

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA

MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA  
DO ESCOAMENTO E TRANSFERÊNCIA  
DE CALOR EM REGENERADORES  
TÉRMICOS MAGNETOCALÓRICOS

Dissertação de Mestrado

Pablo Adamoglu de Oliveira

Florianópolis, SC

2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
MECÂNICA**

**MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA DO  
ESCOAMENTO E TRANSFERÊNCIA DE CALOR  
EM REGENERADORES TÉRMICOS  
MAGNETOCALÓRICOS**

Dissertação submetida à Universidade Federal de Santa Catarina  
para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica

**PABLO ADAMOGLU DE OLIVEIRA**

**Florianópolis, Dezembro de 2008**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA  
**MODELAGEM E ANÁLISE NUMÉRICA DO ESCOAMENTO  
E TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM REGENERADORES  
TÉRMICOS MAGNETOCALÓRICOS**

**PABLO ADAMOGLU DE OLIVEIRA**

Esta dissertação foi julgada adequada para a obtenção do título de

**MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESPECIALIDADE ENGENHARIA MECÂNICA**

**Área de concentração em Engenharia e Ciências Térmicas**

sendo aprovada em sua forma final.

---

Prof. Alvaro Toubes Prata, Ph.D – Orientador

---

Prof. Eduardo Alberto Fancello, D.Sc – Coordenador do curso

**BANCA EXAMINADORA**

---

Prof. Amir Antônio Martins de Oliveira Jr., Ph.D – Presidente

---

Prof(a). Márcia Barbosa Henriques Mantelli, Ph.D

---

Prof. Jader Riso Barbosa Jr., Ph.D

*“Quando o homem tiver acabado, então estará no começo;  
e quando cessar a pesquisa, ficará perplexo.”  
(Eclesiástico 18,6)*

*Dedico este trabalho a meus pais, Sérgio e Cândida,  
e a meu irmão, Samir, pelo amor, apoio e incentivo.*

*E à Camila, pela constante presença, paciência,  
carinho e orações.*

## *Agradecimentos*

À Deus, por tudo, mas especialmente pelo dom da fé e da perseverança.

Ao CNPq e à EMBRACO, pelo suporte financeiro.

Ao Prof. Alvaro Toubes Prata, pela acolhida no INCT em Refrigeração e Termofísica – POLO Laboratórios de Pesquisa, assim como pelos ensinamentos, orientação, acompanhamento e confiança em mim depositada, fundamentais à realização deste trabalho.

Aos professores Jader Riso Barbosa Jr., Ekkes Brück, Amir Antônio Martins de Oliveira Jr. e Antônio Fábio de Carvalho Silva, pelo auxílio e colaborações no decorrer da elaboração deste trabalho.

Aos membros da banca examinadora, pela disposição em avaliar este trabalho e pelas valorosas contribuições a ele prestadas.

Um agradecimento especial aos amigos Paulo Trevizoli e Jaime Lozano, pela experiência e suporte técnico no que tange à modelagem de materiais magnetocalóricos, sem os quais uma parte deste trabalho não teria sido concluída.

Aos caros amigos Jorge Bezerra, Rodrigo Corrêa, Paulo Henrique, Fábio Morais, Rafael Borin, Eduardo Barreto, Márcio Schneider, Moisés Marcelino e João Paulo Dias, pelo companheirismo, apoio e encorajamento em diversos momentos desta caminhada forjada por lutas, superação e vitórias.

Aos amigos Cirilo Bresolin, Walber Braga, Antônio Lückman, Eduardo Mayer e Ricardo Rezende, pela prestimosidade e importante ajuda em várias discussões técnicas acerca de pontos que compõem este trabalho.

Aos colegas de laboratório, pelos conhecimentos compartilhados.

Aos demais colaboradores e funcionários do POLO Laboratórios de Pesquisa, pelos serviços prestados.

# *Sumário*

<b>Lista de Figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de Tabelas</b>	<b>xvi</b>
<b>Lista de Símbolos</b>	<b>xviii</b>
<b>Lista de Abreviaturas e Siglas</b>	<b>xxvii</b>
<b>Resumo</b>	<b>xxviii</b>
<b>Abstract</b>	<b>xxix</b>
<b>1 Introdução</b>	<b>1</b>
1.1 Contextualização acerca de trocadores de calor regenerativos . . . . .	1
1.1.1 Regeneradores térmicos passivos . . . . .	2
1.1.2 O efeito magnetocalórico e o regenerador magnético ativo . . . . .	5
1.2 Motivação . . . . .	7
1.3 Objetivos . . . . .	10
1.4 Contribuições pretendidas . . . . .	11
1.5 Estrutura da dissertação . . . . .	11
<b>2 Revisão Bibliográfica</b>	<b>12</b>
2.1 Regeneradores passivos - abordagens analíticas . . . . .	12
2.1.1 Abordagens baseadas na Primeira Lei da Termodinâmica . . . . .	12
2.1.2 Abordagens baseadas na Segunda Lei da Termodinâmica . . . . .	17
2.2 Regeneradores passivos - abordagens numéricas . . . . .	20



---

2.3	Regeneradores ativos - abordagens numéricas . . . . .	26
2.4	Síntese do capítulo . . . . .	33
<b>3</b>	<b>O Problema Fundamental</b>	<b>35</b>
3.1	Descrição física do problema . . . . .	35
3.2	Formulação matemática . . . . .	36
3.3	Metodologia de solução . . . . .	39
3.4	Resultados e discussões . . . . .	41
3.5	Síntese do capítulo . . . . .	55
<b>4</b>	<b>O Regenerador de Placas Metálicas</b>	<b>56</b>
4.1	Descrição física do problema . . . . .	56
4.2	Modelagem do escoamento no regenerador . . . . .	59
4.3	Solução para a dinâmica do escoamento . . . . .	66
4.4	Modelagem para a transferência de calor . . . . .	69
4.5	Modelagem termodinâmica – geração de entropia . . . . .	76
4.6	Metodologia de solução . . . . .	77
4.6.1	Modelagem numérica . . . . .	78
4.6.2	Refino de malha e verificação da solução numérica . . . . .	86
4.6.3	Averiguação da independência de condição inicial . . . . .	92
4.7	Resultados e discussões . . . . .	93
4.8	Síntese do capítulo . . . . .	105
<b>5</b>	<b>O Regenerador Magnético Ativo</b>	<b>106</b>
5.1	O efeito magnetocalórico . . . . .	106
5.1.1	Descrição física do EMC . . . . .	106
5.1.2	A termodinâmica do EMC . . . . .	107
5.1.3	O ciclo termo-magnético de Brayton . . . . .	111
5.2	Modelagem matemática do ciclo AMRR . . . . .	113

---

5.2.1	Modelagem das etapas isocampo . . . . .	114
5.2.2	Modelagem das etapas adiabáticas . . . . .	118
5.2.3	Variáveis analisadas . . . . .	121
5.3	Metodologia de solução . . . . .	122
5.3.1	Modelagem numérica . . . . .	122
5.3.2	Refino de malha e verificação da solução numérica . . . . .	124
5.4	Resultados e discussões . . . . .	127
5.4.1	Resultados para variação da vazão mássica . . . . .	127
5.4.2	Resultados para variação do $\Delta T$ entre os trocadores de calor . . . . .	135
5.4.3	Resultados para variação da espessura do canal . . . . .	138
5.4.4	Resultados para variação da frequência de ciclo . . . . .	140
5.4.5	Resultados para os transientes de temperatura . . . . .	143
5.5	Síntese do capítulo . . . . .	146
<b>6</b>	<b>Considerações Finais</b>	<b>147</b>
6.1	Conclusões gerais . . . . .	147
6.2	Sugestões para trabalhos futuros . . . . .	149
	<b>Referências</b>	<b>150</b>
	<b>Apêndice A Equação para a energia térmica transiente</b>	<b>159</b>
	<b>Apêndice B Solução exata para a temperatura no cilindro</b>	<b>162</b>
B.1	Solução para o intervalo de aquecimento . . . . .	163
B.2	Solução para o intervalo de resfriamento . . . . .	167
B.3	Solução para a evolução temporal dos ciclos . . . . .	167
	<b>Apêndice C Normalização da velocidade no regenerador</b>	<b>168</b>
	<b>Apêndice D Solução exata para a velocidade no regenerador</b>	<b>170</b>

---

Apêndice E	Fundamentos para verificação da solução numérica	175
Apêndice F	Cálculo do número de Nusselt para o regenerador de placas	180
Apêndice G	Funções de aproximação para $c_H$ e $\Delta T_{ad}$ do gadolínio	182

# *Lista de Figuras*

Figura 1.1 – Desenhos esquemáticos das categorias de regeneradores passivos. . . . .	2
Figura 1.2 – Desenho esquemático de uma máquina Stirling (configuração $\beta$ ). Fonte: Adaptado de Heidrich, Prata e Lilie (2005). . . . .	4
Figura 1.3 – Componentes de um refrigerador <i>pulse tube</i> : (1) compressor, (2) dissipador, (3) regenerador, (4) trocador de calor frio, (5) tubo, (6) trocador de calor quente, (7) extremidade, (8) conector, (9) extremidade e (10) volume de expansão. Fonte: Adaptado de Zhu e Matsubara (2004). . . . .	5
Figura 1.4 – Etapas fundamentais do ciclo de refrigeração magnética e os respectivos perfis de temperatura no material magnético em cada uma delas. Fonte: Adaptado de Kawanami <i>et al.</i> (2008). . . . .	7
Figura 1.5 – Principais protótipos que operam na temperatura ambiente pesquisados nos últimos anos. Fonte: Adaptado de Gschneidner Jr. e Pecharsky (2008). . . . .	9
Figura 2.1 – $Nu$ para placas planas paralelas em função de $Re_w$ considerando diferentes $Pr$ (fluidos incompressíveis): (a) Parte real de $Nu$ e (b) Parte imaginária de $Nu$ . Fonte: Adaptado de Chen, Luo e Dai (2007). . . . .	16
Figura 3.1 – Configurações para o regenerador: I (banco de tubos) e II (meio poroso). Destaque no domínio de estudo: (A) corrente de fluido quente que aquece a matriz na primeira metade do ciclo, e (B) corrente de fluido fria que é aquecida pela matriz na segunda metade do ciclo. Fonte: Configuração II adaptada de Harvey (2003). . . . .	35
Figura 3.2 – Comparação entre as soluções analítica e numérica da temperatura transiente, avaliada em $\xi = 0,9$ para diferentes combinações de $Bi$ e $Fo$ : (a) $Bi = 0,1$ e $Fo = 10,4$ e (b) $Bi = 1,0$ e $Fo = 104,0$ . . . . .	42
Figura 3.3 – Perfis de temperatura transiente avaliados em $\xi = 1,0$ para diferentes valores de $Bi$ : (a) $Bi = 0,01$ , (b) $Bi = 0,1$ , (c) $Bi = 1,0$ , (d) $Bi = 10,0$ e (e) $Bi = 100,0$ . . . . .	43

Figura 3.4 – Perfis de temperatura transiente avaliadas em  $\xi = 1,0$  para diferentes  $Fo$ : (a)  $Fo = 1,04$  ( $P = 0,05$  s), (b)  $Fo = 10,4$  ( $P = 0,5$  s) e (c)  $Fo = 104,0$  ( $P = 5,0$  s). . . . . 44

Figura 3.5 – Perfis de energia térmica transiente para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ . 45

Figura 3.6 – Perfis de energia térmica transiente para diferentes valores de  $Fo$ : (a)  $Fo = 1,04$  ( $P = 0,05$  s), (b)  $Fo = 10,4$  ( $P = 0,5$  s) e (c)  $Fo = 104,0$  ( $P = 5,0$  s). . . . . 46

Figura 3.7 – Calor trocado em meio ciclo no regime periodicamente desenvolvido segundo variações dos grupos adimensionais: (a) Calor trocado *versus*  $Fo$ , (b) Calor trocado *versus*  $Fo$  (ênfase  $Bi = 0,01$ ), (c) Calor trocado *versus*  $Bi$  e (d) Calor trocado *versus*  $Bi$  (ênfase  $Fo = 0,1$  e  $1,0$ ). . . . . 47

Figura 3.8 – Perfis radiais de temperatura apresentados para diversos valores de  $Bi$ , considerando um instante de tempo no início do intervalo de aquecimento ( $\tau = 6,2$ ). . . . . 48

Figura 3.9 – Perfis espaciais de temperatura, no regime periodicamente desenvolvido, para as seguintes combinações dos parâmetros de similaridade  $Bi$  e  $Fo$ : (a)  $Bi = 100,0$  e  $Fo = 0,1$ , (b)  $Bi = 100,0$  e  $Fo = 0,1$ , (c)  $Bi = 100,0$  e  $Fo = 1,0$  e (d)  $Bi = 100,0$  e  $Fo = 1,0$ . . . . . 49

Figura 3.10 – Curva que relaciona os valores ótimos de  $Fo$  para cada valor de  $Bi$ . 49

Figura 3.11 – Temperatura e energia térmica transferida para duas situações definidas pelos seguintes pares adimensionais: (a) e (b)  $Bi = 5,75 \times 10^{-4}$  e  $Fo = 10,0$ , (c) e (d)  $Bi = 0,3573$  e  $Fo = 10,0$ . . . . . 51

Figura 3.12 – Taxa de variação da entropia do sistema para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ . . . . . 52

Figura 3.13 – Entropia gerada no sistema em um período ( $9^o$  ciclo) para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ . . . . . 54

Figura 3.14 – Taxa de variação da exergia do sistema em um período ( $9^o$  ciclo) para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$  e (c)  $Bi = 1,0$ . 54

Figura 4.1 – Geometria do regenerador de placas planas e destaque para a matriz localizada no interior de sua estrutura. Nela, os volumes de cor escura representam as placas sólidas enquanto os volumes transparentes de cor clara representam o fluido de trabalho. . . . .	56
Figura 4.2 – Configuração geométrica da unidade elementar da matriz do regenerador. . . . .	57
Figura 4.3 – Vista superior do corte no plano $x - z$ . As regiões não-hachuradas representam o fluido que se desloca alternadamente entre as placas. . . . .	58
Figura 4.4 – Domínio de estudo e condições de contorno para os processos de (a) Aquecimento e (b) Resfriamento. . . . .	59
Figura 4.5 – Medidas experimentais para condições de regime laminar (o) e turbulento (●) em função dos parâmetros adimensionais $Wo$ e $\beta$ . Os triângulos representam condições turbulentas reportadas por Ohmi, Iguchi e Urahata (1982 apud KURZWEIG; LINDGREN; LOTHROP, 1989). Fonte: Adaptado de Kurzweg, Lindgren e Lothrop (1989). . . . .	62
Figura 4.6 – Comportamento de $Wo$ frente à variação de $P$ para vários valores de $D_h$ . . . . .	63
Figura 4.7 – Comportamento de $\beta$ frente à variação de $P$ para vários valores de $ U(t) _{amplitude}$ . . . . .	63
Figura 4.8 – Campo de velocidades no regenerador para: (a) $Re_{\omega(D_h)} = 1,0$ e (b) $Re_{\omega(D_h)} = 500,0$ . . . . .	67
Figura 4.9 – Perfis espaciais de velocidade para diferentes valores de $Re_{\omega(D_h)}$ . . . . .	68
Figura 4.10 – Perfis transientes para o gradiente de pressão e velocidade no centro do duto. Esta última é apresentada para diferentes valores de $Re_{\omega(D_h)}$ . . . . .	69
Figura 4.11 – Malha computacional 2D. . . . .	78
Figura 4.12 – Volumes adjacentes à interface entre as regiões fluida e sólida. . . . .	81
Figura 4.13 – Estrutura lógica do código para a simulação do regenerador. . . . .	83
Figura 4.14 – Estrutura lógica do código para simulação do comportamento do regenerador segundo a variação do período do escoamento. . . . .	84
Figura 4.15 – Estrutura lógica do código para simulação do comportamento do regenerador segundo a variação da amplitude da velocidade média. . . . .	85

Figura 4.16 – Ilustração da solução convergente $\psi_c$ no intervalo subconvergente de $\Lambda_{ap}$ . Fonte: Adaptado de Marchi e Silva (2002). . . . .	92
Figura 4.17 – Comportamento de $Re_{\omega(D_h)}$ frente à variação de $P$ para diferentes $D_h$ . . . . .	94
Figura 4.18 – Comportamento da entropia gerada no sistema (média no espaço e no ciclo) em função da amplitude da vazão mássica. . . . .	95
Figura 4.19 – Eficiência do regenerador em função de $\bar{w}(t) _{amplitude}$ para $f = 10,0$ Hz. . . . .	96
Figura 4.20 – $\overline{Ns}$ em função de $\bar{w}(t) _{amplitude}$ para $f = 10,0$ Hz. . . . .	97
Figura 4.21 – Efetividade em função da variação de $\bar{w}(t) _{amplitude}$ para $f = 10,0$ Hz. . . . .	98
Figura 4.22 – Eficiência em função da variação de $P$ para $U(t) _{amplitude} = 5,0$ m/s. . . . .	98
Figura 4.23 – $\overline{Ns}$ em função da variação de $P$ para $U(t) _{amplitude} = 5,0$ m/s. . . . .	101
Figura 4.24 – $\overline{Ns}$ em função de $\tau$ para diferentes períodos. . . . .	102
Figura 4.25 – $\overline{\theta_s}$ em função de $\tau$ para diferentes períodos. . . . .	102
Figura 4.26 – $\overline{Ns}$ em função da variação de $P$ para $D_h = 0,6$ mm. . . . .	103
Figura 4.27 – Correlação numérica para $P_{limite}$ e $\dot{m}(t) _{media}$ . . . . .	103
Figura 4.28 – Efetividade do regenerador em função da variação de $P$ . . . . .	104
Figura 5.1 – Magnetização de um material magnético a partir da aplicação de um campo externo. Em (a), os <i>spins</i> estão aleatoriamente orientados. Em (b), a rede de <i>spins</i> é alinhada com o campo aplicado, magnetizando o material. Fonte: Adaptado de Petersen (2007). . . . .	107
Figura 5.2 – Diagrama entropia-temperatura ( $S-T$ ) ilustrando a existência do EMC, representado aqui por seus dois parâmetros característicos $\Delta S_M$ e $\Delta T_{ad}$ . Fonte: Adaptado de Pecharsky e Gschneidner Jr. (1999). . . . .	108
Figura 5.3 – Representação esquemática do ciclo de refrigeração magnética transportando calor do compartimento que se quer refrigerar para o ambiente externo. Nos pontos <b>a</b> e <b>d</b> , o material está sob campo nulo $H_0$ . Nas posições <b>b</b> e <b>c</b> , ele está sob um campo $H_1 > H_0$ . Fonte: Adaptado de Brück (2005). . . . .	111

Figura 5.4 – Diagrama $T$ - $S$ para o ciclo termo-magnético de Brayton. Este ciclo segue duas linhas isocampo magnético ( $H$ constante) e duas linhas adiabáticas ( $S$ constante). Fonte: Adaptado de Kitanovski e Egolf (2006).	112
Figura 5.5 – Similaridades entre a refrigeração convencional (rc) e a refrigeração magnética (rm). Fonte: Adaptado de Nellis <i>et al.</i> (2004 apud PETERSEN, 2007).	113
Figura 5.6 – Superfície ajustada para o calor específico do gadolínio a campo magnético e pressão constantes.	116
Figura 5.7 – Variação do calor específico do gadolínio segundo a temperatura do material para campos constantes.	117
Figura 5.8 – Comparação entre resultados experimentais para $c_H(T_s, \mu_0 H)$ e o modelo da Teoria de Campo Médio. Fonte: Adaptado de Peksoy e Rowe (2005).	118
Figura 5.9 – Superfície ajustada para a variação da temperatura adiabática do gadolínio.	120
Figura 5.10 – Variação da temperatura adiabática do gadolínio segundo a temperatura do material para campos distintos.	120
Figura 5.11 – $\bar{Q}_C$ em função de $\dot{m}(t) _{media}$ .	128
Figura 5.12 – Comportamento de $\dot{Q}_C(t)$ durante o aquecimento do regenerador para diferentes vazões.	128
Figura 5.13 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final da magnetização adiabática.	130
Figura 5.14 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final do processo de resfriamento do regenerador.	130
Figura 5.15 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final da desmagnetização adiabática.	131
Figura 5.16 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final do processo de aquecimento do regenerador.	132
Figura 5.17 – Perfis de temperatura no sólido para diferentes valores de $\dot{m}(t) _{media}$ (final do processo de aquecimento do regenerador pelo fluido).	133
Figura 5.18 – Perfis de temperatura no sólido ao longo do ciclo AMRR com $\dot{m}(t) _{media} = 3,04$ kg/h.	133



Figura 5.19 – Perfis de temperatura no sólido para diferentes valores de $\dot{m}(t) _{media}$ (final do processo de resfriamento do regenerador pelo fluido). . . . .	135
Figura 5.20 – Resultados para validação do modelo numérico do AMR – $\bar{Q}_C$ versus $\Delta T$ . . . . .	136
Figura 5.21 – Comportamento de $\dot{Q}_C(t)$ durante o aquecimento do regenerador para diferentes valores de $\Delta T$ prescritos. . . . .	137
Figura 5.22 – $\bar{Q}_C$ em função de $\delta$ para uma velocidade de pistão constante, $f = 1,0$ Hz e $\Delta T = 10$ K. . . . .	138
Figura 5.23 – Evolução dos perfis de temperatura no fluido e no sólido para diferentes espessuras de duto (final do processo de aquecimento do regenerador). . . . .	139
Figura 5.24 – $\bar{Q}_C$ em função de $f$ para dois grupos de vazões. . . . .	140
Figura 5.25 – Evolução dos perfis de temperatura no sólido em função de $f$ para $\dot{m}(t) _{media} = 7,64$ kg/h (final do processo de resfriamento do fluido). . . . .	141
Figura 5.26 – Evolução dos perfis de temperatura no sólido em função de $f$ para $\dot{m}(t) _{media} = 19,10$ kg/h (final do processo de resfriamento do fluido). . . . .	142
Figura 5.27 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido para $\dot{m}(t) _{media} = 7,64$ kg/h (final do processo de resfriamento do fluido). . . . .	142
Figura 5.28 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido para $\dot{m}(t) _{media} = 19,10$ kg/h (final do processo de resfriamento do fluido). . . . .	143
Figura 5.29 – Transientes de temperatura para diferentes vazões (valor médio). . . . .	144
Figura 5.30 – Transientes de temperatura para diferentes espessuras de duto. . . . .	144
Figura 5.31 – Transientes de temperatura para diferentes frequências com $\dot{m}(t) _{media} = 7,64$ kg/h. . . . .	145
Figura 5.32 – Transientes de temperatura para diferentes frequências com $\dot{m}(t) _{media} = 19,10$ kg/h. . . . .	145
Figura E.1 – Comportamento da ordem aparente da incerteza numérica. Fonte: Adaptado de Marchi e Silva (2002). . . . .	177

## *Lista de Tabelas*

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados na simulação. . . . .	41
Tabela 4.1 – Dimensões geométricas da matriz do regenerador. . . . .	57
Tabela 4.2 – Ordem de grandeza da razão $\delta_v/\delta$ para diferentes valores de $Re_{\omega(D_h)}$ . . . . .	66
Tabela 4.3 – Propriedades termofísicas da água usadas no cálculo das escalas de tempo. . . . .	71
Tabela 4.4 – Resultados das simulações para $P = 0,5$ s. . . . .	87
Tabela 4.5 – Resultados do refinamento simultâneo para simulações com $P = 0,1$ s. . . . .	88
Tabela 4.6 – Variáveis calculadas para $I$ no refino espacial (simultâneo) segundo o estimador de Richardson. . . . .	88
Tabela 4.7 – Variáveis calculadas para $I$ no refino espacial (simultâneo) segundo o estimador convergente. . . . .	90
Tabela 4.8 – Resultados do refinamento separado para simulações com $P = 0,1$ s. . . . .	90
Tabela 4.9 – Variáveis calculadas para $I$ no refino temporal (separado) segundo o estimador de Richardson. . . . .	91
Tabela 4.10 – Variáveis calculadas para $I$ no refino temporal (separado) segundo o estimador convergente. . . . .	91
Tabela 4.11 – Comparação entre a solução do código para duas condições iniciais diferentes. . . . .	93
Tabela 4.12 – Propriedades termofísicas do material sólido usadas nas simulações. . . . .	93
Tabela 4.13 – Diâmetros hidráulicos usados nas simulações. . . . .	93
Tabela 4.14 – Comparação entre os resultados estimados pela Eq. (3.34) e os simulados neste capítulo para os Casos 1 e 2 da Fig. 4.22. . . . .	100
Tabela 5.1 – Propriedades dos materiais avaliadas em 298 K. . . . .	116
Tabela 5.2 – Resultados do refinamento espacial simultâneo. . . . .	125

---

Tabela 5.3 – Resultados do refinamento temporal separado. . . . .	125
Tabela 5.4 – Variáveis para o cálculo de $I$ no refino temporal segundo o estimador de Richardson. . . . .	126
Tabela 5.5 – Variáveis para o cálculo de $I$ no refino temporal segundo o estimador convergente. . . . .	126
Tabela 5.6 – Informações para alguns valores de $\dot{m}(t)$ usados nas simulações. . .	127
Tabela 5.7 – Informações para caracterização dos casos simulados na variação de $\delta$ . . . . .	138
Tabela 5.8 – Informações para caracterização dos casos simulados na variação de $f$ . . . . .	140

# *Lista de Símbolos*

## Símbolos gerais

$A$	Constante (Apêndice B)
$A$	Coefficientes do Método de Volumes Finitos [Eq. (4.101)]
$A_0$	Amplitude do gradiente de pressão [ $\text{m/s}^2$ ]
$A_c$	Área da seção transversal do duto [ $\text{m}^2$ ]
$A_f$	Área do domínio fluido [ $\text{m}^2$ ]
$A_s$	Área do domínio sólido [ $\text{m}^2$ ]
$B$	Indução magnética (Capítulo 5 e Apêndice G) [ $\text{T} = \text{N}/(\text{Am})$ ]
$B$	Constante (Apêndice B)
$B_P$	Coefficiente do termo fonte [Eq. (4.101)]
$Bi$	Número de Biot (Capítulo 3 e Apêndice B) [adimensional]
$\overline{Bi}$	Número de Biot médio avaliado na posição longitudinal (Capítulo 4 e Apêndice F) [adimensional]
$c$	Calor específico do sólido [ $\text{J}/(\text{kgK})$ ]
$c_H$	Calor específico do material magnético [ $\text{J}/(\text{kgK})$ ]
$c_p$	Calor específico a pressão constante do fluido [ $\text{J}/(\text{kgK})$ ]
$C$	Capacidade térmica presente na Eq. (4.111) [ $\text{J/K}$ ]
$C, C_1, C_2$	Constantes (Apêndices B, C e D)
$COP$	Coefficiente de <i>performance</i> [adimensional]
$D$	Razão entre a troca térmica devida ao gradiente de temperatura médio e a compressibilidade do gás (mencionada na página 15 - Capítulo 2) [adimensional]

---

$D_h$	Diâmetro hidráulico do duto no regenerador de placas [mm]
$E$	Erro contido na solução numérica de uma variável de interesse
$f$	Frequência [Hz]
$f, \hat{f}$	Funções auxiliares (método da transformada de Laplace - Apêndice D)
$F$	Função e variável auxiliar (Capítulo 5 e Apêndice B, respectivamente)
$Fo$	Número de Fourier [adimensional]
$g, \hat{g}$	Funções auxiliares (método da transformada de Laplace - Apêndice D)
$G$	Função e variável auxiliar (Capítulo 5 e Apêndice B, respectivamente)
$Gz$	Número de Graetz (Apêndice F) [adimensional]
$h$	Coefficiente de transferência de calor por convecção [W/(m <sup>2</sup> K)]
$\bar{h}_{ciclo}$	Média temporal no ciclo do coeficiente de transferência de calor por convecção [W/(m <sup>2</sup> K)]
$H$	Intensidade do campo magnético aplicado [A/m]
$H_f$	Altura do duto por onde o fluido escoia [mm]
$H_s$	Altura das placas sólidas na matriz do regenerador [mm]
$I$	Erro estimado ou incerteza da solução numérica de uma variável de interesse
$I_c$	Estimador de erro convergente
$J_0$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 0
$J_1$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem 1
$k$	Condutividade térmica [W/(mK)]
$l$	Comprimento de uma dimensão qualquer (Apêndice E) [m]
$L$	Comprimento do cilindro (Capítulo 3) [m]
$L$	Espessura da placa metálica (Capítulo 4) [mm]
$m$	Massa [kg]
$\dot{m}$	Vazão mássica [g/s, kg/s e kg/h]

---

$M$	Magnetização [A/m]
$Ns$	Número de geração de entropia [adimensional]
$\overline{Ns}$	Média na superfície do número de geração de entropia [adimensional]
$\overline{\overline{Ns}}$	Média temporal no ciclo do número de geração de entropia [adimensional]
$Nu$	Número de Nusselt [adimensional]
$\overline{Nu}$	Número de Nusselt médio avaliado na posição longitudinal (Capítulo 4 e Apêndice F) [adimensional]
$NUT$	Número de unidades de transferência [adimensional]
$NV$	Número de volumes de controle que divide um determinado comprimento em uma malha computacional (Apêndice E)
$p$	Pressão [Pa]
$P$	Período [s]
$P_m$	Perímetro molhado [m]
$Pe$	Número de Peclet [adimensional]
$Pr$	Número de Prandtl [adimensional]
$Q$	Energia térmica armazenada na matriz do regenerador [J ou J/m]
$\dot{Q}$	Taxa de transferência de calor [W]
$\dot{Q}_C$	Capacidade de refrigeração [W]
$\overline{\dot{Q}_C}$	Capacidade de refrigeração média no ciclo [W]
$\vec{q}''$	Vetor fluxo de calor [W/m <sup>2</sup> ]
$r, \varphi, z$	Coordenadas cilíndricas (Capítulo 3 e Apêndice A) [m]
$R$	Raio do cilindro sólido [mm]
$\mathfrak{R}$	Região real (Capítulo 5) [m <sup>2</sup> ]
$Re$	Número de Reynolds [adimensional]
$Re_\omega$	Número de Reynolds cinético [adimensional]
$s$	Frequência dimensional (método da transformada de Laplace - Apêndice D)

---

$s^*$	Frequência adimensional (método da transformada de Laplace - Apêndice D)
$s$	Entropia intensiva [J/(kgK)]
$\dot{s}$	Taxa de variação da entropia intensiva [W/(kgK)]
$\dot{S}$	Taxa de variação da entropia extensiva [W/K]
$S$	Entropia total de um material ferromagnético a pressão constante (Capítulo 5) [J/K]
$S_{El}$	Entropia eletrônica (Capítulo 5) [J/K]
$S_{Lat}$	Entropia da estrutura interna do material (Capítulo 5) [J/K]
$S_M$	Entropia magnética (Capítulo 5) [J/K]
$S_g'''$	Taxa volumétrica de geração de entropia [W/(m <sup>3</sup> K)]
$S_{g0}'''$	Taxa volumétrica de geração de entropia característica [W/(m <sup>3</sup> K)]
$t$	Tempo [s]
$T$	Temperatura [°C ou K]
$\bar{T}$	Temperatura média avaliada em uma superfície (Capítulo 5) [K]
$\bar{T}_{f,C}$	Temperatura de mistura do fluido na extremidade fria do regenerador (Capítulo 5) [K]
$\bar{T}_{s,C}$	Temperatura média do sólido na extremidade fria do regenerador (Capítulo 5) [K]
$\bar{T}_{s,H}$	Temperatura média do sólido na extremidade quente do regenerador (Capítulo 5) [K]
$T_0$	Temperatura absoluta de referência (Capítulo 4) [K]
$T_{bulk}$	Temperatura de mistura do fluido (Capítulo 4) [°C]
$\bar{\bar{T}}_{bulk}$	Média temporal em meio ciclo da temperatura de mistura do fluido (Capítulo 4) [°C]
$U$	Amplitude da velocidade transiente (Capítulo 3) [m/s]
$U$	Velocidade uniforme transiente nas entradas do regenerador de placas (Capítulos 4 e 5) [m/s]

---

$\vec{V}$	Vetor velocidade [m/s]
$V_f$	Volume total dos canais para escoamento de fluido [m <sup>3</sup> ]
$V_{f,desl}$	Volume de fluido deslocado [m <sup>3</sup> ]
$V_s$	Volume do sólido [m <sup>3</sup> ]
$\tilde{V}$	Razão entre volumes de fluido $V_{f,desl}$ e $V_f$ [adimensional]
$x, y, z$	Coordenadas cartesianas retangulares (Capítulo 4) [m]
$x^*$	Posição transversal adimensional
$X$	Exergia [J]
$\dot{X}$	Taxa de variação da exergia [W]
$Y_0$	Função de Bessel de segunda espécie de ordem 0
$Y_1$	Função de Bessel de segunda espécie de ordem 1
$z^*$	Posição longitudinal adimensional
$w$	Velocidade no duto [m/s]
$w^*$	Velocidade adimensional no duto
$\bar{w}$	Velocidade média avaliada na área da seção transversal do duto [m/s]
$\bar{w}^*$	Velocidade média adimensional no duto
$W$	Comprimento do regenerador [mm]
$Wo$	Número de Womersley [adimensional]

### Símbolos gregos

$\alpha$	Difusividade térmica [m <sup>2</sup> /s]
$\beta$	Parâmetro de transição [adimensional]
$\gamma$	Razão de aspecto do duto [adimensional]
$\Gamma$	Razão de refino [adimensional]
$\Delta H$	Variação da intensidade do campo magnético aplicado [A/m]



---

$\Delta S$	Varição da entropia total do material magnético [J/K]
$\Delta s_M$	Varição da entropia magnética (forma intensiva) [J/(kgK)]
$\Delta S_M$	Varição da entropia magnética (forma extensiva) [J/K]
$\Delta t$	Passo de tempo [s]
$\Delta \tau$	Passo de tempo [adimensional]
$\Delta T$	Varição de temperatura entre os trocadores de calor quente e frio [K]
$\Delta T_{ad}$	Varição da temperatura adiabática do material magnético [K]
$\Delta x^*$	Espaçamento da malha na posição transversal [adimensional]
$\Delta z^*$	Espaçamento da malha na posição longitudinal [adimensional]
$\Delta z$	Deslocamento médio do fluido ao longo do duto no regenerador [m]
$\delta$	Espessura do duto [mm]
$\delta_v$	Comprimento de penetração dos efeitos viscosos na espessura do duto [mm]
$\varepsilon$	Efetividade do regenerador [adimensional]
$\zeta$	Variável auxiliar (Apêndice D)
$\eta$	Eficiência do regenerador [adimensional]
$\theta$	Temperatura adimensional
$\bar{\theta}_s$	Temperatura média (na superfície) do sólido (Capítulo 4) [adimensional]
$\theta_C$	Temperatura adimensional do cilindro (solução exata) para o intervalo de resfriamento (Capítulo 3)
$\theta_H$	Temperatura adimensional do cilindro (solução exata) para o intervalo de aquecimento (Capítulo 3)
$\Theta_C$	Temperatura de Curie [K]
$\vartheta$	Fator de utilização [adimensional]
$\kappa_n$	Constante (Apêndice B)
$\varkappa$	Constante que multiplica o número de volumes da malha (Apêndice E)
$\lambda_n$	Autovalores da função de Bessel

---

$\Lambda$	Ordem de convergência do erro da discretização
$\mu$	Viscosidade dinâmica [kg/(ms)]
$\mu_0$	Permeabilidade do vácuo [N/A <sup>2</sup> ]
$\nu$	Viscosidade cinemática [m <sup>2</sup> /s]
$\xi$	Posição radial adimensional
$\pi$	Número Pi [adimensional]
$\rho$	Massa específica [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Constantes [Eqs. (4.96) e (4.97)]
$\tau$	Tempo adimensional
$v$	Variável muda para representação do tempo (Apêndices A e D)
$\phi$	Parâmetro adimensional do escoamento [Eq. (4.27)]
$\varphi$	Variável auxiliar (Apêndice B)
$\psi$	Solução numérica de uma variável de interesse
$\psi_c$	Solução convergente de uma variável de interesse
$\Psi$	Solução exata de uma variável de interesse
$\omega$	Frequência angular [rad/s]
$\Omega$	Tolerância especificada para o resíduo médio quadrático [Eq. (4.101)]

### Sub-índices

0	Situação com campo nulo
1	Situação com campo aplicado
<i>ap</i>	Aparente
<i>as</i>	Assintótica
<i>c</i>	Convectivo
<i>C</i>	Referente à fonte fria ou corrente fria de fluido

---

$d$	Difusivo
$D$	Diâmetro da fibra na malha do regenerador
$D_h$	Diâmetro hidráulico
$e, E$	Fronteira e ponto leste (orientações na malha computacional)
$est$	Valor estimado para a solução exata de uma variável de interesse
$f$	Final
$f$	Fluido
$ger$	Gerada
$H$	Referente à fonte quente ou corrente quente de fluido
$i$	Inicial
$i$	Posição dos volumes da malha na orientação $x$ (Capítulo 4)
$j$	Posição dos volumes da malha na orientação $z$ (Capítulo 4)
$j$	Contador da evolução temporal [Eq. (3.33)]
$m$	Índice inteiro que identifica a evolução dos ciclos [Eqs. (3.30) e (3.31)]
$max$	Máximo
$min$	Mínimo
$n, N$	Fronteira e ponto norte (orientações na malha computacional)
$n$	Índice inteiro usado nos somatórios das Eqs. (3.30), (3.31), (4.33) e (4.36)
$P$	Centro do volume de controle onde as variáveis em estudo estão alocadas
$ref$	Referência (valor de projeto)
$Ri$	Estimador de Richardson
$s, S$	Fronteira e ponto sul (orientações na malha computacional)
$s$	Sólido
$t$	Teórica
$trans$	Transportada

---

$VC$	Volume de controle
$w, W$	Fronteira e ponto oeste (orientações na malha computacional)
$\infty$	Fluido [Eq. (3.7)]

### Super-índices

$k$	Contador para o tempo
$demag$	Desmagnetização
$mag$	Magnetização
$max$	Máximo

## *Lista de Abreviaturas e Siglas*

AMR	Regenerador magnético ativo ( <i>Active Magnetic Regenerator</i> )
AMRR	Refrigeração por regeneração magnética ativa ( <i>Active Magnetic Regenerative Refrigeration</i> )
AVM	Amplitude da vazão mássica
CDS	Esquema de diferenças finitas centrais ( <i>Central Difference Scheme</i> )
EDO	Equação diferencial ordinária
EDP	Equação diferencial parcial
EMC	Efeito magnetocalórico
TDMA	Algoritmo de Thomas ( <i>TriDiagonal Matrix Algorithm</i> )
UDS	Esquema de diferenças finitas <i>upwind</i> ( <i>Upstream Difference Scheme</i> )

## *Resumo*

O presente trabalho explorou a modelagem e a análise dos aspectos fundamentais relacionados à dinâmica do escoamento e ao problema da transferência de calor entre um fluido de trabalho e a matriz de um trocador de calor regenerativo. Regeneradores são uma classe de sistemas de estocagem de energia térmica que operam em regime transiente, facilitando a transferência de calor de um fluido quente para outro fluido frio através da retenção temporária de energia térmica em matrizes de alta capacidade térmica. Trata-se de um grupo tecnológico atrativo e que constitui a parte mais importante de sistemas térmicos que operam com base em ciclos regenerativos, especialmente o ciclo de refrigeração magnética. Primeiramente, um modelo simplificado foi adotado no sentido de se investigar o comportamento dos parâmetros de similaridade que caracterizam a transferência de calor entre um cilindro sólido e um escoamento transversal periódico - o problema fundamental. A frequência do escoamento que viabiliza a troca térmica ótima pôde ser determinada para cada coeficiente de transferência de calor convectivo correspondente, através de uma correlação numérica escrita em termos dos grupos adimensionais Biot e Fourier. Na seqüência, foi estudado um regenerador de placas planas paralelas através de um modelo mais complexo que abrange o escoamento e a transferência de calor conjugada entre o fluido e a matriz metálica. A metodologia de solução empregada contempla uma combinação de abordagens analítica e numérica. O campo de velocidades oscilatório foi estudado segundo o parâmetro de similaridade que o governa, isto é, o número de Reynolds cinético. Variáveis sistêmicas como efetividade, eficiência e o número de geração de entropia foram simuladas visando à compreensão do comportamento térmico deste regenerador passivo. O diâmetro hidráulico é determinante para redução das perdas termodinâmicas e a entropia gerada é uma ferramenta útil para indicar situações onde o sistema aproxima-se da condição inoperante. Por fim, o modelo do regenerador de placas é expandido para o problema do regenerador magnético ativo (AMR) no ciclo de refrigeração magnética. Parâmetros como vazão mássica, frequência de ciclo, espessura do canal são avaliados nas simulações auxiliando a compreensão da dinâmica térmica do AMR. Verificou-se que o volume de fluido deslocado nos canais do regenerador é um parâmetro chave para se entender o desempenho do refrigerador magnético. Os resultados estão de acordo com tendências observadas em dados experimentais e modelos teóricos disponíveis na literatura.

# *Abstract*

The present work explored the modelling as well as the analysis of the fundamental aspects related to the fluid dynamics and the problem of heat transfer between a working fluid and the matrix of a regenerative heat exchanger. Regenerators are a time dependent class of thermal energy storage systems that facilitates the transfer of heat from a hot fluid to a cold fluid through temporary retention of thermal energy in high thermal capacity matrices. They are an attractive technology and constitute the crucial part of many thermal systems that operate with regenerative cycles, particularly the magnetic refrigeration cycle. Firstly, a simplified model was adopted in order to investigate the behaviour of the similarity parameters that describe the heat transfer between a solid cylinder and a transversal periodic flow - the fundamental problem. The flow frequency that yields to optimum heat exchange was determined for each corresponding convective heat transfer coefficient, using a numerical correlation written in terms of the dimensionless Biot and Fourier numbers. Next, a parallel plate regenerator is studied using a mathematical model that takes into account the fluid dynamics and the coupled heat transfer between the working fluid and the solid material. A hybrid solution methodology has been adopted, which encompasses analytical and numerical approaches. The reciprocating velocity field inside the regenerator was analyzed in terms of its governing similarity parameter, the kinetic Reynolds number. Parameters related to the system performance such as effectiveness, efficiency and the entropy generation number were simulated aiming to understand the regenerator thermal behaviour. The hydraulic diameter is the key factor to reduce thermodynamic losses and the entropy generated is a useful tool to indicate situations where the system begins to present non-operant conditions. Finally, this parallel plate model is adapted to simulate an active magnetic regenerator (AMR) operating in a magnetic refrigeration cycle. Parameters such as the mass flow rate, the cycle frequency, the flow channel size were evaluated in the simulations, which provided a comprehensive picture of the AMR dynamic thermal behaviour. It was verified that the volume of fluid displaced inside the channels plays an important role in the quantitative assessment of the magnetic refrigerator performance. The results agree well with the trends observed in the experimental data and other theoretical models available in the literature.

# 1 *Introdução*

Neste capítulo é apresentado o panorama introdutório deste trabalho, abrangendo uma descrição geral do tema, a motivação, os objetivos a serem alcançados, as contribuições pretendidas e, por fim, a estrutura da dissertação.

## 1.1 **Contextualização acerca de trocadores de calor regenerativos**

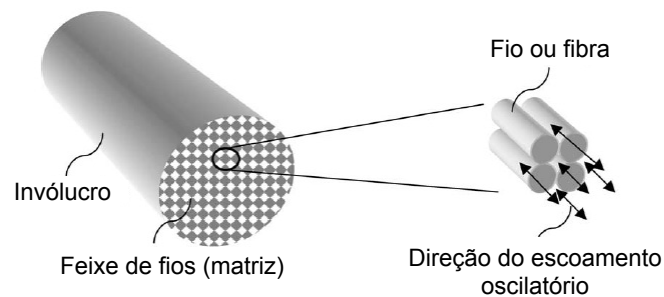
Trocadores de calor regenerativos são dispositivos de armazenamento de energia térmica que operam em regime cíclico e que facilitam a transferência de calor de um fluido quente para outro fluido frio através da retenção temporária de energia em matrizes de alta capacidade térmica, sendo elas meios sólidos e leitos porosos. Nestes dispositivos, os fluidos quente e frio ocupam alternadamente o mesmo espaço no núcleo do trocador, o qual funciona como um reservatório térmico (KREITH; BOHN, 2003; MILLS, 1995). Regeneradores compõem um grupo de tecnologias atrativas em virtude da sua simplicidade para construção, baixo custo, flexibilidade, operacionalização não-poluente e vasto intervalo de temperatura no qual podem ser usados.

De um modo geral é possível classificar os regeneradores em passivos e ativos. Nos primeiros, a atuação da matriz é exclusivamente passiva, ou seja, os processos de aquecimento e resfriamento aos quais ela é submetida são inteiramente regidos pelas correntes quente e fria do fluido de trabalho. Para os regeneradores ativos, classe mais recente e cuja investigação tem sido crescente nos dois últimos decênios, além da participação do fluido no processo de transferência de calor, o próprio material que compõe a matriz eleva ou reduz sua temperatura em resposta à aplicação ou retirada de um campo magnético, quando o material exibe o efeito magnetocalórico (RICHARD; ROWE; CHAHINE, 2004). Comumente, a literatura vigente refere-se a estes últimos regeneradores como AMRs (*Active Magnetic Regenerators*), uma abreviação para regeneradores utilizados em refrigeração magnética.

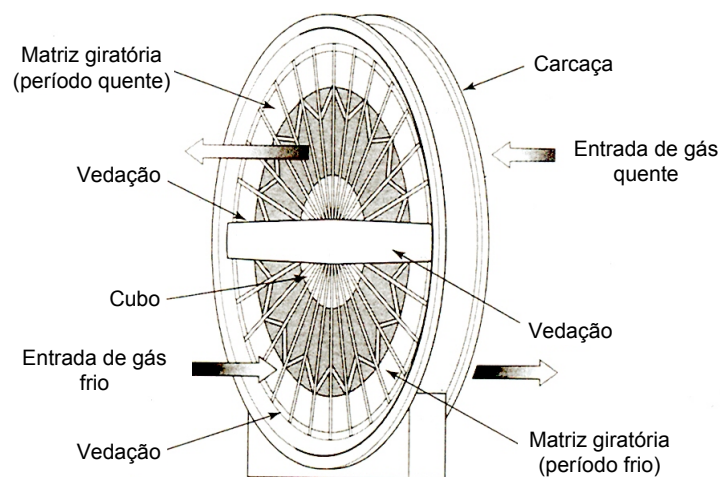


### 1.1.1 Regeneradores térmicos passivos

Dentre os regeneradores passivos, Zarrinehkafeh e Sadrameli (2004) argumentam que os mesmos podem ser divididos em duas categorias: regeneradores de leito fixo e regeneradores rotativos. Nos regeneradores de leito fixo, o material da matriz de armazenamento de energia é estacionário e válvulas são empregadas para, alternadamente, direcionar as correntes quente e fria através desta matriz. Por sua vez, o regenerador rotativo é formado por uma matriz circular que gira, em repetição cíclica, expondo uma parte de sua superfície ao fluido quente e a parte restante ao fluido frio. Exemplos destas duas categorias estão ilustrados na Fig. 1.1. Tais sistemas são empregados em vários processos industriais a elevadas temperaturas, em plantas de turbinas a gás para reaver a energia térmica dos gases de exaustão e em refrigeração a baixas temperaturas.



(a) Regenerador de leito fixo com fios metálicos paralelos (aplicação em criogenia). Fonte: Adaptado de Nam e Jeong (2006).



(b) Regenerador rotativo. Fonte: Adaptado de Kreith e Bohn (2003).

Figura 1.1 – Desenhos esquemáticos das categorias de regeneradores passivos.

O funcionamento do regenerador de leito fixo, categoria de interesse neste trabalho, obedece às etapas descritas nas linhas seguintes, que constituem um ciclo de operação. Inicialmente a matriz é aquecida pelo escoamento do fluido a alta temperatura durante a primeira metade do ciclo; na seqüência, durante a segunda metade do ciclo, esta ma-

triz é resfriada pelo escoamento do fluido a baixa temperatura, normalmente em sentido contrário àquele da corrente quente (SHAH; SEKULIĆ, 2003). Há situações em que as correntes de fluido quente e fria escoam em direções perpendiculares entre si, também chamadas de correntes cruzadas, conforme reportado por Saastamoinen (1999).

Mudanças periódicas na temperatura dos fluidos fazem com que estes dispositivos operem em regime transiente. Após um número suficiente de ciclos, isto é, um transiente inicial, os campos de temperaturas na matriz e no fluido variam periodicamente com o tempo, exibindo um formato similar a cada ciclo. Neste trabalho referir-se-á a este estágio como regime periodicamente desenvolvido; conceito introduzido por Patankar (1979).

Regeneradores rotativos são usados em conexão com turbinas a gás, sistemas de ventilação e caldeiras a fim de se utilizar a energia térmica transportada pelos gases de exaustão para pré-aquecer o gás de entrada. A dinâmica térmica é análoga à descrita anteriormente para regeneradores de leito fixo. Saastamoinen (1999) cita que estes dispositivos também encontram aplicação em processos de produção de energia e destruição de materiais rejeitados no processo de combustão quando o material a ser queimado possui baixo valor calorífico, tal como compostos orgânicos voláteis diluídos, metano, madeira, lamas e cascas úmidas. Adicionalmente, outras aplicações para trocadores de calor regenerativos residem nos novos conceitos de combustão e gaseificação de combustíveis sólidos com gás de circulação e possível enriquecimento com oxigênio.

Regeneradores são uma classe de sistemas de estocagem de energia térmica que constitui a parte mais importante de muitos sistemas térmicos, tais como ciclos de refrigeração Stirling, Gifford-McMahon e similares (DAS; SAHOO, 1991). Dentre as aplicações relacionadas à refrigeração, Muralidhar (1998) assim como Roy e Das (2001) destacam o regenerador como elemento essencial no funcionamento de máquinas térmicas Stirling. Estes ciclos têm sido usados em aplicações específicas relacionadas a refrigeração em baixas temperaturas. A máquina Stirling de pistão livre, ilustrada na Fig. 1.2, é composta basicamente por um motor elétrico linear, molas, pistão, deslocador, trocadores de calor (frio e quente), regenerador, câmaras fria e quente. As câmaras fria e quente estão situadas nas extremidades fria e quente da máquina, respectivamente. Estes refrigeradores operam com escoamento alternado de um gás pressurizado, geralmente hélio. Energia é transferida aos pistões na forma de trabalho e aos trocadores na forma de calor. Neste processo, o regenerador atua como um reservatório térmico, absorvendo calor do fluido a alta temperatura e liberando-o para o fluido a baixa temperatura em um momento posterior do ciclo.

A transferência de calor entre o regenerador e o fluido de trabalho é o fenômeno crucial no funcionamento do ciclo de refrigeração Stirling uma vez que seu desempenho isolado

afeta diretamente o desempenho e o rendimento da máquina como um todo. Em uma máquina Stirling, o regenerador deve ser capaz de ceder e absorver o calor com facilidade, tendo sua temperatura pouco alterada. Para tal, um material de baixa condutividade térmica é desejado para compor o núcleo a fim de que não haja interferência no desempenho dos trocadores de calor e, conseqüentemente, no desempenho global da máquina.

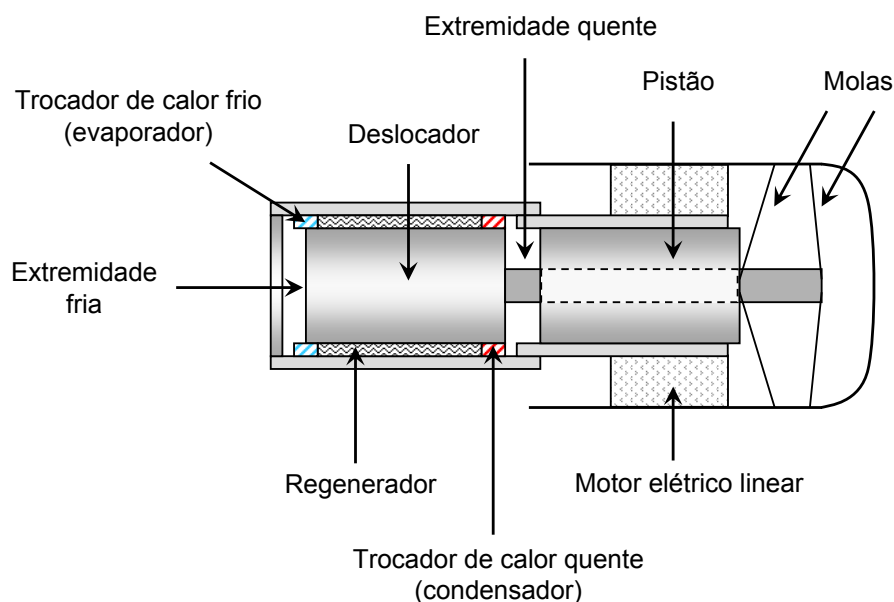


Figura 1.2 – Desenho esquemático de uma máquina Stirling (configuração  $\beta$ ). Fonte: Adaptado de Heidrich, Prata e Lilie (2005).

No que concerne ao material para a matriz de regeneradores, ele deve possuir alta capacidade térmica e baixa condutividade térmica efetiva na direção do escoamento do fluido de trabalho. O mesmo pode ser feito de esferas metálicas, uma malha ou tela de fios formados por ligas metálicas (*phosphor bronze* – liga metálica composta por Cu e Sn – e aço inoxidável, por exemplo), lã metálica, leitos compostos de materiais cerâmicos, e placas metálicas. Adicionalmente, a geometria, as propriedades termofísicas da matriz e do fluido, bem como a escala de tempo característico do ciclo determinam o desempenho térmico do regenerador.

Ainda no contexto das aplicações em refrigeração pode-se mencionar os refrigeradores do tipo *pulse tube* (ver Fig. 1.3); cujo desenvolvimento e comercialização são recentes e o desempenho global do sistema também depende da atuação do regenerador. Trata-se de um refrigerador Stirling modificado, onde o deslocador é substituído por um tubo – *pulse tube* – juntamente com um orifício e um volume de expansão. Sua operacionalização é marcada pelas seguintes etapas: primeiramente o gás é comprimido durante o movimento de compressão do pistão, e na seqüência o gás escoar através do regenerador para dentro do tubo onde é aquecido devido à compressão. No extremo conectado à fonte quente, calor é rejeitado para o ambiente através de um trocador. Como parte do ciclo, o pistão

muda de sentido e inicia-se a etapa de expansão durante a qual o gás é resfriado. Uma vez que certa quantidade de energia térmica é extraída do gás quando este se encontra no interior do tubo (através do trocador de calor do lado quente), a temperatura do gás diminui tornando-se inferior ao ambiente que se quer refrigerar e que está localizado na outra extremidade, conectado à fonte fria. O regenerador ajuda a remover o calor oriundo do processo de compressão e o conector juntamente com o volume de expansão aumentam a capacidade refrigerante desta tecnologia (ZHU; MATSUBARA, 2004).

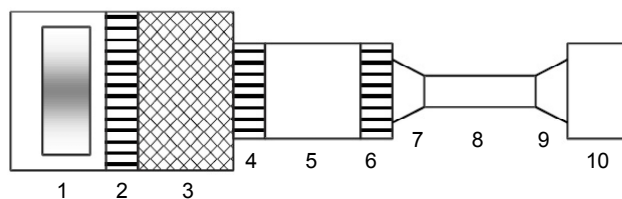


Figura 1.3 – Componentes de um refrigerador *pulse tube*: (1) compressor, (2) dissipador, (3) regenerador, (4) trocador de calor frio, (5) tubo, (6) trocador de calor quente, (7) extremidade, (8) conector, (9) extremidade e (10) volume de expansão. Fonte: Adaptado de Zhu e Matsubara (2004).

### 1.1.2 O efeito magnetocalórico e o regenerador magnético ativo

O efeito magnetocalórico (EMC) é uma propriedade intrínseca dos materiais magnéticos, mensurável em poucas situações. Ele se manifesta no aquecimento ou no resfriamento do material devido a variação do campo magnético aplicado sobre ele. O EMC foi descoberto pelo físico alemão E. Warburg em 1881, que o observou no ferro. A explicação para a origem deste efeito foi feita independentemente por P. J. W. Debye e W. F. Giauque, os quais sugeriram como aplicação prática a obtenção de temperaturas extremamente baixas; processo conhecido como desmagnetização adiabática (PECHARSKY; GSCHNEIDNER JR., 1999). Em 1949, Giauque ganhou o prêmio Nobel de Química após demonstrar experimentalmente, em 1933, a aplicação do efeito magnetocalórico em refrigeração quando conduziu materiais a temperaturas abaixo de 272 K (- 1,15 °C).

A refrigeração magnética, baseada no EMC, tem sido usada por décadas como uma técnica para se atingir temperaturas abaixo de 4 K, sendo a tecnologia mais eficiente para alguns processos criogênicos como a liquefação do gás hélio. Mas foi a partir de 1997, com a descoberta do EMC gigante nas ligas de  $Gd_5Ge_2Si_2$ , as quais possuem este efeito ao redor da temperatura ambiente, que começaram a surgir perspectivas de utilização destes sistemas magnéticos em refrigeradores e condicionadores de ar para usos doméstico, comercial e industrial. Para estas aplicações, o número de materiais disponíveis para uso é bastante limitado. Segundo Clot *et al.* (2003), até o momento apenas o metal lantanídeo

gadólíneo (Gd), um dos mais promissores para esta aplicação, tem sido usado em sistemas demonstrativos para refrigeração magnética a temperatura ambiente. Um amplo conjunto dos compostos e ligas que possuem propriedades magnetocalóricas pode ser encontrado em Brück (2005). Neste artigo de revisão, o autor compara diferentes materiais em termos de aspectos particulares à Ciência dos Materiais e aplicabilidade industrial.

Boucekara *et al.* (2008) relatam que a maioria dos materiais investigados para aplicações em temperatura ambiente possuem sérias limitações pois sua variação de temperatura é bem modesta (apenas alguns K/T), e assim o efeito magnetocalórico não pode ser usado de modo prático para refrigeração. Por exemplo, uma amostra de gadólíneo exibe uma mudança de temperatura de aproximadamente 10 K com a aplicação de um campo magnético da ordem de 5 T (Tesla); muito pouco para ser útil na maioria das aplicações em refrigeração. Sarlah *et al.* (2006) destacam um outro obstáculo: materiais magnéticos são sólidos e não podem ser bombeados ao longo do circuito de refrigeração como os fluidos refrigerantes nos sistemas de compressão mecânica de vapores.

Para vencer estas barreiras técnicas é necessário um ciclo regenerativo para o refrigerador magnético, que é denominado pela literatura de AMRR (*Active Magnetic Regenerative Refrigeration*). Este ciclo termodinâmico específico utiliza o regenerador magnético ativo (AMR). Trata-se de uma classe especial de regeneradores térmicos na qual o material magnético exerce as funções de refrigerante e meio de regeneração de energia térmica no momento em que um fluido de trabalho escoar através da matriz sólida ou porosa (HU; XIAO, 1995). O ciclo AMRR permite que um gradiente de temperatura seja criado ao longo do material magnético graças à troca energética entre este e o fluido de transferência de calor. O gradiente de temperatura obtido é amplificado a cada ciclo, sendo bem maior do que a variação de temperatura resultante exclusivamente do EMC no material em questão (CLOT *et al.*, 2003).

O ciclo de refrigeração magnética AMRR é constituído de quatro etapas, mostradas esquematicamente na Fig. 1.4 (página seguinte). Nesta figura, as linhas pontilhadas e cheias indicam os perfis de temperatura ideais no material magnético no início e no final de cada etapa, respectivamente. São elas:

- Magnetização (processo adiabático) – o AMR é submetido a um campo magnético e o EMC eleva a temperatura do material. O fluido, que se encontra em repouso, também é aquecido pela transferência de calor a partir do material.
- *Cold-to-hot blow* (processo isocampo) – mantendo o regenerador magnetizado, o fluido escoar do trocador de calor frio para o trocador de calor quente. O calor absorvido pelo fluido durante este processo é rejeitado para o ambiente externo

através do trocador quente.

- Desmagnetização (processo adiabático) – o campo magnético é retirado e o EMC reduz a temperatura do material. O fluido, que agora se encontra em repouso, é resfriado pela transferência de calor para o material.
- *Hot-to-cold blow* (processo isocampo) – mantendo o regenerador desmagnetizado, o fluido escoagora do trocador de calor quente para o trocador de calor frio cendendo energia térmica ao regenerador. No trocador frio, o fluido resfriado absorve calor a uma taxa que representa a capacidade de refrigeração do refrigerador.

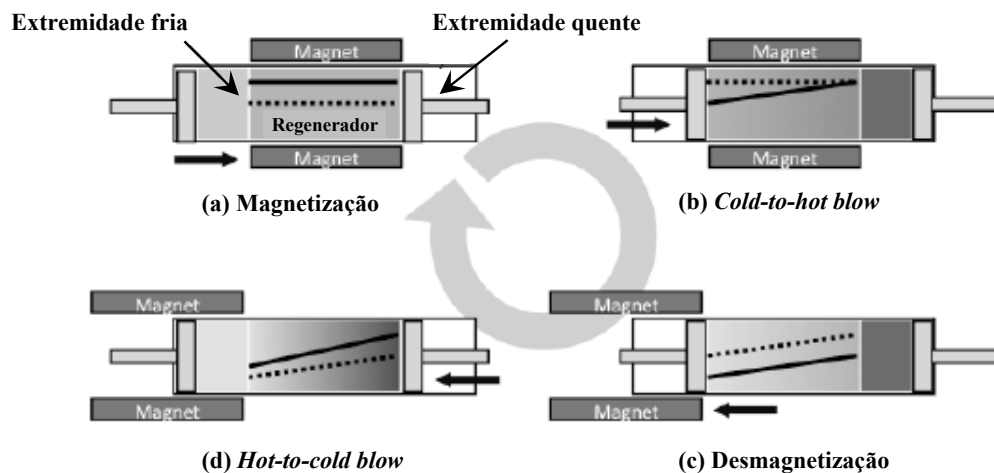


Figura 1.4 – Etapas fundamentais do ciclo de refrigeração magnética e os respectivos perfis de temperatura no material magnético em cada uma delas. Fonte: Adaptado de Kawanami *et al.* (2008).

O ciclo AMRR ilustrado na figura anterior tem como base o ciclo de Brayton. Uma discussão mais detalhada acerca da termodinâmica do EMC e do ciclo termo-magnético de Brayton é reservada para o Capítulo 5 desta dissertação.

## 1.2 Motivação

O projeto de um sistema industrial ou comercial, economicamente atrativo, requer que todas as possíveis fontes de energia, incluindo o calor rejeitado, sejam eficientemente utilizadas de modo a satisfazer a demanda energética do sistema. Para um adequado funcionamento do sistema, a oferta e a demanda de energia devem estar sincronizadas. Quando a energia disponível para o sistema é maior do que a quantidade necessária, ou a energia produzida pelo sistema supera a demanda, há a necessidade de se estocar energia objetivando evitar desperdícios.

Segundo Bejan (1978), o armazenamento eficiente de energia é um importante problema para a engenharia contemporânea. Particularmente na engenharia térmica, destaca-se o armazenamento na forma de aumento de temperatura (sem mudança de fase). De um modo geral, é vantajoso e frequentemente possível reter a energia térmica rejeitada em um processo termodinâmico e usá-la depois como parte da energia de alimentação para este mesmo processo ou para um outro processo inteiramente diferente. Sistemas de armazenagem de energia térmica configuram-se em maneiras alternativas de promover a utilização econômica do excedente energético a fim de balancear a oferta e a demanda. Estes são especialmente interessantes por serem econômicos, compactos, simples e necessários em uma ampla variedade de aplicações tais como refrigeradores criogênicos (comentados no item precedente) e sistemas de armazenamento de potência refrigerante. Exterior ao contexto dos sistemas de refrigeração, Das e Sahoo (1991) destacam que os regeneradores térmicos passivos também são usados em caldeiras a vapor, turbinas de gás, reatores nucleares, sistemas de energia solar e outros sistemas térmicos.

Atendo-se ao cenário contemporâneo da refrigeração, esforços de engenheiros e cientistas de diversas áreas são envidados visando a melhoria do desempenho e eficiência dos sistemas utilizados. Estes estudos surgem da necessidade de projetar sistemas de refrigeração que contribuam para a adequada funcionalidade e confiabilidade das tecnologias emergentes. Novos materiais, melhorias nos processos de fabricação, redução de desperdícios e desenvolvimento de equipamentos eletricamente mais eficientes são alguns dos meios empregados no sentido de se atingir a meta supracitada.

No que tange às novas tecnologias em refrigeração, o resfriamento de equipamentos eletrônicos vem recebendo atenção crescente da comunidade científica. Trata-se de um cenário marcado por componentes com dimensões reduzidas, crescentes consumos de potência e conseqüente elevada dissipação térmica. A redução de escala de sistemas de refrigeração para tais aplicações representa um desafio tecnológico estratégico. Phelan, Chiriack e Lee (2002) estruturaram uma revisão crítica acerca dos sistemas de refrigeração miniaturizados disponíveis para utilização no resfriamento de equipamentos microeletrônicos. Baseado nas comparações entre as tecnologias existentes, eles concluíram que apenas a refrigeração termoelétrica é comercialmente viável nos dias atuais. Entretanto, os autores dissertam acerca das potencialidades de outros sistemas de refrigeração em pequena escala para aplicação em nichos particulares.

Dentre eles, os refrigeradores Stirling são citados como uma categoria bastante promissora para aplicações em diversos sistemas eletrônicos. Em virtude das atuais atividades de pesquisa realizadas com estes refrigeradores, em especial pelo setor aeroespacial, o ciclo de refrigeração Stirling vem sendo aprimorado e sua utilização tem se estendido a diversas

aplicações, inclusive a refrigeração doméstica. Dentre as aplicações dos ciclos Stirling, Heidrich e Prata (2004) elencam os refrigeradores que operam em baixas temperaturas (criogênicos), equipamentos de diagnóstico médico, sensores infravermelho e eletrônica sofisticada, isto é, elementos e dispositivos que empregam supercondutividade. Phelan, Chiriac e Lee (2002) também citam os refrigeradores *pulse tube* como bons candidatos a miniaturização, dado seu número mínimo de partes móveis.

Ainda no cenário destas novas tecnologias, um lugar de destaque é ocupado pela refrigeração magnética sobre a qual Brück (2005) enfatiza quatro vantagens proeminentes em relação aos atuais sistemas de compressão de gases: (i) trata-se de uma tecnologia limpa, no que diz respeito à sua aplicação, visto que não são utilizados gases refrigerantes que degradam a camada de ozônio (CFCs), gases tóxicos ( $\text{NH}_3$ ) nem gases que contribuem para o efeito estufa (HCFCs e HFCs); (ii) refrigeradores magnéticos podem ser construídos de modo bem mais compacto já que o material de trabalho é um sólido; (iii) gera menos ruído; e (iv) caso uma carga térmica venha a ser imposta ao refrigerador magnético, ela pode variar de miliwatts a algumas centenas de watts. Este autor destaca que outra diferença entre estes refrigeradores e os sistemas convencionais reside em uma menor perda energética durante o ciclo de refrigeração. Logo, o uso refrigeradores magnéticos poderá reduzir os níveis de consumo de combustíveis fósseis, contribuindo, por conseguinte, para a diminuição na emissão de  $\text{CO}_2$ .

A refrigeração magnética vem sendo pesquisada por importantes grupos de pesquisa em diversas universidades e centros de desenvolvimento tecnológico, conforme indicado pela Fig. 1.5 (GSCHNEIDNER JR.; PECHARSKY, 2008).

Corporação ou Universidade	Data	Tipo	Capacidade Máxima (W)	$\Delta T$ Máximo (K)	Campo Magnético (T)	Material do regenerador
AMES Lab.	Fev. 1997	Alternativo	600	10	5 (S)	Esferas de Gd
Astronautics	Maio 2000	Rotativo	x	5	0,95 (P)	Lâmina de Gd
Toshiba	2000	Alternativo	100	21	4 (S)	Esferas de Gd
Univ. of Victoria	Jul. 2001	Alternativo	2	14	2 (S)	Gd & Gd(1-x)Tbx
Astronautics	Set. 2001	Rotativo	95	20	1,5 (P)	Esferas de Gd
Los Alamos Nat. Lab.	Mar. 2002	x	3	15	1,7 (S)	Pó de Gd
Sichuan Inst. Tech.	Abr. 2002	Alternativo	x	23	1,4 (P)	Esferas de Gd e pó de Gd5(Si,Ge)4
Toshiba	Out. 2002	Alternativo	40	27	0,6 (P)	Gd(1-x)Dyx
Toshiba	Mar. 2003	Rotativo	60	10	0,76 (P)	Gd(1-x)Dyx
Lab. d'Electronique Grenoble	Abr. 2003	Alternativo	8,8	4	0,8 (H)	Lâmina de Gd
Univ. Quebec	Fev. 2004	Alternativo	2	14	2 (S)	Ligas de Gd-R
George Washington Univ.	Jun. 2005	Alternativo	x	5	2 (P)	Pó de Gd
Nanjing Univ.	Set. 2005	Alternativo	40	25	1,4 (H)	Pó de Gd e de de Gd5(Si,Ge)4
Tokyo Inst. Tech.	Set. 2005	Rotativo	60	4	1,4 (P)	Ligas de Gd-R
Univ. of Victoria	Set. 2005	Alternativo	x	50	2 (S)	Ligas de Gd-R
Astronautics	Set. 2005	Rotativo	50	25	1,5 (P)	Ligas de Gd-R e Gd
Sichuan Univ.	Abr. 2007	Rotativo	40	11,5	1,5 (P)	Partículas de Gd
Astronautics	Abr. 2007	Rotativo	220	11	1,4 (H)	Lâmina de Gd
Sichuan Univ.	Abr. 2007	Rotativo	x	6,2	0,78 (P)	Lâmina de Gd
Univ. of Victoria	Abr. 2007	Rotativo	x	13	1,4 (H)	Partículas de Gd
Chelyabinsk State Univ.	Abr. 2007	Rotativo	x	x	0,9 (P)	Gd e ligas de Heusler
Tokyo Inst. Tech.	Abr. 2007	Rotativo	540	7,5	1,1 (P)	Esferas de Gd
Univ. Ljubljana	Abr. 2007	Rotativo	x	x	0,95 (P)	Vários

S: imã supercondutor

P: imã permanente

H: arranjo Halbach

Figura 1.5 – Principais protótipos que operam na temperatura ambiente pesquisados nos últimos anos. Fonte: Adaptado de Gschneidner Jr. e Pecharsky (2008).

As pesquisas nessa área têm se concentrado na obtenção do campo magnético em



diferentes configurações, no desenvolvimento de protótipos, na investigação de novos materiais magnetocalóricos, e na modelagem do EMC. Estas pesquisas têm conduzido ao projeto, em laboratório, de refrigeradores magnéticos para uma faixa de temperatura de 20 a 70 K assim como para aplicações próximas a temperatura ambiente. Este progresso abre portas para novas aplicações da refrigeração magnética na indústria da refrigeração (SIDDIKOV; WADE; SCHULTZ, 2005). Mediante o apontado nestas pesquisas, a refrigeração magnética pode vir a ser uma alternativa viável para a substituição dos atuais sistemas de compressão de gases em certos nichos de mercado. Para isto, diversas dificuldades técnicas precisam ainda ser eliminadas.

De um modo geral, para sistemas térmicos que utilizam ciclos regenerativos é de grande relevância a identificação dos parâmetros físicos e geométricos que governam o comportamento térmico dos regeneradores. Complementarmente, também é necessária a compreensão da influência destes parâmetros, combinados ou isoladamente, na eficiência térmica, na perda energética que pode se fazer presente em determinadas condições operacionais, no aumento e redução das irreversibilidades e na existência de condições inoperantes para o sistema, isto é, equilíbrio térmico entre os meios envolvidos no processo de transferência de calor. Particularmente no campo da refrigeração magnética, Kawanami *et al.* (2008) afirmam que os aspectos fundamentais da transferência de calor em AMRs não são ainda suficientemente conhecidos. Além disso, para se prever as características e melhorar o projeto de AMRs é necessário o desenvolvimento de modelos matemáticos e códigos computacionais para sua simulação. Trata-se de um problema computacional bastante custoso, razão que explica porque os progressos em refrigeração magnética tem sido mais freqüentes no campo experimental.

O estudo dos parâmetros acima mencionados juntamente com a análise dos processos de transferência de calor em regeneradores, concatenados à dinâmica do escoamento, é estratégico na determinação das melhores alternativas para o funcionamento adequado destes equipamentos. Ademais, uma investigação de nível fundamental provê esclarecimentos sobre os elementos mais importantes para otimização do desempenho, bem como revela as principais restrições e norteia decisões de projeto.

### 1.3 Objetivos

Dado o exposto, o presente trabalho tem por objetivo geral a modelagem e a simulação numérica do escoamento e transferência de calor em regeneradores com aplicação em sistemas de refrigeração. Mais especificamente, este trabalho concentra seu foco nos seguintes objetivos específicos:

1. Analisar os processos de transferência de calor e mecânica dos fluidos em regeneradores formados por matrizes constituídas de materiais metálico e magnetocalórico;
2. Estudar o impacto da variação de parâmetros físicos no desempenho térmico destes componentes, visando a identificação das melhores configurações operacionais.

## 1.4 Contribuições pretendidas

A elaboração deste trabalho visa contribuir para a predição das características operacionais mediante um estudo fundamental e conseqüente formação de ferramental de auxílio ao desenvolvimento de inovações tecnológicas em sistemas de refrigeração que utilizem ciclos regenerativos.

## 1.5 Estrutura da dissertação

Esta dissertação contém seis capítulos. O Capítulo 2 apresenta o estado da arte acerca de regeneradores térmicos, passivos e ativos, quanto aos estudos desenvolvidos sob abordagens analítica e numérica. O Capítulo 3 explora o modelo fundamental do regenerador passivo, isto é, uma equação unidimensional transiente com condições de contorno periódicas. É investigado o seu comportamento frente aos parâmetros de similaridade que caracterizam a troca térmica. Este modelo é geral, entretanto passível de aplicação específica em regeneradores cujo núcleo é formado por malhas ou telas metálicas. No Capítulo 4 trabalha-se com um modelo mais complexo para a geometria de placas planas paralelas, resolvendo o escoamento bem como o problema conjugado de transferência de calor entre o fluido e a matriz sólida.

Na seqüência, um estudo do comportamento térmico e das irreversibilidades relacionadas é mostrado e discutido em termos da variação da velocidade, do tempo de ciclo e de mudanças geométricas. No Capítulo 5, este modelo é expandido para o problema do regenerador magnético ativo, admitindo a variação do calor específico do material magnético e explorando a dinâmica térmica frente a mudanças nos parâmetros já mencionados. As ferramentas de solução utilizadas nos Capítulos 3, 4 e 5 dividem-se em analíticas e numéricas. Por fim, o Capítulo 6, dedicado às considerações finais, reúne as principais conclusões deste estudo e sugere direcionamentos para trabalhos futuros.

## 2 *Revisão Bibliográfica*

Neste capítulo segue-se uma apreciação acerca do estado da arte concernente às modelagens analítica e numérica empregadas na caracterização física da dinâmica do escoamento e transferência de calor em regeneradores passivos e regeneradores magnéticos ativos (ou simplesmente regeneradores ativos).

### 2.1 Regeneradores passivos - abordagens analíticas

A modelagem matemática e a determinação de soluções exatas para os perfis de temperatura em regeneradores passivos têm sido alvo de diversas investigações ao longo das últimas décadas conforme discutido nas linhas seguintes. A maior parte destes trabalhos concentrou seus esforços em um estudo limitado à transferência de calor, ou seja, em uma abordagem exclusivamente firmada na Primeira Lei da Termodinâmica. Outros, em menor número, lidaram com o estudo de irreversibilidades, dispensando maior atenção à Segunda Lei da Termodinâmica.

#### 2.1.1 Abordagens baseadas na Primeira Lei da Termodinâmica

Kardas (1966) apresentou uma solução analítica para o problema do regenerador unidimensional no qual a matriz sólida é constituída por um conjunto de placas planas paralelas de comprimento e espessura finitas. Embora tenham sido mantidas restrições de capacidades térmicas iguais e coeficientes de transferência de calor constantes para as correntes de fluido quente e fria, o tratamento analítico apresentado difere das modelagens convencionais nos seguintes aspectos: (i) a única hipótese simplificadora que é feita com relação às propriedades e dimensões do material que armazena energia térmica é admitir que a sua condutividade térmica é nula na direção do escoamento e finita na direção perpendicular a este; e (ii) nenhuma hipótese é necessária com relação à natureza do perfil de temperaturas ao longo do regenerador. O autor obteve as distribuições de temperatura no sólido e no fluido através da técnica da transformada de Laplace. Os gráficos para efetividade local, os quais descrevem a operação do regenerador em um ciclo, são

computados para grupos adimensionais que caracterizam o problema e se constituem em ferramentas úteis para o projeto de regeneradores.

Consoante Chase Jr., Gidaspow e Peck (1969), na maioria dos modelos matemáticos formulados para descrição da dinâmica térmica de trocadores de calor regenerativos a resistência ao processo de transmissão de calor entre as fases sólida e fluida é representada por um coeficiente de transferência constante. No trabalho destes autores, a hipótese que considera variável o número de Nusselt foi avaliada. A geometria em questão configura-se em um canal formado por duas placas planas paralelas no qual escoam um fluido de propriedades termofísicas e velocidade uniforme constantes. A partir de simplificações adotadas, a única equação governante é a equação da energia para o fluido, a qual inclui o transporte de calor por advecção na direção do escoamento e o transporte de calor por difusão na direção perpendicular a este. O conjunto das equações diferenciais parciais (equação governante juntamente com as condições de contorno) foi resolvido na forma adimensional através da técnica da transformada de Laplace e integração de contornos no domínio complexo a fim de se inverter esta transformada. Soluções exatas para o perfil de temperatura adimensional no fluido e para o número de Nusselt são apresentadas como equações integrais que podem ser avaliadas computacionalmente através da quadratura gaussiana. Os resultados por eles alcançados indicaram que  $Nu$  para regeneradores é uma função do tempo e da distância longitudinal em relação à entrada do trocador; não sendo, portanto, uma constante tal como admitido na abordagem tradicional de regeneradores.

Por sua vez, Montakhab (1979) apresentou soluções analíticas das equações da energia que governam a transferência de calor convectiva entre um leito fixo composto de sólidos granulares e um escoamento em regime permanente, com velocidade mássica constante, para situações de aquecimento ou resfriamento. Estas soluções permitem a determinação da temperatura do fluido e do sólido granular como funções do tempo e da posição axial na direção do escoamento. A análise foi baseada em um tratamento unidirecional das velocidades e temperaturas médias em qualquer seção transversal normal à direção do escoamento do fluido. O autor reportou que tais soluções reduzem drasticamente o tempo computacional e sua obtenção foi viabilizada por intermédio da derivada de enésima ordem da função de Bessel de ordem zero, da integração dupla da função de Bessel de ordem zero e pela transformada de Laplace. Deve-se notar que o aquecimento ou resfriamento convectivo de sólidos granulares ou de meios porosos configura-se em um aspecto de interesse para o projeto de sistemas armazenadores de energia térmica.

Saastamoinen (1999) analisou a transferência de calor em regeneradores quando as correntes de fluido quente e fria escoam alternadamente e em direções perpendiculares entre si através da matriz sólida. Soluções exatas para a efetividade térmica e distribuição

de temperatura espacial e transiente nos gases e no material sólido foram obtidas para o caso geral de trocadores de calor assimétricos e desbalanceados. O autor destaca a aplicabilidade destas soluções no dimensionamento de regeneradores que operam com correntes cruzadas em processos industriais específicos, isto é, combustão de combustíveis com baixo poder calorífico.

Importa ressaltar que uma grande quantidade de trabalhos na literatura, incluindo aqueles anteriormente citados, assume escoamento unidimensional permanente com velocidades constantes (*plug flow*) para as correntes de fluido quente e fria, desconsiderando desta forma desvios, *bypass*, má distribuições, zonas mortas e recirculações; os quais tornam a transferência de calor consideravelmente diferente daquela oriunda da hipótese de escoamento 1-D. Desta forma, Roy e Das (2001) propuseram uma solução analítica para os regimes transiente e periodicamente desenvolvido em um regenerador, admitindo escoamento unidimensional associado a um modelo hiperbólico de dispersão axial. O uso desta modelagem visou reproduzir o comportamento de um escoamento 3-D com não-idealidades. Ademais, a adoção de um modelo de dispersão axial para as trocas térmicas em regeneradores também procura verificar a influência desta variável bem como de sua velocidade de propagação na efetividade do dispositivo.

No que concerne à modelagem matemática, Roy e Das (2001) derivaram as equações térmicas governantes para o fluido e para o sólido a partir de balanços de energia em volumes de controle. Roetzel e Das (1995 apud ROY; DAS, 2001) afirmam que a dispersão axial é uma perturbação física diferente da vibração molecular (presente na condução de calor) e que se propaga com uma velocidade finita, mesmo em temperaturas moderadas. Assim, foi necessário empregar uma equação hiperbólica para a representação do fluxo de calor dispersivo – a equação de não-Fourier, apresentada no trabalho de Chester (1963). A transformada de Laplace foi aplicada como técnica de solução para obtenção do perfil de temperatura no domínio da frequência, e o retorno para o domínio do tempo foi realizado através de uma técnica de inversão baseada em aproximações por séries de Fourier. Os autores observaram que o aumento do período diminui a efetividade uma vez que contribui para que a condição de operação pseudo-estacionária seja atingida com um menor número de ciclos. Adicionalmente, verificou-se que a dispersão axial deteriora, de modo relevante, o desempenho do regenerador e que com o aumento da magnitude da dispersão, a velocidade de propagação desta onda começa a influenciar o desempenho do dispositivo.

Um outro modelo analítico foi estudado por Klein e Eigenberger (2001) para calcular uma solução aproximada do perfil de temperaturas e da efetividade em trocadores de calor regenerativos de correntes contrárias. O modelo é restrito a casos em que a parede da

matriz é delgada o suficiente tal que a variação de temperatura, na direção perpendicular ao escoamento, é demasiado pequena e pode ser desconsiderada. Este é geralmente o caso de regeneradores formados por matrizes metálicas mas também pode ser estendido a matrizes cerâmicas na forma de um monólito de paredes finas.

Inicialmente, estes autores trabalharam com um modelo que contempla as fases fluida e sólida, derivando uma solução aproximada para os casos limite nos quais a duração dos processos de aquecimento e resfriamento é infinitesimalmente pequena. Fazendo-se uso da expansão em série de Taylor desta solução, os perfis de temperatura e efetividade são obtidos. Diferentemente dos vários trabalhos já publicados na literatura, esta abordagem analítica considera o mecanismo de condução de calor ao longo matriz de retenção de energia térmica. A condução axial no fluido (gás) é desprezada e a temperatura deste é tida como quase estacionária visto que sua capacidade térmica volumétrica é pequena em relação a da matriz sólida. O intervalo onde estas equações podem ser aplicadas é mostrado comparando-se a solução aproximada com a solução numérica do conjunto completo das equações de balanço de energia que governam a dinâmica térmica do regenerador. O efeito de importantes parâmetros no desempenho de trocadores de calor regenerativos que operam com correntes contrárias é analisado.

O trabalho de Tomeczek e Wnęk (2006) contribuiu com um novo e rápido método que permite predizer, com certa acurácia, o desempenho de um regenerador simétrico operando em regime periodicamente desenvolvido. Este método firma-se em uma equação analítica simples, adequada ao projeto destes dispositivos. A maior vantagem do método reside na velocidade no cálculo do desempenho do regenerador, entretanto a sua principal desvantagem advém da linearidade do modelo. Os autores reportaram que esta dificuldade pode ser parcialmente superada aplicando um procedimento iterativo que permite a introdução de alguma não-linearidade oriunda da dependência da temperatura nas propriedades termofísicas.

Alicerçados na hipótese de pequenas amplitudes em escoamentos oscilatórios, Chen, Luo e Dai (2007) aplicaram a teoria termoacústica linear para análise da transferência de calor em escoamentos compressíveis no interior de regeneradores cuja matriz é formada por tubos e placas planas paralelas. Estes autores simplificaram a complexa e tortuosa estrutura de um meio poroso reduzindo-o a geometrias clássicas de dutos, ou seja, um par de placas planas paralelas e um duto circular. Expressões exatas para  $Nu = Nu(Pr, Re_\omega, D)$ , escritas na forma complexa, são apresentadas e discutidas (convém esclarecer que  $D$  é uma razão adimensional entre a troca térmica devida ao gradiente de temperatura médio e a compressibilidade do gás). Estas expressões são válidas para gás ideal, campo de velocidades de valor médio nulo, pressão dinâmica dependente da posição longitudinal, mesmas

temperaturas médias para o fluido e o sólido, oscilação nula na temperatura da parede da matriz sólida e condução axial negligenciável. Os efeitos de compressibilidade do gás e do gradiente de temperatura médio ao longo do regenerador são considerados separadamente e em conjunto. Adicionalmente, expressões de  $Nu$  para valores extremos de  $Re_\omega$  (casos pseudo-estacionário e transiente) e  $D$  (casos compressível e incompressível) são fornecidas. Para o escoamento de fluido incompressível entre placas planas paralelas, caso de particular interesse na discussão de alguns dos resultados apresentados no Capítulo 4, a Fig. 2.1 mostra que o perfil de  $Nu$  aumenta a partir de determinados valores de  $Re_\omega$ . Neles, altas frequências angulares reduzem a espessura da camada limite térmica aumentando a taxa de transferência de calor no fluido e, por conseguinte,  $Nu$ . Na faixa anterior a estes valores,  $Nu$  permanece praticamente constante e tende ao valor real, implicando que o processo de transferência de calor no fluido está em fase com a diferença de temperatura entre a parede do duto e o fluido. Os autores concluem que o gradiente de temperatura longitudinal médio contribui para o desempenho da transferência de calor no regenerador com escoamento oscilatório.

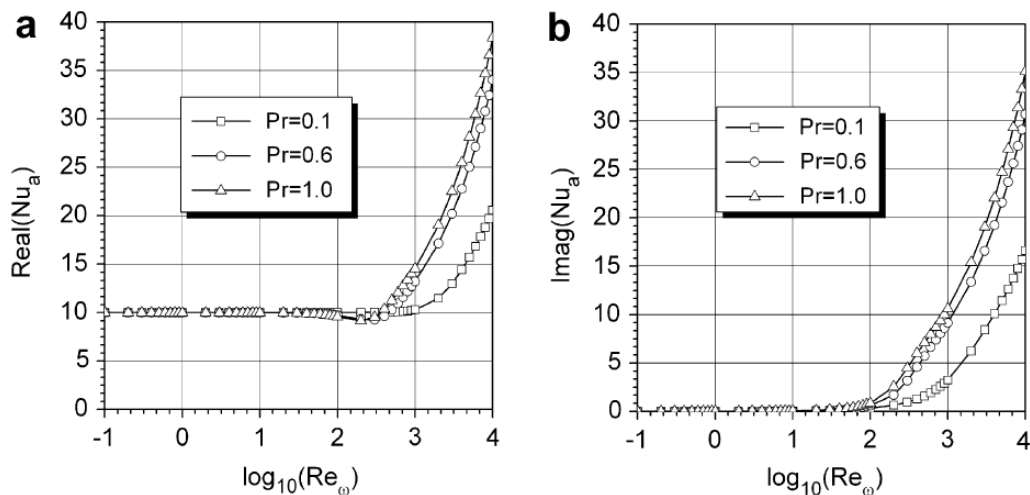


Figura 2.1 –  $Nu$  para placas planas paralelas em função de  $Re_\omega$  considerando diferentes  $Pr$  (fluidos incompressíveis): (a) Parte real de  $Nu$  e (b) Parte imaginária de  $Nu$ . Fonte: Adaptado de Chen, Luo e Dai (2007).

Atualmente, Monte e Rosa (2008) trabalharam com uma solução analítica para as equações térmicas 1-D em regeneradores de correntes contrárias nos quais a mudança entre os intervalos de aquecimento e resfriamento é rápida. Nestas situações há partículas que não deixam o regenerador pelas saídas quente e fria; elas permanecem oscilando retidas no interior do regenerador. Isto acontece porque o tempo que uma partícula leva para percorrer o regenerador tem a ordem de grandeza do período. A solução para a temperatura do gás ideal é dada na forma integral ao longo do caminho percorrido pela partícula. Ela é função da temperatura da matriz, da posição espacial e dos intervalos de tempo. Um sistema de referência Lagrangeano é usado e esta solução é estruturada separadamente

para três classes de partículas: frias, quentes e internas. No modelamento, os autores ignoraram a condução longitudinal bem como as flutuações na velocidade, pressão e propriedades físicas; junto a isso, o coeficiente de transferência de calor convectivo é suposto constante para qualquer posição no regenerador.

Ao assumir uma distribuição linear para a temperatura da matriz, o perfil de temperaturas no fluido pode ser calculado. Ademais, uma expressão para a efetividade do regenerador em função do número de unidades de transferência ( $NUT$ ) e da razão de permanência (número adimensional cujo valor identifica se há partículas retidas internamente) é sugerida. Trata-se de uma metodologia simples porém acurada para cálculo da efetividade em situações onde o escoamento muda de sentido rapidamente. Os autores observaram que a existência de partículas que não deixam o regenerador afeta positiva e consideravelmente o desempenho da transferência de calor, especialmente quando  $NUT$  é baixo e a razão de permanência é alta. Os resultados indicam que a teoria convencional sobre regeneradores subestima esta variável uma vez que ignora a existência destas partículas. Por fim, comparações com os resultados do modelo de Organ (1997 apud MONTE; ROSA, 2008), aplicado a matrizes metálicas, mostraram excelente concordância.

### 2.1.2 Abordagens baseadas na Segunda Lei da Termodinâmica

Tradicionalmente, o projeto e a otimização de uma unidade de acúmulo de energia térmica preocupa-se exclusivamente com o desempenho térmico do sistema sob o ponto de vista da Primeira Lei da Termodinâmica. Em outras palavras, uma unidade é considerada mais eficiente do que outra se para uma mesma quantidade de calor ofertada e para a mesma quantidade de material que forma a matriz, esta unidade é capaz de reter mais energia térmica. Esta abordagem conduz a projetos viáveis, contudo não necessariamente operando na maior eficiência termodinâmica possível. Sabe-se no entanto que o projeto eficiente de equipamentos para a transferência de calor deve ser baseado em uma análise alicerçada na Segunda Lei da Termodinâmica, conjuntamente com a Primeira Lei, a fim de se quantificar as irreversibilidades inerentes ao processo em questão. De fato, a análise de irreversibilidades aponta a característica dissipativa que acompanha as técnicas de estocagem de energia térmica na forma de “calor sensível” (BEJAN, 1978; KRANE, 1987; SAHOO, 1989; SAHOO; DAS, 1994).

Dentro deste contexto, o trabalho pioneiro deve-se a Bejan (1978) que lidou com a otimização termodinâmica de uma unidade de estocagem de energia térmica, tomada como um sistema armazenador de trabalho útil ou exergia. Trata-se de um banho termicamente isolado, repleto de líquido incompressível e com uma serpentina através da qual escoam um gás ideal aquecido. As temperaturas do banho e do gás na saída do banho são obtidas



analiticamente a partir de um modelo global simples e transiente. As simplificações que viabilizaram a construção deste modelo são: propriedades termofísicas e coeficiente global de transferência de calor constantes, ausência de mudanças de fase, o fluido no banho é espacialmente isotérmico e a variação da temperatura do gás no interior do trocador de calor do banho não é considerada.

A análise das irreversibilidades termodinâmicas associadas ao processo de aquecimento do banho revela duas importantes características. Primeiro, existe uma quantidade ótima de gás quente a ser usada, de modo que se maximize o trabalho útil retido no banho. A utilização de quantidades maiores do que esta, na esperança de se maximizar a quantidade de energia térmica armazenada, conduz a severas perdas termodinâmicas. Segundo, existe uma relação ótima entre os parâmetros de projeto deste trocador que minimizam as irreversibilidades e maximizam a sua capacidade de estocar exergia. Esta relação provê um modo de se estimar o  $NUT$  ótimo. Aumentar esta variável acima do valor ótimo na intenção de se aumentar a efetividade e a capacidade de reter energia implica em perdas proibitivas, oriundas do atrito viscoso nos canais do trocador de calor. Os resultados confirmam que o projeto de unidades para a máxima retenção de energia térmica não corresponde ao ponto de funcionamento ótimo termodinâmico.

Já Krane (1987) expandiu o estudo conduzido por Bejan (1978) para uma unidade de armazenamento de energia térmica que é aquecida e resfriada por correntes de um mesmo gás ideal. Sob as mesmas hipóteses e simplificações, a análise concluiu que um ciclo completo de operação, composto por um processo de aquecimento e resfriamento do banho líquido, deve ser considerado no sentido de se otimizar o projeto e o desempenho destes sistemas; em oposição a considerar apenas o processo de aquecimento como feito por Bejan (1978). Este autor concluiu ainda que um sistema típico trabalhando em condições de ótimo termodinâmico destroi de 70,0% a 90,0% de toda a exergia disponível e portanto pode ser classificado como um aparato cuja ineficiência é inerente, ou seja, sua eficiência termodinâmica é extremamente baixa.

Sistemas físicos, modelagens e resultados bastante similares àqueles presentes em Bejan (1978) podem ser encontrados nos trabalhos de Sahoo (1989), Das e Sahoo (1991) e Sahoo e Das (1994). Todos estes também apresentaram análises de irreversibilidade para regeneradores onde há apenas uma corrente de fluido em contato com o elemento de estocagem de energia térmica (*single blow operation*). Em outras palavras, através deste elemento não passam uma corrente quente e fria, alternadamente, mas somente uma corrente quente ou fria (no caso de uma unidade de refrigeração) em um único sentido.

O trabalho de Sahoo (1989) é ligeiramente distinto por lidar com uma unidade de refrigeração com fronteira não-adiabática. A investigação se concentra na minimização

da entropia gerada em razão da transferência de calor no sistema e deste para o ambiente externo. As conclusões apontam que, na presença de fugas de calor, a taxa de irreversibilidade é maior do que em sua ausência e este aumento reduz exponencialmente o  $NUT$  efetivo. Ainda, existe um parâmetro temporal ótimo relacionado a outros dois parâmetros fundamentais para a maximização do trabalho útil armazenado; são eles o  $NUT$  associado à fuga de calor através da fronteira não-adiabática e o  $NUT$  da unidade.

Uma modificação é introduzida por Das e Sahoo (1991). Diferentemente dos trabalhos citados, estruturados com modelos globais, nesta abordagem foi incluída a média espacial da temperatura da unidade de refrigeração, em adição à variação temporal já admitida nos trabalhos predecessores. Os resultados indicam que existe um ponto de ótimo bem definido com relação à quantidade de fluido e  $NUT$  para a maximização do trabalho útil armazenado. Por se tratar de um modelo mais adequado a regeneradores criogênicos com baixos valores de  $NUT$  (os anteriores são aplicados a largos banhos líquidos), uma solução semi-analítica é considerada.

Uma análise aprimorada é apresentada por Sahoo e Das (1994) para este mesmo problema. Agora, a temperatura transiente da matriz porosa não é uniforme no espaço mas varia longitudinalmente. Os resultados deste estudo mostram que os trabalhos anteriores envolvendo um modelo global e um modelo médio aplicado a altos valores de  $NUT$  correm o risco de estar operando na zona de alta irreversibilidade, muito embora seja adequado para baixos valores de  $NUT$  (valores menores do que 1 e 2, respectivamente). Esta abordagem é mais relevante para análise exérgica de regeneradores criogênicos, geralmente caracterizados por altos valores de  $NUT$ .

Uma comparação entre o desempenho de dois refrigeradores criogênicos *pulse tube* de correntes contrárias operando com trocadores de calor recuperativo e regenerativo, cada, foi estruturada por Will e Waele (2005). Na intenção minimizar as irreversibilidades no funcionamento destes equipamentos, o desempenho de cada um deles é tratado do ponto de vista da taxa de geração de entropia a partir de quatro processos existentes: condução axial no gás ideal, condução axial no material, resistência ao escoamento e transferência de calor entre o gás ideal e o material. Os modelos que descrevem cada um dos processos citados são globais, escritos em um formato simples, uniforme e compostos majoritariamente por correlações experimentais. Os mesmos são baseados nas seguintes hipóteses: (i) a temperatura da matriz do regenerador não varia com o tempo e é uma função linear exclusiva do comprimento; (ii) a temperatura do gás ideal é função do escoamento, não levando em conta a condução axial; (iii) a matriz do regenerador é formada por esferas onde o volume de vazio é zero, assim a diferença de temperatura entre o gás e esta matriz é proporcional ao escoamento molar. O tamanho de grão e o diâmetro do tubo para os

regimes laminar e turbulento são as variáveis utilizadas para minimizar a entropia gerada no regenerador e no trocador de calor recuperativo, respectivamente. Os autores concluíram que a superioridade de desempenho dos trocadores em questão depende dos seguintes parâmetros operacionais: fluxo molar, temperatura e pressão. Ainda, para temperaturas abaixo de 200 K foi observado que as perdas termodinâmicas são dominadas pelo mecanismo de condução de calor na direção axial.

## 2.2 Regeneradores passivos - abordagens numéricas

No tocante à simulação computacional de regeneradores passivos, diversas contribuições também têm sido registradas na literatura vigente. Muralidhar (1998) apresentou uma nova e útil abordagem para a modelagem de regeneradores. Esta consiste em tomar como domínio de estudo o elemento primário que constitui a matriz do regenerador, ou seja, um cilindro sólido que compõe os fios da malha metálica, e então proceder à solução do problema acoplado de transferência de calor entre o fluido e este elemento, incluindo a dinâmica dos fluidos que rege esta troca térmica. As duas maiores vantagens advindas desta abordagem são a possibilidade de se prescrever, em detalhes, campos locais de velocidade bem como o não estabelecimento de aproximações de interface (coeficiente de transferência de calor convectivo constante) para o cálculo da troca térmica entre o fluido e a matriz sólida.

Para a solução do sistema de equações que governam os problemas hidrodinâmico e térmico foi empregado o método de elementos finitos utilizando o método de Galerkin com formulação totalmente implícita no tempo. No cálculo dos perfis térmicos é utilizado o campo de velocidades do escoamento alternado plenamente desenvolvido. Para todos os valores de  $Re_D$  estudados (baseados no diâmetro da fibra da malha), a amplitude das flutuações de temperatura decresce com o aumento da frequência. Da mesma forma, o tempo necessário para se atingir o regime periodicamente desenvolvido aumenta com o aumento da frequência imposta ao sistema (frequência forçada). O desempenho do regenerador é ótimo quando a frequência forçada iguala-se à frequência fundamental.

Com o acréscimo na frequência, a amplitude das oscilações de temperatura no fio é reduzida, atrasando a obtenção do regime periodicamente desenvolvido. Esta redução, em relação à amplitude das oscilações de temperatura no fluido, aumenta significativamente a diferença de temperatura instantânea entre o sólido e o fluido, o que, por sua vez, conduz a um acréscimo na efetividade. A vantagem de uma maior efetividade é compensada pela redução na amplitude das oscilações na temperatura do fio. Considerando que o regenerador deve ampliar o intervalo das temperaturas do fluido (quente e fria), a redução

na amplitude da temperatura do fio é prejudicial ao funcionamento de um refrigerador que opera em um ciclo Stirling.

O autor mostra que a influência do aumento de  $Re_D$  é sentida na redução da efetividade, entretanto a temperatura do cilindro é muito pouco alterada. À medida que  $Re_D$  aumenta, a frente de calor move-se mais rapidamente através da região fluida e uma porção maior de energia térmica desvia-se do fio metálico. Quando uma pilha de malhas é usada como núcleo do regenerador espera-se que a efetividade torne-se menos sensível a variação de  $Re_D$  visto que a energia que desvia de qualquer fio pode ser absorvida pelo fio localizado imediatamente acima ou abaixo deste. Por fim, este autor enfatiza que os resultados apresentados são válidos para regeneradores constituídos apenas por uma tela de fios.

Um outro estudo com regeneradores formados por malhas ou telas metálicas foi conduzido por Muralidhar e Suzuki (2001). Eles procederam ao estudo do escoamento alterado de um gás incompressível e da decorrente transferência de calor em um regenerador cilíndrico, particularmente destinado a aplicações em refrigeradores criogênicos Stirling. Visto que vários modelos publicados na literatura tratam o regenerador em condições ideais – o gradiente de pressão é desprezado, a distribuição de temperatura no sólido transversal à direção do escoamento é assumida uniforme e o perfil de temperatura no fluido é linear, por vezes constante, e independente do tempo – estes autores desenvolveram um modelo não-Darciniano, bidimensional, considerando a malha metálica como um meio poroso e ausência de equilíbrio termodinâmico entre o fluido nos poros e o material sólido. A porosidade e a permeabilidade são usadas para caracterizar a geometria da malha. O objetivo do trabalho concentrou-se em verificar de que maneira parâmetros como o número de Reynolds, a frequência de oscilação e a estrutura da malha metálica estão relacionados com o desempenho do regenerador.

A técnica de análise harmônica é usada para resolver o escoamento transiente plenamente desenvolvido no interior do regenerador. De posse desta solução, os perfis de temperatura axis-simétricos e transientes são obtidos numericamente para uma larga faixa de frequências fazendo-se uso do método de volumes finitos. Os efeitos do número de Reynolds e da frequência no perfil de temperatura transiente são apresentados e discutidos. Frente às diferentes classes analisadas, os autores supracitados concluíram que malhas com alta porosidade são prejudiciais ao desempenho térmico do regenerador. Ademais, o acréscimo no comprimento do dispositivo aumenta levemente a efetividade, todavia comprimentos maiores que  $5R$  não são indicados pois há elevação na perda de carga.

Zhang *et al.* (2002) procederam à estruturação de um modelo teórico para o processo de transferência de calor em um leito sólido adsortivo, o qual compõe um sistema de refri-

geração por adsorção exercendo nele a função de um regenerador de calor. Este modelo, sujeito a condições de contorno transientes, foi discretizado através do esquema implícito de diferenças finitas e a simulação computacional permitiu a obtenção da distribuição de temperatura acoplada no material adsorvente e no fluido de trabalho. Os resultados obtidos são úteis ao projeto ótimo da matriz sólida adsorvente do regenerador e alternativas para a melhoria da troca térmica são discutidas.

Já Zarrinehkasfsh e Sadrameli (2004) lidaram com um modelo matemático para investigar o desempenho de um regenerador de leito fixo composto por esferas cerâmicas. Este modelo admite propriedades físicas e coeficiente de transferência de calor constantes, convecção, condução de calor transversal à direção do escoamento e velocidade constante e uniforme. As equações do modelo são resolvidas em uma malha 3-D com um esquema de diferenças finitas e Crank-Nicolson de seis pontos implícito. Um aparato experimental foi construído para coleta de dados experimentais. Os casos balanceado e desbalanceado foram estudados observando-se que a efetividade decresce com o aumento do período e com o incremento da vazão mássica. O desenvolvimento e solução de um acurado modelo matemático que inclua todos os mecanismos de transferência de calor é necessário para reduzir as diferenças percebidas entre os resultados teóricos e experimentais.

Zhu e Matsubara (2004) introduziram um modelo numérico para estudo de regeneradores adequados a refrigeradores criogênicos, máquinas Stirling e termoacústicas bem como a refrigeradores *pulse tube*. Neste modelo, baseado no método de volumes finitos sob a formulação implícita, o processo de solução consistiu em considerar o escoamento periódico unidimensional transiente como um problema bidimensional estacionário. Esta técnica foi adotada de modo a reduzir o tempo de computação das simulações, as quais foram realizadas considerando um regenerador em um refrigerador *pulse tube*. Os resultados obtidos pelos autores são úteis para compreensão de como se comporta a ineficiência do regenerador. Os mesmos observaram que a vazão mássica defasada  $\pm 90^\circ$  em relação à pressão (ambas admitidas como ondas senoidais) configura-se em um parâmetro que exerce relevante influência na ineficiência do regenerador, existindo uma vazão mássica ótima correspondente ao menor valor da ineficiência do dispositivo.

Heidrich e Prata (2004) bem como Heidrich, Prata e Lilie (2005) lidaram com a simulação numérica de uma máquina Stirling de pistão livre, tendo-a como alternativa de substituição em relação aos convencionais compressores herméticos e ciclos de compressão a vapor comumente empregados em refrigeradores domésticos. O modelo matemático por eles estudado explora o comportamento dinâmico do gás de trabalho (hélio) e avalia o desempenho de alguns dos principais componentes desta máquina térmica. O mesmo é baseado em equações da termodinâmica, mecânica dos fluidos, transferência de calor,

dinâmica de corpos rígidos e circuitos elétricos. O fluido de trabalho no interior das câmaras quente e fria é tratado como um gás ideal sob uma formulação global, isto é, sua temperatura é função exclusiva do tempo.

Uma modelagem mais detalhada foi adotada para o regenerador, dada a importância deste componente para o funcionamento do sistema. No seu interior, o escoamento ocorre entre duas placas planas paralelas sendo considerado transiente, laminar, compressível e unidimensional. A equação da quantidade de movimento linear é escrita em termos da velocidade média avaliada na área da seção transversal. As equações da conservação da energia térmica para o fluido e para o material do regenerador são transientes, com aproximação de interface para modelar a troca de calor convectiva. Em particular, a equação para o sólido considera o mecanismo de condução axial. O conjunto de equações para o fluido é finalizado com as equações de estado e conservação da massa. As equações externas ao regenerador foram resolvidas através do método de Euler com avanço explícito no tempo. Nas equações para o regenerador utilizou-se o método de volumes finitos.

O objetivo fixou-se em mostrar a viabilidade da máquina Stirling em diversas temperaturas associadas à refrigeração doméstica e também gerar uma ferramenta computacional para auxiliar na compreensão dos fenômenos físicos envolvidos assim como no projeto de novas máquinas Stirling. Os principais resultados obtidos mostram a variação das propriedades termodinâmicas do gás e de variáveis da máquina. São apresentadas validações dos resultados de desempenho obtidos pelo modelo mediante comparação com resultados experimentais e com sistemas de refrigeração que operam através do ciclo de Rankine. Embora os resultados numéricos apresentem consistência com os resultados experimentais, as comparações mostram diferenças significativas, isto é, o modelo utilizado no trabalho fornece resultados de desempenho maiores do que aqueles medidos experimentalmente. Isto pode ser explicado devido ao fato de diversas perdas existentes na máquina não terem sido levadas em consideração no modelo. Os autores mostram que a máquina Stirling estudada atingiu valores de desempenho comparáveis aos sistemas de refrigeração convencionais.

Nam e Jeong (2005) desenvolveram um modelo para o escoamento no interior de um regenerador criogênico, validando-o experimentalmente. Estes autores dissertam acerca da inadequacidade em modelar o escoamento como estacionário para estas aplicações tecnológicas visto que a amplitude da perda de carga é subestimada. Ademais, os ângulos de fase entre a perda de carga e a vazão mássica não concordam com valores experimentais. Isto é mostrado mediante comparação dos resultados experimentais de um escoamento oscilatório com pressão pulsante frente aos resultados obtidos a partir de um modelo numérico unidimensional (equações da conservação da massa e quantidade de movimento

linear) em regime estacionário. Desta forma, um novo modelo é proposto a partir da introdução de um parâmetro denominado *breathing factor* na equação da continuidade. O mesmo é embasado no conceito de média volumétrica aplicado a meios porosos e em observações experimentais. O fator de atrito e o *breathing factor* são introduzidos nas equações unidimensionais que são resolvidas através de um esquema simples de diferenças finitas. Correlações empíricas são obtidas para estes parâmetros no caso de regeneradores cuja matriz é formada por uma malha de fios.

Em um trabalho posterior, Nam e Jeong (2006) desenvolveram e testaram, experimental e numericamente, um regenerador formado por um feixe de fios de aço inoxidável paralelos à direção de um escoamento oscilatório de gás hélio. O processo de fabricação desta matriz foi desenvolvido e descrito em detalhes. Experimentos hidrodinâmicos e térmicos foram conduzidos no sentido de demonstrar a viabilidade do regenerador de fios paralelos. Uma análise da taxa geração de entropia também é feita de modo a validar esta viabilidade. Os autores relatam que esta geometria proporciona menores valores do fator de atrito e da fração de vazio comparativamente aos regeneradores de telas ou malhas metálicas, geralmente usados em aplicações a baixas temperaturas; contudo as desvantagens reúnem má distribuição no escoamento e pronunciada condução axial. O baixo desempenho térmico deste regenerador, resultado dos elevados efeitos de condução axial, é reduzido ao segmentar-se os fios ao longo da matriz. As simulações são baseadas em um modelo unidimensional de equações governantes com método de solução por diferenças finitas. Os resultados da simulação computacional mostram que a segmentação da matriz diminui o efeito da condução axial. Isto somado à baixa porosidade e fator de atrito melhora o desempenho do regenerador de fios paralelos especialmente para casos de baixos *NUT* e baixas temperaturas no lado frio; levando-o, portanto, a ser uma alternativa tecnológica atraente para uso em refrigeradores criogênicos mais eficientes.

Nos trabalhos de Andersen, Carlsen e Thomsen (2006a, 2006b) foram estudados os efeitos das oscilações de temperatura da matriz do regenerador no desempenho de uma máquina Stirling. No primeiro trabalho citado, um modelo unidimensional composto por um sistema acoplado de equações diferenciais ordinárias, derivadas de balanços de massa e energia, foi discretizado de modo a conter cada componente da máquina. A abordagem numérica adotada trata este sistema como um problema de valor inicial permitindo a obtenção de soluções periódicas confiáveis para o regime pseudo-estacionário. Resultados preliminares indicaram que as oscilações de temperatura da matriz do regenerador exercem relevante influência nas perdas ocorridas neste dispositivo; afetando, conseqüentemente, a eficiência do ciclo Stirling.

O segundo trabalho destes autores contempla um aprimoramento deste modelo e da

metodologia de solução, apresentando comparações com valores experimentais. Usando um modelo numérico detalhado para estudar uma máquina Stirling SM5, foi observado que as oscilações de temperatura na matriz do regenerador podem ser vistas como sendo constituídas por duas contribuições: oscilações de um perfil linear e oscilação adicional induzida pelo escoamento próximo aos extremos do regenerador. Mapeando os efeitos das oscilações de temperatura, observou-se que um aumento na potência de saída pode ser atingido, com uma moderada perda na eficiência, através da escolha de uma matriz feita com um diâmetro de fio maior do que aqueles usados nos regeneradores convencionais.

Por sua vez, Gao, Hodgson e Kong (2006) utilizaram uma abordagem computacional para estudar o problema 3-D transiente de transferência de calor e mecânica dos fluidos em um regenerador, objetivando otimizar sua estrutura e parâmetros operacionais. Neste trabalho, os autores abordaram o problema segundo uma metodologia onde, primeiramente, o escoamento de gás e a transferência de calor em um leito composto por esferas são simulados visando à determinação do coeficiente de transferência de calor. Na seqüência, os resultados são utilizados para elaboração de um modelo simplificado com vistas a simular a transferência de calor e o escoamento do gás em todo o regenerador. Esta estratégia é adotada tendo em vista a complexidade para se criar a geometria e malha em todo o regenerador, considerando todas as centenas de pequenas esferas existentes. A vazão de massa, as dimensões geométricas e as propriedades termofísicas foram estudadas levando os autores a concluir que o comprimento característico das esferas (diâmetro) é o parâmetro mais relevante na eficiência da recuperação de energia térmica. Por fim, a configuração favorável a uma alta eficiência destes dispositivos compreende: alta temperatura média do ar pré-aquecido, baixa temperatura média do gás de exaustão resfriado e pequena flutuação em ambas estas temperaturas.

Recentemente, Nellis e Klein (2006) estudaram o efeito de se considerar a capacidade térmica do fluido de trabalho na modelagem matemática em regeneradores. A capacidade térmica do fluido, geralmente um gás que escoar nos vazios da malha metálica ou através da estrutura porosa da matriz do regenerador, é tipicamente bem menor se comparada à capacidade térmica da matriz sólida. Os autores afirmam que este efeito é quase sempre desprezado na análise térmica de regeneradores, particularmente nos trabalhos que lidam com soluções exatas das equações de transporte de entalpia. Ademais, em algumas aplicações tais como regeneradores criogênicos e magnéticos ativos este efeito não é mais negligenciável, em especial nos AMRs onde o fluido de trabalho é um líquido (água, por exemplo).

Estes autores lidaram com um modelo numérico com propriedades constantes para o fluido e para a matriz, ausência de condução axial e vazão mássica constante e idêntica



para os intervalos de aquecimento e resfriamento. O modelo é resolvido através de um esquema explícito de diferenças finitas. O parâmetro não-efetividade é apresentado como uma função de três grupos adimensionais, a saber: o número de unidades de transferência, o fator de utilização e a razão entre as capacidades térmicas do fluido e do sólido. Três diferentes comportamentos são observados e discutidos para um regenerador cuja modelagem contempla o efeito da capacidade térmica do fluido de trabalho. No que tange às análises anteriores (de caráter mais simplificado), este efeito pode ser incluído através do conceito de  $NUT$  aumentado, ou seja, um fator de correção para o  $NUT$  convencional. Os autores observaram que é sempre benéfico haver uma maior fração da capacidade térmica total do regenerador associada ao fluido comparativamente àquela presente na matriz.

## 2.3 Regeneradores ativos - abordagens numéricas

O regenerador magnético ativo constitui um sistema termodinâmico que não pode ser representado por analogias com o ciclo de refrigeração por compressão de vapor ou com sub-ciclos em cascata. Cada elemento infinitesimal neste tipo de regenerador passa por um ciclo termodinâmico único onde o material magnético produz frio enquanto o fluido transfere calor entre os elementos do regenerador. Também deve-se mencionar que existe uma superposição dos ciclos termodinâmicos de elementos adjacentes. Estes aspectos tornam a solução analítica para o problema do AMR bastante difícil em virtude do acoplamento entre as características físicas do escoamento, a transferência de calor e o efeito magnetocalórico (PETERSEN *et al.*, 2008b). Em adição a isto, destaca-se a dificuldade de se estabelecer uma descrição analítica para as variações do calor específico do material magnético. Para se vencer estas barreiras, metodologias numéricas são usadas na solução das equações da energia para o fluido e para o sólido visando o estudo, a otimização e o projeto de AMRs.

Hu e Xiao (1995) utilizaram um método oriundo da teoria termo-acústica em regeneradores – o método de análise de flutuações – na avaliação da média temporal dos fluxos de energia e das transformações energéticas ocorridas em um AMR para refrigeração magnética em temperatura ambiente. Com esta técnica as equações diferenciais parciais para o fluido e para o sólido são transformadas em equações diferenciais ordinárias, sendo resolvidas numericamente pelo método de Runge-Kutta. A modelagem destas equações admitiu: hipótese 1-D, fluido incompressível, pequenas perturbações, o regenerador está sempre em regime periodicamente desenvolvido, o sólido (gadolínio) e o fluido (água) têm propriedades independentes do tempo e todos os efeitos não-lineares são desprezados. Os parâmetros calculados, isto é, a capacidade de refrigeração e o trabalho consumido, refletem as características de um AMR.

Smaïli e Chahine (1998) pesquisaram a influência de diferentes perfis para a variação da temperatura adiabática  $\Delta T(T)$ , onde  $T$  é a temperatura ao longo do regenerador magnético, na capacidade de refrigeração e na eficiência do ciclo termodinâmico de um AMR alternativo. Eles trabalharam com um modelo unidimensional, transiente e puramente convectivo no qual a vazão e as propriedades do fluido são constantes. A liga metálica Gd-Dy foi escolhida como material constituinte do regenerador, que opera em um intervalo de temperaturas de 200 K a 300 K sob um campo magnético de intensidade 7 T. As propriedades termodinâmicas deste material magnético foram estimadas através da Teoria de Campo Molecular e da aproximação de Debye, que podem ser encontradas em Hook e Hall (1991). As equações governantes são resolvidas por diferenças finitas. Os resultados das simulações revelam que não há um perfil ideal de  $\Delta T(T)$  para um ciclo reversível; qualquer perfil monotonicamente crescente mostrou-se adequado. Já para o caso irreversível perfis quase lineares são recomendados.

Shir *et al.* (2004) desenvolveram um modelo para a taxa de variação da temperatura do material magnético durante as etapas de magnetização e desmagnetização adiabáticas. Este modelo não inclui variações espaciais e está baseado na termodinâmica do EMC bem como nas propriedades do material e na variação temporal do campo magnético (admitida senoidal). Trata-se de uma equação diferencial ordinária resolvida como um problema de valor inicial a partir de métodos numéricos. O calor específico e a variação da magnetização com a temperatura, ambos a campo constante, são obtidos por meio de dados experimentais publicados na literatura. Os resultados avaliam a temperatura do material magnetocalórico enquanto o campo magnético muda, e estimam as condições iniciais para as etapas regenerativas do ciclo AMRR. Ainda neste trabalho, um modelo que inclui os efeitos da condutividade térmica entre o material magnetocalórico e um termopar usado para medições de temperatura é apresentado e comparado com valores obtidos com uma bancada experimental, confirmando a validade da modelagem realizada.

Posteriormente, Shir *et al.* (2005b) utilizaram o mesmo aparato descrito em Shir *et al.* (2004) para medir os transientes de temperatura nas quatro etapas do ciclo AMRR. Os autores objetivaram adquirir entendimento físico sobre a combinação entre o EMC e a dinâmica térmica de um leito poroso magnético. Juntamente com a equação proposta para a magnetização e desmagnetização (SHIR *et al.*, 2004), balanços de energia são realizados para o gás (He) e para o elemento poroso (Gd) durante as etapas em que há escoamento. A condução axial é desprezada, a velocidade do fluido é constante e uniforme em cada seção transversal e para as etapas regenerativas as propriedades físicas dos meios permanecem constantes. As equações diferenciais parciais 1-D, na forma adimensional, são solucionadas usando diferenças finitas implícitas. Os resultados calculados pelo modelo concordam, em termos de comportamento, com as medidas experimentais da temperatura transiente

aferidas nas saídas do regenerador. Em um outro trabalho, Shir *et al.* (2005a) discutem detalhadamente as razões para as discrepâncias encontradas na validação experimental deste modelo para simulação do AMR. Os autores sugerem maneiras para se minimizar os desvios nos resultados e alternativas para o aumento da capacidade de refrigeração do refrigerador magnético.

Allab *et al.* (2005) estudaram um modelo 1-D transiente para o ciclo de refrigeração magnética. Este modelo é baseado exclusivamente na transferência de calor convectiva entre uma lâmina de água e uma placa sólida delgada de gadolínio. Os autores assumiram que o escoamento é uniforme, com velocidade e propriedades físicas constantes. A difusão de calor ao longo do leito é desprezada e o modelo inclui uma correlação para o coeficiente convectivo  $h$ . O EMC é introduzido na equação da energia do sólido através de um termo fonte, no qual há uma curva ajustada experimentalmente para a variação da entropia magnética. As equações de balanço de energia para o sólido e para o fluido são resolvidas por diferenças finitas explícitas usando-se o critério de Courant-Friedrich-Levy para assegurar estabilidade numérica.

Os resultados mostram que o modelo de Allab *et al.* (2005) é uma ferramenta útil para prever os perfis de temperatura nos regimes transiente e periodicamente desenvolvido, estimando também a influência da vazão volumétrica e da frequência de ciclo na diferença de temperatura entre os lados quente e frio do regenerador. Os autores também informam que o modelo estudado foi validado através da bancada experimental apresentada no trabalho de Clot *et al.* (2003). Trata-se de um aparato simples e compacto que utiliza um ímã cilíndrico do tipo *Hallbach* como fonte de magnetização. Uma bomba peristáltica externa comanda o deslocamento de dois pistões que transferem água de um lado para o outro do material. Os primeiros resultados obtidos ( $\Delta T = 4$  °C e  $COP = 2,2$ ) são promissores, embora careçam de melhoramentos.

Siddikov, Wade e Schultz (2005) simularam o comportamento termo-magnético de um AMR alternativo através de um modelo 1-D transiente contemplando diversos mecanismos físicos existentes no funcionamento de um regenerador, tais como condução ao longo da matriz, dispersão térmica e aquecimento devido ao atrito viscoso. A validade do modelo foi testada para o caso passivo (ausência de magnetização e desmagnetização) através de experimentos numéricos e comparação com resultados experimentais fornecidos pela literatura. Funções de aproximação não-lineares foram determinadas para as propriedades termofísicas do fluido de trabalho (água) através da técnica de mínimos quadrados. Uma grande contribuição prestada por estes autores reside na obtenção de superfícies ajustadas, a partir de dados experimentais, para o calor específico e para a variação da temperatura adiabática do gadolínio, ambas funções da temperatura e da

indução magnética; informações omitidas na quase totalidade dos trabalhos em AMRs. As equações governantes não-lineares são resolvidas por diferenças finitas explícitas e o desempenho do esquema numérico foi analisado em termos de estabilidade e convergência.

Li *et al.* (2006) desenvolveram um modelo prático para predição de limites de desempenho e eficiência em refrigeradores magnéticos alternativos. A capacidade de refrigeração, o trabalho (incluindo as parcelas consumidas para mover o regenerador para dentro e para fora do campo magnético e também para direcionar o fluido de trabalho) e o COP do sistema são estimados. O modelo de Willmott (1964) (um dos pioneiros para simulação da transferência de calor em regeneradores térmicos) é escolhido para as etapas regenerativas do ciclo, empregando-se o método trapezoidal, proposto pelo mesmo, na sua discretização. O modelo de Shir *et al.* (2004), resolvido por integração numérica, é usado para o cálculo da temperatura do regenerador durante a magnetização e desmagnetização, juntamente com a correlação proposta por Siddikov, Wade e Schultz (2005) para o calor específico. Um parâmetro adimensional – a utilização na máxima capacidade de refrigeração – é usado para caracterizar o desempenho do ciclo AMRR. Os resultados numéricos indicam que este parâmetro cresce com o  $NUT$  e eventualmente atinge um valor máximo. Verificou-se ainda que ao aumentar a frequência de operação há uma elevação na capacidade de refrigeração, acompanhada por uma redução no  $COP$ . Paralelamente, a influência das propriedades físicas de diferentes fluidos de transferência de calor (água, água e glicol, hélio e nitrogênio) é estudada, constatando que líquidos são mais favoráveis do que gases para sistemas de refrigeração magnética a temperatura ambiente pois possuem alta condutividade térmica, elevado calor específico e baixa viscosidade dinâmica.

No trabalho de Dikeos, Rowe e Tura (2006) foram realizadas simulações do ciclo de refrigeração magnética com aplicação em liquefação de gás. Apesar do modelo estudado também ser unidimensional, ele difere daqueles apresentados nos trabalhos acima em alguns aspectos. Primeiro, este modelo contempla dois regeneradores separados por uma região fria; esta configuração permite de fato imitar o funcionamento de um refrigerador magnético alternativo, pois ao prescrever somente a temperatura do trocador de calor quente a diferença de temperatura no interior de cada regenerador pode se desenvolver baseada na magnitude da energia térmica absorvida na região fria. Segundo, o modelo é mais realístico já que admite que as mudanças no campo magnético e na vazão mássica ocorram simultaneamente segundo funções senoidais. Dentre as simplificações adotadas cita-se: escoamento plenamente desenvolvido com propriedades constantes, vazão mássica transiente e constante ao longo do regenerador, condutividade térmica infinita na direção transversal ao escoamento, matriz homogênea com porosidade e seção transversal uniformes, intensidade do campo magnético constante em cada regenerador, e efeitos de borda juntamente com perdas térmicas desprezados. O modelo matemático foi resolvido

por elementos finitos usando o pacote comercial FEMLAB. Primeiramente, os resultados numéricos simulados com Gd são validados mediante comparações com experimentos realizados a temperatura ambiente. Em seguida, previsões são feitas para o comportamento de leitos, compostos por  $\text{DyAl}_2$ , operando próximo a 70 K. As propriedades para estes materiais são extraídas de diversas fontes experimentais. Os autores perceberam que para simulações onde a temperatura do trocador quente é bem superior à temperatura de Curie, os resultados mostraram-se dependentes das condições iniciais.

Heidrich e Prata (2006) estudaram a simulação de refrigeradores magnéticos, com aplicações próximas à temperatura ambiente, adequados aos arranjos de placas planas paralelas e partículas de material sólido. Eles são baseados na termodinâmica do EMC, o qual é calculado diferentemente para cada configuração através das propriedades do material magnético (Gd). No interior dos reservatórios quente e frio, o fluido de trabalho (água) é modelado pelas equações de estado, conservação da massa e conservação da energia. Para o regenerador e para o fluido de trabalho que escoam através do mesmo são utilizados balanços de energia 1-D de forma a modelar tanto o armazenamento de energia como os mecanismos de condução e convecção, conforme sugerido por Heidrich, Prata e Lilie (2005). O escoamento do fluido no interior do regenerador também é modelado neste trabalho. A modelagem inclui ainda as equações de troca de calor instantânea nos trocadores quente e frio e a capacidade de refrigeração. As equações governantes são discretizadas através do método de volumes finitos e o sistema linear é resolvido pelo método Gauss-Seidel. Os resultados mostram os perfis de temperatura ao longo do fluido e do sólido, alguns aspectos operacionais dos refrigeradores magnéticos e comparações com experimentos.

Teixeira, Heidrich e Prata (2006) investigaram a otimização do circuito de refrigeração explorado por Heidrich e Prata (2006) para duas variáveis de operação: a amplitude média e a frequência de inversão da vazão mássica. Algoritmos genéticos foram utilizados via o *software* comercial de otimização Mode Frontier. Os resultados foram obtidos para diferenças de temperatura entre as fontes quente e fria variando de 20 °C a 0 °C. Para os casos investigados a máxima capacidade de operação encontrada foi de 213 W. Observou-se uma grande dependência entre a capacidade de refrigeração e a diferença de temperatura entre os trocadores de calor associados às fontes quente e fria.

Sarlah *et al.* (2006) investigaram numericamente o comportamento transiente de um AMR estático cuja matriz é formada por placas onduladas triangulares. Pioneiramente, o modelo matemático em consideração inclui a condução de calor 2-D no material magnético durante os quatro processos do ciclo AMRR. Neste modelo, o escoamento possui velocidade e propriedades físicas constantes e a difusão de calor no seu interior é desprezada.

Ademais, as propriedades do material magnético são constantes, exceto o calor específico, e o regenerador está perfeitamente isolado. A temperatura do material durante as etapas da magnetização e desmagnetização adiabáticas é calculada segundo o modelo proposto por Shir *et al.* (2004). Os perfis transientes são obtidos para o par Gd-He através do método de diferenças finitas implícito. Este modelo também foi aplicado, de forma generalizada, a um regenerador poroso rotativo do tipo colmeia para a determinação dos perfis de temperatura azimutal e longitudinal no fluido (ar) e no material  $[\text{Gd}_5(\text{Si}_{1,985}\text{Ge}_{1,985}\text{Ga}_{0,03})_2]$ . O código computacional do AMR estático foi usado para investigar diferentes combinações de materiais magnéticos  $[\text{Gd}-\text{Gd}_5(\text{Si}_2\text{Ge}_2)]$  no sentido de se obter maiores diferenças de temperatura entre os extremos da matriz. Adicionalmente, foi realizado um estudo das linhas de fluxo do campo magnético no regenerador poroso rotativo.

Um estudo aprofundado acerca da modelagem 2-D transiente para refrigeração magnética a temperatura ambiente foi publicado por Petersen *et al.* (2008b). Neste trabalho, o regenerador é composto por placas paralelas de Gd separadas por canais para escoamento de água. O modelo simula as diferentes etapas do ciclo de refrigeração magnética e avalia o seu desempenho em termos da capacidade de refrigeração e do  $\Delta T$  entre os trocadores de calor quente e frio. Este considera as equações de Navier-Stokes para um escoamento 2-D incompressível com propriedades constantes, a transferência de calor acoplada entre o sólido e o fluido e entre este e os trocadores de calor frio e quente. O caráter alternado do escoamento é introduzido a partir do efeito do deslocamento de um pistão. O EMC e o calor específico do sólido são calculados através dos modelos teóricos de Weiss, Debye e Sommerfeld (modelos da Teoria de Campo Molecular) (HOOK; HALL, 1991). A formulação fraca do método de elementos finitos resolve as equações diferenciais na forma integral usando o *software* Comsol Multiphysics. Os resultados mostram que o AMR é capaz de obter um  $\Delta T$  de 10,9 K em um campo de 1,0 T para a situação onde não é imposta carga térmica ao sistema. Ademais, a presença de uma diferença de temperatura significativa entre o regenerador e o fluido de trabalho, no sentido transversal ao escoamento, indica que é necessário utilizar-se um modelo bidimensional quando geometrias distintas de leitos porosos estão sendo consideradas, especialmente regeneradores de placas planas paralelas.

Para esta mesma geometria, Petersen *et al.* (2008a) comparam os resultados deste modelo 2-D, tratado por elementos finitos, com um modelo 1-D resolvido por diferenças finitas. Ambos simulam o AMR alternativo e podem determinar o perfil de temperatura no regime periodicamente desenvolvido assim como a capacidade de refrigeração, o trabalho utilizado e o *COP* do refrigerador magnético. O modelo 1-D consiste no material do regenerador juntamente com o fluido dentro dos canais, enquanto o modelo 2-D engloba também os trocadores de calor. No primeiro, o campo magnético é variado de 0 a 1 T ao longo de um intervalo de tempo enquanto no último o campo é aplicado e removido

instantaneamente na magnetização e desmagnetização, respectivamente. O EMC é introduzido por  $\Delta T_{ad}$  na abordagem 2-D ao passo que no caso 1-D ele é um termo fonte baseado na mudança isotérmica da entropia magnética  $\Delta S_M$ . Este modelo 1-D assume que a temperatura do fluido e do sólido são funções da posição ao longo do regenerador e que o escoamento é uniforme nos canais. Nele, as equações derivadas de balanços de energia são resolvidas utilizando correlações estabelecidas para o  $Nu$  e para o fator de atrito.

A comparação entre estes modelos mostra excelente concordância qualitativa e quantitativa para a capacidade de refrigeração e para o calor rejeitado na fonte quente. Os resultados dos modelos 1-D e 2-D divergem quando a espessura do canal de fluido é aumentada. Os perfis de temperatura no fluido preditos pelos dois modelos mostram boa concordância, particularmente para as menores espessuras de canal. A causa da discrepância entre os modelos para maiores espessuras é devida aos efeitos de gradientes de temperatura perpendiculares à direção do escoamento, que não são contabilizados no modelo 1-D. Os resultados são usados para discutir sob quais circunstâncias o modelo 1-D é insuficiente e o modelo 2-D é necessário. Um critério simples para esta decisão é proposto estabelecendo o limite de validade do modelo 1-D em canais com espessura menor do que 0,5 mm. Este critério é aplicável exclusivamente para a condição simulada, definida pelas dimensões geométricas e pelos parâmetros operacionais. Estes resultados indicam que quando os gradientes de temperatura perpendiculares à direção do escoamento são pequenos o modelo unidimensional provê resultados acurados para os parâmetros globais (capacidade de refrigeração, por exemplo). Mesmo assim, os autores reforçam que o modelo 2-D é indispensável para uma análise criteriosa e detalhada dos fenômenos térmicos que ocorrem no interior do AMR de placas planas paralelas.

Ainda no contexto dos dois últimos trabalhos descritos anteriormente, um modelo 2-D transiente, bastante similar àquele proposto por Petersen *et al.* (2008b), é validado no trabalho de Nielsen *et al.* (2008) a partir de testes realizados em um aparato experimental. Embora o sistema de refrigeração magnética, suas características geométricas e o modelo em questão, na sua maioria, sejam os mesmos de Petersen *et al.* (2008b), três diferenças na modelagem devem ser destacadas: (i) a transferência de calor nas fronteiras internas entre o fluido e o sólido, antes resolvida via acoplamento interfacial térmico (igualdade de fluxos), é agora implementada através de resistências térmicas segundo a lei de Fourier; (ii) para o escoamento, antes resolvido numericamente, é usada uma expressão exata adequada ao caso laminar plenamente desenvolvido entre placas paralelas infinitas; e (iii) as fronteiras externas dividem-se em adiabáticas e aquelas que simulam perdas térmicas para o ambiente (calculadas também a partir de resistências térmicas). Para a velocidade, o caráter alternado é introduzido pela mudança na velocidade do pistão. Este modelo

numérico foi validado experimentalmente para diferentes situações tais como o sistema com e sem carga térmica e variando-se o campo magnético e o período do escoamento. O modelo é capaz de captar a influência da temperatura ambiente no sistema.

Em um trabalho recente, Kawanami *et al.* (2008) desenvolveram um modelo 1-D transiente para a simulação do processo de transferência de calor cíclica em um AMR alternativo em temperatura ambiente, cujo leito é composto por partículas esféricas de Gd. Este modelo trata a matriz do regenerador como um feixe de tubos circulares e calcula o EMC baseado na variação da entropia magnética usando a Teoria de Campo Molecular. As propriedades físicas dos meios e a velocidade intersticial do fluido de trabalho (água destilada) são consideradas constantes. Os autores não esclarecem qual metodologia numérica foi empregada na solução das equações que governam a transferência de calor. O perfil de temperatura transiente em pontos específicos do regenerador bem como as características de desempenho térmico são estudadas numericamente. A validade deste modelo é verificada através da comparação com resultados obtidos em uma bancada de testes projetada e construída pelos autores. Esta comparação mostra que os resultados do modelo expressam bem, quantitativa e qualitativamente, a distribuição de temperatura no leito do AMR assim como as características físicas do processo de refrigeração. Verificou-se também que quanto maior o valor do campo magnético aplicado ao material, maior é a diferença de temperatura obtida entre as saídas do regenerador.

Por fim, Boucekara *et al.* (2008) apresentam um novo método para o projeto do AMR alternativo. Eles utilizaram o modelo numérico documentado em Allab *et al.* (2005) para obter as dimensões geométricas ótimas do leito refrigerante, empregando o método inverso. O referido modelo fornece as curvas características do sistema, isto é, a distribuição espacial e temporal da temperatura e o perfil da capacidade de refrigeração segundo condições impostas (campo magnético aplicado, condições de contorno e iniciais, propriedades físicas e geométricas). A partir destas curvas, que representam diferentes configurações geométricas, o procedimento de otimização determina as dimensões ótimas do sistema. Neste método é possível estabelecer limites para os intervalos de variação dos parâmetros (volume do leito, custo do material, etc). Os resultados podem ser usados na otimização do sistema de refrigeração magnética.

## 2.4 Síntese do capítulo

Frente ao panorama observado nesta revisão da literatura, a presente dissertação visa contribuir com estudos acerca da modelagem em regeneradores térmicos, particularmente para uma geometria de regenerador não explorada no caso passivo (Capítulo 4), traba-



lhando com modelos fisicamente mais realistas, posto que em grande parte dos trabalhos estudados os modelos aplicados são globais e o escoamento não é resolvido – admite-se uma vazão mássica constante. Paralelamente, pretende-se estudar um aspecto negligenciado na maioria dos trabalhos em trocadores de calor regenerativos aqui revisados: as circunstâncias em que o regenerador passivo encontra-se inoperante dado ao equilíbrio térmico. Os autores mencionados na subseção 2.1.2 afirmam que o real propósito de uma unidade de estocagem de energia térmica eficiente é armazenar exergia ao invés de energia. A destruição de exergia é quantificada através da entropia gerada. Assim, uma análise via Segunda Lei da Termodinâmica também é apresentada para o estudo do comportamento das perdas termodinâmicas, outro aspecto ignorado em boa parte dos trabalhos aqui revisados.

Do ponto de vista dos AMRs, pretende-se ampliar o conhecimento fundamental dos processos de transferência de calor nesta tecnologia que ainda está em formação. O entendimento de parâmetros de desempenho, como a capacidade de refrigeração, atrelado às variações nos perfis de temperatura do sistema (sólido e fluido) não tem recebido a devida atenção pelos trabalhos revisados. Em quase todos modelos existentes para refrigeração magnética em temperatura ambiente e sub-ambiente, o problema de mecânica dos fluidos é negligenciado e diversas simplificações são admitidas na solução do problema térmico entre o fluido e o sólido. Aqui, pretende-se investigar o comportamento térmico dos meios envolvidos auxiliado pela teoria de escoamentos oscilatórios. Por fim, quase todos os trabalhos presentes nesta revisão, à exceção de Petersen *et al.* (2008a), Petersen *et al.* (2008b) e Nielsen *et al.* (2008), carecem de detalhamento sobre a influência da abordagem numérica adotada nos resultados das simulações. Diferentemente da maioria dos trabalhos estudados, que empregaram os métodos de elementos finitos e diferenças finitas, aqui será feito uso do método de volumes finitos.

### 3 *O Problema Fundamental*

Este capítulo é dedicado à compreensão de aspectos fundamentais relacionados ao problema da transferência de calor entre o fluido de trabalho e a matriz de um trocador de calor regenerativo. Para tal um modelo matemático simplificado foi adotado no sentido de se investigar a dinâmica dos parâmetros de similaridade que caracterizam este fenômeno físico.

#### 3.1 Descrição física do problema

Considere-se aqui um regenerador cuja matriz é composta por um conjunto de cilindros ou por uma malha de fios, conforme ilustrado de forma esquemática pela Fig. 3.1, a seguir.

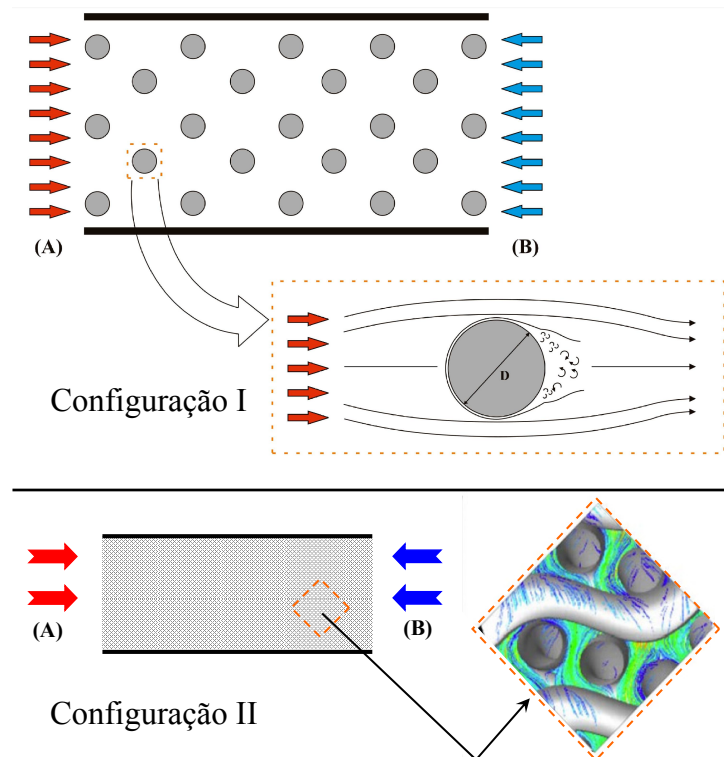


Figura 3.1 – Configurações para o regenerador: I (banco de tubos) e II (meio poroso). Destaque no domínio de estudo: (A) corrente de fluido quente que aquece a matriz na primeira metade do ciclo, e (B) corrente de fluido fria que é aquecida pela matriz na segunda metade do ciclo. Fonte: Configuração II adaptada de Harvey (2003).

Esta matriz é representada aqui pelo seu elemento de menor escala, isto é, um cilindro sólido de raio  $R$  ao redor do qual escoo um fluido, em orientações alternadas, cuja temperatura varia periodicamente. Na primeira parte do ciclo, que compreende meio período, calor é transferido do fluido para o cilindro e na segunda parte calor é transferido do cilindro para o fluido. O que se busca em um problema como este é identificar a combinação das variáveis do problema de forma que se maximize os calores transferidos entre o sólido armazenador de energia térmica e o fluido. Para tal é necessário conhecer o comportamento da distribuição de temperatura ao longo do tempo bem como das correspondentes trocas térmicas no cilindro.

A análise da Segunda Lei da Termodinâmica é uma importante ferramenta no estudo das irreversibilidades em sistemas térmicos, viabilizando a determinação de aspectos que interessam a otimização destes. Assim, este estudo também objetivou proceder a uma análise termodinâmica alicerçada nas variáveis entropia e exergia, de forma a explorar a influência destas no funcionamento ótimo do regenerador.

## 3.2 Formulação matemática

Inicialmente, as seguintes simplificações foram adotadas para a modelagem deste problema: regime transiente, escoamento bidimensional incompressível e propriedades termodinâmicas constantes e conhecidas para ambos os meios materiais. Adicionalmente, o material que constitui o cilindro é assumido homogêneo e isotrópico. Não há geração de calor no sólido e os efeitos de dissipação viscosa no fluido são negligenciados. A velocidade e a temperatura do fluido apresentam comportamentos oscilatórios expressos por funções seno (com amplitudes  $+U$  e  $-U$ ) e degrau (com extremos  $T_H$  e  $T_C$ ), respectivamente.

As equações diferenciais parciais (EDPs) que governam os problemas da velocidade e temperatura, no fluido e no sólido, são dadas por

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (3.1)$$

$$\rho_f \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} p + \mu (\nabla^2 \vec{V}) \quad (3.2)$$

$$\rho_f c_p \left( \frac{\partial T_f}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} T_f \right) = \vec{\nabla} \cdot (k_f \vec{\nabla} T_f) \quad (3.3)$$

$$(\rho_s c) \frac{\partial T_s}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot (k_s \vec{\nabla} T_s) \quad (3.4)$$

Na maior parte do estudo apresentado neste capítulo o coeficiente de transferência de calor convectivo entre o fluido e o sólido  $h$  é admitido constante. Logo, as equações

diferenciais para o fluido não precisam ser resolvidas e o foco é direcionado para a solução do problema térmico no sólido. A evolução espacial e temporal da temperatura no cilindro  $T_s(r, t)$  é obtida a partir da solução da equação transiente de difusão de calor – Eq. (3.4) – escrita agora na forma conservativa, em coordenadas cilíndricas e assumindo simetria radial, conforme

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s c T_s) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (3.5)$$

Esta equação está submetida às seguintes condições de contorno e condição inicial

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r=0} = 0 \quad (3.6)$$

$$-k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial r} \right|_{r=R} = h [T_s(R, t) - T_\infty(t)] \quad (3.7)$$

$$T_s(r, 0) = T_i \quad (3.8)$$

Na Eq. (3.7), a variável  $T_\infty(t)$  assume os valores  $T_C$  e  $T_H$  dependendo se o cilindro está em contato com o fluido frio ou quente, respectivamente. Visando a uma melhor representação da solução do problema o seguinte conjunto de parâmetros adimensionais é introduzido,

$$\theta(\xi, \tau) = \frac{T_s[r(\xi), t(\tau)] - T_C}{T_H - T_C} \quad (3.9)$$

$$\xi = \frac{r}{R} \quad (3.10)$$

$$\tau = \frac{t}{P} \quad (3.11)$$

$$Fo = \left( \frac{k_s}{\rho_s c} \right) \frac{P}{R^2} = \frac{\alpha_s P}{R^2} \quad (3.12)$$

$$Bi = \frac{hR}{k_s} \quad (3.13)$$

A utilização das equações anteriores nas Eqs. (3.5) a (3.8) conduz às seguintes equações adimensionais, isto é, uma equação governante e suas condições de contorno e condição inicial, respectivamente,

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{Fo}{\xi} \frac{\partial}{\partial \xi} \left( \xi \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right) \quad (3.14)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (3.15)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -Bi[\theta(1, \tau)] \Rightarrow T_\infty(t) = T_C \quad (3.16)$$

$$\left. \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -Bi[\theta(1, \tau) - 1] \Rightarrow T_\infty(t) = T_H \quad (3.17)$$

$$\theta_i = \theta(\xi, 0) = \frac{T_s(r, 0) - T_C}{T_H - T_C} = \frac{T_i - T_C}{T_H - T_C} \quad (3.18)$$

Paralelamente às distribuições de temperatura, pretende-se determinar a quantidade de energia térmica trocada entre o cilindro e o fluido. Considerando que inicialmente ( $t = 0$ ) o cilindro está a uma temperatura  $T_i \in [T_C, T_H]$ , a quantidade de energia térmica nele armazenada ou por ele cedida ao fluido de trabalho em um instante de tempo  $t$  é

$$Q(t) = \pi R^2 L \rho_s c T_i - \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_t \quad (3.19)$$

Esta equação representa a variação temporal da energia interna no sólido. Ela foi obtida a partir da integração volumétrica da Eq. (3.5), procedimento que se encontra descrito no Apêndice A. Importa mencionar que o valor máximo da energia térmica que pode ser trocada entre o fluido e o cilindro, em um ciclo, é  $Q_{max} = \pi R^2 L \rho_s c (T_H - T_C)$ .

Deve-se notar que durante os processos de aquecimento e resfriamento do cilindro pelo fluido, entropia é gerada no interior do sistema (sólido) pelas irreversibilidades associadas à transferência de calor entre uma diferença de temperatura finita (ÇENGEL; BOLES, 2006, p. 298). Com base nas simplificações adotadas, a Segunda Lei da Termodinâmica, escrita em termos da variável entropia, requer que

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\alpha_s c}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) + \frac{\alpha_s c}{T_s^2} \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)^2 \quad (3.20)$$

O primeiro termo do lado direito da equação anterior refere-se à parcela da entropia que é transportada pela difusão térmica. O segundo termo representa a parcela da entropia gerada durante o processo de transferência de calor. Desta forma, a taxa de variação da entropia em um volume infinitesimal pode ser escrita como a soma das taxas de entropia transportada  $s_{trans}$  e gerada  $s_{ger}$  neste volume conforme

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (s_{trans} + s_{ger}) = \frac{\partial s_{trans}}{\partial t} + \frac{\partial s_{ger}}{\partial t} \quad (3.21)$$

Os termos que compõem o lado direito da Eq. (3.21) podem ser tratados separadamente, ou seja,

$$\frac{\partial s_{trans}}{\partial t} = \dot{s}_{trans} = \frac{\alpha_s c}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{r}{T_s} \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial s_{ger}}{\partial t} = \dot{s}_{ger} = \frac{\alpha_s c}{T_s^2} \left( \frac{\partial T_s}{\partial r} \right)^2 \quad (3.23)$$

As Eqs. (3.22) e (3.23) têm como condições de contorno as próprias Eqs. (3.6) e (3.7). No que concerne às condições iniciais, adota-se

$$s_{trans}(r, 0) = s_{ger}(r, 0) = 0 \quad (3.24)$$

O sistema termodinâmico em consideração possui massa fixa e encontra-se exposto a condições ambientais variáveis. Logo, a expressão para o cálculo da taxa de variação da exergia  $\dot{X}(t)$  deve incluir os aspectos supracitados. Göğüş, Çamdali e Kavsaoğlu (2002) apresentam a equação para o balanço de exergia em um sistema com estas características particulares,

$$\dot{X}(t)|_{sistema} = \left[ 1 - \frac{T_\infty(t)}{T_s(R, t)} \right] \dot{Q}(t) - T_\infty(t) [\dot{S}_{ger}(t)|_{sistema}] \quad (3.25)$$

As variáveis auxiliares ao cálculo de  $\dot{X}(t)$  estão dispostas nas Eqs. (3.26) e (3.27). Ademais, as grandezas intensivas representativas do sistema são calculadas por intermédio da média volumétrica das grandezas intensivas locais, para um dado instante de tempo  $t$ , de acordo com as Eqs. (3.28) e (3.29).

$$\dot{Q}(t) = 2\pi LRh [T_s(R, t) - T_\infty(t)] \quad (3.26)$$

$$\dot{S}_{ger}(t)|_{sistema} = \int_0^R 2\rho_s \pi L [\dot{s}_{ger}(r, t)]_t r dr \quad (3.27)$$

$$s_{ger}(t)|_{sistema} = \frac{1}{\pi R^2 L} \int_0^R 2\pi L [s_{ger}(r, t)]_t r dr \quad (3.28)$$

$$s(t)|_{sistema} = \frac{1}{\pi R^2 L} \int_0^R 2\pi L [s(r, t)]_t r dr \quad (3.29)$$

### 3.3 Metodologia de solução

O problema caracterizado pelas Eqs. (3.14) a (3.18) possui solução analítica. Esta foi obtida através do método de separação de variáveis para problemas transientes conforme descrito por Arpaci (1966, p. 270–323) e Poulikakos (1994, p. 115–164). No Apêndice B é apresentada a obtenção desta solução. A partir de uma temperatura  $T_i$  para o sólido,

e iniciando-se com o processo de aquecimento, a distribuição de temperatura no cilindro para os intervalos de aquecimento e resfriamento ao longo do tempo é dada por

Intervalos de aquecimento:

$$\theta_H(\xi, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_m|_{inicial} - 1)BiJ_0(\lambda_n\xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau]}{J_0(\lambda_n)(Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (3.30)$$

Intervalos de resfriamento:

$$\theta_C(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_m|_{inicial})BiJ_0(\lambda_n\xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau]}{J_0(\lambda_n)(Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (3.31)$$

Estas equações são completadas pela seguinte expressão transcendental para cálculo dos autovalores da função de Bessel  $J_0$

$$\lambda_n = Bi \frac{J_0(\lambda_n)}{J_1(\lambda_n)} \Rightarrow n = 1, 2, 3, \dots \quad (3.32)$$

As equações anteriores são válidas para o intervalo espacial  $0 \leq \xi \leq 1$ . No que se refere ao tempo, a Eq. (3.30) é válida para  $m \leq \tau \leq m + \frac{1}{2}$ , enquanto a Eq. (3.31) pertence a  $m + \frac{1}{2} \leq \tau \leq m + 1$ ; sendo  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$  o sub-índice inteiro que identifica os ciclos e sua respectiva sucessão. Convém esclarecer que a variável  $\theta_m|_{inicial}$  refere-se ao perfil radial de temperaturas existente no sólido no instante de tempo no qual se iniciam os processos de aquecimento e resfriamento. Deste modo, a condição inicial para o intervalo de resfriamento é a distribuição de temperatura no sólido no último instante de tempo pertencente ao intervalo de aquecimento e *vice-versa*. Assim, na verdade,  $\theta_m|_{inicial} = \theta_m|_{inicial}(\xi)$ . Ademais, é importante notar que no início da evolução temporal, quando  $m = 0$ , tem-se  $\theta_m|_{inicial} = \theta_i$ .

Embora se disponha da solução exata optou-se aqui por soluções numéricas uma vez que as mesmas possuem flexibilidade para introdução de não-homogeneidades, as quais serão objeto de estudo em trabalhos futuros. No que tange à modelagem numérica foi empregado o método dos volumes finitos adotando-se a formulação totalmente implícita no tempo (MALISKA, 2004; VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995). A escolha deste método é justificada pelo seu forte apelo físico, uma vez que cada equação algébrica resultante do processo de integração representa o balanço discreto da propriedade física estudada em um volume da malha que recobre o domínio de cálculo.

O esquema de diferenças finitas centrais foi empregado como função de interpolação no tratamento dos gradientes de temperatura nas interfaces de cada volume da malha

para obtenção dos campos de temperatura e entropia transportada – Eq. (3.22). Para o cálculo desta última variável, as temperaturas nas interfaces dos volumes foram aproximadas através da média aritmética envolvendo as temperaturas nos volumes adjacentes. Particularmente, a entropia gerada localmente – Eq. (3.23) – foi tratada como um termo fonte cuja média representativa é avaliada no centro do volume e os gradientes foram computados numericamente via esquemas de diferenças finitas de segunda ordem. De posse de  $s_{trans}$  e  $s_{ger}$ , a taxa de variação da entropia total do sistema foi assim calculada

$$\dot{s}(t)|_{sistema} = \frac{s(t_{j+1})|_{sistema} - s(t_j)|_{sistema}}{\Delta t} \quad (3.33)$$

Para a solução do campo de temperaturas, o sistema de equações algébricas foi resolvido por meio do algoritmo de Thomas ou TDMA (PATANKAR, 1980, p. 52). Convém mencionar que as equações para a entropia formam um conjunto de equações que é resolvido explicitamente, visto que a distribuição radial de temperaturas é conhecida a cada instante de tempo. Um código computacional foi construído em linguagem FORTRAN 95. Testes de refino de malha foram realizados até que se obtivesse uma solução independente da malha. A solução exata foi usada para validação do modelo numérico estudado, servindo também de parâmetro decisório nos testes de refino de malha.

### 3.4 Resultados e discussões

Nas simulações realizadas assumiu-se que o regenerador é formado pela liga metálica *phosphor-bronze*, que é um dos materiais utilizados na confecção de matrizes empregadas nestes dispositivos. Convencionou-se que o valor de  $T_i$  é igual à média aritmética das temperaturas  $T_H$  e  $T_C$ . A Tabela 3.1 reúne os valores dos parâmetros termofísicos e geométricos utilizados. Neste estudo, o comprimento do cilindro  $L$  é assumido unitário. Os resultados foram avaliados para variações de  $Bi$  (0,01, 0,1, 1, 10 e 100) e de  $P$  (0,05 s, 0,5 s e 5 s); este último dando origem às variações de  $Fo$  (1,04, 10,4 e 104).

Tabela 3.1 – Parâmetros utilizados na simulação.

Parâmetros	$R$ [mm]	$T_C$ [°C]	$T_H$ [°C]	$k_s$ [W/(mK)]	$c$ [J/(kgK)]	$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]
Valores	1,0	5,0	60,0	70,0	378,0	8900,0

O domínio computacional é igualmente dividido espacial e temporalmente. Após alguns testes preliminares, uma malha com 100 pontos espaciais e com o período dividido em 100 intervalos foi escolhida para a simulação dos casos em estudo. Particularmente para esta malha, a Fig. 3.2 mostra uma ótima concordância, em termos de comportamento



físico e precisão numérica, entre a solução analítica e os resultados oriundos do modelo numérico para condições específicas de  $Bi$  e  $Fo$ .

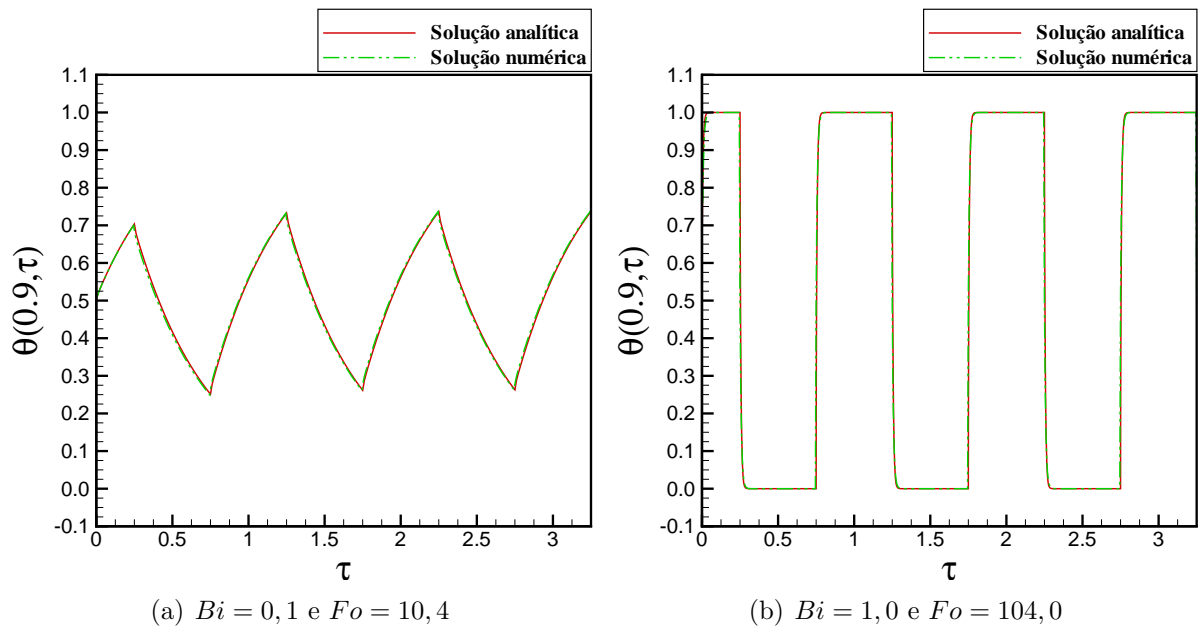
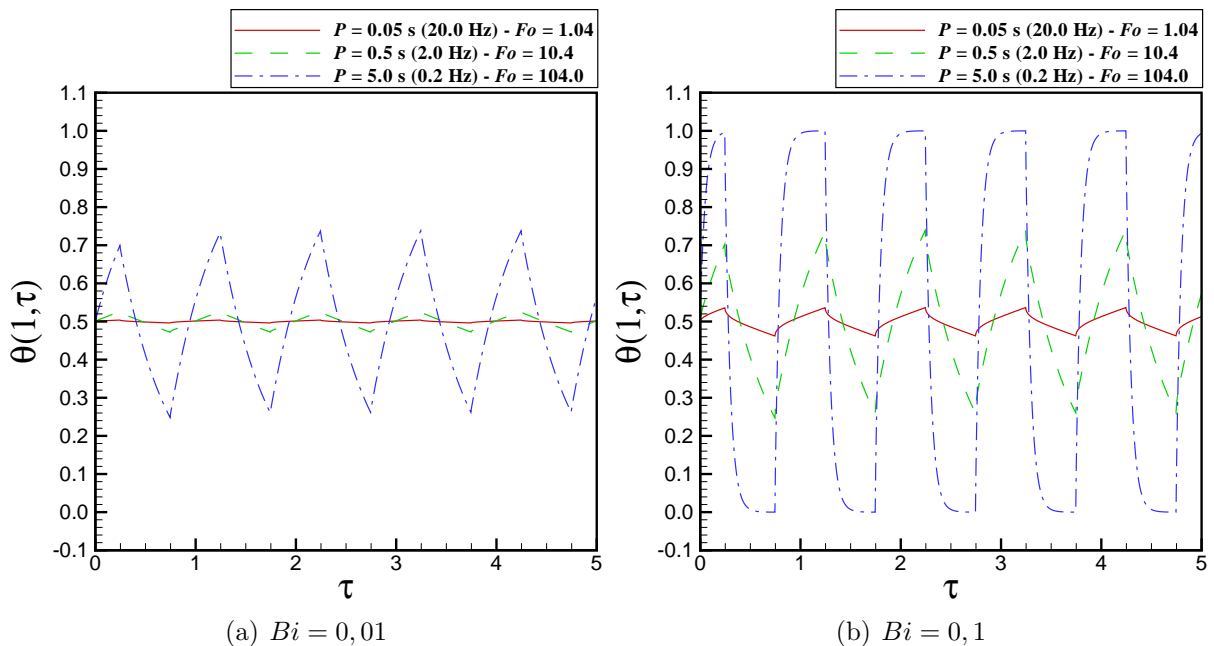


Figura 3.2 – Comparação entre as soluções analítica e numérica da temperatura transiente, avaliada em  $\xi = 0,9$  para diferentes combinações de  $Bi$  e  $Fo$ : (a)  $Bi = 0,1$  e  $Fo = 10,4$  e (b)  $Bi = 1,0$  e  $Fo = 104,0$ .

A Fig. 3.3 mostra a variação da temperatura superficial com o tempo (ambos adimensionais). Nota-se que maiores amplitudes de temperatura são obtidas para um  $Bi$  constante quando  $Fo$  é aumentado. Isto se deve ao fato de que há mais tempo para que o sólido seja aquecido ou resfriado. Para  $Bi = 0,01$ , Fig. 3.3 (a), as curvas de menor  $Fo$  apresentam um comportamento aproximadamente constante com o tempo.



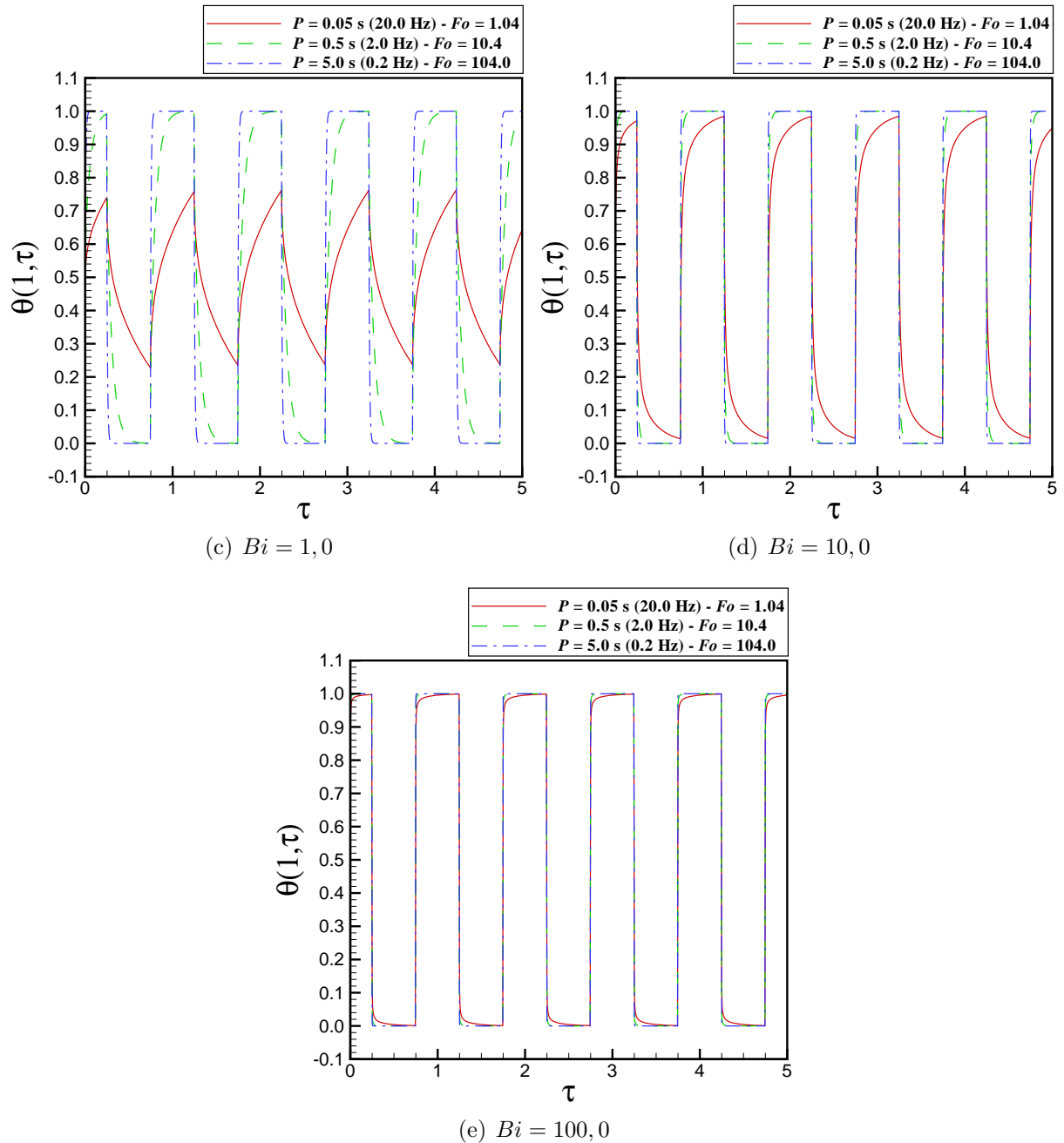


Figura 3.3 – Perfis de temperatura transiente avaliados em  $\xi = 1,0$  para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ .

A partir de  $Bi = 0,1$  as curvas de maior  $Fo$  já atingem toda a amplitude do intervalo de temperatura e regiões onde a temperatura apresenta-se estacionária são observadas. Ao melhorar-se a troca térmica (aumentando  $Bi$ ), os menores  $Fo$  atrasam a obtenção de temperaturas estacionárias pois limitam o tempo de troca térmica entre os meios.

A Fig. 3.4 mostra que, mantendo-se fixo  $Fo$ , o acréscimo no número de Biot induz a uma maior amplitude de temperatura na superfície, uma vez que a troca de calor é amplificada pelo aumento do coeficiente de transferência de calor entre o cilindro e o fluido. Vê-se que  $Bi$  é um parâmetro determinante para o aparecimento de temperaturas

superficiais estacionárias mesmo para a situação de menor  $Fo$ .

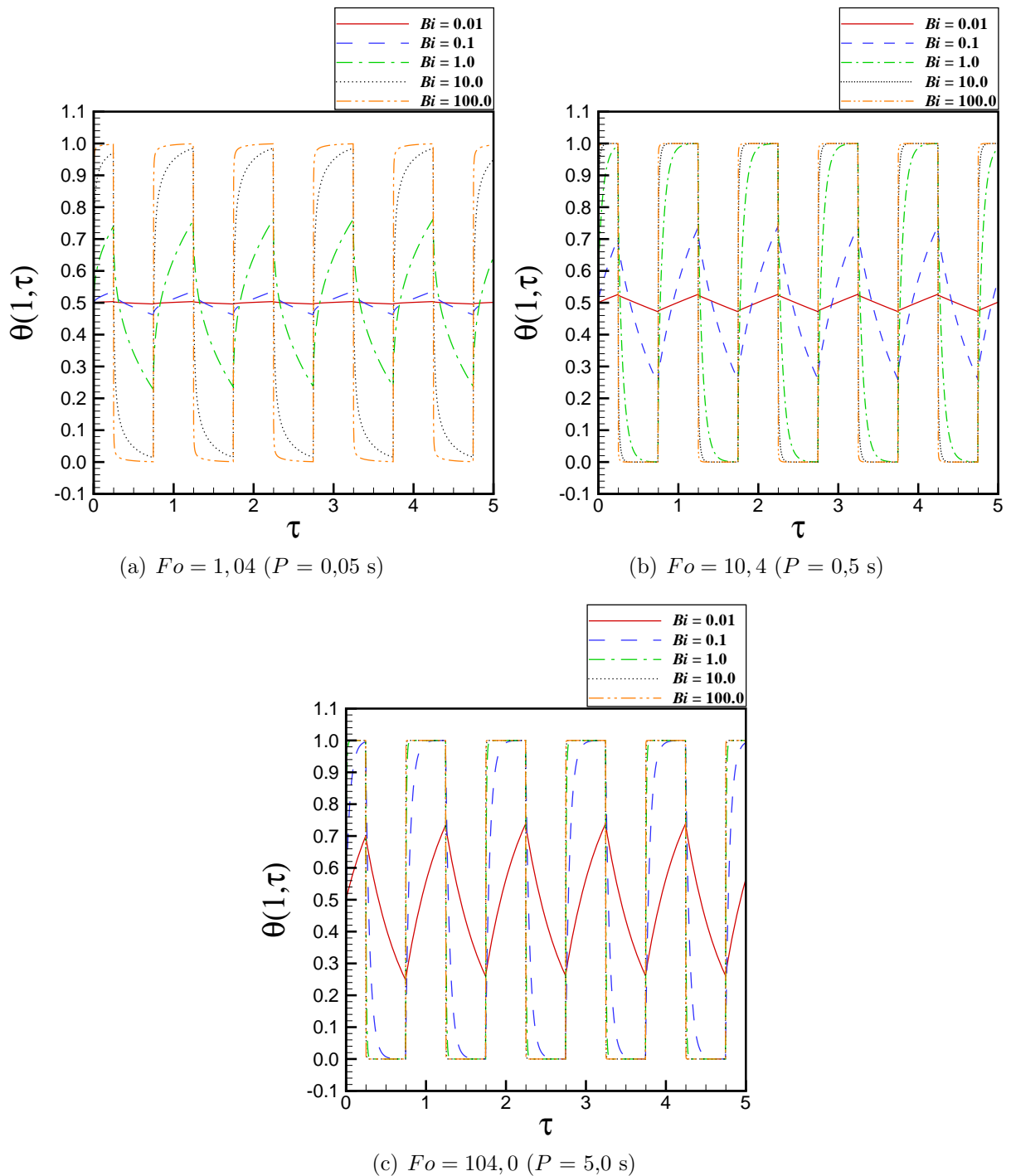


Figura 3.4 – Perfis de temperatura transiente avaliadas em  $\xi = 1,0$  para diferentes  $Fo$ : (a)  $Fo = 1,04$  ( $P = 0,05$  s), (b)  $Fo = 10,4$  ( $P = 0,5$  s) e (c)  $Fo = 104,0$  ( $P = 5,0$  s).

As quantidades de energia térmica trocada entre o sólido e o fluido são exploradas na Fig. 3.5. Conforme observado nesta figura, para  $Bi < 1$  a curva de maior  $Fo$  apresenta os maiores valores de energia trocada, em relação a  $Q_{max}$ , visto que os períodos de aquecimento e resfriamento são maiores. A partir de  $Bi \geq 1$  percebe-se nas curvas de maior  $Fo$  a existência de patamares, ou seja, regiões onde a energia térmica trocada não varia com o tempo, indicando que o cilindro atinge a temperatura do fluido ao seu redor.

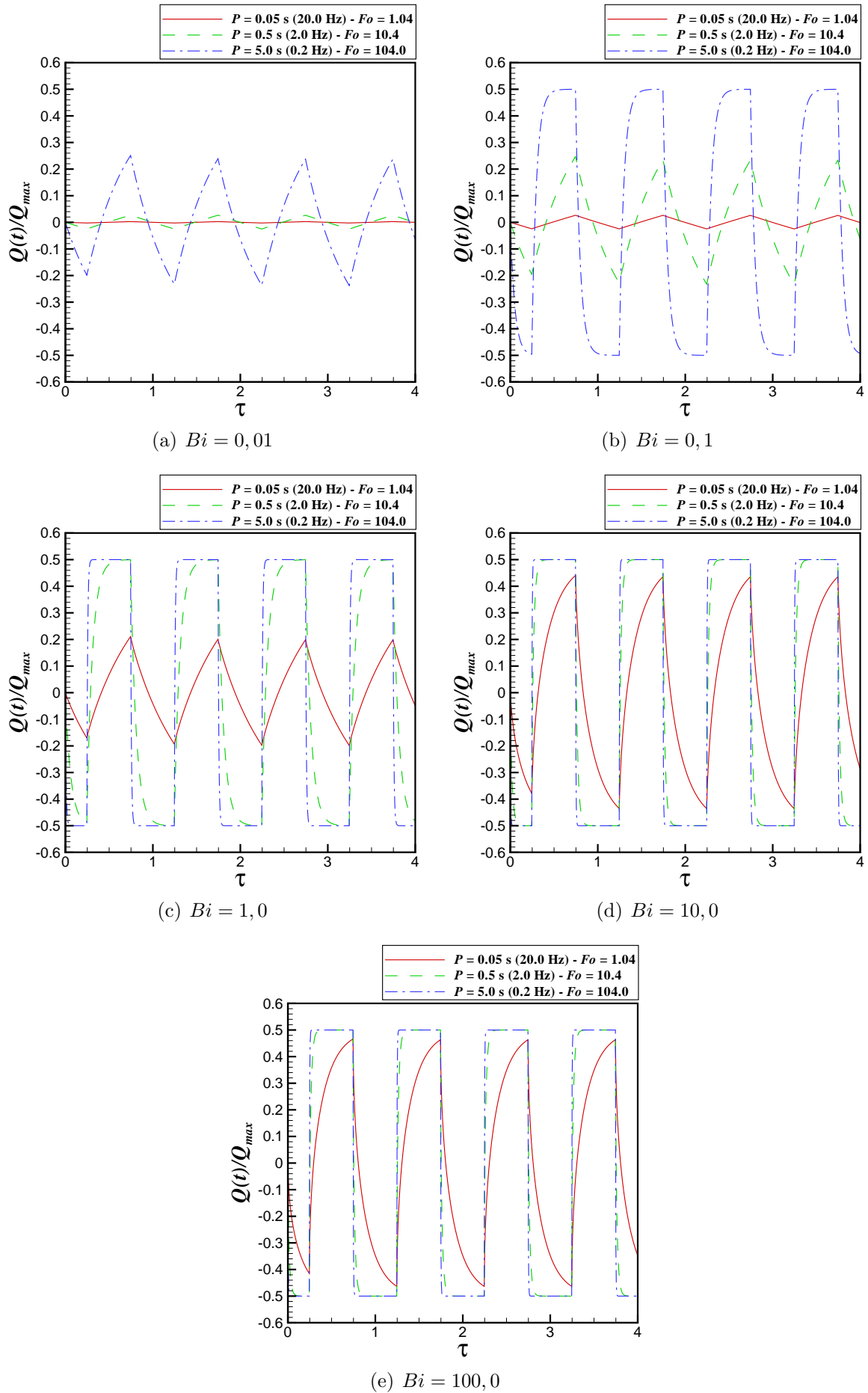


Figura 3.5 – Perfis de energia térmica transiente para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0, 01$ , (b)  $Bi = 0, 1$ , (c)  $Bi = 1, 0$ , (d)  $Bi = 10, 0$  e (e)  $Bi = 100, 0$ .

Para toda a faixa de  $Bi$  estudada na Fig. 3.5, a curva com menor  $Fo$  não apresenta regiões onde a energia térmica se torna constante com o tempo, revelando que o tempo de aquecimento e resfriamento correspondente a  $Fo = 1,04$  é demasiado curto para que o sólido atinja a temperatura do fluido e o calor trocado entre ambos seja zero.

A Fig. 3.6 mostra que para baixos períodos de oscilação ( $Fo = 1,04$ ) a quantidade de energia trocada aumenta com o aumento de  $Bi$ , contudo o aumento do período (aumento de  $Fo$ ) conduz à formação de patamares para moderados e altos valores de  $Bi$ .

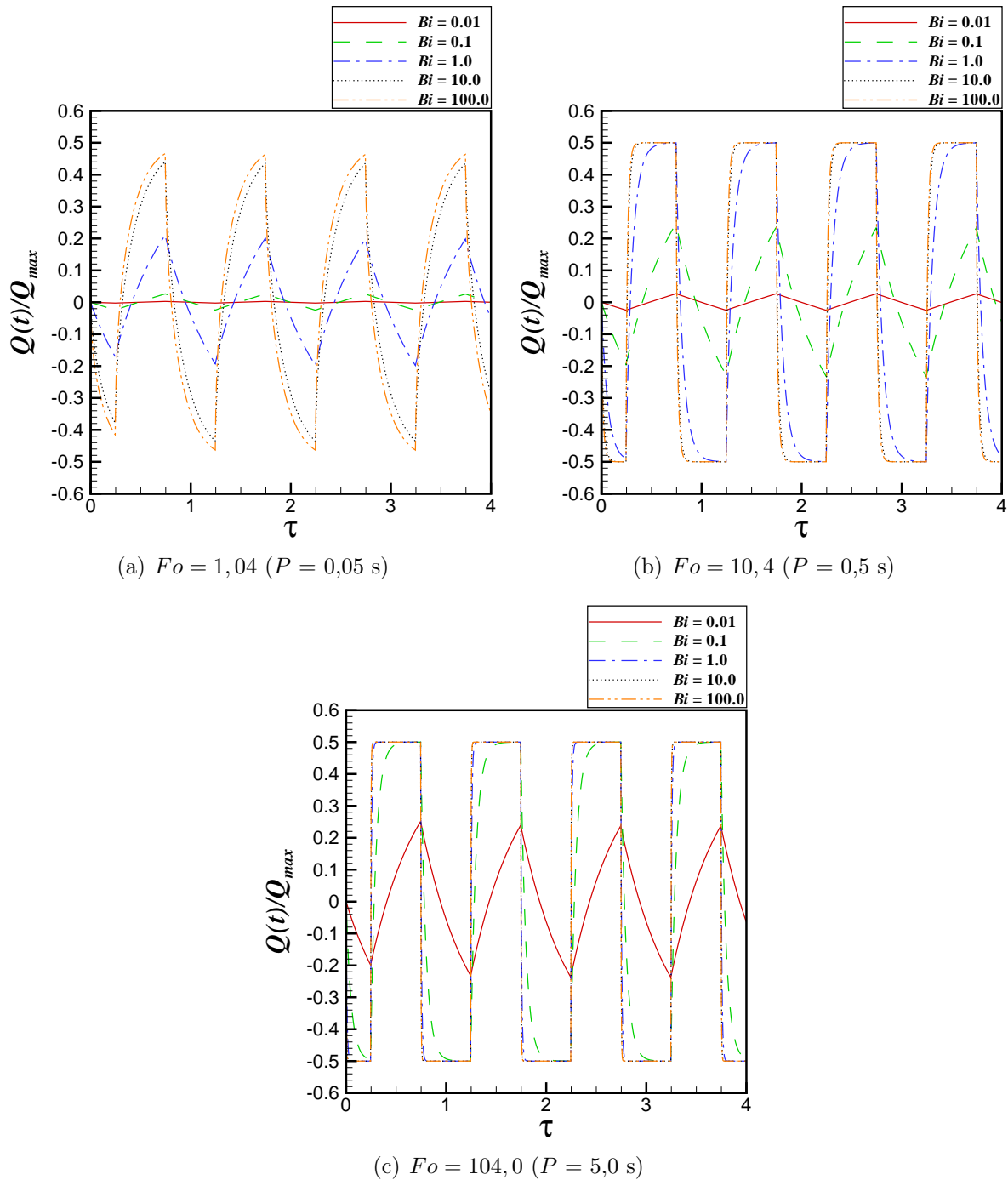


Figura 3.6 – Perfis de energia térmica transiente para diferentes valores de  $Fo$ : (a)  $Fo = 1,04$  ( $P = 0,05$  s), (b)  $Fo = 10,4$  ( $P = 0,5$  s) e (c)  $Fo = 104,0$  ( $P = 5,0$  s).

Por sua vez, a Fig. 3.7 apresenta o comportamento da energia térmica trocada durante meio ciclo no regime periodicamente desenvolvido para diferentes valores de  $Bi$  e  $Fo$ . Nas curvas em função de  $Fo$  ( $Bi$  constante), Figs. 3.7 (a) e (b), percebe-se que o aumento de  $Fo$  conduz à máxima energia térmica que é possível ser trocada entre o fluido e o cilindro,  $Q_{max}$ , mesmo para baixos valores de  $Bi$  ( $Bi = 0,01$ ). A recíproca não é verdadeira segundo o exposto nas curvas em função de  $Bi$  ( $Fo$  constante), Figs. 3.7 (c) e (d), nas quais se percebe que o aumento de  $Bi$  conduz ao máximo valor da energia térmica trocada apenas para as curvas de maior  $Fo$ . As curvas de baixo  $Fo$  (0,1 e 1) nunca atingem a condição em que a temperatura do cilindro se iguala à temperatura do fluido ainda que se aumente drasticamente  $Bi$ .

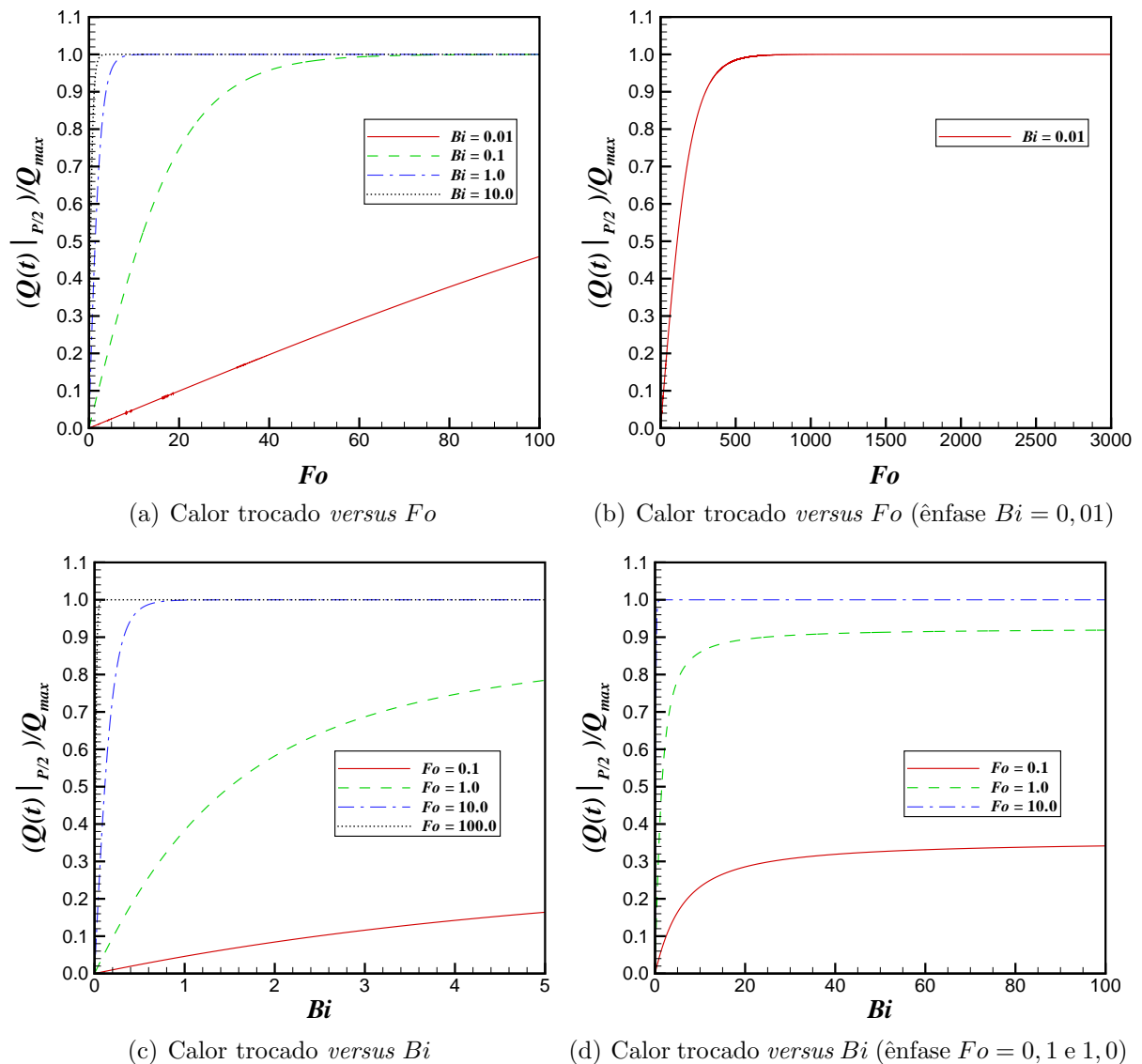


Figura 3.7 – Calor trocado em meio ciclo no regime periodicamente desenvolvido segundo variações dos grupos adimensionais: (a) Calor trocado versus  $Fo$ , (b) Calor trocado versus  $Fo$  (ênfase  $Bi = 0,01$ ), (c) Calor trocado versus  $Bi$  e (d) Calor trocado versus  $Bi$  (ênfase  $Fo = 0,1$  e  $1,0$ ).

Este comportamento deve-se ao fato de a temperatura ao longo da posição radial

do cilindro não se tornar uniforme visto que o tempo de aquecimento e resfriamento é fixo e deveras curto, conforme mostrado na Fig. 3.8. Nesta figura vê-se também que um aumento expressivo nos valores de  $Bi$  repercute em alterações insignificantes para as curvas de temperatura com  $Fo = 0, 1$  e  $Fo = 1$ .

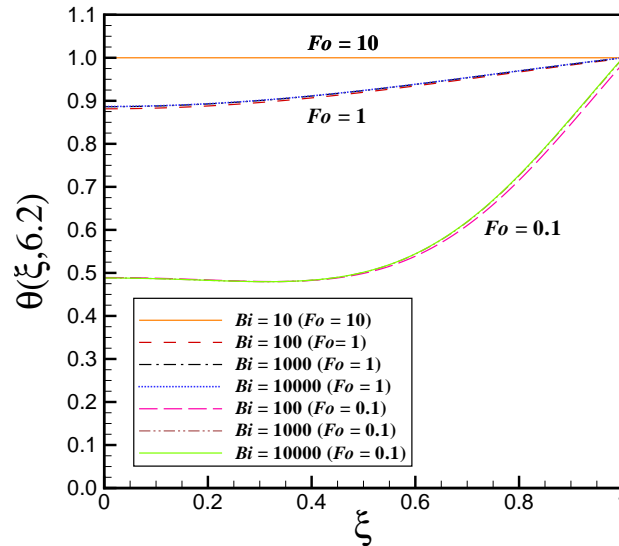
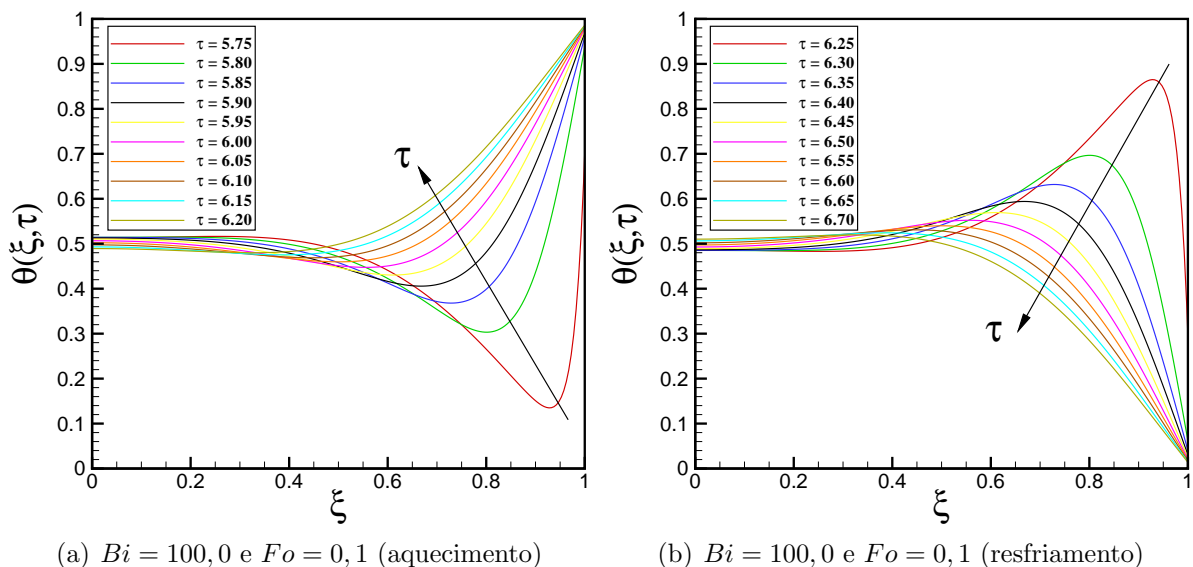


Figura 3.8 – Perfis radiais de temperatura apresentados para diversos valores de  $Bi$ , considerando um instante de tempo no início do intervalo de aquecimento ( $\tau = 6, 2$ ).

As Figs. 3.9 (a)-(d) detalham a evolução dos perfis de temperatura no interior do cilindro para os intervalos de aquecimento, (a) e (c), e resfriamento, (b) e (d), nas condições operacionais. Elas contemplam uma parcela consecutiva do quinto e sexto ciclos, nos casos de  $Fo = 0, 1$ , Figs. 3.9 (a) e (b), e  $Fo = 1$ , Figs. 3.9 (c) e (d), para  $Bi = 100$ . Nos casos de  $Fo$  pequeno ( $Fo = 0, 1$ ) a distribuição de temperatura não consegue atingir um padrão inteiramente ascendente durante o aquecimento e descendente durante o resfriamento, como se observa, em contrapartida, para a situação de  $Fo = 1$ .



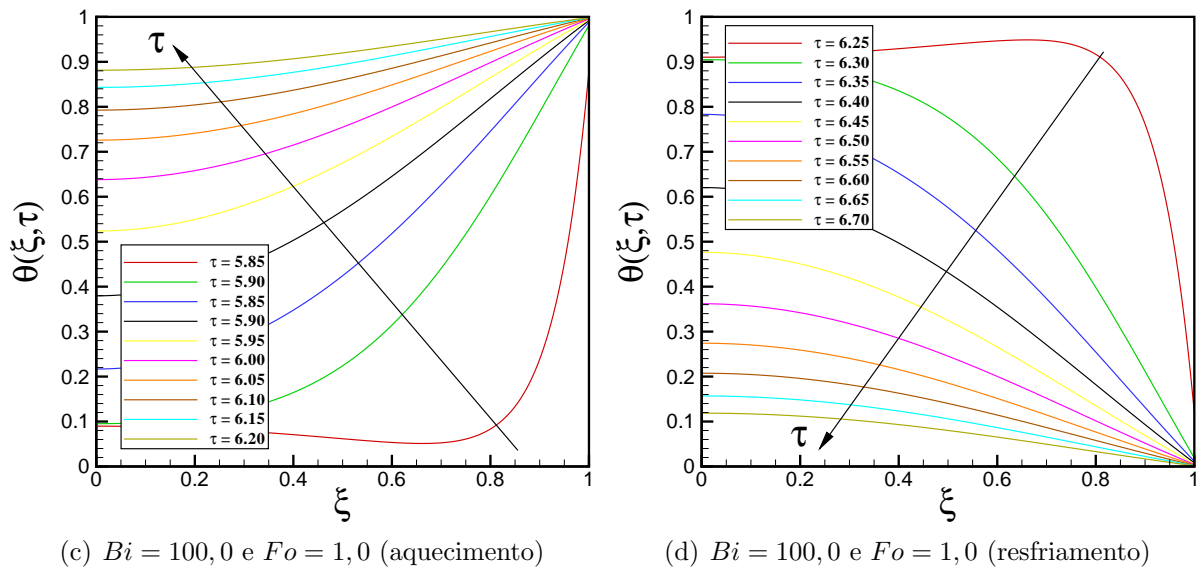


Figura 3.9 – Perfis espaciais de temperatura, no regime periodicamente desenvolvido, para as seguintes combinações dos parâmetros de similaridade  $Bi$  e  $Fo$ : (a)  $Bi = 100, 0$  e  $Fo = 0, 1$ , (b)  $Bi = 100, 0$  e  $Fo = 0, 1$ , (c)  $Bi = 100, 0$  e  $Fo = 1, 0$  e (d)  $Bi = 100, 0$  e  $Fo = 1, 0$ .

Para o menor  $Fo$  explorado nas Figs. 3.9 (a) e (b) é interessante observar que a temperatura na parte mais central do cilindro permanece constante e insensível à transferência de calor através da superfície do mesmo. Adicionalmente, deve-se notar que em virtude do elevado valor do número de Biot ( $Bi = 100$ ), a temperatura na superfície do cilindro é sempre muito próxima ou igual à temperatura do fluido.

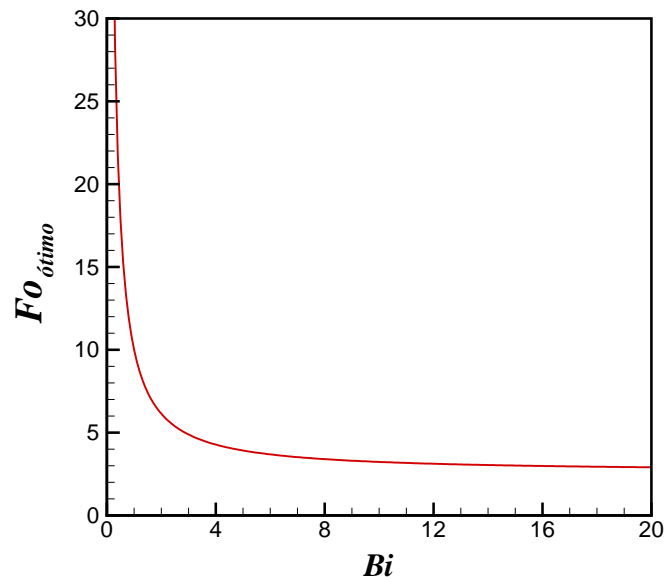


Figura 3.10 – Curva que relaciona os valores ótimos de  $Fo$  para cada valor de  $Bi$ .

Baseando-se em informações fornecidas por figuras como a Fig. 3.7 (a), determinou-se a curva  $Fo_{\text{ótimo}}$  versus  $Bi$  onde  $Fo_{\text{ótimo}}$  corresponde ao número de Fourier no qual o calor trocado atinge seu valor máximo ao final do ciclo. Para números de Fourier acima de



$Fo_{otimo}$ , uma parte do ciclo operará com o cilindro na mesma temperatura do fluido e portanto não haverá troca de calor. Uma vez que para um  $Bi$  fixo o número de  $Fo$  se aproxima assintoticamente do calor máximo, o valor de  $Fo_{otimo}$  foi estabelecido quando o calor trocado entre o fluido e o cilindro atinge 90,0 % do valor de  $Q_{max}$ . Este valor foi adotado considerando interesses práticos de engenharia. A Fig. 3.10 caracteriza a relação inversamente proporcional entre  $Fo_{otimo}$  e  $Bi$ .

Esta curva informa, por exemplo, que para cada condição de velocidade do escoamento, há um tempo adequado de exposição do sólido de modo que a troca térmica seja ótima. Consoante a abordagem da Primeira Lei da Termodinâmica, a troca térmica ótima é aquela em que o cilindro é exposto ao fluido tempo suficiente para que a sua temperatura se iguale à temperatura do fluido. A seguinte correlação numérica, com coeficiente de correlação 0,9926 e válida para o intervalo  $0,01 \leq Bi \leq 100$ , aproxima a curva mostrada na Fig. 3.10.

$$Fo_{otimo} = 0,864 + \frac{3,33}{Bi} - \frac{0,0234}{Bi^2} \quad (3.34)$$

No intuito de se estabelecer um paralelo comparativo as Eqs. (3.1)-(3.4) foram resolvidas através do código comercial FLUENT 6.3 com o mesmo conjunto de parâmetros utilizados por Muralidhar (1998), isto é,  $Re_D = 40$ ,  $Pr = 0,7$ ,  $Pe_D = 28$  e  $Fo = 10$ . Convém mencionar que se tem agora um problema bidimensional limitado pelas seguintes condições de contorno: (1) perfil de velocidades transiente senoidal na fronteira de entrada; (2) diferença de pressão nula na fronteira de saída; (3) condições periódicas nas fronteiras superior e inferior do domínio de cálculo; e (4) condição de acoplamento interfacial térmico na superfície do cilindro. O fluido que escoar ao redor do cilindro é ar e o raio bem como o material são os mesmos usados na situação unidimensional. Estes foram escolhidos de modo que os parâmetros adimensionais acima citados fossem satisfeitos. A malha utilizada é composta por volumes hexaédricos na região do fluido e tetraédricos no interior do sólido, tomando-se o cuidado de refinar a região em torno do cilindro de maneira que os efeitos de camada limite pudessem ser melhor captados.

Os resultados da simulação permitiram o cálculo de  $\bar{h}_{ciclo} = 40,23 \text{ W}/(\text{m}^2\text{K})$  para o regime periodicamente desenvolvido e  $Bi = 5,75 \times 10^{-4}$ . A partir deste valor de  $Bi$  e de  $Fo = 10$  ( $P = 0,5 \text{ s}$ ), a solução para o sólido forneceu os resultados ilustrados na Figs. 3.11 (a) e (b) os quais mostram a pequena amplitude da flutuação de  $\theta(1, \tau)$ , também encontrada em Muralidhar (1998), e baixos valores de  $Q(t)/Q_{max}$ , respectivamente. Contudo, ao empregar-se o valor de  $Bi$  correspondente a  $Fo_{otimo} = 10$ , ou seja,  $Bi = 0,3573$ , observa-se um aumento significativo na amplitude da flutuação de  $\theta(1, \tau)$

e nos valores de  $Q(t)/Q_{max}$ , Figs. 3.11 (c) e (d); aspectos estes que vão ao encontro da otimização térmica. Tal resultado ilustra a importância de se operar nas condições próximas dos valores ótimos de  $Fo$  para um dado  $Bi$ .

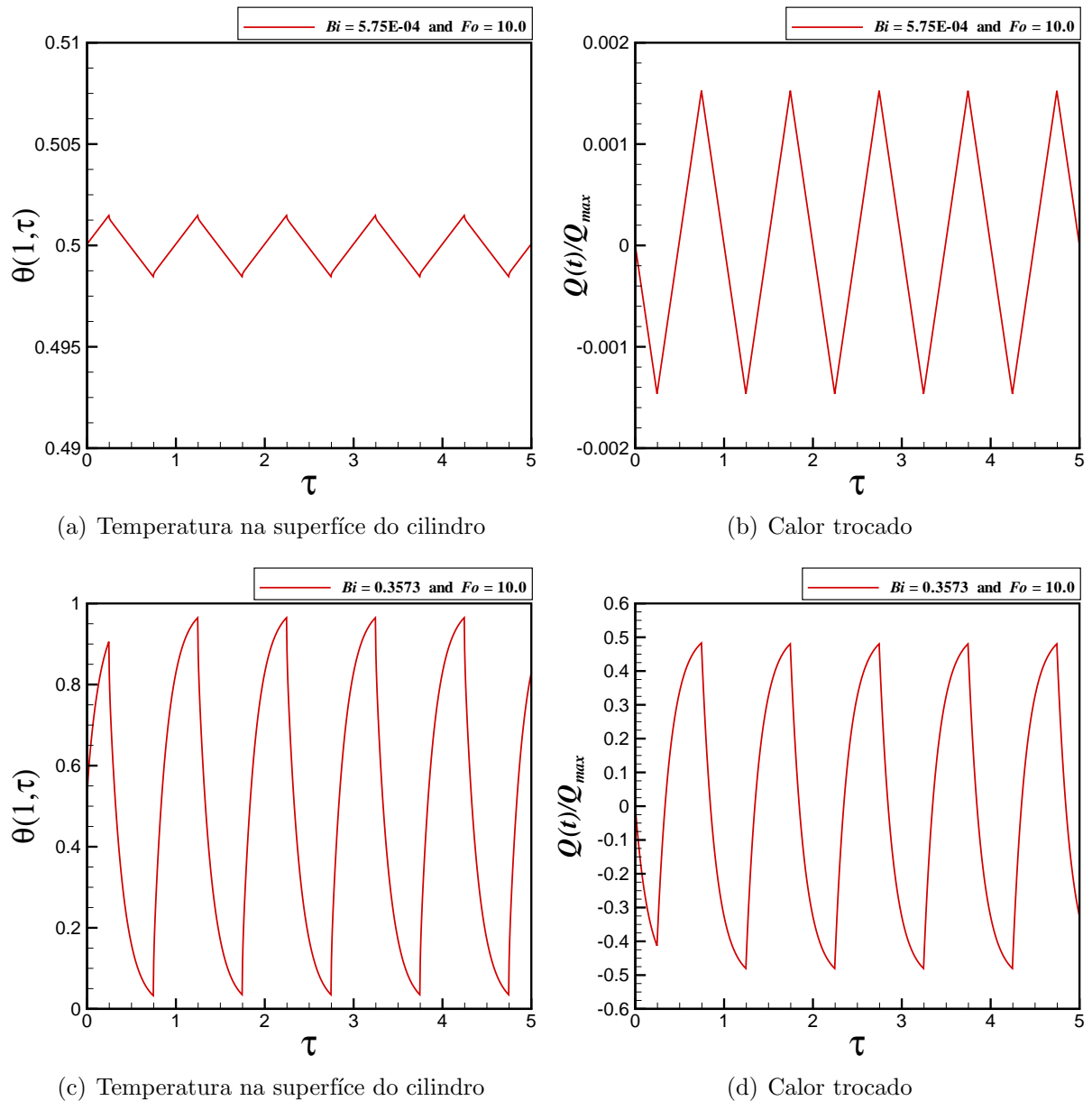


Figura 3.11 – Temperatura e energia térmica transferida para duas situações definidas pelos seguintes pares adimensionais: (a) e (b)  $Bi = 5,75 \times 10^{-4}$  e  $Fo = 10,0$ , (c) e (d)  $Bi = 0,3573$  e  $Fo = 10,0$ .

A avaliação do comportamento da entropia do sistema bem como a determinação das situações onde as irreversibilidades são mais expressivas vão ao encontro dos requisitos necessários à otimização termodinâmica de regeneradores. De acordo com a Fig. 3.12, a taxa de variação da entropia do sistema decresce à proporção que o sólido se aproxima do equilíbrio térmico, para ambos os intervalos de aquecimento e resfriamento; tornado-se nula quando cessa a troca de calor.

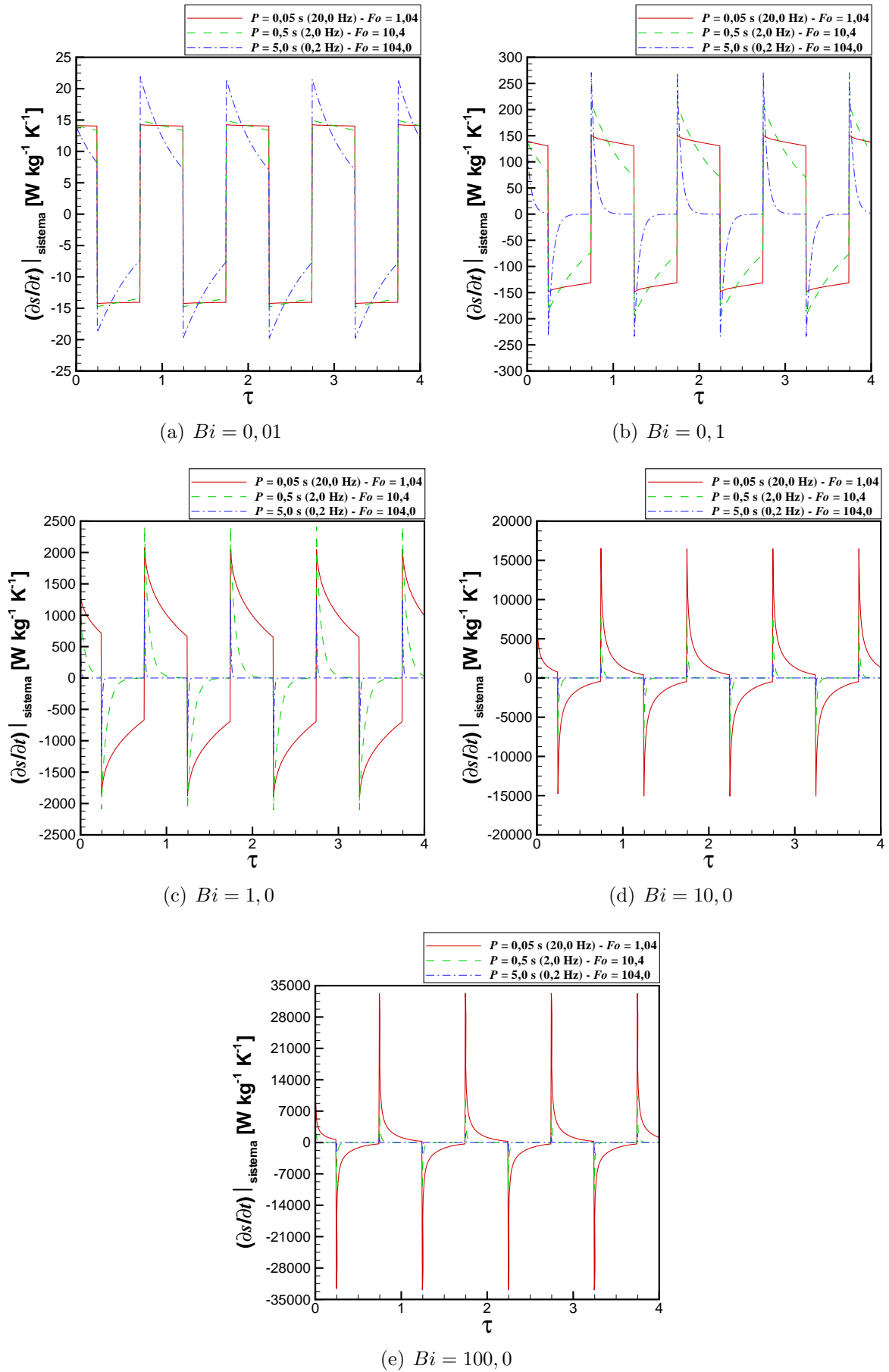
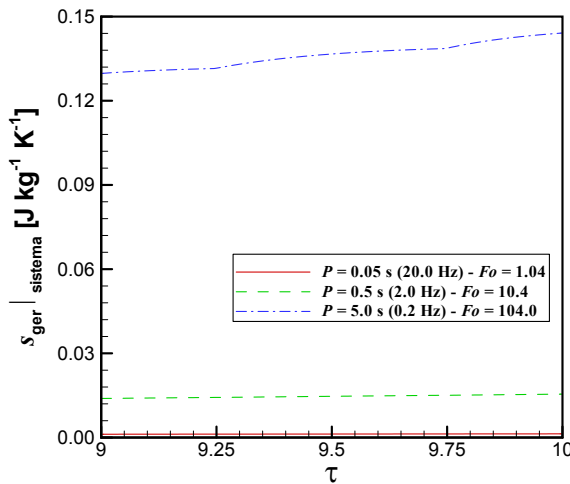
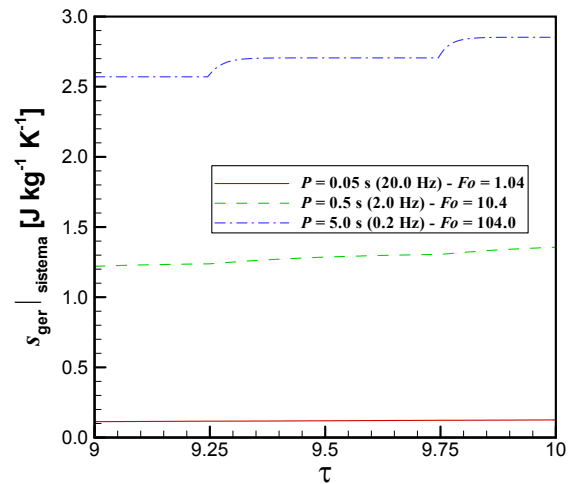
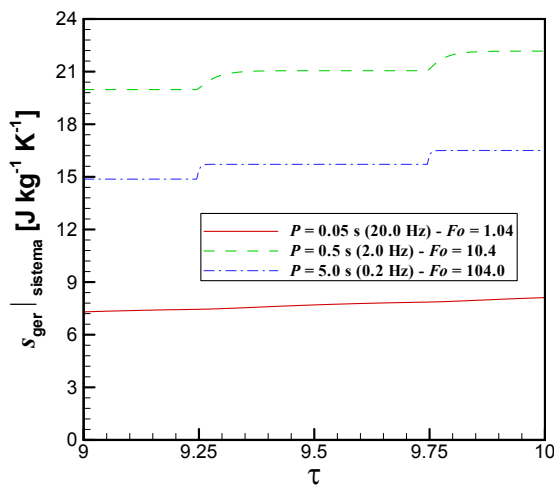
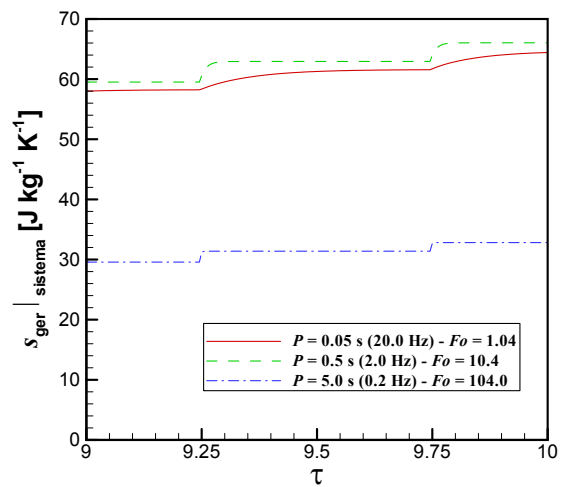


Figura 3.12 – Taxa de variação da entropia do sistema para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ .

A partir de  $Bi \geq 1$  as curvas de maior  $Fo$  começam a apresentar regiões crescentes onde esta taxa é nula, caracterizando o estado de equilíbrio térmico viabilizado pelos maiores intervalos de tempo nos quais o sólido é exposto às correntes de fluido quente e fria. Diferentemente, a curva de menor  $Fo$  não apresenta regiões onde a taxa é nula para toda a faixa de  $Bi$  analisados.

Por fim, as Figs. 3.13 e 3.14 ilustram, respectivamente, a entropia gerada e a taxa de variação da exergia, também calculada numericamente, em um ciclo para o regime periodicamente desenvolvido. A entropia gerada é sempre uma função monotônica não decrescente. Nos casos de baixos valores de  $Bi$  (0,01 e 0,1),  $s_{ger}$  é maior para a situação na qual o sólido permanece mais tempo sendo aquecido ou resfriado, isto é, para a curva de maior  $Fo$ . Para moderados  $Bi$  (1,0 e 10), a curva com  $Fo = 10,4$  apresenta as maiores irreversibilidades uma vez que para  $Fo = 104$  o sólido já se encontra na temperatura do escoamento. Para altos  $Bi$ , a curva de menor  $Fo$  apresenta maior geração de entropia, pois nesta condição o cilindro não atingiu o equilíbrio térmico com o fluido condutor.

(a)  $Bi = 0,01$ (b)  $Bi = 0,1$ (c)  $Bi = 1,0$ (d)  $Bi = 10,0$

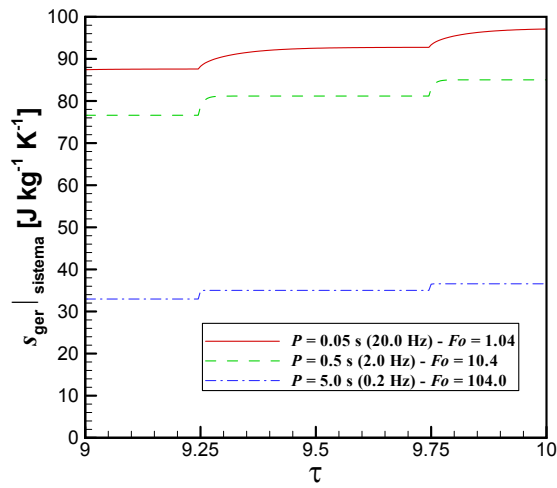
(e)  $Bi = 100,0$ 

Figura 3.13 – Entropia gerada no sistema em um período ( $9^{\text{o}}$  ciclo) para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$ , (c)  $Bi = 1,0$ , (d)  $Bi = 10,0$  e (e)  $Bi = 100,0$ .

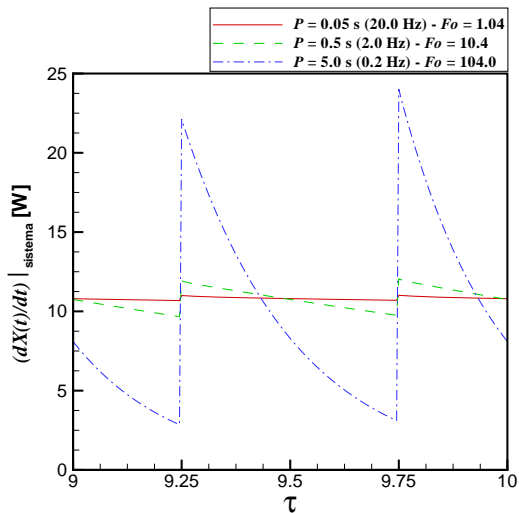
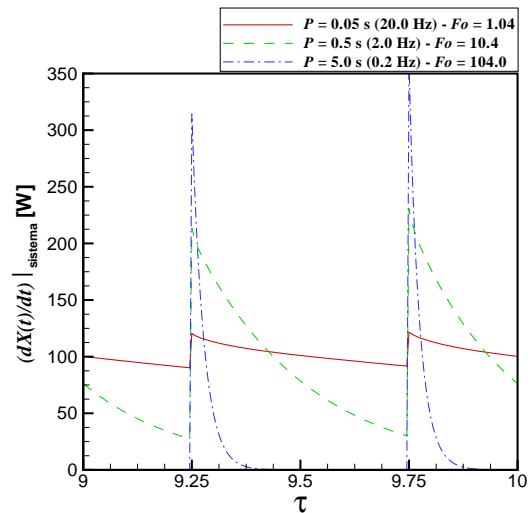
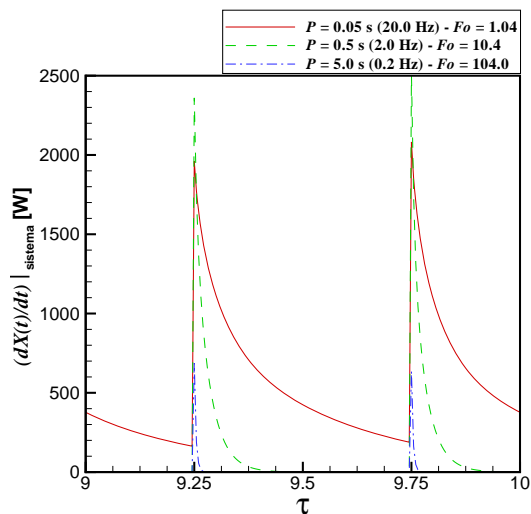
(a)  $Bi = 0,01$ (b)  $Bi = 0,1$ (c)  $Bi = 1,0$ 

Figura 3.14 – Taxa de variação da exergia do sistema em um período ( $9^{\text{o}}$  ciclo) para diferentes valores de  $Bi$ : (a)  $Bi = 0,01$ , (b)  $Bi = 0,1$  e (c)  $Bi = 1,0$ .

Os gráficos da Fig. 3.14 mostram que há mais energia disponível para ser convertida em trabalho útil nas situações onde há menor geração de entropia, ou seja, na curva de menor  $Fo$  para  $Bi$  variando de 0,01 a 1,0. A exergia para o ciclo é a área sob a curva de  $\dot{X}(t)$ . Pode ser percebido que nas curvas onde a entropia gerada é constante, a taxa  $\dot{X}(t)$  é nula pois cessou a troca térmica entre os meios.

### 3.5 Síntese do capítulo

Neste capítulo um estudo detalhado acerca da transferência de calor entre um cilindro sólido e um escoamento transversal periódico foi apresentado, no qual, o comportamento das variáveis temperatura, calor transferido, taxa de variação da entropia total, entropia gerada e exergia foram analisados. À situação analisada deu-se o nome de problema fundamental posto que embora represente uma geometria idealizada, integra todos os aspectos fenomenológicos do problema. Esta análise proveu suporte para a compreensão de aspectos que interessam à otimização de regeneradores. A frequência do escoamento que viabiliza a troca térmica ótima pôde ser determinada para cada coeficiente de transferência de calor convectivo  $h$ , através de uma correlação numérica em termos dos grupos adimensionais característicos  $Bi$  e  $Fo$ . Adicionalmente, as configurações onde existem menores irreversibilidades e maiores quantidades de exergia são apresentadas para diferentes combinações destes grupos.

## 4 *O Regenerador de Placas Metálicas*

Neste capítulo o regenerador é estudado não mais através de um modelo simplificado referente a uma situação fundamental, mas sim apoiando-se em um modelo matemático que contempla a dinâmica do escoamento e a transferência de calor acoplada entre o fluido de trabalho e o material armazenador de energia; situação própria de uma aplicação tecnológica. Analogamente ao capítulo anterior, há o intuito de se investigar o impacto da variação de parâmetros físicos no desempenho térmico deste componente, identificando configurações favoráveis às condições operacionais.

### 4.1 Descrição física do problema

A geometria do regenerador em estudo é mostrada na Fig. 4.1 logo abaixo.

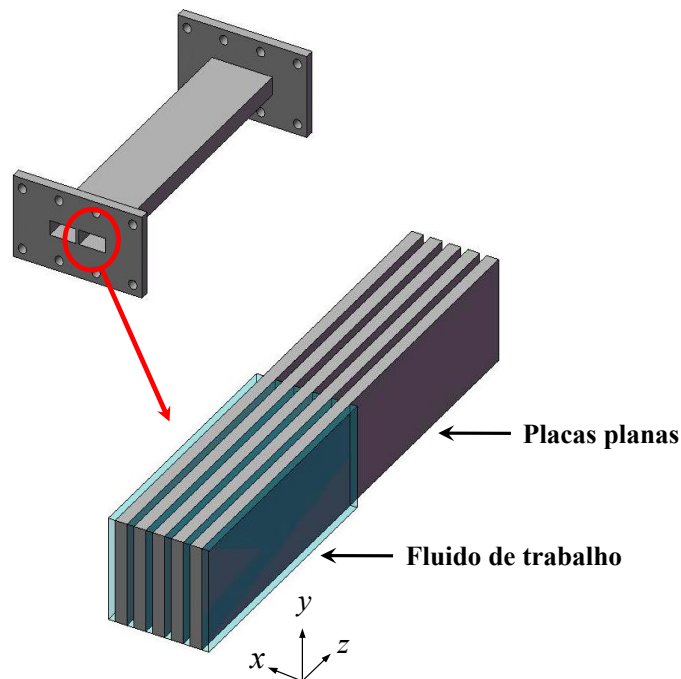


Figura 4.1 – Geometria do regenerador de placas planas e destaque para a matriz localizada no interior de sua estrutura. Nela, os volumes de cor escura representam as placas sólidas enquanto os volumes transparentes de cor clara representam o fluido de trabalho.

Na região vazada no centro da estrutura ficam alocadas um conjunto de placas planas metálicas e paralelas, as quais constituem a matriz de estocagem de energia térmica. Este regenerador tem capacidade para alocar 28 placas igualmente espaçadas de 0,1 mm cada. Neste espaço que separa cada placa, o fluido de trabalho escoia alternadamente em sentidos opostos e troca calor com o material sólido das placas. Foi assumido que o material das placas é a mesma liga utilizada nas simulações do Capítulo 3, isto é, *phosphor-bronze*. O material que compõe a estrutura do corpo do regenerador é aço inox AISI 304.

A Fig. 4.2 ilustra um recorte mais detalhado da matriz mostrada na Fig. 4.1. Trata-se da configuração e dimensões geométricas de uma unidade elementar desta matriz, ou seja, duas placas sólidas de espessura  $L$  e altura  $H_s$  separadas por uma coluna de fluido de largura  $\delta$  e altura  $H_f$ . Nesta figura,  $W$  representa o comprimento do regenerador. Toda a matriz pode ser representada neste conjunto dada a sua repetibilidade geométrica.

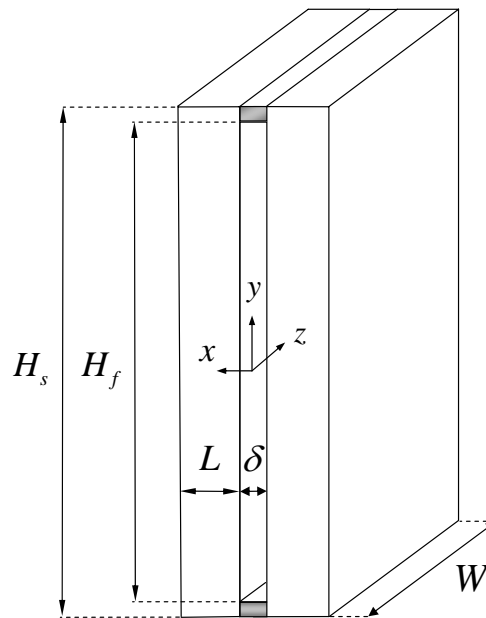


Figura 4.2 – Configuração geométrica da unidade elementar da matriz do regenerador.

Na Tabela 4.1 estão os valores das variáveis geométricas mostradas na Fig. 4.2.

Tabela 4.1 – Dimensões geométricas da matriz do regenerador.

Variáveis	$\delta$ [mm]	$L$ [mm]	$W$ [mm]	$H_f$ [mm]	$H_s$ [mm]
Valores	0,1	0,92	160,0	6,4	7,0

Para o adequado funcionamento do regenerador é preciso que a estrutura que aloca as placas metálicas, isto é, o sólido retangular entre as duas placas verticais vazadas, mostrado na Fig. 4.1, esteja isolado do meio externo. Isto é necessário para eliminar ou reduzir qualquer fuga de calor visto que a função do regenerador é reter energia a ser usada em um outro processo térmico. Esta é uma consideração admitida neste estudo.



Uma vez que os contornos superior e inferior na orientação  $y$  são adiabáticos, por meio da análise de ordem de grandeza, a ser mostrada posteriormente neste capítulo, a modelagem matemática pode se restringir a um plano horizontal perpendicular ao eixo  $y$ . A Fig. 4.3 expõe a vista superior de um plano  $x-z$ , onde a região destacada pelo volume de controle representa o domínio sobre o qual se delineará todo o estudo ao longo deste capítulo.

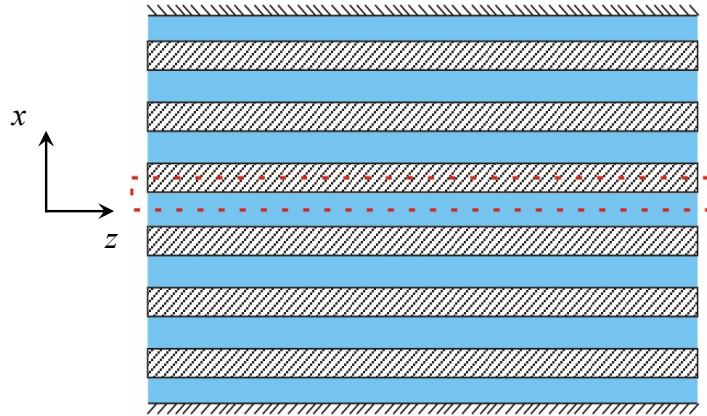
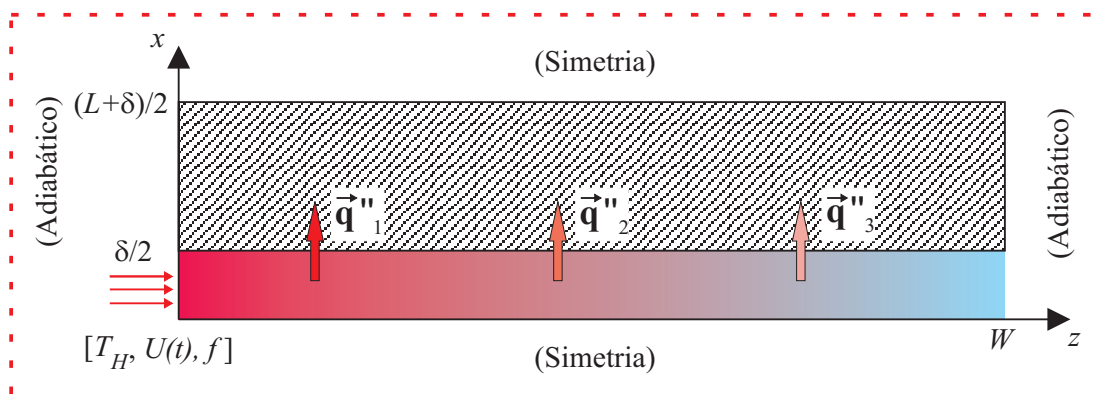


Figura 4.3 – Vista superior do corte no plano  $x-z$ . As regiões não-hachuradas representam o fluido que se desloca alternadamente entre as placas.

O domínio de solução escolhido considera tanto a periodicidade das influências físicas em uma mesma placa como as simetrias geométricas existentes. Esta simplificação do domínio de estudo também vai ao encontro da redução do custo computacional nas simulações.

A Fig. 4.4 (a) e (b) mostra esquematicamente o domínio de estudo juntamente com as condições de contorno para os processos de aquecimento e resfriamento, respectivamente. Nesta figura, as fronteiras do sólido em  $z = 0$  e  $z = W$  são modeladas como adiabáticas. Esta simplificação é aceita uma vez que a área de transferência de calor destas faces é muito menor do que a área de troca térmica na interface entre o sólido e o fluido.



(a) Aquecimento

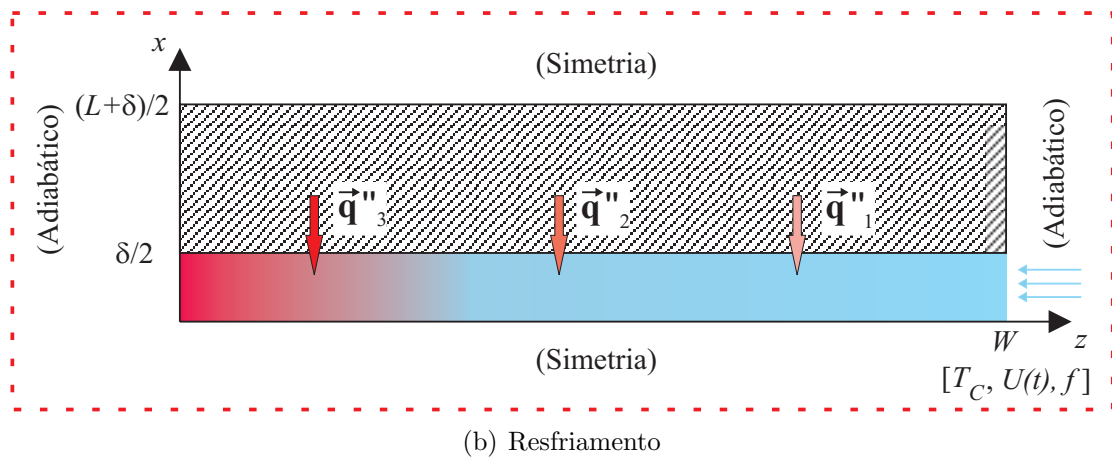


Figura 4.4 – Domínio de estudo e condições de contorno para os processos de (a) Aquecimento e (b) Resfriamento.

Durante o aquecimento – Fig. 4.4 (a) – o escoamento atinge a região de entrada com a temperatura da fonte quente  $T_H$ , com uma amplitude de velocidades  $U(t)|_{amplitude}$  e com uma frequência  $f$  fornecida pelo atuador, o qual é responsável pelo deslocamento do fluido através da matriz. À medida que o fluido se desloca ao longo do regenerador o sólido é aquecido. Deve-se perceber que o fluxo de calor  $\vec{q}''$  oriundo do fluido para o sólido varia em cada seção transversal desta trajetória uma vez que a entalpia que o fluido continha inicialmente, na região de entrada, decresce a cada avanço na orientação positiva da abscissa  $z$ . De modo análogo, para o processo de resfriamento – Fig. 4.4 (b) – o fluido penetra na matriz com os mesmos parâmetros anteriormente citados, exceto  $T_C$  que é a temperatura da fonte fria. Ao deslocar-se no sentido oposto à orientação positiva do eixo  $z$  o escoamento é aquecido pela energia térmica armazenada na matriz sólida.

## 4.2 Modelagem do escoamento no regenerador

Diferentemente de trabalhos anteriores em regeneradores passivos nos quais a velocidade é considerada constante no espaço e no tempo, conforme comentado no Capítulo 2, neste trabalho o escoamento é transiente e alternado. Como se optou por um fluido de trabalho de natureza líquida (água) é razoável admitir escoamento incompressível e viscoso. Somam-se a estas simplificações: forças de campo desprezíveis em todas as direções coordenadas e propriedades físicas constantes e conhecidas. Ainda, três considerações são assumidas para se proceder ao equacionamento do problema; são elas: escoamento unidimensional, plenamente desenvolvido e laminar.

O perfil de velocidades na região de entrada do duto é admitido variável no tempo e uniforme no espaço, possuindo apenas a componente na orientação  $z$ . Visto que não há barreiras ou desvios ao longo do duto, o escoamento tende a permanecer na mesma

direção e sentido daqueles existentes na região de entrada, justificando a consideração de escoamento unidimensional.

As equações da conservação da massa e da quantidade de movimento linear, apresentadas no Capítulo 3 na sua forma vetorial, Eqs. (3.1) e (3.2), para a situação aqui descrita podem ser simplificadas por

$$\frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (4.1)$$

$$\rho_f \left( \frac{\partial w}{\partial t} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (4.2)$$

Procedendo à análise de ordem de grandeza dos termos difusivos da Eq. (4.2), conforme apresentado em Bejan (2004) e usando as informações da Tabela 4.1, tem-se

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \sim O \left( \frac{U(t)|_{amplitude}}{(\delta/2)^2} \right) \sim 10^7 U(t)|_{amplitude} \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \sim O \left( \frac{U(t)|_{amplitude}}{W^2} \right) \sim 10 U(t)|_{amplitude} \quad (4.4)$$

Claro está que para qualquer valor de  $U(t)|_{amplitude}$  tem-se  $\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \gg \frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$ ; portanto o termo  $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2}$  pode ser suprimido da Eq. (4.2). Assim, fazendo uso da Eq. (4.1), a Eq. (4.2) se torna

$$\frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\mu}{\rho_f} \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4.5)$$

Vê-se que a Eq. (4.5) é própria de um escoamento de Hagen-Poiseuille transiente. O gradiente de pressão proporciona o aspecto alternado à velocidade. Quanto ao regime, Zhao e Cheng (1998) apontam a inadequacidade dos critérios tradicionais para estabelecer as condições que caracterizam a transição entre os regimes laminar e turbulento em escoamentos alternados. Nestas situações é possível que exista um regime laminar para a fase de aceleração ao passo que um regime turbulento se instala na fase de desaceleração, para um mesmo ciclo. Assim, os critérios desenvolvidos para situações de escoamento estacionário no interior de dutos não são capazes de prever estas particularidades.

Neste contexto, a análise para sustentação da hipótese de escoamento laminar é aliçada nos seguintes grupos adimensionais: número de Reynolds cinético baseado no diâmetro hidráulico  $Re_{\omega(D_h)}$ , número de Womersley  $Wo$ , e  $\beta$  que é um parâmetro de transição (HERMAN, 2000; ZHAO; CHENG, 1998). As equações que definem estas variáveis são

$$Re_{\omega(D_h)} = \frac{D_h^2 \omega}{\nu} \quad (4.6)$$

$$Wo = \frac{\delta}{2} \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (4.7)$$

$$\beta = \Delta z \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \quad (4.8)$$

Nas equações acima,  $\omega$  é a frequência angular do escoamento, ou seja,  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{P}$ ; e  $\nu$  é a viscosidade cinemática do fluido. Segundo Herman (2000),  $Wo$  é um parâmetro do escoamento que compara a escala de tempo da penetração viscosa com a escala de tempo da oscilação.  $Re_{\omega(D_h)}$  relaciona a espessura da camada cisalhante com o comprimento característico do problema. A maior distância média  $\Delta z$  que uma partícula fluida pode percorrer durante meio ciclo é definida, segundo Kurzweg, Lindgren e Lothrop (1989), com base no módulo da velocidade média,  $|\bar{w}(t)|$ , avaliada na área da seção transversal do duto. Assim,

$$\Delta z = \frac{2|\bar{w}(t)|}{\omega} \quad (4.9)$$

A velocidade média no problema em questão é função do tempo, todavia o seu valor não deve exceder o módulo da amplitude das velocidades na entrada dos canais. Logo, a Eq. (4.9) pode ser estudada como em uma situação em regime estacionário, que é o caso limite. Isto posto, esta equação torna-se

$$\Delta z = \frac{|U(t)|_{\text{amplitude}} P}{\pi} \quad (4.10)$$

Para escoamentos plenamente desenvolvidos no interior de dutos, o comprimento característico fisicamente consistente é o diâmetro hidráulico (BEJAN, 2004; INCROPERA; DEWITT, 2002, p. 103-111, p. 343). De acordo com a Fig. 4.2 e com a Tabela 4.1, na seção transversal  $H_f \gg \delta$ , e então  $D_h$  pode ser aproximado para a situação de escoamento entre placas paralelas infinitas, definido pela seguinte equação

$$D_h = \frac{4A_c}{P_m} = \frac{2\delta H_f}{\delta + H_f} \cong 2\delta \quad (4.11)$$

onde  $A_c$  é a área da seção transversal do duto e  $P_m$  é o perímetro molhado. Reescrevendo as Eqs. (4.6) a (4.8) com o auxílio dos aspectos anteriormente discutidos, chega-se à forma final das equações usadas na análise da natureza do escoamento. São elas:

$$Re_{\omega(D_h)} = \frac{2\pi D_h^2}{\nu P} \quad (4.12)$$

$$Wo = \frac{1}{4} \sqrt{Re_{\omega(D_h)}} \quad (4.13)$$

$$\beta = \frac{|U(t)|_{\text{amplitude}} P}{\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{\nu P}} \quad (4.14)$$

Esta análise foi guiada com base nos resultados do trabalho de Kurzweg, Lindgren e Lothrop (1989), no qual é apresentado um critério geral de transição para turbulência em escoamentos oscilatórios, na forma  $\beta = f(Wo)$ , para baixos números de Womersley –  $0 \leq Wo \leq 20$ . Os experimentos foram realizados com água em tubos de pequeno diâmetro usando como técnica de medição o método de birefringência do escoamento (LINDGREN, 1957; MERZKIRCH, 1987 apud KURZWEG; LINDGREN; LOTHROP, 1989).

Nesta técnica, para a observação das condições do escoamento, uma concentração de 0,07 % de bentonita é adicionada à água destilada. Isto produz uma solução birefringente, possibilitando a observação dos gradientes de tensão cisalhante por meio de um polarizador.

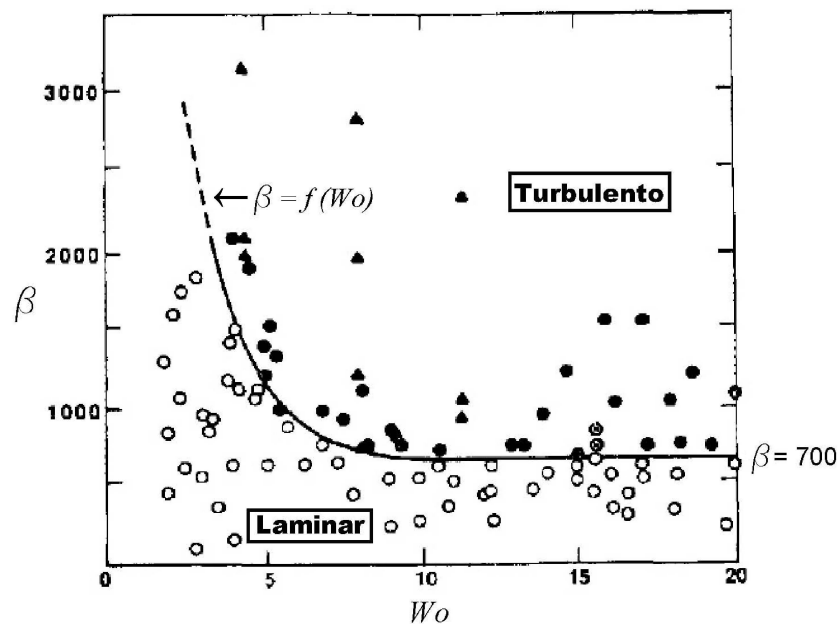


Figura 4.5 – Medidas experimentais para condições de regime laminar (○) e turbulento (●) em função dos parâmetros adimensionais  $Wo$  e  $\beta$ . Os triângulos representam condições turbulentas reportadas por Ohmi, Iguchi e Urahata (1982 apud KURZWEG; LINDGREN; LOTHROP, 1989). Fonte: Adaptado de Kurzweg, Lindgren e Lothrop (1989).

Os resultados experimentais mostrados na Fig. 4.5 revelam que a transição para turbulência em escoamentos oscilatórios ocorre para os maiores valores de  $Wo$  quando o parâmetro  $\beta$  assume valores em torno de 700. Contudo, a transição para turbulência é atrasada para valores de  $\beta$  crescentes quando  $Wo$  decresce até zero. Especificamente

para a configuração geométrica e operacional deste trabalho, os autores asseguram que o escoamento tenderá a tornar-se cada vez mais estável. Embora um valor crítico para  $Wo$  não tenha sido determinado, abaixo do qual não seria observada turbulência, eles sugerem que se este limite existir ele deve ser menor do que 2,5 requerendo um  $\Delta z$  bastante elevado ( $> 500\delta$ ).

Dentro do intervalo de períodos/frequências estudado neste capítulo (2 a 50 Hz), testes foram realizados para diferentes  $D_h$  – Fig. 4.6 – e para diferentes valores de velocidade média – Fig. 4.7. Nas Eqs. (4.13) e (4.14), a viscosidade cinemática da água,  $\nu = 7,61 \times 10^{-7} \text{ m}^2/\text{s}$ , foi tomada na temperatura média entre os reservatórios térmicos considerados no Capítulo 3, isto é,  $32,5 \text{ }^\circ\text{C}$ .

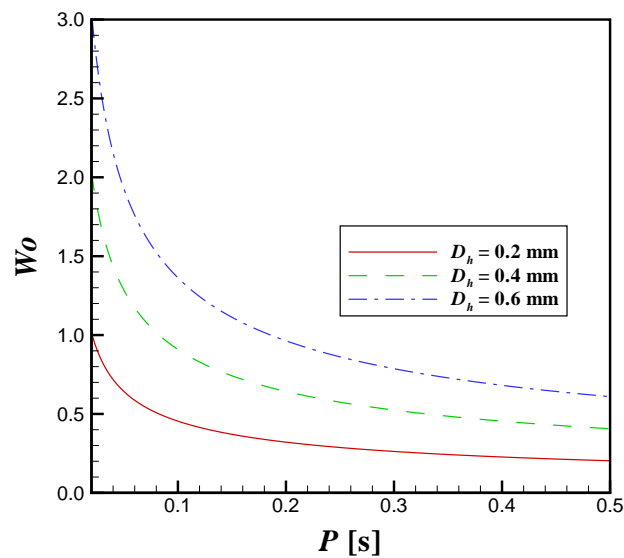


Figura 4.6 – Comportamento de  $Wo$  frente à variação de  $P$  para vários valores de  $D_h$ .

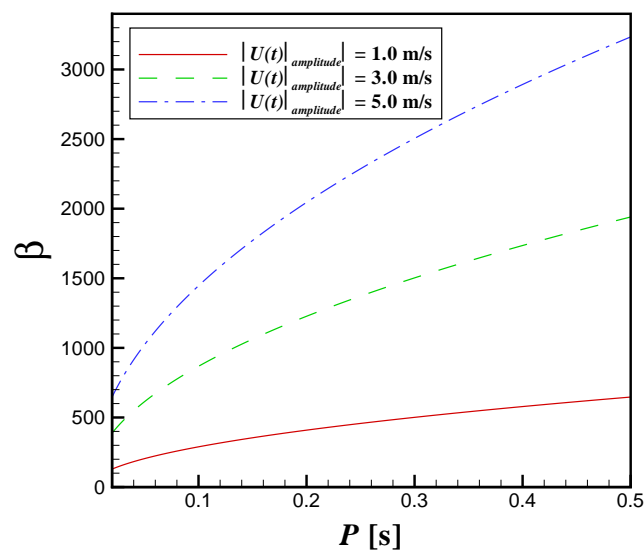


Figura 4.7 – Comportamento de  $\beta$  frente à variação de  $P$  para vários valores de  $|U(t)|_{\text{amplitude}}$ .

Nas figuras anteriores vê-se que ao acompanhar o sentido do aumento de  $P$ ,  $Wo$  e  $\beta$  são continuamente decrescente e crescente, respectivamente. Esta é a situação que assegura a existência do regime laminar, segundo as conclusões de Kurzweg, Lindgren e Lothrop (1989). Ademais, os valores de  $Wo$  e  $\beta$  para um mesmo  $P$  ficam restritos à região laminar do gráfico exposto na Fig. 4.5.

Uma vez que as simplificações foram adequadamente estabelecidas e justificadas, procede-se agora à formulação matemática. Considerou-se aqui que o movimento do fluido no interior do canal é governado por um gradiente de pressão externamente imposto, cuja variação é harmônica e dada pela seguinte equação, apresentada por Karagöz (2002, p. 162) e Zhao e Cheng (1998, p. 375),

$$-\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial p}{\partial z} = A_0 \cos(2\pi ft) \quad (4.15)$$

Na Eq. (4.15),  $A_0$  representa a amplitude das oscilações do gradiente de pressão. A Eq. (4.5), modificada pela equação anterior, juntamente com uma condição inicial e condições de contorno, isto é, simetria na linha de centro do canal e condição de não-deslizamento na parede do sólido, encerram o problema do escoamento no interior do regenerador. Assim,

$$\frac{\partial w}{\partial t} = A_0 \cos(2\pi ft) + \nu \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (4.16)$$

$$\left. \frac{\partial w}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (4.17)$$

$$w\left(\frac{\delta}{2}, t\right) = 0 \quad (4.18)$$

$$w(x, 0) = 0 \quad (4.19)$$

Este problema foi adimensionalizado usando-se o conjunto das variáveis introduzidas a seguir, unido à Eq. (4.12).

$$\tau = \frac{t}{P} \quad (4.20)$$

$$x^* = \frac{x}{\left(\frac{\delta}{2}\right)} \quad (4.21)$$

$$w^*(x^*, \tau) = \frac{w(x, t)}{\left(\frac{3}{2}U(t)|_{amplitude}\right)} = \frac{w(x, t)}{\left(\frac{A_0\delta^2}{8\nu}\right)} \quad (4.22)$$

Na Eq. (4.22), a velocidade  $w(x, t)$  é normalizada pela velocidade no centro do duto para a situação de regime estacionário. A determinação das parcelas usadas para normalização da velocidade está no Apêndice C. As Eqs. (4.16) a (4.19) apresentadas na forma adimensional são mostradas na seqüência,

$$\left(\frac{1}{\phi}\right) \frac{\partial w^*}{\partial \tau} = 2 \cos(2\pi\tau) + \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \quad (4.23)$$

$$\left. \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = 0 \quad (4.24)$$

$$w^*(1, \tau) = 0 \quad (4.25)$$

$$w^*(x^*, 0) = 0 \quad (4.26)$$

Convém esclarecer que o parâmetro de similaridade que governa este escoamento, o número de Reynolds cinético, está contido na variável  $\phi$  presente na equação governante,

$$\phi = \frac{16\nu P}{D_h^2} = \frac{32\pi}{Re_{\omega(D_h)}} \quad (4.27)$$

Importa mencionar que existem duas escalas características neste problema. A primeira delas diz respeito à escala de tempo, relacionada ao período de oscilação do campo de pressão, isto é,  $t \sim \omega^{-1}$ . A segunda escala refere-se ao comprimento de penetração dos efeitos viscosos na espessura do canal, identificado aqui por  $\delta_v$ . A análise de Stokes para o problema da placa plana oscilante, apresentada por Panton (1984, p. 266), fornece a ordem de grandeza do comprimento  $\delta_v$ ,

$$\delta_v \sim \sqrt{\frac{\nu}{\omega}} \quad (4.28)$$

Utilizando a Eq. (4.6), a equação precedente pode ser reescrita em termos do número de Reynolds cinético. Logo,

$$\delta_v \sim \sqrt{\frac{D_h^2}{Re_{\omega(D_h)}}} \quad (4.29)$$

Sabendo-se que  $D_h \sim \delta$ , a equação anterior torna-se

$$\delta_v \sim \sqrt{\frac{\delta^2}{Re_{\omega(D_h)}}} \quad (4.30)$$

$$\delta_v \sim \frac{\delta}{\sqrt{Re_{\omega(D_h)}}} \quad (4.31)$$



$$\frac{\delta_v}{\delta} \sim \frac{1}{\sqrt{Re_{\omega(D_h)}}} \quad (4.32)$$

A Eq. (4.32) informa o quanto os efeitos viscosos penetram na espessura do duto dentro do tempo disponível em  $P$ . A Tabela 4.2 apresenta a ordem de grandeza da razão de penetração dos efeitos viscosos  $\delta_v/\delta$  em função de alguns valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ .

Tabela 4.2 – Ordem de grandeza da razão  $\delta_v/\delta$  para diferentes valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ .

$Re_{\omega(D_h)}$	1,0	1,56	2,78	6,25	25,0	50,0	100,0	200,0	300,0	500,0
$\frac{\delta_v}{\delta} \sim$	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2	0,14	0,10	0,07	0,06	0,04
$\frac{\delta_v}{\delta}$ (%)	100,0	80,0	60,0	40,0	20,0	14,0	10,0	7,0	6,0	4,0

### 4.3 Solução para a dinâmica do escoamento

A Eq. (4.33) é a solução exata para o campo de velocidades, obtida através da transformada de Laplace. Maiores detalhes inerentes à solução estão mostrados no Apêndice D. Assim,

$$w^*(x^*, \tau) = \frac{8\phi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x^*}{2}\right) \int_{\tau}^0 \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi(\tau-\zeta)}{4}\right) \times \\ \times \cos(2\pi\zeta) d\zeta \quad (4.33)$$

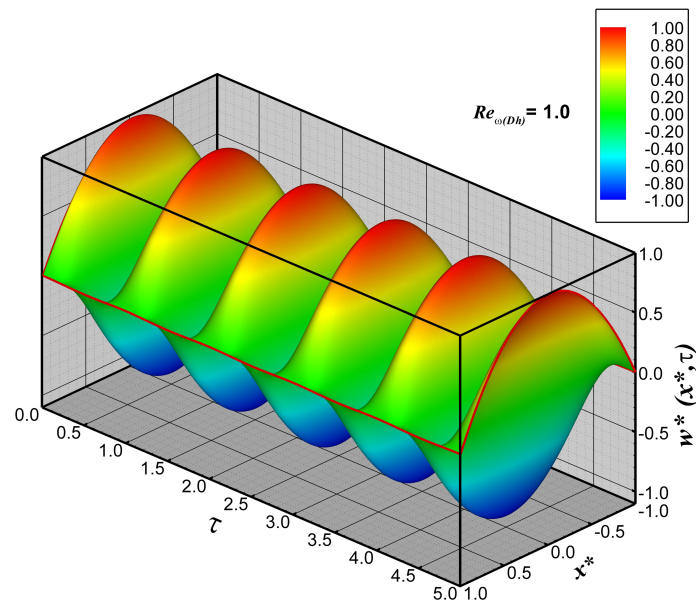
Uma outra medida de interesse para o presente estudo é a velocidade média avaliada na área da seção transversal. A partir da solução analítica supracitada tem-se

$$\bar{w}(t) = \frac{\int_{-\frac{H_f}{2}}^{\frac{H_f}{2}} \int_0^{\frac{\delta}{2}} w(x, t) dx dy}{\int_{-\frac{H_f}{2}}^{\frac{H_f}{2}} \int_0^{\frac{\delta}{2}} dx dy} = \frac{\int_0^{\frac{\delta}{2}} w(x, t) dx}{\int_0^{\frac{\delta}{2}} dx} \quad (4.34)$$

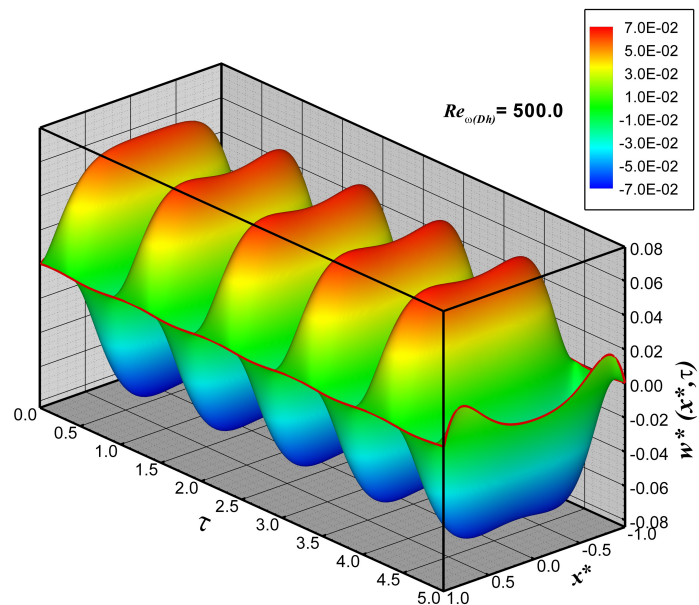
$$\bar{w}^*(\tau) = \frac{\int_0^1 w^*(x^*, \tau) dx^*}{\int_0^1 dx^*} \quad (4.35)$$

$$\bar{w}^*(\tau) = -\frac{16\phi}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^2} \cos(\pi n) \int_{\tau}^0 \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi(\tau-\zeta)}{4}\right) \cos(2\pi\zeta) d\zeta \quad (4.36)$$

Os gráficos abaixo ilustram a influência de  $Re_{\omega(D_h)}$  no comportamento do campo de velocidades, dado pela Eq. (4.33).



(a)  $Re_{\omega(D_h)} = 1, 0$



(b)  $Re_{\omega(D_h)} = 500, 0$

Figura 4.8 – Campo de velocidades no regenerador para: (a)  $Re_{\omega(D_h)} = 1, 0$  e (b)  $Re_{\omega(D_h)} = 500, 0$ .

Para baixos valores de  $Re_{\omega(D_h)}$  (situações de baixas frequências) observa-se que o perfil espacial de velocidades assemelha-se à solução quase-estática, isto é, em cada instante o perfil de velocidades é similar ao perfil parabólico característico de um escoamento estacionário e plenamente desenvolvido. Contudo, para altos valores de  $Re_{\omega(D_h)}$  (correspondentes a situações de altas frequências) vê-se que a velocidade máxima não mais ocorre na posição central do duto, mas sim nas proximidades da parede. Este fenômeno é chamado efeito anular, conforme comentado por Zhao e Cheng (1998).

A Fig. 4.9 é um recorte mais detalhado da Fig. 4.8, tomado para  $\tau = 3,0$ . Nela, além das informações comentadas anteriormente, percebe-se que o aumento de  $Re_{\omega(D_h)}$  conduz à redução da magnitude e a um acréscimo nos gradientes de velocidade. Esta característica implica que o termo advectivo na equação da conservação da energia torna-se menos significativo à medida que a frequência é aumentada (ZHAO; CHENG, 1998, p. 378). Deve-se atentar que na Fig. 4.9 (b) é mostrada uma ampliação de algumas das curvas presentes na Fig. 4.9 (a).

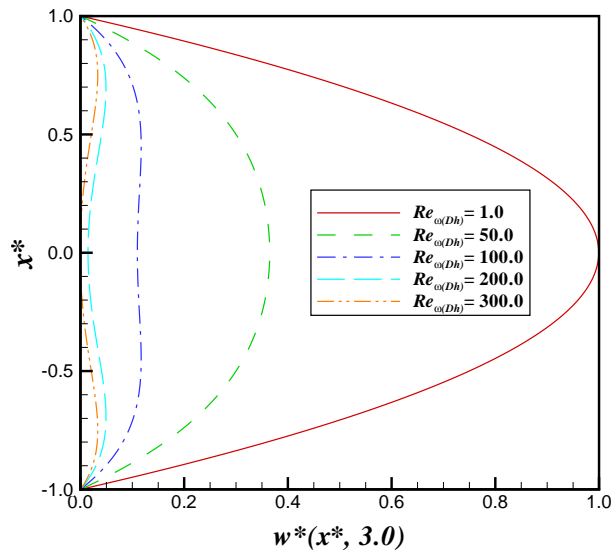
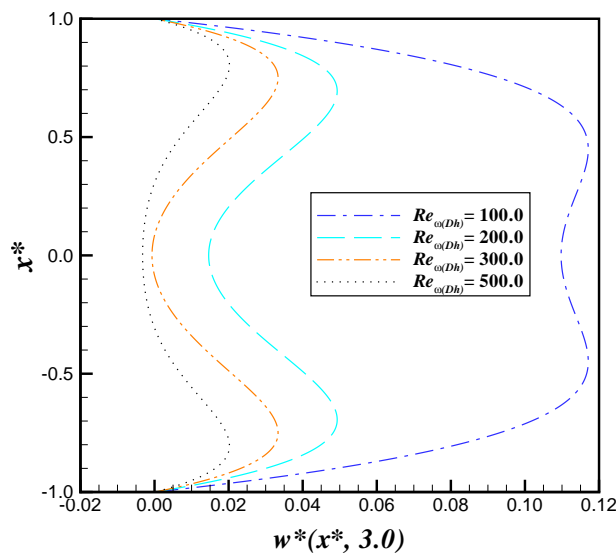
(a) Baixos e altos  $Re_{\omega(D_h)}$ (b) Altos  $Re_{\omega(D_h)}$ 

Figura 4.9 – Perfis espaciais de velocidade para diferentes valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ .

Panton (1984, p. 272) explica que o efeito anular, chamado por ele de *overshoot*, se deve à combinação de dois mecanismos físicos: as forças de pressão, transmitidas instantaneamente através do fluido, e as forças viscosas, propagadas pela difusão viscosa. O gradiente de pressão adimensional na Eq. (4.23),  $2 \cos(2\pi\tau)$ , atua uniformemente no

fluido de modo a guiar o escoamento. Nas paredes, as forças viscosas equilibram as forças de pressão, anulando o movimento. A Fig. 4.10, que ilustra os perfis transientes para o gradiente de pressão e para a velocidade na posição central, auxilia na discussão do comportamento do fluido na região intermediária do duto.

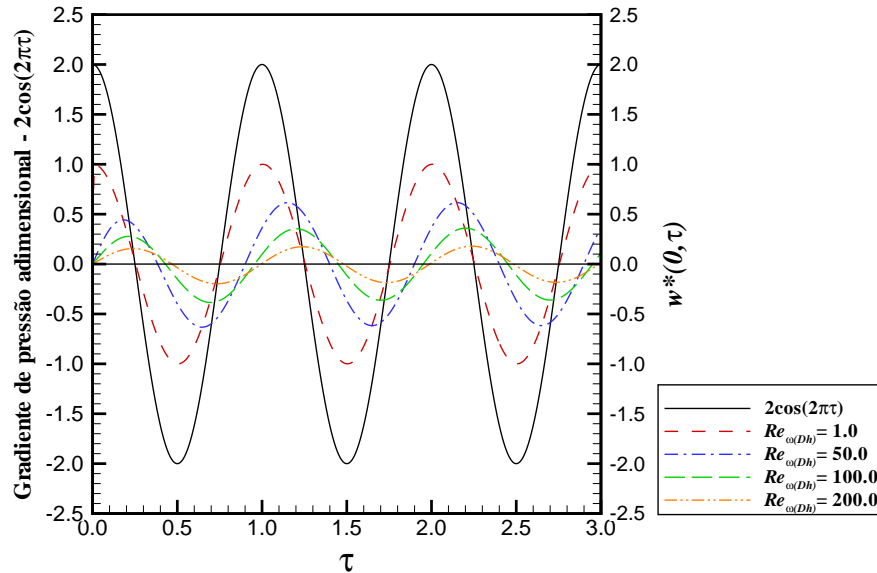


Figura 4.10 – Perfis transientes para o gradiente de pressão e velocidade no centro do duto. Esta última é apresentada para diferentes valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ .

Na figura anterior, pode-se notar que para  $Re_{\omega(D_h)} = 1,0$  a velocidade e a pressão estão em fase. No limite de baixas frequências, a difusão viscosa é rápida o bastante para manter o perfil semelhante ao caso estacionário. No entanto, com o aumento de  $Re_{\omega(D_h)}$  a velocidade apresenta uma defasagem em relação ao gradiente de pressão. Nas paredes esta defasagem é zero, entretanto em certas posições ela permite que os efeitos viscosos e de pressão atuem conjuntamente. Da Tabela 4.2, vê-se que o comprimento de penetração  $\delta_v$  é progressivamente reduzido com  $Re_{\omega(D_h)}$  crescente. Nestas situações, o escoamento comporta-se como se a outra parede não existisse e os efeitos viscosos avançam pouco para o centro do duto. Em adição a isto, o sentido do gradiente de pressão é invertido mais rapidamente, acelerando o fluido na região central do duto e gerando o efeito anular.

## 4.4 Modelagem para a transferência de calor

Analogamente às simplificações admitidas para estruturar o modelo do escoamento, no processo de transmissão de calor entre o fluido e o sólido as forças de campo também são consideradas desprezíveis e as propriedades termofísicas são constantes para ambos os meios materiais. Estes são admitidos isotrópicos e os efeitos de geração interna de calor no sólido são inexistentes. Para o fluido, embora a camada limite hidrodinâmica seja plenamente desenvolvida, a camada limite térmica se desenvolve ao longo do canal.

No que tange às parcelas que compõem este modelo térmico transiente, tanto no sólido quanto no fluido, a condução de calor na direção paralela ao escoamento é negligenciada, sendo apenas considerado o mecanismo de condução na direção perpendicular a este. Adicionalmente, a contribuição da dissipação viscosa comparativamente ao mecanismo de condução transversal é insignificante. Estas posições são justificadas através de uma análise de ordem de grandeza baseada na escala de tempo das parcelas da equação da energia, introduzida por Costa (2002) e mostrada na seqüência.

Inicialmente, são apresentadas as equações da conservação da energia térmica para o fluido e para o sólido, respectivamente,

$$\frac{\partial T_f}{\partial t} + w \frac{\partial T_f}{\partial z} = \alpha_f \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right) + \frac{\mu}{\rho_f c_p} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial T_s}{\partial t} = \alpha_s \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \right) \quad (4.38)$$

Convém esclarecer que nas equações anteriores  $\alpha_f = \frac{k_f}{\rho_f c_p}$  e  $\alpha_s = \frac{k_s}{\rho_s c}$ . Em termos de ordem de grandeza, a representação das variáveis físicas envolvidas na equação para o fluido é:  $\Delta t \sim O(t)$ ,  $w \sim O(U(t)|_{amplitude})$ ,  $\Delta x \sim O\left(\frac{\delta}{2}\right)$  e  $\Delta z \sim O(W)$ . Os balanços entre as parcelas presentes na Eq. (4.37) conduzem à estruturação de escalas de tempo para cada um dos mecanismos de transporte de energia térmica, isto é, convecção na direção longitudinal, condução transversal, condução axial e dissipação viscosa. Assim,

$$\frac{\Delta T}{t_{c,z}} \sim U(t)|_{amplitude} \frac{\Delta T}{W} \quad (4.39)$$

$$\frac{\Delta T}{t_{d,x}} \sim \alpha_f \frac{\Delta T}{(\delta/2)^2} \quad (4.40)$$

$$\frac{\Delta T}{t_{d,z}} \sim \alpha_f \frac{\Delta T}{W^2} \quad (4.41)$$

$$\frac{\Delta T}{t_{dv}} \sim \frac{\nu}{c_p} \left[ \frac{U(t)|_{amplitude}}{(\delta/2)} \right]^2 \quad (4.42)$$

As escalas de tempo convectiva  $t_{c,z}$ , difusivas nas orientações  $x$  e  $z$  -  $t_{d,x}$  e  $t_{d,z}$  - e de dissipação viscosa  $t_{dv}$  são

$$t_{c,z} \sim \frac{W}{U(t)|_{amplitude}} = 0,032s \quad (4.43)$$

$$t_{d,x} \sim \frac{\delta^2}{4\alpha_f} = 0,017s \quad (4.44)$$

$$t_{d,z} \sim \frac{W^2}{\alpha_f} = 175545,7s \quad (4.45)$$

$$t_{dv} \sim \frac{\Delta T c_p}{4\nu} \left[ \frac{\delta}{U(t)|_{amplitude}} \right]^2 = 30,23s \quad (4.46)$$

Assim como convencionado na análise da laminaridade do escoamento, seção 4.2, os valores das propriedades termofísicas da água são válidos para pressão ambiente e na temperatura média entre os trocadores de calor quente e frio; cujas temperaturas foram mencionadas no Capítulo 3, a saber:  $\Delta T = T_H - T_C = 60 - 5 = 55^\circ\text{C}$ . Os valores usados nos cálculos anteriores foram obtidos via pacote comercial EES (*Engineering Equation Solver*) e estão exibidos na Tabela 4.3. Dentro da faixa de valores adotada para  $U(t)|_{amplitude}$ , ou seja, 1,0 - 5,0 m/s, usou-se o valor máximo deste intervalo nas Eqs. (4.43) e (4.46).

Tabela 4.3 – Propriedades termofísicas da água usadas no cálculo das escalas de tempo.

Parâmetros	$\mu \times 10^4$ [kg/(ms)]	$k_f$ [W/(mK)]	$\rho_f$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ [J/(kgK)]	$\nu \times 10^7$ [m <sup>2</sup> /s]	$\alpha_f \times 10^7$ [m <sup>2</sup> /s]
Valores	7,571	0,6069	994,9	4183,0	7,61	1,46

Os mecanismos com menor escala de tempo, isto é, os mais rápidos, são aqueles que dominam o fenômeno físico, prevalendo sobre os outros co-participantes para os quais a escala de tempo característico é maior. Deve-se observar que a análise de ordem de grandeza não se propõe a gerar resultados absolutos, mas sim indicar a importância que cada uma das parcelas de um modelo matemático possui na configuração física dos resultados. Desta forma, os resultados das Eqs. (4.43) a (4.46) indicam que os mecanismos verdadeiramente relevantes no transporte de entalpia são a advecção na direção do escoamento e a difusão ortogonal a este. A condução axial e a dissipação viscosa são, portanto, eliminadas da Eq. (4.37).

Cabe aqui um breve comentário que ratifica a ausência da dissipação viscosa neste modelo. Por se tratar de um escoamento de líquido em um microcanal ( $D_h = 200\mu\text{m}$ ), alguns trabalhos recentes reportam que o aquecimento devido ao atrito viscoso é tipicamente um efeito de escala que se manifesta nestas situações dependendo do diâmetro hidráulico (KOO; KLEINSTREUER, 2004; MORINI, 2005; XU *et al.*, 2003). Este grupo de autores afirma que os efeitos deste fenômeno devem ser levados em consideração para todas as análises numéricas e experimentais quando  $D_h < 100\mu\text{m}$ , isto é, em uma faixa fora dos valores contemplados neste estudo.

De maneira semelhante, a representação para as variáveis presentes na equação da energia no sólido é:  $\Delta t \sim O(t_d)$ ,  $\Delta x \sim O\left(\frac{L}{2}\right)$  e  $\Delta z \sim O(W)$ . Seguindo a mesma metodologia, a Eq. (4.38) conduz a

$$\frac{\Delta T}{t_{d,x}} \sim \alpha_s \frac{\Delta T}{(L/2)^2} \quad (4.47)$$

$$\frac{\Delta T}{t_{d,z}} \sim \alpha_s \frac{\Delta T}{W^2} \quad (4.48)$$

As escalas de tempo difusivas nas orientações  $x$  e  $z$  –  $t_{d,x}$  e  $t_{d,z}$  – são

$$t_{d,x} \sim \frac{L^2}{4\alpha_s} = \frac{2,116 \times 10^{-7}}{\alpha_s} \quad (4.49)$$

$$t_{d,z} \sim \frac{W^2}{\alpha_s} = \frac{2,56 \times 10^{-2}}{\alpha_s} \quad (4.50)$$

$$\frac{t_{d,x}}{t_{d,z}} = 8,26 \times 10^{-6} \quad (4.51)$$

Da Eq. (4.51) vê-se que, para qualquer material que constitua o sólido, a escala de tempo para a difusão térmica na orientação  $x$  é bem menor do que a escala de tempo na orientação  $z$ . Desta maneira, a condução de calor na direção  $x$  é dominante, pois trata-se do mecanismo físico mais rápido. A elevada razão de aspecto presente na geometria deste regenerador é responsável pela conclusão acima.

À luz das simplificações consideradas, as equações governantes, reescritas na forma conservativa, que definem o modelo térmico aqui proposto são

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_f c_p T_f) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho_f w T_f) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_f \frac{\partial T_f}{\partial x} \right) \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_s c T_s) = \frac{\partial}{\partial x} \left( k_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \right) \quad (4.53)$$

É importante esclarecer que tanto no fluido quanto no sólido a temperatura é uma função de três dimensões, isto é, espacialmente bidimensional e dependente do tempo. Embora a condução axial seja inexistente na Eq. (4.53), a temperatura do sólido  $T_s$  continua sendo uma função da posição  $z$  em razão de haver ao longo da matriz um gradiente de temperatura que é formado pela advecção de calor no fluido. Com efeito, para esta equação a ausência do termo difusivo em  $z$  apenas afirma que a transmissão de energia térmica longitudinalmente, por condução, é insignificante.

As condições de contorno são apresentadas nas linhas seguintes e estão elencadas consoante sua natureza física. Localizadas na base e no topo do domínio de cálculo – Fig. 4.4 – estão as condições de simetria,

$$\left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (4.54)$$

$$\left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\frac{L+\delta}{2}} = 0 \quad (4.55)$$

Sob a hipótese de equilíbrio termodinâmico estão as condições de acoplamento interfacial térmico,

$$-k_f \left. \frac{\partial T_f}{\partial x} \right|_{x=\frac{\delta}{2}} = -k_s \left. \frac{\partial T_s}{\partial x} \right|_{x=\frac{\delta}{2}} \quad (4.56)$$

$$T_f \left( z, \frac{\delta}{2}, t \right) = T_s \left( z, \frac{\delta}{2}, t \right) \quad (4.57)$$

Ainda são necessárias condições de entrada para o fluido nos intervalos de aquecimento e resfriamento, respectivamente, bem como uma condição inicial. Assim,

$$T_f(0, x, t) = T_H \quad (4.58)$$

$$T_f(W, x, t) = T_C \quad (4.59)$$

$$T_f(z, x, 0) = T_s(z, x, 0) = \frac{T_H + T_C}{2} \quad (4.60)$$

Uma outra vantagem que advém das simplificações feitas está no fato de não se impor nenhuma condição física para o perfil de temperatura do fluido nas regiões de saída durante o aquecimento e o resfriamento, pois pela Eq. (4.52) apenas é preciso uma condição de contorno a montante em  $z$ .

Juntamente com as Eqs. (4.20) a (4.22), omitidas aqui por brevidade, este modelo matemático é adimensionalizado com base nas seguintes variáveis

$$\theta_f(z^*, x^*, \tau) = \frac{T_f(z, x, t) - T_C}{T_H - T_C} \quad (4.61)$$

$$\theta_s(z^*, x^*, \tau) = \frac{T_s(z, x, t) - T_C}{T_H - T_C} \quad (4.62)$$

$$z^* = \frac{z}{W} \quad (4.63)$$

$$\gamma = \frac{D_h}{W} \quad (4.64)$$

$$(Fo_{D_h})_f = \frac{\alpha_f P}{D_h^2} \quad (4.65)$$

$$(Fo_{D_h})_s = \frac{\alpha_s P}{D_h^2} \quad (4.66)$$

$$Pe_{D_h} = \frac{3U(t)|_{amplitude} w^*(x^*, \tau) D_h}{\alpha_f} = \frac{w(x, t) D_h}{\alpha_f} \quad (4.67)$$



Ressalta-se que  $U(t)|_{\text{amplitude}}$  é prescrito na entrada do canal. Os grupos  $\gamma$ ,  $(Fo_{D_h})_f$ ,  $(Fo_{D_h})_s$  e  $Pe_{D_h}$  surgem naturalmente do processo de adimensionalização quando se aplica as Eqs. (4.20) a (4.22) e Eqs. (4.61) a (4.63) nas equações governantes. A forma final das equações da conservação da energia térmica para o fluido e para o sólido, respectivamente, é

$$\frac{1}{(Fo_{D_h})_f} \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \gamma Pe_{D_h} \frac{\partial \theta_f}{\partial z^*} = 16 \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right) \quad (4.68)$$

$$\frac{1}{(Fo_{D_h})_s} \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = 16 \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \quad (4.69)$$

Neste contexto, as condições de contorno de simetria, acoplamento térmico, temperatura prescrita para os intervalos de aquecimento e resfriamento, e a condição inicial tornam-se, respectivamente

$$\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = 0 \quad (4.70)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right|_{x^*=1+\frac{L}{\delta}} = 0 \quad (4.71)$$

$$\left( \frac{k_f}{k_s} \right) \left. \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right|_{x^*=1} = \left. \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right|_{x^*=1} \quad (4.72)$$

$$\theta_f(z^*, 1, \tau) = \theta_s(z^*, 1, \tau) \quad (4.73)$$

$$\theta_f(0, x^*, \tau) = 1 \quad (4.74)$$

$$\theta_f(1, x^*, \tau) = 0 \quad (4.75)$$

$$\theta_f(z^*, x^*, 0) = \theta_s(z^*, x^*, 0) = 0,5 \quad (4.76)$$

Por meio de um procedimento análogo ao exposto no Apêndice A, a energia térmica armazenada ou rejeitada pelo sólido em um instante de tempo  $t$ ,  $Q(t)$  [J/m], é dada por

$$Q(t) = \frac{\rho_s c T_i L W}{2} - \left[ \int_0^W \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{L+\delta}{2}} \rho_s c T_s(z, x, t) dx dz \right]_t \quad (4.77)$$

A solução do problema térmico permite que o desempenho do regenerador seja estudado segundo duas variáveis de interesse: eficiência e efetividade. Neste trabalho, a eficiência do regenerador é definida como a razão entre a quantidade de calor que o sólido troca com o fluido, ou seja, armazena e cede em um ciclo nas condições operacionais, e a máxima quantidade possível de calor que ele pode trocar neste mesmo ciclo. Note que estas variáveis são funções das propriedades do sólido, do seu volume e do nível de tem-

peraturas a que o mesmo é exposto. Este conceito de eficiência, apresentado no trabalho de Krane (1987), está atrelado à capacidade do regenerador de estocar energia térmica (abordagem consoante à Primeira Lei da Termodinâmica). De posse do histórico do calor trocado, Eq. (4.77), tem-se

$$\eta = \frac{Q(t)|_{ciclo}}{Q_{max}} = \frac{[Q(t)|_{max} - Q(t)|_{min}]_{ciclo}}{\rho_s c(0, 5LW)(T_H - T_C)} \quad (4.78)$$

Por sua vez, a efetividade relaciona a quantidade de energia térmica que a corrente quente disponibiliza para o sólido, ao deixar o regenerador, com a quantidade total disponível para ser entregue quando o fluido entra no sistema. A quantidade de calor que o fluido perde é integralmente absorvida pelo sólido uma vez que o sistema é conservativo. Em grande parte dos trabalhos acerca de regeneradores, a efetividade é o único parâmetro de análise do desempenho térmico e não poucas vezes esta terminologia é confundida com eficiência. Neste trabalho deve estar claro que eficiência é uma medida de rendimento exclusivamente relacionada à matriz ao passo que a efetividade concerne ao sistema fluido-sólido. Segundo Klein e Eigenberger (2001) e Nellis e Klein (2006), a efetividade é definida como

$$\varepsilon = \frac{T_H - \overline{\overline{T}}_{bulk}(W, t)}{T_H - T_C} \quad (4.79)$$

Na expressão anterior, a variável  $\overline{\overline{T}}_{bulk}(W, t)$  refere-se à média temporal da temperatura do fluido (média mássica) em meio ciclo no regime periodicamente desenvolvido; calculada na saída da corrente quente. A temperatura média mássica pode ser assim expressa

$$T_{bulk}(W, t) = \frac{\left[ \int_{-\frac{H_f}{2}}^{\frac{H_f}{2}} \int_0^{\frac{\delta}{2}} \rho_f c_p w(x, t) T_f(W, x, t) dx dy \right]_t}{\left[ \int_{-\frac{H_f}{2}}^{\frac{H_f}{2}} \int_0^{\frac{\delta}{2}} \rho_f c_p w(x, t) dx dy \right]_t} \quad (4.80)$$

Em termos das variáveis adimensionais tem-se,

$$T_{bulk}(W, t) = \frac{(T_H - T_C) \left[ \int_0^1 w^*(x^*, \tau) \theta_f(1, x^*, \tau) dx^* \right]_\tau}{\left[ \int_0^1 w^*(x^*, \tau) dx^* \right]_\tau} + T_C \quad (4.81)$$

Pelo fato da temperatura da corrente quente na saída mudar com o tempo é necessário

calcular a média temporal durante o intervalo de aquecimento. Convém mencionar que na equação seguinte  $t_f - t_i = P/2$ , onde  $t_i$  e  $t_f$  são os instantes inicial e final do intervalo de aquecimento, respectivamente, nas condições operacionais. Assim,

$$\overline{\overline{T}}_{bulk}(W, t) = \frac{1}{(t_f - t_i)} \int_{t_i}^{t_f} T_{bulk}(W, t) dt \quad (4.82)$$

$$\overline{\overline{T}}_{bulk}(W, t) = \frac{2}{P} \int_{t_i}^{t_f} T_{bulk}(W, t) dt \quad (4.83)$$

## 4.5 Modelagem termodinâmica – geração de entropia

Uma investigação do fenômeno aqui descrito sob o ponto de vista da Segunda Lei da Termodinâmica, unida à Primeira Lei, vai ao encontro do projeto eficiente de equipamentos térmicos. O estudo da geração de entropia é uma ferramenta estratégica para se identificar condições inoperantes do sistema bem como apontar medidas alternativas que conduzam a um maior desempenho termodinâmico. No contexto deste estudo, a taxa volumétrica de geração de entropia para um ponto arbitrário nos meios fluido e sólido é, de acordo com Bejan (1996) e aplicando as hipóteses simplificativas do problema,

$$S'''_{gf} = \frac{k_f}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T_f}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_f}{\partial z} \right)^2 \right] + \frac{\mu}{T_0} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (4.84)$$

$$S'''_{gs} = \frac{k_s}{T_0^2} \left[ \left( \frac{\partial T_s}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial T_s}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (4.85)$$

A variável  $T_0$  é uma temperatura absoluta de referência; conceito também presente em outros trabalhos que lidaram com a EDP para geração local de entropia (ERBAY; ALTAÇ; SÜLÜŞ, 2004; MAHMUD; FRASER, 2003a, 2003b; MOURAD *et al.*, 2006). Na Eq. (4.84) estão presentes as duas parcelas responsáveis pela geração de entropia em um processo convectivo de transferência de calor: transferência de calor entre uma diferença de temperatura finita e atrito viscoso. Estes dois fenômenos representam a irreversibilidade termodinâmica do processo térmico em consideração.

A análise de ordem de grandeza, realizada anteriormente, aponta que a fonte majoritária de irreversibilidades é a condução de calor entre o escoamento e a matriz. Logo, as contribuições para geração de entropia oriundas da condução axial e dissipação viscosa são desprezadas mediante as simplificações adotadas no modelamento térmico. Desta maneira, as equações anteriores tornam-se

$$S_{g_f}''' = \frac{k_f}{T_0^2} \left( \frac{\partial T_f}{\partial x} \right)^2 \quad (4.86)$$

$$S_{g_s}''' = \frac{k_s}{T_0^2} \left( \frac{\partial T_s}{\partial x} \right)^2 \quad (4.87)$$

A forma adimensional da taxa volumétrica local de geração de entropia é denominada número de geração de entropia  $N_s$  (BEJAN, 1996). Trata-se da razão entre  $S_g'''$  e uma taxa de transferência de entropia característica  $S_{g_0}'''$  dada por

$$S_{g_0}''' = \frac{k_f(\Delta T)^2}{(T_0 D_{h_{ref}})^2} \quad (4.88)$$

onde  $\Delta T = T_H - T_C$ .

A temperatura absoluta de referência  $T_0$  foi tomada como a média aritmética entre  $T_H$  e  $T_C$ ; uma opção fisicamente plausível e explorada em outros estudos (ERBAY; ALTAÇ; SÜLÜŞ, 2004; MAHMUD; FRASER, 2003a, 2003b). Como se pretende estudar a influência da variação do diâmetro hidráulico no comportamento termodinâmico do sistema,  $D_{h_{ref}}$  é referente ao valor de  $\delta$  apresentado na Tabela 4.1.

Dividindo as Eqs. (4.86) e (4.87) pela Eq. (4.88) e fazendo uso dos grupos adimensionais definidos pelas Eqs. (4.11), (4.21), (4.61) e (4.62) chega-se ao número de geração de entropia para o fluido e para o sólido, respectivamente,

$$N_{s_f} = \frac{S_{g_f}'''}{S_{g_0}'''} = \left( \frac{D_{h_{ref}}}{D_h} \right)^2 \left[ 16 \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right)^2 \right] \quad (4.89)$$

$$N_{s_s} = \frac{S_{g_s}'''}{S_{g_0}'''} = \left( \frac{k_s}{k_f} \right) \left( \frac{D_{h_{ref}}}{D_h} \right)^2 \left[ 16 \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right)^2 \right] \quad (4.90)$$

Uma vez que a temperatura em ambos os meios materiais é uma função de  $z^*$ ,  $x^*$  e  $\tau$ , assim também é o número de geração de entropia pois ele é uma função exclusiva desta variável. As próprias condições de contorno para a temperatura, Eqs. (4.70) a (4.72), completam o modelo termodinâmico descrito pelas expressões acima.

## 4.6 Metodologia de solução

Os problemas para a temperatura e entropia gerada foram resolvidos através de técnicas de solução numéricas. Tópicos referentes à modelagem numérica, estrutura do código computacional, estudo de convergência de malha, verificação dos cálculos e independência de condição inicial são discutidos na seqüência.

## 4.6.1 Modelagem numérica

As equações governantes para o problema térmico são discretizadas consoante o método de volumes finitos. A Fig. 4.11 contém o esboço da malha espacial 2D, destacando o volume de controle elementar usado na discretização das equações da conservação da energia térmica.

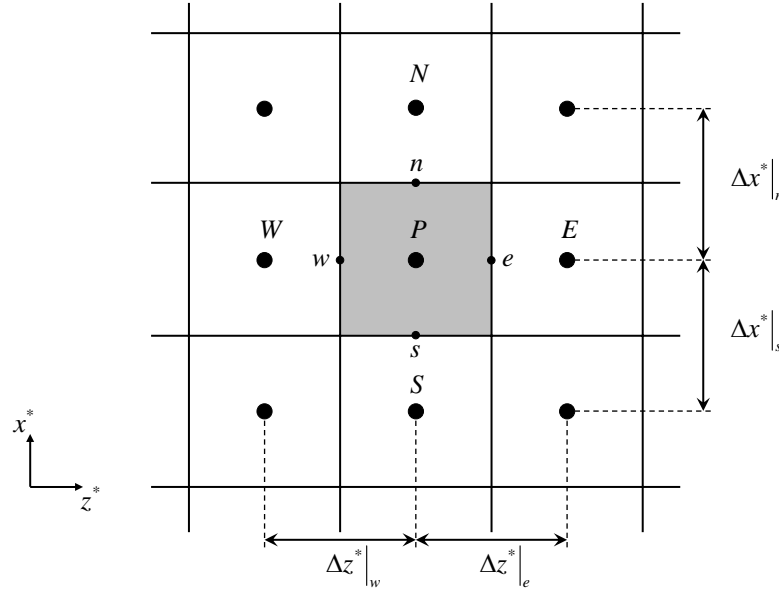


Figura 4.11 – Malha computacional 2D.

Em cada um dos setores (fluido e sólido) que compõe o domínio computacional, as Eqs. (4.68) e (4.69) são integradas no espaço e no tempo dando origem a equações algébricas. Neste procedimento está implícita a necessidade de se avaliar as variáveis velocidade e temperatura nas faces dos volumes de controle. Para isso, são utilizados esquemas de interpolação de forma que estas variáveis sejam escritas em função daquelas já existentes nos centros dos volumes.

Para os gradientes de temperatura localizados entre os pontos nodais, oriundos da integração dos termos difusivos, são usados esquemas de diferenças centrais. Na derivada temporal da temperatura é aplicado o esquema de primeira ordem sob a formulação totalmente implícita. Estes procedimentos são convencionais e maiores detalhes podem ser encontrados em Maliska (2004) e Versteeg e Malalasekera (1995).

Sobre o termo advectivo na Eq. (4.68), reescrito aqui na forma conservativa ( $w^*$  foi retirado de  $Pe_{D_h}$ , restando  $Pe_{D_h}^{max}$  que é referente ao caso limite estacionário), tem-se

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \int_{z_w^*}^{z_e^*} \gamma Pe_{D_h}^{max} \frac{\partial}{\partial z^*} (w^* \theta_f) dz^* dx^* d\tau = \gamma Pe_{D_h}^{max} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{x_s^*}^{x_n^*} [(w^* \theta_f)|_e - (w^* \theta_f)|_w] dx^* d\tau \quad (4.91)$$

No processo de integração precedente, a parcela  $\gamma Pe_{D_h}^{max}$  é constante no tempo e no espaço. Uma vez que  $w^* = w^*(x^*, \tau)$ , o valor da velocidade não varia espacialmente em  $z^*$ . Logo  $w^*|_e = w^*|_w = w^*$  e o valor médio representativo da velocidade entre as posições  $x_s^*$  e  $x_n^*$  é avaliado na posição central do volume de controle. Assim,

$$\gamma Pe_{D_h}^{max} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{x_s^*}^{x_n^*} w^*(\theta_f|_e - \theta_f|_w) dx^* d\tau = \gamma Pe_{D_h}^{max} w_P^*(\theta_f|_e - \theta_f|_w) \Delta x^* \Delta\tau \quad (4.92)$$

Dado a sua facilidade de convergência e estabilidade frente a oscilações numéricas, optou-se pelo o esquema UDS (*Upstream Differencing Scheme*) para aproximação da temperatura nas faces  $e$  e  $w$  de cada elemento fluido. Como este esquema de interpolação acompanha o sinal da velocidade, tem-se que para os intervalos de aquecimento ( $w^* > 0$ )  $\theta_f|_e = \theta_{f_P}$  e  $\theta_f|_w = \theta_{f_W}$ ; enquanto para os intervalos de resfriamento ( $w^* < 0$ )  $\theta_f|_e = \theta_{f_E}$  e  $\theta_f|_w = \theta_{f_P}$ . Este esquema é fisicamente consistente para problemas advectivo dominantes (MALISKA, 2004; VERSTEEG; MALALASEKERA, 1995).

As condições de contorno são incorporadas diretamente nas equações discretizadas para os volumes de fronteira. Trabalhou-se aqui com volumes inteiros na fronteira, integrando as equações de conservação para estes em razão do embasamento físico e possibilidade de generalização para sistemas coordenados de maior complexidade (MALISKA, 2004, p. 44). A mudança da temperatura do fluido na entrada do regenerador proporciona a existência de dois sistemas de equações algébricas, específicos para quando as correntes quente e fria atravessam o regenerador.

É interessante notar que as Eqs. (4.68) e (4.69) são idênticas exceto pela presença do termo advectivo e pelas propriedades termofísicas que caracterizam cada meio material, as quais estão inseridas nos números de Fourier. Dessa maneira, o problema conjugado de transferência de calor foi tratado segundo Patankar (1980, p. 149-150), isto é, ele é resolvido como um problema típico de advecção-difusão de calor para todo o domínio; porém, na região do sólido o número de Peclet é nulo, resolvendo-se então um problema de condução pura. A solução fornece os campos de temperatura no sólido e no fluido, satisfazendo automaticamente a condição de acoplamento interfacial térmico. Assim, a interface sólido-fluido é tratada como qualquer outra face entre dois volumes de controle no interior da malha. Paralelamente, os aspectos acima discutidos são reforçados sabendo-se que o método de volumes finitos conserva os fluxos das propriedades físicas transportadas através das interfaces.

De posse dos campos de temperatura, o número de geração de entropia para o fluido e para o sólido, Eqs. (4.89) e (4.90), pode ser calculado diretamente por intermédio

de esquemas de diferenças finitas de segunda ordem. É importante compreender que a integração destas equações pelo método de volumes finitos também conduz à aplicação direta de esquemas de diferenças finitas para discretização dos gradientes de temperatura. Conforme mostrado logo em seguida, a impossibilidade de se tratar analiticamente as integrais na Eq. (4.93) impõe que as parcelas desta equação sejam tratadas como termos fonte, em cada volume de controle elementar. O procedimento é o mesmo para as Eqs. (4.89) e (4.90), sendo mostrado apenas para a primeira delas.

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \int_{z_w^*}^{z_e^*} N s_f dz^* dx^* d\tau = 16 \left( \frac{D_{h_{ref}}}{D_h} \right)^2 \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \int_{z_w^*}^{z_e^*} \left( \frac{\partial\theta_f}{\partial x^*} \right)^2 dz^* dx^* d\tau \quad (4.93)$$

$$N s_f|_{VC} \Delta z^* \Delta x^* \Delta\tau = 16 \left( \frac{D_{h_{ref}}}{D_h} \right)^2 \left( \frac{\partial\theta_f}{\partial x^*} \right)^2 \Big|_{VC} \Delta z^* \Delta x^* \Delta\tau \quad (4.94)$$

$$N s_f|_{VC} = 16 \left( \frac{D_{h_{ref}}}{D_h} \right)^2 \left( \frac{\partial\theta_f}{\partial x^*} \right)^2 \Big|_{VC} \quad (4.95)$$

Aqui, estes termos fonte não são linearizados pois o número de geração de entropia para cada volume depende exclusivamente de uma variável já conhecida a cada instante de tempo, isto é, a temperatura neste mesmo volume. As integrais acima são resolvidas aproximando-se os integrandos por um valor médio representativo, ponderado no centro de cada volume de controle (VC).

Esquemas centrados, atrasados e adiantados são aplicados aos gradientes de temperatura de acordo com a posição de cada volume. Para os volumes adjacentes à interface fluido-sólido, representados na Fig. 4.12, tem-se

$$\frac{\partial\theta}{\partial x^*} \Big|_i = \frac{\sigma_1^2 \theta_{i+1} - \sigma_2^2 \theta_{i-1} + \theta_i (\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}{\sigma_1^2 \sigma_2 + \sigma_2^2 \sigma_1} \quad (4.96)$$

$$\frac{\partial\theta}{\partial x^*} \Big|_{i+1} = \frac{\sigma_2^2 \theta_{i+2} - \sigma_3^2 \theta_i + \theta_{i+1} (\sigma_3^2 - \sigma_2^2)}{\sigma_2^2 \sigma_3 + \sigma_3^2 \sigma_2} \quad (4.97)$$

Nas equações anteriores, as constantes  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  e  $\sigma_3$  são (ver Fig. 4.12)

$$\sigma_1 = \Delta x_f^* \quad (4.98)$$

$$\sigma_2 = \frac{\Delta x_f^* + \Delta x_s^*}{2} \quad (4.99)$$

$$\sigma_3 = \Delta x_s^* \quad (4.100)$$

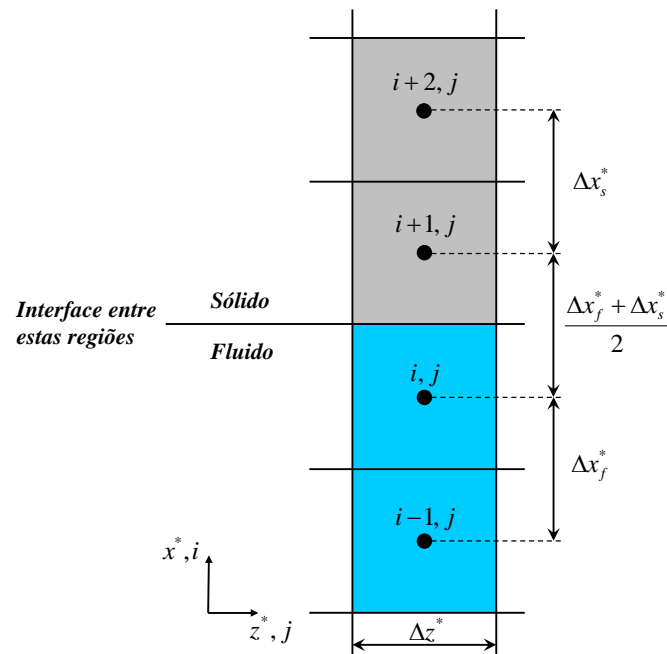


Figura 4.12 – Volumes adjacentes à interface entre as regiões fluida e sólida.

Uma vez que o domínio de cálculo se resume a uma geometria simples no sistema de coordenadas cartesiano retangular, optou-se por elaborar um código computacional, em linguagem FORTRAN 95, para a simulação dos casos em estudo. A intenção aqui foi criar um código geral, que pudesse se adequar à simulação de situações com diferentes configurações geométricas e presença de não-homogeneidades. Assim, os efeitos de condução axial e dissipação viscosa para os problemas térmico e entrópico foram incluídos na estrutura do programa, facultando ao usuário a ativação ou não dos mesmos. Em todas as variáveis do código, sejam elas fixas, locais e globais, foi utilizada precisão computacional dupla.

A malha é estruturada, sendo não-uniforme ao longo de  $x^*$  e uniforme ao longo de  $z^*$ . A natureza transiente do comportamento dos regeneradores embasou a escolha por simulações envolvendo transientes reais, ou seja, a cada avanço no tempo são computados os valores de cada uma das variáveis de interesse. O algoritmo de solução TDMA 2D foi implementado para solução dos sistemas de equações lineares. A sua convergência é sensivelmente acelerada por meio de quatro varreduras feitas ao longo do domínio computacional, usando-se em cada uma delas os valores calculados na iteração imediatamente anterior.

Na intenção de assegurar que o campo de temperaturas esteja sendo bem resolvido a cada passo de tempo, dois critérios de convergência foram adotados para determinação do fim das iterações dentro do TDMA 2D. O primeiro deles é o resíduo médio quadrático, o qual garante que o campo calculado a cada instante de tempo satisfaz as equações da conservação da energia térmica com um erro abaixo de uma tolerância pré-especificada.



De acordo com Maliska (2004, p. 53), faz-se

$$\Omega^{k+1} = \sqrt{\sum_i \sum_j \left( A_e \theta_E^{k+1} + A_w \theta_W^{k+1} + A_n \theta_N^{k+1} + A_s \theta_S^{k+1} + B_P - A_P \theta_P^{k+1} \right)_{i,j}^2} \leq 10^{-8} \quad (4.101)$$

As grandezas que acompanham as temperaturas  $\theta$  na equação anterior são os coeficientes presentes nas equações discretizadas para cada um dos volumes da malha. O segundo critério verifica se o campo de temperaturas convergiu entre duas varreduras consecutivas dentro do *solver*; certificando que agora as mudanças nos valores do campo são insignificantes em relação a uma tolerância estabelecida. Logo,

$$\max \left| \theta_{i,j}^{k+1} - \theta_{i,j}^k \right| \leq 10^{-8} \quad (4.102)$$

$$\frac{\max \left| T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^k \right|}{\Delta T} \leq 10^{-8} \quad (4.103)$$

Algumas medidas representativas são calculadas para a temperatura do sólido e para o número de geração de entropia do fluido e do sólido. As aproximações numéricas para as médias supracitadas são

$$\overline{\theta}_s(\tau) = \frac{1}{A_s} \left[ \iint_{A_s} \theta_s(z^*, x^*, \tau) dz^* dx^* \right]_{\tau} \approx \frac{1}{A_s} \left[ \sum_i \sum_j \theta_{i,j} \Delta z_s^* \Delta x_s^* \right]_{\tau} \quad (4.104)$$

$$\overline{Ns}_f(\tau) = \frac{1}{A_f} \left[ \iint_{A_f} Ns_f(z^*, x^*, \tau) dz^* dx^* \right]_{\tau} \approx \frac{1}{A_f} \left[ \sum_i \sum_j Ns_{f,i,j} \Delta z_f^* \Delta x_f^* \right]_{\tau} \quad (4.105)$$

$$\overline{Ns}_s(\tau) = \frac{1}{A_s} \left[ \iint_{A_s} Ns_s(z^*, x^*, \tau) dz^* dx^* \right]_{\tau} \approx \frac{1}{A_s} \left[ \sum_i \sum_j Ns_{s,i,j} \Delta z_s^* \Delta x_s^* \right]_{\tau} \quad (4.106)$$

De especial interesse é a média temporal da entropia gerada no sistema (fluido e sólido)  $\overline{\overline{Ns}}(\tau)$ , tomada ao longo de um ciclo ( $\tau_f - \tau_i = 1$ ) no regime periodicamente desenvolvido. Assim,

$$\overline{\overline{Ns}}(\tau) = \frac{1}{\tau_f - \tau_i} \int_{\tau_i}^{\tau_f} \left[ \overline{Ns}_f(\tau) + \overline{Ns}_s(\tau) \right] d\tau = \int_{\tau_i}^{\tau_f} \left[ \overline{Ns}_f(\tau) + \overline{Ns}_s(\tau) \right] d\tau \quad (4.107)$$

A Eq. (4.107) é computada através de uma quadratura cúbica apresentada em Press *et al.* (1989, p. 128). Ela é construída ajustando-se polinômios cúbicos a sucessivos grupos

de quatro pontos ao longo de todos os pontos, igualmente espaçados, que compõem a função de integração.

A estrutura geral do código construído para simulação do regenerador é apresentada no diagrama seguinte (Fig. 4.13).

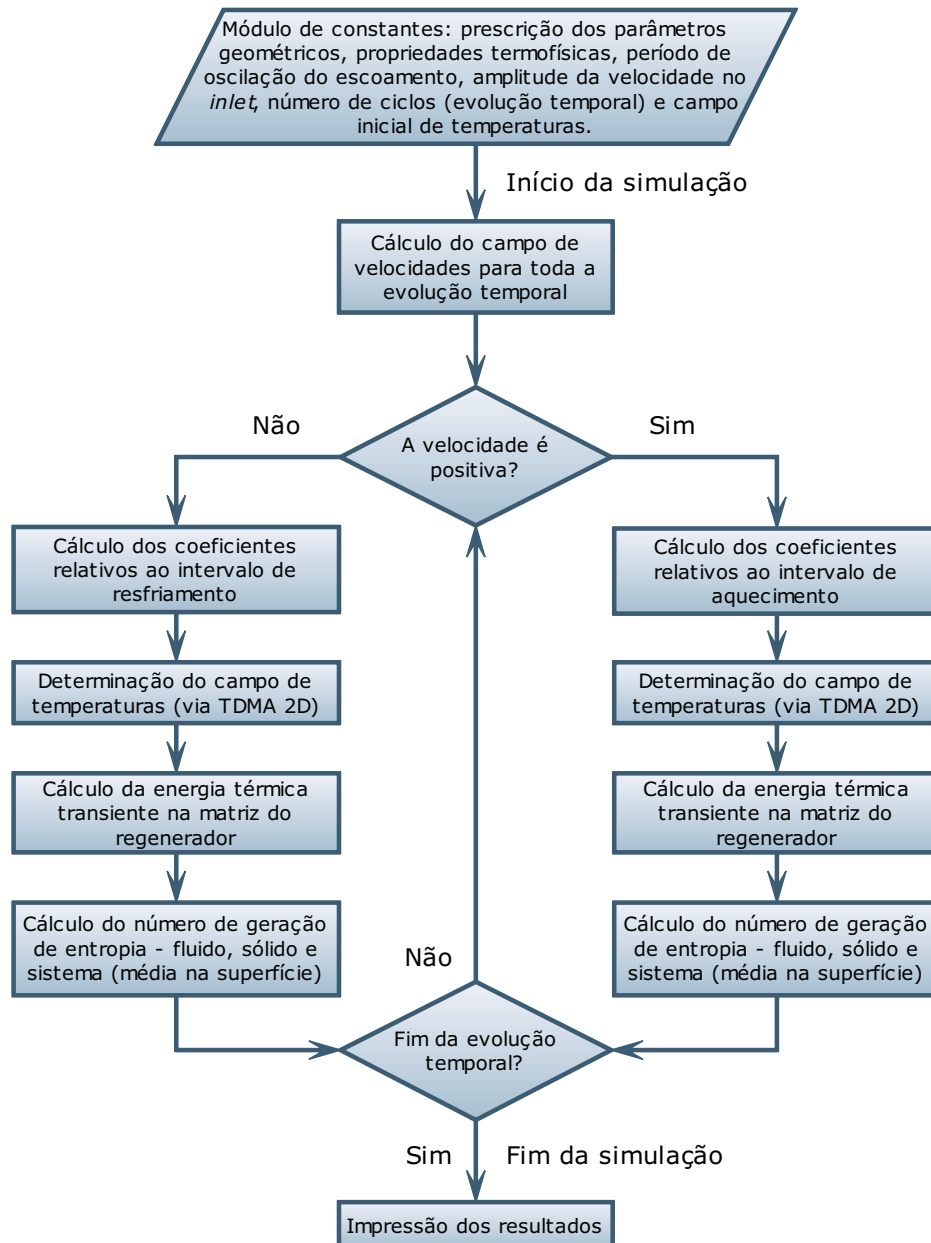


Figura 4.13 – Estrutura lógica do código para a simulação do regenerador.

Nas páginas seguintes é mostrada a estrutura de duas variantes deste código computacional. Nestes códigos complementares são variados o período de oscilação do escoamento e a amplitude da velocidade média no regenerador. Eles estão representados nas Figs. 4.14 e 4.15, respectivamente.

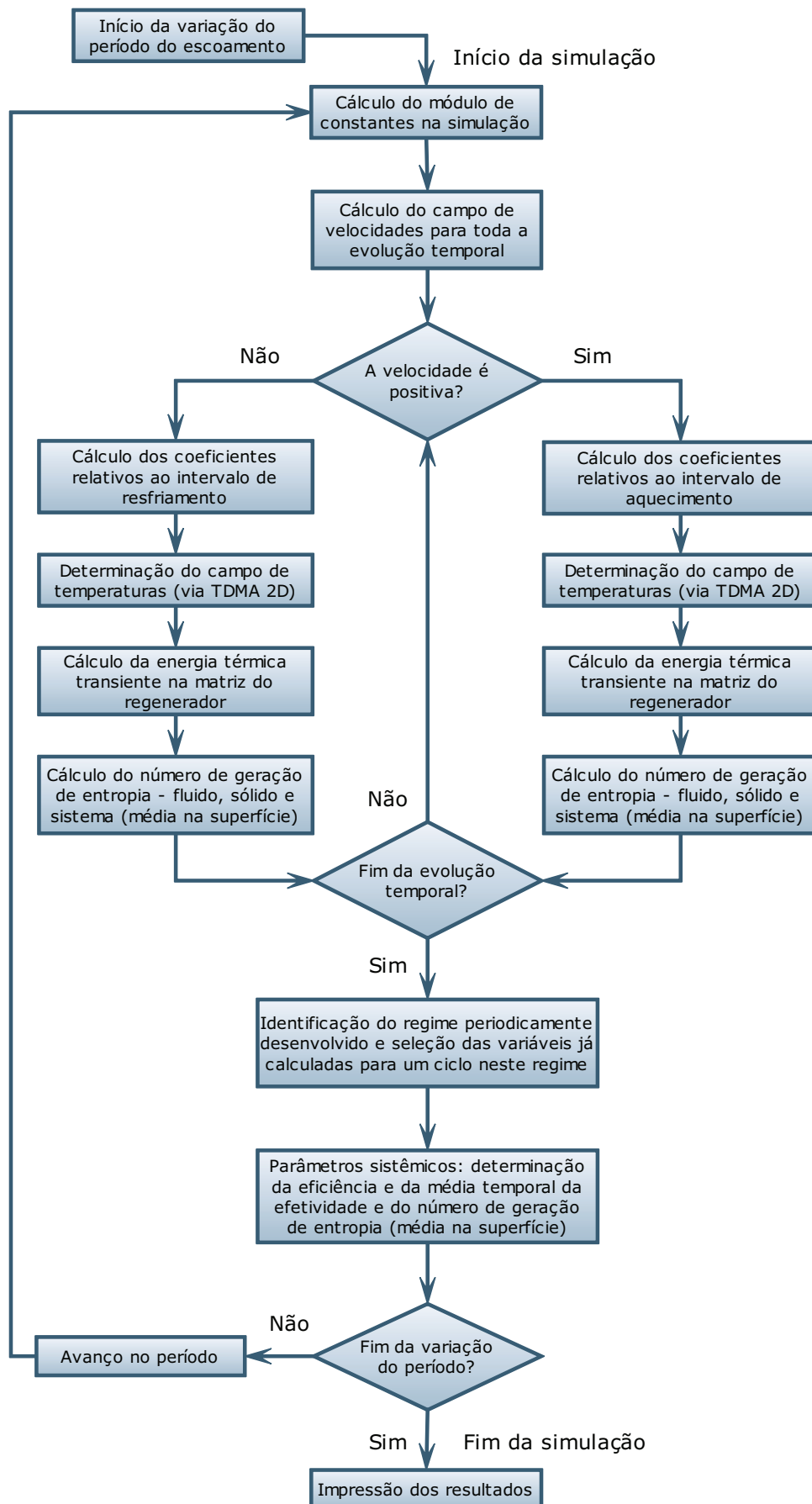


Figura 4.14 – Estrutura lógica do código para simulação do comportamento do regenerador segundo a variação do período do escoamento.

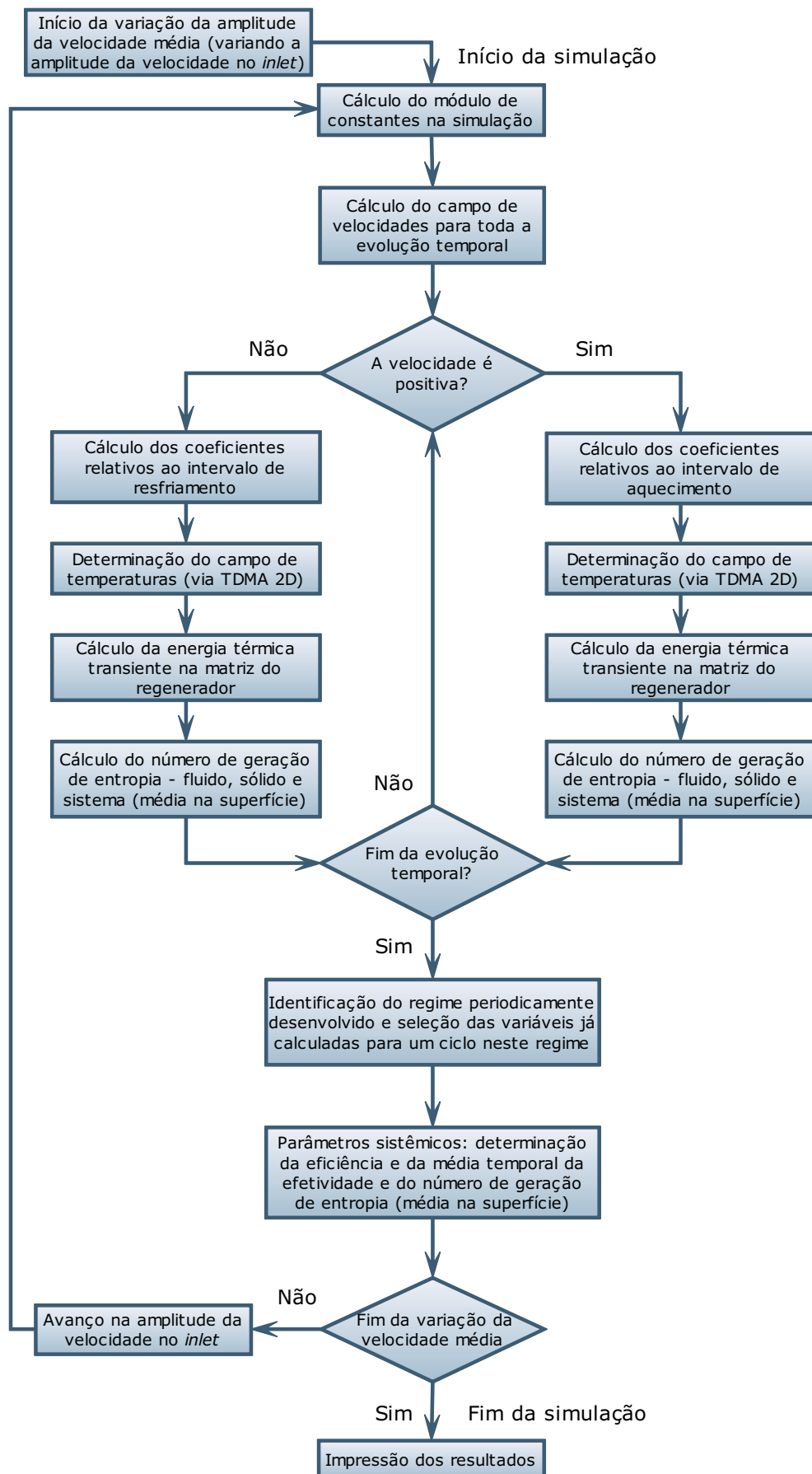


Figura 4.15 – Estrutura lógica do código para simulação do comportamento do regenerador segundo a variação da amplitude da velocidade média.

Em todas as simulações o campo de velocidades, por ser analítico, é resolvido de maneira desacoplada do problema térmico conjugado; sendo para este uma variável prescrita juntamente com os parâmetros geométricos e termofísicos. Nos dois últimos códigos, o regime periodicamente desenvolvido é identificado a partir de dois ciclos imediatamente consecutivos. Verifica-se a diferença entre cada temperatura média do sólido no ciclo atual e a temperatura média correspondente no ciclo anterior. Quando o valor máximo do módulo de todas essas diferenças for menor ou igual a  $10^{-4}$  K considera-se que este regime foi atingido.

#### 4.6.2 Refino de malha e verificação da solução numérica

Uma análise da qualidade da solução numérica foi conduzida através de sucessivos refinamentos de malha, apoiando-se na metodologia apresentada nos trabalhos de Marchi e Silva (1999, 2002, 2005). Nestes trabalhos, foram discutidas condições suficientes para se estimar, com acurácia e confiabilidade, o erro da solução numérica associado aos esquemas empregados na discretização de modelos matemáticos. Aqui, a estimativa do erro, chamada também de incerteza da solução numérica  $I$ , é obtida pelo uso dos estimadores de Richardson e pelo estimador convergente; o qual foi proposto pelos autores acima mencionados. O Apêndice E reúne os principais fundamentos presentes nessa metodologia.

Para Roache (1994, 1997), estudos sistemáticos de convergência de malha são o método mais comum, direto, rigoroso e confiável de se quantificar a incerteza numérica. Roy (2005) afirma que o processo de verificação pode ser entendido como “resolver as equações escolhidas corretamente”. Para ele há dois aspectos fundamentais inerentes a este processo:

1. Verificação do código – garantir, dentro das possibilidades, que não há erros no código computacional ou inconsistências no algoritmo de solução;
2. Verificação da solução – quantificar os erros numéricos presentes em uma simulação computacional.

Revisões do código foram realizadas neste trabalho, cumprindo o primeiro item acima. O segundo, por sua vez, é apresentado nas linhas seguintes. No trabalho de Marchi e Silva (1999) é mostrado que soluções numéricas de qualquer variável de interesse obtidas com somente dois ou três tamanhos de volumes de controle não permitem realizar estimativas confiáveis do erro de discretização, mesmo que os valores dessa variável aparentemente apresentem tendência à convergência. Além disso, problemas bi e tridimensionais comumente não permitem efetuar refinamentos de malha muito grandes devido às restrições de memória e tempo de computação. Dessa maneira, para esta dissertação, a qualidade da

solução numérica obtida com uma determinada malha é o elemento decisório na escolha da malha adequada à simulação dos casos em estudo.

Uma vez que o presente estudo versa sobre um dispositivo tecnológico cuja função é acumular energia térmica, a variável física de interesse no processo de verificação é a própria energia armazenada na matriz sólida em um ciclo nas condições operacionais. Neste tipo de trocador de calor há tempos de ciclo para os quais o sólido consegue atingir o equilíbrio térmico com o fluido, armazenando a máxima energia possível. Nestas situações, qualquer malha, inclusive as mais grossas, deve ser capaz de reproduzir este resultado. Isto é observado para o limite superior da faixa de períodos que se pretende estudar (0,02 a 0,5 s – 50,0 a 2,0 Hz). Os resultados estão expostos na Tabela 4.4 para três malhas ampliadas com razão de refino  $\Gamma = 2,0$  (este é o fator que multiplica o número de volumes da malha). Nestes casos simulados foi utilizado  $U(t)|_{amplitude} = 5,0$  m/s.

Tabela 4.4 – Resultados das simulações para  $P = 0,5$  s.

Malhas deste refino espacial	$\Gamma$	$Q _{ciclo}$ [J/m]	Tempo de CPU [s]
Malha 1 - 9 X 40 X 100	—	13613,42	1,0
Malha 2 - 18 X 80 X 100	2,0	13613,42	6,73
Malha 3 - 36 X 160 X 100	2,0	13613,42	58,55

Importa esclarecer que os valores presentes na identificação de cada malha mostrada na tabela anterior representam o número de divisões ou volumes nas direções  $x$ ,  $z$  e no ciclo, respectivamente. Nas simulações, o passo de tempo  $\Delta t$  é definido como a razão entre o tempo de ciclo (o período de oscilação do escoamento) e o número de divisões escolhido para este ciclo.

Um dos aspectos que torna mais complexo o refino de malha é o fato de se estar trabalhando com diferentes valores de  $\Delta t$  cada vez que o período é mudado. Testes adicionais foram realizados constatando que o resultado mostrado na Tabela 4.4 também ocorre para períodos na vizinhança de  $P = 0,5$  s. Logo, uma frequência intermediária no intervalo citado ( $f = 10$  Hz) foi escolhida para o refino espacial tentando-se verificar o quão distante da solução exata do problema estão os resultados fornecidos com as malhas testadas.

Marchi e Silva (2005) estendem os conceitos discutidos em Marchi e Silva (2002) para problemas multidimensionais, lidando com técnicas de refinamento simultânea e separada. Eles, assim como Roache (1997) e Roy (2005), afirmam que estas técnicas podem ser usadas conjuntamente (refinamento misto) em um problema bidimensional transiente, adotando refinamento simultâneo exclusivamente para as dimensões espaciais enquanto o refinamento separado é aplicado entre o tempo e as dimensões espaciais. Analogamente

à Tabela 4.4, a Tabela 4.5 mostra os resultados para o refinamento simultâneo no espaço mantendo-se contante o número de divisões do ciclo.

Tabela 4.5 – Resultados do refinamento simultâneo para simulações com  $P = 0, 1$  s.

Malhas deste refino espacial	$\Gamma$	$Q _{ciclo}$ [J/m]	Variação (%)	Tempo de CPU
Malha A - 9 X 40 X 100	—	10319,35	—	1,72 s
Malha B - 18 X 80 X 100	2,00	10397,02	0,75	6,73 s
Malha C - 36 X 160 X 100	2,00	10463,73	0,64	1,31 min
Malha D - 72 X 320 X 100	2,00	10504,07	0,39	9,77 min
Malha E - 108 X 480 X 100	1,50	10518,58	0,14	54,63 min
Malha F - 135 X 600 X 100	1,25	10524,53	0,06	1,86 h
Malha G - 144 X 640 X 100	1,067	10526,03	0,01	2,44 h
Malha H - 180 X 800 X 100	1,25	10530,57	0,04	5,61 h

O procedimento para o refinamento simultâneo em problemas multidimensionais é o mesmo aplicado a problemas unidimensionais. Isto ocorre se, para cada malha considerada, a mesma razão de refino é usada em todas as dimensões e a ordem aparente do erro estimado  $\Lambda_{ap}$  é monótona convergente. Nestes casos, todas as conclusões de Marchi e Silva (2002), relatadas no Apêndice E, são aplicáveis.

Na seqüência, a Tabela 4.6 exibe os resultados que contextualizam a estimativa da incerteza da solução numérica  $I$ , para o conjunto de soluções mostrado na Tabela 4.5. As equações utilizadas na obtenção destes resultados assim como os comentários acerca da notação empregada estão apresentados no Apêndice E e foram aqui omitidos por brevidade.

Tabela 4.6 – Variáveis calculadas para  $I$  no refino espacial (simultâneo) segundo o estimador de Richardson.

Variáveis calculadas	Malhas A, B e C	Malhas B, C e D	Malhas C, D e E	Malhas D, E e F	Malhas E, F e G	Malhas F, G e H
$\Gamma_{2,1}$	2,0	2,0	1,5	1,25	(16/15)	1,25
$\Gamma_{3,2}$	2,0	2,0	2,0	1,50	1,25	(16/15)
$\frac{\psi_2 - \psi_3}{\psi_1 - \psi_2}$	1,1642	1,6540	2,7802	2,4368	3,9631	0,3311
$\Lambda_{ap}$	0,2193	0,7260	0,8674	0,9208	0,9372	0,9520
$I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)^\dagger$	66,72	40,34	14,51	23,82	22,54	18,15
$I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)^\dagger$	406,32	61,68	34,42	26,10	23,98	19,17
$I(\psi_1)^\dagger$	406,32	61,68	34,42	26,10	23,98	19,17
$\frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}$	6,09	1,53	2,37	1,10	1,06	1,06

$^\dagger$ [J/m]

Para o refinamento simultâneo, a ordem assintótica deve ser a menor dentre aquelas correspondentes a cada uma das orientações incluídas no refino (MARCHI; SILVA, 2005).

Aqui, a variável em análise – a energia térmica armazenada – está relacionada à região sólida e depende exclusivamente da temperatura. Na equação para a temperatura do sólido, o único esquema de interpolação espacial é CDS ( $\Lambda_{as} = 2, 0$ ) para os termos difusivos na orientação transversal. Deve-se recordar que embora o mecanismo de condução axial seja desprezível, a temperatura do sólido varia com a posição longitudinal devido à advecção de calor no fluido. Por se tratar de um problema acoplado, a temperatura do sólido recebe influência do esquema UDS ( $\Lambda_{as} = 1, 0$ ) usado no fluido. Adicionalmente, a regra do retângulo, que é utilizada para aproximação da integral na equação que calcula o calor trocado, Eq. (4.77), tem ordem 1,0. Com base nestes argumentos e indo a favor da segurança, a ordem assintótica mínima admitida é  $\Lambda_{as} = 1, 0$ .

Com referência à tabela anterior, percebe-se que à medida que a malha é refinada os valores da ordem aparente tendem monotonicamente para o valor 1,0 em um intervalo subconvergente; confirmando que  $\Lambda_{as}|_{min} = 1, 0$ . A faixa subconvergente de  $\Lambda_{ap}$  garante que o erro da discretização pertence ao intervalo  $I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1) \leq E(\psi_1) \leq I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)$ . O limite superior deste intervalo é a incerteza da solução numérica obtida com a malha fina  $\psi_1$  em cada um dos grupos de três malhas analisados.

Em princípio não se pode empregar aqui as definições de estimativa acurada e confiável, introduzidas por Marchi e Silva (1999, 2002), uma vez que não se dispõe da solução analítica para o campo de temperaturas e, conseqüentemente, para a energia térmica. Entretanto, com base nas conclusões destes autores, à proporção que os valores da ordem aparente se aproximam do valor da ordem assintótica, a estimativa do erro é mais acurada e a razão entre a incerteza estimada e o erro real tende à unidade, tornando-a confiável. Na ausência da solução analítica, a razão entre  $I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)$  e  $I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)$  provê o maior valor possível para se identificar se a solução obtida é acurada e confiável. Da tabela anterior, há evidências de que os valores mais acurados e confiáveis para incerteza de  $\psi_1$  são relativos às malhas G e H (os valores para este quociente são muito próximos e levemente maiores do que a unidade).

O erro da discretização é diminuído através do estimador convergente (ver equações dispostas no Apêndice E). Isto é feito para os grupos cujo valor de  $\Lambda_{ap}$  é mais próximo da ordem assintótica mínima. Os resultados, mostrados na Tabela 4.7 na página seguinte, revelam que os valores de  $\psi_c$  para as malhas G e H apenas variam a partir da segunda casa decimal. Além disso, para estas malhas a incerteza é bem baixa pois  $I_c < 1, 0$  J/m. Paralelamente, consultando a Tabela 4.5, o tempo de computação para a malha H é 2,3 h maior do que o tempo para a malha G. Logo, visando não incorrer em simulações desnecessariamente custosas e sem diferenças expressivas na qualidade da solução obtida, foi selecionada a malha G.



Tabela 4.7 – Variáveis calculadas para  $I$  no refino espacial (simultâneo) segundo o estimador convergente.

Variáveis	Malhas D, E e F	Malhas E, F e G	Malhas F, G e H
$\psi_{est}(\Lambda_{as})\dagger$	10548,35	10548,57	10548,72
$\psi_{est}(\Lambda_{ap})\dagger$	10550,63	10550,01	10549,74
$\psi_c\dagger$	10549,49	10549,29	10549,23
$I_c\dagger$	1,14	0,78	0,51
$\dagger$ [J/m]			

As conclusões válidas para o refinamento simultâneo também são verdadeiras para o refinamento separado desde que  $\Lambda_{ap}$  em cada dimensão seja convergente e exista uma malha base, comum aos refinamentos simultâneo e separado. Mantendo-se fixo o número de volumes espaciais, já determinados pelo refinamento simultâneo, os resultados para o refino temporal constam na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 – Resultados do refinamento separado para simulações com  $P = 0,1$  s.

Malhas usadas neste refino temporal	$\Delta t$ [s]	$\Gamma$	$Q _{ciclo}$ [J/m]	Variação (%)	Tempo de CPU [h]
Malha I - 144 X 640 X 25	$4,00 \times 10^{-3}$	—	9516,17	—	1,62
Malha J - 144 X 640 X 50	$2,00 \times 10^{-3}$	2,00	10136,01	6,5	1,92
Malha K - 144 X 640 X 75	$1,33 \times 10^{-3}$	1,50	10392,62	2,5	2,11
Malha G - 144 X 640 X 100	$1,00 \times 10^{-3}$	1,33	10526,03	1,3	2,44
Malha L - 144 X 640 X 200	$5,00 \times 10^{-4}$	2,00	10743,95	2,1	3,62
Malha M - 144 X 640 X 400	$2,50 \times 10^{-4}$	2,00	10862,36	1,1	4,29
Malha N - 144 X 640 X 800	$1,25 \times 10^{-4}$	2,00	10924,75	0,6	5,42

Os resultados para  $I$  segundo o estimador de Richardson estão na Tabela 4.9. Nela, pode-se notar que a ordem aparente tende também de modo subconvergente para 1,0 à medida que  $\Delta t$  é reduzido. Também é perceptível a redução nos valores das incertezas calculadas, tanto com a ordem assintótica quanto com a aparente, no curso deste procedimento. De modo análogo ao refino espacial, o valor mínimo de  $\Lambda_{as}$  é 1,0 pois a dimensão temporal é a única envolvida no refino separado e na discretização do termo de acúmulo na equação da energia para o sólido foi usado o esquema atrasado de diferenças finitas.

A leve oscilação nos valores de  $\Lambda_{ap}$  para as malhas finas G, L e M também é verificada em vários dos resultados apresentados por Marchi, Suero e Schneider (2006) e não anula a característica convergente da ordem aparente. O aumento do número de volumes na linha do tempo também permite que as estimativas, confiáveis pois são maiores do que a unidade, se tornem cada vez mais acuradas já que os valores de  $\frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}$  aproximam-se mais do valor exato 1,0. As variáveis calculadas nesta tabela compõem a base para a estimativa conforme o estimador convergente, cujos resultados estão na Tabela 4.10.

Tabela 4.9 – Variáveis calculadas para  $I$  no refino temporal (separado) segundo o estimador de Richardson.

Variáveis calculadas	Malhas I, J e K	Malhas J, K e G	Malhas K, G e L	Malhas G, L e M	Malhas L, M e N
$\Gamma_{2,1}$	1,5	(4/3)	2,0	2,0	2,0
$\Gamma_{3,2}$	2,0	1,5	(4/3)	2,0	2,0
$\frac{\psi_2 - \psi_3}{\psi_1 - \psi_2}$	2,4155	1,9234	0,6122	1,8404	1,8979
$\Lambda_{ap}$	0,6201	0,8894	0,8149	0,8800	0,9244
$I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)^\dagger$	513,22	400,24	217,92	118,41	62,39
$I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)^\dagger$	897,61	509,04	287,03	140,89	69,48
$I(\psi_1)^\dagger$	897,61	509,04	287,03	140,89	69,48
$\frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}$	1,75	1,27	1,32	1,19	1,11
$^\dagger[\text{J/m}]$					

Na Tabela 4.10, todas as incertezas calculadas são menores do que 1,0 % da ordem de grandeza de  $Q|_{ciclo}$  presentes na Tabela 4.8 (em torno de 10000 J/m). Para os propósitos deste trabalho, mais voltados a estudos de tendências e comportamentos do que para a determinação de valores de projeto, incertezas com essa magnitude são bastante satisfatórias. Assim, tomando as três malhas onde  $I(\psi_1)$  é mais acurada e confiável (G, M e N) e novamente levando em consideração o tempo computacional, a malha base (G) é escolhida para a simulação dos casos. Em situações multidimensionais, Marchi e Silva (2005) recomendam que a representação adequada da solução numérica seja dada pelo valor de  $\psi_c$  acompanhado da soma das incertezas obtidas nos refinamentos espacial e temporal. Para a situação aqui analisada tem-se então  $\psi_1 = 10980,88 \pm 54,98$  J/m.

Tabela 4.10 – Variáveis calculadas para  $I$  no refino temporal (separado) segundo o estimador convergente.

Variáveis	Malhas J, K e G	Malhas K, G e L	Malhas G, L e M	Malhas L, M e N
$\psi_{est}(\Lambda_{as})^\dagger$	10926,68	10961,87	10980,77	10987,14
$\psi_{est}(\Lambda_{ap})^\dagger$	11035,08	11030,98	11003,25	10994,23
$\psi_c^\dagger$	10980,88	10996,43	10992,01	10990,69
$I_c^\dagger$	54,20	34,55	11,24	3,55
$^\dagger[\text{J/m}]$				

Conforme discutido, a malha G mostra-se adequada às simulações com valores intermediários e superiores do intervalo de tempos de ciclo a serem testados. No que tange ao limite inferior deste intervalo, testes de refino espacial foram conduzidos com as malhas de A a H obtendo-se resultados onde  $\Lambda_{ap}$  é subconvergente apenas para as malhas F, G e H. Os tempos de computação para as duas últimas malhas foram 7,6 h e 16,48 h, respectivamente. Logo, a escolha da malha G, a mais fina dentro dos custos computacionais

aceitáveis, vai ao encontro da aproximação entre as soluções exata e numérica também para os valores iniciais deste intervalo.

A Fig. 4.16 expõe uma ilustração didática acerca de como estão dispostas as variáveis investigadas neste processo de verificação para o intervalo subconvergente da ordem aparente do erro da discretização.

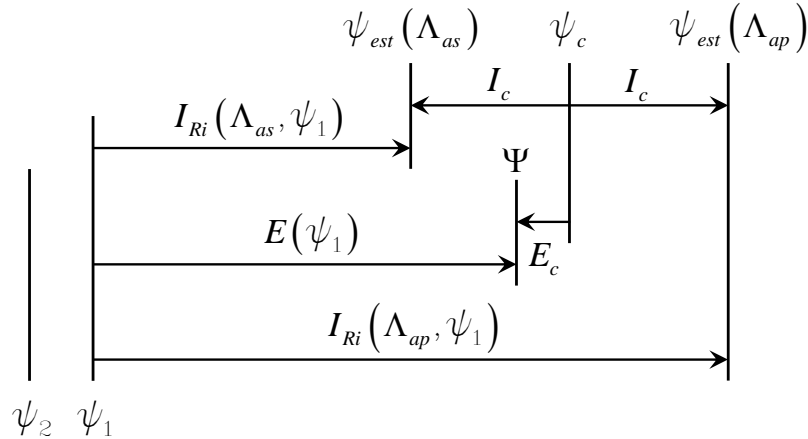


Figura 4.16 – Ilustração da solução convergente  $\psi_c$  no intervalo subconvergente de  $\Lambda_{ap}$ . Fonte: Adaptado de Marchi e Silva (2002).

Uma variável presente nos resultados porém não contemplada no processo de verificação é a média temporal da entropia gerada no sistema,  $\overline{Ns}$ . Por se tratar de uma variável que engloba todo o domínio de cálculo, isto é, o fluido, a interface e a matriz sólida, Roache (1994) alerta que a existência de descontinuidades, ou seja, a superfície de contato, invalida a aplicação da série de Taylor na extrapolação de Richardson, que é a base dos estimadores aqui utilizados. Logo, a verificação da solução numérica calculada restringiu-se à energia térmica estocada na matriz do regenerador.

### 4.6.3 Averiguação da independência de condição inicial

Para verificar se a solução do regime periodicamente desenvolvido é independente das condições iniciais impostas ao modelo, simulações com a malha escolhida no item anterior foram conduzidas para duas situações distintas. A primeira delas se refere a um campo uniforme prescrito para todo o sistema, Eq. (4.60), enquanto na segunda há um gradiente longitudinal de temperatura dado por

$$T_i(z) = T_H - \frac{z}{W}(T_H - T_C) \quad (4.108)$$

Os casos foram simulados para as condições  $U(t)|_{amplitude} = 5,0$  m/s e  $f = 10,0$  Hz. Os resultados para a energia térmica retida no sólido, por ciclo, nas condições operacionais

são mostrados na Tabela 4.11.

Tabela 4.11 – Comparação entre a solução do código para duas condições iniciais diferentes.

Campo de temperaturas inicial [°C]	Energia armazenada em um ciclo [J/m]
Uniforme (32,5 °C)	10526,03
Gradiente longitudinal	10526,03

As soluções obtidas são iguais exceto por uma diferença de  $1,88 \times 10^{-4}$  J/m entre elas. Portanto, o modelo numérico é independente de condições iniciais e o código construído consegue reproduzir satisfatoriamente o comportamento físico esperado.

## 4.7 Resultados e discussões

Para se obter as soluções numéricas apresentadas neste capítulo foi utilizado um micro-computador com processador Intel® Core™ 2 Duo munido de 1,0 Gb de memória RAM. Auxiliariamente, simulações também foram realizadas em uma máquina Intel® Pentium® D também com 1,0 Gb de RAM. Em todas simulações, a matriz sólida é composta pela liga de cobre e estanho BS PB102 ou *phosphor-bronze* (designações UNS C51000 ou ISO CuSn5), cujas propriedades termofísicas estão dispostas na Tabela 4.12.

Tabela 4.12 – Propriedades termofísicas do material sólido usadas nas simulações.

Parâmetros	$k_s$ [W/(mK)]	$\rho_s$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c$ [J/(kgK)]	$\alpha_s \times 10^5$ [m <sup>2</sup> /s]
Valores	63,0	8850,0	380,0	1,87

Antes de apresentar os resultados propriamente ditos, deve-se destacar que foi investigado o comportamento das variáveis em questão frente à variação do diâmetro hidráulico do duto no regenerador. A Tabela 4.13 fornece os valores utilizados nas simulações.

Tabela 4.13 – Diâmetros hidráulicos usados nas simulações.

Largura do canal [mm]	$\delta_{ref} = \delta_1 = 0,1$	$\delta_2 = 0,2$	$\delta_3 = 0,3$
$D_h$ [mm]	0,2	0,4	0,6
$\frac{H_f}{\delta}$	64,0	32,0	21,3

Convém salientar que com o aumento da espessura do duto  $\delta$ , a razão  $\frac{H_f}{\delta}$  diminui. Valores maiores que 8,0 para este quociente sustentam a expressão usada no cálculo de  $D_h$  – Eq. (4.11) – pois para estes casos  $H_f \gg \delta$  (KAYS; CRAWFORD, 1980 apud INCROPERA; DEWITT, 2002, p. 343).

Para que a normalização adotada na Eq. (4.22) seja utilizada coerentemente, é necessário adotar valores de  $Re_{\omega(D_h)}$  para os quais o efeito anular não esteja presente, ou seja,  $Re_{\omega(D_h)} < 50,0$  (considerando uma margem de segurança; ver Fig. 4.9). Conforme explicado no Apêndice C, a velocidade no duto é normalizada pelo valor máximo existente no escoamento de Hagen-Poiseuille estacionário (caso limite), isto é, no centro do duto. O efeito anular desloca a velocidade máxima para a região próxima às paredes do duto. Isto ocorre para altos valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ , que são função tanto de  $P$  quanto de  $D_h$ . A Fig. 4.17 mostra os valores de  $P$ , segundo cada  $D_h$  simulado, para os quais o  $Re_{\omega(D_h)}$  ratifica a existência da velocidade máxima no centro do duto (1,5 vezes a velocidade de entrada  $U(t)|_{amplitude}$  para os casos onde  $Re_{\omega(D_h)}$  é baixo).

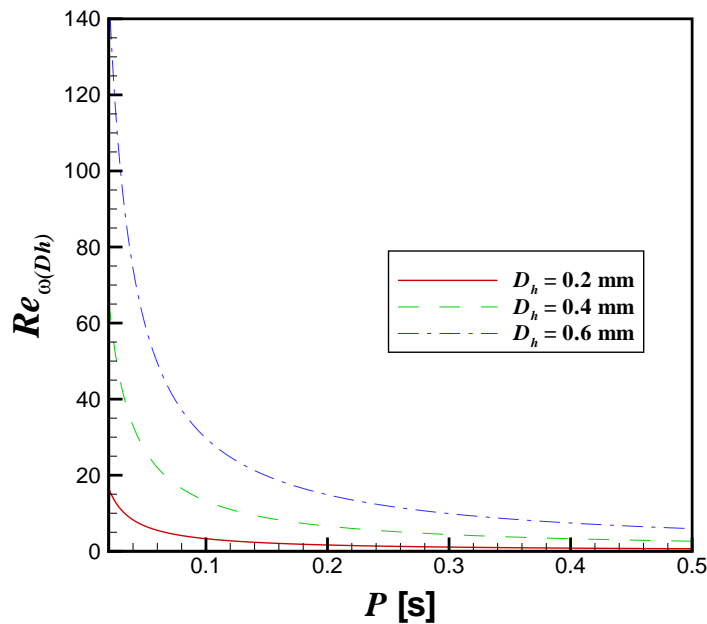
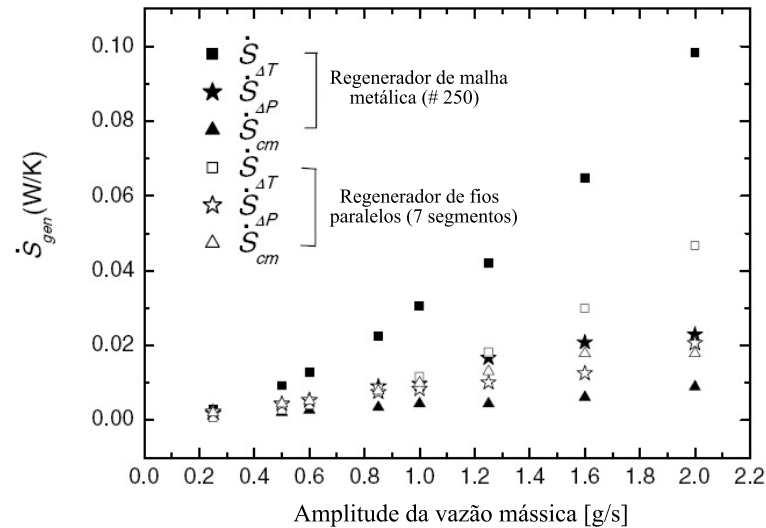


Figura 4.17 – Comportamento de  $Re_{\omega(D_h)}$  frente à variação de  $P$  para diferentes  $D_h$ .

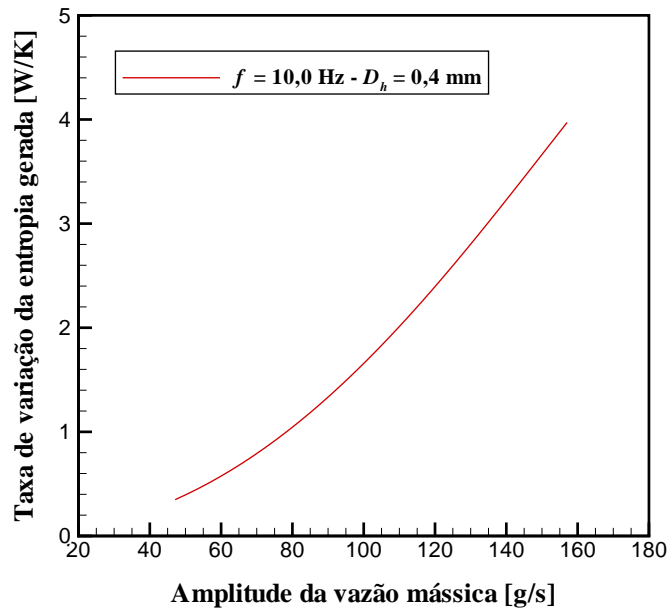
É conveniente neste ponto tecer algumas considerações acerca da validação do modelo numérico. Para Roy (2005) a validação está relacionada à física do fenômeno em estudo, confirmando a adequacidade de um modelo matemático em reproduzir resultados experimentais. Ela pode ser entendida como a escolha das equações corretas para representação de um determinado fenômeno físico. Cumpre esclarecer que a validação apresentada aqui diz respeito ao comportamento físico (tendência) de uma das variáveis calculadas numericamente. Não se trata, portanto, de validação experimental visto que a realização de experimentos não faz parte do escopo deste trabalho.

Um resultado numérico apresentado no trabalho de Nam e Jeong (2006) é usado para validação do comportamento da entropia gerada no regenerador. O resultado que interessa aqui diz respeito à geração de entropia entre o fluido e a matriz de armazenamento quando se varia a amplitude da vazão mássica fornecida ao regenerador. Uma síntese deste

trabalho está no capítulo devotado à revisão da literatura. Estes autores trabalharam com um modelo 1-D global para a taxa de geração de entropia por unidade de comprimento e investigaram a variação do seu valor médio no espaço e no ciclo. O resultado extraído de Nam e Jeong (2006) é mostrado na Fig. 4.18 (a), enquanto a Fig. 4.18 (b) ilustra o resultado obtido, a partir do cálculo de  $\overline{\dot{N}s}$ , para as simulações aqui realizadas.



(a) Fonte: Adaptado de Nam e Jeong (2006)



(b) Resultados obtidos no presente trabalho

Figura 4.18 – Comportamento da entropia gerada no sistema (média no espaço e no ciclo) em função da amplitude da vazão mássica.

O comportamento das curvas entrópicas comparadas anteriormente é bastante similar, em especial para a parcela devida exclusivamente à transferência de calor entre o fluido e a matriz; parcela que encerra a variável  $\overline{\dot{N}s}$ . Deve-se mencionar que para as vazões mássicas simuladas, o valor médio e sua amplitude são dadas pelas Eqs. (4.109) e (4.110), introduzidas na seqüência

$$\dot{m}(t)|_{media} = \rho_f(26A_c) \left[ \frac{2}{P} \int_{t_i}^{t_f} \bar{w}(t) dt \right] \quad (4.109)$$

$$\dot{m}(t)|_{amplitude} = \rho_f(26A_c) \bar{w}(t)|_{amplitude} \quad (4.110)$$

onde o fator 26 refere-se ao número de dutos entre as 28 placas que formam a matriz do regenerador. A integral na Eq. (4.109) refere-se à média, em meio ciclo, da velocidade média, possibilitando calcular vazão média que está escoando em cada etapa do ciclo.

Nos casos quase-estacionários, ou seja,  $Re_{\omega(D_h)}$  com valores próximos ou menores do que 1,0, tem-se  $\bar{w}(t)|_{amplitude} = U(t)|_{amplitude}$ . Em situações caracterizadas por maiores valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ ,  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$  é menor do que o valor prescrito para o caso limite (regime estacionário), ou seja, a amplitude da velocidade na entrada do regenerador.

A Fig. 4.19 exhibe o comportamento da eficiência do regenerador em função de  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$  para uma frequência constante  $f = 10,0$  Hz. Pode-se perceber que o aumento em  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$ , e por conseguinte em  $\dot{m}(t)|_{amplitude}$ , induz ao aumento de  $\eta$ . Contudo, estas curvas indicam que  $\eta$  é uma função praticamente linear da amplitude da velocidade média, variando muito pouco no intervalo mostrado e não atingindo eficiências superiores a 80,0 % em relação à energia térmica ofertada à matriz sólida.

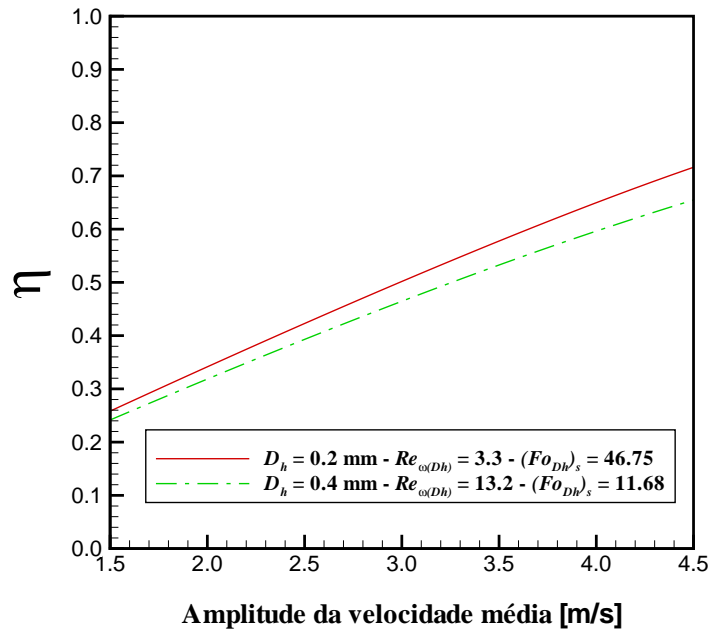


Figura 4.19 – Eficiência do regenerador em função de  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$  para  $f = 10,0$  Hz.

Ainda com relação à Fig. 4.19, observa-se que o aumento no diâmetro hidráulico do duto reduz os valores para a eficiência. Isto acontece dado a elevação na capacidade térmica do fluido; o volume do duto foi aumentado permitindo assim que maiores quantidades de fluido escoem através do regenerador. Dispondo do mesmo tempo de troca térmica, para uma mesma vazão, esta maior quantidade de fluido troca menos calor com

o sólido. Paralelamente, o aumento no diâmetro hidráulico é decisivo para a redução das irreversibilidades do sistema (fluido e sólido) resultantes da transmissão de calor, como apontado pela Fig. 4.20. Para o maior  $D_h$ , a diminuição nos valores de  $\overline{Ns}$ , Eq. (4.107), é mais acentuada para altas velocidades, ou seja, para as maiores vazões de fluido.

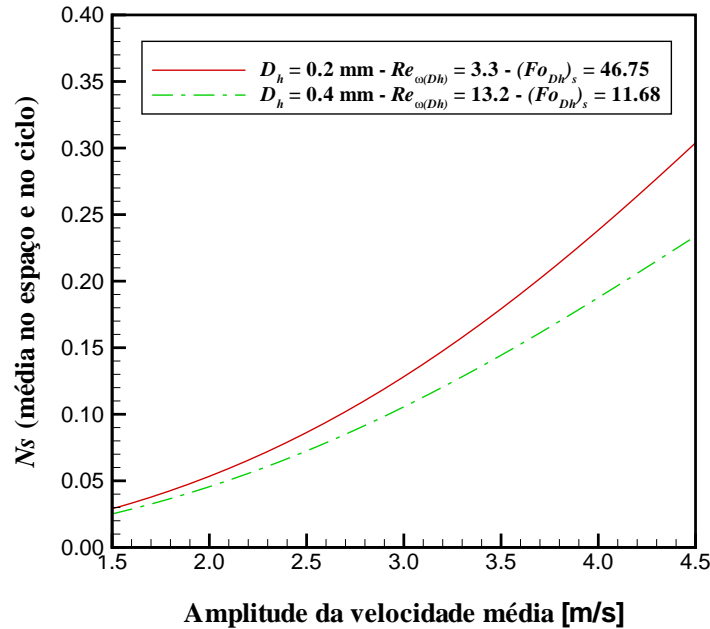


Figura 4.20 –  $\overline{Ns}$  em função de  $\overline{w}(t)|_{\text{amplitude}}$  para  $f = 10,0$  Hz.

Do mesmo modo observado para a eficiência, o aumento dos níveis de velocidade no regenerador, e portanto de  $Pe_{D_h}$ , também induz acréscimos em  $\overline{Ns}$ . Para  $Re_{\omega(D_h)}$  fixo, os menores níveis de velocidade limitam a energia térmica a ser transportada pela advecção. Ademais, ao deslocar-se mais lentamente pelo regenerador há mais tempo para que boa parte desta energia seja trocada. Nestas circunstâncias, o fluido deixa o regenerador com temperaturas próximas a  $T_C$ , no aquecimento, e  $T_H$ , no resfriamento. Por outro lado, quanto maior a velocidade maior a energia advectada e mais rápido o fluido atinge a fronteira de saída ainda trocando calor com o sólido, pois para este mesmo tempo de travessia menos energia é doada ou retirada da matriz.

Para cada curva da Fig. 4.20, tomada isoladamente, quanto menor  $Pe_{D_h}$  menor é a troca térmica e menor, conseqüentemente, é a entropia gerada. Ademais, se o fluido consegue trocar toda ou boa parte da energia disponível, a transferência de calor reduz e a geração de entropia cai. Isto explica os maiores valores de  $\overline{Ns}$  para  $\overline{w}(t)|_{\text{amplitude}}$  ascendente. Os argumentos anteriores também são úteis para explicar porque a efetividade do regenerador diminui com o aumento dos níveis de velocidade (aumento de  $Pe_{D_h}$ ) para condições fixas de  $Re_{\omega(D_h)}$  e  $(Fo_{D_h})_s$ , conforme indicado na Fig. 4.21. À medida em que o fluido deixa o regenerador com temperaturas próximas a  $T_C$ , no fim de cada intervalo de aquecimento para o regime periodicamente desenvolvido, a efetividade aproxima-se da



unidade, ou seja, o fluido consegue de fato liberar a maior parte da energia que nele está contida. Percorrer o regenerador mais rapidamente, com maior quantidade de energia disponível e dispondo do mesmo tempo  $P/2$  para a troca térmica faz com que a temperatura do fluido na saída vá aos poucos se distanciando da temperatura do trocador de calor do lado frio  $T_C$ . Deste modo, a efetividade é reduzida já que o fluido não mais transfere toda a energia que ele possui ao entrar no regenerador.

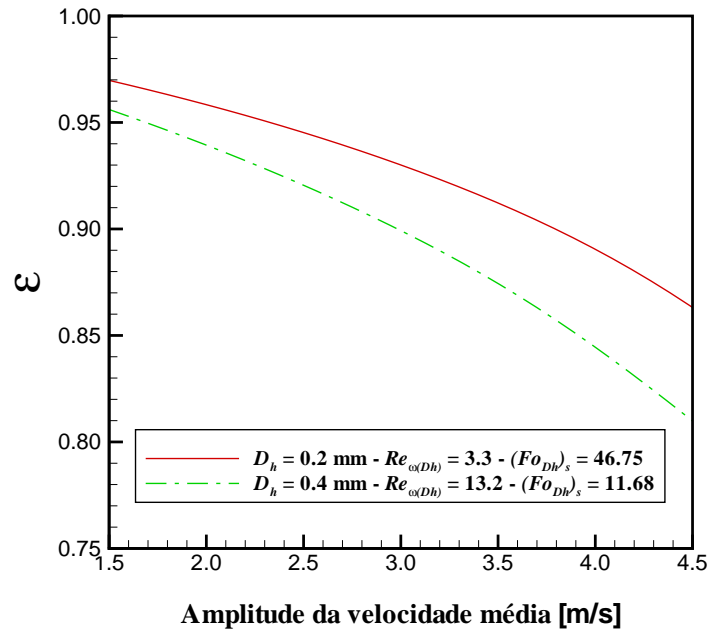


Figura 4.21 – Efetividade em função da variação de  $\bar{w}(t)|_{\text{amplitude}}$  para  $f = 10,0 \text{ Hz}$ .

O comportamento de  $\eta$  frente à variação de  $P$  para diferentes  $D_h$  é mostrado na seqüência (Fig. 4.22).

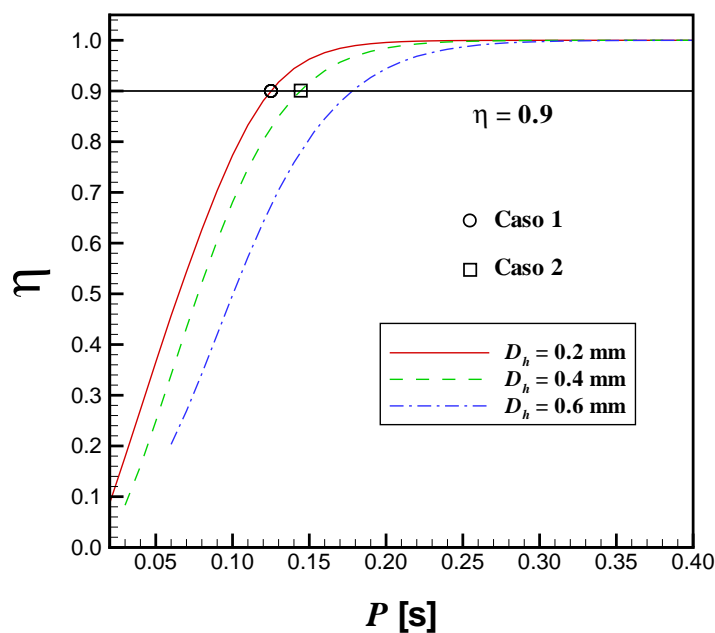


Figura 4.22 – Eficiência em função da variação de  $P$  para  $U(t)|_{\text{amplitude}} = 5,0 \text{ m/s}$ .

Importa mencionar que nas curvas encontradas nas Figs. 4.19, 4.20 e 4.21, o processo de transferência de calor no fluido está em fase com a diferença de temperatura entre a parede do sólido e a temperatura média do fluido. Este resultado encontra suporte na expressão teórica, proposta por Chen, Luo e Dai (2007), para o número de Nusselt complexo em função de  $Pr$  e  $Re_{\omega(D_h)}$ . No trabalho destes autores, que está comentado no Capítulo 2, este comportamento é verificado para  $Re_{\omega(D_h)} \leq 30$  (fluido incompressível). Para  $Re_{\omega(D_h)}$  maiores, isto é, maiores frequências ou maiores  $D_h$ , há uma defasagem na diferença de temperatura parede-fluido em relação à transferência de calor no fluido.

Nas curvas da Fig. 4.22, ressalta-se que a cada ponto correspondem valores de específicos de  $Re_{\omega(D_h)}$ ,  $(Fo_{D_h})_s$  e  $Pe_{D_h}$ . Nestas simulações foi prescrito que para a situação quase-estacionária a velocidade média é  $U(t)|_{amplitude} = 5,0$  m/s. Esta situação ocorre para os maiores períodos da faixa investigada. Nos períodos menores, a velocidade média  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$  é menor do que o caso limite  $U(t)|_{amplitude}$ . De modo análogo, nestes mesmos períodos a velocidade máxima no centro do duto é uma parcela de  $1,5U(t)|_{amplitude}$ .

À proporção que tempos maiores são dedicados aos intervalos de aquecimento e resfriamento é possível à matriz sólida reter mais energia térmica em um ciclo quando o regime periodicamente desenvolvido encontra-se estabelecido. Isto explica porque maiores eficiências  $\eta$  são atingidas ao aumentar-se o tempo de ciclo  $P$  e seu perfil é semelhante àquele encontrado no artigo de Krane (1987). Diferentemente do que pode ser observado na Fig. 4.19, percebe-se que a eficiência é fortemente influenciada pelo período, pois antes de se varrer toda a faixa em consideração tem-se  $\eta$  tangenciando o valor máximo unitário.

Constata-se também que o incremento em  $D_h$  reduz os valores de  $\eta$  para um mesmo  $P$ , atrasando o ponto de eficiência máxima para cada uma das três curvas apresentadas. Estes resultados asseveram que para regeneradores passivos, fatores de utilização menores são preferidos se o objetivo é atingir maiores eficiências térmicas (RICHARD; ROWE; CHAHINE, 2004). Segundo Petersen *et al.* (2008a), denomina-se fator de utilização a razão entre as capacidades térmicas do fluido e do sólido, dada por

$$\vartheta = \frac{C_f}{C_s} = \frac{m_f c_p}{m_s c} = \frac{\dot{m}(t) c_p (P/2)}{\rho_s V_s c} \quad (4.111)$$

Na equação anterior  $(P/2)$  corresponde ao tempo do intervalo de aquecimento ou de resfriamento nas condições operacionais. Conforme explicado anteriormente, o aumento no volume do duto permite uma maior vazão mássica, aumentando o fator de utilização.

Ainda sobre o estudo da eficiência  $\eta$ , a Eq. (3.34), determinada no estudo do problema fundamental, pode ser útil para o problema mais real abordado neste capítulo. Deve-se recordar que os valores correspondentes de  $Bi$  e  $Fo$  calculados com esta equação

representam que, nas condições operacionais, a energia térmica retida e cedida pelo sólido é 90,0% da máxima quantidade possível que ele pode trocar.

Partindo de uma situação de regime estacionário é possível determinar, através desta equação, um valor de frequência próximo daquele que proporciona a este regenerador operar com  $\eta = 0,9$ . Esta predição é tanto melhor quanto menor é o  $Re_{\omega(D_h)}$ , posto que se está mais próximo de uma situação de regime permanente. Utilizando  $U(t)|_{\text{amplitude}}$ ,  $D_h$  e  $\alpha_f$  admitidos nas simulações realizadas (Fig. 4.22) é possível calcular os valores médios dos grupos adimensionais locais para a transferência de calor,  $\overline{Nu}$  e  $\overline{Bi}$ , usando a correlação proposta por Nickolay e Martin (2002), a qual é apresentada no Apêndice F. De posse de  $\overline{Bi}$ , o  $Fo$  determinado pela Eq. (3.34) permite estimar o valor de  $f$ .

Para os Casos 1 e 2, contidos na reta  $\eta = 0,9$ , a Tabela 4.14 mostra os valores estimados para  $f$  a partir da situação de regime estacionário assim como os valores oriundos das simulações realizadas em regime transiente. O valor estimado permite se ter uma idéia, *a priori*, do valor de  $f$  que efetivamente corresponde a  $\eta = 0,9$ , evitando assim que seja necessário realizar várias simulações varrendo um intervalo amplo de frequências de ciclo na procura desta eficiência. Os resultados mostram que esta investigação pode ser conduzida em um intervalo menor, que é  $f_{\text{estimado}} \pm \Delta f$ . A diferença entre os valores estimado e simulado está relacionada às limitações da abordagem 1-D e aos erros introduzidos pelo método numérico, pelo ajuste da curva na Eq. (3.34) e pela correlação para o cálculo de  $\overline{Nu}$ . Para os fins deste trabalho, esta estimativa é considerada razoável, particularmente para o Caso 1 onde  $Re_{\omega(D_h)}$  é baixo. O erro na estimativa cresce para o Caso 2 onde  $Re_{\omega(D_h)}$  é maior e se está mais distante do regime estacionário.

Tabela 4.14 – Comparação entre os resultados estimados pela Eq. (3.34) e os simulados neste capítulo para os Casos 1 e 2 da Fig. 4.22.

Casos	Estimativa a partir do regime estacionário				Regime transiente (simulações realizadas)			$\Delta f$ [Hz]
	$\overline{Nu}$	$\overline{Bi}$	$Fo$ Eq. (3.34)	$f$ [Hz]	$Re_{\omega(D_h)}$	$(Fo_{D_h})_s$	$f$ [Hz]	
Caso 1	7,71	0,0743	41,46	11,30	2,65	58,42	8,02	3,28
Caso 2	8,34	0,0803	38,70	3,03	9,17	16,86	6,94	- 3,91

Um aspecto de fundamental importância para o adequado funcionamento do regenerador reside em garantir que o mesmo não esteja inoperante, isto é, que o fluido e o sólido não atinjam o equilíbrio térmico cessando assim a transferência de calor. Por se tratar de um dispositivo projetado para estar constantemente trocando calor, a existência desta situação é indesejável. Os resultados da Fig. 4.22 informam exclusivamente a quantidade de energia térmica armazenada na matriz para cada período considerado. Todavia, é de interesse certificar se para um determinado período ou frequência de operação o regene-

rador encontra-se inoperante. Neste contexto, a entropia gerada no sistema é a variável chave para se identificar a partir de quais frequências esta situação começa a ocorrer. Os resultados estão presentes na Fig. 4.23.

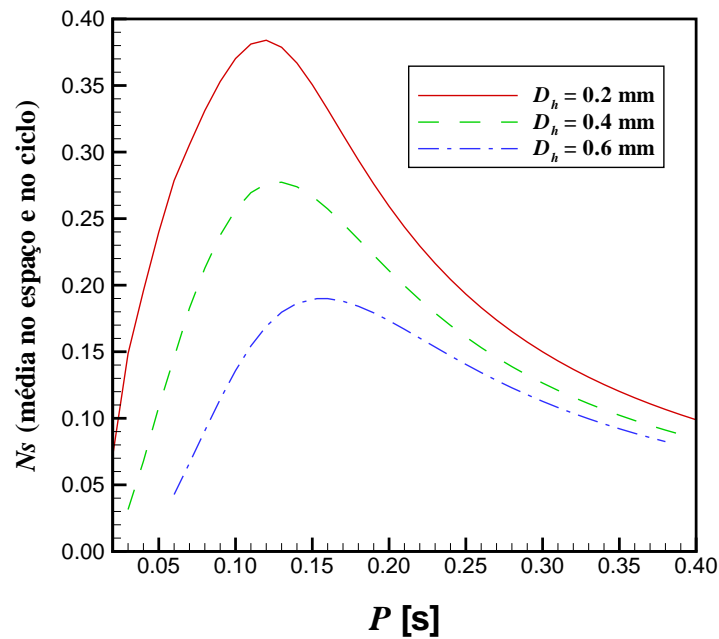


Figura 4.23 –  $\overline{Ns}$  em função da variação de  $P$  para  $U(t)|_{\text{amplitude}} = 5,0$  m/s.

As curvas na figura precedente revelam que para baixos períodos (altas frequências) o tempo de exposição do sólido às correntes quente e fria é bastante restrito. Isto limita o quanto a matriz é aquecida ou resfriada, caracterizando baixos valores para a geração de entropia; a qual é função exclusiva da transferência de calor entre uma diferença de temperatura finita. Cada vez que o período é aumentado, o sólido pode ser aquecido ou resfriado durante mais tempo pelas correntes de fluido correspondentes, havendo assim uma troca térmica mais intensa e com esta uma maior produção de entropia no sistema.

Entretanto, existirão determinadas frequências para as quais o tempo em que o sólido está em contato com as correntes quente e fria é suficiente para o estabelecimento do equilíbrio térmico entre o fluido e a maioria da extensão do sólido ou todo ele. Nestas situações, a troca térmica entre os meios começa a cessar e estas regiões ou o sistema como um todo permanece estagnado termicamente aguardando a inversão da corrente de fluido para que a troca térmica reinicie. Isto é expresso pelo decaimento nas curvas de  $\overline{Ns}$ , observado a partir de valores específicos de  $P$ . Nesta figura pode-se notar também uma expressiva redução nas irreversibilidades através do aumento de  $D_h$ .

Tomando-se a curva para  $D_h = 0,2$  mm na Fig. 4.23, pode-se entender o decaimento em  $\overline{Ns}$  com o auxílio da Fig. 4.24. Nela é apresentada a dependência temporal de  $\overline{Ns}$  (média no espaço) em um ciclo nas condições operacionais. Para a curva escolhida, a maior produção de entropia ocorre em  $P = 0,12$  s. É perceptível como a área sob as curvas com

$P > 0,12$  s é gradativamente reduzida; conseqüentemente, o valor médio ponderado na duração do ciclo será também menor, indicando que a troca térmica diminui até cessar para alguns instantes de tempo como ilustrado na curva onde  $P = 0,20$  s.

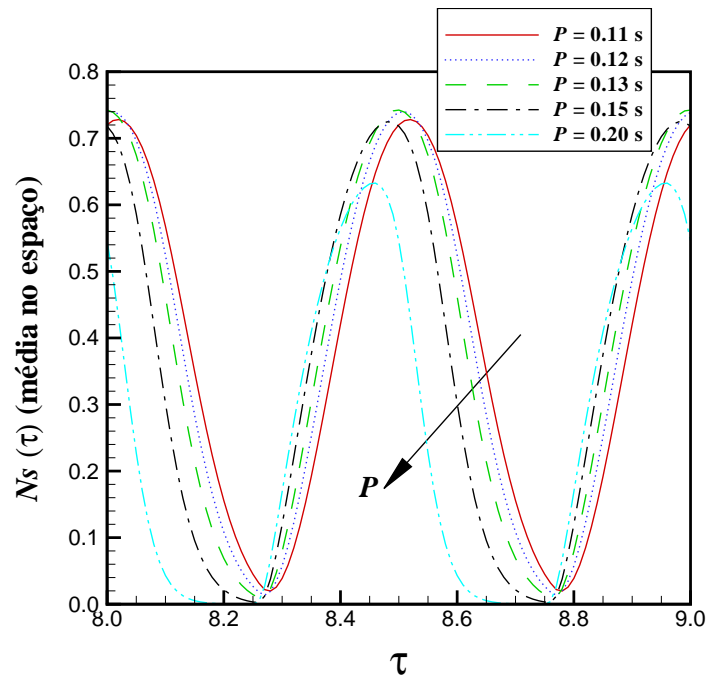


Figura 4.24 –  $\overline{Ns}$  em função de  $\tau$  para diferentes períodos.

Complementando o exposto na Fig. 4.24, é interessante notar como os perfis transientes para a temperatura média do sólido vão se tornando cada vez mais achatados para  $P > 0,12$  s, conforme mostrado na Fig. 4.25. Os valores para  $\overline{\theta}_s$  são cada vez mais próximos, em instantes consecutivos, até atingirem os valores limite 0 e 1.

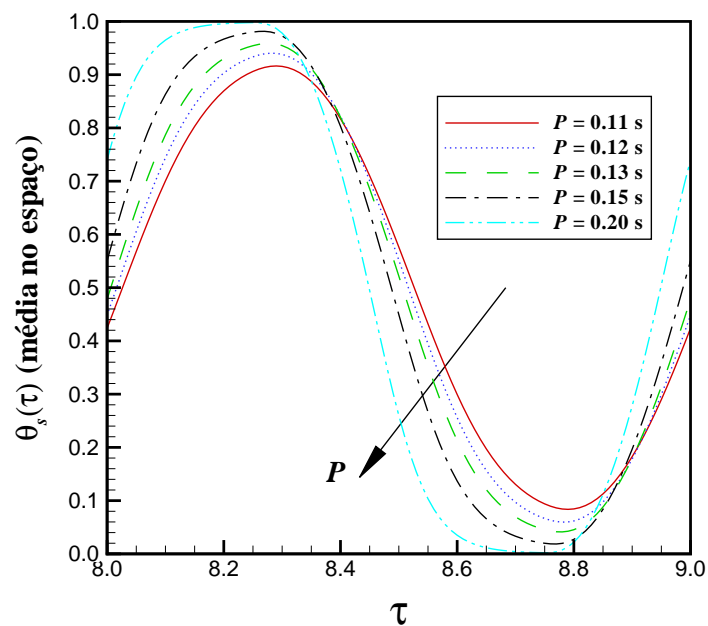


Figura 4.25 –  $\overline{\theta}_s$  em função de  $\tau$  para diferentes períodos.

Adicionalmente, resultados foram gerados para a condição geométrica que proporciona a menor geração de entropia, ou seja,  $D_h = 0,6$  mm. Estes são apresentados na Fig. 4.26 e exprimem um comportamento similar aos resultados da Fig. 4.23. Deve-se observar que para cada curva na Fig. 4.26, cada ponto possui uma  $\bar{w}(t)|_{amplitude}$  que evolui até atingir  $U(t)|_{amplitude}$  nos períodos que proporcionam um comportamento quase-estacionário. Nestas simulações foram prescritos diferentes valores para a amplitude da vazão mássica (AVM), dada pela Eq. (4.110), concernentes ao caso limite.

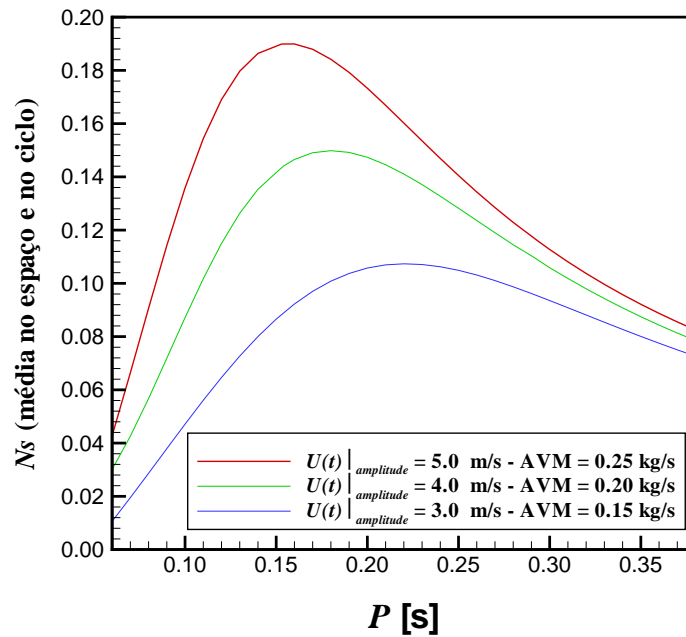


Figura 4.26 –  $\overline{N_s}$  em função da variação de  $P$  para  $D_h = 0,6$  mm.

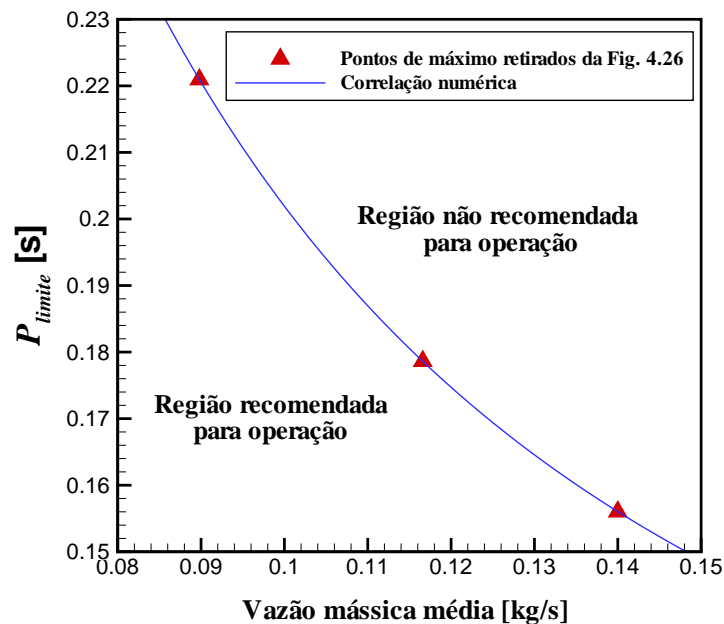


Figura 4.27 – Correlação numérica para  $P_{limite}$  e  $\dot{m}(t)|_{media}$ .

Para a condição de menor geração de entropia, dentro das possibilidades aqui explo-

radas, a Fig. 4.27, logo acima, ilustra o comportamento de uma correlação que pôde ser estabelecida entre a vazão média bombeada, Eq. (4.109), e o período a partir do qual não é recomendado operar o regenerador, chamado aqui de período limite,  $P_{limite}$ .

Entende-se que a partir deste período a troca térmica diminui gradativamente, indicando que a condição de inoperância do sistema se amplia e este deixa de cumprir a contento a função para a qual foi projetado, ou seja, trocar e armazenar energia térmica. Esta correlação foi obtida através dos pontos de máximo da Fig. 4.26 usando o *software* TableCurve 2D Versão 5.01, sendo representada pela Eq. (4.112) (coeficiente de correlação 0,9999).

$$(P_{limite})^2 = 7,24 \times 10^{-3} + \frac{3,35 \times 10^{-4}}{(\dot{m}(t)|_{media})^2} \quad (4.112)$$

Por fim, a Fig. 4.28 mostra que a efetividade do regenerador é sensivelmente afetada pela evolução no tempo de ciclo; bem mais que pela amplitude da velocidade média (Fig. 4.21). Maiores períodos antecipam o regime periodicamente desenvolvido e permitem que o fluido quente escoe por mais tempo no regenerador, deixando-o, na saída, com temperaturas cada vez mais próximas a  $T_H$ . Comportamentos semelhantes também são reportados por Roy e Das (2001) e Zarrinehkfsh e Sadrameli (2004).

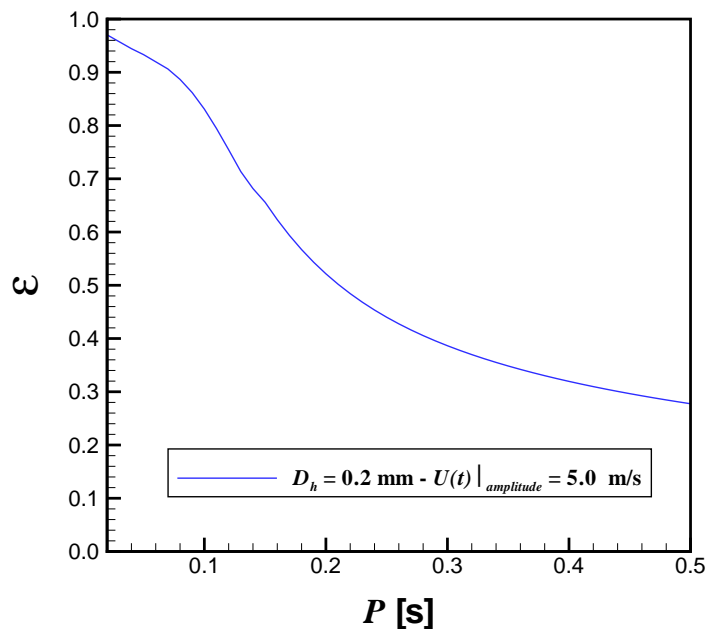


Figura 4.28 – Efetividade do regenerador em função da variação de  $P$ .

As informações das Figs. 4.22 e 4.28 podem ser utilizadas conforme a aplicação tecnológica do regenerador. No projeto de regeneradores destinados a sistemas térmicos onde o objetivo é exclusivamente armazenar energia térmica para posterior utilização, a variável eficiência pode ser usada pois o interesse é conhecer a quantidade de energia térmica que

o sólido retém do fluido e cede a este, por ciclo, nas condições operacionais. Para projetos de sistemas de refrigeração que utilizem ciclos regenerativos, uma informação relevante é a temperatura na qual fluido deixa o regenerador e entra no trocador de calor frio. Idealmente, deseja-se que esta temperatura esteja o mais próximo possível que  $T_C$ . Neste caso, a efetividade permite conhecer o quão distante a temperatura do fluido está em relação a  $T_C$  para cada período/frequência considerado(a).

## 4.8 Síntese do capítulo

Neste capítulo a investigação do regenerador esteve firmada em um modelo mais completo que abrange o escoamento e a transferência de calor conjugada entre o fluido e o material da matriz. Ao longo do capítulo foram discutidos os detalhes a respeito da modelagem bem como da metodologia de solução adotada, tanto analítica, para o escoamento, quanto numérica, para o problema térmico. Juntamente, as irreversibilidades que prejudicam o desempenho termodinâmico do sistema foram avaliadas consoante a Segunda Lei da Termodinâmica na forma diferencial. Considerações foram tecidas acerca da verificação e validação da solução numérica obtida com o código computacional construído. O comportamento do campo de velocidades alternado foi estudado segundo o parâmetro de similaridade que o governa. Variáveis sistêmicas como efetividade, eficiência e o número de geração de entropia (média no espaço e no ciclo) foram simuladas através da variação de parâmetros físicos e de similaridade visando à compreensão do comportamento térmico do sistema. O diâmetro hidráulico é determinante para redução das perdas termodinâmicas e a entropia gerada é uma ferramenta útil para indicar situações onde o sistema aproxima-se da condição inoperante.



## 5 *O Regenerador Magnético Ativo*

Para este capítulo o regenerador apresentado no Capítulo 4 é agora investigado no contexto de um ciclo de refrigeração magnético. A geometria do dispositivo é mantida e a modelagem matemática aplicada ao regenerador de placas metálicas é modificada de modo a incorporar os aspectos físicos que caracterizam o funcionamento de um regenerador magnético ativo. Correlações experimentais para modelagem do efeito magnetocalórico e da variação do calor específico no sólido são introduzidas. As etapas do ciclo de refrigeração magnética são simuladas numericamente variando parâmetros físicos, e o desempenho térmico do AMR é avaliado frente às mudanças destes parâmetros.

### 5.1 O efeito magnetocalórico

Nesta seção, retoma-se a explicação sobre o efeito magnetocalórico, iniciada no Capítulo 1, aprofundando sua descrição física e apresentando a termodinâmica que o rege.

#### 5.1.1 Descrição física do EMC

Segundo Brück (2005) os materiais magnéticos possuem dois reservatórios energéticos: um reservatório de energia térmica e um reservatório de energia magnética. O primeiro deles é formado pelas excitações dos *phonons* (modo de vibração quantizada), conectadas aos graus de liberdade da rede cristalina do material. O segundo é composto pelas excitações magnéticas, atreladas aos graus de liberdade dos *spins* dos elétrons nesta rede. Estes dois reservatórios estão fortemente acoplados através da interação entre os *spins* e a rede cristalina do material. Este acoplamento garante transferências de energia sem perdas e em uma escala de tempo de milisegundos.

Um campo magnético aplicado externamente em um material magnetocalórico afeta os graus de liberdade dos *spins*, inicialmente orientados de maneira aleatória, provocando o alinhamento destes com o campo aplicado. Sob condições adiabáticas, isto resulta na

elevação da temperatura do material. A Fig. 5.1 apresenta um desenho ilustrando este comportamento. Em contrapartida, se este campo é retirado, o alinhamento dos *spins* dos elétrons é desfeito e eles voltam a assumir orientações aleatórias. Nesta situação a temperatura do material é diminuída. Esta variação na temperatura do material caracteriza o efeito magnetocalórico. Ela depende do material utilizado, da intensidade do campo magnético e da temperatura na qual o material estava antes da aplicação do campo.

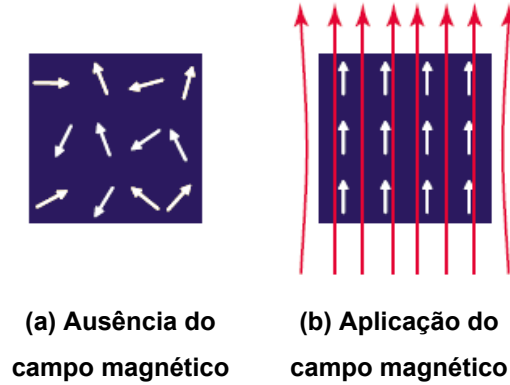


Figura 5.1 – Magnetização de um material magnético a partir da aplicação de um campo externo. Em (a), os *spins* estão aleatoriamente orientados. Em (b), a rede de *spins* é alinhada com o campo aplicado, magnetizando o material. Fonte: Adaptado de Petersen (2007).

### 5.1.2 A termodinâmica do EMC

Para ilustrar e detalhar melhor a termodinâmica do EMC, será utilizado o diagrama da entropia  $S$  em função da temperatura  $T$ , retirado do trabalho de Pecharsky e Gschneidner Jr. (1999). Este gráfico encontra-se exposto na Fig. 5.2, no início da página seguinte. A entropia total  $S(T, H)$  de um material ferromagnético a pressão constante é expressa nessa referência como

$$S(T, H) = S_M(T, H) + S_{Lat}(T) + S_{El}(T) \quad (5.1)$$

onde  $H$  é a intensidade do campo magnético aplicado,  $S_M$  é a entropia magnética,  $S_{Lat}$  é a entropia da estrutura interna do material (*lattice*) e  $S_{El}$  é a entropia eletrônica.

Quando o material é magnetizado adiabaticamente, partindo do campo nulo  $H_0$  para o campo aplicado  $H_1$ , a entropia total do sistema permanece constante pois não há trocas de calor com o ambiente. Assim,

$$S(T_0, H_0) = S(T_1, H_1) \quad (5.2)$$

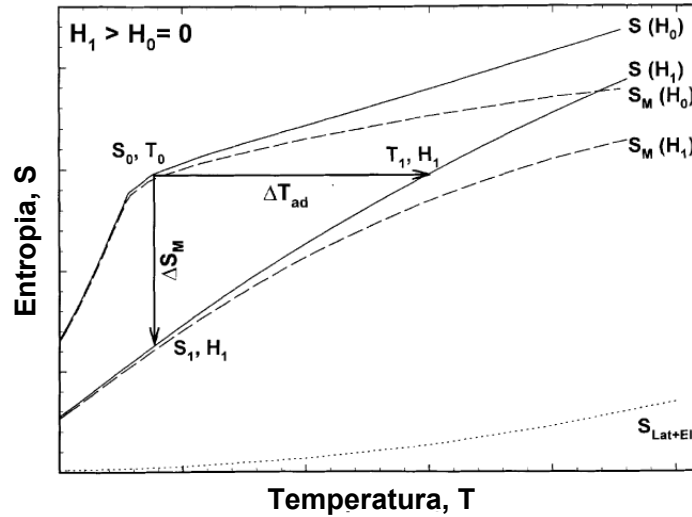


Figura 5.2 – Diagrama entropia-temperatura ( $S$ - $T$ ) ilustrando a existência do EMC, representado aqui por seus dois parâmetros característicos  $\Delta S_M$  e  $\Delta T_{ad}$ . Fonte: Adaptado de Pecharsky e Gschneidner Jr. (1999).

Importa ressaltar que em um processo reversível o material magnético retorna ao seu estado inicial assim que o campo magnético é retirado. Logo, não há histerese magnética, que ocorre quando o material magnético retém parte da magnetização mesmo quando o campo aplicado já foi removido (PETERSEN, 2007).

Em um processo reversível, a redução dos graus magnéticos de liberdade reduz a entropia magnética  $S_M$ , todavia a entropia total do sistema  $S(T, H)$  não é alterada. Logo, deve haver um aumento na temperatura do material, e por conseguinte nas parcelas  $S_{Lat}$  e  $S_{El}$ , para que o balanço entrópico expresso pela Eq. (5.1) permaneça válido. Este aumento na temperatura, que ocorre adiabaticamente, pode ser descrito como a diferença isentrópica entre as funções  $S(T, H)$  correspondentes ao início e final desta elevação. Assim, a medida do EMC do material é dada por

$$\Delta T_{ad} = T_1 - T_0 \quad (5.3)$$

Quando o campo magnético é aplicado isotermicamente, a entropia total do sistema  $S(T, H)$  diminui devido ao decréscimo em  $S_M$ . Foi imposto na Eq. (5.1) que  $S_{Lat}$  e  $S_{El}$  não dependam do campo magnético, e portanto, ao subtrair-se o valor da entropia total com o campo aplicado  $H_1$  da entropia com campo nulo  $H_0$ , na mesma temperatura, tem-se

$$\Delta S|_T = S(T, H_1) - S(T, H_0) = S_M(T, H_1) - S_M(T, H_0) = \Delta S_M \quad (5.4)$$

As grandezas  $\Delta T_{ad}$  e  $\Delta S_M$  são os parâmetros que caracterizam e quantificam o EMC. Durante a magnetização,  $\Delta T_{ad}(T, H)$  é positivo e o material esquenta, enquanto

$\Delta S_M(T, H)$  é negativo em virtude da elevação do ordenamento magnético (os *spins* dos elétrons se alinham reduzindo o grau de desordem). Já na desmagnetização, o ordenamento magnético diminui (os *spins* dos elétrons se desalinham aumentando o grau de desordem) e  $\Delta S_M(T, -H)$  é positivo ao passo que  $\Delta T_{ad}(T, -H)$  é negativo, ocorrendo então um resfriamento do material.

Pela Segunda Lei da Termodinâmica, a variação isotérmica da entropia total ( $\Delta S|_T = \Delta S$ ) está diretamente relacionada com a quantidade de calor entrando ou saindo do sistema analisado. À temperatura constante,  $\Delta S_M$  está do mesmo modo relacionado com essa troca de calor pois  $\Delta S|_T = \Delta S_M$ . Assim, quanto maior o valor de  $\Delta S_M$ , maior será o calor trocado entre o material magnético e sua vizinhança. O parâmetro  $\Delta T_{ad}$  informa a variação de temperatura que ocorre em um processo isoentrópico (adiabático reversível), partindo, por exemplo, de um estado com entropia  $S_0$ , temperatura  $T_0$  e campo aplicado  $H_0$  e terminando em outro estado com a mesma entropia  $S_0$  mas com temperatura e campo aplicado diferentes ( $T_1$  e  $H_1$ ), conforme representado na Fig. 5.2. Maior valor para  $\Delta T_{ad}$  significa maior intervalo de temperatura de trabalho para o refrigerador magnético.

Dentre os dois parâmetros que quantificam o EMC, somente  $\Delta T_{ad}$  pode ser obtido diretamente, ou seja, pode-se realizar um experimento para medir a variação da temperatura que um certo material magnetocalórico sofre em um processo adiabático. O  $\Delta T_{ad}$  pode também ser obtido indiretamente com o auxílio de medidas calorimétricas. Já o  $\Delta S_M$  pode ser obtido tanto por medidas magnéticas quanto por medidas calorimétricas. Para determinar esses parâmetros indiretamente é necessário lançar mão da termodinâmica e utilizar algumas de suas bem estabelecidas relações.

A mudança infinitesimal na entropia específica de um material magnético  $s = s(T, H)$ , escrita em termos de temperatura e intensidade do campo magnético, é dada por (KITA-NOVSKI; EGOLF, 2006)

$$ds = ds(T, H) = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_H dT + \left( \frac{\partial s}{\partial H} \right)_T dH \quad (5.5)$$

A relação entre a entropia e o campo magnético pode ser expressa pela seguinte equação termodinâmica de Maxwell,

$$\left( \frac{\partial s}{\partial H} \right)_T = \frac{\mu_0}{\rho} \left( \frac{\partial M}{\partial T} \right)_H \quad (5.6)$$

onde  $M$  é a magnetização,  $\mu_0$  é a permeabilidade do vácuo e  $\rho$  é a massa específica do material, assumida constante. A magnetização  $M$  pode ser relacionada com a intensidade

do campo aplicado  $H$  e com a indução magnética  $B$  através desta equação constitutiva

$$B = \mu_0(M + H) \quad (5.7)$$

É importante mencionar que nos refrigerantes magnéticos a magnetização depende fortemente da intensidade do campo aplicado e da temperatura, ou seja,  $M = M(T, H)$ . Para um processo isobárico com campo magnético constante, a Segunda Lei da Termodinâmica fornece a dependência da entropia com a temperatura

$$\frac{c_H}{T} = \left( \frac{\partial s}{\partial T} \right)_H \quad (5.8)$$

Na equação anterior,  $c_H$  é calor específico a pressão e campo aplicado constantes. As Eqs. (5.6) e (5.8) são introduzidas na Eq. (5.5) obtendo-se

$$ds = \frac{c_H}{T} dT + \frac{\mu_0}{\rho} \left[ \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} \right]_H dH \quad (5.9)$$

Integrando a Eq. (5.9) ao longo da mudança no campo aplicado, em um processo isotérmico ( $dT = 0$ ) e isobárico, encontra-se

$$\Delta s_M(T, \Delta H) = \frac{\mu_0}{\rho} \int_{H_0}^{H_1} \left[ \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} \right]_H dH \quad (5.10)$$

ou em termos da grandeza extensiva presente na Fig. 5.2 tem-se,

$$\Delta S_M(T, \Delta H) = \mu_0 \int_{H_0}^{H_1} \left[ \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} \right]_H dH \quad (5.11)$$

Esta equação indica que  $\Delta S_M(T, \Delta H)$  é diretamente proporcional à derivada de  $M$  em relação a  $T$  assim como à variação de  $H$ . Do mesmo modo, é possível obter uma equação para a variação da temperatura adiabática integrando a Eq. (5.9), ao longo da variação do campo aplicado, para um processo isoentrópico ( $ds = 0$ ) e isobárico. Assim,

$$\Delta T_{ad}(T, \Delta H) = -\frac{\mu_0}{\rho} \int_{H_0}^{H_1} \frac{T}{c_H} \left[ \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} \right]_H dH \quad (5.12)$$

Uma equação para a taxa de variação da temperatura do material magnetocalórico durante a magnetização e desmagnetização adiabáticas pode ser determinada também através da Eq. (5.9). Considerando um processo adiabático reversível, isto é, fazendo

$ds = 0$  e dividindo a referida equação por  $dt$  encontra-se a expressão

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{\mu_0 T}{\rho c_H} \left[ \frac{\partial M(T, H)}{\partial T} \right]_H \frac{dH}{dt} \quad (5.13)$$

A Eq. (5.13) está presente na modelagem utilizada por vários autores mencionados na revisão da literatura relativa aos AMRs, no Capítulo 2. Dentre eles, cita-se: Shir *et al.* (2004), Shir *et al.* (2005a), Shir *et al.* (2005b), Li *et al.* (2006) e Sarlah *et al.* (2006).

Por fim, introduz-se o conceito de temperatura de Curie ( $\Theta_C$ ). Trata-se da temperatura limite na qual o material ainda apresenta propriedades ferromagnéticas (HOOK; HALL, 1991, p. 224). Nela, a magnetização do material é nula e os parâmetros  $\Delta S_M$  e  $\Delta T_{ad}$  atingem seus valores máximos. Para temperaturas  $T_s < \Theta_C$ , o material ferromagnético tem seus *spins* ordenados na direção do campo magnético, enquanto que para temperaturas  $T_s > \Theta_C$  os *spins* desordenam-se, apesar da presença deste campo.

### 5.1.3 O ciclo termo-magnético de Brayton

O ciclo de refrigeração magnética AMRR opera segundo o ciclo termo-magnético de Brayton, o qual possui dois processos adiabáticos e dois processos isocampo. Particularmente neste ciclo, o material magnético é quem tem a função regenerativa. Neste ponto é conveniente retomar a explicação das etapas que compõem o ciclo AMRR, introduzida no Capítulo 1, à luz dos detalhes termodinâmicos do ciclo de Brayton.

Logo abaixo, a Fig. 5.3 mostra o esquema de um refrigerador magnético, no qual as setas no material representam os *spins* dos elétrons.

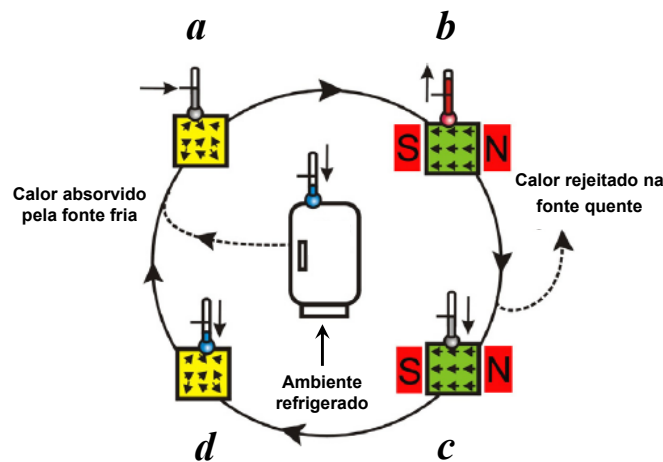


Figura 5.3 – Representação esquemática do ciclo de refrigeração magnética transportando calor do compartimento que se quer refrigerar para o ambiente externo. Nos pontos **a** e **d**, o material está sob campo nulo  $H_0$ . Nas posições **b** e **c**, ele está sob um campo  $H_1 > H_0$ . Fonte: Adaptado de Brück (2005).

Na seqüência, o gráfico na Fig. 5.4 representa o diagrama  $T$ - $S$  para o ciclo termo-magnético de Brayton.

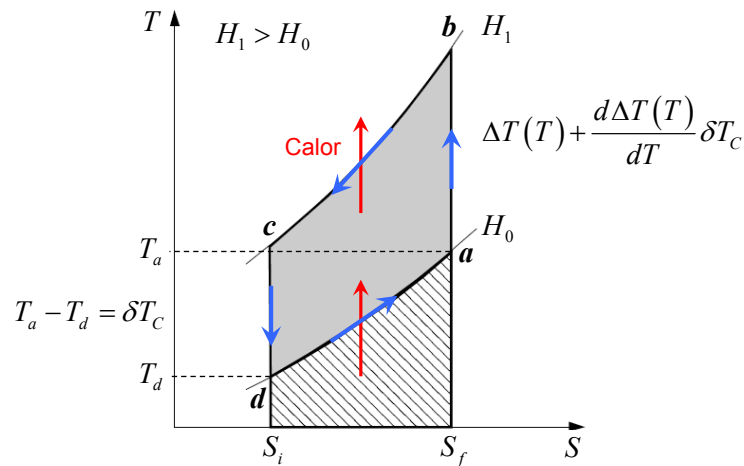


Figura 5.4 – Diagrama  $T$ - $S$  para o ciclo termo-magnético de Brayton. Este ciclo segue duas linhas isocampo magnético ( $H$  constante) e duas linhas adiabáticas ( $S$  constante). Fonte: Adaptado de Kitanovski e Egolf (2006).

Primeiramente, o material encontra-se isolado, em estado de alta entropia (*spins* desordenados). Então o campo magnético é aplicado e  $S_M$  do material diminui (*spins* ordenados) enquanto sua temperatura aumenta. Isto corresponde ao avanço na linha isoentrópica  $S_f$  do ponto **a** ao ponto **b** no diagrama  $T$ - $S$ .

Ainda com o campo magnético aplicado, um fluido frio passa pelo material quente retirando energia térmica e liberando-a na fonte quente do ciclo, diminuindo, portanto, a temperatura do material, que ocorre entre os pontos **b** e **c** da Fig. 5.3. Acompanhando a linha isocampo  $H_1$  (Fig. 5.4) no sentido referido, vê-se que a temperatura e a entropia do sólido diminuem, pois há troca de calor para o exterior.

Após esta troca térmica, ocorre o processo de desmagnetização adiabática, ou seja, o campo magnético é retirado e o material isolado retorna ao estado de alta entropia magnética (*spins* desordenados) com sua temperatura caindo para valores menores do que a temperatura interna do refrigerador. Esta etapa corresponde ao trajeto do ponto **c** ao ponto **d** na linha isoentrópica  $S_i$ .

Por fim, na ausência do campo aplicado, o sentido do escoamento é invertido e um fluido quente entra em contato com o material frio, cedendo-lhe energia térmica e fazendo com que sua temperatura aumente. Nesta etapa, o material magnético tem sua temperatura e entropia aumentadas segundo o comportamento ascendente da linha isocampo  $H_0$  entre os pontos **d** e **a**.

Uma analogia com a refrigeração convencional pode ser estruturada, como sugere a Fig. 5.5. Considerando um processo reversível, durante a compressão adiabática de um

gás aplica-se uma pressão e a entropia do sistema permanece constante, enquanto na magnetização adiabática, ao aplicar-se um campo magnético, a entropia total do material também se mantém fixa embora sua entropia magnética diminua. Em ambos os casos as temperaturas do fluido refrigerante e do material magnetocalórico aumentam. Estando o fluido em um processo isobárico e o material em um processo isocampo, ocorre a rejeição de calor para o ambiente através de uma fonte quente ou condensador.

Já durante a expansão adiabática de um gás ocorre um decréscimo no valor de sua temperatura, que é equivalente à desmagnetização adiabática, na qual ao retirar o campo magnético, mantendo a entropia total do sistema constante, há uma diminuição em  $T$  desde que a entropia magnética do material aumente. Assim, estando o fluido e o material magnetocalórico a baixas temperaturas, em um processo isobárico e isocampo, respectivamente, pode-se retirar calor do volume que se quer refrigerar.

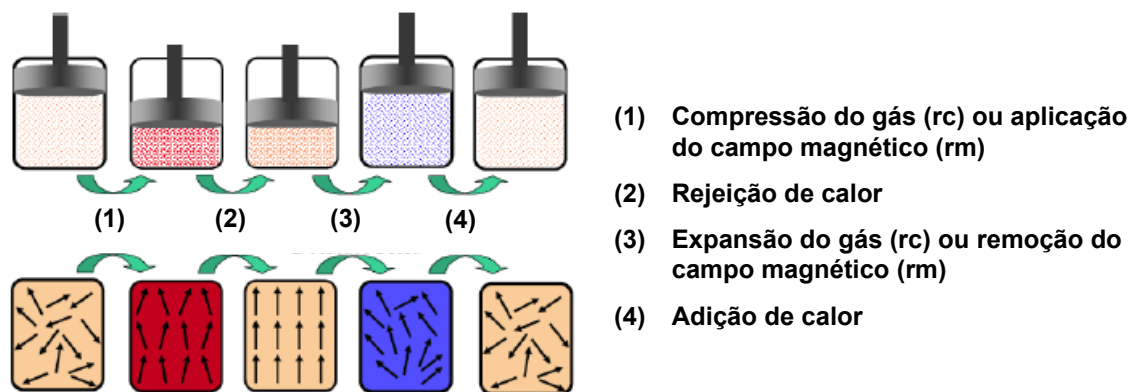


Figura 5.5 – Similaridades entre a refrigeração convencional (rc) e a refrigeração magnética (rm). Fonte: Adaptado de Nellis *et al.* (2004 apud PETERSEN, 2007).

## 5.2 Modelagem matemática do ciclo AMRR

Conforme mencionado no início deste capítulo, a geometria do AMR é a mesma do regenerador investigado no Capítulo 4. Esta é a geometria do regenerador de uma bancada de ensaios experimentais com materiais magnetocalóricos desenvolvida pela EMBRACO, empresa especializada em soluções para refrigeração e líder mundial do mercado de compressores herméticos. Utilizando esta bancada, um estudo experimental do desempenho de materiais com efeito magnetocalórico para aplicações em refrigeração está sendo conduzido no POLO – Laboratórios de Pesquisa em Refrigeração e Termofísica (UFSC).

Nas linhas seguintes será discutida a modelagem das etapas do ciclo AMRR em termos do escoamento, transferência de calor, efeito magnetocalórico e propriedades termofísicas do sólido magnético.



### 5.2.1 Modelagem das etapas isocampo

Nas etapas de transferência de calor da matriz sólida são mantidas todas as considerações admitidas no modelamento e solução do problema de mecânica dos fluidos no regenerador. Elas estão discutidas nas seções 4.2 e 4.3 do capítulo anterior e tratam do regime, dos parâmetros de similaridade e da solução analítica para o campo de velocidades segundo a teoria de escoamentos oscilatórios. A utilização desta teoria torna o modelo do escoamento mais próximo do funcionamento real das bombas e atuadores em sistemas alternativos. Dos trabalhos revisados em simulação de AMRs, quase todos assumem funções degrau, que não são realísticas, para modelar a inversão do sentido do escoamento. Uma vez que refrigeradores magnéticos alternativos operam em baixas frequências, os valores de  $Re_{\omega(D_h)}$  tendendo a zero garantem que o perfil espacial de velocidades seja plenamente desenvolvido quase-estacionário.

No que diz respeito ao problema de transferência de calor entre o fluido e a matriz sólida, uma alteração é necessária na equação da energia no sólido. Esta se refere à presença do calor específico a campo constante  $c_H(T_s, \mu_0 H)$ ; função da temperatura e da intensidade do campo magnético. Exceto esta variável, todas as demais propriedades termofísicas dos meios em consideração são constantes. As equações governantes para o problema térmico nestas duas etapas do ciclo são

$$\frac{1}{(Fo_{D_h})_f} \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \gamma Pe_{D_h} \frac{\partial \theta_f}{\partial z^*} = 16 \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right) \quad (5.14)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \left[ \frac{16k_s P}{\rho_s c_H(T_s, \mu_0 H) D_h^2} \right] \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \quad (5.15)$$

É importante lembrar que as equações para as variáveis e grupos adimensionais presentes nas equações anteriores estão previamente definidos no Capítulo 4, Eqs. (4.61) a (4.65) e Eq. (4.67), e são omitidos aqui por brevidade. Para as condições de contorno, a temperatura prescrita do fluido nas entradas do regenerador é modificada enquanto as condições de contorno de simetria e acoplamento interfacial térmico são as mesmas usadas no problema do regenerador passivo de placas metálicas. O novo conjunto de condições de contorno para o problema térmico nas etapas isocampo é

$$\left. \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = 0 \quad (5.16)$$

$$\left. \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right|_{x^*=1+\frac{L}{\delta}} = 0 \quad (5.17)$$

$$\left(\frac{k_f}{k_s}\right) \frac{\partial \theta_f}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} = \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \Big|_{x^*=1} \quad (5.18)$$

$$\theta_f(z^*, 1, \tau) = \theta_s(z^*, 1, \tau) \quad (5.19)$$

$$\theta_f(0, x^*, \tau) = 0 \quad (5.20)$$

$$\theta_f(1, x^*, \tau) = 1 \quad (5.21)$$

Como condição inicial, foi imposto um gradiente de temperatura longitudinal no regenerador de modo a reduzir o número de ciclos para se atingir o regime periodicamente desenvolvido. Este é dado por

$$T_i(z) = T_C + \frac{z}{W}(T_H - T_C) \quad (5.22)$$

$$\theta_f(z^*, x^*, 0) = \theta_s(z^*, x^*, 0) = \frac{T_i(z) - T_C}{T_H - T_C} \quad (5.23)$$

Na maioria dos estudos em AMRs, balanços de energia 1-D são usados para obter as equações para temperatura no regenerador e no fluido, utilizando correlações empíricas na determinação da transferência de calor entre estes meios. A abordagem 1-D é atrativa por ser de simples implementação e fornecer resultados acurados. Todavia, Petersen (2007) destaca que ela foi originalmente desenvolvida para regeneradores porosos onde pode ser assumido que as variações de temperatura através do regenerador são desprezíveis. Isto pode não ser aplicável em outras geometrias.

Ademais, a abordagem 1-D é altamente dependente de estimativas acuradas do coeficiente de transferência de calor,  $h$ , para a troca térmica entre o regenerador e o fluido. Correlações empíricas ou teóricas, normalmente usadas nessas estimativas, são gerais em sua natureza, válidas para uma faixa específica e freqüentemente assumem que a temperatura ou o fluxo de calor no sólido é constante. Esta hipótese não se aplica no caso de AMRs. No modelo 2-D aqui explorado, a transferência de calor entre o sólido e o fluido é calculada explicitamente a partir dos gradientes de temperatura na interface e este é um dos pontos fortes comparativamente às abordagens 1-D.

Para as simulações, o fluido de trabalho é água e o material magnetocalórico é o gadolínio. Este material possui propriedades térmicas estudadas e é largamente utilizado em bancadas experimentais e protótipos já que sua temperatura de Curie está próxima à temperatura ambiente. Isto possibilita sua utilização de maneira mais eficaz em refrigeradores domésticos e aparelhos de condicionamento de ar. As propriedades termofísicas da água e do gadolínio, avaliadas à temperatura ambiente, estão dispostas na Tabela 5.1 na seqüência.

Tabela 5.1 – Propriedades dos materiais avaliadas em 298 K.

Material	$k$ [W/(mK)]	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	$c_p$ e $c_H$ [J/(kgK)]	$\mu \times 10^4$ [kg/(ms)]	$\nu \times 10^7$ [m <sup>2</sup> /s]
Água	0,595	997,0	4183,0	8,91	8,94
Gadolínio	10,5	7900,0	ver texto abaixo	—	—

Fonte: Lide e Klein (2004 apud PETERSEN *et al.*, 2008a, 2008b).

O calor específico a campo magnético e pressão constantes  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  para o gadolínio é calculado a partir da superfície de aproximação sugerida por Siddikov, Wade e Schultz (2005). Trata-se de uma equação determinada pelo ajuste de 460 pontos experimentais do trabalho de Pecharsky e Gschneidner (1996 apud SIDDIKOV; WADE; SCHULTZ, 2005) via técnica de mínimos quadrados (coeficiente de correlação 98,8%). A expressão para este ajuste está no Apêndice G e o seu comportamento é mostrado na Fig. 5.6. Nesta figura, pode-se perceber que  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  é bastante não-linear e possui uma forte singularidade em torno da temperatura de Curie ( $\Theta_C \approx 294$  K), na qual o Gd sofre uma transição de fase de segunda ordem. As variações nos valores de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  são mais bruscas para baixos e moderados campos magnéticos, em torno de 0 a 2 Tesla, particularmente na faixa de 260 a 320 K.

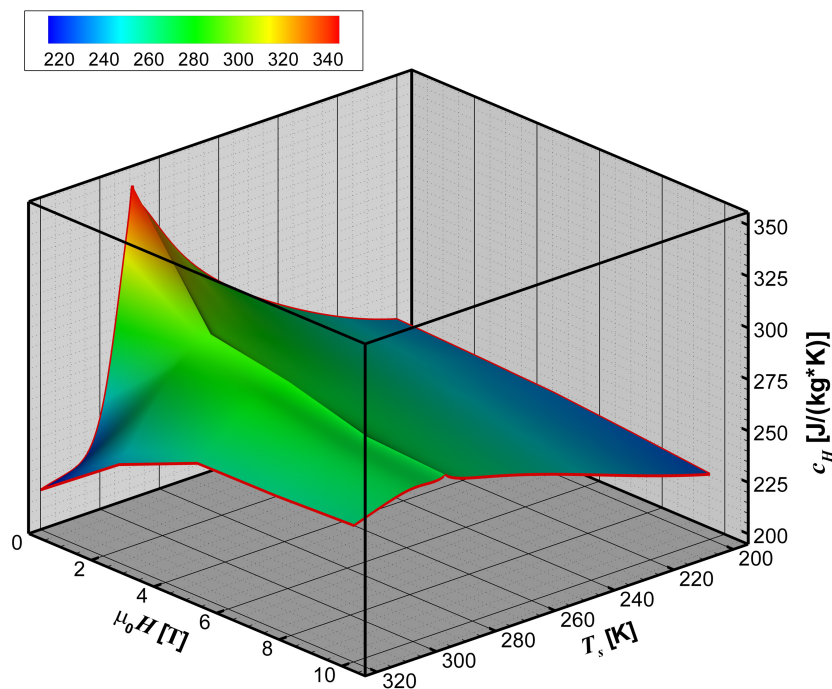


Figura 5.6 – Superfície ajustada para o calor específico do gadolínio a campo magnético e pressão constantes.

A amplitude desta singularidade é diminuída com o aumento da indução magnética, como pode ser visto na Fig. 5.7. Nela, é mostrada a variação de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  do gadolínio segundo a temperatura do material para diferentes campos constantes.

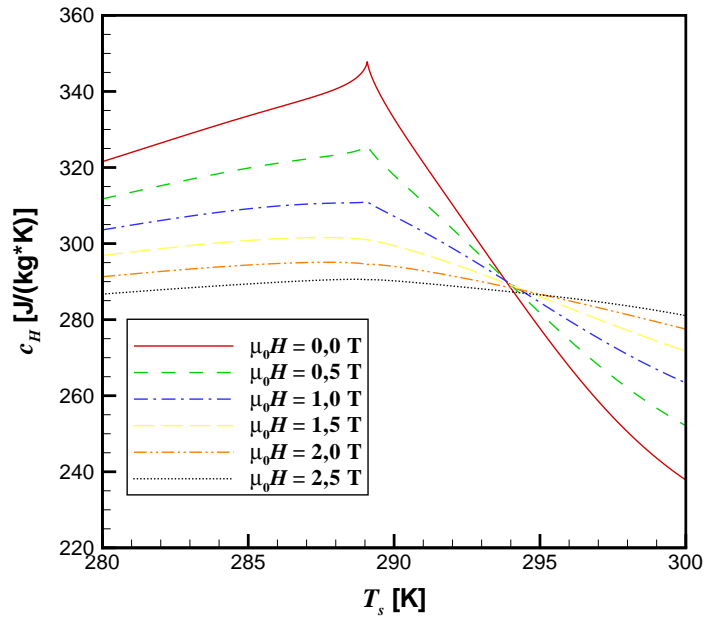


Figura 5.7 – Variação do calor específico do gadolínio segundo a temperatura do material para campos constantes.

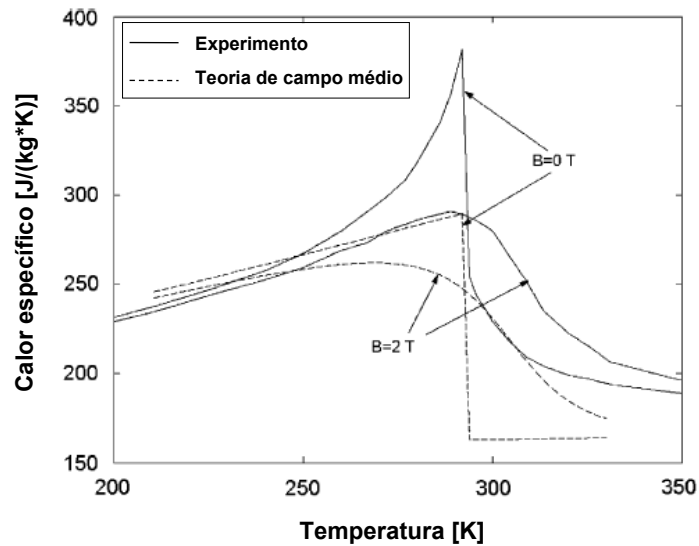
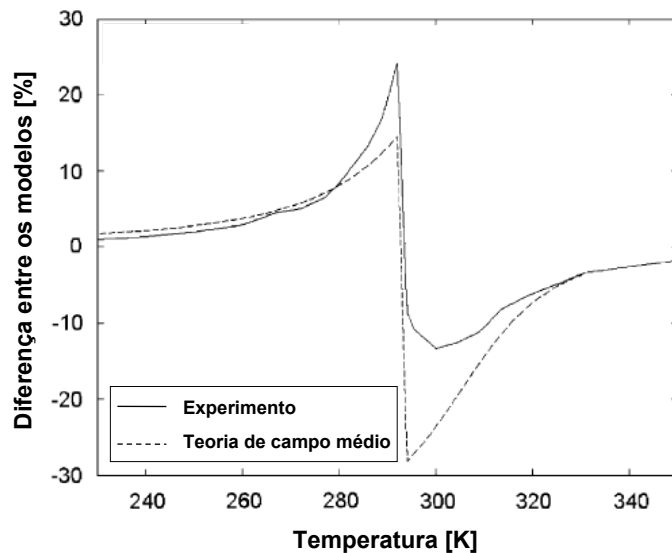
É importante destacar que vários trabalhos na literatura calculam o calor específico do material magnético através da Teoria de Campo Médio ou Molecular (HOOK; HALL, 1991). Este modelo teórico fornece resultados que reproduzem, de modo geral, o comportamento físico de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$ . Entretanto, Peksoy e Rowe (2005) destacam diferenças notáveis entre resultados experimentais na medição de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  para o gadolínio e aqueles fornecidos pelo referido modelo, como pode ser percebido nas Fig. 5.8 (a) e (b).

Na Fig. 5.8 (a), a linha sólida é um ajuste dos dados experimentais de Dan'kov *et al.* (1998 apud PEKSOY; ROWE, 2005), enquanto a linha pontilhada é referente à predição numérica baseada na Teoria de Campo Médio. É possível perceber que a curva ajustada para  $\mu_0 H = 0$  T na Fig. 5.7 possui um comportamento muito semelhante aos resultados experimentais ilustrados na Fig. 5.8 (a), particularmente para  $T_s > 294$  K onde o decaimento em  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  é bem mais suave do que o calculado teoricamente.

Para enfatizar a diferença nos valores de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  presentes na Fig. 5.8 (a), a diferença relativa percentual é mostrada na Fig. 5.8 (b) e calculada por

$$\left[ \frac{c_H(T_s, \mu_0 H = 0) - c_H(T_s, \mu_0 H = 2)}{c_H(T_s, \mu_0 H = 0)} \right] \times 100\% \quad (5.24)$$

A influência do campo magnético próximo a  $\Theta_C$  também é explorada nesta figura. Uma grande variação no calor específico é evidente para o intervalo de 280 K a 320 K, indicando que o modelo teórico subestima os valores de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  nesta faixa de temperatura.

(a) Resultados para  $c_H(T_s, \mu_0 H)$ 

(b) Diferença relativa percentual

Figura 5.8 – Comparação entre resultados experimentais para  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  e o modelo da Teoria de Campo Médio. Fonte: Adaptado de Peksoy e Rowe (2005).

### 5.2.2 Modelagem das etapas adiabáticas

Durante as etapas de Magnetização e Desmagnetização, o EMC ocorre quase instantaneamente ao longo de toda a extensão do regenerador. Assume-se aqui que o campo magnético é uniformemente distribuído e os efeitos da desmagnetização são desprezíveis em virtude do longo comprimento do regenerador ( $> 50\text{ mm}$ ) e da espessura delgada do material (PEKSOY; ROWE, 2005). Estes efeitos são causados pela formação de um campo magnético contrário e de menor intensidade do que campo aplicado. A existência deste campo contrário diminui o valor do campo com o qual se está trabalhando efetivamente, reduzindo a ordem de grandeza da magnetização, e por conseguinte, o EMC.

A magnetização é assumida adiabática e modelada no ciclo AMRR através da seguinte

equação

$$T_s^{mag}(z, x) = T_s(z, x) + \Delta T_{ad}(T_s(z, x), \mu_0 H) \quad (5.25)$$

onde  $T_s^{mag}(z, x)$  é a temperatura local do sólido após a magnetização,  $T_s(z, x)$  é a temperatura local do regenerador no instante imediatamente anterior à magnetização,  $\Delta T_{ad}$  descreve o aumento local de temperatura quando o campo magnético é aumentado de 0 para  $\mu_0 H$  a partir do valor de  $T_s(z, x)$ . É necessário esclarecer que em vários sistemas alternativos, imediatamente após a magnetização o sólido aquecido rejeita calor para o fluido através do mecanismo de condução. Isto ocorre em um intervalo de tempo muito curto antes do fluido começar a escoar no sentido do trocador frio para o trocador quente. Dada a brevidade deste instante de tempo, este processo de condução de calor não é incluído na modelagem aqui apresentada. Assim, imediatamente após a magnetização o fluido frio é impulsionado pelos pistões retirando calor do sólido quente durante sua trajetória e rejeitando este calor para o trocador quente.

Analogamente, a desmagnetização também é adiabática e reduz a temperatura do material magnetocalórico através da parcela local  $\Delta T_{ad}$ . Esta redução é calculada por

$$T_s^{demag}(z, x) = T_s(z, x) - \Delta T_{ad}(T_s(z, x), \mu_0 H) \quad (5.26)$$

onde  $T_s^{demag}(z, x)$  é a temperatura local do regenerador após a desmagnetização e  $\Delta T_{ad}$  descreve o quanto a temperatura do material diminui localmente quando o campo magnético é reduzido de  $\mu_0 H$  para 0 com base em  $T_s(z, x)$  do instante imediatamente anterior. Do mesmo modo, imediatamente após a desmagnetização o regenerador, agora a uma temperatura mais baixa, absorve calor do fluido estacionário por condução. Este detalhe também não é considerado nesta modelagem pelo motivo já mencionado. Portanto, imediatamente após a desmagnetização o fluido quente é impulsionado pelos pistões doando calor ao sólido e absorvendo calor de uma carga térmica através de um trocador de calor frio.

Nos trabalhos revisados, percebeu-se que naqueles cuja abordagem é 1-D são usadas funções lineares para modelar a taxa de variação da intensidade do campo magnético durante a magnetização e desmagnetização adiabáticas. Resultados da literatura indicam que o uso destas funções pode levar a instabilidades numéricas além de não reproduzirem o caráter instantâneo do EMC, conforme comentado por Dikeos, Rowe e Tura (2006).

Neste trabalho, a função que descreve  $\Delta T_{ad}(T_s, \mu_0 H)$  é calculada por uma correlação experimental (coeficiente de correlação 90,95%) também proposta por Siddikov, Wade e

Schultz (2005). A equação para esta superfície de aproximação também se encontra no Apêndice G e o seu comportamento é mostrado pela Fig. 5.9.

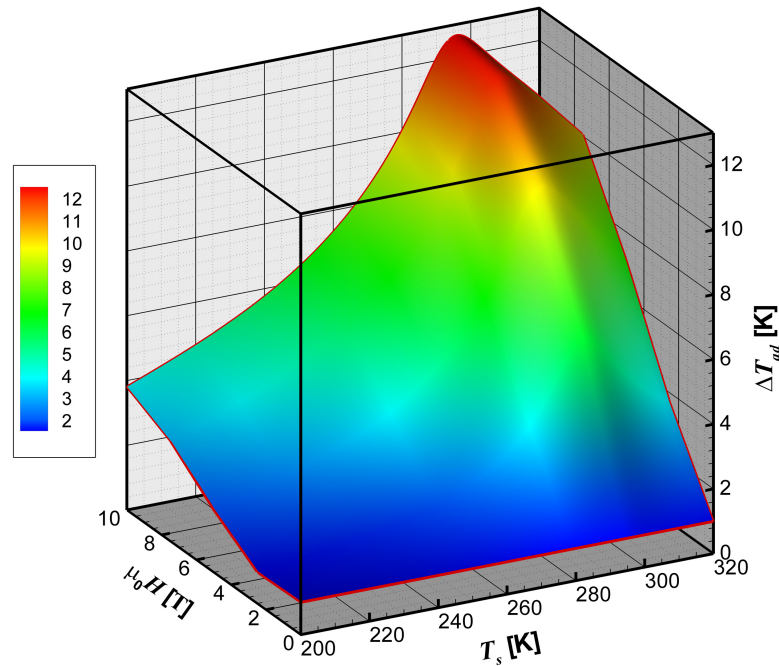


Figura 5.9 – Superfície ajustada para a variação da temperatura adiabática do gadolínio.

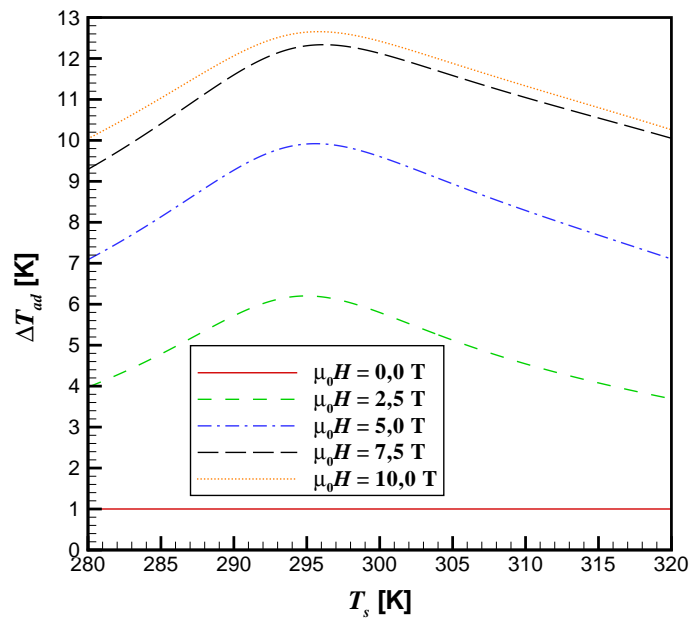


Figura 5.10 – Variação da temperatura adiabática do gadolínio segundo a temperatura do material para campos distintos.

A Fig. 5.10 ilustra a variação da temperatura adiabática do gadolínio segundo a temperatura do material para campos constantes distintos. Quanto maior o valor do campo magnético, maior será a magnitude das curvas de  $\Delta T_{ad}(T_s, \mu_0 H)$ . O ponto onde o efeito é máximo ocorre na temperatura de Curie.

### 5.2.3 Variáveis analisadas

No presente estudo, o parâmetro de desempenho global do refrigerador magnético é a capacidade de refrigeração média por ciclo  $\bar{Q}_C$ , avaliada no regime periodicamente desenvolvido. Ela é calculada por

$$\bar{Q}_C = \frac{1}{P} \int_{t_i}^{t_f} \dot{Q}_C(t) dt \quad (5.27)$$

onde  $t_f - t_i = \frac{P}{2}$ .

Na determinação dos valores de  $\bar{Q}_C$  é necessário o cálculo das seguintes variáveis: a capacidade de refrigeração transiente e a vazão mássica no regenerador durante a etapa de aquecimento da matriz sólida pelo fluido de trabalho. Idealmente, o fluido cede calor para o sólido enquanto se desloca ao longo do regenerador e absorve calor quando se encontra no trocador de calor frio. As variáveis referidas são dadas pelas Eqs. (5.28) e (5.29),

$$\dot{Q}_C(t) = |\dot{m}(t)| c_p [T_C - \bar{T}_{f,C}(t)] \quad (5.28)$$

$$\dot{m}(t) = \rho_f (26A_c) \bar{w}(t) \quad (5.29)$$

Nestas equações,  $\bar{T}_{f,C}(t)$  é a temperatura de mistura do fluido na extremidade fria do regenerador, calculada pela Eq. (4.81) fazendo  $z^* = 0$ , e  $\bar{w}(t)$  é a velocidade média no duto, calculada pela Eq. (4.34). Neste cálculo são utilizadas as variáveis adimensionais correspondentes, introduzidas no Capítulo 4. Deve-se notar que  $\dot{m}(t)$  é negativo na Eq. (5.28), pois já ocorreu a inversão no sentido do escoamento. Ainda com relação à Eq. (5.29), as vazões mássicas simuladas são identificadas pelos seus valores médios e de amplitude de acordo com as Eqs. (4.109) e (4.110), respectivamente.

Juntamente com a capacidade de refrigeração, a temperatura média do fluido e do sólido ao longo do regenerador é explorada nos resultados. Elas são calculadas por meio das seguintes equações

$$\bar{T}_f(z, t) = \frac{2}{\delta} \int_0^{\frac{\delta}{2}} T_f(z, x, t) dx \quad (5.30)$$

$$\bar{T}_s(z, t) = \frac{2}{L} \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta+L}{2}} T_s(z, x, t) dx \quad (5.31)$$

As Eqs. (5.32) e (5.33) permitem calcular a evolução transiente da temperatura média do material nas suas extremidades fria e quente, respectivamente,



$$\bar{T}_{s,C}(t) = \bar{T}_s(0, t) = \frac{2}{L} \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta+L}{2}} T_s(0, x, t) dx \quad (5.32)$$

$$\bar{T}_{s,H}(t) = \bar{T}_s(W, t) = \frac{2}{L} \int_{\frac{\delta}{2}}^{\frac{\delta+L}{2}} T_s(W, x, t) dx \quad (5.33)$$

Um outro parâmetro utilizado na análise dos resultados é a razão  $\tilde{V}$ , que relaciona o volume de água deslocado por etapa,  $V_{f,desl}$ , com o volume total dos canais no regenerador,  $V_f$ . Assim, tem-se

$$\tilde{V} = \frac{V_{f,desl}}{V_f} = \frac{26A_c}{26A_cW} \int_{t_i}^{t_f} \bar{w}(t) dt \quad (5.34)$$

$$\tilde{V} = \frac{V_{f,desl}}{V_f} = \frac{1}{W} \int_{t_i}^{t_f} \bar{w}(t) dt \quad (5.35)$$

### 5.3 Metodologia de solução

Os detalhes relativos à modelagem numérica bem como à análise de sensibilidade da malha usada nas simulações são apresentados a seguir.

#### 5.3.1 Modelagem numérica

Analogamente ao Capítulo 4, o problema térmico no AMR também foi resolvido através do método de volumes finitos. Todas as considerações relacionadas à modelagem numérica, tecidas no item 4.6.1, continuam válidas aqui, isto é, as características da malha (reportar-se às Figs. 4.11 e 4.12), as funções de interpolação usadas, a formulação totalmente implícita no tempo, o tratamento do termo advectivo na equação da energia para o fluido, o emprego dos volumes de fronteira para incorporação das condições de contorno, a maneira de resolver o problema conjugado de transferência de calor e a aproximação numérica para os gradientes de temperatura na interface fluido-sólido.

Uma vez que se está lidando com uma propriedade variável ( $c_H$ ), fez-se uso do Teorema do Valor Médio no processo de integração da Eq. (5.15). O procedimento é mostrado para o termo à direita da igualdade nesta equação. Integrando este termo nas coordenadas espaciais adimensionais tem-se

$$\int_{z_w^*}^{z_e^*} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \left[ \frac{16k_s P}{\rho_s c_H D_h^2} \right] \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) dx^* dz^* = \frac{16k_s P}{\rho_s D_h^2} \int_{z_w^*}^{z_e^*} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \frac{1}{c_H} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) dx^* dz^* \quad (5.36)$$

No termo à direita da equação anterior é aplicado o Teorema do Valor Médio para integrais duplas (MARSDEN; TROMBA, 1988, p. 340). Este teorema afirma que se  $F(x, y)$  e  $G(x, y)$  são funções contínuas em uma região real  $\mathfrak{R}$  e  $G \geq 0$  nesta região, então existe um ponto  $(x_0, y_0)$  em  $\mathfrak{R}$  para o qual

$$\iint_{\mathfrak{R}} F(x, y)G(x, y)dxdy = F(x_0, y_0) \iint_{\mathfrak{R}} G(x, y)dxdy \quad (5.37)$$

Uma vez que o calor específico e a derivada do gradiente de temperatura no sólido são funções contínuas no volume de controle e assumindo que esta derivada é não-negativa no interior deste volume tem-se

$$\int_{z_w^*}^{z_e^*} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \frac{1}{c_H} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) dx^* dz^* = \frac{1}{(c_H)|_{VC}} \int_{z_w^*}^{z_e^*} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) dx^* dz^* \quad (5.38)$$

Assim, o calor específico  $c_H$  é avaliado em um ponto pertencente à região limitada pelos intervalos fechados  $[z_w^*, z_e^*]$  e  $[x_s^*, x_n^*]$ . Convencionou-se que no método de volumes finitos este ponto está no centro do volume de controle. Logo, a Eq. (5.36) resulta em

$$\frac{16k_s P}{\rho_s D_h^2} \int_{z_w^*}^{z_e^*} \int_{x_s^*}^{x_n^*} \frac{1}{c_H} \frac{\partial}{\partial x^*} \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) dx^* dz^* = \frac{16k_s P \Delta z^*}{\rho_s D_h^2 (c_H)|_{VC}} \left[ \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] \quad (5.39)$$

Agora, integrando o resultado da equação acima ao longo de um avanço no tempo adimensional, obtém-se

$$\begin{aligned} & \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{16k_s P \Delta z^*}{\rho_s D_h^2 (c_H)|_{VC}} \left[ \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] d\tau = \\ & \frac{16k_s P \Delta z^*}{\rho_s D_h^2} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{1}{(c_H)|_{VC}} \left[ \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial \theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] d\tau \end{aligned} \quad (5.40)$$

O Teorema do Valor Médio para integrais simples é utilizado na resolução da integral presente na equação precedente (SPIEGEL; LIU, 2004, p. 128). Neste teorema, se  $F(x)$  e  $G(x)$  são funções reais e contínuas definidas no intervalo fechado  $[a, b]$  e  $G \geq 0$ , então existe um valor  $c \in [a, b]$  para o qual

$$\int_a^b F(x)G(x)dx = F(c) \int_a^b G(x)dx \quad (5.41)$$

Mantendo as hipóteses citadas e usando este teorema na Eq. (5.40) acha-se

$$\int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{1}{(c_H)|_{VC}} \left[ \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] d\tau = \frac{1}{(c_H)|_{VC}^{\tau}} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \left[ \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] d\tau \quad (5.42)$$

Optou-se aqui por avaliar o calor específico no instante imediatamente anterior ( $\tau$ ), pois sua avaliação no instante atual requer o campo de temperatura em ( $\tau + \Delta\tau$ ), o qual não é conhecido. O resultado da Eq. (5.40) é

$$\begin{aligned} \frac{16k_s P \Delta z^*}{\rho_s D_h^2} \int_{\tau}^{\tau+\Delta\tau} \frac{1}{(c_H)|_{VC}} \left[ \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*} - \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*} \right] d\tau = \\ \frac{16k_s P \Delta z^* \Delta\tau}{\rho_s D_h^2 (c_H)|_{VC}^{\tau}} \left[ \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_n^*}^{\tau+\Delta\tau} - \left( \frac{\partial\theta_s}{\partial x^*} \right) \Big|_{x_s^*}^{\tau+\Delta\tau} \right] \end{aligned} \quad (5.43)$$

O código computacional elaborado para as simulações relacionadas no Capítulo 4 foi modificado, incluindo os aspectos físicos que caracterizam o funcionamento do AMR, particularmente  $c_H$  e  $\Delta T_{ad}$ . O algoritmo de solução (TDMA 2D) foi mantido assim como os critérios de convergência usados no cálculo do campo de temperaturas. Diferentemente do adotado no capítulo anterior, o regime periodicamente desenvolvido é identificado quando a Eq. (5.44) é satisfeita. Ela avalia a diferença entre a temperatura longitudinal no sólido ao final do resfriamento do fluido para dois ciclos consecutivos.

$$\max \left| \bar{T}_s(z, t + P) - \bar{T}_s(z, t) \right| \leq 10^{-6} \quad (5.44)$$

No cálculo numérico da integral na Eq. (5.27) é usada a quadratura cúbica fornecida por Press *et al.* (1989, p. 128). As Eqs. (4.109) e (5.35) são resolvidas analiticamente, visto que se dispõe da solução exata para a velocidade média. Por sua vez, as temperaturas médias dadas pelas Eqs. (5.30) a (5.33) são avaliadas numericamente através da regra do retângulo, comentada no Capítulo 4. Todas as simulações envolveram transientes reais e em cada uma delas o campo de velocidades é resolvido de maneira desacoplada do problema térmico conjugado.

### 5.3.2 Refino de malha e verificação da solução numérica

A metodologia descrita no Apêndice E foi a base para a verificação da solução numérica nas simulações do ciclo AMRR. Por se tratar de um ciclo de refrigeração, a variável de interesse na análise de sensibilidade de malha é a capacidade de refrigeração média por ciclo. Para a escolha da malha espacial utilizou-se o refinamento simultâneo, cujos resultados estão mostrados na Tabela 5.2. Todos os testes apresentados nesta seção foram

conduzidos com os seguintes parâmetros:  $f = 1,0$  Hz,  $\Delta T = 20$  K,  $\dot{m}(t)|_{media} = 9,5$  kg/h e  $\dot{m}(t)|_{amplitude} = 15,0$  kg/h.

Tabela 5.2 – Resultados do refinamento espacial simultâneo.

Malhas utilizadas	$\Gamma$	$\bar{Q}_C$ [W]	Variação (%)	Tempo de CPU
Malha A - 9 X 40 X 100	—	0,95	—	0,97 min
Malha B - 18 X 80 X 100	2,0	2,46	61,4	3,85 min
Malha C - 36 X 160 X 100	2,0	3,21	23,5	22,62 min
Malha D - 72 X 320 X 100	2,0	3,58	10,4	2,76 h
Malha E - 108 X 480 X 100	1,5	3,71	3,2	9,86 h
Malha F - 162 X 720 X 100	1,5	3,79	2,2	38,30 h

Em virtude do elevado tempo computacional verificado na simulação com a malha E, e pela proximidade nos valores de  $\bar{Q}_C$  obtido com as malhas D e E, o refino temporal foi feito com a malha D. Os resultados estão na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Resultados do refinamento temporal separado.

Malhas utilizadas	$\Delta t$ [s]	$\Gamma$	$\bar{Q}_C$ [W]	Variação (%)	Tempo de CPU [h]
Malha G - 72 X 320 X 100	$1,0 \times 10^{-2}$	—	3,58	—	2,76
Malha H - 72 X 320 X 200	$5,0 \times 10^{-3}$	2,0	4,15	13,7	4,35
Malha I - 72 X 320 X 400	$2,5 \times 10^{-3}$	2,0	4,43	6,2	6,90
Malha J - 72 X 320 X 800	$1,25 \times 10^{-3}$	2,0	4,56	2,9	11,35
Malha K - 72 X 320 X 1600	$6,25 \times 10^{-4}$	2,0	4,63	1,4	20,17

Com base nas tabelas anteriores é possível perceber que o refino no tempo é mais determinante para a convergência nos resultados de  $\bar{Q}_C$ , pois os resultados com malhas mais grosseiras espacialmente (Tabela 5.3) extrapolam aquele fornecido pela malha mais refinada no espaço (Tabela 5.2), demandando menos tempo de computação. Os valores de  $\bar{Q}_C$  começam a variar menos quando o  $\Delta t$  aproxima-se da ordem de grandeza da escala de tempo do EMC, ou seja,  $10^{-3}$  s conforme comentado no início deste Capítulo.

Da mesma forma como exposto no item 4.6.2 procedeu-se ao cálculo da incerteza da solução numérica segundo o estimador de Richardson. Os resultados para o refino espacial são inconclusivos pois o comportamento da ordem aparente não se mostrou pertencente aos intervalos sub ou superconvergente. Já para o refino temporal, as variáveis calculadas são dadas na Tabela 5.4 na seqüência. Os valores da ordem aparente do erro da discretização tendem monotonicamente a 1,0 segundo um intervalo superconvergente. A estimativa para as três malhas mais finas é acurada, pois a razão entre as incertezas é muito próxima de 1,0.

Tabela 5.4 – Variáveis para o cálculo de  $I$  no refino temporal segundo o estimador de Richardson.

Variáveis calculadas	Malhas G, H e I	Malhas H, I e J	Malhas I, J e K
$\Gamma_{2,1}$	2,0	2,0	2,0
$\Gamma_{3,2}$	2,0	2,0	2,0
$\psi_2 - \psi_3$	2,0652	2,0506	2,0206
$\psi_1 - \psi_2$			
$\Lambda_{ap}$	1,0463	1,0360	1,0148
$I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)$ [W]	0,276	0,134	0,067
$I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)$ [W]	0,259	0,128	0,065
$I(\psi_1)$ [W]	0,276	0,134	0,067
$I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)$	0,94	0,95	0,98
$I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)$			

A análise com o estimador de erro convergente fornece os resultados presentes na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Variáveis para o cálculo de  $I$  no refino temporal segundo o estimador convergente.

Variáveis calculadas [W]	Malhas G, H e I	Malhas H, I e J	Malhas I, J e K
$\psi_{est}(\Lambda_{as})$	2,3409	2,1850	2,0871
$\psi_{est}(\Lambda_{ap})$	2,3240	2,1785	2,0858
$\psi_c$	2,3325	2,1818	2,0864
$I_c$	0,0084	0,0032	0,0007

Por motivos relacionados ao tempo computacional, a malha escolhida é a J; que produz resultados próximos da malha K. Esta última amplia o tempo de simulação por um fator 1,7 em relação à malha J. Consoante o estimador convergente, a incerteza da solução numérica obtida com a malha selecionada é da ordem de 3 mW; considerada aceitável para os propósitos deste trabalho.

É importante destacar que a utilização de um passo de tempo próximo da escala de tempo do EMC diminui o erro introduzido no cálculo do campo de temperaturas no AMR, pois nele é utilizado o calor específico do sólido avaliado no instante imediatamente anterior. Para os resultados foram realizadas algumas simulações com frequências de ciclo maiores do que 1,0 Hz. Nelas, o número de divisões do período manteve-se o mesmo (800) e o  $\Delta t$  usado foi menor, pois o período reduziu. Isto favorece uma redução maior do erro na avaliação de  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  e, conseqüentemente, no cálculo do campo de temperaturas do instante de tempo atual visto que para determinação desta variável é usado o calor específico do instante de tempo imediatamente anterior.

## 5.4 Resultados e discussões

Nas simulações realizadas neste capítulo, utilizou-se um processador Intel® Pentium® D com 1,0 Gb de RAM. Os resultados obtidos são discutidos a seguir e estão organizados segundo os seguintes itens: variação da vazão mássica, variação do  $\Delta T$  entre os trocadores de calor quente e frio, variação da espessura do duto, variação da frequência de operação e perfis transientes nas extremidades quente e fria sólido para as variações acima citadas.

### 5.4.1 Resultados para variação da vazão mássica

O comportamento da capacidade de refrigeração média por ciclo foi investigado para diferentes vazões mássicas. Neste grupo de simulações, a frequência do ciclo foi mantida fixa em 1,0 Hz e não há alterações nas dimensões geométricas fornecidas pela Tabela 4.1. O  $\Delta T$  entre os trocadores de calor (20 K) é desigualmente distribuído em torno da temperatura de Curie do gadolínio ( $\Theta_C = 294$  K), ou seja,  $T_H = 300$  K e  $T_C = 280$  K (SIDDIKOV; WADE; SCHULTZ, 2005). O campo magnético aplicado assume os valores  $\mu_0 H = 0$  T e  $\mu_0 H = 2,5$  T durante o ciclo AMRR.

A Tabela 5.6 expõe a amplitude e o valor médio, em cada etapa isocampo, para algumas das vazões mássicas prescritas nestas simulações. Vários dos resultados apresentados neste item, assim como nos seguintes, foram gerados com base nestas vazões.

Tabela 5.6 – Informações para alguns valores de  $\dot{m}(t)$  usados nas simulações.

$\dot{m}(t) _{media}$ [kg/h]	3,04	4,94	6,84	8,74	10,82	11,78	12,73	15,91	19,10
$\dot{m}(t) _{amplitude}$ [kg/h]	4,78	7,76	10,75	13,74	17,00	18,50	20,00	25,00	30,00
$\tilde{V}$	0,159	0,259	0,358	0,458	0,566	0,616	0,666	0,833	0,999

A Fig. 5.11 mostra que  $\bar{Q}_C$  apresenta um comportamento crescente seguido de um decaimento após atingir o seu valor máximo. Este comportamento coincide com resultados discutidos nos trabalhos de Hu e Xiao (1995) e Li *et al.* (2006). O conjunto dos pontos simulados foi ajustado a uma função polinomial com coeficiente de correlação 1,0, a Eq. (5.45), possibilitando determinar que a capacidade atinge seu valor máximo (4,821 W) para uma vazão média em torno de 11,78 kg/h ( $\dot{m}(t)|_{amplitude} = 18,50$  kg/h). A expressão para o polinômio ajustado é

$$\begin{aligned} \bar{Q}_C = & -0,190 + 0,755(\dot{m}(t)|_{media}) - 0,032(\dot{m}(t)|_{media})^2 \\ & + 1,271 \times 10^{-3}(\dot{m}(t)|_{media})^3 - 8,165 \times 10^{-5}(\dot{m}(t)|_{media})^4 \end{aligned} \quad (5.45)$$

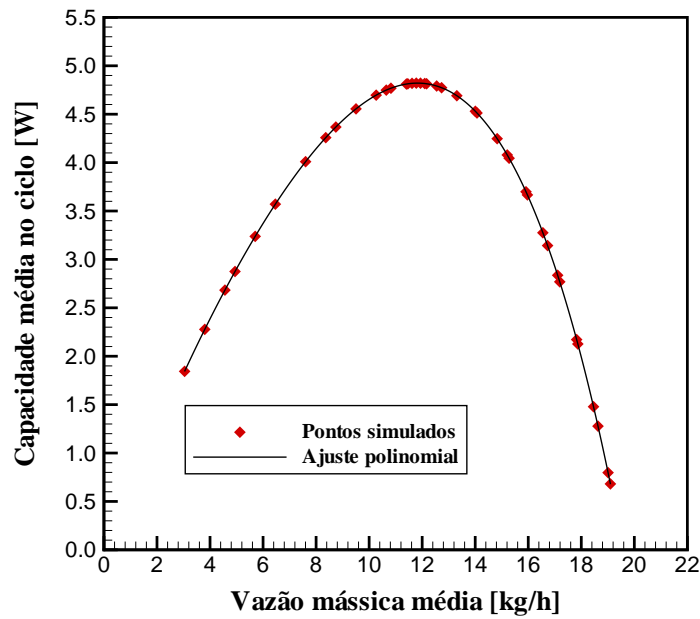


Figura 5.11 –  $\bar{Q}_C$  em função de  $\dot{m}(t)|_{media}$ .

Importa ressaltar que este resultado corresponde exclusivamente à condição simulada. A alteração desta condição implica mudança no valor da vazão mássica responsável pela máxima capacidade de refrigeração. A Fig. 5.12 explora a variação de  $\dot{Q}_C(t)$ , dada pela Eq. (5.28), durante o aquecimento do regenerador pela corrente de fluido quente, para vazões presentes na Tabela 5.6.

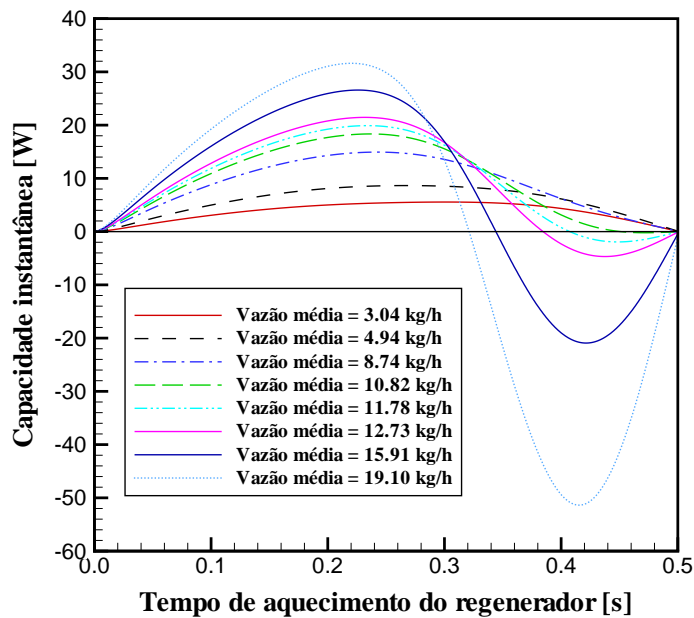


Figura 5.12 – Comportamento de  $\dot{Q}_C(t)$  durante o aquecimento do regenerador para diferentes vazões.

Na etapa anterior ao aquecimento do regenerador, a temperatura do regenerador é diminuída por causa da desmagnetização adiabática, tornando-se inferior à temperatura do fluido. Para as três menores vazões mostradas na Fig. 5.12, o volume de água quente,

que é bombeado durante o aquecimento do regenerador, não preenche 50% do volume dos canais, como informa a Tabela 5.6. Simultaneamente, em cada um destes três casos, um volume correspondente de água a  $T_C$ , retido nos dutos e próximo à saída fria, é deslocado para o trocador de calor frio. Neste percurso, esta massa de água aquece o sólido adjacente chegando ao trocador frio sempre com temperatura  $\bar{T}_{f,C} < T_C$ . Isto explica porque as curvas de  $\dot{Q}_C(t)$  não assumem valores negativos para estas vazões.

Para o restante das vazões na Fig. 5.12,  $\dot{Q}_C(t)$  apresenta valores negativos nos instantes finais do aquecimento do regenerador. Para estas vazões, a razão  $\tilde{V}$  excede 50% (ver Tabela 5.6). Analogamente, nos instantes iniciais, a água já fria, próxima à saída fria, é movida para o trocador frio tendo sua temperatura reduzida pela transferência de calor para o sólido. Após o deslocamento desta parcela, o volume de fluido quente que entrou no regenerador é suficiente para deslocar, até o trocador de calor frio, a parcela de fluido retida próxima à saída quente, cuja temperatura está acima de  $T_C$ . A corrente quente aquece esta parcela e, embora haja transferência de calor para o sólido durante este deslocamento, esta corrente atinge o trocador frio com temperaturas  $\bar{T}_{f,C} > T_C$ .

Adicionalmente, o aumento na velocidade do escoamento permite que, nos instantes iniciais do aquecimento do regenerador, parte do sólido seja aquecido mais rapidamente e permaneça nesta condição, reduzindo a troca térmica e impedindo o fluido de ter sua temperatura reduzida a valores menores que  $T_C$  durante o trajeto ao longo do duto. Maiores magnitudes nas curvas de  $\dot{Q}_C(t)$ , observadas para  $\dot{m}(t)$  crescente, também estão relacionadas ao aumento na velocidade do escoamento. É interessante notar que a máxima capacidade de refrigeração não implica ausência de temperaturas acima de  $T_C$  no fluido que entra no trocador de calor frio. Entretanto, a partir de um determinado valor de  $\dot{m}(t)$ , pode-se perceber que  $\bar{Q}_C$  diminui (ver Fig. 5.11) em virtude de dois motivos: o aumento, em módulo, na magnitude dos valores negativos de  $\dot{Q}_C(t)$ , e o aumento no tempo em que estes valores existem, gradativamente maior dentro do intervalo de aquecimento do regenerador.

Para a vazão correspondente à capacidade máxima, os perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final de cada uma das quatro etapas do ciclo AMRR são ilustrados nas figuras seguintes. Nelas, as posições 0 e 1 referem-se às extremidades fria e quente do dispositivo, respectivamente. Estes perfis longitudinais refletem a dinâmica térmica do AMR no regime periodicamente desenvolvido.

Durante a magnetização adiabática, a temperatura do sólido é elevada pelo  $\Delta T_{ad}$  local assim que o campo magnético é aplicado. Como pode ser observado na Fig. 5.13, nesta etapa o formato do perfil no sólido é o mesmo do fluido em toda a extensão do regenerador, distinguindo-se apenas pelo nível de temperatura. Isto ocorre porque no ciclo



imediatamente anterior, ao final do processo de aquecimento do regenerador, estes perfis são bastante próximos em virtude da transferência de calor; detalhe que será explicado mais adiante.

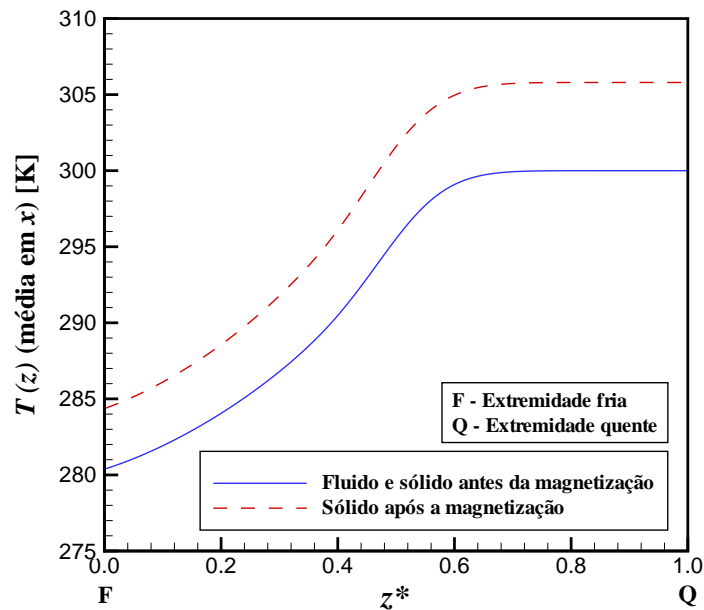


Figura 5.13 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final da magnetização adiabática.

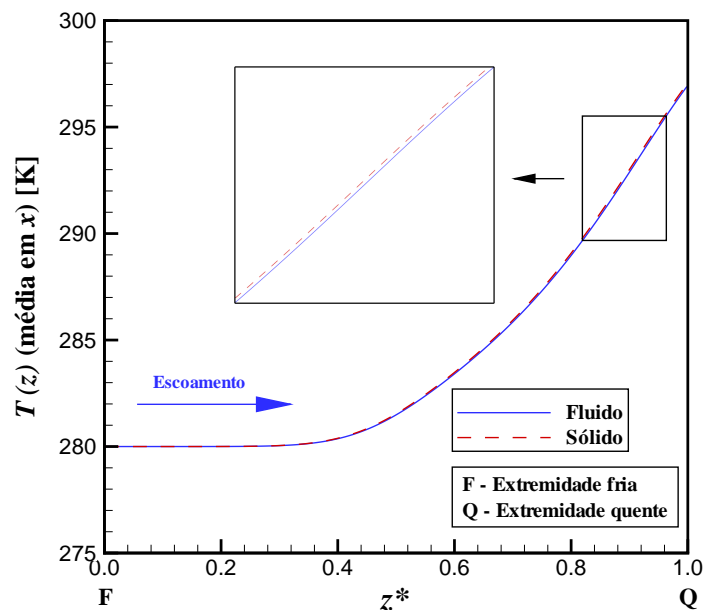


Figura 5.14 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final do processo de resfriamento do regenerador.

No processo de resfriamento do regenerador, o sólido cede calor ao fluido que chega no regenerador com temperatura  $T_C$ . Durante esta etapa, dependendo do volume de fluido deslocado, parte do sólido é resfriada pela corrente de fluido frio e parte pelo fluido retido no interior do regenerador. Para a situação ilustrada na Fig. 5.14, o volume de fluido

deslocado é 61,62 % do volume dos canais no regenerador. Percebe-se desta figura que há equilíbrio térmico entre o fluido e o sólido. Nos primeiros 30,0% do comprimento do regenerador, a temperatura destes meios é constante. Esta região sofre maior influência do escoamento que vem do trocador de calor frio, a  $T_C$ .

Somado a isto, observa-se na Fig. 5.13 que nos primeiros 30,0% do comprimento do regenerador a temperatura do sólido é a mais baixa em todo o perfil para a magnetização adiabática, e portanto mais fácil para ser resfriada até  $T_C$ . Entretanto, passado este trecho é possível notar que, embora muito próximas, a temperatura do material é levemente superior à temperatura do fluido; ambas continuamente crescentes. Os perfis mostrados na Fig. 5.14 coincidem com resultados publicados por Siddikov, Wade e Schultz (2005). A significativa proximidade entre as temperaturas do fluido e do sólido indica que o processo regenerativo está sendo satisfatório no AMR, pois nesta situação deve existir equilíbrio térmico entre o fluido e o regenerador (PETERSEN *et al.*, 2008b).

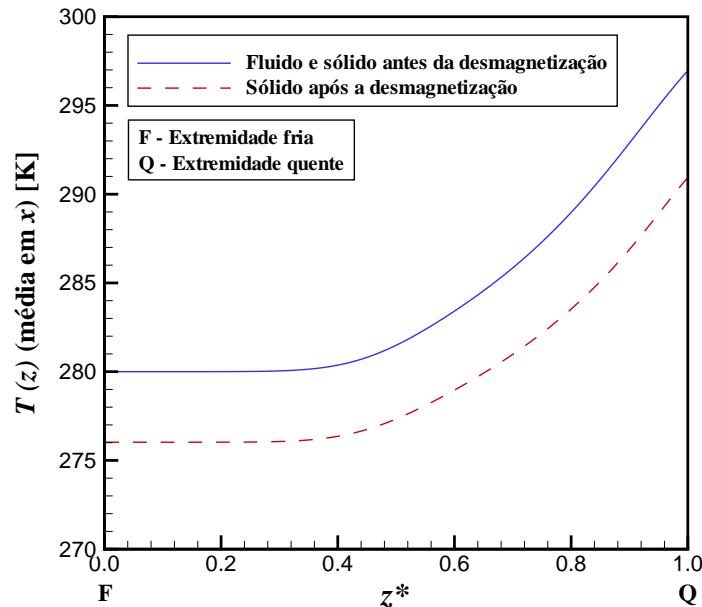


Figura 5.15 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final da desmagnetização adiabática.

Na Fig. 5.15, a temperatura resultante da desmagnetização adiabática é retratada. A temperatura do sólido é reduzida pelo  $\Delta T_{ad}$  local assim que o campo magnético é retirado. Analogamente à magnetização, o formato do perfil, obtido na etapa anterior, é conservado e o efeito magnetocalórico apenas muda o nível de temperatura no material. Nestas duas etapas adiabáticas, a temperatura do fluido não é alterada. Como informado na seção 5.2.2, a condução de calor nestas etapas não foi incluída na modelagem. No trabalho de Petersen *et al.* (2008b), no qual esta troca térmica é resolvida, os resultados mostram que o perfil de temperatura do sólido não afeta o perfil de temperatura do fluido de maneira significativa. Segundo estes autores, isto se deve ao fato da capacidade térmica do fluido

( $mc_p$ ) ser maior do que a do sólido para o regenerador por eles estudado.

Durante o processo de aquecimento do regenerador pelo fluido, o sólido retira calor do fluido vindo do trocador de calor quente a temperatura  $T_H$ . Assim como no processo de resfriamento do regenerador pelo fluido, os perfis do fluido e do sólido estão em equilíbrio térmico no final desta etapa (ver Fig. 5.16). Nas últimas posições do comprimento do regenerador, a temperatura destes meios se torna constante pelo aquecimento associado ao fluido que é alimentado a  $T_H$ . Como ilustrado no destaque da Fig. 5.16, a temperatura do material é levemente inferior à temperatura do fluido; ambas continuamente decrescentes (acompanhando o sentido do escoamento da direita para a esquerda).

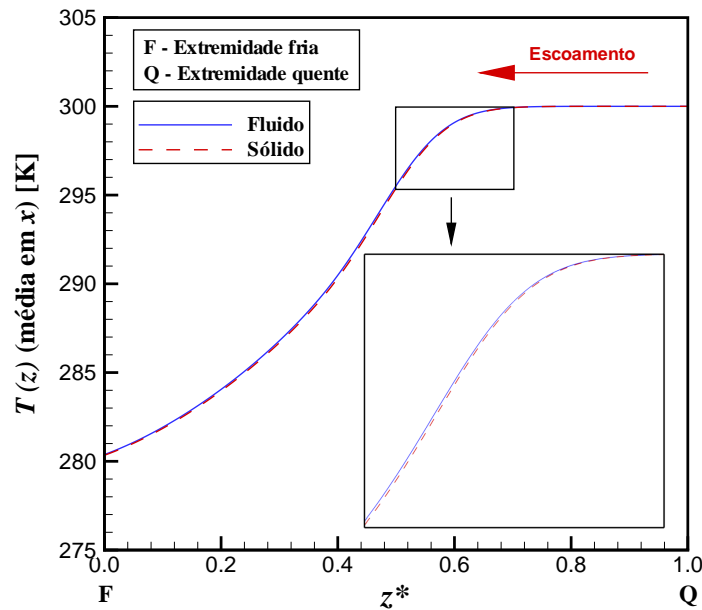


Figura 5.16 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido ao final do processo de aquecimento do regenerador.

Ainda no contexto dos resultados da Fig. 5.11, o comportamento dos perfis longitudinais no sólido ao final do processo de aquecimento do regenerador pelo fluido foi avaliado para diferentes vazões, como pode ser observado na Fig. 5.17. Nela, observa-se que com o aumento da vazão mássica, maiores regiões no sólido permanecem na temperatura  $T_H$ . O fluido, que continuamente entra no regenerador a  $T_H$ , não consegue ser resfriado chegando ao trocador de calor frio a temperaturas superiores a  $T_C$ . Isto não gera capacidade de refrigeração e prejudica o desempenho do refrigerador magnético.

É possível perceber como para as curvas com  $\dot{m}(t)|_{media} > 10,82$  kg/h (valor próximo da vazão para  $\bar{Q}_C$  máximo) a temperatura do sólido na posição  $z^* = 0$  é maior do que  $T_C = 280$  K. É importante lembrar aqui que para o conjunto de parâmetros usados nestas simulações, os perfis do fluido e do sólido no final desta etapa estão muito próximos, conforme já ilustrado na Fig. 5.16.

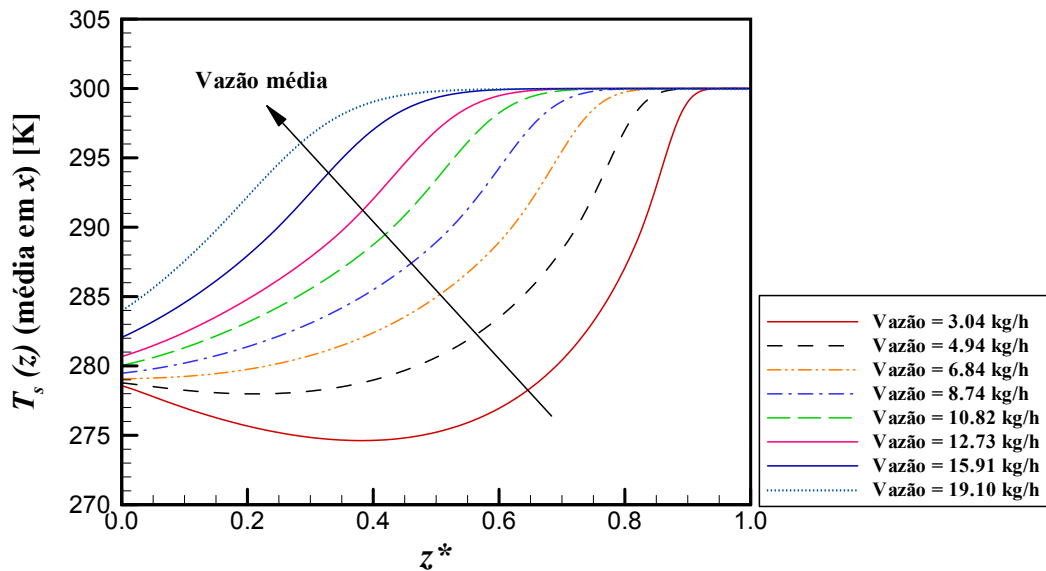


Figura 5.17 – Perfis de temperatura no sólido para diferentes valores de  $\dot{m}(t)|_{media}$  (final do processo de aquecimento do regenerador pelo fluido).

Na Fig. 5.17, as duas curvas de mais baixa vazão apresentam um comportamento peculiar onde se nota que posições intermediárias estão a temperaturas menores do que nos extremos do sólido; particularmente de  $z^* = 0,2$  a  $z^* = 0,6$  (para 3,04 kg/h) e de  $z^* = 0,1$  a  $z^* = 0,4$  (para 4,94 kg/h). Este comportamento pode ser compreendido com auxílio da Fig. 5.18.

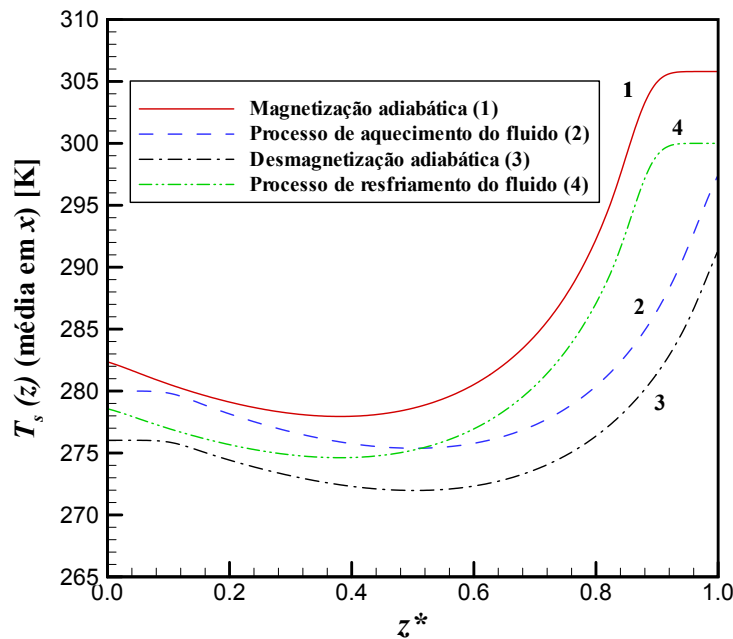


Figura 5.18 – Perfis de temperatura no sólido ao longo do ciclo AMRR com  $\dot{m}(t)|_{media} = 3,04$  kg/h.

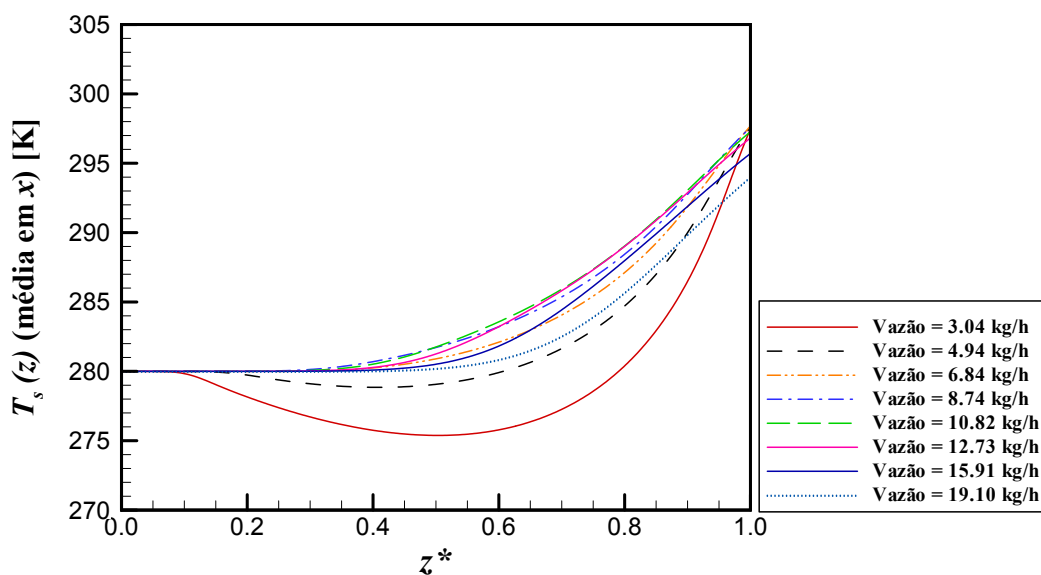
Nesta figura está disposta a distribuição de  $\bar{T}_s$  no final das quatro etapas do ciclo AMRR para  $\dot{m}(t)|_{media} = 3,04$  kg/h. A mudança partindo da curva 3 para a curva 4 representa o processo de resfriamento do fluido. Esta última curva mostra que o regene-

rador foi aquecido pela corrente quente; contudo, por ser uma vazão muito pequena, o fluido transfere calor de modo mais intenso na região próxima à fonte quente e percorre o restante do regenerador a uma temperatura bem mais baixa do que  $T_H$ . A energia remanescente que o escoamento transporta não é suficiente para elevar a temperatura do sólido nas posições próximas à fonte fria, particularmente entre  $z^* = 0$  e  $z^* = 0,4$ .

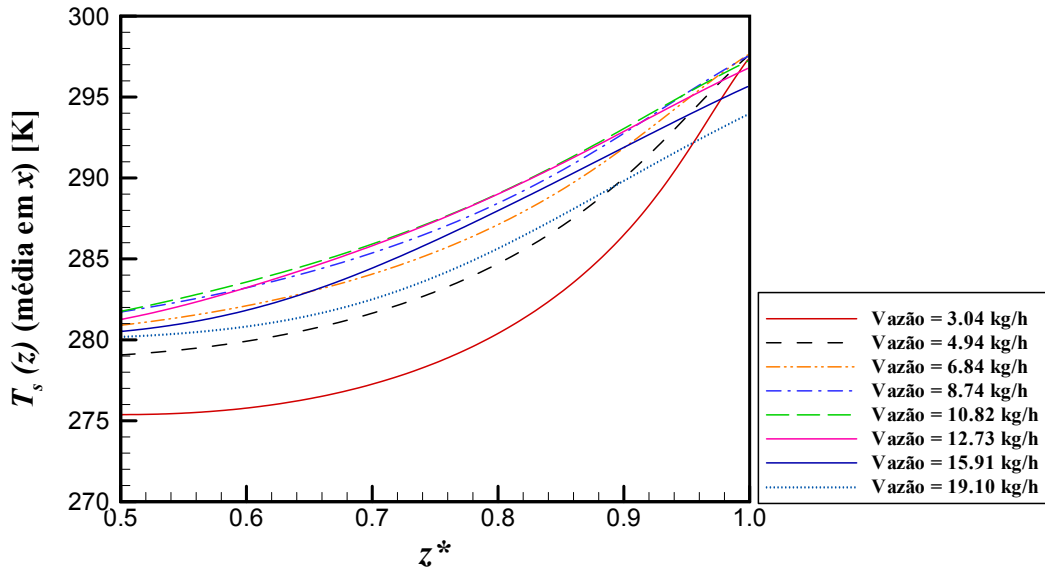
Ainda para a curva 4 da figura anterior, um outro aspecto está fortemente relacionado com o expressivo aumento de temperatura no comprimento próximo à fonte quente (aproximadamente entre  $z^* = 0,8$  e  $z^* = 1,0$ ), comparativamente ao restante de sua extensão. Trata-se da influência do calor específico variável  $c_H$  do material magnetocalórico. O fluido vindo do reservatório quente está a  $T_H = 300$  K e expõe a região acima mencionada a temperaturas entre 289 K e 300 K (ver Fig. 5.18).

De acordo com a Fig. 5.7, para esta faixa de temperatura com campo  $\mu_0 H = 0$  T,  $c_H$  é decrescente chegando a assumir os menores valores do seu intervalo de variação. Isto permite que a temperatura do sólido seja alterada mais facilmente. Menos energia é necessária para mudar a temperatura do material e como esta parte do sólido está em contato com temperaturas próximas da máxima entre os trocadores, o aumento de temperatura é maior. Em contrapartida, no restante do sólido  $c_H$  é alto em virtude do intervalo de temperatura de 275 K a 289 K. Assim, mais energia é necessária para alterar a temperatura do sólido contribuindo para uma menor elevação entre as curvas 3 e 4.

Para o processo de aquecimento do fluido, o uso de vazões cada vez maiores também permite que maiores parcelas do material magnetocalórico permaneçam a temperatura constante  $T_C$ , conforme exposto na Fig. 5.19 (a). A Fig. 5.19 (b) é uma ampliação das curvas mostradas em (a) para metade do comprimento do regenerador.



(a) Comprimento total do regenerador



(b) Detalhamento para metade do comprimento do regenerador

Figura 5.19 – Perfis de temperatura no sólido para diferentes valores de  $\dot{m}(t)|_{media}$  (final do processo de resfriamento do regenerador pelo fluido).

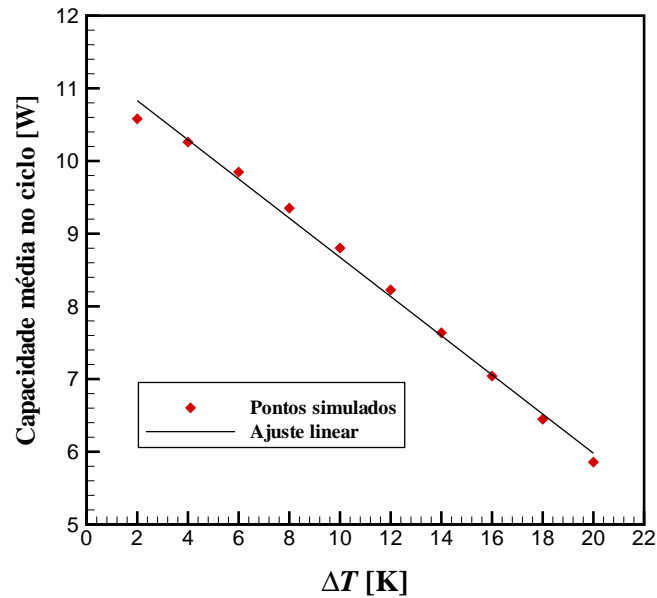
Nelas, uma característica interessante pode ser notada. Uma vazão mássica crescente aumenta a temperatura ao longo do sólido até um certo ponto; após este ponto o nível de temperatura cai. Pode-se observar que no sentido crescente do intervalo  $3,04 \leq \dot{m}(t)|_{media} \leq 8,74$ , a temperatura do sólido aumenta segundo curvas paulatinamente menos íngremes, conforme indicado em (b). A partir de  $\dot{m}(t)|_{media} = 10,82$  kg/h, o nível de temperatura torna-se menor e as curvas apresentam tendências lineares na segunda metade do regenerador ( $z^* = 0,5$  a  $z^* = 1,0$ ).

#### 5.4.2 Resultados para variação do $\Delta T$ entre os trocadores de calor

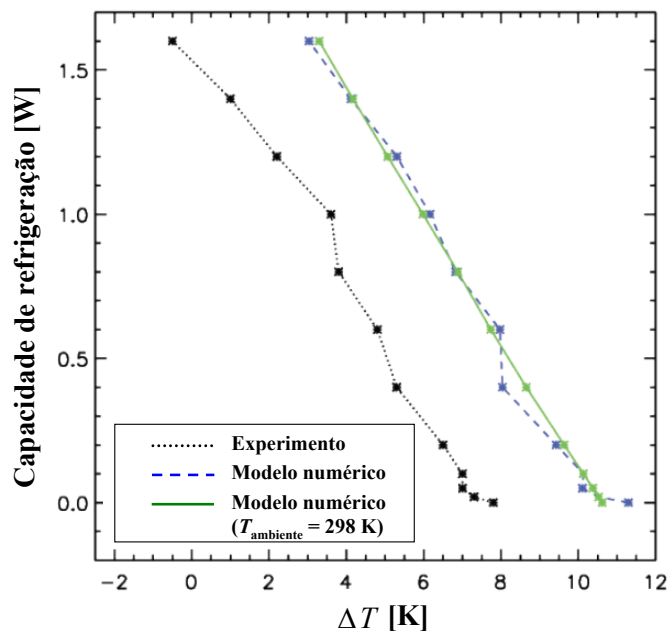
A validação do modelo numérico para o AMR foi feita através dos resultados de  $\bar{Q}_C$  para diferentes  $\Delta T$ , mediante comparação com os resultados obtidos por Nielsen *et al.* (2008). Agora, os valores prescritos para  $\Delta T$  entre os trocadores de calor estão igualmente distribuídos em torno da temperatura de Curie do gadolínio ( $\Theta_C = 294$  K). Para as simulações aqui realizadas o seguinte conjunto de parâmetros foi utilizado:  $\dot{m}(t)|_{media} = 11,78$  kg/h,  $\dot{m}(t)|_{amplitude} = 18,50$  kg/h,  $f = 1,0$  Hz e  $\mu_0 H = 2,5$  T. Esta comparação é mostrada na Fig. 5.20 (a) e (b), localizadas na próxima página.

Analogamente ao Capítulo 4, a validação apresentada aqui refere-se ao comportamento físico de um parâmetro global de desempenho e de sua ordem de grandeza. Os resultados das simulações indicam que a capacidade de refrigeração  $\bar{Q}_C$  possui um comportamento aproximadamente linear e decrescente com o  $\Delta T$  prescrito nos trocadores de calor ideais. Na Fig. 5.20 (a), os pontos simulados foram ajustados à reta  $\bar{Q}_C = 11,37 - 0,2695\Delta T$ ,

cujo coeficiente de correlação é 0,9948. Os resultados experimentais mostrados na Fig. 5.20 (b) evidenciam um comportamento semelhante ao obtido pelo modelo numérico usado aqui para a simulação do AMR.



(a) Resultados obtidos no presente trabalho



(b) Fonte: Adaptado de Nielsen *et al.* (2008)

Figura 5.20 – Resultados para validação do modelo numérico do AMR –  $\bar{Q}_C$  versus  $\Delta T$ .

Os resultados numéricos de Nielsen *et al.* (2008) também confirmam o comportamento da curva  $\bar{Q}_C$  versus  $\Delta T$ . Ademais, a inclinação dos gráficos mostrados na Fig. 5.20 (b), isto é,  $-0,20 \pm 0,01$  W/K (NIELSEN *et al.*, 2008), está em excelente acordo com o coeficiente angular ( $\approx -0.27$ ) da reta ajustada aos pontos simulados, presentes na Fig. 5.20 (a). Este coeficiente angular indica o quanto a capacidade de refrigeração média  $\bar{Q}_C$  é reduzida do seu valor limite, que ocorre em  $\Delta T = 0$ , para cada Kelvin aumentado em  $\Delta T$ . A diferença

de magnitude entre os resultados de  $\overline{\dot{Q}}_C$  obtidos neste trabalho e aqueles fornecidos por Nielsen *et al.* (2008) se deve às diferenças geométricas nos regeneradores estudados e ao número de placas que compõem o núcleo destes dispositivos. Dado o exposto, o modelo numérico do AMR possui coerência física e é adequado para reproduzir o comportamento do ciclo AMRR.

Uma explicação para o comportamento observado na Fig. 5.20 (a) está alicerçada na atuação conjunta de dois fatores. O primeiro deles relaciona-se à redução do efeito magnetocalórico. Consoante a Fig. 5.10, é possível observar que quanto menor for intervalo de temperaturas a que o regenerador está exposto, em torno da temperatura de Curie, maior será o valor de  $\Delta T_{ad}$ . A ampliação do  $\Delta T$  imposto ao regenerador conduz a uma redução em  $\Delta T_{ad}$ ; desta maneira, menos energia existe para ser extraída do efeito magnetocalórico e convertida em capacidade de refrigeração.

O segundo fator refere-se ao processo de resfriamento do fluido durante sua trajetória para o trocador de calor frio. Neste contexto, a Fig. 5.21 mostra a redução na capacidade de refrigeração instantânea para alguns dos casos apresentados na Fig. 5.20 (a).

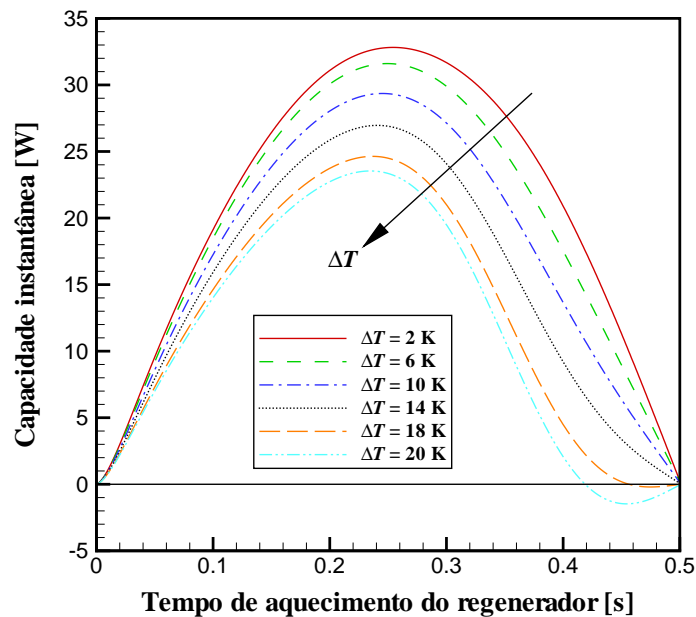


Figura 5.21 – Comportamento de  $\dot{Q}_C(t)$  durante o aquecimento do regenerador para diferentes valores de  $\Delta T$  prescritos.

Importa destacar que a influência da vazão mássica, frequência de ciclo e campo magnético aplicado é a mesma para todos os casos simulados na Fig. 5.21. À medida que  $\Delta T$  é aumentado, torna-se mais difícil para o fluido a  $T_H$  vencer intervalos de temperatura cada vez maiores de modo a atingir temperaturas  $\overline{T}_{f,C}(t)$  abaixo de  $T_C$ , dispondo para isto do mesmo tempo de troca térmica. Na figura anterior, a diminuição da área sob as curvas de  $\dot{Q}_C(t)$  é devida à redução na diferença entre  $T_C$  e  $\overline{T}_{f,C}(t)$ , conforme depreendido



diretamente da Eq. (5.28). Nas curvas com os maiores  $\Delta T$  (18 K e 20 K), nota-se que, nos instantes finais,  $\dot{Q}_C(t)$  é negativo pois a temperatura do fluido é superior a  $T_C$ .

### 5.4.3 Resultados para variação da espessura do canal

Mantendo-se constante a velocidade do pistão ou do deslocador, que bombeia o fluido de trabalho através do regenerador, quatro casos foram simulados para diferentes espessuras de duto. Estas simulações foram realizadas admitido  $f = 1,0$  Hz e  $\Delta T = 10$  K ao redor de  $\Theta_C$  do gadolínio ( $T_C = 289$  K e  $T_H = 299$  K). O aumento em  $\delta$  implica aumento no  $Re_{\omega(D_h)}$  e na vazão mássica bombeada, pois a área de passagem foi expandida. Os valores para  $\delta$ ,  $Re_{\omega(D_h)}$ , para as vazões correspondentes (amplitude e valor médio) e para a razão de fluido deslocado em cada caso considerado são dados na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 – Informações para caracterização dos casos simulados na variação de  $\delta$ .

Variável	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
$\delta$ [mm]	0,1	0,2	0,3	0,4
$D_h$ [mm]	0,2	0,4	0,6	0,8
$Re_{\omega(D_h)}$	0,28	1,12	2,53	4,50
$\dot{m}(t) _{media}$ [kg/h]	11,78	23,54	35,26	46,81
$\dot{m}(t) _{amplitude}$ [kg/h]	18,50	37,00	55,50	74,50
$\tilde{V}$	0,6162	0,6160	0,6150	0,6123

Nas condições simuladas, o aumento na espessura do duto reduz a capacidade de refrigeração, como pode ser observado na Fig. 5.22 logo abaixo.

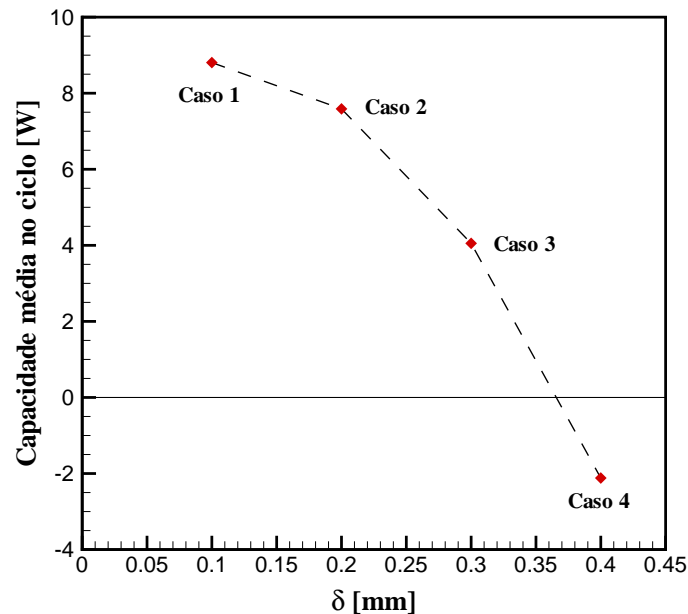


Figura 5.22 –  $\overline{\dot{Q}_C}$  em função de  $\delta$  para uma velocidade de pistão constante,  $f = 1,0$  Hz e  $\Delta T = 10$  K.

É possível perceber que a partir de uma determinada espessura não há mais produção de frio no ciclo do refrigerador magnético. Segundo esta figura, o valor limite é  $\delta \approx 0,37$  mm. Maiores valores de  $\delta$  permitem que mais fluido escoe através do regenerador durante o mesmo intervalo de tempo. Deve-se destacar que o aumento da área de passagem do escoamento compensa o acréscimo na vazão mássica, mantendo o volume de fluido deslocado praticamente inalterado durante os processos de aquecimento e resfriamento do fluido; em torno de 61 % do volume total dos canais no regenerador para todos os casos simulados. Paralelamente, como o regime do escoamento é quase estacionário, em virtude dos baixos valores de  $Re_{\omega(D_h)}$ , tem-se que o volume deslocado é quase constante. O comportamento dos resultados mostrados na Fig. 5.22 também foi reportado por Petersen *et al.* (2008b).

Para um mesmo tempo de percurso durante o processo de resfriamento do fluido e considerando  $\delta$  crescente, ao longo deste intervalo a massa de água quente não consegue ceder ao sólido a quantidade de energia térmica necessária de modo que sua temperatura seja inferior a  $T_C$  na entrada no trocador de calor frio. Esta situação evolui ao ponto que, na maior parte desta etapa,  $\bar{T}_{f,C} > T_C$  e a capacidade de refrigeração média no ciclo torna-se negativa. Isto caracteriza o Caso 4 mostrado na Fig. 5.22.

A Fig. 5.23 revela que o aumento em  $\delta$  induz uma diferença de temperatura entre os perfis longitudinais no fluido e sólido. Pode-se notar que para  $\delta = 0,4$  mm, cerca de 60 % do comprimento do regenerador apresenta esta diferença. Isto se deve à existência de gradientes de temperatura no fluido na direção perpendicular ao escoamento (PETERSEN *et al.*, 2008b).

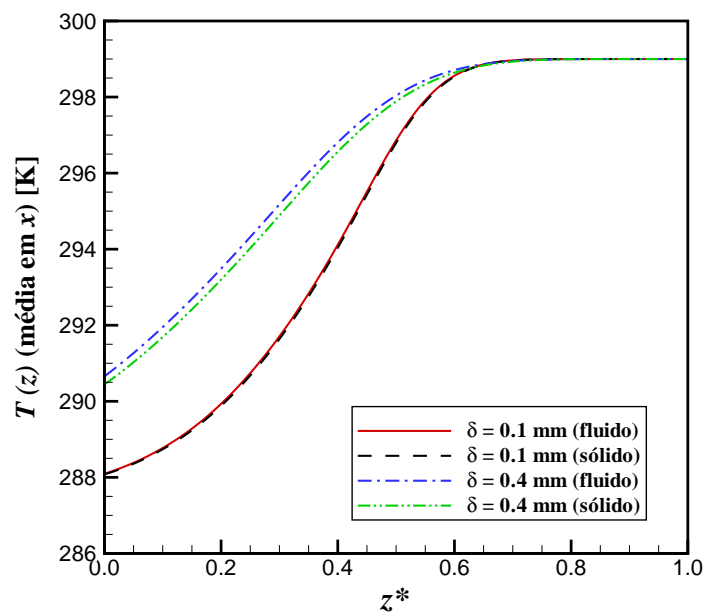


Figura 5.23 – Evolução dos perfis de temperatura no fluido e no sólido para diferentes espessuras de duto (final do processo de aquecimento do regenerador).

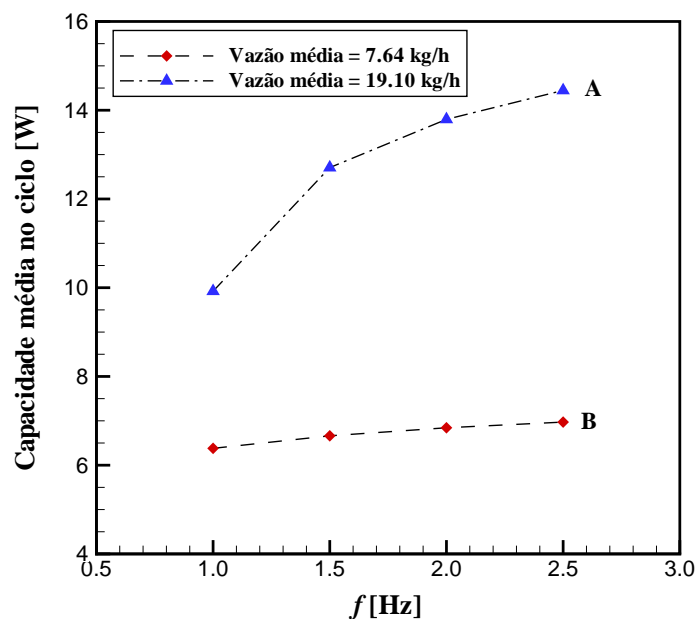
## 5.4.4 Resultados para variação da frequência de ciclo

Analogamente ao item anterior, quatro casos foram simulados para frequências de ciclo distintas em dois grupos de vazões. Nestas simulações, as variáveis  $D_h = 0,2$  mm e  $\Delta T = 10$  K ( $T_C = 289$  K e  $T_H = 299$  K) permaneceram fixas. Os parâmetros que identificam cada grupo juntamente com seus respectivos casos estão dispostos na Tabela 5.8 a seguir.

Tabela 5.8 – Informações para caracterização dos casos simulados na variação de  $f$ .

Grupo	Variável	Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4
	$f$ [Hz]	1,0	1,5	2,0	2,5
	$Re_{\omega(D_h)}$	0,28	0,42	0,56	0,70
A [kg/h]					
$\dot{m}(t) _{media} = 7,64$	$\tilde{V}$	0,3997	0,2665	0,1998	0,1599
$\dot{m}(t) _{amplitude} = 12,00$					
B [kg/h]					
$\dot{m}(t) _{media} = 19,10$	$\tilde{V}$	0,9993	0,6662	0,4996	0,3997
$\dot{m}(t) _{amplitude} = 30,00$					

Em ambos os grupos simulados, é possível perceber que a capacidade média no ciclo aumenta para frequências crescentes. A variação dos valores de  $\overline{Q}_C$  é sensivelmente maior para o grupo B, caracterizado por uma maior vazão mássica. Estes resultados estão mostrados na Fig. 5.24.

Figura 5.24 –  $\overline{Q}_C$  em função de  $f$  para dois grupos de vazões.

Uma vez que o  $Re_{\omega(D_h)}$  é muito baixo, o escoamento é quase-estacionário nos quatro casos pertencentes aos grupos A e B. Isto garante que, para condições de propriedades

físicas e geometria constantes, a velocidade média prescrita nas regiões de entrada do regenerador seja igual à velocidade média ao longo do duto. Desta forma, está sendo bombeada uma mesma quantidade de água, por grupo, nos quatro casos simulados.

Deve-se notar que, para uma mesma vazão bombeada, o aumento de  $f$  reduz o tempo de permanência das correntes quente e fria no interior do regenerador, limitando assim o volume de fluido deslocado, como pode ser verificado na Tabela 5.4. Quando  $\tilde{V}$  decresce, o volume de fluido deslocado para o trocador de calor frio será, cada vez mais, aquele próximo à extremidade fria, que atinge este trocador com temperaturas menores que  $T_C$  segundo o mecanismo já descrito no item 5.3.1.

O aumento de  $f$  também limita a transferência de calor durante o processo de resfriamento do fluido. Os perfis de temperatura para os casos simulados nos grupo A e B estão ilustrados nas Fig. 5.25 e 5.26, respectivamente. É possível perceber que a linha com  $\bar{T}_s = T_H$ , próxima à extremidade quente, é reduzida no sentido de frequências crescentes, conforme orientado nestas figuras. A maior vazão mássica, Fig. 5.26, confere maiores níveis de temperatura ao sólido, comparativamente à Fig. 5.25.

Na Fig. 5.25, para  $f = 2,0$  Hz e  $f = 2,5$  Hz vê-se que as temperaturas do sólido são menores no trecho de  $z^* = 0,2$  a  $z^* = 0,6$ , enquanto nos trechos de  $z^* = 0$  a  $z^* = 0,2$  e de  $z^* = 0,6$  a  $z^* = 1$  elas são maiores. No intervalo  $0 < z^* < 0,2$ , o sólido, mais frio, retira energia térmica do fluido, enquanto que no intervalo  $0,6 < z^* < 1$ , o sólido está em contato direto com o escoamento a temperatura  $T_H$ , sendo constantemente aquecido por este.

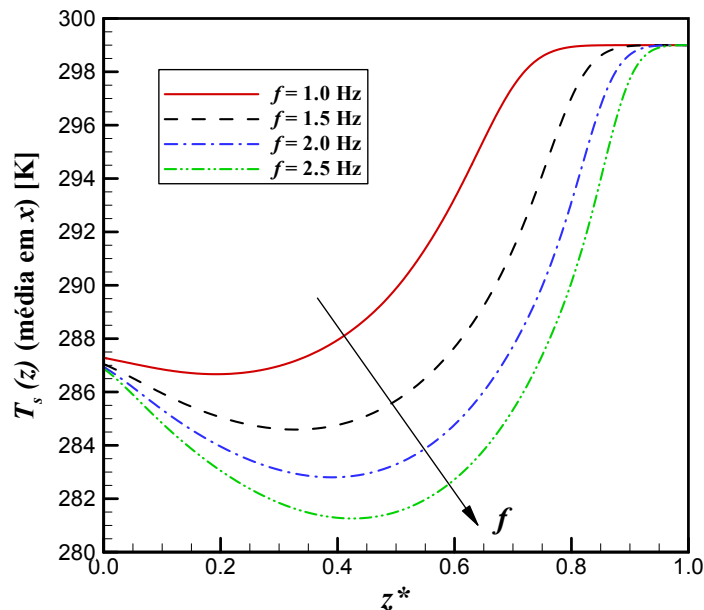


Figura 5.25 – Evolução dos perfis de temperatura no sólido em função de  $f$  para  $\dot{m}(t)|_{media} = 7,64$  kg/h (final do processo de resfriamento do fluido).

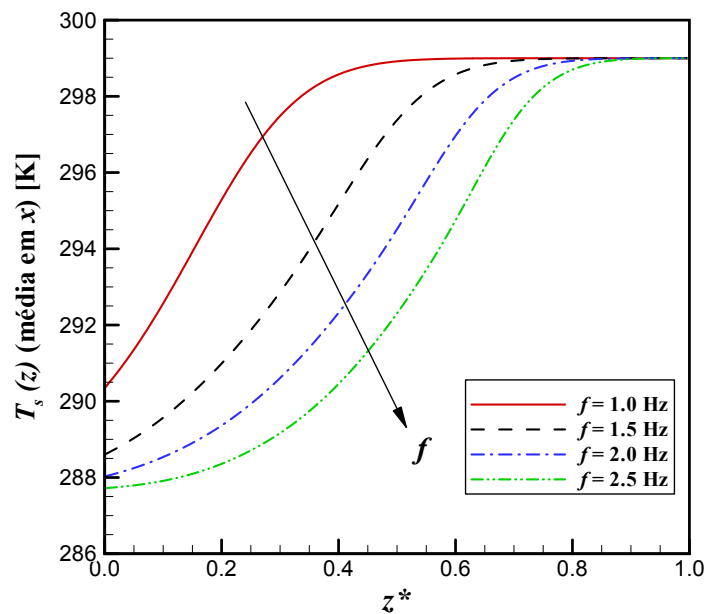


Figura 5.26 – Evolução dos perfis de temperatura no sólido em função de  $f$  para  $\dot{m}(t)|_{media} = 19,10$  kg/h (final do processo de resfriamento do fluido).

A influência conjunta da frequência e da vazão pode ser notada nas Fig. 5.27 e Fig. 5.28. Para os perfis nos quais  $f$  é maior pode-se perceber uma pequena diferença entre os perfis de temperatura no fluido e no sólido. Essa diferença é mais expressiva quanto maior é a vazão considerada (ver Fig. 5.28 na página seguinte), devido o tempo dedicado à troca térmica ser menor.

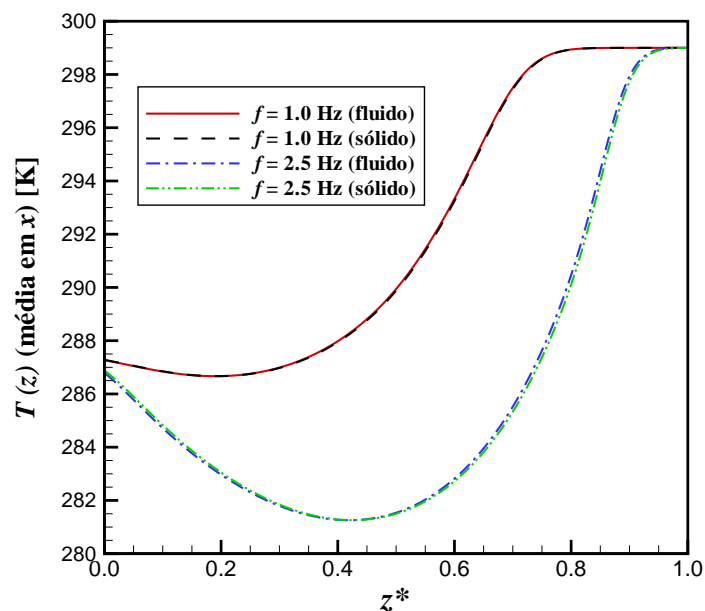


Figura 5.27 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido para  $\dot{m}(t)|_{media} = 7,64$  kg/h (final do processo de resfriamento do fluido).

Particularmente para a Fig. 5.27, há uma inversão nos perfis de temperatura, a qual se dá em torno das posições adimensionais 0,40 e 0,45. Posterior a elas, a temperatura do

sólido é menor do que a do fluido, pois o sólido se encontra resfriado pela desmagnetização adiabática e, embora entre em contato com o fluido que chega a temperatura  $T_H$ , o tempo dedicado à troca térmica é muito pequeno.

Também é preciso mencionar que o fluido troca calor ao longo deste trecho, diminuído, longitudinalmente, sua temperatura; porém como a transferência de calor é interrompida pela inversão do sentido do escoamento, a temperatura deste ainda permanece acima da temperatura do sólido. No trecho anterior a  $z^* = 0,4$ , a temperatura do sólido é maior do que a do fluido porque, estando a uma temperatura mais baixa, o sólido retira energia térmica do volume de fluido retido nesta região assim que ele é deslocado para o trocador frio.

Esta inversão não é encontrada nos perfis presentes na Fig. 5.28. A maior razão para o volume de fluido deslocado assegura que, após o equilíbrio térmico na extremidade quente, o perfil do sólido seja inferior ao do fluido em toda a extensão do regenerador.

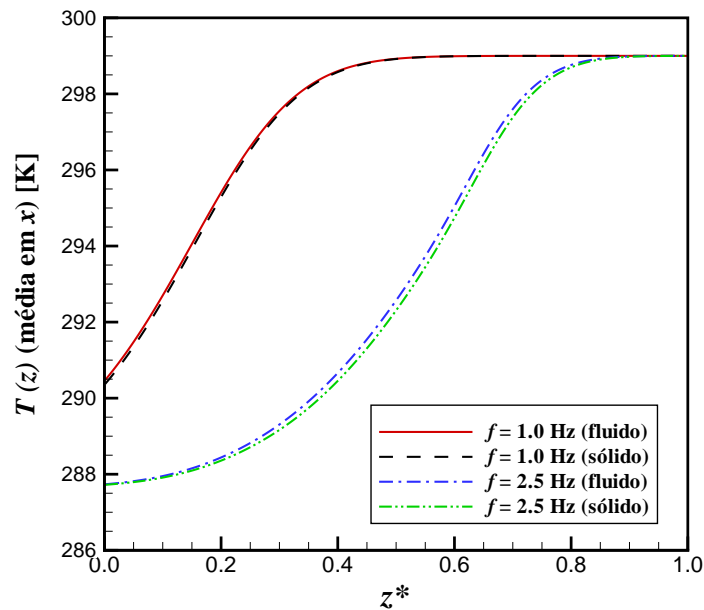


Figura 5.28 – Perfis de temperatura no fluido e no sólido para  $\dot{m}(t)|_{media} = 19,10$  kg/h (final do processo de resfriamento do fluido).

#### 5.4.5 Resultados para os transientes de temperatura

Para as simulações desenvolvidas no item 5.4.1, os transientes de temperatura nas extremidades fria e quente do material magnético são mostradas na Fig. 5.29. Os resultados estão organizados para quatro vazões distintas. Cada gráfico que compõe esta figura apresenta as quatro etapas do ciclo de refrigeração magnética AMRR. A magnetização e desmagnetização adiabáticas são instantâneas e o período ( $P = 1,0$  s nestes casos) divide-se entre o aquecimento do fluido, entre 0 e 0,5 s, seguido do resfriamento do fluido,

entre 0,5 s e 1,0 s.

Na saída fria, percebe-se que durante parte do resfriamento do fluido o sólido retira energia térmica do fluido e sua temperatura no final desta etapa mantém-se menor que  $T_C = 280$  K para as duas primeiras vazões. Para as duas vazões restantes, após o deslocamento do fluido que estava retido no regenerador, a extremidade fria começa a ser aquecida pelo escoamento que chega nesta região com temperaturas maiores que  $T_C$ . Deve-se ter em mente que nestas situações a advecção de calor é maior, pois a velocidade média foi elevada, e o volume de fluido deslocado também aumentou.

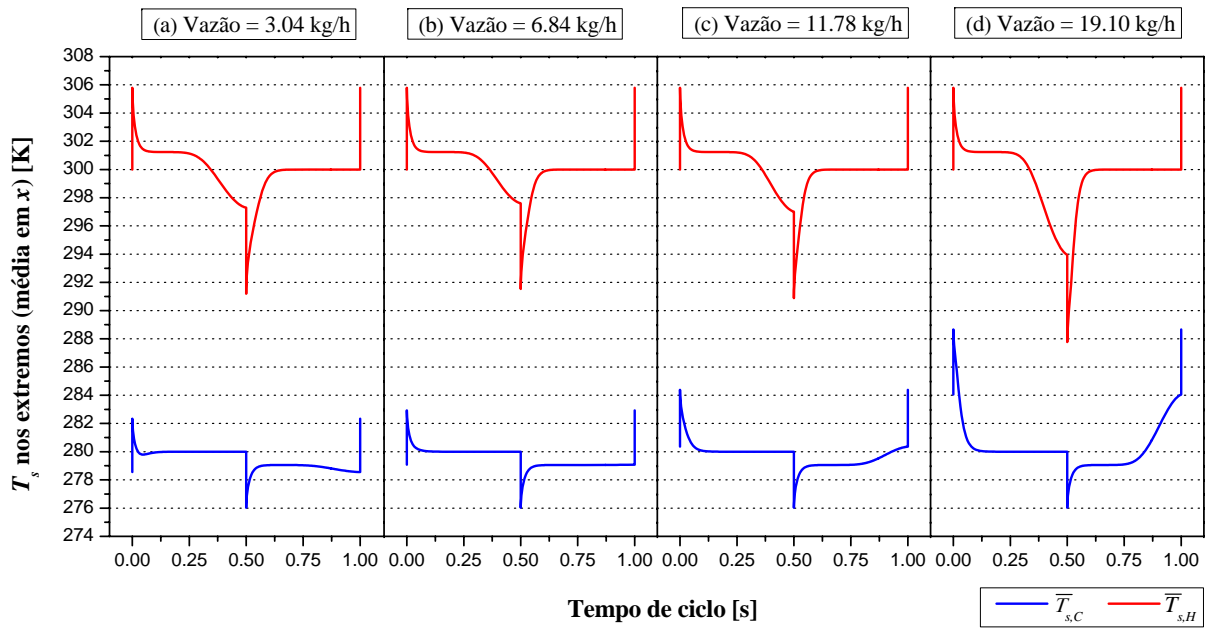


Figura 5.29 – Transientes de temperatura para diferentes vazões (valor médio).

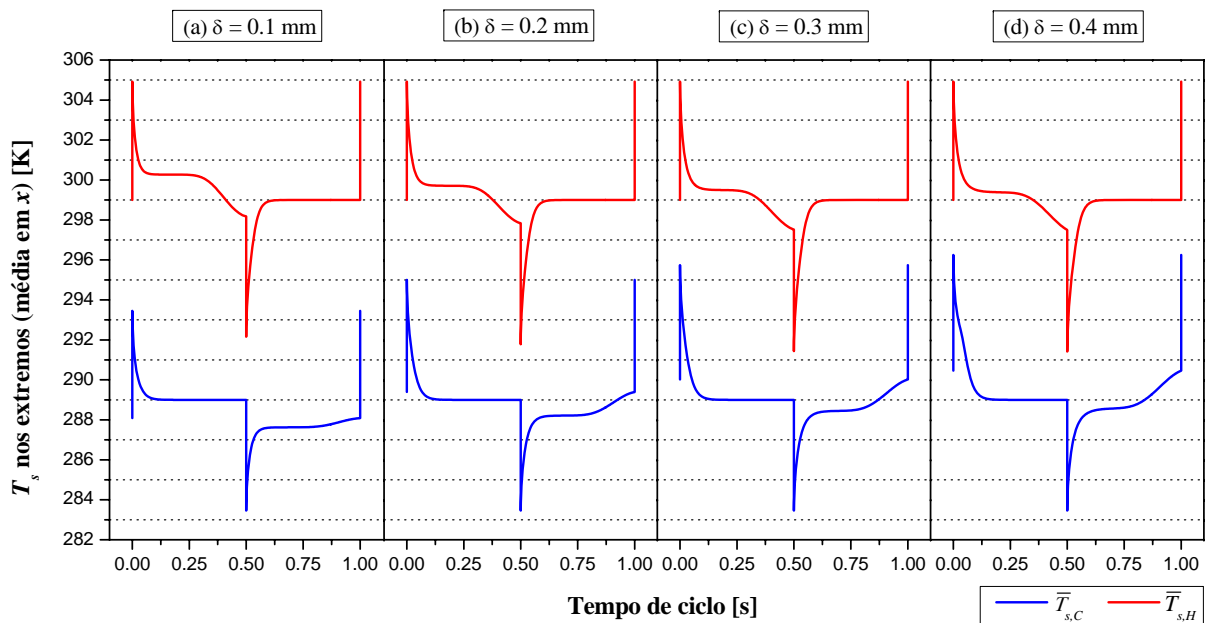


Figura 5.30 – Transientes de temperatura para diferentes espessuras de duto.

O mesmo comportamento pode ser observado nos resultados do item 5.4.3 para a variação da geometria do sistema (ver Fig. 5.30). A maior amplitude de temperatura nas curvas correspondentes à extremidade quente está relacionada ao calor específico do Gd. Para temperaturas mais elevadas, o  $c_H$  é menor permitindo ao sólido ter uma maior variação de temperatura. Isto não ocorre para a extremidade fria, onde as temperaturas são baixas e os altos valores de  $c_H$  levam o sólido a mudar menos sua temperatura.

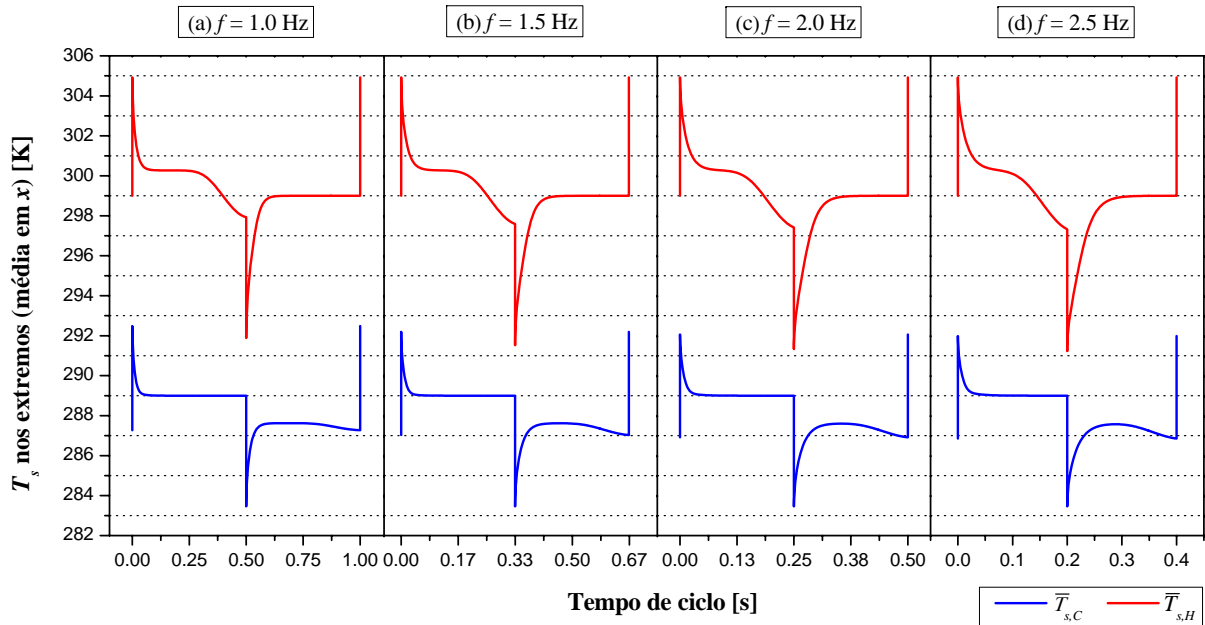


Figura 5.31 – Transientes de temperatura para diferentes freqüências com  $\dot{m}(t)|_{media} = 7,64 \text{ kg/h}$ .

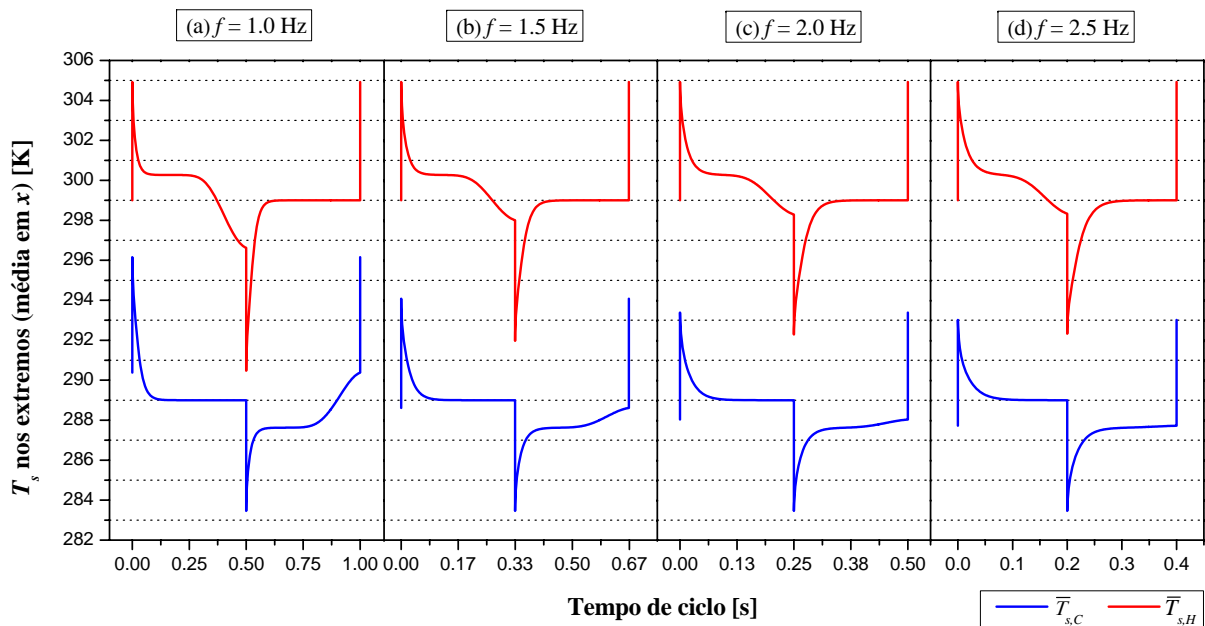


Figura 5.32 – Transientes de temperatura para diferentes freqüências com  $\dot{m}(t)|_{media} = 19,10 \text{ kg/h}$ .

Os transientes para a mudança na freqüência do ciclo são apresentados nas Figs. 5.31



e 5.32 para os grupos A e B discutidos no item 5.3.4, respectivamente. Nelas é possível perceber a inércia térmica do sólido a partir de sua interação com o fluido de trabalho. Os comentários que seguem são referentes à Fig. 5.30, tomada como base. Para a curva de  $\bar{T}_{s,H}$ , durante o processo de aquecimento do fluido, pode-se notar que durante o primeiro 1/4 de ciclo o sólido está em contato com o fluido retido no regenerador que está a uma temperatura abaixo de  $T_H$  mas acima de  $T_C$ . Avançando no tempo, a partir de 2/4 de ciclo o sólido começa a sentir realmente a influência de temperaturas próximas a  $T_C$  e sua temperatura exibe um decaimento mais expressivo. Analogamente, no processo de resfriamento do fluido a curva de  $\bar{T}_{s,C}$  aumenta suavemente sua temperatura no 3/4 de ciclo, pois o sólido, mais frio pela desmagnetização adiabática, retira energia do fluido retido no interior do regenerador. Para o último quarto de ciclo, a influência da corrente de fluido com temperaturas próximas a  $T_H$  se faz sentir, elevando  $\bar{T}_{s,C}$ .

## 5.5 Síntese do capítulo

Neste capítulo o regenerador magnético ativo foi investigado a partir do modelo para o escoamento e transferência de calor introduzido no Capítulo 4. O ciclo de refrigeração magnético foi simulado numericamente e correlações experimentais para modelagem do efeito magnetocalórico e da variação do calor específico no sólido foram introduzidas. Nos testes do modelo numérico, verificou-se que a dimensão temporal é a mais determinante na obtenção de resultados acurados. Isto se deve às mudanças transientes nas variáveis  $c_H$  e  $\Delta T_{ad}$  a partir da variação de temperatura. Vários parâmetros físicos nortearam as simulações conduzidas, discutindo-se para cada um deles a dinâmica térmica do AMR a partir dos perfis de temperatura no sólido e no fluido. O desempenho do refrigerador magnético, avaliado pela capacidade de refrigeração, foi discutido em termos da interação entre o volume de fluido deslocado nos canais do regenerador e os perfis de temperatura ao longo deste.

## 6 *Considerações Finais*

Neste último capítulo estão reunidas as conclusões gerais obtidas nesta dissertação assim como algumas proposições para elaboração de trabalhos futuros em trocadores de calor regenerativos.

### 6.1 Conclusões gerais

A principal conclusão extraída do problema fundamental para o regenerador, isto é, a transferência de calor entre um cilindro sólido e um escoamento transversal oscilatório, é:

- A frequência do escoamento que viabiliza a troca térmica ótima pôde ser determinada para cada coeficiente de transferência de calor convectivo  $h$ , através de uma correlação numérica em termos dos grupos adimensionais característicos  $Bi$  e  $Fo$ .

No que diz respeito ao regenerador de placas metálicas, as principais conclusões estão elencadas na seqüência:

- O aumento na amplitude da velocidade média, portanto, na vazão mássica que escoava através do regenerador induz a um aumento crescente, porém moderado, nos valores da eficiência. De modo contrário, a efetividade é reduzida sob influência deste aumento;
- O aumento no diâmetro hidráulico do duto reduz a eficiência do dispositivo uma vez que incrementa o fator de utilização através da elevação da capacidade térmica do fluido;
- O diâmetro hidráulico é o parâmetro geométrico decisivo para redução das irreversibilidades e projeto de um sistema com maior eficiência termodinâmica;
- O número de geração de entropia apresenta um comportamento crescente em função da amplitude da velocidade média. Quando se trabalha com maiores valores para

o diâmetro hidráulico, a diminuição nas perdas termodinâmicas é mais expressiva para as maiores vazões de fluido bombeado;

- O período ou tempo de ciclo tem uma influência mais determinante sobre a eficiência e a efetividade. À medida que tempos maiores são dedicados aos intervalos de aquecimento e resfriamento é possível à matriz sólida reter mais energia térmica por ciclo, no regime periodicamente desenvolvido, permitindo ao sistema atingir maiores eficiências. O aumento no período reduz o número de ciclos necessários para se atingir as condições operacionais, reduzindo também a efetividade do regenerador;
- O número de geração de entropia exibe um comportamento crescente para altas frequências, entretanto o seu valor decai a partir de determinados períodos nos quais começa a cessar a troca térmica entre o sólido, a maior parte de sua extensão ou todo ele, e as correntes de fluido quente e fria;
- Para a condição de menor geração de entropia, dentro das possibilidades aqui investigadas, uma correlação numérica pôde ser determinada entre a vazão mássica bombeada e o período limite a partir do qual não é recomendado operar o regenerador a fim de se evitar condições inoperantes para este sistema térmico.

Para o estudo do AMR, as principais conclusões são:

- O volume de fluido deslocado nos canais do regenerador é um parâmetro chave para se entender o desempenho do refrigerador magnético;
- Para uma as condições simuladas, a capacidade de refrigeração é máxima quando a razão entre o volume de fluido deslocado e o volume dos canais no regenerador é 61,6 %. Maiores valores para a vazão reduzem gradativamente a capacidade de refrigeração do sistema;
- Há uma espessura limite ( $\approx 0,37$  mm) para os canais do regenerador, a partir da qual não há mais produção de frio no refrigerador magnético. Um maior diâmetro hidráulico contribui para a formação de gradientes de temperatura no fluido, transversais à direção do escoamento, prejudicando o processo térmico de regeneração;
- A capacidade de refrigeração aumenta com a frequência de ciclo. Este aumento é mais expressivo para maiores vazões bombeadas. Dependendo dos valores para a frequência e vazão bombeada, pode existir uma inversão nos perfis de temperatura no fluido e no sólido ao longo do regenerador, isto é, há trechos em que a temperatura do primeiro é maior do que a do segundo e *vice-versa*.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Alguns direcionamentos para trabalhos futuros são agora sugeridos. Estes contemplam aperfeiçoamentos na modelagem aqui utilizada bem como o estudo de variações geométricas e de outros tipos de regeneradores, fazendo-se uso do código construído. São eles:

- Introdução de não-homogeneidades na análise do problema fundamental tal como um coeficiente de transferência de calor variável;
- Avaliar a influência da razão de aspecto  $\gamma$  no desempenho térmico do regenerador de placas metálicas paralelas;
- Aperfeiçoar o modelo estudado considerando propriedades termofísicas variáveis no fluido, pois para o  $\Delta T$  admitido nas simulações (55 K) a viscosidade dinâmica  $\mu$  varia de modo significativo com a temperatura;
- Estender o presente estudo a regeneradores criogênicos *pulse tube*. Dado às altas frequências de operação, deve-se levar em conta na modelagem a existência de partículas que não deixam o regenerador pelas saídas quente e fria; elas permanecem oscilando retidas no interior do equipamento. Embora algumas das simulações realizadas no Capítulo 4 incluíssem altas frequências, a análise deste aspecto para o regenerador passivo foi ignorada;
- Usando a mesma geometria abordada nos Capítulos 4 e 5, estudar o comportamento térmico do regenerador considerando que o seu núcleo seja formado por um meio poroso, uma espuma metálica, por exemplo, ao invés de placas metálicas paralelas igualmente espaçadas;
- Proceder à simulação do AMR com diferentes materiais magnetocalóricos e fluidos de trabalho, comparando o desempenho do refrigerador magnético com os resultados obtidos para o par gadolínio-água, mostrados no Capítulo 5;
- Adaptar o modelo do AMR à simulação e análise térmica de um refrigerador magnético rotativo;
- Aprofundar o estudo sobre a influência do calor específico dos materiais magnetocalóricos no desempenho térmico do refrigerador magnético, estático e/ou rotativo.

## *Referências*

ALLAB, F.; KEDOUS-LEBOUC, A.; FOURNIER, J. M.; YONNET, J. P. Numerical modeling for active magnetic regenerative refrigeration. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 41, n. 10, p. 3757–3759, out. 2005.

ANDERSEN, S. K.; CARLSEN, H.; THOMSEN, P. G. Numerical study on optimal Stirling engine regenerator matrix designs taking into account the effects of matrix temperature oscillations. *Energy Conversion and Management*, v. 47, n. 7-8, p. 894–908, mai. 2006.

ANDERSEN, S. K.; CARLSEN, H.; THOMSEN, P. G. Preliminary results from simulations of temperature oscillations in Stirling engine regenerator matrices. *Energy*, v. 31, n. 10-11, p. 1371–1383, ago. 2006.

ARPACI, V. S. *Conduction Heat Transfer*. 1. ed. [S.l.]: Addison-Wesley Publishing Company, 1966. 550 p. (Addison-Wesley series in Mechanics and Thermodynamics).

BEJAN, A. Two thermodynamic optima in the design of sensible heat units for energy storage. *Journal of Heat Transfer*, v. 100, n. 7, p. 708–712, nov. 1978.

BEJAN, A. *Entropy Generation Minimization: The Method of Thermodynamic Optimization of Finite-Size Systems and Finite-Time Processes*. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 1996. 362 p.

BEJAN, A. *Convection Heat Transfer*. 3. ed. New Jersey: John Wiley & Sons, 2004. 694 p.

BOUCHEKARA, H.; KEDOUS-LEBOUC, A.; DUPUIS, C.; ALLAB, F. Prediction and optimisation of geometrical properties of the refrigerant bed in an AMRR cycle. *International Journal of Refrigeration*, v. 31, n. 7, p. 1224–1230, nov. 2008.

BRERETON, G. J. The interdependence of friction, pressure gradient, and flow rate in unsteady laminar parallel flows. *Physics of Fluids*, v. 12, n. 3, p. 518–530, mar. 2000.

BRÜCK, E. Developments in magnetocaloric refrigeration. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 38, n. 23, p. R381–R391, nov. 2005.

CHASE JR., C. A.; GIDASPOW, D.; PECK, R. E. A regenerator - prediction of Nusselt numbers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 12, n. 6, p. 727–736, jun. 1969.

CHEN, Y.; LUO, E.; DAI, W. Heat transfer characteristics of oscillating flow regenerator filled with circular tubes or parallel plates. *Cryogenics*, v. 47, n. 1, p. 40–48, jan. 2007.

CHESTER, M. Second sound in solids. *Physical Review*, v. 131, n. 5, p. 2013–2015, set. 1963.

CLOT, P.; VIALLET, D.; ALLAB, F.; KEDOUS-LEBOUC, A.; FOURNIER, J. M.; YONNET, J. P. A magnet-based device for active magnetic regenerative refrigeration. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 39, n. 5, p. 3349–3351, set. 2003.

COSTA, V. A. F. A time scale-based analysis of the laminar convective phenomena. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 41, n. 12, p. 1131–1140, dez. 2002.

DAS, S. K.; SAHOO, R. K. Thermodynamic optimization of regenerators. *Cryogenics*, v. 31, n. 10, p. 862–868, out. 1991.

DIKEOS, J.; ROWE, A.; TURA, A. Numerical analysis of an active magnetic regenerator (AMR) refrigeration cycle. In: CRYOGENIC ENGINEERING CONFERENCE. *ADVANCES IN CRYOGENIC ENGINEERING: Transactions of the Cryogenic Engineering Conference*. [S.l.]: American Institute of Physics Conference Proceedings, 2006. v. 823, n. 1, p. 993–1000.

ÇENGEL, Y. A.; BOLES, M. A. *Thermodynamics: An Engineering Approach*. 5. ed. New York: McGraw-Hill, 2006. 988 p. (McGraw-Hill series in Mechanical Engineering).

ERBAY, L. B.; ALTAÇ, Z.; SÜLÜŞ, B. Entropy generation in a square enclosure with partial heating from a vertical lateral wall. *Heat and Mass Transfer*, v. 40, n. 12, p. 909–918, jan. 2004.

GAO, W.; HODGSON, P. D.; KONG, L. Numerical analysis of heat transfer and the optimization of regenerators. *Numerical Heat Transfer - Part A Applications*, v. 50, n. 1, p. 63–78, jul. 2006.

GÖĞÜŞ, Y. A.; ÇAMDALI, Ü.; KAVSAOĞLU, M. Ş. Exergy balance of a general system with variation of environmental conditions and some applications. *Energy*, v. 27, n. 7, p. 625–646, 2002.

GSCHNEIDNER JR., K. A.; PECHARSKY, V. K. Thirty years of near room temperature magnetic cooling: Where we are today and future prospects. *International*

*Journal of Refrigeration*, v. 31, n. 6, p. 945–961, set. 2008.

HARVEY, J. P. *Oscillatory compressible flow and heat transfer in porous media - application to cryocooler regenerators*. 188 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) — Georgia Institute of Technology, Atlanta, nov. 2003. Disponível em: <[http://etd.gatech.edu/theses/available/etd-11022003-000618/unrestricted/Harvey\\_Jeremy\\_P\\_200312.pdf](http://etd.gatech.edu/theses/available/etd-11022003-000618/unrestricted/Harvey_Jeremy_P_200312.pdf)>.

HEIDRICH, J. W. F.; PRATA, A. T. Modelagem e análise computacional de uma máquina Stirling de pistão livre. In: 10TH BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING. *Proceedings of the ENCIT 2004*. Rio de Janeiro: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas (ABCM), 2004.

HEIDRICH, J. W. F.; PRATA, A. T. Refrigeração magnetocalórica e sua aplicação em temperatura ambiente. In: 11TH BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING. *Proceedings of the ENCIT 2006*. Curitiba: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas (ABCM), 2006.

HEIDRICH, J. W. F.; PRATA, A. T.; LILIE, D. E. B. Heat and fluid flow in a free piston Stirling refrigerator. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON COMPRESSORS AND THEIR SYSTEMS. *International Conference on Compressors and their Systems (IMechE Conference Transactions)*. Londres: Wiley, 2005. p. 71–80.

HERMAN, C. The impact of flow oscillations on convective heat transfer. In: TIEN, C.-L. (Ed.). *Annual Review of Heat Transfer*. New York: Begell House, 2000. v. 11, cap. 8, p. 495–561.

HOOK, J. R.; HALL, H. E. *Solid State Physics*. 2. ed. Chichester: John Wiley & Sons, 1991. 474 p. (The Manchester Physics Series).

HU, J. C.; XIAO, J. H. New method for analysis of active magnetic regenerator in magnetic refrigeration at room temperature. *Cryogenics*, v. 35, n. 2, p. 101–104, 1995.

INCROPERA, F. P.; DEWITT, D. P. *Fundamentos de Transferência de Calor e de Massa*. 5. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2002. 698 p.

KARAGÖZ, İ. Similarity solution of the oscillatory pressure driven fully developed flow in a channel. *Uludağ Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, v. 7, n. 1, p. 161–169, 2002. Disponível em: <[http://kutuphane.uludag.edu.tr/Univder/PDF/muh/2002-7\(1\)/htmpdf/mak16.pdf](http://kutuphane.uludag.edu.tr/Univder/PDF/muh/2002-7(1)/htmpdf/mak16.pdf)>.

KARDAS, A. On a problem in the theory of the unidirectional regenerator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 9, n. 6, p. 567–579, jun. 1966.

- KAWANAMI, T.; HIRANO, S.; NAKAMURA, K.; IKEGAWA, M.; FUMOTO, K. Performance analysis on active magnetic regenerator of magnetic refrigerator. In: 8TH IIR GUSTAV LORENTZEN CONFERENCE ON NATURAL WORKING FLUIDS. *Proceedings*. Copenhagen: International Institute of Refrigeration, 2008.
- KITANOVSKI, A.; EGOLF, P. E. Thermodynamics of magnetic refrigeration. *International Journal of Refrigeration*, v. 29, n. 1, p. 3–21, jan. 2006.
- KLEIN, H.; EIGENBERGER, G. Approximate solutions for metallic regenerative heat exchangers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 44, n. 18, p. 3553–3563, set. 2001.
- KOO, J.; KLEINSTREUER, C. Viscous dissipation effects in microtubes and microchannels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 47, n. 14-16, p. 3159–3169, jul. 2004.
- KRANE, R. J. A Second Law analysis of the optimum design and operation of thermal energy storage systems. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 30, n. 1, p. 43–57, jan. 1987.
- KREITH, F.; BOHN, M. S. *Princípios de Transferência de Calor*. 1. ed. São Paulo: Thomson Pioneira, 2003. 752 p.
- KREYSZIG, E. *Advanced Engineering Mathematics*. 9. ed. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2006. 1248 p.
- KURZWEG, U. H.; LINDGREN, E. R.; LOTHROP, B. Onset of turbulence in oscillating flow at low womersley number. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, v. 1, n. 12, p. 1972–1975, dez. 1989.
- LI, P.; GONG, M.; YAO, G.; WU, J. A practical model for analysis of active magnetic regenerative refrigerators for room temperature applications. *International Journal of Refrigeration*, v. 29, n. 8, p. 1259–1266, dez. 2006.
- MAHMUD, S.; FRASER, R. A. Free convection and irreversibility analysis inside a circular porous enclosure. *Entropy*, v. 5, n. 5, p. 358–365, dez. 2003. Special Issue: Entropy Generation in Thermal Systems and Processes.
- MAHMUD, S.; FRASER, R. A. Vibrational effect on entropy generation in a square porous cavity. *Entropy*, v. 5, n. 5, p. 366–376, dez. 2003. Special Issue: Entropy Generation in Thermal Systems and Processes.
- MALISKA, C. R. *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional*. 2. ed.



Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora, 2004. 453 p.

MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Condições suficientes para estimar com acurácia e confiabilidade erros de discretização em CFD. In: 20TH IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Proceedings of the XX CILAMCE*. São Paulo, 1999.

MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Unidimensional numerical solution error estimation for convergent apparent order. *Numerical Heat Transfer - Part B Fundamentals*, v. 42, n. 2, p. 167–188, ago. 2002.

MARCHI, C. H.; SILVA, A. F. C. Multi-dimensional discretization error estimation for convergent apparent order. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Engineering*, v. 27, n. 4, p. 432–439, out.-dez. 2005.

MARCHI, C. H.; SUERO, R.; SCHNEIDER, F. A. Escoamento na cavidade com tampa móvel: soluções numéricas com malha 1024x1024 e estimativa do erro de discretização. In: 27TH IBERIAN LATIN AMERICAN CONGRESS ON COMPUTATIONAL METHODS IN ENGINEERING. *Proceedings of the XXVII CILAMCE*. Belém, 2006.

MARSDEN, J. E.; TROMBA, A. J. *Vector Calculus*. New York: W. H. Freeman and Company, 1988. 655 p.

MILLS, A. F. *Heat and Mass Transfer*. Concord (MA): Richard D. Irwin, 1995. 1240 p. (Irwin heat transfer series).

MONTAKHAB, A. Convective heat transfer in porous media. *Journal of Heat Transfer*, v. 101, n. 4, p. 507–510, fev. 1979.

MONTE, F. de; ROSA, P. Linear analysis of rapidly switched heat regenerators in counterflow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 51, n. 13-14, p. 3642–3655, jul. 2008.

MORINI, G. L. Viscous heating in liquid flows in micro-channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 48, n. 17, p. 3637–3647, ago. 2005.

MOURAD, M.; HASSEN, A.; NEJIB, H.; AMMAR, B. B. Second Law analysis in convective heat and mass transfer. *Entropy*, v. 8, n. 1, p. 1–17, mar. 2006.

MURALIDHAR, K. Pulsatile flow past a thermally participating cylinder: a regenerator model. *Numerical Heat Transfer - Part A Applications*, v. 33, n. 6, p. 653–671, mai. 1998.

MURALIDHAR, K.; SUZUKI, K. Analysis of flow and heat transfer in a regenerator mesh using a non-Darcy thermally non-equilibrium model. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 44, n. 13, p. 2493–2504, jul. 2001.

NAM, K.; JEONG, S. Novel flow analysis of regenerator under oscillating flow with pulsating pressure. *Cryogenics*, v. 45, n. 5, p. 368–379, mai. 2005.

NAM, K.; JEONG, S. Development of parallel wire regenerator for cryocoolers. *Cryogenics*, v. 46, n. 4, p. 278–287, abr. 2006.

NELLIS, G. F.; KLEIN, S. A. Regenerative heat exchangers with significant entrained fluid heat capacity. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, n. 1-2, p. 329–340, jan. 2006.

NICKOLAY, M.; MARTIN, H. Improved approximation for the Nusselt number for hydrodynamically developed laminar flow between parallel plates. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 45, n. 15, p. 3263–3266, jul. 2002.

NIELSEN, K. K.; BJØRK, R.; JENSEN, J. B.; BAHL, C. R. H.; PRYDS, N.; SMITH, A.; NORDENTOFT, A.; HATTEL, J. Magnetic cooling at RISØ DTU. In: 8TH IIR GUSTAV LORENTZEN CONFERENCE ON NATURAL WORKING FLUIDS. *Proceedings*. Copenhagen: International Institute of Refrigeration, 2008.

PANTON, R. L. *Incompressible Flow*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1984. 780 p.

PAPANASTASIOU, T. C.; GEORGIOU, G. C.; ALEXANDROU, A. N. *Viscous Fluid Flow*. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000.

PATANKAR, S. V. The concept of a fully developed regime in unsteady heat conduction. In: HARTNETT, J. P.; JR., T. I.; PFENDER, E.; SPARROW, E. (Ed.). *Studies in Heat Transfer: A Festschrift for E.R.G. Eckert*. New York: McGraw-Hill, 1979. p. 419–432.

PATANKAR, S. V. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. New York: Hemisphere Publishing Corporation, 1980. 197 p. (Hemisphere Series in Computational Methods in Mechanics and Thermal Sciences).

PECHARSKY, V. K.; GSCHNEIDNER JR., K. A. Magnetocaloric effect and magnetic refrigeration. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 200, n. 1-3, p. 44–56, out. 1999.

PEKSOY, O.; ROWE, A. Demagnetizing effects in active magnetic regenerators. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, v. 288, p. 424–432, mar. 2005.

- PETERSEN, T. F. *Numerical modelling and analysis of a room temperature magnetic refrigeration system*. 192 f. Tese (Doutorado) — The Technical University of Denmark - DTU, set. 2007. Disponível em: <<http://www.dtu.dk/Service/Telefonbog.aspx?lg=showcommon&id=208018>>.
- PETERSEN, T. F.; ENGELBRECHT, K.; BAHL, C. R. H.; ELMEGAARD, B.; PRYDS, N.; SMITH, A. Comparison between a 1D and a 2D numerical model of an active magnetic regenerative refrigerator. *Journal of Physics D: Applied Physics*, v. 41, n. 10, p. 1–8, mai. 2008.
- PETERSEN, T. F.; PRYDS, N.; SMITH, A.; HATTEL, J.; SCHMIDT, H.; KNUDSEN, H.-J. H. Two-dimensional mathematical model of a reciprocating room-temperature Active Magnetic Regenerator. *International Journal of Refrigeration*, v. 31, n. 3, p. 432–443, mai. 2008.
- PHELAN, P. E.; CHIRIAC, V. A.; LEE, T. Y. T. Current and future miniature refrigeration cooling technologies for high power microelectronics. *IEEE Transactions on Components and Packing Technologies*, v. 25, n. 23, p. 356–365, set. 2002.
- POULIKAKOS, D. *Conduction Heat Transfer*. New Jersey: Prentice Hall, 1994. 353 p.
- PRESS, W. H.; FLANNERY, B. P.; TEUKOLSKY, S. A.; VETTERLING, W. T. *Numerical recipes: the art of scientific computing (FORTRAN Version)*. Cambridge: Cambridge University Press, 1989. 722 p.
- RAY, S.; DURST, F. Semianalytical solutions of laminar fully developed pulsating flows through ducts of arbitrary cross sections. *Physics of Fluids*, v. 16, n. 12, p. 4371–4385, dez. 2004.
- RICHARD, M. A.; ROWE, A. M.; CHAHINE, R. Magnetic refrigeration: single and multimaterial active magnetic regenerator experiments. *Journal of Applied Physics*, v. 95, n. 4, p. 2146–2150, fev. 2004.
- ROACHE, P. J. Perspective: a method for uniform reporting of grid refinement studies. *ASME Journal of Fluids Engineering*, v. 116, n. 3, p. 405–413, set. 1994.
- ROACHE, P. J. Quantification of uncertainty in computational fluid dynamics. *Annual Review of Fluid Mechanics*, v. 29, p. 123–160, jan. 1997.
- ROY, A.; DAS, S. K. An analytical solution for a cyclic regenerator in the warm-up period in presence of an axially dispersive wave. *International Journal of Thermal Sciences*, v. 40, n. 1, p. 21–29, jan. 2001.

ROY, C. J. Review of code and solution verification procedures for computational simulation. *Journal of Computational Physics*, v. 205, n. 1, p. 131–156, mai. 2005.

SAASTAMOINEN, J. J. Heat transfer in crossflow regenerators. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 42, n. 17, p. 3205–3216, set. 1999.

SAHOO, R. K. Exergy maximization in refrigeration storage units with heat leak. *Cryogenics*, v. 29, n. 1, p. 59–64, jan. 1989.

SAHOO, R. K.; DAS, S. K. Exergy maximization in cryogenic regenerators. *Cryogenics*, v. 34, n. 6, p. 475–482, 1994.

SARLAH, A.; KITANOVSKI, A.; POREDOS, A.; EGOLF, P. W.; SARI, O.; GENDRE, F.; BESSON, C. Static and rotating active magnetic regenerators with porous heat exchangers for magnetic cooling. *International Journal of Refrigeration*, v. 29, n. 8, p. 1332–1339, dez. 2006.

SHAH, R. K.; SEKULIĆ, D. P. *Fundamentals of Heat Exchanger Design*. New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 941 p.

SHIR, F.; MAVRIPLIS, C.; BENNETT, L. H.; TORRE, E. D. Analysis of room temperature magnetic regenerative refrigeration. *International Journal of Refrigeration*, v. 28, n. 4, p. 616–627, jun. 2005.

SHIR, F.; TORRE, E. D.; BENNETT, L. H.; MAVRIPLIS, C.; SHULL, R. D. Modeling of magnetization and demagnetization in magnetic regenerative refrigeration. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 40, n. 4, p. 2098–2100, jul. 2004.

SHIR, F.; TORRE, E. D.; BENNETT, L. H.; MAVRIPLIS, C.; SHULL, R. D. Transient response in magnetocaloric regeneration. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 41, n. 6, p. 2129–2133, jun. 2005.

SIDDIKOV, B. M.; WADE, B. A.; SCHULTZ, D. H. Numerical simulation of the active magnetic regenerator. *Computers and Mathematics with Applications*, v. 49, n. 9-10, p. 1525–1538, mai. 2005.

SMAÏLI, A.; CHAHINE, R. Thermodynamic investigation of optimum active magnetic regenerators. *Cryogenics*, v. 38, n. 2, p. 247–252, fev. 1998.

SPIEGEL, M. R.; LIU, J. *Manual de Fórmulas e Tabelas Matemáticas*. 2. ed. Porto Alegre: Bookman Companhia Editora, 2004. 352 p. Coleção Schaum.

- TEIXEIRA, R. P.; HEIDRICH, J. W. F.; PRATA, A. T. Otimização de regeneradores para operação em refrigeração magnetocalórica. In: 11TH BRAZILIAN CONGRESS OF THERMAL SCIENCES AND ENGINEERING. *Proceedings of the ENCIT 2006*. Curitiba: Associação Brasileira de Engenharia e Ciências Mecânicas (ABCM), 2006.
- TOMEK, J.; WNEK, M. A rapid method for counter-flow heat regenerator calculation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 49, n. 21-22, p. 4149–4199, out. 2006.
- VERSTEEG, H. K.; MALALASEKERA, W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method*. [S.l.]: Longman Scientific & Technical, 1995. 257 p.
- WILL, M. E.; WAELE, A. T. A. M. de. Heat exchanger versus regenerator: a fundamental comparison. *Cryogenics*, v. 45, n. 7, p. 473–480, jul. 2005.
- WILLMOTT, A. J. Digital computer simulation of a thermal regenerator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 7, n. 11, p. 1291–1302, nov. 1964.
- XU, B.; OOI, K. T.; MAVRIPLIS, C.; ZAGHLOUL, M. E. Evaluation of viscous dissipation in liquid flow in microchannels. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, v. 13, n. 1, p. 53–57, jan. 2003.
- ZARRINEHKAFSH, M. T.; SADRAMELI, S. M. Simulation of fixed bed regenerative heat exchangers for flue gas heat recovery. *Applied Thermal Engineering*, v. 24, n. 2-3, p. 373–382, fev. 2004.
- ZHANG, X. J.; LIU, H. X.; WANG, R. Z.; SHI, F. Numerical simulation of heat transfer in regenerator of solid adsorption refrigerator system. *Renewable Energy*, v. 26, n. 4, p. 599–610, ago. 2002.
- ZHAO, T. S.; CHENG, P. Heat transfer in oscillatory flows. In: TIEN, C.-L. (Ed.). *Annual Review of Heat Transfer*. New York: Begell House, 1998. v. 9, cap. 7, p. 359–420.
- ZHU, S.; MATSUBARA, Y. A numerical method of regenerator. *Cryogenics*, v. 44, n. 2, p. 131–140, fev. 2004.

## APÊNDICE A

### *Equação para a energia térmica transiente*

Para o cálculo das quantidades de energia térmica armazenadas e cedidas pelo cilindro, procede-se à integração volumétrica da equação de difusão de calor apresentada no Capítulo 3 – Eq. (3.5). Assim,

$$\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s c T_s) \right] r dr d\varphi dz = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \right] r dr d\varphi dz \quad (\text{A.1})$$

$$\int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s c T_s) \right] r dr d\varphi dz = \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_0^R \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \right] dr d\varphi dz \quad (\text{A.2})$$

Uma vez que  $T_s = T_s(r, t)$ , a Eq. (A.2) reduz-se a

$$\int_0^R 2\pi L \left[ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_s c T_s) \right] r dr = \int_0^R 2\pi L \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \right] dr \quad (\text{A.3})$$

Na equação acima, o sinal da derivada parcial no termo à esquerda da igualdade pode ser retirado da integral visto que estas operações são realizadas sobre dimensões físicas distintas, isto é, a derivação é realizada no tempo enquanto a integração é concernente ao volume. Logo,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right] = 2\pi L \left[ \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \Big|_{r=R} - \left( k_s r \frac{\partial T_s}{\partial r} \right) \Big|_{r=0} \right] \quad (\text{A.4})$$

Fazendo-se uso das Eqs. (3.6) e (3.7), a Eq. (A.4) torna-se

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right] = -2\pi L R h [T_s(R, t) - T_\infty(t)] \quad (\text{A.5})$$

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right] = 2\pi L R h [T_s(R, t) - T_\infty(t)] \quad (\text{A.6})$$

Importa ressaltar que o termo do lado direito da igualdade anterior é a taxa de trans-

ferência de calor  $\dot{Q}(t)$  na superfície do cilindro. Já o termo do lado esquerdo representa a taxa de variação da energia interna no interior do sólido. Note-se que quando  $T_s(R, t) < T_\infty(t)$ , a taxa  $\dot{Q}(t)$  é negativa, como mostra a Eq. (A.7), indicando que o calor entra por meio da superfície do cilindro. Nesta situação, isto é, durante o processo de aquecimento, a Eq. (A.7) afirma que a taxa de transferência de calor que ocorre na superfície é igual à taxa de variação da energia interna no interior do sólido,

$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]}_{-} = 2\pi L R h \underbrace{[T_s(R, t) - T_\infty(t)]}_{-} \quad (\text{A.7})$$

Por sua vez, quando  $T_s(R, t) > T_\infty(t)$  a taxa  $\dot{Q}(t)$  é positiva apontando que o calor deixa o cilindro através de sua superfície. Agora, no processo de resfriamento, a taxa de transferência de calor é igual ao oposto da taxa de variação da energia interna no sólido, como indica a Eq. (A.8) a seguir

$$\underbrace{-\frac{\partial}{\partial t} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]}_{-} = 2\pi L R h \underbrace{[T_s(R, t) - T_\infty(t)]}_{+} \quad (\text{A.8})$$

Integrando-se a Eq. (A.6) ao longo do tempo, encontra-se a expressão para a quantidade de energia térmica armazenada e cedida pelo sólido  $Q(t)$  durante os processos de aquecimento e resfriamento, respectivamente. Desta forma,

$$-\int_0^t \left\{ \frac{\partial}{\partial v} \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right] \right\} dv = \int_0^t \dot{Q}(v) dv = Q(t) \quad (\text{A.9})$$

Na equação supracitada,  $v$  é uma variável muda que representa o tempo. Procedendo-se à integração no tempo obtém-se

$$-\left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_0^t = Q(t) \quad (\text{A.10})$$

$$-\left\{ \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_t - \left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_0 \right\} = Q(t) \quad (\text{A.11})$$

$$-\left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_t + \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, 0) r dr = Q(t) \quad (\text{A.12})$$

Empregando a condição inicial – Eq. (3.8) – na Eq. (A.12) encontra-se

$$-\left[ \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_s(r, t) r dr \right]_t + \int_0^R 2\pi L \rho_s c T_i r dr = Q(t) \quad (\text{A.13})$$

$$-\left[\int_0^R 2\pi L\rho_s c T_s(r, t) r dr\right]_t + \pi R^2 L\rho_s c T_i = Q(t) \quad (\text{A.14})$$

Por fim, a equação para  $Q(t)$  fica

$$Q(t) = \pi R^2 L\rho_s c T_i - \left[\int_0^R 2\pi L\rho_s c T_s(r, t) r dr\right]_t \quad (\text{A.15})$$

A Eq. (A.15) permite calcular o histórico da energia térmica trocada entre o sólido e o fluido durante os processos de aquecimento e resfriamento, ao longo de toda a evolução temporal. Ela representa a variação da energia interna do cilindro em relação a um nível de energia que este possuía no instante inicial, o qual corresponde à primeira parcela do lado direito desta equação. Esta variação da energia interna será sempre negativa quando o cilindro estiver a temperaturas maiores do que sua temperatura inicial  $T_i$ , entretanto assumirá valores positivos nos instantes em que a temperatura do sólido  $T_s$  for menor do que  $T_i$ .



## *APÊNDICE B*

### *Solução exata para a temperatura no cilindro*

Pretende-se aqui obter a solução analítica do problema proposto no Capítulo 3, ou seja, determinar a distribuição de temperatura em um fio de seção transversal circular (a fibra da matriz do regenerador) ao redor do qual escoa um fluido cuja temperatura apresenta caráter oscilatório, expresso por uma função degrau.

Um ciclo ou período neste fenômeno é igualmente dividido em um intervalo de aquecimento seguindo de um intervalo de resfriamento. Os períodos se sucedem ao longo do tempo até que o regime periodicamente desenvolvido seja atingido pela temperatura no sólido.

Observando-se a Eq. (3.7) no conjunto das Eqs. (3.5) a (3.8), percebe-se a dependência temporal da condição de Newman neste problema de condução de calor transiente. A fim de que o método de separação de variáveis possa ser adotado como técnica de solução convém dividir este problema em dois problemas auxiliares, referentes aos intervalos de aquecimento e resfriamento cada, e regidos por condições de contorno independentes do tempo. Trata-se portanto de encontrar uma solução específica para cada um destes intervalos. Durante o avanço no tempo, a solução para o fim do intervalo de aquecimento será usada como condição inicial para o intervalo de resfriamento e *vice-versa*.

Organizando-se separadamente as equações do modelo adimensional introduzido no Capítulo 3 – Eqs. (3.14) a (3.18) – para os intervalos de aquecimento e resfriamento durante o primeiro ciclo da evolução temporal, tem-se

Intervalo de aquecimento:

$$\frac{1}{Fo} \frac{\partial \theta_H}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_H}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta_H}{\partial \xi} \quad (\text{B.1})$$

$$\left. \frac{\partial \theta_H}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\left. \frac{\partial \theta_H}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -Bi[\theta_H(1, \tau) - 1] \quad (\text{B.3})$$

$$\theta_H(\xi, 0) = \theta_i \quad (\text{B.4})$$

Intervalo de resfriamento:

$$\frac{1}{Fo} \frac{\partial \theta_C}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta_C}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \theta_C}{\partial \xi} \quad (\text{B.5})$$

$$\left. \frac{\partial \theta_C}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\left. \frac{\partial \theta_C}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -Bi[\theta_C(1, \tau)] \quad (\text{B.7})$$

$$\theta_C\left(\xi, \frac{1}{2}\right) = \theta_H\left(\xi, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{B.8})$$

Importa ressaltar que as variáveis  $\theta_H$  e  $\theta_C$  representam as temperaturas adimensionais normalizadas durante os intervalos de aquecimento e resfriamento, respectivamente. As Eqs. (B.1) a (B.4) são válidas para o intervalo  $0 \leq \tau \leq \frac{1}{2}$  ao passo que as Eqs. (B.5) a (B.8) são válidas para o intervalo  $\frac{1}{2} \leq \tau \leq 1$ .

Embora a equação governante assim como as condições de contorno para o problema relativo ao resfriamento do sólido sejam homogêneas, a condição de contorno convectiva para o processo de aquecimento é não-homogênea. A adoção da seguinte mudança de variável  $\theta_H(\xi, \tau) = \varphi(\xi, \tau) + 1$  elimina esta situação, viabilizando a aplicação direta do método de separação de variáveis. Logo, o problema para o aquecimento do sólido é

$$\frac{1}{Fo} \frac{\partial \varphi}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \quad (\text{B.9})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = 0 \quad (\text{B.10})$$

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -Bi[\varphi(1, \tau)] \quad (\text{B.11})$$

$$\varphi(\xi, 0) = \theta_i - 1 = \varphi_i \quad (\text{B.12})$$

## B.1 Solução para o intervalo de aquecimento

Inicialmente, a temperatura do cilindro é assumida como uma função composta por um produto de funções de uma única variável, isto é,  $\varphi(\xi, \tau) = F(\xi)G(\tau)$ . A partir desta hipótese, a Eq. (B.9) pode ser reescrita em termos de equações diferenciais ordinárias

(EDOs) usando-se como constante de separação  $-\lambda^2$ , a saber

$$\frac{F(\xi)}{Fo} \frac{dG(\tau)}{d\tau} = G(\tau) \frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + \frac{G(\tau)}{\xi} \frac{dF(\xi)}{d\xi} \quad (\text{B.13})$$

$$\frac{1}{G(\tau)Fo} \frac{dG(\tau)}{d\tau} = \frac{1}{F(\xi)} \left[ \frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dF(\xi)}{d\xi} \right] = -\lambda^2 \quad (\text{B.14})$$

A Eq. (B.14) pode ser separada nas seguintes EDOs:

$$\frac{dG(\tau)}{d\tau} + \lambda^2 Fo G(\tau) = 0 \quad (\text{B.15})$$

$$\frac{d^2 F(\xi)}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{dF(\xi)}{d\xi} + \lambda^2 F(\xi) = 0 \quad (\text{B.16})$$

A escolha por  $-\lambda^2$  como autovalor é justificada pela necessidade da solução da Eq. (B.16) ser expressa em termos de funções ortogonais. Conforme exposto em Poulikakos (1994, p. 123), a solução geral das EDOs anteriores é

$$G(\tau) = C \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau] \quad (\text{B.17})$$

$$F(\xi) = AJ_0(\lambda\xi) + BY_0(\lambda\xi) \quad (\text{B.18})$$

De posse das Eqs. (B.17) e (B.18) torna-se possível reescrever a variável  $\varphi(\xi, \tau)$ . Logo,

$$\varphi(\xi, \tau) = C \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau][AJ_0(\lambda\xi) + BY_0(\lambda\xi)] \quad (\text{B.19})$$

A utilização da condição de contorno – Eq. (B.10) – na Eq. (B.19) conduz às seguintes expressões:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = C \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau][-\lambda AJ_1(0) - \lambda BY_1(0)] \quad (\text{B.20})$$

$$C \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau][-\lambda BY_1(0)] = 0 \quad (\text{B.21})$$

Como  $Y_1(0) \rightarrow -\infty$  então necessariamente a constante  $B$  deve ser nula para que a Eq. (B.21) seja satisfeita. Importa ressaltar que se deve ter  $C \neq 0$  pois caso contrário a função  $G(\tau)$  seria nula, implicando  $\varphi(\xi, \tau) = 0$ , ou seja, solução trivial. Desta maneira, a Eq. (B.19) torna-se

$$\varphi(\xi, \tau) = AC J_0(\lambda\xi) \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau] \quad (\text{B.22})$$

Através do uso da condição de contorno convectiva – Eq. (B.11) – na equação anterior, encontra-se a equação transcendental para os autovalores  $\lambda_n$ . Assim,

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right|_{\xi=1} = -\lambda AC J_1(\lambda) \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau] = -Bi[\varphi(1, \tau)] \quad (\text{B.23})$$

$$-\lambda AC J_1(\lambda) \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau] = -Bi AC J_0(\lambda) \exp[(-\lambda^2 Fo)\tau] \quad (\text{B.24})$$

$$\lambda = Bi \frac{J_0(\lambda)}{J_1(\lambda)} \quad (\text{B.25})$$

$$\lambda_n = Bi \frac{J_0(\lambda_n)}{J_1(\lambda_n)} \quad (\text{B.26})$$

Cada valor de  $\lambda_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) que satisfaz a Eq. (B.26) conduz a uma solução linearmente independente para temperatura na equação Eq. (B.22). Portanto, a solução geral para a temperatura é uma superposição linear de todas estas soluções parciais linearmente independentes, ou seja,

$$\varphi(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_n(\xi, \tau) \quad (\text{B.27})$$

$$\varphi(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau] \quad (\text{B.28})$$

Na equação anterior, a constante  $\kappa_n$  é definida como  $\kappa_n = A_n C_n$ . Por sua vez,  $\lambda_n$  são as raízes da equação transcendental (B.26). Aplicando a condição inicial, Eq. (B.12), acha-se

$$\varphi(\xi, 0) = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n J_0(\lambda_n \xi) \exp(0) \quad (\text{B.29})$$

$$\varphi_i = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n J_0(\lambda_n \xi) \quad (\text{B.30})$$

Multiplicando-se ambos os lados da Eq. (B.30) por  $\xi J_0(\lambda_m \xi)$ , integrando-os de 0 a 1 (domínio radial adimensional) e fazendo-se uso da propriedade da ortogonalidade da função  $J_0(\lambda_m \xi)$ , obtém-se

$$\int_0^1 \varphi_i J_0(\lambda_m \xi) \xi d\xi = \int_0^1 \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n J_0(\lambda_n \xi) J_0(\lambda_m \xi) \xi \right] d\xi \quad (\text{B.31})$$

$$\int_0^1 \varphi_i J_0(\lambda_m \xi) \xi d\xi = \sum_{n=1}^{\infty} \kappa_n \left[ \int_0^1 J_0(\lambda_n \xi) J_0(\lambda_m \xi) \xi d\xi \right] \quad (\text{B.32})$$

A Eq. (B.32) é nula para todo  $m \neq n$ . Contudo, para  $m = n$  tem-se (POULIKAKOS,

1994; SPIEGEL; LIU, 2004)

$$\kappa_n = \frac{\int_0^1 \varphi_i J_0(\lambda_n \xi) \xi d\xi}{\int_0^1 [J_0(\lambda_n \xi)]^2 \xi d\xi} \quad (\text{B.33})$$

$$\kappa_n = \frac{\varphi_i \frac{J_1(\lambda_n)}{\lambda_n}}{\frac{1}{2} \left\{ [J_1(\lambda_n)]^2 + [J_0(\lambda_n)]^2 \right\}} \quad (\text{B.34})$$

$$\kappa_n = \frac{2\varphi_i J_1(\lambda_n)}{\lambda_n \left\{ [J_1(\lambda_n)]^2 + [J_0(\lambda_n)]^2 \right\}} \quad (\text{B.35})$$

A Eq. (B.35) pode ser simplificada. Para tal faz-se uso da equação Eq. (B.26). Assim,

$$\kappa_n = \frac{2\varphi_i Bi \frac{J_0(\lambda_n)}{\lambda_n}}{\lambda_n \left\{ \left[ Bi \frac{J_0(\lambda_n)}{\lambda_n} \right]^2 + [J_0(\lambda_n)]^2 \right\}} \quad (\text{B.36})$$

$$\kappa_n = \frac{2\varphi_i Bi J_0(\lambda_n)}{[Bi J_0(\lambda_n)]^2 + [\lambda_n J_0(\lambda_n)]^2} \quad (\text{B.37})$$

$$\kappa_n = \frac{2\varphi_i Bi J_0(\lambda_n)}{(Bi^2 + \lambda_n^2) [J_0(\lambda_n)]^2} \quad (\text{B.38})$$

$$\kappa_n = \frac{2\varphi_i Bi}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.39})$$

Substituindo-se a Eq. (B.39) na Eq. (B.28), tem-se

$$\varphi(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2\varphi_i Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.40})$$

Voltando-se à variável  $\theta_H(\xi, \tau)$  acha-se

$$\theta_H(\xi, \tau) - 1 = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_i - 1) Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.41})$$

Finalmente, obtém-se a equação para a temperatura correspondente aos intervalos de aquecimento,

$$\theta_H(\xi, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_i - 1) Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo)\tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.42})$$

## B.2 Solução para o intervalo de resfriamento

Para o intervalo de resfriamento o procedimento de solução é idêntico ao apresentado anteriormente e portanto será omitido por brevidade. Convém mencionar que a condição inicial para este intervalo é a distribuição de temperatura do sólido no último instante de tempo pertencente ao intervalo de aquecimento (instante imediatamente anterior ao início do intervalo de resfriamento). Claro está que a distribuição de temperatura mencionada é conhecida e assim deixa de ser uma variável no problema do resfriamento. Logo, a solução analítica no primeiro ciclo, para o intervalo em questão, é

$$\theta_C(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \left[ \theta_H \left( \xi, \frac{1}{2} \right) \right] Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo) \tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.43})$$

## B.3 Solução para a evolução temporal dos ciclos

É conveniente escrever as Eqs. (B.42) e (B.43) de uma maneira geral e aplicável a todos os intervalos de aquecimento e resfriamento ao longo da evolução temporal. Assim,

Intervalos de aquecimento:

$$\theta_H(\xi, \tau) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_m|_{inicial} - 1) Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo) \tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.44})$$

Intervalos de resfriamento:

$$\theta_C(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2(\theta_m|_{inicial}) Bi J_0(\lambda_n \xi) \exp[(-\lambda_n^2 Fo) \tau]}{J_0(\lambda_n) (Bi^2 + \lambda_n^2)} \quad (\text{B.45})$$

As Eqs. (B.44) e (B.45) são válidas, respectivamente, para  $m \leq \tau \leq m + \frac{1}{2}$  e  $m + \frac{1}{2} \leq \tau \leq m + 1$ ; sendo  $m = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Nelas,  $\theta_m|_{inicial}$  é a condição inicial para os intervalos imediatamente supracitados. Note-se que para  $m = 0$ ,  $\theta_m|_{inicial} = \theta_i$ .

## APÊNDICE C

### *Normalização da velocidade no regenerador*

Neste Apêndice procede-se à determinação do elemento necessário à normalização da velocidade nas Eqs. (4.16) a (4.19). A escolha deste elemento é guiada pelo conhecimento de que, mesmo lidando-se com um escoamento transiente, o máximo valor da velocidade não pode exceder aquele existente no regime estacionário na posição central do duto, por se tratar de um escoamento interno de Hagen-Poiseuille entre placas planas paralelas. A Eq. (4.16) é reduzida à forma estacionária fazendo-se  $\frac{\partial w}{\partial t} = 0$ ,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -\frac{A_0}{\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.1})$$

Esta equação revela que há apenas uma derivada de segunda ordem em relação a  $x$ . Assim, a Eq. (C.1) passa a ser uma EDO limitada pelas seguintes condições de contorno:

$$\frac{d^2 w}{dx^2} = -\frac{A_0}{\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.2})$$

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = 0 \quad (\text{C.3})$$

$$w\left(\frac{\delta}{2}, t\right) = 0 \quad (\text{C.4})$$

Conforme Papanastasiou, Georgiou e Alexandrou (2000), a solução geral desta EDO é

$$w(x, t) = -\frac{A_0}{2\nu} \cos(2\pi ft)x^2 + C_1 x + C_2 \quad (\text{C.5})$$

Aplicando-se a condição de simetria na linha de centro do duto – Eq. (C.3) – determina-se a constante  $C_1$ .

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = -\frac{A_0}{\nu} \cos(2\pi ft)(0) + C_1 = 0 \quad (\text{C.6})$$

Resulta da equação anterior que  $C_1 = 0$ . Através da condição de não-deslizamento na interface com o sólido – Eq. (C.4) – acha-se a constante  $C_2$ .

$$w\left(\frac{\delta}{2}, t\right) = -\frac{A_0}{2\nu} \cos(2\pi ft) \frac{\delta^2}{4} + C_2 = 0 \quad (\text{C.7})$$

$$C_2 = \frac{A_0\delta^2}{8\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.8})$$

De posse das constantes  $C_1$  e  $C_2$ , a solução particular para este problema é

$$w(x, t) = -\frac{A_0}{2\nu} \cos(2\pi ft)x^2 + \frac{A_0\delta^2}{8\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.9})$$

$$w(x, t) = \left(\frac{\delta^2}{4} - x^2\right) \frac{A_0}{2\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.10})$$

Em um escoamento estacionário, interno e plenamente desenvolvido a velocidade máxima ocorrerá no centro do duto. Fazendo  $x = 0$  na Eq. (C.10), tem-se

$$w(0, t) = \frac{A_0\delta^2}{8\nu} \cos(2\pi ft) \quad (\text{C.11})$$

O valor limite para da velocidade no centro do duto  $w(0, t)$  ocorrerá para o máximo da função cosseno, isto é, quando  $\cos(2\pi ft) = 1$ . Logo,

$$w(0, t)|_{max} = w_{max} = \frac{A_0\delta^2}{8\nu} \quad (\text{C.12})$$

Este resultado coincide com aqueles reportados por Costa (2002, p. 1134) e Ray e Durst (2004, p. 4377). É possível relacionar o resultado anterior com a amplitude do perfil velocidades uniforme na entrada do duto. Como a velocidade máxima em um escoamento permanente de Hagen-Poiseuille entre placas paralelas é 1,5 vezes a velocidade na entrada, a parcela usada na normalização da velocidade é

$$\frac{3}{2}U(t)|_{amplitude} = \frac{A_0\delta^2}{8\nu} \quad (\text{C.13})$$



## *APÊNDICE D*

### *Solução exata para a velocidade no regenerador*

A determinação do campo de velocidades no interior do canal formado entre as placas do regenerador foi realizada por meio da técnica da transformada de Laplace. Este apêndice dedica-se ao registro dos passos envolvidos na obtenção desta solução analítica.

Primeiramente, recorda-se aqui o conjunto de equações que estabelecem o problema em questão, isto é, a equação da conservação da quantidade de movimento linear e suas respectivas condições de contorno (no centro e na parede do canal) e condição inicial. Logo,

$$\frac{1}{\phi} \frac{\partial w^*}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} = 2 \cos(2\pi\tau) \quad (\text{D.1})$$

$$\left. \frac{\partial w^*}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = 0 \quad (\text{D.2})$$

$$w^*(1, \tau) = 0 \quad (\text{D.3})$$

$$w^*(x^*, 0) = 0 \quad (\text{D.4})$$

Aplicando-se na equação governante o operador que define a transformada de Laplace e lembrando que  $t = P\tau$ , obtém-se

$$\int_0^\infty \frac{1}{\phi} \frac{\partial w^*}{\partial \tau} \exp(-st) dt - \int_0^\infty \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \exp(-st) dt = \int_0^\infty 2 \cos(2\pi\tau) \exp(-st) dt \quad (\text{D.5})$$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty \frac{1}{\phi} \frac{\partial w^*}{\partial \tau} \exp(-sP\tau) P d\tau - \int_0^\infty \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} \exp(-sP\tau) P d\tau = \\ = \int_0^\infty 2 \cos(2\pi\tau) \exp(-sP\tau) P d\tau \end{aligned} \quad (\text{D.6})$$

No segundo termo à esquerda da igualdade na Eq. (D.6) a derivada espacial e a

integral no tempo comutam visto que são independentes entre si. Definindo a variável frequência adimensional  $s^* = \frac{1}{\tau} = sP$  e sabendo que  $\phi$  e  $P$  são constantes, a equação anterior torna-se

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi} \int_0^\infty \frac{\partial w^*}{\partial \tau} \exp(-s^* \tau) d\tau - \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} \left[ \int_0^\infty w^* \exp(-s^* \tau) d\tau \right] = \\ = \int_0^\infty 2 \cos(2\pi \tau) \exp(-s^* \tau) d\tau \end{aligned} \quad (D.7)$$

Usando-se as propriedades da transformada de Laplace descritas em Arpacı (1966, p. 339) é possível chegar a

$$\frac{1}{\phi} [s^* \hat{w}^*(x^*, s^*) - \hat{w}^*(x^*, 0)] - \frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} [\hat{w}^*(x^*, s^*)] = \frac{2s^*}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (D.8)$$

É importante notar que na equação anterior  $\hat{w}^*(x^*, s^*) = \mathcal{L}\{w^*(x^*, \tau)\}$ . Sabendo-se que  $\hat{w}^*(x^*, 0) = \mathcal{L}\{w^*(x^*, 0)\} = 0$  é a transformada da condição inicial, Eq. (D.4), a Eq. (D.8) fica

$$\frac{\partial^2}{\partial x^{*2}} [\hat{w}^*(x^*, s^*)] - \frac{s^*}{\phi} \hat{w}^*(x^*, s^*) = -\frac{2s^*}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (D.9)$$

$$\frac{\partial^2 \hat{w}^*}{\partial x^{*2}} - \frac{s^*}{\phi} \hat{w}^* = -\frac{2s^*}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (D.10)$$

Na equação acima há apenas uma derivada de segunda ordem em relação à variável  $x^*$ . Portanto ela pode ser considerada como uma equação diferencial ordinária para  $\hat{w}^*(x^*, s^*)$ , que é tida agora apenas como função de  $x^*$  uma vez que  $s^*$  permanece fixo (KREYSZIG, 2006, p. 595). Assim,

$$\frac{d^2 \hat{w}^*}{dx^{*2}} - \frac{s^*}{\phi} \hat{w}^* = -\frac{2s^*}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (D.11)$$

A solução geral para esta EDO é

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = C_1 \exp\left(-\sqrt{\frac{s^*}{\phi}} x^*\right) + C_2 \exp\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}} x^*\right) + \frac{2\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (D.12)$$

A aplicação da transformada de Laplace na Eq. (D.2) juntamente com o uso da Eq. (D.12) permite reduzir as constantes  $C_1$  e  $C_2$  a  $C$ , conforme mostrado na seqüência.

$$\left. \frac{\partial \hat{w}^*}{\partial x^*} \right|_{x^*=0} = -C_1 \sqrt{\frac{s^*}{\phi}} + C_2 \sqrt{\frac{s^*}{\phi}} = 0 \quad (\text{D.13})$$

$$C_1 \sqrt{\frac{s^*}{\phi}} = C_2 \sqrt{\frac{s^*}{\phi}} \quad (\text{D.14})$$

$$C_1 = C_2 = C \quad (\text{D.15})$$

A Eq. (D.12) pode ser reescrita como

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = 2C \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}} x^*\right) + \frac{2\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (\text{D.16})$$

Analogamente à transformada da condição inicial, tem-se que para a última condição de contorno  $\hat{w}^*(1, \tau) = \mathcal{L}\{w^*(1, \tau)\} = 0$ . Com isto se pode determinar a constante  $C$ . Logo,

$$\hat{w}^*(1, s^*) = 2C \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right) + \frac{2\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} = 0 \quad (\text{D.17})$$

$$C = \frac{-\frac{2\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2}}{2 \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right)} \quad (\text{D.18})$$

$$C = -\frac{1}{\cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right)} \frac{\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (\text{D.19})$$

Desta forma, o campo de velocidades no domínio da frequência adimensional é

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = \left[ \frac{2 \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}} x^*\right)}{\cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right)} - 2 \right] \left[ -\frac{\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \right] \quad (\text{D.20})$$

Ao multiplicar-se a Eq. (D.20) por  $\left(\frac{2s^*}{2s^*}\right)$ , ela pode ser reescrita de um modo mais conveniente para a transformação inversa.

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = \left[ \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}} x^*\right)}{s^* \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right)} - \frac{1}{s^*} \right] \left[ -\frac{2s^* \phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \right] \quad (\text{D.21})$$

A Eq. (D.21) é similar àquela encontrada por Brereton (2000, p. 519), que também trabalhou com soluções exatas de escoamentos laminares, transientes e paralelos via trans-

formada de Laplace. A única diferença reside no segundo termo do lado direito da igualdade, isto é, na transformada do gradiente de pressão. Enquanto no trabalho do referido autor este é uma função temporal qualquer, aqui seu comportamento é regido especificamente pela Eq. (4.15).

Continuando, a Eq. (D.21) é reconhecida como um produto de funções pertencentes ao domínio transformado, ou seja,

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = \hat{f}(x^*, s^*)\hat{g}(s^*) \quad (\text{D.22})$$

$$\hat{f}(x^*, s^*) = \frac{\cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}x^*\right)}{s^* \cosh\left(\sqrt{\frac{s^*}{\phi}}\right)} - \frac{1}{s^*} \quad (\text{D.23})$$

$$\hat{g}(s^*) = -\frac{2s^*\phi}{(s^*)^2 + (2\pi)^2} \quad (\text{D.24})$$

Segundo Arpacı (1966, p. 341), a transformada da integral de convolução aplicada à situação aqui em questão é

$$\hat{w}^*(x^*, s^*) = \hat{f}(x^*, s^*)\hat{g}(s^*) = \mathcal{L}\left\{\int_0^\tau f(x^*, v)g(\tau - v)dv\right\} \quad (\text{D.25})$$

Logo, através da transformada inversa obtém-se

$$w^*(x^*, \tau) = \mathcal{L}^{-1}\{\hat{w}^*(x^*, s^*)\} = \int_0^\tau f(x^*, v)g(\tau - v)dv \quad (\text{D.26})$$

Utilizando-se a tabela para transformadas especiais publicada em Spiegel e Liu (2004, p. 214 e 221), o campo de velocidades é obtido. Assim,

$$w^*(x^*, \tau) = \int_0^\tau \left\{ \left[ 1 + \frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi v}{4}\right) \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x^*}{2}\right) \right] - 1 \right\} \times \\ \times \{-2\phi \cos[2\pi(\tau - v)]\} dv \quad (\text{D.27})$$

$$w^*(x^*, \tau) = - \int_0^\tau \left[ \frac{8\phi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi v}{4}\right) \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x^*}{2}\right) \right] \times \\ \times \cos[2\pi(\tau - v)] dv \quad (\text{D.28})$$

Aplicando a seguinte mudança de variável  $\zeta = \tau - v$  e após alguma manipulação algébrica obtém-se a forma final da equação para o campo de velocidades no interior do regenerador. Logo,

$$w^*(x^*, \tau) = \int_{\tau}^0 \left[ \frac{8\phi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi(\tau-\zeta)}{4}\right) \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x^*}{2}\right) \right] \times \\ \times \cos(2\pi\zeta) d\zeta \quad (\text{D.29})$$

$$w^*(x^*, \tau) = \frac{8\phi}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n-1} \cos\left(\frac{(2n-1)\pi x^*}{2}\right) \int_{\tau}^0 \exp\left(-\frac{(2n-1)^2\pi^2\phi(\tau-\zeta)}{4}\right) \times \\ \times \cos(2\pi\zeta) d\zeta \quad (\text{D.30})$$

## *APÊNDICE E*

### *Fundamentos para verificação da solução numérica*

Neste Apêndice é apresentada uma breve síntese dos aspectos teóricos e das equações usadas no processo de verificação da solução numérica, contemplado no item 4.6 (Capítulo 4). Este processo está atrelado ao refino de malha no espaço e no tempo, contribuindo para avaliação da qualidade da solução numérica nos casos a serem simulados. Os fundamentos aqui introduzidos estão detalhadamente explorados nos trabalhos de Marchi e Silva (1999, 2002, 2005). O intuito aqui é apenas munir o leitor dos meios necessários a fim de que ele compreenda objetivamente as variáveis utilizadas e os resultados obtidos neste processo.

É sabido que toda solução numérica carrega erros em si. A estimativa deles é importante pois quando este erro é maior do que o aceitável, a solução numérica não possui confiabilidade. Do mesmo modo, quando o erro é menor do que o aceitável, há desperdício dos recursos computacionais envolvidos. Ademais, esta estimativa também se faz necessária para validar e desenvolver modelos matemáticos bem como para otimizar a malha; interesses particulares no presente trabalho. Convém salientar que o valor aceitável para o erro depende do uso pretendido da solução numérica, das restrições orçamentais existentes, do tempo disponível para simulação e, por fim, dos recursos computacionais de que se pode dispor (MARCHI; SILVA, 2002).

Nas considerações tecidas a seguir, Marchi e Silva (1999, 2002) levaram em conta problemas unidimensionais estacionários tratados com malhas uniformes. Assumindo que os erros de iteração, de arredondamento e possíveis enganos cometidos durante a programação sejam muito pequenos, o erro contido na solução numérica  $\psi$  em relação à solução exata  $\Psi$  de um modelo matemático é definido por

$$E(\psi) = \Psi - \psi \tag{E.1}$$

Este é chamado erro de discretização ou de truncamento (KREYSZIG, 2006). A equação

acima é válida para qualquer variável local (variável de campo e primeira derivada desta) ou para variáveis globais obtidas da primeira através de processos como integração e média. Na maioria das situações práticas em engenharia, a solução analítica do modelo não é conhecida e, portanto,  $E(\psi)$  não pode ser calculado. Em tais casos, Marchi e Silva (2005) afirmam que se faz uso do conceito de erro estimado ou incerteza da solução numérica  $I$ , expresso por

$$I(\psi) = \psi_{est} - \psi \quad (\text{E.2})$$

Esta incerteza é calculada por meio de estimadores de erro, cuja função é calcular um valor estimado para a solução exata do problema. A diferença entre este valor estimado para a solução exata  $\psi_{est}$  e o resultado numérico obtido com uma malha específica  $\psi$  representa a incerteza, conforme indicado pela equação anterior.

Dentre os vários estimadores existentes na literatura encontra-se o estimador de erro de Richardson, usado para diminuir e estimar o erro da discretização. Para soluções numéricas obtidas pelos métodos de diferenças finitas e volumes finitos, o uso deste estimador é baseado nas soluções geradas por diferentes malhas, na razão de refino entre elas  $\Gamma$  e na ordem de convergência do erro da discretização  $\Lambda$  (MARCHI; SILVA, 1999, 2002).

Na Eq. (E.2), a estimativa da solução analítica é obtida através da extrapolação de Richardson generalizada (ROACHE, 1994), advinda da série de Richardson e dada por

$$\psi_{est} = \psi_1 + \frac{\psi_1 - \psi_2}{\Gamma(\Lambda) - 1} \quad (\text{E.3})$$

Os índices 1, 2 e 3 (introduzido mais adiante) são relativos às soluções numéricas obtidas com malhas uniformes fina, intermediária e grossa, respectivamente. Roache (1997) classifica a ordem de convergência do erro da discretização em:

- ordem teórica ou real  $\Lambda_t$  – o seu valor depende das funções de interpolação usadas na discretização do modelo matemático. São os expoentes dos termos da equação procedente da série de Taylor empregada nesta avaliação;
- ordem aparente  $\Lambda_{ap}$  – o seu valor é função das soluções numéricas obtidas com pelo menos três malhas diferentes;
- ordem assintótica  $\Lambda_{as}$  – valor para o qual converge a ordem aparente quando a dimensão dos volumes da malha tende a zero. Trata-se de um valor inteiro positivo, o menor dentre aqueles que compõem a ordem teórica.

Neste contexto, a ordem aparente é calculada através das seguintes relações válidas para situações onde as razões de refino são constante e variável entre três malhas,

$$\Lambda_{ap} = \frac{\ln\left(\frac{\psi_2 - \psi_3}{\psi_1 - \psi_2}\right)}{\ln(\Gamma)} \Rightarrow (\Gamma_{3,2} = \Gamma_{2,1} = \Gamma) \quad (E.4)$$

$$\Lambda_{ap} = \frac{\ln\left[\left(\frac{\psi_2 - \psi_3}{\psi_1 - \psi_2}\right)\left(\frac{\Gamma_{2,1}^{\Lambda_{ap}} - 1}{\Gamma_{3,2}^{\Lambda_{ap}} - 1}\right)\right]}{\ln(\Gamma_{2,1})} \Rightarrow (\Gamma_{3,2} \neq \Gamma_{2,1}) \quad (E.5)$$

Note-se que a Eq. (E.5) é uma equação transcendental e deve ser resolvida iterativamente. As variáveis  $\Gamma_{3,2}$  e  $\Gamma_{2,1}$  representam as razões de refino usadas quando se passa da malha grossa para a malha intermediária e desta para a malha fina, respectivamente. Deve estar claro que a razão de refino é o próprio multiplicador  $\varkappa$  usado para aumentar o número de volumes da malha em uma determinada direção. Tomando  $\Gamma_{2,1}$  como exemplo, vê-se a seguir que esta razão é independente do comprimento em uma direção qualquer  $l$  e do número de volumes  $NV$  escolhido para dividi-lo. Assim,

$$\Gamma_{2,1} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{\frac{l}{NV}}{\frac{l}{\varkappa NV}} = \frac{l}{NV} \frac{\varkappa NV}{l} = \varkappa \quad (E.6)$$

Roache (1997) identifica dois tipos de comportamento para  $\Lambda_{ap}$  quando se reduz o tamanho dos volumes da malha. Trata-se dos intervalos subconvergente e superconvergente, ilustrados na figura seguinte.

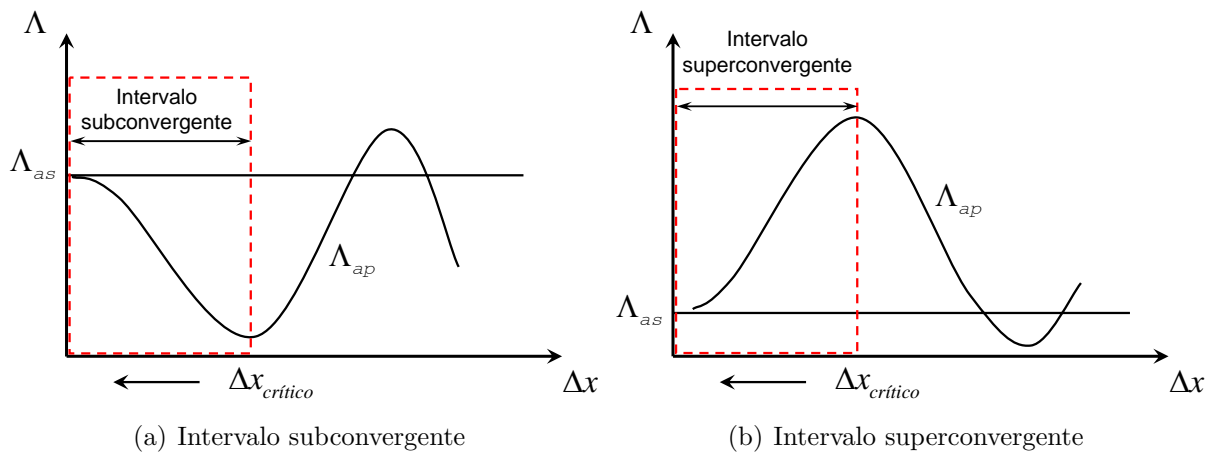


Figura E.1 – Comportamento da ordem aparente da incerteza numérica. Fonte: Adaptado de Marchi e Silva (2002).

Na Fig. E.1 (a) está a faixa subconvergente, na qual à proporção que o tamanho dos volumes é reduzido em relação a um valor crítico todos os valores da ordem aparente são



positivos, crescentes e menores do que a ordem assintótica. Por sua vez, na Fig. E.1 (b) expõe-se a faixa superconvergente, onde à medida que a malha é refinada em relação a um valor específico todos os valores da ordem aparente são positivos, decrescentes e maiores do que a ordem assintótica. Em seus trabalhos Marchi e Silva (1999, 2002) reportaram que não se conhece nenhum procedimento para afirmar quando a ordem aparente já está na faixa convergente, exceto obter soluções numéricas em malhas cada vez mais refinadas e, a partir disso, calcular  $\Lambda_{ap}$  em função deste refino. Portanto, estes autores afirmam que não é possível assegurar a confiabilidade de estimativas de erro baseadas em um único valor da ordem aparente ou em soluções numéricas geradas com apenas duas malhas diferentes.

Para problemas não-triviais, como os multidimensionais e transientes,  $\Lambda_{ap}$  nunca atinge exatamente  $\Lambda_{as}$  uma vez que seria necessário um número infinito de volumes de controle para que o seu comprimento tendesse a zero (ver Fig. E.1); uma impossibilidade que limita a obtenção de soluções independentes de malha. Além disso, os erros de arredondamento que ocorrem nas soluções numéricas são propagados para o cálculo de  $\Lambda_{ap}$  através das Eqs. (E.4) e (E.5).

Caso a ordem aparente seja monótona convergente, como mostrado nas faixas anteriores, a solução analítica do modelo está limitada entre as seguintes estimativas obtidas da Eq. (E.3):

$$\psi_{est}(\Lambda_{as}) = \psi_1 + \frac{\psi_1 - \psi_2}{\Gamma(\Lambda_{as}) - 1} \quad (E.7)$$

$$\psi_{est}(\Lambda_{ap}) = \psi_1 + \frac{\psi_1 - \psi_2}{\Gamma(\Lambda_{ap}) - 1} \quad (E.8)$$

A partir das Eqs. (E.2), (E.7) e (E.8), é possível escrever o erro estimado de Richardson para as estimativas da solução exata em função das ordens assintótica e aparente, respectivamente. Logo,

$$I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1) = \frac{\psi_1 - \psi_2}{\Gamma(\Lambda_{as}) - 1} \quad (E.9)$$

$$I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1) = \frac{\psi_1 - \psi_2}{\Gamma(\Lambda_{ap}) - 1} \quad (E.10)$$

Marchi e Silva (2002) demonstraram que o erro da discretização de uma solução numérica  $\psi_1$  é limitado pelos valores de  $I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)$  e  $I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)$ , sendo válidas as seguintes equações para os intervalos sub e superconvergente, respectivamente,

$$\frac{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}{E(\psi_1)} \leq 1 \leq \frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{E(\psi_1)} \quad (E.11)$$

$$\frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{E(\psi_1)} \leq 1 \leq \frac{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}{E(\psi_1)} \quad (\text{E.12})$$

O valor da incerteza é considerado confiável se o quociente entre  $I_{Ri}$  e  $E$  é maior ou igual à unidade. Já a acurácia desta incerteza depende da diferença entre  $\Lambda_{as}$  e  $\Lambda_{ap}$ . Quanto mais o valor de  $\Lambda_{ap}$  se aproxima do valor  $\Lambda_{as}$ , os valores de  $\frac{I_{Ri}(\Lambda_{as}, \psi_1)}{E(\psi_1)}$  e  $\frac{I_{Ri}(\Lambda_{ap}, \psi_1)}{E(\psi_1)}$  tendem à unidade e a estimativa do erro da discretização torna-se mais acurada (MARCHI; SILVA, 1999, 2002, 2005).

Com as soluções numéricas ( $\psi_1, \psi_2$  e  $\psi_3$ ) usadas para calcular o erro estimado através das Eqs. (E.9) e (E.10), Marchi e Silva (2005) afirmam que é possível reduzir o erro da discretização  $E(\psi)$  através de uma solução numérica convergente  $\psi_c$ . Este conceito foi proposto no trabalho de Marchi e Silva (2002) e é definido como a média aritmética entre os extremos do intervalo que contém a solução exata do problema, ou seja,

$$\psi_c = \frac{|\psi_{est}(\Lambda_{as}) + \psi_{est}(\Lambda_{ap})|}{2} \quad (\text{E.13})$$

O estimador de erro convergente  $I_c$  quantifica a incerteza desta solução,

$$I_c = \frac{|\psi_{est}(\Lambda_{as}) - \psi_{est}(\Lambda_{ap})|}{2} \quad (\text{E.14})$$

Dentro do intervalo da ordem aparente é recomendável utilizar a solução numérica convergente  $\psi_c$  ao invés da solução calculada  $\psi_1$  porque o erro da discretização de  $\psi_c$ ,  $E(\psi_c)$ , é menor que o erro da discretização de  $\psi_1$ ,  $E(\psi_1)$ . Fora do intervalo convergente da ordem aparente não há garantia de validade para as Eqs. (E.11) a (E.14) nem para as conclusões discutidas anteriormente (MARCHI; SILVA, 1999, 2002, 2005).

## *APÊNDICE F*

### *Cálculo do número de Nusselt para o regenerador de placas*

Este Apêndice apresenta a correlação sugerida por Nickolay e Martin (2002) para o cálculo do número de Nusselt em escoamentos estacionários e plenamente desenvolvidos entre placas planas paralelas.

O número de Nusselt local  $Nu(z)$  é dado por

$$Nu(z) = Nu_m(z) - \frac{Nu_2}{3} \left( \frac{Nu_2}{Nu_m} \right)^{n-1} \quad (\text{F.1})$$

onde é  $Nu_m(z)$  o número de Nusselt médio, também dependente da posição ao longo do canal, definido como

$$Nu_m(z) = (Nu_1^n + Nu_2^n)^{1/n} \quad (\text{F.2})$$

Na equação anterior tem-se  $Nu_1 = 7,541$ ,  $Nu_2 = 1,841[Gz(z)]^{1/3}$  e  $n = 3,592$ .  $Gz(z)$  é o número de Graetz, calculado por

$$Gz(z) = \frac{D_h}{z} Pe_{D_h} \quad (\text{F.3})$$

Na Eq. (F.3), o número de Peclet corresponde à situação estacionária, ou seja,  $U(t)|_{\text{amplitude}} = U$ . Assim,

$$Pe_{D_h} = \frac{D_h U}{\alpha_f} \quad (\text{F.4})$$

O número de Nusselt médio ao longo do canal  $\overline{Nu}$  é obtido através de

$$\overline{Nu} = \frac{1}{W} \int_0^W Nu(z) dz \quad (\text{F.5})$$

De posse de  $\overline{Nu}$  é possível determinar o valor para o número de Biot médio  $\overline{Bi}$ . Considerando os estudos conduzidos no Capítulo 4, estes dois grupos adimensionais são definidos com base em  $D_h$  e a relação entre eles é dada pela seguinte equação:

$$\overline{Bi} = \overline{Nu} \left( \frac{k_f}{k_s} \right) \quad (\text{F.6})$$

## APÊNDICE G

### *Funções de aproximação para $c_H$ e $\Delta T_{ad}$ do gadolínio*

Neste Apêndice são fornecidas as equações para as variáveis  $c_H(T_s, \mu_0 H)$  e  $\Delta T_{ad}(T_s, \mu_0 H)$  do gadolínio, determinadas por Siddikov, Wade e Schultz (2005). Por razões didáticas, nestas equações a parcela  $\mu_0 H$  é substituída por  $B$ . São elas:

$$\begin{aligned}
 c_H(T_s, B) = \exp & \left[ \frac{(-0,002720B^4 + 0,075069B^3 - 0,734523B^2 + 2,926566B - 3,444731)}{(T_s - 295,0)^2 + 120,0} \right. \\
 & \times (T_s - 295,0) + \frac{(0,025744B^4 - 0,603686B^3 + 4,606541B^2 - 10,484562B - 8,657366)}{(T_s - 320,0)^2 + 3000,0} \\
 & \times (T_s - 320,0) + \frac{(0,003074B^4 - 0,066150B^3 + 0,454155B^2 - 1,026148B + 0,390846)}{100000} \\
 & \times (T_s - 289,079)^{8/3} + \frac{(-0,001389B^4 + 0,029987B^3 - 0,207551B^2 + 0,479857B - 0,191559)}{1000} \\
 & \times (T_s - 289,079)^2 + \frac{(0,002090B^4 - 0,045277B^3 + 0,316508B^2 - 0,757971B + 0,333647)}{100} \\
 & \times (T_s - 289,079)^{4/3} + \frac{(-0,001171B^4 + 0,025369B^3 - 0,178991B^2 + 0,454110B - 0,353060)}{10} \\
 & \left. \times (T_s - 289,079)^{2/3} + 0,000340B^4 - 0,007383B^3 + 0,051541B^2 - 0,120629B + 5,652936 \right] \tag{G.1}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Delta T_{ad}(T_s, B) = \exp & \left\{ \left[ \frac{4310,173564B^3}{((B - 3,5)^2 + 90)^3} - \frac{588,578822B^2}{((B - 3,5)^2 + 90)^2} + \frac{22,899314B}{(B - 3,5)^2 + 90} \right. \right. \\
 & \left. \left. + 0,329036 \times 10^{-7} - \frac{0,123812B^2}{(B - 8)^2 + 100} \right] \ln \left[ \frac{0,0001T_s^2}{78,0 + (T_s - 294)^2} \right] \right. \\
 & \left. + 10^{-10}(-0,189378 \times 10^{-3}B^4 + 0,003168B^3 - 0,008198B^2 - 0,060684B)T_s^5 \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & +10^{-7}(0,150082 \times 10^{-3}B^4 - 0,002537B^3 + 0,006807B^2 + 0,047892B)T_s^4 \\
 & +10^{-5}(-0,330462 \times 10^{-3}B^4 + 0,005632B^3 - 0,015342B^2 - 0,108160B)T_s^3 \\
 & +10^{-3}(-0,279246 \times 10^{-3}B^4 + 0,005461B^3 - 0,028475B^2 + 0,010751B)T_s^2 \\
 & + \left[ -\frac{14,444964B^3}{((B-6,5)^2+50)^3} - \frac{13,069536B^2}{((B-6,5)^2+50)^2} + \frac{3,151240B}{(B-6,5)^2+50} + 0,130713 \times 10^{-5} \right] T_s \\
 & \left. -0,022860341B^4 + 0,454699B^3 - 2,425098B^2 + 0,784941B \right\} \quad (G.2)
 \end{aligned}$$

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)