004). Prediction of The Degradation of Connection Characteristics at Elevated Temperature. Journal of Constructional Steel Research, 60, 771-781.

American Society of Civil Engineering (1982). Finite Element Analysis of Reinforced Concrete. New York, 545 pp.

Anderberg, Y. (1978). Analytical Fire Engineering Design of Reinforced Concrete Structures Base on Real Fire Characteristics. Proc. Eighth Congress of Fédération Internationale de la Précontrainte London, Concrete Society.

Argyris, J.H., Hilpert, O., Malejannakis, G.A., Scharpf, D.W. (1979). On Geometrical Stiffness of a Beam in Space – A Consistent V.W. Approach. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 20(1), 105-131, October.

ASTM E119-08. American Society for Testing and Materials. Standard Methods of Fire Tests on Building Construction and Materials.

Babrauskas, V. (2002). Heat Release Hates. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed.

Bailey, C.G. (1995). Simulation of the Structural Behaviour of Steel-Framed Buildings in Fire. Ph.D. thesis, department of Civil and Structural Engineering, University of Sheffield, UK.

Bailey, C.G., Burgess, I.W., Plank, R.J. (1996). The Lateral-Torsional Buckling of Unrestrained Steel Beams in Fire. Journal of Constructional Steel Research, 36(2), 101-119.

Bailey, C.G. (1998). Development of Computer Software to Simulate the Structural Behaviour of Steel-Framed Buildings in Fire. Computers and Structures, 67, 421-438.

Bailey, C.G., Moore, D.B., Lennon, T. (1999). The Structural Behaviour of Steel Columns During a Compartment Fire in a Multi-Storey Braced Steel-Frame. Journal of Constructional Steel Research, 52, 137-157.

Bailey, C.G. (2002). Holistic Behaviour of Concrete Builidings in Fire. Proc. Instituion of Civil Engineering, Structures and Buildings 152, August 2002, 3, 199-212.

Bailey, C.G. (2001). Steel Structures Supporting Composite Floor Slabs: Design for Fire. BRE Digest 462.

Bailey, C.G., Toh, W.S. (2006). Experimental Behaviour of Concrete Floor Slabs at Ambient and Elevated Temperatures. Fourth International Workshop "Structure in Fire".

Bathe, K.J. (1982). Finite Element Procedures in Engineering analysis. Prentice-Hall, New Jersey.

Bathe, K.J. (1996). Finite Element Procedures. Prentice-Hall, New Jersey.

Battini, J.M., Pacoste, C. (2002). Co-rotational Beam Elements with Warping Effects in Instability Problems. Computer Methods in applied Mechanics and Engineering, 191, 1755-1789.

Bazant, Z.P., Oh, B.H. (1983). Crack Band Theory for Fracture do Concrete. Matériaux et Constructions, 16(93), 155-177.

Bayo, E., Cabrero, J.M., Gil, B. (2006). An effetive component-based method to model semi-rigid connections for global analysis of steel and composite structures. Engineering Structures, 28, 97-108.

Becker, J., Bizri, H., Bresler, B. (1974a). Fires-T. A Computer Program for the Fire Response of Structures—Thermal. Report No. UCB FRG 74-1, University of California, Berkeley.

Becker, J., Bizri, H., Bresler, B. (1974b). Fires-R.C. A Computer Program for the Fire Response of Structures–Reinforced Concrete. Report No. UCB FRG 74-3, University of California.

Block, F.M., Burgess, I.W., Davison, J.B. (2004). Numerical and Analytical Studies of Joint Component Behaviour in Fire. Proc. Third International Workshop "Structures in Fire", Ottawa.

Block, F.M, Burgess, I.W., Davison, J.B. (2005). High-Temperature Experiments on Joint Components – The Behaviour of the Compression Zone in the Column Web. 4th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel.

Block, F., Burgess, I., Davison, B., Plank, R. (2006). The Development of a Component-Based Connection Element for Endplate Connections in Fire. 4th International Workshop "Structures in Fire", SIF'06.

Blomberg, T. (1996). Heat Conduction in Two and Three Dimensions - Computer Modelling of Building Physics applications. Tese. Department of Building Physics. Lund University, Sweden.

Both, C., van Foeken, R.J., Twilt, L. (1996). Analytical Aspects of the Cardington Fire Test Programme. Proceedings of the Second Cardington Conference, Building Research Establishment, UK.

Boström, L., Wickstrom, U., Adl-Zarrabi, B. (2004). Effect of Specimen Size and Loading Conditions on Spalling of Concrete. Third International Workshop "Structures in Fire", Ottawa.

Breunese, A.J. e Fellinger, J.H.H. (2004). Spalling of Concrete – An Overview of Ongoing Research in The Netherlands. Third International Workshop "Structures in Fire", Ottawa.

BS 5950 Part 1 (1990). Structural use of Steelwork in Buildings, Part 1: Code of Pratice for Design in Simple and Continuous Construction: Hot Rolled Sections. British Standard Institution, London.

BS 5950 Parte 8 (1990). Structural use of Steelwork in Buildings, Part 8: Code of Pratice for Fire Resistant Design. British Standard Institution, London.

Burgess, I.W., Plank, R.J. (1998). Modelling the Fire Tests on the Cardington Full-Scale Frame. Third Cardington Conference, Bedfordshire, England.

Burgess, I.W., 'Performance and Design of Multi-Storey Composite Buildings in Fire', KICT 2005 Annual Conference/CUFER Annual Technical Seminar, Seoul, Korea, (2005) pp 89-109.

Building Regulation (2000). The Building Regulations. Fire Safety. Approved Document B. Office of The Deputy Prime Minister.

Cadorin, J.F. (2003). Compartment Fire Models for Structural Engineering. Ph. D. thesis, University of Liege, Belgium.

Cai, J. (2002). Developments in Modeling of Composite Building structures in Fire. Ph.D. dissertation, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, Sheffield, UK.

Cai, J., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2002). Modelling of Asymmetric Cross-Section Members for Fire Conditions. Journal of Constructtional Steel Research, 58(3), 389-412.

Cai, J., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2003). A Generalised Steel/Reinforced Concrete Beam-Column Element Model for Fire Conditions. Engineering Structures, 25(6), 817-833.

Caldas, R.B. (2004). Análise Numérica de Pilares Mistos Aço-Concreto. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da UFOP.

Caldas, R.B., Fakury, R.H., Sousa Jr., J.B.M., Pannoni, F.D. (2006). A Utilização de Métodos Avançados de Cálculo para a Análise de Pisos Mistos de Aço e Concreto em Situação de Incêndio. XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural, Brasil.

Caldas, R.B., Sousa Jr., J.B.M., Fakury, R.H. (2005a). Análise Térmica via Método das Diferenças Finitas de Seções Transversais de Concreto em Situação de Incêndio. 47° Congresso Brasileiro do Concreto, IBRACON.

Caldas, R.B., Fakury, R.H., Sousa Jr., J.B.M. (2005). Dimensionamento de Pilares Mistos de Aço e Concreto Segundo as Normas Brasileiras e as Prescrições do Eurocode 4. XXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE 2005.

Caldas, R.B., Fakury, R.H., Sousa Jr., J.B.M. (2006). Análise Numérica de Pilares Mistos Tubulares de Aço Preenchidos com Concreto em Situação de Incêndio. CILAMCE 2006.

Caldas, R.B., Fakury, R.H., Sousa Jr., J.B.M. (2007). Numerical Analysis of Composite Steel and Concrete Columns Under Fire Conditions. Third International Conference on Steel and Composite Structures, 2007, Manchester. ICSCS '07, 2007.

Caldas, R.B., Fakury, R.H., Sousa Jr., J.B.M. (2007). Bases do Dimensionamento de Pilares Mistos de Aço e Concreto Segundo o Projeto de Revisão da NBR 8800. Revista da Escola de Minas, 60(2), 271-276.

Cánovas, F.M. (1988). Patologia e Terapia do Concreto Armado / Manuel Fernández Cánovas; coordenação técnica L. A. Falcão Bauer; 'tradução de Celeste Marcondes, Carlos Wagner Fernandes dos Santos, Beatriz Cannabrava'. Editora Pini, São Paulo.

CEB (1990). CEB – FIP – Model Code 1990 – Final Draft. Bulletin d'Information n.203, Comité Euro-Internacional Du Beton, Paris.

- Chan, S.L., Chui, P.P.T. (2000). Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel frames with Semi-Rigid Connections. Elsevier, Oxford.
- Chen, W.F., Han, D.J. (1988). Plasticity for Structural Engineers. Springer-Verlag.
- Chen, W.F. (1994). Constitutive Equations for Engineering Materials. Volume 2: Plasticity and Modeling. Elsevier.
- Chen, S.F., Teng, J.G., Chan, S.L. (2001). Design of Biaxially Loaded Short Composite Columns of Arbitrary Section, J. Struct. Eng., ASCE, 127(6), 678-684.
- Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E. (1989). Concepts and Applications of Finite Element Analysis. John Wiley & Sons.
- Cook, R.D., Malkus, D.S., Plesha, M.E., Witt, R.J. (2002). Concepts and Applications of Finite Element Analysis. Fourth edition, John Wiley & Sons.
- Costa, C.N., Ono, R., Silva, V.P. (2005). A Importância da Compartimentação e Suas Implicações no Dimensionamento das Estruturas de Concreto para Situação de Incêndio. IBRACON.
- Crisfield, M.A. (1990). A Consistent Co-rotational Formulation for Non-linear, Three Dimensional Beam Elements. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg, v. 81, p. 131-150.
- Crisfield, M.A. (1991). Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 1: Essentials. John Wiley & Sons.
- Crisfield, M.A. (1997). Nonlinear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Volume 2: Advanced Topics. John Wiley & Sons.
- Culver, C. (1972). Steel Column Buckling under Thermal Gradients. Journal of Structural Division ASCE, v. 98, n. ST8, p. 1853-1865.
- Dotreppe, J.C., Franssen, J.M. (1985). The Use of Numerical Models for the Fire Analysis of Reinforced Concrete and Composite Structures. Engineering Analysis, v. 2, n. 2, p. 67-74.
- Dotreppe, J.C., Franssen, J.M., Vanderzeypen, Y. (1999). Calculation Method for Design of Reinforced Concrete Columns under Fire Conditions. ACI Struct. J., 96(1), 9-18.
- ECCS-TC3 (2001). Model Code on Fire Engineering. European Convention for Constructional Steelwork, first edition, No. 111.

Eftring, B. (1990). Numerisk Beräkning av Temperaturförlopp. Numerical Calculations of Thermal Processes (escrita em sueco). Byggforskningsrådet. The Swedish Council for Building Research. Report R81: 1990.

Elghazouli, A.Y., Izzuddin, B.A., Richardson, A.J. (2000). Numerical Modelling of the Structural Fire Behaviour of Composite Builidings. Fire Safety Journal 35: 279-297.

Ellingwood B., Lin T.D. (1991). Flexure and Shear Behaviour of Concrete Beams During Fires. ASCE Journal of Structural Engineering, 1176(2), 440-58.

El-Zanaty, M.H., Murray, D.W. (1983). Non-Linear Finite Element Analysis of Steel Frames. ASCE Journal of Structural Division 109(ST2): 353-368.

Elghazouli, A.Y., Izzuddin, B.A., Richardson, A.J. (2000). Numerical Modelling of the Structural Fire Behaviour of Composite Buildings. Fire Safety Journal, 35, 279-297.

Elghazouli, A.Y., Izzuddin, B.A. (2001). Analytical Assessment of the Structural Performance of Composite Floors Subject to Compartment Fires. Fire Safety Journal, 36, 769-793.

El-Rimawi, J.A., Burgess, I.W., Plank, R.J. (1993). Modelling the behaviour of steel frames and subframes with semi-rigid connections in fire. University of Sheffield, Department of Civil Engineering, Research Report DCSE/93/S/02.

ENV 13381-4:2002. Test methods for determining the contribution to the fire resistance of structural members – Part 4: Applied protection to steel structural elements, European Committee for Standardization, Brussels.

EN 1991-1-2:2002. Eurocode 1: Actions on Structures, Part 1.2: General Actions, Actions on Structures Exposed to Fire. European Committee for Standardization.

EN 1992-1-2:2004. Eurocode 2: Design of Concrete Structures, Part 1.2: General Rules, Structural Fire Design. European Committee for Standardization.

EN 1993-1-2:2005. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Parte 1.2: General Rules, Structural Fire Design. European Committee for Standardization.

EN 1993-1-8:2005. Eurocode 3: Design of Steel Structures, Part 1.8: Design of Joints. European Committee for Standardization.

EN 1994-1-1:2004. Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1.1: General Rules and Rules for Buildings. European Committee for Standardization.

EN 1994-1-2:2005. Eurocode 4: Design of Composite Steel and Concrete Structures, Part 1-2: General Rules, Structural Fire Design. European Committee for Standardization.

Fakury, R.H. (2004). Dimensionamento de Estruturas de Aço em Situação de Incêndio. Notas de Aula do Curso de Pós Graduação em Engenharia de Estruturas: Tópicos Especiais III - Projetos de Estruturas em Situação de Incêndio. Departamento de Estruturas da UFMG, Belo Horizonte, Março-Julho.

Fakury, R.H., Nóbrega, A.P.M., Las Casas, E.B., Ribeiro, J.C.L. (2003a). Dimensionamento de Pilares Mistos Aço-Concreto em Situação de Incêndio a Partir de Análise Térmica via MEF. V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto.

Fakury, R.H., Las Casas, E.B., Ribeiro, J.C.L., Nóbrega, A.P.M., (2003b). O Uso de Análise Térmica via MEF no Cálculo de Pilares Mistos Preenchidos com Concreto em Situação de Incêndio. XXIV Iberian Latin-American Congress on Computacional Methods in Engineering.

Fakury, R.H., Saliba Jr., C.C., Costa, R.E.N., Ribeiro, J.C.L. (2004). Comportamento de Pilares Mistos Preenchidos com Concreto Refratário de Alto Desempenho (CRAD) em Situação de Incêndio. XXV Iberian Latin-American Congress on Computacional Methods in Engineering.

Fernandes, D.H. (2004). Análise Não-Linear Elástica de Pórticos Planos em Aço sob Ação do Incêndio. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

Ferreira, W.G., Correia, E.V., Azevedo, M.S. (2006). Dimensionamento de Estruturas de Aço e Mistas em Situação de Incêndio. Editora Grafer, Vitória, Brasil.

Figueiredo Jr., F.P. (2002). Simulação via Método dos Elementos Finitos da Distribuição da Temperatura em Estruturas Metálicas e Mistas no Caso de Incêndio. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG.

Fleischmann, C., Buchanan, A. (2002). Analytical Methods for Determining Fire Resistance of Concrete Members. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed.

Fletcher, I.A, Welch, S., Torero, J.L., Carvel, R.O., Usmani, A. (2007). Behaviour of Concrete Structures in Fire. Thermal Science, 11(2), 37-52.

Franssen, J.M. (1987). A Study of the Behaviour of Composite Steel-Concrete Structures in Fire. Ph. D. thesis, University of Liege, Belgium.

Franssen, J.M., Cooke, G.M.E., Latham, D.J. (1995). Numerical Simulation of a Full Scale Test on a Loaded Steel Framework. Journal of Constructional Steel Research 35: 377-408.

Franssen, J.M. (1997). Contributions à la Modélisation des Incendies Dans les Bâtiments et de Leurs Effets sur les Structures. Thèse d'agrégation, University of Liege, F.S.A.

Franssen, J.M. (2000). Failure temperature of a System Comprising a Restrained Column Submitted to Fire. Fire Safety Journal 34: 191-2007.

Franssen, J.M., Kodur, V.K.R., Mason, J. (2000). User's Manual for SAFIR2001, A Computer Program for Analysis of Structures Submitted to the Fire. University of Liege, Belgium.

Franssen, J.M, Dotreppe, J.C. (2003). Fire Tests and Calculation Methods for Circular Concrete Columns. Fire Technology, 39, 89-97.

Franssen, J.M. (2005). SAFIR: A Thermal/Structural Program for Modeling Structures Under Fire. Engineering Journal, Third Quarter, 143-158.

Franssen, J.M., Zaharia, R. (2006). Design of Steel Structures Subjected to Fire. Les Éditions de l'Université de Liège.

Franssen, J.M., Pintea, D., Dotreppe, J.C. (2006). Numerical Analysis of The Effect of Localised Fires on Composite Steel Concrete Buildings. Fourth International Workshop "Structures in Fire".

Garcia, L.F.T., Villaça, S.F. (1999). Introdução à Elasticidade Não Linear. 3<sup>a</sup> ed., COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro.

Geuzaine, C., Remacle, J.F (2006). Gmsh Reference Manual. A Finite Element Mesh Generator with Built-in Pré- and Post-Processing Facilities.

Gillie, M. (1999). Development of Generalized Stress Strain Relationships for the Concrete Slab in Shell Models. PIT Project Research Report SSI, The University of Edinburgh.

- Gillie, M., Usmani, A., Rotter, M. (2000). Modelling of Heated Composite Floor Slabs with Reference to the Cardington Experiments. University of Edinburgh.
- Gillie, M., Usmani, A., Rotter, M. (2001). A Structural Analysis of the First Cardington Test. Journal of Constructional Steel Research, 58, 581-601.
- Ghoneim, M.G., MacGregor, J.G. (1994a). Tests of Reinforced Concrete Plates Under Combined Inplane and Lateral Loads. ACI Structural Journal, 91(1), 19-30.
- Ghoneim, M.G., MacGregor, J.G. (1994b). Behavior of Reinforced Concrete Plates Under Combined Inplane and Lateral Loads. ACI Structural Journal, 91(2), 188-197.
- Guimarães, L.G.S. (1992). Disciplina Orientada a Objetos para Análise e Visualização Bidimensional de Modelos de Elementos Finitos. Dissertação de Mestrado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil.
- Han, L.L. (2000). Fire Resistance of Concrete Filled Steel Tubular Beam-Columns in China-State of the Art. Proc. Conf. Composite Construction in Steel and Concrete IV.
- Han, L.H. (2001). Fire Performance of Concrete Filled Steel Tubular Beam-Columns. J. Constr. Steel Res., 57, 695-709.
- Han, L.H., Yang, Y.F., Xu, L. (2003). An Experimental Study and Calculation on the Fire Resistance of Concrete-Filled SHS and RHS Columns. J. Constr. Steel Res., 59, 427-452.
- Han, L.H. (2004). Flexural Behaviour of Concrete-Filled Steel Tubes. Journal of Constructional Steel Research, 60, 313-337.
- Han, C.G., Hwang, Y.S., Yang, S.H., Gowripalan, N. (2005). Performance of Spalling Resistance of High Performance Concrete with Polypropylene Fiber Contents and Lateral Confinement. Cement and Concrete Research, 35, 1747-1753.
- Hertz, K. (1985). Analyses of Prestressed Concrete Structures Exposed to Fire. Report No 174, Institute of Building Design, Technical University of Denmark.
- Huang, Z., Platten A., Roberts, J. (1996). Non-Linear Finite Element Model to Predict Temperature Histories within Reinforced Concrete in Fires. Building and Environment, 31(2), 109-18.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (1999a). Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Fire. ACI Structural Journal, 96(1), 127-135.

- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (1999b). The Influence of Shear Connectors on the Behaviour of Composite Steel-Framed Buildings in Fire. Journal of Constructional Steel Research, 51, 219-237.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2000). Effective Stiffness Modelling of Composite Concrete Slabs in Fire. Engineering Structures, 22, 1133-1144.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2002). Comparison of BRE Simple Design Method for Composite Floor Slabs in Fire with Non-Linear FE Modelling. Second International Workshop "Structures in Fire", Christchurch.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2003a). A Non-Linear Beam-Column Element for 3D Modelling of General Cross-Sections in Fire. University of Sheffield, Research Report DCSE/03/F/1.
- Huang, Z. Burgess, I.W., Plank, R.J. (2003b) Modelling Membrane Action of Concrete Slabs in Composite Buildings in Fire. Part I: Theoretical Development. Journal of Structural Engineering, ASCE. 2003, 129 (8), pp 1093-1102.
- Huang, Z. Burgess, I.W., Plank, R.J. (2003c) Modelling Membrane Action of Concrete Slabs in Composite Buildings in Fire. Part II: Validations. Journal of Structural Engineering, ASCE. 2003, 129 (8), pp 1103-1112.
- Huang, Z., Burgess, I.W., Plank, R.J. (2004). 3D Modelling of Beam-Columns with General Cross-Sections in Fire. Third International Workshop "Structures in Fire", Ottawa.
- Huang, Z.F., Tan, K.H., Phng, G.H. (2007). Axial Restraint Effects on the Fire Resistance of Composite Columns Encasing I-Section Steel. J. Constr. Steel Res., 63, 437-447.
- Huber, G., Aste, C. (2005). Natural Fire Design at the Underground Car Parking of "Tirol Therme Laengenfeld-Autria". 4th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel 2005.
- Hughes, T.J.R. (1977). Unconditionally Stable Algorithms for Nonlinear Heat Condution. Comp. Meth. Appl. Mech. Engng., 10, 135-139.
- Incropera, F.P., Witt, D.P. (1992). Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa. Traduzido por Horacio Macedo, LTC Livros Técnicos e Científicos Editora S.A., Rio de Janeiro.

ISO 834-1:1999. Fire Resistant Tests – Elements of Building Construction – Part 1: General Requirements. ISO – International Organization for Standardization, Geneva, Suíça.

IT-CB 02.33-94 (1994). CBPMSP-Corpo de Bombeiros da Polícia Militar do Estado de São Paulo. IT-CB 02.33-94 Exigências Para Edifícios Com Estrutura Metálica. São Paulo.

Iu, C.K., Chan, S.L., Zha, X.X. (2005). Nonlinear pre-fire and post-fire Analysis of Steel Frames. Engineering Structures, 27, 1689-1702.

Izzuddin, B.A. (1991). Nonlinear Dynamic Analysis of framed Structures. Ph.D. thesis. Department of Civil Engineering, Imperial College, London.

Izzuddin, B.A. (1996). Quartic Formulation for Elastic Beam-Columns Subject to Thermal Effects. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 122(9), 861-871.

Izzuddin, B.A., Song, L., Elnashai, A.S., Dowling, P.J. (2000). An Integrated Adaptive Environment for Fire and Explosion Analysis of Steel Frames – Part 2: Verification and Application. Journal of Constructional Steel Research 53: 87-111.

Kang, S.W., Lee, J.W., Hong, S.G. (2004). Assessment of the Strength of the Reinforced Concrete Columns at Elevated Temperatures. Third International Workshop "Structures in Fire".

Kodur, V.K.R., (1998). Performanced of High Strength Concrete-Filled Steel Columns Exposed to Fire. Canadian J. Civil Eng., 25, 975-981.

Kodur, V.K.R., Harmathy, T.Z. (2002). Properties of Building Materials. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed

Kodur, V., McGrath, R. (2003). Fire Endurance of High Strength Concrete Columns. Fire Technology, 39, 73–87.

Kodur, V.K.R, Sultan, M.A., (2003). Effect of Temperature on Thermal Properties of High-Strength concret. J. Materials in Civil Eng., 15(2), 101-107.

Kodur, V.K.R., 2006. Solutions for Enhancing the Fire Endurance of HSS Columns Filled with High-Strength Concrete. AISC, Engineering Journal, 1-7.

Landesmann, A. (2003). Modelo Não-Linear Inelástico para Análise de Estruturas Metálicas Aporticadas em Condições de Incêndio. Tese de doutorado, Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE.

Landesmann, A., Batista, E.M. (2002). 2D Steel Structures in Fire: A Simplified Approach. Proceedings of the EUROSTEEL-2002, Coimbra.

Landesmann, A., Batista, E.M., Alves, J.L.D. (2005). Implementation of Advanced Analysis Method for Steel-Framed Structures under Fire Conditions. Fire Safety Journal, 40, 339-366.

Lawson, R.M. (2001). Fire Engineering Design of Steel and Composite Buildings. Journal of Constructional Steel Research, v. 57, p. 1233-1247.

Leston-Jones, L.C. (1997). The Influence of Semi-Rigid Connections on the Performance of Steel Framed Structures in Fire. Ph. D. thesis, University of Sheffield.

Leston-Jones, L.C., Lennon, T. Plank, R.J., Burgess, I.W. (1997). Elevated temperature Moment-Rotation Tests on Steelwork Connections. Proc. Instn Civ. Engrs Structs & Bldgs, 122, 410-419.

- Li, L.Y., Purkis, J. (2005). Stress-Strain Constitutive Equations of Concrete Material at Elevated Temperatures. Fire Safety Journal, 40, 669-686.
- Li, G.Q., Guo, S.X. (2006). Analysis of Restrained Heated Steel Beams During Cooling Phase. Fourth International Workshop "Structures in Fire".
- Li, T.Q., Choo, B.S., Nethercot, D.A. (1995) Connection element method for the analysis of semi-rigid frames. Journal of Constructional Steel Research, 32, 143-171.
- Lie, T.T., Lie, T.D. (1985). Fire Performance of Reinforced Concrete Columns. Fire Safety: Science and Engineering, ASTM STP 882, T.Z. Harmathy, Ed., American Society for Testing and Material, Philadelphia, 179-205.
- Lie, T.T., Celikkol, B. (1991). Method to Calculate the Fire Resistance of Circular Reinforced Concrete Columns. ACI Materials J., 88(1), 84-91.
- Lie, T.T., Irwin, R.J. (1993). Method to Calculate the Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns with Rectangular Cross Section. ACI Struct. J., 90(1), 52-60.
- Lie, T.T., Irwin, R.J. (1995). Fire Resistance of Rectangular Steel Colunas Filled with Bar-Reinforced Concrete. Journal of Structural Engineering, 121 (5), 797-805.
- Lie, T.T. (1994). Fire Resistance of Circular Steel Columns Filled with Bar-Reinforced Concrete. Journal of Structural Engineering, 120, 1489-1509.
- Lie, T.T. (2002). Fire Temperature-time relations. SFPE Handbook of Fire Protection Engineering, 3<sup>rd</sup> Edition.

- Liew, J.Y.R., Tang, L.K., Holmaas, T., Choo, Y.S. (1998). Advanced Analysis for the Assessment of Steel Frames in Fire. Journal of Constructional Steel Research, 47, 19-45.
- Lin, T.D., Zwiers, R.I., Shirley, S.T., Burg, R.G. (1989). Fire Test of Concrete Slab Reinforced with Epoxy-Coated Bars. ACI Structural Journal, 86(2), 156-162.
- Lim, L., Wade, C. (2002). Experimental Fire Tests of Two-Way Concrete Slabs. Fire Engineering Research Report 02/12, Department of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand.
- Lim, L., Buchanan, A., Moss, P., Franssen, J.M. (2004a). Numerical Modelling of two-way Reinforced Concrete Slabs in Fire. Engineering Structures, 26, 1081-1091.
- Lim, L., Buchanan, A., Moss, P. (2004b). Analysis and Design of Reinforced Concrete Slabs Exposed to Fires. Third International Workshop "Structures in Fire".
- Liu, T.C.H. (1994). Theoretical Modeling of Steel Bolted Connection Under Fire Exposure. Proceedings of International Conference on Computational Methods in Structural and Geotechinical Engineering Mechanics, Hong Kong.
- Liu, T.C.H. (1996). Finite Element Modeling of Behaviour of Steel Beams and Connections in Fire. Journal of Constructional Steel Research 36(2): 181-199.
- Liu, T.C.H. (1999). Moment-Rotation-Temperature Characteristics of Steel and Composite Beam-Column Connections in Fire. J. Construct. Steel Res., v.46 (1-3), p.308-309.
- Lopes, N., Vila Real, P.M.M., Piloto, P., Mesquita, L., Simões da Silva, L. (2005). Modelação Numérica da Encurvatura Lateral de Vigas I em Aço Inoxidável Sujeitas a Temperaturas Elevadas. Congresso de Métodos Numéricos em Ingeniería, Espanha.
- Lowes, L.N., Altoontash, A. (2003). Modeling Reinforced-Concrete Beam-Colum Joints Subjected to Cyclic Loading. Journal of Structural Engineering, 129 (12), 1686-1697.
- Ma, K.Y., Liew, J.Y.R. (2004). Nonlinear Plastic Hinge Analysis of Three-Dimensional Steel Frames in Fire. Journal of Structural Engineering, 130(7), 981-990.
- Martha, L.F. (2003). Notas de Aula do Curso Fundamentos de Computação Gráfica Aplicada. PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, (www. Tecgraf.puc-rio.br/~lfm).

Martha, L.F., Parente Jr., E. (2002). An Oject-Oriented Framework for Finite Element Programing. Proceedings of Fifth World Congress on Computational Mechanics, WCCM V, Vienna, Austria.

Meda, A., Gambarova, P.G., Bonomi, M. (2002). High-Performance Concrete in Fire-Exposed Reinforced Concrete Sections. ACI Struct. J., 99(3), 277-287.

Milke, J.A. (2002). Analytical Methods for Determining Fire Resistance of Steel Members. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed.

Muniz, C.F.D.G. (2005). Modelos Numéricos para Análise de Elementos Estruturais Mistos. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da UFOP.

Najjar, S.R. (1994). Three-Dimensional Analysis of Steel Frames and Subframes in Fire. Ph.D. dissertation, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, Sheffield.

Najjar, S.R., Burgess, I.W. (1996). A Non-Linear Analysis for 3-Dimensional Steel Frames in Fire Conditions. Engineering Structures, 18, 77-89.

Newman, G.M., Robinson, J.T., Bailey, C.G. (2000). Fire Safe Design: A New Approach to Multi-Storey Steel-Framed Buildings. SCI Publication P288. The Steel Construction Institute.

Newman, G.M., Robinson, J.T., Bailey, C.G. (2006). Fire Safe Design: A New Approach to Multi-Storey Steel-Framed Buildings (Second Edition). SCI Publication P288.

Nizamuddin, Z.T. (1976). Thermal and Structural Behaviour of Steel-Framed Buildings in Fire. PhD thesis, University of California, Berkeley, California.

Nóbrega, A.P.M. (2003). Análise do Comportamento de Pilares Mistos Aço-Concreto em Situação de Incêndio. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG.

O'Connor, M.A., Martin, D.M. (1998). Behaviour of a Multi-Storey Steel Framed Building Subjected to Fire Attack. Journal of Constructional Steel Research 46(1-3): 295.

Oran, C. (1973). Tangent Stiffness in Space Frames. Journal of Structural Division, ASCE, 99, ST6, 987-1001.

Owen, D.R.J., Hinton, E. (1980). Finite Elements in Plasticity. Pineridge Press, Swansea, U. K.

Pacoste, C., Eriksson, A. (1997). Beam Elements in Instability Problems. Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 144(1-2), 163-197.

Pannoni, F.D, Silva, V.P., Fakury, R.H., Rodrigues, F.C. (2005a). Simulation of the Dynamics of the Fire at 41 Angelo Perillo Road, Limeira, Brazil, 2002. CILAMCE.

Pannoni, F.D, Silva, V.P., Fakury, R.H., Rodrigues, F.C. (2005b). Simulation of a Compartment Flashover Fire Using Hand Calculations, A Zone Model and a Field Model. CILAMCE.

Parente Jr., E. (2000). Análise de Sensibilidade e Otimização de Forma de Estruturas Geometricamente Não-Lineares. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro.

Parente Jr., E., Holanda, A.S., Silva, S.M.B.A. (2006). Tracing Nonlinear Equilibrium Paths of Structures Subjected to Thermal Loading. Computational Mechanics 2006, 38:505-20.

Patankar, S.V. (1980). Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences. W. J. Minkowycz and E. M. Sparrow, Editors.

Piloto, P.A.G., Mesquita, L.M.R., Gavilán, A.R. (2006). Numerical Modelling of Lateral Torsional Buckling for Partially Encased Steel Beams at Elevated Temperatures. Fourth International Workshop "Structures in Fire".

Plank, R. (1999). Fire Engineering of Steel Structures. University of Sheffield, Inglaterra.

Pinto, E.M., Rigobello, R., Munaiar, J. (2008). Theoretical and Experimental Study of the Thermal Degradation of Eucalyptus Timber. Forest Products Journal, 58, 85-89.

Pitangueira, R.L.S (1998). Mecânica de Estruturas de Concreto com Inclusão de Efeitos de Tamanho e Heterogeneidade. Tese de Doutorado (em português). Departamento de Engenharia Civil. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Pettersson, O., Magnusson, S.E., Thor, J. (1976). Fire Engineering Design of Steel Structures. Publication 50, Swedish Institute of Steel Construction.

PR NBR 14323:2003. Associação Brasileira de Normas Técnicas. Dimensionamento de Estruturas de Aço e de Estruturas Mistas Aço-Concreto de Edifícios em Situação de Incêndio - Procedimento. Texto-base de revisão.

Purser, D.A. (2002). Toxicity Assessment of Combustion Produts. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed.

Purkiss, J.A. (2006). Fire Safety Engineering Design of Structures, 2<sup>nd</sup> Ed. Butterworth Heinemann.

Ramly Sulong, N.H., Elghazouli, A.Y., Izzudin, B.A. (2005). Analytical Modelling of Steel Connections at Elevated Temperature. 4th European Conference on Steel and Composite Structures, Eurosteel.

Regobello, R., Munaiar, Silva, V.P. (2007). Análise Termestrutural de Vigas Biengastadas Constituídas por Perfis Formados a Frio em Situação de Incêndio. CILAMCE.

Regobello, R., Munaiar, J., Malite, M., Silva, V.P. (2008). Modelos Numéricos de Vigas Mistas Constituídas por Perfis de Aço Formados a Frio e Laje de Concreto em Situação de Incêndio. Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural.

Ribeiro, J.C.L. (2004). Simulação via Método dos Elementos Finitos da Distribuição Tridimensional de Temperatura em Estruturas em Situação de Incêndio. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Estruturas da UFMG.

Rockett, J.A., Milke, J.A. (2002). Conductio of Heat in Solids. SFPE, Handbook of Fire Protection Eng., 3<sup>rd</sup> ed.

Saab, H.A. (1990). Non-Linear Finite Element Analysis of Steel Frames in Fire Conditions. Ph.D. dissertation, University of Sheffield, Department of Civil and Structural Engineering, Sheffield.

Saab, H.A., Nethercot, D.A. (1991). Modelling Steel Frame Behaviour under Fire Conditions. Engineering Structures 13: 371-382.

Samanaidu, B., Murray, D.W. (1988). Concrete Constitutive Model for NLFE Analysis of Structures. Journal of Structural engineering, 114, 7, 1449-1466, julho.

Sanad, A.M., Lamont, S., Usmani, A.S., Rotter, J.M. (2000a). Structural Behaviour in Fire Compartment under Different Heating Regimes – Part 1: Slab Thermal Gradients. Fire Safety Journal, 35, 99-116.

Sanad, A.M., Lamont, S., Usmani, A.S., Rotter, J.M. (2000b). Structural Behaviour in Fire Compartment under Different Heating Regimes – Part 2: Slab Mean Temperatures. Fire Safety Journal, 35, 117-130.

Sanad, A.M., Rotter, J.M., Usmani, A.S., O'Connor, M.A. (2000c). Composite Beams in Large Buildings under Fire – Numerical Modelling and Structural Behaviour. Fire Safety Journal, 35, 165-188.

Schaumann, P., Kodur, V.K.R. (2006). Fire Resistance of High-Strength Concrete-Filled Steel Columns. 4th Intern. Workshop "Structures in Fire".

Sfakianakis, M.G. (2002). Biaxial Bending with Axial Force of Reinforced, Composite and Repaired Concrete Sections of Arbitrary Shape by Fiber Model and Computer Graphics. Advances in Engineering Software, 33, 227-242.

Silva, V.P. (2005). Determination of the Steel Fire Protection Material Thichkness by an Analytical Process – A Simple Derivation. Engineering Structures.

Silva, V.P. (2006). Determination of the Temperatura of Thermally Unprotected Steel Members Under Fire Situations. Considerations on the Section Factor. Latin American Journal of Solids & Structures.

Simo, J.C., Hughes, T.J.R. (1998). Computational Inelasticity. Springer-Verlag.

Simões da Silva, L., Santiago, A. Villa Real, P.J.M.M.F (2001). A Component Model for the Behaviour of Steel Joints at Elevated Temperatures. Journal of Constructional Steel Research, 57, 1169-1195.

Song, L., Izzuddin, B.A., Elnashai, A.S. (1995). Nonlinear Analysis of Steel Frames Subjected to Explosion and Fire Loading. Proceedings of the International Conference on Structural Dynamics, Vibration, Noise and Control, Hong Kong.

Song, L., Izzuddin, B.A., Elnashai, A.S., Dowling, P.J. (2000). An Integrated Adaptive Environment for Fire and Explosion Analysis of Steel Frames – Part 1: Analytical Models, Journal of Constructional Steel Research, 53, 63-85.

Souza, R.M. (2000). Force-Based Element for Large Displacement Inelastic Analysis of Frames. Tese de Doutorado, Universidade da California, Berkeley.

Sousa Jr., J.B.M. (2000). Auto-Adaptação e Otimização de Forma em Cascas. Tese de Doutorado, PUC-Rio, Departamento de Engenharia Civil, Rio de Janeiro.

Souza Jr., V. (1998). Análise de Pórticos de Aço Sob Altas Temperaturas. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil da UFOP.

- Souza Jr., V. (2004). Simulação Computacional do Comportamento de Estruturas de Aço Sob Incêndio. Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil da UFRGS.
- V. Souza Jr., G.J. Creus (2006). Simplified Elastoplastic Analysis of General Frames on Fire. Engineering Structures.
- Spyrou, S. (2002). Development of a Component Based Model of Steel Beam-to-Colum Joints at Elevated Temperatures. PhD Thesis, University of Sheffield.
- Spyrou, S, Davison, B., Burgess, I., Plank, R. (2002). Experimental and Analytical Studies of Steel Joint Components at Elevated Temperatures. Proceedings of Second International Workshop "Structures in Fire", Christchurch.
- Talamona, D., Franssen, J.M. (2005). A Quadrangular Shell Finite Element for Concrete and Steel Structures Subjected to Fire. Journal of Fire Protection Engineering, 15, 237-264.
- Tan, K.H., Wang, Z., Au, S.K. (2004). Heat Transfer Analysis for Steelwork Insulated By Intumescent Paint Exposed to Standard Fire Conditions. Third International Workshop "Structures in Fire", Ottawa.
- Tan, K.H., Yao, Y. (2003). Fire Resistance of Four-Face Heated Reinforced Concrete Columns. Journal of Structural Engineering, 129(9), 1220-1229.
- Tan, K.H., Yao, Y. (2004). Fire Resistance of Reinforced Concrete Columns Subjected to 1-, 2-, and 3-Face Heating. Journal of Structural Engineering, 130(11), 1820-1828.
- Tschemmernegg, R., Tautschnig, A., Klein, H. Braun, C., Humer, C. (1987). Zur Nachgiebigkeit von Rahmenknoten-Teil 1. Stahlbau, 56, Heft 10, S. 299-306.
- Uy, B. (2001). Strength of Short Concrete Filled High Strength Steel Box Columns. Journal of Constructional Steel Research, 57, 113-134.
- Vargas, M.R., Silva, V.P. (2003). Resistência ao Fogo das Estruturas de Aço. Instituto Brasileiro de Siderurgia IBS / Centro Brasileiro da Construção em Aço CBCA, Rido de Janeiro, 76p.
- Vecchio, F.J. (1990). Reinforced Concrete Membrane Element Formulations. Journal of Structural Engineering, v. 116,n. 3, p. 730-750, Março.
- Vila Real, P.J.M.M.F. (1988). Modelação por Elementos Finitos do Comportamento Térmico e Termo-Elástico de Sólidos Sujeitos a Elevados Gradientes

Térmicos. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Janeiro.

Vila Real, P.J.M.M.F., Franssen, J.M. (2000). Lateral Torsional Buckling of Steel I-Beams in Case of Fire – Numerical Modelling. Proc. of First International Workshop "Structures in Fire", Copenhagen.

Vila Real, P.J.M.M.F., Piloto, P.A.G., Franssen, J.M. (2003). A New Proposal of a Simple Model for the Lateral-Torsional Buckling of Unrestrained Steel I-Beams in Case of Fire: Experimental and Numerical Validation. Journal of Constructional Steel Research, v. 59, n. 2, p. 179-199.

Vila Real, P.J.M.M.F., Lopes, N., Simões da Silva, L., Franssen, J.M. (2004a). Lateral-Torsional Buckling of Unrestrained Steel Beams under Fire Conditions: Improvement of EC3 Proposal. Computers and Structures, v. 82, p. 1737-1744.

Vila Real, P.J.M.M.F., Lopes, N., Simões da Silva, L., Piloto, P., Franssen, J.M. (2004b). Numerical Modelling of Steel Beam-Columns in Case of Fire – Comparisons with Eurocode 3. Fire Safety Journal, v. 39, p. 23-39.

D.E. Wainman, B.R. Kirby, "Compendium of UK Standard Fire Test Data, Unprotected Structural Steel – 1", Rotherham (UK): Swinden Laboratories, British Steel Corporation, No. RS/RSC/S10328/1/87/B, (1988).

Wainman, D.E., Martin, D.M. (1996). Preliminary Assessment of the Data Arising from a Standard Fire Resistance Test Performed on a Slimflor Beam at the Warrington Fire Research Centre on 14<sup>th</sup> February. Technical Note, SL/HED/TNS2440/4/96/D, British Steel plc, Swinden Technology Centre, UK.

Wang, Y.C. (1995). The Behaviour of Steel Frames Subject to Fire. Journal of Constructional Steel Research, v. 35, p. 291-322.

Wang, Y.C., Davies, J.M. (2003). Fire Tests of Non-Sway Loaded and Rotationally Restrained Steel Column Assemblies. Journal of Constructional Steel Research, v. 59, p. 359-383.

Wang, Y.C. (2000a). A Simple Method for Calculating the Fire Resistance of Concrete-Filled CHS Columns. Journal o Constructional Steel Research, 54, 365-386.

Wang, Y.C. (2000b). A Analysis of The Global Structural Behaviour of The Cardington Steel-Framed Building During The Two BRE Fire Tests. Engineering Structures, v. 22, p. 401-412.

- Wang, Y.C. (2002). Steel and Composite Structures: Behaviour and Design for Fire Safety. Spon Press.
- William, J.J. (1974). Constitutive Model for Triaxial Behaviour of Concrete. Proceedings of IABSE Semina, Bergamo, Italy.
- Wong, Y.L. (2004). Spalling of Concrete Under Fire. International Seminar on Recent Developments of Fire Protection in Structures, The Hong Kong Institute of Steel Construction, Hong Kong.
- J. L. Zarzuela, R.F. Aragão (1999). Química Legal e Incêndios, Editora Sagra Luzzatto, Porto Alegre, Brasil.
- Zárate, F. C., Onate, E. (1993). Caltep: Programa para el Cálculo Transitório de la Ecuación de Poisson. Publicación CIMNE, 27, Espanha.
- Zienkiewicz, O.C. (1977). The Finite Element Method. 3<sup>rd</sup> ed., McGraw Hill Book Company Ltd.
- Zienkiewicz, O.C., Morgan, K. (1983). Finite Elements and Approximation. John Wiley & Sons.

## Livros Grátis

( <a href="http://www.livrosgratis.com.br">http://www.livrosgratis.com.br</a>)

#### Milhares de Livros para Download:

<u>Baixar</u>	livros	de	Adm	<u>iinis</u>	tra	ção

Baixar livros de Agronomia

Baixar livros de Arquitetura

Baixar livros de Artes

Baixar livros de Astronomia

Baixar livros de Biologia Geral

Baixar livros de Ciência da Computação

Baixar livros de Ciência da Informação

Baixar livros de Ciência Política

Baixar livros de Ciências da Saúde

Baixar livros de Comunicação

Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE

Baixar livros de Defesa civil

Baixar livros de Direito

Baixar livros de Direitos humanos

Baixar livros de Economia

Baixar livros de Economia Doméstica

Baixar livros de Educação

Baixar livros de Educação - Trânsito

Baixar livros de Educação Física

Baixar livros de Engenharia Aeroespacial

Baixar livros de Farmácia

Baixar livros de Filosofia

Baixar livros de Física

Baixar livros de Geociências

Baixar livros de Geografia

Baixar livros de História

Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura

Baixar livros de Literatura de Cordel

Baixar livros de Literatura Infantil

Baixar livros de Matemática

Baixar livros de Medicina

Baixar livros de Medicina Veterinária

Baixar livros de Meio Ambiente

Baixar livros de Meteorologia

Baixar Monografias e TCC

Baixar livros Multidisciplinar

Baixar livros de Música

Baixar livros de Psicologia

Baixar livros de Química

Baixar livros de Saúde Coletiva

Baixar livros de Serviço Social

Baixar livros de Sociologia

Baixar livros de Teologia

Baixar livros de Trabalho

Baixar livros de Turismo