



Claudio Fernandes da Costa

**Por que Resolver Problemas na Educação Matemática?
Uma Contribuição da Escola da Gestalt**

Tese de Doutorado

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Departamento de Educação da PUC-Rio como parte dos requisitos parciais para obtenção do título de Doutor em Educação.

Orientador: Prof^a. Maria Aparecida C. Mamede Neves

Rio de Janeiro
Abril de 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



Claudio Fernandes da Costa

**Por que Resolver Problemas na Educação Matemática?
Uma Contribuição da Escola da Gestalt**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Educação do Departamento de Educação do Centro de Teologia e Ciências Humanas da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof^a. Maria Aparecida C. Mamede Neves

Orientadora

Departamento de Educação - PUC-Rio

Prof. João Bosco Pitombeira F. de Carvalho

Departamento de Educação – PUC-Rio

Prof. Celso Braga Wilmer

Departamento de Artes – PUC-Rio

Prof^a Maria Laura Mouzinho Leite Lopes

UFRJ

Prof^a. Mônica Rabello de Castro

UNESA

Prof. Paulo Fernando C. de Andrade

Coordenador Setorial do Centro de
Teologia e Ciências Humanas

Rio de Janeiro, 17 de abril de 2008

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, da autora e do orientador.

Claudio Fernandes da Costa

Claudio Fernandes da Costa graduou-se em Engenharia Elétrica-Eletrônica em 1984, e em Matemática em 1992, pela Uerj. A partir deste mesmo ano passou a exercer a função de professor de Matemática nas redes públicas municipal e estadual do Rio de Janeiro. Em 1995 foi professor substituto na Uerj, lecionando Introdução ao Processamento de Dados e Cálculo Numérico. Em 2000 concluiu o curso de mestrado em educação na Uerj, apresentando a dissertação: "O Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM): uma perspectiva de professores de matemática da rede pública de Ensino Médio regular da cidade do Rio de Janeiro". Em 2008, concluiu o doutorado em educação na Puc-Rio apresentando a tese: "Por que resolver problemas na educação matemática? Uma contribuição da escola da Gestalt".

Ficha Catalográfica

Costa, Claudio Fernandes da

Por que resolver problemas na educação matemática ? : uma contribuição da escola da Gestalt / Claudio Fernandes da Costa ; orientadora: Maria Aparecida C. Mamede Neves. – 2008.

220 f. : il. ; 30 cm

Tese (Doutorado em Educação)–Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

Inclui bibliografia

1. Educação - Teses. 2. Educação matemática. 3. Resolução de problemas. 4. Gestalt. 5. Pensamento produtivo. 6. Aprendizagem significativa. I. Neves, Maria Aparecida C. Mamede. II. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. Departamento de Educação. III. Título.

CDD: 370

A meus pais, Alberto e Maria, pelo incentivo;
Minha esposa e filha, Rosilda e Luíza, pela inspiração;
E a todos os profissionais de educação pelo exemplo que me dão.

Agradecimentos

À minha orientadora, Profa. Maria Aparecida Mamede, pela providencial e inestimável orientação e colaboração para a finalização deste trabalho. Também pela indicação das obras de Max Wertheimer e Kurt Lewin, que se mostraram determinantes para esta tese.

Ao Professor João Bosco Pitombeira, pela contribuição fundamental em relação aos aspectos da Educação Matemática desta pesquisa.

A cada professor com quem cursei as disciplinas do Programa, pelas contribuições certamente fundamentais para a elaboração deste trabalho.

A cada profissional do departamento pela sempre atenciosa ajuda.

Aos colegas professores de matemática que participaram das entrevistas, pela disponibilidade, seriedade e paixão que demonstraram ao falarem de suas práticas. Também aos coordenadores pedagógicos e diretores das escolas que visitamos, pela acolhida e disponibilidade.

Aos colegas de doutorado, pela relação de amizade e companheirismo.

Aos professores que participaram do exame deste trabalho, desde sua qualificação até a presente conclusão.

A todos os amigos e familiares que de alguma forma compartilharam e estimularam a realização desta tese.

Resumo

Costa, Claudio Fernandes; Neves, Maria Aparecida Mamede. **Por que resolver problemas na educação matemática? Uma contribuição da escola da Gestalt.** Rio de Janeiro, 2008, 220p. Tese de Doutorado – Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

Esta tese teve como objetivo percorrer de forma crítica a trajetória teórica que dá suporte à importância da resolução de problemas no ensino da Matemática, dentro da perspectiva do “pensamento produtivo” e da “aprendizagem significativa”. Para isso, foram analisadas contribuições das teorias de campo Gestalt, em particular as de Max Wertheimer e Kurt Lewin, relativas a esses dois conceitos que se complementam: o “pensamento produtivo” aborda mais especificamente a resolução de problemas no âmbito de uma “aprendizagem significativa, no verdadeiro sentido da palavra” (Wertheimer); as “situações de aprendizagem” consideram o “espaço de vida” do sujeito, incluindo a pessoa e o meio, e representa a “totalidade dos eventos possíveis” (Lewin). Do ponto de vista da educação matemática, foram abordadas a heurística e a intuição, por se constituírem em dois elementos importantes de aproximação deste campo com conceitos da Gestalt relacionados à solução de problemas. Nesse campo também foi avaliada a contribuição de autores significativos como George Polya, Imre Lakatos e outros. Tendo em vista que, de alguns anos para cá, os programas do ensino de Matemática têm orientado os docentes a usarem solução de problemas como base metodológica de ensino, foi realizado também um estudo exploratório tomando como instrumento de pesquisa entrevistas realizadas com professores de Matemática de escolas avaliadas pelo programa Nova Escola no Rio de Janeiro. Do mesmo modo, orientações teórico-pedagógicas contidas nos documentos dos principais programas nacionais de avaliação do ensino médio brasileiro como Aneb e Enem, caracterizam-se por apoiar suas avaliações em matemática na “resolução de problemas” e em “aprendizagens significativas”. Os dados coletados nesta parte da tese foram ilustrativos do estudo teórico realizado, ratificando a relação que se levantou dessas orientações com as contribuições da escola da Gestalt que revelou ser fundamental na concepção do pensamento produtivo como pressuposto de uma verdadeira aprendizagem significativa. Os resultados da pesquisa demonstraram uma visão acerca das razões para resolver problemas que, para além de um meio ou um fim em si mesmo, se confunde com o próprio ensino e aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave:

Educação matemática; resolução de problemas; *Gestalt*; pensamento produtivo; aprendizagem significativa.

Abstract

Costa, Claudio Fernandes; Neves, Maria Aparecida Mamede. **Por que resolver problemas na educação matemática? Uma contribuição da escola da Gestalt.** Rio de Janeiro, 2008, 220p. Tese de Doutorado – Departamento de Educação, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This paper aims at critically analyzing the theoretical background which supports the importance of problem solving in math teaching within the perspective of “productive thinking” and of “meaningful learning”. To this end, contributions from the Gestalt field theories were analyzed, particularly those of Max Wertheimer and Kurt Lewin, in relation to these two concepts which complement each other: “productive thinking” has to do more specifically with problem solving within the scope of a “meaningful learning, in the true sense of the word” (Wertheimer); “learning situations” take into consideration the “living space” of the subject, encompassing the person and the environment, and represents the “totality of possible events” (Lewin). From the perspective of math education, both heuristics and intuition were dealt with, since they are two important elements which link this field to Gestalt concepts related to problem solving. Within this field, the contribution by significant authors, such as George Polya, Imre Lakatos and others, was also assessed. Keeping in mind that in the last few years math teaching programs have recommended that teachers use problem solving as a methodological basis for teaching, an exploratory study was also conducted which used as research tools interviews with math teachers from the Nova Escola (New School) program in Rio de Janeiro. Likewise, theoretical and pedagogical guidelines found in documents from the main national Brazilian high school assessment programs, such as Aneb and Enem, support math evaluation based on “problem solving” and on “meaningful learning”. The data collected in this part of the paper illustrated the theoretical study carried out, confirming the relationship found between these guidelines and the contributions by the Gestalt school, which turned out to be critical to the idea of productive thinking as a given of true meaningful learning. The research results demonstrated a viewpoint on reasons to solve problems which, much more than an end or a means, is intrinsic to math teaching and learning.

Keywords

Math education, problem solving, *Gestalt*, productive thinking, meaningful learning.

Sumário

1. Introdução	12
2. Metodologia	23
2.1. O estudo teórico	24
2.2. O trabalho de campo	25
2.2.1. O grupo ouvido	25
2.2.2. Instrumentos de coleta de informações: a entrevista	30
2.3. Procedimentos de análise das entrevistas	32
3. Fundamentos históricos e filosóficos do conhecimento matemático ..	34
3.1. De Euclides à Kant – por que a geometria seguiu soberana?	34
3.2. A crise dos fundamentos	37
3.3. A hegemonia do formalismo lógico	40
3.3.1. Dos anos 1980 aos tempos atuais e as lições apreendidas do passado	43
4. A solução de problemas no âmbito de sua gênese: da importância da teoria Gestalt com ênfase em Wertheimer	45
4.1. A Gestalt e a solução de problemas	51
4.2. Gestalt e pensamento produtivo em Wertheimer	52
4.2.1. Os pressupostos de Max Wertheimer	53
4.2.2. Conceitos fundamentais do pensamento produtivo de Wertheimer	58
4.2.3. Wertheimer e um exemplo prático de como e por que resolver problemas	68
4.3. A conexão da teoria de Wertheimer com o trabalho de Kurt Lewin	88

5. A solução de problemas no âmbito de sua gênese: as contribuições de Lewin para a aprendizagem dentro da idéia de solução de problemas	92
5.1. Pressupostos e conceitos fundamentais para a aprendizagem (significativa)	95
5.1.1. Fenomenologia, Topologia, Gestalt e Grupo	95
5.1.2. Perspectiva de tempo, contemporaneidade, graus de realidade	97
5.2. A aprendizagem significativa sob dois enfoques	105
5.2.1. Aprendizagem como modificação do conhecimento (estrutura cognitiva)	105
5.2.1.1. Diferenciação de áreas não estruturadas	105
5.2.1.2. Reestruturação, direções psicológicas, significado	108
5.2.1.3. Perspectiva de tempo, realidade e irrealidade psicológicas	110
5.2.2. Aprendizagem como mudança de valência e valores	111
5.2.2.1. Aprendizagem e forças impostas sobre a pessoa	113
5.2.2.2. Mudanças nas valências e valores (Motivação)	113
5.2.3. A título de síntese	115
6. A resolução de problemas no âmbito da Matemática	116
6.1. O papel da intuição e da heurística	117
6.1.1. A intuição em Kant (1724-1804) e Poincaré (1854-1912)	119
6.1.2. Da intuição à heurística do pensamento criador na solução de problemas	121
6.2. Os princípios heurísticos de George Polya	127
6.2.1. Compreensão do problema	132
6.2.2. Estabelecimento de um plano de resolução	132
6.2.3. Execução do plano	133
6.2.4. Restrospecto	133
6.3. A abordagem da heurística chega a Lakatos	134
6.4. A Educação matemática e a resolução de problemas	137
6.4.1. A resolução de problemas em Alan Schoenfeld	140
6.4.2. A resolução de problemas em Frank Lester	147
6.4.2.1. Três abordagens sobre a resolução de problemas em Lester ..	149
6.4.2.2. Ensinar sobre resolução de problemas	150

6.4.2.3. Ensinar sobre resolução de problemas	150
6.4.2.4. Ensinar através da resolução de problemas	151
6.4.2.5. Algumas observações finais de Lester e Lambdin	151
6.4.3. A resolução de problemas em Pozo	153
6.4.4. Síntese conclusiva	158
7. Articulando as falas dos professores aos pressupostos teóricos estudados	159
7.1. A sintonia entre o dito e o feito	159
7.2. Como explicar então as experiências bem sucedidas?	168
8. Considerações finais	182
9. Referenciais bibliográficas	193
Anexos	199

“(...) não é meu propósito ensinar aqui o método que cada um deve seguir para bem guiar sua razão, mas somente mostrar de que modo apliquei-me a guiar a minha”. (Descartes, 1968, p.12)

René Descartes

1 Introdução

O objetivo central desta tese é o de contribuir qualitativamente na pesquisa sobre os aspectos que envolvem uma aprendizagem significativa ou o *pensamento produtivo* na perspectiva da Gestalt. As questões que são objeto de reflexão tiveram seu ponto de partida no exame do Programa Nova Escola (PNE) no que se refere especificamente a possíveis modificações que este programa teria propiciado em relação às práticas de professores de matemática no ensino médio, mais especificamente relacionadas à *solução de problemas*.

O PNE foi instituído em 2000 pelo governo do Estado do Rio de Janeiro e findo em 2007, tendo tido como objetivo declarado avaliar as escolas públicas da rede estadual do Rio de Janeiro. Foi definido como um programa de avaliação e incentivos às escolas (pois gratificava seus profissionais de educação proporcionalmente à avaliação obtida), na medida em que atingissem metas estipuladas pela coordenação do programa nas áreas da aprendizagem, da gestão e do fluxo escolar. Entretanto, implicitamente esta política propunha um objetivo tácito: promover uma nova cultura avaliativa e curricular, influenciando professores acerca dos pressupostos teórico-metodológicos que norteiam o próprio PNE.

Assim sendo, considerando que este programa avaliava o desempenho (aprendizagem) de estudantes em Português e Matemática nos cursos de ensino fundamental, supletivo e médio da rede pública estadual, decidi focalizar minha investigação na área de matemática do ensino médio, tendo em vista dois aspectos importantes. Primeiro, por que os eixos centrais do programa, como resolver problemas, desenvolver saberes e competências, e contextualizar o conhecimento com vistas a uma aprendizagem significativa, são comuns às duas áreas do conhecimento. Segundo, por que leciono matemática, há muitos anos, em escolas de ensino médio da rede pública estadual do Rio de Janeiro, e também por ser, este nível de ensino, majoritário nesta rede estadual de educação.

Fiel aos propósitos iniciais de minha tese, acho importante descrever quais foram os princípios teóricos e orientações pedagógicas que norteavam a avaliação realizada pelo PNE, especialmente após 2004, quando o programa estava mais consolidado. Para tanto, utilizei informações fornecidas pelo Boletim Pedagógico

de matemática – 3ª série do ensino médio - e pela Revista do Professor, ambos os materiais referentes ao exame de 2004, ano que marcou uma série de mudanças no escopo desta política, incluindo a disponibilidade de um conjunto mais completo de informações.

O referido boletim destaca o que se espera a respeito do ensino da matemática, do papel/desafio do professor frente a este ensino e da avaliação do desempenho escolar do PNE.

(...) **o ensino da matemática**, mais do que servir ao domínio de alguns procedimentos de cálculo, **contribui decisivamente para o desenvolvimento das capacidades do indivíduo** para organizar o pensamento, estruturar dados e informações, fazer previsões para tomada de decisões, estabelecer relações possíveis entre fatos/idéias e suas representações, produzir saberes sobre a realidade.

Para o professor, destaca-se um desafio fundamental. A ciência matemática – como, de resto, ocorre com a maioria das áreas de conhecimento científico – apresenta-se como um corpo de conhecimentos organizado, sistematizado, universal, desvinculado dos problemas da vida cotidiana. Na sala de aula, a exploração dos conceitos exige do professor a sua associação a situações familiares, condição para que o conhecimento matemático seja compreensível ao aluno. A **contextualização**, contudo, não é um objetivo em si mesmo, constituindo-se em uma etapa necessária do processo de ensino, tendo em vista, ao fim, desenvolver no aluno as competências associadas à **resolução de novos problemas**, à abstração, à formalização do conhecimento. Privilegia-se, assim, no ensino da matemática, as habilidades relacionadas à capacidade de argumentar, de estruturar logicamente o pensamento, de generalizar, de **resolver problemas**.

A avaliação do desempenho escolar do Programa Nova Escola se alia ao trabalho escolar na medida em que oferece um diagnóstico da educação matemática nas unidades escolares do estado do Rio de Janeiro, produzindo um quadro compreensivo a respeito da construção, por parte dos alunos, das **competências relevantes nessa área do conhecimento**. (SEE/RJ/BOLETIM PEDAGÓGICO DE MATEMÁTICA, 3ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO, 2004, p.6). (grifos meus).

Esta citação evidencia os fundamentos a serem observados no tratamento escolar do conhecimento matemático. Por um lado, o desenvolvimento das capacidades (competências) dos indivíduos para produzir saberes sobre a realidade. Para que isso aconteça, devem-se desenvolver as habilidades relacionadas à capacidade de, em última instância, resolver problemas. Destaca-se, ainda, a contextualização como etapa necessária neste processo de construção das competências relevantes nessa área do conhecimento.

O PNE avaliava competências e conhecimentos em Língua Portuguesa e Matemática através de testes construídos com base nas Matrizes de Referência do

Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb)¹. Tais matrizes não incluem tudo o que é contemplado nos currículos, mas apenas as principais competências que se espera que os alunos tenham desenvolvido ao final de cada ciclo de estudos realizados em todas as escolas de educação básica.

A Matriz de Referência de Matemática se apresenta em duas dimensões: em uma dimensão estão expressos os **temas** relacionados ao conhecimento matemático e em outra dimensão, as competências, com suas prioridades, a serem construídas ao longo de cada ciclo, que resultaram nos **descritores** que foram avaliados nos testes. Essa Matriz procurou abranger as competências previstas (...) conforme o que é proposto pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs). (SEE/RJ/BOLETIM PEDAGÓGICO DE MATEMÁTICA, 2004, p.8) (grifos meus)

Como se pode observar, “a opção política pelo desenvolvimento de competências situa-se no centro da atual reforma educacional brasileira sob o argumento de viabilizar uma formação mais adequada para o mundo do trabalho e para a cidadania.” (Costa, 2004, p.4)

A matriz de referência de Matemática do antigo SAEB para a 3ª série do ensino médio relaciona temas e descritores, tem como eixo norteador da atividade matemática a **resolução de problemas**, e é fundamentada nos seguintes parâmetros:

- Os conceitos matemáticos **não se constituem como verdades absolutas** e se formam de maneira interrelacionada, contemplando **diferentes procedimentos de solução**;
- A aquisição do conhecimento matemático dá-se por meio de **aprendizagens significativas** relacionadas com o mundo real do aluno, interpretado e construído e em diferentes linguagens;
- A avaliação deve aproximar-se o máximo possível da **situação de aprendizagem** e do **cotidiano do aluno**. (SEE/RJ/REVISTA DO PROFESSOR, 2004, p.8) (grifos meus).

Por outro lado, verifiquei que pressupostos teórico-pedagógicos que norteavam o PNE também se encontravam em sintonia com as atuais Orientações Curriculares para o Ensino Médio do Mec (OCEM) no que se refere aos conhecimentos de matemática. Se não vejamos:

¹ Em 2005, a Portaria Ministerial n.º 931 alterou o nome do histórico exame amostral do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (Saeb), realizado desde 1990, para Avaliação Nacional da Educação Básica (Aneb). Por sua tradição, entretanto, o nome do Saeb foi mantido nas publicações e demais materiais de divulgação e aplicação deste exame.

A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas (...). Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (...) **A contextualização pode ser feita por meio da resolução de problemas**, mas aqui é preciso estar atento aos problemas “fechados”, porque esses poucos incentivam o desenvolvimento de habilidades. (OCEM/Mec, 2006, p.83). (grifo meu).

Assim sendo, o foco na resolução de problemas em matemática e os princípios norteadores do conhecimento matemático, descritos anteriormente, se encaixavam nos objetivos desta pesquisa e consolidavam o itinerário teórico que acabou por se tornar também o eixo principal de minha tese.

Este trabalho pretende ser uma contribuição teórica que, dialogando com as orientações teórico-pedagógicas das políticas educacionais e, ao mesmo tempo, com as práticas escolares, implique numa reflexão sobre as dificuldades com o ensino de matemática, tomando como referência a solução “produtiva” de problemas. Mais que isso, penso que esta contribuição sirva de referência aos modelos aplicados atualmente, na medida em que propõe uma aprendizagem matemática estruturalmente produtiva e de fato significativa, tanto em relação ao sujeito do conhecimento, quanto em relação ao seu “espaço de vida”, especialmente as relações estabelecidas no espaço escolar, sejam elas pedagógicas éticas ou morais. Neste sentido, aponta para a necessidade de mudança nas relações ético-pedagógicas e morais no espaço escolar, o que torna esta proposta também significativa do ponto de vista da transformação das próprias relações sociais onde a escola encontra-se irremediavelmente inserida. Este seria um retorno ao sentido original da educação escolar.

Nesta medida, a aprendizagem significativa mencionada pelos documentos oficiais, deve referir-se, por um lado, a uma determinada concepção de pensamento, compatível com a estruturação dos conceitos matemáticos e as relações essenciais a eles implícitas, e por outro, aos aspectos subjetivos da construção desse conhecimento, relacionados com o contexto de vida do sujeito, suas necessidades, aspirações e valores. Observemos que deste ponto de vista, o ensino e a aprendizagem da matemática ganham um significado distinto, pois relacionam o auto-interesse do sujeito e o seu próprio sentimento de pertencimento ao contexto escolar. Em outras palavras, uma atmosfera ético-

pedagógica adequada, aqui incluído o ensino da matemática através da resolução produtiva de problemas, alteraria a representação que o indivíduo tem do espaço de aprendizagem e inverteria a lógica de dificuldade e falta de motivação na relação com esta disciplina.

Tendo em vista o objetivo proposto, desenvolvi no capítulo dois, uma estrutura metodológica para a tese em dois grandes eixos: um trabalho investigativo, de natureza teórica, sobre o conceito “pensamento produtivo”, mais especificamente a “solução de problemas” e um trabalho de campo que se relaciona estruturalmente com a parte conceitual.

O trabalho teórico procurou inicialmente aprofundar as raízes histórico-filosóficas do conhecimento matemático vinculadas à abordagem que elegi, buscando nos fundamentos de Platão, Aristóteles e Euclides, passando por Kant e chegando a Husserl, Koehler, Wertheimer e Lewin, os princípios que nortearam a escola gestaltista, o pensamento produtivo e a teoria de campo cognitivo.

Em seguida destaquei o “pensamento produtivo” de Max Wertheimer, 1991, que aborda especificamente a resolução de problemas² pela visão da escola da Gestalt. Complementando o pensamento de Wertheimer estudei Kurt Lewin trazendo contribuições sobre a aprendizagem significativa que leva em conta o conceito de “espaço de vida” que inclui a pessoa, o meio e a totalidade dos eventos possíveis.

Por fim, descrevi as principais concepções e princípios heurísticos de outros importantes autores para este trabalho. Em primeiro lugar, Poincaré discutindo questões pertinentes à intuição e lógica. Em seguida, Puchkin e Bazarian vão abordar a heurística do pensamento criador e a intuição heurística, respectivamente. Seguindo esta linha, cheguei às importantes obras sobre o pensamento heurístico em Polya e Lakatos. Por fim, discorri sobre os trabalhos mais contemporâneos de Alan Schoenfeld, Frank Lester e Juan Ignacio Pozo, três importantes referências que tratam sobre resolução de problemas. Os dois primeiros pela ótica da matemática e o último pelo viés da psicologia.

O trabalho de campo tomou como base o PNE, realizando uma investigação exploratória principalmente acerca das opiniões dos professores de Matemática vinculados àquele programa e sobre suas práticas escolares com

² O estudo sobre (re)solução de problemas neste trabalho tomará como referência a abordagem gestaltica desenvolvida por Max Wertheimer (1991) em “Pensamento Produtivo”.

solução de problemas. Pela natureza deste trabalho, escolhi o desenho de uma pesquisa qualitativa, com amostra intencional. Segundo Thiollent (1996, p.62), trata-se de um pequeno número de pessoas que são escolhidas intencionalmente em função da relevância que elas apresentam em relação a um determinado assunto. Assim, foram selecionadas quatro escolas, três delas com avaliações boas e ótimas e uma delas com avaliação baixa no PNE. Em cada uma das escolas entrevistei pelo menos um professor de matemática, entrevistas essas cujos discursos foram analisados ao final do trabalho, à luz da nossa teoria.

Tratando-se de um trabalho teórico, busquei aprofundar no capítulo três as raízes histórico-filosóficas da abordagem que elegi, buscando nos fundamentos de Platão, Aristóteles e Euclides, mas especialmente no pensamento de Kant, as bases para o desenvolvimento histórico e filosófico do pensamento matemático. Sobretudo esta digressão culminou nos pressupostos kantianos, os quais influenciaram Husserl a conceber a redução fenomenológica que norteou fundadores da escola gestaltista como Koehler.

Com base na confluência de todos os aspectos levantados até aqui, concluí que a abordagem mais compatível para atender às questões levantadas neste trabalho encontra no referencial teórico da Gestalt suporte inestimável, sendo, por isso escolhido para desenvolvê-lo. Esta escolha trás, por sua vez, como principal referência teórica, Max Wertheimer e o seu livro intitulado Pensamento Produtivo. Portanto, a razão da escolha deste caminho se baseia no fato de que a teoria do pensamento produtivo de Wertheimer viabiliza, do nosso ponto de vista, a relação mais adequada entre o conhecimento e o indivíduo, ou ainda, entre a organização dos saberes matemáticos, externos a ele, e sua dimensão subjetiva ou psíquica de apreensão destes saberes.

Na medida em que Wertheimer centra seu estudo na estrutura produtiva do pensamento do sujeito e na relação desta com a estruturação cognitiva do problema e de sua solução, resolvi, por sugestão do próprio Wertheimer, ampliar esse campo de abordagem para o contexto social, histórico e cultural deste sujeito. Neste sentido, ressaltando que a estruturação geral deste contexto mais amplo segue princípios gestálticos semelhantes àqueles presentes no pensamento produtivo, Wertheimer sugere a ampliação deste campo de análise para aprofundar a influência dos aspectos externos ao indivíduo em sua estrutura de pensamento. Assim, faz referência ao estudo de campo de Kurt Lewin, autor que

propõe abordar o comportamento da pessoa, considerando-a em relação com o seu espaço de vida. Configura-se, assim, o campo gestalt como referencial teórico central deste trabalho.

Tamanha é a importância desses dois autores para o desenvolvimento deste trabalho, que designei o capítulo quatro para a abordagem do pensamento produtivo em Wertheimer, e o capítulo cinco para estudar o pensamento de Lewin, em especial a teoria de campo com base nos princípios da psicologia topológica.

Para desenvolver as idéias sobre a aprendizagem significativa,³ termo utilizado por Wertheimer para situar o efeito correlato do pensamento produtivo, adotei principalmente duas das quatro tipologias propostas por Lewin: “aprendizagem como mudança na estrutura cognitiva” e “aprendizagem como mudança na motivação”. Na medida em que o sentimento de pertencimento aos diversos grupos no interior do contexto escolar tem grande importância para a aprendizagem, a “aprendizagem como modificação no grupo ao qual pertence”, terceira tipologia de Lewin, será tratada neste trabalho, porém de forma complementar, sem o aprofundamento que mereceria tal estudo.

Em relação ao primeiro tipo de aprendizagem, o pensamento produtivo de Wertheimer certamente se aplica por inteiro, servindo como base fundamental, sobretudo no que tange à estruturação cognitiva do sujeito na resolução de problemas. Em relação à aprendizagem como mudança na motivação, o próprio Lewin afirma que tem a ver com as mudanças de valências que se verificam com as mudanças de necessidades ou interesse na execução de atividades. Assim, o método mais freqüente de mudar valências na educação se baseia na sua relação com a estrutura cognitiva ou significado da atividade para a qual o indivíduo tenha sido inicialmente atraído. Ou seja, adotar o pensamento produtivo como princípio, pode levar os estudantes a reforçarem positivamente suas representações sobre o conhecimento matemático, passando de uma situação de apatia ou mera motivação extrínseca para outra de motivação intrínseca.

Na perspectiva da mudança de estrutura cognitiva, Lewin destaca casos de aprendizagem por diferenciação de áreas não estruturadas, reestruturação

³ Para Wertheimer (1991, p.69) a aprendizagem do tipo γ que se dá por inculcação e exercitação repetitiva, associações e condicionamentos externos, memorização, ensaio e erro a cegas, se contrapõe a do tipo α centrada no desenvolvimento da percepção interna estrutural, o domínio estrutural, ou seja, a “**aprendizagem significativa**, no verdadeiro sentido da palavra”. (grifo meu)

cognitiva, aumento da perspectiva de tempo e diferenciação dos graus de realidade e irrealidade psicológicas.

Utilizando-se especialmente do conceito de espaço vital, Lewin desenvolve outros princípios, em sintonia com o pensamento gestaltista, como perspectiva de tempo, contemporaneidade e graus de realidade. Mas a sua grande contribuição foi sem dúvida nenhuma ter utilizado a topologia, um ramo da Geometria que trata das relações espaciais que podem ser estabelecidas em termos de *parte e todo* ou de problemas de estrutura e posição num campo psicológico. Entretanto, consciente de que a topologia é muito geral para incluir o conceito de direção, distância ou força, propõe uma geometria mais específica que denominou de “*espaço hodológico*”. A partir daí, o campo psicológico passou a ser considerado como uma dinâmica do espaço de vida e da zona de fronteira.

No intuito de enriquecer esta reflexão acerca do pensamento matemático e resolução de problemas, trouxe no capítulo seis, as contribuições de autores que desenvolveram fundamentalmente as noções de intuição e heurística relacionadas à resolução de problemas.

Assim, na seqüência do pensamento kantiano, Poincaré foi-me de grande valia na discussão entre intuição e lógica, cabendo-me destacar ainda as contribuições de Bazarian sobre “intuição heurística” e de Puchkin sobre a heurística do “pensamento criador”. Seguindo a tendência de vislumbrar mecanismos e conceitos que ultrapassem a visão insuficiente do fazer matemático com ênfase no pensamento lógico-formal, estudei o pensamento heurístico em George Polya e Imre Lakatos.

Dediquei-me, por fim, a uma abordagem mais contemporânea que relaciona concepções do conhecimento matemático com a resolução de problemas, envolvendo em especial o pensamento heurístico. Para isso, descrevi as concepções de Schoenfeld, Lester e Pozo. A proposta de heurística de Schoenfeld parte das quatro fases de Polya, acrescentando-lhes mais duas: “como selecionar as estratégias apropriadas?”, e “como aplicá-las?”. Embora critique a abordagem de Polya alegando que seria “incompleta e insuficiente”, Schoenfeld não justifica, a meu ver, esta diferenciação.

Lester também refere sua proposta à Polya, destacando o papel central que a resolução de problemas exerce no ensino da matemática. Neste sentido, acha que ensinar através da resolução de problemas é uma abordagem superior tanto ao

ensino sobre resolução de problemas (numa alusão à própria concepção tradicional de heurística), quanto ao ensino para a resolução de problemas (que representaria o viés tradicional).

A proposta de Pozo também tem base nas etapas de Polya, sendo que faz maior referência ao pensamento produtivo e às contribuições da Gestalt na ação de resolver problemas. Referindo-se à Wertheimer, Pozo ressalta a distinção entre pensamento produtivo e reprodutivo e destaca que essa distinção é semelhante à que ele estabelece entre problema e exercício.

No capítulo sete busco relacionar os dados coletados em nossas entrevistas com a teoria desenvolvida ao longo do trabalho. As entrevistas realizadas com professores sobre uma aprendizagem que estivesse relacionada à motivação e principalmente à possibilidade de desenvolver o ensino de matemática através da solução de problemas trouxeram para este trabalho de essência teórica o olhar de quem está na outra ponta da discussão e, em princípio, mais distante do espaço teórico. Dentre os diversos enfoques, foram tomados como destaque aqueles que se aproximaram mais da discussão central desta tese, ou seja, dos conceitos do pensamento produtivo na resolução de problemas e da aprendizagem significativa, na perspectiva da Gestalt. Penso que a relação das falas dos professores com a reflexão que empreendi sobre aspectos essenciais do processo de pensamento e da aprendizagem escolar, atingiu o objetivo de ligar as pontas dos estudos teóricos com as dos dados empíricos.

Ainda no capítulo sete, pude observar mais precisamente como as experiências escolares relatadas, referem-se a processos híbridos do pensamento que Wertheimer (1991) chamou de tipo β . Nesses processos, pode-se atingir a estruturação produtiva dos conteúdos mesmo através de alguns procedimentos “cegos” da lógica tradicional. Em algum momento, esses procedimentos levam a uma reorganização, passando a fazer sentido na medida em que se encaixam numa visão de todo que estrutura tais conteúdos do ponto de vista da Gestalt. Também percebi a importância de uma formação em serviço que contemple o diálogo entre as práticas dos professores e os aspectos teóricos que lhes dêem sustentação. Neste caso, a contribuição da Gestalt mostra-se imprescindível.

No capítulo das considerações finais, busquei não uma regra ou método que guiasse o atual pensamento educacional, mas tão somente mostrar como guiei o meu, numa empreitada que culminou com algumas conclusões.

Não considero a idéia de que somente a média de muitos casos possui alguma significação geral. O evento singular, diz Lewin, é também governado pela lei, tem uma influência direta na determinação de leis gerais. Ou seja, encontrei uma visível correspondência entre a experiência subjetiva da prática pedagógica que registrei, e a realidade como um todo, expressa num sistema de representações que interage com o indivíduo. O respaldo teórico acerca deste fato talvez seja uma das maiores contribuições encontradas na teoria de campo Gestalt.

Uma importante caracterização feita a partir de Puchkin com “heurística: a ciência do pensamento criador” e das relações que observei entre os trabalhos de Wertheimer e Polya, por exemplo, ajudou a identificar, dentre outras contribuições da abordagem de Wertheimer, uma heurística do pensamento produtivo. Neste sentido, Wertheimer tem a mesma preocupação de Polya ao enunciar seis passos que lhe parecem essenciais para se alcançar respostas produtivas, a partir dos quais vai sintetizar três operações e quatro características fundamentais do pensamento produtivo. Esses passos também são compostos de indagações e sugestões como faz Polya em “How to solv it”, ao buscar organizar o processo de resolução de problemas dividindo-o em quatro fases.

Buscando uma aproximação da representação topológica de Costa (2008), baseada em Lewin, sobre a aprendizagem do jogo, com o processo de aprendizagem da resolução de problemas, pude observar, através do uso desse instrumental, que o jogador, assim como o ‘resolvedor’ de problemas só alcançam seus objetivos ao abandonarem os procedimentos cegos. Sejam estas tentativas de jogar, acionando aleatoriamente o controle ou repetindo movimentos conforme alguém ensinou, ou, de forma correlata, tentativas de resolver o problema através de procedimentos repetitivos e sem sentido estrutural.

Em referência ao uso produtivo de procedimentos que alcançam o objetivo, no caso do jogo, o estudante também pode passar a desejar compreender procedimentos produtivos (aqui entra o importante papel do professor e da abordagem utilizada), pois resignifica sua compreensão inicial em relação à aprendizagem matemática de algo embaraçoso ou cego para algo que o leva ao resultado desejado. Passa a se relacionar com o problema de forma a perceber a sua própria estrutura cognitiva na estrutura do problema, ou seja, a compreendê-lo como um todo no seu espaço de vida. De tal forma que as partes e a estrutura que as relaciona ficam mais nítidas e o problema mais diferenciado, estruturado em

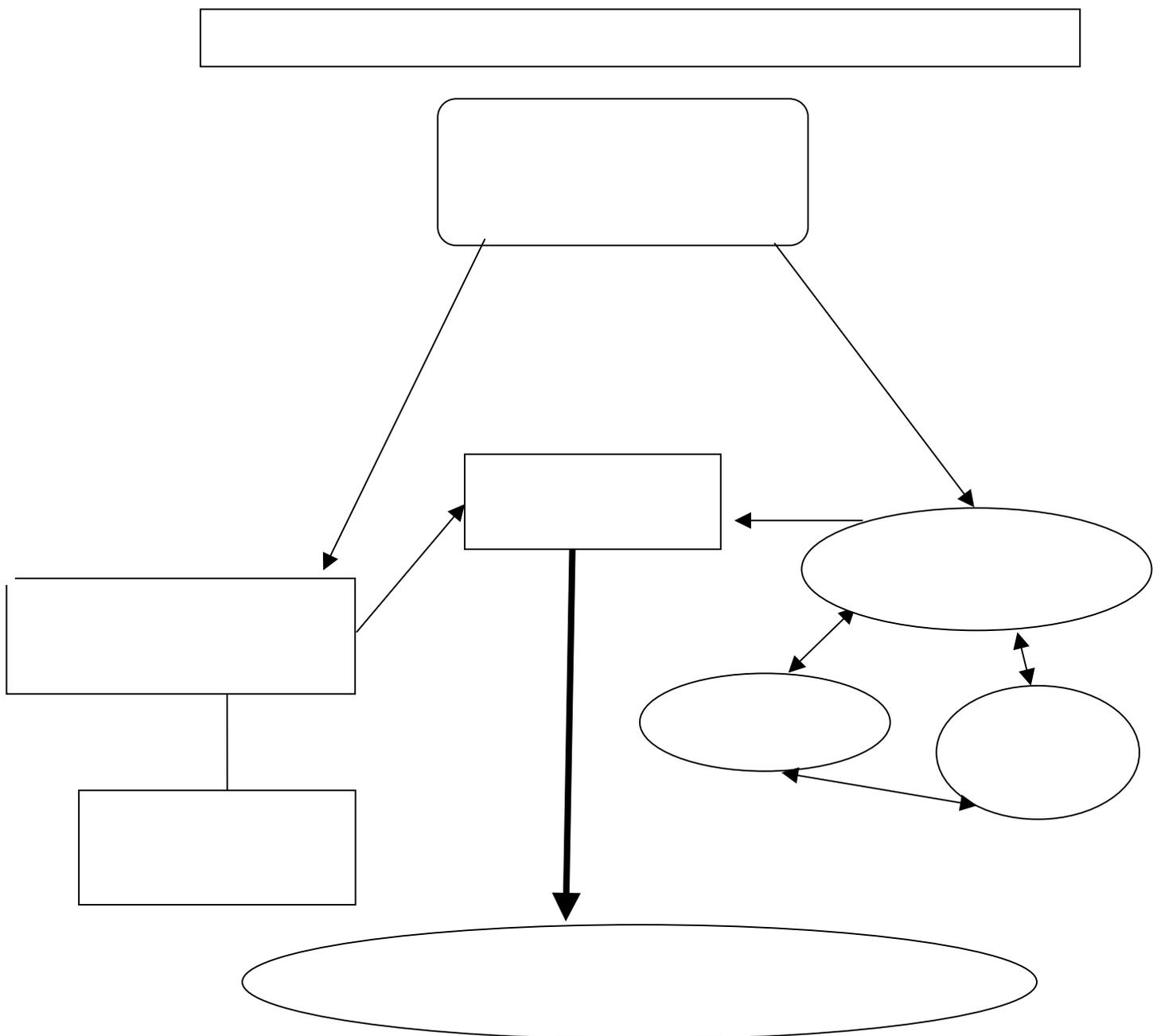
relação ao todo, em relação ao espaço vital do sujeito. Após percepções do todo, relações essenciais “ ρ ” e significações funcionais, o estudante chega à solução produtiva do problema.

Utilizando ainda o instrumental oferecido pela psicologia topológica de Lewin, agora através de Wilmer (2002), busquei responder questões como: quais são os aspectos externos que levam professores e estudantes a se motivarem e a aprenderem melhor? Como entender o significado, para estudantes e professores, das experiências produtivas relatadas neste trabalho? Neste caso, a estruturação dessas questões fez corresponder dois espaços topológicos, ou um homeomorfismo entre a realidade exterior do indivíduo e a representação de si-no-mundo, que seriam “semelhantes”. Wilmer propõe ainda uma segunda importante correspondência, ou seja, um homeomorfismo entre um momento da representação de si-no-mundo do passado e a memória dessa representação no presente.

Com base nessas semelhanças, uma mudança nas relações intra-escolares, seja de ordem pedagógica (aqui é fundamental a passagem de um enfoque eminentemente “cego” para uma abordagem produtiva do pensamento), seja de ordem ética ou moral, implicaria nos estudantes, bem como nos professores uma outra representação do mundo escolar. Esta mudança de representação impeliria, dialeticamente, ações num outro sentido de educar, que, por sua vez, afetariam as relações escolares praticadas na atual realidade sistêmica.

2 Metodologia

Tendo em vista o objetivo proposto, como já aponte na Introdução, a estrutura metodológica de minha tese se desenvolveu em dois grandes eixos: um trabalho investigativo, de natureza teórica, sobre o conceito “pensamento produtivo”, mais especificamente a “solução de problemas” e um trabalho de campo que permitiu que a parte conceitual ficasse ilustrada.



2.1 O estudo teórico

Os aspectos teóricos relacionados aos princípios que norteavam o PNE, em especial a **resolução de problemas**, aliados ao objetivo central deste trabalho expresso na pesquisa sobre os aspectos que envolveriam a aprendizagem significativa ou o *pensamento produtivo* no verdadeiro sentido da palavra, nortearam o percurso teórico da tese.

A partir desse quadro, decidi que estudar resolução de problemas nos contextos da Heurística, Intuição e principalmente da Teoria da Gestalt, seria a forma mais adequada de desenvolver teoricamente uma reflexão que contribuísse no âmbito da Educação Matemática. Neste sentido, optei por buscar as bases históricas e filosóficas que pudessem referenciar esta abordagem. Seguindo este caminho, estudei a resolução de problemas através de autores e concepções fundamentais que através de seus trabalhos, mostram como se dá o movimento contraditório que leva ao real avanço do conhecimento matemático na história recente.

Em primeiro lugar, o referencial teórico buscou nos fundamentos de Platão, Aristóteles e Euclides, mas especialmente no pensamento de Kant, as bases para o desenvolvimento histórico e filosófico do pensamento matemático, bem como os pressupostos nos quais se baseou Husserl para produzir os conceitos fenomenológicos que nortearam fundadores da escola gestaltista como Koehler.

Em seguida destaco o “pensamento produtivo” de Max Wertheimer, 1991, que aborda especificamente a resolução de problemas pela visão da escola da Gestalt. Complementando o pensamento de Wertheimer vem Kurt Lewin trazendo contribuições sobre a aprendizagem significativa que leva em conta o conceito de “espaço de vida” composto pela pessoa, o meio e a totalidade dos eventos possíveis.

No intuito de enriquecer esta reflexão acerca do pensamento matemático, trouxe as contribuições de autores que desenvolveram as noções de intuição e heurística no sentido de esclarecer as diferenças e relações entre pensamento produtivo ou intuitivo e pensamento lógico. Assim, na seqüência do pensamento kantiano, Poincaré foi-nos de grande valia na discussão entre intuição e lógica.

Cabe destacar ainda nesta discussão as contribuições retiradas de Bazarian sobre “intuição heurística” e de Puchkin acerca da heurística do “pensamento criador”

Seguindo a tendência de vislumbrar mecanismos e conceitos que ultrapassem a visão insuficiente do fazer matemático com base apenas no pensamento lógico, recorro a George Polya e a Imre Lakatos. O primeiro, como referencial fundamental pelo trabalho sobre heurística de solução de problemas, e o segundo, que recebe a influência de Popper e do próprio Polya, pela proposta de uma heurística que busca demonstrar a falibilidade da Matemática baseada na lógica.

Por fim, descrevo as principais concepções e princípios heurísticos de Alan Schoenfeld, Frank Lester e Juan Ignacio Pozo, três importantes referências cujos pressupostos teóricos relacionam-se especialmente ao pensamento de Polya. Além disso, Schoenfeld e Pozo dialogam com os pressupostos da Gestalt e com o próprio Wertheimer.

2.2

O trabalho de campo

Dentre os programas de incentivo a um melhor ensino, no Rio de Janeiro, tomei como campo empírico de meu trabalho o Programa Nova Escola (PNE), realizando uma investigação exploratória, principalmente acerca das opiniões dos professores de Matemática daquele programa. Pela natureza deste meu trabalho, escolhi o desenho de uma pesquisa qualitativa, com amostra intencional.

2.2.1

O grupo ouvido

Como desejava estar em contato com os docentes afetados pelo PNE, escolhi algumas escolas (do ensino médio) da rede pública estadual (na cidade do Rio de Janeiro) para serem meu campo de coleta dos dados

Tais escolas foram intencionalmente escolhidas por um critério segundo o qual sua grande maioria deveria ter boa avaliação no PNE, exceto uma escola mal avaliada pelo PNE, escolhida para subsidiar comparativamente minha análise. Esta opção baseou-se na hipótese de que encontraria nessas escolas bem avaliadas

sintonia com as exigências do Programa. Entendia que este seria o espaço de maior potencial para desenvolver o trabalho de pesquisa de acordo com os objetivos traçados.

Para delinear que escolas e profissionais de educação fariam parte da amostra intencional desta pesquisa, busquei junto à coordenação do PNE todas as listagens com os resultados anuais da avaliação de cada escola desde o início do programa em 2000, até 2005. Foram ao todo cinco listagens, pois não houve avaliação no ano de 2002.⁴ Já os dados da avaliação de 2006 foram extremamente prejudicados e, por isso, desconsiderados nesta pesquisa.⁵

Obtive, ainda, junto ao Senso Estatístico do MEC, setor localizado na própria SEE/RJ, outra relação com dados de 2005 sobre as escolas localizadas na cidade do Rio de Janeiro, cuja coordenação cabe às metropolitanas (III, IV e X). Esta relação forneceu dados da escola tais como sua localização por bairro, sua organização administrativa vinculada a uma das três metropolitanas, o número de estudantes, o número de turnos e a modalidade do atendimento educacional oferecido por elas.

Com base nesses dois conjuntos de dados, empreendi uma análise, buscando, através de alguns cruzamentos, verificar quantas e quais escolas, com características que nos interessavam, mantiveram boas e más avaliações ao longo desse tempo.

⁴ Esta pesquisa tomou por base as avaliações do PNE de 2000 a 2005. Em 2002 não houve avaliação no curto mandato de Benedita da Silva (Vice do então governador Garotinho) que assumiu o Governo do Estado durante o último ano de mandato, quando Garotinho se desincompatibilizou para disputar o pleito presidencial seguinte.

⁵ Ainda que em 2006 tenha havido avaliação das escolas, esta ocorreu no final deste ano (eleitoral) através de um processo esvaziado e aligeirado, segundo opinião unânime dos profissionais das escolas que pesquisamos. Portanto, resolvemos desconsiderar esses dados que sequer o governo eleito utilizou para gratificar os profissionais de educação em 2007. Ou seja, em 2007 o governo Cabral Filho não prosseguiu com as avaliações do PNE embora tenha mantido as gratificações e o mesmo valor referente à avaliação de 2005. Até o fim desta pesquisa, não havia definição sobre que encaminhamento o governo daria a tais gratificações e/ou outras eventuais políticas de avaliação institucional.

Em relação ao número de pessoas e os setores escolares ouvidos, os critérios de escolha mais uma vez vincularam-se ao processo do PNE nas escolas e aos objetivos da pesquisa, ou seja, critérios qualitativos aos quais Thiollent (1996, p.62) se refere como amostras intencionais. "Trata-se de um pequeno número de pessoas que são escolhidas intencionalmente em função da relevância que elas apresentam em relação a um determinado assunto."

Neste sentido, selecionei as escolas relacionadas no quadro a seguir. Em cada uma delas entrevistei pelo menos um profissional de educação de cada um dos seguintes setores: direção, coordenação pedagógica e setor docente de matemática. A escolha desses profissionais levou em conta uma possível visão mais ampla e privilegiada. No caso dos diretores e coordenadores pedagógicos, sobre o PNE, e no caso dos professores, sobre o processo que é foco deste trabalho, ou seja, a resolução de problemas e o pensamento produtivo. Por este motivo destaquei apenas as escolas e os professores, cujas entrevistas serão relacionadas como dados empíricos aos conceitos desenvolvidos no presente estudo. As entrevistas com diretores e coordenadores pedagógicos, tiveram um papel complementar às falas dos professores, meus principais interlocutores.

Saliento que, com o objetivo de não expor a identificação desses professores e professoras, adotei as letras X, Y, Z e W para designá-los. Do mesmo modo, abstraí a identificação de gênero, tratando a todos como "professor" (o que poderia ter sido ao contrário), ainda que isso não corresponda à realidade. Além disso, adotei também as siglas aleatórias FOP, LOW, TOP e NOT para identificar as respectivas escolas desses professores.

Este foi o caminho adotado na definição dos entrevistados nesta tese.

QUADRO DAS ESCOLAS SELECIONADAS PARA A PESQUISA

ESCOLAS	PROFESSORES DE MATEMÁTICA
(FOP)	(X)
(LOW)	(Y)
(TOP)	(Z)
(NOT)	(W)

Considero importante registrar aqui algumas características de cada escola escolhida e de cada professor entrevistado.

O Colégio FOP participou da pesquisa por ser uma instituição de formação de professores, guardando, portanto, diferenças importantes em relação às escolas de ensino médio regular quanto à grade curricular (que inclui disciplinas de formação pedagógica e, portanto, menos tempo na formação geral) e o tempo de conclusão do curso que neste caso é de quatro anos. Gostaria de frisar que a avaliação do desempenho escolar do PNE refere-se ao último ano (terceiro) do ensino médio regular, o que caracteriza bem a dificuldade relativa a um currículo diferenciado de quatro anos. A escola localiza-se na zona norte da cidade.

O jovem professor X é formado em 1997 pela UFRJ, participou durante o seu curso de graduação do Projeto Fundão. Logo em seguida iniciou sua carreira, como professor, na rede pública estadual. Também trabalhou até recentemente como professor substituto no Colégio de Aplicação da Uerj. Embora jovem, demonstrou ser um profissional muito seguro quanto as suas convicções e resultados obtidos na prática escolar.

O Colégio LOW foi escolhido a partir de um comentário do próprio coordenador do PNE acerca do interesse dos profissionais dessa escola em procurar mostrar os projetos lá desenvolvidos, e a frustração por não verem estas iniciativas valorizadas pelo PNE, especialmente nos resultados de 2005 quando a avaliação da escola foi baixa. A partir dessa informação pude constatar, em consulta feita pela Internet, que, de fato, essa escola era relativamente bem referida por alguns projetos que desenvolvia. Trata-se de uma escola localizada na zona sul do Rio de Janeiro, com três turnos de funcionamento.

O professor Y trabalha tanto na rede pública estadual quanto municipal do Rio de Janeiro. É um professor experiente e antenado aos processos de atualização e formação na área de matemática. Na escola LOW é quem trabalha o projeto olimpíadas da matemática. Atualmente, por decisão própria, leciona apenas para o primeiro ano do ensino médio.

O Colégio TOP caracteriza-se por manter as melhores avaliações no PNE entre as escolas que pesquisei. Trata-se de uma escola pequena, de dois turnos (manhã e tarde), que tem um projeto com a secretaria municipal do Rio de Janeiro no sentido de receber desta rede municipal a indicação dos seus melhores estudantes. Tem outro projeto com o Cefet-Rio no sentido de que seus estudantes a partir do 2º ano passam a fazer o curso técnico, concomitantemente com o ensino médio no colégio TOP.

Realizei uma primeira entrevista com um professor da escola TOP, mas em razão de sua gravação ter sido danificada, realizei outra entrevista, desta vez com o professor Z. Embora tenha anotações da primeira entrevista, a que a sucedeu, muito semelhante à primeira, contemplou plenamente as questões levantadas, de modo que foi tomada com referência neste trabalho.

O jovem professor Z é formado em 1998, pela Uerj, e, entretanto, é o professor de matemática mais antigo da escola. Chegou lá em 2000, seu primeiro ano de magistério, ano de fundação da escola TOP e também ano de início do PNE. Leciona ainda em outro colégio estadual. No TOP, leciona apenas para o terceiro ano e parece ser referência do trabalho com matemática nessa escola.

O Colégio NOT foi escolhido especialmente Pela influência que poderia ter o 3º turno (noturno) nos resultados da escola junto ao PNE, visto que este turno apresenta índices de repetência e evasão (fluxo) em geral maiores do que os do diurno nas escolas que o possuem. Entretanto, destaca-se também o grande quantitativo de estudantes e profissionais dessa escola, certamente uma das maiores da rede pública estadual. Ressalto que a escola não participou da primeira avaliação do PNE, por decisão de seus profissionais. Apesar desses aspectos, a escola manteve uma avaliação relativamente boa ao longo do tempo.

O professor W também tem muitos anos de magistério e leciona, por opção, apenas no primeiro ano do ensino médio como estratégia para preparar os estudantes que chegam à escola, de fora. Assim, conhece os seus mais de trinta colegas de matemática, só dessa escola, e afirma que apenas quatro deles executam um trabalho semelhante ao seu.

Assim sendo, ouvi 5 professores de quatro escolas, escolhidas, como já disse, a partir de um critério intencional.

2.2.2

Instrumentos de coleta de dados: a entrevista

A coleta de dados se fez através de entrevistas semi-estruturadas, apoiadas em roteiro (anexo) cuja função foi orientar uma maior obtenção de dados relevantes.

Durante as entrevistas, embora os temas para discussão estivessem enredados no roteiro, foi possível manter a flexibilidade, o debate de idéias e a reflexão para o enriquecimento da pesquisa. Portanto, a postura adotada pelo pesquisador foi de escuta, de elucidação dos vários aspectos da situação, sem imposição unilateral de suas concepções próprias. (THIOLLENT, 1996, p. 17). A maior parte das entrevistas se deu no âmbito das escolas, mas algumas foram

feitas em outros locais e algumas na própria residência dos entrevistados. Apenas as entrevistas junto à coordenação do PNE foram realizadas na SEE-RJ.

Antes de iniciar as entrevistas propriamente ditas, realizei um primeiro contato com as escolas com o objetivo de me apresentar, buscar estabelecer o melhor ambiente possível para a realização da pesquisa, além de obter dados gerais sobre a escola e seu funcionamento pedagógico. Assim sendo, procurei conhecer: o número de turmas, estudantes e professores; a estrutura do trabalho pedagógico, ou seja, os seus profissionais e a dinâmica utilizada junto ao trabalho docente; os projetos eventualmente existentes e sua vinculação com o “desempenho” e o “fluxo” escolares. Ressalto que o meu interesse acerca desses dados foi desde logo orientado para a área de conhecimento escolhida para a realização da pesquisa: a Matemática. As visitas de apresentação e reconhecimento das escolas se deram sempre a partir de contatos iniciais com as respectivas direções, a partir dos quais pude estabelecer os outros contatos necessários com professores de matemática, e profissionais da área pedagógica.

Para além dos objetivos iniciais das primeiras visitas, fui cedo surpreendido pelo campo empírico na medida em que percebi logo a necessidade de importantes alterações de rumo quanto à abordagem planejada inicialmente, o que me possibilitou melhores condições para aperfeiçoar o roteiro de entrevistas e a própria interlocução com os profissionais.

Como meu interesse se centrava na parte da resolução de problemas no ensino de Matemática, embora tenha realizado entrevistas nas escolas com diretores, coordenadores pedagógicos e professores, e na SEE-RJ com o coordenador do PNE, para a minha tese trago apenas os dados coletados que se referem diretamente à experiência escolar com a Matemática, através dos professores. As outras entrevistas tiveram, entretanto, uma grande importância na delimitação teórico-metodológica do trabalho.

As entrevistas foram em geral gravadas e registradas manualmente as suas principais respostas. Ocorreram alguns casos em que o entrevistado não desejou a gravação. As entrevistas foram transcritas para análise, não deixando de preservar os estilos pessoais das respostas.

Além das entrevistas, busquei ter acesso aos planejamentos pedagógicos individuais e/ou coletivos dos professores como forma de comparação entre o produto das entrevistas, que ocorre num contexto mais aberto e descontraído, e

suas posições no espaço formal onde sistematizam de forma mais organizada seu planejamento curricular. Também busquei ter acesso a exames e/ou trabalhos aplicados, cuja análise também oferece elementos adicionais sobre o conteúdo e a metodologia utilizada pelo professor e, portanto, a que abordagem teórico-pedagógica se vincula.

2.3 Procedimentos de análise das entrevistas

O trabalho com entrevistas semi-estruturadas possibilitou-me falas orientadas aos objetivos da pesquisa, mas livres o suficiente para expressar com naturalidade o pensamento dos entrevistados. Esta característica da pesquisa empírica levou-me a adotar a análise do discurso como a metodologia mais favorável de exame das referidas entrevistas.

Referindo-se a esta técnica de análise, Foucault ressalta que “Certamente os discursos são feitos de signos; mas o que fazem é mais que utilizar esses signos para designar coisas. É esse mais que os tornam irreduzíveis à língua e ao ato da fala. É esse mais que é preciso fazer aparecer e que é preciso descrever”. (FOUCAULT, 1986, p.56).

Portanto, estive em busca não apenas do dito, mas do interdito sobre as questões referentes ao meu tema, especialmente naqueles discursos que apresentaram algum grau de sintonia com a questão central deste trabalho. Enfatizo que não fiquei alheio ao fato de que tais discursos, bem como as práticas escolares, referem-se, na realidade, a fronteiras borradas por diversos princípios e concepções teórico-pedagógicas.

Entretanto, como forma de categorizar tais discursos mais especificamente, tomei como referência o eixo teórico do PNE que elegi para me auxiliar nesta investigação, isto é, a aprendizagem (significativa) da matemática através da resolução de problemas.

Assim sendo, dividi esses discursos em duas tipologias com ênfases diferentes acerca das estratégias ou heurísticas sobre resolução de problemas:

1 – ênfase nos exemplos para memorizar conceitos, fórmulas e regras; ênfase para fixar procedimentos e algoritmos através dos problemas;

2 – ênfase em problemas “desafiadores”, bem estruturados, relacionados ao contexto dos estudantes. Ou seja, problemas que levem o estudante a generalizar de forma criativa os conteúdos propostos, caracterizando uma “aprendizagem significativa” ou “produtiva” (WERTHEIMER, 1991); ou ainda uma aprendizagem relacionada dinamicamente à motivação e à cognição nas suas mais diferentes constelações de fatores. (LEWIN, 1965).

Destaco que o primeiro caso trata-se de uma prática que privilegia “ensinar a resolver problemas” e o segundo, “ensinar sobre a resolução de problemas” e/ou mais especificamente, “ensinar matemática através da resolução de problemas”. (ONUCHIC, 1999).

Considero que a metodologia e as categorias de análise apresentadas foram frutíferas para ilustrar o referencial teórico que se tornou o cerne deste trabalho.

3

Fundamentos históricos e filosóficos do conhecimento matemático

3.1

De Euclides à Kant – por que a geometria seguiu soberana?

Como se origina o conhecimento? Quais são os seus limites? Como ele evolui? Como se alcança a verdade? Estas são questões que não podem ser respondidas de forma absoluta. Um determinado referencial teórico pode lhes conferir base de verdade e outro não. De maneira geral, implícitas às possíveis respostas sobre as questões colocadas, encontram-se as concepções sobre o conhecimento, o ensino e a aprendizagem, bem como as práticas pedagógicas, incluindo-se aí as práticas avaliativas.

A partir dos gregos, identifica-se, além de uma matemática utilitária, já existente anteriormente, uma matemática abstrata ou teórica. Tal concepção decorre do desenvolvimento de um pensamento abstrato, associado às práticas religiosas e rituais dessa civilização. Considera-se aí a origem de um modelo que dá surgimento às Ciências, a Filosofia e a Matemática abstrata. Essas duas formas de Matemática, uma utilitária e outra teórica, convivem desde então, atravessando o período do Império Romano e da Idade Média e chegando até os nossos dias.

Independente da corrente filosófica predominante ser o racionalismo, o escolasticismo ou o empirismo, a Geometria permaneceu inquestionável em seu estatuto. Pouco importava se a Razão determinava o conhecimento do mundo físico, ou se eram os nossos sentidos físicos os elementos fundamentais na apreensão das propriedades dos objetos físicos.

A geometria tratada até aqui, é aquela contida nos Elementos de Euclides (finais do séc. IV e princípios do séc. III A.C), a chamada Geometria Euclidiana.

A crença de que esta geometria revela verdades claras e indubitáveis sobre o universo, é referida por alguns, como Mito de Euclides. “Partindo de verdades evidentes, por si próprias e procedendo por demonstrações rigorosas, Euclides chega ao conhecimento certo, objetivo e eterno”. (DAVIS, P. 1985, p.366).

A filosofia clássica chega ao seu ápice no final do século XVIII quando Kant (1724-1804) apresenta suas concepções acerca do conhecimento, até então dominadas pelas idéias do Racionalismo e do Empirismo.

Tanto os filósofos racionalistas como Leibniz, quanto os empiristas, como Hume, dividem as proposições em duas classes mutuamente exclusivas e que exaurem o universo das proposições: as analíticas, englobando as verdades da razão e as fatuais ou empíricas. Uns e outros concordam em que as proposições da Matemática são analíticas, reservando suas discordâncias para a interpretação que dão das proposições empíricas. (Machado, N. 1994, p. 24).

A abordagem kantiana se aproxima, pelas proposições analíticas, das duas correntes filosóficas discordantes, ao mesmo tempo em que apresenta de forma original uma definição de proposições sintéticas, atribuindo papel de destaque à Matemática, de forma diferenciada dessas duas correntes.

Assim, Kant recoloca a classificação das proposições, de tal forma que podem ser:

(...) analíticas, isto é, aquelas cuja negação conduz a contradições e as não analíticas ou sintéticas (...). Até aqui, Kant não se afasta muito das classificações anteriores. **A sua proposta original consiste, justamente, na distinção de duas classes de proposições sintéticas: as que são empíricas, ou sintéticas a posteriori e as que não são empíricas, ou sintéticas a priori.** As proposições sintéticas a posteriori dependem, segundo Kant, da experiência sensível, para sua validação (...). Já as **proposições sintéticas a priori não dependem da percepção sensorial** para sua validação, **nem são analíticas (...)**. São proposições necessárias por constituírem a base, a condição de possibilidade de ciência, da experiência objetiva. Não se deixam reduzir a verdades lógicas (...) sendo, isto sim, **o canal de comunicação do sujeito pensante com o mundo físico.** (Ibidem). (grifos meus).

Portanto, Kant considerava que o verdadeiro núcleo da teoria do conhecimento se situa no terreno dos **juízos sintéticos a priori**, ao mesmo tempo **universais** e necessários para enriquecer e fazer progredir o conhecimento.

Os objetos do mundo sensível situam-se no contexto espaço-temporal. Para Kant, é impossível conhecê-los sensorialmente, sem uma concepção inicial, **a priori**, do espaço e do tempo que **se daria através da sensibilidade, para Kant, fruto de uma faculdade de intuição.**

São duas as formas da sensibilidade: o espaço e o tempo. Kant analisa-as detidamente, procurando demonstrar como são **formas apriorísticas** e, portanto, **independentes da experiência sensível.** Para Kant, não é porque o sujeito cognoscente percebe as coisas como exteriores a si mesmo e exteriores umas às

outras que ele forma a noção de espaço; ao contrário, é porque possui a noção de espaço como uma estrutura inerente à sua sensibilidade que o sujeito cognoscente pode perceber os objetos como relacionados espacialmente. Kant mostra ainda que **é possível abstrair todas as coisas que estão no espaço, não se podendo fazer o mesmo com o próprio espaço. A argumentação kantiana com relação ao tempo é fundamentalmente a mesma.** (Chauí, M. 1991, p.x). (grifo meu).

A Matemática refere-se ao tempo e ao espaço, pois:

(...) nosso conhecimento do tempo é sistematizado na aritmética, que se baseia na **intuição da sucessão**. Nosso conhecimento do espaço é sistematizado na geometria. Para Kant, como para Platão, há somente uma geometria - a mesma que hoje chamamos de euclidiana (...). As verdades da geometria e da aritmética se nos impõem pela maneira como funciona nossa mente. (Davis, P. 1985, p. 370). (grifo meu).

Assim, **“a Matemática, enquanto se refere ao espaço e ao tempo. é constituída de proposições sintéticas a priori** e não analíticas, como anteriormente era considerada. (...) Trata-se, sem dúvida de uma posição singular, a da Matemática na concepção de Kant. Ela se refere à realidade concreta, mas utiliza para apreendê-la, preconceitos a respeito do espaço e do tempo (...)”. (Machado, N. 1994, p. 25). (grifo meu).

De forma idêntica, “Poincaré defendeu que as leis aritméticas são juízos sintéticos e a priori pela razão de que se fundam na intuição pura do princípio de indução completa que ele considerava como uma lei matemática e não uma lei lógica”. (DINES, Z. P., 1974, p.70).

Kant defende que os **juízos sintéticos a priori**, ou o acesso às matrizes invariantes e permanentes referentes ao espaço-tempo que permitem a nós a apreensão do mundo, **não se dá através dos sentidos**, mas da **razão introspectiva**. Isso justificaria porque as verdades geométricas e aritméticas são válidas para todos, independentemente da experiência. As intuições do tempo e do espaço, sobre as quais se baseiam a aritmética e a geometria, possuem sua existência vinculada à mente humana.

A concepção kantiana do *a priori*, bem como da posição singular que ocupa a Matemática nesta concepção constituíram-se numa influência dominante na filosofia matemática, servindo de base para as três escolas de fundamentos estabelecidas a partir da segunda metade do século XIX, chegando ao século XX.

3.2 A crise dos fundamentos

O mito de Euclides permaneceu firme, servindo de base sólida, tanto a filósofos quanto a matemáticos, até boa parte do século XIX. Entretanto, o desenvolvimento das geometrias não-euclidianas, demonstrando a existência de mais de uma geometria possível, e da análise Matemática - o cálculo e suas vertentes - ultrapassando a intuição da geometria euclidiana, colocaram em cheque o alicerce sólido da Matemática. “(...) a perda da certeza na geometria foi filosoficamente intolerável, pois implicou na perda de toda a certeza no conhecimento humano. A geometria tinha servido, desde Platão, como exemplo supremo da possibilidade dessa certeza”. (Davis, P. 1985, p. 372).

Assim, os matemáticos do século XIX enfrentaram este desafio deslocando da geometria para a aritmética a busca por novos fundamentos. Neste sentido, foram apresentados três métodos, por Dedekind, Cantor e Weierstrass. O que caracterizava, de forma comum, os três métodos era a necessidade de se utilizar algum conjunto infinito de números racionais no esforço de se reduzir a análise e a geometria à aritmética. Neste sentido, Cantor desenvolveu a teoria dos conjuntos, sobre a qual poderia ser construída toda a Matemática. (idem).

A teoria dos conjuntos confundiu-se, no início, com a própria Lógica, compreendida neste contexto como as leis fundamentais da razão, o pilar do universo. Neste sentido, a lei da contradição e as regras de implicação são consideradas como necessárias e indubitáveis. Esta tese logística foi elaborada e defendida por Bertrand Russell e Whitehead, na obra *Principia Mathematica*, na qual pretenderam demonstrar que as leis da aritmética, como de resto toda a Matemática derivam das leis da lógica. (Davis, P. 1985, p. 373)

Assim, quando tudo se encaminhava para que toda a Matemática pudesse reduzir-se aos fundamentos da Teoria dos Conjuntos, dá-se um novo revés. O próprio Russell descobre que a noção dos conjuntos, aparentemente clara, levava a contradições, dentre as quais, uma das mais notáveis é conhecida como paradoxo de

Russel⁶. “As controvérsias do fim do século dezenove e do início do século vinte ocorreram devido à descoberta das contradições na teoria dos conjuntos”. (Idem).

Estabelece-se, assim, a chamada "crise dos fundamentos" que se transforma na questão central no interior das importantes controvérsias do início do século XX. Na tentativa de restabelecer credibilidade aos fundamentos da Matemática, surgiram três escolas principais: o Logicismo, o Intuicionismo ou Construtivismo e o Formalismo.

O Logicismo tem em Leibniz um importante representante, na medida em que ele utiliza o cálculo lógico como instrumento indispensável ao raciocínio dedutivo que empreende. Russell, Frege, assim como quase todos os lógicos modernos, defendem o princípio de que a análise de uma proposição pode ser demonstrada utilizando-se as leis gerais da lógica.

A tese logicista contida na obra fundamental de Russell e Whitehead - Principia matemática - continha situações embaraçosas, como o paradoxo de Russell, que no início do século XX causaram um enorme incômodo às convicções logicistas. Neste sentido, Russell desenvolve novos axiomas no intuito de viabilizar uma nova lógica para dar à Matemática um suporte seguro.

Essa estratégia foi amplamente contestada sob a acusação de ser um remendo no sentido de tentar excluir o mal detectado nos paradoxos. Além disso, considerou-se que possuía uma estrutura complicada que não se identificava com a lógica no sentido filosófico ou universal.

Após o logicismo, surge outra grande escola denominada de Construtivismo ou Intuicionismo. Sua concepção tem raízes em Kant e surge em torno de 1908 a partir das concepções de L. E. J. Brouwer, um de seus representantes mais típicos. Para Brouwer, que aceita o caráter apriorístico das proposições relativas ao tempo e ao espaço, toda a Matemática decorria de uma construção em um número finito de procedimentos, a partir dos números naturais, que são dados a nós por uma intuição fundamental. É esta intuição, resultante da introspecção, a responsável por evidenciar a verdade das proposições Matemáticas e não a observação direta dos objetos externos. Assim, a Matemática é “uma

⁶ Este paradoxo ou antinomia é semelhante ao Paradoxo do Barbeiro: “o barbeiro é aquele que barbeia os homens que não se barbeiam a si próprios”. O paradoxo advém ao perguntar se o barbeiro se barbeia a si próprio. (Nagel & Newman, 2003).

construção de entidades abstratas, a partir da intuição do matemático, e tal construção prescinde de uma redução (...) à Lógica ou uma formalização rigorosa em um sistema dedutivo”. (Machado, N. (1994), p. 40).

Neste sentido, os entes matemáticos devem ser construídos passo a passo e, portanto, não existe, em relação a eles, uma perspectiva platônica ou empírica. O princípio básico da construtibilidade implica em que a lei do terceiro excluído⁷ seja rejeitada. Este fato justificaria, de forma diferente da de Russell, os paradoxos encontrados nas proposições logicistas, pois, para os construtivistas, a construção de enunciados dotados de sentido não implica em que estes sejam verdadeiros ou falsos.

A concepção construtivista apresenta-se como uma ameaça à maioria dos matemáticos que, como Hilbert, achava que uma reforma da Matemática por este viés deformaria a ciência, colocando a perder muitas das preciosidades que se tinha alcançado. Assim, Hilbert passa a defender a Matemática clássica dos ataques construtivistas, propondo para isso a demonstração rigorosa de sua consistência por raciocínios de natureza puramente finita.

O Formalismo também tem em Kant as suas raízes, pois considera os teoremas como decorrentes dos axiomas, de acordo com as leis da lógica. Os axiomas não são, por sua vez, princípios lógicos ou conseqüências destes, mas entes decorrentes da estrutura de dados da percepção sensível do espaço e do tempo. Neste sentido, ao contrário de propor a redução da Matemática à lógica como queriam os logicistas, o formalismo propõe que a lógica assuma proporções de método que legitimaria a inferência em quaisquer conteúdos.

Hilbert adotou a concepção kantiana na proposta de seu programa formalista que, grosso modo, consistia em descrições de objetos e construções concretas, não lógicas; a teorização formal dessas construções e objetos utilizando a Lógica como instrumento fundamental, e o estabelecimento de teorias formais consistentes, cada vez mais abrangentes, até a formalização completa da Matemática.

⁷ A lei do terceiro excluído afirma que uma proposição ou sua negação é verdadeira e assim a aceitabilidade de provar que um objeto matemático existe mostrando que sua não existência implicaria uma contradição. Formalistas, tais como Hilbert, não consideram essas provas como problemáticas; construtivistas, notadamente L. E. Brouwer, se recusam a empregá-las, pelo menos para conjuntos infinitos.

Quando se deu o desenvolvimento bem sucedido das geometrias não-euclidianas, os sistemas matemáticos formais passam a adquirir um caráter de jogo em que as peças perdem a importância e não fazem mais sentido para o jogador. Isto se dá pelo fato dessas geometrias não se referirem mais ao mundo empírico ou mesmo ao platônico.

Tal fato leva a uma reorientação do eixo de legitimação das teorias formais que se desloca de um suposto isomorfismo com o mundo empírico para uma independência em relação a este. Passa-se a exigir apenas que a consistência de uma proposição formal refira-se à impossibilidade simultânea de sua demonstração e à de sua negação. Ao mesmo tempo, uma teoria formal é considerada completa se toda a fórmula decorrente das regras inicialmente estabelecidas é um teorema ou a sua negação.

As pretensões formalistas de um sistema consistente e completo que englobasse toda a Matemática foram colocadas por terra quando, por volta de 1930, Kurt Gödel publica um artigo esclarecendo que, em grande parte dos sistemas formais, podem-se construir proposições bem-formadas, em relação às quais não se pode deduzir se são falsas ou verdadeiras: “uma destas proposições, bastante conhecida, é o chamado "Teorema de Goldbach", que estabelece que todo número par é a soma de dois números primos”. (Machado, N. 1994, p. 36). Não há, até hoje, prova bem sucedida para tal conjectura apesar dela demonstrar-se verdadeira.

3.3 A hegemonia do formalismo lógico

Como a Matemática formal não é considerada como ciência, visto que não tem objeto de estudo, ela passa a servir como estrutura para as outras ciências, sendo utilizada como linguagem. Neste sentido, uma das razões para a hegemonia do formalismo matemático foi sua ligação ao positivismo lógico, tendência dominante na filosofia da ciência, durante os anos 40 e 50 do século XX, que preconizava uma ciência unificada pela codificação em um cálculo lógico formal com um único método dedutivo.

Apesar do positivismo lógico não ser mais a corrente dominante na filosofia da ciência que encontra em trabalhos como os de Karl Popper uma

alternativa histórico-crítica à altura, o mesmo não se dá como efeito na filosofia da Matemática. A influência de Russel, Frege e Wittgenstein deixou a herança de uma filosofia analítica que preconiza a análise e a lógica como elementos centrais.

O exemplo mais importante da disseminação da idéia do formalismo matemático foi a obra de Bourbaki⁸, um grupo de matemáticos cujo objetivo era o de conceber toda a matemática clássica em bases estritamente axiomáticas e estruturais. Esta obra foi composta por uma série de textos produzidos em nível de pós-graduação sobre a teoria dos conjuntos, a álgebra e a análise, nos anos 1950 e 1960. A herança formalista da Matemática viabilizou-se, no seu ensino, para níveis mais elementares sob o nome de “Matemática Moderna”.

Importante ressaltar que, de forma semelhante às atuais reformas educacionais em decorrência das transformações que ocorrem pelo avanço do desenvolvimento tecnológico, numa economia globalizada, o movimento da matemática moderna ganhou força naquele contexto, especialmente a partir do lançamento do primeiro satélite artificial pela União Soviética. Assim, aumentou a pressão para a modernização do ensino da Matemática e das Ciências.

A nova abordagem escolar deveria apresentar a matemática de forma unificada, recorrendo, para isso, à linguagem dos conjuntos e privilegiando o papel das estruturas algébricas. Também como nas atuais reformas, para respaldar cientificamente a nova proposta e substituir a “velha”, argumentava-se que seus pressupostos correspondiam à essência do próprio conhecimento matemático (baseando-se no matemático inglês Boole, por exemplo), além de se apoiarem em destacadas investigações psicológicas (especialmente em Piaget) sobre os processos mentais.

Entretanto, já nos primeiros anos da década de 1960 começam a aparecer manifestações contrárias a este movimento. A ênfase nas estruturas algébricas e nas axiomatizações teria levado muitos professores a se sentirem em dificuldades para ensinar, por exemplo, os conteúdos geométricos. Em muitos países o formalismo e a ênfase na linguagem foram levados a extremos.

No início dos anos setenta ocorre um forte movimento de crítica à Matemática moderna nos Estados Unidos, depois na França e outros países.

⁸ “Bourbaki é um personagem fictício, adotado por um grupo de jovens matemáticos franceses em 1928, que se reuniram num seminário para discutir e propor avanços da matemática em todas as áreas.” (D’AMBRÓSIO, 1996, p.54)

Diante do declínio dos resultados escolares dos estudantes, começou-se a reclamar o regresso à ênfase em competências básicas. Um importante ícone deste movimento foi Morris Kline, um matemático prestigiado que escreveu um livro, em 1973, intitulado *Why Johnny can't add: The failure of the new math*.

No Brasil é publicado em 1976 “O Fracasso da Matemática Moderna”, onde Kline salienta que “Os líderes da Matemática Moderna não se satisfazem com uma abordagem dedutiva da Matemática. Desejam apresentar um desenvolvimento dedutivo rigoroso”. (p.72). Critica, ainda, o fato de que tornaram a geometria muito rigorosa e axiomática, o que acabou afastando os jovens, em vez de aproximá-los.

Segundo Soares (2001), a geometria ensinada no Brasil continuava sendo a euclidiana embora utilizando a linguagem dos conjuntos, o que levava professores a observarem seus estudantes confusos com essa abordagem.

Por outro lado, Osvaldo Sangiorgi, um dos introdutores e maiores defensores da Matemática moderna no Brasil, reconhece ainda na década de 70 que esse movimento não produziu o efeito esperado: “não se sabe mais calcular áreas de figuras geométricas planas muito menos dos corpos sólidos que nos cercam” (apud Soares, 2001, p. 87).

Alguns autores atribuem o insucesso desse movimento não tanto ao seu conteúdo, tão criticado, mas ao excesso de radicalismo com que foi implantado e pelas interpretações errôneas que geraram improvisação ou exagero.

D'Ámbrósio (1996), por exemplo, lamenta que tudo o que se fala de matemática moderna no Brasil é negativo. Ressalta que, “sem dúvida, foi um movimento da maior importância e que os desacertos muito naturais e esperados foram explorados e sensacionalizados pelos “mesmistas” e a matemática moderna foi desprestigiada e combatida”. (p.54).

Neste sentido, em nossa opinião ainda restam dúvidas a serem pesquisadas e esclarecidas quanto ao impacto do movimento de crítica à matemática moderna na contínua diminuição de suas idéias no ensino de Matemática. Teriam sido suas propostas de fato um completo equívoco a ponto de levá-las ao fracasso? Teriam sido os referidos “naturais desacertos” desta proposta explorados no sentido de derrotá-la em detrimento de importantes contribuições? Do meu ponto de vista, possivelmente tenha havido os dois movimentos concomitantes, como, aliás,

vemos atualmente em relação às reformas educacionais consolidadas nos projetos governamentais e muitas vezes pouco articuladas no cotidiano das escolas.

3.3.1

Dos anos 1980 aos tempos atuais e as lições apreendidas do passado

Nos anos 80 se deu um novo e intenso movimento de reforma do ensino da Matemática cujo início é marcado pela publicação da *Agenda for action* do NCTM (1980), manifesto onde se proclama a resolução de problemas como o foco da Matemática escolar. Em seguida, surgiram relatórios, conferências e projetos nos quais a resolução de problemas ocupa lugar destacado. Um dos documentos mais importantes, *Normas para o currículo e avaliação da matemática escolar*, também do NCTM (1989/1991), salienta que o principal objetivo da Matemática escolar é levar o estudante a desenvolver o seu poder matemático.

As novas orientações curriculares propostas nas últimas décadas no panorama nacional e internacional valorizam principalmente quatro idéias: 1) a natureza das competências matemáticas merece atenção especial no processo de ensino-aprendizagem; 2) o impacto das novas tecnologias computacionais na Matemática e na sociedade em geral; 3) O surgimento de novos domínios na Matemática; 4) a investigação profunda sobre o processo de aprendizagem.

Um dos principais aspectos das orientações curriculares atuais, a resolução de problemas, especialmente baseada na teorização de George Pólya, apresenta-se como parte essencial da atividade matemática e assume papel central nas novas formulações curriculares com o objetivo de proporcionar aos estudantes uma experiência matemática genuína que se aproximasse da atividade criativa dos matemáticos.

Acerca de todo este movimento reformista das últimas décadas, descrito por nós, Lins e Gimenez (2001) ressaltam a importância tanto do conhecimento matemático quanto dos significados não-matemáticos (entendidos dessa forma sob o aspecto hegemônico do formalismo descrito anteriormente) na ampliação das possibilidades cognitivas dos estudantes, de suas aprendizagens.

(...) não há razão, tampouco para que a introdução de significados matemáticos (ou como diria Vigotsky, conceitos científicos) exclua da escola os significados não matemáticos, já que o papel que uns e outros cumprem é o mesmo, como parte da organização da atividade humana. (Lins E Gimenez, 2001, p.28).

Ao analisar a construção histórico-filosófica do conhecimento matemático pude entender as diversas concepções que nortearam esta construção, os diversos problemas encontrados em seus fundamentos, as estratégias e confrontos ocorridos para ultrapassá-los e as influências desta experiência histórica sobre os princípios que norteiam hoje tanto as concepções de professores quanto as políticas educacionais.

Há muitas maneiras diferentes de encarar a matemática. O que fica patente é que quase todos os escritos sistemáticos sobre a matemática no sentido filosófico têm se inserido na tradição do fundamentismo, isto é, as tentativas de estabelecer uma base para a indubitabilidade da matemática.

Davis e Hersh (1985) afirmam que em ciência, a procura dos “fundamentos” conduz ao problema tradicional da “lógica indutiva”: como deduzir leis gerais de experiências e observações particulares⁹. (p.386).

Esses autores defendem a idéia, com a qual concordo, de que a matemática é uma coisa única. Os pontos de vista platonista, formalista e construtivista sobre ela são acreditados porque cada um corresponde a uma certa visão dela, uma visão de um certo ângulo, ou um exame com um instrumento particular de observação. (p.400). “Nosso problema é achar uma compreensão da própria coisa, unir as visões parciais – cada uma das quais é errada se tomada isoladamente, pois é incompleta e unilateral. Como são retratos da mesma coisa, são compatíveis. Sua incompatibilidade aparente é criada por nossa maneira de encará-las com uma pré-concepção imprópria”. (Idem).

Portanto, se alguém pergunta o que é a matemática, é fácil aceitar o modelo dos sistemas formais como resposta, embora não seja difícil achar críticas a eles feitas por matemáticos conscientes de quão pouco ele se ajusta a sua própria prática.

⁹ Ao longo do trabalho terei a oportunidade de abordar, através de Lakatos, discípulo de Popper e Polya, uma experiência que coloca em questão as teses fundamentalistas, ao afirmar que “não é nem possível, nem necessário justificar as leis da ciência através do raciocínio indutivo”. As teorias científicas seriam, por outro lado, inventadas como hipóteses, especulações e até mesmo adivinhações.

4

A solução de problemas no âmbito de sua gênese: da importância da teoria gestalt com ênfase em Wertheimer

Do ponto de vista filosófico, o empirismo lógico e o relativismo positivo são as duas concepções filosóficas do conhecimento que comportam as duas mais importantes escolas da teoria contemporânea da aprendizagem. A caracterização filosófica das duas correntes está bem expressa na descrição de Bigge (1977).

Os empiristas lógicos assumem a existência como uma realidade última que consiste em leis naturais fixas e definem a verdade como o que corresponde à lei natural, sendo, por isso, imutável. Em contraste com os empiristas lógicos, os relativistas positivos não defendem nem atacam uma existência absoluta. Definem a realidade psicológica como sendo “aquilo que fazemos” com o que recebemos do meio. Tratam, pois da realidade assim definida para chegar à verdade e moldar o comportamento. Enquanto que para um empirista lógico a realidade é o mesmo que uma existência objetiva, para um relativista positivo, a realidade é psicológica e, desse modo, diferente de qualquer existência objetiva; (...). (p.68).

A teoria de *campo-Gestalt* é considerada uma das mais importantes escolas da teoria contemporânea da aprendizagem é composta pelas teorias do insight, de insight de objetivo e do campo cognitivo, com sua origem na Alemanha, na primeira metade do século XX e tendo como representantes iniciais do seu desenvolvimento Max Wertheimer (1880-1943), Wolf-gang Köhler (1887-1967), Kurt Koffka (1886-1941) e Kurt Lewin (1890-1947).

A psicologia da *gestalt* introduziu uma nova teoria da aprendizagem associada ao nome de Wolfgang Koehler e ao termo “perspicácia” (*Einsicht*). Koffka aplicou as leis da percepção à teoria da aprendizagem. Em lugar da recompensa ou do reforço, introduziu o conceito de meta. Concluiu que toda a aprendizagem era uma reorganização perceptiva. (Wolman, 1971, p.517).

Koehler (1947, apud Wolman, 1971) resumiu a teoria da *gestalt* sobre a percepção da seguinte forma; “nosso ponto de vista é que o organismo, em lugar de reagir a estímulos locais mediante fenômenos locais e mutuamente independentes, responde a pauta dos estímulos a que se acha exposto; e que esta resposta é um processo unitário, um todo funcional, que constitui uma

experiência, uma cena sensorial mais que um mosaico de sensações locais”. (p.516).

Embora tendo se desenvolvido no século XX, a teoria de campo-gestalt possui raízes em períodos mais remotos como contraponto a inadequações e inconsistências de sistemas anteriores. Entende a aprendizagem como um processo útil, imaginativo e criativo; uma mudança de “*insight*”. Identifica-se com pensar e conceituar e rompe com a idéia de que a aprendizagem consiste de associações ou de construção de comportamentos de modo determinista e mecânico.

A definição da teoria do campo-Gestalt para “*insight*” é uma sensação de, ou sentimento para, padrão ou relações. *Insight* é a “saída percebida”, ou **“solução” de uma situação problemática**. Os *insights* surgem em geral como palpites vagos. Pode-se dizer que constitui um tipo de **“sensação” em relação a uma situação que nos permite continuar a lutar ativamente para servir aos nossos propósitos**. Os *insights* podem ser verbalizados imediatamente ou talvez nunca, como **conhecemos coisas que não conseguimos transformar em palavras**.

(...) se definirmos hipótese amplamente, podemos dizer que insights são hipóteses. Contudo, uma hipótese é usualmente definida como um tipo de insight verbalizado. (...) **As hipóteses, construídas como afirmações verbais, são o único tipo de “*insight*” que podemos testar de modo estritamente científico**. (BIGGE, 1977, p.103).

A verdade para o relativismo é qualidade de um *insight* testado que capacita seu possuidor a planejar o comportamento que conduza ao êxito na realização do que almeja. *Insights* não são descrições literais de objetos ou de processos do ambiente físico, embora o leve em conta.

No caso da aprendizagem, considera-se o *insight* como próprio daquele que aprende, ainda que ele possa ocorrer por um processo de adoção. Um professor pode promover um processo de aproximação dos estudantes com os seus *insights* até que percebam o significado dos mesmos para si e os adotem.

Para a teoria do campo-Gestalt, mesmo alguns procedimentos do processo de aprendizagem que possam parecer apenas mecânicos, como a tão criticada repetição ou memorização, podem assumir importante papel se este processo

considerar a busca de algum padrão presente nas relações ou na ordem implicadas nesses procedimentos.

Lewin salienta que “é certo que pode ocorrer uma mudança na estrutura cognitiva nos casos de experiência repetida. Contudo, é importante ver que a repetição em si não é essencial para a aprendizagem, mas sim a mudança de estrutura cognitiva”. (Lewin, 1965, p.85).

Wertheimer (1991) também se referiu a esta questão dizendo que a repetição “pode significar a ocorrência reiterada de uma mesma conexão cega e parcial (por partes), mas também a mudança de uma junção incompreendida e puramente aditiva de séries, pela compreensão de uma estrutura na qual o significado dos elementos se converte no significado das partes dentro de um todo característico”. (p.213).

Por outro lado, “o uso do termo insight não implica que, para uma pessoa aprender, algo tenha necessidade de compreender todos os aspectos de seu uso. Qualquer grau de “sensibilidade a uma tendência” é suficiente para construir uma aprendizagem por insight” (Bigge, 1977, p.105).

Os gestaltistas estão convencidos de que um condicionamento é uma evidência empírica, discordando apenas da explicação teórica formulada pelos behavioristas para este conceito. “Entre o estímulo e a resposta têm lugar uns processos de organização que modelam os elementos dentro de uma unidade completa”. (Wolman, 1971, p.508). Para os gestaltistas, os condicionamentos têm sua base em *insights* que deram certo e acabaram se tornando habituais.

Entendo de grande importância teórica as colocações da teoria de Campo-Gestalt acerca das experiências repetidas ou da memorização, não as configurando, necessariamente, como uma opção metodológica anacrônica e condenável à priori, argumento por vezes encontrado buscando justificar “novas” abordagens para a aprendizagem matemática. A importância desta reflexão deve-se ao fato de que nos contatos que fiz com os professores das escolas do PNE observei que esses abordam a resolução de problemas, sendo a solução de exercícios e a memorização de expressões matemáticas duas estratégias bastante presentes nessas abordagens. Mas estariam dentro dos pressupostos da gestalt?

Quando um *insight* é apreendido inicialmente, refere-se a um caso particular. Um certo número de *insights* específicos sugerindo a mesma conclusão possibilita generalizações confiáveis. Generalizações seguras ou compreensões

são em geral fruto de considerável experiência, evoluindo na direção da maior utilidade como instrumentos de pensamento.

A compreensão de uma coisa ou de um processo é seu significado generalizado, ou seja, é um insight generalizado e testado. Então, está vinculada à **habilidade em usar um objeto, fato, processo ou idéia em algumas ou até muitas situações diferentes.** (...) As generalizações testadas assumem o caráter de regras, princípios ou leis. (...) Enfatizamos que **as generalizações testadas devem ser consideradas como *probabilidades* e não como certezas absolutas.** (Bigge, 1977, p.107). (grifos meus).

Para os teóricos do campo-*gestalt*, aprendizagem ocorre através da experiência que não se confunde com mera atividade ou mudança no comportamento físico. Experiência é entendida como atividade inter-relacionada com a compreensão das conseqüências que a acompanham. Portanto, esses teóricos julgam equivocado considerar os resultados observáveis da aprendizagem com a própria aprendizagem. Uma mudança no comportamento observável pode evidenciar que houve ou está havendo aprendizagem, mas esta não pode se confundir com tal mudança comportamental.

A este respeito, Lewin afirma:

Uma das características básicas da teoria de campo em Psicologia, a meu ver, é a necessidade de descrever o campo que influencia um indivíduo não em termos “fisicamente objetivos”, mas da maneira que existe para a pessoa naquele momento. (...) Um professor nunca será capaz de dar uma orientação apropriada a uma criança se não aprende a compreender o mundo psicológico no qual aquela criança vive. **Descrever “objetivamente” a situação significa em Psicologia realmente descrever a situação como uma totalidade daqueles fatos e, somente daqueles fatos, que formam o campo daquele indivíduo.** (Lewin, 1965, p.71). (grifo meu).

Neste sentido, pode ocorrer mudança de comportamento sem aprendizagem, como poderá ocorrer aprendizagem sem mudanças observáveis de comportamento. Do mesmo modo que executar tarefas de uma determinada matéria em casa pode significar mudança de atitude, sem que produza mudança significativa na aprendizagem de um determinado estudante, outro estudante pode ter apreendido determinado conteúdo e continuar, por insegurança ou outra razão, a utilizar-se de “cola” na “prova” sobre o assunto.

Portanto, o principal fator da teoria gestáltica da aprendizagem é a *perspicácia*. Posto que o indivíduo e seu ambiente constituem um campo

psicológico, a perspicácia consiste na percepção do campo e em sua gradual reestruturação. (Wolman, 1971, p.517).

O princípio mais geral da aprendizagem é a *Praeganz* ou tendência teleológica a restaurar o equilíbrio. A aprendizagem tem lugar quando existe uma tensão ou um desequilíbrio de forças no campo psicológico; o processo de aprendizagem elimina a tensão e, por conseguinte, está dirigida pelo princípio da *Praeganz*. (Wolman, 1971, p.518). (grifo meu).

Vários experimentos gestálticos indicaram que em **aprendizagem têm lugar três processos**: o primeiro, “**nivelamento**”, ou mudança no sentido da simetria e da distribuição apropriada. O segundo, “**agudização**”, consiste na acentuação dos elementos essenciais de uma figura, o que a faz facilmente distinguível. O terceiro processo está relacionado com a clareza e simplicidade da figura percebida e se denomina “**normalização**”. Aparentemente os **três processos correspondem à lei geral da Pregnância** ou movimento até uma gestalt “correta”. Trata-se da perspicácia teleológica, “produtiva”, em oposição ao condicionamento “reprodutivo”. (p.519). (grifos meus).

Ainda segundo Wolman (1971, p.518), as leis adicionais da aprendizagem são descritas da seguinte maneira:

- 1) **semelhança** - os elementos semelhantes são aprendidos com muito mais rapidez que os diferentes); 2) **proximidade** - se converte em uma lei de contigüidade temporal na teoria da aprendizagem. Os elementos se agrupam juntos por fatores de **proximidade física** – para formar um modelo no espaço - e por **proximidade no tempo** - para formar uma configuração temporal tal como uma música, uma frase, uma história, ou qualquer outra configuração de elementos que sobrevenham em uma proximidade temporal; 3) **fechamento**; (se refere a idéia, a percepção do esforço por completo); 4) **continuação adequada**. (aprende-se melhor aqueles elementos que expressam a consistência de suas configurações).

O pensamento na teoria de Campo-Gestalt pode ser definido sinteticamente como um **processo criativo de solução de problemas**. “**Pensar, então, é solução de problemas** relacionados a um fim. É uma tentativa em agir sobre um **obstáculo** com a finalidade de achar os meios para chegar a um fim”. (Bigge, 1977, p.111). (grifos meus).

Para fins de análise nessa perspectiva, divide-se a solução de problemas em dois níveis cuja fronteira que os separa será sempre arbitrária: a solução de problemas simples e a solução de problemas complexos.

A solução de problemas simples não envolve altas decisões. Exemplos de problemas deste tipo estão expressos nas seguintes questões: Hoje vou usar uma gravata verde ou vermelha? Vou querer ovos ou cereais no café da manhã? (...). Durante a solução de problemas deste tipo, o nível de tensão permanece relativamente baixo, e geralmente nós o resolvemos sem uma deliberação profunda. Uma vez feita a decisão, dificilmente nos preocuparemos com ela mais tarde. (Ibidem). (grifo meu).

Em nível de solução de problemas complexos encontramos situações não tão simples de serem resolvidas; requerem esforço e apresentam tensão relativamente alta.

A característica específica deste nível é que **cada problema apresenta algo novo à pessoa envolvida**. Apesar de que muitos elementos do problema possam ser familiares, alguns não o são. Conseqüentemente, **cada ato na solução de problemas complexos requer algum grau de originalidade ou criatividade**. Exemplos de problemas desse nível são sugeridos pelas seguintes perguntas: Devo encorajar meu irmão a entrar para a faculdade? Peço ou não o divórcio? (...). (Bigge, 1977, p.112). (grifos meus).

Se considerarmos que conceitos como ferramentas de pensamento devem ser aprendidos, este fato leva a uma associação entre aprendizagem e pensamento. Um dos objetivos sobre os quais diversas concepções educacionais concordam é o de que os estudantes devem aprender a pensar, ou “aprender a conhecer”, como consta de recomendação da UNESCO em relação à educação para o século XXI¹⁰. Entretanto, quando atentamos para definição de “pensar” e a prática que orientaria esta atividade, a sintonia entre pensar e aprender parece não ser trivial

Na teoria de Campo-Gestalt, aprendizagem como mudança de insight e pensamento estão umbilicalmente ligados, sem que uma não possa ocorrer sem o outro. Pensamento é concebido como um processo reflexivo dentro do qual as pessoas desenvolvem “*insights*” novos ou mudam “*insights*” generalizados testados – compreensão.

Em relação a mais importante contribuição da *Gestalt* para o estudo da aprendizagem, isto é, a recuperação da consciência, Pozo (1998) afirma que suas idéias conservam boa parte do vigor original. Observa que em inúmeras ocasiões se tem anunciado a morte da *Gestalt* como movimento. Entretanto, destaca que

¹⁰ Relatório para a UNESCO da Comissão Internacional sobre Educação para o Século XXI, coordenada por Jacques Delors. O Relatório está publicado em forma de livro no Brasil, com o título Educação: Um Tesouro a Descobrir (UNESCO, MEC, Cortez Editora, São Paulo, 1999).

“um morto que é enterrado com tanta frequência deve possuir uma estranha vitalidade”. Evidencia que a *Gestalt* diferencia entre pensamento reprodutivo e produtivo e, em consequência, entre aprendizagem mnemônica e compreensiva, sendo esta última, produto do *insight*, ou reestruturação súbita do problema. Além disso, na *Gestalt* essa reestruturação fica vinculada ao conceito de equilíbrio. “Esta mesma idéia será desenvolvida por Piaget, até o ponto de converter-se no núcleo central de sua teoria da aprendizagem (...)”. (p.177).

Na verdade, Piaget, em uma das suas entrevistas captadas em VHS, afirma categoricamente não ser elementarista, mas sim construtivista e, percebe-se claramente, que sendo um teórico de desenvolvimento, se tivesse que escolher uma teoria de aprendizagem, esta seria a da Gestalt.

4.1 A Gestalt e a solução de problemas

Busquei estudar a gestalt, especialmente através das obras de dois de seus principais formuladores: Max Wertheimer e Kurt Lewin. O primeiro nos ajuda a desenvolver os principais conceitos do pensamento criador na obra intitulada “O Pensamento Produtivo” (1991), como fora ressaltado por Puchkin (1969). O segundo presta-nos grande contribuição em “Princípios de Psicologia Topológica” (1973) e Teoria de Campo em Ciência Social (1965); Neste sentido, investigar através dos dois autores características da aprendizagem e resolução de problemas compatíveis com o campo psicológico do indivíduo num contexto gestaltico influenciado pela relação que engloba estruturalmente sujeito e objeto, mas também por vetores relacionados à história de vida e à motivação do sujeito.

No interior do Campo Gestalt, destaco a importância do conceito de “espaço vital”, como concebido por Lewin (1973) em Princípios de Psicologia Topológica, elemento psicológico relacionado ao mundo real do sujeito, para além dele próprio, que amplia e complementa a fundamental contribuição de Wertheimer para a compreensão do pensamento produtivo, da resolução de problemas e de uma aprendizagem significativa.

4.2

A Gestalt e o pensamento produtivo em Wertheimer

A idéia de complexidade dos esquemas de ação envolvida na resolução de problemas, para além dos meios fixados leva-nos a adentrar o campo da psicologia, ou psicologia criadora, como denomina Puchkin, no qual encontro elementos teóricos fundamentais que dialogam e elucidam questões relacionadas à intuição e à heurística, como colocadas por Poincaré, Bazarian e o próprio Puchkin.

Tomando este caminho estaria, então, me aproximando das contribuições da escola da Gestalt quando postula o conceito de *insight*? Na visão de Puchkin, certamente sim. Porque considera que “a psicologia gestaltista constituiu importante etapa nas pesquisas dos mecanismos da atividade heurística. (...) surgiram componentes da atividade que não tinham sido descobertos nem registrados pelos representantes de outras escolas psicológicas”. (Puchkin 1969, p.36)

Os processos intuitivos¹¹ como componentes fundamentais do pensamento criador encontram no campo gestalt uma importante teoria psicológica já que esta se vincula à idéia da análise dos elementos essenciais que existem nas totalidades organizadas. Esta é uma característica fundamental na solução de problemas pelo viés do pensamento criativo.

Nossa preocupação central não é discutir se e porque a psicologia de campo gestalt, especialmente no que se refere ao *insight*, seria ou não suficiente para esgotar o tema da resolução de problemas. Mas, no caminho inverso, que contribuições deste ramo da psicologia seriam fundamentais para a elucidação de questões ainda pendentes sobre o conhecimento e a aprendizagem dos indivíduos na solução de problemas em matemática.

Wertheimer (1991) escreve “O Pensamento Produtivo”, lançado postumamente em 1945, por avaliar que há muito em jogo quando se trata de discutir sobre processos de pensamento, ainda mais quando características importantes passam por alto nas concepções tradicionais.

¹¹ A psicologia da gestalt é influenciada através de Koehler pela idéia da intuição de essências, pressuposto da fenomenologia de Husserl que se apóia numa análise de essências inseparáveis dos fenômenos ou fatos a que se referem.

A seguir, Wertheimer traça uma espécie de estratégia que orientou o seu pensamento neste livro.

Parece conveniente por sobre o tapete essas questões desatendidas, **examinar os pontos de vista tradicionais, discutir os problemas decisivos em exemplos concretos de um pensamento fluido e produtivo** e, ao mesmo tempo, **apresentar a interpretação do processo de pensamento desde a perspectiva da *Gestalt***. (p.15). (Grifos meus).

Deste ponto de vista, desenvolvo aqui uma análise que segue a estratégia de Wertheimer, apresentando inicialmente os seus pressupostos, seguido de um inventário dos seus principais conceitos, desde a perspectiva da *gestalt*, e terminando com a abordagem de dois exemplos concretos descritos no livro: o problema do paralelogramo (Geometria) e da soma de uma série infinita (Álgebra). O primeiro problema, por ser talvez o mais importante e longamente analisado por Wertheimer, será apresentado em maiores detalhes. Quanto ao problema algébrico, por ser a sua solução bem mais curta, farei apenas uma análise sucinta, recomendando ao leitor que consulte no livro todos os passos de seu processo de resolução. A perspectiva de fundo dessa análise também é a mesma do autor, ou seja, colocar em discussão os “problemas decisivos” do pensamento, ressaltando o desatendimento de características fundamentais.

4.2.1 Os pressupostos de Max Wertheimer

Em princípio, acho importante colocar o embate teórico no interior do qual se movimenta Wertheimer (1991) que caracteriza “sem rodeios” o contexto de sua discussão acerca do pensamento produtivo em contraponto às concepções associacionistas e muitos dos princípios da lógica tradicional. A seguir apresenta as características observadas nas operações concretas da teoria da associação e, em muitos aspectos, da lógica tradicional no modo de abordar e centrar o quadro geral do problema.

Em seu propósito de chegar aos elementos do pensamento, desprezam seus processos vivos e os trata sem ver sua estrutura, dando por certo que é um agregado, uma soma desses elementos. Só podem dissecá-los, mostrando-o, por fim, como algo morto, despojado de todo o seu conteúdo vivente. Os passos e

operações se incorporam ao quadro geral de forma externa, (...). Os elementos e conexões utilizados são cegos ou indiferentes com respeito às questões relativas à sua função estrutural específica dentro do processo. Tudo isso impossibilita a captação direta do tipo de processos produtivos que descrevemos. (p.201).

Entretanto, Wertheimer (1991) observa que “certamente, **na lógica tradicional existe, afinal, a vontade de alcançar a verdade e o conhecimento sistemático.** (Idem). (grifo meu).

Abordando a dinâmica e a lógica do pensamento produtivo, Wertheimer (1991), após ter efetuado uma viagem exploratória descrevendo vários exemplos, busca, no modo preciso de tratar os problemas, mostrar ao leitor alguns passos para esclarecê-los. Mostra ainda diversos métodos para aprofundá-los e as principais diretrizes de um novo enfoque que proporciona a possibilidade concreta de levar a cabo processos produtivos genuínos e sensatos. (p.198).

Inicia destacando **a descoberta de processos** que, à diferença de outros, poderiam qualificar-se como **genuínos, belos, engenhosos, diretos, produtivos** (...). “Não parece certo que às pessoas não lhes agrade pensar dessa maneira o sejam incapazes de fazê-lo. Certamente, há poderosos fatores externos que atuam contra estes processos como hábitos cegos, certos tipos de ensino escolar repetitivos, (...)”. (Idem). (Grifos meus).

Caracteriza tais processos através de **fatores e operações essenciais** para o pensamento que os enfoques tradicionais não atendem. “A natureza mesma destas operações – **agrupamento, centralização, reorganização, etc.** – é adequada para a estrutura da situação e distante dos enfoques tradicionais (...)”. (Idem) (grifos meus).

As diretrizes e operações a que se refere Wertheimer (1991), em vez de proceder por partes referem-se a características globais e funcionam em relação com elas. Essas características estão determinadas por requerimentos estruturais que tendem a possibilitar uma situação sensata. “Nesse contexto os elementos, dados, relações, etc., aparecem e funcionam como partes de um todo, cada um em seu papel e lugar dentro do todo, submetidos aos mesmos requerimentos dinâmicos”. (p.199) (grifo meu).

Acerca da transição de uma estrutura superficial baseada num agregado efetuado por partes, para outra estrutura que privilegia a compreensão das características globais da situação, Wertheimer afirma:

(...) se é certo que as operações **consideradas nas interpretações tradicionais intervêm no processo (...), também elas funcionam em relação com as características globais**. Este é um requisito essencial para determinar o modo em que se incorporam ao quadro geral”. (Idem). (grifo meu). Neste contexto, ressalta que não se deve menosprezar a formação e o exercício da lógica tradicional: **“ela nos conduz ao desenvolvimento estrito e rigoroso de cada passo** e nos ajuda a adotar uma atitude crítica, mas não parecem dar origem, por si mesmas, ao pensamento produtivo. (Wertheimer, 1991, p.22). (grifos meus).

Wertheimer (1991) destaca ainda que **“vistos de conjunto, os processos de pensamento não são um agregado ou uma soma aditiva**, nem uma sucessão de acontecimentos casuais e fragmentados no interior dos quais os elementos, as associações e as operações ocorrem por si”. **Não são de natureza arbitrária**: tais processos manifestam uma evolução coerente apesar das dificuldades, (...). (p.199). (grifos meus).

Por fim, acrescenta que, **durante o desenvolvimento, esses processos “conduzem muitas vezes a expectativas e suposições sensatas** que requerem uma atitude sincera em busca da verdade por parte do indivíduo pensante e uma verificação; (...). Contudo, a situação não exige uma mera verdade objetiva obtida por partes, mas uma verdade estrutural”. (p.200). (grifo meu).

Segundo Wertheimer (1991), o pensamento na perspectiva da Gestalt consiste em: conceber as **características e requerimentos estruturais** e compreendê-los; proceder segundo estes requerimentos e na forma que eles determinem; modificar assim a situação dirigindo-a até melhoras estruturais; o que implica em:

- 1) **Visualizar e tratar estruturalmente os vazios, as regiões problema, as perturbações, as superficialidades, etc.;**
- 2) **Buscar as relações estruturais internas** – encaixe ou falta de encaixe – entre ditas perturbações e a situação dada, vista como um todo, e entre suas diversas partes;
- 3) **Efetuar operações de agrupamento e segregação estruturais, centramento, etc.;**
- 4) **Ver e tratar as operações em seu lugar e papel estruturais**, assim como em seu significado dinâmico estrutural, incluída a compreensão das mudanças implícitas;
- 5) **Dar-se conta da transponibilidade e a hierarquia estruturais**, separando as diretrizes estruturalmente periféricas das fundamentais (é um caso particular de agrupamento);

6) Buscar a verdade estrutural, mais que uma verdade caracterizada por partes. (p.199). (grifos meus).

Wertheimer (1991) afirma que “as características descritas nos pontos dois a seis são as que proporcionam a possibilidade concreta de levar a cabo processos produtivos genuínos e sensatos.” (p.200).

Na citação a seguir, Wertheimer (1991) nos apresenta um aspecto do seu pensamento acerca de “processos produtivos genuínos” que julgo fundamental no percurso da prática educativa através da solução de problemas.

Em termos humanos, no fundo está o desejo a ânsia veemente de enfrentar-se com o verdadeiro problema, o núcleo estrutural, a raiz da situação; de passar de uma relação confusa e inadequada a uma confrontação clara, transparente e direta indo diretamente do coração do pensador ao coração do seu objeto ou problema. **Tudo isto se aplica também às atitudes reais e à ação, do mesmo modo que se aplica aos processos do pensamento.** (p.200). (grifos meus).

Reforçando esta caracterização, Wertheimer salienta que “O ponto central da teoria é a transição de um **agregado** efetuado por partes, uma estrutura superficial, **a outra estrutura** objetivamente melhor ou adequada. (WERTHEIMER, 1991, p.206).

Em síntese, além da ênfase em um dos principais aspectos do enfoque gestaltista, ou seja, o papel que desempenha a dinâmica estrutural interna na determinação dos processos, Wertheimer (1991) destaca também um papel ativo do homem. Este implica “uma atitude, a vontade de afrontar os problemas sem rodeio, a boa disposição pra tratá-los com coragem, sinceridade e afínco, o desejo de melhorar tudo isso enfrentando as atitudes arbitrárias, obstinadas ou servis”. (WERTHEIMER, 1991, p.206)

Estes dois pressupostos do pensamento produtivo, a sua dinâmica estrutural interna e a vontade do sujeito, são elementos centrais para a análise que proponho fazer neste trabalho sobre a solução de problemas.

Tanto quanto outros psicólogos gestaltistas, Wertheimer considera, como principal momento da compreensão de um problema, o *insight*, ou seja, o vislumbre de um fator adicional unificante que leva à compreensão dos aspectos estruturais através das ligações e relações dos elementos separados em um todo que garante a solução do problema. (Wolman, 1971, p.515).

Uma das importantes questões discutidas sobre o insight é saber se possui caráter repentino ou necessita de determinado período de preparação. Segundo Pozo (1998), esta última hipótese teria ocorrido nos casos analisados por Wertheimer (1945) sobre Einstein e Galileu, ainda que não tenha sido especificado o que teria acontecido nesses períodos de preparação e, ainda menos, quais são os fatores que provocam o insight. (p.174).

Sobre o processo que deu origem à teoria da relatividade, Wertheimer (1991) esclarece que Einstein devia dar cada passo enfrentando-se com uma *Gestalt muito forte*: a estrutura tradicional da física. “(...) qualquer mudança local estava condenada a se chocar com a resistência de toda aquela estrutura forte e bem articulada. **Esta foi provavelmente a razão pela qual Einstein retardou tanto tempo** (sete anos) em dar o passo decisivo”. (p.196). (grifo meu).

Alguns autores como Wallas, 1926, (*apud* Pozo, 1998), e Bazarian (1973) sugerem que o *insight* como compreensão súbita se produziria mais facilmente após um período de “incubação”, no qual se deixa de lado o problema para realizar outras atividades. Este é outro aspecto frequentemente citado, em relação ao qual não encontrei referências significativas em Wertheimer, o que nos leva a concordar com Pozo (1998) que afirma: “ainda que se possa encontrar algum caso que apóie esta idéia, possivelmente baseada em uma menor influência da “fixação funcional”¹² (...), não parece que a incubação seja uma explicação suficiente do *insight* dos processos cognitivos que estão implicados no mesmo”. (p.174).

¹² Trata-se do efeito negativo da experiência prévia na reestruturação do problema. Em termos gerais, quando um problema ou tarefa tem várias estruturas possíveis e alguma delas resulta mais imediata ou fácil de perceber para o sujeito, a reestruturação se mostrará mais difícil. Igualmente, quando na solução de uma tarefa entrem em jogo interesses ou motivações pessoais, a mudança para uma estrutura diferente da situação será obstaculizada. (Wertheimer, 1991,p.204).

4.2.2

Conceitos fundamentais do pensamento produtivo de Wertheimer

Wertheimer (1945) (apud Wolman, 1971) empreendeu o estudo do pensamento produtivo e da resolução de problemas utilizando uma grande quantidade de sujeitos, “desde crianças pequenas até Albert Einstein.” (p.519).

Wertheimer (1991) distinguia nesse estudo três processos de pensamento que designou de **tipo α , tipo γ e tipo β** .

Os processos de tipo α “buscam a verdade estrutural, mais que uma verdade que vai por partes”. Compreendem operações tais como agrupamento, focalização, reorganização, descobrimento de características essenciais, etc. O pensamento “busca as relações estruturais internas – encaixe ou falta de encaixe – pertinentes à situação dada, vista como um todo, e entre suas diversas partes”. (p.199).

Os processos de pensamento tipo γ são casos em que o “resultado se obtém mediante um descobrimento casual, ou por uma mera sucessão de tentativas cegas, uma rememoração puramente externa, o recurso à repetição cega, a aprendizagem e o exercício repetitivos e cegos ou à intervenção de alguém que nos “sopra” a solução”. (p.208).

Os processos tipo β são em parte produtivos, mas comportam elementos da lógica tradicional.

Acerca deste tipo de processo que identifiquei como “híbrido”, Wertheimer (1991) destaca que, além dos processos tipo α , tratados no livro, há muitos outros (tipo β) que contêm, em maior ou menor medida, características de outra natureza: “nos processos tipo α , é possível que **alguns dos elementos necessários para avançar, ou algumas das operações, se incorporem de maneira externa por casualidade, por analogia externa, por mera rememoração ou como resultado de tentativas cegas**”. (Idem). (grifo meu)

Por outro lado, na fronteira do conhecido, nas ciências em vias de desenvolvimento, **há demasiadas situações cuja natureza exige, antes de tudo, uma cuidadosa investigação dos fatos, a compreensão das relações objetivas, etc., porque, todavia, é muito pouco o que conhecemos e compreendemos**. Não obstante, que momentos maravilhosos se vivem quando, ao cabo de um grande período de investigação ou experimentação diligente e meticulosa, se abre um caminho em direção à compreensão estrutural, ou bem quando um experimento dá resultados que não encaixam com uma determinada visão

estrutural, ou inclusive a contradizem, e o processo segue adiante sujeito a este desafio. (Wertheimer, 1991, p.208).

Esta citação de Wertheimer deixa patente sua perspectiva científica conseqüente ao não desconsiderar processos de pensamento com os quais não concorda, porque fruto de investigação ou experimentação cuidadosa, em especial no processo de resolução de problemas. Reafirmo a minha identificação com esta perspectiva de ciência, na medida em que na realidade convivemos, de fato, com processos “híbridos” no que tange à aprendizagem escolar e à busca pela construção do pensamento produtivo.

Ressalto que, tanto quanto Wertheimer, meu interesse principal refere-se aos conceitos relacionados mais diretamente aos processos que envolvem o pensamento produtivo (tipo α), já que mesmo nos processos “híbridos” (tipo β), certamente mais presentes na prática educativa, predomina um contexto produtivo. Ainda que incorporando alguns elementos ou operações externas, esses, todavia, não comprometem a resolução produtiva dos problemas. Tudo isso, sem desconsiderar os processos de tipo γ como pano de fundo com o qual dialoga a abordagem produtiva.

Neste sentido, destaco algumas formulações que, do ponto de vista da *gestalt*, julgo centrais acerca dos processos físicos, fisiológicos e psicológicos vinculados ao *insight* e sua relação com os aspectos estruturais de uma situação ou problema.

Em 1912, Max Wertheimer realizou uma série de experimentos sobre a percepção do movimento. Denominou de *fenômeno fi* ao fenômeno de movimento aparente que surge quando se submete duas linhas separadas e estacionárias a uma determinada sucessão temporal. Neste caso o observador perceberá uma única linha que se move desde a posição da primeira linha até a da segunda. Conclui que junto com as simples posições da linha existia um fator adicional responsável pela percepção do movimento que denominou de *Gestalt*, um fator unificante que combinava os elementos separados em um todo. (Wolman, 1971, p.515). (grifo meu).

Outra importante contribuição oriunda desses experimentos realizados por Wertheimer (*apud* Garcia-Roza, 1972) em relação à dinâmica cerebral refere-se a um **isomorfismo entre a experiência fenomenal e seu correlato fisiológico**, os processos cerebrais. Isto significa que os caracteres estruturais do fato perceptual

devem corresponder a caracteres igualmente estruturais (ou gestálticos) do fato cerebral que lhe é correlato. Assim, **tanto os processos psicológicos como os físicos e os fisiológicos apresentam características estruturais.** (p.56). (grifos meus).

Em estudos posteriores sobre a percepção, Wertheimer (*apud* Wolman, 1971) analisou detalhadamente o **princípio da organização**. Suponhamos que vemos alguns pontos, os pontos podem agrupar-se de vários modos, formando um triângulo, um quadrado ou um círculo. **É a forma, a configuração em que aparecem que determina nossa percepção.** (p.515). (grifos meus).

Em situações menos estruturadas o indivíduo que percebe agrupa os pontos segundo um ou mais **princípios de organização**. Wertheimer distinguia os princípios de: 1) **proximidade** dos elementos entre si; 2) de **semelhança**; 3) de **fechamento** (se uma figura é traçada com linhas incompletas, o sujeito que percebe as completa em sua própria mente); 4) Além dos fatores mencionados anteriormente, Wertheimer distinguia os de **continuidade**; 5) **familiaridade**, e 6) **estado**. (*Idem*). (grifos meus).

Assim sendo, o gestaltismo admite que **a estrutura é uma característica da própria realidade**, ao mesmo tempo que rejeita a noção de sensação elementar como dado imediato. Neste sentido, Wertheimer (*apud* Garcia-Roza, 1972) afirmou que nos encontramos na presença de fatos organizados e formulou os princípios segundo os quais se organiza a nossa percepção. **“O princípio básico é o da boa forma ou da pregnância (Prägnanz)¹³: A forma é a melhor possível nas condições presentes”**. (p.55). (grifos meus).

O princípio enuncia que, em condições iguais, os estímulos que formam uma boa figura terão uma tendência de serem agrupados. **“A boa forma será a mais regular, simples e simétrica”**. A lei da boa forma (**“la buena Gestalt”**) não pretende, de modo algum, representar uma concepção finalista, mas **relaciona-se à natureza estrutural do sistema a ela vinculado**. (*Idem*). (grifos meus).

Neste sentido, tanto o princípio da pregnância quanto a lei da boa forma, reafirmados em boa parte através dos experimentos realizados por Wertheimer, também apontam para uma diferenciação epistemológica importante do

¹³ O princípio da Pregñância, formulado pela primeira vez por Wertheimer com referência á percepção, afirma que a organização do campo tende a ser simples e clara como permitam as condições dadas. (Wertheimer, 1991, p.202). Esta tendência dirigida ao equilíbrio, com frequência tem sido considerada como a **lei principal da gestalt**. (Wolman, 1971, p. 516).

pensamento gestáltico, na medida em que vinculam percepção e estrutura (como característica da realidade) e rejeitam a noção de sensação elementar. ”À diferença de Lévi-Strauss que considera a forma ou estrutura não como parte da própria realidade empírica, mas como modelos construídos em relação a ela, o gestaltismo admite que **a estrutura é uma característica da própria realidade**”. (Garcia-Roza, 1972, p.54). (grifo meu).

Os gestaltistas afirmam que as figuras percebidas são “experiências” do sujeito que percebe, são fenomenologicamente reais¹⁴ no sentido de que os fenômenos percebidos realmente são as totalidades organizadas (característica também do mundo físico) e não elementos sensoriais supostamente constituintes do objeto analisado.

Embora não seja o foco de meu trabalho, aprofundar um pouco mais esta abordagem ajuda a esclarecer algumas dúvidas colocadas por importantes interlocutores que utilizei neste trabalho.

É o caso da considerável influência das concepções fenomenológicas de Kant aperfeiçoadas por Mach e Husserl sobre a formulação da gestalt. (Wolman, 1971, p.507).

Husserl tratou de clarificar o legado de Kant¹⁵, mediante o que denominou uma redução fenomenológica.

Chauí (1999) nos esclarece que para Husserl, *epoché* ou redução fenomenológica é a operação pela qual a existência efetiva do mundo exterior é “posta entre parênteses”, para que a investigação se ocupe apenas com as operações realizadas pela consciência, sem que se pergunte se as coisas visadas por ela existem ou não realmente. A redução suspende a tese natural do mundo - acredita-se espontaneamente que as coisas existem tais como se as vê – para indagar, primeiro como a consciência funciona e como se estrutura, para no final, justificar essa “tese natural” exatamente enquanto atitude irrefletida, ingênua, e

¹⁴ O postulado do isomorfismo gestáltico afirma que todas as experiências fenomenológicas são uma representação verdadeira de “uma ordem correspondente” a seu conteúdo “subjacente” de processos fisiológicos. Para a gestalt se trata os objetos como “objetos de experiência”, ou seja, tal como aparecem fenomenologicamente ao sujeito que percebe.

¹⁵ O mundo percebido é produto de dois fatores: a percepção sensorial do objeto que não se trata de uma informação sobre o estado real as coisas, mas só sobre sua aparência ou fenômenos, e as formas *apriorísticas* da mente – tempo e espaço – que não dependem da experiência, constituem-se nas expressões gerais e universais do conhecimento, não necessitando de prova alguma. (Wolman, 1971, p.463).

que precisa se fundamentada filosoficamente, já que é o modo de ver cotidiano.
(p.xi-xii)

Segundo Husserl, não se pode duvidar do fato de que os seres humanos têm experiências. **Todos os fenômenos que as ciências estudam dependem de que sejam experimentados pela mente humana.** O que se encontra na experiência e um fenômeno. **Husserl não aceitou a idéia de Kant de que o fenômeno é uma mera aparência do verdadeiro objeto-em-si-mesmo,** uma aparência vista tal como o sujeito que percebe é capaz de vê-la. (Wolman, 1971, 468). (grifos meus).

Por outro lado, de acordo com Bicudo (1999), Husserl compreende que embora a coisa percebida se exiba de múltiplas maneiras, ela não se perde na multiplicidade de percepções dos sujeitos, pois **“há sempre uma unidade** que permeia tais percepções, formada pela **síntese de transição.** Para Husserl, a atividade que reúne a multiplicidade, de modo que o idêntico seja percebido, é a **intuição essencial.** É esse ato de intuir a essência, ou *eidós*, possibilitando a evidência essencial do fenômeno”. (p.35) (grifos meus).

A essência designa um **objeto intencional com novas características,** pois ele é dado na intuição essencial. “Uma intuição empírica ou individual pode-se converter em intuição essencial (ideação) e **a intuição essencial é também intuição e não uma representação**”. (Idem) (grifos meus).

Ainda segundo Bicudo (1999), os objetos matemáticos, no enfoque fenomenológico, são objetos ideais, constituídos na intuição essencial, portanto na subjetividade psíquica. **Entretanto, a idealidade dos objetos matemáticos não se mantém em um nível de abstração separado das experiências vividas no mundo-vida.** Mas ela se mundaniza na intersubjetividade, é corporificada na linguagem e mantida na história e na tradição. A idealidade dos objetos matemáticos se mantém como objetiva e passível de ser percebida e desenvolvida mediante evidência, imaginação, raciocínio lógico, fazeres práticos e teóricos. (p.38). (grifo meu).

Koehler, outro gestaltista de expressão, admitia que sua formulação é influenciada pela **idéia dos elementos fundamentais de Husserl** e pela fenomenologia. **Falava dos objetos como “objetos de experiência”, ou seja, tal como aparecem fenomenologicamente ao sujeito que percebe.** Neste sentido, escreveu: “o objetivo legítimo da psicologia da *gestalt* é a análise dos **elementos essenciais** que existem na organização, esta análise é muito mais valiosa que a

análise dos dados locais puramente sensoriais. Os dados locais não aparecem como tais ao observador”. (*apud* Wolman, 1971p.508). (grifo meu).

Com o postulado do Isomorfismo, oriundo dos experimentos de Werheimer, ordem, regularidade, gestalt, passa a ser o princípio universal que vincula psicologia e fisiologia, mente e natureza em um só sistema. A partir de então, os psicólogos da gestalt deviam achar esta ordem, a gestalt, na natureza ou aceitar a idéia de que todas as *gestalts* eram idéias *a priori*, com base em Kant. (Wolman, 1971, p.510).

Assim, coube ao próprio Koehler, identificar fatores gestálticos na natureza inanimada com todas as suas leis de Pregnância, etc. “Em uma gota de azeite rodeada de líquidos as forças internas e externas interagem de tal forma que criam uma gestalt “boa”, simétrica, equilibrada”. Koehler aceitou a hipótese de Mach, segundo a qual os estudos físicos macroscópicos se desenvolvem no sentido do equilíbrio, a estabilidade, a regularidade e a simplicidade. “Agora poderia levantar-se a psicologia sobre uma base firme. **A gestalt existia tanto na mente como na natureza** (*Physikalische Gestalten*)”. (Idem). (Grifo meu).

Por outro lado, Koehler pode comprovar através da **teoria dos “todos funcionais”**¹⁶ que a atividade cerebral também está governada pelo princípio do equilíbrio vinculado ao princípio do fechamento, por isso mesmo considerado um dos mais importantes tanto do mundo físico quanto do fenomenológico. (Idem). (grifo meu). Neste sentido, reafirma a teoria do isomorfismo de Wertheimer, concluindo que a lei da Pregnância se aplica ao mundo físico e a como o experimenta o indivíduo. (Wolman, 1971, p.512).

Deste modo, alargaram-se os princípios kantianos de espaço-tempo (concebidos como intuição *à priori*, portanto, desvinculados da experiência sensorial), na medida em que psicologia e fisiologia passaram a ser considerados em um só sistema do ponto de vista gestaltista.

Uma questão recorrente encontrada em importantes obras e autores da Matemática ou da Psicologia relaciona-se ao *insight* e faz menção a quando e como isto aconteceria. Em outras palavras, quais são as condições necessárias para que se produza um *insight*? Este é um ponto que, segundo Pozo (1998), as

¹⁶ Baseada em uma distribuição e organização dinâmicas análogas aos de um circuito elétrico, a teoria dos circuitos elétricos foi utilizada pelos psicólogos gestaltistas em seus **estudos sobre o mecanismo cerebral**.

formulações da Gestalt se apresentam muito vagas. Acredito que o próprio Pozo sugere uma importante pista sobre tais questões ao afirmar que “de fato, não é por acaso que a Gestalt defende o **caráter inato** das leis da percepção e da organização do conhecimento”. (Pozo, 1998, p.175). (grifo meu).

Trago esta visão, que não se encontra apenas em Pozo, por entender que talvez seja a mais importante dentre as que estudei, pois esclarece tanto a base de críticas com as quais me deparei sobre o movimento gestaltista, quanto aponta para as formulações da Gestalt que dialogam com elas, com as quais concordo.

Neste caso, refiro-me, em primeiro lugar, à indiscutível influência da fenomenologia de Kant, sobretudo a referência ao inatismo das duas formas puras da intuição sensível (o espaço e o tempo) que viabilizam as proposições sintéticas e a priori na matemática.

Entretanto, como vimos, a concepção predominante sobre gestaltistas do porte de Koehler baseia-se fundamentalmente na “redução fenomenológica” a que Edmund Husserl submeteu, entre 1900 e 1901, o legado de Kant, superando o apriorismo de sua formulação e contextualizando sua contribuição para a Gestalt. Portanto, sem negar as raízes no pensamento Kantiano, a Gestalt tem como referência, muito mais fortemente a síntese fenomenológica elaborada por Husserl.

Por outro lado, Wertheimer (1991) também esclarece que algumas situações são ambíguas do ponto de vista estrutural por que existe mais de uma possibilidade de estruturação. O mesmo ocorre em muitos casos onde nos quais nenhuma estrutura em particular é, todavia, a correta porque nossos conhecimentos objetivos são demasiados incompletos, e porque os dados e fatos pertinentes a uma decisão não estão ou não foram estabelecidos com suficiente clareza. (p.206).

Além disso, não podemos esquecer que Wertheimer (2001) considerava a existência de processos do pensamento que denominava de (tipo β). Ou seja, processos que avançam do ponto de vista produtivo, a partir de alguns elementos ou operações concebidos e usados tradicionalmente como neutros ou cegos (às características e requerimentos estruturais). (p.208). Esta possibilidade se relaciona, a meu ver, com uma caracterização de Wertheimer (2001) que identifica ambigüidade nas operações da lógica tradicional (dedutiva e indutiva) e da teoria da associação. De tal modo que podem ser tomadas num sentido cego,

mas também sensato, “**ainda que as conexões sejam (...) incompreensíveis**”. (p.211). (grifos meus).

Ainda a este respeito, Concordo com Garcia-Roza (1972) quando afirma que o gestaltismo não pretende de modo algum que toda a realidade seja gestáltica. Ao contrário, a, mas afirma que que “**podemos encontrar tanto formas quanto agrupamentos aditivos**, e mesmo dentre os primeiros encontramos diferenças de graus caracterizando **formas fracas e fortes**, isto é, diferenças de grau no que se refere à relação de subordinação parte-todo. (...). (p.54). (grifos meus).

Portanto, do meu ponto de vista, o vácuo a que se refere Pozo em relação ao *Insight* deve-se mais a uma característica própria da visão gestaltista de ciência (que no contexto do relativismo positivo se constrói e reconstrói permanentemente), do que a uma suposta fragilidade teórica que coloque em dúvida a importância do enfoque gestaltista para o pensamento produtivo.

Segundo Wertheimer, 1945, (*apud* Pozo, 1998), “a cada um dos mecanismos de aprendizagem associativa corresponde um mecanismo alternativo nas concepções gestaltistas”. Ou seja, a **associação** deixaria de ser um vínculo de elementos “cego” à estrutura, para interpretar-se como a compreensão da relação estrutural entre uma série de elementos que necessitam uns dos outros. A **repetição** não produziria conexões cegas, mas ajudaria a captar a relação entre os elementos dentro da estrutura. Também o **ensaio e erro**, deixaria de ser aleatório para tornar-se uma comprovação estrutural de hipóteses significativas. Uma importante consequência é que, no enfoque gestaltista, o sujeito aprende reinterpretando seus fracassos e não apenas por meio de êxito, ainda que possa aprender do êxito se for capaz de compreender as razões estruturais que o tornaram possível. (p.173).

Aqui também, a título de tornar um pouco mais claro o pensamento de Wertheimer (1991), cabe ressaltar que não preconiza nem a existência nem a correspondência de mecanismos gestálticos em alternativa aos mecanismos da teoria da associação (ou da lógica tradicional). Em referência a esses dois tipos de abordagem o próprio Wertheimer afirma que “as diferenças entre os tipos extremos (...) não se referem a procedimentos meramente intelectuais, mas implicam diferenças profundas na atitude humana. (p.208).

Aponta sim, desde o ponto de vista estrutural, uma visão ambígua dos termos e operações que constituem, em si, os mecanismos tradicionais e associacionistas, considerando, entretanto, importantes cada um desses elementos. Portanto, Wertheimer entende que em função dessa ambigüidade, os mecanismos inerentes ao associacionismo, embora concebidos e utilizados tradicionalmente, através de procedimentos “cegos”, “podem” gerar processos estruturalmente sensatos. (p.211).

Referindo-se, por fim, às questões relacionadas com o ensino, a educação e a vida, Wertheimer (1991) afirma que são similares às que se dão na psicologia da aprendizagem. “O **tipo γ** corresponde à aprendizagem por inculcação e exercitação repetitiva, associações e condicionamentos externos, memorização, ensaio e erro a cegas. O **tipo α** está centrado no desenvolvimento da percepção interna estrutural, o domínio estrutural e a **aprendizagem significativa**, no verdadeiro sentido da palavra”. (p.209). (grifos meus).

Neste sentido, Wertheimer (1991) esquematiza três possibilidades.

Se qualificarmos o pensamento e os processos de aprendizagem de tipo α como estruturalmente sensatos e as características de tipo γ como estruturalmente cegas, a situação dentro do enfoque tradicional é:



Ou seja, toma-se γ como tipo básico e α será sem dúvida uma mera complicação dos fatores γ .

O procedimento mais cuidadoso, desde o ponto de vista científico, consiste em estudar primeiro o caráter distintivo de cada tipo de processo.



Só baseando-se em tais estudos se poderá decidir se os dois tipos são de natureza totalmente distinta, ou se deve considerar-se α uma complicação dos

fatores essenciais de γ , ou se α é o centro teórico propriamente dito e γ constitui um caso especial.



Na atualidade, a última alternativa parece ser a mais apropriada: γ seria tão só um caso especial no qual a interdependência estrutural que caracteriza o tipo α se aproxima de zero (um limite que nunca se alcança nos casos de aprendizagem e pensamento reais). (p.210).

De fato, essas três análises baseadas nos conceitos chaves dos modelos de pensamento tradicional e associativo, bem como das propostas da Gestalt para o pensamento produtivo e conseqüentemente a aprendizagem significativa, sintetizam bem o que a meu ver são as possibilidades da resolução de problemas como mecanismo de aprendizagem matemática.

Assim acredito ter abordado os principais elementos teóricos e metodológicos que demonstram a importância e atualidade da formulação da Gestalt que, especialmente em Wertheimer, trata do pensamento produtivo nos processos de aprendizagem e resolução de problemas. Neste sentido, destaco as possíveis intervenções relativas ao processo educativo no desenvolvimento do ato de perceber *Gestalten*¹⁷ a partir de diretrizes estruturais da situação que orientam os passos e operações dinâmicas a serem executados de acordo com os requerimentos dessa situação. Processo este, é sempre bom repetir, determinado especialmente pelo chamado princípio da pregnância de Max Wertheimer, as tendências à boa *Gestalt* e suas leis.

¹⁷ “Gestalten” é o plural em alemão de “Gestalt”, termo em inglês.

4.2.3

Wertheimer e um exemplo prático de como e por que resolver problemas

Penso que é essencial, no momento em que dou destaque aos princípios e definições da teoria de Max Wertheimer (1991), ancorados nos princípios da Gestalt e do “pensamento produtivo”, descrever a aplicação desta teoria através do “problema do palalelogramo”. (p.25) Assim, descrevo algumas partes centrais desse problema que é o mais citado por outros autores ao se referirem à gestalt e ao próprio Wertheimer.

Em geral, encontrei a descrição desse problema feita de forma muito sintética em alguns livros, teses e outras publicações, ora ressaltando a importância da gestalt e do pensamento produtivo, ora fazendo-lhes ressalvas acerca da aplicação de seus fundamentos.

Portanto, nossa intenção é apresentar uma descrição fiel e mais completa deste problema, de forma a oferecer ao leitor elementos suficientes que mostrem a riqueza desta formulação de Wertheimer em diálogo com abordagens que podem levar a procedimentos “cegos”, muitas vezes sem que esta seja a intenção.

Por outro lado, também acho fundamental a referência a um problema de álgebra sobre o qual Wertheimer (1991, p.222-227) produz uma solução produtiva, contrapondo-a a uma solução usual e estruturalmente cega, apresentada também por ele. Trata-se da soma dos termos de uma PG infinita, cujo caminho até uma verdadeira percepção da natureza interna do problema e sua dedução sensata, Wertheimer conduz, mostrando o significado estrutural de como a soma de infinitos termos pode convergir para um valor finito. Como este problema é bem mais curto que o do palalelogramo, sugiro a sua consulta às páginas citadas.

Para os psicólogos da Gestalt, resolver um problema é um processo que consiste em reorganizar os elementos de uma situação de tal maneira que se adquire uma compreensão estrutural de seus componentes e as relações entre eles (insight), o que conduz à solução. Distinguem entre dois tipos de pensamento: produtivo e reprodutivo, dependendo da produção de uma solução nova ou da reprodução de comportamentos aprendidos previamente para a solução de um problema.

Esta abordagem dá lugar aos dois enfoques encontrados no “problema do paralelogramo” nos quais se comparam o método de compreensão das relações estruturais do paralelogramo e sua superioridade na transferência a outros problemas, com um método que leva à memorização e aplicação de fórmula. Vejamos, a seguir, como se desenvolve a experiência de Wertheimer junto a estudantes e professores na solução deste problema, apresentando as bases que norteiam essas conclusões.

Tudo começa na aula de um professor de matemática muito orgulhoso de seu trabalho e de sua turma, quando ensinava aos estudantes a achar a área do paralelogramo. Wertheimer assistia à exposição do problema pelo mestre, cuja metodologia aplicada aproxima-se do que se encontra em livros didáticos e nas práticas de professores de matemática do ensino fundamental e médio brasileiro.

Nosso autor nos convida a acompanhá-lo numa viagem exploratória em cujo transcurso encontra dificuldades, obrigando-o a buscar os meios e métodos necessários para esclarecer os problemas psicológicos implícitos.

Para evitar qualquer dúvida, repito as palavras e as figuras geométricas com as quais o professor enuncia a definição do paralelogramo e o procedimento utilizado para demonstrar a sua área. Apresento também o diálogo estabelecido por Wertheimer com a turma e com o professor, bem como as figuras geométricas que utiliza para caracterizar o seu pensamento.

Tendo já ensinado a achar a área do retângulo na última lição (como o produto dos dois lados), o professor exercita a turma através de problemas com vários retângulos de diversos tamanhos que todos resolvem com rapidez. “Agora seguiremos adiante”, anuncia o mestre. Desenha um paralelogramo no quadro e explica: “Esta figura se chama paralelogramo. Um paralelogramo é um quadrilátero plano, cujos lados opostos são iguais e paralelos”. (p.26).

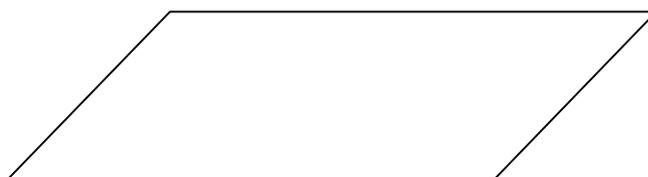


Figura – 1

E continua o professor descrevendo como se demonstra a fórmula da área do paralelogramo. “Agora vão aprender a achar a área de um paralelogramo”. Designa os ângulos com as letras a , b , c e d , e explica: “Traço uma perpendicular descendente desde o ângulo superior esquerdo e outra desde o ângulo superior direito. Prolongo até a direita a linha da base. Marco os dois novos pontos, e e f ” (p.26)

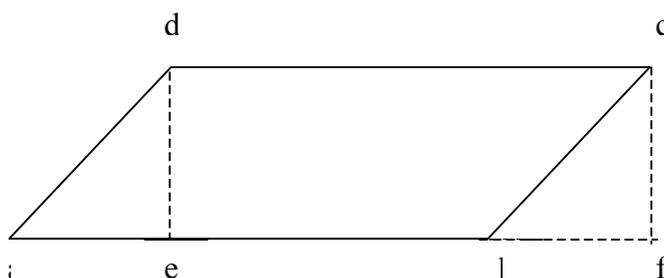


Figura – 2

Com a ajuda desta figura faz a demonstração habitual do teorema (a área de um paralelogramo é igual ao produto da base pela altura) estabelecendo a igualdade de determinadas linhas e ângulos, assim como a congruência do par de triângulos. Em cada caso formula o teorema, postulado ou axioma já aprendido no qual se funda a dita igualdade ou congruência. Conclui dizendo que ficou demonstrado que a área de um paralelogramo é igual à base multiplicada pela altura. (Idem).

Após a demonstração, indica a página do livro onde os alunos podem encontrá-la e recomenda que estudem a lição em casa, repetindo-a cuidadosamente para conhecê-la bem. Em seguida, o professor apresenta vários problemas que **requerem o cálculo da área de paralelogramos de diferentes tamanhos, lados e ângulos**. Como era uma boa turma, os alunos resolvem corretamente todos os problemas. Antes do término da aula, o professor lhes deixa **mais dez problemas similares para casa**. (Idem). (grifos meus).

Na aula seguinte, lá estava Wertheimer novamente. O professor começa a lição chamando um aluno para que demonstre como se acha a área de um paralelogramo. O estudante o faz com exatidão. Se vê que aprendeu a resolver o

problema, sussurra o professor ao ouvido de Wertheimer. “E não é meu melhor aluno. Não há dúvida de que o outro o sabem também como ele”. (Idem).

A seguir, Wertheimer (1991) lança uma série de questões sobre o que presenciara como um aparente sucesso no ensino deste problema e se pergunta como pode averiguar se os estudantes captaram algo através da resolução descrita.

A maioria das pessoas diria: “Esta é uma classe excelente; alcançou o objetivo do ensino.” Todavia, eu a observo com desassossego e me pergunto, preocupado: “O que aprenderam? **Exercitaram de algum modo o seu pensamento? Captaram o miolo da questão?** Talvez apenas pouco mais que **repetir às cegas**. Sem dúvida resolveram com rapidez os diversos problemas passados pelo mestre, de modo que aprenderam algo de caráter geral que necessita de certa abstração. (...) também transferiram com facilidade aos casos concretos, mas... **captaram algo?** Como posso averiguá-lo? Que posso fazer?” (p.27). (grifos meus)

Wertheimer, 1991, pergunta, então, ao professor se pode colocar uma questão para a turma, ao que o professor responde orgulhoso de seus alunos: “com muito gosto”. Assim, vai ao quadro e desenha a figura 3 abaixo.

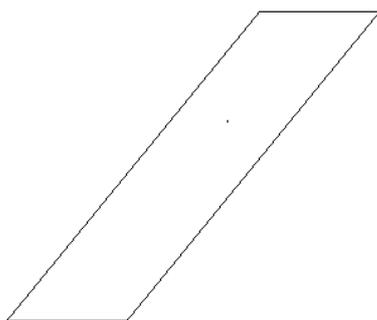


Figura - 3

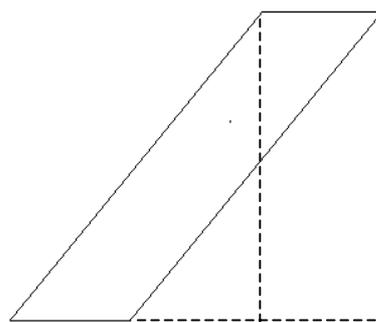


Figura - 4

Alguns estudantes se mostram desconcertados. Um deles levanta a mão e questiona: “nós não estudamos isso ainda”.

Outros estão muito atarefados, copiando a figura e traçando as linhas auxiliares (figura 4) tal como foi ensinado: descendo duas perpendiculares a partir

dos dois ângulos superiores e prolongando a linha de base. Assim, eles ficaram sobressaltados e perplexos.

Alguns não manifestam a menor insatisfação e escrevem com firmeza abaixo de seu desenho: “a área é igual ao produto da base pela altura”. É uma subsunção correta, mas pode ser realizada totalmente às cegas. Quando lhes pergunto se podem demonstrar a validade da fórmula, aplicada a este caso, também se mostram perplexos.

Outros, enfim, reagem de um modo completamente distinto: **suas faces brilham**, sorriem e traçam as seguintes linhas, mantendo a folha de papel na mesma posição (figura 5) ou fazendo-a girar 45° (figura 6). (p.28). (grifo meu)

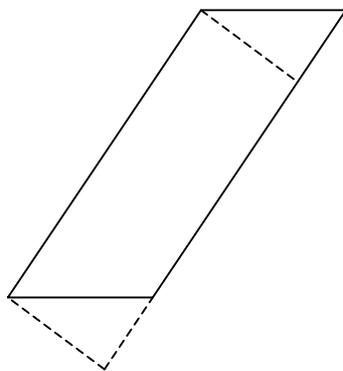


Figura – 5

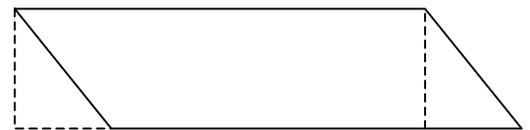


Figura – 6

Ao ver que só uma minoria soube resolver o problema, o professor disse à Wertheimer um tanto indignado: “Você lhes apresentou uma figura evidentemente estranha e é natural que não tenham lidado bem com ela.” (Idem).

Wertheimer reflete com seu leitor dizendo “agora, cá entre nós, também vocês terão pensado: Nada tem de estranho que tantos tenham falhado frente a uma figura tão pouco familiar”! E conclui indagando: (...) Mas, acaso é menos conhecida que as variações da figura original que lhes havia dado o professor e que eles resolveram? (Idem)

O professor lhes apresentou problemas que variavam muito a medida dos lados e o tamanho dos ângulos e áreas. Sem dúvida eram variações que não pareceram produzir a menor dificuldade aos alunos. “Talvez vocês tenham notado que meu paralelogramo consistia simplesmente em girar a figura original. No que diz respeito às qualidades de todas as suas partes, diferia menos da figura original que as variações propostas pelo professor”. (Idem)

Como foi dito anteriormente, a tarefa dada aos estudantes após a demonstração da fórmula foram exercícios que requeriam o cálculo da área (base vezes altura) de diversos paralelogramos. É possível, portanto, que os estudantes tenham achado áreas de vários paralelogramos com o formato que Wertheimer apresentou. E mesmo quando na aula seguinte o professor pede ao aluno que demonstre a fórmula, ele o faz provavelmente repetindo a figura utilizada pelo professor.

O problema refere-se, portanto, à demonstração da fórmula a partir de uma figura “diferente” que não admitia em princípio os procedimentos ensinados pelo professor. É deste ponto de vista que Wertheimer chama a atenção para o fato de que mesmo utilizando um procedimento lógico e indutivo para demonstrar a referida fórmula, este não possibilitou aos estudantes uma transferência do conceito de área para outros tipos de problemas. Isso porque tal procedimento não é o mais simples (racional) no sentido de viabilizar aos estudantes uma compreensão estrutural dos componentes do problema e as relações entre eles, o que conduz à solução produtiva.

Mais adiante pretendo mostrar como segundo Wertheimer se concebe o conceito de área (do retângulo e do paralelogramo) de modo que os estudantes possam utilizá-lo de forma produtiva.

Antes, porém, é importante observar outros resultados de experimentos com crianças a quem se ensinou a achar a área do retângulo e, logo, a do paralelogramo – com o traçado de linhas auxiliares e a fórmula resultante: multiplicar a base pela altura – incluída ou não sua prova. Wertheimer, 1991, continuou observando os resultados quando se utilizava figuras diferentes da original.

Ao apresentar o paralelogramo da figura 7, abaixo, a uma criança foram observados casos extremos de reações irreflexivas.

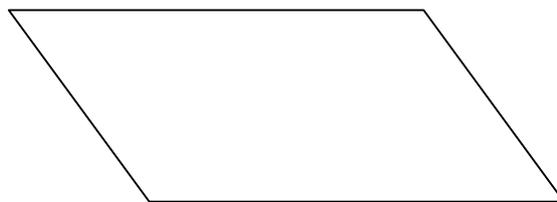


Figura - 7

Ela repete o que o professor disse como um louro, dizendo: “uma perpendicular desde o ângulo superior esquerdo... outra desde o ângulo superior direito... estender a linha de base para a direita”. Procede assim, obtendo a seguinte figura: (p.29).

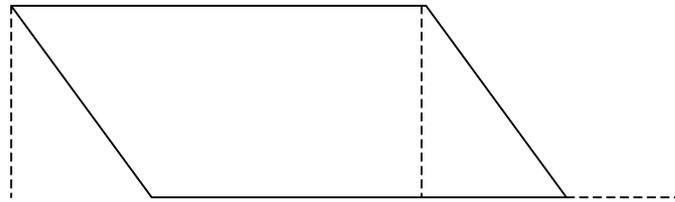


Figura - 8

Entretanto, há caso de crianças de apenas 6 anos de idade que nada sabem de geometria, resolvem o problema do paralelogramo mediante procedimentos excelentes e originais, sem que lhes tenham ensinado os passos que devem dar e com apenas uma breve demonstração de como se acha a área do retângulo.

Outras crianças que descobriram por si sós, ou mediante uma demonstração, como se acha a área do paralelogramo, e a quem se pede que calculem a área do trapézio ou de qualquer das figuras seguintes, não se mostram impotentes ante o problema. Após refletir um pouco e às vezes com uma pequena ajuda, produzem soluções excelentes e genuínas, como as seguintes.

Os problemas apresentados são esses:

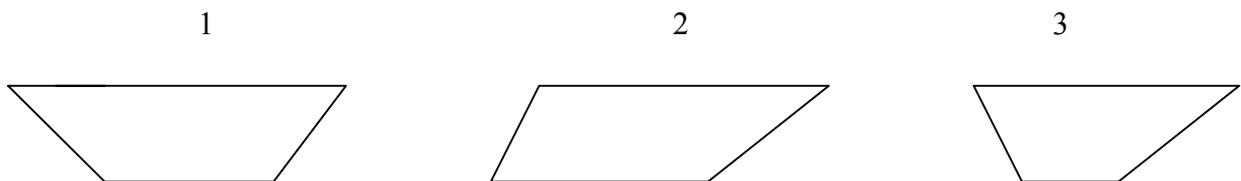


Figura – 9

Todos eles podem ser resolvidos modificando de forma sensata as figuras (Respostas A) ou aplicando às cegas – e sem êxito – as operações aprendidas ou, ao menos, algumas delas (Respostas B).

Respostas A:

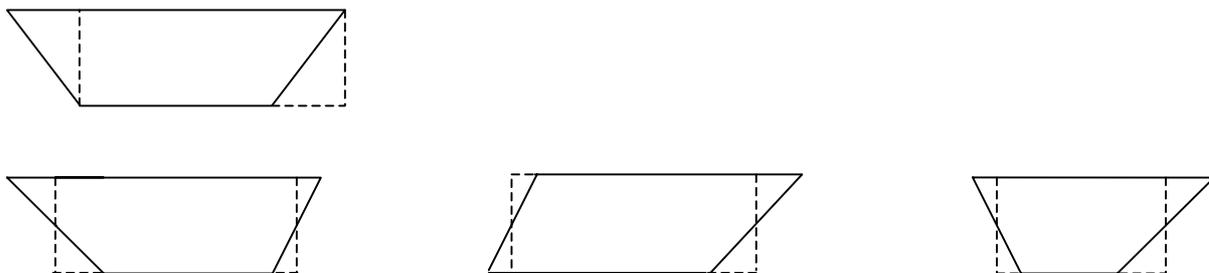


Figura – 9A

Os sujeitos do experimento transformam as figuras em retângulos transportando os triângulos. Eles não darão.

Respostas B:



Figura – 9B

Outros dão respostas B ou respostas A e B de forma indiscriminada. Muitos estudantes se negam a tratar os problemas 1, 2 e 3, comentando: “como poderíamos resolvê-los, se ainda não aprendemos a traçar estas figuras. (p.30).

Logo levei a cabo experimentos com outras crianças a quem ensinei a achar a área do paralelogramo valendo-se das linhas auxiliares e, imediatamente, lhes apresentei figuras A e B individualmente ou de duas em duas. (Idem).

Exemplos de

Figuras A

Figuras B

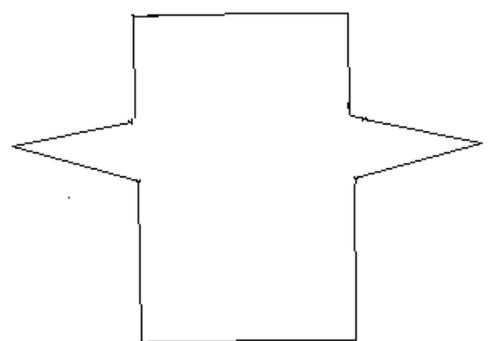
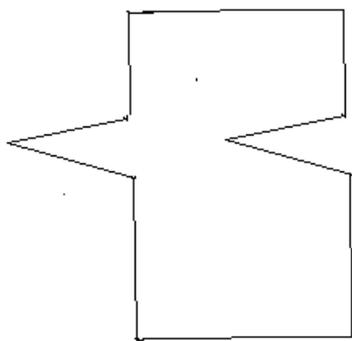
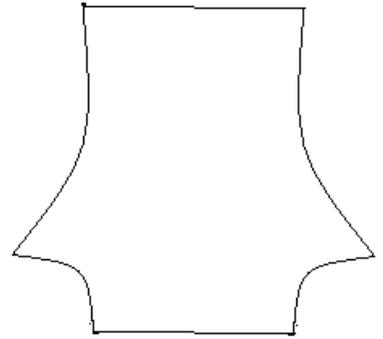
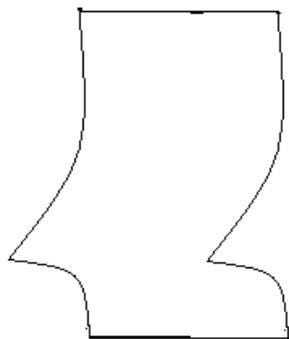
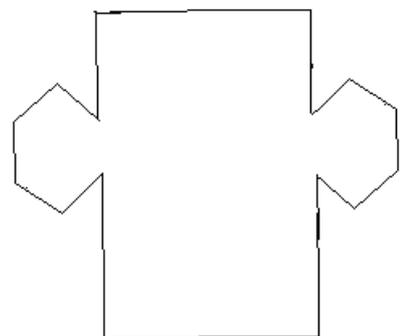
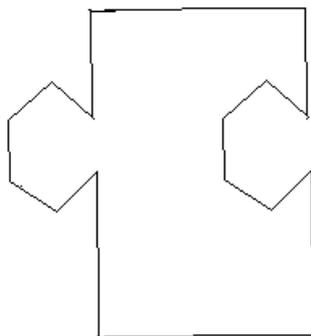


Figura – 10

Nestes pares de figuras, um membro do par (a figura B) não pode ter uma solução do tipo A (com o auxílio de linhas auxiliares), enquanto a figura A sim pode tê-la. (p.31).

Algumas crianças não parecem encontrar diferença alguma entre as figuras A e B: todas são novas para eles e, com sua atitude, nos estão dizendo “como vamos saber”. Eles não mostram reação ou se o fazem não estabelecem distinção alguma entre as figuras A e B, limitando-se a traçar algumas linhas auxiliares e a responder cegamente. (Idem)

Não obstante, alguns resolvem todos os problemas A e, às vezes, após refletir um pouco, rejeitam os B dizendo: “Não posso fazer este, porque não sei qual é a área” ou ainda: “não sei qual é a área destes pequenos resíduos”. Por outro lado, estas áreas residuais não são geralmente mencionadas nos caso A, ou a criança explica: “evidentemente, ignoro que áreas têm as figuras pequenas, mas isso não importa já que elas são iguais”. (Idem).

Se observarmos as figuras seguintes, por partes, nas de tipo A existe claramente uma maior alteração, em relação ao exemplo original (terceira figura A do exemplo anterior), que na de tipo B (terceira figura B do exemplo anterior). De fato as alterações são idênticas, só que há mais nas figuras A do que em B. (p.32).

É obvio que o simples argumento da “**familiaridade**” não ajuda a compreender as relações positivas, ou seja, a resolução direta dos casos A (ainda que em casos menos familiares como abaixo) e a rejeição dos casos B (mesmo que em exemplos mais familiares como abaixo).

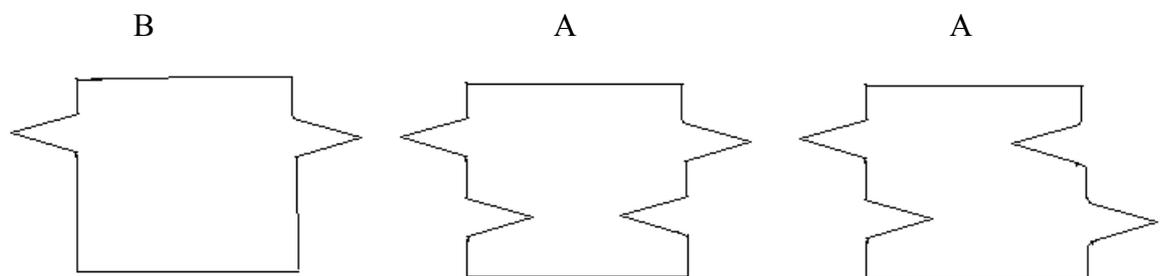
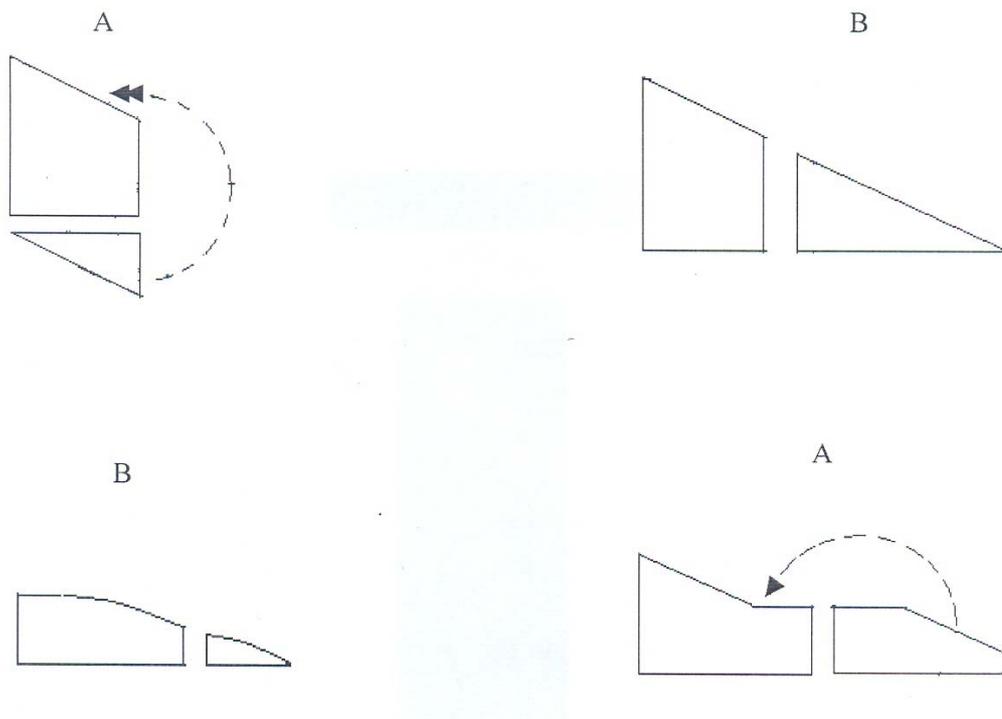


Figura - 11

As observações com os pares de figuras A-B já incluíram exemplos de como desenvolver uma análise experimental. Embora nestes casos a tarefa pareça bastante fácil, às vezes se produzem na aula reações de espanto.

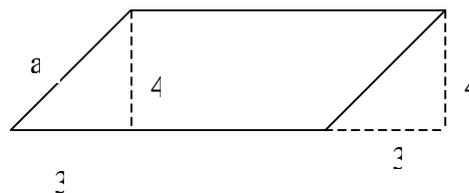
Wertheimer (1991, p.32) afirma que outro passo na análise experimental consiste em apresentar dois sólidos móveis, em vez de uma figura. Podem estar separados ou adjacentes e em distintas posições:



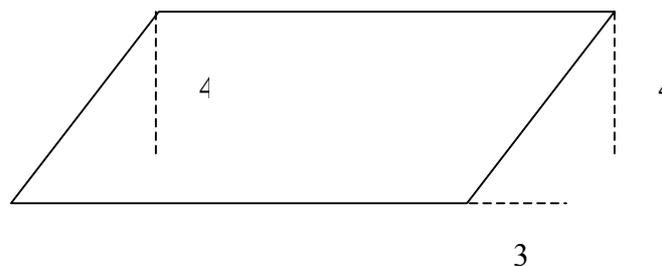
Também aqui pode, e às vezes ocorrem reações de espanto.

Para esclarecer as questões teóricas implícitas no tema que abordo, às vezes convém considerar os casos extremos. Tomemos como exemplo a seguinte reação disparatada:

Ensina-se a uma criança demonstrar o teorema da área do paralelogramo com ajuda de uma figura desenhada em uma folha de papel quadriculado. São traçadas as linhas auxiliares, resultando as seguintes medidas: lado $a = 5$ cm; segmento $c = 3$ cm. O mestre lhe diz: “olhe! a partir de cada ângulo superior traço uma perpendicular de 4 cm até abaixo. Logo, estendo a linha de base 3 cm até a direita; pode medi-la”. (p.33).



Após um tempo, outro exemplo é dado à criança, outro paralelogramo de tamanho diferente. Suponhamos que a criança - distraída, talvez, por um observador, porque pensa num jogo que vai participar ou porque se pergunta de onde estará sua mãe neste momento – repete para si mesmo: “quatro centímetros até abaixo, três centímetros para a direita” e, obedientemente, obtém esta figura: (Idem).



Quando lhe perguntam se alcançou o objetivo (cálculo da área), ele responde: “(...) não”, mas, no momento é impossível para ele seguir adiante. Ainda que nunca tenha me deparado com semelhante resposta, alguém pode dá-la. Como bem sabem os professores, fatos parecidos ocorrem em casos menos simples desde o ponto de vista estrutural. (Idem).

De fato, embora não seja em grande número, pode-se observar que na prática ocorrem sempre tais procedimentos repetitivos na resolução de problemas.

Sem dúvida esta seria uma forma extrema da reação B; copiar o ensinado pelo professor sem contemplar o contexto. Todos percebem onde está o erro, mas em que consiste teoricamente? Poderia dizer-se que a criança não adaptou adequadamente o aprendido a nova situação, mas,...; que significa “adequadamente”? (p.34).

Também poderíamos responder: “este é um caso evidente de falta de generalização” e dar por liquidada a questão, mas...; está? E as generalizações

disparatadas que não o deixam de ser por sua insensatez? E se uma criança se guiar pela seguinte generalização, feita a partir da figura anterior: “As perpendiculares devem ser um centímetro maior que o prolongamento da linha de base”, ou “O tamanho da perpendicular deve ser um número par”, etc. (nunca presenciei um caso assim, mas o cito como exemplo). (Idem).

De nada serve descartar nosso problema argumentando sobre a “generalização”. Evidente que há uma generalização aqui, mas nós a temos em ambos os casos (disparatados ou não). Geralmente a ênfase colocada na generalização não responde a questão, mas sim, encobre o problema. (Idem).

Wertheimer (1991) pergunta qual é o verdadeiro significado do assunto nos casos e nas reações A-B? Tenho tido experiências características: por um lado, estão as reações inteligentes, nas que o sujeito se nega a aplicar cegamente o aprendido aos problemas B e, nos caso A, dá a solução verdadeira e inteligente alterando o procedimento exigido pelo senso comum. Por outro, estão reações às cegas, nas quais o sujeito é incapaz de abordar os casos A ou B, ou aplica as operações de maneira equivocada. (Idem). Ao final desta abordagem voltarei a esta questão lançada por Wertheimer.

Se um sujeito estende o método aprendido a uma variação do problema original sem perceber que não vem ao caso, significa que não entendeu o que lhe ensinaram ou não compreendeu o que é importante no problema modificado. Em contrapartida, se trata acertadamente todos os casos A, ainda quando apresentem, em suas partes, uma maior diferença com o original, e ao mesmo tempo se nega a aplicar o procedimento aprendido a variações B mais similares ao original, isso indica que compreendeu realmente o problema. Tendo apresentado exemplos para uma investigação sistemática das variações A-B, Wertheimer (1991) afirma que esta pode proporcionar a base para uma “definição operacional” da compreensão. Além disso, durante a análise experimental podem-se estudar os diversos fatores estruturais aplicando o método A-B. (p.35).

Qual é a diferença fundamental entre os dois tipos de reações ante as variações? **Qual é a essência da questão desde o ponto de vista psicológico?** Como o sujeito chega à reação A? O que faz o aluno decidir entre os procedimentos A e B? (Idem). (grifo meu).

Primeiro: poderíamos dizer que “a diferença é bastante evidente; as reações A conduzem a soluções corretas, as B não”. Contudo, esta asserção delinea o problema, mas não o resolve.

Segundo: “**O grau de similitude** em relação ao problema original é decisivo”. Não. É certo que a similitude desempenha um certo papel, mas (...); que tipo de similitude? Se observarmos os casos B parte por parte, veremos que geralmente se assemelham mais ao original que os casos A.

Terceiro: A “**generalização** explica a questão? Não. Naturalmente ela está implícita em todos esses casos, mas pode haver tanta generalização em uma reação B de espanto como em uma reação A. Portanto, da nada serve a generalização em si. Certamente seria útil se considerássemos uma “generalização selecionada adequadamente”, mas...; o que devemos entender por essa qualificação? Interpretaremos que esta conduz à solução? Esta proposição – como a primeira – delinea o problema em vez de resolvê-lo.

Quarto: A situação permanece invariável se afirmarmos (corretamente) que os diversos casos A se caracterizam por captar os pontos essenciais da questão, aqueles verdadeiramente pertinentes. Mas, em que consiste essa “captação” e quais são esses pontos “essenciais”? O que determina quais são essenciais e quais não o são? Somente o resultado?

As proposições 2, 3 e 4 não diferenciam de maneira satisfatória os casos e as reações A e B, a menos que considerem implícita a proposição 1 que os diferencia baseando-se unicamente nos resultados. Nenhuma delas possibilita por si só o entendimento psicológico da questão.

Ao final dessa reflexão Wertheimer (1991) sugere aos seus leitores que meditem acerca disso e não se contentem com soluções superficiais. “Creio que se abordam esse caso de forma direta verão qual é a resposta. Talvez a tenham na ponta da língua e não possam expressá-la verbalmente.” (p.36).

No próximo tópico de sua abordagem Wertheimer (1991) propõe uma série de exemplos cujas resoluções são propositalmente longas e “embaraçosas, mas levam invariavelmente a um resultado exato. Em alguns casos são soluções intencionalmente incorretas, em outras corretas. Em alguns casos não são generalizáveis, em outras são. Em alguns casos realiza procedimentos que levam à demonstração de uma fórmula, em outros não. (p.36-44).

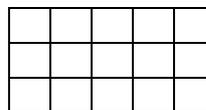
Por fim, a título de um exame retrospectivo sobre esses casos pergunta-se: por que são embaraçosos e desagradáveis esses diversos procedimentos? Qual é o ponto decisivo? E responde:

- 1) Que as operações não são levadas a cabo corretamente? Não, porque em alguns exemplos são corretas.
- 2) Que não são de aplicação geral? Não, porque os exemplos universalmente corretos nem por isso deixam de ser embaraçosos (ver exemplos 11 e 15).
- 3) Que carecem de demonstração? Não, porque alguns a têm. (p.44).

Percebe-se que o fulcro de sua abordagem é por em questão alguns dos principais argumentos com os quais o pensamento associacionista e da lógica tradicional legitimam procedimentos cegos na resolução de problemas. Para Wertheimer, 1991, os procedimentos utilizados nos processos de indução, generalização e demonstração, tradicionalmente não respondem a uma compreensão estrutural do problema. “são passo caídos do céu” (p.45).

A seguir Wertheimer (1991) define o curso do pensamento produtivo no cálculo da área de um retângulo.

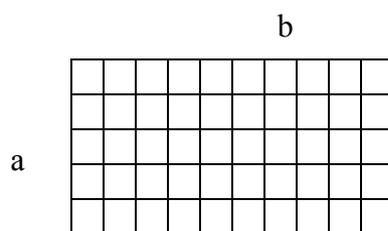
A questão de calcular a área em termos das somas das pequenas unidades quadradas se afronta dentro da figura, com referência a sua forma característica; se descobre assim a existência de fileiras paralelas e iguais, que se correspondem entre si e contêm a mesma quantidade de quadrados pequenos. Logo, se multiplica o número de quadrados em uma fileira, determinado pelo comprimento de um lado, pelo número de fileiras, determinado pelo comprimento do outro lado. O essencial é ver a área estruturada de acordo com a forma característica da figura.



O próprio resultado (área = $a \cdot b$) não é idêntico desde o ponto de vista psicológico, nos procedimentos sensatos e nos embaraçosos. (...) a fórmula “ $a \cdot b$ ” não é uma simples “multiplicação de dois termos”, por quanto um deles significa o número de quadrados em uma fileira e o outro o número de fileiras. Os dois termos da multiplicação possuem um significado estrutural e funcional diferente e, se não realizamos isto, não podemos entender a fórmula nem tampouco o significado da multiplicação em si. (p.45).

A seguir, Wertheimer (1991) descreve quais são os passos que se deve dar para resolver o problema da área do retângulo em um processo de pensamento realmente sensato.

- 1) O problema é confrontado: qual é a área do retângulo? Não sei. Como posso encontrá-la?
- 2) Intuo que deve haver uma relação interna entre o tamanho da área e a forma do retângulo. Qual é? Como posso averiguá-la?
- 3) Posso conceber a área como a soma dos quadrados pequenos dentro da figura. E a forma? Esta não é uma figura qualquer; tampouco é um amontoado de pequenos quadrados agrupados de qualquer maneira; tenho que compreender como está constituída a área nesta figura!



- 4) Os pequenos quadrados não estão organizados na figura, ou organizáveis de modo que conduza a uma clara visão estrutural do total? Oh sim. A figura mantém sempre a mesma extensão. Isto tem a ver como com o modo como a área é constituída! As fileiras de pequenos quadrados, retas e paralelas, encaixam verticalmente umas sobre as outras com uma igualdade mútua, completando assim a figura: tenho várias fileiras de igual comprimento que juntas formam a figura completa.
- 5) Quero ter o total. Quantas fileiras há? Me dou conta que a resposta esta indicada pela altura, ou seja, pelo lado a. quanto mede de largura uma fileira? É obvio que a resposta é dada pelo comprimento da base b.
- 6) Portanto eu tenho que multiplicar b por a! (esta não é uma multiplicação de dois elementos de mesma ordem: sua diferença funcional característica é fundamental para este passo.)

Nesta estruturação do retângulo se esclarece a questão da área. O sujeito tem uma visão completa e transparente da estrutura obtida. A solução é encontrada na realização da relação estrutural interna entre a área e a forma. (p.50-51)

Wertheimer (1991) não afirma que os passos enunciados se formulem sempre em separado nos processo reais do pensamento, mas que em sua maioria interagem de maneira global. Entretanto, julga-os necessários para entender realmente o problema. (p.52).

Acerca deste processo, Costa, 2008, ressalta que “Esta solução A é um excelente exemplo de pensamento produtivo e, talvez por isso e por sua simplicidade, serviu de base para a primeira e mais clara caracterização deste tipo de pensamento no livro” (p.24).

A seguir, Wertheimer, 1991, faz referência aos passos descritos anteriormente para apresentar várias operações e características do pensamento produtivo.

Inicia referindo-se há operações de agrupamento, reorganização e estruturação de divisão em partes, sem deixar por isso de ver essas partes em seu conjunto, com uma clara referência à totalidade da figura e tendo presente o problema específico a se resolver.

Essas operações não se realizam de qualquer maneira. Aqui não temos qualquer agrupamento ou organização, ainda quando na prática posam existir de muitos diferentes tipos. Os passos são concebidos e executados de acordo com as qualidades globais da figura e com o fim de estabelecer uma estrutura clara da área. Para isso há que observar de que modo as partes (subtotais) encaixam entre si e complementam a área, e qual é a relação interna entre este encaixe recíproco e as características globais da figura: retidão das linhas, etc. (p.52).

Em seguida, Wertheimer, 1991, descreve quatro características relacionadas à solução produtiva tendo por base ainda a área do retângulo.

- 1) O processo tem sua origem no desejo de descobrir a relação interna entre a forma e o tamanho. Não se trata de buscar qualquer tipo de relação que as conecte, senão de indagar a natureza de sua interdependência intrínseca. A estas alturas do processo, algumas pessoas introduzem mudanças (por exemplo, na largura da figura), observam e estudam seus efeitos sobre a forma e tamanho e, deste modo determinam o tipo de relação interna pertinente.

2) As relações notáveis deste tipo ou “relações ρ ” – sensatas quanto à natureza estrutural interna da situação dada – desempenham um papel considerável neste processo:

Fileiras iguais, retas e paralelas que encaixam entre si: Forma retangular que implica retidão de linhas e não, por exemplo, uma estrutura como esta:



Número de fileiras: Comprimento de um lado

Número de quadrados de uma fileira: Comprimento do outro lado

Multiplicação: Completa-se a estrutura

4) Está a característica do significado funcional das partes: por exemplo, o significado tipicamente diferente dos termos da multiplicação; esta característica é decisiva para a solução produtiva e para toda compreensão real da fórmula.

5) o processo inteiro é uma linha de pensamento coerente. Não é uma mera soma de operações parciais agregadas. Nenhum passo é arbitrário, nem sua função fica incompreendida. Pelo contrário, cada passo se dá sem perder de vista a situação global.

Espero que o leitor compreenda a coerência de semelhante processo e o impacto que produz sua maravilhosa transparência, uma diferença absoluta em relação àqueles processos nos quais as operações se sucedem de maneira arbitrária e carente de sentido. (p.53).

Em relação ao paralelogramo, Wetheimer (1991) realiza mais algumas experiências ao propor a vários sujeitos que achassem a sua área após ter dito em poucas palavras como se achava a área do retângulo. Não lhes disse nada nem lhes ajudou em absoluto (p.55).

Sucederam-se vários casos entre os quais destaca-se a experiência de um menino que tomou um pedaço de papel e recortou dois paralelogramos iguais e muito satisfeito os juntou assim:



Mas não soube seguir adiante. (p.58).

Em outros casos, o próprio Wertheimer, 1991, deu à criança duas amostras da figura. Alguns as utilizaram assim:

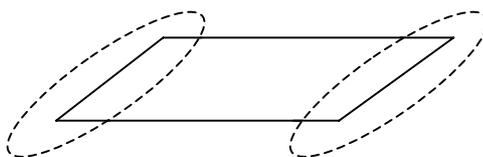


Contudo, houve casos em que o pensamento avançou em linha reta. Algumas crianças chegaram à solução por um caminho genuíno, sensato e direto, com pouca ou nenhuma ajuda.

“Às vezes após um esforço de concentração, se lhes iluminava o rosto no momento crítico. É maravilhoso observar a maravilhosa transformação da cegueira em visão do decisivo”. (p.58).

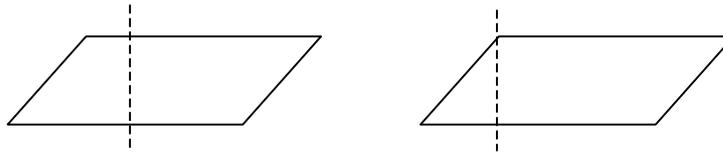
Portanto, Wertheimer, 1991, passa a relatar tais casos.

Primeiro relatou o sucedido com uma menina de 5 anos e meio a quem não prestou ajuda alguma em relação ao paralelogramo. Indicou-lhe apenas em poucas palavras como se obtinha a área do retângulo. Ao apresentar o problema ela disse: “não há como fazer isso” silenciou por um instante: “isso não é bom aqui indicando a região do extremo esquerdo – e isso tampouco é bom aqui – indicando a região do extremo direito - (...)”. (p.58)



Logo comentou em tom vacilante: “poderia colocá-lo aqui... mas... me dá uma tesoura? – exclamou de pronto -. O que esta mal aqui é o que falta aqui. Assim encaixa”. Pegou a tesoura, cortou a figura em sentido vertical e colocou o extremo esquerdo à direita. (p.59).

Outra criança cortou o triângulo de modo similar:



Houve outros métodos. Uma criança a quem Wertheimer, 1991, deu um paralelogramo longo, recortado em papel, partiu da seguinte observação: “Toda a parte central esta muito bem, mas os extremos”... Continuou examinando a forma, interessada por seus extremos, até o momento em que de pronto a tomou e com um sorriso uniu os extremos formando um anel. Perguntei-lhe que significava isso e ela, mantendo unidos os extremos com seus dedos, respondeu: “Pois agora eu posso cortar assim – indicou uma linha vertical em um ponto impreciso da zona central – e então isso fica certo”. (p.59-60).

Como vimos, em processos genuínos deste tipo, reaparecem fatores e operações similares àqueles mencionados ao tratar do retângulo. Efetuaram-se os passos necessários e se realizaram as operações com clareza, tendo em conta, globalmente, a figura e a situação. Este processo é o produto de uma linha de pensamento que parte das lacunas da situação, das perturbações estruturais e do desejo de remediá-las, corrigindo o que está mal para chegar à boa relação interna. (p.60).

Mas as extremidades laterais eram problemáticas em relação a quê? Elas se encaixam para quê? Pois é, as percepções (...) nasceram da relação essencial (relação ρ) entre o paralelogramo e o retângulo na busca por se obter uma clara estrutura do todo. É claro que não só esta, mas outras relações ρ intermediárias ocorreram no processo para que ele chegasse ao fim. Por exemplo, sobre as operações de cortar o paralelogramo, transportar o lado esquerdo e encaixá-lo no direito, ou fazer o paralelogramo como argola e depois cortá-lo verticalmente e algum lugar do seu meio, Wertheimer diz que “há uma relação entre uma relação ρ entre operação e efeito.” (Wertheimer, 1982, p.60, *apud* Costa, 2008, p.30).

Voltemos finalmente às questões pendentes sobre as respostas A-B, ou sobre a demonstração da área do paralelogramo pelo professor que ensina à classe a traçar as três linhas auxiliares.

Wertheimer (1991) esclarece que

(...) se e os alunos captassem realmente o problema, para eles as três linhas não seriam tão só “esta linha, e essa, e a outra”, como disse o mestre, (...) não são uma soma aditiva de elementos cegamente conectados com a solução. (...) se captaram o problema verão as linhas em seu papel e função estruturais, em seu significado dentro do contexto sensato; tal é o significado de “captar”. As crianças vêm como essas linhas – e só elas, nesta situação – dão origem à solução do problema em sua relação interna, ou seja, na relação ρ estrutural dessas operações com o fato de chegar até a meta. (...) Isso lhes dá uma base para tratar de maneira sensata os problemas. (p.76).

4.3

A conexão da teoria de Wertheimer com o trabalho de Kurt Lewin

Após ter apresentado dois exemplos de como Max Wertheimer sugere que se problematize e aponta alternativas escolares teóricas e práticas no âmbito da resolução de problemas em matemática, retomo o seu ponto de vista estritamente teórico ressaltando que o interesse do autor ao escrever “O Pensamento Produtivo” foi caracterizar certos pontos fundamentais deste pensamento relativamente a sua dinâmica estrutural.

Neste sentido, sua exposição ocorre num campo relativamente limitado e fechado, o que leva Wertheimer a destacar a importância da relação desse campo parcial de exposição com um campo global (pessoal, social e histórico), ressaltando que acredita na intervenção de questões estruturais em todos esses campos.

Ainda por outro lado, pode-se observar como Wertheimer faz menção ao uso de conceitos topológicos (deformações) e hodológicos (vetores e forças) como desenvolvidos por Lewin, a quem faz referência também do ponto de vista do referido campo global ou espaço de vida do sujeito (que inclui a pessoa, o meio e a totalidade dos eventos possíveis).

Como exemplo, posso citar a seguinte idéia de Wertheimer (1991) reiterada em suas próprias palavras: “a tese afirma que as mesmas diretrizes estruturais de uma situação incompleta quanto a sua estrutura, implicando uma perturbação estrutural de natureza concreta e peculiar, criam os **vetores (com sua direção, qualidade e intensidade)** que por sua vez conduzem até os passos e operações dinamicamente acordes com os requerimentos”. (Wertheimer, 1991, p.202) (grifo meu). Aliás, esta tese faz menção à importância da lei do “cierre”, já

descrita, que, por sua vez, refere-se a uma das características centrais da definição de problema.

Neste sentido, adotando uma abordagem topológica e hodológica, conforme desenvolvidas por Lewin (1972), Wertheimer (1991) esclarece que quando o indivíduo pensante capta uma situação problemática, suas diretrizes e requerimentos estruturais lhe mostram “certas **tensões e deformações** na estrutura”. No pensamento real, essas tensões e deformações mobilizam o indivíduo, geram “**vetores**” dirigidos à melhora da situação e a modificam de acordo com eles. Esta nova situação é sustentada por “**forças internas**” compatíveis com uma estrutura boa, na qual há harmonia entre os requerimentos mútuos, as partes estão determinadas pela estrutura do todo e o todo está determinado pelas partes. (p.203).

Wertheimer (1991) esclarece ainda que as forças atuantes na situação podem ser de dois tipos. “Em muitos casos os vetores e os passos são **determinados essencialmente pela natureza estrutural da situação objetiva**. Tanto que o eu e seus interesses e tendências pessoais só desempenham um papel pequeno ou nulo. **Em outros casos o problema nasce das necessidades pessoais do indivíduo e o eu desempenha um papel importante**”. (p.204). (grifos meus).

Neste mesmo sentido, Wolman (1971) destaca que uma das idéias mais importantes acerca do pensamento produtivo se refere ao “**ênfoque e ao reenfoque**”. (p.520).

No ênfoque, se produz uma mudança ou transição desde um ponto de vista subjetivo ou pessoal a um ponto de vista mais independente com uma apreensão objetiva da situação total e dos requisitos estruturais e funcionais. **Esta operação dá lugar a uma neutralização da interferência das próprias crenças e experiências pessoais**. (Idem). (grifos meus).

O **“reenfoque”** consiste na obtenção de uma perspectiva nova e penetrante. Proporciona um novo ângulo desde o qual considera a questão dos **sucessos e interesses das pessoas criativas, (...) e a capacidade de generalização produtiva do pensamento.** (Idem). (grifos meus).

Entretanto, Wertheimer (1991) afirma que o processo não abarca tão somente as partes dadas e suas transformações. “Atua em colaboração com um material estruturalmente pertinente, mas selecionado de **experiências passadas, de conhecimentos e orientações anteriores**”. (p.203). (grifo meus).

O autor segue destacando a importância de se considerar um processo e um campo mais amplos na constituição do pensamento produtivo.

Não devemos duvidar que se tal processo de transformação constitui um todo relativamente fechado, não o é totalmente. É um campo parcial, uma parte do mesmo modo que o são a situação problemática inicial, a situação final e o processo global. **É um campo parcial dentro do processo geral de conhecimento e a percepção da natureza interna das coisas, dentro do contexto de um desenvolvimento histórico amplo, dentro da situação social e também dentro da vida do sujeito. (...) as condições, fatores e forças do campo mais amplo, sejam favoráveis ou hostis, têm importância.** Portanto, devemos ter em conta em que medida esse campo parcial está separado das outras partes do campo mais amplo, e em que medida está relacionado dinamicamente com elas. **A dinâmica estrutural, tal como a abordei ao referir-me ao campo parcial, parece ser uma vez mais a essência do assunto.** (Wertheimer, 1991, p.204). (grifos meus).

Neste ponto, citando diretamente a Lewin (1972), Wertheimer (1991) esclarece a importante relação que percebe entre o trabalho que realizou num campo relativamente fechado e uma abordagem num campo mais amplo.

Nosso interesse por aclarar certos pontos fundamentais nos induziu a **limitar o campo de nossa exposição.** Pudemos fazê-lo porque tratávamos uma subtotalidade relativamente fechada. **Mas se queremos compreender de verdade como se efetua ou não o processo devemos abordar um campo muito mais amplo.** Em tal caso, nos achamos ante uma questão de organização do campo global, dentro do qual o sucesso efetivo só constitui uma parte. Me refiro ao campo pessoal, social e histórico. São áreas amplas que **lamento não poder tratar aqui** de forma explícita. **Creio que em todos esses reinos intervêm questões estruturais tanto como em nossos pequenos exemplos. (...).** Todavia há psicólogos que cometem o **erro básico de crer que a teoria da Gestalt tende a subestimar o papel desempenhado pela experiência passada.** (p.75).

Por fim, Wertheimer (1991) reafirma o princípio básico que diferencia a teoria da Gestalt em relação ao associacionismo e alguns preceitos da lógica tradicional em qualquer campo. Entretanto, chama atenção especial para o “campo total” onde destaca o papel que desempenha a experiência passada.

A teoria da Gestalt, procura diferenciar os agregados por soma aditiva, por um lado, das Gestalten (estruturas), por outro, tanto nas subtotalidades como no campo total, e desenvolver instrumentos científicos apropriados para investigar este último. (...). **A pergunta é se uma abordagem realizada em termos fragmentários (parte por parte), por meio de conexões cegas, é ou não adequado para interpretar os processos efetivos do pensamento e o papel que desempenha a experiência passada.** Esta última deve examinar-se de maneira completa, mas é por aí ambígua; enquanto seja considerada a cegas, parte por parte, não é a nave mágica que resolve todos os problemas. (Idem). (grifos meus).

Assim sendo, trago, a seguir, importantes contribuições de Kurt Lewin que complementam como disse Wertheimer, a abordagem sobre o pensamento produtivo um campo mais amplo.

5

A solução de problemas no âmbito de sua gênese: as contribuições de Lewin para a aprendizagem dentro da idéia de solução de problemas

Ainda que bem mais conhecido e divulgado que Wertheimer, o pensamento e a obra de Lewin também não têm merecido o devido reconhecimento quanto à sua dimensão científica e epistemológica. Neste sentido, concordo com Wilmer (2002) ao afirmar que “o autor, antes de sua preocupação teórica com a dinâmica de grupo ou outros temas por cuja contribuição tem sido respeitado, buscou com seu esforço a construção de uma *metateoria*, ou uma regra metodológica a respeito, não da formulação de novos conceitos (já há suficientes), mas da pesquisa, em geral, nas ciências do homem e da sociedade”. (p.157).

Busco as contribuições de Lewin nos aspectos da teoria de campo¹⁸ relacionados ao sujeito e ao seu “espaço de vida” envolvendo a aprendizagem escolar, em especial na matemática. O que denomina campo psicológico é, portanto, o espaço de vida considerado dinamicamente, isto é, a totalidade dos fatos coexistentes e mutuamente interdependentes. Lewin (1973) define o espaço de vida como a totalidade dos fatos que determinam o comportamento do indivíduo num certo momento. Ele inclui a pessoa e o ambiente, e representa a totalidade dos eventos possíveis. Comportamento (C) em função da pessoa (P) e o Ambiente (A): $C = F(P, A)$. (p.29).

Para exemplificar o potencial dessa teoria, cito uma experiência que julgo bastante significativa. Trata-se da experiência escolar de estudantes com os quais tenho me deparado no processo de ensino e aprendizagem em matemática. Após vários anos lecionando esta disciplina no ensino médio da rede pública do Rio de Janeiro, percebo que a experiência escolar passada da maioria dos estudantes é marcada por situações psicológicas negativas que influenciam o fato psicológico (direção psicológica e a velocidade do comportamento) vinculado à expectativa atual desses estudantes.

De acordo com Kurt Lewin, do ponto de vista psicológico, o exame das propriedades do campo da aprendizagem escolar, numa unidade-tempo-campo

¹⁸ A noção de campo não é originária de Lewin. Antes dele, esta noção havia sido apresentada por Köhler. (Garcia-Roza, 1972, p.145).

adequada, é um importante fator para o trabalho que proponho empreender. (Lewin, 1965, p. 59-60).

Assim, acho muito importante analisar as contribuições de Lewin em dois sentidos que interessam e se encaixam na estrutura deste trabalho, com base na teoria da Gestalt. O primeiro deles tem como objetivo complementar o estudo do pensamento produtivo abordando um campo psicológico mais amplo. O segundo, busca desenvolver aspectos do pensamento mais vinculados a uma “aprendizagem significativa”, tema abordado por Wertheimer e também encontrado em documentos referentes a importantes políticas educacionais como o Programa Nova Escola e o Saeb.

No primeiro sentido aproveito os pressupostos e conceitos desenvolvidos por Lewin na teoria de campo que julgo fundamentais para a aprendizagem escolar. O segundo sentido relaciona-se às modificações inerentes ao processo de aprendizagem, e é explorado através do texto “Aprendizagem: um termo com vários significados e uma história confusa”, presente em Teoria de campo em ciência social, (Lewin, 1965, p.68-98).

Tratando do que se denomina como aprendizagem, Lewin (1965) distingue os seguintes tipos de modificações:

- 1) aprendizagem como uma mudança na estrutura cognitiva (conhecimento), 2) aprendizagem como uma mudança de motivação (aprender a gostar ou não gostar), 3) aprendizagem como uma modificação no grupo a que pertence ou ideologia (este é um aspecto importante do crescer numa cultura), 4) aprendizagem no sentido de controle voluntário da musculatura do corpo (este é um aspecto importante na aquisição de habilidade, como falar e autocontrole). (p.75-76).

Em se tratando do interesse deste trabalho, nossa pesquisa abordará mais especificamente as modificações referentes ao primeiro e segundo tipos, mas levará também em conta o terceiro tipo com foco no grupo. Do nosso ponto de vista, o “grupo” relaciona-se à atmosfera da sala de aula e à cultura predominante, dois importantes aspectos na viabilização dos dois primeiros tipos de modificações na aprendizagem.

Quanto à aprendizagem relacionada com a cognição, Lewin (1965), de acordo com os princípios da Gestalt, destaca que “os **problemas de insight**, de aquisição de conhecimento, e de outros tipos de mudança na estrutura cognitiva parecem estar intimamente relacionados com aquelas leis que governam a percepção e determinam a estrutura do campo percebido.” (p.79). (grifo meu).

Portanto, com Lewin completo o eixo teórico que me propus trilhar, ou seja, estudar a resolução de problemas através do pensamento produtivo tendo como parâmetro os aspectos de uma aprendizagem significativa.

5.1 Pressupostos e conceitos fundamentais para a aprendizagem (significativa)

5.1.1 Fenomenologia, Topologia, Gestalt e Grupo

O professor sabe que o êxito no ensino de (...) qualquer assunto depende grandemente da *atmosfera* que ele for capaz de criar. Cada criança é sensível a pequenas mudanças na atmosfera social, como o grau de amizade ou segurança. (Lewin, 1965, p.73)

Tal concepção de ensino e aprendizagem leva em conta não um processo homogeneizante que utiliza leis gerais para analisar uma *classe*, desconsiderando as diferenças individuais. Também não se refere a um processo individualizado, que trate essas diferenças sem considerar a totalidade dinâmica dos fatos que envolvem os indivíduos num dado momento, ou seja, os seus campos de influência.

A atividade educativa refere-se, então, a uma teoria de campo interessada em problemas históricos ou de desenvolvimento, mas exige um tratamento analítico mais direto de seus problemas. Assim sendo, **os fatos do passado ou as expectativas do futuro só têm efeito indireto sobre o comportamento, na medida em que representam fatores que originam o campo psicológico presente.** Este sim afeta o comportamento. (Lewin, 1965, p.73). (grifo meu).

Segundo Garcia-Roza (1972), esta **perspectiva fenomenológica** encontra-se implícita nas principais teses de Lewin que, embora não seja considerado um

gestaltista no *stricto sensu*, recebeu, deste ponto de vista, forte influência dos trabalhos dos gestaltistas da escola de Berlim. (p.44-45).

Neste mesmo sentido, para Lewin (1973), o meio físico e social é considerado psicológico enquanto percebido pela pessoa e tal como é visto por ela. Aos fatos físicos e sociais que influenciam a pessoa, e à sua maneira de percebê-los denominou fatos quase físicos e quase sociais. (p.43-44).

Além disso, Lewin (1973) definiu fatos quase conceituais como sendo as estruturas conceituais que influenciam o campo psicológico momentâneo do indivíduo, sendo este o que importa. Se o sujeito está empenhado em resolver um problema matemático, a estrutura do ambiente psicológico estará essencialmente determinada pela estrutura do próprio campo matemático. Entretanto, não é o sistema matemático em si que tem importância, mas, antes, a estrutura momentânea do campo psicológico do indivíduo. (p.45).

Para os gestaltistas, o método fenomenológico consiste numa descrição sistemática da experiência imediata visando à apreensão de sua **estrutura essencial**. Entretanto, Lewin previne contra o perigo da substituição de uma explicação dos processos dinâmico-causais por uma descrição fenomenológica pura e simples. Portanto, a função da abordagem fenomenológica não é a de teorizar, mas a de permitir sistematizar conceitos que expressem adequadamente o fenômeno que se pretende estudar. (Garcia-Roza, 1972, p.48).

Este aspecto é notável na elaboração da noção do *campo psicológico* por Kurt Lewin. Inicialmente a determinação do espaço de vida, isto é, do meio comportamental e da pessoa, foi concebida fenomenologicamente. Posteriormente Lewin (1965) sente a necessidade de uma maior formalização de conceitos que, em Psicologia, não tinham muito rigor em suas definições. Assim, propõe a **topologia**, um ramo não quantitativo da Geometria que trata das relações espaciais que podem ser estabelecidas em termos de *parte e todo* ou de problemas de estrutura e posição num campo psicológico. Entretanto, consciente de que a topologia é muito geral para representar problemas psicológicos que incluem o conceito de direção, distância ou força, propõe uma geometria mais específica que denominou de “*espaço hodológico*”. A partir daí, o campo psicológico será considerado como uma dinâmica do espaço de vida e da zona de fronteira. (p.170).

Na teoria de campo em Lewin (1965), o modo de proceder à análise de uma situação é desde o início tomar a situação total e representá-la, ao invés de tomar um ou outro elemento isolado, cuja importância considera impossível julgar sem considerar a situação como um todo. A teoria de campo tem como regra ser um método de aproximação gradual, começando com a caracterização do todo e depois dessa aproximação, os vários aspectos e partes passam por uma análise em etapas de especificidade crescente. (p.169)

A concepção gestaltista explica os fatos psíquicos como totalidades que dependem de uma série de fatores interdependentes de tal modo que mudanças que afetem todos esses fatores não alteram algumas de suas propriedades. Resultou daí uma das afirmações mais conhecidas: “um todo é mais do que a soma de suas partes”. Entretanto, Lewin (1965) considera esta formulação inadequada, pois o todo não é “mais” do que a soma de suas partes, mas tem propriedades diferentes. Portanto, a afirmação deveria ser: “**O todo é diferente da soma das partes**”. (p.165). (grifo meu).

Esta formulação teve uma consequência central na concepção de Lewin (1965) sobre grupo como um todo dinâmico que guarda interdependência entre suas partes. Esta formulação se contrapõe à definição de grupo baseada na semelhança de seus membros, ao que Lewin prefere denominar de “classes” (semelhança de sexo, raça, posição econômica, atitudes, etc.). A semelhança é apenas um dos fatores de agrupamento, podendo inclusive estar ausente. “É típico de grupos bem organizados altamente unitários incluírem uma variedade de **membros diferentes e ter funções diferentes dentro do grupo**. Uma certa **interdependência de membros e não a semelhança constitui um grupo**”. (p.166) (grifos meus).

Segundo Garcia-Roza (1972), embora Lewin tenha priorizado o estudo dos micro-grupos¹⁹, ele considerava que era possível realizar observações objetivas e fidedignas com unidades de qualquer tamanho desde que fossem utilizados métodos adequados. (p.156).

É de grande importância para a observação de um grupo a descrição adequada do caráter da *atmosfera social* ou da unidade maior de comportamento

¹⁹ Lewin faz uma distinção entre “sócio-grupo” e “psico-grupo”. Ambos se constituem como micro-grupos sendo o primeiro estruturado e orientado em função da execução de uma tarefa e o segundo em função dos próprios membros que o constituem. (Garcia-Roza, 1972, p.156).

dentro da qual se verificam as características do grupo. Cada unidade social de determinado tamanho possui características próprias, sendo inútil querer explicá-las pelas características de seus membros. “(...) a observação do grupo dará maior e melhor material para a caracterização da posição e papel desse indivíduo dentro do grupo, determinará, portanto, o significado se sua ação mais precisamente do que poderia ser feito observando-o mais ou menos como uma entidade separada.” (Lewin, 1965, p.174).

Parece-me extremamente interessante considerar a chamada classe escolar como grupo, na perspectiva de Lewin, possibilitando assim o uso do conceito de “atmosfera escolar” o que poderia propiciar o desenvolvimento produtivo do conhecimento, isto é, de uma aprendizagem significativa como objetivo comum desses grupos. O professor teria papel central na formação e na dinâmica deste grupo, na criação e consolidação da interdependência entre suas partes, os estudantes, de forma a gerar a referida atmosfera da qual todos se beneficiariam.

5.1.2

Perspectiva de tempo, contemporaneidade, graus de realidade

O comportamento de um indivíduo não depende inteiramente da situação presente. Seu humor é profundamente afetado pelas suas esperanças e desejos e pela sua maneira de ver seu passado. A moral e a felicidade de um indivíduo parecem depender mais do que ele espera do futuro, do que do agradável ou desagradável da situação presente. Entretanto, seria incorreto na perspectiva de Lewin, como na de Wertheimer, levar em conta um passado em si, mecânico e imutável como “causa” de uma situação presente.

O que se pode dizer é que a dinâmica de um campo atual teve sua origem na dinâmica de um campo passado. Mas a causa do comportamento presente é a dinâmica presente e não a situação passada. Tanto o futuro enquanto expectativas, desejos e medos, como o passado, enquanto visto pelo indivíduo, constituem o campo psicológico num determinado momento. Este princípio denominado de *contemporaneidade* afirma que qualquer comportamento ou qualquer mudança no campo psicológico depende somente do campo naquele momento.

Lewin (1973) afirma que em referência à fórmula $C = f(PA)$, podemos enunciar, mais precisamente, as questões da relação temporal do evento com as condições dinâmicas que o produzem: “Qual é a relação temporal do comportamento (C) com os dois fatores que compõem a situação, pessoa (P) e ambiente (A)? Além disso, qual é a relação temporal entre as diferentes partes do espaço vital?” (p.52).

Lewin (1965), a exemplo de Wertheimer, considera improcedentes as críticas de que a teoria de campo não levaria em conta a importância dos fatos históricos. Explica que em psicologia se lida com *unidades situacionais* que devem ser concebidas como possuindo uma extensão nas suas dimensões de campo e nas suas dimensões de tempo. Assim, para entender o significado de um fato psicológico, deve-se considerar um certo período de extensão temporal. Tal extensão depende da finalidade da situação que quanto mais macroscópica, maior é o período de tempo a ser levado em consideração. (p.59).

Em primeiro lugar, a teoria de campo admite que o campo psicológico possua uma “espessura temporal” cuja duração pode variar de segundos a meses, não sendo o “momento determinado” a que se refere Lewin um momento abstrato sem duração alguma. Em segundo lugar, o campo psicológico abarca um passado e um futuro psicológicos que desempenham em sua estrutura um papel tão importante quanto o do presente. Segundo Lewin, quando se fala em “campo num determinado momento”, não se está excluindo o papel que o passado e o futuro efetivamente desempenham no presente. (Garcia-Roza, 1972, p.38)

Segundo Lewin, a questão de que nenhum comportamento atual pode ter sua causa no passado pode ser colocada de duas maneiras distintas. A primeira implica um **conceito sistemático de causalidade**, isto é, será respondida através de uma lei geral que relaciona o comportamento (C) em função da pessoa (P) e o meio (M): $C = F(P, M)$ e se refere à estrutura dinâmica da situação do momento. A causa consiste nestas propriedades do espaço de vida ou de partes dele num momento dado. A segunda abordagem implica num **conceito histórico de causalidade**. Refere-se à cadeia de causas e ao seu ponto de convergência. Sua resposta depende de uma análise da história do indivíduo e de seu meio. Lewin considera a noção de causalidade sistemática superior ao método histórico, apesar de reconhecer a superioridade deste em alguns casos específicos. (Garcia-Roza, 1972, p.33-34).

Lewin (1965) designa o conjunto constituído pelo modo do indivíduo ver seu futuro e seu passado psicológicos existindo num determinado momento por “**perspectiva de tempo**”. Além disso, salienta que se deve distinguir a dimensão de realidade-irrealidade dentro do espaço de vida psicológico. O nível de realidade do passado, presente e futuro psicológicos, corresponde a uma situação como realmente existiu, existe e existirá de acordo com a crença do indivíduo no presente. (p.86).

A ampliação da **perspectiva de tempo** ocorre com o desenvolvimento normal. A dimensão tempo do espaço de vida de uma criança cresce com o aumento em idade; cada vez maior número de fatos do futuro e passado distantes afetam o comportamento presente. Além disso, o desenvolvimento também trás uma maior **diferenciação das dimensões realidade-irrealidade** do espaço de vida. A criança nova não distingue claramente desejos de fatos, esperanças de expectativas. (Lewin, 1965, p.86-87).

Lewin (1973) caracteriza os diferentes graus de realidade exemplificando que “uma divagação, uma vaga esperança, têm menos realidade, em geral, do que uma ação; por vezes, uma ação tem mais realidade do que a fala; uma percepção mais do que uma imagem; um distante “objetivo ideal” é menos real do que um “objetivo concreto” que determina a ação imediata de uma pessoa. A própria ação pode se revestir de diferentes graus de realidade”. (p.219).

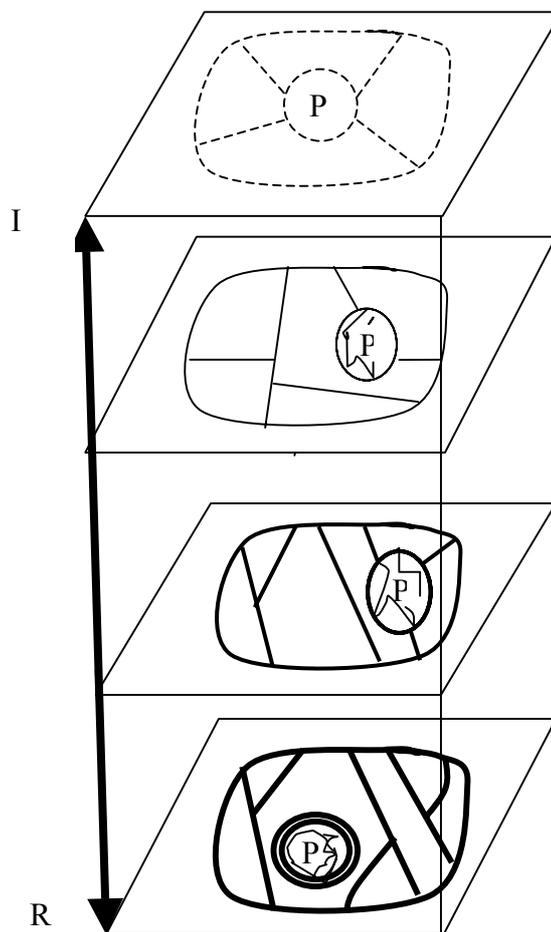
A este respeito, Lewin (1973) formula uma reflexão sobre quantas dimensões seriam necessárias para representar o espaço de vida como um todo e a própria pessoa levando-se em conta os diferentes graus de realidade. Conclui que neste caso tanto nos campos quase social e quase físico bem como no campo quase conceitual é necessário considerar uma terceira dimensão. (p.219).

Afirma, ainda, que os fatos psicológicos são favoráveis a que se atribua à pessoa o mesmo número de dimensões do espaço vital como um todo, e que se represente a pessoa em todos os níveis de realidade que o respectivo espaço vital possui. (p.225).

Mais genericamente, Lewin (1973) considera que os espaços de não menos que duas dimensões correspondem a regiões do mesmo grau de realidade, o espaço vital tem que ser representado, **pelo menos, por três dimensões**, levando-se em conta os diferentes graus de realidade. (p.222). (grifo meu).

Uma das mais importantes diferenças dinâmicas entre diversos graus de realidade é a maior fluidez dos níveis mais irrealis (I). Essa maior fluidez manifesta-se em vários fatos, dentre os quais ressalto: “as fronteiras entre a pessoa e o ambiente são menos claras e a estrutura do ambiente depende em mais elevado grau das **necessidades da pessoa**”. (Lewin, 1973, p.223). (grifo meu).

Na figura seguinte, Lewin (1973) representa o espaço vital de um adulto com diferentes graus de diferenciação na dimensão de realidade-irrealidade. R é o nível mais real; I o nível mais irreal; P, a pessoa. Num nível de maior realidade, as barreiras são muito fortes e a pessoa P está mais claramente separada de seu ambiente. (P.227).



Wilmer (2002) apresenta um exemplo elucidativo sobre essa importante questão. Segundo ele, trata-se de “uma situação que não é de normalidade (por nossos parâmetros ocidentais, pelo menos)”, e que, no modelo topológico, exhibe

claramente o que está acontecendo, numa certa situação, em termos do número de dimensões do espaço psicológico ou do que denomina “representação de si-no-mundo do indivíduo”. (p.163).

O exemplo é retirado por ele de uma cena do filme *Encontros com homens notáveis*, dirigido por Peter Brook e baseado no livro homônimo de G.I. Gurdjieff (1963), de caráter autobiográfico.

No meio de um círculo desenhado no chão estava, de pé, um dos garotos pequenos, soluçando e fazendo estranhos movimentos, e os outros estavam a uma certa distância, rindo dele. Fiquei intrigado e perguntei de que se tratava. Descobri que o garoto no círculo era um Yézidi, que o círculo foi desenhado em volta dele e que ele não podia sair dele até que fosse apagado”. (Gurdjieff, p.65 *apud* Wilmer, p.163).

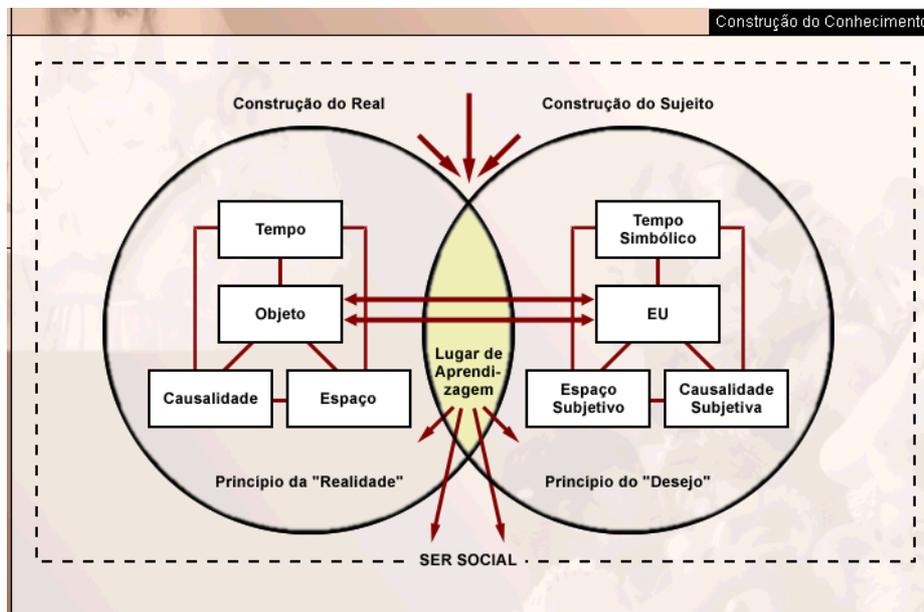
Wilmer (2002) lembra que entre os mitos do povo desta criança está o da impossibilidade de deixar o círculo fechado, quando inserido nele, até que alguém o desfaça. Acrescenta que “aplicado ao caso do garoto “preso” dentro do círculo riscado na terra, é natural pensarmos que, pelo menos diante dessa situação, seu espaço vital psicológico - que, segundo Lewin, é o espaço dos fatos que determinam o comportamento do indivíduo num momento - tem dimensão dois”. (p. 164).

Wilmer (2002) apresenta na citação abaixo uma conclusão de seu exemplo que representa uma das mais importantes reflexões do pensamento de Lewin relacionando o comportamento do indivíduo e seu espaço de vida.

Se o garoto não estivesse condicionado e preso ao mito de seu povo, já mencionado, diante da “impossibilidade” de deixar o círculo fechado, se comportaria como qualquer outra criança livre desse impedimento: ou seja, ao ver-se cercada por um círculo no chão e ouvir que “Você está preso!”, simplesmente **saltaria por cima do círculo riscado**, fazendo uso devido de suas possibilidades de comportamento na tridimensionalidade do espaço. Dito de outro modo, a criança livre desse mito **usaria a terceira dimensão, da altura, que é uma dimensão perpendicular ao plano do chão** – plano este que consiste, por sua vez, do espaço comportamental efetivo do garoto preso ao mito, para quem aquele círculo *representa uma barreira psicológica*. (p.165). (grifos meus).

Considero que uma excelente síntese envolvendo a implicação na aprendizagem dos vários princípios e aspectos estudados sobre tempo, causalidade e espaço, levando-se em conta a pessoa e o meio em que vive como considera

Lewin, é apresentada por Mamede-Neves, 1999a, no esquema a seguir. Observa-se que o lugar de aprendizagem dá-se na intersecção ou nas relações da construção do sujeito com a construção do real que operam ao mesmo tempo.



Referindo-se a alguns estudos experimentais sobre condições que limitariam a perspectiva de tempo, Lewin (1965) afirma que um exemplo relevante é o da “primitivização” sob *stress* emocional. Numa situação insegura ou frustradora a produtividade de uma criança de cinco anos pode regredir ao nível da criança de três anos. Nestas circunstâncias, tal regressão é parcialmente causada pela redução da perspectiva de tempo. (p.87).

Professores e educadores, diz Lewin (1965), conhecem bem a importância da perspectiva de tempo com um dos aspectos fundamentais do desenvolvimento do indivíduo na escola. “Ampliar os horizontes dos alunos” foi sempre considerado um dos principais propósitos da educação. “Esse **aumento da perspectiva de tempo pode ser considerado como mudança na estrutura cognitiva**”. (Idem).

A observação de Lewin é de extrema importância atual, pelo menos no que diz respeito a minha prática e ao que observo em relação aos problemas da educação pública do nosso Estado.

Particularmente, desde que comecei a lecionar no ensino público, tive sempre a convicção de buscar priorizar a construção de um sentido para estudar matemática no atual contexto social e psicológico das vidas de nossos estudantes. Mesmo que de forma intuitiva, eu sabia que os conteúdos matemáticos só seriam viabilizados se houvesse, em algum sentido, o que Wertheimer (2001) chama de “uma atitude”, a boa disposição para tratar os problemas com coragem e o desejo de enfrentar as atitudes arbitrarias para aprendê-los. (p.206).

Assim, minha primeira providência, ao iniciar um novo ano letivo é propor às minhas turmas (ou classes como são chamadas) estratégias para funcionarem como grupos, na concepção de Lewin, e conformar assim uma identidade e inter-responsabilização entre seus membros (o que envolve, muitas vezes, estudantes de outras turmas com as quais trabalho). O objetivo é criar uma atmosfera ou campo de trabalho produtivo. Uma das estratégias que proponho é a criação de subgrupos de estudo em todas as disciplinas, como forma de funcionarem como apoio mútuo para os estudantes das turmas envolvidas.

Uma vez consolidado este espírito, ficam estabelecidas melhores condições de ensino, inclusive para conversar com os estudantes sobre situações sociais, culturais e políticas passadas e presentes, buscando ampliar e dar maior sentido ao enfoque do nosso trabalho com a Matemática.

Por outro lado, busco combinar com este objetivo, uma forma de ensinar essa disciplina escapando ao máximo do problema que se convencionou chamar de falta de base para aprendizagem matemática. Mesmo reconhecendo a gravidade de tal problema, busco independente dele, abordar cada tópico da matéria de uma só vez, almejando a sua melhor conceituação interna (o que muitas vezes pode ser alcançado sem muita sofisticação em termos de conhecimentos prévios). Somente após consolidado este entendimento, passo, através dos problemas e depois dos exercícios a estabelecer a ligação desta base conceitual com os outros tópicos da matemática que eventualmente se relacionem a ela. Por último é que desenvolvo mais fortemente o aspecto do rigor lógico-formal com que conteúdos e problemas matemáticos devem ser tratados.

Enfim, busco ensinar matemática com essa “metodologia própria”,²⁰ antes intuitiva, que agora encontra respaldo teórico no referencial da Gestalt, desmistificando a carga negativa a que, em geral, é submetido o ensino dessa disciplina. Este trabalho visa, portanto, eliminar o *stress* e a frustração que acompanham as vidas de boa parte dos estudantes que conheci, liberando suas capacidades cognitivas para uma aprendizagem pregnante.

Embora a perspectiva de vida do indivíduo tenha origem na dinâmica de um campo passado, nem sempre animador, e no que ele espera de um futuro, em geral pouco alvissareiro, é na dinâmica do presente que se move o comportamento atual dos nossos estudantes, bem como a possibilidade da nossa tarefa educativa.

Lewin (1965) considera que na história dos estudos experimentais da Psicologia da aprendizagem a distinção de duas principais linhas de desenvolvimento pode ajudar a esclarecer questões sobre a aprendizagem. Uma linha se preocupa com a **aprendizagem e sua relação com a motivação** e a outra com a **aprendizagem relacionada com a cognição**. Antecipa, entretanto, que a falta de clareza na distinção da aprendizagem em relação à motivação ou à cognição parece se relacionar principalmente com o termo **memória**²¹ que pode significar como o sujeito vê o seu passado. Os problemas de memória nesse sentido são parte dos problemas de *perspectiva de tempo*. (p.78-79). Essas duas importantes linhas, cuja abordagem foi iniciada no estudo do pensamento produtivo, em Wertheimer (1991), são fundamentais para o processo de uma aprendizagem significativa e serão aprofundadas a seguir.

²⁰ Sem deixar de sofrer a influência da orientação cartesiana vigente, tal “pedagogia” também vai do simples ao complexo, concebendo, entretanto, como mais simples, o fundamental, o sentido estrutural e motivador a ser desenvolvido em relação ao conhecimento matemático. A representação lógico-formal deste conhecimento é a etapa mais complexa desta estratégia, mas não tão importante quanto à primeira, por tratar-se, tão somente, do manejo das operações lógico-matemáticas que vão referendar a percepção estrutural, esta sim essência do conhecimento.

²¹ Sobre os processos da memória, pode-se se mencionar as semelhanças e diferenças estruturais entre *espaços de vida* de um indivíduo que existem em momentos diferentes. “Seguir as experiências do passado é um meio de aprender pela experiência. Entretanto, frequentemente deve-se aprender a não seguir o mesmo procedimento usado anteriormente; deve-se aprender a ser guiado por alguma coisa semelhante a uma análise teórica da situação presente.” (Lewin, 1965, p.79)

5.2

A aprendizagem significativa sob dois enfoques

5.2.1

Aprendizagem como modificação do conhecimento (estrutura cognitiva)

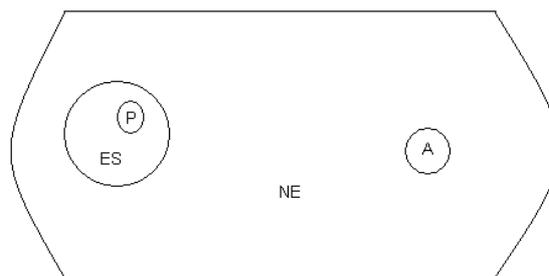
5.2.1.1

Diferenciação de áreas não estruturadas

Para caracterizar que mudanças psicológicas denominadas *aprendizagem* ocorrem com uma pessoa a partir de áreas estruturadas e não estruturadas do seu espaço de vida, Lewin (1965), utiliza três **representações topológicas** de uma situação envolvendo uma pessoa que muda para uma nova cidade.

Sem um **mapa**, não sabe como ir da estação ferroviária, aonde chegou, até um apartamento que reservara com antecedência. Uma área representa a estação (ES) onde se encontra a pessoa (P), outra área representa o apartamento (A). Entre essas duas áreas existe uma região que psicologicamente tem o caráter de não estruturada, ou seja, a pessoa não sabe como ir da estação para o apartamento, a que distância se encontra dele ou como é a área que o circunda. (p.80).

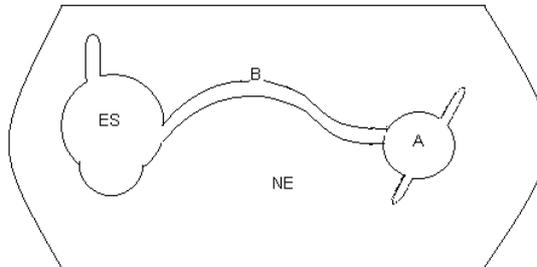
A figura abaixo representa esta situação.



O caso descreve, portanto, o desconhecimento da pessoa, o que é decisivo para o seu comportamento nesta situação. Ela não conhece a “direção” entre a estação e o apartamento. A pessoa pergunta e aprende que um veículo (B) a levará diretamente até ele. Como resultado desta primeira ida da estação para casa se verifica uma estruturação: a “Direção da estação para o apartamento” torna-se definida usando o veículo. Ainda que este tenha feito várias curvas e a pessoa não

saiba bem a posição geográfica de ambos os pontos, ela passou a conhecer a sua direção no sentido de “caminho” que pode ser tomado, além de adquirir uma impressão de distância entre os dois pontos da cidade. (p.81).

A figura abaixo representa esta nova situação de estruturação.

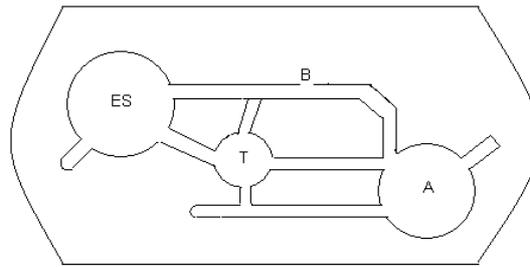


Do ponto de vista de um problema poderíamos associar a figura do veículo com parte dos instrumentos teóricos e metodológicos disponibilizados para introduzir de forma intuitiva um caminho para a sua resolução e um primeiro encurtamento das dificuldades e desconhecimento para fazê-lo. Isto se dá na medida em que se adquire por este caminho a noção da distância entre o problema e sua solução.

A partir de um processo de diferenciação de uma área a princípio vaga e não estruturada ocorre um processo crescente de estruturação cognitiva de modo que não apenas esse caminho, mas tantos outros passem a ser conhecidos para resolver esse ou outro tipo de problema.

Ao começar a trabalhar, a pessoa poderá aprender de modo semelhante, as relações “funcionais” entre sua casa e o local de trabalho, permanecendo ainda grandes áreas não estruturadas na cidade. Uma área geograficamente mais próxima de sua casa poderá se tornar mais conhecida, ampliando o grau de estruturação cognitiva da pessoa até conheça não apenas um, mas vários caminhos de casa até o trabalho (T) e destes até a estação. Finalmente, conhecerá bem a direção de qualquer ponto para outro da cidade e saberá qual o caminho mais curto para caminhar, usar um automóvel ou o metrô. (Idem).

A figura abaixo representa a configuração de uma melhor estrutura cognitiva da pessoa em relação ao seu local de trabalho, ao seu apartamento, à cidade que antes desconhecia.



Se o recém-chegado tivesse um mapa da cidade, o número de idas, de sua casa para o local de trabalho, necessárias para a criação de uma estrutura cognitiva adequada poderia ser reduzido. Em não tendo, faz-se necessário considerar a necessidade da repetição, além do interesse, sobre a aprendizagem.

Se é certo que pode ocorrer uma mudança na estrutura cognitiva nos casos de experiência repetida, é fundamental considerar que a repetição em si não é essencial para a aprendizagem, mas sim a mudança na estrutura cognitiva. Mas que para se tornar uma situação habitual, necessitará de repetições significativas. Ou seja, em nenhum momento os gestaltistas pensaram que não haveria necessidade de repetições. Apenas, para eles, o hábito se constrói em cima de *insights* que deram certo e, portanto, não mais merecendo a intervenção das estruturas superiores.²²

Esta análise também torna compreensível por que ganhar suficiente distância psicológica do problema e obter uma visão geral de uma área mais ampla é geralmente mais útil para criar a mudança de estrutura cognitiva que corresponde à solução de uma tarefa do que repetir várias vezes as mesmas tentativas sem a necessária compreensão do que está produzindo aquele efeito. A repetição pode inclusive, por “saciação psicológica”, produzir o efeito contrário de tornar o conhecido desaprendido.

Um processo semelhante de diferenciar áreas antes indiferenciadas ocorrerá em relação à vida social da cidade. No início não se tem clara a direção social do movimento da pessoa ao se aproximar de outra. Cada vez mais aprenderá quem é quem, como é composta a vida social da cidade, quais são os meios diretos e indiretos, quais são os caminhos sociais fáceis e quais os difíceis de usar.

²² Mamede-NEVES, M.A.C, 1999b, p.4

Outro exemplo desse tipo de aprendizagem é a mudança cognitiva do mundo psicológico como um todo durante o desenvolvimento. Se um recém-nascido não pode se distinguir do seu meio, mais adiante áreas relacionadas com comer, por exemplo, tomam um caráter específico, tornam-se cada vez mais diferenciadas; as partes de seu próprio corpo se diferenciam umas das outras e do resto do mundo; as relações sociais se desenvolvem e se diferenciam; necessidades, emoções, linguagem, passam por um processo de diferenciação semelhante. (Lewin, 1965, p.82)

5.2.1.2

Reestruturação, direções psicológicas, significado.

Nem todas as mudanças da estrutura cognitiva que se denomina aprendizagem têm o caráter de diferenciação no sentido de uma subdivisão de regiões em unidades menores. Este é o caso da mudança psicológica de uma criança que em dado momento não pode achar o caminho para um objetivo quando se encontra dentro de uma barreira em forma de U (figura 4) e após ocorrer “insight” na situação pela primeira vez passa a não ter mais dificuldade.

Segundo Lewin (1964), a diferença pode ser parcialmente descrita do seguinte modo. Antes da solução, a direção ($d A,O$) da região A onde se encontra a criança (P) para o objetivo (O) é a mesma direção ($d A,B$) para a barreira B ($d A,B = d A,O$). Mover em direção a C significará naquele momento, para a criança, ir em direção ($d A,-O$), afastar-se do objetivo ($d A,C = d A,-O$). A força $f A,O$ atuando sobre a criança em direção ao seu objetivo provoca nesta constelação, uma tendência a locomover em direção $d A,B$. como as forças frenadoras da barreira b são muito grandes, a criança é incapaz de alcançar seu objetivo. (p.84)

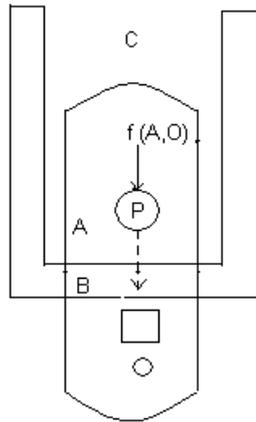


Figura - 4

A partir do(s) insight(s) (e, certamente, por força das experiências que deram certo quando a criança é suficientemente crescida), se modifica a estrutura cognitiva da situação (figura 5). As áreas A e O que anteriormente tinham o caráter de áreas separadas, são agora conexas como partes da área A,C,D,O. A locomoção de A para C pode ser vista como a primeira parte do caminho W A,C,D,O. Assim também, a direção para C (d A,C) é igual à direção para o objetivo (d A,O) e não se afastando de O (d A,-O). De acordo com essa mudança do significado da direção a força $f_{A,O}$ provoca agora a locomoção de A para C. (Idem).

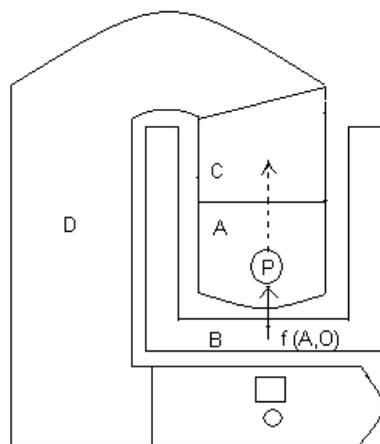


Figura - 5

Segundo Lewin (1965) esse exemplo ilustra como uma direção psicológica depende da estrutura cognitiva de uma determinada situação. O comportamento

resulta de forças que têm direção. Portanto, todo comportamento depende, em grande medida, da estrutura cognitiva do espaço de vida. Numa situação nova, a pessoa se sente insegura porque as direções psicológicas não são definidas, a pessoa não sabe que ação conduzirá àquele resultado. (p.85).

A aprendizagem como uma mudança na estrutura cognitiva, refere-se praticamente a cada campo de comportamento. Sempre que se fala de uma mudança de significação, ocorreu uma mudança da estrutura cognitiva. Verificam-se novas conexões ou separações, diferenciações ou dediferenciações das áreas psicológicas. O “significado” de um acontecimento em Psicologia pode ser considerado conhecido se são determinadas sua posição e direção psicológicas. (Idem).

Também podemos usar este exemplo para ilustrar por que algumas soluções de problemas requerem muito mais passos para se atingir uma compreensão mais direta e produtiva de sua estrutura, em relação a outras, mais simples, cujo procedimento, entretanto, acaba representando mais uma barreira do que um caminho para sua verdadeira compreensão. Para exemplificar este caso, Wertheimer (1991, p.49) apresenta um problema sobre a soma dos termos de uma série contínua, correto em sua dedução, demonstração e resultado, e elegante por sua brevidade. Wertheimer adverte que o caminho até uma verdadeira percepção da natureza interna do problema e uma dedução sensata de sua fórmula não é tão fácil e compreende muito mais passos alguns deles difíceis.²³

5.2.1.3

Perspectiva de tempo, realidade e irrealidade psicológicas

Como já salientei anteriormente, Lewin, 1965, afirma que o aumento na perspectiva de tempo pode ser considerado como modificação na estrutura cognitiva, o que ocorreria através do desenvolvimento normal do sujeito. Este mesmo desenvolvimento traria consigo, além disso, a diferenciação do espaço de vida em relação à sua dimensão de realidade-irrealidade. (p.87).

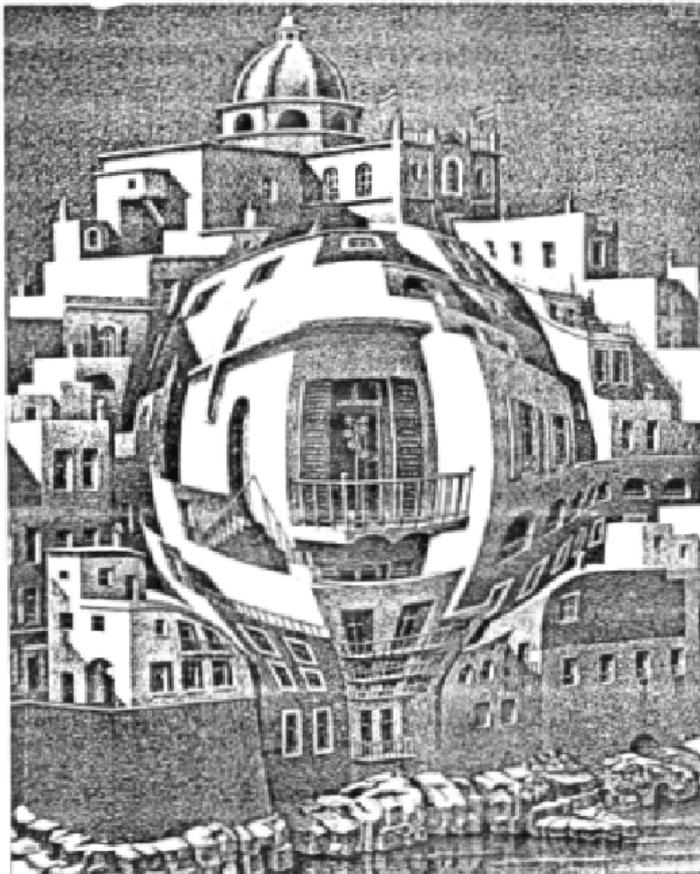
²³ Este problema está resolvido detalhadamente no apêndice I do livro *El Pensamiento Productivo*, p.222.

5.2.2 Aprendizagem como mudança de valência e valores

Lewin (1965) analisa outro significado do termo *aprendizagem* e leva-nos a concluir que aprender “significa primeiro, que a pessoa tem que fazer alguma coisa e não ser passivamente impulsionada por **forças impostas** sobre ela. Segundo, (...) significa estabelecer certos gostar e não gostar, isto é, certas **valências, valores (...).**” (p.88).

Antes de analisar esses significados para a aprendizagem, vou tecer breves considerações sobre os conceitos de forças e valências utilizados por Lewin.

Neste sentido, Wilmer (2002) trás outro exemplo que elucida tais conceitos através das características da topologia como geometria elástica (como espaço passível de deformação). Trata-se da gravura de M.C. Escher, chamada *Balcony*. (p.162).



Wilmer (2002) utiliza esta gravura para ilustrar o ponto de vista – que chama de *representação de si-no-mundo* - de um indivíduo que ao passar por uma

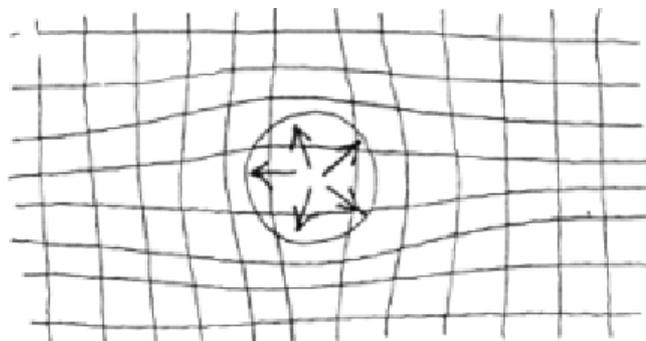
segunda vez diante do balcão agora vazio lhe vem à memória esse mesmo balcão, mas de onde outrora seu amor acenou em despedida.

A realidade observada é o mesmo balcão de sempre (de linhas retas como os outros balcões e janelas), mas que se deforma psicologicamente em função da *valência*, da força de atração de um objeto da memória, ou do imaginário, ali situado. A deformação produzida pela memória de um objeto que produz uma valência numa certa região (no caso, o balcão), é uma *deformação topológica* - pelo menos em um caso, como o deste exemplo, de “normalidade”, em termos de adequação topológica da realidade exterior à sua representação. Tudo funciona como se a realidade psíquica fosse elástica, de borracha. (p.163).

Ressalto que essa análise topológica de Wilmer (2002) coincide com uma caracterização central do gestaltismo que vincula essencialmente realidade à percepção ou representação do indivíduo. Ou seja, “a situação normal de representação psicológica da realidade exterior pelo indivíduo [representação de si-no-mundo] seria **“semelhante” a essa realidade**, ainda que possivelmente deformada - mas mesmo assim, deformada topologicamente, o que se chama **uma representação “homeomorfa” à realidade exterior**”. (p.168). (grifos meus).

Assim, Wilmer (2002) afirma que *Balcony* ilustra a deformação do balcão como produzida pela valência positiva, na representação psicológica, da memória de uma representação anterior. Como nessa gravura, certas regiões da realidade exterior do indivíduo, quando percebidas por ele, são investidas de uma valência²⁴. (Idem).

Na figura abaixo, Wilmer (2002) representa a definição de valência em Lewin.(Idem).



²⁴ *Valência*, na definição de Lewin (1973) “corresponde a um campo de forças cuja estrutura é a de um campo central. Podemos distinguir valências positivas e negativas” (p.244).

5.2.2.1

Aprendizagem e forças impostas sobre a pessoa

Aprendizagem pela força pode se verificar quando um indivíduo é impelido para uma situação e “adapta-se” a ela. Um método usualmente utilizado como garantia de aprendizagem é o da recompensa ou punição. **A recompensa** pode conduzir a uma mudança real de interesse, de modo que uma atividade originalmente desagradável se torna agradável, mas se trata de um exemplo de **motivação extrínseca**, na qual o que vai ser obtido não é da ordem da natureza da tarefa realizada. **A repetição da punição** geralmente torna a atividade exigida cada vez mais odiada e pode se apresentar um estado de apatia e de abandono da tarefa. Entretanto, nem a promessa de recompensa nem a ameaça de punição criam a mesma constelação de forças psicológicas resultante da **mudança de interesse exigida pela própria atividade**.

Assim sendo, **existem dois meios de produzir a mudança desejada**. Um supõe uma **mudança das necessidades ou interesses da pessoa**; o outro deixa necessidades ou interesses mais ou menos intactos, e **compele o indivíduo a fazer uma ação não desejada** pela força direta ou construindo uma constelação onde outras necessidades mais fortes contrabalançam o efeito da primeira.

5.2.2.2

Mudanças nas valências e valores (Motivação)

Influenciar o gostar e o não gostar relaciona-se às mudanças de **valências** que se verificam com as mudanças de **necessidades ou interesse** no processo de **saciação** da atividade para a qual o indivíduo tenha sido inicialmente atraído, ou, mais lentamente, durante o **desenvolvimento**.

Repetições além do ponto de saciação podem mudar a atratividade da atividade e mesmo produzir variação, falta de atenção, erros, fadiga e desorganização; em outras palavras, o indivíduo pode “desamprender” no sentido de inabilidade de realizar uma atividade previamente dominada.

A **valência** de uma atividade depende em parte de seu **significado** e, portanto, da sua **estrutura cognitiva**. O método mais freqüente de mudar valências na educação se baseia nessa relação com a estrutura cognitiva.

O problema da perspectiva de tempo está intimamente relacionado a certas modificações de **valências e objetivos** que dependem do **nível de aspiração**.

O nível de aspiração é definido como o grau de dificuldade do objetivo que uma pessoa deseja alcançar. Uma pessoa aprenderá ou não uma determinada atividade dependendo da tentativa que irá ou não fazer para aprender. **Portanto, os fatores que determinam o nível de aspiração são de importância básica para a aprendizagem.** (Lewin, 1965, p.94). (grifo meu).

Em geral as experiências de **êxito e insucesso** influenciam a expectativa pelo resultado da ação futura e aumentam ou diminuem, respectivamente, o nível de aspiração. O insucesso em geral produz racionalização, descontrole emocional, superperseverança, ou descontinuidade rápida. Contudo, este fator não é o único determinante do nível de aspiração, o conhecimento do **padrão do próprio grupo** ou de outros grupos, afetam o nível de realidade e de desejo, dependendo do grau em que esses padrões do grupo são aceitos. Há estudantes que tendem a manter seu nível de aspiração um pouco acima dos seus desempenhos anteriores, enquanto outros tendem a níveis de aspiração excessivamente altos ou baixos em relação a sua capacidade. Em outras palavras, estes últimos não aprenderam a ser “realistas” ao avaliar êxito e insucesso na proposição de objetivos. (Idem).

Entretanto, pesquisas mostram que crianças com tendência a reagir ao insucesso, desistindo, racionalizando ou por descontrole emocional, podem aprender a lidar de forma mais madura com o insucesso. Este “aprender” é certamente um dos aspectos mais importantes da aprendizagem por ser uma parte do desenvolvimento do caráter do indivíduo.

5.2.3 A título de síntese

De acordo com Lewin (1965), podemos elaborar uma síntese de toda esta discussão distinguindo aprendizagem no sentido de modificação da estrutura cognitiva, da aprendizagem no sentido de mudança de motivação, embora fique evidente o grau de interdependência entre esses sentidos. (p.95).

Uma mudança na estrutura cognitiva pode ocorrer em qualquer parte do espaço de vida do indivíduo, incluindo seu futuro, presente ou passado psicológicos. Pode ocorrer no nível de realidade ou de irrealidade (nível de desejo e medo) de cada uma das secções do espaço de vida. (Idem).

Há dois tipos de força psicológica que produzem mudança na estrutura cognitiva: uma que resulta da própria estrutura do campo cognitivo, idêntica àquelas forças que governam o campo perceptual, e outra caracterizada pelas necessidades dos indivíduos, suas valências, valores e esperanças. (Idem).

Esta última força desempenha importante papel na solução de qualquer tarefa intelectual através de dois resultados básicos: ou produz uma locomoção do indivíduo em direção à força psicológica, ou a uma mudança na sua estrutura cognitiva num sentido que corresponde a essa locomoção ou que a facilita. Portanto, todos os processos intelectuais são profundamente afetados pelos objetivos dos indivíduos. (p.96).

Processos intelectuais considerados um tipo de atividade produtiva do indivíduo, dependem do seu estado emocional, isto é, a tensão, o grau de diferenciação, tamanho e fluidez do espaço de vida como um todo. Considerando, portanto, a relação entre estrutura cognitiva e percepção, a percepção também depende das necessidades e emoções do indivíduo. (Idem).

A aprendizagem relacionada com mudança na motivação refere-se à mudança das necessidades ou nos meios de satisfazê-las. As forças que governam esse tipo de aprendizagem vinculam-se à área total de fatores que determinam o desenvolvimento da motivação e da personalidade, tais como: as leis básicas das necessidades e saciação, estrutura do objetivo, nível de aspiração, e o problema de pertencer a grupo. (Idem)

6

A resolução de problemas no âmbito da Matemática

Este capítulo se inicia narrando uma experiência que julgo das mais valiosas acerca da resolução de problemas, ocorrida com um dos mais importantes matemáticos do Século XX, Henri Poincaré, ao descrever como desenvolveu parte de seu primeiro trabalho (Memórias sobre as Funções de Fuchs).

Durante duas semanas, Poincaré procurou comprovar a inexistência de quaisquer outras funções idênticas àquelas a que posteriormente denominou funções de Fuchs. Punha-se diariamente à mesa de trabalho, aí permanecendo, de uma a duas horas, a examinar uma série infinita de combinações, sem, todavia, chegar a uma conclusão. “Certa feita, à noite”, escreve Poincaré, “por ter tomado, contra meus hábitos, uma pequena xícara de café, não pude dormir. **As idéias atormentavam-me o cérebro.** Sentia como se estivesse havendo um choque entre elas. Até que, afinal, poder-se-ia até dizer, **duas delas se uniram, formando uma combinação aceitável**”.²⁵ Pela manhã, **parte do problema estava resolvido.** Restava-lhe somente **formular as conclusões**, o que não exigiu mais do que poucas horas. (PUCHKIN, 1969, p.9-10). (grifos meus).

Segundo Puchkin, esta descrição constitui uma espécie de itinerário psicológico no qual foram registrados elos de um processo criador, analisado pelo próprio cientista.

Mas por que estou trazendo este relato?

Porque como já disse, os pressupostos teóricos dos programas que pretendem melhorar a qualidade do ensino, e dentre eles, o PNE, consideram os processos de **resolução de problemas** como eixo pedagógico que deve fundamentar as atividades relativas à construção do conhecimento e das competências matemáticas. (SEE-PNE, Boletim Pedagógico – Matemática – 3ª série do Ensino Médio, 2004, p.6).

Em sintonia com a caracterização do PNE acerca da centralidade da resolução de problemas no ensino da matemática, Onuchic salienta que “sem dúvida, ensinar matemática através da **resolução de problemas** é a abordagem mais consistente com as recomendações do NCTM e dos PCN, pois **conceitos e habilidades matemáticas** são aprendidos no contexto da resolução de problemas.” (ONUCHIC, 1999, p.207).

²⁵ Poincaré, A Criação Matemática, 1909.

Mas teria o enfoque do PNE sobre "solução de problemas" sintonia com os importantes aspectos encontrados no relato de Poincaré, muito próximos, aliás, das contribuições que trouxe em relação à Gestalt, à função do insight e à "aprendizagem significativa no verdadeiro sentido da palavra"? (Wertheimer, 2001, p.209).

Parece incontestável no relato de Poincaré a menção a aspectos notáveis, produtivos e criativos do pensamento na resolução de um problema novo. Neste sentido, encontra-se nas recomendações do PNE para a atividade matemática não apenas referências à "resolução de problemas" como eixo estruturante desta atividade, mas a aquisição do conhecimento matemático através de "aprendizagens significativas" como um dos parâmetros da matriz de referência deste programa. (SEE/RJ/REVISTA DO PROFESSOR, 2004, p.8).

Não há dúvida que é extremamente atual a discussão sobre a importância das diferentes abordagens sobre resolução de problemas e o papel que cumprem para o ensino e a aprendizagem em matemática. Onuchic (1999) ressalta "três modos diferentes de conceber resolução de problemas, que podem nos ajudar a refletir sobre tais diferenças: **ensinar sobre resolução de problemas**, **ensinar a resolver problemas** e **ensinar matemática através da resolução de problemas**". (p.206). (grifos meus).

Este trabalho filia-se como já declarei, sobretudo ao estudo da terceira formulação trazida por esta autora.

6.1 O papel da intuição e da heurística

A palavra intuição, como é usada pelos matemáticos carrega consigo um forte sentido de mistério e ambigüidade. Ora significa uma alternativa perigosa e ilegítima a uma demonstração rigorosa, ora parece designar um lampejo perceptivo inexplicável pelo qual alguns poucos vislumbram o conhecimento matemático que outros só atingem com muito esforço.

Davis e Hersh (1985) relacionam vários significados e usos atribuídos a esta palavra no sentido de explorar o alcance deste conceito que denominam de "escorregadio".

- 1 – Intuitivo é o oposto de rigoroso.
- 2 – Intuitivo significa visual.
- 3 – intuitivo significa plausível ou convincente na ausência de demonstração.
- 4 – intuitivo significa incompleto.
- 5 – Intuitivo significa apoiar-se sobre um modelo físico, ou em alguns exemplos importantes. **Neste sentido, é quase a mesma coisa que heurístico.**
- 6 – Intuitivo significa unificado ou integrado em oposição a detalhado ou analítico. Quando pensamos em **uma teoria matemática em termos globais**, quando vemos que uma certa afirmação deve ser verdadeira por causa da **maneira que se ajustaria a todo o resto do que sabemos sobre ela**, estamos raciocinando intuitivamente. Para ser mais rigorosos, devemos justificar nossa conclusão dedutivamente, (...). (p.435). (grifos meus).

Como podemos observar, este último significado de intuição aproxima-se da formulação que defendo neste trabalho para o pensamento produtivo.

Entretanto, Davis e Hersh (1985) salientam que em todos esses usos, a noção de intuição permanece vaga, estranha, secundária e opcional como o tempero de uma salada. Ressaltam, porém, que do ponto de vista educacional, em especial da pesquisa sobre o conhecimento matemático, tal atitude pode ser um equívoco, o que concordo.

Talvez isso seja uma tolice e esteja condenado ao insucesso, mas um professor *pode* ensinar matemática e um pesquisador pode escrever trabalhos sem dar atenção ao problema da intuição. No entanto, se não estamos fazendo matemática, mas, em vez disso, estamos observando as pessoas que a estão fazendo e tentando entender o que elas estão fazendo, então o problema da intuição se torna central e inevitável. (p.436).

Até porque, continuam os autores, tentamos ensinar conceitos matemáticos não de maneira formal (memorizando definições), mas intuitivamente – vendo exemplos, resolvendo problemas, desenvolvendo uma habilidade de pensar, que é a expressão de haver internalizado com sucesso alguma coisa. O que? **Uma idéia matemática intuitiva.** (p.441). (grifo meu).

Novamente esses autores se aproximam da formulação do pensamento produtivo ao afirmarem que temos intuição porque temos representações mentais de objetos matemáticos não pela memorização de fórmulas verbais, mas por experiências repetidas, desde a manipulação de objetos físicos até a resolução de problemas e a descoberta de coisas por nós mesmos. (Idem)

Davis e Hersh (1985) fazem uma constatação contundente, com a qual concordo, de que a intuição não é uma percepção direta de algo que existe externamente e eternamente. Por isso mesmo, consideram que a dificuldade em se

perceber o que é a intuição, surge da exigência de que a matemática seja infalível e da falsificação de sua própria natureza. (Idem).

Os autores concluem este pensamento com uma crítica que reitero. Afirmam que tal exigência é satisfeita por ambas as filosofias tradicionais, o formalismo e o platonismo. “Cada uma, tenta criar uma matemática que é tão super-humana como Platão o desejaria. Mas como fazem isso falsificando a natureza da matemática da forma como ela existe (na vida humana, na história), criam uma confusão e um mistério que não necessitariam existir”. (p.443).

6.1.1

A intuição em Kant (1724-1804) e Poincaré (1854-1912)

Segundo, Engelmann (2004), para Kant

(...) a sensibilidade é a faculdade das intuições, que podem ser tanto puras quanto empíricas. Já do entendimento procedem os conceitos que são também puros ou empíricos. (...) As duas formas puras da intuição sensível, espaço e tempo, são inerentes ao homem; portanto, *a priori*. Já a matéria – objeto da sensação, da intuição empírica – é conhecida *a posteriori*. A função do entendimento é determinar de modo mediato, através de conceitos, aquilo que é dado na intuição. Deste modo, as características essenciais da intuição são imediatez e singularidade, enquanto que as do conceito são mediatez e universalidade. Estas distinções não somente são importantes para a teoria geral do conhecimento de Kant senão também para a sua teoria do conhecimento matemático. (p.52).

Se da sensibilidade provêm as intuições e do entendimento os conceitos, intuições e conceitos pertencem a faculdades distintas que, quando conjugadas, produzem conhecimento. Assim, a existência de juízos sintéticos *a priori* só é possível devido à intuição pura.

Se é óbvia a referência a Kant por parte de Poincaré em relação à defesa de tais juízos, ao menos no que diz respeito à aritmética, o mesmo não se dá no âmbito da noção de intuição que deveria fundamentá-los. A tese kantiana separa intuições e conceitos, não sendo possível a intuição de um conceito. O mesmo não se pode afirmar em relação à Poincaré.

Distanciando-se do âmbito da aritmética em direção à geometria é possível encontrar uma espécie de intuição intelectual. Os conceitos geométricos de ponto e linha, por exemplo, advêm de uma espécie de intuição. Para Poincaré os axiomas geométricos são “definições disfarçadas”, devido ao caráter convencional

da ciência em questão, e tais definições são produto da intuição. (Engelmann, 2004, p.58)

Em resumo, Poincaré, assim como Kant (1991-b), considera que a aritmética desenvolve-se através de uma síntese *a priori*. Todavia, Poincaré reserva à intuição um papel mais abrangente: ela pode ser de caráter sensível, mas pode, também, ser o fundamento de definições e demonstrações matemáticas e, sob este viés, aproxima-se de uma espécie de intuição intelectual. (Idem).

Concordo com Poincaré (1995), quando afirma que “(...) a lógica não basta, a ciência da demonstração não é a ciência inteira, e que **a intuição deve conservar seu papel como complemento, quase se poderia dizer contrapeso ou como antídoto da lógica.** (...) sem ela os jovens espíritos não poderiam iniciar-se na inteligência da matemática; (...) sem a intuição, sobretudo, jamais se tornariam capazes de aplicá-la”. (Poincaré, 1995, p.20). (grifo meu)

Poincaré (1995) destaca dois tipos de intuição. **A intuição do número puro, a das formas lógicas e a intuição sensível** que depende unicamente da imaginação propriamente dita. A intuição pura permite raramente aos *analistas*²⁶ (os que concebem e desenvolvem matemática pelo aspecto lógico-formal) não apenas demonstrar, mas também inventar. No que se refere aos analistas, haverá inventores, mas poucos. Neste sentido, o autor ressalta que se a maioria de nós quisesse ver de longe, unicamente pela intuição pura, se sentiria logo “acometido de vertigem”. (p.25). (grifo meu).

Para Poincaré (1995) “a intuição sensível é, na matemática, o instrumento mais comum da invenção”. Afirma existir uma “divergência essencial” entre os dois tipos de intuição; “elas não têm o mesmo objeto e parecem por em jogo duas faculdades diferentes de nossa alma; dir-se-ia dois projetores apontados para dois mundos estranhos um ao outro”. (Poincaré 1995. p. 24-25).

Como pudemos observar a importante herança kantiana sobre os processos mentais na produção do conhecimento matemático e, em especial, sobre a intuição matemática, foi dividida com Poincaré que, além de ampliar o conceito de Kant, destaca a importância da intuição sensível como instrumento mais comum da criação, em contraponto à intuição pura das formas lógicas.

²⁶ Segundo Poincaré, analistas são matemáticos de espíritos lógicos que se ocupam fundamentalmente da análise pura, enquanto os geômetras utilizam como método, preferencialmente a intuição sensível, própria do cientista criador.

Neste sentido, a formulação de Poincaré se aproxima dos gestaltistas na medida em que ambos apontam a insuficiência dos enfoques tradicionais da matemática. O primeiro considera a intuição sensível, e os segundos, a intuição de essências, como mecanismos centrais para se atingir ou criar o conhecimento novo. O relato de Poincaré sobre o processo surpreendente que o levou a solucionar o problema das funções de Fuchs deixa clara a sua intenção de registrar a existência de mecanismos mentais cuja natureza não é a mesma da lógica formal ou da teoria da associação.

Não é por acaso que tanto Poincaré quanto os gestaltistas têm em Kant uma origem comum, acerca da importância fundamental dos processos mentais na criação e no desenvolvimento do conhecimento matemático.

6.1.2

Da intuição à heurística do pensamento criador na solução de problemas

A Matemática é frequentemente considerada uma ciência exata, um corpo de conhecimentos que se constrói dedutiva e cumulativamente, com rigor lógico absoluto. Entretanto, na perspectiva da Educação Matemática, é necessário relacionar a prática dos matemáticos e a própria Matemática como atividade humana. Para compreender a natureza da Matemática importa, portanto, compreender a forma e os aspectos que a constituem histórica e filosoficamente.

Os filósofos racionalistas do século XVII como Descartes, Spinoza e Leibnitz já consideravam a intuição como uma faculdade superior em relação à concepção do real. Descartes, por exemplo, chega a afirmar que, numa série de casos, é preciso afastar todos os mecanismos lógicos e ficarmos totalmente a mercê da intuição como derradeiro meio criador, visto que todas as teses dedutivas reduzem-se a uma autêntica intuição.

Puchkin ressalta que “as teses desses filósofos, no que tange à **intuição** revelam-se interessantes para a apreensão da específica atividade **heurística**”. A atividade intelectual humana seria composta por verdades descobertas não pelo intelecto à base de argumentação lógica e raciocínio, mas através de uma peculiar e “**súbita visão intelectual**”. (PUCHKIN, 1969, p.11). (grifos meus).

Recorrendo aos dicionários Houaiss e Aurélio, a palavra heurística apresenta as seguintes acepções:

No contexto científico é “a ciência que tem por objetivo a descoberta dos fatos”; no contexto *de problematização* “a arte de inventar, de fazer descobertas” ou “método de investigação baseado na aproximação progressiva de um dado problema” e no contexto *pedagógico* “método educacional que consiste em fazer descobrir pelo aluno o que se lhe quer ensinar”.²⁷ Neste sentido, falar em heurística de resolução de problemas é falar sobre “métodos e regras que conduzem à descoberta, inovação, investigação e resolução de problemas”.²⁸

Segundo Puchkin, as noções da heurística, enquanto ciência, não foram todas nitidamente definidas. O autor destaca a definição de **método heurístico** como determinado método efetivo de resolução de problemas pela seleção das variantes de solução. Acrescenta, entretanto, que esta definição é insatisfatória por conter apenas a característica extrínseca do fenômeno, sem revelar seus traços essenciais, que caracterizariam a solução de um problema atípico como **visão direta** das relações e ligações entre os fenômenos e os objetos, atividade inseparável da **intuição**. (Puchkin 1969, p.18) Ressalta ainda que “primordialmente, podemos definir a **heurística como atividade** humana que leva à solução de um problema atípico e que como **heurísticos os específicos meios** elaborados pelo homem no decorrer da solução de certos problemas que, mais ou menos conscientemente, são transferidos para outros problemas”. (Puchkin 1969, p.18-19) (grifos meus).

Puchkin (1969), em Heurística, a Ciência do Pensamento Criador, destaca que, na vida cotidiana, nos deparamos freqüentemente com situações que geram conflitos, entre as circunstâncias e as exigências do exercício de uma atividade. **As condições existentes não propiciam meios para solucionar esses problemas**, e mesmo todo o acúmulo de experiências passadas não apresenta qualquer esquema completo adequado às condições emergentes. Neste caso, deve o homem criar uma nova estratégia de ação, isto é, concretizar um ato de criação. Esta contingência, “normalmente, é denominada **problema ou situação**

²⁷ HOUAISS, Antonio et al. *Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa*. Rio de Janeiro, Objetiva, 2001, 1ª ed., p. 1524.

²⁸ FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda. *Novo Aurélio – O dicionário da língua portuguesa*. Rio de Janeiro, Nova Fronteira,

problemática, ao passo que o **processo psíquico** que, ao auxiliar sua solução, elabora uma nova estratégia que se mostra como algo inédito, é designado como **pensamento criador** ou, para usarmos terminologia que nos vem de Arquimedes, **atividade heurística**". (p.8). (grifos meus).

Puchkin (1969) descreve a natureza desta atividade e afirma que "sem embargo, como base desse novo e complexo ramo do conhecimento, que é a Heurística, aparece a Psicologia, principalmente sua parte denominada **psicologia criadora ou pensamento produtivo**". (p.9). (grifos meus).

Puchkin, 1969, chama a atenção para o receio de Bruner de que o constante e consciente apelo aos meios heurísticos pudesse reduzir essencialmente o processo intuitivo ao raciocínio analítico. Entretanto, também afirma que tal receio devia-se à concepção de "heurística" de Bruner, que serviria apenas para identificação dos meios ou esquemas de ação que auxiliam a solução de problemas. E conclui afirmando que o estudo da ação é problema muito mais complexo e, ao mesmo tempo, muito mais importante do que o estudo dos meios, já concluídos e fixados, de resolução de problemas. (p.13).

Até aqui, Poincaré (1995) e Kant nos auxiliaram a entender a referência ao papel da intuição na criação do pensamento científico, em especial, na matemática. Em Puchkin (1969) encontro a ligação fundamental entre essa intuição criadora e uma heurística do pensamento produtivo - fazendo menção à Wertheimer (1991) - cujas estruturas de operação, estranhas ao objeto da intuição das formas lógicas, integram, do nosso ponto de vista, parte essencial da aprendizagem do conhecimento matemático. A seguir, Bazarian (1973), também se referindo a Puchkin e a Poincaré, nos oferece uma definição de "Intuição Heurística", em obra do mesmo nome, onde o autor descreve as principais características deste tipo de intuição a qual atribui um caráter intelectual.

Bazarian (1973) aborda o que entende ser o único tipo de intuição que tem direito a esse nome: a **intuição intelectual**. Distingue duas formas fundamentais de intuição intelectual: a **intuição de evidência** e a **intuição heurística**. A primeira refere-se aos axiomas e princípios evidentes nos quais a clareza de idéias, a veracidade de um fato ou relação são captados diretamente. Da mesma forma que Poincaré que também considera os axiomas não como definições, mas como produto da intuição.

A intuição heurística é o conhecimento direto que nos faz pressentir a verdade, adivinhar a solução de um problema ou descobrir algo novo. A intuição heurística é também chamada de antecipadora, adivinhadora, inventiva, criadora. O autor destaca os dois tipos de intuição, observando que a intuição de evidência vem depois da apercepção distinta das relações e apenas constata a veracidade do fato, da idéia ou do juízo, mas não traz nenhum conhecimento novo. A intuição heurística precede a apercepção, antecipa o resultado, descobre o até então desconhecido e dá novos conhecimentos sobre o objeto e duas relações. (p.25-28).

Considerando tais atributos da intuição heurística, Bazarian (1973) a define como **uma forma de conhecimento em que a solução de um problema teórico ou prático é encontrada de modo imediato, repentino, não consciente e sem dados suficientes.** (p.29) A intuição heurística entra em função somente quando o conhecimento empírico e abstrato não pode dar a solução do problema que nos preocupa. (...). É o célebre “heureka” de Arquimedes, o “estalo” do Padre Vieira, etc...; essa “iluminação” súbita que dá imediatamente ao filósofo ou cientista a consciência de ter encontrado a solução do problema procurado há muito tempo. (p.30). (grifo meu).

Ressalto a semelhança com as idéias da Gestalt, em especial com a intuição de essências, ou com as concepções de Poincaré acerca da lógica e da intuição, ilustradas no seu relato acerca das funções de Fuchs. Em ambos os casos o elemento da descoberta advém de processos mentais que mostram repentinamente (insight) uma ligação essencial (estrutural) ou de sentido entre elementos do problema estudado. Só depois os mecanismos da lógica formal entram para constatar e formular conclusões sobre o conhecimento novo.

O autor destaca que **a solução dada pela intuição heurística tem, em princípio, um valor hipotético**, isto é, pode ser verdadeira, mais ou menos verdadeira, ou até falsa, apesar do sentimento subjetivo de certeza e clareza que a acompanha. (p.31). (grifo meu).

Bazarian (1973) descreve a solução de um problema através dos traços característicos da intuição heurística que se revelam no **imediato, repentino, não-consciente** e na **insuficiência de dados** para tal solução. Portanto, ressalta que a solução intuitiva aparece de modo direto na consciência, isto é, sem os elos intermediários do raciocínio. Também surge de repente, por uma espécie de “iluminação súbita, que a consciência não sabe de onde veio. Por isso

mesmo, a solução intuitiva, não encontrada conscientemente, é muitas vezes resolvida no subconsciente que, em seguida, a envia para o consciente. A solução irrompe subitamente no consciente, “não se sabe de onde”. **A intuição assim compreendida, nada mais é que a generalização, a síntese das informações armazenadas no subconsciente**²⁹. Neste sentido, a solução procurada não é deduzida logicamente, mas é baseada no pressentimento intuitivo que **parte de bases empíricas e lógicas reais e científicas, e pressente o resto**, encontrando a solução do problema. (p.34- 40). (grifos meus). Bazarian (1973) considera que a insuficiência de dados para a solução consciente de um problema, produzindo sua solução intuitiva, é o traço característico mais importante da intuição heurística. A solução intuitiva não é obtida dos conhecimentos empíricos atuais, nem deduzida por via lógica. É algo inteiramente novo, um “pulo através” do abismo empírico e lógico, um “crime” lógico, sem os quais não há descoberta do novo, desenvolvimento dos nossos conhecimentos. Assim, a intuição heurística completa o incompleto, alarga o horizonte de nossos conhecimentos sobre nós mesmos e o mundo exterior. (p42-43). Embora sem citar diretamente a gestalt, a solução de um problema através da intuição heurística, de um “pulo” na definição do autor, pode ser vista como decorrente de um *insight*.

Embora a intuição dê a solução do problema sem dados suficientes, ela pode não dar a solução, se a falta de informações for demasiada. Nesse caso, o problema continua “aberto”, sem solução até que o sistema psíquico receba as informações fundamentais necessárias para a solução do problema. É por isso que, frequentemente, a solução do problema é encontrada muito tempo depois. “É o caso de Newton que levou muitos anos até descobrir as leis da gravitação universal, ou o de Mendeleiev que levou quinze anos até encontrar a solução verdadeira de sua Tabela periódica dos elementos químicos”. As soluções encontradas por ele anteriormente, também por intuição, não foram satisfatórias. (p.44-45)

Como já foi dito, a solução ditada pela intuição heurística e, em princípio, hipotética. Se os dados ou premissas em que se baseia a intuição são eles mesmos errados, a solução intuitiva pode ser errada. O que significa, por outro lado, que a

²⁹ Na verdade a expressão subconsciente não é adequada. Não existe sub-consciente, em termos da teoria freudiana, de onde saiu toda a idéia de inconsciente, ter-se-ia um sistema Pré-consciente/ Consciente e um sistema Inconsciente (Mamede-Neves em comunicação pessoal)

intuição funciona mesmo com premissas erradas. Portanto **a veracidade da suposição intuitiva para obter o valor de uma verdade objetiva deve ser expressa em conhecimentos, verificada pela prática e demonstrada logicamente.** (Bazarian, 1973, p.46). (grifo meu).

Bazarian discorda da concepção que opõe intuição e lógica embora considere a intuição superior à lógica. Explica que no fundo a intuição é tão lógica como a própria lógica existente, pois esta também é um reflexo da realidade objetiva. Só que é um reflexo incompleto. Portanto, na solução de um problema qualquer de ordem teórica ou prática, intuição e lógica participam igualmente, se revezam, em todos os momentos, numa unidade dialética. (p.49). Aqui, reafirmamos que tanto a Gestalt quanto as concepções de Poincaré sobre intuição e lógica também se aproximam desta idéia de complementaridade, ainda que ressaltem talvez não a superioridade, mas a diferença entre elas, quanto à especificidade de suas atribuições na produção do conhecimento matemático.

Convidando a abandonar a concepção mística e aristotélica que considera a intuição um dom divino, um privilégio somente de alguns, Bazarian, 1973, chama a atenção para o seu caráter natural, cuja manifestação, entretanto, depende de uma série de condições que permitem desenvolver nossa capacidade intuitiva. (p.51).

- 1 **Problema não resolvido** – Ausência de explicação científica do problema, por falta de dados suficientes para resolver o problema pelos meios empíricos e racionais.
- 2 **Desejo imperioso de conhecer a causa, o porquê das coisas** – Se não existe desejo imperioso de encontrar a solução do problema, a intuição não funciona. Uma pergunta insistente é do que precisa o subconsciente para encontrar uma resposta satisfatória.
- 3 **Colocação correta do problema** - As perguntas devem ser claras, concisas e precisas. Se o problema for mal colocado, o subconsciente não pode dar a solução procurada.
- 4 **Trabalho consciente longo e intenso, isto é, concentração de todas as forças psíquicas** – Numa palavra, concentração de todas as forças psíquicas sobre a solução do problema. O trabalho da intuição é precedido e seguido por um trabalho consciente longo e intenso, na medida em que após a solução intuitiva é necessário o trabalho consciente para verificar a sua veracidade ou falsidade.
- 5 **Passagem para outro tipo de atividade** – Temos que mudar de atividade, nos desligar do problema que nos preocupa, para que a intuição se

manifeste. A solução intuitiva jamais aparece num cérebro cansado e tenso, pois forma-se no consciente uma espécie de couraça intransponível que não deixa aflorar a solução intuitiva que já está pronta no espaço psíquico. Mas se as novas atividades também exigem muita tensão consciente como o xadrez, o pôquer ou mesmo um interessante programa de televisão, então a solução intuitiva do problema permanece sem vez.

6 **Ricos conhecimentos práticos e teóricos** – A suposição intuitiva pode ser mais ou menos frutífera, mais ou menos verdadeira, de acordo com a presença em nós de uma reserva maior ou menos de conhecimentos práticos e teóricos no campo estudado.

7 **Mente flexível, espírito crítico e aberto para aceitar o novo** – O dogmatismo mata a intuição criativa enquanto a flexibilidade do pensamento, o espírito crítico, a abordagem criativa, livre de dogmas e de preconceitos, favorece a manifestação da intuição heurística, pois esta representa, na maioria das vezes, uma quebra da rotina, das noções tradicionais sobre o problema.

Bazarian, 1973, resume o seu pensamento afirmando que “para merecer a visita da intuição – a musa da adivinhação, da descoberta, da invenção e da criação – é preciso saber trabalhar, pensar e descansar.” (p.66).

É neste eixo que se expressa o meu interesse exposto nesta tese. Busco aprofundar a investigação sobre Gestalt, intuição e heurística enquanto um caminho (em especial na resolução de problemas) que viabilize o pensamento e a aprendizagem criativa, produtiva ou significativa, cuja menção se encontra nos documentos de políticas e normas educacionais, sem que os seus resultados em geral se vejam expressos na realidade das escolas.

6.2 Os princípios heurísticos de George Polya

Ao mencionar a heurística na resolução de problemas, sou inevitavelmente levado a considerar a contribuição de George Polya (1887–1985), um dos matemáticos mais importantes do século XX. Nascido na Hungria, ele passou a maior parte do seu tempo pesquisando na universidade de Stanford nos Estados Unidos devido à situação política da Europa na época da Segunda Guerra Mundial. Pesquisou em vários ramos da matemática, como probabilidade e equações diferenciais parciais. Sua maior contribuição, no entanto, está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos, com várias

publicações relacionadas ao assunto, dentre as quais destaco “How To Solve It” (1957) e a sua tradução “A arte de resolver problemas” (1978).

Polya tornou-se referência no assunto, uma vez que suas idéias representam um grande diferencial em relação às idéias de resolução de problemas existentes até então. Muitas de suas recomendações são atuais, servindo de base para trabalhos de outros pesquisadores nesta área como Schoenfeld, Laster, Pozo e outros.

Polya considera a Matemática uma ciência na qual a observação e a analogia desempenham um papel fundamental. Para ele a Matemática tem dois aspectos: é a ciência rigorosa de Euclides, mas é também uma ciência experimental, indutiva. (Polya, 1995, p. vi).

Para Polya (1995), heurística, heurética ou “ars inveniendi”, era o nome de certo ramo de estudo pertencente à Lógica, Filosofia ou Psicologia cujo objetivo é o estudo dos métodos e das regras da descoberta e da invenção. (p.86).

Ainda segundo Polya (1995), **a experiência na resolução de problemas e a experiência na observação dessa atividade por parte de outros devem constituir** a base em que se assenta a heurística moderna.³⁰ (p.87).

Embora reconheça que certos “padrões lógicos” são importantes, Polya achou desaconselhável acrescentar artigos técnicos em sua abordagem sobre a heurística moderna. Neste sentido, explica que “há apenas dois artigos predominantemente dedicados a aspectos psicológicos, sobre PERSISTÊNCIA, ESPERANÇA, SUCESSO e sobre TRABALHO SUBCONSCIENTE”. (P.88).³¹

Entretanto, podemos perceber uma proximidade de Polya (1995) com autores e conceitos que fundamentam a escola da Gestalt quando, a respeito de si mesmo, afirma: “o autor deseja reconhecer sua dívida e expressar a sua gratidão para com alguns autores modernos, não mencionados no artigo HEURÍSTICA. São eles o físico e filósofo Ernest Mach, (...) os psicólogos (...) Wolfgang Kohler (...) K. Dunker³² (...)”. (p.90).

³⁰ É importante lembrar que Polya não se propôs a descrever a atividade psíquica que está relacionada às regras que compõem o seu método.

³¹ Aqui cabem as mesmas considerações constantes da nota de rodapé de número 5

³² Um dos maiores pesquisadores no campo do raciocínio produtivo. O método de Dunker reside no fato de ter definido com maior nitidez a solução problemática como uma das fontes da atividade mental.

Analisando mais detidamente os aspectos psicológicos destacados nos dois artigos mencionados por Polya, verifiquei a semelhança desses aspectos com definições relacionadas à Gestalt e ao insight.

Em “Persistência, esperança, sucesso”, Polya (1995) afirma, por exemplo, que “ensinar a resolver problemas é educar a vontade. (...) o estudante aprende a perseverar a despeito de insucessos, (...) a **esperar pela idéia essencial** e a concentrar todo o seu potencial quando esta **aparecer**”. (p.114). Nota-se aqui a semelhança de uma “esperada” “idéia essencial” que “aparece” de forma “súbita”, com a “intuição de essências” e o insight gestáltico.

Já no artigo “Trabalho subconsciente”, Polya, sem muita convicção, atribui ao próprio subconsciente o fato de se obter facilmente a solução de um problema, através de uma “**idéia brilhante**”, após um descanso ou alguns dias de intervalo do trabalho, em geral intenso com o problema, sem nenhum resultado. A dúvida de Polya acerca da centralidade do subconsciente neste processo é expressa em sua afirmação de que “Tais eventos **dão a impressão de trabalho subconsciente**³³. (...). É difícil encontrar outra resposta, embora **psicólogos hajam descoberto os princípios de uma outra explicação (...)**.” (p.156). (grifos meus).

Ainda que Polya tenha declarado se referir aos temas da psicologia em apenas dois artigos, ao observar o fulcro do termo “idéia brilhante”, tratado em um terceiro artigo, de mesmo nome, encontro mais indícios da presença das idéias da Gestalt no seu pensamento. Além desse terceiro artigo, destaco ainda a importância desse termo na conclusão de outro artigo denominado de “Progresso e consecução”.

No artigo sobre “Idéia brilhante”, também chamada de “**Boa idéia**”, Polya afirma que “é uma expressão coloquial que significa um **súbito avanço** (...). O aparecimento de uma idéia brilhante é uma experiência que todos conhecem, mas **é difícil descrevê-la** e, portanto, parece interessante observar que uma autoridade tão antiga como **Aristóteles** fez dela, incidentalmente, uma sugestiva descrição”. (p.90). (grifos meus).

³³ Mais uma vez, aqui cabem as mesmas considerações constantes da nota de rodapé de número 5

Neste sentido, Polya (1995) vincula a concepção de idéia brilhante ao ato de **sagacidade**, assim definido por Aristóteles: “Sagacidade é chegar **instantaneamente**, por **intuição**, à **conexão essencial**”. (Idem). (grifos meus).

A seguir cita um dos exemplos, que considera notável, utilizados por Aristóteles para ilustrar sua definição de sagacidade. “(...) se alguém (...) observar que o lado brilhante da Lua está sempre voltado para o Sol, poderá **repentinamente** perceber que a Lua brilha porque é iluminada pelo Sol”. (Idem). (grifo meu).

Polya aproveita este exemplo para elaborar o possível procedimento heurístico utilizado por um contemporâneo de Aristóteles ao elucidar esta questão. Observa-se no itinerário deste procedimento, o encadeamento do pensamento sobre elementos contextuais (Sol e Lua), seus diversos aspectos como forma, intensidade do brilho e posição relativa, e uma conclusão notável cujo desfecho é, entretanto, uma conexão complexa desses elementos, esperada, mas de difícil explicação.

O processo inicia-se com uma visão do Sol e da Lua cheia como “**discos planos**”, embora a Lua muito menos brilhante. “Observará também, “**ocasionalmente**”, a Lua à luz do dia, perto do nascer ou do pôr do Sol, e concluirá que o “lado brilhante da Lua está sempre voltado para o Sol”, o que era, por si própria, uma **notável conclusão**”. Percebe, então que “os aspectos variáveis da Lua são como vários aspectos de uma bola que é iluminada e um lado, de maneira que apenas a metade fica brilhante e a outra na semi-escuridão. Ele concebe o Sol e a Lua não como discos planos, mas como corpos redondos, um deles a fornecer e outro a receber a luz”. Finalmente, “Ele percebe a **conexão essencial**, reformula a sua anterior concepção “**instantaneamente**”: há um **repentino salto** de imaginação, surge uma **idéia brilhante**, uma **centelha** de gênio”. (Idem). (grifos meus).

Neste exemplo nota-se uma grande semelhança de termos e conceitos como “notável conclusão” e “conexão essencial” com “relações notáveis ou relações essenciais” que representam as “relações ρ ” em Wertheimer e na Gestalt.

No texto sobre “Progresso e consecução”, Polya (1995), tendo assimilado as contribuições de Aristóteles, esclarece que podemos avançar continuamente, por passos imperceptíveis, mas de quando em vez “**avancamos bruscamente**, por **saltos**. Um **súbito avanço** no sentido da solução chama-se uma **IDÉIA**

BRILHANTE, uma boa idéia, uma **intuição** (em alemão há um termo mais técnico, *Einfall*)”. (p.131). (grifos meus).

A seguir define o que é uma idéia brilhante propriamente dita. “Uma **repentina e memorável** alteração da nossa perspectiva, uma **súbita reorganização** do nosso modo de conceber o problema, o advento de uma previsão confiante dos passos que teremos de dar para alcançar a solução”. (Idem). (grifos meus).

Embora esteja afirmando uma importante influência da psicologia da Gestalt sobre o pensamento de Polya, também se percebe, na referência a Aristóteles, por exemplo, a influência de concepções que embasam procedimentos da lógica tradicional ou da teoria da associação.

De acordo com a formulação de Lewin, a psicologia contemporânea herdou majoritariamente do modo de pensar aristotélico, uma caracterização essencial das concepções de regularidade, no sentido de frequência, e de “classe”, em detrimento das concepções de totalidade e campo, e de seu caráter dinâmico. (Garcia-Roza, 1972, p.10)

Entretanto, não foi esta idéia que Polya nos apresentou. Ao contrário, na busca de caracterizar melhor o significado do termo “idéia brilhante”, aproximando-o da definição aristotélica de “sagacidade”, Polya faz uma síntese excepcional a partir do que ele mesmo denomina de uma “incidental e sugestiva” contribuição do pensamento de Aristóteles.

Portanto, longe de representar uma contradição fundamental, entendo que grande parte do valor e referência ao trabalho de Polya, encontra-se exatamente na aproximação de mecanismos da matemática tradicional com estruturas fundamentais do pensamento (que identifiquei no campo da Gestalt, ainda que assim não seja declarado), produzindo um método heurístico que auxilia especialmente os processos de resolução de problemas em matemática.

Procurando organizar o processo de resolução de problemas, Polya (1995) o dividiu em quatro fases. Apresento a seguir cada uma dessas fases agrupando um conjunto de indagações e sugestões oferecidas pelo autor através de uma lista.

6.2.1 Compreensão do problema

O primeiro passo é compreender o problema, mas não só isso. Deve também desejar resolvê-lo. Para isso é importante que o problema seja bem escolhido. É importante fazer perguntas. Qual é a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condicionante? É possível satisfazê-la? Ela é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ela é redundante? Ou contraditória?

Construir figuras adotando uma notação adequada. Separar a condicionante em diversas partes e anotá-las, se possível. (p.xii).

6.2.2 Estabelecimento de um plano de resolução

Encontrar a conexão entre os dados e a incógnita. Se não conseguir imediatamente, é possível que se tenha que considerar problemas auxiliares. É preciso chegar a um plano para a resolução do problema.

Indague se já viu o problema ou um parecido antes; se conhece um problema correlato ou algum que possa ser útil. Considerando a incógnita do problema, procure pensar num problema conhecido que tenha a mesma ou uma incógnita semelhante.

Diante de um um problema correlato e já resolvido, pergunte se é possível utilizá-lo, ou ao seu resultado, ou ao seu método; É necessário introduzir algum elemento auxiliar para viabilizar a sua utilização? Questione se é possível reformular o problema; se positivo, pergunte se é possível uma segunda maneira e recomende voltar às definições.

Caso não consiga resolver o problema proposto, busque resolver um problema correlato. Consegue imaginar um caso correlato acessível? Um problema mais geral? Um mais acessível? É possível resolver parte do problema? Mantenha apenas uma parte da condicionante, deixe a outra de lado; Até que ponto fica assim determinada a incógnita? Como ela varia? Consegue obter alguma coisa a partir dos dados? É possível pensar em outros dados apropriados para determinar a incógnita? Consegue alterar a incógnita ou os lados, ou a todos, de modo que fiquem mais próximos entre si? Levou em conta todos os dados?

Atendeu toda a condicionante? Levou em conta todas as noções essenciais envolvidas no problema? (Idem).

6.2.3

Execução do plano

Ao executar a sua estratégia, verifique cada passo. É possível verificar se o passo está claramente correto? Você consegue demonstrar isso? (p.xiii)

6.2.4

Restrospecto

É possível verificar os resultados e os argumentos utilizados? Pode-se obter o resultado de algum outro modo? É possível perceber isso num **relance**? Você consegue usar o resultado, ou o método em outro problema? (Idem). (grifo meu).

Referindo-se às quatro fases de resolução de problemas e às indagações e sugestões de sua lista, Polya (1995) afirma que “**não mencionam diretamente a idéia brilhante, mas, de fato, todas se relacionam com ela**. Para compreender o problema, preparamo-nos para tê-la, para conceber um plano, provocamo-la; uma vez provocada, a idéia brilhante, levamo-la adiante; fazendo o retrospecto e examinando a solução, procuramos aproveitá-la melhor”. (p.131). (grifo meu).

Pelo que estudei acerca dos escassos, mas elucidativos pressupostos psicológicos citados por Polya, ele não poderia deixar de citar a possibilidade de que “a um estudante ocorra uma excepcional idéia brilhante e, saltando por sobre todas as preparações, ele chegue impulsivamente à solução. Estas idéias felizes são, evidentemente, muito desejáveis”. (p.4).

Entretanto, em seguida assevera que cada uma das fases tem a sua importância e “alguma coisa muito **inconveniente e desastrosa** pode resultar se o estudante deixar de lado qualquer uma das quatro fases sem dela ter uma perfeita noção”. (p.4). (grifo meu).

Como se observa no conjunto de recomendações e indagações desenvolvidas e agrupadas nas quatro fases elaboradas por Polya, predomina a ênfase nos elementos e passos extrínsecos do método heurístico, em detrimento

dos processos psíquicos responsáveis não apenas pela idéia brilhante, mas pelos aspectos relacionados a ela, responsáveis por uma concepção diferenciada sobre solução produtiva de problemas³⁴.

Por outro lado, embora de grande importância para a própria atividade heurística criativa (especialmente o emprego da experiência anterior como princípio), as questões indutoras do esquema proposto por Polya ficam balizadas pelo material interpretado por ele, composto, sobretudo, de problemas de estudo ou problemas de determinação.³⁵

Portanto, estando nossos interesses nessa tese mais vinculados ao **processo psíquico** (opcionalmente evitado por Polya no seu trabalho) envolvido no pensamento criador da resolução de problemas, saliento que nos importa mais a “atividade heurística” enquanto processos mentais que viabilizam o pensamento produtivo e a aprendizagem significativa.

6.3 A abordagem da heurística chega a Lakatos

Se Polya desenvolve uma heurística chamando a atenção sobre o fato de que a Matemática, para além do rigor lógico, possui uma face de ciência experimental, indutiva, Lakatos, também matemático húngaro, ultrapassa esta perspectiva e orienta seu trabalho para a descoberta e a invenção através de hipóteses e até adivinhações.

Imre Lakatos (1922-1973) segue a orientação de Karl Popper que em 1934 propôs que não é possível nem necessário justificar as leis da ciência justificando o raciocínio indutivo. Lakatos demonstra a possibilidade de uma filosofia popperiana da matemática e defende que a construção do conhecimento matemático é análoga à do conhecimento científico, (Davis e Hersh, 1985, p. 388).

Segundo Davis & Hersh (1985), Lakatos recebe influência de Popper e de Polya, avós em comum do seu trabalho, sendo deste último a sugestão para que

³⁴ Acerca de importantes aspectos conceituais identificados por nós como próximos das concepções gestaltistas, o próprio Polya esclarece que “(...) são tratados com maior extensão no trabalho do Autor, publicado na *Acta Psychologica*, vol.4 (1938), págs. 113 – 170”. (p.132).

³⁵ Polya afirma que “a presente exposição, porém, apresenta como exemplos quase exclusivamente problemas da matemática elementar. Não se deve esquecer que isto representa uma restrição, (...)”. (p.89).

ele escolhesse como tema de tese a história da fórmula de Euler-Descartes: $V - A + F = 2$. (p.388).

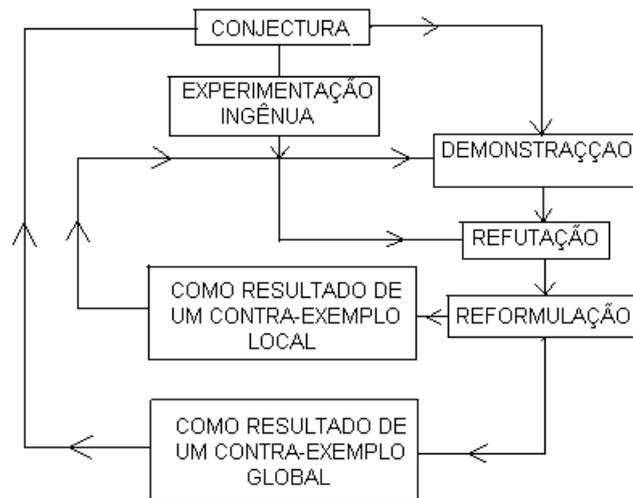
Lakatos, segundo Davis e Hersh (1985), afirma que a Matemática, como as ciências naturais, é falível e não indubitável. Também ela se desenvolve pela crítica e correção de teorias, que nunca estão livres de ambigüidades ou da possibilidade de erro ou engano. **Partindo de um problema** ou de uma conjectura, existe uma pesquisa simultânea de demonstrações e contra-exemplos. (Idem). (grifo meu).

Lakatos (1976), em *Proofs and Refutations*, busca aprofundar a questão de que, ao contrário do que concebe o formalismo matemático, a matemática informal (quase-empírica)³⁶ não deve se desenvolver por meio de um aumento monótono de quantidade de teoremas deduzidos indubitavelmente, mas por meio da melhoria incessante de **advinhações, especulações e críticas**, pela lógica das demonstrações e refutações. (p.5) (grifo meu). Lakatos orienta a sua epistemologia para os processos de descoberta. Segundo ele, a descoberta em matemática “é uma disciplina independente, a lógica da descoberta, a heurística³⁷” (Lakatos, 1976, p. 144).

Davis e Hersh (1985) afirmam que o exemplo heurístico de Lakatos, de demonstrações e refutações, que foi formulado para a cultura matemática geral, pode ser naturalmente aplicado pelo indivíduo em suas tentativas de criar matemática nova. Esses autores mostram no esquema abaixo o modelo simplificado de Lakatos para a heurística da descoberta matemática. (p.329).

³⁶ O programa epistemológico de Lakatos critica e rejeita as posições dogmáticas sobre a Matemática, e a considera como um conjunto de teorias quase-empíricas, ou seja, a matemática na sua fase genitiva, em que se processa a criação de teoria. Ao recuperar a matemática (informal), atribuindo-lhe um estatuto epistemológico, Lakatos recusa a identificação da matemática com a matemática formal, tese central do formalismo.

³⁷ A heurística de Lakatos inspira-se no modelo da dialética de Hegel de tese, antítese e síntese.



Como nos afirmam Davis e Hersh (1985), “seria justo dizer que, em *Proofs and Refutations*, Lakatos defende o ponto de vista de que filosofias dogmáticas da matemática (logicistas ou formalistas) são inaceitáveis, (...). No entanto, ele não executa realmente o projeto de reconstruir a filosofia da matemática sobre uma epistemologia de falibilidade”. (p.390). A introdução de *Proofs and Refutations* é um ataque desafiador e caustico ao formalismo, mas Lakatos ressalta que esse estudo não superaria as últimas posições do dogmatismo matemático. (p.394).

O impacto de *Proofs and Refutations* encontra-se no fato de que esta obra apresenta um retrato filosófico da matemática completamente em desacordo com o apresentado pela lógica e pela metamatemática. E mais, “quando estes dois retratos são colocados lado a lado, não há nenhuma dúvida sobre qual parece mais fiel à vida”. (p.399).

Concordo com Davis e Hersh (1985) quando se referem ao equívoco de que pouquíssimos filósofos têm discutido a matemática em termos diferentes dos do “fundamentismo” da lógica formal e afirmam que “o melhor remédio é ser confrontado por um modelo totalmente diferente. Isso é o que Lakatos nos deu em *Proofs and Refutations*”. (p.401).

Este trabalho também tem, através da Gestalt, a intenção de dialogar com a presente tendência fundamentalista que observo nas políticas e princípios educacionais atuais que, se questionam a supremacia de um dogmatismo tradicional no ensino da matemática, muitas vezes não deixam de assumir igual postura, ao proporem substituir tal dogmatismo através de políticas escolares descoladas da realidade e praticamente inquestionáveis.

6.4

A Educação matemática e a resolução de problemas

Se por um lado é indiscutível que, desde a antiguidade, os problemas ocupam lugar central tanto para os matemáticos quanto para o ensino da Matemática, por outro, só muito recentemente a comunidade da educação matemática tem reconhecido que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas nos estudantes deve ser estudado.

(...) a expressão “resolução de problemas” tem gerado confusão por englobar diferentes perspectivas sobre o que é a educação e a Matemática, bem como sobre o ensino desta ciência e o ensino da própria resolução de problemas. É preciso compreender também o seu potencial educativo. Ou seja, a temática da resolução de problemas é fundamental para compreender a relação do trabalho do estudante com a disciplina Matemática e a atividade matemática. (Guimarães, 2004, p.161).

A resolução de problemas está hoje presente em todos os currículos de Matemática do Ensino Básico. A tendência é considerar-se a resolução de problemas como “processo” que atravessa todo o programa e pelo qual o conhecimento matemático deve ser construído e consolidado, deixando de ser apenas uma finalidade do ensino da Matemática. Estudos nacionais e internacionais reconhecem grande importância à resolução de problemas em Matemática, visto que contribuem para o desenvolvimento de saberes e competências dos estudantes. Políticas educacionais como o PNE, entre outros, são implementadas considerando, como já salientei, a resolução de problemas como eixo norteador da atividade matemática.

A opção de incluir no desenvolvimento deste trabalho a análise de processos mentais intrínsecos à atividade de resolver problemas relaciona-se, também, ao fato de que muitas políticas educacionais têm propugnado, e o PNE reforça esta tendência, que as aprendizagens devem ser significativas para os estudantes. Neste sentido é que busquei oferecer uma contribuição original a este debate através de uma abordagem das heurísticas de resolução de problemas que leve em conta não apenas o seu caráter metodológico, mas os mecanismos pelos quais se dão o processo criador ou produtivo dessas aprendizagens.

Do exposto acima e na medida em que “resolver problemas” é uma atividade presente nas salas de aula de matemática, sob diversos aspectos, bem

como a principal forma de avaliação da aprendizagem escolar nesta disciplina, decidi investigar algumas das principais abordagens que influenciam o debate atual, buscando discutir alguns de seus aspectos.

Sendo assim, entendo que os seguintes autores e trabalhos representam uma síntese do pensamento contemporâneo sobre resolução de problemas: Schoenfeld, Lester e Pozo, o trabalho desenvolvido pelo NCTM, além de autores importantes em nível nacional como Onuchic.

Sabe-se que na segunda metade dos anos 70, diversas organizações educativas assumiram mudar a direção de suas pesquisas, no sentido de dar mais ênfase aos “processos” utilizados por seus estudantes na solução de um problema. O movimento que representava as posições adotadas por estas organizações que questionavam as tendências da Matemática Moderna ficou conhecido nos Estados Unidos da América como “Back to basics”.

“Tais posições criticavam, nomeadamente, o que essas tendências tinham de redutor nas aptidões básicas que propunham para o ensino, e a visão muito limitada e empobrecida da matemática e da atividade matemática que a ênfase no cálculo e no domínio de destrezas técnicas por que propugnavam traduzia”. (Guimarães, 2005, p.145).

Desde o início da década de 1980, o tema da resolução de problemas tem tido uma atenção especial na Educação Matemática. Para isso contribuíram, especialmente, as idéias de Polya, porque, segundo este, o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas matemáticos deveria ser um dos objetivos principais do ensino da Matemática.

Retornando a Polya, o pensamento matemático que os alunos devem desenvolver na escola é constituído não só por raciocínio rigoroso ou formal, mas também por processos informais, entre outros: “generalizar a partir da observação de casos, argumentos indutivos, argumentos por analogia, reconhecer ou extrair um conceito matemático de uma situação concreta” (Polya, 1962/81, II, p. 101).

Polya procurou também descrever o significado de problema, num sentido amplo, distinguindo o problema em si, do processo de resolução. Um problema existe quando alguém procura “conscientemente uma certa ação apropriada para obter um objetivo claramente concebido, mas não atingível de maneira imediata.” (Polya, vol. I, p. 117). Esta ação caracteriza a resolução do problema. O conceito

de problema é, portanto, inerente à noção de dificuldade. Sem esta não existe problema.

A partir da década de 80, o *National Council of Teachers of Mathematic* (NCTM)³⁸, elabora o documento *An Agenda for Action* com diretrizes para o progresso da Matemática nos anos 80. Mais tarde lança o *Professional Standards for Teaching Mathematics* com normas³⁹ diretivas para o ensino de matemática. A partir do final da década de 80, o NCTM publicou os primeiros *Standards*⁴⁰ para o currículo de matemática.

Em 1980, Krulik e Reys lançaram o livro do ano do National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), totalmente dedicado a temas relacionados à resolução de problemas, intitulado *Problem Solving in School Mathematics*. Em toda a obra se percebe a forte ênfase que então se dava às heurísticas como forma de orientar os alunos na resolução de problemas. Alguns capítulos destacam tal enfoque a partir de seus próprios títulos como o capítulo três, escrito por Schoenfeld, e o capítulo quatorze, escrito por Muss: *Heuristics in the Classroom* e *Problem-solving Strategies in School Mathematics*, respectivamente.

É sempre importante destacar que coube a George Polya a autoria do primeiro capítulo dessa obra, na qual se pode observar a forte influência que suas idéias, presentes no livro *How to Solve it* (1945), exerciam sobre as orientações para a implementação da resolução de problemas em sala de aula. O livro de Polya (1945), que se tornou referência nesse tema, possui uma tradução em português intitulada *A Arte de Resolver Problemas* (1994). Foi nesse trabalho que Polya colocou seu conhecido "roteiro" com orientações sobre como resolver um problema. Tal roteiro está reproduzido na abertura do livro de Krulik e Reys (1980).

Na segunda década dos anos 90, tem-se no Brasil a difusão dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de matemática para o ensino fundamental e para o ensino médio (PCNEM). Estes últimos apresentam suas recomendações na Parte III destinada às Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.

³⁸ O NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática) é uma organização não governamental fundada em 1920, sem fins lucrativos, que conta com mais de 125.000 sócios responsáveis pelas orientações para ensino de Matemática nos EUA.

³⁹ Destacamos a Norma nº 5 que trata "A Matemática como resolução de problemas, raciocínio e comunicação".

⁴⁰ Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, 1989; Professional Standards for Teaching Mathematics, 1991; Assessment Standards for School Mathematics, 1995.

De acordo com a tendência internacional verificada especialmente no NCTM, os PCNEM afirmam que:

o domínio do saber fazer em Matemática passa por um processo lento, trabalhoso, cujo começo deve ser uma prolongada **atividade sobre resolução de problemas** de diversos tipos, com o objetivo de elaborar conjecturas, de estimular a busca de regularidades, a generalização de padrões, a capacidade de argumentação, elementos fundamentais para o processo de formalização do conhecimento matemático e para o **desenvolvimento de habilidades** essenciais à leitura e interpretação da realidade e de outras áreas do conhecimento. (PCNEM, 1999, p.41) (grifos meus).

6.4.1

A resolução de problemas em Alan Schoenfeld

Alan Schoenfeld, atualmente professor na área de desenvolvimento cognitivo do departamento de Matemática da University de Califórnia at Berkeley, é um importante pesquisador na área de educação e desenvolvimento cognitivo relacionado à Matemática. Ele já foi presidente da *American Educational Research Association (AERA)* - Associação de Pesquisas Educacionais dos EUA – e membro da *National Academy of Education* – Academia Nacional de Educação dos EUA.

De acordo com Schoenfeld (1985), a compreensão e o ensino da matemática devem ser abordados como um domínio de resolução de problemas. Em seu livro *Mathematical Problem Solving* (1985), ele afirma que quatro categorias de conhecimento ou habilidades são necessárias para alguém ser bem sucedido na matemática:

1. *Recursos*: conhecimento de procedimentos e questões da matemática.
2. *Heurísticas*: estratégias e técnicas para resolução de problemas, tais como trabalhar o que foi ensinado, ou desenhar figuras.
3. *Controle*: decisões sobre quando e quais recursos usar.
4. *Convicções*: uma visão matemática do mundo que determina como alguém aborda um problema.

Segundo o autor, o sucesso na resolução de problemas deve levar em conta estes quatro aspectos, interligados, sobrepondo-se e interagindo entre si.

Na heurística apresentada por Schoenfeld destacam-se as duas espécies de decisões tomadas durante a resolução de problemas: decisões táticas e decisões estratégicas. As decisões táticas incluem procedimentos *standard* para implementar a resolução de problemas (algoritmos, heurísticas, etc.); as decisões estratégicas fazem sentir o seu impacto na direção que a resolução de problemas pode tomar, e na fixação dos recursos de cada um no processo de resolução. A este tipo de decisões, Schoenfeld chama de decisões de execução ou de gestão.

A teoria de Schoenfeld é sustentada por uma vasta análise de pesquisas com estudantes solucionando problemas. A estrutura teórica está baseada em outros trabalhos da psicologia cognitiva, particularmente o trabalho de Newell & Simon. Ressalta as preocupações, ao nível dos processos mentais envolvidos na resolução de problemas.

Schoenfeld (1987) dá mais ênfase à importância da metacognição e aos componentes culturais envolvidos no aprendizado da matemática (isto é, sistemas de convicções) do que na sua formulação original. Para Schoenfeld o conhecimento de heurística de resolução de problemas é uma habilidade importante para um bom matemático, de forma que não basta apenas ser um bom conhecedor da teoria matemática para ser um bom resolvidor de problemas.

Em “Heurísticas na sala de aula”, artigo que integra o importante livro do ano de 1980 do NCTM, Schoenfeld (1980) diz que enquanto Polya pretende, modestamente, que o moderno estudo das heurísticas proporcione o desejo de entender o processo de resolução de problemas, em especial as operações mentais tipicamente usadas neste processo, ele pretende mais. Afirma que, sob circunstâncias apropriadas, muitos estudantes podem aprender a usar heurísticas obtendo como resultado uma melhora demonstrável em seu desempenho na resolução de problemas. (p.9).

Define heurística como “uma sugestão geral ou estratégia, independente de qualquer tópico específico ou assunto, que ajuda quem resolve problemas a abordar e entender um problema e dispor de forma eficiente de seus recursos para resolvê-lo”. Ressalta que muitas dessas estratégias existem e apresenta como exemplo um quadro que “fornece uma grande (mas ainda incompleta) amostra”. Neste quadro lista algumas heurísticas importantes em resolução de problemas seguindo o esquema de Polya. (Idem).

Assim, esta lista mostra como primeira recomendação “analisar e entender o problema”, descrevendo a seguir procedimentos complementares a esta recomendação como: construa um diagrama se possível; examine casos especiais, etc. A segunda heurística, “conceber e planejar uma solução” também segue o mesmo padrão, apresentando dois procedimentos vinculados a ela. Do mesmo modo são descritas a terceira heurística (explorar soluções para problemas difíceis) e a quarta (verificar a solução).

A seguir Schoenfeld apresenta três problemas para mostrar a utilidade das estratégias heurísticas na melhora da capacidade dos estudantes para resolver problemas. Mas, especificando os dois principais pontos de acréscimo em relação às recomendações de Polya, afirma que “eles (os estudantes) devem aprender (1) **como selecionar as estratégias apropriadas** e (2) **como aplicá-las**. Nenhuma delas é tão simples quanto parecem”. (p.12). (grifo meu).

Schoenfeld volta então a se referir à lista de heurísticas de Polya, afirmando que “infelizmente seria de pouco valor para estudantes” se for dado a eles como “algumas sugestões para ajudar em sua resolução de problemas”, como teria sugerido o próprio Polya. Acrescenta ainda que a lista é, atualmente, muito incompleta. “Muitas das sugestões simplesmente não contém informação suficiente para serem utilizadas pelos estudantes”. Para demonstrar isso, Schoenfeld passa a abordar outros três problemas nos quais problematiza duas das estratégias da lista de Polya. (p.12).

Após desenvolver alguns raciocínios nesses problemas, afirma que “mesmo que nós pudéssemos oferecer aos estudantes formação em cada uma das estratégias individuais enumeradas (...), por si só poderia resultar em pouca ou nenhuma diferença em seu desempenho global na resolução de problemas”. (p.14). Acrescenta que sem uma forma razoável para selecionar uma abordagem apropriada para um problema, estudantes podem perder o tempo ou a paciência antes de selecionar a estratégia correta.

Neste sentido, afirma: “mesmo que a grande coleção de estratégias apresentadas na lista já referida possuísse algumas que ajudassem a resolver o problema, isso poderia não ocorrer se quem está resolvendo o problema não tiver tempo hábil para identificá-las”. Salienta, portanto, a importância de selecionar uma estratégia chave para solucionar o problema. (Idem).

Afirma, ainda, que uma das formas de ajudar estudantes a selecionar estratégias apropriadas é “identificar “sinais”, nos diversos tipos de problemas, que possam sugerir que uma abordagem particular é apropriada”. Assim, alguns parâmetros podem indicar uma resolução mais apropriada por processos de indução ou de contradição. (Idem)

Referindo-se ao papel dos professores na mediação deste processo diz que o principal é que devem estar conscientes e dispostos a compartilhar seus conhecimentos. “Sempre que você resolve um problema, inclusive os de rotina, você não deveria dizer, “essa é a forma de fazer”, melhor seria perguntar-se “por que eu o resolvi daquele modo” e compartilhar aquela “forma” com seus estudantes”. (p.15).

Ressaltando que o processo de resolução de problemas é mais complexo do que poderia ser resumido numa lista de estratégias como a referida no início de seu artigo, Schoenfeld (1980) afirma que tal lista deve ser utilizada como uma referência e um enquadramento para resolver problemas através de estratégias heurísticas. “O processo de resolução de problemas, incluindo ilustrações dos tipos de decisões táticas (No que diz respeito à utilização dos recursos de resolução de problemas) construídas todo o tempo por quem resolve problemas, podem e devem ser discutidas em sala de aula”. (Idem).

Schoenfeld defende, assim, que a abordagem da resolução de problemas em sala de aula é um dos mais importantes aspectos a serem observados pelos professores na medida em que, além de possibilitarem uma classe mais dinâmica e motivada, desenvolve o potencial de solução de problemas na própria vida das pessoas. “Explicando para os estudantes de onde vêm os argumentos - ou melhor, trabalhando os argumentos com eles – pode ajudar a desmistificar a Matemática e viabilizar que os estudantes a compreendam sem medo e tribulações”. (Idem).

O autor se aproxima aqui do que Lewin (1965) denominou como aprendizagem relacionada com mudança da motivação, ou aprender a gostar. Lembrando que tal aprendizagem refere-se à área total de fatores que determinam o desenvolvimento da motivação e da personalidade, tais como: as leis básicas das necessidades e saciação, estrutura do objetivo, nível de aspiração, e o problema de pertencer a grupo. (p.96).

Por outro lado, Schoenfeld (1980) destaca a importância do formato da aula se a ênfase do ensino em resolução de problemas é o seu processo. Ressalta

que se algum tempo deve ser despendido para a apresentação: delineando estratégias de como resolver problemas, estabelecendo o contexto apropriado para o trabalho, viabilizando materiais, oferecendo sumários concisos, etc., a maior parte do tempo deveria ser investida em resolver problemas. Afirma que isso pode ser feito com sucesso de duas formas.

1 . *O formato da discussão.* Aqui o professor serve como condutor para o estudante, guiando gentilmente o estudante através do processo de resolução do problema, usando suas sugestões, e treinando-o para usar as estratégias.

2 . *O pequeno grupo de abordagem.* A classe pode ser dividida em grupos de quatro ou cinco estudantes cada. Esses grupos trabalham junto em dois ou três problemas por quinze ou vinte minutos. Durante esse tempo o professor circula pela sala e oferece ajuda quando absolutamente necessário. Quando o grupo resolveu o problema ou fez bastante progresso, a turma retorna para o modelo anterior. (p.16).

Destaca que a quantidade de assuntos abrangidos é geralmente bastante pequena; pode ser que apenas quatro ou cinco problemas possam ser discutidos em uma hora de aula. O professor não deve se importar com isso, pois é natural consequência de prestar a atenção no processo de solução de problemas. Depois de tudo, pode demorar muitas semanas para aprender a fazer até uma cópia medíocre de um esboço, embora se possa estudar e apreciar em um curto espaço de tempo. (Idem).

Em relação à motivação com o estudo da resolução de problemas, Schoenfeld (1980), afirma que “talvez o caminho fácil para desenvolver isso seja iniciar o curso ou uma determinada sessão com alguns problemas que demonstrem dramaticamente o impacto das heurísticas. Para o estudante que vê um diagrama desbloquear um problema após ele ou ela ter se debatido com uma solução algébrica, é mais provável a utilização de diagramas no futuro”. (Idem).

De acordo com Mamede Neves (1999c),

Motivação intrínseca é a tendência à atividade que se inicia quando a tensão é satisfeita pelo domínio da própria tarefa de aprendizagem; o material aprendido fornece por si mesmo a recompensa. Se fazer um trabalho satisfaz o indivíduo, se o próprio ato de fazer o trabalho é recompensador, se é feito como um fim em si, então dizemos que a motivação é intrínseca. (...) A **motivação extrínseca** ocorre quando uma pessoa executa uma tarefa de aprendizagem por razões que são

alheias á própria tarefa. (...) Se certos fatos (...) são aprendidos somente com o objetivo de passar num exame, logo que o exame termina o motivo para conhecer os fatos não mais existe. (...) na maioria dos casos, não se pode categorizar a motivação tão claramente. Ela é uma função da situação total e depende de uma mistura do interesse pessoal pelo trabalho em si e do interesse em fatores extrínsecos. (p.3).

Baseando-nos nessas definições, acredito que o desejo do autor em relação à motivação dos estudantes pode, aqui, resultar tanto em motivações intrínsecas quanto extrínsecas, dependendo de como os estudantes encarem o porquê resolver problemas a partir da estratégia de convencê-los “dramaticamente” que as heurísticas são fundamentais para isso. Entendo que tal estratégia será tão mais eficaz quanto mais o professor resolver problemas de forma a responder aos seus requerimentos estruturais, na perspectiva da Gestalt. Para isso, não se necessita de nenhuma estratégia especial (indutiva ou dedutiva) de resolução do problema, mas apenas entender a “boa forma” que leve à sua solução.

Por fim, Schoenfel (1980) ressalta que se realmente esperamos que os estudantes usem uma estratégia heurística, nós devemos abordar isso com o mesmo grau de seriedade que devotamos para qualquer outra técnica em matemática. A seguir apresenta uma proposta de como fazer isso.

Isso significa, por exemplo, ter uma coleção de problemas feitos para exemplificar o uso da estratégia. Para a motivação, um ou dois problemas feitos através de uma estratégia particular devem ser abordados usando o formato de discussão quando aquela estratégia for o foco. Em seguida, deve-se oferecer outros três ou quatro problemas para a classe agora dividida em pequenos grupos. Após esses problemas terem sido abordados, o professor faz uma síntese organizando os procedimentos colocados. Depois outros problemas devem ser propostos na próxima sessão, mas não requerendo a mesma estratégia. Alguns devem ser resolvidos por processos aprendidos anteriormente e talvez um ou dois por um método a ser estudado em breve. E para cada problema, o professor e os estudantes devem focar não apenas em como as abordagens foram trabalhadas, mas porque elas foram apropriadas para o uso no problema. (p.17).

Para ilustrar o que significa focar no processo de solução, Schoenfeld (1980) apresenta o exemplo de uma discussão que deve ocorrer no desenvolvimento de um problema. O problema escolhido é uma variante de outro, discutido por Polya em *How to Solve it* (1945, pp. 23-25), modificado para possibilitar a maior variedade de abordagens possível. (Idem).

Schoenfeld (1980) conclui seu texto reavendo a definição de Heurística tomando como referência três *experts* em resolução de problemas, Newell, Shaw,

e Simon 1960: “Heurísticas são coisas que ajudam na descoberta. Heurísticas raras vezes oferece uma direção infalível.... Geralmente elas “trabalham”, mas os resultados são variáveis e o sucesso é raramente garantido.” (p.21). Ainda assim, nos convida a sermos otimistas, reafirmando que o processo de resolução de problemas promove a desmistificação da Matemática e uma sala de aula mais viva.

Observando esta conclusão do texto “heurísticas na sala de aula”, apesar de concordar, em linhas gerais, com os objetivos da proposta heurística de Schoenfeld, incluindo os dois acréscimos que faz às quatro etapas da heurística de Polya, não concordo com os argumentos com os quais tenta demarcar uma forte diferença em relação a este último autor.

Não partilho da idéia de que é “modesto” o objetivo de Polya de “entender o processo de resolução de problemas e as operações mentais tipicamente usadas neste processo”. Ainda mais quando Schoenfeld afirma tal diferença (no início do texto) sob o argumento de que resultados do uso de heurísticas na resolução de problemas poderiam ser “demonstráveis” e no final do texto ressalta através de suas três referências teóricas (com as quais concordo) o caráter de falibilidade, variabilidade e falta de garantia na definição de heurística.

Assim sendo, o que percebo é uma preocupação similar entre Polya e Schoenfeld quanto ao papel da heurística, lembrando que Polya não se propôs em *How to Solve It* desenvolver os aspectos psicológicos acerca deste tema, embora os considerasse inclusive no campo da Gestalt. Portanto entendo que é legítimo e necessário ampliar as contribuições de Polya, sem deixar, entretanto, de contextualizar a sua obra, sem dúvida referência na discussão acerca da heurística da resolução de problemas, inclusive para Schoenfeld.

6.4.2 A resolução de problemas em Frank Lester

Polya (2003) considera que um indivíduo está perante um problema quando se confronta com uma questão a que não pode dar resposta, ou com uma situação que não sabe resolver usando os conhecimentos imediatamente disponíveis (dificuldade).

Charles e Lester, 1982, consideram que, para além de o problema caracterizar-se por uma situação para a qual um indivíduo não dispõe de um método imediato de resolução, o empenho (por desejo ou necessidade) na procura dessa solução constitui um aspecto fundamental. Portanto, para o ensino da Matemática importa salientar que só há problema se um indivíduo o quiser resolver. (p.5).

Wertheimer (1991) já havia pontuado fortemente tal necessidade ao identificar que “em muitos casos os vetores e os passos são determinados essencialmente pela natureza estrutural da situação objetiva. (...) Em outros casos, o problema nasce das necessidades pessoais do indivíduo e o eu desempenha um papel importante”. (p.204). Salienta ainda que o problema manter-se-á insolúvel caso o indivíduo centre sua atenção em seu próprio desejo ou necessidade, tornando-se solúvel unicamente se o indivíduo vê seu desejo como parte integral da situação e se percebe quais são os requerimentos estruturais objetivos dessa situação.

Portanto, segundo Lester, um estudante está perante um problema quando, confrontado com uma questão, não dispõe de um processo rotineiro conhecido para resolvê-lo, mas a sua curiosidade ou necessidade o leva a tentar solucioná-lo.

Tendo como referência o modelo apresentado por Polya que sugere quatro fases principais na resolução de problemas, Lester (1978) (*apud*, Charles e Lester, 1982, p.34) concebe um modelo semelhante levando em conta os processos mentais envolvidos na solução de problemas:

- 1) - Fase da compreensão do problema e análise do(s) objetivo(s);
- 2) Fase do desenvolvimento do plano;
- 3) Fase da implementação do plano;
- 4) Fase de avaliação dos procedimentos e da solução.

A heurística apresentada por Lester tem o intuito de contribuir para a análise dos resultados, não apenas em nível do produto final, mas também em nível de procedimentos.

Investigações elaboradas por Lester e outros pesquisadores, apresentam quatro categorias de variáveis implicadas na resolução de problemas: o problema, o sujeito (o resolvidor de problemas), o processo de resolução de problemas e o ambiente de resolução de problemas. Neste sentido fica evidente a importância atribuída por este autor à questão subjetiva envolvida neste processo. (1982, p.15)

Assim, destaco os estudos realizados por Charles e Lester (1982, p.11) que apresentam três tipos de fatores implicados nos processos mentais de resolução de problemas de Matemática:

1) Fatores afetivos (pressão, motivação, interesse, resistência aos bloqueios prematuros, perseverança, stress);

2) Fatores relacionados com a experiência (familiaridade com o contexto e o conteúdo dos problemas, idade, familiaridade com estratégias de resolução de problemas, “background” matemático prévio);

(3) Fatores cognitivos (capacidade espacial, capacidades computacionais, capacidade lógica, capacidade de leitura).

Lembrando que a primeira condição na definição de problema é a necessidade ou desejo (interesse, em termos lewinianos) de resolvê-lo por parte do indivíduo, os autores destacam que, dentre os fatores afetivos envolvidos neste processo, a falta de interesse é o que mais contribui para dificultar a solução de problemas.

Interessante se notar que ao apresentar os fatores que estão presentes nos processos mentais de resolução de problemas não há nenhuma menção ao fator emocional, nos termos propostos por Antonio Damásio em sua obra “O erro de Descartes”, neurologicamente comprovado nos processos de qualquer decisão. Esta posição já está pontuada por Kurt Lewin, quando afirma que “a aprendizagem relacionada com mudança na motivação refere-se à mudança das necessidades ou meios de satisfazê-las. (...) Obviamente, as forças que governam esse tipo de aprendizagem **estão relacionadas com a área total de fatores** que determinam o desenvolvimento da motivação e da personalidade”. (Lewin, 1965, p.96). (grifo meu)

Este conjunto de fatores explicaria o porquê de tanto insucesso na resolução de problemas, apesar de o estudante possuir, teoricamente, todos os conhecimentos necessários para resolver um problema. Nesta perspectiva, a resolução de problemas compreende uma interação do aluno com o problema, como um fator complexo, no qual o aluno produz transformações não só no plano material externo, como também no plano mental, interno. Prevalece a curiosidade, o encanto em resolver o problema, ou seja, predomina a motivação intrínseca, pela qual o prazer se situa na ação e não na aplicação prática imediata que ela possa oferecer.

6.4.2.1

Três abordagens sobre a resolução de problemas em Lester

Segundo Lester e Lambdin (1999), para os estudantes que estão se empenhando em aprender a solucionar problemas, a dificuldade causada pela complexidade da resolução é agravada pelo fato de que muitos deles não recebem instrução adequada, quer em termos de qualidade ou de quantidade.

Afirmam que infelizmente, não há métodos facilmente implementados que ajudem os estudantes a melhorar a sua capacidade de resolução de problemas. Mas tem sido útil fazer a distinção entre três abordagens para a resolução de problemas, já mencionadas anteriormente:

- a) ensinar sobre resolução de problemas;
- b) ensinar para a resolução de problemas;
- c) ensinar através da resolução de problemas.

Os autores fazem menção à origem desta importante categorização já apresentada anteriormente e citada por Onuchic (1999). Declaram que “Uma clara distinção entre tais abordagens está contida num texto escrito quase 20 anos atrás por Larry Hatfield (1978). Schroeder e Lester (1989) também desenvolveram essas abordagens em um artigo de um anuário do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM)”. (p.43).

6.4.2.2 **Ensinar sobre resolução de problemas**

O professor que ensina sobre resolver problemas reforça o modelo de George Polya (ou algumas pequenas variações do mesmo). Lembrando que o modelo de Polya descreve um conjunto de quatro fases interdependentes que estão envolvidas no processo de resolução de problemas de matemática: a compreensão do problema, elaboração de um plano, a realização do plano, e avaliação retrospectiva.

Aos estudantes são ensinadas explicitamente as fases, que, de acordo com Polya, o especialista em resolver problema usa quando soluciona problemas matemáticos. Eles são incentivados a tomar consciência de seu próprio progresso através destas fases quando eles próprios resolvem problemas. Além disso, eles aprendem uma série de "heurísticas" ou "estratégias" dentre as quais podem escolher e usar na elaboração e realização de seus planos de resolução de problemas.

Algumas das várias estratégias normalmente ensinadas incluem: procura por padrões, resolver um problema simples, e realimentar o processo. O ensino sobre resolução de problemas também inclui experiências efetivas de solução de problemas. Mas isso implica geralmente uma grande discussão e o ensino explícito de como problemas são resolvidos. (Idem).

6.4.2.3 **Ensinar para a resolução de problemas**

No ensino para a resolução de problemas, o foco encontra-se sobre as maneiras que a matemática ensinada pode ser aplicada na solução de problemas rotineiros e não rotineiros. Embora adquirir conhecimentos matemáticos seja de primordial importância, o professor interessado no ensino para a resolução de problemas considera que o motivo fundamental da aprendizagem matemática é a possibilidade de utilizá-la para resolver problemas.

Conseqüentemente, os estudantes são apresentados a muitos casos de conceitos e estruturas matemáticas e muitas oportunidades para aplicá-los na solução dos problemas. Além disso, o professor que ensina para a resolução de

problemas está muito preocupado com a capacidade dos estudantes em transferir o que aprenderam do contexto de um problema para outros. Os defensores desta abordagem sugerem que a única razão para aprender matemática é a possibilidade de utilizar os conhecimentos adquiridos para resolver problemas.

6.4.2.4 Ensinar através da resolução de problemas

Segundo Lester e Lambdin (1999), no ensino por meio da resolução de problemas, os problemas são valorizados não só como um fim para aprender matemática, mas também como um meio primário para o fazer. O ensino de um tópico matemático começa com uma situação problema que incorpora os aspectos-chave do tema, e técnicas matemáticas são desenvolvidas como respostas razoáveis para problemas razoáveis. (p.44)

A meta da aprendizagem matemática é levar certos tipos de problemas de uma condição de não-rotina para uma condição de rotina. A aprendizagem da matemática, desta forma pode ser vista como um desenvolvimento do concreto (um problema do "mundo real" que serve como um exemplo do conceito ou técnica matemática) para o abstrato (uma representação simbólica de uma classe de problemas, e as técnicas para operar com esses símbolos). (Idem)

6.4.2.5 Algumas observações finais de Lester e Lambdin

Embora essas três concepções de ensino para resolver problemas em matemática possam ser isoladas em tese, na prática eles se sobrepõem e ocorrem em diferentes combinações e seqüências.

Assim, é provavelmente contra-produtivo argumentar em favor de um ou mais destes tipos de ensino ou contra os outros. No entanto, se um professor pretende tornar a resolução de problemas o "foco de instrução", ele ou ela tem que estar ciente das limitações inerentes à adesão exclusiva a qualquer dos dois primeiros tipos de ensino de resolução de problemas. Tal limitação decorre do fato de que resolver problemas não é uma questão matemática e não deve ser considerada como tal. (Idem)

Se o ensino sobre resolução de problemas é o foco, existe o perigo de ser considerada como uma vertente a ser acrescentada ao currículo, em vez de atuar como um contexto no qual a matemática é aprendida e aplicada. Pode tornar-se apenas outro tópico ensinado de forma isolada do conteúdo e das relações da matemática.

Outro tipo de falha pode resultar no ensino para a resolução de problemas. Quando esta abordagem é interpretada restritivamente, resolver problemas é visto como uma atividade que os estudantes se envolvem apenas após a introdução de um novo conceito ou após trabalhar em uma habilidade ou algoritmo computacional. (p.45)

O objetivo desta abordagem consiste em dar aos estudantes uma oportunidade para "aplicar" os conceitos e as competências recentemente adquiridos para a solução dos problemas do "mundo real". (Idem)

Na escola, muitas vezes a solução de um problema-exemplo é fornecida como um modelo para resolver outros problemas muito semelhantes, soluções para esses problemas podem ser obtidas simplesmente seguindo o padrão estabelecido na amostra. Mas quando os estudantes encontram problemas que não sigam o exemplo, em geral se sentem perdidos.

Tem sido a nossa experiência (apoiada por diversos estudos) que estudantes ensinados desta forma muitas vezes simplesmente tiram os números em cada história (problema do "mundo real") e aplicam a(s) operação(ões) dada(s) para esses números sem considerar o contexto do problema e, como frequência obtêm as respostas corretas. Em resumo, não consideramos este tipo de atividade como resolução de problemas. De fato, isso não pode sequer envolver pensamento matemático. (Lester e Lambdin, 1999, p.45).

Além disso, um efeito colateral pode ocorrer se os estudantes vierem a acreditar que todos os problemas matemáticos podem ser resolvidos rapidamente e relativamente sem esforço, e sem qualquer necessidade de entender como a matemática que eles estão usando se relaciona com situações reais. Esta abordagem sobre resolução de problemas tem sido bastante comum em livros didáticos de todos os níveis elementares na universidade.

Ao contrário das outras duas abordagens, ensinar através da resolução de problemas é uma concepção que não tem sido adotada, quer implícita ou

explicitamente por muitos professores, mas é uma abordagem para o ensino de matemática que merece ser considerada, experimentada, e avaliada.

Na verdade, o ensino por meio da resolução de problemas é a abordagem mais coerente com a recomendação do currículo e avaliação padrões para a matemática escolar do NCTM: a) conceitos e competências matemáticas serem aprendidas no contexto da resolução de problemas; b) o desenvolvimento dos processos de pensamento de nível superior ser promovido através de experiências com resolução de problemas; e c) ensino de matemática acontecer numa atmosfera investigativa e orientada de resolução de problemas (NCTM, 1989). (Idem).

Para os autores, o ponto de discussão que precede é que o progresso neste sentido tem sido muito retardado por não ser comumente aceita a visão do que significa ensinar com uma perspectiva de resolução de problemas. Esta falta de consenso tem dificultado investigadores, bem como elaboradores de currículo e professores.

6.4.3 A resolução de problemas em Pozo

Em sintonia com a divisão utilizada por Lester (1999) sobre o ensino e a resolução de problemas, onde sugere como melhor caminho “ensinar através da resolução de problemas”, Pozo (1998), em artigo intitulado “aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender”, ressalta a importância desta atividade para o ensino e a aprendizagem escolar. (p.13).

O próprio Lester (1983) é citado por Pozo (1998) que apresenta uma definição inicial clássica de problema, identificado como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para a qual não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve à solução”. Acrescenta Pozo que para resolver tal situação é exigido um processo de reflexão ou uma tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos. Esta característica diferencia um verdadeiro problema de situações similares, como podem ser os exercícios.

Dito de outra forma, um problema se diferencia de um exercício na medida em que, neste último caso, dispomos e utilizamos mecanismos que nos levam, de forma imediata, à solução. Por isso, é possível que uma mesma situação represente um problema para uma pessoa enquanto que para outra esse problema não existe, quer porque ela não se interesse pela situação, quer porque possua mecanismos para resolvê-la com um investimento mínimo de recursos cognitivos e pode reduzi-la a um simples exercício. (POZO, 1998, p.16).

Os exercícios são importantes para consolidar habilidades instrumentais básicas, porém não deve ser confundido com a solução de problemas que exige o uso de estratégias e a tomada de decisão sobre o processo de resolução a ser seguido. Entretanto, entre exercícios e problemas existe outra importante relação na medida em que um problema repetidamente resolvido torna-se um exercício e a solução de um problema novo requer a utilização estratégica de técnicas ou habilidades previamente exercitadas. Ou seja, na perspectiva de Pozo (1998), existiria um duplo caminho para a aprendizagem, não necessariamente incompatível e contraditório. “A solução de problemas e a realização de exercícios constituem um *continuum* educacional cujos limites nem sempre são fáceis de estabelecer”. (p.17)

Existem inúmeras classificações das possíveis estruturas dos problemas, em função da área à qual pertencem e do conteúdo dos mesmos, do tipo de operações e processos necessários para resolvê-los, ou de outras características.

Pozo (1998) ressalta que uma das classificações clássicas dos diferentes tipos de problemas é a realizada pela *Gestalt* em função das atividades que as pessoas realizam para resolver uma tarefa. Esclarece que a *Gestalt* foi uma escola de Psicologia que se desenvolveu na Alemanha entre as duas guerras mundiais e deve seu nome a um termo alemão que pode ser traduzido como “configuração” já que considerava os processos psicológicos passíveis de serem analisados de forma global e estrutural.

Os psicólogos da *Gestalt* e, mais concretamente, Wertheimer (1945) distinguem entre **pensamento produtivo e reprodutivo**. O pensamento produtivo consiste na produção de novas soluções a partir de uma organização ou reorganização dos elementos do problema, enquanto que o pensamento reprodutivo consiste na aplicação de métodos já conhecidos. **Essa distinção é semelhante à que antes fizemos entre um problema e um exercício**. Embora ambos exijam uma conduta dirigida para um objetivo e a utilização de uma série de meios para alcançá-lo, no caso dos problemas essa situação pressupõe algum obstáculo que o sujeito deve superar, ou porque precisa obter novos meios para alcançar uma

solução, ou porque deve organizar de maneira diferente os meios de que já dispõe. (p.20). (grifos meus).

À diferença desta classificação que se baseia fundamentalmente no sujeito e nos processos que ele coloca em ação para solucionar a tarefa, a maioria das definições dos tipos de problemas baseia-se nas características da tarefa. Dentre essas classificações, uma das mais utilizadas é a de problemas bem definidos e mal definidos.

Embora não exista uma dicotomia clara em relação a essas definições, pois não existem problemas totalmente bem definidos, como não existem problemas totalmente mal definidos, um exemplo do primeiro caso poderia ser qualquer problema da matemática escolar enquanto que os problemas do campo das Ciências Sociais são, de acordo com essa classificação, pior definidos e caracterizariam exemplos do segundo caso.

Pozo, de forma semelhante à Polya (1945), afirma que a solução de um problema exige: a compreensão da tarefa, a concepção de um plano que conduza à meta, a execução desse plano e, finalmente, uma análise que leve a determinar se a meta foi alcançada ou não. Em outras palavras, as fases de solução de problemas e os métodos heurísticos para buscar essa solução, na descrição de Polya, têm sido considerados como métodos gerais de solução de tarefas, independentes de seu conteúdo. (p.22).

Aos passos de Polya necessários para resolver um problema, Pozo acrescenta alguns procedimentos heurísticos. São eles:

- a) Realizar tentativas por meio de ensaio e erro;
- b) Aplicar a análise meios-fins;
- c) Dividir o problema em subproblemas;
- d) Estabelecer submetas;
- e) Decompor o problema;
- f) Procurar problemas análogos;
- g) Ir do conhecido até o desconhecido.

Acerca dos procedimentos heurísticos de julgamento, também conhecidos como regras de raciocínio intuitivo, Pozo afirma que estariam na base de grande parte dos conhecimentos intuitivos ou das teorias implícitas com as quais os estudantes chegam à sala de aula. Entretanto, os contextos escolares costumam ser muito diferentes dos contextos sociais nos quais se espera que os estudantes apliquem os conhecimentos aprendidos.

Portanto, para Pozo (1998), o ensino da solução de problemas deve promover e consolidar o uso de novas formas mais sofisticadas de raciocínio nas diferentes áreas do currículo. Entretanto, sem reduzir os problemas escolares ao formato das tarefas e situações cotidianas, “parece que para que os alunos enfrentem as tarefas escolares como verdadeiros problemas, é necessário que elas tenham relação com os **contextos de interesse dos alunos** ou, pelo menos, adotem um **formato interessante**, no sentido literal do mesmo.” (p.42). (grifos meus).

O esquema de Polya não pode ser ensinado sem ser completado com o conteúdo próprio de cada matéria. Os passos propostos equivalem à tradução e solução do problema na área de matemática ou às diferentes fases do método científico na área de Ciências Naturais, ou ao esquema básico da solução de problemas sociais. Os estudantes, para cada uma dessas áreas, precisariam adquirir procedimentos específicos que, de acordo com Pozo (1998), embora sejam diferentes, sua função dentro do processo de aprendizagem é relativamente similar.

Neste sentido, o autor diferencia cinco tipos de procedimentos que permite uma análise minuciosa das estratégias requeridas para a solução de um problema. (p.146).

1. Aquisição da informação.
2. Interpretação da informação.
3. Análise da informação e realização de inferência.
4. Compreensão e organização conceitual da informação.
5. Comunicação da informação.

Entretanto, Pozo destaca que isto não quer dizer que toda a solução de problemas envolva necessariamente, da mesma maneira, os cinco tipos de procedimentos, nem que a aplicação deste deva seguir necessariamente a mesma ordem seqüencial, já que em muitos casos as fases podem estar interligadas de forma complexa, existindo uma contínua reformulação de cada uma delas. (Idem)

Em resumo, para Pozo (1998), o fato de uma tarefa chegar a ser um problema dependerá não somente dos conhecimentos prévios dos estudantes, tanto conceituais como procedimentais, mas também da sua atitude diante da tarefa. “A pessoa só verá nela um problema se estiver disposta a assumir que ali há de fato

um problema, ou seja, que há uma distância entre o que sabemos e o que queremos saber, e que essa distância merece o esforço de ser percorrida.” (p.159).

Para que se configurem verdadeiros problemas é preciso que as tarefas sejam abertas, diferentes umas das outras, ou seja, imprevisíveis. Um problema é sempre uma situação de alguma forma surpreendente. “Como mostram os autores da *Gestalt*, os problemas contêm sempre elementos novos, imprevisíveis, que exigem uma reorganização dos elementos presentes”. (p.160).

Do ponto de vista do professor, seu papel inicial seria o de assumir a responsabilidade ou as decisões sobre várias das fases da resolução de problemas, mas progressivamente iria cedendo o controle dessas fases aos próprios alunos até que eles fossem capazes, por si mesmos, de completar todo o processo de resolução sem ajuda externa. (p.164).

Pozo (1998), conclui diferenciando o papel da solução de problemas no Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Destaca que no primeiro caso existe, sem prejuízo do desenvolvimento inicial da resolução de problemas, um importante componente de exercitação de habilidades instrumentais, cuja automatização é indispensável para que possam ser colocadas em funcionamento no Ensino Médio. (p.164)

Outra característica ressaltada é a de que pela própria organização do Ensino Fundamental, nesse os problemas devem partir de proposições mais globais, menos disciplinares do que no Ensino Médio. (p.165)

Por outro lado, a especialização disciplinar que começa a ser estabelecida no Ensino Médio deve ser compensada com uma certa integração ou coordenação entre os conteúdos das diversas áreas, especialmente quando se fala de conteúdos procedimentais que, por sua própria natureza, costumam ser menos específicos ou mais transferíveis do que conteúdos conceituais. “Afim, a vida cotidiana, ao contrário da sala de aula, não é separada em áreas de conhecimento. Somos nós mesmos que devemos estabelecer as diferenças de tratamento que precisamos dar a cada tipo de problema”. (Idem).

6.4.4. Síntese conclusiva

Como pudemos perceber neste capítulo, a resolução de problemas no âmbito da matemática sempre esteve permeada de aspectos fundamentais relacionados à intuição, à heurística e aos aspectos subjetivos da mente humana, em relação aos quais a Gestalt representa uma importante referência.

Se muitas vezes encontramos nas atuais políticas educacionais propostas de mudanças relativas ao ensino e à aprendizagem matemática, através da resolução de problemas, não encontramos, entretanto, claramente, a base teórica que sustente, com consistência, tais mudanças.

Nossa intenção foi, portanto, atualizar parte da trajetória histórica da construção do conhecimento matemático, destacando processos e aspectos centrais que contribuíram para esta construção, nem sempre reconhecidos, ou tratados com a devida importância, e oferecer com a teoria de campo gestalt, um referencial teórico-pedagógico que responde adequadamente a esses processos.

7

Articulando as falas dos professores aos pressupostos teóricos estudados

As entrevistas realizadas com professores sobre uma aprendizagem que estivesse relacionada à motivação e, principalmente, à possibilidade de desenvolver o ensino de matemática através da solução de problemas foram muito interessantes e trouxeram, para um trabalho de essência teórica, o olhar de quem está na outra ponta da discussão, fora da academia e do espaço teórico. Claro que me interessaram mais aqueles cujas falas se aproximavam da discussão central desta tese, ou seja, dos conceitos do pensamento produtivo e da aprendizagem significativa na perspectiva da Gestalt. Por isso, as tomei com maior destaque.

Com o objetivo de não expor a identificação desses professores adotei as letras X, Y, Z e W para designá-los. Do mesmo modo, abstraí a identificação de gênero, tratando a todos como “professor”, ainda que isso não corresponda à realidade. Além disso, adotei também as siglas aleatórias FOP, LOW, TOP e NOT para identificar as respectivas escolas da pesquisa.

7.1

A sintonia entre o dito e o feito

As entrevistas com professores das quatro escolas públicas que pesquisei se caracterizaram por mostrar que todos eles desejam e buscam, de alguma maneira, soluções para os problemas atuais relacionados ao ensino e a aprendizagem da Matemática. Assim sendo, posso dizer que encontrei uma postura ativa desses educadores, reafirmando, a nosso ver, o pressuposto de Wertheimer acerca do desejo de se alcançar o pensamento produtivo em detrimento de procedimentos “cegos”, muito pregnantes no ensino de anos atrás, mas ainda presentes nos dias de hoje.

Neste sentido, o professor Y(2007), por exemplo, afirma em dado momento de sua entrevista: “(...) eu não gosto de adestrar aluno, eu gosto que o aluno trabalhe, (...). Eu quero que o aluno aprenda, que ele saiba tomar decisão, que raciocine, você está entendendo? (...)”. Já o professor X (2008) resume, de

forma segura e sem a arrogância que poderia existir, a disposição e a importância que considera desempenhar frente ao processo educativo, afirmando que o fundamental em seu trabalho é o papel que cumpre na execução de suas estratégias: *“o essencial nesse trabalho sou eu”*, conclui.

Ao mesmo tempo, em razão das enormes dificuldades encontradas no processo de ensino e aprendizagem da matemática na rede pública, as entrevistas que realizei, também apontaram um eventual sentimento de impotência diante deste quadro, a ponto de levar professores, algumas vezes, a adoecer por buscarem, sem sucesso, melhorar o resultado do seu trabalho. Refiro-me à Síndrome de Burnout, doença pode ser chamada de *“Síndrome da Desistência do Educador”*. Segundo pesquisa do Sindicato Estadual dos Profissionais de Educação do Rio de Janeiro (SEPE) realizada em 2001, esta síndrome vem acometendo crescentemente professores da rede pública. *“Efeitos permanentes, de caráter negativo, que afetam a personalidade do professor como resultado das condições psicológicas e sociais em que exerce a docência, devido à mudança social acelerada, geram o mal estar docente.”* (Nóvoa, 1995, p.18)

Algumas entrevistas indicam essas dificuldades em lidar com o ensino de matemática na Escola Pública: *“o trabalho com matemática lida com o desinteresse dos alunos que não escutam, e nós não temos o preparo para essa nova clientela que já está mudada, sem objetivo e perspectiva com o futuro profissional”*. (professor W, 2007).

“(...) eu não agüentei mais trabalhar com o segundo ano, eu estava saindo tão frustrada, tão mal que agora eu passei para o primeiro”. (professor Y, 2007).

Para os professores, os principais desafios relacionados à aprendizagem escolar apresentam um duplo viés, ou seja, fazer com que os estudantes adquiram capacidade de conhecimento dos conteúdos matemáticos, e que sejam motivados para isso. *“O que eu tenho observado é que a cada ano que está se passando nós estamos recebendo alunos mais despreparados e mais desinteressados”*. (professor Y, 2007). *“Precisamos educar o aluno a ler o texto matemático. (...) ele não tem calma, nem força de vontade para resolver problema”*. (professor W, 2007). *“O que marca este colégio, em relação aos outros, é o interesse dos alunos”*. (professor Z, 2008).

Lembro que Lewin (1965) tratou dos aspectos relacionados às tarefas interrompidas, fragmentadas no cotidiano da vida, fazendo arrefecer o interesse

por elas. Todos sabem que a descontinuidade que impera no ensino nas escolas públicas pela razão das desistências dos professores, o abandono de muitos deles e a falta de professores, entre outros motivos, fazem com que o ensino seja absolutamente fragmentado, proposto de diferentes maneiras, sem a revisão necessária do ponto em que o aluno ficou, quando deixou de ter aulas. Tudo isso, agravado pelo desconhecimento por parte de muitos professores de como, efetivamente se dá a aprendizagem.

Ouvindo mais uma vez Lewin, a força que produz a **mudança na estrutura cognitiva** é distinguida por ele em dois tipos: uma que resulta da própria estrutura do campo cognitivo, idêntica às forças que governam o campo perceptual, e a outra cuja natureza se relaciona às necessidades dos indivíduos, suas valências, valores e esperanças. (p.95). Quanto à aprendizagem relacionada com **mudança na motivação**, refere-se à mudança das necessidades ou nos meios de satisfazê-las. As forças que governam esse tipo e aprendizagem vinculam-se à área total de fatores que determinam o desenvolvimento da motivação e da personalidade, tais como: as **leis básicas das necessidades e saciação, estrutura do objetivo, nível de aspiração, e o problema de pertencer a grupo**. (p.96).

Tudo isso precisaria ser levado em conta pelos professores em geral e, em particular, pelos professores de matemática, dada a valência negativa que a Matemática tem entre os estudantes. Com tão pouco que recebem, em número e em importância dentro da nossa sociedade, com uma formação precária na licenciatura e com capacitações em serviço nem sempre adequadas às suas necessidades, enfim, por tudo isso, penso que muitos desses professores podem ser vistos como ‘heróis da resistência’.

Para vencer os desafios da aprendizagem escolar, alguns professores pautam suas estratégias mais especificamente na forma de abordagem a que denominam em geral de contextualização dos conteúdos, restringindo a qualificação de “contexto” apenas a trazer os problemas para a vida cotidiana, ou seja, tornar o problema concreto. O professor Z (2008), por exemplo, afirma: “este é o ponto alto da minha experiência”. Já o professor X explica como realiza algumas dessas estratégias:

(...) utilizo exemplos como encaixar mesas de bar, observando a variação do número de pessoas que podem se sentar, ou montar triângulos com palitos, verificando a relação entre o número de palitos e as figuras formadas. Num

segundo momento, sistematizo o conhecimento que surge dessa primeira aproximação.

Outros professores investem, para garantia do interesse dos seus alunos, numa ação mais pedagógica pautada na diversificação da avaliação escolar, objetivando, amenizar a perspectiva de “fracasso” (tradicionalmente acompanhada da avaliação dos conteúdos matemáticos) ou incentivar o estudo da disciplina. Este é o sentido da fala do professor W (2007), que cito a seguir:

Em 1999, 2000 eu trabalhava com conteúdo puro. Não sabe, zero. (...) Hoje, pessoalmente eu mudei a minha avaliação. Eu faço 50% de atividades em sala de aula: horário, participação, material em sala, etc. Se eu não induzir esse aluno diariamente a estar na minha sala de aula (...). Tudo distrai o aluno, celular, walkman, etc. Não é mais aquele aluno que vem aprender matemática.

Eu me pergunto se teria havido em suas salas, no passado, esse estudante idealizado. Não seria um mecanismo de defesa, pensar que o de antes é sempre melhor do que o de hoje?

Pensando no real desinteresse desses estudantes, encontro também uma preocupação na fala do professor quanto à visão negativa que o ensino da Matemática produz geralmente nas crianças ou nos jovens. Ou seja, o peso de experiências traumáticas (insucesso) na aprendizagem da matemática no passado, funcionando como valências negativas no comportamento presente, isto é, no espaço de vida atual do indivíduo e, conseqüentemente, na sua possibilidade de êxito. Esta temática foi tratada com bastante profundidade por Lewin (1965):

Em geral as experiências de **êxito e insucesso** influenciam a expectativa pelo resultado da ação futura e aumentam ou diminuem, respectivamente, o **nível de aspiração**. (...) Contudo, este fator não é o único determinante do nível de aspiração, o conhecimento do padrão do próprio **grupo** ou de outros grupos, afetam o **nível de realidade e de desejo**, dependendo do grau em que esses padrões do grupo são aceitos. (p.94).

A experiência com os professores do passado, no presente desses estudantes, faz com que os atuais mestres tentem, através de suas estratégias pedagógicas, que esses estudantes superem os problemas advindos dessas experiências passadas, na expectativa tanto de (re)estabelecer a motivação positiva, quanto de eliminar os obstáculos à própria capacidade de aprendizagem. Neste sentido, retiro da citação de Lewin uma importante sugestão para reaver um

“nível de desejo” necessário à aprendizagem: O trabalho com o indivíduo em relação ao padrão do grupo a que pertence ou de outros grupos. Como já disse, entendo grupo, neste caso, como possibilidade de organização dinâmica (como entende Lewin) da classe escolar (turma).

Ainda no intuito de responder aos desafios com o ensino e a aprendizagem matemática, encontrei professores que combinam estratégias de avaliação com forma de abordagem e motivação dos estudantes. Assim, por exemplo, o professor X declara obter bons resultados utilizando-se da teoria de Pierre van Hiele. O professor refere-se à abordagem que compartilhou quando aluno da UFRJ, desenvolvida no Projeto Fundão, em especial no trabalho de pesquisa que resultou, em 1996, na publicação “Geometria na era da imagem e do movimento” sob a coordenação de Maria Laura M. Leite Lopes e Lilian Nasser.

Vale ressaltar ainda que os trabalhos de Van Hiele tinham três grandes características: uma forte base estruturalista, ou seja, as estruturas estavam presentes na sua visão de mundo e na visão de organização da cognição, **uma influência da Psicologia da Gestalt, base para análise da percepção e interpretação cognitiva dessas estruturas**, e uma preocupação com a didática da Matemática presente nas atividades propostas por sua esposa. (Viana, 2000, p. 37). (grifo meu).

Seguindo essa orientação (sic), o professor aplica um teste diagnóstico no início do ano letivo, e, ao final do trabalho planejado, aplica outro teste semelhante, além de realizar uma auto-avaliação dos estudantes. O objetivo é avaliar e reavaliar o seu próprio trabalho, modificando-o quando necessário. Afirmo que assim chega a um procedimento didático mais adequado à realidade de cada grupo ou turma, buscando certamente maior incentivo no processo de aprendizagem. Neste caso, entendo haver uma concepção mais consistente do que seja contextualização do ensino.

O professor X revela um importante exemplo de contextualização/motivação de sua prática, e um argumento ainda melhor para o referencial teórico do nosso trabalho. O exemplo: o uso do microcomputador para trabalhar com gráficos de funções. O argumento: através da variação do coeficiente “a” da função $y = a.x$, cuja representação no plano cartesiano é uma reta passando pela origem do sistema cartesiano, consegue-se, num “curto espaço de tempo”, a rotação desta reta de tal modo que boa parte dos estudantes consegue

entender as relações ou conexões entre os diversos aspectos envolvidos no conceito desta função. Parece-me bem razoável, de acordo com a Gestalt, inferir que a experiência conduzida pelo professor proporciona uma visão geral do que ocorre com a função no referido “curto espaço de tempo”. Neste caso, os estudantes estariam, para além da importante função do computador, diante de uma abordagem que viabiliza uma apreensão das relações essenciais do conceito desejado. O professor destaca, entretanto, que, mesmo diante de estratégias como essa, há estudantes que não conseguem analisar gráficos de funções, pois “*não se desvinculam dos procedimentos usuais da matemática*”, aos que Wertheimer (1991) chama de “cegos.” (p.201).

Por outro lado, esse mesmo professor X expressa a opinião, com a qual concordo, de que nem sempre os conceitos matemáticos devem ser tratados através de estratégias que envolvam sua aplicabilidade, indução ou contextualização, já que abstração e formalização são características da matemática que devem ser desenvolvidas especialmente no nível médio. Entretanto salienta que “se o estudante for adestrado vai ter problemas, como por exemplo, “não saber trabalhar com um gráfico de função se os seus eixos estiverem trocados”. Aqui lembro o exemplo do paralelogramo de Wertheimer (1991). Ao girar esta figura, a maioria dos estudantes que antes aprenderam a calcular a sua área através de procedimentos “cegos”, já não o conseguem, por não terem sido clarificadas para eles as relações essenciais da estrutura desta área.

Por fim, ele declara que, se por um lado as atuais orientações sobre avaliação “facilitaram” os professores de matemática, amenizando o peso que carregavam em razão das excessivas reprovações, por outro, vieram ao encontro do que sempre pensou e desenvolveu em termos de avaliação. Se antes se sentia, de certa forma, em evidência ao praticar este formato de avaliação, agora se sente amparado pela lei.

Isso me lembra os estágios de Kohlberg sobre a construção do juízo moral proposta por Piaget, quando afirma que a maturidade moral é atingida quando o indivíduo é capaz de entender que a justiça não é a mesma coisa que a lei; que algumas leis existentes podem ser moralmente erradas e devem, portanto, ser modificadas. Estando ainda no estágio convencional, incorpora a mudança que ele mesmo experimentou passivamente. (Biaggio, 1991) O êxito na aprendizagem

sempre vai estar em função da situação total e depende de uma mistura do interesse pessoal pelo trabalho em si e do interesse em fatores extrínsecos.

As mudanças ocorridas no perfil da avaliação escolar a transformaram numa das estratégias curriculares e pedagógicas mais utilizadas pelas escolas e seus professores. Essas mudanças se vinculam às diretrizes curriculares estaduais e nacionais que indicam a diversificação e a mudança de foco para o desenvolvimento de competências em detrimento da ênfase nos conteúdos tradicionais. Entretanto, em todos os casos observados, escolas e professores praticam a referida diversificação, mantendo a metade da avaliação vinculada aos conteúdos específicos. Ou seja, na prática parece tratar-se menos do que é dito nas referidas diretrizes curriculares e mais de uma adequação aos desafios cotidianos enfrentados por escolas e professores. Tais mudanças na avaliação implicaram na flexibilização deste instrumento em relação ao uso que tinha no passado, o que possibilita aos professores avaliarem desde a apreensão dos conteúdos e a participação em projetos ou trabalhos realizados em sala ou em casa, até a assiduidade, pontualidade, etc.

O professor W (2007) considera positiva a passagem que fez de uma avaliação meramente conteudista para outra diversificada. Conta, entretanto, que esta mudança deveu-se mais a uma pós-graduação realizada na UERJ, na área de avaliação, do que à influência de orientações curriculares como as que davam suporte ao PNE. “O aluno tem direito de chegar à escola sem saber nada e você não pode mais reprovar 90% da turma. Em 1999, 2000 eu trabalhava com conteúdo puro. Não sabe, zero. (...) A partir de então, assumi uma avaliação de 50% de atividades de sala, horário e participação, e 50% de conteúdos. (...) O curso de avaliação que fiz na UERJ me deu respaldo para aplicar este modelo. Eu não tenho vergonha de praticar e dar certo.”

Aliás, observo que em todos os relatos dos professores que entrevistei existe alguma experiência bem sucedida realizada em algum momento recente de suas práticas, sem que seja atribuída à influência direta das orientações contidas em políticas como o PNE e sim a alguma experiência ou formação em serviço em instituições como UFRJ (professor X), UERJ (professor W), CEFET (professor Z) e IMPA (professor Y). Entretanto, como algumas dessas instituições abordam a matemática de forma reconhecidamente tradicional e outras não, o referido sucesso precisaria ser mais bem estudado, pois, demonstra, a meu ver, não apenas

a importância deste tipo experiência ou formação, mas a necessidade de uma análise com bases teóricas que escapem da artilosa dicotomia do tradicional e do não tradicional.

Neste sentido, desataco que, ao largo do discurso oficial sobre uma necessária mudança do peso dos conteúdos tradicionais em detrimento do desenvolvimento de competências, o relato dos professores revela a existência e o desejo de processos de “reforço escolar” desses conteúdos no ensino médio. Nesta direção, esses relatos identificam, ainda, que, no interior das escolas, é prática corrente se utilizar o tempo destinado à “atividade complementar” para reforçar conteúdos básicos de matemática e de outras disciplinas, prática que se apóia no behaviorismo, portanto contraditória à idéia de ensino por solução de problemas. Interessante observar que no caso da rede estadual do Rio de Janeiro, tal estratégia foi, a meu ver, contraditoriamente incentivada pelo próprio sistema de ensino quando realizou projetos com esse intuito, como o Sucesso Escolar (2004 - 2005).

O forte processo de indução curricular promovido pela sintonia das orientações, parâmetros e diretrizes teórico-pedagógicas que norteiam políticas educacionais e, por outro lado, o desconhecimento de outras abordagens sobre o pensamento, pode estar transformando conceitos como contextualização, competências, e aprendizagem significativa em referentes cômodos, porém frágeis quando se trata da prática escolar.

Um exemplo que ilustra melhor este ponto de vista pode ser observado no seguinte trecho do diálogo estabelecido entre mim e o professor Z (2008) sobre a segura defesa que ele fazia da forma de abordagem ou o que chamou de contextualização/aplicação do ensino de números complexos em sua escola estadual. Tal abordagem elaborada a partir de uma experiência trazida do CEFET-Rio por seus próprios estudantes.

“Eles (os estudantes) me perguntavam se podiam calcular o argumento (do complexo) com a calculadora, eu dizia que não. Mas dizia por que eu não sabia calcular na calculadora. Mas eles aprenderam no CEFET a fazer o cálculo na calculadora. Depois nós passamos a abordar números complexos com calculadora na escola, nós aprendemos também, é melhor”

Perguntei-lhe, então, se conseguia fazer este mesmo bom trabalho com complexos num segundo Colégio Estadual em que leciona? *“Não, no outro colégio não. (...) eles não vêem **aplicabilidade** nenhuma nisso, eles têm*

resistência. Sem falar nos pré-requisitos para aprender esta matéria". (...) Tornei a perguntar: Você nunca conseguiu transferir essa forma para lá? *"O que marca esta escola em relação a outras é o interesse"*.

Quando ele introduziu a questão do interesse junto à defesa que fazia da contextualização/aplicação, perguntei em seguida: e entre o interesse do estudante e a forma de abordar o conteúdo, o que é mais importante? Ao que respondeu com a seguinte reflexão: *"a forma de abordagem é primordial, mas você perguntaria por que não dá certo em outra escola? Se isso é primordial, se você desenvolve esse trabalho aqui, então porque lá você não desenvolve esse trabalho? Não sei explicar (...)"*.

Em seguida perguntei ainda se no colégio onde o seu trabalho tinha êxito, o estudante se interessaria em aprender números complexos mesmo que você ensinasse de forma tradicional? Parecendo refletir sobre o seu próprio questionamento, responde que *"de fato o estudante teria interesse em aprender mesmo sem uma abordagem contextualizada"*.

Neste exemplo, ficou clara a forte ênfase dada pelo professor à forma de abordagem ou ao que denominou de contextualização, e o vínculo que estabeleceu, corretamente, com a aquisição do conhecimento como mudança na estrutura cognitiva (já que se trata aqui de melhorar a "percepção" e o "raciocínio" do sujeito através da calculadora), ainda que achasse importante a motivação dos estudantes. Além disso, ficou também evidente que, para ele, não é clara a influência que pode ter a motivação positiva (referida por ele como interesse, aliás, como é certo se fazer), segundo Lewin (1965), relacionada a fatores como nível de aspiração e pertencimento a determinado grupo, na aprendizagem. Aliás, pude constatar que estes dois fatores, relacionados entre si, existem mais fortemente na escola onde executa com sucesso o seu trabalho do que na outra escola, onde não sabe por que, usando a mesma abordagem, seu trabalho não tem a mesma repercussão.

Se conhecesse a conceituação de Lewin (1965) sobre aprendizagem como mudança na estrutura cognitiva ou na motivação, não teria ficado tão perplexo ao afirmar que mesmo que ensinasse números complexos numa abordagem tradicional, os estudantes teriam interesse em aprender.

Aliás, Lewin (1965) aborda este tipo de situação, a que se refere como "quadro ainda bastante obscuro", salientando que, para esclarecê-la, é necessário

distinguir entre duas principais linhas de desenvolvimento na história da Psicologia da aprendizagem: “uma linha que se preocupa com aprendizagem e sua relação com a motivação; a outra, com a aprendizagem relacionada com a cognição”. (p.78). Para Lewin, a aprendizagem mais efetiva tem que contemplar essas duas vertentes.

Portanto, ainda que alguns pressupostos teórico-pedagógicos que dão base à resolução de problemas sejam referidos positivamente pelos professores, também os seus relatos mostraram que a teoria de campo Gestalt é fundamental como substrato teórico adequado às suas experiências, mesmo que isso não seja percebido claramente por eles.

7.2

Como explicar então as experiências bem sucedidas?

Por todas as colocações dos professores entrevistados, constatei que suas ações e objetivos educacionais visam, de fato, eliminar tensões existentes no atual processo de ensino da matemática e desenvolver um pensamento que leve os estudantes a aprenderem significativamente, para eles e para o próprio professor. As experiências positivas relatadas pelos professores são a face visível desse trabalho.

Tomando como referência, em especial, os processos de pensamento β em Wertheimer; as forças que levam à aprendizagem como mudança na estrutura cognitiva ou na motivação em Lewin; e a idéia central de *Praeganz*, defendida pela Gestalt; sinto-me em condições de elaborar algumas hipóteses acerca das questões levantadas neste trabalho, relacionando-as às experiências relatadas pelos professores, certamente no terreno complexo da prática educativa no qual a Gestalt se propõe a dialogar.

Com base neste referencial, parti do pressuposto de que aspectos importantes do pensamento produtivo e da aprendizagem significativa estão presentes, ainda que de forma subjacente, nas experiências desses professores, o que ajudaria a estruturar o próprio pensamento produtivo dos estudantes, mesmo que conceitos relacionados à solução de problemas sejam muitas vezes apreendidos por um viés tradicional. Esta abordagem sobre resolução de

problemas se refere ao que Lester (1999) e Onuchic (1999) chamam de “ensinar matemática através da resolução de problemas”.

Assim sendo, proponho-me a destacar alguns aspectos essenciais e levantar algumas hipóteses sobre o que percebi, do ponto de vista da Gestalt, nas experiências consideradas bem sucedidas relatadas pelos quatro professores que entrevistei. Tais aspectos explicariam as razões pelas quais “se lhes iluminava o rosto”, para usar uma expressão de Wertheimer (1991, p.27), quando relatavam o caminho seguido.

Neste sentido, destaco:

- 1) - a abordagem da resolução de problemas envolvendo números complexos com calculadora, assimilado indiretamente da prática docente do CEFET – professor Z;
- 2) - o trabalho com problemas baseado em material do IMPA, a partir de curso de formação em serviço/projeto realizado na mesma instituição – professor Y;
- 3) - o trabalho cotidiano realizado através da avaliação escolar, com base em pressupostos advindos de curso de especialização em avaliação realizado na faculdade de educação da UERJ – professor W;
- 4) - e a experiência da abordagem de funções com o auxílio do microcomputador – professor X.

1) - Antes de descrever os pontos essenciais da experiência produtiva do professor Z, penso ser bom descrever um pouco melhor como construiu a abordagem do seu trabalho, especialmente com relação aos números complexos, e o que considera importante nessa construção.

Neste sentido, julgo que a frase seguinte, referente a problemas sobre trajetória de bolas, etc., baliza o pensamento de Z sobre essa questão: “*Ensinar matéria que não se aplica na prática é complicado tanto para o aluno quanto para o professor*”. O problema aqui para mim é o que ele considera (induzido pelas políticas educacionais) como aplicação ou contexto da matemática, muito mais relacionado ao seu sentido “utilitário”, o que já foi questionado neste trabalho, trazendo, por exemplo, a posição de Euclides. Para a Gestalt e para mim, a estruturação do campo cognitivo de um problema, aqui considerado o indivíduo, não necessariamente se vincula a alguma aplicação “utilitária”, mas

fundamentalmente aos requerimentos internos da estrutura do problema como um todo, e à motivação do indivíduo.

O professor ressalta que uma das primeiras providências para dar suporte ao seu trabalho foi “colocar uma monitoria (de conteúdos básicos) através de um projeto na escola.” Além disso, a escola apoiou comprando materiais didáticos como sólidos geométricos. Outro fator importante, segundo ele, foi a adoção do livro do Dante, 3 volumes (por se aproximar da visão contextualizada da Matemática) e o fato da maioria dos estudantes o adquirir. Por fim, relata que ajudou muito o fato dos estudantes estarem fazendo curso no CEFET-Rio.⁴¹ *“Ajudou no contexto, pois eles estudavam números complexos de forma completamente diferente.”* Foi sobre esta experiência que me debrucei mais especificamente.

Ao longo da entrevista sobre este tema, fui percebendo e dialogando com o professor de que parte do ele denominava de contextualização desse conteúdo poderia tratar-se, na verdade, de aplicabilidade interdisciplinar. Isso ficou patente quando ele mesmo chama atenção para o fato de que seus estudantes “viam interesse” nesse estudo por tratar-se de pré-requisito para outras disciplinas da área técnica como a eletricidade e a eletrônica, por exemplo.

De qualquer modo, o exemplo bem sucedido do trabalho com números complexos (usando calculadora na transformação de sua forma algébrica para a trigonométrica e vice-versa) suscita para mim uma reflexão acerca dos aspectos estruturais que estariam em jogo no sucesso dessa abordagem. Ainda mais quando o mesmo êxito não se repete quando aplicada a mesma abordagem em outra escola pública estadual na qual o professor também leciona. Vale lembrar que o professor refere-se ao fator interesse como sendo central para esta diferença, sem, entretanto, atribuir a ele, conforme Lewin (1965) indicaria, a mesma importância decisiva que tem a mudança na estrutura cognitiva para a aprendizagem.

Neste sentido, quando o professor atribui o interesse de seus estudantes pelo estudo dos complexos à abordagem contextualizada, minha hipótese é de que se trata mais de outros fatores, como, por exemplo, os estudantes se sentirem mais pertencentes a um grupo do que divididos em classes. Por estudarem em uma escola de excelência, isso lhes dá uma maior perspectiva profissional bem como

⁴¹ Todos os estudantes dessa escola pública estadual estudam concomitantemente no CEFET-Rio onde complementam formação em nível técnico.

uma melhor perspectiva de tempo futuro. Isso tudo nos termos propostos por Lewin (1965) a respeito do espaço vital de uma pessoa e da valência positiva que o “aprender matemática” pode gerar.

Outra hipótese, bastante razoável, refere-se à possibilidade de que a característica central da abordagem que os estudantes da escola TOP levaram do Cefet-Rio seja uma organização tal no ensino dos complexos cuja estruturação viabilizasse a sua apreensão através de uma visão clara das suas relações internas e dessas com a percepção geral do assunto. Ou seja, o que os gestaltistas em geral, e mais particularmente Wertheimer (1991) denominam de boa forma, gestalt forte (em referência a uma gestalt fraca) ou pregnância.

Como fui estudante do CEFET-Rio, conheço bem o preparo de seus professores quanto ao ensino dos conteúdos matemáticos e acho muito provável que, exista na abordagem desses professores uma boa organização desses conteúdos que desperte outra “atitude” diante da matemática, um “desejo” mesmo de sua apreensão, um gosto pelo assunto em si, e não apenas pela sua utilidade na pragmática da vida. Ora, neste caso, esta situação pode ser considerada um bom exemplo de motivação intrínseca.

Assim sendo, suponho que uso da calculadora no estudo dos complexos seja apenas um dos fatores de uma estrutura bem organizada de ensino deste assunto e não o fator decisivo do êxito escolar. É de se destacar que, embora desconhecendo a natureza e a importância de tais fatores, o professor Z teve a capacidade de desenvolvê-los num trabalho que surtiu o mesmo resultado estrutural na escola TOP que tinha no Cefet-Rio. Como ele teria aproveitado mais se tivesse maior conhecimento da estrutura complexa do ato de aprender!!

Por outro lado, a razão pela qual este seu trabalho não logra o mesmo resultado em outra escola estadual onde trabalha, estaria, a nosso ver, mais relacionada à falta de motivação e de pré-requisitos⁴² no que se refere aos conteúdos matemáticos (dois aspectos centrais existentes na escola em que o trabalho dá certo), do que a forma de abordar esse conhecimento. Aliás, para o campo Gestalt, portanto, para Lewin e para Wertheimer, contextualizar o

⁴² No ensino médio regular os números complexos são muitas vezes abordados apenas na sua forma algébrica em detrimento de sua representação trigonométrica. Aqui pode haver relação tanto com a referida falta de “pré-requisito”, ou seja, a trigonometria, quanto com a decorrente falta de interesse dos estudantes, aspectos citados pelo próprio professor referindo-se a outra escola onde leciona.

conhecimento significa observar as condições do contexto para desenvolver o interesse necessário à sua apreensão levando, desse modo, a se atender aos requerimentos estruturais e cognitivos, como um todo, do tema ou problema em foco.

Lembro que, segundo Lewin (apud Mamede-Neves, 2003), para se alcançar um ensino de sucesso tem-se que conhecer as condições de aprendizagem do aluno: a necessária e essencial estruturação cognitiva que o permita poder encarar o aprendido; o fornecimento por parte do contexto (no caso o estudo da matemática) de ferramentas conceituais que lhe possibilitem apreender e compreender os desafios que estão sendo propostos e, finalmente, com essas condições nas diferentes áreas de seu espaço vital, estabelecer correlações entre elas de forma a emergir o interesse dele pelo que está sendo ensinado.⁴³

2) – O segundo processo bem sucedido, arrolado nas entrevistas, trata do trabalho com problemas realizado pelo professor Y a partir de material fornecido pelo IMPA num curso de formação em serviço/projeto realizado na mesma instituição. Este trabalho ocorreu no segundo semestre de 2007, após um primeiro semestre angustiante que, segundo o relato do professor, caracterizou-se pelo escasso interesse dos estudantes e um nível baixíssimo de aprendizagem. Ao mesmo tempo, o professor demonstrava um profundo desejo de minimizar tais problemas: “eu fugia do padrão, do tradicional, das provas de “arme e efetue.” Para caracterizar um pouco melhor este primeiro semestre, trago uma síntese do que achava o professor sobre o seu trabalho.

Referindo-se aos seus estudantes, afirmava: *“eles não estão nem ai, se você esta na sala ou não, (...) não tem retorno nenhum.”* Quando perguntei acerca de novas estratégias para superar tais questões, respondeu; *“é o que estou tentando descobrir”* Insisti em saber se já tinha alguma hipótese, ao que me respondeu: *“não, eu agora até estava pensando muito serio. Eu não sei. (...) Eu tentei estimular através de questões da olimpíada. Teve uma turma que olhou para mim e falou: não interessa saber como faz; o que interessa e marcar certo. Depois dessa você faz o que? Me diz?”* Nota-se aqui a presença da motivação extrínseca como estratégia, na qual não há interesse e prazer na ação em si; o que se aúfere é o que interessa. (Mamede Neves, 1999c, p.3).

⁴³ MAMEDE-NEVES, M.A. C. Aprendendo aprendizagem, Rio de Janeiro : PUC-Rio, CD-Rom 2003 3ª edição

Se, por um lado, o professor se declara rigoroso com a avaliação de seus estudantes: “*então eles ficam cercados, eles têm duas opções: ou eles são reprovados ou resolvem estudar*”, por outro, demonstra preocupação com essa estratégia: “*quase sempre eu salvo uns 30%*.” E quando pergunto se essa é sua estratégia hoje, responde: “*eu não sei agora qual é. Você me procura daqui umas duas semanas que eu tenho que mudar porque minhas notas foram horrorosas, eu te mostro.*” Neste fragmento sublinhado, vê-se claramente que o fracasso é também do professor na medida em que ele, como o aluno, se vê atônito diante dessa dramática situação.

Entretanto, ao longo do segundo semestre de 2007 o trabalho do professor ganha novos contornos, o que o surpreende e entusiasma, principalmente pela mudança de interesse de suas turmas ao trabalharem com o material sobre problemas elaborado pelo Impa. Vejamos algumas das razões atribuídas pelo professor para esta mudança.

“*Primeiro o fato de eles terem recebido uma apostila **individualmente** e se sentirem valorizados (...), não parece não, mas tem um valor incrível*”. A primeira apostila, a única com a qual trabalhou, tratava de assuntos básicos da matemática, “*eles amaram.*” “*Trabalhei com eles em grupos, (...) eles iam perguntando tudo, coisa que no dia a dia eles não perguntavam. Eles não tinham medo. Foi um trabalho muito enriquecedor este.*”

O professor destaca aqui o fato dos estudantes serem vistos na sua singularidade, com respeito à sua identidade, mas também que eles amaram os assuntos abordados na apostila básica. Neste sentido, o interesse e a perda do medo em relação à matemática podem ter decorrido do fato de terem sido distinguidos em sua singularidade, posto que cada um deles recebeu uma apostila de estudos, tanto quanto por terem se deparado e percebido, semelhante à análise que fiz em relação ao CEFET-Rio, uma abordagem bem estruturada dos assuntos e principalmente dos problemas ali tratados pelo IMPA, que lhes dava chão (aliás, também ao professor).

Tratar-se-ia, portanto, de acordo com Lewin (1965), de mudança de valência na representação psicológica dos estudantes em relação ao seu estudo de matemática, anulando valências negativas presentes na memória de uma representação anterior. Ou seja, teria havido uma modificação da ‘representação-de- si-no-mundo’ desses estudantes, conceito cunhado por Wilmer (2002), com

base na topologia, para designar a situação normal de representação psicológica da realidade exterior pelo indivíduo, passando de negativa para positiva e, com isso, se instalando o interesse.

Outro aspecto relatado pelo professor Y como possível fator de influência para gerar tal motivação foi o fato de ter dado pontos para quem participou do projeto IMPA. “Quem fez a prova ganhou um ponto na média. Quem trabalhou com a apostila ganhou ponto.” Aqui vejo claramente o uso de uma estratégia tradicional usando a motivação extrínseca, buscando com isso que os estudantes ficassem mais interessados no material. Uma demonstração do hibridismo presente nas concepções e práticas dos professores.

É curioso constatar-se que o professor tem outra boa surpresa quando apresentou à turma a segunda apostila de trabalho com problemas (com a parte de função, na qual as questões do ENEM sobressaíam), avisando que não daria tempo de trabalhar aqueles conteúdos. Ao perguntar se alguém teria interesse em recebê-la para estudar, frisando que esta atividade não valeria ponto algum, “*a maioria quis a apostila para estudar sozinho, me surpreendeu muito.*”

Por este relato, percebi que o professor não está seguro quanto ao seu argumento de que tanto a posse da apostila quanto o fato de “dar pontos” seriam as razões centrais da motivação dos estudantes. Não percebe que a motivação extrínseca não é negativa, mas precisa estar muito bem articulada com a intrínseca. Existe tradicionalmente na escola, entre seus professores e estudantes a convicção de que só a motivação extrínseca pode incentivar os resultados educacionais e não se percebe que a motivação intrínseca como tendência à atividade que se inicia quando a tensão é satisfeita pelo domínio da própria tarefa da aprendizagem e a razão efetiva das referidas surpresas. (Mamede-Neves, 1999, p.3)

Como fator negativo deste processo, o professor relatou que o projeto deveria ter começado em março, mas só começou em julho no IMPA. Só depois foi aplicada uma primeira avaliação (diagnóstica) aos estudantes e, em setembro, entregue a primeira apostila. Mas em seguida ressalta que “*eles fizeram legal mesmo. A média não foi tão ruim não. (...) Mesmo os erros foram discutidos na turma e eles viram por que erraram, riam da contradição (...)*. Aí está um bom exemplo do que disse acima: quando se está convicto da sua possibilidade, quando se está convicto do valor do que se está aprendendo, o erro é construtivo,

não mais ameaçador, mas apenas desafiador o que aumenta em muito a ludicidade de sua realização. “*O que me despertou interesse foi o interesse deles, foi uma coisa nova.*”, diz também o referido professor. Aqui pode verificar que o professor percebe a novidade como muito motivadora, mas sua surpresa mostra que ele passa ao largo do que realmente estava acontecendo. Como salienta Wertheimer (1991) “é maravilhoso observar a esplêndida transformação da cegueira em visão do decisivo” (p.58).

Ainda em decorrência do atraso inicial do projeto, ressalta que “*eu já tinha perdido muitas aulas*”, por isso “*tive que parar a matéria e dar algumas aulas relâmpago.*” “*Houve um atraso na matéria, mas pelo que eles aprenderam valeu, (...) foi muito legal.*” Observa-se aqui um descompasso entra uma proposta de trabalho que lida com o pensamento produtivo e a necessidade de se dar conta do programa escolar.

Em relação aos resultados escolares depois do projeto Impa, o professor observa com satisfação que *teve mais reprovação direta onde não trabalhou o projeto do que onde o aplicou.* Um resultado que respalda esta experiência na bagagem docente desse professor.

Perguntado se considerava que trabalhar com problemas interessantes era uma metodologia adequada para melhorar o ensino, ela responde: *Eu acho.* Em seguida pergunto se isso abriria uma perspectiva nova de trabalho para este ano afirma: “*Ah! Se eu pudesse trabalhar de novo assim eu trabalharia*”. “*Esse ano [2008] eu quero trabalhar com cálculo [2 tempos de Atividade Complementar] em cima dessa coisa.*”

Ao final de nossa entrevista pude notar a diferença de entusiasmo refletida em uma nova “perspectiva de tempo” do professor, em relação a sua primeira entrevista quando prevalecia em seu espaço vital, valências negativas e falta de motivação em relação ao seu próprio trabalho. Agora ele, e não somente o aluno, sentia-se melhor com a sua representação- de- si-no-mundo.

3) - A terceira experiência destacada dos relatos dos professores refere-se ao retorno do trabalho atual do professor W que o considera produtivo especialmente em função da mudança que afirma ter imprimido à sua prática escolar fruto de um curso de especialização em avaliação realizado na Faculdade de Educação da Uerj, aliás já mencionado.

Embora declare que não mudou a forma de trabalhar os conteúdos, afirma que passou a ter um novo olhar para o estudante. “*o método de trabalhar os conteúdos continua o mesmo, o que mudou foi a forma de encarar o aluno.*”

Sendo assim, o foco da nossa análise recaiu no resultado que esse processo tem sobre o trabalho do professor que anteriormente situava numa linha tradicional da Matemática: “*eu trabalhava com conteúdo puro. Não sabe, zero.*”

É bom lembrar, inicialmente, o que levou o professor a esta mudança de foco no seu trabalho. “*Quando eu senti que a coisa estava tomando um curso diferente e eu não estava entendendo mais nada, eu busquei resposta num curso de avaliação na Uerj que ajudou muito. Eu mudei a minha forma de trabalhar.*”

Continua esclarecendo que foi levado a perceber que “*aquele modelo de professor, sala de aula com aluno quieto, prestando a atenção e sedento por conhecimentos acabou. Esse aluno não existe mais O que existe são pessoas na sala de aula, cada um com seu projeto de vida, querendo resolver o seu problema. Portanto o papel do professor teve que mudar. A escola mudou, o aluno mudou e o professor tem que se adequar.*”

Destaco nesta avaliação e tomada de decisão do professor para entender às mudanças do processo educativo, primeiro, exatamente o desejo de buscar às suas próprias custas, como declarou, um espaço de formação e reflexão sobre este processo. Ou, segundo Lewin, 1965, um espaço que viabilizasse uma reestruturação da estrutura de campo cognitivo, relacionada a esta área de seu espaço vital.

Em segundo lugar, nota-se que, embora faça um diagnóstico consistente das atuais dificuldades do contexto de aprendizagem escolar (em especial o caráter individualista do comportamento dos estudantes), parece referir-se a ele como uma realidade mais forte que a possibilidade de transformá-lo: “*O aluno tem direito de chegar à escola sem saber nada (...).*” Por avaliar que este é um curso talvez irreversível da realidade, possivelmente entenda que a adequação a ela deva ser o único caminho possível, no sentido de superar as referidas dificuldades: “*você não pode mais reprovar 90% da turma.*”

Neste caso observo que a natureza da motivação que leva o professor a buscar (através do curso na UERJ) e a efetivar (através de sua prática) uma mudança em sua abordagem pedagógica, tem uma forte motivação extrínseca determinada pelos problemas impostos pela realidade que não mais confere este

grande poder de reprovar. Portanto a mudança da representação-de-si-no-mundo do professor possivelmente tenha se dado mais em função desses motivos extrínsecos.

Ao refletir sobre esses problemas observa que *“algumas práticas didáticas já estavam ultrapassadas.”* *“Antigamente se o aluno não sabia, eu não me importava.”* Assim sendo, viu-se obrigado a mudar face uma conjuntura acima de si mesmo: o professor *“tem que conversar muito com o aluno hoje. Antigamente você passava o problema e o aluno fazia. Agora, diariamente, tem que tentar fazer esse aluno entrar na sala de aula. È a pressão externa que o impele a mudar.*

Destaco que mesmo diante dessa conjuntura educacional difícil, há professores em importantes universidades que continuam reprovando 90% em cálculo, por exemplo, e mantendo uma posição indiferente em relação às referidas dificuldades educacionais. Assim, mesmo a mudança do professor W se caracterizando mais extrinsecamente, se constitui certamente um caso excepcional.

Considero essencial observar mais detalhadamente como esse professor descreve o funcionamento de sua estratégia através da avaliação.

Hoje, pessoalmente eu mudei a minha avaliação. Eu faço 50% de atividades em sala de aula: horário, participação, material em sala de aula, etc. Se eu não induzir este aluno diariamente a vir a estar na minha sala de aula (...). Tudo distrai o aluno, celular, walkman, etc. Não é mais aquele aluno que vem aprender matemática. Minha aula está muito observada [por ela] (...). A outra metade é prova é conteúdo mesmo, a prova escrita. Eu tenho muito aluno que é brilhante em sala de aula e que não consegue fazer prova.(grifo meu)

O professor W entende hoje que *“cada aluno tem seu tempo para aprender os conteúdos como plano cartesiano, por exemplo. Se não aprende no primeiro ano, tem três anos para isso.”* Novamente, não pude saber se a idéia de que cada pessoa tem seu ritmo está assentada conceitualmente, ou se é fruto da contingência dos tempos atuais. Mas percebe as vantagens, quando diz: *“desse jeito, fica mais fácil o nosso trabalho e você não fica mais preso a tanta prova.”* De forma positiva, descarta em seu trabalho processos como as recuperações rápidas que ocorrem muitas vezes nas escolas, sem que se possa trabalhar os conteúdos, o que é um grande insight.

Observando os diversos aspetos agora avaliados na aula do professor, percebo que, embora avance em concepções pedagógicas desejadas, sua tendência continua sendo o uso de estratégias motivacionais extrínsecas em relação aos estudantes, com isso acreditando que os induz a estarem em sala de aula. Reitero, entretanto, que não se pode deixar de considerar que tais estratégias têm o seu valor como uma primeira etapa para vencer obstáculos que muitas vezes impedem a realização de qualquer trabalho educativo. Ou ainda, como afirma Mamede Neves, 1999c:

A despeito de ser indesejável em termos psicológicos a ênfase da motivação extrínseca, em certas situações os professores sentem que não há muita escolha e precisam empregá-la. Na tarefa de ensinar nem sempre será possível só usar de um motivo intrínseco adequado. (...) Ademais, sempre é possível que uma atividade de aprendizagem (...) promovida essencialmente por um motivo extrínseco, mais tarde venha a se tornar energizada por um motivo intrínseco. (p.3-4).

Por outro lado, tal estratégia de diversificar a avaliação parece se coadunar com a preocupação, que é também dos outros professores que entrevistei, acerca da dificuldade de se erguer um aluno submetido a fracassos escolares sucessivos. Neste sentido Mamede Neves, 1999c, afirma que “uma certa regularidade de sucesso é importante para a estruturação do eu. (...) uma sucessão contínua de fracassos desencoraja os estudantes, fazendo a frustração bloquear qualquer esforço adicional.”

Reitero que embora na maioria dos casos não se possa categorizar tão claramente a motivação, pois, como diz Mamede-Neves (1999cp3), “o êxito na aprendizagem sempre vai estar em função da situação total e depende de uma mistura do interesse pessoal pelo trabalho em si e do interesse em fatores extrínsecos”, entendo que a mudança pedagógica do professor W tem fortes motivações extrínsecas.

Entretanto, ao que tudo indica, mesmo neste caso, a mudança na “forma de encarar o aluno” favoreceu uma experiência de qualidade, em especial no campo da motivação, o que levou o professor W a conseguir em muitos casos “energizar” os motivos extrínsecos que utiliza e trazer o estudante para, junto com ele, avançarem no processo educativo.

Em termos do pensamento produtivo, acredito como Wertheimer (1991) que “em termos humanos, no fundo está o desejo (...) de enfrentar-se com (...) o

verdadeiro problema, o núcleo estrutural, a raiz da situação; (...) indo diretamente do coração do pensador ao coração do seu objeto ou problema. Tudo isso se aplica também às atitudes reais e à ação, do mesmo modo que se aplica aos processos do pensamento.” (p.200).

Neste processo, a experiência de capacitação em serviço teve papel fundamental. Ponto, portanto, para a capacitação em serviço!

4) – O último caso que analisei, à luz da teoria de campo Gestalt, focaliza no geral o trabalho educativo do professor X. A experiência mais marcante relatada para mim refere-se à abordagem de funções lineares auxiliada pelo uso do microcomputador, o que já descrevi anteriormente.

O trabalho deste professor tem como característica principal relacionar duas aprendizagens na perspectiva de Lewin: a mudança de motivação e a mudança na estrutura cognitiva. Esta característica acaba aproximando esta experiência de importantes aspectos do pensamento produtivo.

Como exemplo desta caracterização, cito o relato de como o professor aborda a soma dos termos de uma PG infinita. Afirma que o faz através da noção de limite, ou seja, partindo da soma dos termos da PG finita, acrescentando termos à progressão e observando o seu comportamento. Notemos que este procedimento sugere o desenvolvimento que Wertheimer (1991) utiliza para demonstrar “a soma de uma série contínua.” (p.222).

Para demonstrar como chegar ao conhecimento produtivo da soma dessa série, Wertheimer (1991) toma um caminho mais longo em sua demonstração, ao contrário de uma demonstração usual, rápida e estruturalmente cega, também citada por ele como exemplo. A esse respeito esclarece que os procedimentos externos usuais e elegantes que conduzem a soluções rápidas não proporcionam uma visão interna da natureza da série. (p.227).

Em relação à avaliação, segue a tendência dos outros professores quanto à sua divisão em dois grandes eixos: a prova propriamente dita, valendo 50%, e a outra metade distribuída entre outros tipos de avaliação como auto-avaliação, mini-testes, e trabalhos de grupo em sala. Ressalta, entretanto, que, se por um lado as atuais orientações sobre avaliação “facilitaram” os professores de matemática, amenizando o peso que carregavam em razão das excessivas reprovações, por outro, vieram ao encontro do que sempre pensou e desenvolveu em termos de avaliação.

Portanto, pelo que pude perceber o professor não utiliza a avaliação no intuito de motivar extrinsecamente seus estudantes, mas como uma metodologia de trabalho através da qual realiza um diagnóstico não apenas dos conhecimentos ensinados aos seus estudantes, mas do seu próprio trabalho, corrigindo rumos de acordo com as necessidades de cada agrupo.

Neste caso, a avaliação estaria mais a serviço da aprendizagem como mudança da estrutura cognitiva que segundo Lewin, 1965, depende tanto de forças resultantes da própria estrutura do campo cognitivo, quanto daquelas caracterizadas pelas necessidades dos indivíduos, suas valências, valores e esperanças. (Lewin, 1965, p.95).

Para tanto, o professor flexibiliza sua abordagem e avaliação dos conteúdos matemáticos, estruturando-os tanto através da contextualização e/ou utilização de meios didáticos (como no já citado exemplo do estudo da função $F(x) = a.x$ com o auxílio de computadores), como através da formalização abstrata desses conteúdos. Este último caso atende aos estudantes que, segundo ele, *só conseguem aprender os conteúdos através dos “procedimentos usuais da matemática”*.

Aqui entendo (pelo relato do problema da PG infinita e pela defesa do próprio professor de que se deve abordar o conhecimento matemático também na sua forma abstrata e formal) que se refere a procedimentos matemáticos usuais que não perdem, entretanto, a característica estrutural de racionalidade, segundo Wertheimer (1991, p.47).

O professor parece ter a perfeita noção de que desenvolver um trabalho bem estruturado sobre os conceitos e problemas matemáticos, adequando-o ao grupo ao qual ele se destina, atende de forma intrínseca à aprendizagem de seus estudantes na medida em que viabiliza o conhecimento produtivo, mantendo com isso valências positivas e evitando ao máximo, motivos extrínsecos.

Também afirma que tem uma boa relação com os estudantes: *“nunca tive alunos de mau humor na minha sala”*. Ou seja, esta sala provavelmente se trata de um exemplo de “atmosfera” propícia ao pensamento produtivo e à aprendizagem significativa, criada pelo interessante trabalho da professora dirigido aos estudantes, sendo estes tratados mais como grupos do que como classes, no sentido da Gestalt e mais especificamente de Lewin (1965, p.166).

Ou como salienta Mamede Neves (1999c):

Os alunos que estão positivamente motivados trabalham enérgica e intencionalmente. (...) Assim sendo, um professor que consegue manter seus alunos motivados, tem ganha metade da batalha. (...) Até onde for possível, pela utilização de um clima democrático em seu curso, o trabalho do professor é ajudar a construção do envolvimento pessoal de seus alunos, no qual a motivação intrínseca é a mais prégante. Envolvimento pessoal, em seu melhor sentido, significa pouca frustração e expectativa positiva de êxito. (p.4).

Neste momento do trabalho ressalto, mais uma vez, minha avaliação de que as experiências escolares observadas nesta pesquisa referem-se à tipologia β analisada por Wertheimer (1991), isto é, processos nos quais se pode atingir a estruturação produtiva dos conteúdos mesmo através de alguns procedimentos “cegos” da lógica tradicional. Em algum momento, esses procedimentos levam a uma reorganização, passando a fazer sentido na medida em que se encaixam numa visão de todo que estrutura tais conteúdos do ponto de vista da Gestalt.

Ou como afirma o próprio Wertheimer (1991):

(...) não se pode afirmar que mesmo nos enfoques aparentemente baseados na lógica tradicional (dedutiva e indutiva) e na teoria da associação, carentes, portanto, de características estruturais quanto ao seu conteúdo e conexões, não possuam nenhum fator estrutural. Ainda quando as conexões sejam tão só objetivas, objetivamente constantes e incompreensíveis, sua hierarquia continuará oferecendo possibilidade com respeito a procedimentos cegos ou estruturalmente sensatos (p.211).

Também percebi a importância de uma formação em serviço que contemple o diálogo entre as práticas dos professores e aspectos teóricos que lhes dêem sustentação. Como pude constatar, o desafio de desenvolver o pensamento produtivo e uma aprendizagem significativa certamente não podem prescindir das idéias de campo Gestalt.

Com essa análise das falas dos professores, com a reflexão que empreendi sobre aspectos essenciais do processo de pensamento e da aprendizagem escolar a partir da amostra intencional de escolas e das experiências de professores entrevistados, penso ter atingido o objetivo que me propus: ligar as pontas dos estudos teóricos com as dos dados empíricos.

8

Considerações finais

Retornando à epígrafe deste trabalho, reafirmo nesta fase conclusiva da tese que busquei alcançar um objetivo singular, porém, acredito extremamente significativo para o campo educacional: refletir sobre a importância dos princípios da escola de pensamento da Gestalt aplicados à resolução de problemas, como forma de viabilizar o pensamento produtivo e a aprendizagem significativa no verdadeiro sentido desses termos.

Entretanto, nesta empreitada, nunca foi minha pretensão defender um método único que cada um devesse seguir para “bem guiar a sua razão”, mas sim trazer à luz conceitos que se mantêm atuais e iluminam a gênese do ensino por solução de problemas. Neste sentido, a teoria e as experiências relatadas neste trabalho contribuem no sentido de concretizar cientificamente, nos termos da teoria de campo Gestalt, os seus objetivos. Penso que, em sintonia com as experiências educacionais, esta contribuição muito pode ajudar a superar diversos descompassos didáticos nesse campo.

Considero que, dos méritos que a tese possa ter, talvez o mais significativo seja apresentar uma conceituação acerca do pensamento, que clarifica a importância da relação dos indivíduos com o espaço ensino / aprendizagem, apontando para um processo que ilumina, em detrimento de outros processos que “cegam”, infelizmente tão presentes nas salas de aula.

Nesse quadro, a pesquisa exploratória que realizei nos documentos sobre o PNE foi o ponto de partida para retirar dali as categorias centrais a serem desenvolvidas teórica e empiricamente, o que elaborei posteriormente sobre o pensamento produtivo e a aprendizagem significativa, baseando-me especialmente em Max Wertheimer e Kurt Lewin, respectivamente.

Meus entrevistados não foram muitos, mas o conteúdo de suas falas foi muito importante, pois atualizam a reflexão sobre pressupostos educacionais cristalizados em relação a práticas que apontam em outra direção. Ou como diz Lewin (1973), os entraves que estavam havendo na psicologia, por conta de corresponderem, do ponto de vista da teoria da ciência, à transição, na física, dos conceitos aristotélicos medievais para os modernos conceitos galileanos. “Uma das características mais impressionantes desse progresso é que (...) somente a média de

muitos casos parecia possuir alguma significação geral. O evento singular é também governado pela lei, (...) a representação de casos singulares adquire novo significado científico. Tem uma influência direta na determinação de leis gerais.” (p.24-25). (grifos meus)

Cada experiência deve, portanto, na perspectiva da teoria de campo gestalt, ser considerada cientificamente, ainda que não generalizáveis. Até porque, nesta perspectiva, a oposição entre generalização baseada na regularidade com sentido de frequência e o caso singular já foi ultrapassada.

As experiências trazidas pelos professores que entrevistei expressaram questões importantes sobre suas práticas e convicções, relacionadas aos princípios do referencial teórico que elegi para este trabalho. Não buscavam provar idéia alguma, mas certamente apontavam reflexões sobre o processo educativo que não estão circunscritas apenas às escolas que pesquisei, mas se referiam a questões essenciais que, não por acaso, coincidem com os principais aspectos teóricos desenvolvidos pelos autores com os quais trabalhei. Ou seja, encontrei uma visível correspondência entre a experiência subjetiva da prática pedagógica e a realidade como um todo expressa num sistema de representações que interagem com o indivíduo. O respaldo teórico acerca deste fato talvez seja uma das maiores contribuições encontradas na teoria de campo Gestalt

Os discursos dos professores deixavam clara a relevância de aprofundar a articulação desses conceitos, tanto numa perspectiva mais restrita ao campo subjetivo, quanto em relação aos fatos sociais históricos e culturais certamente envolvidos na educação. Suas falas expressaram centralmente problemas com a aprendizagem, no sentido da estrutura de conhecimento presente na realidade escolar, e da motivação dos estudantes, o que, também como já foi visto, reflete as preocupações do estruturalismo gestáltico.

Com esse norte, a escolha do itinerário teórico e empírico desta tese se deu a partir da relação que estabeleci entre a importante contribuição da escola de pensamento da Gestalt sobre esses conceitos e os dados fornecidos pelo PNE sobre a avaliação das escolas, em especial a abordagem pedagógica do programa acerca dos principais conceitos sobre ensino e aprendizagem matemática.

Numa alusão ao que julgo ser a contribuição central deste trabalho, a abordagem sobre a resolução de problemas, na perspectiva do pensamento produtivo (de Wertheimer), é o que ofereço ao campo da Educação Matemática. A elegante clareza desta abordagem iluminou os passos seguintes dessa reflexão.

No percurso do trabalho identifiquei a necessidade de expandir o foco do pensamento produtivo para uma perspectiva mais ampliada de campo, como, aliás, sugere o próprio Wertheimer ao citar Lewin, neste sentido. Assim sendo, os conceitos sobre o pensamento produtivo aplicados à resolução de problemas, foram complementados com outros princípios, desenvolvidos mais profundamente por Lewin, que realizou estudos sobre a aprendizagem como modificação de diversas dimensões do espaço psíquico, não restringindo às estruturações e re-estruturações cognitivas. Para tanto, tomou como base uma estrutura de campo que leva em conta o espaço vital do indivíduo, isto é, as relações psicológicas do indivíduo com o meio, conceito que cunhou com o auxílio da geometria topológica e do *espaço hodológico*, por ele proposto no espaço do MIT, mas que não pode finalizar, tendo em vista sua morte prematura.

Por outro lado, a necessidade de uma aproximação maior do referencial teórico com base em Weheimer e Lewin, junto a outras importantes dimensões do campo da educação matemática, levou-me a enveredar pela reflexão acerca da intuição e da heurística enquanto aspectos relacionados ao conhecimento matemático.

Tratar o tema da Intuição configurou-se um grande desafio, pois existem várias conceituações possíveis para entendê-lo. Por isso, circunscrevi seu enfoque a autores cujas abordagens dizem respeito direta ou indiretamente aos conceitos do campo Gestalt e à Matemática. O conceito inicial foi tomado da filosofia kantiana, ponto de partida para a formulação fenomenológica que, através de Husserl e Koehler, acabou ancorando conceitos fundamentais da Gestalt, como a intuição de essências, ou o que Wertheimer chama de relações notáveis ou essenciais (ρ).

Assim, a reflexão sobre a Intuição me trouxe desde Kant, passando por Poincaré (que tratam de uma intuição sensível) e até chegar a Bazarian (que trata da “intuição heurística”), uma possibilidade de agregar aspectos teóricos ao estudo da resolução de problemas na perspectiva Gestalt.

Já a discussão sobre heurística deu a chance de colocar em questão o seu viés tradicional, como um método calcado em etapas e listas de procedimentos lógicos para a resolução de problemas. Assim, adotei um enfoque cuja ênfase recaiu nos aspetos mentais envolvidos nesse processo e em autores que relacionassem direta ou indiretamente a heurística a princípios da Gestalt.

Em primeiro lugar, tomei o trabalho de Puchkin que tratou da heurística do pensamento criador referindo-se diretamente ao pensamento produtivo de Wertheimer, bem como à própria Gestalt. Bazariam foi outro autor que, mesmo sem se referir à Gestalt, faz uma ligação entre heurística e intuição em seu trabalho denominado “Intuição heurística”, abordando aspectos centrais da Gestalt especialmente relacionados ao insight. Por fim, George Polya que embora não tenha se proposto a uma abordagem psicológica em *How to Solv It*, este trabalho me mostrou importantes aspectos também relacionados ao insight, quando se refere, por exemplo, a termos como “idéia brilhante” que define como “**súbita reorganização**”.

Além desses autores, me detive ainda em concepções sobre o pensamento matemático e heurístico de alguns outros pensadores contemporâneos da área da matemática como Schoenfeld, Lester e Pozo. Todos eles fazem referência à importância dos processos mentais na resolução de problemas, seja através dos quatro passos heurísticos de Polya, seja através de princípios da própria gestalt.

A proposta de heurística de Schoenfeld parte das quatro fases de Polya, acrescentando-lhes mais duas: como selecionar as estratégias apropriadas, e como aplicá-las. Embora critique a abordagem de seu antecessor alegando que seria “incompleta e insuficiente”, Schoenfeld não justifica, a meu ver, esta diferenciação.

Lester também refere a sua proposta à Polya, destacando o papel central que a resolução de problemas exerce no ensino da matemática. Neste sentido, acha que ensinar através da resolução de problemas é uma abordagem superior tanto a ensinar sobre resolução de problemas (numa alusão à própria concepção tradicional de heurística), quanto ensinar para a resolução de problemas (que representaria o viés tradicional).

A proposta de Pozo também tem base nas etapas de Polya, sendo que faz maior referência ao pensamento produtivo e às contribuições da Gestalt na ação de resolver problemas. Referindo-se à Wertheimer, ressalta a distinção entre

pensamento produtivo e reprodutivo e afirma que essa distinção é semelhante à que ele estabelece entre um problema e um exercício.

A reflexão que realizei sobre a heurística nesta tese, ajudou a identificar, dentre outras contribuições na abordagem de Wertheimer, uma heurística do pensamento produtivo. Esta identificação foi bastante estimulada por um comentário de Schoenfeld (1987) endereçado aos gestaltistas, quando analisava o exemplo do paralelogramo de Wertheimer: “a maior dificuldade é que (...) suas teorias não sugerem métodos específicos de instrução”. (p.4). Este comentário, com o qual inclusive concordo, desconsidera, entretanto, a diferença epistemológica entre a concepção de heurística do pensamento produtivo, como bem captou Puchkin, e a do próprio Schoenfeld. Não leva em conta que esta suposta “dificuldade” gestaltista é uma característica central dessa escola de pensamento que, como toda filosofia de ciência está tratando sempre do sujeito cognoscente e não do sujeito contextualizado. Neste caso, prefiro ficar com George Polya ao deixar claro, teoricamente, que sua abordagem não trataria de aspectos psicológicos, ainda que não os tenha desconsiderado ao deixá-los indicados em dois artigos de “*How to Solv It*”.

A heurística do pensamento produtivo, em Wertheimer, em especial na resolução de problemas, tem como pano de fundo uma reflexão sobre os procedimentos “cegos” oriundos do pensamento associacionista e em boa parte do lógico tradicional, praticados na escola. Preocupações semelhantes são encontradas também nos trabalhos de Poincaré e Lakatos.

Assim, o pensamento produtivo é uma proposta que não joga fora as eventuais contribuições dessas escolas, mas que muda o eixo de abordagem dos aspectos centrais aí envolvidos, passando do elemento e da sensibilidade à estrutura e à percepção.

Em Wertheimer (1991) percebi a importância dos processos de pensamento tipo β que consideram procedimentos híbridos na resolução produtiva de problemas. Entendo se tratar de um modelo teórico mais próximo da realidade educacional, na medida em que experiências pedagógicas bem sucedidas são alcançadas pela maioria dos professores de matemática mesmo utilizando-se de procedimentos demonstrativos e dedutivos tradicionalmente vinculados ao fazer matemático, e pouco afeitos à percepção, aspecto central do conhecimento na perspectiva da Gestalt.

Dentro deste cenário, atender às operações e características fundamentais do pensamento produtivo é o caminho que Wertheimer lega para resolver problemas produtivamente. Sucintamente: conceber e compreender as características e requerimentos estruturais; proceder segundo esses requerimentos e na forma que eles determinem; modificar assim a situação dirigindo-a até melhoras estruturais, para a clareza da situação completa: a boa transição de uma má *Gestalt* para uma boa *Gestalt*.

É por conseqüência destes aportes teóricos que o princípio mais geral da aprendizagem, na visão gestáltica, é a *Praegnanz* ou tendência teleológica a restaurar o equilíbrio entre as regiões ou partes da estrutura, ainda que isso se configure apenas pela manutenção das relações entre elas e, evidentemente, não pelo retorno às dimensões originais. Levando em conta que a aprendizagem tem lugar quando existe uma tensão ou um desequilíbrio de forças no campo psicológico e que o processo de aprendizagem busca eliminar esta tensão, por reorganização do campo, conseqüentemente, está dirigida pelo princípio da *Praegnanz*. Esta é precisamente a função básica da educação.

Destaco, ainda, a abordagem de várias situações e problemas presentes no “pensamento produtivo”, na qual Wertheimer tem uma preocupação quanto à aplicação prática dos conceitos que apresenta. Por isso, decidi fazer constar neste trabalho uma boa amostra dessa abordagem, em especial, tratando do problema do paralelogramo e indicando a leitura do problema “a soma de uma série” (PG infinita).

Neste sentido, Wertheimer tem a mesma preocupação de Polya, por exemplo, ao enunciar seis passos que lhe parecem essenciais para se alcançar respostas produtivas, a partir dos quais vai sintetizar três operações e quatro características fundamentais do pensamento produtivo. Esses passos também são compostos de indagações e sugestões como faz Polya ao buscar organizar o processo de resolução de problemas, dividindo-o em quatro fases.

Aliás, referindo-se às quatro fases de resolução de problemas e às indagações e sugestões de sua lista, Polya (1995) afirma que “não mencionam diretamente a **idéia brilhante**, mas, de fato, todas se relacionam com ela. Para compreender o problema, preparamo-nos para tê-la, para conceber um plano, provocamo-la; uma vez provocada, a idéia brilhante, levamo-la adiante; fazendo o retrospecto e examinando a solução, procuramos aproveitá-la melhor”. (p. 131)

No intuito de entender um pouco mais sobre a relação dos aspectos subjetivos envolvidos no pensamento produtivo e o contexto da realidade onde ocorre, a contribuição de Lewin ajuda muito com sua formulação e representação topológica do comportamento que inclui o sujeito e o meio sócio-histórico-cultural do indivíduo. Importante ressaltar que sua formulação leva a entender não apenas o comportamento dos indivíduos estudantes, mas também dos professores, em função da forma como se relacionam entre si e com o espaço escolar, seja pessoalmente, seja no processo de aprendizagem. Portanto, é na intersecção tripla dos comportamentos de estudantes e professores, e da própria realidade escolar, que reside o potencial teórico de análise de Lewin neste trabalho.

Ao falar de aprendizagem, adotei duas perspectivas complementares entre si propostas por Lewin como síntese do capítulo 4 de sua obra teoria de Campo em Ciências sociais, que trata da *teoria de campo e aprendizagem*: a possibilidade de **mudança na estrutura cognitiva** e a possibilidade de **mudança na motivação**.

Quanto à estrutura cognitiva, Lewin se refere a dois tipos de força psicológica que produzem sua mudança: uma que resulta da própria estrutura do campo cognitivo, idêntica àquelas forças que governam o **campo perceptual**, e outra caracterizada pelas **necessidades dos indivíduos** de mudança das necessidades ou nos meios de satisfazê-las, **suas valências, valores e esperanças**. Portanto, processos intelectuais produtivos dependem tanto da percepção (nos termos tomados pela escola da Gestalt) quanto das necessidades e emoções do indivíduo, relacionadas à tensão, o grau de diferenciação, tamanho e fluidez do espaço de vida como um todo.

O referencial teórico de Lewin relativo à cognição e à motivação evidenciou-se para mim como um importante instrumento de análise dos relatos de professores, ao mostrar que as referidas mudanças, requeridas no processo de aprendizagem, são fundamentais para os estudantes e também para os próprios professores. No caso dos estudantes, é inegável a importância dos pressupostos e da pedagogia adotada pelos professores na área do espaço de vida relacionado com a aprendizagem. No caso dos professores, tal conclusão parte do princípio de que todos desejam melhorar o processo de ensino e aprendizagem necessitando para isso tanto de incentivo como de uma mudança de percepção cognitiva acerca dos processos de pensamento. Este princípio, que representa na prática um desejo de socialização democrática do saber, é respaldado nas contribuições de Piaget,

citado por Wilmer (2002, p.202), acerca da formação moral do indivíduo, ou seja, “também nos educamos moralmente em direção a dar preferência, cada vez mais, a relações democráticas”. (Piaget, 1932).

Um das formas mais interessantes de aplicação do referencial teórico do pensamento produtivo e do conceito de espaço vital na aprendizagem é descrita por Costa, (2008, p.40-42), ao relacionar o conceito de espaço vital à topologia representando uma situação de jogo.

Utilizando-se de representações matemáticas topológicas do espaço vital, conceituou três momentos do espaço vital de um jogador para analisar como aprendizagens sobre a estrutura percebida pessoa-controle-tela são construídas.

Assim, representa uma primeira situação quando a pessoa se depara pela primeira vez com um videogame e pouco ou nada sabe sobre si enquanto um jogador. Neste momento as partes são três regiões estranhas (disjuntas duas a duas) no espaço vital. Em seguida, quando começa a jogar, o jogador percebe as relações entre as partes: pessoa, controle e tela, isto é percebe a estrutura pessoa-controle-tela que relaciona estas partes para formarem o todo (o videogame). Portanto, a pessoa estrutura o jogo em sua mente, relacionando as regiões antes estranhas, atribuindo a cada uma um significado funcional em relação ao todo percebido. A pessoa já não se percebe em relação ao mundo real, mas sim em relação ao jogo.

A percepção do todo, (do videogame) sua estruturação a partir das relações estruturais (relações ρ) e a significação funcional das partes são três características que revelam ser este processo psicológico um pensamento produtivo. A quarta característica fundamental do pensamento produtivo, a busca pela clarificação da estrutura do todo, ocorre a partir do momento em que o jogador passa manipular o controle com algum critério abandonando tentativas cegas, ou respostas B, segundo Wertheimer. Percebendo que o comportamento cego não o leva muito longe e observando o sucesso de outros jogadores, o sujeito passa a desejar compreender os comandos, pois ressignifica sua compreensão em relação ao jogo de algo difícil ou chato para algo que o leva ao resultado desejado. Então o jogador busca clarificar a estrutura dos comandos e seu contexto; e após percepções do todo, relações ρ e significações funcionais, os aprende. Enfim, a grande maioria dos jogadores busca cada vez mais, a clarificação da estrutura do videogame, tendo para isto, que se valer de um pensamento produtivo.

Buscando uma aproximação da representação de Costa (2008) sobre a aprendizagem do jogo com o processo de aprendizagem da resolução de problemas, ouso considerar no espaço vital da aprendizagem escolar o estudante, o problema e o meio para atingir sua resolução. Cabe ressaltar apenas que, como meio para resolver problemas, deve-se levar em conta não apenas o processo tal qual descrito para o jogo.

Mas o que me encanta e me salta aos olhos no processo descrito, é que o jogador, assim como o ‘resolvedor’ de problemas, só alcança seus objetivos ao abandonar os procedimentos cegos, sejam eles tentativas de jogar, acionando aleatoriamente o controle ou repetindo movimentos conforme alguém ensinou, ou, de forma semelhante, tentativas de resolver o problema através de procedimentos repetitivos e sem sentido estrutural. Ou conforme afirma Lewin, “o grau de nitidez é uma determinante essencial da estrutura cognitiva do espaço vital. (...) é, portanto, de grande importância para a aprendizagem (...)” (Lewin, 1973, p.58, *Apud*, Costa, p.42).

Mas como atuam as relações entre sujeito e contexto, envolvidas no processo de aprendizagem produtiva, ou seja, na mudança da motivação e/ou na mudança cognitiva? Quais são os aspectos externos que levam professores e estudantes a se motivarem e a aprenderem melhor? Como entender o significado, para estudantes e professores, das experiências produtivas relatadas neste trabalho, bem como tanta insatisfação com o trabalho educacional a ponto de levar muitos educadores a desistirem do seu ofício?

Para me aproximar fundamentalmente dessas questões fiz uso de outra importante ferramenta teórica que articula os aspectos psicológicos relativos ao sujeito àqueles relativos ao seu espaço de vida, ou seja, relacionados à realidade sistêmica exterior a ele. No sentido da perspectiva lewiniana, interessa saber qual é a representação psicológica do indivíduo em relação a essa realidade exterior.

Para articular tais questões, proponho estrutura-las, seguindo Lewin, e de acordo com o que propõe Wilmer (2002), fazendo corresponder dois espaços topológicos, ou um homeomorfismo⁴⁴ entre a realidade exterior do indivíduo e a representação de si-no-mundo. Wilmer propõe ainda uma segunda correspondência,

⁴⁴ Por este princípio a situação normal de representação psicológica da realidade exterior pelo indivíduo [representação de si-no-mundo] seria “**semelhante**” a **essa realidade**, ainda que possivelmente deformada topologicamente.

ou seja, um homeomorfismo entre um momento da representação de si-no-mundo do passado e a memória dessa representação no presente.

Esta segunda representação é importante, pois além de ter me referido à influência negativa da memória de experiências anteriores na aprendizagem matemática, Lewin afirma que a falta de clareza na distinção da aprendizagem em relação à motivação ou à cognição parece se relacionar principalmente com o termo memória no sentido de como o sujeito vê o seu passado. Wilmer (2002) ilustra esta observação de Lewin, afirmando, com base na gravura de Escher, *Balcony*, que a *valência* dos objetos interiores atua no momento presente, deformando a representação de si-no-mundo.

Seguindo esta linha de análise de Wilmer (2002), com base no homeomorfismo entre a representação de si-no-mundo do estudante (aí incluídas as valências decorrentes das relações com professores, com outros estudantes, com as normas escolares, etc.) e a realidade escolar, arrisco pensar em alguma “proximidade topológica”, no psiquismo do indivíduo, entre o seu auto-interesse e a representação que tem do interesse do contexto escolar por ele. Wilmer (2002) considera o auto-interesse como “o interesse em, promovendo seu próprio bem-estar, poder promover também o bem-estar de outras pessoas. (...) não é sinônimo de egoísmo, ou individualismo puro.” (p.193).

De fato, pelos dados analisados dos relatos dos professores e pela nossa própria experiência, o que parece se destacar com maior nitidez através desse instrumento da psicologia topológica é que cada aspecto preocupante da realidade escolar tem uma representação interna para estudantes e professores, que lhe corresponde topologicamente, envolvendo elementos como barreiras, trajetos possíveis, número de dimensões do espaço comportamental etc.

Parece ser a representação de si-no-mundo que o indivíduo tem, em especial com relação ao ambiente escolar, que cria a perspectiva desse indivíduo sobre si e o mundo escolar, com reflexos em como desenvolve sua própria cidadania, isto é, seu sentimento de pertencimento, como classe ou grupo, seja ao contexto de sua turma, escola ou da própria sociedade. Essa representação parece dirigir o eu, em seus relacionamentos de todo tipo.

Neste sentido, uma mudança nas relações intra-escolares, seja de ordem pedagógica (aqui é fundamental a passagem de um enfoque eminentemente “cego” para uma abordagem produtiva do pensamento), seja de ordem ética ou moral, implicaria nos estudantes, bem como nos professores uma outra representação do mundo escolar. Esta mudança de representação, por sua vez, impeliria, dialeticamente, ações num outro sentido de educar, que afetariam as relações escolares praticadas na atual realidade sistêmica. Este movimento nada tem, portanto, a ver com uma fuga ou isolamento desse sistema, mas tenderia a inverter a correlação de forças, observada atualmente, francamente a favor de uma educação anacrônica que não cumpre o seu papel social de transformação.

Ouso dizer que a tese aqui apresentada sobre resolução de problemas me clarificou muitos pontos deste campo de estudos em educação, no fato de termos podido tratar este tema com um instrumental conceitual que permite outra visão acerca da estrutura de pensamento capaz de contribuir efetivamente para superar os desafios hoje colocados para a educação brasileira.

Passar de um olhar acostumado a ver partes que se juntam através de procedimentos “cegos”, a uma percepção estrutural, seja dos problemas matemáticos, seja das relações escolares, abre uma nova perspectiva para interpretar as relações que norteiam os processos do pensamento produtivo e da aprendizagem significativa na prática educativa.

No caso da presente pesquisa, tratou-se exatamente de perceber como este instrumental pode ser aplicado para interpretar as práticas escolares. Portanto, mais do que apresentar ou avaliar métodos ou posturas pedagógicas, o que pretendi foi revelar que experiências bem sucedidas no processo de ensino e aprendizagem, através da resolução de problemas, estão eivadas de procedimentos que, mesmo inicialmente cegos, podem levar a uma solução estrutural desses problemas. O pensamento produtivo se aplica aos problemas como se esses fossem estruturalmente prenhes de seu ponto de vista.

É claro que, dada à riqueza de tudo que pude ver desta abordagem, esta pesquisa poderia ter tomado ainda outras direções, mas que, pelas limitações impostas pela magnitude do campo, não foi possível realizar.

Ao longo da elaboração deste trabalho de cunho muito mais teórico que experimental e empírico, fiquei, entretanto, com a firme convicção de que esta linha de pensamento merece ser ainda muito explorada e, em razão da Gestalt ser

uma escola de pensamento basicamente experimental, pensei que valeria a pena repetir as experiências que Wertheimer realizou em “Pensamento Produtivo”.

Refiro-me, especialmente, àqueles procedimentos descritos no desenvolvimento do problema do paralelogramo, ou seja, entrar na sala de aula e dialogar com estudantes e professores sobre como ensinar matemática e resolver problemas com base numa reestruturação produtiva do campo cognitivo relativo a este objetivo. Neste sentido, cabem indagações e sugestões que poderão levar ao “miolo da questão”, segundo Wertheimer. Ou perguntando de forma mais direta: quais seriam os aspectos essenciais a serem abordados na resolução de problemas, de forma que esta atividade pudesse passar a se confundir com a própria aprendizagem matemática?

Por fim, diria que este trabalho foi para mim um excelente exercício sobre o pensamento, mas, sobretudo, porque, com ele, reelaborei intensamente o meu próprio pensamento. Parafraseando Mamede Neves (1999), *eu estive, fundamentalmente, pensando pensamento para aprender aprendizagens.*

Referências bibliográficas

BAZARIAN, Jacó, **Intuição Heurística: uma análise científica da intuição criadora**. 2. ed., São Paulo, Alfa-Omega, 1973.

Biaggio, Ângela Maria Brasil Kohlberg e a comunidade justa: promovendo senso ético e a cidadania na escola **Psicologia, reflexão e crítica** ano/vol 10, n. 001. Porto Alegre: UFRGS, 1991

BIGGE, M. L. **Teorias da aprendizagem para professores**. São Paulo: editora pedagógica e universitária, 1971

BONAMINO, Alicia e BESSA, Nícia. **O “estado da avaliação” nos estados**. In Crespo Franco, Alicia Bonamino, Nícia Bessa (Orgs) *Avaliação da educação básica – pesquisa e gestão*. Rio de Janeiro: Editora Puc-Rio; São Paulo: Loyola, 2004.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 2 ed., São Paulo, Edgard Blücher, 1996.

BRASIL, Governo Federal. Lei 9.394/96: **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, de 20 de dezembro de 1996. In: *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio*. MEC. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, Ministério da Educação, 1999.

BRASIL, Governo Federal. DCNEM (**Diretrizes curriculares nacionais para o Ensino Médio**). In: *Parâmetros curriculares nacionais: Ensino Médio*. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, Ministério da Educação, 1999.

BRASIL, Governo Federal. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino MEC**. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília, Ministério da Educação, 1999.

BRASIL, Governo Federal. **PCN + Ensino Médio: Orientações Educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. / Secretaria de Educação Média e Tecnológica – Brasília : MEC ; SEMTEC, 2002.

BRASIL, Governo Federal. **Orientações Curriculares do Ensino MEC**, Secretaria de Educação Básica – SEB, Departamento de Políticas de Ensino Médio, Brasília - DF, 2004.

CHARLES, Randall I.; LESTER, Frank K. **Teaching problem solving: what, why & how**. Palo Alto, Cali.: Dale Seymour, c1982.

CHAUÍ, M. **Vida e obra.** In: HUSSERL, E. São Paulo: Nova Cultural, 1992. (Os Pensadores).

CHAUÍ, M. **Vida e obra.** In: KANT, I. São Paulo: Nova Cultural, 1991. v.1. (Os Pensadores).

COSTA, C. F. **O Enem e o desenvolvimento de competências no contexto da educação para o trabalho e a cidadania.** TEIAS: Rio de Janeiro, ano 5, nº 9-10, jan/dez 2004. *Teias é uma publicação eletrônica do Programa de Pós-Graduação em Educação – ProPEd [UERJ]*

COSTA, L.D. **O que os jogos de entretenimento têm que os jogos com fins pedagógicos não têm?** Princípios para projetos de jogos com fins pedagógicos. Rio de Janeiro, 2008. 109 f. Dissertação (Mestrado em Design) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

DAMÁSIO, A.R., **O Erro de Descartes. Emoção, Razão e Cérebro Humano**, 12ª edição, Lisboa, Publicações Europa-América, 1995, (col. Forum da ciência, 29).

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática (da teoria à prática)**. 4. Ed., Campinas, Papirus, 1996. (Col. Perspectiva em Educação Matemática)

DAVIES, Philip & HERSH, Reuben. **O sonho de Descartes. O mundo de acordo com a Matemática.** Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1988

_____. **A experiência Matemática.** Trad. de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro, Francisco Alves, 1985

DESCARTES, R., **Discurso do Método.** Tradução: Pietro Nasseti. – São Paulo: Martin Claret, 2005.

_____.DESCARTES, René. **Discurso sobre o Método**, Rio de Janeiro: Forense, 1968.

_____. **Regras para a orientação do espírito.** Tradução: Maria Ermantina Galvão. – São Paulo: Martins Fontes, 1999.

DINES, Z. P. **Aprendizado moderno da Matemática.** 2 ed., Rio de Janeiro, Zahar, 1974. (Ciências da Educação)

ENGELMANN, J. Uma Recepção da teoria Kantiana dos Conceitos. Rio de Janeiro, **Abstracta** 1:1 pp. 52 – 67, 2004.

FOUCAULT, M. **A arqueologia do saber.** Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1986.

GARCIA-ROZA, Luiz Alfredo (1972, 1974): **Psicologia estrutural em Kurt Lewin.** Petropolis: Vozes.

HATFIELD, L. L. **Heristical emphases in the instruction of mathematical problem solving: Rationales and researches.** In: L. L. Hatfield & D. A. Bradbard (Eds), *Mathematical problem solving: Papers from a researchworkshop* (pp. 21-42). Columbus, OH: ERIC/SMEAC

KANT, Immanuel. **Pedagogia.** Piracicaba, UNIMEP, 1996

KEITEL, C. **Para qué necesitan nuestros estudiantes las matemáticas?.** In GIMÉNEZ, J., SANTOS, L. e PONTE J.P da. *La actividad matemática em el aula: homenaje a Paulo Abrantes.* Barcelona, Graó, 2004.

LAKATOS, I. (1976). **Proofs and refutations.** Cambridge: Cambridge University Press.

LESTER, F. K., LAMBDIN, D. V. **Preparing Prospective Elementary Teachers to Teach Mathematics: a Problem-Solving Approach.** In: KANSANEN P. *Discussions on Some Educational Issues VIII,* Helsinki University, 1999.

Lester, F. K. (1980). **Research on mathematical problem solving.** In R. J. Shumway (Ed.), *Research in mathematics education,* (pp. 286-323). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

LEWIN, K. (1965). **Teoria de Campo em Ciência Social.** São Paulo: Pioneira.

LEWIN, K. (1973). **Princípios de psicologia topológica.** São Paulo: Cultrix.

LOPES, M.L.; NASSER, L. (coord.). (1997). **Geometria: na era da imagem e do movimento.** Rio de Janeiro: Editora UFRJ

MACHADO, Nílson José. **Epistemologia e didática: as concepções de conhecimento e inteligência e a prática docente.** 3 ed., São Paulo, Cortez, 1999.

MAMEDE NEVES, A., 1999a, **“Falando de Aprendizagem...”**, Unidade 1 – “Desenvolvimento e Aprendizagem”, *CD-ROM Aprendendo Aprendizagem*, Rio de Janeiro, Puc-Rio.

MAMEDE NEVES, A., 1999b, **“A Teoria de Campo”**, Unidade 3 – “Estruturalismo”, *CD-ROM Aprendendo Aprendizagem*, Rio de Janeiro, Puc-Rio.

MAMEDE NEVES, A., 1999c, **“A Motivação Humana”**, Unidade 5 – “Motivação”, *CD-ROM Aprendendo Aprendizagem*, Rio de Janeiro, Puc-Rio.

NAGEL, Ernest & NEWMAN, James R., **A Prova de Godel**, São paulo: Perspectiva, 2003, Coleção Debates.

Nóvoa , Antonio(org)**Profissão professor** ; O Porto:Porto , 1995.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. “**Ensino-aorendizagem de Matemática através da resolução de problemas**”. IN: BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo, UNESP, 1999. (Seminários & Debates)

POINCARÉ, H., 1995. **O Valor da Ciência**. Rio de Janeiro: Contraponto.

_____. **A Ciência e a hipótese**. 2. ed., Brasília, Editora Universidade de Brasília, 1988.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

_____. **How to Solve It?** 2ª ed. New York, Double Anchor Book, 1957.

POZO, Juan Ignacio, organizador, **A Solução de Problemas - aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

_____. **Teorias Cognitivas da Aprendizagem**. 3A. Edição. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Avaliação de Desempenho Escolar 2000**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2000

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Avaliação de Desempenho 2003**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2003

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Informativo nº1: A Avaliação do Fluxo e da Gestão Escolar**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2004

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Informativo nº2: Os Testes e a Avaliação**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2004

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Nova Escola Metas Procedimentos e Critérios – Avaliação 2004**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2004

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Boletim Pedagógico 2004 – Matemática - 3ª série do ensino médio**. Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2004

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Avaliação 2005. Análise pedagógica de resultados. Matemática – 8ª série EF/3ª série EM.** Juiz de Fora: Fadede, 2006.

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Revista do Professor - Avaliação 2004.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. Abri/2005.

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Avaliação 2004 - Resultados.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2005

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Nova Escola Metas Procedimentos e Critérios – Avaliação 2005.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2005

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Avaliação 2005 - Resultados.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE-RJ. 2006

PROGRAMA NOVA ESCOLA: **Ensino Médio - 3ª Série - Volume 1.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro SEE

PUCHKIN, V. N. **Heurística: a ciência do pensamento criador.** Rio de Janeiro: Zahar, 1969. 184 p.

RIO DE JANEIRO, Governo Estadual. **Reorientação Curricular – Curso de atualização para Professores Regentes - Materiais Didáticos – Matemática Ensino Médio – Volume IV.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. 2006

RIO DE JANEIRO, Governo Estadual. **Avaliação de Desempenho Nova Escola 2003 Resultados.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. 2003

RIO DE JANEIRO, Governo Estadual. **Conheça as principais mudanças do Nova Escola.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. 2004

RIO DE JANEIRO, Governo Estadual. **Reorientação Curricular – Ciências da Natureza e Matemática.** Secretaria de Estado de Educação do Rio de Janeiro. 2006

RIO DE JANEIRO. Comissão para Acompanhamento do Sistema Permanente de Avaliação do Programa Nova Escola. **Ações prioritárias para 2002.** Secretaria Estadual de Educação, 2001.

RIO DE JANEIRO. **Conheça as principais mudanças do Nova Escola.** Secretaria Estadual de Educação, 2004.

RIO DE JANEIRO (ESTADO). **Decreto nº 25.959,** de 12 de janeiro de 2000.

RIO DE JANEIRO (ESTADO). **Decreto nº 26.458**, de 07 de junho de 2000a.

RIO DE JANEIRO (ESTADO). **Decreto nº 28.168**, de 19 de abril de 2001.

RIO DE JANEIRO (ESTADO). **Decreto nº 35.292**, de 29 de abril de 2004.

SCHOENFELD, Alan. *Mathematical Problem Solving*. New York, Academic Press, 1985.

_____. **Teaching problem-solving skills**. American Math, October 1987.

SCHROEDER, T. L., & LESTER, F. K. (1989). **Developing understanding in mathematics via problem solving**. In P. R. Trafton (Ed.) *New directions for elementary school mathematics (1989 Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics)* pp. 31-42. Reston, VA: NCTM.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa ação**. 7. ed. São Paulo: Cortez, 1996.

VALLE, LÍlian do . **La formación ética de los ciudadanos y la invención de la escuela**. In: Pablo Gentili. (Org.). *Códigos para la ciudadanía - La formación ética como práctica de la libertad*. 1 ed. Buenos Aires/Madrid: Ed. Santillana, 2000, v. , p. 53-72.

VIANA, O.A. **O conhecimento geométrico de alunos do CEFAM sobre figuras espaciais: um estudo das habilidades e dos níveis de conceito**. Dissertação de mestrado. Universidade de Campinas, 2000.

WERTHEIMER, M. (1959). **Productive thinking**. New York: Harper & Row.

WERTHEIMER, M.(1991). **El pensamiento productivo**. Buenos Aires, Paidós.

WILMER, Celso. **Trabalho e desemprego: uma tentativa de entendimento**. Tese (Doutorado em Educação) – Departamento de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, PUC-Rio, Rio de Janeiro, 2002.

Wolman, B.B. (1971). **Teorias y Sistemas Contemporaneos en Psicología**. Ediciones Martinez Roca S.A. Barcelona.

Anexos

Anexo A

Síntese das entrevistas realizadas com professores de matemática

Questões da entrevista:

1. (Que fatores influenciam positiva e negativamente o ensino e a aprendizagem significativa em termos de conteúdo e forma de abordagem do conteúdo matemático?)
2. (O PNE influenciou o seu trabalho e/ou o da escola na abordagem da resolução de problemas em matemática? De que maneira?)
3. (Como demonstra a fórmula da área do paralelogramo e da P.G infinita?)

Entrevista com o professor “Z” do colégio “TOP”

Contexto da entrevista

Foi realizada durante as férias escolares de 2008, no dia 09 de janeiro, na própria escola, intermediada pela diretora que indicou o nome dele e me avisou sobre a ida de Z à escola neste dia. Nossa conversa foi feita numa sala de reunião, anexa à da direção, onde havia diversas pessoas (provavelmente pais) esperando por atendimento. A própria diretora circulava pela sala. Este contexto demonstra, a meu ver, a segurança e o papel de destaque do professor Z na escola.

Primeira questão

Partiu do seguinte princípio: “como eu gostaria de aprender?” Buscou trabalhar com problemas que tinham sentido para eles (para o cotidiano deles) “e para mim também.” (por exemplo, função do 2º grau, máximos e mínimos aplicados à trajetória de uma bola, etc. “Ensinar matéria que não se aplica na prática é complicado tanto para o aluno quanto para o professor”).

Alunos tiveram dificuldades em se adaptar ao processo de contextualizar o conhecimento. Mesmo sendo mais próximo da realidade deles, pois eles vêm do município sem essa cultura (de contextualizar).

Diante dos exercícios tradicionais, perguntavam: vou usar isso aonde? A partir desse tipo comum de observação (ponte), foram introduzindo a contextualização. Para superar as dificuldades, a escola iniciou um projeto de reforço (APOIO) com conteúdos do ensino fundamental. Veio o primeiro PNE e eles viram que o trabalho estava dando resultado. Leram o material (caderno) do PNE, fizeram uma reunião para socializar as informações. (“o caminho é esse, contextualizar, que era o perfil do PNE”). (*Você acha que é esse a melhor maneira de fazer com que o aluno aprenda?*) “Eu não tenho dúvida. Esse é o ponto alto da minha experiência”.

(*No que você se baseou para realizar este trabalho, se não aprendeu na universidade?*) A primeira coisa que nós fizemos foi colocar uma monitoria (de conteúdos) através de um projeto da escola com alunos. Escola apoiou comprando sólidos geométricos. Ajudou também eles estarem fazendo curso no Cefet.

Ajudou no contexto, pois eles estudavam números complexos completamente diferente. Eles ensinavam pra gente. Por que eles estudavam Eletrônica. Eles sabiam calcular na calculadora e nos não sabíamos fazer. Eles perguntavam se podiam calcular o argumento (do complexo) com a calculadora, eu dizia que não. Mas dizia porque eu não sabia calcular na calculadora. Mas eles aprendiam a calcular na calculadora. Aí eu fui colocando em prática com as outras turmas. Perguntei: mas como é que se faz? Depois nos passamos a abordar números complexos com calculadora, nós aprendemos também, é melhor. *(Era também aplicação, no caso dos complexos, pois também é subjetivo e em principio, não contextualizável no cotidiano da vida deles, a não ser pela aplicação em motores, por exemplo.)* É isso.

No início do trabalho usávamos o Dante, 3 volumes, que os alunos compravam. O Dante se aproximava muito dessa visão contextualizada da Matemática. Depois o governo federal passou a fornecer o livro, só que o Dante, volume único. Depois adotamos o Paiva, embora não tenha sido a primeira opção enviada.

(Ensinar complexos por si só, sem pensar na aplicação/contextualização, tem algum sentido que leve a aprender?) Acha que o conteúdo matemático por si só (n. complexos) não leva a aprender. No TOP há interesse porque ele vai aplicar de uma maneira ou de outra, ele vai precisar lá. *(Você já conseguiu fazer este mesmo bom trabalho com complexos no outro C.E em que leciona?)* “Não, em outro colégio não.” Em outro C.E, eles não vêem aplicabilidade nenhuma nisso, eles têm resistência. Sem falar nos pré-requisitos para aprender esta matéria. É difícil. Nunca consegui fazer um bom trabalho com complexos em outra escola. *(Você nunca conseguiu transferir essa forma para lá?)* O que marca este colégio em relação aos outros é o interesse. *(Quando ele desfocou a questão da contextualização/aplicação para o interesse, perguntei em seguida se entre o interesse e a forma de abordar o que é era mais importante?)* Reafirmou que “a forma de abordagem é primordial”. “Mas você perguntaria por que não dá certo em outra escola? Se isso é primordial, se você desenvolve esse trabalho aqui, então por que lá você não desenvolve esse trabalho? Não sei explicar (...)”. Em seguida acrescentei a seguinte pergunta: *(No TOP o estudante não estudaria independente da aplicação/contextualização do conhecimento?)* Reafirmando que não sabe explicar por que o mesmo professor não consegue reproduzir o trabalho

em outra escola, responde, por fim, que o estudante teria interesse em aprender complexos, mesmo que não fosse contextualizado ou aplicado.

Segunda questão

Já havia adiantado que leram o material do PNE e fizeram reuniões para discuti-lo. Viram que o trabalho de contextualizar o ensino (a partir da aprendizagem do Cefet, através dos próprios estudantes, com apoio do livro didático, mais monitoria com conteúdos do ensino fundamental) dava certo, continuaram o trabalho naturalmente. Em matemática, o PNE ficou em segundo plano, pois com essa experiência os estudantes eram aprovados em vestibulares de universidades públicas em 60 a 70%. “Com esse resultado, não tinha como não estar no maior nível no PNE”. “o trabalho estava sendo desenvolvido t de tal maneira que o resultado no PNE era tido como certo”. (*Mas e se estivesse dando certo com as universidades e não com o PNE?*) “Aí acenderia a luz vermelha, claro que agente ia sentar para rever o que estivéssemos errando”. Havia o comprometimento majoritário dos professores, embora houvesse alguns contra o PNE. Eles divulgavam e incentivavam os estudantes a fazerem as provas do PNE alertando sobre a importância para eles e para a escola. A diretora também explicava como se dava a avaliação da escola.

O projeto de reforço de conteúdos que começou no 1º ano, se estenderia a toda as séries e matérias e é realizado pelos próprios estudantes monitores de forma voluntária. “agente ganha tempo com isso”. A partir de 2001 (até hoje), também começou um projeto de iniciação científica para os estudantes do 1 ano que visa explicar as diversas carreiras para eles.

Já em 2000, em função deste convênio com o Cefet, este Centro Federal colocou para o colégio o que não abriria mão em termos de conteúdos matemáticos e enviou para lá uma lista de conteúdos. Portanto, *começaram a seguir a orientação curricular dos cursos técnicos*, alterando a orientação da SEE-RJ.

Terceira questão

Sobre a área do paralelogramo, disse que na trabalha, mas que demonstraria pela área do triângulo, dividiria o paralelogramo ao meio. Ou com papel milimetrado, contando os quadradinhos como faz no município. Sobre a soma dos termos da P.G infinita (que é abordada no 1º ano, que ele não trabalha), “não tenho essa experiência com eles”. Chegou a se referir ao uso do limite.

Após o término da entrevista

Z mencionou que a escola foi, em dado momento, pressionada pela SEE-RJ a entrar no “0800” (forma de atendimento gratuito, por telefone, para matrículas da rede estadual). Entretanto, conseguiram manter a situação atual, pelas ótimas avaliações da escola.

Avaliação da entrevista

Esta foi uma entrevista mais produtiva, em nossa opinião, pois o professor respondeu a todas as perguntas de forma consciente e dialógica, teve liberdade e refletiu sobre as suas questões e sobre o seu próprio trabalho nessa e em outras escolas, e, do meu ponto de vista, externou uma síntese importante sobre sua experiência como professor. Embora o tratamento diferenciado do TOP influencie a sua posição de destaque no PNE (fato reconhecido pela sua direção e seus professores), sua especificidade tem, entretanto, uma grande importância para nós no estudo dos fatores que levam ao pensamento produtivo na resolução de problemas.

Em especial, quero registrar o que considero ser o ponto principal desta entrevista: o momento em que o professor se vê diante de um impasse e da possibilidade de um novo patamar de síntese sobre suas convicções acerca da importância fundamental que atribui à contextualização/aplicação dos conteúdos matemáticos para o melhor processo de ensino-aprendizagem.

Isto se dá, quando levado a refletir sobre sua experiência construída com êxito no TOP (aparentemente com base neste fundamento altamente difundido

pelas políticas educacionais brasileiras, incluindo o PNE), assume não conseguir transferir a mesma experiência matemática contextualizada e bem sucedida do TOP para outro CE onde leciona. A título de exemplo, o próprio professor relatou o bem sucedido trabalho com números complexos (usando calculadora para calcular os “argumentos” no estudo da sua forma trigonométrica), como fora aprendido por ele próprio da experiência que os estudantes trouxeram do Cefet.

Ao longo da entrevista, fui percebendo e dialogando com o professor de que parte do ele denominava de contextualização dos conteúdos no sentido de proximidade e aplicação cotidiana à vida dos estudantes, etc., poderia tratar-se da aplicabilidade técnica do conteúdo matemático (interdisciplinaridade). Este fato ficou patente no exemplo dos números complexos, assunto de grande abstração, entretanto de grande relevância para um estudante do Cefet pelo vínculo com a abordagem da eletricidade e da eletrônica.⁴⁵

Neste sentido, eu supunha que quando o professor mencionava o interesse dos estudantes do seu colégio pelo assunto, como visto no Cefet, de forma “diferente” tratava-se mais de um interesse gerado por fatores de pertencimento, como, por exemplo, pertencer a um grupo mais que a uma classe; estudarem em uma escola técnica de excelência; terem, por isso mesmo, perspectiva profissional e, portanto, perspectiva de tempo, futuro, alvissareira, do que contextualização no sentido descrito. Isso tudo nos termos propostos por Lewin a respeito do espaço vital de uma pessoa e da valência positiva que o “aprender matemática” podia gerar

Entretanto, quando perguntado sobre o que é mais importante entre o interesse e a contextualização do conhecimento, ele se mantém em sua posição inicial ao responder: a forma de abordar é “primordial”.

A seguir, entretanto, ao ser perguntado se achava que mesmo sem a contextualização do conteúdo dos complexos, os estudantes do TOP o estudariam com interesse, o professor respondeu pensativo que sim. Com esta resposta ficou claro para nós que sua posição sobre a superioridade da contextualização para a

⁴⁵ No ensino médio regular os complexos são, em geral, explorados com ênfase na sua forma algébrica, desprezando-se sua representação trigonométrica (aqui pode haver relação com a referida falta de “pré-requisito” – a trigonometria - citada pelo professor em relação à aprendizagem dos complexos), donde se pode entender o “desinteresse” dos estudantes.

aprendizagem é também uma influência (indesejável, do meu ponto de vista) de políticas educacionais como, talvez, estivesse sendo o PNE.

Outra hipótese, bastante razoável, refere-se aos gestaltistas em geral e mais particularmente Wertheimer (1991) denominam de boa forma, *gestalt forte* (em referência a uma *gestalt fraca*) ou *pregnância*, a melhor organização do conhecimento de forma que viabilize a sua apreensão como estrutura cujas partes guardam relação entre si e com o todo. Conhecendo a forma competente de abordar o conhecimento matemático no Cefet-Rio, é muito provável que, para além do aspecto interdisciplinar, ou de sua utilidade em disciplinas técnicas, exista, no ensino desta disciplina, uma boa organização de sua estrutura interna que desperte outra “atitude” diante dela, um “desejo” de sua apreensão. Assim sendo suponho que o uso de calculadora no estudo dos complexos seja apenas parte de uma estrutura bem organizada de ensino deste assunto.

Neste sentido, me remeto a um aspecto não mencionado e provavelmente desconhecido do professor que é a influência de fatores gestálticos trazidos da abordagem utilizada pelo Cefet-Rio dos números complexos. Embora desconhecendo a natureza de tais fatores, também destaco a sua capacidade de desenvolvê-los num trabalho que no TOP surti o mesmo resultado que no Cefet-Rio.

Por outro lado, a razão pela qual o seu trabalho não logra o mesmo resultado em outra escola estadual, diferente do que avalia o professor, pode estar mais relacionada à falta de motivação e pré-requisitos de conteúdo matemático (dois aspectos centrais existentes no TOP), do que à simples forma de abordar (contextualização) esse conhecimento. Aliás, esta é do meu ponto de vista, uma armadilha educacional comum que as atuais orientações curriculares induzem. Não é por acaso que uma das escolas que pesquisei, investe permanentemente em projetos, buscando o que se convencionou chamar contextualização do ensino e desenvolvimento de competências, e, no entanto, nunca recebeu boa avaliação do PNE.

Concluo nossa análise sobre esta entrevista reafirmando que ela só foi possível graças à “honestidade” intelectual do professor que não só teve coragem de reconhecer que aprendeu a dar uma aula melhor, através dos seus estudantes, mas também, que não entende por que seu trabalho não é generalizável a partir de seu ponto de vista original.

Entrevista com o professor “X” do colégio “FOP”

Entrevista concedida em 20 de fevereiro de 2008 na residência do professor.

Por interesse do próprio professor, comecei a entrevista discutindo os problemas do paralelogramo e da PG infinita de Wertheimer. Em relação ao paralelogramo, disse que trabalha em dois momentos: quando aborda a geometria espacial e faz uma revisão de geometria plana, e numa disciplina que definiu como uma espécie de didática para o ensino fundamental na qual discute possíveis formas de abordagem da área já que leciona numa escola de formação de professores. Neste caso começa com “quantos cabem?”, indagação cujo objetivo é levar os estudantes à noção de área como quantidade de uma unidade padrão.

Também trabalha, como menciona, “no concreto”, levando os estudantes a “recortarem o triângulo à esquerda do paralelogramo e a acrescentá-lo à sua direita”, transformando a figura num retângulo. Aí então os estudantes percebem que a expressão já conhecida que calcula a área do retângulo é a mesma utilizada para calcular a área do paralelogramo.

No início da abordagem com geometria, faz uma avaliação diagnóstica utilizando como base teórica os níveis da teoria de Van Hiele, autor bastante estudado no Projeto Fundão. Aplica um teste que avalia princípios e conceitos básicos da matemática como os de reta, triângulo, etc. Citou como exemplos de questões e dúvidas freqüentes o paralelismo entre duas semi-retas por terem tamanhos diferentes, ou a existência de um triângulo por estar com um de seus vértices voltados para baixo. Tais figuras são representadas da seguinte forma pelo professor.



Ao término do trabalho proposto, realiza outro teste para avaliar os seus resultados. Afirma que são observados progressos mais ou menos avançados com os diferentes estudantes.

Quanto à Progressão Geométrica infinita, diz que aborda pouco e de acordo com o aproveitamento das turmas, pois segue as recomendações da Orientação Curricular estadual que classifica esta modalidade de PG como “assunto de aprofundamento” e, portanto, “não obrigatório”. Entretanto, disse que quando desenvolve este assunto, o faz através da noção intuitiva de limite, ou seja, partindo da soma da PG finita, acrescentando termos à seqüência e observando o seu comportamento. Esta orientação é encontrada em um livro da Cesgranrio utilizado pelo professor.

(Quando pergunto sobre a contextualização/aplicação do conhecimento e a motivação dos estudantes como fatores importantes para a aprendizagem), ele responde que realiza os dois movimentos.

No primeiro caso, utiliza exemplos concretos relacionados ao conceito que deseja desenvolver, apresentando diversas situações que levem os estudantes a estabelecerem conexões entre elas e com o conceito chave. Assim, utiliza exemplos como encaixar mesas de bar, observando a variação do número de pessoas que podem se sentar, e montar triângulos com palitos, verificando a relação entre o número de palitos e as figuras formadas.

No segundo momento, sistematiza o conhecimento oriundo da primeira aproximação concreta, o que, aliás, afirma ser fundamental, pois há estudantes, por exemplo, que não conseguem estabelecer tal aproximação prática e só apreendem o referido conceito, quando formalizado através de uma expressão matemática.

Por outro lado, ressalta também sua opinião de que nem sempre os conceitos matemáticos devem ser tratados através de estratégias que envolvam sua aplicabilidade, já que abstração e formalização são características da matemática que devem ser desenvolvidas especialmente no nível médio. Entretanto salienta que “se o estudante for adestrado vai ter problemas”. Pode, por exemplo, “não saber trabalhar com um gráfico de função se os seus eixos estiverem trocados”.

(Quando pergunto sobre a importância do processo de avaliação na aprendizagem), ele responde com um “Ah!” no sentido de que também entende como um mecanismo importante no seu trabalho e na prática escolar. Diz que o uso das atuais orientações referentes à avaliação, como as do PNE, é direcionado para melhorar estatísticas acerca do fluxo escolar. Esclarece que, de acordo com orientação da escola, pratica uma avaliação dividida em dois grandes eixos: a

prova propriamente dita, valendo 50%, e a outra metade distribuída entre outros tipos de avaliação como auto-avaliação, mine-testes, e trabalhos de grupo em sala.

Faz questão de afirmar que a coincidência do seu trabalho com as referidas orientações ocorre, não apenas formalmente, mas por convicção e de forma articulada com sua proposta para a educação matemática, o que aprendera como normal em sua experiência no projeto Fundação. Neste sentido, refere-se a auto-avaliação com uma avaliação importantíssima de seu próprio trabalho. Assim, afirma que se a maioria dos estudantes de uma turma avalia que um dado conteúdo não foi abordado quando para ele o foi, isto indicaria algo errado com o seu trabalho, com a sua avaliação. O professor acrescenta que para atender tanto aos estudantes que se beneficiam de estratégias didáticas com a ajuda do computador, quanto àqueles que não se beneficiam, trabalha com dois tipos de problemas em sua prova: os contextualizados ou aplicados e os que demandam apenas procedimentos matemáticos abstratos e formais.

Portanto, ressalta que, se por um lado as atuais orientações sobre avaliação “facilitaram” os professores de matemática, amenizando o peso que carregavam em razão das excessivas reprovações, por outro, vieram ao encontro do que ele sempre pensou e desenvolveu em termos de avaliação. Ou seja, se antes se sentia, de certa forma, pressionado ao praticar este formato de avaliação, agora se sente a vontade para fazê-lo já que é lei.

(Quando volto a perguntar sobre outros processos que utiliza para aumentar o interesse de seus estudantes a desenvolver um trabalho produtivo), ele trás outro importante exemplo de sua prática, e um argumento ainda melhor para este trabalho. O exemplo: o uso do microcomputador para trabalhar com gráficos de funções. O argumento: através da variação do coeficiente “a” da função $y = a.x$, cuja representação no plano cartesiano é uma reta passando pela origem, consegue-se, num “curto espaço de tempo”, a rotação desta reta de tal modo que boa parte dos estudantes consegue entender as relações ou conexões entre os diversos aspectos envolvidos no conceito desta função.

Parece-me adequado inferir, de acordo com a teoria da Gestalt, que quando tal experiência conduzida pelo professor proporciona uma visão geral do que ocorre com a função no “curto espaço de tempo”, ao variarem as partes que a estruturam, os estudantes estão, para além da importante função do computador, diante de uma abordagem que viabiliza relações essenciais do conceito estudado.

Deste ponto de vista, o professor parece saber claramente o papel fundamental da condução de sua abordagem levando ao pensamento produtivo nesta experiência. Afirma que o ambiente informatizado é, sem dúvida, uma motivação positiva para os jovens, porque são de uma geração de nativos da tecnologia, mas ressalta que o elemento mais importante de seu trabalho é o conjunto de atividades que planeja e desenvolve, neste caso através da máquina. Ou seja, é como ele mesma sintetiza de forma segura: “o essencial sou eu”.

O professor destaca que, mesmo diante de estratégias como essa, há estudantes que não conseguem analisar gráficos de funções, pois “não se desvinculam dos procedimentos usuais da matemática”. Não conseguem, por exemplo, analisar um gráfico de consumo de energia como aparece nas provas do Enem, ou calcular os juros compostos de uma compra, como estudado em matemática financeira.

Finaliza a entrevista lembrando que tem uma boa relação com os estudantes e afirma: “nunca tive alunos de mau humor na minha sala”. Ou seja, esta sala provavelmente se trata de um exemplo de “atmosfera” propícia ao pensamento produtivo e à aprendizagem significativa, criada pelo interessante trabalho do professor junto aos estudantes, reunidos mais em grupos do que em classes, no sentido da Gestalt e mais especificamente do conceito de Lewin.

Primeira entrevista com o professor “Y” do colégio “LOW”

Esta entrevista foi concedida no dia 01/06/2007 nas dependências da escola.

(Iniciei a entrevista abordando questões que facilitariam ou dificultariam a aprendizagem escolar em relação à abordagem dos conteúdos, relações de sala de aula e avaliação.) O professor bastante interessado em nosso diálogo falou de forma contínua, de modo que eu só pude colocar outras questões, entre turnos de sua conversa.

O que eu tenho observado é que a cada ano que está se passando nós estamos recebendo alunos mais despreparados e mais desinteressados. Nós temos alunos bons. Podemos ter um ou dois alunos em cada turma que acompanham uma boa aula. Nessa escola, teve um aluno que ganhou medalha de ouro numa olimpíada de matemática. Foi, eu trabalhei muito com ele, fiz muito exercício, estimulei, mas isso você pincela em cada turma você tem um ou dois só que estão interessados e que acompanham, que fazem dever que querem, que têm um objetivo na vida. Os outros não estão nem aí, não copia matéria, vem para a escola fazer social. Conversam o tempo inteiro da aula, não tem o mínimo interesse e não acompanha a sua aula o que o pior. Eu estava no segundo ano, eu sempre fui professor aqui no segundo ano, eu não agüentei mais trabalhar com o segundo ano, eu estava saindo tão frustrado, tão mal que agora eu passei para o primeiro, (tchau p alguém) passei para o primeiro ano. Então eu estou no primeiro ano agora. E o primeiro ano, aí você ainda pega alguns, você tem dois, três que você consegue que acerte mais de 50% numa prova. Porque eu não sou aquele tipo de professor - talvez o erro seja meu, eu reconheço - que eu não consigo fazer tudo no quadro e aluno copiar. Eu não gosto de adestrar aluno, eu gosto que o aluno trabalhe, que ele tenha dúvida, que ele venha a mim me pergunte, que faça o dever, eu não sou aquele tipo de professor que vai para o quadro escreve tudo ele sai copiando, eu não sou professor copista. Eu quero que o aluno aprenda, que ele saiba tomar decisão, que raciocine, você esta entendendo, isso é o maior bloqueio que eu tenho comigo porque eles não estão acostumados a isso. Eles estão acostumados a copiar do quadro. Se você quer uma aula excelente, você faz tudo no quadro, manda sentar, eles copiarem, e pronto, está feliz da vida. Aí, quando vem a prova, ele vem com aquele ranço de professor do município, primário, eu

sou professor do município, a senhora não vai dar revisão não? Só que o que eles chamam de revisão é a prova que você vai.... Porque eu não sou o tipo de professor que quer aparecer com notas altas. Eu estou pouco ligando se eu tenho notas altas ou baixas. Entendeu qual é o meu ponto de vista? A coisa está piorando a olhos vistos. (existe alguma, algo que você observe, alguma característica, nesta circunstancia, porque você trata num cenário que é a realidade, é o nosso aluno hoje, agente não escapa disso) a escola virou social, virou o clube da nossa época, você deve ter a mesma idade parecida com a minha, agente tinha aquele clube, aquelas festinhas, agente tinha..., é, virou a escola hoje. Você chega segunda feira, é, o que é que você fez? Com quem você saiu? Você ficou com quem? Eles não estão nem ai, se você esta na sala ou não. (entretanto agente vai entrar nessa sala e tem que tem que trabalhar) e não tem retorno nenhum. (o que você observa hoje e se você observa, porque há uma mudança nesse aluno, é isso. Mas, como é que agente ensina matemática hoje? Quais são, como e que agente age nessa estratégia, com novas estratégias, no sentido de...). É o que estou tentando descobrir, como? (Pois é, você já descobriu algo, tem hipóteses?). Não, eu agora ate estava pensando muito serio. Eu não sei. Cada vez mais agente tem que descer o nível, para pelos menos você conseguir que este aluno faça alguma coisa, quando você sabe que você esta enganando a ele mesmo, enganando a você e a ele mesmo. (pausa enquanto eu anotava – citar como positivo para a reflexão quando ele já havia terminado o seu turno). Ou você da aula para as paredes. (descer o nível, ou seja, a exigência...) a mínima possível. Agente aqui já tentou ate colocar cálculo. Nós temos aquela matéria atividade diversificada, tem calculo para o primeiro ano, eu estou com as notas mais baixas em cálculo do que em matemática. (Que calculo, que tipo de calculo?) Fração, decimal. (Não é calculo superior? – pois o currículo de matemática já teve no final do ensino médio uma introdução ao calculo) Não! É somar e subtrair, eu te mostro a minha prova de cálculo que eu dei, que eu tive numa turma três notas, a prova valia trinta, eu tive um 2,7 ou 2,8 dois 1,5 ou 1,8 e o resto zero. (Isso no AtCom?) No AtCom (Atividade Complementar). Porque o professor de fisica pede para você ajudar, o professor de química pede para você ajudar, mas eles não querem fazer eles se recusam trabalhar com fração. (alguém pergunta a ele em que turma estava, ele responde na 1002 e que mandou eles fazerem um trabalho, fala lá com eles). (você não tem iniciada nenhum tipo de ação especifica, nova, nos últimos

anos?) Não sei, por exemplo, eu tentei estimular através de questões da olimpíada. Teve uma turma que olhou para mim e falou: não interessa saber como faz, o que interessa e marcar certo. Depois dessa você faz o que? Me diz? Eu não quero saber como resolve, eu quero marcar a opção certa. O que você fala depois disso. (Querem ganhar a olimpíada). Ele quer saber chutar, ele não quer saber ler a questão nem nada. (Ele quer saber chutar certo). É, e como você ensina isso? (Ele quer ganhar a olimpíada, é um traço da sociedade de hoje, do individualismo). Querem ganhar, querem ganhar da maneira mais simples. Tomou turno. E outra coisa que eles também ficam muito revoltados comigo e que eu não dou provas iguais, eu dou duas três provas. Então por exemplo, uma prova que eu peço da função calcular $f(2)$, eu boto a mesma função e peço para na outra prova calcular $f(3)$. Aí eles colam, aí é que eles tiram zero mesmo. E eles não aprendem, uma coisa repetitiva que toda prova eles sabem que é assim e toda prova eles colam e eu escrevo: essas respostas são da prova anterior. Então eles ficam cercados, eles têm duas opções: ou eles são reprovados ou resolvem estudar. Quase sempre eu salvo uns 30%. (E essa é a sua estratégia hoje?) Eu não sei agora qual é. Você me procura daqui umas duas semanas que eu tenho que mudar porque minhas notas foram horrorosas, eu te mostro. (Tomei turno - Mas elas já vêm sendo horrorosas?) A matéria do primeiro bimestre foi conjunto, deu para dar..., foi intervalos, uma coisa mais (peguei turno [T] Você está com o primeiro ano recentemente?) É eu estou com o primeiro ano agora (É a primeira vez? Não, já trabalhei há muitos anos. (Ah, você esta retomando agora?) Com primeiro ano. Então agora entra em função, função trabalha raciocínio. Eu não dou questão igualzinha, você vai ver a minha prova eu te mostro, e você vai ver o caos que foi. (Eu queria sim) Eu te mostro. (Quer dizer que no primeiro bimestre deu para salvar não é?) Eles conseguem fazer questões de função assim: $f(x) = x + 1$, calcule $f(2)$, calcule $f(3)$. Você não ponha negativo e não ponha fração, aí eles conseguem a nota. E eu não consigo trabalhar isso, porque a realidade aí fora não é isso. Ele vai competir com aluno muito mais bem preparado, mas infelizmente... (O que é, eu diria, bom num certo sentido, você ainda se motiva a trabalhar, a querer...) É, porque você tem sempre algumas coisas que te estimulam. E eu sou um pouco grosso também. Eu não sou uma pessoa um tanto quanto delicada não. (Mas você é sincero?) Sou. Como agora eu cheguei para aluno e falei: seu direito

termina onde começa o do outro. Ou você cala a boca, ou sai da sala. Ele aí calou a boca e ficou quieto.

Anotações:

Ao transcrever a entrevista com Y pude perceber quanto foi difícil para mim encaminhá-la de forma a aproveitá-la ao máximo, diante da ansiedade do professor com os problemas educacionais que enfrenta nesse momento em sua prática escolar. Foi uma entrevista na qual se misturaram frustrações, contradições, confusão, mas também dureza – fala em tom emocionado – quanto ao entendimento dos problemas educacionais, e principalmente a sua sincera sensibilidade (Desejo de tratar produtivamente os problemas em Wertheimer) em querer superar tais problemas.

O que mais me chamou a atenção foi a espontaneidade com que Y falou de sua prática educativa, de suas dificuldades e estratégias para solucionar os problemas que encontra. Ele não concedeu apenas uma entrevista, mas, ao falar, refletiu o tempo todo sobre sua própria prática, requisitando-me não apenas como entrevistador, mas como interlocutor nesta reflexão. Essa sua atitude evidentemente me envolveu, na medida em que lido em minha prática educacional cotidiana com uma realidade idêntica à dele. Eis aí o ponto em que me percebi, algumas vezes, surpreso ao longo da gravação, pelas questões contundentes trazidas por Y de forma emocionada.

Importante ressaltar que esta foi a entrevista cuja transcrição mais perdeu em detalhes relacionados à forma contundente da fala e do gestual de Y. Se o áudio é fundamental para enriquecer os dados fornecidos, a gravação em vídeo seria essencial para captar todo o gestual e entonação que acompanharam a entrevista, decorrentes da influência do campo emocional presente.

Dado o grau de envolvimento e riqueza deste trecho transcrito da fala de Y, resolvi limitar-me a ele, visto que o seu pensamento sobre as outras questões da entrevista, ou seja, sobre o PNE e sobre a Resolução de problemas praticamente referiram-se aos mesmos aspectos da resposta acima.

Segunda entrevista com o professor “Y” do colégio “LOW”

Esta entrevista foi concedida no dia 17/1/2008 na praia de Copacabana.

Nossa primeira entrevista com Y se deu em junho de 2007, portanto em fins do primeiro semestre de aulas. Foi uma entrevista de certo modo angustiada pelo sentimento de não retorno do trabalho executado com suas turmas, apesar de achar que se esforço, trabalhando com temas e materiais alternativos com as olimpíadas da matemática, projeto pelo qual é responsável em sua escola.

Em janeiro de 2008, portanto, em plenas férias, realizei outra entrevista com Y na qual se referiu basicamente a um projeto/curso de formação que fizera pouco depois do nosso primeiro contato, a partir de julho de 2007, no Impa (Instituto de Matemática Pura e Aplicada). Esta foi uma entrevista entusiasmada, na qual Y conta uma experiência enriquecedora, segundo ele. O único problema que relatou ocorreu especialmente pelo descompasso de tempo entre a aplicação do referido projeto e o período letivo.

Tomando como referência a entrevista passada, adotei como estratégia começar a entrevista com Y (perguntando diretamente sobre a resolução de problemas como estratégia para ensinar matemática) para tentar garantir de início a abordagem deste tema, mais especificamente, o que era do meu interesse.

Y passa então a relatar uma experiência que realizou junto ao Impa.

Tratou-se de um projeto/curso que viabilizava que cada professor levasse apostilas do projeto contendo basicamente problemas (e conteúdos sintéticos) para serem trabalhadas com os estudantes em suas escolas. O Impa aplicou uma avaliação inicial às turmas e ao mesmo tempo em que o professor realizava a sua formação no Impa, trabalharia seus conteúdos normalmente na escola. Ao final do segundo semestre de 2007, o projeto aplicaria outro teste para avaliar os resultados do trabalho junto aos professores e desses junto a seus estudantes através de tal apostila.

Referindo-se ao bom resultado observado na primeira avaliação do Impa junto aos estudantes, Y afirma: “eu não sei se o fato deles ganharem a apostila e se sentirem valorizados (...), cada um ganhou sua apostila.

A primeira apostila começava do “b a ba”: reta numérica, frações, decimais, gráficos, conjuntos, problemas de raciocínio, problemas das olimpíadas

(da matemática), eles amaram. Trabalhei com eles em grupos, Depois corrigia. Toda essa parte de dízima, decimal, eles iam perguntando tudo, coisa que no dia a dia eles não perguntavam. Eles não tinham medo. Foi um trabalho muito enriquecedor este.

O Projeto foi aplicado apenas com o primeiro ano (duas turmas dele). Primeiro eles fizeram uma prova. “Mas tudo isso eu conversei com eles: que era um projeto, “não sai chutando tudo”, “se tiver coisas que vocês não sabem não se assustem não, agora levem a sério, porque no final vocês vão ter outra prova para vocês fazerem. Então eles fizeram legal mesmo. A média não foi tão ruim não.” A segunda apostila eles só entregaram em outubro, e era a parte de função (1 e 2 graus), e eu já tinha perdido muitas aulas. Ai eu parei a apostila e dei aulas relâmpago. Duas de função do primeiro grau e uma de função do segundo grau. A apostila 2 não deu tempo de aplicar (trabalhar). O objetivo era o professor trabalhar a sua matéria normal, com os problemas da apostila, não interferir no planejamento escolar. Mas foi muito pouco tempo. A primeira apostila só veio em setembro. O projeto deveria ter começado em março, mas só começou em julho no Impa. Só depois foi aplicada a primeira avaliação dos estudantes. “O que me despertou interesse foi o interesse deles. Foi uma coisa nova.”

(Perguntei ao que ele atribuía esse sucesso com o projeto junto aos estudantes.) Respondeu que primeiro era o fato deles terem recebido uma apostila **individualmente** “não parece não, mas tem um valor incrível” A apostila 2 não deu tempo de aplicar em sala, mas ele perguntou assim mesmo quem queria trabalhar com a apostila, enfatizando que eles não iam ganhar ponto nenhum. “A maioria quis a apostila para estudar sozinho, me surpreendeu muito. Outra coisa, eu também dei ponto. Quem fez a prova ganhou 1 ponto na média.” Quem trabalhou com a apostila ganhou ponto. Tudo teve um retorno. Se você quer, você dá e recebe. E depois no final eles fizeram a segunda prova (que ainda não tem resultado), quase no último dia de aula, muito parecida com a primeira, só mudavam os valores. A terceira apostila já entra exponencial e logaritmo. “Aí já pega pesado”.

(Quando eu lhe entrevistei a primeira vez você ainda não tinha começado este curso?) Foi muito legal, mas houve um atraso na matéria. Mas pelo que eles aprenderam valeu. (*E isso te abre uma perspectiva para este ano?*) È, agora, agente vai ter o material de novo? Não. (Mas você pode xerocar.) Para cada um,

quem vai pagar? (Você não pretende trabalhar com esse material, ou a forma (...)?) Eu não sei como é que o Impa vai trabalhar com a gente da primeira turma, a turma piloto. (Mas suponha que o Impa acabe o curso, você não poderia aplicar esse material?) Mas quem vai fornecer este material que é para cada um? (Mas enquanto alternativa você identifica (...)?) “Ah! Se eu pudesse trabalhar de novo assim eu trabalharia”. Agora eu não sei como o Impa vai trabalhar com agente. Porque este ano vai abrir nova turma, mas nós não vamos poder fazer. Gente até pediu que a gente pudesse fazer desde o início do ano, que pelo menos eles nos dessem apenas o material.

Uma coisa interessante era a aplicação de conjuntos, da lógica, em problemas. Y descobriu que um colega de filosofia da escola trabalhava com lógica e emprestou sua apostila para ele abordar o assunto de acordo com aquele enfoque. Agora a parte de gráfico da apostila era toda tirada do Enem. (Ou seja, os problemas do Enem são interessantes.) “Como a “Prova Rio” é de um nível de inteligência maravilhoso.”

(Y, além dessa valorização, você não acha que trabalhar com problemas interessantes é uma metodologia interessante para melhorar o ensino?) Eu acho. Por exemplo, nós lá temos o AtCom, agora projeto diversificado, em todas as escolas. Eu quando dava cálculo eu fugia do padrão, do tradicional, das provas de “arme e efetue”. Teve uma questão interessantíssima, eu sou muito curiosa. Tudo o que é novo eu gosto. Eu sou o contrário das pessoas, as pessoas têm medo do novo, eu gosto. Eu participei de um projeto da SEE sobre livro didático para bibliotecas, quando eu vi um livrinho – Enceja- , matemática. Eu pedi um e me informaram que baixa da internet. Aí eu baixei. É livro de 5^a a 8^a, mas é um barato este livro. É dos jovens e adultos. Tinha uma questão que apresentava uma tabela, uma história e lacunas a serem preenchidas. Eu dei isso em cálculo. Olha dois ou três alunos só vacilaram. A maioria foi legal. Mesmo os erros foram discutidos na turma e eles viram por que erraram, riam da contradição. Um disse que uma febre aumentou de 37 para 35 graus, ele usou o contrário. Mas foram três ou Quatro. Os exercícios dessa apostila são maravilhosos.

Esse ano (2008) eu quero trabalhar com cálculo (2 tempos de AtCom) em cima dessa coisa. Vou trabalhar mais com o livro do Enceja, pois a do Impa é mais direcionada ao conteúdo matemático do primeiro ano. O Primeiro ano todo tem 2 tempos de AtCom, além dos 5 normais de matemática. À noite todo o

Ensino médio terá o projeto diversificado. Em seguida diz que gosta de trabalhar muito com material das olimpíadas de matemática. É só problemas de raciocínio. O material é maravilhoso. Eu sempre uso para raciocínio, no ensino médio. Tem questões até tradicionais.

(Fiz uma observação sobre a diferença que eu estava notando em suas convicções entre as duas entrevistas, pois ele estava, agora, me relatando coisas que são saídas possíveis (...).) Ele então ressaltou que este ano (2007) parou de cobrar tanto e facilitou a promoção de seus estudantes. Ressaltou inclusive que o cálculo (AtCom) teve mais reprovação direta onde não trabalhou o projeto que em matemática (onde aplicou o projeto).

Y disponibilizou todo o material do Impa para nossa análise.

Entrevista com o professor “W” do colégio “NOT”

Entrevista realizada em 20 de abril de 2007 na escola.

Após contextualizar meu interesse em discutir questões relativas à aprendizagem e a fatores que determinem uma melhora no pensamento dos estudantes com solução de problemas, W começou a discorrer sobre a necessidade que sentiu de mudar a sua prática escolar, pela necessidade de acompanhar um contexto escolar em mudança no qual já não se sentia bem. Ressalta que tal mudança se relaciona com a popularização do acesso escolar, que trouxe mudanças no perfil do aluno, especialmente a falta de base e a falta de interesse em estudar.

Essas mudanças levaram W a buscar uma mudança em sua prática, pois se sentia em sala de aula sem saber o que fazer. Observa que algumas práticas didáticas já estavam ultrapassadas. “Aquele modelo de professor, sala de aula com aluno quieto, prestando a atenção e sedento por conhecimentos acabou. Esse aluno não existe mais. O que existe são pessoas na sala de aula, cada um com seu projeto de vida, querendo resolver o seu problema. Portanto o papel do professor teve que mudar. A escola mudou o aluno mudou e o professor tem que se adequar. Quando eu senti que a coisa estava tomando um curso diferente e eu não estava entendendo mais nada, eu busquei resposta num curso de avaliação na Uerj que ajudou muito. Eu mudei a minha forma de trabalhar.” W esclareceu que realizou esta formação às suas próprias custas.

Políticas como a do PNE influenciaram completamente a minha prática docente. Essas políticas democratizaram o acesso à escola sem dar condições ao professor para se adequar. O aluno tem direito de chegar à escola sem saber nada e você não pode mais reprovar 90% da turma. Em 1999, 2000 eu trabalhava com conteúdo puro. Não sabe zero. Eu já sentia dificuldade com estudantes Eja, supletivo, com pouca ou nenhuma base, sem saber nada, etc. Eu sentia necessidade de mudar a minha prática, o que só ocorreu após o curso de avaliação na Uerj. Só em 2007 o NOT passou a fazer um processo de nivelamento em matemática como mudança pedagógica em decorrência deste quadro.

(Perguntei como trabalha problemas) Responde que “o método de trabalhar os conteúdos continua o mesmo, o que mudou foi a minha forma de

encarar o aluno. Antigamente se o aluno não sabia, eu não me importava.” (...) “Hoje, pessoalmente eu mudei a minha avaliação. Eu faço 50% de atividades em sala de aula: horário, participação, material em sala de aula, etc. Se eu não induzir este aluno diariamente a vir a estar na minha sala de aula (...). Tudo distrai o aluno, celular, walkman, etc. Não é mais aquele aluno que vem aprender matemática.” (...) “Minha aula esta muito observada [no sentido das atividades desenvolvidas pelos estudantes]. (...) “A outra metade é prova é conteúdo mesmo, a prova escrita. Eu tenho muito aluno que é brilhante em sala de aula e não consegue fazer prova. O curso de avaliação que fiz me deu respaldo para aplicar este modelo. Eu não tenho vergonha de praticar e dar certo.”

(Como você via problema ontem e vê hoje.)

“Você tem que conversar muito com o aluno hoje. Antigamente você passava o problema e o aluno fazia. Agora, diariamente, tem que tentar fazer esse aluno entrar na sala de aula.” *(Pergunto se contextualiza suas questões com as quase trabalha.)*

Responde que sim, que põe uma “roupagem” nas questões antigamente mais abstratas. *(Sobre competências)* relaciona à observação e ao trabalho permanente com o aluno. Hoje entende que cada aluno tem seu tempo para aprender os conteúdos como plano cartesiano, por exemplo. Se não aprende no primeiro ano, diz para não se desesperar que tem três anos para isso. “Não adianta dar um zero hoje se ele pode avançar mais adiante. Desse jeito, fica mais fácil o nosso trabalho e você não fica mais preso a tanta prova.” Descarta as recuperações rápidas que ocorre muitas vezes nas escolas sem que possa trabalhar os conteúdos.

Trabalha com grupo em sala de aula, com o objetivo de dividir tarefas.

O mais difícil é trabalhar o aluno para ele se preocupar com a prova. Você leva quase um ano inteiro fazendo isso, o aluno chega muito despreparado. Com isso o aluno participa mais. Melhora o seu trabalho que no início é mal elaborado e organizado.

Reitera que “se não fosse o curso de avaliação eu ia continuar reprovando”.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)