

**Propriedades analíticas de funções de vértices
no espaço euclidiano e sua aplicação ao fator de
forma eletromagnético do pión**

Vânia Maria dos Santos

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

**Propriedades analíticas de funções de vértices no
espaço euclidiano e sua aplicação ao fator de forma
eletromagnético do pión**

Vânia Maria dos Santos

Orientador: Prof. André Luiz Mota

Co-orientador: Prof. Heron Carlos de Godoy Caldas

Dissertação apresentada à Universidade Federal de
São João Del Rei - UFSJ, como requisito parcial
para a obtenção do grau de MESTRE EM FÍSICA.

Outubro de 2007

*À minha filha Lavínia, razão de minha vida,
à minha querida mãe, Marlene e,
ao meu esposo José de Paula.*

Agradecimentos

Ao Prof. André Luiz Mota, pela orientação, sugestão do trabalho, pelo respeito e compreensão com minhas limitações e simplesmente, pela pessoa maravilhosa que é.

Ao Prof. Heron Carlos de Godoy Caldas, co-orientador, pela colaboração.

Aos colegas de trabalho pelos estudos, discussões em grupo e material didático trocado.

Aos professores, funcionários e colegas do Dcnat que de forma direta ou indireta contribuíram para o bom desempenho do trabalho.

À minha mãe Marlene e minha irmã Vanessa pela dedicação, carinho e atenção que tiveram com minha princesinha Lavínia durante todo este tempo.

Ao meu esposo José de Paula por todos os sonhos, risos e lágrimas compartilhadas.

A Deus, o mestre dos mestres, pelo dom da vida.

Resumo

Em tratamentos não perturbativos da Cromodinâmica Quântica, os vértices da teoria precisam ser construídos de forma a respeitar as diversas simetrias esperadas para a teoria. Isto foi feito em 1980, por Ball e Chiu, considerando as propriedades analíticas destes vértices no espaço de Minkowsky.

Este trabalho apresenta o estudo da construção de um vértice não local para uma teoria de gauge escalar no espaço euclidiano. A forma analítica mais geral de um vértice não local será construída com as mesmas características do vértice de Ball e Chiu. Assim, a função de vértice será guiada de forma a satisfazer simetrias como a de Lorentz, a invariância à transformação de gauge e quiral, expressas pelas identidades de Ward e Green, ausência de singularidades e invariância à troca dos momentos externos dos férmions.

A estrutura da função de vértice não local no espaço euclidiano em comparação com a estrutura da função de vértice de Ball e Chiu no espaço de Minkowsky apresenta vantagens técnicas no cálculo de amplitudes de transição dos modelos da QCD.

Como aplicação iremos utilizar o vértice não local na determinação do fator de forma eletromagnético do pión. O mesmo será calculado no modelo de dominância do méson vetorial e vamos compará-lo com resultados experimentais.

Abstract

In non perturbative treatments of Quantum Chromodynamics the vertexes of the theory need to be built in such a way to respect the symmetries for the theory. It was done in 1980 by Ball and Chiu by considering the analytical properties of these vertexes in Minkowsky's space.

In this work we obtain a non-local vectorial vertex for a scalar gauge theory in Euclidian space. The more general analytical form for the non-local vertex function, sharing the same characteristics of Ball and Chiu vertex, will be constructed. Like this one, its construction will be guided by symmetries relations, as Lorentz, gauge and quiral invariânces (expressed Ward and Green identities), absence of singularities and invariânce under external momenta interchange.

In comparison with the Ball and Chiu vertex function, the non-local vertex function in Euclidian space presents some technical advantages on the computation of transition amplitudes in QCD models.

As an application, we will use this non-local vertex in the determination of the electromagnetic form factor of the pión in the Vector Meson Dominance Model. The results will be compared with experimental data.

CONTEÚDO

Agradecimentos	ii
Resumo	iii
Abstract	iv
1 Introdução	7
2 Cromodinâmica Quântica	10
2.1 Do modelo de quarks à QCD	10
2.2 QCD e a Liberdade Assintótica	14
2.3 Confinamento dos Quarks	15
2.4 A Cromodinâmica Quântica	16
2.5 Teorias Efetivas da QCD	20
2.6 Modelos efetivos locais e não locais	21
3 QED escalar	25
3.1 Introdução	25
3.2 Amplitudes de probabilidades para QED escalar	26
3.3 Renormalização da QED escalar	29

3.3.1	Construção e cálculo das amplitudes para a QED escalar	48
4	Função de vértice não local	58
4.1	Introdução	58
4.2	Construção do vértice de Ball e Chiu	58
4.2.1	Identidade de Ward e o vértice de Ball e Chiu	62
4.2.2	Identidade de Green e o vértice de Ball e Chiu	63
4.2.3	Simetria para o vértice de Ball e Chiu	64
4.2.4	Ausência de singularidades para o vértice de Ball e Chiu	65
4.3	Vértice não singular no espaço euclidiano	66
4.3.1	Identidade de Ward para função de vértice não local .	69
4.3.2	Identidade de Green para função de vértice não local .	70
4.3.3	Simetria para função de vértice não local	70
4.3.4	Ausência de singularidades para função de vértice não local	73
5	Cálculos Numéricos: Fator de Forma Eletromagnético do Píon	76
5.1	Fator de forma	77
5.2	Correção de massa e vértice	79
5.3	Fator de forma eletromagnético do píon	82
5.3.1	Cálculo perturbativo do fator de forma eletromagnético do píon em um modelo local	84
5.4	Cálculo não perturbativo do fator de forma eletromagnético do píon no modelo não local	88
6	Conclusões e perspectivas	96

LISTA DE FIGURAS

2.1	Devido à natureza não-abeliana da QCD, glúons carregam carga de cor e podem interagir entre si via estes vértices . . .	19
3.1	Propagador das partículas escalares	27
3.2	Propagador da partícula vetorial	27
3.3	Vértice para interações entre 2 partículas escalares e uma partícula vetorial	27
3.4	Vértice para interações entre 2 partículas escalares e 2 partículas vetoriais	28
3.5	Diagrama de Feynman a um loop	28
3.6	Correção para o propagador escalar	29
3.7	Correção para o vértice com 2 partículas escalares e uma vetorial	33
3.8	Nova regra de Feynman para o modelo	38
3.9	Correção para o vértice que envolve 2 partículas escalares e uma vetorial	39
3.10	Correção para o propagador vetorial	39
3.11	Nova regra de Feynman para o propagador vetorial	44
3.12	Correção para o propagador vetorial	44
3.13	Correção para o vértice com 2 partículas escalares e 2 vetoriais	45

3.14	Nova regra de Feynman para o vértice que envolve 2 partículas escalares e 2 vetoriais	47
3.15	Correção para o para o vértice que envolve 2 partículas escalares e 2 vetoriais	48
3.16	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	49
3.17	Direção do vetor temporal	51
3.18	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	53
3.19	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	53
3.20	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	53
3.21	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	54
3.22	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	55
3.23	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	55
3.24	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	57
4.1	Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar	75
5.1	Diagrama de interação entre píons e o méson ρ através de quarks e glúons	76
5.2	Correção para massa do campo escalar	80
5.3	Correção para o vértice de 3 pontas	81
5.4	Expansão para o vértice com 2 partículas pseudoescalares e uma vetorial	84
5.5	Expansão para o vértice com 2 partículas pseudoescalares e uma vetorial	84
5.6	Vértice local	85
5.7	Vértice local	85
5.8	Vértice local	86

5.9	Fator de forma eletromagnético do pión calculado perturbativamente comparados com as medidas experimentais [4]	88
5.10	Fator de forma eletromagnético do pión calculado não perturbativamente, comparado com os resultados experimentais [4] e do modelo dual aplicado ao EVMD [18].	92
5.11	Fator de forma eletromagnético do pión calculado perturbativamente e não perturbativamente	93
5.12	Fator de forma hadrônico	95

Introdução

Uma descrição quantitativa dinâmica de um dado fenômeno natural envolve a determinação das interações entre as diversas quantidades físicas utilizadas na descrição do modelo para o fenômeno estudado.

Enquanto do ponto de vista de um modelo microscópico que envolva os componentes físicos mais básicos existentes na descrição de um dado fenômeno as interações devem ser locais (ou seja, o valor de uma dada quantidade física medida em uma determinada posição espacial depende apenas da informação contida em uma determinada vizinhança próxima desta posição), em modelos efetivos, nos quais os fenômenos são escritos por quantidades que podem ser consideradas 'macroscópicas' em uma dada escala, as interações são certamente não locais, ou seja, interações que não podem ser descritas apenas pelo conhecimento do valor de uma ou mais quantidades físicas e de um número finito de suas derivadas parciais espaciais em apenas um único ponto do espaço.

Um exemplo bem claro desta situação ocorre no estudo de uma das interações fundamentais da natureza, a interação forte. Enquanto a teoria que descreve as interações entre os constituintes da matéria nuclear (os quarks) e os mediadores responsáveis pela interação forte (os glúons), chamada cromodinâmica quântica-QCD [3], [26], [35], deve, em princípio, ser bem descrita por interações locais, os modelos 'macroscópicos' da QCD (modelos efetivos que não consideram todas as quantidades físicas conhecidas relacionadas ao fenômeno) são melhor descritos por interações não locais.

É sabido, por exemplo, que nenhum modelo efetivo quiral para a QCD com interações locais pode satisfazer à condição exata conhecida como 2ª re-

gra de soma de Weinberg [44], que pode ser satisfeita, entretanto, em modelos efetivos não-locais [12]

A forma específica dos vértices em uma teoria de campos não local está em geral, delimitada por uma série de relações de simetria que se deseja, ou se espera, que a teoria satisfaça. O exemplo mais significativo corresponde aos modelos quirais de quarks não locais para a QCD, onde os vértices vetorial e axial devem satisfazer uma série de simetrias como a de Lorentz, a invariância à transformação de gauge e quiral, expressas pelas Identidades de Ward e de Green, a ausência de singularidades, a invariância à troca dos momentos externos dos férmions, entre outras.

A forma analítica mais geral exibida por estes vértices na QCD foi estabelecida a vários anos [6], e explorada em diversos trabalhos envolvendo modelos quirais para a QCD [2, 5, 21, 22, 24, 28]. Uma das variações particulares mais empregadas foi apresentada no trabalho de Pagels e Stokar [34], e algumas outras generalizações para o vértice axial foram desenvolvidas na referência [36]. Uma característica comum destes trabalhos é a construção de vértices não locais no espaço de Minkowsky. Como consequência, a estrutura dos vértices torna-se mais complexa, uma vez que, no espaço de Minkowski, existem um número maior de singularidades a serem subtraídas do vértice não local do que se este fosse construído no espaço euclidiano. Isto pode ser facilmente percebido se consideramos a presença de um simples termo q^2 no denominador de uma função de vértice: no espaço de Minkowsky, existe todo um ramo dado por $q^2 = |\vec{q}|^2$ que corresponderia a singularidades no vértice, enquanto no espaço euclidiano o mesmo termo corresponderia a uma singularidade isolada $q_4^2 + |\vec{q}|^2 = 0$, ou seja, $q_4^2 = 0$ e $|\vec{q}|^2 = 0$.

Motivados pelo fato que, em termos práticos, quase todos os cálculos de correções quânticas em modelos não locais são realizados no espaço Euclidiano (através de uma rotação de Wick das integrais de Feynman construídas no espaço de Minkowsky), propomos, neste trabalho, a construção de um vértice não local para uma teoria de gauge no espaço euclidiano. As mesmas exigências consideradas no trabalho de Ball e Chiu [6] serão utilizadas, exceto que a analiticidade do vértice poderá ser obtida através da subtração do único pólo existente no espaço euclidiano. Neste trabalho, iremos nos restringir à determinação do vértice vetorial-escalar-escalar (QED escalar). A extensão das idéias aqui apresentadas para a construção de vértices com

caráter espinorial é direta.

Como aplicação, iremos utilizar o vértice construído na determinação do fator de forma eletromagnético do pión. Dentro do modelo de dominância dos mésons vetoriais (VMD) [42] a interação eletromagnética entre os mésons escalares/pseudo-escalares pode ser descrita utilizando a presença dos mésons vetoriais, que, se fossem não massivos, sendo bósons de spin 1, seriam degenerados com os fótons. Assim, a corrente eletromagnética corresponderia à uma mistura da corrente eletromagnética padrão com a corrente de mésons vetoriais. Como consequência, o fator de forma eletromagnético dos mésons pseudo-escalares (como o pión) pode ser descrito em função do fator de forma da desintegração hadrônica méson vetorial (ρ) em dois pions [18]. Este acoplamento rho-pión-pión é descrito em lagrangeanas mesônicas efetivas da QCD [11] e [19] por termos de mesma estrutura da QED escalar, para a qual desenvolvemos o vértice não local. Com base na expressão desenvolvida para este vértice, iremos determinar a forma mínima para o mesmo (menor número de parâmetros) que permita satisfazer às condições de normalização dos fatores de forma hadrônico (rho-pión-pión) e eletromagnético do pión, e a partir do resultado obtido compará-los com os resultados experimentais e previstos por outros modelos para o raio eletromagnético do pión e para o fator de forma eletromagnético do pión.

Este trabalho está organizado da seguinte maneira: no capítulo 2, apresentamos um breve resumo sobre a teoria das interações fortes, a Cromodinâmica Quântica (QCD). No capítulo 3 vamos mostrar brevemente as técnicas e procedimentos de renormalização da QED escalar, além das técnicas para construção de amplitudes de probabilidades utilizando as regras de Feynman. Este material será importante e mais tarde será utilizado no capítulo de cálculos numéricos. No capítulo 4 construiremos o vértice de Ball e Chiu e em seguida construiremos um vértice não singular no espaço euclidiano. Finalmente, no capítulo 5, apresentaremos os cálculos numéricos onde verificaremos que o vértice não singular pode ser usado em um cálculo não perturbativo, para fornecer resultados interessantes para o fator de forma eletromagnético do pión no contexto do modelo de dominância dos mésons vetoriais (VMD). No capítulo 6 apresentamos as conclusões.

Cromodinâmica Quântica

Neste capítulo iremos apresentar ingredientes necessários para construir um modelo realístico das interações fortes, sendo que estas obedecem aos princípios de uma Teoria Quântica de Campos (TQC) relativística, com uma invariância de gauge $SU(3)$. Tal teoria é conhecida como Cromodinâmica Quântica (QCD).

A QCD há alguns anos vem sendo aceita como a Teoria padrão das interações fortes, as quais atuam nos quarks, os constituintes dos prótons, nêutrons e outras partículas subnucleares.

2.1 Do modelo de quarks à QCD

Para descrever teoricamente interações fortes, é necessário fazer uma identificação dos férmions elementares que formam o próton e outros hádrons. Em 1963, Gell-Mann e Zweig propuseram um modelo que explicasse o espectro de partículas interagindo fortemente em termos dos constituintes elementares: os quarks. Este modelo é chamado Modelo de Quarks, baseado no grupo de simetria $SU(3)$.

Segundo o modelo de quarks, a maior parte da matéria que vemos em nossa volta é feita de prótons e nêutrons, (compostos de quarks), que são denominados hádrons e subdividem-se em 2 classes, os mésons e os bárions:

1^a) Os mésons são estados ligados de um par quark-antiquark, por exemplo, o méson π^+ contém um quark up e um anti-quark down, $|\pi^+\rangle = |ud\rangle$.

De fato, os méson mais leves têm os números quânticos corretos de forma

a justificar tal interpretação, eles são estados de spin 0 e spin 1, com paridade ímpar, justamente como encontramos para estados ligados de férmion-antiférmion com orbital zero.

2^a) Os bárions são estados ligados de três quarks (e todos os antibárions compostos por três antiquarks), por exemplo, o próton é feito de dois quarks up e um quark down, $|p\rangle = |uud\rangle$.

Para explicar a carga elétrica e outros números quânticos de hádrons, Gell-Mann e Zweig precisaram assumir 3 espécies de quarks:

1. up (u)
2. dow (d)
3. strange (s)

Com o tempo, outros hádrons foram descobertos, dessa forma, foi necessário postular a existência de mais 3 espécies de quarks:

1. charm (c)
2. botton (b)
3. top (t)

Para construir bárions com carga elétrica inteira, os quarks precisavam assumir carga elétrica $+2/3$ para os quarks up, charm, top e $-1/3$ para os quarks dow, strange, botton. Esses 6 tipos de quarks são convencionalmente referidos como sabor.

A noção de quarks evoluiu da classificação dos hádrons, sendo atualmente denominada como modelo de quarks. Os hádrons foram agrupados em famílias (singletos, octetos, nonetos e decupletos) que em todos os membros têm em comum os mesmos números quânticos de spin e paridade. Os estados de uma família se diferenciam pelo valor do isospin e da estranheza. Ou seja, um decuplete de bárions tem spin $3/2$ e paridade par ($J_P = (3/2)^+$), correspondendo a dez combinações possíveis de isospin (I_3) e estranheza (s);

um octeto de bárions com paridade $J^P = (1/2)^+$; um octeto de mésons pseudoescalares com $J^P = 0^-$, etc.

Paridade é a propriedade de simetria de uma função de onda. A operação paridade é uma transformação de reflexão das coordenadas espaciais em relação à origem. É ela que demonstra a característica do comportamento da onda na troca de sinal das coordenadas espaciais que envolve.

Partículas elementares produzidas em interações nucleares com uma probabilidade relativamente grande em comparação com suas vidas médias longas são denominadas partículas estranhas. Essas partículas têm uma propriedade chamada estranheza, a qual é conservada nas interações fortes, mas contrariamente à carga elétrica e ao número bariônico não é conservada nas interações fracas. Assim, surge a propriedade estranheza, oriunda da tentativa de explicar o comportamento das partículas estranhas e tentar agrupá-las de algum modo no processo classificatório do universo das partículas.

O modelo de quarks incorpora a mais importante relação de simetria das interações fortes. Se assumirmos que os quarks u e d têm massas e interações idênticas o grupo $SU(2)$ que atua com uma rotação unitária de estados u e d,

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow U \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}$$

pode representar a simetria de interações fortes, estes estados quânticos formam multipletos da simetria $SU(2)$ e são chamados spin isotópico ou isospin. De forma análoga, como o quark 'strange' é somente um pouco mais pesado que os quarks u e d, faz sentido considerar a simetria de transformação unitária do tripleto (u, d, s) e desta forma temos multipletos característicos da representação do grupo de simetria $SU(3)$. Este grupo, com estrutura semelhante ao grupo $SU(2)$ descreve as possíveis partículas de mesmo spin e paridade, mas com diferentes isospin e estranheza.

Apesar do grande sucesso fenomenológico, o modelo de quarks apresentava 2 sérios problemas:

1º - Partículas livres com carga fracionária nunca foram encontradas.

2º - O espectro de bárions exige que a suposição da função de onda dos 3 quarks seja totalmente simétrica sob troca dos números quânticos spin e

sabor dos quarks, contradizendo a perspectiva de que quarks, que têm spin $1/2$, obedecerão estatísticas de Fermi-Dirac. A necessidade para esta simetria é mais claramente ilustrada no fato que um dos estados mais excitados do núcleo é uma partícula com spin $3/2$ com carga $+2$, o Δ^{++} . Esta partícula é facilmente interpretada como um estado ligado uuu com o orbital do momento angular zero e todos os 3 quarks com spins paralelos.

Portanto, o modelo de quarks não está completo, pois, o Princípio da Exclusão de Pauli não admite uma partícula do tipo, $|\Delta^{++}\rangle = |uuu\rangle$ com spin $3/2$. A única forma de se ter uma autofunção completamente antisimétrica para Δ^{++} é postular um número quântico adicional, chamado "cor". Os quarks podem então existir em três diferentes estados de cor: vermelho azul e verde, (red, blue, green - r, b, g). Assim, define-se um "vetor" de estado-quark com três componentes:

$$q(x) = \begin{pmatrix} q^r(x) \\ q^g(x) \\ q^b(x) \end{pmatrix}$$

Quarks são férmions de spin $1/2$, caracterizados por dois graus de liberdade ou números quânticos: a cor e o sabor. A cor é um número quântico que se refere a carga das interações fortes e o sabor distingue os vários tipos de quarks.

Tabela 2.1: Classificação dos quarks, sendo **NB** = Número bariônico, **S** = Estranheza, **C** = Charme, **B** = Bottomness, **T** = Topness.
e **M** = Massa.

Quark	Símbolo	Spin	Carga	NB	S	C	B	T	M(MeV)
Up	U	$1/2$	$+2/3$	$1/3$	0	0	0	0	4.2
Down	D	$1/2$	$-1/3$	$1/3$	0	0	0	0	7.5
Charm	C	$1/2$	$+2/3$	$1/3$	0	+1	0	0	1100
Strange	S	$1/2$	$-1/3$	$1/3$	-1	0	0	0	150
Top	T	$1/2$	$+2/3$	$1/3$	0	0	0	+1	174 GeV
Bottom	B	$1/2$	$-1/3$	$1/3$	0	0	+1	0	4200

Assim, a cor foi um número quântico introduzido na teoria de forma a superar as dificuldades na interpretação dos bárions, pois, estes sendo férmions, violariam o Princípio da Exclusão de Pauli, ou seja, três quarks poderiam ocu-

par o mesmo estado quântico, visto que sua função de onda seria simétrica. A introdução deste novo número quântico faz com que a função de onda possa, de fato, ser simétrica nos espaços de isospin e de spin, desde que a função de onda no espaço de cor seja anti-simétrica, tornando a função de onda global anti-simétrica. Dessa forma, com a criação desses novos números quânticos de cor e a associação destes aos anteriores (spin, sabor e carga elétrica) restaurou-se a validade do Princípio de Pauli, porém permitiu-se a existência de um número muito maior de hádrons. Para evitar esse excessivo aumento de hádrons, postulou-se: *"todas as partículas existentes na natureza têm cor nula ou todos os hádrons são singletos no espaço de cor"*.

A transição do modelo de quarks para QCD, a teoria das interações fortes, é feita quando trata-se cor similarmente à carga elétrica em QED.

2.2 QCD e a Liberdade Assintótica

A baixas energias típicas da Física Atômica (keV) e Nuclear (MeV), a interação eletromagnética é descrita de maneira muito precisa pela Eletrodinâmica Quântica (QED) [40]. Esta teoria descreve a interação dos fótons com as partículas eletricamente carregadas, como o elétron. A intensidade desta interação é caracterizada pelo valor da carga elétrica do elétron: $-e$, ou a do próton $+e$. A carga elétrica, portanto, determina quão forte é essa interação, e é definida como a constante de acoplamento da QED:

$$\alpha_{QED}(Q^2) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_0/3\pi) \log(Q^2/m_e^2)}, \quad (2.1)$$

onde m_e é a massa do elétron, Q é o momento transferido entre dois elétrons e $\alpha_0 = e^2/4\pi$ é a constante de estrutura fina. A grandes distâncias, o valor da constante de acoplamento efetiva é menor por causa do efeito da carga e alcança seu valor assintótico de $\alpha_0 = 1/137$, ou seja, a medida que nos aproximamos das partículas carregadas a constante de acoplamento efetiva aumenta e a interação entre elas é mais intensa.

Na QCD podemos acoplar glúons e quarks, e diferentemente da QED, podemos também acoplar glúons com glúons, pois, estes também carregam carga de cor.

De forma análoga à QED, foi proposto para a QCD uma constante de

acoplamento efetiva, dada por:

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}, \quad (2.2)$$

onde o parâmetro g_s construído, de forma similar à carga elétrica, sendo que, o índice s indica força forte.

Na QCD, o comportamento da constante é qualitativamente diferente, pois, o efeito dos glúons faz com que, a medida que a distância entre os quarks diminui a constante de acoplamento efetiva também diminui e os quarks movem-se como se estivessem livres. Esse é o fenômeno de Liberdade Assintótica.

A essência da liberdade assintótica é a de que a interação forte é realmente intensa a baixas energias, tornando-se menos intensa, ou mais fraca a altas energias. A característica chave da QCD que a diferencia da QED é a presença dos glúons que interagem entre si, isso não acontece no caso da interação eletromagnética, pois os fótons são neutros.

Em processos de espalhamento envolvendo altos valores de momento, a QCD mostrou-se bem sucedida, uma vez que neste limite a constante de acoplamento quark-glúon torna-se pequena, permitindo o emprego das técnicas perturbativas desenvolvidas para a QED.

2.3 Confinamento dos Quarks

Enquanto a propriedade liberdade assintótica implica que a teoria torna-se simples e tratável em distâncias curtas, ela também informa que em grandes distâncias a ligação torna-se muito forte. A interação forte é de fato mais intensa a baixas energias, ficando mais fraca a altas energias.

Dessa forma, podemos imaginar que os glúons trocados por dois quarks formam 'linhas de força' que se concentram mais e mais a medida que os quarks se afastam. A concentração do campo gluônico faz com que a probabilidade de excitação do vácuo aumente, fazendo surgir pares quark-antiquark na região entre os quarks. Ocorre então uma combinação entre os quarks originais e os virtuais, formando os hádrons que são observados assintoticamente. De forma ilustrativa, é como se o campo gluônico formasse um

'elástico' que se rompesse à medida que ele se distende. Esta é a propriedade exclusiva dos quarks chamada confinamento.

Assim, a teoria de interações fortes prediz o confinamento em hádrons de cor neutra para grandes distâncias, ou pequenos valores de momento transferido. Já para pequenas distâncias, ou grandes valores de momento transferido, entretanto, experimentos de deep inelastic scattering (DIS) - onde o elétron interage com o quark que está no interior do hádron - tem apresentado resultados satisfatórios no estudo da interação forte. Estes experimentos permitem obter as distribuições de momento de quarks e glúons no interior dos hádrons.

Uma outra maneira de obtermos o confinamento é através do potencial entre os quarks que pode ser escrito como:

$$V(r) = -\frac{4\alpha_s}{3r} + kr, \quad (2.3)$$

onde α_s é a constante de acoplamento da interação forte, k é uma constante cujo valor é de aproximadamente $1\text{GeV}/fm$ e r é a distância entre os quarks. O termo $1/r$ determina o potencial a pequenas distâncias, onde a distribuição de glúons para um quark é radial. Para grandes distâncias, $r > 1fm$, o acoplamento entre os glúons cria linhas de campo de cor entre os quarks na forma de um tubo. Dessa forma, o potencial a grandes distâncias aumenta linearmente com a separação dos quarks assim como a densidade das linhas de campo permanecem constantes. Uma outra informação proveniente da equação é que para separarmos duas cargas de cor é necessário uma quantidade infinita de energia, no entanto, se o fluxo de cor é suficientemente flexível, este torna energeticamente favorável romper o tubo e terminar as linhas de campo com um par $q\bar{q}$ criado a partir do vácuo da QCD. Isto significa que não é possível separar dois quarks em distâncias tão elevadas. Mas a equação implica também que para pequenas distâncias, governadas pelo fator $1/r$, o não confinamento dos quarks é possível se α_s tender a zero mais rápido que r .

2.4 A Cromodinâmica Quântica

Quarks e glúons são os campos que têm interações fortes descritas pela QCD, sendo que esta teoria foi construída de forma análoga à QED.

A estrutura completa da eletrodinâmica surge da exigência de invariância de gauge local, ou seja, invariância relacionada com a rotação de fase do campo elétrico, $\exp(i\alpha(x))$, onde a fase α depende da coordenada espaço-tempo. A mesma exigência com relação a invariância pode ser feita para o campo de quark, tendo sempre em mente que em QED existe somente uma carga elétrica enquanto em QCD existem três cargas de cor.

Dessa forma, exige-se que a Lagrangeana para quarks livres,

$$L_{free} = \sum_{q=u,d,s} \dots \sum_{colors} \bar{q}(x) (i\gamma_\mu \frac{\partial}{\partial x_\mu} - m_q) q(x), \quad (2.4)$$

seja invariante sobre rotações de campo de quarks no espaço de cor,

$$U : q^j(x) \rightarrow U_{jk}(x) q^k(x), \quad (2.5)$$

com $j, k \in \{1...3\}$ (soma-se sempre sobre índices repetidos). Como esta teoria é invariante com respeito a estas transformações de gauge, todas as quantidades fisicamente significativas têm invariância de gauge.

Em eletrodinâmica a transformação de gauge envolve apenas um simples fator de fase, $U = \exp(i\alpha(x))$. Porém em QCD, temos três diferentes cores, e U torna-se uma matrix unitária 3x3 (valor complexo), ou seja, $U^\dagger U = U U^\dagger = 1$, com determinante $Det U = 1$. Estas matrizes formam a representação fundamental do grupo SU(3) onde 3 é o número de cores, $N_c = 3$. A matriz U tem $N_c^2 - 1 = 8$ elementos independentes e, portanto, pode ser parametrizado em termos de 8 geradores, T_{kj}^a , $a \in \{1...8\}$ da representação fundamental de SU(3),

$$U(x) = \exp(-i\phi_a(x) T^a), \quad (2.6)$$

considerando uma transformação U, é fácil ver que as matrizes T^a devem ser Hermitianas ($T^a = T^{a\dagger}$) e sem traço ($tr T^a = 0$). As matrizes T^a não comutam, ao contrário, definem a constante de estrutura SU(3) f_{abc} pelo comutador

$$[T^a, T^b] = i f_{abc} T^c \quad (2.7)$$

Os geradores T^a são normalizados para:

$$\text{tr} T^a T^b = \frac{1}{2} \delta_{ab}, \quad (2.8)$$

onde δ_{ab} é o símbolo Kronecker.

Como visto, U é dependente de x , a Lagrangeana para quarks livres (2.4) não é invariante sob a transformação (2.5). Para preservar a invariância de gauge, temos que introduzir, seguindo o caso familiar da eletrodinâmica, o campo de gauge (ou "glúon") $A_{kj}^\mu(x)$ e substituir a derivada em (2.4) com a derivada chamada derivada covariante,

$$\partial^\mu q^j(x) \rightarrow D_{kj}^\mu q^j(x) \equiv \{\delta_{kj} \partial^\mu - \imath A_{kj}^\mu(x)\} q^j(x) \quad (2.9)$$

Podemos perceber que o campo de gauge $A_{kj}^\mu(x) = A_a^\mu T_{kj}^a(x)$, assim como a derivada covariante são matrizes 3x3 no espaço de cor. Substituindo (2.9), todas as mudanças para a Lagrangeana sob transformações de gauge se cancelam, determinando que A^μ se transforma como:

$$U : A^\mu(x) \rightarrow U(x) A^\mu(x) U^\dagger(x) + \imath U(x) \partial^\mu U^\dagger(x) \quad (2.10)$$

A Lagrangeana da QCD então torna-se:

$$L_{QCD} = \sum_q \bar{q}(x) (\imath \gamma_\mu D^\mu - m_q) q(x) - \frac{1}{4g^2} \text{tr} G^{\mu\nu}(x) G_{\mu\nu}(x), \quad (2.11)$$

onde o primeiro termo descreve a dinâmica de quarks e suas ligações com os glúons, enquanto o segundo termo descreve a dinâmica do campo de glúons. A constante de ligação forte g é análoga à carga elétrica elementar e em QED. O tensor de força do campo de glúon é dado por:

$$G^{\mu\nu}(x) \equiv \imath [D^\mu, D^\nu] = \partial^\mu A^\nu(x) - \partial^\nu A^\mu(x) - \imath [A^\mu(x), A^\nu(x)] \quad (2.12)$$

Este pode também ser escrito em termos das componentes de cor A_a^μ do

campo de gauge,

$$G_a^{\mu\nu}(x) = \partial^\mu A_a^\nu(x) - \partial^\nu A_a^\mu(x) + f_{abc}A_b^\mu(x)A_c^\nu(x) \quad (2.13)$$

Dessa forma, o que diferencia a QED da QCD é a presença do comutador na equação (2.12). Este comutador dá origem à interação glúon-glúon mostrado na Figura (2.1). O quanta do campo de gauge SU(3), os glúons, são bósons vetoriais de massa nula, associados ao campo de cor, na QCD, mediadores das interações fortes entre quarks, e responsáveis pela força de coesão que mantém os quarks unidos para formar hádrons. Como os glúons carregam carga de cor eles podem interagir entre si.

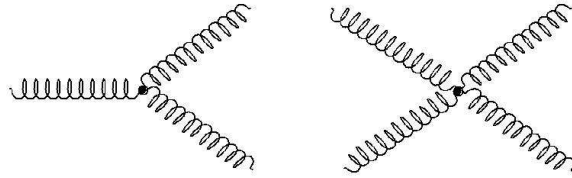


Figura 2.1: Devido à natureza não-abeliana da QCD, glúons carregam carga de cor e podem interagir entre si via estes vértices

Assim, a QCD se caracteriza por ser uma teoria com liberdade assintótica e confinamento de quarks como descrito anteriormente. Além disso, no chamado limite quiral (onde a simetria quiral é observada) tem-se $m_u = m_d = m_s$. Para comprimentos de onda da ordem de $10^{-1} fm$, ou seja, grandes valores de momento, a QCD é uma teoria perturbativa de quarks e glúons. Nesse sentido, as constantes de acoplamento são pequenas e os quarks e glúons propagam-se livremente.

Como a QCD introduz o confinamento de quarks como uma premissa, os parâmetros m_i não são quantidades observáveis, porém, estas massas podem ser estimadas em termos das massas dos hádrons através da Álgebra de Correntes. Dessa forma, elas serão chamadas de massas "correntes", distinguindo das massas "constituintes", que são massas efetivas geradas pela quebra espontânea de simetria quiral nos modelos fenomenológicos de quarks.

No regime de altas energias, já mencionamos que a constante de acoplamento entre os quarks torna-se muito pequena, reproduzindo o fenômeno de

liberdade assintótica, fazendo com que o cálculo perturbativo possa ser implementado, reproduzindo resultados em boa concordância com os dados experimentais. No entanto, para processos envolvendo largas distâncias, o que equivale a dizer pequenos momentos, a constante de acoplamento forte torna-se elevada, e o emprego do método perturbativo fica prejudicado. Para superar estas dificuldades, modelos fenomenológicos que incorporem o máximo de simetrias da QCD são utilizados. Buscam-se densidades de lagrangeanas mais simples que a da QCD que incluam algumas simetrias desta teoria, mas que sejam matematicamente tratáveis para a extração de informações de interesse como propriedades dos hádrons, ou comportamento destes a altas densidades. Esta busca está fortemente baseada na suposição de que as simetrias do modelo determinam parte das propriedades das partículas físicas e dos processos físicos.

2.5 Teorias Efetivas da QCD

Teorias efetivas [39] são aquelas que conseguem reproduzir as simetrias da teoria padrão utilizada, essas teorias são construídas de acordo com o problema a ser tratado, ou seja, se um sistema é composto por muitos graus de liberdade e só estamos interessados em trabalhar a dinâmica de alguns deles, construímos uma teoria dita efetiva que transcreva somente as propriedades de interesse. Para isto, construímos uma Lagrangeana efetiva com base nas propriedades de simetria da Lagrangeana original.

Podemos construir teorias efetivas para a QCD tanto para altas energias, como para baixas energias.

1. Para altas energias, sabemos que a constante de acoplamento diminui com o aumento da energia, devido à propriedade de liberdade assintótica, então, métodos perturbativos podem ser empregados, ou seja a QCD perturbativa torna-se aplicável. A renormalização da equação de grupo, permite através da expansão em produto de operadores (OPE), relacionar elementos de matriz hadrônica de operadores de quarks e glúons em diferentes escalas. Existem muitas situações onde esta dependência de escala é predita e em muitos casos testada, particularmente nos estudos de processos de alta energia, mas a QCD nada diz sobre o valor destes elementos de matriz na escala dada.

2. Em baixas energias, a quebra de simetria quiral da QCD controla a Lagrangeana, e o que pretende ser bósons de Goldstone no limite do quark sem massa tornam-se estados mais leves no espectro hadrônico. Eles são naturalmente identificados com o pión, e pode ser mostrado que em baixas energias a interação entre pions torna-se pequena. Atualmente em energias da ordem da massa do pión, Teoria de Perturbação Quiral (ChPT) pode ser aplicada em termos das constantes de baixa energia, correspondendo a certas funções de Green da QCD.

Modelos quirais de quarks [30], [31] dividem com a QCD diversas características, principalmente simetria quiral (realizada na fase de Goldstone) e graus de liberdade para quarks explícitos. Estes modelos são muito úteis, pois podem fazer previsões quantitativas que concordam muito bem com experimentos.

2.6 Modelos efetivos locais e não locais

A Cromodinâmica Quântica, embora seja reconhecida como a teoria que descreve a interação forte, apresenta um problema de convergência formal em seu tratamento perturbativo, ou seja, no regime de altas energias, a intensidade da interação forte é pequena, tendendo a zero no limite em que a separação espacial entre partículas tende, igualmente, à zero, fenômeno conhecido como liberdade assintótica; conforme mencionado na seção 2.2. Portanto, a QCD pode receber um tratamento perturbativo igual ao tratamento perturbativo empregado na QED, pois, a intensidade da interação é pequena e serve como parâmetro perturbativo. No regime de baixas energias, a intensidade da interação é alta, o que prejudica o tratamento perturbativo da teoria. Neste regime, é comum utilizar-se de modelos efetivos que possam descrever, pelo menos em parte, a fenomenologia das partículas mais leves ou técnicas de soluções não perturbativas devem ser empregados no tratamento da QCD.

Os modelos efetivos, usualmente, apresentam os quarks como os únicos graus de liberdade, o que equivaleria dizer, do ponto de vista clássico, que a interação entre quarks seria mediada por outros quarks, e não pelo campo cromodinâmico. Além disso, diversas simetrias da QCD são reproduzidas nos modelos, principalmente as invariâncias de calibre e quiral - a

primeira, transportada para o caso eletromagnético, corresponde a dizer que os potenciais escalar elétrico e vetor magnético podem ser definidos a menos da divergência de uma função escalar; enquanto a segunda corresponde a dizer que, para quarks sem massa, a inversão da direção do spin dos quarks em relação à direção de seu momento linear não gera efeitos que permitam diferenciar o sistema antes do depois da inversão. Estas simetrias são expressas pelas chamadas Identidades de Ward-Takahashi ¹, e modelos quirais de quarks oferecem soluções particulares para as mesmas. Outra característica que pode ser reproduzida por alguns modelos efetivos é o comportamento assintótico das funções de correlação (amplitudes envolvendo correntes vetoriais ou axiais) na QCD - representado pelas chamadas regras de soma de Weinberg [44].

Alguns dos modelos consagradamente usados no tratamento da QCD em baixas energias não são capazes de reproduzir todas as características desta teoria. Em particular, as regras de soma de Weinberg não são reproduzidas por nenhum modelo efetivo com interações locais. Embora a QCD seja bem descrita por modelos efetivos locais, eles não conseguem reproduzir diversas propriedades exatas da teoria como, por exemplo, confinamento de quarks e regras de soma no limite de altas energias [12], desta forma, os modelos efetivos da QCD são melhor descritos por interações não locais pelos seguintes fatos:

1. Não localidade aparece naturalmente em diversas abordagens para dinâmica de quarks em baixas energias, como no modelo de líquido de instantons [15] ou através das equações de Schwinger-Dyson [38].
2. Interações não locais regularizam a teoria de uma forma em que as anomalias são preservadas naturalmente [7] e as cargas são quantizadas. Em outros métodos de regularização [14], as anomalias são preservadas somente se a parte finita da anomalia não é regularizada. Se a parte anômala é regularizada, as anomalias são violadas fortemente [25].
3. Com interações não locais a ação efetiva é finita a todas as ordens da expansão em loops, e não há necessidade da introdução de outros regularizadores, como é necessário em teorias locais [32].

¹Em Teoria Quântica de Campos, uma Identidade de Ward-Takahashi é uma identidade entre funções de correlação que relaciona simetrias de gauge da teoria

4. Alguns valores empíricos de observáveis de baixa energia são melhor reproduzidos em modelos não locais [32] quando comparado à modelos locais.

A supressão dos glúons nos modelos quirais de quarks parecem exigir uma contrapartida - a inserção de alguns de seus efeitos, de forma efetiva, através de interações não-locais. De forma pictórica, podemos entender esta situação da seguinte maneira: a interação entre quarks, na QCD, ocorre mediada pelo campo cromodinâmico (ou glúons), e, através da troca de glúons, partículas que se localizam em pontos diferentes do espaço podem interagir entre si. A supressão dos glúons nos modelos quirais implica em que a interação entre quarks deve ocorrer agora pelo contato entre os próprios quarks em um dado ponto do espaço e, por isso, deve ser local. Isto não é suficiente, entretanto, para descrever todas as características da QCD, exigindo assim a presença de interações não locais, ou seja, que os quarks interajam entre si mesmo quando estão espacialmente separados por alguma distância finita.

Neste trabalho, pretendemos encontrar a forma mais geral da função de vértice vetorial não local, capaz de descrever a interação entre os mésons pseudo-escalares e os vetoriais. Entretanto, a descrição de modelos quirais através de interações não locais apresenta uma característica indesejável, quando comparada às abordagens utilizando modelos locais. No modelos quirais não locais, a estrutura não local das funções de vértice gera, devido a sua dependência com as energias e momentos das partículas interagentes, amplitudes de probabilidades de estrutura mais complexa que quando comparada com a gerada nos modelos quirais locais. Tal problema poderia ser minimizado se as funções de vértice não possuíssem dependência com os momentos externos explicitamente nos versores destas funções. No entanto, não é possível a obtenção desta característica, no espaço de Minkowsky, sem a introdução de uma singularidade cinemática. Portanto, iremos construir uma função de vértice não local no espaço Euclidiano, exigindo que a mesma satisfaça às identidades de Ward-Takahashi e de Green, sejam simétricas à troca das partículas interagentes e que sejam livres de singularidades cinemáticas.

O setor da Lagrangeana mesônica efetiva da QCD que envolve apenas ρ e π tem, formalmente, a mesma estrutura da Lagrangeana da QED escalar [11] e [19]. Assim, faremos o desenvolvimento da função de vértice vetorial não-local no contexto da eletrodinâmica quântica escalar, que será apresentada

no próximo capítulo.

QED escalar

3.1 Introdução

A eletrodinâmica é a teoria que descreve a interação entre partículas carregadas e os campos gerados por estas partículas, ou seja, estuda o campo vetorial gerado por uma partícula carregada, como este campo atua em outras partículas, assim como na própria partícula que o gerou.

Apesar da QED ser uma teoria bem sucedida, ela não é uma teoria inteiramente satisfatória do ponto de vista matemático, embora seus resultados concordem plenamente com os dados empíricos, pois, existem quantidades que ao serem calculadas se tornam divergentes. No entanto, estas divergências são removidas através do processo de renormalização [40].

As teorias de campos são naturalmente divergentes (contém infinitos) e precisam ser renormalizadas antes que se possa calcular alguma quantidade a partir delas. A renormalização é um processo perturbativo onde são definidas, ordem a ordem, as constantes físicas (que são medidas) a partir das constantes chamadas não físicas (não medidas).

Neste capítulo, vamos mostrar o processo de renormalização da QED escalar.

3.2 Amplitudes de probabilidades para QED escalar

As amplitudes de probabilidades são obtidas através de uma técnica própria das teorias quânticas de campos, chamada *regras de Feynman* [23]. Essa técnica consiste na representação de processos envolvendo partículas elementares através de diagramas. Tais amplitudes são construídas através de regras aplicadas a estes diagramas.

Não deduziremos aqui como estas regras podem ser obtidas, somente mostraremos como as expressões para propagadores e vértices podem ser montadas.

Através da Lagrangeana para QED escalar e as regras de Feynman, podemos obter os elementos básicos de uma teoria quântica de campos. A Lagrangeana que descreve a QED escalar é dada por:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi + ie\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ie\partial_\mu\phi\phi^*A_\mu + e^2\phi^*\phi A_\mu A^\mu - m^2\phi^*\phi, \quad (3.1)$$

onde:

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu,$$

ϕ é o campo escalar,

A^μ é o campo vetorial,

e é a constante de acoplamento entre os campos vetorial e escalar, e

m é a massa do campo escalar.

A Lagrangeana acima possui a mesma estrutura do setor envolvendo mésons pseudo-escalares e vetoriais da Lagrangeana mesônica efetiva da QCD.

As regras de Feynman, para a QED escalar são:

1 - A cada linha interna escreve-se os seguintes fatores:

a) Para o propagador das partículas escalares, ilustrado na Figura abaixo, temos a seguinte expressão:

$$\frac{i}{p^2 - m^2}$$



Figura 3.1: : Propagador das partículas escalares

b) Para o propagador da partícula vetorial, temos a expressão:

$$-\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2}$$

(não estamos empregando aqui um propagador explicitamente transversal para o campo vetorial) sendo representado pelo diagrama:



Figura 3.2: : Propagador da partícula vetorial

2 - A cada vértice associamos uma função:

a) Para o vértice com interação entre duas partículas escalares e uma partícula vetorial, temos a seguinte função:

$$-ie(p^\mu + p'^\mu)$$

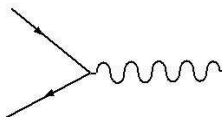


Figura 3.3: : Vértice para interações entre 2 partículas escalares e uma partícula vetorial

b) Para o vértice com interação entre duas partículas escalares e duas

partículas vetoriais, temos a seguinte função:

$$2ie^2 g^{\mu\nu}$$

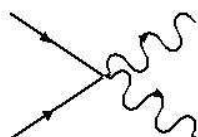


Figura 3.4: : Vértice para interações entre 2 partículas escalares e 2 partículas vetoriais

Para diagramas mais complexos, ou seja, onde correções quânticas (loops) estão envolvidas, é necessário levar-se em conta que qualquer valor de momento é permitido dentro do loop, desde que a conservação do momento esteja assegurada. Além disso, é preciso realizar integrações nos momentos internos. Isso decorre do fato de que num dado processo físico, a correspondente amplitude de probabilidade é dada pela soma de todas as contribuições advindas de todas as possibilidades pelas quais o processo pode ocorrer. Assim, temos a terceira regra:

3- Para cada linha interna (linha de loop), associe um quadri-momento k , escrevendo em seguida um propagador para esta linha. Integre sobre todos os possíveis valores do momento interno, sem deixar os fatores de conservação do momento nos vértices, veja como:

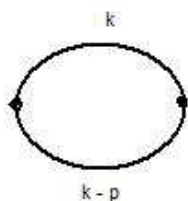


Figura 3.5: Diagrama de Feynman a um loop

$$\int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{i}{k^2 - m^2}$$

É conveniente ressaltar que o que nos referimos acima trata-se apenas do procedimento para a QED escalar, ou seja, para cada modelo tais regras se modificam.

3.3 Renormalização da QED escalar

Os propagadores e vértices apresentados na seção anterior, são chamados de propagadores livres e os vértices são diagramas com representação a nível de árvore. Todos eles são representações da teoria numa ordem zero de expansão em loops, no entanto, para fenômenos físicos, todas as ordens de expansão em loops desses propagadores e vértices são possíveis, sendo que, cada ordem contribui com determinada probabilidade e todo conjunto representa uma série perturbativa. Desta forma, vamos calcular as correções para propagadores e vértices, utilizando uma expansão perturbativa em 1ª ordem em loops.

1) Correção para o propagador do campo escalar:

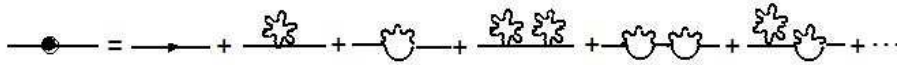


Figura 3.6: Correção para o propagador escalar

$$D(p^2) = \frac{i}{p^2 - m^2} + \frac{i}{p^2 - m^2} (-i\pi_0) \frac{i}{p^2 - m^2} + \frac{i}{p^2 - m^2} (-i\pi_1) \frac{i}{p^2 - m^2} + \dots \quad (3.2)$$

$$D(p^2) = \frac{i}{p^2 - m^2} \left\{ 1 + (-i\pi_0) \frac{i}{p^2 - m^2} + (-i\pi_1) \frac{i}{p^2 - m^2} + \dots \right\} \quad (3.3)$$

$$D(p^2) = \frac{i}{p^2 - m^2} \left\{ 1 + (-i\pi_0 - i\pi_1) \frac{i}{p^2 - m^2} + \dots \right\} \quad (3.4)$$

Como o termo entre chaves é uma série de potências do tipo $1+x+x^2+\dots$, para que tal série seja convergente, cada termo deve ser menor que o anterior,

e neste caso, a série converge para $1/1 - x$.

Assim:

$$D(p^2) = \frac{i}{p^2 - m^2} \left\{ \frac{1}{1 - (-i\pi_0 - i\pi_1)i/p^2 - m^2} \right\} \quad (3.5)$$

$$D(p^2) = \frac{i}{p^2 - (m^2 + \pi_0 + \pi_1)} \quad (3.6)$$

Logo, o inverso do propagador é:

$$D^{-1}(p^2) = -i[p^2 - (m^2 + \pi_0 + \pi_1)] \quad (3.7)$$

onde,

$$\pi_0 = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2} \right) (2ie^2 g_{\mu\nu}) \quad (3.8)$$

é o loop do campo vetorial não massivo, e

$$\pi_1 = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \left(\frac{i}{(k+p)^2 - m^2} \right) [-ie(p^\mu + k^\mu + p^\mu)] \left(\frac{-ig_{\mu\nu}}{k^2} \right) [-ie(k^\nu + p^\nu + p^\nu)] \quad (3.9)$$

é o loop com um propagador do campo vetorial e um propagador do campo escalar, que depende do momento externo.

Por uma simples análise na potência dos integrandos de π_0 e π_1 , na variável de integração k podemos ter uma idéia de que tais quantidades irão divergir. Observamos que na expressão de π_0 , o numerador do integrando possui potência a quarta em k , enquanto o denominador possui apenas potência ao quadrado de k . Assim, o integrando de π_0 possui potência ao quadrado em k , e como a integral é realizada sobre todo o espaço k , tal integral deve divergir quadraticamente, ou seja:

$$\pi_0 \sim \int d^4k \frac{1}{k^2} \sim k^2 \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.10)$$

Para a expressão de π_1 , o denominador possui potência a 4^a em k , e o numerador possui potência a 4^a em k para os termos proporcionais a p^2 e potência 6^a para os termos em k^2 . Logo, π_1 pode ser escrito $\pi_1(p^2) = \pi_{1quad} + p^2\pi_{1log} + \pi_{1fin}(p^2)$, onde π_{1quad} diverge quadraticamente e π_{1log} diverge logaritmicamente, da seguinte forma:

$$\pi_{1quad} \sim \int d^4k \frac{k^2}{k^4} \sim k^2 \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.11)$$

$$\pi_{1log} \sim \int d^4k \frac{1}{k^4} \sim \ln(k) \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.12)$$

Estas divergências serão eliminadas absorvendo-as nas constantes físicas da teoria, por exemplo, a massa da partícula escalar.

Desta forma, o propagador corrigido nos fornecerá a correção para a massa, ou seja, nos fornecerá a massa física (m_{ph}^2) que é:

$$m_{Ph}^2 = m^2 + \pi_0 + \pi_{1quad} \quad (3.13)$$

Então, o inverso do propagador, torna-se:

$$D^{-1}(p^2) = -i[p^2 - p^2\pi_{1log} - (m^2 + \pi_0 + \pi_{1quad})] \quad (3.14)$$

A massa física denominada acima, é definida como:

$$m_{Ph}^2 = -iD^{-1}(p^2 = 0) \quad (3.15)$$

Para eliminarmos as divergências, vamos modificar a Lagrangeana do modelo introduzindo um 'contra-termo' da forma $-B\phi^*\phi + C\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi$, assim, a Lagrangeana fica:

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi + ie\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ie\partial_\mu\phi\phi^*A^\mu + \\ & e^2\phi^*\phi A_\mu A^\mu - m_{Ph}^2\phi^*\phi - B\phi^*\phi + C\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi \end{aligned} \quad (3.16)$$

Refazendo os cálculos perturbativos, temos que o inverso do propagador corrigido torna-se:

$$D^{-1}(p^2) = -i[p^2(1 - \pi_{1log} + C) - m_{Ph}^2 - \pi_0 - \pi_{1quad} - B] \quad (3.17)$$

Agora, vamos definir nosso ponto de renormalização como sendo em $p^2 = 0$, e então:

$$D^{-1}(p^2 = 0) = im_{Ph}^2 \quad (3.18)$$

Assim,

$$D^{-1}(p^2 = 0) = -i[0 - m_{Ph}^2 - \pi_0 - \pi_{1quad}(p^2 = 0) - B] = im_{Ph}^2 \quad (3.19)$$

e, portanto:

$$B = -\pi_0 - \pi_{1quad}(p^2 = 0) \quad (3.20)$$

onde B é o contra-termo que adicionamos à Lagrangeana de forma a tornar a massa da partícula finita.

Para encontrarmos o contra-termo C, usamos a seguinte condição de renormalização:

$$\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \Big|_{p^2=0} = 1 \quad (3.21)$$

Logo,

$$C = \pi_{1log} \quad (3.22)$$

2) Correção para o vértice que envolve duas partículas escalares e uma vetorial:

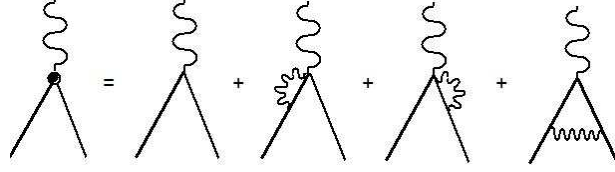


Figura 3.7: Correção para o vértice com 2 partículas escalares e uma vetorial

$$\Gamma^\mu(p^2, p'^2) = \Gamma_1^\mu + \Gamma_2^\mu + \Gamma_3^\mu + \Gamma_4^\mu \quad (3.23)$$

$$\Gamma_\mu(p^2, p'^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu) + \Gamma_2^\mu + \Gamma_3^\mu + \Gamma_4^\mu \quad (3.24)$$

De acordo com as regras de Feynman para o modelo, temos:

$$\Gamma_2^\mu = 4e^3 p_\mu \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{[(k+p)^2 + m^2]k^2} + 2e^3 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k_\mu}{[(k+p)^2 + m^2]k^2} \quad (3.25)$$

Agora, vamos utilizar a seguinte relação:

$$I^\rho(p, p') = \int d^4 k k^\rho f(k, p, p') = (p^\rho + p'^\rho) I_{par}(p, p') + (p^\rho - p'^\rho) I_{impar}(p, p') \quad (3.26)$$

onde $I_{par}(p, p')$ é uma função par na troca de $p \leftrightarrow p'$ e $I_{impar}(p, p')$ é uma função ímpar na troca $p \leftrightarrow p'$

Escolhendo o ponto de renormalização da função de vértice como sendo com os campos escalares na camada de massa, temos:

Como $I_{impar}(p, p')$ é uma função escalar, temos:

$$I_{impar}(p, p') \Rightarrow I_{impar}(p^2, p'^2, pp') \quad (3.27)$$

Na camada de massa, temos que $p^2 = p'^2 = m_\pi^2$, logo:

$$I_{\text{impar}}(m_\pi^2, m_\pi^2, pp') = -I_{\text{impar}}(m_\pi^2, m_\pi^2, p'p) \Rightarrow I_{\text{impar}}(m_\pi^2, m_\pi^2, p'p) = 0 \quad (3.28)$$

Desta forma, utilizaremos a relação (3.26) da seguinte forma:

$$I^\rho(p, p') = \int d^4k k^\rho f(k, p, p') = (p^\rho + p'^\rho)I(p, p') \quad (3.29)$$

tendo que:

$$(p^\rho - p'^\rho)I^\rho = (p^2 - p'^2)I \quad (3.30)$$

Então:

$$I = \frac{(p^\rho - p'^\rho)I^\rho}{(p^2 - p'^2)} \quad (3.31)$$

Assim,

$$I = \frac{1}{(p^2 - p'^2)} \int d^4k (p^\rho - p'^\rho)k^\rho f(k, p, p') \quad (3.32)$$

Logo:

$$I^\rho(p, p') = \int d^4k k^\rho f(k, p, p') = \frac{(p^\rho + p'^\rho)}{p^2 - p'^2} \int d^4k (pk - p'k) f(k, p, p') \quad (3.33)$$

A partir de (3.33) podemos obter sua forma particular:

$$I^\rho(p) = \int d^4k k^\rho f(k, p) = \frac{p^\rho}{p^2} \int d^4k (pk) f(k, p) \quad (3.34)$$

Utilizando a expressão (3.34), podemos reescrever (3.25) como:

$$\Gamma_2^\mu = -ie^3 \left\{ p_\mu \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{4}{[(k+p)^2 + m^2]k^2} + 2\frac{p_\mu}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{pk}{[(k+p)^2 - m^2]k^2} \right\} \quad (3.35)$$

As integrais acima têm que ser funções escalares de p_μ e nesse caso elas só podem ser funções de p^2 , assim, a relação acima pode ser escrita como:

$$\Gamma_2^\mu = -iep_\mu [e^2 f(p^2) + e^2 g(p^2)] \quad (3.36)$$

onde

$$f(p^2) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{4}{[(k+p)^2 + m^2]k^2}$$

e

$$g(p^2) = \frac{2}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{pk}{[(k+p)^2 - m^2]k^2} \}$$

.

Como a expressão para Γ_3^μ diferencia da expressão de Γ_2^μ apenas pela troca de p por p' , vamos adotar o mesmo procedimento empregado em Γ_2^μ , e, desta forma, podemos escrever Γ_3^μ , como:

$$\Gamma_3^\mu = -iep'_\mu [e^2 f(p'^2) + e^2 g(p'^2)] \quad (3.37)$$

Vamos analisar, agora, Γ_4^μ :

$$\Gamma_4^\mu = -e^3 (p_\mu + p'_\mu) \left(\int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2} - e^3 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{2k_\mu(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2} \right) \quad (3.38)$$

Utilizando a relação (3.33), temos:

$$\begin{aligned} \Gamma_4^\mu &= -e^3(p_\mu + p'_\mu) \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2} - \\ &e^3 \frac{p_\mu + p'_\mu}{p^2 - p'^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{2(pk - p'k)(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Como as integrais subscritas são funções escalares de p^2 , p'^2 e pp' , assim, podemos escrever Γ_4^μ , como:

$$\Gamma_4^\mu = -ie(p_\mu + p'_\mu)[e^2 h(p^2, p'^2) + e^2 l(p^2, p'^2)] \quad (3.40)$$

onde

$$h(p^2, p'^2) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2}$$

e

$$l(p^2, p'^2) = \frac{1}{p^2 - p'^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{2(pk - p'k)(2p_\rho + k_\rho)(2p'^\rho + k^\rho)}{[(k+p)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]k^2}$$

Vamos tomar como ponto de renormalização o ponto em que as partículas externas estão na camada de massa, logo:

$$p^2 = m_{ph}^2 \quad (3.41)$$

$$p'^2 = m_{ph}^2 \quad (3.42)$$

$$(p - p')^2 = 0 \Rightarrow pp' = m_{ph}^2 \quad (3.43)$$

Analisando as expressões (3.36), (3.37) e (3.40), temos que:

$$f(p^2) = f(p'^2) = f(m_{ph}^2) \quad (3.44)$$

$$g(p^2) = g(p'^2) = g(m_{ph}^2) \quad (3.45)$$

$$h(p^2, p'^2, pq) = h(m_{ph}^2) \quad (3.46)$$

$$l(p^2, p'^2, pq) = l(m_{ph}^2) \quad (3.47)$$

Usando as relações acima, podemos escrever a função de vértice, (3.24), na camada de massa, como:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu(m_{ph}^2) = & -ie(p_\mu + p'_\mu) - ie(p_\mu + p'_\mu)[e^2 f(m_{ph}^2) + e^2 g(m_{ph}^2)] - \\ & ie(p_\mu + p'_\mu)[e^2 h(m_{ph}^2) + e^2 l(m_{ph}^2)] + \dots \end{aligned} \quad (3.48)$$

$$\Gamma_\mu(m_{ph}^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu) \{1 + e^2[f(m_{ph}^2) + g(m_{ph}^2) + h(m_{ph}^2) + l(m_{ph}^2)]\} + \dots \quad (3.49)$$

Analisando as integrais de $f(m_{ph}^2)$, $g(m_{ph}^2)$, $h(m_{ph}^2)$ e $l(m_{ph}^2)$, vemos que todas divergem quando $k \rightarrow \infty$, veja:

$$f(m_{ph}^2) \sim \int d^4k \frac{1}{k^4} \sim \ln(k) \Big|^\infty \rightarrow \infty, \quad (3.50)$$

diverge logaritmicamente

$$g(m_{ph}^2) \sim \int d^4k \frac{k}{k^4} \sim k \Big|^\infty \rightarrow \infty, \quad (3.51)$$

diverge linearmente

$$h(m_{ph}^2) \sim \int d^4k \frac{k^2}{k^6} \sim \ln(k) \Big|^\infty \rightarrow \infty, \quad (3.52)$$

diverge logaritmicamente

$$l(m_{ph}^2) \sim \int d^4k \frac{k^3}{k^6} \sim k \Big|^\infty \rightarrow \infty, \quad (3.53)$$

diverge linearmente.

Agrupando essas funções a partir do grau de divergência, temos

$$F(m_{ph}^2) = f(m_{ph}^2) + h(m_{ph}^2) \quad (3.54)$$

$$G(m^2) = g(m_{ph}^2) + l(m_{ph}^2) \quad (3.55)$$

Portanto, a função de vértice é reescrita como:

$$\Gamma_\mu(m_{ph}^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu) \{1 + e^2[F(m_{ph}^2) + G(m_{ph}^2)] + \dots\} \quad (3.56)$$

onde, $F(m_{ph}^2)$ e $G(m_{ph}^2)$, como vimos contém integrais divergentes. Para eliminar essas divergências vamos adicionar à Lagrangeana do modelo um novo "contra-termo", da forma $G\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu$, de forma que:

$$L = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi + ie\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ie\partial_\mu\phi\phi^*A^\mu + e^2\phi^*\phi A_\mu A^\mu + ieG\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ieG\partial_\mu\phi\phi^*A^\mu - m_{ph}^2\phi^*\phi - B\phi^*\phi + C\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi \quad (3.57)$$

onde, e é definida como a constante de acoplamento física, que é finita. Com isto, as regras de Feynman para o vértice se modificariam, pois, teremos que acrescentar o diagram de "contra-termos"na Lagrangeana, cuja contribuição para o vértice é:

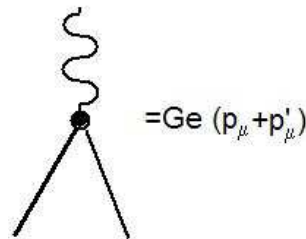


Figura 3.8: Nova regra de Feynman para o modelo

Assim, o vértice renormalizado, torna-se:

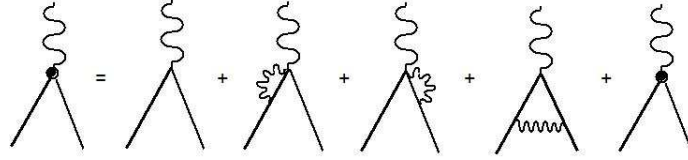


Figura 3.9: Correção para o vértice que envolve 2 partículas escalares e uma vetorial

$$\Gamma_\mu(m_{ph}^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu)\{1 + e^2[F(m_{ph}^2) + G(m_{ph}^2)] + G + \dots\} \quad (3.58)$$

Agora, definindo o ponto de renormalização, como sendo na camada de massa, temos:

$$\Gamma_\mu(m_{ph}^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu) \quad (3.59)$$

e, temos que:

$$G = -e^2[F(m_{ph}^2) + G(m_{ph}^2)] \quad (3.60)$$

onde C é o contra-termo que acrescentamos à Lagrangeana de forma a tornar a constante de acoplamento finita.

3) Correção para o propagador do campo vetorial:

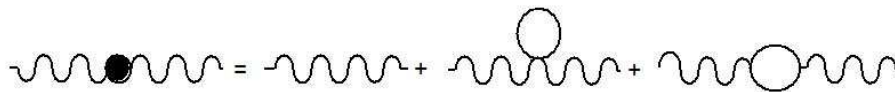


Figura 3.10: Correção para o propagador vetorial (termo $-1/4F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ na Lagrangeana)

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} + \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right)(-i D_0^{\rho\sigma})\left(-\frac{i g_{\sigma\nu}}{p^2}\right) + \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right)(-i D_1^{\rho\sigma})\left(-\frac{i g_{\sigma\nu}}{p^2}\right) + \dots \quad (3.61)$$

sendo,

$$D_0^{\rho\sigma} = -2e^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{g^{\rho\sigma}}{k^2 - m^2} = e^2 g^{\rho\sigma} I_0, \quad (3.62)$$

onde:

$$I_0 = 2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2 - m^2} \quad (3.63)$$

e,

$$\begin{aligned} D_1^{\rho\sigma} &= 4e^2 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\rho k^\sigma}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} - \\ &2e^2 p^\rho \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\sigma}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} - \\ &2e^2 p^\sigma \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{k^\rho}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} + \\ &e^2 p^\sigma p^\rho \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} \end{aligned} \quad (3.64)$$

Usando a relação de simetrização,

$$I = \int d^4 k k^\sigma k^\rho f(k^2) = \frac{1}{4} g^{\sigma\rho} \int d^4 k k^2 f(k^2) \quad (3.65)$$

e, a relação mostrada em (3.34), temos:

$$\begin{aligned}
D_1^{\rho\sigma} &= e^2 g^{\rho\sigma} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} - \\
& 2e^2 p^\rho \frac{p^\sigma}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{pk}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} - \\
& 2e^2 p^\sigma \frac{p^\rho}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{pk}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} + \\
& e^2 p^\sigma p^\rho \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]} \quad (3.66)
\end{aligned}$$

$$D_1^{\rho\sigma} = e^2 g^{\rho\sigma} f(p^2) + e^2 p^\rho p^\sigma [g(p^2) + h(p^2)] \quad (3.67)$$

onde

$$f(p^2) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{k^2}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]},$$

$$g(p^2) = \frac{4}{p^2} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{pk}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]}$$

e

$$h(p^2) = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{(k^2 - m^2)[(k-p)^2 - m^2]}$$

Assim, o propagador vetorial, dado por, (3.61), pode ser reescrito como:

$$\begin{aligned}
D_{\mu\nu}(p^2) &= -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} + \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right) [-ie^2 g^{\rho\sigma} (I_0 + f(p^2))] \left(-\frac{i g_{\sigma\nu}}{p^2}\right) + \\
& \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right) [-ie^2 p^\rho p^\sigma (g(p^2) + h(p^2))] \left(-\frac{i g_{\sigma\nu}}{p^2}\right) + \dots \quad (3.68)
\end{aligned}$$

Se exigirmos do modelo invariância de gauge, vemos que as correções para o propagador do méson vetorial, dadas por

$$D_0^{\rho\sigma} + D_1^{\rho\sigma} = e^2 \{g^{\rho\sigma} (I_0 + f(p^2)) + p^\rho p^\sigma (g(p^2) + h(p^2))\}, \quad (3.69)$$

devem satisfazer a

$$p_\rho(D_0^{\rho\sigma} + D_1^{\rho\sigma}) = 0. \quad (3.70)$$

Ou seja:

$$p_\sigma\{(I_0 + f(p^2)) + p^2(g(p^2) + h(p^2))\} = 0 \quad (3.71)$$

$$I_0 + f(p^2) = -p^2(g(p^2) + h(p^2)) \quad (3.72)$$

que significa que as correções para o propagador devem ser proporcionais a p^2 . Na prática isto seria obtido se usássemos uma regularização invariante de gauge além de um propagador para o campo vetorial também invariante de gauge. Usando (3.72) em (3.68), temos:

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}(p^2) = & -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} + \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right) \left[-e^2 \frac{g_\nu^\rho}{p^2} [-p^2(g(p^2) + h(p^2))]\right] + \\ & \left(-\frac{i g_{\mu\rho}}{p^2}\right) \left[-e^2 \frac{p^\rho p_\nu}{p^2} (g(p^2) + h(p^2))\right] + \dots \end{aligned} \quad (3.73)$$

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} + \frac{i g_{\mu\nu}}{p^4} e^2 \{-p^2(g(p^2) + h(p^2))\} + \frac{i p_\mu p_\nu e^2}{p^4} [g(p^2) + h(p^2)] + \dots \quad (3.74)$$

Podemos notar que, apesar do último termo ser um tensor da mesma ordem que o propagador livre para o campo vetorial, ele não é da mesma forma, ou seja, enquanto o último termo é escrito em termos de p_μ e p_ν o propagador livre é escrito apenas em termos de $g_{\mu\nu}$. Isso se deve ao fato de que o propagador livre do campo vetorial usado não ser explicitamente invariante de gauge, ou seja, da forma $\frac{1}{k^2}(g_{\mu\nu} - \frac{k^\mu k^\nu}{k^2})$. Assim, vamos desconsiderar esse último termo da expansão para que possamos renormalizar o propagador vetorial. Logo:

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} + \frac{i g_{\mu\nu}}{p^4} e^2 \{-p^2(g(p^2) + h(p^2))\} + \dots \quad (3.75)$$

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2} \left\{ 1 + \frac{e^2}{p^2} ([g(p^2) + h(p^2)]) + \dots \right\} \quad (3.76)$$

Novamente, o termo entre chaves é uma série de potências do tipo $1 + x + x^2 + \dots$ e, a série converge para $\frac{1}{1-x}$.

Assim:

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{i g_{\mu\nu}}{p^2 - e^2[g(p^2) + h(p^2)]} \quad (3.77)$$

Analisando os integrandos de $g(p^2)$ e $h(p^2)$, vemos que ambos divergem, quando $k \rightarrow \infty$, vejamos:

$$I_0 \sim \int d^4k \frac{1}{k^2} \sim k^2 \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.78)$$

$$f(p^2) \sim \int d^4k \frac{k^2}{k^4} \sim k^2 \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.79)$$

$$g(p^2) \sim \int d^4k \frac{k}{k^4} \sim k \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.80)$$

$$h(p^2) \sim \int d^4k \frac{1}{k^4} \sim \ln(k) \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.81)$$

Para absorver essas divergências, vamos adicionar um "contra-termo" na Lagrangeana da forma $-\frac{E}{4} F_{\mu\nu}^2$. Assim:

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^2 + \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi + ie \partial_\mu \phi^* \phi A^\mu - ie \partial_\mu \phi \phi^* A^\mu + \\ & e^2 \phi^* \phi A_\mu A^\mu + ie G \partial_\mu \phi^* \phi A^\mu - ie G \partial_\mu \phi \phi^* A^\mu - \\ & m_{ph}^2 \phi^* \phi - B \phi^* \phi + C \partial_\mu \phi^* \partial^\mu \phi - \frac{E}{4} F_{\mu\nu}^2, \end{aligned} \quad (3.82)$$

Com isto, as regras de Feynman para o propagador vetorial se modifi-

cariam, pois, teremos que acrescentar o diagrama de "contra-termos" na Lagrangeana, cuja contribuição para o propagador é:



$$= -ig_{\mu\nu}E$$

Figura 3.11: Nova regra de Feynman para o propagador vetorial

Assim, a expansão perturbativa para o propagador torna-se:



Figura 3.12: Correção para o propagador vetorial (termo $-1/4F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$ na Lagrangeana)

E, desta forma, o propagador corrigido fica:

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{ig_{\mu\nu}}{p^2} \{1 + e^2[g(p^2) + h(p^2)] + E + \dots\} \quad (3.83)$$

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{ig_{\mu\nu}}{p^2} \left\{ \frac{1}{1 - e^2[g(p^2) + h(p^2)] + E} \right\} \quad (3.84)$$

$$D_{\mu\nu}(p^2) = -\frac{ig_{\mu\nu}}{p^2(1 - e^2[g(p^2) + f(p^2)] + E)} \quad (3.85)$$

Agora, vamos utilizar o seguinte ponto de renormalização para o propagador do campo vetorial:

$$\left. \frac{\partial D_{\mu\nu}^{-1}}{\partial p^2} \right|_{p^2=0} = ig_{\mu\nu} \quad (3.86)$$

$$\left. \frac{\partial D_{\mu\nu}^{-1}}{\partial p^2} \right|_{p^2=0} = \left. \frac{\partial}{\partial p^2} [ig_{\mu\nu}p^2(1 - e^2[g(p^2) + h(p^2)] + E)] \right|_{p^2=0} \quad (3.87)$$

$$\frac{\partial D_{\mu\nu}^{-1}}{\partial p^2} \Big|_{p^2=0} = i g_{\mu\nu} (1 - e^2 [g(p^2) + h(p^2)] + E)_{p^2=0} = i g_{\mu\nu} \quad (3.88)$$

$$i g_{\mu\nu} (1 - e^2 [g(0) + h(0)] + E) = i g_{\mu\nu} \quad (3.89)$$

$$E = e^2 [g(0) + h(0)] \quad (3.90)$$

onde E é o "contra-termo que acrescentamos à Lagrangeana.

4) Correção para o vértice que envolve duas partículas escalares e duas vetoriais:

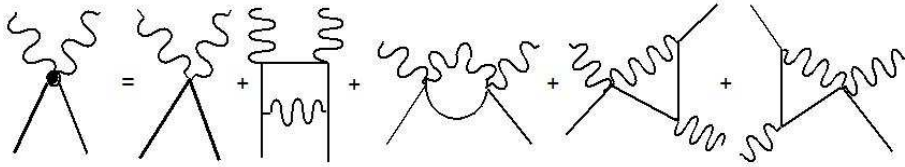


Figura 3.13: Correção para o vértice com 2 partículas escalares e 2 vetoriais

$$\theta^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = 2ie^2 g^{\mu\nu} + \theta_1^{\mu\nu}(p^2, p'^2) + \theta_2^{\mu\nu}(p^2, p'^2) + \theta_3^{\mu\nu}(p^2, p'^2) + \theta_4^{\mu\nu}(p^2, p'^2) + \dots \quad (3.91)$$

onde:

$$\theta_1^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = -e^4 \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} (k^2 - 2kp' - 2pp' - p^2) \times \frac{(2k^\mu - q^\mu)(2k^\nu - q^\nu - p^\nu - p'^\nu)}{(k^2 - m^2)(k - p)^2 [(k - q)^2 - m^2] [(k - p - p')^2 - m^2]} \quad (3.92)$$

Analisando o integrando de $\theta_1^{\mu\nu}$, temos que:

$$\int d^4 k \frac{k^3}{k^8} \sim \frac{1}{k} \Big|_{\infty} \rightarrow 0 \quad (3.93)$$

$$\int d^4k \frac{k^4}{k^8} \sim \ln(k) \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.94)$$

$$\int d^4k \frac{k^2}{k^8} \sim \frac{1}{k^2} \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow 0 \quad (3.95)$$

$$\int d^4k \frac{k}{k^8} \sim \frac{1}{k^3} \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow 0 \quad (3.96)$$

$$\theta_2^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = -4e^4 g^{\mu\nu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{1}{k^2[(k+p-q)^2 - m^2]} \quad (3.97)$$

Analisando o integrando de $\theta_2^{\mu\nu}$, temos:

$$\int d^4k \frac{1}{k^4} \sim \ln(k) \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.98)$$

$$\theta_3^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = -2e^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2k^\nu + p^\nu - q^\nu + p'^\nu)(2p'^\mu - k^\mu)}{k^2[(k+p-q)^2 - m^2][(k+p)^2 - m^2]} \quad (3.99)$$

Analisando o integrando de $\theta_3^{\mu\nu}$, temos:

$$\int d^4k \frac{k^2}{k^6} \sim \ln(k) \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.100)$$

$$\int d^4k \frac{k}{k^6} \sim \frac{1}{k} \Big|_{\infty}^{\infty} \rightarrow 0 \quad (3.101)$$

$$\theta_4^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = -2e^4 \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{(2k^\nu + p'^\nu - q^\nu + p^\nu)(2p'^\mu - k^\mu)}{k^2[(k+p'-q)^2 - m^2][(k+p')^2 - m^2]} \quad (3.102)$$

Analisando o integrando de $\theta_4^{\mu\nu}$, temos:

$$\int d^4k \frac{k^2}{k^6} \sim \ln(k) \Big|_{\infty} \rightarrow \infty \quad (3.103)$$

$$\int d^4k \frac{k}{k^6} \sim \frac{1}{k} \Big|_{\infty} \rightarrow 0 \quad (3.104)$$

Como podemos ver, temos algumas integrais que não divergem, ou seja, são finitas, e as integrais que divergem possuem o mesmo tipo de divergência (logaritmica), desta forma, vamos reescrever (3.91), desconsiderando os termos finitos, uma vez que os mesmos não causam divergência quando o vértice é corrigido, logo:

$$\theta^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = 2ie^2 g^{\mu\nu} [1 - e^2 h(p^2, p'^2) + \dots] \quad (3.105)$$

Para absorver a divergência em $h(p^2, p'^2)$, vamos adicionar um contra-termo na Lagrangeana da forma $F\phi^*\phi A_\mu A^\mu$. Assim:

$$\begin{aligned} L = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi + ie\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ie\partial_\mu\phi\phi^*A_\mu + e^2\phi^*\phi A_\mu A^\mu + \\ & + ieG\partial_\mu\phi^*\phi A^\mu - ieG\partial_\mu\phi\phi^*A^\mu - m_{ph}^2\phi^*\phi - B\phi^*\phi + \\ & + C\partial_\mu\phi^*\partial^\mu\phi - \frac{E}{4}F_{\mu\nu}^2 + F\phi^*\phi A_\mu A^\mu \end{aligned} \quad (3.106)$$

Desta forma, as regras de Feynman para o vértice se modificam, pois, teremos que acrescentar o diagrama de "contra-termos" na Lagrangeana, cuja contribuição para o vértice é:



Figura 3.14: Nova regra de Feynman para o vértice que envolve 2 partículas escalares e 2 vetoriais

Assim, a expansão perturbativa para o vértice torna-se:

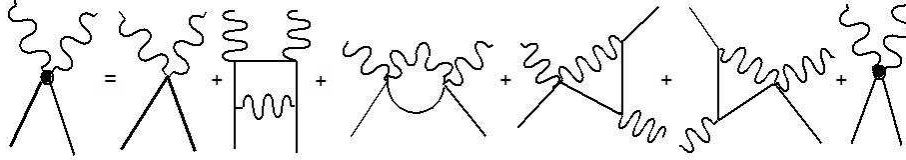


Figura 3.15: Correção para o vértice que envolve 2 partículas escalares e 2 vetoriais

E, desta forma, o vértice corrigido fica:

$$\theta^{\mu\nu}(p^2, p'^2) = 2ie^2 g^{\mu\nu} [1 - e^2 h(p^2, p'^2) + F + \dots] \quad (3.107)$$

Agora, definindo o nosso ponto de renormalização, como sendo na camada de massa, temos:

$$\theta^{\mu\nu}(p^2 = m_{ph}^2, p'^2 = m_{ph}^2) = 2ie^2 g^{\mu\nu}, \quad (3.108)$$

então:

$$F = e^2 h(p^2, p'^2) \quad (3.109)$$

onde F é o "contra-termo que acrescentamos à Lagrangeana.

3.3.1 Construção e cálculo das amplitudes para a QED escalar

Mostraremos agora como calcular, a partir da aplicação das regras de Feynman aos diagramas, as expressões para as amplitudes encontradas nas correções para a lagrangeana da QED escalar. Em particular, não vamos empregar a técnica conhecida como parametrização de Feynman, e sim uma integração angular direta no espaço euclidiano. As expressões obtidas dessa forma são mais apropriadas para a implementação de cálculos não perturbativos onde as massas e as constantes de acoplamento podem apresentar dependência com os momentos transportados ou trocados pelas partículas. As expressões obtidas dessa maneira são completamente equivalentes às obtidas empregando-se a parametrização de Feynman.

1 - O diagrama de auto-energia é a representação pictórica de um processo onde uma partícula interage com o campo criado por uma partícula vetorial e uma escalar. O diagrama associado é mostrado a seguir:

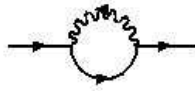


Figura 3.16: : Diagrama de auto-energia para o campo escalar

Aplicando as regras de Feynman para o diagrama subescrito, a expressão para a auto-energia será:

$$\pi_1(p^2) = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^2(k^2 + 4kp + 4p^2)}{k^2[(k+p)^2 - m^2]} \quad (3.110)$$

Por uma simples análise da potência do integrando de π_1 na variável de integração k podemos ter uma idéia de que esta amplitude possui uma divergência de infra-vermelho. Para eliminarmos tal divergência, introduziremos um regularizador ε^2 para o campo vetorial.

Assim, a amplitude torna-se:

$$\pi_1(p^2) = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^2(k^2 + 4kp + 4p^2)}{(k^2 - \varepsilon^2)[(k+p)^2 - m^2]} \quad (3.111)$$

Como primeiro passo para calcular a amplitude, vamos efetuar uma rotação no eixo temporal para o plano complexo (rotação de Wick), migrando do espaço de Minkowsky para o espaço euclideano. Com isso, poderemos escrever:

$$k_0 \rightarrow ik_4. \quad (3.112)$$

Com esta mudança podemos escrever o módulo do quadrimomento da seguinte forma:

$$k = (k_0, k_1, k_2, k_3) \rightarrow (k_1, k_2, k_3, k_4) \quad (3.113)$$

$$k^2 = k_0^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 \quad (3.114)$$

Como,

$$k_0 = ik_4 \rightarrow dk_0 = idk_4 \quad (3.115)$$

Logo:

$$k^2 = -k_4^2 - k_1^2 - k_2^2 - k_3^2 \equiv -k_E^2 \quad (3.116)$$

e

$$d^4k = idk_4 dk_1 dk_2 dk_3 = id^4k_E \quad (3.117)$$

Assim, a amplitude poderá ser reescrita como:

$$\pi_1(p^2) = - \int i \frac{d^4k_E}{(2\pi)^4} \frac{e^2(-k_E^2 - 4k_E p_E - 4p_E^2)}{(-k_E^2 - \varepsilon^2)[-(k_E + p_E)^2 - m^2]} \quad (3.118)$$

A integral em coordenadas cartesianas no espaço euclidiano pode ser transformada numa integral em coordenadas polares (4-dimensões), de tal forma que:

$$d^4k_E = k^3 dk d\varphi \sin \theta d\theta \sin^2 \theta_2 d\theta_2 = \frac{k^2 dk^2}{2} d\varphi \sin \theta d\theta \sin^2 \theta_2 d\theta_2 \quad (3.119)$$

Como a variável de integração k é o vetor quadrimomento, podemos fazer uma escolha arbitrária em relação à direção da componente temporal k_0 . Construiremos então, a componente k_0 na mesma direção do vetor momento p de tal forma que:

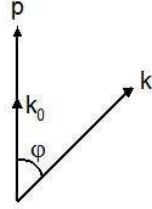


Figura 3.17: : Direção do vetor temporal

De acordo com o gráfico acima, podemos ver claramente que o produto escalar de p_E com k_E pode ser feito da seguinte maneira:

$$k_E p_E = kp \cos \varphi \quad (3.120)$$

Podemos então, escrever π_1 , como:

$$\pi_1(p^2) = - \int^i \frac{k^2 dk^2}{2(2\pi)^4} \frac{e^2(k_E^2 + 4k_E p_E \cos \varphi + 4p_E^2)}{(k_E^2 + \varepsilon^2)[k_E^2 + 2k_E p_E \cos \varphi + p_E^2 + m^2]} d\varphi \sin \theta d\theta \sin^2 \theta_2 d\theta_2 \quad (3.121)$$

Agora, já fazendo $k_E^2 \rightarrow k^2$, temos:

$$\pi_1(p^2) = - \int^i \frac{k^2 dk^2}{2(2\pi)^4} \frac{e^2(k^2 + 4kp \cos \varphi + 4p^2)}{(k^2 + \varepsilon^2)[k^2 + 2kp \cos \varphi + p^2 + m^2]} d\varphi \sin \theta d\theta \sin^2 \theta_2 d\theta_2 \quad (3.122)$$

Como o integrando depende apenas de k^2 e φ as integrais em θ e θ_2 podem ser resolvidas sem problemas:

$$\int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^\pi \sin^2 \theta_2 d\theta_2 = \pi \quad (3.123)$$

Desta forma, temos:

$$\pi_1(p^2) = -\frac{i\pi}{2(2\pi)^4} \int \frac{k^2 dk^2}{(k^2 + \varepsilon^2)} \frac{e^2(k^2 + 4p^2)}{[(k^2 + p^2 + m^2)]} \int_0^{2\pi} \frac{1 + \left(\frac{4kp}{k^2 + 4p^2}\right) \cos \varphi}{1 + \left(\frac{2kp}{k^2 + p^2 + m^2}\right) \cos \varphi} d\varphi \quad (3.124)$$

Resolvendo a integral em φ , temos:

$$\pi_1(p^2) = -\frac{i}{16\pi} \int \frac{k^2 dk^2}{(k^2 + \varepsilon^2)} \frac{e^2(k^2 + 4p^2)}{[(k^2 + p^2 + m^2)]} \frac{\left(\frac{1}{k^2 + p^2 + m^2} + \frac{2\sqrt{1 - \frac{4k^2 p^2}{(k^2 + p^2 + m^2)^2} - 2}}{k^2 + 4p^2} \right) (k^2 + p^2 + m^2)}{\sqrt{1 - \frac{4k^2 p^2}{(k^2 + p^2 + m^2)^2}}} \quad (3.125)$$

Como e^2 , em modelos não locais é função de k^2 , quando fizermos $k^2 = y$ e assim, $e^2(y)$, teremos:

$$\pi_1(p^2) = -\frac{i}{16\pi} \int_0^\infty \frac{y dy}{(y + \varepsilon^2)} \frac{e^2(y)(y + 4p^2)}{[(y + p^2 + m^2)]} \frac{\left(\frac{1}{y + p^2 + m^2} + \frac{2\sqrt{1 - \frac{4yp^2}{(y + p^2 + m^2)^2} - 2}}{y + 4p^2} \right) (y + p^2 + m^2)}{\sqrt{1 - \frac{4yp^2}{(y + p^2 + m^2)^2}}} \quad (3.126)$$

Como já mostramos, para o diagrama acima, o processo utilizado para se calcular amplitudes, mostraremos a seguir, as amplitudes finais para os demais diagramas.

2- O diagrama de auto-energia é a representação pictórica de um processo onde uma partícula interage com o campo criado por uma partícula vetorial. O diagrama associado é mostrado a seguir:

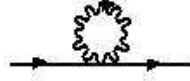


Figura 3.18: : Diagrama de auto-energia para o campo escalar

Aplicando as devidas regras de Feynman para este diagrama, temos a seguinte amplitude:

$$\pi_0 = -\frac{i}{2\pi^2} \int_0^\infty dy e^2(y) \quad (3.127)$$

3 - O diagrama de correção para o propagador do vértice vetorial é a representação pictórica de um processo onde uma partícula vetorial interage com o campo criado por uma partícula escalar. O diagrama associado é mostrado a seguir:

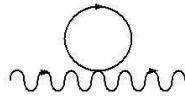


Figura 3.19: : Correção para o propagador do vértice vetorial

Este diagrama apresenta a amplitude de probabilidade dada por:

$$D_0^{\rho\sigma} = -\frac{ig^{\rho\sigma}}{8\pi^2} \int_0^\infty dy \frac{ye^2(y)}{y+m^2} \quad (3.128)$$

4 - O diagrama de correção para o propagador do vértice vetorial é a representação pictórica de um processo onde uma partícula vetorial interage com o campo criado por uma partícula escalar. O diagrama associado é mostrado a seguir:

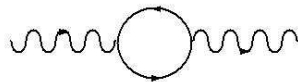


Figura 3.20: : Correção para o propagador do vértice vetorial

Este diagrama apresenta a amplitude de probabilidade dada por:

$$\begin{aligned}
D_1^{\rho\sigma}(p^2) = & -\frac{i\pi}{2(2\pi)^4} \left\{ 2\pi g^{\rho\sigma} \int_0^\infty dy [y^2 e^2(y)] / [(y+m^2)(y+p^2+m^2)] \right. \\
& \sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{yp}}{y+p^2+m^2}\right)^2} - \frac{8p^\rho p^\sigma \pi p}{p^2} \int_0^\infty dy \frac{ye^2(y)}{(y+m^2)(y+p^2+m^2)} \\
& \left\{ -\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{yp}}{y+p^2+m^2}\right)^2} \left(\frac{2\sqrt{yp}}{y+p^2+m^2}\right)} + \frac{\sqrt{y}}{\frac{2\sqrt{yp}}{y+p^2+m^2}} \right\} - 2\pi p^\rho p^\sigma \\
& \left. \int_0^\infty dy \frac{ye^2(y)}{(y+m^2)(y+p^2+m^2)} \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{2\sqrt{yp}}{y+p^2+m^2}\right)^2}} \right) \right\} \quad (3.129)
\end{aligned}$$

5 - O diagrama de correção para o vértice é a representação pictórica de um processo onde duas partículas escalares e uma partícula vetorial interage com o campo criado por uma partícula vetorial e duas partículas escalares. O diagrama associado é mostrado a seguir:



Figura 3.21: : Correção para o vértice escalar-escalar-vetorial

A correção para este vértice possui a seguinte amplitude:

$$\Gamma_2(p^2) = -\frac{ip_\mu}{16\pi^3} \int \frac{ye^3(y) \left\{ \frac{-1 + \sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}}{p^2 \sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}} + \frac{4}{\sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}} \right\}}{y + \epsilon^2} \quad (3.130)$$

6 - O diagrama de correção para o vértice é a representação pictórica de um processo onde duas partículas escalares e uma partícula vetorial interage

com o campo criado por uma partícula vetorial e duas partículas escalares. O diagrama associado é mostrado a seguir:



Figura 3.22: : Correção para o vértice escalar-escalar-vetorial

A correção para este vértice possui a seguinte amplitude:

$$\Gamma_3(p'^2) = -\frac{ip'_\mu}{16\pi^3} \int \frac{ye^3(y) \left\{ \frac{-1 + \sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}}{p'^2 \sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}} + \frac{4}{\sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}} \right\}}{y + \epsilon^2} \quad (3.131)$$

7 - O diagrama de correção para o vértice é a representação pictórica de um processo onde duas partículas escalares e uma partícula vetorial interage com o campo criado por uma partícula vetorial e duas partículas escalares. O diagrama associado é mostrado a seguir:

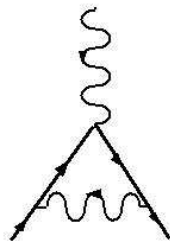


Figura 3.23: : Correção para o vértice escalar-escalar-vetorial

A correção para este vértice possui a seguinte amplitude:

$$\begin{aligned}
\Gamma^4(p^2, p'^2) = & -\frac{ip^{\rho} + p'^{\rho}}{16\pi^2} \left\{ \int \frac{e^3 y}{(y + \epsilon^2)} \left(\frac{1}{(-p^2 + p'^2)} \times \right. \right. \\
& (\sqrt{((k^2 + p'^2 + m^2)^2 - 4(kp')^2)((k^2 + p^2 + m^2)^2 - 4(kp)^2)}) \times \\
& ((kp)(kp')^2(k^2 + p'^2 + m^2) - (kp')^3(k^2 + p^2 + m^2) - (kp)^3 \times \\
& (k^2 + p'^2 + m^2) + (kp)^2(k^2 + p^2 + m^2)(kp')) + \\
& \sqrt{(k^2 + p'^2 + m^2)^2 - 4(kp')^2}(-4(kp)(kp')^2(k^2 + p^2 + m^2) \times \\
& \sqrt{p^2 p'^2} - (kp)^2(kp')(k^2 + p^2 + m^2)^2 + (kp')^3(k^2 + p^2 + m^2)^2 + \\
& (kp)^2(kp')(k^2 + p^2 + m^2)y + 4(kp)^2(kp')(k^2 + p^2 + m^2) \times \\
& \sqrt{p^2 p'^2} - (kp)(kp')^2(k^2 + p^2 + m^2)y) + \\
& \sqrt{(k^2 + p^2 + m^2)^2 - 4(kp)^2}(-4(kp)^2(kp')(k^2 + p'^2 + m^2) \times \\
& \sqrt{p^2 p'^2} - (kp)(kp')^2(k^2 + p'^2 + m^2)^2 + (kp)^3(k^2 + p'^2 + m^2)^2 + \\
& (kp)(kp')^2(k^2 + p'^2 + m^2)y - (kp)^2(kp')(k^2 + p'^2 + m^2)y + \\
& 4(kp)(kp')^2(k^2 + p'^2 + m^2)\sqrt{p^2 p'^2}) / ((kp')(kp) \times \\
& (- (k^2 + p^2 + m^2)(kp') + (kp)(k^2 + p'^2 + m^2))) \times \\
& \sqrt{((k^2 + p'^2 + m^2)^2 - 4(kp')^2)((k^2 + p^2 + m^2)^2 - 4(kp)^2)} - \\
& (\sqrt{(k^2 + p'^2 + m^2)^2 - 4(kp')^2}(-4(kp)\sqrt{p^2 p'^2} + \\
& (k^2 + p^2 + m^2)(kp') + (kp)(k^2 + p^2 + m^2) - (kp)y) + \\
& \sqrt{(k^2 + p^2 + m^2)^2 - 4(kp)^2}(-(kp)(k^2 + p'^2 + m^2) + (kp')y + \\
& 4(kp')\sqrt{p^2 p'^2} - (kp')(k^2 + p'^2 + m^2))) / ((- (k^2 + p^2 + m^2) \times \\
& (kp') + (kp)(k^2 + p'^2 + m^2))) \times \\
& \left. \left. \sqrt{((k^2 + p'^2 + m^2)^2 - 4(kp')^2)((k^2 + p^2 + m^2)^2 - 4(kp)^2)} \right) \right\}
\end{aligned} \tag{3.132}$$

8 - Os diagramas de correção para o vértice que envolve duas partículas escalares e duas vetoriais é a representação pictórica de um processo onde duas partículas escalares e duas partículas vetoriais interagem com o campo criado por duas partículas vetoriais e duas partículas escalares. Os diagramas associados é mostrado a seguir:

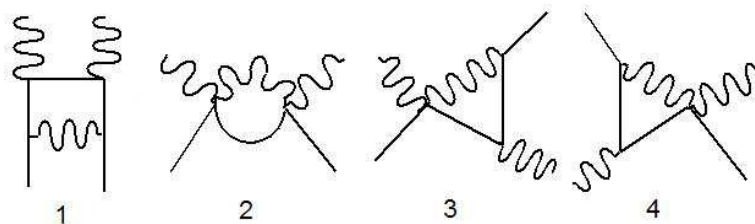


Figura 3.24: : Correções para o vértice escalar-escalar-vetorial-vetorial

As amplitudes para correção do vértice que envolve duas partículas escalares e duas vetoriais são dadas, respectivamente pelas equações (3.92), (3.97), (3.99) e (3.102).

A amplitude para os diagramas da figura (3.24) não apresentam resultados relevantes para nosso trabalho, pois na determinação do fator de forma eletromagnético do pión necessitamos apenas da correção para o vértice escalar-escalar-vetorial. Assim, as mesmas não serão calculadas.

Função de vértice não local

4.1 Introdução

Neste capítulo, estamos interessados em encontrar a forma mais geral da função de vértice vetorial para os modelos que descrevem a interação entre mésons escalares e o méson vetorial, de tal forma que a função de vértice deve preservar as simetrias da QCD, especificamente as identidades de Ward e de Green e deve estar livre de singularidades cinemáticas.

Desta forma, vamos construir o vértice de Ball e Chiu [6] no espaço de Minkowsky [34], [6] e, em seguida construiremos uma função de vértice não local com as mesmas características do vértice de Ball e Chiu, porém, este vértice será construído no espaço euclidiano.

4.2 Construção do vértice de Ball e Chiu

A função de vértice de Ball e Chiu foi construída partindo dos princípios abaixo:

1. Em teorias sem massa, funções de um momento simples tal como o propagador do elétron possui singularidades nas variáveis adimensionais q^2/Λ^2 onde, Λ^2 é o cutoff ultra-violeta e $q^2 = p' - p$. Assim, as singularidades infra-vermelho no nível um-loop estão trivialmente relacionadas com o comportamento ultra-violeta, o qual é conhecido da exigência de renormalização. Em contraste, o vértice off-shell depende de três variáveis escalares: p^2 , p'^2 , e q^2 . Portanto, até mesmo em resultados a um-loop, singularidades logarítmicas em, p^2/p'^2 ou q^2/p'^2 ,

podem ocorrer as quais não estão associadas ao comportamento ultravioleta.

2. A função de vértice na teoria de gauge satisfaz a identidade de Ward, a qual relaciona as componentes do vértice longitudinal com funções mais simples, o inverso do propagador no caso da QED.
3. Construção de uma função de vértice que satisfaça a identidade de Ward automaticamente. A parte longitudinal do vértice pode ser representada explicitamente em termos da função escalar mais simples que aparece na identidade de Ward. A suposição crítica que leva a uma forma única do vértice longitudinal é que o vértice deve ser livre de singularidades.

Partindo das características acima, Ball e Chiu construíram uma forma geral para o vértice que satisfaz automaticamente as identidades de Ward e de Green, que é simétrica e está livre de singularidades cinemáticas, e as funções escalares que aparecem estão livres de qualquer restrição.

O exemplo mais simples de uma teoria de gauge é a eletrodinâmica escalar, cuja forma mais geral do vértice off-shell consistente com a identidade de Ward é bem conhecida.

O vértice deve ser uma quantidade vetorial e, portanto, deve ter a forma:

$$\Gamma_\mu = Ap_\mu + Bp'_\mu \quad (4.1)$$

onde, $q = p' - p$ e, A, B são funções escalares de p^2, p'^2 , e q^2 , os momentos associados com cada partícula no vértice.

A identidade de Ward para este vértice é:

$$q^\mu \Gamma_\mu = D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) \quad (4.2)$$

sendo D o propagador completo do méson escalar e portanto uma função de uma variável escalar simples. A equação (4.2) fornece a seguinte equação para A e B:

$$q^\mu (Ap_\mu + Bp'_\mu) = D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) \quad (4.3)$$

$$pqA + p'qB = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \quad (4.4)$$

$$B = \frac{D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) - pqA}{p'q} \quad (4.5)$$

Substituindo (4.5) em (4.1), temos:

$$\Gamma_\mu = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{p'_\mu}{p'q} + A(p_\mu - \frac{pq}{p'q} p'_\mu) \quad (4.6)$$

Que pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$\Gamma_\mu = \frac{p'_\mu}{p'q} [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) - Apq] + Ap_\mu \quad (4.7)$$

Temos uma singularidade cinemática no primeiro termo em $p'q = 0$, a qual pode ser cancelada pelo segundo termo, significando que A não pode ser uma função arbitrária.

Para retirarmos a singularidade, vamos exigir que $[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) - Apq]$, no limite de $p'q \rightarrow 0$, seja proporcional a $p'q$. Desta forma:

$$[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] - Apq \Big|_{p'q=0} = \alpha p'q \Big|_{p'q \rightarrow 0} \rightarrow 0 \quad (4.8)$$

ou seja,

$$A \Big|_{p'q=0} = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{pq} \Big|_{p'q=0} \quad (4.9)$$

Portanto, temos que A que pode ser escrito como:

$$A = A \Big|_{p'q=0} + A' p'q \quad (4.10)$$

Onde $A' = A'(p, p')$ é uma função arbitrária de p e p' . Logo,

$$A = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{pq} + A'(p'q). \quad (4.11)$$

Como $q = p' - p$, temos que:

$$p'q = p'(p' - p) = 0 \rightarrow p'p = p'^2 \quad (4.12)$$

$$pq = p(p' - p) = pp' - p^2 = p'^2 - p^2 \quad (4.13)$$

Ou seja:

$$p'q \rightarrow 0 \Rightarrow pq \rightarrow p'^2 - p^2 \quad (4.14)$$

Assim, (4.11), torna-se:

$$A = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} + (p'q)A' \quad (4.15)$$

Substituindo (4.15) em (4.6), temos:

$$\Gamma_\mu = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{p'_\mu}{p'q} + \left(\frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} + A'(p'q) \right) \left(p_\mu - \frac{pq}{p'q} p'_\mu \right) \quad (4.16)$$

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} \left[p_\mu + p'_\mu \left(\frac{p'^2 - p^2}{p'q} - \frac{pq}{p'q} \right) \right] + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.17)$$

Como,

$$\left(\frac{p'^2 - p^2}{p'q} - \frac{pq}{p'q} \right) = 1 \quad (4.18)$$

Teremos,

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.19)$$

Este é o vértice final de Ball e Chiu, onde o primeiro termo é a parte longitudinal do vértice e o segundo termo é transverso uma vez que ele é ortogonal a q_μ .

Uma vez que o vértice foi construído, verificaremos que o mesmo obedece as seguintes propriedades:

1. Satisfaz a Identidade de Ward;
2. Satisfaz a Identidade de Green;
3. Satisfaz a simetria na troca de p por p' ;
4. Apresenta ausência de singularidades.

4.2.1 Identidade de Ward e o vértice de Ball e Chiu

Primeiramente, verificaremos se o vértice de Ball e Chiu satisfaz a identidade de Ward.

Sendo a identidade de Ward e o vértice de Ball e Chiu dados respectivamente, pelas equações(4.2) e (4.19), temos que:

$$q^\mu \Gamma_\mu = q^\mu \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.20)$$

$$q^\mu \Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (qp + qp') + A'[(p'q)qp - (pq)qp'] \quad (4.21)$$

Como podemos ver, na equação (4.21) o termo em A' se cancela e, tendo que $q = p' - p$, logo:

$$\frac{(qp + qp')}{p'^2 - p^2} = 1 \quad (4.22)$$

Assim, a equação (4.21), torna-se:

$$q^\mu \Gamma_\mu = D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2), \quad (4.23)$$

que é a identidade de Ward. Logo, o vértice de Ball e Chiu satisfaz perfeitamente a identidade de Ward.

4.2.2 Identidade de Green e o vértice de Ball e Chiu

Verificamos na seção acima que o vértice de Ball e Chiu satisfaz a identidade de Ward, agora, analisaremos o mesmo vértice para a identidade de Green, dada por:

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma^\mu(p', p) = 2p^\mu \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.24)$$

Verificando a identidade de Green para o vértice de Ball e Chiu, temos:

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma^\mu(p', p) = \left\{ \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \right\}_{p' \rightarrow p} \quad (4.25)$$

Como já vimos, $p' = q + p \rightarrow p'^2 = q^2 + 2pq + p^2$, logo:

$$D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) = [D^{-1}(q^2 + 2pq + p^2) - D^{-1}(p^2)] \quad (4.26)$$

Quando, $p' \rightarrow p$ ou $q^2 \rightarrow 0 \Rightarrow q^2 + 2pq$ é muito pequeno, logo, podemos fazer uma expansão em Taylor ao redor de p^2 , que nos fornecerá:

$$D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) = D^{-1}(p^2) + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{1}{1!} (q^2 + 2pq) - D^{-1}(p^2) \quad (4.27)$$

$$D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2) \Big|_{p'^\mu \rightarrow p^\mu} = (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.28)$$

Agora, substituindo a expansão na equação (4.25) e já tomando o limite, temos:

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma^\mu(p', p) = \frac{(q^2 + 2pq)}{q^2 + 2pq} \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'(pq p_\mu - p q p'_\mu) \quad (4.29)$$

Portanto,

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma^\mu(p', p) = 2p_\mu \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.30)$$

Desta forma, vimos que o vértice de Ball e Chiu também satisfaz a identidade de Green.

4.2.3 Simetria para o vértice de Ball e Chiu

Agora vamos analisar se a função de vértice de Ball e Chiu é simétrica na troca de $p \rightarrow p'$, ou seja:

$$\Gamma_\mu(p', p) = \Gamma_\mu(p, p') \quad (4.31)$$

A função de vértice de Ball e Chiu é dada pela equação (4.19), a qual é:

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.32)$$

Quando fizermos $p \rightarrow p'$, temos que $q = p - p'$, ou seja, $-q = p' - p$, então:

$$\Gamma_\mu(p, p') = \frac{[D^{-1}(p^2) - D^{-1}(p'^2)]}{p^2 - p'^2} (p'_\mu + p_\mu) + A'[(p(-q))p'_\mu - (p'(-q))p_\mu] \quad (4.33)$$

$$\Gamma_\mu(p, p') = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.34)$$

Podemos então, notar que mesmo na troca de p por p' , o vértice de Ball e Chiu permanece invariante, ou seja, é simétrico.

4.2.4 Ausência de singularidades para o vértice de Ball e Chiu

Analisaremos a seguir se o vértice de Ball e Chiu apresenta singularidades, ou seja, se o vértice possui pólos quando $q^2 = 0$.

Tendo o vértice dado por (4.32):

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{p'^2 - p^2} (p_\mu + p'_\mu) + A'[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \quad (4.35)$$

Como $p' = q + p$, logo:

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(q+p)^2 - D^{-1}(p^2)]}{(q+p)^2 - p^2} (p_\mu + q_\mu + p_\mu) + A'[(p+q)q p_\mu - (pq)(q_\mu + p_\mu)] \quad (4.36)$$

$$\Gamma_\mu = \frac{[D^{-1}(q^2 + 2qp + p^2) - D^{-1}(p^2)]}{(q^2 + 2qp + p^2) - p^2} (2p_\mu + q_\mu) + A'[(pq+q^2)p_\mu - (pq)(q_\mu + p_\mu)] \quad (4.37)$$

Tomando o limite quando, $q^2 \rightarrow 0$, com $q \neq 0$, temos:

$$\Gamma_\mu |_{q^2 \rightarrow 0} = \frac{[D^{-1}(2qp + p^2) - D^{-1}(p^2)]}{2qp} (2p_\mu + q_\mu) + A'[(pq)p_\mu - (pq)(q_\mu + p_\mu)] \quad (4.38)$$

$$\Gamma_\mu |_{q^2 \rightarrow 0} = \frac{[D^{-1}(2qp + p^2) - D^{-1}(p^2)]}{2qp} (2p_\mu + q_\mu) + A'[-(pq)q_\mu] \quad (4.39)$$

Onde podemos perceber que não existe nenhum pólo ou singularidade.

Agora, tomando o limite quando, $q^2 \rightarrow 0$, com $q = 0$, temos que, $q^2 + 2qp$ é muito pequeno, logo, podemos fazer uma expansão em Taylor. Como esta expansão já foi feita anteriormente, em (4.28), vamos utilizá-la aqui. Então:

$$\Gamma_\mu |_{q^2 \rightarrow 0} = (q^2 + 2qp) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{(2p_\mu + q_\mu)}{q^2 + 2qp} + A'[(p'q)p_\mu - (pq)(q_\mu + p_\mu)] \quad (4.40)$$

Neste limite, podemos ver que o segundo termo da expressão vai se anular, então:

$$\Gamma_\mu |_{q^2 \rightarrow 0} = (2p_\mu + q_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.41)$$

A qual não possui nenhum pólo ou singularidade cinemática.

4.3 Vértice não singular no espaço euclidiano

Construiremos agora uma função de vértice não local, de forma analítica, no espaço **euclidiano**, seguindo as mesmas técnicas empregadas por Ball e Chiu. Desta forma, a construção da função de vértice será guiada pelas identidades de Ward e de Green e pelo requerimento de ausência de singularidades cinemáticas e invariância na troca de p por p' .

O vértice mais simples que satisfaz a Identidade de Ward é:

$$\Gamma_{\mu}^0 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q_{\mu}}{q^2}, \quad (4.42)$$

com $q_{\mu} = p'_{\mu} - p_{\mu}$.

Verificaremos se o vértice Γ_{μ}^0 satisfaz a identidade de Ward, (4.2), ou seja:

$$q^{\mu} \Gamma_{\mu}^0 = q^{\mu} [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q_{\mu}}{q^2} \quad (4.43)$$

$$q^{\mu} \Gamma_{\mu}^0 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \quad (4.44)$$

O vértice Γ_{μ}^0 satisfaz a identidade de Ward, no entanto, ele possui uma singularidade em $q^2 = 0$. Portanto, construiremos um novo vértice subtraindo a singularidade existente:

$$\Gamma_{\mu}^1 = \Gamma_{\mu}^0 - \Gamma_{\mu}^0 |_{q^2=0 \Rightarrow p'^{\mu} \rightarrow p^{\mu}} \quad (4.45)$$

Assim,

$$\Gamma_{\mu}^1 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} - [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} |_{p'^{\mu} \rightarrow p^{\mu}} \quad (4.46)$$

No segundo termo do vértice Γ_{μ}^1 , vamos substituir $p'^2 = q^2 + 2qp + p^2$, no propagador $D^{-1}(p'^2)$ e fazendo $q \rightarrow 0$, o que implica em $p'^{\mu} \rightarrow p^{\mu}$ (no espaço euclidiano), podemos usar novamente a expansão em Taylor feita em (4.28), desta forma, (4.46) torna-se:

$$\Gamma_{\mu}^1 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^{\mu}}{q^2} \quad (4.47)$$

Verificando a identidade de Ward (4.2) para este vértice, temos:

$$q^{\mu} \{ [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^{\mu}}{q^2} \} \quad (4.48)$$

$$[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.49)$$

Ou seja,

$$q^\mu \Gamma_\mu^1 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] - q^2 \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} - 2pq \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.50)$$

O que significa que a identidade de Ward para este vértice não foi satisfeita. Será necessário introduzir um novo termo que não traga singularidades e que restaure a identidade de Ward.

Vamos construir o seguinte vértice:

$$\Gamma_\mu^2 = \Gamma_\mu^1 + \alpha_\mu \quad (4.51)$$

com,

$$q^\mu \alpha_\mu = q^2 \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + 2pq \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.52)$$

$$q^\mu \alpha_\mu = q^\mu \left\{ q_\mu \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + 2p_\mu \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \right\} \quad (4.53)$$

Logo,

$$\alpha_\mu = (q^\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.54)$$

Substituindo, (4.54) em (4.51), temos:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^2 &= [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} + \\ &\quad (q^\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'_\mu - (p'q)p_\mu] \end{aligned} \quad (4.55)$$

onde o termo proporcional a A é um termo transversal, não singular, intro-

duzido para tomar o vértice (4.3) o mais geral possível.

Portanto, esta é a nossa função de vértice analítica não local construída a exemplo da função de vértice de Ball e Chiu. Veremos que este vértice apresenta singularidades no espaço de Minkowsky, mas não no espaço euclidiano.

Nas seções abaixo, vamos analisar se esta função de vértice continua obedecendo as mesmas propriedades que a função de Ball e Chiu, tais como, identidade de Ward, identidade de Green, invariância na troca de p por p' e ausência de singularidades.

4.3.1 Identidade de Ward para função de vértice não local

Vamos, primeiramente, verificar a identidade de Ward, sendo que esta e a função de vértice não local são dadas respectivamente por (4.2) e (4.3), logo:

$$\begin{aligned} q^\mu \Gamma_\mu^2 &= q^\mu \{ [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} + \\ &\quad (q^\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'_\mu - (p'q)p_\mu] \} \end{aligned} \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} q^\mu \Gamma_\mu^2 &= \{ [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \\ &\quad (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'q - (p'q)pq] \} \end{aligned} \quad (4.57)$$

Portanto:

$$q^\mu \Gamma_\mu^2 = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \quad (4.58)$$

Assim, vimos que a função de vértice não local satisfaz perfeitamente a identidade de Ward.

4.3.2 Identidade de Green para função de vértice não local

Uma vez que a identidade de Ward foi satisfeita, analisaremos a identidade de Green, equação (4.30), para o vértice não local, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \lim_{p' \rightarrow p} \Gamma_\mu^2 = & \{ [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} + \\ & (q^\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'_\mu - (p'q)p_\mu] \}_{p' \rightarrow p} \end{aligned} \quad (4.59)$$

Usando a relação de expansão, (4.28), temos que:

$$\begin{aligned} \lim_{p' \rightarrow p} \Gamma_\mu^2 = & (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} + \\ & (q_\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p_\mu - (pq)p_\mu] \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma_\mu^2 = (q_\mu + 2p_\mu) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.61)$$

Como, $q_\mu = p'^\mu - p^\mu$, logo:

$$\lim_{p' \rightarrow p} \Gamma_\mu^2 = 2p^\mu \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \quad (4.62)$$

A qual é a identidade de Green, o que significa que a função de vértice não local também satisfaz esta identidade.

4.3.3 Simetria para função de vértice não local

Agora, vamos verificar se a função de vértice não local é invariante na troca de p por p' , para isto, temos que ter:

$$\Gamma_\mu^2(p', p) = \Gamma_\mu^2(p, p') \quad (4.63)$$

Tendo a função dada por (4.3), que é:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu}^2(p', p) = & [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^{\mu}}{q^2} + \\ & (q^{\mu} + 2p_{\mu}) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'_{\mu} - (p'q)p_{\mu}] \end{aligned} \quad (4.64)$$

Quando fizermos a troca de $p \rightarrow p'$, temos que, $q = p - p'$, ou seja, $-q = p' - p$, assim:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu}^2(p, p') = & [D^{-1}(p^2) - D^{-1}(p'^2)] \frac{-q^{\mu}}{q^2} - (q^2 - 2p'q) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} \frac{-q^{\mu}}{q^2} + \\ & (-q^{\mu} + 2p'_{\mu}) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} + A[(p'(-q))p_{\mu} - (p(-q))p'_{\mu}] \end{aligned} \quad (4.65)$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu}^2(p, p') = & [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} + (q^2 - 2p'q) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} \frac{q^{\mu}}{q^2} + \\ & (-q^{\mu} + 2p'_{\mu}) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} + A[(pq)p'_{\mu} - (p'q)p_{\mu}] \end{aligned} \quad (4.66)$$

Comparando (4.64) e (4.66), vemos que:

$$\Gamma_{\mu}^2(p', p) \neq \Gamma_{\mu}^2(p, p'), \quad (4.67)$$

logo, a função de vértice Γ_{μ}^2 não é simétrica na troca de p por p' . Para que a mesma torne-se simétrica, faremos:

$$\Gamma_{\mu}^2(p', p) = \frac{1}{2} \{ \Gamma_{\mu}^2(p', p) + \Gamma_{\mu}^2(p, p') \}, \quad (4.68)$$

Assim,

$$\begin{aligned}
\Gamma_\mu^2(p', p) &= \frac{1}{2} \{ [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq) \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} \frac{q^\mu}{q^2} + (q_\mu + 2p_\mu) \\
&\quad \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A[(pq)p'_\mu - (p'q)p_\mu] + [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} + \\
&\quad (q^2 - 2'q) \frac{\partial D^{-1}(p'^2)}{\partial p'^2} \frac{q^\mu}{q^2} + (-q_\mu + 2p'_\mu) \frac{\partial D^{-1}(p'^2)}{\partial p'^2} + \\
&\quad A[(p'q)p_\mu - (pq)p'_\mu] \} \tag{4.69}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_\mu^2(p', p) &= [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} + \frac{1}{2} \{ [(-q^2 - 2pq) \frac{q^\mu}{q^2} + (q_\mu + 2p_\mu)] \\
&\quad \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + [(q^2 - 2p'q) \frac{q^\mu}{q^2} + (-q_\mu + 2p'_\mu)] \frac{\partial D^{-1}(p'^2)}{\partial p'^2} + \\
&\quad 2A[(pq)p'_\mu - (p'q)p_\mu] \} \tag{4.70}
\end{aligned}$$

Substituindo $p' = q + p$, temos:

$$\begin{aligned}
\Gamma_\mu^2(p', p) &= [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} + \frac{1}{2} \{ [-2(pq) \frac{q^\mu}{q^2} + 2p_\mu] \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \\
&\quad [-2(q+p)q \frac{q^\mu}{q^2} + 2(q_\mu + p_\mu)] \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} + \\
&\quad 2A[(pq)(q_\mu + p_\mu) - ((q+p)q)p_\mu] \} \tag{4.71}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Gamma_\mu^2(p', p) &= [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^\mu}{q^2} + \frac{1}{2} \{ [-2pq \frac{q^\mu}{q^2} + 2p_\mu] \frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \\
&\quad [-2(pq) \frac{q^\mu}{q^2} + 2p_\mu] \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2} + 2A[(pq)q_\mu - q^2 p_\mu] \} \tag{4.72}
\end{aligned}$$

$$\Gamma_{\mu}^2(p', p) = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} + \left(-\frac{q_{\nu}q^{\mu}}{q^2} + g^{\mu\nu}\right) p^{\nu} \left(\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2}\right) + A[(pq)q_{\mu} - q^2 p_{\mu}] \quad (4.73)$$

Portanto, esta é a nova função de vértice analítica não local construída de forma a respeitar as identidades de Ward e Green e sendo simétrica na troca de p por p' . Na seção seguinte, verificaremos se esta função está livre de singularidades cinemáticas. As identidades de Ward e de Green verificadas nas seções anteriores continuam sendo satisfeitas por (4.73), em vistas de sua construção usando (4.68).

A partir de agora, chamaremos nossa nova função de vértice apenas de Γ_{μ} , logo:

$$\Gamma_{\mu}(p', p) = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} + \left(-\frac{q_{\nu}q^{\mu}}{q^2} + g^{\mu\nu}\right) p^{\nu} \left(\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2}\right) + A[(pq)q_{\mu} - q^2 p_{\mu}] \quad (4.74)$$

4.3.4 Ausência de singularidades para função de vértice não local

A expressão para função de vértice que obtivemos é dada pela equação (4.74), que é:

$$\Gamma_{\mu}(p', p) = [D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)] \frac{q^{\mu}}{q^2} + \left(-\frac{q_{\nu}q^{\mu}}{q^2} + g^{\mu\nu}\right) p^{\nu} \left(\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2}\right) + A[(pq)q_{\mu} - q^2 p_{\mu}] \quad (4.75)$$

Podemos perceber nitidamente que a mesma ainda apresenta uma série de singularidades cinemáticas se considerarmos a mesma no espaço de Minkowsky, no entanto, é preciso lembrar que a nossa função de vértice foi construída para espaço euclidiano, portanto, estas singularidades desaparecem, vejamos:

A expansão que fizemos em (4.28), só é válida quando q^2 e pq são pequenos, o que vai acontecer somente para $q^\mu = 0$. No entanto, nosso limite é $q^2 = 0$, o que não implica em $q^\mu = 0$, exceto no espaço euclidiano.

Tudo isto acontece porque, no espaço de Minkowski, temos:

$$q^2 = q_0^2 - |\vec{q}|^2 \quad (4.76)$$

Desta forma, quando $q^2 = 0$ implica apenas que $q_0^2 = |\vec{q}|^2$, ou seja, q^μ não precisa se anular, e então, pq pode não tender a zero.

No espaço Euclidiano, a situação é diferente, porque

$$q^2 = q_4^2 + |\vec{q}|^2 \quad (4.77)$$

Portanto, $q^2 = 0$ implica apenas que $q_4^2 = -|\vec{q}|^2$, que só pode ser satisfeito se $q_4 = 0$, ou seja, $q^\mu = 0$. Assim, no espaço Euclidiano, tomar o limite $q^2 = 0$ implica também em $pq \rightarrow 0$.

Vimos então, que a nossa função de vértice no espaço euclidiano está livre de singularidades cinemáticas. Logo, é uma função que satisfaz todas as propriedades necessárias para uma função de vértice vetorial no espaço euclidiano. Uma propriedade interessante do vértice (4.75) em comparação com o de Ball e Chiu (4.32) é a estrutura dos denominadores apresentados pelos dois vértices. Enquanto no vértice de Ball e Chiu apresenta em seu denominador a estrutura $p'^2 - p^2$, o vértice (4.75) apresenta apenas a dependência no momento da partícula vetorial, q^2 . Isto representa alguma vantagem, do ponto de vista técnico, no cálculo de amplitudes que apresentem o campo vetorial como linha externa, como a maioria das amplitudes presentes no Capítulo 3: os denominadores não dependerão dos momentos internos e por isso podem ser retirados dos integrandos destas amplitudes. Mesmo em amplitudes que envolvem o campo vetorial como linha interna o vértice (4.75) traz alguma simplificação sobre o vértice de Ball e Chiu. Como exemplo, na amplitude abaixo:

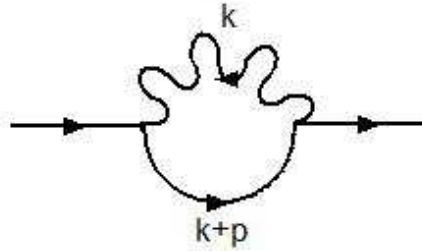


Figura 4.1: Diagrama de auto-energia para um campo vetorial e escalar

O vértice de Ball e Chiu contribuiria com dois termos $(k + p)^2 - p^2 = k^2 + 2kp$ no denominador do integrando da amplitude correspondente, enquanto que o vértice (4.75) contribui com dois fatores k^2 neste denominador. Também a ausência do termo $(p^\mu + p'^\mu)$ no vértice (4.75) representa alguma simplificação em relação ao vértice de Ball e Chiu.

Além de apresentar alguma vantagem técnica sobre o vértice de Ball e Chiu, verificaremos, no próximo capítulo, que o vértice (4.75) também pode ser usado em um cálculo não perturbativo, para fornecer resultados interessantes para o fator de forma eletromagnético do pión no contexto do modelo de dominância dos mésons vetoriais (VDM).

Cálculos Numéricos: Fator de Forma Eletromagnético do Píon

A teoria que descreve a interação entre píons e mésons ρ é a Cromodinâmica Quântica, onde os píons interagem com o méson ρ através da interação entre os quarks e glúons, como mostra a figura 5.1:

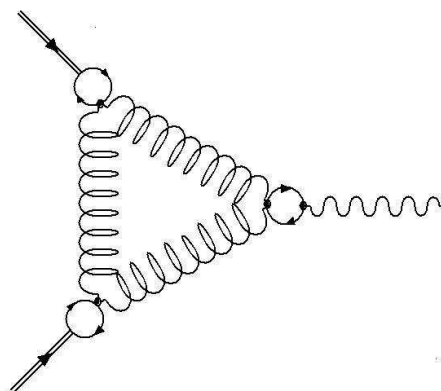


Figura 5.1: Diagrama de interação entre píons e o méson ρ através de quarks e glúons

Processos locais apresentam desvantagens, já citadas anteriormente no capítulo 2, quando comparados com processos não locais, desta forma, um modelo efetivo não local foi construído definindo um vértice não local da QED escalar como vimos no Capítulo 4.

Neste capítulo, vamos aplicar o vértice não local construído no capítulo anterior ao setor de acoplamento entre o píon (pseudo-escalar) e o méson

ρ (vetorial) de uma lagrangeana efetiva mesônica da QCD [19]. Esta lagrangeana efetiva pode ser construída a partir de diversos modelos quirais de quarks e o setor correspondente ao acoplamento entre o pión e o campo vetorial possui a mesma forma funcional da Lagrangeana da QED escalar (exceto pela natureza pseudo-escalar do pión, que não interfere na presente análise, e pela massa do campo vetorial). Como uma aplicação fenomenológica, vamos obter o fator de forma eletromagnético do pión, no contexto do modelo de dominância dos mésons vetoriais (VMD).

No capítulo 5, estamos interessados em apresentar os cálculos para fator de forma eletromagnético do pión utilizando o nosso vértice construído no espaço euclidiano, assim como os cálculos referentes à correção de massa e vértice para eletrodinâmica escalar.

5.1 Fator de forma

O tamanho de um objeto subatômico não é algo de fácil definição, uma vez que envolve o cálculo de valores esperados em mecânica quântica. Nem átomos, nem partículas subatômicas são esferas sólidas com fronteiras bem definidas. No caso atômico, o seu raio corresponde ao valor esperado da coordenada média do elétron de valência mais exterior e esse cálculo pode ser feito com a ajuda de teoria de perturbação. No caso subatômico, no entanto, só com a ajuda de experiências é que se pode determiná-lo. Em núcleos esféricos, a densidade de nucleons e o potencial nuclear possuem dependências espaciais semelhantes, isto é, relativamente constantes em distâncias pequenas, a partir das quais eles caem rapidamente a zero.

O meio usual de determinar o tamanho e a forma de um objeto é através da radiação por ele espalhada. Para observar o objeto em detalhes é necessário que o comprimento de onda da radiação seja menor do que a dimensão do objeto. Caso contrário, há difração, o que atrapalha a imagem. Na determinação do raio nuclear, pode-se supor que prótons e nêutrons estejam uniformemente distribuídos e, portanto, se o raio dos prótons for determinado, também o será o raio nuclear. Para que se detecte a distribuição da carga de nuclear, pode-se provocar espalhamento de elétrons pelo núcleo e observar a seção de choque resultante. A distribuição de matéria dentro de um núcleo está associada ao seu *fator de forma*, que é definido como a probabilidade de transição de um estado inicial para um estado final através de

uma interação $V(r)$:

$$F(k_i, k_f) = \int \psi_f^* V(r) \psi_i d^3 r, \quad (5.1)$$

onde ψ_i é a função de onda de um elétron livre antes do espalhamento é dada por:

$$\psi_i = e^{ik_i \cdot r}, k_i = \frac{P_i}{\hbar}, \quad (5.2)$$

com P_i sendo o seu momento inicial. Analogamente, o estado final é representado por:

$$\psi_f = e^{ik_f \cdot r}, k_f = \frac{P_f}{\hbar}. \quad (5.3)$$

A equação (5.1) torna-se, então:

$$F(k_i, k_f) = \int e^{i(k_i - k_f) \cdot r} V(r) d^3 r, \quad (5.4)$$

onde se pode escrever que $k_i - k_f = q$ e

$$V(r) = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho_e(r') d^3 r'}{|r - r'|}, \quad (5.5)$$

com $\rho_e(r')$ sendo uma distribuição da carga nuclear que não depende de coordenadas angulares e $\int d^3 r = \int_0^r r^2 dr \int_0^\pi \sin \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\phi$. Efetuando-se a integral acima em ϕ e θ e tendo em conta que $q \cdot r = qr \cos \theta$, obtém-se para (5.4):

$$F(k_i, k_f) = \frac{4\pi}{q} \int \sin(qr') \rho_e(r') r' dr', \quad (5.6)$$

que pode ser escrita como:

$$F(q^2) = 4\pi \int \frac{\sin(qr)}{qr} \rho_e(r) r^2 dr \quad (5.7)$$

Uma vez que $\frac{\sin(qr)}{qr} \simeq (1 - \frac{1}{6(qr)^2} + \dots)$, uma expressão aproximada para (5.7) é dada por:

$$F(q^2) \simeq 1 - \frac{q^2}{6} \langle r^2 \rangle + O(q^4). \quad (5.8)$$

onde $\langle r^2 \rangle$ é o raio quadrático médio do núcleo.

Portanto, esta é a expressão para o fator de forma eletromagnético do núcleo, a qual pode ser estendida para qualquer partícula subatômica como por exemplo, o pión, partícula de nosso interesse neste trabalho. Através das expressões (5.4) a (5.7), vemos que o fator de forma é, grosso modo, a transformada de Fourier da distribuição de carga do núcleo ou da partícula subatômica (ρ_e).

Do ponto de vista experimental, o fator de forma do pión é determinado medindo-se a probabilidade de deflexão do pión em uma colisão com um núcleo pesado [4]. O núcleo absorve o fóton (virtual) e sofre um recuo, também medido experimentalmente, usado para determinar o momento q do fóton virtual. Como o fóton é virtual, não temos a exigência $q^2 = 0$.

5.2 Correção de massa e vértice

No Capítulo 3, apresentamos a renormalização da eletrodinâmica escalar, onde a partir dela, encontramos as devidas correções para propagadores e vértices escalares e vetoriais.

O propagador vetorial e o vértice de 4 pontas foram devidamente renormalizados, no entanto, os cálculos numéricos para os mesmos não serão apresentados aqui, pois não apresentam nenhum resultado relevante para nosso trabalho. Mostraremos, então, os cálculos para as correções de massa e para o vértice de 3 pontas.

O cálculo numérico de ambas correções serão apresentados, sendo que as mesmas utilizam os seguintes parâmetros físicos:

Constante de acoplamento: $g = 0,8333$; Regularizador do campo vetorial: $\epsilon^2 = 1.10^{-3}$; Massa do pión: $m_\pi = 0,14 GeV$. A escolha deste valor de g ficará evidente na seção (5.4).

1) Correção de massa:

A correção para a massa foi determinada como:

$$D^{-1}(p^2) = -i[p^2 - (m_{ph}^2 + \pi_0 + \pi_{1quad})] \quad (5.9)$$

A relação entre correção de massa e momento é apresentada pela figura (5.2):

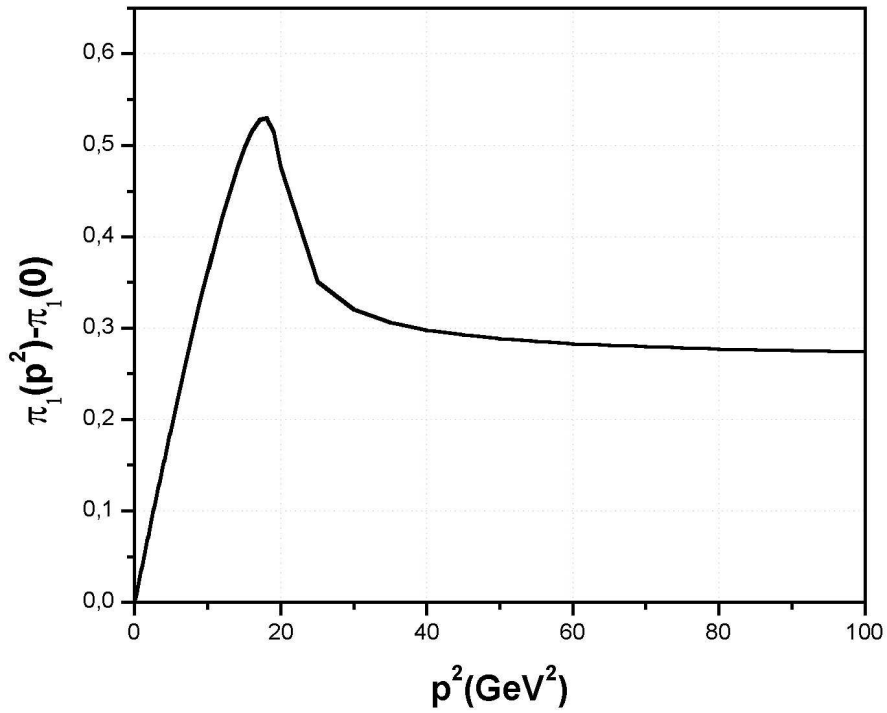


Figura 5.2: Correção para massa do campo escalar

Verificamos que o resultado apresentado na figura (5.2) corresponde ao ponto de renormalização escolhido, ou seja, em $p^2 = 0$, encontraremos $D^{-1}(p^2 = 0) = im_{ph}^2$. Para valores de momentos altos, a correção de massa decresce lentamente, e eventualmente podemos extrapolar o resultado para supor que esta correção se anule novamente em $p^2 \rightarrow +\infty$.

2) Correção de vértice:

O vértice de 3 pontas, ou seja, vértice que envolve duas partículas escalares e uma vetorial, foi renormalizado pela QED escalar e nos forneceu a seguinte expressão, a qual é a correção para o vértice.

$$\Gamma_\mu(p^2, p'^2) = -ie(p_\mu + p'_\mu) + \Gamma_2^\mu + \Gamma_3^\mu + \Gamma_4^\mu \quad (5.10)$$

A amplitude correspondente ao vértice normalizado em função do momento resulta em:

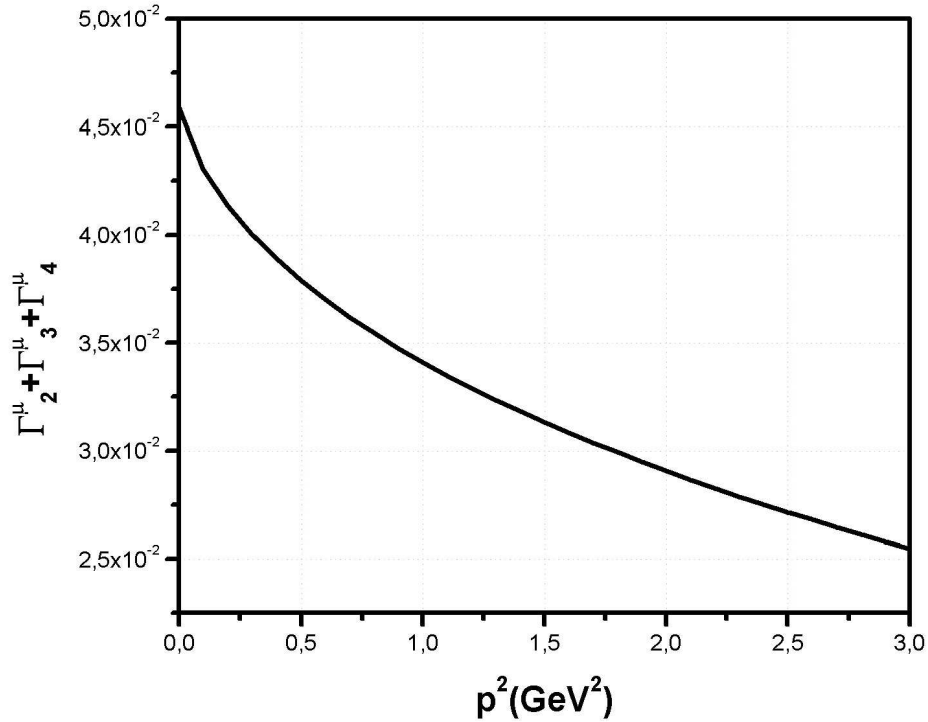


Figura 5.3: Correção para o vértice de 3 pontas

A expressão (3.24) para o vértice que envolve duas partículas escalares e uma vetorial será usada na seção 5.3.1 para a determinação do fator de forma hadrônico $\rho\pi\pi$ e consequente determinação do fator de forma eletromagnético do pión.

5.3 Fator de forma eletromagnético do pión

A Cromodinâmica Quântica (QCD) é uma teoria que nos fornece uma descrição bem sucedida a respeito da estrutura eletromagnética dos hádrons [10], [37]. Apesar disto, a aproximação tradicional baseada no modelo estendido de dominância dos méson vetoriais (EVMD) [42], ainda fornece uma estrutura complementar útil [10], [37] no domínio grandes distâncias, onde a QCD perturbativa fracassa. Isto é particularmente verdade para fatores de forma eletromagnético de hádrons onde o EVMD tem sido muito bem sucedido em suas predições quando q^2 tem dependência nas regiões tipo espaço e tipo tempo [37].

O modelo de dominância dos mésons vetoriais (VMD) parte do sucesso dos princípios da teoria quântica de campos (TQC) em eletrodinâmica quântica (QED), ou seja, espera-se que os princípios gerais da QED se conservem para a física de interações fortes (QCD), em particular, a noção de correntes conservadas, o princípio de gauge e a universalidade de ligações. E foi da generalização da invariância de gauge $U(1)$ da QED para a transformação de gauge $SU(2)$ local feita por Yang e Mills [45], em 1954, que Sakurai [41] predisse a existência do meson vetorial ligado por isospin hadrônico e corrente de hipercarga.

A não invariância sob transformações de gauge dos termos de massa do méson vetorial foi ignorada. Por outro lado, as transformações de gauge são consideradas importantes para produzir interações com acoplamentos universais entre os nucleons e o méson vetorial. Por exemplo, para o conjunto de mesons ρ [41]:

$$f_\rho \equiv f_{\rho NN} = f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho\rho\rho} \quad (5.11)$$

onde f é o acoplamento universal, ou seja, o acoplamento entre o méson ρ e os nucleons que é igual ao acoplamento entre o ρ e o pions e por sua vez igual ao acoplamento entre os próprios mésons ρ .

Ou seja, no modelo VMD a presença dos mesons vetoriais (considerados não massivos, bósons de spin 1), podem descrever a interação eletromagnética entre os mésons escalares (ou pseudoescalares), dessa forma, esses mesons vetoriais seriam degenerados com os fótons, e portanto a corrente

eletromagnética corresponderia a uma corrente eletromagnética padrão mais a corrente dos mésons vetoriais. Assim o fator de forma eletromagnético dos mésons pseudoescalares pode ser descrito em função do fator de forma da desintegração hadrônica méson vetorial.

No modelo estendido do VMD, chamado EVMD [42] o fator de forma do pión é construído da contribuição do méson ρ junto com todas suas excitações radiais [10], ou seja:

$$F_\pi(q^2) = \sum_{n=0}^N \frac{M_{\rho_n}^2}{\gamma_{\rho_n}} \frac{g_{\rho_n\pi\pi}}{M_{\rho_n}^2 - q^2} \quad (5.12)$$

onde, γ_{ρ_n} é o acoplamento do fóton com ρ_n e $g_{\rho_n\pi\pi}$ é a constante de ligação forte para $\rho_n\pi\pi$, normalmente assumido não ter dependência adicional com q^2 . Experimentalmente, duas excitações radiais do méson ρ tem sido observadas para $\rho'(1250)$ [9] e a $\rho''(1550)$ [27], com massas em boa concordância com predições do modelo dual, onde:

$$M_{\rho_n}^2 = M_\rho^2 + \frac{n}{\alpha'}, \quad (5.13)$$

sendo:

$$\alpha' = \frac{1}{2}M_\rho^2 = 0,83\text{GeV}^{-2}, \quad (5.14)$$

a inclinação universal Regge, $n = 1$ para o ρ' e $n = 2$ para o ρ'' . Do decaimento de $\rho \rightarrow \pi\pi$ e $\rho \rightarrow e^+e^-$, obtem-se:

$$\frac{g_{\rho\pi\pi}^2}{4\pi} = 3,01 \pm 0,06, \quad (5.15)$$

e

$$\frac{\gamma_\rho^2}{4\pi} = 2,03 \pm 0,06, \quad (5.16)$$

respectivamente, dando:

$$\left(\frac{g_{\rho\pi\pi}}{\gamma_\rho}\right)_{exp} = 1,22 \pm 0,02 \quad (5.17)$$

Uma possibilidade atrativa é fixar acoplamentos e massas em (5.12) usando o modelo dual. Este modelo foi introduzido pela primeira vez a três décadas atrás [33] e tem sido bem sucedido em concordância com os dados em $F_\pi(q^2)$ abaixo de $q^2 = -2GeV$ assim como em regiões tipo tempo [43]. Ele também tem mostrado descrever bem o fator de forma eletromagnético do núcleo, o $\Delta(1236)$ [16], o Káon [13], e funções de vértice puramente hadrônicas [17]. A expressão resultante para $F_\pi(q^2)$ neste modelo pode ser escrita como:

$$F_\pi(q^2) = \frac{M_\rho^2}{\gamma_\rho} \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}}{\gamma_\rho} \right) F_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad (5.18)$$

onde $F_{\rho\pi\pi}(q^2)$ é o fator de forma hadrônico $\rho\pi\pi$ [18] para um méson ρ com massa off-shell.

5.3.1 Cálculo perturbativo do fator de forma eletromagnético do pión em um modelo local

Como já vimos anteriormente no Capítulo 3, o vértice de 3 pontas, apresenta a seguinte expansão em primeira ordem em loops:

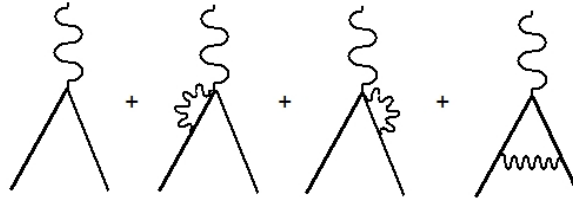


Figura 5.4: Expansão para o vértice com 2 partículas pseudoescalares e uma vetorial

Tendo esta expansão, vamos calcular o fator de forma hadrônico.

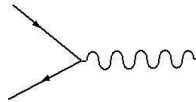


Figura 5.5: Vértice local envolvendo 2 partículas pseudoescalares e uma vetorial

A figura (5.5), é o vértice local, o qual apresenta a seguinte amplitude:

$$\Gamma_1^\mu(p', p) = -ig(p'^\mu - p^\mu) \quad (5.19)$$



Figura 5.6: Vértice local

A figura (5.6), possui um vértice de 3 pontas local, e sua amplitude é:

$$\Gamma_2(p^2) = -\frac{ip_\mu}{16\pi^3} \int \frac{ye^3(y) \left\{ \frac{-1 + \sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}}{p^2 \sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}} + \frac{4}{\sqrt{(1-4yp^2/(y+p^2+m^2)^2)}} \right\}}{y + \epsilon^2} \quad (5.20)$$



Figura 5.7: Vértice local

A figura (5.7), também possui um vértice de 3 pontas, o qual possui a seguinte amplitude:

$$\Gamma_3(p'^2) = -\frac{ip'_\mu}{16\pi^3} \int \frac{ye^3(y) \left\{ \frac{-1 + \sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}}{p'^2 \sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}} + \frac{4}{\sqrt{(1-4yp'^2/(y+p'^2+m^2)^2)}} \right\}}{y + \epsilon^2} \quad (5.21)$$

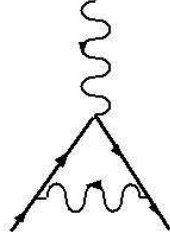


Figura 5.8: Vértice local

A figura (5.8), possui 3 vértices de 3 pontas local, apresentando a seguinte amplitude para o diagrama:

$$\begin{aligned} \Gamma_4^\mu = & -\frac{ig(p'^\mu + p^\mu)}{2(4\pi)^2} \left\{ g^2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \frac{(1-x-y)[(x+y-2)^2 m_\pi^2}{m_\pi^2(x+y)^2 - q^2 xy + m_\rho^2(1-x-y)} + \right. \\ & \left. \frac{(x+y-2-xy)q^2}{m_\pi^2(x+y)^2 - q^2 xy + m_\rho^2(1-x-y)} + \frac{ig(p'^\mu + p^\mu)}{(4\pi)^2} \right. \\ & \left. \left\{ g^2 \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy (2 - 3/2(x+y)) [\ln 1 + \epsilon^2/M_{xy}^2 - 3/2] \right\} \right. \quad (5.22) \end{aligned}$$

sendo, $M_{xy}^2 = m_\pi^2(x+y)^2 - q^2 xy + m_\rho^2(1-x-y)$.

Tendo todas as amplitudes de probabilidade, agora, podemos calcular o fator de forma hadrônico em primeira ordem em loops, o que significa, somar as amplitudes para os diagramas da figura (5.5), a menos do fator $-ig(p'^\mu + p^\mu)$, ou seja:

$$\Gamma_1^\mu + \Gamma_2^\mu + \Gamma_3^\mu + \Gamma_4^\mu = -ig(p'^\mu + p^\mu)(1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4) = -i(p'^\mu + p^\mu)F_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad (5.23)$$

onde Γ_2 , Γ_3 e Γ_4 são os coeficientes de p^μ e p'^μ em (5.20)-(5.22)

Assim, o fator de forma hadrônico a nível 1-lopp é:

$$F_{\rho\pi\pi} = g(1 + 0,03974 + \Gamma_4) = 0,8333(1 + 0,03974 + \Gamma_4) \quad (5.24)$$

E, o fator de forma eletromagnético do pión normalizado é dado por:

$$F_{\pi}(q^2) = \left(\frac{0,6749}{0,5929 - q^2}\right)F_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad (5.25)$$

O fator de forma eletromagnético do pión, equação (5.25), está mostrado na figura (5.9), em comparação com os resultados experimentais, extraídos da referência [4] (usamos $Q^2 = -q^2$).

O raio quadrático médio eletromagnético do pión, obtido a partir do resultado perturbativo da equação (5.8) é dado por:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6\left(\frac{\partial F_{\pi}}{\partial q^2}\right) \quad (5.26)$$

Obtemos de (5.25):

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6(1,6902) = 10,1412 GeV^{-2} \quad (5.27)$$

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 10,1412 GeV^{-2} = (0,628 fm)^2 \quad (5.28)$$

que deve ser comparado com o resultado experimental do raio quadrático médio eletromagnético do pión $\langle r_{\pi}^2 \rangle = (0,678 \pm 0,012 fm)^2$ [4].

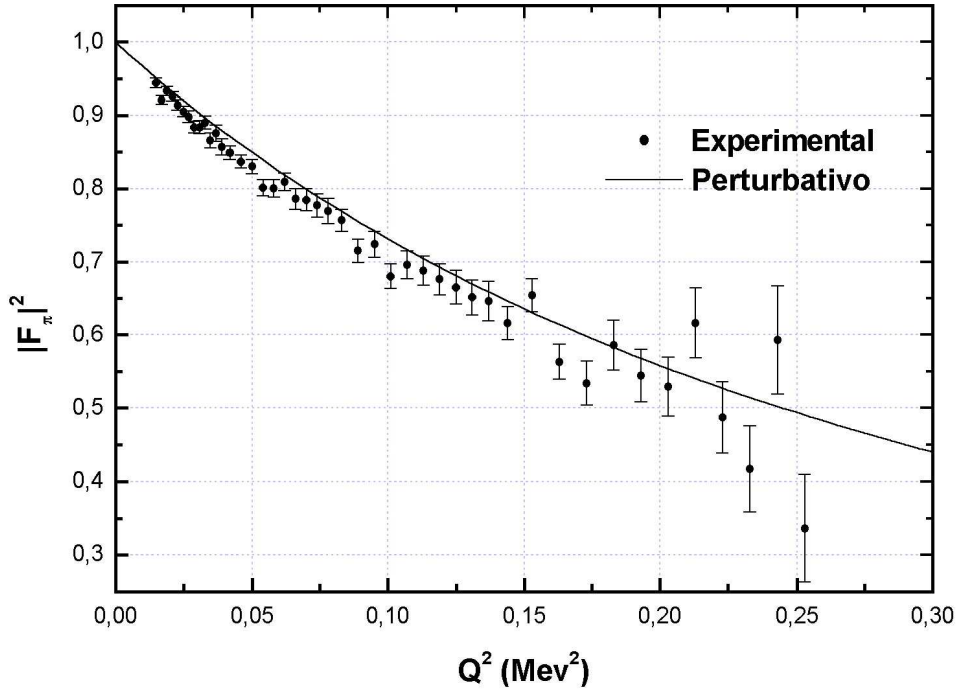


Figura 5.9: Fator de forma eletromagnético do pión calculado perturbativamente comparados com as medidas experimentais [4]

5.4 Cálculo não perturbativo do fator de forma eletromagnético do pión no modelo não local

Nesta seção, iremos apresentar os cálculos referentes ao fator de forma do pión utilizando o modelo não local. Para isto, calcularemos o fator de forma hadrônico, $F_{\rho\pi\pi}$, utilizando o vértice não local desenvolvido no Capítulo 4, uma vez que o mesmo representa um acoplamento $\rho\pi\pi$, dado por:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^2 = & -ig\{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]\frac{q^\mu}{q^2} - (q^2 + 2pq)\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2}\frac{q^\mu}{q^2} + \\ & (q^\mu + 2p_\mu)\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + A(q^2 p^\mu - (pq)q^\mu)\}, \end{aligned} \quad (5.29)$$

onde introduzimos a constante de acoplamento g , suprimida no Capítulo 3 por razões de simplicidade, e $A = A(p, p')$, como visto anteriormente.

A expressão acima pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\begin{aligned} \Gamma_\mu^2 = & -ig\{p'^\mu\left\{\frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{(p' - p)^2} - \frac{(p'p - p^2)}{(p' - p)^2}\left(\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2}\right) + \right. \\ & A(p'^2 - p'p)\}p^\mu\left\{-\frac{[D^{-1}(p'^2) - D^{-1}(p^2)]}{(p' - p)^2} + \left(1 + \frac{(p'p - p^2)}{(p' - p)^2}\right) \right. \\ & \left.\left.\left(\frac{\partial D^{-1}}{\partial p^2} + \frac{\partial D^{-1}}{\partial p'^2}\right) + A(p'^2 - p'p)\right\}\right\} \end{aligned} \quad (5.30)$$

Utilizando as condições on-shell para o pión (o méson ρ está fora da camada de massa):

$$p^2 = p'^2 = m_\pi^2 \quad (5.31)$$

$$pp' = m_\pi^2 - \frac{q^2}{2} \quad (5.32)$$

Encontramos:

$$\Gamma_\mu = -ig(p'^\mu + p^\mu)\left\{1 + \frac{A}{2}q^2\right\} = -i(p'^\mu + p^\mu)F_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad (5.33)$$

onde, com o pión na camada de massa, $A(p, p') = A(q^2)$.

Desta forma, o fator de forma $F_{\rho\pi\pi}$, é:

$$F_{\rho\pi\pi} = g\left\{1 + \frac{A}{2}q^2\right\} \quad (5.34)$$

A função $A(q^2)$ é arbitrária, podemos ajustá-la para reproduzir, por exemplo, as condições de normalização dos fatores de forma. A forma funcional mais simples para $A(q^2)$ é $A(q^2) = \text{constante}$. Vamos considerar esta escolha mais simples, por hipótese, e ver como ela se ajusta aos resultados experimentais.

Assim, temos duas incógnitas no fator de forma hadrônico, A e g , para encontrá-las, utilizaremos as seguintes condições de normalização, $F_{\rho\pi\pi}(q^2) = 1$ quando $q^2 = m_\rho^2$ e, $F_\pi(q^2) = 1$ quando $q^2 = 0$.

Assim:

$$1 = g\left(1 + \frac{A}{2}m_\rho^2\right) \quad (5.35)$$

e,

$$1 = \frac{M_\rho^2}{\gamma_\rho} \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}}{M_\rho^2}\right) F_{\rho\pi\pi}(0) \quad (5.36)$$

$$F_{\rho\pi\pi}(0) = g \quad (5.37)$$

Logo, (5.36) torna-se:

$$1 = \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}}{\gamma_\rho}\right)g = 1,2g \quad (5.38)$$

$$g = 0,8333 \quad (5.39)$$

Substituindo, (5.39) em (5.35), encontramos:

$$A = 0,6746\text{GeV}^{-2} \quad (5.40)$$

Agora, tendo a constante de acoplamento e a constante A calculada, o

fator de forma hadrônico torna-se:

$$F_{\rho\pi\pi} = 0,8333 + 0,2686q^2 \quad (5.41)$$

A partir de (5.41), podemos encontrar o fator de forma eletromagnético do pión no modelo não local.

Tendo:

$$F_{\pi}(q^2) = \frac{M_{\rho}^2}{\gamma_{\rho}} \left(\frac{g_{\rho\pi\pi}}{M_{\rho}^2 - q^2} \right) F_{\rho\pi\pi}(q^2) \quad (5.42)$$

$$M_{\rho}^2 = 0,77 \text{GeV}^2 \quad (5.43)$$

$$\frac{g_{\rho\pi\pi}}{\gamma_{\rho}} = 1,2 \quad (5.44)$$

Assim, $F_{\pi}(q^2)$ é:

$$F_{\pi}(q^2) = \frac{0,7115}{0,5929 - q^2} F_{\rho\pi\pi}(q^2), \quad (5.45)$$

com $F_{\rho\pi\pi}$ dado pela equação (5.41).

Agora, vamos calcular o raio eletromagnético médio do pión. O valor experimental da raiz do raio quadrático médio do pión será comparado com o valor de A para vermos se A constante é suficiente para um bom ajuste com os dados experimentais do fator de forma.

O raio eletromagnético médio do pión é dada por:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle = 6 \left(\frac{\partial F_{\pi}}{\partial q^2} \right) \quad (5.46)$$

$$\left(\frac{\partial F_{\pi}}{\partial q^2} \right) = \frac{M_{\rho}^2}{\gamma_{\rho}} g_{\rho\pi\pi} g \left\{ \frac{2A(M_{\rho}^2 - q^2) + 2(2 + Aq^2)}{4(M_{\rho}^2 - q^2)^2} \right\} \quad (5.47)$$

Como o raio eletromagnético será calculada quando $q^2 = 0$, temos:

$$\left(\frac{\partial F_\pi}{\partial q^2}\right) = \frac{M_\rho^2}{\gamma_\rho} g_{\rho\pi\pi} g \left\{ \frac{2AM_\rho^2 + 4}{4M_\rho^4} \right\} = 2,0241 \quad (5.48)$$

Assim:

$$\langle r_\pi^2 \rangle = 6(2,0241) = 12,1446 GeV^{-2} = (0,687 fm)^2 \quad (5.49)$$

que deve ser comparado com o resultado experimental do raio quadrático médio eletromagnético do pión $\langle r_\pi^2 \rangle = (0,678 \pm 0,012 fm)^2$ [4].

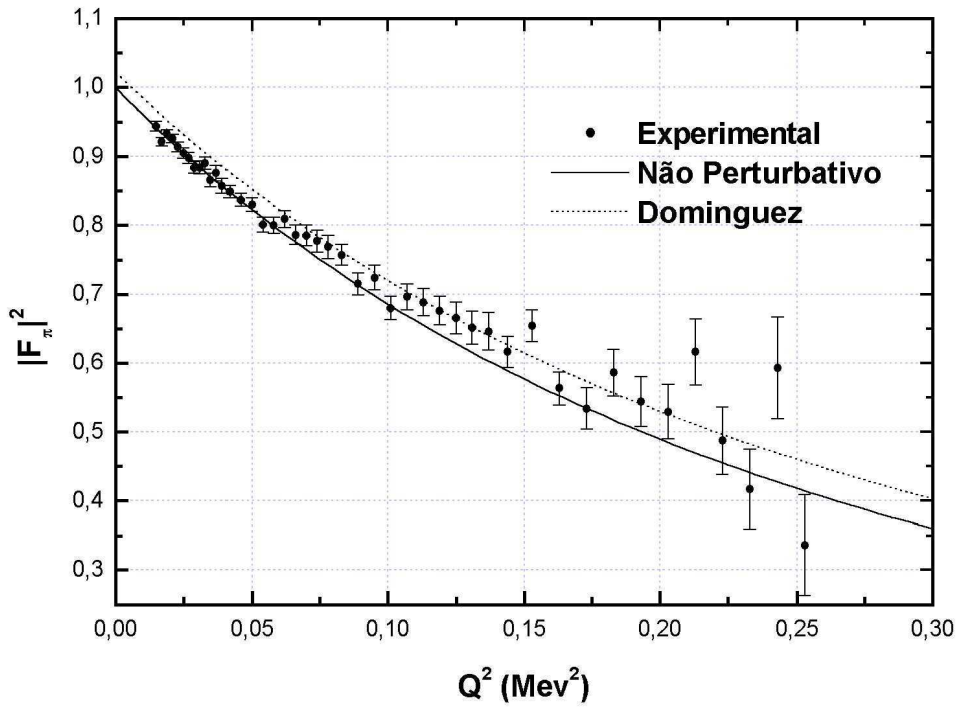


Figura 5.10: Fator de forma eletromagnético do pión calculado não perturbativamente, comparado com os resultados experimentais [4] e do modelo dual aplicado ao EVMD [18].

O fator de forma eletromagnético do pión, em comparação com os resul-

tados experimentais e com os resultados no EVMD usando o modelo dual é mostrado na figura (5.10), onde $Q^2 = -q^2$. Verifica-se, em especial para a região de baixo Q^2 , um melhor ajuste do resultado não perturbativo aos dados experimentais. Isto se reflete na determinação do raio eletromagnético do pión, para o qual encontramos $0,687 fm$ no cálculo não perturbativo utilizando o vértice não local, enquanto o resultado do modelo dual aplicado ao EVMD é $0,66 fm$ [18].

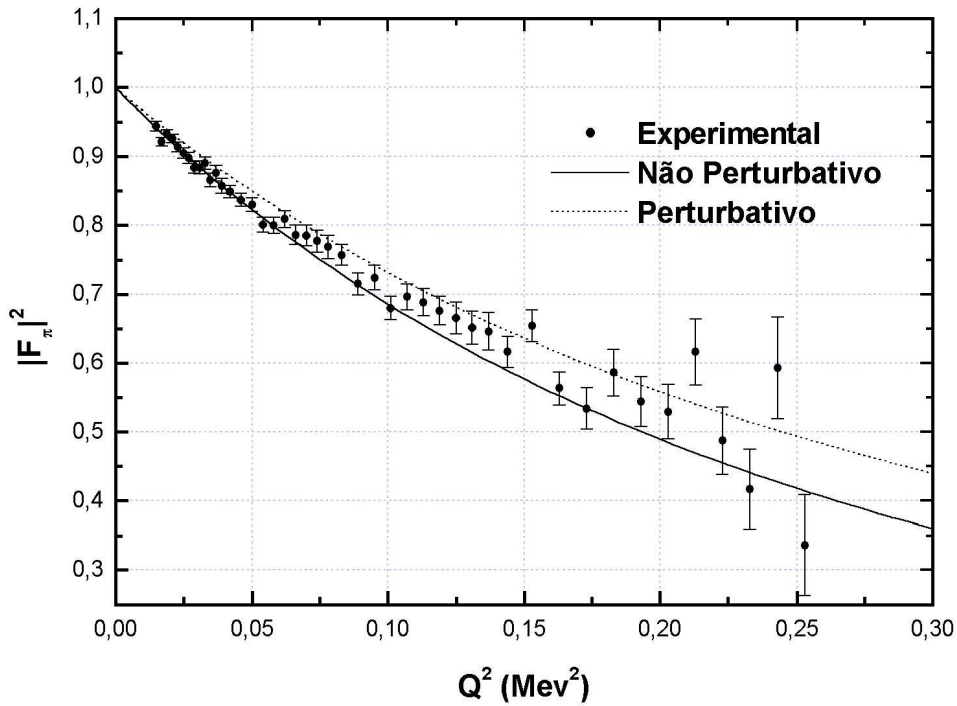


Figura 5.11: Fator de forma eletromagnético do pión calculado perturbativamente e não perturbativamente

Ao compararmos os resultados mostrados nas figuras (5.10) e (5.11), vemos que todos os resultados se aproximam dos dados experimentais, inclusive os calculados perturbativamente. Isto se deve à utilização do VMD, que fornece melhores resultados em contraste com os cálculos do fator de forma em outros modelos [29].

Os resultados para os cálculos não perturbativos [18] e a equação (5.41) são melhores que os obtidos para os calculados perturbativamente, ou seja, os cálculos não perturbativos para o fator de forma eletromagnético do pión se aproximam melhor dos dados experimentais e podemos evidenciar esta concordância a partir do cálculo do raio eletromagnético do pión, vejamos, o valor do raio quadrático médio eletromagnético do pión calculado experimentalmente é dado por:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle_{exp} = (0,678 \pm 0,012 fm)^2$$

portanto, ele está na faixa entre,

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle_{exp} = (0,666 fm)^2 \rightarrow (0,690 fm)^2.$$

O raio quadrático médio eletromagnético do pión calculado perturbativamente possui valor dado por:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle_{pert} = (0,628 fm)^2$$

logo, ele está fora da faixa de erro. O raio calculado não perturbativamente tem valor:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle_{naopert} = (0,687 fm)^2$$

então, ele está dentro da faixa de erro, já o raio calculado em Dominguez [18] possui valor:

$$\langle r_{\pi}^2 \rangle_{Dominguez} = (0,66 fm)^2$$

e, portanto ele está no limite inferior da faixa de erro.

A comparação entre os resultados perturbativo e não perturbativo é mostrada na figura (5.11).

Na figura (5.12) mostramos a comparação dos fatores de forma hadrônicos obtidos em [18] e no presente trabalho. Vemos que os dois se aproximam muito na região considerada, apesar de que a maior inclinação encontrada no tratamento atual se reflete em um melhor ajuste aos dados experimentais como mostrado na figura (5.10).

É notável que com o ajuste mínimo para o fator de forma $\rho\pi\pi$, com apenas 2 parâmetros necessários para reproduzir as condições de normaliza-

ção dos fatores de forma, conseguimos reproduzir o raio eletromagnético do pión com grande precisão, assim como obtemos um bom ajuste para todos os resultados experimentais para o fator de forma eletromagnético do pión.

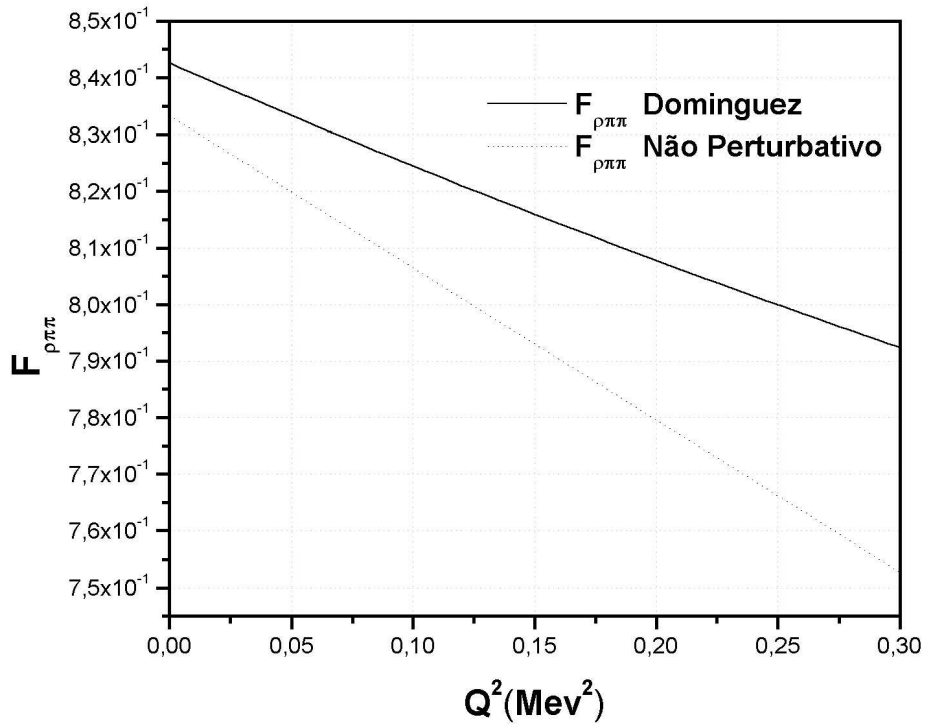


Figura 5.12: Fator de forma hadrônico

Por fim, observamos que para o tratamento atual o ajuste é melhor para valores de momento mais baixos. Para valores de momentos mais altos pode ser necessário, no fator de forma hadrônico, termos de ordem q^4 , que não estão presentes no ajuste mínimo que utilizamos.

Conclusões e perspectivas

Neste capítulo, apresentaremos uma discussão dos resultados obtidos e faremos uma análise da abrangência e das restrições que devem ser impostas sobre os mesmos. Também serão apresentadas perspectivas futuras de trabalho, assim como, sugestões em alguns pontos que o trabalho pode ser enriquecido.

A forma analítica mais geral de um vértice não local para uma teoria de gauge escalar no espaço euclidiano foi construída de tal forma que o mesmo satisfizesse uma série de simetrias como a de Lorentz, a invariância à transformação de gauge e quiral, expressas pelas Identidades de Ward e de Green, a ausência de singularidades e a invariância à troca dos momentos externos (p, p') dos férmions, como apresentado no Capítulo 4.

A estrutura da função de vértice não local no espaço euclidiano quando comparada com a estrutura da função de vértice de Ball e Chiu apresenta vantagens técnicas, isto se dá devido ao vértice não local (4.75) apresentar apenas a dependência com o momento da partícula vetorial, q^2 , enquanto o vértice de Ball e Chiu apresenta em seu denominador o termo $p'^2 - p^2$. Na prática, significa que na maior parte das amplitudes calculadas no Capítulo 3 que apresenta o campo vetorial como linha externa, os denominadores não dependem dos momentos internos e podem ser retirados dos integrandos sem nenhum problema. Mesmo nas amplitudes que envolvem o campo vetorial como linha interna o vértice (4.75) apresenta simplificações em comparação com o vértice de Ball e Chiu. Além disso, a ausência do termo $(p^\mu + p'^\mu)$ no vértice (4.75) também representa alguma simplificação em relação ao vértice de Ball e Chiu.

Os cálculos não perturbativos para o fator de forma eletromagnético do

píon se aproximam melhor dos dados experimentais e podemos evidenciar esta concordância dos dados experimentais a partir do cálculo do raio eletromagnético do píon.

Conseguimos reproduzir com boa precisão o raio eletromagnético do píon e obtivemos um bom ajuste para todos os resultados experimentais para o fator de forma eletromagnético do píon usando ajuste mínimo para o fator de forma do píon $\rho \rightarrow \pi\pi$, com apenas 2 parâmetros, ajustados pela normalização. Este ajuste, reproduziu melhor o fator de forma eletromagnético do píon para valores de momento mais baixos. Para valores de momentos mais altos seria necessário no fator de forma termos de ordem superior às do ajuste mínimo, como por exemplo, termos de ordem q^4 .

Duas observações devem ser feitas a respeito da determinação não perturbativa do fator de forma eletromagnético do píon apresentada neste trabalho: primeiramente, devemos observar que utilizamos o vértice desenvolvido para o espaço euclidiano na região tipo tempo quando aplicamos a condição de normalização do fator de forma hadrônico. Desta forma, nesta situação estamos extendendo o vértice não local no espaço euclidiano para além da região onde o mesmo é analítico, pelo menos neste ponto. Em segundo lugar, devemos ressaltar que os resultados para o fator de forma eletromagnético do píon também poderiam ser obtidos empregando-se o vértice de Ball e Chiu. O bom ajuste encontrado no presente trabalho não é exclusivo, portanto, do procedimento aqui adotado, mas atesta a aplicabilidade do mesmo para a obtenção de resultados observáveis e as vantagens, no emprego de métodos não perturbativos. A forma final do vértice vetorial não local pode, de fato, ser empregada na determinação de outras amplitudes de interesse de forma não perturbativa.

Como perspectivas futuras deste trabalho, se encontra a aplicação do processo aqui desenvolvido aos modelos quirais de quarks, para a determinação dos vértices vetorial e axial destes modelos. Em particular, estes vértices poderão ser utilizados na determinação das funções de correlação vetorial-vetorial e axial-axial [20], que podem ser comparadas com os resultados experimentais recentemente obtidos nos experimentos ALEPH [8] e OPAL [1].

BIBLIOGRAFIA

- [1] K. Ackerstaff et al. Measurement of the strong coupling constant $\alpha(s)$ and the vector and axial-vector spectral functions in hadronic tau decays. *Eur. Phys. J.*, C7:571–593, 1999.
- [2] Reinhard Alkofer. Qcd green functions and their application to hadron physics. *Braz. J. Phys.*, 37:144–164, 2007.
- [3] Guido Altarelli. A qcd primer. 2002.
- [4] S. R. Amendolia et al. A measurement of the space - like pion electromagnetic form-factor. *Nucl. Phys.*, B277:168, 1986.
- [5] Andreas Aste. Causal construction of the massless vertex diagram. *Lett. Math. Phys.*, 78:157–172, 2006.
- [6] James S. Ball and Ting-Wai Chiu. Analytic properties of the vertex function in gauge theories. 1. *Phys. Rev.*, D22:2542, 1980.
- [7] Richard D. Ball and Georges Ripka. The regularization of the fermion determinant in chiral quark models. 1200.
- [8] R. Barate et al. Measurement of the spectral functions of axial-vector hadronic tau decays and determination of $\alpha(s)(m(\tau)^{**2})$. *Eur. Phys. J.*, C4:409–431, 1998.
- [9] S. Bartalucci et al. Experimental confirmation of the 1100 structure and first observation of the leptonic decay of the rho-prime (1250). *Nuovo Cim.*, A49:207, 1979.
- [10] T. H. Bauer, R. D. Spital, D. R. Yennie, and F. M. Pipkin. The hadronic properties of the photon in high-energy interactions. *Rev. Mod. Phys.*, 50:261, 1978.

-
- [11] Maurice Benayoun, H. B. O'Connell, and Anthony G. Williams. Vector meson dominance and the rho meson. *Phys. Rev.*, D59:074020, 1999.
- [12] Wojciech Broniowski. Mesons in non-local chiral quark models. *Hadron Physics*, pages 300–389, 1999.
- [13] T. C. Chia. Kaon electromagnetic form factor in a veneziano-type representation. *Can. J. Phys.*, 50:1652–1655, 1972.
- [14] Dmitri Diakonov. Foundations of the constituent quark model. *Prog. Part. Nucl. Phys.*, 36:1–18, 1996.
- [15] Dmitri Diakonov and V. Yu. Petrov. A theory of light quarks in the instanton vacuum. *Nucl. Phys.*, B272:457, 1986.
- [16] C. A. Dominguez. Magnetic transition form-factor of the delta(1236) in a veneziano type representation. *Phys. Rev.*, D8:980–981, 1973.
- [17] C. A. Dominguez. Veneziano-type $n n \pi$ form-factor and the goldberger-treiman relation. *Phys. Rev.*, D7:1252–1253, 1973.
- [18] C. A. Dominguez. Electromagnetic form-factor of the pion: Vector mesons or quarks? *Phys. Rev.*, D25:3084, 1982.
- [19] C. A. Dominguez. Chiral anomalies and effective vector meson lagrangian beyond the tree level. *Mod. Phys. Lett.*, A2:983, 1987.
- [20] Alexander E. Dorokhov and Wojciech Broniowski. Vector and axial-vector correlators in a nonlocal chiral quark model. *Eur. Phys. J.*, C32:79–96, 2003.
- [21] Christian S. Fischer. Infrared properties of qcd from dyson-schwinger equations. *J. Phys.*, G32:R253–R291, 2006.
- [22] Pietro Giudice, Ferdinando Gliozzi, and Stefano Lottini. Quantum broadening of k-strings in gauge theories. *JHEP*, 01:084, 2007.
- [23] David J. Griffiths. Introduction to elementary particles. NEW YORK, USA: WILEY (1987) 392p.
- [24] Han-Xin He and F. C. Khanna. Transverse ward-takahashi relation for the fermion-boson vertex to one-loop order. *Int. J. Mod. Phys.*, A21:2541–2551, 2006.

-
- [25] O. Kaymakçalan, S. Rajeev, and J. Schechter. Nonabelian anomaly and vector meson decays. *Phys. Rev.*, D30:594, 1984.
- [26] D. E. Kharzeev and J. Raufeisen. High energy nuclear interactions and qcd: An introduction. 2002.
- [27] J. S. Langer. Instabilities and pattern formation in crystal growth. *Rev. Mod. Phys.*, 52:1–28, 1980.
- [28] Hrayr H. Matevosyan, Anthony W. Thomas, and Peter C. Tandy. Quark-gluon vertex dressing and meson masses beyond ladder- rainbow truncation. *Phys. Rev.*, C75:045201, 2007.
- [29] Andre L. Mota, M. Carolina Nemes, Brigitte Hiller, and Hans Walliser. Meson properties in a renormalizable version of the njl model. *Nucl. Phys.*, A652:73–87, 1999.
- [30] Yoichiro Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. i. *Phys. Rev.*, 122:345–358, 1961.
- [31] Yoichiro Nambu and G. Jona-Lasinio. Dynamical model of elementary particles based on an analogy with superconductivity. ii. *Phys. Rev.*, 124:246–254, 1961.
- [32] Emil N. Nikolov, Wojciech Broniowski, Christo V. Christov, Georges Ripka, and Klaus Goeke. Meson loops in the nambu-jona-lasinio model. *Nucl. Phys.*, A608:411–436, 1996.
- [33] Y. Oyanagi. K-1-3 form-factors of the veneziano-type. *Nucl. Phys.*, B14:375–380, 1969.
- [34] Heinz Pagels and Saul Stokar. The pion decay constant, electromagnetic form-factor and quark electromagnetic selfenergy in qcd. *Phys. Rev.*, D20:2947, 1979.
- [35] Michael E. Peskin and D. V. Schroeder. An introduction to quantum field theory. Reading, USA: Addison-Wesley (1995) 842 p.
- [36] Robert S. Plant and Michael C. Birse. Meson properties in an extended non-local njl model. *Nucl. Phys.*, A628:607–644, 1998.

-
- [37] F. M. Renard. $e^+ e^-$ physics. Presented at 3rd Adriatic Meeting on Particle Physics, Dubrovnik, Yugoslavia, Sep 3-13, 1980.
- [38] Craig D. Roberts. Schwinger-dyson equations: Dynamical chiral symmetry breaking and confinement. 0600.
- [39] E. Ruiz Arriola. Pion structure at high and low energies in chiral quark models. ((v)). *Acta Phys. Polon.*, B33:4443–4479, 2002.
- [40] L. H. Ryder. Quantum field theory. Cambridge, Uk: Univ. Pr. (1985) 443p.
- [41] J. J. Sakurai. Theory of strong interactions. *Annals Phys.*, 11:1–48, 1960.
- [42] Dieter Schildknecht. Vector meson dominance. *Acta Phys. Polon.*, B37:595–608, 2006.
- [43] L. F. Urrutia. A fit to the pion electromagnetic form-factor. *Phys. Rev.*, D9:3213, 1974.
- [44] Steven Weinberg. Precise relations between the spectra of vector and axial vector mesons. *Phys. Rev. Lett.*, 18:507–509, 1967.
- [45] Chen-Ning Yang and Robert L. Mills. Conservation of isotopic spin and isotopic gauge invariance. *Phys. Rev.*, 96:191–195, 1954.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)