PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Alessandra Hissa Ferrari

O SENSO NUMÉRICO DA CRIANÇA:
formação e características

DOUTORADO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

São Paulo
2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

Alessandra Hissa Ferrari

O SENSO NUMÉRICO DA CRIANÇA:
formação e características

Tese apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***DOUTOR EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA****, sob a orientação da Professora Doutora Sonia Barbosa Camargo Igliori.*

São Paulo
2008

Banca Examinadora

Autorizo, exclusivamente para fins acadêmicos e científicos, a reprodução total ou parcial desta Tese por processos de fotocopiadoras ou eletrônicos.

Assinatura: ________________________________ **Local e Data:** __________________

Ao meu pai Angelo que, com seu modelo de responsabilidade, soube despertar em mim o prazer pelo estudo.

À minha mãe, Clarice, sempre presente e grande incentivadora do meu crescimento pessoal e profissional.

À minha irmã, Leila, que a todo momento contribuiu com atos e palavras de amor, carinho e segurança.

Ao meu noivo, Marco Antonio, que sempre me apoiou e incentivou.

À minha tia, Jeanete, que sempre se orgulhou e acreditou em mim.

Aos meus tios e primos que, com uma simples palavra, olhar e sorriso colaboraram para a realização deste trabalho.

Agradecimentos

*A **Deus**, fonte de toda a sabedoria, pela força e pela coragem que concedeu, permanecendo ao meu lado em todo o percurso desta caminhada.*

*À Professora Doutora **Sonia Barbosa Camargo Igliori**, orientadora comprometida e amiga, que me aceitou com todas as minhas dúvidas e inseguranças, desempenhando seu papel com segurança, competência e simplicidade.*

*Ao Prof. **Angelo Eduardo Ferrari**, pai e amigo que, com humildade de quem realmente sabe, ofereceu exemplos diários dos atributos próprios aos homens de bem.*

*À **Clarice Jorge Hissa Ferrari**, mãe e amiga que sempre transmitiu segurança, amor e acreditou na realização deste trabalho.*

*À Dra. **Leila Hissa Ferrari**, irmã e amiga que acompanhou, de perto, todas as fases desta pesquisa, sempre contribuindo com seus atos, sua força e o seu otimismo.*

*Ao **Marco Antonio Sartor**, noivo e amigo que acompanhou todo o trabalho e contribuiu com pesquisas, amor e companheirismo.*

*Ao **Renato Souza Aniceto** cunhado e amigo que soube incentivar-me com sua amizade, apoio emocional e paciência.*

*À Professora Mestre **Jeanete Jorge Hissa**, tia e amiga de tantas jornadas, que se juntou também a esta, emprestando sua crítica e a sua imensa bagagem cultural acumulada ao longo de sua carreira no magistério.*

*Às amigas **Maria Cecília** e **Wilma**, pelas correções, sugestões, amizade, incentivo e auxílio nos momentos de adversidade.*

*Aos padrinhos (**Francisco** e **Mariza**), tios (**Ignácio** e **Vera**) primos (**Márcia**, **Marcos**, **Luciana** e **Ivandro**) e aos **amigos** pelo apoio emocional, paciência oferecido sempre em hora oportuna.*

*Aos meus avós paternos, **Angelo** e **Nair** (in memoriam) e maternos, **Jorge** e **Mathilde** (in memoriam) que de onde estiverem fazem-se presentes pela imensa saudade deixada.*

*A **todas as pessoas** que por um ato, um olhar ou um gesto de força e incentivo colaboraram para a realização desta pesquisa, deixo registrada a minha mais sincera gratidão.*

A Autora

Resumo

Esta pesquisa tem por objetivo investigar a formação do conceito de número na criança. Desenvolve-se em duas perspectivas: a primeira, de contexto teórico, é voltada ao estudo de duas abordagens científicas, com pressupostos distintos; a segunda, de caráter empírico, tem por foco a identificação de diferenças individuais, de habilidades numéricas, em crianças que iniciam a fase escolar. Na primeira parte são abordadas idéias da teoria de Piaget, no seio da psicologia genética, e idéias do neurocientista francês Stanislas Dehaene, expostas na obra "La Bosse des Maths." (1997), na qual são apresentados argumentos que indicam inconsistências dos métodos de Piaget, sobre a formação do conceito de número na criança. Os estudos teóricos embasam o desenvolvimento da parte empírica que é composta por atividades inspiradas nos experimentos de Dehaene. As atividades têm por objetivo conhecer diferenças individuais, sob diversos aspectos, do senso numérico da criança, em início da vida escolar. Destacamos que na perspectiva de Piaget, a lógica e a aritmética são construídas na mente do bebê pela observação, pela internalização e pela abstração das regularidades do mundo, negando qualquer habilidade numérica em crianças com menos de quatro anos, enquanto para Dehaene, todas as pessoas possuem, mesmo em seu primeiro ano de vida, uma intuição bem desenvolvida de números, pois para cada pensamento ou cálculos que efetuamos, acionamos atividade de circuitos neuronais específicos do nosso córtex cerebral. As atividades empíricas indicam diferenças individuais das crianças na maioria das atividades propostas, revelando condições diferentes de enfrentamento para operar as atividades. Pode-se também perceber diferenças de concepções quanto à variação de quantidade. Um estudo como esse voltado à compreensão de como se revela a capacidade numérica na criança e que caracterizações ela tem é importante para a Educação Matemática, pois o conceito de número é basilar na constituição dos conceitos da Matemática.

Palavras-Chave: senso numérico, formação do conceito de número, aprendizagem matemática

Abstract

This research aims to investigate the formation of the concept of number in children. It occurs in two perspectives: the first *is* the theoretical context that is dedicated to the study of two scientific approaches with different assumptions; the second is empirical in nature and focus the identification of individual differences in numerical abilities in children who start the school stage. In the first part are addressed ideas of Piaget's theory, within the psychology genetics, and ideas of the French neuroscientist Stanislas Dehaene, exposed in the piece "La Bosse des Maths." (1997), in which arguments presented show inconsistencies in the methods of Piaget on the formation of the concept of number in children. The theoretical support gives the development of the empirical which is composed of activities inspired by the experiments of Dehaene. The activities are supposed to meet individual differences in several aspects of the numerical sense of the child, in the first years of school life. We stress that in view of Piaget, logic and arithmetic are built in the mind of the infant by observation, the internalization and the abstraction of regularities of the world, denying any numerical ability in children under four years, while for Dehaene, all people have even in its first year of life, a well-developed sense of numbers, because for every thought or that calculations made, triggered activity of specific neural circuits of our cerebral cortex. Empirical activities indicate individual differences of children in most of the proposed activities, revealing different conditions of confrontation to operate their activities. You can also see differences in conceptions about the change in quantity. A study like this back to the understanding of how it is the numerical ability in children and characterizations that they have is important for the Mathematics Education, as the concept of number is fundamental to build up the concepts of mathematics.

Key words: numerical sense, formation of the concept of numbers, learning mathematics

Sumário

Índice de Quadros

Índice de Figuras

Introdução

O tema desta tese, estudo da condição, em que se dá a formação do senso numérico, no homem e de suas características, nos foi proposto pelo Prof. Dr Michael Otte, ao qual agradecemos muito, pois nos possibilitou tomar contato com uma gama muito grande de conhecimentos sobre a formação do pensamento matemático, conhecimentos esses essenciais para um pesquisador de Educação Matemática. O conhecimento da capacidade da criança para aprender constitue-se referência prévia indispensável para o processo do ensino e da aprendizagem.

Pesquisadores de diversas áreas do conhecimento desenvolvem pesquisas sobre a temática em questão. O interesse está em conhecer como aprendemos matemática, em saber o que é a intuição matemática e se é possível fazê-la desenvolver, e investigar por que algumas pessoas têm mais facilidades que outras para aprender matemática e se o senso numérico é uma capacidade inata.

Nosso estudo teve a pretensão de se embrenhar nesse universo complicado que nos dá a formação do conceito do número em nossa mente.

Não precisamos de muitos argumentos para mostrar a importância dos números na vida em sociedade, bem como na constituição dos objetos da matemática. Isto, porque estamos rodeados por números. Eles estão gravados em cartões de créditos, expressos em moedas, nos cheques de pagamentos, na identificação dos números de telefone, no número de residência, nas características físicas das pessoas (idade, massa, altura) nas questões relacionadas ao tempo (anos, horas, dias), nos computadores, nas novas tecnologias, enfim, os números estão presentes no nosso cotidiano.

Além disso, o conceito de número tem raízes mais profundas: há dezenas de milhares de anos antes de Cristo, temos registros que apontam que os povos babilônios usavam anotações numéricas precisas, bem como os homens neolíticos faziam o escrito numérico em gravuras de ossos ou pintavam sinais nas paredes das cavernas. Até mesmo os animais, de várias espécies, têm capacidade numérica e de alguns cálculos mentais.

Poderia os números, então, ser quase tão velhos quanto à humanidade? Todos nós possuímos um senso numérico, uma intuição especial que nos ajuda a construir o sentido dos números? O nosso sentido numérico é inato ou adquirido? Como nós representamos números no nosso sistema cognitivo? Essa capacidade se expressa igualmente em todos os seres humanos? Como explicar que algumas pessoas parecem ter mais facilidade do que outras para lidar com os números? Todavia os conhecimentos não são ainda suficientes, para responder a essas questões.

Há muitos anos, estudos são realizados para discutir o desenvolvimento do senso numérico do indivíduo, como essa faculdade permite ao ser humano perceber que a quantidade de objetos de um pequeno conjunto foi alterada quando, sem o seu conhecimento, são acrescentados ou tirados objetos. Ou seja, o senso numérico é uma capacidade independente da contagem, pois é a percepção da variação de quantidade.

Nos estudos de Desenvolvimento Cognitivo destacamos o psicólogo suíço Jean Piaget (1896-1980) que acredita na importância não apenas de identificar os comportamentos, mas compreender a seqüência de fatos que justificam as transformações que ocorrem na construção do funcionamento das estruturas mentais, cujos efeitos são observados nas ações do sujeito.

Para Piaget, o recém-nascido possui algumas estruturas hereditárias e atividades que se baseiam nos exercícios dos aparelhos de reflexão (coordenações sensoriais e motoras) e depois ocorre a generalização da atividade de reflexão. Assim, são construídos os esquemas motores de assimilação, os quais serão os responsáveis pela ordenação e classificação.

É importante observar que a coordenação das ações das crianças, juntamente com os sistemas de esquemas apresentados, constitui uma organização progressiva apresentada por estruturas de conjunto com certas leis, análogas à lógica de classes e de relações, sem depender da origem dos objetos com os quais estão trabalhando.

De acordo com a embriologia mental, a criança pode ser caracterizada pela aquisição da reversibilidade, determinando assim os quatros estágios: sensorial-motor; pensamento intuitivo; operações concretas; operações proposicionais.

Segundo Piaget, as relações lógicas estabelecidas pelo ser humano obedecem, por hipótese, às leis do funcionamento das estruturas mentais. Os estudos sobre assimilação de conhecimentos na criança e a análise das etapas do desenvolvimento das operações mentais estão evoluindo, a cada dia, mas ainda se deparam com as dificuldades para analisar a estrutura interna e a base fisiológica das funções psicológicas que intervêm nos procedimentos de assimilação do conhecimento.

O desenvolvimento desses estudos conta, ainda, com a neuropsicologia, cujo desafio é relacionar a Psicologia Cognitiva com a Neurociência. Modelos neuropsicológicos são aplicados aos transtornos da aprendizagem constatando, assim disfunções cerebrais específicas, geradas por fatores genéticos ou do meio-ambiente.

Nesse sentido, o matemático e neurocientista francês Stanislas Dehaene (1965-) publicou o livro “La Bosse des Maths” (A Bossa da Mat.), pela Editora Odile Jacob, com 365 páginas. Na versão em inglês recebeu o título de “The Number Sense: How the Mind Creates Mathematics” (O Senso Numérico: Como a Mente Cria a Matemática) e foi publicado pela Editora Oxford, com 274 páginas, ambos publicados em 1997. Essa obra é a referência, nesta tese, para a compreensão da formação e características do senso numérico.

Dehaene, matemático que se transformou em neuropsicólogo cognitivo, revela experimentos que mostram que animais podem desempenhar cálculos matemáticos simples, assim como os bebês recém-nascidos também têm um senso numérico. Ele mostra que as habilidades dos animais e dos bebês, em lidar com números pequenos e com cálculos aproximados, persistem em adultos humanos e têm forte influência na maneira como representamos os números e fazemos cálculos mais complexos.

Estudos realizados pela neurociência mostram que a parte do cérebro especializada em identificar números é constituída por um processo de maturação espontânea das redes neurais do cérebro, sob um controle genético direto e com uma orientação mínima do ambiente. O código genético humano é herdado dos milhões de anos da evolução, assim é provável que os seres humanos compartilhem de um sistema protonumérico inato, como outras espécies animais.

De acordo com Dehaene, foi a invenção dos sistemas simbólicos para escrever e falar sobre numerais que nos iniciou na escalada para a matemática superior. Ele traça a história cultural dos números e mostra como essa evolução cultural reflete as limitações que nossa arquitetura cerebral impõe sobre aprendizagem e memória.

Muitas reflexões vêm acontecendo na área da Psicologia, Neuropsicologia e Educação sobre o desenvolvimento cognitivo e a aprendizagem, cujas contribuições podem auxiliar a tarefa dos professores em buscarem processos significativos por meio de fundamentos, princípios e conceitos epistemológicos, bem como da prática metodológica.

Essas referências teóricas sustentaram a elaboração das atividades empíricas. Elas tiveram por objetivo investigar conhecimentos de crianças em fase de inicio da vida escolar sobre a variação de quantidades, e identificar as individualidades, sob vários aspectos, da forma que elas conhecem o número.

A perspectiva de análise das atividades empíricas na busca de diferenças individuais nos foi sugerida pelo Prof. Dr. Antonio Carlos Brolezzi, após o exame de qualificação. Essa perspectiva de análise se sustenta teoricamente nos trabalhos da psicologia das diferenças. Não nos aprofundamos nessa teoria mas encontramos no artigo “Individual differences in numerical abilities in preschoolers” (Diferenças individuais em habilidades numéricas na pré-escola), de Dowker (2008), uma bússola para este trabalho. O artigo foi publicado no Developmental Science, volume 11, number 5, em setembro deste ano. Dowker é professor da Universidade de Pesquisa do Departamento de Psicologia Experimental da Universidade de Oxford, e engajado em pesquisas na área de formação da capacidade numérica, com interesse voltado para a área de psicologia e psicologia das diferenças. Ele busca traçar um panorama global das diferenças individuais da criança em aritmética. Esse estudioso mostra um estudo que investigou as diferenças individuais em diferentes aspectos da capacidade numérica em crianças na pré-escola. Participaram de seus estudos 80 (oitenta) crianças com idade de 4 (quatro) anos, cursando a pré-escola. Eles foram testados em relação à exatidão da contagem de conjuntos de objetos; a linguagem; a representação simbólica e outros aspectos. Os resultados obtidos com relação à adição e subtração apresentada por 1 (uma) tarefa gerou a subdivisão de três grupos diferentes: os que já eram capazes de usar uma seqüência para contagem interiorizando formas simples de adição e subtração: aquelas que se prendera ao processo repetitivo de "contar tudo" e aqueles que ainda eram incapazes de realizar a tarefa. Em cada grupo, foi observada a presença de relações significativas, entre algumas crianças, em determinadas tarefas. O autor ainda chama atenção, para o fato que algumas crianças conseguiram resolver determinadas tarefas e outras não. Portanto Dowker conclui que até mesmo antes da instrução formal a aritmética cognitiva não é unitária.

Assim, temos por objetivo compreender a formação e as características do senso numérico da criança, a partir do estudo de pontos elementares da Teoria do Desenvolvimento Cognitivo de Jean Piaget e da Neurociência, segundo Stanislas Dehaene investigando por meio de atividades empíricas, como se expressa de forma individual o conceito de número das crianças pesquisadas.

Esta tese é composta de cinco capítulos: o primeiro é dedicado às reflexões da teoria de Piaget; o segundo as discussões de Dehaene em sua obra "La Bosse des Maths". O terceiro capítulo é dedicado à descrição da metodologia de pesquisa assumida para o desenvolvimento da parte empírica. No quarto capítulo estão descritas as atividades desenvolvidas com as crianças, os dados, análises e resultados. No quinto capítulo apresentamos as conclusões. Inserimos como anexos o questionário aplicado aos pais, o enunciado das atividades e o declaração de guarda do termo de livre consentimento.

Capítulo I

PIAGET: MÉTODO EXPERIMENTAL E A CAPACIDADE DA CRIANÇA DE AVALIAR A VARIAÇÃO DE QUANTIDADE

Neste capítulo apresentamos concepções teóricas de Piaget que norteiam os estudos sobre a capacidade humana de perceber a variação de quantidades, o que vamos nesta tese denominar de senso numérico. Inicialmente, retomamos os fundamentos da teoria apresentados em sua obra *Lógica e Conhecimento Científico* (1967), quando é introduzido o conceito de epistemologia genética. Piaget vai propor o retorno às fontes e à gênese propriamente dita do conhecimento, que na epistemologia tradicional são tomados apenas os estados superiores, isto é, as resultantes finais de um complexo processo de formação. Desta forma, ele vai conceituar a epistemologia genética como sendo o estudo da passagem dos estados inferiores aos estados mais complexos ou rigorosos do conhecimento.

Na perspectiva de Piaget a estrutura do pensamento é preparada gradativamente para a assimilação do conhecimento (Gênese das Estruturas), levando-se em conta que a criança não é um adulto em miniatura.

Epistemologia Genética tornou-se uma designação do sistema teórico de Jean Piaget por duas grandes razões: pela preocupação constante com a gênese do conhecimento, e por ser um sistema teórico que utiliza um método investigativo experimental sistemático: o Método Clínico Experimental.

Estudar o desenvolvimento cognitivo da criança levou Piaget à criação de uma teoria com métodos próprios: o Método Clínico Experimental. Nessa teoria o conhecimento é construido a partir da interação entre o sujeito e o meio em que vive tendo como base as estruturas existentes no sujeito. Nessa perspectiva a obtenção de conhecimentos depende tanto das estruturas cognitivas do sujeito, como da relação dos objetos com o meio. A idéia principal da teoria de Piaget foi estudar as ações das crianças e, a partir daí elaborar uma teoria sobre o nascimento da inteligência, incluindo as questões fundamentais sobre a formação do conceito de quantidade, interesse principal desta tese.

No que segue, descrevemos alguns elementos da teoria de Piaget relativas a como ocorre a construção do conhecimento lógico-matemático e como conseqüência sua concepção do como se aprende matemática.

I.1 A PSICOGÊNESE DOS CONHECIMENTOS

Para Piaget, estudar o desenvolvimento do conhecimento leva a buscar as causas mais profundas que o geram, e assim, nos fornecer respostas sobre o início do processo cognitivo, sem considerar os aspectos biológicos.

Se analisarmos apenas as questões clássicas dos processos cognitivos iniciais, poderíamos nos deter a questionar se todas as informações cognitivas surgem dos objetos do meio, ou seja, estão fora do sujeito, ou se ao contrário, o sujeito nasce com estruturas endógenas que são precondições biológicas desse processo.

Piaget afirma que, ao mesmo tempo em que há distinção, tem-se interação entre o conhecimento físico, exógeno e o conhecimento lógico-matemático, endógeno. Não se trata de dois tipos de conhecimentos que se desenvolvem independentemente com origens distintas, ao contrário, a teoria piagetiana coloca uma origem comum, que é a ação do sujeito sobre o objeto e paralelamente surge o entrelaçamento entre os conhecimentos do sujeito e do objeto.

Dessa interação dialética surgem duas classes de conhecimento: o conhecimento da realidade que só é possível por meio da ação do sujeito sobre os objetos, e o das estruturas lógico-matemáticas que nascem da coordenação das ações do sujeito que formarão instrumentos indispensáveis para assimilação da realidade.

Assim, além da construção do conhecimento físico é necessário entender como ocorre o entrelaçamento com a construção das estruturas lógico-matemáticas, e dessa forma compreender como o ser humano adquire conhecimento.

Ao desenvolver suas pesquisas, para a construção dos modelos do funcionamento das estruturas mentais, orgânicas, específicas para o ato de conhecer, Piaget se depara com dois aspectos complementares. O primeiro é o de construir os referidos modelos de estruturas mentais orgânicas no funcionamento do cérebro, o que permitiu identificar as operações básicas de classificação, de seriação ou ordenação. O segundo aspecto é o de mostrar a ontogênese desse funcionamento, por meio de uma embriologia mental, conhecida como nível ou estágio do desenvolvimento da inteligência.

Em Biologie et connaissance (1967), Piaget mostra que cada estágio do desenvolvimento da inteligência é necessário ao seguinte, portanto não há saltos. Ele ainda afirma que o seu trabalho não foi o de identificar comportamentos observáveis, mas sim de captar indícios de transformações sucessivas na construção do funcionamento das estruturas mentais, cujos sintomas refletem nas ações.

De conformidade com Piaget, entendemos que os níveis ou estágios de desenvolvimento seguem três condições. A primeira é que a seqüência de condutas é constante, independentemente dos fatos que possam modificar as idades cronológicas das crianças, em função das experiências adquiridas e do meio social. A segunda é que cada estágio é definido por uma estrutura de conjunto que caracteriza todas as etapas da nova fase e não apenas pela característica predominante. E, a terceira condição é que as estruturas estão interligadas de tal modo que cada uma seja preparada pela precedente e se integre com a seguinte. Cada estágio é caracterizado por funções especificas: mentais, fisiológicas, sociais e afetivas. Portanto, podemos considerar que a inteligência, a linguagem e a percepção percorrem estágios distintos e gradativos.

À medida que a criança se desenvolve, ela se ajusta às condições da realidade, superando gradativamente as diversas situações com que se depara. Ao nascer, um bebê tende a sugar tudo o que toca; após a maturação necessária, a tocar tudo o que vê e a olhar tudo o que toca e assim por diante.

Segundo Piaget, esses fatos caracterizam a formação de esquemas motores de assimilação, o que por ele é considerado como o primeiro passo para a criança ordenar o mundo.

Em sua obra Épistémologie mathématique et psychologie (1961), Piaget apresenta o esquema como algo que pode ser generalizado numa ação, por exemplo, o esquema de sugar é saber sugar independentemente do que esteja sendo sugado. Sendo assim, os novos esquemas sempre resultam de esquemas anteriores, que implicam as coordenações.

Desse modo, a formação de esquemas explica o processo de adaptação entre a assimilação, que resulta numa incorporação de objetos aos esquemas de ação do sujeito, e acomodação, que é a transformação de um esquema em outro, considerando os objetos não assimiláveis.

Portanto, Piaget afirma que os esquemas motores são responsáveis pelas primeiras classificações e ordenações e pela origem da negação, que são categorias encontradas na construção do conceito de número.

As idades que caracterizam os períodos apresentados por Piaget, são estimadas e não absolutas, pois a passagem dos estágios dependerá das trocas estabelecidas com o ambiente social e físico.

A criança deverá percorrer naturalmente a seqüência dos estágios de desenvolvimento cognitivo. No entanto, torna-se necessário que em cada nível/estágio a criança vivencie, com tempo suficiente, os diversos experimentos, para que posteriormente prossiga para o próximo estágio.

A seguir, apresentaremos elementos para sobre cada um dos estágios de desenvolvimento cognitivo da criança. O objetivo dessa apresentação é dar condição para a compreensão do que segue neste texto.

O estágio sensoriomotor compreende crianças, aproximadamente, entre 0 e 24 meses de vida, subdividido num nível inicial entre 0 a 18 meses e outro dos 18 aos 24 meses.

O processo de conhecimento começa a aparecer antes da criança desenvolver a linguagem, por isso na ausência desta para expor os acontecimentos e pensamentos, a criança fica limitada às ações isoladas, como sugar, ouvir, tocar sem querer nas coisas.

Nesse estágio, a criança não reconhece os objetos entre si mesmos, não tem consciência de si própria como sujeito. A cada objeto apresentado ao recém-nascido, ele incorpora gradativamente esquemas de ações, o que possibilitará o momento de construção dos esquemas de ações.

Segundo Piaget, a melhor maneira de se compreender a incoordenação das ações, a indiferenciação do sujeito, dos objetos e a centração no próprio corpo, é observar o comportamento do bebê quando um objeto desaparece ou é escondido. Observe que se cubrirmos um objeto com um pano, o bebê não é capaz de afastar o obstáculo para chegar ao objeto; mesmo que saiba agarrar e puxar não o fará, pois na perspectiva piagetiana, isto ocorre porque se o objeto desaparecer do campo perceptivo do bebê, significa que deixou de existir.

No fim desse período Piaget, acredita na permanência do objeto, mesmo quando é escondido em situações diferentes. A criança é capaz de acompanhar as deslocações e procurar o objeto no local próprio.

Na perspectiva de Piaget, o período de um a dois anos caracteriza o início da função semiótica e da inteligência representativa, no campo dos materiais.

> [...] uma espécie de revolução copernicana que consiste em descentrar as ações em relação ao próprio corpo, em considerá-lo um objeto entre outros num espaço que os contém a todos, e em ligar as ações dos objetos sob o efeito das coordenações de um sujeito que começa a conhecer-se como fonte ou mesmo como senhor de seus movimentos. (PIAGET, 2002, p. 11).

À medida que a criança se desenvolve, as ações são diferenciadas, diversificadas e coordenadas juntas. O instrumento essencial dessa coordenação é o esquema, o qual permite a construção da dualidade entre o sujeito e o objeto.

Essa terceira situação acumula a indiferenciação do sujeito e do objeto, bem como a centração no próprio corpo, permitindo a sucessão dos nivéis desse período, com uma coordenação gradativa das ações. O bebê consegue pela assimilação recíproca, coordenar-se, até estabelecer a conexão entre meio e fim, o que certamente caracteriza a ação da inteligência.

O sujeito passa a ser a fonte de ações do conhecimento, uma vez que a coordenação dessas ações proporciona a superação da interdependência entre o objeto externo e o próprio corpo.

Segundo Piaget:

> [...] coordenar ações equivale a deslocar objetos e, na medida em que esses deslocamentos são submetidos a coordenações, o "grupo de deslocamentos" que se elabora progressivamente desse modo permite, em segundo lugar, atribuir aos objetos posições sucessivas que são, elas próprias, determinadas. (PIAGET, 2002, p. 11-12).

Quando a criança mexe os braços e as pernas, e ou ergue a cabeça quando lhe é apresentado um brinquedo, parece que a ação pode agir sobre o brinquedo (objeto). Portanto trata-se de uma casualidade egocêntrica, relacionada à própria ação e, identificada pela ausência de relações objetivas entre o meio (ação do corpo) e o fim (brinquedo).

Nesse sentido, Piaget afirma que:

> Em suma, a coordenação das ações do sujeito, inseparável das coordenações espaço-temporais e causais que ele atribui ao real, é origem tanto das diferenciações entre esse sujeito e os objetos quanto dessa descentração no plano dos atos materiais que tornará possível, com o curso da função semiotíca, o advento da representação ou pensamento. (PIAGET, 2002, p. 12).

Em relação as ações primitivas não coordenadas entre si é possível observarmos duas situações. Numa primeira, a criança se depara com uma estrutura existente, por exemplo, os reflexos de sucção, nesse caso a assimilação integrará os novos objetos a uma estrutura pré existente. Numa segunda situação, a criança encontrará o imprevisto, por exemplo, tenta puxar o cordão de um brinquedo pendurado no quarto, mas sem sucesso, observa as oscilações produzidas, nesse contexto a criança tentará repetir o fenomêno, o que caracteriza uma assimilação reprodutora (repetir o mesmo procedimento) e inicia o processo de construção de um novo esquema. Piaget observou, que se a criança percebe outro brinquedo pendurado ela recorre ao mesmo esquema, gerando a assimilação recognitiva. E, quando ela repete a ação no novo contexto, a assimilação generalizadora é estabelecida. Portanto, destacam-se três aspectos: a repetição, o reconhecimento e a generalização.

Piaget afirma que, por mais simples que sejam as primeiras ações, sempre virá a construção de combinações novas, geradas por combinações abstratas que as vezes estão separadas do próprio objeto. Portanto, quando a criança reconhece, por exemplo, outro objeto pendurado, significa que obteve o domínio da abstração.

Por outro lado, coordenar ações do sujeito, respeitando o refletir, ou seja, o projetar sobre uma estrutura nova a partir de uma estrutura anterior, e a reflexão que é o ato mental de reorganização no novo plano, são caracteristicas predominantes do que Piaget denominou abstração reflexiva.

Nesse sentido, podemos compreender que é a partir do nível sensoriomotor que a criança começa a perceber a diferença entre o sujeito e, o objeto e ao mesmo tempo, demonstra ações interligadas ao sujeito e ações de alguns objetos sobre outros.

As primeiras, consistem em separar ou unir certas ações do sujeito ou seus esquemas e colocá-las em correspondência, caracterizando assim, o início das coordenadas gerais que são as bases das estruturas lógico-matemáticas. As segundas, correspondem a atribuir aos objetos uma organização espaço-temporal, cinemática ou dinâmica, análoga à das ações. E, às ações particulares do sujeito sobre os objetos, opõem - se as coordenações gerais, pois participam da casualidade e transformam materialmente esses objetos.

Portanto, nesse curto espaço de tempo (0-2 anos), a criança evolui de uma ação passiva em relação ao meio e sujeito para uma ação ativa, participativa. Embora possa compreender algumas palavras, não domina a linguagem, apenas consegue reproduzir umas palavras. Mas, é no estágio sensoriomotor que a criança coordena seus esquemas para estabelecer a seriação.

Os esquemas de inteligência, apresentados no período sensoriomotor, não constituem conceitos, pois de acordo com Piaget a criança ainda deixa não usufrui da linguagem, somente estabelece padrões organizacionais de comportamentos, ou seja, são apenas conceitos práticos e não teóricos, portanto não podem ser coordenados por pensamento.

Com o aparecimento da linguagem ocorrem modificações nos aspectos intelectual, afetivo e social da criança: [...] às ações simples, que asseguram as interdependências diretas entre o sujeito e os objetos, sobrepõe-se, em certos casos, um novo tipo de ações, o qual é interiorizado e mais precisamente conceitualizado [...] (PIAGET, 2002, p. 16). A interação e a comunicação entre os sujeitos são conseqüência da linguagem, sendo assim, é através da palavra que o sujeito consegue expor o seu interior.

Piaget afirma que:

> Com efeito, seria muito mais simples admitir que a interiorização das ações em representações ou pensamento consiste apenas em reproduzir-lhes o curso ou em imaginá-las por meio de símbolos ou signos (imagens mentais ou linguagem) sem que por isso sejam modificadas ou enriquecidas. Na realidade, essa interiorização é uma conceituação com tudo o que isso envolve de transformação dos esquemas em noções propriamente ditas, por mais rudimentares que elas sejam [...] (PIAGET, 2002, p. 17).

O nível/estágio Pré-Operatório é organizado através do processo de assimilação, acomodação e adaptação e abrange crianças com aproximadamente dois anos até os sete anos de idade. Nesse estágio, a criança já é capaz de representar as suas vivências e a sua realidade, através de diferentes significantes. O principal progresso é o desenvolvimento da linguagem e da função simbólica. Quando brinca, a criança pode usar jogos, desenhos, símbolos mentais, imagens ou palavras, para representar objetos presentes ou não presentes. É, o momento em que a criança substitui a ação pela representação, marcando assim, o início do pensamento.

No sentido usado por Piaget, esclareceremos o conceito e os limites dessa fase em relação aos termos jogo, desenho, linguagem, imagem e pensamento.

O jogo mais importante constatado e exclusivo desse período é o jogo simbólico com predomínio da assimilação. Por exemplo: o jogo do faz de conta, nele a criança brinca de ser pai, médico etc. Nesse período, o jogo de construções transforma-se em jogo simbólico, a criança acredita que a construção que faz com as peças de Lego é uma casa. Com aproximadamente 2 anos de idade, a criança fala sozinha, porque o seu pensamento ainda não está organizado; só com o decorrer deste período é que começa a organizá-lo, associando os acontecimentos com a linguagem na sua ação.

Por meio do jogo, a criança consegue organizar, conhecer o seu mundo, ao mesmo tempo em que serve de terapia, possibilita a manifestação dos sonhos, dos desejos e das angústias. Através do jogo também é possível observarmos a relação familiar da criança. Por exemplo, quando a criança brinca com as bonecas podemos notar, através da fala e dos gestos, o reflexo da real relação afetiva que tem com a família.

Até aos dois anos de idade, a criança só faz riscos, pois o desenho não tem qualquer significado para ela. Aos três anos, a criança começa a atribuir significado ao desenho, fazendo riscos em diversas posições, mesmo que ainda não dê nome àquilo que desenha. Com quatro anos, a criança é mais criativa e começa reconhecer o desenho e projetar nele o que sente. Nessa fase não há realismo na cor, e também não há preocupação com os tamanhos, mas certamente os desenhos passam a ser mais compreensíveis aos adultos.

A linguagem está centrada na própria criança. Ela não consegue distinguir o “eu” do “outro”, por isso, apresenta confusão entre o pessoal e o social, o subjetivo e o objetivo. O pensamento infantil nessa fase é caracterizado pelo egocentrismo; assimilando o mundo exterior aos seus desejos, ao seu próprio mundo interior, a criança é incapaz de se colocar na perspectiva do outro. O egocentrismo observado na criança não significa egoísmo moral, segundo Piaget, é apenas a incapacidade de se colocar à vista de outrem, o que pode ser constatado através de si mesmo: a criança fala sozinha.

Nessa época, há uma enorme evolução na linguagem. A criança com dois anos de idade possui um vocabulário com cerca de 200 a 300 palavras, por volta dos três anos aumenta para cerca de 1000 palavras e aos cinco anos compreende de 2000 a 3000 palavras. Esse aumento do número de vocábulos é favorecido pela forte motivação dos pais, ou seja, quanto mais forem estimulados (canções, jogos, histórias, etc.), melhor desenvolvem a sua linguagem, pois a criança aprende sobretudo de forma intuitiva.

Nesse estágio, a imagem mental é o suporte para o pensamento. A criança possui imagens estáticas tendo dificuldade em dar-lhe dinamismo. Na organização do mundo a criança dá explicações pouco lógicas.

Para Piaget o esquema sensoriomotor não estabelece um objeto de pensamento, apenas constrói uma estrutura mental interna de ações. Enquanto, o conceito pode ser manipulado por representações e linguaguem proporcionando a interiorização das ações e ampliação dessa num nível superior, fato esse, que pode ser comprovado se observarmos que as crianças no estágio sensoriomotor não representam o pensamento. Por exemplo, crianças de 4-5 anos, acompanhadas por Aline Szeminska (1941), sabiam corretamente realizar o percurso de casa à escola, mas não conseguiam descrevê-lo por meio de pontos de referências (edifícios, padarias).

A grande diferença entre a ação sensoriomotora e a ação interiorizada ou conceitualizada é que no primeiro caso, ocorre a coordenação entre os esquemas, vários instrumentos podem ser usados para mediar o sujeito e os objetos, provocando a diferenciação entre eles, mas estão presos as características atuais, ou seja, ao momento presente. Já na ação conceitualizada, são consideradas as ações duradouras do sujeito, os objetos e a própria ação é conceitualizada como transformação especifíca das representações entre termos dados e entre termos análogos.

Sendo assim, Piaget conclui que graças ao pensamento é possível estabelecer contexto espaço-temporal, que permite uma distância maior entre a representatividade com o sujeito e com os objetos.

> [...] a medida que as representações progridem, aumentam as distâncias entre elas e seu objeto, no tempo e no espaço, vale dizer, a série de ações materiais sucessivas, mas cada uma delas momentânea, é completada por conjuntos representativos sucetíveis de evocar num todo quase simultâneo ações ou eventos passados, futuros ou presentes, e, espacialmente, tanto distante quanto próximos. (PIAGET, 2002, p. 19).

O período do conhecimento pré-operatório é considerado como progresso-duplo, em relação as coordenações internas do sujeito, isto é, as estruturas operatórias ou logico-matemáticas e, em relação as coordenações externas entre os objetos, ou seja, a casualidade com estruturas espaciais e cinemáticas.

Piaget afirma que, nesse período, a criança é capaz de fazer inferências básicas, classificações de objetos espaciais, correspondência e inicia-se a fase dos "porquês". Portanto:

> Em outras palavras, a passagem das condutas sensoriomotoras para as ações conceitualizadas deve-se não apenas à vida social mas também aos progressos da inteligência pré-verbal em seu conjunto e à interiorização da imitação em representações. (PIAGET, 2002, p. 20).

A passagem da ação ao pensamento, ou do esquema sensoriomotor ao conceito ocorre de modo lento e trabalhoso, de conformidade com a transformação da assimilação. Sendo assim, a assimilação dos objetos entre si torna-se a base para a classificação, gerando propriedades básicas como "todos" e "alguns". Quando essas propriedades expressam co-propriedades e determinam co-pertencimentos, Piaget afirma que:

> [...] a assimilação inerente à comparação dos objetos atribuir-lhe-á uma natureza relativa, e o carater próprio dessa assimilação conceitual é igualmente constituir tais relações superando os falsos absolutos inerentes às atribuições puramente predicativas. (PIAGET, 2002, p. 21).

Ele ainda afirma que, por outro lado, a assimilação própria dos esquemas sensoriomotores evoca duas diferenças. A primeira, na falta de pensamento ou representação, o sujeito da ação não conhece nada sobre as características externas dos esquemas, e analisa o contexto presente com base em analogias diretas de situações anteriores. Em segundo lugar, essa anologia não significa criar situações, apenas reconhecer as características presentes em situações anteriores.

> Ou seja, a assimilação por esquemas certamente leva em conta as propriedades dos objetos mas exclusivamente no momento em que eles são percebidos e de forma indissociada em relação às ações do sujeito a que eles correspondem (salvo em certas situações causais em que as ações previstas são as dos próprios objetos, por uma espécie de atribuição de ações análogas às do sujeito). (PIAGET, 2002, p. 22).

Os trabalhos de Piaget revelam, com clareza, a diferença epistemológica entre a assimilação por esquemas sensoriomotores e por conceito. Na primeira, as características dos objetos se confundem com as características das ações do sujeito e, na segunda o indivíduo é capaz de envolver objetos presentes ou não, libertando-se de vínculos de situações atuais, o que permite com mais facilidade a classificação, a seriação e a correpondência.

Entre os 2 e os 7 anos de idade, Piaget distingue dois sub-estágios: o do pensamento intuitivo e o do pensamento pré-conceptual ou pré-relações. O pensamento intuitivo aparece a partir dos 4 anos, possibilitando a resolução de certos problemas, mas esse pensamento é irreversível, isto é, a criança está sujeita às configurações perceptivas sem compreender a diferença entre as transformações reais e aparentes. Nessa fase, Piaget notou algumas características do pensamento infantil.

A criança atribui características humanas a seres inanimados. O animismo desaparece progressivamente à medida que a criança cresce, mas é importante que a família não estimule nem reforce tais situações a partir dos cinco anos.

A realidade é construída pela criança. Ela materializa a sua imaginação. Se ela sonha que há um animal na sala, pode ter medo de ficar em casa.

Existe uma relação entre o finalismo e a causalidade. A criança, ao olhar o mundo, tenta explicar o que vê, ela diz que se as coisas existem têm de ter uma finalidade. Também, progressivamente, diminui ao longo do estágio.

A explicação de fenômenos naturais, como se fossem produzidos pelos seres humanos, para lhes servir como todos os outros objetos é o que Piaget chamou de Artificialismo.

Piaget considerou a irreversibilidade uma das características mais presentes no pensamento da criança pré-operatória, pois tem dificuldade em compreender a reversibilidade das relações, ou seja, a criança não tem mobilidade suficiente para compreender que quando uma determinada ação já está realizada, podemos voltar atrás. Desta forma, podemos dizer que as estruturas mentais nesse estágio são amplamente intuitivas, livres e altamente imaginativas.

Para concluir a abordagem a este estágio é importante perceber que a criança é incapaz de argumentar e tirar conclusões coerentemente, o que a estimula a usar um mecanismo prático chamado intuição. Diante de uma brincadeira ou jogo, a criança busca as respostas a partir de configurações perceptivas ou empíricas de suas ações.

Nesse período do pensamento intuitivo, não há representação dos esquemas motores e das ações praticadas, a interiorização e as imagens mentais surgem como pré-requisito das brincadeiras simbólicas, imitação e previsões.

Somente aos quatro anos e meio é que a criança ensaia uma forma primitiva de avaliar a quantidade pelo espaço ocupado, ou seja, pelas qualidades perceptivas globais de uma coleção, sem considerar nenhuma análise de relação. Surgem, então, os primeiros esboços de classificação tomando como base as coleções figurais. Assim, a criança reúne em um conjunto os elementos que ombinam, por qualquer razão.

O nível/estágio das operações concretas abrange crianças com idades aproximadamente, entre 7 (sete) e 11 (onze) ou 12 (doze) anos e é caracterizado pela reversibilidade das operações, ou seja, a criança percebe que pode voltar ao pensamento passado.

Segundo Piaget:

> [...] as ações interiorizadas ou conceitualizadas com que o sujeito deveria até agora contentar-se adquirem a categoria de operações, enquanto transformações reversíveis modificam certas variáveis e conservam outras a título de invariantes. (PIAGET, 2002, p. 30).

O desenvolvimento mental marcado pelo egocentrismo intelectual e social dá lugar para o início da construção lógica, ou seja, a capacidade de estabelecer relações que possibilitam o progresso da coordenação de diversos pontos de vista. Esse processo de coordenação pode estar relacionado a pessoas diferentes ou a própria pessoa, que vê um objeto sob formas distintas e até mesmo conflitantes.

Nesse período a criança usa a lógica e o raciocínio de modo elementar, a partir da manipulação de objetos concretos. Segundo Piaget, a questão é explicar que a mudança qualitativa não é um começo absoluto, pois é produto de uma transformação contínua, sendo assim, ele afirma que:

> [...] jamais se observam começos absolutos no decorrer do desenvolvimento, e o que é novo decorre ou de diferenciações progressivas, ou de coordenações graduais, ou das duas coisas ao mesmo tempo, conforme se pôde constatar até aqui. Quanto às diferenças de natureza separando as condutas de um estágio das que as precederam, só pode então concebê-las como uma passagem ao limite, cujas características têm que ser interpretadas em cada caso. (PIAGET, 2002, p. 30-31).

Nesse sentido o conhecimento das operações apresenta um processo cronológico que pressupõe a junção das antecipações e retroações, o que segundo Piaget constitui a reversibilidade operatória.

A seriação é um exemplo claro, pois ao ordenar uma dezena de varetas, a criança no nível do período pré-operatório trabalha com pares, sem contudo, coordená-los numa fileira única. Enquanto no 2º nível desse período, a criança constrói a seqüência correta por tentativa e erro.

Entretanto é no estágio das operações concretas que a criança usa o método exaustivo, que consiste em encontrar o menor entre todos os objetos, depois encontrar o menor do restante, e assim por diante. Admitindo dessa forma a relação de um elemento (E) menor que o outro (D) assim, E < D. Segundo Piaget: a novidade consiste, portanto, em utilizar as relações > e <, não com exclusão de uma pela outra ou por alternâncias assistemáticas no decorrer de tentativas, mas simultaneamente. (PIAGET, 2002, p. 31).

Nesse momento, a criança passa a considerar os dois sentidos na construção de uma seqüência ordenada. O elemento E, é ao mesmo tempo, maior que D e menor que F, sendo assim a antecipação e a retroação trabalham de modo integrado para garantir a reversibilidade do sistema.

As operações nascem quando as correções realizadas após a materialização das ações são substituídas pela pré-correção dos erros, através da antecipação das próprias retroações.

De conformidade com as idéias piagetianas a seriação operatória passa pela seriação empírica, assim como, a classificação operatória passa por várias fases de classificações.

Isto é:

> Antes da seriação operatória, o sujeito chegava a seriações empíricas obtidas por tentativas; antes das classificações operatórias com quantificação da inclusão (A < B), o sujeito chegava a construir coleções figurais ou mesmo não-figurais; antes da síntese do número, ele já sabe contar até certos inteiros, mas sem conservação do todo quando de modificações figurais, etc. (PIAGET, 2002, p. 32).

As propriedades de transitividade e as conservações estão presentes em todos os níveis da estrutura das operações concretas. Sendo assim, entedemos a transitividade das classes e das relações, na qual podemos observar que se $A \leq B$ e $B \leq C$ então $A \leq C$, caracteriza o fechamento do sistema, por meio de tentativas, enquanto na seriação a coordenação do todo só ocorre mediante as relações parciais.

> [...] a transitividade não poderá ser prevista como necessária, e só se torna evidente pela percepção simultânea dos elementos A < B < C; em contrapartida, na medida em que há antecipação do dois sentidos do percurso > e <, a transividade passa a impor–se como lei do sistema, precisamente porque existe sistema, ou seja, fechamento, visto que a posição de cada elemento é determinada de antemão pelo próprio método utilizado na construção. (PIAGET, 2002, p. 33).

As conservações formam o melhor instrumento para representar as estruturas operatórias, e estão simultaneamente relacionadas à transitividade e ao fechamento das estruturas.

Piaget aponta três argumentos para justificar a propriedade de conservação.

No primeiro argumento, o sujeito diz que um mesmo conjunto ou um mesmo objeto conserva sua quantidade ao passar do estado A para B, porque nada se acrescentou ou se retirou, ou porque é a mesma coisa, trata-se portanto, do que na linguagem dos grupos chamou-se de operação identica, ressaltamos aqui, que tal operação só tem sentido dentro de um sistema.

No segundo argumento, o sujeito diz que existe a conservação de A para B, quando podemos voltar ao estado A (reversibilidade por inversão).

No terceiro argumento, o sujeito diz que a quantidade se conserva quando, comparando dois conjuntos, com o mesmo número de elementos, um deles é organizado de modo que os objetos ocupam um espaço maior (reversibilidade por reciprocidade de relações), porém com densidade menor.

A passagem para o estágio das operações concretas é complexa e pode ser caracterizada por três momentos integrados.

O primeiro momento refere-se à abstração reflexiva que absorve das situações anteriores o necessário para a construção de novas situações, como:

> [...] a ordenação que constitui a seriação é extraída das ordenações parciais que já intervieram na construção dos pares, trios ou séries empíricas; as reuniões que caracterizam as classificações operatórias são extraídas das reuniões parciais existentes a partir das coleções figurais e da formação dos conceitos pré-operatórios [...] (PIAGET, 2002, p. 35).

No segundo momento, tem-se a coordenação que integra as diversas ordenações ou reuniões parciais. E no terceiro, a criança se depara com a auto-regulação integrando a coordenação e o equilíbrio entre as conexões, o que caracteriza a reversibilidade operatória.

O que caracteriza um conjunto numérico é que a qualidade individual dos objetos não é considerada, tornando os objetos equivalentes, em oposição ao conjunto de objetos possíveis de serem classificados ou colocados em série.

Desse modo, os objetos de um conjunto poderiam ser organizados em classes que se encaixam perfeitamente C < CC < CCC..., com a condição de diferenciá-lo, para que um objeto não seja contado duas vezes ou esquecido. Se a qualidade individual do objeto for eliminada, não é possível diferenciá-los e as operações lógicas das classes qualitativas cedem lugar para a tautologia C + C = C e não para a iteração C + C = CC. Com a ausência da qualidade individual dos objetos, a única distinção possível é através da ordem $C \rightarrow C \rightarrow C$ e assim por diante.

Segundo Piaget as estruturas de inclusão de classes e de ordem caracterizam o conceito de número, pois:

> O número apresenta-se, portanto, como uma fusão operatória da inclusão de classes e da ordem serial, síntese que torna necessária logo que se faz a abstração das qualidades diferenciais em que as classificações e as seriações se fundamentam. (PIAGET, 2002, p. 36).

Na concepção piagetiana o conceito de numero inteiro está diretamente relacionado com a inclusão de classes e a ordenação serial, o que nos remete a uma construção operatória embasada na abstração reflexiva, na coordenação e auto-regulação ou equilibração (reversibilidade da soma e subtração), garantindo a conservação do conjunto e subconjunto.

O panorama apresentado não significa que a síntese do número ocorre somente após a classificação e a seriação, visto que, no estágio pré-operatório encontramos números figurais sem a conservação do todo. Sendo assim, a construção do número pode contribuir mais para as inclusões de classes do que para a relação inversa, pois [...] a partir das estruturas iniciais já pode haver abstração reflexiva das ligações de encaixe e de ordem para fins múltiplos, com trocas colaterais variáveis entre as três fundamentais de classes, relações e números. (PIAGET, 2002, p. 37).

As operações espaciais procedem de modo semelhante, diferenciado pelo fato de que o perfeito encaixe não ocorre pela semelhança e diferença qualitativa, mas sim pela vizinhança e separações.

> Nesse caso, o todo já não é um a coleção de termos descontínuo mas um objeto total e contínuo cujas partes componentes estão reunidas e encaixadas, ou dissociadas, segundo esse princípio de vizinhanças; as operações elementares de separação ou de colocação e deslocações são, nesse caso, isomórficas das inclusão ou de seriação, tanto mais que no nível pré-operatório inicial existe indiferenciação relativa entre os objetos espaciais e as coleções pré-lógicas. (PIAGET, 2002, p. 37).

Nessa fase, a causalidade passa a ser uma característica das operações. Nos problemas de equilibrio, a criança, tratará de compensações e equivalências através de composições aditivas e reversíveis.

> Em suma, pode-se falar de um começo de causalidade operatória, sem que isso signifique, porém, que as operações anteriormente descritas constituem-se com plena autonomia para só depois serem atribuídas ao real; geralmente, é, pelo contrário, durante uma busca de explicação causal que se efetuam simultaneamente a síntese operatória e sua atribuição aos objetos, mediante interações variadas entre as formas operatórias devidas à abstração reflexiva e os conteúdos extraídos da experiência física por simples abstração e podendo favorecer (ou inibir) as estruturações lógicas e espaciais. (PIAGET, 2002, p. 39).

Ao contrário das operações formais que se caracterizam pelo raciocínio embasado na construção de hipóteses, na necessidade de articulações e nas argumentações, de acordo com a forma e veracidade dos conteúdos apresentados, as operações concretas exploram diretamente os objetos, o que equivale a agir sobre eles com uma estrutura operatória, de maneira transitiva e reversível.

Desse modo, Piaget afirma que a facilidade da estruturação depende da forma e do conteúdo proposto. Portanto, a conservação das quantidades, a seriação, a transitividade das equivalências, no caso da massa, só ocorrerá por volta dos 9 (nove) anos e não dos 7 (sete) anos como ocorre para conteúdos mais simples.

Outra limitação que encontramos nessa fase é que a composição ocorre gradualmente e, não, por conseqüência de combinações. A característica primordial das estruturas de grupamentos pode ser observada pelas classificações.

Numa segunda fase do estágio das operações concretas, por volta dos 9-10 anos de idade, a criança atinge o equilibrío geral das operações concretas, na qual o desequilíbrio precede a reequilibração do conjunto que caracterizará o estágio seguinte. O momento é marcado pelo domínio das operações infralógicas ou espaciais. Assim, as medidas espaciais estabelecem as coordenadas naturais no sistema, permitindo que a criança reconheça, por exemplo, o nível de água num recipiente inclinado.

Por volta do 7-8 anos, a criança tem habilidade para construir estruturas multiplicativas e aditivas, estabelecendo critérios simlutâneos, correspondências seriais ou seriações duplas, o que possibilita a construção, por exemplo, de uma tabela com dupla entrada. Aos 9-10, anos a criança identifica as dependências funcionais num problema de indução, com habilidade de destacar covariações quantitativas sem separar os fatores, mas colocando-os em correspondência com as seriações ou classes. Nesse processo crescente de assimilações observamos a compreensão gradativa das interseções, marcadas, por exemplo, pela compreensão do produto cartesiano, aos 7-8 anos e a interseção de duas ou mais classes não disjuntas aos 9-10 anos.

Nessa fase, a criança passa por uma dissociação e uma coordenação dos movimentos relacionados com a mudança de velocidade, causada por algum fator externo que pode gerar a ação. O desenvolvimento da causalidade faz com que a criança gere novos problemas sem a garantia de saber solucioná-los, o que dá a impressão de uma regressão aparente.

Portanto, observamos no estágio de operações concretas o desenvolvimento das operações lógico-matemáticas, incluindo as espaciais, que atinge o ponto máximo de utilização tomando como referência as operações concretas, sem ainda, trabalhar com a aritmética e a geometria métrica. E, a causalidade que através de pesquisas e explicações obtidas leva a criança a estabelecer um novo conjunto de problemas, cinemáticos e dinâmicos, mas que ainda não tem condições de resolver com as operações concretas.

O quarto nível/estágio é o das operações formais que abrange crianças por volta dos 11-12 anos de idade e consiste na construção de hipóteses sobre algo abstrato e não somente sobre os objetos que ela vê ou situações que vivencia, fato esse que implica em conteúdo baseado em operações intraproporcionais de classes e relações, ao contrário da operação dedutiva que leva as hipóteses às conclusões a partir de operações interproposicionais, ou seja, uma operação sobre outra operação.

Piaget afirma que:

> É esse poder de formar operações sobre operações que permite ao conhecimento ultrapassar o real e que lhe abre o caminho indefinido dos possíveis por meio da combinatória, libertando-se então das construções graduais a que continuam submetidas às operações concretas. (PIAGET, 2002, p. 49).

Nas operações concretas temos a reversibilidade pela inversão ou negação que atinge o ponto mais alto dessa fase propocionando o cancelamento de um termo (+A – A = 0) e com a reciprocidade (A = B e B = A).

Segundo Piaget a inversão é característica dos grupamentos de classes e a reciprocidade das relações, mas não existe, no estágio das operações concretas, um procedimento que junte todas as transformações num só todo.

> O conjunto dessas novidades, as quais permitem, enfim, falar de operações lógico-matemáticas autônomas e bem diferenciadas das ações materiais com sua dimensão causal, faz-se acompanhar de um conjunto correlativo da própria medida dessa diferenciação, estabelecem-se relações de coordenação e até de apoio mútuo em dois patamares, pelo menos, e de uma maneira que se aparente cada vez mais com os procedimentos do próprio pensamento científico. (PIAGET, 2002, p. 51).

Em relação ao empirismo, não conhecemos experiências puras, pois a informação só torna-se acessível quando é assimilada pelo sujeito, o que implica o uso de instrumentos lógico-matemáticos como ferramenta facilitadora do processo.

Segundo Piaget:

> No total, este último nível apresenta uma característica impressionante em continuidade, aliás, com o que nos ensina toda a psicogênese dos conhecimentos a partir das indiferenciações iniciais: é na medida em que se interiorizam as operações lógico-matemáticas do sujeito graças às abstrações reflexivas que constroem operações sobre outras operações, e na medida em que é finalmente alcançada essa extemporaneidade característica dos conjuntos de transformações possíveis, e já não apenas reais, que o mundo físico em seu dinamismo espaço-temporal, englobando o sujeito como parcela ínfima entre outras, começa a ficar acessível a uma leitura objetiva de algumas de suas leis e, sobretudo, a explicações causais que obrigam o espírito a uma constante descentração em sua conquista de objetos. (PIAGET, 2002, p. 53).

Nesse período, ocorre a passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato, o sujeito efetua operações que estão na mente sem passar pela manipulação do concreto. Gradativamente, o sujeito é capacitado a abstrair, a generalizar, a criar teorias sobre o mundo, principalmente sobre os aspectos que não concorda e gostaria de modificar. O que é justificado pela capacidade de reflexão espontânea que cada vez mais é deslocada do real, assim ele é capaz de tirar conclusões das próprias hipóteses.

As reflexões pelas quais o sujeito passa, permitem submeter o mundo real aos sistemas e teorias do seu pensamento, e, gradativamente compreender que a função das reflexões não é contraditória, mas sim interpretativa justificando a antecipação da compreensão de uma experiência.

I.2 A FORMAÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO NA TEORIA PIAGETIANA

Na concepção piagetiana, a partir do nascimento, o sujeito recebe do mundo elementos indispensáveis para o seu desenvolvimento. O contato físico, a oralidade, a utilização do espaço na comunicação, são experiências interativas que permitem a inserção do sujeito nas relações sociais.

Tomando com ponto de partida o entendimento do ser humano como um ser complexo, no qual é sujeito ativo nas atividades com os outros e que participa da sua própria constituição cognitiva, consideramos importante destacar a reunião dos conhecimentos específicos com as características próprias para formar o conhecimento global.

No processo de desenvolvimento dos conhecimentos, Jean Piaget estabelece três etapas que levam as operações. A primeira etapa é a função semiótica, por volta de um ano e meio e dois anos, na qual a imitação e a aquisição da linguagem possibilitam a ação sucessiva de representações simultâneas. A segunda é o início das operações concretas que a partir da coordenação das antecipações e das retroações chegam a uma reversibilidade para refazer o curso do tempo e para assegurar a conservação do ponto de partida. Nessa etapa as operações são concretas envolvendo objetos e transformações reais. A terceira etapa é marcada pelas operações formais, na qual o conhecimento supera o real para pertencer ao possível e relacionar-se diretamente com o necessário, ou seja, trabalhar com as hipóteses.

Após ter estudado aspectos verbais e conceituais do pensamento da criança, Piaget analisa as fontes práticas e sensório-motoras de seu desenvolvimento. Tendo como meta ultrapassar as duas etapas citadas e conhecer o processo formador da razão, ele busca saber como os esquemas sensório-motores da assemelhação da inteligência se organizam no pensamento e nos sistemas operatórios. Além das construções verbais e das atividades práticas, trata-se de conhecer a rede de operações que envolvem o número e as quantidades contínuas, o espaço, o tempo entre outras grandezas, no domínio fundamental que conduz da pré-lógica intuitiva e egocêntrica à coordenação racional dedutiva e experimental.

Para estudar esses problemas, Piaget destaca como métodos apropriados a conversação livre com a criança, a conversação dirigida pelos problemas colocados que devem seguir de acordo com as respostas espontâneas obtidas. Ressalta-se aqui, que a conversa com a criança se torna mais segura e fundamentada quando realizada através de experiências efetuadas com material adequado e quando a criança, em vez de refletir no vazio age e só fala de suas próprias ações. Tal procedimento se torna indispensável para o estudo do número.

Partindo da hipótese que a construção do número é decorrente do desenvolvimento da própria lógica e que ao nível pré-lógico corresponde um período pré-numérico, Piaget, afirma que o número se organiza gradativamente e de acordo com os sistemas de inclusões, (a hierarquia das classes lógicas), e de relações assimétricas (as seriações qualitativas).

Com a sucessão dos números, temos em síntese operatória a construção do processo de classificação e seriação. As operações lógicas e aritméticas aparecem como sistema único e psicologicamente natural, associando os resultados de inclusão das classes com os da seriação das relações, desconsiderando o aspecto de qualidade.

Segundo Piaget, quando o sujeito aplica esse sistema operatório aos conjuntos definidos pelas qualidades de seus elementos, torna-se então necessário considerar à parte as classes, que apresentam equivalências qualitativas desses elementos, e as relações assimétricas, que expressam suas diferenças seriáveis, de onde vem o dualismo da lógica e da lógica das relações assimétricas. No entanto, quando o mesmo sistema se aplica aos conjuntos fazendo-se abstração dessas qualidades, então se realiza a fusão da inclusão e da seriação dos elementos numa só totalidade operatória formada de classes e de relações assimétricas reunidas, constituindo assim a série dos números inteiros finitos, indissociavelmente cardinais e ordinais.

Piaget afirma que a simplicidade aparente da situação causou uma grande inquietação, o que gerou inúmeras discussões em relação ao problema entre o número e a lógica. Logísticos como Russell, procuraram conduzir o número cardinal à noção de "classe de classes" e o número ordinal, dissociado do primeiro, à classe de relações, enquanto os seus adversários como Poincaré e Brunschvicg mantinham o caráter sintético e irredutível do número inteiro. Em seus estudos, Piaget aceita que a sua hipótese permite escapar dessa alternativa, pois se o número é classe e relação assimétrica ao mesmo tempo, ele não deriva de uma ou da outra, mas sim da reunião entre elas, o que concilia a continuidade com a irredutibilidade que leva a conceber como recíproca e não como unilaterais as relações lógica e aritmética.

Estudando a literatura logicista, Piaget afirma ficar surpreso com o quanto eram realistas e pouco operatórias as idéias da época, e, com as relações estabelecidas por Russell que dissociaram a pesquisa lógica da análise psicológica. No entanto, a consistência entre ambas possibilitou a integração entre a matemática e a física experimental.

Dessa forma, construía-se uma logicidade sobre a realidade das operações que caminhava no mesmo sentido dos processos psicogenéticos. Assim:

> [...] é fácil descobrir que os sistemas psicológicos naturais do pensamento, tais como as classificações simples, as classificações múltiplas (tábuas de entrada dupla), as seriações simples ou múltiplas (correspondências), os embricamentos de relações simétricas (parentescos colaterais, por exemplo) ou as árvores genealógicas etc., correspondem, do ponto de vista logístico, a estruturas operatórias muito vizinhas dos "grupos" matemáticos e que chamamos de "grupamentos. (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 13-14).

Para dizermos que a criança conhece o número, não basta ela saber contar verbalmente. Segundo Piaget, a criança pode enumerar os elementos de uma fileira com cinco fichas e supor que ao dividir essas fichas em dois grupos de 2 e 3 elementos não equivalem, em sua reunião, à quantidade inicial de fichas.

Piaget parte da hipótese que:

> [...] no ser humano, os números se constroem em função de sua sucessão natural, enquanto que não é esse o caso das correspondências figurais descobertas por O. Koehler nos periquitos e nas gralhas, que, por exemplo, podem aprender a distinguir 5 elementos em 4 antes de saber distinguir 4 em 3. (PIAGET; SZEMINSKA, 1975, p. 14).

Estudos piagetianos levam a crer que a estrutura operatória da série dos inteiros 1, 2, 3,... se constrói de um único sistema com o grupamento da inclusão das classes e da seriação ou das relações de ordem. Não existe a construção separada do número cardinal nem do número ordinal, pois os números se constroem através da reunião das classes e das relações de ordem. Dentre as propriedades que surgiram em conseqüência desse estudo destacaram-se a substituição da tautologia A + A = A pela iteração A + A = 2A.

Experimentos realizados por Piaget em parceria com Szeminska foram publicados no livro La genèse du nombre chez l' enfant (A gênese do número na criança), em 1941, e mostram que em situações habituais, quando a própria criança coloca uma quantidade num recipiente A e ao mesmo tempo outra quantidade num recipiente B e, após certo tempo, percebe que a quantidade de A é igual à quantidade de B, verificará que, se nada acontecer, a igualdade permanecerá para sempre, caracterizando o principio de conservação de quantidades.

Portanto, segundo Piaget, diversos trabalhos confirmam a existência de uma síntese entre a união de classes e ordem serial de modo gradativo, e ainda afirma que é necessário verificar se realmente se trata de um processo sintético e construtivo e não uma transformação instantânea, como teria sido a simples correspondência biunívoca entre classes constatada por Whitehead e Russell, em Principia Mathematica (1910, 1912, 1913).

Na seqüência apresentamos algumas categorias utilizadas por Piaget no estudo da conceituação de número pela criança. Essas categorias são interligadas de forma implicativa e todas são necessárias para identificar a presença do conceito de número na criança.

A primeira das categorias é a classificação considerada a capacidade de agrupar objetos de acordo com suas semelhanças ou atributos pré-estabelecido por um critério. Como por exemplo:

Cor .... azul, amarelo, vermelho, verde

Forma... □ ○ ▭ △

Tamanho.. grande, pequeno, médio

Espessura.. grosso, fino

Estado de conservação........................... rasgado, amassado,quebrado

Tipo de material..................................... plástico, vidro, madeira, papel

O critério é a escolha do atributo a ser utilizado para o agrupamento dos objetos, e depende de fatores internos relacionados ao pensar do indivíduo. A classificação pode ser subdividida em figural (imagens, ícones), não figural e lógica. Numa primeira fase da construção do conceito de número, a preocupação da criança ainda é brincar com os objetos, não estando preocupada com as características dos mesmos. Agrupa os elementos de um conjunto não apenas em virtude da semelhança, mas porque são convenientes por quaisquer razões, por exemplo: junta o menino e o cão, porque vão passear; um quadrado e um triângulo, porque ambos fazem uma casa. Nessa fase, é comum observar que há o inicio de uma classificação, mas em seguida o critério é abandonado e a criança passa a fazer trenzinho, casinha, etc.

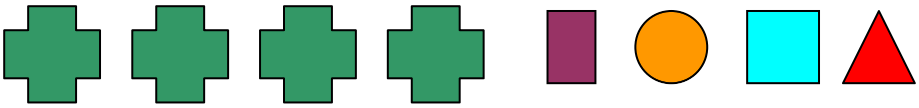
Numa segunda fase a criança já percebe diferenças e semelhanças entre os objetos e tenta agrupá-los, levando em conta esses atributos, porém não consegue manter esse critério durante toda a arrumação. O momento em que o critério se torna consistente caracteriza o final dessa fase.

As formas de a criança classificar, em geral, se apresentam como:

a) Arrumação em fila (Figura1), quando ela leva em conta as características dos objetos (cor, forma, etc.), mas não mantém o critério admitido.

Diante de um jogo de blocos lógicos, ela pode iniciar sua classificação seguindo o critério cor. Por exemplo, ela faz uma fila de peças verdes. Nessa mesma fila ela continua com o critério, forma e agrupa retângulos, círculos, quadrados ou triângulos:

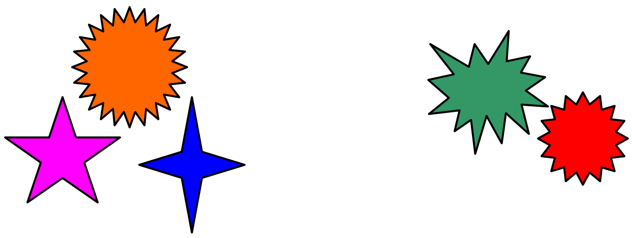
Figura 1: Exemplo de arrumação em fila



b) Arrumação por montes (Figura 2), quando ela leva em conta as características dos objetos (cor, forma, etc.), porém, não tem o mesmo critério para todo o agrupamento.

Diante de estrelas com diferentes cores e quantidades de pontas, ela faz o agrupamentos como a seguir:

Figura 2: Exemplo de arrumação por montes



c) Arrumação por montes mantendo o mesmo critério (Figura 3) para todos os elementos do agrupamento. Nessa fase a criança já é capaz de agrupar por critérios diversos sem confundi-los (só por cor, só por forma, só por tamanho).

Figura 3: Exemplo de arrumação por montes mantendo o critério

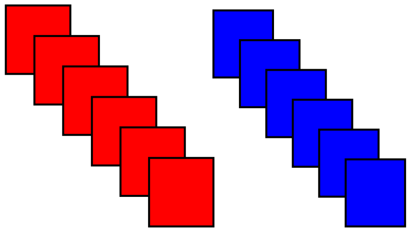
d) Agrupamento por classes e sub-classes. Nessa fase, depois de ter feito uma coleção de objetos (por exemplo, de botões), a criança é capaz de dividi-la em subcoleções (grande, pequeno; ou vermelho, azul e branco), ou, ao contrário, tendo uma coleção, a criança vai reuni-la a outras (por exemplo: juntar os quadrados e os retângulos, porque são figuras cujos lados são linhas retas). Observamos nesses comportamentos, nítidas classificações, porque a criança emprega um método descendente (primeiro grandes coleções e, depois, subdivisões) ou um método ascendente (reunião de subcoleções, sem chegar a incluir duas subcoleções numa coleção maior que as continha). Por exemplo, num conjunto de rosas e margaridas, a criança separa as rosas das margaridas, mas não compreende que ambas são flores.

Na classificação lógica, a capacidade de estabelecer relações entre os objetos e de reuni-los em classes de maior extensão é determinada pela construção de uma estrutura lógica de classificação. Essa fase é o aperfeiçoamento da anterior. A criança, num conjunto de flores separa as margaridas das rosas e compreende que pode reagrupá-las num mesmo conjunto, pois ambas são flores, o que geralmente ocorre por volta dos 8 ou 9 anos de idade.

A conservação é a compreensão da noção de que o todo se conserva independentemente do arranjo de suas partes. Quando o sujeito adquire essa compreensão, Piaget afirma que o pensamento do sujeito se tornou reversível.

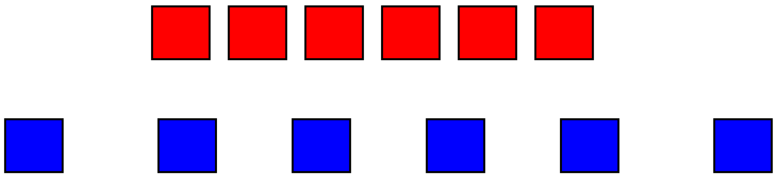
O exemplo (Figuras 4 e 5) a seguir ilustra essa idéia. Mostra-se à criança uma coleção de cartões vermelhos e pede-se que ela arrume um número igual de cartões azuis.

Figura 4: Primeira etapa do teste de conservação da substância



Em seguida, coloca os cartões vermelhos e azuis enfileirados, de modo que os cartões azuis fiquem mais espaçados..

Figura 5: Segunda etapa do teste de conservação da substância



Uma criança é considerada com ausência de conservação da substância, quando indagada em que fila há mais cartões, diz que é na fila dos cartões azuis (Figura 5). O que ocorre é que para essa criança a quantidade de elementos vai depender do lugar que ocupam no espaço, sendo assim, maior espaço ocupado significa maior quantidade.

A comparação é a categoria que permite que a criança quantifique e compare conjuntos. Essas comparações entre conjuntos podem ser feitas de duas maneiras:

a) comparar dois conjuntos já formados e verificar se um tem mais, menos ou tantos elementos quanto o outro;

b) formar um conjunto que possua a mesma quantidade de elementos de outro formado anteriormente e, que envolve uma operação mental mais complexa que a anterior.

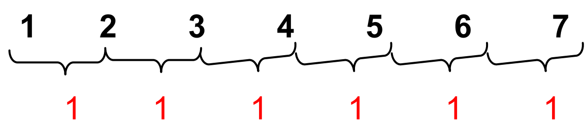
É através do parelhamento (correspondência um a um), tanto ao comparar duas coleções como quando constrói conjuntos equivalentes, que a criança tem oportunidade de atuar mentalmente sobre os objetos e conjuntos descobrindo as relações entre eles. De acordo com a teoria de Piaget, sem a observação não ocorre a comparação e sem essa não ocorre a ordenação.

Piaget aponta a relação de ordem, como outro aspecto importante a ser observado na construção do número. Por exemplo, quando pedimos a uma criança que coloque em ordem uma coleção de bastões de tamanhos diferentes, esperamos que ela faça um arranjo linear em que cada objeto da série é maior que o objeto colocado anteriormente e, ao mesmo tempo, é menor que o objeto que o segue.

Segundo Piaget, a criança, por volta de cinco anos, muitas vezes apresenta ausência de seriação, ou seja, se pedirmos para arrumar 8 palitos de comprimentos diferentes numa ordem crescente ou decrescente ela não terá um bom desempenho. Para Piaget, a criança pode formar pares isolados de objetos com base na comparação ou até completar uma série de 3 elementos, mas somente por volta dos sete anos, é que ela consegue, quase que sistematicamente, arrumar vários objetos localizando, de início, o menor e o maior objeto.

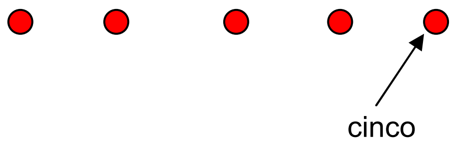
Ao propor situações de desafio, com o objetivo de a criança adquirir a noção de ordem no seu mundo físico, Piaget afirma que, ela perceberá que cada elemento da série de contagem é um a mais que o precedente e um a menos que o antecedente (Figura 6).

Figura 6: Exemplo de ordenação



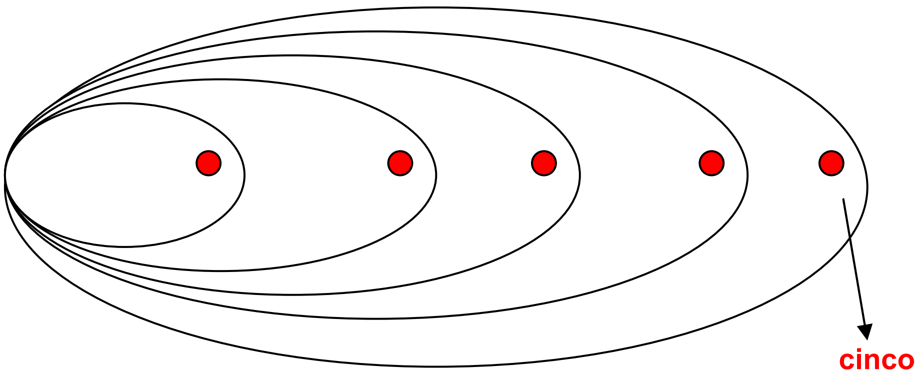
Se a ordenação fosse a única operação mental da criança sobre os objetos, segundo a teoria piagetiana, esses objetos não poderiam ser quantificados, uma vez que a criança os consideraria apenas um de cada vez, em vez de um grupo de muitos ao mesmo tempo. Por exemplo, se a criança ao contar os objetos ordenados, conforme a situação a seguir, diz que há cinco objetos, mas às vezes ela aponta para o último objeto (cinco) (Figura 7).

Figura 7: Exemplo de uma situação sem inclusão hierárquica



Sendo assim, para Piaget esse comportamento indica que, para a criança, a palavra um, dois, três etc. são nomes para elementos individuais de uma série, como Pedro, Maria, Ana, Kátia. O nome Kátia serve para o último indivíduo da série e não para o grupo todo. Portanto a quantificação de objetos como um grupo, só ocorre quando a criança os coloca numa relação de inclusão hierárquica, conforme mostra o esquema a seguir.

Figura 8: Exemplo de uma situação com inclusão hierárquica



Enfim, Piaget afirma que somente a partir de sete e oito anos de idade é que o pensamento da criança se torna flexível o suficiente para ser reversível e, portanto, a idéia de inclusão fica mais clara (Figura 8).

Embora os temas abordados ainda possam ser mais expandidos em outras obras, cremos que o que temos em mãos contribuirá positivamente para compreendermos a formação e as características do senso numérico da criança.

Capítulo II

UMA PERSPECTIVA BIOLOGISTA DA FORMAÇÃO DO CONCEITO DE NÚMERO NA CRIANÇA

Este capítulo todo é referente aos estudos de Stanislas Dehaene. Podemos afirmar que eles vêm acrescentar novos ingredientes às teorias sobre a formação do conceito de número, desenvolvidas pelos psicólogos piagetianos. De certa forma os resultados dos estudos de Dehaene tiveram eco após a realização de diversas pesquisas com animais revelando que eles tinham alguma capacidade em lidar com as quantidades. Nossa tese fundamentou-se nas teorias, de Piaget e de Dehaene. Nelas estão os alicerces de nossa investigação empírica sobre o modo que a criança expressa o conceito de número. Nosso interesse tem por alvo o equacionamento de atividades matemáticas na escola. Acreditamos que as idéias do eminente neuro-cientista contribuem com as reflexões sobre o ensino na medida em que revelam como condições neuronais intervêm nas possibilidades de aprender. Levá-las em conta pode ser um instrumento auxiliar para elaboração de estratégias que visem a minimizar dificuldades da aprendizagem da matemática. No que segue apresentamos os elementos norteadores da obra de Dehaene a partir do estudo do conteúdo do livro La Bosse des Math (1997).

O estudo sobre constituição e características do senso numérico é introduzido na obra de Dehaene a partir de uma comparação feita entre a capacidade de nosso cérebro e da calculadora, na forma de desafio. Um problema simples como perguntar: "quantas páginas cada capítulo de um livro deverá ter se o livro tem 250 páginas e nove capítulos?" acarreta a reflexão:

“[cinco segundos... uma eternidade em relação à minha calculadora eletrônica que, não contente em me responder imediatamente, me forneceu um resultado exato até a décima decimal: 2,7777777778!.]”[1], (DEHAENE, 1997, p. 7).

Mais exatamente:

> Por que somos tão inferiores aos computadores no plano do cálculo mental? E como chegamos a aproximações excelentes sem fazer o cálculo exato, algo que a calculadora demonstra-se incapaz? Em resumo de onde provém nossos pontos fortes e nossas fraquezas em matemática[2] (DEHAENE, 1997, p. 07).

Ou:

> - Como ocorre isso que após anos de treinamento, um bom número de adultos não sabe se 7 vezes 8 são 54 ou 64… ou seria 56?
> - Por que nossos conhecimentos matemáticos são tão frágeis que uma pequena lesão cerebral pode abolir definitivamente toda capacidade de cálculo?
> - Como um bebê de quatro meses pode saber que 1 + 1 = 2?
> - E a qual escola da vida selvagem os chimpanzés, os delfins, os ratos e os pombos adquiriram o embrião de matemática que eles conhecem?[3] (DEHAENE, 1997, p. 08).

A resposta a todas essas questões, na perspectiva de Dehaene, depende da organização de nosso cérebro, pois cada um de nossos pensamentos ou de cada um dos cálculos que efetuamos relaciona-se com a entrada em atividade de circuitos neuronais específicos implantados em nosso córtex cerebral. “Nossas construções matemáticas, as mais abstratas, são o fruto acabado da atividade coerente de nosso cérebro e daqueles milhões de outros que, antes de nós, talharam e selecionaram as ferramentas matemáticas. Importa, portanto compreender os entraves que nossa biologia de “homem neuronal” impõe às

---

[1] Cinq secondes…une eternité para rapport à ma calculette eletronique qui, non contente de me répondre immédiatement, m´a fourni un résultat exact jusqu´dix décimales: 2,7777777778!

[2] Pourquoi sommes-nous tellement inférieeurs aux ordinateurs sur le plan du calcul mental? Et comment parvenons-nous à une excellente aproximation sans faire le calcul exact, ce dont une calculette demeure incapable? Bref, d´ou proviennent nos points forts et nos faiblesses en mathématiques?

[3] Comment se fait-il qu´aprés des annés d´entraînement bon nombre d´adultes ne savent toujours si 7x8 fait 54 ou 64 à moins que ça ne soit 56? Pour quoi nos connaissances mathématiques sont-elles si fragile qu´une pettie lésion cérebrale peut abolir définitivement toute capcité de calcul? Comment un bébé de quatre moins puet-il savoir que 1+1=2? Et à quelle école de la vie sauvage les chimpanzés, les dauphins, les rats et les pigeons ont-ils appris l´embryon de mathématiques qu´ils connaissent?

nossas atividades matemáticas”[4]. (DEHAENE, 1997, p. 4). Nessa perspectiva de pesquisa o cérebro tem um processador primitivo de números, um dos órgãos mentais mais especializados, que, entretanto não pode ser comparado aos algoritmos das operações aritméticas ensinadas nas escolas. E admite que por mais improvável que possa parecer, muitas espécies animais, como ratos e pombos, são talentosas para o cálculo, podem representar quantidades mentalmente e transformá-las de acordo com algumas das regras da aritmética.

É nesse contexto que Dehaene assume a expressão “senso numérico” como capacidade inata de perceber diferenças de quantidades, propagando que:

> Tobias Dantzig em seu livro à glória do número "Linguagem da ciência”, sublinha a primazia desta intuição numérica elementar: O homem, mesmo nos primeiros estágios de seu desenvolvimento, possui uma faculdade que, por falta de um nome melhor, eu chamarei de *senso numérico*. Essa faculdade permite a ele reconhecer a mudança de uma pequena coleção quando, sem seu conhecimento direto, se remove ou se acrescenta um objeto."[5] (DEHAENE, 1997, p. 09).

O destaque dado às palavras de Dantzig tem por alvo efetuar críticas a Piaget, pois é declarado que Dantzig escreveu tais considerações em 1954, quando a psicologia era dominada pela teoria de Piaget, na qual não se admitia qualquer habilidade numérica em crianças muito novas; e vai mais além quando diz que foi necessário esperar os anos 80 para que o construtivismo piagetiano fosse contestado e a intuição de Dantzig confirmada. Contrapõe Piaget dizendo que “desde seu primeiro ano de vida, todos os homens já possuem a intuição do número.”[6] (DEHAENE, 1997, p. 09). Uma idéia complementar é que o cérebro humano não sofreu alterações desde o surgimento do *Homo Sapiens* há 100.000 anos, que os genes estão predestinados a uma evolução lenta e minuciosa, dependentes da ocorrência de prováveis mutações. E, que milhares de tentativas foram abortadas antes de uma mutação favorável merecedora de destaque. A Matemática, de hoje, emergiu somente em alguns milhares de anos. O conceito

---

[4] Nos contrucuion mathématiques les plus abstraites sont le fruit trés achevé de l´activité cohérent de notre cerveau et de celui de millions d´autres qui, avant nous, ont façonné et selectionné les outils mathématiques. Il importe donc de comprendre les contraintes que notre biologie d´’homme neuronal», impose à nos activités mathématiques.

[5] L´homme, meme dans les tout premiers stages de son développement, posséde une faculté que já appellerai, faute de mieux, le *sense des nombres*. Cette faculté lui permet de reconaître le changement d´une petite collection lorsque, à son insu, on lui ajoute ou lui retranche un objet.

[6] Dès leur première année de vie, tous le hommes possèdent déjà l´intuition du nombre.

do número sugerido pelos babilônios, refinado pelos gregos, purificado pelos indianos e pelos árabes, posto em axiomas por Peano, e Dedekind, generalizado por Galois, nunca cessou de evoluir de cultura a cultura, obviamente, sem requerer nenhuma modificação do material genético do matemático. Ele exemplifica dizendo que o cérebro de Einstein não é diferente do cérebro do mestre que, no Magdalenian, pintou a caverna de Lascaux. E se refere de modo semelhante comparando a situação de aprendizagem da Matemática moderna das crianças na escola, com um cérebro projetado inicialmente para a sobrevivência nas savanas da África.

Os dados que Dehaene utiliza são referentes às investigações na área da neuro-ciência que, atualmente com a emissão de pósitron de uma tomografia, a imagem latente de uma ressonância magnética funcional, os circuitos cerebrais que reforçam a linguagem, a resolução de problemas, e o cálculo mental, podem ser retratados no cérebro humano vivo. E quando o cérebro é confrontado com uma tarefa para a qual não foi preparado, tal como multiplicar números de dois dígitos, ele recruta uma rede vasta de áreas cerebrais cujas funções iniciais eram completamente diferentes, mas que podem juntas, alcançar o objetivo desejado.

Dehaene diz de forma categórica, por exemplo, que:

> Colocado a parte o contador aproximativo que nós partilhamos com os ratos e os pombos, nosso cérebro não contém unidade aritmética geneticamente programada para números e a matemática. Ele compensa essa falta, trabalhando segundo suas necessidades imediatas, circuitos alternativos longos e indiretos que funcionam tanto bem quanto mal.[7] (DEHAENE, 1997, p. 11).

Então, objetos culturais como, por exemplo, as palavras ou a escrita dos números, podem ser consideradas como parasitas que invadem os sistemas cerebrais, substituindo a função precedente daquela área cerebral por outra função. Assim, algumas áreas do cérebro que, em outros primatas, parecem ser dedicadas ao reconhecimento de objetos visuais adquirem no ser humano alfabetizado um papel especializado e insubstituível na identificação da letra e da

[7] Mis à part le compteur approximatif que nous partageons avec les rats et les pigeons, notre cerveau ne contient pas d´unité arithmétiques génétiquement programmée pour les nombres et les mathématiques. Il compense ce manque en bricolant, selon ses besoins immédiats, des circuits de rechange longs et indirects qui fonctionnent tant bien que mal.

seqüência dos dígitos. Uma das idéias fundamentais da teoria da neurociência é que "são precisamente os recursos e os limites de nossos circuitos cerebrais que definem os pontos fortes e fracos de nossas capacidades matemáticas."[8] (DEHAENE, 1997, p. 12).

Essa idéia se sustenta no fato de que o cérebro do ser humano, assim como o cérebro dos ratos, foi dotado após os tempos imemoriais de uma representação intuitiva das quantidades. É por isso que somos dotados da capacidade de aproximação, e é por isso que nos parece evidente que 10 seja maior do que 5. Inversamente, se nos é difícil guardar um número pequeno de igualdades que compõem a tabela de multiplicações é porque:

> [...] nossa memória não funciona como um computador. Nossas redes de neurônios são concebidas para tecer múltiplas associações entre nossas lembranças, mas essa propriedade de memória associativa nos conduz a evocar incorretamente 48, 54 ou 63 em resposta a 7 x 8.[9] (DEHAENE, 1997, p. 12).

A História da Matemática é um bom instrumento para nos revelar que o conceito de número, está em evolução constante. Que foram necessários muitos séculos para que os matemáticos pudessem encontrar notações numéricas que favorecessem seu manuseio e possibilitassem ampliação dos campos numéricos e de seus campos de aplicação. Fazendo assim, inventaram inconscientemente maneiras de ajustá-las aos limites da organização cerebral. Na perspectiva de Dehaene e seus seguidores, atualmente, são necessários poucos anos para que a criança aprenda a notação em algarismos arábicos, mas não se pode esquecer que foram necessários séculos para aperfeiçoar esse sistema de modo a se transformar num jogo de criança. Essa teoria oferece subsídios para o processo de ensino e aprendizagem da matemática quando nos apresenta um enunciado como: "Se certos objetos matemáticos nos parecem intuitivos e fáceis de aprender é porque a estrutura deles é bem adaptada à nossa arquitetura cerebral. Se ao contrário, um grande número de crianças se debatem com as frações, por

---

[8] Ce sont précisément les atouts et les limites des nos circuits cérébraux qui définissent les points forts et les points faibles de nos capacités mathématiques.

[9] Notre mémoire ne fomctionne pas comme celle des ordinateurs. Nos reseaux de neurones sont conçus pour tissus de multiples associations entre nous souvenirs, mais cette propriété de mémoire associative nous conduit à evoquer incorrectement 48, 56, ou 63 en réponse à 7x8.

exemplo, é que seu mecanismo cerebral recusa a se dobrar a esse conceito contra natureza."[10] (DEHAENE, 1997, p. 13).

Mas não se chegou a esses resultados sem antes serem feitos muitos questionamentos em relação ao limite da compreensão aritmética e a arquitetura básica do cérebro humano. Após um estudo detalhado foi possível mostrar que tal suposição é improvável, pois existe uma evidência muito pequena de que grandes matemáticos ou calculadores prodígios tenham sido dotados com estrutura neurobiológica excepcional.

O que se defende é que os chamados peritos em aritmética obtêm sucesso porque dedicam uma boa parte do seu tempo aos estudos, inventando algoritmos bem-ajustados e os atalhos inteligentes. E, que o gosto e dedicação à Matemática que causam o sucesso nessa disciplina.

Em última instância o que é defendido por Dehaene é que o conhecimento matemático é incorporado aos tecidos celulares do cérebro. Cada trajeto matemático singular que as crianças fazem só é possível pelas modificações de milhões de sinapses, implicando na difusão expressiva do gene e na formação dos bilhões de moléculas dos neurotransmissores e dos receptores, com modulação pelos sinais químicos que refletem o nível de atenção da criança e do envolvimento emocional nesse tópico. Contudo as redes neurais dos cérebros não são perfeitamente flexíveis. A mesma estrutura dos cérebros faz com que determinados conceitos de aritmética sejam mais fáceis de serem assimilados do que outros.

No âmbito desse estudo pode-se encontrar implicações para o ensino da matemática, quando se considera que ensinar é adequar as lições aos trunfos e aos limites das estruturas cerebrais do aluno; e por isso se aprofundam as análises em bases biologistas sem abandonar as bases culturais.

Uma característica do senso numérico do ser humano (considerado entre outros animais), advinda dos estudos de Dehaene, e que muito interessa aos

[10] Si certains objets mathematics nous semblent intuitfs et faciles à apprendre, c´est parce que leur structure est adaptée à notre archicteture cérébrale. Si au contraire, tant d´éléves butent sur les fractions, par exemple, c´est que leur mécanique cérébrale refuse de se plier à ce concept contre nature.

educadores matemáticos relaciona-se à distância e à magnitude dos números o que é expresso da seguinte forma:

> Em que esses efeitos de distância e de tamanho são importantes? Eles demonstram, uma vez mais, que o animal não possui uma representação digital ou discreta dos números. Talvez os primeiros números 1, 2 ou 3 são ainda distinguidos com uma certa finura. Tão logo se aventura na direção de grandes quantidades se instala uma delicadeza crescente A variabilidade das representações internas aumenta em proporção direta das quantidades representadas, de modo que torna difícil, quem sabe impossível ao animal distinguir um número n de seu sucessor n+1. Não se poderia concluir que os grandes números estão fora de alcance do cérebro de um rato ou de um pombo. Desde que a distância numérica seja suficientemente importante, eles discriminam e compararam com sucesso, pares de grandes números na ordem de 45 contra 50. Simplesmente, a imprecisão crescente torna esses animais largamente cegos às sutilezas da aritmética tais como, a diferença entre 49 e 50.[11] (DEHAENE, 1997, p. 36).

Dentro dos limites dessa imprecisão interna ainda pode-se observar inúmeros exemplos, nos quais os animais manifestam o domínio de ferramentas matemáticas funcionais. Eles podem somar duas quantidades e escolher a maior entre elas.

Segundo esse cientista, ainda há muito que aprender, pelo mecanismo neurológico, em relação aos cálculos e comparações feitos por animais e ele questiona a possibilidade dos cérebros de pássaros, de ratos e de primatas serem pequenas calculadoras e se interessa em saber como seria o seu funcionamento.

Como forma de introduzir na discussão uma metáfora, a do reservatório, Dehaene expõe a descrença constatada, principalmente, por parte dos professores de matemática, em relação a compreensão de como um rato pode somar ou comparar quantidades.

[11] En quoi ces effects de distance et de taille sont-ils importants? Ils démontrent, une fois de plus, que l´aimal ne saurait prétendre à une représentation digitale ou discrète des nombres. Peut-être les tout premiers nombres 1, 2 ou 3 sont ils encore distingués avec une certaine finesse. Mais dès que l´on s´aventure vers de plus grandes quantités s´installe un flou grandissant. La variabilité des represetations internes augumente en proportion directe des quantités représentées, de sorte qu´il devient difficile, voire impossible, à l´animal de distinguer un nombre n de son sucessou n+1.Il ne foudrait pourtant pas en conclure que les grands nombres sont hors de portée du cerveau d´un rat ou d´un pigeon. Lorsque la distance numérique est suffisamment importante, ceux ci discriminent et comparent avec succès des paires de grands nombres, de l´ordre de 45 contre 50. Simplement, l´imprécision croissante rend ces animaux largement aveugles aux finess arithmétiques telles que la différence entre 49 et 50.

> Toda nossa sociedade, na seqüência de Euclides e Pitágoras, tende a considerar a matemática como o pináculo da alma humana, o sucesso supremo que a poucos permite uma educação laboriosa ou um dom natural. No espírito de muitos filósofos, a matemática deriva diretamente de nossas competências lingüísticas, de modo que fosse impossível a um ser sem linguagem contar e *a fortiori* calcular.[12] (DEAHENE, 1977, p. 37).

O autor mostra a sua preocupação em apresentar uma estrutura teórica que dê suporte às descobertas isoladas, peculiares e certamente insuficientes para responder à equação "matemática = linguagem". Ele continua dizendo, que para classificar os fenômenos, é necessária uma teoria que justifique como é possível contar sem linguagem.

Dehaene apresenta várias situações para defender a idéia de que tal teoria existe. Dá como exemplo, os carros equipados com mecanismos de contagem que gravam o número de milhas percorridas desde que o veículo foi posto em circulação, possuindo um "contador", um dispositivo mecânico simples pode gravar a quilometragem acumulada. Vale destacar que o contador usa a contagem digital e não o sistema simbólico que provavelmente, é o mais específico para humanos. Na linguagem piagetiana seria o momento em que a criança encontra-se no período sensório - motor, no qual a linguagem ainda não faz parte do contexto da criança.

Outro exemplo de contar sem linguagem é apresentado por meio de uma metáfora, segunda a qual o Róbson Cruzoé, por alguma razão fica incapaz de usar qualquer tipo de linguagem numérica, para contar e calcular. Ele constrói um instrumento semelhante a uma calculadora, usando somente os meios disponíveis na natureza. Trata-se de um tronco de árvore que se configura um recipiente acumulador e uma fonte de um riacho. A água não fluirá diretamente para dentro dele, mas poderá temporariamente ser desviada com o uso de um cachimbo de bambu. Com esse artifício rudimentar, no qual o tanque é o componente central, Róbson será capaz de contar, somar e comparar magnitudes numéricas aproximadas. Se Robson quiser registrar o algum número de eventos

[12] Toute notre societé, à la suite d´Euclide et Pythagore, tend à considérer les mathématiques comme le pinacle de l´âme humaine, la réussite suprême que seuls permettent une éducation laborieuse ou un don naturel. Dans l´esprit de bien des philosophes, les mathématiques dérivent directment de nos compétences linguistiques, en sorte qu ´il est impossible à un être sans langage de compter et a fortiori de calculer.

ele pode esvaziar o acumulador quando o evento se inicia e cada vez que há alteração do número ele deixa entrar no acumulador alguma quantidade de água. E controla a quantidade com uma duração fixa de tempo para a vazão da mesma. Ao final do evento o nível de água será n vezes o volume entornado a cada etapa. Esse nível serve de aproximação para o número de eventos ocorridos. Esse procedimento possibilita adicionar e comparar resultados de cálculos. Um inconveniente do acumulador é que os números que formam um conjunto discreto são representados por quantidades contínuas, o nível de água, o que pode gerar falhas na contagem. Nesse sentido, a calculadora representada pelo instrumento rudimentar construído por Róbson Cruzoé, é incapaz de discriminar com segurança os números 4, 5 e 6.

De acordo com a metáfora apresentada, a capacidade de distinguir claramente a quantidade de eventos diminui, a medida que aumenta o seu número, isto é, a medida que os números são maiores é mais difícil de discriminá-los com eficiência. O instrumento construído por Róbson é usado como uma metáfora do cérebro humano.

> O sistema nervoso − no mínimo aquele de animais tais como o rato ou o pombo_não parece contar por elementos discretos. Ele é fundamentalmente impreciso e parece incapaz de guardar um traço preciso de cada elemento contado; daí sua variância crescente para os grandes números.[13] (DEHAENE, 1997, p. 41).

O autor relata que apesar da descrição informal feita sobre o modelo do acumulador, ele é realmente, um modelo matemático rigoroso, no qual as equações condizem com as variações do conhecimento animal tanto no tamanho do número, quanto na distância entre os números. Ele acredita que tal fato, possa ser justificado pela falta de capacidade em representar os números 4, 5 e 6 de forma individualizada e distinta o que é peculiar ao ser humano. Para um rato, os números aproximam-se de magnitudes variáveis de tempo em tempo, é tão transitório e ilusório quanto a duração dos sons ou da saturação das cores. Mesmo quando uma seqüência idêntica dos sons é tocada duas vezes, os ratos provavelmente não percebem o número exato de sons, mas somente a flutuação

[13] Le systéme nerveux _au moins celui d´animaux tels que le rat ou le pigeon _ ne semble pas compter para éléments discrets. Il est fondamentalment imprécis et parît incapable de garder une trace précise de chaque élément compté: d ´où sa variance croissente pour les grands nombres.

de nível em um reservatório interno. O reservatório apresentado é nada mais do que uma metáfora ilustrativa de como um simples dispositivo físico pode imitar, experimentos da aritmética animal.

O que ocorre com ser humano é que ele possui uma propriedade que permite combinar símbolos em sentenças, tendo com base o significado das palavras que a constitui. No caso da matemática, os símbolos podem ser combinados para expressar equações do tipo 2 + 2 = 4.

Realizando comparações com experimentos realizados com animais e o comportamento de uma criança pequena Dehaene diz que:

> Uma criança pequena, ao contrário, conta sobre seus dedos espontaneamente, aprende com freqüência contar até dez antes dos quatro anos de idade, e se anima muito rápido a manipular números de muitos dígitos, cuja sintaxe se complica rapidamente muito mais complexa. O cérebro humano em desenvolvimento parece absorver a linguagem sem esforço, ao contrário dos outros animais para os quais é preciso repetir cem vezes a mesma lição para reter algo sem critério.[14] (DEHAENE, 1997, p. 52).

Mas ele continua indagando sobre o que resta da aritmética dos animais, e afirma que:

> De início, uma indiscutível apreensão das quantidades numéricas, acrescentada de uma remarcável capacidade de memorização, de comparação e mesmo de adição aproximada de números. Em segundo lugar, uma capacidades nitidamente menor e sem dúvida confinada a um pequeno número de espécies de associar às representações numéricas comportamentos mais ou menos abstratos tal como apontar na direção de um algarismo arábico. Esses comportamentos podem eventualmente servir de rótulo para certa quantidade, os famosos "símbolos".[15] (DEHAENE, 1997, p. 52).

---

[14] Un petit enfant, au contraire, compte sur ses doigts spontanément, apprend souvent à compter jusqu ´au dix avant l´âge de 4 ans, et s´enhardit trés vite à manipuler des nombres de plusieurs chiffres, dont la syntaxe se complique rapidement. Le cerveua humain en développement semble absorver le langage sans effort, au contraire des autres animaux auxquels il faut souvent répéter cent fois la même leçon pour qu´ils en retiennent des bribes.

[15] Tout d´abord, une indiscutable appréhension des quantités numériques, doublée d´une remarcable capacité de mémorisation, de comparaison et M~eme d´addition aproximative dês nombres. Em seconde lieu, une capacite nettement moindre et sans doute confinée à um petit nombre d´espéces d´associer aux rerpésentations numériques dês comportements plus ou moins abstraits tel Le pointage vers um chiffre árabe. Ces comportements peuvent, *in fine,* servir d´étiquette d´une certaine quantité, lês fameux “symboles”.

Tendo por referência a metáfora do acumulador pode-se dizer que os animais conseguem aprender a graduar os níveis de água do acumulador, servindo assim, como representação dos números. Após um período razoável de treinamento os animais conseguem memorizar uma lista de comportamentos, a ponto de reconhecer se o nível de água do acumulador está entre *x* e *y*, apontando para o algarismo "2", se está entre *y* e *z*, apontam para o algarismo "3" e assim por diante.

Para Dehaene somente quando essa lista de comportamentos condicionados é aplicada a contextos diferentes é possível relacionar com a capacidade numérica do ser humano. Mas, o autor lembra que a aquisição de símbolos em animais não ocorre de forma natural.

E questiona: “Os bebês conhecem, desde o nascimento um embrião de matemática?”[16] (DEHAENE, 1997, p. 55).

A pergunta parece absurda, pois intuitivamente sugere que, os organismos dos bebês não apresentam qualquer espécie de competência a não ser a habilidade para aprender. Todavia se a hipótese levantada estiver correta, o cérebro humano possui um mecanismo inato que permite a compreensão de quantidades numéricas, herdado da evolução humana que guia a aprendizagem de matemática. É admitido que a aprendizagem dos nomes dos números deva ter lugar num período que antecede o crescimento exuberante da linguagem que alguns psicólogos chamam de "explosão lexical", e que ocorre por volta de um ano e meio de idade, o que justificaria o fato dos bebês entenderem alguns fragmentos da aritmética, desde o primeiro ano de vida.

Foi somente a partir da década de 80, que a capacidade numérica em bebês passa a ser examinada de maneira empírica, pois até então, o desenvolvimento humano, nesse aspecto, era tratado pelos psicólogos com base na teoria construtivista. Nessa teoria a aritmética era vista como algo inconcebível no primeiro ano de vida. Na teoria de Jean Piaget, criador do construtivismo a lógica e a aritmética são construídas progressivamente na mente do bebê pela observação, pela internalização e pela abstração das regularidades do mundo. Para os seguidores de Piaget, no nascimento, o cérebro é desprovido de qualquer

---

[16] Les bébés connaissent-ils, dès la naissance, un embryon de mathématiques?

conhecimento conceitual. Nessa teoria os genes não concedem ao organismo qualquer idéia abstrata sobre o ambiente em que viverá, apenas introduzem os dispositivos de percepção, de coordenação motora e de um mecanismo geral de aprendizagem que progressivamente vai favorecendo as interações do sujeito com seu ambiente ajudando o indivíduo a organizar-se. No primeiro ano de vida, a criança está na fase sensório-motora em que explora o ambiente por meio dos cinco sentidos, e aprende a controlá-lo com suas ações motoras. Por exemplo, um objeto que desaparece atrás de uma tela, sempre reaparece quando a tela é abaixada; quando dois objetos colidem, nunca se interpenetram; e assim por diante. Guiados por tais descobertas, o bebê constrói progressivamente uma série de representações mentais cada vez mais refinadas e mais abstratas do mundo em que vive. Nessa visão, então, o desenvolvimento do pensamento abstrato consiste em escalar uma série de etapas do funcionamento mental, chamados de estágios segundo a teoria piagetiana.

Dehaene reconhece que Piaget e seus colegas estudaram muito como o conceito do número se desenvolve na criança. Para eles o número, como qualquer outra representação abstrata do mundo, deve ser construído nas interações sensório-motoras com o ambiente, as crianças nascem sem nenhuma idéia pré-concebida de aritmética, e precisa de anos de observação atenta para que possa compreender realmente o que é um número. Por meio de manipulação com objetos, ela descobre que o número não varia quando os objetos são movimentados. A observação de Seymmour Papert, feita em 1960, e relatada na obra de Dehaene, é a seguinte:

> Para o recém-nascido, não existem mesmo objetos; uma primeira estruturação é necessária para que a experiência se organize em coisas. Nós insistimos sobre o fato que o bebê não descobre a existência dos objetos como um explorador descobre uma montanha, mas ainda como um homem descobre a música: escutamos há anos, mas antes disso não era mais que barulho Tendo "adquirido os objetos", a criança tem um longo caminho a percorrer antes de chegar à etapa das classes, das seriações, inclusões encaixes e enfim, do número.[17] (DEHAENE, 1997, p. 57).

[17] Pour le nourrison, il n´existe même pas d´objets; une première structuration est nécessaire pour l´expérience s´organise en choses. Nous insistons sur le fait que le bébé ne *décrouve* pas l´existence des objets comme un explorateur décrouvre une montagne, mais plutôt comme un homme découvre la musique: il en a entendu depuis des années, mais ce n´était, jusque-là, que du bruit. Ayant «acquis les objets», l´enfant a un long chemin à parcourir avant d´arriver à l´etape des classes, des sériations, des emboîtements et, enfin, du nombre.

Os estudos de Piaget e seus colaboradores indicavam que a criança pequena é incapaz de compreender a aritmética. Sustentavam essa condição por meio de testes como, por exemplo, se um brinquedo é escondido sob um pano, os bebês de dez meses falham ao alcançá-lo, segundo Piaget, o bebê acredita que o brinquedo deixa de existir quando sai de sua visão.

E Dehaene questiona:

> [...] Esta "não permanência do objeto", segundo a terminologia piagetiana, sugere que o bebê não conhece verdadeiramente grande coisa do mundo que o contorna. Se ele nem sabe que objetos permanecem invariantes quando não o vemos mais, como conheceria qualquer coisa que seja sobre o número deles?[18] (DEHAENE, 1997, p. 57).

Sabemos que a defesa principal de Piaget de que o conceito de número não é compreendido antes dos quatro ou cinco anos de idade é o "teste de conservação do número". Esse teste consiste em primeiramente mostrar duas fileiras igualmente espaçadas, uma com seis copos e outra com seis frascos. Ao indagar para a criança se há mais copos ou mais frascos, a criança responde que "é a mesma coisa". Para Piaget ela confia aparentemente na correspondência um a um entre os objetos nas duas fileiras. Num segundo momento aumenta-se o espaçamento entre os copos de modo a não alterar a quantidade de copos. No entanto ao perguntar novamente se há mais copos ou frascos, a criança responde sistematicamente que há mais copos do que frascos. Piaget interpreta que a criança não percebe a realização desse movimento e que o número permanece inalterado, ou seja, a criança "não conserva o número".

Mesmo, quando a criança passa no teste de conservação do número, os construtivistas ainda não consideram que ela tenha adquirido a compreensão conceitual da aritmética. Os estudos indicam que é fácil confundir uma criança até sete ou oito anos, com testes numéricos simples. Por exemplo, ao mostrar um grupo de oito flores com seis rosas e duas tulipas, e perguntar para uma criança se há mais rosas ou mais flores, certamente responderá que há mais rosas. Piaget, conclui que antes da idade da razão, a criança carece do conhecimento

---

[18] Cette "non-permanece de l´objet", selon la terminologie piagétienne, suggère que le bébé ne connaît vraiment pas grad-chose du monde qui l´entoure. S´il ne sait même pas que les objets demeurent invariants quand on ne les voit plus, comment connaîtrait-ils quoi que ce soit de leur nombre?

das bases elementares, o que muitos matemáticos acreditam ser necessário para preparar os alicerces da aritmética.

Dehaene relata que as descobertas de Piaget tiveram um grande impacto no sistema educacional. “Suas conclusões incitaram os educadores ao pessimismo e ao marasmo. O crescimento regular por meio dos estágios piagetianos seria imutável. Antes dos seis ou sete anos de idade a criança não estaria "pronta" para aprender aritmética”.[19] (DEHAENE, 1997, p. 43).

Segundo relatos de Piaget, o ensino precoce da matemática seria em vão e poderia ser prejudicial. O conceito numérico ensinado cedo poderia ser distorcido na cabeça da criança, e essa falta de compreensão poderia gerar um sentimento forte de ansiedade em relação à matemática. Seria melhor começar ensinando a lógica por meio de jogos, noções essas, que são pré-requisitos para a construção do conceito de número. Então Dehaene critica dizendo ser essa a principal razão que justifica o fato, de atualmente, a criança na pré-escola gastar muito tempo empilhando cubos de vários tamanhos, antes de aprender a contar.

Dehaene recorda que mesmos os ratos e os pombos reconhecem um determinado número de objetos, independentemente da sua configuração espacial. E, um chimpanzé escolhe espontaneamente a maior de duas quantidades de objetos. Reforça, portanto que não seria concebível que a criança antes da idade de quatro ou de cinco anos estivesse tão distante de outros animais, em relação a compreensão da aritmética.

E apontar alguns erros nas conclusões de Piaget dizendo que:

> É claro que as crianças pequenas têm muito que aprender em aritmética, e que suas competências conceituais levam anos para se aprofundar, mas isso não significa que eles sejam desprovidos de capacidades numéricas antes de entrar no maternal, nem mesmo ao nascimento![20] (DEHAENE, 1997, p. 59).

[19] Ses conclusions ont incité les éducateurs au pessimisme et à l´attentisme. La montée régulière à travers les stades piagétiens serait immuable. Avant l´âge de six ou sept ans, l´enfant ne serait pas “prêt” à apprendre l´arithmétique.

[20] Il est clair que les jeunes enfants ont beaucoup à apprendre en aritmétique et leur compétences conceptuelles mettent des années à s´approfondir, mais cela ne signifie pas qu´ils soient déporvus de capacities numériques avant l´entrée en martenelle, ni meme à la naissance!

Para Dehaene verificar a capacidade numérica da criança exige usar procedimentos investigativos compatíveis com a sua idade, e não considera que os testes propostos por Piaget sejam condizentes para tal. Ele pergunta "Todas essas questões que fazemos à criança, ela compreende verdadeiramente? E, sobretudo, as interpreta como o faria um adulto? Tudo leva a pensar que não. Inversamente, nós veremos que se questionam as crianças sem fazer apelo à linguagem, colocando-as em situações análogas àquelas das experiências realizada com animais, suas capacidades numéricas se mostram extraordinárias."[21] (DEHAENE, 1997, p. 44).

Dehaene refere-se a uma pesquisa considerada importante por ter relativizado os testes piagetianos sobre a conservação do número. Essa pesquisa foi realizada no início de 1967 pelos pesquisadores do departamento de psicologia da MIT Jacques Mehler e Tom Bever, e publicada no jornal científico *Science*. O destaque dado a ela deve-se ao fato dessa pesquisa revelar que os resultados dos clássicos testes da conservação do número podem alterar-se conforme o contexto e a motivação da criança.

Eles fizeram o seguinte: apresentaram as crianças duas séries de situações. A primeira, a situação clássica, foi apresentada duas fileiras igualmente espaçadas, cada uma com quatro bolinhas de gude, e perguntado às crianças em qual das fileiras havia mais bolinhas. A reposta de crianças de três ou quatro anos de idade, nesse caso, é a esperada. Na segunda situação as fileiras de bolinhas de gude têm quantidades de bolinhas e espaçamentos diferentes. A mais curta tinha seis bolinhas de gude, e na outra com quatro bolinhas o espaçamento entre elas era maior. Nesse caso a criança dessa faixa etária, em geral, responde erradamente que há mais bolinhas na fileira em que o espaçamento entre as bolinhas é maior, confirmando a não conservação do número.

---

[21] Toutes ces questions qu´on lui pose, l´enfant les comprend-t-il vraiment? Et surtout, les interprète-t-il comme le ferait un adulte? Tout laisse penser que non, Inversement, nous allons voir que si l´on questionne les enfants sans faire appel au language, en les plaçant dans des situations proches des expériences employées chez l´animal, leurs capcités numériques s´avèrent tout à fait étonnantes.

Figura 9: Teste de conservação do número

Antes da transformação	Depois da transformação
• • • •	• • • •
• • • •	••••••

A astúcia dos pesquisadores é trocar as bolinhas de gude por saborosos bombons com a mesma composição das fileiras. Ao invés dos questionamentos usuais eles autorizam as crianças a escolher uma das fileiras para consumir os doces. Nesse procedimento, Mehler e Bever pretendem evitar as dificuldades de compreensão de linguagem, e ao mesmo tempo aumentar a motivação da criança. A maioria das crianças selecionou a fileira mais numerosa independentemente do seu comprimento.

Nesse experimento crianças com cerca de dois anos de idade tiveram sucesso com os testes, nos dois casos com as bolinhas de gude ou com os bombons. As crianças maiores falharam no teste de conservação numérica quando foram usadas bolinhas de gude.

> O fracasso das crianças mais velhas na prova da conservação das bolas correspondia, portanto a uma baixa temporária dos procedimentos. Sem dúvida criança com três ou quatro anos não é menos competente que uma de dois anos. É, portanto claro que as provas piagetianas não medem as competências numéricas reais das crianças. Elas devem, por alguma razão, confundir as crianças mais velhas. Eis a explicação que me parece mais provável: as crianças de três ou quatro anos interpretam as questões do experimentador diferentemente dos adultos. Elas pensam que perguntamos a elas para julgar as filas pelo comprimento e não pelo número.[22] (DEHAENE, 1997, p. 60).

A conclusão é para Dehaene que os testes piagetianos não podem medir a capacidade numérica e por alguma razão, parecem confundir as crianças de três ou quatro anos de idade. Talvez, a forma dos questionamentos e o contexto em que os testes são propostos sejam as causas que levam ao engano, pois sugere que a criança selecione a fileira mais comprida ao invés da mais numerosa. O autor ainda acrescenta que a criança deve achar estranho que a pergunta seja

[22] À trois ou quatre ans, l´enfant n´est sans doute pas moins compétent qu´à deux ans. Il est donc clair que les épreuves piagétiannes ne mesurent pas les compétences numériques réelles des enfants. Elles doivent, pour une raison ou pour autre, semes la confuson chez les enfants plus âgés. Voici l´explication qui me semble a plus probable: les enfants de trois ou quatre ans interprètent les questions de l´expérimentateur différemment des adultes. Ils pensent qu´on leur demande de juger des rangées selon leur longueur plutôt que selon leur nombre.

feita duas vezes, o que constitui uma violação das regras de conservação. A defesa dessa idéia é bem expressa no que segue:

> Compreender uma frase consiste de fato em ultrapassar seu sentido literal para perceber o significado profundo, aquele que o locutor tinha efetivamente intenção de comunicar. Em certas circunstâncias, o sentido real pode se apresentar rigorosamente inverso do sentido literal. Assim, para falar de um bom filme, nós dizemos que ele não é "nada mal". E quando perguntamos: "Pode me passar o sal?" Nós certamente não esperamos que nos respondessem "sim"! Tais exemplos mostram que nós constantemente reinterpretamos as frases que ouvimos, raciocinando inconscientemente sobre as intenções de nosso interlocutor. Não há nenhuma razão para pensar que crianças pequenas não façam o mesmo quando conversam com um adulto durante uma experiência "a lá Piaget". Essa hipótese parece tão mais plausível que é precisamente por volta dos três ou quatro anos que se apresenta para a criança a *teoria do espírito,* quer dizer a capacidade de raciocinar sobre as intenções, as crenças e os conhecimentos do próximo."[23] (DEHAENE, 1997, p. 62)

Psicólogos desenvolvimentistas da Universidade de Edimburgo verificaram a hipótese de que as falhas que a criança comete relativamente à "conservação do número" nos testes piagetianos estão relacionadas ao entendimento das intenções do pesquisador.

Seus experimentos consistiram de duas partes. Numa primeira aplicaram o teste da forma clássica conforme proposto por Piaget, modificando o comprimento de uma fileira e a pergunta era "onde tem mais?". Na outra, a alteração do comprimento era realizada por um urso de pelúcia. Enquanto o pesquisador propositalmente olhava para outro lado do ambiente, o ursinho prolongava uma das duas fileiras. O pesquisador então demonstrava surpresa exclamando: "Oh, não! É o urso maldoso! Ele misturou tudo" (DEHAENE, 1997, p. 62)**[24]**. Em seguida o pesquisador refez a pergunta "onde tem mais?" A intenção dos

---

[23] Compreendre une phrase consiste em effet à dépasser son sens littéral pour em percevoir la signification profonde, celle que le locuteur avait effectivement l´intention de communiquer. Dans certaines circonstances,le sens réel peut s´avérer rigoureusement inverse du sens littéral. Ainsi pour parler d´un bon film, nous disons qu´il n´est "pas mal". Et lorque nous posons La question " Peut – tu me passer le sel?" nous espérons qu´on ne va pas simplesment répondre "Oui"! De tels exemples montrent que nous réinterpretons constamment les phrases que nous entendons, en raisonnant inconsciemment sur les intentions de notre interlocuteur, Il n´y a aucune raison pour que les jeunes enfants n´en fassent pas autant lorsqu´ils dialoguent avec un adulte au cours d´une expérience "à lá Piaget".Cette hypothèse paraît d´autant plus plausible que c´est précisément vers trois au quatre ans que se met em place chez l´enfant la *théorie de l´esprit,* c´est – à- dire la capacite de raisonner sur les intentions, les croyances et les connaisances d´autrui.

[24] "Oh non! C´est le méchant ours! "Il a encore tout mélangé."

pesquisadores era transmitir sinceridade na sua dúvida o que justificaria refazer a pergunta após a interferência do ursinho.

McGarrigle e Donaldson constataram que nesse segundo momento a maioria das crianças respondeu corretamente com base nos números sem serem influenciadas pelo comprimento das fileiras, sendo que as mesmas crianças falharam sistematicamente na primeira fase.

De acordo com as conclusões obtidas por esses pesquisadores da Universidade de Edimburgo dois pontos podem ser observados.

> [...] que a mesma questão pode ser interpretada diferentemente pela criança segundo o contexto. E, que qualquer que seja o que disse Piaget, desde que a questão seja bem posta, a criança conserva o número![25] (DEHAENE, 1997, p. 63).

Dehaene considera as questões das falhas das crianças nos testes piagetianos problemas não triviais e por isso atraem muitos pesquisadores. Mesmo após a realização de centenas de experimentos ainda não esta claro, o porquê as crianças pequenas cometem enganos. Ele revela que alguns cientistas estimam que:

> [...] o fracasso nos experimentos de Piaget reflete uma falta de maturação do córtex pré-frontal, a região do cérebro que nos permite escolher uma estratégia e de aí ficar a despeito de toda distração. Se essa teoria se demonstrasse correta, os testes piagetianos adquiririam então um significado novo, aquele de dar uma marca para a capacidade das crianças de resistir ou não à distração.[26] (DEHAENE, 1997, p. 47).

O objetivo de Dehaene é convencer as pessoas que os testes piagetianos não estão prontos ao contrário do que pensou Piaget oferecendo argumentos para indicar que os mesmos não são bons para investigar o conceito de número quando a criança é pequena. Nas atividades empíricas que realizamos com crianças de cerca 6 anos de idade percebemos falhas ao realizar atividades que envolvem a conservação do número. Ao mesmo tempo em que as crianças

[25] [...] que la même question peut être interprétée différement par l´enfant selon le contexte; deuxièment, que, quoi qu´en dise Piaget, lorque la question est bien posée, le jeune enfant conserve le nombre.

[26] [...] l´échec aux épreuves de Piaget reflete un manque de maturation Du córtex préfrontal, la région du cerveau qui nous permet de choisir une stratégie et de nous y tenir en dépit de toute distraction. Si cette théorie s´avérait correcte, les épreuves piagétiennes prendrait alors um sens nouveau, celui de marquer de la capacite des enfants à resister ou non à la distraction.

perceberam que duas fileiras têm a mesma quantidade de figuras, embora os espaçamentos fossem distintos, não reconhecem igualdade de elementos em dois cartões com figuras distintas, mas com mesma quantidade, ou que dois recipientes de formatos distintos possam ter a mesma capacidade. Chama a atenção de que os experimentos descritos contradizem a seqüência cronológica de tempo considerada por Piaget para o desenvolvimento da capacidade numérica, pois considera que em idade muito mais tenra, a criança é capaz de conservar o número. No entanto destaca que, os experimentos comentados não refutam totalmente o construtivismo, uma vez que a teoria piagetiana é engenhosa e permite uma série de caminhos. Dehaene acha que provavelmente Piaget deve ter argumentado que as modificações realizadas no teste original de conservação do número tornaram a tarefa muito mais simples para a criança, e que o conflito criado na relação entre o comprimento da fileira e o número de objetos era proposital, pois para Piaget:

> [...] uma criança compreenderia realmente os fundamentos da aritmética se ela pudesse, sobre uma base puramente lógica, predizer qual fileira compreenderia mais objetos, refletindo somente sobre as conseqüências das operações efetuadas e sem se deixar perturbar por eventuais mudanças de comprimento nem pela maneira que o experimentador colocasses as questões.[27] (DEHAENE, 1997, p. 64)

E provavelmente seria outro argumento de Piaget, em relação a escolha do número maior de doces, que isso não implicaria na compreensão do conceito de número, mas sim no desenvolvimento da coordenação sensório-motora da criança, o que justificaria o reconhecimento e a orientação para a escolha da maior quantidade. O que ocorreu é que foi enfatizada a inteligência sensório-motora, e se aceitou que criança muito pequena descobre a estratégia para “escolher a maior quantidade”. No entanto pensava-se que tal escolha não garante a compreensão lógica do conceito número. É só mais tarde que Piaget vai considerar que a criança pode refletir com a capacidade sensório-motora e chegar a construção mais abstrata do conceito número.

---

[27] [...] un enfant ne comprenait réellment les fondements de l´arithmétique que s´il pouvait, sur une base purement logique, prédire quelle rangée comprenait le plus d´objets, en réfléchissant seulement aux conséquences des opérations effectuées et sans se laisser troubler par d´éventuels changements de longuer ni par la façon dont l´expérimementateur posait les questions.

Dehaene apresenta algumas idéias para comprovar as argumentações feitas em relação a Piaget, tais como:

> [...] a reação de Piaget quando tomou conhecimento das pesquisas de Otto Koehler sobre a percepção do número entre os pássaros e os esquilos: ele admite que animais podiam adquirir "números sensório-motores", mas não um conhecimento conceitual da aritmética.[28] (DEHAENE, 1997, p. 64)

Antes dos anos 1980, nenhuma experiência colocava em cheque a teoria piagetiana defendendo que "as crianças muito pequenas eram desprovidas do conceito de número" (DEHAENE, 1997, p. 65)[29]. Porém as crianças que participaram dos experimentos de Mehler e de Bever, com as bolinhas de gude, não tinham menos que dois anos, o que para Dehaene, caracterizava um longo período (antes dos dois anos), para a aprendizagem.

Quando chegam os anos 1980, pesquisas constatam a capacidade numérica em crianças de seis meses de idade e até mesmo em recém-nascidos. Elas indicam, portanto que bebês, com idade inferior a um ano, dominavam algumas das características do conceito de número antes mesmo de ter qualquer chance de abstraí-las de interações com o ambiente. O que Dehaene diz a respeito é que :

> Para colocar em evidência as competências numéricas de pessoas tão jovens, está fora de questão questioná-los em voz alta. [...] Todos os pais sabem bem que, se seu bebê vê várias vezes, em seguida o mesmo brinquedo, ele termina por se desinteressar. Se mostrarmos então um novo brinquedo seu interesse é logo reavivado. Essa observação elementar - que demanda ser replicada em laboratório numa situação controlada - prova que a criança notou a diferença entre o primeiro brinquedo e o segundo. [...] É assim que os pesquisadores demonstrar que, muito cedo, os bebês e mesmo os recém-nascidos percebem diferenças de cor, de forma, de tamanho..., e claro de número[30]. (DEHAENE, 1997, p. 65).

---

[28] [...] la réaction de Piaget lorqu´il prit connaissance des recherches d´Otto Koehler sur la perception du nombre chez les oiseaux et lês écureuils: il admit que les animaux pouvaient acquérir des "nombres sensori-moteurs", mais non une connaisance conceptuelle de l´arithmétique.

[29] Les três jeunes enfants étaient dépourvus du concept de nombre

[30] Pour mettre em évidence les competétences numériques de sujts aussi jeunes, pas question de les questionner à haute voix. [...] Tous les parents savent bien que, si leur bébé voit plusiers fois de suíte Le même jouet, il fini par s´em lasser. Si on lui montre alors um nouveau jouet, son intérêt est aussitôt ravivé. Cette observation élémentaire _ prouve que l´enfant a note La différence entre Le premier jouet et le second.. [...] C´est ainsi que les chercheurs ont démontré que, três tôt, les bébés et même les nouveau – nés perçoivent des différences de couleur, de forme, de taille... et bien sûr de nombre!

Entre essas pesquisas destaca-se aquela realizada em 1980, nos laboratórios de Prentice Starkey na Universidade da Pensilvânia, quando ocorre o primeiro experimento confirmando que bebês reconhecem números pequenos. Essa pesquisa contou com 72 bebês com idade entre 16 e 30 semanas. O bebê era colocado no colo da mãe e de frente a uma tela, onde eram projetados *slides* (F. 2.2), uma câmera filmava os olhos do bebê e gravava a maneira como ele contemplava os *slides.* O objetivo era medir exatamente quanto tempo o bebê ficava olhando para cada *slide* que aparecia na tela. No inicio do experimento foram apresentados *slides* com dois grandes pontos pretos alinhados horizontalmente e mais ou menos separados. Sem aviso prévio, o conteúdo dos *slides* foi alterado, passando para três grandes pontos pretos alinhados horizontalmente. Os bebês levaram 1,9 segundos no primeiro *slides* e 2,5 segundos no segundo *slide*. A diferença de tempo foi interpretada como sendo porque os bebês detectaram a mudança de dois para três grandes pontos pretos. Em relação ao poder de abstração dos bebês Dehaene apresenta algumas questões que julga serem importantes para identificar se a sensibilidade precoce para os números simplesmente reflete o poder do sistema visual dos bebês, ou se é um aperfeiçoamento da representação mais abstrata dos números. E para isso ele compara os experimentos entre crianças muito pequenas com aqueles realizados com ratos e chimpanzés.

> Os bebês seriam capazes de extrair o número de sons de uma seqüência auditiva, por exemplo? E, sobretudo, sabem eles que o mesmo conceito abstrato "3" se aplica a três sons e a três objetos visuais? Enfim, são eles capazes de combinar suas representações numéricas para efetuar cálculos simples como 1 + 1 = 2?[31] (DEHAENE, 1997, p. 50).

Para responder à primeira questão, Dehaene relata que, os pesquisadores alteraram o experimento original de reconhecimento visual de número para a modalidade auditiva. Os bebês eram, cansativamente, expostos a seqüência de três sons e posteriormente, verificava-se que eles eram capazes de renovar seus interesses ao serem expostos a uma nova seqüência de dois sons. O experimento é especialmente instrutivo porque sugere que, aos quatro dias de

[31] Sauraient-ils extraire le nombre de sons d´une séquence auditive, para exemple? Et surtout, savent-ils que le même concept abstraite “3” s´applique à trois sons et à trois objets visuels? Enfin, sont-ils capables de combiner mentalement leurs répresentatios numériques pour effectuer des calculs simples tels que 1+1=2?

idade o bebê pode decompor sons da fala em pequenas unidades – sílabas e então enumerá-las. O que se pode concluir é que a compreensão dos números por parte dos seres humanos não difere muito da de outros animais. Para muitos mamíferos as percepções visual e auditiva são semelhantes às do ser humano. É sabido que não ocorre o mesmo em relação ao olfato. Algumas espécies têm o olfato muito mais apurado do que o ser humano.

Em relação à linguagem o que o autor afirma é que o ser humano destaca-se do restante do reino animal, pois possui a capacidade de lidar com símbolos arbitrários para indicar os números, tais como letras ou dígitos. Esses símbolos consistem em elementos discretos que podem ser utilizados de maneira formal e significativa. Em resumo, a invenção de símbolos numéricos livrou os seres humanos de uma representação quantitativa aproximada dos números:

> Pois se os símbolos numéricos nos abrem efetivamente a via para uma aritmética mais rigorosa, eles não são do mesmo modo desvinculados das raízes aproximativas da intuição numérica. Bem ao contrário, cada vez que nos confrontamos com um número nosso cérebro não pode, impedir de tratá-lo como uma quantidade contínua e de representá-lo mentalmente com uma precisão decrescente, quase como fariam um rato ou um chimpanzé. Essa tradução dos símbolos em quantidades impõe um custo importante e mensurável custo para a velocidade de nossas operações mentais.[32] (DEHAENE, 1997, p. 100).

O artigo de Moyer e Landauer publicado no jornal *Nature*, em 1967, mereceu destaque pelo fato de apresentar medidas precisas do tempo que um adulto gasta para decidir qual de dois dígitos era maior. O experimento consistia em utilizar pares de *flashes* de dígitos como 9 e 7 e pedir à pessoa para identificar o dígito maior pressionando uma de duas chaves de resposta.

Os dados indicaram que, geralmente, os adultos levavam mais de meio segundo para realizar a tarefa proposta, e nem sempre tinham sucesso. Os resultados dependiam dos pares de dígitos. Quando dois dígitos eram escolhidos por quantidades bem diferentes como 2 e 9, as pessoas respondiam rapidamente

[32] Car si les symboles numériques nous ouvrent effectivament la voie à une arithmétique plus rigoureuse, ils ne sont pas pour autant détachés des racines approximatives de l´intuition numériques. Bien au contraire, chaque fois que nous sommes confrontes à um nombre, notre cerveau ne peut s´empêcher de le traiter comme une quantité continue et de le représenter mentalement avec une précision décroissante, presque comme le feraient un rat ou un chimpanzé. Cette traduction des symboles en quantités impose um côut important et mesurable à la vitesse de nos opérations mentales.

e com sucesso. No entanto demoravam frações de segundo para realizarem a tarefa quando os dois dígitos representavam quantidades próximas como 5 e 6. Nesse caso, a porcentagem de erro era em torno de 10%. A comparação entre os componentes de pares de números com distância comum entre os pares acarretava em aumento de índice de respostas erradas à medida que os componentes de pares eram maiores. Era fácil selecionar o maior entre 1 e 2, uma pequena dificuldade aparecia para comparar 2 e 3, e era mais difícil comparar 8 e 9.

Dehaene repetiu esse experimento com um grupo de cientistas jovens e brilhantes, incluindo estudantes franceses das universidades: *Ecole Normale Supérieure e Ecole Polytechnique*, e os resultados não se alteraram. Os estudantes ficaram fascinados ao descobrir que demoraram e cometeram erros quando tiveram que decidir qual era maior, se 8 ou 9.

O mesmo ocorreu com as crianças que participaram das atividades empíricas desta tese, uma vez que solicitado a comparação de quantidades as crianças tiveram mais sucesso em um tempo menor, nas comparações entre números distantes (2 e 9). E no caso de distâncias iguais, o menor tempo de comparação e a maior freqüência de acertos ficaram para os pares de números menores (1 e 2 em comparação com 8 e 9).

Com vistas a confirmar o efeito de distância outro experimento realizado com estudantes, dessa vez, da Universidade de Oregon em que é proposta uma tarefa simplificada somente com os dígitos 1, 4, 6 e 9 apresentados na tela de um computador. Os estudantes tinham que apertar a chave da mão direita se o dígito que eles vissem fosse maior que cinco e a chave da mão esquerda se fosse menor que cinco. Isto é, se a pessoa visse os dígitos 1 e 4 deveria apertar a chave da esquerda, e se visse os dígitos 6 ou 9, a chave da direita.

Após diversos dias de treinamentos, Dehaene relata que as respostas, tornaram-se mais rápidas, mas mesmo assim, as pessoas ainda eram mais lentas e cometiam mais erros ao comparar os dígitos 4 e 6, que são mais próximos de 5, do que os dígitos 1 e 9, que são mais distantes de 5.

Nesse sentido pudemos observar fatos semelhantes com as atividades empíricas realizadas nesse estudo. Por meio da comparação entre dígitos maiores e menores que 5, constamos duas situações opostas. Uma criança atingiu 100% das respostas em desacordo com o dado apresentado a ela, e a outra 100% das respostas de acordo. Vale destacar que notamos que essa criança foi mais lenta ao compara os dígitos próximos de 5.

Esses experimentos levaram a questionamentos sobre como ocorre a comparação numérica no ser humano. Num primeiro momento o que se pode pensar é que a memória humana não preserva uma lista armazenada de respostas para todas as comparações possíveis. O efeito distância o leva a inferir que:

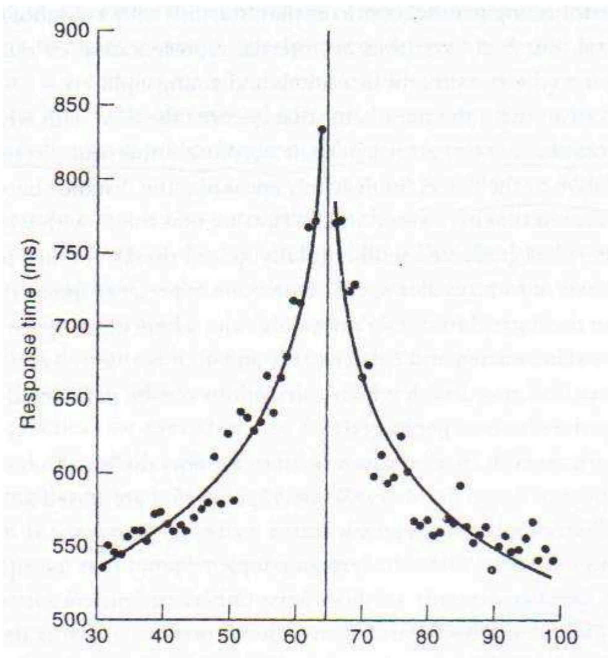
> Há em alguma parte dos sulcos e dobras cerebrais uma representação de números sob a forma de quantidades continuas, similares àquelas que possuem os animais, e é essa representação quantitativa que nós nos esforçamos para reativar dede que vimos um dígito ou um nome de número.[33] (DEHAENE, 1997, p. 102).

Numa outra demonstração desse fato, Dehaene relata sobre a comparação de números com dois dígitos assim: suponhamos que uma pessoa tenha que decidir qual é o maior número entre 71 e 65, a partir de uma aproximação racional, ela pode comparar apenas os dígitos 7 e 6 e concluir que 71 é maior que 65 sem considerar a identidade dos outros dígitos. É provavelmente esse o método dos computadores para comparar números.

No entanto o cérebro humano não funciona assim afirma Dehaene. E por isso as medidas do tempo que uma pessoa gasta para comparar diversos números de dois dígitos com 65 resultam numa curva contínua e uniforme. O tempo de comparação aumenta continuamente a medida que os números a serem comparados aproximam-se do número de referência 65.

[33] Il y a quelque part de nos circonvolutions cérébrales une réprésentation des nombres sous forme de quantités continues, similaire à celle que possèdent les animaux, et c´est cette réprésentation quantitative que nous nous empresson de réactiver des que nous voyons un chiffre ou un nom de nombre.

Figura 10: Tempo que uma pessoa gasta ao comparar números de dois dígitos com 65.



Legenda: Quanto tempo é necessário para comparar dois números? Desde que decidamos se números são maiores ou menores que 65, nossas respostas foram ficando sistematicamente mais devagar a media que os números se aproximam dessa referência; é o efeito distância. (Dehaene e *coll*. 1990.)[34] (DEHAENE, 1997, p. 103).

Na figura cada ponto preto indica o tempo médio, em milionésimos de segundos, de resposta a um número observado. A figura mostra que as respostas tornam-se cada vez mais lentas quando o número observado fica mais próximo de 65, caracterizando o efeito de distância. Frente aos resultados obtidos Dehaene afirma que:

> A única explicação concebível, é que o cérebro apreende o número de dois dígitos em sua integralidade e o transforma em uma quantidade interna quase contínua. Ele esquece então os dígitos precisos que conduziram a essa quantidade. A operação de comparação só se ocupa das quantidades numéricas e dos símbolos que exprimem essas quantidades.[35] (DEHAENE, 1997, p. 103).

---

[34] Combien de temps faut-il pour comparere deux nombres? Lorsque nous décidons si des nombres sont plus grands ou plus petits que 65, nos réponses se ralentissent systématiquement à mesure que les nombres s´approchent de cette référence: c´est l´effet de distance (d´aprés Dehaene et *coll*., 1990)

[35] La seule explication concevable, c´est que le cerveau appréhende le nombre de deux chiffres dans son intégralité et le transforme en une quantité quasi continue. Il oublie alors les chiffres précis qui ont conduit à cette quantité. L´opération de comparaison ne se soucie que des quantités numériques et non des symboles qui expriment ces quantités.

Em relação a compressão mental de números grandes, Dehaene afirma que a velocidade com que as pessoas comparam dois números não depende somente da distância entre eles, mas também de seu tamanho. Uma pessoa leva muito mais tempo para identificar que 9 é maior que 8 do que para identificar que 2 é maior do que 1. Segundo o autor, para distância igual, os números maiores são mais difíceis de comparar do que os menores. Essa lentidão para números grandes é outra vez conseqüência das habilidades de percepção dos bebês e dos animais, que são similarmente afetados pela distância numérica e o tamanho. A relação que o ser humano faz, como os animais, para diferenciar dois números não toma como base a distância numérica absoluta, mas a distância relativa. Nesse sentido, a distância entre 8 e 9 não é idêntica à distância entre 1 e 2. A "régua mental" que os humanos estabelecem não é graduada com limites regularmente espaçados, o cérebro, representa quantidades de modo semelhante a escala logarítmica, onde um espaço igual é destinado para intervalos entre 1 e 2, 2 e 4, ou 4 e 8. No entanto, a exatidão e a velocidade com que os cálculos podem ser executados diminuem na medida em que os números tornam-se maiores.

O autor comenta que, muitos experimentos empíricos podem ser citados para confirmar a hipótese da compressão mental de números grandes. Alguns estão embasados na introspecção, ou seja, de modo subjetivo o individuo estima, que a distância entre 6 e 5 é menor que distância entre 4 e 5. Outros experimentos utilizam de métodos mais sutis e indiretos. Nesse caso, o experimento consiste em simular que uma pessoa é um gerador de números ao acaso e deve selecionar números aleatórios entre 1 e 50. Ao aplicar esse experimento com uma amostra formada por um grande número de sujeitos, é possível perceber a polarização de respostas que retratam que as pessoas tendem a apresentar, com maior freqüência, os números menores.

Dehaene ainda cita o problema que consiste em, sem realizar qualquer tipo de cálculo, avaliar como que aleatória e uniformemente cada série parece provar o intervalo dos números entre 1 e 2.000.

Figura 11: Séries de números gerados aleatoriamente por um computador.

Série A:

879	5	1,322	1,987	212	1,776	1,561	437	1,098	663

Série B:

238	5	689	1,987	16	1,446	1,018	58	421	117

A série B foi apontada, pela maioria das pessoas, como a que apresenta os números de forma mais uniformemente espalhados e por isso "mais aleatórias" do que a série A. Os números grandes da série A, aparentam que há uma maior freqüência, e melhor prova a continuidade dos números entre 1 e 2.000. Isso porque os números organizando-se os números de modo crescente, por exemplo, pode-se notar que a há uma razão aproximada de 200 unidades entre os números dessa série. Já na série B os números estão distribuídos exponencialmente. Dehaene reforça que, as pessoas preferem a série B por que melhor se adapta a linha numérica do ser humano, onde os números maiores são menos notáveis que os menores.

Estudos mostram que um numeral arábico aparece para o ser humano como uma distribuição de fótons na retina, um padrão identificado pelas áreas visuais do cérebro como a existência de uma figura de um dígito familiar. O cérebro geralmente reconhece a figura do dígito, construindo uma representação contínua e comprimida de quantidades associadas.

Esta conversão em uma quantidade ocorre inconscientemente, automaticamente e em grande velocidade.

> É impossível ver a forma do dígito cinco sem traduzi-la quase instantaneamente na quantidade cinco – e isso, mesmo quando essa tradução não nos seja de alguma utilidade. Compreender os números funciona, portanto como um reflexo.[36] (DEHAENE, 1997, p. 103).

[36] Il est impossible de voir La forme Du chiffre 5 sans Le traduire, presque instantanément, em La quantité cinq, et ce, même lorsque cette traduction NE nous est d´aucune utilité. Compreendre lês nombres fonctionne donc comme um réflexe.

Em sua obra, Dehaene relata como o cérebro humano incorpora a aritmética. O conhecimento numérico está contido na panóplia de circuitos neurais especializados ou "módulos". Alguns desses circuitos reconhecem os dígitos, e outros os traduzem numa quantidade correspondente. Ainda outros recuperam fatos aritméticos da memória ou capacitam o ser humano a dizer os resultados em voz alta. As redes de neurônios têm características especificas que determinam o funcionamento automático em um domínio restrito. Cada uma delas recebe informações num formato de entrada e transforma-as em outro formato.

O poder computacional do cérebro humano concentra-se na habilidade de conectar esses circuitos elementares dentro de uma seqüência, sob a oscilação das áreas de execução do cérebro tais como o córtex pré-frontal e o *cingulate* anterior. Essas áreas de execução são responsáveis, sob condições que continuam a ser descobertas, pelo emprego dos circuitos elementares em uma ordem apropriada, administrando o fluxo dos resultados elementares em um trabalho de memória, e controlando a realização de cálculos pela correção potencial de erros. A especialização de áreas cerebrais permite uma divisão eficiente de trabalho. O desempenho dessas áreas, sob a proteção do córtex pré-frontal, proporciona flexibilidade suficiente para a construção e realização de novas estratégias de aritmética.

Outra indagação levantada por Dehaene está relacionada à função do córtex *occipto - temporal* para o reconhecimento visual dos dígitos e das letras, ou da implicação do gânglio básico esquerdo para a multiplicação. Para o autor o pouco tempo de contato com a leitura e o cálculo impossibilita a afirmação de que há alguma predisposição genética dessas funções.

O conhecimento de recente habilidade cognitiva justifica a hipótese de que há circuitos responsáveis pela modificação dos destinos de determinadas funções. De modo semelhante, as mudanças nas funções dos circuitos cerebrais ocorrem graças a plasticidade neural que permite a união de células nervosas no tramite do desenvolvimento e do aprendizado normais, bem como em lesões do cérebro.

Segundo uma análise final, traçada por Dehaene, a combinação compulsiva da genética e da epigenética justifica o modelo de especialização cerebral do adulto. Inicialmente certas regiões do córtex visual, têm a responsabilidade de objetar o reconhecimento, e, posteriormente tornam-se especializadas em leitura, no momento que a criança é exposta a um universo visual predominado por caracteres impressos.

Surgem partes do córtex dedicadas aos dígitos e letras, provavelmente pela virtude de um aprendizado amplo, garantido a codificação junto à superfície cortical. Comparando o exposto com o cérebro primata e com o momento que a criança aprende a tabuada, Dehaene afirma que:

> Igualmente, o cérebro dos primatas possui circuitos específicos geneticamente para a aprendizagem e a execução de seqüências motoras. Quando a criança pratica para reter a tabuada de multiplicação, esses circuitos são naturalmente utilizados e tendem a se especializar para o cálculo. O aprendizado provavelmente nunca cria circuitos radicalmente novos; mas seleciona, refina, e especializa circuitos pré-existentes até conferir a eles uma significação e uma função bem diferentes daquelas as quais a natureza lhes havia destinado.[37] (DEHAENE, 1997, p. 277).

Os limites da plasticidade cerebral são observados em crianças com *developmental dyscalculia*, uma deficiência aparentemente insuperável na construção de capacidade aritmética. Dehaene afirma que algumas crianças que sofrem dessa deficiência, apresentam inteligência normal e obtêm bons resultados no desempenho da maioria das disciplinas cursadas na escola, no entanto, se deparam com limites que impossibilitam o pleno desenvolvimento de suas capacidades aritméticas, segundo os neuropsicológicos essa deficiência é encontrado em cérebros adultos que sofreram algum tipo de lesão. Esses indivíduos apresentam uma desorganização precoce dos neurônios em áreas do cérebro que são responsáveis pelo processamento dos números.

Estudos de casos evidenciam o desenvolvimento da plasticidade cerebral no desempenho da inteligência. Embora os circuitos neurônicos aceitem modificações, especialmente em crianças pequenas, não permitem assumir

---

[37] De même, le cerveau des primates possède des circuits spécifiés génétiquement pour l´apprentissage et l´exécution de séquences motrices. Lorque l´enfant s´exerce à retenir la table de multiplication , ces circuits sont naturellment mis à contribuition et tendent à se spécialiser pour le calcul. L´apprentissage ne crée sans doute jamais de circuits radiclement nouveaux; mais Il sélectionne, affine et spécialise des circuits préexistant jusqu´leur conférer une signification et une fonction bien différentes de celles auxquelles la nature les avait destinés.

qualquer tipo de função. Alguns circuitos que conectam modelos significativos estão sob controle genético, e possibilitam a transformação em substrato neurônico de funções estreitamente definidas semelhantes à evolução de quantidades numéricas ou de armazenagem dos fatos relacionados à rotina da multiplicação. Dehaene afirma que a destruição de circuitos, ainda muito jovem, pode causar uma deficiência seletiva irreparável por áreas cerebrais vizinhas.

Tais observações levam o autor a reafirmar a imposição que a arquitetura do cérebro humano estabelece para a manipulação dos objetos matemáticos.

> Os números não têm toda extensão das redes neuronais do cérebro da criança. Somente certos circuitos são suscetíveis de contribuir com o cálculo, sejam porque eles fazem de início parte de nosso senso inato para quantidades numéricas, como sem dúvida certas áreas do córtex parietal inferior, seja que, destinados a outro uso, sua arquitetura neuronal torne-se suficientemente flexível e próxima da função desejada, de maneira que eles possam ser reciclados no tratamento dos números.[38] (DEHAENE, 1997, p. 280).

Em sua obra são tratadas situações de fissuras/aberturas do córtex cerebral, onde os circuitos neurais que dão suporte ao cálculo são encontrados, e de quais alas, podem ser desalojadas por uma lesão cerebral ou por um acidente vascular, privando as pessoas do sentido normal.

Com o objetivo de identificar áreas do cérebro que desempenhava determinada função Roland, P. E. e Friberg, L (1985) realizaram experimentos que envolviam uma operação aritmética com certa complexidade, tomando por base que para cada operação aritmética solicitada redes cerebrais distintas deveriam ser ativadas. Dehaene e colegas pesquisadores buscaram comprovar essa hipótese, examinando como a atividade cerebral se modifica em procedimentos de comparação e de multiplicação de números com dois algarismos. Os sujeitos da pesquisa foram oito estudantes de medicina de um excelente centro de pesquisa para medir o metabolismo cerebral, em Orsay, na França.

[38] Les nombres n´ont pas toute latitude pour occuper les réseaux neuronaux du cerveau de l´enfant. Seuls quelques circuits sont susceptibles de participer au calcul, soit qu´ils fassent d´emblée partie de notre sens inné des quantités numériques, comme sans doute certaines aires du córtex pariéntal inférieur, soit que, destinés à un usage, leur architecture neuronale s´avère toutefois suffisamment flexible et proche de la fonction desirée pour qu´ils puissent être recyclés dans le traitement des nombres.

O objetivo dos experimentos era investigar se os circuitos neurais envolvidos na multiplicação e na comparação de números pertenciam a áreas distintas do cérebro.

Os sujeitos deveriam comparar ou multiplicar mentalmente pares de dígitos, e nomear os resultados sem movimentar os lábios. Buscava-se comparar o fluxo cerebral do sangue durante as duas tarefas e o momento que eles estavam em descanso.

Dehaene afirma que, como esperado, diversas regiões do cérebro foram igualmente ativadas durante a realização das duas tarefas e também no período de descanso. Essas regiões provavelmente admitem funções comuns em ambas as tarefas, tais como extrair a informação visual (córtex occipital), ou manter a fixação do olhar e a simulação interna da produção do discurso (área suplementar do motor e córtex pré-central). Ele relata que os resultados mais significativos surgiram na comparação entre as duas tarefas propostas. As regiões temporal, frontal e parietal do córtex demonstraram um deslocamento em assimetria hemisférica. A partir dos experimentos realizados, verificou-se que durante o processo de multiplicação o hemisfério esquerdo atua com maior intensidade e durante a comparação de números, a atividade cerebral passa a ser distribuída igualmente através dos dois hemisférios ou deslocada para o hemisfério direito. Pode-se então afirmar que a noção de multiplicação, está relacionada com as habilidades de linguagem encontradas no hemisfério esquerdo. Ao contrário da tabuada, a comparação numérica não tem necessidade de ser decorada.

O autor ainda afirma que, os conceitos de grandeza dos números e de comparação aparecem facilmente e espontaneamente ente crianças em idade terna e no animal. O cérebro não precisa verbalizar os dígitos para compará-los.

Portanto:

> A imagem funcional do cérebro confirma que a comparação de quantidades numéricas é uma atividade não-lingüística que permanece pelo menos tanto no hemisfério direito quanto no esquerdo. Cada hemisfério reconhece os dígitos e sabe traduzi-los em uma representação mental das quantidades para compará-los.[39] (DEHAENE, 1997, p. 297).

[39] La câmera à positions confirme que la comparaison des quantités numériques est une activité non linguistque, qui repose au moins autant sur l´hémisphère droit que sur Le gauche. Chaque hémisphère reconnaît les chiffres et sait les traduire en une représentation mentale des quantités afin de les comparer.

O autor acredita na possibilidade de observar a propagação da atividade neural das áreas posteriores visuais, do percurso das áreas da linguagem, os circuitos que conduzem a memória, às regiões motoras, e assim por diante. E considera a exploração de tomografia por emissão de pósitron (PET) é um instrumento excelente para a identificação de regiões anatômicas ativas, mas nem tanto para a caracterização temporal da atividade do cérebro. São levados em conta também que a área cerebral ativa produz uma espécie de onda eletromagnética que é transmitida ao couro cabeludo. Este sinal, produzido pela ativação sincronizada de diversos milhões de sinapses, é muito fraco, somente alguns milionésimos de um volt, também é caótico e mostra oscilações que parecem aleatórias. Entretanto, quando se sincroniza a gravação com um evento externo, tal como a visualização de um dígito, e quando se calcula a média através de muitas apresentações, surge uma seqüência de atividade elétrica chamada de evento-potencial. Os sinais são propagados quase que instantaneamente para a superfície do couro cabeludo, onde podem ser gravados em tempo real, por exemplo, a cada milésimos de segundo gerando um registro contínuo da atividade cerebral que reflete fielmente a ordem em que cada região do cérebro foi ativada.

Atualmente essa tecnologia avançou bastante, porém a exatidão anatômica de gravações eletro encefalográficas ainda não é suficiente, porque uma ambigüidade física impossibilita a atribuição direta a uma estrutura anatômica identificável. Uma dificuldade similar afeta o método ligeiramente mais preciso, mas consideravelmente mais caro da magnetoencefalografia, em que se gravam campos magnéticos melhor que potenciais elétricos. Entretanto, ambos os métodos, possuem capacidade para determinar, com exatidão o tempo em que as diferentes áreas cerebrais entram em jogo durante as computações mentais.

É relatado por Dehaene que o ser humano leva quatro décimos de segundo para identificar se um dígito é maior ou menor do que 5. Entretanto, esse tempo corresponde o todo o processo operatório. Com a eletroencefalografia é possível medir com precisão de milésimos de segundo, o tempo que o cérebro gasta para decidir se 4 é menor do que 5.

Os experimentos realizados com o auxilio do computador permitiu a constatação do tempo que se leva para o início da programação da resposta motora. Observou-se então, que há diferença na voltagem dos elétrodos posicionados sobre as áreas pré-motoras e motoras em ambos os hemisférios. Quando os sujeitos se preparam para responder com a mão direita, um potencial negativo aparece sobre os elétrodos do hemisfério esquerdo; inversamente, quando eles estão prontos para uma resposta com a mão esquerda, é o lado direito do couro cabeludo que se torna negativo. Vários estudos e experimentos permitem concluir que para reconhecer a forma visual de um dígito e para alcançar seu significado gasta-se entre um quarto e um terço de um segundo.

Um dos pontos mais importantes para o educador matemático, discutido na obra de Dehaene é aquele relacionado à característica analógica do cálculo do cérebro humano. Sua discussão se inicia com questões de fundo sobre a formação e a característica de nossa capacidade numérica:

> Como o cérebro aprende matemática? O que é a intuição matemática, e pode-se fazê-la progredir? Quais as ligações entre a matemática e a lógica? Porque a matemática é tão eficaz para as ciências físicas?[40] (DEHAENE, 1997, p. 314).

As respostas a essas questões ultrapassam o interesse da pesquisa em neurociência e adentram a área da Educação Matemática na medida em que podem interferir no processo de ensino e aprendizagem da matemática. Aprofundá-las é do nosso interesse e os elementos que seguem têm esse objetivo. Dehaene acredita que a neurociência oferecerá recursos privilegiados para auxiliar os estudos sobre as dificuldades da aprendizagem da matemática.

Uma pergunta mais é interessante de deixar no ar: o cérebro é uma máquina lógica? Avaliemos o que temos sobre isso a partir deste momento.

No início de 1957, Von Neumann, J. (1996) um dos pais da ciência dos computadores diz que a linguagem do cérebro difere da linguagem matemática. As máquinas não se reduzem aos computadores digitais. Os cálculos avançados

[40] Comment le cerveau apprend-il les mathématiques? Qu´est-ce que l´intuition mathématiques, et peut-on la faire progresser?Quels sont lês liens entre mathématiques et logique? Pourquoi lês mathématiques sont-elles si efficaces em sciences physiques?

podem ser executados por máquinas analógicas que ignoram a lógica matemática.

Para Von Neumann o cérebro é provavelmente uma máquina analógica-digital em que os códigos simbólicos e analógicos estão integrados. Além disso, ele afirma que o limite das habilidades do cérebro humano para a lógica e para a matemática pode ser o resultado de uma arquitetura neural que não segue regras lógicas.

Dehaene afirma que o procedimento que o ser humano utiliza para comparar números é mais similar a uma máquina analógica do que a um computador digital. É evidente, para qualquer programador que a operação que estabelece a comparação entre números requer um único ciclo de instruções, de duração constante e inferior a um microssegundo, para avaliar se o índice de um registro é menor do que, igual a ou maior do que o conteúdo de outro. Contrapondo-se ao procedimento do cérebro humano.

O autor recorda que um adulto leva quase meio segundo para comparar dois números ou quaisquer duas quantidades físicas. E afirma que, enquanto alguns transistores podem rapidamente executar a comparação em um *chip* eletrônico, o sistema nervoso do ser humano necessita de muitos neurônios e, conseqüentemente, gasta mais tempo para alcançar o mesmo resultado.

Há diferença entre os métodos de comparação utilizados pelo cérebro humano e por um computador digital. O ser humano é influenciado pelo efeito da distância, por isso gasta mais tempo para comparar dois números próximos tais como 1 e 2 do que dois números distantes como 1 e 9. Contrapondo-se assim, aos computadores que levam o mesmo tempo para realizar qualquer comparação numérica.

Criar um algoritmo digital que reproduza o efeito da distância numérica é uma tarefa difícil. Em uma máquina de Turing, uma maneira de codificar números consiste em repetir o símbolo n vezes. Por exemplo, 1 é representado por um caráter arbitrário *a*. 2 pela série *aa*, e 9 pela série *aaaaaaaaa*. O computador só pode processar caráter por caráter de cada série. Por isso a maioria dos algoritmos da comparação é identificada num tempo proporcional ao menor de dois números, independente da distância entre eles. O autor afirma que, uma máquina de Turing pode ser programada para contar quantos símbolos distinguem os dois números, e nos casos simples leva-se menos tempo para compara os números que estão mais próximos contrariando o procedimento desenvolvido pelo cérebro humano.

As atividades empíricas realizadas nesse estudo mostraram também, que o efeito distância interferiu no tempo de resposta e na freqüência de acertos das duas crianças pesquisadas. Observamos que as atividades que envolveram caracteres sem significados apresentaram maior dificuldade, pois as crianças gastaram mais tempo para estabelecerem as comparações e o índice de respostas não esperadas foi maior e em comparação a outros casos.

A notação binária é outro método de representar números em um computador digital. A codificação de cada número decorre de uma série de *bits* compostos de 0s e de 1s. Por exemplo, 6 é codificado como 110, 7 como 111, e 8 como 1000. Segundo estudos apresentados por Dehaene, o tempo gasto para comparar os números 6 e 7, em que apenas o último *bit* é diferente, é maior do que para os números 7 e 8, que têm todos os *bits* distintos.
Sendo assim Dehaene afirma que:

> [...] o efeito de distância, característica fundamental do tratamento dos números no cérebro, não é uma propriedade natural de um computador em código digital.[41] (DEHAENE, 1997, p. 320).

E esclarece que praticamente todas as máquinas analógicas podem modelar o efeito da distância. A balança analógica, ou seja, a balança composta por dois pratos é um bom exemplo. Ao colocar uma libra no prato da esquerda e nove libras no prato da direita, imediatamente é possível notar que os pratos pendem para a direita, indicando que 9 libras é maior do que 1. E, se o experimento for repetido, mas, trocando as nove libras por duas libras os pratos pendem para o lado direito após um período de tempo maior.

[41] [...] l´effet de distance, caractéristique fondamentale du traitement des nombres d´un ordinateur à codage digital.

> As capacidades aritméticas de nosso cérebro se deixam mais facilmente modelizar por uma máquina analógica tal como uma balança do que por um programa digital.[42] (DEHAENE, 1997, p. 237)

A capacidade aritmética desenvolvida pelo cérebro humano pode ser comparada a uma máquina analógica tal como os pratos de uma balança. O comportamento de um dispositivo analógico sempre pode ser projetado num computador digital, embora nem todos tenham o mesmo grau de precisão. Dehaene afirma que, os princípios com os quais o dispositivo analógico é projetado no computador digital, não capturam nenhuma regularidade significativa sobre o cérebro, pois apenas é escolhido um sistema físico para ser imitado.

O método que o ser humano estabelece a comparação numérica caracteriza que o cérebro funciona com base num dispositivo analógico. Ao contrário do computador, o cérebro não confia em um código digital, mas na representação quantitativa interna e contínua. O cérebro não é uma máquina lógica, mas um dispositivo analógico.[43] (DEHAENE, 1997, p. 321).

Dehaene chama atenção para a simplicidade notável de Gallistel (1990) ao dizer que:

> De fato, o sistema nervoso inverte a convenção representacional por segundo a qual os números são utilizados para representar grandezas lineares. Em vez de usar números para representar grandezas, o rato [como o Homo sapiens!] usa grandezas para representar o número.[44] (DEHAENE, 1997, p. 322).

Tendo com base nos estudos realizados e/ou observados por Dehaene é notório que o cérebro não segue a mesma lógica matemática, mas ele é uma máquina analógica que trabalha com a representativa de quantidades contínuas.

Segundo Dehaene o caminho para um melhor ensino de Matemática está relacionado com o desenvolvimento de um currículo que considere as habilidades e os limites da estrutura cerebral dos estudantes, considerando o impacto da

---

[42] Les capacites arithmétiques de notre cerveau se laissent plus facile modéliser par une machine analogique telle quel une balance que par um programme digital.

[43] Le cerveau n´est pás une machine logique, mais um dispositif analogique

[44] Em fait, Le systéme nerveux inverse la conention représentationelle selon laquelle les nombres sont utilisés pour représenter des grandeurs linéaires. Au lieu d´utiliser des nombres pour représenter des grandeurs, Le rat [comme Homo sapiens!] utilize des grandeurs pour représenter les nombres.

educação e a maturação do cérebro na organização de representações mentais. Obviamente, a compreensão do que a extensão da aprendizagem pode modificar no maquinário cerebral. Os resultados fascinantes que os cientistas cognitivos acumularam, nos últimos vinte anos, de como os cérebros entendem/fazem a Matemática não vieram, até agora, a público e permitiu-se filtrá-los para o mundo da educação. A proposta de Dehaene ao escrever “La Bosse des maths” foi de estabelecer uma comunicação entre as ciências cognitiva e a ciência da educação. Para nosso estudo esse papel ficou muito claro e nos fez refletir sobre quão multifacetada é a área da Educação Matemática e sobre quão complexos são os problemas a serem enfrentados na busca do conhecimento do funcionamento de nosso cérebro de nossas possibilidades para a aprendizagem.

Capítulo III

MÉTODO, APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

III.1 MÉTODO

A natureza das questões estudadas nos capítulos anteriores nos indicou ser oportuno desenvolver um estudo empírico que possibilite examinar variáveis pertencentes à formação do conceito de número em sujeitos. O objetivo desse estudo é encontrar elementos de como se expressa o conceito individual de número na criança visando aprendizagem da matemática. Para tal tomamos, como referencial teórico, as discussões, as reflexões e os pressupostos do Desenvolvimento Cognitivo baseado na teoria de Piaget e da Neurociência segundo Stanislas Dehaene.

Nesse sentido buscamos, no campo científico, um método que sustentasse, com fidedignidade e validação, os resultados do estudo empírico, mais específico e detalhado de uma realidade, permitindo a caracterização abrangente, para registrar dados de um caso particular, organizar relatórios críticos de experiências e/ou avaliar analiticamente as tomadas de decisões.

Desta forma, privilegiamos o método de estudo de caso no sentido utilizado por Isaac:

> Dedica-se a estudos intensivos do passado, presente e interações ambientais de uma unidade social, um indivíduo, um grupo [...]. Em relação ao objeto da pesquisa, [...] o Estudo de caso restringe o número de elementos em estudo e aprofunda-se no número de variáveis. (apud GRESSLER, 1979, p. 21)

Tal investigação permitirá inicialmente fornecer explicações no que tange diretamente ao caso considerado e elementos que lhe marcam o contexto. (LAVILLE, 1999, p. 155). Ao contrário do que pensam alguns pesquisadores, o método estudo de caso não restringe a amplitude da relevância sócio-cultural do problema, mas, sim, possibilita um rol maior de informações específicas, viabilizando a elaboração e a prática de ações.

Uma das principais vantagens apresentadas por esse método é a possibilidade de aprofundamento, pois os estudos estão concentrados num caso específico. O pesquisador tem a liberdade de ser criativo, imaginar e propor novos caminhos, à medida que se faz necessário, pois não fica preso aos protocolos de uma pesquisa imutável. Assim, estudo bem conduzido não poderia se contentar em fornecer uma simples descrição que desembocasse em uma explicação, pois, como sempre, o objetivo de uma pesquisa não é ver, mas, sim, compreender. (LAVILLE, 1999, p. 157)

Sendo assim, destacamos que as análises aqui desenvolvidas, sobre a formação do conceito de número no pensamento humano, são indicadores atrelados diretamente ao conceito individual de número da criança.

Buscamos a partir das atividades empíricas identificar as diferenças individuais em diferentes aspectos do conceito de número e a presença de relações significativas em algumas das atividades propostas o que certamente, interferirá no desempenho da aprendizagem matemática.

III.2 ORIENTAÇÃO TEÓRICA DO MÉTODO

Em sua obra, Yin (2002) afirma que um estudo de caso é uma investigação de natureza empírica, apoiada no trabalho de campo que estuda uma dada entidade no seu contexto real, aproveitando todos as possíveis fontes de evidência, como entrevistas, observações, documentos e artefatos.

No entanto, apesar da importância da sua base empírica, os estudos de caso devem ter uma orientação teórica bem definida, que sirva de suporte à formulação das respectivas questões e instrumentos de recolha de dados e orientação para a análise dos resultados.

Assim como uma investigação, Yin (2002) afirma que os estudos de casos podem ser essencialmente exploratórios, servindo para obter informação preliminar acerca do respectivo objeto de estudo. Podem ser fundamentalmente descritivos, tendo como propósito essencial descrever, isto é, dizer simplesmente "como é" o caso em observação. E, finalmente, podem ser analíticos, procurando problematizar o seu objeto, construir ou desenvolver nova teoria, ou confrontá-lo com teoria já existente.

Nesse contexto, optamos por utilizar o estudo de caso descritivo-analítico, no sentido de que a descrição se faz necessária para a preparação de intervenções, uma vez que são os estudos de cunho analítico que proporcionam maior significação ao desenvolvimento do conhecimento.

Damos início ao processo de coleta de material, seguindo as fases citadas por Luckesi & Outros (1984, p. 184): 1) levantamento bibliográfico; 2) seleção de livros, revistas, jornais, artigos e capítulos; 3) leitura para documentação, fornecendo embasamento teórico para as análises apresentadas neste estudo.

Esclarecemos que o objetivo do método de estudo de caso é a "compreensão" e, não, a comprovação de leis gerais que determinam as ciências naturais. Portanto, buscamos por meio desse método, retratar a realidade de forma profunda e mais completa possível, enfatizando a interpretação e/ou a análise dos resultados obtidos, a respeito de como se expressa de modo individual o conceito de número da criança.

Por isso, o método de estudo de caso tende a seguir uma abordagem qualitativa, o que não significa o total abandono da quantificação. Muitas vezes, a investigação requer uma análise mista (quantitativa e qualitativa), para garantir o aproveitamento dos dados coletados de maneira satisfatória.

III.3 DA COLETA DE DADOS

Ao optarmos pelo método de estudo de caso descritivo-analítico, fez-se necessária a utilização de diferentes técnicas de coleta e de fontes variáveis de dados:

a) observação direta e contínua;
b) questionário;
c) atividades investigativas;
d) entrevista não-estruturada.

A observação[45] direta contínua acompanha todo o processo de análise e interpretação dos dados, permitindo-nos selecionar os aspectos que merecem um estudo mais detalhado. Essas observações foram realizadas ao longo do primeiro semestre do ano de 2008.

Para levantar indicadores que tornam possível examinar variáveis pertencentes à formação do conceito de número, no pensamento humano, e a aprendizagem da matemática, utilizamos dois instrumentos: o questionário e as atividades investigativas.

O questionário (ANEXO 1) é composto por 10 (dez) perguntas, sendo 5 (cinco) questões fechadas, 1 (uma) aberta e 4 (quatro) mistas. As questões classificadas como fechadas contêm alternativas para respostas, portanto não há possibilidade do sujeito responder algo fora do conjunto de respostas previstas. As questões abertas permitem ao sujeito escrever a sua resposta, portanto podemos captar alguma informação não prevista. As questões mistas combinam perguntas fechadas e parte de perguntas abertas. O objetivo desse questionário é servir como fonte complementar de informações, para o levantamento de dados, que torne possível caracterizar o perfil dos participantes, destacando algumas variáveis como idade, sexo, características de instituições escolares, bem como, fatos marcantes dos sujeitos observados. Acreditamos que, por meio da análise das variáveis qualitativas e quantitativas, definidas pela própria natureza do problema investigado, podemos perceber como se expressa o conceito individual

[45] Realizada não no sentido estrito do termo (sentar e observar), mas no sentido de perceber a relação dos indivíduos pesquisados, com o objeto do ensino, qual seja o aluno e sua aprendizagem.

de número o que acontece na intersecção do individual com o social dessas crianças.

Esclarecemos que: “[...] variável qualitativa ou atributo representa um conjunto de categorias ou modalidades, enquanto que, uma variável quantitativa representa um conjunto de números”. (GATTI e FERES, 1978 p. 15).

As atividades investigativas (ANEXO 2) são compostas por 24 (vinte e quatro) atividades, que possibilitam a compreensão e a análise das variáveis qualitativas e quantitativas definidas pela natureza dos dados coletados.

A organização da estrutura e a seqüência das atividades propostas respeitaram um nível crescente de complexidade. Nesse sentido, as atividades tiveram por objetivo identificar como se expressa o conceito individual de número nessas crianças, usando como suporte os pressupostos teóricos do conceito de número segundo Piaget e Dehaene.

Esclarecemos que as atividades investigativas propostas foram adaptadas ou construídas, a partir dos testes piagetianos que foram aplicados, ou que serviram como base para a criação, aplicação e reflexão dos testes apresentados na obra La Bosse de Maths na qual Dehaene concorda e refuta parte da teoria de Piaget. Nosso objetivo é observar as diferenças individuais que essas crianças apresentam ao expressar o conceito de número.

Em relação ao procedimento de análise dos dados, optamos por trabalhar com seis momentos.

a) No primeiro momento, para caracterizar o perfil das crianças, trabalharemos com a análise dos dados obtidos através do questionário, respondido pela família.
b) No segundo momento, apresentaremos a justificativa embasada nos pressupostos teóricos que geraram o(s) objetivo(s) de cada atividade.
c) No terceiro momento apresentaremos os objetivos de cada atividade.
d) No quarto momento mostraremos um quadro comparativo entre as respostas e ações das crianças A e B para cada atividade.

e) No quinto momento construiremos as interpretações geradas pelos dados obtidos em cada atividade.

f) No sexto momento estabeleceremos as análises comparativas entre as crianças e/ou os pressupostos teóricos abordados nesse estudo, com objetivo de identificar como as duas crianças expressam o conceito pessoal de número.

Nessa trajetória, contamos ainda com outro instrumento: a entrevista não-estruturada ou chamada de entrevista livre.

Segundo Valles (2000) as perguntas realizadas numa entrevista livre, são abertas e não há um roteiro a seguir, portanto, para cada entrevistado, podemos fazer perguntas distintas dentro dos objetivos determinados no estudo.

Entendemos que, nas entrevistas livres, as informações são coletadas por meio de relato oral, em que o interlocutor desenvolve suas idéias quase sem interferência do entrevistado. Nesse caso, temos uma narrativa feita pelo interlocutor apresentando uma seqüência de idéias ou fatos isolados, acontecimentos que, de alguma forma, estão relacionados com o que se pretende analisar nesse estudo.

A diversidade dos instrumentos, utilizados para a coleta de dados, nos permite analisar, caso existam, as coerências e incoerências entre as informações obtidas, através das observações, do questionário, das atividades investigativas, da entrevista não estruturada, do referencial teórico e, até mesmo, dos dados armazenados ao longo dos anos de docência e pesquisa no âmbito da Educação.

A análise dos eventos observados deve produzir descrições que se fundamentem na freqüência das incidências e garantam a confiabilidade das descrições. (CHIZZOTTI, 1991, p. 54). Então, partimos para uma análise qualitativa, embasada na investigação qualitativa que trabalha com valores, crenças, hábitos, atitudes, representações, opiniões, aprofundando-se na complexidade de fatos e processos particulares e específicos dos indivíduos e dos grupos. A abordagem qualitativa é empregada, portanto, para a compreensão de fenômenos caracterizados por um alto grau de complexidade interna.

> O conhecimento não se reduz a um rol de dados isolados, conectados por uma teoria explicativa; o sujeito-observador é parte integrante do processo de conhecimento e interpreta os fenômenos, atribuindo-lhes um significado. O objeto não é um dado inerte e neutro; está possuído de significados e relações que sujeitos concretos criam em suas ações. (CHIZZOTTI, 1991, p. 79)

Entendemos que a abordagem qualitativa tem, por significado, a tentativa de reproduzir a realidade, o mais próximo possível do que é, ou seja, expressa a busca de uma aproximação cada vez maior do objeto que se pretende estudar e compreender.

Segundo Chizzotti:

> Na pesquisa qualitativa, todas as pessoas que participam da pesquisa são reconhecidas como sujeitos que elaboram conhecimentos e produzem práticas adequadas para intervir nos problemas que identificam. Pressupõe-se, pois, que elas têm um conhecimento prático, de senso comum e representações relativamente elaboradas que formam uma concepção de vida e orientam as suas ações individuais. Isto não significa que a vivencia diária, a experiência cotidiana e os conhecimentos práticos reflitam um conhecimento crítico que relacione esses saberes particulares com a totalidade, as experiências individuais com o contexto geral da sociedade. (CHIZZOTTI, 1991, p. 83)

A investigação qualitativa não tem, assim, a pretensão de ser representativa, no que diz respeito ao aspecto distributivo do fenômeno e, se alguma possibilidade de generalização advier da análise realizada, ela somente poderá ser vista e entendida dentro das linhas de demarcação do vasto território das possibilidades. Portanto o estudo aqui desenvolvido tem por objetivo verificar como se expressa o conceito individual de número dessas crianças, a partir das diferenças apresentadas ao se defrontarem com situações que trabalham com a variação de quantidades.

III.4 DOS SUJEITOS

As crianças que participaram desta pesquisa foram selecionadas na população de uma escola da Rede Pública de Ensino, da zona leste da cidade de São Paulo, a partir da manifestação de interesse. Por questões éticas, os nomes da escola, das crianças e dos responsáveis não serão revelados. As crianças serão identificadas como criança A e criança B.

A criança A tem 7 (sete) anos e 10 (dez) meses de idade, é do sexo masculino, mora com os pais e começou a freqüentar uma instituição escolar com 4 (quatro) anos de idade, portanto, aproximadamente, há 8 (oito) anos, vivencia situações dentro de um contexto escolar.

Todo o histórico escolar dessa criança refere-se ao sistema público de ensino, desde a Educação Infantil até o atual 2º ano do Ensino Fundamental. Com base nos dados fornecidos pela família ao responder um questionário (ANEXO 1), a criança não comenta sobre nenhuma pessoa que possa ter contribuído positivamente ou negativamente na sua formação. Outro fato relatado pela família é sobre a tranqüilidade e o ótimo relacionamento que a criança demonstra frente a situações que envolvem números.

Ao conversar com a mãe da criança A, percebemos que a família é presente e acompanha o processo educacional, incentivando atividades culturas como leituras, jogos educativos e verificando as tarefas escolares.

A criança B tem 6 (seis) anos e 7 (sete) meses de idade, é do sexo feminino, mora com os pais mas não informou a idade que a criança começou a freqüentar uma instituição escolar.

Todo o histórico escolar dessa criança refere-se ao sistema público de ensino, desde a creche até o atual 2º ano do Ensino Fundamental. Com base nos dados fornecidos pela família ao responder o questionário, a criança não comenta sobre nenhuma pessoa que possa ter contribuído positivamente ou negativamente na sua formação. Outro fato relatado pela família é sobre a tranqüilidade e o bom relacionamento que a criança demonstra frente a situações que envolvem números.

Não foi possível conversar com a mãe da criança B, pois ela trabalha e quem acompanha a criança para a escola e uma amiga da mãe. Com a conversa que tivemos com “essa amiga” notamos que a família não é presente e não acompanha o processo educacional, pois a única frase que ouvimos foi a mãe trabalha e não sabe de nada.

As características das duas crianças relativamente ao desempenho escolar foram apresentadas pela professora e observadas nas notas bimestrais. Assim sendo a criança A foi considerada como tendo um excelente rendimento escolar, suas notas bimestrais de todas as disciplinas eram boas, além de atenta e responsável. A criança B apresentava mais dificuldade de aprendizagem, suas notas bimestrais não eram satisfatórias, foi descrita como distraída, que adora conversar e que fica quase sempre atrasada na resolução das atividades escolares.

Os sujeitos desta pesquisa são alunos do 2º. ano do Ensino Fundamental e estão inseridas numa classe socioeconômica e cultural média. A classificação, aqui usada, é de observação pessoal, pois não utilizamos nenhum instrumento para medir o nível socioeconômico e cultural dessas crianças.

III.5 OS PROCEDIMENTOS DA PESQUISA

Após a delimitação do problema e com a opção feita pelo método de estudo de caso, começa o processo de organização do estudo.

A pesquisa bibliográfica teve início, possibilitando a busca por diversas fontes de informações. Vários textos foram lidos, posteriormente analisados e selecionados para compor este estudo. Destacamos, também, que somente as informações adequadas e por nós julgadas necessárias fazem parte do escopo deste trabalho buscando, assim, assumir a chamada estreita articulação entre teoria e método (ANDRE, 1991, p. 42), pois é a necessidade de ampliar o conhecimento já disponível que exige uma constante atitude de busca, na qual a teoria é construída e reconstruída no decorrer do processo.

Os conhecimentos prévios, o senso comum, as experiências pessoais, a discussão com especialistas, a participação em eventos, tais como seminários e palestras, a busca na *internet* e a observação documental, compõem o levantamento de informações que subsidiaram e garantiram a legitimidade desse estudo.

Com a revisão literária, ou chamado estudo exploratório concluído, passamos para a elaboração do material a ser utilizado na coleta de dados: o questionário e as atividades investigativas e a entrevista não-estruturada propostas, de acordo com o formato descrito anteriormente.

> A elaboração ou organização dos instrumentos de investigação não é fácil, necessita de tempo, mas é uma etapa importante no planejamento da pesquisa. (LAKATOS, 1993, p. 155).

Elaboramos, então, um questionário-piloto e atividades investigativas piloto, baseadas no conhecimento literário acumulado, frente aos estudos e discussões realizados sobre o assunto. O questionário foi aplicado aos pais de uma criança, que chamamos de criança P1. E, as atividades investigativas piloto foram realizadas pela criança P1, cuja idade e características escolares são semelhantes ao público-alvo destinado para este estudo.

Durante a aplicação das atividades empíricas consideradas como piloto, observamos que algumas atividades não estavam de acordo com a idade das crianças, os estudos apresentados em capítulos anteriores, destinavam-se as crianças em idade muito nova, que ainda não tinham nenhum contato com representações numéricas ou ambiente escolar, ou ainda, em posição totalmente oposta, destinava-se a adultos. Dessa forma, houve a necessidade de incluir ou adaptar algumas atividades empíricas.

Portanto, o objetivo da aplicação desses instrumentos-pilotos foi de verificar clareza, pertinência, precisão, ordenação, abrangência, procedimentos e previsão do tempo gasto para aplicação das questões que compõem o questionário, bem como das atividades investigativas propostas. Após avaliação dos comentários, ações e reações observadas, elaboramos o questionário (ANEXO 1) e as atividades investigativas (ANEXO 2).

É de grande importância enfatizar a voluntariedade da participação nesse processo. Num primeiro momento, foi feito um convite verbal, para saber quais crianças gostariam de participar de uma série de atividades que envolvia números. Após a manifestação de interesse, por parte dessas duas crianças, os pais ou responsáveis foram comunicados sobre o teor das atividades e o objetivo do estudo. Informamos aos pais que o anonimato seria cumprido, bem como todas as questões éticas. Em seguida, o termo de consentimento (ANEXO 3) foi assinado pelos pais ou responsáveis e demos início à coleta dos dados.

O processo de aplicação do questionário, das atividades investigativas e a entrevista não-estruturada ocorreram nos meses de março a julho do ano de 2008. Cada encontro aconteceu de modo individual com duração de aproximadamente 40 (quarenta) minutos, em ambiente escolar, sem a presença dos pais ou da professora responsável pela turma.

Em todas as atividades propostas trabalhamos com materiais, alimentos e líquidos pertencentes ao cotidiano das crianças e tivemos a preocupação em comunicar aos pais sobre os mesmos, evitando assim, qualquer desconforto para as crianças ou seus responsáveis.

No primeiro contato, procuramos fazer com que a criança conhecesse o ambiente físico em que a atividade seria aplicada. Era uma sala de aula que não estava em uso. Procuramos deixar a criança à vontade na realização das atividades propostas.

Apesar de todo o ambiente da sala de aula estar disponível, nós usamos apenas 4 (quatro) carteiras e 2 (duas) cadeiras. Montamos uma mesa com as quatro carteiras. De um lado ficava a criança sentada e a sua frente, ficava a observadora também sentada, posição essa que permitia observar as ações, atitudes e expressões da criança durante do o processo de aplicação das atividades empíricas.

O fato de ambas ficarem sentadas permitia tornar o ambiente mais agradável de modo que sugerisse uma melhor aproximação entre a criança e a observadora.

Preocupávamos-nos com o bem estar da criança e da qualidade dos dados. Se percebêssemos que ela estava inquieta, desatenta ou cansada imediatamente parávamos com a aplicação das atividades, buscando evitar interferência dessas atitudes nos dados coletados.

As atividades: 1, 2, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23 e 24 têm entre seus objetivos verificar o tempo gasto para identificar a variação de quantidades. Por isso utilizamos como instrumento um cronômetro, para medir o tempo, e a unidade de medida foi o minuto (min.). Usamos como procedimento acionar o cronômetro imediatamente após a apresentação da atividade e cessá-lo no momento que a criança apontava para o cartão ou o objeto escolhido.

Ao todo, foram 10 (dez) encontros com cada criança sempre em separado. Os encontros ocorreram de 2ª à 6ª feira, no período da tarde, uma ou duas vezes na semana e, em dias alternados, para que a criança não ficasse cansada.

Em todo o processo de aplicação, nós observamos comportamento, ações e reações de cada criança buscando identificar diferenças do como se expressa o conceito individual de número em cada uma delas.

O retorno foi melhor que o esperado: tanto as crianças, como os responsáveis que foram entrevistados, mostraram-se igualmente cooperativos, em todo o processo de coleta de dados.

Em todas as situações organizadas para a análise e discussão dos resultados usamos a abordagem qualitativa, com alguns enfoques quantitativos. Assim, em conformidade com Chizzotti (1991), a abordagem qualitativa fundamentou dados correlacionados das interações interpessoais dos informantes, bem como da significação que esses dão aos seus atos. Já, a abordagem quantitativa possibilitou verificar e explicar a influência dessas sobre outras variáveis, no nosso caso mediante dados porcentuais.

III.6 APRESENTAÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

As análises e conclusões apresentadas no decorrer deste capítulo referem-se aos dados obtidos com a aplicação das atividades com as crianças A e B, de acordo com a descrição dos procedimentos da pesquisa apresentado no capítulo III.

No que segue estão a descrição das atividades, quadros com as repostas de cada criança e as análises.

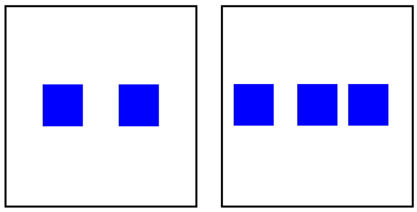
Atividade 1

1) Aponte para o cartão que apresenta mais quantidade de figuras.

Qual cartão tem mais figuras?

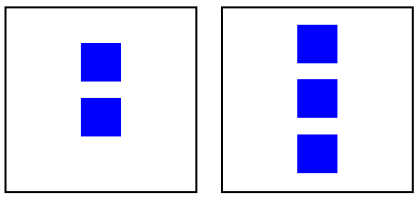
Situação 1 - Explora a posição e a quantidade das figuras.

Figura 12: Representação dos cartões da atividade 1: situação 1.



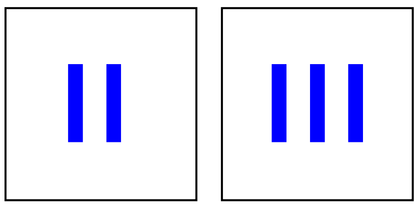
Situação 2 - Explora a posição e a quantidade das figuras.

Figura 13: Representação dos cartões da atividade1: situação 2.



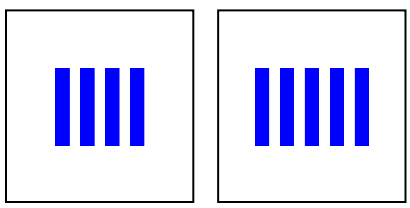
Situação 3 - Explora quantidade das figuras.

Figura 14: Representação dos cartões da atividade1: situação 3.



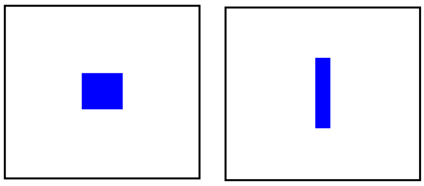
Situação 4 - Explora quantidade das figuras.

Figura 15: Representação dos cartões da atividade 1: situação 4.



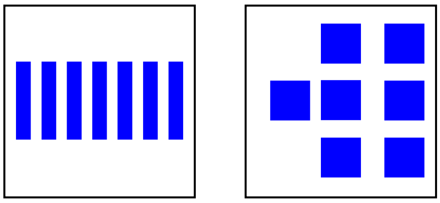
Situação 5 - Explora quantidade e formas de figuras.

Figura 16: Representação dos cartões da atividade1: situação 5.



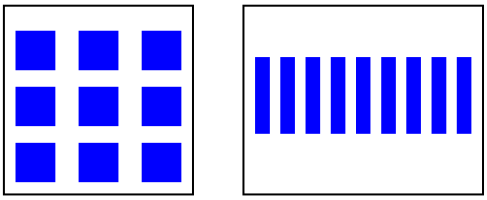
Situação 6 - Explora quantidade e formas de figuras.

Figura 17: Representação dos cartões da atividade1: situação 6.



Situação 7 - Explora quantidade e formas de figuras.

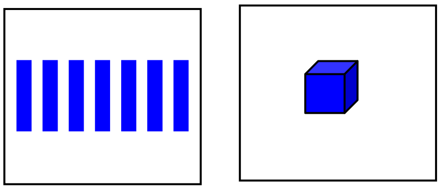
Figura 18: Representação dos cartões da atividade1: situação 7.



Usando peças do bloco lógico.

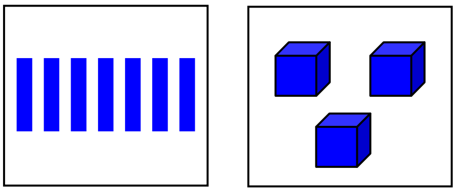
Situação 8 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.

Figura 19: Representação dos cartões da atividade1: situação 8.



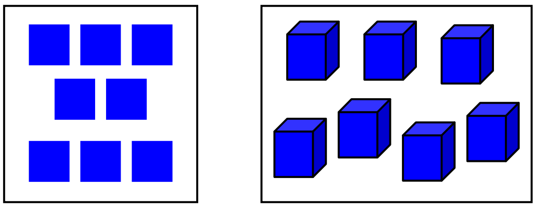
Situação 9 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.

Figura 20: Representação dos cartões da atividade1: situação 9.



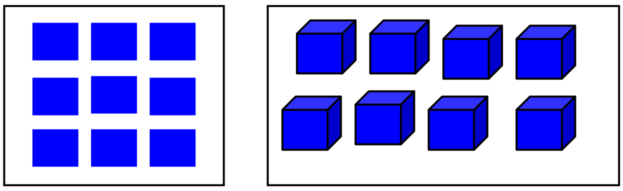
Situação 10 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.

Figura 21: Representação dos cartões da atividade1: situação 10.



Situação 11 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.

Figura 22: Representação dos cartões da atividade1: situação 11.



Quadro 01: Distribuição das respostas obtidas na atividade 1.

Seqüências	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0349		0,0706	
Situação 2	0,0106		0,0179	
Situação 3	0,0420	Por quê você escolheu esse cartão? Eu contei de dois em dois.	0,0644	
Situação 4	0,1225	A criança contou	0,0291 Errou	A criança errou ao identificar a situação com o maior número de objetos, mas quis brincar com as peças escolhidas.
Situação 5	0,0480	Qual tem mais? Nenhum	0,0655 Errou	Apontou para a barra.

Situação 6	0,0484 Errou	Apontou para a barra	0,0527 Errou	Imediatamente a criança contou e verificou que as duas fileiras tinham 7 figuras. Nesse momento a criança fala que tem a mesma coisa, mas continua apontando para o cartão com as barras.
Situação 7	0,0166 Errou	Apontou para a barra	0,0672 Errou	Apontou para barra. Por que escolheu esse cartão? Eu quis.
Situação 8	0,0413		0,0472	
Situação 9	0,0230		0,0453	
Situação 10	0,0365		0,0468	Por que escolheu esse? A criança falou que achava que tinha mais.
Situação 11	0,0122		0,0764 Errou	A criança quis brincar com as peças. Reorganizando-as sobre a mesa.

A atividade 1 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta, na observação dos pares de cartões contendo figuras, para identificar a variação de quantidades. A utilização de cartões com figuras ora planas, ora com desenhos horizontais, ora verticais ora com figuras espaciais visou avaliar se havia independência visual na identificação pela criança da variação de quantidades, ou seja, se a resposta dela era independente da configuração do material.

As situações de 1 a 4 são compostas por cartões com 2 ou 3 figuras planas congruentes; nas situação de 5 a 7 os cartões têm o mesmo número de figuras, e se diferenciam pelo formato das mesmas; da situação 8 até a situação 11 há cartões com figuras planas ou espaciais e suas quantidades são "próximas" ou "distantes". A observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o cartão que havia escolhido.

18,18% das respostas da criança A não corresponderam ao proposto, o tempo médio para a resposta ser dada foi de 50% mais rápido do que a criança B. De fato sua reposta não correspondeu ao material apresentado no caso em que os dois cartões tinham o mesmo número de figuras, com 7 ou com 9. No caso também de igualdade, mas que a quantidade de figuras era 1 figura a resposta da criança correspondeu a essa situação. Um fato observado é que a criança A usou a contagem, de acordo com Dowker "contando-tudo", para resolver cada uma das situações e, apesar de na situação 5 perceber a igualdade entre os conjuntos (indicando isso pela fala “nenhum”), aponta para o conjunto formado por barras (figuras mais compridas), e nas situações 6 e 7 ela simplesmente aponta um dos dois.

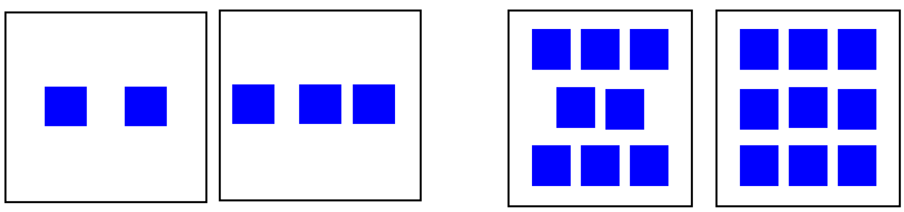
45,45% das respostas da criança B não correspondiam à situação dos cartões, ou seja, apresentou mais que o dobro de respostas não esperadas se comparada com a criança A. Os resultados indicam que nas situações em que as quantidades eram “próximas” e com números maiores de figuras não foram identificadas corretamente ou de modo consciente pela criança, uma vez que sua resposta podia confirmar o que constava nos cartões ou não, e justificava a escolha simplesmente dizendo “que achava que tinha mais” ou “porque quis” ou contava, falava que tinha a mesma coisa, mas continuava indicando a resposta contrária. Um fato que destacamos foi a necessidade e/ou vontade que a criança B teve de brincar com os objetos durante toda a atividade.

Observamos diferentes atitudes e comportamentos apresentados pelas duas crianças, que as duas apresentaram respostas equivocadas para os casos de conjuntos com mesmo número de elementos de quantidades 8 e 9, apontando para o conjunto formado por barras (figura mais comprida). Pudemos inferir que nesse momento falhava a capacidade da conservação do número.

Atividade 2

2) Apresentar os pares de cartões com 2 e 3 figuras ou com 8 e 9 figuras. Em seguida pedir para criança escolher um dos cartões de cada par, de acordo com os sons.

Figura 23: Representação dos cartões da atividade 2.



Situações:

- 3 palmas;
- 2 palmas;
- 9 palmas;
- 8 palmas;
- 2 estralos de dedos;
- 8 estralos de dedos;
- 9 estralos de dedos

Quadro 02: Distribuição das respostas obtidas na atividade 2

Situações	Criança A		Criança B	
3 palmas	0,0135 Errou	Apontou para o cartão com 2 figuras	0,0170	
2 palmas	0,0311	Pensou para responder	0,0180	
9 palmas	0,0921 Errou		0,0410 Errou	A criança ficou dispersa quando a quantidade de sons aumentou
8 palmas	0,01 Errou	Respondeu muito rápido	0,0428 Errou	A criança ficou dispersa quando a quantidade de sons aumentou
2 estralos de dedos	0,0715	Pensou para responder	0,0278	
8 estralos de dedos	0,0177	Por que escolheu esse cartão? Por que eu quis.	0,0188 Errou	A criança ficou dispersa quando a quantidade de sons aumentou.
9 estralos de dedos	0,4561 Errou		0,0431 Errou	A criança ficou dispersa quando a quantidade de sons aumentou.

A Atividade 2 tem por objetivo verificar se a criança reconhece a variação de quantidade através de estímulos auditivos, e o tempo que ela gasta para identificar o cartão que coincide com a quantidade de sons que está ouvindo.

Nessa atividade todas as situações propostas foram trabalhadas com estímulos auditivos e envolveram variação de quantidades sonora. A criança ao ouvir uma seqüência de duas ou três palmas ou estralos tinha que escolher entre os cartões que apresentavam 2 ou 3 figuras. De modo análogo, ao ouvir uma seqüência de oito ou nove palmas ou estralos a criança tinha que escolher entre os cartões que apresentavam 8 ou 9 figuras I mediatamente após apresentar a seqüência de sons a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o cartão que havia escolhido.

Notemos que ambas atingiram 57,14% de respostas em desacordo com o proposto, mas num quadro diferenciado de ações. A criança A pareceu mais centrada pensava antes de responder e somente em uma questão respondeu que escolheu tal cartão “por que quis”, (quando a observadora apresentou 8 estralos de dedos) enquanto a criança B demonstrou-se dispersa em quase toda atividade.

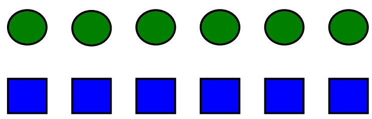
Observamos aqui, que as crianças tiveram mais dificuldade em identificar as maiores quantidades, ou seja, associar a seqüência de 8 e 9 sons com o cartão de figuras correspondente.

Atividade 3

3) Apresentar fileiras igualmente espaçadas com seis círculos e seis quadrados.

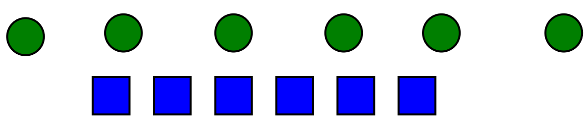
Situação 1 - Qual fileira apresenta a maior quantidade de figuras? Qual fileira tem mais?

Figura 24: Representação da primeira etapa da conservação do número



Situação 2 - A observadora “bagunça” as fileiras e novamente pergunta para a criança. E, agora qual fileira tem mais?

Figura 25: Representação da segunda etapa da conservação do número



Quadro 03: Distribuição das respostas obtidas na atividade 3.

Situações	Criança A	Criança B
Situação 1	É igual	Num primeiro momento a criança apontou para a fileira dos círculos e em seguida disse que eram iguais, mas continuou apontando para a fileira dos círculos.
Situação 2	Acertou	Acertou

A atividade 3 tem por objetivo verificar se a criança reconhece que a disposição figural dos elementos de um conjunto não interfere na variação de quantidade. Nessa atividade a observadora deixou claro, para a criança, que ela está reorganizando as figuras (os círculos) de uma das fileiras.

Nessa atividade, propusemos a comparação de duas fileiras com figuras geométricas círculos e quadrados. Num primeiro momento colocamos a fileira composta por círculos em correspondência biunívoca com a fileira composta por quadrados. Em outro momento a observadora, na frente da criança, reorganiza a posição dos círculos, de modo que as fileiras mantivessem a mesma quantidade de figuras, e como os círculos foram colocados de modo mais espaçados formaram uma fileira mais comprida do que a formada pelos quadrados.

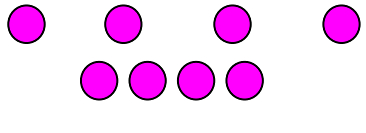
Notamos que as crianças A e B responderam o esperado, mas destacamos a individualidade delas. De modo rápido e claro a criança A indicou as respostas certas, mas a criança B mesmo tendo acertado, na primeira situação falou o certo, mas apontou para uma das fileiras como se estivesse indicado que aquela fileira era a correta. Mesmo observando as diferenças apresentadas no comportamento de cada criança, podemos constatar que as crianças apresentam a capacidade de conservação do número.

Atividade 4

4) Agora os objetos são trocados por balas.

- Qual fileira você quer? Pode comer.

Figura 26: Representação do teste de conservação do número substituindo objetos por balas



Quadro 04: Distribuição das respostas obtidas na atividade 4.

Criança A	Criança B
Escolheu a fileira mais espaçada	Escolheu a fileira mais espaçada

Atividade 4 com o objetivo de repetir o teste de conservação, substituindo os objetos por balas.

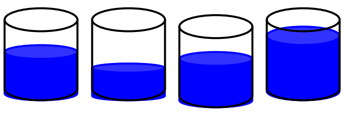
Diante do referencial teórico que apresentamos nessa tese, chamamos a atenção para o fato que as duas crianças A e B têm idade superior as indicadas pelos referidos autores, mas parecem ficar a mercê do visual, pois percebemos que por se tratar de alimentos que elas gostavam as duas crianças não perceberam ou não manifestaram o reconhecimento da igualdade entre as duas fileiras. Ambas escolheram as balas da fileira mais comprida.

Atividade 5

5) Apresentar copos com quantidades distintas de um líquido.

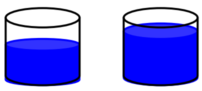
Situação 1 - Quais copos têm a mesma quantidade de líquido?

Figura 27: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 1



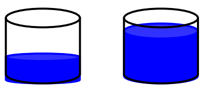
Situação 2 - Qual copo tem mais liquido?

Figura 28: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 2



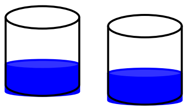
Situação 3 - Qual copo tem mais liquido?

Figura 29: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 3



Situação 4 - Qual copo tem mais liquido?

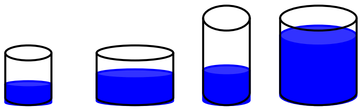
Figura 30: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 4



Situação 5

Agora os copos têm formatos diferentes e o primeiro e o terceiro tem a mesma quantidade de líquido. Quais copos têm a mesma quantidade de líquido?

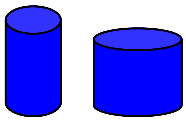
Figura 31: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 5



Situação 6

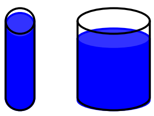
Agora os copos têm formatos diferentes e os dois estão cheios até a boca. O mais largo tem mais liquido. Qual copo tem mais liquido?

Figura 32: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 6



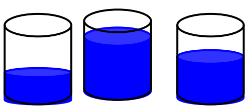
Situação 7 - Qual copo tem mais liquido?

Figura 33: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 7



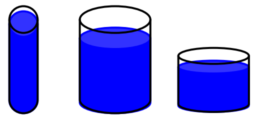
Situação 8 - Qual copo tem mais liquido?

Figura 34: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 8



Situação 9 - Qual copo tem mais liquido?

Figura 35: Representação dos recipientes da atividade 5: situação 9



Quadro 05: Distribuição das respostas obtidas na atividade 5.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação1	Acertou		Acertou	Apontou para os copos com quantidades iguais.
Situação2	Acertou		Acertou	
Situação3	Acertou		Acertou	
Situação4	Acertou		Acertou	A criança pensou bastante para responder.
Situação5	Errou	Apontou para o copo mais alto, no entanto os copos tinham formatos distintos com a mesma quantidade de líquidos.	Errou	
Situação6	Errou	Apontou para o copo mais alto.	Errou	A criança apontou para o mais baixo. Então a observadora perguntou se esse copo era o que tinha mais. E a criança disse que sim.
Situação7	Errou	Apontou para o copo mais alto.	Errou	A criança escolheu o mais alto
Situação8	Errou	Apontou para o copo mais alto.	Errou	Apontou para o copo mais alto
Situação9	Errou	Apontou para o copo mais alto.	Errou	A criança não reconhece o copo com mais liquido, quando os formatos dos copos são diferentes. A criança fala aponta para o copo mais alto.

A atividade 5 tem por objetivo reconhecer a variação de quantidade de líquido independentemente do formato do recipiente. Portanto nosso objetivo é verificar a conservação do volume.

Da situação 1 até a situação 4 propusemos a comparação de líquido em recipientes de mesmo formato. Nessas situações apresentamos recipientes com a mesma quantidade de liquido, com quantidades próximas e quantidades bem distantes. Na situação 5 temos quatro recipientes com formatos e dimensões distintos, mas que apresentamos dois recipientes com a mesma quantidade de líquido. Na situação 6 temos dois recipientes com formatos e dimensões distintos, mas cheios até o limite de sua capacidade e da situação 7 até a situação 9 temos recipientes de dimensões e formatos distintos que indicaram a variação de quantidade de líquidos.

A partir dos resultados observamos que as crianças A e B atingiram 55,56% das respostas não esperadas, e 100% das vezes não reconheceram a igualdade entre as quantidades de líquidos, quando propusemos a comparação de quantidades de líquidos em recipientes com formatos e dimensões distintas.

A individualidade de cada uma é observada não pelo valor quantitativo de respostas esperadas e não esperadas, mas sim pela fala, pelos gestos, pelos comportamentos observados de cada criança, ao longo do desenvolvimento da atividade.

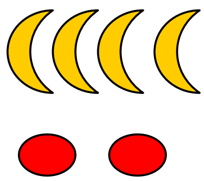
Vejamos então um dos pontos importantes que devemos refletir, pois para muitos estudiosos, colaboradores e seguidores de Piaget, a atividade 5 apresenta uma contradição da teoria piagetiana, pois se trata de uma situação que envolve quantidades contínuas em que a contagem não é possível. Na verdade para Piaget não há nenhuma contradição, pois se trata de conservação da quantidade. Para nós essa atividade permite avaliar a capacidade analógica do pensamento da criança.

Atividade 6

6) Mostrar para criança algumas situações e pedir que ela verifique o que tem mais.

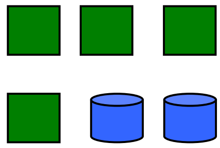
Situação 1 - O que tem mais, peças amarelas ou peças ?

Figura 36: Representação das peças da atividade 6: situação 1



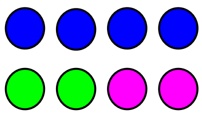
Situação 2 - O que tem mais quadrados ou peças?

Figura 37: Representação das peças da atividade 6: situação 2



Situação 3 - O que tem mais círculos ou peças azuis?

Figura 38: Representação das peças da atividade 6: situação 3



Quadro 06: Distribuição das respostas obtidas na atividade 6.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	Errou	A criança disse que, o tem mais são as peças amarelas.	Errou	A criança disse que, o tem mais são as peças amarelas.
Situação 2	Acertou		Errou	A criança disse que, o que tem mais são os quadrados.
Situação 3	Errou	Disse as peças azuis não associou que as peças azuis são círculos.	Errou	A criança disse que, o que tem mais são as peça azuis.

A atividade 6 tem por objetivo verificar se a criança reconhece a classificação por meio de um agrupamento de classes e sub-classes, ou seja, se a criança é capaz de uma coleção, reuni-la a outra.

As situações 1 e 2 exploram a relação de agrupamento de classes e sub-classes, partindo da observação de peças em que os atributos de cor e forma se diferenciam e na situação 3 apenas o atributo da cor se diferencia.

Observamos que as crianças A e B atingiram praticamente 100% das respostas não esperadas. Entretanto, a criança A, ao realizar a atividade, parecia pensar sobre o que estava fazendo, embora tenha respondido apenas uma corretamente, enquanto a criança B, por mais que a observadora direcionasse os olhares da criança para as peças (a atividade), acabava por desviar sua atenção para outro lugar (parede, chão).

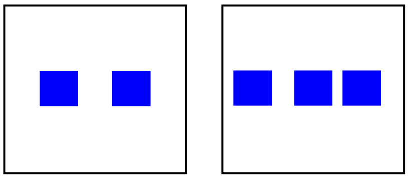
É importante observarmos aqui, o particular, pois é através da diferença que conhecemos o comportamento da criança e podemos traçar caminhos para buscarmos a compreensão de muitas situações que encontramos na aprendizagem.

Atividade 7

7) Apresentar algumas situações e pedir para criança escolher um dos cartões.

Situação1: Apresentar uma figura e depois a outra

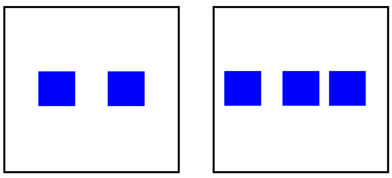
Figura 39: Representação dos cartões da atividade 7: situação 1



Situação 2

Apresentar uma figura depois outra e por fim mais uma figura

Figura 40: Representação dos cartões da atividade 7: situação 2



Quadro 07: Distribuição das respostas obtidas na atividade 7.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	Errou	Sem pensar a criança respondeu errado, mas imediatamente retificou a resposta, pegando o cartão com 2 figuras.	Errou	Porque você escolheu esse cartão? Porque eu quis.
Situação 2	Acertou		Acertou	

A atividade 7 tem por objetivo verificar se a criança associa os elementos de uma seqüência, que são apresentados separadamente, ao conjunto de elementos correspondentes a quantidade total de elementos dessa seqüência. Avaliando assim, o princípio aditivo, pois um mais um são dois e um mais um mais um são três.

As duas situações propostas nessa atividade exploram o campo visual e abstração da criança, isso porque e apresentado cada elemento de uma seqüência por vez. Na situação 1 a observadora/pesquisadora apresenta um quadrinho e depois que retirou o primeiro apresenta o segundo, nesse momento a criança deverá escolher o cartão que contém a quantidade de quadrinhos correspondente ao total de elementos apresentados. E na situação 2 ela apresenta mais uma vez o quadradinho, num total de três vezes.

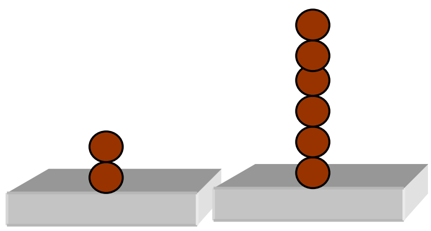
Dos resultados observados, temos que 50% das respostas obtidas mostram que as crianças associam aos elementos de uma seqüência, que são apresentados separadamente, o conjunto de elementos correspondentes a quantidade total de elementos dessa seqüência. Novamente destacamos a diferença de atitudes, pois a criança A rapidamente reconhece o seu equivoco e aponta para o cartão esperado, enquanto a criança B, ao ser questionada pela observadora, responde que a escolha foi "por que quis".

Atividade 8

8) Apresentar dois tabuleiros com duas pilhas de peças.

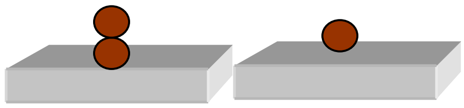
Situação 1 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 41: Representação do material da atividade 8: situação 1.



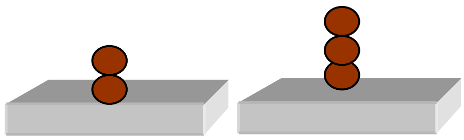
Situação 2 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 42: Representação do material da atividade 8: situação 2.



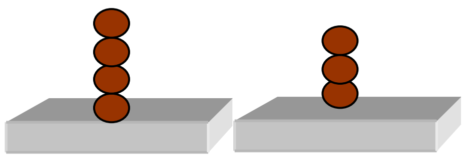
Situação 3 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 43: Representação do material da atividade 8: situação 3



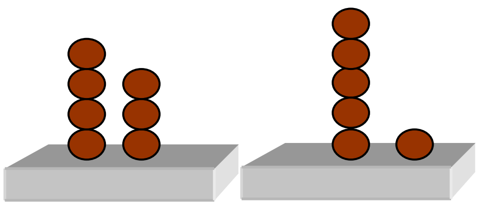
Situação 4 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 44: Representação do material da atividade 8: situação 4



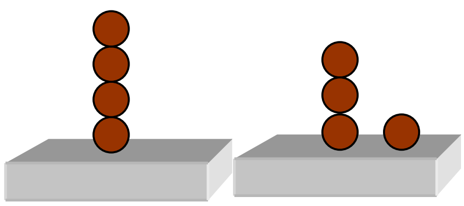
Situação 5 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 45: Representação do material da atividade 8: situação 5



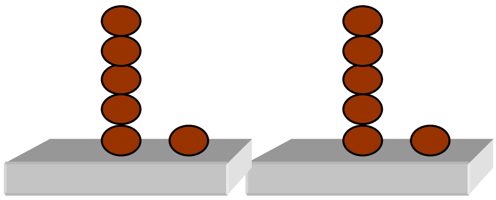
Situação 6 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 46: Representação do material da atividade 8: situação 6



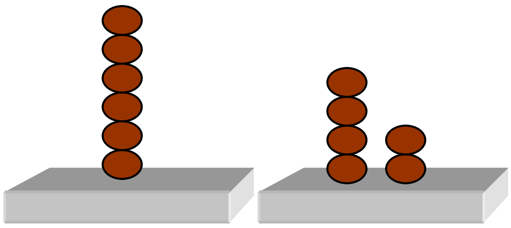
Situação 7 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 47: Representação do material da atividade 8: situação 7



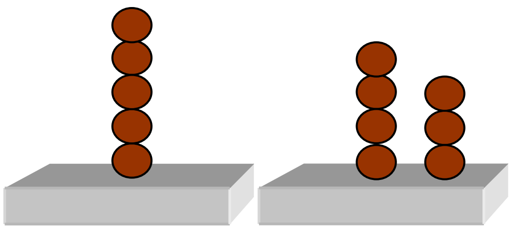
Situação 8 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 48: Representação do material da atividade 8: situação 8



Situação 9 - Qual tabuleiro tem mais peças?

Figura 49: Representação do material da atividade 8: situação 9



Quadro 08: Distribuição das respostas obtidas na atividade 8.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	Acertou		Acertou	
Situação 2	Acertou		Acertou	
Situação 3	Acertou		Acertou	
Situação 4	Acertou	Por que você acha que é essa pilha? Porque é mais alta.	Acertou	Por que você acha que é essa pilha? Porque sim.
Situação 5	Errou	Apontou para a pilha mais alta.	Errou	Apontou para a fileira mais alta.
Situação 6	Errou		Errou	
Situação 7	Acertou	A criança falou que são iguais	Errou	Apontou para a primeira pilha

Situação 8	Errou	Imediatamente apontou para a pilha mais alta. A observadora perguntou se a criança tinha certeza e ela respondeu que tinha.	Errou	A criança ficou na dúvida e após a sua escolha a observadora perguntou se a criança tinha certeza e ela respondeu que tinha.
Situação 9	Errou		Acertou	As duas fileiras estão perto. E a outra fileira está sozinha.

A atividade 8 tem por objetivo verificar se a criança reconhece o tabuleiro com maior quantidade de peças, independentemente da organização das pilhas ou do efeito distância que pode surgir a partir da altura das pilhas.

Da situação 1 até a situação 4 propomos a comparação dos tabuleiros a partir da observação de pilhas simples (uma coluna). A situação 1 compara tabuleiros com pilhas formadas por quantidades distantes de peças (2 e 7); as situações 2, 3 e 4 comparam tabuleiros com pilhas que se diferenciam apenas por uma peça (2 e 1; 2 e 3; 4 e 3). Da situação 5 até a situação 9 propomos a comparação dos tabuleiros a partir da observação de pilhas simples e duplas (duas colunas próximas); nas situações 5 e 9 o tabuleiro que contém a pilha mais alta não representa o de maior quantidade; as situações 6 e 8 comparam tabuleiros com pilhas que foram organizadas de modo distinto (uma mais alta que a outra), mas que possui a mesma quantidade de peças e a situação 7 que compara tabuleiros com pilhas de mesma quantidade de peças e organizadas de modo idêntico.

Dos resultados obtidos, constatamos que as duas crianças apresentaram 44,44% de respostas não esperadas e que não demonstraram dificuldades ao responder sobre situações que envolvem a comparação de pilha simples. No entanto, ao questionarmos o porquê da resposta dada para a situação 4, a criança A argumentou dizendo que a pilha era mais alta, enquanto a criança B simplesmente respondeu o por quê sim. Notemos que quando a diferença entre as quantidades é grande, a criança parece não ter dúvida em perceber a maior quantidade.

Em relação à criança A, observamos que ela associou pilha mais alta com maior quantidade, pois em todos os casos indicou que o tabuleiro que tinha maior quantidade de peças era o que continha a pilha mais alta. Outro fato que podemos apontar é o sucesso que a criança A teve ao perceber a igualdade de quantidade de peças, quando comparou os tabuleiros que tinham a mesma disposição das peças (situação 7), mas o mesmo não aconteceu ao comparar os tabuleiros com pilhas de mesma quantidade e distribuição distinta (situação 5 e 8).

Notamos que a criança B apresenta momentos de insegurança, por exemplo, ao responder a situação 8, ficou por alguns segundos olhando para a observadora e o tabuleiro. Após a sua escolha, a pesquisadora questionou se a criança tinha certeza da sua resposta e mesmo com aparente dúvida, a criança permaneceu com a escolha não compatível com o apresentado, outro fato importante foi a resposta que a criança B apresentou na situação 9: ao acertar a escolha, a observadora questionou o porquê da sua escolha e a criança, rapidamente respondeu que duas pilhas estavam perto e o outra estava sozinha.

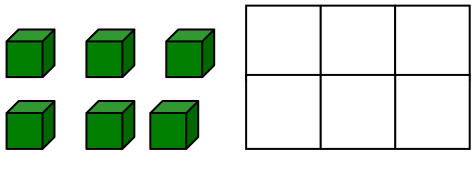
Sendo assim, não podemos esquecer que, em termos coletivos, a diversidade também é regra e a norma é saber lidar com as diferenças.

Atividade 9

9) Apresentar seis peças do bloco lógico e um tabuleiro dividido em 6 partes.

- Verificar o que a criança irá fazer. Se necessário pedir para colocar as peças no tabuleiro.

Figura 50: Representação do material referente a atividade 9



Quadro 09: Distribuição das respostas obtidas na atividade 9.

Criança A	Criança B
Colocou uma peça em cada espaço	Colocou uma peça em cada espaço

O objetivo da atividade 9 é verificar a ação da criança frente a uma situação sem a linguagem oral. A observadora colocou o tabuleiro, dividido em seis casas, e as seis peças sobre a mesa. Sem nada dizer observou o comportamento da criança.

As duas crianças colocaram cada peça numa casa do tabuleiro. No entanto observamos que a criança A, imediatamente distribuiu as peças, enquanto a criança B olhou para o tabuleiro depois para a observadora e em seguida, sem nada dizer, organizou as peças.

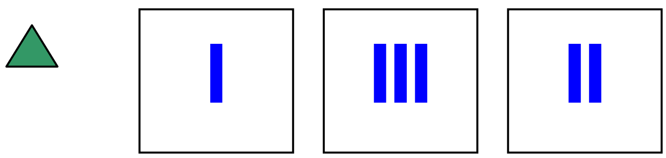
Portanto, pudemos observar a diferença de comportamento frente a uma mesma atividade, enquanto a criança A rapidamente compreende o que deve fazer e faz a criança B observa o ambiente (olha para o tabuleiro e para a observadora) como se quisesse ter certeza que realmente era para colocar cada peças numa casa do tabuleiro. Esclarecemos que a observadora nada falou ou fez frente a esse comportamento.

Atividade 10

10) Mostrar peças do bloco lógico e pedir para criança selecionar o cartão correspondente.

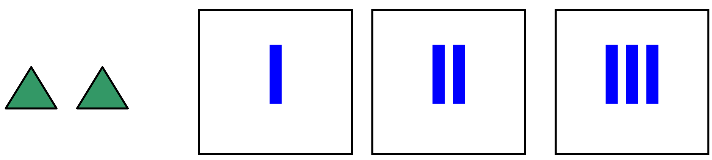
Situação 1

Figura 51: Representação do material da atividade 10: situação 1



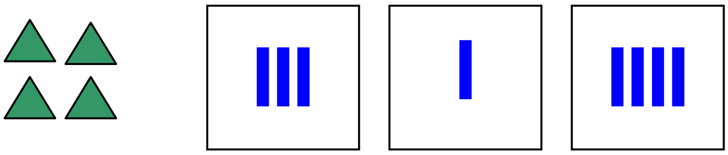
Situação 2

Figura 52: Representação do material da atividade 10: situação 2



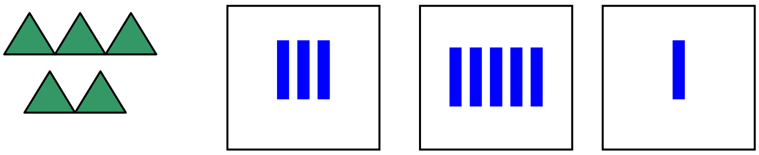
Situação 3

Figura 53: Representação do material da atividade 10: situação 3



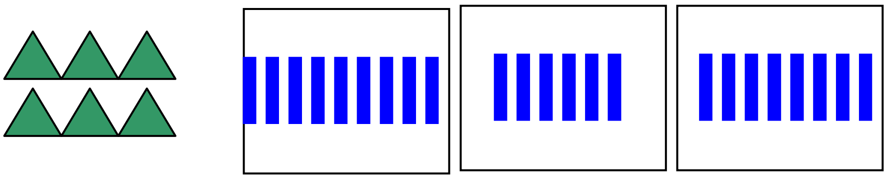
Situação 4

Figura 54: Representação do material da atividade 10: situação 4



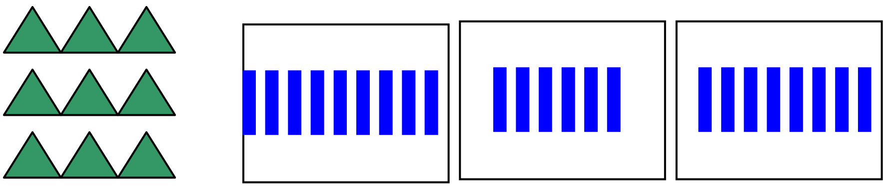
Situação 5

Figura 55: Representação do material da atividade 10: situação 5



Situação 6

Figura 56: Representação do material da atividade 10: situação 6



Quadro 10: Distribuição das respostas obtidas na atividade 10.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	Acertou		Errou	Apontou para o cartão com 3 barras. Porque você escolheu esse cartão? Por que eu quis.
Situação 2	Acertou		Acertou	
Situação 3	Errou	Apontou o cartão com 3 barras	Acertou	
Situação 4	Acertou		Acertou	
Situação 5	Acertou		Acertou	
Situação 6	Acertou		Acertou	

A atividade 10 tem por objetivo verificar se a criança associa corretamente a quantidade de objetos (peças) com a quantidade de figuras "barras" desenhadas no cartão.

Em todas as situações mostramos uma quantidade de peças e três cartões com as figuras de "barras", para que a criança escolha um desses cartões mediante a quantidade de peças apresentadas. Da situação 1 até a situação 3 variamos a quantidade de peças e mantivemos os três cartões com os desenhos de uma, duas e três barras, informamos que em cada situação a posição desses cartões foi alterada. Nas situações 5 e 6 variamos a quantidade de peças e mantivemos os três cartões com os desenhos de nove, seis e oito barras, informamos que em cada situação a posição desses cartões não foi alterada. Gradativamente, apresentamos situações que envolvem o efeito distância entre as quantidades menores e maiores.

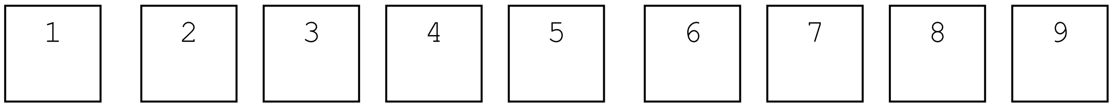
Dos resultados obtidos, observamos que as duas crianças não escolheram os cartões esperados em uma situação (16,67%). A criança A associou a quantidade 4 (quatro) peças ao cartão que indicava o desenho de 3 (três) barras (situação 3). Enquanto que a criança B associou a quantidade 1 (uma) peça ao cartão indicava o desenho de 3 (três) barras (situação 1), nesse caso, quando a observadora questiona o porquê da sua escolha, a criança B simplesmente responde que escolheu o cartão "por que quis".

Diante dos dados coletados, observamos que existem situações em que a capacidade de conservação do número não se faz presente. Os estudos de Dehaene não nos permite concluir que ela não tem a capacidade de conservação do número, mas sim a refletir quais os elementos que levaram a criança responder da forma que respondeu.

Atividade 11

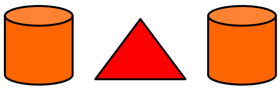
11) Apresentar seqüências de peças e pedir para criança selecionar o cartão com o dígito correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

Figura 57: Representação dos cartões da atividade 11.



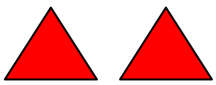
Situação 1

Figura 58: Representação das peças da atividade 11: situação1.



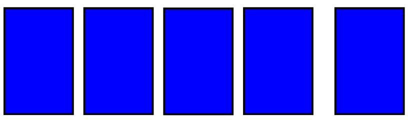
Situação 2

Figura 59: Representação das peças da atividade 11: situação 2



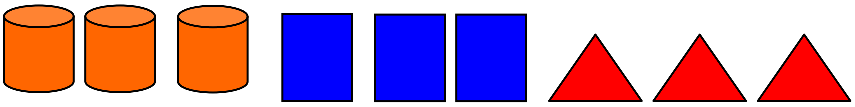
Situação 3

Figura 60: Representação das peças da atividade 11: situação 3



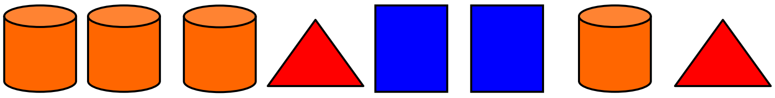
Situação 4

Figura 61: Representação das peças da atividade 11: situação 4



Situação 5

Figura 62: Representação das peças da atividade 11: situação 5



Situação 6- Bater 2 palmas;

Situação 7 - Bater 6 palmas;

Situação 8 - Bater 1 palma

Situação 9 - Bater 5 palmas;

Situação10 - Bater 9 palmas

Quadro 11: Distribuição das respostas obtidas na atividade 11.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	Acertou		Acertou	
Situação 2	Acertou		Errou	Pegou o cartão com o dígito 5.
Situação 3	Acertou		Acertou	
Situação 4	Acertou		Errou	Pegou o cartão com o dígito 3. A criança viu a seqüência de 3 objetos e não o conjunto com 9 objetos.
Situação 5	Acertou		Errou	Antes de apresentar a próxima situação, a observadora comentou que a criança poderia pegar várias vezes o mesmo cartão. Pegou o cartão com o dígito 7. A observadora perguntou, por que você escolheu esse cartão? E ela que é, porque ainda não tinha escolhido.
Situação 6	Errou	Pegou o cartão com o dígito 7	Acertou	
Situação 7	Errou	Pegou o cartão com o dígito 8	Errou	Pegou o cartão com o dígito 4
Situação 8	Errou	Pegou o cartão com o dígito7	Acertou	
Situação 9	Errou	Pegou o cartão com o dígito 8	Acertou	
Situação 10	Errou	Pegou o cartão com o dígito 5.	Errou	Pegou o cartão com o dígito 7

A atividade 11 tem por objetivo verificar se a criança conhece o número e se associa a ele a representação por meio do dígito correspondente. A utilização ora de objetos (peças do bloco lógico), ora de palmas (sonoro) visou avaliar se havia independência visual e sonora pela criança no reconhecimento de número, ou seja, se a resposta dela era independente da configuração do instrumento.

Nessa atividade a observadora entregou às crianças 9 (nove) cartões, cada um com um dígito de 1 a 9. Da situação 1 até a situação 3 apresentamos uma seqüência de objetos com poucas peças (3 ou 2 ou 5 peças). Nas situações 4 e 5 apresentamos uma seqüência de objetos com mais peças (8 ou 9 peças), nas atividades 1 e 5, diferenciadas pelo número de objetos, mostramos uma seqüência intercalada de objetos (nem todos os objetos iguais estavam um ao lado do outro). E, da situação 6 até a situação 10 utilizamos estímulos sonoros (palmas). A partir da apresentação da seqüência de objetos ou de sons a criança tinha que escolher um dos cartões.

50% dos cartões escolhidos pela criança A não foram de acordo com o esperado e desses, 100% envolviam as atividades com o estímulo sonoro (palmas).

Nessa atividade a criança B, ao receber o monte de cartões com os dígitos, pediu para colocá-los em seqüência sobre a mesa. A criança colocou todos os cartões com os dígitos virados para baixo. Para selecionar o cartão, procurava o dígito que queria, como se fosse um jogo de memória, ela tentava adivinhar a posição do cartão com o dígito desejado. Notamos que a criança B, também selecionou 50% dos cartões não esperados, mas desses, 40% envolvia as atividade como estímulo sonoro. Outro fato que nos chamou a atenção foi que na situação 4 a criança B reconheceu a seqüência de 3 (três) objetos que faziam parte de uma seqüência maior com 8 (oito) objetos, lembramos que nessa atividade nem todos os objetos idênticos estavam um ao lado do outro.

Diante do exposto, observamos que a criança B, não apresentou a capacidade de agrupar por classe e sub-classe, ela não reconheceu que os 3 objetos fazem parte de um grupo maior de 8 objetos.

Atividade 12

12) Apresentar o dígito e pedir para a criança escolher a quantidade de objetos correspondente.

Figura 63: Representação das peças da atividade12

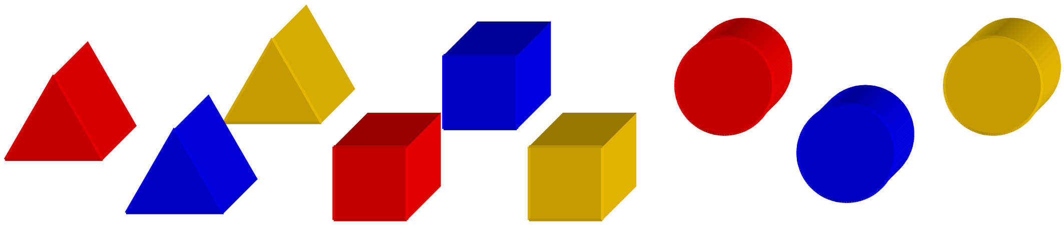
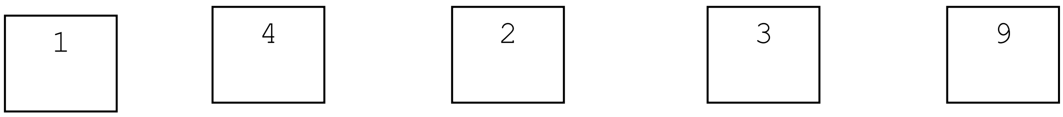


Figura 64: Representação dos cartões da atividade12



Situação 1 Situação 2 Situação 3 Situação 4 Situação 5

Quadro 12 Distribuição das respostas obtidas na atividade 12.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	Acertou		Acertou	
Situação 2	Acertou		Errou	Pegou 1 peça com a superfície de triângulo. Por que você pegou essa peça? Porque não peguei ainda.
Situação 3	Acertou		Errou	A criança pegou uma peça. E a observadora perguntou qual era o número do cartão, então a criança respondeu que era o dois e imediatamente falou são duas peças. A observadora disse que ela poderia mudar então pegou duas peças.
Situação 4	Acertou		Errou	Pegou 2 peças vermelhas. Em seguida a criança resolveu contar as peças e trocou para 3 peças. A observadora nada falou.
Situação 5	Acertou		Errou	Pegou 1 peça com a superfície de quadrado. Por que você pegou essa peça? Porque não peguei ainda.

A atividade 12 tem por objetivo verificar a compreensão do conceito de número. A observadora coloca 9 (nove) peças sobre a mesa e entregar para criança um cartão com um dígito. Ao entregar o cartão a observadora pede que a criança separe a quantidade de peças correspondente ao número que está escrito no cartão.

A criança A apresentou 100% das respostas esperadas, enquanto a criança B apresentou 80% das respostas não em conformidade com a solução correta. Notamos que a criança B reconhece o dígito, mas não associa a quantidade de peças com a representação por meio de dígitos. Em todas as situações, a criança B expressa oralmente o número indicado no cartão, mas ao selecionar as peças, ela se preocupa com as formas e as cores e suas respostas não se referem a quantidade.

Nas situações 2 e 5 a observadora questionou a criança B o porquê da sua escolha e ela respondeu que escolheu “a peça que ainda não tinha escolhido”. Já na situação 3 essa criança pegou uma peça e a observadora perguntou qual era o número que estava no cartão, então a criança respondeu que era o dois e ficou olhando para a observadora. Nesse momento a observadora disse à criança que poderia mudar sua escolha e então a criança devolveu uma peça e pegou duas. Nesse momento observamos que a criança refaz a atividade com a interferência da observadora e não por conta própria, diferentemente da criança A.

Atividade 13

13) Apresentar um geoplano com bolinhas de gude.

Deixar a criança investigar o ambiente e pedir para criança selecionar o cartão com o dígito correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

Figura 65: Representação dos cartões da atividade13

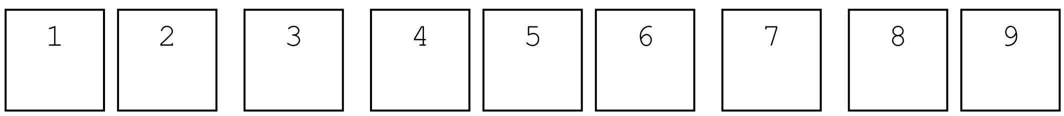
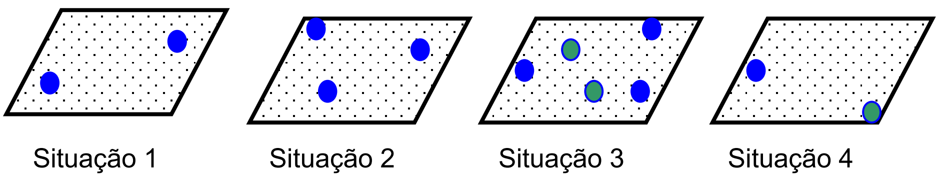


Figura 66: Representações dos geoplanos da atividade 13



Quadro 13: Distribuição das respostas obtidas na atividade13.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	Acertou		Errou	Pegou o dígito 7
Situação 2	Acertou		Errou	Pegou o dígito 8. A observadora perguntou à criança, quantas bolinhas nós temos aqui? A criança rapidamente disse 3. Então, qual cartão corresponde a essa quantidade? Aí a criança indicou o dígito três.
Situação 3	Errou	Pegou o cartão com o dígito 7	Acertou	A criança contou: 1, 2, 3, 4 e 5
Situação 4	Acertou		Acertou	

A atividade 13 tem por objetivo verificar se a criança reconhece a quantidade de objetos distribuídos no geoplano e associa, a essa quantidade, o dígito correspondente. Optamos por trabalhar com o geoplano para passar a sensação de um labirinto, que favorece a situação de busca, no qual a criança tem que procurar os objetos para identificar a quantidade e selecionar o cartão com o digito correspondente.

Das 4 (quatro) situações apresentadas, a criança A não selecionou apenas um dos cartões esperados (20%), enquanto a criança B não selecionou 50% dos cartões esperados. Nessa atividade a criança B, ao receber o monte de cartões com os dígitos, novamente pediu para colocá-los em seqüência sobre a mesa. A criança B colocou todos os cartões com os dígitos virados para baixo. E, para selecionar o cartão, procurava o dígito que queria como se fosse um jogo de memória e tentava adivinhar a posição do cartão com o dígito desejado. Notamos que a criança B estava muito dispersa, desatenta.

Diante do exposto reforçamos a necessidade de que todas as ações educacionais, todas as iniciativas devem visar ao desenvolvimento das personalidades individuais, pois a individualidade se expressou de forma clara nas atividades.

Atividade 14

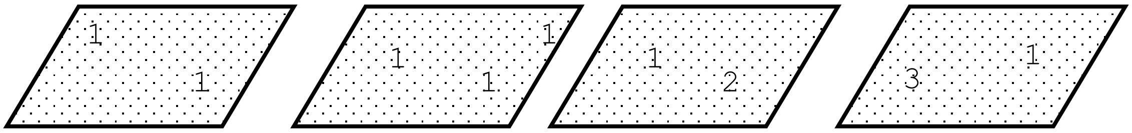
14) Agora coloca-se os dígitos no geoplano.

Deixar a criança investigar o ambiente e pedir para criança selecionar o cartão correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

Figura 67: Representação dos cartões da atividade14

1	2	3	4	5	6	7	8	9

Figura 68: Representações dos geoplanos da atividade 14



Situação 1 Situação 2 Situação 3 Situação 4

Quadro 14: Distribuição das respostas obtidas na atividade 14.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	Acertou		Errou	Pegou o dígito 1
Situação 2	Acertou		Errou	Pegou o dígito 5
Situação 3	Errou	Pegou o cartão com o dígito 6	Errou	Pegou o dígito 7.
Situação 4	Acertou		Errou	Olhou somente para o dígito 3 e o pegou.

A atividade 14 tem por objetivo verificar se a criança reconhece o número representado pelos dígitos no geoplano, se calcula a adição entre os números e se identifica no dígito a quantidade correspondente.

As situações 1 e 2 exploram apenas o dígito um e as situações 3 e 4 trabalham com os dígitos um, dois e três.

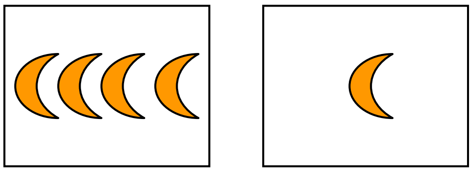
Dos dados observados, temos que a criança A não selecionou o cartão esperado apenas na situação 3, o que corresponde a 25%, enquanto a criança B não selecionou o cartão esperado todas as situações. É interessante notarmos que a criança B escolhia um dígito qualquer ou escolhia um dígito igual ao que estava distribuído no geoplano, deixando de realizar a adição sugerida.

Observamos aqui, que a abstração em relação a representação dos dígitos e a capacidade aditiva não foram demonstradas pela criança B..

Atividade 15

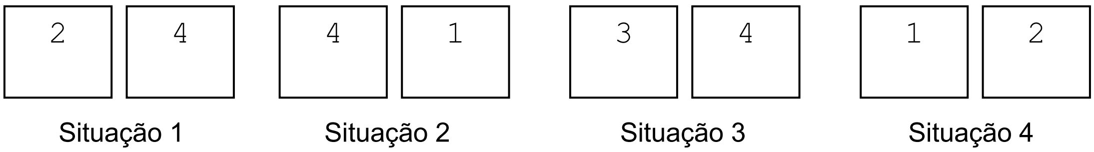
15) Apresentar dois conjuntos de balas. Deixar a criança escolher um dos conjuntos. O conjunto escolhido fica para a criança.

Figura 69: Representações de conjuntos de balas da atividade 15.



Agora vamos mostrar dois cartões um com o dígito 2 e outro com o digito 4. Se a criança escolher o dígito 2 receberá duas balas e se escolher o dígito 4 receberá quatro balas.

Figura 70: Representações dos cartões da atividade 15



Quadro 15: Distribuição das respostas obtidas na atividade 15.

Situações	Criança A	Criança B
Situação 1	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o primeiro dígito, independentemente da quantidade que representa.
Situação 2	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o primeiro dígito, independentemente da quantidade que representa.
Situação 3	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade	Escolheu o primeiro dígito, independentemente da quantidade que representa.
Situação 4	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o primeiro dígito, independentemente da quantidade que representa.

A atividade 15 tem por objetivo verificar se a criança recolhesse e escolhe o dígito que representa a maior quantidade. Esclarecemos que a criança tem que olhar para o par de cartões com os dígitos e a partir dessa observação escolher um dos cartões. Só após a escolha feita ela receberá a quantidade de balas correspondente ao dígito do cartão escolhido.

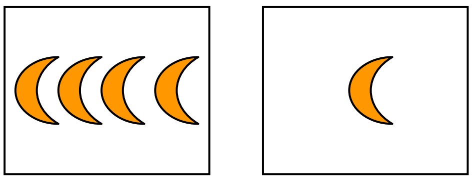
Em todas as situações a criança A escolheu o maior número e assim recebeu a maior quantidade de balas. Enquanto a criança B escolheu sempre o primeiro dígito, por exemplo, na situação 1 tínhamos os dígitos 2 e 4, então ela escolheu o 2, independentemente da quantidade que representava, deixando claro que ela não reconheceu o dígito que indicava a maior quantidade.

Mais uma vez chamamos a atenção do leitor para a articulação entre o individual e o coletivo bem como o reconhecimento da diversidade presente no indivíduo.

Atividade 16

16) Novamente, apresentar dois conjuntos de balas. Deixar a criança escolher um dos conjuntos. O conjunto escolhido fica para o observador e a criança receberá o outro conjunto de balas.

Figura 71: Representações dos conjuntos de balas da atividade 16



De modo contrário ao experimento anterior, a criança deverá escolher a menor quantidade, pois ficará para o observador a quantidade escolhida, logo a criança ficar com o que corresponde a outra quantidade.

Agora vamos mostrar cartões um com o dígito 4 e outro com o digito 1. A criança deverá escolher o menor dígito, pois ficará para o observador a quantidade escolhida, logo a criança ficar com o que corresponde a outra quantidade.

Figura 72: Representações dos cartões da atividade 16

2	4	4	1	3	4	1	2

Situação 1 — Situação2 — Situação 3 — Situação 4

Quadro 16: Distribuição das respostas obtidas na atividade 16.

Situações	Criança A	Criança B
Situação 1	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o dígito 4, independentemente da quantidade que representa.
Situação 2	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o dígito 1, independentemente da quantidade que representa.
Situação 3	Escolheu o dígito 3, por que ainda não tinha escolhido. Raramente essa criança apresentou esse tipo de resposta.	Escolheu o dígito 4, independentemente da quantidade que representa.
Situação 4	Escolheu o dígito que indica a maior quantidade.	Escolheu o dígito 1, independentemente da quantidade que representa.

A atividade 16 tem por objetivo verificar se a criança escolhe a menor quantidade de balas para receber a maior quantidade de balas.

Nessa atividade, nós colocamos à frente da criança duas quantidades e, sem nada falarmos, esperamos que a criança escolhesse uma das quantidades, então demos à ela a outra quantidade. Em seguida apresentamos as situações expostas na atividade 15.

Observando os dados, notamos que a criança A ficou surpresa com a atitude da observadora em ficar com a quantidade de balas escolhida e dar para ela a outra quantidade de balas. Mas mesmo assim 75% das vezes a criança escolheu a maior quantidade. E, a única vez que não escolheu a maior quantidade de balas justificou sua atitude dizendo que a escolha do dígito 3 (menor entre os dois dígitos apresentados) foi por que ainda não o tinha escolhido. Chamamos atenção que esse tipo de resposta não é comum para a criança A.

Em relação a criança B, temos que em 100% das situações ela escolheu o dígito independentemente da quantidade que representava, e mais uma vez notamos que a criança B estava dispersa, característica essa presente em vários momentos da aplicação dessas atividades.

Atividade 17

17) Apresentar rapidamente dois cartões, por exemplo, um com o número 3 (em vermelho) e outro com 1 (em azul) em seguida pedir para criança selecionar o cartão que corresponde a cor da maior quantidade (cartões sem números um vermelho e outro azul).

Figura 73: Representação dos cartões coloridos da atividade 17

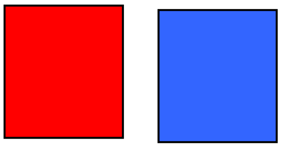
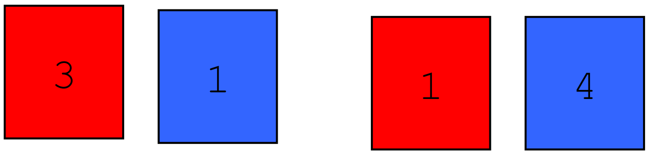
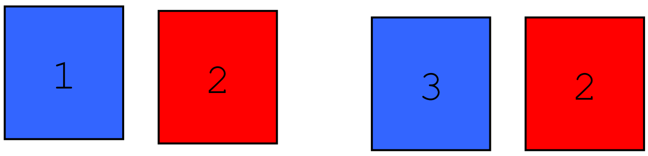


Figura 74: Representação dos cartões da atividade 17: situações 1 e 2



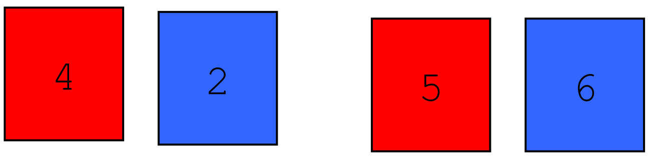
Situação 1 Situação 2

Figura75: Representação dos cartões da atividade 17: situações 3 e 4.



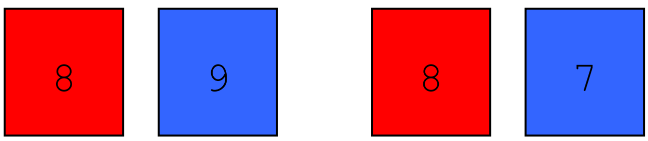
Situação 3 Situação 4

Figura 76: Representação dos cartões da atividade 17: situações 5 e 6.



Situação 5 Situação 6

Figura 77: Representação dos cartões da atividade 17: situações 7 e 8.



Situação 7 Situação 8

Quadro 17: Distribuição das respostas obtidas na atividade 17.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0212		0,0562 Errou	
Situação 2	0,0122		0,0919	
Situação 3	0,0321		0,0575 Errou	Totalmente distraída. A observadora refez a atividade e a criança, errou com 0,0575.
Situação 4	0,0222		0,0746	
Situação 5	0,0234		0,0547 Errou	Não pensou. Parece que o tamanho do número influência a escolha da criança.
Situação 6	0,0263		0,0416 Errou	Não está observando a quantidade e sim o tamanho do desenho do número.
Situação 7	0,0204		0,0631 Errou	Totalmente distraída. A observadora refez a atividade e a criança, acertou com 0,0569.
Situação 8	O,0237		0,0378 Errou	Totalmente distraída. A observadora refez a atividade e a criança, acertou com 0,0575.

A atividade 17 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para reconhecer o maior número e associar o cartão colorido com a cor do cartão que representa a maior quantidade. Esclarecemos que a observadora deixou sobre a mesa os dois cartões coloridos sem algarismo arábico. Assim que, o par de cartões coloridos com os respectivos dígitos era apresentado para criança, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o cartão que havia escolhido.

As situações 1, 2 e 5 comparam cartões com dígitos que representam quantidades diferentes e semelhantes como (1 e 3; 1 e 4; 4 e 2), as situações 3, 4, 6, 7 e 8 comparam os dígitos numericamente próximos, com a mesma distância, mas trabalham com números cada vez maiores (1 e 2; 3 e 2; 5 e 6; 8 e 9; 8 e 7)

Dos dados coletados observamos que a criança A escolheu 100% dos cartões esperados e em todas as situações obteve um tempo menor que a criança B. Notamos que o menor tempo (0,0122 min.) de resposta obtido pela criança A foi em relação a comparação de dígitos mais distantes (1 e 4). Por sua vez, a criança B obteve 75% de respostas não esperadas e novamente percebemos que ficou distraída. Em vários momentos tentemos reativar sua atenção, mas parece que a criança B estava preocupada somente com o desenho e tamanho do dígito.

Esclarecemos que a diferença de tamanho da escrita do dígito era natural, pois os cartões foram produzidos manualmente.

Atividade 18

18) Apresentar (alternadamente) os cartões com dígitos e pedir para a criança pegar o cartão vermelho, se o dígito apresentado for menor que cinco, e o azul, se for maior que cinco.

Figura 78: Representação dos cartões coloridos da atividade 18

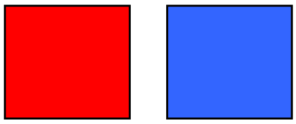


Figura 79: Representação dos cartões da atividade 18

Quadro 18: Distribuição das respostas obtidas na atividade 18.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0128		0,0407--Errou	
Situação 2	0,0135		0,1010--Errou	
Situação 3	0,0250		0,0375--Errou	
Situação 4	0,0223		0,0662--Errou	
Situação 5	0,0322		0,0150	
Situação 6	0,0213		0,0393--Errou	
Situação 7	0,0134		0,0940--Errou	

A atividade 18 tem por objetivo verificar o tempo que a criança leva para reconhecer os dígitos maiores e menores que cinco, associar ao dígito o cartão azul ou vermelho e verificar a freqüência de acertos frente às situações propostas. Os cartões vermelho e azul são colocados sobre a mesa. Nessa atividade ao apresentar o cartão com um dígito a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o cartão colorido que havia escolhido.

As situações 1, 2 e 3 apresentam dígitos menores que cinco, na situação 4 o dígito apresentado é igual ao cinco e, as situações 5, 6 e 7 apresentam dígitos maiores que cinco.

Dos resultados observados temos que a criança A atingiu 100% das respostas esperadas, enquanto a criança B atingiu apenas 14,3%. A criança A gastou menos tempo (0,0128 min.) para comparar o dígito 1 (um) que representa o número menor e mais distante de cinco. Em contrapartida, ela gastou mais tempo (0,032 min.) para compara o dígito 6 (seis) que, em relação ao efeito distância é semelhante ao dígito 4 (quatro), mas indica um número maior que cinco. Portanto fica evidente que quanto mais próximo do dígito cinco, mais tempo a criança A gasta para estabelecer a comparação (0,0250 min. para comparar com o 4 e 0,322 min. para comparar com o 6) e no caso de distâncias iguais a criança gasta mais tempo ao comparar números maiores (0,0135 min. para o dígito 2 e 0,0213 min. para o dígito 7, observamos que nos dois caso a distância é de duas unidades).

Em relação a criança B, notamos que não mostrou ter constituído o reconhecimento de dígitos maiores ou menores que 5. O efeito distância para essa criança, no momento de aplicação da referida atividade, não foi fator de referência.

Diante do quadro exposto ressaltamos a necessidade de observarmos e considerarmos a individualidade do indivíduo, pois o ser humano é único e traz consigo as suas diferenças.

Atividade 19

19) Apresentar cartões com dígitos diferentes e perguntar para a criança se sãoiguais ou distintos.

Figura 80: Representação dos cartões da atividade 19: situações 1 até 3.

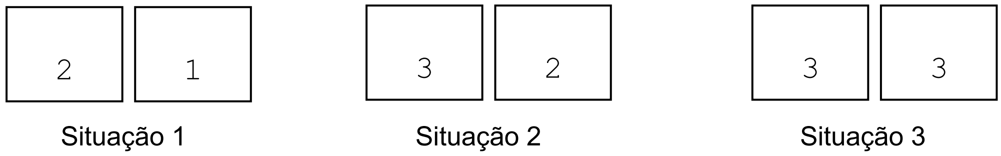


Figura 81: Representação dos cartões da atividade19: situações 4 até 6.

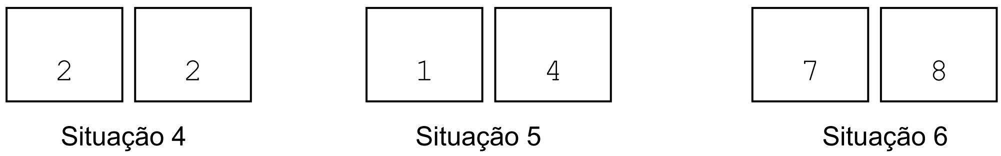
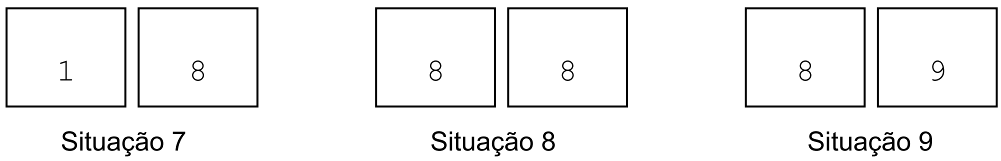


Figura 82: Representação dos cartões da atividade19: situações 7 até 9.



Quadro 19: Distribuição das respostas obtidas na atividade 19.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0151		0,0160	
Situação 2	0,0203		0,0241	
Situação 3	0,0215		0,0291	Quase errou.
Situação 4	0,0203		0,0282	
Situação 5	0,0190		0,0210	
Situação 6	0,0269		0,0275	
Situação 7	0,0222		0,0303	
Situação 8	0,0232		0,0375	
Situação 9	0,0272		0,0281	

A atividade 19 tem por objetivo verificar o tempo que a criança leva para reconhecer se os pares de dígitos são iguais ou diferentes. Nessa atividade, ao apresentar o par de dígitos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança respondia se os dígitos eram iguais ou diferentes.

As situações 3, 4 e 8 indicam igualdade, as situações 1, 2, 6 e 9, comparam dígitos com distâncias iguais a de uma unidade e variam a numerosidade (1 e 2; 3 e 2; 8 e 9; 7 e 8) e as situações 4 e 5 comparam dígito com distâncias maiores (1 e 4, 1 e 8).

Dos resultados observados, temos que as crianças A e B atingiram 100% das respostas esperadas. Em todas as situações, a criança A gastou menos tempo do que a criança B, para estabelecer as comparações. Outro fato importante, é que a criança A gastou um tempo gradativamente maior nas comparações com números maiores, ou seja, ela gastou mais tempo para comparar 8 e 9 (0,0272 min.) do que 1 e 2 (0,0151 min.). De modo semelhante, notamos que a criança A gasta mais tempo para comparar 8 e 8 (0,0232 min.) do que 2 e 2 (0,0203 min.).

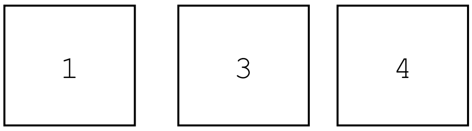
Em relação a criança B, observamos que gastou um tempo gradativamente maior nas comparações com números maiores, ou seja, ela gastou mais tempo para comparar 8 e 9 (0,0281 min.) do que 1 e 2 (0,0160 min.). De modo semelhante, notamos que a criança A gasta mais tempo para comparar 8 e 8 (0,0375 min.) do que 2 e 2 (0,0282 min.).

Diante do exposto podemos notar que mesmo de modo inconsciente, nós relutamos em responder que 8 e 9 são dígitos diferentes porque as quantidades que eles representam são próximas.

Atividade 20

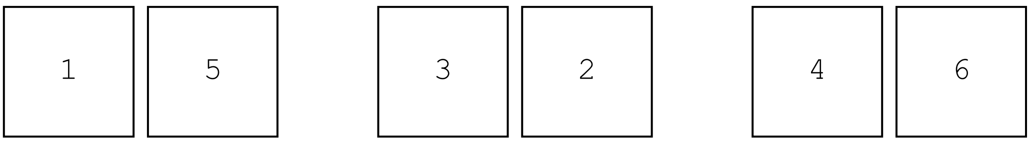
20) Apresentar cartões com a seqüência de dígitos, por 20 segundos.

Figura 83: Representação dos cartões da atividade 20.



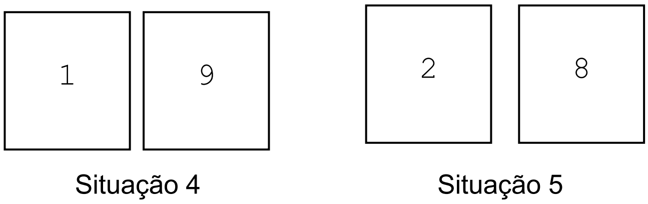
- Qual dígito faz parte da seqüência apresentada?

Figura 84: Representação dos cartões da atividade 20: situações 1 até 3.



Situação 1 Situação 2 Situação 3

Figura 85: Representação dos cartões da atividade 20: situações 4 e 5.



Quadro 20: Distribuição das respostas obtidas na atividade 20.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0250		0,0397 Errou	
Situação 2	0,0206		0,0322 Errou	
Situação 3	0,0135		0,0525 Errou	
Situação 4	0,0197		0,0620 Errou	
Situação 5	0,0350	Nenhum, os dois números não aparecem na seqüência.	0,0246 Errou	A criança esqueceu a seqüência. Então a observadora retoma a seqüência e refaz a atividade. Após 0,0209 a criança acerta.

A atividade 20 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para comparar dígitos em relação a uma seqüência de dígitos apresentada (seqüência apresentada por 20 segundos). Nessa atividade, ao apresentar o par de dígitos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o dígito escolhido.

Da situação 1 até a situação 4 propomos a comparação entre os pares de dígitos, sendo que um dos dígitos faz parte da seqüência apresentada e na atividade 5 os dois dígitos não pertencem a lista dos dígitos memorizados.

A criança A atingiu 100% das respostas esperadas e gastou um tempo maior para identificar o par de dígitos que não fazia parte da seqüencia memorizada, o que para Dehaene é justificado pelo fato de tal situação gerar uma sensação de absurdo (como que os dois dígitos não fazem parte da seqüencia).

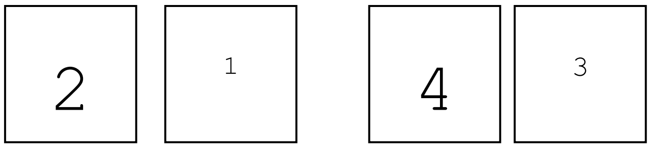
Em relação a criança B notamos que atingiu 100% das respostas não esperadas. Entretanto, notamos que a criança B reconhece a seqüência memorizada, pois quando a observadora questionou, se a mesma lembrava quais foram os números apresentados, ela rapidamente respondeu 1, 3 e 4, mas quando realiza a atividade não responde o esperado.

Atividade 21

21) Apresentar cartões com os dígitos de tamanho distintos.

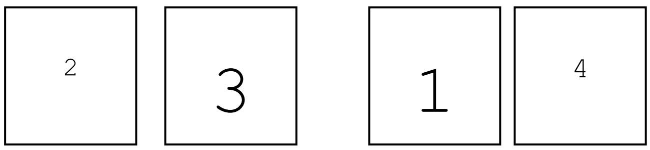
- Qual dígito representa a maior quantidade?

Figura 86: Representação dos cartões da atividade 21: situações 1 e 2.



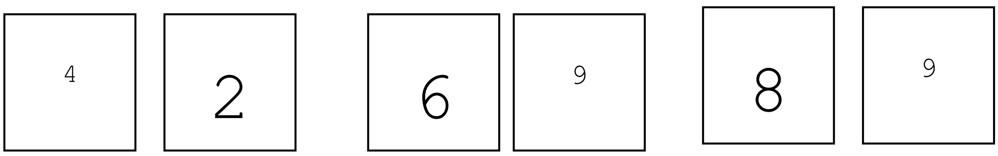
Situação 1 Situação 2

Figura 87: Representação dos cartões da atividade 21: situações 3 e 4.



Situação 3 Situação 4

Figura 88: Representação dos cartões da atividade 21: situações 5 até 7.



Situação 5 Situação 6 Situação 7

Quadro 21: Distribuição das respostas obtidas na atividade 21.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0203		0,0275	
Situação 2	0,0237		0,0290	
Situação 3	0,0253	A criança perguntou se o maior era o tamanho do digito ou o número. A observadora respondeu que era o número maior, ou seja o que representava a maior quantidade	0,0362 Errou	

Situação 4	0,0338		0,0381 Errou	
Situação 5	0,0260	No 1º momento apontou para o número 2, mas rapidamente corrigiu e disse "esse" apontando para o correto.	0,0397 Errou	
Situação 6	0,0353		0,0310 Errou	
Situação 7	0,0310		0,0593 Errou	De repente passou o dedo sobre o desenho do número. A criança ficou presa ao tamanho do dígito e não ao número.

A atividade 21 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para reconhecer e indicar o maior número entre um par de dígitos. A utilização de cartões ora com dígitos de tamanho pequeno ora de tamanho grande visou avaliar se havia independência visual na identificação pela variação de quantidades, ou seja, se a resposta da criança era independente do tamanho do dígito.

Nessa atividade, ao apresentar o par de dígitos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o dígito escolhido.

Nas situações 1, 2 e 3 apresentamos os pares de dígitos em que o maior número era representado pelo dígito de maior tamanho e nas situações 4, 5, 6 e 7 mostramos os pares de dígitos em que o maior número era representado pelo dígito de menor tamanho.

Dos dados coletados, observamos que a criança A atingiu 100% das respostas esperadas e gastou menos tempo do que a criança B, para realizar as atividades. Notamos também que a criança A gastou mais tempo ao responder às comparações em que o tamanho do dígito não correspondia ao maior número (1 e 4).

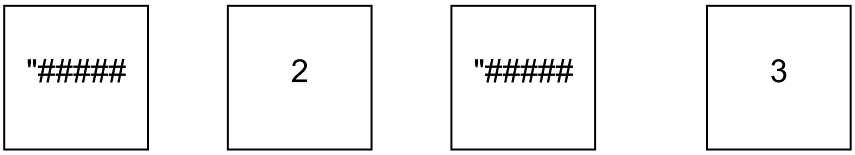
Em relação a criança B, percebemos que ela está presa ao tamanho do dígito, pois em 71,4% das situações indicou o dígito de tamanho maior e em vários momentos a criança passava o dedo sobre o desenho dos dígitos.

Portanto são evidentes as diferenças entre as crianças, que apesar de terem idades próximas e estudarem na mesma escola, não apresentam comportamentos idênticos.

Atividade 22

22) Apresentar por 20 segundos a seqüência:

Figura 89: Representação dos cartões da atividade 22.



Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Figura 90: Representação dos cartões da atividade 22: situações 1 e 3.

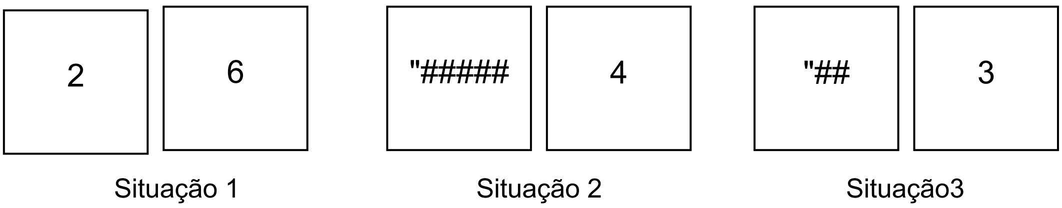
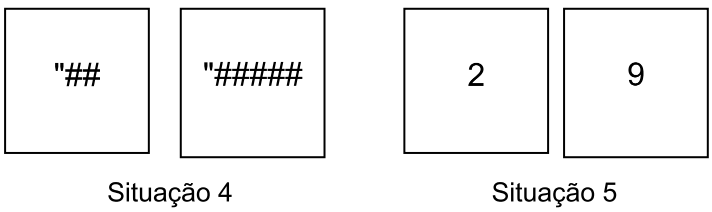


Figura 91: Representação dos cartões da atividade 22: situações 4 e 5.



Quadro 22: Distribuição das respostas obtidas na atividade 22.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	0,0325		0,0141	
Situação 2	0,0184		0,0463	
Situação 3	0,0387 Errou	Disse que eram os dois.	0,0240 Errou	Disse que eram os dois
Situação 4	0,0207		0,0650 -- Errou	
Situação 5	0,0365		0,0781	

Atividade 22 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para comparar dígitos e caracteres em relação a uma seqüência de termos apresentada. (seqüência apresentada por 20 segundos). Nessa atividade, ao apresentar o par de termos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o termo escolhido. A utilização de cartões ora com dígitos ora com caracteres sem significado (#####) visou avaliar se havia independência visual na identificação pela criança dos termos apresentados na seqüência.

As situações 1 e 5 trabalham com dígitos, as situações 2 e 3 apresentam dígitos e caracteres sem significado e a situação 5 apresenta somente caracteres sem significados. Destacamos que as situações 3 e 4 apresentam caracteres sem significados, porém não são idênticos ao caractere a apresentado na seqüência.

A criança A atingiu 20% das respostas não esperadas. Observamos que ao mostrarmos um caractere parecido ao da seqüência inicial a criança A não reconheceu a diferença e julgou ser igual ao caractere pertencente a seqüência inicial apresentada.

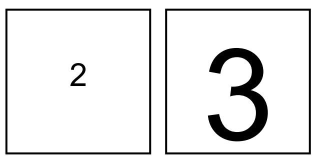
A criança B atingiu 40% das respostas não esperadas. Nesse caso notamos que a criança B não reconheceu a semelhança nem a igualdade entre os caracteres expostos. Esclarecemos que na situação 3, o caractere ## e parecido com o caractere da seqüência apresentada (#####) e na situação 4 um dos caracteres é parecido e o outro é igual o exposto na seqüência inicial.

Assim podemos perceber que respeitando as diferenças de comportamento de cada uma das crianças A e B, as duas crianças demonstraram mais dificuldades em comparações que envolviam caracteres sem significado e gastaram mais tempo para comparar situações que envolviam dois dígitos.

Atividade 23

23) Apresentar por 20 segundos a seqüência

Figura 92: Representação dos cartões da atividade 23.



Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Figura 93: Representação dos cartões da atividade 23: situações 1 até 3.

Quadro 23: Distribuição das respostas obtidas na atividade 23.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0234		0,0334	
Situação 2	0,0278		0,0344	
Situação 3	0,0587	A criança falou que tinha mais, mais era pequeno.	0,0614 Errou	

Atividade 23 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para comparar cartões com dígitos e caracteres em relação a uma seqüência de termos apresentada. (seqüência apresentada por 20 segundos). Nessa atividade, ao apresentar o par de termos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o termo escolhido. A utilização de cartões ora com dígitos de tamanho grande ora com dígitos de tamanho pequeno ora com caracteres sem significado (#####) visou avaliar se havia independência visual na identificação pela criança dos termos apresentados na seqüência, ou seja se a resposta dela era independente da configuração do instrumento.

Na situação 1 apresentamos os cartões idênticos aos da seqüência exposta, na situação 2 mostramos um cartão com caractere sem significado e outro com um dígito de tamanho grande, mas ambos não faziam parte da seqüência exposta e, na situação 3 propomos um cartão com digito no tamanho pequeno e um de tamanho grande de modo que, o dígito de tamanho grande **2** era o digito de tamanho pequeno **2** apresentado na seqüência exposta.

Dos dados coletados, observamos que criança A atingiu 100% das respostas esperadas e comentou com a observadora que na situação 3, o dígito 4 representava mais, no entanto era pequeno. Observamos também que a criança A gastou mais tempo par comparar os dígitos com tamanhos diferentes (0,0587 min.).

Atividade 24

24) Apresentar por vinte segundos a seqüência.

A) **Figura 94: Representação dos cartões da atividade 24 A.**

1	2	3

Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Figura 95: Representação dos cartões da atividade 24 A: situações 1 e 2.

1	4		"#####	3

Situação 1

Situação 2

Figura 96: Representação dos cartões da atividade 24 A: situações 3 e 4.

2	5		1	9

Situação 3

Situação 4

Quadro 24: Distribuição das respostas obtidas na atividade 24 A.

Situações	Criança A		Criança B	
Situação 1	0,0269		0,0241	
Situação 2	0,0175		0,0325	
Situação 3	0,0306		0,0368	
Situação 4	0,0213		0,0234	

B) **Figura 97: Representação dos cartões da atividade 24 B.**

7	8	9

Figura 98: Representação dos cartões da atividade 24 B: situações 1 e 2.

1	7		2	8
Situação 1			Situação 2	

Figura 99: Representação dos cartões da atividade 24 B: situações 3 até 5.

3	9		6	9		##	7
Situação 3			Situação 4			Situação 5	

Quadro 25: Distribuição das respostas obtidas na atividade 24B.

Situações	**Criança A**		**Criança B**	
Situação 1	0,0325		0,0663	Distraiu-se, mas acertou
Situação 2	0,0216		0,0435	
Situação 3	0,0263		0,0362	
Situação 4	0,0212		0,0441	Nesse momento houve a necessidade da observadora perguntar qual foi a seqüência apresentada. A criança disse 1, 2, 3, a observadora falou “tem certeza” e imediatamente a criança disse “não foi 7, 8, 9 e em seguida apontou para o cartão correto.
Situação 5	0,0215		0,0428	

Atividade 24 tem por objetivo verificar o tempo que a criança gasta para comparar cartões com dígitos e caracteres em relação a uma seqüência de dígitos. (seqüência apresentada por 20 segundos). Nessa atividade, ao apresentar o par de termos, a observadora acionava o cronômetro e o cessava quando a criança indicava o termo escolhido. A utilização de cartões ora com dígitos ora com caracteres sem significado (#####), visou avaliar se havia independência visual na identificação pela criança dos dígitos apresentados na seqüência, ou seja, se a resposta dela era independente da configuração do instrumento.

Num primeiro momento, apresentamos uma seqüência de números menores: 1, 2 e 3, com dígitos de tamanho grande, para ser comparada com 4 (quatro) situações que envolvem dígitos e caracteres sem sentidos. Num segundo momento, apresentamos uma seqüência de números maiores: 7, 8 e 9, com tamanho grande, para se comparada com 5 (cinco) situações que envolvem dígitos e caracteres.

Analisando o primeiro momento, podemos observar que a criança A gastou menos tempo do que a criança B para estabelecer as comparações. E ambas gastaram mais tempo (criança A: 0,0306 min. e criança B: 0,0368 min.) para estabelecer a comparação proposta na situação 3, pois o dígito 2 está entre 1 e 3, ou seja, é um elemento que está no meio de uma seqüência apresentada, o que provavelmente deve ter dificultado o seu reconhecimento, por parte das crianças.

A criança A gastou menos tempo para estabelecer a comparação proposta na situação 2 que envolvia caracteres sem significado (0,0175 min.) enquanto a criança B gastou menos tempo para estabelecer a comparação proposta na situação 1 que envolvia números pequenos (1 e 4)

No segundo momento podemos observar que a criança A continuou gastando menos tempo do que a criança B para estabelecer as comparações. Observamos que a criança A para realizar a situação 2 levou 0,0216 min., a situação 4 levou 0,0212 min. e a situação 5 levou 0,0215 min., caracterizando um proximidade entre os tempos mensurados, no entanto observamos um quadro semelhante com a criança B, pois na situação 2 levou 0,435 min., na situação 4 levou 0,0441 min. e na situação 5 levou 0,0425 min., o que também caracteriza a proximidade entre os tempos gastos.

Comparando os dois momentos podemos observar que as crianças A e B atingiram 100% das respostas esperadas e apresentaram maior dificuldade ao comparar números maiores, pois gastaram mais tempo para estabelecer as comparações propostas com os números maiores.

Constamos aqui a afirmação de Dehaene ao dizer que a velocidade com que as pessoas comparam dois números arábicos não depende somente da distância entre eles, mas também do seu tamanho, ou seja, uma pessoa leva mais tempo para identificar que 9 é maior que 8 do que para identificar que 2 é maior do que 1, pois para distâncias iguais os números maiores são mais difíceis de compar. do que os menor.

Diante do exposto nessa análise, é possível perceber o conceito se expressa o conceito individual de número nessas duas crianças. Esclarecemos que não é nossa intenção rejeitar as idéias de Piaget ou de Dehaene, mas compreender que os pressupostos teóricos do conceito de número existem, sendo cada indivíduo constrói seu próprio conceito de número.

Considerações Finais

A complexidade dos assuntos tratados nesta tese e a variedade de questões abordadas inibem a elaboração de conclusões na medida em que se trata de um processo em construção. A inibição está na premência de termos, por dever de ofício, apresentar considerações finais para um estudo que para nós está se iniciando. É com esse sentimento que nos dispomos escrever esta parte da tese. Neste estudo tomamos conhecimento da desestabilização de idéias, que num certo momento histórico nortearam muitas práticas educativas, pela utilização dos mesmos testes que as consagraram. Entramos em contato com relações entre ações de nosso pensamento e configurações de circuitos neuronais de nosso cérebro. Essas relações nos indicam a necessidade de avaliar a influência no desenvolvimento da aprendizagem da Psicologia, da Epistemologia ou outras teorias como, por exemplo, aquelas orientadas pela função dos processos semióticos. De fato o que podemos concluir é a condição inter e multidisciplinar da Educação Matemática como área do conhecimento. O caminho para enfrentar os fenômenos dessa área é o da complementaridade entre os resultados apresentados pela pesquisa no seio de diversas áreas.

Com esses pressupostos passamos a apresentar algumas idéias que consideramos pertinentes para fechar esta pesquisa. A principal é que consideramos que o tema merece muitos outros estudos, tanto de aportes teóricos como experimentais.

Nossas considerações finais estão organizadas de modo similar ao seguido no desenvolvimento da pesquisa: apresentamos primeiro o que pudemos sintetizar da obra de Piaget, em seguida da obra de Dehaene, e por fim o que extraímos da investigação empírica.

O estudo do desenvolvimento cognitivo da criança levou Piaget a criar uma teoria e um método experimental.

Nessa teoria o conhecimento é construido na interação do sujeito com o meio em que vive tendo como base as estruturas existentes no sujeito. A obtenção de conhecimentos então vai depender tanto das estruturas cognitivas do sujeito, como da relação dos objetos com o meio.

A idéia principal da teoria de Piaget é estudar as ações das crianças e, a partir daí elaborar uma teoria sobre o nascimento da inteligência, incluindo aí a formação do conceito de quantidade.

É por essa razão que entendemos que a investigação sobre a formação do conceito de número tem em Piaget um grande esteio. Sua proposta de retorno às fontes, e à gênese propriamente dita do conhecimento, rejeitando o estudo que leva em conta apenas os estados superiores, como na epistemologia tradicional, propiciou a conceituação de uma epistemologia genética da passagem dos estados inferiores aos estados mais complexos ou rigorosos do conhecimento, quando se dá a formação da capacidade numérica.

A concepção dessa teoria não implica em identificar comportamentos observáveis, mas em captar indícios de transformações sucessivas na construção do funcionamento das estruturas mentais, cujos sintomas refletem nas ações. Toma por base que é por meio dos estágios que se caracterizam funções mentais, fisiológicas, sociais e afetivas.

Na teoria de Piaget a inteligência, a linguagem e a percepção percorrem estágios distintos e gradativos. A vivência caracteriza a formação de esquemas motores de assimilação, constituindo-se um primeiro passo para a criança ordenar o mundo.

Os esquemas motores são os responsáveis pelas primeiras classificações, ordenações e pela origem da negação na criança. Essas categorias são identificadas na construção do conceito de número. É por volta dos quatro anos e meio que a criança ensaia uma forma primitiva de avaliar a quantidade a partir do espaço que os objetos ocupam, ou seja, pelas qualidades perceptivas globais de uma coleção, sem considerar nenhuma análise de relação. É então que surgem os primeiros esboços de classificação tomando como base as coleções figurais. Assim, a criança reúne os elementos em um conjunto segundo um critério escolhido por uma razão qualquer.

Para Piaget é no estágio das operações concretas que a criança usa o método exaustivo, que consiste em encontrar o menor entre todos os objetos, depois encontrar o menor do restante, e assim por diante. Admitindo dessa forma a relação de um elemento (E) menor que o outro (D). Nesse momento, a criança passa a considerar os dois sentidos na construção de uma seqüência ordenada. O elemento E, é ao mesmo tempo, maior que D e menor que F, sendo assim a antecipação e a retroação trabalham de modo integrado para garantir a reversibilidade do sistema.

As estruturas de inclusão de classes e de ordem também estão presentes na caracterização do conceito de número. O que não significa que a síntese do número ocorra somente após a classificação e a seriação, visto que, no estágio pré-operatório é possível encontrarmos números figurais sem a conservação do todo. A construção do número pode contribuir mais para as inclusões de classes do que para a relação inversa. E as operações espaciais procedem de modo semelhante, diferenciado pelo fato de que o perfeito encaixe não ocorre pela semelhança ou diferença qualitativa, mas sim pela vizinhança e separações.

Para Piaget a facilidade da estruturação depende da forma e do conteúdo propostos. A conservação das quantidades, no caso da massa, deverá ocorrer por volta dos 9 (nove) anos e não dos 7(sete) anos como ocorre para conteúdos mais simples.

Observamos no estágio de operações concretas o desenvolvimento das operações lógico-matemáticas, incluindo as espaciais, que atinge o ponto máximo de utilização tomando como referência as operações concretas, sem ainda, trabalhar com a aritmética e a geometria métrica. E, a causalidade que através de pesquisas e explicações obtidas leva a criança a estabelecer um novo conjunto de problemas, cinemáticos e dinâmicos, mas que ainda não tem condições de resolver com as operações concretas.

É no estágio dito *das operações formais* que, segundo Piaget vai ocorrer a passagem do pensamento concreto para o pensamento abstrato, ou seja é nesse estágio que o sujeito efetua operações que estão na mente sem passar pela manipulação do concreto.

A formação do conceito de número não se isola do processo de desenvolvimento dos conhecimentos.

Piaget admite ser indispensável para o estudo da formação do conceito de número, entre as crianças, a utilização de métodos apropriados como a conversação livre, a conversação dirigida pelos problemas colocados que devem seguir de acordo com as respostas espontâneas obtidas.

E considera que o conceito de número se organiza gradativamente e de acordo com os sistemas de inclusões, (a hierarquia das classes lógicas), e de relações assimétricas (as seriações qualitativas).

As operações lógicas e aritméticas aparecem como sistema único e psicologicamente natural, associando os resultados de inclusão das classes com os da seriação das relações, desconsiderando o aspecto de qualidade.

Na teoria piagetiana o fato de uma criança conseguir enumerar os elementos de uma fileira não indica que ela adquiriu o conceito de número. A argumentação é que a criança pode dividir essas fichas em dois grupos de elementos, e achar que a quantidade final não se equivale à quantidade de início, ao reunir de novo as duas coleções.

O número compõe uma estrutura operatória de conjunto, sem a qual não existe a conservação das totalidades numéricas, pois o número está associado a uma sucessão natural que não depende da disposição figural.

Vale também destacar como resultado dos estudos piagetianos que não existe a construção separada do número cardinal e do número ordinal. Essa conclusão toma por base que os números se constroem através da reunião das classes e das relações de ordem.

Por fim podemos dizer que Piaget acreditava que a criança deve percorrer, gradativamente, a seqüência dos estágios de desenvolvimento cognitivo para que possa incorporar os esquemas de ação. Enquanto Dehaene seguindo Dantzig considera que o ser humano, mesmo nos estágios mais precoces do desenvolvimento, possui uma faculdade que permite a ele reconhecer que alguma coisa mudou em uma pequena coleção.

Sobre Dehane podemos dizer que seus estudos se iniciaram sendo aguçados pelos experimentos de Piaget e pelas conclusões sobre a existência de capacidade numérica entre alguns animais. Buscam responder perguntas que interessam a todos os educadores matemáticos, como: por que após tanto treino nos atrapalhamos para calcular 7x8?; Qual a explicação para uma lesão numa região específica do cérebro abolir nossa capacidade de efetuar cálculo? Por que algumas pessoas têm mais facilidades em aprender matemática que outras? Como se constitui a intuição matemática? O que é um número de modo que o homem possa conhecê-lo? E o que é o homem que tem condição de conhecer o número?

A propósito das duas últimas questões Dehaene reflete sobre como seriam acolhidos os novos dados da neuro-ciência e da psicologia cognitiva, Imagina diálogos inspirariam os platonistas, dos empiristas ingleses. Questiona sobre como reagiria Diderot sobre dados obtidos a partir de patologias cerebrais demonstrando o extremo fracionamento dos conhecimentos no cérebro. E ainda sobre que conclusões perspicazes poderiam ter sido tiradas por um Descartes se ele pudesse ter se alimentado de dados rigorosos da neuro-ciência antes das elucubrações de seus contemporâneos.

Os estudos de Dehaene têm seus fundamentos em teorias biologistas do funcionamento do cérebro diferentemente dos estudos da psicologia genética, que se sustentam na observação dos processos do desenvolvimento cognitivo.

Diferentemente de Piaget, esse neuro-cientista considera que a criança já possui o conhecimento numérico no primeiro ano de vida, ou mesmo recém-nascido. Para ele o “senso numérico” é uma capacidade inata e se configura na possibilidade de perceber diferenças de quantidades. As idéias se sustentam no fato de que o cérebro do ser humano, assim como o cérebro dos ratos, foi dotado após os tempos imemoriais de uma representação intuitiva das quantidades

Os estudos fundamentados na neuro-ciência, como é o caso dos estudos do Dehaene têm perspectiva de desenvolvimento muito grande, pois a tecnologia está bastante avançada apresentando recursos potentes para investigar mais profundamente as funções dos circuitos cerebrais.

Um dos pontos centrais resultantes dos estudos de Dehaene é o de considerar a capacidade do senso numérico do homem suscetível ao efeito distância, à magnitude dos números, e de possuir uma característica analógica.

Considera ainda que os testes de verificação da capacidade numérica da criança como os de Piaget não são compatíveis, como deveriam ser com a idade da criança. Pode-se demonstrar que os resultados desses clássicos testes podem alterar-se conforme o contexto e a motivação da criança. E assim sendo pode-se desmistificar os testes de Piaget da não conservação do número.

Outro ponto importante é sobre a capacidade do ser humano de lidar com símbolos arbitrários para indicar os números, tais como letras ou dígitos livrando-o de uma representação quantitativa aproximada, ou analógica, dos números.

A condição analógica da capacidade numérica do homem fica explicitada no efeito distância e também na avaliação das diferenças de quantidades contínuas.

As referências teóricas desta tese sustentaram a elaboração das atividades empíricas, as quais objetivaram investigar conhecimentos de crianças em fase de início da vida escolar sobre a variação de quantidade, e identificar as individualidades, sob vários aspectos, da forma que as crianças expressam o conceito individual de número.

Nessa perspectiva de análise constamos a presença de diferenças individuais para maioria das atividades. As crianças identificadas por criança A e criança B têm o conceito de número, expresso de formas diferentes por ações, atitudes e comportamentos frente a uma mesma tarefa. A seguir discutimos alguns pontos observados durante a aplicação das atividades investigativas.

As respostas em desacordo da criança A totalizaram cerca de 20% das respostas, enquanto que as da criança B atingiram cerca de 50%. Durante quase todo o período da realização das atividades a criança A ficou atenta, demonstrou argumentações significativas (como por exemplo: “eu contei de dois em dois”), usou a contagem nas tarefas que envolviam a variação de quantidades e, raríssimos foram os momentos em que essa criança justificou a sua resposta dizendo “porque sim” ou “por eu quis”.

A criança B teve um comportamento diferente. Essa criança demonstrou, em quase todos os momentos, estar desatenta, não justificava suas respostas, apenas dizia que havia escolhido por um determinado cartão ou objeto “porque sim” ou “porque eu quis”. De uma forma ou outra buscava nas atividades uma maneira de brincar (por exemplo, na atividade 18, brincou com os cartões como sendo o jogo de memória). Uma característica comum entre as crianças foi o uso da contagem para identificar a variação de quantidade. Mesmo assim a criança B utilizava a contagem de forma diferente da criança A da seguinte forma: ela ia indicando o número e apontando o objeto. A criança A apenas expressava o número na contagem.

A realização das atividades indicou que no momento da aplicação as crianças não demonstravam usufruir plenamente da capacidade de conservação. Embora tivessem sucesso em algumas das atividades que avaliavam a conservação de objetos (comprimento e quantidade), ficou evidente que o mesmo não ocorreu com a conservação de volumes, pois as crianças não perceberam que recipientes com formatos distintos possuíam a mesma quantidade de líquidos (atividade 5).

Tomando como base a visão piagetiana, podemos dizer que as crianças A e B por terem quase 7 (sete) anos de idade ainda não construíram a capacidade de conservação dos volumes. Piaget afirma que a noção de conservação das substâncias ocorre por volta dos 7 (sete) anos, no início do estágio das operações concretas, mas a conservação dos volumes só ocorrerá no final desse estágio, por volta dos 12 (doze) anos

O mesmo fenômeno pode ser interpretado pela concepção de Dehaene como conseqüência das redes neurais dos cérebros não serem perfeitamente flexíveis, sendo possível que uma mesma estrutura do cérebro faça com que determinados conceitos de matemática sejam mais fáceis de serem assimilados do que outros.

Recordamos que as atividades 15 e 16 são caracterizadas por uma situação em que a linguagem oral não ocorre, ou seja, a observadora nada fala sobre o que a criança deve fazer. Ao apresentar às duas seqüências (fileiras) de balas a observadora espera a ação da criança. As duas crianças imediatamente escolhem a fileira que tem mais quantidade de balas. Num primeiro momento (atividade 15) as crianças receberam a quantidade de balas escolhida. No decorrer dessa atividade as fileiras de balas foram substituídas por pares de cartões com dígitos desvinculando o contato direto com o alimento. Sem que houvesse necessidade de algum comando as crianças apontavam para o cartão com o dígito que representava a maior quantidade e assim recebia a quantidade de balas equivalente ao número escolhido Num segundo momento (atividade 16) a criança recebia a quantidade de balas equivalente a seqüência não escolhida por ela. De modo semelhante, as fileiras de balas foram substituídas por cartões com dígito. Novamente desvinculando o contato direto com o alimento. Sem que houvesse a necessidade de algum comando as crianças apontavam para o cartão com o dígito que representa a maior quantidade. .

Nas atividades (15 e 16) a criança A não se desvinculou do concreto, pois em praticamente todas as situações escolhia para si o digito que representava a quantidade que queria receber de balas. Segundo Piaget a criança com 6 anos de idade ainda está na fase pré-operatória, portanto tem dificuldade de reconhecer a ordem em que mais de dois ou três eventos ocorrem, não tem o conceito de número. Assim, como a criança ainda está centrada em si mesma ocorre uma primazia do próprio ponto de vista, o que torna impossível o trabalho em grupo. Está dificuldade mantém-se ao longo do período, na medida em que a criança não consegue colocar-se do ponto de vista do outro.

Nesse sentido o desenvolvimento mental, caracterizado no estágio pré-operatório pelo egocentrismo intelectual e social é superado no período das operações concretas pelo início da construção lógica, ou seja, a capacidade da criança de estabelecer relações que permitem a coordenação de pontos de vistas diferentes. Esses pontos de vistas podem referir-se a pessoas diferentes ou a própria criança que “vê” um objeto ou situação, com aspectos diferentes e mesmo conflitantes, integrando-os de modo lógico e coerente.

Portanto, somente quando a criança desenvolve a capacidade das operações concretas que ela será capaz de trabalhar com as idéias sob dois pontos de vista simultaneamente (o que escolhe não é seu, é do outro).

Observamos que a criança A teve mais dificuldade para comparar conjuntos que tinham a mesma quantidade de objetos. Notamos que a criança, gastou mais tempo para responder, mesmo que ao termino apresentasse uma resposta não adequada, quando a comparação foi entre conjuntos com a mesma quantidade de 8 elementos e de 9 elementos (atividade 1). De modo geral, a criança A teve um índice maior de respostas não adequadas nas atividades de comparação entre conjuntos com 8 e 9 elementos, ou com 8 e 7 ou com 7 e 6 elementos, ou seja, nos casos em que ocorria o efeito distância e estava em jogo a questão da magnitude dos números. (atividade 2 e 8).

Percebemos que a criança A respondeu em desacordo com o proposto da atividade em muitas situações em que o instrumento utilizado envolvia o estímulo sonoro (palmas, estralos de dedos) para o reconhecimento de variação de quantidades (atividade2, 11).

A criança A não demonstrou dificuldade em associar a quantidade de objetos (planos ou espaciais) à sua representação por meio de dígito (atividade 11 e12).

Notamos que a criança A respondeu corretamente as atividades que envolviam a comparação entre os números representados com dígitos (atividade 17 até 24). No entanto constatamos a diferenciação na duração do tempo para apresentar as respostas dependendo da magnitude dos números e da característica dos instrumentos usados nas respectivas tarefas. A criança A gastou mais tempo para comparar dígitos de tamanhos diferentes, notamos que ela gastou mais tempo para comparar (6 e 9) do que (4 e 3) na atividade 21.

E, em muitos casos gastou menos tempo e obteve maior índice de respostas corretas ao comparar números distantes. Por exemplo, na atividade 17 o menor tempo que a criança gastou para realizar uma situação dessa tarefa foi de 0,022 min., na comparação entre 1 e 4. Notamos que a distância entre esses números é a maior apresentada nessa atividade. Outro caso que podemos destacar está na atividade 18. Verificamos que criança gastou menos tempo para comparar o 1 com 5 (0,0128 min.) do que 8 com 5 (0,0134 min.), e, além disso, esses tempos foram os menores obtidos nessa atividade. Constatamos aqui influência do efeito distância e da magnitude dos números.

Ao observarmos os dados obtidos nas atividades 18 e 20, novamente identificamos momentos que a criança A gasta mais tempo para comparar números maiores e mais próximos, fato esse que nos acompanha como possível indicar da compreensão do conceito de número, pois segundo Dehaene através da analise dos tempos das respostas é possível perceber que a compreensão dos número é automática.

Em seus estudos, Dehaene explicou que há uma técnica que os psicólogos chamam do "sandwich priming" que consiste em colocar antes e depois da palavra que se deseja esconder caracteres sem sentido. Se cada uma das primeiras três séries for apresentada somente para um vigésimo de segundo, a principal palavra ficará pressionada entre as outras séries, tornando-se invisível, não é difícil de ler, mas passa do nível da consciência. Notemos que, na atividade 22, a criança A embora tenha apresentado a resposta correta, gastou mais tempo para reconhecer 2 do que 4, pois o digito 2 estava entre os caracteres sem significado.

Observamos mais um marca significativa presente na individualidade com que a criança A expressa sua capacidade numérica. Nas atividades 7 e 22, sem que houvesse a interferência da pesquisadora a criança reconhece o erro e rapidamente retifica sua ação. Comparando com teoria de Piaget podemos identificar aqui uma característica do estágio pré-operatório, pois com o surgimento da capacidade mental a criança consegue realizar uma ação física ou mental dirigida para um fim (objeto) e revertê-la para o seu início. Então nesse período a criança consegue descobri um erro e recomeça.

Em relação a criança B nos casos que a tarefa envolvia a comparação entre as quantidade "próximas" 8 e 9 a criança geralmente apresentava respostas em desacordo (atividade 1, 2 e 8)

Percebemos que a criança B respondeu em desacordo com o proposto da atividade, em algumas situações em que o instrumento utilizado envolvia o estímulo sonoro (palmas, estralos de dedos), para o reconhecimento de variação de quantidades (atividade2, 11). Nessas duas atividades as crianças tiveram o mesmo índice de respostas não adequadas. Na atividade 2 ambas apresentaram respostas incorretas em 4 (quatro) situações e na atividade 11, a criança A errou as 4(quatro) situações que envolveu sons e a criança B errou 2 (duas) que envolveu sons e 2 (duas) que envolveu figuras espaciais totalizando também 4 erros.

A criança B apresentou um índice (80%) de respostas em desacordo com o proposto nas tarefas que necessitavam a compreensão da representação simbólica através do digito. (atividades 11, 12, 13, 14, 17, 18, 20, 21). Observamos que na atividade 19 ela tinha que responder "igual ou diferente". Ela respondeu corretamente a todas as questões. Devido as respostas apresentadas anteriormente podemos concluir que a comparação foi figural e não quantitativa.

Notamos também que a criança B apresentou dificuldade ao estabelecer a comparação de quantidade e desenvolver o princípio aditivo em situações que envolviam a representação simbólica, o dígito, caracterizando aqui uma marca individual da forma que a criança B expressa a sua capacidade numérica. Observamos que em alguns momentos o efeito distância interferiu no tempo que a criança gasta para apresentar a resposta e na freqüência de respostas corretas.

Notamos que a criança A gastou menos tempo para realizar as tarefas propostas, obteve maior índice de repostas corretas e demonstrou interesse pela realização das mesmas.

E, a criança B, gastou mais tempo para realizar as tarefas, obteve menor índice de respostas corretas, demonstrou não ter desenvolvido adequadamente a capacidade de trabalhar com o significado das representações simbólicas. O maior interesse por ela demonstrado foi a necessidade de brincar.

Apesar da maioria dos testes piagetianos conduzirem ao uso de contagem, portanto, explorando o caso discreto, eles também permitem pensar no contínuo uma vez que antes da criança ter desenvolvido plenamente ao conceito de número ela deve reconhecer a quantidade por aproximações. Isto é a criança usa do pensamento analógico para reconhecer as quantidades, independentemente de ser discreto (objetos) ou contínuo (líquido). Assim, podemos inferir que “no ensino dos números elementares ou naturais parece, portanto não ser necessário priorizar o discreto sobre o contínuo.” (BROLEZZI, A, 1997, p. 10)

Identificar e compreender as diferenças individuais da construção do conceito da criança permite ao educador buscar caminhos que privilegie a aprendizagem significativa da matemática. A cognição aritmética não é unitária e é composta de muitos componentes. Nosso posicionamento final é o de aplaudir a pesquisa neuropsicológica.

Referência Bibliográfica

ANDRÉ, Marli Elisa Dalmoso. *A pesquisa no cotidiano escolar*. In: FAZENDA, Ivani Catarina Arantes (Org.). *Metodologia da pesquisa educacional.* São Paulo: Cortez, 1991. p. 35-45.

BAPTISTA, Makilim Nunes; CAMPOS, Dinael Corrêa de. *Metodologias de pesquisa em ciências: análises quantitativa e qualitativa*. Rio de Janeiro: LTC, 2007. 299 p.

BOAVIDA, A.; PONTE, J. P. *Investigação colaborativa: Potencialidades e problemas*. In: GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002.

BOCK, Ana M. Bahia; FURTADO, Odair; TEIXEIRA, Maria de Lourdes T. *Psicologias: uma introdução ao estudo de psicologia*. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 1995. 319 p.

BOYER, Carl Benjamin. *História da matemática*. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher; USP, 1974. 488 p.

BROLEZZI, A. C. *A tensão entre o Discreto e o Contínuo na História da Matemática e no Ensino de Matemática*. Tese de Doutorado. São Paulo: FEUSP, 1997.

BRUNSCHVICG, Léon. *Lês étapes de la philosophie mathématique*. 7. ed. Paris: Presses Universitaires de France, 1947. 592 p.

CAETANO, A. P. *Para uma reflexão sobre processo de investigação implicada*. In: ESTRELA, A.; FERREIRA, J. (Orgs.). *Métodos e técnicas de investigação científica em educação: Actas do VII Colóquio Nacional da AIPELF/AFIRSE*. Lisboa: Faculdade de Psicologia e de Ciências de Educação, Universidade de Lisboa, 1997. p. 263-270.

CHIZZOTTI, Antonio. *Pesquisa em ciências humanas e sociais*. São Paulo: Cortez, 1991 164 p.

_____. *O cotidiano e as pesquisas em Educação*. In:FAZENDA, Ivani Catarina

Arantes (Org.). *Novos enfoques da pesquisa educacional*. São Paulo: Cortez, 1992. 135 p.

COURANT, Richard; ROBBINS, Herbert. *O que é matemática?* Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2000. 621 p.

DANTZIG, T. Número: *A linguagem da ciência*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970. 51 p.

DEHAENE, Stanislas. *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press, 1997. 274 p.

_____. *La Bosse de Maths*. Paris: Odile Jacob, 1997. 365 p.

DEVLIN, Keith. *O gene da matemática*. Tradução de Sergio Moraes Rego. Rio de Janeiro: Record, 2004. 349 p.

DOWKER, Ann. *Individual differences in numerical abilities in preschoolers*. Journal Developmental science, published in England, Publisher Blackwell Publishing, v. 11, n. 5, Set. 2008. p. 650-654.

DOWKER, Ann. *Individual differences in arithmetical abilities: implications for psychology, neuroscience and education*. Hove: Psychology Press. 2005. 358 p.

FLORES-MENDOZA, Carmen; COLOM, Roberto. *Introdução à psicologia das diferenças individuais.* Porto Alegre: Artes Médicas, 2006. 460 p.

GADOTTI, Moacir. *Pedagogia da práxis.* 2. ed. São Paulo: Cortez: Instituto Paulo Freire, 1995. 336 p.

GALLISTEL, C. R. *The organization of learning*. Cambridge, MA: Bradford Books/MIT Press. 1990.

GATTI, Bernadete Angelina; FERES, Nagib Lima. *Estatísticas básica para ciências humanas*. São Paulo: Alfa - Omega, 1978. 190 p.

GRÉCO, P.; GRIZE, J. B.; PAPERT, S. & PIAGET, J. *Études d'epistémologie génétique: Problèmes de la construction du nombre.* (Vol. XI). Paris: Presses Universitaires de France, 1960.

GRÉCO, P.; INHELDER, B.; MATALON, B. & PIAGET, J. *Laformation des raisonnements récurrentiels: ètudes d'epistémologie génétique*. (Vol. XVII). Paris: Presses Universitaires de France, 1963.

GRESSLER, Lori Alice. *Pesquisa educacional: importância, modelos, validade, variáveis, hipóteses, amostragem, instrumentos*. São Paulo: Loyola, 1979. 131 p.

GRIZE, J. B. *Du groupement au noumbre: essai de formalisation*. In: *Études d' èpistémologie génétique.* (Vol. XI). Paris: Presses Universitaires de France, 1960.

KAMII, Constance. *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação com escolares de 4 a 6 anos*. Tradução de Regina A. de Assis. 11. ed. Campinas, SP: Papirus, 1990. 124 p.

LAKATOS, Imre. *La metodología de los programas de investigacíon científica*. Madri: Alianza Editorial, 1993.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. *A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas*. Tradução de Heloisa Monteiro e Francisco Settineri. Porto Alegre: Artes Médicas; Belo Horizonte: UFMG, 1999. 340 p.

LEFÈVRE, Beatriz Helena. *Neuropsicologia infantil*. São Paulo: Sarvier, 1989. 142 p.

LESSARD-HÉBERT, M.; GOYETTE, G.; BOUTIN, G. *Investigação qualitativa: fundamentos e práticas*. Lisboa: Instituto Piaget, 1994.

LUCKESI, Cipriano; Barreto, Elói; COSMA, José; Baptista, Naidilson. *Fazer Universidade: Uma Proposta*. *Metodológica*. São Paulo: Cortez, 1984. 232 p.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli Elisa Dalmoso. *Pesquisa em educação: Abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.

LUNA, Sergio Vaconcelos de. *Planejamento e pesquisa: uma introdução*. São Paulo: EDUC, 1996. 108 p.

LURIA, Alexander Romanovich. *Fundamentos de neuropsicologia*. São Paulo: EDUSP, 1981.

McGARRIGLE, J. & DONALDSON, M. *Conservation* accidents. Cognition, 3, 341-350. 1974.

MEHLER, J. & BEVER, T. G. *Cognitive capacity of very young children*. Science, 158, 141-142. 1967.

MOYER, R. S. & LANDAUER, T. K. *Time required for judgements of numerical inequality*. Nature, 215, 1519-1520. 1967.

NUNES, T. *O método clínico: Usando os exames de Piaget*. Petrópolis: Vozes, 1983

PAPERT, Seymmour. *Problèmes épistémologiques et génétiques de la récurense*. In: GRÉCO, P.; GRIZE, J. B.; PAPERT, S. & PIAGET, J. *Études d'epistémologie génétique: Problèmes de la construction du nombre.* (Vol. XI). Paris: Presses Universitaires de France, 1960. pp. 117-148.

PIAGET, Jean. *L'épistémologie génétique*. Paris: Presses Universitaires de France, 1970. [*Epistemologia genética*. Tradução de Álvaro Cabral, revisão da tradução Wilson Roberto Vaccari. 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2002. 123 p.]

_____. *La naissance de l'intelligense chez l'enfant. Neuchâtel:* Delachaux et Nestlé, 1966. [*O Nascimento da inteligência na criança*. Tradução de Álvaro Cabral. 5. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970. 388 p.]

_____. *A Epistemologia Genética*. Coleção Os Pensadores. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

_____. *Problemas de Psicologia Genética*. Coleção Os Pensadores. 2. ed. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

_____. *A Equilibração das Estruturas Cognitivas*. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1976. 175 p.

_____. *Lógica e Conhecimento Científico*. Porto: Livraria Civilização, 1981. 430 p.

_____. *Biologie et Connaissance*. Paris: Editora Gallimard, 1967. 510 p.

_____. BETH, Evert Willem. *Épistémologie Mathématique et Psychologie*. Paris: Presses Universitaires de France, 1961. 352 p.

_____. INHELDER, Barbel. *La genèse des structures logiques élémentaires,* Neuchâtel: Delachaux et Nestlé, 1959. [*Gênese das estruturas lógicas elementares*. Tradução de Álvaro Cabral. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975. 356 p.]

_____. SZEMINSKA, Aline. *La genèse du nombre chez l'enfant*, Neuchâtel: Delachaux et Nestlé, 1941. [*A gênese do número na criança*. Tradução de Christiano Monteiro Oiticica. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975. 331 p.]

ROLAND, P. E. & FRIBERG, L. *Localization of cortical areas activated by thinking*. Journal of Neurophysiology, 53, 1219-1243. 1985.

ROSA, Maria Virginia de Figueiredo Pereira do Couto; ARNOLDI, Marlene Aparecida Gonzalez Colombo. *A entrevista na pesquisa qualitativa: mecanismo para validação dos resultados*. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. 107 p.

RUSSELL, Bertrand. *Introdução à filosofia da matemática*. Rio de Janeiro: Zahar, 1960.

SERRAZINA, Lurdes. *Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo*. Quadrante, 8 (1-2), 1999. p. 39-168.

_____. SERRAZINA, Lurde; OLIVEIRA, I. *O professor como investigador: Leitura crítica de investigações em educação matemática*. In: LOPES, I. C.; COSTA, M. C. (Orgs.). Actas do SIEM 2001. Lisboa: APM. (republicado neste volume), 2001. p. 29-56.

VALLES, M. S. *Técnicas cualitativas de investigación social: reflexión metodológica y práctica profesional*. Madrid: Editorial Sintesis, 2000.

VON NEUMANN, J. *The computer and the brain*. New Haven, Connecticut: Yale University Press. 1958.

WHITEHEAD, Alfred North; RUSSELL, Bertrand. *Principia Mathematica*. 3 vols., Cambridge: At the University Press, 1910-1913.

YIN, Robert K. *Case Study Research, Design and Methods*. 3. ed. Newbury Park: Sage Publications, 2002.

Bibliografia

ALARCÃO, I. *Ser professor reflexivo*. In: ALARCÃO, I. (Org.), *Formação reflexiva de professores: Estratégias de supervisão*. Porto: Porto Editora. 1996. p. 171-198.

ANDERSON, G. L.; HERR, K. *The new paradigm wars: Is there room for rigorous practitioner knowledge in schools and universities?* Educational Researcher, 28(5), 1999. p. 12-21 e 40.

ANDRADE, Vivian Maria; SANTOS, Flávia Heloísa dos; BUENO, Orlando Francisco Amodeo (Orgs.). *Neuropsicologia Hoje*. São Paulo: Artes Médicas, 2004. 474 p.

BEHRENS, Marilda A. *O paradigma emergente e a prática pedagógica*. 3. ed. Curitiba: Champagnat, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. *Investigação qualitativa em educação: Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora, 1994.

BREEN, C. *Teachers as researchers?* In: ZACK, V.; MOUSLEY, J.; BREEN, C. (Orgs.). *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change*. Geelong, Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education, 1997. p. 151-158.

CABRAL, Tânia Cristina Baptista. *Contribuições da psicanálise à educação matemática: a lógica da intervenção nos processos de aprendizagem*. 1998. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos fundamentais da matemática*. Lisboa: Tipografia Matemática,1998. 336 p.

CARVALHO, Maria Cecília M. (org). *Construindo o saber: metodologia científica, fundamentos e técnicas*. São Paulo: Papirus, 1991. 175 p.

CIASCA, Sylvia Maria (Org.). *Distúrbios de aprendizagem: proposta de avaliação interdisciplinar.* São Paulo: Casa do psicólogo, 2003. 220 p.

COMITI, C.; BALL, D. L. *Preparing teachers to teach mathematics: A comparative perspective*. In: BISHOP, A. J.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J.; LABORDE, C. (Orgs.). *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1996. p. 1123-1151.

COSTA, Sérgio Francisco. *Recursos para reduzir a predisposição negativa a estatística em cursos da área de ciência humanas*. 1994. Tese (Doutorado na área de comunicação e artes) – Universidade de São Paulo, São Paulo.

CRAWFORD, K.; ADLER, J. *Teachers as researchers in mathematics education*. In: BISHOP, A. J.; KEITEL, C.; KILPATRICK, J.; LABORDE, C. (Orgs.), *International handbook of mathematics education*. Dordrecht: Kluwer, 1996. p. 1187-1205

CROCHIK, José Leon. *O computador no ensino e a limitação da consciência*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998. 194 p.

DEMO, Pedro. *Princípio científico e educativo*. São Paulo: Cortez, 1992. 120 p.

EVES, Howard. *Introdução à história da matemática.* Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora UNICAMP, 1995. 844 p.

HENRIQUES, Androula Christófides. *Aspectos da teoria Piagetiana e Pedagogia*. Portugal: Instituto Piaget, 1997. 104 p.

HYDE, A. *Staff development: Directions and realities*. In: *News directions for elementary schools mathematics.* Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

IFRAH, Georges. *Os números: história de uma grande invenção*. Tradução de Stella Maria de Freitas Senra. 8. ed. São Paulo: Globo, 1996. 367 p.

JANVIER, C. *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics.* London: Lawrence Erlbaum Ass. Pub, 1987. p. 99-107.

FEIJOO, Ana Maria Lopez Calvo de. A *pesquisa e a Estatística na Psicologia e na Educação*. São Paulo: Bertrand Brasil, 1996. 172 p.

GARRETT, Henry E. *A Estatística na Psicologia e na Educação*. Rio de Janeiro: Fundo de Cultura, 1958. 688 p.

KAMII, Constance. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget.* Tradução de Marta Rabioglio, Camilo F. Ghorayeb, Marina Célia D. Morais. Campinas, SP: Papirus, 1995. 299 p.

KEMMIS, S. Action research. In: HAMMERSLEY, M. (Org.), *Educational research: Current issues.* vol.1. London: Paul Chapman, 1993. p. 177-190.

KUHN, Thomas S. *Estrutura das Revoluções Científicas*. São Paulo: Perspectiva, 1987. 257 p.

LAMPERT, M.; BALL, D. L. *Teaching, multimedia, and mathematics*. New York, NY: Teachers College Press, 1998

LESSARD-HÉBERT, M. *Pesquisa em educação*. Lisboa: Instituto Piaget, 1996.

LÜDKE, Menga. *Aprendendo o caminho da pesquisa*. In: FAZENDA, Ivani Catarina Arantes (Org.). *Novos enfoques da pesquisa educacional*. São Paulo: Cortez, 1992. 135 p.

MACHADO, Silvia Dias Alcântara (Org.). *Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica*. Coleção Papirus educação. Campinas, SP: Papirus, 2003. 160 p.

MARTINS, Joel. *A pesquisa qualitativa em psicologia*. In: FAZENDA, Ivani Catarina Arantes (Org.). *Metodologia da pesquisa educacional*. São Paulo: Cortez, 1991. p. 49-58.

MERRIAM, Sharan B. *Case study research in education: A qualitative approach*. San Francisco, CA: Jossey-Bass Publishers, 1988.

MONTOYA, Adrian Oscar Dongo. *Piaget: imagem mental e construção do conhecimento*. São Paulo: UNESP, 2005. 151 p.

NATIONAL COUNCIL OF SUPERVISIORS OF MATHEMATICS. A Matemática essencial para o século XXI. Educação e Matemática. n. 14, 2. trimestre, 1990.

NEME, Adla. *Condições básicas para aprendizagem inicial de matemática*. 1972. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo.

OTTE, Michael. *O formal, o social e o subjetivo: uma introdução à filosofia e à didática da matemática*. Tradução de Raul Fernando Neto. São Paulo: Universidade Estadual Paulista, 1993. 323 p.

PARRA, Cecília; SAIZ, Irma (Org.) et al. *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas.* Tradução de Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996. 258 p.

PFROMM NETTO, Samuel. *Psicologia: introdução e guia de estudo*. São Paulo: EDUSP, 1985

PIAGET, Jean; *O Nascimento da Inteligência na Criança*. 4ª. ed. Rio de Janeiro: Editora Guanabara, 1987.

RANGEL, Ana Cristina S. *Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-econômicos*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992.

SERRAZINA, Lurdes; OLIVEIRA, I. *A reflexão e o professor como investigador*. In: GTI (Org.), *Reflectir e investigar sobre a prática profissional*. Lisboa: APM, 2002.

SCHÖN, Donald A. *Educando o profissional reflexivo: um novo design para o ensino e a aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

TENÓRIO, Robinson Moreira. *Cérebros e computadores: a complementaridade analógico-digital na informática e na educação*. 4. ed. São Paulo: Escrituras, 2003. 213 p.

THOMPSON, A. *Teacher's beliefs and conceptions: A syntesis of the research*. In: GROUWS, D. A. (Ed), *Handbook of research on mathematics learning and teaching*. Nova Iorque: Macmillan, 1992.

TOLEDO, Marília B. de A. *O ato de aprender em matemática-ação docente*. In: MASINI, Elcie Salzano (Org.). *O ato de aprender. I Ciclo de estudos de Psicopedagogia* Mackenzie. São Paulo: Ed. Mackenzie, 1999. 100 p.

ZACK, V.; MOUSLEY, J.; BREEN, C. (Orgs.). *Developing practice: Teachers' inquiry and educational change. Geelong*. Australia: Centre for Studies in Mathematics, Science and Environmental Education, 1997.

ZEICHNER, K.; NOFKE, S. *Practitioner research*. In: RICHARDSON V. (Org.), *Handbook of research on teaching*. Washington: DC, 2001. p. 298-330.

Anexo 1

Este questionário destina-se à coleta de dados referentes à pesquisa para tese de doutoramento, em Educação Matemática, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

1) Idade da criança: _______anos e _______ meses.

2) Sexo da criança: a) ( ) feminino b) ( ) masculino

3) A criança mora com:

a) ( ) os pais
b) ( ) só com a mãe
c) ( ) só com o pai
d) ( ) com outro parente. Qual?______________

4) Com que idade começou a freqüentar uma instituição escolar? __________

5) Identifique se a criança freqüentou:

a) ( ) creche, de sistema privado.
b) ( ) creche, de sistema público.
c) ( ) escola de Educação Infantil do sistema privado.
d) ( ) escola de Educação Infantil do sistema público.
e) ( ) começou seus estudos na 1ª série do Ensino Fundamental.

6) A partir da 1ª série do Ensino Fundamental a criança:

a) ( ) sempre estudou em escola pública;

b) ( ) estudou em escola pública e particular.

7) A criança comenta sobre alguma pessoa que marcou ou marca negativamente a sua vida ?

a) ( ) não. b) ( ) sim

Se você respondeu ***sim*** :

7a) A pessoa apontada está, de alguma forma, relacionada com o processo de ensino-aprendizagem formal?

a)( ) sim. Qual a sua função?_______________

b)( ) não.

7b) Relate o motivo que a levou a citar essa pessoa.

____

____

8) A criança comenta sobre alguma pessoa que marcou ou marca positivamente a sua vida ?

a) ( ) não.

b) ( ) sim

Se você respondeu ***sim*** :

8.a) A pessoa apontada está, de alguma forma, relacionada com o processo de ensino-aprendizagem formal?

a) ( ) sim. Qual a sua função?_______________

b) ( ) não.

8.b) Relate o motivo que o levou a citar essa pessoa.

____

____

9) Como a criança reage frente a situações que envolvem números?

a) ( ) com tranqüilidade, sempre.

b) ( ) com tranqüilidade, em alguns momentos.

c) ( ) sem tranqüilidade.

d) ( ) nunca observei isso.

10) Levando em consideração fatores positivos e negativos, como você classifica o relacionamento da criança com situações que envolvem números.

a) ( ) ótimo. d) ( ) péssimo.

b) ( ) bom. e) ( ) não lembra.

c) ( ) regular.

Agradecemos a colaboração

Anexo 2

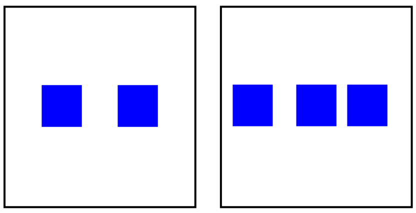
ATIVIDADES EMPÍRICAS

Atividade 1

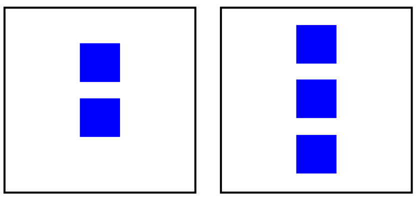
1) Aponte para o cartão que apresenta mais quantidade de figuras.

Qual cartão tem mais figuras?

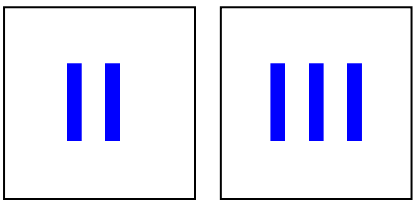
Situação 1 - Explora a posição e a quantidade das figuras



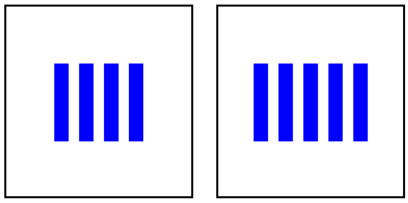
Situação 2 - Explora a posição e a quantidade das figuras



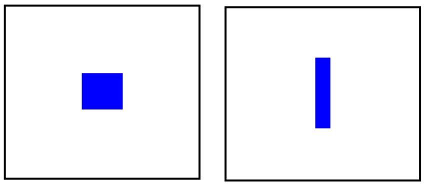
Situação 3 - Explora quantidade das figuras



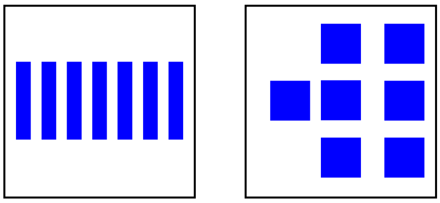
Situação 4 - Explora quantidade das figuras



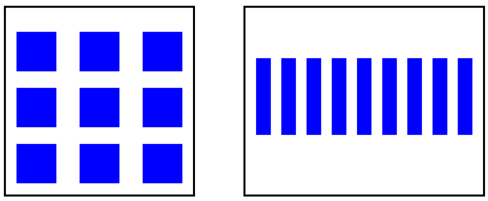
Situação 5 - Explora quantidade e formas de figuras



Situação 6 - Explora quantidade e formas de figuras

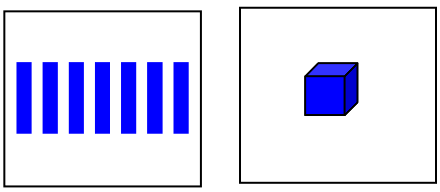


Situação 7 - Explora quantidade e formas de figuras

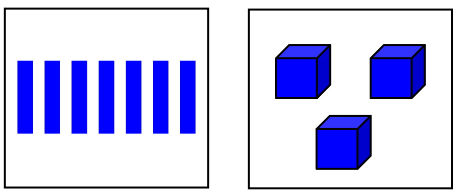


Usando peças do bloco lógico.

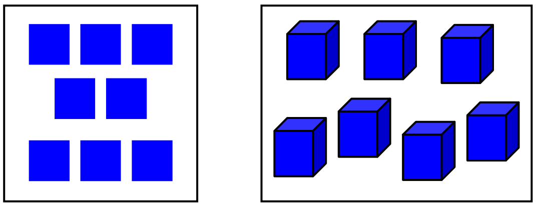
Situação 8 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.



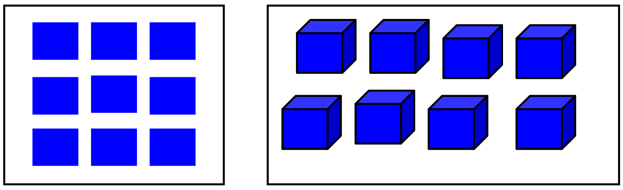
Situação 9 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.



Situação 10 - Explora quantidade e formas de figuras planas e espaciais.

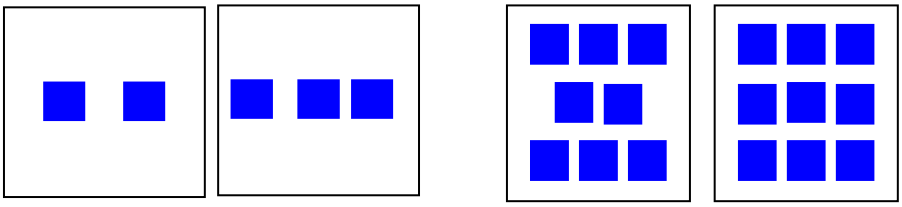


Situação 11 - Explora quantidade e formas de figuras planas e sólidas.



Atividade 2

2) Apresentar os pares de cartões com 2 e 3 figuras ou com 8 e 9 figuras. Em seguida pedir para criança escolher um dois cartões de cada par, de acordo com os sons.



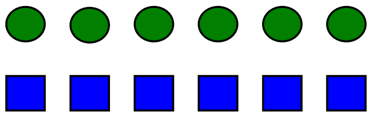
Situações:

- 3 palmas;
- 2 palmas;
- 9 palmas;
- 8 palmas;
- 2 estralos de dedos;
- 8 estralos de dedos;
- 9 estralos de dedos

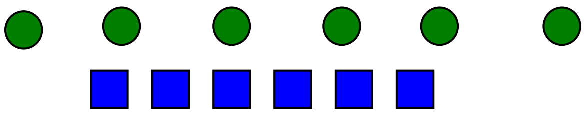
Atividade 3

3) Apresentar fileiras igualmente espaçadas com seis círculos e seis quadrados.

Situação 1: Qual fileira apresenta a maior quantidade de figuras? Qual fileira tem mais?

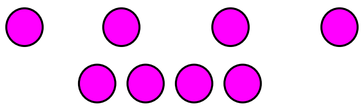


Situação 2: A observadora "bagunça" as fileiras e novamente pergunta para a criança. E, agora qual fileira tem mais?



Atividade 4

4) Agora os objetos são trocados por balas.



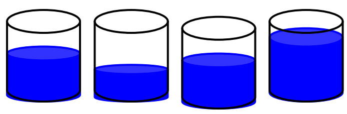
- Qual fileira você quer? Pode comer.

Atividade 5

5) Apresentar copos com quantidades distintas de um líquido.

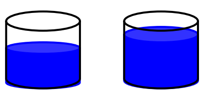
Situação 1

- Quais copos têm a mesma quantidade de líquido?



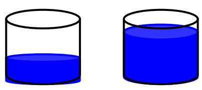
Situação 2

- Qual copo tem mais liquido?



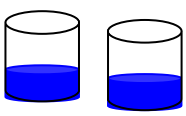
Situação 3

- Qual copo tem mais liquido?



Situação 4

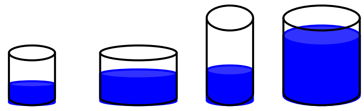
- Qual copo tem mais liquido?



Situação 5

Agora os copos têm formatos diferentes e o primeiro e o terceiro tem a mesma quantidade de líquido.

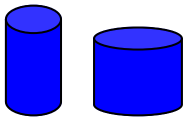
- Quais copos têm a mesma quantidade de líquido?



Situação 6

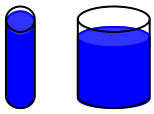
Agora os copos têm formatos diferentes e os dois estão cheios até a boca. O mais largo tem mais liquido.

- Qual copo tem mais liquido?



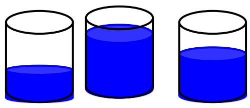
Situação 7

- Qual copo tem mais liquido?



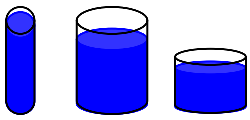
Situação 8

- Qual copo tem mais liquido?



Situação 9

- Qual copo tem mais liquido?

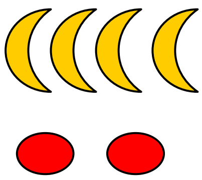


Atividade 6

6) Mostrar para criança algumas situações e pedir que ela verifique o que tem mais.

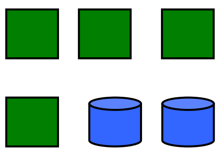
Situação 1

- O que tem mais, peças amarelas ou peças ?



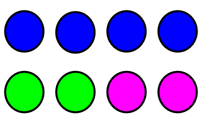
Situação 2

- O que tem mais quadrados ou peças?



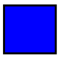
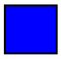
Situação 3

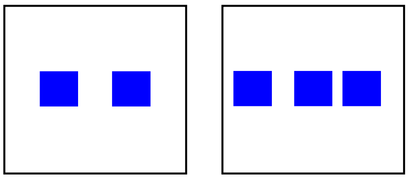
- O que tem mais círculos ou peças azuis?



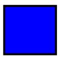
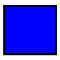
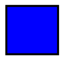
Atividade 7

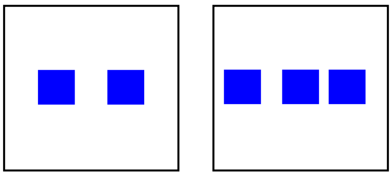
7) Apresentar algumas situações e pedir para criança escolher um dos cartões.

Situação1: Apresentar uma figura  e depois a outra 



Situação 2

Apresentar uma figura  depois outra  e por fim mais uma figura 

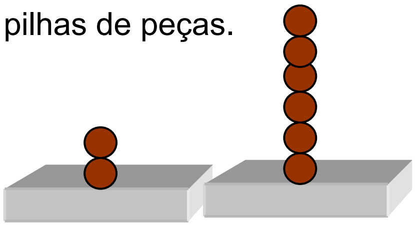


Atividade 8

8) Apresentar dois tabuleiros com duas pilhas de peças.

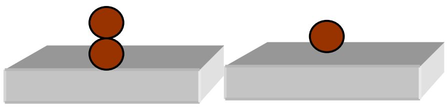
Situação 1

- Qual tabuleiro tem mais peças?



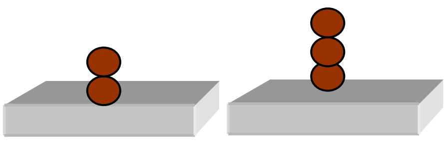
Situação 2

- Qual tabuleiro tem mais peças?



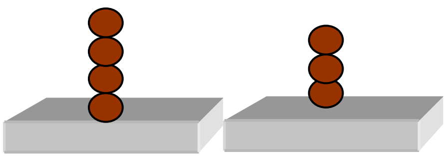
Situação 3

- Qual tabuleiro tem mais peças?

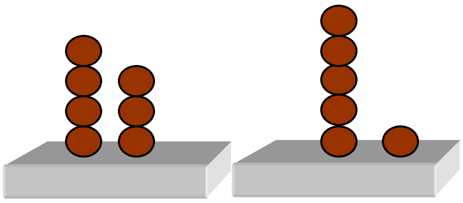


Situação 4

- Qual tabuleiro tem mais peças?

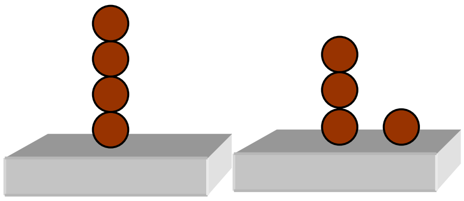


Situação 5



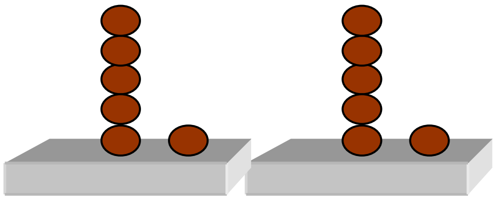
- Qual tabuleiro tem mais peças?

Situação 6



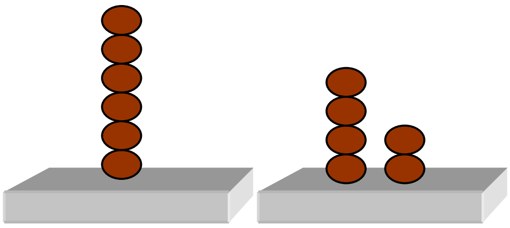
- Qual tabuleiro tem mais peças?

Situação 7



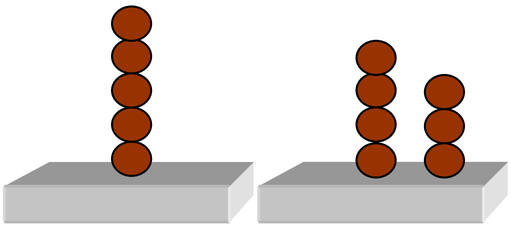
- Qual tabuleiro tem mais peças?

Situação 8



- Qual tabuleiro tem mais peças?

Situação 9

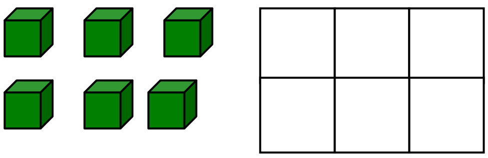


- Qual tabuleiro tem mais peças?

Atividade 9

9) Apresentar seis peças do bloco lógico e um tabuleiro dividido em 6 partes.

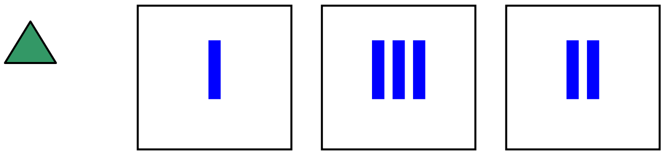
- Verificar o que a criança irá fazer. Se necessário pedir para colocar as peças no tabuleiro.



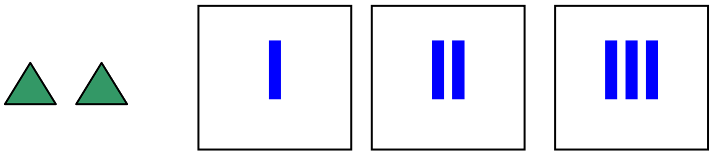
Atividade 10

11) Mostrar peças do bloco lógico e pedir para criança selecionar o cartão correspondente.

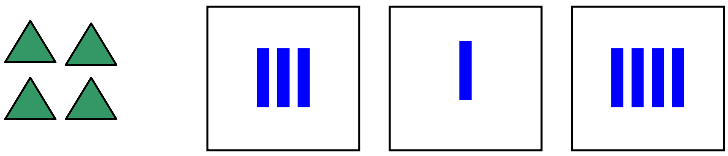
Situação 1



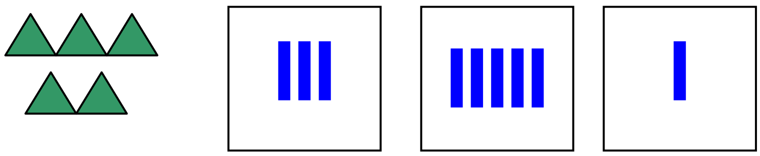
Situação 2



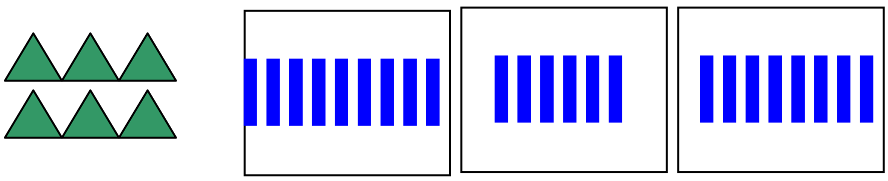
Situação 3



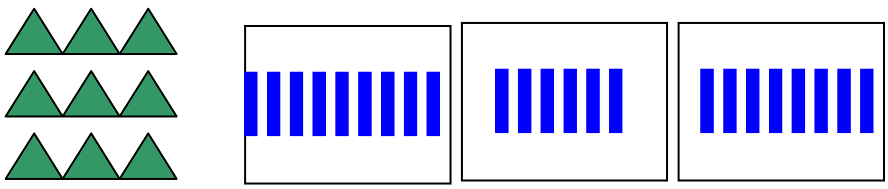
Situação 4



Situação 5



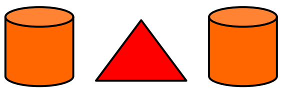
Situação 6

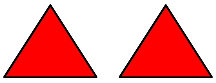


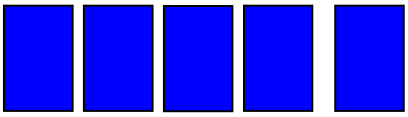
Atividade 11

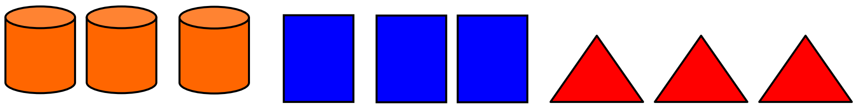
11) Apresentar seqüências de peças e pedir para criança selecionar o cartão com o dígito correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

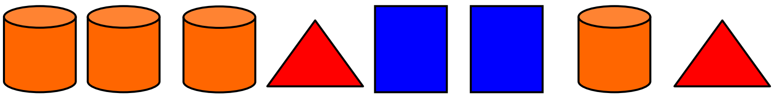
1	2	3	4	5	6	7	8	9

Situação 1 

Situação 2 

Situação 3 

Situação 4 

Situação 5 

Situação 6

- Bater 2 palmas;

Situação7

- Bater 6 palmas;

Situação 8

- Bater 1 palma;

Situação 9

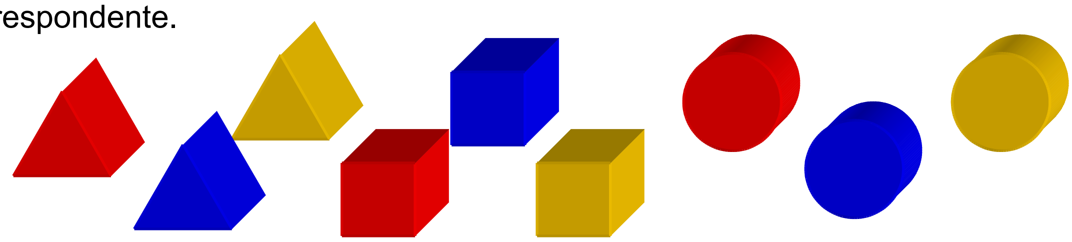
- Bater 5 palmas;

Situação 10

- Bater 9 palmas

Atividade 12

12) Apresentar o dígito e pedir para a criança escolher a quantidade de objetos correspondente.



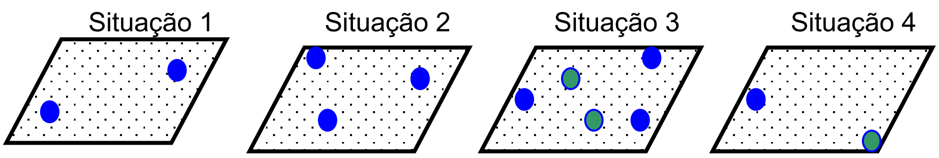
Situação 1	Situação 2	Situação 3	Situação 4	Situação 5
1	4	2	3	9

Atividade 13

13) Apresentar um geoplano com bolinhas de gude.

Deixar a criança investigar o ambiente e pedir para criança selecionar o cartão com o dígito correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

1	2	3	4	5	6	7	8	9

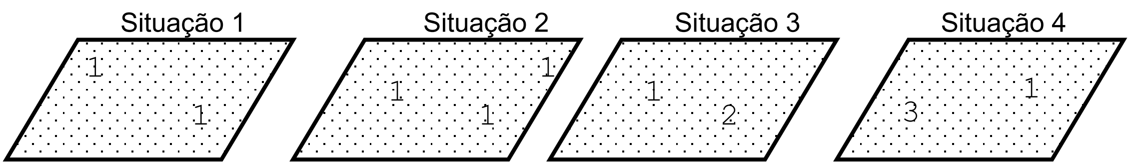


Atividade 14

14) Agora coloca-se os dígitos no geoplano.

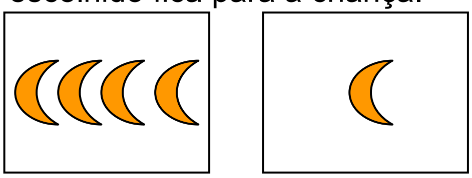
Deixar a criança investigar o ambiente e pedir para criança selecionar o cartão correspondente. A observadora colocou, em forma de monte, todos os cartões.

1	2	3	4	5	6	7	8	9



Atividade 15

15) Apresentar dois conjuntos de balas. Deixar a criança escolher um dos conjuntos. O conjunto escolhido fica para a criança.

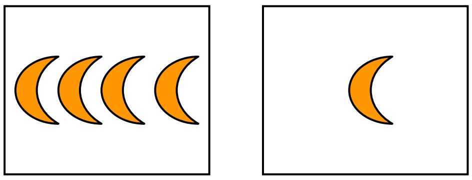


Agora vamos mostrar dois cartões um com o dígito 2 e outro com o digito 4. Se a criança escolher o dígito 2 receberá duas balas e se escolher o dígito 4 receberá quatro balas.

Situação 1		Situação 2		Situação 3		Situação 4	
2	4	4	1	3	4	1	2

Atividade 16

16) Novamente, apresentar dois conjuntos de balas. Deixar a criança escolher um dos conjuntos. O conjunto escolhido fica para o observador e a criança receberá o outro conjunto de balas.



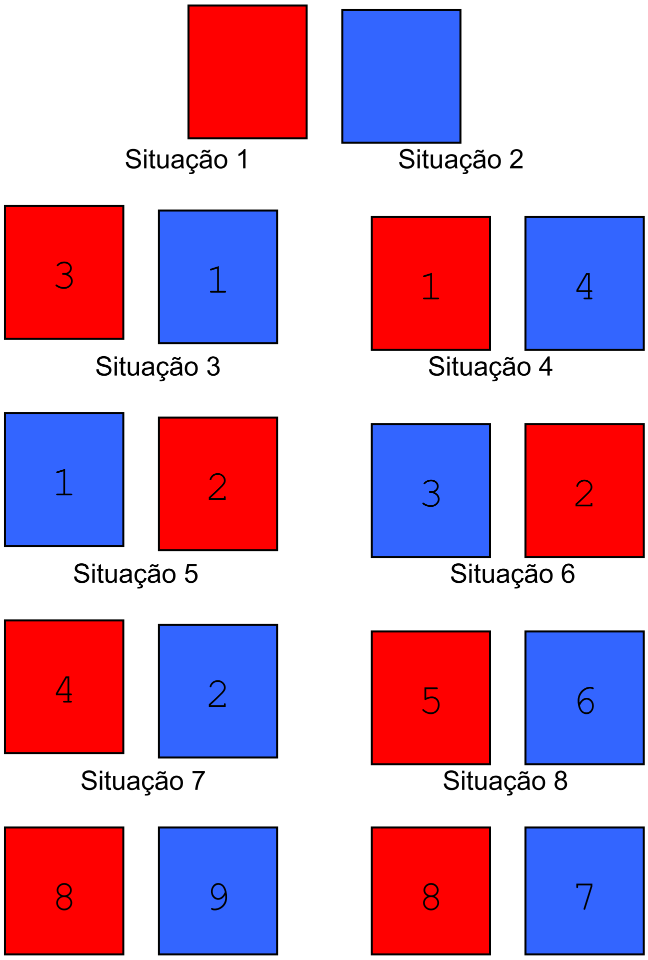
De modo contrário ao experimento anterior, a criança deverá escolher a menor quantidade, pois ficará para o observador a quantidade escolhida, logo a criança ficar com o que corresponde a outra quantidade.

Agora vamos mostrar cartões um com o dígito 4 e outro com o digito 1. A criança deverá escolher o menor dígito, pois ficará para o observador a quantidade escolhida, logo a criança ficar com o que corresponde a outra quantidade.

Situação 1		Situação2		Situação 3		Situação 4	
2	4	4	1	3	4	1	2

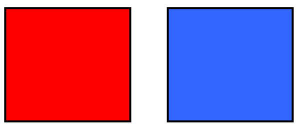
Atividade 17

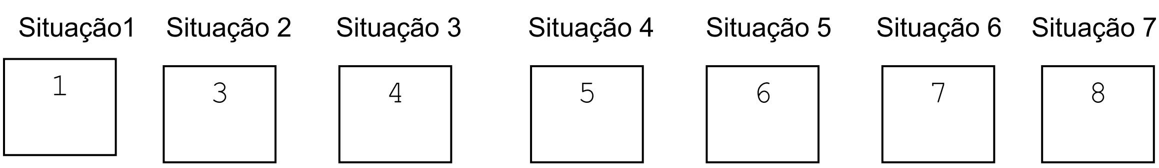
17) Apresentar rapidamente dois cartões, por exemplo, um com o número 3 (em vermelho) e outro com 1 (em azul) em seguida pedir para criança selecionar o cartão que corresponde a cor da maior quantidade (cartões sem números um vermelho e outro azul).



Atividade 18

18) Apresentar (alternadamente) os cartões com dígitos e pedir para a criança pegar o cartão vermelho, se o dígito apresentado for menor que cinco, e o azul, se for maior que cinco.





Atividade 19

19) Apresentar cartões com dígitos diferentes e perguntar para a criança se são iguais ou distintos.

Situação 1

2	1

Situação 2

3	2

Situação 3

3	3

Situação 4

2	2

Situação 5

1	4

Situação 6

7	8

Situação 7

1	8

Situação 8

8	8

Situação 9

8	9

Atividade 20

20) Apresentar cartões com a seqüência de dígitos, por 20 segundos.

1	3	4

- Qual dígito faz parte da seqüência apresentada?

Situação 1

1	5

Situação 2

3	2

Situação 3

4	6

Situação 4

1	9

Situação 5

2	8

Atividade 21

21) Apresentar cartões com os dígitos de tamanho distintos.

- Qual dígito representa a maior quantidade?

Situação 1

2	1

Situação 2

4	3

Situação 3

2	3

Situação 4

1	4

Situação 5

4	2

Situação 6

6	9

Situação 7

8	9

Atividade 22

22) Apresentar por 20 segundos a seqüência:

"#####	2	"#####	3

Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Situação 1

2	6

Situação 2

"#####	4

Situação3

"##	3

Situação 4		Situação 5	
"##	"#####	2	9

Atividade 23

23) Apresentar por 20 segundos a seqüência

2	3

Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Situação 1		Situação 2		Situação 3	
2	3	"#####	1	4	2

Atividade 24

24) Apresentar por vinte segundos a seqüência.

a)

1	2	3

Em seguida pedir para criança pegar o cartão que faz parte da seqüência apresentada.

Situação 1		Situação 2	
1	4	"#####	3

Situação 3

2	5

Situação 4

1	9

b)

7	8	9

Situação 1

1	7

Situação 2

2	8

Situação 3

3	9

Situação 4

6	9

Situação 5

##	7

Anexo 3

DECLARAÇÃO DE GUARDA DO TERMO DE LIVRE CONSENTIMENTO

São Paulo, 04 de março de 2008.

Declaramos que o Termo de Livre Consentimento do participante da pesquisa intitulada ***Um estudo sobre o senso numérico das crianças***, realizada pela pesquisadora Prof.ª Ms. Alessandra Hissa Ferrari, sob orientação da e Prof.ª Dra Sonia Barbosa Camargo Igliori, da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP, realizada no ano de 2008, está em posse da pesquisadora em questão, garantindo os preceitos éticos de anonimato em pesquisa com seres humanos, de acordo com o CNS 196/96.

As informações fornecidas na participação voluntária neste estudo visam a compreensão do Senso Numérico Analógico e a Aprendizagem da Matemática, através das atividades investigativas, entrevista e questionário a seguir.

É garantida a liberdade da retirada de consentimento a qualquer momento e deixar de participar do estudo, sem qualquer prejuízo à continuidade de sua participação nesta Instituição. Vale lembrar que esta contribuição não trará nenhum constrangimento ou danos de qualquer ordem e que não será divulgada a identificação de nenhum dos participantes.

Tal documento será mantido com as pesquisadoras enquanto houver desdobramentos acadêmico-científicos do estudo didático-pedagógico realizado ou por tempo indeterminado, se assim desejarem as pesquisadoras. No entanto, caso haja a necessidade da apresentação deste documento para averiguações e demais esclarecimentos, será feito sem arrevelias, pela pesquisadora e pesquisadora-orientadora, responsáveis pelo estudo didático-pedagógico, Prof.a Ms. Alessandra Hissa Ferrari e Prof.ª Dra Sonia Barbosa Camargo Igliori. Ambas podem ser encontradas na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC-SP (telefone (11) 3124-7210). Se ainda houver alguma consideração ou dúvida sobre a ética do estudo didático-pedagógico, entre em contato com o Programa de Estudos Pós-Graduados em Matemática - Rua Marquês de Paranaguá, 111 - Prédio 1 - 2º andar - Consolação - 01303-050 - São Paulo - SP - Brasil com tel. (55-11) 3124.7200 - ramal 7210 - fax. (55-11) 3159.0189 - e-mail: edmat@pucsp.br

Declaro que obtive de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido para participação do meu filho(a) para o desenvolvimento neste estudo.

Prof.a pesquisadora: Ms Alessandra Hissa Ferrari: ________________________

Prof.a orientadora Prof.ª Dra Sonia Barbosa Camargo Igliori: _______________

Assinatura do Responsável do Participante: _____________________________