

Equações de Estado Hadrônicas a Temperaturas Finitas e suas Aplicações

DOUTORANDO

ALEXANDRE MAGNO S. SANTOS

*Tese apresentada à Pós-Graduação em
Física da Universidade Federal de Santa Ca-
tarina, como parte dos requisitos para ob-
tenção do título de Doutor em Física*

ORIENTADORA :

PROFA. DRA. DÉBORA PERES MENEZES

UFSC - Florianópolis

Outubro de 2004

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

À memória de Palmira Silva Santos

AGRADECIMENTOS

À Prof^a Débora, pela orientação.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos Professores Prafulla Kumar Panda e Constança Providência e aos professores do grupo de física nuclear, pelas críticas e sugestões a este trabalho.

Ao Prof. Mário Eugênio Schaeffer, pelo incentivo.

À minha namorada, Márcia, pelo carinho.

Aos amigos, cujos nomes seriam muitos e seria injusto citar apenas alguns.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho foram estudadas as equações de estado (EOS) para três parametrizações do Modelo de Walecka Não Linear, sob duas diferentes condições. De início, apenas prótons e nêutrons foram considerados, e a fração de prótons foi fixada. Os resultados, obtidos a diferentes temperaturas, foram então comparados. Chegou-se à conclusão que os resultados variam mais em relação à escolha dos parâmetros do que com os valores de temperatura, dentro da faixa de valores considerada.

Num segundo momento, foram incluídos os bárions do octeto e o sistema tomado em equilíbrio β . Neste caso, as EOS obtidas puderam ser testadas após integradas as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff, comparando as propriedades de estrelas obtidas a partir destas aos resultados que seriam esperados.

Devido a limitações de convergência das parametrizações NL3 e TM1, os valores de densidade de energia central mostraram-se menores que com a parametrização GL. Também foi feito um estudo do modelo sem as antipartículas, e os resultados desta restrição foram investigados.

A conclusão do presente trabalho é que a parametrização GL constitui na única escolha para obterem-se EOS a densidades maiores que $6.5 \rho/\rho_0$. Além disso, as antipartículas não têm muito efeito nos resultados, considerando as três parametrizações acima, dentro da faixa de temperaturas usada.

ABSTRACT

In this work we have studied the equations of state (EOS) for three different parametrizations of the non-linear Walecka model under two different assumptions. At first, just protons and neutrons were considered and the proton fraction was fixed. The results were compared for different temperatures. We have checked that within the range of temperature studied, the results vary more with different choices of the parameter than with temperature. We have then included the baryonic octet and considered a system in β -equilibrium. In this case the resulting EOS could be tested by solving the Tolmann-Oppenheimer-Volkoff equations and comparing the star properties with the expected ones. Due to the limitations on the convergence of NL3 and TM1 parameter sets the star central energy came up lower than with the GL force. We have also performed a study of the model leaving antiparticles out of the treatment, and checked the results. The conclusion of the present work which refers to the GL parameter set is that it is the only choice for the EOS existing at densities larger than $6.5 \rho/\rho_0$. Antiparticles do not have much effect on the results in the contexts this model was used, within the temperature range considered.

Sumário

1	Introdução	1
2	Modelo de Walecka Não-Linear a Temperatura Zero	2
2.1	O Modelo de Walecka Não-Linear (MWNL)	3
2.2	Equações de Movimento	9
2.3	Aproximação de Campo Médio	10
2.4	Equações de Estado para Frações de Prótons Fixas	11
2.5	Equilíbrio Beta	16
2.6	O Octeto Bariônico	19
3	Tratamento a Temperaturas Finitas para MWNL	29
3.1	A Aproximação de Thomas-Fermi	29
3.2	Lagrangiana	32
3.2.1	Frações de Prótons Fixas	33
3.3	Octeto Bariônico	34
3.4	EOS com Octeto e Equilíbrio β	34
4	Um Estudo Comparativo entre Diferentes Parametrizações	38
4.1	Densidade de Energia com Frações de Prótons Fixas	38
4.2	Massa Efetiva	40
4.3	População de Partículas	43
4.4	Fração de Estranheza	43
5	Matéria Sem Antipartículas	49
5.1	Densidade de Energia	50

5.2	Massa Efetiva	50
5.3	Fração de Estranheza	51
6	Aplicações na Astrofísica	57
7	Conclusões e Perspectivas	59

Capítulo 1

Introdução

Compreender os fenômenos da natureza, desde o micro ao macrocosmo sempre foi objeto da curiosidade científica. Um exemplo disso seria entender os mecanismos que possibilitam, por exemplo, o núcleo de um átomo existir, ou o brilhar de uma estrela perdurar por milhares de anos.

Estrelas, cujas dimensões guardam uma relação de proporção em torno de 20 ordens de grandeza maiores que um núcleo têm, por sua vez, relação estreita com este, pois sua constituição precisa ser a mesma que compõe os núcleos, a fim de que os espectros luminosos que estas emitem e são observados na Terra sejam como se os vê [1]. As estrelas têm como matéria prima a poeira estelar cujas partículas componentes, por ação da gravidade, aproximam-se continuamente em uma região do cosmo, formando aglomerados cada vez mais densos. A pressão do gás formado pela poeira impede que se ultrapasse um certo limite de densidade, mas somente até que a quantidade de matéria alcance valores de força gravitacional o suficiente para superar a pressão térmica e o aglomerado de poeira se compacta, entrando num processo de densificação cada vez maior, até que a densidade e a temperatura no interior do objeto então formado sejam suficientes para promover reações nucleares em seu interior. Partindo do Hidrogênio ($T \sim 10^7 K$), os elementos vão se formando. Os metais, por sua maior densidade, deslocam-se para o núcleo da *protoestrela*. Neste estágio (que pode permanecer

por bilhões de anos, dependendo da massa da protoestrela), as pressões térmica e de radiação evitam um colapso gravitacional que mais tarde dará origem a uma *supernova*. A protoestrela, nesta fase de pseudo equilíbrio, diz então fazer parte da *seqüência principal* de estrelas. No momento em que a pressão dos elétrons (então relativísticos) do núcleo metálico não mais suportam sua gravidade, este inicia um processo de implosão (que dura cerca de 0.5 segundo). O “vácuo” causado pelo súbito encolhimento do núcleo faz com que as camadas exteriores a este caiam livremente sobre o então pequeno (e muito denso) núcleo, chocando-se contra ele, o que produz uma onda cuja densidade é suficiente para aprisionar neutrinos, e cuja energia associada é capaz de ejetar matéria das camadas externas, e assim geralmente o faz, a que se chama de *explosão de supernova*. Se o material que envolve o núcleo não for ejetado, a explosão de supernova resultará num *buraco negro*. O interesse aqui se concentra na primeira das possibilidades, ou seja, onde o processo termina em uma núcleo denso, a alta temperatura, chamado então de *estrela de protoneutrons*. A estrela que dali acaba de nascer emite luz, começa a resfriar-se e passa a ser chamada de *estrela de nêutrons*. Elas são também chamadas estrelas compactas, e seu estudo constitui parte do objetivo deste trabalho.

Embora ambos, núcleos e estrelas de nêutrons sejam compostos por partículas que interagem via *força forte*¹, os chamados *hádrons* encontram-se sob condições diferentes em uma estrela e em um núcleo. As densidades em uma estrela de nêutrons são em torno de uma ordem de grandeza maior que aquela encontrada em um núcleo na natureza. Assim, a fim de que núcleos possam servir como laboratórios capazes de simular matéria estelar, precisa-se forjar condições de altas densidades na matéria hadrônica. Isto tem sido feito nos grandes aceleradores de partículas, que realizam experiências de colisões de íons pesados.

Núcleos de átomos são, portanto, o elo que se tem para compreender a fenomenologia das estrelas. Procuram-se então modelos nucleares que utilizando dados a partir de núcleos, possam descrever não somente matéria nuclear, mas que possam extrapolar e chegar a resultados sobre o que se conhece das estrelas, como por exemplo, sua massa e seu raio.

¹força de curto alcance, da ordem do raio nuclear, e de intensidade muito maior que a elétrica

Portanto, estudar as propriedades da matéria nuclear e da matéria nuclear muito densa é de grande importância para a compreensão do surgimento de estrelas de nêutrons e protonênútrons, após a explosão de uma supernova. Experiências com íons pesados a velocidades relativísticas, realizadas nos grandes aceleradores de partículas atuais constituem fonte de dados imprescindíveis para determinar as equações de estado (EOS) necessárias para descrever matéria nuclear densa, a temperaturas finitas. As equações de estado, por sua vez, podem provir de modelos relativísticos ou não-relativísticos.

Os modelos usados para descrever matéria nuclear e núcleos finitos tiveram como ponto de partida uma dinâmica fenomenológica baseada na interação nucleon-nucleon, através de um potencial estático, ou seja, naqueles modelos há uma expressão para o potencial entre dois nucleons, mas não se consideram os mediadores que o carregam.

Modelos não-relativísticos incluem forças de três corpos (ou seja, forças que não pode ser obtidas pela soma da interação de pares de nucleons isoladamente) para resolver o problema da causalidade e para descrever melhor os valores de algumas propriedades da matéria nuclear, e portanto, também tratam o problema. Modelos relativísticos incluem automaticamente as interações spin-órbita e podem tratar colisões de íons a altas energias, sem necessidade de se incluir *ad hoc* termos de correções relativísticas. Modelos não-relativísticos também conseguem chegar à descrição das propriedades intrínsecas, embora com a necessidade das correções acima citadas (spin-órbita e *boost correction*), como é feito, por exemplo, em [2]. Portanto, é uma questão de escolha usarem-se modelos relativísticos ou não relativísticos.

Neste trabalho optou-se por modelos relativísticos. É então interessante verificar a validade destes modelos a temperaturas finitas, e com valores de densidade até uma ordem de grandeza maior que a densidade de saturação. Um estudo que incluía os oito bárions do octeto bariônico a temperaturas finitas também pode ser de interesse, e constitui na contribuição do presente trabalho para a literatura. Com este objetivo, obtém-se aqui as EOS para matéria nuclear densa a temperaturas finitas no modelo de Walecka não-linear (MWNL) [3], no contexto de três conjuntos de parâmetros: TM1 [4], NL3 [5] e GL [6]. Escolheram-se estes três conjuntos por eles serem amplamente usados na literatura recente. Assim,

após o desenvolvimento da teoria, como usualmente se faz, estudou-se matéria nuclear constituída de prótons e nêutrons apenas, com frações de prótons fixas. Foram incluídos então os léptons mais leves, possibilitando considerar equilíbrio β . Por fim, incluíram-se os híperons que completam o octeto bariônico na densidade lagrangiana do MWNL, onde os hádrons se acoplam através dos campos ϕ (méson escalar-isoescalar), V^μ (vetorial-isoescalar) e \vec{b}^μ (vetorial-isovetorial). Faz-se aproximação de campo médio e os efeitos de temperatura são considerados aqui através da inclusão da função de distribuição de Thomas-Fermi nas EOS. Faz-se também um estudo da importância das antipartículas na matéria nuclear. Além disso, as EOS obtidas são usadas para resolver as equações diferenciais de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) [7], o que permite calcular perfis de famílias de objetos compactos, e ainda qual dos três conjuntos de parâmetros melhor descreve tais objetos.

Este trabalho está organizado na seguinte forma: no segundo capítulo apresenta-se o modelo de Walecka não linear, e dele obtêm-se as equações de estado para matéria nuclear constituída por prótons e nêutrons apenas. Então impõe-se equilíbrio β e neutralidade de cargas e por último incluem-se os demais bárions do octeto bariônico. Os resultados são obtidos a temperatura zero, e usando-se um único conjunto de parâmetros, TM1. No terceiro capítulo introduzem-se os efeitos de temperatura no modelo, através da função de distribuição de Fermi-Dirac, e estuda-se matéria nuclear com diferentes frações de prótons e com a inclusão do octeto, também no contexto de TM1. No capítulo 4 faz-se um estudo comparativo entre as três parametrizações citadas acima: TM1, NL3 e GL. No capítulo 5 faz-se um estudo da contribuição das antipartículas na matéria nuclear, com inclusão do octeto e em equilíbrio β . Investigam-se as EOS, populações de partículas e fração de estranheza, além de uma breve discussão sobre valores de massa efetiva no modelo. Para matéria de prótons e nêutrons apenas, nenhuma contribuição das antipartículas foi detectada, no intervalo de temperaturas usado. No capítulo 6 as equações de TOV são integradas, e novamente se faz um paralelo entre os valores de massa máxima obtidos para cada uma das três parametrizações. Finalmente, discutem-se as conclusões e perspectivas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Modelo de Walecka Não-Linear a Temperatura Zero

Neste capítulo será feita uma breve apresentação do modelo de Walecka, assim como proposto originalmente, bem como o modelo de Walecka não-linear (MWNL), ou modelo de Walecka estendido.

A partir deste último, obter-se-ão, com a parametrização TM1, as equações de estado (EOS) para matéria nuclear:

- Constituída por prótons e nêutrons, e com diferentes valores de frações de prótons (seq. 2.4);
- Considerando equilíbrio β e neutralidade de cargas (seq. 2.5);
- Considerando os oito bárions do octeto bariônico em equilíbrio β e neutralidade de cargas (seq. 2.6).

2.1 O Modelo de Walecka Não-Linear (MWNL)

Em 1974, J. D. Walecka [3] propôs um modelo relativístico capaz de descrever o comportamento da matéria nuclear simétrica e de núcleos finitos com igual número de prótons e nêutrons. Este modelo, conhecido como modelo de Walecka, ou *Hadrodinâmica Quântica-I* (QHD-I), baseado em uma teoria quântica de campos relativísticos, descreve a interação entre bárions mediada por mésons escalares e vetoriais. Nele, os mediadores responsáveis pelo acoplamento entre os nucleons são o *méson escalar* σ e o *méson vetorial* ω (Tabela 2.3). Na aproximação estática, ou seja, onde há invariância rotacional e translacional, esta interação tem a forma do *potencial de Yukawa*:

$$V_{eff} = \frac{g_v^2}{4\pi} \frac{e^{-m_v r}}{r} - \frac{g_s^2}{4\pi} \frac{e^{-m_s r}}{r}, \quad (2.1)$$

onde m_v e m_s são as massas dos mésons vetorial e escalar, respectivamente, e g_v e g_s são as constantes de acoplamento entre os mésons e os nucleons. Há, basicamente, duas interações que se contrabalançam no interior de um núcleo: uma repulsiva a pequenas distâncias, representada na expressão do potencial pelo primeiro termo, e outra atrativa a grandes distâncias, representada pelo segundo termo. O gráfico (2.1) ilustra este comportamento. O modelo constitui-se de uma densidade lagrangiana \mathcal{L} , cuja expressão é uma soma das expressões das densidades lagrangianas construídas para cada campo separadamente:

$$\mathcal{L}_\sigma = g_s \bar{\psi} \psi \phi + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} m_s^2 \phi^2,$$

onde ϕ é o campo associado ao méson escalar σ ;

$$\mathcal{L}_\omega = -g_v \bar{\psi} \psi V^\mu + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu - \frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu},$$

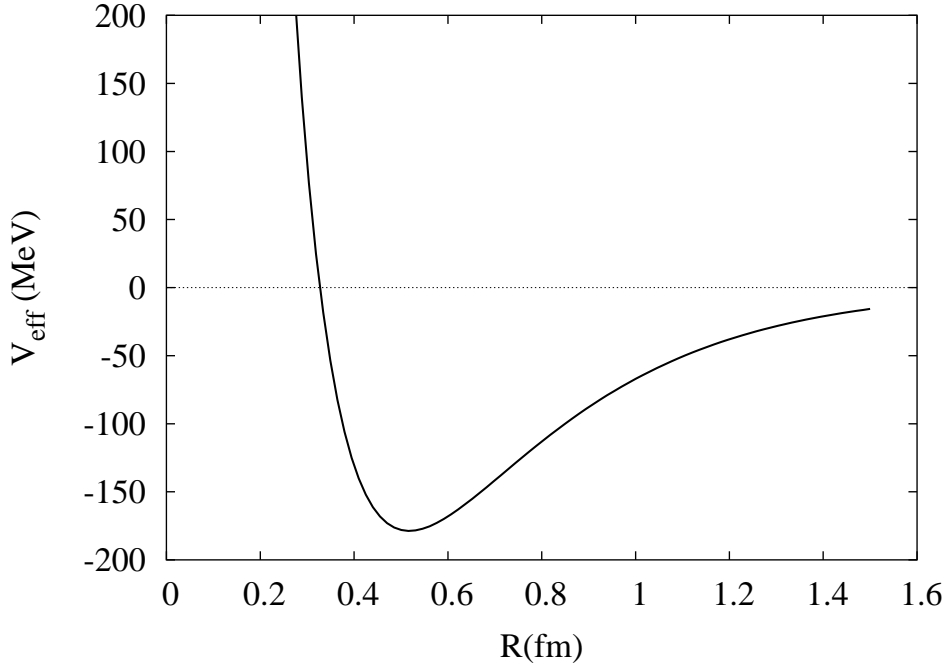


Figura 2.1: Energia potencial em função da distância internucleon, R . As constantes g_v e g_s foram tomadas aqui iguais a 12.6139 e 10.0289, respectivamente.

onde V^μ é o campo associado ao méson vetorial ω , e $F_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu$, além de uma densidade lagrangiana que corresponde aos nucleons

$$\mathcal{L}_N = i\gamma_\mu \bar{\psi} \partial_\mu \psi - M \bar{\psi} \psi,$$

onde ψ é o campo associado aos prótons e nêutrons, sendo M a massa dos nucleons. Em [8] é feita uma apresentação mais detalhada das matrizes usadas no presente trabalho.

Além de descrever a dinâmica dos nucleons e dos campos, a densidade lagrangiana final, assim como cada uma das individuais, precisa ser invariante sob uma transformação de Lorentz ($x_\mu \rightarrow x_\mu' = a_\mu{}^\nu x_\nu$), onde as coordenadas em x' e em x transformam-se de acordo com a matriz $a_\mu{}^\nu$), a fim de que um fenômeno observado no referencial x possa ser descrito por esta mesma densidade lagrangiana no referencial x' .

Para o modelo mostrado, a densidade lagrangiana, com inclusão das ex-

pressões dos mésons σ e ω , além dos nucleons, é então

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \bar{\psi} [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_v V^\mu) - (M - g_s \phi)] \psi \\ &+ \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Dela obtêm-se as equações de estado (EOS) da matéria nuclear, e destas, suas *propriedades intrínsecas*, no ponto de saturação (estado ligado da matéria nuclear).

As principais delas são:

- a *energia de ligação por nucleon* ($\frac{\mathcal{E}}{\rho} - M$), onde \mathcal{E} é a *densidade de energia* do núcleo e ρ , a densidade bariônica deste (ou seja, o número de nucleons por unidade de volume no núcleo);
- a *massa efetiva* do nucleon, ou seja, o valor “atenuado” (ou seja, incluindo o termo de correção finito de flutuações do vácuo) de sua massa inercial, pela interação através do méson escalar σ , $M^* = M - g_s \phi$;
- a *compressibilidade* K , cuja expressão é a segunda derivada da densidade de energia em relação à densidade bariônica, tomada no ponto de saturação¹: $K = 9 \left[\rho^2 \frac{d^2}{d\rho^2} \left(\frac{\mathcal{E}}{\rho} \right) \right]_{\rho=\rho_0}$. A compressibilidade, ou módulo de compressibilidade, mede o quão compressível é o sistema formado pelos nucleons;
- a *energia de simetria* a_{sym} [4], um termo de origem fenomenológica que representa a tendência dos núcleos a alcançar um estado onde o número de prótons seja próximo ao de nêutrons.

Finalmente, o *momento de Fermi* K_F , que é definido como o momento do último nível de energia ocupado no sistema, resulta da minimização do potencial termodinâmico do sistema (seç 3.3). Os valores acima, no ponto de saturação, para o modelo $\sigma - \omega$, são: $k_F^0 = 1,42 fm^{-1}$, $E/B - M = -15,75$ MeV, $K = 540$ MeV, $M^* = 0.556M$ e $a_{sym} = 22.1$ MeV, enquanto os valores obtidos experimentalmente são $k_F^0 = 1,31 fm^{-1}$, $E/B - M = -16,3$ MeV, $K = 200 - 300$ MeV e

¹Ponto para o qual o valor da pressão se anula e no qual a matéria nuclear permanece estática, se não sofrer perturbações

$a_{sym} = 33.2$ MeV [3], o que sugeria fatores de correção que possibilitassem reproduzir melhor as propriedades intrínsecas, observadas (ou inferidas indiretamente) a partir de experiências envolvendo núcleos finitos.

O modelo $\sigma - \omega$ pode ser considerado um ponto de partida para o desenvolvimento de tratamentos relativísticos mais abrangentes. Assim, a densidade lagrangiana usada neste trabalho adiciona àquele modelo, o méson vetorial-isovetorial ρ , que possibilita a descrição da matéria nuclear assimétrica, e é representado pelo campo b^μ . Num formalismo como este, garante-se que seja finito o número de parâmetros contidos na lagrangiana, pelo fato de os valores médios dos campos escalares e vetoriais, embora consideráveis na escala de valores de energia nuclear, são pequenos quando comparados à massa dos nucleons [9, 10]. Chega-se então a uma descrição satisfatória da matéria nuclear quando suas propriedades são quantitativamente descritas por um conjunto de parâmetros, ajustados através dos dados observacionais. Assim, termos não-lineares no campo escalar ϕ

$$-\frac{1}{3!}\kappa\phi^3 - \frac{1}{4!}\lambda\phi^4,$$

foram então introduzidos para melhor reproduzir os valores da compressibilidade e da massa efetiva [11], bem como um termo não-linear em V

$$\frac{1}{4!}\xi g_v^4 (V_\mu V^\mu)^2,$$

com o objetivo de se ajustarem melhor, no ponto de saturação, os valores da energia de simetria, sobretudo para densidades mais altas. Aqui, κ , λ e ξ são parâmetros correspondentes aos termos introduzidos.

Com a introdução desses termos, a chamada densidade lagrangiana do Modelo

de Walecka Não-Linear (MWNL) torna-se:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{MWNL} = & \bar{\psi} \left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_v V^\mu) - \frac{g_\rho}{2} \gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu - (M - g_s \phi) \right] \psi \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) - \frac{1}{3!} \kappa \phi^3 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu + \frac{1}{4!} \xi g_v^4 (V_\mu V^\mu)^2 - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu, \quad (2.3)
\end{aligned}$$

onde g_ρ e m_ρ são, respectivamente, a constante de acoplamento do méson ρ com os nucleons e a massa deste. Além disso,

$$\Omega_{\mu\nu} = \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu,$$

$$\mathbf{B}_{\mu\nu} = \partial_\mu \mathbf{b}_\nu - \partial_\nu \mathbf{b}_\mu - g_\rho (\mathbf{b}_\mu \times \mathbf{b}_\nu).$$

Pode-se, para melhor compreensão, identificar os termos, sendo eles:

$$\text{cinéticos ou livres (+ termos de massa)} \left\{ \begin{array}{ll} i\bar{\psi}\gamma_\mu\partial^\mu\psi - \bar{\psi}M\psi & \text{(nucleons)} \\ \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - m_s^2\phi^2) & \text{(méson } \sigma) \\ -\frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_v^2V_\mu V^\mu & \text{(méson } \omega) \\ -\frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu & \text{(méson } \rho), \end{array} \right.$$

e

$$\text{potenciais ou de interação} \left\{ \begin{array}{ll} \bar{\psi}(g_s\phi)\psi & \text{(entre nucleons, através do méson } \sigma). \\ g_v\bar{\psi}\gamma_\mu V^\mu\psi & \text{(entre nucleons, através do méson } \omega) \\ -\frac{g_\rho}{2}\bar{\psi}\gamma_\mu\vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu\psi & \text{(entre nucleons, através do méson } \rho) \end{array} \right.$$

Observe-se que aqui não se incluem píons. De fato, seu efeito no tratamento de campo médio (que se faz nos próximos capítulos) é nulo. Interações eletromagnéticas também não contribuem na aproximação que iremos fazer neste

trabalho e, portanto não são incluídas na densidade lagrangiana. As constantes dos conjuntos de parâmetros que são usados são mostradas na tabela 2.1. Nela podem-se ver os dois últimos valores, que correspondem aos termos de auto-interação de mais alta ordem introduzidos na densidade lagrangiana referentes ao campo escalar (responsável pelo caráter atrativo dos nucleons) e vetorial (responsável pela repulsão entre eles), respectivamente. Num tratamento de campo médio, como será feito neste trabalho, assume-se aceitável um valor negativo para a constante λ . Entretanto, isto traria grandes problemas sob o ponto de vista de uma teoria quântica de campos, pois levaria a energia do sistema a valores infinitos para campos escalares suficientemente grandes. É portanto necessário testar os efeitos de um conjunto de parâmetros como o mostrado, para valores altos de densidade, sobre as grandezas obtidas em campo médio.

Na tabela 2.2 mostram-se os valores das propriedades da matéria nuclear em cada parametrização usada.

Param.	M	m_s	m_v	m_ρ
TM1	938.0	511.198	783.0	770.0
NL3	939.0	508.194	782.501	763.0
GL	938.0	511.198	783.0	770.0

Param.	g_s	g_v	g_ρ	κ/M	λ	ξ
TM1	10.0289	12.6139	9.2644	3.04	3.7098	0.0169
NL3	10.217	12.868	8.948	4.377	-173.31	0.0
GL	8.188	9.197	9.732	4.546	193.110	0.0

Tabela 2.1: Parâmetros usados neste trabalho. As massas são dadas em MeV.

	NL3 [5]	TM1 [4]	GL [6]
B/A	16.3	16.3	15.95
$\rho_0(fm^{-3})$	0.148	0.145	0.145
K(MeV)	272	281	285
$\mathcal{E}_{sym.}(MeV)$	37.4	36.9	36.8
M^*/M	0.6	0.63	0.77

Tabela 2.2: Propriedades da matéria nuclear no contexto dos parâmetros usados neste trabalho.

Méson	M (MeV)	Comp. Quarkuônica	Spin	Isospin	Carga	Vida (s)
σ	-	-	0	0	-	-
ρ	770	$u\bar{d}, d\bar{u}, (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}$	1	1	+1,-1,0	0.4×10^{-23}
ω	782	$(u\bar{u} + d\bar{d})$	1	0	0	7×10^{-23}

Tabela 2.3: Mésons que representam as interações no modelo, suas massas, composição quarkuônica, spin, isospin, número bariônico, carga elétrica (em unidades e^-) e tempos de vida (em segundos).

2.2 Equações de Movimento

Através da aplicação da Equação de Euler-Lagrange

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu q_i)} \right) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = 0. \quad (2.4)$$

à lagrangiana, para cada um dos campos, obtêm-se as equações de movimento:

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m_s^2)\phi = g_s \rho_s - \frac{k}{2}\phi^2 - \frac{\lambda}{6}\phi^3, \quad (2.5)$$

que é chamada equação de *Klein-Gordon*, por ser a equação para um campo escalar de spin zero,

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m_v^2)V^\mu = g_v j^\mu - \frac{\xi}{6}g_v^4(V^\mu V_\mu)V^\mu \quad (2.6)$$

e

$$(\partial_t^2 - \nabla^2 + m_\rho^2)\mathbf{b}^\mu = \frac{g_\rho}{2}\mathbf{j}^\mu + \frac{g_\rho}{2}(\mathbf{b}_\nu \times \mathbf{B}^{\nu\mu}) + g_\rho \partial_\nu (\mathbf{b}^\nu \times \mathbf{b}^\mu), \quad (2.7)$$

que são equações *Proca*, assim chamadas por tratarem de bósons vetoriais (partículas de spin 1) massivos, e finalmente

$$i\partial_t \psi = \left[\vec{\alpha} \cdot \left(-i\vec{\nabla} - g_v \mathbf{V} - \frac{g_\rho}{2}\tau_3 \mathbf{b} \right) + \beta(M - g_s \phi) + g_v V_0 + \frac{g_\rho}{2}\tau_3 b_0 \right] \psi, \quad (2.8)$$

que é uma equação de *Dirac*, por ser a equação de campo de férmions (partículas de spin 1/2) com massa [12], onde

$$\begin{aligned}\rho_s &= \langle \bar{\psi}\psi \rangle, \\ j^\mu &= \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\psi \rangle, \\ \mathbf{j}^\mu &= \langle \bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\tau}\psi \rangle.\end{aligned}\tag{2.9}$$

2.3 Aproximação de Campo Médio

As equações 2.5~2.8 são não-lineares e não há como resolvê-las analiticamente. Uma aproximação que pode ser feita é a aproximação de campo médio, que considera invariância rotacional e translacional, e campos mesônicos estáticos (sua dependência temporal se anula). Podem-se então substituir os campos por seus valores médios e tratá-los como campos clássicos:

$$\phi \rightarrow \langle \phi \rangle \equiv \phi_0,$$

$$V^\mu \rightarrow \langle V^\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} V_0,$$

e

$$b^\mu \rightarrow \langle b^\mu \rangle \equiv \delta_{\mu 0} b_0$$

e as equações de movimento em campo médio, para os campos, são:

$$\phi_0 = -\frac{k}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \frac{g_s}{m_s^2}\rho_s,\tag{2.10}$$

$$V_0 = -\frac{\xi}{6m_v^2}g_v^4(V_0)^3 + \frac{g_v}{m_v^2}\rho_B\tag{2.11}$$

e

$$b_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} \rho_3, \quad (2.12)$$

onde

$$\rho_s = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_i \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}}, \quad \rho_B = \rho_p + \rho_n \quad e \quad \rho_3 = \rho_p - \rho_n,$$

sendo

$$\rho_i = \gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} f_i, \quad i = p, n.$$

A função distribuição para os nucleons aqui considerados (prótons e nêutrons) é

$$f_i = \theta(K_{Fi}(r) - p^2), \quad (2.13)$$

cujo comportamento, à temperatura zero, pode ser visto a partir da Fig.2.2. Podem-se ainda fazer outras aproximações, como a aproximação de Hartree-Fock, que faz correções vindas do vácuo para a densidade de energia, e o método da expansão δ otimizada, utilizada para estudar fenômenos perturbativos em teoria de campos[13].

2.4 Equações de Estado para Frações de Prótons

Fixas

A fim de se calcularem energia e pressão do sistema a partir do Tensor Energia-Momento, substituem-se os campos mesônicos por seus valores esperados, desta

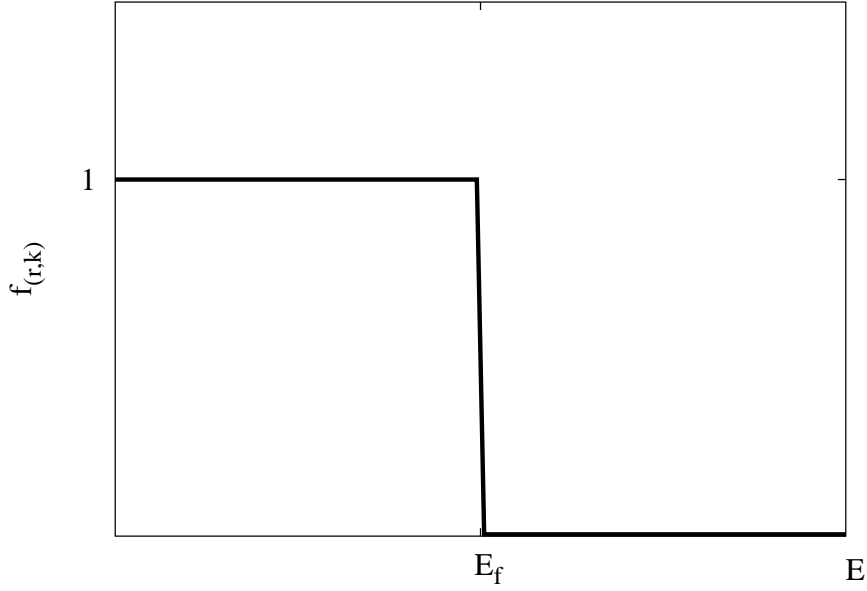


Figura 2.2: Função distribuição $f_{(\vec{r},\vec{k})}$ por energia E , à temperatura zero, onde E_f é o energia de Fermi

vez na expressão da lagrangiana do modelo, resultando numa lagrangiana de campo médio:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - g_v V_0 - \frac{g_\rho}{2} \gamma_0 \tau_3 \cdot \mathbf{b}_0 - (M - g_s \phi_0) \right] \psi \\ & - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2, \end{aligned} \quad (2.14)$$

e segundo a definição de Tensor Energia-Momento [14]

$$T_{\mu\nu} = -g_{\mu\nu} \mathcal{L} + \partial_\nu q_i \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial^\mu q_i)} \right), \quad (2.15)$$

tem-se a densidade de energia. Aqui apresentam-se apenas os resultados:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E} &= \langle T_{00} \rangle \\
&= \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M^{*2}} + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 \\
&\quad + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4.
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Obtém-se ainda, através do Tensor Energia-Momento, a pressão:

$$\begin{aligned}
P &= \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle \\
&= \frac{\gamma}{6\pi^2} \sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 \\
&\quad + \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Passa-se agora às definições das grandezas termodinâmicas que permitem obter as equações de estado (EOS) da matéria nuclear.

A fim de tratar o sistema como um gás de Fermi, define-se aqui o *potencial termodinâmico* Ω [15]:

$$\Omega = E - \sum_{i=p,n} \mu_i B_i, \tag{2.18}$$

onde o número de prótons e nêutrons é dado por

$$B_i = \int d^3r \rho_i(\vec{r}, t); \quad i = p, n.$$

As definições acima resultam para Ω :

$$\begin{aligned}
\Omega &= \int d^3r \frac{1}{2} \left[m_s^2 \phi^2 + \frac{k}{3} \phi^3 + \frac{\lambda}{12} \phi^4 - m_v^2 V_0^2 - m_\rho^2 b_0^2 - \frac{1}{12} \xi g_v^4 V_0^4 \right] \\
&\quad + \gamma \sum_i \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} \left[\sqrt{\vec{p}^2 + M^{*2}} + v_{i0} \right] f_i - \sum_i \int d^3r \mu_i \rho_i,
\end{aligned} \tag{2.19}$$

onde, para $i = p$,

$$v_{p0} = g_v V_0 + \frac{g_\rho}{2} b_0, \quad (2.20)$$

onde o último termo tem contribuição atrativa nas expressões do potencial químico dos prótons (eq.(2.24)), e para $i = n$,

$$v_{n0} = g_v V_0 - \frac{g_\rho}{2} b_0, \quad (2.21)$$

cuja contribuição repulsiva do termo em b_0 se mostra na eq.(2.25). Considera-se o sistema formado pelos nucleons em equilíbrio termodinâmico, que é caracterizado pelos mínimos dos potenciais termodinâmicos deste [16]. Minimizando Ω em relação ao momento de Fermi K_{Fi} ($i = p, n$), obtém-se

$$K_{Fp}^2 \left(\mu_p - \sqrt{K_{Fp}^2 + M^{*2}} - g_v V_0 - \frac{g_\rho b_0}{2} \right) = 0, \quad (2.22)$$

$$K_{Fn}^2 \left(\mu_n - \sqrt{K_{Fn}^2 + M^{*2}} - g_v V_0 + \frac{g_\rho b_0}{2} \right) = 0, \quad (2.23)$$

o que, por vez, resulta nos *potenciais químicos*:

$$\mu_p = \sqrt{K_{Fp}^2 + M^{*2}} + g_v V_0 + \frac{g_\rho}{2} b_0 \quad (2.24)$$

e

$$\mu_n = \sqrt{K_{Fn}^2 + M^{*2}} + g_v V_0 - \frac{g_\rho}{2} b_0. \quad (2.25)$$

A seguir mostra-se, como aplicação do modelo, as EOS para a matéria nuclear composta de prótons e nêutrons, com diferentes frações de prótons:

$$Y_p = \frac{\rho_p}{\rho_n + \rho_p}, \quad (2.26)$$

onde todos os resultados foram obtidos com parametrização TM1. Na figura 2.3(a) plota-se a energia de ligação em função da densidade bariônica relativa.

Observe-se as diferenças entre as curvas a diferentes valores de Y_p : apenas para valores de frações de prótons não muito distantes de 0,5 se verificam estados ligados. Além disso, a densidade de saturação é corretamente obtida no modelo, assim como o valor da energia de ligação no ponto de saturação (comparar com tabela 2.2). Pode-se ver a partir da figura 2.3(b) que a curva da pressão versus densidade de energia satisfaz a condição de causalidade, ou seja, $P \leq \mathcal{E}$ para todos os valores descritos pelas EOS, além de um ligeiro efeito de endurecimento à medida que a matéria nuclear se torna mais assimétrica (menores frações de prótons).

Além disso pode-se observar, a partir da figura 2.4, que frações de prótons maiores permitem a correta descrição do mecanismo de saturação, ou seja, permitem obter do modelo o valor $P = 0$ até que a densidade bariônica alcance o valor da saturação ($\rho = \rho_0$).

2.5 Equilíbrio Beta

Nesta seção, deseja-se estudar matéria hadrônica em equilíbrio β , pois o mesmo ocorre em estrela nêutrons, que é objeto de interesse desta seção. Nesta condição, os níveis de energias das partículas são preenchidos de tal maneira que haja equilíbrio beta:

$$n \rightarrow e^- + p + \bar{\nu}_{e^-}.$$

Para isto, deve verificar-se igualdade entre as energias das partículas nos dois lados do decaimento, ou seja, deve-se ter igualdade de potenciais químicos em ambos os lados da equação:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_{e^-} + \mu_{\bar{\nu}_{e^-}}$$

ou

$$\mu_p = \mu_n - \mu_{e^-},$$

onde $\mu_{\bar{\nu}_{e^-}}$ foi tomado nulo, pois estamos considerando a estrela de nêutrons (onde serão aplicadas as EOS obtidas) na fase onde os neutrinos não estão mais presentes.

Além disso, a reação

$$e^- \rightleftharpoons \mu^- + \nu_{e^-} + \bar{\nu}_{\mu^-}$$

leva a

$$\mu_{e^-} = \mu_{\mu^-}.$$

A neutralidade de cargas de um sistema estável também exige

$$\rho_p = \rho_{e^-} + \rho_{\mu^-},$$

com

$$\rho_{e^-} = \frac{\gamma}{6\pi^2} K_{Fe^-}^3 \quad \text{e} \quad \rho_{\mu^-} = \frac{\gamma}{6\pi^2} K_{F\mu^-}^3,$$

na descrição de momento, e $\gamma = 2$. Os léptons (tabela 2.4) serão aqui tratados como um gás de férmions livres não interagentes. Para isso, a lagrangiana de MWNL será aqui simplesmente acrescida do termo

$$\mathcal{L}_{leptons} = \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l,$$

onde $l = e^-, \mu^-$, o que considera a presença dos léptons elétron e muon, possibilitando descrever um sistema em que se verifique equilíbrio β . Assim, a lagrangiana

Lépton	M (MeV)	Carga	Vida
e^-	0.511003	-1	∞
μ^-	105.659	-1	$2,197 \times 10^{-6}$

Tabela 2.4: Léptons de spin 1/2 considerados neste tratamento, suas massas (em MeV), carga elétrica (em unidades e^-) e tempo de vida, em segundos.

do MWNL para o caso em que há equilíbrio β se escreve:

$$\mathcal{L}_{est-\beta} = \mathcal{L} + \mathcal{L}_{leptons},$$

e o potencial termodinâmico para esta situação inclui a contribuição dos léptons. Sua minimização em relação ao momento de Fermi destes, leva a:

$$\begin{aligned} \mu_{e^-} &= \sqrt{K_{Fe}^2 + m_{e^-}^2}, \\ \mu_{\mu^-} &= \sqrt{K_{F\mu^-}^2 + m_{\mu^-}^2}. \end{aligned}$$

As equações de movimento para os campos mesônicos no caso de equilíbrio β são as mesmas da seção 2.2. Aqui apresentam-se apenas a densidade de energia e a pressão.

No caso em estudo, ou seja, considerando equilíbrio beta, tais grandezas ficam:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{est-\beta} = & \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M^{*2}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} \right) \\
& + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{4!} \xi g_v^4 (V_0)^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 \quad (2.27)
\end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned}
P_{est-\beta} = & \frac{\gamma}{6\pi^2} \left(\sum_{i=p,n} \int_0^{K_{Fi}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} \right) \\
& + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{1}{4!} \xi g_v^4 (V_0)^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4, \quad (2.28)
\end{aligned}$$

onde γ novamente leva em conta as diferentes possibilidades de spin, e neste caso, $\gamma = 2$.

O gráfico da figura 2.5 mostra as populações de partículas Y_i para o MWNL com equilíbrio β . Pode-se observar que, diferentemente do caso em que não se verifica equilíbrio beta (seção 2.5), as frações de prótons variam com a densidade, além de verificar-se a presença dos léptons elétron (e^-) e muon (μ^-). Além disso a neutralidade de cargas pode ser vista através das populações de prótons e elétrons. A densidades mais baixas ambas as partículas surgem a mesmos valores de ρ/ρ_0 e, à medida que a população de prótons se torna maior que a elétrons, os múons surgem e sua população aumenta, a fim de compensar o menor número de cargas elétricas negativas. Por fim, as populações de nêutrons diminuem à medida que as frações das outras partículas aumentam, para que se conserve o número total de partículas.

2.6 O Octeto Bariônico

Desenvolveu-se a teoria relativística, mostrada nas seções anteriores, tendo como vínculos os núcleos finitos, mas com o propósito de se descrever a matéria nuclear presente nas estrelas de nêutrons, cuja densidade acredita-se ser da ordem de 10 vezes a densidade de saturação nuclear. Em tais valores, as energias de Fermi das partículas atingem valores maiores que as massas dos bárions mais pesados, possibilitando o surgimento destes. (Tabela 2.5).

A análise anterior incluía apenas prótons e nêutrons como bárions. Agora, adicionam-se os híperons Λ , Σ^+ , Σ^0 , Σ^- , Ξ^0 , Ξ^- , que completam o octeto bariônico, importantes para a análise de sistemas com densidades maiores que a densidade da matéria nuclear.

Bárion	M (MeV)	Quarks	Spin	τ_{3B}	N_B	Carga	q_s	Vida
p	938,28	uud	1/2	1/2	1	+1	0	∞
n	939,57	udd	1/2	-1/2	1	0	0	900
Λ	1.115,6	uds	1/2	0	1	0	1	2.3×10^{-10}
Σ^+	1.189,4	uus	1/2	1	1	+1	1	0.80×10^{-10}
Σ^0	1.192,5	uds	1/2	0	1	0	1	6×10^{-20}
Σ^-	1.197,3	dds	1/2	-1	1	-1	1	1.48×10^{-10}
Ξ^0	1.314,9	uss	1/2	1/2	1	0	2	2.90×10^{-10}
Ξ^-	1.321,3	dss	1/2	-1/2	1	-1	2	1.64×10^{-10}

Tabela 2.5: Bárions do Octeto Bariônico, suas massas, composição quarkônica, spin, isospin (τ_{3B}), número bariônico (N_B), carga elétrica (em unidades e^-), carga de estranheza (q_s) e tempo de vida (em segundos).

Com a inclusão do octeto bariônico, a densidade lagrangiana se escreve:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B [\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{vB}V^\mu) - (M_B - g_{sB}\phi) - g_{\rho B}\gamma_\mu \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu] \psi_B + \\
& \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l + \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) - \frac{1}{4}\Omega_{\mu\nu}\Omega^{\mu\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu \\
& + \frac{1}{2}m_v^2 V_\mu V^\mu + \frac{1}{4!}\xi g_v^4 (V_\mu V^\mu)^2 - \frac{1}{4}\mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} - \frac{1}{3!}\kappa\phi^3 - \frac{1}{4!}\lambda\phi^4,
\end{aligned} \tag{2.29}$$

onde a soma em B se faz sobre $p, n, \Lambda, \Sigma^+, \Sigma^0, \Sigma^-, \Xi^0$ e Ξ^- .

$$\text{Além disso: } \left\{ \begin{array}{l} g_{sB} = \chi_{sB} g_s \\ g_{vB} = \chi_{vB} g_v \\ g_{\rho B} = \chi_{\rho B} g_\rho \end{array} \right. ,$$

onde χ_{vB} , χ_{sB} e $\chi_{\rho B}$ são as razões entre as constantes de acoplamento dos híperons e dos nucleons.

Assim como foi feito anteriormente, aplica-se a equação de Euler-Lagrange para se obter as equações de movimento, já em aproximação de campo médio:

$$\phi_0 = -\frac{k}{2m_s^2}\phi_0^2 - \frac{\lambda}{6m_s^2}\phi_0^3 + \sum_B \frac{g_s}{m_s^2}\chi_{sB}\rho_{sB} \tag{2.30}$$

$$V_0 = -\frac{\xi}{6m_v^2}g_v^4(V_0)^3 + \sum_B \frac{g_v}{m_v^2}\chi_{vB}\rho_B \tag{2.31}$$

$$\mathbf{b}_0 = \sum_B \frac{g_\rho}{m_\rho^2}\chi_{\rho B}\rho_B\tau_{3B}, \tag{2.32}$$

onde

$$\rho_{sB} = \frac{1}{\pi^2} \int p^2 dp \frac{M_B^*}{\epsilon_B} \Theta[K_{FB} - p], \quad (2.33)$$

$$\rho_B = \frac{1}{\pi^2} \int p^2 dp \Theta[K_{FB} - p], \quad (2.34)$$

e

$$M_B^{*2} = M - g_{sB}\phi. \quad (2.35)$$

τ_{3B} é a projeção de isospin, e assume o valor correspondente para cada membro do octeto (vide tabela 2.5).

Os valores das constantes de acoplamento dos mésons com os nucleons podem ser calculados algebricamente, em função das propriedades da matéria nuclear. As constantes de acoplamento dos mésons com os híperons, entretanto, não podem ser determinadas da mesma forma, pelo fato de núcleos, em seu estado normal, não fornecerem tais vínculos. O que se pode obter são informações sobre a ordem de grandeza dos acoplamentos a partir de *hipernúcleos*², e então ajustá-los para que produzam valores compatíveis com os de massa máxima observados (M_\odot) em estrelas de nêutrons ([17]). Não é o objetivo, neste trabalho, investigar os efeitos de diferentes valores de χ sobre as EOS. Assim, usa-se aqui constante de acoplamento dos nucleons com os mésons $\chi = 1$ e a dos híperons com os nucleons $\chi = \sqrt{2/3}$ como sugerido em [17, 18]. A escolha é baseada na carga bariônica de estranheza que possuem os híperons. Para um estudo mais detalhado, com escolhas de constantes diferentes, vide [17, 19].

A lagrangiana, na aproximação de campo médio, fica:

²Também chamados *hiperfragmentos*, são fragmentos de núcleos após uma colisão nucleon-núcleo, resultando em partículas que não existem nos núcleos em condições normais.

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[i\gamma_\mu \partial^\mu - \gamma_0 g_{vB} V_0 - \frac{g_{\rho B}}{2} \gamma_0 \tau_3 \mathbf{b}_{03} - M_B^* \right] \psi_B \\
& + \sum_l \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 \\
& + \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2,
\end{aligned} \tag{2.36}$$

o que resulta num tensor energia-momento como abaixo:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & -g_{\mu\nu} \left(-\frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 - \frac{1}{24} \xi g_v^4 V_0^4 \right) \\
& + \sum_B i\bar{\psi}_B \gamma_\mu \partial_\nu \psi_B + \sum_l i\bar{\psi}_l \gamma_\mu \partial_\nu \psi_l.
\end{aligned} \tag{2.37}$$

Levando este resultado à densidade de energia, definida na seção 2.4:

$$\mathcal{E} = \langle T_{00} \rangle,$$

aplicado ao tensor energia-momento para o caso incluindo o octeto bariônico, tem-se a densidade de energia:

$$\begin{aligned}
\mathcal{E}_{oct} = & \frac{\gamma}{2\pi^2} \left(\sum_B \int_0^{K_{FB}} p^2 dp \sqrt{p^2 + M_B^{*2}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} \right) \\
& + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{\xi g_v^4 V_0^4}{8} + \frac{k}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4,
\end{aligned} \tag{2.38}$$

e a pressão

$$P = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle$$

$$\begin{aligned}
P_{oct} = & \frac{\gamma}{6\pi^2} \left(\sum_B \int_0^{K_{FB}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M_B^{*2}}} + \sum_l \int_0^{K_{Fl}} \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} \right) \\
& + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{\xi g_v^4 V_0^4}{24} - \frac{k}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (2.39)
\end{aligned}$$

Na matéria estelar, uma determinada população de bárions começa a surgir apenas quando o valor de seu potencial químico se torna maior que seu menor nível de energia no meio em que se encontra. Este valor seria sua massa inercial, caso esta não tivesse seu valor atenuado pelas interações com outros bárions. Como os potenciais químicos tem valores cada vez maiores para crescentes valores de densidade, deduz-se que a matéria estelar seja populada por bárions mais pesados que os nucleons, o que, como já mencionado, justifica o tratamento incluindo híperons. Numa estrela onde a composição de partículas componentes encontra-se em equilíbrio, verifica-se igualdade dos potenciais químicos em ambos os lados dos decaimentos que dão origem a cada um dos bárions. Para o octeto bariônico, tem-se:

$$\mu_{\Sigma^0} = \mu_{\Xi^0} = \mu_{\Lambda} = \mu_n,$$

$$\mu_{\Sigma^-} = \mu_{\Xi^-} = \mu_n + \mu_{e^-},$$

$$\mu_{\Sigma^+} = \mu_p = \mu_n - \mu_{e^-},$$

$$\mu_\mu = \mu_{e^-}. \quad (2.40)$$

Pode-se ainda escrever uma forma geral para as equações de equilíbrio de potenciais químicos, observando-se que há dois tipos de cargas conservadas em todo decaimento: a elétrica e a bariônica [6], além de haver apenas dois tipos de partículas independentes, ou seja, em função de cujos potenciais químicos podem ser expressos os demais:

$$\mu = b\mu_n - q\mu_e, \quad (2.41)$$

onde b é a carga bariônica da partícula e q , sua carga elétrica.

A partir das equações de equilíbrio de potenciais químicos, juntamente com as expressões da densidade de energia e da pressão, obtêm-se as equações de estado no modelo.

A fim de aplicar as EOS obtidas para MWNL referentes a matéria nuclear densa, incluindo os oito bárions do octeto, mostram-se os gráficos de densidade de energia e populações de partículas no modelo, a $T=0$ (figuras 2.6 e 2.7). Novamente, todos os resultados desta seção foram obtidos com o conjunto de parâmetros TM1. Pode-se ver, a partir da fig. 2.6 que o modelo fornece valores de \mathcal{E} dentro da faixa de valores que seria esperada, com relação aos valores de densidade bariônica considerados. Com relação à população de partículas, pode-se observar da fig. 2.7 que o modelo descreve a presença de nêutrons a densidades mais baixas que qualquer outro bárion, como esperado. Também como seria de se esperar, híperons começam a surgir a densidades maiores que a densidade de saturação, assim como suas proporções, juntamente com as demais partículas, resultam em neutralidade elétrica. Ressalta-se ainda que o híperon Σ^- , embora tenha massa maior que Λ surge a densidade bariônica menor, para satisfazer a neutralidade de carga.

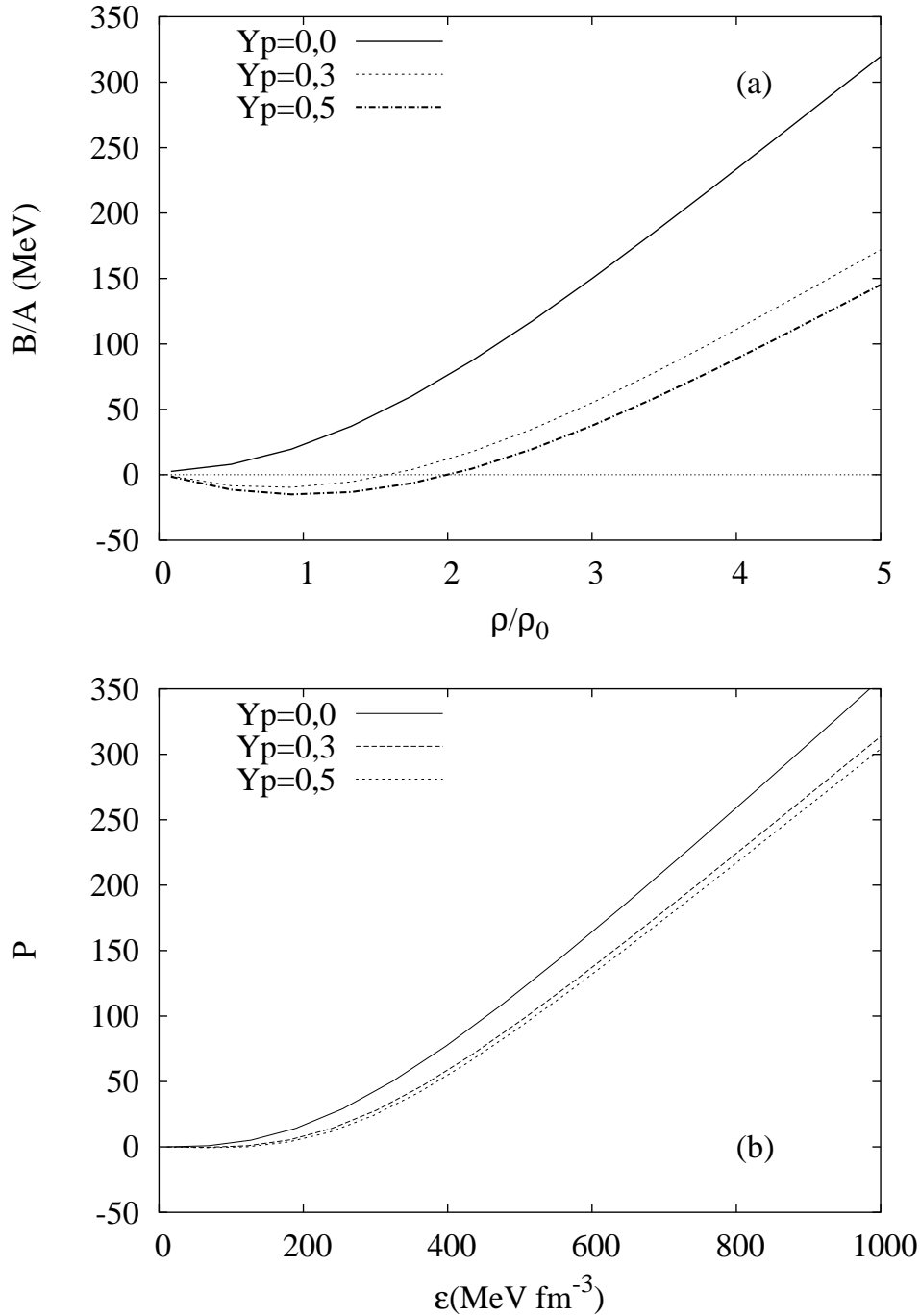


Figura 2.3: MWNL para matéria de prótons e neutrons, a $T=0$, com diferentes frações de prótons e parametrização TM1. De cima para baixo, as curvas representam matéria nuclear com $Y_p = 0.0, 0.3$ e 0.5 : (a) Energia de ligação por nucleon (b) Pressão em função da densidade de energia.

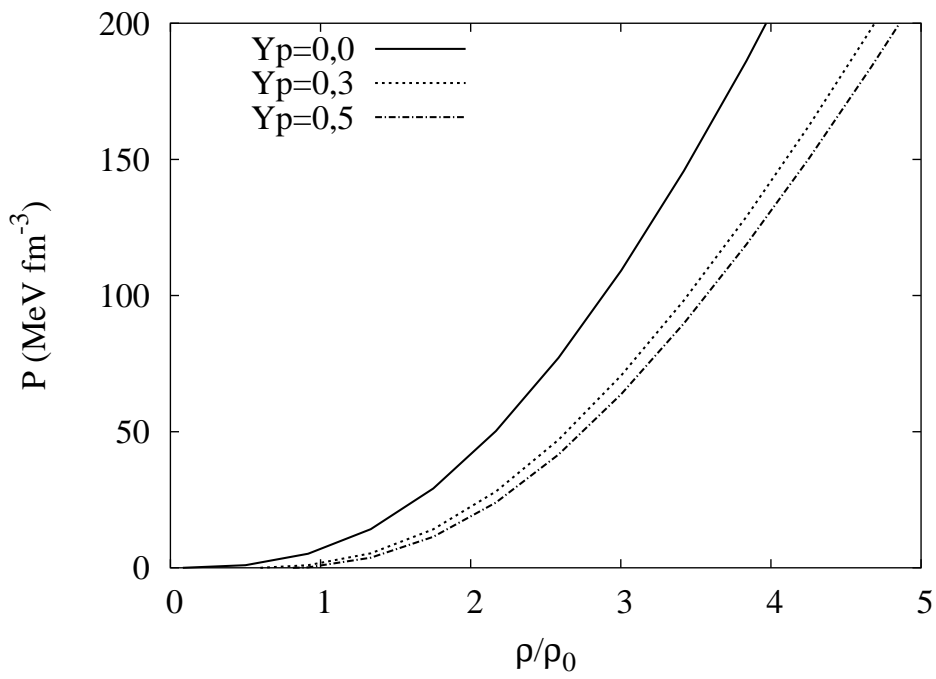


Figura 2.4: Pressão em função da densidade bariônica relativa no MWNL com diferentes frações de prótons e parametrização TM1.

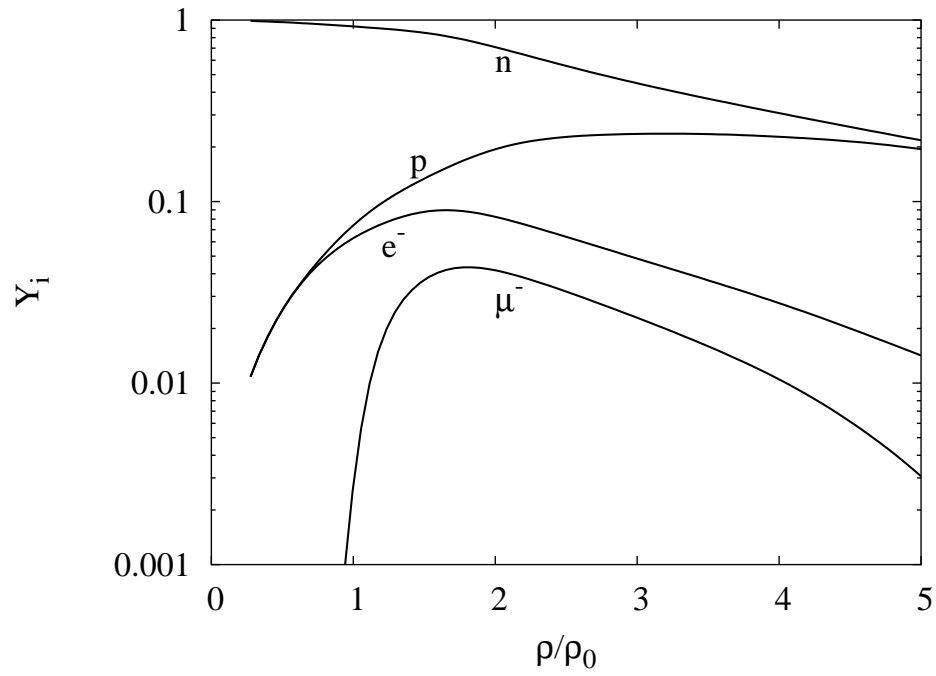


Figura 2.5: Populações de partículas em função da densidade bariônica relativa, no MWNL com parametrização TM1, a $T=0$, à presença dos nucleons e léptons e^- e μ , em equilíbrio β .

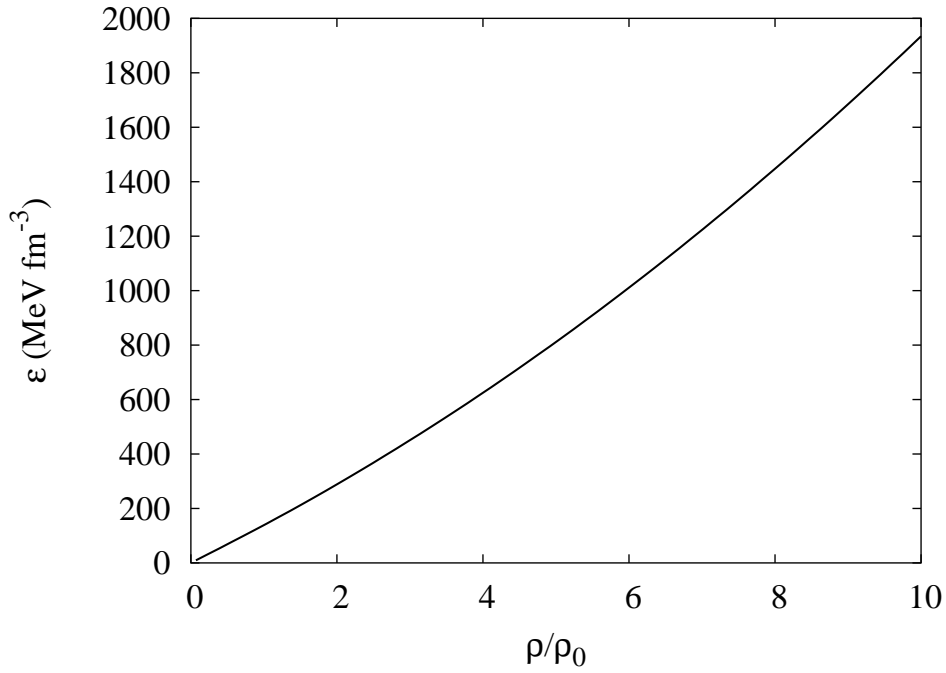


Figura 2.6: Densidade de energia em relação à densidade bariônica relativa, no MWNL à temperatura zero, com parametrização TM1.

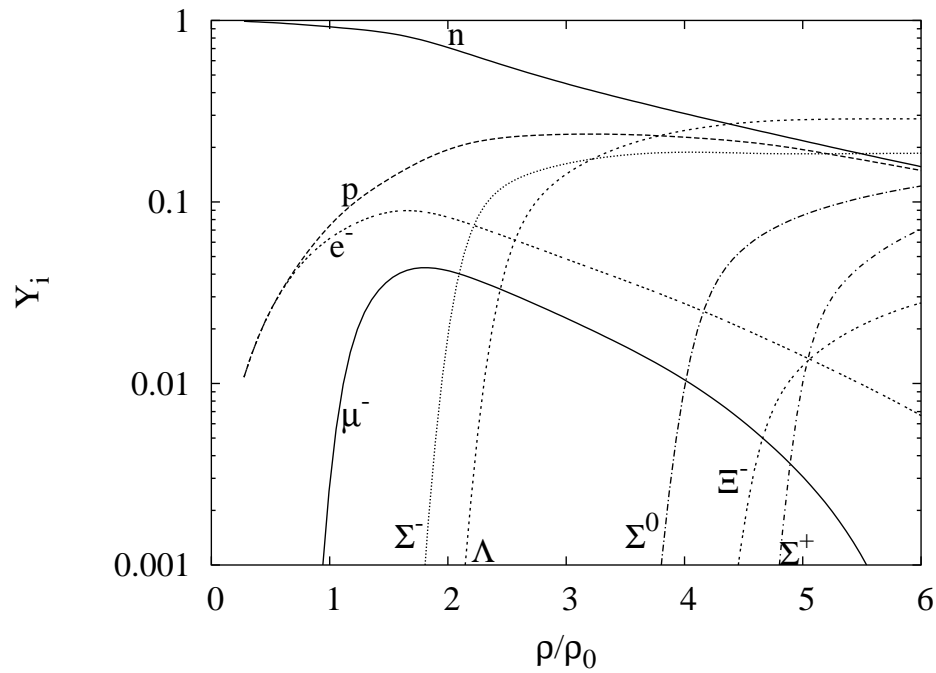


Figura 2.7: Populações de partículas em função da densidade bariônica relativa, no MWNL com inclusão do Octeto Bariônico a $T=0$, parametrização TM1

Capítulo 3

Tratamento a Temperaturas

Finitas para MWNL

Neste capítulo obtém-se a função de distribuição a temperaturas finitas, o que servirá de base para introduzir efeitos de temperatura no MWNL. EOS e propriedades são obtidos para matéria nuclear

- com diferentes frações de prótons, para tratar núcleos finitos;
- com a inclusão do octeto (e portanto, em equilíbrio β) e neutralidade de cargas, para tratar estrelas de nêutrons.

3.1 A Aproximação de Thomas-Fermi

Aqui incluem-se os efeitos de temperaturas finitas, fazendo aproximação de Thomas-Fermi com uma função distribuição que leva em conta temperaturas maiores que zero. Na seção 2.3, mostrou-se a função distribuição para temperaturas nulas. A fim de se chegar a uma expressão para a distribuição que seja função da temperatura, em um tratamento onde se considera o sistema como um gás de Fermi,

partir-se-á aqui do potencial termodinâmico:

$$\Omega = E - TS - \sum_i \mu_i B_i,$$

onde B_p, B_n são respectivamente o número de prótons e nêutrons:

$$B_i = \int d^3r \rho_i(\mathbf{r}, t), \quad \rho_i = \gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (f_{i+} - f_{i-}), \quad i = p, n, \quad (3.1)$$

e f_{i+}, f_{i-} são as funções de distribuição para partículas e antipartículas, respectivamente, cujas expressões se pretende obter.

A energia, com contribuição da matéria nuclear e termos de interação, do sistema de partículas e antipartículas, é

$$E = \gamma \sum_i \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} [f_{i+} \sqrt{p^2 + (M - g_s \phi)^2} + v_{i0} + f_{i-} \sqrt{p^2 + (M - g_s \phi)^2} - v_{i0}], \quad (3.2)$$

onde v_{i0} ($i = p, n$) foi definido nas eqs.(2.20) e (2.21), respectivamente.

Sendo que a entropia de um gás de Fermi é, classicamente, dada por:

$$S = -\gamma \sum_{i=p,n} \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} \left[f_{i+} \ln \left(\frac{f_{i+}}{1 - f_{i+}} \right) + \ln(1 - f_{i+}) + f_{i-} \ln \left(\frac{f_{i-}}{1 - f_{i-}} \right) + \ln(1 - f_{i-}) \right], \quad (3.3)$$

a expressão do potencial termodinâmico resulta¹:

$$\begin{aligned}
\Omega &= \gamma \sum_i \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} [f_{i+}(\sqrt{p^2 + (M - g_s\phi)^2} + v_{i0}) - f_{i-}(\sqrt{p^2 + (M - g_s\phi)^2} - v_{i0})] \\
&\quad - \gamma T \sum_i \int \frac{d^3r d^3p}{(2\pi)^3} [f_{i+} \ln\left(\frac{f_{i+}}{1 - f_{i+}}\right) + \ln(1 - f_{i+}) + f_{i+} \longleftrightarrow f_{i-}] \\
&\quad - \sum_i \mu_i B_i.
\end{aligned} \tag{3.4}$$

As funções de distribuição que minimizam Ω devem satisfazer

$$\left. \frac{\partial \Omega}{\partial f_{i+}} \right|_{f_{i-}, f_{j\pm}, \phi_0, V_0, b_0} = 0, \quad i \neq j, \tag{3.5}$$

resultando em

$$f_{i+} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon - \nu_i)/T]}}, \tag{3.6}$$

onde ν_i é o potencial químico efetivo do nucleon i ,

$$\nu_i = \mu_B - g_v V_0 - g_\rho \tau_3 b_0.$$

Similarmente, chega-se à função de distribuição para as antipartículas, e escrevendo de forma generalizada,

$$f_{i\pm} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon \mp \nu_i)/T]}}, \quad i = p, n. \tag{3.7}$$

A figura 3.1 ilustra a “suavização” das arestas da função distribuição para temperatura zero (fig.2.2). De posse da função de distribuição para temperaturas finitas, passa-se às equações de movimento.

¹O símbolo \longleftrightarrow representa uma repetição de todos os termos anteriores, com f_+ trocado por f_- .

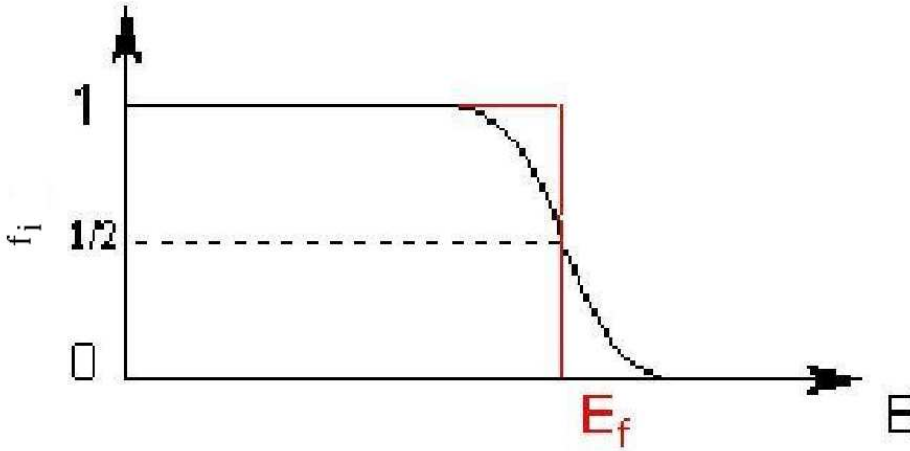


Figura 3.1: Função de distribuição f_i versus energia E , a temperaturas finitas, onde E_f é a energia de Fermi

3.2 Lagrangiana

Como nesta seção trataremos da matéria nuclear constituída por nucleons apenas, a lagrangiana que representa o sistema é a eq.(2.3). Desta, resultam as equações de movimento, que na aproximação de campo médio, são as eqs. (2.10)~(2.12), porém agora com

$$\rho_s = \frac{\gamma}{2\pi^2} \sum_i \int p^2 dp \frac{M^*}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} (f_{i+} + f_{i-}),$$

e

$$\rho_i = \gamma \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} (f_{i+} - f_{i-}), \quad i = p, n,$$

que são semelhantes ao caso anterior (sem a inclusão de híperons e léptons), entretanto, diferindo ao considerar a função de partição, eq.(3.6), que antes foi considerada como uma função degrau, eq.(2.13).

3.2.1 Frações de Prótons Fixas

É interessante testar a validade do modelo para valores de frações de prótons fixas, possibilitando assim obter propriedades de núcleos a temperaturas finitas, como curva calórica ou EOS de núcleos pesados após um experimento de colisão. Vale lembrar que o MWNL pode tratar apenas a fase hadrônica de tais núcleos, ou seja, é possível usar o modelo em tais casos, mas apenas após o “freeze-out”.

A seguir, mostram-se os resultados obtidos com parametrização TM1. Na figura 3.2 mostram-se as energias de ligação para dois valores de frações de prótons ($Y_p = 0.2$ e $Y_p = 0.3$), a temperaturas 10 e 20 MeV. Como esperado, valores maiores de frações de prótons diminuem a energia de ligação. Vê-se aqui que o aumento de temperatura impede estados ligados na matéria nuclear com $Y_p = 0.3$ a $T=20$ MeV, enquanto este se verifica a $T=10$ MeV, com a mesma fração de prótons. Este comportamento já foi observado em [20]. Comparando a fig.

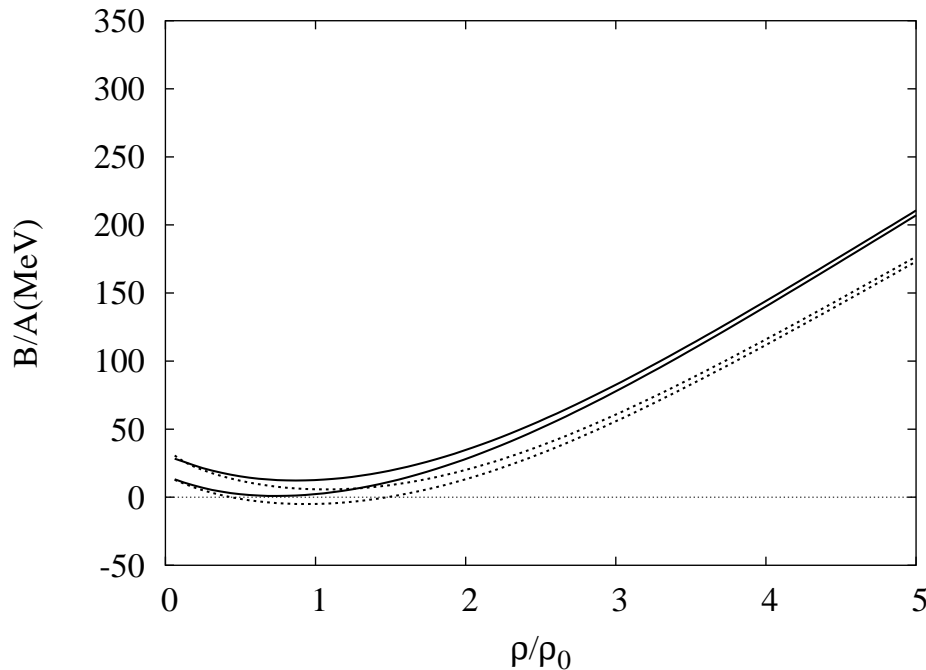


Figura 3.2: Energia de ligação versus densidade bariônica a temperaturas diferentes. $Y_p = 0.2$ (linha contínua) e $Y_p = 0.3$ (tracejada), com parametrização TM1. As duas curvas com valores maiores representam as EOS a $T=20$ MeV; menores a 10 MeV.

2.3(a) com a fig. 3.4, pode-se ver ainda que as EOS obtidas pelo MWNL a

temperaturas finitas são muito mais suaves que aquelas para $T=0$, além de haver um deslocamento nos valores da energia de ligação.

3.3 Octeto Bariônico

Apresenta-se aqui a lagrangiana do modelo com a inclusão do octeto, que é a densidade lagrangiana da eq.(2.29), adicionada à densidade lagrangiana referente aos léptons, uma vez que estes se fazem necessários quando se verifica equilíbrio β , por razões discutidas na seção 2.5:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_B \bar{\psi}_B \left[\gamma_\mu (i\partial^\mu - g_{vB}V^\mu - \frac{g_{\rho B}}{2} \vec{\tau} \cdot \mathbf{b}^\mu) - M_B^* \right] \psi_B \\
& + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi - m_s^2 \phi^2) - \frac{1}{3!} \kappa \phi^3 - \frac{1}{4!} \lambda \phi^4 - \frac{1}{4} \Omega_{\mu\nu} \Omega^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_v^2 V_\mu V^\mu + \frac{1}{4!} \xi g_v^4 (V_\mu V^\mu)^2 - \frac{1}{4} \mathbf{B}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{B}^{\mu\nu} \\
& + \frac{1}{2} m_\rho^2 \mathbf{b}_\mu \cdot \mathbf{b}^\mu + \sum_{l=e^-, \mu^-} \bar{\psi}_l (i\gamma_\mu \partial^\mu - m_l) \psi_l, \tag{3.8}
\end{aligned}$$

onde $g_{\nu B} = \chi_{\nu B} g_\nu$, $g_{\rho B} = \chi_{\rho B} g_\rho$ e $g_{sB} = \chi_{sB} g_s$ são as constantes de acoplamento do bárion “ B ” aos mésons. $M_B^* = M_B - g_{sB} \phi$, M_B é a massa do bárion “ B ”.

3.4 EOS com Octeto e Equilíbrio β

Como feito nas seções anteriores, os campos mesônicos serão substituídos por seus valores esperados, ficando assim as equações na forma mais conveniente para os cálculos numéricos. A aproximação é então semelhante àquela da seção anterior, e as equações de movimento são as eqs.(2.30)~(2.31), com

$$\rho_{sB} = \frac{1}{\pi^2} \int p^2 dp \frac{M_B^*}{\epsilon_B} (f_{B+} + f_{B-}), \tag{3.9}$$

$$\rho_B = \frac{1}{\pi^2} \int p^2 dp (f_{B+} + f_{B-}), \quad (3.10)$$

onde função de distribuição para os bárions é

$$f_{B\pm} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon \mp \nu_B)/T]}},$$

com

$$\epsilon_B = \sqrt{p^2 + M_B^{*2}}, \quad (3.11)$$

e

$$\nu_B = \mu_B - g_{\nu B} V_0 - g_{\rho B} \tau_{3B} b_0, \quad (3.12)$$

e as relações entre os potenciais químicos dos bárions encontram-se nas eqs. (2.40).

Lembrando que a presença do octeto bariônico, quando se aplica o modelo a objetos estelares, implica equilíbrio β , faz-se necessário definir a função de distribuição dos léptons a temperaturas finitas:

$$f_{l\pm} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon_l \mp \mu_l)/T]}},$$

onde μ_l são os potenciais químicos dos léptons e^- e μ^- , e $\epsilon_B = \sqrt{p_l^2 + m_l^2}$.

A partir do tensor momento-energia, a densidade de energia e a pressão, respectivamente:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_{Tfinita} &= \frac{1}{\pi^2} \sum_B \int p^2 dp \sqrt{p^2 + M_B^{*2}} (f_{B+} + f_{B-}) + \frac{1}{\pi^2} \sum_l \int p^2 dp \sqrt{p^2 + m_l^2} (f_{l-} + f_{l+}) \\ &+ \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{\xi g_v^4}{8} V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 + \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 + \frac{\kappa}{6} \phi_0^3 + \frac{\lambda}{24} \phi_0^4 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned}
P_{Tfinita} = & \frac{\gamma}{3\pi^2} \sum_B \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + M^{*2}}} (f_{B+} + f_{B-}) + \sum_l \int \frac{p^4 dp}{\sqrt{p^2 + m_l^2}} \\
& + \frac{m_v^2}{2} V_0^2 + \frac{\xi g_v^4}{24} V_0^4 + \frac{m_\rho^2}{2} b_0^2 - \frac{m_s^2}{2} \phi_0^2 - \frac{\kappa}{6} \phi_0^3 - \frac{\lambda}{24} \phi_0^4. \quad (3.14)
\end{aligned}$$

Para os valores de densidade de energia, o modelo usado aqui prevê o mesmo comportamento que [21], para temperatura zero, presença de bárions do octeto e constante de acoplamento igual a $\sqrt{2/3}$. Para demais temperaturas (10 e 50 MeV) o modelo forneceu aumento de inclinação suave, com o aumento de temperatura (Fig. 3.3).

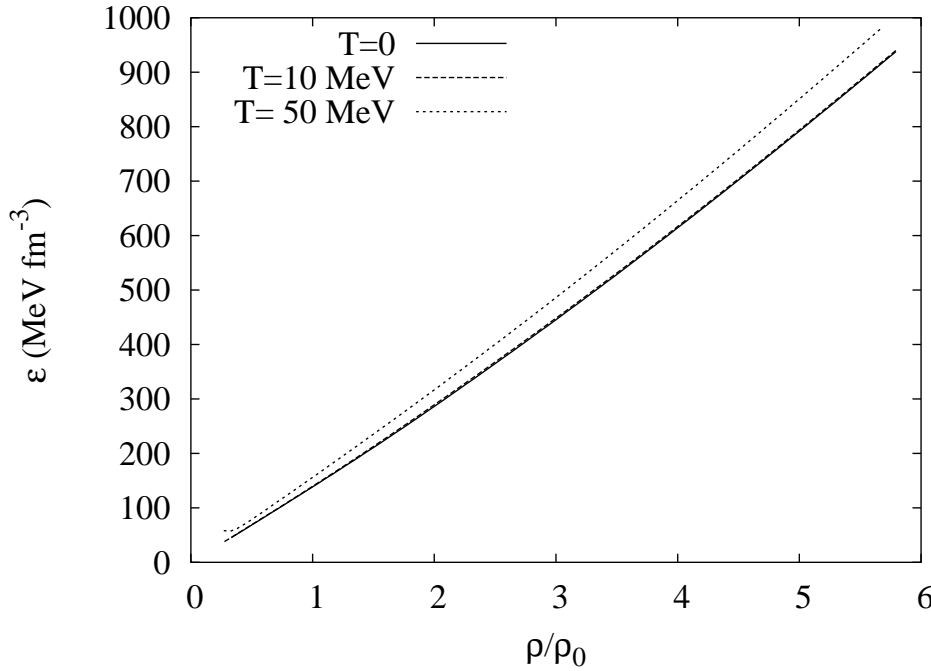


Figura 3.3: Densidade de energia no MWNL com a inclusão dos bárions do octeto, a diferentes valores de temperatura, e com $\chi = \sqrt{2/3}$ e parametrização TM1.

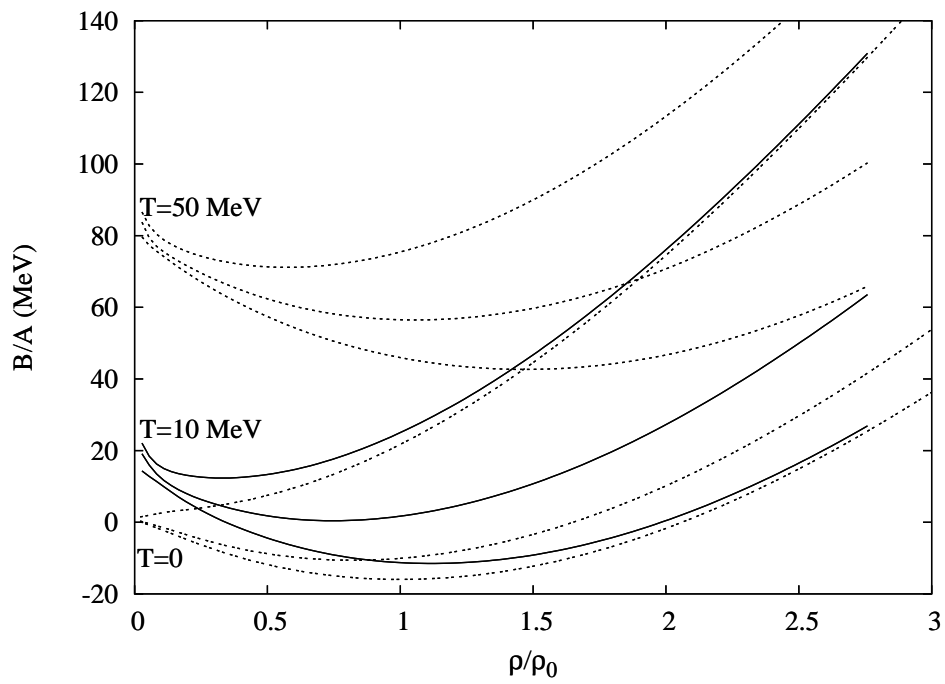


Figura 3.4: Energia de ligação no MWNL com parametrização TM1, a temperaturas 0, 10 e 50 MeV, com diferentes valores de frações de prótons: $Y_p = 0,0$ (valores superiores para cada feixe de curvas), $Y_p = 0,3$ e $Y_p = 0,5$ (valores inferiores para cada feixe).

Capítulo 4

Um Estudo Comparativo entre Diferentes Parametrizações

Aqui se faz um estudo comparativo entre os conjuntos de parâmetros TM1, GL e NL3 no MWNL a temperatura finita. Analisam-se os resultados obtidos com cada uma delas para matéria nuclear com frações de prótons fixas e com a inclusão do octeto (e equilíbrio β), discutindo-se as diferenças. Faz-se também uma breve discussão sobre a relação entre a massa efetiva e o mecanismo de saturação do modelo.

4.1 Densidade de Energia com Frações de Prótons

Fixas

Na figura 4.1 plotam-se as curvas de densidade de energia para TM1 e NL3, com diferentes frações de prótons, a temperaturas finitas. Pode-se observar que para NL3 as EOS são consideravelmente mais duras que para TM1, à medida que a densidade bariônica aumenta, ou seja, uma confirmação do que foi visto em [4].

Na figura 4.2 usou-se TM1 para obterem-se as densidades de energia a 10 e 20 MeV.

Observando as figuras 4.1 e 4.2 concluímos que as EOS variam mais com a parametrização do que com a temperatura, na faixa de valores de temperatura considerada. Com a inclusão do octeto (portanto, em equilíbrio- β), as curvas

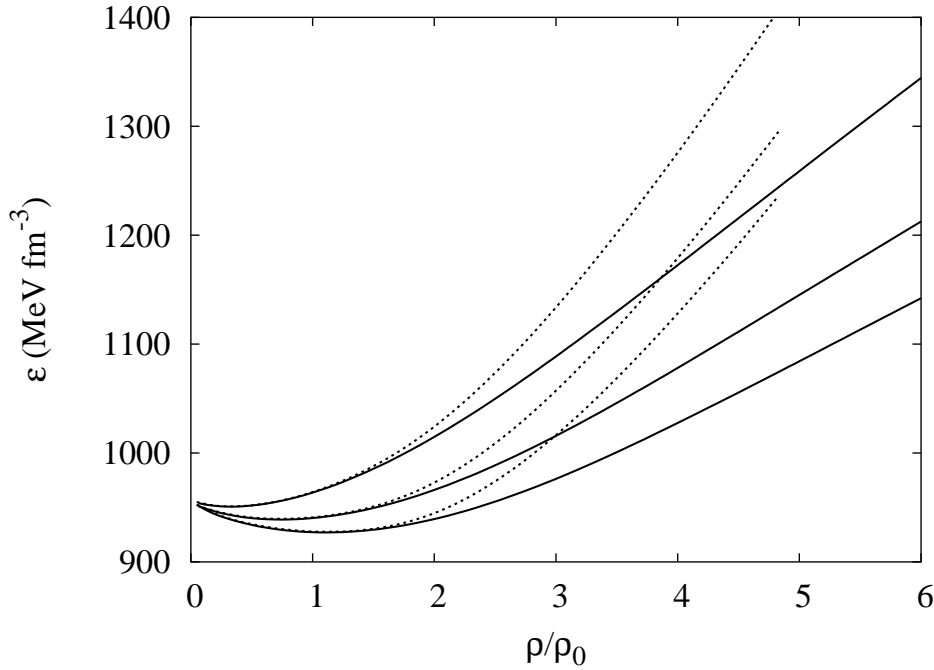


Figura 4.1: Curvas de densidade de energia por densidade bariônica relativa no MWNL a 10MeV, com TM1 e NL3. De cima para baixo: $Y_p = 0.0, 0.3$ e 0.5 . As curvas tracejadas foram obtidas com NL3, a linha contínua com TM1.

de densidade de energia para os três conjuntos de parâmetros são mostrados na fig. 4.5. Os valores são bastante similares para as parametrizações, com ligeiro efeito de endurecimento das EOS devido à temperatura.

Observe-se que as curvas com NL3 e GL são coincidentes até $3.5 \rho/\rho_0$. Pode-se ver também que NL3 chega a um limite de convergência antes de TM1, que também pára de convergir. A razão para este fato está relacionada às curvas de massa efetiva, e é explicada a seguir.

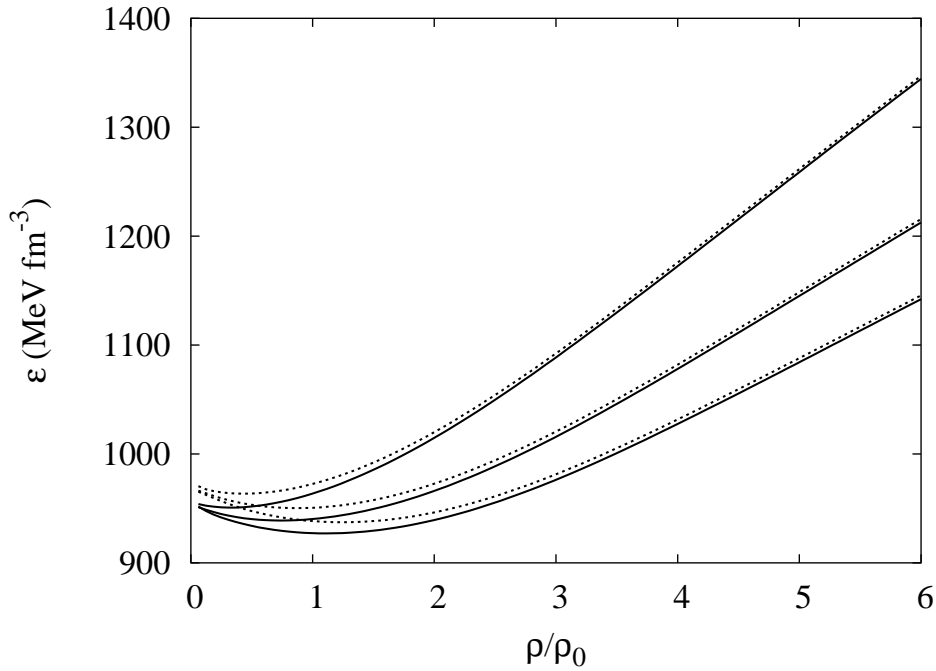


Figura 4.2: Densidade de energia no MWNL a $T=10$ (linha contínua) e $T=20$ MeV (tracejada), com parametrização TM1 para frações de prótons diferentes. De cima para baixo: $Y_p = 0.0, 0.3$ e 0.5 .

4.2 Massa Efetiva

As curvas de massa efetiva para nucleons com diferentes frações de prótons (sem equilíbrio β), a diferentes valores de temperatura são mostrados na figura 4.6. Tais figuras, se comparadas à figura 4.7 (onde o octeto foi incluído) mostram que os valores de massa efetiva dependem da temperatura, mas são muito mais fortemente dependentes da escolha da parametrização. Pode-se ver que os valores de M^* caem a zero antes de $7\rho/\rho_0$, para TM1 e NL3. A razão para isso pode ser vista a partir dos valores das constantes λ de cada conjunto (tabela 2.1), observando que na equação do campo escalar (eq.2.10), valores menores daquela constante (que é o coeficiente do termo de maior ordem), levam a soluções mais dependentes do termo equivalente à equação não-homogênea (eq.(2.30)), ou seja, leva o campo escalar a variações mais sensíveis à densidade bariônica. Para NL3, $\lambda < 0$. Para TM1, $\lambda > 0$, mas ainda com pequeno valor em módulo. Para GL, λ tem maior valor positivo, assim levando a soluções que permitem alcançar

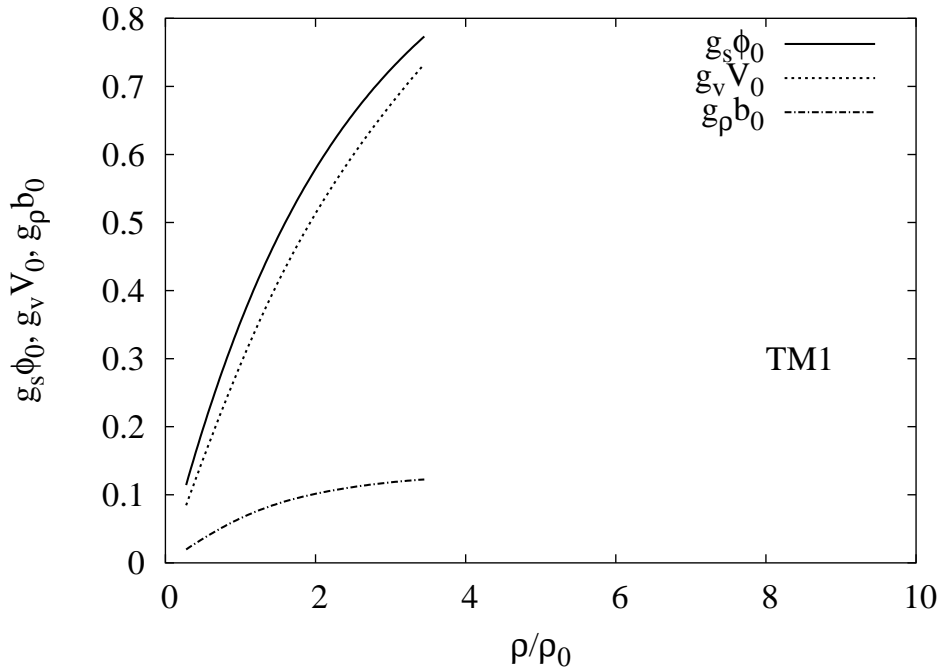


Figura 4.3: Valores dos campos mesônicos em função da densidade bariônica relativa, com parametrização TM1

densidades maiores, sem valores negativos para massa efetiva. Para melhor se entender esse mecanismo, que está associado à saturação, a variação dos campos escalares em relação à densidade pode ser observada a partir das figuras 4.3 (para TM1) e 4.4 (GL). Delas pode-se ver, lembrando-se que $M^* = M - g_s \phi_0$, a razão da queda abrupta dos valores de massa efetiva para TM1, enquanto GL apresenta suave queda nos valores desta.

Na referência [22] também faz-se um estudo comparativo sobre diferentes parametrizações, embora para modelos que usam interação tipo Skyrme, cujo formalismo é não-relativístico. Naquele trabalho investiga-se, inclusive, o comportamento da massa efetiva do nêutron para conjuntos de parâmetros em modelos que usam interação do tipo potencial de Skyrme, e chega-se a uma relação que expressa a condição de surgimento de singularidades na massa efetiva do nêutron, em termos dos parâmetros dos modelos. Todos os modelos cujas parametrizações resultam em massa efetiva negativa são excluídos de uma possível aplicação a objetos estelares. O modelo aqui estudado tem como ponto de partida uma densidade lagrangiana relativística, mas também aqui se consideram não-físicos

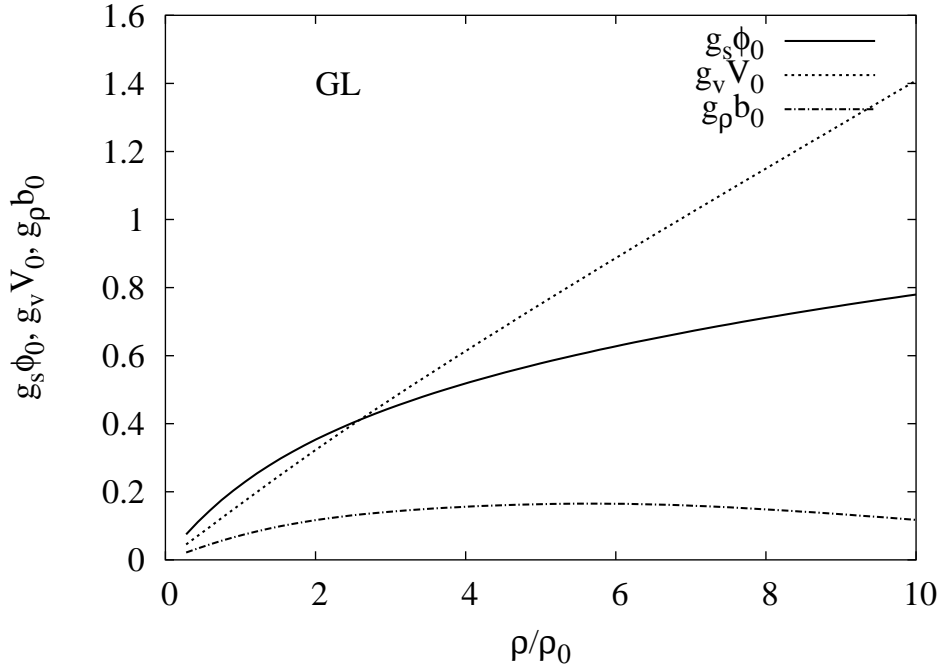


Figura 4.4: O mesmo que 4.3, com GL.

os valores de massa efetiva negativa, pois podem resultar em valores de densidade negativos, quando a massa efetiva dos nucleons assume valor negativo nas equações auto-consistentes do modelo.

Conclui-se, portanto que GL fornece uma descrição satisfatória da matéria nuclear para uma ampla faixa de valores de densidade; TM1 não pode ser usado para descrever os valores de massa efetiva, se a densidade bariônica assume um valor acima de 6.5 vezes o valor da densidade de saturação; NL3 também não pode ser usado a partir de 3.5 vezes o valor da densidade de saturação. As curvas para temperaturas maiores são muito similares àsquelas para $T=0$, e por esta razão, não são mostradas aqui. Observe-se que TM1 e NL3 não podem ser usados apenas quando híperons são incluídos. Suas curvas de massa efetiva não caem a zero, se apenas nucleons são considerados (figura 4.6).

4.3 População de Partículas

Na figura 4.8 plotam-se as populações de partículas para todos os bárions e léptons a $T=0$, 10 e 20 MeV, respectivamente, com parametrização TM1. Pode-se facilmente ver que a neutralidade elétrica é conservada: partículas positivamente carregadas aumentam sua população à medida que mais híperons negativos aparecem. Híperons mais pesados surgem a densidades maiores, como seria de se esperar. Presume-se que o interior de estrelas de nêutrons seja populado por bárions mais pesados. Os híperons começam a surgir a densidades mais baixas, além de mais híperons aparecerem. O bárion mais pesado do octeto (Ξ^0) surge já à temperatura de 10 MeV.

4.4 Fração de Estranheza

A fração de estranheza r_s , é aqui definida como

$$r_s = \frac{\sum_B |q_s^B| \rho_B}{3\rho}, \quad (4.1)$$

onde q_s^B é a carga de estranheza do bárion B (tabela 2.5), ρ_B é a densidade do bárion B e ρ é a densidade total de bárions. Estuda-se fração de estranheza no contexto das três parametrizações, com resultados diferentes para cada conjunto, como mostrado na figura 4.9. Seus valores aproximam-se de 1/3 para GL a $10\rho/\rho_0$ (densidade do interior de uma estrela de protonênútrons). TM1 e NL3 fornecem valores nítidamente maiores de fração de estranheza para densidades mais baixas. Para todos os três conjuntos de parâmetros, os valores de fração de estranheza têm um ligeiro aumento com a temperatura. Conclui-se que a fração de estranheza é mais sensível à parametrização que à temperatura.

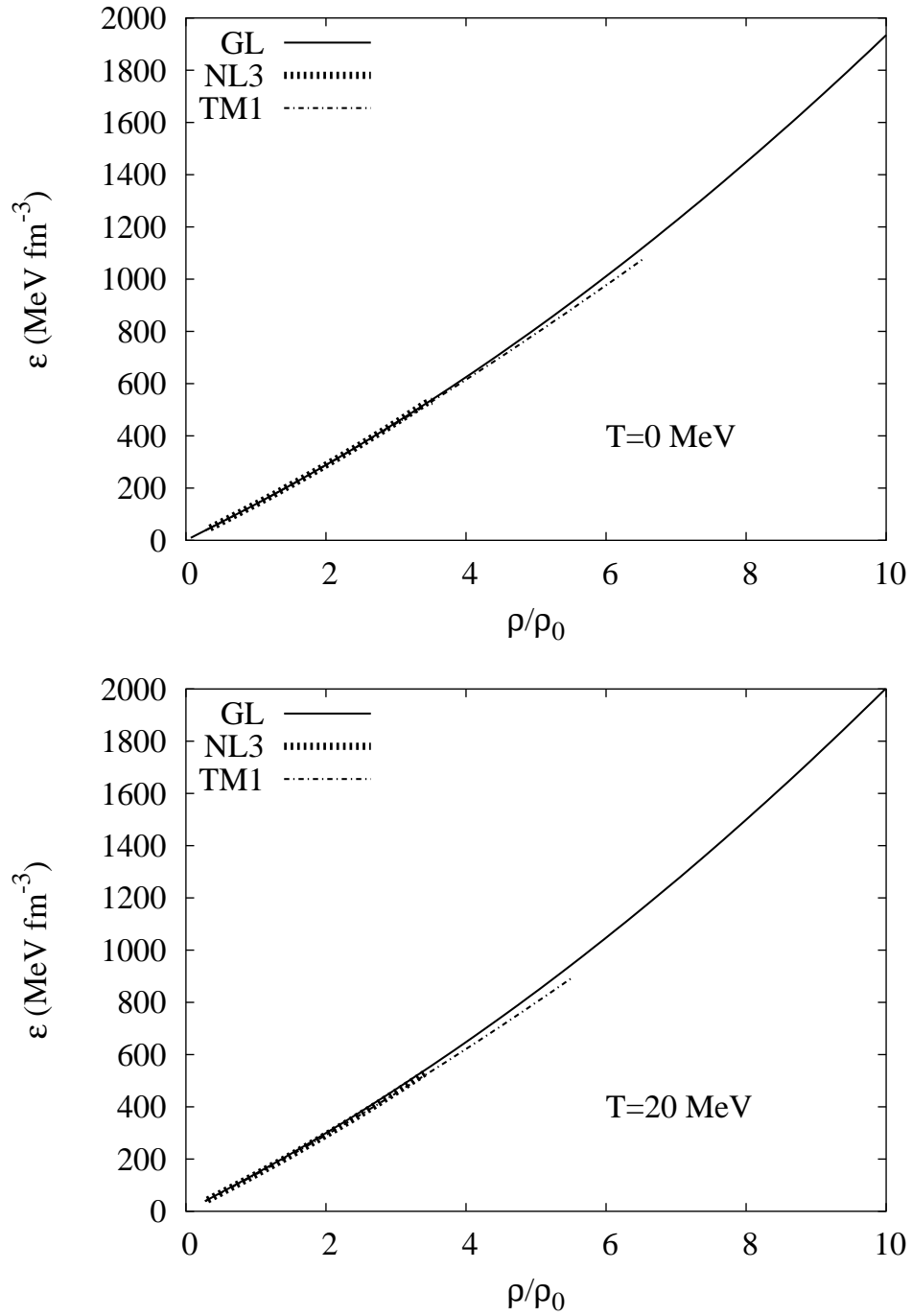


Figura 4.5: Densidade de energia no MWNL à presença do octeto, a temperaturas diferentes, com diferentes conjuntos de parâmetros.

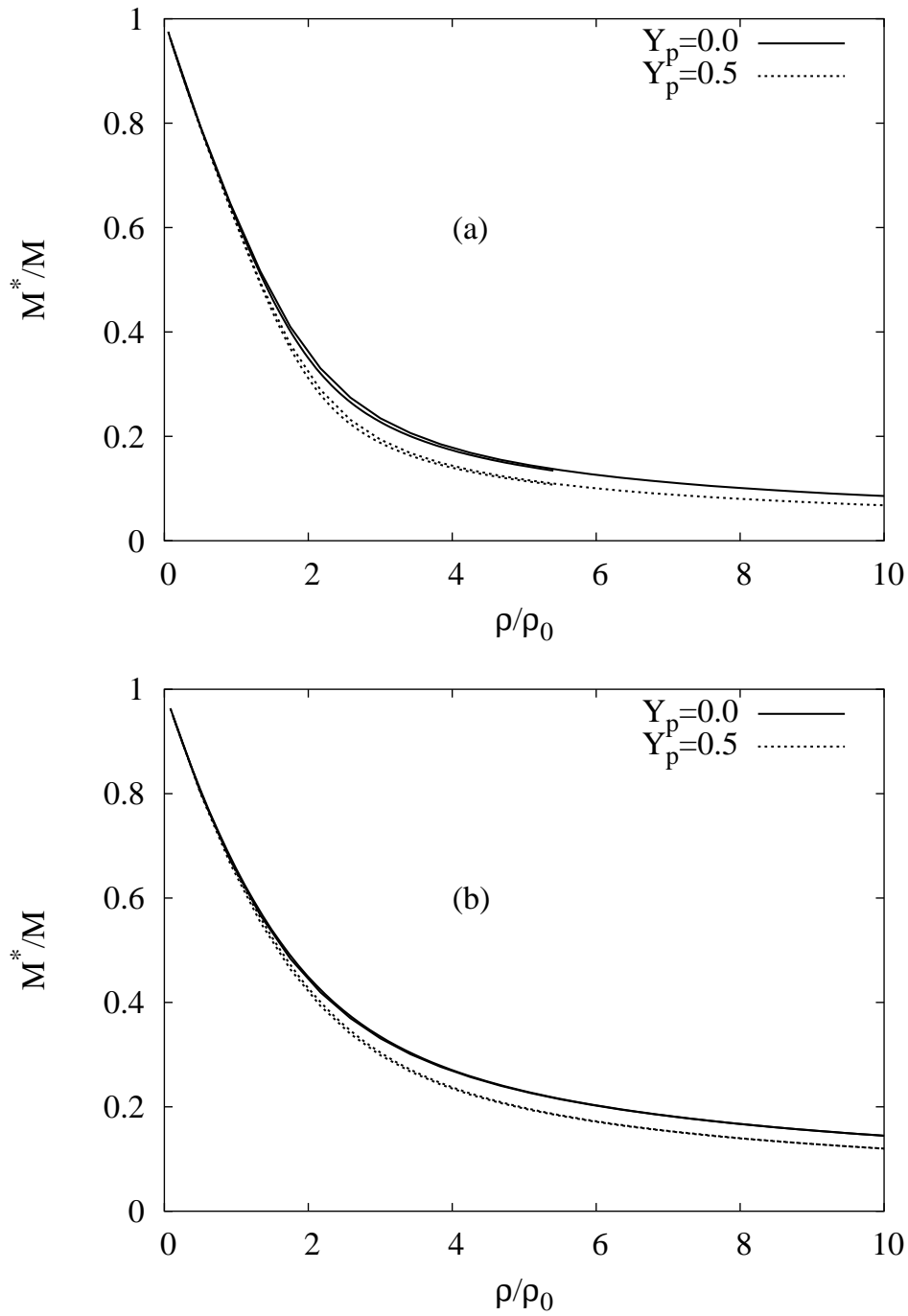


Figura 4.6: Curvas de massa efetiva no modelo com frações de prótons diferentes: $Y_p = 0.0$ e $Y_p = 0.5$, com parametrizações NL3 (a), e TM1 (b), a $T=0$ MeV (valores maiores) e $T=20$ MeV (menores).

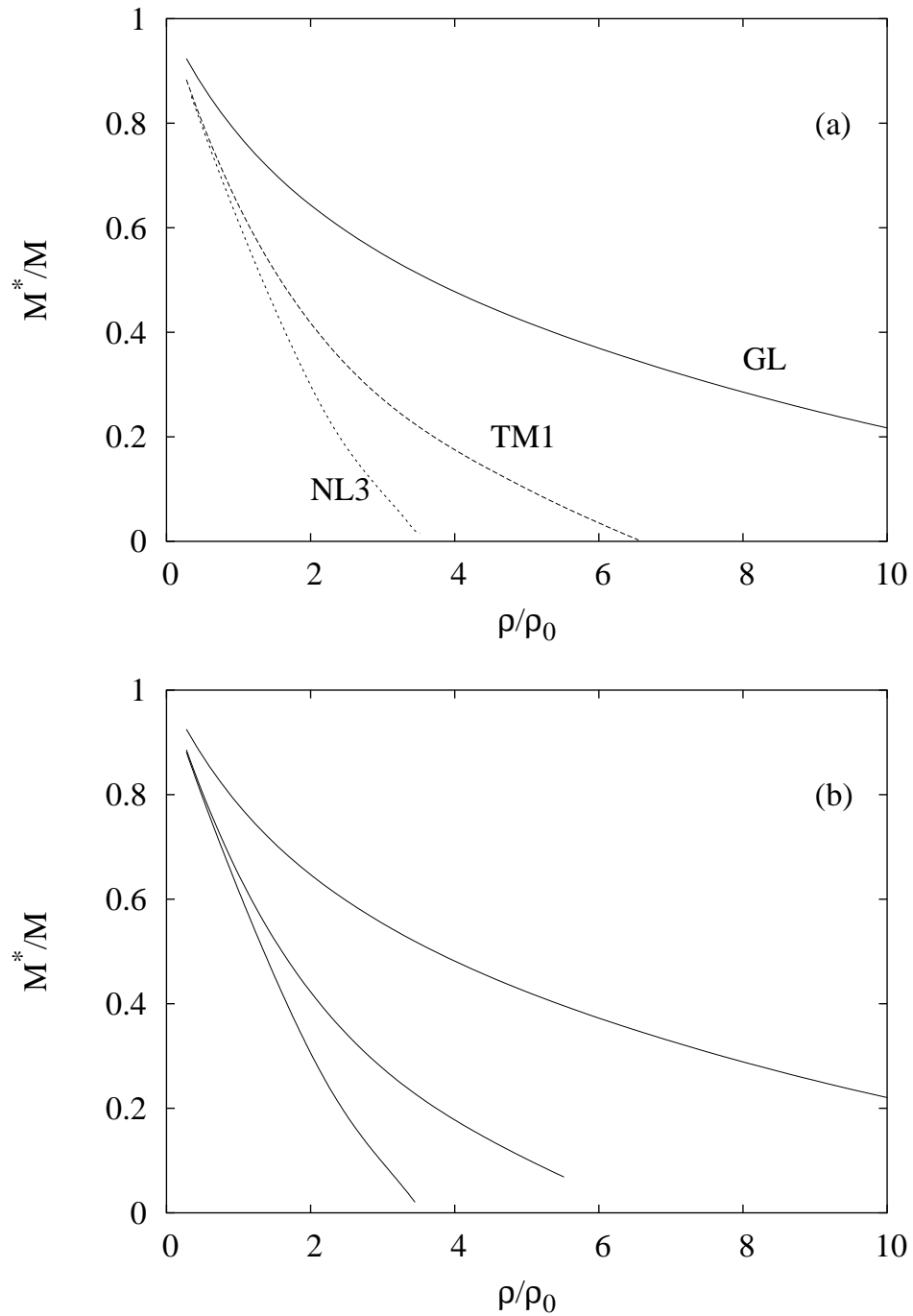


Figura 4.7: Curvas de massa efetiva para nucleons no modelo, com os bárions do octeto e parametrização NL3 (abaixo), TM1 e GL (acima), a (a) $T=0$ MeV e (b) $T=20$ MeV.

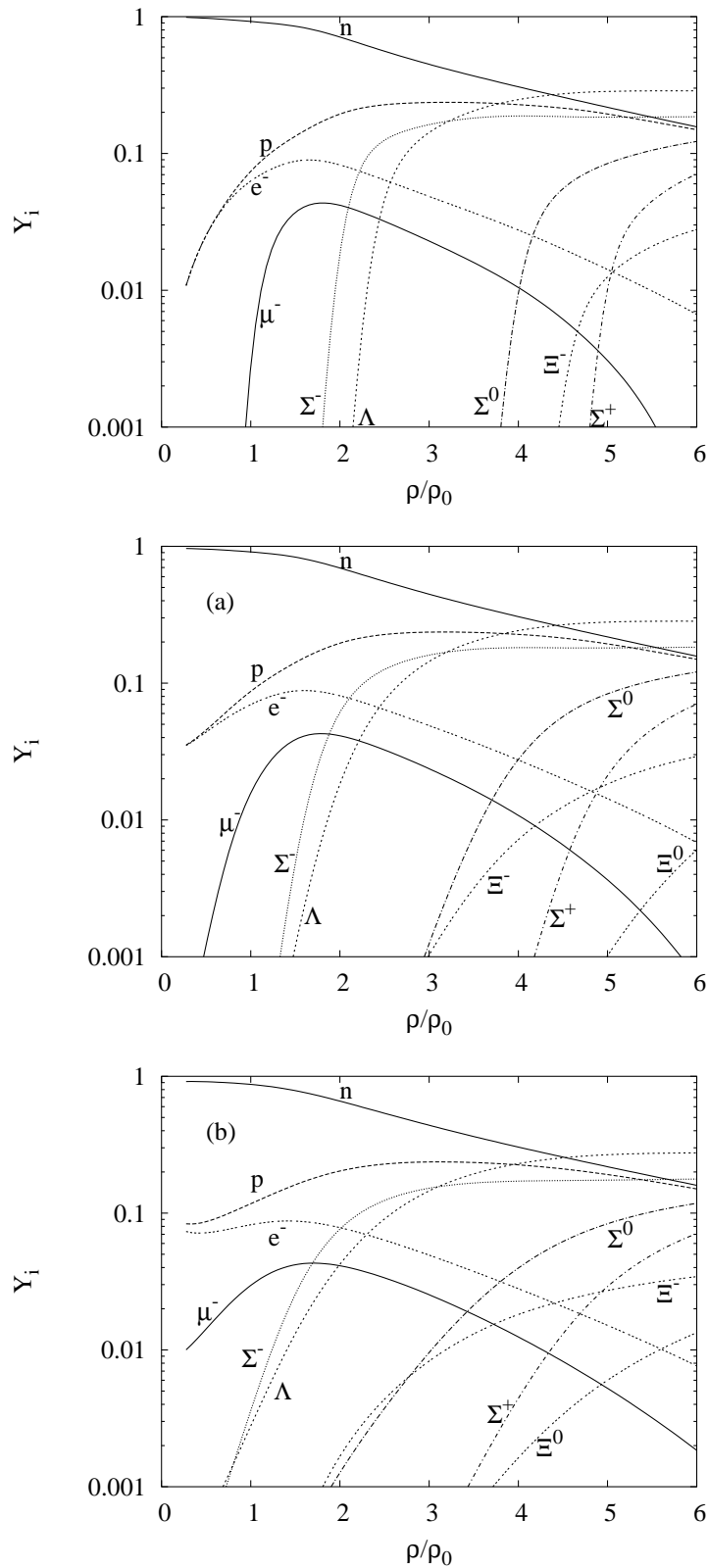


Figura 4.8: Populações de partículas $Y_i = \rho_i/\rho_B$, i =bárions e léptons a $T=0, 10$ e 20 Mev, com parametrização TM1.

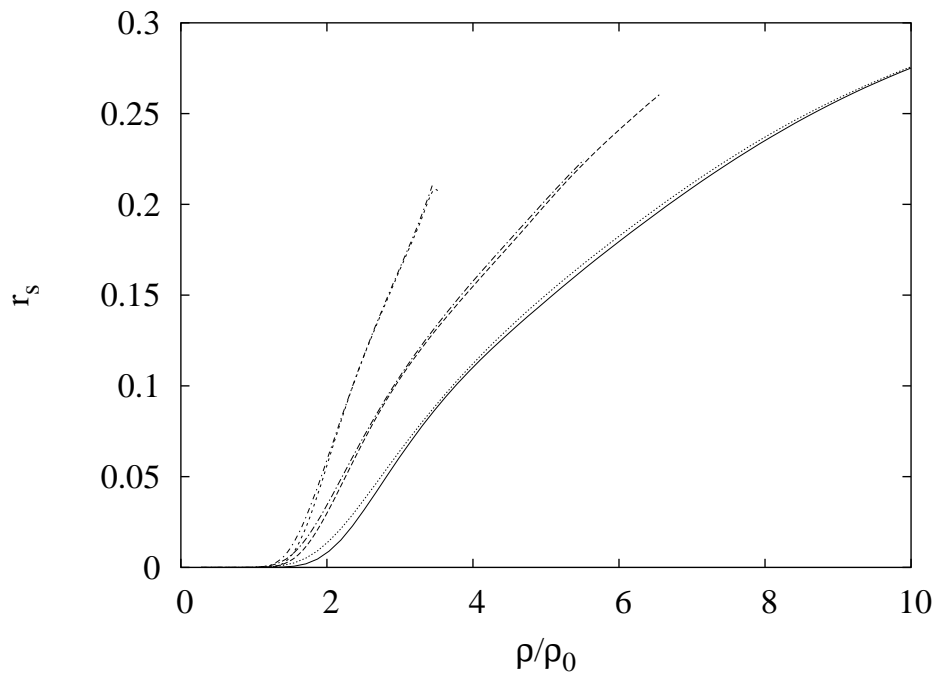


Figura 4.9: Frações de Estranheza a 10 e 20 MeV para três conjuntos de parâmetros. As curvas à esquerda foram fornecidas por NL3, TM1 ao centro e GL à direita. Os valores inferiores em cada parametrização representam as EOS no MWNL a 10 MeV; superiores a 20 MeV.

Capítulo 5

Matéria Sem Antipartículas

Um aspecto importante da aproximação de campo médio é o fato de sua formulação apresentar consistência quando analisada do ponto de vista termodinâmico, ou seja, as pressões hidrostática e termodinâmica são equivalentes [3]:

$$p = \frac{1}{3} \langle T_{ii} \rangle = \frac{-\Omega(\mu, T, V)}{V},$$

ou seja, a pressão, seja calculada através de grandezas termodinâmicas, ou através do tensor energia-momento, precisa ser a mesma. Como foi feito na seção 3.1, a função de distribuição obtida através do potencial termodinâmico exige a presença de antipartículas. Portanto, precisa-se admitir que estas existam no formalismo, e neste capítulo estudam-se as EOS obtidas no MWNL desconsiderando-se as antipartículas, a fim de estudar sua importância nas grandezas de interesse.

Os resultados foram obtidos à presença do octeto (portanto, em equilíbrio β). Para matéria nuclear, no intervalo de temperaturas considerado, não houve contribuição das antipartículas, e por esta razão não se mostram aqui os gráficos correspondentes.

Na seção 3.1 obtiveram-se as funções de distribuição que levam em conta o

aparecimento de antipartículas no sistema (eq.3.7):

$$f_{i-} = \frac{1}{1 + e^{[(\epsilon + \nu_i)/T]}}.$$

Nesta parte do trabalho, consideram-se nulos os termos correspondentes às funções de distribuição de antipartículas nas EOS. Os resultados são mostrados nos gráficos que seguem.

5.1 Densidade de Energia

Pode-se ver, a partir das figuras 5.1 (a) e (b), que há contribuição das antipartículas para a densidade de energia, e esta torna-se maior para valores maiores de temperatura. Abaixo, o gráfico da figura 5.2 mostra a mesma grandeza que em 5.1 (b), exceto com uma diferença em escala, e dele pode-se ver que a contribuição das antipartículas diminui com o aumento da densidade bariônica, na faixa de temperaturas estudada aqui.

5.2 Massa Efetiva

A quantidade de antipartículas, como dito acima, mostrou-se pequena em relação à de partículas (vide figuras 5.3 e 5.4). Sua contribuição seria, portanto, muito pequena para os valores médios dos campos escalares. Por esta razão, não seria mesmo esperado no modelo, na aproximação de Thomas-Fermi, que as massas dos bárions sofressem consideravelmente maior atenuação à presença das antipartículas. A fim de verificar tal, faz-se aqui um estudo dos valores de massa efetiva dos nucleons, uma vez desconsideradas as antipartículas. Como resultado, conclui-se que os valores de massa efetiva dos nucleons no MWNL a temperaturas finitas são insensíveis à inclusão das antipartículas, na faixa de temperaturas usada, como mostram os gráficos abaixo (figuras 5.5 (a) e (b)).

5.3 Fração de Estranheza

Estuda-se nesta seção a fração de estranheza, r_s , definida na eq.(4.1) [23], para o MWNL. Os resultados são mostrados abaixo, nas figuras 5.6 (a) e (b), e deles pode-se ver que há um acréscimo nos valores de r_s , à medida que valores maiores de temperatura são considerados. Este comportamento seria esperado, pois resultou deste estudo que, quando bárions são considerados no MWNL a temperaturas finitas, um maior número de bárions contendo carga de estranheza surgem, aumentando o valor de r_s . Além disso, como a densidade de energia, a fração de estranheza tem menor contribuição para maiores valores de densidade bariônica relativa, para a faixa de temperaturas considerada. Estudou-se aqui também os efeitos de retirar-se as antipartículas do tratamento no MWNL. O resultado leva a concluir que estas têm pouca influência nas EOS, dentro da faixa de temperaturas usada.

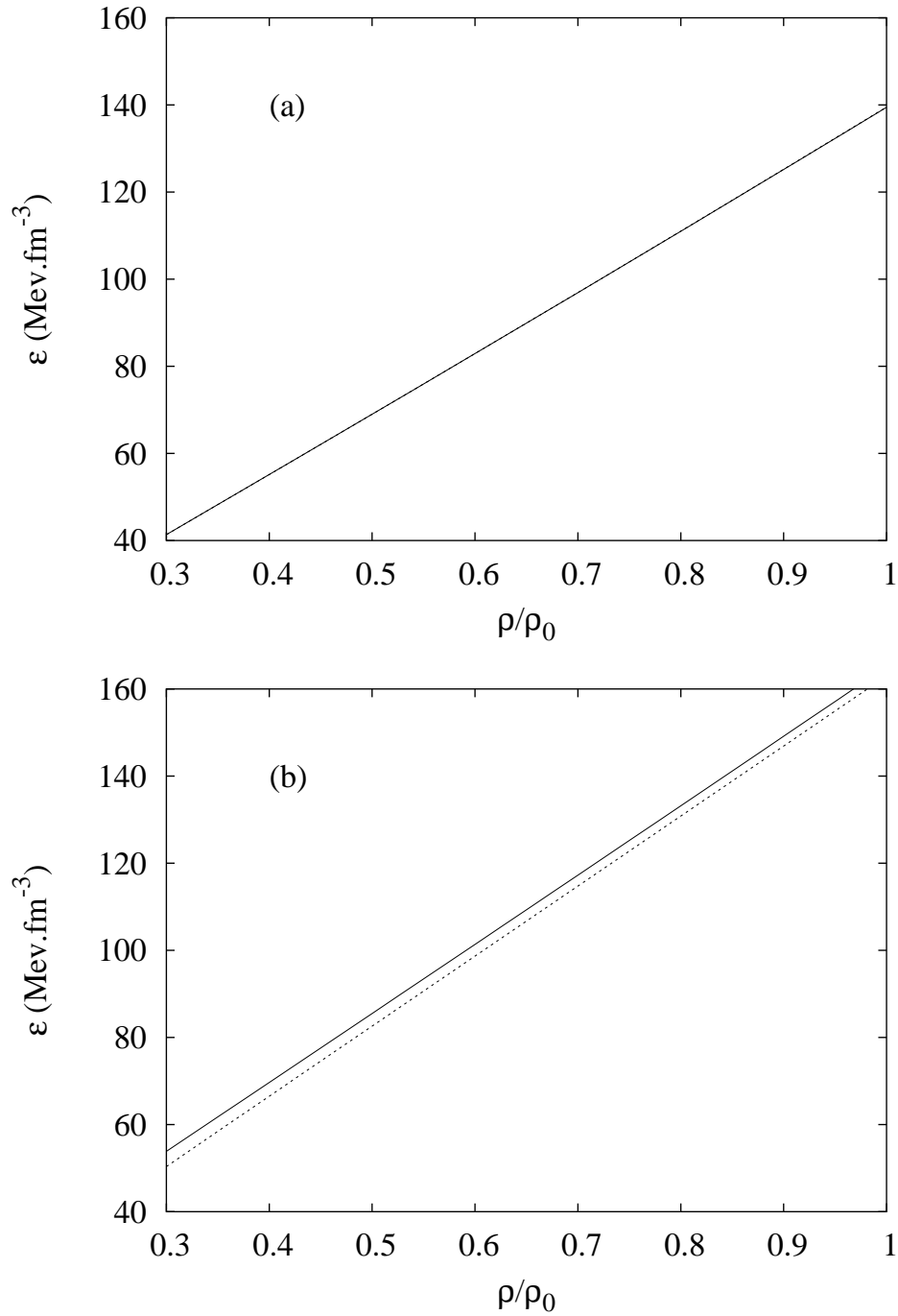


Figura 5.1: Densidade de energia no MWNL à presença do octeto, a temperaturas $T=10$ MeV (a) e $T=70$ MeV (b), com (linha cheia) e sem (linha pontilhada) antipartículas, parametrização TM1.

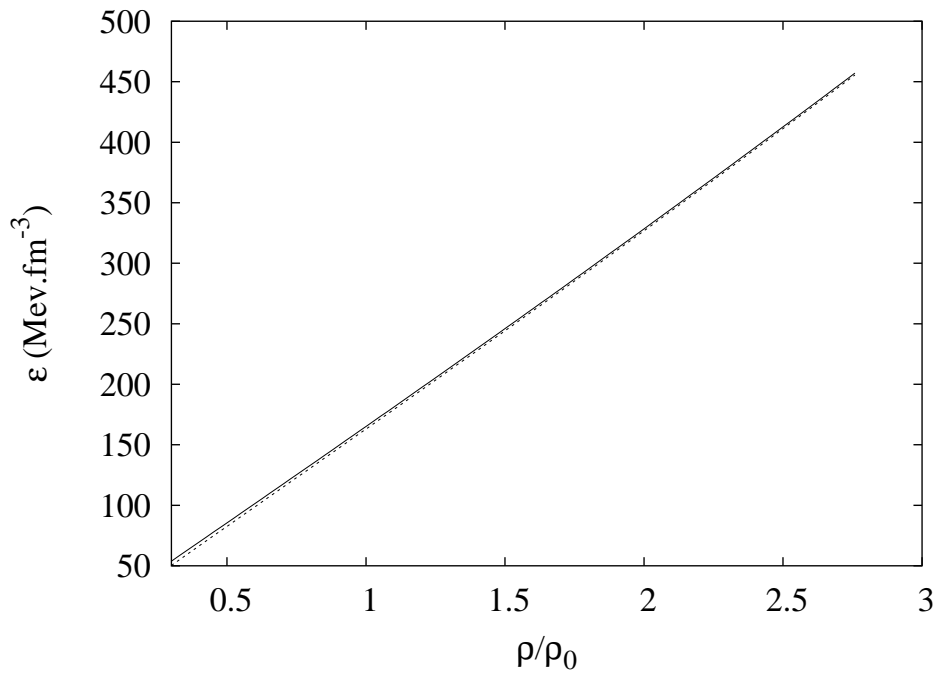


Figura 5.2: Densidade de energia no MWNL à presença do octeto, a temperatura $T=70$ MeV, com e sem antipartículas, como na fig 5.1, com a escala de densidade bariônica estendida.

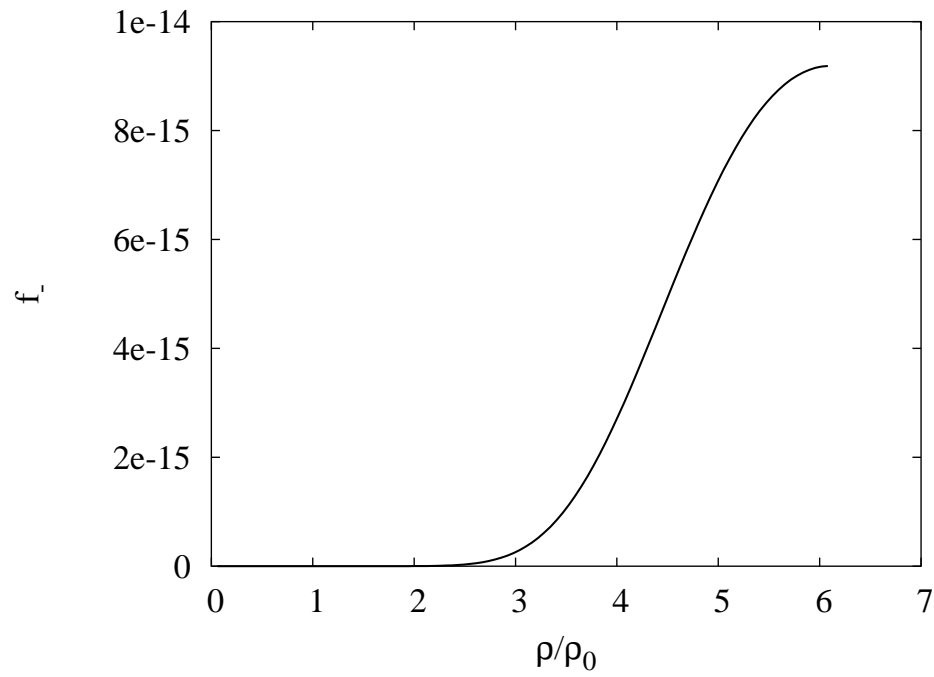


Figura 5.3: Função distribuição de antipartículas no MWNL, parametrização TM1, a $T=20$ MeV

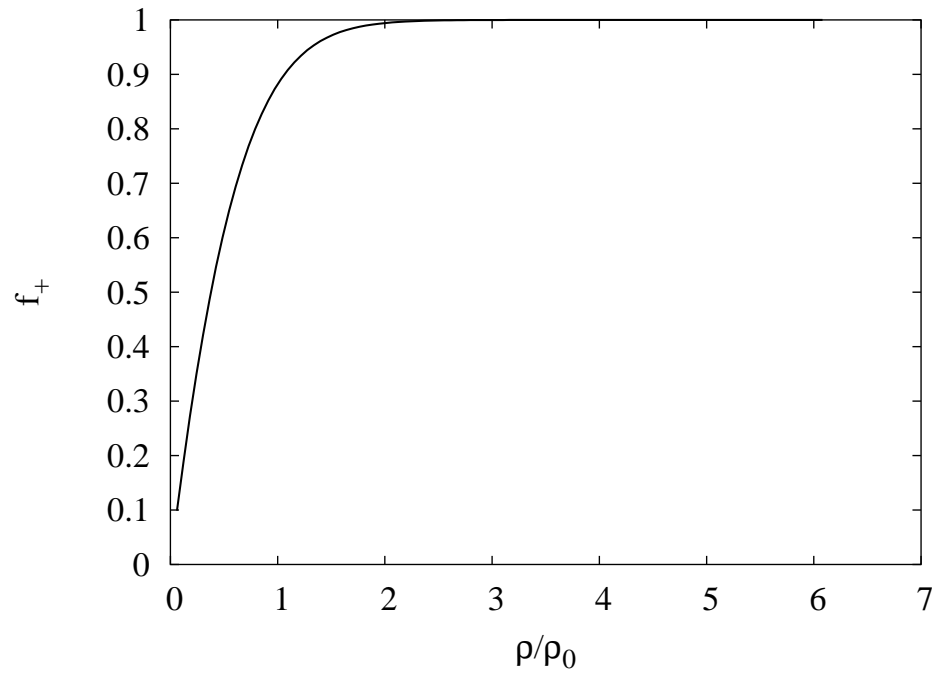


Figura 5.4: Função distribuição de partículas no MWNL, parametrização TM1, a $T=20$ MeV.

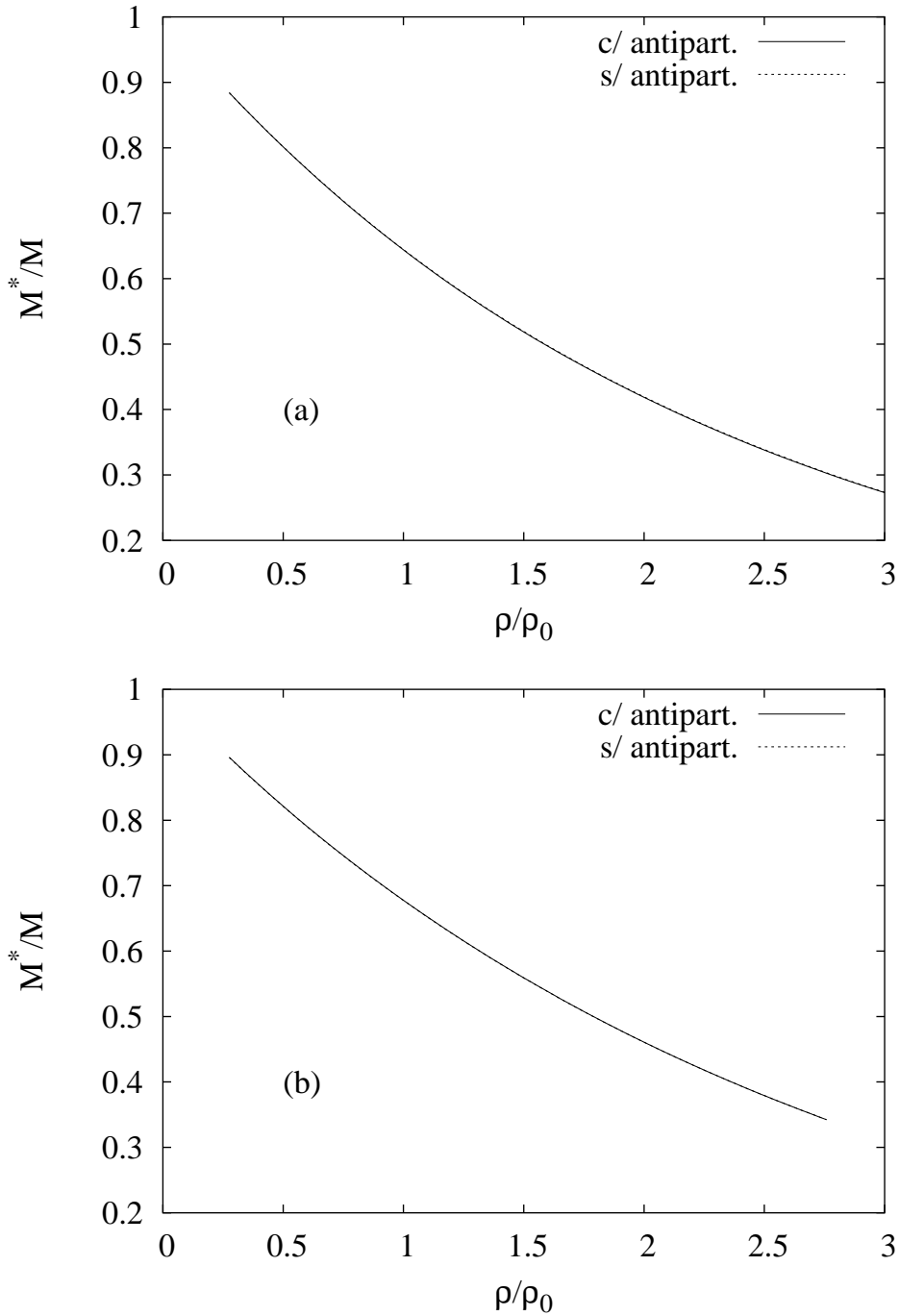


Figura 5.5: Massa efetiva relativa dos nucleons versus densidade bariônica relativa no MWNL, à presença do octeto, a temperaturas $T=10$ MeV (a) e $T=70$ MeV (b), com e sem antipartículas e parametrização TM1.

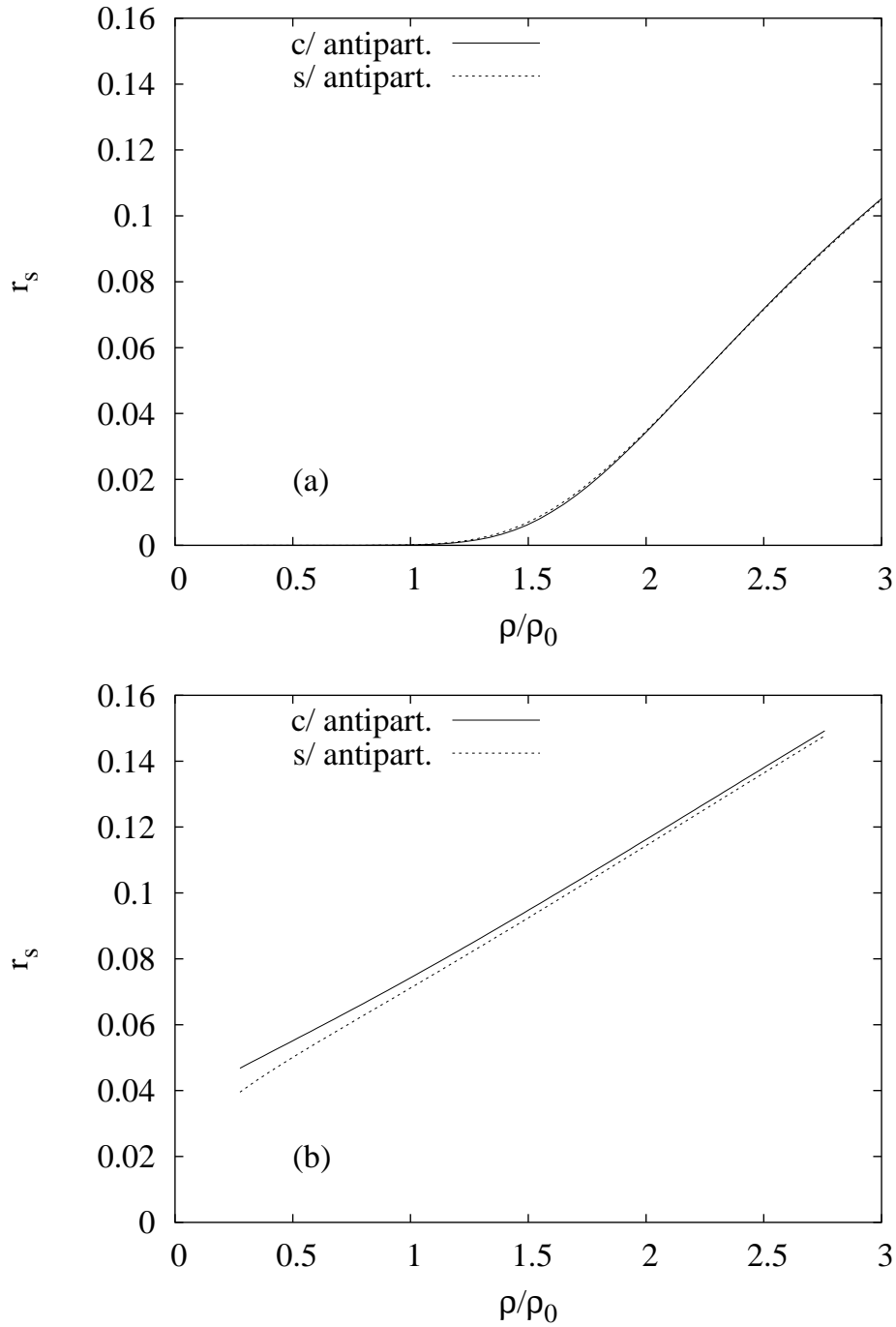


Figura 5.6: Fração de estranheza no MWNL a temperaturas $T=10$ MeV (a) e $T=70$ MeV (b), com parametrização TM1.

Capítulo 6

Aplicações na Astrofísica

Discute-se nesta seção, como os diferentes conjuntos de parâmetros podem ser usados para estudar objetos estelares quentes. A importância desta análise está, principalmente, na investigação da massa máxima (ou raio máximo) de estrelas compactas, o que pode decidir se a estrela se mantém como tal, ou colapsa sobre si, para formar um buraco negro. Fazem-se aqui algumas considerações: a estrela é esfericamente simétrica e estática. Esta, descrita pela equação de Einstein da Relatividade Geral, origina as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff [7], que são:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{G[\mathcal{E} + P][M + 4\pi r^3 P]}{r(r - 2GM)}, \quad (6.1)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \mathcal{E}, \quad (6.2)$$

onde G é a constante gravitacional e $M(r)$ é a massa gravitacional englobada. Usa-se aqui $c = 1$. Para uma determinada EOS, a um determinado valor de temperatura, as equações de TOV são integradas, a partir da origem, para um conjunto arbitrário de densidade central, de tal maneira que as equações de TOV definem uma família de estrelas, numa determinada parametrização. A massa máxima de uma estrela, juntamente com seu valor de densidade de energia central, a valores diferentes de temperatura e a cada escolha de parametrização, é mostrada na tabela 6.1. Pode-se ver que a massa máxima, ou aumenta, ou chega

Perfil da Estrela	M_{max}/M_{\odot}			$\mathcal{E} (fm^{-4})$		
Temperatura (MeV)	0	10	20	0	10	20
TM1	1.37	1.40	1.40	4.99	4.29	4.47
NL3	1.31	1.32	1.39	2.42	2.48	2.48
GL	1.73	1.75	1.75	5.99	5.87	6.18

Tabela 6.1: Máximos valores de massa, raio e densidade de energia numa seqüencia de estrelas de neu-trons. Cada valor de densidade de energia mostrado acima corresponde a um caso de massa máxima.

a um valor constante, em funcao dos valores de temperatura usados. Observe-se também que nossos valores de massa-limite estão dentro dos valores observados, os quais estão entre $1.4 M_{\odot}$ e $1.8 M_{\odot}$.

Os valores de NL3 foram aqui incluídos simplesmente para comparaao, uma vez que acredita-se que a energia central das estrelas é muito maior que os valores que as EOS de NL3 fornecem. Além disso, seus valores para massa máxima estão abaixo do que seria esperado. TM1 fornece valores no limite considerado razoável, porém seu limite de convergência é inferior ao que se presume para o interior de uma estrela, apresentando também massa máxima inferior aos valores observados. Conclui-se, portanto, que GL consiste na única escolha para obter as EOS para estrelas de neu-trons e protoneu-trons, dentre as três parametrizaoes estudadas neste trabalho.

Em relaao ao raio da estrela, aqui não se apresentam os valores obtidos, pois não é prevista no MWNL a obtenao das EOS para valores muito baixos de densidade, os quais presumivelmente existem nas regiões limítrofes da estrela, entre $0.1 fm^{-3}$ a 6.0×10^{-12} [22]. Em [24] os autores consideram a região pouco densa da estrela como populada por uma mistura de nucleons e núcleos, e realizam cálculos para baixas densidades. Entretanto, pela razão dos baixos valores de ρ , tal região externa da estrela não representa proporao considerável da massa desta, e partido-se deste pressuposto apresentaram-se aqui os resultados para massa máxima. Contudo, embora não seja este o objetivo do MWNL, os valores de raio máximo da estrela obtidos por este modelo estão numa faixa de valores entre 10 e 11Km, o que é considerado razoável pela literatura recente.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Neste trabalho foram obtidas equações de estado para matéria nuclear, estrelas de nêutrons (temperatura zero) e protonênutrons (temperatura finita), além de um estudo comparativo de três parametrizações muito usadas na literatura recente. Foi também investigada a influência das antipartículas no tratamento.

No capítulo 1 fez-se uma breve recapitulação dos modelos para descrever matéria nuclear e estelar, seus primórdios e evolução cronológica, enfatizou-se a escolha do modelo proposto (NLWM).

No capítulo 2 foi apresentado em detalhes o MWNL propriamente dito, seu caráter relativístico, os mésons que o compõem e valores de propriedades nucleares que levaram à escolha das constantes de acoplamento. Como neste trabalho o MWNL é usado na aproximação de Thomas-Fermi, foi feita uma descrição desta aproximação, e então foram obtidas as equações de movimento para cada campo que compõe o tratamento. A fim de resolver as equações diferenciais que resultam, faz-se a suposição de matéria nuclear homogênea e estática (aproximação de campo médio) e então reproduzem-se as EOS para temperatura zero, onde foi usado o conjunto TM1: (i) para frações de prótons fixas; (ii) matéria nuclear em equilíbrio β e (iii) à presença do octeto bariônico (e equilíbrio β). Os resultados comuns na literatura (como as EOS, valores de massa efetiva e populações de partículas) foram reproduzidos satisfatoriamente.

No capítulo 3 tratou-se o MWNL a temperaturas finitas. Iniciou-se com a descrição da aproximação de Thomas-Fermi para temperaturas finitas. Partindo-se da expressão do potencial termodinâmico usual, consideraram-se as expressões referentes a densidades e energias, maximizando-se este potencial em relação à função de distribuição admitida, chegando-se a uma expressão para a mesma, em função da temperatura. Fez-se então aproximação de campo médio para resolver as equações dos campos, e considerou-se, primeiro, matéria de prótons e nêutrons. O interesse em tanto reside na possibilidade de se descrever núcleos a temperaturas finitas, como por exemplo, num experimento de colisão. Analisou-se também matéria nuclear a densidades mais altas ($\sim 6\rho_0$), pois nas experiências de colisão de íons pesados os valores de densidade na fase hadrônica estão próximos a estes. Observe-se que nas colisões de íons há conservação de estranheza, o que não ocorre no presente estudo. Também usou-se parametrização TM1 para as grandezas obtidas no capítulo 3. A partir do gráfico da energia de ligação a diferentes frações de prótons pode-se ver que não só a assimetria da matéria nuclear impede estados ligados, mas também o aumento de temperatura o faz. Também pode-se observar que há um deslocamento nos valores de energia de ligação e densidade de saturação, para valores maiores de temperatura. Na seção 3.4, incluiu-se o octeto, e portanto, equilíbrio β no tratamento a temperatura finita. Calculou-se então a densidade de energia e concluiu-se que sua curva tem ligeiro amolecimento com o aumento de temperatura, ou seja, há uma diminuição no valor da compressibilidade para valores maiores de temperatura.

Já para a fração de partículas, o aumento de temperatura forneceu variações acentuadas.

No capítulo 4 se fez um estudo comparativo entre três dos conjuntos mais usados na literatura recente: TM1, NL3 e GL. Aqui as grandezas e as EOS foram obtidas, sob diferentes condições, com diferentes conjuntos de parâmetros. Na seção 4.1 obtiveram-se as curvas de densidade de energia para frações de prótons fixas, a diferentes valores de temperatura. Pode-se concluir que os resultados de densidade de energia dependem mais da escolha dos parâmetros do que dos valores de temperatura, para a faixa de temperatura usada, na matéria nuclear. Já para o caso onde se encontram os bárions do octeto, não há tanta diferença de resultados em relação à escolha da parametrização. Verifica-se também um

ligeiro endurecimento das EOS com o aumento da temperatura. Viu-se também, a partir dos gráficos dos campos escalares para as parametrizações TM1 e GL, que a razão do colapso prematuro nos valores de massa efetiva para TM1 é o acréscimo rápido de seus valores de campo escalar, em relação à densidade bariônica, à presença do octeto. Para matéria de nucleons apenas, todas as curvas de massa efetiva alcançam densidades acima de $10\rho/\rho_0$. Pode-se concluir também que o modelo, com TM1, descreve bem as populações de partículas: a neutralidade de cargas pode ser vista pelo fato de partículas positivamente carregadas têm sua população aumentada à medida que híperons negativos surgem. Quanto aos últimos, quanto mais pesados, maior o valor de densidade onde surgem, como esperado. Em relação ao aumento de temperatura, há sensível variação. Notou-se que foram feitos os cálculos de populações de partículas também para NL3 e GL, com resultados muito semelhantes, por isso não são mostrados aqui. Finalmente, em relação à fração de estranheza, a escolha da parametrização causa variações marcantes, enquanto se verifica pouca sensibilidade à variação de temperatura.

No capítulo 5 retiraram-se as antipartículas do modelo e estudaram-se as conseqüências: elas têm pouca contribuição na matéria com híperons, e nenhuma para matéria de nucleons, nos valores de temperatura usados. A energia de ligação apresenta variação mínima em relação à presença das antipartículas, assim como a massa efetiva. Os gráficos daquela seção dão os valores das quantidades de partículas e antipartículas, a uma mesma temperatura.

Por fim, no capítulo 6 integrou-se a equação de TOV para as três parametrizações e os valores estão no limite do considerado razoável para TM1, mas não para NL3. Os valores obtidos para GL consistem na única escolha se pretende-se tratar densidades mais altas pois seu limite de convergência alcança $10\rho/\rho_0$. Sobre os raios máximos, o MWNL com GL fornece valores na média do esperado, embora este não leve em conta as regiões da estrela em que as densidades são muito mais baixas do que se pode obter com este modelo.

Resultaram deste trabalho, as referências [25] e [26].

Como perspectiva para trabalhos futuros pode-se tentar considerar a fenomenologia de valores muito baixos de densidade, a fim de estender o modelo ao cálculo com maior precisão para o raio da estrela.

Em estudos futuros pode-se considerar o aprisionamento de neutrinos, e se

fixar a entropia, em vez da temperatura, como foi feito aqui.

Na referência [27] faz-se um estudo sobre os efeitos da inclusão de mésons δ sobre as equações de estado para estrelas de nêutrons no MWNL, onde se conclui que a presença destes endurece as EOS. Pode-se então estudar o efeito dos mésons δ nas mesmas condições, no contexto de diferentes parametrizações. Pode-se também estudar a inclusão de mésons estranhos nas EOS.

Afim de se estudar fenômenos de multifragmentação e *spin distillation*, cuja fenomenologia tem sido estudada recentemente nos grandes aceleradores de partículas, pode-se ainda fazer um tratamento onde os parâmetros do modelo sejam dependentes da densidade, como em [28].

Outro aspecto relevante para estudos futuros seria comparar os resultados das diferentes EOS para estrelas de nêutrons com restrições das medidas de espectros, encontradas na literatura recente, como por exemplo [29],[30].

Referências Bibliográficas

- [1] K. C. Chung, *Vamos Falar de Estrelas?*, Editora do Autor, Rio de Janeiro, 2000.
- [2] A. Akmal, V. Pandaripande e D.G. Ravenhall, *Phys. Rev. C* **58** 1804 (1998).
- [3] B. D. Serot e J. D. Walecka. *Adv. Nucl. Phys.* **16** (1985) 1
- [4] K. Sumiyoshi, H. Kuwabara, e H. Toki, *Nucl. Phys.* **A 581**, 725 (1995).
- [5] G. A. Lalazissis, J. König e P. Ring, *Phys. Rev. C* **55** 1 (1997).
- [6] N.K. Glendennig, *Astrophys. J.* **293**, 470 (1985).
- [7] R.C. Tolman, *Phys. Rev.* **55**, 364 (1939); J.R. Oppenheimer e G.M. Volkoff, *Phys. Rev.* **55**, 374 (1939).
- [8] Equações de Estados Relativísticas para Estrelas de Nêutrons - Aquino L. de Espíndula - Fevereiro de 2002 - Dissertação de Mestrado - UFSC.
- [9] R.J. Furnstahl, B.D. Serot, Hua-Bin Tang. *Nucl. Phys.* **A 598** (1996) 539-582.
- [10] R.J. Furnstahl, B. D. Serot, e Tang Hua-Bin, *Nucl. Phys.* **A 615**, 441 (1997).
- [11] J. Boguta e A. R. Bodmer, *Nucl. Phys.* **A. 292** (1977) 413
- [12] C. Itzykson e J.B. Zuber *Quantum Field Theory*. McGraw-Hill, 1980.
- [13] Introdução à Física Nuclear e de Partículas Nucleares - Débora P. Menezes - Ed. da UFSC, 2002.

- [14] M. Kaku *Quantum Field Theory*. Oxford University Press, New York, 1993.
- [15] D. P. Menezes e C. Providência, Nucl. Phys. **A 650** (1999) 283.
- [16] W. Greiner, L. Neise e H. Stöcker *Thermodynamics and Statistical Mechanics* - Springer, 1995.
- [17] N. K. Glendenning, Compact Stars, Springer-Verlag, New-York, 2000.
- [18] S.A. Moszkowski, Phys. Rev. D **9**, 1613 (1974).
- [19] N. K. Glendenning e S. Moszkowski, Phys. Rev. Lett. **67**, 2414 (1991).
- [20] S.S. Avancini, M.E. Bracco, M. Chiapparini, e D.P. Menezes, Phys. Rev. C **67**, 243 (2003).
- [21] A. L. Espíndola e D. P. Menezes, Phys. Rev. C **65**, 045803 (2002).
- [22] J.Rikovska Stone, J.C. Miller, R. Koncewicz, P.D. Stevenson, M.R. Strayer, Phys. Rev. C **68**, 34324 (2003).
- [23] D.P. Menezes e C. Providência, Phys. Rev. C **68** 0358004 (2003).
- [24] G. Baym, C. Pethick e P. Sutherland, Astrophys. J. **170** 299-317 (1971).
- [25] A.M.S. Santos e D.P. Menezes, Phys Rev. C **69** , 045803 (2004).
- [26] A.M.S. Santos e D.P. Menezes, Brazilian Journal of Physics 34, 833 (2004).
- [27] D.P. Menezes e C. Providência, Phys. Rev. C (2004), no prelo.
- [28] S. S. Avancini, M. E. Bracco, M. Chiapparini, e D. P. Menezes, Phys. Rev. C **67** 0243 (2002).
- [29] J. Cottan, F. Paerels e M. Mendez, Nature **420**, 51 (2002).
- [30] D. Sanwal, G.G. Pavlov, V.E. Zavlin e M.A. Teter, Astrophys. J. **574**, L 61 (2002).

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)