Universidade Federal do Rio de Janeiro
Instituto COPPEAD de Administração

OPÇÕES COM AJUSTE SOBRE A TAXA DE CÂMBIO: APREÇAMENTO E ANÁLISE

Marcelo Soares de Souza

Orientador: Eduardo Facó Lemgruber, Ph.D.

Rio de Janeiro
2008

OPÇÕES COM AJUSTE SOBRE A TAXA DE CÂMBIO: APREÇAMENTO E ANÁLISE

Marcelo Soares de Souza

Dissertação submetida ao corpo docente do Instituto COPPEAD de Administração, da Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre.

Aprovada por:

_________________________________ - Presidente da Banca
Prof. Eduardo Facó Lemgruber, Ph.D. - Orientador
(COPPEAD/UFRJ)

____
Prof. André Luiz Carvalhal da Silva, D.Sc.
(COPPEAD/UFRJ)

____
Cláudio Henrique da Silveira Barbedo, D. Sc.
(COPPEAD/UFRJ)

Rio de Janeiro
2008

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer ao meu orientador, Eduardo Facó, pelo apoio e confiança em mim depositados, estando sempre pronto a me orientar e ensinar, contribuindo com minha formação pessoal, profissional e acadêmica.

A André Carvalhal e Cláudio Barbedo, por aceitarem participar da minha banca de avaliação e por também contribuírem para meu aperfeiçoamento profissional.

Aos colegas, professores e funcionários do COPPEAD, por me apoiarem e dividirem momentos tão especiais e que levarei por toda a vida.

A Sérgio Nazar, por, como meu chefe, ter entendido e me ajudado em minhas necessidades em virtude deste estudo, sabendo da importância desse trabalho para minha vida profissional e acadêmica.

Aos meus pais, irmãos e sobrinho, grandes amigos e sempre presentes, por me motivarem e ajudarem a passar por todas as dificuldades que passei. Agradeço cada momento que tivemos e todos os ensinamentos que tive com cada um.

À minha futura esposa, Maria Claudia, que esteve todo o tempo ao meu lado e tem um papel fundamental na minha vida. Por sua ajuda, ao me apoiar e incentivar, tendo me acompanhado em algumas viradas de noite, por ter entendido muito bem a minha ausência em todos os momentos necessários, por ter colaborado com as correções ortográfica e gramatical, e por ter escrito o Abstract.

E principalmente a Deus, por ter-me dado vida, amor e força para caminhar essa jornada, e por estar sempre ao nosso lado, para nos fortalecer e fazer-nos mais felizes.

RESUMO

SOUZA, Marcelo S. **Opções com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio: Apreçamento e Análise.** Orientador: Eduardo Facó Lemgruber. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. Dissertação.

O presente trabalho tem como principal objetivo apreçar e analisar as opções com ajuste sobre a taxa de câmbio, produto lançado pela Bolsa de Mercadorias e Futuros (BM&F) no Brasil, em 2006, mas já incorporado ao mercado financeiro de alguns países, através do modelo binomial.

A partir da modelagem da opção com ajuste e de seu delta-hedge, foram realizados três hedges com o intuito de testar a dedução feita: um utilizando-se a opção convencional e o ativo, outro utilizando a opção com ajuste sobre a taxa de câmbio e o ativo, e, finalmente, um último hedge utilizando-se a opção com ajuste e com o forward. Ainda utilizando-se o modelo binomial, foi realizado um seguro de portfólio dinâmico, com o intuito de verificar se o apreçamento estava correto.

Para auxiliar na análise de períodos mais longos, foi desenvolvido um algoritmo para apreçamento de tais opções, tanto do tipo européia como do tipo americana, com capacidade de processar n períodos. Com este algoritmo chegou-se à conclusão da possibilidade de exercício antecipado das opções com ajuste, o que contraria os estudos de outros autores. Além disso, o algoritmo foi testado em uma simulação de um seguro de portfólio dinâmico com dados reais da economia brasileira, passando com sucesso pelo teste.

ABSTRACT

SOUZA, Marcelo S. **Opções com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio: Apreçamento e Análise.** Orientador: Eduardo Facó Lemgruber. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPEAD, 2008. Dissertação.

The instant work has as its main purpose pricing and analyzing exchange rate-based adjusted options, product launched in Brazilian Mercantile & Futures Exchange (BM&F) in Brazil in 2006, but already incorporated to the financial market of some countries.

Upon modeling the adjusted option and the delta-hedge thereof, three hedges were carried out aiming at testing the deduction made: one hedge using the conventional option and the asset, another utilizing the exchange rate-based adjusted option and the asset, and, finally, the latter hedge, using the adjusted option and the forward. These hedges were performed via a three-period binomial model and another model comprised of ten periods. Further using a binomial model, a dynamic portfólio insurance was also carried out.

In order to assist the analysis of longer periods, it was developed an algorithm for pricing such options, both European and American type, capable of processing n periods. By means of this algorithm, the possibility of anticipated exercise of adjusted options was achieved, which goes against studies of other authors. Furthermore, the algorithm was tested on a simulation of dynamic portfólio insurance with real data from Brazilian economy, succeeding on the test.

LISTA DE TABELAS

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE SIGLAS

BM&F	*Bolsa de Mercadorias e Futuro*
P-Tax	*Taxa de Câmbio Calculada pelo Banco Central do Brasil*
CDI	*Certificado de Depósito Interbancário*

Sumário

1 – Introdução

1.1 – Tema

Em novembro de 2006, a Bolsa de Mercadorias e Futuro (BM&F) lançou um novo produto: as opções de compra e de venda com ajuste diário sobre a taxa de câmbio, opções estas do tipo europeu. Este lançamento foi motivado, principalmente, pelo fato do mercado de opções ter uma pequena participação no volume negociado total em bolsa, e por, aparentemente, as opções com ajustes terem certas vantagens com relação às opções já existentes.

As opções com ajuste já têm seu uso difundido em alguns países, principalmente na Europa, mas ainda não são utilizadas nos Estados Unidos, apesar de já haver estudos para tal implementação. Estas opções são conhecidas como *Options with Future-Style Margining (Lieu 1990).*

Este trabalho teve sua motivação inicial calcada justamente no lançamento deste produto pela BM&F. A idéia inicial do trabalho era acompanhar as transações ocorridas, para que, a partir destas, fosse possível comparar o volume e o valor transacionado com outras bolsas internacionais, além de testar modelos de apreçamento, possibilidade de hedging, entre outros. Infelizmente, desde o lançamento do produto pela BM&F, não ocorreu nenhuma transação. A instituição chegou a alterar a tarifação dos Contratos de Opções de Compra e Venda com Ajuste sobre Taxa de Câmbio de Reais por Dólar, conhecidas por DLA, com o objetivo de igualar a forma de cálculo das taxas de emolumentos e de registro das opções com ajuste com as das opções sem ajuste.

No Brasil, segundo a BM&F, as opções com ajuste em dólar apresentam maior eficiência tributária por não haver pagamento antecipado do prêmio, e pela ocorrência do ajuste diário por parte do lançador e do comprador. Além disso, como parte do conceito deste tipo de opção, não ocorre nenhuma transação no dia 0 (zero), fazendo com que o fluxo de caixa inicial seja zero, uma característica dos contratos futuros (Ofício Circular BM&F 103/2006-DG).

1.2 – Objetivo

Primeiramente, este trabalho tem como objetivo demonstrar o apreçamento da opção com ajuste diário do tipo europeu, usando um modelo binomial considerando o ajuste apenas ao final do período. Após isso, será feito um hedge com as opções de ajuste, demonstrando a diferença para um forward. E, depois, será realizado um seguro dinâmico usando a opção com ajuste.

Além disso, será demonstrada a execução de um algoritmo, que calcula o preço de uma opção com ajuste sobre a taxa de câmbio. Ele pode ser executado para a opção do tipo europeu ou americano, tendo este passo a dificuldade da não existência desse produto para sua validação. Neste passo, pretende-se verificar a possibilidade de ocorrência de um exercício antecipado, o que é contestado por alguns autores. (Oviedo – 2005 e Lieu - 1990).

1.3 – Limitações

Este trabalho tem como limitação principal o fato de o produto lançado na BM&F não ter tido nenhuma negociação, o que inviabiliza o teste empírico com base em dados reais no mercado brasileiro e as comprovações que adviriam do mesmo, sendo que esta foi uma das motivações do trabalho.

Além disso, também não existe uma opção com ajuste do tipo americana, o que, pelo mesmo motivo descrito acima, inviabiliza qualquer comprovação com referência ao algoritmo desenvolvido. Neste caso, ainda há inúmeras discussões se o mercado americano irá adotar ou não as opções com ajuste. Finalmente, outra limitação a ser considerada é a pequena quantidade de estudos e de literatura que tratam especificamente sobre este assunto.

2 – Referencial Teórico

2.1 – Opções Convencionais

As primeiras opções foram inicialmente negociadas em uma bolsa de forma organizada em 1973 e, desde então, têm tido seu uso difundido e espalhado por todos os mercados. Os ativos dos quais elas derivam são os mais variados, entre eles: ações, índices e moedas (Hull 1999). Há dois tipos de opções convencionais: a opção de compra (call - C) e a opção de venda (put - P). Geralmente, a negociação dessas opções se dá pela seguinte característica: no momento da transação, o prêmio é inteiramente pago pelo comprador ao lançador da opção, e nenhum pagamento adicional é executado. No caso da opção de compra, o comprador tem o direito, mas não a obrigação, de comprar o ativo-objeto em/até o dia de exercício pelo preço combinado (preço de exercício – K), enquanto o lançador terá a obrigação de vender o ativo caso seja exercido pelo comprador. Já na opção de venda, o comprador tem o direito de vender o ativo-objeto em/até o dia de exercício, e o lançador terá a obrigação de comprar o ativo.

As opções podem encontrar-se em três situações durante seu período de vigência: dentro do dinheiro, no dinheiro e fora do dinheiro. A primeira significa que a opção dá um fluxo de caixa positivo ao comprador caso seja exercida, e tem o preço de exercício inferior ao preço do ativo, no caso da opção de compra; a seguinte gera um fluxo de caixa nulo para o comprador e tem seu preço de exercício igual ao preço do ativo-objeto, também no caso da opção de compra; enquanto a última geraria um fluxo de caixa negativo caso fosse exercida, por ter seu preço de exercício superior ao preço do ativo-objeto, também no caso da opção de compra (Hull, 1999). No caso de opções de venda, a definição para a comparação do preço de exercício com relação ao preço do ativo-objeto é inversa.

Como foi dito, as opções podem ter um dia de exercício específico ou podem ser executada durante um período específico. Essa diferenciação divide os tipos de exercício das opções em americana ou européia. Caso a opção seja do tipo americana, o comprador deve acompanhar o ativo subjacente para exercê-la a qualquer momento caso ela esteja no dinheiro ou dentro do dinheiro, sendo que nunca é vantajoso exercer uma opção de compra antecipadamente; se a opção for do tipo européia, o comprador deve aguardar o dia do vencimento para fazer a mesma verificação e exercê-la, ou não. O mais comum é que não seja necessária a decisão do investidor de exercer ou não a opção, é normal que o exercício seja automático.

Além de existir a possibilidade de exercício das opções, as mesmas podem ser negociadas no dia a dia, não perdendo sua característica principal de direito de compra ou venda de determinado ativo. Neste caso ela pode ser encarada como um ativo qualquer a ser negociado.

2.1 – Opções com Ajuste

2.1.1 – Conceito

Este trabalho tratará as opções com ajuste diário, também conhecidas como opções de estilo futuro com margem (Option of *Future Style with Margining*), as quais funcionam de uma forma diferente das opções convencionais (Lieu 1990). No caso das opções com ajuste, no momento da transação (Dia zero) não há movimentação financeira, ocorrendo esta apenas quando houver mudança no preço da opção na operação chamada marcação a mercado. Este seria o ajuste a que o nome da opção se refere, ocasionando um depósito, ou retirada, do valor devido como margem pelo comprador da opção à casa de custódia, *clearing*. Quando do exercício da opção, o valor do somatório dos ajustes será igual ao valor inicial do prêmio considerado caso a opção fosse sem ajuste.

Segundo Duffie (1990), essas opções são chamadas opções puras de futuro e as diferenças entres estas e as tradicionais não são vistas de uma forma muito boa. Além disso, ele não as considera como opções em sua perfeita concepção e sim contratos futuros que entregam uma opção convencional no seu vencimento. Se compararmos uma opção com ajuste a um contrato futuro, veremos que as semelhanças são grandes. Os dois possuem fluxo de caixa no dia inicial igual a zero e, a partir do momento em que o ativo a que estão associados tem o seu preço alterado, faz-se necessário o ajuste através de uma margem.

2.1.2 – Apreçamento

Lieu (1990) chega às fórmulas de apreçamento das opções de tipo européia, derivando-as a partir da fórmula de Black e Scholes:

$$C(t) = F.N(d1) - XN(d2) \tag{4}$$

$$P(t) = -F(t)N(-d1) + XN(-d2) \tag{5}$$

Onde,

$$d1 = \frac{\{\ln\left(\frac{F}{X}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2\}}{\sigma\sqrt{\tau}}$$

$$d2 = d1 - \sigma\sqrt{\tau}$$

$$\tau \equiv T - t$$

Ao final de seu paper, ele compara a fórmula da opção convencional com a de estilo futuro, relatando que a diferença entre as duas fórmulas é que na de opções de estilo futuro não existe o termo livre de risco, por não existir a necessidade de se pegar dinheiro emprestado para efetuar a transação.

Twite (1996) realizou um trabalho sobre apreçamento das opções no mercado de Sydney usando o modelo proposto por Lieu (1990), apresentando os seguintes resultados consistentes com evidências anteriores: o modelo tende a sobreavaliar opções de compra que estão dentro do dinheiro e fora do dinheiro, e subavaliá-las quando estão no dinheiro; tende também a sobreavaliar opções de venda que estão dentro do dinheiro e subavaliá-las quando estão no dinheiro e fora do dinheiro; o modelo tende ainda a sobreavaliar curta maturidade e subavaliar longa maturidade para opções de compra; a subavaliação das opções de venda tende aumentar quando a maturidade aumenta; e finalmente, o modelo diz que opções dentro do dinheiro e fora do dinheiro têm maior volatilidade implícita que opções no dinheiro.

Por fim, Dario (2006), da BM&F, demonstra as fórmulas das opções com ajuste diário e mostra que a igualdade entre a fórmula de Black e a de Lieu é:

$$C_{Ajuste} = e^{r(T-t)} C_{Black} \tag{7}$$

o que permite calcular o preço da opção com ajuste através da fórmula de Black. Em seguida, ele demonstra a fórmula com ajuste diário sobre a taxa de câmbio de reais por dólar e chega à seguinte fórmula:

$$C(\tau) = e^{rt}\left[Fe^{-rt}N(d1) - Ke^{-rt}N(d2)\right] \tag{7}$$

2.1.3 – Paridade entre opção de compra e de venda

Alguns autores investigaram a relação de Put-Call-Parity para opções futuras. Inicialmente, Ball e Torous (1986) examinaram a relação abaixo para opções de futuro do tipo americanas, mas chegaram à conclusão de que a mesma não atendia. Eles utilizaram para demonstrar o não funcionamento da fórmula três contratos negociados na bolsa de futuros nos Estados Unidos. Certa conformidade foi encontrada quando os preços estavam perto do vencimento, porém não foi considerada uma prova significativa.

$$F_t e^{-r(T-t)} - X \leq C_t - P_t \leq F_t - X e^{-r(T-t)} \qquad (8)$$

Onde,

F_t – Preço futuro no tempo t

X – preço de exercício

C_t – opção de compra no tempo t

P_t – opção de venda no tempo t

r – taxa livre de risco

t – data da transação

T – data que expira o contrato

Jordan e Seale (1986) examinaram a relação para opções de futuro do tipo européia, e também concluíram que a relação não valeria. A fórmula está descrita a seguir:

$$(F_{t-X})e^{-r(T-t)} - C_t + P_t = 0 \qquad (9)$$

Estes estudos foram executados em mercados onde não havia opções futuras com ajuste. No entanto, Lieu (1990) chegou a uma fórmula estudando mercados que possuem estas opções, dando uma maior importância a seu trabalho, apesar de afirmar que, mesmo assim, seu teorema não poderia ser testado por não existir na época mercado com transações suficientemente grandes para testá-lo. A fórmula derivada por Lieu encontra-se a seguir:

$$F_t - X - C_t + P_t = 0 \tag{10}$$

Como atestou Easton (1997) na data de publicação de seu paper, a fórmula de Lieu já poderia ser testada utilizando o mercado de Sydney Futures Exchange, o que ele acabou fazendo, utilizando transações ocorridas no período de janeiro de 1993 a Dezembro de 1994. A conclusão a que ele chegou é que, usando a fórmula de Lieu, a média das suas observações é igual a zero para 15% a 75% das observações, confirmando a relação de paridade. Porém, ele também achou algumas violações da regra quando as opções estão dentro do dinheiro e estão subavaliadas quando comparadas na fórmula.

2.1.4 – Exercício Antecipado – Opção de estilo americana

Não foi encontrada até o presente momento nenhuma evidência da ocorrência de uma opção com ajuste do estilo americana, levando a crer a não existência desse produto. Além disso, como já foi dito, não há negociação de opções de ajuste com estilo futuro nos Estados Unidos. Porter (2001) enumera alguns motivos como os principais impedintes de tal fato. Segundo ele, há uma corrente que afirma que haveria um grande risco difícil de prever na introdução de opções com ajuste no estilo futuro no mercado americano, além de afirmarem que deveria acontecer uma grande adaptação na infraestrutura de sistemas computacionais, sendo necessário rodar os dois sistemas, o atual e o com ajuste, em paralelo para que o novo sistema fosse realmente aprovado. Além disso, alega-se que os preços das opções devem subir pelo fato de os vendedores quererem uma maior compensação. Lieu (1990) e Chen (1993) dão uma base teórica, dizendo que os preços não deveriam subir no estilo futuro.

Alguns autores afirmam que o exercício antecipado da opção com ajuste nunca é vantajoso. Lieu (1990) prova não haver possibilidade de exercício antecipado utilizando o modelo de Black (1976), onde o preço dos futuros segue um movimento Browniano e a taxa de juros é constante; Chen & Scott (1993) chegam ao mesmo resultado com taxas de juros estocásticas utilizando o modelo de Cox, Ingersoll & Ross (1981). Oviedo (2005) também faz um estudo sobre a possibilidade de exercício antecipado das opções do tipo americana, chegando à conclusão de que nunca é vantajoso exercer antecipadamente, nem a opção de compra nem de a venda, mesmo considerando-se os custos de transação e outros. Estes três estudos levam à mesma conclusão, ou seja, que uma opção no estilo futuro do tipo européia excede seu valor intrínseco, assim como uma opção no estilo americano nunca teria seu exercício antecipado de forma ótima. Porém, com base no modelo desenvolvido em seu estudo, Kuo (1993) afirma que este tipo de opção pode ter seu exercício antecipado, apesar de não ter demonstrado o apreçamento da mesma. E, segundo Porter (2001), há a possibilidade de exercício antecipado desde que o custo de carregamento da mesma seja negativo; provando isso através da extensão do modelo desenvolvido por Barone & Whaley (1987), partindo do princípio que o preço do ativo-objeto segue uma distribuição lognormal. White, Hatfiled e Dorsey (1999) desenvolveram um algoritmo baseado em redes neurais para compararem a modelagem de outros autores, chegando a conclusão que seu programa seria de grande utilidade pelo aprendizado que possui de com o tempo incorporar novas variáveis econômicas, afirmando que há a possibilidade de exercício antecipado.

2.3 – Hedge

As operações de Hedge têm por finalidade exercer uma proteção ao seu executor, controlando o risco de sua carteira de ativos. A idéia principal é assumir uma posição oposta à que se tem no mercado à vista, a fim de evitar uma perda.

O ideal seria que a posição fosse de um para um, isto é, compra (venda) de um contrato à vista para uma venda (compra) de um contrato de opções. Porém, no caso das opções, o hegde nesse formato não pode ser garantido, devido à sensibilidade das opções às mudanças de volatilidade (Hull 1999). Essa característica da opção nos leva a hedgear a posição através de uma quantidade variável do ativo-objeto. Essa quantidade é dada pela letra grega Delta (Δ), que é uma medida de sensibilidade obtida a partir do modelo de Black & Sholes.

Existe o hedge estático, conhecido como “proteja e esqueça”, e o hegde dinâmico, que exige um acompanhamento constante para manter a posição protegida.

2.3.1 – Delta (Δ)

Muitos investidores utilizam sofisticadas técnicas de hedge. Umas dessas técnicas envolve as letras gregas delta, theta, gamma e vega. Neste estudo, abordarei apenas a letra Delta, uma ferramenta intrinsecamente ligada ao conceito de Hedge. Ela pode ser descrita como a derivada do preço da opção com relação ao preço do ativo-objeto, ou seja, é o quanto o valor da opção varia em função de uma variação no valor do ativo-objeto.

$$\Delta = \frac{\partial C}{\partial S} \tag{10}$$

Onde,

C – Preço da opção

S – Preço do ativo-objeto

O delta de uma opção de compra é positivo, enquanto o de uma opção de venda é negativo. É importante perceber que, como o delta muda a cada oscilação no preço do ativo, o investidor permanece hedgeado apenas por um curto espaço de tempo. Com isso, para manter a carteira constantemente protegida, o investidor deve atualizar seu portfólio periodicamente. O nome dado a esse processo é rebalanceamento.

2.3.2 – Seguro dinâmico de Portfólio

Uma forma existente de proteção de carteira (Hedge) é o Seguro de Portfólio Dinâmico, que permite ao investidor limitar suas perdas sem, no entanto, impor limitações a seus ganhos (Lemgruber, Becker e Felício 1991).

Esta modalidade de hedge baseia-se nos conceitos de seguro de um bem; quando se paga um prêmio com a intenção de proteção de um ativo específico. A primeira idéia de fácil associação a este conceito é a de um seguro de automóvel, de comum entendimento a todos. Pode-se fazer uma perfeita analogia no caso de um ativo do mercado de ações: o investidor paga um prêmio (prêmio de seguro) através de uma opção de venda que o protege contra uma possível desvalorização do ativo escolhido (uma batida com perda total do carro), de forma que exista a possibilidade de venda do ativo por um preço pré-determinado (preço de exercício K = valor recebido da seguradora) caso o mesmo venha a desvalorizar-se mais do que este. Caso o valor do ativo não venha a ser inferior ao seu preço de exercício K, o investidor não exerce a opção de venda, arcando apenas com o valor pago pelo prêmio (se a pessoa não tem o carro roubado ou com perda total, sua perda será apenas do valor pago pelo seguro: o prêmio).

Devido à falta de liquidez das opções de venda e com o conceito de que diferentes ativos com fluxos de pagamentos iguais devem ter o mesmo valor, pode-se utilizar o possibilidade de formação de opções sintéticas mostrada por Black and Scholes (1973). Eles demonstram que se pode ter uma aplicação financeira com o mesmo valor de uma carteira [+ P_t, +ΔS], simbolizada por \${P_t + $\Delta_t S_t$}.

Lemgruber, Becker e Felício (1991), demonstram que se pode montar, com o conceito explicado, a seguinte equação:

$$[+P] \equiv \$\{P_t + \Delta t S_t\} + [-\Delta t S_t] \quad (11)$$

Mostrando que possuir uma opção de venda do ativo-objeto tem o mesmo valor que possuir uma aplicação financeira livre de risco no valor monetário \${ P_t + $\Delta_t S_t$ } mais uma posição Δ_t do ativo-objeto, conFigurando-se, assim, uma opção sintética com o termo da direita da equação.

A partir da possibilidade de se criar uma opção de venda sintética, abre-se a chance de montar-se um seguro de portfólio. Ainda segundo Lemgruber, Becker e Felício (1991), deve-se adicionar uma unidade de opção de venda para cada unidade do ativo-objeto. Dessa forma a equação anterior fica:

$$\left[+P+S_t\right] \equiv \$\left\{P_t+\Delta_t S_t\right\}+\left[-\Delta t S_t\right]+S_t \tag{12}$$

que pode mais facilmente ser escrita como:

$$\left[+P+S_t\right] \equiv \$\left\{P_t+\Delta_t S_t\right\}+\left[(1-\Delta t) S_t\right] \tag{13}$$

Frente ao exposto, vê-se que há duas possibilidades de ajustar a posição criada. Uma através da compra/venda do ativo-objeto conforme variações ocorridas em seu preço, como visto na seção anterior; e outra por meio da negociação de contratos futuros, modelo muito utilizado por possuir um menor custo de transação. No presente trabalho será demonstrado o seguro de portfólio dinâmico apenas através de operações com o ativo.

3 – Metodologia Empregada

3.1 - Descrição

Este trabalho tem por objetivo calcular o apreçamento da opção com ajuste diário sobre a taxa de câmbio, utilizando o modelo binomial, e compará-lo com o apreçamento de opções convencionais pelo mesmo método. Em seguida, será feito um hedge, utilizando-se as opções com ajuste, e será feita uma comparação com um forward. Em seguida, será realizado um seguro dinâmico, utilizando-se, também, a opção com ajuste.

Para finalizar, será demonstrado um algoritmo para apreçamento das opções com ajuste do tipo europeu e do tipo americano. Neste momento, desejar-se-á verificar a possibilidade de ocorrência de exercício antecipado das opções no caso do tipo americano.

3.2 – Modelo Binomial

3.2.1- Opção convencional

Desde que as opções surgiram como um produto a ser negociado no mercado financeiro, muitos autores têm tentado chegar a um modelo de apreçamento que possa estabelecer o preço ideal para dada opção. Um dos modelos mais conhecidos é o desenvolvido por Black and Scholes (1973); e, desde então, muitos dos modelos que surgiram, de alguma forma, derivaram deste. .

O modelo binomial é um método de simulação numérica que utiliza o conceito de árvore de decisão binomial. Ele foi apresentado por Cox, Ross e

Rubinstein (1979) e chega ao preço de uma opção de uma forma simplificada e didática.

O modelo binomial assume que o preço do ativo, S, só pode ter dois valores, S.u, com probabilidade q, ou S.d, com probabilidade q-1, onde u > 1 e 0 < d < 1, sendo d = 1 / u. No caso exemplificado na Figura 1.a, encontra-se uma árvore binomial de um período, sendo t = 0 a data inicial, e t = 1 a data final do período.

Para o cálculo do valor da opção de compra, o modelo assume a árvore descrita na Figura 1.b, onde Cu é igual ao valor máximo entre zero e S.u – K, o preço de exercício da opção, e que Cd é igual ao valor máximo entre zero e S.d – K.

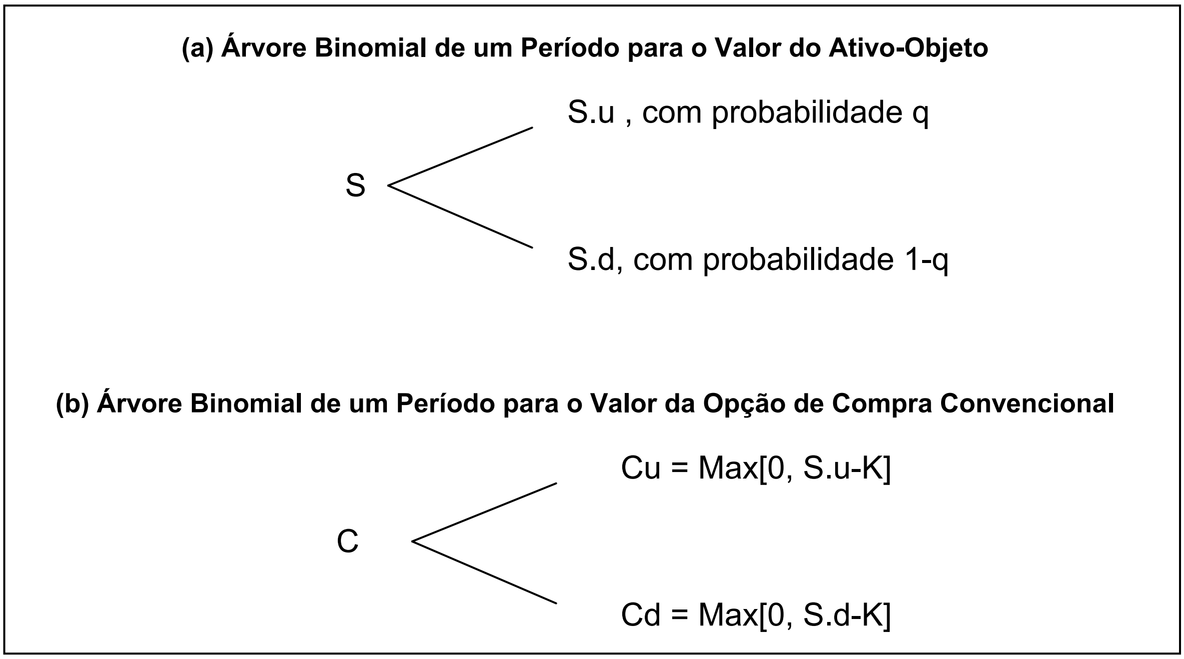

Figura 1 - Árvores binomiais para o Ativo-Objeto e para a opção de Compra

O cálculo da probabilidade q livre de risco dá-se por:

$$q = \frac{1 + Rf - d}{u - d} \tag{14}$$

Onde,

Rf = Taxa de juros livre de risco

A partir do valor da probabilidade q, chega-se ao valor da opção:

$$C = \frac{q.Cu + (1-q).Cd}{(1 + Rf)} \tag{14}$$

O modelo ainda propõe:

- o delta da opção de compra:

$$\Delta = \frac{Cu - Cd}{S(u - d)} \tag{15}$$

- o valor da opção de venda:

$$P = \frac{q.Pu + (1-q).Pd}{1 + Rf} \tag{16}$$

- o delta da opção de venda:

$$\Delta = \frac{Pu - Pd}{S(u - d)} \tag{17}$$

Cox, Ross e Rubinstein (1979) definiram algumas considerações que devem ser feitas ao utilizar-se do modelo binomial:

1 – O mercado não possui tendência

2 – Ignoram-se os custos da transação

3 – Desconsidera-se a inflação

4 – O mercado deve ser considerado eficiente

O modelo apresentado nas Figuras 1 e 2 levou em consideração uma árvore binomial para 1 período, sendo que o mesmo pode facilmente ser demonstrado para n períodos. O desenvolvimento dá-se da mesma forma, sendo que o cálculo de cada nó da árvore leva em consideração os nós subseqüentes, chegando-se finalmente à data inicial. Além disso, o modelo foi demonstrado para taxas discretas. No caso de um modelo que leve em consideração taxas contínuas, algumas alterações devem ser feitas.

Primeiramente deve-se achar dt (a unidade de tempo) com base nos dias úteis a serem considerados durante o período de vida da árvore binomial:

$$dt = \frac{\left(\frac{DU}{252}\right)}{T} \tag{18}$$

Onde,

T – número de períodos considerado na árvore binomial

DU – dias úteis

Em seguida, acha-se a taxa livre de risco no formato contínuo:

$$R_f = \ln\left(1 + R_{F252}\right) \quad (19)$$

Onde,

R_{F252} - é a taxa de juros livre de risco na base 252

A fórmula da probabilidade q fica da seguinte forma:

$$q = \frac{e^{Rf.dt} - d}{u - d} \quad (20)$$

Enquanto o valor das opções é calculado descontando-se a taxa livre de risco no formato contínuo:

$$C = \frac{q.Cu + (1-q).Cd}{e^{Rf.dt}} \quad (21)$$

$$P = \frac{q.Pu + (1-q).Pd}{e^{Rf.dt}} \quad (22)$$

3.2.2 - Opção com ajuste

Dado o apreçamento da opção convencional, segue-se o mesmo formato para apreçar-se a opção com ajuste. Pela Figura 2.a, temos que o *payoff* de uma opção convencional é:

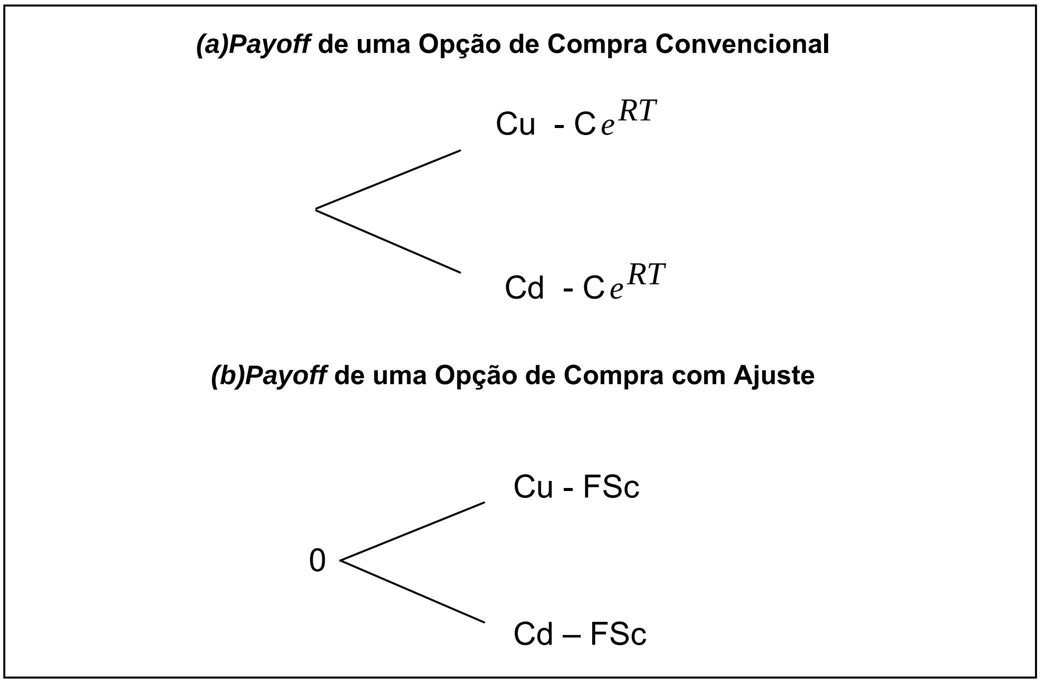

Figura 2 - *Payoff* das Opções de Compra e Opção de Compra com Ajuste

Nas opções com ajuste, como não pode haver movimentação financeira na data inicial, e sabendo que o desembolso final deve ser igual ao de uma opção convencional, temos na Figura 2.b por arbitragem que:

- **FS_c = C .** e^{RT} - Valor de referência da opção de compra com ajuste
- FS_c na data inicial é igual a zero.

Para acharmos o delta da opção com ajuste, podemos desenhar um portfólio hedgeado da seguinte forma:

- (Cu – FSc) + ∆S.u **(Nó 1)**

∆S

- (Cd – FSc) + ∆S.d **(Nó 2)**

Figura 3 - Árvore Binomial para Cálculo do Delta da Opção com Ajuste

Igualando os nós 1 e 2 temos:

$$-\left(Cu - FS_C\right) + \Delta Su = -(Cd - FS_C) + \Delta Sd \tag{23}$$

O que resulta em:

$$\Delta = \frac{Cu - Cd}{Su - Sd} \tag{24}$$

Como se pode observar, o delta obtido é o mesmo delta da opção convencional.

3.3 - Opção com ajuste sobre a taxa de câmbio

Seguindo o mesmo modelo da opção com ajuste para o cálculo da opção com ajuste diário sobre a taxa de câmbio, temos que a diferença dar-se-á pela inclusão do cupom cambial no seu cálculo. Para isso, obteremos a taxa linear de juros com base nos juros do cupom:

$$(1+Rc)^{\frac{DU}{252}} = \left(1+\frac{C\times DC}{360}\right) \tag{25}$$

Onde,

Rc - Taxa de juros do cupom

DU – Dias Úteis até o vencimento

C – Cupom cambial

DC – Dias Corridos até o vencimento

Como característica do modelo binomial, utilizaremos a relações, já conhecidas, a seguir:

$$u = e^{\sigma\sqrt{dt}} \tag{26}$$

$$d = e^{-\sigma\sqrt{dt}} = \frac{1}{u} \tag{27}$$

$$p = \frac{e^{(R_f - R_c).dt} - d}{u-d} \tag{28}$$

Onde,

- σ é a volatilidade em base 252

- p é a probabilidade neutra a risco

Os preços da opção de compra (call) e da opção de venda (put) seguem o mesmo cálculo das fórmulas 21 e 22, considerando-se que o valor da opção na data final é a subtração do valor de referência da Opção com Ajuste (FS) do preço final da opção convencional, como mostrado na Figura 2.a.

3.3.1 – Delta da opção com ajuste sobre a taxa de câmbio

Com a inclusão do cupom cambial no cálculo da opção com ajuste, temos uma pequena alteração no delta com relação à opção convencional. Dado o ganho em cupom pela posse do ativo em delta unidades, o delta-hedging precisa ser calculado da seguinte forma:

$$\Delta C = \frac{(Cu - Cd)}{(Su - Sd)e^{Rcupom.dt}} \tag{29}$$

Permanecendo a condição de que $\Delta c = \Delta FSc$

4 – Resultados

4.1 – Árvore Binomial opção com ajuste

Será demonstrado agora a construção de uma árvore binomial de três períodos para ilustrar o desenvolvimento do apreçamento da opção com ajuste sobre a taxa de câmbio. Além da construção dessa árvore, construiu-se, também, uma árvore de 10 períodos que se encontra no apêndice A.

Suponhamos que as variáveis tenham os seguintes valores:

Ativo S na data zero = 1.690,00

Cupom Cambial (base 360) = 4%

Preço de exercício = 1.690,00

Taxa livre de juros (base 252) = 12%

Volatilidade (base 252) = 15%

Prazo = 126 DU (dias úteis) = 180 DC (dias corridos)

A partir das fórmulas já apresentadas, temos:

$dt = 0{,}1666667$

$Rc = 0{,}0396053$

$Rf = 0{,}1133287$

$u = 1{,}0631511$

$d = 0{,}9406001$

$p = 0{,}5855762$

Com os valores e variáveis devidamente calculados, a árvore binomial referente aos valores do ativo S pode ser observada na Figura 4.a, enquanto a árvore referente à opção de compra convencional está na Figura 4.b, a árvore para a opção de compra com ajuste na Figura 4.c e, finalmente, calcula-se o delta da opção de compra convencional visto na Figura 4.d.

(a) Árvore Binomial de Três Períodos para o Ativo-Objeto

	0	1	2	3
Ativo S	**1.690,00**	1.796,73	1.910,19	2.030,82
		1.589,61	1.690,00	1.796,73
			1.495,19	1.589,61
				1.406,38

(b) Árvore Binomial de Três Períodos para a Opção de Compra Convencional

	0	1	2	3
Call Européia	**107,66**	162,41	239,24	340,82
		35,24	61,33	106,73
			0,00	0,00
				0,00

(c) Árvore Binomial de Três Períodos para a Opção de Compra com Ajuste

	0	1	2	3
Valor Call c/ ajuste euro	**0,00**	52,70	127,44	226,89
		(74,47)	(50,48)	(7,21)
			(111,80)	(113,93)
				(113,93)

(d) Árvore Binomial de Três Períodos para o Delta da Opção de Compra Convencional/ Com Ajuste

	0	1	2
delta plain Vanilla	**0,61000**	0,80270	0,99342
dc/dS		0,31273	0,51191
			0,00000

Figura 4 - Árvore Binomial de Três Períodos para o Delta da Opção de Compra Convencional/ Com Ajuste

Pelo demonstrado através da Figura 3 e das Fórmulas 23 e 24, sabe-se que o delta da opção com ajuste é igual ao delta da opção convencional (dc/dS = dFSc/dS).

4.2 – Hedging

Com base nos deltas calculados, será demonstrado um hedging dinâmico do tipo:

$$[-C + \Delta S]$$

Inicialmente, será mostrado o hedge com a opção convencional para, em seguida, ser demonstrado outro hedge, com a opção de ajuste com base na taxa de câmbio.

4.2.1 – Hedging da Opção de Compra Convencional

Pelas Figuras 4.a, 4.b e 4.d referentes às arvores do Ativo S, da opção de compra convencional e do delta hedging da opção convencional, respectivamente, e considerando que os movimentos foram três seqüências de subida (u, u, u), temos:

Data 0: [-C + ∆S] = [- C + 0,61S]

Para ter o portfólio acima, é necessário que o investidor venda uma opção de compra pelo valor de 107,66; e compre 0,61 ativos (∆ = 0,61) pelo preço de 1.690,00, resultando em 0,61 x 1.690,00 = 1.030,90. O fluxo final do investidor na data zero é + 107,66 – 1.030,90 = - 923,24, que ele precisa pegar emprestado do banco à taxa livre de risco.

<u>Data 1:</u> [-C + ∆S]=[-C + 0,80S][1]

Como o investidor já possui 0,61 ativos, é necessário que ele compre mais 0,80 - 0,61 = 0,19 ativos para manter o porfolio atualizado, pelo valor de 0,19 x 1.796,73 = 346,23. Além disso, na mudança de período, o investidor ganhou o valor de 7,26 referente ao ganho de cupom pela posse do ativo, calculado com base nos 0,61 ativos x 1.796,73 atualizados pela taxa do cupom (0,61 x 1.796,73 x (exponencial do cupom x intervalo de tempo-1). Como o investidor já havia pego emprestado o valor de 923,24 há um período, agora ele terá como saldo no banco 940,85 (o valor anterior corrigido a Rf) + 346,23 – 7,26, resultando em uma dívida de 1.279,82.

<u>Data 2:</u> [-C + ∆S] = [-C + 0,99S][1]

Como o investidor já possui 0,80 ativos, é necessário que ele compre mais 0,99 - 0,80 = 0,19 ativos para manter o porfolio atualizado, pelo valor de 0,19 x 1.910,19 = 364,31. Além disso, na mudança de período, o investidor ganhou o valor de 10,15 referentes ao ganho de cupom pela posse do ativo, calculado com base nos 0,80 ativos x 1.910,19 atualizados pela taxa do cupom. Já que o investidor estava com uma dívida de 1.279,82 um período atrás. agora ele terá como saldo no banco 1.304,22 (o valor anterior corrigido a Rf) + 364,31 – 10,15, resultando em uma dívida de 1.658,38.

---

[1] Os valores mencionados na demonstração são valores aproximados para duas casas decimais para facilitar a visualização. O mesmo vale para as demonstrações posteriores.

<u>Data 3: (Vencimento)</u> [-C + ΔS] = [- (S – K) + 0,99S]

Finalizando a operação, o investidor receberá como pagamento pela venda de 0,99 ativos por 0,99 x 2.030,82 = 2.017,46, mais 13,36 referente ao ganho de cupom pela posse do ativo na virada do período, calculado com base nos 0,99 ativos x 2.030,82, além de ter que desembolsar 340,82, referentes ao preço da opção de compra. Como ele possuía uma dívida de 1.658,38 que, atualizada pela taxa livre de risco, resultou em 1.690,00 de dívida, ele encerra sua operação com o seguinte fluxo de caixa:

+ 2.017,46 + 13,36 – 1.690,00 – 340,82 = 0

Para se confirmar a ocorrência do hedge, é necessário que o valor encontrado no final de sua execução seja igual a zero. Como pode ser observado, o hedge para a opção de compra convencional foi devidamente demonstrado, seu resultado final foi igual a zero, e está explicitado na Tabela 1.a[2].

---

[2] Os valores demonstrados na tabela são valores aproximados com duas casas decimais para facilitar a visualização. O mesmo vale para as demais tabelas.

(a) Hedge da opção de compra convencional demonstrado período a período

Período	Ativo-S	Call Européia	dC/dS	Ativo	Rend Cupom	FC result S	Banco	Result Aplic
0	1.690,00	**107,66**	0,61	1.030,90	0,00	(1.030,90)	(923,24)	(940,85)
1	1.796,73	**162,41**	0,80	1.442,24	7,26	(346,23)	(1.279,82)	(1.304,22)
2	1.910,19	**239,24**	0,99	1.897,62	10,15	(364,31)	(1.658,38)	(1.690,00)
3	2.030,82	**340,82**			13,36	2.017,46	340,82	
							0,00	**Resultado do Hedge**

(b) Hedge da Opção de Compra com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio período a período

Período	Ativo-S	Opção c Ajuste	dFSc/dS	Ativo	Rend Cupom	FC result S	Banco	Result Aplic
0	1.690,00	**0,00**	0,61	1.030,90	0,00	(1.030,90)	(1.030,90)	(1.050,56)
1	1.796,73	**52,70**	0,80	1.442,24	7,26	(346,23)	(1.389,53)	(1.416,03)
2	1.910,19	**127,44**	0,99	1.897,62	10,15	(364,31)	(1.770,18)	(1.803,93)
3	2.030,82	**226,89**			13,36	2.017,46	226,89	
							0,00	**Resultado do Hedge**

(c) Demonstração do Hedge da Opção de Compra com Ajuste usando Futuro período a período

Período	Futuro	Opção c Ajuste	d FS/ Forward	Ajuste	FC result S	Banco	Result Aplic
0	1.753,46	**0,00**	0,60	0,00	0,00		0,00
1	1.841,43	**52,70**	0,80	52,70	52,70	52,70	53,71
2	1.933,81	**127,44**	1,00	73,73	73,73	127,44	129,87
3	2.030,82	**226,89**		97,01	97,01	226,89	
						0,00	**Resultado do Hedge**

(d) Demonstração do Resultado do Seguro Dinâmico de Portfólio período a período

				Posição		Fluxo de Caixa			Banco	Seguro	
Períodos	**Ativo-S**	**dFS/dS**	**Qtde Ativo**	**de risco**	**de caixa**	**Rendimento Cupon**	**FC result de S**	**FC Result Opção**	**Dívida**	**Valor**	**Custo**
0	1.690,00	0,37	0,63	1.064,04	673,66		625,96	47,69	(47,69)	1.690,00	47,69
1	1.589,61	0,67	0,33	517,97	1.165,46	(3,90)	482,86			1.630,93	48,60
2	1.495,19	0,99	0,01	9,84	1.658,38	(6,68)	477,37			1.612,01	49,53
3	1.406,38		0,01	9,25	1.680,75	(9,25)			(50,47)	1.630,27	50,47
					1.690,00	Valor Segurado					

Tabela 1 –Demonstração do Hedge da Opção de Compra Convencional, da Opção com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio, da Opção de Compra com Ajuste usando Futuro e do Seguro de Portfólio Dinâmico período a período.

4.2.2 – Hedging da Opção de Compra com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio

O Hedge da opção de compra com ajuste pode ser acompanhado a partir da Tabela 1.b e através das figuras constantes na Figura 4, referentes às arvores do Ativo S, da opção de compra convencional, da opção de compra com ajuste e do delta hedging da opção convencional/opção com ajuste respectivamente, e considerando que os movimentos foram três seqüências de subida (u, u, u).

<u>Data 0:</u> [-C + ΔS] = [- C + 0,61S]

Como não há movimentação financeira no início da transação, para ter o portfólio acima, é necessário que o investidor assuma um compromisso de compra de uma opção de compra com ajuste, e compre 0,61 ativos (Δ = 0,61) pelo preço de 1.690,00, resultando em 0,61 x 1.690,00 = 1.030,90. O fluxo final do investidor na data zero é – 1.030,90, que ele precisa pegar emprestado do banco à taxa livre de risco.

<u>Data 1:</u> [-C + ΔS] = [-C + 0,80S]

Como o investidor já possui 0,61 ativos, é necessário que ele compre mais 0,80 - 0,61 = 0,19 ativos para manter o porfolio atualizado, pelo valor de 0,19 x 1.796,73 = 346,23. Além disso, na mudança de período, o investidor ganhou o valor de 7,26 referentes ao ganho de cupom pela posse do ativo, calculado com base nos 0,61 ativos x 1.796,73 atualizados pela taxa do cupom (0,61 x 1.796,73 x (exponencial do cupom x intervalo de tempo-1). Como o investidor pegou emprestado o valor de 1.030,90 um período atrás, agora ele terá como saldo no banco uma dívida de 1.050,56 (o valor anterior corrigido pela taxa livre de risco - Rf) + 346,23 – 7,26, resultando em uma dívida de 1.389,53.

<u>Data 2:</u> [-C + ∆S] = [-C + 0,99S]

Como o investidor possui 0,80 ativos, é necessário que ele compre mais 0,99 - 0,80 = 0,19 ativos para manter o porfolio atualizado, pelo valor de 0,19 x 1.910,19 = 364,31. Além disso, na mudança de período, o investidor ganhou o valor de 10,15 referentes ao ganho de cupom pela posse do ativo, calculado com base nos 0,80 ativos x 1.910,19 atualizados pela taxa do cupom. Como o investidor estava com uma dívida de 1.389,53 um período atrás agora ele terá como saldo no banco uma dívida de 1.416,03 (o valor anterior corrigido a Rf) + 364,31 – 10,15, resultando em uma dívida de 1.770,00.

<u>Data 3: (Vencimento)</u> [-C + ∆S] = [- (S – K) - FSc + 0,99S]

Ao final da operação o investidor receberá como pagamento pela venda de 0,99 ativos por 0,99 x 2.030,82 = 2.017,46, mais 13,36 referentes ao ganho de cupom pela posse do ativo na virada do período, calculado com base nos 0,99 ativos x 2.030,82, além de ter que desembolsar 226,89 referentes ao preço da opção de compra. Como o investidor possuía uma dívida de 1.770,18, que atualizada pela taxa livre de risco resultou em 1.803,93 de dívida, ele encerra sua operação com o seguinte fluxo de caixa:

+ 2.017,46 + 13,36 – 1.803,93 – 226,89 = 0

Como chegou-se ao valor final de zero, o hedge para a opção de compra com ajuste sobre a taxa de câmbio foi devidamente demonstrado e pode ser verificado na tabela 1.b.

4.2.3 – Hedging da Opção de Compra com Ajuste sobre a Taxa de Câmbio Usando Forward

Chega-se, primeiramente à árvore binomial para o forward, na Figura 5.a, através da Figura 4.a (árvore do ativo S), onde:

$$F = Se^{[(Rf - Rcupom)dt(NPeriodos)]} \tag{30}$$

Calcula-se em seguida a árvore para o delta do forward, Figura 5.b, com a fórmula:

$$\Delta F = \frac{(Cu - Cd)}{(Fu - Fd)} \tag{31}$$

(a) Árvore Binomial de Três Períodos para o Forward

	0	1	2	3
Forward	**1.753,46**	1.841,43	1.933,81	2.030,82
		1.629,16	1.710,89	1.796,73
			1.513,68	1.589,61
				1.406,38

(b) Árvore Binomial de Três Períodos para o Delta do Forward

	0	1	2
Delta FS Forward	**0,60**	0,80	1,00
dFS/dForward		0,31	0,52

Figura 5 - Árvores Binomiais de Três Períodos para o Forward e para o Delta do Forward

Pelas Figuras 4.a, 4.b, 4.c, 5.a e 5.b referentes às arvores do Ativo S, da opção de compra convencional, da opção de compra com ajuste, do forward e do delta hedging da opção com ajuste pelo forward, respectivamente, e considerando que os movimentos foram três seqüências de subida (u, u, u), temos:

Data 0: [-C + ΔF] = [- C + 0,60F]

Como não há movimentação financeira no inicio a transação, para ter o portfólio acima, é necessário que o investidor assuma um compromisso de compra de uma opção de compra com ajuste, e assuma a compra de 0,60 contratos futuros (Δ = 0,60) pelo preço de 1.753,46, resultando no valor 0,61 x 1.753,46 = 1.050,56. Como já foi dito, por não haver transação na data zero, o fluxo de caixa do investidor nesta data resulta em zero.

Data 1: [-C + ΔF] = [-C + 0,80F]

Como o investidor assumiu o compromisso de compra de contratos futuros no valor de 1.050,56, e o mesmo está avaliado agora em 0,61 x 1.841,43 = 1.103,26, ele inicia o período recebendo 52,70 (1.103,26 – 1.050,56) em razão do ajuste. Além disso, é necessária uma atualização de sua posição para 0,80 contratos futuros. Com isso, ele assume o compromisso de compra de 0,80 contratos futuros no valor de 0,80 x 1.841,43 = 1.469,74. Para finalizar a movimentação financeira do período, o investidor aplica o valor recebido de 52,70 no banco à taxa livre de risco (Rf)

<u>Data 2:</u> [-C + ∆F] = [-C + 1F]

Como o investidor assumiu o compromisso de compra de contratos futuros no valor de 1.469,74, e o mesmo está avaliado agora em 0,80 x 1.933,81 = 1.543,47, ele inicia o período recebendo 73,73 (1.543,47 – 1.469,74) em razão do ajuste. Além disso, é necessária uma atualização de sua posição para 1 contrato futuro. Com isso, ele assume o compromisso de compra de 1 contrato futuro no valor de 1 x 1.933,81 = 1.933,81. Para finalizar a movimentação financeira do período, o investidor possui aplicado no banco o valor de 53,71 que, somado ao valor de 73,73, resulta em uma aplicação de 127,44.

<u>Data 3: (Vencimento)</u> [-C + ∆S] = [- (S – K) - FSc + 0,99S]

Como o investidor assumiu o compromisso de compra de contratos futuros no valor de 1.933,80, e o mesmo está avaliado agora em 1 x 2.030,82 = 2.030,82, ele inicia o período recebendo 97,01 (2.030,82 – 1.933,80) em razão do ajuste. Como é data de vencimento, ele encerra sua posição acumulando o valor aplicado de 129,87 ao valor recebido de 97,01, resultando em um ganho de 226,89 que, após a finalização da posição com o valor pago de 226,89 pelo exercício da opção de ajuste, resulta em zero. O hedge para a opção de compra com ajuste sobre a taxa de câmbio negociando futuros foi devidamente demonstrado e está explicitado na Tabela 1.c.

4.3 – Seguro Dinâmico de Portfólio

4.3.1 - Opção com Ajuste sobre a taxa de Câmbio

Como já foi dito na seção 2.3.2, com a possibilidade de se criar uma opção sintética, pode-se realizar um seguro de portfólio. Aqui será demonstrado como ficaria esse seguro dinâmico de portfólio com o uso de uma opção de ajuste com base na taxa de câmbio. Como visto na seção mencionada, para realizar um portfólio de seguro dinâmico, o investidor deve manter a seguinte posição:

$$[+P + S_t] \equiv \$\{ P_t + \Delta_t S_t \} + [(1- \Delta_t) S_t]$$

Para acompanhamento da demonstração do seguro dinâmico realizado é necessário chegar-se a mais três arvores binomiais, que podem ser conferidas na Figuras 6.a, 6.b e 6.c, que em conjunto à Figura 4.a serão necessárias para melhor entendimento do procedimento. O desenvolvimento do seguro propriamente dito pode ser observado acompanhando a Tabela 1.d. Os movimentos considerados nas árvores binomiais foram três descidas (d, d, d).

(a) **Árvore Binomial de Três Períodos para a Opção de Venda Convencional**

	0	1	2	3
put euro	**47,69**	16,60	0,00	0,00
		93,82	40,82	0,00
			173,02	100,39
				283,62

(b) Árvore Binomial de Três Períodos para a Opção de Venda com Ajuste

	0	1	2	3
Valor put c/ ajuste euro	**(0,00)**	(32,00)	(49,53)	(50,47)
		45,22	(8,71)	(50,47)
			123,49	49,91
				233,15

(c) Árvore Binomial de Três Períodos para o Delta da Opção de Venda Convencional/Com Ajuste

	0	1	2
delta plain Vanilla	**0,37**	0,18	0,00
dc/dS		0,67	0,48
			0,99

Figura 6 - Árvores Binomiais de Três Períodos para a Opção de Venda Convencional, para a Opção de Venda com Ajuste e para o Delta da Opção de Venda Convencional/Com Ajuste

<u>Data 0:</u>

Para se demonstrar o seguro supõe-se que o investidor possua 1 ativo na data zero e queira segurá-lo pelo valor de 1.690,00 por um prazo de três períodos. O delta na data zero para a opção com ajuste sobre a taxa de câmbio tem o valor de 0,37. Com isso, o investidor deve manter em carteira (1- 0,37) = 0,63 ativos, vendendo os 0,37 ativos restantes pelo valor de 0,37 x 1.690,00 = 625,96. Como não há movimentação financeira na data zero para a opção com ajuste, o investidor deve pegar o valor presente da opção com ajuste (47,69) e aplicá-lo junto ao ganho de 625,96 em uma aplicação livre de risco.

Data 1:

A partir da data zero, é necessário que se façam ajustes à posição em carteira e em caixa. Na data um, o delta passa a ser de 0,67. Com isso, o investidor deve passar a ter em carteira (1 – 0,67) = 0,33 ativos no valor de 517,97 (posição de risco). Pela venda de (0,63 - 0,33) = 0,30 ativos, ele obtém um ganho no valor de (0,67 – 0,37) x 1.589,61 = 482,86. Além disso, deve-se levar em consideração que o investidor está deixando de aferir lucro sobre os ativos que ele não possui. Então ele deve subtrair de seu ganho o valor que ele obteria devido ao ganho de cupom, que seria 1.589,61 x 0,37 = 3,90 (ativos que ele vendeu no período zero) corrigidos pelo cupom. Para finalizar sua posição de caixa, o investidor deve corrigir o caixa anterior à taxa livre de risco somando o valor resultante ao ganho de 482,86 e a perda de 3,90, que resulta no valor de 1.165,46.

Data 2:

Neste período, o delta da opção passa a ser 0,99. Com isso, o investidor deve passar a ter em carteira (1 – 0,99) = 0,01 ativos no valor de 9,84 (posição de risco). Ele obtém um ganho no valor de (0,99 – 0,59) x 1.495,19 = 477,37, devido à venda de 0,32 ativos. Então, ele deve considerar a perda devido ao ganho de cupom que ele teria pelos ativos que se desfez, que seria 1.495,19 x 0,67 = 6,68 corrigidos pelo cupom. Para finalizar sua posição de caixa, deve corrigir o caixa anterior (1.165,38) à taxa livre de risco somando o valor resultante ao ganho de 477,37 e a perda de 6,68, que dá o valor de 1.658,38.

Data 3:

Por ser vencimento, não há mais negociação do ativo, o que faz com que não ocorra fluxo de caixa devido à venda/compra do mesmo. Com isso, o investidor finaliza sua posição de risco com 0,01 ativo em carteira, totalizando o valor de 9,25. Ele tem que considerar a perda de cupom devido aos ativos que se desfez no último período no valor de 9,25. O fechamento da posição de caixa deve considerar a aplicação de 1.658,38 corrigidos pela taxa livre de risco subtraídos pelo valor de 9,25, resultando em uma posição de caixa de 1.680,75. Como o ativo se desvalorizou em relação à data inicial, o seguro resultou em uma perda apenas do valor do prêmio que o investidor deveria reembolsar o banco. Este fato é uma confirmação da teoria de seguro dinâmico de portfólio, em que o investidor tem como objetivo minimizar suas perdas ao valor do prêmio da opção, garantindo, ao final do período do seguro, o valor segurado menos esse prêmio.

Além deste exercício realizado, realizou-se também um seguro dinâmico através do algoritmo desenvolvido para este estudo. O resultado encontra-se na seção 4.4.5. Como foi demonstrado, as opções com ajuste sobre a taxa de câmbio atendem perfeitamente à proteção de um portfólio através de um seguro dinâmico, limitando as perdas do patrimônio, sem, no entanto, impor restrições às possibilidades de ganho; sendo a perda máxima do investidor o valor pago através dos ajustes dinâmicos, considerado o valor do prêmio do seguro. Logicamente, o seguro dinâmico de portfólio atende às expectativas de um investidor independente do movimento de oscilação no preço do ativo, apesar de o caso exemplificado demonstrar apenas movimentos de queda.

4.4 – Algoritmo da Opção com Ajuste

4.4.1. Desenvolvimento do Algoritmo

Foi desenvolvido um algoritmo para cálculo o preço da opção com ajuste, tanto de compra como de venda, assim como do tipo européia ou americana. A vantagem do algoritmo é que ele possui a capacidade de realizar n passos (parâmetro de entrada), possibilitando uma comparação do valor encontrado com o valor calculado por modelos já conhecidos de apreçamento de opções européias. Vale ressaltar que o programa desenvolvido utiliza a mesma teoria e cálculos utilizados na modelagem binomial.

O algoritmo recebe como entrada as seguintes variáveis: o valor do ativo na data zero, preço de exercício da opção, taxa livre de risco na base 252, cupom cambial na base 360, volatilidade do ativo na base 252, dias corridos, dias úteis, se é uma opção de compra ou de venda (Call/Put), se é uma opção de exercício americana ou européia e número de períodos a ser considerado. Ele tem como retorno o valor de referência da opção de ajuste, além do seu delta e gamma.

Em paralelo ao desenvolvimento deste algoritmo, foram ainda desenvolvidas mais três funções: uma para o cálculo da opção convencional com ajuste que utiliza a teoria do modelo binomial; outra que calcula o valor da opção utilizando o modelo de Garman Kohlhagen (1983), uma adaptação de Black and Scholes para apreçamento de opção que utiliza cupom; e uma terceira que se baseia nesta mesma fórmula, mas que calcula o valor da opção com ajuste.

O fluxograma a seguir mostra o passo a passo do algoritmo, podendo o mesmo ser mais bem compreendido quando acompanhado do apêndice B.

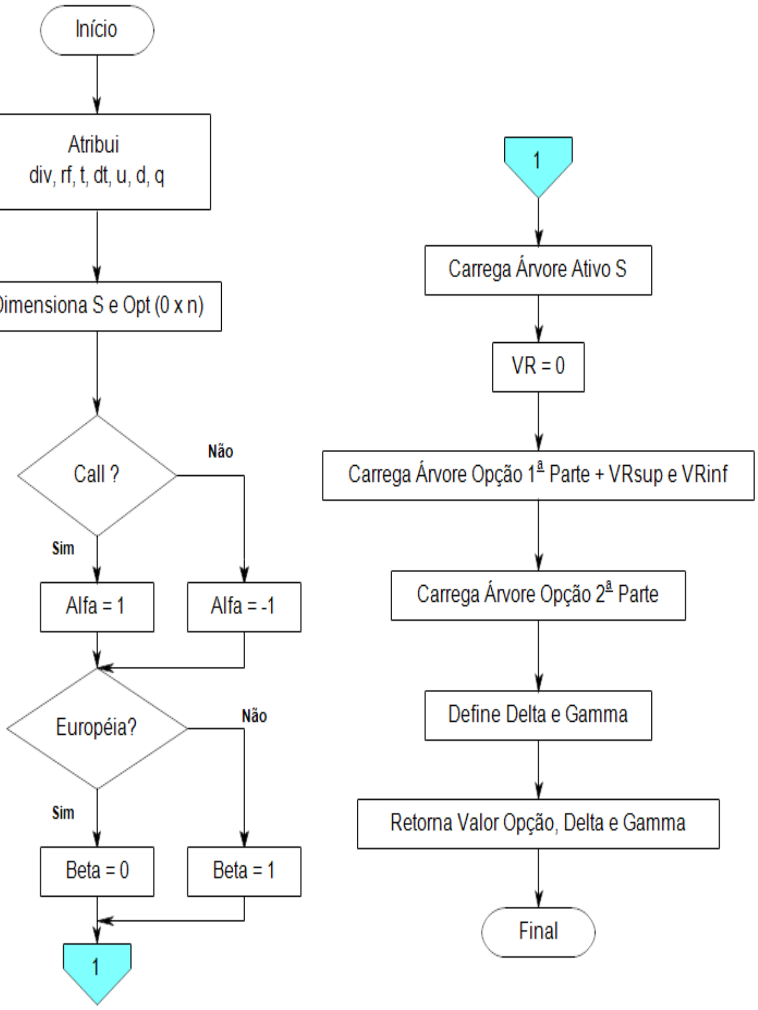

Figura 7 - Fluxograma referente aos passos executados quando da execução do algoritmo desenvolvido para apreçamento das opções com ajuste

4.4.2 – Exercício Antecipado de uma Opção de Venda com Ajuste

Em alguns testes com o algoritmo desenvolvido para este estudo, achou-se vantajoso exercer antecipadamente a opção de ajuste sobre a taxa de câmbio. No caso, essa conclusão vem de encontro ao que foi dito por Lieu (1990), Chen & Scott (1993) e Oviedo(2005). Estes autores afirmaram que a antecipação do exercício de uma opção com ajuste nunca seria economicamente favorável ao detentor da opção.

Algumas das simulações que chegaram a essa conclusão encontram-se na Tabela 5. Estas simulações consideraram variáveis aleatórias de forma a testar o algoritmo e seus resultados. Como se pode observar, o valor da opção de venda americana com ajuste supera o da européia, caracterizando sua possibilidade de exercício antecipado. Como se pode observar, as simulações tiveram o valor do cupom, do ativo, do preço de exercício, da taxa de juros e do prazo de vencimento alterados de forma a testar algumas combinações de mudanças nas variáveis. Ficando a possibilidade de uma análise mais robusta com diversos cenários.

Tabela 2 - Resultado de simulações aleatórias executadas para testar o algoritmo desenvolvido e suas respostas. Concluindo a possibilidade de exercício antecipado da opção de venda com ajuste

S (Dólar à vista)	2.140,00	1.690,00	1.650,00
Cupom	7%	4%	3%
K	2.140,00	1.690,00	1.650,00
Rf (base 252)	12%	12%	15%
Volatilidade	15%	15%	15%
Prazo (DU)	126	126	168
Passos	250	250	250
Put Européia	69,45	45,44	35,38
Put Americana	74,46	51,94	48,00

4.4.3 - Comparação entre Resultados

Realizou-se uma comparação entre o algoritmo e o cálculo pela fórmula de Garman Kohlhagen da opção de ajuste. O resultado mostra que, à medida que o tempo passa, o cálculo do preço da opção pelo algoritmo se aproxima do valor calculado pela fórmula, tanto para a opção de compra quanto para a opção de venda, ambas do tipo européia. Pode-se considerar que a partir de 1.000 períodos os valores retornados são praticamente iguais para os dois métodos. A dispersão inicial se dá pela pouca precisão do modelo binomial para poucos períodos. Através da Figura 8.a e da Figura 8.b pode-se observar o resultado da comparação para a opção de compra com ajuste do tipo européia. Enquanto a comparação do resultado entre o cálculo a opção de venda com ajuste do tipo européia pelos dois modelos pode ser vista na Figura 9.a e 9.b.

Através das duas comparações realizadas e vistas nas Figuras 8 e 9, chega-se a conclusão que a partir de um número grande de períodos, 1.000 passos no nosso caso, o algoritmo se comporta de forma semelhante a função de Garman Kohlhagen. Este fato pode ser observado nos gráficos das figuras 8.a e 9.a pela aproximação da linha plotada pelos dados resultantes da execução do algoritmo da linha plotada pelos dados resultantes da função comparada.

(a) Resultado da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Compra com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

Passos	Algoritmo Opção Ajuste	Opção Ajuste Garman Kohlhagen
5	111,93	108,90
10	107,00	108,90
20	107,94	108,90
30	108,26	108,90
40	108,42	108,90
50	108,51	108,90
100	108,71	108,90
200	108,80	108,90
300	108,83	108,90
400	108,85	108,90
500	108,86	108,90
1000	108,88	108,90

(b) Gráfico Resultante da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Compra com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

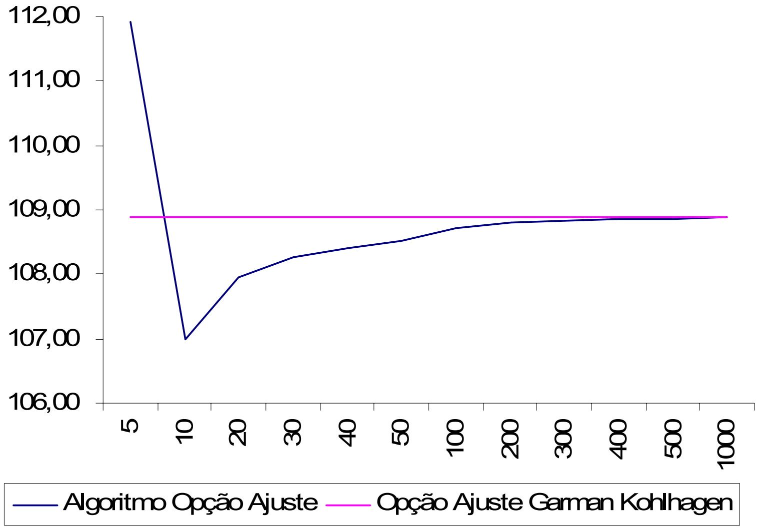

Figura 8 – Tabela e Gráfico Resultantes da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Compra com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

(a) Resultado da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Venda com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

Passos	Algoritmo Opção Ajuste	Opção Ajuste Garman Kohlhagen
5	48,47	45,44
10	43,55	45,44
20	44,49	45,44
30	44,80	45,44
40	44,96	45,44
50	45,06	45,44
100	45,25	45,44
200	45,34	45,44
300	45,38	45,44
400	45,39	45,44
500	45,40	45,44
1000	45,42	45,44

(b) Gráfico Resultante da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Venda com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

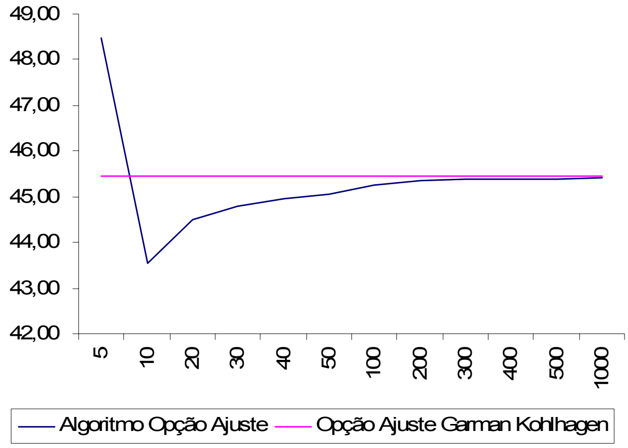

Figura 9 – Tabela e Gráfico Resultantes da Comparação entre o Apreçamento de uma Opção de Venda com Ajuste pelo uso do Algoritmo e pelo uso da Função de Garman Kohlhagen

4.4.4 – Cálculo de Seguro de Portfólio Dinâmico Utilizando-se o Algoritmo Desenvolvido

.

Além da comparação citada no item anterior, realizou-se, também, quatro simulações de forma a validar os algoritmos desenvolvidos; tanto o que utiliza o modelo de Garman Kohlhagen, quanto o desenvolvido para o presente estudo. A amostra realizada compreende o período de Outubro de 2007 a Março de 2008, sendo utilizados dados coletados no Bloomberg. Duas das simulações foram feitas baseadas no período completo de 6 meses, enquanto as outras duas basearam-se no intervalo de um mês. Os valores considerados para seguro foram os de 1.000 unidades de dólar à vista (P-Tax), atualizados pelo CDI com base no período desejado, e pela taxa Cupom para 60/30 dias.

Como já foi dito, as bases para correções diárias consideram os cálculos dos deltas hedging (dFSc/dS) fornecidos pelos algoritmos testados. Pode-se verificar o funcionamento dos algoritmos comparando-se os valores teóricos previstos com os valores finais de cada portfólio (coluna diferença relativa), sendo o valor teórico o máximo entre o valor segurado e o valor do ativo-objeto no dia do vencimento.

A Tabela 3.a apresenta os resultados para as simulações com o algoritmo para opções com ajuste sobre a taxa de câmbio que se baseia no modelo de Garman Kohlhagen, utilizando uma opção de venda com ajuste do tipo européia. Como se pode verificar pela coluna diferença relativa, as diferenças oscilam entre 0,43% e -0,17%, situando-se todas as amostras com resultados próximos a zero.

(a) Resultado da Simulação do Seguro de Portfólio Dinâmico com Dados Reais da Economia Brasileira com o uso da Função de Garman Kohlhagen

	Amostra	Valor Inicial Dólar	Custo Seguro	Valor Segurado	Valor Final Dólar	Valor Teórico Previsto (*ex-post*)	Valor Final Portfólio	Diferença Relativa
2007	6 meses	1.822,50	98,49	1.921,30	1.749,10	1.921,30	1.926,83	0,29%
	Outubro	1.822,50	26,94	1.839,56	1.744,00	1.839,56	1.838,49	-0,06%
	Novembro	1.732,50	39,91	1.769,68	1.783,70	1.783,70	1.791,42	0,43%
	Dezembro	1.787,30	24,23	1.802,34	1.771,30	1.802,34	1.803,00	0,04%
2008	Janeiro	1.755,40	34,44	1.788,79	1.760,30	1.788,79	1.789,09	0,02%
	Fevereiro	1.747,80	21,42	1.759,09	1.683,30	1.759,09	1.759,66	0,03%
	Março	1.694,70	28,65	1.695,83	1.749,10	1.749,10	1.746,09	-0,17%

(b) Resultado da Simulação do Seguro de Portfólio Dinâmico com Dados Reais da Economia Brasileira com o uso do Algoritmo

	Amostra	Valor Inicial Dólar	Custo Seguro	Valor Segurado	Valor Final Dólar	Valor Teórico Previsto (*ex-post*)	Valor Final Portfólio	Diferença Relativa
2007	6 meses	1.822,50	97,53	1.921,30	1.749,10	1.921,30	1.926,13	0,25%
	Outubro	1.822,50	27,42	1.839,56	1.744,00	1.839,56	1.839,07	-0,03%
	Novembro	1.732,50	40,30	1.769,68	1.783,70	1.783,70	1.791,60	0,44%
	Dezembro	1.787,30	24,65	1.802,34	1.771,30	1.802,34	1.803,51	0,06%
2008	Janeiro	1.755,40	34,99	1.788,79	1.760,30	1.788,79	1.789,43	0,04%
	Fevereiro	1.747,80	21,83	1.759,09	1.683,30	1.759,09	1.760,38	0,07%
	Março	1.694,70	29,13	1.695,83	1.749,10	1.749,10	1.746,17	-0,17%

Tabela 3 - Resultado da Simulação do Seguro de Portfólio Dinâmico com Dados Reais da Economia Brasileira com o uso do Algoritmo

Já a Tabela 3.b mostra os resultados para as simulações com o algoritmo desenvolvido para opções com ajuste sobre a taxa de câmbio, utilizando uma opção de venda do tipo americana. Optou-se por utilizar-se de 250 passos para a simulação. Através da coluna diferença relativa, pode-se observar que as diferenças oscilam entre 0,44% e -0,17%, situando-se todas as amostras com resultados próximos a zero.

Com resultado semelhante ao demonstrado na seção 3.3.1, a opção com ajuste sobre a taxa de câmbio se mostrou eficiente para a execução de um portfólio de seguro dinâmico quando analisada com dados reais da economia brasileira, sendo dessa vez testada através da execução do algoritmo desenvolvido e pela função de Garman Kohlhagen. Nos dois casos, as diferenças entre os valores teóricos e os valores finais para cada portfólio situaram-se próximos a zero; sendo necessária uma análise estatística mais complexa para se fazer tal afirmação.

5 – Conclusão

Motivado pela criação das opções com ajuste diário pela BM&F, este trabalho teve o objetivo de analisar as mesmas e fazer o seu apreçamento. Para isso foi definida a estratégia de se utilizar o modelo binomial, ferramenta plenamente difundida na área financeira por sua didática e possibilidade de se visualizar o tempo em períodos discretos.

A partir do apreçamento da opção com ajuste sobre a taxa de câmbio e do cálculo de seu delta-hedge, foram demonstrados três hedges com a venda de uma opção de compra e a negociação do ativo ou do forward, com base na variação do delta da opção. Além da execução desses hedges foi demonstrada também a possibilidade de se fazer um seguro de portfólio dinâmico com o uso de opções com ajuste sobre a taxa de câmbio. Ambas as demonstrações concluíram que a opção com ajuste é uma ferramenta que pode ser utilizada para se proteger uma posição.

Após isso, baseando-se no modelo binomial foi criado um algoritmo capaz de chegar ao preço da opção com ajuste, tanto a de venda como a de compra, além de permitir a análise de n períodos, uma das variáveis de entrada do mesmo. O algoritmo também foi preparado para tratar as opções com ajuste sobre a taxa de câmbio do tipo européia e do tipo americana. Para uma análise mais detalhada e uma conclusão mais precisa sobre o seu funcionamento, foi elaborada também uma função que utiliza o modelo de Garman Kohlhagen, modelo que adapta a Fórmula de Black & Scholes para opções com moedas estrangeiras.

O teste do algoritmo foi um sucesso e demonstrou que quando se aproxima o número de períodos analisados do infinito, o valor da opção com ajuste se aproxima do resultado proposto pela modelo de Garman Kohlhagen levado a valor futuro. Além disso, o algoritmo provou que a há a possibilidade de exercício antecipado de uma opção de venda do tipo americano, o que ainda é uma polêmica no meio acadêmico, tendo autores que confirmam tal fato e outros que vão contra essa afirmação.

O algoritmo também foi utilizado para se fazer um portfólio de seguro dinâmico com variáveis da economia brasileira. Os dados considerados abrangeram o período de 6 meses: de 1 de Outubro de 2007 a 30 de Março de 2008. O algoritmo mostrou-se eficaz na realização do seguro, com resultados próximos de zero, resultando em, quando foi o caso, uma perda apenas do valor do prêmio (preço da opção com ajuste) para o investidor.

Este trabalho teve como grande limitação a não ocorrência de negociação das opções com ajuste na mercado brasileiro. Então fica como sugestão para trabalhos futuros um prova mais formal da possibilidade de exercício antecipado destas opções, criando a possibilidade do surgimento da opção de venda com ajuste do tipo americana. Além é claro de se poder testar o apreçamento desenvolvido e seu algoritmo em mercados onde tais opções já são difundidas.

.

Referências Bibliográficas

Ball, C. A.; Torous, W. N. (1986), “Futures Options and the Volatility of Futures Prices”, **Journal of Finance**, 41(4), 857-870

Barone, E; Mengoni, L. (1997), “Futures-style options on Euro-deposit futures:Nihil sub sole novi?”, **European Financial Management** 3, 99-126

Black, F.; Scholes, M. (1973), “The pricing of options and Corporate Liabilities”, **Journal of Political Economy**, V83, 637-654

Chen, R. R.; Scott, L. (1993), “Pricing Interest Rate Futures Options with Futures-Style Margining”, **Journal of Futures Markets**, v13(1), 15-22

Cox, J.; Ross S.; Rubenstein, M. (1979), “Option pricing: a simplified approach”, **Journal of Financial Economics**, V7, 229-263

Dario, A. G. (2006), “Opções com Ajuste Diário:características e apreçamento”, **Resenha Técnica BM&F** 168, 50-64

Duffie, D. (1989), “**Futures Markets**”, Prentice-Hall

Easton, S. A. (1997), “Put-Call Parity with Futures-Style Margining”, **Journal of Futures Markets** 17, 215-227

Garman, M. B.; Kohlhagen, S. W. (1983), “Foreign Currency Option Values”, **Journal of International Money and Finance**, 231-37

Hull, J. **Options, Futures and other Derivatives** (1999) – 4ª ed., Prentice-Hall

Jordan, J. V.; Seale, W. E. (1986), “Transactions Data Tests of Minimum Prices and Put-Call-Parity for Treasury Bond Futures Options”, **Advances in Futures and Options Research**, 1, Part A: 63-87

Lemgruber, E. F.; Becker, J. L.; Felício, R. F. (1991), “Seguro Dinâmico de Portfólio”, **Revista Brasileira de Economia** Outubro/Dezembro, 629-47

Lieu, D. (1990), “Option Pricing with Futures-Style Margining”, **Journal of Futures Markets** 10, 327-338

Oviedo, R. (2005), "The Suboptimality of Early Exercise of Futures-Style Options: A Model-Free Result, Robust to Market Imperfections and Performance Bond Requirements", **Disponível em http://ssrn.com/abstract=825104**

Porter, D. C. (2001), “The Proposed Introduction of Futures-Style Margining in the United States: an Australian Approach”, **Journal of Finance Research**, June, 74-83

Twite, G. (1996), 'The Pricing of SPI futures options with daily futures style margin payments', **Australian Journal of Management** v21.n2, 139-158

Whaley, R. E. (1986), “Valuation of American Futures Options: Theory and Empirical Tests”, **The Journal of Finance**, 127-150

White, A. J.; Hatfield G. B.; Dorsey, R. E. (1999), “A Genetic Algorithm Approach to Pricing Options with Futures-Style Margining”, Não Publicado, **Multinational Finance Society Annual Meeting in Helsinki**, Finland June 24 – 27

Apêndice A

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
1.690,00	1.747,65	1.807,26	1.868,90	1.932,65	1.998,57	2.066,74	2.137,24	2.210,14	2.285,53	2.363,49
	1.634,26	1.690,00	1.747,65	1.807,26	1.868,90	1.932,65	1.998,57	2.066,74	2.137,24	2.210,14
		1.580,35	1.634,26	1.690,00	1.747,65	1.807,26	1.868,90	1.932,65	1.998,57	2.066,74
			1.528,22	1.580,35	1.634,26	1.690,00	1.747,65	1.807,26	1.868,90	1.932,65
				1.477,81	1.528,22	1.580,35	1.634,26	1.690,00	1.747,65	1.807,26
					1.429,07	1.477,81	1.528,22	1.580,35	1.634,26	1.690,00
						1.381,93	1.429,07	1.477,81	1.528,22	1.580,35
							1.336,35	1.381,93	1.429,07	1.477,81
								1.292,27	1.336,35	1.381,93
									1.249,64	1.292,27
										1.208,43

Árvore Binomial de dez Períodos para o Ativo-Objeto

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
101,11	134,62	175,38	223,20	277,24	336,09	398,31	463,07	530,45	600,56	673,49
	61,96	87,17	119,91	160,84	209,74	265,28	325,22	387,62	452,56	520,14
		32,35	48,78	72,06	103,89	145,40	196,32	254,06	314,17	376,74
			12,95	21,31	34,59	55,14	85,82	129,16	184,75	242,65
				3,02	5,56	10,24	18,83	34,65	63,74	117,26
					0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
						0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00	0,00	0,00	0,00
								0,00	0,00	0,00
									0,00	0,00
										0,00

Árvore Binomial de dez Períodos para a Opção de Compra Convencional

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
(0,00)	32,94	73,12	120,36	173,81	232,08	293,71	357,87	424,65	494,16	566,48
	(39,72)	(15,09)	17,07	57,41	105,72	160,67	220,02	281,82	346,16	413,14
		(69,91)	(54,07)	(31,36)	(0,12)	40,79	91,12	148,26	207,77	269,74
			(89,90)	(82,12)	(69,43)	(49,47)	(19,38)	23,36	78,35	135,65
				(100,40)	(98,45)	(94,37)	(86,37)	(71,15)	(42,66)	10,25
					(104,02)	(104,61)	(105,20)	(105,80)	(106,40)	(107,00)
						(104,61)	(105,20)	(105,80)	(106,40)	(107,00)
							(105,20)	(105,80)	(106,40)	(107,00)
								(105,80)	(106,40)	(107,00)
									(106,40)	(107,00)
										(107,00)

Árvore Binomial de dez Períodos para a Opção de Compra com Ajuste

0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**	**0,5**
1.753,46	1.806,60	1.861,35	1.917,75	1.975,87	2.035,75	2.097,44	2.161,01	2.226,50	2.293,97	2.363,49
	1.689,38	1.740,58	1.793,33	1.847,67	1.903,67	1.961,36	2.020,80	2.082,04	2.145,13	2.210,14
		1.627,65	1.676,97	1.727,79	1.780,15	1.834,10	1.889,68	1.946,95	2.005,95	2.066,74
			1.568,17	1.615,69	1.664,66	1.715,10	1.767,08	1.820,63	1.875,80	1.932,65
				1.510,86	1.556,65	1.603,82	1.652,43	1.702,51	1.754,10	1.807,26
					1.455,65	1.499,77	1.545,22	1.592,04	1.640,29	1.690,00
						1.402,46	1.444,96	1.488,75	1.533,87	1.580,35
							1.351,21	1.392,16	1.434,35	1.477,81
								1.301,83	1.341,28	1.381,93
									1.254,26	1.292,27
										1.208,43

Árvore Binomial de dez Períodos para o Forward

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**
0,64	0,75	0,85	0,93	0,97	0,99	0,99	0,99	1,00	1,00
	0,50	0,63	0,76	0,87	0,95	0,99	0,99	1,00	1,00
		0,34	0,46	0,61	0,77	0,91	0,99	1,00	1,00
			0,18	0,27	0,41	0,59	0,80	1,00	1,00
				0,06	0,10	0,18	0,32	0,56	1,00
					0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
						0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00	0,00	0,00
								0,00	0,00
									0,00

Árvore Binomial de dez Períodos para Delta da Opção de Compra com Ajuste/Convencional

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	**0,05**	**0,1**	**0,15**	**0,2**	**0,25**	**0,3**	**0,35**	**0,4**	**0,45**
0,62	0,73	0,83	0,91	0,96	0,98	0,98	0,99	0,99	1,00
	0,49	0,61	0,74	0,86	0,94	0,98	0,99	0,99	1,00
		0,33	0,45	0,60	0,76	0,90	0,99	0,99	1,00
			0,17	0,27	0,40	0,58	0,80	0,99	1,00
				0,06	0,10	0,18	0,31	0,56	1,00
					0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
						0,00	0,00	0,00	0,00
							0,00	0,00	0,00
								0,00	0,00
									0,00

Árvore Binomial de dez Períodos para Delta do Forward

Apêndice B

A seguir há uma explicação passo a passo do algoritmo desenvolvido com base no modelo binomial para apreçamento das opções com ajuste. A idéia é guiar o leitor no entendimento do seu funcionamento.

Passo 1: Leitura dos parâmetros de entrada

Inicialmente o algoritmo recebe como entrada os seguintes parâmetros: S0, valor inicial do ativo-objeto; K, preço de exercício da opção; rf, taxa livre de juros na base 252; div, taxa cupom na base 360; vol, volatilidade do ativo-objeto; t; tempo para o vencimento em dias úteis; DC, tempo para o vencimento em dias corridos; Tipo1; se é uma opção de compra ou de venda (Call/Put); Tipo2, se é do tipo americana ou européia; o número de períodos a ser considerado.

Passo 2: Atribuição e cálculo de algumas variáveis.

É feito o cálculo de algumas variáveis com base nos parâmetros de entrada: linearização do cupom e da taxa livre de juros, cálculo do delta t a ser considerado com base nos dias úteis, cálculo das variáveis u, d e q, e, finalmente, o dimensionamento da matriz (0 x n) onde serão carregados os valores do ativo-objeto e da opção no tempo.

Passo 3: Atribuição da variável alfa

Caso a opção seja de compra, alfa será igual a um (alfa =1), caso contrário, alfa será igual menos um (alfa= - 1).

<u>Passo 4:</u>Atribuição da variável beta

Caso a opção seja do tipo européia, beta será igual a zero (beta = 0), caso contrário, beta será igual a um (beta = 1)

<u>Passo 5:</u> Carga da árvore referente aos valores do ativo-objeto

É feita a carga da matriz referente aos valores do ativo-objeto, partindo do valor inicial do ativo (S0), cada valor é calculado com base no seu antecessor multiplicado por u ou por d, conforme o movimento é de subida ou de descida.

Ex: S(4,4) = S(3,3).d ou S(2,3) = S(2,2).u

<u>Passo 6:</u> Atribuição da variável VR, VRsup e VRinf e carga da matriz de opção 1ª parte

A variável VR recebe o valor de zero (VR=0) e é feita a carga do último período da árvore do valor da opção. Simultaneamente é calculado o valor de VR de forma a achar-se um valor inicial base para o uso do método da bissecção, método que utiliza a geração repetida de aproximações de raízes até que uma raiz seja encontrada, ou seja achada uma boa aproximação dela. Limites da busca VRsup = 2 x VR, e VRinf = VR

<u>Passo 7:</u> Carga da árvore que armazena os valores d opção no tempo

É realizada a carga da matriz que armazena os valores da opção com ajuste no tempo de forma recursiva, como que um atingir meta, até se chegar a condição onde VRsup ≡ VRinf, sendo que a aproximação é definida no código do algoritmo.

<u>Passo 8:</u> Cálculo do Delta e do Gamma da Opção

É realizado o cálculo da variáveis delta e gamma com base nos valores carregados na matriz que armazena os valores da opção.

<u>Passo 9</u>: Retorno do algoritmo, final

O algoritmo termina sua execução nesse passo, retornando o valor de referência da opção com ajuste (FSc), o delta e o gamma da opção.