
TESE DE DOUTORAMENTO

IFT-T.001/2007

SOBRE A DESINTEGRAÇÃO DE PRÓTONS EM MOVIMENTO
CIRCULAR EM CAMPOS GRAVITACIONAIS

Douglas Fregolente

Orientador

Prof. Dr. George Emanuel Avraam Matsas

Março de 2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Agradecimentos

A George Matsas, pela brilhante orientação e por me mostrar a elegância e o belo refinamento de pensar a física conceitualmente; agradeço também por acreditar em mim, quando eu mesmo duvidava;

A meus pais, Antonio e Terezinha pelo apoio irrestrito e por concordarem com a minha ausência durante todos esses anos;

Ao companheiro de sala, Clóvis Maia pelas longas discussões e pela ajuda com a logística Linux;

Aos amigos da pós graduação e Anderson Rael, André Rocha e Bruno Bernardes pela companhia nessa caminhada pelos espaços tempos curvos;

A Carlos Mafra pela impagável ajuda com o (ainda misterioso para mim) Linux;

A Samanta T. Reis pela amizade, motivação e pela compreensão, e por me ouvir quando eu tanto precisava;

Aos meus irmãos, Alexandre e Renato, que mesmo longe me apoiaram esse tempo todo;

Aos meus sobrinhos Guilherme e Pamela, que ainda não tive tempo de conhecer, mas que logo farão parte da minha vida;

Aos amigos/vizinhos de prédio, Marcelo T. de Moraes, Jurandi Xavier A. Filho, Fabrizio Lins, Antonio Tide, Raissa Santiago, Marcos Garavelo, Carlos Genoud,

Lucinda L. Ulhoa, Clayton Pires, Italo Datola, Luciano Aragão e Amanda Palermo pelas longas conversas nos finais de expediente;

A Andrea Martins pela assessoria informal que tanto me ajudou com o meu enferrujado português;

A Marcela H. Ardito pela eficiência com as referências;

A Camila B. Bigio e Ana Paula Carvalho pelo profissionalismo e pela motivação e apoio constante;

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

“Seu moço, os “documento” que eu tenho para mostrar são essas “mão calejada” e a vontade de trabalhar”

Documento de Matuto,
Luiz Gonzaga e João Patrício

Ao meu irmão

Alexandre Fregolente

Resumo

Investigamos a possibilidade de decaimento de prótons em movimento geodésico circular ao redor de objetos compactos sem carga. As taxas para os processos fraco e forte e as respectivas potências irradiadas são calculadas a partir de um formalismo semi-clássico. Nossos resultados são discutidos com respeito aos obtidos na literatura onde se consideram prótons acelerados em campos eletromagnéticos. Testes de consistência são apresentados ao longo desta tese.

Palavras Chaves: Teoria quântica de campos; buracos negros; correntes semi-clássicas; decaimento de prótons.

Áreas do conhecimento: 1.05.01.02-9; 1.05.01.03-7; 1.05.03.00-5

Abstract

We investigate the possible decay of protons in geodesic circular motion around neutral compact objects. Weak and strong decay rates and the associated emitted powers are calculated using a semi-classical approach. Our results are discussed with respect to distinct ones in the literature, which consider the decay of accelerated protons in electromagnetic fields. A number of consistency checks are presented along this thesis.

Índice

1	Introdução	2
2	Partículas Elementares: Descrições Clássica × Semi-clássica × Quântica	7
2.1	Partículas em Campos Eletromagnéticos	11
2.2	Partículas em Campos Gravitacionais	15
3	Desintegração de Prótons em Movimento Circular	26
3.1	Formalismo da Corrente Semi-clássica	26
3.2	Desintegração Forte: Fórmulas Gerais	30
3.3	Desintegração Fraca: Fórmulas Gerais	38
3.4	Taxas Totais de Transição: Fórmulas Aproximadas	47
3.4.1	Caso Forte	47
3.4.2	Caso Fraco	50
3.5	Potência Total Emitida: Fórmulas Aproximadas	53
3.5.1	Caso Forte	54
3.5.2	Caso Fraco	55
3.6	Aplicação dos Resultados em Situações Físicas	57
3.6.1	Desintegração β	58
3.6.2	Emissão de Pares Neutrino/Antineutrino por Elétrons na Pre- sença de Campos Magnéticos Homogêneos	60
3.6.3	Radiação Síncrotron de Píons	61

3.6.4	Desintegração de Prótons em Órbita ao Redor de Objetos Compactos	63
4	Conclusões e Perspectivas	71
	Referências	75

Capítulo 1

Introdução

A existência de campos intensos e de partículas altamente energéticas, com fatores de Lorentz da ordem de $\gamma \equiv (1 - v^2)^{-1/2} \sim 10^3$ em *fireballs* de gamma ray bursts (GRB) e de até $\gamma \sim 10^{19}$ em raios cósmicos de altíssimas energias (UHECR) [1, 2] podem alterar sensivelmente os observáveis relacionados às interações entre as partículas. As taxas totais de transição e potência emitida na forma de radiação por exemplo podem exibir comportamentos diferentes na presença de campos muito fortes, uma vez que esses atuam como agentes externos com quadri-momento extra que podem alterar significativamente os observáveis. Em campos magnéticos da ordem de 10^{14} Gauss em radio pulsares e de até 10^{15} Gauss nos chamados pulsares de Soft Gamma-Ray Repeaters, os processos usuais como espalhamento Compton e radiação síncrotron, exibem um comportamento distinto devido ao regime de altas energias da QED. Além das alterações em processos usuais, a existência de campos magnéticos tão intensos, permite a ocorrência de processos que são proibidos no vácuo como a criação de pares, $e^+ - e^-$ por fótons altamente energéticos e *splitting* de fótons, $\gamma(\omega) \rightarrow \gamma(\omega') + \gamma(\omega')$ [3, 4]. A influência de campos eletromagnéticos em processos de desintegração de partículas foi estudado por V. I. Ritus em 1969 [5]. Tratando todas as partículas como elementares, foi mostrado que as taxas totais de desintegração de uma partícula com massa m , carga e e quadri-momento p_μ na

presença de um campo eletromagnético A_μ , dependem principalmente do invariante

$$\chi \equiv \frac{\sqrt{(eF^{\mu\nu}p_\nu)^2}}{m^3}, \quad (1.1)$$

onde $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Dependendo do tipo de interação, as taxas de transição exibem comportamento distinto, podendo aumentar ou diminuir quando comparados aos processos ocorrendo na ausência de campos externos. As alterações nas taxas de transição podem tornar possíveis processos que não seriam permitidos no vácuo. De fato, processos de desintegração forte além de emissão síncrotron de mésons escalares π 's e vetoriais ρ 's por prótons em campos intensos apresentam taxas de transição significativas na presença de campos externos [1, 6]. A taxa total de emissão *via* interação forte,

$$p^+ \rightarrow p^+ + \pi^0 \quad (1.2)$$

de píons por prótons em movimento circular perpendicular às linhas de campos magnéticos foi obtida inicialmente por V. L. Ginzburg e G. F. Zharkov [7]. Apenas recentemente, a importância astrofísica desse tipo de processo foi considerada [1, 6], principalmente devido a alta energia alcançada por p^+ em raios cósmicos (CR) e aos intensos campos magnéticos conhecidos atualmente.

Como discutiremos adiante, podemos verificar que o invariante (1.1) estabelece dois regimes fisicamente interessantes para processos em campos eletromagnéticos. Se $\chi \gg 1$, os efeitos quânticos são importantes e toda a descrição dos processos deve levar em conta naturalmente os efeitos de reação à radiação. Evidentemente, tal descrição é possível ao utilizarmos as funções de onda segundo quantizadas dos campos envolvidos. Entretanto, se

$$\chi \ll 1, \quad (1.3)$$

os efeitos quânticos podem ser desprezados [8] e podemos utilizar o limite da eletrodinâmica clássica [9]. Nesse caso, ao tratarmos as partículas do ponto de vista *clássico*,

podemos interpretar a influência dos campos nos processos de emissão e decaimento como um efeito da *aceleração* a que a partícula estará sujeita na presença de agentes externos. Por exemplo, sabemos que, embora o processo

$$n^0 \rightarrow p^+ + e^- + \bar{\nu}_e, \quad (1.4)$$

seja permitido no vácuo, onde o tempo de vida do nêutron é de $t \approx 887\text{s}$ [10], a taxa de transição para o processo correlato,

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e, \quad (1.5)$$

será nula, a menos que algum agente externo com quadri-momento k_μ^{ext} torne o canal possível, uma vez que $m_n > m_p$ ($m_{n,p} \equiv$ massa do nêutron, próton). Do ponto de vista clássico, isso significa que o canal (1.5) só será favorecido para prótons não inerciais, ou seja, com aceleração própria $a \neq 0$.

Processos de emissão por prótons não inerciais já haviam sido considerados anteriormente, por exemplo em [7], onde um campo escalar quantizado é emitido por uma fonte clássica. O papel da aceleração em processos de desintegração foi também recentemente empregado por Müller [11] e posteriormente por Matsas e Vanzella [12] (ver também Ref. [13]).

Campos gravitacionais intensos, como os encontrados em buracos negros e estrelas de nêutrons, também podem alterar os observáveis relacionados a processos elementares. Recentemente, foi mostrado a influência combinada de campos gravitacionais e magnéticos intensos em processos de produção de pares ocorrendo em magnetares e buracos negros [14]. Do ponto de vista astrofísico, correções da relatividade geral em mecanismos de emissão de raios gamma em pulsares foram estudadas [15], ilustrando a importância dos efeitos da curvatura do espaço-tempo em processos usualmente tratados em espaços planos. Além disso, foram estudados também mecanismos de emissão eletromagnética, gravitacional e de campos escalares por partículas em geodésicas ao redor de buracos negros. Processos

de emissão por fontes seguindo geodésicas ao redor de buracos negros de Kerr e Schwarzschild foram consideradas principalmente nas referências [16, 17] e mais recentemente na Ref. [18]. A principal característica dos processos de emissão em tais sistemas é que a emissão em altas frequências só ocorrerá em órbitas mais internas, próximas a órbitas fotônicas em $r = 3M$, e portanto instáveis. Este resultado será confirmado pelas estimativas que faremos neste trabalho.

Além disso, a busca por evidências diretas da existência de buracos negros envolvem medidas precisas dos processos ocorrendo na vizinhança do horizonte de eventos. Tais observações podem inferir a influência da curvatura do espaço-tempo nos processos usuais como radiação eletromagnética em discos de acreção [19, 20] e emissão de ondas gravitacionais emitidas por sistemas binários contendo buracos negros [21].

No estudo que apresentaremos aqui, nosso principal interesse são os processos ocorrendo na presença de campos gravitacionais. Obteremos as fórmulas gerais para processos de desintegração forte e fraca de prótons em movimento circular e propomos também um método aproximado para o cálculo das taxas totais de transição e potência total irradiada em cada caso. As fórmulas gerais são obtidas a partir de um formalismo que já foi empregado com sucesso em outros contextos. Daremos também argumentos físicos que corroboram nossas aproximações.

No Capítulo 2 faremos uma breve revisão de processos ocorrendo na presença de campos eletromagnéticos, como uma motivação para a introdução de nosso formalismo e discutiremos brevemente a relação desta classe de processos com aqueles ocorrendo na presença de campos gravitacionais. Ainda neste capítulo discutiremos o comportamento de partículas em campos gravitacionais e discutiremos a validade de nosso procedimento. No Capítulo 3 introduzimos o formalismo de correntes semi-clássicas que utilizaremos para tratar processos em campos gravitacionais. Obtemos ainda neste capítulo, as fórmulas gerais e aproximadas para as taxas de transição e

potência emitida em cada caso. O Capítulo 4 contém as nossas conclusões e futuras perspectivas. Segue anexado ao final desta tese, o artigo publicado na *Physical Review D* que contém os resultados deste trabalho.

Na notação adotada aqui, denotamos os tensores quadri-dimensionais por índices gregos ($\lambda, \mu, \nu, \dots = 0, 1, 2, 3$) e tensores tridimensionais por índices latinos ($i, j, k, \dots = 1, 2, 3$). Adotamos a métrica no Minkowski com assinatura $\eta_{\mu\nu} = \text{diag}(+1, -1, -1, -1)$. Utilizaremos também, unidades geometrizadas ($\hbar = G = c = 1$) e sistema Gaussiano de unidades eletromagnéticas ($\epsilon_0 = \mu_0 = 1$) [22].

Capítulo 2

Partículas Elementares:

Descrições Clássica \times Semi-clássica \times Quântica

No estudo realizado por Ginzburg e Zharkov na Ref. [7], ao tratar a emissão de píons através do processo

$$p^+ \rightarrow p^+ + \pi^0 \quad (2.1)$$

consideram-se prótons acelerados descritos por uma corrente clássica emitindo um campo escalar quantizado. A emissão das partículas escalares π com massa m , dadas pelas funções de onda ϕ , é descrita pela Lagrangiana

$$\mathcal{L} = \frac{g}{u^0} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}(t)) \phi \quad (2.2)$$

Neste caso, uma partícula de massa M , energia E , com carga elétrica e movendo-se em um campo magnético B com frequência $\omega_B = eB/E$ interage com o campo ϕ através da constante de acoplamento g . A motivação aqui surge quando se considera que partículas em campos magnéticos podem emitir quaisquer partículas com as quais interagem através dos acoplamentos como na Lagrangiana acima. Em outras palavras, o canal (2.1) por exemplo, só se torna possível na presença de um campo externo.

Ao tratar partículas do ponto de vista clássico é necessário garantir que é possível desprezar os efeitos de reação à radiação. Para tanto, impomos que

$$\chi \equiv \frac{a}{M} \ll 1 \quad (2.3)$$

ou seja, que a aceleração própria a que as partículas estão sujeitas seja muito menor do que a massa M destas partículas. Este limite garante que as partículas emissoras não têm seu momento alterado pela emissão de campos, como será discutido adiante. A essa condição, portanto, damos o nome de *condição de não recuo*, e esta estabelece o limite da descrição clássica adotada em [7, 12]. Uma vez que as partículas não tem sua trajetória alterada pelo processo de emissão podemos associar a estas uma linha de mundo bem definida no espaço-tempo como na Lagrangiana acima, o que caracteriza a descrição clássica. Nesse sentido, no limite adequado ($\chi \ll 1$), a taxa para o processo

$$p^+ \xrightarrow{A_\mu} p^+ + \pi^0, \quad (2.4)$$

ocorrendo em um campo eletromagnético de fundo onde as funções de onda são quantizadas na presença de um campo A^μ , deve coincidir com a taxa obtida se considerarmos os prótons em movimento circular com aceleração própria $a = \gamma e B / m_p$, ou seja,

$$p^+ \xrightarrow{a} p^+ + \pi^0. \quad (2.5)$$

Evidentemente isso não ocorre para o processo correlato,

$$p^+ \xrightarrow{A_\mu} n^0 + \pi^+, \quad (2.6)$$

$$p^+ \xrightarrow{a} n^0 + \pi^+. \quad (2.7)$$

Nesse caso, as taxas serão diferentes uma vez que no contexto clássico $p^+ - n^0$ são descritos por uma mesma corrente e estes não seguem a mesma trajetória na presença de um campo eletromagnético. Esse comportamento está ilustrado nas figuras (2.1) e (2.2) respectivamente. Adiantamos ainda, nessas figuras que na presença de um campo gravitacional $h_{\mu\nu}$ as partículas também seguem trajetórias circulares.

A situação do processo de desintegração fraca de prótons não inerciais

$$p^+ \xrightarrow{a} n^0 + e^+ + \nu \quad (2.8)$$

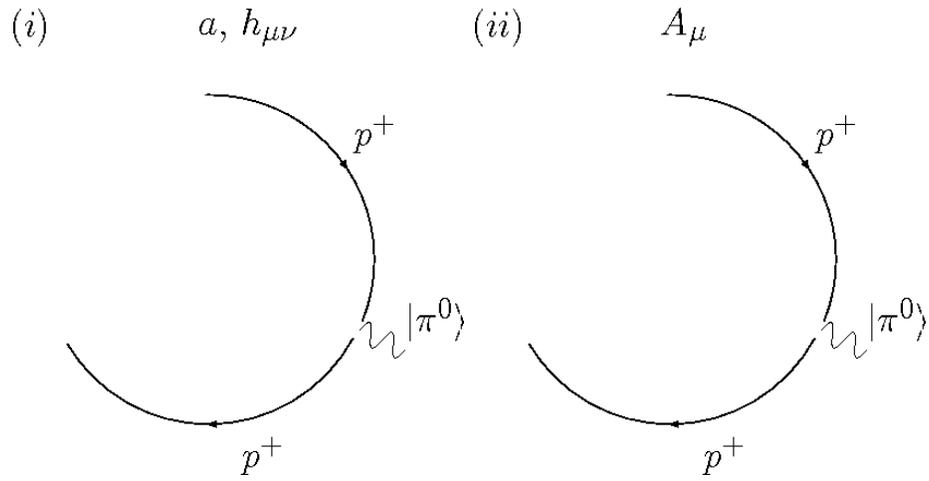


Figura 2.1: O processo $p^+ \rightarrow p^+ + \pi^0$ representado na presença de um campo gravitacional, $h_{\mu\nu}$, e eletromagnético, A^μ de fundo. No regime apropriado, tais processos podem ser bem descritos em ambos os casos por um formalismo de corrente clássica, onde assume-se que os prótons possuem uma linha de mundo bem definida com aceleração a e os π 's são campos quantizados. Notemos a semelhança do comportamento do prótons em (i) e (ii).

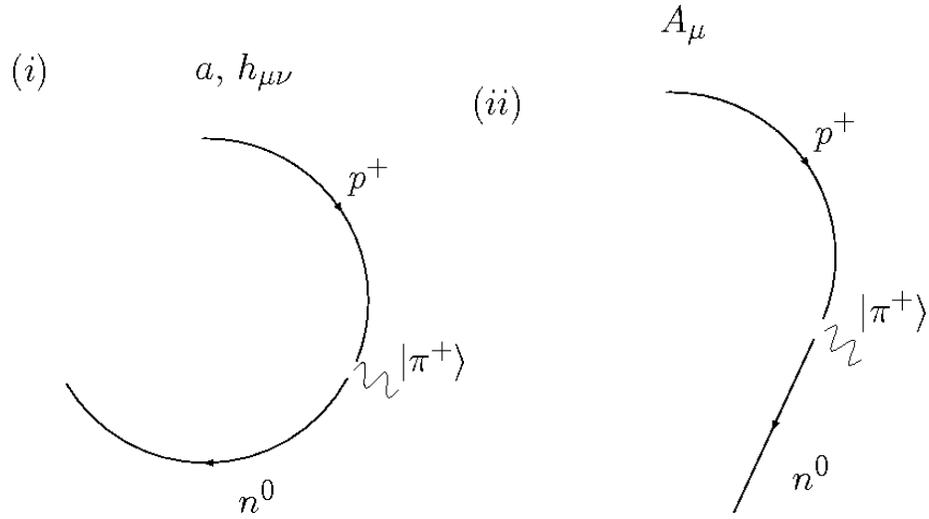


Figura 2.2: O processo $p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+$ é representado na presença de um campo gravitacional, $h_{\mu\nu}$, e eletromagnético, A^μ de fundo. Somente o primeiro caso (i), pode ser descrito no regime apropriado pelo formalismo de corrente clássica dependente da aceleração própria dos núcleons, a . Notemos a diferença do comportamento dos núcleons nos casos (i) and (ii).

é semelhante à discussão anterior para o caso forte. O processo (2.8) no regime clássico não será equivalente a

$$p^+ \xrightarrow{A_\mu} n^0 + e^+ + \nu, \quad (2.9)$$

uma vez que na presença de campos eletromagnéticos, p^+ 's e n^0 's seguem trajetórias distintas como representado na figura (2.3).

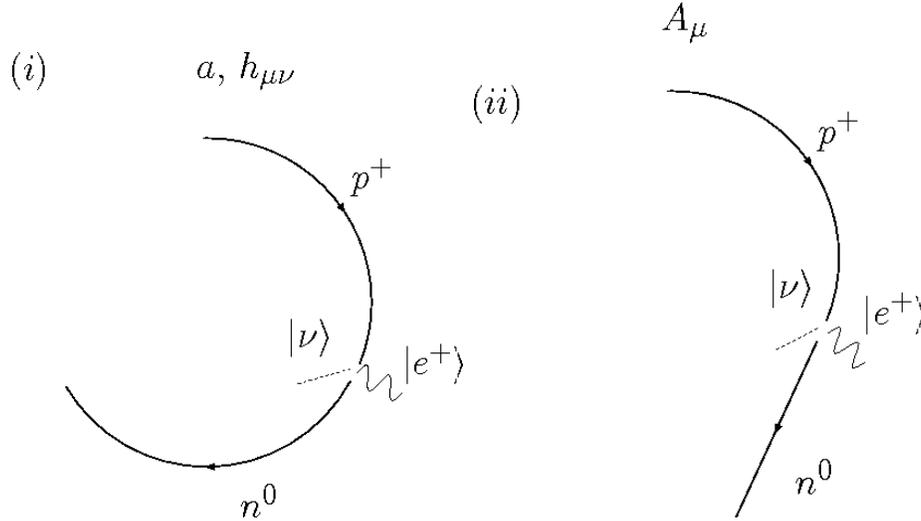


Figura 2.3: O processo $p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$ é representado na presença de um campo gravitacional $h_{\mu\nu}$ e eletromagnético A^μ de fundo. De maneira análoga a figura anterior, apenas o primeiro caso pode ser descrito no regime $\chi \ll 1$ pelo método de corrente clássica.

Destas considerações surge a questão sobre qual a situação física real onde o formalismo de corrente clássica possa ser empregado no estudo dos processos (2.7) e (2.8) onde considera-se que apenas os mésons e léptons são quantizados. Como ilustrado nas figuras, se considerarmos o sistema $p^+ - n^0$ na presença de campos gravitacionais $h_{\mu\nu}$, o formalismo pode ser empregado uma vez que neste caso, ambas as partículas são indistinguíveis, ao contrário do que ocorre na presença de campos eletromagnéticos.

Sabemos entretanto que a massa do próton é menor do que a massa do nêutron e portanto, mesmo na presença de campos gravitacionais, é desejável que seja possível

distinguir os estados diferentes de massa. Para tanto, introduziremos no próximo capítulo, um operador capaz de contemplar a diferença de massa entre os núcleons. Nesse procedimento, similar ao de primeira quantização introduzimos um operador capaz de tratar o sistema $p^+ - n^0$ como um sistema quântico de dois níveis. Veremos que esta descrição semi-clássica é adequada para tratar os processos de desintegração de prótons e nêutrons, uma vez que este introduz um termo de supressão exponencial nas regiões onde $a \leq \Delta\mathcal{E} = m_n - m_p$. Veremos também que nossas fórmulas se reduzem às fórmulas conhecidas na literatura, onde considera-se o limite $\Delta\mathcal{E} \rightarrow 0$. Tais considerações serão úteis quando estabelecermos o papel da aceleração nos processos de desintegração de prótons.

2.1 Partículas em Campos Eletromagnéticos

As equações de Dirac e de Klein-Gordon podem ser resolvidas exatamente para partículas na presença de campos eletromagnéticos e portanto, férmions e escalares podem ser tratados em um procedimento de segunda quantização levando-se em consideração a ação dos campos A_μ . As amplitudes de transição para processos ocorrendo na presença de campos eletromagnéticos $F^{\mu\nu}$ descritos através do potencial A_μ são construídas a partir das funções de onda quantizadas na presença destes campos. O método geral de cálculo de processos ocorrendo na presença de ondas eletromagnéticas planas, bem como na presença de campos magnéticos B constantes foi desenvolvido por Nikishov e Ritus [23, 24, 25].

Neste procedimento os processos que envolvem partículas emissoras com quadri-momento p_μ na presença de campos eletromagnéticos externos dependem dos invari-

antes,

$$\begin{aligned}\chi &\equiv \frac{\sqrt{(eF^{\mu\nu}p_\mu)^2}}{m^3} \\ f &\equiv \frac{e^2}{m^4}(F^{\mu\nu})^2 \\ g &\equiv \frac{e^2}{m^4}\epsilon_{\lambda\mu\nu\rho}F^{\lambda\nu}F^{\nu\rho},\end{aligned}\tag{2.10}$$

onde e é a carga elétrica da partícula emissora que interage com o campo eletromagnético e m é a sua massa. Evidentemente, tal procedimento permite o cálculo de processos sem a necessidade de uma trajetória pré-definida uma vez que utilizam-se os campos quantizados das partículas envolvidas.

Pode-se verificar que os invariantes de Lorentz f e g dependem apenas dos campos enquanto que o parâmetro χ leva em consideração também o quadri-momento da partícula emissora envolvida nos processos. No caso de campos \mathbf{E} e \mathbf{B} perpendiculares e de igual magnitude (os chamados *campos cruzados*), explorados por Nikishov e Ritus, temos

$$f = \frac{2e^2}{m^4}(\mathbf{B}^2 - \mathbf{E}^2) = 0\tag{2.11}$$

$$g = \frac{-4e^2}{m^4}\mathbf{B} \cdot \mathbf{E} = 0.\tag{2.12}$$

Portanto, neste caso, as taxas de transição de processos ocorrendo em campos eletromagnéticos cruzados ($\mathbf{E} \perp \mathbf{B}$) serão da forma,

$$\Gamma = \Gamma(\chi, f, g) = \Gamma(\chi, 0, 0).\tag{2.13}$$

Dessa forma, como os parâmetros f e g se anulam, o único invariante de Lorentz relevante passa a ser o parâmetro χ .

Analisemos agora o sentido físico desse invariante para os processos ocorrendo em campos eletromagnéticos. A força de Lorentz \mathcal{F}_L^μ que age sobre uma partícula carregada de massa m e carga e com velocidade u^μ é dada por,

$$\mathcal{F}_L^\mu \equiv ma^\mu = eF^{\mu\nu}u_\nu,\tag{2.14}$$

cujos módulos fornece

$$a = \frac{e}{m} \sqrt{(F^{\mu\nu} u_\nu)^2}, \quad (2.15)$$

ou seja

$$a = \frac{e}{m^2} \sqrt{(F^{\mu\nu} p_\nu)^2}. \quad (2.16)$$

Portanto, pela forma do parâmetro χ ,

$$\frac{a}{m} = \frac{e}{m^3} \sqrt{(F^{\mu\nu} p_\nu)^2} \equiv \chi, \quad (2.17)$$

e assim temos o equivalente clássico para o parâmetro χ , ou seja, podemos expressá-lo em termos da *aceleração* a que uma fonte está sujeita.

Além disso, se o trabalho realizado pela força de Lorentz num comprimento de onda Compton $\lambda = 1/m$ de uma partícula de massa m ,

$$\mathcal{W} \sim \frac{e}{m} \sqrt{(F^{\mu\nu} p_\nu)^2} \times \underbrace{\frac{1}{m}}_{\text{Comp. Compton}} \equiv a, \quad (2.18)$$

for maior do que a massa de repouso de uma partícula de massa m' ,

$$\mathcal{W} > m' \quad (2.19)$$

esse trabalho realizado seria suficiente em princípio para permitir que a fonte acelerada emita partículas com comprimento de onda dado por $1/m$. Dessa argumentação deduzimos então que o canal de decaimento do próton,

$$p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+, \quad (2.20)$$

por exemplo, será favorecido no regime,

$$a \geq \Delta\mathcal{E} + m_\pi, \quad (2.21)$$

onde lembramos que $\Delta\mathcal{E}$ é a diferença de massa próton-nêutron. Deduzimos também dessa análise que se o parâmetro χ for da ordem da unidade,

$$\chi = \frac{a}{m} \sim 1, \quad (2.22)$$

os efeitos de recuo ou seja, de reação à radiação são importantes e a descrição clássica não é mais válida. No formalismo desenvolvido por Nikishov e Ritus em [23], é possível calcular processos ocorrendo em campos eletromagnéticos mesmo em regimes onde $\chi \gg 1$. Portanto estabelecemos o limite clássico em função do parâmetro χ da seguinte forma,

$$\chi = \frac{a}{m} \ll 1. \quad (2.23)$$

Além disso, na Ref. [26] ao considerar processos do tipo

$$e^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_e, \quad (2.24)$$

e de desintegração fraca de prótons no caso *linearmente acelerado*, mostrou-se quantitativamente que a energia das partículas emitidas seria da ordem da aceleração da corrente, como um cheque de consistência da condição (2.23). Para tanto, foi obtida a distribuição de energia normalizada, dada por,

$$\mathcal{N}_j^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{1}{\Gamma^{p_1 \rightarrow p_2}} \frac{d\Gamma^{p_1 \rightarrow p_2}}{d\tilde{\omega}_j}, \quad (2.25)$$

onde $\Gamma^{p_1 \rightarrow p_2}$ é a taxa de desintegração total e $d\Gamma^{p_1 \rightarrow p_2}$ é a taxa diferencial de transição para o processo considerado e $\tilde{\omega}_j$ é a energia da partícula emitida como medida no referencial inercial instantaneamente em repouso com a fonte. Na figura (2.4) está mostrada a distribuição em energia das partículas emitidas para o caso de desintegração fraca e na figura (2.5) a mesma distribuição para o caso de emissão de pares neutrino-antineutrino para elétrons acelerados.

Dessas considerações portanto, assumimos que a energia das partículas emitidas é da ordem da aceleração das partículas emissoras. Tais considerações também estabelecem o limite de não recuo, necessário para o formalismo semi-clássico.

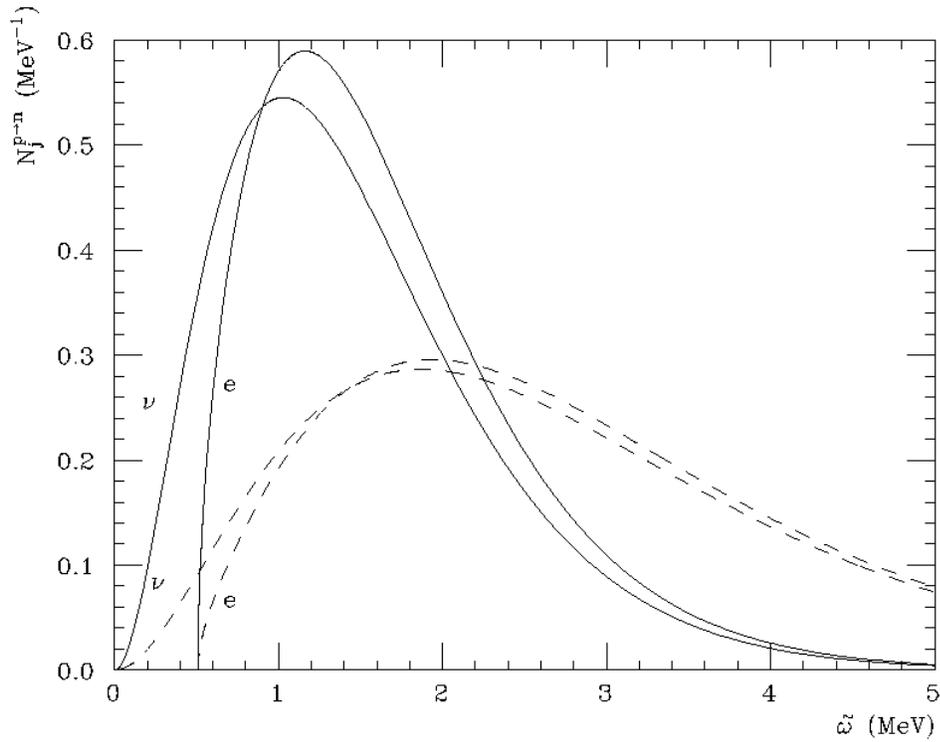


Figura 2.4: A distribuição de energia normalizada para os pósitrons emitidos, $\mathcal{N}_e^{p \rightarrow n}$, e para neutrinos, $\mathcal{N}_\nu^{p \rightarrow n}$, no mecanismo de desintegração fraca $p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$ são mostrados para dois valores da aceleração própria do próton: $a = 1\text{MeV}$ (linha cheia) e 2MeV (linha tracejada). Notemos que a energia típica das partículas é da ordem da aceleração, $\tilde{\omega} \approx a$.

2.2 Partículas em Campos Gravitacionais

Como foi discutido anteriormente prótons e nêutrons são indistinguíveis na presença de um campo gravitacional. De acordo com o *Princípio de Equivalência Fraco*, **WEP** ou *Princípio de Equivalência de Galileu* [27, 28],

WEP: *O movimento de uma partícula teste em queda livre é independente de sua massa, composição e estrutura.*

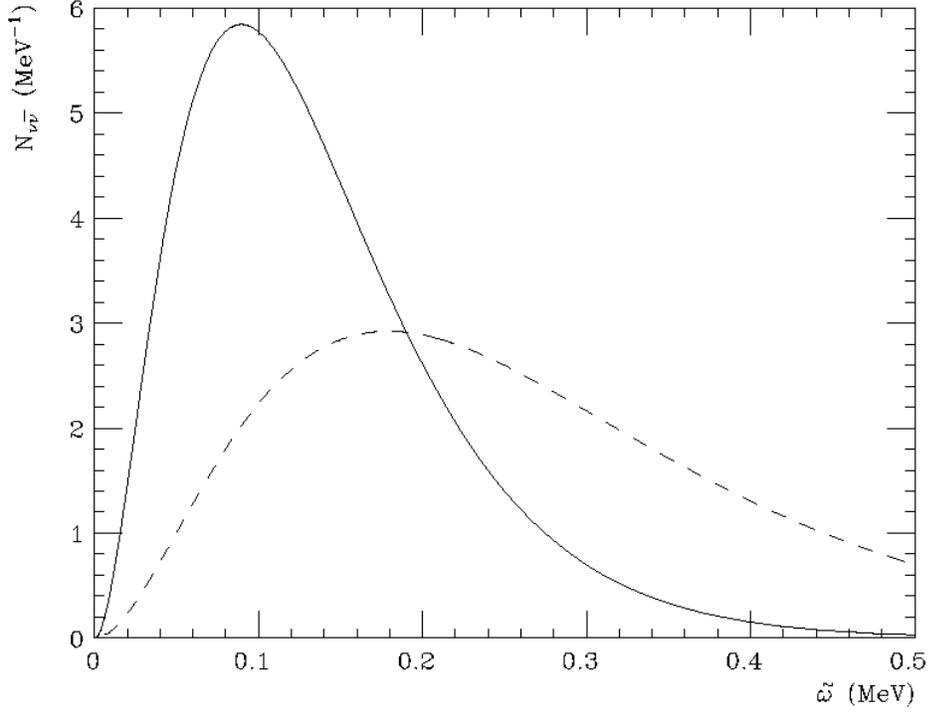


Figura 2.5: As distribuições de energia normalizada para neutrinos e antineutrinos no processo $e^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}$ são mostradas para dois valores da aceleração própria dos elétrons: $a = 0.1\text{MeV}$ e $a = 0.2\text{MeV}$. Novamente notemos que $\tilde{\omega} \approx a$.

Portanto, na presença de um campo gravitacional $h_{\mu\nu}$ é possível associar aos núcleons dos mecanismos

$$p^+ \xrightarrow{h_{\mu\nu}} n^0 + \pi^+ \quad (2.26)$$

$$p^+ \xrightarrow{h_{\mu\nu}} n^0 + e^+ + \nu_e \quad (2.27)$$

uma trajetória bem definida no espaço-tempo e portanto, podemos utilizar o formalismo clássico como uma boa aproximação de uma situação física real.

No que segue vamos estabelecer a importante diferença quando são considerados processos ocorrendo sob a influência de campos gravitacionais e eletromagnéticos. Considerando os processos de desintegração de prótons, por exemplo, cuja escala

física é dada pela aceleração própria, podemos deduzir que o processo $p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu$ é dominante sobre o processo $p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+$ no regime $m_e + \Delta\mathcal{E} < a < m_\pi + \Delta\mathcal{E}$ e devido à magnitude da constante de acoplamento forte, o processo (2.7) é dominante na região $a > m_\pi + \Delta\mathcal{E}$. Sabemos que na presença de um campo magnético \mathbf{B} , a aceleração própria de um próton em movimento circular é escrita como

$$a = \gamma \frac{eB}{m_p}, \quad (2.28)$$

onde o campo magnético é medido no referencial de laboratório, $v \approx c$ e $\gamma = E/m_p$ é o fator relativístico usual dado pela razão entre a energia do próton e sua massa. Na região $a > m_\pi + \Delta\mathcal{E}$ o canal forte domina sobre o canal eletromagnético $p^+ \rightarrow p^+ + \gamma$, e portanto a degradação da energia dos p^+ 's por emissão de fótons não tem um papel relevante. Entretanto, isso não ocorre no regime $m_e + \Delta\mathcal{E} < a < m_\pi + \Delta\mathcal{E}$, onde o processo eletromagnético domina sobre o fraco e a maior parte da energia dos prótons é emitida na forma de fótons, o que os leva depois de algum tempo a ter uma aceleração abaixo do limite $m_e + \Delta\mathcal{E}$. Tal situação é diferente na presença de campos gravitacionais. Assumindo o espaço-tempo de Minkowski, a aceleração própria

$$a = \gamma^2 R \Omega^2$$

de um próton em uma órbita circular de raio R e velocidade angular Ω ao redor de um objeto com massa M pode ser escrita, ao utilizarmos a relação Newtoniana $R^3 \Omega^2 = M$, como

$$a = \frac{(M\Omega^4)^{1/3}}{1 - (M\Omega)^{2/3}}. \quad (2.29)$$

Portanto, ao emitir fótons, os prótons em movimento circular irão ocupar órbitas mais internas com frequências Ω maiores, a aceleração destes tendem a aumentar ao invés de diminuir, ao contrário do que ocorre no caso eletromagnético. Se estes prótons em órbitas cada vez mais aceleradas desintegram ou não, isso dependerá da massa do objeto central e de outros detalhes, que discutiremos adiante.

Como discutido anteriormete, $p^+ - n^0$ são indistinguíveis na presença de campos gravitacionais e o movimento destas partículas depende somente de sua velocidade angular Ω e do raio R de sua órbita . Portanto é possível associar aos núcleons do mecanismo

$$p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+ \quad (2.30)$$

no regime

$$m_\pi \ll a \ll m_p \quad (2.31)$$

e do mecanismo

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e \quad (2.32)$$

no regime

$$m_e \ll a \ll m_\pi, \quad (2.33)$$

trajetórias bem definida no espaço-tempo e portanto, podemos utilizar as fórmulas obtidas pelo formalismo semi-clássico para estudar os processos de desintegração nesses sistemas. Nos casos citados acima e nos regimes de acelerações que estamos interessados o formalismo semi-clássico pode ser aplicado satisfatoriamente uma vez conhecida a trajetória. Além disso, o formalismo é capaz de contemplar a diferença de massa entre prótons e nêutrons, como veremos adiante.

Em uma série de artigos sobre radiação de campos orbitando buracos negros de Kerr e Schwarzschild [16] concluiu-se que a emissão de radiação síncrotron geodésica será realmente “intensa” (radiação em altas frequências) apenas para partículas com altas energias em órbitas relativísticas instáveis próximas a órbitas fotônicas. Em órbitas estáveis com $r \geq 6M$, a principal contribuição da radiação seria o modo fundamental de baixas frequências. Na referência [17] demonstra-se que a radiação geodésica de ondas gravitacionais é uma consequência natural da Relatividade Geral. De maneira geral, as Refs. [16] demonstram que a principal característica da radiação escalar e vetorial emitida por uma fonte geodésica na geometria de Schwarzschild

é que as frequências ω irradiadas são múltiplos da frequência orbital da partícula, $\Omega = (M/R)^{1/3}$, isto é $\omega = m\Omega$, com $m = 1, 2, \dots$, onde R é o raio da órbita e M é a massa do buraco negro.

Na Ref. [29], considera-se um campo escalar Φ emitido na presença de um campo gravitacional estático e esfericamente simétrico em torno de um buraco negro. O campo escalar Φ sem massa é emitido por uma fonte clássica em um processo do tipo

$$\Psi \rightarrow \Psi + \Phi, \quad (2.34)$$

na geometria de Schwarzschild e Minkowski. O objetivo desse trabalho é comparar a diferença entre os observáveis quando se consideram os regimes newtoniano e relativístico, como discutiremos adiante. No formalismo adotado, uma fonte $j^{S,M}(x^\mu)$ descreve a partícula Ψ em uma órbita à distância $r = R_s$ de um objeto central, cuja geometria é dada por

$$ds^2 = f(r)dt^2 - f(r)^{-1}dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2),$$

onde $f(r) = (1 - 2M/r)$ para Schwarzschild e $f(r) = 1$ para Minkowski. A forma da fonte é portanto

$$j^{S,M}(x^\mu) = \frac{q}{\sqrt{-g}u^0} \delta(r - R_s) \delta(\theta - \pi/2) \delta(\phi - \Omega t), \quad (2.35)$$

onde as deltas de Dirac garantem que a fonte seja localizada e os sobrescritos S, M distinguem as geometrias de Schwarzschild e Minkowski, sendo que em Schwarzschild

$$u^\mu = \left[\frac{1}{1 - 2M/R_s - R_s^2\Omega^2}, 0, 0, \frac{\Omega}{1 - 2M/R_s - R_s^2\Omega^2} \right] \quad (2.36)$$

e em Minkowski

$$u^\mu = \left[\frac{1}{1 - R_s^2\Omega^2}, 0, 0, \frac{\Omega}{1 - R_s^2\Omega^2} \right]. \quad (2.37)$$

Tal fonte é acoplada ao campo Φ conforme a Lagrangiana de interação

$$\mathcal{L}_{\text{Int}} = \sqrt{-g} j^{S,M}(x^\mu) \Phi. \quad (2.38)$$

O campo Φ é expandido em termos dos modos normais $u_{l,m,\omega}$,

$$\Phi(x^\mu) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \int_0^{\infty} [u_{l,m,\omega} a_{l,m,\omega} + \text{h.c.}], \quad (2.39)$$

cujos modos de frequência positiva obtidos nas duas geometrias distintas são obtidos de

$$\square u_{l,m,\omega} = 0 \quad (2.40)$$

e são dados por

$$u_{l,m,\omega} = \sqrt{\frac{\omega}{\pi}} \frac{\psi^{S,M}(r)}{r} Y_{lm}(\theta, \phi) e^{-i\omega t} \quad (2.41)$$

onde as funções $Y_{lm}(\theta, \phi)$ são os harmônicos esféricos, evidenciando que estamos tratando de uma situação de simetria esférica. As funções radiais $\psi(r)$ satisfazem a equação diferencial

$$\left[-f(r) \frac{d}{dr} \left(f(r) \frac{d}{dr} \right) + V_{S,M}(r) \right] \psi_{\omega l}^{S,M}(r) = \omega^2 \psi_{\omega l}^{S,M}(r) \quad (2.42)$$

que é de segunda ordem e portanto, tem em geral duas soluções distintas. Os potenciais para as duas geometrias são,

$$V_S(r) = \left(1 - \frac{2M}{r} \right) \left[\frac{2M}{r^3} + \frac{l(l+1)}{r^2} \right], \quad (2.43)$$

$$V_M(r) = \frac{l(l+1)}{r^2}, \quad (2.44)$$

conforme pode ser visto na figura (2.6).

A potência total emitida considerando o cálculo em espaços curvo e plano em termos dos números quânticos l, m e ω , é

$$W_{lm}^{em} = \int_0^{+\infty} d\omega \omega |\mathcal{A}_{\omega lm}^{em}|^2 / T, \quad (2.45)$$

onde

$$\mathcal{A}_{\omega lm}^{em} = \langle \omega lm | i \int d^4x \sqrt{-g} j(x^\mu) \hat{\Phi}(x^\mu) | 0 \rangle = i \int d^4x \sqrt{-g} j(x^\mu) u_{\omega lm}^*(x^\mu) \quad (2.46)$$

é a amplitude de transição em nível de árvore. O principal objetivo desse estudo é comparar a potência total emitida calculada em espaços-tempos curvos com aquela obtida para o processo (2.34) no espaço-tempo de Minkowski. Na geometria de Schwarzschild, as duas soluções radiais da equação (2.42) podem ser separadas em $\vec{\psi}_{\omega l}^S(x)$ que são os modos originados do horizonte passado H^- do buraco negro, e os modos $\overleftarrow{\psi}_{\omega l}^S(x)$ vindo do infinito nulo passado, \mathcal{J}^- . Nesse sentido, é possível calcular qual a parte da radiação é *emitida* e qual parte será *absorvida* pelo buraco negro. Tal quantidade não é possível de ser calculada em Minkowski, ou seja, no formalismo que iremos adotar neste trabalho. Apenas a radiação emitida é obtida no formalismo de espaço-tempo plano.

Com os modos normais do campo Φ obtidos em Minkowski, a potência emitida para o processo (2.34) é dada em função da aceleração própria que é da forma $a = \gamma^2 \Omega^2 R_M$. Ao utilizar a relação newtoniana,

$$R_M(\Omega) = \sqrt[3]{\frac{M}{\Omega^2}}$$

comparou-se a potência emitida pela fonte no limite de baixas frequências nas duas geometrias por métodos semi-analítico e numérico. Comparou-se também o resultado obtido em Schwarzschild com o processo de troca de grávitons. Nesse caso, a relação $R = R(\Omega, M)$ é

$$R_M = \frac{1}{\gamma^{2/3}} \sqrt[3]{\frac{M}{\Omega^2}} \quad (2.47)$$

Pode-se verificar que, assintoticamente, ou seja, para grandes distâncias do objeto central, as fórmulas coincidem como era de se esperar. Para órbitas mais internas, $R \approx 6M$, entretanto, os resultados diferem. O resultado destas duas comparações está ilustrado nas figuras (2.7) para aceleração newtoniana e (2.8) para a troca de grávitons.

Nesse trabalho, concluiu-se que a diferença entre as grandezas obtidas nas duas geometrias consideradas seriam da ordem de 20 – 30% para órbitas estáveis em

$r \approx 6M$.

A diferença pequena entre os formalismos motiva a proposta que apresentamos aqui. Pretendemos obter aproximadamente os observáveis relacionados a outros processos como desintegração β e forte de prótons, ocorrendo na presença de campos gravitacionais sem a necessidade de utilizar as funções de onda segundo quantizadas em geometrias complexas. Para tanto, assumiremos algumas hipóteses que uma vez satisfeitas nos permitirão analisar processos na presença de campos gravitacionais onde assumimos espaço-tempo de fundo Minkowskiano. Em resumo, nossos cálculos são realizados em espaço-tempo de Minkowski e o campo gravitacional é descrito por uma força central do tipo newtoniano, uma vez que, de acordo com o trabalho discutido anteriormente, esta aproximação deve fornecer resultados qualitativamente razoáveis.

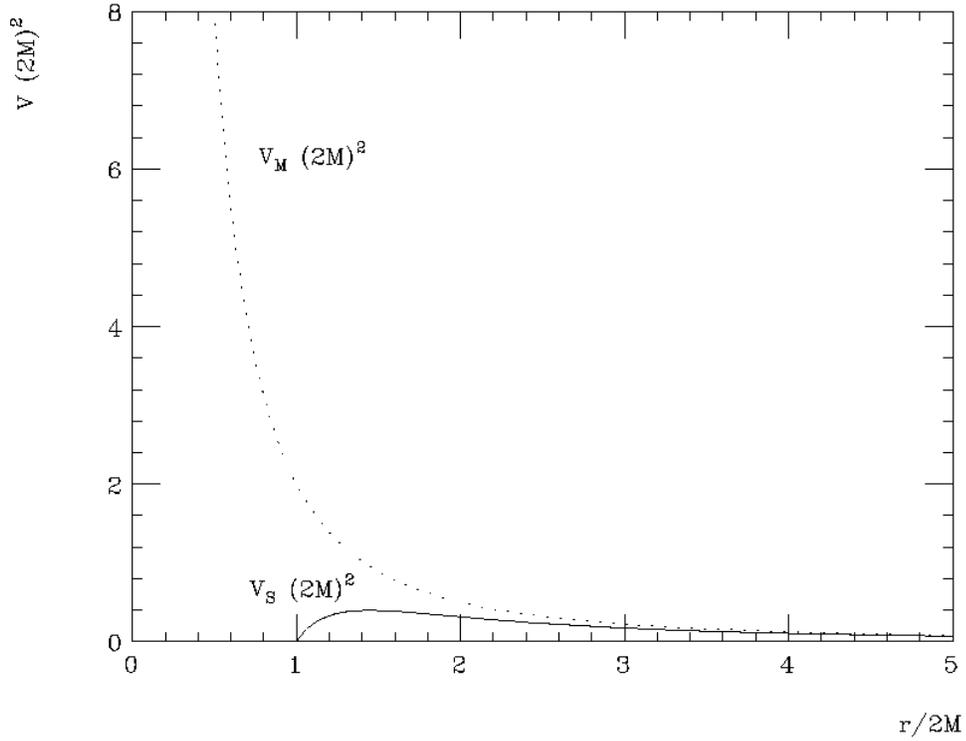


Figura 2.6: Os potenciais de espalhamento V_M e V_S em função de $r/2M$ para $l = 1$, onde relembramos que V_M e V_S são definidos em função das coordenadas r em cada uma das geometrias. Assintoticamente, ambos os potenciais decrescem com $1/r^2$. Notemos também que V_S é definido apenas para $r > 2M$. Devido à não existência de um horizonte de eventos no espaço-tempo de Minkowski, V_M é definido também na região $0 \leq r \leq 2M$.

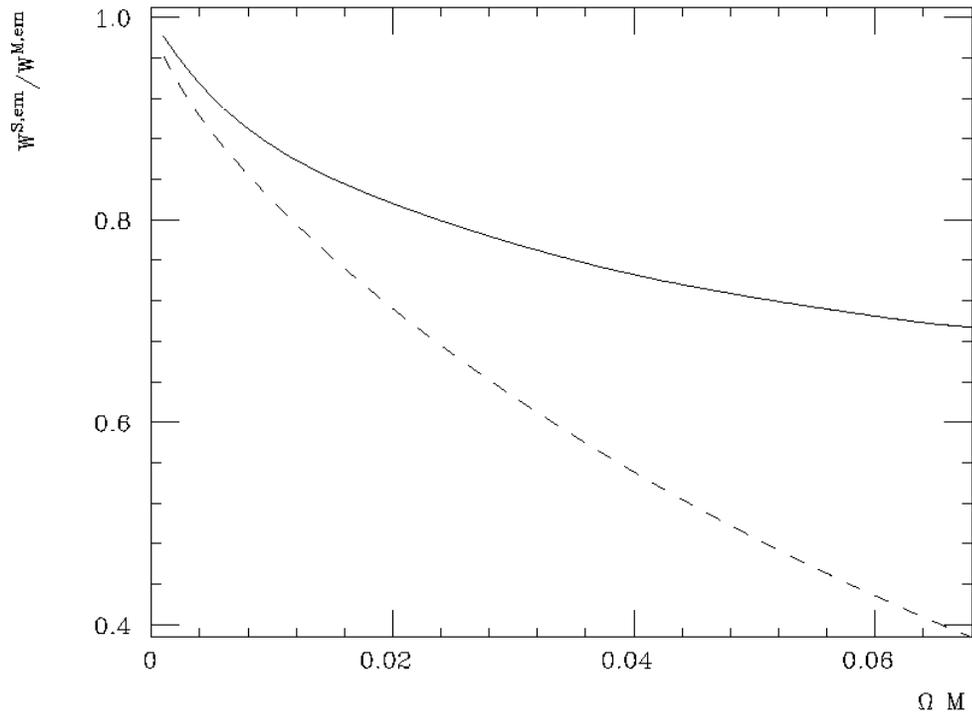


Figura 2.7: A razão $W^{S,em}/W^{M,em}$ em função de ΩM como medida por observadores assintóticos. Na potência $W^{M,em}$ admite-se o efeito da gravitação newtoniana. As linhas cheias e tracejadas estão associadas aos cálculos numéricos e analíticos, respectivamente.

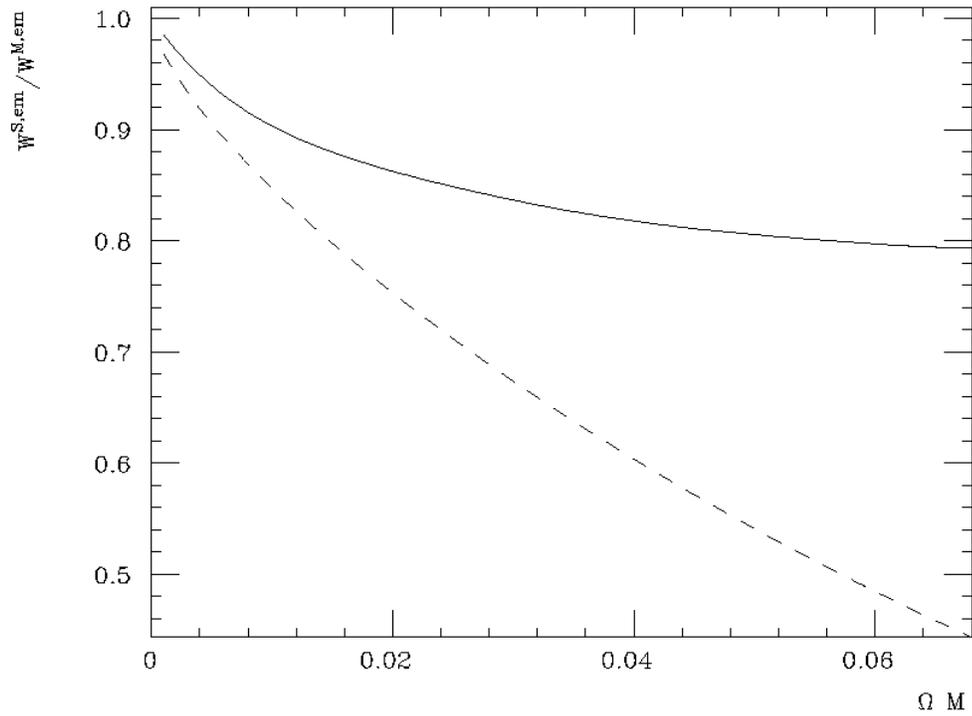


Figura 2.8: A razão $W^{S,em}/W^{M,em}$ em função de ΩM como medida por observadores assintóticos. Na potência $W^{M,em}$ admite-se o efeito da troca de grávitons. As linhas cheias e tracejadas estão associadas aos cálculos numéricos e analíticos, respectivamente.

Capítulo 3

Desintegração de Prótons em Movimento Circular

Trataremos agora os processos de desintegração de prótons acelerados bem como outros processos de emissão por partículas não inerciais como radiação síncrotron de píons e emissão de pares neutrino-antineutrino por elétrons acelerados. Apresentamos na próxima seção o método geral que utilizaremos para tratar tais mecanismos. Posteriormente, obteremos as quantidades relevantes a partir de algumas aproximações e discutiremos seus limites de validade. Discutiremos também nossos resultados em relação aos já conhecidos na literatura.

3.1 Formalismo da Corrente Semi-clássica

Neste capítulo, introduzimos inicialmente o formalismo da corrente *semi-clássica* que adotaremos para o estudo dos processos de emissão de partículas por prótons não inerciais. O formalismo que apresentaremos aqui difere ligeiramente dos métodos de *correntes clássicas* usuais. Uma descrição geral do método de correntes clássicas interagindo com campos quantizados pode ser encontrada na referência [30] e algumas aplicações podem ser encontradas nas Refs. [1, 7, 30]. Como veremos, o formalismo aqui apresentado permite levar em conta a diferença de massa próton-nêutron, $\Delta\mathcal{E}$, além de ser adequado nos regimes de acelerações em que estamos interessados.

Uma corrente clássica $j^{\mu\nu\dots}(x)$, possui uma *trajetória* $x^\mu(\tau)$ parametrizada pelo tempo próprio τ , bem definida no espaço-tempo. Se essa corrente agir como fonte

de algum campo, $\Psi^{\mu\nu\dots}(x)$, a esta será associada uma carga Q , ou seja,

$$j^{\mu\nu\dots}(x) = Q \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{\sqrt{-g} u^0(\tau)} u^\mu(\tau) u^\nu(\tau) \dots, \quad (3.1)$$

onde $u^\mu(\tau)$ é a quadri-velocidade da corrente, $u^\mu = dx^\mu/d\tau$ e $g \equiv \det(g_{\mu\nu})$ sendo $g_{\mu\nu}$ a métrica do espaço-tempo. Dessa forma, a corrente, que interage com o campo $\Psi(x)$ através da carga Q , será uma função das variáveis dinâmicas, $x^\mu(\tau)$ e $u^\mu(\tau)$ que descrevem a sua trajetória no espaço-tempo. Vamos nos restringir agora ao estudo de processos que ocorrem *via* interações fortes e fracas. Assumimos aqui que a corrente (3.1) não agirá como fonte de ondas gravitacionais tensoriais de posto 2 [31], mas admitiremos que esta irá interagir com campos escalares e espinoriais de spin 1/2. Portanto, a corrente mais geral em que estamos interessados será descrita por um tensor de posto 1, j^μ . Nessa terminologia, distinguimos a *corrente* $j^\mu(x)$ e a *fonte* $j(x)$ clássicas.

O fator de normalização $\sqrt{-g} u^0$ também garante que a que a carga total Q é conservada quando integramos (3.1) em um elemento de volume tridimensional $d\Sigma^{(3)}$, comóvel com a corrente, isto é,

$$\int d\Sigma_\mu^{(3)} j^\mu(x) = Q \quad (3.2)$$

onde $d\Sigma_\mu^{(3)} = d\Sigma^{(3)} n_\mu$ é o elemento diferencial de tri-volume ortogonal a quadri-velocidade da corrente na métrica considerada.

A prescrição de corrente como fonte do campo $\Psi(x)$ pode ser formalizada pelo acoplamento mínimo, campo-corrente através da ação de interação

$$\hat{S}_{\text{int}} = \int d^4x \{j^\mu(x) \hat{\Psi}_\mu(x) + \text{H.C.}\}, \quad (3.3)$$

onde o posto da corrente será o mesmo do campo com a qual esta interage.

A fim de garantir que a partícula permaneça em uma linha de mundo bem definida, devemos assumir que o momento \mathbf{k}_{rf} do campo emitido, como medido no

referencial instantaneamente em repouso com a corrente, não altera significativamente a trajetória da corrente em processos do tipo

$$p_1 \rightarrow p_2 + \sum_i p_i. \quad (3.4)$$

Essa condição é, explicitamente,

$$|\mathbf{k}_{\text{rf}}| \ll M, \quad (3.5)$$

onde M é a massa da partícula descrita pela corrente (3.1). Assumiremos aqui uma condição um pouco mais restritiva, a saber:

$$\omega_{\text{jrf}} \ll M, \quad (3.6)$$

onde ω_{jrf} é medido no referencial instantaneamente em repouso com a fonte. Esse limite é conhecido como *condição de não recuo* e admite que a partícula não terá seu quadri-momento alterado no processo de emissão. Como discutimos no capítulo anterior, a energia ω das partículas emitidas é da ordem da aceleração das partículas emissoras. Essa condição portanto, pode expressa em termos do invariante *aceleração própria*, $a \equiv \sqrt{-a_\mu a^\mu}$. Explicitamente essa condição será, portanto

$$\frac{a}{M} \ll 1. \quad (3.7)$$

Iremos admitir agora que, no processo (3.4), $p_{1,2}$ são partículas que satisfazem (3.7) e portanto não sofrem retro-ação (*backreaction*), podendo ser associadas a uma corrente. Em outras palavras, “*assumimos que o sistema $p_1 - p_2$ têm uma linha de mundo bem definida*” que não é alterada pelo processo de emissão dos campos p_i 's.

Sempre que a partícula p_2 no estado final e p_1 no estado inicial são auto-estados distintos da Hamiltoniana própria, \hat{H}_0 ,

$$\hat{H}_0 |p_j\rangle = M_j |p_j\rangle, \quad j = 1, 2 \quad (3.8)$$

com $M_1 \neq M_2$, será útil definirmos então o conceito de *corrente semi-clássica*. Seguindo um procedimento similiar ao de primeira quantização, onde substitui-se

os observáveis clássicos por operadores auto-adjuntos [32], introduzimos a seguinte modificação na carga associada à corrente (3.1):

$$Q \rightarrow \hat{Q}(\tau) = e^{i\hat{H}_0\tau} \hat{Q}_0 e^{-i\hat{H}_0\tau}.$$

Agora, \hat{Q}_0 é um operador auto-adjunto atuando no espaço de Hilbert bi-dimensional dos auto-estados $|p_j\rangle$ da Hamiltoniana \hat{H}_0 . Nesse caso, o sistema $p_1 - p_2$ comporta-se como um sistema de dois níveis com autoestados $|p_1\rangle$ e $|p_2\rangle$. Nossa corrente semi-clássica será, portanto, dada pelo operador

$$\hat{j}^\mu(x) = e^{i\hat{H}_0\tau} \hat{Q}_0 e^{-i\hat{H}_0\tau} \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{\sqrt{-g}u^0(\tau)} u^\mu(\tau). \quad (3.9)$$

Assim, ao invés de apresentar um comportamento puramente clássico de (3.1) nossa corrente semi-clássica (3.9) permite tratar o sistema $p_1 - p_2$ como um sistema quântico de dois níveis. Exemplos de aplicações desse formalismo podem ser encontrados nas Refs. [12] e [13] onde se discute o decaimento de prótons e nêutrons não inercias e em [26] para processos de emissão de pares neutrino-antineutrino por elétrons em trajetórias perpendiculares à linhas de campos magnéticos como um caso particular de processos onde $M_1 = M_2$. Do ponto de vista conceitual, o formalismo foi satisfatoriamente empregado para demonstrar a necessidade da existência do efeito Fulling-Davies-Unruh em teoria de campos [33].

Os elementos de matriz $\mathcal{J}_{p_1 \rightarrow p_2}^\mu(x) \equiv \langle p_2 | \hat{j}^\mu(x) | p_1 \rangle$, são, portanto,

$$\mathcal{J}_{p_1 \rightarrow p_2}^\mu(x) = e^{i\Delta\mathcal{E}\tau} \langle p_2 | \hat{Q}_0 | p_1 \rangle \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{\sqrt{-g}u^0(\tau)} u^\mu(\tau), \quad (3.10)$$

onde $\Delta\mathcal{E} \equiv M_2 - M_1$. Notemos também, que o caráter *efetivo* do procedimento pode ser contemplado pela definição da “constante efetiva de acoplamento”, Q_{eff} ,

$$Q_{\text{eff}} \equiv \langle p_2 | \hat{Q}_0 | p_1 \rangle. \quad (3.11)$$

Reescrevemos, então, os elementos de (3.10),

$$\mathcal{J}_{p_1 \rightarrow p_2}^\mu(x) = e^{i\Delta\mathcal{E}\tau} Q_{\text{eff}} \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{\sqrt{-g}u^0(\tau)} u^\mu(\tau). \quad (3.12)$$

Nas seções seguintes, iremos associar a carga Q_{eff} à constante de interação efetiva de Fermi, G_F [34, 35] e à constante de acoplamento *píon-núcleon*, $g_{\pi N}$ [36, 37].

De maneira geral, estaremos interessados em processos do tipo

$$p_1 \rightarrow p_2 + g_1 \quad (3.13)$$

e

$$p_1 \rightarrow p_2 + f_1 + \bar{f}_2. \quad (3.14)$$

Segundo as afirmações do formalismo descrito anteriormente, o campo escalar g_1 e os pares férmion-antiférmion, $f - \bar{f}$, devem ser emitidos quando a partícula p_1 “evolui” para p_2 . Estudaremos separadamente os casos fortes e fracos nas próximas seções.

3.2 Desintegração Forte: Fórmulas Gerais

Consideremos então, inicialmente, a desintegração forte de prótons não inerciais através do canal

$$p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+ \quad (3.15)$$

como um exemplo da classe de processos representados por (3.13). O sistema $p^+ - n^0$ será descrito pela fonte semiclássica

$$\hat{j}(x) = \frac{\hat{q}(\tau)}{u^0(\tau)} \delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)], \quad (3.16)$$

com $\sqrt{-g} = 1$ em (3.1). Seguindo o procedimento de quantização canônica [38, 39], o escalar carregado π^+ emitido está associado à decomposição de Fourier dos modos normais

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(+\omega)}(x) = \frac{e^{-ik^\mu x_\mu}}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega}}, \quad (3.17)$$

$$\phi_{\mathbf{k}}^{(-\omega)}(x) = [\phi_{\mathbf{k}}^{(+\omega)}(x)]^* \quad (3.18)$$

de frequências positiva e negativa, $\pm\omega = \pm\sqrt{\mathbf{k}^2 + m^2}$ que são soluções da equação de Klein-Gordon

$$(\square - m^2)\phi_{\mathbf{k}}^{(\pm\omega)} = 0 \quad (3.19)$$

e estão normalizadas a fim de satisfazer a regra de comutação a *tempos iguais*

$$[\phi(t, \mathbf{x}), \pi(t, \mathbf{x}')] = i\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (3.20)$$

onde $\pi(x) = \partial_0\phi(x)$. Em termos dos operadores de aniquilação $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ e criação $\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger$ de escalares e anti-escalares respectivamente, temos

$$\hat{\Phi}(x) = \int d^3\mathbf{k} \left[\hat{a}_{\mathbf{k}}\phi_{\mathbf{k}}^{(+\omega)}(x) + \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger\phi_{\mathbf{k}}^{(-\omega)}(x) \right], \quad (3.21)$$

e

$$\hat{\Phi}^\dagger(x) = \int d^3\mathbf{k} \left[\hat{c}_{\mathbf{k}}\phi_{\mathbf{k}}^{(+\omega)}(x) + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger\phi_{\mathbf{k}}^{(-\omega)}(x) \right], \quad (3.22)$$

onde os operadores obedecem às relações de comutação

$$[\hat{a}_{\mathbf{k}}, \hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = [\hat{c}_{\mathbf{k}}, \hat{c}_{\mathbf{k}'}^\dagger] = \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}'), \quad (3.23)$$

enquanto todos os outros comutadores são nulos. A ação de interação campo escalar-fonte $S_I^{(s)}$ é obtida segundo a prescrição de acoplamento *escalar* mínimo da fonte (3.16) com o campo (3.21), como em (3.3):

$$\hat{S}_I^{(s)} = \int d^4x \left[\hat{j}(x)\hat{\Phi}(x) + \hat{j}^\dagger(x)\hat{\Phi}^\dagger(x) \right]. \quad (3.24)$$

Estudaremos inicialmente os processos de desintegração e, posteriormente, o caso de *emissão síncrotron* de π 's por prótons não inerciais. A amplitude invariante de transição para o processo (3.15) em nível de árvore é, portanto,

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}} = \langle n^0 | \otimes \langle \pi_{\mathbf{k}} | \hat{S}_I^{(s)} | 0 \rangle \otimes | p^+ \rangle. \quad (3.25)$$

Substituindo na amplitude acima a ação (3.24) e os campos (3.21) e (3.22), obtemos

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}} = \int d^4x \langle \pi_{\mathbf{k}}^+ | \otimes \left[\langle n^0 | \hat{j}(x) | p^+ \rangle \hat{\Phi}(x) + \langle n^0 | \hat{j}^\dagger(x) | p^+ \rangle \hat{\Phi}^\dagger(x) \right] \otimes | 0 \rangle. \quad (3.26)$$

Então ao introduzir a fonte dos campos escalares, (3.16), na amplitude acima temos

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mathbf{k}} = & \int d^4x \frac{\delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{u^0} e^{i(m_n - m_p)\tau} \left[\langle n^0 | \hat{q}_0 | p^+ \rangle \langle \pi_{\mathbf{k}}^+ | \hat{\Phi}(x) | 0 \rangle \right. \\ & \left. + \langle n^0 | \hat{q}_0^\dagger | p^+ \rangle \langle \pi_{\mathbf{k}}^+ | \hat{\Phi}^\dagger(x) | 0 \rangle \right]. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Introduzindo $\Delta\mathcal{E} \equiv m_n - m_p$, temos, utilizando (3.11),

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}} = q_{\text{eff}}^{(s)} \int d^4x \frac{\delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{u^0} e^{i\Delta\mathcal{E}\tau} \langle \pi_{\mathbf{k}}^+ | \left\{ \int d^3\mathbf{k}' [\hat{a}_{\mathbf{k}'}^\dagger \phi_{\mathbf{k}'}^{(-\omega)} + \hat{c}_{\mathbf{k}'} \phi_{\mathbf{k}'}^{(+\omega)}] \right\} | 0 \rangle, \quad (3.28)$$

onde identificamos $q_{\text{eff}}^{(s)}$ como a constante efetiva de acoplamento do processo de emissão do escalar, segundo a definição que precede (3.11):

$$q_{\text{eff}}^{(s)} \equiv \langle n^0 | \hat{q}_0^\dagger | p^+ \rangle = \langle n^0 | \hat{q}_0 | p^+ \rangle \quad (3.29)$$

e assumimos por simplicidade $q_{\text{eff}}^{(s)} \in \mathbb{R}$. Na ausência desta suposição, basta fazer a substituição $q_{\text{eff}}^{(s)2} \rightarrow |q_{\text{eff}}^{(s)}|^2$ sempre que necessário nas fórmulas subseqüentes. Iremos identificar posteriormente $q_{\text{eff}}^{(s)}$ com a constante efetiva de acoplamento pión-núcleon, $q_{\text{eff}}^{(s)} \equiv g_{\pi N}/4\pi = 14$ [36, 37]. Calculando os elementos de matriz $\langle \pi_{\mathbf{k}}^+ | \dots | 0 \rangle$ em (3.28) e utilizando os modos normais (3.17), obtemos

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)}}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega}} \int \frac{d^4x}{u^0} \exp[i(\Delta\mathcal{E}\tau + k^\mu x_\mu)] \delta[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]. \quad (3.30)$$

Finalmente, após fatorar a delta de Dirac do integrando, a amplitude para o processo (3.15) será

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)}}{\sqrt{(2\pi)^3 2\omega}} \int d\tau \exp[i(\Delta\mathcal{E}\tau - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x}(\tau) + \omega t(\tau))]. \quad (3.31)$$

A taxa total de desintegração é obtida pela integral no espaço dos momentos possíveis do módulo quadrado da amplitude (3.31) [30, 39]. Para o processo (3.15), a amplitude diferencial de transição é, portanto,

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\mathbf{k}} &= |\mathcal{A}_{\mathbf{k}}|^2 \\ \frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\mathbf{k}} &= \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2(2\pi)^3 \omega} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau' \exp[i\Delta\mathcal{E}(\tau - \tau') + ik^\mu X_\mu(\tau, \tau')], \end{aligned} \quad (3.32)$$

onde $X_\mu(\tau, \tau') \equiv [x(\tau) - x(\tau')]_\mu$.

A linha de mundo de uma partícula em movimento circular, como definidas por observadores de laboratório, associadas às coordenadas inerciais (t, \mathbf{x}) , é dada por

$$x^\mu(\tau) = (t, R \cos(\Omega t), R \sin(\Omega t), 0), \quad (3.33)$$

onde R é o raio da órbita de uma partícula com velocidade angular Ω ao redor do eixo coordenado z . A quadri-velocidade correspondente é

$$u^\mu(\tau) \equiv \frac{dx^\mu(\tau)}{d\tau} = \gamma(1, -R\Omega \sin(\Omega t), R\Omega \cos(\Omega t), 0). \quad (3.34)$$

Aqui $\gamma = (1 - R^2\Omega^2)^{-1/2}$ é o fator de Lorentz que é constante para R, Ω fixos e $t = \gamma\tau$.

A quadri-aceleração, nesse caso, é

$$a^\mu(\tau) = \frac{du^\mu(\tau)}{d\tau} = -R\Omega^2\gamma^2(0, \cos(\Omega t), \sin(\Omega t), 0). \quad (3.35)$$

A aceleração própria da corrente é, portanto,

$$a = \sqrt{-g_{\mu\nu}a^\mu a^\nu} = \gamma^2 R\Omega^2. \quad (3.36)$$

Estudaremos o comportamento de fontes e correntes em movimento circular com aceleração própria dada por (3.36).

A fim de calcular a integral em (3.32), introduzimos as seguintes variáveis:

$$\sigma \equiv \gamma(\tau - \tau') \quad \text{e} \quad s \equiv \gamma \frac{(\tau + \tau')}{2}. \quad (3.37)$$

Assim, a equação (3.32) pode ser reescrita como

$$\frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2\gamma^2(2\pi)^3\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp\{i[\Delta\mathcal{E}\sigma\gamma^{-1} + \omega\sigma - 2R \sin(\Omega\sigma/2) (-k^x \sin(\Omega s) + k^y \cos(\Omega s))]\}. \quad (3.38)$$

Obtendo as componentes do quadri-momento, $\tilde{k}_{\mu'}$, do escalar emitido, como medidas no referencial instantaneamente em repouso com a fonte no instante s , através de

$$k_\mu \mapsto \tilde{k}_{\mu'} = \Lambda_{\mu'}^\nu k_\nu, \quad (3.39)$$

onde $\Lambda_{\mu'}^{\nu}$ é a transformação de Lorentz “adequada”, a integral (3.38) não dependerá da variável s . A transformação $\Lambda_{\mu'}^{\nu}$ corresponde a uma rotação dos eixos x, y no espaço dos momentos em torno da direção $\hat{\mathbf{e}}^z = \mathbf{k}^z/|\mathbf{k}^z|$ por um ângulo Ωs , ou seja,

$$\Lambda_{\mu'}^{\nu} \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\Omega s) & \sin(\Omega s) & 0 \\ 0 & -\sin(\Omega s) & \cos(\Omega s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.40)$$

Logo

$$\frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2\gamma^2(2\pi)^3\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp\{i[\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma + \tilde{\omega}\sigma - 2R \sin(\Omega\sigma/2) \tilde{k}^y]\}. \quad (3.41)$$

Definindo agora

$$\tilde{X}_{\mu}(\sigma) = (\sigma, 0, -2R \sin(\Omega\sigma/2), 0), \quad (3.42)$$

temos

$$\frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\mathbf{k}} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2\gamma^2(2\pi)^3\omega} \int_{-\infty}^{+\infty} ds \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp\{i[\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma + \tilde{k}^{\mu} \tilde{X}_{\mu}(\sigma)]\}. \quad (3.43)$$

Como $T = \int_{-\infty}^{+\infty} ds$ é o *tempo coordenado total*, a taxa total de transição, $\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2}$, será

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{1}{T} \int \frac{d\mathcal{P}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\tilde{\mathbf{k}}} d^3\tilde{\mathbf{k}}, \quad (3.44)$$

ou seja,

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2\gamma^2(2\pi)^3} \int \frac{d^3\tilde{\mathbf{k}}}{\tilde{\omega}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp[i\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma + i\tilde{k}^{\mu} \tilde{X}_{\mu}(\sigma)]. \quad (3.45)$$

Assim, ao integrar a equação (3.45) obteremos a *taxa total de transição por tempo coordenado* para o processo (3.15), obtida no *referencial inercial de laboratório*, para uma partícula com linha de mundo dada por (3.33).

Para resolver (3.45), reescrevemos

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{2\gamma^2(2\pi)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma e^{i\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma} I(\sigma), \quad (3.46)$$

onde

$$I(\sigma) \equiv \int d^3\tilde{\mathbf{k}} \frac{e^{i\tilde{\mathbf{k}}^\lambda X_\lambda}}{\tilde{\omega}} \quad (3.47)$$

e $\tilde{\omega} = \sqrt{\tilde{\mathbf{k}}^2 + m^2}$. Para integrar (3.47), introduzimos coordenadas esféricas, $(\tilde{k}, \tilde{\theta}, \tilde{\phi})$ no espaço dos momentos,

$$\tilde{k} \in \mathbb{R}^+, \quad 0 \leq \tilde{\theta} \leq \pi, \quad 0 \leq \tilde{\phi} \leq 2\pi \quad (3.48)$$

com

$$\begin{aligned} \tilde{k}^x &= \tilde{k} \sin \tilde{\theta} \cos \tilde{\phi}, \\ \tilde{k}^y &= \tilde{k} \sin \tilde{\theta} \sin \tilde{\phi}, \\ \tilde{k}^z &= \tilde{k} \cos \tilde{\theta} \end{aligned} \quad (3.49)$$

e

$$d^3\tilde{\mathbf{k}} = 2\pi \tilde{k}^2 d\tilde{k} d(-\cos \tilde{\theta}). \quad (3.50)$$

Então

$$I(\sigma) = 2\pi \int_0^\infty \frac{d\tilde{k}}{\tilde{\omega}} \tilde{k}^2 e^{i\omega X^0} \int_{-1}^{+1} d(\cos \tilde{\theta}) e^{-i\tilde{k}|\tilde{\mathbf{X}}| \cos \tilde{\theta}}, \quad (3.51)$$

onde $|\tilde{\mathbf{X}}| \equiv \sqrt{-\tilde{X}_i \tilde{X}^i}$. Integrando a parte angular e sabendo-se que $\tilde{\omega} d\tilde{\omega} = \tilde{k} d\tilde{k}$, temos

$$I(\sigma) = \frac{-2\pi i}{|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_m^\infty d\tilde{\omega} e^{i\tilde{\omega} X^0} \left(e^{i\sqrt{\tilde{\omega}^2 - m^2}} - e^{-i\sqrt{\tilde{\omega}^2 - m^2}} \right), \quad (3.52)$$

onde lembramos que $\tilde{\omega}^2 = \tilde{\mathbf{k}}^2 + m^2$. A integral em $\tilde{\omega}$ é obtida redefinindo a variável

$$\tilde{\omega} \equiv m \cosh \xi, \quad \xi \in \mathbb{R}^+. \quad (3.53)$$

Temos, dessa forma,

$$I(\sigma) = \frac{-2i\pi m}{|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \sinh \xi e^{im\tilde{X}^0 \cosh \xi} e^{im|\tilde{\mathbf{X}}| \sinh \xi}. \quad (3.54)$$

Introduzindo agora,

$$\eta \equiv e^\xi \longmapsto d\xi = \frac{d\eta}{\eta} \quad (3.55)$$

a integral (3.54) é reescrita, após algumas simplificações, como

$$I(\sigma) = \frac{i\pi m}{|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_0^\infty d\eta (\eta^{-2} - 1) \exp \left[\frac{im}{2} (\tilde{X}^0 + |\tilde{\mathbf{X}}|) \eta + \frac{im}{2\eta} (\tilde{X}^0 - |\tilde{\mathbf{X}}|) \right]. \quad (3.56)$$

Definindo

$$\mu \equiv m(\tilde{X}^0 + |\tilde{\mathbf{X}}|) \text{ e } \beta \equiv \sqrt{\frac{\tilde{X}^0 - |\tilde{\mathbf{X}}|}{\tilde{X}^0 + |\tilde{\mathbf{X}}|}}, \quad (3.57)$$

podemos reescrever $I(\sigma)$ como

$$I(\sigma) = \frac{i\pi m}{|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_0^\infty d\eta (\eta^{-2} - 1) \exp \left[\frac{i\mu}{2} \left(\eta + \frac{\beta^2}{\eta} \right) \right]. \quad (3.58)$$

Segundo a expressão (3.471.11) de [40], temos

$$\int_0^\infty d\eta \eta^{\nu-1} \exp \left[\frac{i\mu}{2} \left(\eta + \frac{\beta^2}{\eta} \right) \right] = i\pi\beta^\nu e^{\frac{i\nu\pi}{2}} H_{-\nu}^{(1)}(\beta\mu), \quad (3.59)$$

com $\text{Im}(\mu) > 0$ e $\text{Im}(\beta^2\mu) > 0$. $H_\nu^{(1)}$ é a função de Hankel de primeiro tipo de ordem ν . Portanto, para garantir a convergência da integral, introduzimos um regulador $\epsilon > 0$ da seguinte forma:

$$\tilde{X}^\mu \mapsto Y^\mu = (\tilde{X}^0 + i\epsilon, \tilde{\mathbf{X}}) = (\sigma + i\epsilon, 0, 2R \sin(\Omega\sigma/2), 0). \quad (3.60)$$

Pode-se facilmente verificar por (3.42) que $|\tilde{X}^0| \geq |\tilde{\mathbf{X}}|$, onde a igualdade é válida somente para $\sigma = 0$. Portanto, de

$$\mu\beta = m \left(\tilde{X}^0 + |\tilde{\mathbf{X}}| \right) \sqrt{\frac{\tilde{X}^0 - |\tilde{\mathbf{X}}|}{\tilde{X}^0 + |\tilde{\mathbf{X}}|}} = \begin{cases} \text{sign}(\tilde{X}^0) m \sqrt{(\tilde{X}^0)^2 + |\tilde{\mathbf{X}}|^2} & \text{se } |\tilde{X}^0| > |\tilde{\mathbf{X}}| \\ im \sqrt{(\tilde{X}^0)^2 + |\tilde{\mathbf{X}}|^2} & \text{se } |\tilde{X}^0| < |\tilde{\mathbf{X}}| \end{cases}, \quad (3.61)$$

onde $\text{sign}(c) = c/|c|$. Utilizando $\nu = -1, 1$ em (3.59), e a relação (8.484.1) de [40], temos

$$I(\sigma) = \frac{-2\pi^2 i \text{sign}(\sigma)}{\sqrt{Y_\mu Y^\mu}} H_1^{(1)}(\text{sign}(\sigma) m \sqrt{Y_\mu Y^\mu}). \quad (3.62)$$

Definiremos agora

$$Z^\mu \equiv \frac{a}{\gamma} Y^\mu \quad (3.63)$$

e faremos a mudança de variável

$$\sigma \mapsto \lambda \equiv -\frac{a\sigma}{\gamma}. \quad (3.64)$$

Introduziremos também

$$z \equiv -\frac{m}{a}\text{sign}(\lambda)\sqrt{Z^\mu Z_\mu} \quad (3.65)$$

com

$$Z^\mu(\lambda) = (-\lambda + i\epsilon', 0, -(2Ra/\gamma)\sin(\Omega\lambda\gamma/2a), 0) \quad (3.66)$$

e $\epsilon' = a\epsilon/\gamma \ll 1$. Substituindo essas relações na equação (3.62), obtemos

$$I(\lambda) = 2\pi^2 i \tilde{m}^2 a^2 \frac{H_1^{(1)}(z)}{z}, \quad (3.67)$$

onde definimos também, $\tilde{m} \equiv m/a$ e $\tilde{\Delta\mathcal{E}} \equiv \Delta\mathcal{E}/a$. Substituindo $\mathcal{I}(\lambda)$ na equação (3.46), temos

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{-i q_{\text{eff}}^{(s)2} \tilde{m}^2 a}{8\pi\gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{-i\tilde{\Delta\mathcal{E}}\lambda} \frac{H_1^{(1)}(z)}{z}. \quad (3.68)$$

Essa é a *forma geral* para a taxa de emissão de escalares, através do processo (3.15).

Calculemos agora a potência emitida na forma de escalares para os processo (3.15). Devemos então obter

$$W_s^{p_1 \rightarrow p_2} \equiv \int d^3\tilde{\mathbf{k}} \tilde{\omega} \frac{d\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\tilde{\mathbf{k}}}, \quad (3.69)$$

o que corresponde à potência total emitida na forma de π^+ 's. Reescrevemos agora (3.69) como

$$W_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2}}{(2\pi)^3 \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma e^{i\tilde{\Delta\mathcal{E}}\sigma/\gamma} J(\sigma), \quad (3.70)$$

onde

$$J(\sigma) \equiv \int d^3\tilde{\mathbf{k}} e^{i\tilde{\mathbf{k}}^\lambda \tilde{X}_\lambda} \quad (3.71)$$

e \tilde{X}_λ é definido em (3.42). A fim de integrar a equação (3.71) seguimos o procedimento similar ao que utilizamos para obter (3.62) a partir de (3.47). Introduzimos

inicialmente as coordenadas esféricas no espaço dos momentos $(\tilde{k}, \theta, \phi)$ de maneira que

$$d^3\tilde{\mathbf{k}} \equiv d\phi d\theta \sin\theta \tilde{k}^2 d\tilde{k}.$$

Usando $\tilde{k} = \sqrt{\tilde{\omega}^2 + m^2}$, obtemos

$$J(\sigma) = \frac{-2\pi i}{|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_m^{+\infty} d\tilde{\omega} \tilde{\omega} e^{i\tilde{\omega}x^0} \left[e^{i\sqrt{\tilde{\omega}^2 + m^2}} - e^{-i\sqrt{\tilde{\omega}^2 + m^2}} \right]. \quad (3.72)$$

Introduzindo novamente $\tilde{\omega} = m \cosh \xi$, $\xi \in \mathbb{R}^+$ e $\lambda = e^\xi$, reescrevemos a equação acima na forma

$$J(\sigma) = \frac{\pi m^2 i}{2|\tilde{\mathbf{X}}|} \int_0^{+\infty} d\lambda (\lambda^{-3} - \lambda) \exp \left\{ \frac{m}{2} [x^0 + |\mathbf{x}|] \left[\lambda + \frac{x^0 - |\mathbf{x}|}{x^0 + |\mathbf{x}|} \lambda^{-1} \right] \right\}. \quad (3.73)$$

Para integrar a equação acima, usamos (3.59) com $\nu = 2$ e $\nu = -2$, obtendo

$$J(\sigma) = \frac{2\pi^2 m^2 Y_0}{Y_\mu Y^\mu} H_2^{(1)} \left(\text{sign}(\sigma) m \sqrt{Y_\mu Y^\mu} \right) \quad (3.74)$$

com Y^μ dado por (3.60). Introduzindo novamente $\sigma \rightarrow \lambda \equiv -a\sigma/\gamma$ e $Z^\mu \equiv (a/\gamma)Y^\mu$, a equação (3.71) é reescrita na forma

$$W_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2} \tilde{m}^4 \gamma a^4}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \lambda e^{-i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} \frac{H_2^{(1)}(z)}{z^2}, \quad (3.75)$$

onde z e Z^μ estão definidos em (3.65) e (3.66), respectivamente. A equação (3.75) é a fórmula geral para a potência irradiada por prótons na forma de escalares.

3.3 Desintegração Fraca: Fórmulas Gerais

De maneira similar ao procedimento anterior, obtemos agora as respectivas fórmulas para o processo de desintegração de prótons não inerciais através do canal

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e \quad (3.76)$$

como um exemplo da classe de processos (3.14). Para essa classe de processos, introduzimos a corrente vetorial semi-clássica

$$\hat{j}^\mu(x) = \hat{q}(\tau) \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{u^0(\tau)} u^\mu(\tau). \quad (3.77)$$

Os férmions emitidos por interação fraca com a corrente serão dados pelas soluções de frequência positiva e negativa $(+\omega)$, $(-\omega)$ respectivamente, da equação de Dirac

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m_i) \psi_{\mathbf{k}_i \alpha}^{(\pm\omega_i)} = 0. \quad (3.78)$$

O campo fermiônico associado será dado por

$$\hat{\Psi}_i(x) = \sum_{\alpha=\pm} \int d^3\mathbf{k}_i \left[\hat{b}_{\mathbf{k}_i \alpha} \psi_{\mathbf{k}_i \alpha}^{(+\omega_i)}(x) + \hat{d}_{\mathbf{k}_i \alpha}^\dagger \psi_{-\mathbf{k}_i -\alpha}^{(-\omega_i)}(x) \right], \quad (3.79)$$

onde $\alpha = \pm$ são as polarizações dos férmions e antiférmions com momento \mathbf{k}_i e energia $\omega_i = \sqrt{\mathbf{k}_i^2 + m_i^2}$ que são aniquilados e criados por $\hat{b}_{\mathbf{k}_i}$ e $\hat{d}_{\mathbf{k}_i}^\dagger$, respectivamente. Os operadores $\hat{b}_{\mathbf{k}_i}$ e $\hat{d}_{\mathbf{k}_i}^\dagger$ obedecem às regras de anti-comutação

$$\{\hat{d}_{\mathbf{k}_i \alpha}, \hat{d}_{\mathbf{k}_j \alpha'}^\dagger\} = \{\hat{b}_{\mathbf{k}_i \alpha}, \hat{b}_{\mathbf{k}_j \alpha'}^\dagger\} = \delta^3(\mathbf{k}_i - \mathbf{k}_j) \delta_{\alpha\alpha'}. \quad (3.80)$$

Utilizamos a representação de Dirac para as matrizes γ^μ :

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & -I \end{pmatrix}, \quad \gamma^i = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^i \\ -\sigma^i & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.81)$$

onde σ^i são as matrizes usuais 2×2 de Pauli [39]. Nessa representação, os espinores $\psi_{\mathbf{k}_i \alpha}^{(\pm\omega)}(x)$ que representam as soluções de energia positiva são

$$\psi_{\mathbf{k}_i \alpha}^{(+\omega)}(x) = \frac{e^{-ikx}}{\sqrt{16\pi^3\omega(\omega+m)}} \begin{pmatrix} (\omega+m)\chi_\alpha \\ (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})\chi_\alpha \end{pmatrix} \quad (3.82)$$

e as soluções para energia negativa são

$$\psi_{\mathbf{k}_i \alpha}^{(-\omega)}(x) = \frac{e^{ikx}}{\sqrt{16\pi^3\omega(m-\omega)}} \begin{pmatrix} (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k})\chi_\alpha \\ (m-\omega)\chi_\alpha \end{pmatrix}. \quad (3.83)$$

Aqui $\alpha = +, -$ corresponde às polarizações dos férmions e

$$\chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (3.84)$$

Os estados *spin up* e *spin down* estão associados a χ_+ e χ_- , respectivamente. Temos também

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{k} = \begin{pmatrix} k_z & k_x - ik_y \\ k_x + ik_y & -k_z \end{pmatrix}. \quad (3.85)$$

As relações de anti-comutação entre os modos ψ_i e seus conjugados são [39]

$$\{\psi_{\mathbf{k}_i}(t, \mathbf{x}), \psi_{\mathbf{k}_j}^\dagger(t, \mathbf{x}')\} = \delta_{ij} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{x}'). \quad (3.86)$$

Novamente, a amplitude de transição é dada por

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{\alpha_1 \alpha_2} = \langle p_2 | \otimes \langle f_{1\mathbf{k}_1 \alpha_1}, \bar{f}_{2\mathbf{k}_2 \alpha_2} | \hat{S}_I^{(f)} | 0 \rangle \otimes | p_1 \rangle. \quad (3.87)$$

A ação de interação, para a *corrente de transição carregada* que descreve os processos fracos (3.15) é [35, 39, 41], é dada por

$$\hat{S}_I^{(f)} = \int d^4x \left[\hat{j}^\mu(x) J_\mu^{(L)}(x) + \text{H.C.} \right]. \quad (3.88)$$

Identificando a contribuição leptônica $J_\mu^{(L)}(x)$ do processo (3.15) através do acoplamento ($V - A$) [35, 39] que descreve os processos de desintegração β na teoria de Fermi,

$$J_\mu^{(L)}(x) = \hat{\Psi}_1(x) \gamma_\mu (1 - \gamma_5) \hat{\Psi}_i(x), \quad (3.89)$$

onde $\hat{\Psi}_i \equiv \hat{\Psi}_i^\dagger(x) \gamma^0$, temos

$$\hat{S}_I^{(f)} = \int d^4x \hat{j}_\mu(x) \left[\hat{\Psi}_1 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \hat{\Psi}_2 + \hat{\Psi}_2 \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \hat{\Psi}_1 \right]. \quad (3.90)$$

Utilizando as relações (3.80) e substituindo os modos (3.82) e (3.83) na ação (3.90), obtemos

$$\mathcal{A}_{\mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}^{\alpha_1 \alpha_2} = \int d^4x j_\mu^{(p_1 \rightarrow p_2)}(x) \bar{\psi}_{k_1 \sigma_1}^{(+\omega_1)} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) \psi_{-k_2 - \sigma_2}^{(-\omega_2)} \quad (3.91)$$

com

$$j_\mu^{(p_1 \rightarrow p_2)}(x) = q_{\text{eff}}^{(f)} e^{i\Delta E \tau} \frac{u_\mu(\tau)}{u_0(\tau)} \delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)] \quad (3.92)$$

e

$$q_{\text{eff}}^{(f)} = \langle p_2 | q_0 | p_1 \rangle, \quad (3.93)$$

sendo que $q_{\text{eff}}^{(f)}$ será identificada com a constante efetiva de Fermi, $q_{\text{eff}}^{(f)} \equiv G_F = 1,166 \times 10^{-11} \text{MeV}^{-2}$ [10]. O módulo quadrado da amplitude de transição é

$$\frac{d\mathcal{P}_{(f)}^{(p_1 \rightarrow p_2)}}{d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_2} = \sum_{\sigma_1, \sigma_2 = \pm} \int d^4x \int d^4x' \mathcal{J}_{\mu\nu}^{(p_1 \rightarrow p_2)}(x, x') \mathcal{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mu\nu}(x, x'), \quad (3.94)$$

onde definimos

$$\mathcal{J}_{\mu\nu}^{(p_1 \rightarrow p_2)}(x, x') = j_{\mu}^{(p_1 \rightarrow p_2)}(x) j_{\nu}^{*(p_1 \rightarrow p_2)}(x'), \quad (3.95)$$

$$= |q_{\text{eff}}^{(f)}|^2 \frac{u_{\mu}(\tau) u_{\nu}(\tau')}{u_0(\tau) u_0(\tau')} \delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)] \delta^3[\mathbf{x}' - \mathbf{x}'(\tau')] \quad (3.96)$$

e

$$\mathcal{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mu\nu}(x, x') = \bar{\psi}_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}^{(+\omega_1)}(x) \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) \psi_{-\mathbf{k}_2 - \sigma_2}^{(-\omega_2)}(x) \bar{\psi}_{-\mathbf{k}_2 - \sigma_2}^{(-\omega_2)}(x') \gamma^{\nu} (1 - \gamma^5) \psi_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}^{(+\omega_1)}(x'). \quad (3.97)$$

Então, conforme (3.94), devemos calcular

$$\sum_{\sigma_1, \sigma_2 = \pm} \mathcal{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mu\nu}(x, x') = \text{Tr} \left\{ \gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) \sum_{\sigma_2 = \pm} \psi_{-\mathbf{k}_2 - \sigma_2}^{(-\omega_2)}(x) \bar{\psi}_{-\mathbf{k}_2 - \sigma_2}^{(-\omega_2)}(x') \right. \\ \left. \times \gamma^{\nu} (1 - \gamma^5) \sum_{\sigma_1 = \pm} \psi_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}^{(+\omega_1)}(x') \bar{\psi}_{\mathbf{k}_1 \sigma_1}^{(+\omega_1)}(x) \right\}. \quad (3.98)$$

Utilizando agora

$$\sum_{\sigma = \pm} \psi_{\mathbf{k}\sigma}^{(\pm\omega)}(x) \bar{\psi}_{\mathbf{k}\sigma}^{(\pm\omega)}(x') = \frac{(\not{k} \pm m)}{2(2\pi)^3 \omega} e^{ik^{\lambda}(x-x')_{\lambda}}, \quad (3.99)$$

temos

$$\sum_{\sigma_1, \sigma_2 = \pm} \mathcal{G}_{\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2}^{\mu\nu}(x, x') = \frac{e^{i(k_1 + k_2)^{\lambda}(x-x')_{\lambda}}}{4(2\pi)^6 \omega_1 \omega_2} \text{Tr} [\gamma^{\mu} (1 - \gamma^5) (\not{k}_2 - m_2) \gamma^{\nu} (1 - \gamma^5) (\not{k}_1 + m_1)]. \quad (3.100)$$

Calculando os traços da equação acima a partir das identidades conhecidas das matrizes γ^{μ} [39], obtemos, após algumas simplificações,

$$\text{Tr}[\dots] = 8 \left(i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} + 2k_1^{(\mu} k_2^{\nu)} - g^{\mu\nu} k_2^{\alpha} k_{1\alpha} \right). \quad (3.101)$$

A equação (3.111) será, portanto,

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}_{(f)}^{(p_1 \rightarrow p_2)}}{d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_1} &= \frac{2q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6 \omega_1 \omega_2} \int d^4x d^4x' e^{i(k_1+k_2)^\lambda(x-x')_\lambda} \frac{u_\mu(\tau)u_\nu(\tau')}{u_0(\tau)u_0(\tau')} e^{i\Delta\mathcal{E}(\tau-\tau')} \left(2k_1^{(\mu} k_2^{\nu)} \right. \\ &\quad \left. + i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} - g^{\mu\nu} k_2^\alpha k_{1\alpha} \right) \delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)] \delta^3[\mathbf{x}' - \mathbf{x}'(\tau')]. \end{aligned} \quad (3.102)$$

Notemos que

$$\begin{aligned} d^4x &= dt d^3x, \\ u^\mu &= \frac{dx^\mu}{d\tau} = \left(\frac{dt}{d\tau}, \frac{dx^i}{d\tau} \right) = (u^0, u^i), \end{aligned}$$

ou seja,

$$\frac{dt}{d\tau} = u^0 \implies \frac{dt}{u^0} = d\tau.$$

Após fatorar as deltas de Dirac e substituir as relações acima teremos

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}_{(f)}^{(p_1 \rightarrow p_2)}}{d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_1} &= \frac{2q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6 \omega_1 \omega_2} \int d\tau \int d\tau' \exp\{i[(k_1 + k_2)^\lambda [x(\tau) - x(\tau')]_\lambda + \Delta\mathcal{E}(\tau - \tau')]\} \\ &\quad \times \left[2k_1^{(\mu} k_2^{\nu)} u_\mu(\tau) u_\nu(\tau') + i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} u_\mu(\tau) u_\nu(\tau') - k_2^\alpha k_{1\alpha} u_\mu(\tau) u^\mu(\tau') \right]. \end{aligned} \quad (3.103)$$

Utilizando as relações

$$2k_1^{(\mu} k_2^{\nu)} u_\mu(\tau) u_\nu(\tau') = 2k_1^\mu k_2^\nu u_{(\mu}(\tau) u_{\nu)}(\tau') \quad (3.104)$$

e

$$\begin{aligned} i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} u_\mu(\tau) u_\nu(\tau') &= i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} [u_{(\mu}(\tau) u_{\nu)}(\tau') + u_{[\mu}(\tau) u_{\nu]}(\tau')] \\ &= i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} u_{[\mu}(\tau) u_{\nu]}(\tau'), \end{aligned} \quad (3.105)$$

obtemos

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}_{(f)}^{(p_1 \rightarrow p_2)}}{d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_1} &= \frac{2q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6 \omega_1 \omega_2} \int d\tau \int d\tau' \exp\{i[\Delta\mathcal{E}(\tau - \tau') + (\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)[\mathbf{x}(\tau) - \mathbf{x}(\tau')] \\ &\quad + (\omega_1 + \omega_2)[t(\tau) - t'(\tau')]\} \left[2k_1^\mu k_2^\nu u_{(\mu}(\tau) u_{\nu)}(\tau') - k_2^\alpha k_{1\alpha} u_\mu(\tau) u^\mu(\tau') \right. \\ &\quad \left. + i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} u_{[\mu}(\tau) u_{\nu]}(\tau') \right]. \end{aligned} \quad (3.106)$$

Portanto, uma vez determinada a trajetória, devemos calcular as quantidades

$$\Delta \mathbf{x}(\tau, \tau') = \mathbf{x}(\tau) - \mathbf{x}(\tau'); \quad (3.107)$$

$$\mathcal{U}_{(\mu\nu)}(\tau, \tau') = u_{(\mu}(\tau)u_{\nu)}(\tau'); \quad (3.108)$$

$$\mathcal{U}_{[\mu\nu]}(\tau, \tau') = u_{[\mu}(\tau)u_{\nu]}(\tau') \quad (3.109)$$

$$u^2(\tau, \tau') = u_{\mu}(\tau)u^{\mu}(\tau') \quad (3.110)$$

antes de proceder às transformações (3.37). Em termos dessas quantidades, temos

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{P}_{(f)}^{(p_1 \rightarrow p_2)}}{d^3\mathbf{k}_1 d^3\mathbf{k}_1} &= \frac{2q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6 \omega_1 \omega_2} \int d\tau \int d\tau' \exp\{i[\Delta\mathcal{E}(\tau - \tau') + (\omega_1 + \omega_2)\Delta t(\tau, \tau')]\} \\ &\times \exp\{i[\Delta\mathbf{x}(\tau, \tau')(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2)] [2k_1^{\mu} k_2^{\nu} \mathcal{U}_{(\mu\nu)}(\tau, \tau') - k_2^{\alpha} k_{1\alpha} u^2(\tau, \tau') \\ &\quad + i\epsilon^{\mu\nu\sigma\lambda} k_{2\sigma} k_{1\lambda} \mathcal{U}_{[\mu\nu]}(\tau, \tau')]\}, \quad (3.111) \end{aligned}$$

onde introduzimos $\Delta t(\tau, \tau') = t(\tau) - t(\tau')$.

Devemos obter agora as relações (3.107) - (3.110). De (3.107), temos para a trajetória dada por (3.33)

$$\Delta \mathbf{x} = 2R \sin \left[\frac{\Omega(t - t')}{2} \right] \left(-\sin \left[\frac{\Omega(t + t')}{2} \right], \cos \left[\frac{\Omega(t + t')}{2} \right], 0 \right), \quad (3.112)$$

ou, ao introduzir as variáveis s e σ segundo (3.37),

$$\Delta \mathbf{x} = 2R \sin(\Omega\sigma/2) (-\sin(\Omega s), \cos(\Omega s), 0). \quad (3.113)$$

As outras quantidades são obtidas de

$$\mathcal{U}_{\mu\nu} = \gamma^2 \begin{pmatrix} 1 & R\Omega \sin \Omega t' & -R\Omega \cos \Omega t' & 0 \\ R\Omega \sin \Omega t & R^2 \Omega^2 \sin \Omega t \sin \Omega t' & -R^2 \Omega^2 \sin \Omega t \cos \Omega t' & 0 \\ R\Omega \cos \Omega t & -R^2 \Omega^2 \cos \Omega t \sin \Omega t' & R^2 \Omega^2 \cos \Omega t \cos \Omega t' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.114)$$

Calculando

$$\mathcal{U}_{(\mu\nu)} = \frac{1}{2}(\mathcal{U}_{\mu\nu} + \mathcal{U}_{\nu\mu}) \quad (3.115)$$

e

$$\mathcal{U}_{[\mu\nu]} = \frac{1}{2}(\mathcal{U}_{\mu\nu} - \mathcal{U}_{\nu\mu}), \quad (3.116)$$

e substituindo (3.37) nas grandezas acima, podemos calcular

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{d\mathcal{P}_f^{p_1 \rightarrow p_2}}{ds}.$$

Aplicando a rotação dada por (3.40), obtemos de (3.111)

$$\begin{aligned} \frac{d\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\tilde{\mathbf{k}}_1 d^3\tilde{\mathbf{k}}_2} &= \frac{2 q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6 \tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma \exp[i(\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma + (\tilde{\mathbf{k}}_1 + \tilde{\mathbf{k}}_2)^\mu \tilde{X}_\mu(\sigma))] \\ &\times [R^2 \Omega^2 (\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 - \tilde{k}_1^z \tilde{k}_2^z) \cos(\Omega\sigma) - R^2 \Omega^2 (\tilde{k}_1^x \tilde{k}_2^x - \tilde{k}_1^y \tilde{k}_2^y) + (\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_2 + \tilde{\mathbf{k}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{k}}_2) \\ &- 2R\Omega (\tilde{\omega}_1 \tilde{k}_2^y + \tilde{\omega}_2 \tilde{k}_1^y) \cos(\Omega\sigma/2) + 2iR\Omega (\tilde{\mathbf{k}}_1 \times \tilde{\mathbf{k}}_2)^y \sin(\Omega\sigma/2) \\ &- iR^2 \Omega^2 (\tilde{\omega}_1 \tilde{k}_2^z - \tilde{\omega}_2 \tilde{k}_1^z) \sin(\Omega\sigma)] , \quad (3.117) \end{aligned}$$

que é a taxa de transição medida em laboratório por elemento de volume no espaço dos momentos onde \tilde{X}^μ é dado por (3.42). Notemos também que os termos entre os colchetes são proporcionais a $k_1^\mu k_2^\nu$. Portanto, ao integrar sobre o espaço dos momentos, teremos de forma mais conveniente

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{2 q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma e^{i\Delta\mathcal{E}\sigma/\gamma} G_{\mu\nu} A^{\mu\nu} \quad (3.118)$$

com

$$G_{\mu\nu} \equiv -\frac{\partial I_1}{\partial X^\mu} \frac{\partial I_2}{\partial X^\nu} \quad (3.119)$$

e

$$I_l(\sigma) \equiv \int d^3\tilde{\mathbf{k}}_l \frac{e^{i\tilde{\mathbf{k}}_l^\lambda X_\lambda}}{\tilde{\omega}_l}, \quad (3.120)$$

onde os índices $l = 1, 2$ distinguem os férmions no estado final aos quais estamos nos referindo e $\tilde{\omega}_l = \sqrt{\tilde{\mathbf{k}}_l^2 + m_l^2}$. Aqui introduzimos

$$A_{\mu\nu} = \begin{bmatrix} 1 + v^2 \cos(\Omega\sigma) & 0 & -2v \cos(\Omega\sigma/2) & -iv^2 \sin(\Omega\sigma) \\ 0 & 1 - v^2 & 0 & 0 \\ -2v \cos(\Omega\sigma/2) & 0 & 1 + v^2 & 2iv \sin(\Omega\sigma/2) \\ iv^2 \sin(\Omega\sigma) & 0 & -2iv \sin(\Omega\sigma/2) & 1 - v^2 \cos(\Omega\sigma) \end{bmatrix}, \quad (3.121)$$

onde $v = R\Omega$. Ao integrar (3.120), utilizamos (3.67) fazendo a identificação $m \rightarrow m_l$.

Introduzindo novamente o regulador temos, por (3.119),

$$\frac{\partial I_l}{\partial X^\mu} = 2\pi^2 im_l^2 Y^\mu \frac{H_2^{(1)}(z_l)}{Y^\mu Y_\mu}. \quad (3.122)$$

Substituindo essa expressão em (3.118) obtemos

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2}}{8\pi^2} m_1^4 m_2^4 \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma e^{i\Delta\varepsilon\sigma/\gamma} Y^\mu Y^\nu A_{\mu\nu} \frac{H_2^{(1)}(z_1)}{z_1^2} \frac{H_2^{(1)}(z_2)}{z_2^2}. \quad (3.123)$$

Introduzindo novamente $\lambda = -a\sigma/\lambda$ e $Z_\mu = (a/\gamma)Y_\mu$, a equação acima fica

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2}}{8\pi^2} \tilde{m}_1^4 \tilde{m}_2^4 a^5 \gamma^3 \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} Z^\mu Z^\nu A_{\mu\nu} \frac{H_2^{(1)}(z_1)}{z_1^2} \frac{H_2^{(1)}(z_2)}{z_2^2}. \quad (3.124)$$

Notemos ainda que, uma vez que $Z^\mu Z^\nu$ é simétrico, o termo $Z^\mu Z^\nu A_{\mu\nu}$ pode ser reescrito como

$$Z^\mu Z^\nu (A_{(\mu\nu)} + A_{[\mu\nu]}) = Z^\mu Z^\nu A_{(\mu\nu)},$$

e nossa fórmula geral para a taxa de transição por interação fraca é

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2}}{8\pi^2} \tilde{m}_1^4 \tilde{m}_2^4 a^5 \gamma^3 \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} Z^\mu Z^\nu A_{(\mu\nu)} \frac{H_2^{(1)}(z_1)}{z_1^2} \frac{H_2^{(1)}(z_2)}{z_2^2}, \quad (3.125)$$

onde

$$A_{(\mu\nu)} = \begin{bmatrix} 1 + v^2 \cos(\Omega\gamma\lambda/a) & 0 & -2v \cos(\Omega\gamma\lambda/2a) & 0 \\ 0 & 1 - v^2 & 0 & 0 \\ -2v \cos(\Omega\gamma\lambda/2a) & 0 & 1 + v^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 - v^2 \cos(\Omega\gamma\lambda/a) \end{bmatrix}. \quad (3.126)$$

Calculemos agora a potência total irradiada como medida por observadores em repouso no sistema de laboratório. Obteremos as fórmulas para a potência associada a cada férmion emitido indexado por $l = 1, 2$. Portanto,

$$W_{f^{(l)}}^{p_1 \rightarrow p_2} \equiv \int d^3\tilde{\mathbf{k}}_1 \int d^3\tilde{\mathbf{k}}_2 \tilde{\omega}_l \frac{d\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2}}{d^3\tilde{\mathbf{k}}_1 d^3\tilde{\mathbf{k}}_2}. \quad (3.127)$$

Utilizando (3.117), a equação (3.127) pode ser reescrita como

$$W_{f(1)}^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{2 q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6} \int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma e^{i \Delta \mathcal{E} \sigma / \gamma} H_{\mu\nu} A^{\mu\nu}, \quad (3.128)$$

onde escolhemos $l = 1$ sem qualquer perda de generalidade. Isso significa que estamos calculando a potência total emitida associada ao férmion de massa m_1 . $A_{\mu\nu}$ é dado por (3.121) e

$$H_{\mu\nu} \equiv -\frac{\partial J_1}{\partial X^\mu} \frac{\partial I_2}{\partial X^\nu}, \quad (3.129)$$

onde

$$J_1(\sigma) \equiv \int d^3 \tilde{\mathbf{k}}_1 e^{i \tilde{\mathbf{k}}_1^\lambda X_\lambda} \quad (3.130)$$

e I_2 é dado na Eq. (3.120) com $l = 2$, ou seja,

$$I_2(\sigma) \equiv \int d^3 \tilde{\mathbf{k}}_2 \frac{e^{i \tilde{\mathbf{k}}_2^\lambda X_\lambda}}{\tilde{\omega}_2}. \quad (3.131)$$

A integral na Eq. (3.130) é obtida por inspeção após comparar a equação (3.71) com (3.130):

$$J_1(\sigma) = \frac{2 \pi^2 m_1^2 Y_0}{Y_\mu Y^\mu} H_2^{(1)} \left(\text{sign}(\sigma) m_1 \sqrt{Y_\mu Y^\mu} \right) \quad (3.132)$$

e

$$\frac{\partial J_1}{\partial X^\mu} = 2\pi^2 m_1^4 \eta^{0\mu} \left[\frac{H_2^{(1)}(z_1)}{z_1^2} - m_1^2 Y^0 Y^\mu \frac{H_3^{(1)}(z_1)}{z_1^3} \right]. \quad (3.133)$$

Substituindo a equação (3.120) com $l = 2$ e (3.132) em (3.129), reescrevemos a potência (3.128) na seguinte forma:

$$W_{f(1)}^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2} \tilde{m}_1^4 \tilde{m}_2^4 a^6 i}{8\pi^2 \gamma^{-2}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{-i \tilde{\Delta} \mathcal{E} \lambda} \frac{H_2^{(1)}(z_2)}{z_2^2} \left[\frac{H_3^{(1)}(z_1)}{z_1^3} \tilde{m}_1^2 \gamma^2 Z^0 Z^\mu Z^\nu A_{(\mu\nu)} - \frac{H_2^{(1)}(z_1)}{z_1^2} \eta^{0\mu} Z^\nu A_{\mu\nu} \right], \quad (3.134)$$

onde introduzimos novamente a variável Z_μ . Esta portanto é a forma geral para a potência total irradiada associada à emissão do férmion com massa m_1 . A potência emitida na forma de férmions com massa m_2 é obtida pela substituição $m_1 \rightarrow m_2$.

Na próxima seção será desenvolvido um método para o cálculo aproximado das taxas totais de desintegração. De posse deste método, obteremos aproximadamente também a potência total irradiada na forma de partículas para os processos em que estamos interessados. Será mostrado também que as aproximações feitas permitem que os resultados conhecidos na literatura sejam verificados a partir de nosso método como testes de consistência.

3.4 Taxas Totais de Transição: Fórmulas Aproximadas

Obteremos agora, a partir de algumas aproximações, as taxas totais de transição para os processos considerados. Mostraremos também que nossas aproximações são adequadas quando comparamos nossos resultados com a literatura.

3.4.1 Caso Forte

Podemos observar que nenhuma aproximação foi necessária para a obtenção da forma geral (3.68). Entretanto, a integração na variável λ não é trivial. Assim, devemos procurar uma forma aproximada de resolver (3.68). Utilizaremos a aproximação da função de Hankel para $|z| \ll 1$ o que corresponde a $\tilde{m} \ll 1$. Justificaremos tal aproximação ao compararmos os resultados obtidos com este procedimento com os resultados da literatura que tratam dos mesmos processos. Veremos que as contribuições relevantes para as integrais são aquelas para $|z| \ll 1$, tanto para os casos forte como para o fraco. Por (3.66), fazendo $\epsilon' \rightarrow \epsilon$, obtemos

$$Z_\lambda Z^\lambda = (-\lambda + i\epsilon)^2 - \frac{4(\gamma^2 - 1)^2}{\gamma^2} \sin^2 \left[\frac{\lambda}{2\gamma\sqrt{1 - \gamma^{-2}}} \right]. \quad (3.135)$$

Da definição de z em (3.65) teremos, omitindo o regulador ϵ ,

$$\begin{aligned} z &= z(\lambda, \gamma, \tilde{m}) \\ &= -\tilde{m}\gamma \text{sign}(\lambda) \left\{ \lambda^2 - \frac{4(\gamma^2 - 1)^2}{\gamma^2} \sin^2 \left[\frac{\lambda}{2\gamma\sqrt{1 - \gamma^{-2}}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (3.136)$$

Portanto, com $\gamma \gg 1$, obtemos

$$z(\lambda, \gamma, \tilde{m}) \stackrel{\gamma \gg 1}{\approx} -\tilde{m}\gamma \text{sign}(\lambda) \left[\lambda^2 - 4\gamma^2 \sin^2 \frac{\lambda}{2\gamma} \right]. \quad (3.137)$$

Estudemos agora o comportamento do integrando em (3.68) reescrevendo

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} = \frac{-i q_{\text{eff}}^{(s)2} \tilde{m}^2 a}{8 \pi \gamma} \int_{-\infty}^{-\infty} d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} \frac{H_1^{(1)}[z(\lambda, \gamma, \tilde{m})]}{z(\lambda, \gamma, \tilde{m})}. \quad (3.138)$$

Sabemos que o comportamento assintótico do integrando de (3.138) deve ser decrescente em λ para garantir a convergência de $R_s^{p_1 \rightarrow p_2}$. Notemos inicialmente que o integrando

$$e^{-i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} \frac{H_1^{(1)}[z(\lambda, \gamma, \tilde{m})]}{z(\lambda, \gamma, \tilde{m})} \sim e^{-i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda} \quad (3.139)$$

é oscilatório e tenderá a suprimir qualquer contribuição residual para $\lambda \rightarrow \infty$. Portanto, a contribuição do integrando (3.139) para $|\lambda| \gg 1$ não será importante para determinar o valor de (3.138). A fim de obter um valor aproximado para (3.138) vamos expandir $H_1^{(1)}(z)/z$. Antecipamos desde já que a expansão que usaremos não é confiável assintoticamente. Entretanto, devido ao comportamento oscilatório da exponencial, isso não induzirá nenhum erro importante em (3.138) contanto que a expansão usada para $H_1^{(1)}(z)/z$ também caia assintoticamente com λ . Sendo assim, nos preocuparemos em obter uma boa aproximação para $H_1^{(1)}(z)/z$ no intervalo $0 \leq \lambda \leq a \ll \infty$, garantindo ao mesmo tempo uma queda assintótica. Notemos que se $\tilde{m} \ll 1$ for suficientemente pequeno, $|z|$ (ver equação (3.137)) será muito menor do que a unidade na região de interesse. Sendo assim, nessa região, temos

$$H_1^{(1)}(z) \Big|_{|z| \ll 1} \approx \frac{2i}{\pi z}, \quad (3.140)$$

e portanto,

$$\frac{H_1^{(1)}(z)}{z} \Big|_{|z| \ll 1} \approx \frac{2i}{\pi z^2}, \quad (3.141)$$

que de fato, cai assintoticamente. Esperamos que nosso resultado, portanto seja satisfatório quando $\tilde{m} \ll 1$. O sucesso deste procedimento será testado confrontando

nossos resultados com a literatura e discutindo sua auto-consistência. Portanto, temos, ao substituir a relação acima em (3.68),

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{-q_{\text{eff}}^{(s)2} a}{4\pi^2 \gamma^3} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \frac{e^{-i\tilde{\Delta}\varepsilon\lambda}}{Z^\lambda Z_\lambda}. \quad (3.142)$$

Expandiremos agora o produto $Z^\lambda Z_\lambda$ para partículas relativísticas em movimento circular. De

$$Z^\lambda Z_\lambda = (\lambda - i\epsilon)^2 - \left(\frac{2Ra}{\gamma}\right)^2 \sin^2 \left[\frac{\Omega\lambda\gamma}{2a}\right], \quad (3.143)$$

reescrevemos

$$Z^\lambda Z_\lambda = (\lambda - i\epsilon)^2 - 4(1 - \gamma^{-2})^2 \gamma^2 \sin^2 \left[\frac{\lambda}{2\gamma v}\right]. \quad (3.144)$$

Expandimos então o $\sin(\lambda/2v\gamma)$ da expressão acima, e obtemos

$$\sin \left[\frac{\lambda}{2\gamma v}\right] = \sin \left[\frac{\lambda}{2\gamma\sqrt{1 - \gamma^{-2}}}\right], \quad (3.145)$$

ou seja,

$$\sin \left[\frac{\lambda}{2\gamma v}\right] \approx \sin \left[\frac{\lambda}{2\gamma} \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right)\right]. \quad (3.146)$$

Assumindo $\lambda < 2\gamma$, temos

$$\sin \left[\frac{\lambda}{2\gamma} \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2}\right)\right] \approx \frac{\lambda}{2\gamma} \left(1 + \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{24\gamma^2}\right). \quad (3.147)$$

Logo

$$\sin^2 \left[\frac{\lambda}{2v\gamma}\right] \approx \frac{\lambda^2}{4\gamma^2} \left(1 + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{\lambda^2}{12\gamma^2}\right). \quad (3.148)$$

Assim,

$$Z^\lambda Z_\lambda \approx (\lambda + i\epsilon)^2 - \frac{\lambda^2}{\gamma^2} (\gamma^2 - 2 + \gamma^{-2}) \left(1 + \gamma^{-2} - \frac{\lambda^2}{12\gamma^2}\right), \quad (3.149)$$

que após alguma álgebra fornece

$$Z^\lambda Z_\lambda \approx \frac{1}{\gamma^2} \left[(\lambda - i\epsilon)^2 + \frac{\lambda^4}{12} \right]. \quad (3.150)$$

Em termos das raízes da equação acima, temos

$$Z_\lambda Z^\lambda \approx \frac{1}{12\gamma^2} (\lambda + i\sqrt{3}A_+) (\lambda + i\sqrt{3}A_-) (\lambda - i\sqrt{3}B_+) (\lambda - i\sqrt{3}B_-), \quad (3.151)$$

onde

$$A_{\mp} \equiv 1 \mp \sqrt{1 + 2\epsilon/\sqrt{3}} \quad (3.152)$$

$$B_{\mp} \equiv 1 \mp \sqrt{1 - 2\epsilon/\sqrt{3}}. \quad (3.153)$$

Calculamos então a integral (3.142) no plano complexo:

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{-3q_{\text{eff}}^{(s)2} a}{\pi^2 \gamma} \oint_C d\lambda \frac{e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda}}{Q_0}, \quad (3.154)$$

$$\approx \frac{-3q_{\text{eff}}^{(s)2} a}{\pi^2 \gamma} (-2\pi i) \text{Res}(\lambda_{A_+}), \quad (3.155)$$

onde

$$Q_0 \equiv 12\gamma^2 Z^\lambda Z_\lambda. \quad (3.156)$$

O caminho de integração é orientado no sentido horário tal que $C \equiv (-L, L) \cup \{L e^{i\theta}, \theta \in [-\pi, 0]\}$, $L \rightarrow \infty$ conforme a figura (3.1). A integral, (3.142) portanto, pode ser obtida segundo o teorema de resíduos de Cauchy [42, 43]. No limite $\epsilon \rightarrow 0$, a taxa total de transição é

$$\mathcal{R}_s^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2} a}{8\sqrt{3}\pi\gamma} e^{-2\sqrt{3}\tilde{\Delta}\epsilon}, \quad (3.157)$$

onde relembramos que essa fórmula é válida para $\tilde{m} \gg 1$ e $\gamma \gg 1$. Na figura (3.2) vemos o comportamento do *tempo de vida próprio* do próton $\tau = 1/\Gamma_f^{p \rightarrow n}$ para o processo forte (3.15) onde $\Gamma = \gamma \mathcal{R}_f^{p \rightarrow n}$ é obtido da fórmula (3.157).

3.4.2 Caso Fraco

Utilizaremos, portanto, a expansão da função de Hankel na aproximação para $|z_l| \ll 1$ [40], o que equivale pela discussão anterior a $\tilde{m}_l \ll 1$. Logo

$$H_2^{(1)}(z_l) \approx -\frac{4i}{\pi z_l^2} - \frac{i}{\pi} + \mathcal{O}(z_l^2 \ln z_l) \quad \text{para } |z_l| \ll 1, \quad (3.158)$$

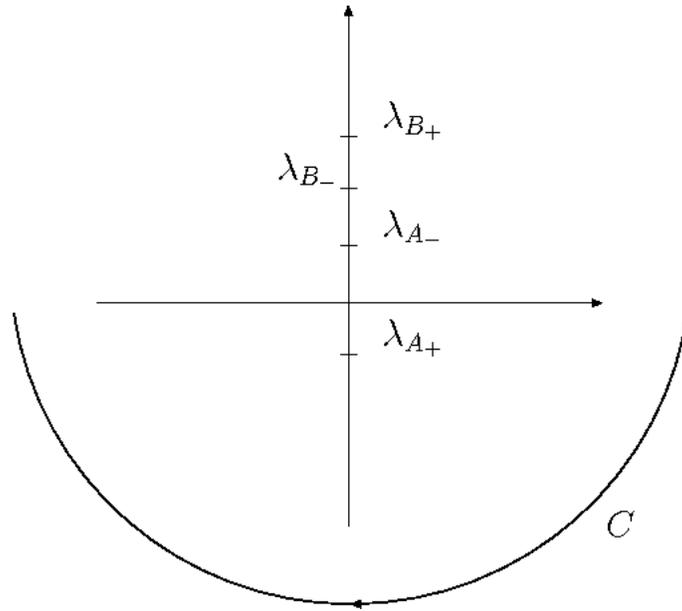


Figura 3.1: Caminho de integração no plano complexo. Os pontos $\lambda_{A\pm, B\pm}$ referem-se aos pontos críticos da função de (3.15)

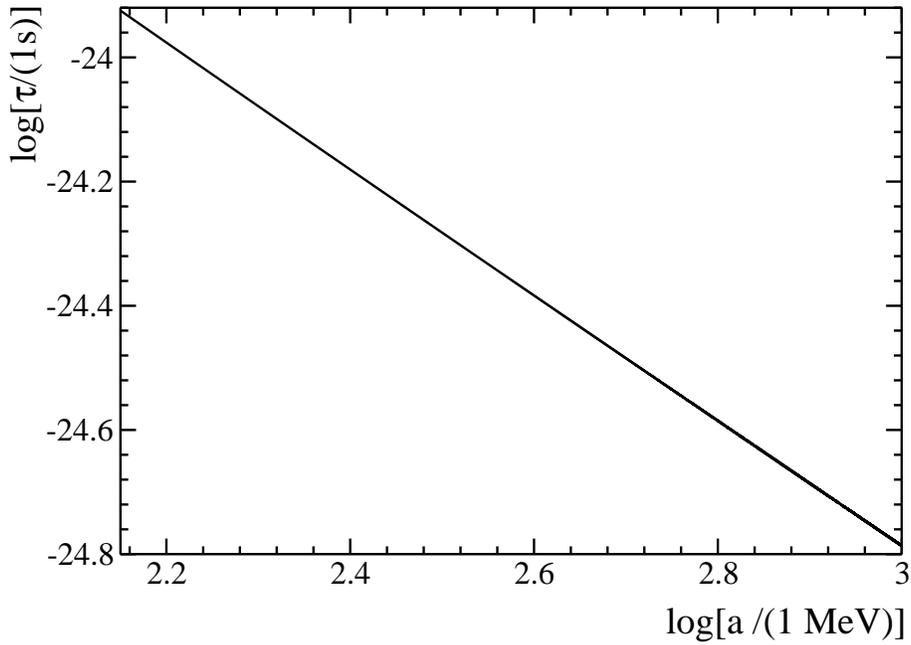


Figura 3.2: Tempo de vida próprio associado ao processo $p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+$ em função da aceleração própria a no intervalo $m_\pi \leq a \leq m_p$, ou seja, no limite de validade de nossas aproximações. Como esperado, o tempo de vida dos p^+ acelerados decresce com o aumento da aceleração própria.

onde identificamos $z \rightarrow z_l$ e $m \rightarrow m_l$. Portanto,

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{-q_{\text{eff}}^{(f)2} a^5}{8\pi^4 \gamma} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda e^{-i \widetilde{\Delta \mathcal{E}} \lambda} \frac{Z^\mu Z^\nu A_{(\mu\nu)}}{(Z^\lambda Z_\lambda)^2} \left(\frac{16}{\gamma^4 (Z_\lambda Z^\lambda)^2} + \frac{4(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2)}{\gamma^2 Z_\lambda Z^\lambda} \right). \quad (3.159)$$

Como no caso escalar, procedemos a integração acima no caminho no plano complexo dado pela figura (3.1), ou seja,

$$\mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{-q_{\text{eff}}^{(f)2} a^5}{8\pi^4 \gamma} \oint_C d\lambda e^{-i \widetilde{\Delta \mathcal{E}} \lambda} \frac{Z^\mu Z^\nu A_{(\mu\nu)}}{(Z^\lambda Z_\lambda)^2} \left(\frac{16}{\gamma^4 (Z_\lambda Z^\lambda)^2} + \frac{4(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2)}{\gamma^2 Z_\lambda Z^\lambda} \right). \quad (3.160)$$

Expandindo (3.160) obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{-q_{\text{eff}}^{(f)2} a^5}{8\pi^4 \gamma} \oint_C d\lambda e^{-i \widetilde{\Delta \mathcal{E}} \lambda} \left[(\lambda - i\epsilon)^2 (1 + v^2 \cos\left(\frac{\lambda}{\gamma v}\right)) \right. \\ \left. - 4(\lambda - i\epsilon) v^3 \gamma^2 \cos\left(\frac{\lambda}{2\gamma v}\right) \sin\left(\frac{\lambda}{2\gamma v}\right) \right. \\ \left. + 4(1 + v^2) \gamma^4 \sin^2\left(\frac{\lambda}{2\gamma v}\right) \right] \left(\frac{16}{\gamma^4 (Z_\lambda Z^\lambda)^4} + \frac{4(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2)}{\gamma^2 (Z_\lambda Z^\lambda)^3} \right). \quad (3.161) \end{aligned}$$

Expandindo novamente o termo $Z^\lambda Z_\lambda$ para $\gamma \gg 1$ e novamente aplicando o teorema dos resíduos, obtemos

$$\begin{aligned} \mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2} a^5 \exp(-2\sqrt{3}\widetilde{\Delta \mathcal{E}})}{1728\pi^3 \gamma} [49\sqrt{3} + 102\widetilde{\Delta \mathcal{E}} + 30\sqrt{3}\widetilde{\Delta \mathcal{E}}^2 + 12\widetilde{\Delta \mathcal{E}}^3 \\ - 39\sqrt{3}(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2) - 90\widetilde{\Delta \mathcal{E}}(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2) - 36\sqrt{3}\widetilde{\Delta \mathcal{E}}^2(\widetilde{m}_1^2 + \widetilde{m}_2^2)], \quad (3.162) \end{aligned}$$

onde novamente o limite de validade da expressão acima é dado por $\widetilde{m}_l \ll 1$. Podemos facilmente verificar também que a taxa de transição é positiva definida e decresce à medida que $\widetilde{\Delta \mathcal{E}}$ aumenta. O comportamento da taxa de transição esperado para $a = 1$ MeV pode ser visto na Figura (3.3).

Na figura (3.4) temos o gráfico do tempo de vida próprio associado ao processo fraco, $\tau = 1/\Gamma_f^{p \rightarrow n}$ onde $\Gamma_f^{p \rightarrow n} \equiv \gamma \mathcal{R}_f^{p \rightarrow n}$. A constante de acoplamento aqui é identificada com a constante efetiva de Fermi, $q_{\text{eff}}^f \equiv G_F = 1,166 \times 10^{-5} \text{GeV}^{-2}$.

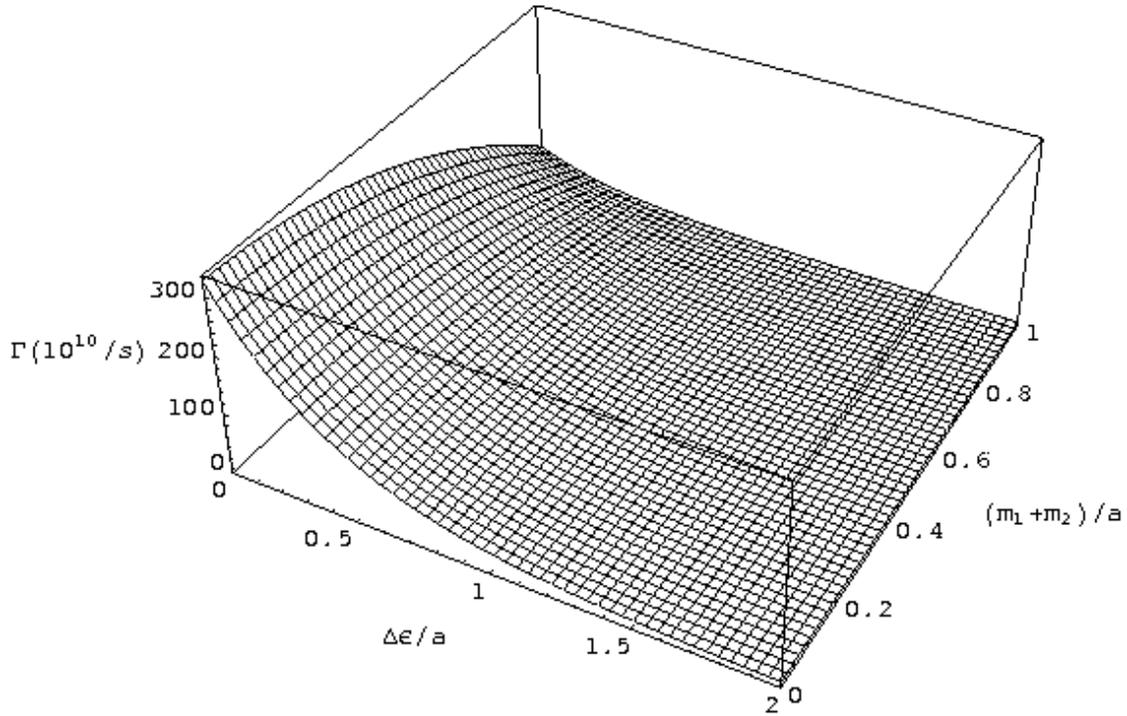


Figura 3.3: Comportamento da taxa de transição por tempo próprio para o processo de desintegração fraca, $\Gamma_f^{p_1 \rightarrow p_2} \equiv \gamma \mathcal{R}_f^{p_1 \rightarrow p_2}$, em função de $\tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$ e $\tilde{\Delta\mathcal{E}}$ para $a = 1$ MeV. Aqui utilizamos os intervalos $0 \leq \tilde{m}_1 + \tilde{m}_2 \leq 1$ e $0 \leq \tilde{\Delta\mathcal{E}} \leq 2$. Notemos que a taxa de transição decresce com o aumento de $\tilde{m}_1 + \tilde{m}_2$ e $\tilde{\Delta\mathcal{E}}$, ou seja, o tempo de vida das partículas aumenta, como esperado.

3.5 Potência Total Emitida: Fórmulas Aproximadas

Nas próximas subseções calculamos de maneira aproximada as potências totais emitidas em cada caso estudado. Mostraremos novamente que nossas aproximações são razoáveis e concordam com os resultados previamente obtidos por outros autores.

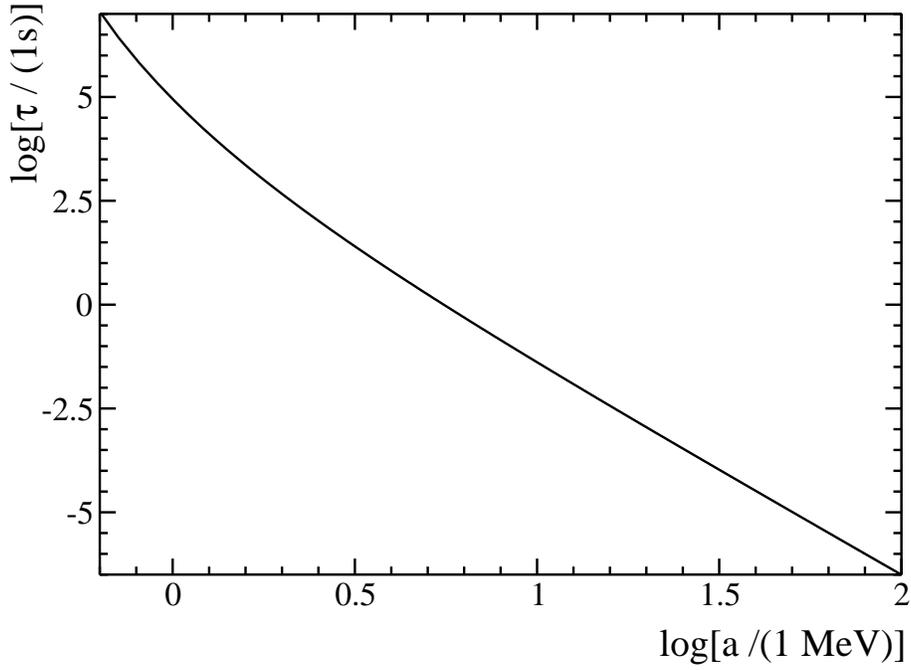


Figura 3.4: Tempo de vida próprio para o processo (3.76) em função da aceleração própria no intervalo $m_e \leq a \leq m_\pi$. Novamente notamos que o tempo de vida decresce com a aceleração como esperado.

3.5.1 Caso Forte

Novamente utilizando a aproximação para a função de Hankel para $|z| \ll 1$, obtemos

$$H_2^{(1)}(z) \approx -\frac{4i}{\pi z^2} + \mathcal{O}(z^0). \quad (3.163)$$

Logo

$$W \approx \frac{i q_{\text{eff}}^{(s)2} \tilde{m}^4 a^2}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{+\infty} d\lambda \lambda \frac{e^{-i\tilde{\Delta}\mathcal{E}\lambda}}{z^4(\lambda)}. \quad (3.164)$$

Novamente, integrando sobre o plano complexo da Figura (3.1) temos, no regime $|z| \ll 1$ e $\gamma \gg 1$,

$$W_s^{p_1 \rightarrow p_2} \approx \frac{q_{\text{eff}}^{(s)2} a^2 e^{-2\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E}}}{12\pi} \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \tilde{\Delta}\mathcal{E} \right). \quad (3.165)$$

Identificando

$$a \equiv \frac{\gamma e B}{m},$$

podemos verificar que esta expressão está de acordo com Ginzburg e Zharkov [7] no limite adotado pelos autores, ou seja, onde a massa de prótons e nêutrons são as mesmas o que corresponde em nossas fórmulas a $\widetilde{\Delta\mathcal{E}} = 0$. Esta fórmula também concorda com aquela obtida em [29].

O gráfico da potência total emitida na forma de π^+ está na figura (3.5) como função da aceleração própria. Tanto no gráfico (3.2) quanto em (3.5) identificamos a constante q_{eff}^s com a constante de acoplamento pión-núcleon, $g_{\pi NN}$, que no sistema de unidades

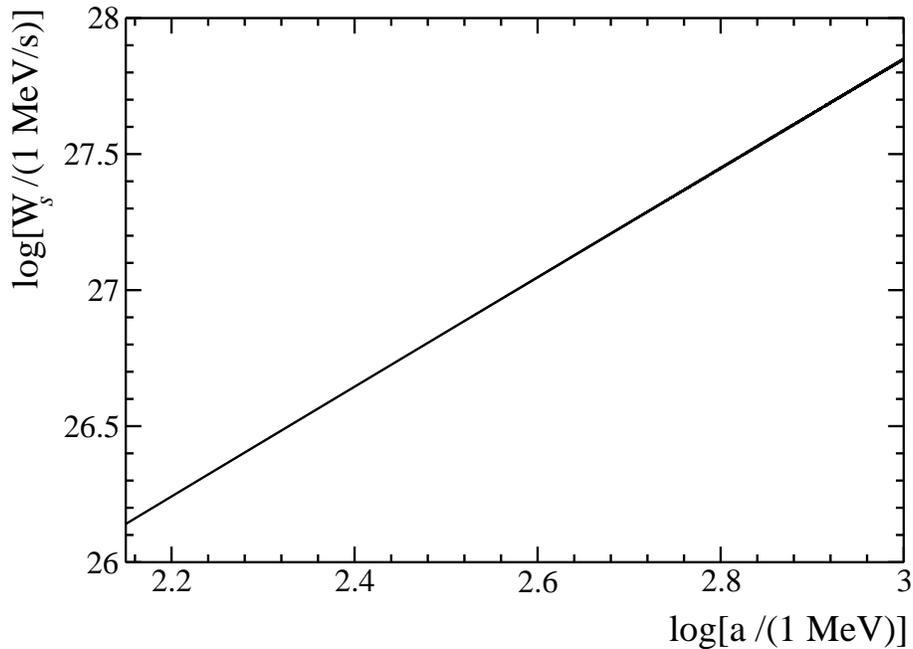


Figura 3.5: W_π associado ao processo (3.15) em função da aceleração própria a no intervalo $m_\pi \leq a \leq m_p$, ou seja, no limite de validade de nossas expressões para o processo. Como esperado, a potência emitida é maior quanto maior a aceleração própria.

3.5.2 Caso Fraco

No limite $\tilde{m}_l \ll 1$ reescrevemos (3.134) utilizando (3.158) e

$$H_3^{(1)}(z_l) \approx -\frac{16i}{\pi z_l^3} - \frac{2i}{\pi z_l} - \frac{z_l i}{4\pi} + \mathcal{O}(z_l^3 \ln z_l). \quad (3.166)$$

É conveniente agora definir

$$P_I = -(\lambda - i\epsilon)(1 + v^2 \cos(\lambda/\gamma v)) + 2v^3\gamma \sin(\lambda/\gamma v) \quad (3.167)$$

e

$$\begin{aligned} P_{II} = & -(\lambda - i\epsilon)^3(1 + v^2 \cos(\lambda/\gamma v)) + 4(\lambda - i\epsilon)^2v^3\gamma \sin(\lambda/\gamma v) \\ & -2(\lambda - i\epsilon)(1 + v^2)v^4\gamma^2(1 - \cos(\lambda/\gamma v)). \end{aligned} \quad (3.168)$$

Após substituir (3.158) e (3.166) em (3.134) e utilizar (3.167) e (3.168) obtemos a expressão

$$\begin{aligned} W_{f(1)}^{p_1 \rightarrow p_2} \approx & -i \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2} a^6}{\pi^4} \left[8 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_I}{\gamma^6 (Z_\lambda Z^\lambda)^5} + (\tilde{m}_1^2 + 2\tilde{m}_2^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_I}{\gamma^4 (Z_\lambda Z^\lambda)^4} \right. \\ & + (\tilde{m}_1^2 + 2\tilde{m}_2^2) \tilde{m}_1^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_I}{8\gamma^2 (Z_\lambda Z^\lambda)^3} + \frac{\tilde{m}_1^4 \tilde{m}_2^2}{32} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_I}{(Z_\lambda Z^\lambda)^2} \\ & + 2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_{II}}{\gamma^6 (Z_\lambda Z^\lambda)^4} + (\tilde{m}_1^2 + \tilde{m}_2^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_{II}}{2\gamma^4 (Z_\lambda Z^\lambda)^3} \\ & \left. + (\tilde{m}_1^2 \tilde{m}_2^2) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\lambda e^{-i\tilde{\Delta}\epsilon\lambda} P_{II}}{8\gamma^2 (Z_\lambda Z^\lambda)^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.169)$$

Podemos agora integrar novamente sobre o caminho no plano complexo da figura (3.1) a fim de obter a potência irradiada no regime $\tilde{m}_1, \tilde{m}_2 \ll 1$ e $\gamma \gg 1$:

$$\begin{aligned} W_{f(1)}^{p_1 \rightarrow p_2} \approx & \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2} a^6 e^{-2\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E}}}{3456\pi^3} \left[320 + 241\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E} + 246\tilde{\Delta}\mathcal{E}^2 + 46\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E}^3 + 12\tilde{\Delta}\mathcal{E}^4 \right. \\ & - 48(\tilde{m}_1^2 + 5\tilde{m}_2^2) - 3\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E}(17\tilde{m}_1^2 + 65\tilde{m}_2^2) - 18\tilde{\Delta}\mathcal{E}^2(5\tilde{m}_1^2 + 13\tilde{m}_2^2) \\ & \left. - 24\sqrt{3}\tilde{\Delta}\mathcal{E}^3(\tilde{m}_1^2 + 2\tilde{m}_2^2) \right]. \end{aligned} \quad (3.170)$$

Podemos obter $W_{f(2)}^{p_1 \rightarrow p_2}$ introduzindo a mudança $m_1 \longleftrightarrow m_2$ na Eq. (3.170). É importante notar também que a potência (3.170) é positiva definida e decresce à medida que \tilde{m}_1, \tilde{m}_2 e $\tilde{\Delta}\mathcal{E}$ aumentam. Na figura (3.6) esse comportamento é mostrado para $m_2 = 0$ e $a = 1$ MeV. Na figura (3.7) temos a potência irradiada na forma de férmions em função da aceleração própria.

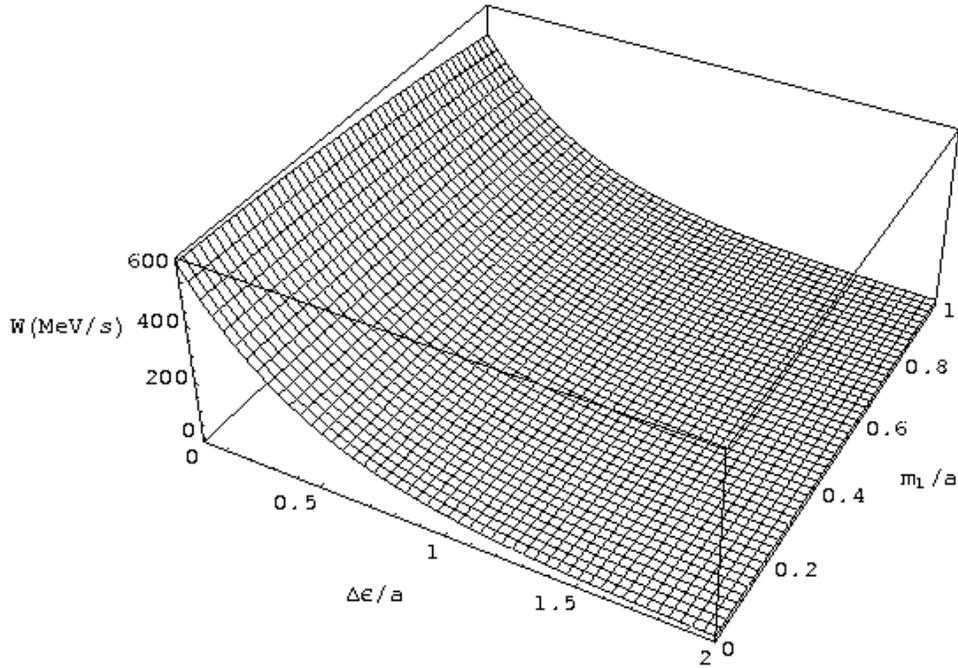


Figura 3.6: Potência emitida no caso fraco, assumindo $m_2 = 0$ e $a = 1$ MeV. Notamos que a potência decresce a medida que m_1 e $\Delta\mathcal{E}$ aumentam. Tal resultado é consistente com a baixa taxa de transição nessas regiões. A medida que estas quantidades diminuem, os processos serão favorecidos e portanto, a potência emitida aumenta.

3.6 Aplicação dos Resultados em Situações Físicas

Iremos agora aplicar nossos resultados a alguns processos conhecidos na literatura, sobretudo como testes de consistência do método utilizado. Consideramos inicialmente o mecanismo de desintegração β para nêutrons “estáticos” em laboratório e posteriormente, os processos de emissão síncrotron de píons neutros por prótons bem como a emissão de pares neutrino-antineutrino por elétrons acelerados na presença de campos magnéticos homogêneos. Como veremos, os observáveis obtidos com nosso método são consistentes com aqueles obtidos por outros formalismos. Finalmente analisamos a taxa de desintegração de prótons em órbita ao redor de objetos

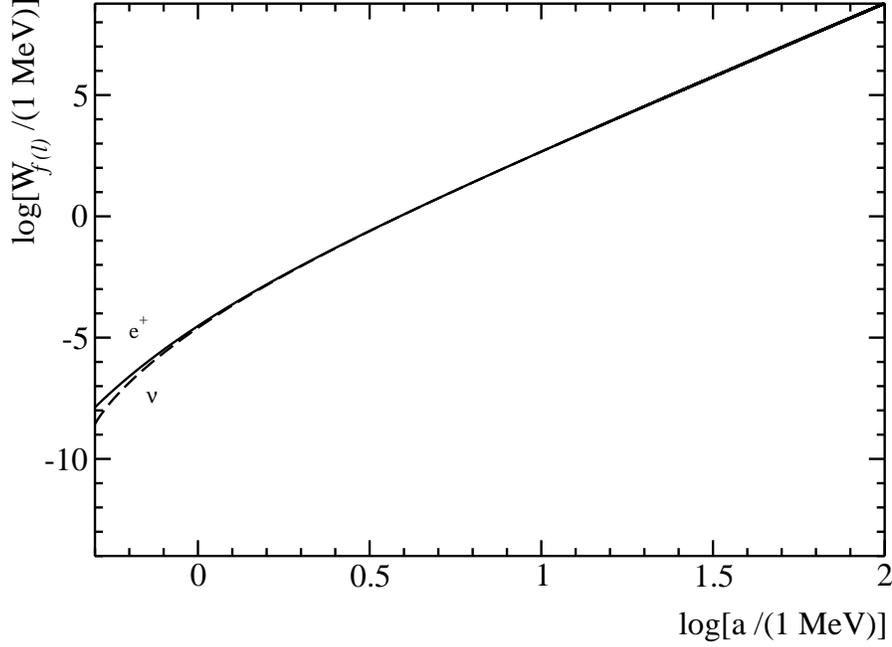


Figura 3.7: W_e e W_ν associado ao processo (3.76) em função da aceleração própria a com linhas cheias e tracejadas respectivamente. A potência emitida na forma de neutrinos e elétrons difere apenas no regime de baixas acelerações, devido a diferença de massa entre os férmions. Notemos que com o aumento da aceleração, o fato de que o elétron tem massa diferente de zero é irrelevante e portanto as potências emitidas na forma de neutrinos e elétrons são as mesmas.

compactos típicos e concluímos que apenas muito próximo da órbita fotônica (que é instável) o próton teria condições de desintegrar.

3.6.1 Desintegração β

Como um primeiro teste de consistência de nossas aproximações, analisemos a taxa de decaimento β do nêutron (1.4) inercial. Evidentemente, não podemos utilizar nossa fórmula (3.162) uma vez que esta não é válida para nêutrons inerciais. Entretanto $\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+}$ pode ser obtida diretamente da Eq. (3.118) com $\Omega = 0$,

$$\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+} = \frac{2q_{\text{eff}}^{(f)2}}{(2\pi)^6} \int \frac{d^3\tilde{\mathbf{k}}_1}{\tilde{\omega}_1} \int \frac{d^3\tilde{\mathbf{k}}_2}{\tilde{\omega}_2} \int_{-\infty}^{\infty} d\sigma \exp[i(\Delta\mathcal{E}\sigma + (\tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)\sigma)][\tilde{\omega}_1\tilde{\omega}_2 + \tilde{\mathbf{k}}_1 \cdot \tilde{\mathbf{k}}_2]. \quad (3.171)$$

Notemos que a expressão acima é ímpar nas variáveis $\tilde{\mathbf{k}}_1$ e $\tilde{\mathbf{k}}_2$ e portanto estes termos não contribuem para a taxa total de transição. Portanto,

$$\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2}}{2\pi^4} \int_0^\infty d\tilde{\mathbf{k}}_1 \tilde{\mathbf{k}}_1^2 \int_0^\infty d\tilde{\mathbf{k}}_2 \tilde{\mathbf{k}}_2^2 \int_{-\infty}^\infty d\sigma e^{i(\Delta\mathcal{E} + \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2)\sigma}, \quad (3.172)$$

que pode ser reescrita como

$$\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+} = \frac{q_{\text{eff}}^{(f)2}}{\pi^3} \int_{m_1}^\infty d\tilde{\omega}_1 \tilde{\omega}_1 \sqrt{\tilde{\omega}_1^2 - m_1^2} \int_{m_2}^\infty d\tilde{\omega}_2 \tilde{\omega}_2 \sqrt{\tilde{\omega}_2^2 - m_2^2} \delta(\Delta\mathcal{E} + \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2). \quad (3.173)$$

Resolvendo as integrais acima no caso do decaimento β , onde

$$\begin{aligned} m_1 &= m_e = 0,511 \text{ MeV}, \\ m_2 &= m_\nu = 0, \\ \Delta\mathcal{E} &= m_p - m_n = -1,29 \text{ MeV}, \end{aligned} \quad (3.174)$$

teremos

$$\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+} = 1,81 \times 10^{-3} q_{\text{eff}}^{(f)2} \text{ MeV}. \quad (3.175)$$

Essa portanto é a taxa de desintegração β obtida de nosso formalismo. Sabemos, entretanto, que o tempo de vida médio dos nêutrons é

$$\tau_n = (\mathcal{R}_{in}^{n^0 \rightarrow p^+})^{-1} \approx \frac{887 \text{ s}}{\hbar}. \quad (3.176)$$

Portanto, a constante efetiva de acoplamento fraco será

$$q_{\text{eff}}^{(f)} \approx 1,74 G_F, \quad (3.177)$$

onde G_F é a constante efetiva de Fermi, $G_F = 1,166 \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ [10]. Logo

$$\mathcal{R}_{\text{eff}}^{n^0 \rightarrow p^+} \approx 5,46 \times 10^{-3} G_F^2 \text{ MeV}. \quad (3.178)$$

A razão para a diferença entre os resultados se deve a dois fatos, a saber: tratamos os núcleons semiclassicamente, o que é apenas uma aproximação de uma situação física

real. Além disso assumimos que tanto o p^+ quanto o n^0 possuem a mesma energia cinética o que equivale afirmar a que ambos tem velocidade nula no referencial instantaneamente em repouso com a corrente. Entretanto, tais aproximações são suficientes para nossos propósitos referentes à desintegração de prótons em órbita circular ao redor de corpos compactos. Podemos afirmar que nossas aproximações são suficientes uma vez que os resultados obtidos são da mesma ordem de grandeza dos resultados experimentais e diferem apenas por um fator multiplicativo da ordem da unidade.

3.6.2 Emissão de Pares Neutrino/Antineutrino por Elétrons na Presença de Campos Magnéticos Homogêneos

Analisemos agora o processo de emissão de pares $\nu - \bar{\nu}$ por elétrons acelerados na presença de um campos magnético \mathbf{B} :

$$e^- \xrightarrow{\mathbf{B}} e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e. \quad (3.179)$$

Cálculos desta classe de processos que levam em conta a presença de um campo eletromagnético de fundo na quantização das partículas carregadas podem ser encontradas nas Refs. [44, 45]. A emissão síncrotron de γ e $\nu - \bar{\nu}$ emitidos por elétrons em campos magnéticos também podem ser encontradas na Ref. [46, 47], na Seção. 6.1 de [48] e na Ref. [25]. O fato de considerarmos que a fonte está sob a ação de um campo gravitacional ou de um campo eletromagnético é irrelevante neste caso, uma vez que os neutrinos são neutros e os elétrons permanecem em trajetórias circulares em ambos os casos. É interessante notar, entretanto que neutrinos podem perder energia na presença de campos eletromagnéticos [49]. Contudo, nessa estimativa, podemos desprezar estes efeitos. Esperamos, portanto, que nossos resultados estejam de acordo com a literatura no limite $\chi \equiv a/m_e \ll 1$. A potência total irradiada na forma de pares neutrino-antineutrino por elétrons movendo-se circularmente em

um campo magnético constante B com aceleração própria

$$a = \gamma e B / m_e \quad (3.180)$$

com $a \ll m_e$ que é a nossa condição de não recuo, foi calculada na Ref. [26]:

$$W_{\nu\bar{\nu}}^{LP} = 5 (2 C_V^2 + 23 C_A^2) G_F^2 m_e^6 \chi^6 / (108\pi^3). \quad (3.181)$$

Essa fórmula foi obtida da taxa diferencial de transição obtidas nas Refs. [45] e [48].

Então,

$$W_{\nu\bar{\nu}}^{LP} = 1,1 \times 10^{-2} G_F^2 a^6, \quad (3.182)$$

onde as contribuições vetoriais e axiais da corrente eletrônica são $C_V^2 = 0.93$ e $C_A^2 = 0.25$ [50], respectivamente. Este resultado é comparável ao obtido pela fórmula da Eq. (3.170) uma vez definindo $G_{e\nu} \equiv q_{\text{eff}}^{(f)}$ e tendo em vista que nesse caso $\Delta\mathcal{E} = m_\nu = 0$:

$$W_{\nu\bar{\nu}} \approx 1 \times 10^{-2} G_{e\nu}^2 a^6, \quad (3.183)$$

onde $G_{e\nu}$ é a constante de acoplamento efetiva e deve ser associada à constante de Fermi.

3.6.3 Radiação Síncrotron de Píons

Notemos também que a emissão síncrotron de píons por prótons pode ser facilmente obtida de nosso formalismo. Nesse mecanismo

$$p^+ \rightarrow p^+ + \pi^0, \quad (3.184)$$

que se torna relevante para acelerações próprias $a > m_\pi$, nossa fórmula (3.165) fornece, no limite $\Delta\mathcal{E} \rightarrow 0$,

$$W_s^{p^+ \rightarrow p^+} \approx \frac{g_{\pi N}^2 a^2}{12\pi} = \frac{g_{\pi N}^2}{12\pi m_p^2} \gamma^2 e^2 H^2. \quad (3.185)$$

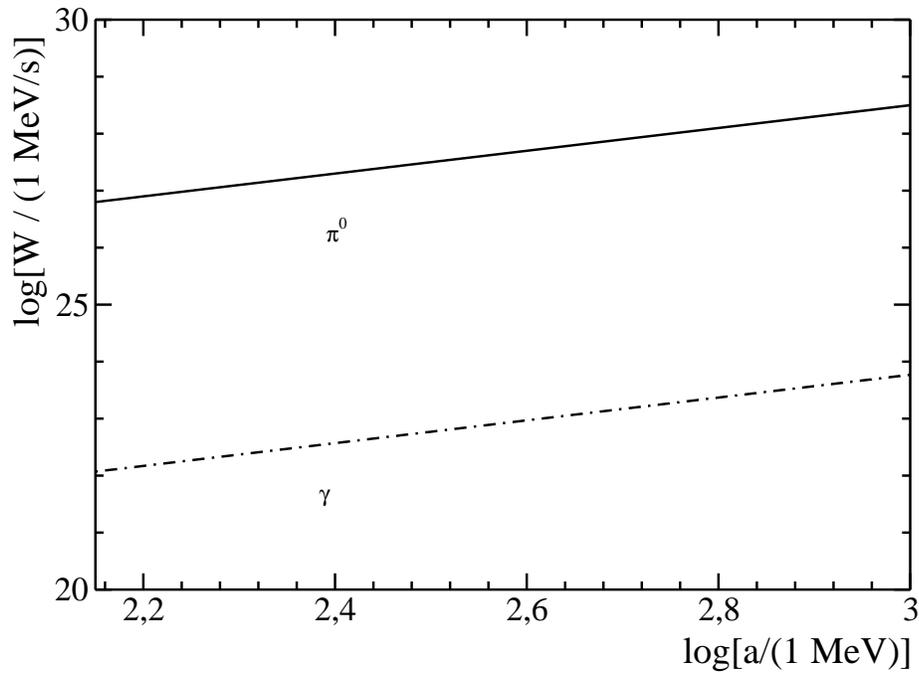


Figura 3.8: Potência irradiada por prótons não inerciais no regime $a > m_\pi$. Vemos claramente que a emissão pelo canal forte é muito maior do que a radiação eletromagnética neste regime.

A potência irradiada na forma de fótons por prótons em campos eletromagnéticos é, no regime $\chi < 1$, dada pela fórmula de Larmor,

$$W_\gamma = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{4\pi}, \quad (3.186)$$

que comparada à potência irradiada por interação forte dada por (3.185) é

$$\frac{W_\pi}{W_\gamma} = \frac{g_{\pi N}^2}{2e^2} \gg 1, \quad (3.187)$$

uma vez que $g_{\pi N} \gg 2e$. Portanto, para acelerações $a \geq m_\pi$ a radiação síncrotron de pions deve dominar sobre a emissão eletromagnética mostrando a relevância deste mecanismo em processos astrofísicos. Na figura (3.8) temos o gráfico que ilustra a potência irradiada por prótons nos casos forte e eletromagnético.

O cálculo da potência irradiada na forma de pions por prótons utilizando as funções de onda exatas foi obtida na Ref. [51] nos regimes

$$\chi \ll \frac{m_\pi}{m_p} \quad (3.188)$$

e

$$\chi \gg 1. \quad (3.189)$$

Se considerarmos o regime clássico, os invariantes acima são reescritos como

$$\frac{a}{m_\pi} \ll 1 \quad (3.190)$$

e

$$\frac{a}{m_p} \gg 1, \quad (3.191)$$

respectivamente. Segundo nossa análise, no limite dado por (3.190) a emissão de pions será fortemente suprimida uma vez que o canal forte torna-se dominante para acelerações da ordem da massa do pión. Por outro lado, no regime (3.191) nosso método não é aplicável, uma vez que nesse regime os efeitos de retro-ação são relevantes. Dessa forma, portanto, explicitamos a relevância da *aceleração* nos processos de emissão uma vez que este ilustra os regimes onde os processos são favorecidos.

3.6.4 Desintegração de Prótons em Órbita ao Redor de Objetos Compactos

Mais do que tudo, estamos interessados em processos de desintegração ocorrendo em órbitas circulares ao redor de objetos compactos e portanto devemos desenvolver um formalismo que possa aproximar o efeito da curvatura do espaço-tempo nos processos de desintegração. Essa aproximação é necessária uma vez que nosso formalismo é construído para ser válido em espaços-tempos planos. Além disso, em nossas fórmulas a aceleração tem um papel fundamental, e como sabemos, partículas teste na presença de campos gravitacionais seguem geodésicas e portanto são livres.

Consideremos então um buraco negro de Schwarzschild com elemento de linha nas coordenadas (t, r, θ, ϕ) dado por

$$ds^2 = + \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dr^2 - r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2). \quad (3.192)$$

Assumindo órbitas circulares em Schwarzschild com $r = r_s$ podemos calcular a energia E_e/m_p como definida por observadores estáticos em r_s . Uma vez dada a órbita, podemos também obter a velocidade angular Ω_e como definida também por esta classe de observadores estáticos. Nesta seção, mostraremos como obter uma forma para a aceleração de uma partícula em Schwarzschild como definida por observadores estáticos, a fim de utilizar nossas as fórmulas obtidas para as taxas de desintegração.

Evidentemente, a conjectura que apresentaremos aqui é uma maneira aproximada de tratar o problema de partículas em campos gravitacionais que deve ser confrontada com os cálculos obtidos levando-se em conta a curvatura do espaço-tempo no procedimento de quantização das partículas. Nosso procedimento tem o intuito de descrever como uma primeira aproximação os processos de emissão de partículas na presença de campos gravitacionais. Mostraremos *qualitativamente* que essa aproximação é adequada quando comparamos os resultados obtidos aqui com aqueles onde se leva em consideração a curvatura do espaço-tempo nos cálculos de processos de emissão.

A aceleração própria de uma partícula em movimento circular com velocidade angular Ω e raio de órbita R , assim como definida em Minkowski em coordenadas (t, x, y, z) caracterizado pelo elemento de linha

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (3.193)$$

é dada por

$$a_M = \sqrt{-a_\mu a^\mu} = R\Omega^2\gamma^2, \quad (3.194)$$

que pode ser reescrita como

$$a_M = \Omega\gamma\sqrt{\gamma^2 - 1}, \quad (3.195)$$

onde utilizamos

$$R \equiv \frac{1 - \gamma^{-2}}{\Omega} \quad \text{e} \quad \gamma^2 \equiv \frac{1}{1 - R^2 \Omega^2}. \quad (3.196)$$

A equação que governa as órbitas de partículas com quadri-velocidade $u^\mu = dx^\mu/d\lambda$ seguindo uma curva *tipo tempo* parametrizada pelo parâmetro λ , ao redor de buracos negros de Schwazschild com métrica dada por (3.192) é obtida de

$$g_{\mu\nu} u^\mu u^\nu = 1, \quad (3.197)$$

ou seja,

$$(1 - 2M/r) \left(\frac{dt}{d\lambda} \right)^2 - (1 - 2M/r)^{-1} \left(\frac{dr}{d\lambda} \right)^2 - r^2 \left(\frac{d\phi}{d\lambda} \right)^2 + 1 = 0, \quad (3.198)$$

onde assumimos, sem perda de generalidade, que o movimento da fonte está restrito ao plano dado por $\theta = \pi/2$.

A fim de encontrar a equação para a coordenada radial r , utilizaremos o fato de que o produto da quadri-velocidade u^μ tangente a uma geodésica com um campo de Killing ξ^μ é constante ao longo da geodésica. Portanto, para a isometria temporal dada pelo vetor de Killing tipo tempo, $\xi^\mu = (\partial/\partial t)^\mu = (1, 0, 0, 0)$

$$g_{\mu\nu} \xi^\mu u^\nu = \text{constante} = \left(1 - \frac{2M}{r} \right) \frac{dt}{d\lambda} = E. \quad (3.199)$$

Para $r \gg M$, E torna-se a relação conhecida da relatividade restrita para a energia por unidade de massa de uma partícula como medida por observadores estáticos. Portanto, a quantidade expressa acima é a energia por unidade de massa como medida por observadores no infinito. Tal interpretação segue do fato de que (3.199) é a energia que tais observadores devem associar a partícula na órbita em $r = r_s$ considerada. Logo

$$E = \left(1 - \frac{2M}{r_s} \right) \frac{dt}{d\tau} \rightarrow \frac{E_\infty}{m}, \quad (3.200)$$

onde identificamos para a partícula massiva, $\lambda = \tau$ onde τ é o tempo próprio do próton. O mesmo segue para a isometria rotacional obtida pelo campo de Killing

tipo espaço, $\psi^\mu = (\partial/\partial\phi)^\mu = (0, 0, 0, 1)$, que define a quantidade conservada L para o movimento geodésico

$$L = -g_{\mu\nu}\psi^\mu u^\nu = r^2 \frac{d\phi}{d\lambda} = \text{constante}, \quad (3.201)$$

que podemos interpretar para partículas massivas como sendo o momento angular por unidade de massa:

$$L \rightarrow \tilde{L} = \frac{L}{m}. \quad (3.202)$$

Ao definir o parâmetro $\lambda = \tau$, para a trajetória da partícula massiva, temos

$$\left(\frac{dr_s}{d\tau}\right)^2 = -V + \left(\frac{E_\infty}{m}\right)^2, \quad (3.203)$$

onde escrevemos o potencial efetivo

$$V = \left(1 - \frac{2M}{r_s}\right) \left(\frac{\tilde{L}^2}{r_s^2} + 1\right) \quad (3.204)$$

sendo M a massa do objeto compacto e \tilde{L} o momento angular da partícula como medido por observadores no infinito. Utilizando $\partial_r V = 0$ para órbitas estáveis para eliminar \tilde{L} em (3.203) temos

$$\tilde{L} = \frac{Mr_s^2}{r - 3M}. \quad (3.205)$$

Assim, para $dr/d\tau|_{r=r_s} = 0$, teremos

$$\begin{aligned} \frac{E_\infty}{m} &= \sqrt{V} \\ &= \frac{r_s - 2M}{\sqrt{(r_s - 3M)r_s}}. \end{aligned} \quad (3.206)$$

Um observador *estático* em $r = r_s$ irá associar à partícula de massa m uma energia desviada para o azul conforme

$$\frac{1}{m} \frac{dp^0}{d\tau} = \frac{1}{m} \frac{dp^0}{dt} \frac{dt}{d\tau} \quad (3.207)$$

$$\frac{E_s}{m} = \frac{E_\infty}{m} (1 - 2M/r_s)^{-1/2}, \quad (3.208)$$

ou seja, por (3.206), obtemos

$$\frac{E_s}{m} = \sqrt{\frac{1 - 2M/r_s}{1 - 3M/r_s}}. \quad (3.209)$$

Notemos que a energia medida pelo observador estático diverge em $r_s = 3M$ e decresce monotonicamente para $r \rightarrow \infty$ como esperado.

Sabemos também que para órbitas estáveis em Schwarzschild, a seguinte condição é válida:

$$r_s^3 \Omega_\infty^2 = M. \quad (3.210)$$

Portanto, a frequência angular *local* que será associada por um observador em r_s será

$$\begin{aligned} \Omega_s &= \left. \frac{d\phi}{d\tau} \right|_{r_s} = \left. \frac{d\phi}{dt} \frac{dt}{d\tau} \right|_{r_s} \\ &= \left(\frac{M}{r_s^3} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1 - 2M/r_s}} \end{aligned} \quad (3.211)$$

Dessa forma, façamos as seguintes associações em (3.195)

$$\frac{E_s}{m_p} \mapsto \gamma \quad \text{e} \quad \frac{d\phi}{d\tau_s} \mapsto \Omega, \quad (3.212)$$

ou seja,

$$\gamma \rightarrow \sqrt{\frac{1 - 2M/r_s}{1 - 3M/r_s}} \quad (3.213)$$

$$\Omega \rightarrow \left(\frac{M}{r_s^3} \right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{1 - 2M/r_s}}. \quad (3.214)$$

Logo, (3.195) é reescrita como

$$a_M \rightarrow a_S = \frac{M}{r_s^2(1 - 3M/r_s)}. \quad (3.215)$$

A equação (3.215) é a aceleração que *definimos* como sendo a aceleração de uma partícula em órbitas circulares ao redor de buracos negros de Schwarzschild. A divergência em $r = 3M$ de (3.215) e de (3.209) se deve ao fato de que em Relatividade Geral, órbitas circulares neste raio são linhas de mundo do tipo luz.

Além disso, a aceleração definida em (3.215) é preferível à aceleração de uma partícula estática em Schwarzschild uma vez que esta última não mostra o comportamento desejado para a aceleração da órbita instável fotônica. A divergência em $r = 3M$ é suficiente para a consistência de nossa definição em (3.215), uma vez que segundo os estudos de emissão síncrotron geodésica em [16], partículas em órbitas fotônicas deve irradiar com grande intensidade uma vez que possuam energia suficiente para permanecer nestas órbitas.

Inicialmente, consideremos prótons na última órbita estável em Schwarzschild o que corresponde a $r_s = 6M$. Da equação (3.215) temos

$$a_s = \frac{1}{9R_\odot} \left(\frac{M_\odot}{M} \right), \quad (3.216)$$

onde $R_\odot = 2,9\text{km}$ e $M_\odot = 1,9 \times 10^{30}\text{kg}$ são respectivamente o raio de Schwarzschild do sol e a massa solar [10]. Portanto,

$$\frac{a_s}{m_e} = 3 \times 10^{-16} \left(\frac{M_\odot}{M} \right). \quad (3.217)$$

Logo, para que o decaimento β inverso seja provável em $R = 6M$, da condição $a_s/m_e \gg 1$ devemos ter

$$M \ll 10^{17}\text{g}. \quad (3.218)$$

Isso significa que para órbitas circulares em $6M < r_s < \infty$ o decaimento β inverso só ocorrerá ao redor de mini-buracos negros com a massa da ordem da massa de uma montanha, conforme (3.218). O fato de que a possibilidade de desintegração a uma distância fixa r_s seja maior quanto menor o buraco negro está relacionado ao seguinte fato: quanto menor o buraco negro, maior a curvatura do espaço-tempo, ou seja, maior o campo gravitacional para r_s/M fixo. Isso pode ser verificado pelo invariante de Kretschmann [28] que para a métrica de Schwarzschild é

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta}R^{\alpha\beta\gamma\delta} \sim \frac{M^2}{r^6} \quad (3.219)$$

onde $R_{\alpha\beta\gamma\delta}$ é o tensor de Riemann. Portanto, quanto menor a massa do buraco negro, menor é a razão r_s/M e maior é o valor absoluto do invariante que caracteriza a curvatura.

No intuito de explorar casos de buracos negros mais realísticos, i. e. com algumas massas solares, consideremos prótons em órbitas mais internas, $3M < r_s < 6M$, que são instáveis. Para tanto, introduzimos

$$r_s = (3 + \delta)M, \quad (3.220)$$

com $\delta \ll 1$ a fim de estabelecer a distância do próton em relação a órbita mais interna em $r = 3M$. De (3.213) e (3.215) temos

$$\gamma \approx \frac{1}{\sqrt{3\delta}}, \quad (3.221)$$

e

$$a_S \approx \frac{1}{9M\delta}. \quad (3.222)$$

Relembrando as relações (2.31) e (2.33), os processos de desintegração

$$p^+ \rightarrow n^0 + \pi^+ \quad (3.223)$$

ocorrem nos regimes,

$$m_\pi \ll a \ll m_p \quad (3.224)$$

e

$$p^+ \rightarrow n^0 + e^+ + \nu_e \quad (3.225)$$

em

$$m_e \ll a \ll m_\pi, \quad (3.226)$$

respectivamente. Obtemos então

$$3 \times 10^{-19}(M_\odot/M) < \delta < 9 \times 10^{-17}(M_\odot/M) \quad (3.227)$$

e

$$5 \times 10^{-20}(M_{\odot}/M) < \delta < 3 \times 10^{-19}(M_{\odot}/M) , \quad (3.228)$$

que são os intervalos onde os processos fraco e forte são favorecidos, respectivamente. Portanto, prótons livres em órbitas circulares ao redor de buracos negros com massas estelares (da ordem de algumas massas solares) desintegrarão somente se estiverem muito próximos a geodésica circular mais interna em $r = 3M$. Além disso devem permanecer nestas órbitas tempo suficiente para que desintegram.

Capítulo 4

Conclusões e Perspectivas

Nos trabalhos iniciais de Ginzburg e Zharkov [7] e Zharkov [51] que consideraram prótons sob a ação de campos magnéticos interestelares da ordem de $H \sim 10^{-5}$ Gauss, concluiu-se que os processos de desintegração de p^+ seriam desprezíveis quando comparados a processos de emissão síncrotron e portanto, não teriam qualquer relevância em situações astrofísicas reais. Somente com o trabalhos de Tokuhisa e Kajino [1] e Berezhinsky *et al.*[6] que trataram prótons sob a ação de campos magnéticos intensos da ordem de $H \sim 10^{14} - 10^{15}$ Gauss em pulsares e de 10^{17} Gauss em magnetares, a relevância de processos de emissão além da eletromagnética foi novamente considerada. Por exemplo, um próton de raios cósmicos com energia $E = \gamma m_p = 3 \times 10^{14}$ eV sob a influência de um campo magnético de $H \sim 10^{14}$ Gauss de um pulsar tem aceleração própria dada por

$$a = \frac{\gamma e H}{m_p} \approx 200 \text{ MeV} \quad (4.1)$$

ou seja $a > m_\pi$. Assim, tais prótons podem desintegrar ou emitir píons através do canal forte antes de perder energia e momento angular por interação eletromagnética. Evidentemente, ao tratar o mecanismo de desintegração forte na presença de campos magnéticos, deveríamos levar em conta o papel do campo $F_{\mu\nu}$ no procedimento de quantização das partículas carregadas, no caso os p^+ 's e os π^+ 's. O formalismo que apresentamos nas seções anteriores não pode ser aplicado neste caso, pois prótons e nêutrons seguem trajetórias distintas na presença de campos eletromagnéticos.

Entretanto, como o parâmetro a/m_π neste caso é maior do que a unidade, sabemos que o processo deve ocorrer com uma taxa significativa. Concluimos portanto que, em situações astrofísicas reais, os processos de desintegração forte e emissão de píons por prótons não inerciais poderão ter papéis relevantes ao contrário de processos fracos.

Devemos ressaltar que nosso procedimento apenas aproxima o comportamento de partículas em órbitas circulares ao redor de buracos negros. Nesse trabalho, simulamos o efeito da curvatura do espaço-tempo por uma força central do tipo newtoniano. Evidentemente, um formalismo mais aprimorado que leve em conta os efeitos da curvatura do espaço-tempo é desejável uma vez que em Relatividade Geral, partículas ao redor de buracos negros seguem geodésicas e portanto são livres.

Consideramos neste trabalho a possibilidade de desintegração de prótons sob a ação de forças centrais que mantém as partículas em trajetórias circulares. As taxas totais de transição e potência total emitidas por interação fraca e forte foram calculadas. Concluimos a partir de nossa conjectura para a aceleração própria em Schwarzschild que dificilmente prótons desintegrarão sob a ação de campos gravitacionais a menos que estes orbitem mini-buracos negros ou sejam capazes de se manterem em geodésicas ultra-relativísticas próximas a $r = 3M$ ao redor de buracos negros com massas estelares. Isso também levanta a questão se existem outros cenários astrofísicos onde as taxas de desintegração pudessem ser maiores. Talvez considerando prótons defletidos em horizonte de eventos de buracos negros ou entrando em ergosferas de buracos negros de Kerr, extraindo energia rotacional deste poderiam ser investigados. Entretanto, como esses casos envolvem “trajetórias” mais complicadas no contexto de relatividade geral, cálculos utilizando teoria quântica de campos em espaços-tempos curvos ao invés do nosso formalismo semi-clássico são necessários.

Mostramos também que nosso método permite estudar o processo de emissão de

pares neutrino-antineutrino por elétrons não inerciais. Como vimos, nossos resultados estão de acordo com a literatura.

Como perspectiva futura, seria interessante estudar o comportamento de partículas instáveis, como nêutrons e múons (μ) não inerciais. Tais partículas apresentam taxas de desintegração não nula no vácuo. Como vimos, os elementos de matriz da transição calculados entre os estados inicial, p_i e final, p_f da corrente são:

$$\begin{aligned} j_{(p_i \rightarrow p_f)}^{\mu\nu\dots} &= \langle p_f | \hat{j}^{\mu\nu\dots}(x) | p_i \rangle \\ &= Q_{\text{eff}} e^{i(m_f - m_i)\tau} \frac{\delta^3[\mathbf{x} - \mathbf{x}(\tau)]}{u^0(\tau)\sqrt{-g}} u^\mu(\tau) u^\nu(\tau) \dots \end{aligned} \quad (4.2)$$

Os processos que são favorecidos no vácuo, são aqueles onde $m_i > \sum_j m_j$, onde m_j são as massas das partículas finais. O sinal do fator $(m_f - m_i)$ na exponencial, portanto, diferencia as transições que são cinematicamente proibidas de ocorrerem na ausência de campos. Uma extensão do estudo realizado em [52], portanto, seria a aplicação do método para o caso de transições permitidas no vácuo, como é o caso de (1.4) e, desintegração de píons, por exemplo, pelo canal β ,

$$\pi^\pm \rightarrow \pi^0 + e^\pm + \nu_e, \quad (4.3)$$

sendo que em ambos os casos, $(m_f - m_i) < 0$. Tanto no caso linearmente acelerado quanto no caso circular, verificou-se que as taxas de transição dependem do fator exponencial que leva em conta a diferença de massa, próton - nêutron,

$$\Gamma \propto e^{-i\Delta\mathcal{E}/a}. \quad (4.4)$$

Para o processo (1.5), $\Delta\mathcal{E} \equiv (m_n - m_p) > 0$ e portanto, há uma supressão da taxa de transição do processo nas regiões onde $a \leq \Delta\mathcal{E}$. Entretanto, para os processos (1.4) e (4.3), $\Delta\mathcal{E} < 0$, segundo (4.2). Fundamentalmente, é possível avaliar os tempos de vida obtidos para partículas em órbitas próximas a objetos compactos e em seguida compararemos nossas fórmulas para $r \gg M$, com valores experimentais de tempos

de vida das partículas instáveis, conforme [10]. Além desses processos, o formalismo também permite que estudemos canais de desintegração de π 's como

$$\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu_\mu, \quad (4.5)$$

$$\pi^\pm \rightarrow e^\pm + \nu_e, \quad (4.6)$$

onde as taxas relativas são dadas por $\Gamma_j/\Gamma_{\text{tot}}$ e Γ_{tot} é a largura total de decaimento. O principal canal de desintegração dos π^\pm 's é através de (4.6) com nível de confiança $C.L. > 99\%$ [10]. Os canais (4.3) e (4.6) exibem taxas relativas da ordem de 10^{-8} e 10^{-4} , respectivamente.

Além dos processos acima, pode-se considerar também o caso de emissão de neutrino-antineutrino através de

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e, \quad (4.7)$$

que é o canal relevante de desintegração de μ^\pm 's, cujo tempo de vida médio é de 2×10^{-6} s [10]. Este último caso, torna-se interessante uma vez que, além de exibir $\Delta\mathcal{E} \neq 0$, trata-se de um mecanismo semelhante ao processo (2.24) que já foi tratado com sucesso na Ref. [26].

Como os processos acima podem ocorrer na ausência de campos, com tempo de vida médio no vácuo conhecidos experimentalmente, pode-se avaliar a influência do campo gravitacional nos decaimentos de partículas instáveis, como uma proposta inicial de trabalho. Posteriormente, então, de posse das fórmulas para as taxas totais de emissão para $r \gg M$, o que corresponde, nesse contexto, a processos ocorrendo na ausência de campos externos, com $\chi \rightarrow 0$, poder-se-ia verificar com maior precisão a consistência das aproximações feitas na Ref. [52].

Referências

- [1] A. Tokuhisa e T. Kajino, *Ap. J.* **525**, L117 (1999).
- [2] M. Nagano e A. A. Watson, *Rev. Mod. Phys.*, **72**, 689 (2000).
- [3] A. K. Harding, *Science*, **251**, 1033 (1991).
- [4] A. K. Harding, in *Pulsars, AXP's e SGRs Observed with BeppoSAX and Other Observatories* ed. by G. Cusumano, E. Massaro e T. Mineo, (Aracne Editrice, Rome, 2003).
- [5] V. I. Ritus, *Sov. Phys. JETP*, **29**, 532 (1969).
- [6] V. A. Berezhinsky, A. Dolgov e M. Kachelrieß, *Phys. Lett. B*, **351**, 261 (1995).
- [7] V. L. Ginzburg e G. F. Zharkov, *Sov. Phys. JETP*, **20**, 1525 (1965).
- [8] T. Erber, *Rev. Mod. Phys.*, **38**, 626 (1966).
- [9] L. D. Landau e E. M. Lifschitz, *The Classical Theory of Fields* (Pergamon Press, Oxford, 1975).
- [10] W.-M Yao *et al.*, *Review of Particle Physics*, *J. Phys. G*, **33**, 1 (2006).
- [11] R. Müller, *Phys. Rev. D*, **56**, 953 (1997).
- [12] G. E. A. Matsas e D. A. T. Vanzella, *Phys. Rev. D*, **59**, 094004 (1999).
- [13] H. Suzuki e K. Yamada, *Phys. Rev. D*, **67**, 065002 (2003).

- [14] A. di Piazza e G. Calucci, *Astrop. Phys.*, **24**, 520 (2006).
- [15] P. L. Gonthier e A. K. Harding, *Ap. J.*, **425**, 767 (1994).
- [16] R. A. Breuer, P. L. Chrzanowski, H. G. Hughes III e C. W. Misner, *Phys. Rev. D*, **8**, 4309 (1973). R. A. Breuer, *Gravitational Perturbation Theory and Synchrotron Radiation - Lecture Notes in Physics* (Springer-Verlag, Heidelberg, 1975).
- [17] C. W. Misner, R. A. Breuer, D. R. Brill, P. L. Chrzanowski, H. G. Hughes III e C. M. Pereira, *Phys. Rev. Lett.*, **28**, 998 (1972)
- [18] E. Poisson, *Phys. Rev. D*, **52**, 5719 (1995); L. M. Burko, *Phys. Rev. Lett.*, **84**, 4529 (2000); V. Cardoso e J. P. S. Lemos, *Phys. Rev. D*, **65**, 104033 (2002).
- [19] N. I. Shakura e R. A. Sunyaev, *Astr. e Astrophys.*, **24**, 337 (1973); I. D. Novikov e K. S. Thorne, *Black holes*, eds. C. DeWitt e B. DeWitt (Gordon and Breach, New York) (1973); D. Lynden-Bell e J. E. Pringle, *Mon. Not. R. Astr. Soc.*, **168**, 603 (1974); D. Page e K. S. Thorne, *Ap. J.* **191**, 499 (1974); J. Frank, A. King e D. Raine *Accretion Power in Astrophysics* (Cambridge University Press, Cambridge) (1992).
- [20] R. Narayan e I. Yi, *Ap. J. Lett.*, **428**, L13 (1994); R. Narayan e I. Yi, *Ap. J.*, **444**, 231 (1995); R. Narayan e I. Yi, *Ap. J.*, **452**, 710 (1995); M. Abramowicz, X. Chen, S. Kato, J. P. Lasota e O. Regev, *Ap. J. Lett.*, **438**, L37 (1995); M. J. Rees, M. C. Begelman, R. D. Blandford e E. S. Phinney, *Nature*, **295**, 17 (1982); R. Narayan, I. Yi e R. Mahadevan, *Nature*, **374**, 623 (1995); R. Narayan, J. E. McClintock e I. Yi, *Ap. J.*, **457**, 821 (1996); R. Mahadevan, *Ap. J.*, **477**, 585 (1997).

- [21] K. S. Thorne, *Ann N.Y. Acad. Science*, **759**, 127 (1995); D. Kennefick, *Phys. Rev. D*, **58**, 064012 (1998).
- [22] J. D. Jackson, *Classical electrodynamics* (Wiley, New York, 1999).
- [23] A. I. Nikishov e V. I. Ritus, *Sov. Phys. JETP*, **19**, 529 (1964); *Sov. Phys. JETP*, **19**, 1191 (1964).
- [24] V. I. Ritus, *Jour. Sov. Las. Research*, **6**, 497 (1985).
- [25] A. I. Nikishov, *Journ. Sov. Laser Research*, **6**, 619 (1985).
- [26] D. A. T. Vanzella e G. E. A. Matsas, *Phys. Rev. D*, **63**, 014010 (2001).
- [27] N. Straumann, *General Relativity With Applications to Astrophysics* (Springer, Heidelberg, 2004).
- [28] I. Ciufolini e J. A. Wheller, *Gravitation and Inertia* (Princeton University Press, Princeton, 1995).
- [29] L. C. B. Crispino, A. Higuchi e G. E. A. Matsas, *Class. Quant. Grav.*, **17**, 19 (2000).
- [30] M. E. Peskin e D. V. Schroeder, *An Introduction to Quantum Field Theory* (Addison-Wesley, Reading, 1995)
- [31] C. H. Misner, K. S. Thorne e J. A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman, New York, 1995).
- [32] L. D. Landau e E. M. Lifshitz, *Quantum mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1965).
- [33] D. A. T. Vanzella e G. E. A. Matsas, *Phys. Rev. Lett.*, **87**, 151301 (2001).

- [34] F. Halzen e A. D. Martin, *Quarks and Leptons: An Introductory Course in Modern Particle Physics* (Wiley, USA, 1984).
- [35] W. N. Cottingham e D. A. Greenwood, *An Introduction to the Standard Model of Particle Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, UK, 1999).
- [36] R. Machleidt e I. Slaus, *J. Phys. G: Nucl. Part. Phys.*, **27**, R69 (2001).
- [37] J. J. Sakurai, *Advanced Quantum Mechanics* (Addison-Wesley, Reading, 1967).
- [38] C. Itzykson e J.-B. Zuber, *Quantum Field Theory* (McGraw-Hill, New York, 1980)
- [39] M. Kaku, *Quantum Field Theory, A Modern Introduction* (Oxford University Press, Oxford, 1993).
- [40] I. S. Gradshteyn e I. M. Ryzhik, *Table of Integrals, Series and Products* (Academic, New York, 1980).
- [41] G. Müller, *Gauge Theory of Weak Interactions* (Springer, Heidelberg, 1996).
- [42] G. B. Arfken e H. J. Weber, *Mathematical Methods for Physicists* (Academic Press, San Diego, 2001).
- [43] F. W. Byron, Jr. e R. W. Fuller, *Mathematics of Classical and Quantum Physics* (Dover, New York, 1992).
- [44] V. N. Baier e V.M. Katkov, *Sov. Phys. Dokl.*, **11**, 947 (1967).
- [45] L. B. Leinson e A. Pérez, *Phys. Rev. D*, **59**, 043002 (1999).
- [46] V. B. Berestetskii, E. Lifshitz e L. P. Pitaevskii, *Quantum Electrodynamics* (Butterworth-Heinemann, Oxford, 1982).

- [47] V. L. Ginzburg e S. I. Syrovatskii, *Ann. Rev. Astron. Astrop.*, **3**, 297 (1965).
- [48] V. N. Baier, V. M. Katkov, e V. M. Strakhovenko, *Electromagnetic Processes at High Energies in Oriented Single Crystals* (World Scientific, Singapore, 1998).
- [49] A. A. Gvozdev, A. V. Kuznetsov, N. V. Mikheev e L. A. Vassilevskaya, *Proceed. IX Int. Baksan School "Particles and Cosmology* (Ed.: E. N. Alexeev, V. A. Matveev, V. A. Rubakov e D. V. Semikoz, 1988), hep-ph 9709268.
- [50] A. D. Kaminker, K. P. Levenfish e D. G. Yakovlev, *Sov. Astron. Lett.*, **17**, 450 (1991). A. D. Kaminker, K. P. Levenfish, D. G. Yakovlev, P. Amsterdamski, e P. Haensel, *Phys. Rev. D*, **46**, 3256 (1992).
- [51] G. F. Zharkov, *Sov. J. Nucl. Phys.*, **1**, 120 (1965).
- [52] D. Fregolente, G. E. A. Matsas e D. A. T. Vanzella, *Phys. Rev. D*, **74**, 045032 (2006).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)