



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Ilha Solteira

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

**IMPLEMENTAÇÃO E TESTE DO MÉTODO DA  
FRONTEIRA IMERSA PARA A SIMULAÇÃO DO  
ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS  
ESTACIONÁRIOS E ROTATIVOS**

**Augusto Salomão Bornschlegell**

**Orientador:** Prof. Dr. Sérgio Said Mansur

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia - UNESP – Campus de Ilha  
Solteira, para obtenção do título de Mestre  
em Engenharia Mecânica.  
Área de Conhecimento: Ciências Térmicas

Ilha Solteira – SP  
Setembro/2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

### *Agradecimentos*

Gostaria de externar meus sinceros agradecimentos a todas as pessoas que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

Ao meu orientador, Prof. Sérgio Said Mansur, pelo suporte incondicional nas mais diversas e situações;

Aos professores José Luiz Gasche e Leandro Franco de Souza, por aceitarem participar da comissão examinadora da presente dissertação, e ao professor João Batista Campos Silva, pelas sugestões apresentadas no exame geral de qualificação;

Aos colegas de curso, pela rica troca de idéias, e, em especial, aos amigos do Laboratório de Simulação Computacional em Ciências Térmicas, por permitirem que eu monopolizasse temporariamente todos os recursos disponíveis;

Aos professores do curso de pós-graduação, pelos ensinamentos transmitidos;

Por último, mas não menos importante, à CAPES, pelo investimento realizado para a minha formação profissional.

## *Lista de símbolos*

$\Delta L$	distância entre pontos lagrangianos [m]
$\Delta S$	tamanho dos volumes lagrangianos [m]
$D$	diâmetro do cilindro [m]
$F_{ij}$	densidade de forças eulerianas [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$f_k$	densidade de forças lagrangianas [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$f$	freqüência de emissão de vórtices na esteira [Hz]
$fa$	termo densidade de força de aceleração [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$F_D$	força de arrasto [N]
$f_i$	termo densidade de força inercial [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$F_L$	força de sustentação [N]
$fp$	termo densidade de força de pressão [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$fv$	termo densidade de força viscosa [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-3}$ ]
$h_i$	tamanho do volume euleriano elementar na direção $x$ [m]
$h_j$	tamanho do volume euleriano elementar na direção $j$ [m]
$L_W$	tamanho da bolha de recirculação [m]
$p$	pressão [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ ]
$p_\infty$	pressão de referência [ $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}$ ]
$t$	tempo [s]
$u$	componente horizontal da velocidade [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$U_\infty$	velocidade de corrente livre [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$v$	componente vertical da velocidade [ $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$w$	freqüência de rotação do cilindro [Hz]
$x$	coordenada horizontal do domínio de cálculo [m]
$x_{ij}$	coordenadas de um ponto euleriano no domínio de cálculo [m,m]
$x_k$	coordenadas de um ponto lagrangiano no domínio de cálculo [m,m]
$y$	coordenada vertical do domínio de cálculo [m]
$\theta$	ângulo a partir de ponto de estagnação [graus]
$\theta_S$	ângulo de separação da camada limite, a partir de ponto de estagnação [graus]
$\mu$	viscosidade dinâmica [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ]
$\rho$	densidade [ $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ ]

### **Adimensionais**

$C_D$	coeficiente de arrasto
$C_L$	coeficiente de sustentação
$C_P$	coeficiente de pressão
$C_{P0}$	coeficiente de pressão no ponto de estagnação
$Re$	número de Reynolds
$Re_{OSC}$	número de Reynolds no qual surgem as primeiras oscilações na esteira
$St$	número de Strouhal
$t^*$	tempo adimensional
$\alpha$	aceleração específica
$D_{ij}$	função de distribuição / interpolação
$r_i$	raio de atuação de $D_{ij}$ na direção $x$
$r_j$	raio de atuação de $D_{ij}$ na direção $y$

### **Siglas**

CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
MFI	Método de Fronteira Imersa.
MFV	Modelo Físico Virtual.

---

## ***RESUMO***

---

Durante as últimas décadas, grandes esforços têm sido dirigidos ao desenvolvimento de técnicas numéricas capazes de tratar escoamentos em geometrias complexas e/ou móveis. Neste contexto, o chamado método de fronteira imersa, que permite a resolução desta classe de problema usando malha cartesiana fixa, independentemente do tipo de geometria tratada, tem recebido grande atenção da comunidade de dinâmica dos fluidos computacional. No presente trabalho, o método de fronteira imersa, associado ao modelo físico virtual, foi implementado em um código computacional capaz de simular escoamentos isotérmicos e incompressíveis bidimensionais, via equações de Navier-Stokes, utilizando o método dos volumes finitos. Escrito em Fortran 90, este programa utiliza o método SIMPLEC para o acoplamento pressão-velocidade, oferecendo ao usuário diferentes opções para o tratamento dos termos advectivos – Upwind, Diferenças Centrais, Power-Law e QUICK. Embora a linguagem Fortran 90 não seja adequada à programação orientada a objeto, procurou-se, na execução deste trabalho, utilizar os conceitos de polimorfismo, herança e encapsulamento nas implementações realizadas. Testes exaustivos foram efetuados para avaliar as funcionalidades (funções e sub-rotinas) introduzidas no código computacional, bem como a performance global do programa, no que diz respeito à qualidade dos resultados produzidos. Neste contexto, dois problemas clássicos da literatura foram utilizados como *benchmark* na validação do programa: o escoamento em torno de um cilindro estacionário e o escoamento ao redor de um cilindro em rotação. Para ambos os casos, os resultados obtidos se mostraram fisicamente consistentes, apresentando uma concordância satisfatória com dados da literatura.

---

## INTRODUÇÃO

---

### 1.1 DOS MOINHOS DE VENTO AO MÉTODO DE FRONTEIRA IMERSA (MFI)

Datam da Antiguidade os moinhos de vento, as rodas d'água, os canais de irrigação e os primeiros dispositivos de bombeamento, artefatos de grande utilidade, desenvolvidos com as únicas ferramentas de projeto disponíveis na época – a criatividade e o empirismo. Usando noções intuitivas de arrasto aerodinâmico e precários conhecimentos de hidrodinâmica de embarcações, os primeiros barcos à vela capazes navegar com ventos de proa surgiram na região do Mediterrâneo, no final da Idade Média. Na Renascença, baseado na observação sistemática do vôo dos pássaros, incríveis máquinas voadoras foram concebidas pela mente brilhante de Leonardo da Vinci, incluindo as apresentadas na Figura 1.1, predecessoras da asa delta e do helicóptero. Da Vinci foi, também, o precursor de muitos conceitos fundamentais da mecânica dos fluidos. Apesar de todos estes feitos notáveis, a mecânica dos fluidos só se estabeleceu como uma disciplina formal na Idade Moderna, após o relevante trabalho de Daniel Bernoulli, publicado em 1738, sob o título *Hydrodinamica*.



Fonte: <http://inventors.about.com>

**Figura 1.1:** Máquinas voadoras concebidas por Leonardo da Vinci.

Anos mais tarde, em 1755, uma grande contribuição foi dada por Leonhard Euler à formulação matemática da dinâmica dos fluidos, com a dedução das equações que governam os chamados escoamentos invíscidos. Na primeira metade do século XIX, um

novo salto foi dado ao tratamento matemático do movimento dos fluidos, com o estabelecimento das equações de Navier-Stokes, obtidas independentemente por Claude Navier, em 1822, por Siméon-Denis Poisson, em 1829, por Barré de Saint-Venant, em 1843, e por George Stokes, em 1845.

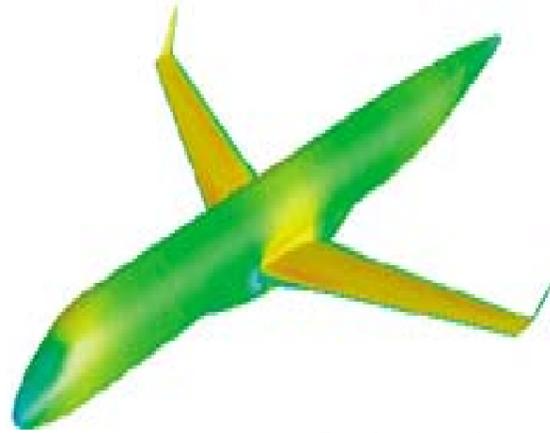
Associadas à equação de conservação da massa e com o uso de condições de contorno adequadas, as equações de Navier-Stokes são, em princípio, capazes de representar qualquer tipo de escoamento isotérmico, sejam eles laminares ou turbulentos, compressíveis ou incompressíveis, internos ou externos. Todavia, em função da presença de termos não lineares nessas equações, sua solução analítica só é possível para um número reduzido de casos particulares, onde importantes simplificações são efetuadas. Em vista disso, há mais de um século, diferentes metodologias têm sido propostas para a resolução numérica das equações de Navier-Stokes. A implementação destes métodos, entretanto, só foi possível a partir de meados do século XX, com o advento e a vertiginosa evolução dos computadores digitais. Desde então, programas de simulação numérica de escoamentos passaram a ser desenvolvidos, dando origem a um poderoso instrumento de análise: a dinâmica dos fluidos computacional, ou simplesmente CFD, sigla inglesa para *Computational Fluid Dynamics*.

Durante várias décadas, o emprego de CFD esteve restrito aos meios científicos, onde, inclusive, eram vistos com ceticismo por grande parte dos experimentalistas. Com o passar do tempo, este quadro foi radicalmente modificado. Atualmente, programas de CFD de grande confiabilidade são extensamente empregados nos mais diferentes setores da indústria, oferecendo efetivo apoio ao desenvolvimento de projetos – de submarinos a automóveis, de trocadores de calor a corações artificiais, de sistemas eletrônicos a aeronaves. Num interessante artigo, Rezende (2004) faz um retrospecto das metodologias de projeto aerodinâmico de aeronaves empregadas na Empresa Brasileira de Aeronáutica – Embraer, desde sua criação, destacando o importante papel hoje desempenhado pelos códigos CFD. Enquanto o EMB110 Bandeirantes foi inteiramente desenvolvido com o uso de técnicas empíricas e métodos analíticos simplificados, as aeronaves mais modernas foram projetadas com o uso intensivo de CFD. Para ilustrar, ao longo de um mês, sete diferentes configurações de *winglets* foram simuladas para o ERJ145, até que uma solução otimizada fosse encontrada. Só então, ensaios em túnel de vento passaram a ser conduzidos para este elemento, reduzindo substancialmente os custos de projeto. A Figura 1.2 apresenta um modelo reduzido do ERJ 170 montado na seção de testes de um túnel subsônico pressurizado do ONERA, em Toulouse, França, e, ao seu lado, resultados obtidos

com CFD, mostrando a magnitude das velocidades sobre as asas e a fuselagem da aeronave ERJ 190.



Fonte: Rezende (2004)



Fonte: <http://www.fluent.com>

**Figura 1.2:** Ensaio em túnel de vento e simulação computacional do escoamento em aeronaves da Embraer.

Atualmente, com toda a confiabilidade já atingida pelos códigos CFD, a principal limitação à sua ampla utilização no tratamento de problemas práticos está na capacidade de processamento dos atuais computadores. Além de fisicamente complicados, a maioria dos problemas de interesse industrial envolve geometrias complexas, cuja representação apropriada em meio discreto só pode ser feita com o auxílio de malhas não estruturadas ou com o uso de coordenadas generalizadas, o que implica numa formulação matemática bastante elaborada e computacionalmente onerosa. Adicionalmente, se o problema envolve movimento de fronteiras, torna-se necessária a remalhagem do domínio de cálculo a cada passo de tempo, bem como a adoção de um procedimento numérico para ajustar a solução obtida no instante anterior à nova malha, onerando ainda mais os cálculos.

Como alternativa para superar estes inconvenientes, Peskin (1972) propôs uma metodologia totalmente inovadora em relação às demais, capaz de tratar escoamentos em geometrias complexas e móveis usando uma malha computacional fixa e arbitrária, sem a necessidade de remalhagem do domínio. Trata-se do método de fronteira imersa (*immersed boundary method*), cuja adaptabilidade à resolução de problemas práticos tem sido demonstrada em diversos trabalhos da literatura.

Inserido neste contexto, o presente trabalho tem por finalidade a implementação do método de fronteira imersa em um programa de simulação de escoamentos, que resolve as equações de Navier-Stokes em coordenadas cartesianas bidimensionais, usando o

método dos volumes finitos. Com a incorporação do método de fronteira imersa, o potencial de aplicação desta ferramenta computacional é fortemente ampliado, permitindo que escoamentos envolvendo geometrias complexas e móveis possam ser tratados.

## **1.2 O MÉTODO DE FRONTEIRA IMERSA (MFI)**

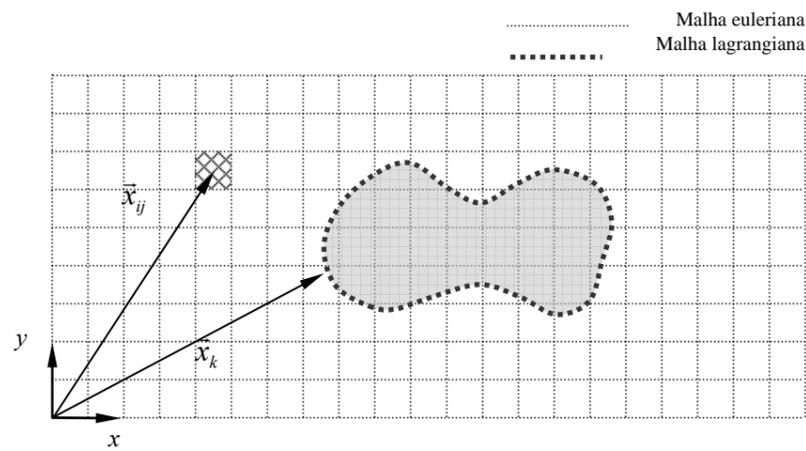
### **1.2.1 Generalidades**

Uma superfície sólida mergulhada em um escoamento representa um obstáculo à passagem do fluido, modificando os campos de pressão e de velocidade. Neste processo de interação fluido-estrutura, o fluido exerce uma força sobre o sólido, o qual reage, obrigando o fluido a se desviar. Do ponto de vista conceitual, a idéia central contida no MFI consiste em modelar a presença das interfaces imersas no escoamento, não pela imposição direta de condições de contorno sobre as fronteiras sólidas, mas avaliando-se adequadamente o campo de forças que estas interfaces produzem no seio do fluido, e introduzindo-se o resultado no termo fonte das equações de Navier-Stokes.

Como bem observado por Goldstein *et al.* (1992), uma consequência interessante desta técnica é que, com o uso das metodologias clássicas de simulação numérica de escoamentos, o campo de forças atuando sobre uma superfície sólida é calculado após a determinação dos campos de velocidade e de pressão, enquanto que, no caso de fronteira imersa, todos eles são obtidos simultaneamente. Com isto, as forças de arrasto e de sustentação sobre um objeto imerso podem ser facilmente obtidas, no mesmo momento que os campos de velocidade e de pressão.

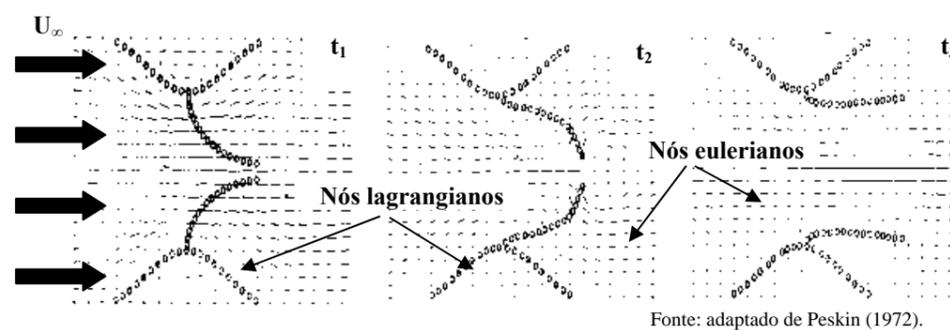
Em termos práticos, a implementação do método de fronteira imersa implica na utilização de duas malhas computacionais independentes para representar o domínio de cálculo, uma euleriana e outra lagrangiana, como mostrado na Figura 1.3. A malha euleriana é sempre fixa e, na maioria das vezes, construída em coordenadas cartesianas ou cilíndricas, a fim de simplificar ao máximo o sistema de equações a ser resolvido – Navier-Stokes e conservação da massa. A malha lagrangiana, por sua vez, é formada por pontos discretos superpostos à malha euleriana, os quais demarcam a posição ocupada pelas interfaces sólidas ao longo do tempo. Os pontos lagrangianos podem mudar continuamente de posição durante os cálculos, simulando movimentos de fronteira, sem que a malha euleriana precise ser alterada. Sobre esta malha lagrangiana estarão concentradas as forças de superfície que obrigarão o fluido a se desviar. A comunicação

entre as duas malhas é feita por esquemas de interpolação adequadamente escolhidos, de maneira a minimizar as imprecisões inerentes a este processo.



**Figura 1.3:** Sobreposição da malha lagrangiana sobre a euleriana.

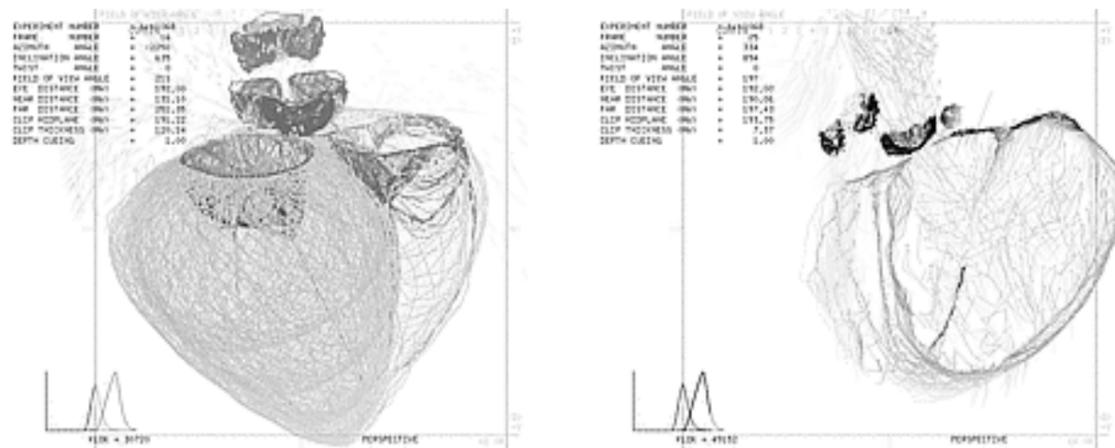
No trabalho original de Peskin (1972), voltado inicialmente para a simulação do escoamento sanguíneo através de uma válvula cardíaca mitral, uma malha euleriana cartesiana bidimensional foi empregada, como mostra a Figura 1.4. Neste caso, as paredes da válvula, representadas pelos pontos lagrangianos, foram modeladas como membranas elásticas, capazes de se deformarem sob a ação das forças produzidas pelo fluido sobre elas.



**Figura 1.4:** Evolução temporal do escoamento bidimensional através de uma válvula cardíaca mitral, usando o método de fronteira imersa.

Estes resultados, bastante avançados para a época, forneceram ao professor Peskin e seus colaboradores, a motivação necessária para continuar trabalhando no aprimoramento desta metodologia. Como resultado, progressos notáveis vêm sendo atingidos desde então, ampliando consideravelmente o campo de aplicação do MFI. Em pouco mais de três

décadas, usando métodos numéricos mais eficientes e computadores com maior capacidade de processamento e armazenamento, a equipe do professor Peskin já consegue realizar a simulação tridimensional de um coração humano completo, como ilustra a Figura 1.5.



Fonte: <http://www.math.nyu.edu/faculty/peskin/myo3D/index.html>.

**Figura 1.5:** Simulação numérica do bombeamento sanguíneo no coração humano, usando o método de fronteira imersa.

### 1.2.2 Cálculo do termo forçante e comunicação entre as malhas

Trabalhando sobre a idéia original de Peskin (1972), muitos pesquisadores têm proposto modificações no método de fronteira imersa, no sentido de aperfeiçoá-lo ou adaptá-lo para determinados tipos de aplicação. Algumas das variantes que aparecem na literatura já incluem alterações tão significativas que, talvez, já não se deva mais considerar que exista um (único) método de fronteira imersa, mas vários deles. Em linhas gerais, estes vários métodos diferem entre si, na forma de cálculo do termo forçante, e no esquema de interpolação utilizado para fazer a comunicação entre as malhas euleriana e lagrangiana, como discutido a seguir.

#### a) Cálculo do termo forçante

Num importante artigo de revisão, Mittal & Iaccarino (2005) apresentam um estudo detalhado e abrangente do método de fronteira imersa, discutindo as principais alternativas propostas na literatura para o cálculo do termo forçante. De acordo com os autores, as diferentes variantes do método podem ser classificadas em apenas dois grupos, em função da maneira como o termo forçante é implementado nas equações governantes. O primeiro grupo reúne um conjunto de metodologias em que o termo forçante é inserido

na forma contínua das equações governantes, antes, portanto, que o processo de discretização seja efetuado. O segundo grupo é constituído pelas variantes do MFI onde as equações governantes são, primeiramente, discretizadas com o auxílio dos procedimentos numéricos convencionais, sem que a presença de fronteiras imersas seja considerada. Só então, numa etapa posterior, a discretização nas células próximas às fronteiras imersas é modificada, a fim de levar em conta a presença de interfaces, resultando em um sistema de equações modificado, o qual é resolvido sobre a malha euleriana. Estes dois caminhos para a inserção do termo forçante são denominados pelos autores de formulação contínua (*continuous forcing approach*) e formulação discreta (*discrete forcing approach*).

Ainda segundo os autores, uma propriedade interessante da formulação contínua é que ela independe do tipo de discretização espacial adotado, ao contrário do que ocorre com a formulação discreta. Por outro lado, esta aparente desvantagem confere à formulação discreta maior facilidade no controle da precisão e da estabilidade dos cálculos, bem como sobre as características de conservação do *solver*.

O uso da formulação contínua adapta-se bem ao tratamento de problemas com fronteiras móveis ou deformáveis, nos quais as posições dos pontos lagrangianos são atualizadas a cada passo de tempo. As novas posições das fronteiras devem ser determinadas a partir das leis físicas que modelam a interação fluido-estrutura. Em geral, as forças interlagrangianas são obtidas com base nos campos de velocidade e de pressão e nas propriedades elásticas da superfície, representadas por meio da lei de Hooke. Além do bombeamento de sangue pelo coração (Peskin, 1981), esta metodologia tem sido usada com sucesso por outros autores para simular diferentes tipos de escoamento, tais como: parafuso de Arquimédes (Beyer 1992), locomoção de animais aquáticos (Fauci & McDonald, 1994), dinâmica das bolhas em escoamento gás-líquido (Unverdi & Tryggvason, 1992) e filamentos flexíveis (Zhu & Peskin, 2003).

Quando a formulação contínua é aplicada a problemas com fronteiras rígidas, alguns inconvenientes podem surgir, uma vez que as leis constitutivas empregadas para representar fronteiras elásticas, em geral, não são válidas para superfícies rígidas. Entretanto, é possível contornar este obstáculo considerando-se fronteiras rígidas como se fossem superfícies elásticas com alto grau de rigidez. Uma outra possibilidade, proposta por Beyer & Leveque (1992) e empregada por Lai & Peskin (2000), baseia-se na inserção de uma força restauradora sobre as fronteiras rígidas, de maneira a mantê-las em uma posição de equilíbrio. No entanto, problemas de estabilidade também podem surgir com o uso deste método, principalmente para números de Reynolds elevados. Kim *et al.* (2001)

ressaltam, ainda, que a utilização dessa força restauradora restringe o tamanho do passo de tempo, por razões de estabilidade numérica.

A abordagem discreta, por sua vez, pode ser subdividida em duas vertentes. A primeira propõe que o cálculo do campo de forças gerado pela presença do objeto seja feito de maneira indireta, enquanto a segunda impõem a condição de não deslizamento sobre os contornos do objeto imerso diretamente, dispensando o cálculo do campo de forças.

A imersão indireta do objeto é feita com o uso dos campos de velocidade e de pressão obtidos na solução das equações de Navier-Stokes, considerando-se o campo de forças do passo de tempo anterior, e com a condição imposta para a superfície do objeto imerso. Com isto, pode-se estimar um valor adequado para a força interfacial, que é, em seguida, devolvido para as equações de Navier-Stokes. Dentre os trabalhos desenvolvidos com essa metodologia, pode-se citar o escoamento dentro de um motor de combustão interna (Verzicco *et al.* 2000), o escoamento em torno de corpos rombudos bidimensionais (Balaras, 2004) e tridimensionais (Verzicco *et al.*, 2002) e em cavidades (Arruda, 2004).

Pelo método direto, explorado mais recentemente, nenhum campo de forças é avaliado. A imposição de uma condição de contorno sobre o objeto imerso se dá por meio de interpolações dos campos de pressão e de velocidade, que dependem da forma como foi feita a discretização das equações de Navier-Stokes. Na literatura, são expostas duas formas de interpolação, via diferenças finitas e via volumes finitos.

A imposição direta das condições de contorno sobre o corpo imerso, via diferenças finitas, consiste em resolver, simultaneamente, o sistema de equações da malha euleriana e a interpolação que pondera o campo de velocidades na posição da fronteira imersa. Citam-se, como exemplos de utilização dessa metodologia, o estudo do escoamento em torno de cilindros e aerofólios (Ghias *et al.*, 2004) e o escoamento em torno de um veículo utilitário (Kalitzin *et al.*, 2003).

A maioria das formulações empregadas no MFI não garante que as leis de conservação sejam satisfeitas nas células vizinhas à fronteira imersa. Este inconveniente pode ser paliado com o uso do método de volumes finitos. Neste caso, como as malhas euleriana e lagrangiana são independentes entre si, a fronteira imersa irá subdividir os volumes eulerianos gerando trapézios. Os fluxos avaliados nas faces seccionadas são, também, determinados por meio de interpolações, que ponderam a distância entre o ponto da propriedade a ser calculada e o ponto da interface. A implementação dessa metodologia para modelos tridimensionais, entretanto, pode impor sérios desafios, uma vez que os cortes impostos aos volumes eulerianos geram volumes tetraedais, complicando

consideravelmente a discretização do domínio. A primeira aplicação dessa metodologia se deu para escoamentos invíscidos (Clarke *et al.*, 1986), sendo, posteriormente, aplicado para escoamentos viscosos (Udaykumar *et al.*, 1996, 2001, 2002; Ye *et al.*, 1999).

#### **b) Comunicação entre malhas.**

A comunicação entre malhas é feita por meio de interpolações, visto que o domínio é discreto e os pontos das diferentes malhas não são coincidentes.

Kim *et al.* (2001) enfatizam que o método de interpolação constitui uma fonte importante de erros e, por isso, recomenda a adoção de um esquema de segunda ordem.

Aparentemente, esta opinião não é compartilhada por Kalitzin *et al.* (2003), para os quais a ordem de interpolação deve levar em consideração o comportamento físico da variável a ser ajustada, podendo-se adotar, conforme o caso, um esquema linear, quadrático ou de qualquer outra ordem de aproximação. Nesse trabalho, em particular, os autores interpolaram todas as variáveis empregando o método da distância inversa ponderada.

Li & Wang (2004) adotaram interpolação de segunda ordem para o campo de velocidades e linear para a imposição da condição de não deslizamento, o que exige um bom refinamento da malha nas proximidades da fronteira imersa. Contrastando seu método de interpolação com o de Kim *et al.* (2001), os autores concluíram ter obtido valores interpolados mais precisos, sem mencionarem eventuais implicações sobre o tempo de CPU. Vale mencionar, entretanto, que Kim *et al.* (2001) usaram o método de volumes finitos com malha deslocada, enquanto Li & Wang (2004) usaram diferenças finitas e malha co-localizada. Assim, não se pode afirmar que os melhores resultados obtidos por Li & Wang (2004) se devam exclusivamente ao método de interpolação.

Para um domínio bidimensional, Unverdi e Tryggvason (1992) propuseram uma função de interpolação baseada numa curva que lembra a distribuição normal (gaussiana). Para atribuir suavidade à curva de distribuição, esta função é definida com raio de atuação igual a duas vezes o tamanho da malha euleriana. Baseada nessa promissora formulação de distribuição, Silva e Lima (2002) propuseram o modelo físico virtual (MFV), metodologia escolhida para ser empregada no presente trabalho e cujos detalhes de equacionamento e implementação são apresentados no Capítulo 3.

### **1.3 ESCOPO E OBJETIVOS DO TRABALHO**

O presente trabalho está voltado para a inserção do MFI, em associação com o modelo físico virtual (Lima e Silva *et al.*, 2003), em um programa de simulação de

escoamentos incompressíveis e isotérmicos, desenvolvido e testado no âmbito do projeto de mestrado de Campregher (2002). Escrito em Fortran 90 e utilizando o método dos volumes finitos, esta ferramenta computacional permite a solução das equações de Navier-Stokes em coordenadas cartesianas bidimensionais. Diferentes opções são oferecidas ao usuário para o acoplamento pressão-velocidade (SIMPLE e SIMPLEC), bem como para o tratamento dos termos advectivos (upwind de primeira e de segunda ordem, diferença centrada, power law e QUICK).

Embora a concepção do MFI seja conceitualmente simples, sua implementação num programa já existente não pode ser considerada como uma tarefa trivial. Primeiramente, porque a própria programação computacional do método já é, por si só, bastante complexa. Em segundo lugar, porque esta implementação envolve várias escolhas e tomadas de decisão, as quais determinam a estabilidade do método, a velocidade de convergência, o tempo de CPU e o espaço de memória necessário ao armazenamento de variáveis. Por último, porque a literatura fornece informações dispersas e insuficientes sobre o comportamento do MFI e a precisão dos resultados obtidos com a utilização de diferentes esquemas numéricos e métodos de interpolação.

Com base no exposto, a principal ênfase deste trabalho volta-se para a análise da performance do MFI alterando-se o ajuste dos parâmetros de simulação, tais como o número de pontos das malhas euleriana e lagrangiana, o tamanho de domínio computacional, a magnitude do passo de tempo e os esquemas de interpolação adotados, entre outros.

Como casos-teste (*benchmarks*) para validar as implementações efetuadas, foram selecionados dois problemas clássicos da dinâmica dos fluidos, para os quais se dispõe de uma ampla variedade de dados para comparação – o escoamento em torno de um cilindro circular estacionário e em movimento de rotação. Embora geometricamente simples, estes dois problemas reúnem características hidrodinâmicas bastante complexas – ponto de estagnação, descolamento da camada limite, zonas de recirculação e linhas de corrente arqueadas –, o que faz deles excelentes desafios para a simulação numérica.

---

## **FENOMENOLOGIA DO ESCOAMENTO EM TORNO DE CILINDROS DE BASE CIRCULAR**

---

### 2.1 CILINDRO ESTACIONÁRIO

O escoamento em torno de um corpo cilíndrico é governado pelo número de Reynolds, definido como:

$$Re = \frac{\rho U_{\infty} D}{\mu} \quad (2.1)$$

onde  $\rho$  representa a densidade do fluido,  $U_{\infty}$  a velocidade da corrente livre,  $D$  o diâmetro do cilindro e  $\mu$  a viscosidade dinâmica do fluido.

Numa importante obra, inteiramente dedicada ao estudo do escoamento em torno de cilindros circulares, Zdravkovich (1997) classifica os diferentes regimes que podem ser encontrados no escoamento ao redor de um cilindro circular, segundo as faixas do número de Reynolds explicitadas na Tabela 2.1.

Na faixa de escoamento laminar, onde se concentram as simulações numéricas realizadas no âmbito deste trabalho, os três principais padrões de escoamento possíveis de serem observados são ilustrados na Figura 2.1.

Para  $0 < Re < 4-5$ , Figura 2.1(a), os efeitos viscosos são predominantes. O escoamento é estacionário e apresenta alto grau de simetria, tanto com relação ao eixo horizontal quanto vertical passando pelo centro do cilindro. Na literatura em língua inglesa, tal escoamento é conhecido como *creeping flow*.

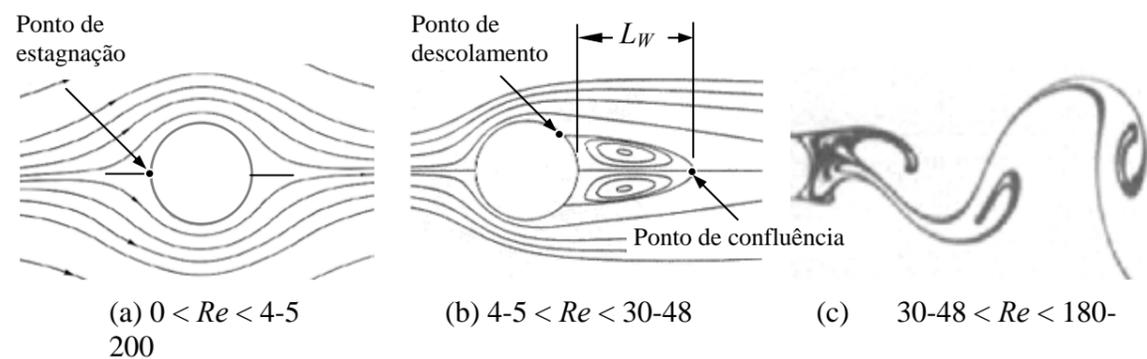
Quando o número de Reynolds sobe além de 4-5, o escoamento torna-se mais complexo, devido ao descolamento da camada limite. As camadas cisalhantes separadas do cilindro se reencontram no chamado ponto de confluência, situado a uma distância  $L_W$  da base. Neste estágio, a simetria em relação ao eixo horizontal é mantida, mas a simetria vertical desaparece, uma vez que duas bolhas de recirculação contra-rotativas se formam e permanecem estacionárias junto à base do cilindro, atribuindo ao escoamento a configuração mostrada na Figura 2.1(b). Coutanceau e Bouard (1977) propuseram uma

correlação para a predição do comprimento das bolhas de recirculação, em função do número de Reynolds. Esta correlação, válida na faixa  $4,4 < Re < 40$ , é dada por:

$$\frac{L_w}{D} = 0,05 Re \quad (2.2)$$

**Tabela 2.1:** Regimes de escoamento em torno de um cilindro circular, em função do número de Reynolds.

REGIME DE ESCOAMENTO	FAIXA DE REYNOLDS ( $Re$ )
<b>→ Regime laminar</b>	
✓ Sem descolamento	$0 < Re < 4-5$
✓ Esteira fechada	$4-5 < Re < 30-48$
✓ Esteira periódica	$30-48 < Re < 180-200$
<b>→ Transição na esteira</b>	
✓ Esteira afastada	$180-200 < Re < 220-250$
✓ Esteira próxima	$220-250 < Re < 350-400$
<b>→ Transição nas camadas cisalhantes</b>	
✓ Inferior ( <i>lower</i> )	$350-400 < Re < 10^3-2.10^3$
✓ Intermediário	$10^3-2.10^3 < Re < 2.10^4-4.10^4$
✓ Superior ( <i>upper</i> )	$2.10^4-4.10^4 < Re < 10^5-2.10^5$
<b>→ Transição nas camadas limites</b>	
✓ Pré-crítico	$10^5-2.10^5 < Re < 3.10^5-3,4.10^5$
✓ Bolha única	$3.10^5-3,4.10^5 < Re < 3,8.10^5-4.10^5$
✓ Bolha dupla	$3,8.10^5-4.10^5 < Re < 5.10^5-10^6$
✓ Supercrítico	$5.10^5-10^6 < Re < 3,5.10^6-6.10^6$
✓ Pós-crítico	$3,5.10^6-6.10^6 < Re < \text{Desconhecido}$
<b>→ Turbulento</b>	
✓ Invariável	$\text{Desconhecido} < Re < \text{Infinito}$
✓ Terminal ( <i>ultimate</i> )	



**Figura 2.1:** Padrões de escoamento laminar em torno de um cilindro de seção circular.

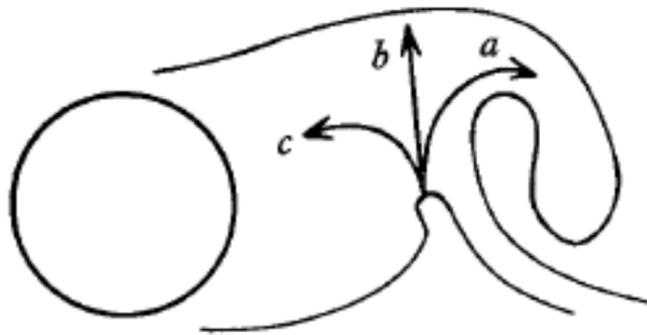
O tamanho das bolhas de recirculação cresce continuamente com o aumento do

número de Reynolds, desestabilizando a região da esteira, que passa a oscilar de maneira periódica. Existe grande divergência na literatura com relação ao valor crítico do número de Reynolds ( $Re_{osc}$ ) a partir do qual se inicia a oscilação da esteira, como comprova a Tabela 2.2. De início, a amplitude destas oscilações é bastante pequena, crescendo consideravelmente com o aumento de  $Re$ , o que favorece o desenvolvimento de instabilidades de Kelvin-Helmholtz. A partir de então, vórtices alternados passam a se desprender alternadamente de ambos os lados do corpo, dando origem à chamada esteira turbilhonar de Kármán-Bénard, representada na Figura 2.1(c).

**Tabela 2.2:** Valores críticos do número de Reynolds para o início da oscilação da esteira de um cilindro circular – adaptada de Zdravkovich (1997).

<b>METODOLOGIA</b>	<b>AUTOR</b>	<b><math>Re_{osc}</math></b>
Visualização de escoamento	Taneda (1956)	30
	Coutanceau e Bouard (1977)	34
	Gerrard (1978)	33
Fio quente	Kovaszny (1949)	40
	Roshko (1954)	40
	Nishioka e Sato (1978)	48

O mecanismo de formação e desprendimento de vórtices na esteira foi exaustivamente estudado por Gerrard (1967), podendo ser explicado, com o auxílio da Figura 2.2, da maneira como segue. Um vórtice é formado em um dos lados do cilindro, em decorrência do perfil inflexional de velocidades que caracteriza a presença da camada cisalhante naquela região. Em seguida, esta estrutura turbilhonar ganha circulação, cresce em tamanho e torna-se suficientemente intensa para atrair a camada cisalhante oposta, por indução de velocidade. O fluido oriundo do lado oposto possui vorticidade de sinal contrário e, ao chegar à região para onde foi atraído, pode tomar um dos caminhos indicados por  $a$ ,  $b$  ou  $c$ . A frequência de emissão de vórtices, a intensidade dos vórtices e a pressão na base do cilindro são controladas pela quantidade de fluido que segue cada um destes caminhos. A chegada de fluido com vorticidade de sinal oposto diminui a circulação do vórtice que está crescendo, até interromper sua alimentação. Perdendo circulação, o vórtice se desconecta e é advectado na esteira.



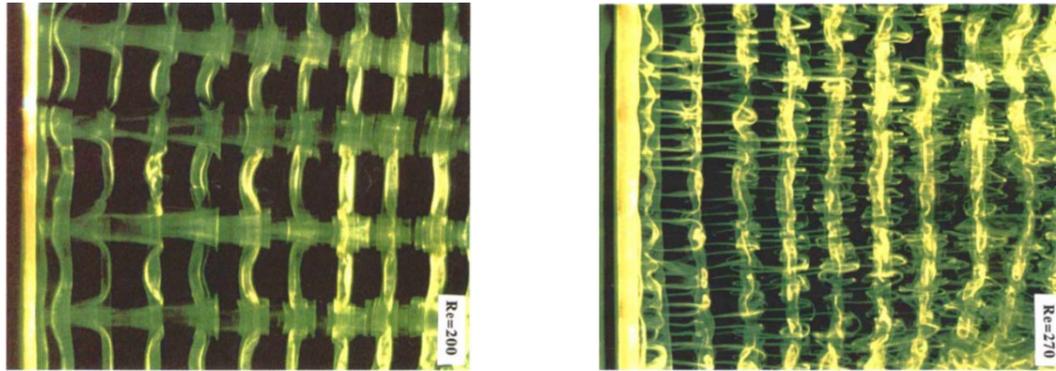
**Figura 2.2:** Mecanismo de formação e desprendimento de vórtices, segundo Gerrard (1967).

O comportamento periódico da esteira turbilhonar a jusante de um cilindro pode ser caracterizada pelo número de Strouhal, escrito como:

$$St = \frac{f D}{U_{\infty}} \quad (2.3)$$

onde  $f$  é a frequência de oscilação, que pode ser determinada experimentalmente aplicando-se uma FFT (*Fast Fourier Transform*) a qualquer sinal periódico atrelado às as propriedades oscilatória da esteira. Para números de Reynolds na faixa laminar, a frequência de oscilação  $f$  a FFT do sinal resulta em um pico de frequência muito bem definido. Por outro lado, quando o número de Reynolds alcança valores da ordem de 180-200, inicia-se o processo de transição à turbulência, caracterizado pelo aparecimento de instabilidades secundárias (*fingers*), responsáveis pela tridimensionalização da esteira, como mostra a Figura 2.3, extraída de Williamson (1996). Neste caso, o espectro de frequências encontrado na esteira cresce na proporção em que o escoamento se desorganiza, evidenciando o desdobramento de escalas característico da transição à turbulência. Percorridos os sucessivos estágios da transição listados na Tabela 2.1, um regime de turbulência completamente desenvolvida será obtido. A descrição pormenorizada deste processo, entretanto, foge ao escopo do presente trabalho, podendo ser encontrada em Zdravkovich (1997).

Além dos números de Reynolds e de Strouhal, outros parâmetros adimensionais também são empregados para qualificar o escoamento em torno de cilindros. É o caso, por exemplo, dos coeficientes de pressão, de arrasto e de sustentação, cujas respectivas definições são apresentadas na discussão a seguir.



Fonte: Williamson (1996).

**Figura 2.3:** Instabilidades secundárias na esteira de um cilindro circular – extraído de Williamson (1996).

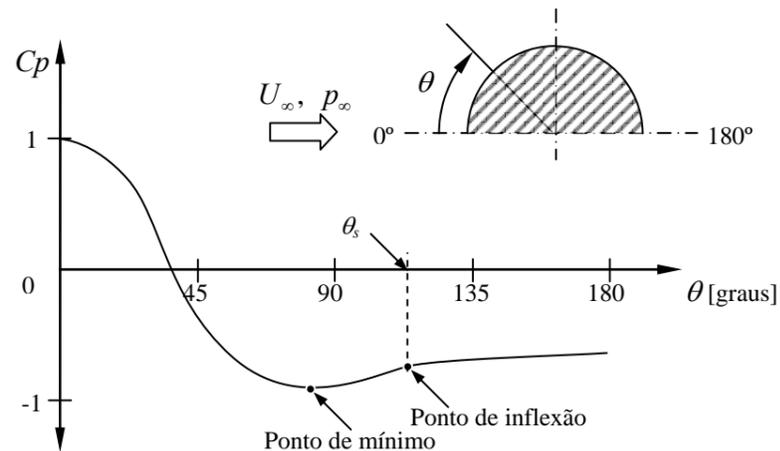
Sobre uma mesma linha de corrente, uma queda de energia cinética implica em aumento de pressão, e vice-versa. Como a magnitude da velocidade sobre uma linha de corrente contornando o cilindro não é uniforme, variações de pressão devem ser esperadas ao longo do perímetro do corpo sólido. A distribuição de pressão sobre as paredes do cilindro pode ser avaliada pelo coeficiente de pressão, definido pela equação:

$$C_p = \frac{p - p_\infty}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2} \quad (2.4)$$

que traz, no numerador, a diferença entre a pressão estática local na superfície do cilindro ( $p$ ) e uma pressão de referência ( $p_\infty$ ) e, no denominador, a pressão dinâmica  $\frac{1}{2} \rho U_\infty^2$ .

A título de ilustração, a Figura 2.4 mostra, qualitativamente, a distribuição do coeficiente de pressão em torno de um cilindro circular posicionado perpendicularmente ao escoamento. Como usualmente aparece na literatura, a origem das abscissas ( $\theta = 0^\circ$ ) foi posicionada no ponto de estagnação. Fisicamente, espera-se que o coeficiente de pressão nesse ponto ( $C_{p_0}$ ) tenha módulo unitário, como sugere a figura, uma vez que, no ponto de estagnação, toda a energia cinética do escoamento deve ter sido transformada em pressão. Contudo, antigas medições, realizadas por Barker (1922), Thom (1933) e Homann (1936) usando tubos de Pitot de pequeno diâmetro, mostram que, para baixos  $Re$ , os valores de  $C_{p_0}$  obtidos superam significativamente a unidade. A confiabilidade destes resultados, entretanto, é questionável, mas compreensível, em virtude dificuldades existentes naquela época para a determinação precisa das pequenas diferenças de pressão que caracterizam este tipo de escoamento.

O ângulo de descolamento da camada limite ( $\theta_s$ ) pode ser encontrado identificando-se, sobre a curva do coeficiente de pressão, o primeiro ponto de inflexão após o coeficiente de pressão ter atingido seu valor mínimo. Depois do ponto de descolamento, observa-se que o gradiente na direção azimutal é amenizado, deixando a curva praticamente paralela ao eixo  $\theta$ .



**Figura 2.4:** Distribuição de pressão em torno de um cilindro circular.

Ainda com relação à Figura 2.4, é interessante observar que a pressão média na parte anterior do cilindro ( $0^\circ < \theta < 90^\circ$ ) é bem mais elevada que a observada na parte posterior ( $90^\circ < \theta < 180^\circ$ ). Juntamente com o atrito viscoso, esta diferença de pressão gera, sobre um cilindro de diâmetro  $D$  e comprimento  $L$ , uma força de arrasto ( $F_D$ ), a qual pode ser colocada na seguinte forma adimensional:

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D L} \quad (2.5)$$

para definir o chamado coeficiente de arrasto ( $C_D$ ).

De maneira análoga, o coeficiente de sustentação ( $C_L$ ) pode ser definido pela expressão:

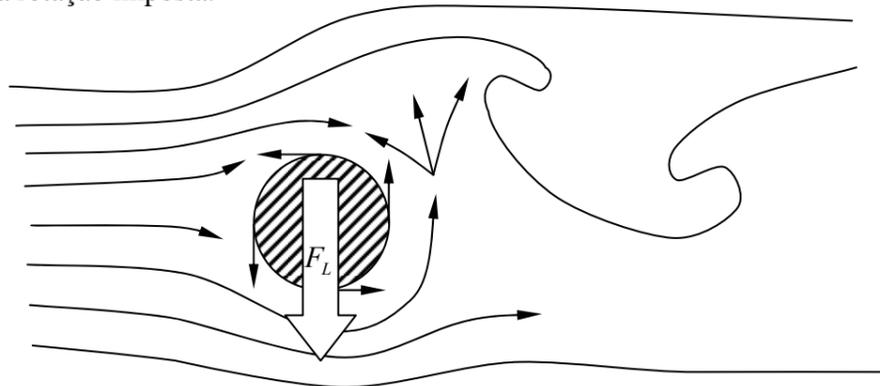
$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2 D L} \quad (2.6)$$

onde  $F_L$  representa a força perpendicular à direção do escoamento agindo sobre o corpo sólido, a qual, para um cilindro estacionário posicionado perpendicularmente ao escoamento, deve ser nula, se o escoamento for estacionário, ou oscilar em torno de zero,

se a esteira for periódica.

## 2.2 CILINDROS EM ROTAÇÃO

O escoamento ao redor de cilindros rotativos apresenta um comportamento dinâmico bastante diferente daquele observado em torno de cilindros estacionários. Ao contornar o corpo sólido, o escoamento é fortemente afetado pela rotação imposta ao cilindro, a qual, de um lado, acelera o fluido na região parietal (fluxo concorrente) e, do outro, exerce um efeito que se opõe ao seu movimento (fluxo contracorrente), como ilustra a Figura 2.5. Como consequência, os pontos de estagnação e de descolamento das camadas cisalhantes se deslocam em relação ao eixo longitudinal de simetria, acompanhando o sentido da rotação imposta.



**Figura 2.5:** Interação entre escoamento e cilindro em rotação.

A jusante do cilindro, a região de formação de vórtices também é deslocada, pelo efeito de bombeamento causado pela rotação. Conseqüentemente, a esteira de Kármán-Bénard também fica deslocada, em relação ao eixo longitudinal do cilindro.

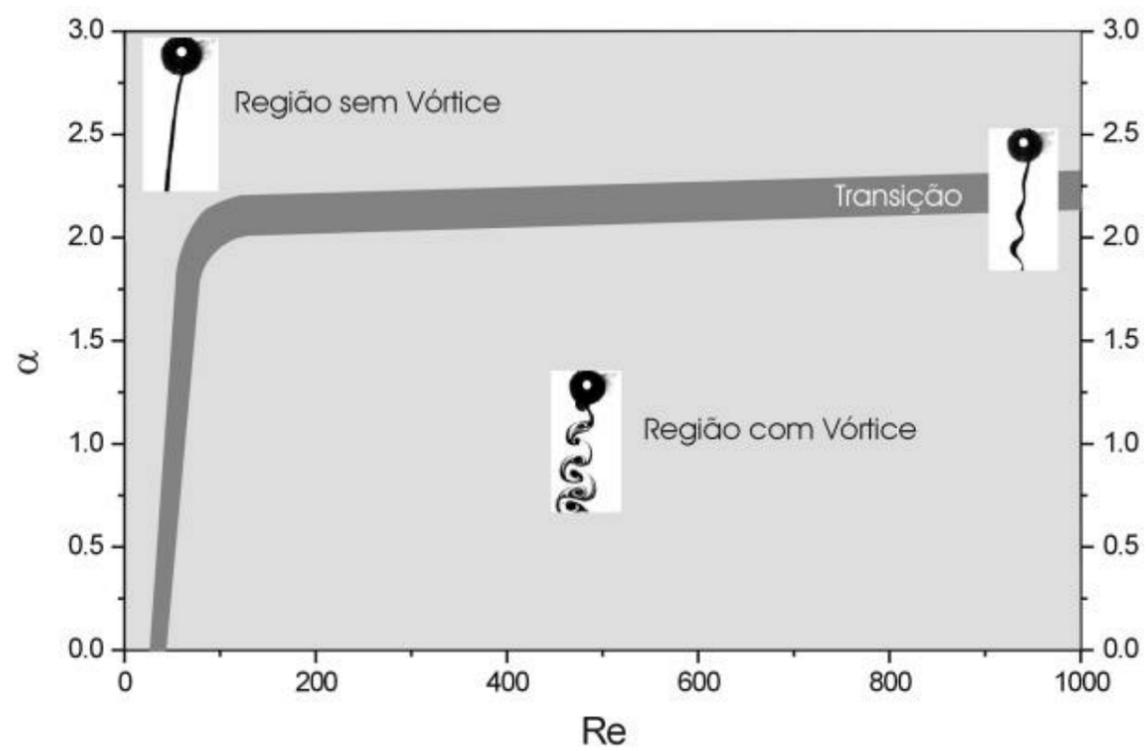
Esse campo de velocidade modificado gera, por conseguinte, mudanças importantes no campo de pressão correspondente. Na porção onde o fluxo é concorrente, a pressão pode ser significativamente mais baixa que na face oposta, originando o chamado efeito Magnus. Assim, uma força de sustentação  $F_L$ , representada na Figura 2.5, aparece sobre o cilindro.

A relação entre a velocidade tangencial do cilindro e a velocidade da corrente livre  $U_\infty$  fornece um parâmetro adimensional, denominado rotação específica ( $\alpha$ ), que permite quantificar a influência da rotação do cilindro sobre o regime do escoamento. Matematicamente, a rotação específica  $\alpha$  pode ser colocada na seguinte forma:

$$\alpha = \frac{w D}{2 U_{\infty}} \quad (2.7)$$

onde  $w$  representa a frequência de rotação do cilindro, tomada em Hz. Pode-se dizer, então, que, neste novo tipo de situação, o escoamento é governado por dois grupos adimensionais igualmente importantes,  $Re$  e  $\alpha$ .

Um aumento da rotação específica intensifica o bombeamento de fluido da região concorrente para a contracorrente, diminuindo a vorticidade naquela região e influenciando o processo de geração e desprendimento de vórtices. Essa queda de vorticidade progride com o incremento de  $\alpha$ , e se estende até que a emissão periódica de vórtices seja completamente suprimida. A Figura 2.6, mostra, num gráfico  $\alpha$  versus  $Re$ , as diferentes configurações de escoamento encontradas na esteira de um cilindro rotativo, dentro da faixa  $0 < Re < 1000$ .



Fonte: Bifaroni (2003)

**Figura 2.6:** Regimes de escoamento para cilindros em rotação.

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)