



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



**SERGIO SARTORI JUNIOR**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DINÂMICA DA TORRE  
DE UM PULVERIZADOR DE POMARES.**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Campus de Bauru, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica (Área de Concentração: Projetos).

BAURU, SP.

2008.

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Bauru



**SERGIO SARTORI JUNIOR**

**MODELAGEM MATEMÁTICA E ANÁLISE DINÂMICA DA TORRE  
DE UM PULVERIZADOR DE POMARES.**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia da Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", Campus de Bauru, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica (Área de Concentração: Projetos).

Orientador:

Prof. Dr. José Manoel Balthazar

BAURU, SP.

2008.

**DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO  
UNESP - Campus de Bauru**

Sartori Junior, Sergio.

Modelagem matemática e análise dinâmica da  
Torre de um pulverizador de pomares / Sergio  
Sartori Junior, 2008.

148 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar.

Dissertação (Mestrado)- Universidade Estadual  
Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2008.

1. Modelo não linear. 2. Simulação numérica.  
3. Pulverizador torre. 4. Pulverizador de  
pomares. I. Universidade Estadual Paulista.  
Faculdade de Engenharia. II. Título.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço especialmente à minha esposa Aline pelo amor, carinho, compreensão e paciência. Ela que carinhosamente abriu mão de precioso tempo de convivência e sempre me incentivou durante todas as etapas desta conquista.

Ao meu orientador Professor Dr. José Manoel Balthazar pela dedicação, auxílio e competência com a qual me conduziu no desenvolvimento desse trabalho.

Ao professor Dr. Bento Rodrigues Junior pelas generosas contribuições dispensadas a esse trabalho.

Ao Professor Edson Capello Sousa pelas singulares contribuições na construção dessa pesquisa.

Ao Professor Dr. Hans Ingo Weber pela contribuição ímpar em minha formação profissional na Unicamp, meus sinceros agradecimentos por participar de mais uma importante fase em minha vida acadêmica.

A minha gratidão aos meus pais, Sergio e Claudete (in memoriam) que me conduziram de modo seguro pelos caminhos da vida e sem os quais nada disso e tudo o mais seria possível.

Aos amigos que no desenvolver desse trabalho dividiram apreensões e horas de viagens cansativas na busca de tão esperado resultado.

Em especial, ao amigo Dr. Gabriel Gueler pela amizade e pelas generosas contribuições na construção do resultado aqui apresentado....minha gratidão e admiração.

Minha gratidão também à Máquinas Agrícolas Jacto S/A pelo incentivo e colaboração, certo de poder retribuir em meu trabalho todo o conhecimento aqui adquirido, em especial na pessoa do Sr. Fernando Gonçalves Neto, Diretor de Pesquisa e Desenvolvimento, incentivador constante do crescimento intelectual, meus sinceros agradecimentos por possibilitar a realização dessa pesquisa.

“Ninguém cresce sozinho”

Shunji Nishimura

SARTORI JUNIOR, Sergio. **Modelagem Matemática e Análise Dinâmica da Torre de um Pulverizador de Pomares**. 2008. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” UNESP, Campus de Bauru - Faculdade de Engenharia de Bauru – FEB, Bauru, 2008.

## RESUMO

Na área agrícola, um tipo de equipamento utilizado para a pulverização de pomares, consiste essencialmente de uma estrutura vertical com ventiladores dotados de bicos de pulverização, montados sobre um veículo que trafega entre as plantas. Em uma construção mais simples esta estrutura vertical é montada na parte traseira de um trator agrícola. Em uma construção mais complexa, esta estrutura vertical é montada sobre uma carreta ou trailer, que pode ter ou não suspensão. Em algumas situações, as oscilações laterais da estrutura vertical podem afetar negativamente o resultado do tratamento (pulverização). Assim é importante reconhecer e eventualmente controlar essas oscilações laterais. Este trabalho propõe modelos matemáticos para os movimentos de rolagem de um pulverizador de pomares do tipo torre, e analisa suas respostas a diferentes parâmetros e diferentes excitações. Também são estudados casos práticos utilizando parâmetros reais de um pulverizador para propor parâmetros para a suspensão da torre a fim de minimizar as oscilações e acelerações da estrutura. Os modelos são baseados no modelo do pêndulo invertido e podem ser configurados para um pulverizador de pomares simples, do tipo montado em um trator, ou montado sobre uma carreta com ou sem suspensão. As equações que governam os movimentos de oscilação lateral foram deduzidas pelos métodos de Newton-Euler assim como pelas equações de Lagrange e princípio de Hamilton. As simulações numéricas dos modelos foram implementadas no módulo Simulink® do aplicativo Matlab®.

**Palavras-chave:** modelagem matemática, simulação numérica, análise dinâmica, pulverizador de pomares.

SARTORI JUNIOR, Sergio. **Modelagem Matemática e Análise Dinâmica da Torre de um Pulverizador de Pomares**. 2008. 150 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” UNESP, Campus de Bauru - Faculdade de Engenharia de Bauru – FEB, Bauru, 2008.

### **ABSTRACT**

In the agriculture field, a type of equipment to spray chemicals on orchards consists essentially of a vertical structure, with fans and spray nozzles attached, assembled on a vehicle that travels beside the plants. In a simple construction the vertical structure is attached directly behind the agricultural tractor. In a more complex construction, the vertical structure is attached on a trailer, with or without suspension. In some situations, the vertical structure lateral oscillations could affect negatively the results of the treatment. Thus, is important to recognize and even control these lateral oscillations. This dissertation proposes mathematical models for the roll movement of a tower sprayer, and analyzes its responses trough different parameters and excitations. Also analyzes a real case using an orchard sprayer's parameters to propose a tower suspension to minimize lateral oscillations and accelerations on the structures. The models are based on the inverted pendulum model and can be used for simple orchard sprayer assembled directly on tractors, as well as for that ones assembled on trailers, with or without suspension. The governing equations of the models are deduced by Newton - Euler equations and also by Lagrange's equations and Hamilton's principle. The numerical simulations of models ware implemented using the Simulink® module of Matlab® software.

**Keywords:** mathematical modeling, dynamic analysis, numerical simulation, orchard sprayer.



# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	22
<b>2 MODELAGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA</b> .....	36
2.1 Proposição do modelo .....	36
2.2 Dedução das equações governantes do movimento.....	41
2.2.1 Método do equilíbrio de forças.....	42
2.2.2 Método das energias.....	47
2.2.3 Linearização do problema .....	56
<b>3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE</b> .....	58
3.1 Condição para oscilação vertical da carreta .....	58
3.2 Condição para oscilação angular da carreta .....	59
3.2 Condição para oscilação angular da torre.....	62
3.3. Condições de estabilidade do modelo linear não amortecido.....	64
<b>4 ANÁLISE PARAMÉTRICA</b> .....	67
4.1 Análise de sensibilidade à Rigidez Torsional.....	70
4.2 Análise de sensibilidade ao Amortecimento Torsional.....	72
4.3 Análise de sensibilidade à bitola da carreta.....	76
4.4 Análise de sensibilidade à altura da articulação “P” da torre .....	78
4.5 Análise de sensibilidade à rigidez e amortecimento dos pneus .....	80
4.6 Análise de sensibilidade à rigidez dos pneus.....	82
<b>5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS – CASO PARTICULAR</b> .....	85
5.1 Resposta transitória - influencia da rigidez torsional.....	86
5.2 Resposta transitória - influencia do amortecimento torsional .....	91
5.3 Análise de resposta em frequência.....	96
5.4 Análise de resposta ao sinal de campo agrícola.....	100
<b>CONCLUSÕES</b> .....	108

<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	112
<b>APÊNDICES</b> .....	115
APÊNDICE A – Programação em Simulink.....	115
APÊNDICE B - Pista de Provas Normalizada - ISO5008-1979(A).....	130
APÊNDICE C – Método de Determinação da Rigidez de Pneus Agrícolas.....	138
APÊNDICE D – Estimativa do Fator de Amortecimento e Constante de Amortecimento do Pneu. ....	143
APÊNDICE E – Análise de resposta ao sinal de campo agrícola com modelo linear. ....	145
APÊNDICE F – Sobre o Autor.....	148

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1. Deposição do pulverizador “Curtec” (tipo torre) nas várias secções amostradas.....	26
Figura 1.2. Deposição do pulverizador “Titan” (tipo torre) nas várias secções amostradas.....	26
Figura 1.3. Deposição do pulverizador “PB” (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas .....	27
Figura 1.4. Deposição do pulverizador “DW” (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas .....	27
Figura 1.5. Deposição do pulverizador “FMC (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas .....	27
Figura 1.6. Pulverizador de pomar tipo torre fabricado por Máquinas Agrícolas Jacto S.A. a) esquema geral, b) foto em funcionamento.....	29
Figura 1.7. Pulverizadores de pomar tipo fabricados por Curtec of Florida, Inc .....	31
Figura 2.1. a) vista lateral e b) vista posterior do pulverizador de pomares (cortesia de Máquinas Agrícolas Jacto S/A) .....	37
Figura 2.2. Simplificações do modelo a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação .....	39
Figura 2.3. Modelo simplificado para o pulverizador torre. ....	41
Figura 2.4. Diagrama de corpo livre do modelo simplificado.....	42

Figura 4.1 Modelo simplificado com três graus de liberdade: deslocamento vertical do CG da carreta $y_1$ , deslocamento angular do CG da carreta $\phi_1$ e deslocamento angular do CG da torre $\phi_2$ . .....	67
Figura 4.2 Resposta transiente a excitação por um sinal degrau unitário (adaptado de OGATA, 1982, p. 263). .....	70
Figura 4.3 Deslocamentos horizontais da torre no instante de pico e em regime permanente em função da rigidez torsional da junção entre a torre e a carreta. $C_T = 1000 \text{ Nm s/rad}$ . .....	72
Figura 4.4 – Deslocamento horizontal da torre no instante de pico $x_2(t_p)$ em função do amortecimento torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo. ....	75
Figura 4.5 Deslocamento horizontal da torre com entrada degrau no pneu esquerdo em função da variação da bitola. $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ . .....	77
Figura 4.6 Deslocamento horizontal da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo, em função da altura da articulação “P”. $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ . $B = 1,05\text{m}$ . ....	79
Figura 4.7 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo. $K_T=100 \text{ kNm/rad}$ , $C_T=60 \text{ kNms/rad}$ , $B=1,05\text{m}$ , $L_1=0,2\text{m}$ . .....	82
Figura 4.8 Deslocamento horizontal da torre em função da rigidez dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo. $K_T=100 \text{ kNm/rad}$ , $C_T=60 \text{ kNms/rad}$ , $B=1,05\text{m}$ , $L_1=0,2\text{m}$ . .....	83
Figura 5.1 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre. $C_T=1000 \text{ Nms/rad}$ e $K_T=25000 \text{ Nm/rad}$ . ....	87

Figura 5.2 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=1000$  Nms/rad e  $KT=100000$  Nm/rad..... 87

Figura 5.3 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=1000$  Nms/rad e  $KT=200000$  Nm/rad..... 88

Figura 5.4 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=1000$  Nms/rad e  $KT=1000000$  Nm/rad..... 88

Figura 5.5 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=25000$  Nms/rad e  $KT=45000$  Nm/rad..... 93

Figura 5.6 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=50000$  Nms/rad e  $KT=45000$  Nm/rad ..... 93

Figura 5.7 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=75000$  Nms/rad e  $KT=45000$  Nm/rad ..... 94

Figura 5.8 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $CT=100000$  Nms/rad e  $KT=45000$  Nm/rad..... 94

Figura 5.9 Razão de amplitudes pico a pico entre o sinal de saída ( $x_2$ ) e o sinal de entrada ( $y_{e1}$ ) em função da frequência de excitação. Modelo não linear com  $K_T = 45000$  Nm/rad. .... 97

Figura 5.10 Altura das irregularidades da trilha esquerda da pista artificial suave da ISO5008 (1979).....	101
Figura 5.11 Altura das irregularidades da trilha direita da pista artificial suave da ISO5008 (1979) .....	101
Figura A-1: Diagramas de Blocos Simulink ® - Matlab®. ....	116
Figura A-2: Transcrição do arquivo Matlab® (Dados_entrada.m) para introdução dos parâmetros de entrada para a simulação numérica dos modelos linear e não-linear.....	117
Figura A-3: esquema construtivo da pista suave da ISO5008-1979.....	118
Figura A-4: “Subsystem Não Linear” para as equações de movimento do modelo não-linear.....	119
Figura A-5: “Subsystem Y1” para a equação de movimento do centro de massa da carreta (y1) .....	120
Figura A-6: “Subsystem theta1” para a equação de movimento de inclinação da carreta.....	122
Figura A-7: “Subsystem theta2” para a equação de movimento de inclinação da torre ( $\phi_2$ ) .....	123
Figura A-8: subsistema “Deslocamento NL” para o cálculo de $x_2$ e $y_2$ , deslocamentos horizontal e vertical do centro de massa da torre .....	124
Figura A-9: subsistema “Aceleração” para o cálculo de $\ddot{x}_2$ e $\ddot{y}_2$ , acelerações horizontal e vertical do centro de massa da torre.....	125

Figura A-10: “Subsystem Linear” para as equações de movimento do modelo linear.....	126
Figura A-11: subsistema “Deslocamento NL” para o cálculo de $x_2$ e $y_2$ , deslocamentos horizontal e vertical do cento de massa da torre .....	128
Figura A-12: subsistema “Aceleração” para o cálculo de $\ddot{x}_2$ e $\ddot{y}_2$ , acelerações horizontal e vertical do cento de massa da torre.....	129
Figura C.1 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot.....	139
Figura D.1. Sinal de pista captado pelos acelerômetros. ....	143

## LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 Parâmetros para simulação de frequência natural angular da carreta.....	61
Tabela 3.2 Frequências naturais da carreta simuladas no modelo linear versus calculadas, variando $K_T$ , $K$ e $B$ .....	61
Tabela 3.3 Frequências naturais da carreta simuladas no modelo linear versus calculadas, variando $K_T$ e $L_2$ . .....	64
Tabela 3.4. Valores dos parâmetros do pulverizador de pomares tipo torre para simulação de estabilidade.....	66
Tabela 4.1 - Deslocamentos horizontais da torre no instante de pico $x_2(t_p)$ e após acomodação $x_2(\infty)$ em função da rigidez torsional $K_T$ . Entrada degrau e amortecimento torsional $C_T$ fixo em 1000 Nm s/rad.....	71
Tabela 4.2 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo. $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 50 \text{ kNm/rad}$ .....	73
Tabela 4.3 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo. $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ .....	74
Tabela 4.4 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo.. $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 150 \text{ kNm/rad}$ .....	74
Tabela 4.5 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo. $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ . $K_T = 200 \text{ kNm/rad}$ .....	75



Tabela 4.6 Deslocamento horizontal da torre com entrada degrau no pneu esquerdo em função da variação da bitola. $CT = 60$ kNms/rad. $KT = 100$ kNm/rad.....	77
Tabela 4.7 Deslocamento horizontal da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo, em função da altura da articulação “P”. $CT = 60$ kNms/rad. $KT = 100$ kNm/rad. $B = 1,05$ m. ....	79
Tabela 4.8 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo. $KT = 100$ kNm/rad, $CT = 60$ kNms/rad, $B=1,05$ m, $L1 =0,2$ m.....	81
Tabela 4.9 Deslocamento horizontal da torre em função da variação da rigidez dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo. $KT = 100$ kNm/rad, $CT = 60$ kNms/rad, $B=1,05$ m, $L1 =0,2$ m.....	83
Tabela 5.1 Comparativo entre comportamento da torre entre junção flexível e junção rígida em “P”. Modelo não linear. Excitação com sinal de pista suave da ISO5008 (1979) a diferentes velocidades de caminhamento do equipamento. ....	103
Tabela 5.2 Valores mínimos e máximos das reações normais nos pneus em pista artificial suave da ISO5008 (1979).....	106
Tabela 5.3 Reações normais nos pneus trafegando com junção rígida entre torre e carreta, a 12 km/h, em pista artificial suave da ISO5008 (1979). ....	106
Tabela C.1 Constantes Elásticas de Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot.....	139
Tabela C.2 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 23 psi, com lastro de 200 litros de água dentro do pneu. ....	140
Tabela C.3 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 23 psi, sem lastro de água dentro do pneu.....	140

Tabela C.4 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 34 psi, com lastro de 200 litros de água dentro do pneu. ....	141
Tabela C.5 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 34 psi, sem lastro de água dentro do pneu. ....	141
Tabela C.6 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 34 psi, sem lastro de água dentro do pneu. ....	142
Tabela D.1 Dados gerais de massa do pulverizador e constante elástica do pneus.....	144
Tabela D.2. Estimativa da constante de amortecimento dos pneus .....	144
Tabela E.1 Comparativo entre comportamento da torre entre junção flexível e junção rígida em “P”. Modelo não linear. Excitação com sinal de pista suave da ISO5008 (1979) a diferentes velocidades de caminhamento do equipamento. ....	147

## LISTA DE SÍMBOLOS

B	distância da linha central até o centro dos pneus
$B_1$	distância da linha central até o centro do pneu esquerdo
$B_2$	distância da linha central até o centro do pneu direito
C	amortecimento dos pneus
$C_1$	amortecimento do pneu esquerdo
$C_2$	amortecimento do pneu direito
$C_T$	amortecimento da junta torcional
CG	centro de gravidade
$I_1$	momento de inércia da carreta
$I_2$	momento de inércia da torre
K	rigidez dos pneus
$K_1$	rigidez do pneu esquerdo
$K_2$	rigidez do pneu direito
$K_T$	rigidez da junta torcional
$L_1$	distância do Centro de Gravidade (CG) da Carreta até a junção no ponto “P”
$L_2$	distância da junção no ponto “P” até o Centro de Gravidade (CG) da Torre
$mv_1, mv_2, \dots, mv_8$	massas concentrada dos ventiladores 1 a 8
$mc_1$	massa concentrada dos ventiladores inferiores
$mc_2$	massa concentrada dos ventiladores superiores
mc	massa do chassi
mt	massa do tanque
$m_1$	massa da carreta (concentrada no centro de gravidade)
$m_2$	massa da torre (concentrada no centro de gravidade)
$\phi_1$	deslocamento angular do CG da carreta
$\dot{\phi}_1$	velocidade angular do CG da carreta
$\ddot{\phi}_1$	aceleração angular do CG da carreta
$\phi_2$	deslocamento angular do CG da torre
$\dot{\phi}_2$	velocidade angular do CG da torre
$\ddot{\phi}_2$	aceleração angular do CG da torre

$x_1$	deslocamento horizontal do CG da carreta
$\dot{x}_1$	velocidade horizontal do CG da carreta
$\ddot{x}_1$	aceleração horizontal do CG da carreta
$x_2$	deslocamento horizontal do CG da torre
$\dot{x}_2$	velocidade horizontal do CG da torre
$\ddot{x}_2$	aceleração horizontal do CG da torre
$y_1$	deslocamento vertical do CG da carreta
$\dot{y}_1$	velocidade vertical do CG da carreta
$\ddot{y}_1$	aceleração vertical do CG da carreta
$y_2$	deslocamento vertical do CG da torre
$\dot{y}_2$	velocidade vertical do CG da torre
$\ddot{y}_2$	aceleração vertical do CG da torre
$y_{e1}$	deslocamento vertical do pneu esquerdo
$\dot{y}_{e1}$	velocidade vertical do pneu esquerdo
$y_{e2}$	deslocamento vertical do pneu direito
$\dot{y}_{e2}$	velocidade vertical do pneu direito
$E_C$	energia cinética total do sistema
$E_{C1}$	energia cinética da carreta
$E_{C2}$	energia cinética da torre
$W_C$	trabalho das forças conservativas
$W_{NC}$	trabalho das forças não conservativas
$E_P$	energia potencial total do sistema
$E_{Pm_1}$	energia potencial da carreta
$E_{Pm_2}$	energia potencial da torre
$E_{PK_1}$	energia potencial do pneu esquerdo
$E_{PK_2}$	energia potencial do pneu direito
$E_{PK_T}$	energia potencial da junta torcional
$\Delta y_{K_1}$	variação do deslocamento vertical do pneu esquerdo
$\Delta y_{K_2}$	variação do deslocamento vertical do pneu direito

$\Delta y_{K_T}$	variação do deslocamento angular da junta torcional
$F$	energia dissipada total do sistema
$F_{C_1}$	energia dissipada no pneu esquerdo
$F_{C_2}$	energia dissipada no pneu direito
$F_{C_T}$	energia dissipada na junta torcional
$\Delta \dot{y}_{C_1}$	variação de velocidade vertical no pneu esquerdo
$\Delta \dot{y}_{C_2}$	variação de velocidade vertical no pneu direito
$\Delta \dot{y}_{C_T}$	variação de velocidade angular na junta torsional
$t_p$	instante de pico no regime transitório
$t_s$	tempo de acomodação
$t_r$	tempo de resposta
$M_P$	sobre-sinal máximo percentual no regime transitório
$\omega_{y_1}$	frequência natural vertical da carreta.
$\omega_{\phi_1}$	frequência natural de rotação da carreta
$\omega_{\phi_2}$	frequência natural de rotação da torre.

## 1 INTRODUÇÃO

Nesta introdução apresenta-se uma breve descrição do estado da técnica de pulverização agrícola de pomares destacando os principais fatores que interferem na qualidade da aplicação de pulverização. Também, expõe-se o problema técnico, a justificativa e os objetivos da pesquisa.

*“O objetivo da tecnologia de aplicação utilizada na proteção das plantas com químicos assim como agentes biológicos é colocar uma distribuição uniforme de uma quantidade desejada do ingrediente ativo na área objetivo e com as menores perdas possíveis. Isto alcançará os melhores efeitos biológicos com o mínimo de agentes de controle e água e adicionalmente, tendo o menor impacto ambiental”, Svensson, S.A. 2001, pág 7 (tradução livre).*

Convencionalmente, para proteger os pomares frutíferos contra doenças e infestações de pragas, utilizam-se métodos de aplicação de defensivos químicos e um pulverizador agrícola que é tracionado por um trator ao trafegar pelas ruas, entre as fileiras de árvores, pulverizando, de ambos os lados, uma solução líquida com defensivo químico adequado. Para que as gotas geradas pelos bicos não sejam carregadas para longe do alvo, pela ação dos ventos naturais, usualmente, se utiliza a assistência de ar gerada por ventiladores acoplados ao pulverizador.

A utilização de jatos de ar oferece o benefício de agitar a folhagem, favorecendo a penetração das gotas no interior da copa da planta. A técnica de assistência de ar iniciou-se no começo do século passado e ainda é amplamente utilizada, pois propicia bons resultados.

A maioria dos pulverizadores destinados a esse fim é composta por ventiladores, axiais ou radiais, acoplados a dispositivos direcionadores do fluxo de ar de assistência, denominado defletor. Esses defletores podem ser radiais ou axiais ao eixo do ventilador, e são posicionados de maneira que, o fluxo de ar de assistência adquira direções de incidência adequadas para atingir as diversas partes da planta.

Fox, R. D. *et al.*, 1992, ao modelar e mensurar o fluxo de ar de assistência verificou que a velocidade do fluxo de ar de assistência decai exponencialmente à medida que o ponto de medição se afasta da saída do bocal ou defletor. Em suas medições constata-se que, ao longo de uma distância de 6 metros, a velocidade do ar de assistência decai aproximadamente 70%, sendo que metade da perda de velocidade, o equivalente a 35%, ocorre no primeiro metro.

Nesse caso, a região mais próxima ao pulverizado está sujeita às maiores variações de velocidade do ar, razão pela qual se torna importante manter estável a distância da saída dos bocais às copas das plantas.

Walklate, P. J. *et al.*, 1996, ao modelar e mensurar o fluxo de ar de assistência no interior da copa da planta, constata que a velocidade do fluxo de ar de assistência também decai exponencialmente à medida da penetração no interior da copa da planta.

Em seus experimentos constata-se um decréscimo da ordem de 90% na velocidade do fluxo de ar de assistência após penetração de um metro no interior da copa da planta, sendo perdidos 70% de velocidade após meio metro de penetração.

Cerruto *et al.*, 1998, utilizando-se de um pulverizador tradicional de fluxo de ar axial, estuda os efeitos da vazão de ar de assistência, do lado da aplicação (esquerdo e direito do pulverizador) e da velocidade de caminhamento do pulverizador na qualidade da aplicação em pomares de citros.

No estudo desenvolvido pelo autor, é constatado que um aumento na velocidade do fluxo de ar favorece diretamente a qualidade da aplicação, pois permite que uma maior quantidade de gotas de químicos atinja o alvo.

Observa-se que variações na distribuição do fluxo de ar em diferentes alturas de pulverização e nos diferentes lados do pulverizador resultaram em diferenças significativas no resultado da aplicação. E também que, ao aumentar a velocidade de caminhamento do pulverizador piora o alcance dos alvos, prejudicando a qualidade da aplicação.

E mais, observa-se que o fluxo de ar se tiver velocidades muito altas, dependendo do estágio e distribuição das folhas na plantas, pode carregar as gotas de químicos para longe dos alvos, aumentando as perdas de químicos para o ar e solo, e prejudicando o tratamento.

Especificamente, em culturas de pomares, com grandes copas, como maçã, castanha, e cítricos, é de grande importância dispor de um pulverizador que possua um fluxo de ar com grande alcance para atingir as partes superiores e centrais da copa das plantas, como por exemplo, plantas adultas de laranja que chegam a 7 metros de altura e castanheiras que podem chegar a 10 metros.

Verecke *et al.*, 2000, compara os fluxos de ar de assistência gerados por três diferentes de pulverizadores de pomares. O primeiro, tradicional, dotado de um ventilador de fluxo axial e sem difusores de ar. O segundo dotado de dois ventiladores de fluxo axial dispostos um sobre o outro a permitir uma maior altura de aplicação. O terceiro, do tipo torre, dotado de um ventilador centrífugo e dezesseis difusores ajustáveis, oito de cada lado e dispostos ao longo de uma torre de 2,95 m de altura. Todos os equipamentos eram aplicados a pulverização para o lado esquerdo e direito simultaneamente.

No desenvolver do estudo comparativo, constata-se que, para todos os casos, à medida que o ponto de medição se afasta dos bocais de saída de ar, o fluxo de ar perde



velocidade sensivelmente, e que o pulverizador torre apresenta a mais uniforme distribuição de ar ao longo da altura e em ambos os lados.

Svansson, S.A. *et al.*, 2001, ao estudar os efeitos do fluxo de ar em macieiras constata que, um aumento na velocidade de caminhamento do pulverizador de 4,8 km/h para 6,4 km/h reduz significativamente o tempo de exposição das folhas ao fluxo de ar de assistência, não obstante as velocidades máximas do ar de assistência registradas no interior da planta não se alterem significativamente, a qualidade do tratamento piora.

Concluí-se, assim, que ao manter as folhas expostas ao fluxo de ar por mais tempo, permite-se que elas sejam agitadas por um tempo mais longo o que contribui para aumentar as chances das gotas de químicos se depositarem em ambos os lados das folhas e melhorar a qualidade de deposição e da aplicação.

Salyani, M., *et al.*, 2007, utiliza um sistema de amostragem que quantifica a deposição das gotas nas copas das plantas e as perdas para o ar e solo de cinco pulverizadores dotados de ar de assistência comumente utilizados em aplicações de citros.

As amostram eram constituídas de fitas de algodão estiradas horizontalmente por sobre as plantas e ruas, estiradas verticalmente nas laterais das plantas e horizontalmente sobre o solo em um sentido transversal às fileiras de plantio e ao do deslocamento dos pulverizadores.

Nesse estudo, avaliam-se seis fileiras de plantas, três para cada lado do pulverizador. A solução aplicada continha traços fluorescentes que permitia quantificar a deposição por centímetro quadrado das fitas de algodão. Os resultados foram traçados e apresentados em curvas de concentração de depósitos (em  $\mu\text{g}/\text{cm}^2$ ) ao longo do comprimento das fitas de algodão.

As aplicações seguiram parâmetros comerciais e tiveram cinco repetições. De modo geral, verifica-se pouca diferença na deposição nas copas das plantas, contudo foram

encontradas significativas diferenças nas perdas para o solo e para o ar. A deposição cumulativa em três linhas de plantio adjacentes aos pulverizadores variou entre 73,0% a 79,4%. A deposição cumulativa em três linhas nos dois lados dos pulverizadores alcançou 74,3% a 82,1%. As perdas (solo e ar) atingiram de 17,9% a 25,7%, sendo no solo entre 8,7% a 19,6% e no ar (deriva) entre 6,1% a 14,0%.

As figuras 1.1 a 1.5, adaptadas de Salyani, M., *et al.*, 2007, ilustram os resultados alcançados por cada um dos tipos pulverizadores. Verifica-se um melhor desempenho dos pulverizadores do tipo torre (figuras 1.1 e 1.2) em relação aos de fluxo de ar radial, principalmente em relação às perdas para o ar (medidas pelas fitas de amostragem posicionadas por sobre as plantas e o pulverizador).

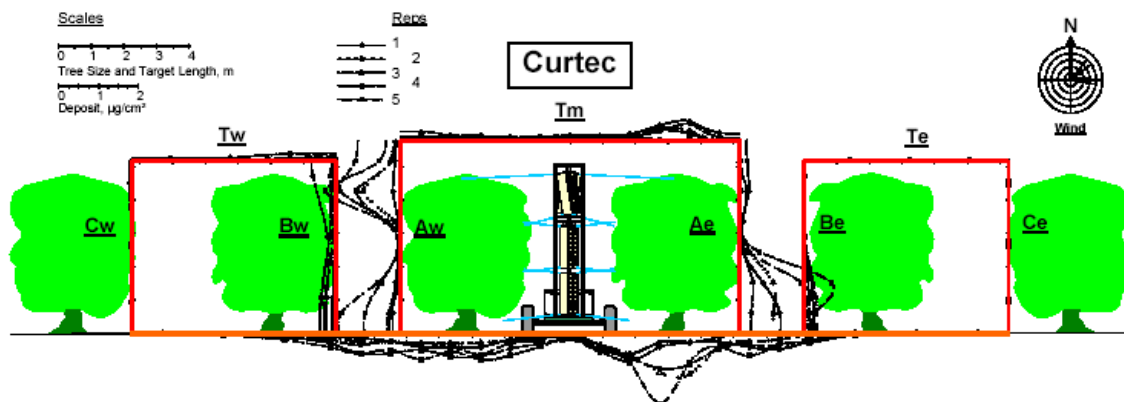


Figura 1.1. Deposição do pulverizador “Curtec” (tipo torre) nas várias secções amostradas.

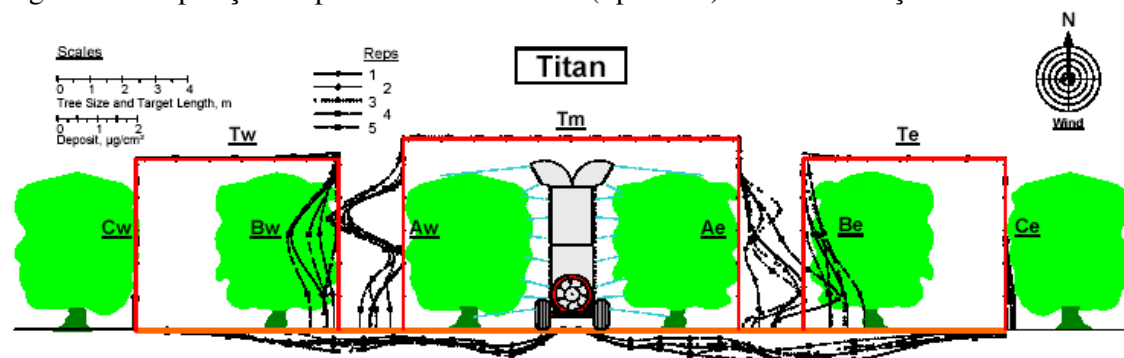


Figura 1.2. Deposição do pulverizador “Titan” (tipo torre) nas várias secções amostradas.

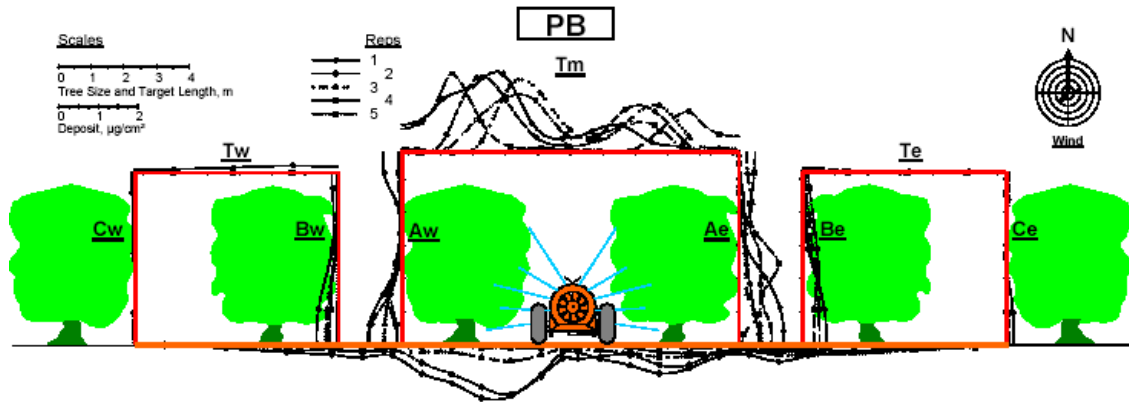


Figura 1.3. Deposição do pulverizador “PB” (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas.

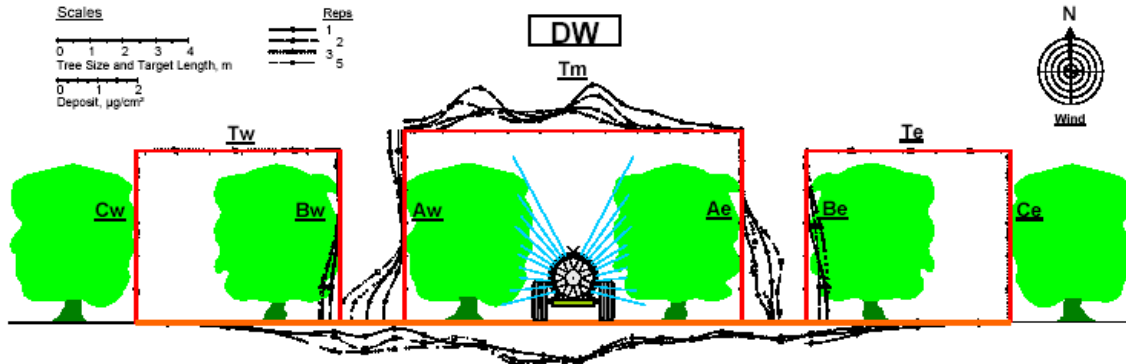


Figura 1.4. Deposição do pulverizador “DW” (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas.

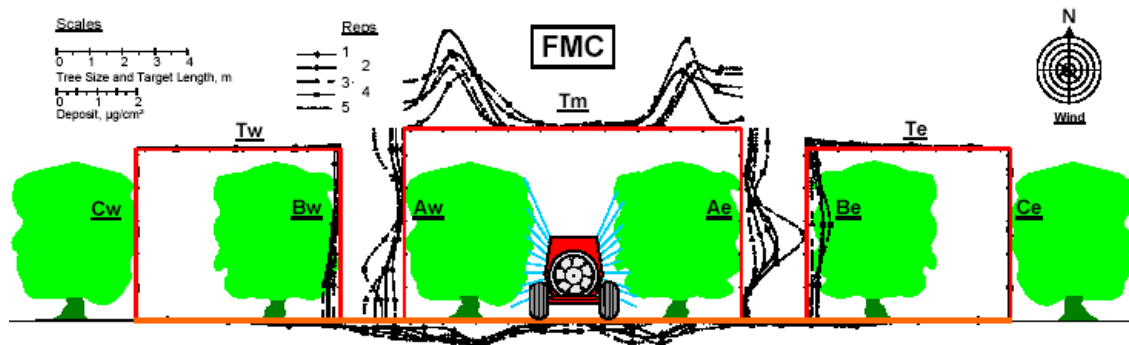


Figura 1.5. Deposição do pulverizador “FMC” (de fluxo de ar radial) nas várias secções amostradas.

Na análise das formas gráficas, evidenciam-se a importância em buscar um arranjo adequado do fluxo de ar de assistência, da velocidade do ar de assistência, da vazão de químico, da velocidade do pulverizador e manter o mais estável possível esses parâmetros para alcançar uma boa qualidade de aplicação.

Em contrapartida, na prática, o pouco espaço disponível nas ruas de plantio impõe restrições dimensionais à largura dos equipamentos pulverizadores. A título exemplificativo, em pomares de citros com plantas adultas, o espaço livre de passagem entre as linhas de plantio usualmente está em torno de 2,5 metros ou menos.

Desta forma, utilizar-se de um pulverizador de torre em tal situação torna-se uma tarefa no mínimo cuidadosa. Mesmo diante da correta seleção de todos os parâmetros de pulverização e do pulverizador calibrado, o tratorista precisa transitar pelas ruas buscando manter a distância adequada dos bocais de pulverização das copas plantas.

Para tanto, usualmente, o tratorista aproxima e afasta, propositalmente, o equipamento das plantas. Mas, essa sistemática guarda limitações quando a pulverização é realizada simultaneamente nos dois lados do pulverizador. E mais, o terreno agrícola é muito irregular, o que provoca oscilações laterais na parte superior da torre de pulverização quando suas as rodas passam por buracos, valetas e curvas de nível. Não raro são às vezes em que os bocais superiores se chocam contra as copas das plantas.

Cumprir destacar, também, a crescente exigência do mercado, em razão de períodos de pulverizações cada vez mais curtos, em aumentar as velocidades de caminamento dos pulverizadores, visando cumprir o tratamento no menor tempo possível.

Usualmente, a pulverização de pomares com equipamentos tracionados por tratores ocorre em velocidades de 2 a 6 km/h, mas já estuda-se tratamentos a velocidades de 10 a 12 km/h tornando-se um desafio a procura de soluções técnicas que permitam alcançar velocidades 20 a 25 km/h.

Ressalta-se ainda, que com o incremento das velocidades de caminhamento, agravam-se os efeitos das vibrações e oscilações introduzidas pelo terreno irregular.

Na tentativa de contornar essas limitações, observa-se um crescente aumento da complexidade dos projetos e o incremento da automação embarcada nos pulverizadores agrícolas.

No caminho de buscar de uma melhor solução de pulverização de pomares, as Máquinas Agrícolas Jacto S.A. desenvolveram o equipamento ilustrado na figura 1.6 a seguir.

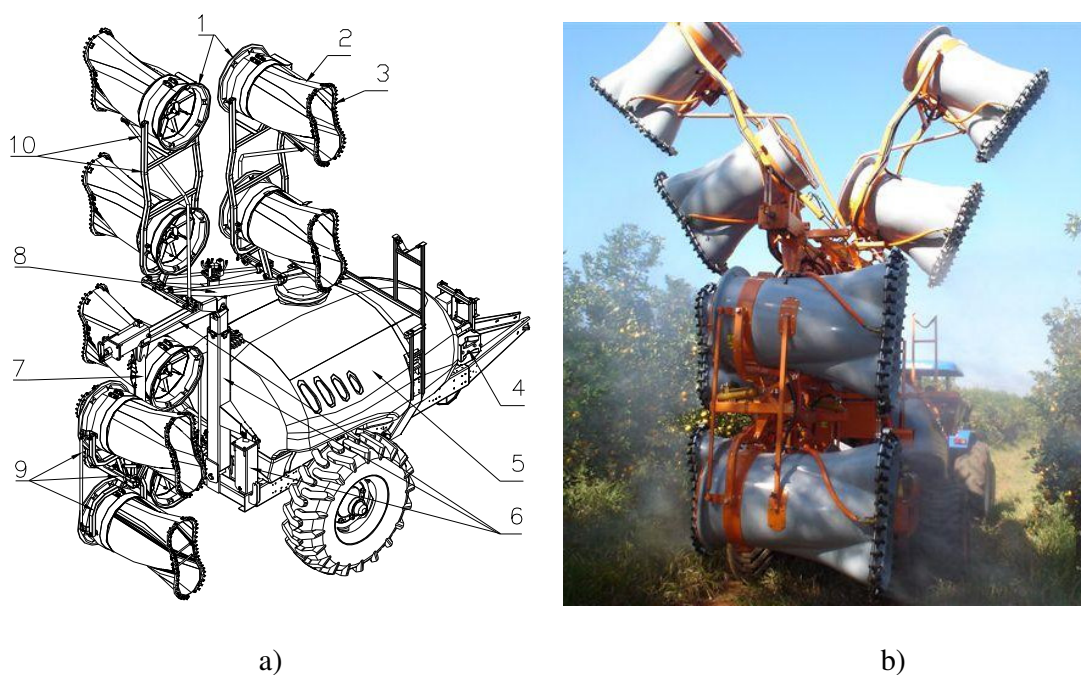


Figura 1.6. Pulverizador de pomar tipo torre fabricado por Máquinas Agrícolas Jacto S.A.  
a) esquema geral, b) foto em funcionamento.

A figura 1.6 ilustra um pulverizador equipamento com oito ventiladores (1), quatro direcionados para o lado esquerdo e quatro direcionados para o lado direito, sendo cada ventilador dotado de um bocal direcionador (2), em cuja borda de saída de ar são fixados ramais de pulverização (3). Os ramais de pulverização são alimentados por uma

unidade de bombeamento (4) que succiona a solução de defensivos a partir do tanque reservatório (5).

Os ventiladores (1) são montados sobre estruturas suportes primárias (6), secundárias (7 e 8) e terciárias (9 e 10), que permitem posicioná-los adequadamente em relação à copa de cada planta. Essas estruturas suportes permitem movimentos horizontais, no sentido de aproximação das plantas. Permitem ainda, movimentos verticais de ajustes de altura dos bocais em relação às plantas, proporcionando versatilidade para plantas com diferentes alturas. E mais, permitem movimentos angulares em torno de eixos de fixação, possibilitando alterar a inclinação dos fluxos de ar de assistência em relação à copa da planta.

Devido à grande altura da torre, 6.0 metros, nos momentos de transporte fora de operação, a parte da estrutura com os quatro ventiladores superiores pode ser articulada e dobra-se por sobre o reservatório.

Todos os movimentos citados podem ser acionados por decisão do operador (por meios de cilindros hidráulicos e comandados na cabine do trator) ou por decisão de um sistema computadorizado, auxiliado por sensores, hardwares e softwares, instalados no pulverizador.

Este equipamento possui bitola regulável entre 1,7m a 2,1m, peso vazio de 2900 kg, peso com o reservatórios cheios de 7300 kg, velocidade de trabalho entre 2 a 6 km/h. Em sua versão comercial atual, não possui suspensão nas rodas, conta apenas com o efeito de suspensão promovidos pelos pneus de alta flutuação, mas possui elementos elásticos e de amortecimento na estrutura de sustentação dos ventiladores.

Importa destacar que, segundo a avaliação do Departamento de Engenharia das Máquinas Agrícolas Jacto S.A., a máquina permite otimizações para um melhor desempenho.



Figura 1.7. Pulverizadores de pomar tipo torre fabricados por Curtec of Florida, Inc

## A Justificativa do Trabalho

A necessidade da agricultura nacional e internacional em aumentar seus níveis de competitividade é real e premente. Com a concentração de áreas agrícola e a monocultura em grandes áreas (ex. grandes fazendas de laranja no Estado de São Paulo) o combate eficaz de pestes e doenças é fundamental. A perda de controle fitossanitário em uma grande fazenda pode trazer enormes prejuízos.

Nesse sentido, a pesquisa se justifica à medida que contribui para um melhor entendimento da dinâmica de um equipamento essencial para realizar o controle fitossanitário em pomares, em especial o de citros. O melhor conhecimento de sua dinâmica torna possível propostas de melhorias em seu projeto para aumentar seu desempenho funcional e mecânico.

Ao melhorar o desempenho desses tipos de equipamentos contribui-se positivamente para:

- Melhorar a qualidade do tratamento fitossanitário obtendo maior uniformidade sobre o alvo e maior eficiência de controle;
- Proporcionar maior produtividade operacional em decorrência de um aumento nas velocidades de aplicação;
- Reduzir o impacto ambiental com menor contaminação do ar e do solo e com uma redução da quantidade de defensivos aplicados em decorrência do aumento da precisão e qualidade da aplicação;
- Reduzir os custos na produção agrícola com redução dos gastos com insumos e redução das perdas em decorrência de pragas.

### **Os Problemas Presentes no Estado da Técnica.**

Um importante problema que se verifica em uma estrutura alta e estreita como o do pulverizado ilustrado na figura 1.6 é a estabilidade dinâmica da torre, principalmente devido a sua grande altura em relação à sua bitola, ao transitar por terrenos irregulares como são os campos agrícolas.

Nesse sentido, para um adequado funcionamento, é importante definir um projeto que permita manter o mais estável possível as distâncias dos ventiladores às copas da plantas na medida em que o equipamento caminha pelas ruas do pomar, buscando reduzir as oscilações verticais e angulares de uma estrutura de 6 metros de altura, com massa aproximada de 800 Kg (incluso os 8 ventiladores) e centro de gravidade em torno de 3.0 metros acima do solo.

Outro problema inerente às estruturas sujeitas a cargas oscilatórias refere-se aos danos por esforços repetitivos, ou fadiga. Neste sentido, o problema é definir um projeto



que atenda às diversas solicitações a que o equipamento está sujeito nas seguintes condições:

a) na estrada, o equipamento transita com a torre recolhida, o tanque pode estar vazio, parcialmente cheio ou totalmente cheio, as velocidades de caminhamento são em torno de 20 Km/h, o terreno é rígido e, em geral, as excitações provocadas pelo caminhamento são de baixa amplitude e de alta frequência.

b) no campo agrícola, o equipamento transita com a torre estendida, no início do trabalho o tanque está cheio e se esvazia ao longo da pulverização, a velocidade de caminhamento está entre 2 a 6 Km/h, o terreno é menos rígido e mais irregular, as irregularidades do terreno podem variar significativamente entre pomares e regiões do país, as excitações na estrutura em geral são de maior amplitude e de menor frequência que nas estradas.

## **Os Objetivos do Trabalho**

Nesta pesquisa tem-se o escopo de estudar a dinâmica de um pulverizador agrícola do tipo torre, e para isso propõe-se um modelo matemático simplificado para representá-lo.

Uma vez definidas as equações gerais que regem o movimento do modelo, serão definidos parâmetros e variáveis para a realização de análises qualitativas e quantitativas das respostas do modelo em função de diferentes sinais de excitação do modelo.

Pretende-se ainda analisar a estabilidade do modelo na busca de condições de instabilidade e eventualmente caos.

Também, pretende-se desenvolver o estudo do comportamento do modelo proposto adotando-se valores reais de um pulverizador agrícola tipo torre e avaliar as respostas do modelo segundo uma excitação de campo agrícola.

## **A Estruturação do Trabalho**

Para se atingir os objetivos propostos, o trabalho estrutura-se em cinco capítulos, a saber:

O capítulo 1 apresenta uma breve introdução ao estado da técnica de pulverização agrícola de pomares, destacando os principais fatores que interferem na qualidade da pulverização.

O capítulo 2 apresenta a proposição de um modelo geral e simplificado para representar uma categoria de equipamentos agrícolas denominados pulverizadores torre. Parte-se de um equipamento real, no qual serão realizadas sucessivas simplificações ao ponto de obter um modelo matemático simplificado de três graus de liberdade. Aqui, determinar-se-á as equações matemáticas que regem os movimentos do modelo proposto. Por motivos de didática, toda a demonstração matemática será exposta passo a passo.

O capítulo 3 apresenta um estudo de estabilidade estática e dinâmica da torre e da carreta, utilizando o modelo linearizado.

O capítulo 4 dedica-se às análises paramétricas para avaliar as correlações e influências das principais características e parâmetros sobre a estabilidade lateral da torre representada pela resposta em deslocamentos horizontais da torre.

O capítulo 5 dedica-se às simulações numéricas do modelo proposto, agora sob uma óptica mais detalhada, definindo parâmetros e variáveis para o modelo e apresenta simulações numéricas do modelo submetido a diferentes sinais de excitação, quais sejam: a

resposta transitória mediante a excitação de um sinal degrau, a resposta em frequência mediante à excitação de um sinal senoidal, e a resposta composta mediante à excitação por um sinal de campo agrícola.

De forma complementar, apresenta-se quatro Apêndices, onde:

O Apêndice A apresenta uma explanação da programação em Simulink® das equações de movimento do modelo.

O Apêndice B apresenta uma transcrição dos pontos geradores do sinal da pista de prova normalizada ISO5008-1979(A) adotado como representativo de um sinal de campo agrícola.

O Apêndice C apresenta o método de determinação da rigidez de pneus agrícolas do pulverizador Jacto Arbus 4000 Multispray utilizados como referência nesta pesquisa.

O Apêndice D apresenta o método de determinação do fator de amortecimento e constante de amortecimento do pneu agrícola do pulverizador Jacto Arbus 4000 Multispray.

O Apêndice E apresenta a análise de resposta ao sinal de campo agrícola do modelo linear.

E finalmente o Apêndice F apresenta informações sobre o autor.

## **2 MODELÁGEM MATEMÁTICA DO PROBLEMA**

Neste trabalho apresenta-se a proposição de um modelo simplificado que possa representar uma categoria de equipamentos presentes no estado da técnica. Para isso partiu-se de um equipamento real desenvolvido pela empresa Máquinas agrícolas Jacto S.A..

O modelo simplificado é apresentado prioritariamente e de forma detalhada, passo a passo, apresenta-se a dedução matemática das equações não lineares que regem os seus movimentos. Em seguida são assumidas simplificações para permitir linearizar essas equações de movimento.

### **2.1. Proposição do Modelo**

O pulverizador ilustrado na figura 1.6 e inspirador deste estudo é um equipamento complexo. Seus muitos componentes constituem um problema de muitos graus de liberdade. Contudo, o problema que se deseja avaliar está principalmente relacionado aos movimentos de inclinação lateral da estrutura vertical, ou simplesmente torre.

Desta forma algumas hipóteses de simplificação serão necessárias para reduzir os graus de liberdade a um número mínimo adequado que ainda possa representar o problema real.

A figura 2.1a ilustra uma vista lateral do equipamento pulverizador, e a figura 2.1b ilustra um vista posterior do mesmo equipamento, destacando a torre metálica e os oito ventiladores, quatro deles direcionados para o lado esquerdo do pulverizador e os quatro restantes direcionados para o lado direito do equipamento.

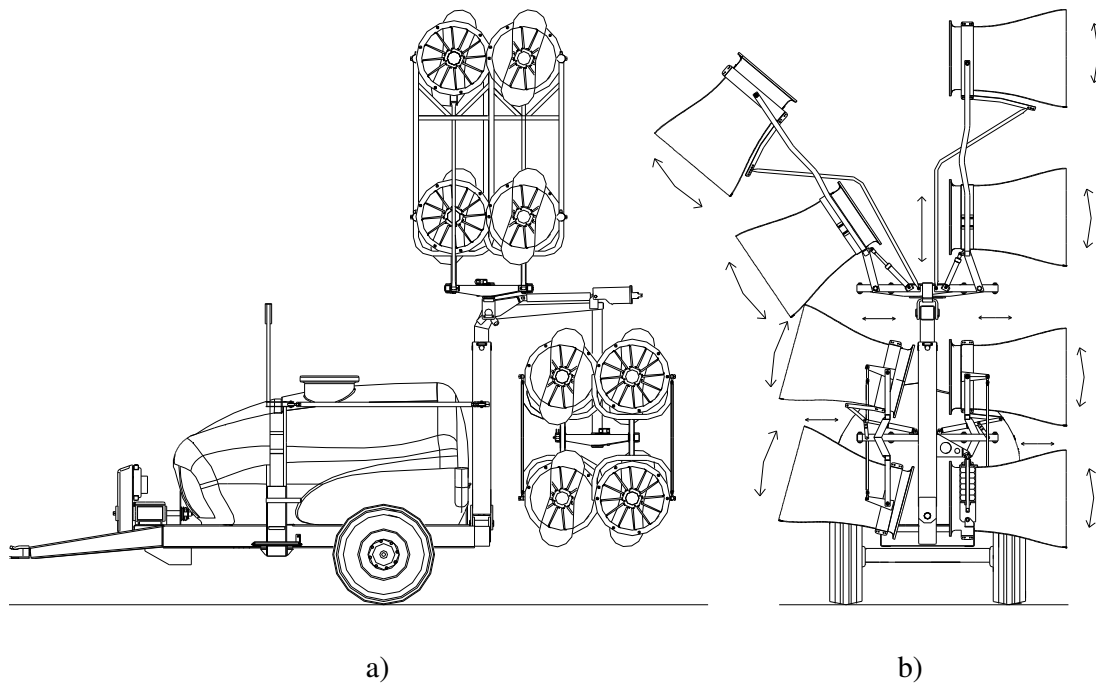


Figura 2.1. a) vista lateral e b) vista posterior do pulverizador de pomares (cortesia de Máquinas Agrícolas Jacto S/A)

A figura 2.2 ilustra a seqüência de simplificações para gerar o modelo de estudo. As figuras 2.2.a e 2.2.b ilustram uma representação em elevação traseira do pulverizador destacando os principais elementos como carreta, pneus, eixo, articulação “P”, e a torre com seus oito ventiladores, com suas massas  $mv_1, mv_2, \dots, mv_8$  concentradas em seus centros de gravidade. As estruturas suportes dos ventiladores são consideradas rígidas e sem massa. Entende-se que este modelo (figura 2.2.b) poderia representar mais precisamente o movimento individual de cada um dos ventiladores, contudo neste momento, o interesse está em reconhecer o movimento global da torre, cujo excessivo movimento lateral influencia na qualidade da aplicação da pulverização.

Assim é proposta uma segunda simplificação do modelo, como apresentada na figura 2.2.c. Nesta simplificação as massas dos ventiladores inferiores ( $mv_1, mv_2, mv_3$  e  $mv_4$ ) são concentradas na massa  $mc_1$ . As massas dos ventiladores superiores ( $mv_5, mv_6,$

mv7 e mv8) são concentradas na massa concentrada mc2. Destacam-se ainda as massas do chassi (mc) e a massa do tanque (mt). O sistema de suspensão da torre é representado por um elemento elástico e um elemento de amortecimento conectados entre um suporte lateral da torre e um ponto no chassi.

Note-se que, para intervalos longos de tempo (vários minutos), a massa do tanque irá variar, uma vez que o equipamento de pulverizador inicia seu ciclo de trabalho com tanque cheio e o encerra com o tanque vazio. Variando a massa de líquido no interior do tanque, também variará a altura do centro de gravidade do tanque em relação à carreta. Contudo o estudo de estabilidade de interesse refere-se a pequenos intervalos de tempo (alguns segundos). Sendo assim se pode considerar a massa do tanque como constante. Assim, pode-se proceder a uma terceira simplificação do modelo, agrupando as massas do chassi (mc) e do tanque (mt) em um único centro de massa invariante ( $m_1$ ), como ilustra a figura 2.2.d. Por sua vez, como o interesse de estudo é avaliar a oscilação lateral da torre como um todo, a massa concentrada dos ventiladores inferiores (mc1) e a massa concentrada dos ventiladores superiores (mc2) são agrupadas em uma única massa da torre ( $m_2$ ). O pneu esquerdo da carreta é representado por um elemento elástico  $K_1$  e um elemento de amortecimento  $C_1$  e está distanciado da linha de simetria central da carreta pela distância  $B_1$ . O pneu direito da carreta é representado por um elemento elástico  $K_2$  e um elemento de amortecimento  $C_2$  e está distanciado da linha de simetria central da carreta pela distância  $B_2$ . O ponto de articulação entre a carreta e a torre é representado por P, e situa-se à distância  $L_1$  acima do centro de gravidade da carreta. A junção P é dotada de um elemento elástico torsional  $K_T$  e um elemento de amortecimento torsional  $C_T$ . A torre é representada por uma haste sem massa e de comprimento  $L_2$  e por uma massa concentrada  $m_2$  na extremidade da haste.

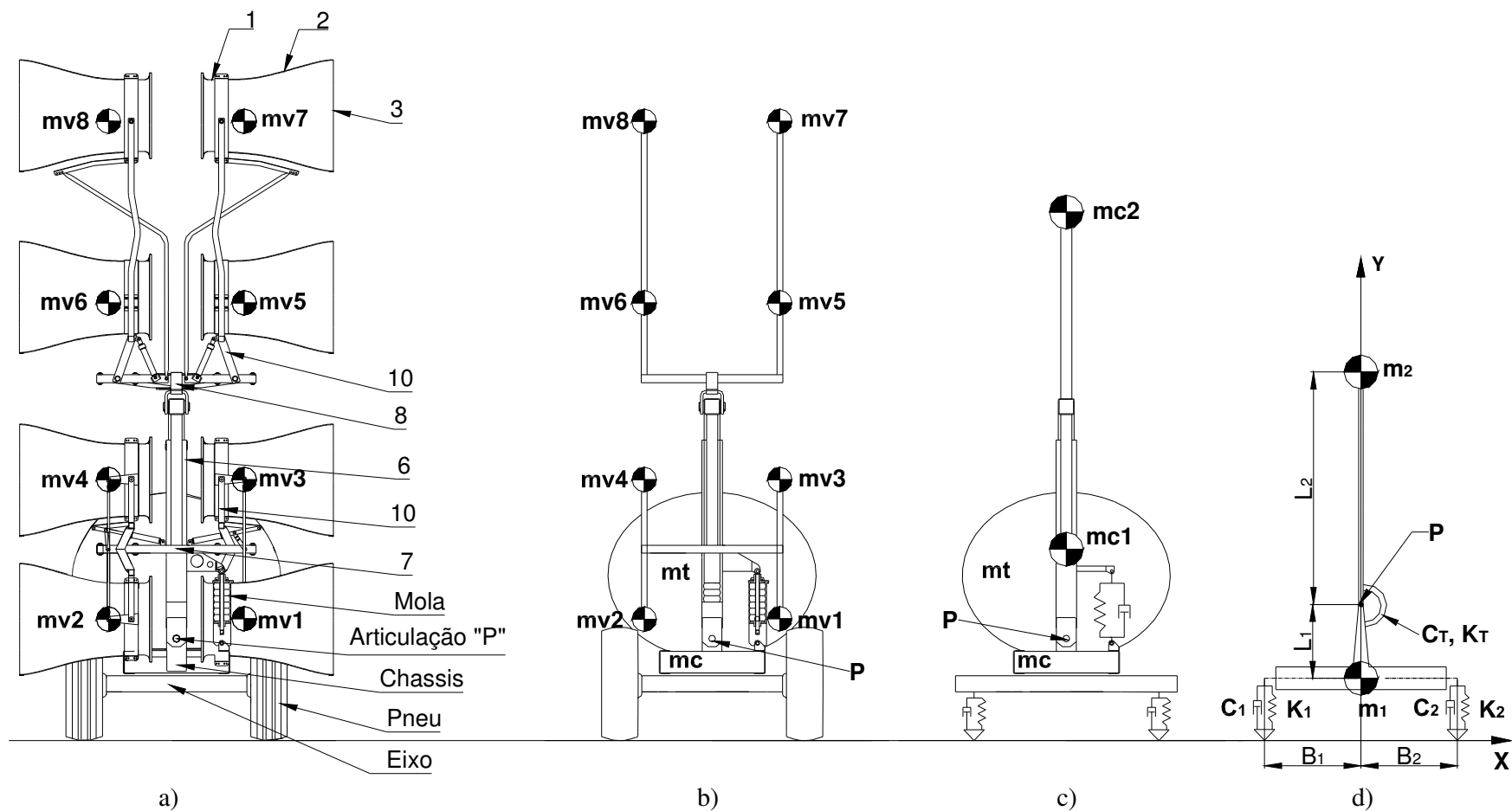


Figura 2.2 Simplificações do modelo a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação

A torre é articulada no ponto P de junção com a carreta. A suspensão da torre é assumida concentrada neste ponto e representada por elementos de rigidez torcional  $K_T$  e de amortecimento torcional  $C_T$ .

Os momentos de inércias da carreta e da torre em relação a seus centros de gravidade  $m_1$  e  $m_2$  são respectivamente  $I_1$  e  $I_2$ . Considera-se um sistema inercial X-Y, cujo eixo X encontra-se ao nível do solo e o eixo Y passando pelo centro de massa  $m_1$  e  $m_2$  com o equipamento em repouso e nivelado.

Com esse modelo é possível analisar o movimento de inclinação lateral da torre, que interfere diretamente na qualidade da aplicação de pulverização, e o movimento de inclinação da carreta, que está relacionado à sua estabilidade.

A figura 2.3 ilustra o modelo da figura 2.2.d deslocado de sua posição de equilíbrio. As excitações do modelo provem do solo via deslocamentos no pneu esquerdo,  $y_{e1}$ , e no pneu direito  $y_{e2}$ . O ângulo de deslocamento angular da carreta e o da torre em relação à vertical são representados respectivamente por  $\phi_1$  e  $\phi_2$ .



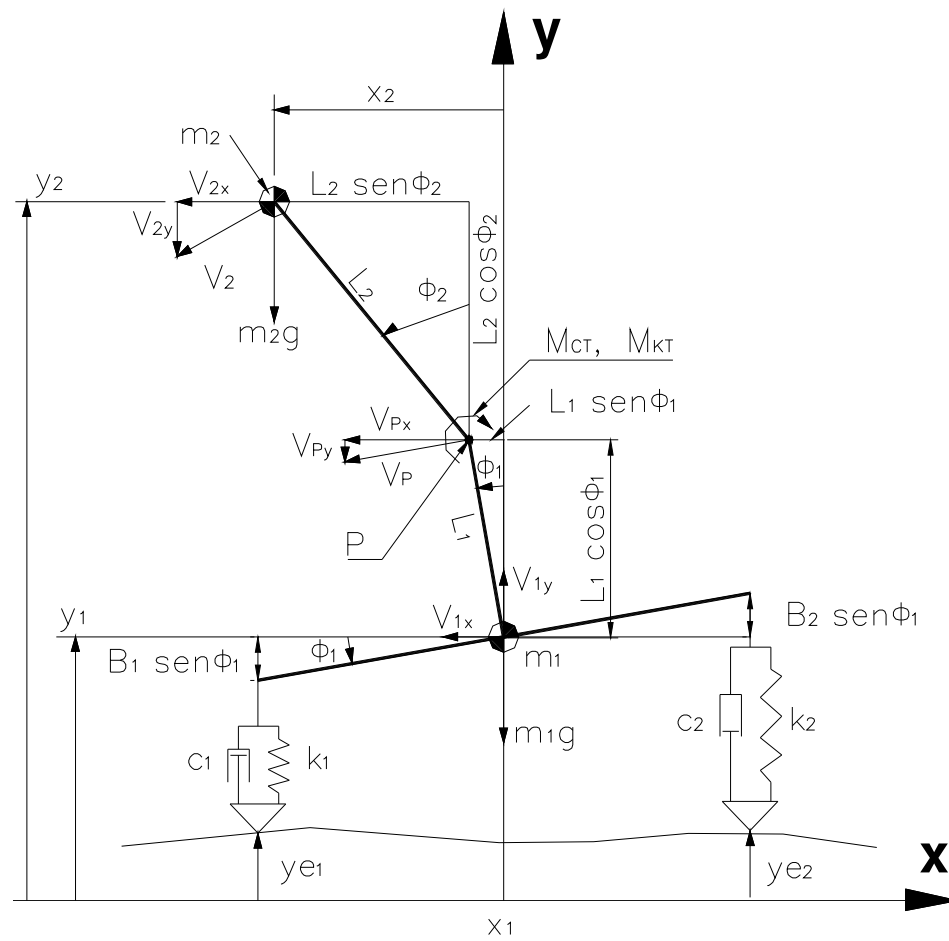


Figura 2.3 Modelo simplificado para o pulverizador torre.

## 2.2. Dedução das equações governantes do movimento

A determinação das equações que governam o movimento do modelo matemático será realizada por dois métodos distintos: o primeiro pelo método do equilíbrio de força ou método de Newton-Euler com a finalidade de reconhecer todas as forças atuantes nos corpos; o segundo pelo método das energias ou método de Lagrange com a finalidade de reconhecer as energias presentes na dinâmica dos movimentos. Didaticamente ambas as deduções são apresentadas passo a passo na sua íntegra.

### 2.2.1. Método do equilíbrio de forças

Considerando os diagramas de corpos livres mostrados na figura 2.4 as leis de Newton e Euler para cada uma das variáveis são:

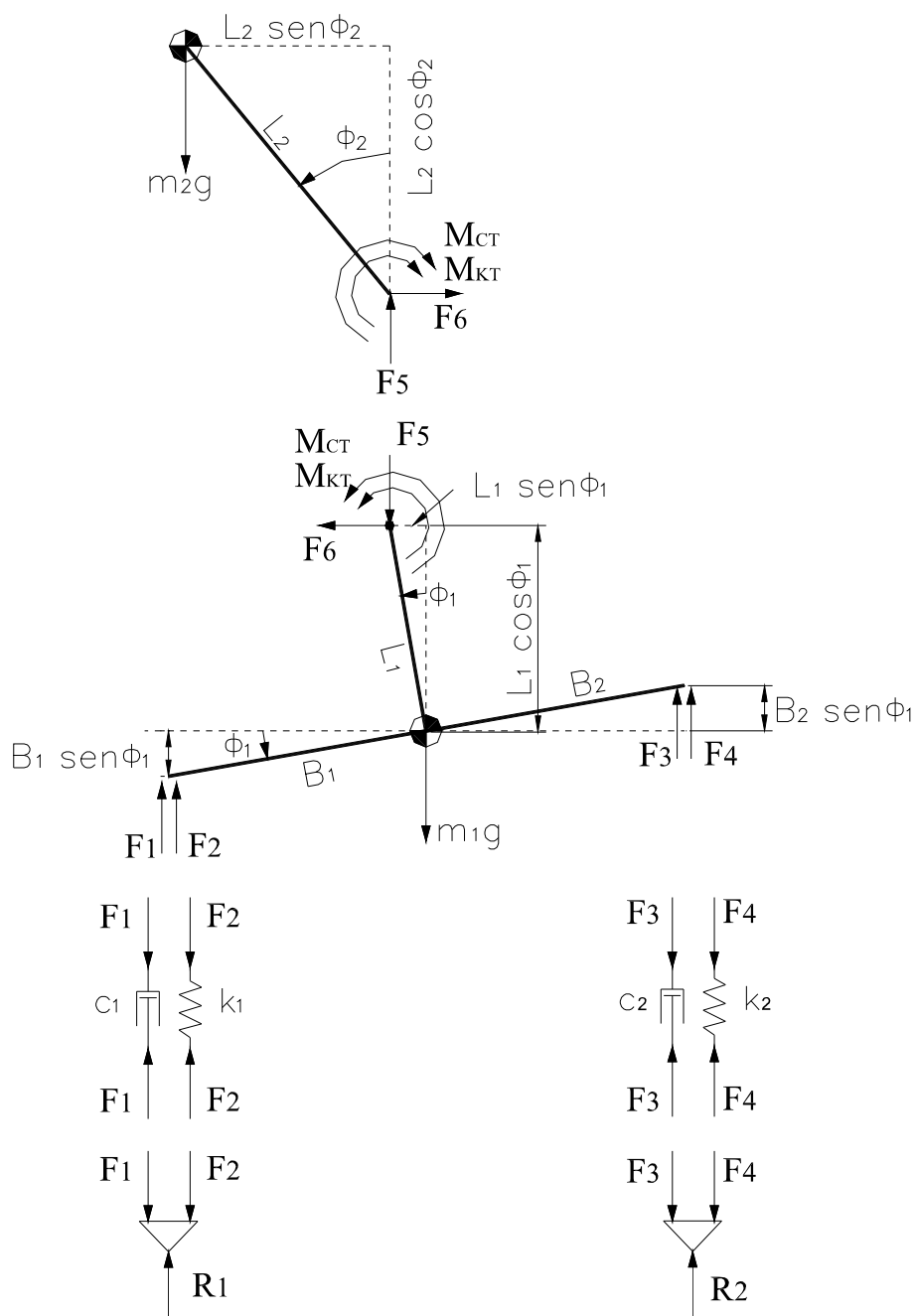


Figura 2.4. Diagrama de corpo livre do modelo simplificado.

Para a carreta ( $m_1$ ):

$$m_1 \ddot{y}_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - m_1 g \quad [1]$$

$$I_1 \ddot{\phi}_1 = (F_3 + F_4) B_2 \cos \phi_1 - (F_1 + F_2) B_1 \cos \phi_1 + F_5 L_1 \sin \phi_1 + F_6 L_1 \cos \phi_1 + M_{KT} + M_{CT} \quad [2]$$

Para a torre ( $m_2$ ):

$$m_2 \ddot{x}_2 = F_6 \quad [3]$$

$$m_2 \ddot{y}_2 = F_5 - m_2 g \Rightarrow F_5 = m_2 \ddot{y}_2 + m_2 g \quad [4]$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = F_5 L_2 \sin \phi_2 + F_6 L_2 \cos \phi_2 - M_{KT} - M_{CT} \quad [5]$$

Para os elementos elásticos:

$$F_1 = -K_1 (y_1 - B_1 \sin \phi_1 - y_{e1}) \quad [6]$$

$$F_3 = -K_2 (y_1 + B_2 \sin \phi_1 - y_{e2}) \quad [7]$$

$$M_{KT} = K_T (\phi_2 - \phi_1) \quad [8]$$

Para os elementos de amortecimento:

$$F_2 = -C_1 (\dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e1}) \quad [9]$$

$$F_4 = -C_2 (\dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e2}) \quad [10]$$

$$M_{CT} = C_T (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \quad [11]$$

Para a junção P:

$$x_2 = x_1 - L_1 \sin \phi_1 - L_2 \sin \phi_2 \quad [12]$$

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 - L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 \quad [13]$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 + L_2 \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 \quad [14]$$

$$y_2 = y_1 + L_1 \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2 \quad [15]$$

$$\dot{y}_2 = \dot{y}_1 - L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 \quad [16]$$

$$\ddot{y}_2 = \ddot{y}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \sin \phi_2 - L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 \quad [17]$$

Substituindo as Equações 4, 6, 7, 9, 10 e 17 na Equação 1 temos:

$$m_1 \ddot{y}_1 = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 - F_5 - m_1 g \quad [1]$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 (y_1 - B_1 \text{sen} \phi_1 - y_{e1}) - C_1 (\dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e1}) - K_2 (y_1 + B_2 \text{sen} \phi_1 - y_{e2}) \\ - C_2 (\dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e2}) - (m_2 \ddot{y}_2 + m_2 g) - m_1 g$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 y_1 + K_1 B_1 \text{sen} \phi_1 + K_1 y_{e1} - C_1 \dot{y}_1 + C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 + C_1 \dot{y}_{e1} \\ - K_2 y_1 - K_2 B_2 \text{sen} \phi_1 + K_2 y_{e2} - C_2 \dot{y}_1 - C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 + C_2 \dot{y}_{e2} \\ - m_2 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \\ - (m_2 + m_1) g$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -m_2 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{\phi}_1 + m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + m_2 L_2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 \\ - C_1 \dot{y}_1 - C_2 \dot{y}_1 + C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 - C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 - K_1 y_1 - K_2 y_1 \\ + K_1 B_1 \text{sen} \phi_1 - K_2 B_2 \text{sen} \phi_1 - (m_2 + m_1) g + K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2}$$

Que resulta na Equação 18 abaixo:

$$(m_1 + m_2) \ddot{y}_1 - m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{\phi}_1 - m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{\phi}_2 - m_2 L_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \\ - m_2 L_2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + (C_1 + C_2) \dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 \dot{\phi}_1 + \\ + (K_1 + K_2) y_1 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \text{sen} \phi_1 + (m_1 + m_2) g \\ = K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \quad [18]$$

Substituindo as Equações 4, 6, 7, 9, 10, 14 e 17 na Equação 2 temos:

$$I_1 \ddot{\phi}_1 = (F_3 + F_4) B_2 \cos \phi_1 - (F_1 + F_2) B_1 \cos \phi_1 + F_5 L_1 \text{sen} \phi_1 \\ + F_6 L_1 \cos \phi_1 + M_K + M_C \quad [2]$$

$$I_1 \ddot{\phi}_1 = [-K_2 (y_1 + B_2 \text{sen} \phi_1 - y_{e2}) - C_2 (\dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e2})] B_2 \cos \phi_1 \\ - [-K_1 (y_1 - B_1 \text{sen} \phi_1 - y_{e1}) - C_1 (\dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e1})] B_1 \cos \phi_1 \\ + (m_2 \ddot{y}_2 + m_2 g) L_1 \text{sen} \phi_1 + m_2 \ddot{x}_2 L_1 \cos \phi_1 + K_T (\phi_2 - \phi_1) + C_T (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1)$$

$$I_1 \ddot{\phi}_1 = [-K_2 (y_1 + B_2 \text{sen} \phi_1 - y_{e2}) - C_2 (\dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e2})] B_2 \cos \phi_1 \\ - [-K_1 (y_1 - B_1 \text{sen} \phi_1 - y_{e1}) - C_1 (\dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e1})] B_1 \cos \phi_1 \\ + [m_2 (\ddot{y}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \text{sen} \phi_1 - L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \text{sen} \phi_2 - L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2) + m_2 g] L_1 \text{sen} \phi_1 \\ + m_2 [\ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \text{sen} \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 + L_2 \dot{\phi}_2^2 \text{sen} \phi_2] L_1 \cos \phi_1 \\ + K_T (\phi_2 - \phi_1) + C_T (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1)$$

$$\begin{aligned}
I_1 \ddot{\phi}_1 = & -K_2 B_2 \cos \phi_1 y_1 - K_2 B_2^2 \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} - C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_1 + \\
& - C_2 B_2^2 \cos^2 \phi_1 \dot{\phi}_1 + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2} + K_1 B_1 \cos \phi_1 y_1 - K_1 B_1^2 \cos \phi_1 \text{sen} \phi_1 - \\
& + K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} + C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_1 - C_1 B_1^2 \cos^2 \phi_1 \dot{\phi}_1 - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + \\
& + m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{y}_1 - m_2 L_1^2 \text{sen}^2 \phi_1 \ddot{\phi}_1 - m_2 L_1^2 \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 - m_2 L_1 L_2 \text{sen} \phi_1 \text{sen} \phi_2 \ddot{\phi}_2 + \\
& - m_2 L_1 L_2 \text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + m_2 g L_1 \text{sen} \phi_1 + m_2 L_1 \cos \phi_1 \ddot{x}_1 - m_2 L_1^2 \cos^2 \phi_1 \ddot{\phi}_1 + \\
& + m_2 L_1^2 \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 - m_2 L_1 L_2 \cos \phi_2 \cos \phi_1 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + \\
& + K_T \phi_2 - K_T \phi_1 + C_T \dot{\phi}_2 - C_T \dot{\phi}_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_1 \ddot{\phi}_1 = & +m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 \cos \phi_1 \ddot{x}_1 - m_2 L_1^2 (\text{sen}^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1) \ddot{\phi}_1 \\
& - m_2 L_1 L_2 (\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \text{sen} \phi_2 \text{sen} \phi_1) \ddot{\phi}_2 \\
& + (C_1 B_1 - C_2 B_2) \cos \phi_1 \dot{y}_1 - [C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1] \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 \quad [19] \\
& - m_2 L_1 L_2 (\text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 - \cos \phi_1 \text{sen} \phi_2) \dot{\phi}_2^2 - (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 \\
& + (K_1 B_1 - K_2 B_2) \cos \phi_1 y_1 - K_T \phi_1 + K_T \phi_2 + m_2 g L_1 \text{sen} \phi_1 \\
& - K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2}
\end{aligned}$$

O deslocamento lateral do centro de gravidade da carreta,  $x_1$ , limitado pelos pneus, é muito pequeno comparado com as magnitudes dos demais deslocamentos. Assim, será assumido que  $x_1$  é constante.

$$x_1 \cong cte \Rightarrow \dot{x}_1 \cong \ddot{x}_1 \cong 0 \quad [20]$$

Das identidades trigonométricas tem-se:

$$\begin{aligned}
\text{sen}^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1 &= 1 \\
\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \text{sen} \phi_2 \text{sen} \phi_1 &= \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad [21] \\
\text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 - \cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 &= \text{sen}(\phi_1 - \phi_2) = -\text{sen}(\phi_2 - \phi_1)
\end{aligned}$$

Substituindo as Equações 20 e 21 na Equação 19 temos:

$$\begin{aligned}
& - m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{y}_1 + (I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 \\
& - m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 \dot{y}_1 + \\
& + (C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1) \dot{\phi}_1 - C_T \dot{\phi}_2 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \phi_1 y_1 + \quad [22] \\
& + K_T \phi_1 - K_T \phi_2 + (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 - m_2 g L_1 \text{sen} \phi_1 = \\
& = -K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2}
\end{aligned}$$

Substituindo as Equações 3, 4, 8, 11, 14 e 17 na Equação 5 temos:

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = (m_2 \ddot{y}_2 + m_2 g) L_2 \text{sen} \phi_2 + m_2 \ddot{x}_2 L_2 \cos \phi_2 - K_T (\phi_2 - \phi_1) - C_T (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \quad [5]$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = [m_2 (\ddot{y}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \text{sen} \phi_1 - L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \text{sen} \phi_2 - L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2) + \\ + m_2 g] L_2 \text{sen} \phi_2 + m_2 (\ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \text{sen} \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 + \\ + L_2 \dot{\phi}_2^2 \text{sen} \phi_2) L_2 \cos \phi_2 - K_T (\phi_2 - \phi_1) - C_T (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1)$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 - m_2 L_1 L_2 \text{sen} \phi_2 \text{sen} \phi_1 \ddot{\phi}_1 - m_2 L_1 L_2 \text{sen} \phi_2 \cos \phi_1 \dot{\phi}_1^2 + \\ - m_2 L_2^2 \text{sen}^2 \phi_2 \ddot{\phi}_2 - m_2 L_2^2 \cos \phi_2 \text{sen} \phi_2 \dot{\phi}_2^2 + m_2 g L_2 \text{sen} \phi_2 + m_2 L_2 \cos \phi_2 \ddot{x}_1 + \\ - m_2 L_1 L_2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos \phi_2 \text{sen} \phi_1 \dot{\phi}_1^2 - m_2 L_2^2 \cos^2 \phi_2 \ddot{\phi}_2 + \\ + m_2 L_2^2 \text{sen} \phi_2 \cos \phi_2 \dot{\phi}_2^2 - K_T \phi_2 + K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_2 + C_T \dot{\phi}_1$$

$$I_2 \ddot{\phi}_2 = m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 - m_2 L_1 L_2 (\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \text{sen} \phi_2 \text{sen} \phi_1) \ddot{\phi}_1 \\ + m_2 L_1 L_2 (\text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 - \cos \phi_1 \text{sen} \phi_2) \dot{\phi}_1^2 \\ - m_2 L_2^2 (\text{sen}^2 \phi_2 + \cos^2 \phi_2) \ddot{\phi}_2 + m_2 g L_2 \text{sen} \phi_2 - K_T \phi_2 + K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_2 + C_T \dot{\phi}_1$$

Assumindo que  $x_1 \cong \text{cte} \Rightarrow \dot{x}_1 \cong \ddot{x}_1 \cong 0$

$$\text{sen}^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1 = 1$$

E também que  $\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \text{sen} \phi_2 \text{sen} \phi_1 = \cos(\phi_2 - \phi_1)$

$$\text{sen} \phi_1 \cos \phi_2 - \cos \phi_1 \text{sen} \phi_2 = \text{sen}(\phi_1 - \phi_2) = -\text{sen}(\phi_2 - \phi_1)$$

Tem-se como resultado:

$$-m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 + \\ + m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 - C_T \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 - K_T \phi_1 + K_T \phi_2 \\ - m_2 g L_2 \text{sen} \phi_2 = 0 \quad [23]$$

As equações 18, 22 e 23 representam as equações do movimento do Modelo Não

Linear que arranjadas na forma matricial resultam em:

$$\begin{aligned}
& \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & -m_2 L_1 \sin\phi_1 & -m_2 L_2 \sin\phi_2 \\ -m_2 L_1 \sin\phi & I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \\ -m_2 L_2 \sin\phi_2 & m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) & I_2 + m_2 L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} 0 & -m_2 L_1 \cos\phi_1 & -m_2 L_2 \cos\phi_2 \\ 0 & 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \\ 0 & -m_2 L_1 L_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1^2 \\ \dot{\phi}_1^2 \\ \dot{\phi}_2^2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos\phi_1 & 0 \\ (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos\phi_1 & C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2\phi_1 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & 0 & 0 \\ (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos\phi_1 & K_T & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \\
& + \begin{bmatrix} (K_2 B_2 - K_1 B_1) \sin\phi_1 + (m_1 + m_2) g \\ (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \sin\phi_1 \cos\phi_1 - m_2 g L_1 \sin\phi_1 \\ -m_2 g L_2 \sin\phi_2 \end{bmatrix} = \\
& = \begin{bmatrix} K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \\ -K_1 B_1 \cos\phi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos\phi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos\phi_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \cos\phi_1 \dot{y}_{e2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [24]
\end{aligned}$$

## 2.2.2 Método das energias

O segundo método para determinação das equações de movimento do modelo é o método das energias, deduzido utilizando-se as Equações de Lagrange (MEIROVITCH, 1970):

$$L = E_C - W_C - W_{NC} \quad [25]$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial q} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{q}} \right) = 0 \quad [26]$$

Onde o termo  $E_C$  representa a energia cinética total do sistema, o termo  $W_C$  representa o trabalho das forças conservativas, neste caso, a energia potencia das massas da carreta e da torre e a energia potencial nos elementos elásticos. O termo  $W_{NC}$  representa o

trabalho das forças não conservativas, neste caso a energia dissipada nos elementos amortecedores.

A energia cinética total do sistema é a soma da parcela de energia cinética da carreta,  $E_{C1}$ , com a parcela da energia cinética da torre,  $E_{C2}$ :

$$E_C = E_{C1} + E_{C2} \quad [27]$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (V_{1x}^2 + V_{1y}^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 \quad [28]$$

$$E_{C1} = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} m_2 V_2^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (V_{2x}^2 + V_{2y}^2) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2 \quad [29]$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2$$

Substituindo as Equações 12, 13, 15, 16, 20 e 21 na Equação 28 e 29, e essas na Equação 27 tem-se:

$$E_C = E_{C1} + E_{C2}$$

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_1 - L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{y}_1 - L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2)^2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 [\dot{x}_1^2 - 2\dot{x}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - 2\dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 + (L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 + 2L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + (L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2)^2] + \frac{1}{2} m_2 [\dot{y}_1^2 - 2\dot{y}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - 2\dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 + (L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 + 2L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + (L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2)^2] + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2$$



$$\begin{aligned}
E_C = & \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_1^2 - m_2 \dot{x}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \\
& - m_2 \dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos \phi_1 \cos \phi_2 + \\
& + \frac{1}{2} m_2 L_2^2 \dot{\phi}_2^2 \cos^2 \phi_2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_1^2 - m_2 \dot{y}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - m_2 \dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 \\
& + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \phi_1 + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin \phi_1 \sin \phi_2 + \frac{1}{2} m_2 L_2^2 \dot{\phi}_2^2 \sin^2 \phi_2 + \\
& + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_C = & \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\phi}_1^2 (\sin^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1) \\
& + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 (\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \sin \phi_2 \sin \phi_1) + \frac{1}{2} m_2 L_2^2 \dot{\phi}_2^2 (\sin^2 \phi_2 + \cos^2 \phi_2) \\
& - m_2 \dot{x}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - m_2 \dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 - m_2 \dot{y}_1 L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - m_2 \dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 + \\
& + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

Aqui novamente os deslocamentos laterais da carreta, limitados pelos pneus, assumem amplitudes significativas menores que os deslocamentos verticais da carreta e ainda menores que os deslocamentos laterais da torre, assim serão desprezados para efeito deste estudo em diante.

$$\text{Assim é assumindo } x_1 \cong cte \Rightarrow \dot{x}_1 \cong \ddot{x}_1 \cong 0$$

Das identidades trigonométricas:

$$\begin{aligned}
\sin^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1 &= 1 \\
\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \sin \phi_2 \sin \phi_1 &= \cos(\phi_2 - \phi_1) \\
\sin \phi_1 \cos \phi_2 - \cos \phi_1 \sin \phi_2 &= \sin(\phi_1 - \phi_2) = -\sin(\phi_2 - \phi_1)
\end{aligned}$$

Tem-se que a energia cinética total do sistema é dada por:

$$\begin{aligned}
E_C = & \frac{1}{2} (m_1 + m_2) \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 L_2^2 \dot{\phi}_2^2 + \\
& + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) - m_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 L_1 \sin \phi_1 + \\
& - m_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_2 L_2 \sin \phi_2 + \frac{1}{2} I_1 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} I_2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned} \tag{30}$$

A energia potencial total do sistema,  $E_p$ , é dada pela soma da parcela da energia potencial da carreta,  $E_{p_1}$  e a parcela da energia potencial da torre,  $E_{p_2}$ :

$$\begin{aligned}
 E_p &= E_{Pm_1} + E_{Pm_2} + E_{PK_1} + E_{PK_2} + E_{PK_T} \\
 E_p &= m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} K_1 (\Delta y_{K_1})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\Delta y_{K_2})^2 + \frac{1}{2} K_T (\Delta \phi_{K_T})^2 \\
 E_p &= m_1 g y_1 + m_2 g y_2 + \frac{1}{2} K_1 (y_1 - B_1 \text{sen} \phi_1 - y_{e_1})^2 \\
 &\quad + \frac{1}{2} K_2 (y_1 + B_2 \text{sen} \phi_1 - y_{e_2})^2 + \frac{1}{2} K_T (\phi_2 - \phi_1)^2
 \end{aligned} \tag{31}$$

Onde  $E_{Pm_1}$ ,  $E_{Pm_2}$ ,  $E_{PK_1}$ ,  $E_{PK_2}$ ,  $E_{PK_T}$  são respectivamente a energia potencia da massa da carreta, da massa da torre, da elasticidade do pneu esquerdo, da elasticidade do pneu direito e da elasticidade da junção torcional.

Os termos  $\Delta y_{K_1}$ ,  $\Delta y_{K_2}$ ,  $\Delta y_{K_T}$  são respectivamente a deformação do pneu direito, a deformação do pneu esquerdo e a deformação da junção torcional.

Substituindo a Equação 15 na Equação 31 e desenvolvendo-a, resulta:

$$\begin{aligned}
 E_p &= m_1 g y_1 + m_2 g (y_1 + L_1 \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2) + \frac{1}{2} K_1 (y_1^2 + B_1^2 \text{sen}^2 \phi_1 \\
 &\quad + y_{e_1}^2 - 2 y_1 B_1 \text{sen} \phi_1 - 2 y_1 y_{e_1} + 2 B_1 \text{sen} \phi_1 y_{e_1}) + \frac{1}{2} K_2 (y_1^2 + B_2^2 \text{sen}^2 \phi_1 \\
 &\quad + y_{e_2}^2 + 2 y_1 B_2 \text{sen} \phi_1 - 2 y_1 y_{e_2} - 2 B_2 \text{sen} \phi_1 y_{e_2}) + \frac{1}{2} K_T (\phi_2^2 + \phi_1^2 - 2 \phi_1 \phi_2) \\
 E_p &= (m_1 + m_2) g y_1 + m_2 g L_1 \cos \phi_1 + m_2 g L_2 \cos \phi_2 + \frac{1}{2} K_1 y_1^2 + \\
 &\quad + \frac{1}{2} K_1 B_1^2 \text{sen}^2 \phi_1 + \frac{1}{2} K_1 y_{e_1}^2 - K_1 y_1 B_1 \text{sen} \phi_1 - K_1 y_1 y_{e_1} + \\
 &\quad K_1 B_1 \text{sen} \phi_1 y_{e_1} + \frac{1}{2} K_2 y_1^2 + \frac{1}{2} K_2 B_2^2 \text{sen}^2 \phi_1 + \frac{1}{2} K_2 y_{e_2}^2 + \\
 &\quad + K_2 y_1 B_2 \text{sen} \phi_1 - K_2 y_1 y_{e_2} - K_2 B_2 \text{sen} \phi_1 y_{e_2} + \frac{1}{2} K_T \phi_2^2 + \\
 &\quad + \frac{1}{2} K_T \phi_1^2 - K_T \phi_1 \phi_2
 \end{aligned} \tag{32}$$

O amortecimento total do sistema,  $F$ , é dado pela soma das parcelas de energia dissipada nos pneus esquerdo, direito e na junção torcional, respectivamente  $F_{C_1}$ ,  $F_{C_2}$  e

$F_{C_T}$  :

$$F = F_{C_1} + F_{C_2} + F_{C_T}$$

$$F = \frac{1}{2}C_1(\Delta\dot{y}_{C_1})^2 + \frac{1}{2}C_2(\Delta\dot{y}_{C_2})^2 + \frac{1}{2}C_T(\Delta\dot{\phi}_{C_T})^2 \quad [33]$$

Onde os termos  $\Delta\dot{y}_{C_1}$ ,  $\Delta\dot{y}_{C_2}$ ,  $\Delta\dot{\phi}_{C_T}$  são respectivamente: a velocidade de deformação do pneu esquerdo, a velocidade de deformação do pneu direito e a velocidade de deformação da junção torcional deduzidas da figura 1.4b. Ou seja:

$$\Delta\dot{y}_{C_1} = \dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e_1}$$

$$\Delta\dot{y}_{C_2} = \dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e_2}$$

$$\Delta\dot{\phi}_{C_T} = \dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1$$

Que substituídos na equação 32 resulta:

$$F = \frac{1}{2}C_1(\dot{y}_1 - B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e_1})^2 + \frac{1}{2}C_2(\dot{y}_1 + B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - \dot{y}_{e_2})^2 + \frac{1}{2}C_T(\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1)^2 \quad [34]$$

$$F = \frac{1}{2}C_1(\dot{y}_1^2 + B_1^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + \dot{y}_{e_1}^2 - 2\dot{y}_1 B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - 2\dot{y}_1 \dot{y}_{e_1} + 2B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e_1}) + \frac{1}{2}C_2(\dot{y}_1^2 + B_2^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + \dot{y}_{e_2}^2 - 2\dot{y}_1 B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - 2\dot{y}_1 \dot{y}_{e_2} + 2B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e_2}) + \frac{1}{2}C_T(\dot{\phi}_2^2 - 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \dot{\phi}_1^2)$$

$$\begin{aligned}
F &= \frac{1}{2} C_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} C_1 B_1^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + \frac{1}{2} C_1 \dot{y}_{e1}^2 - C_1 \dot{y}_1 B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - C_1 \dot{y}_1 \dot{y}_{e1} + \\
&+ C_1 B_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + \frac{1}{2} C_2 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} C_2 B_2^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + \frac{1}{2} C_2 \dot{y}_{e2}^2 - C_2 \dot{y}_1 B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \\
&- C_2 \dot{y}_1 \dot{y}_{e2} + C_2 B_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2} + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_2^2 - C_T \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_1^2 \\
F &= \frac{1}{2} (C_1 + C_2) \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 \\
&+ \frac{1}{2} C_1 \dot{y}_{e1}^2 + \frac{1}{2} C_2 \dot{y}_{e2}^2 - C_1 \dot{y}_1 \dot{y}_{e1} - C_2 \dot{y}_1 \dot{y}_{e2} + C_1 B_1 \dot{y}_{e1} \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \\
&- C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_2^2 - C_T \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \frac{1}{2} C_T \dot{\phi}_1^2
\end{aligned} \tag{35}$$

Uma vez deduzidas as equações das energias cinética, potencial e da dissipação pode-se agora utilizar o Princípio de Hamilton para a variável  $y_1$ , deslocamento vertical da massa da carreta:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial y_1} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_1} \right) = 0 \tag{36}$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{y}_1} - \frac{\partial E_P}{\partial \dot{y}_1} \right) - \left( \frac{\partial E_C}{\partial y_1} - \frac{\partial E_P}{\partial y_1} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_1} \right) = 0$$

$$\text{Mas: } \frac{\partial E_P}{\partial \dot{y}_1} = 0 \quad , \quad \frac{\partial E_C}{\partial y_1} = 0$$

$$\text{Assim: } \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{y}_1} \right) + \frac{\partial E_P}{\partial y_1} + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{y}_1} \right) = 0$$

$$\begin{aligned}
&\frac{d}{dt} \left( (m_1 + m_2) \dot{y}_1 - m_2 \dot{\phi}_1 L_1 \sin \phi_1 - m_2 \dot{\phi}_2 L_2 \sin \phi_2 \right) + \\
&+ (m_1 + m_2) g + K_1 y_1 - K_1 B_1 \sin \phi_1 - K_1 y_{e1} + K_2 y_1 + K_2 B_2 \sin \phi_1 - K_2 y_{e2} + \\
&+ (C_1 + C_2) \dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - C_1 \dot{y}_{e1} - C_2 \dot{y}_{e2} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (m_1 + m_1)\ddot{y}_1 - m_2 \ddot{\phi}_1 L_1 \text{sen}\phi_1 - m_2 \dot{\phi}_1^2 L_1 \text{sen}\phi_1 - m_2 \ddot{\phi}_2 L_2 \text{sen}\phi_2 + \\
& - m_2 \dot{\phi}_2^2 L_2 \text{sen}\phi_2 + (m_1 + m_2)g + K_1 y_1 - K_1 B_1 \text{sen}\phi_1 - K_1 y_{e1} + \\
& + K_2 y_1 + K_2 B_2 \text{sen}\phi_1 - K_2 y_{e2} + (C_1 + C_2)\dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1)\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + \\
& - C_1 \dot{y}_{e1} - C_2 \dot{y}_{e2} = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (m_1 + m_2)\ddot{y}_1 - m_2 L_1 \ddot{\phi}_1 \text{sen}\phi_1 - m_2 L_2 \ddot{\phi}_2 \text{sen}\phi_2 - m_2 L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos\phi_1 + \\
& - m_2 L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos\phi_2 + (C_1 + C_2)\dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1)\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + \\
& + (K_1 + K_2)y_1 + (K_2 B_2 - K_1 B_1)\text{sen}\phi_1 + (m_1 + m_2)g = \quad [37] \\
& = K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2}
\end{aligned}$$

Analogamente, utiliza-se o princípio de Hamilton para a variável  $\phi_1$ , deslocamento angular da carreta, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = 0 \quad [38]$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{\phi}_1} - \frac{\partial E_P}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left( \frac{\partial E_C}{\partial \phi_1} - \frac{\partial E_P}{\partial \phi_1} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = 0$$

$$\text{Mas} \quad \frac{\partial E_P}{\partial \dot{\phi}_1} = 0$$

$$\text{Assim} \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial \phi_1} + \frac{\partial E_P}{\partial \phi_1} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_1} = 0$$

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \left( m_2 L_1^2 \dot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) - m_2 \dot{y}_1 L_1 \text{sen}\phi_1 + I_1 \dot{\phi}_1 \right) \\
& - m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) + m_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 L_1 \cos\phi_1 \\
& - m_2 g L_1 \text{sen}\phi_1 + \frac{1}{2} K_1 B_1^2 2 \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 - K_1 y_1 B_1 \cos\phi_1 + K_1 B_1 \cos\phi_1 y_{e1} \\
& + \frac{1}{2} K_2 B_2^2 2 \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 + K_2 y_1 B_2 \cos\phi_1 - K_2 B_2 \cos\phi_1 y_{e2} + K_T \dot{\phi}_1 - K_T \dot{\phi}_2 \\
& + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\phi}_1 \cos^2 \phi_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 \cos\phi_1 + C_1 B_1 \dot{y}_{e1} \cos\phi_1 + \\
& - C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \cos\phi_1 - C_T \dot{\phi}_2 + C_T \dot{\phi}_1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_2 L_1^2 \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 [\ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) - \dot{\phi}_2 (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \text{sen}(\phi_2 - \phi_1)] \\
& - m_2 L_1 (\ddot{y}_1 \text{sen}\phi_1 + \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 \text{sen}\phi_1) + I_1 \ddot{\phi}_1 - m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) + \\
& + m_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 L_1 \cos\phi_1 - m_2 g L_1 \text{sen}\phi_1 + \frac{1}{2} K_1 B_1^2 2 \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 - K_1 y_1 B_1 \cos\phi_1 + \\
& + K_1 B_1 \cos\phi_1 y_{e1} + \frac{1}{2} K_2 B_2^2 2 \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 + K_2 y_1 B_2 \cos\phi_1 - K_2 B_2 \cos\phi_1 y_{e2} + \\
& + K_T \phi_1 - K_T \phi_2 + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\phi}_1 \cos^2 \phi_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 \cos\phi_1 + \\
& + C_1 B_1 \dot{y}_{e1} \cos\phi_1 - C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \cos\phi_1 - C_T \dot{\phi}_2 + C_T \dot{\phi}_1 = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_2 L_1^2 \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 - m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + \\
& + m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 - m_2 L_1 \text{sen}\phi_1 \ddot{y}_1 - m_2 L_1 \text{sen}\phi_1 \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 + \\
& + I_1 \ddot{\phi}_1 - m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) + m_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_1 L_1 \cos\phi_1 + \\
& - m_2 g L_1 \text{sen}\phi_1 + (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos\phi_1 y_1 + \\
& + K_1 B_1 \cos\phi_1 y_{e1} - K_2 B_2 \cos\phi_1 y_{e2} + K_T \phi_1 - K_T \phi_2 + \\
& + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1 \dot{\phi}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos\phi_1 \dot{y}_1 \\
& + C_1 B_1 \cos\phi_1 \dot{y}_{e1} - C_2 B_2 \cos\phi_1 \dot{y}_{e2} - C_T \dot{\phi}_2 + C_T \dot{\phi}_1 = 0
\end{aligned}$$

Resulta em:

$$\begin{aligned}
& - m_2 L_1 \text{sen}\phi_1 \ddot{y}_1 + (I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 \\
& - m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos\phi_1 \dot{y}_1 \\
& + (C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1) \dot{\phi}_1 - C_T \dot{\phi}_2 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos\phi_1 y_1 \quad [39] \\
& + K_T \phi_2 + (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen}\phi_1 \cos\phi_1 - m_2 g L_1 \text{sen}\phi_1 = \\
& = -K_1 B_1 \cos\phi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos\phi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos\phi_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \cos\phi_1 \dot{y}_{e2}
\end{aligned}$$

Finalmente, utilizando o princípio de Hamilton para a variável  $\phi_2$ , deslocamento angular da torre:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_2} \right) = 0 \quad [40]$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{\phi}_2} - \frac{\partial E_P}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left( \frac{\partial E_C}{\partial \phi_2} - \frac{\partial E_P}{\partial \phi_2} \right) + \left( \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_2} \right) = 0$$

Mas  $\frac{\partial E_P}{\partial \dot{\phi}_2} = 0$

Assim  $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial E_C}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \frac{\partial E_C}{\partial \phi_2} + \frac{\partial E_P}{\partial \phi_2} + \frac{\partial F}{\partial \dot{\phi}_2} = 0$

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt} \left( m_2 L_2^2 \dot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) - m_2 \dot{y}_1 L_2 \operatorname{sen} \phi_2 + I_2 \dot{\phi}_2 \right) \\ & - (-m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) - m_2 \dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) \\ & - m_2 g L_2 \operatorname{sen} \phi_2 + K_T \phi_2 - K_T \phi_1 + C_T \dot{\phi}_2 - C_T \dot{\phi}_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_2 L_2^2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 [\ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) - \dot{\phi}_1 (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1)] \\ & - m_2 L_2 (\ddot{y}_1 \operatorname{sen} \phi_2 + \dot{y}_1 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) + I_2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) \\ & + m_2 \dot{y}_1 L_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 - m_2 g L_2 \operatorname{sen} \phi_2 + K_T \phi_2 - K_T \phi_1 + C_T \dot{\phi}_2 - C_T \dot{\phi}_1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_2 L_2^2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 - m_2 L_1 L_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + \\ & + m_2 L_1 L_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 - m_2 L_2 \operatorname{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 - m_2 L_2 \cos \phi_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_2 + \\ & + I_2 \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 + m_2 L_2 \cos \phi_2 \dot{y}_1 \dot{\phi}_2 + \\ & - m_2 g L_2 \operatorname{sen} \phi_2 + K_T \phi_2 - K_T \phi_1 + C_T \dot{\phi}_2 - C_T \dot{\phi}_1 = 0 \end{aligned}$$

Que resulta em:

$$\begin{aligned} & - m_2 L_2 \operatorname{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 \\ & + m_2 L_1 L_2 \operatorname{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 - C_T \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 - K_T \phi_1 + K_T \phi_2 + \\ & - m_2 g L_2 \operatorname{sen} \phi_2 = 0 \end{aligned} \quad [41]$$

As Equações 37, 39 e 41 representam as equações de movimento do modelo não linear que arranjadas na forma matricial resultam a equação [24] anteriormente apresentada.

### 2.2.3 Linearização do problema

Em casos onde os deslocamentos angulares são pequenos é possível assumir:

- $\text{sen}\phi \cong \phi$ ,
- $\text{cos}\phi \cong 1$
- $\phi\ddot{y} \cong \phi\ddot{\phi} \cong \dot{y}^2 \cong \dot{\phi}^2 \cong 0$ .

Desta forma as equações não lineares do movimento do modelo, equações [24], podem ser linearizadas resultando nas equações do modelo linear representadas na forma matricial a seguir:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 & 0 \\ 0 & I_1 + m_2 L_1^2 & m_2 L_1 L_2 \\ 0 & m_2 L_1 L_2 & I_2 + m_2 L_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{y}_1 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} C_1 + C_2 & C_2 B_2 - C_1 B_1 & 0 \\ C_2 B_2 - C_1 B_1 & C_T + C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2 & -C_T \\ 0 & -C_T & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} K_1 + K_2 & K_2 B_2 - K_1 B_1 & 0 \\ K_2 B_2 - K_1 B_1 & K_T + K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2 - m_2 g L_1 & -K_T \\ 0 & -K_T & K_T - m_2 g L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) g \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 & = \begin{bmatrix} K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \\ -K_1 B_1 y_{e1} + K_2 B_2 y_{e2} - C_1 B_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \dot{y}_{e2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad [42]
 \end{aligned}$$



Neste capítulo foram deduzidas as equações de movimento de um modelo de três graus de liberdade:  $y_1$  - deslocamento vertical do CG da carreta,  $\phi_1$  - deslocamento angular da carreta e  $\phi_2$  - deslocamento angular da torre, que pretende representar o comportamento dinâmico de uma torre, tipo pêndulo invertido, montada sobre uma carreta.

Na determinação das equações de movimento foram utilizados dois métodos distintos: o método clássico do equilíbrio de forças da escola da Mecânica Newtoniana Vetorial para reconhecer as forças internas e o método das energias da escola da Mecânica Analítica para reconhecer as energias presentes. É importante notar que ambos os métodos resultaram nas mesmas equações, concluindo-se que estejam corretas.

### 3 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Esse capítulo dedica-se à análise de estabilidade do modelo proposto. Para isso, será utilizado o modelo linear deduzido no capítulo anterior, mais precisamente considerando o caso não amortecido.

#### 3.1 Condição para oscilação vertical da carreta

A primeira condição a ser verificada será a capacidade dos pneus em suportar o peso da estrutura da carreta e torre.

A partir das equações de movimento do modelo linear, tome-se a equação de [43] abaixo, que representa o movimento vertical do conjunto carreta e torre segundo o grau de liberdade  $y_1$ :

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{y}_1 + (C_1 + C_2)\dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1)\dot{\phi}_1 + (K_1 + K_2)y_1 + \\ + (K_2 B_2 - K_1 B_1)\phi_1 + (m_1 + m_2)g = K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \end{aligned} \quad [43]$$

Assumindo-se movimento vibratório livre, um sistema não amortecido e considerando-se  $B_1=B_2=B$  e  $K_1=K_2=K$ , a equação [43] reduz-se à:

$$(m_1 + m_2)\ddot{y}_1 + 2Ky_1 + (m_1 + m_2)g = 0 \quad [44]$$

De onde a frequência natural vertical da carreta pode ser calculada por:

$$\omega_{y_1} = \sqrt{\frac{2K}{(m_1 + m_2)}} \quad [45]$$

Onde:

- Se  $K > 0$  as reações nos pneus superam os pesos da carreta e torre e há movimento oscilatório vertical do conjunto carreta e torre.
- Se  $K \leq 0$  não há reação dos pneus e portanto também não há movimento oscilatório vertical.

Assim é condição necessária para haver oscilação vertical na carreta a rigidez dos pneus serem maiores que zero.

### 3.2 Condição para oscilação angular da carreta

Uma vez encontrados os limites de rigidezes dos pneus para garantir a oscilação vertical da carreta, faz-se necessário avaliar de maneira análoga, as condições para garantir seu movimento oscilatório angular.

Tome-se a seguinte equação de movimento angular da carreta deduzida no capítulo anterior:

$$\begin{aligned}
 & (I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_2 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 + (C_T + C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\phi}_1 \\
 & - C_T \dot{\phi}_2 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) y_1 + (K_T + K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2 - m_2 g L_1) \phi_1 - K_T \phi_2 = \quad [42] \\
 & = -K_1 B_1 y_{e1} + K_2 B_2 y_{e2} - C_1 B_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \dot{y}_{e2}
 \end{aligned}$$

Assumindo-se movimento vibratório livre:  $y_{e1} = y_{e2} = \dot{y}_{e1} = \dot{y}_{e2} = 0$ .

Assumindo-se um sistema não amortecido:  $C_T = C_1 = C_2 = 0$ .

E considerando-se  $B_1 = B_2 = B$  e  $K_1 = K_2 = K$ , a equação [43] reduz-se à:

$$(I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_2 + (K_T + 2KB^2 - m_2 g L_1) \phi_1 - K_T \phi_2 = 0 \quad [46]$$

Para uma análise simplificada da frequência natural da carreta é necessário separar o efeito do acoplamento entre a torre e a carreta. Isto pode ser feito de maneira simplificada desprezando-se os termos relacionados à torre ( $m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_2$  e  $K_T \phi_2$ ) desde que o erro não seja grande. Assumindo esta simplificação, a equação [46] reduz-se à equação de um oscilador de um grau de liberdade, como a seguir:

$$(I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + (K_T + 2KB^2 - m_2 g L_1) \phi_1 = 0 \quad [47]$$

A frequência natural de rotação da carreta pode então ser calculada por:

$$\omega_{\phi_1} = \sqrt{\frac{(K_T + 2KB^2 - m_2 g L_1)}{(I_1 + m_2 L_1^2)}} \quad [48]$$

- Se  $K > \frac{m_2 g L_1 - K_T}{2B^2}$  as reações nos pneus superam o momento causado pelo peso da torre e há movimento oscilatório.
- Se  $K = \frac{m_2 g L_1 - K_T}{2B^2}$  o termo numerador torna-se nulo resultando em  $\omega_{\phi_1} = 0$ , ou seja, não há movimento oscilatório,
- Se Para  $K < \frac{m_2 g L_1 - K_T}{2B^2}$  o numerador torna-se negativo, ou seja, as rigidezes dos pneus não suportam o momento do peso da torre. A carreta tomba e não há oscilação.

Para avaliar o tamanho do erro na simplificação da equação [46] para [47] simulou-se o modelo linear com os parâmetros da tabela 3.1 extraíndo-se a frequência natural da oscilação pela da análise do sinal de  $\phi_1$  resultante. A fim de excitar apenas o movimento angular da carreta adotou-se uma condição inicial com a carreta deslocada de 10 graus em

relação à vertical:  $\phi_1(t=0s) = 10^\circ$ . Para melhor visualização do sinal no tempo os amortecimentos são assumidos nulos.

Tabela 3.1 Parâmetros para simulação de frequência natural angular da carreta

	<b>Parâmetro</b>	<b>Valor</b>
B	distância da linha central até o centro do pneu	0.85 m
C	amortecimento dos pneus	0 N s/m
$C_T$	amortecimento torsional da torre	0 Nms/rad
$I_1$	momento de inércia da carreta (com $m_1 = 6500$ kg)	6850 kg m <sup>2</sup>
$I_2$	momento de inércia da torre (com $m_2 = 800$ kg)	6250 kg m <sup>2</sup>
K	rigidez dos pneus	465000 N/m
$K_T$	rigidez da junção torsional	50000 Nm/rad
$L_1$	distância do CG da Carreta até a junção "P"	0.2 m
$L_2$	distância da junção no ponto "P" até o CG da Torre	2.4 m
$m_1$	massa da carreta	6500 kg

A tabela 3.2 apresenta a comparação entre frequências naturais obtidas das simulações com diferentes condições de  $K_T$ ,  $K$  e  $B$  e as frequências naturais calculadas pela expressão [48]. Observa-se que os erros são pequenos, donde se conclui que a simplificação é aceitável.

Tabela 3.2 Frequências naturais da carreta simuladas no modelo linear versus calculadas, variando  $K_T$ ,  $K$  e  $B$ .

$K_T$	$K$	$B$	$\omega_{\phi_1}$ calculada	$\omega_{\phi_1}$ simulada	Erro
Nm/rad	N/m	m	Hz	Hz	%
50000	465000	0,85	1,62	1,64	1,4%
50000	465000	1,05	1,98	2,00	0,9%
75000	465000	0,85	1,64	1,61	-1,9%
100000	465000	0,85	1,57	1,67	6,2%
50000	400000	0,85	1,56	1,53	-2,4%
50000	500000	0,85	1,67	1,69	1,3%

### 3.2 Condição para oscilação angular da torre

Uma vez encontradas as condições para haver oscilação na carreta, faz-se necessário avaliar de maneira análoga, as condições para garantir seu movimento oscilatório angular da torre.

Como a estrutura da torre comporta-se como um pêndulo invertido, haverá uma rigidez torsional tal que, abaixo dela, a torre penderá para um dos lados e não mais oscilará (VIERCK, 1979, p.31-33).

Tome-se a seguinte equação de movimento angular da carreta deduzida no capítulo anterior:

$$m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 - C_T \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 - K_T \phi_1 + (K_T - m_2 g L_2) \phi_2 = 0 \quad [42]$$

Assumindo-se um sistema não amortecido:  $C_T=0$ .

$$m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 - K_T \phi_1 + (K_T - m_2 g L_2) \phi_2 = 0 \quad [49]$$

Analogamente ao realizado na subseção anterior, uma análise simplificada da frequência natural da torre pode ser realizada desprezando-se os termos relacionados à carreta ( $m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_1$  e  $K_T \phi_1$ ). Assumindo esta simplificação, a equação [49] reduz-se à equação de um oscilador de um grau de liberdade, como a seguir:

$$(I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 + (K_T - m_2 g L_2) \phi_2 = 0 \quad [50]$$

Que representa a equação de movimento oscilatório da torre em relação à articulação “P”, e cuja frequência natural pode ser calculada por:

$$\omega_{\phi_2} = \sqrt{\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)}} \quad [51]$$

Onde:

- Se  $K_T > m_2 g L_2$  a força restauradora da mola torsional supera o momento gerado pelo peso da torre e ocorre movimento oscilatório angular.
- Se  $K_T = m_2 g L_2$  o termo numerador torna-se nulo resultando em  $\omega_{\phi_2} = 0$ , ou seja, não há movimento oscilatório,
- Se  $K_T < m_2 g L_2$  a força restauradora da mola torsional não suporta o momento gerado pelo peso da torre. Esta tomba e não há movimento oscilatório.

Para avaliar o tamanho do erro incorrido na simplificação da equação [49] para [50] simulou-se o modelo linear com os parâmetros da tabela 3.1 extraíndo-se a frequência natural da oscilação pela análise do sinal de  $\phi_2$  resultante. A fim de excitar apenas o movimento angular da torre assumiu-se uma condição inicial com a torre deslocada de 10 graus em relação à vertical:  $\phi_2(t = 0s) = 10^\circ$ . A carreta não foi excitada.

A tabela 3.3 apresenta a comparação entre frequências naturais obtidas das simulações com diferentes valores para  $K_T$  e  $L_2$  e as calculadas pela expressão [51]. Observa-se que o erro incorrido na simplificação para se chegar à expressão [51] são

maiores, chegando a 19,6%, contudo como são as frequências são da mesma ordem de grandeza, assume-se que a simplificação ainda é válida.

Tabela 3.3 Frequências naturais da carreta simuladas no modelo linear versus calculadas, variando  $K_T$  e  $L_2$ .

$K_T$	$L_2$	$\omega_{\phi_1}$ calculada	$\omega_{\phi_1}$ simulada	Erro
Nm/rad	m	Hz	Hz	%
50000	2,40	0,27	0,32	19,6%
75000	2,40	0,36	0,39	8,3%
100000	2,40	0,44	0,44	0,8%
50000	2,00	0,30	0,34	13,7%
50000	1,60	0,34	0,37	9,6%

### 3.3. Condições de estabilidade do modelo linear não amortecido

Para evitar uma ressonância entre o movimento de oscilação torre e o movimento de oscilação vertical da carreta. Assim deve-se observar que  $\omega_{\phi_2} \neq n\omega_{y_1}$  para n inteiro positivo, ou seja:

$$\sqrt{\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)}} \neq n \sqrt{\frac{2K}{(m_1 + m_2)}}$$

$$\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)} \neq n^2 \frac{2K}{(m_1 + m_2)}$$

$$K_T \neq m_2 g L_2 + n^2 \frac{2K(I_2 + m_2 L_2^2)}{(m_1 + m_2)} \quad \text{para um valor "n" inteiro e positivo}$$



Da mesma maneira deve-se evitar uma ressonância entre o movimento de rotação da torre e de rotação da carreta, assim  $\omega_{\phi_2} \neq n\omega_{\phi_1}$  para um valor “n” inteiro e positivo, ou seja:

$$\sqrt{\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)}} \neq n \sqrt{\frac{(2K B^2 - m_2 g L_1)}{(I_1 + m_2 L_1^2)}}$$

$$\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)} \neq n^2 \frac{(2K B^2 - m_2 g L_1)}{(I_1 + m_2 L_1^2)}$$

$$K_T \neq m_2 g L_2 + n^2 \frac{(2K B^2 - m_2 g L_1)(I_2 + m_2 L_2^2)}{(I_1 + m_2 L_1^2)} \quad \text{para “n” inteiro e positivo}$$

Assim as condições de estabilidade estática do modelo podem ser expressas como:

- 1)  $K > \frac{m_2 g L_1}{2B^2}$  para limite de tombamento estático da carreta;
- 2)  $K_T > m_2 g L_2$  para limite de tombamento estático da torre;

E as condições de estabilidade dinâmica do modelo podem ser expressas como:

- 3)  $K_T \neq m_2 g L_2 + n \frac{2K(I_2 + m_2 L_2^2)}{(m_1 + m_2)}$  para evitar a ressonância entre o

movimento oscilatório vertical da carreta e o oscilatório angular da torre;

- 4)  $K_T \neq m_2 g L_2 + n \frac{(2K B^2 - m_2 g L_1)(I_2 + m_2 L_2^2)}{(I_1 + m_2 L_1^2)}$  para evitar a ressonância

entre o movimento oscilatório angular da carreta e o oscilatório angular da torre

Considerando-se os parâmetros constantes da tabela 3.1 as condições de estabilidade são:

- 1)  $K > 1086$  N/m para estabilidade estática da carreta.
- 2)  $K_T > 18835$  Nm/rad para estabilidade estática da torre.
- 3)  $K_T \neq 1402115$  Nm/rad (para  $n=1$ ) para estabilidade dinâmica da torre.
- 4)  $K_T \neq 1076481$  Nm/rad (para  $n=1$ ) para estabilidade dinâmica da torre.

## 4 ANÁLISE PARAMÉTRICA

Esse capítulo dedica-se à realização de análises paramétricas do modelo proposto no capítulo 2 para representar um pulverizador agrícola de pomar do tipo torre.

Para esta análise será adotado o modelo de equações não lineares, que fora programado no Matlab© Simulink© conforme apresentado no apêndice A.

Como explanado no capítulo 1 a manutenção da distância entre as saídas de ar e os alvos (copas das plantas) é de grande importância na qualidade de aplicação de pulverização com assistência de ar. Assim, a resposta que norteará as análises a seguir será o deslocamento horizontal do CG da torre,  $x_2$ , conforme ilustrado no modelo simplificado ilustrado na figura 4.1.

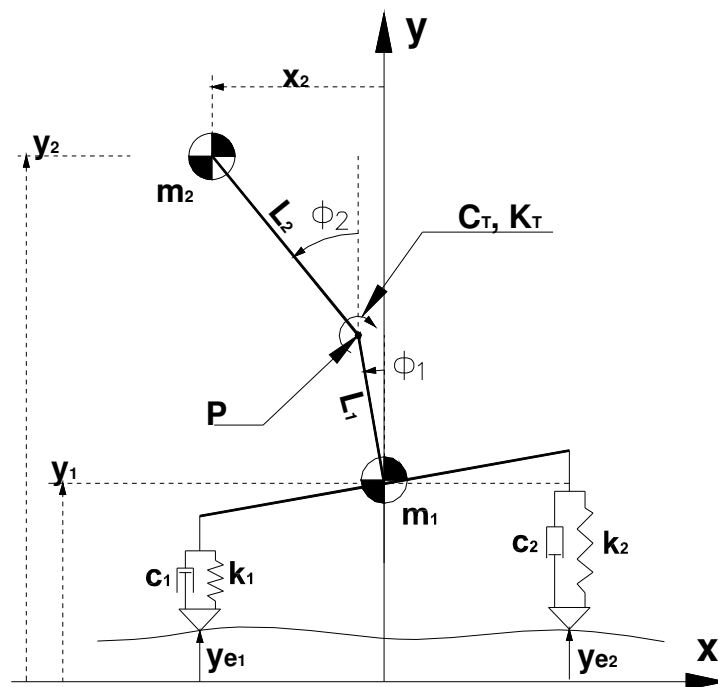


Figura 4.1 Modelo simplificado com três graus de liberdade: deslocamento vertical do CG da carreta  $y_1$ , deslocamento angular do CG da carreta  $\phi_1$  e deslocamento angular do CG da torre  $\phi_2$ .

Em geral os parâmetros de um pulverizador do tipo torre são definidos em função de necessidades funcionais e limitações físicas. Por exemplo, a altura da torre é função da altura das plantas alvo, a largura máxima da bitola é função do espaço disponível de passagem entre plantas.

No caso de equipamentos destinados à citricultura brasileira, são necessárias torres altas, em torno de 6 metros de altura. A nova técnica de adensamento de pomares de citros, ou seja, a diminuição da distância de plantio tanto entre as fileiras quanto entre plantas, exige pulverizadores estreitos. Assim, os pulverizadores para pomares adensados necessitam ter torres altas e bitola estreita. Como referência o pulverizador ilustrado na figura 1.6 possui torre de 6 m e bitola variável entre 1,70 m a 2,10 m.

Os valores das rigidezes e amortecimentos dos pneus agrícolas variam em função dos modelos disponíveis no mercado, das pressões de trabalho utilizadas, e da utilização ou não de lastro de água no interior dos pneus. Para este estudo adotam-se os valores calculados pelo laboratório de Máquinas Agrícolas Jacto S.A., segundo os métodos apresentados respectivamente no Apêndice C e no Apêndice D, para os pneus PNEU GOODYEAR 500/60-22.5 IMP SUPER FLOT, sem lastro de água e calibrados a 34 psi.

As massas e momentos de inércia da carreta e da torre, assim como os parâmetros  $L_1$  e  $L_2$  foram encontrados a partir do projeto do pulverizador. A massa da carreta considera os tanques cheios de água.

Os valores dos parâmetros adotados do pulverizador tipo torre estão conforme a tabela 3.1.

Para as análises adota-se como sinal de excitação um sinal degrau de 0,2 m no pneu esquerdo. Não há excitação no pneu direito.

O comportamento da curva  $x_2(t)$  em resposta à excitação por um sinal degrau possui comportamento típico como o ilustrado na figura 4.2 onde:

- $t_p$  representa o instante de pico do regime transitório
- $t_s$  representa o tempo de acomodação após o transiente
- $t_r$  representa tempo de resposta
- $M_P$  representa o sobre-sinal máximo percentual no regime transitório
- $x_2(t_p)$  representa o deslocamento horizontal do CG da torre no instante de pico
- $x_2(\infty)$  representa o deslocamento horizontal do CG da torre após a acomodação

Por sua vez  $M_P$  é definido como o máximo valor de pico da curva de resposta, alcançado no instante de pico, medido a partir do valor de acomodação (OGATA, 1982, p. 263).

$$M_P = \frac{\text{Resposta no instante de pico} - \text{Resposta após acomodação}}{\text{Resposta após acomodação}} \times 100\% \quad [52]$$

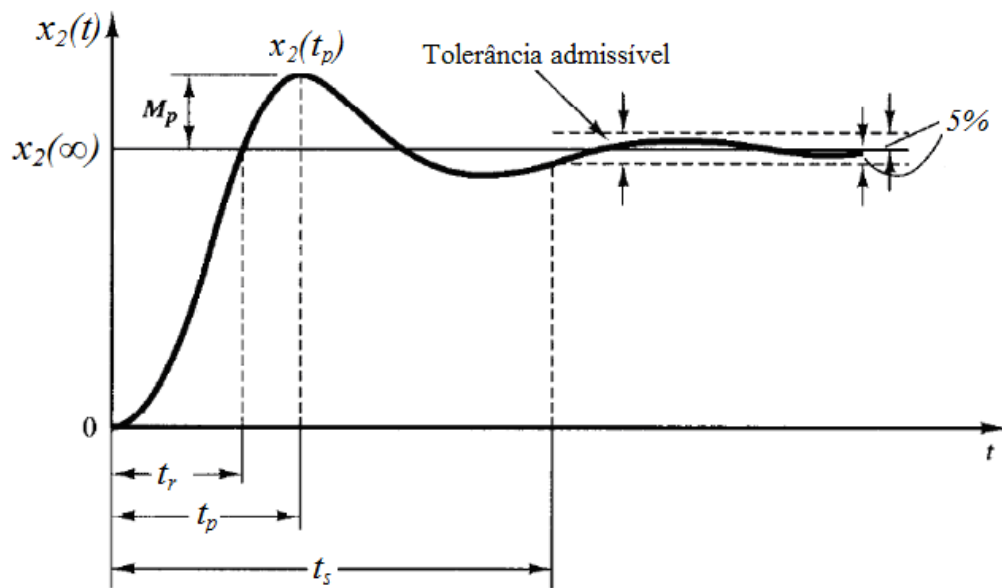


Figura 4.2 Resposta transitória a excitação por um sinal degrau unitário (adaptado de OGATA, 1982, p. 263).

Nas análises que se seguem a resposta  $x_2$  será obtida por simulação numérica do modelo não linear, em função dos parâmetros em análise, e será caracterizada por  $t_p$ ,  $t_s$ ,  $M_p$ ,  $x_2(t_p)$  e  $x_2(\infty)$ .

#### 4.1 Análise de sensibilidade à Rigidez Torsional

Primeiro, avalia-se o caso da junção articulada em “P” realizando uma análise de sensibilidade ao parâmetro  $K_T$ , rigidez torsional na junção entre a torre e a carreta. Para esta análise será mantido um valor baixo de amortecimento torsional na junção “P”, ou seja, será adotado um valor de  $C_T$  igual a 1000 N m s/rad. Demais parâmetros estão conforme a tabela 3.1.

A Tabela 4.1 apresenta os resultados em termos de deslocamento horizontal da torre segundo o modelo não linear, no instante de pico,  $x_2(t_p)$  em milímetros. Nesta tabela é apresentado o valor do instante de pico  $t_p$  em segundos, o valor alcançado pelo deslocamento horizontal da torre após a acomodação  $x_2(\infty)$  em milímetros e o tempo de acomodação  $t_s$  em segundo. Na determinação do tempo de acomodação foi adotada uma tolerância de 5% sobre o valor em regime estacionário. Também é apresentada a frequência natural da torre para cada valor de rigidez torsional.

A figura 4.3 apresenta graficamente o deslocamento horizontal da torre no instante de pico e após a acomodação em função das diferentes rigidezes torsionais da junção em “P”. Observa-se que o tempo de acomodação  $t_s$  é muito alto devido ao baixo valor de amortecimento torsional utilizado na análise.

Tabela 4.1 - Deslocamentos horizontais da torre no instante de pico  $x_2(t_p)$  e após acomodação  $x_2(\infty)$  em função da rigidez torsional  $K_T$ . Entrada degrau e amortecimento torsional  $C_T$  fixo em 1000 N m s/rad.

Modelo Não Linear						
$K_T$	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$	$f_n$
kNm/rad	mm	s	mm	s		Hz
18,8	1494	3,3	848	64,3	76%	0,0
25	1000	2,0	532	66,8	88%	0,1
50	825	1,5	424	72,7	95%	0,3
100	734	1,1	370	72,0	98%	0,5
200	698	0,9	343	61,7	103%	0,7
500	645	0,7	326	34,6	98%	1,2
1.000	639	0,6	321	22,9	99%	1,7

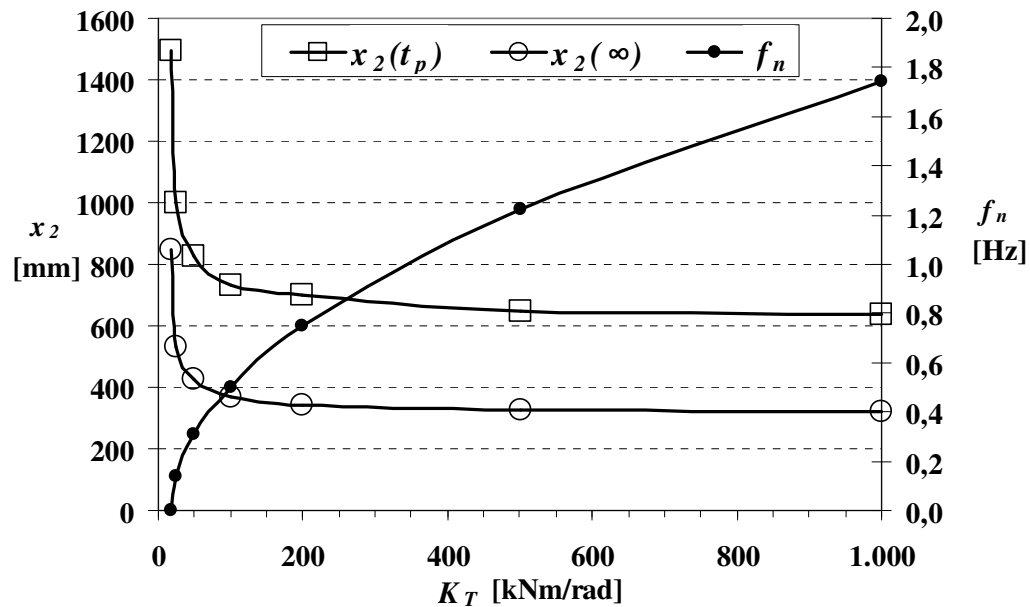


Figura 4.3 Deslocamentos horizontais da torre no instante de pico e em regime permanente em função da rigidez torsional da junção entre a torre e a carreta.  $C_T = 1000$  Nm s/rad.

Para um estudo mais detalhado, poder-se-ia, estabelecer um limite inferior de interesse para a rigidez torsional da ordem de 50 kNm/rad, abaixo do qual, há grandes variações em  $x_2$ . Um limite superior de interesse poderia ser estabelecido em torno de 200.000 Nm/rad, pois, acima desta rigidez, há pouca variação na resposta da torre  $x_2$ . E assim evitam-se maiores investimentos em elementos elásticos.

### 3.2. Análise de sensibilidade ao Amortecimento Torsional

Uma vez escolhido os limites de interesse para a rigidez torsional, é possível avaliar a sensibilidade do deslocamento horizontal da torre ao amortecimento torsional  $C_T$ .



As Tabelas 4.2 a 4.5 apresentam os resultados de simulações em termos de deslocamento horizontal da torre nos instantes de pico  $x_2(t_p)$  e após acomodação  $x_2(\infty)$ , com entrada em degrau, variando  $C_T$  entre 10 kNms/rad a 200 kNms/rad e variando  $K_T$  entre 50 kNm/rad a 200 kNm/rad. A figura 4.4 ilustra graficamente as curvas de  $x_2(t_p)$  extraídos das Tabelas 4.2 a 4.5.

Observa-se que de modo geral, uma vez definido um valor para  $K_T$  há variação no tempo de acomodação, mas os valores das repostas em regime não se alteram.

Observa-se também que é possível encontrar valores ótimos de  $C_T$  que resultam em valores mínimos de deslocamentos horizontais nos instantes de pico, ou seja, em menores valores de sobre-sinais máximos percentuais  $M_p$ . Esses valores são respectivamente  $C_T = 60$  kNms/rad para  $K_T = 50$  kNm/rad e 100 kNms/rad;  $C_T = 80$  kNms/rad para  $K_T = 150$  kNm/rad e 200 kNm/rad.

Tabela 4.2 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo.  $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ .  $K_T = 50$  kNm/rad.

K <sub>T</sub> = 50 kNm/rad					
C <sub>T</sub>	x <sub>2</sub> (t <sub>p</sub> )	t <sub>p</sub>	x <sub>2</sub> (∞)	t <sub>s</sub>	M <sub>p</sub>
kNms/rad	mm	s	mm	s	
10	672	1,3	424	7,9	58%
20	573	1,3	424	3,4	35%
30	510	1,3	424	2,1	20%
40	465	1,3	424	1,9	10%
60	455	0,7	424	1,8	7%
80	468	0,6	424	1,5	10%
100	485	0,6	424	2,5	14%
150	506	0,6	424	4,6	19%
200	520	0,6	424	6,0	23%

Tabela 4.3 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo.  $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ .  $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ .

$K_T = 100 \text{ kNm/rad}$					
$C_T$	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_P$
kNms/rad	mm	s	mm	s	
10	641	1.0	370	8.2	73%
20	571	1.0	370	4.5	54%
30	525	0.9	370	3.5	42%
40	499	0.8	370	2.1	35%
60	486	0.7	370	1.1	31%
80	490	0.6	370	1.7	32%
100	498	0.6	370	1.8	35%
150	512	0.6	370	2.4	38%
200	528	0.5	370	3.4	43%

Tabela 4.4 – Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo..  $10 \text{ kNms/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNms/rad}$ .  $K_T = 150 \text{ kNm/rad}$

$K_T = 150 \text{ kNm/rad}$					
$C_T$	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_P$
kNms/rad	mm	s	mm	s	
10	645	0.9	352	9.8	83%
20	589	0.8	352	5.0	67%
30	553	0.8	352	3.1	57%
40	528	0.7	352	2.6	50%
60	510	0.7	352	1.7	45%
80	506	0.6	352	1.4	44%
100	510	0.6	352	1.9	45%
150	521	0.6	352	2.4	48%
200	530	0.6	352	2.9	51%

Tabela 4.5 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento e rigidez torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo.  $10 \text{ kNm/s/rad} \leq C_T \leq 200 \text{ kNm/s/rad}$ .  $K_T = 200 \text{ kNm/rad}$ .

$K_T = 200 \text{ kNm/rad}$					
$C_T$	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$
kNm/s/rad	mm	s	mm	s	
10	645	0.8	343	12	88%
20	602	0.8	343	6.2	76%
30	570	0.8	343	4.3	66%
40	550	0.7	343	2.7	60%
60	529	0.7	343	1.8	54%
80	523	0.6	343	1.6	52%
100	522	0.6	343	2.0	52%
150	528	0.6	343	2.5	54%
200	536	0.6	343	3.4	56%

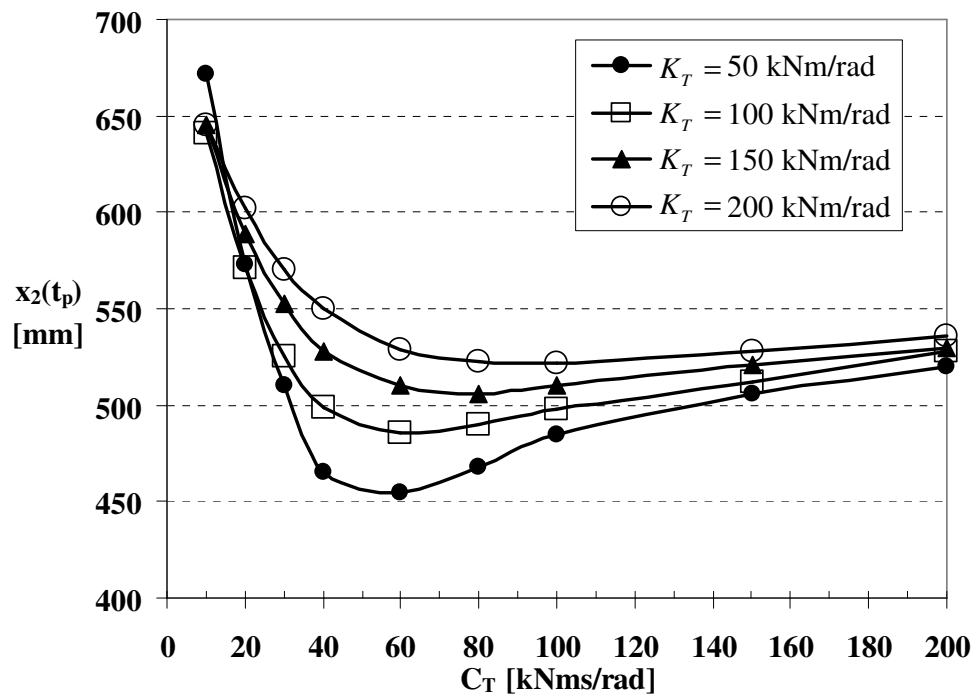


Figura 4.4 – Deslocamento horizontal da torre no instante de pico  $x_2(t_p)$  em função do amortecimento torsional. Entrada degrau no pneu esquerdo.

Analogamente à análise anterior, observando os resultados das tabelas 4.3 a 4.6 e a figura 4.4 seria possível indicar uma faixa de interesse para o amortecimento torsional,  $C_T$ , que compreende aproximadamente os valores entre 40 kNms/rad e 100 kNms/rad. Nesta faixa a resposta de deslocamento horizontal da torre assume valores mínimos..

Em caso pratico real, é importante buscar reconhecer faixas de interesse ou limites de projeto por meio de simulações numéricas. Desta forma menor será a necessidade de testes funcionais com o equipamento físico, reduzindo-se assim as despesas em um projeto de equipamento.

### **4.3. Análise de sensibilidade à bitola da carreta**

Para a análise de sensibilidade à bitola da carreta serão avaliados apenas seus valores extremos, ou seja, a bitola mínima de 1,70 m e a bitola máxima de 2,10 m.

Como se trata de uma análise comparativa pode-se escolher quaisquer valores para a rigidez torsional ( $K_T$ ) e o amortecimento torsional ( $C_T$ ). Sem caráter limitativo serão escolhidos  $K_T$  fixo em 100 kNm/rad e  $C_T$  fixo em 60 kNms/rad.

A Tabela 4.6 apresenta os resultados de resposta em deslocamento horizontal da torre no instante de pico  $x_2(t_p)$ , após a acomodação  $x_2(\infty)$ , o instante de pico ( $t_p$ ), o tempo de estabilização ( $t_s$ ) e o sobre-sinal máximo percentual ( $M_p$ ), com entrada em sinal degrau, assumindo  $C_T$  de 60 kNms/rad,  $K_T$  de 100 kNm/rad, mas variando a bitola da carreta entre 1,70m a 2,10m.

Enquanto que a figura 4.5 ilustra graficamente a relação entre a variação da bitola e o deslocamento horizontal da torre no instante de pico,  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$  apresentada na Tabela 4.6.

Tabela 4.6 Deslocamento horizontal da torre com entrada degrau no pneu esquerdo em função da variação da bitola.  $C_T = 60$  kNms/rad.  $K_T = 100$  kNm/rad.

Bitola	B	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$
(m)	(m)	mm	s	mm	s	
1.70	0.85	485	0.7	370	1.1	31%
1.80	0.90	443	0.7	348	1.1	27%
1.90	0.95	406	0.6	329	1.1	23%
2.00	1.00	374	0.6	312	1.1	20%
2.10	1.05	346	0.6	296	1.2	17%

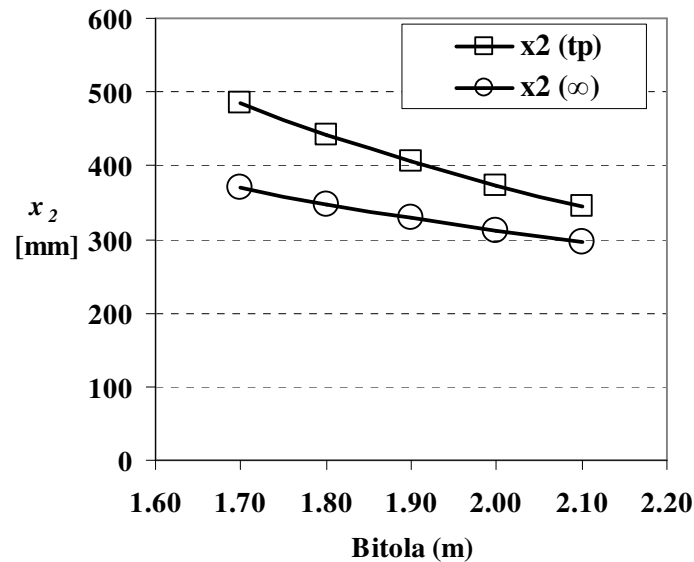


Figura 4.5 Deslocamento horizontal da torre com entrada degrau no pneu esquerdo em função da variação da bitola.  $C_T = 60$  kNms/rad.  $K_T = 100$  kNm/rad.

Observa-se uma relação quase que linear entre o aumento da bitola da carreta e a diminuição dos deslocamentos horizontais da torre em pico e em regime.

Os instantes de pico e os tempos de estabilização praticamente se mantêm inalterados com a variação da bitola da carreta. Esses tempos são decorrentes da escolha dos valores de amortecimento e rigidez torsionais.

Pode-se considerar que, sob o ponto de vista de estabilidade, sempre que possível o projeto deve contemplar grandes bitolas melhorando a estabilidade do equipamento, ficando a definição do limite máximo da bitola em função do espaço disponível de passagem entre as plantas ou por outras limitações físicas.

#### **4.4. Análise de sensibilidade à altura da articulação “P” da torre**

Tomando como referência às figuras 2.2 e 4.1 outro parâmetro de interesse para estudo refere-se à altura da articulação “P” em relação ao chassi da carreta, uma vez que é neste ponto que ocorre o movimento de oscilação da torre. Note-se que  $L_1$  representa o trecho da torre rigidamente unido à carreta e  $L_2$  representa o trecho da torre móvel, ou articulado.

Para a análise de sensibilidade à altura da articulação “P” da torre simula-se a distância  $L_1$  é variando a partir de  $L_1 = 0,0$  m, ou seja, a articulação posicionada à mesma altura do centro de gravidade da carreta (para não alterar o comprimento total da torre neste caso  $L_2 = 2,6$  m), até  $L_1$  atingir 2,6 m ( $L_2 = 0,0$  m) que se trata de um caso particular onde a articulação está posicionada no centro de gravidade da massa da torre  $m_2$ , ou seja, todo o comprimento da torre é formado pelo trecho rígido de comprimento  $L_1$ .

A Tabela 4.7 apresenta o comportamento do deslocamento horizontal da torre em função da distância  $L_1$ , com entrada em sinal degrau, com  $C_T$  de 60 kNms/rad,  $K_T$  de 100 kNm/rad e bitola de 2,10m ( $B = 1,05$  m).

A figura 4.6 ilustra graficamente as respostas de deslocamento horizontal da torre no instante de pico  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$  a partir da Tabela 4.7.

Tabela 4.7 Deslocamento horizontal da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo, em função da altura da articulação “P”.  $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ .  $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ .  $B = 1,05\text{m}$ .

$L_1$	$L_2$	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$
(m)	(m)	mm	s	mm	s	
0,0	2,6	349	0,7	304	1,4	15%
0,2	2,4	346	0,6	296	1,2	17%
0,4	2,2	347	0,5	290	1,0	20%
0,8	1,8	348	0,5	277	0,9	26%
1,6	1,0	367	0,4	260	1,4	41%
2,6	0,0	310	0,4	193	1,7	61%

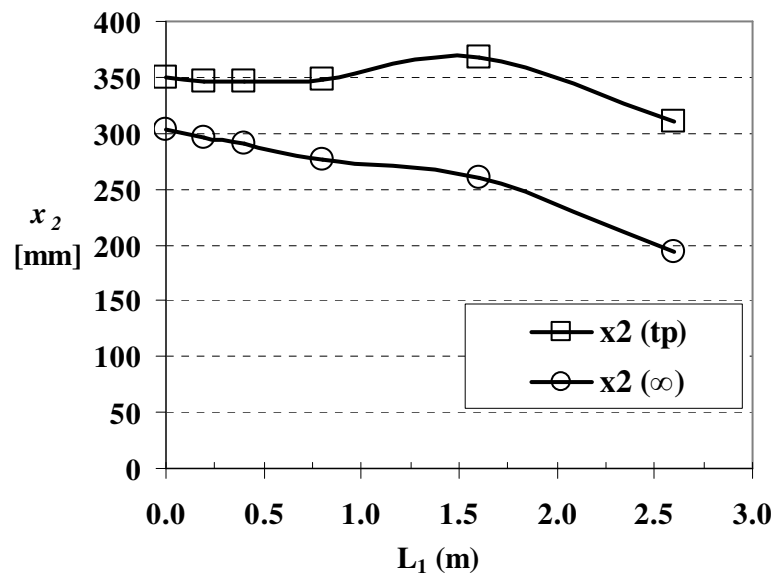


Figura 4.6 Deslocamento horizontal da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo, em função da altura da articulação “P”.  $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ .  $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ .  $B = 1,05\text{m}$ .

Observa-se que à medida que o comprimento do trecho rígido da torre aumenta ( $L_1$  aumenta e  $L_2$  diminui) percebe-se uma diminuição do deslocamento horizontal após a acomodação  $x_2(\infty)$ . Isso porque diminuindo o comprimento do trecho móvel da torre ( $L_2$ ) diminui também a contribuição de  $L_2 \text{ sen} \phi_2$  na expressão [12] (vide figura 2.3)

$$x_2 = x_1 - L_1 \text{ sen} \phi_1 - L_2 \text{ sen} \phi_2 \quad [12]$$

Observa-se que para  $L_1$  até aproximadamente 0,8 metro os deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico  $x_2(t_p)$  permanecem praticamente inalterados. A partir desta altura, ocorre uma elevação nos valores dos deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico  $x_2(t_p)$  até alcançarem um valor máximo a uma altura aproximada de 1,6 metros.

Constata-se que, para uma torre rígida sem articulação, ou seja, com  $L_1$  de 2,6 metros, ocorrem os menores valores de deslocamentos horizontais no instante de pico  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$ . Neste caso a torre e carreta oscilam como um único corpo rígido.

Da Tabela 4.7 verifica-se que o instante de pico ( $t_p$ ) se reduz de 0,7 para 0,4 segundo com o aumento de  $L_1$ . O tempo de acomodação ( $t_s$ ) inicia a 1,4 s ( $L_1 = 0\text{m}$ ), assume seu mínimo em 0,9 s ( $L_1 = 0,8\text{m}$ ) e atinge seu valor máximo em 1,7 s com a torre rígida ( $L_1 = 2,6\text{m}$ ).

Da análise do transiente com excitação por sinal degrau pode-se constatar que, os melhores desempenhos de estabilidade com uma torre articulada ocorrem com a articulação “P” posicionada abaixo de 0,8m. Ainda, que uma torre rígida ( $L_1 = 2,6\text{m}$ ) apresenta melhor estabilidade que uma torre articulada.

#### **4.5. Análise de sensibilidade ao amortecimento dos pneus**

Para a análise de sensibilidade à rigidez e amortecimento dos pneus serão assumidos com valores de referência uma rigidez de 456000 N/m (ou 47,4 kgf/mm – apêndice C – tabela C.1) e um amortecimento de 5613 Ns/m (apêndice D – Tabela D.2),



definidos empiricamente para os pneus PNEU GOODYEAR 500/60-22.5 IMP SUPER FLOT, sem lastro de água e calibrados a 34 psi.

A Tabela 4.8 apresenta o comportamento do deslocamento horizontal da torre, em função da variação do amortecimento dos pneus. A entrada em sinal degrau continua sendo aplicada no pneu esquerdo.  $K_T$  é mantido em 100 kNm/rad,  $C_T$  é mantido em 60 kNms/rad, a bitola mantida em 2,10m e  $L_1$  em 0,2m. Para a construção desta tabela assume-se uma variação de -50% a +50% em relação ao valor de 5613 Ns/m, assumido como referência para o amortecimento dos pneus.

A figura 4.7 ilustra graficamente a relação entre a variação dos amortecimentos dos pneus e os deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico,  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$  conforme apresentada na Tabela 4.8.

Tabela 4.8 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo.  $K_T = 100$  kNm/rad,  $C_T = 60$  kNms/rad,  $B=1,05$ m,  $L_1=0,2$ m

	C	$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$
	Ns/m	mm	s	mm	s	
(-50%)	2 807	346	0.5	297	1.1	16%
(-25%)	4 210	346	0.6	296	1.1	17%
	5 613	346	0.6	296	1.2	17%
(+25%)	7 016	347	0.5	296	1.2	17%
(+50%)	8 420	347	0.6	296	1.2	17%

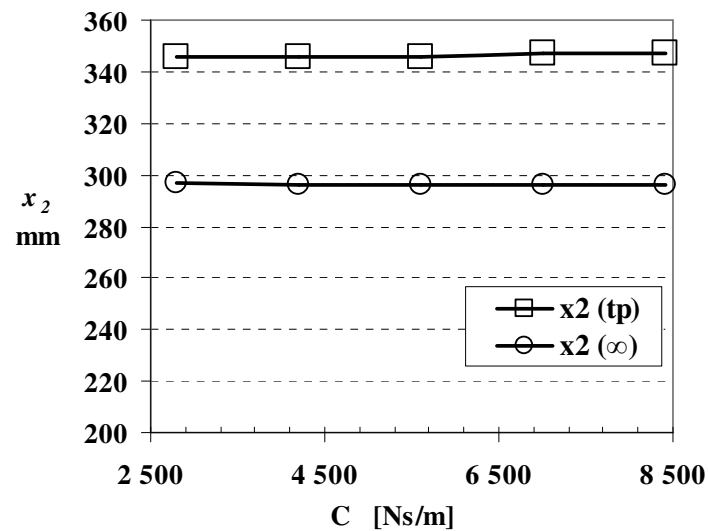


Figura 4.7 Deslocamento horizontal da torre em função do amortecimento dos pneus.

Entrada degrau no pneu esquerdo.  $K_T=100$  kNm/rad,  $C_T=60$  kNms/rad,  $B=1,05$ m,

$L_1=0,2$ m.

Uma vez que não há variação significativa nos instantes de pico, nos tempos de acomodação, nos deslocamento horizontal da torre no instante de pico  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$ , conclui-se que o amortecimento do pneu não afeta a estabilidade lateral da torre articulada.

#### 4.6 Análise de sensibilidade à rigidez dos pneus

Passa-se agora a uma análise da sensibilidade da variável  $x_2$  em função da rigidez dos pneus. Nesta análise parte-se dos valores de rigidez apresentados na tabela C.1 (Apêndice C) para o pneu sem água com diferentes pressões internas.

A Tabela 4.9 apresenta o comportamento do deslocamento horizontal da torre em função da variação da rigidez dos pneus, com excitação em degrau no pneu esquerdo.

Assumindo  $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ ,  $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ ,  $B=1,05\text{m}$ ,  $L_1 =0,2\text{m}$ . A figura 4.8 ilustra graficamente a relação entre a variação das rigidezes dos pneus e os deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico,  $x_2(t_p)$  e após a acomodação  $x_2(\infty)$  apresentada na Tabela 4.9.

Tabela 4.9 Deslocamento horizontal da torre em função da variação da rigidez dos pneus.

Entrada degrau no pneu esquerdo.  $K_T = 100 \text{ kNm/rad}$ ,  $C_T = 60 \text{ kNms/rad}$ ,  $B=1,05\text{m}$ ,  $L_1 =0,2\text{m}$ .

K		$x_2(t_p)$	$t_p$	$x_2(\infty)$	$t_s$	$M_p$
kgf/mm	N/m	mm	s	mm	s	
35,9	352000	367	0,6	298	1,2	23%
47,4	465000	346	0,6	296	1,2	17%
58,3	572000	335	0,7	295	1,3	14%
64,5	632000	332	0,7	294	1,3	13%

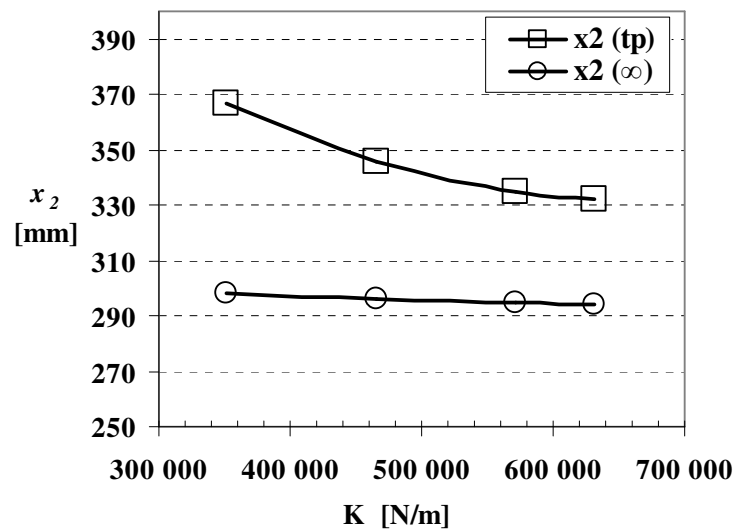


Figura 4.8 Deslocamento horizontal da torre em função da rigidez dos pneus. Entrada degrau no pneu esquerdo.  $K_T=100 \text{ kNm/rad}$ ,  $C_T=60 \text{ kNms/rad}$ ,  $B=1,05\text{m}$ ,  $L_1=0,2\text{m}$ .

Observa-se uma continua redução nos deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico  $x_2(t_p)$  com o aumento da rigidez dos pneus. Contudo, observa-se muito pouca ou inexpressiva variação do deslocamento horizontal da torre após a acomodação  $x_2(\infty)$ , do instante de pico  $t_p$  quanto nos tempos de acomodação  $t_s$  em função do aumento da rigidez dos pneus.

Conclui-se que calibrar o pneu com maior pressão, tornando-o mais rígido, melhora a estabilidade lateral da torre. Contudo, sabe-se que uma pressão maior no pneu aumenta a compactação do solo agrícola, prejudicando o desenvolvimento do sistema radicular das plantas. Neste caso, deve-se buscar uma equilíbrio entre estabilidade e compactação do solo.

O capítulo seguinte dedica-se ao aprofundamento do estudo do pulverizador agrícola realizando comparações entre as respostas geradas pelos modelos linear e não linear. Realiza-se simulações numéricas avaliando a resposta transitória, resposta em frequência e a resposta a excitação por um sinal de campo agrícola.

Além dos aspectos de estabilidade, também se avalia o efeito do uso de uma torre articulada sob o ponto de vista de redução dos esforços estruturais no equipamento.

## 5 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS - CASO PARTICULAR

Esse capítulo dedica-se às simulações numéricas dos modelos linear e não-linear, com a finalidade de reconhecer suas respostas às diferentes condições de excitação, buscando melhoria de estabilidade e redução de esforços estruturais com o uso de torre articulada.

Serão avaliadas as respostas dos modelos à excitação transitória, à excitação em frequência e à excitação de um sinal de campo agrícola.

As massas da carreta e da torre, os momentos de inércia da carreta e da torre foram encontrados a partir do projeto do pulverizador. A massa da carreta considera o tanque cheio de água. Os parâmetros  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $L_1$  e  $L_2$ , também foram encontrados no projeto do pulverizador e foram assumidos como constantes. Assim, resta  $K_T$  e  $C_T$ , respectivamente a rigidez e amortecimento torsionais com as variáveis de simulação nas simulações numéricas que se seguem.

A fim de reconhecer o erro resultante da linearização do modelo realiza-se a comparação das respostas do com o modelo não linear (equação [24]) e o modelo linear (equação [42]).

Lembrando que a linearização do modelo assume-se pequenos deslocamentos e, portanto valem:

- $\text{sen}\phi \cong \phi$ ,
- $\text{cos}\phi \cong 1$
- $\phi\ddot{y} \cong \phi\ddot{\phi} \cong \dot{y}^2 \cong 0$ .

Nestas simulações adotam-se os valores dos parâmetros da tabela 3.1.

Os sinais de excitação dos modelos serão sempre provenientes do solo, ou seja, os deslocamentos e velocidades nos pneu esquerdo e pneu direito:  $y_{e1}$ ,  $\dot{y}_{e1}$ ,  $y_{e2}$ ,  $\dot{y}_{e2}$ .

As respostas fornecidas pelas equações de movimento dos modelos são:  $\phi_1$ ,  $\dot{\phi}_1$ ,  $\ddot{\phi}_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\dot{\phi}_2$  e  $\ddot{\phi}_2$ . E, a partir delas calcula-se  $x_2$  e  $\ddot{x}_2$  pelas equações:

$$x_2 = x_1 - L_1 \text{sen}\phi_1 - L_2 \text{sen}\phi_2 \quad [12]$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos\phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \text{sen}\phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos\phi_2 + L_2 \dot{\phi}_2^2 \text{sen}\phi_2 \quad [14]$$

## 5.1 Resposta transitória – influência da rigidez torsional

Para esta análise consideram-se ambos os modelos, linear e não linear, são excitados por um sinal degrau no pneu esquerdo ( $y_{e1}$ ) com amplitude de 0,2 m (200 mm) no instante 1 segundo. O pneu direito permanece parado,  $y_{e2} = 0$ .

Dadas às limitações do aplicativo de simulações numéricas em formatar textos se fazem necessárias alterações nas indicações das variáveis:

- $x_2$  é indicado como x2
- $\phi_1$  é indicado como phi1
- $\phi_2$  é indicado como phi2

As figuras 5.1 a 5.4 ilustram o deslocamento lateral da torre  $x_2$ , o deslocamento angular da carreta  $\phi_1$  e o deslocamento angular da torre  $\phi_2$ , variando-se os valores da rigidez torsional ( $K_T$ ) entre 25.000 Nm/rad (rigidez torsional que suporta o peso da torre e mantê-la oscilando) até 2.000.000 Nm/rad (rigidez torsional que corresponde a uma união rígida entre a torre e a carreta). O valor do amortecimento torsional,  $C_T$ , é mantido constante em um valor baixo ( $C_T=1.000$  Nms/rad).

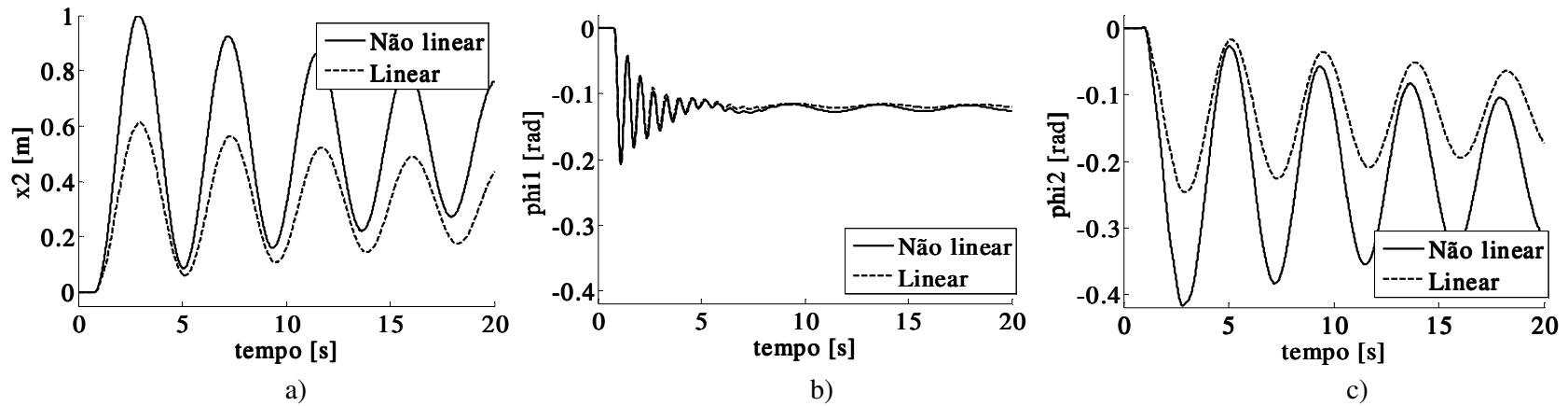


Figura 5.1 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=1.000 \text{ Nms/rad}$  e  $K_T=25.000 \text{ Nm/rad}$ .

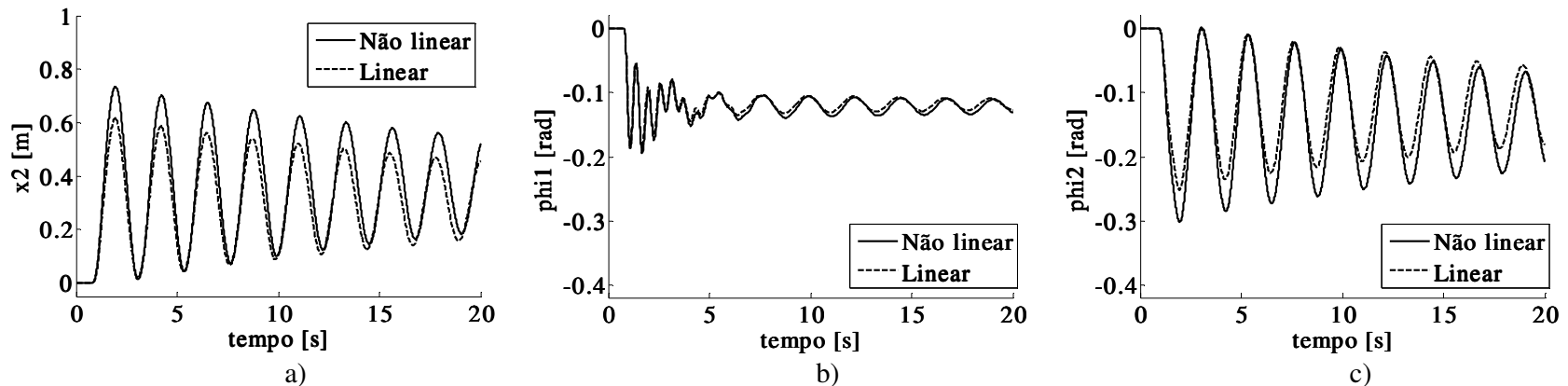


Figura 5.2 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=1.000 \text{ Nms/rad}$  e  $K_T=100.000 \text{ Nm/rad}$ .

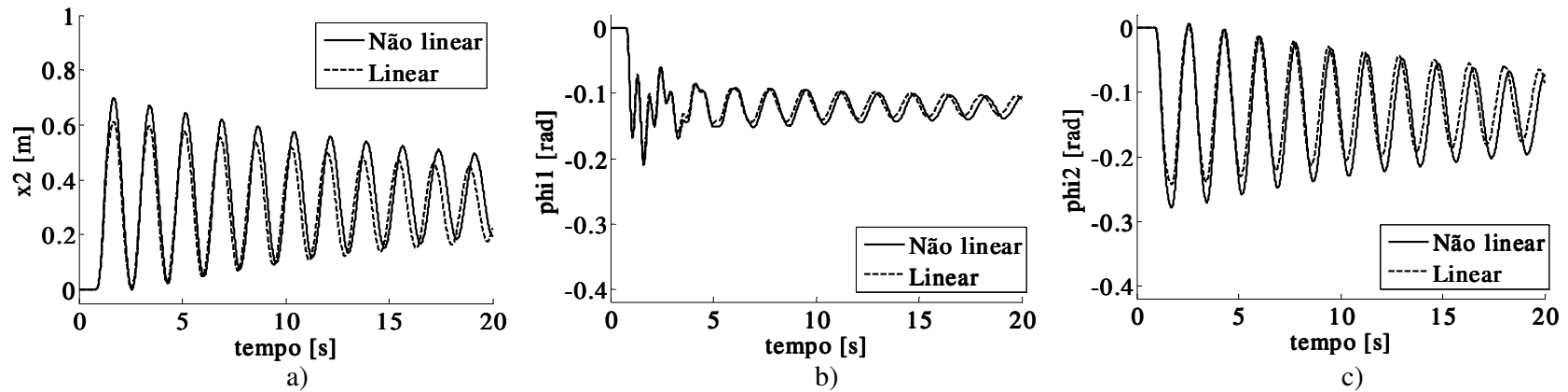


Figura 5.3 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=1.000$  Nms/rad e  $K_T=200.000$  Nm/rad.

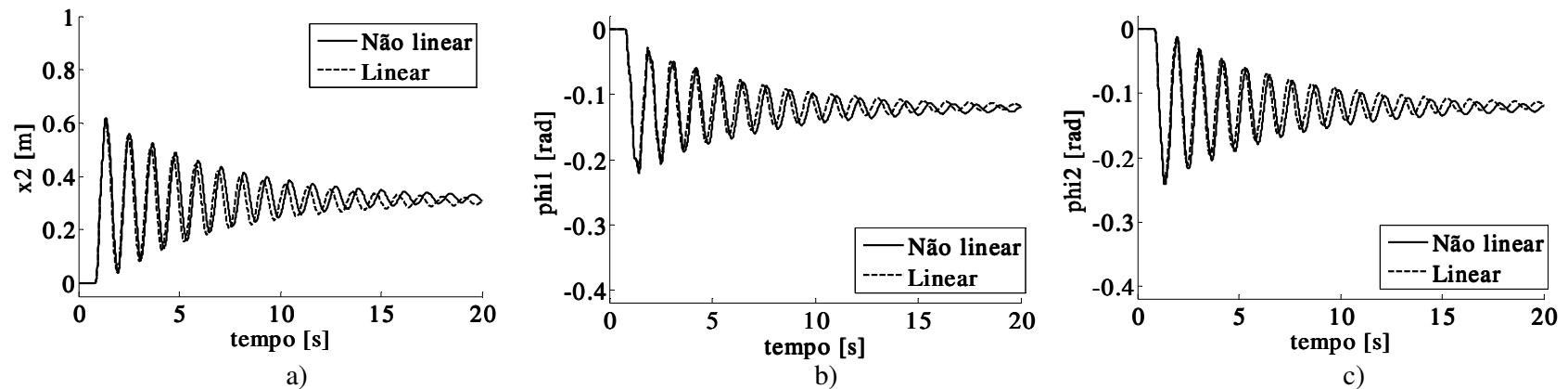


Figura 5.4 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=1.000$  Nms/rad e  $K_T=1.000.000$  Nm/rad.



Quando  $K_T = 25.000 \text{ Nm/rad}$  observam-se deslocamentos laterais máximos da torre de 1,00 m, com o modelo não linear, e de 0,61 m com o modelo linear (figura 5.1.a), ou seja, um erro de -38,7%. Isso porque como grandes deslocamentos as premissas de linearização não são válidas, ou seja:

- $\text{sen } \phi \neq \phi$
- $\text{cos } \phi \neq 1$
- $\phi \ddot{y} \neq \phi \ddot{\phi} \neq \dot{y}^2 \neq 0$

Neste caso o modelo não linear resulta em resultados mais precisos. Apesar do erro em  $x_2$  ser grande, às frequências são semelhantes: 0,23 Hz tanto com o modelo não linear e quanto com o modelo linear. Conclui-se que a linearização não provoca erro na frequência natural de  $x_2$ .

Na figura 5.1.b observa-se que ambos os modelos geram deslocamentos angulares da carreta  $\phi_1$  muito próximos. E novamente não há diferença em frequências naturais. Observa-se 1,60 Hz em ambos os modelos não linear e linear.

Na figura 5.1.c observam-se grandes diferenças entre as respostas dos deslocamentos angulares da torre  $\phi_2$ . O deslocamento angular mínimos de -0,42 rad no modelo não linear e -0,25 rad no modelo linear: erro de -41%. Em frequências naturais de 0,23 Hz em ambos os modelos não linear e linear.

Observa-se um decaimento muito mais rápido da oscilação da carreta em relação à oscilação da torre, em virtude do baixo amortecimento torsional adotado. Também se observa pouco acoplamento entre a carreta e a torre, ou seja, pouca influencia da oscilação da torre sobre a oscilação da carreta, ou vice versa.

Com  $K_T = 100.000 \text{ Nm/rad}$  (figura 5.2.a) reduzem-se as amplitudes dos deslocamentos laterais da torre, que passam a máximos de 0,74 m para modelo não linear e 0,62 m para o linear: erro de -16%.

Na figura 5.2.b observa-se um aumento do acoplamento entre a carreta e a torre: até o quinto segundo a oscilação observa-se a frequência natural da carreta (1,65 Hz), a partir de então, observa-se a carreta oscilando com uma frequência da torre (0,44 Hz).

Na figura 5.2.c observa-se uma diminuição na diferença entre o modelo não linear para o linear, com valores mínimos respectivos de -0,30 rad e -0,25 rad: um erro de 17%.

Com  $K_T = 200.000 \text{ Nm/rad}$  (figura 5.3.a) reduzem-se um pouco mais as amplitudes máximas dos deslocamentos laterais da torre, que atingem máximos de 0,70 m para modelo não linear e 0,61 m para o linear: erro de -12%.

Na figura 5.2.b observa-se novo aumento do acoplamento entre a carreta e a torre. Identifica-se uma frequência mais alta (1,82 Hz) apenas nos primeiros dois ou três ciclos de oscilação. A partir de então já se percebe a influencia da torre. A partir do quinto segundo a carreta oscila puxada pela torre em uma frequência de 0,57 Hz.

Na figura 5.2.c os valores mínimos alcançados pela torre são -0,28 rad no modelo não linear e -0,24 rad no linear: um erro de -12%.

Na figura 5.4.a, com  $K_T$  de 2.000.000 Nm/rad que corresponde uma junção rígida entre a carreta e a torre, o erro de linearização reduz-se para -2% para  $x_2$ .

Na figura 5.4.b e 5.4.c, observam-se um total acoplamento entre a carreta e a torre, que passam a oscilar juntas, como um corpo único, a uma frequência natural de 0,87 Hz.

Dos resultados apresentados, conclui-se que, à exceção do caso de junção rígida, os erros gerados pela linearização são maiores de 10%. Assim, deve-se prioriza a utilização do modelo não linear em detrimento ao modelo linearizado.

## 5.2. Resposta transitória - influencia do amortecimento torsional

Durante a análise anterior assumiu-se um valor baixo para o amortecimento torsional  $C_T$ . Agora, para realizar uma análise de sensibilidade a esta variável, ambos os modelos foram submetidos, como na análise anterior, a uma excitação em degrau no pneu esquerdo,  $y_{el}$ , com amplitude 0,2 m no instante 1 segundo. Mantém-se o pneu direito sem excitação.

Embora não fosse objetivo do trabalho aperfeiçoar os parâmetros da suspensão para uma resposta transiente, encontrou-se empiricamente valores para amortecimento torsional ( $C_T = 50.000$  Nms/rad) e rigidez torsional ( $K_T = 45.000$  Nm/rad) que minimizaram o sobre-sinal máximo percentual no regime transitório ( $M_P = 2,3\%$ ) do deslocamento lateral da torre (vide figura 5.6.a). Por isso, nas análises que se seguem, a rigidez torsional  $K_T$  é mantida em 45.000 Nm/rad variando-se apenas o valor do amortecimento torsional.

Para melhorar a observação da resposta transiente reduziu-se o tempo de simulação para 10 segundos.

Nas figuras 5.5 são ilustradas as respostas transientes da torre e da carreta assumindo-se o amortecimento torsional de 25.000 Nms/rad. Observa-se um sobre sinal máximo percentual de 24,3%, um instante de pico de 1,2 segundos e um tempo de acomodação de 2,1 segundos (fig. 5.5.a). Observa-se um tempo de resposta da torre (fig. 5.5.b) muito maior que o tempo de resposta da carreta (fig. 5.5.c). Há pouco acoplamento entre a torre e a carreta.

Ainda, na figura 5.5.a observa-se um grande erro (-25%) entre a resposta máxima de  $x_2$  pelo modelo linear e o não linear (toma-se como referência a resposta não linear).

Nas figuras 5.6 são ilustradas as respostas transientes da torre e da carreta assumindo-se o amortecimento torsional de 50.000 Nms/rad.

Na figura 5.6.a observa-se um erro de 12% entre o deslocamento lateral da torre  $x_2$ , no instante de pico, dado pelo modelo linear e o não linear (toma-se como referência a resposta não linear). Após a acomodação este erro aumenta para 27%.

Com o modelo não linear, observa-se um sobre sinal máximo percentual de 2,3%, um instante de pico de 0,55 segundo e um tempo de acomodação de 0,34 segundo.

As figuras 5.7 ilustram as respostas transientes da torre e da carreta assumindo-se o amortecimento torsional de 75.000 Nms/rad. Observa-se um sobre sinal máximo percentual 6,2%, um instante de pico de 0,44 segundo e um tempo de acomodação de 1,7 segundos. Observa-se que o comportamento da carreta  $\phi_1$  semelhante ao da torre  $\phi_2$ , indicando um aumento do acoplamento entre a carreta e a torre.

As figuras 5.8 ilustram as respostas transientes da torre e da carreta assumindo-se o amortecimento torsional de 100.000 Nms/rad. Observa-se um aumento no sobre sinal máximo percentual para 10,6%, no instante de pico de 0,41 segundo e um aumento no tempo de acomodação para 3,2 segundos. Observa-se nitidamente uma forte semelhança entre as respostas de  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , que oscilam em 0,9 Hz, devido ao aumento do acoplamento entre a carreta e a torre.

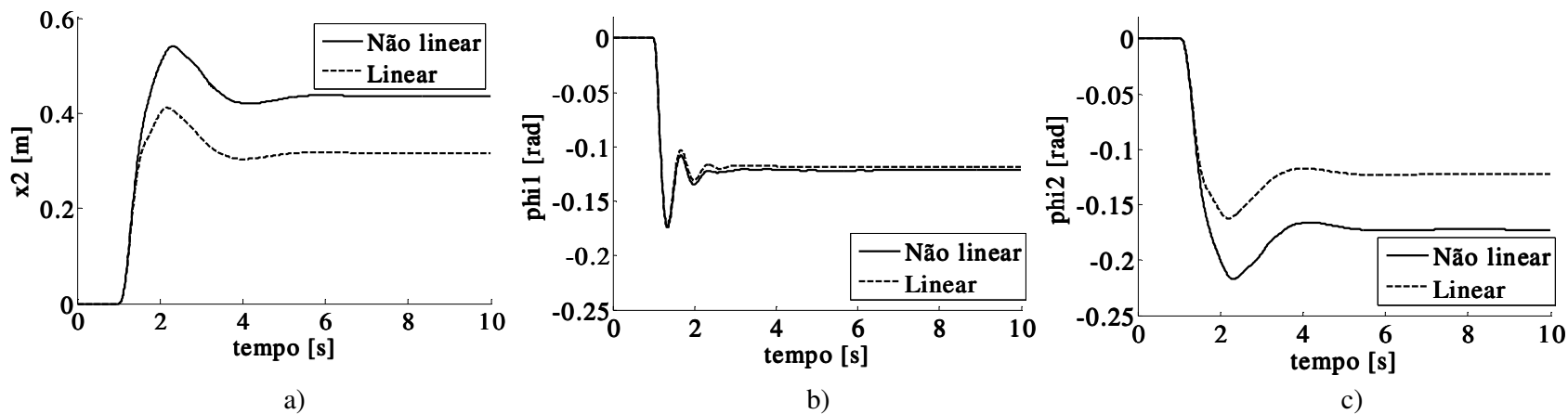


Figura 5.5 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=25.000$  Nms/rad e  $K_T=45.000$  Nm/rad.

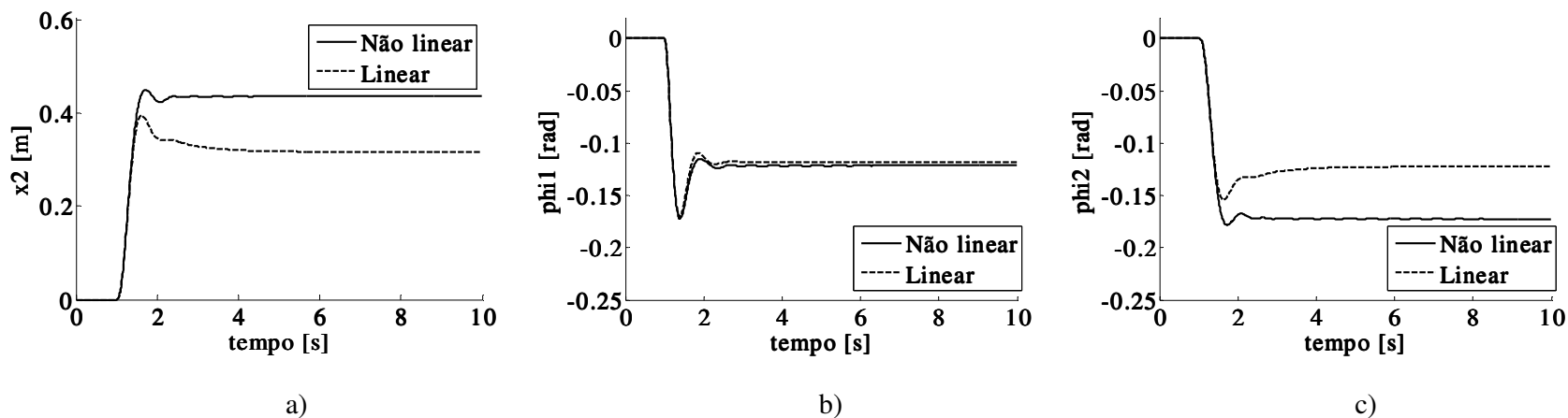
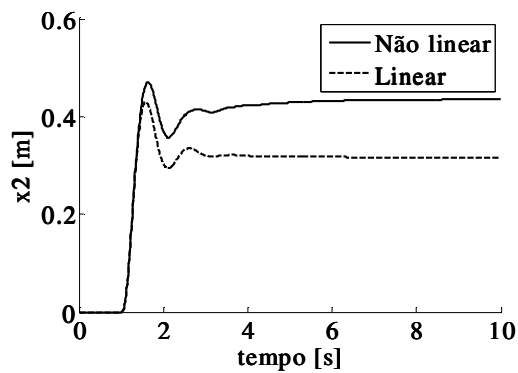
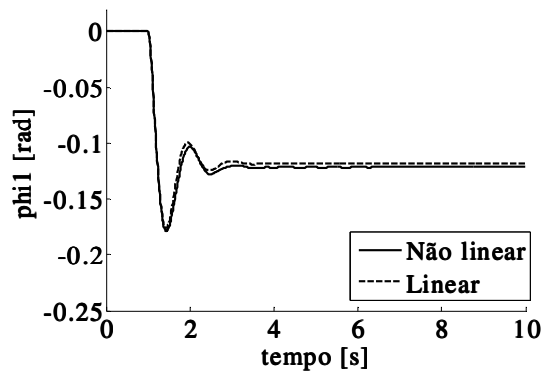


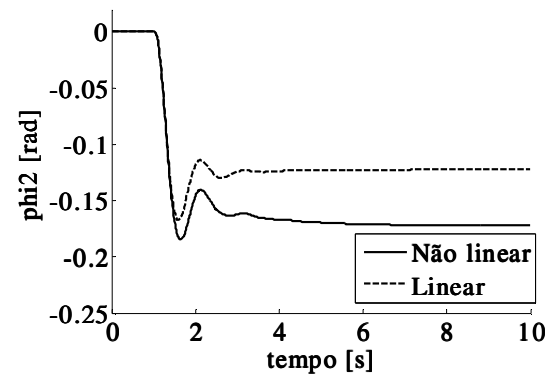
Figura 5.6 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=50.000$  Nms/rad e  $K_T=45.000$  Nm/rad



a)

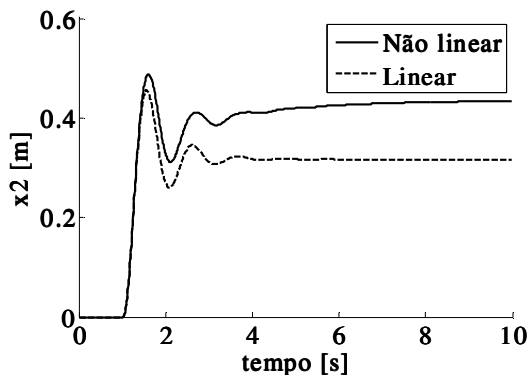


b)

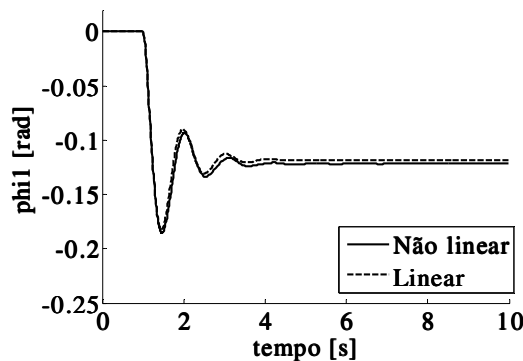


c)

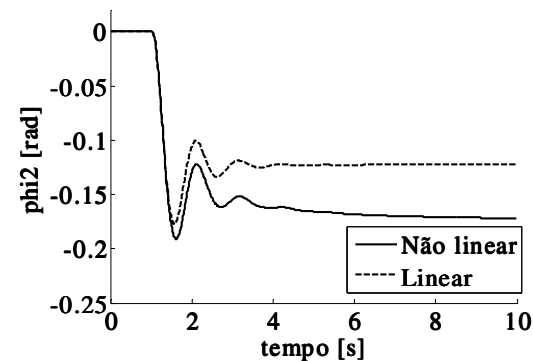
Figura 5.7 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=75.000$  Nms/rad e  $K_T=45.000$  Nm/rad



a)



b)



c)

Figura 5.8 Resposta transiente da carreta e da torre, com entrada degrau no pneu esquerdo: (a) deslocamento lateral da torre, (b) deslocamento angular da carreta, (c) deslocamento angular da torre.  $C_T=100.000$  Nms/rad e  $K_T=45.000$  Nm/rad

Como demonstram nas figuras 5.5 e 5.6 se aumentado o valor de  $C_T$  de 25.000 Nms/rad para 50.000 Nms/rad é possível reduzir o sobre-sinal máximo percentual e o tempo de acomodação da oscilação da torre.

Mas, um maior valor de amortecimento torsional (fig. 5.8) resulta em um maior sobre-sinal máximo percentual e um maior tempo de estabilização. Esse efeito se explica pelo acoplamento entre a torre e a carreta: pequenos valores de  $C_T$  produzem pequeno acoplamento entre a torre e a carreta e grandes valores de  $C_T$  produzem grande acoplamento entre a torre e a carreta. Similarmente como visto na análise da rigidez torsional  $K_T$ .

Com baixos valores de  $C_T$  a torre e a carreta oscilam com frequências distintas, com altos valores de  $C_T$  a torre e a carreta oscilam como um único corpo sobre os pneus. A observação deste efeito nos resultados das simulações indica que os modelos confirmam a prática de que existem valores ótimos de rigidez e amortecimento para um sistema de suspensão.

Quando um pulverizador de pomares, trafegando pelo solo agrícola, cruza um obstáculo, a torre inclina para a esquerda ou para a direita e é desejado que ela retorne rapidamente à posição de equilíbrio. A análise cuidadosa da resposta do sistema ao sinal degrau pode indicar quão boa é a escolha dos parâmetros  $K_T$  e  $C_T$ . Neste caso, os parâmetros de  $C_T=50.000$  Nms/rad e  $K_T=45.000$  Nm/rad (fig. 5.6) seriam a melhor escolha, pois resultam no menor sobre-sinal máximo percentual e no menor tempo de estabilização.

Ainda, observa-se que, consistentemente o modelo linear apresenta comportamento semelhante, mas com valores inferiores aos apresentados pelo modelo não linear.

Ogata (1982) analisando a resposta transitória de sistemas de segunda ordem descreve: “Exceto em certas aplicações onde não se podem tolerar oscilações, é desejável

que a resposta transitória seja suficientemente rápida e suficientemente amortecida. Portanto, para uma determinada resposta transitória de um sistema de segunda-ordem, o coeficiente de amortecimento ( $\zeta$ ) deve estar entre 0,4 e 0,8. Valores pequenos de  $\zeta$  ( $\zeta < 0,4$ ) resultam em sobre-sinal excessivo na resposta transitória, e um sistema com um valor grande de  $\zeta$  ( $\zeta > 0,8$ ) responderá de forma lenta.”

O coeficiente de amortecimento ( $\zeta$ ) a que se refere Ogata é definido como:

$$\zeta = \frac{C_T}{2\sqrt{K_T I_2}} \quad [53]$$

Para os valores de  $C_T$  de 50.000 Nms/rad e  $K_T$  de 45.000 Nm/rad, o coeficiente de amortecimento  $\zeta$  é igual a 1,5, o sobre-sinal máximo percentual ( $M_p$ ) é apenas 2,3%, o instante de pico é 0,55 segundo e o tempo de acomodação é 0,34 segundo para uma tolerância permitida de 5%. Para esta aplicação agrícola, a utilização de uma suspensão super amortecida na articulação da torre promove resultados muito bons em termos de estabilização dos movimentos laterais da torre.

### 5.3. Análise de resposta em frequência

Para a análise da resposta em frequência, o modelo não linear foi excitado por uma onda senoidal no pneu esquerdo,  $y_{e1} = 0,1 \text{ sen}(\omega t)$ , com frequência ( $\omega$ ) variando entre 1 rad/s até 20 rad/s (0,16 Hz até 3,2 Hz). O pneu direito foi mantido parado,  $y_{e2} = 0$ . A rigidez torsional  $K_T$  foi fixada em 45.000 Nm/rad enquanto o amortecimento  $C_T$  variou entre 10.000 a 100.000 Nms/rad.



A figura 5.9 ilustra a razão de amplitudes pico a pico entre o sinal de saída ( $x_2$ ) e o sinal de entrada ( $y_{e1}$ ) em função da frequência de excitação para os diferentes valores de amortecimento torsional  $C_T$ .

Verifica-se que um amortecimento torsional muito baixo ( $C_T=10.000$  Nms/rad) resulta em um sinal de saída muito amplificado em relação a entrada ( $x_2 / y_{e1}=5,5$ ), o que não é desejável.

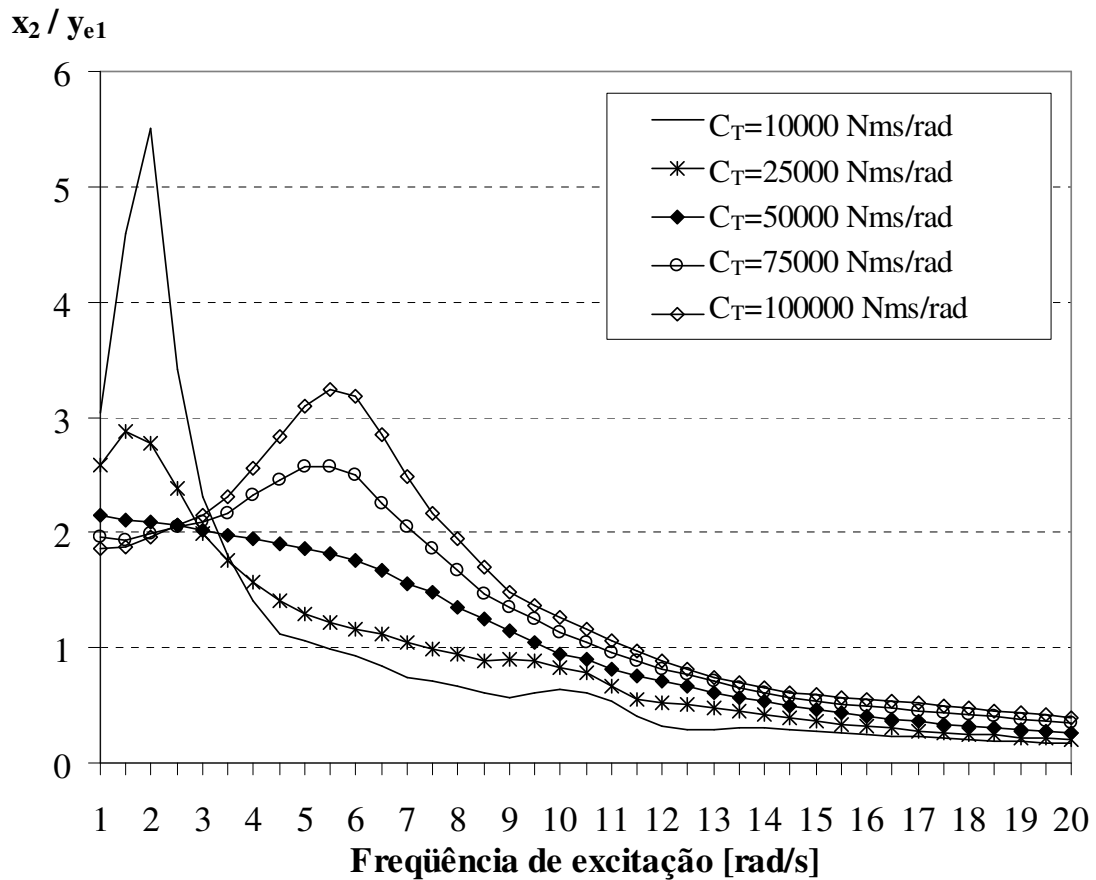


Figura 5.9 Razão de amplitudes pico a pico entre o sinal de saída ( $x_2$ ) e o sinal de entrada ( $y_{e1}$ ) em função da frequência de excitação. Modelo não linear com  $K_T = 45.000$  Nm/rad.

Observa-se que, para um baixo amortecimento torsional ( $C_T = 10.000$  Nms/rad) o pico de amplificação ocorre em torno de dois rad/s. Este pico corresponde à frequência natural de oscilação da torre em relação à articulação “P” que pode também ser estimada por:

$$\omega_{\phi_2} = \sqrt{\frac{(K_T - m_2 g L_2)}{(I_2 + m_2 L_2^2)}} \quad [51]$$

Sendo  $K_T = 45.000$  Nm/rad,  $m_2 = 800$  kg,  $B = 0,85$  m,  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>,  $L_2 = 2,4$  m e  $I_2 = 6250$  kg/m<sup>2</sup>, a frequência natural de oscilação da torre é aproximadamente 1,6 rad/s.

Ainda, na resposta para  $C_T = 10.000$  Nms/rad é possível notar a presença de outra frequência natural em torno de 10 rad/s. Este ponto corresponde à frequência natural vertical da carreta, que pode ser calculada por:

$$\omega_{y_1} = \sqrt{\frac{2K}{(m_1 + m_2)}} \quad [45]$$

Que, com  $K = 465.000$  N/m,  $m_1 = 6300$  kg e  $m_2 = 800$  kg resulta aproximadamente em 11 rad/s, e também, pela frequência natural de rotação da carreta, que pode ser calculada por:

$$\omega_{\phi_1} = \sqrt{\frac{(K_T + 2 K B^2 - m_2 g L_1)}{(I_1 + m_2 L_1^2)}} \quad [48]$$

Que, com  $K_T = 45.000$  Nm/rad,  $K = 465.000$  N/m,  $m_2 = 800$  kg,  $B = 0,85$  m,  $g = 9,81$  m/s<sup>2</sup>,  $L_1 = 0,2$  m e  $I_1 = 6.850$  kg/m<sup>2</sup> resulta em 10,2 rad/s.

Quando o amortecimento torsional assume o valor de 25.000 Nms/rad, observa-se uma redução na amplificação em torno da primeira frequência natural ( $x_2 / y_{e1} = 2,8$ ), mas um pequeno aumento da amplitude da curva nas frequências maiores, inclusive próximo às frequências de 10 rad/s.

Com um amortecimento torsional de 50.000 Nms/rad a curva se torna suave, com um suave decaimento à medida que a frequência de excitação aumenta. Isto é este valor de amortecimento permite absorver os picos nas frequências naturais e “distribuir” essa energia nas demais frequências.

À medida que o amortecimento torsional continua a aumentar, observa-se uma mudança na forma das curvas, com o aparecimento de picos em torno de seis rad/s. Isto se explica pelo aumento do acoplamento entre a torre e a carreta. Assim toda a energia introduzida pelo pneu produz uma oscilação conjunta da torre e carreta sobre os pneus.

Na condição de total acoplamento entre a torre e a carreta a frequência natural de oscilação do conjunto pode ser estimada por:

$$\omega_{\phi} = \sqrt{\frac{K_T + 2 K B^2 - m_2 g L_1}{I_1 + I_2 + m_2 (L_1 + L_2)^2}} \quad [54]$$

Se  $K_T = 45.000 \text{ Nm/rad}$ ,  $K = 465.000 \text{ N/m}$ ,  $B = 0,85 \text{ m}$ ,  $m_2 = 800 \text{ kg}$ ,  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ,  $L_1 = 0,2 \text{ m}$ ,  $L_2 = 2,4 \text{ m}$ ,  $I_1 = 6.850 \text{ kg/m}^2$  e  $I_2 = 6.250 \text{ kg/m}^2$  a nova frequência de oscilação conjunta resulta em 6,2 rad/s.

Um pulverizador de pomares pode trafegar em diferentes condições de solo. Normalmente trafega em lavouras onde as ondulações são maiores e a velocidade de transito é baixa. Assim a excitação proveniente dos pneus será de baixa frequência. Mas também pode trafegar em uma estrada pavimentada, onde as ondulações são pequenas e, portanto pode desenvolver uma maior velocidade. Assim será excitado com frequências maiores.

Deste modo é importante encontrar parâmetros adequados para a suspensão que permita conciliar baixa transmissão de energia para a torre em diferentes frequências de excitação. Como ilustra a figura 5.9 isto é conseguido com uma suspensão na articulação P com rigidez  $K_T = 45.000 \text{ Nm/rad}$  e amortecimento  $C_T = 50.000 \text{ Nms/rad}$ .

#### 5.4. Análise de resposta ao sinal de campo agrícola

As análises da resposta transitória e da resposta em frequência do pulverizador são muito úteis na definição dos parâmetros de projeto do equipamento. Mas, é preciso ter em mente que esses sinais de excitação raramente representam condições encontradas no campo agrícola.

Para uma análise da resposta ao um sinal de campo realista, é utilizado o perfil da pista suave da norma ISO-5008 (1979) como sinal de entrada nos pneus esquerdo ( $y_{e1}$ ) e direito ( $y_{e2}$ ) simultaneamente. Esta norma estabelece uma metodologia para avaliação das condições de vibração no posto do operador em tratores agrícolas e apresenta duas condições de pista de prova, uma agressiva e outra suave. Esta última é utilizada na presente análise.

A pista suave da ISO-5008 (1979) é constituída de vários obstáculos (ou irregularidades) de diferentes alturas, disposto transversalmente ao caminhamento do trator a cada 160 mm, ao longo de 100 metros de comprimento. A seqüência de alturas dos obstáculos da trilha esquerda, na qual passa o pneu esquerdo, é distinta da seqüência de altura dos obstáculos da trilha direita, para o pneu direito.

As figuras 5.10 e 5.11 ilustram a seqüência de alturas das irregularidades da pista artificial suave da ISO5008 (1979) respectivamente da trilha esquerda (ou pneu esquerdo) e da trilha direita (ou pneu direito). O Apêndice B apresenta a pista artificial suave da ISO5008 (1979) em forma de tabela.

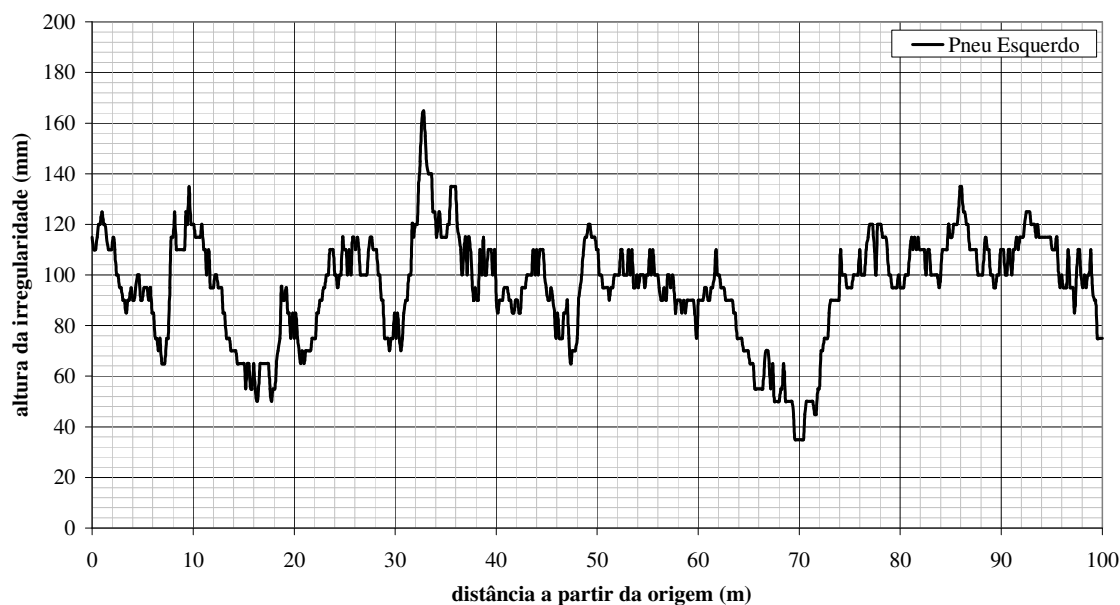


Figura 5.10 Altura das irregularidades da trilha esquerda da pista artificial suave da  
ISO5008 (1979)

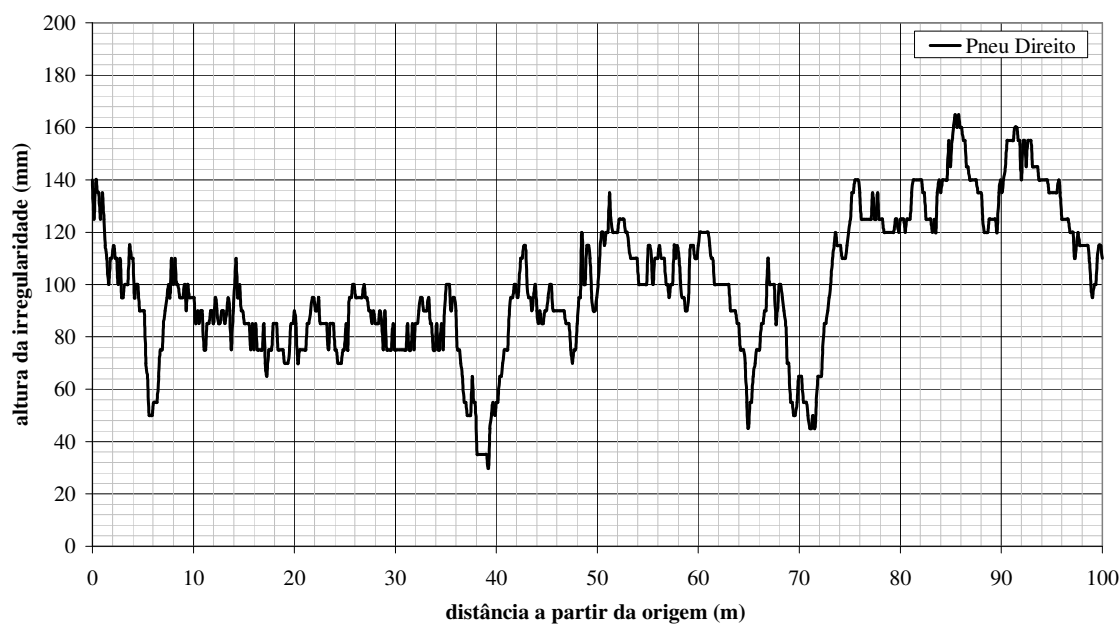


Figura 5.11 Altura das irregularidades da trilha direita da pista artificial suave da  
ISO5008 (1979)

A tabela 5.1 ilustra o comparativo entre os deslocamentos laterais da torre ( $x_2$ ) e respectivas acelerações laterais ( $\ddot{x}_2$ ), resultados das simulações numéricas do modelo não linear excitado pelos pneus com os sinais da pista artificial suave da ISO5008 (1979). São simuladas três velocidades de caminhamento do equipamento pela pista (três, seis e doze quilômetros horários) e duas condições de junção em “P”, uma flexível e outra rígida.

Nesta análise a junção flexível corresponde a uma suspensão em “P” com rigidez torsional  $K_T = 45.000 \text{ Nm/rad}$  e amortecimento torsional  $C_T = 50.000 \text{ Nms/rad}$ . A junção rígida corresponde a uma suspensão com uma rigidez muito elevada ( $K_T = 5.000.000 \text{ Nm/rad}$ ) de modo que acople a torre à carreta.

Os resultados de deslocamentos laterais da torre ( $x_2$ ) e acelerações laterais ( $\ddot{x}_2$ ) obtidos das simulações são sinais temporais. A forma escolhida para avaliar as respostas é a comparação das amplitudes máximas alcançadas pico a pico pelo sinal e a comparação dos valores médios e desvios padrão dos sinais encontrados ao longo do percurso dos 100 metros da pista da ISO5008.

As colunas “Amplificação Rígida/Flexível” apresentam as amplificações das respostas obtidas com a junção rígida em relação às respostas obtidas com a junção flexível.

Analisando a tabela 5.1 observa-se que, para uma velocidade de caminhamento do pulverizador de 3 km/h, o deslocamento lateral pico a pico resulta em 0,27 m na condição de junção flexível e 0,31 m na junção rígida. Neste caso a amplificação “Rígida/Flexível” é 1,2. Ou seja, a utilização de uma junção rígida resulta em deslocamentos máximos 20% superiores a utilização de uma junção flexível.

Nesta mesma velocidade de 3 km/h a aceleração lateral pico a pico é  $1,8 \text{ m/s}^2$  para a junção flexível e  $6,8 \text{ m/s}^2$  para a junção rígida: uma amplificação de 3,8 ou 280%.

Tabela 5.1 Comparativo entre comportamento da torre entre junção flexível e junção rígida em “P”. Modelo não linear. Excitação com sinal de pista suave da ISO5008 (1979) a diferentes velocidades de caminhamento do equipamento.

Modelo não linear	Deslocamento Lateral $x_2$ [m]			Aceleração Lateral $\ddot{x}_2$ [m/s <sup>2</sup> ]		
	Junção Flexível <sup>1</sup>	Junção Rígida <sup>2</sup>	Amplificação Rígida/Flexível	Junção Flexível <sup>1</sup>	Junção Rígida <sup>2</sup>	Amplificação Rígida/Flexível
	Pico a pico	Pico a pico		Pico a pico	Pico a pico	
Veloc. 3 km/h	0,27	0,31	1,2	1,8	6,8	3,8
Veloc. 6 km/h	0,26	0,36	1,4	2,5	10,0	4,0
Veloc. 12 km/h	0,25	0,38	1,5	3,9	12,1	3,1
	Média / Desvio	Média / Desvio		Média / Desvio	Média / Desvio	
Veloc. 3 km/h	-0,01 / 0,05	-0,01 / 0,05	1,0	0,0 / 0,3	0,0 / 1,1	3,8
Veloc. 6 km/h	-0,01 / 0,05	-0,01 / 0,06	1,2	0,0 / 0,4	0,0 / 1,7	4,0
Veloc. 12 km/h	-0,01 / 0,05	-0,01 / 0,07	1,4	0,0 / 0,6	0,0 / 2,1	3,4

Junção Flexível<sup>1</sup>:  $K_T = 45.000$  Nm/rad e  $C_T = 50.000$  Nms/rad.

Junção Rígida<sup>2</sup>:  $K_T = 5.000.000$  Nm/rad e  $C_T = 50.000$  Nms/rad.

Duplicando a velocidade de caminhada para 6 km/h, que corresponde a velocidade usual em termos de pulverização de pomares, a amplitude máxima em deslocamento de 0,26 m praticamente não se altera com a junção flexível. Com a junção rígida o deslocamento pico a pico eleva-se para 0,36 m, e a amplificação para 1,4 ou 40%. A aceleração com a junção flexível sobe para  $2,5 \text{ m/s}^2$  enquanto que na junção rígida sobe para  $10,0 \text{ m/s}^2$ . A amplificação neste caso é de quatro vezes ou 300%.

Duplicando novamente a velocidade de caminhada para 12 km/h, que corresponde a uma velocidade bastante alta em termos usuais de pulverização de pomares. Na prática esta velocidade não é praticada dadas as limitações dos equipamentos atuais de pulverização.

A 12 km/h a amplitude de deslocamento lateral praticamente não se alteram. Mas as acelerações crescem para  $3,9 \text{ m/s}^2$  e  $12,1 \text{ m/s}^2$ , aumentando 56% e 21% respectivamente para a junção flexível e rígida.

A 12 km/h a amplificação entre a aceleração da junção rígida é 3,1 vezes a aceleração resultante com o uso da junção flexível.

Observa-se ainda na tabela 5.1 que as médias dos sinais de deslocamentos e acelerações estão sempre muito próximas a zero. As amplificações em termos de desvios padrão dos sinais apresentam muita similaridade para as amplificações com os sinais pico a pico anteriormente discutidos.

Dessa análise constata-se que, para qualquer faixa de velocidade, o uso de uma suspensão na junção da torre com a carreta contribui positivamente para reduzir deslocamentos laterais e especialmente as acelerações laterais da torre. Assim pode-se melhorar a estabilidade da torre e especialmente reduzindo-se os esforços estruturais envolvidos.



No Apêndice E são apresentados os resultados das simulações utilizando o modelo linear de equações, com resultados bastante semelhantes aos encontrados na tabela 5.1, de onde também se poderiam tirar as mesmas considerações acima.

Finalizando a análise de pista, se faz necessário avaliar a estabilidade do equipamento enquanto transita pela pista a diferentes velocidades. É necessário avaliar se não ocorrem condições que provoquem um eventual tombamento do equipamento.

Neste sentido recorre-se à análise das reações normais dos pneus da carreta sobre o solo. Pois, reações negativas indicam a perda de contato do pneu com o solo. A determinação das reações normais dos pneus com o solo é conseguida por meio das seguintes equações abaixo (vide figura 2.4):

$$R_1 = F_1 + F_2 \quad [52]$$

$$R_2 = F_3 + F_4 \quad [53]$$

Onde  $R_1$  e  $R_2$  representam, respectivamente, as reações normais dos pneus esquerdo e direito da carreta sobre o solo.

A tabela 5.2 apresenta os valores mínimos e máximos alcançados pelas reações normais dos pneus da carreta durante o trajeto em pista artificial suave da ISO5008 (1979), para junções flexíveis e rígidas entre a torre e a carreta, utilizando o modelo não linear de equações de movimento.

Na análise da tabela 5.2 observa-se que trafegando com uma velocidade de 12 km/h com uma junção rígida entre a torre e a carreta, tanto a reação normal no pneu esquerdo quanto no pneu direito assumem valores mínimos negativos, indicando que ao menos em dois momentos do trajeto ocorre uma grave condição de instabilidade: o tombamento do equipamento. Observa-se que isso não ocorre com a utilização de uma junção flexível entre a torre a carreta.

Tabela 5.2 Valores mínimos e máximos das reações normais nos pneus em pista artificial suave da ISO5008 (1979).

Modelo não linear	Reações normais nos pneus [kN]			
	Junção Flexível <sup>1</sup>		Junção Rígida <sup>2</sup>	
	Pneu esquerdo Mín. / Máx.	Pneu direito Mín. / Máx.	Pneu esquerdo Mín. / Máx.	Pneu direito Mín. / Máx.
Veloc. 3 km/h	19,9 / 53,5	18,5 / 65,1	17,6 / 53,5	19,8 / 65,1
Veloc. 6 km/h	22,0 / 53,5	17,7 / 65,1	14,5 / 58,5	10,6 / 65,1
Veloc. 12 km/h	17,5 / 55,0	12,7 / 65,1	-2,9 / 62,3	-3,9 / 67,5

Junção Flexível<sup>1</sup>:  $K_T = 45.000 \text{ Nm/rad}$  e  $C_T = 50.000 \text{ Nms/rad}$ .

Junção Rígida<sup>2</sup>:  $K_T = 5.000.000 \text{ Nm/rad}$  e  $C_T = 50.000 \text{ Nms/rad}$ .

Para uma análise mais detalhada da condição de tombamento uma parte dos resultados da simulação a 12 km/h com a junção rígida é apresentada na tabela 5.3.

Observa-se que no instante de tempo  $t = 2,50 \text{ s}$  a reação no pneu direito torna-se negativa (-3,9 kN) enquanto a reação no pneu esquerdo permanece positiva (44,4 kN), indicando que o pneu direito perdeu o contato com o solo. No instante  $t = 3,06 \text{ s}$  a reação no pneu esquerdo torna-se negativa (-2,9 kN) enquanto a reação no pneu esquerdo permanece positiva (42,7 kN). Neste momento o pneu esquerdo perde o contato com solo. Ambos os casos são considerados condições graves de instabilidade.

Tabela 5.3 Reações normais nos pneus trafegando com junção rígida entre torre e carreta, a 12 km/h, em pista artificial suave da ISO5008 (1979).

Tempo [s]	Reação no pneu esquerdo [kN]	Reação no pneu direito [kN]
2,44	58,2	6,0
2,50	44,4	-3,9
2,56	44,1	1,50
...	...	...
2,97	4,6	51,1
3,01	-0,2	48,6
3,06	-2,9	42,7
3,12	5,7	47,4

Assim pode-se concluir neste capítulo:

Da análise de transientes a uma junção flexível com baixa rigidez e amortecimento permite movimentos distintos entre carreta e torre, ou seja, há pouco acoplamento entre elas. À medida que são aumentados os valores de rigidez torsional e amortecimento torsional, enrijecendo a junção, o acoplamento entre torre e carreta aumenta. No limite, torre e carreta oscilam juntas sobre os pneus, em mesma frequência, como um único corpo.

Da análise de frequências pode-se concluir que o uso de uma suspensão pode amenizar a energia transmitida às estruturas quando a excitação pelas frequências naturais do equipamento. Com isso é possível melhorar a estabilidade e utilizar estruturas mais leves.

Da análise de pista constata-se que a baixas velocidades, 3 km horários, o uso da suspensão entre a torre e a carreta contribui pouco para reduzir deslocamentos, mas contribui em muito para reduzir as acelerações na torre. Para velocidade mais altas, 6 ou 12 km horários, o uso da suspensão consegue reduzir em 40% a 50% os deslocamentos laterais e é capaz de reduzir em até quatro vezes as acelerações na torre. O uso de uma suspensão na junção entre a torre e a carreta é imprescindível quando se deseja reduzir esforços estruturais internos ao equipamento, o que pode permitir uma redução de peso do equipamento e aumento de vida das estruturas.

Em especial a velocidade de 12 km/h em pista, a utilização da junção flexível entre a torre e a carreta também evitaria o tombamento do equipamento.

## CONCLUSÕES

Esta pesquisa objetivou o estudo da dinâmica de um pulverizador agrícola do tipo torre, a proposição de um modelo matemático simplificado para representá-lo, a dedução das equações gerais que regem o movimento do modelo, a avaliação dos parâmetros e variáveis para a realização de análises qualitativas e quantitativas das respostas do modelo em função de diferentes sinais de excitação do modelo inclusive o de um campo agrícola. Neste sentido entende-se que atingiu plenamente o seu objetivo.

Objetivou ainda a análise da estabilidade do modelo na busca de condições de instabilidade e eventualmente caos. Neste sentido também se entende ter alcançado seus objetivos, pois foi possível realizar considerações em relação aos parâmetros de projeto que permitam a estabilidade do equipamento. Mantidas as condições de estabilidade não foram observados sinais significativos de caos nos deslocamentos laterais da torre.

Pode-se concluir ainda que o modelo matemático apresentado, em especial o modelo não linear, responde de maneira coerente às excitações, embora a validação do modelo em relação ao equipamento real requer medições de campo utilizando o equipamento real. Essas medições fogem ao escopo desta pesquisa e serão oportunamente desenvolvidos em futuros trabalhos.

A utilização do modelo em simulações numéricas possibilita reconhecer e escolher soluções de engenharia e avaliar as grandezas dos principais parâmetros de projeto sem a necessidade de construção física do um protótipo.

Constata-se que, a partir de determinados valores de rigidezes torsionais da junção flexível a resposta transitória em deslocamentos horizontais da torre não se altera significativamente, sendo possível estabelecer limites mínimos e máximos para o desenvolvimento do projeto.

Constata-se ainda que, uma vez definido um valor para a rigidez torsional, as variações nos valores de amortecimento torsional, interferem significativamente no tempo de acomodação, sem alterar os deslocamentos horizontais da torre após o regime transitório.

Também, foi possível concluir que é possível encontrar valores ótimos para os parâmetros da suspensão, que resultem em valores mínimos de deslocamentos horizontais da torre nos instantes de pico, ou seja, produzem os valores mínimos de sobre-sinais máximos percentuais,  $M_p$ . Assim é possível indicar limites de projeto para esses parâmetros, ou seja, indicar níveis mínimos abaixo dos quais há grandes variações na resposta, e níveis máximos, acima dos quais cresce o investimento sem que ocorra melhoria significativa nas respostas desejadas.

Pode-se constatar ainda, que sob o ponto de vista de estabilidade, sempre que possível um projeto deve contemplar grandes bitolas, desde que limitadas em função do espaço disponível.

Também foi possível verificar nas análises de sensibilidade que há um limite máximo para a altura da articulação da torre (articulação “P”) acima da qual os resultados em termos de estabilidade da torre pioram.

Na análise de transientes a utilização de uma torre rígida, sem articulação, produz os menores deslocamentos horizontais da torre, uma vez que torre e carreta oscilam como um único corpo rígido sob os pneus. Contudo na análise de pista ocorre o contrário, com a junção rígida resultando em deslocamentos maiores e aumentando consideravelmente os esforços estruturais a qualquer velocidade de caminhamento.

Também foi possível verificar que o amortecimento dos pneus interfere pouco na estabilidade lateral da torre articulada, mas que quanto maior as rigidezes dos pneus menores são os deslocamentos laterais da torre.

Nesse contexto é possível concluir que a utilização de uma estrutura em pêndulo invertido, articuladamente unida à carreta e dotada de suspensão, tem potencial para melhorar a estabilidade, diminuir as amplitudes das oscilações, e reduzir as acelerações e esforços estruturais, quando comparada com uma estrutura rigidamente unida à carreta.

Para estudos práticos no campo agrícola, onde se observam pequenas amplitudes nas oscilações, o modelo linear apesar da perda de precisão, se aproxima do modelo não-linear. Desta forma, poder-se-ia considerar apenas o uso do modelo linearizado, que é mais simples e de processamento matemático mais rápido, para a análise de casos reais de solo agrícola.

Da análise de transientes conclui-se que o uso de uma junção flexível permite movimentos distintos entre carreta e torre, ou seja, há pouco acoplamento entre elas. À medida que são aumentados os valores de rigidez torsional e amortecimento torsional, enrijecendo a junção, o acoplamento entre torre e carreta aumenta. No limite, torre e carreta oscilam juntas sobre os pneus, em mesma frequência, como um único corpo.

Das análises de pista constata-se que a baixas velocidades, 3 km horários, o uso da suspensão entre a torre e a carreta contribui para reduzir em 20% os deslocamentos laterais da torre, e permite reduzir em mais de três vezes as acelerações laterais da torre. A velocidade mais altas, 6 ou 12 km horários, o uso da suspensão consegue reduzir em 40% a 50% os deslocamentos laterais e é capaz de reduzir em até quatro vezes as acelerações na torre. Em especial a velocidade de 12 km/h em pista, a utilização da junção flexível entre a torre e a carreta evita a ocorrência de perda de contato dos pneus com o solo, que se caracteriza por uma grave condição de instabilidade.

Assim, pode-se concluir que a utilização de uma estrutura articulada dotada de suspensão adequada na junção pode isolar significativamente a energia transferida da carreta para a torre no campo agrícola, reduz significativamente os deslocamentos e

acelerações laterais da torre, e ainda contribui para evitar condições de instabilidade por perda de contato dos pneus com o solo quando trafegando a 12 km/h.

Uma vez verificado que as forças internas e conseqüentemente os danos por fadiga são proporcionais às acelerações, pode-se concluir que baixar os níveis de aceleração contribui para o projeto de um equipamento com vida mais longa.

Em uma próxima fase, de doutoramento, pretende-se comparar os resultados do modelo linear e não-linear com medições de campo do equipamento real, avaliar a influência do efeito giroscópico dos ventiladores sobre a estabilidade da torre, avaliar os efeitos da utilização de elementos de suspensão no eixo da carreta e avaliar sistemas de controle para corrigir a verticalidade da torre.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BALDI, M.. **Desenvolvimento de um sistema de Suspensão Hidropneumática para uso em Máquinas Agrícolas**. 2004. 124 f. Dissertação de Mestrado - Comissão de Pós-graduação em Engenharia Mecânica - Departamento de Mecânica Computacional, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade de Campinas UNICAMP, 2004.

BALTHAZAR, J.M., OLIVEIRA, V.A., SILVA, G.N., ROSÁRIO, J.M. (editores). **Aplicações em Dinâmica e Controle**. Associação Brasileira de Ciências Mecânicas (ABCM) e Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional (SBMAC), São Carlos, 2001. 501 f. ISBN 85-85769-09-2.

BEARDS, C. E. **Structural Vibration: Analysis and Damping**. Arnold, member of the Hodder Headline Gro 338 Euston Road, London, 1996.

BERNHARD, B., SCHLOTTER, V., KUTZBACH, H. D.. **Spring and Damping Characteristics of Water-filled Tyres**, 2001 ASAE Annual International Meeting, Sacramento, California, USA , July 30-August 1, 2001.

BISHOP, R. H.. **Modern Control Systems Analysis & Design Using Matlab and Simulink**- Addison Wesley Longman, Inc. Menlo Park, Califórnia, 251 f.; 1997. ISBN 0-201-49846-4.

BOGDANOV, A. **Optimal Control of a Double Inverted Pendulum on a Cart** Department of Computer Science & Electrical Engineering, OGI School of Science & Engineering, OHSU - Technical Report CSE-04-006, December 2004.

CERRUTO E.; D'AMICO, R.; FAILLA S.; SCHILLACI, G., **Effects of axial fan and ground speed on spray coverage and impacts number in citrus groves**. International conference on agricultural engineering, 1998, Oslo. Paper. Oslo *AgEng98*. Coventry: Academic Press, 1998. 10p. (AgEng Paper, 98-A-020).

CHAPLIN, J., WU, C. **Dynamic Modeling of Field Sprayer** - American Society of Agricultural Engineers, Vol. 36(6), p. 1857-1863, November-December 1989.

D'SOUZA, A. F., GARG, V.K.. **Advanced Dynamics - Modeling and Analysis**. Prentice-Hall, Inc., 1984.



FOX, R.D., BRAZEE, R.D., SVENSSON, S.A., REICHARD, D.L., **Air Jet Velocities From a Cross-flow Fan Sprayer.** Transaction of the ASAE, vol 35(5), September-October 1992.

FROST, A. R.. **A design Procedure for Twin Universal Link Spray Boom Suspensions.** - The British Society for Research in Agricultural Engineering, Vol. 37, p. 179-189, 1987.

GARCIA, R.F., QUEIROZ, D.M., FERNANDES, H.C., MIYAGAKI, O.H. **Simulação do comportamento dinâmico de um conjunto trator-colhedora de feijão.** Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental, v.7, n.3, p.565-571, 2003, Campina Grande, PB, DEAg/UFCEG.

INTERNATIONAL STANDARD ISO 5008. **Agricultural wheeled tractors and field machinery - Measurement of whole-body vibration of the operator.** First edition, 15/05/1979

MEIROVITCH, L. **Methods of Analytical Dynamics.** McGraw-Hill, Inc. 524 f., 1970.

MEIROVITCH, L., **Analytical Methods in Vibrations.** Macmillian Publishing Co., Inc., New York, 1967, 553 f.; ISBN 0-02-380140-9.

MONTEIRO, L. H. A. **Sistemas Dinâmicos** - Editora Livraria da Física, São Paulo, 2006. 625 f.; ISBN: 85-88325-08-X.

NAYFEH, A.H., BALACHANDRAN, B., **Applied Nonlinear Dynamics, Analytical, Computational and Experimental Methods** - John Willey & Sons Inc., 685 p.; 1995 ISBN 0-471-59348-6

OGATA, K. **Engenharia de Controle Moderno.** Editora Prentice/Hall do Brasil Ltda., 929 f., 1982.

OGATA, K. **Projeto de Sistemas Lineares de Controle com Matlab** - Prentice Hall do Brasil.

SALIANI, M., FAROOQ, M., SWEEB, R. D., **Mass Balance of Citrus Spray Applications.** 2007 ASABE Annual International Meeting, Minneapolis, Minnesota, 17 - 20 June 2007

SARTORI JUNIOR, S. **Modelo Dinâmico para um Pulverizador Torre de Pomares Baseado no Modelo de um Pêndulo Invertido.** 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, São José do Rio Preto, SP, Brasil, Maio/2007.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J.M.; PONTES, B.R. **Nonlinear Dynamics of an Orchard Tower Sprayer Based on a Double Inverted Pendulum Model.** COBEM 2007, 19th International Congress of Mechanical Engineering, Brasília, DF, November 5<sup>th</sup> - 9<sup>th</sup>, 2007.

SVENSSON, S.A. **Converging air jets in orchard spraying: Influence on deposition, air velocities and forces on trees.** 2001. 46p. These (Doctoral) – Sveriges Lantbruks Universitet – Swedish University of Agricultural Sciences.

SVENSSON, S.A., BRAZEE, R.D., FOX, R.D., WILLIAMS, K.A. **Air jet velocities in and beyond apples tress from a two cross-flow fan sprayer.** Submitted to Transaction of the ASEA, 2001.

Taylor, R. K., Bashford, L. L., Schrock, M. D. **Methods for Measuring Vertical Tire Stiffness.** American Society of Agricultural Engineers, v. 43(6), p. 1415-1419, 2000.

VEREECKE, E.; LANGENAKENS, J.; DE MOOR, A.; PIETERS, M.; JAEKEN, P. **The air distribution generated by air-assisted sprayers.** International conference on agricultural engineering, 2000, Oslo. Paper. Oslo *AgEng00* Coventry: Academic Press, 2000. 10p. (AgEng Paper, 00-PM-071).

VIERCK, R.K.. **Vibration Analysis.** Second Edition, Thomas Y. Crowell Company, Harper & Row, Publishers, New York, 505 f.; 1979.

WALKLATE, P. J., WEINER, K.L., PARKIN, C.S. **Analysis of and Experimental Measurements Made on a Moving Air-Assisted Sprayer with Two-Dimensional Air-Jets Penetrating a Uniform Crop Canopy.** Journal of Agricultural Engineering Resources 63, pág 365-378, 1996. Silsoe Research Institute.

## APÊNDICE A – Programação em Simulink

Neste apêndice apresenta-se uma descrição da programação em Simulink das equações governantes do movimento dos modelos linear e não-linear.

A figura A-1 ilustra os diagramas de blocos da programação em Matlab® Simulink®. Os blocos na metade superior são responsáveis pela simulação numérica do modelo não linear, enquanto que os blocos na metade inferior realizam a simulação numérica do modelo linearizado. Este arranjo permite que ambos os modelos sejam simulados simultaneamente com os mesmos parâmetros de entrada e com o mesmo sinal de excitação.

A entrada dos parâmetros é realizada por meio de um arquivo Matlab (extensão .m) conforme ilustrado na figura A-2.

Para o sinal de excitação, foram utilizados dois blocos “Signal Builder” para programar todos os pontos da pista suave da ISO 5008-1979, descritos no Apêndice B. Um bloco para o sinal da roda esquerda e outro bloco para o sinal da roda direita. Neste caso a velocidade de caminhamento foi de 6 km horários. Para simular velocidades de caminhamento diferentes é necessário alterar o tempo de percurso da pista. Por exemplo, para 3 km/h serão 120 segundos, para 6 km/h são 60 segundos e para 12 km/h serão 30 segundos.

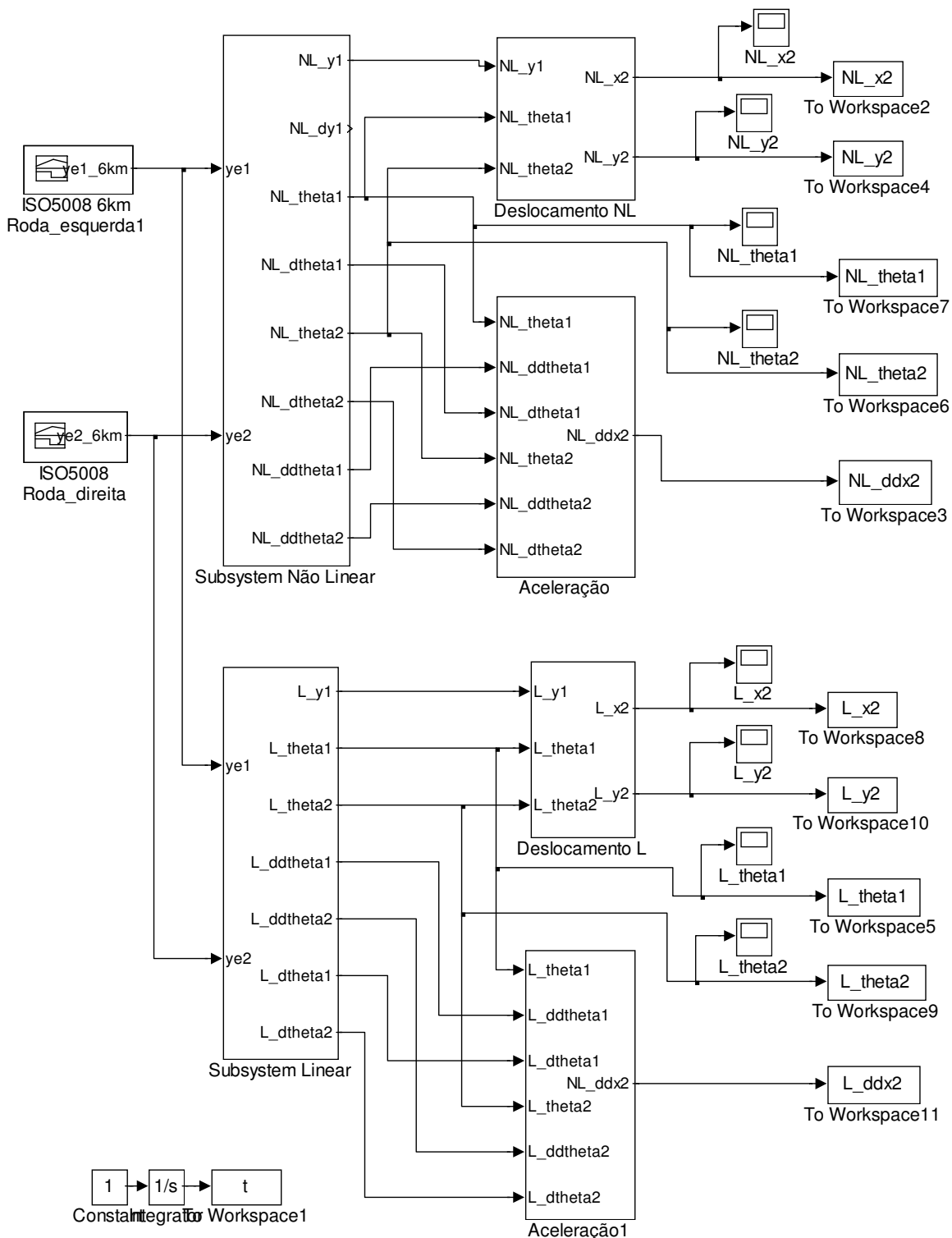


Figura A-1: Diagramas de Blocos Simulink ® - Matlab®.

```

%Dados_entrada.m

%Entrada de dados para modelo pendulo invertido sobre carreta

C=5600    % C1=C2=C
K=465000 %N/m K1=K2=K
Ct=5000   % Nms/rad
Kt=10000  %Nm/rad
M1=6500   %kg
M2=800    %kg
B=0.85    %m assumindo que B1=B2=B
L1=0.2    %m
L2=2.4    %m
I1=6850   %kg m2
I2=6250   %kg m2
g=9.81    %m/s2

```

Figura A-2: Transcrição do arquivo Matlab® (Dados\_entrada.m) para introdução dos parâmetros de entrada para a simulação numérica dos modelos linear e não-linear.

No Apêndice B apresenta-se todos os 626 pontos da pista suave da ISO5008-1979. Esta norma “Agricultural wheeled tractors and field machinery - Measurement of whole-body vibration of the operator”, Tratores agrícolas de pneus e máquinas de campo - Medida da vibração do corpo do operador (tradução livre) estabelece um método de ensaio e medição de vibração corpo do operador. Como sinal de excitação são utilizadas duas

pistas de prova artificiais padronizadas, sendo assim, é possível comparar diferentes tipos de tratores e máquinas agrícolas.

Cada pista consiste de duas faixas paralelas adequadamente espaçadas contemplando a bitola das rodas do trator. A superfície de cada faixa possui uma base de concreto nivelado sobre a qual são firmemente fixadas peças, ou obstáculos, de madeira ou concreto.

As superfícies de cada faixa são definidas por diferentes ordenadas de elevação, sendo que, para a pista suave essas ordenadas estão indicadas no Apêndice B. As ordenadas da faixa esquerda estão indicadas na coluna “L” e a da faixa direita na coluna “R”.

Na pista suave cada obstáculo possui entre 60 e 80 mm de largura e estão igualmente espaçados a cada 160 mm no comprimento total da pista de 100 metros. A figura A-3 abaixo ilustra este esquema para a faixa esquerda e direita.

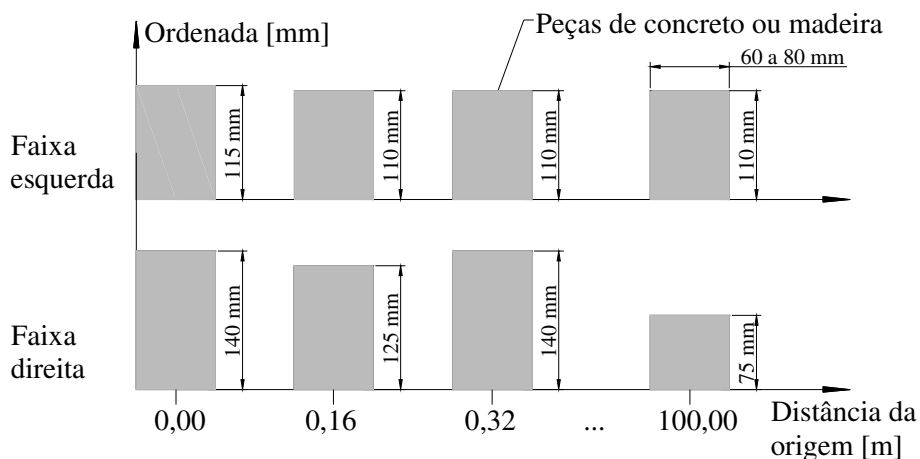


Figura A-3: esquema construtivo da pista suave da ISO5008-1979.

Neste trabalho optou-se por utilizar a pista de prova suave por ser menos severa, mais longa e permitir velocidades de deslocamentos maiores. Para os ensaios de tratores a velocidade recomendada na pista suave é de 12 km/h e 5 km/h na pista severa.

Volta-se à figura A-1, para a programação das equações que governam o movimento no modelo não-linear fora utilizado um bloco “Subsystem” conforme ilustrado na figura A-4 abaixo.

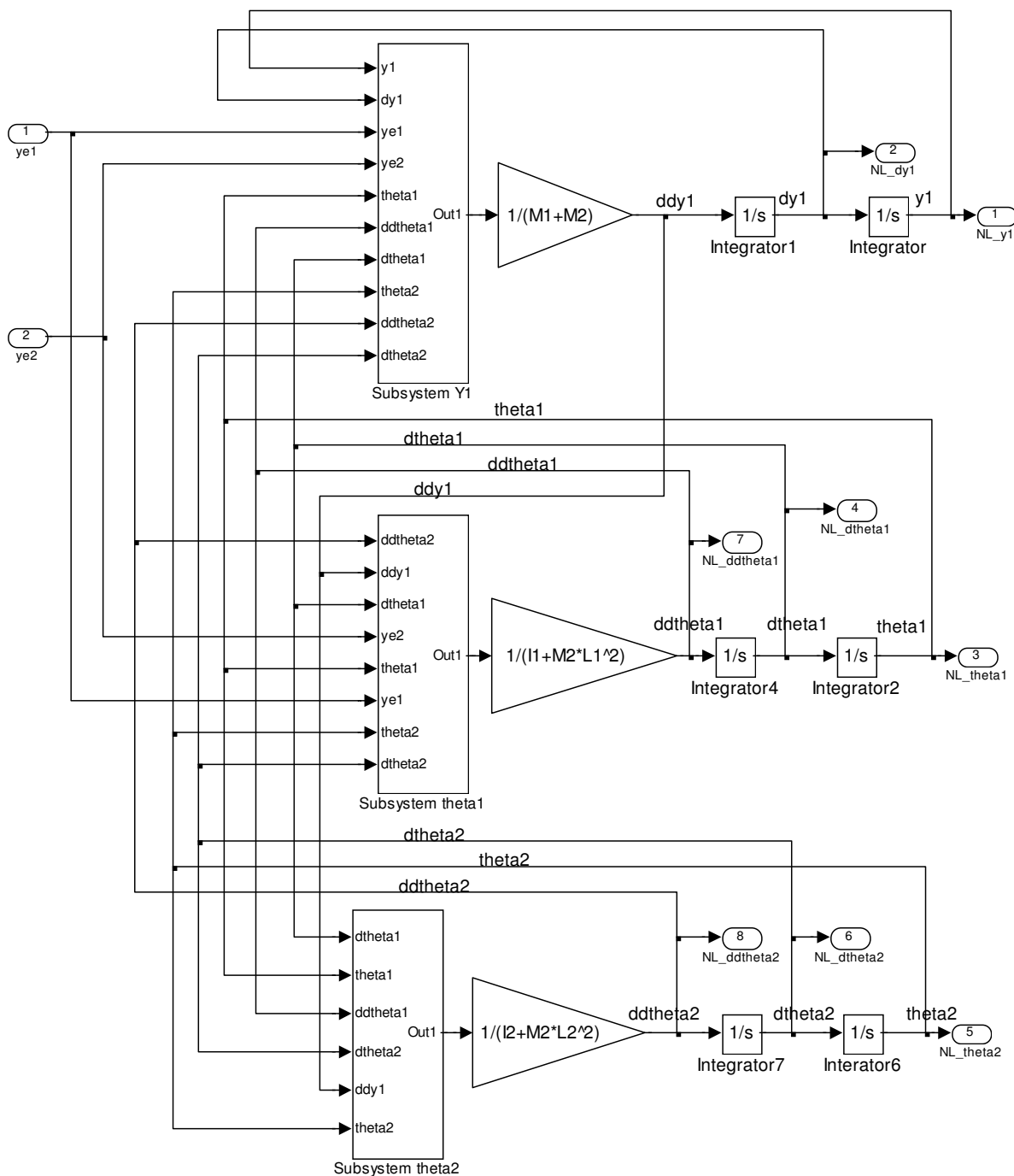


Figura A-4: “Subsystem Não Linear” para as equações de movimento do modelo não-linear

O conjunto de blocos localizados na parte superior da figura A-4 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento vertical do centro de massa da carreta,  $y_1$ :

$$\begin{aligned} (m_1 + m_2)\ddot{y}_1 - m_2 L_1 \ddot{\phi}_1 \sin\phi_1 - m_2 L_2 \ddot{\phi}_2 \sin\phi_2 - m_2 L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos\phi_1 - m_2 L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos\phi_2 \\ + (C_1 + C_2)\dot{y}_1 + (C_2 B_2 - C_1 B_1)\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 + (K_1 + K_2)y_1 + (K_2 B_2 - K_1 B_1)\sin\phi_1 \\ + (m_1 + m_2)g = K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2} \end{aligned} \quad [37]$$

Que rearranjada torna-se:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 = \frac{1}{(m_1 + m_2)} [m_2 L_1 \ddot{\phi}_1 \sin\phi_1 + m_2 L_2 \ddot{\phi}_2 \sin\phi_2 + m_2 L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos\phi_1 + m_2 L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos\phi_2 \\ - (C_1 + C_2)\dot{y}_1 - (C_2 B_2 - C_1 B_1)\dot{\phi}_1 \cos\phi_1 - (K_1 + K_2)y_1 - (K_2 B_2 - K_1 B_1)\sin\phi_1 \\ - (m_1 + m_2)g + K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2}] \end{aligned}$$

Sendo que, a parte da equação compreendida entre colchetes está programada em um outro subsistema, “Subsystem Y1”, ilustrado na figura A-5.

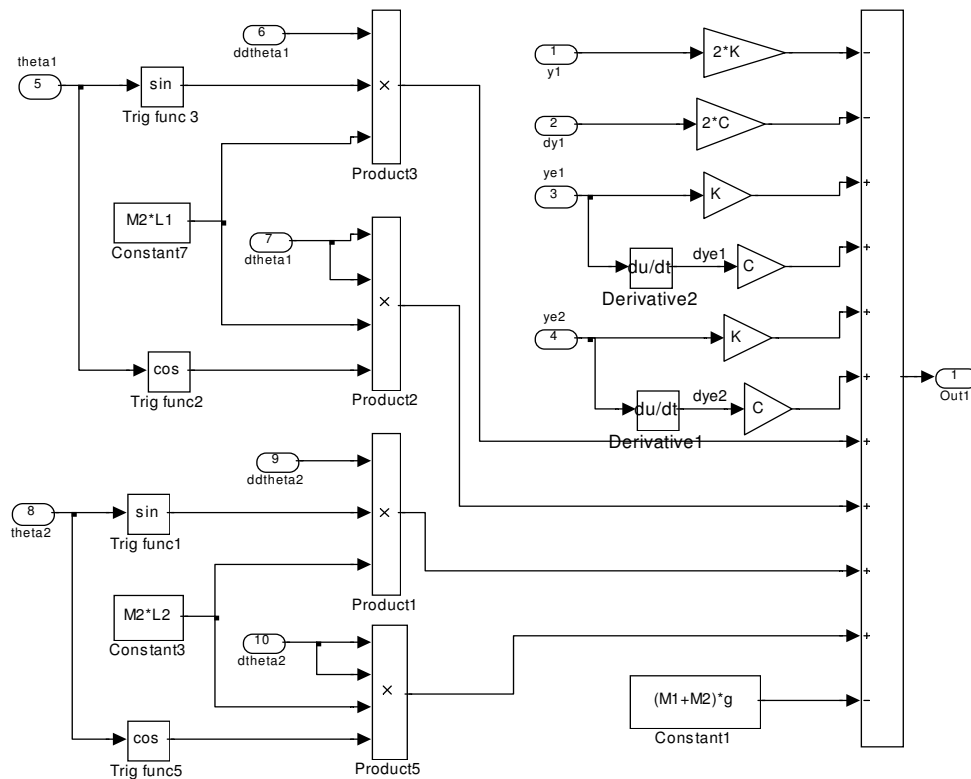


Figura A-5: “Subsystem Y1” para a equação de movimento do centro de massa da carreta



O conjunto de blocos localizados na parte central da figura A-4 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento de inclinação da carreta,  $\phi_1$ :

$$\begin{aligned}
 & -m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{y}_1 + (I_1 + m_2 L_1^2) \ddot{\phi}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 \\
 & -m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 + (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 \dot{y}_1 \\
 & + (C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1) \dot{\phi}_1 - C_T \dot{\phi}_2 + (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \phi_1 y_1 \quad [39] \\
 & + K_T \phi_2 + (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 - m_2 g L_1 \text{sen} \phi_1 = \\
 & = -K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2}
 \end{aligned}$$

Que rearranjada torna-se

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi}_1 = & \frac{1}{(I_1 + m_2 L_1^2)} [m_2 L_1 \text{sen} \phi_1 \ddot{y}_1 - m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_2 + m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_2^2 \\
 & - (C_2 B_2 - C_1 B_1) \cos \phi_1 \dot{y}_1 - (C_T + (C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \cos^2 \phi_1) \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 \\
 & - (K_2 B_2 - K_1 B_1) \cos \phi_1 y_1 - K_T \phi_2 - (K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \text{sen} \phi_1 \cos \phi_1 + m_2 g L_1 \text{sen} \phi_1 \\
 & - K_1 B_1 \cos \phi_1 y_{e1} + K_2 B_2 \cos \phi_1 y_{e2} - C_1 B_1 \cos \phi_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \cos \phi_1 \dot{y}_{e2}]
 \end{aligned}$$

A expressão matemática compreendida entre colchetes está programada em outro subsistema, “Subsystem theta1”, ilustrado na figura A-6.

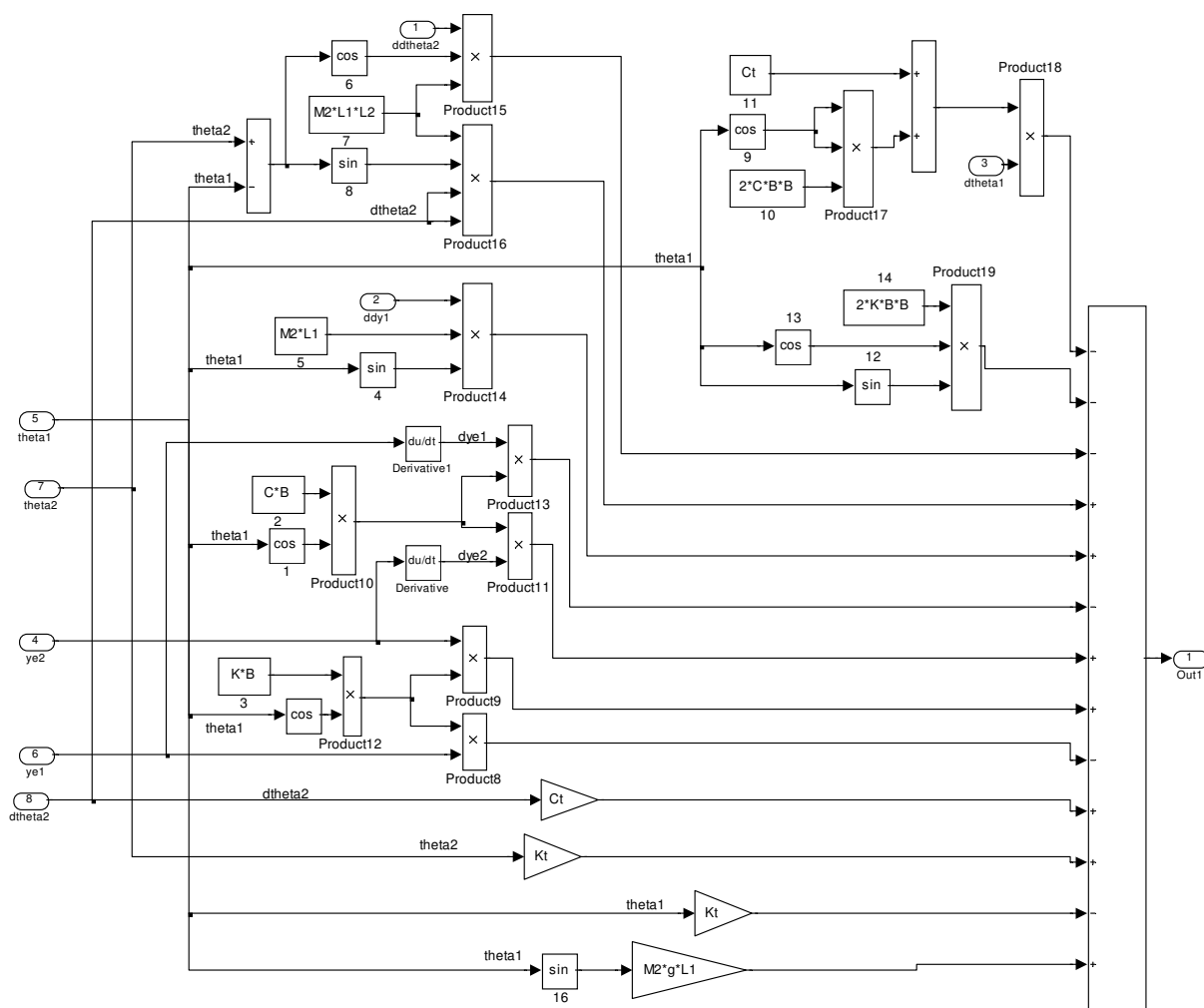


Figura A-6: “Subsystem theta1” para a equação de movimento de inclinação da carreta

( $\phi_1$ )

O conjunto de blocos localizados na parte inferior da figura A-4 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento de inclinação da torre,  $\phi_2$ :

$$\begin{aligned}
 & -m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 + m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 + (I_2 + m_2 L_2^2) \ddot{\phi}_2 \\
 & + m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 - C_T \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 - K_T \phi_1 + K_T \phi_2 - m_2 g L_2 \text{sen} \phi_2 = 0
 \end{aligned} \quad [41]$$

Que rearranjada resulta em:

$$\begin{aligned}
 \ddot{\phi}_2 = & \frac{1}{(I_2 + m_2 L_2^2)} [m_2 L_2 \text{sen} \phi_2 \ddot{y}_1 - m_2 L_1 L_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) \ddot{\phi}_1 \\
 & - m_2 L_1 L_2 \text{sen}(\phi_2 - \phi_1) \dot{\phi}_1^2 + C_T \dot{\phi}_1 - C_T \dot{\phi}_2 + K_T \phi_1 - K_T \phi_2 + m_2 g L_2 \text{sen} \phi_2]
 \end{aligned}$$

Cuja expressão matemática compreendida entre colchetes está programada em um outro subsistema, “Subsystem theta2”, ilustrado na figura A-7.

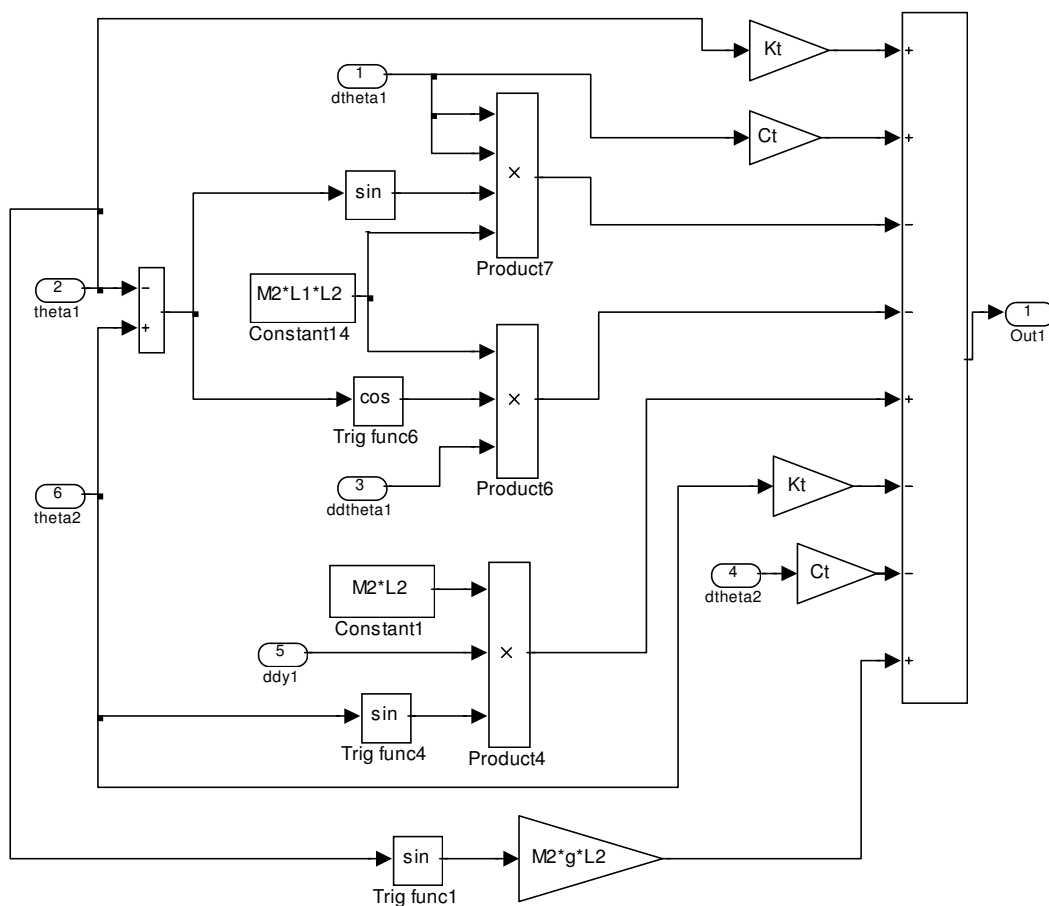


Figura A-7: “Subsystem theta2” para a equação de movimento de inclinação da torre ( $\phi_2$ )

Uma vez determinado os valores de  $y_1, \phi_1$  e  $\phi_2$  os valores de  $x_2$  e  $y_2$  (deslocamentos horizontal e vertical do centro de massa da torre) podem ser calculados por meio das equações:

$$x_2 = x_1 - L_1 \sin \phi_1 - L_2 \sin \phi_2 \quad [12]$$

$$y_2 = y_1 + L_1 \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2 \quad [15]$$

Operação esta realizada na programação Simulink® pelo subsistema “Deslocamento NL” ilustrado na figura A-8 abaixo:

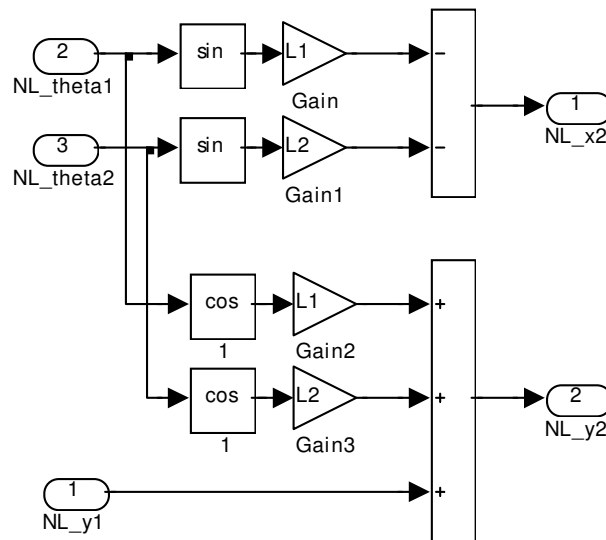


Figura A-8: subsistema “Deslocamento NL” para o cálculo de  $x_2$  e  $y_2$ , deslocamentos horizontal e vertical do cento de massa da torre

Uma vez determinado os valores de  $y_1, \ddot{y}_1, \phi_1, \dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1, \phi_2, \dot{\phi}_2$  e  $\ddot{\phi}_2$  os valores de  $\ddot{x}_2$  e  $\ddot{y}_2$  (acelerações horizontal e vertical do cento de massa da torre) podem ser calculados por meio das equações:

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 + L_2 \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 \quad [14]$$

$$\ddot{y}_2 = \ddot{y}_1 - L_1 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 - L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 \quad [17]$$

Operação esta realizada na programação Simulink® pelo subsistema “Aceleração” ilustrado na figura A-9 abaixo:

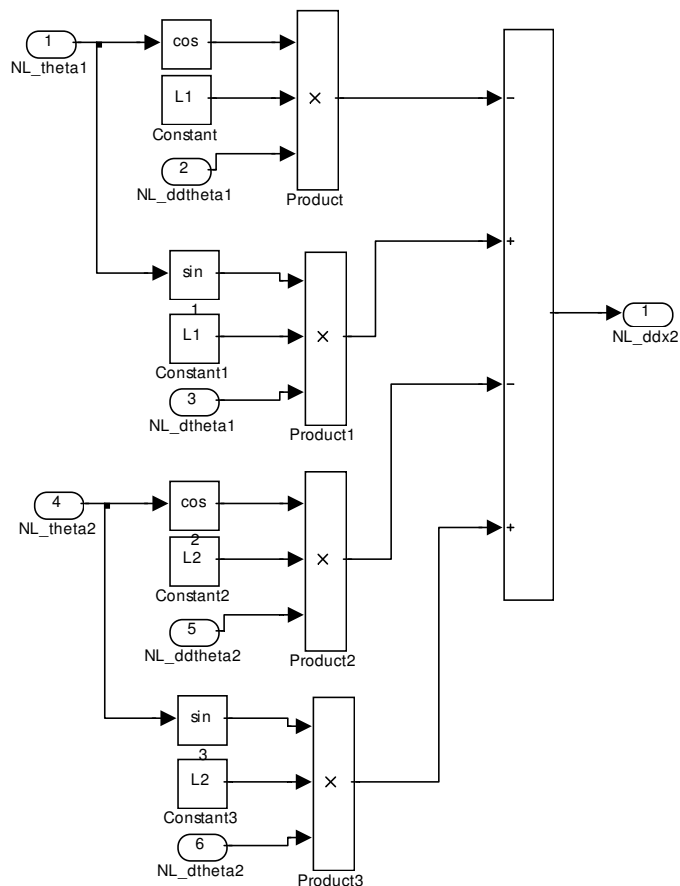


Figura A-9: subsistema “Aceleração” para o cálculo de  $\ddot{x}_2$  e  $\ddot{y}_2$ , acelerações horizontal e vertical do cento de massa da torre.

Analogamente, na figura A-1, para a programação das equações que governam o movimento no modelo linear ser realizada utiliza-se o bloco “Subsystem Linear” é ilustrado na figura A-10 a seguir.

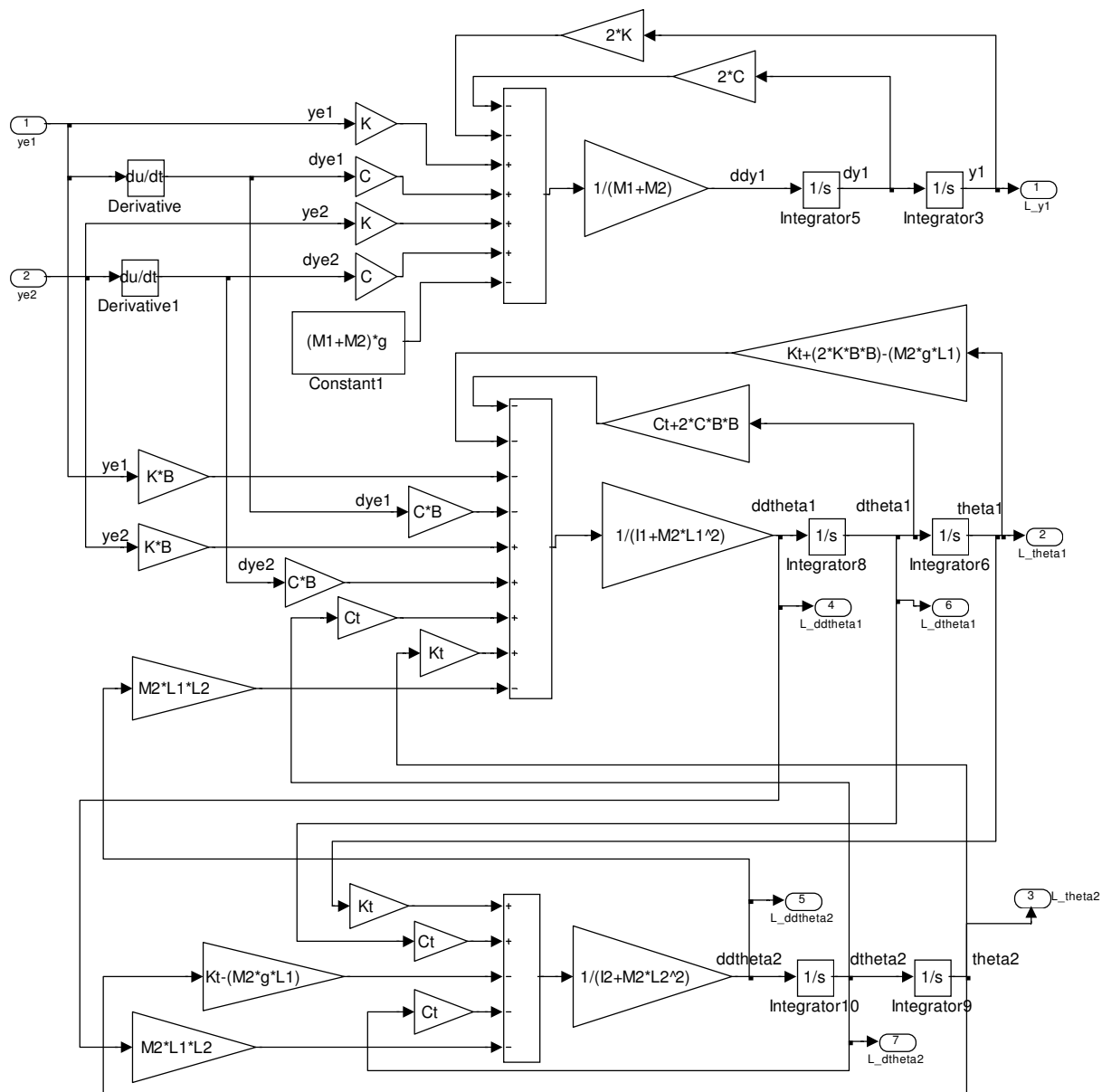


Figura A-10: “Subsystem Linear” para as equações de movimento do modelo linear.

O conjunto de blocos localizados na parte superior da figura A-10 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento vertical do centro de massa da carreta,  $y_1$ :

$$\ddot{y}_1 = \frac{1}{(m_1 + m_2)} [-(C_1 + C_2) \dot{y}_1 - (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{\phi}_1 - (K_1 + K_2) y_1 - (K_2 B_2 - K_1 B_1) \phi_1 - (m_1 + m_2) g + K_1 y_{e1} + K_2 y_{e2} + C_1 \dot{y}_{e1} + C_2 \dot{y}_{e2}]$$

O conjunto de blocos localizados na parte central da figura A-10 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento de inclinação da carreta,  $\phi_1$ :

$$\ddot{\phi}_1 = \frac{1}{(I_1 + m_2 L_1^2)} [-m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_2 - (C_2 B_2 - C_1 B_1) \dot{y}_1 - (C_T + C_1 B_1^2 + C_2 B_2^2) \dot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_2 - (K_2 B_2 - K_1 B_1) y_1 - (K_T + K_1 B_1^2 + K_2 B_2^2) \phi_1 + K_T \phi_2 - K_1 B_1 y_{e1} + K_2 B_2 y_{e2} - C_1 B_1 \dot{y}_{e1} + C_2 B_2 \dot{y}_{e2}]$$

O conjunto de blocos localizados na parte inferior da figura A-10 corresponde a programação em Simulink® da equação de movimento de inclinação da torre,  $\phi_2$ :

$$\ddot{\phi}_2 = \frac{1}{(I_2 + m_2 L_2^2)} [-m_2 L_1 L_2 \ddot{\phi}_1 + C_T \dot{\phi}_1 - C_T \dot{\phi}_2 + K_T \phi_1 - (K_T - m_2 g L_2) \phi_2]$$

Novamente, uma vez determinado os valores de  $y_1, \phi_1$  e  $\phi_2$  os valores de  $x_2$  e  $y_2$  (deslocamentos horizontal e vertical do centro de massa da torre) podem ser calculados por meio das equações:

$$x_2 = x_1 - L_1 \sin \phi_1 - L_2 \sin \phi_2 \quad [12]$$

$$y_2 = y_1 + L_1 \cos \phi_1 + L_2 \cos \phi_2 \quad [15]$$

Operação esta realizada na programação Simulink® pelo subsistema “Deslocamento L” ilustrado na figura A-11.

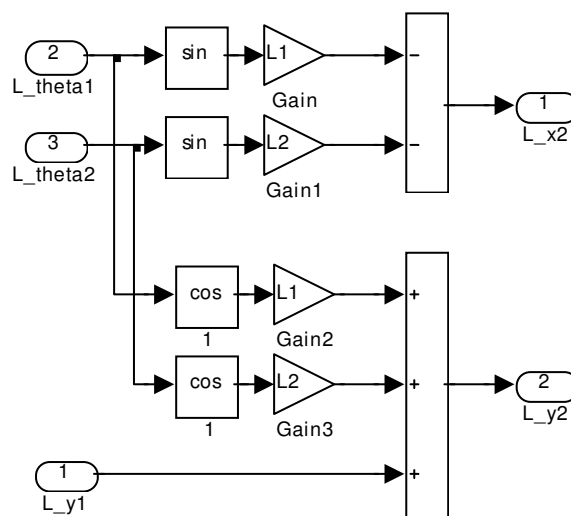


Figura A-11: subsistema “Deslocamento NL” para o cálculo de  $x_2$  e  $y_2$ , deslocamentos horizontal e vertical do cento de massa da torre

E também, uma vez determinado os valores de  $y_1, \ddot{y}_1, \phi_1, \dot{\phi}_1, \ddot{\phi}_1, \phi_2, \dot{\phi}_2$  e  $\ddot{\phi}_2$  os valores de  $\ddot{x}_2$  e  $\ddot{y}_2$  (acelerações horizontal e vertical do cento de massa da torre) podem ser calculados por meio das equações:

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 + L_1 \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 + L_2 \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 \quad [14]$$

$$\ddot{y}_2 = \ddot{y}_1 - L_1 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_1 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 - L_2 \ddot{\phi}_2 \sin \phi_2 - L_2 \dot{\phi}_2^2 \cos \phi_2 \quad [17]$$

Operação esta realizada na programação Simulink® pelo subsistema “Aceleração I” ilustrado na figura A-12.



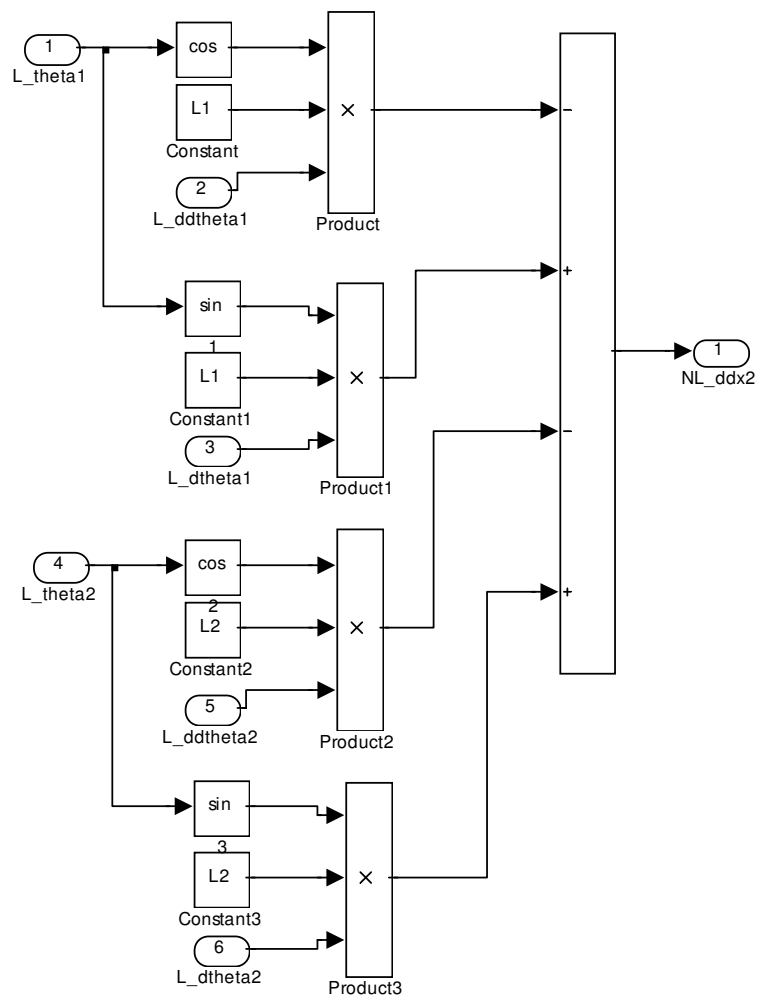


Figura A-12: subsistema “Aceleração” para o cálculo de  $\ddot{x}_2$  e  $\ddot{y}_2$ , acelerações horizontal e vertical do cento de massa da torre.

## APÊNDICE B - Pista de Provas Normalizada - ISO5008-1979(A)

Pista suave - Ordenadas das elevações com base em uma linha base arbitrária

D = distância da origem (m)

L = ordenada na trilha esquerda (mm)

R = ordenada na trilha direita (mm)

T = tempo (s)

Velocidade de deslocamento	6,0	km/h
	1,67	m/s

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
1	0,00	115	140	0,00
2	0,16	110	125	0,10
3	0,32	110	140	0,19
4	0,48	115	135	0,29
5	0,64	120	135	0,38
6	0,80	120	125	0,48
7	0,96	125	135	0,58
8	1,12	120	125	0,67
9	1,28	120	115	0,77
10	1,44	115	110	0,86
11	1,60	110	100	0,96
12	1,76	110	110	1,06
13	1,92	110	110	1,15
14	2,08	115	115	1,25
15	2,24	110	110	1,34
16	2,40	100	110	1,44
17	2,56	100	100	1,54
18	2,72	95	110	1,63
19	2,88	95	95	1,73
20	3,04	90	95	1,82
21	3,20	90	100	1,92
22	3,36	85	100	2,02
23	3,52	90	100	2,11
24	3,68	90	115	2,21
25	3,84	95	110	2,30
26	4,00	90	110	2,40
27	4,16	90	95	2,50
28	4,32	95	100	2,59
29	4,48	100	100	2,69
30	4,64	100	90	2,78
31	4,80	90	90	2,88
32	4,96	90	90	2,98
33	5,12	95	90	3,07
34	5,28	95	70	3,17
35	5,44	95	65	3,26

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
36	5,60	90	50	3,36
37	5,76	95	50	3,46
38	5,92	85	50	3,55
39	6,08	85	55	3,65
40	6,24	75	55	3,74
41	6,40	75	55	3,84
42	6,56	70	65	3,94
43	6,72	75	75	4,03
44	6,88	65	75	4,13
45	7,04	65	85	4,22
46	7,20	65	90	4,32
47	7,36	75	95	4,42
48	7,52	75	100	4,51
49	7,68	95	95	4,61
50	7,84	115	110	4,70
51	8,00	115	100	4,80
52	8,16	125	110	4,90
53	8,32	110	100	4,99
54	8,48	110	100	5,09
55	8,64	110	95	5,18
56	8,80	110	95	5,28
57	8,96	110	95	5,38
58	9,12	110	100	5,47
59	9,28	125	90	5,57
60	9,44	120	100	5,66
61	9,60	135	95	5,76
62	9,76	120	95	5,86
63	9,92	120	95	5,95
64	10,08	120	95	6,05
65	10,24	115	85	6,14
66	10,40	115	90	6,24
67	10,56	115	85	6,34
68	10,72	115	90	6,43
69	10,88	120	90	6,53
70	11,04	110	75	6,62

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
71	11,20	110	75	6,72
72	11,36	100	85	6,82
73	11,52	110	85	6,91
74	11,68	95	90	7,01
75	11,84	95	90	7,10
76	12,00	95	85	7,20
77	12,16	100	95	7,30
78	12,32	100	90	7,39
79	12,48	95	85	7,49
80	12,64	95	85	7,58
81	12,80	95	90	7,68
82	12,96	85	90	7,78
83	13,12	85	85	7,87
84	13,28	75	90	7,97
85	13,44	75	95	8,06
86	13,60	75	90	8,16
87	13,76	70	75	8,26
88	13,92	70	90	8,35
89	14,08	70	100	8,45
90	14,24	70	110	8,54
91	14,40	65	95	8,64
92	14,56	65	100	8,74
93	14,72	65	90	8,83
94	14,88	65	90	8,93
95	15,04	65	85	9,02
96	15,20	55	85	9,12
97	15,36	65	85	9,22
98	15,52	65	85	9,31
99	15,68	55	75	9,41
100	15,84	55	85	9,50
101	16,00	65	75	9,60
102	16,16	55	85	9,70
103	16,32	50	75	9,79
104	16,48	55	75	9,89
105	16,64	65	75	9,98
106	16,80	65	75	10,08
107	16,96	65	85	10,18
108	17,12	65	70	10,27
109	17,28	65	65	10,37
110	17,44	65	75	10,46

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
111	17,60	55	75	10,56
112	17,76	50	75	10,66
113	17,92	55	85	10,75
114	18,08	55	85	10,85
115	18,24	65	85	10,94
116	18,40	70	75	11,04
117	18,56	75	75	11,14
118	18,72	95	75	11,23
119	18,88	90	75	11,33
120	19,04	90	70	11,42
121	19,20	95	70	11,52
122	19,36	85	70	11,62
123	19,52	85	75	11,71
124	19,68	75	85	11,81
125	19,84	85	85	11,90
126	20,00	75	90	12,00
127	20,16	85	85	12,10
128	20,32	75	70	12,19
129	20,48	70	75	12,29
130	20,64	65	75	12,38
131	20,80	70	75	12,48
132	20,96	65	75	12,58
133	21,12	70	75	12,67
134	21,28	70	85	12,77
135	21,44	70	85	12,86
136	21,60	70	90	12,96
137	21,76	75	95	13,06
138	21,92	75	95	13,15
139	22,08	75	90	13,25
140	22,24	85	90	13,34
141	22,40	85	95	13,44
142	22,56	90	85	13,54
143	22,72	90	85	13,63
144	22,88	95	85	13,73
145	23,04	95	85	13,82
146	23,20	100	85	13,92
147	23,36	100	75	14,02
148	23,52	110	85	14,11
149	23,68	110	85	14,21
150	23,84	110	85	14,30

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
151	24,00	100	75	14,40
152	24,16	100	75	14,50
153	24,32	95	70	14,59
154	24,48	100	70	14,69
155	24,64	100	70	14,78
156	24,80	115	75	14,88
157	24,96	110	75	14,98
158	25,12	110	85	15,07
159	25,28	100	75	15,17
160	25,44	110	95	15,26
161	25,60	100	95	15,36
162	25,76	115	100	15,46
163	25,92	115	100	15,55
164	26,08	110	95	15,65
165	26,24	115	95	15,74
166	26,40	110	95	15,84
167	26,56	100	95	15,94
168	26,72	100	95	16,03
169	26,88	100	100	16,13
170	27,04	100	95	16,22
171	27,20	100	95	16,32
172	27,36	110	90	16,42
173	27,52	115	90	16,51
174	27,68	115	85	16,61
175	27,84	110	90	16,70
176	28,00	110	85	16,80
177	28,16	110	85	16,90
178	28,32	100	85	16,99
179	28,48	100	90	17,09
180	28,64	90	85	17,18
181	28,80	90	75	17,28
182	28,96	75	90	17,38
183	29,12	75	75	17,47
184	29,28	75	75	17,57
185	29,44	70	75	17,66
186	29,60	75	75	17,76
187	29,76	75	85	17,86
188	29,92	85	75	17,95
189	30,08	75	75	18,05
190	30,24	85	75	18,14

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
191	30,40	75	75	18,24
192	30,56	70	75	18,34
193	30,72	75	75	18,43
194	30,88	85	75	18,53
195	31,04	90	75	18,62
196	31,20	90	85	18,72
197	31,36	100	75	18,82
198	31,52	100	75	18,91
199	31,68	120	85	19,01
200	31,84	115	75	19,10
201	32,00	120	85	19,20
202	32,16	120	85	19,30
203	32,32	135	90	19,39
204	32,48	145	95	19,49
205	32,64	160	95	19,58
206	32,80	165	90	19,68
207	32,96	155	90	19,78
208	33,12	145	90	19,87
209	33,28	140	95	19,97
210	33,44	140	85	20,06
211	33,60	140	85	20,16
212	33,76	125	75	20,26
213	33,92	125	75	20,35
214	34,08	115	85	20,45
215	34,24	120	75	20,54
216	34,40	125	75	20,64
217	34,56	115	85	20,74
218	34,72	115	75	20,83
219	34,88	115	90	20,93
220	35,04	115	100	21,02
221	35,20	120	100	21,12
222	35,36	120	100	21,22
223	35,52	135	90	21,31
224	35,68	135	95	21,41
225	35,84	135	95	21,50
226	36,00	135	90	21,60
227	36,16	120	75	21,70
228	36,32	115	75	21,79
229	36,48	110	70	21,89
230	36,64	100	65	21,98

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
231	36,80	110	55	22,08
232	36,96	115	55	22,18
233	37,12	100	50	22,27
234	37,28	115	50	22,37
235	37,44	110	50	22,46
236	37,60	100	65	22,56
237	37,76	90	55	22,66
238	37,92	95	55	22,75
239	38,08	90	35	22,85
240	38,24	90	35	22,94
241	38,40	110	35	23,04
242	38,56	100	35	23,14
243	38,72	115	35	23,23
244	38,88	100	35	23,33
245	39,04	100	35	23,42
246	39,20	110	30	23,52
247	39,36	110	45	23,62
248	39,52	110	50	23,71
249	39,68	100	55	23,81
250	39,84	110	50	23,90
251	40,00	90	55	24,00
252	40,16	85	55	24,10
253	40,32	90	65	24,19
254	40,48	90	65	24,29
255	40,64	90	70	24,38
256	40,80	95	75	24,48
257	40,96	95	75	24,58
258	41,12	95	75	24,67
259	41,28	90	90	24,77
260	41,44	90	95	24,86
261	41,60	85	95	24,96
262	41,76	85	100	25,06
263	41,92	90	100	25,15
264	42,08	90	95	25,25
265	42,24	85	100	25,34
266	42,40	85	110	25,44
267	42,56	95	110	25,54
268	42,72	95	115	25,63
269	42,88	95	115	25,73
270	43,04	100	100	25,82

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
271	43,20	100	95	25,92
272	43,36	100	95	26,02
273	43,52	100	90	26,11
274	43,68	110	95	26,21
275	43,84	100	100	26,30
276	44,00	110	90	26,40
277	44,16	100	85	26,50
278	44,32	110	90	26,59
279	44,48	110	85	26,69
280	44,64	110	85	26,78
281	44,80	100	90	26,88
282	44,96	95	90	26,98
283	45,12	90	95	27,07
284	45,28	90	100	27,17
285	45,44	95	100	27,26
286	45,60	90	90	27,36
287	45,76	85	90	27,46
288	45,92	75	90	27,55
289	46,08	85	90	27,65
290	46,24	75	90	27,74
291	46,40	75	90	27,84
292	46,56	75	90	27,94
293	46,72	85	90	28,03
294	46,88	85	85	28,13
295	47,04	90	85	28,22
296	47,20	75	85	28,32
297	47,36	65	75	28,42
298	47,52	70	70	28,51
299	47,68	70	75	28,61
300	47,84	70	75	28,70
301	48,00	75	85	28,80
302	48,16	90	95	28,90
303	48,32	95	95	28,99
304	48,48	100	120	29,09
305	48,64	110	100	29,18
306	48,80	115	100	29,28
307	48,96	115	115	29,38
308	49,12	120	115	29,47
309	49,28	120	110	29,57
310	49,44	115	95	29,66

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
311	49,60	115	90	29,76
312	49,76	115	90	29,86
313	49,92	110	95	29,95
314	50,08	110	100	30,05
315	50,24	100	110	30,14
316	50,40	100	120	30,24
317	50,56	95	120	30,34
318	50,72	95	115	30,43
319	50,88	95	120	30,53
320	51,04	95	120	30,62
321	51,20	90	135	30,72
322	51,36	95	125	30,82
323	51,52	95	120	30,91
324	51,68	100	120	31,01
325	51,84	100	120	31,10
326	52,00	100	120	31,20
327	52,16	100	125	31,30
328	52,32	110	125	31,39
329	52,48	110	125	31,49
330	52,64	100	125	31,58
331	52,80	100	120	31,68
332	52,96	100	120	31,78
333	53,12	110	115	31,87
334	53,28	100	110	31,97
335	53,44	110	110	32,06
336	53,60	95	110	32,16
337	53,76	95	110	32,26
338	53,92	100	110	32,35
339	54,08	95	100	32,45
340	54,24	100	100	32,54
341	54,40	100	100	32,64
342	54,56	100	100	32,74
343	54,72	95	100	32,83
344	54,88	100	100	32,93
345	55,04	100	115	33,02
346	55,20	110	115	33,12
347	55,36	100	110	33,22
348	55,52	110	100	33,31
349	55,68	100	110	33,41
350	55,84	100	110	33,50

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
351	56,00	100	110	33,60
352	56,16	95	115	33,70
353	56,32	90	110	33,79
354	56,48	90	110	33,89
355	56,64	95	110	33,98
356	56,80	90	100	34,08
357	56,96	100	100	34,18
358	57,12	100	95	34,27
359	57,28	95	100	34,37
360	57,44	100	100	34,46
361	57,60	95	115	34,56
362	57,76	85	110	34,66
363	57,92	90	115	34,75
364	58,08	90	110	34,85
365	58,24	90	100	34,94
366	58,40	85	95	35,04
367	58,56	90	95	35,14
368	58,72	85	90	35,23
369	58,88	90	90	35,33
370	59,04	90	95	35,42
371	59,20	90	115	35,52
372	59,36	90	115	35,62
373	59,52	90	115	35,71
374	59,68	85	110	35,81
375	59,84	75	110	35,90
376	60,00	90	115	36,00
377	60,16	90	120	36,10
378	60,32	90	120	36,19
379	60,48	90	120	36,29
380	60,64	95	120	36,38
381	60,80	95	120	36,48
382	60,96	90	120	36,58
383	61,12	90	115	36,67
384	61,28	95	110	36,77
385	61,44	95	110	36,86
386	61,60	100	100	36,96
387	61,76	110	100	37,06
388	61,92	100	100	37,15
389	62,08	100	100	37,25
390	62,24	95	100	37,34

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
391	62,40	95	100	37,44
392	62,56	95	100	37,54
393	62,72	90	100	37,63
394	62,88	90	100	37,73
395	63,04	90	100	37,82
396	63,20	90	90	37,92
397	63,36	90	90	38,02
398	63,52	85	90	38,11
399	63,68	85	90	38,21
400	63,84	75	85	38,30
401	64,00	75	85	38,40
402	64,16	75	75	38,50
403	64,32	75	75	38,59
404	64,48	70	75	38,69
405	64,64	70	70	38,78
406	64,80	70	55	38,88
407	64,96	70	45	38,98
408	65,12	65	55	39,07
409	65,28	65	55	39,17
410	65,44	65	65	39,26
411	65,60	55	70	39,36
412	65,76	55	75	39,46
413	65,92	55	75	39,55
414	66,08	55	75	39,65
415	66,24	55	85	39,74
416	66,40	55	85	39,84
417	66,56	65	90	39,94
418	66,72	70	90	40,03
419	66,88	70	110	40,13
420	67,04	65	100	40,22
421	67,20	55	100	40,32
422	67,36	65	100	40,42
423	67,52	50	100	40,51
424	67,68	50	85	40,61
425	67,84	50	90	40,70
426	68,00	50	100	40,80
427	68,16	55	100	40,90
428	68,32	55	95	40,99
429	68,48	65	90	41,09
430	68,64	50	85	41,18

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
431	68,80	50	70	41,28
432	68,96	50	70	41,38
433	69,12	50	55	41,47
434	69,28	50	55	41,57
435	69,44	45	50	41,66
436	69,60	35	50	41,76
437	69,76	35	55	41,86
438	69,92	35	65	41,95
439	70,08	35	65	42,05
440	70,24	35	65	42,14
441	70,40	35	55	42,24
442	70,56	45	55	42,34
443	70,72	50	55	42,43
444	70,88	50	50	42,53
445	71,04	50	45	42,62
446	71,20	50	45	42,72
447	71,36	50	50	42,82
448	71,52	45	45	42,91
449	71,68	45	55	43,01
450	71,84	55	65	43,10
451	72,00	55	65	43,20
452	72,16	70	65	43,30
453	72,32	70	75	43,39
454	72,48	75	85	43,49
455	72,64	75	85	43,58
456	72,80	75	90	43,68
457	72,96	85	95	43,78
458	73,12	90	100	43,87
459	73,28	90	110	43,97
460	73,44	90	115	44,06
461	73,60	90	120	44,16
462	73,76	90	115	44,26
463	73,92	90	115	44,35
464	74,08	110	115	44,45
465	74,24	100	110	44,54
466	74,40	100	110	44,64
467	74,56	100	110	44,74
468	74,72	95	115	44,83
469	74,88	95	120	44,93
470	75,04	95	125	45,02

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
471	75,20	95	135	45,12
472	75,36	100	135	45,22
473	75,52	100	140	45,31
474	75,68	100	140	45,41
475	75,84	100	140	45,50
476	76,00	110	135	45,60
477	76,16	100	125	45,70
478	76,32	100	125	45,79
479	76,48	100	125	45,89
480	76,64	110	125	45,98
481	76,80	115	125	46,08
482	76,96	120	125	46,18
483	77,12	120	125	46,27
484	77,28	120	135	46,37
485	77,44	110	125	46,46
486	77,60	100	125	46,56
487	77,76	120	135	46,66
488	77,92	120	125	46,75
489	78,08	120	125	46,85
490	78,24	115	125	46,94
491	78,40	115	120	47,04
492	78,56	115	120	47,14
493	78,72	110	120	47,23
494	78,88	100	120	47,33
495	79,04	100	120	47,42
496	79,20	95	120	47,52
497	79,36	95	120	47,62
498	79,52	95	125	47,71
499	79,68	95	125	47,81
500	79,84	100	120	47,90
501	80,00	95	125	48,00
502	80,16	95	125	48,10
503	80,32	95	125	48,19
504	80,48	100	120	48,29
505	80,64	100	125	48,38
506	80,80	100	125	48,48
507	80,96	110	125	48,58
508	81,12	115	135	48,67
509	81,28	110	140	48,77
510	81,44	115	140	48,86

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
511	81,60	110	140	48,96
512	81,76	115	140	49,06
513	81,92	110	140	49,15
514	82,08	110	140	49,25
515	82,24	110	135	49,34
516	82,40	110	135	49,44
517	82,56	100	125	49,54
518	82,72	110	125	49,63
519	82,88	110	125	49,73
520	83,04	100	125	49,82
521	83,20	100	120	49,92
522	83,36	100	125	50,02
523	83,52	100	120	50,11
524	83,68	100	135	50,21
525	83,84	95	140	50,30
526	84,00	100	135	50,40
527	84,16	110	140	50,50
528	84,32	110	140	50,59
529	84,48	110	140	50,69
530	84,64	110	140	50,78
531	84,80	120	155	50,88
532	84,96	115	145	50,98
533	85,12	115	155	51,07
534	85,28	120	160	51,17
535	85,44	120	165	51,26
536	85,60	120	160	51,36
537	85,76	125	165	51,46
538	85,92	135	160	51,55
539	86,08	135	160	51,65
540	86,24	125	155	51,74
541	86,40	125	155	51,84
542	86,56	120	145	51,94
543	86,72	120	145	52,03
544	86,88	110	140	52,13
545	87,04	110	140	52,22
546	87,20	110	140	52,32
547	87,36	110	140	52,42
548	87,52	110	140	52,51
549	87,68	100	135	52,61
550	87,84	100	135	52,70



Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
551	88,00	100	135	52,80
552	88,16	100	125	52,90
553	88,32	110	120	52,99
554	88,48	115	120	53,09
555	88,64	110	120	53,18
556	88,80	110	125	53,28
557	88,96	100	125	53,38
558	89,12	100	125	53,47
559	89,28	95	125	53,57
560	89,44	95	125	53,66
561	89,60	100	120	53,76
562	89,76	100	135	53,86
563	89,92	110	140	53,95
564	90,08	110	135	54,05
565	90,24	110	140	54,14
566	90,40	100	145	54,24
567	90,56	100	155	54,34
568	90,72	110	155	54,43
569	90,88	110	155	54,53
570	91,04	100	155	54,62
571	91,20	110	155	54,72
572	91,36	110	160	54,82
573	91,52	115	160	54,91
574	91,68	110	155	55,01
575	91,84	115	155	55,10
576	92,00	115	140	55,20
577	92,16	115	155	55,30
578	92,32	120	155	55,39
579	92,48	125	145	55,49
580	92,64	125	155	55,58
581	92,80	125	155	55,68
582	92,96	120	155	55,78
583	93,12	120	145	55,87
584	93,28	120	145	55,97
585	93,44	115	145	56,06
586	93,60	120	145	56,16
587	93,76	115	140	56,26
588	93,92	115	140	56,35
589	94,08	115	140	56,45
590	94,24	115	140	56,54

Pto.	D (m)	L (mm)	R (mm)	T (s)
591	94,40	115	140	56,64
592	94,56	115	140	56,74
593	94,72	115	135	56,83
594	94,88	115	135	56,93
595	95,04	110	135	57,02
596	95,20	110	135	57,12
597	95,36	110	135	57,22
598	95,52	115	135	57,31
599	95,68	100	140	57,41
600	95,84	95	135	57,50
601	96,00	100	125	57,60
602	96,16	95	125	57,70
603	96,32	95	125	57,79
604	96,48	95	125	57,89
605	96,64	110	125	57,98
606	96,80	95	120	58,08
607	96,96	95	120	58,18
608	97,12	95	120	58,27
609	97,28	85	110	58,37
610	97,44	100	115	58,46
611	97,60	110	120	58,56
612	97,76	110	115	58,66
613	97,92	100	115	58,75
614	98,08	95	115	58,85
615	98,24	100	115	58,94
616	98,40	95	115	59,04
617	98,56	100	115	59,14
618	98,72	100	110	59,23
619	98,88	110	100	59,33
620	99,04	95	95	59,42
621	99,20	90	100	59,52
622	99,36	90	100	59,62
623	99,52	75	110	59,71
624	99,68	75	115	59,81
625	99,84	75	115	59,90
626	100,00	75	110	60,00
	Média	95	101	
	Desvio	18	28	
	Máximo	125	160	
	Mínimo	50	30	

## **APÊNDICE C – Método de Determinação da Rigidez de Pneus Agrícolas**

Método de Determinação da Rigidez de Pneus Agrícolas em Carretas utilizado no Laboratório Mecânico de Máquinas Agrícolas Jacto S.A.

- 1.) Posicionar a carreta (pulverizador agrícola a plena carga reservatórios cheios) sobre células de carga tipo plataforma, uma célula para cada roda.
- 2.) Medir as condições iniciais - peso sobre a célula e altura do centro da ponta de eixo em relação ao piso.
- 3.) Com o auxílio de um macaco hidráulico, aplicar força sob o eixo da carreta, aliviando gradativamente o peso da roda sobre a célula. Medir as novas condições de peso e altura, em várias posições, de forma a montar uma curva carga x deformação do pneu. A partir desses dados, calcula-se a constante elástica (rigidez).

Obs: no arquivo em anexo, foram estudadas também a variação de pressão no pneu e a colocação de lastro (água dentro do pneu).

Eng. João Batista Kimura Filho

Máquinas Agrícolas Jacto S.A.

Laboratório Mecânico

Tel. (14) 3405-2100 ramais 6173 / 6172 / 6199

Fax (14) 3405-2343

joao.kimura@jacto.com.br

[www.jacto.com.br](http://www.jacto.com.br)

Tabela C.1 Constantes Elásticas do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot

medida: 500/60-22.5 - 16 lonas

máquina: ARBUS 4000 MULTI SPRAYER

pressão dos pneus (psi)	condição do pneu	roda	constante (kgf/mm)	constante média (kgf/mm)
23	com água	esquerda	40,2	41,2
		direita	42,2	
	sem água	esquerda	35,9	35,9
		direita		
34	com água	esquerda	48,6	49,8
		direita	50,9	
	sem água	esquerda	47,4	47,4
		direita		
46	com água	esquerda	-	-
		direita	-	
	sem água	esquerda	68,2	64,5
		direita	60,9	
42	com água	esquerda	-	-
		direita	-	
	sem água	valor estimado pela curva ajustada		58,3

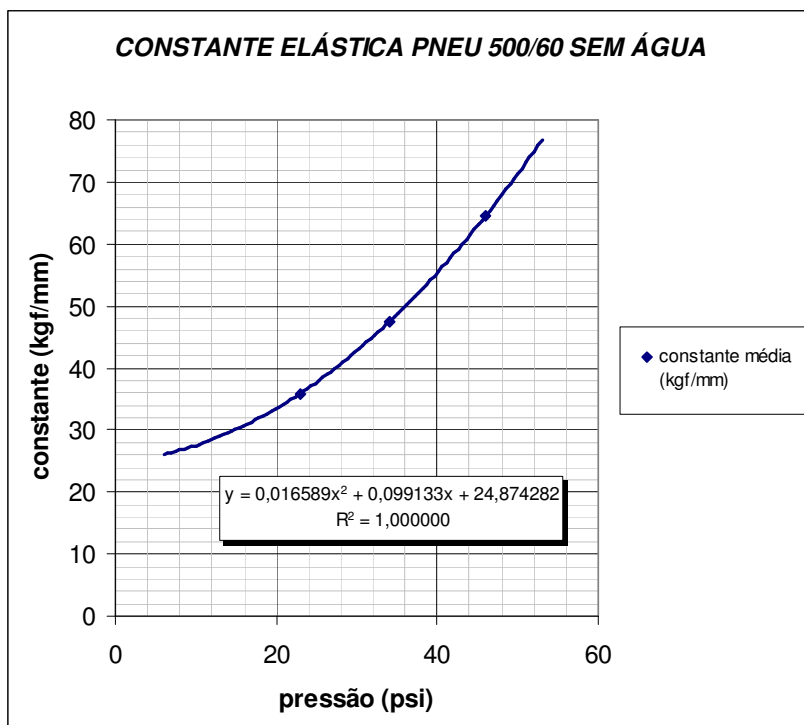


Figura C.1 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot

Tabela C.2 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 23 psi, com lastro de 200 litros de água dentro do pneu.

medições	roda esquerda				roda direita			
	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)
1	227,1	1,519	3658	-	219,5	1,490	3656	-
2	242,0	1,137	2762	60	229,7	1,246	3067	58
3	256,8	0,885	2163	40	234,8	1,143	2818	49
4	271,2	0,625	1539	43	241,6	1,011	2498	47
5	286,0	0,397	984	37	248,1	0,896	2219	43
6	300,7	0,190	474	35	253,8	0,795	1973	43
7	314,9	0,047	118	25	261,0	0,672	1672	42
8					269,0	0,544	1358	39
9					280,8	0,355	890	40
10					293,0	0,184	464	35
11					305,9	0,048	121	27
constante média (kgf/mm)	40,2				42,2			

**Constante elástica média ( 2 pneus ):** **41,2 kgf/mm**

Tabela C.3 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 23 psi, sem lastro de água dentro do pneu.

medições	roda esquerda				roda direita			
	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)
1					216,4	1,438	3531	-
2					229,9	1,148	2830	52
3					244,7	0,898	2224	41
4					259,0	0,654	1628	42
5					274,0	0,418	1047	39
6					288,3	0,209	526	36
7					303,3	0,045	114	27
8					306,3	0,028	71	14
9								
10								
11								
constante média (kgf/mm)					35,9			

**Constante elástica média ( 2 pneus ):** **35,9 kgf/mm**



Tabela C.6 Constante Elástica do Pneu Goodyear 500/60-22.5 Imp Super Flot, com pressão de 34 psi, sem lastro de água dentro do pneu.

medições	roda esquerda				roda direita			
	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)	altura (mm)	leitura ponte (V)	carga (kgf)	constante elástica (kgf/mm)
1	258,5	1,160	2816	-	269,3	1,147	2828	-
2	263,5	0,956	2333	97	276,8	0,878	2175	87
3	267,6	0,816	1998	82	281,5	0,748	1858	67
4	272,1	0,667	1640	80	286,3	0,603	1503	74
5	276,8	0,531	1311	70	291,4	0,471	1178	64
6	281,5	0,404	1001	66	296,4	0,349	875	60
7	286,3	0,295	733	56	302,1	0,237	596	49
8	291,1	0,196	489	51	307,3	0,139	351	47
9	295,6	0,115	288	45	313,0	0,052	132	38
10								
11								
constante média (kgf/mm)	68,2				60,9			

<b>Constante elástica média ( 2 pneus ):</b>	<b>64,5</b>	<b>kgf/mm</b>
--	-------------	---------------

## APÊNDICE D – Estimativa do Fator de Amortecimento e Constante de Amortecimento do Pneu.

Método: Separado um trecho do registro na pista de prova, quando a máquina sai de uma série de obstáculos paralelos e segue num trecho plano, ou seja, assume uma oscilação não forçada. Tomado os valores de quatro oscilações em seqüência (medidos em acelerômetros sobre o eixo da máquina - vide gráfico). Tomada a média das medidas entre roda esquerda e direita. Calculado os decrementos logarítmicos. Calculado o fator de amortecimento e a constante de amortecimento.

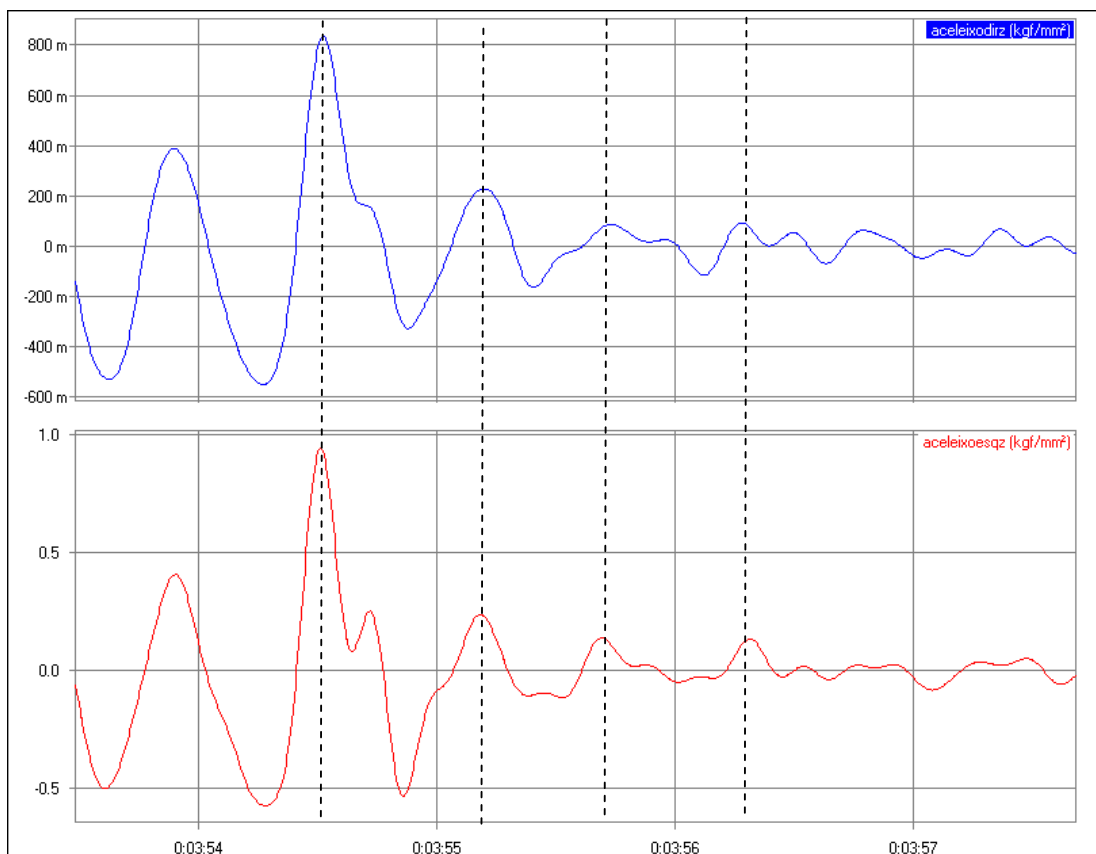


Figura D.1. Sinal de pista captado pelos acelerômetros.

**Tabela D.1: dados gerais.**

massa sobre o pneu (kg)	constante elástica do pneu (kgf/mm)	constante elástica do pneu (N/m)
1650	47,4	464.994
(tanque vazio)	(34 psi nos pneus)	

**Tabela D.2: estimativa do amortecimento - medido pelo sinal dos acelerômetros**

oscilações	amplitude roda direita	amplitude roda esquerda	Amplitude média	Decremento Logarítmico
				$\delta = \ln \left( \frac{x_j}{x_{j+1}} \right)$
$x_0$	0,835	0,941	0,888	
$x_1$	0,228	0,236	0,232	1,38
$x_2$	0,084	0,141	0,113	0,52
$x_3$	0,079	0,138	0,109	0,02

Decremento logarítmico médio	Fator de amortecimento	Amortecimento crítico	Constante de amortecimento (Ns/m)
$\delta_{med}$	$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{(2\pi)^2 + \delta^2}}$	$c_c = 2\sqrt{mk}$	$c = c_c \zeta$
0,64	0,10	55.398	5.613



## **APÊNDICE E – Análise de resposta ao sinal de campo agrícola com modelo linear.**

A tabela E.1 apresenta o resultado das simulações em relação deslocamentos laterais ( $x_2$ ) e acelerações laterais ( $\ddot{x}_2$ ) utilizando o modelo linear excitado pelos pneus com os sinais da pista artificial suave da ISO5008 (1979). São simuladas três velocidades de caminhamento do equipamento pela pista (três, seis e doze quilômetros horários) e duas condições de junção em “P”, uma flexível e outra rígida.

Nesta análise a junção flexível corresponde a uma suspensão em “P” com rigidez torsional  $K_T = 45000$  Nm/rad e amortecimento torsional  $C_T = 50000$  Nms/rad. A junção rígida corresponde a uma suspensão com uma rigidez muito elevada ( $K_T = 5000000$  Nm/rad) de modo que acople a torre à carreta.

Os resultados de deslocamentos laterais da torre ( $x_2$ ) e acelerações laterais ( $\ddot{x}_2$ ) obtidos das simulações são sinais temporais. A forma escolhida para comparar as respostas é a comparação das amplitudes máximas alcançadas pico a pico pelo sinal e a comparação dos valores médios e desvios padrão dos sinais encontrados ao longo do percurso dos 100 metros da pista da ISO5008.

As colunas “Amplificação Rígida/Flexível” apresentam as amplificações das respostas obtidas com a junção rígida em relação às respostas obtidas com a junção flexível.

Verifica-se que os resultados apresentados na tabela E.1 são em ordem de grandeza semelhantes aos apresentados respectivamente na tabela 5.1, podendo-se chegar às mesmas considerações e conclusões dos benefícios do uso da suspensão na junção da torre com a carreta.

Outro aspecto que se pode concluir da comparação entre as tabelas 5.1 e E.1 é que, para simulações de pista, o modelo linear aproxima-se do modelo não linear. Dessa forma, poder-se-ia considerar apenas o uso do modelo linearizado, que é mais simples e de processamento matemático mais rápido, para a análise de casos reais de solo agrícola.

Tabela E.1 Comparativo entre comportamento da torre entre junção flexível e junção rígida em “P”. Modelo não linear. Excitação com sinal de pista suave da ISO5008 (1979) a diferentes velocidades de caminhamento do equipamento.

Modelo linear	Deslocamento Lateral $x_2$ [m]			Aceleração Lateral $\ddot{x}_2$ [m/s <sup>2</sup> ]		
	Junção Flexível <sup>1</sup>	Junção Rígida <sup>2</sup>	Amplificação Rígida/Flexível	Junção Flexível <sup>1</sup>	Junção Rígida <sup>2</sup>	Amplificação Rígida/Flexível
	Pico a pico	Pico a pico		Pico a pico	Pico a pico	
Veloc. 3 km/h	0,21	0,30	1,4	1,8	6,7	3,7
Veloc. 6 km/h	0,21	0,35	1,7	2,4	9,9	4,1
Veloc. 12 km/h	0,20	0,38	1,9	3,9	12,2	3,1
	Média / Desvio	Média / Desvio		Média / Desvio	Média / Desvio	
Veloc. 3 km/h	-0,01 / 0,04	-0,01 / 0,05	1,3	0,0 / 0,3	0,0 / 1,1	3,8
Veloc. 6 km/h	-0,01 / 0,04	-0,01 / 0,06	1,5	0,0 / 0,4	0,0 / 1,7	4,0
Veloc. 12 km/h	-0,01 / 0,04	-0,01 / 0,07	1,8	0,0 / 0,6	0,0 / 2,1	3,4

Junção Flexível<sup>1</sup>:  $K_T = 45.000$  Nm/rad e  $C_T = 50.000$  Nms/rad.

Junção Rígida<sup>2</sup>:  $K_T = 5.000.000$  Nm/rad e  $C_T = 50.000$  Nms/rad.

## APÊNDICE F – Sobre o Autor.

**Sergio Sartori Junior**, 40 anos, brasileiro, casado. [sergio.sartori@ig.com.br](mailto:sergio.sartori@ig.com.br)

Formação Acadêmica:

- Mestrando em Engenharia de Projetos - FEB UNESP Bauru - SP - término previsto 2º semestre de 2008.
- Pós Graduado em Administração Industrial – FUNDAÇÃO VANZOLINI - ESCOLA POLITÉCNICA – USP - 1999
- Graduado em Engenharia Mecânica - Faculdade de Engenharia de Campinas - UNICAMP – 1990

Publicações:

SARTORI JR, S. , **Modelo Dinâmico para um Pulverizador Torre de Pomares Baseado no Modelo de um Pêndulo Invertido**, 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Their Applications, São José do Rio Preto, SP, Brasil, Maio/2007.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J.M.; PONTES, B.R. , **Nonlinear Dynamics of an Orchard Tower Sprayer Based on a Double Inverted Pendulum Model**, COBEM 2007, 19th International Congress of Mechanical Engineering, , Brasília, DF, November 5<sup>th</sup> - 9<sup>th</sup> , 2007.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J.M.; PONTES, B.R. , **Modelo Dinâmico de um Pulverizador Torre Baseado em um Pêndulo Invertido**, COMBEA 2007, XXXVI Congresso Brasileiro de Engenharia Agrícola, 30 de julho a 02 de agosto de 2007 – Bonito – MS.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J.M.; PONTES, B.R. , **Non-linear Dynamics of a Tower Orchard Sprayer Based on an Inverted Pendulum Model** , artigo aprovado para publicação na revista Biosystems Engineering em 10/09/2008.

SARTORI JUNIOR, S.; BALTHAZAR, J.M.; PONTES, B.R. , **Modeling a Tower of an Orchard Sprayer based on an Inverted Pendulum Model and Numerical Simulations**, artigo submetido ao Journal of Sound and Vibration em 05/08/2008.

Pedidos de Patentes:

**PI0602398-3 A - Método de Colheita Mecanizada de Cana-de-açúcar e Implemento de Colheita de Cana-de-açúcar.** Inventores Adilson Fábio Bazucco, Sergio Sartori Junior, depositada em 26/05/2006 e publicada em 29/01/2008. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0302115-8 A - Método de Colheita Mecanizada de Cana-de-açúcar e Colhedeira de Cana-de-açúcar.** Inventores Adilson Fábio Bazucco, Sergio Sartori Junior, depositada em 26/05/2006 e publicada em 22/01/2008. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0600071-1 A - Cortador de Base.** Inventores Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Sergio Sartori Junior, depositada em 05/01/2006 e publicada em 02/10/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0505162-2 A - Equipamento Reversível de Colheita de Cana-de-açúcar.** Inventores Sergio Sartori Junior, Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Paulo Henrique Ferraz do Amaral Filho, depositada em 08/11/2005 e publicada em 07/08/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0505161-4 A - Método e Equipamento para Colher Cana.** Inventores Sergio Sartori Junior, Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Paulo Henrique Ferraz do Amaral Filho, depositada em 08/11/2005 e publicada em 07/08/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0504925-3 A - Método e Equipamento de Colheita Mecanizada de Cana-de-açúcar.** Inventores Sergio Sartori Junior, Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Paulo Henrique Ferraz do Amaral Filho, depositada em 08/11/2005 e publicada em 31/07/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0504923-7 A - Método de Colheita Mecanizada de Cana-de-açúcar e Equipamento de Colheita de Cana-de-açúcar.** Inventores Sergio Sartori Junior, Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Paulo Henrique Ferraz do Amaral Filho, depositada em 08/11/2005 e publicada em 31/07/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

**PI0504922-9 A - Equipamento Reversível para Colher Cana.** Inventores Sergio Sartori Junior, Adilson Fábio Bazucco, José Sasaki, Paulo Henrique Ferraz do Amaral Filho, depositada em 08/11/2005 e publicada em 31/07/2007. Depositante Máquinas Agrícolas Jacto S/A

Experiência Profissional:

- 02/2005 a atual Máquinas Agrícolas Jacto S/A  
Gerente de Validação de Produtos e Serviços de Engenharia (Pompéia / SP)  
Gerente de Projetos (Pompéia / SP)  
Engenheiro Mecânico de Produtos Sênior (Pompéia / SP)
- 06/2003 a 02/2005 Expansão Planejamento de Instalações e Manutenções Ltda.  
Sócio Gerente (São Paulo / SP)
- 05/1997 a 05/2003 Bunge Alimentos S/A  
Gerente de Projetos (Santos / SP)  
Gerente de Projetos (São Paulo / SP)  
Gerente de Produção (São Paulo / SP)  
Gerente de Engenharia e Serviços (São Paulo / SP)
- 02/1991 a 04/1997 Unilever Brasil Ltda.  
Engenheiro de Suporte e Engenharia (Vespasiano/MG)  
Engenheiro de Projetos (Indaiatuba/SP)  
Trainee Técnico (Indaiatuba/SP)

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)