

**DANUZA CRISTINA SANTANA**

**MODELAGEM NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO DE SHUNTS  
PIEZELÉTRICOS APLICADOS AO CONTROLE PASSIVO DE  
VIBRAÇÕES**



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**2007**

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA  
FACULDADE DE ENGENHARIA MECÂNICA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**MODELAGEM NUMÉRICA E OTIMIZAÇÃO DE SHUNTS  
PIEZELÉTRICOS APLICADOS AO CONTROLE PASSIVO DE  
VIBRAÇÕES**

Tese apresentada

à Universidade Federal de Uberlândia por:

**DANUZA CRISTINA SANTANA**

Como parte dos requisitos para a obtenção do título de doutor em  
Engenharia Mecânica

Banca Examinadora:

Prof. Dr. Domingos Alves Rade (Orientador)	FEMEC/UFU
Prof. Dr. Valder Steffen Jr (Co-Orientador)	FEMEC/UFU
Prof. Dr. Flávio Donizeti Marques	EESC/USP
Prof. Dr. Luiz Carlos Gadelha de Souza	INPE/S.J. Campos
Prof <sup>a</sup> Dr. <sup>a</sup> Vera Lúcia D. S. Franco	FEMEC/UFU

Uberlândia, 27 de agosto de 2007.

*A Deus, por me iluminar em todos os instantes de minha vida e a minha família, por tudo que fizeram e fazem por mim.*

SANTANA, D.C. **Modelagem e otimização de *shunts* piezelétricos aplicados ao controle passivo de vibrações.**2007. 203f, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia

### **Resumo**

O desenvolvimento de novas tecnologias permitiu a construção de equipamentos industriais, veículos e estruturas cada vez mais leves e com velocidades de operação cada vez mais elevadas, ocasionando o aumento dos níveis de vibração e ruído gerados. Como resultado, diferentes técnicas de controle ativo e passivo de vibrações e ruído foram desenvolvidas e continuam sendo aperfeiçoadas. Entre as técnicas de controle passivo destaca-se o uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos elétricos passivos (circuitos *shunt*). Neste tipo de controle, uma pastilha piezelétrica, geralmente de cerâmica PZT, é colada na superfície da estrutura e conectada a um circuito elétrico de modo que a energia vibratória é transferida da estrutura para o elemento piezelétrico e, em seguida, para o circuito elétrico onde é parcialmente dissipada. Os tipos de circuito *shunt* mais utilizados são resistivos, ressonantes, capacitivos, chaveados, de capacitância negativa e multimodais. Trata-se de um sistema de controle de estruturas leves que tem como algumas de suas vantagens não apresentar instabilidades e também dispensar sistemas eletrônicos complexos embarcados à estrutura. Neste contexto, este trabalho considera a modelagem por elementos finitos de sistemas estruturais combinados com cerâmicas piezelétricas e diferentes topologias de circuitos *shunt*. Assim, vários aspectos do sistema de controle unimodal e multimodal, como número e posicionamento das pastilhas foram investigados. Como o princípio de funcionamento baseia-se na transferência de deformação da estrutura principal para o elemento piezelétrico, é evidente que sua eficiência está diretamente relacionada às características da colagem (espessura, rigidez e eventual delaminação da camada de cola). Devido a isso, a influência das características da colagem na eficiência do sistema de controle também é investigada neste trabalho. As análises foram realizadas utilizando um código construído em ambiente Matlab<sup>®</sup> e também utilizando o programa ANSYS<sup>®</sup>. São estudadas placas retangulares para as quais os níveis de atenuação de vibrações são investigados através da realização de análises harmônicas.

*Palavras-chave: Vibrações, Controle Passivo, Piezeletricidade, Circuitos Shunt.*

SANTANA, D.C. **Modeling and optimization of piezoelectric shunts apply to passive vibration control**. 2007. 203f, Tese de Doutorado, Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia

### **Abstract**

Due to the development of new technologies, industrial structures are now made of lighter materials and work at higher operation speeds producing an increasing vibration and noise level generation. As a result, different techniques of active and passive control have been developed and are continuously being improved. Among the passive control techniques, the use of piezoelectric materials combined with passive shunted circuits has been successfully used. In this kind of control, a piezoelectric patch, generally PZT, is bonded to the surface of the base structure and connected to an electrical circuit in such a way that the vibratory energy is transferred to the piezoelectric patch. The piezoelectric effect makes possible to transform strain energy into electric energy that is dissipated through the Joule effect. The most used shunt topologies are the resistive, resonant, capacitive, switched and the negative capacitance. This technique is appropriate for the control of light structures and does not exhibit instability problems. In this context, this work considers the finite element modeling of structural systems combined with piezoelectric ceramics for different topologies of shunt circuits. In this approach, various aspects of unimodal and multimodal control have been investigated, as the number of piezoelectric patches and their positioning along the structure. As the functioning principle is based on the transfer of strain from the base structure to the PZT, it follows that the control systems efficiency depends on the bonding characteristics (thickness, stiffness, and eventual delamination). Consequently, the influence of the attachment characteristics on the control system efficiency is also investigated in this work. The analyses have been performed by using a finite element code built in MATLAB<sup>®</sup> and also using the software ANSYS<sup>®</sup>. Beam and plate like structures are studied, for which the vibration attenuation level is investigated by performing harmonic analyses.

*Keywords: Vibration; Passive control; Piezoelectricity; Shunt circuits.*

# SUMÁRIO

<b>Capítulo I – Introdução .....</b>	<b>1</b>
1.1 – Técnicas de controle de vibrações.....	1
1.1.1- <i>Técnicas de controle ativo</i> .....	2
1.1.2- <i>Técnicas de controle passivo</i> .....	6
1.1.3. <i>Técnicas de controle híbridas e semi-ativas</i> .....	13
1.2 – Contextualização e contribuições do trabalho de tese.....	14
<b>Capítulo II– Revisão Bibliográfica.....</b>	<b>17</b>
2.1 – Revisão das publicações científicas.....	17
2.1.1 – <i>Configurações de circuitos shunt</i> .....	18
2.1.2 – <i>Técnicas de Modelagem</i> .....	23
2.1.3 – <i>Aplicações</i> .....	25
2.1.4 – <i>Otimização</i> .....	26
2.2 – Revisão de depósitos de patentes.....	27
<b>Capítulo III- Fundamentação teórica sobre materiais piezelétricos e circuitos shunt</b>	<b>29</b>
3.1-Fundamentos de piezeletricidade linear.....	29
3.2- Circuitos elétricos shunt.....	37
3.3- Particularização para casos de carregamento uniaxial.....	41
3.4- <i>Shunt piezelétrico resistivo</i> .....	45
3.4.1- <i>Comportamento vibratório de sistemas mecânicos associados a shunts piezelétricos resistivos</i> .....	50
3.5- <i>Shunt piezelétrico ressonante em série</i> .....	52
3.5.1 - <i>Comportamento vibratório de sistemas mecânicos associados a shunts</i>	

<i>ressonantes em série</i> .....	53
3.5.2- <i>Sintonização ótima baseada nos pontos invariantes</i> .....	54
3.5.3- <i>Sintonização ótima baseada no posicionamento de pólos</i> .....	56
3.6- <i>Shunt piezelétrico ressonante em paralelo</i> .....	57
3.7- <i>Circuitos shunt ressonantes para o controle multimodal</i> .....	60
3.8 - <i>Circuitos shunt ressonantes associados a indutores sintéticos</i> .....	62
3.9 – <i>Circuitos shunt de capacitância negativa</i> .....	63
3.9.1- <i>Circuito shunt de capacitância negativa com ligação em paralelo</i> .....	64
3.9.2- <i>Circuito shunt de capacitância negativa com ligação em série</i> .....	65
3.10 - <i>Considerações finais do capítulo</i> .....	67
<b>Capítulo IV- Formulação por elementos finitos estruturas contendo elementos piezelétricos acoplados a circuitos shunt</b> .....	<b>69</b>
4.1- <i>Princípio do Trabalho Virtual para materiais piezelétricos</i> .....	69
4.2- <i>Discretização por elementos finitos</i> .....	71
4.3- <i>Energia Potencial</i> .....	73
4.4- <i>Energia Cinética</i> .....	75
4.5- <i>Trabalhos mecânicos e elétricos externos</i> .....	75
4.6- <i>Equações do movimento em nível elementar</i> .....	77
4.7 – <i>Montagem das equações elementares para obtenção das equações do movimento em nível global</i> .....	77
4.8- <i>Modelo de Elementos Finitos para o sistema acoplado a circuitos shunt</i> .....	80
4.8.1 – <i>Modelagem dos eletrodos</i> .....	80
4.8.2 - <i>Modelagem do circuito shunt conectado aos eletrodos</i> .....	83
4.8.3- <i>Circuito shunt resistivo</i> .....	86

4.8.4- Circuito shunt ressonante em série.....	86
4.8.5- Circuito shunt ressonante em paralelo.....	87
4.8.6- Circuito shunt de capacitância negativa em série.....	87
4.8.7- Circuito shunt de capacitância negativa em paralelo.....	88
4.8.8-Formulação por espaço de estados.....	88
4.9- Modelo sanduíche de três camadas construído utilizando Matlab® .....	93
4.9.1- Energia Potencial.....	96
4.9.2-Energia Cinética.....	100
4.10-Considerações finais do capítulo.....	102
<b>Capítulo V- Simulações Numéricas.....</b>	<b>104</b>
5.1- Estruturas do tipo viga.....	104
5.2 - Modelagem utilizando o programa comercial Ansys® . Avaliação das diferentes topologias de circuito <i>shunt</i> aplicadas a vigas.....	105
5.2.1- Modelagem do sistema viga com pastilha piezométrica.....	102
5.2.2- Sistema viga-shunt piezométrico em série.....	113
5.2.3- Sistema viga-shunt piezométrico em paralelo.....	118
5.2.4- Sistema viga-shunt piezométrico resistivo.....	121
5.3 - Modelagem utilizando um modelo de elementos finitos de viga multicamada . Avaliação das diferentes topologias de circuito <i>shunt</i> aplicadas a vigas.....	125
5.3.1- Sistema viga-shunt piezométrico ressonante em série.....	127
5.3.2- Sistema viga-shunt piezométrico resistivo.....	129
5.3.3- Sistema viga-shunt piezométrico capacitância negativa.....	128
5.3.3-1- Sistema viga-shunt piezométrico com capacitância negativa em paralelo.....	134

5.3.3.2– Sistema viga-shunt piezelétrico com capacitância negativa em série.....	137
5.4 - Avaliação da influência da colagem da pastilha piezelétrica no desempenho de <i>shunts</i> ressonantes.....	141
5.4.1 – <i>Influência da espessura da camada de cola</i> .....	142
5.4.2 – <i>Influência da flexibilidade da camada de cola</i> .....	144
5.4.3 – <i>Influência da delaminação da camada de cola</i> .....	145
5.5 - Avaliação <i>shunts</i> piezelétricos para controle multimodal.....	147
5.6- Estruturas do tipo placa.....	151
5.6.1 - <i>Avaliação das diferentes topologias de shunts piezelétricos</i> .....	152
5.6.2 - <i>Avaliação da influência do posicionamento das pastilhas piezelétricas</i>	155
5.9 – Considerações finais do capítulo.....	165
<b>Capítulo VI - Otimização dos parâmetros dos circuitos <i>shunt</i> utilizando métodos naturais de otimização.....</b>	<b>166</b>
6.1 – Introdução.....	166
6.2 – Algoritmos Genéticos (AGs).....	167
6.3 – Otimização por Colônia de Formigas ( <i>Ant Colony Optimization</i> - ACO).....	168
6.4 – Projeto de otimização dos circuitos <i>shunt</i> .....	171
6.4.1 – <i>Otimização do circuito shunt resistivo utilizando AG e ACO</i> .....	172
6.4.2 – <i>Otimização do circuito shunt de capacitância negativa em série utilizando AG e ACO</i> .....	175
6.4.3 – <i>Otimização do circuito shunt de capacitância negativa em paralelo utilizando AG e ACO</i> .....	179
6.5 – Projeto de otimização de duas variáveis de projeto na aplicação circuitos <i>shunt</i> ressonantes em série.....	184

6.6 – Considerações finais do capítulo.....	188
<b>Capítulo VII -Conclusões Gerais e Perspectivas de Trabalhos Futuros.....</b>	<b>189</b>
<b>Capítulo VIII –Referências Bibliográficas.....</b>	<b>193</b>

# CAPÍTULO I

## INTRODUÇÃO

Neste capítulo é apresentada uma breve introdução sobre controle ativo e passivo de vibrações, enfatizando a técnica de controle passivo, utilizando materiais piezelétricos combinados com circuitos *shunt*, bem como a contextualização deste trabalho no estudo desta técnica.

### 1.1 Técnicas de controle de vibrações

O desenvolvimento de novas tecnologias tem permitido a concepção e a construção de equipamentos industriais, veículos e estruturas diversas, cada vez mais leves (flexíveis) e com velocidades de operação cada vez mais elevadas, ocasionando o aumento dos níveis de vibração e ruído gerados. Ao mesmo tempo, a acirrada concorrência em um mercado globalizado e o estabelecimento de normas internacionais rigorosas exigem a redução dos níveis de vibrações e ruído a que ficam submetidos operadores e usuários. Em certos tipos de produto, os níveis de vibração e ruído são estreitamente relacionados a sua qualidade e confiabilidade, repercutindo, portanto, em sua aceitação pelos consumidores.

Em decorrência disso, desde a década 1950, o problema do controle de vibrações e ruído tem sido objeto de intenso esforço de pesquisa da comunidade científica, havendo expressiva transferência de conhecimento gerado para o setor produtivo. Como resultado, diferentes técnicas de controle de vibrações e ruído foram desenvolvidas e continuam sendo aperfeiçoadas.

As técnicas de controle podem ser classificadas em dois grandes grupos: técnicas ativas e passivas, conforme descritas a seguir:

### 1.1.1. Técnicas de controle ativo

As técnicas ativas constituem, fundamentalmente, procedimentos baseados na aplicação de forças ou ondas sonoras destinadas a anular o efeito das perturbações (excitações) externas (Beranek e Ver, 1992). Nestes procedimentos, são empregados três elementos principais, operando de forma integrada, a saber: os sensores, destinados a captar as respostas dinâmicas, os atuadores, responsáveis pela aplicação das forças ou ondas sonoras de controle, e o próprio controlador, entendido como uma rotina computacional que calcula o sinal de controle.

As técnicas modernas de controle ativo podem ser classificadas em dois grupos, conforme a disposição destes elementos e o fluxo dos sinais na malha de controle: controle *feedback* (realimentado) e *feedforward* (malha aberta). No controle *feedback*, ilustrado na Figura 1.1, o sinal de controle que comanda a ação dos atuadores é calculado a partir das respostas adquiridas pelos sensores (saída do sistema) e de um sinal de referência. No controle *feedforward*, por outro lado, o sinal de controle é computado a partir do sinal correspondente à fonte de vibração ou ruído, conforme ilustrado na Figura 1.2.

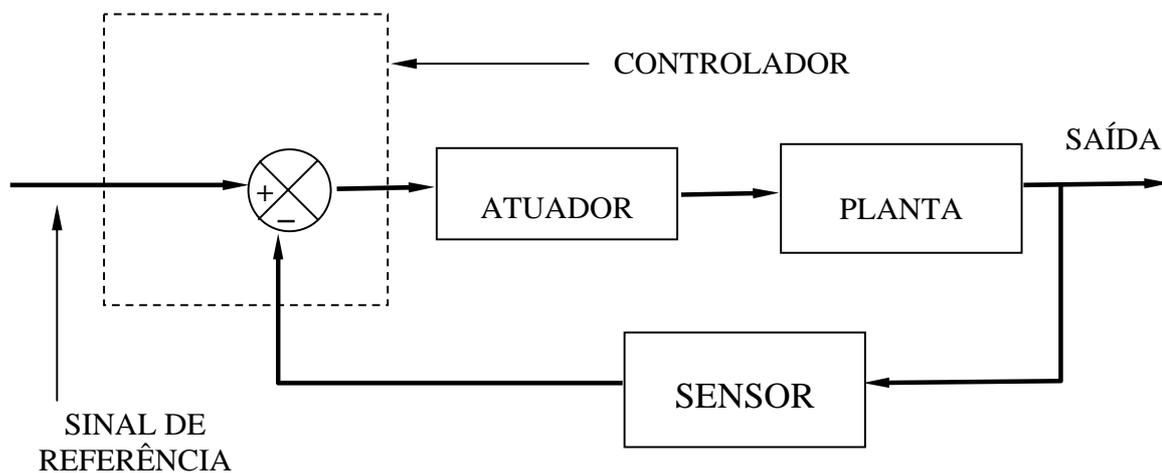


Figura 1.1 – Diagrama de blocos de um sistema de controle *feedback*.

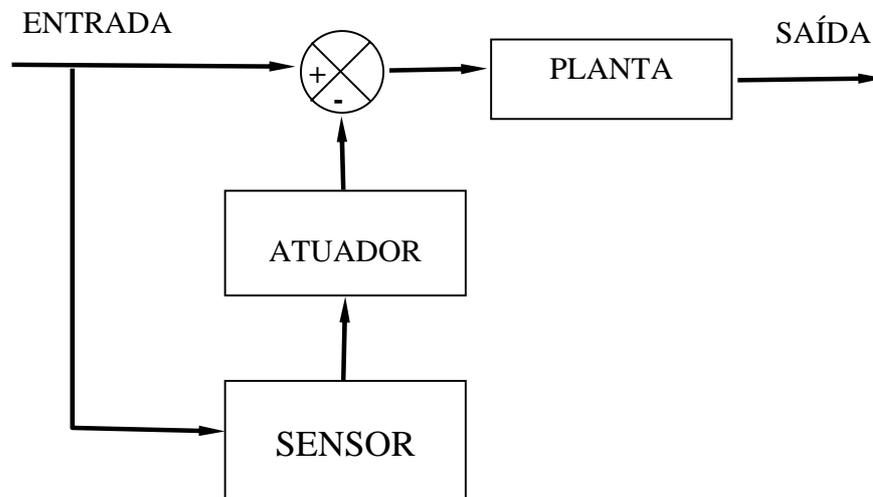


Figura 1.2 – Diagrama de blocos de um sistema de controle *feedforward*.

De acordo com a específica lei de controle empregada, diferentes técnicas de controle ativo foram desenvolvidas: Controle Ótimo, Controle Robusto, PID, Alocação de Pólos, Controle  $H_{\infty}$ . Os livros de Füller *et al.* (1996) e Preumont (2006) trazem um apanhado dos aspectos teóricos e práticos da implementação das técnicas de controle ativo de vibrações e ruído. Encontram-se reportadas aplicações das técnicas de controle ativo a uma vasta gama de problemas práticos, tais como:

- controle de vibrações em máquinas ferramentas (Ganguli *et al.*, 2005)
- controle de posição em telescópios e sistemas ópticos espaciais (Abuhanieh, 2003)
- controle de vibrações de estruturas espaciais (Carvalho *et al.*, 2004)
- controle ativo de ruído em painéis e dutos (Füller *et al.*, 1996);
- controle de vibrações de estruturas de construção civil (edifícios, pontes e torres) (Farrar *et al.*, 1996)
- controle de estruturas robóticas (Wang e Mills, 2004)

Algumas destas aplicações são ilustradas nas figuras abaixo.

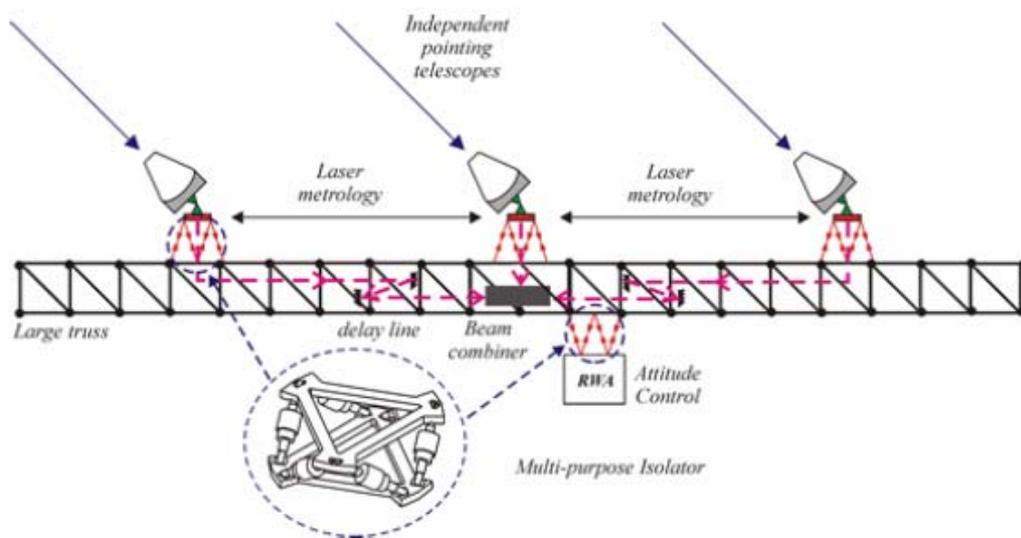


Figura 1.3 – Ilustração do controle ativo de vibrações de um interferômetro espacial

(Fonte: Active Structures Laboratory – Universidade Livre de Bruxelas  
(<http://www.ulb.ac.be/scmero/isolation.html>))

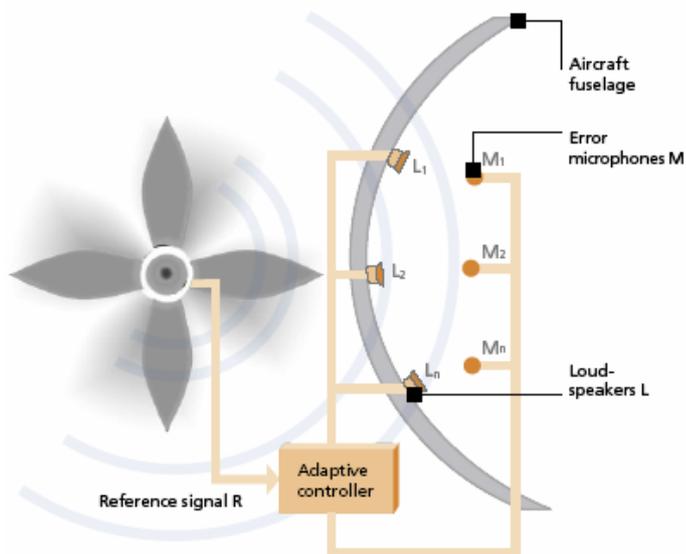


Figura 1.3 – Ilustração do controle ativo de ruído em aeronaves

(Fonte: dSPACE News (<http://www.dspace.de>))

Embora as técnicas de controle ativo sejam reconhecidas por sua eficiência e adaptabilidade, elas apresentam alguns inconvenientes e limitações, dentre os quais, podem-se citar:

- por se tratar de controle baseado na introdução de energia por fontes externas, há possibilidade de ocorrer instabilidade do sistema de controle, com conseqüências graves;
- os custos de desenvolvimento e implementação são geralmente elevados;
- o controle ativo torna-se mais difícil quando é destinado a operar em domínio de altas frequências, situação que requer maiores velocidades de processamento dos sinais e de ação dos atuadores;
- a autoridade e eficiência de controle é fortemente condicionada pelo tipo de instrumentação disponível, principalmente os atuadores. Esforços elevados de controle requerem geralmente atuadores volumosos e caros.

No tocante à instrumentação requerida em sistemas de controle ativo, um grande avanço vem sendo obtido, a partir da década de 1990, com o uso de materiais piezelétricos como sensores e atuadores, explorando-se, respectivamente, o efeito piezelétrico direto e inverso. Estes materiais exibem características vantajosas, principalmente a elevada capacidade de transdução e a pequena intrusividade, podendo mesmo ser integrados à estrutura a ser controlada como um de seus membros (barra de treliças, por exemplo), colados à sua superfície ou inseridos em seu volume. Esta possibilidade levou à criação do conceito de Sistemas Inteligentes ou Sistemas Adaptativos, entendidos como aqueles resultantes da integração de sistema-base, sensores, atuadores e processadores digitais, de forma que são capazes de perceber (através dos sensores) alterações nas condições operacionais, interpretar os sinais dos sensores e implementar ações corretivas (através dos atuadores) resultantes de cálculos efetuados nos processadores digitais, de modo a assegurar funcionamento satisfatório. Os livros de Preumont (2006) e Banks (1996) são dedicados à tecnologia de Sistemas Adaptativos.

### *1.1.2. Técnicas de controle passivo*

As técnicas de controle passivo são fundamentadas no emprego de materiais absorvedores de energia, tais como materiais viscoelásticos (Nashif et al., 1985., Mead, 1994). Também pode ser incluído neste grupo o uso de absorvedores dinâmicos de vibrações passivos (Korenev, 1993) e o uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos elétricos passivos, conhecidos na literatura como circuitos *shunt*, os quais constituem o objeto de estudos da presente tese. Embora percam nos quesitos de eficiência e adaptabilidade, quando comparadas a técnicas de controle ativo, as técnicas de controle passivo apresentam-se geralmente como soluções robustas e econômicas, sendo atualmente objeto de um expressivo número de trabalhos de pesquisa aplicada aos problemas industriais. Além disso, as técnicas passivas são reconhecidas por serem mais adequadas para aplicações envolvendo faixas de frequências mais elevadas.

#### ***Controle passivo utilizando materiais viscoelásticos***

Materiais viscoelásticos vêm sendo utilizados intensamente nas últimas duas décadas para o amortecimento passivo de vibrações e ruído em diferentes tipos de máquinas, veículos, equipamentos industriais e estruturas. Algumas destas aplicações são ilustradas nas Fig. 1.4 a 1.6. No entanto, apenas recentemente, os avanços atingidos na área de tecnologia de materiais, combinados com o surgimento de técnicas mais eficientes para a modelagem numérica e caracterização experimental do comportamento dinâmico de sistemas dotados de elementos viscoelásticos, permitiram estender as aplicações destes materiais a sistemas industriais complexos, tais como: motores a jato, cabines de helicópteros, satélites artificiais, estruturas de edifícios, dentre outros (Rao, 2001). Paralelamente, os materiais viscoelásticos foram disponibilizados comercialmente por diversos fabricantes, (3M®, Soundcoat® Inc., Sorbothane® Inc.), em diferentes composições e formas geométricas adaptadas a aplicações no controle de vibrações e ruído.

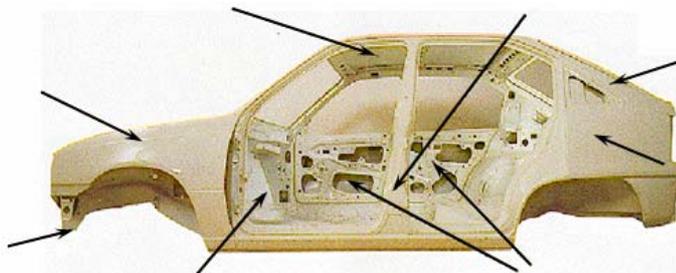


Figura 1.4 – Ilustração da aplicação de materiais viscoelásticos em automóveis (adaptada de Rao (2001)).

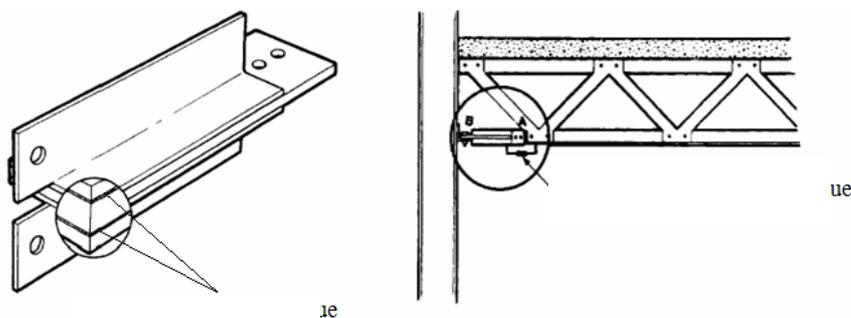


Figura 1.5 – Ilustração da aplicação de materiais viscoelásticos a estruturas de engenharia civil (adaptada de Rao (2001)).

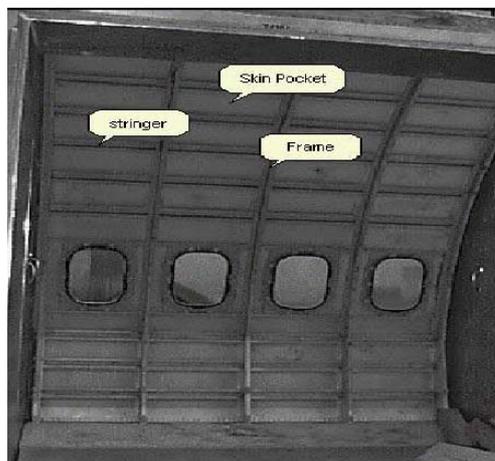


Figura 1.6 – Ilustração da aplicação de materiais viscoelásticos em aeronaves (adaptada de Rao (2001)).

A caracterização analítica do comportamento dos materiais viscoelásticos é feita através do emprego de modelos matemáticos que levam em conta a dependência da rigidez e do amortecimento destes materiais em relação a certos parâmetros ambientais e operacionais, dentre

os quais os mais importantes são a temperatura e a frequência de vibração (Espíndola e Lopes, 1988). Recentemente, foram desenvolvidos modelos particularmente bem adaptados à sua incorporação em modelos de elementos finitos, (Bagley e Torvik;1983,1979), (Golla e Hughes, 1985), (McTavish e Hughes, 1993), (Lesieutre e Lee, 1996), (Lesieutre e Bianchini, 1996,1995).

No tocante à modelagem e otimização de amortecedores viscoelásticos, é importante destacar as contribuições de Balmès e sua equipe (Balmès e Germès, 2006) e os trabalhos recentes de Lima (2007).

O estado atual da arte demonstra que foi obtido grande avanço e amadurecimento nos procedimentos de modelagem numérico computacional de estruturas contendo materiais viscoelásticos, sendo possível hoje, a previsão do comportamento de estruturas industriais complexas. A extensão natural observada, que deve continuar nos próximos anos, consiste no desenvolvimento de procedimentos de otimização de sistemas de amortecimento viscoelástico, visando o aumento da eficiência de atenuação e a diminuição do peso adicionado.

### ***Controle passivo utilizando absorvedores dinâmicos de vibrações***

Uma outra técnica de controle passivo que vem sendo empregada ao longo de várias décadas é aquela baseada em absorvedores dinâmicos de vibrações – ADVs (Korenev e Reznikov, 1993).

Conforme ilustrado na Figura 1.7, em sua forma mais simples, um ADV é um dispositivo de parâmetros concentrados de massa, rigidez e amortecimento que, uma vez acoplado ao sistema primário, cujas vibrações deseja-se atenuar, é capaz de absorver a energia vibratória no ponto de conexão. Formas mais complexas podem ser concebidas, incluindo ADVs múltiplos e ADVs de parâmetros distribuídos (Cunha Jr., 1999, Steffen e Rade, 2001).

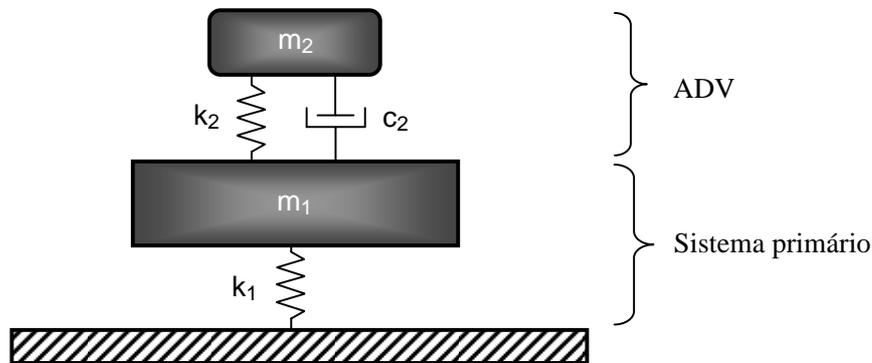


Figura 1.7 – Sistema primário acoplado a um ADV com amortecimento viscoso

É amplamente reconhecido que o principal inconveniente do uso de absorvedores dinâmicos de vibrações passivos reside no fato que, na fase de projeto, os valores de seus parâmetros de inércia, amortecimento e rigidez devem ser escolhidos de modo a promover a sintonização do ADV a um dado valor da frequência de excitação. Caso esta frequência varie, como ocorre frequentemente em situações práticas, os ADVs perdem eficiência. Assim, os ADVs continuam sendo objeto de intenso esforço de pesquisa na busca de novas formas construtivas econômicas e eficientes em largas bandas de frequência.

São encontrados na literatura e nos bancos de patentes, relatos de numerosas aplicações práticas e diferentes tipos construtivos de absorvedores dinâmicos de vibrações. A título de exemplo, pode-se citar o uso de ADVs aplicados a estruturas de construção civil (pontes, torres e edifícios), máquinas ferramentas, lavadoras de roupas, dispositivos ópticos, *cd-players*, helicópteros, equipamento esportivo (raquetes de tênis, tacos de golfe). Algumas destas aplicações são ilustradas nas figuras 1.8 e 1.9.

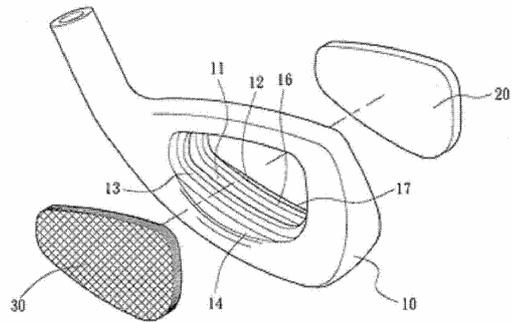


Figura 1.8– Ilustração do uso de absorvedor dinâmico de vibrações em tacos de golfe (US Patent 20050181888)

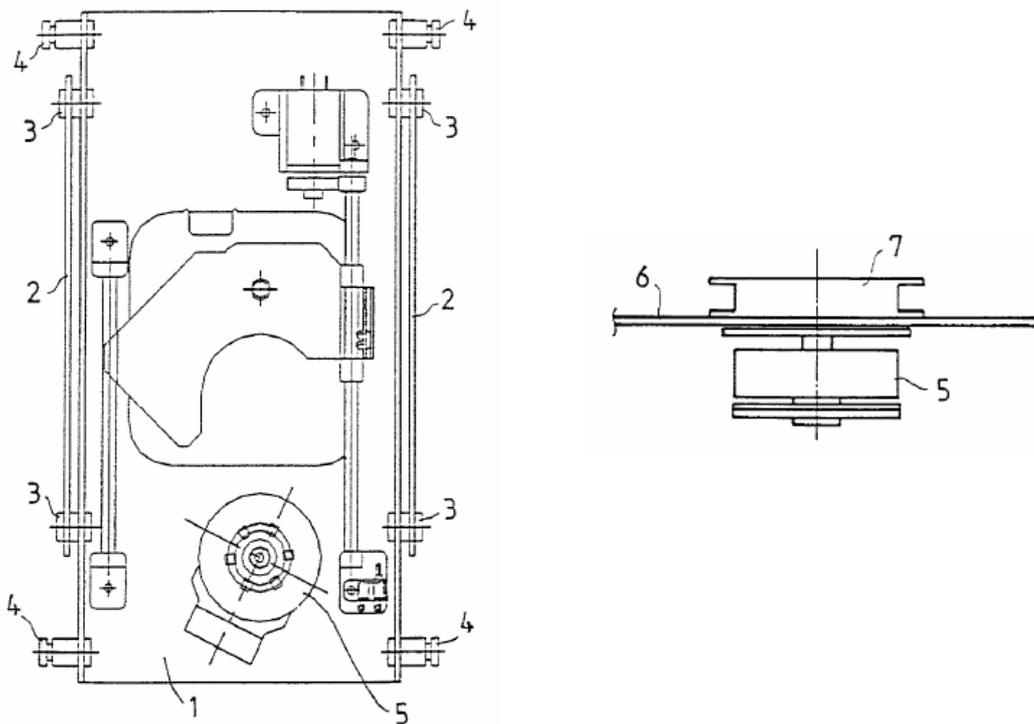


Figura 1.9 - Ilustração do uso de absorvedor dinâmico de vibrações em leitor óptico (US Patent 2001/0002897 A1)

### ***Controle passivo utilizando materiais piezelétricos combinados com circuitos elétricos***

Uma técnica de controle passivo de vibrações, desenvolvida mais recentemente, é aquela baseada no uso de cerâmicas piezelétricas conectadas a circuitos elétricos passivos, conhecidos como circuitos *shunt* (Hagood & Von Flotow, 1991; Hollkamp, 1994a). Tal configuração é ilustrada esquematicamente na Figura 1.10. Fundamentalmente, trata-se de um circuito elétrico (no caso ilustrado, um circuito RL) acoplado eletricamente a um elemento piezelétrico aderido à estrutura. Do ponto de vista elétrico, o elemento piezelétrico se comporta como um capacitor. Quando o elemento piezelétrico é deformado em consequência do movimento vibratório, parte da energia de deformação nele armazenada é convertida em energia elétrica, a qual é transferida para o circuito elétrico e dissipada através do resistor (efeito Joule). O efeito do circuito *shunt* RL é similar ao de um absorvedor dinâmico de vibrações passivo. Desta forma, os valores dos parâmetros do circuito podem ser escolhidos de modo a que se obtenha a atenuação das vibrações em uma dada banda de frequências.

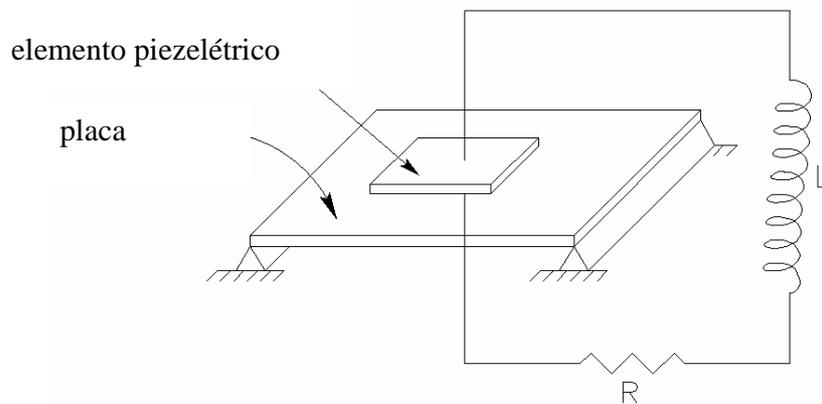


Figura 1.10 – Esquema de um sistema de controle de vibrações de uma placa empregando um elemento piezelétrico acoplado a um circuito elétrico passivo

Um estudo recente, dedicado a um circuito ressonante RLC, demonstrou tanto do ponto de vista teórico como experimental a eficiência dos circuitos *shunts* na atenuação de vibrações de vigas elásticas, mesmo num contexto multi-modal (Viana e Steffen, 2006).

Por se tratar de uma técnica de controle mais atual, a maioria dos estudos realizados dedicam-se à proposição de configurações de circuitos elétricos que promovam maior eficiência de atenuação em bandas de frequência mais amplas. Foram depositadas patentes tratando de aplicações de materiais piezelétricos combinados com circuitos *shunt* a alguns tipos de problemas práticos, conforme ilustram as figuras 1.11 e 1.12.

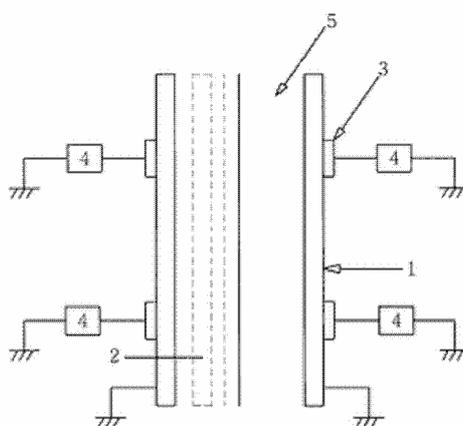


Figura 1.11- Ilustração do uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos *shunt* no controle de ruído transmitido através de painéis (US Patent 7068794)

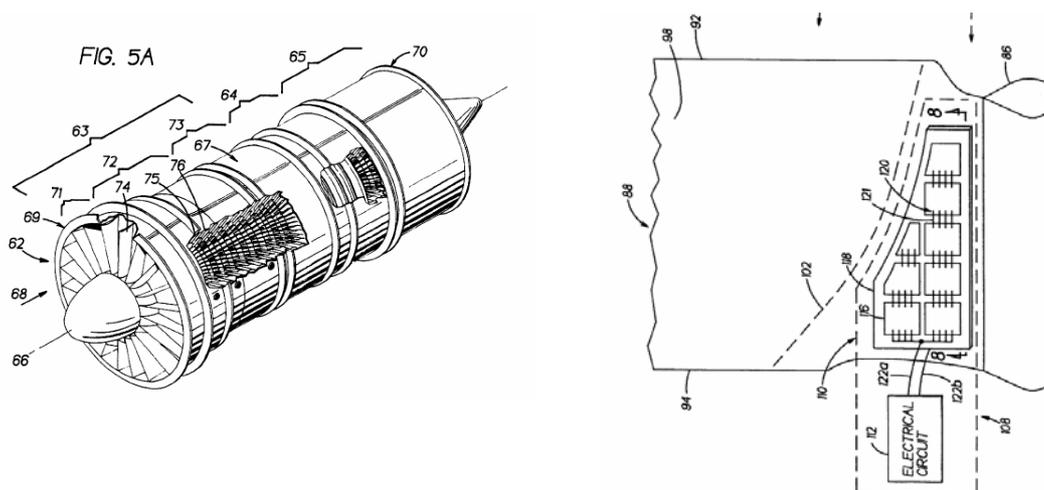


Figura 1.12 - Figura 1. Ilustração do uso de materiais piezelétricos combinados com circuitos *shunt* no controle de vibrações de palhetas de turbinas (US Patent 6299410)

### 1.1.3. Técnicas de controle híbridas e semi-ativas

As técnicas de controle híbridas são entendidas como aquelas que resultam da combinação de técnicas ativas e passivas, e seu uso justifica-se pelo interesse em combinar as características vantajosas de cada tipo de técnica. Dentre as técnicas de controle híbrido, uma das mais representativas são os absorvedores dinâmicos semi-ativos, um dos quais é ilustrados na Figura 1.13. Observa-se que, neste tipo de dispositivo, a energia externa é utilizada para variar as características geométricas do absorvedor dinâmico cujo princípio de funcionamento continua sendo o mesmo dos absorvedores dinâmicos passivos. Tal estratégia é freqüentemente utilizada visando ampliar a banda de atuação dos absorvedores dinâmicos. No caso ilustrado na Figura 1.13, a adaptação do absorvedor dinâmico é feita variando-se a posição das massas com auxílio de um motor de passo.

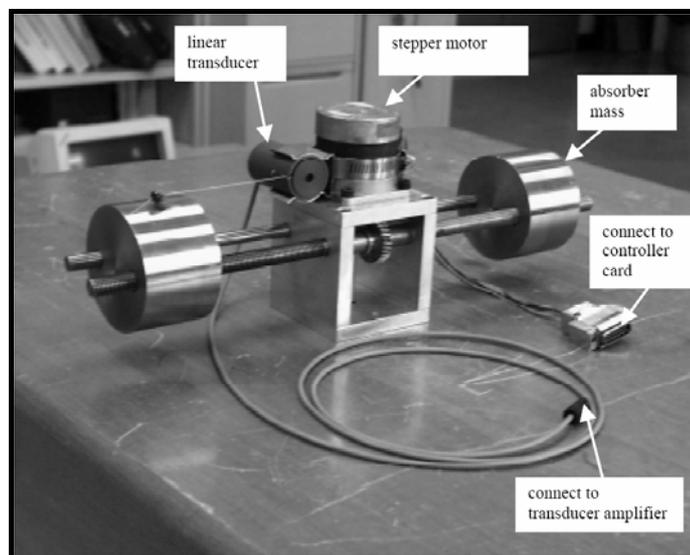


Figura 1.13 - Exemplo de ADVs semi-ativos (Ting-Kong, 1999)

Uma outra estratégia de controle híbrido são as chamadas camadas restritas ativas, resultantes da associação de atuadores piezelétricos com materiais viscoelásticos, em uma

configuração estratificada, posicionada sobre a superfície da estrutura primária, conforme ilustrado na Figura 1.14. Vários estudos realizados demonstraram a conveniência desta técnica híbrida, a qual possibilita ampliar a faixa de estabilidade do controle ativo e reduzir o esforço de controle (Trindade, 2000).

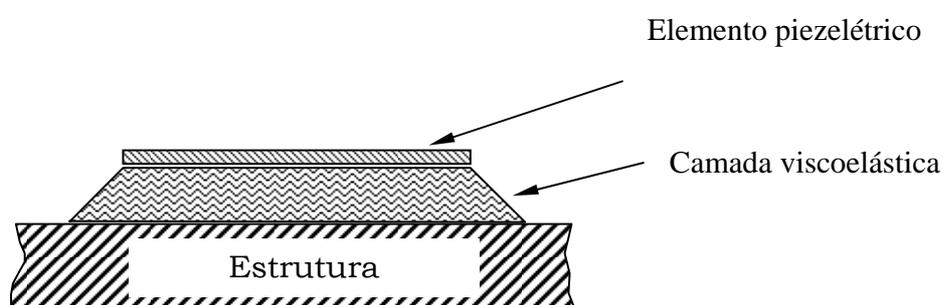


Figura 1.14 – Esquema representativo de camada restrita ativa

## 1.2 – Contextualização e contribuições do trabalho de tese

A análise de recentes publicações científicas e de depósitos de patentes, bem como relatos de aplicações práticas revelam que o problema de controle de vibrações e ruído continua sendo um tema de grande interesse nos âmbitos acadêmicos e industrial.

No estágio atual, os trabalhos de pesquisa têm, por objetivos principais:

1º. A busca do aumento da eficiência das técnicas de controle existentes, considerando-se aspectos operacionais e econômicos. Neste sentido, a otimização dos sistemas de controle é primordial;

2°. A exploração de novas tecnologias na concepção de sistemas de controle inovadores. Neste sentido, o uso de materiais chamados inteligentes tem sido muito enfatizado.

O trabalho de pesquisa aqui reportado faz parte do esforço de pesquisa que vem sendo desenvolvido na Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia, dedicado ao melhoramento das técnicas existentes e a proposição de novas técnicas de controle passivo, ativo e híbrido de vibrações e ruído.

Visando contribuir à consecução dos dois objetivos relacionados acima, o trabalho insere-se no contexto das técnicas de controle passivo de vibrações, enfocando especificamente o uso de elementos piezelétricos combinados com circuitos elétricos *shunt*.

A principal motivação para o empreendimento deste estudo é que esta é uma das técnicas de controle mais recentemente propostas, havendo vários aspectos a serem pesquisados visando a maximização de sua eficiência e o tratamento de aspectos técnicos necessários à sua incorporação em sistemas reais de Engenharia.

No Capítulo II é apresentado um levantamento bibliográfico do atual estado da arte o qual revela que o controle passivo de vibrações e ruído empregando piezocerâmicas combinadas com circuitos *shunt* é uma técnica promissora, passível de aplicação em diversos tipos de produtos industriais, com significativo ganho de eficiência e custo quando comparada a outras técnicas de controle passivo de vibrações. Identifica-se, contudo, a existência de aspectos que merecem investigação, visando aumentar a eficiência e estender o domínio da aplicabilidade da técnica de em questão. Neste contexto, o presente trabalho apresenta um estudo das diferentes topologias de *shunts* piezelétricos e tem por objetivos:

- Desenvolvimento de uma metodologia de modelagem de sistemas estruturais de geometria qualquer, contendo transdutores piezelétricos conectados a circuitos *shunt*, adequada, portanto, para aplicação a sistemas complexos, baseada na técnica de elementos finitos.
- Utilização dos procedimentos de modelagem desenvolvidos para avaliação numérica da eficiência, no tocante à atenuação de níveis de vibração, de diferentes topologias de *shunts* piezelétricos, incluindo as configurações mais tradicionais: *shunts* resistivos e ressonantes (em série e paralelo), além de configurações mais

recentemente propostas: de capacitância negativa, e configurações destinadas ao controle multi-modal.

- Utilização dos procedimentos de modelagem desenvolvidos para investigação de alguns aspectos práticos considerados relevantes no projeto de sistemas de controle baseado em circuitos *shunt*, tais como a influência da colagem do transdutor piezelétrico, sensibilidade em relação aos parâmetros do circuito elétrico, influência do número e posicionamento de transdutores piezelétricos.
- Proposição de uma metodologia de projeto ótimo dos circuitos *shunt*

Este Memorial de tese está organizado da seguinte forma:

No Capítulo II é feito um levantamento do estado da arte acerca da técnica de controle passivo baseado em circuitos *shunt*, sendo relacionadas algumas das principais contribuições dedicadas ao assunto.

No Capítulo III apresenta-se uma revisão sobre os fundamentos teóricos das diferentes topologias de *shunts* piezelétricos enfocadas no estudo.

No Capítulo IV é desenvolvida a formulação geral pertinente à modelagem por elementos finitos de estruturas contendo transdutores piezelétricos combinados com circuito *shunts*. A formulação geral é, em seguida, particularizada para as topologias de circuitos consideradas no estudo.

O Capítulo V reúne numerosas simulações numéricas efetuadas utilizando a técnica de elementos finitos, objetivando a validação dos procedimentos de modelagem e a avaliação da eficiência da estratégia de controle aplicada a diferentes tipos de estruturas.

No Capítulo VI são apresentados os testes numéricos de otimização dos parâmetros das diferentes topologias de circuitos, associando os modelos de elementos finitos desenvolvidos e a técnica de Algoritmos Genéticos.

Finalmente, no Capítulo VII são apresentadas as conclusões gerais do trabalho e as perspectivas de trabalhos futuros.

## CAPÍTULO II

### REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Neste capítulo apresenta-se um levantamento bibliográfico de algumas das publicações científicas mais significativas relacionadas ao controle passivo empregando elementos piezelétricos combinados com circuitos *shunt*. A revisão é organizada em partes definidas segundo a ênfase principal das obras consultadas. É apresentado também um levantamento de patentes depositadas nos Estados Unidos, relacionadas a esta técnica de controle.

#### 2.1 – Revisão das publicações científicas

##### 2.1.1 – Configurações de circuitos *shunt*

A literatura relata que o primeiro trabalho publicado, descrevendo a utilização de elementos piezelétricos combinados com circuitos *shunt*, deve-se a Forward (1979), que utilizou estes dispositivos para o controle de um modo de uma viga.

Um segundo trabalho pioneiro, muito abrangente, voltado para o controle de vibrações de sistemas mecânicos, é devido a Hagood e Von Flotow (1991). Neste trabalho, após a introdução das equações fundamentais da piezeletricidade linear, é desenvolvida a teoria pertinente a *shunts* resistivos e ressonantes. Para o caso dos *shunts* resistivos, um resistor é conectado através dos terminais do elemento piezelétrico. Para este circuito, os autores demonstram que o comportamento do sistema vibratório é similar ao comportamento de materiais viscoelásticos, sendo definidos um módulo complexo e um fator de perda, determinados pelo valor da resistência do circuito. Os autores demonstram também que, para o caso do circuito *shunt* ressonante, no qual um indutor e um resistor conectados em série

entre si são conectados aos eletrodos do elemento piezelétrico, o sistema apresenta um comportamento similar ao de um absorvedor dinâmico de vibrações amortecido, podendo ser sintonizado para a máxima atenuação das amplitudes das respostas harmônicas em uma frequência de interesse. O trabalho inclui a apresentação de resultados de ensaios experimentais em uma viga engastada-livre.

A partir deste trabalho, muitos autores dedicaram-se ao estudo desta técnica, propondo a utilização de novas topologias de circuito, sistemas de controle multimodais e adaptativos. Os primeiros trabalhos ficaram restringidos a sistemas estruturais simples (vigas) para os quais mostrou-se viável a modelagem analítica ou semi-analítica (técnicas de Rayleigh-Ritz ou dos Modos Assumidos, por exemplo).

No contexto dos *shunts* resistivos, Davis e Lesieutre (1995) avaliam o seu desempenho utilizando um método baseado em uma aproximação para a energia de deformação modal. Esta metodologia permite ao projetista adicionar amortecimento a um dado modo estrutural de vibração, mediante a uma escolha adequada dos parâmetros materiais e estruturais.

Hollkamp (1996) compara os desempenhos de *shunts* ressonantes com camada restrita, que consiste na utilização de uma camada de material viscoelástico sob uma camada de alumínio, ambas coladas à estrutura base, e conclui que os dois métodos apresentam resultados satisfatórios para esta aplicação, destacando que com o *shunt* ressonante é possível realizar uma sintonia adaptativa.

No contexto dos *shunts* ressonantes, Wu (1996) contesta a formulação desenvolvida por Hagood e Von Flotow (1991) para o caso do circuito *shunt* R-L em série e argumenta que o tipo de conexão R-L em série não é adequado quando o valor da resistência é elevado, pois requer ajustes iterativos entre a indutância e a resistência até que a sintonização ótima seja obtida. Neste mesmo trabalho, Wu (1996) desenvolve uma formulação para um circuito *shunt* ressonante na qual o indutor e resistor são conectados em paralelo e apresenta os resultados de ensaios experimentais realizados para uma estrutura do tipo viga. Em um trabalho posterior, Wu (1997) realiza ensaios em uma placa de material composto com *shunts* piezelétricos ressonantes visando o controle do primeiro modo de vibração.

Lesieutre (1998) realiza uma revisão geral sobre o estado da arte no período que antecede sua publicação e descreve os diferentes tipos de circuitos *shunt* que são tipicamente utilizados: resistivo, indutivo, capacitivo e *switched* (chaveado).

No estudo dos chamados *shunts* chaveados, Guyomar *et al.* (1999) propõem a utilização de um *shunt* semi-passivo que consiste em chaveamento contínuo de um transdutor

piezolétrico integrado a uma estrutura vibrante. A idéia básica deste sistema é deformar adequadamente a forma de onda da voltagem de saída do PZT a fim de criar um atraso na fase entre a voltagem da saída e o deslocamento mecânico. A distorção da voltagem é obtida por chaveamento entre as condições de curto circuito e de circuito aberto em uma seqüência repetitiva sincronizada com o movimento. Desta forma, o chaveamento remove periodicamente as cargas elétricas dos elementos piezolétricos criando não linearidades, gerando, desta forma, uma série de mecanismos de dissipação.

Com base nesta técnica, posteriormente, Corr e Clark (2002) comparam duas técnicas de *shunts* piezolétricos chaveados com a técnica de *shunt* piezolétrico ressonante. Na primeira técnica a rigidez da estrutura é alterada e assim a dissipa-se energia. A segunda técnica um chaveamento pulsado aplica cargas aos elementos piezolétricos em um intervalo específico do ciclo de vibração da estrutura, de forma similar ao controle *feedback* em velocidade e as técnicas de controle ótimo. Foram realizadas simulações numéricas e um experimento com uma viga e constataram que o circuito chaveado apresenta menor sensibilidade às variações de freqüência de o circuito ressonante.

Petit *et al.* (2004) propõem a implementação do sistema de chaveamento segundo três configurações distintas. A primeira configuração é similar à apresentada no trabalho anterior (Guyomar *et al.*, 1999) e consiste em curto-circuitar o PZT quando o deslocamento da estrutura é máximo. Na segunda configuração, na condição de deslocamento máximo da estrutura, o PZT é chaveado com um circuito RL série. Na terceira configuração o chaveamento é realizado conectando o PZT a um circuito RL em série e a uma fonte de tensão elétrica. Em ensaios experimentais foi verificado que o amortecimento introduzido na segunda e terceira configurações é fortemente influenciado pelo fator de acoplamento eletromecânico. Para estas configurações também foram realizados ensaios experimentais para o controle de dois modos de vibração em uma larga banda de freqüência, obtendo-se atenuações significativas em ambos os casos.

Granier *et al.* (2001) descrevem um experimento utilizando uma viga de alumínio e os circuitos *shunt* ressonantes nas configurações série e paralelo. Neste experimento a configuração R-L em paralelo não introduziu amortecimento na estrutura, fato atribuído ao valor de impedância necessária na construção do circuito do indutor sintético ser muito mais elevado que o valor da impedância do resistor do circuito *shunt* ressonante, o que fez com que o fluxo de corrente passasse apenas pelo resistor, e não pelo indutor, não sendo assim criada uma ressonância elétrica. Também foi evidenciada uma limitação da resolução do sistema de

aquisição o que ocasionou a inconsistência na determinação dos valores de frequência de circuito aberto e circuito fechado e, conseqüentemente, dificuldade de sintonização.

Vários trabalhos relatam que um dos principais problemas da implementação dos *shunts* ressonantes está na necessidade de elevados valores requeridos de indutância para o controle de modos de baixa frequência, o que demanda indutores pesados e volumosos. Para contornar esta dificuldade, foi proposto o uso dos chamados *indutores sintéticos*, que consistem em circuitos eletrônicos baseados em amplificadores operacionais que são capazes de simular o comportamento de indutores reais. Esta estratégia é explorada por Wu (1997). Os dois tipos de indutores sintéticos mais utilizados na literatura foram propostos por Riordan (1967) e Antoniou (1969). Viana (2004, 2005) investiga a utilização destes dois tipos de indutores sintéticos no controle de vibrações de uma viga utilizando *shunts* ressonantes em série e em paralelo. Adotando uma outra estratégia, Fleming *et al.* (2003) utilizam um capacitor adicional associado ao circuito RL e mostram que, desta forma, valores menores de indutância são requeridos. Esta mesma estratégia é examinada por Park e Inman (2003) que sugerem a utilização de capacitores externos a fim de reduzir o valor de indutância, sem que o amortecimento ótimo seja reduzido com este procedimento.

Caruso (2001) realiza uma comparação entre três configurações de *shunt*: RL em série, RLC em paralelo e RL em paralelo, com base em um modelo modal e também otimiza os parâmetros do circuito *shunt* ressonante utilizando a técnica de alocação de pólos e otimização da função de transferência. Neste estudo o autor verifica que a presença do capacitor externo influencia o valor do coeficiente de acoplamento piezolétrico modal e isto implica uma redução do amortecimento ótimo obtido por este sistema.

A topologia conhecida como a dos *shunts* capacitivos é proposta por Davis e Lesieutre (1997). Esta configuração tem uma influência na dinâmica do sistema que é equivalente a uma alteração de sua rigidez. Os autores verificam que a associação dos capacitores com chaveamento cria um absorvedor de vibrações semi-ativo. Em um trabalho posterior, Davis e Lesieutre (2000) constataam que *shunts* capacitivos associados com atuadores piezolétricos inerciais promovem a alteração da frequência natural do sistema e *shunts* resistivos combinados com atuadores piezolétricos inerciais promovem a alteração da frequência natural e do amortecimento modal do sistema.

Muriuki e Clark (2003) estudaram a utilização de *shunts* capacitivos em ressonadores do tipo viga e verificaram que a variação da frequência da estrutura com a capacitância

associada é pequena para os modos os primeiros modos e da ordem de 5% para os modos de mais alta frequência.

Uma nova topologia de circuito *shunt* foi proposta por Behrens *et al.* (2004). Nesta nova configuração o circuito *shunt* com o PZT é conectado a um circuito capacitivo-resistivo em série e ligado a um transdutor eletromagnético a fim de promover o isolamento de vibrações.

Em vários estudos foi verificado que o desempenho dos *shunts* ressonante, resistivo, capacitivo e chaveado são dependentes da frequência. Também foi verificado que estes sistemas são bastante sensíveis a variações na frequência de sintonização e modificações nas condições de operação. Outro aspecto bastante relevante diz respeito ao fato de que na maioria dos casos estudados os *shunts* piezoelétricos são usados para controlar apenas um modo de vibração. Visando diminuir estas limitações, mais recentemente vários pesquisadores têm focado a busca de técnicas de controle multimodal, que são mais eficientes em bandas de frequência mais amplas. Neste contexto, Hollkamp (1994) e Wu (1998, 1997) expandiram a teoria de *shunts* ressonantes, de forma que apenas um elemento piezoelétrico pudesse ser utilizado para suprimir múltiplos modos de vibração e não apenas um único modo.

O controle multimodal proposto por Hollkamp (1994) utiliza apenas uma pastilha piezoelétrica, um circuito ressonante e ramos de circuitos resistivo-indutivo-capacitivos para cada modo adicional que se deseja controlar. A sintonia para cada modo é realizada com base em um procedimento analítico, considerando-se que os modos a serem controlados são desacoplados e bem espaçados em frequência. Neste trabalho são realizadas simulações e experimentos em uma estrutura do tipo viga.

Wu (1998) propõe a utilização de apenas uma pastilha piezoelétrica para o controle multimodal. Nesta técnica, é realizado um projeto de circuito *shunt* R-L em paralelo para o controle de cada modo estrutural que se deseja controlar. Este sistema tem tantos ramos quantos forem os modos a serem controlados. Em cada ramo é inserido um circuito bloqueador ou um filtro em série com cada circuito *shunt* R-L antes que este ramo RL seja conectado aos terminais do elemento piezoelétrico.

Mais recentemente, vem sendo estudada uma nova configuração de circuitos *shunt* denominados baseados no conceito de capacitância negativa. Em essência, trata-se de uma técnica segundo a qual o PZT é conectado a um resistor e a um capacitor de mesma capacitância da pastilha, porém com sinal negativo. O princípio de funcionamento deste sistema consiste em anular a capacitância do PZT (eliminando a impedância reativa do

sistema) e com isso maximizar a energia de dissipação através do resistor. Isto se dá porque, com o cancelamento da capacitância interna do PZT, a impedância do circuito *shunt* se reduz à resistência que, por sua vez, é independente da frequência. Isto possibilita o controle de múltiplos modos de vibração em uma ampla faixa de frequências. A capacitância negativa é criada por meio de circuitos eletrônicos baseados em amplificadores operacionais.

Behrens *et al.*, (2002) obtêm a impedância ótima do *shunt* adotando um controlador de capacitância negativa acoplado aos terminais do PZT em sistemas do tipo viga e obtêm significativas atenuações de amplitude e bandas largas de frequência.

Lin e Ermanni (2003) avaliam o desempenho de circuitos *shunt* resistivos chaveados e circuitos puramente resistivos, ambos conectados a circuitos de capacitância negativa, no controle de vibrações de placas. Observa-se que as duas topologias apresentam desempenho similar e que a capacitância negativa contribui significativamente para o amortecimento introduzido no sistema. Neste mesmo trabalho os autores também utilizam técnicas de otimização de posicionamento da pastilha piezolétrica e dos valores de resistores dos circuitos para os casos analisados.

A ligação entre o resistor e o capacitor negativo pode ser realizada em série (Park e Baz, 2005) ou em paralelo (Behrens *et al.*, 2003).

Utilizando a ligação em série, Park e Baz (2005) utilizam um par de eletrodos interdigitais (IDE) conectados em paralelo com o *shunt* de capacitância negativa (ligação em paralelo) no controle de vários modos de uma viga engastada e livre. Verifica-se que a técnica proporciona significativas taxas de atenuação, principalmente nas altas frequências.

Através da ligação em paralelo Behrens *et al.*, (2003) obtêm a impedância ótima do *shunt* adotando um controlador de capacitância negativa acoplado aos terminais do PZT em sistemas do tipo viga e obtêm significativas atenuações de amplitude e bandas largas de frequência.

Park (2005) apresenta uma patente sobre circuitos *shunt* de capacitância negativa com ligação em série e em paralelo, nesta patente o autor afirma que o *shunt* de capacitância negativa e ligação em série é capaz de atenuar a vibração de frequências mais baixas enquanto que o *shunt* de capacitância negativa e ligação em paralelo é capaz de atenuar vibrações em frequências mais altas e que a combinação destas duas configurações seria capaz de atenuar vibrações tanto em altas como em baixas frequências.

Um dos maiores inconvenientes da técnica de controle baseada em circuitos *shunt* reside no fato que, similarmente ao que ocorre com os absorvedores dinâmicos de vibrações

passivos, os valores dos parâmetros elétricos do circuito devem ser ajustados para se obter sintonização para uma estreita faixa de valores da frequência de excitação a que a estrutura está submetida. Caso esta frequência venha a se modificar, pode haver significativa perda de eficiência. Para superar esta dificuldade, tem-se buscado conferir adaptatividade ao sistema de controle passivo, entendida como sendo a capacidade de auto-sintonização do dispositivo à frequência de excitação. Neste contexto, Fleming e Moheimani (2003) propõem um método que possibilita a construção de um *shunt* ressonante adaptativo, através da utilização de uma indutância sintética, que é obtida utilizando-se amplificadores operacionais. Este procedimento é realizado a fim de obter uma adaptação em tempo real da indutância e com isso tornar o *shunt* ressonante insensível a variações de carregamento estrutural ou outras perturbações que alterem a frequência para a qual o circuito está sintonizado. Moheimani *et al.* (2003) tratam os *shunts* piezelétricos como um problema de controle retroalimentado e discutem a estabilidade e robustez deste sistema.

Tsai e Wang (1996) utilizam controle híbrido ativo-passivo que integram materiais piezelétricos com fontes ativas de voltagem e circuitos *shunt* ressonantes passivos. no controle de uma estrutura anular. Em um trabalho posterior, Tsai e Wang (1999) avaliam diferentes aspectos do sistema de controle híbrido em vigas e verificam que o sistema ativo-passivo integrado apresenta melhor desempenho que o sistema com elementos ativos e passivos separados.

Os *shunts* resistivos também podem ser utilizados em sistemas semi-ativos, como foi verificado no trabalho de Fein e Gaul (2004), que utilizam *shunts* resistivos com potenciômetros digitais associados ao conceito de controle *feedforward* para o controle de estruturas bi-dimensionais do tipo placas.

### 2.1.2 – Técnicas de Modelagem.

A partir do trabalho seminal de Hagood e Von Flotow (1991), no qual foi desenvolvido um procedimento de modelagem analítica baseada na técnica dos Modos Assumidos (admitindo a contribuição preponderante de um único modo de vibração), várias estratégias de modelagem foram empregadas em estudos reportados na literatura.

Em um trabalho preliminar, Wang e Ostergaard (1999) realizaram simulações de um modelo em elementos finitos, com acoplamento piezelétrico, baseado em balanço de cargas elétricas.

Tylikowski (2000) estuda a utilização de *shunts* capacitivos em placas circulares utilizando um modelo baseado nas equações diferenciais parciais do sistema e verificam a influência da capacitância externa do circuito na frequência.

Park (2002) desenvolve um modelo modal baseado no Princípio de Hamilton e utiliza o *shunt* ressonante para o controle passivo de uma viga utilizando circuitos R-L em série e em paralelo. No modelo desenvolvido foi considerado o amortecimento estrutural.

Bisegna e Caruso (2000) propõem um modelo bidimensional de elementos finitos para a modelagem de placas de Mindlin com cerâmicas piezelétricas coladas a suas superfícies. São utilizados elementos quadrangulares de quatro nós e cinco graus de liberdade por nó. Também é realizada a conexão com circuito *shunt* ressonante e são realizadas simulações no domínio do tempo para avaliar a eficiência do sistema de controle. Em um trabalho posterior, Bisegna e Caruso (2001) realizam uma ampla revisão sobre as diferentes teorias utilizadas na modelagem por elementos finitos de sistemas estruturais com elementos piezelétricos integrados e apresentam um modelo adequado para a modelagem de sensores e atuadores moderadamente espessos. O sistema consiste de placas multicamadas onde cada camada é modelada utilizando a teoria de cisalhamento de primeira ordem. Os elementos utilizados neste modelo são quadrangulares de quatro nós e treze graus de liberdade por nó. Neste trabalho também é analisada a conexão do modelo proposto com circuito *shunt* RL em série.

Poizat (2000) utiliza o software ABAQUS na modelagem de estruturas de materiais compostos com camadas de fibras de PZT conectadas a circuitos *shunt* resistivos e verifica que a fração do volume de fibra piezelétrica possui uma forte influência no fator de perda e também no coeficiente de acoplamento eletromecânico.

Pozait e Sester (2000) realizam a modelagem do amortecimento passivo em estruturas feitas de materiais compostos com fibras cerâmicas e *shunts* piezelétricos resistivos integradas. Um modelo tridimensional é implementado utilizando a técnica de elementos finitos.

Kusculuoglu *et al.* (2003) apresentam um modelo de elementos finitos de vigas com PZT, considerando a Teoria de Timoshenko na modelagem e a aplicação de *shunts* ressonantes.

Calmon *et al.* (2004) propõem a modelagem por elementos finitos do sistema base e PZT chaveado a um circuito indutivo e validam o modelo com experimentos utilizando uma estrutura do tipo viga e em um problema de vibro-acústica.

Kim, *et al.* (2004) propõem a utilização de um método baseado em um modelo de impedância elétrica e otimizam os parâmetros do circuito *shunt* de forma a maximizar a energia dissipada no circuito. A metodologia proposta foi validada em experimentos com uma viga e uma placa.

Wu *et al.* (2004) utilizaram o software ANSYS® na modelagem de um sistema eletromecânico viga-PZT usando o elemento tridimensional SOLID5. Neste trabalho também é realizada análise transiente do sistema conectado a um resistor e alimentado por uma fonte de corrente. Na modelagem do resistor foi utilizado o elemento CIRCU94.

### 2.1.3 – Aplicações.

Saravanos (1999) utiliza múltiplos *shunts* piezelétricos resistivos a fim de promover o controle de vibração em placas laminadas simplesmente apoiadas. As placas são compostas de grafite e epóxi com camadas de materiais piezelétricos como reforço e os circuitos *shunt* são inseridos no volume ou colados à superfície da placa. Com base nos resultados obtidos neste estudo, os autores confirmam que para cada modo de vibração existe um valor ótimo para o resistor que adiciona um significativo amortecimento modal.

Thorp e Ruzzene (2001) utilizam *shunts* piezelétricos para o controle de ondas longitudinais que se propagam em barras. O controle das ondas longitudinais é realizado por *shunts* piezelétricos que são distribuídas de forma periódica ao longo da estrutura. Desta forma, a estrutura periódica resultante é capaz de filtrar a propagação de ondas em uma banda de frequência específica.

Cross e Fleeter (2002) utilizam o *shunt* piezelétrico para controle de vibrações induzidas por fluxo gerado pelas palhetas de turbo máquinas. Para esta aplicação foram realizados experimentos com vários *shunts* colados ao aerofólio de um estator e verificou-se que o circuito *shunt* promove a introdução de amortecimento na estrutura.

Ahmadian e Jeric (2002) comparam a perda de transmissão de uma placa não amortecida, uma placa instrumentada com *shunt* ressonante e uma placa com camada restrita passiva MASDAMP 755, utilizada na indústria automotiva, e verificam que a o sistema com camada restrita apresenta maior perda de transmissão acústica que o sistema com *shunt*, mas, no entanto, aumenta significativamente a massa do sistema. Desta forma, os autores indicam o o sistema com *shunt* para casos de controle de ruído onde não pode haver acréscimo de massa ao sistema.

Niederberger *et al.* (2004) propõem a utilização dos *shunts* ressonantes no controle de ruído em dutos. Nesta proposta, realizam um experimento com uma placa fina de alumínio montada dentro de um duto longo e excitada por ondas planas. O modo escolhido para o controle foi o modo (1,1), caracterizado como o modo de maior eficiência de radiação. O procedimento mostrou-se eficiente, uma vez que foram obtidos 10 dB de atenuação na amplitude de vibração da placa e 8,5 dB na redução da transmissão sonora. Outra contribuição interessante deste trabalho é que foi constatada a influência da temperatura no desempenho sistema *shunt* de controle passivo, a qual foi atribuída à variação da capacitância da pastilha com a temperatura.

McGowan (1999) e Agneni, *et al.* (2003) analisam o comportamento de *shunts* piezelétricos no controle de vibrações aeroelásticas. Para isto foram construídos modelos que incluem sistemas elásticos e aeroelásticos e avaliados numérica e experimentalmente estruturas do tipo viga, placa e uma asa de avião.

Ainda no contexto da aeroelasticidade, Moon e Kim (2003), utilizando o Método dos Elementos Finitos, propõem uma técnica híbrida ativa passiva, utilizando *shunt* ressonante no controle de *flutter*. O sistema híbrido consiste em utilizar atuadores piezelétricos, integrados com fontes externas de voltagem, em série com circuitos *shunt* passivos. Sendo os valores de ganho do controlador ativo e os parâmetros dos circuitos elétricos do circuito *shunt* otimizados simultaneamente. As simulações realizadas neste trabalho evidenciam a potencialidade da técnica híbrida, pois com a sua utilização é possível atenuar de forma efetiva o *flutter* com menor esforço de controle comparado à técnica puramente ativa.

#### 2.1.4 – Otimização.

Steffen e Inman (1999) propõem a utilização de *shunts* independentes para cada modo a ser controlado de uma viga, e utilizam otimização por algoritmos genéticos para obter os parâmetros ótimos dos circuitos.

Steffen *et al.* (2000) sugerem combinar absorvedores dinâmicos de vibrações e *shunts* ressonantes e utilizam procedimentos de otimização para maximização da eficiência do sistema de controle para vários modos de vibração em uma banda de frequências de interesse.

Kandadal e Venkatraman (2002) verificaram experimentalmente a influência da espessura de vigas em aplicações com *shunts* resistivos e verificaram que existe uma razão entre as espessuras da viga e da pastilha para a qual o amortecimento devido ao *shunt* resistivo é maximizado. Em um trabalho posterior (Kandagal e Venkatraman, 2004), os

mesmos autores verificam analítica e experimentalmente que esta razão ótima de espessuras independe do modo de vibração e das condições de contorno.

Behrens e Moheimani (2000) propõem a utilização de uma técnica de otimização dos resistores para *shunts* multimodais aplicados a estruturas do tipo viga. O método adotado consiste em minimizar a norma  $H_2$  da função de transferência do sistema.

Kahn e Wang (1994) propõem um método de otimização para controle híbrido ativo-passivo que otimiza simultaneamente os projetos do indutor e resistor do circuito *shunt* e o ganho do controle ótimo. Os autores implementam esta técnica em um experimento com viga e verificam que com o sistema proposto é possível reduzir o esforço de controle, comparando-se este sistema com o controle ativo e com um outro sistema ativo-passivo onde primeiro são ajustados os parâmetros do *shunt* e depois o ganho do controle ótimo, de forma independente.

Viana e Steffen (2006) apresentam uma formulação detalhada sobre a obtenção de circuitos *shunts* ressonantes ótimos num contexto multimodal, sendo apresentada comprovação experimental dos resultados. Neste mesmo trabalho, é feita uma descrição criteriosa dos tipos mais importantes de indutores sintéticos, além de ensaios experimentais com tais indutores.

## **2.2 – Revisão de depósitos de patentes**

Nesta seção é apresentada uma breve revisão realizada em banco de patentes dos Estados Unidos da América com o objetivo de verificar o que está sendo proposto sobre o assunto atualmente. Neste sentido, na Tabela 2.1 são apresentadas algumas patentes sobre aplicações de materiais piezelétricos combinados com circuitos *shunt* a alguns tipos de problemas práticos ([www.freepatentsonline.com](http://www.freepatentsonline.com)).

Tabela 2.1 - Patentes depositadas nos EUA relacionadas ao uso de *shunts* piezelétricos.

(www.freepatentsonline.com)

<b>Título</b>	<b>Número da Patente/Ano</b>
Smart panel for decreasing noise in wide band frequency.	US Patent 7068794/2006
Method and apparatus for damping vibration in turbomachine components.	US Patent 6299410/2001
System for using polarized device with an AC induction motor.	US Patent 7245110/2007
Adaptive shunt system for vibration control of structures and operating method of the same.	US Patent 6538401/2003
Bulk acoustic wave filter with optimized series and shunt resonator static capacitances.	US Patent 6509814/2003
Piezoelectric damping system for reducing noise transmission through structures.	US Patent 6563250/2003
Piezoelectric vibration damping for disk drives.	US Patent 6310746/2001
Vibration damping system using active negative capacitance shunt circuit with piezoelectric reaction mass actuator.	US Patent 5558477/1996

## CAPÍTULO III

### FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA SOBRE MATERIAIS PIEZELÉTRICOS E CIRCUITOS *SHUNT*

Neste capítulo apresenta-se a fundamentação teórica sobre materiais piezelétricos e circuitos *shunt*, com base nos trabalhos de Setter (2002), Hagood e Von Flotow (1991) e Wu (1996).

#### 3.1 Fundamentos de piezeletricidade linear

A piezeletricidade foi inicialmente observada e relatada por Pierre e Jacques Curie em 1880. Trata-se de uma propriedade dos materiais dielétricos, naturais ou sintéticos, que não apresentam estrutura cristalina simétrica em relação ao centro da célula. Observa-se esta característica nos materiais inorgânicos como o quartzo, a turmalina e cerâmicas, e em materiais orgânicos, como os polímeros e tecidos biológicos, tais como osso, cabelo e pele. Os aspectos históricos e teóricos da piezeletricidade foram apresentados em numerosos trabalhos (Cady, 1946; Ikeda, 1990; Setter, 2002).

Recentemente, uma extensa revisão dos fundamentos da piezeletricidade e aplicações industriais de materiais piezelétricos foi apresentada por Setter (2002). Um breve resumo de alguns aspectos dos estudos relatados é apresentado a seguir.

O efeito piezelétrico direto é caracterizado pelo fenômeno que, quando um material piezelétrico é submetido a um carregamento externo, uma distribuição de cargas elétricas é produzida em sua superfície. O efeito piezelétrico inverso é observado quando o material piezelétrico é submetido a um campo elétrico e então são observadas variações em suas formas e dimensões.

Os materiais piezelétricos mais utilizados são constituídos das três classes primárias das cerâmicas piezelétricas policristalinas, que são: zirconato titanato de chumbo, o metaniobato de chumbo, e o titanato de bário. Em seu estado original, estes materiais são isotrópicos e não possuem características piezelétricas e suas células cristalinas unitárias não apresentam um centro de simetria. Entretanto, os cristais são randomicamente orientados, produzindo assim um material macroscopicamente isotrópico e não piezelétrico. Através da aplicação de campos elétricos elevados, enquanto a cerâmica é submetida a temperaturas elevadas, os cristais são orientados de tal forma que o material se torna anisotrópico. O material permanece com uma polarização macroscópica residual após a retirada do campo elétrico, o que conduz a características piezelétricas a temperatura ambiente. As dimensões originais do elemento piezelétrico são alteradas devido à polarização, como mostra a Fig. 3.1. A direção 3 é normalmente assumida como direção de polarização.

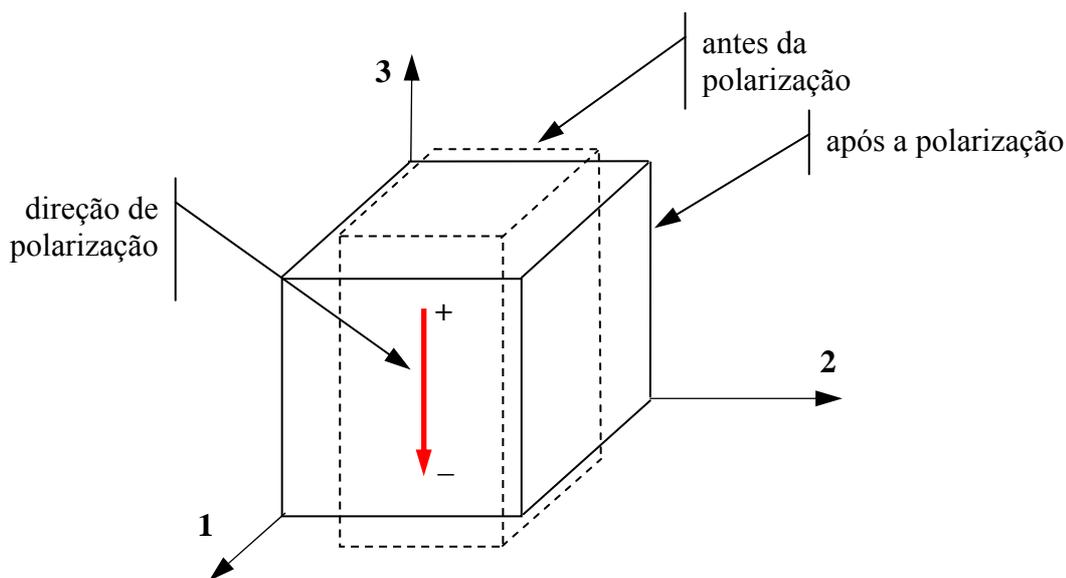


Figura 3.1 – Dimensões do elemento piezelétrico antes e depois da polarização na direção 1.

A resposta à aplicação de carga de uma cerâmica polarizada é a mudança em suas dimensões. Este efeito é chamado de modo motor ou modo atuador. Uma voltagem com a mesma polaridade causa uma expansão na direção 3 e contrações nas direções 1 e 2. De forma inversa, a aplicação de uma voltagem com uma polaridade oposta produz uma contração na direção 3 e uma expansão nas direções 1 e 2, como mostra a Fig. 3.2.

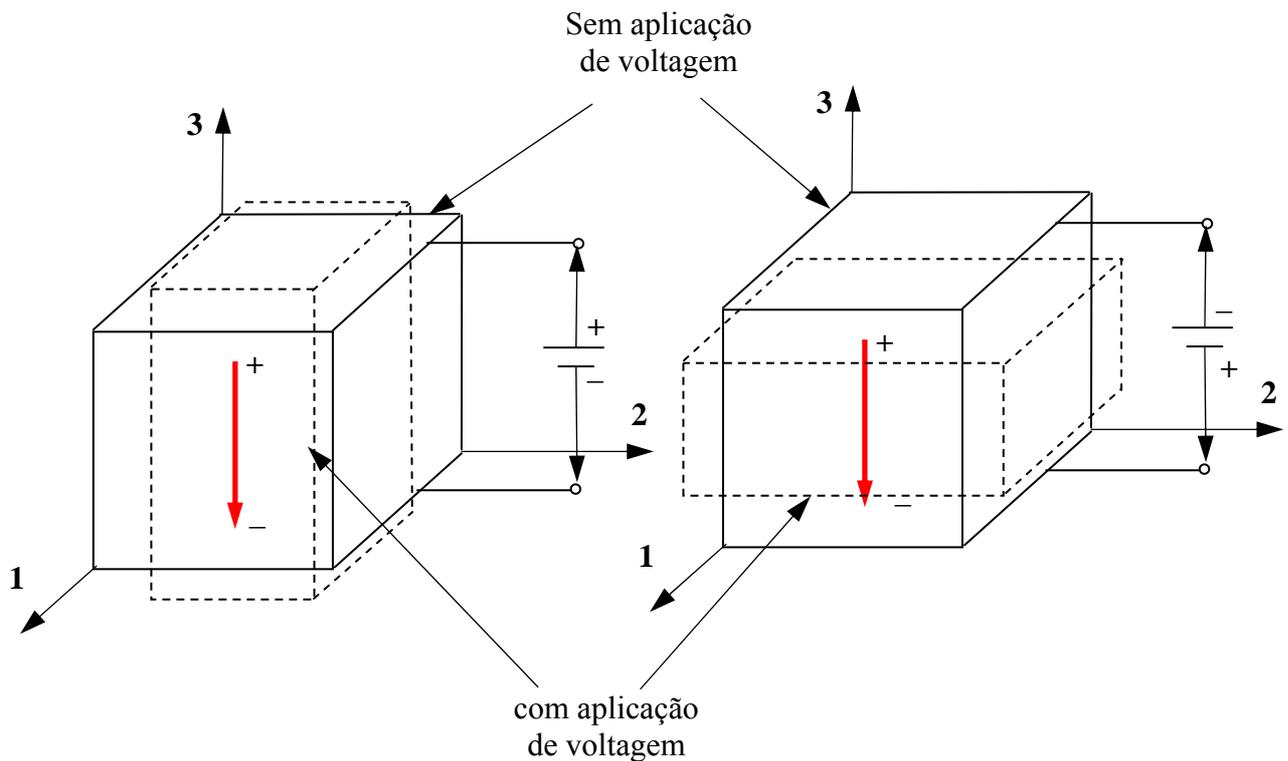


Figura 3.2 – Dimensões do elemento piezocerâmico para diferentes polaridades de aplicação de voltagem.

Além das expansões e contrações, o material piezolétrico pode apresentar deformações de cisalhamento em resposta ao campo elétrico aplicado, como mostra a Fig. 3.3. As rotações de cisalhamento são indicadas pelos índices 4, 5 e 6. Entretanto, nas aplicações enfocadas neste trabalho, o interesse ocorre apenas o modo 31. A razão para isso é explicada pelo fato de que os atuadores piezolétricos utilizados nestas aplicações são finos, estreitos e polarizados ao longo da espessura (direção “3”), sendo concebidos para atuar primariamente na direção do comprimento (direção “1”).

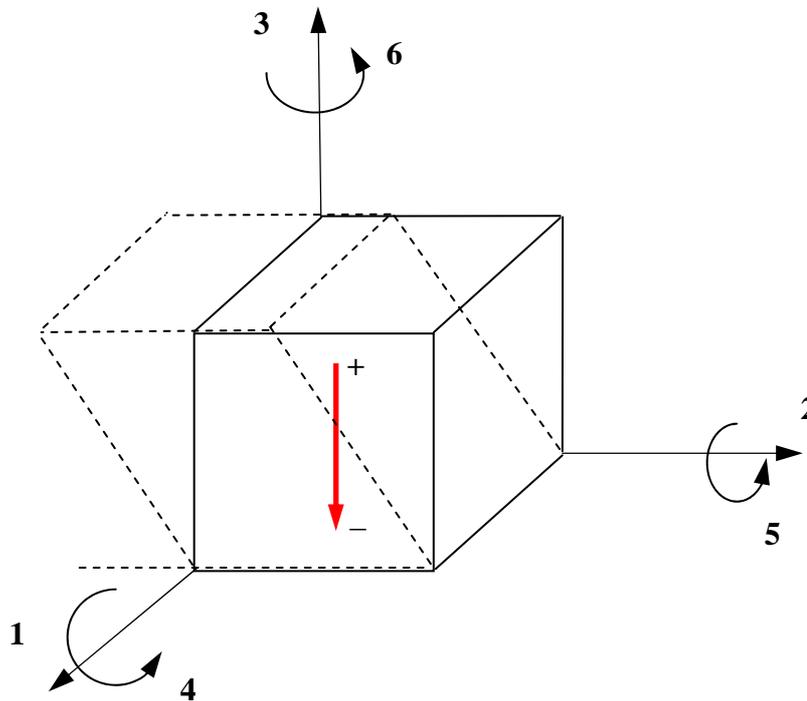


Figura 3.3 – Ilustração da deformação de cisalhamento do elemento piezolétrico na direção “4”.

A aplicação de pressões externas ou deformações resulta no aparecimento de cargas nas superfícies do elemento piezolétrico (este efeito é chamado de modo “gerador” ou modo “sensor”). Como mostrado na Fig. 3.4, a amplitude das cargas geradas e a polaridade da voltagem associada entre as superfícies do elemento piezolétrico dependem da amplitude do sinal (que indica tensão ou compressão) da carga aplicada (neste caso, pressão distribuída) ou deformação prescrita.

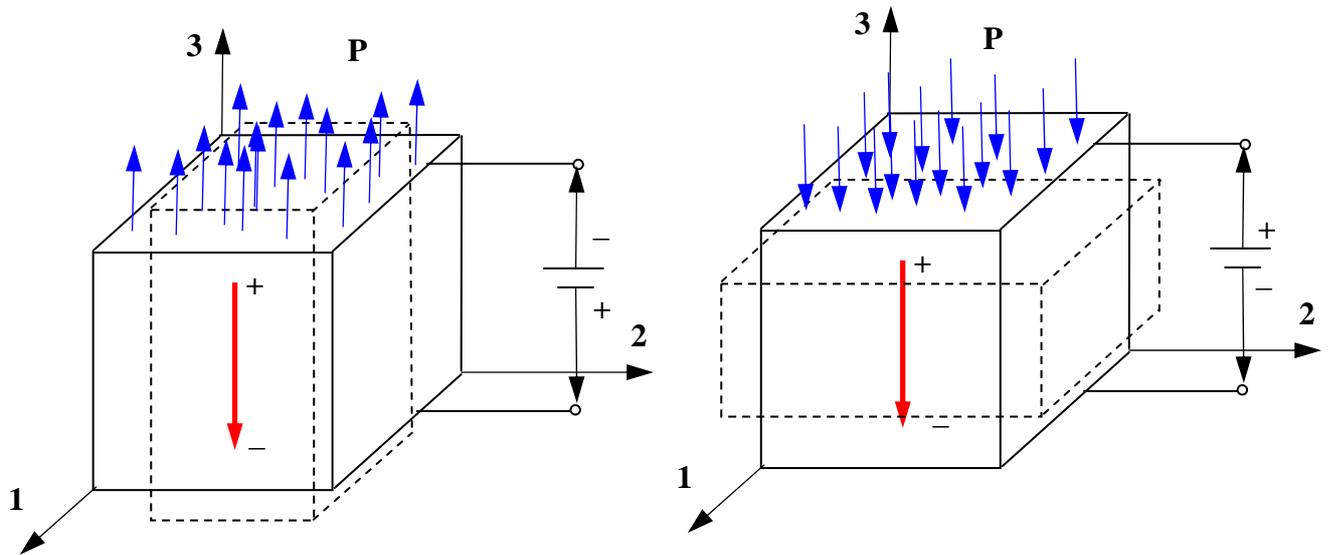


Figura 3.4 – Tensão de saída do elemento piezelétrico devido à aplicação de pressão distribuída.

O efeito piezelétrico direto é explorado na construção de sensores de deformação e para medidas indiretas de força e pressão, enquanto que o efeito piezelétrico inverso é explorado na construção de atuadores e geradores de movimento. Em ambos os casos, o material piezelétrico é colado à estrutura base. No caso em que o material piezelétrico é usado como sensor, ele é deformado em decorrência da deformação da estrutura base. As cargas distribuídas geradas no material piezelétrico podem ser transformadas em um sinal de voltagem que está diretamente relacionado com a deformação da estrutura base. Quando o material piezelétrico é usado como atuador, ele atua através de um sinal de voltagem que o deforma. Uma vez que a deformação é restringida pela estrutura base, são geradas forças que fazem com que esta se deforme estaticamente ou vibre de acordo com um sinal de voltagem.

Os dois tipos de materiais piezelétricos mais utilizados são os piezocerâmicos e os piezopolímeros. Entre estes, o titanato zirconato de chumbo (PZTs) e o polifluoreto de vinilideno (PVDF), respectivamente, são os mais utilizados em aplicações industriais. Os PZTs possuem rigidez comparável à dos metais. Isto faz com que estes materiais sejam mais adequados em aplicações como atuadores. A principal desvantagem consiste no fato de as cerâmicas serem muito frágeis, sendo pouco resistentes a tensões de tração. Por isso devem ser manuseadas com cuidado. Os PVDFs possuem a aparência de filmes plásticos e podem ser cortados e colados em qualquer tamanho e forma. Eles são usados como sensores de elevada eficiência e sensibilidade, mas são menos indicados para usos como atuadores devido à sua

baixa rigidez. Estes dois materiais piezelétricos podem ser incorporados à estrutura base, como sensores ou atuadores, sem alterar de forma significativa as propriedades da mesma.

Mais recentemente, os PZTs têm sido apresentados sob a forma de Macro Fibra Compósita (MFC) que são dispositivos retangulares compostos de fibras unidirecionais de PZT inseridas entre uma camada de adesivo e um filme de polímero que contém eletrodos interdigitais responsáveis por transferir diretamente a voltagem para as fibras piezelétricas (ou proveniente das mesmas). Os dispositivos MFCs possuem flexibilidade, podendo adequar-se à geometria de diferentes tipos de estruturas.

A capacidade de transformação de energia elétrica em mecânica (e vice-versa) é indicada pelo coeficiente de acoplamento piezelétrico  $k_{ij}$  para um dado modo particular “ $ij$ ”. Em geral, os PZTs apresentam maiores coeficientes de acoplamento que os PVDFs.

Do ponto de vista prático, alguns cuidados devem ser tomados para garantir o perfeito funcionamento dos elementos piezelétricos. Materiais sintéticos sofrem despolarização (perdem suas características piezelétricas) quando submetidos a elevados campos elétricos com sentido oposto ao campo original de polarização aplicado durante a fabricação. A despolarização também ocorre quando o material piezelétrico é submetido a temperaturas elevadas, acima do limite conhecido como temperatura de *Curie*.

Para níveis relativamente baixos de campos elétricos e tensões mecânicas, os efeitos piezelétricos direto e inverso podem ser modelados por relações entre as quantidades físicas envolvidas, como indicam as equações seguintes (é utilizada a notação adotada pela norma IEEE (IEEE,1978).

Para um elemento piezelétrico sem campo elétrico aplicado:

$$\{D\} = [d]\{T\} \quad (3.1)$$

Para um elemento piezelétrico livre de tensões mecânicas:

$$\{S\} = [d]^T \{E\} \quad (3.2)$$

onde  $\{D\}$  é o vetor de deslocamentos elétricos ( $C/m^2$ ),  $[d]$  é a matriz de constantes piezelétricas em deformação ( $C/N$ ),  $\{T\}$  é o vetor das tensões mecânicas ( $N/m^2$ ),  $\{S\}$  é o vetor

de deformações (m/m) and  $\{E\}$  é o vetor dos campos elétricos (V/m). Na Eq. (3.2), o superscrito  $(\cdot)^T$  indica matriz transposta.

Quando o carregamento mecânico e o campo elétrico são aplicados simultaneamente ao material piezelétrico, o acoplamento eletro-mecânico é descrito pelas seguintes relações:

$$\{D\} = [d] \{T\} + [\varepsilon^T] \{E\} \quad (3.3)$$

$$\{S\} = [s^E] \{T\} + [d]^T \{E\} \quad (3.4)$$

onde  $[\varepsilon^T]$  (C/(m.V)) é a matriz de permissividade de coeficientes medidos a tensão mecânica constante  $[s^E]$  (m<sup>2</sup>/N), é a matriz de flexibilidade, medida a campo elétrico constante (eletrodos em curto circuito).

As equações constitutivas para meios piezelétricos podem ser estabelecidas em termos de outros conjuntos de parâmetros mecânicos, elétricos e propriedades piezelétricas (Setter, 2002). Uma forma muito usual é apresentada abaixo:

$$\{D\} = [e]^T \{S\} + [\varepsilon^S] \{E\} \quad (3.5)$$

$$\{T\} = [c^E] \{S\} + [e] \{E\} \quad (3.6)$$

onde  $[e]$  é a matriz de constantes piezelétricas em tensão (C/m<sup>2</sup>),  $[\varepsilon^S]$  é a matriz de permissividade elétrica a deformação constante (C/(m.V)),  $[c^E]$  é a matriz de rigidez a campo elétrico constante (N/m<sup>2</sup>), sendo válidas as relações:

$$[c^E] = [s^E]^{-1} \quad (3.7)$$

$$[d] = [e] [s^E] \quad (3.8)$$

$$[\varepsilon^S] = [\varepsilon^T] - [d]^T [c^E] [d] \quad (3.9)$$

Usando a tradicional contração indicial, para maior clareza, os vetores de deslocamentos elétricos, campo elétrico, deformações e tensões são explicitados da seguinte forma:

$$\{D\} = \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{Bmatrix}, \quad \{E\} = \begin{Bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{Bmatrix}, \quad \{S\} = \begin{Bmatrix} s_1 \\ s_2 \\ s_3 \\ s_4 \\ s_5 \\ s_6 \end{Bmatrix}, \quad \{T\} = \begin{Bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{Bmatrix}$$

As matrizes de permissividade piezoeétrica, rigidez e de coeficientes piezoeletricos são expressas segundo:

$$[\varepsilon^S] = \begin{bmatrix} \varepsilon_1^S & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^S & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_3^S \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

$$[c^E] = \begin{bmatrix} c_{11}^E & c_{12}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{12}^E & c_{11}^E & c_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ c_{13}^E & c_{13}^E & c_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{55}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66}^E \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

### 3.2 Circuitos elétricos *shunt*

O sistema eletromecânico estudado neste trabalho consiste de um circuito elétrico passivo conectado às superfícies dos eletrodos depositados sobre o material piezelétrico, como mostra a Fig. 3.5. Para este sistema é possível conectar até três circuitos *shunt*, sendo um em cada par de faces paralelas de um paralelepípedo de material piezelétrico, nas direções indicadas doravante pelo índice  $i=1, 2$  e  $3$ . O material piezelétrico é considerado como um dielétrico ideal.

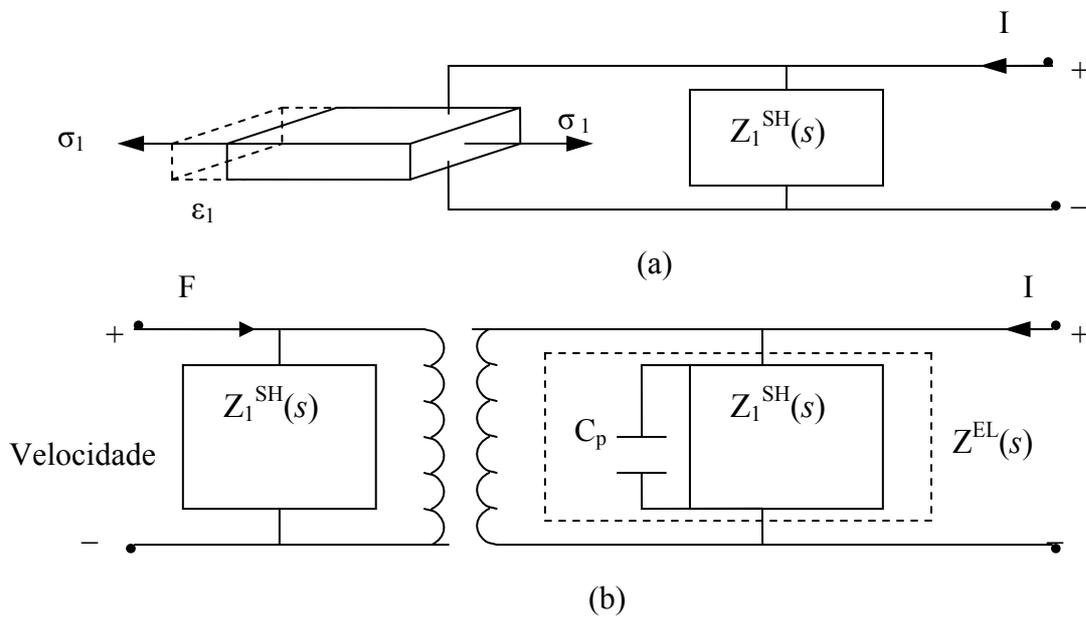


Figura 3.5- Modelo físico simplificado de um *shunt* piezelétrico uniaxial (a) e seu circuito análogo (b). (adaptado de Hagood e von Flotow, 1991)

As voltagens e correntes correspondentes a cada direção são expressas, em função dos deslocamentos elétricos e campos elétricos, respectivamente, sob as formas:

$$V_i = \int_0^{l_i} E_i dx_i \quad i=1,2,3 \quad (3.13)$$

$$I_i = \int_{A_i} D_i dA_i \quad i=1,2,3 \quad (3.14)$$

Assumindo que o campo elétrico dentro do material seja uniforme, é possível escrever as equações (3.13) e (3.14) no domínio de Laplace, sob as formas:

$$\{V(s)\} = [l]\{E(s)\} \quad (3.15)$$

$$\{I(s)\} = s[A]\{D(s)\} \quad (3.16)$$

onde  $s$  é a variável de Laplace e:

$$\{V(s)\} = [V_1(s) \quad V_2(s) \quad V_3(s)]^T$$

$$\{E(s)\} = [E_1(s) \quad E_2(s) \quad E_3(s)]^T$$

$$\{I(s)\} = [I_1(s) \quad I_2(s) \quad I_3(s)]^T$$

$$\{D(s)\} = [D_1(s) \quad D_2(s) \quad D_3(s)]^T$$

$$[l] = \text{diag}\{l_1, l_2, l_3\}$$

$$[A] = \text{diag}\{A_1, A_2, A_3\}$$

Aplicando a transformada de Laplace às Eq.(3.3) e (3.4) e substituindo nesta expressão as Eq.(3.15) e (3.16) obtém-se a seguinte expressão na forma matricial para os materiais, em termos da corrente externa e da voltagem aplicada:

$$\begin{Bmatrix} \{I(s)\} \\ \{S(s)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} s[A][\mathcal{E}^T][l]^{-1} & s[A][d] \\ [d]^T[l]^{-1} & [s^E] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{V(s)\} \\ \{T(s)\} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Neste ponto, convém introduzir a matriz formada pelas capacitâncias do elemento piezelétrico  $[C_P^T] = \text{diag} \left\{ \frac{A_1 \epsilon_1^T}{l_1} \quad \frac{A_2 \epsilon_2^T}{l_2} \quad \frac{A_3 \epsilon_3^T}{l_3} \right\}$ .

Desta forma, a Eq. (3.17) pode ser escrita como:

$$\begin{cases} \{I(s)\} \\ \{S(s)\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [Y^D(s)] & s[A][d] \\ [d]^T [l^{-1}] & [s^E] \end{bmatrix} \begin{cases} \{V(s)\} \\ \{T(s)\} \end{cases} \quad (3.18)$$

onde:  $[Y^D(s)] = s[C_P^T]$  é a admitância do elemento piezelétrico em circuito aberto.

Considerando a situação mostrada na Figura 3.5(a), que mostra que o elemento piezelétrico é conectado em paralelo com o circuito *shunt*, tem-se a seguinte expressão para as admitâncias combinadas do material piezelétrico e dos circuitos elétricos:

$$[Y^{EL}(s)] = [Y^D(s)] + [Y^{SH}(s)] \quad (3.19)$$

onde  $[Y^{SH}(s)] = \text{diag} \{ Y_1^{SH}(s) \quad Y_2^{SH}(s) \quad Y_3^{SH}(s) \}$  é a matriz de admitâncias do circuito elétrico passivo.

A Equação (3.18), adaptada para a situação em que o elemento piezelétrico é conectado ao circuito *shunt*, pode ser escrita da seguinte forma:

$$\begin{cases} \{I(s)\} \\ \{S(s)\} \end{cases} = \begin{bmatrix} [Y^{EL}(s)] & s[A][d] \\ [d]^T [l^{-1}] & [s^E] \end{bmatrix} \begin{cases} \{V(s)\} \\ \{T(s)\} \end{cases} \quad (3.20)$$

Levando em conta a relação:

$$[Y^{EL}(s)]^{-1} = [Z^{EL}(s)] \quad (3.21)$$

onde  $[Z^{EL}(s)]$  é a matriz das impedâncias combinadas do material piezelétrico e dos circuitos elétricos, que também é uma matriz diagonal, a voltagem aplicada aos eletrodos pode então, a partir da primeira equação matricial de (3.20), ser escrita como:

$$\{V(s)\} = [Z^{EL}(s)] \{I(s)\} - s[Z^{EL}(s)][A][d]\{T(s)\} \quad (3.22)$$

Combinando (3.22) com a segunda equação matricial de (3.20), escreve-se:

$$\{S(s)\} = \left( [s^E] - s[d]^T [l^{-1}] [Z^{EL}(s)] [A][d] \right) \{T(s)\} + [d]^T [l^{-1}] [Z^{EL}(s)] \{I(s)\} \quad (3.23)$$

Obtém-se desta forma a expressão da deformação em termos das componentes de tensão e da corrente de entrada. Esta é a equação governante para *shunts* piezelétricos.

Escreve-se a matriz figurando na primeira parcela do lado direito da Eq. (3.23) sob a forma:

$$[s^{SU}] = [s^E] - [d]^T [\bar{Z}^{EL}(s)] [\mathcal{E}^T] [d] \quad (3.24)$$

onde a matriz de impedâncias elétricas adimensionais  $[\bar{Z}^{EL}(s)]$  é definida através da seguinte expressão:

$$[\bar{Z}^{EL}(s)] = [Z^{EL}(s)] [(Z^D(s))^{-1}] \quad (3.25)$$

Como  $[\bar{Z}^{EL}]$  é diagonal, a contribuição elétrica para a flexibilidade pode ser escrita como o somatório sobre as impedâncias elétricas:

$$[s^{SU}] = [s^E] - \sum_{i=1}^3 \bar{Z}_i^{EL} \frac{[d_i]^T [d_i]}{\mathcal{E}_i^T} = [s^E] - \sum_{i=1}^3 \bar{Z}_i^{EL} [M_i] \quad (3.26)$$

onde  $[d_i]$  denota a  $i$ -ésima linha de  $[d]$  e as matrizes  $[M_i]$  assumem as seguintes formas:

$$[M_1] = \frac{1}{\varepsilon_1^T} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

$$[M_2] = \frac{1}{\varepsilon_2^T} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

$$[M_3] = \frac{1}{\varepsilon_3^T} \begin{bmatrix} d_{31}^2 & d_{31}^2 & d_{31}d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31}^2 & d_{31}^2 & d_{31}d_{33} & 0 & 0 & 0 \\ d_{31}d_{33} & d_{31}d_{33} & d_{33}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

Através da análise da equação (3.26) verifica-se que caso o circuito *shunt* seja conectado ao elemento piezolétrico na direção perpendicular à direção de polarização (3), o efeito piezolétrico afetará apenas os termos de cisalhamento da flexibilidade, enquanto que se o circuito *shunt* for conectado na direção de polarização (3), todos os termos da matriz de flexibilidade que não estão relacionados ao cisalhamento são modificados. Desta forma, verifica-se que a capacidade de o circuito *shunt* pode alterar as propriedades do material piezolétrico depende das constantes piezolétricas e da impedância mecânica adimensional.

### 3.3- Particularização para casos de carregamento uniaxial.

Consideram-se agora os casos em que o elemento piezolétrico sofre carregamento uniaxial, com tensões normais ou cisalhantes. Os modos comuns de operação são:

- 1) Longitudinal: campo elétrico e deformação na direção 3.

- 2) Transversal: campo elétrico na direção 3 e deformação nas direções 1 ou 2.
- 3) Cisalhante: campo elétrico nas direções 1, 2 ou 3, deformação força nas direções 4 ou 5.

Para o carregamento na  $j$ -ésima direção e posicionando *shunt* na  $i$ -ésima direção, o termo da matriz de flexibilidade é dado por:

$$s_{jj}^{SU} = s_{jj}^E - \bar{Z}_i^{EL} (M_i)_{jj} \quad (3.30)$$

onde os subscritos denotam as linhas e colunas das matrizes.

Na Eq. (3.30), interpreta-se  $s_{jj}^{SU}$  como sendo a flexibilidade aparente do material piezelétrico em circuito aberto e  $s_{jj}^E$  como sendo a flexibilidade do material com eletrodos curto circuitados. No primeiro, nota-se que a flexibilidade aparente é determinada pelas características piezelétricas e também pela impedância do circuito *shunt*, ao passo que o segundo representa apenas a flexibilidade mecânica do material sem influência do acoplamento eletromecânico.

Nesta etapa do desenvolvimento é importante introduzir na formulação o coeficiente de acoplamento eletromecânico. Fisicamente, este coeficiente representa a fração da energia de deformação que é convertida em energia elétrica e vice-versa, sendo expresso por:

$$k_{ij} = \frac{d_{ij}}{\sqrt{s_{jj}^E \varepsilon_i^T}} \quad (3.31)$$

Para os três casos considerados os coeficientes de acoplamento eletromecânico são definidos pelas seguintes expressões:

- Cisalhamento:  $k_{15} = k_{24} = \frac{d_{15}}{\sqrt{s_{55}^E \varepsilon_1^T}} \quad (3.32)$

- Transversal:  $k_{31} = k_{32} = \frac{d_{31}}{\sqrt{s_{11}^E \varepsilon_3^T}} \quad (3.33)$

- Longitudinal:  $k_{33} = \frac{d_{33}}{\sqrt{s_{33}^E \varepsilon_3^T}}$  (3.34)

Substituindo (3.31) em (3.30) obtém-se:

$$s_{jj}^{SU} = s_{jj}^E \left[ 1 - k_{ij}^2 \bar{Z}_i^{EL} \right] \quad (3.35)$$

Através da Equação (3.35) verifica-se que as flexibilidades do material piezelétrico conectado ao circuito *shunt*, indicadas por  $s_{jj}^{SU}$  são iguais às flexibilidades correspondentes do material piezelétrico com os eletrodos curto-circuitados,  $s_{jj}^E$ , modificadas por termos adimensionais que dependem dos circuitos *shunt* e dos coeficientes de acoplamento do material. Note-se que os parâmetros  $s_{jj}^E$  são interpretados como as flexibilidades do material sem a influência do acoplamento eletromecânico.

Quando o circuito está aberto, sem a presença do circuito piezelétrico, tem-se, de acordo com (3.19), (3.21) e (3.25):

$$\bar{Z}_i^{EL} = 1 \quad (3.36)$$

Neste caso, substituindo (3.36) em (3.35) obtém-se:

$$s_{jj}^D = s_{jj}^E \left[ 1 - k_{ij}^2 \right] \quad (3.37)$$

onde  $s_{jj}^D$  indica as flexibilidades do material piezelétrico em circuito aberto (sem a presença do circuito *shunt*).

De acordo com Hagood e von Flotow (1991), uma relação análoga pode ser obtida para a capacitância inerente do piezelétrico com a variação das condições de contorno mecânicas. Para carregamento e campo elétrico uniaxiais, esta relação também é dependente do coeficiente de acoplamento eletromecânico, segundo a relação:

$$C_{pi}^S = C_{pi}^T [1 - k_{ij}^2] \quad (3.38)$$

Observe-se que (3.37) expressa a relação entre as flexibilidades do material piezelétrico com a influência do acoplamento eletromecânico e sem a influência deste efeito, notando-se que o acoplamento eletromecânico promove uma redução da flexibilidade aparente do material (e, correspondentemente, um aumento de sua rigidez aparente).

Para carregamento uniaxial na  $j$ -ésima direção, a impedância mecânica, definida como sendo a razão entre a força aplicada na direção  $j$  e a velocidade de deformação nesta mesma direção, pode ser expressa como uma função do parâmetro de Laplace  $s$ , como sendo:

$$Z_{jj}^{ME}(s) = \frac{1}{s} \frac{A_j}{s_{jj} l_j} \quad (3.39)$$

Define-se também a impedância mecânica adimensional do material piezelétrico combinado com o circuito *shunt* sob a forma:

$$\bar{Z}_{jj}^{ME}(s) = \frac{Z_{jj}^{SU}(s)}{Z_{jj}^D(s)} \quad (3.40)$$

Considerando as relações (3.35) e (3.37), a impedância mecânica adimensional pode ser expressa segundo:

$$\bar{Z}_{jj}^{ME}(s) = \frac{1 - k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2 \bar{Z}_{jj}^{EL}(s)} \quad (3.41)$$

Observe-se que a função  $\bar{Z}_{jj}^{ME}$  depende da frequência e pode ser complexa. Como a impedância mecânica está relacionada com a rigidez do sistema, pode-se interpretá-la como sendo um módulo complexo, o qual pode ser expresso sob a seguinte forma no domínio de Fourier (fazendo  $s = i\omega$ ):

$$\bar{Z}_{jj}^{ME}(\omega) = \bar{E}_{jj}(\omega) [1 + i\eta_{jj}(\omega)] \quad (3.42)$$

onde  $\bar{E}_{jj}(\omega)$  e  $\eta_{jj}(\omega)$  desempenham os papéis de um módulo de armazenamento e de um fator de perda adimensionais, respectivamente, os quais podem ser expressos sob as formas seguintes:

$$\bar{E}(\omega) = \text{Re}\{\bar{Z}^{ME}(\omega)\} \quad (3.43)$$

$$\eta(\omega) = \frac{\text{Im}\{\bar{Z}^{ME}(\omega)\}}{\text{Re}\{\bar{Z}^{ME}(\omega)\}} \quad (3.44)$$

Estas equações podem ser aplicadas para qualquer tipo de circuito *shunt*. A seguir, serão apresentadas particularizações para os circuitos *shunt* encontrados na literatura, sendo discutidas as características do comportamento dinâmico de cada uma das topologias de circuito.

### 3.4- *Shunt* piezelétrico resistivo

Os *shunts* resistivos consistem no acoplamento de um resistor em paralelo com elemento piezelétrico, como mostra a Fig. 3.6. O resistor proporciona a dissipação de energia por efeito Joule e permite que o fator de perda seja aumentado. Desta forma, este tipo de circuito permite a introdução de amortecimento em uma banda de frequência, podendo assim ser utilizado para a atenuação de amplitudes de vibração em uma faixa de frequências ampla que pode incluir mais de um modo natural de vibração.

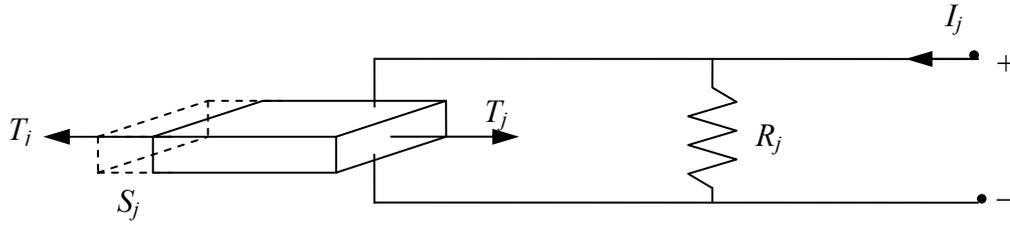


Figura 3.6- *Shunt* piezelétrico resistivo, geometria assumida com força na *j*-ésima direção e campo elétrico na *i*-ésima direção.

Para este caso, a impedância elétrica adimensional é dada por:

$$Z_{jj}^{SH} = Z_{jj}^{RES} = R_j \quad (3.45)$$

Então, substituindo (3.45) em (3.25), obtém-se a impedância elétrica adimensional total do conjunto elemento piezelétrico-circuito *shunt* sob a forma:

$$\bar{Z}_{jj}^{EL}(s) = \frac{R_j C_{pj}^T s}{1 + R_j C_{pj}^T s} \quad (3.46)$$

e a seguinte expressão para a impedância mecânica adimensional do elemento piezelétrico conectado ao circuito *shunt* resistivo:

$$\bar{Z}_{jj}^{RES}(s) = \frac{R_j C_{pj}^S s - k_{ij}^2}{1 + R_j C_{pj}^S s} \quad (3.47)$$

Considerando  $s = i\omega$ , a equação acima é expressa da seguinte forma no domínio de Fourier:

$$\bar{Z}_{jj}^{RES}(\omega) = \frac{i R_j C_{pj}^\varepsilon \omega - k_{ij}^2}{1 + i R_j C_{pj}^\varepsilon \omega} \quad (3.48)$$

Por conveniência, (3.46) é reescrita sob a forma:

$$\bar{Z}_{jj}^{RES}(\omega) = 1 - \frac{k_{ij}^2}{1 + i\rho_j(\omega)} \quad (3.49)$$

onde a frequência adimensional é definida segundo:

$$\rho_j(\omega) = \frac{\omega}{\omega_{dj}} \quad (3.50)$$

com:

$$\omega_{dj} = \frac{1}{R_j C_{pj}^S} \quad (3.51)$$

Com base nas equações acima, pode-se concluir que o resistor altera as propriedades do elemento piezelétrico tornando seu comportamento similar aos materiais viscoelásticos, que é caracterizado por um fator de perda e módulo de armazenamento dependentes da frequência, os quais, a partir das Eq. (3.44) e (3.43), resultam expressos sob as formas:

$$\eta_j(\omega) = \frac{\rho k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2 + \rho_j^2} \quad (3.52)$$

$$\bar{E}_{jj}(\omega) = 1 - \frac{k_{ij}^2}{1 + \rho_j^2} \quad (3.53)$$

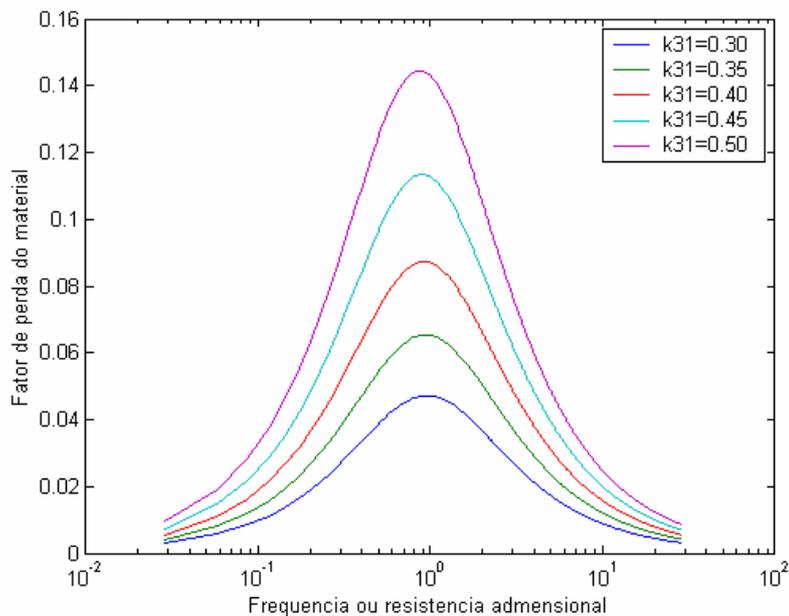
Através das equações (3.52) e (3.53) verifica-se que para os *shunts* resistivos, o fator de perda e o módulo de armazenamento são fortemente influenciados pelo fator de acoplamento eletro-mecânico  $k_{ij}$ . Verifica-se que quanto maior o fator de acoplamento eletromecânico, maior será o fator de perda e, conseqüentemente, maior será o amortecimento. Isto decorre do fato que o fator de acoplamento eletro mecânico representa a

quantidade de energia mecânica que está sendo transformada em energia elétrica, que por sua vez será dissipada por efeito Joule através do resistor. Quanto maior for esta energia dissipada, maior será o amortecimento introduzido no sistema.

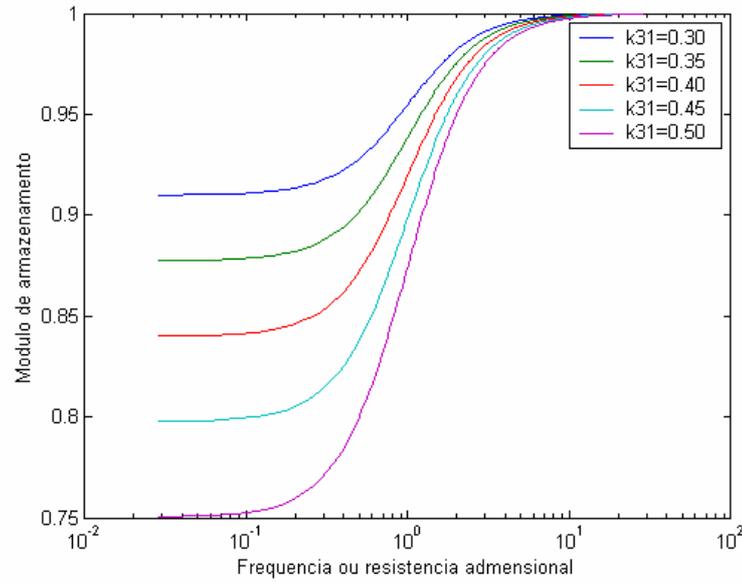
Observa-se também que para uma dada resistência, a rigidez do elemento piezoeletrico, representada pelo módulo de armazenamento, muda do seu valor de circuito fechado, em baixas frequências, para o seu valor de circuito aberto nas altas frequências. A frequência de transição é determinada pela resistência *shunt*.

É possível verificar também que tanto o fator de perda como o módulo de armazenamento são ambos fortemente dependentes da frequência. Esta dependência é relativamente mais acentuada do que ocorre para a maioria dos materiais viscoelásticos. Verifica-se que, no ponto de inflexão da curva do módulo de armazenamento, o fator de perda atinge o ponto máximo. Assim, a escolha apropriada do valor da resistência permite mover o valor máximo do fator de perda para a frequência desejada.

A Figura 3.7 ilustra a influência do fator de acoplamento  $k_{31}$  no fator de perda e módulo de armazenamento do *shunt* resistivo.



(a)



(b)

Figura 3.7 – Influência do fator de acoplamento  $k_{31}$  nas propriedades materiais par o circuito *shunt* resistivo.(a): fator de perda; (b): módulo de armazenamento,

O valor máximo do fator de perda é calculado fazendo  $\frac{\partial \eta_j(\omega)}{\partial \rho_j} = 0$ , obtendo-se assim

a frequência adimensional que conduz ao máximo fator de perda. Aplicando esta condição à equação (3.52) obtém-se as seguintes expressões para o máximo fator de perda e da correspondente frequência adimensional:

$$(\rho_i)_{max} = \sqrt{1 - k_{ij}^2} \quad (3.54)$$

Substituindo (3.54) em (3.52) obtém-se a seguinte expressão para o máximo fator de perda:

$$\left(\eta_{ii}^{RES}\right)_{max} = \frac{k_{ij}^2}{2\sqrt{1 - k_{ij}^2}} \quad (3.55)$$

O pico da curva do fator de perda pode ser posicionado na frequência desejada, com a escolha apropriada do resistor. O valor ótimo do resistor pode ser calculado utilizando as relações (3.50) e (4.51), resultando na expressão a seguir:

$$(R_j)_{opt} = \frac{\sqrt{1-k_{ij}^2}}{C_{pj}^S \omega} \quad (3.56)$$

### 3.4.1- Comportamento vibratório de sistemas mecânicos associados a shunts piezelétricos resistivos

Até este ponto do desenvolvimento da formulação, foi considerado isoladamente o elemento piezelétrico acoplado com o circuito *shunt*. Todavia, o interesse maior reside na associação destes dispositivos com um sistema elástico vibratório, tal como o mostrado na Figura 1.10. Uma forma de obter um modelo simplificado consiste em modelar o sistema-base como um sistema de um grau de liberdade com um elemento piezelétrico posicionado em paralelo com a rigidez do sistema, como mostra a Fig. 3.8, onde  $K$  e  $M$  indicam a rigidez e a massa modais, correspondentes ao modo de vibração de interesse.

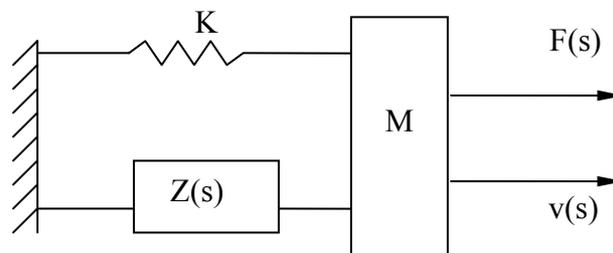


Figura 3.8 – Modelo de um sistema de um grau de liberdade com o elemento *shunt* piezelétrico em paralelo com a rigidez modal.

A velocidade modal do sistema piezelétrico pode ser expressa no domínio de Laplace como:

$$v(s) = \frac{F(s)}{Ms + K/s + Z_{jj}^{RES}} \quad (3.57)$$

onde  $Z_{jj}^{RES} = R_j$  é a impedância associada ao *shunt* piezelétrico resistivo e  $F(s)$  indica a força excitadora.

Desenvolvendo (3.57) é possível obter a expressão para a função de transferência adimensional da posição do sistema sob a forma:

$$\frac{x}{x_{ST}} = \frac{1 + r\gamma}{r\gamma^3 + \gamma^2 + r(1 + K_{jj}^2)\gamma + 1} \quad (3.58)$$

onde  $x_{ST} = \frac{F}{K_{TOT}}$

sendo  $K_{TOT}$  é a soma da rigidez modal do sistema base e a rigidez do elemento piezelétrico em curto circuito.

A adimensionalização do sistema é definida relativamente à frequência natural do sistema mecânico com o PZT em circuito aberto, de acordo com a seguinte expressão:

$$\gamma = \frac{\omega}{\omega_n^E} \quad (3.59)$$

$$\omega_n^E = \sqrt{\frac{K + K_{jj}^E}{M}} \quad (3.60)$$

$$r = \rho(\omega_n^E) = R_j C_{pj}^S \omega_n^E \quad (3.61)$$

O coeficiente de acoplamento eletromecânico generalizado, figurando em (3.60), é definido segundo:

$$K_{jj}^2 = \left( \frac{K_{jj}^E}{K + K_{jj}^E} \right) \left( \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \right) = \bar{K} \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \quad (3.62)$$

A Eq. (3.58) representa a função de resposta em frequência do sistema-base associado ao elemento piezelétrico e circuito *shunt* resistivo. De modo particular, as características modais são determinadas pelas raízes do polinômio presente no denominador da Eq. (3.58).

### 3.5- *Shunt* piezelétrico ressonante em série

Um outro caso de interesse consiste em utilizar um resistor e um indutor acoplados em série ao elemento piezelétrico de tal forma que juntamente com a capacitância inerente a este, eles formem um circuito RLC. Este circuito está representado na Fig.3.9

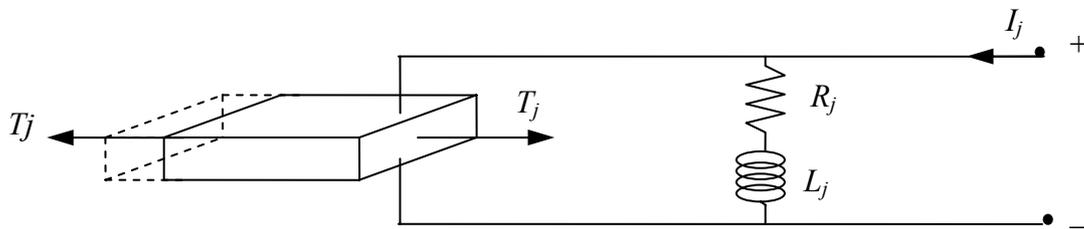


Figura 3.9 – *Shunt* piezelétrico ressonante em série.

A impedância do circuito elétrico é dada por:

$$Z_j^{SH}(s) = L_j s + R_j \quad (3.63)$$

A expressão para a impedância combinada normalizada do material piezelétrico e do circuito ressonante em série, é dada por:

$$\bar{Z}^{EL}(s) = \frac{(L_j C_{pj}^S s^2 + R_j C_{pj}^S s)}{L_j C_{pj}^S s^2 + R_j C_{pj}^S s + 1} \quad (3.64)$$

Substituindo (3.64) em (3.41) e manipulando esta expressão obtém-se a impedância mecânica adimensional do *shunt* piezelétrico ressonante em série sob a forma:

$$\bar{Z}^{RSP} = 1 - k_{ij}^2 \frac{\delta^2}{\gamma^2 + \delta^2 \gamma r + \delta^2} \quad (3.65)$$

$$\delta = \frac{\omega_e}{\omega_n^E} \quad (3.66)$$

Nas expressões acima,  $\omega_e$  é a frequência de ressonância elétrica do circuito RLC, dada por:

$$\omega_e = \frac{1}{\sqrt{L_j C_{pj}^S}} \quad (3.67)$$

e  $\omega_n^E$  e  $r$  são definidos nas equações (3.60) e (3.61), respectivamente.

Deve-se nota que o parâmetro  $\delta$  reflete a frequência para a qual o circuito elétrico é sintonizado e o parâmetro  $r$  é uma expressão para o amortecimento.

### 3.5.1 - Comportamento vibratório de sistemas mecânicos associados a shunts ressonantes em série.

Utiliza-se a mesma técnica de modelagem de um sistema de um grau de liberdade utilizada para o *shunt* resistivo (vide Figura 3.8).

A relação entre a taxa de deformação e a força excitadora do sistema formado pela estrutura base e o *shunt* piezelétrico ressonante em série pode ser escrita no domínio de Laplace como:

$$v(s) = \frac{F(s)}{Ms + K/s + Z_{jj}^{RSP}} \quad (3.68)$$

onde  $Z_{jj}^{RSP}(s)$  é a impedância associada ao *shunt* ressonante em série.

A partir de (3.68) é possível obter uma expressão para a função de transferência do sistema em função de parâmetros adimensionais sob a forma :

$$\frac{x}{x^{ST}} = \frac{\{(\delta^2 + \gamma^2) + \delta^2 r \gamma\}}{\{(1 + \gamma^2)(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + K_{ij}^2(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma)\}} \quad (3.69)$$

A adimensionalização utilizada é a mesma da equação (3.65).

É importante observar que, de acordo com Den Hartog (1956), para um sistema constituído por uma estrutura primária não amortecida de um grau de liberdade conectada a um absorvedor dinâmico de vibrações (ADV) com amortecimento viscoso, a expressão da função de transferência é dada por:

$$\frac{x}{x^{ST}} = \frac{\{(\delta^2 + \gamma^2) + \delta^2 r \gamma\}}{\{(1 + \gamma^2)(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + \beta(\delta^2 \gamma^2 + \delta^2 r \gamma^3)\}} \quad (3.70)$$

onde  $\beta$  é a razão de massas, definida como sendo a razão entre a massa do ADV e a massa da estrutura primária.

Pela comparação entre as equações (3.69) e (3.70) verifica-se que a similaridade entre dos comportamentos de ambos os sistemas, sendo que o coeficiente de acoplamento eletromecânico generalizado  $K_{ij}^2$  para o *shunt* piezolétrico possui a mesma função que a razão de massas  $\beta$  para o absorvedor dinâmico de vibrações.

Com base nesta analogia, a seguir são apresentadas duas técnicas para o projeto ótimo do circuito *shunt* ressonante visando a máxima atenuação das amplitudes das respostas harmônicas.

### 3.5.2- Sintonização ótima baseada nos pontos invariantes

O ajuste ótimo dos parâmetros do circuito elétrico pode ser realizado utilizando o procedimento empregado para o ADV, que consiste em igualar a amplitude da curva de resposta harmônica nos dois pontos invariantes, que são dois pontos pelos quais passam as curvas de amplitudes das funções de transferência, independentemente do valor do amortecimento (no caso presente, independentemente do valor do coeficiente  $r$ ). Além disso, impõe-se a condição que, nos pontos invariantes, a curva de amplitudes deve ter inclinação nula. Esta condição é ilustrada na Figura 3.10.

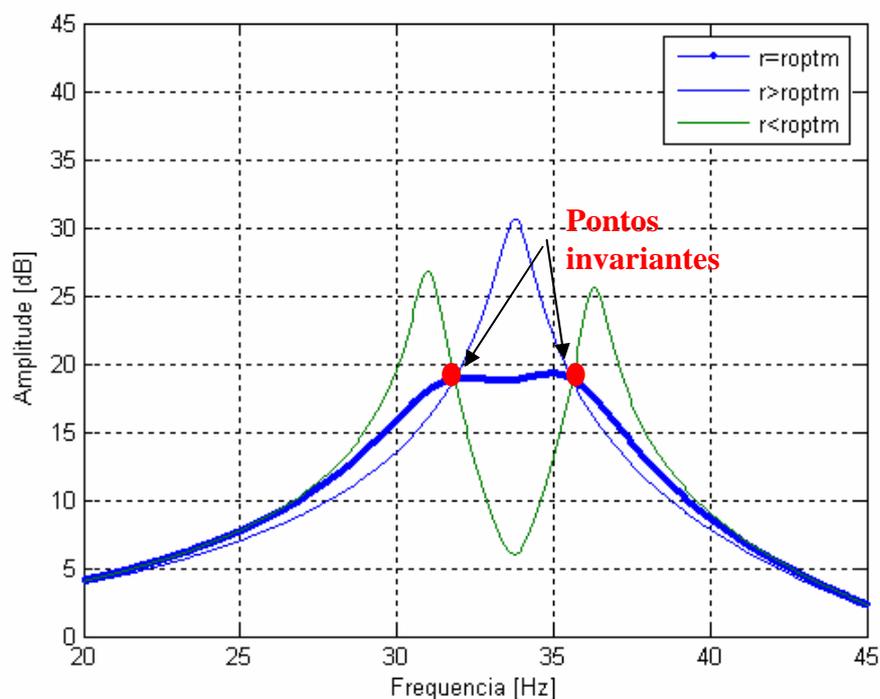


Figura 3.10 – Curva harmônica de um sistema com *shunt* ressonante em série e diferentes valores de amortecimento.

Seguindo o procedimento detalhado por Hagood e von Flotow (1991), obtém-se as seguintes expressões para os parâmetros ótimos.

- Sintonia ótima:

$$\delta^{OTI} = \sqrt{1 + K_{ij}^2} \quad (3.71)$$

- Amortecimento ótimo:

$$r^{OTI} = \frac{\sqrt{2}}{1 + K_{ij}^2} K_{ij} \quad (3.72)$$

A partir dos valores calculados através de (3.71) e (3.72) podem-se calcular os valores ótimos dos parâmetros do circuito *shunt*  $R_j$  e  $L_j$  utilizando as equações (3.61), (3.66) e (3.67).

$$R_j^{OTI} = \frac{r^{OTI}}{C_{pj}^S} \sqrt{\frac{M}{K + K_{jj}^E}} = \frac{r^{OTI}}{C_{pj}^S \omega_n^E} \quad (3.73)$$

$$L_j^{OTI} = \frac{1}{(\delta^{OTI})^2 C_{pj}^S (\omega_n^E)^2} \quad (3.74)$$

onde:

$$\omega_n^E = \sqrt{\frac{K + K_{jj}^E}{M}}$$

é a frequência natural do sistema combinado estrutura-base-material piezelétrico associada ao modo de interesse.

### 3.5.3- Sintonização ótima baseada no posicionamento de pólos.

A segunda técnica sugerida por Hagood e von Flotow (1961) para a determinação dos parâmetros ótimos do circuito *shunt* ressonante em série é baseada , na maximização da parte real dos pólos e na tendência de seu coalescimento no plano de Laplace.

Os pólos do sistema são obtidos a partir dos zeros do denominador da Eq. (3.69). Assumindo que os pólos coalescidos estão posicionados nas coordenadas:  $s = a + ib$ ,  $a - ib$ , uma série de equações para  $a$  e  $b$  podem ser obtidas igualando os termos correspondentes do polinômio característico dado pelo denominador de (3.69):

$$(1 + \gamma^2)(\delta^2 + \gamma^2 + \delta^2 r \gamma) + K_{ij}^2(\gamma^2 + \delta^2 r \gamma) = 0 \quad (3.75)$$

Escrevendo (3.75) em função de  $s$  e utilizando as relações:

$$\delta^2 r = -4a \quad (1 + \delta^2) + K_{ij}^2 = 6a^2 + 2b^2$$

$$\delta^2 r(1 + K_{ij}^2) = -4a(a^2 + b^2) \quad \delta = a^2 + b^2$$

e resolvendo para  $\delta$  e  $r$  obtém-se:

$$\delta^{OTI} = 1 + K_{ij}^2 \quad (3.76)$$

$$r^{OTI} = 2 \sqrt{\frac{K_{ij}^2}{(1 + K_{ij}^2)^3}} \quad (3.77)$$

### 3.6- *Shunt* piezelétrico ressonante em paralelo

Outra possibilidade da utilização de *shunts* piezelétricos ressonantes foi proposta por Wu (1996) e consiste em acoplar à pastilha piezelétrica um circuito RL em paralelo, como mostra a Fig. 3.11.

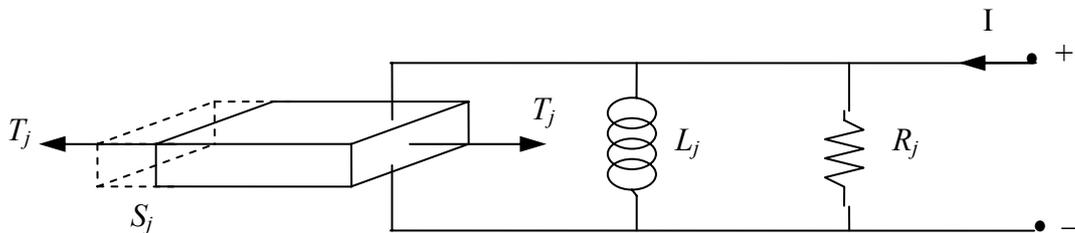


Figura 3.11 – *Shunt* piezelétrico ressonante em paralelo.

A impedância elétrica do circuito acoplada com o elemento piezelétrico é dada por:

$$Z_{jj}^{ZC}(s) = \frac{R_j L_j s}{sL_j + R_j + s^2 R_j L_j C_{pj}^T} \quad (3.78)$$

Utilizando mais uma vez o modelo do sistema primário representado por um único modo de vibração, a impedância do sistema combinado sistema primário-elemento piezelétrico-circuito *shunt* é dada por:

$$Z_{jj}(s) = Ms + \frac{K}{s} + Z_{jj}^{ZC}(s) \quad (3.79)$$

Substituindo (3.79) em (3.77) obtém-se:

$$Z_{jj}^{ZC}(s) = Ms + \frac{1}{s} \left( K + \frac{A_i}{l_j s_{ij}^E} \right) + \frac{Ak_{ij}^2}{sl_j s_{ij}^E (1 - k_{ij}^2)} \left( \frac{s^2 R_j L_j C_{pj}^S}{s^2 R_j L_j C_{pj}^S + sL_j + R_j} \right) \quad (3.80)$$

Define-se o coeficiente de acoplamento eletromecânico transversal generalizado segundo a seguinte expressão:

$$K_{ij}^2 = \frac{A_i}{l_j s_{ij}^E \left( K + \frac{A}{l_j s_{ij}^E} \right)} \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \quad (3.81)$$

Por analogia entre as Eq. (3.81) e (3.62), o coeficiente de acoplamento eletromecânico generalizado para o sistema *shunt* ressonante em paralelo é definido segundo:

$$K_{ij} = \frac{\bar{K}_{ij}^E}{K + \bar{K}_{ij}^E} \frac{k_{ij}^2}{1 - k_{ij}^2} \quad (3.82)$$

Desta forma, a relação entre a força excitadora e a velocidade de deformação é dada por:

$$\frac{v(s)}{F(s)} = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{Ms + \frac{1}{s} \left( K + \frac{A}{l_j s_{ij}^E} \right) + \frac{K_{ij}^2}{s} \left( K + \frac{A}{l_j s_{ij}^E} \right) \left( \frac{s^2 R_j L_j C_{pj}^S}{s^2 R_j L_j C_{pj}^S + sL_j + R_j} \right)} \quad (3.83)$$

Definindo o deslocamento normalizado como sendo:

$$x_{norm} = \frac{v(s)}{sF(s)} \left[ K + \frac{A_j}{l_j s_{ij}^E} \right] \quad (3.84)$$

e substituindo (3.83) em (3.84) obtém-se:

$$x_{norm} = \frac{1}{\frac{Ms^2}{\left( K + \frac{A}{l_i s_{ij}^E} \right)} + 1 + K_{ij}^2 \left( \frac{s^2 R_j L_j C_{pj}^S}{s^2 R_j L_j C_{pj}^S + sL_j + R_j} \right)} \quad (3.85)$$

Definem-se os seguintes parâmetros:

$$\omega^E = \sqrt{\frac{K + \frac{A_j}{l_j s_{ij}^E}}{M}} \quad (3.86)$$

$$\omega^D = \sqrt{\frac{K + \frac{A_j}{l_i s_{ij}^E (1 - k_{ij}^2)}}{M}} \quad (3.87)$$

que são, respectivamente, as frequências naturais do sistema quando a pastilha piezelétrica está em curto circuito e em circuito aberto.

Utilizando (3.86) e (3.87), a Eq. (3.85) é expressa da seguinte forma em termos de parâmetros adimensionais:

$$x_{norm} = \frac{r(\gamma^2 + \delta^2) + \gamma}{(1 + \gamma^2)(\gamma^2 r + \delta^2 r + \gamma) + K_{ij}^2 \gamma r} \quad (3.88)$$

Utilizando o procedimento de otimização baseado nos pontos invariantes da função de transferência, descrito na Seção 3.6 para os *shunts* ressonantes em série, obtêm-se os parâmetros ótimos do circuito *shunt* em paralelo, dados pelas expressões:

$$\delta^{OPT} = \sqrt{1 - \frac{K_{ij}^2}{2}} \quad (3.89)$$

$$L_j^{OPT} = \frac{1}{C_{pj}^S (\delta^{OPT} \omega^E)^2} \quad (3.90)$$

$$r_j^{OPT} = \frac{1}{\sqrt{2} K_{ij}} \quad (3.91)$$

$$R_j^{OPT} = \frac{1}{\sqrt{2} K_{ij} C_{pj}^S \omega^E} \quad (3.92)$$

### 3.7- Circuitos *shunt* ressonantes para o controle multimodal

As topologias de circuito *shunt* ressonantes até aqui apresentadas são técnicas de controle ditas unimodais, ou seja, são projetadas para reduzir as amplitudes de vibração nas vizinhanças de uma frequência natural específica apenas o modo estrutural para o qual foram sintonizadas. A utilização destas técnicas para amortecer mais modos simultaneamente necessitaria de vários elementos piezelétricos colados ou integrados à estrutura, cada um deles conectado a um circuito *shunt* projetado especificamente para cada modo de interesse. Entretanto, a utilização de vários elementos piezelétricos pode ocasionar o surgimento de problemas. Por exemplo, a estrutura pode não ter espaço suficiente para acomodar os elementos piezelétricos. Além disso, as propriedades estruturais, como massa e rigidez, podem sofrer alterações significativas quando os elementos piezelétricos são colados ou integrados à estrutura, influenciando a dinâmica do sistema. Um outro aspecto que deve ser

avaliado quando da adição de um grande número de elementos piezelétricos à estrutura é o possível aumento de peso, que é constitui uma grave restrição, por exemplo, para estruturas espaciais.

Diante destas restrições, Wu (1998) propõe uma técnica de controle *shunt* passivo multimodal com a utilização de apenas uma pastilha piezelétrica. Nesta técnica, é utilizado um banco de circuitos *shunt* RL em série ou paralelo, cada um projetado para o controle de cada modo estrutural que se deseja controlar, sendo estes circuitos conectados aos dois eletrodos do elemento piezelétrico, como mostra a Figura 3.12, para o caso do controle de dois modos de freqüências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

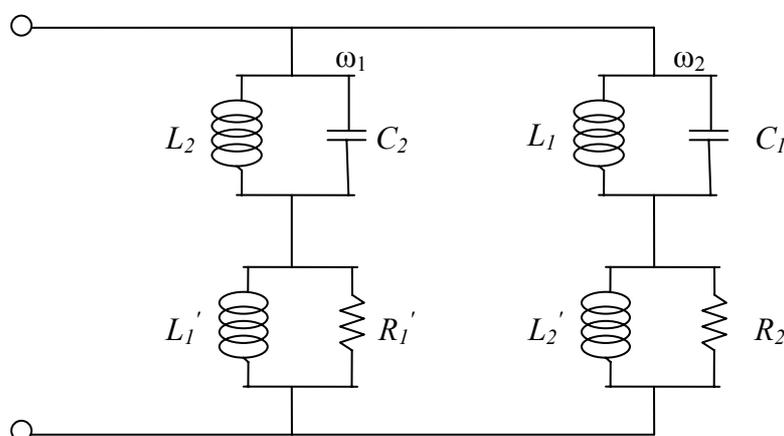


Figura 3.12- Circuito *shunt* para o controle de dois modos de freqüências  $\omega_1$  e  $\omega_2$ .

O princípio de funcionamento do sistema *shunt* multimodal para o controle passivo com apenas um elemento piezelétrico consiste em inserir um circuito bloqueador ou um filtro em série com cada circuito *shunt* RL em paralelo. Os circuitos bloqueadores consistem de um capacitor e um indutor em paralelo, formando um circuito anti-ressonante, que fica em série com o circuito *shunt*. Esses circuitos anti-ressonantes são projetados para produzir uma impedância elétrica infinita na freqüência natural do circuito *shunt* R-L. Por esta razão, cada ramo do circuito é funcional apenas em sua própria freqüência modal, mas está em circuito aberto para todas as outras freqüências modais. Desta forma, é eliminada a interferência entre os vários ramos quando eles estão todos conectados aos mesmos terminais do PZT. Para o controle de  $N$  modos, o número de circuitos de anti-ressonância em cada ramo deverá ser de  $N-1$ .

O cálculo dos parâmetros do circuito bloqueador, que produz impedância infinita na freqüência  $\omega_i$ , é dado pela seguinte expressão:

$$L_i C_i = \frac{1}{\omega_i^2} \quad (3.93)$$

A impedância total em cada ramo do circuito *shunt* deverá ser a mesma com e sem a inclusão do circuito bloqueador. Para isto, o valor do indutor do circuito *shunt* deverá ser reajustado. Considerando o sistema de controle de dois modos representado na Fig.3.11, os novos valores de indutores  $L_1'$  e  $L_2'$  podem ser calculados a partir da teoria de circuitos elétricos como sendo:

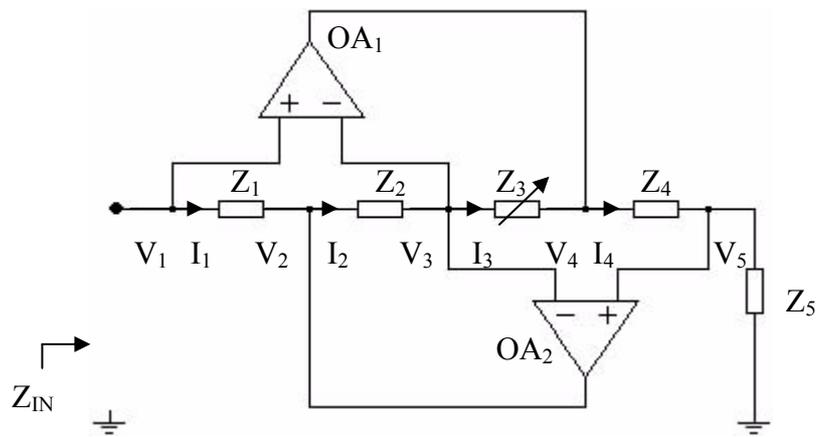
$$L_1' = L_1 - \frac{L_2}{1 - \omega_1^2 L_2 C_2} \quad (3.94)$$

$$L_2' = L_2 - \frac{L_1}{1 - \omega_2^2 L_1 C_1} \quad (3.95)$$

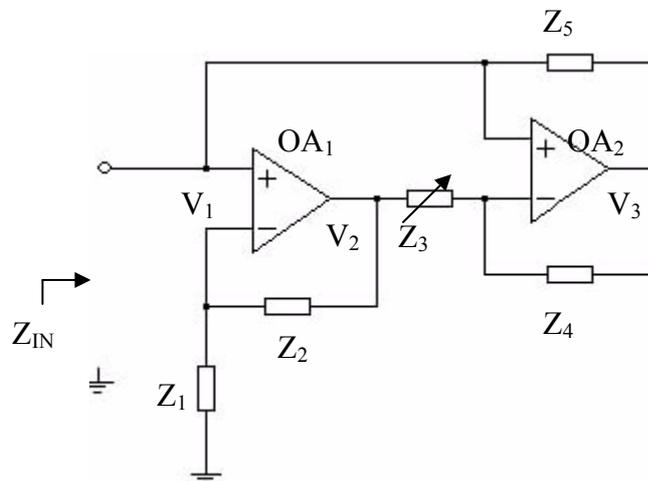
onde  $L_1$  e  $L_2$  são os valores originais dos indutores para o circuito *shunt* multimodal e os valores de resistores  $R_1'$  e  $R_2'$  permanecem os mesmos que os originais do circuito *shunt* unimodal.

### 3.8 - Circuitos shunt ressonantes associados a indutores sintéticos

As equações mostram que (3.74) e (3.90) as indutâncias requeridas na sintonização objetivando o controle de vibrações de modos de baixa frequência podem assumir valores elevados. Nestes casos, os indutores construídos pelo processo tradicional de enrolamento de fios condutores tornam-se excessivamente volumosos e pesados, o que diminui a aplicabilidade dos *shunts* piezelétricos ressonantes em toda uma classe de problemas práticos. Visando contornar esta dificuldade, Wu (1997) sugeriu o uso dos chamados *indutores sintéticos*, que são entendidos como circuitos eletrônicos baseados em amplificadores operacionais que simulam o comportamento elétrico dos indutores reais. Os dois principais tipos de indutores sintéticos mais utilizados na literatura foram propostos por Riordan (1967) e Antoniou (1969), ilustrados na Figura 3.13. Viana (2004, 2005) investigou a utilização destes dois tipos de indutores sintéticos no controle de vibrações de uma viga utilizando *shunts* ressonantes em série e em paralelo.



(a)



(b)

Figura 3.13– Esquemas de indutores sintéticos propostos por Antoniou (1969) (a) , e Riordan (1967) (b).

O estudo dos indutores sintéticos é de natureza essencialmente experimental, fugindo a ao escopo deste trabalho. O leitor interessado neste tópico poderá obter informações detalhadas nas referências bibliográficas citadas acima.

### 3.9 – Circuitos *shunt* de capacitância negativa

Os circuitos *shunt* baseados no conceito de capacitância negativa constituem algumas das mais recentes inovações propostas no âmbito desta técnica de controle.

O circuito *shunt* de capacitância negativa consiste em circuito do tipo RC (associado em série ou paralelo) conectado à pastilha piezelétrica, sendo que o capacitor deste circuito apresenta mesmo valor da capacitância da pastilha piezelétrica e sinal negativo.

Segundo Park e Baz (2001), a grande vantagem do circuito *shunt* de capacitância negativa está em sua autoridade de controle de vários modos estruturais de vibração simultaneamente. Isto ocorre porque a capacitância negativa representada pelo circuito *shunt* iguala a impedância da capacitância inerente à pastilha piezelétrica para maximizar a energia de dissipação. Cancelando a capacitância interna do PZT, a impedância do circuito *shunt* se reduz à resistência do circuito que, por sua vez, é independente da frequência e, por isso, possibilita o controle simultâneo de múltiplos modos de vibração.

Como a capacitância negativa não é fisicamente realizável, ela é simulada por meio de circuitos eletrônicos, que serão abordados adiante.

### 3.9.1- Circuito *shunt* de capacitância negativa com ligação em paralelo.

O sistema *shunt* de capacitância negativa com ligação em paralelo apresenta um resistor e capacitor negativo associados em paralelo, e conectados também em paralelo com a pastilha piezelétrica, como representa o esquema mostrado na Fig. 3.14. Esta topologia é apresentada no trabalho de Park e Baz (2005).

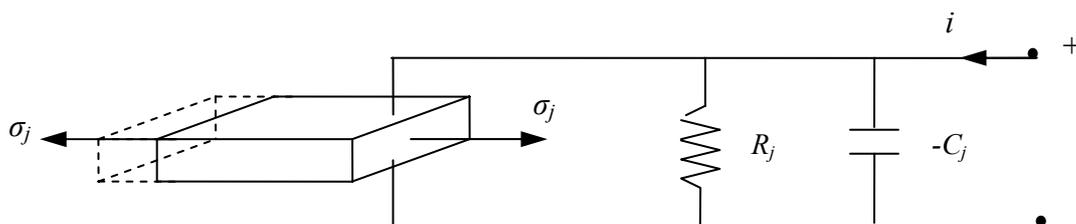


Figura 3.14- *Shunt* piezelétrico de capacitância negativa em paralelo.

A expressão da impedância para o caso do *shunt* piezelétrico de capacitância negativa com ligação em paralelo é dada por:

$$Z^{SH} = \frac{R_j}{1 - sR_j C_j} \quad (3.96)$$

Utilizando o mesmo critério de normalização utilizado no capítulo anterior, a impedância elétrica total normalizada é dada pela seguinte expressão:

$$\bar{Z}^{EL} = sC_{pj}^T R_j \quad (3.97)$$

onde  $C_j$  é o capacitor de capacitância negativa de mesmo valor que a capacitância inerente ao material piezelétrico, dada por  $C_{pj}^T$ , e  $R_j$  é o valor da resistência do circuito *shunt*.

A partir da expressão da impedância elétrica obtém-se a seguinte equação para a impedância total:

$$\bar{Z}^{ME} = \frac{(1 - k_{ij}^2)}{1 - k_{ij}^2 s C_{pj}^T R_j} \quad (3.98)$$

### 3.9.2- Circuito *shunt* de capacitância negativa com ligação em série.

O sistema *shunt* de capacitância negativa com ligação em série apresenta um resistor e capacitor negativo associados em série, e conectados em paralelo com a pastilha piezelétrica, como representa a Fig. 3.15. Esta topologia de circuito é sugerida por Behrens *et al.* (2003).

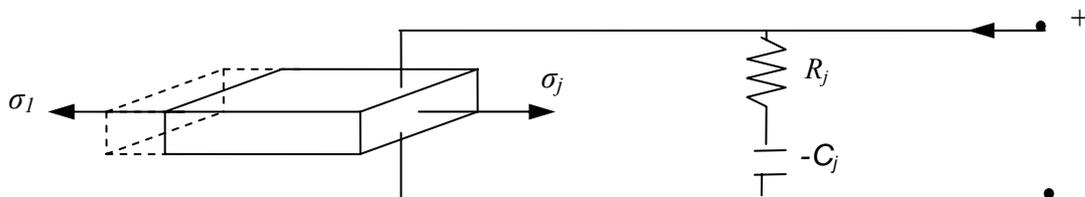


Figura 3.15- *Shunt* piezelétrico de capacitância negativa em série.

A expressão da impedância do *shunt* de capacitância negativa em série é dada por:

$$Z^{SH}(s) = \frac{R_j C_j s - 1}{s C_j} \quad (3.99)$$

A expressão da impedância elétrica calculada adotando-se o mesmo procedimento utilizado no capítulo 3. Esta expressão está representada na Eq. (3.100) mostrada a seguir:

$$\bar{Z}^{EL} = \frac{s R C_j - C_{pj}^T}{s R_j C_j C_p^\sigma} \quad (3.100)$$

e a expressão da impedância mecânica total resulta em:

$$\bar{Z}^{ME} = \frac{s R_j C_j C_{pj}^T (1 - k_{ij}^2)}{s R_j C_j C_{pj}^T - k_{ij}^2 (s R_j C_j C_{pj}^T - C_{pj}^T)} \quad (3.101)$$

Como capacitâncias negativas não são fisicamente realizáveis, elas devem ser obtidas por meio de circuitos eletrônicos chamados Conversores de Impedância Negativa (*NIC – Negative Capacitance Converters*) que são circuitos montados com amplificadores operacionais conectados de forma a se obter uma impedância de entrada em seus terminais igual as impedâncias que compõem o seu circuito . A Fig. 3.16 apresenta dois circuitos de Conversores de Impedância negativa e seu equivalente eletrônico ideal.

Estudos de diferentes aspectos dos circuitos conversores de impedância negativa são encontrado nos trabalhos de Behens (2002), Park e Baz (2001).

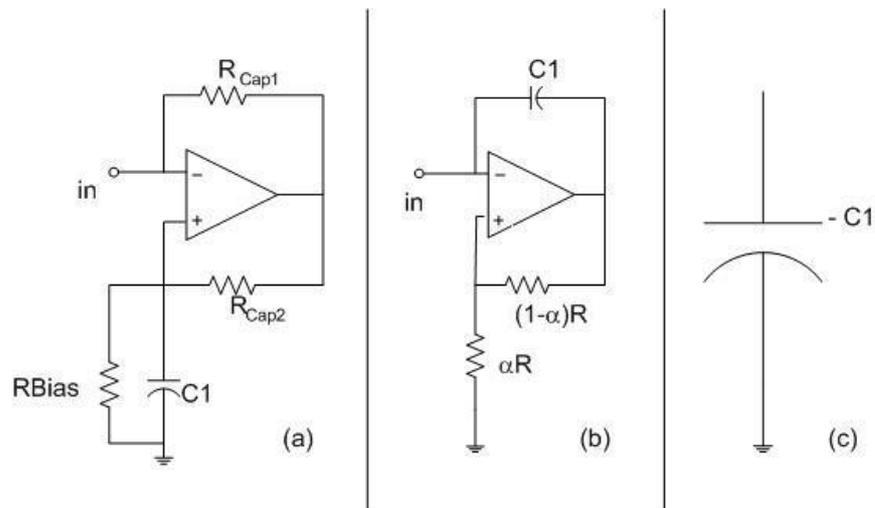


Figura 3.16 – Esquemas de circuitos de conversores de impedância negativa e seu equivalente eletrônico ideal. (adaptado de Leucas *et al.* (2006)).

O estudo dos aspectos da eletrônica dos circuitos *shunt* de capacitância negativa fogem do escopo do presente trabalho. O leitor interessado neste tópico poderá obter informações detalhadas nas referências bibliográficas citadas acima.

### 3.10 - Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foram apresentados os principais fundamentos teóricos e sumarizada a formulação pertinente aos *shunts* piezelétricos, tendo sido consideradas algumas das topologias mais freqüentemente utilizadas para o controle unimodal e multimodal.

O circuito *shunt* resistivo introduz na estrutura base um tipo de amortecimento similar ao obtido com os materiais viscoelásticos, com a vantagem de ser relativamente independente da temperatura. Este sistema introduz amortecimento em uma banda de freqüência relativamente ampla, podendo ser utilizado no controle de mais de um modo de vibração simultaneamente.

O circuito *shunt* ressonante tradicional apresenta um comportamento similar ao dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs), que é uma técnica essencialmente tonal, ou seja, o circuito *shunt* ressonante deve ser sintonizado para a freqüência do modo que se deseja controlar. Trata-se de um sistema de controle unimodal. Foi apresentada uma extensão dos

circuitos *shunt* ressonantes para o controle multimodal, que consiste no acoplamento simultâneo de um banco de circuitos *shunt* acoplados a um único elemento piezelétrico.

O circuito *shunt* de capacitância negativa tem sido visto como uma alternativa muito eficiente uma vez que possibilita o controle em uma faixa ampla de frequências abrangendo vários modos de vibração.

A potencialidade das topologias de circuito apresentadas neste capítulo, bem como o seu desempenho, serão avaliadas numericamente nos capítulos seguintes.

## CAPÍTULO IV

### FORMULAÇÃO POR ELEMENTOS FINITOS ESTRUTURAS CONTENDO ELEMENTOS PIEZOELÉTRICOS ACOPLADOS A CIRCUITOS *SHUNT*

Neste capítulo são descritos os fundamentos pertinentes à modelagem por elementos finitos de estruturas elásticas combinadas com elementos piezelétricos e circuitos passivos *shunt*, os quais constituem a base dos procedimentos de modelagem apresentados nos capítulos subseqüentes.

A obtenção das equações do movimento considerando o acoplamento eletromecânico é sumarizada, partindo do Princípio do Trabalho Virtual adaptado para o *continuum* piezelétrico. Em seguida, as equações do movimento são modificadas para considerar a conexão dos elementos piezelétricos com circuitos *shunt* de topologia arbitrária.

O desenvolvimento da formulação, inspirado nos trabalhos de Allik e Hughes (1970) e Lima Jr. (1999), é apresentada de forma geral para um elemento finito tridimensional, podendo ser particularizada para cada tipo específico de elemento, segundo a cinemática de deformação e as funções de interpolação adotadas.

#### 4.1- Princípio do Trabalho Virtual para materiais piezelétricos

O comportamento do material piezelétrico pode ser descrito a partir do Princípio do Trabalho Virtual expresso segundo :

$$\begin{aligned} & \iiint_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV + \iiint_V \{\delta S\}^T \{\sigma\} dV - \iiint_V \{\delta E\}^T \{D\} dV = \\ & \iiint_V \{\delta q\}^T \{\bar{f}_V\} dV + \iint_{S_f} \{\delta q\}^T \{\bar{f}_S\} dS - \iint_{S_f} \delta \phi \sigma_q dS \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde  $\delta$  indica variações virtuais aplicadas à grandezas mecânicas e elétricas,  $\rho$  é a densidade volumétrica do material e:

- $\{q\} = \{q(x, y, z, t)\}$  é o vetor de deslocamentos de um ponto arbitrário do corpo considerado;
- $\{S\} = \{S(x, y, z, t)\}$  é o vetor das deformações mecânicas;
- $\{T\} = \{T(x, y, z, t)\}$  é o vetor das tensões mecânicas;
- $\{E\} = \{E(x, y, z, t)\}$  é o vetor campo elétrico;
- $\{D\} = \{D(x, y, z, t)\}$  é o vetor de deslocamentos elétricos;
- $\{\bar{f}_V\} = \{\bar{f}_V(x, y, z, t)\}$  é o vetor de forças de volume;
- $\{\bar{f}_S\} = \{\bar{f}_S(x, y, z, t)\}$  é o vetor de forças de superfícies;
- $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$  é a densidade de cargas elétricas superficiais aplicadas externamente.

Deve-se observar que a Equação (5.5) contém os trabalhos virtuais que podem ser interpretados com energias associadas aos diferentes efeitos mecânicos e elétricos envolvidos, conforme detalhado a seguir:

- $\iiint_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV$  : trabalho virtual das forças de inércia, associado à energia cinética;
- $\iiint_V \{\delta S\}^T \{T\} dV$  : trabalho virtual das forças internas, associado à energia de deformação;
- $\iiint_V \{\delta E\}^T \{D\} dV$  : trabalho virtual das cargas elétricas geradas pelo efeito piezoelétrico, associado à energia potencial elétrica;

- $\iiint_V \{\delta q\}^T \{\bar{f}_V\} dV$  : trabalho virtual associado às forças de volume externas;
- $\iint_{S_f} \{\delta q\}^T \{\bar{f}_S\} dA$  : trabalho virtual associado às forças de superfície externas
- $\iint_{S_f} \delta\phi \sigma dA$  : trabalho virtual associado à cargas elétricas superficiais externas introduzidas no dielétrico.

Substituindo a Eq. (3.5) e Eq. (3.6) em (4.1) obtém-se a seguinte equação, expressando o Princípio do Trabalho Virtual para meios piezelétricos sob a forma:

$$\begin{aligned}
& \iiint_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV + \iiint_V \{\delta S\}^T [c^E] \{S\} dV - \iiint_V \{\delta S\}^T [e]^T \{E\} dV \\
& - \iiint_V \{\delta E\}^T [e] \{S\} dV - \iiint_V \{\delta E\}^T [\varepsilon^S] \{E\} dV = \\
& \iiint_V \{\delta q\}^T \{\bar{f}_V\} dV + \iint_{S_f} \{\delta q\}^T \{\bar{f}_S\} dS - \iint_{S_f} \delta\phi \sigma_q dS
\end{aligned} \tag{4.2}$$

A existência, na equação acima, de termos envolvendo produtos de grandezas mecânicas e elétricas evidencia o acoplamento eletromecânico característico dos materiais piezelétricos.

## 4.2 Discretização por elementos finitos

Para a discretização por elementos finitos definem-se aproximações para os campos de deslocamentos generalizados (deslocamentos e rotações), e potencial elétrico em termos de seus valores nodais, via matrizes de funções de interpolação como segue:

$$\{q(x, y, z, t)\} = [N_q(x, y, z)] \{Q^{(e)}(t)\} \tag{4.3}$$

$$\{\phi(x, y, z, t)\} = [N_\phi(x, y, z)] \{\Phi^{(e)}(t)\} \tag{4.4}$$

onde:

- $[N_q(x, y, z)]$  e  $[N_\phi(x, y, z)]$  são as matrizes contendo as funções de interpolação para os campos de deslocamentos generalizados e potencial elétrico, respectivamente;
- $\{Q^{(e)}(t)\}$  e  $\{\Phi^{(e)}(t)\}$  são os vetores formados pelos valores nodais dos deslocamentos generalizados e potenciais elétricos, em nível elementar.

O vetor de deformações mecânicas é obtido introduzindo as relações deformação-deslocamento para o estado de deformação considerado em cada tipo específico de elemento finito (barra, viga, placa, elasticidade plana ou elasticidade tridimensional). De forma geral, estas relações são obtidas através de operadores diferenciais aplicados aos campos de deslocamento, conforme mostrado na equação abaixo:

$$\{S(x, y, z, t)\} = [L]\{q(x, y, z, t)\} \quad (4.5)$$

onde  $\{S(x, y, z, t)\}$  é o vetor de deformações mecânicas e  $[L]$  é a matriz formada por operadores diferenciais.

De forma similar, o vetor de campos elétricos é definido em função do potencial elétrico  $\phi$  aplicando o operador gradiente, como mostra a expressão a seguir:

$$\{E(x, y, z, t)\} = -\{\nabla\phi\} = -\left[\frac{\partial\phi(x, y, z, t)}{\partial x} \quad \frac{\partial\phi(x, y, z, t)}{\partial y} \quad \frac{\partial\phi(x, y, z, t)}{\partial z}\right]^T \quad (4.6)$$

Combinando as Equações (4.5) e (4.3), (4.6) e (4.4) tem-se:

$$\{S(x, y, z, t)\} = [B_q(x, y, z)] \{Q^{(e)}(t)\} \quad (4.7)$$

$$\{E(x, y, z, t)\} = [B_\phi(x, y, z)] \{\Phi^{(e)}(t)\} \quad (4.8)$$

onde as matrizes  $[B_q(x, y, z)]$  e  $[B_\phi(x, y, z)]$  são obtidas aplicando os operadores diferenciais aos elementos das matrizes de funções de interpolação.

Formular-se-ão as seguir, as energias que figuram na Equação (4.2). Para tanto, define-se o vetor de graus de liberdade elementares formado pela união dos graus de liberdade mecânicos (deslocamentos generalizados nodais) e graus de liberdade elétricos (potenciais elétricos nodais), da seguinte forma:

$$\{\Delta^{(e)}(t)\} = \left[ \begin{matrix} \{Q^{(e)}(t)\}^T & \{\Phi^{(e)}(t)\}^T \end{matrix} \right]^T$$

### 4.3- Energia Potencial

A expressão da energia potencial associada às variações virtuais, incluindo a parcela associada à energia de deformação elástica (admitindo-se comportamento elástico linear) e a energia potencial elétrica, pode ser obtida a partir da Eq. (4.1), como sendo (em dependências em relação à coordenadas espaciais e ao tempo são omitidas para simplificação):

$$\delta U = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV - \iiint_V \{\delta E\}^T \{D\} dV \quad (4.9)$$

Combinando a equação (4.9) com as equações constitutivas (3.5) e (3.6), escreve-se :

$$\delta U = \iiint_V \{\delta S\}^T [c^E] \{S\} dV - \iiint_V \{\delta S\}^T [e] \{E\} dV - \iiint_V \{\delta E\}^T [c^E] \{S\} dV + \iiint_V \{\delta E\}^T [e] \{E\} dV \quad (4.10)$$

Substituindo as expressões (4.7) e (4.8) em (4.10), obtém-se a energia potencial  $U$  do material piezelétrico expressa em termos dos graus de liberdade elementares sob a forma:

$$\delta U = \left[ \begin{matrix} \{\delta Q^{(e)}\}^T & \{\delta \Phi^{(e)}\}^T \end{matrix} \right] \left[ \begin{matrix} [K_{qq}^{(e)}] & [K_{q\phi}^{(e)}] \\ [K_{\phi q}^{(e)}] & [K_{\phi\phi}^{(e)}] \end{matrix} \right] \left\{ \begin{matrix} Q^{(e)} \\ \Phi^{(e)} \end{matrix} \right\} \quad (4.11)$$

com:

$$[K_{qq}^{(e)}] = \iiint_V [B_q]^T [c^E] [B_q] dV \quad (4.12)$$

$$[K_{q\phi}^{(e)}] = -\iiint_V [B_q]^T [e] [B_\phi] dV \quad (4.13)$$

$$[K_{\phi q}^{(e)}] = -\iiint_V [B_\phi]^T [e]^T [B_q] dV \quad (4.14)$$

$$[K_{\phi\phi}^{(e)}] = \iiint_V [B_\phi]^T [\varepsilon^S] [B_\phi] dV \quad (4.15)$$

Como é usual nos procedimentos numéricos empregados na modelagem por elementos finitos, as integrações indicadas nas equações (4.12) a (4.15) são convenientemente efetuadas pela técnica de Quadratura de Gauss, após a transformação de coordenadas físicas  $(x, y, z)$  para coordenadas naturais  $(\xi, \eta, \zeta)$  conforme as expressões:

$$[K_{qq}^{(e)}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_q]^T [c^E] [B_q] \det [J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.16)$$

$$[K_{q\phi}^{(e)}] = -\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_q]^T [e] [B_\phi] \det [J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.17)$$

$$[K_{\phi q}^{(e)}] = -\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_\phi]^T [e]^T [B_q] \det [J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.18)$$

$$[K_{\phi\phi}^{(e)}] = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [B_\phi]^T [\varepsilon^S] [B_\phi] \det [J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.19)$$

onde  $\det [J]$  indica o Jacobiano da transformação de coordenadas  $(x, y, z) \Rightarrow (\xi, \eta, \zeta)$

Deve-se observar que a Equação (4.16) corresponde à matriz de rigidez puramente elástica, as Eq. (4.17) e (4.18) correspondem às matrizes de acoplamento eletro-mecânico e a Eq. (4.19) corresponde à matriz de rigidez dielétrica.

#### 4.4- Energia Cinética

A variação da energia cinética pode ser expressa sob a forma:

$$\delta T = \iiint_V \rho \{\delta q\}^T \{\ddot{q}\} dV \quad (4.20)$$

Associado as equações (4.20) e (4.3), escreve-se:

$$\delta T = \{\delta Q\}^T \left[ \iiint_V \rho [N_q]^T [N_q] dV \right] \{\ddot{Q}\} \quad (4.21)$$

ou:

$$\delta T = \{\delta Q\}^T [M_{qq}^{(e)}] \{\ddot{Q}\} \quad (4.22)$$

com:

$$[M_{qq}^{(e)}] = \iiint_V \rho [N_q]^T [N_q] dV \quad (4.23)$$

ou, em termos da técnica de Quadratura de Gauss;

$$[M_{qq}^{(e)}] = \iiint_V \rho [N_q]^T [N_q] dV = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \rho [N_q]^T [N_q] \det[J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.24)$$

A matriz dada por (4.24) é a matriz de massa, ou de inércia, da estrutura piezelétrica.

#### 4.5- Trabalhos mecânicos e elétricos externos

Para determinar os vetores de esforços nodais mecânicos e elétricos associados às forças e cargas elétricas externas, deve-se expressar o trabalho virtual destas últimas, com a substituição das equações (4.3) e (4.4):

$$\delta W^e = \iiint_V \{\delta \mathbf{q}\}^T \{\bar{f}_V\} dV + \iint_{S_f} \{\delta \mathbf{q}\}^T \{\bar{f}_S\} dS - \iint_{S_f} \delta \phi \sigma_q dS \quad (4.25)$$

Associando a equação (4.25) com as aproximações (4.7) e (4.8), obtém-se:

$$\delta W^e = \{\delta \mathbf{Q}\}^T \iiint_V [N_q]^T \{\bar{f}_V\} dV + \{\delta \mathbf{Q}\}^T \iint_{S_f} [N_q]^T \{\bar{f}_S\} dS - \{\delta \Phi\}^T \iint_{S_f} [N_\phi]^T \sigma_q dS \quad (4.26)$$

ou:

$$\delta W^e = \{\delta \mathbf{Q}\}^T \{F_V^{(e)}\} + \{\delta \mathbf{Q}\}^T \{F_S^{(e)}\} + \{\delta \Phi\}^T \{\Sigma^{(e)}\} \quad (4.27)$$

onde os vetores de esforços e cargas nodais são dados pelas seguintes expressões, considerando a integração numérica por Quadratura de Gauss:

$$\{F_V^{(e)}\} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N_q]^T \{\bar{f}_V\} \det[J] d\xi d\eta d\zeta \quad (4.28)$$

$$\{F_S^{(e)}\} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N_q]^T \{\bar{f}_S\} \det[J] d\xi d\eta \quad (4.29)$$

$$\{\Sigma^{(e)}\} = - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 [N_\phi]^T \{\sigma_q\} \det[J] d\xi d\eta \quad (4.30)$$

Introduzindo as equações (4.11), (4.22) e (4.27), na expressão traduzindo o Princípio do Trabalho Virtual expresso sob a forma:

$$\delta U + \delta T = \delta W^e \quad (4.31)$$

escreve-se:

$$\begin{aligned} \{\delta Q^{(e)}\}^T [K_{qq}^{(e)}] \{Q^{(e)}\} + \{\delta \Phi^{(e)}\}^T [K_{\phi q}^{(e)}] \{Q^{(e)}\} + \{\delta Q^{(e)}\}^T [K_{q\phi}^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} + \{\delta \Phi^{(e)}\}^T [K_{\phi\phi}^{(e)}] \{\Phi^{(e)}\} + \\ \{\delta Q^{(e)}\}^T [M_{qq}^{(e)}] \{\ddot{Q}^{(e)}\} = \{\delta Q^{(e)}\}^T \{F_V^{(e)}\} + \{\delta Q^{(e)}\}^T \{F_S^{(e)}\} + \{\delta \Phi^{(e)}\}^T \{\Sigma^{(e)}\} \end{aligned} \quad (4.32)$$

#### 4.6- Equações do movimento em nível elementar

Como, por hipótese, as variações virtuais são arbitrárias e independentes, a igualdade expressa em (4.32) verifica-se quando os vetores que pós-multiplicam os vetores das variações  $\{\delta Q\}$  e  $\{\delta \Phi\}$  são idênticos, fato que leva às seguintes equações diferenciais acopladas do movimento do sistema eletromecânico:

$$[M_{qq}^{(e)}] \{\ddot{Q}^{(e)}(t)\} + [K_{qq}^{(e)}] \{Q^{(e)}(t)\} + [K_{q\phi}^{(e)}] \{\Phi^{(e)}(t)\} = \{F_V^{(e)}(t)\} + \{F_S^{(e)}(t)\} \quad (4.33.a)$$

$$[K_{\phi q}^{(e)}] \{Q^{(e)}(t)\} + [K_{\phi\phi}^{(e)}] \{\Phi^{(e)}(t)\} = \{\Sigma^{(e)}(t)\} \quad (4.33.b)$$

#### 4.7 – Montagem das equações elementares para obtenção das equações do movimento em nível global

Através da imposição da continuidade de deslocamentos e do potencial elétrico nos nós compartilhados por mais de um elemento, as equações do movimento em nível elementar são combinadas e são obtidas as equações do movimento em nível global, expressas sob a forma:

$$[M_{qq}] \{\ddot{Q}(t)\} + [K_{qq}] \{Q(t)\} + [K_{q\phi}] \{\Phi(t)\} = \{F_V(t)\} + \{F_S(t)\} \quad (4.34.a)$$

$$[K_{\phi q}] \{Q(t)\} + [K_{\phi\phi}] \{\Phi(t)\} = \{\Sigma(t)\} \quad (4.34.b)$$

onde:  $[M_{qq}]$ ,  $[K_{qq}]$ ,  $[K_{q\phi}]$ ,  $[K_{\phi q}]$ ,  $[K_{\phi\phi}]$  são as matrizes de inércia, de rigidez, de acoplamento eletromecânico e de rigidez dielétrica, respectivamente, do modelo de elementos

finitos em nível global;  $\{Q(t)\}$  e  $\{\Phi(t)\}$  são os vetores globais de deslocamentos e potenciais nodais, respectivamente;  $\{F_V(t)\}$ ,  $\{F_S(t)\}$ ,  $\{\Sigma(t)\}$  são os vetores de forças nodais e cargas elétricas nodais, respectivamente.

As condições de contorno mecânicas e elétricas podem ser impostas modificando as equações do movimento globais, conforme detalhamento abaixo:

- Imposição das condições de contorno mecânicas

Os graus de liberdade mecânicos (e, correspondentemente as matrizes e os vetores de forças) são particionados da seguinte forma, onde os índice  $\ell$  e  $i$  indicam os graus de liberdade livres e impostos, respectivamente :

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} [M_{qq}]_{\ell\ell} & [M_{qq}]_{\ell i} \\ [M_{qq}]_{i\ell} & [M_{qq}]_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{Q}\}_{\ell} \\ \{\ddot{Q}\}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{qq}]_{\ell\ell} & [K_{qq}]_{\ell i} \\ [K_{qq}]_{i\ell} & [K_{qq}]_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q\}_{\ell} \\ \{Q\}_i \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{q\phi}]_{\ell} \\ [K_{q\phi}]_i \end{bmatrix} \{\Phi\} = \\ & = \begin{Bmatrix} \{F_V\}_{\ell} \\ \{F_V\}_i \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{F_S\}_{\ell} \\ \{F_S\}_i \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (4.35)$$

$$\begin{bmatrix} [K_{\phi q}]_{\ell} & [K_{\phi q}]_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{Q\}_{\ell} \\ \{Q\}_i \end{Bmatrix} + [K_{\phi\phi}] \{\Phi\} = \{\Sigma\} \quad (4.36)$$

A imposição de deslocamentos é feita introduzindo, nas equações acima, as condições:

$$\{Q\}_i = \{\bar{Q}\}_i \text{ (constante)}$$

o que leva a:

$$[M_{qq}]_{\ell\ell} \{\ddot{Q}(t)\}_{\ell} + [K_{qq}]_{\ell\ell} \{Q(t)\}_{\ell} + [K_{q\phi}]_{\ell} \{\Phi(t)\} = \{F_V(t)\}_{\ell} + \{F_S(t)\}_{\ell} - [K_{qq}]_{\ell i} \{\bar{Q}\}_i \quad (4.37.a)$$

$$[K_{\phi q}]_{\ell} \{Q(t)\}_{\ell} + [K_{\phi\phi}] \{\Phi(t)\} = \{\Sigma(t)\} - [K_{\phi q}]_i \{\bar{Q}\}_i \quad (4.37.b)$$

Admitindo cargas elétricas externas nulas ( $\{\Sigma(t)\} = \{0\}$ ), e resolvendo (4.37.b) para  $\{\Phi(t)\}$  e substituindo a expressão resultante em (4.37.a), obtém-se:

$$\begin{aligned} [M_{qq}]_{\ell\ell} \{\ddot{Q}(t)\}_\ell + \left( [K_{qq}]_{\ell\ell} - [K_{q\phi}]_\ell [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}]_\ell \right) \{Q(t)\}_\ell = \\ \{F_V(t)\}_\ell + \{F_S(t)\}_\ell + \left( [K_{qq}]_{\ell i} [K_{\phi\phi}]^{-1} [K_{\phi q}]_i - [K_{q\phi}]_\ell \right) \{\bar{Q}\}_i \end{aligned} \quad (4.38)$$

- Imposição das condições de contorno elétricas

Os graus de liberdade elétricos (e, correspondentemente as matrizes e o vetor de cargas elétricas) são particionados da seguinte forma, onde os índices  $\ell$  e  $i$  indicam os graus de liberdade livres e impostos, respectivamente :

$$[M_{qq}] \{\ddot{Q}\} + [K_{qq}] \{Q\} + \begin{bmatrix} [K_{q\phi}]_\ell & [K_{q\phi}]_i \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi\}_\ell \\ \{\phi\}_i \end{Bmatrix} = \{F_V\} + \{F_S\} \quad (4.39.a)$$

$$\begin{bmatrix} [K_{\phi q}]_\ell \\ [K_{\phi q}]_i \end{bmatrix} \{Q\} + \begin{bmatrix} [K_{\phi\phi}]_{\ell\ell} & [0] \\ [0] & [K_{\phi\phi}]_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\phi\}_\ell \\ \{\phi\}_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{\Sigma\}_\ell \\ \{\Sigma\}_i \end{Bmatrix} \quad (4.39.b)$$

A imposição de potenciais elétricos é feita introduzindo, nas equações acima, a condição:

$$\{\phi(t)\}_i = \{\bar{\phi}(t)\}_i$$

o que leva a:

$$[M_{qq}] \{\ddot{Q}(t)\} + [K_{qq}] \{Q(t)\} + [K_{q\phi}]_\ell \{\Phi(t)\}_\ell = \{F_V(t)\} + \{F_S(t)\} - [K_{q\phi}]_i \{\bar{\phi}(t)\}_i \quad (4.40.a)$$

$$[K_{\phi q}]_\ell \{Q(t)\} + [K_{\phi\phi}]_{\ell\ell} \{\Phi(t)\}_\ell = \{\Sigma(t)\}_\ell \quad (4.40.b)$$

Admitindo mais uma vez cargas elétricas externas nulas ( $\{\Sigma(t)\} = \{0\}$ ), e resolvendo (4.40.b) para  $\{\Phi(t)\}$  e substituindo a expressão resultante em (4.40.a), obtém-se:

$$\begin{aligned}
 & [M_{qq}]_{\ell\ell} \{\ddot{Q}(t)\}_{\ell} + \left( [K_{qq}] - [K_{q\phi}]_{\ell} [K_{\phi\phi}]_{\ell\ell}^{-1} [K_{\phi q}]_{\ell} \right) \{Q(t)\}_{\ell} = \\
 & \{F_V(t)\}_{\ell} + \{F_S(t)\}_{\ell} + [K_{q\phi}]_i \{\bar{\Phi}\}_i
 \end{aligned}
 \tag{4.41}$$

As equações do movimento (4.40.a) e (4.40.b) podem ser particularizadas para os casos em que o elemento piezolétrico é utilizado como sensor (explorando-se o efeito piezolétrico direto) e como atuador (efeito piezolétrico inverso).

#### 4.8- Modelo de Elementos Finitos para o sistema acoplado a circuitos *shunt*

As equações desenvolvidas na Seção anterior serão adaptadas para considerar a conexão do elemento piezolétrico a circuitos elétricos de uma impedância genérica  $Z$ , conforme ilustrado na Figura 4.1, na qual nota-se que o elemento piezolétrico é revestido, em duas de suas superfícies, por eletrodos metálicos que tornam estas superfícies equipotenciais elétricos. Vale observar que nos elementos piezolétricos disponíveis no mercado, sob diferentes formas geométricas os eletrodos são constituídos por deposição de níquel ou de prata, o que permite a soldagem de cabos elétricos a estas superfícies.

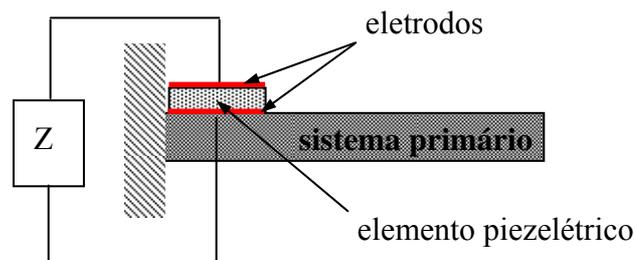


Figura 4.1 – Esquema da estrutura primária combinada com *shunt* piezolétrico.

##### 4.8.1 – Modelagem dos eletrodos

É primeiramente necessário modificar as equações do movimento para impor a condição que todos os nós posicionados sobre uma superfície à qual é depositada um eletrodo metálico estão sujeitos a um mesmo valor do potencial elétrico. A título de exemplificação,

considera-se a pastilha piezolétrica mostrada na Figura 4.2, na qual são indicadas duas superfícies equipotenciais: a superior, na qual  $p$  nós estão sujeitos ao potencial  $\phi^U$ , e a inferior na qual  $q$  nós estão submetidos ao potencial  $\phi^L$ .

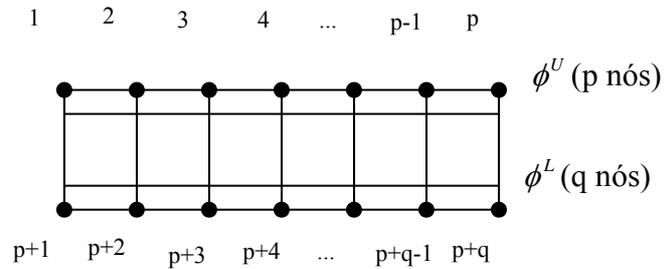


Figura 4.2- Eletrodos da pastilha piezolétrica.

Admitindo que o modelo tenha um número total  $n_\phi$  de graus de liberdade elétricos, o vetor de potenciais elétricos pode ser escrito como:

$$\{\Phi\}_{(n_\phi \times 1)} = [\phi_1 \quad \phi_2 \quad \cdots \quad \phi_p \quad \phi_{p+1} \quad \phi_{p+2} \quad \cdots \quad \phi_{p+q} \quad \phi_{p+q+1} \quad \phi_{p+q+2} \quad \cdots \quad \phi_{n_\phi}]^T \quad (4.42)$$

A imposição das condições:

$$\phi_1 = \phi_2 = \cdots = \phi_p = \Phi^U \quad (4.43)$$

$$\phi_{p+1} = \phi_{p+2} = \cdots = \phi_{p+q} = \Phi^L$$

é feita através da seguinte transformação:

$$\{\Phi\} = [T]\{\bar{\Phi}\} \quad (4.44)$$

O detalhamento desta transformação na equação abaixo na qual os graus de liberdade  $\phi_1$  e  $\phi_{p+1}$  são escolhido como os graus de liberdade mestres para definição dos eletrodos.

$$\{\Phi\} = \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \phi_p \end{array} \right\} \phi^U \\ \left. \begin{array}{l} \phi_{p+1} \\ \phi_{p+2} \\ \vdots \\ \phi_{p+q} \\ \phi_{p+q+1} \\ \phi_{p+q+2} \\ \vdots \\ \phi_n \end{array} \right\} \phi^L \end{array} \right\}_{n \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}_{n \times n} \left. \begin{array}{l} \phi^U \\ \phi^L \\ \phi_{p+q+1} \\ \phi_{p+q+2} \\ \vdots \\ \phi_n \end{array} \right\}_{n \times 1} \quad (4.45)$$

Substituindo a Eq. (4.44) em (4.40.a,b) obtém-se:

$$[M_{qq}] \{\ddot{Q}(t)\} + [K_{qq}] \{Q(t)\} + [K_{q\phi}] [T] \{\bar{\Phi}(t)\} = \underline{\{F_V(t)\} + \{F_S(t)\}} \quad (4.46.a)$$

$$[K_{\phi q}] \{Q(t)\} + [K_{\phi\phi}] [T] \{\bar{\Phi}(t)\} = \{\bar{S}(t)\} \quad (4.46.b)$$

onde o vetor das cargas elétricas reduzido é definido como sendo:

$$\{\bar{Q}(t)\} = [Q^U \quad Q^L \quad Q_{p+q+1} \quad \dots \quad Q_n]^T \quad (4.47)$$

Pode-se simplificar a Eq. (4.46.a,b) escrevendo:

$$[M_{qq}] \{\ddot{Q}(t)\} + [K_{qq}] \{Q(t)\} + [\bar{K}_{q\phi}] \{\bar{\Phi}(t)\} = \underline{\{F_q(t)\}} \quad (4.48.a)$$

$$[K_{\phi q}] \{Q(t)\} + [\bar{K}_{\phi\phi}] \{\bar{\Phi}(t)\} = \{\bar{Q}\} \quad (4.48.b)$$

onde:

$$[K_{q\phi}] [T] = [\bar{K}_{q\phi}] \quad (4.49)$$

$$[K_{\phi\phi}] [T] = [\bar{K}_{\phi\phi}] \quad (4.50)$$

#### 4.8.2 - Modelagem do circuito shunt conectado aos eletrodos

Considerando novamente a Figura 4.1, devido à diferença de potencial entre os dois eletrodos, existe a passagem de corrente elétrica pelo circuito elétrico acoplado à pastilha. O vetor das correntes elétricas pode ser escrito como:

$$\{i(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{Q}^U \\ -\dot{Q}^L \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.51)$$

Deve-se notar que o vetor de correntes representa as taxas com que cargas elétricas externas são aplicadas aos eletrodos.

Desta forma, é possível escrever o vetor de cargas elétricas aplicadas como segue:

$$\{\bar{Q}(t)\} = \begin{Bmatrix} \int idt \\ -\int idt \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4.52)$$

Aplicando a transformada de Laplace à Eq. (4.53) obtém-se a seguinte expressão:

$$\{\bar{Q}(s)\} = \frac{1}{s} \{I(s)\} \quad (4.53)$$

Escrevendo a Eq. (4.48 a,b) no domínio de Laplace e introduzindo (4.53), obtém-se a equação de equilíbrio do sistema :

$$\left\{ \begin{array}{l} [M_{qq}] \{\ddot{Q}(t)\} + [K_{qq}] \{Q(t)\} + [\bar{K}_{q\phi}] \{\bar{\Phi}(t)\} = \{F_q(t)\} \\ [K_{\phi q}] \{Q(t)\} + [\bar{K}_{\phi\phi}] \{\bar{\Phi}(t)\} = \{\bar{Q}\} \end{array} \right\} \quad (4.54)$$

As correntes nos eletrodos podem ser expressas em função da impedância do circuito, através da seguinte expressão:

$$\{I(s)\} = Z^{-1}(s) \left\{ \begin{array}{c} \phi^U(s) - \phi^L(s) \\ \phi^L(s) - \phi^U(s) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} \quad (4.55)$$

Introduz-se a seguinte transformação :

$$\left\{ \begin{array}{c} \phi^U(s) - \phi^L(s) \\ \phi^L(s) - \phi^U(s) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{cccccc} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & & & 0 \\ \vdots & & & & \\ 0 & & & & 0 \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \phi^U \\ \phi^L \\ \phi_3 \\ \vdots \\ \phi_n \end{array} \right\} = [L] \{\bar{\Phi}(s)\} \quad (4.56)$$

Substituindo (4.56) em (4.55) escreve-se :

$$\{I(s)\} = Z^{-1}(s) [L] \{\bar{\Phi}(s)\} \quad (4.57)$$

Substituindo (4.57) na segunda Eq. de (4.54) obtém-se:

$$\begin{cases} \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] \right) \{q(s)\} + [\bar{K}_{q\phi}] \{\bar{\phi}(s)\} = \{F(s)_q\} \\ [K_{\phi q}] \{q(s)\} + \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{Z^{-1}(s)}{s} [L] \right) \{\bar{\phi}(s)\} = \{0\} \end{cases} \quad (4.58)$$

A Equação (4.58) pode ser simplificada através da definição da matriz  $[K_{\phi\phi}^*]$  apresentada a seguir:

$$[K_{\phi\phi}^*] = [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1}{s} Z^{-1}(s) [L] \quad (4.59)$$

Substituindo (4.59) na segunda Eq. de (4.58) e rearranjando, obtém-se a seguinte expressão para o potencial elétrico no domínio de Laplace:

$$\{\bar{\phi}(s)\} = -[K_{\phi\phi}^*]^{-1} [K_{\phi x}] \{Q(s)\} \quad (4.60)$$

Substituindo (4.60) na primeira Eq. de (4.58) obtém-se a seguinte expressão para as respostas do sistema estrutura base-PZT-circuito elétrico:

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] [K_{\phi\phi}^*]^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.61)$$

$$\text{ou } \{Q(s)\} = [H(s)] \{F\}$$

onde:

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] [K_{\phi\phi}^*]^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.62)$$

é a matriz das funções de transferência do sistema. Estas funções, particularizadas para o caso  $s=j\omega$  (domínio de Laplace), serão usadas nos capítulos subseqüentes para avaliar a atenuação das amplitudes de vibração proporcionadas pelos diferentes tipos de circuitos *shunt* considerados, alguns dos quais são apresentados a seguir.

#### 4.8.3- Circuito shunt resistivo.

Para o circuito puramente resistivo, a impedância elétrica é dada pela seguinte expressão:

$$Z(s) = R \quad (4.63)$$

Substituindo (4.63) em (4.62) obtém-se a função de resposta em frequência para o sistema viga-PZT-circuito *shunt* resistivo, :

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1}{sR} [L] \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.64)$$

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1}{sR} [L] \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.65)$$

#### 4.8.4- Circuito shunt ressonante em série.

Para o *shunt* ressonante com circuito *R-L* em série, ilustrado na Fig. 3.9, a impedância é dada por:

$$Z(s) = Ls + R \quad (4.66)$$

Substituindo (4.66) em (4.62) obtém-se a função de resposta em frequência para o sistema viga-PZT-circuito *shunt* ressonante em série :

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{[L]}{(s^2 L + sR)} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.67)$$

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{[L]}{(s^2 L + sR)} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.68)$$

#### 4.8.5- Circuito shunt ressonante em paralelo.

Para o *shunt* ressonante com circuito  $R$ - $L$  em paralelo, ilustrado na Fig. 3.11, a impedância é dada por:

$$Z(s) = \frac{RLs}{Ls + R} \quad (4.69)$$

Substituindo (4.69) em (4.62) obtém-se a função de resposta em frequência para o sistema viga-PZT-circuito *shunt* ressonante em série :

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{(Ls + R)[L]}{s^2 LR} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.70)$$

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{(Ls + R)[L]}{s^2 LR} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.71)$$

#### 4.8.6- Circuito shunt de capacitância negativa em série.

Para o *shunt* de capacitância negativa em série, ilustrado em Fig. 3.15, a impedância é dada por:

$$Z(s) = \frac{RC_n s - 1}{C_n s} \quad (4.72)$$

Substituindo (4.72) em (4.62) obtém-se a função de resposta em frequência para o sistema viga-PZT-circuito *shunt* ressonante em série :

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{C_n s [L]}{RC_n s^2 - s} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.73)$$

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{C_n s [L]}{RC_n s^2 - s} \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.74)$$

#### 4.8.7- Circuito shunt de capacitância negativa em paralelo.

Para o *shunt* de capacitância negativa em paralelo, ilustrado em Fig. 3.14, a impedância é dada por:

$$Z^{SH} = \frac{R}{1 - sR C_n} \quad (4.75)$$

Substituindo (4.75) em (4.62) obtém-se a função de resposta em frequência para o sistema viga-PZT-circuito *shunt* ressonante em série :

$$[H(s)] = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1 - RC_n s}{Rs} [L] \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \quad (4.76)$$

$$\{q(s)\} = \left( s^2 [M_{qq}] + [K_{qq}] - [\bar{K}_{q\phi}] \left( [\bar{K}_{\phi\phi}] - \frac{1 - RC_n s}{Rs} [L] \right)^{-1} [K_{\phi q}] \right)^{-1} \{F(s)\} \quad (4.77)$$

#### 4.8.8-Formulação por espaço de estados

De posse das matrizes de massa e rigidez é possível escrever as equações de equilíbrio para este sistema, como descrito no sistema de segunda ordem da Eq. (4.54). Entretanto, como existe o interesse em avaliar os fatores de amortecimento do sistema após a inclusão do circuito *shunt*, será adotada a formulação de espaço de estados uma vez este método permite resolver o problema de auto valor e desta forma, avaliar os fatores de amortecimento modal do sistema. A seguir serão apresentadas as formulações de estado adotadas para cada topologia de circuito *shunt*.

- Circuito shunt resistivo:

Para o circuito *shunt* resistivo, as equações dinâmicas do sistema combinadas com a equação do circuito *shunt* passivo são dadas por:

$$\begin{bmatrix} [M_{qq}] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{\phi\phi}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{q}(t)\} \\ \{\dot{q}(t)\} \\ \{\dot{\phi}(t)\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & -[K_{qq}] & -[K_{q\phi}] \\ [I] & [0] & [0] \\ -[K_{\phi q}] & [0] & \begin{bmatrix} 1 \\ R \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \\ \{\phi(t)\} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \{F(t)\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (4.78)$$

A Equação (4.78) pode ser escrita na forma padrão de espaço de estados da seguinte forma:

$$[A]\{\dot{X}_{q\phi}(t)\} = [B]\{X_{q\phi}(t)\} + \{F_{q\phi}(t)\} \quad (4.79)$$

onde  $\{X_{q\phi}(t)\}$  é o vetor de estados, assumido como sendo:

$$\{X_{kl}(t)\} = \begin{Bmatrix} \dot{q}(t) \\ q(t) \\ \phi(t) \end{Bmatrix} \quad (4.80)$$

Assumindo a condição de vibrações livres, ou seja,  $\{F(t)\} = 0$ , e as variáveis de estado sob a forma  $\{X_{q\phi}(t)\} = \{X_{q\phi}\}e^{st}$ , onde  $s$  é o parâmetro de Laplace, a Eq. (4.79) produz um problema de auto-valor para cada modo, que é dado pela seguinte equação:

$$s[A]\{X_{q\phi}\} = [B]\{X_{q\phi}\} \quad (4.81)$$

A Equação (4.81) produz pares complexo conjugados que correspondem às frequências naturais da estrutura. As frequências modais e os fatores de amortecimento modais são calculados respectivamente pelo módulo e pela parte real dos pares complexo conjugados que são calculados pelas expressões a seguir:

$$\omega_{q\phi} = \|s_{q\phi}^*\|, \quad \zeta_{q\phi} = \operatorname{Re}\left(\frac{s_{q\phi}}{\omega_{q\phi}}\right) \quad (4.82)$$

A função de resposta em frequência deste sistema é realizada assumindo resposta harmônica das variáveis de estado,  $\{X(t)\} = \{X\}e^{i\omega t}$ , força harmônica  $F e^{j\omega t}$  e potencial elétrico harmônicos  $\Phi e^{j\omega t}$ . Então a Eq. (4.79) produz o seguinte sistema de linear de equações:

$$(j\omega[A] - [B])\{X_{q\phi}\} = \{F\} \quad (4.83)$$

A solução deste sistema produz a amplitude modal complexa  $X_{q\phi}$ , que representa a participação do k-ésimo modo na resposta. A superposição de todas as amplitudes modais produzem a resposta do sistema na frequência  $\omega$ .

Para as demais topologias de circuito será utilizada a mesma metodologia utilizada para o *shunt* resistivo e devido a isto, para não tornar a leitura cansativa será apresentada apenas a formulação de estados utilizada em cada topologia.

- Circuito shunt ressonante em série:

Para o circuito *shunt* ressonante em série, as equações dinâmicas do sistema, a equação do circuito *shunt* passivo e o estados adotados, são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{qq}\ddot{q} + K_{qq}q + K_{q\phi}\phi = F \\ \dot{q} = \dot{q} \\ \vdots \quad K_{\phi q}\dot{q} + K_{\phi\phi}\dot{\phi} = \dot{Q} \\ R\dot{Q} + L\ddot{Q} = \phi \\ \dot{Q} = \dot{Q} \end{array} \right. \quad (4.84)$$

Então, de (4.84) obtém-se as matrizes [A], [B] e o vetor de estados [X], que são dados pelas expressões:

$$\begin{aligned}
[A] &= \begin{bmatrix} [M] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{\phi\phi}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & \{R\} & \{L\} \\ [0] & [0] & [0] & [I] & [0] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] & -[K_{qq}] & -[K_{q\phi}] & [0] & [0] \\ [I] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{\phi q}] & [0] & [0] & [0] & [I] \\ [0] & [0] & [I] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [I] \end{bmatrix} \text{ e} \\
\{X_{q\phi}(t)\} &= \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \\ \{\phi(t)\} \\ Q(t) \\ \dot{Q}(t) \end{Bmatrix} \tag{4.85}
\end{aligned}$$

- Circuito shunt ressonante em paralelo:

Para o circuito *shunt* ressonante em paralelo, as equações dinâmicas do sistema, a equação do circuito *shunt* passivo e o estados adotados, são dadas por:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{qq} \ddot{q} + K_{qq} q + K_{q\phi} \phi = F \\ \dot{q} = \dot{q} \\ \vdots \quad K_{\phi q} \dot{q} + K_{\phi\phi} \dot{\phi} = \dot{Q} \\ \frac{1}{R} \dot{\phi} + \frac{1}{L} \phi = \dot{Q} \\ \dot{Q} = \dot{Q} \end{array} \right. \tag{4.86}$$

A partir do sistema de equações (4.86) obtém-se as matrizes [A], [B] e o vetor de estados [X], que são dados pelas seguintes expressões:

$$[A] = \begin{bmatrix} [M] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{\phi\phi}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & \left\{ \frac{1}{R} \right\} & [0] & [-I] \\ [0] & [0] & [0] & [I] & [0] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] & -[K_{qq}] & -[K_{q\phi}] & [0] & [0] \\ [I] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{\phi q}] & [0] & [0] & [0] & [I] \\ [0] & [0] & -\left\{ \frac{1}{L} \right\} & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [I] \end{bmatrix},$$

$$\{X_{q\phi}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \\ \{\phi(t)\} \\ Q(t) \\ \dot{Q}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.87)$$

- Circuito shunt de capacitância negativa em série:

As equações dinâmicas do sistema associado com a equação do circuito *shunt* de capacitância negativa em série e as variáveis de estado adotadas, são apresentadas na Eq. (4.88) agora apresentada:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{qq}\ddot{q} + K_{qq}q + K_{q\phi}\phi = F \\ \dot{q} = \dot{q} \\ \vdots \quad K_{\phi q}\dot{q} + K_{\phi\phi}\dot{\phi} = \dot{Q} \\ R\ddot{Q} + \frac{1}{C_n}Q = \phi \\ \dot{Q} = \dot{Q} \end{array} \right. \quad (4.88)$$

Para este sistema, as matrizes e o vetor de estado são dadas por:

$$[A] = \begin{bmatrix} [M] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{\phi\phi}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [R] \\ [0] & [0] & [0] & [I] & [0] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] & -[K_{qq}] & -[K_{q\phi}] & [0] & [0] \\ [I] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{\phi q}] & [0] & [0] & [0] & [I] \\ [0] & [0] & [I] & -\left[\frac{1}{C_n}\right] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [I] \end{bmatrix} e$$

$$\{X_{q\phi}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \\ \{\phi(t)\} \\ Q(t) \\ \dot{Q}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.89)$$

- Circuito shunt de capacitância negativa em paralelo:

Para o circuito *shunt* ressonante em paralelo, as equações dinâmicas do sistema, a equação do circuito *shunt* passivo e o estados adotados, são dados por:

$$\left\{ \begin{array}{l} M_{qq} \ddot{q} + K_{qq} q + K_{q\phi} \phi = F \\ \dot{q} = \dot{q} \\ \vdots \quad K_{\phi q} \dot{q} + K_{\phi\phi} \dot{\phi} = \dot{Q} \\ R\dot{Q} - RC_n \dot{\phi} = \phi \\ \dot{Q} = \dot{Q} \end{array} \right. \quad (4.90)$$

As matrizes o vetor de estados são dados pelas seguintes expressões:

$$[A] = \begin{bmatrix} [M] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [I] & [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [K_{\phi\phi}] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & -[C_n R] & [R] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [I] & [0] \end{bmatrix}, [B] = \begin{bmatrix} [0] & -[K_{qq}] & -[K_{q\phi}] & [0] & [0] \\ [I] & [0] & [0] & [0] & [0] \\ [K_{\phi q}] & [0] & [0] & [0] & [I] \\ [0] & [0] & [I] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] & [0] & [I] \end{bmatrix} e$$

$$\{X_{q\phi}(t)\} = \begin{Bmatrix} \{\dot{q}(t)\} \\ \{q(t)\} \\ \{\phi(t)\} \\ Q(t) \\ \dot{Q}(t) \end{Bmatrix} \quad (4.91)$$

#### 4.9- Modelo sanduíche de três camadas construído utilizando Matlab®.

Foi criado um modelo de elementos finitos utilizando Matlab® de estruturas sanduíches que contemplam os sistemas: viga, camada de cola e elemento piezolétrico. O elemento deste modelo está representado na Fig. 4.3 e foi sugerido por Lesieutre e Lee (1996).

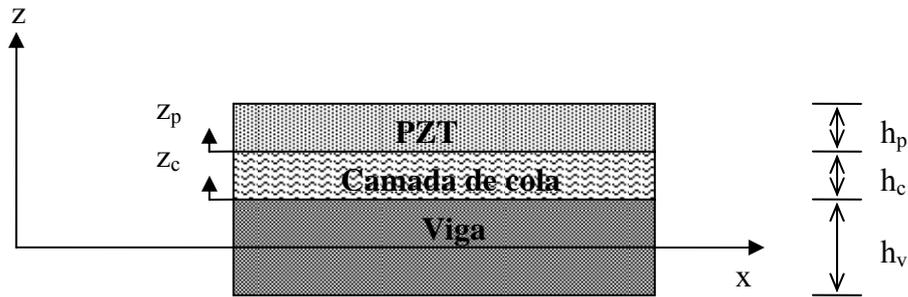


Figura 4.3- Elemento de viga sanduíche. Sistema viga, camada de cola e PZT.

Este modelo é baseado nas seguintes hipóteses:

- 1) A Teoria de Euler-Bernoulli é válida para a viga, que é considerada elástica.
- 2) Para a modelagem da camada piezoeétrica é utilizada a Teoria de Euler Bernoulli e considera-se um ângulo de cisalhamento adicional associado com cisalhamentos transversais considerados significativos.
- 3) O elemento piezoeétrico é polarizado ao longo da espessura e considera-se a Teoria de Euler-Bernoulli na sua modelagem.

A Figura 4.4 apresenta os graus de liberdade do elemento do sistema considerado.

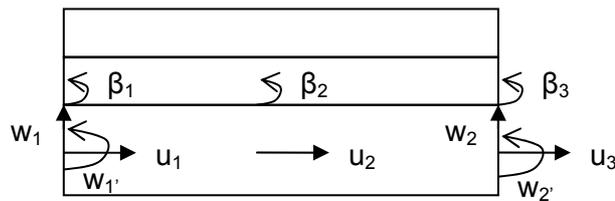


Figura 4.4- Graus de liberdade do elemento sanduíche.

A deflexão lateral  $w(x,t)$  do elemento é interpolada utilizando uma função polinomial cúbica em  $x$ , como mostra a expressão (4.92) apresentada a seguir:

$$w = w(x, t) = [N_w] \{\bar{w}(t)\} \quad (4.92)$$

onde a matriz de funções de interpolação é dada por:

$$[N_w] = \left[ \left( 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) \quad L\left(\left(\frac{x}{L}\right) - 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right) \quad \left( 3\left(\frac{x}{L}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{L}\right)^3 \right) \quad L\left(-\left(\frac{x}{L}\right)^2 + \left(\frac{x}{L}\right)^3\right) \right] \quad (4.93)$$

$$\text{e } \{\bar{w}\} = \begin{Bmatrix} w_1(t) \\ w_1'(t) \\ w_2(t) \\ w_2'(t) \end{Bmatrix} \quad (4.94)$$

Os deslocamentos longitudinais  $u_0(x,t)$  são interpolados usando uma expressão polinomial quadrática em  $x$ , usando nós internos.

$$u_0(x,t) = [N_u] \{\bar{u}\} \quad (4.95)$$

onde a matriz de funções de interpolação é dada por:

$$[N_u] = \left[ \left( 1 - 3\left(\frac{x}{L}\right) + 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) \quad \left( 4\left(\frac{x}{L}\right) - 4\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) \quad \left( -\left(\frac{x}{L}\right) + 2\left(\frac{x}{L}\right)^2 \right) \right] \quad (4.96)$$

$$\text{e } \{\bar{u}\} = \begin{Bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_3(t) \end{Bmatrix} \quad (4.97)$$

O ângulo de cisalhamento da camada de cola é interpolado através da seguinte expressão:

$$\{\bar{\beta}\} = \begin{Bmatrix} \beta_1(t) \\ \beta_2(t) \\ \beta_3(t) \end{Bmatrix} \quad (4.98)$$

Os deslocamentos longitudinais da viga são calculados pela seguinte expressão:

$$u_v = u_0(x, t) - zw'(x, t) = [N_u] \{\bar{u}\} - z [N_w'] \{\bar{w}\} \quad (4.99)$$

Os deslocamentos da camada de cola são dados por:

$$u_c = u_0(x, t) - zw'(x, t) - z_c \beta(x, t) = [N_u] \{\bar{u}\} - \left( \frac{h_v}{2} + z_c \right) [N_w'] \{\bar{w}\} - z_c [N_u'] \{\bar{\beta}\} \quad (4.100)$$

Os deslocamentos da camada piezolétrica são dados pela seguinte equação:

$$u_p = u_0(x, t) - zw'(x, t) - h_c \beta(x, t) = [N_u] \{\bar{u}\} - \left( \frac{h_v}{2} + h_c + z_p \right) [N_w'] \{\bar{w}\} - h_v [N_u'] \{\bar{\beta}\} \quad (4.101)$$

A partir das equações (4.99) a (4.101) obtém-se as expressões das deformações para a viga, a camada de cola, e a camada piezolétrica, respectivamente. Estas expressões são dadas pelas seguintes equações:

$$(\varepsilon_{xx})_v = \left[ [N_u'] - z [N_w''] \right] \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.102)$$

$$(\varepsilon_{xx})_c = \left[ [N_u'] - \left( \frac{h_v}{2} + z_c \right) [N_w''] - z_c [N_c'] \right] \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.103)$$

$$(\varepsilon_{xx})_p = \left[ [N_u'] - \left( \frac{h_v}{2} + h_c + z_p \right) [N_w''] - h_v [N_u'] \right] \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.104)$$

#### 4.9.1- Energia Potencial.

As energias de deformação de cada camada são definidas substituindo as Eq. (4.102), (4.103) e (4.104) em (4.10). Assim, para a viga, calcula-se a energia de deformação associada com as deformações longitudinais como sendo:

$$U_v = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix}^T bE_v \int_0^L \int_{-h_v/2}^{h_v/2} \begin{bmatrix} [N_u']^T [N_u'] & -z [N_u']^T [N_w''] & [0] \\ -z [N_w'']^T [N_u'] & z^2 [N_w'']^T [N_w''] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dz_v dx \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.105)$$

A partir de (4.105) obtém-se a matriz de rigidez da viga, que é dada pela seguinte expressão:

$$[K_v] = bE_v \int_0^L \int_{-h_v/2}^{h_v/2} \begin{bmatrix} [N_u']^T [N_u'] & -z [N_u']^T [N_w''] & [0] \\ -z [N_w'']^T [N_u'] & z^2 [N_w'']^T [N_w''] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dz_v dx \quad (4.106)$$

A energia de deformação associada com a deformação longitudinal da camada de cola é dada pela equação a seguir:

$$U_{c_G} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix}^T bE_c \int_0^L \int_0^{h_c} \begin{bmatrix} [N_u']^T [N_u'] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u']^T [N_w''] & -z_c [N_u']^T [N_u'] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_w'']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right)^2 [N_w'']^T [N_w''] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_w'']^T [N_u'] \\ -z_c [N_u']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_u']^T [N_w''] & z_c^2 [N_u']^T [N_u'] \end{bmatrix} dz_c dx \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.107)$$

A partir de (4.107) obtém-se a matriz de rigidez da camada de cola, associada com a deformação longitudinal da mesma, que é dada pela seguinte expressão:

$$[K_{c_G}] = bE_c \int_0^L \int_0^{h_c} \begin{bmatrix} [N_u']^T [N_u'] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u']^T [N_w''] & -z_c [N_u']^T [N_u'] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_w'']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right)^2 [N_w'']^T [N_w''] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_w'']^T [N_u'] \\ -z_c [N_u']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_u']^T [N_w''] & z_c^2 [N_u']^T [N_u'] \end{bmatrix} dz_c dx \quad (4.108)$$

A energia associada com a deformação de cisalhamento da camada de cola é dada por:

$$U_{c_G} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix}^T bG_v \int_0^L \int_0^{h_c} \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [N_u']^T [N_u'] \end{bmatrix} dz_c dx \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.109)$$

A partir de (4.109) obtém-se a matriz de rigidez da camada de cola, associada com a deformação de cisalhamento da mesma é dada pela seguinte expressão:

$$[K_{c_G}] = bG_v \int_0^L \int_0^{h_c} \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \\ [0] & [0] & [N_u']^T [N_u'] \end{bmatrix} dz_c dx \quad (4.110)$$

A expressão da matriz de rigidez da camada de cola é dada pela soma das expressões (4.108) e (4.110).

Como já explicado anteriormente, para a camada de piezelétrica, a energia de deformação é devida às deformações puramente elásticas, ao acoplamento eletro-mecânico e finalmente ao efeito puramente elétrico. Assim, a energia de deformação puramente elástica da camada piezelétrica é apresentada na expressão a seguir:

$$U_{p_M} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix}^T bE_p \int_0^L \int_0^{h_p} \begin{bmatrix} [N_u']^T [N_u'] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_u']^T [N_w''] & -h_c [N_u']^T [N_u'] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_w'']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right)^2 [N_w'']^T [N_w''] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N_w'']^T [N_u'] \\ -h_c [N_u']^T [N_u'] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N_u']^T [N_w''] & h_c^2 [N_u']^T [N_u'] \end{bmatrix} dz_p dx \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.111)$$

A matriz de rigidez do PZT devido ao efeito puramente mecânico é dada pela seguinte expressão:

$$[K_{pM}] = bE_p \int_0^L \int_0^{h_p} \begin{bmatrix} [N'_u]^T [N'_u] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N'_u]^T [N''_w] & -h_c [N'_u]^T [N'_u] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N''_w]^T [N'_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right)^2 [N''_w]^T [N''_w] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N''_w]^T [N'_u] \\ -h_c [N'_u]^T [N'_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N'_u]^T [N''_w] & h_c^2 [N'_u]^T [N'_u] \end{bmatrix} dz_p dx \quad (4.112)$$

E a energia de deformação devida ao efeito eletro-mecânico é descrita como sendo:

$$U_{pEM} = \frac{1}{2} \{E\} bE_p \int_0^L \int_0^{h_p} \left[ [N'_u] - \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N''_w] - h_v [N'_u] \right] dz_p dx \begin{Bmatrix} \{\bar{u}\} \\ \{\bar{w}\} \\ \{\bar{\beta}\} \end{Bmatrix} \quad (4.113)$$

onde o vetor campo elétrico é definido como sendo:

$$\{E(t)\} = -\frac{V(t)}{h_p} \quad (4.114)$$

A matriz de rigidez do elemento piezelétrico devido ao efeito eletro-mecânico é dada por:

$$[K_{pEM}] = bE_p \int_0^L \int_0^{h_p} \left[ [N'_u] - \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N''_w] - h_v [N'_u] \right] dz_p dx \quad (4.115)$$

Da mesma forma, a energia de deformação decorrente do efeito puramente elétrico é apresentada a seguir:

$$U_{pE} = \frac{1}{2} \{E\} bE_p [\xi^{\mathcal{E}}] \{E\} \quad (4.116)$$

A matriz de rigidez do elemento piezelétrico devido ao efeito puramente elétrico é dada por:

$$[K_{pE}] = bE_p [\mathcal{E}^{\mathcal{E}}] \quad (4.117)$$

A matriz de rigidez elementar do elemento sanduíche é dada pela soma das equações: (4.106), (4.108), (4.110), (4.112) (4.115) e (4.117).

#### 4.9.2-Energia Cinética.

A matriz de massa deste sistema é calculada através da obtenção da energia cinética do sistema, que é dada pela seguinte expressão:

$$T = \frac{1}{2} b \int_0^L \int_z \rho(x, z) (\dot{w}(x, z, t))^2 + (\dot{u}(x, z, t))^2 dz dx \quad (4.118)$$

A análise da expressão (4.112) permite verificar que a energia potencial está dividida em duas partes associadas com o movimento transversal e longitudinal do sistema.

A energia cinética associada com o movimento transversal do sistema é dada a seguir:

$$T_w = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix}^T b(\rho_v h_v + \rho_c h_c + \rho_p h_p) \int_0^L \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [N_w]^T [N_w] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dx \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \quad (4.119)$$

A matriz de massa, associada ao movimento transversal do sistema é dada por:

$$[M_w] = b(\rho_v h_v + \rho_c h_c + \rho_p h_p) \int_0^L \begin{bmatrix} [0] & [0] & [0] \\ [0] & [N_w]^T [N_w] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dx \quad (4.120)$$

A energia cinética associada com o movimento longitudinal da viga base é dada pela expressão a seguir:

$$T_{uv} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix}^T b \rho_v \int_0^L \int_{-h_b/2}^{+h_b/2} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -z [N_w']^T [N_u] & [0] \\ -z [N_w']^T [N_u] & -z^2 [N_w']^T [N_w'] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dz dx \begin{Bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\beta} \end{Bmatrix} \quad (4.121)$$

A parcela da matriz de massa associada com o movimento longitudinal da viga base é dada pela seguinte expressão:

$$[M_{uv}] = b\rho_v \int_0^L \int_{-h_b/2}^{+h_b/2} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -z [N_w']^T [N_u] & [0] \\ -z [N_w']^T [N_u] & -z^2 [N_w']^T [N_w'] & [0] \\ [0] & [0] & [0] \end{bmatrix} dz dx \quad (4.122)$$

A energia cinética associada com o movimento longitudinal da camada de cola é descrita como sendo:

$$T_{uv} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\bar{u}} \\ \dot{\bar{w}} \\ \dot{\bar{\beta}} \end{Bmatrix}^T b\rho_c \int_0^L \int_0^{+h_v} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u]^T [N_w'] & -z_c [N_u]^T [N_u] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_w']^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right)^2 [N_w']^T [N_w'] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_w']^T [N_u] \\ -z_c [N_u]^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u]^T [N_w'] & z_c^2 [N_u]^T [N_u] \end{bmatrix} dz_c dx \begin{Bmatrix} \dot{\bar{u}} \\ \dot{\bar{w}} \\ \dot{\bar{\beta}} \end{Bmatrix} \quad (4.123)$$

A parcela da matriz de massa associada com o movimento longitudinal da camada de cola é dada pela seguinte expressão:

$$[M_{uv}] = b\rho_c \int_0^L \int_0^{+h_v} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u]^T [N_w'] & -z_c [N_u]^T [N_u] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_w']^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right)^2 [N_w']^T [N_w'] & -\left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) z_c [N_w']^T [N_u] \\ -z_c [N_u]^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + z_c\right) [N_u]^T [N_w'] & z_c^2 [N_u]^T [N_u] \end{bmatrix} dz_c dx \quad (4.124)$$

A energia cinética associada com o movimento longitudinal para a camada piezométrica é dada é apresentada pela Eq. (4.117) que é descrita como sendo:

$$T_{up} = \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \dot{\bar{u}} \\ \dot{\bar{w}} \\ \dot{\bar{\beta}} \end{Bmatrix}^T b \rho_p \int_0^L \int_0^{hp} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_u]^T [N_w'] & -h_c [N_u]^T [N_u] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_w']^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right)^2 [N_w']^T [N_w'] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N_w']^T [N_u] \\ -h_c [N_u]^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_u]^T [N_w'] & h_c^2 [N_u]^T [N_u] \end{bmatrix} dz_p dx \begin{Bmatrix} \dot{\bar{u}} \\ \dot{\bar{w}} \\ \dot{\bar{\beta}} \end{Bmatrix} \quad (4.125)$$

A parcela da matriz de massa associada com o movimento longitudinal para a camada piezométrica é dada pela seguinte expressão:

$$[M_{up}] = b \rho_p \int_0^L \int_0^{hp} \begin{bmatrix} [N_u]^T [N_u] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_u]^T [N_w'] & -h_c [N_u]^T [N_u] \\ -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_w']^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right)^2 [N_w']^T [N_w'] & -\left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) h_c [N_w']^T [N_u] \\ -h_c [N_u]^T [N_u] & \left(\frac{h_v}{2} + h_c + z_p\right) [N_u]^T [N_w'] & h_c^2 [N_u]^T [N_u] \end{bmatrix} dz_p dx \quad (4.126)$$

A matriz de massa elementar do elemento sanduíche é dada pela soma das equações: (4.120), (4.122), (4.124) e (4.126).

Desta forma, utilizando a matriz de massa e através das expressões de energia da camada piezométrica obtendo-se as matrizes  $[K_{qq}]$ ,  $[K_{q\phi}]$  e  $[K_{\phi\phi}]$  é possível, através da Eq. (4.61), obter a expressão da função de resposta em frequência desta estrutura sanduíche conectada à circuitos *shunt*.

#### 4.10-Considerações finais do capítulo

Neste capítulo foi apresentada a modelagem por elementos finitos de sistemas com elementos piezométricos conectados a circuitos *shunt*. A formulação apresentada detalha a conexão dos *shunts* piezométricos com circuitos *shunt*.

Também foi apresentada a modelagem de um sistema viga sanduíche de três camadas.

Nos próximos capítulos serão apresentadas as simulações realizadas com o objetivo de validar a teoria de elementos finitos apresentada.

# CAPÍTULO V

## SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Neste capítulo apresentam-se os testes numéricos realizados a fim de validar a teoria apresentada nos capítulos anteriores. São apresentados os resultados obtidos para as diferentes topologias de *shunt* estudadas, aplicadas a estruturas do tipo vigas e placas. Para vigas são apresentados os resultados obtidos utilizando-se o programa comercial Ansys<sup>®</sup> e também utilizando um código próprio desenvolvido para ambiente Matlab<sup>®</sup>, fundamentado na teoria desenvolvida no Capítulo V. Para placas são apresentados os resultados de simulações realizadas utilizando o programa Ansys<sup>®</sup>.

### 5.1- Estruturas do tipo viga.

Considera-se uma viga engastada e livre com uma pastilha piezolétrica colada a ela, como mostra a Fig. 5.1.

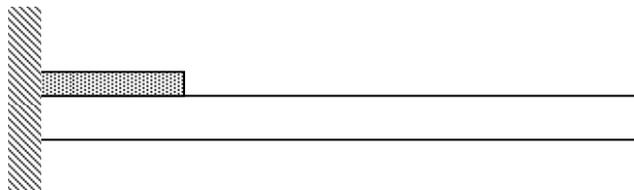


Figura 5.1- Sistema Viga- PZT

A viga escolhida é de alumínio, engastada em uma das extremidades e livre na outra. As suas propriedades físicas e geométricas encontram-se apresentadas na Tabela 5.1.

Tabela 5.1- Especificações da viga

Módulo de Elasticidade	$E = 7,1 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$
Densidade	$\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,33$
Espessura	$h = 0,00317 \text{ m}$
Comprimento	$L = 0,306 \text{ m}$
Largura	$b = 0,02574 \text{ m}$

## 5.2 - Modelagem utilizando o programa comercial Ansys® . Avaliação das diferentes topologias de circuito *shunt* aplicadas a vigas.

### 5.2.1- Modelagem do sistema viga com pastilha piezelétrica.

Foi construído inicialmente um modelo da viga engastada e livre, sem o elemento piezelétrico, utilizando o elemento PLANE 42 (elasticidade plana) do programa comercial Ansys®. Este elemento é quadrangular e apresenta quatro nós e dois graus de liberdade por nó (translações em duas direções ortogonais entre si). O modelo foi discretizado em 160 elementos, compreendendo 4 camadas na direção da espessura e 40 divisões ao longo do comprimento . Para uma melhor visualização, na Fig. 5.2 apresenta-se o detalhamento de uma região da viga.

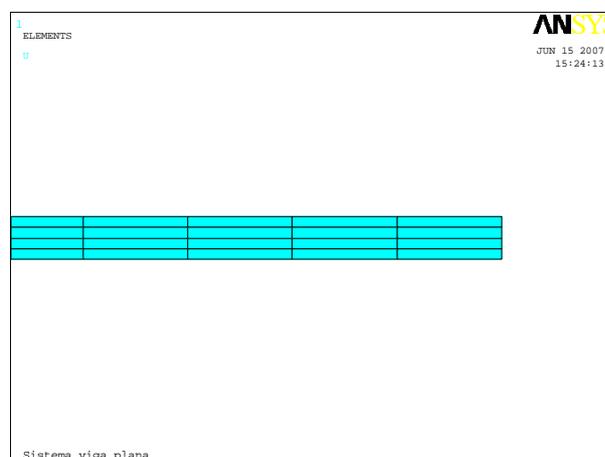
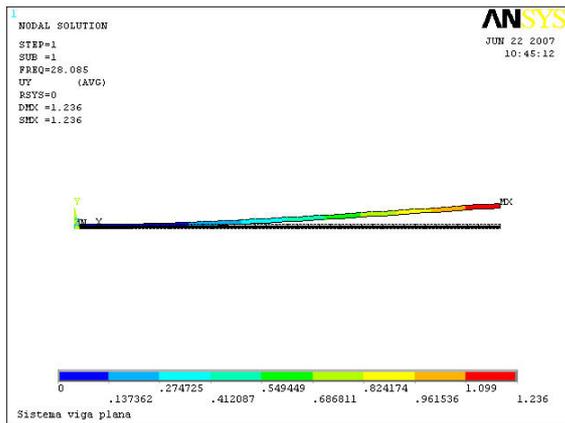


Figura 5.2 – Detalhe do modelo da viga discretizado em 160 elementos.

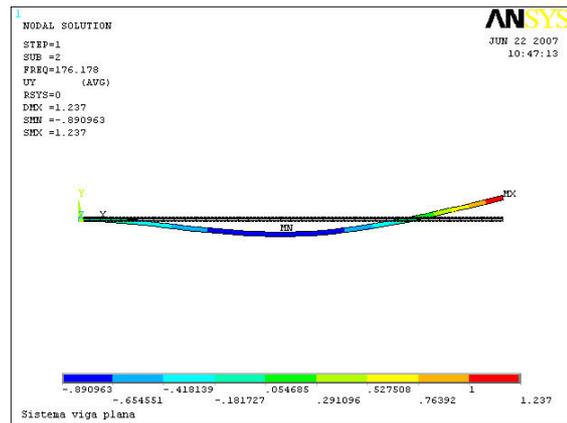
Afim de caracterizar a viga em termos das frequências naturais e suas respectivas formas modais, foi realizada inicialmente uma análise modal do modelo. As quatro primeiras frequências naturais obtidas são apresentadas na Tab. 5.2 e suas respectivas formas modais são mostradas na Fig. 5.3.

Tabela 5.2-Frequências naturais do modelo de viga.

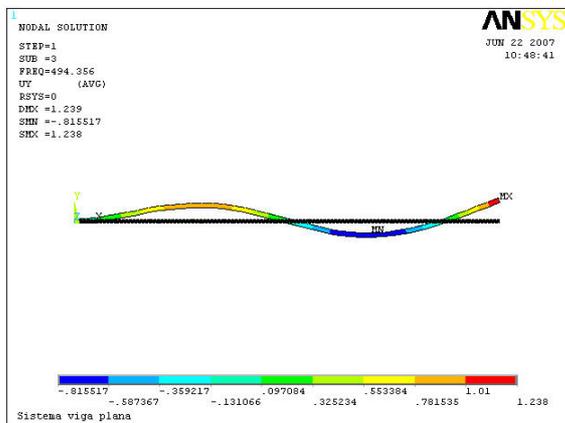
Modo	Frequência (Hz)
1	28,085
2	176,178
3	494,356
4	972,061



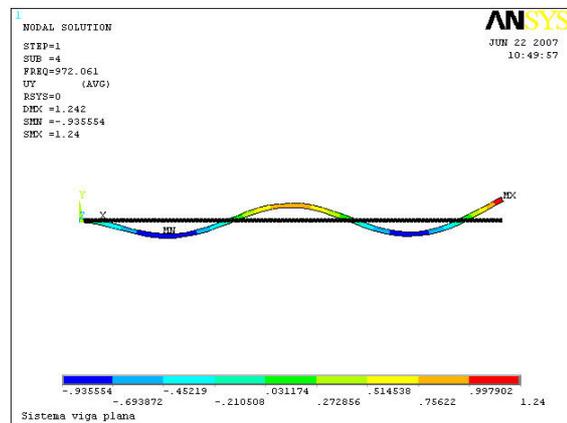
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 5.3 – Formas dos modais da viga engastada e livre. (a): 1º modo ; (b): 2º modo;

(c): 3º modo; (d): 4º modo.

Em seguida, foi incluído na modelagem o elemento piezelétrico, utilizando o elemento PLANE13, que é um elemento de quatro nós e dois graus de liberdade mecânicos por nó (deslocamentos em duas direções perpendiculares entre si) e que possui capacidade piezelétrica. A pastilha piezelétrica foi discretizada em 24 elementos, com 4 elementos ao longo da espessura e seis elementos ao longo do comprimento. A discretização ao longo do comprimento foi feita de forma que tanto os elementos da viga quanto os do PZT tivessem o mesmo comprimento afim de que os nós do PZT fossem coincidentes com os nós da viga. Um detalhe do sistema viga com PZT modelado no Ansys® está representado na Figura 5.4. O PZT foi colado à distância de 7,65mm do engastamento (comprimento de um elemento). Nas faces superior e inferior do elemento piezelétrico são simulados eletrodos adotando-se graus de liberdade mestres, conforme procedimento descrito no Capítulo IV. O eletrodo inferior é submetido à uma condição de voltagem nula afim de simular a condição de aterramento da pastilha.

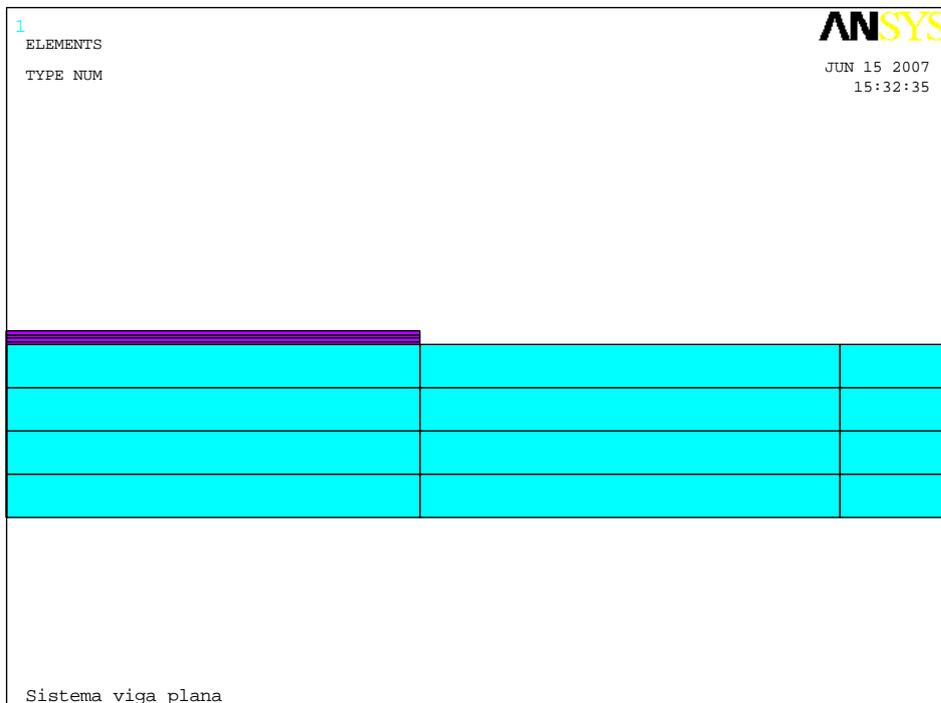


Figura 5.4 – Sistema viga com PZT (detalhamento na região do PZT).

Os parâmetros característicos adotados são dados na Tabela 5.3, correspondendo a uma cerâmica do tipo PZT (Zirconato Titanato de Chumbo). As dimensões e propriedades utilizadas correspondem às pastilhas piezelétricas do fabricante Midé Technology Corporation e modelo ACX QP 10N (www.mide.com).

Tabela 5.3- Especificações do PZT

Módulo de Elasticidade	$E = 69 \times 10^9 [\text{N/m}^2]$
Densidade	$\rho = 7700 [\text{Kg/m}^3]$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,33$
Espessura do PZT	$h = 0,00254 [\text{m}]$
Comprimento do PZT	$l = 0,045974 [\text{m}]$
Largura do PZT	$b = 0,02574 [\text{m}]$

Além disso, as demais propriedades necessárias para a modelagem das características piezelétricas e elétricas do PZT são fornecidas pelas seguintes matrizes:

- Matriz de permissividade do PZT:

$$[\epsilon^S] = \begin{bmatrix} 1800\epsilon_0 & 0 & 0 \\ 0 & 1800\epsilon_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1800\epsilon_0 \end{bmatrix} (\text{N/V}) \quad \text{com } \epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$$

- Matriz dos módulos piezelétricos:

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -179 & 0 & 350 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-12} (\text{m/V})$$

No Ansys<sup>®</sup> é necessário fornecer a matriz de coeficientes piezelétricos  $[e]$ , que pode ser calculada através da Equação (3.6), repetida abaixo:

$$[d] = [e] [s^E] \tag{3.6}$$

A matriz de rigidez é dada por:

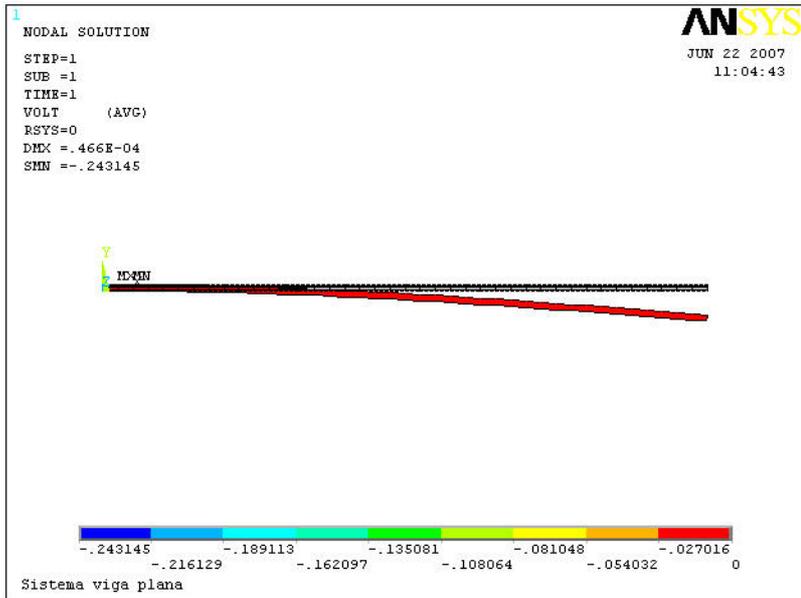
$$[c] = [s]^{-1} = \begin{bmatrix} 10,22 & 5,04 & 5,04 & 0 & 0 & 0 \\ & 10,22 & 5,04 & 0 & 0 & 0 \\ & & 10,22 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2,59 & 0 & 0 \\ & & & & 2,59 & 0 \\ & & & & & 2,59 \end{bmatrix} \times 10^{10} \text{ (m}^2\text{/N)}$$

Assim, o cálculo da matriz piezelétrica conduz à seguinte expressão:

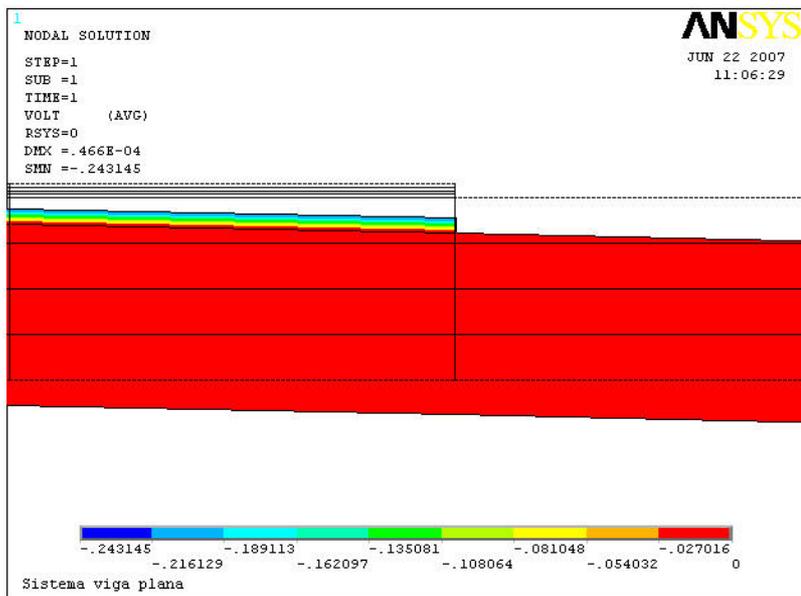
$$[e] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -0,6760 \\ 0 & 0 & 8,6105 \\ 0 & 0 & 26,7684 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ [N/V}^2\text{]}$$

Foi realizada uma análise estática afim de avaliar o funcionamento da pastilha piezelétrica como sensor e como atuador. O efeito de sensor foi verificado aplicando uma força vertical de módulo unitário em um dos nós na extremidade livre da viga, causando assim uma deflexão do sistema viga-PZT, sendo determinada a voltagem produzida no piezelétrico. O valor máximo de tensão elétrica obtido para este caso foi de 0,24 volts. Este efeito pode ser observado nas Figuras 5.5 (a) e (b).

Para a verificação do efeito de atuador foi aplicada a voltagem de 1V no eletrodo superior da pastilha e observou-se o deslocamento produzido no sistema viga-PZT, como apresenta a Fig.5.6 (a) e (b). O deslocamento máximo obtido foi de  $0,10 \times 10^{-5}$  m.



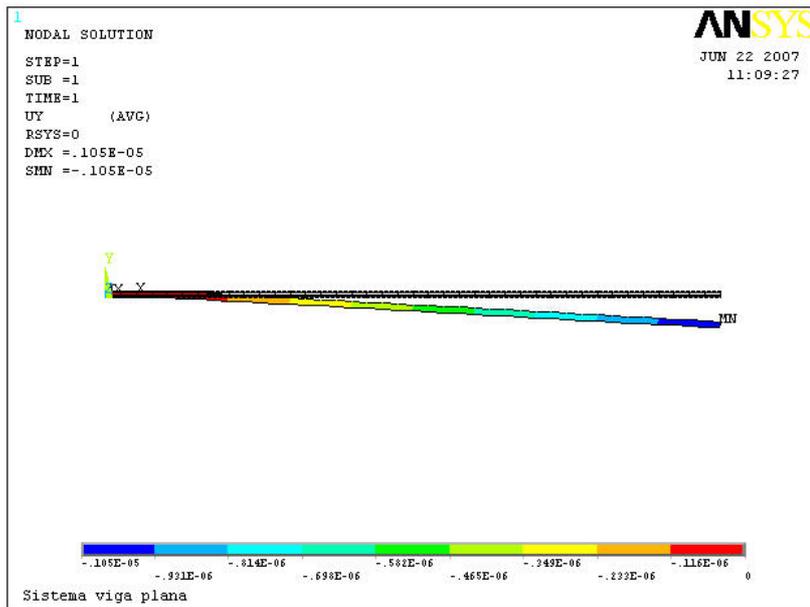
(a)



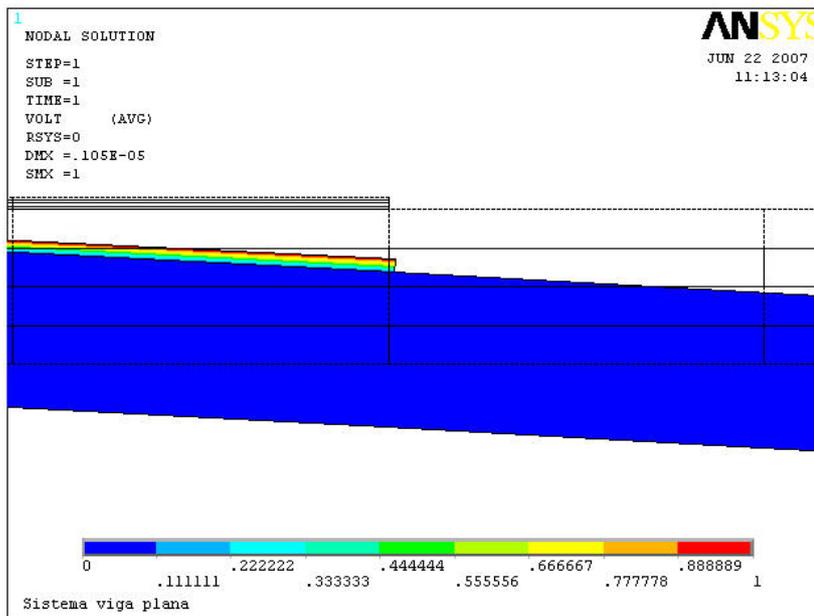
(b)

Figura 5.5-Simulação do sensor piezolétrico

(a) Deflexão do sistema viga-PZT ; (b) Distribuição de voltagem no interior do PZT.



(a)



(b)

Figura 5.6- Simulação do atuador piezoelectrico

(a) Deflexão do sistema viga-PZT ; (b) Distribuição de voltagem no interior do PZT

A capacitância da pastilha foi calculada aplicando-se uma de tensão elétrica de 1V e calculando a carga elétrica produzida, a qual é numericamente igual à capacitância da pastilha

piezométrica. Este procedimento forneceu o valor da capacitância da pastilha igual a  $4,306 \times 10^{-6}$  F.

Em seguida, foi efetuada a análise modal do sistema impondo-se voltagem nula apenas no eletrodo inferior, criando-se assim as condições de circuito aberto. Foi também realizada a análise modal impondo condição de voltagem nula em ambos os eletrodos superior e inferior, de forma a simular a pastilha em situação de curto-circuito, eliminando assim o efeito piezométrico da mesma. Os valores correspondentes das seis primeiras frequências naturais obtidos nas duas condições estão apresentados na Tab. 5.3, podendo-se observar as que os valores das frequências naturais em circuito aberto ligeiramente superiores as valores correspondentes em curto circuito. Este efeito é traduzido pelo aumento aparente da rigidez causado pelo efeito piezométrico, conforme evidencia a Equação (3.35).

Comparando-se os valores das frequências naturais da viga sem o elemento piezométrico (Tab. 5.2) e os valores correspondentes do sistema com o elemento piezométrico (Tab. 5.3) verifica-se a influência estrutural do elemento piezométrico sobre os valores das frequências naturais, uma vez que este contribui com inércia, rigidez e também com o efeito piezométrico (na condição de circuito aberto).

Tabela 5.3- Frequências naturais do sistema viga - PZT com circuito aberto e fechado.

Modo	Frequência natural de circuito aberto ( $\omega_n^D$ ) (Hz)	Frequência natural em curto-circuito ( $\omega_n^E$ ) (Hz)
1	29,5514	29,4512
2	180,0846	179,8180
3	496,7667	496,5946
4	968,3128	968,3126
5	1604,5615	1604,1983
6	2413,0585	2411,7116

Nas simulações seguintes, deseja-se avaliar diferentes tipos de circuitos *shunt* aplicados à viga estudada e evidenciar a eficiência dos mesmos, bem como os diferentes aspectos particulares de cada configuração.

### 5.2.2– Sistema viga-shunt piezolétrico em série.

Para as simulações seguintes, são introduzidos no modelo elementos de circuito do tipo CIRCU94 para a simulação do circuito *shunt*. Estes elementos permitem simular os tipos tradicionais de componentes elétricos (resistores, indutores e capacitores). A conexão do circuito com a pastilha piezolétrica é feita através da criação das superfícies equipotenciais simulando os eletrodos, conforme descrito no Capítulo V.

O sistema viga-*shunt* piezolétrico ressonante em série é apresentado na Fig. 5.7, na qual é possível observar o resistor e o indutor conectados com a pastilha piezolétrica.

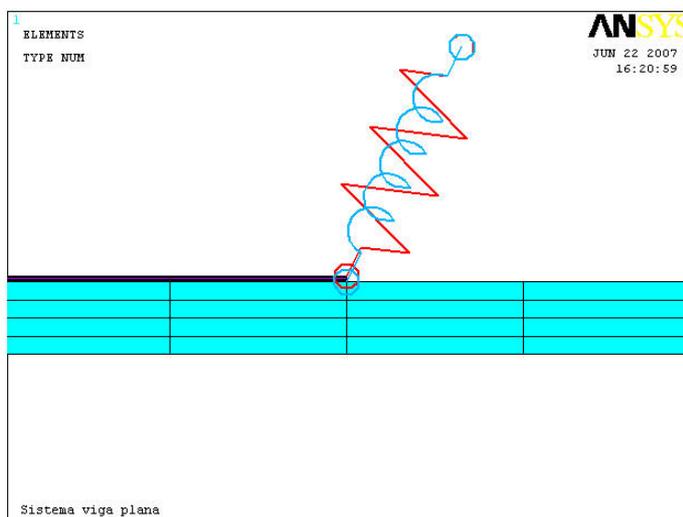


Figura 5.7 – Sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante em série (detalhamento na região da conexão do circuito elétrico com PZT).

O cálculo dos parâmetros ótimos de resistência e indutância foi realizado com base na teoria descrita no Capítulo III, para *shunts* ressonantes em série. Este cálculo requer o valor do coeficiente de acoplamento eletromecânico que, por sua vez, é obtido a partir dos valores da frequência de circuito aberto e fechado, de acordo com a seguinte expressão:

$$K_{ij} = \frac{(\omega_n^D)^2 - (\omega_n^E)^2}{(\omega_n^E)^2}$$

onde  $\omega_n^D$  é a frequência de circuito aberto e  $\omega_n^E$  é a frequência de circuito fechado

Assim, com base nos valores encontrados na Tab. 5.3 para os três primeiros modos de vibração (considerados de interesse para efeito de controle de vibração), são calculados os valores de resistência e indutância ótimos para cada modo, utilizando as equações (3.73) e (3.74). Os valores obtidos são apresentados na Tab. 5.4, notando-se que com o aumento da ordem do modo (correspondente ao aumento do valor da frequência natural), tem-se uma diminuição dos valores ótimos de resistência e indutância.

Tabela 5.4- Circuito ressonante em série. Valores ótimos de resistor e indutor para os três primeiros modos próprios.

Modos	Resistor [ $\Omega$ ]	Indutor [H]
1	145,53	6,73
2	15,79	0,18
3	2,77	0,024

Utilizando os parâmetros ótimos do circuito para o primeiro modo foi realizada a análise harmônica na vizinhança do primeiro modo. A FRF normalizada obtida é apresentada na Fig. 5.8 na qual se observa uma redução expressiva na amplitude do sistema com *shunt*. Também é possível verificar a semelhança entre o comportamento do circuito *shunt* ressonante e os absorvedores dinâmicos de Vibrações (ADVs) uma vez que constata-se a existência dos dois pontos invariantes descritos na literatura, e no Capítulo III, como pontos S e T.

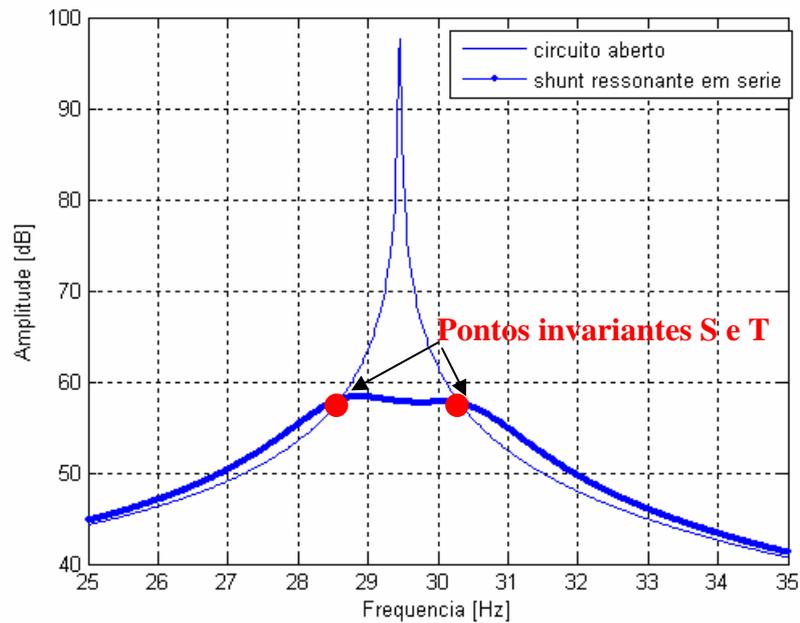


Figura 5.8 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante RL série, na região do primeiro modo.

Um comportamento bastante similar é encontrado utilizando-se os parâmetros de circuito ótimo para o segundo modo, como mostra Fig. 5.9, que apresenta a FRF do sistema viga-*shunt* na região do segundo modo. Observa-se a redução da amplitude máxima do sistema evidenciando assim a eficiência do controle *shunt* ressonante em série para este modo.

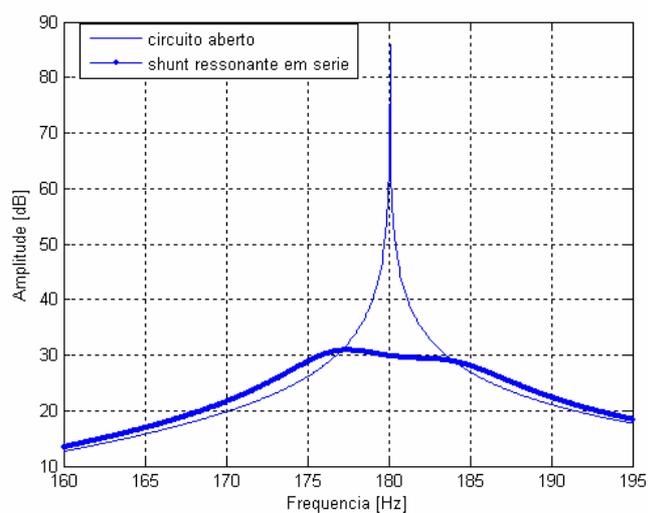


Figura 5.9 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante RL série, na região do segundo modo.

A FRF do sistema viga-*shunt* sintonizado para o terceiro modo é apresentada na Fig. 5.10, onde se verifica que houve a atenuação da amplitude máxima de vibração deste modo, entretanto, observa-se um desalinhamento dos pontos invariantes S e T. Este desalinhamento pode ser atribuído a algum erro no cálculo do valor do indutor, associado a alguma imprecisão no cálculo da frequência de circuito fechado ou da capacitância. É possível que o arredondamento dos valores numéricos utilizados possa ter causado esta imprecisão, uma vez que foi observado que a sintonização é muito sensível aos valores numéricos utilizados.

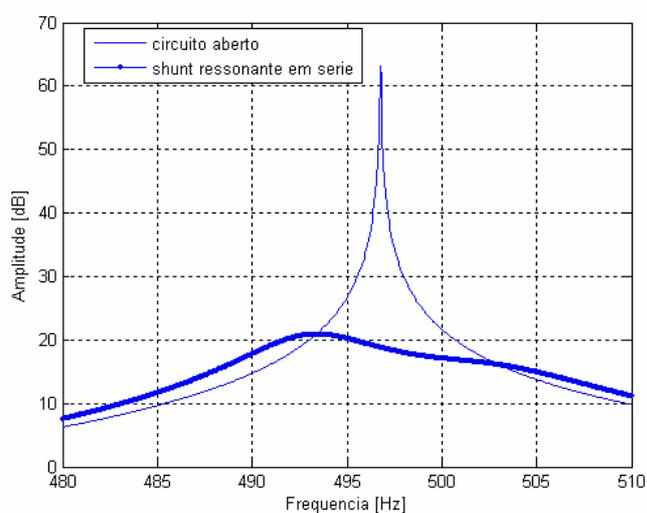


Figura 5.10– FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante RL série, na região do terceiro modo.

Um outro ponto de investigação aqui tratado é o comportamento do sistema *shunt* ressonante em série com valores de resistores superiores e inferiores ao ótimo. Observou-se que, à medida que o valor da resistência é reduzido em relação ao ótimo o sistema tende a se comportar como um sistema com dois graus de liberdade, enquanto que quando o valor da resistência é aumentado em relação ao ótimo, a resposta do sistema aumenta, tendendo a do sistema de um g.d.l.. Também neste aspecto, o comportamento é similar ao observado em absorvedores dinâmicos de vibrações. Estes resultados podem ser verificados na Fig. 5.11, que apresenta a FRF do sistema na região da primeira frequência natural.

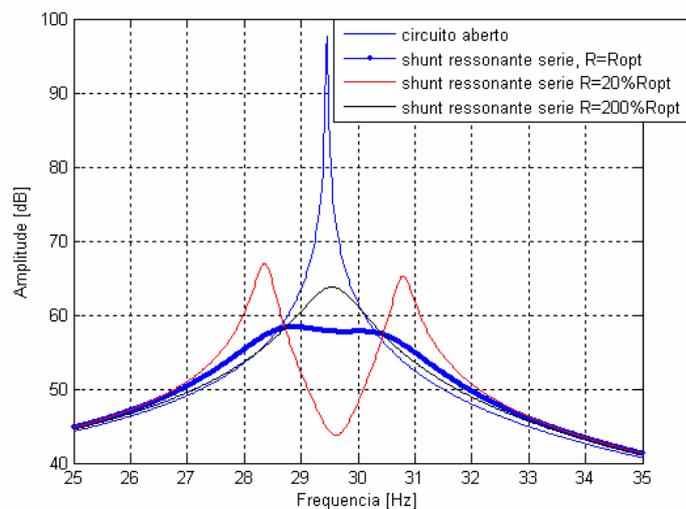


Figura 5.11 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante RL série, na região do primeiro modo e resistores de valores superiores e inferiores ao valor ótimo.

Também foi investigado o comportamento do sistema *shunt* ressonante em série com valor ótimo de resistor e valores de indutores inferiores e superiores ao ótimo. Verificou-se que o aumento do valor do indutor desloca a frequência para a direita, e a redução deste valor desloca a frequência para a esquerda, como mostra a Fig. 5.12 (a,b).

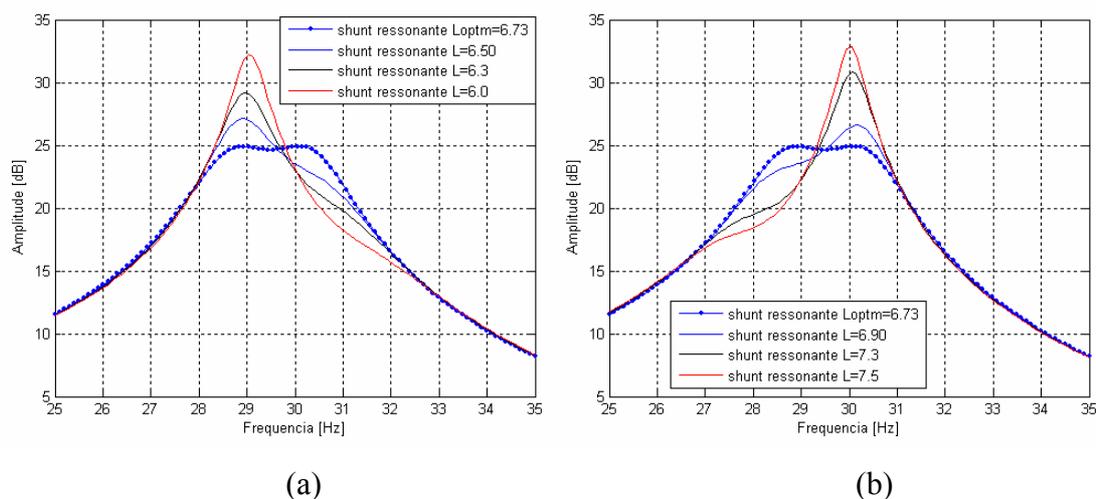


Figura 5.12 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante RL série, na região do primeiro modo e indutores de valores inferiores (a) e superiores (b) ao valor ótimo.

Com base nos resultados obtidos verificou-se que o sistema *shunt* ressoante em série é eficiente no controle unimodal.

### 5.2.3– Sistema viga-*shunt* piezelétrico em paralelo.

Utilizando a teoria apresentada por Wu (1996) e descrita no Capítulo III, foi construído um modelo de viga-*shunt* piezelétrico em paralelo e foram calculados os valores ótimos de resistência e indutância para as três primeiras frequências naturais de vibração, que são apresentadas na Tab. 5.5. Os resultados obtidos com a análise harmônica são apresentados a seguir. Da mesma forma observada para o circuito *shunt* ressonante em série, nota-se que com o aumento da ordem do modo (correspondente ao aumento do valor da frequência natural), tem-se uma diminuição dos valores ótimos de resistência e indutância. Todavia, nota-se que os valores ótimos dos resistores requeridos para o *shunt* ressonante em paralelo são muito mais elevados que aqueles requeridos para o *shunt* ressonante em série, ao passo que os valores de indutância são praticamente os mesmos para ambas as configurações.

Tabela 5.5- Circuito ressonante em paralelo. Valores ótimos de resistor e indutor para as três primeiras frequências naturais.

Modos	Resistor [ $\Omega$ ]	Indutor [H]
1	$10,748 \times 10^3$	6,8049
2	$2,668 \times 10^3$	0,18
3	$1,9986 \times 10^3$	0,024

Utilizando os parâmetros ótimos calculados para o primeiro modo foi feita uma análise harmônica cujos resultados são apresentados na Fig. 5.13 . Verifica-se que com o circuito *shunt* em paralelo houve uma redução significativa da amplitude máxima de resposta do primeiro modo. Assim como no sistema com *shunt* ressonante em série, são verificados os dois pontos invariantes.

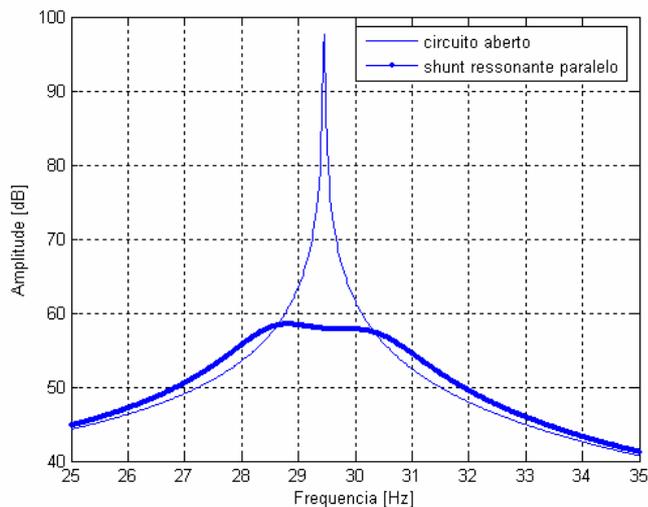


Figura 5.13 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante RL paralelo, na região do primeiro modo.

Também foram realizadas análises do comportamento do sistema *shunt* ressonante em paralelo sintonizado para o segundo e terceiro modos. Os resultados obtidos em cada caso estão apresentados nas Fig. 5.14 e 5.15, que mostram que a utilização do circuito *shunt* ressonante em paralelo permite uma redução significativa das amplitudes de vibração destes dois modos .

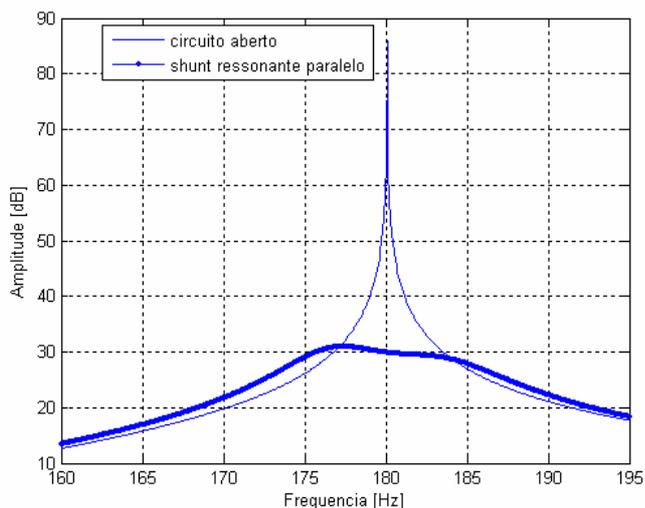


Figura 5.14 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante RL paralelo, na região do segundo modo.

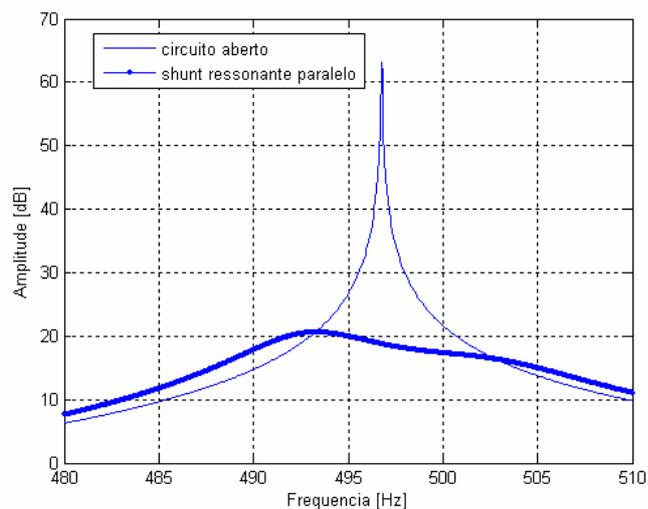


Figura 5.15 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante RL paralelo, na região do terceiro modo.

Para esta topologia de circuito também foi avaliado o comportamento do sistema para valores superiores e inferiores de resistência em relação ao valor ótimo, fixando-se o valor da indutância. Foi observado que houve uma inversão da tendência verificada para a configuração de circuito série, como mostra a Fig. 5.16. Este comportamento também foi verificado por Park (2002) e pode explicado considerando-se as características do circuito tipos série e paralelo. Se a resistência tende a infinito no circuito série, a corrente não percorre o circuito e, desta forma, não há dissipação da energia armazenada no PZT, neste caso, o sistema se comporta como na situação do circuito aberto, com pequeno grau de amortecimento. No caso do *shunt* piezelétrico paralelo, condição de circuito aberto é verificada para o caso em que a resistência tende a zero. Utilizando as equações desenvolvidas no Capítulo III e um aplicativo desenvolvido em Matlab<sup>®</sup> foi possível verificar analiticamente a mesma tendência observada através de simulações por elementos finitos via elementos finitos.

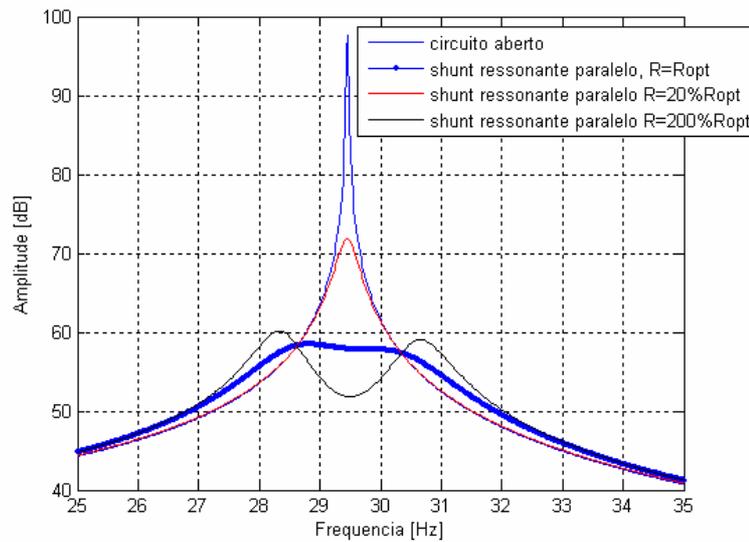


Figura 5.16 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante RL paralelo, na região do primeiro modo e resistores de valores superiores e inferiores ao valor ótimo.

De modo geral, na comparação entre os resultados obtidos para o *shunt* ressonante em série e paralelo observa-se que há uma similaridade entre as características de atenuação dos mesmos e que ambas as técnicas são passíveis de utilização com resultados bastante satisfatórios.

#### 5.2.4– Sistema viga-*shunt* piezelétrico resistivo.

Para a avaliação dos aspectos do circuito *shunt* resistivo foi utilizada a formulação proposta por Hagood e desenvolvida no Capítulo III. Foram calculados valores de resistência ótima para o circuito *shunt* resistivo para as três primeiras frequências naturais. Os resultados obtidos estão apresentados na Tab.5.6.

Tabela 5.6- Circuito *shunt* resistivo. Valores ótimos de resistor para as três primeiras , frequências naturais.

Modos	Resistor [ $\Omega$ ]
1	$1,1971 \times 10^3$
2	196,0693
3	70,9971

Os resultados obtidos na análise harmônica, na vizinhança da primeira frequência natural, são apresentados na Fig. 5.17, na qual se observa que houve alguma redução da amplitude máxima de vibração do sistema com controle. Entretanto, comparando a resposta do sistema com *shunt* resistivo (Fig. 5.17) com o ressonante (Fig. 5.8 e 5.13) verifica-se que a redução de amplitude proporcionada pelo *shunt* resistivo é consideravelmente menor que a do *shunt* ressonante, o que aponta para o fato de que o *shunt* resistivo introduz uma menor taxa de amortecimento que o *shunt* ressonante. Este resultado também foi verificado por Hagood e Von Flotow (1991).

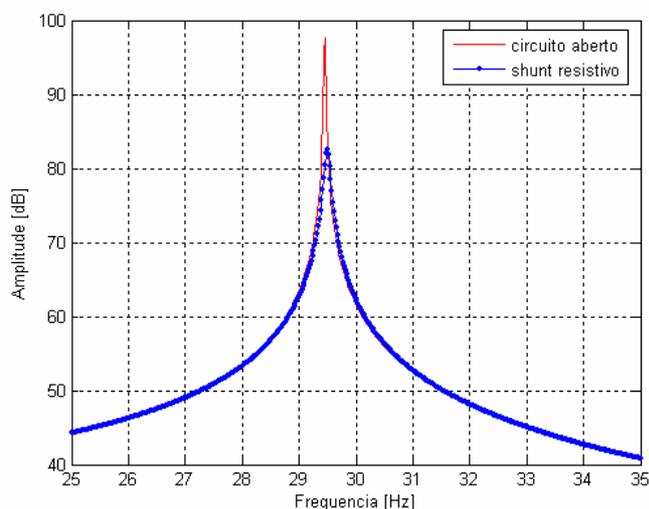


Figura 5.17 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico resistivo, na região do primeiro modo.

Utilizando os parâmetros dos circuitos calculados para a segunda e a terceira frequência naturais, foram realizadas análises harmônicas nas vizinhanças destas frequências. Os resultados estão apresentados nas Fig. 5.18 e 5.19, as quais confirmam que também para estes modos a atenuação das amplitudes de vibração introduzida pelo *shunt* resistivo é menor que para o *shunt* ressonante.

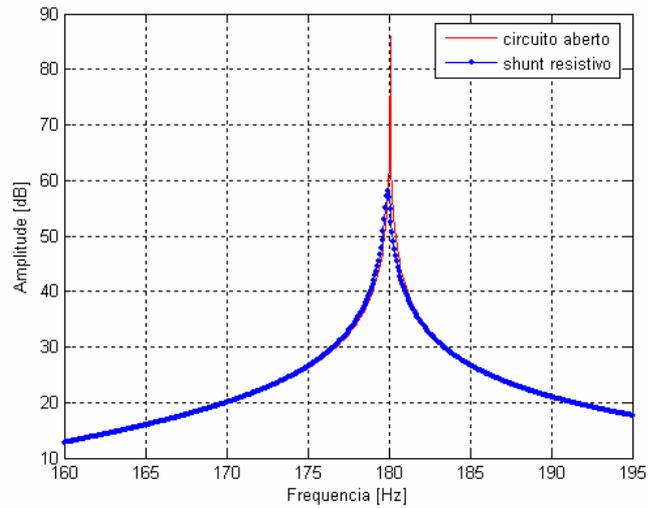


Figura 5.18 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico resistivo, na região do segundo modo.

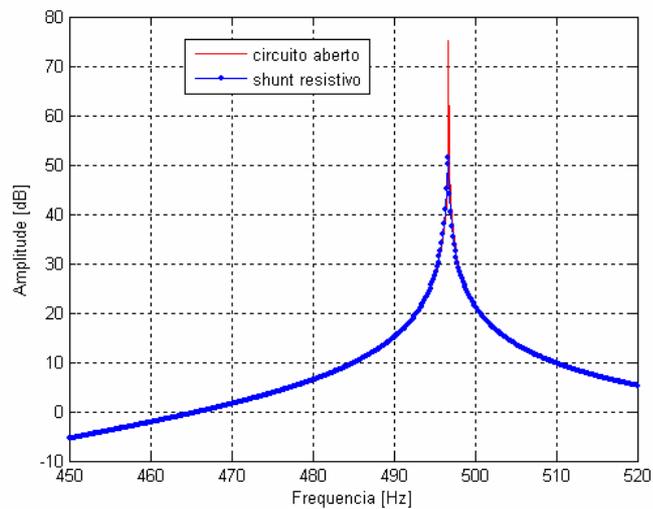


Figura 5.19 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico resistivo, na região do terceiro modo.

Como, ao contrário do *shunt* ressonante, o *shunt* resistivo não é uma técnica tonal, é possível, em princípio, introduzir amortecimento no sistema em toda a banda de frequência. Assim, para este valor ótimo de resistor obtido para o primeiro modo é possível introduzir amortecimento em outros modos naturais. Este aspecto foi investigado, como mostram as Fig. 5.20 (a,b) que apresentam os sistemas sem controle e com controle na região do segundo e terceiro modos. Observa-se que para o valor de resistor projetado para o primeiro modo houve atenuação do segundo modo, porém para o terceiro modo não foi verificada alteração

significativa. Em função deste resultado, no próximo capítulo será proposta uma técnica de otimização dos parâmetros do circuito *shunt* resistivo para o controle simultâneo de vários modos.

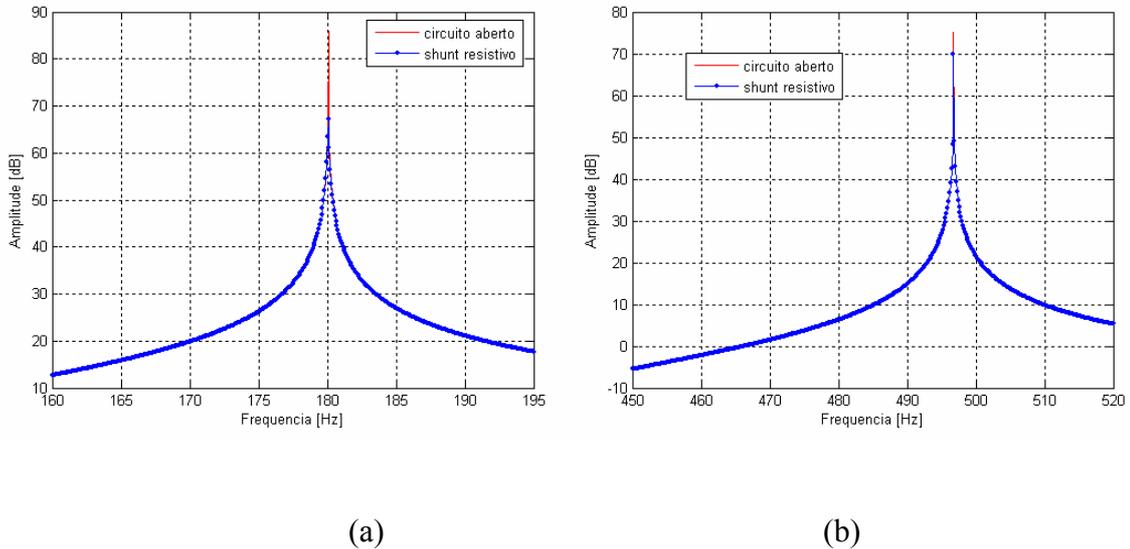


Figura 5.20 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico resistivo projetado para o primeiro modo e avaliado (a) na região dos segundo modo e (b) na região do terceiro modo.

Um outro aspecto que foi avaliado na topologia de circuito *shunt* resistivo é o comportamento do sistema quanto o resistor apresenta valores inferiores e superiores ao valor ótimo. Realizando-se simulações desta condição, observou-se que tanto com valores de resistor superiores quanto inferiores ao ótimo, ocorre um aumento da amplitude do sistema em relação ao ótimo. A Fig. 5.21 evidencia este fato. Observa-se também que com o valor de resistor superior ao ótimo houve um aumento do valor da frequência para qual ocorre o pico de amplitude. Esta tendência também foi percebida por Saravanos (1999) em seu trabalho com *shunts* resistivos.

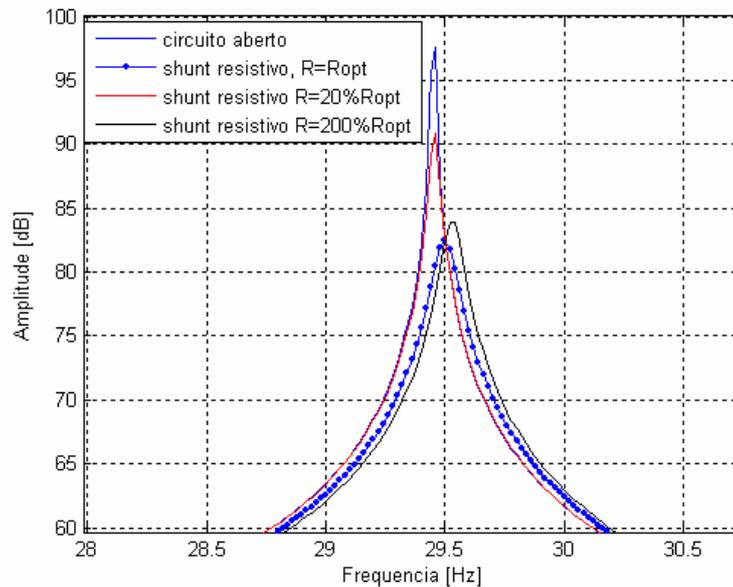


Figura 5.21 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico resistivo, na região do primeiro modo e resistores de valores superiores e inferiores ao valor ótimo.

### 5.3 - Modelagem utilizando um modelo de elementos finitos de viga multicamada . Avaliação das diferentes topologias de circuito *shunt* aplicadas a vigas.

A mesma viga apresentada anteriormente na Seção 5.1 foi modelada utilizando um programa desenvolvido em ambiente Matlab<sup>®</sup>, com base na teoria de vigas multicamadas descrita no Capítulo IV. O modelo, discretizado em 40 elementos com 142 graus de liberdade, é representado pela Fig. 5.22 mostrada a seguir, na qual os elementos destacados em vermelho indicam a posição da pastilha piezolétrica, compreendendo seis elementos a partir do segundo elemento da viga após o engaste. As dimensões deste elemento são apresentadas na Tab.5.3 e as propriedades relevantes são representadas na Tab. 5.7.



Figura 5.22 – Modelo de viga com elemento piezolétrico

Tabela 5.7- Propriedades do PZT

Coeficiente Piezelétrico	$d_{31} = - 179 \times 10^{-12} \text{ Pa}$
Densidade	$\rho = 7700 \text{ kg/m}^3$
Constante dielétrica	$\varepsilon = 15,930 \times 10^{-9} \text{ F/m}$

Utilizando a metodologia descrita nas seções anteriores para o cálculo da capacitância obteve-se o valor de  $7,8692 \times 10^{-8} \text{ F}$  para a capacitância da pastilha.

Foi realizada a análise modal deste sistema em circuito aberto e em curto circuito. Os valores obtidos para as 10 primeiras frequências naturais do sistema, em ambas as condições, são representados na Tab.5.8, constatando-se, mais uma vez, que os valores das frequências naturais do sistema em circuito aberto são ligeiramente superiores aos valores correspondentes em curto-circuito.

Tabela 5.8 - Frequências naturais do sistema viga-PZT com circuito aberto e curto-circuito.

Modo	Frequência natural de circuito aberto [Hz]	Frequência natural de circuito fechado [Hz]
1	28,248	28,124
2	170,965	170,629
3	469,285	469,068
4	911,433	911,432
5	1504,714	1504,248
6	2250,785	2249,062
7	3145,557	3142,610
8	4159,857	4159,548
9	4277,829	4269,112
10	5379,203	5375,967

Para a validação do modelo construído em ambiente Matlab<sup>®</sup> foi realizada uma comparação entre os valores das frequências naturais obtidos com o programa implementado (Tab. (5.8)) e os valores obtidos com o programa Ansys<sup>®</sup>(Tab. (5.3)). Observou-se que, embora os dois modelos seguem fundamentados em dois tipos diferentes de teorias (viga

unidimensional multicamadas e elasticidade plana, respectivamente) os valores obtidos são bastante próximos. Para os modos de ordem mais elevada há uma tendência de aumento da discrepância, como mostra a Figura 5.23, que apresenta os valores das frequências de circuito aberto obtidos pelo Ansys<sup>®</sup> e pelo Matlab<sup>®</sup>.

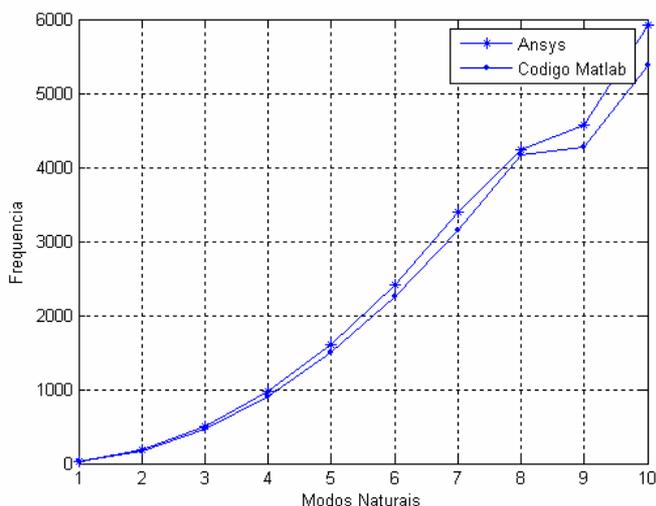


Figura 5.23- Frequências de circuito aberto do sistema obtidas com os modelos implementados nos programas Ansys<sup>®</sup> e Matlab<sup>®</sup>.

Ainda com o objetivo de validar o código implementado em ambiente Matlab<sup>®</sup> foi feita uma avaliação do circuito *shunt* ressonante em série para o controle do primeiro modo e uma comparação com os resultados obtidos com o Ansys<sup>®</sup>, conforme mostrado a seguir

### 5.3.1– Sistema viga-*shunt* piezelétrico ressonante em série.

O projeto do circuito *shunt* ressonante em série foi realizado utilizando o mesmo procedimento descrito para o modelo construído no Ansys<sup>®</sup>, na Seção 5.2.2. Desta forma, com base nos valores apresentados na Tab. 5.8 para os valores de frequência em circuito aberto e fechado foram calculados os seguintes valores ótimos de resistência e indutância para o controle do primeiro modo:  $R_{opt} = 9,49 \text{ K}\Omega$  e  $L_{opt} = 403,39\text{H}$ .

A Fig. 5.24 apresenta as FRFs do sistema com *shunt* e sem *shunt* na vizinhança do primeiro modo. Assim como o resultado obtido na simulação realizada com o Ansys (Fig. 5.8) também se observa uma redução significativa da amplitude máxima do sistema com *shunt* em relação ao sistema sem *shunt* e também se verifica a presença dos pontos invariantes.

Há que se observar, contudo, que os valores ótimos dos parâmetros do circuito *shunt*, obtidos com os dois programas, diferem consideravelmente entre si, como resultado de valores muito diferentes obtidos para a capacitância da pastilha piezolétrica. A explicação para esta ocorrência ainda é objeto de investigação.

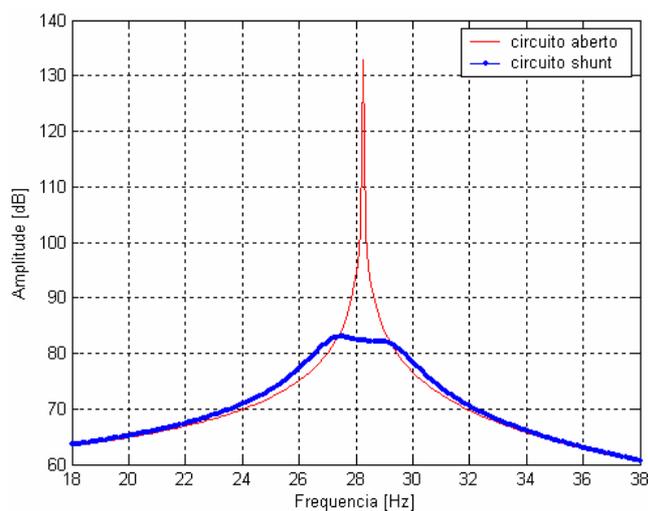


Figura 5.24 – FRF do sistema viga *shunt* piezolétrico ressonante em série, na região do primeiro modo.

Também foi investigado o comportamento do sistema sob diferentes valores de resistor, em torno do valor ótimo, como mostra a Fig. 5.25, na qual pode ser observado um comportamento similar ao obtido com o modelo construído com o programa Ansys<sup>®</sup> (apresentado na Fig. 5.11).

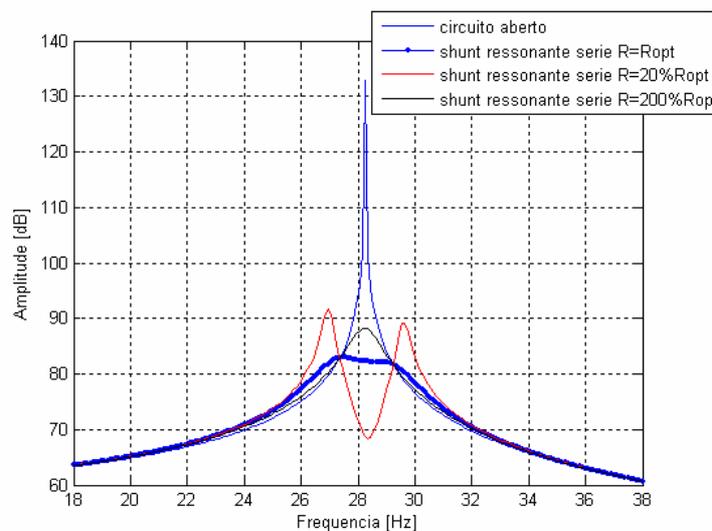


Figura 5.25 –FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante em série, na região do primeiro modo e resistores de valores superiores e inferiores ao valor ótimo.

### 5.3.2– Sistema viga-*shunt* piezelétrico resistivo.

A avaliação do sistema viga-*shunt* piezelétrico resistivo utilizando o modelo implementado em linguagem Matlab<sup>®</sup> foi realizada com o intuito de avaliar um aspecto que não foi avaliado com o modelo gerado no ANSYS<sup>®</sup>, que são os fatores de amortecimento modais. Neste caso esta avaliação pode ser feita porque a modelagem por elementos finitos utilizando Matlab<sup>®</sup> permite formulação do sistema no espaço de estados e assim, com a resolução do problema de autovalor complexo, descrito no Capítulo V, é possível avaliar os fatores de amortecimento modais.

Com este procedimento, foram calculados os fatores de amortecimento modais para os três primeiros modos da viga e os valores obtidos são apresentados nas figuras 5.26, 5.27 e 5.28 mostradas a seguir.

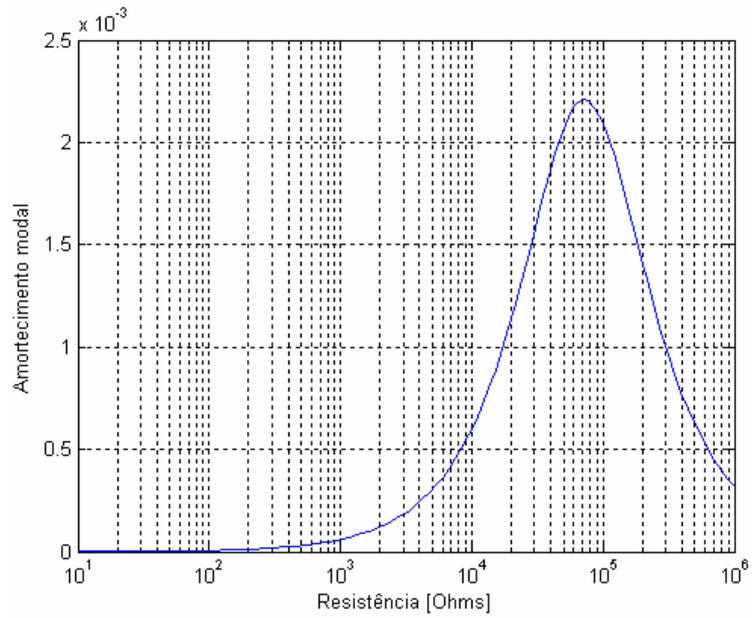


Figura 5.26- Fator de amortecimento modal do primeiro modo natural em função do valor da resistência.

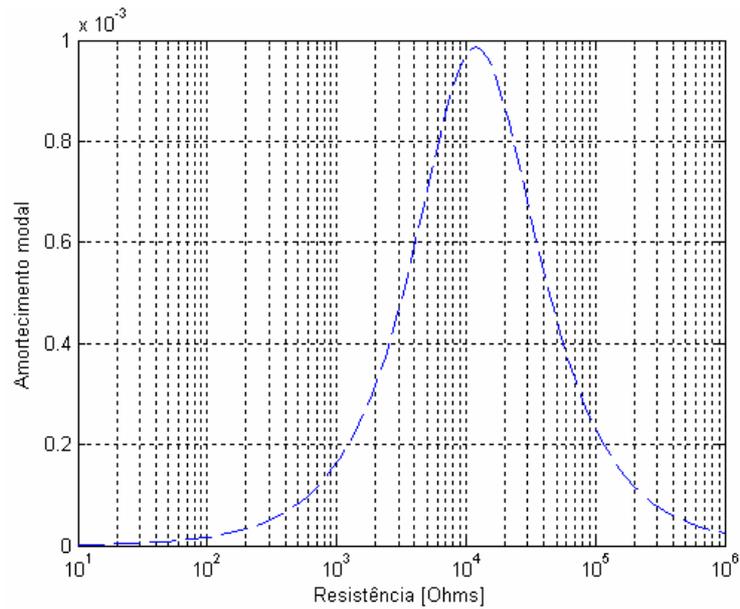


Figura 5.27- Fator de amortecimento modal do segundo modo natural em função do valor da resistência.

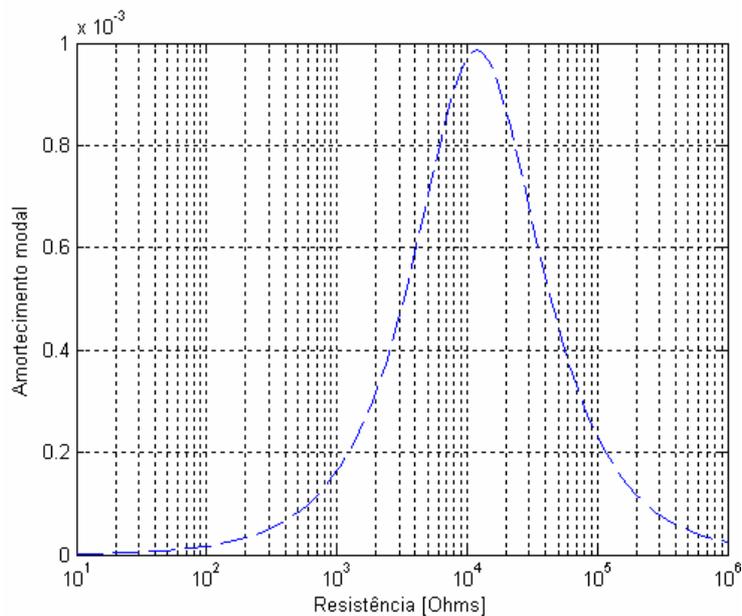


Figura 5.28- Fator de amortecimento modal do terceiro modo natural em função do valor da resistência.

Através da análise das Fig. 5.26, 5.27 e 5.28 é possível verificar as ordens de grandeza dos fatores de amortecimentos obtidos para cada modo. Em cada caso verifica-se que existem valores de resistor para os quais o amortecimento modal é máximo e que o valor máximo varia em função do modo.

Adotando o máximo fator de amortecimento como critério para a otimização do resistor, obtêm-se para os três modos analisados os valores de resistência apresentados na Tab. 5.9, que também apresenta os valores ótimos de resistores obtidos através maximização do fator de perda (critério apresentado no Capítulo III e utilizado para o cálculo do resistor ótimo na Seção 5.2.3). Verifica-se que os dois critérios apresentam valores ótimos de resistência muito próximos entre si, sendo assim possível a utilização de um ou outro critério para a obtenção amortecimento ótimo de *shunts* resistivos. A Fig. 5.29 apresenta a FRF do sistema viga *shunt* resistivo com os resistores ótimos calculados pelo critério de máximo fator de amortecimento modal para o primeiro modos respectivamente. Verifica-se que este critério proporciona um comportamento similar ao obtido com o resistor calculado através do máximo fator de perda, apresentado na Fig. 5.17.

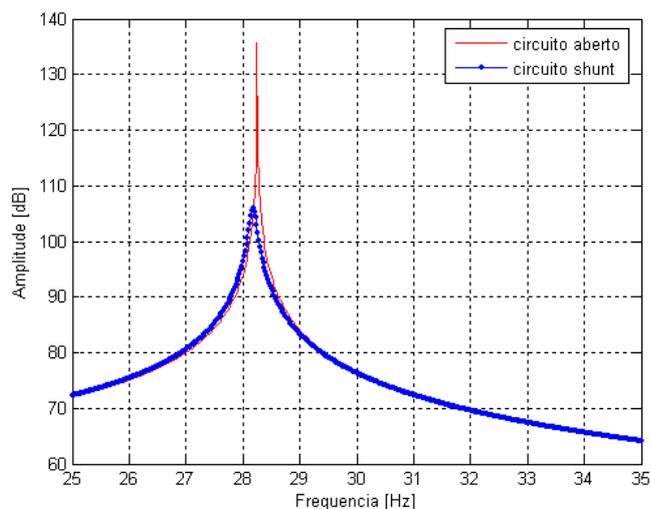


Figura 5.29 – FRF do sistema viga *shunt* piezelétrico ressonante em série, na região do primeiro modo. Resistor ótimo calculado via máximo fator de amortecimento.

Tabela 5.9- Valores de resistores obtidos através do Critério do fator de perda e Máximo fator de amortecimento modal.

Modo	Critério do máximo fator de perda $R_{otimo}$ [K $\Omega$ ]	Critério do máximo fator de amortecimento modal $R_{otimo}$ [K $\Omega$ ]
1	66,86	68,9
2	11,02	12,04
3	4,01	4,23

A formulação de estados também permite avaliar a variação da frequência em função do valor da resistência do circuito *shunt*. Assim, variando o valor da resistência e calculando os autovalores foram obtidos os valores das frequências naturais, os quais são mostrados nas Fig. 5.30, 5.31 e 5.32. A análise destas figuras permite verificar que existe um pequeno aumento do valor das frequências naturais na medida em que se aumenta o valor da resistência, comportamento este também verificado por Saravanas (1999).

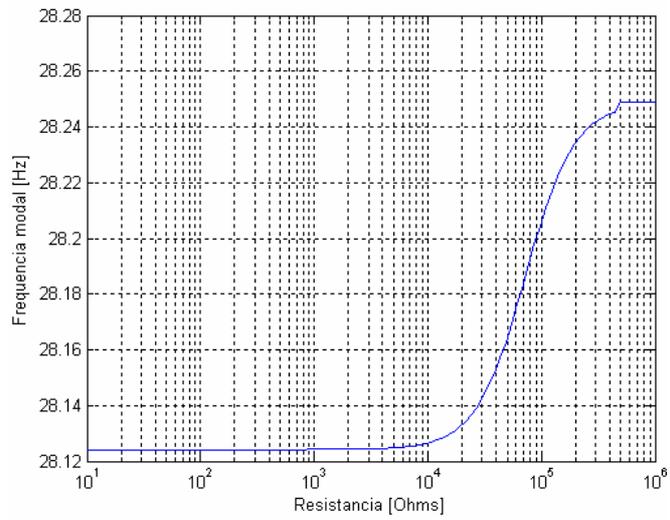


Figura 5.30- Variação da frequência natural do primeiro modo em função do valor da resistência do circuito *shunt* resistivo.

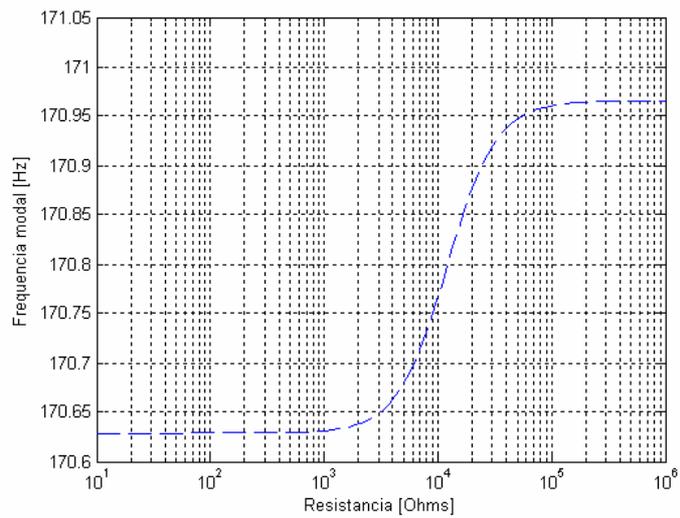


Figura 5.31- Variação da frequência natural do segundo modo em função do valor da resistência do circuito *shunt* resistivo.

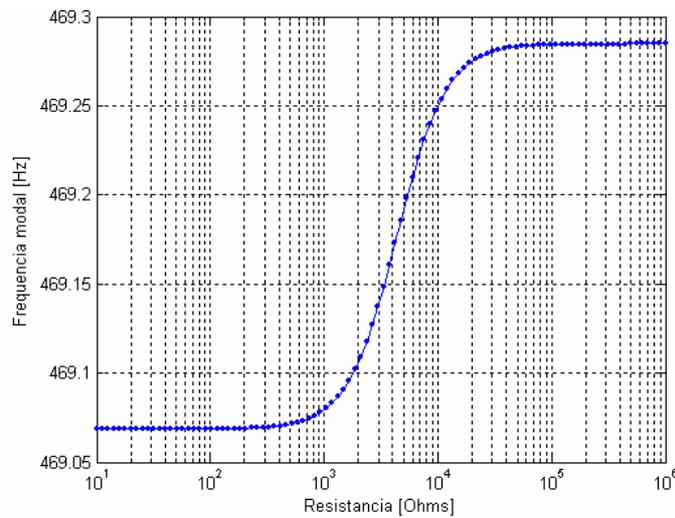


Figura 5.32- Fator de amortecimento modal do terceiro modo natural em função do valor da resistência do circuito *shunt* resistivo.

### 5.3.3– Sistema viga-*shunt* piezelétrico capacitância negativa.

A modelagem no Matlab<sup>®</sup> permitiu a implementação do sistema *shunt* de capacitância negativa abordado na Seção 3.9. Para este sistema foram utilizados os mesmos critérios de otimização do resistor descritos para o *shunt* resistivo. No primeiro critério, o resistor ótimo é escolhido com base na maximização do fator de perda. O segundo critério consiste na escolha do resistor ótimo a partir da maximização do fator de amortecimento modal.

Utilizando este procedimento foram realizadas simulações numéricas cujos resultados são apresentados a seguir.

#### 5.3.3-1– Sistema viga-*shunt* piezelétrico com capacitância negativa em paralelo.

Para a avaliação do sistema viga-*shunt* piezelétrico de capacitância negativa em paralelo foram calculados os valores dos fatores amortecimento modal em função dos valores de resistência. Para cada modo natural foi obtido o valor ótimo de resistor que resulta no máximo fator de amortecimento modal. Os valores obtidos para os oito modos naturais são apresentados na Tab. 5.10. Nesta tabela também são apresentados os valores ótimos de resistores calculados utilizando o critério de maximização do fator de perda. Para os dois critérios verifica-se que existe uma tendência segundo a qual o valor do resistor diminui à medida que a ordem do modo é elevada.

Tabela 5.10- Valores de resistor calculados utilizando o critério máximo fator de perda e o critério de máximo fator de amortecimento.

Modo	$R_{otimo} [\Omega]$ (Máximo fator de amortecimento)	$R_{otimo} [\Omega]$ (Máximo fator de perda)
1	$1 \times 10^6$	$6,68 \times 10^4$
2	$1 \times 10^6$	$1,10 \times 10^4$
3	$3,77 \times 10^5$	$4,01 \times 10^3$
4	$1,63 \times 10^5$	$2,06 \times 10^3$
5	$9,33 \times 10^4$	$1,25 \times 10^3$
6	$6,14 \times 10^4$	836,04
7	$4,04 \times 10^4$	598,33
8	$2,66 \times 10^4$	452,05

As Figuras 5.33 (a,b) apresentam as FRFs do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa com ligação em paralelo, com os resistores calculados através dos dois critérios. Verifica-se que com ambos o sistema com *shunt* possibilita a atenuação da amplitude de pico de vibração. Entretanto, no caso do sistema com resistor calculado via máximo fator de amortecimento redução obtida é mais significativa.

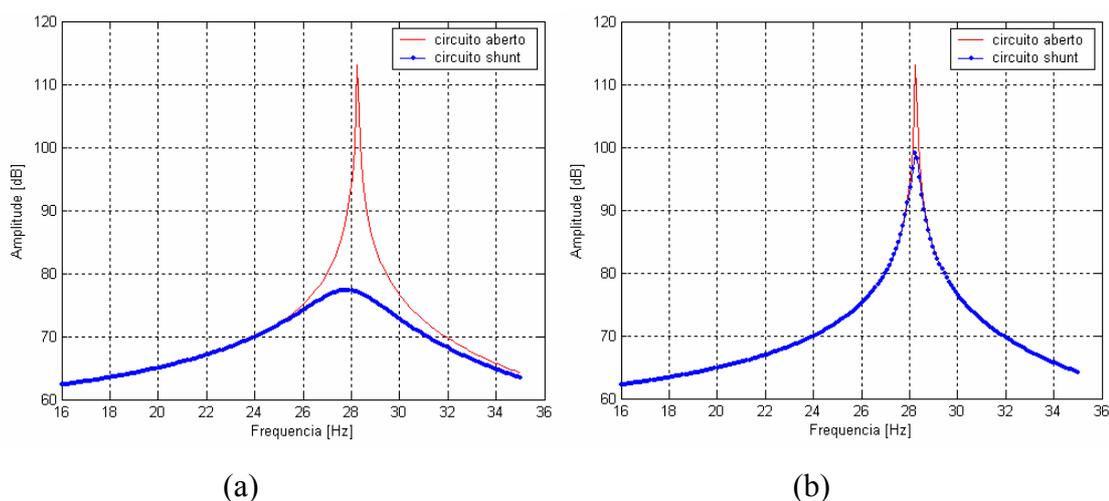


Figura 5.33- FRFs do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo. (a) resistor calculado via critério de máximo fator de amortecimento, (b) resistor calculado via critério de máximo fator de perda.

As Figura 5.34 apresenta as FRFs do sistema sem *shunt* e com *shunt* nas bandas de frequência que compreendem os oito primeiros modos naturais de vibração. São apresentadas as respostas do sistema com resistor calculado via máximo fator de amortecimento para o primeiro modo. Verifica-se que o sistema com *shunt* de capacitância negativa e ligação em paralelo atenua significativamente os modos compreendidos em uma ampla banda de frequência. Nota-se ainda que, a partir do quinto modo, verifica-se que a atenuação é acompanhada por uma relevante redução das frequências naturais.

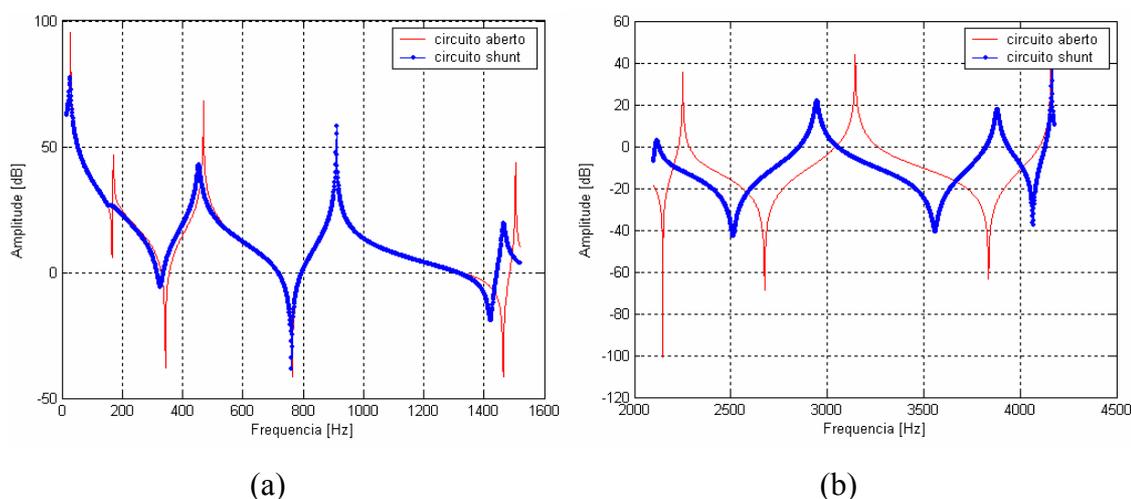


Figura 5.34- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo. (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos, (b) banda de frequência que compreende do sexto ao oitavo modo.

Também foi avaliado o desempenho na faixa de frequência incluindo os oito primeiros modos do sistema com *shunt* de capacitância negativa e ligação em paralelo com o resistor calculado via máximo fator de perda para o primeiro modo. Os resultados obtidos são apresentados na Fig. 5.35, a qual mostra que, para este valor de resistor, o sistema é mais eficiente no controle dos modos de frequência mais alta (a partir do quinto modo). Observa-se também para este caso a variação das frequências naturais, que é mais significativa para as frequências naturais de valores mais altos.

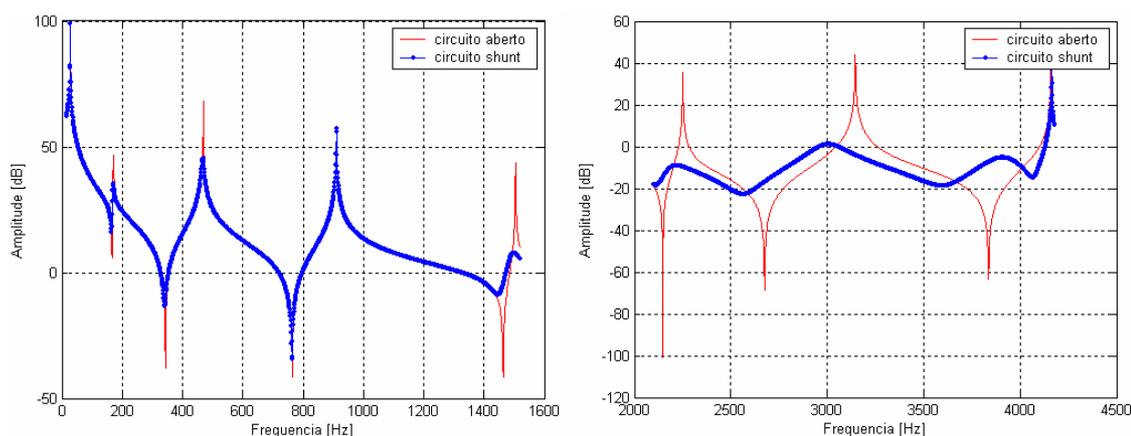


Figura 5.35- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo. (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos, (b) banda de frequência que compreende do sexto ao oitavo modo.

Park e Baz (2005) utilizam o critério do máximo fator de perda para o cálculo do resistor e relatam que o sistema *shunt* de capacitância negativa em paralelo é eficiente no controle de frequências mais elevadas. Utilizando o mesmo critério, a mesma tendência foi evidenciada neste trabalho, entretanto, utilizando o critério do máximo fator de amortecimento foi possível obter um sistema de controle mais eficiente nas baixas frequências. Desta forma, este estudo preliminar aponta para o fato que com este sistema é possível atenuar vibrações tanto nas altas como nas baixas frequências, mediante a escolha adequada do valor do resistor. Assim, no próximo capítulo será proposto o uso de técnicas de otimização dos valores de resistores para *shunts* de capacitância negativa em paralelo que sejam capazes de promover atenuações tanto em baixas frequências quanto em altas frequências.

### 5.3.3.2– Sistema viga-*shunt* piezolétrico com capacitância negativa em série.

Para a avaliação do desempenho dos *shunts* de capacitância negativa em série foram realizadas simulações numéricas com resistores calculados segundo os dois critérios já expostos na seção precedente.

Para a aplicação do critério de máximo fator de amortecimento, foram calculados os valores de amortecimento modal em função dos valores de resistência e os resultados obtidos para os oito primeiros modos de vibração são apresentados na Tab. 5.11. Nesta tabela também

são apresentados os valores ótimos de resistores calculados utilizando o critério de maximização do fator de perda.

Tabela 5.11- Valores de resistor calculados utilizando o critério de máximo fator de perda e o critério de máximo fator de amortecimento modal.

Modo	$R_{otimo} [\Omega]$ (Máximo fator de amortecimento)	$R_{otimo} [\Omega]$ (Máximo fator de perda)
1	9,33	$6,68 \times 10^4$
2	$9,33 \times 10^2$	$1,10 \times 10^4$
3	86,98	$4,01 \times 10^3$
4	$2,01 \times 10^2$	$2,06 \times 10^3$
5	86,97	$1,25 \times 10^3$
6	$1,52 \times 10^2$	836,04
7	$4,04 \times 10^4$	598,33
8	5,34	452,05

A resposta do sistema com o valor do resistor calculado via máximo fator de amortecimento modal para o primeiro modo ocasionou uma significativa redução da frequência natural para este modo. Porém, para o terceiro modo natural de vibração, o valor do resistor obtido permite a atenuação da amplitude modal sem com causar grandes alterações no valor da frequência natural. Este comportamento pode ser verificado na Fig. 5.36, que apresenta as FRFs do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série, projetado para o controle do terceiro modo, com os resistores calculados através do critério de máximo fator de perda e do critério de máximo fator de amortecimento.

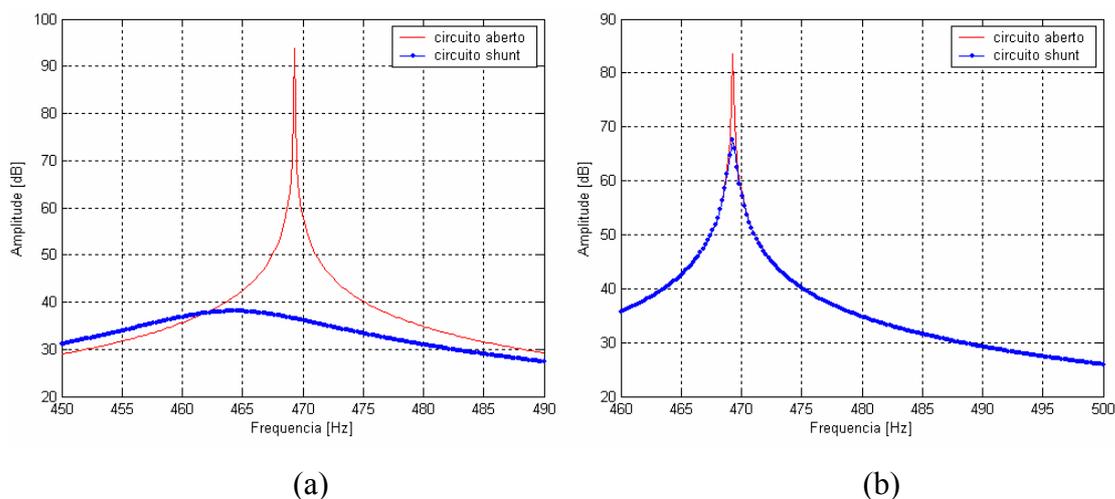


Figura 5.36- FRFs do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série (a) resistor calculado via critério de máximo fator de amortecimento, (b) resistor calculado via critério de máximo fator de perda na vizinhança do terceiro modo.

Foi avaliado o comportamento do sistema do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série na banda de frequência que compreende os oito primeiros modos naturais de vibração. Na Figura 5.37 são apresentadas as FRFs do sistema com resistor calculado via máximo fator de amortecimento para o segundo modo, onde se observa que o sistema de controle foi capaz de introduzir amortecimento em toda a banda de análise. Um resultado similar a este é apresentado no trabalho de Behrens *et al.* (2002).

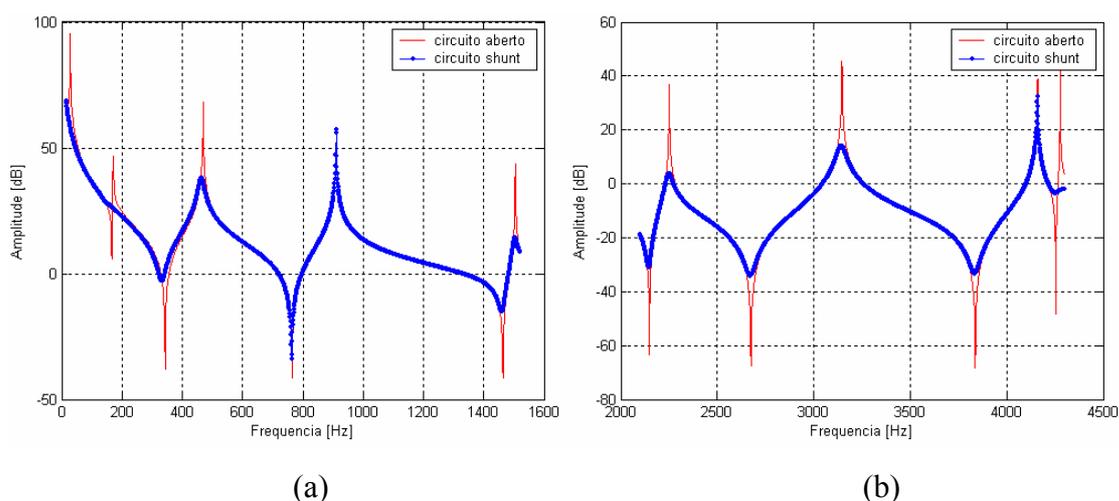


Figura 5.37- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série. (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos, (b) banda de frequência que compreende do sexto ao oitavo modo.

O critério do máximo fator de perda também foi avaliado para a configuração *shunt* de capacitância negativa em série para os oito modos naturais de vibração. Para tanto foram construídas as FRFs, apresentadas na Fig. 5.38, do sistema sem *shunt* e com *shunt* com resistor calculado via máximo fator de perda para o terceiro modo. Observa-se que o sistema de controle é eficiente apenas no controle do primeiro modo. Isto pode ser explicado pelo fato que neste caso o valor de resistor utilizado é relativamente alto, 4,01 K $\Omega$ , e como este é um circuito em série, valores de elevados resistores impedem a passagem de corrente pelo mesmo, e por isso o sistema se comporta como em circuito aberto, com pouca dissipação de energia.

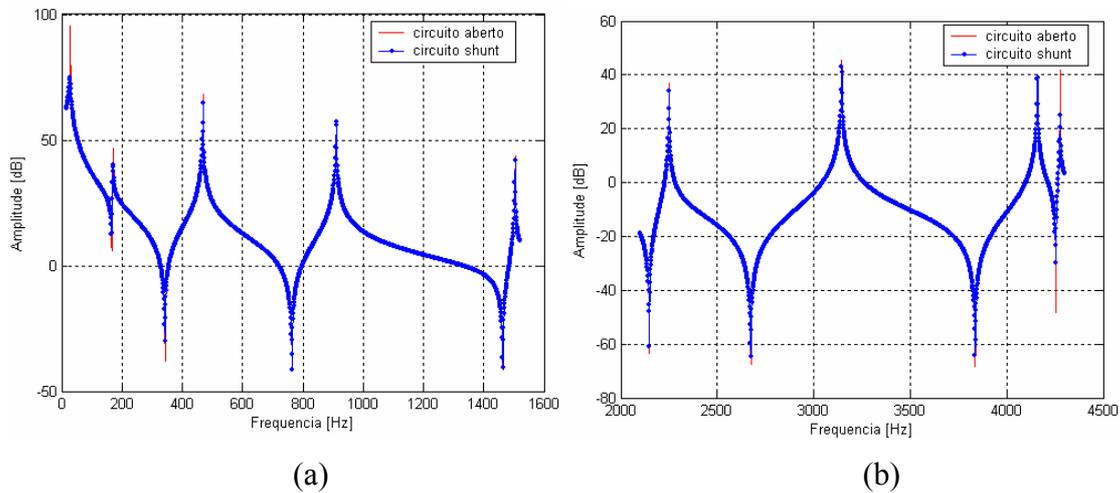


Figura 5.38- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série. (a) banda de freqüência que compreende os cinco primeiros modos, (b) banda de freqüência que compreende do sexto ao oitavo modo.

#### **5.4 - Avaliação da influência da colagem da pastilha piezolétrica no desempenho de *shunts* ressonantes**

Como o princípio de funcionamento do sistema *shunt* baseia-se na transferência de deformação da estrutura principal para o elemento piezolétrico, é evidente que sua eficiência está diretamente relacionada às características da colagem do elemento piezolétrico à estrutura-base (espessura, rigidez e eventual delaminação da camada de cola).

Neste contexto, Faria e Almeida (1996) avaliaram a influência da camada de cola em um sistema composto por uma viga rotativa combinada com atuadores piezolétricos e verificaram que a camada de cola contribui na matriz de rigidez do sistema, podendo, alterar a eficiência de controle do sistema. Assim, houve interesse em utilizar a técnica de modelagem por elementos finitos para avaliar a influência da camada de cola em sistemas de controle com *shunt* piezolétrico pois, em geral, os modelos analíticos encontrados na literatura não levam em conta esta influência, e consideram a aderência perfeita da pastilha piezolétrica à estrutura-base.

Para avaliar o efeito da colagem nestes sistemas foi criado um modelo bi-dimensional de uma viga de aço engastada-livre. Este modelo é composto por composto da viga, *shunt* piezolétrico e uma camada de cola inserida entre os dois primeiros. Este sistema foi construído utilizando o software Ansys<sup>®</sup> e está representado na Fig. 5.39.

Neste sistema, a viga e a camada de cola foram discretizadas utilizando-se o elemento PLANE 42 e a pastilha piezolétrica foi discretizada com o elemento PLANE13. O modelo foi construído com 244 elementos, sendo que na modelagem da viga foram utilizados 160 elementos, compreendendo 4 camadas na direção da espessura e 40 divisões ao longo do comprimento. A pastilha piezolétrica foi discretizada em 24 elementos, com 4 elementos ao longo da espessura e seis elementos ao longo do comprimento, e a camada de cola foi discretizada em 60 elementos, sendo 10 elementos ao longo da espessura e 6 ao longo do comprimento.

Evidentemente, espera-se que a inclusão da camada de cola vá influenciar tanto a inércia quanto a rigidez da estrutura. Esta última será influenciada pela inclusão de um terceiro material com seu módulo de elasticidade específico e também pelo aumento do momento de inércia da seção transversal da viga.

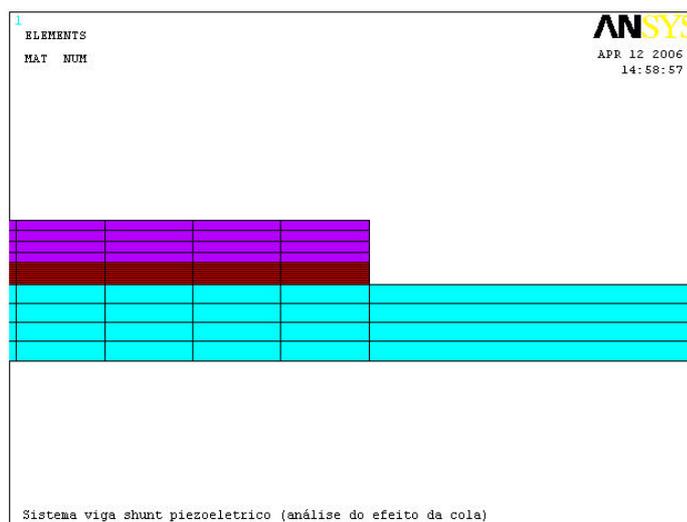


Figura 5.39 – Detalhamento da malha de elementos finitos do conjunto viga- camada de cola- PZT. (o circuito *shunt* não é apresentado).

As especificações da viga e do material piezoeétrico estão apresentadas nas Tabelas 5.1 e 5.3, respectivamente. As propriedades físicas da camada de cola são dadas na Tab. 5.12 apresentada a seguir.

Tabela 5.12- Especificações da camada de cola.

Módulo de Young	$E = 3,32 \times 10^9 \text{ N/m}^2$
Densidade	$\rho = 1200 \text{ kg/m}^3$
Coefficiente de Poisson:	$\nu = 0,3$

#### 5.4.1 – Influência da espessura da camada de cola

Afim de avaliar o a influência da espessura da camada de cola foram realizadas simulações do modelo considerando-se as seguintes relações entre as espessuras da camada de cola e da pastilha piezoeétrica:  $h_c/h_p = 1, 1/2$  e  $1/5$ .

Nestas condições foram realizadas análises estáticas e modais, segundo os procedimentos já descritos em seções anteriores. Os resultados obtidos estão apresentados na Tab. 5.13, podendo-se observar a influência relativamente pequena da espessura da camada de cola sobre os valores das frequências naturais da viga.

Os valores obtidos para as frequências naturais indicam que quanto maior for a espessura de cola, maior a sua contribuição na rigidez do sistema pois maior é aumento das frequências naturais.

Tabela 5.13: Valores das frequências naturais de circuito aberto e circuito fechado para o sistema viga, PZT e camada de cola.

	$h_c/h_p = 1$	$h_c/h_p = 1/2$	$h_c/h_p = 1/5$
Circuito Aberto [Hz]	29,78	29,63	29,54
Circuito Fechado [Hz]	29,68	29,53	29,45
Capacitância [F]	$0,434 \times 10^{-5}$	$0,433 \times 10^{-5}$	$0,432 \times 10^{-5}$

Os parâmetros dos circuitos *shunt* ressonantes em paralelo foram calculados a partir dos valores de frequências naturais de circuito aberto, circuito fechado e da capacitância do PZT, de acordo com procedimento sugerido por Wu (1996) e descrito na Seção 3.6. Os valores ótimos de resistência e indutância obtidos para o sistema com diferentes espessuras de camada de cola estão apresentados na Tabela 5.14.

Tabela 5.14 - Valores obtidos para os parâmetros do circuito *shunt*.

	$h_c/h_p = 1$	$h_c/h_p = 1/2$	$h_c/h_p = 1/5$
R [KΩ]	10,559	10,761	10,823
L [H]	6,6485	6,7381	6,7923

A Figura 5.40 apresenta uma comparação das amplitudes de respostas harmônicas (FRFs) do sistema com *shunt* para diferentes espessuras de camada de cola. Para o sistema analisado a interferência da espessura da camada de cola na resposta do sistema com *shunt* não é perceptível uma vez que não se verificam variações significativas de amplitudes do sistema com *shunt*.

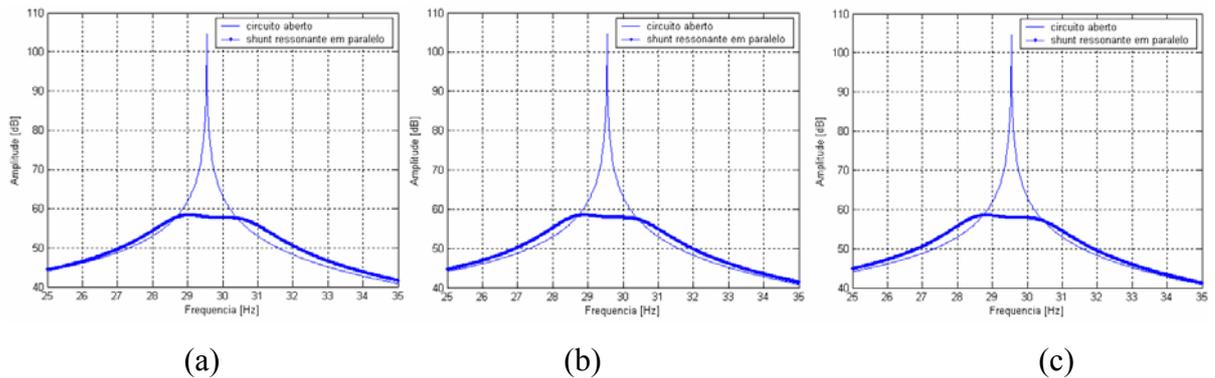


Figura 5.40- FRFs da viga sem *shunt* e com *shunt*. (a)  $h_c/h_p = 1$ ; (b)  $h_c/h_p = 1/2$ ; (c)

$$h_c/h_p = 1/5$$

#### 5.4.2 – Influência da flexibilidade da camada de cola

Um outro fator que pode interferir na eficiência de controle do sistema é a rigidez da camada de cola. Para a avaliação deste aspecto foram realizadas simulações considerando colas com módulos de elasticidade iguais a  $1,3228 \times 10^9$ ;  $3,3228 \times 10^9$ ;  $6,3228 \times 10^9$  e  $10,3228 \times 10^9$  N/m<sup>2</sup> e espessura igual à metade da espessura do PZT. Estes valores correspondem respectivamente a 1,92%, 4,82%, 9,16% e 14,96% do módulo de elasticidade da pastilha piezelétrica.

Para cada valor de módulo de elasticidade foram calculados os valores de freqüência e capacitância da pastilha afim de calcular parâmetros de sintonização para cada caso analisado. Os resultados obtidos estão apresentados na Fig. 5.41, na qual se verifica que à medida que há uma redução do módulo de elasticidade da cola o sistema de controle *shunt* torna-se menos eficiente, ou seja, obtém atenuações de menores.

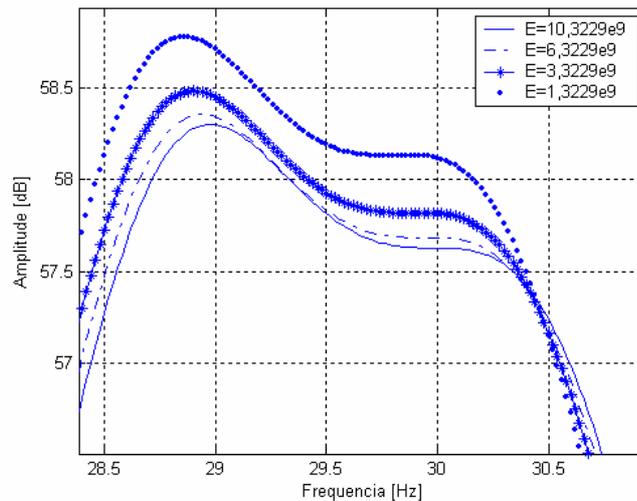
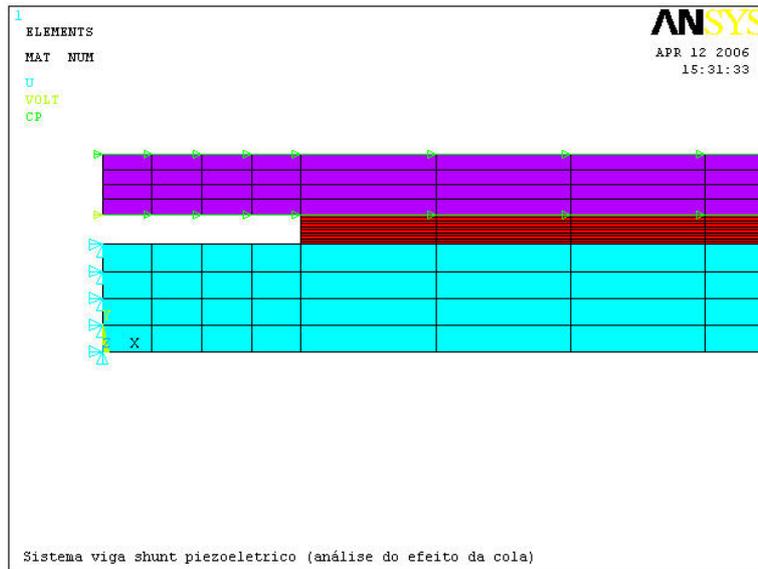


Figura 5.41- FRFs do sistema com diferentes módulos de elasticidade da cola.

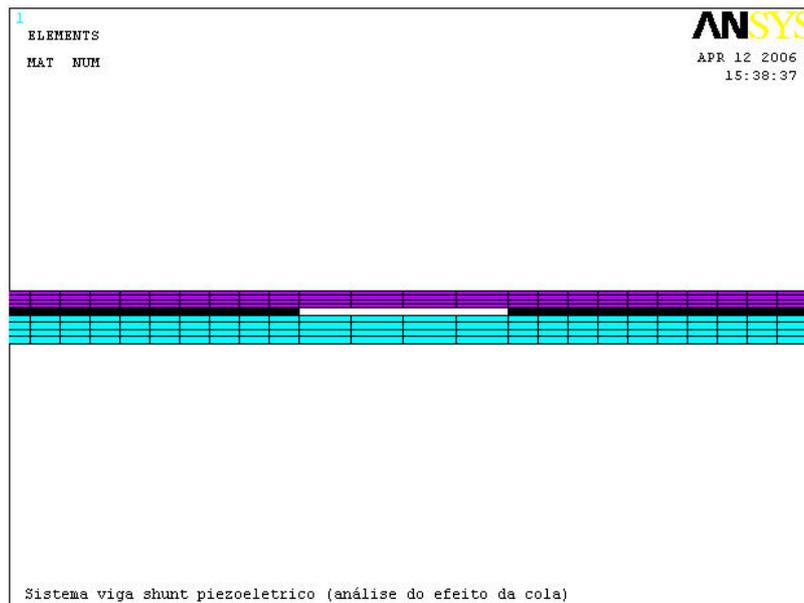
#### 5.4.3 – Influência da delaminação da camada de cola

Um dos problemas de ocorrência relativamente comum em sistemas que utilizam adesivos de fixação é o processo conhecido como delaminação (descolamento) da camada adesiva. Este fato pode ocorrer por diversos fatores, dentre eles a falta de cuidado no processo de colagem (permitindo bolhas de ar na camada adesiva), a fadiga e o envelhecimento da camada de cola. O efeito de delaminação e imperfeições no processo de colagem foram simulados considerando vazios na camada de cola. Foram avaliados os três casos descritos a seguir:

- Caso 1: delaminação de 5% da área colada na extremidade esquerda do PZT, Figura 5.42(a).
- Caso 2: delaminação de 10% da área colada em cada extremidade.
- Caso 3: delaminação de 10% da área colada no centro da camada de cola Figura 5.42(b).



(a)



(b)

Figura 5.42-Ilustração de casos estudados de delaminação da colagem da pastilha piezelétrica  
(a) Caso 1 ; (b) Caso 3.

Os resultados obtidos nestas simulações são apresentados na Figura 5.43, mostrando que, como era esperado, quanto mais extensa for a delaminação da camada de cola, menor será o amortecimento introduzido pelo sistema *shunt*.

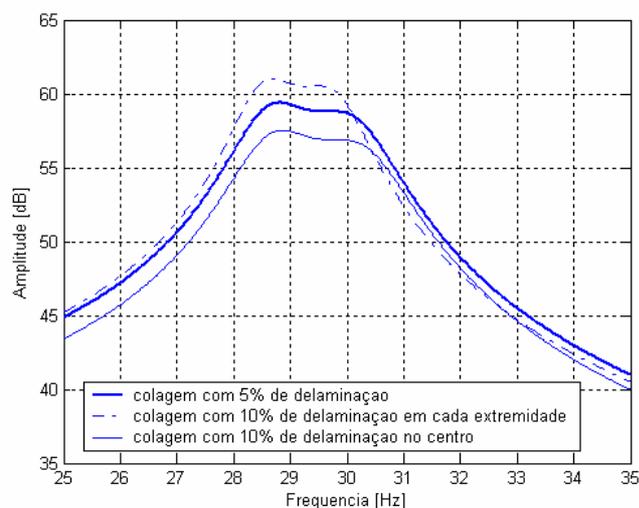


Figura 5.43 - FRFs do sistema com diferentes configurações de delaminação.

Com base nestes resultados verifica-se que a escolha apropriada do tipo de adesivo e o controle das condições de colagem contribuem para a eficiência do sistema de controle por *shunts* piezelétricos.

### 5.5 - Avaliação *shunts* piezelétricos para controle multimodal.

Nesta seção será apresentada a modelagem por elementos finitos de sistemas de controle multimodais utilizando apenas uma pastilha piezelétrica com base na configuração proposta por Wu (1998), a qual foi abordada na Seção 3.7.

O sistema multimodal é projetado para o controle dos três primeiros modos naturais da viga. Por isso, a pastilha piezelétrica é conectada a três ramos de circuitos, sendo que cada ramo possui dois circuitos bloqueadores e um circuito *shunt* projetado para o controle de cada modo específico

De acordo com apresentada por Wu (1998), é necessário adotar valores iniciais de indutância para os circuitos bloqueadores e, a partir destes valores, recalculamos os valores ótimos do circuito *shunt* para cada modo. As simulações numéricas realizadas mostraram que o sistema de controle é eficiente no controle dos três modos naturais de vibração. Entretanto, foi verificada uma significativa sensibilidade da resposta do sistema em relação à variação dos parâmetros elétricos dos circuitos bloqueadores, como mostram os dois casos analisados a seguir. A Fig. 5.44 apresenta uma representação do circuito multimodal utilizado nos dois casos.

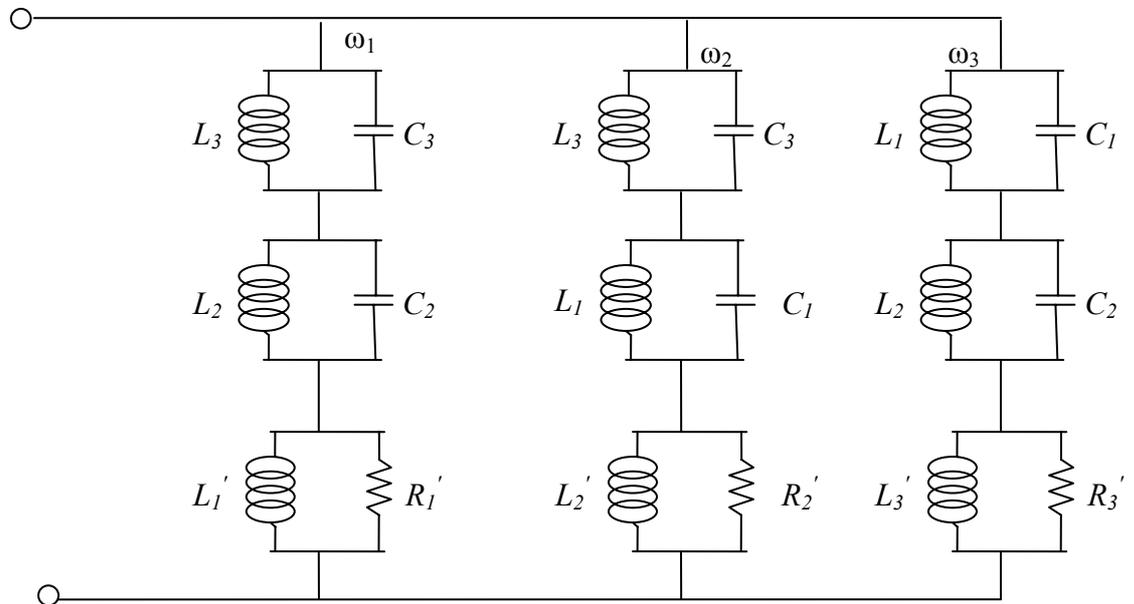


Figura 5.44- Circuito *shunt* para o controle de três modos de frequências  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  e  $\omega_3$ .

- Caso 1: os valores dos parâmetros dos circuitos são apresentados na Tab. 5.15. Foram adotados para os circuitos bloqueadores os seguintes valores de indutância:  $L_1=2$  H (bloqueador de  $\omega_1$ ),  $L_2=0,05$  H (bloqueador de  $\omega_2$ ) e  $L_3=0,01$  H (bloqueador de  $\omega_3$ )

Tabela 5.15- Parâmetros elétricos do circuito *shunt* multimodal.

Ramo 1 (controle de $\omega_1$ )	Ramo 2 (controle de $\omega_2$ )	Ramo 3 (controle de $\omega_3$ )
Circuito Bloqueador	Circuito Bloqueador	Circuito Bloqueador
$L_3=0,01$ H	$L_3=0,01$ H	$L_2=0,05$ H
$C_3=1,0306 \times 10^{-5}$ F	$C_3=1,0306 \times 10^{-5}$ F	$C_2=1,5721 \times 10^{-5}$ F
$L_2=0,05$ [H]	$L_1=2$ H	$L_1=2$ H
$C_2=1,5721 \times 10^{-5}$ F	$C_1=1,4648 \times 10^{-5}$ F	$C_1=1,4648 \times 10^{-5}$ F
Circuito <i>Shunt</i>	Circuito <i>Shunt</i>	Circuito <i>Shunt</i>
$R_1=1,0762 \times 10^4$ $\Omega$	$R_2=2,6877 \times 10^3$ $\Omega$	$R_3=2,0473 \times 10^3$ $\Omega$
$L_1=6,7666$ H	$L_2=0,2265$ H	$L_3=0,0386$ H

Com os parâmetros do circuito apresentados na Tab. 5.14, as FRFs dos sistemas sem controle e com controle, na vizinhança do primeiro, segundo e terceiro modos são apresentadas nas Fig. 5.45 (a), (b) e (c), respectivamente. Observa-se que a técnica promove efetivamente a redução das amplitudes de vibração nas vizinhanças das três frequências naturais consideradas. Contudo, os níveis de atenuação obtidos para cada modo de vibração varia consideravelmente de um modo a outro.

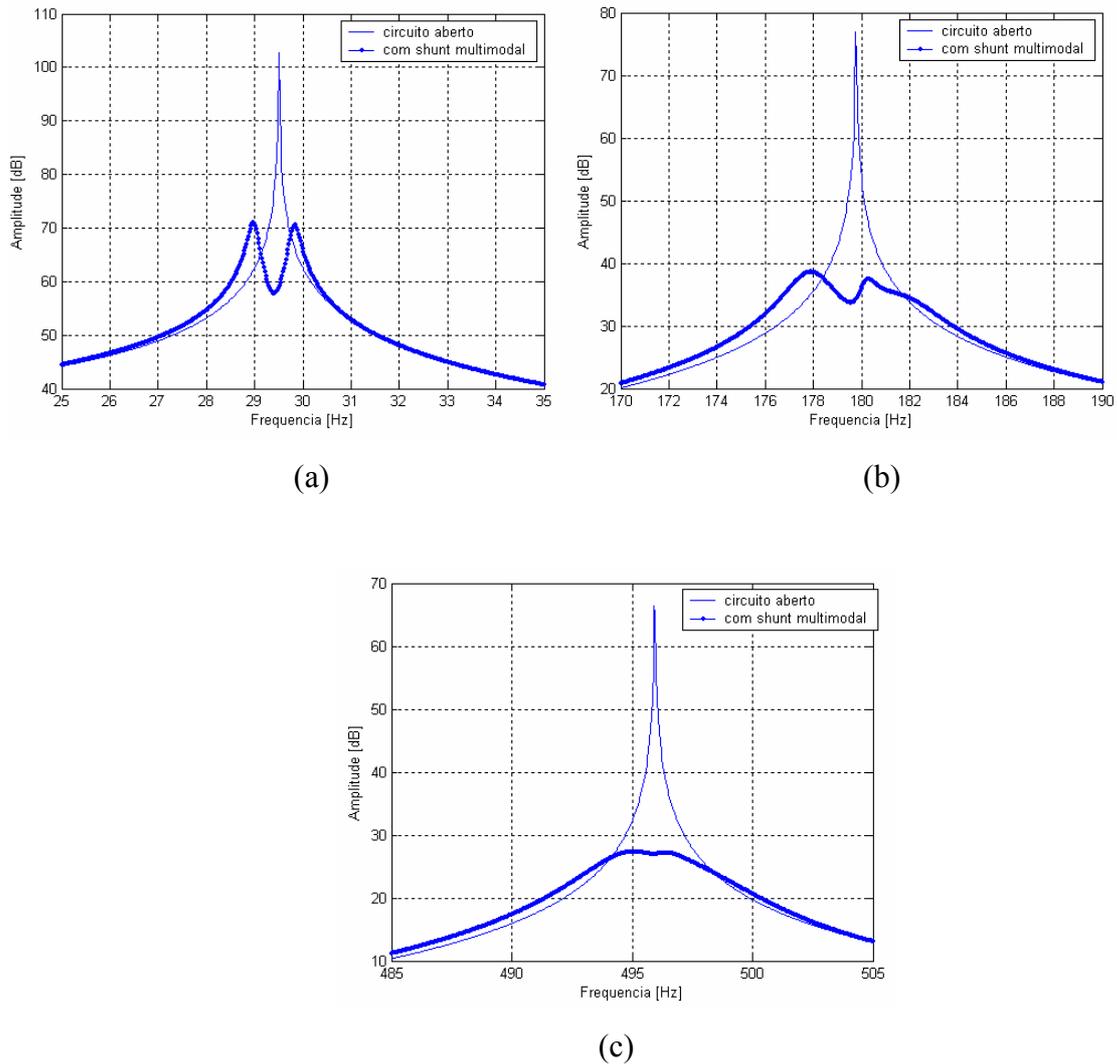


Figura 5.45- FRFs dos sistemas sem controle e com controle *shunt* multimodal na vizinhança (a) do primeiro modo, (b) segundo modo e (c) do terceiro modo.

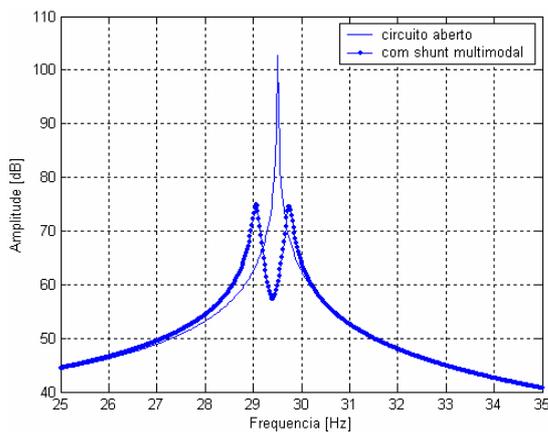
- Caso 2: neste caso, os valores de indutância adotados para os circuitos bloqueadores foram:  $L_1=1$  H (bloqueador de  $\omega_1$ ),  $L_2=0,01$  H (bloqueador de  $\omega_2$ ) e  $L_3=0,01$  H

(bloqueador de  $\omega_3$ ) e os valores dos demais parâmetros calculados para o circuito são apresentados na Tab. 5.16.

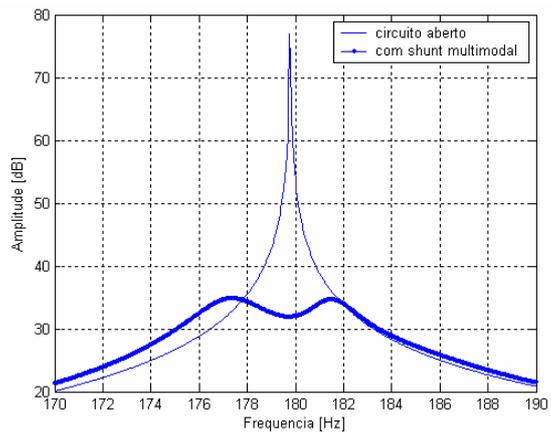
Tabela 5.16- Parâmetros do circuito multimodal.

Ramo 1 (Controle de $\omega_1$ )	Ramo 2 (Controle de $\omega_2$ )	Ramo 3 (Controle de $\omega_3$ )
Circuito Bloqueador	Circuito Bloqueador	Circuito Bloqueador
$L_3=0,01$ H	$L_3=0,01$ H	$L_2=0,2$ H
$C_3=1,0306 \times 10^{-5}$ F	$C_3=1,0306 \times 10^{-5}$ F	$C_2=3,9303 \times 10^{-6}$ F
$L_2=0,2$ H	$L_1=1,2$ H	$L_1=1,2$ H
$C_2=3,9303 \times 10^{-6}$ F	$C_1=2,9296 \times 10^{-5}$ F	$C_1=2,9296 \times 10^{-5}$ F
Circuito <i>Shunt</i>	Circuito <i>Shunt</i>	Circuito <i>Shunt</i>
$R_1=1,0762 \times 10^4$ $\Omega$	$R_2=2,4413 \times 10^3$ $\Omega$	$R_3=2,0473 \times 10^3$ $\Omega$
$L_1=6,6124$ H	$L_2=0,1989$ H	$L_3=0,0584$ H

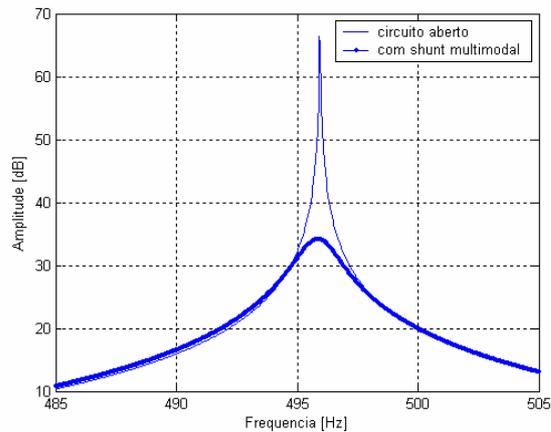
Com os parâmetros do circuito apresentados na Tab. 5.14, as FRFs dos sistemas sem controle e com controle, na vizinhança do primeiro, segundo e terceiro modos são apresentadas nas Fig. 5.46 (a,b e c) respectivamente



(a)



(b)



(c)

Figura 5.46- FRFs dos sistemas sem controle e com controle *shunt* multimodal na vizinhança: (a) do primeiro modo, (b) segundo modo e (c) do terceiro modo.

Através da análise das Fig. 5.45 e 5.46 verifica-se que o sistema de controle multimodal mostrou-se eficiente para o controle dos três modos escolhidos. Entretanto, a resposta ótima é dependente dos valores de entrada os indutores dos circuitos bloqueadores.

## 5.6- Estruturas do tipo placa.

Houve interesse de aplicar a metodologia de modelagem por elementos finitos a estruturas do tipo placas planas, por serem estes elementos estruturais frequentemente encontrados em numerosas situações reais de Engenharia. Além disso, deve-se considerar que o procedimento de otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt* sugeridos por Hagood e von Flotow (1991) e Wu (1996), sumarizadas no Capítulo III, são baseadas na hipótese de estado unidimensional de tensões. Assim sendo, houve interesse de verificar se aqueles procedimentos oferecem aproximações adequadas para a sintonização dos circuitos *shunt* quando o elemento piezelétrico está sujeito a estados planos de tensões.

Foram realizadas várias simulações considerando diferentes configurações de dimensões de placa, condições de contorno, dimensões e posicionamento de pastilhas. Apenas alguns casos foram escolhidos para a apresentação nas seções seguintes, para as quais foi considerada uma placa de aço, com as quatro extremidades livres e propriedades físicas e geométricas apresentadas na Tab. 5.17.

Tabela 5.17-Especificações da placa.

Módulo de Elasticidade	$E = 2,07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2$
Densidade	$\rho = 7870 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0,29$
Espessura da placa [m]	$h = 0,001$
Dimensão da placa em $x$ [m]	$L = 0,3$
Dimensão da placa em $y$ [m]	$b = 0,4$

5.6.1 - Avaliação das diferentes topologias de shunts piezelétricos.

Foi construído um modelo de placa com as quatro extremidades livres, utilizando o elemento SOLID 45 do programa comercial Ansys<sup>®</sup>. Este elemento apresenta oito nós e três graus de liberdade por nó (translações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ), podendo ser utilizado para a modelagem de estruturas tri-dimensionais.

A pastilha de piezelétrica utilizada apresenta as dimensões mostradas na Tab. 5.18. A sua modelagem foi realizada utilizando-se o elemento SOLID 5, que possui capacidade piezelétrica e apresenta de oito nós sendo três graus de liberdade por nó (translações nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$ ).

Tabela 5.18- Dimensões do PZT.

Espessura do PZT	$h = 0,0001\text{m}$
Dimensão do PZT em $x$	$L_x = 0,1\text{m}$
Dimensão do PZT em $y$	$L_y = 0,1\text{m}$

As propriedades da pastilha piezelétrica utilizada são apresentadas a seguir:

$$e = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -11.8163 \\ 0 & 0 & -11.8163 \\ 0 & 0 & 13.5987 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ C/V}; c = \begin{bmatrix} 8.8531 & 3.5454 & 2.9648 & 0 & 0 & 0 \\ 3.5454 & 8.8531 & 2.9648 & 0 & 0 & 0 \\ 2.9648 & 2.9648 & 6.918 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2.3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2.3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2.35 \end{bmatrix} \times 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} 8.85 & 0 & 0 \\ 0 & 8.85 & 0 \\ 0 & 0 & 8.85 \end{bmatrix}$$

O modelo de elementos finitos do sistema placa-PZT está apresentado na Figura 5.47. Para uma melhor caracterização do sistema foi realizado um refinamento na região do PZT e tanto a placa quanto o PZT tiveram as suas espessuras discretizadas em quatro camadas de elementos. O número de elementos da placa é de 7040 e do PZT é de 1535, totalizando 8576 elementos do modelo.

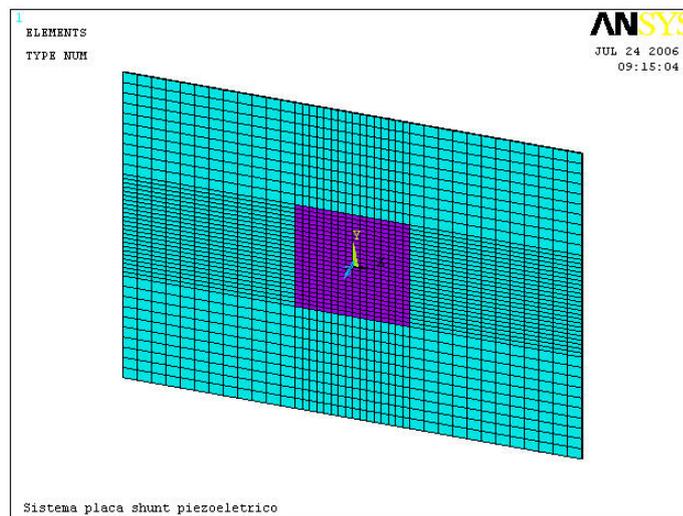


Figura 5.47– Modelo em elementos finitos do sistema placa-PZT.

Foi realizada uma análise estática empregando o procedimento descrito na Seção 5.2.1 para o cálculo da capacitância da pastilha, sendo obtido o valor  $0,1915 \times 10^{-5}$  F.

Em seguida à análise estática foi realizada a análise modal em circuito aberto e em curto-circuito, conforme procedimento descrito anteriormente, e os valores obtidos para a primeira frequência natural são:  $\omega_1^D = 33,342$  Hz ;  $\omega_1^E = 33,303$  Hz.

A partir dos resultados de capacitância da pastilha e das frequências de circuito aberto e curto-circuito, utilizando a teoria apresentada por Hagood e von Flotow (1991) e Wu (1996), sumarizadas no Capítulo III, foram calculados os valores ótimos de resistência e indutância para os *shunts* piezelétricos ressonante em série e em paralelo e, também, para o *shunt* resistivo. Os valores obtidos são mostrados na Tabela 5.19.

Tabela 5.19- Valores ótimos dos parâmetros para várias configurações de circuito *shunt*

Topologia do <i>shunt</i>	$R_{\text{ótimo}} [\Omega]$	$L_{\text{ótimo}} [\text{H}]$
Ressonante em paralelo	$3,646 \times 10^4$	11,937
Ressonante em série	170,303	11,895
Resistivo	$2,38 \times 10^3$	-

Para cada uma destas topologias foi realizada a análise harmônica, cujos resultados são apresentados nas Fig. 5.48, 5.49 e 5.50. Através da análise destas figuras é possível verificar que as topologias *shunt* ressonante em série e paralelo apresentam atenuações da amplitude máxima de vibração que são praticamente idênticas. Também é possível observar que a atenuação obtida com o *shunt* resistivo é menor que a do *shunt* ressonante, confirmando a observação anteriormente feita para o sistema viga-*shunt* piezelétrico estudado na Seção 5.2.4.

Com base nestes resultados conclui-se que a técnica uniaxial de otimização dos parâmetros proposta por Hagood e von Flotow (1991) e Wu (1996) é válida também para estruturas tri-dimensionais.

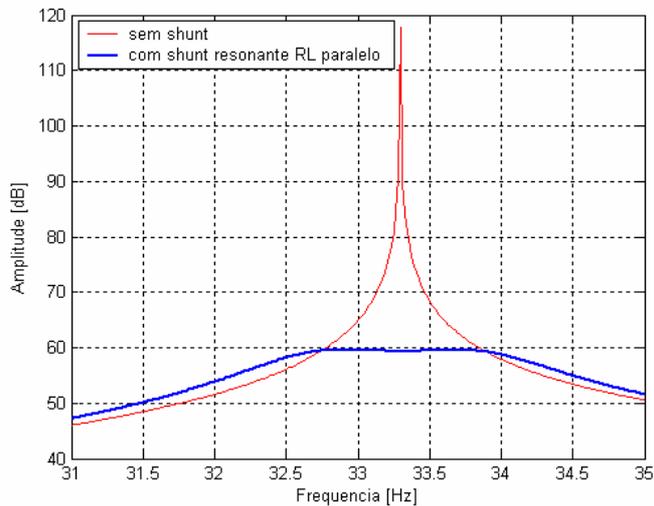


Figura 5.48 – FRF do sistema placa –*shunt* piezelétrico ressonante em paralelo.

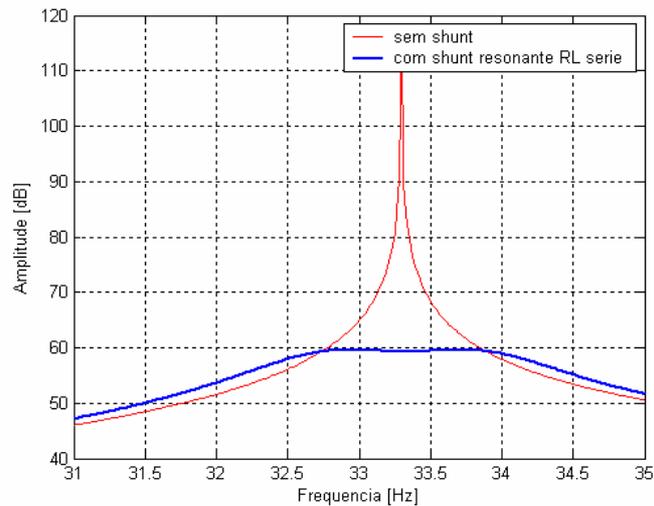


Figura 5.49– FRF do sistema placa –*shunt* piezelétrico ressonante em série.

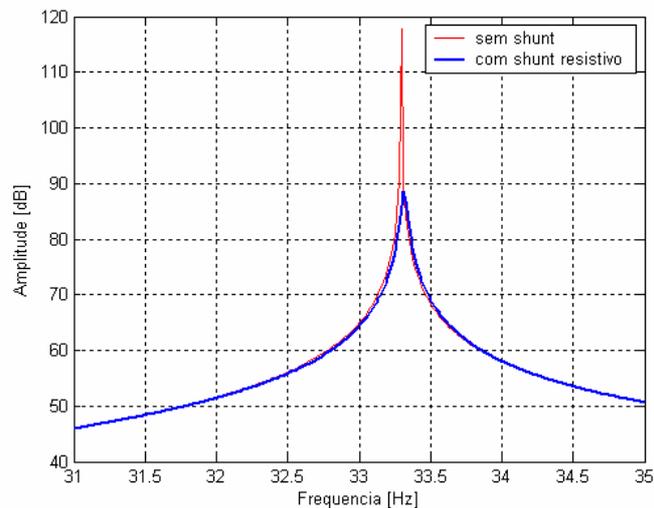


Figura 5.50 – FRF do sistema placa –*shunt* piezelétrico resistivo.

### 5.6.2 - Avaliação da influência do posicionamento das pastilhas piezelétricas.

A principal motivação para a realização das simulações descritas nesta seção é o fato que, para uma estrutura bidimensional do tipo placa, as deformações podem variar significativamente de uma região a outra. Desta forma, espera-se que, como cada modo de vibração apresenta uma distribuição específica de deformação, a eficiência do sistema de controle dos modos será influenciada pela posição do PZT em relação às formas modais.

A fim de estudar este efeito, foi utilizado um sistema constituído de uma placa de aço com as quatro extremidades livres e quatro PZTs colados segundo a configuração de

posicionamento mostrada na Fig. 5.51. As dimensões do sistema placa e PZTs utilizado são apresentadas na Tab. 5.20.

Tabela 5.20- Dimensões do PZT.

Espessura da placa	$h = 0,001\text{m}$
Dimensão da placa em $x$	$L_x = 0,5\text{m}$
Dimensão da placa em $y$	$L_y = 0,5\text{m}$
Espessura do PZT	$h = 0,00025\text{m}$
Dimensão do PZT em $x$	$l_x = 0,046\text{m}$
Dimensão do PZT em $y$	$l_y = 0,020\text{m}$

Foram analisados diversos casos. No primeiro, o circuito *shunt* foi conectado à pastilha 1; no segundo o circuito foi conectado à pastilha 2 e, nos demais, circuitos *shunt* foram conectados simultaneamente a mais de uma pastilha .

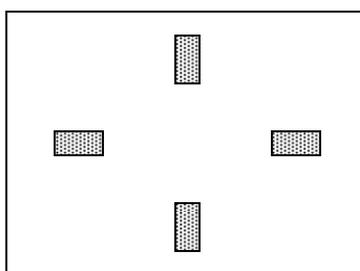


Figura 5.51 – Sistema placa – PZTs: (a) Configuração 1 e (b) Configuração 2.

Foi realizada a análise modal do sistema com todas as pastilhas em circuito aberto. Os valores das frequências naturais obtidos estão mostrados na Tabela 5.21.

Tabela 5.21 – Frequências naturais do sistema placa-PZTs

Modo	Frequência Natural - Circuito Aberto [Hz]
1	13,606
2	19,530
3	24,102
4	36,630
5	37,497

As formas modais referentes às frequências naturais 19,5454Hz, 24,0767Hz 38,653 Hz estão apresentadas nas Fig. 5.52, 5.53 e 5.54, respectivamente. Estas figuras mostram que as diferentes formas modais estão associadas a diferentes distribuições de deformações a que ficam submetidas as regiões da placa em que estão posicionadas as pastilhas piezelétricas. Desta forma, espera-se que a eficiência do sistema de controle varie de modo a modo, sendo determinada pelas distribuições correspondentes das deformações. De modo geral, espera-se que a eficiência seja maior nos casos em que as pastilhas estão posicionadas em regiões de elevadas deformações normais no plano da placa.

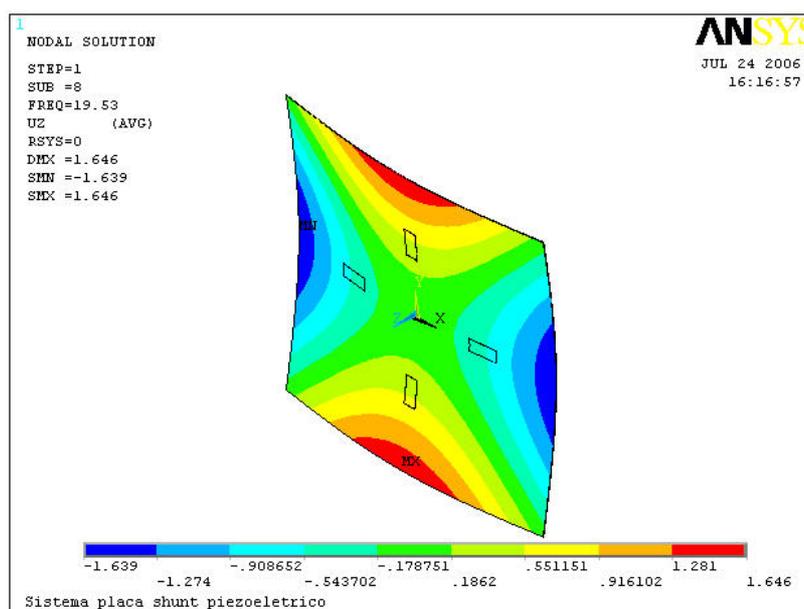


Figura 5.52- Forma modal referente à frequência natural de 19,545 Hz.

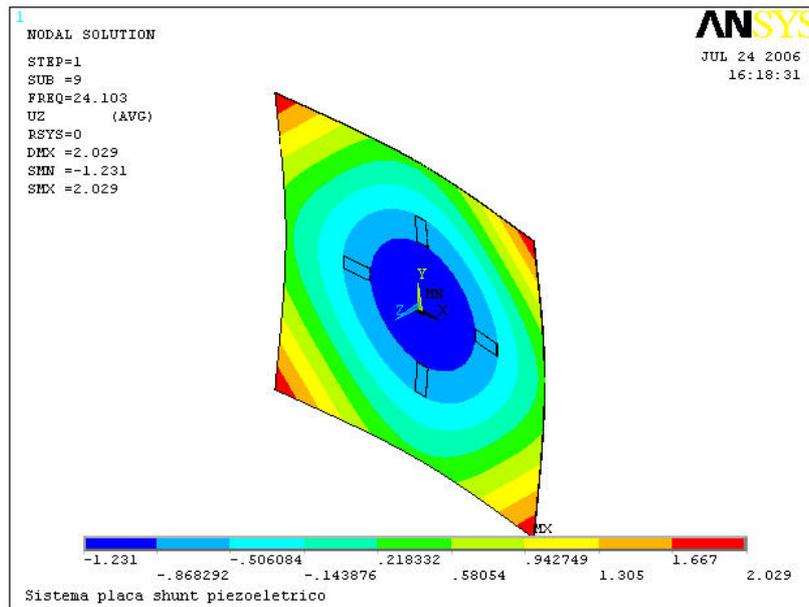


Figura 5.53- Forma modal referente à frequência natural de 24,077Hz.

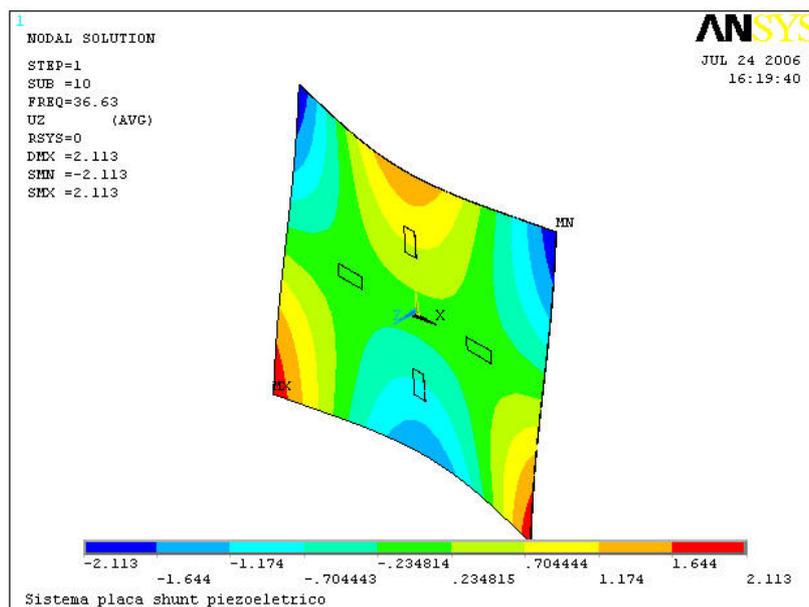


Figura 5.54- Forma modal referente à frequência natural de 38,653 Hz.

O projeto ótimo dos circuitos *shunt* ressonantes em série, sintonizados para as frequências de 19,5454, 24,0767 e 38,653 Hz, resultou nos valores de resistor e indutor apresentados na Tab. 5.22.

Tabela 5.22 – Projeto ótimo dos parâmetros do circuito elétrico para o sistema placa- *shunt* piezelétrico

Frequência Natural de vibração [Hz]	$R_{otimo}$ [ $\Omega$ ]	$L_{otimo}$ [H]
19,530	$1,329 \times 10^7$	900,67
24,102	$2,896 \times 10^6$	594,378
36,630	$1,268 \times 10^8$	256,02

No primeiro teste numérico realizado com a placa, o circuito *shunt* foi conectado apenas à pastilha 1. Analisando a forma modal correspondente à frequência de 19,53 Hz (Fig. 5.55) e o posicionamento da pastilha 1, observa-se que esta pastilha está localizada em uma região de pouca curvatura, que apresenta baixa deformação. Em função disso, o desempenho do *shunt* piezelétrico para o controle deste modo fica comprometido, como mostra a Fig. 5.66.

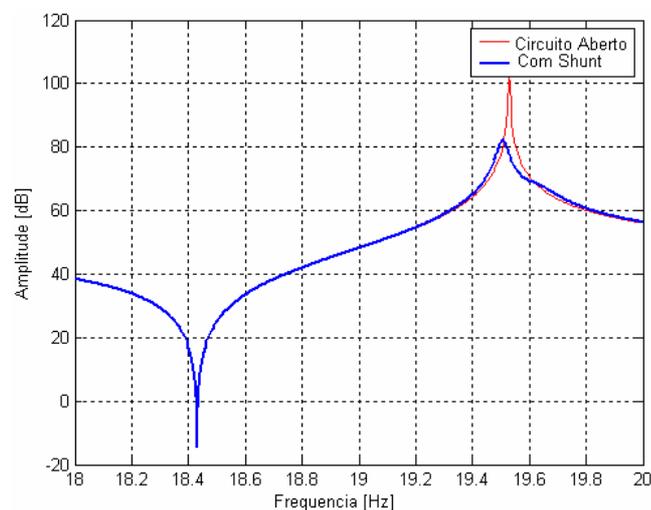


Figura 5.55 – FRF do sistema placa. Respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 1, na vizinhança da frequência natural 19,53 Hz

Para o controle da vibração do modo de frequência 24,10 Hz a posição da pastilha 1 é mais favorável, uma vez que se encontra mais próxima da região de maior deformação. Nota-

se que o desempenho do sistema *shunt* para o controle deste modo é satisfatório, como apresenta a Fig. 5.56

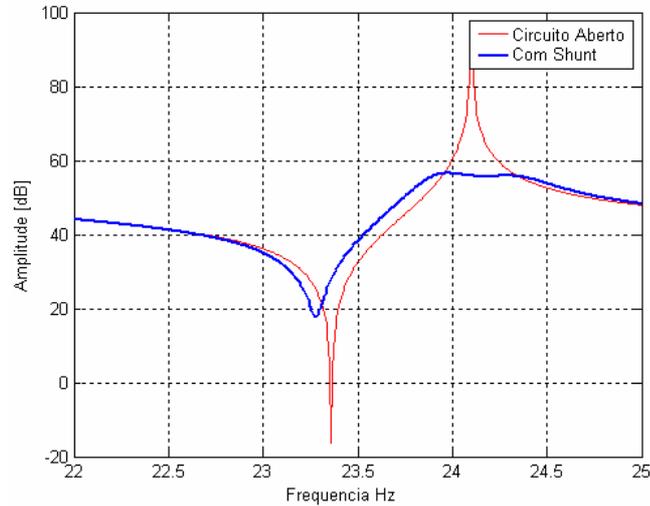


Figura 5.56 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 1, na vizinhança da frequência natural de 24,1Hz.

A Figura 5.57 mostra que o controle do modo cuja frequência natural é igual a 36,627 Hz também não foi eficiente, uma vez que não foram observadas reduções na amplitude de vibração deste modo. Este resultado pode ser explicado pelo fato de que o PZT 1 está posicionado sobre uma linha nodal, caracterizada por baixas deformações (vide Fig. 5.54).

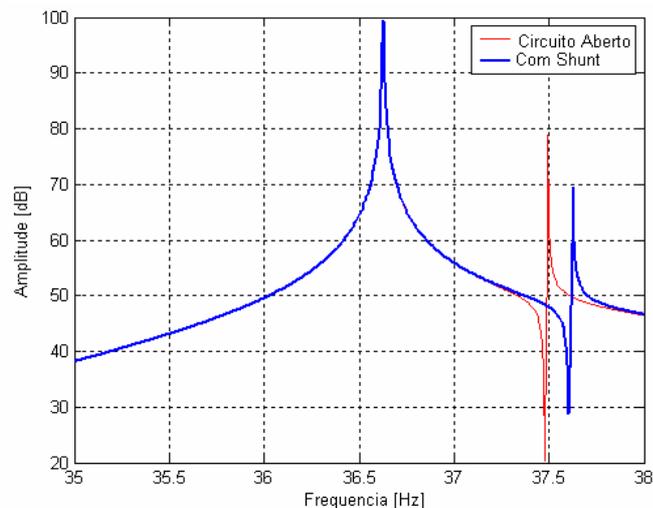


Figura 5.57 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 1, na vizinhança da frequência natural de 36,3Hz.

Descreve-se agora o estudo dos casos de controle do sistema com o circuito *shunt* conectado à pastilha 2. Os valores ótimos dos parâmetros do circuito *shunt* ressonante em série para os modos escolhidos estão apresentados na Tabela 5.23.

Tabela 5.23 – Projeto ótimo dos parâmetros do circuito elétrico para o sistema placa-*shunt* piezelétrico na configuração 2.

Frequência natural [Hz]	$R_{otimo}$ [ $\Omega$ ]	$L_{otimo}$ [H]
19,53	$1,34 \times 10^7$	900,67
24,10	$2,79 \times 10^6$	591,76
36,63	$2,76 \times 10^6$	256,11

A análise das Fig. 5.58 a 5.60, mostra que esta posição do PZT 2 não é muito favorável ao controle do modo de frequência igual a 19,53 Hz, sendo mais favorável para os dois outros modos de interesse, com frequências de 24,1 Hz e 36,6 Hz .

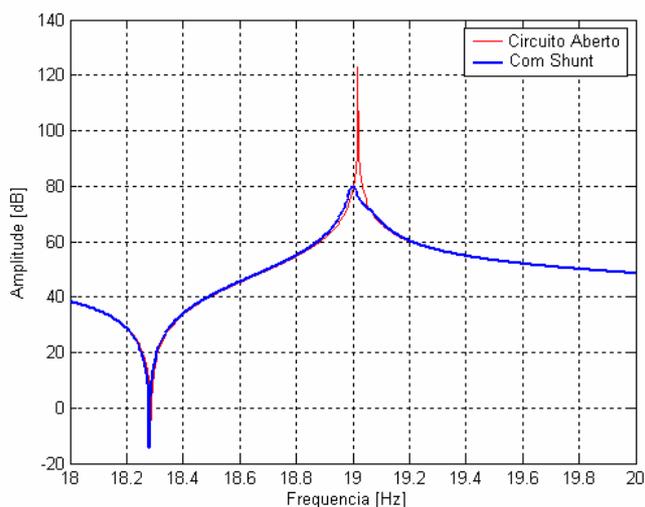


Figura 5.58 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 2, na vizinhança da frequência natural de 19,1Hz.

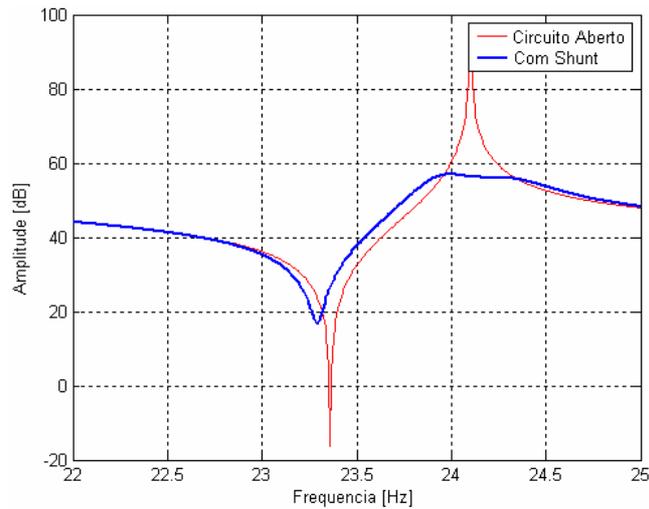


Figura 5.59 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 2, na vizinhança da frequência natural de 24,1Hz.

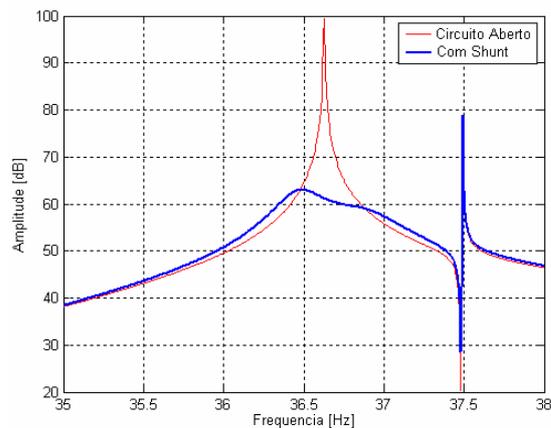


Figura 5.60 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série conectado ao PZT 1, na vizinhança da frequência natural de 36,3Hz.

Os resultados apresentados acima demonstram a importância do posicionamento da pastilha piezelétrica no desempenho do sistema de controle baseado em circuitos *shunt*, indicando que o controle multimodal efetivo requer o posicionamento adequado das pastilhas piezelétricas considerando-se as formas modais associadas aos modos de interesse.

Nas simulações seguintes, examina-se a conveniência de se utilizar simultaneamente várias pastilhas piezelétricas conectadas a circuitos *shunt* como uma forma de aumentar a

eficiência do sistema para o controle de vários modos simultaneamente. Deseja-se verificar a possibilidade de aumentar o grau de atenuação para um dado modo, mediante esta estratégia.

Para a frequência de 24,1Hz, escolhida arbitrariamente, foram realizados testes (análises harmônicas) conectando os circuitos *shunt* a duas, três e quatro pastilhas, sucessivamente. Os resultados obtidos são apresentados nas figuras 5.61 a 5.63.

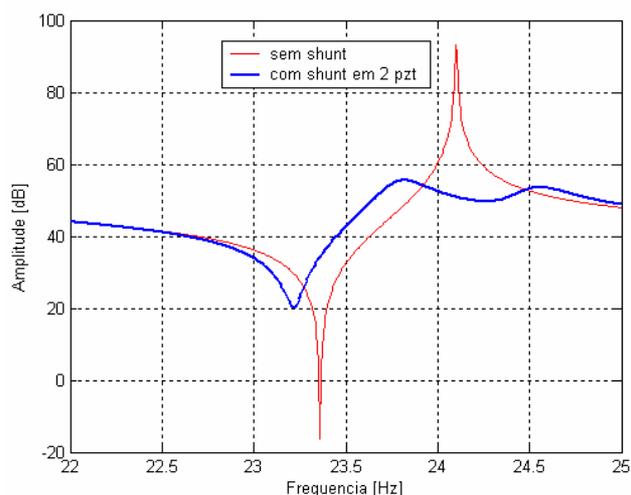


Figura 5.61 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunts* piezelétricos ressonante em série conectados às pastilhas 1 e 2.

Conectando as pastilhas 1, 2 e 3 simultaneamente e sintonizadas, foram obtidos os resultados apresentados na Fig. 5.62

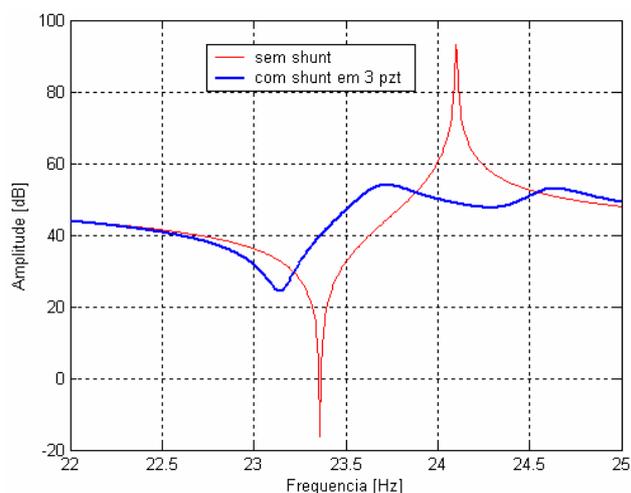


Figura 5.62 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* piezelétrico ressonante RL em série conectado às pastilhas 1, 2 e 3.

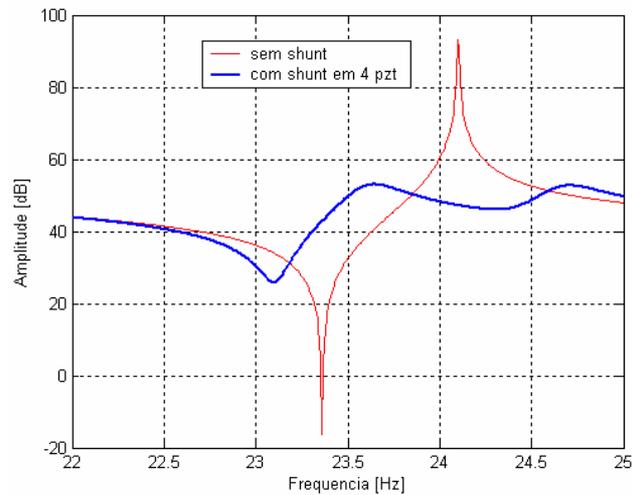


Figura 5.63 – FRF do sistema placa-PZTs: respostas do sistema sem *shunt* e com *shunt* piezelétrico ressonante RL em série conectado às pastilhas 1, 2, 3 e 4.

Os resultados mostrados nas figuras acima permitem comprovar que, aumentando o número de pastilhas conectadas ao circuito elétrico, há um progressivo aumento do nível de atenuação introduzido nas vizinhanças da freqüência natural de interesse. A título de complementação, a Figura 5.64 apresenta as várias curvas de amplitudes superpostas.

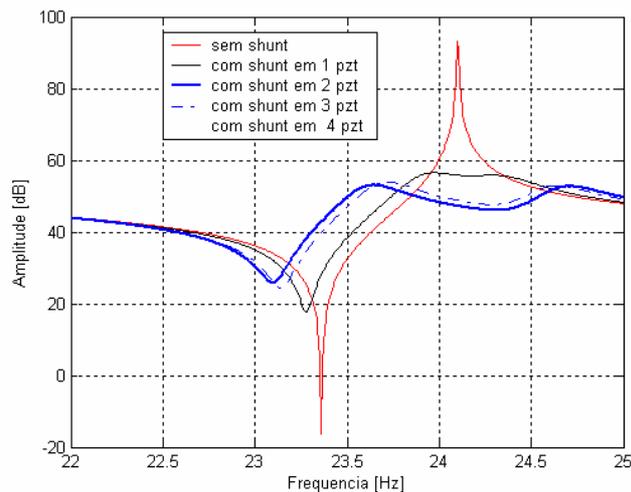


Figura 5.64 – Comparação entre as FRFs do sistema placa-PZT com uma, duas, três e quatro pastilhas conectadas a circuitos *shunt* independentes.

Uma outra alternativa de implementação testada numericamente para a placa estudada consistiu em conectar as quatro pastilhas piezelétricas simultaneamente a um único circuito

*shunt* ressonante em série, e empregando o procedimento já descrito de sintonização para o modo a frequência natural de 24,1Hz. O resultado desta simulação é apresentado na Figura 5.65.

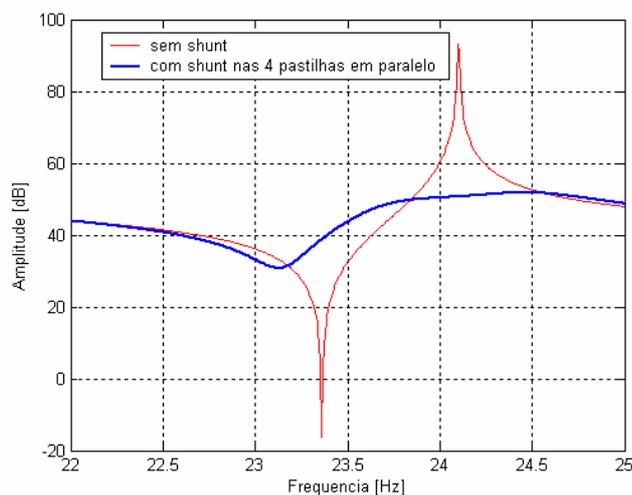


Figura 5.65 – FRFs do sistema placa-PZT sem *shunt* e com um circuito *shunt* conectado às quatro pastilhas em paralelo.

Comparando a resposta do sistema com quatro pastilhas conectadas a circuitos elétricos independentes e o sistema com quatro pastilhas conectadas a um único circuito elétrico, que a primeira estratégia conduz a atenuações ligeiramente maiores na vizinhança da frequência natural de interesse, em comparação com a segunda estratégia, verifica-se que no sistema com circuitos independentes o amortecimento introduzido é um pouco maior.

## 5.9 – Considerações finais do capítulo.

Neste capítulo foram apresentados os resultados de simulações numéricas de estruturas do tipo vigas e placas que foram modeladas utilizando o método dos elementos finitos. As simulações permitiram evidenciar diversos aspectos relacionados com o projeto e aplicação prática dos *shunts* piezelétricos, indicando a conveniência de se utilizar o MEF, o qual permite considerar situações mais complexas que não podem ser facilmente modeladas com outras técnicas mais simples de modelagem.

## CAPÍTULO VI

### Otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt* utilizando métodos naturais de otimização.

Neste capítulo é apresentada a otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt*, utilizando métodos naturais de otimização tais como os Algoritmos Genéticos (GA) e a Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization* - ACO), que são métodos pseudo-heurísticos baseados no funcionamento da natureza.

#### 6.1 – Introdução

Os resultados obtidos nas simulações numéricas realizadas no capítulo anterior mostraram que a escolha adequada dos parâmetros dos circuitos, à semelhança do que ocorre com os absorvedores dinâmicos de vibração clássicos, é de fundamental importância para a eficiência do sistema de controle passivo *shunt*. Nos casos estudados até este ponto os parâmetros ótimos dos circuitos foram calculados de acordo com as teorias apresentadas na literatura e foram obtidos resultados satisfatórios. Nestes casos, foram utilizadas soluções fechadas para determinação dos valores ótimos dos parâmetros.

Entretanto, avalia-se neste capítulo um procedimento de projeto ótimo dos circuitos de dissipação de energia, através da otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt*. Optou-se por utilizar técnicas naturais de otimização como alternativa às técnicas clássicas. Em assim sendo, foram escolhidos os Algoritmos Genéticos (AGs) e a técnica conhecida como Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization* - ACO). O interesse é avaliar a eficiência destas técnicas em topologias de circuitos *shunt* que permitam o controle multimodal de vibrações. Deseja-se também avaliar a eficiência destas topologias na otimização de dois parâmetros simultaneamente, como por exemplo os valores de resistor e indutor do *shunt* ressonante em série.

A seguir será apresentada uma revisão dos métodos de otimização, a função objetivo utilizada em cada caso, as funções de restrição e os resultados obtidos.

## 6.2 – Algoritmos Genéticos (AGs)

Os Algoritmos Genéticos (AGs) são métodos de busca aleatória e otimização baseados na evolução genética de organismos biológicos. Esta técnica foi criada por Holland na década de 60 e largamente estudada por Goldberg (1989) e Michalewicz (1996).

Os AGs operam sobre uma população de indivíduos gerada aleatoriamente dentro do espaço de busca e geralmente representada por cadeias binárias. Cada indivíduo é considerado uma possível solução para o problema e a ele é atribuído um índice de aptidão, quantificado pelo valor da função objetivo a ele associado. Isso significa que o problema é avaliado a partir de indivíduos codificados, pelo menos na forma originalmente proposta. Ultimamente, têm sido utilizados os algoritmos genéticos de parâmetros contínuos, conforme explicado por Haupt e Haupt (1998).

Como nos organismos biológicos, nos Algoritmos Genéticos a população de indivíduos passa por um processo de evolução e, nesta fase, é dada maior probabilidade de reprodução aos indivíduos melhor adaptados, à luz do princípio da luta pela vida, evidenciado no Darwinismo. A evolução é feita através de três operadores básicos, realizados aleatoriamente. A apresentação sucinta feita abaixo tem por finalidade dar apenas uma visão global da metodologia utilizada. Maiores detalhes podem ser obtidos na bibliografia já mencionada.

O primeiro operador é a *seleção*. Nesta etapa são escolhidos os melhores indivíduos para reprodução, em quantidades proporcionais ao seu índice de aptidão.

O segundo operador consiste no *cruzamento* dos indivíduos selecionados. Nesta etapa do processo ocorre troca de material genético entre os indivíduos envolvidos.

O terceiro operador é a *mutação* que envolve um número limitado de indivíduos da população, ocorrendo modificação do conteúdo genético destes indivíduos. No caso de uma codificação no sistema binário, equivaleria à troca de “1” por “0”, ou vice-versa, nos *bits* correspondentes (dentro da cadeia de caracteres do indivíduo representado por um cromossomo). Assim como na natureza, isso ocorre numa taxa bastante pequena.

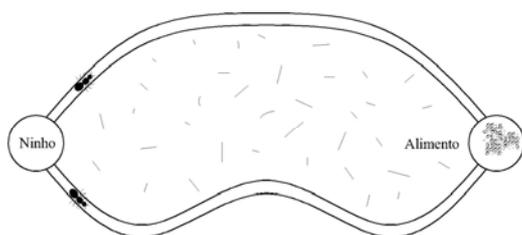
A principal característica dos AGs é a de que eles operam simultaneamente com um conjunto de pontos do espaço de busca, e não com um único ponto, como é o caso dos métodos clássicos de otimização. Além disso, a aplicabilidade dos AGs não é limitada pela necessidade de computar os gradientes da função objetivo e das funções de restrição, nem pela possível existência de descontinuidades na função objetivo. Isso porque, neste caso, são

requeridos apenas os valores da função objetivo, avaliados para cada indivíduo da população ao longo das sucessivas gerações. Dadas as suas características, os Algoritmos Genéticos apresentam geralmente boa robustez, mesmo num contexto multimodal, ou seja, quando se verifica a existência de vários mínimos locais da função objetivo dentro do espaço de busca. Além disso, o método é também robusto à presença de incertezas (ruído experimental) que podem intervir na função objetivo. (Silva, 1999) quando da utilização desta técnica acoplada a técnicas experimentais. Pode-se ainda dizer que o método pode não convergir para o ótimo global, porém evolui rapidamente para a região do ótimo global. Numa etapa seguinte, o mínimo global pode ser obtido através de outros métodos numéricos.

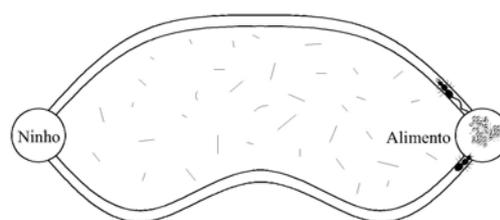
### 6.3 – Otimização por Colônia de Formigas (*Ant Colony Optimization - ACO*)

O algoritmo natural ACO foi concebido inicialmente por Marco Dorigo (1992). Este método foi desenvolvido pensando na solução de problemas de otimização discretos, tendo sido estendido posteriormente para problemas de otimização com variáveis contínuas.

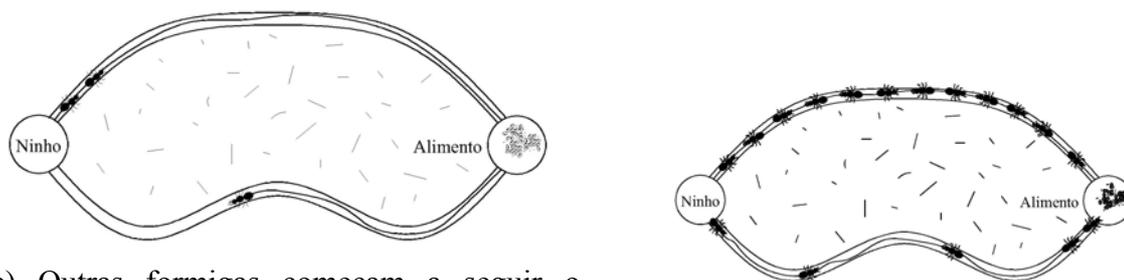
A criação do método de otimização conhecido como ACO foi inspirada na experiência com formigas realizada por Goss, Aron, Deneubourg e Pasteels (Do Prado e Saramago, 2006). Esta experiência consistiu em submeter uma colônia de formigas *Iridomyrmex humilis* a uma fonte de alimento, sendo propostos dois caminhos distintos para chegar a esta fonte, como mostra a Fig. 6.1, apresentada a seguir.



(a) Movimentação inicial das formigas em direção ao alimento.



(b) Uma formiga retorna ao formigueiro, enquanto a outra ainda se movimenta em direção ao alimento pelo caminho mais longo.



(c) Outras formigas começam a seguir o ferormônio depositado pela primeira formiga ao retornar ao formigueiro pelo caminho mais curto.

(d) A maioria das formigas começa a seguir o melhor caminho (com traço mais intenso de feromônio) em direção ao alimento.

Figura 6.1 – Comportamento natural de formigas, conforme utilizado na formulação do algoritmo natural conhecido como ACO (adaptado de Do Prado e Saramago, 2006).

Esta experiência foi planejada de forma tal que as formigas tinham apenas duas escolhas para o caminho entre o formigueiro e a fonte de alimentos, sendo um caminho maior (mais longo) e outro menor. Após certo tempo, observou-se que a maioria das formigas optava pelo mesmo caminho, e que, à medida que a diferença de tamanho entre os caminhos aumentava, maior era a probabilidade de as formigas escolherem o caminho menor.

A explicação para este comportamento está na deposição de uma substância denominada “Ferormônio”. Esta substância é depositada pelas formigas durante a sua locomoção para marcar o caminho percorrido. Quanto maior a quantidade de Ferormônio em um caminho, maior a probabilidade deste ser escolhido pelas demais formigas.

Assim, no caso da experiência onde um caminho a ser percorrido era menor que o outro, a quantidade de formigas vindo do caminho menor é maior do que a quantidade de formigas vindo através do caminho maior. Então, na viagem de retorno ao ninho as formigas encontraram mais ferormônio sobre o menor caminho, o que reforça sua escolha, resultando um número maior de formigas percorrendo este caminho.

Com base nesta experiência, criou-se o método de otimização ACO, que é, portanto, um algoritmo que imita o comportamento natural de formigas na busca por alimentos. Onde os possíveis caminhos entre o ninho e a fonte de alimento podem ser vistos no ACO como o grupo de possíveis soluções (vetor das variáveis de projeto), o caminho mais curto entre o

ninho e a fonte de alimento pode ser visto no ACO como a solução ótima. A comunicação por meio de ferormônios pode ser vista como o próprio procedimento de otimização.

O procedimento numérico que modela a comunicação entre as formigas por ferormônios pode ser realizado utilizando uma função de distribuição normal, como a apresentada na Eq. (6.1), abaixo:

$$ferormônio(x) = e^{-\frac{(x-x_{min})^2}{2\sigma^2}} \quad (6.1)$$

onde  $x_{min}$  é o melhor ponto encontrado durante o processo de otimização dentro do espaço de projeto e  $\sigma$  é um índice de agregação das formigas ao longo do processo de minimização, que é dado pelo desvio padrão das soluções candidatas (colônia de formigas), retornando um desvio padrão para cada variável de projeto.:

$$\sigma = Std(colônia) \quad (6.2)$$

Um gerador de números aleatórios baseados em uma distribuição normal atualiza as variáveis de projeto de cada formiga. A cada atualização das variáveis de projeto é atualizada a distribuição de ferormônio.

É possível observar a existência de uma acumulação de ferormônio na área do melhor candidato a ótimo. Este fato reforça a probabilidade de escolha que levará às soluções ótimas. Porém, para evitar uma convergência prematura das soluções ótimas, é adotado um processo conhecido por evaporação de ferormônio. Este processo permite dispersar o acúmulo de ferormônio através de uma mudança no desvio padrão de cada uma das variáveis, de acordo com a seguinte relação:

$$\sigma_{novo} = \gamma\sigma_{velha} \quad (6.3)$$

onde  $\gamma > 1$  é a taxa de evaporação.

A taxa de evaporação do ACO é o único parâmetro a ser escolhido pelo usuário. A taxa de ferormônio adotada nas simulações numéricas utilizadas neste trabalho foi 1,25.

Os dois métodos são implementados numericamente em elementos finitos na plataforma Matlab<sup>®</sup>. Os parâmetros de saída do MEF são fornecidos aos algoritmos naturais ACO e/ou GA. Esses métodos são fornecidos na plataforma do Simples<sup>®</sup> 2.1, implementada por Felipe C. Viana.

#### 6.4 – Projeto de otimização dos circuitos *shunt*.

No processo de otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt* deseja-se obter valores de resistores que proporcionem o máximo fator de amortecimento para o controle multimodal do modelo de viga escrito através de elementos finitos, construído em ambiente Matlab<sup>®</sup>, e apresentado no capítulo 5. Os parâmetros de saída do modelo de elementos finitos são fornecidos aos algoritmos naturais ACO e GA. Estes, por sua vez, calculam os resultados parciais e realimentam o processo até que sejam cumpridos os critérios de parada. Neste trabalho adotaram-se dois critérios simples de convergência, a saber: o número máximo de iterações permitidas ou a estagnação das populações.

Para a escolha dos parâmetros ótimos dos circuitos *shunt*, foram adotadas como variáveis de projeto os valores dos resistores para as diferentes configurações de circuito aqui estudados, a saber, capacitância negativa em série, em paralelo e multimodal.

A função objetivo adotada é apresentada na seguinte equação:

$$f(R) = \sum_i^n \{P(i) \times \max(H_i)\} \quad i=1, \dots, n \quad (6.4)$$

$$\text{Sujeito a } X^u \leq X \leq X^L \quad (6.5)$$

onde,  $H$  é o vetor que fornece a amplitude do  $i$ -ésimo modo de interesse,  $P(i)$  são pesos arbitrários atribuídos para cada modo  $i$  de vibração,  $n$  é o número total de modos de vibração controlados simultaneamente,  $X^u$  e  $X^L$  representam, respectivamente, os limites inferiores e superiores das variáveis de projeto.  $R$ , é a resistência elétrica, que é utilizada como variável de projeto.

Deve ser observado que a Eq. (6.4) representa uma função multi-objetivo, uma vez que mais de um modo de vibração é considerado pelo otimizador. A técnica utilizada, ponderação dos objetivos, simplesmente transforma os vários objetivos (elementos de um vetor de funções objetivo) num valor escalar a ser minimizado.

As propriedades físicas e geométricas da viga são descritas na Tabela 5.1. A pastilha piezolétrica utilizada apresenta as propriedades descritas na Tabela 5.3.

A seguir serão apresentados os resultados de otimização obtidos através da utilização das duas heurísticas mencionadas, para as diferentes configurações de circuitos *shunt*.

#### 6.4.1 – Otimização do circuito *shunt* resistivo utilizando AG e ACO.

A otimização do circuito *shunt* resistivo foi realizada visando a atenuação simultânea dos três primeiros modos do sistema viga-PZT apresentado no Capítulo 5. Na função objetivo, descrita na Eq. (6.4), os pesos  $P$  de cada modo  $i$  foram considerados iguais e unitários. Os parâmetros de entrada utilizados foram 20 indivíduos e 20 gerações. As restrições laterais foram adotadas com base nos critérios de máximo fator de amortecimento e máximo fator de perda, também discutidos no Capítulo 5. Os valores dos limites máximos e mínimos estabelecidos para os resistores foram  $R^u=7,0 \times 10^4 \Omega$  e  $R^l=4,0 \times 10^3 \Omega$ , respectivamente.

Estes parâmetros de ajuste do otimizador foram utilizados nos dois métodos naturais ACO e GA e o valor ótimo obtido para o resistor encontrado segundo estes dois critérios é apresentado na Tab. 6.1 onde se observa que os dois métodos escolhidos levaram praticamente ao mesmo valor de resistor.

Tabela 6.1- Valores ótimos de resistor para o circuito *shunt* resistivo obtidos pelos métodos de otimização ACO e GA.

	ACO	GA
$R_{\text{ótimo}} [\Omega]$	$6,49 \times 10^4$	$6,50 \times 10^4$

Considerando que este valor ótimo de resistor foi obtido para o controle dos três primeiros modos naturais de vibração, na Fig. 6.2(a,b e c) são apresentados os sistemas sem controle e com controle na região do primeiro, segundo e terceiro modos, respectivamente. Observa-se que houve uma redução maior para o primeiro modo, enquanto que para o segundo modo a atenuação é menor e para o terceiro modo não se observa alteração de amplitude do sistema com controle em relação ao sistema sem controle. Este comportamento foi encontrado também no capítulo 5, onde se utilizou o critério de otimização descrito na literatura. Assim, foi constatado que o sistema *shunt* ressonante resistivo não produz atenuações significativas ao longo de toda a banda de frequência. Assim sendo, considera-se que sua utilização é mais adequada para controle unimodal.

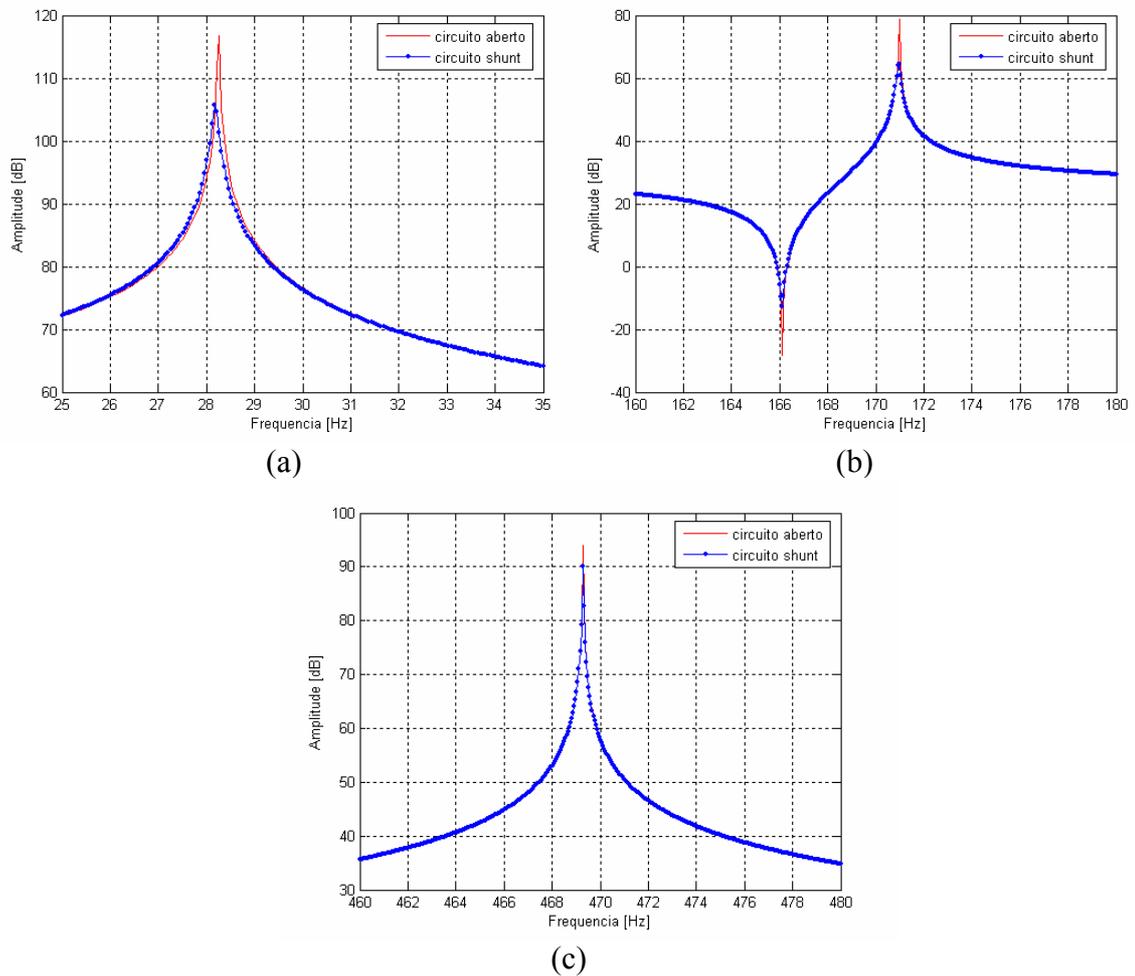


Figura 6.2 - FRF do sistema viga com *shunt* piezelétrico resistivo projetado para o controle simultâneo dos três primeiros modos e avaliado (a) na região dos primeiro modo; (b) na região dos segundo modo; e (c) na região do terceiro modo.

Os relatórios gráficos gerados pelos otimizadores ACO e GA são apresentados nas Fig. 6.3 e 6.4 respectivamente. Neste relatório é apresentada uma avaliação da média e do melhor indivíduo ao longo das várias gerações e também qual o critério de parada foi verificado pelo algoritmo (o cumprimento de todas as iterações solicitadas ou a estagnação do valor da função objetivo após cinco gerações).

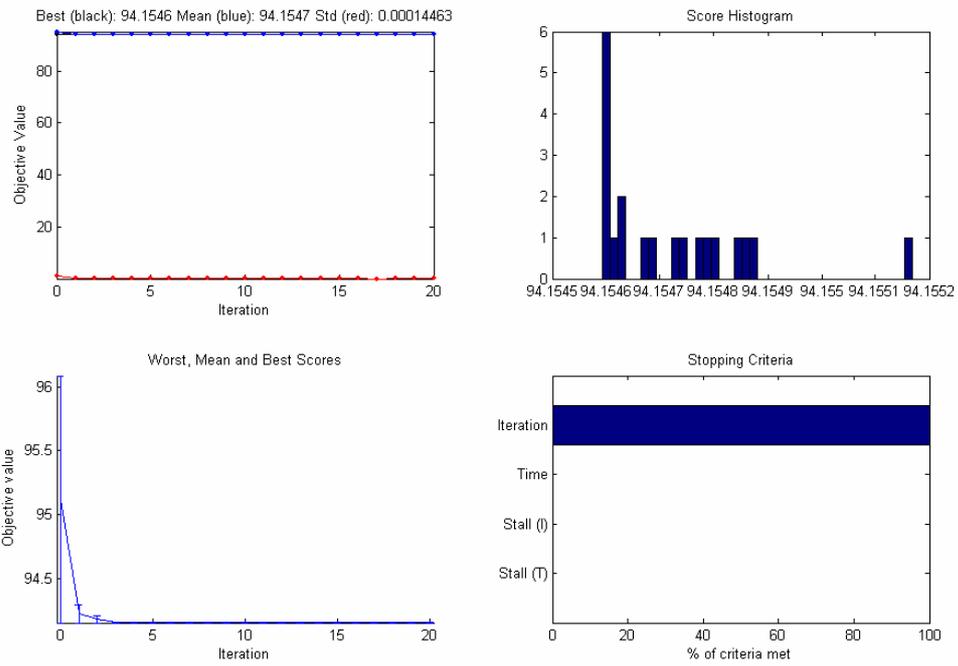


Figura 6.3- Otimização do *shunt* resistivo- Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização ACO.

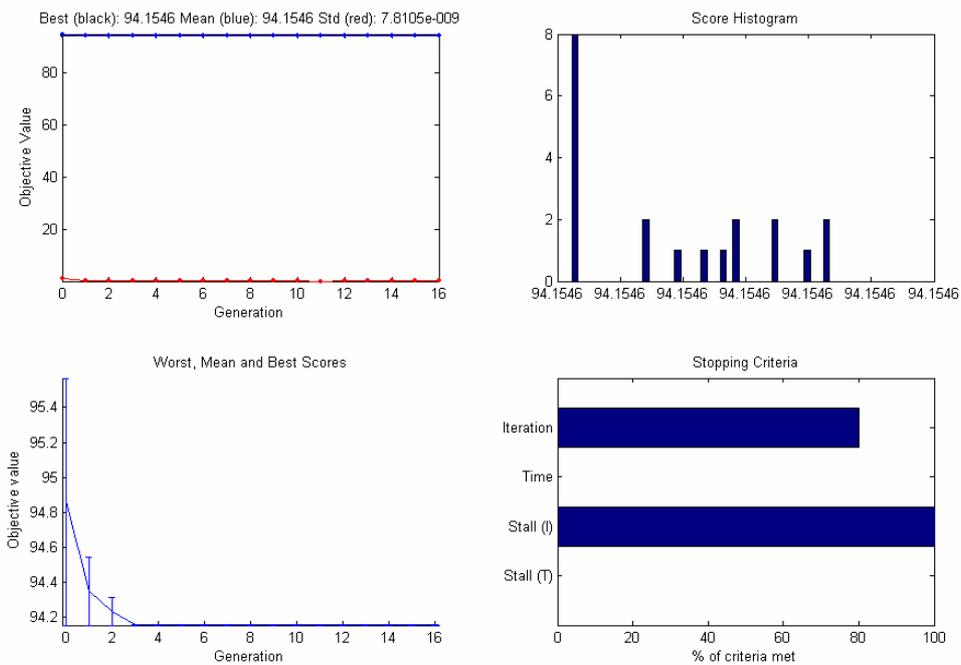


Figura 6.4- Otimização do *shunt* resistivo- Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização GA.

#### 6.4.2 – Otimização do circuito *shunt* de capacitância negativa em série utilizando AG e ACO.

A otimização do circuito *shunt* de capacitância negativa em série foi realizada considerando-se na função objetivo a minimização das amplitudes dos três primeiros modos, com pesos iguais e unitários para cada modo. Entretanto, como esta é uma técnica que permite o controle multimodal, aparece também o interesse em avaliar o impacto do resistor ótimo no comportamento dos demais modos do sistema.

As restrições laterais utilizadas foram baseadas no critério de máximo fator de amortecimento, apresentado no Capítulo 5, sendo que os valores para os limites máximo e mínimo do resistor foram adotados de acordo com a seguinte desigualdade:  $8\Omega < R_{\text{optm}} < 1,8 \times 10^3 \Omega$ . Durante o processo de otimização foram utilizados 20 indivíduos, que foram avaliados durante 20 gerações.

Salienta-se que os otimizadores GA e ACO utilizaram as mesmas restrições laterais e os mesmos números de indivíduos e gerações. Entretanto, verificou-se que os dois otimizadores chegaram a valores ótimos de resistores diferentes, como mostra a Tab. 6.2 que apresenta os resultados obtidos por cada método natural.

Tabela 6.2- Valores ótimos de resistor para o circuito *shunt* de capacitância negativa em série obtidos pelos métodos de otimização ACO e GA.

	<b>ACO</b>	<b>GA</b>
<b>R<sub>ótimo</sub> [<math>\Omega</math>]</b>	$9,99 \times 10^2$	$1,76 \times 10^3$

A solução encontrada pelo ACO é avaliada na Fig. 6.5 (a,b) que apresenta os sistemas sem controle e com controle na região que contempla do primeiro ao nono modo. Verifica-se que o valor ótimo de resistor encontrado pelo ACO foi capaz de atenuar significativamente os dois primeiros modos e teve uma atenuação menos expressiva no terceiro modo. Observa-se também que o sexto, sétimo oitavo e nono modos também tem reduzidos os valores de pico de suas amplitudes. Verifica-se assim que o valor ótimo de resistor obtido pelo ACO introduziu amortecimento não apenas nos três primeiros modos, mas em toda a banda de frequência avaliada.

Observa-se também que o resistor ótimo obtido pelo ACO ( $R_{\text{optm}} = 9,99 \times 10^2$ ) é bastante próximo do resistor ótimo obtido no Capítulo 5, ao utilizar o critério do máximo fator de

amortecimento para o segundo modo ( $R_{optm}=9,33 \times 10^2$ ). Os resultados obtidos pelos dois métodos são bastante similares também.

Desta forma, verifica-se que a utilização do método ACO para a otimização do resistor de *shunts* de capacitância negativa em série conduz a resultados bastante satisfatórios. Destaca-se ser esta uma alternativa de critério de otimização quando não é trivial a resolução do problema de auto-valor para a obtenção dos fatores de amortecimento.

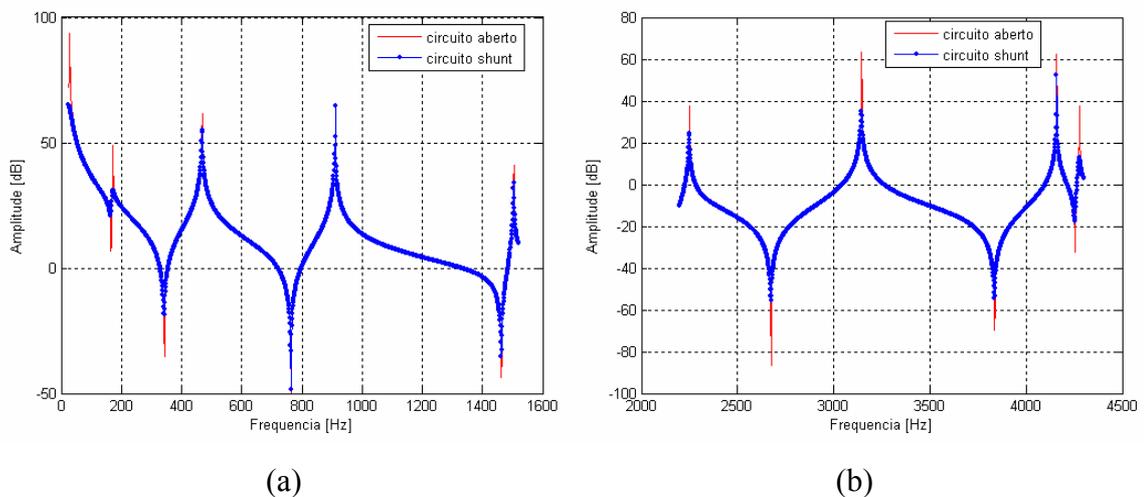


Figura 6.5- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série com resistor ótimo calculado pelo método ACO (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de frequência que compreende do sexto ao nono modo.

A Figura 6.6 apresenta o relatório gráfico fornecido pelo método ACO, onde se verifica que neste caso o critério de parada foi o cumprimento do número máximo de iterações inicialmente estabelecido.

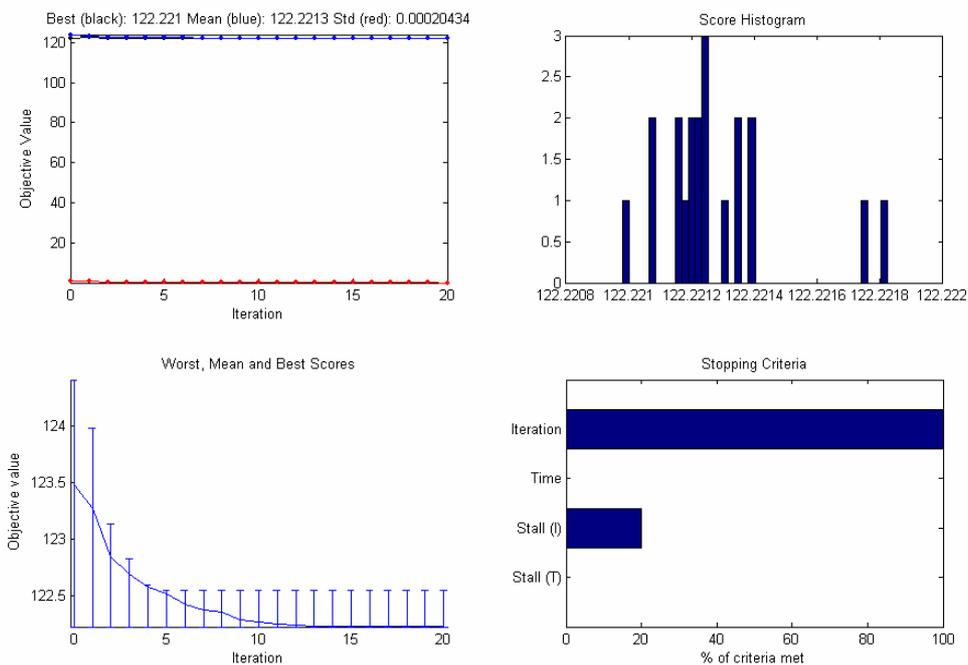


Figura 6.6- Otimização do *shunt* de capacitância negativa em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização ACO.

A avaliação da solução obtida pelo GA é realizada na Fig. 6.7 (a,b) onde são apresentados os sistemas sem controle e com controle na região do primeiro ao nono modo. Verifica-se que também neste caso o valor ótimo de resistor obtido foi capaz de introduzir amortecimento em toda a banda de frequência analisada.

No caso do *shunt* de capacitância negativa em série, foi verificado no Capítulo 5 que a otimização do resistor não obedece uma tendência linear e os resultados aqui obtidos, comparando-se os dois métodos de otimização GA e ACO, indicam para o fato que a solução deste problema de otimização não é única, uma vez que os dois otimizadores conduziram a valores distintos de resistor, porém a resposta do sistema foi similar para os dois casos. Desta forma, verifica-se que ambas as técnicas de otimização podem ser consideradas no processo de otimização do circuito *shunt* de capacitância negativa em série.

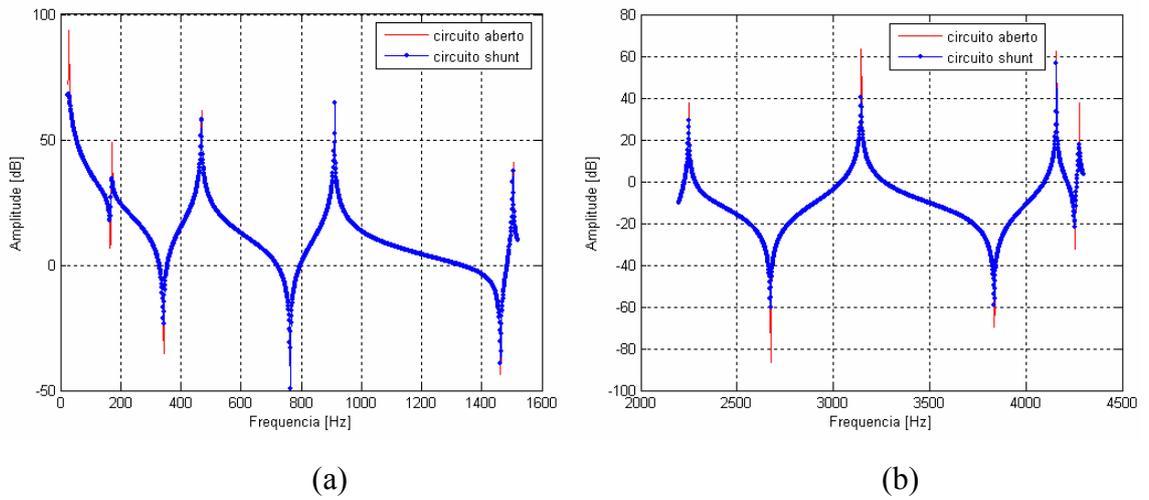


Figura 6.7 FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em série com resistor ótimo calculado pelo método GA (a) banda de freqüência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de freqüência que compreende do sexto ao nono modo.

Na Figura 6.8 é apresentado o relatório gráfico fornecido pelo método GA, onde se verifica que houve a convergência da função objetivo e que o critério de parada foi o cumprimento do número máximo de iterações inicialmente estabelecido.

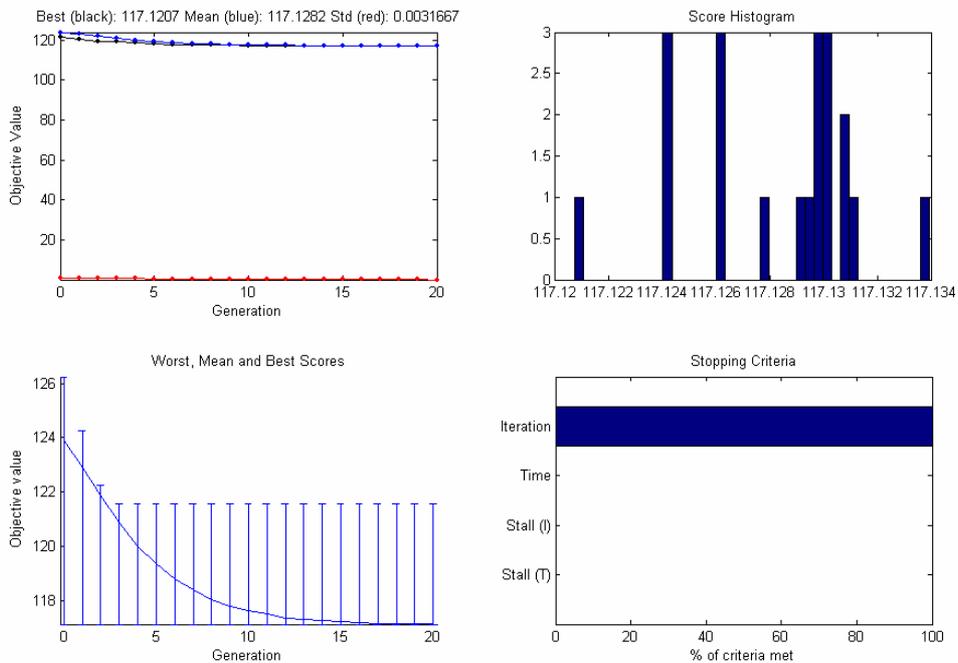


Figura 6.8- Otimização do *shunt* de capacitância negativa em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização GA.

### 6.4.3 – Otimização do circuito *shunt* de capacitância negativa em paralelo utilizando AG e ACO.

Assim como realizado para o caso do *shunt* de capacitância negativa em série, a otimização do *shunt* de capacitância negativa em paralelo foi também realizada, considerando simultaneamente a minimização das amplitudes dos três primeiros modos. Foi também avaliada a influência do resistor ótimo no comportamento dos demais modos.

Como nos casos anteriores, foram utilizados 20 indivíduos, avaliados durante 20 gerações.

A escolha das restrições laterais para esta topologia foi mais complexa que a das outras duas estudadas anteriormente, pois com a otimização do valor do resistor, desejava-se atenuar toda a banda de frequência analisada, sem alteração dos valores das frequências naturais.

Porém, os resultados obtidos no capítulo 5 mostraram que, utilizando o critério de máximo fator de amortecimento, a atenuação ao longo de toda a banda era acompanhada do deslocamento dos valores das frequências naturais dos modos mais altos. Assim, utilizando o critério do máximo fator de perda, obtinha-se apenas a atenuação dos modos de frequência mais elevada, porém, sem nenhum deslocamento das frequências naturais.

Portanto, na tentativa de encontrar um valor de resistor capaz de introduzir amortecimento em toda a banda da frequência, sem que com isso houvesse deslocamento das frequências, as restrições laterais foram inicialmente escolhidas em um intervalo de valores que compreendesse os valores ótimos dos critérios de máximo fator de amortecimento e perda, conforme estabelecidos pela seguinte desigualdade:  $2,0 \times 10^3 < R_{\text{optm}} < 1,0 \times 10^6$ .

Considerando estas restrições laterais iniciais, os métodos GA e ACO obtiveram os valores ótimos de resistores para o *shunt* ressonante em paralelo apresentados na Tab. 6.3.

Tabela 6.3- Valores ótimos de resistor para o circuito *shunt* de capacitância negativa em paralelo obtidos pelos métodos de otimização ACO e GA.

	<b>ACO</b>	<b>GA</b>
<b>R<sub>ótimo</sub> [<math>\Omega</math>]</b>	$2,0 \times 10^3$	$3,8 \times 10^4$

O comportamento do sistema com o resistor ótimo calculado pelo ACO é verificado na Fig. 6.9 (a,b) que apresenta os sistemas sem controle e com controle, na região que contempla do primeiro ao nono modo. Na análise dos resultados observa-se que houve atenuação apenas a partir do quinto modo, não se verificando nenhuma alteração nos três primeiros modos.

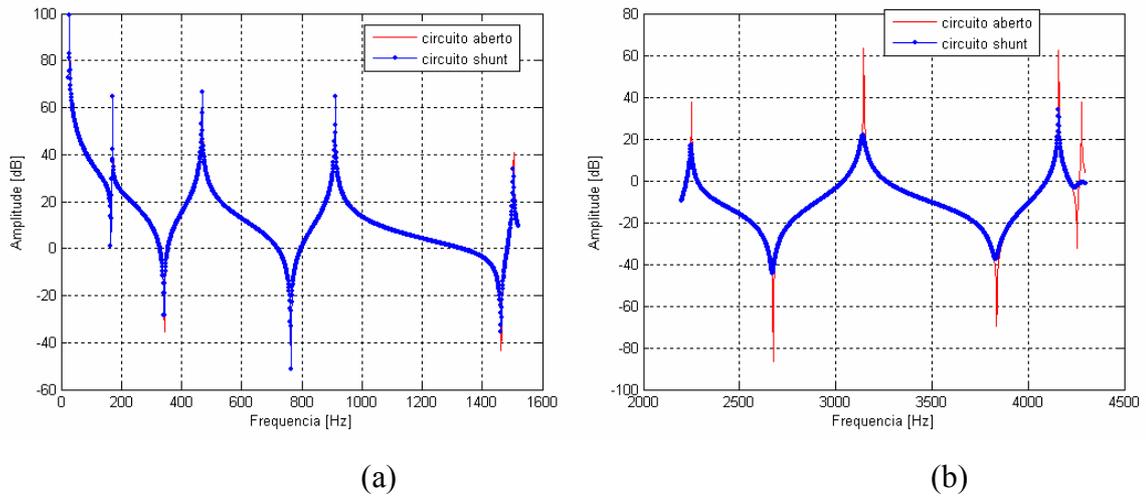


Figura 6.9 FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo com resistor ótimo calculado pelo método ACO (a) banda de freqüência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de freqüência que compreende do sexto ao nono modo.

Utilizando o valor ótimo de resistor calculado pelo GA, verifica-se que há uma ligeira atenuação do segundo e terceiro modos e atenuações mais expressivas do quinto ao nono modos. Entretanto, as atenuações do sétimo e oitavo modos são acompanhadas de deslocamentos em freqüência, conforme mostra a Fig. 6.10(a,b), que apresenta os sistemas sem controle e com controle na região que contempla do primeiro ao nono modo.

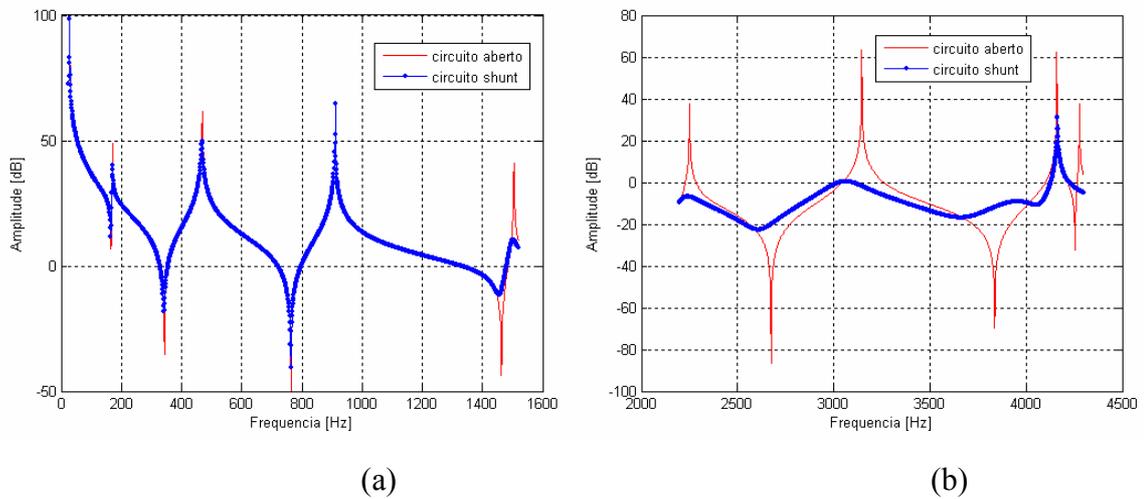


Figura 6.10 FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo com resistor ótimo calculado pelo método GA (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de frequência que compreende do sexto ao nono modo.

Como o resultado desejado (introdução de amortecimento em toda a banda sem alteração dos valores das frequências) não foi obtido, foi realizado um novo procedimento de otimização, com restrições laterais definidas agora pela seguinte desigualdade:  $3,0 \times 10^5 < R_{\text{optm}} < 1,0 \times 10^6$ .

Nesta nova condição, os valores ótimos de resistores obtidos pelo ACO e GA são apresentados na Tab. 6.4 mostrada a seguir:

Tabela 6.4- Valores ótimos de resistor para o circuito *shunt* de capacitância negativa em paralelo obtidos pelos métodos de otimização ACO e GA.

	<b>ACO</b>	<b>GA</b>
<b>R<sub>ótimo</sub> [Ω]</b>	$3,0 \times 10^5$	$2,03 \times 10^4$

O comportamento do sistema com o resistor ótimo calculado pelo ACO é verificado na Fig. 6.9 (a,b) que apresenta sistemas sem controle e com controle na região que contempla do primeiro ao nono modo. Na análise dos resultados observa-se que houve atenuação apenas a partir do quinto modo, não se verificando nenhuma alteração nos três primeiros modos.

Com o resistor ótimo calculado pelo ACO, é calculada a resposta do sistema. Os resultados são mostrados na Fig. 6.11(a,b) que apresenta o comportamento do sistema sem controle e com controle na região que envolve do primeiro ao nono modo. Verifica-se que houve a introdução de amortecimento em toda a banda, e também um deslocamento das frequências a partir do quinto modo.

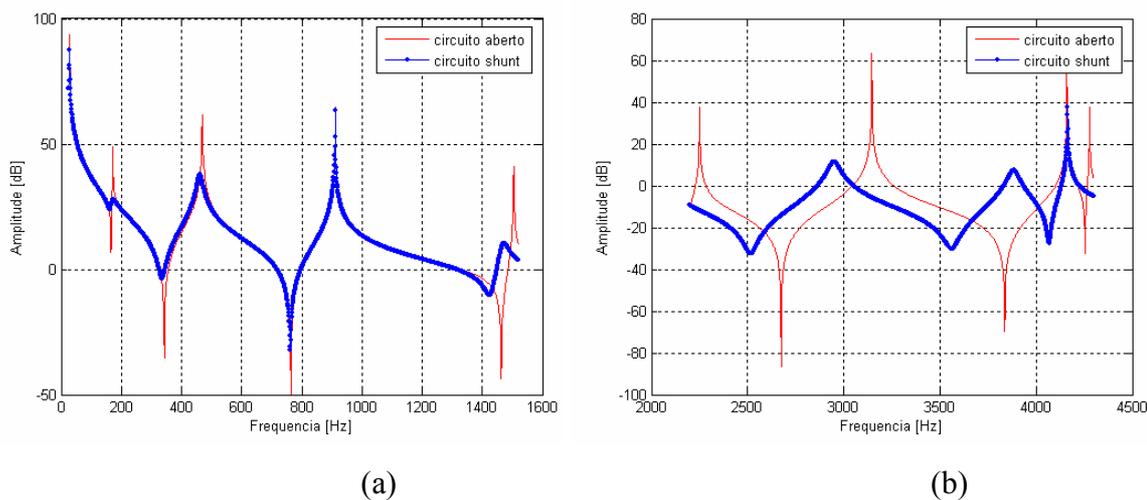


Figura 6.11- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo com resistor ótimo calculado pelo método ACO (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de frequência que compreende do sexto ao nono modo.

O relatório gráfico gerado pelo ACO é apresentado na Fig. 6.12.

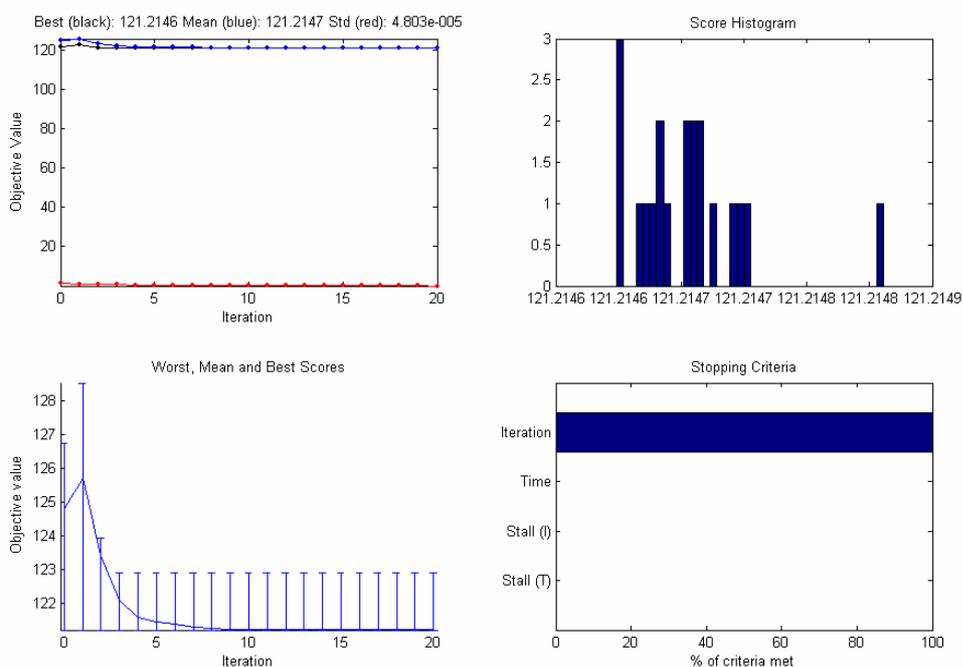


Figura 6.12- Otimização do *shunt* de capacitância negativa em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização ACO.

O sistema com o resistor calculado pelo GA é avaliado na Fig. 6.13(a,b), que mostra o sistema sem controle e com controle na região do primeiro ao nono modo. Observa-se que apenas a partir do quinto modo se verificam reduções significativas de amplitude.

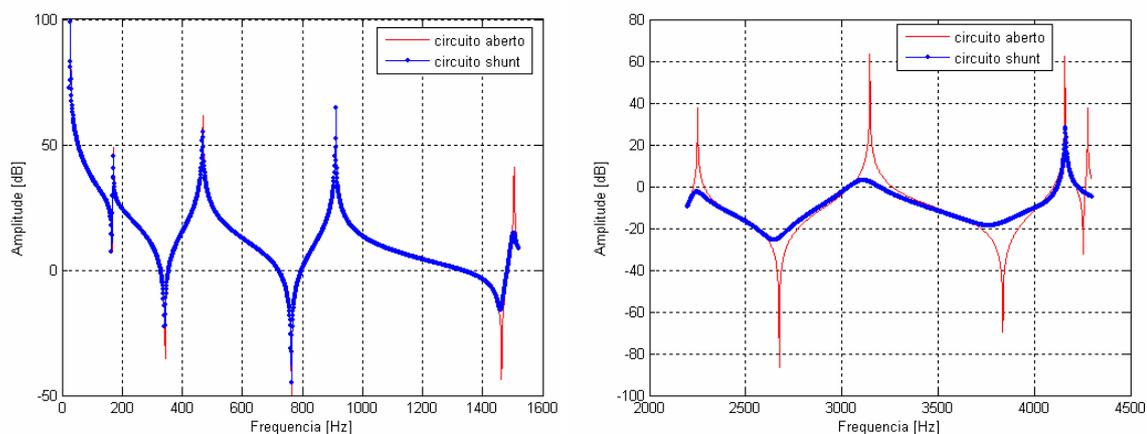


Figura 6.13- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* de capacitância negativa em paralelo com resistor ótimo calculado pelo método GA (a) banda de frequência que compreende os cinco primeiros modos; (b) banda de frequência que compreende do sexto ao nono modo.

A Fig. 6.14 apresenta o relatório gráfico gerado pelo GA.

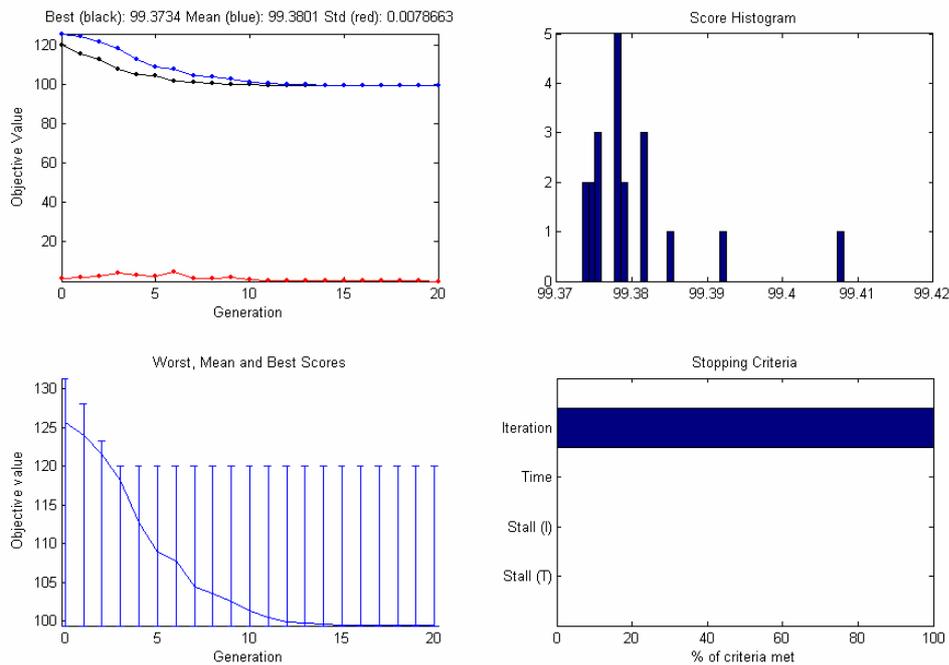


Figura 6.14- Otimização do *shunt* de capacitância negativa em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização ACO.

Com base nestes resultados verifica-se que não foi possível obter um valor ótimo de resistor capaz de introduzir amortecimento em toda a banda de frequência sem o deslocamento da frequência. Também se verificou que a otimização desta topologia de *shunt* sofre grande influência das restrições laterais.

## 6.5 – Projeto de otimização de duas variáveis de projeto na aplicação circuitos *shunt* ressonantes em série.

No processo de otimização dos parâmetros dos circuitos *shunts* ressonantes em série deseja-se obter valores de resistores e indutores que proporcionem o máximo fator de amortecimento na frequência de sintonia do modo desejado.

Para a escolha dos parâmetros ótimos do circuito *shunt* ressonante em série, foram adotadas como variáveis de projeto os valores do resistor e do indutor.

As restrições laterais utilizadas foram baseadas nos resultados obtidos e apresentados no capítulo 5. Sendo os limites máximo e mínimo do resistor e do indutor dados pelas seguintes

desigualdades  $100\Omega < R_{optm} < 1,0 \times 10^4 \Omega$  e  $1H < L_{optm} < 500H$ . Durante o processo de otimização foram utilizados 20 indivíduos, que foram avaliados durante 20 gerações.

Utilizando os dois métodos naturais ACO e GA, os valores ótimos obtidos para o resistor e o indutor encontrados segundo estes critérios é apresentado na Tab. 6.5 onde se observa que os dois métodos escolhidos convergiram para os mesmos valores de resistor e indutor.

Tabela 6.5- Valores ótimos de resistor para o circuito *shunt* de capacitância negativa em paralelo obtidos pelos métodos de otimização ACO e GA.

	<b>ACO</b>	<b>GA</b>
<b>R<sub>ótimo</sub> [<math>\Omega</math>]</b>	$8,81 \times 10^3$	$8,98 \times 10^3$
<b>L<sub>ótimo</sub> [H]</b>	406,78	407,2

O comportamento do sistema com o resistor ótimo calculado pelo ACO é verificado na Fig. 6.15 que apresenta sistemas sem controle e com controle na região do primeiro modo. Na análise dos resultados verifica-se que houve a atenuação da amplitude do sistema e que a escolha do indutor atendeu ao ótimo, uma vez que constata-se a existência dos dois pontos invariantes descritos na literatura.

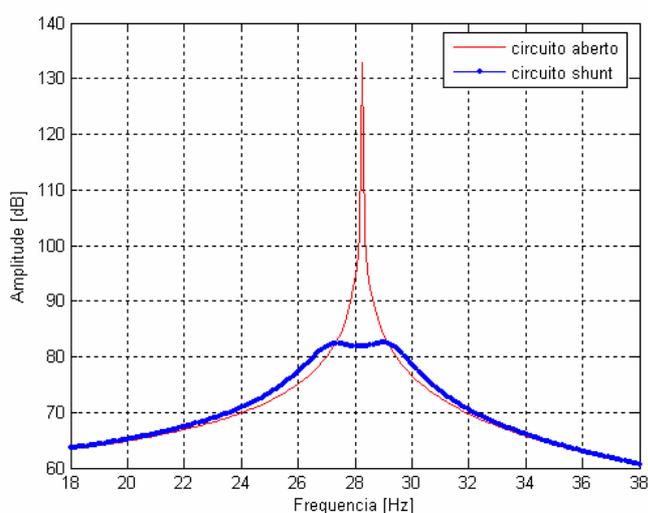


Figura 6.15- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série com parâmetros ótimos resistor e indutor calculado pelo método ACO. Banda de frequência que compreende a região do primeiro modo.

O relatório gráfico gerado pelo ACO é apresentado na Fig. 6.16 mostrada a seguir:

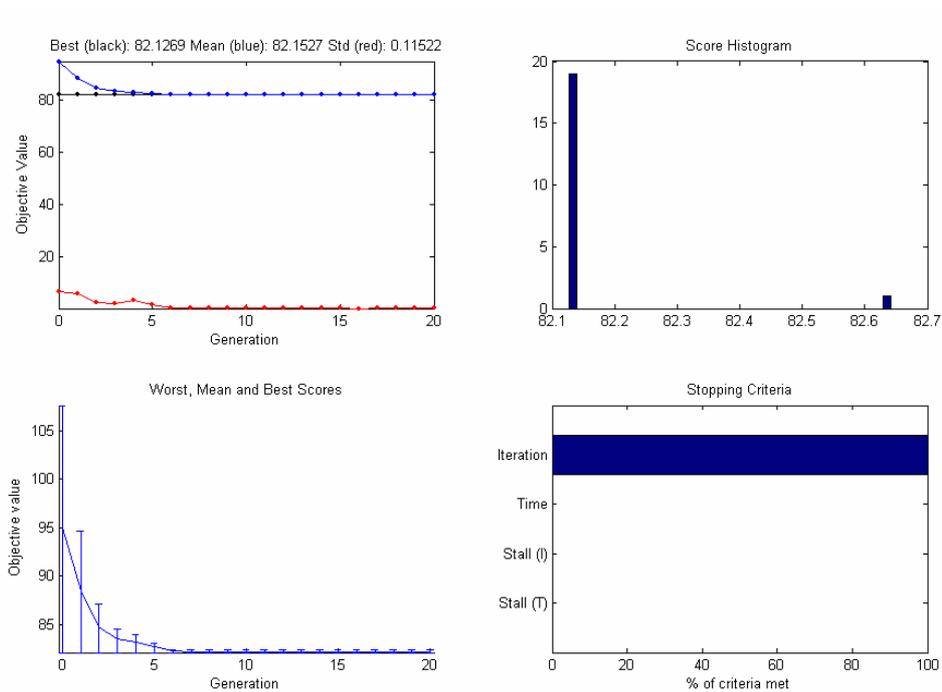


Figura 6.16- Otimização do *shunt* ressonante em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização ACO.

Utilizando os valores ótimos de resistor e indutor calculados pelo GA verifica-se um comportamento similar ao obtido pelo ACO, com atenuação da amplitude e presença dos pontos invariantes. A Fig. 6.17 apresenta os sistemas sem controle e com controle na região do primeiro modo.

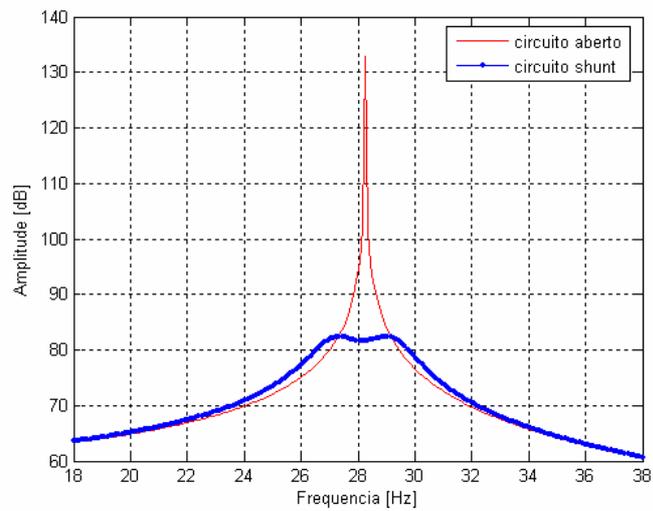


Figura 6.17- FRF do sistema sem *shunt* e com *shunt* ressonante em série com parâmetros ótimos resistor e indutor calculado pelo método ACO. Banda de frequência que compreende a região do primeiro modo.

O relatório gráfico do gerado pelo GA é apresentado na Fig 6.18, onde é possível observar o comportamento da função objetivo ao longo das gerações.

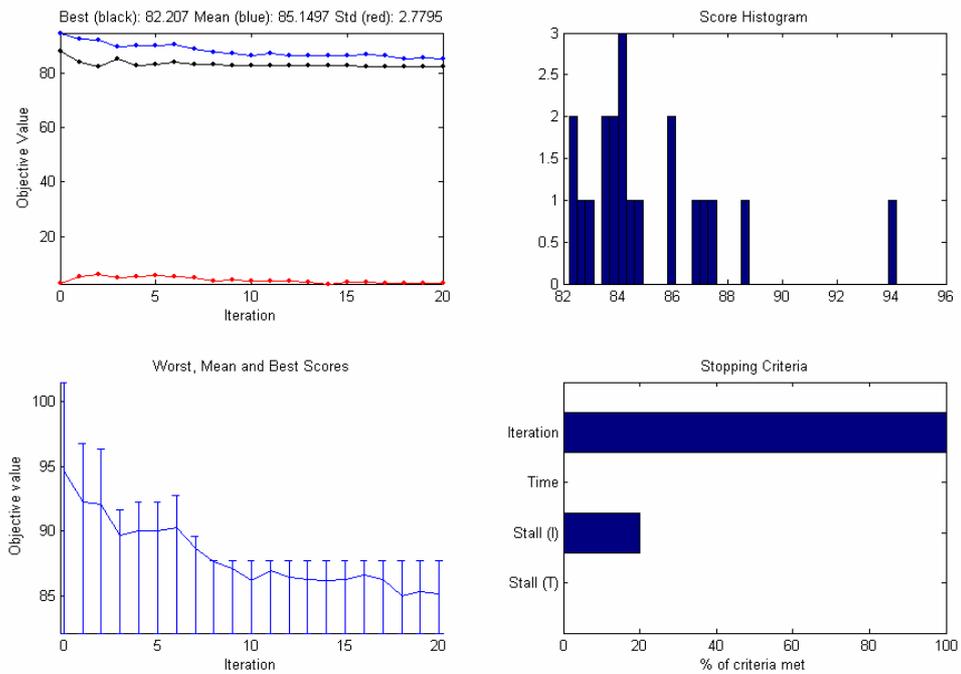


Figura 6.18- Otimização do *shunt* ressonante em serie - Relatório gráfico fornecido pelo método de otimização GA.

## **6.6 – Considerações finais do capítulo.**

Com base nos resultados apresentados verifica-se que a utilização dos métodos naturais Algoritmos Genéticos (GA) e Otimização por colônia de formigas (ACO) mostrou-se eficiente na otimização dos parâmetros dos circuitos *shunt* para controle unimodal e multimodal, podendo ser utilizada como uma alternativa às técnicas clássicas.

## CAPÍTULO VII

### Conclusões Gerais e Perspectivas de Trabalhos Futuros

O trabalho de pesquisa desenvolvido, reportado neste memorial, trata do estudo de procedimentos de controle passivo de vibrações empregando pastilhas piezelétricas associadas a circuitos *shunt*.

Ao longo dos capítulos precedentes buscou-se apresentar de forma completa e abrangente os diversos aspectos envolvidos no procedimento de controle passivo, a saber:

- a) apresentação dos fundamentos da piezeletricidade linear e sua exploração na construção de sensores de deformação e atuadores;
- b) desenvolvimento da formulação analítica descrevendo a interação eletromecânica entre um circuito elétrico passivo e as superfícies dos eletrodos depositados sobre o material piezelétrico;
- c) apresentação da formulação analítica pertinente aos *shunts* piezelétricos, tendo sido consideradas algumas das topologias mais frequentemente utilizadas para o controle unimodal e multimodal.
- d) modelagem por elementos finitos de sistemas com elementos piezelétricos conectados a circuitos *shunt*.
- e) apresentação da formulação da conexão dos *shunts* piezelétricos com circuitos *shunt*.
- f) modelagem de um sistema viga sanduíche de três camadas.

Com base na teoria desenvolvida foram elaboradas rotinas computacionais em ambiente MATLAB<sup>®</sup> e Ansys<sup>®</sup> implementando as diversas etapas de modelagem e otimização.

Os programas computacionais foram empregados na realização de numerosas simulações numéricas em que foram avaliados diferentes aspectos das topologias de *shunts* piezelétricos para controle unimodal e multimodal. Em cada simulação realizada buscou-se interpretar os resultados em termos do comportamento modal do sistema. Considera-se que várias recomendações de projeto podem ser extraídas dos resultados obtidos, sendo este ponto de

interesse prático à vista das possibilidades de implementação no contexto industrial da metodologia de controle passivo aqui estudada. Neste mesmo sentido, a otimização do projeto de sistemas de dissipação passivos deve encontrar na indústria amplas possibilidades de utilização. Isso porque, especialmente com relação a sistemas mecatrônicos, não basta a análise dinâmica de seu comportamento. O funcionamento eficiente das técnicas de controle passivo pressupõe sua adequada otimização, respeitando assim critérios próprios de otimalidade.

As simulações numérico-computacionais evidenciaram a eficiência do sistema de controle passivo de vibrações em questão, uma vez que, de uma maneira geral, obtiveram-se atenuações expressivas das amplitudes modais de vibração.

Foi verificado que a escolha dos parâmetros dos circuitos interfere de forma determinante no nível de atenuação obtido. Este fato motivou a utilização de métodos naturais de otimização Algoritmos Genéticos e Otimização por Colônia de Formigas, tendo em vista o fato que estes métodos comportam vantagens importantes em relação aos métodos de otimização convencionais, especialmente quanto à robustez, tendo-se mostrado adequados ao problema em estudo.

As conclusões específicas que podem ser extraídas deste trabalho são:

- As simulações numéricas demonstraram que a modelagem por elementos finitos é uma estratégia adequada para a análise e projeto de sistemas passivos de amortecimento de vibrações baseado no uso de elementos piezelétricos combinados com circuitos *shunt* passivos.
- Esta estratégia de modelagem possibilita o desenvolvimento de modelos detalhados de estruturas complexas, evitando algumas hipóteses simplificadoras comumente utilizadas na bibliografia. É possível utilizar *shunts* piezelétricos para o controle de vibrações, com resultados bastante satisfatórios.
- O circuito *shunt* resistivo introduz na estrutura base um tipo de amortecimento similar ao obtido com os materiais viscoelásticos, com a vantagem de ser relativamente independente da temperatura.
- O circuito *shunt* ressonante é uma técnica de controle tonal que proporciona a introdução do amortecimento unimodal em níveis considerados satisfatórios, mediante a escolha adequada dos parâmetros para a perfeita sintonização.
- O circuito *shunt* ressonante tradicional apresenta um comportamento similar ao dos Absorvedores Dinâmicos de Vibrações (ADVs).

- Os *shunts* de capacitância negativa são técnicas que permitem o controle multimodal em uma faixa ampla de frequências abrangendo vários modos de vibração.
- Os fatores relacionados ao processo de colagem da pastilha piezelétrica, tais como: espessura da camada, rigidez e integridade da camada de cola podem influenciar significativamente sobre a eficiência do sistema de controle baseado em *shunts* piezelétricos.
- A técnica de controle multimodal proposta por Wu (1998) promove efetivamente a redução das amplitudes de vibração dos modos escolhidos, contudo, os níveis de atenuação obtidos para cada modo de vibração variam consideravelmente de um modo para outro.
- A técnica uniaxial de otimização dos parâmetros do circuito *shunt* proposta por Hagood e von Flotow (1991) e Wu (1996) é válida também para estruturas tri-dimensionais.
- A eficiência dos circuitos *shunts* piezelétricos depende do posicionamento adequado das pastilhas piezelétricas. Deve-se, portanto, considerar as formas modais associadas aos modos de interesse no projeto do sistema de controle passivo *shunt*.

São as seguintes as conclusões gerais: o trabalho realizado constituiu uma primeira abordagem do problema de controle passivo utilizando cerâmicas piezelétricas combinadas com circuitos *shunt*, ficando evidente a existência de diversos aspectos do problema passíveis de estudos complementares.

Neste sentido pode-se mencionar a aplicação desta técnica de controle em estruturas mais complexas como placas curvas em materiais compósitos, trabalho que já vem sendo realizado no Laboratório de Mecânica de Estruturas (LMEst) da Faculdade de Engenharia Mecânica da Universidade Federal de Uberlândia.

Também é pertinente a realização da otimização do posicionamento das pastilhas piezelétricas na estrutura base, com o objetivo de proporcionar a máxima eficiência do sistema de controle, podendo ser utilizados neste processo os métodos naturais de otimização utilizados neste trabalho, que são os Algoritmos Genéticos (GA) e a Otimização por enxame de partículas (ACO).

A validação experimental ampla dos procedimentos de modelagem e parâmetros dos circuitos de controle é outro aspecto passível de investigação, uma vez que permitirá avaliar a influência de diversos aspectos de natureza prática.

Outra linha de pesquisa bastante interessante seria a implementação de *shunts* ressonantes adaptativos, com o controle dos parâmetros em tempo real.

Há que se ressaltar a tendência verificada em outros países de popularização, associada à redução de custos, de sistemas de controle ativo e passivo baseados em elementos piezelétricos, o que certamente favorecerá a incorporação desta tecnologia nos produtos e processos industriais. Este fato justifica a continuação dos trabalhos de pesquisa dedicados ao tema, com vistas à obtenção de soluções mais econômicas e eficientes.

Por fim, o desenvolvimento do trabalho de pesquisa aqui reportado forneceu à aluna uma oportunidade consolidação dos conceitos teóricos e da investigação científica, permitindo-lhe realizar um estudo aprofundado em importantes sub-áreas da Engenharia Mecânica: modelagem computacional, vibrações, otimização e controle. Estes aspectos contribuíram positivamente para sua formação profissional, abrindo-lhe amplas perspectivas para continuação de trabalhos de pesquisa tanto no meio acadêmico como industrial.

## CAPÍTULO VIII

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abuhanieh, A., "Active Isolation and Damping of Vibrations via Stewart Platform", PhD Thesis, Université Libre de Bruxelles, april 2003.

Agneni, A., Crema, L.B., e Sgubini, S., 2003, "Damping by piezoceramic devices with passive loads." *Mechanical Systems and Signal Processing* **17** (5) 1097-1114.

Agneni, A., Mastroddi, F. e Polli, G. M., 2003, "Shunted piezoelectric patches in elastic and aeroelastic vibrations." *Computers and Structures* **81**, 91-105.

Ahmadian, M. e Jeric, K. M., 2001, "On the application for increasing acoustic transmission loss in structures." *Journal of Sound and Vibration* **243**(2), 347-359.

Allik, H. e Hughes, T.J.R., 1970. 'Finite Method for Piezoelectric Vibration', *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 2, pp. 151-157.

Balmès, E., Germès, S., Tools for Viscoelastic Damping Treatment Design. Application to an Automotive Floor Panel.

Banks, H. T., Smith, R. C., Wang, Y., 1996, "Smart Material Structures – modeling, estimation and control", John Wiley & Sons Ltd., Chichester, UK, 304 pp.

Behrens, S., Fleming, A.J. e Moheimani, S.O.R., 2003, "A broadband controller for shunt piezoelectric damping of structural vibration." *Smart Materials and Structures* **12**, 18-28.

Behrens, S., Fleming, A.J. e Moheimani, S.O.R., 2004, "Vibration isolation using a shunted electromagnetic transducer." *SPIE* **5386**, 506-515.

Behrens, S., e Moheimani, S.O.R., 2000, "Optimal Resistive Elements for multiple mode shunt damping of a piezoelectric laminate beam" Proceedings of the 39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control, 4018-4023.

Bisegna, P., Caruso, G., 2000, "Mindlin –Type finite elements for piezoelectric sandwich plates" *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **11**, 14-25.

Bisegna, P., Caruso, G., Maceri, F., 2000, "A layer-wise Reissner-Mindlin-type model for the vibration analysis and suppression of piezoactuated plates" *Computers and Structures* **79**, 2309-2319.

Bronowicki, A. J., Abhyankar, N. S., Griffin, S. F., 1999, "Active vibration control of large optical space structures." *Smart Materials and Structures* **8**, 740-752.

Calmon, M., Guyomar, D. e Ohayon, R., 2004, "Evaluation of an enhanced semi-passive technique for the reduction of structural noise and vibrations." *SPIE* **5386** 381-392.

Carvalho, R.; Silva, S.; Bueno, D. D.; Lopes Junior, V. "Active Structural Control for Spatial Truss Structure with Sensors/Actuators in Optimal Placement." In Proceedings of 25<sup>th</sup> Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2004, Recife, PE. 25.º CILAMCE, 2004.

Caruso, G., 2001, "A critical analysis of electric shunt circuits employed in piezoelectric passive vibration damping." *Smart Materials and Structures* **10**, 1059-1068.

Corr, L. R. e Clark, W. W., 2002, "Comparison of low frequency piezoelectric switching shunt techniques for structural damping." *Smart Materials and Structures* **11**, 370-376.

Cross, C.H. e Fleeter, S., 2002, “Shunted piezoelectric for passive control of turbomachine blading flow-induced vibrations.” *Smart Materials and Structures* **11**, 239-248.

Davis, C.L. e Lesieutre, G.A., 1995, “A modal strain energy approach to the prediction of resistively shunted piezoceramic damping.” *Journal of Sound and Vibration* **184**, 129-139.

Davis, C. L., Lesieutre, G.A., e Dosch, J., 1997, "A tunable electrically shunted piezoceramic vibration absorber (PIA)." *SPIE* **3045**, 51-59.

Davis, C.L., Lesieutre, G.A., 2000, “An actively tuned solid-state vibration absorber using capacitive shunting of piezoelectric stiffness.” *Journal of Sound and Vibration* **232**, 601-617.

Den Hartog, J. P., 1956, “Mechanical Vibrations.” 4<sup>th</sup> edition, McGraw-Hill Book Co. Inc., N.Y.

Do Prado, J. R.; Saramago, S. F. P., 2006, “Estudo dos algoritmos evolutivos: PSO e ACO”  
Famat em Revista. N. 06, pp. 24-47.

Faria, A.R.F., Almeida, S.F.M, 1996, “Modeling of actively damped beams with piezoelectric actuators with finite stiffness bond.” *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **7**, 677-688.

Farrar, C., Baker, W., Fales, J., Shevitz, D., 1996, “Active Vibration Control of civil Structures”, DOE Scientific and Technical Information.

Fein, O.M. e Gaul, L., 2004, “An adaptive shunted piezo approach to reduce structural vibrations.” *SPIE* **5386**, 393-404.

Fleming, A.J., Behrens, S. e Moheimani, S.O.R., 2003, “Reducing the inductance requirements of piezoelectric shunt damping systems.” *Smart Materials and Structures* **12**, 57-64..

Fleming, A.J. e Moheimani, S.O.R., 2003, “Adaptive piezoelectric shunt damping.” *Smart Materials and Structures* **12**, 36-48.

Fuller, C. R., Elliott, S. J. e Nelson, P. A., 1996, “Active Control of Vibration”, Academic Press, San Diego, Califórnia,

Ganguli,A., Deraemaekar, A., Horodinca, M., Preumont, A. “Active damping of chatter in machine tools – demonstration with a “hardware in the loop” simulator”, Accepted, *Journal of Systems and Control Engineering*, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol 219, N°15, p. 359-369, 2005

Golla, D. F. and Hughes, P. C., 1985, “Dynamics of viscoelastic structures - A time-domain, finite element formulation”, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 52., No. 4, pp. 897-906.

Granier, J.J., Hundhausen, R. J., Gaytan, G. E., “Passive modal damping with piezoelectric shunts.”

Guyomar, D., Richard, C., Audigier, D., 1999, “A new vibration damping method using a semi-passive control.” *2<sup>ND</sup> EAA International Symposium on Hydroacoustics*.

Hagood, N.W., Von. Flotow, A., 1991 , “Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical network”. *Journal of Sound and Vibration* **146**(2), 243-268.

Haupt, R.L. e Haupt, S.E.; *Practical Genetic Algorithms*, John Wiley & Sons, 1998

Hollkamp, J., 1994, "Multimodal passive vibration suppression with piezoelectric materials and resonant shunts." *Journal of Intelligent Material Systems and Structures* **5**, 49-57.

Hollkamp, J. J. e Gordon, R.W., 1996, "An experimental comparison of piezoelectric and constrained layer damping." *Smart Materials and Structures* **5**, 715-722.

IEEE Std 176-1978 IEEE *Standard in Piezoelectricity*, 1978 9-14. The institute of electrical and electronics Engineers.

Kahn, S. P. e Wang, K.W., 1994, "Structural vibration control via piezoelectric materials with active-passive hybrid networks." *Active Control of Vibration and Noise ASME* **75**, 187-194.

Kandagal, S.B. e Venkatraman, K., 2002, "Structural vibration control using resistively shunted piezoceramics." *Structural Engineering and Mechanics* **14**, 521-542.

Kandagal, S.B. e Venkatraman, K., 2004, "Form factors for vibration control of beams using resistively shunted piezoceramic." *Journal of Sound and Vibration* **274**, 1123-1133.

Kim, J., Ryu, Y-H, Choi, S.B., 2003, "New shunting parameter tuning method for piezoelectric damping based on measured electrical impedance." *Smart Materials and Structures* **9**, 868-877.

Korenev, B. G., Reznikov, L. M., 1993, "Dynamic Vibration Absorbers. Theory and Technical Applications", John Wiley and Sons, Ltd.

Kusculuoglu, Z.K., Fallahi, B., Royston, T.J., 2003, "Finite Element model of a beam with a piezoceramic patch actuator." *Journal of Sound and Vibration* **276** (2004) 27-44.

Lesieutre, G. A. and Bianchini, E., 1995, "Time Domain Modeling of Linear Viscoelasticity Using Anelastic Displacement Fields", *Journal of Vibration and Acoustic*, Vol. 117, No. 4, pp. 424-430.

Lesieutre, G.A. e Lee, U., 1996, " A finite element for beams having segmented active constrained layers with frequency-dependent viscoelastics" *Smart Material and Structures*, **5** (1996) 615-627

Lesieutre, G. A. and Bianchini, E., 1996, "Finite Element Modeling of One-dimensional Viscoelastic Structures Using Anelastic Displacement Fields", *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 19, No. 3, pp. 520-527.

Lesieutre, G.A., 1998, "Vibration Damping and Control Using Shunted Piezoelectric Materials." *The Shock and Vibration Digest* **30**, No 3, 187-195.

Lima Jr, J. J., "Modelagem de Sensores e Atuadores Piezelétricos com Aplicações em Controle Ativo de Estruturas." Tese de doutorado, Universidade Estadual de Campinas, UNICAMP-Brasil, 1999.

Lin, Q., Ermanni, P., 2003, "Semi-active damping of a clamped plate using PZT" *International Journal of Solid and Structures* **41** (2004) 1741-1752.

McTavish, D. J. and Hughes, P. C., 1993, "Modeling of Linear Viscoelastic Space Structures", *Journal of Vibration and Accoustics*, Vol. 115, No. 1, pp. 103-113.

McGowan, A.M.R., "An examination of applying shunted piezoelectrics to reduce aeroelastic response." *NASA Langley Research Center, MS 340, Hampton, VA 23681-2199*.

Mead, D.W. 'Numerical interconversion of linear viscoelastic material functions' *Journal of Rheology*, november 1994, vol.38 issue6,pp. 1769-1795.

- Michalewicz, Z.; Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs, 3ª edição, Springer, 1996.
- Moheimani, S.O.R., Fleming, A.J. e Behens, S., 2003, “On the feedback structure of wideband piezoelectric shunt damping systems.” *Smart Materials and Structures* **12**, 49-56.
- Moon, S. H., e Kim, S. J., 2003, “. Suppression of nonlinear composite panel flutter with active/ passive hybrid piezoelectriv networks using finite element method.” *Composite Structures* **59**, 525-533
- Morgan, R. A. e Wang, K. W., 2001, “Active- passive piezoelectric absorbers under multiple non-stationary harmonic excitations.” *Journal of Sound and Vibration* **255**(4), 685-700.
- Muriuki, M. G. E Clark, W.W., 2003, “Shunt tuning of a piezoelectric cantilever beam resonator.” *ASME Proceedings of DETC03/VIB 48541*.
- Nashif, A. D., Jones, D. I. G. and Henderson, J. P., 1985, “Vibration damping”, John Wiley & Sons, New York.
- Niederberger, D., Pietrzko, S. e Morari, M., 2004, “Noise control in a duct with online-tuned shunted piezoelectric materials.” *SPIE* **5386**, 405-413.
- Park, C.H., 2002, “Dynamics modelling of beams with shunted piezoelectric elements.” *Journal of Sound and Vibration*, 1-15.
- Park, C.H. e Baz, A. 2005, “Vibration control of beams with negative capacitive shuntig of interdigital electrode piezoceramics”, *Journal of Vibration and Control* **11**, 331-346.
- Park, C. H. e Imman, D. J., 2003, “Enhanced piezoelectric shunt design.” *Shock and Vibration* **10**,127-133.

Petit, L., Lefeuvre, E. Richard, C. e Guyomar, D., 2004 , “A broadband semi passive technique for structural damping.” *SPIE* **5386**, 414-425.

Pozait, C., Sester, M., 2000, “Finite element modeling of passive damping with resistively shunted piezocomposites.” *Computational Materials Science* **19**, 183-188.

Preumont, A., *Mechatronics Dynamics of Electromechanical and Piezoelectric Systems*, Springer, 2006, ISBN 1-4020-4695-2

Rao, M. D., 2001, “Recent Applications of Viscoelastic Damping for Noise Control in Automobiles and Commercial Airplanes”, USA Symposium on Emerging Trends in Vibration and Noise Engineering”, India.

Saravanos, D. A., 1999, “Damped vibration of composite plates with passive piezoelectric-resistor elements.” *Journal of Sound and Vibration* **221**(5), 867-885.

Steffen, V. e Inman, D.J.,1999, “Optimal design of piezoelectric materials for vibration damping in mechanical systems.” *Journal of Intelligent Material System and Structures*, **10** 945-955.

Steffen Jr, V.; Rade, D.A. and Inman, D.J.; "Using Passive Techniques for Vibration Damping in Mechanical Systems"; *J. of the Brazilian Society of Mechanical Sciences*, Vol XXII, No. 3, pp. 411-421, 2000.

Thorp, O., Ruzzene, M., Baz, A.,2001, “ Attenuation and localization of wave propagation in rods with periodic shunted piezoelectric patches.” *Smart Materials and Structures* **10**, 979-989.

Ting-Kong, C., 1999, “Design on an Adaptive Dynamic Vibration Absorber”, Dissertação de mestrado, Universidade de Adelaide, Australia.

Trindade, M.A., 2000, “Comtrôle Hybride Actif-Passif des Vibrations de Structures par des Matériaux Piézoélectriques et Viscoélastiques: Poutres Sandwich/Multicouches

Intelligentes”, Tese de Doutorado, Conservatoire National des Arts et Métiers, Paris, França.

Tsai, M.S. e Wang, K.W., 1996, “Control of ring structure with multiple active-passive hybrid piezoelectrical networks.” *Smart Materials and Structures* **5**, 695-703.

Tsai, M.S. e Wang, K.W., 1999, “On the structural damping characteristics of active piezoelectric actuators with passive shunt” *Journal of Sound and Vibration* **221**(1), 1-22.

Tylikowski, A., 2000, “Control of circular plate vibrations via piezoelectric actuators shunted with a capacitive circuit.” *Thin-Walled Structures* **39**, 83-94.

Viana, F. A. C., 2005, “Amortecimento de Vibrações usando Pastilhas Piezelétricas e Circuitos Shunt Ressonantes.” Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Uberlândia, MG-Brasil, 2005.

Viana, F.A.C. and Steffen Jr, V., “Multimodal Vibration Damping through Piezoelectric Patches and Optimal Resonant Shunt Circuits”, *J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng.*, Vol. XXVIII (3), pp. 293-310, 2006

Wang, J. S., e Ostergaard, D. F., “A Finite element-electric circuit coupled simulation method for piezoelectric transducer.” *IEEE Ultrasonics Symposium* 1105-1108.

Wang, X. e Mills, J. K., 2004, ‘ A FEM model for active vibration control of flexible linkages ‘, *Robotics and Automation Proceedings*.

Wu, D. H., Chien, W. T., Yang, C. J. e Yen, Y. T., 2004, “Coupled-field analysis of piezoelectric beam actuator using FEM.” *Sensors and Actuators* **118**, 171-176..

Wu, S.-Y., 1996, "Piezoelectrics shunts with a parallel R-L circuit for structural damping and vibration control." *SPIE* **2720**, 259-269.

Wu, S.-Y., 1997, "Structural vibration damping experiments using improved piezoelectric shunts." *SPIE* **3045**, 40-50.

Wu, S.-Y., 1998,"Method for multiple mode shunt damping of structural vibration using a single PZT transducer." *SPIE* **3327**, 159-168.

Wu, S.-Y., 1999, "Multiple PZT transducers with multiple-mode piezoelectric shunting for passive vibration damping." *SPIE* **3672**, 112-122.

<http://www.mide.com>

<http://www.ulb.ac.be/scmero/index.html>

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)