

UNIJIÚ – UNIVERSIDADE REGIONAL DO NOROESTE DO ESTADO DO
RIO GRANDE DO SUL

CHEILA CRISTINA MÜLLER

**LIVROS DIDÁTICOS EM DIFERENTES ÉPOCAS HISTÓRICAS: UM
OLHAR PARA PRISMAS E PIRÂMIDES**

IJUÍ
2007

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

CHEILA CRISTINA MÜLLER

**LIVROS DIDÁTICOS EM DIFERENTES ÉPOCAS HISTÓRICAS: UM
OLHAR PARA PRISMAS E PIRÂMIDES**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação nas Ciências – Mestrado – da UNIJUÍ – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre em Educação nas Ciências.

Orientadora: Dra. Cátia Maria Nehring

Ijuí

2007

Ficha catalográfica

Folha assinatura membros da banca

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me abençoado com o dom da vida, pela família que o Senhor me concedeu e agradeço por todas as pessoas que, de uma maneira ou outra, estiveram comigo nesta caminhada de pesquisa.

À minha orientadora, Dra. Cátia Maria Nehring, pelas palavras amigas, pela paciência, carinho, dedicação e competência com que sempre me orientou.

Ao meu esposo Éder, a quem muitas vezes recorri quando estava afetada pelo cansaço, e que sempre compreendeu meus momentos de angústia e de preocupação. Por todo o amor, compreensão, carinho, meu eterno agradecimento.

Aos meus pais, Marlene e Leomar, e ao meu irmão Fábio, os quais sempre me incentivaram a estudar e a me dedicar a esta pesquisa.

A minha Vó Selma, por toda ajuda nos serviços domésticos, para que eu pudesse escrever esta dissertação. Também por todo o apoio e incentivo, porque ser a minha segunda mãe.

À diretora do CEPP, Sra. Mônica Pinz Alves, pela compreensão nos dias de cansaço e desânimo e por todas as colegas professoras que fazem parte da equipe de trabalho do Centro Educacional Primeiros Passos.

À Unijuí pela concessão da bolsa de estudos, pela qual tive a oportunidade de realizar este mestrado e me tornar mestre em educação.

Obrigada!!

“Sabemos que todas as coisas
contribuem para o bem daqueles
que amam a Deus”

Rom 8:28

RESUMO

O Livro Didático, muitas vezes, ainda é o principal e o único material didático utilizado pelo educador; em consequência, torna-se o único instrumento de apoio do aluno. Nesse sentido, percebemos que ele é um dos principais definidores do currículo escolar, trazendo consigo “marcas” da história da educação brasileira. Tendo como pressuposto a importância da abordagem histórica no contexto educacional, esta pesquisa reflete acerca da presença de alguns conceitos matemáticos nos Livros Didáticos, no âmbito da escola secundária, tendo como foco os prismas e as pirâmides. Entendendo que os Livros Didáticos refletem o ensino desenvolvido em cada época, uma vez que eles podem nos explicitar como se dava o conceito de prismas e pirâmides em cada período, realizamos um estudo em que caracterizamos três períodos históricos distintos relacionados ao Livro Didático: 1) o livro didático faz parte da segunda década do século XX, quando não existia um currículo unificado de matemática; 2) pertence ao período compreendido entre os anos 60 e 70 do século XX, em que se refletia e difundia a matemática moderna; 3) representa o início do século XXI com a proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ao mapear o papel e a abordagem do Livro Didático nesses distintos períodos históricos, constatamos que existem alterações nos Livros Didáticos ao longo do tempo no que se refere aos saberes prismas e pirâmides; tais alterações se referem, principalmente, à abordagem desses saberes vinculada ao desenvolvimento das demonstrações matemáticas, tipos de exercícios e problemas. Porém, há um núcleo fundante, que se mantém irreduzível, o qual está no conceito de prismas e pirâmides, embasado na geometria euclidiana. Por fim, ao melhor entendermos os aspectos históricos vinculados ao Livro Didático, melhor compreendemos que os saberes matemáticos escolares apresentados aos educandos modificam-se ao longo dos tempos, influenciados por tendências pedagógicas.

Palavras-chave: Prismas, Pirâmides, Livro Didático, Ensino de Matemática.

ABSTRACT

Research shows that the Didactic Book is one of the main defining ones of the school subjects, bringing along "marks" of the history of the Brazilian education. Having as estimated the importance of the historical boarding in the educational context, this research reflects concerning the presence of some mathematical concepts in Didactic Books, the scope of the intermediate school, with approach on the prisms and the pyramids. From the understanding of that the Didactic Books reflect the education developed at each time, we carry through a study where we characterize three distinct historical periods: 1) the didactic book being part of the second decade of XX century, when a unified resume of mathematics did not exist; 2) belonging to the period understood between years 60 and 70 of XX century, where if it reflected and it spread out the modern mathematics; 3) representing the beginning of XXI century, with the proposal of the National Curricular Parameters, considering the concept of prisms and pyramids. When mapping the paper and the boarding of the Didactic Book in these distinct historical periods, we evidence that alterations in Didactic Books as the time goes by about knowing prisms and pyramids; such alterations relate, mainly, to the approach of these knowledges entailed to the development of the mathematical demonstrations and types of exercises. However, it has a fondant nucleus, that is remained irreducible, which is in the concept of prisms and pyramids, based in Euclidean geometry. Finally, to best understanding the entailed historical aspects to the Didactic Book, we also understand that school mathematician knowledges presented to the students modify as the years go by, influenced for pedagogical trends. Thus, we conclude that the education of prisms and pyramids is based on the Euclidean geometry, which characterizes its irreducible nucleus, because its protective belt exists in the demonstrations, representations, and exercises. Certainty, new educational reforms will appear and bring along new proposals in relation to the school mathematics and to the education of prisms and pyramids, however, we do not know if these reforms will provoke changes in the irreducible nucleus of this knowledge.

Word-key: Prisms, Pyramids, Didactic Book, Mathematics Teaching.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| INTRODUÇÃO..... | 13 |
| 1 O ESTUDO DOS PRISMAS E DAS PIRÂMIDES NO ENSINO MÉDIO: UM PROBLEMA DE PESQUISA..... | 17 |
| 1.1 Apresentando o problema de pesquisa..... | 17 |
| 1.2 Objetivos da pesquisa..... | 19 |
| 1.3 Metodologia..... | 20 |
| 1.3.1 Características de cada obra..... | 22 |
| 1.3.2 As Categorias de Análise..... | 23 |
| 2 PRISMAS E PIRÂMIDES: HISTORICIDADE DO CONCEITO..... | 28 |
| 2.1 Discussões históricas considerando a geometria espacial..... | 28 |
| 2.2 Euclides e a Geometria Espacial..... | 33 |
| 2.3 Núcleo Fundante e Cinturão Protetor no que se refere aos saberes prismas e pirâmides..... | 37 |
| 3 A MATEMÁTICA ESCOLAR NOS TRÊS PERÍODOS HISTÓRICOS..... | 44 |
| 3.1 A matemática escolar na segunda década do século XX..... | 44 |
| 3.2 Movimento da matemática moderna: tendência pedagógica da década de 60..... | 52 |
| 3.3 PCNs: novas propostas surgem no final do século XX..... | 57 |
| 3.4 Livro didático: instrumento representante das tendências pedagógicas..... | 61 |
| 4 ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS..... | 65 |
| 4.1 Os prismas nos livros didáticos de 1925, 1967 e 2001..... | 65 |
| 4.2 As pirâmides nos livros didáticos de 1925, 1967 e 2001..... | 78 |

| | |
|---|------------|
| 4.3 Três livros didáticos: um olhar para as diferentes abordagens apresentadas considerando os conceitos matemáticos prismas e pirâmides..... | 90 |
| CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 100 |
| REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS..... | 106 |

LISTA DE FIGURAS

| | |
|---|----|
| Figura 1 – A organização do ensino em 1937..... | 51 |
| Figura 2 – Introdução dos prismas | 69 |
| Figura 3 – Introdução do Volume do prisma..... | 72 |
| Figura 4 – Demonstração da área dos prismas..... | 73 |
| Figura 5 – Calculando a área total..... | 74 |
| Figura 6 – Exercícios sobre prismas em Ladeira..... | 75 |
| Figura 7 – Exercícios sobre os prismas em Quintella..... | 76 |
| Figura 8 – Exercícios propostos no livro didático de Dante..... | 77 |
| Figura 9 – Representando figuralmente a pirâmide..... | 79 |
| Figura 10 – Representações figurais do tronco da pirâmide..... | 81 |
| Figura 11 – Representação figural da pirâmide em Ladeira..... | 81 |
| Figura 12 – Representação figural de pirâmide..... | 82 |
| Figura 13 – Encontrando o volume da pirâmide..... | 83 |
| Figura 14 – Demonstrando o volume da pirâmide..... | 83 |
| Figura 15 – Início de uma demonstração..... | 84 |
| Figura 16 – A pirâmide e suas propriedades..... | 85 |
| Figura 17 – Volume da pirâmide..... | 86 |
| Figura 18 – Exercícios sobre pirâmides | 87 |

| | |
|---|----|
| Figura 19 – Exercícios | 88 |
| Figura 20 – Exercícios sobre pirâmides..... | 89 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|--|----|
| Quadro 1 – Introdução do capítulo e definição de prismas..... | 67 |
| Quadro 2 – Representação figural de prismas nas obras analisadas..... | 71 |
| Quadro 3 – Demonstrações dos prismas nos livros didáticos analisados..... | 74 |
| Quadro 4 – Exercícios sobre prismas presentes nos livros didáticos analisados..... | 77 |
| Quadro 5 – Introdução do capítulo e definição de pirâmides nos livros didáticos analisados.. | 80 |
| Quadro 6 – Representação figural das pirâmides nos livros didáticos analisados..... | 82 |
| Quadro 7 – Demonstrações das pirâmides nos livros didáticos analisados..... | 87 |
| Quadro 8 – Exercícios sobre pirâmides nos livros didáticos analisados..... | 89 |

INTRODUÇÃO

Esta dissertação tem como tema de reflexão o saber matemático denominado poliedros, sua trajetória histórica no ensino secundário, tendo como base os manuais de ensino, ou seja, os livros didáticos. Trata-se de uma pesquisa que buscou identificar se existem mudanças na apresentação dos conceitos de prismas e pirâmides, considerando que os Livros Didáticos refletem a postura didático-pedagógica de suas épocas históricas.

A problemática desta pesquisa gira em torno do saber denominado poliedros, com um recorte específico para os prismas e pirâmides, apresentado atualmente aos educandos no 3º ano do Ensino Médio, a partir da escolha de três livros didáticos de épocas históricas distintas, os quais são marcados por mudanças significativas de entendimento e perspectivas da matemática escolar. Através da análise dos livros didáticos, é possível observar e trazer para discussão como são apresentados os saberes em determinadas épocas, visto que esses livros não são somente um instrumento de trabalho do educador, mas, muitas vezes, o único material ao alcance do estudante, especialmente no final do século XIX e início do XX. Assim, o livro didático é a fonte/instrumento principal nesta pesquisa, pois explicita o ensino de prismas e pirâmides nos três momentos históricos estudados.

Os livros didáticos analisados nesta pesquisa foram escritos por autores brasileiros, publicados por editoras brasileiras e utilizados por educandos e educadores nas diferentes épocas, da segunda década do século XX até o início do século XXI.

O primeiro livro escolhido foi publicado em 1925, época marcada pelos programas específicos e pontos fixados pelo governo central para os exames preparatórios que possibilitavam o acesso aos cursos secundários. Não existia uma matemática escolar, mas sim cada disciplina (álgebra, trigonometria, aritmética e geometria) era ministrada separadamente. Essa obra serve para ilustrar como era apresentada a geometria espacial, num período em que ainda não existia o currículo unificado de matemática, e todo o ensino tinha caráter essencialmente propedêutico. A ênfase, neste período, dava-se sobre os diferentes campos de saberes da matemática e o ensino era ministrado por professores específicos de cada campo.

O segundo livro pertence à década de 60, publicado em 1967, pós reforma Francisco Campos¹, que unifica o currículo de matemática e traz para o ensino secundário o caráter normativo. Este livro foi selecionado por fazer parte de um período marcante para o ensino da matemática, pois estava sendo vivenciada a “Matemática Moderna”, a qual trazia como um de seus objetivos centrais a aproximação com a matemática ensinada nas universidades, enfatizando as estruturas matemáticas.

O último livro didático selecionado pertence ao século XXI, publicado em 2001. É um livro publicado após a edição e divulgação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), os quais, segundo o MEC (Ministério de Educação), têm como centralidade a

¹ A Reforma Francisco Campos ocorreu em 1931, quando o ministro da Educação e Saúde, Francisco Campos, reformulou o ensino secundário e no que diz respeito à matemática, acatou as idéias renovadoras de Euclides Roxo.

contextualização dos saberes, sua aplicação ao cotidiano dos educandos e a relação entre as disciplinas trabalhadas no ensino médio, através de grandes áreas.

O primeiro capítulo do presente trabalho explicita a problemática da pesquisa, seus objetivos. Além disso, apresenta a metodologia de pesquisa e as categorias de análise para os conceitos de prismas e pirâmides nos livros didáticos selecionados.

No segundo capítulo, iniciamos situando a história da geometria e sua concepção como saber científico, tendo como ponto de partida a geometria espacial com os trabalhos de Euclides. Em seguida, torna-se necessário apresentar a idéia de núcleo fundante e cinturão protetor, utilizando as teorias desenvolvidas por Lakatos, fazendo assim uma relação desta teoria com o saber geometria espacial. Assim, concluímos o capítulo conceituando prismas e pirâmides e tentando relacionar em que se fundamenta o núcleo fundante e o cinturão protetor desses dois saberes.

O terceiro capítulo trata, especificamente, do saber a ensinar e da relação com os livros didáticos. Inicialmente, situa-se o leitor nas épocas históricas, às quais pertencem os livros didáticos selecionados para análise nesta pesquisa, ou seja, os anos de 1925, 1967 e 2001 e, posteriormente, destaca-se a importância do livro didático, como uma ferramenta dos educadores no que diz respeito ao ensino e aprendizagem de matemática para os educandos.

O quarto capítulo constitui-se da análise dos saberes prismas e pirâmides nos livros didáticos. Essa análise inicia-se pela conceituação de prismas e pirâmides, passando pela maneira como o autor de cada livro desenvolve as demonstrações e teoremas; posteriormente,

as representações² e, num último momento, os exercícios apresentados em cada livro didático. Ainda nesse capítulo são trazidas questões analisadas no que tange às tendências pedagógicas das três épocas (1925, 1967 e 2001), comparando-as com o que foi observado nos livros didáticos, se de fato a tendência pedagógica está relacionada com o que os livros estão apresentando.

Assim, foi possível observar que, ao longo do tempo, foi variando a maneira de conceituar prismas e pirâmides, de acordo com as tendências pedagógicas das quais a matemática escolar brasileira se apropriou em cada momento histórico. A pesquisa mostra a forma como os saberes prismas e pirâmides foram apresentados ao longo dos tempos aos educandos de várias gerações, destacando no saber geometria espacial seu núcleo fundante e seu cinturão protetor.

² Trata-se da representação figural de acordo com a teoria dos registros de representação semiótica defendida por Duval (2003). Segundo Machado (2003), Duval estudou as diversas representações mobilizadas pela visualização matemática. Ele desenvolveu um modelo de funcionamento cognitivo do pensamento, em termos de mudança de registros de representação semiótica.

CAPÍTULO 1

O ESTUDO DOS PRISMAS E DAS PIRÂMIDES NO ENSINO MÉDIO:

UM PROBLEMA DE PESQUISA

1.1 Apresentando o problema de pesquisa

Esta pesquisa teve origem nos meus constantes questionamentos sobre a dificuldade de aprendizagem percebida nos alunos de ensino médio, considerando o conteúdo geometria espacial e, dentro deste, especificamente, o estudo dos poliedros. Os obstáculos que os alunos freqüentemente enfrentam dizem respeito ao reconhecimento dos sólidos geométricos e, principalmente, à compreensão das fórmulas, que normalmente são decoradas (método de memorização e recepção do conhecimento).

A temática desta pesquisa está centrada no estudo dos prismas e pirâmides, no que se refere à forma como esse conceito é e foi apresentado aos educandos através dos tempos, considerando, para análise, a apresentação em livros didáticos. Gomes (2006) realizou uma pesquisa intitulada “Os números racionais em três momentos da história da matemática

escolar brasileira”³, na qual mostrou as diferenças existentes na abordagem dos números racionais em três momentos históricos. Segundo Gomes,

No caso do tema do presente estudo, os números racionais, o exame de alguns compêndios publicados e usados no período que estamos considerando revela diferenças acentuadas em relação a abordagem adotada pelos autores em três diferentes momentos: 1) as três primeiras décadas do século XX; 2) o período que se estende de 1931 até o início dos anos 60; 3) os anos 60 e os primeiros anos 70 – período de penetração e difusão do movimento da matemática moderna (2006, p.19).

As diferenças apontadas referem-se à conceituação dos números racionais, onde percebemos que em cada período histórico o conceito apresentou-se de forma diferenciada. Segundo Gomes (2006, p.39), com o passar do tempo foram variando as escolhas sobre aspectos dos racionais a serem postos em evidência, de acordo, certamente, com as propostas pedagógicas que a matemática escolar brasileira se apropriou em cada momento.

Considerando a pesquisa de Gomes (2006), questiono se as diferenças apresentadas para os números racionais também podem ser percebidas para o conceito de “Prismas e Pirâmides”, levando em conta que o livro didático é, em muitas situações, o definidor do currículo escolar. Portanto, a problemática desta pesquisa está em perceber se a apresentação dos prismas e pirâmides realizada nos livros didáticos, em três épocas históricas distintas, sofreu modificações, e no que essas modificações se sustentam. Entendo que as diferentes épocas históricas são sustentadas por diferentes concepções educacionais e tendências pedagógicas que, necessariamente, acarretam modificações nos manuais de ensino.

De acordo com Davis e Hersh, “a matemática de hoje é unificada. É trabalhada e transmitida como conhecimento completo e aberto” (1985, p. 35). Cabe perguntar, então:

³ Maiores informações sobre o artigo encontra-se na Revista Bolema, Rio Claro (SP), n. 25, p.17 a 44, 2006.

como os livros didáticos trabalharam com esse conhecimento unificado e como trataram o conceito de prismas e de pirâmides? Para responder a essas questões, será necessária a pesquisa documental em livros didáticos do século XX, a fim de compreender como esses materiais trabalhavam e conceituavam esses poliedros, visto que eles têm forte influência sobre o educador, pois muitas vezes são tomados como base para definição do currículo escolar.

1.2 Objetivos da Pesquisa

A pesquisa tem como objetivos:

- Entender as três épocas históricas das quais fazem parte os livros didáticos que foram analisados (1925, 1967 e 2001);
- Buscar a origem histórica do estudo dos poliedros com ênfase em prismas e pirâmides, para compreender como esse saber tornou-se um saber a ensinar e como está sendo apresentado nos livros didáticos;
- Analisar livros didáticos no que se refere ao saber poliedros, destacando o estudo dos prismas e pirâmides;
- Compreender se os conceitos de prismas e pirâmides expressos nos Livros Didáticos são marcados pelas tendências didáticas e pedagógicas de cada época histórica.

A satisfação dos objetivos da presente pesquisa será buscada no decorrer da mesma, considerando a metodologia que será apresentada a seguir. Os capítulos visam contemplar os objetivos expostos acima, porém sempre mantendo como foco a problemática da pesquisa.

1.3 Metodologia

Esta dissertação decorre da análise de livros didáticos pertencentes a períodos históricos distintos, os quais são marcados por tendências pedagógicas diferenciadas. Porém, inicialmente tornou-se necessário um olhar reflexivo sobre a historicidade dos conceitos prismas e pirâmides, para compreendermos como esse saber foi criado historicamente. Em seguida, situamos o leitor no que se refere às tendências pedagógicas às quais cada livro didático escolhido pertence. Feito isso, partimos para a análise dos livros didáticos de acordo com as categorias que serão apresentadas a seguir.

A metodologia utilizada na elaboração desta pesquisa é de cunho qualitativo. Dentro da pesquisa qualitativa, encontram-se diferentes possibilidades, uma delas é a pesquisa documental, que foi utilizada neste trabalho. Segundo Gil (1991, p. 72), a pesquisa bibliográfica também é indispensável nos estudos históricos. Em muitas situações, não há outra maneira de conhecer os fatos passados senão com base em dados secundários. Esta pesquisa constitui-se, portanto, em documental, por fazer essencialmente a análise de livros didáticos.

A opção pela análise do livro didático⁴ deu-se por ser ele um fundamental apoio para o trabalho dos educadores. O livro didático de matemática, no contexto da educação brasileira, tem sido o principal, quando não o único, instrumento que os professores de

matemática e seus alunos dispõem para o desenvolvimento das atividades de ensino e de aprendizagem formal dessa disciplina. Nesse sentido, a análise de livros didáticos de diferentes épocas possibilita perceber como é proposto e evolui o ensino do saber poliedros nesses períodos. É, portanto, importante que a escolha do livro didático seja feita de forma criteriosa e fundamentada na competência dos professores que, junto com os alunos, farão dele um instrumento de trabalho, considerando o ensino e a aprendizagem.

Tendo em vista que o livro didático é, muitas vezes, a única referência para o educador planejar suas aulas, esta pesquisa é uma maneira de resgatar o que se passava nas aulas de geometria nos anos de 1925, 1967 e, também, 2001, pois não podemos voltar no tempo e assistir um professor ou entrevistá-lo. Pelo livro didático, é possível identificar como se concebia o ensino dos prismas e das pirâmides em cada momento histórico. Nas palavras de Gomes:

Um argumento forte utilizado por Magda Soares e outros autores para justificar a pesquisa histórica em livros didáticos é o fato de que estas obras podem ser consideradas como os principais portadores do currículo escolar quanto aos conteúdos das disciplinas, uma vez que vem sendo a principal, quando não a única, referência para alunos e professores (2006, p.19).

Como método de investigação, a pesquisa documental, descrita por Lüdke e André, preceitua que:

A análise documental pode se constituir numa técnica valiosa de abordagem de dados qualitativos, seja complementando as informações obtidas por outras técnicas, seja desvelando aspectos novos de um tema ou problema. (...) são considerados documentos quaisquer materiais escritos que possam ser usados como fonte de informação sobre o comportamento humano (PHILLIPS, 1974 apud LÜDKE, 1986). Estes incluem desde leis e regulamentos, normas, pareceres, cartas, memorandos, diários pessoais,

⁴ Entende-se por livro didático o livro que contém o conteúdo básico de uma determinada disciplina, neste caso, a matemática. O livro didático é publicado para fins educativos.

autobiografias, jornais, revistas, discursos, roteiros de programa de rádio, televisão até livros, estatísticas e arquivos escolares (1986, p. 38).

Os documentos analisados foram três livros didáticos de matemática já publicados e até já estudados, pois “persistindo ao longo do tempo, os documentos podem ser consultados várias vezes e inclusive servir de base a diferentes estudos, o que dá mais estabilidade aos resultados obtidos” (LÜDKE e ANDRÉ, 1986, p. 39). Isso porque num mesmo material podem ser feitas diferentes análises, sob diferentes enfoques.

Lüdke (1986) destaca também que a escolha dos documentos a serem utilizados na pesquisa não pode ser aleatória. São necessários alguns propósitos, idéias ou hipóteses guiando a sua seleção. Portanto, a escolha por livros didáticos de matemática dos anos de 1925, 1967 e 2001 se deu por terem ocorrido, nestes anos, as principais mudanças na estruturação dos conteúdos e métodos de ensino; são livros representativos de três momentos históricos marcantes para a área da matemática, a saber: o primeiro antecede a unificação dos saberes matemáticos, o segundo testemunha o surgimento da matemática moderna e, o terceiro, a inserção dos Parâmetros Curriculares Nacionais.

1.3.1 Características de cada obra

O Livro Didático que caracteriza a primeira época estudada nesta pesquisa foi publicado no ano de 1925 e faz parte de uma coleção da editora F.T.D, tendo como autor Martins Ladeira. Esse livro foi selecionado para ilustrar uma época histórica, antes da Reforma Francisco Campos, na qual a matemática não era unificada no currículo escolar e a escola secundária no Brasil era organizada por meio de exames preparatórios. O título da obra é “Geometria Elementar”, elaborado segundo os programas oficiais da época. O livro de 1925 era destinado ao Curso Médio, o qual correspondia na época à etapa final do ensino

secundário. A obra traz o conteúdo previsto para o exame de admissão, ao qual o aluno deveria submeter-se antes de frequentar a Escola Superior.

O segundo livro analisado é do ano de 1967, elaborado por Ary Quintella e publicado pela Companhia Editora Nacional. Esse livro ilustra o período do Movimento da Matemática Moderna, que influenciou significativamente o ensino com seu cunho tecnicista e tendo como principal objetivo formar cientistas a curto prazo. O livro era destinado para o primeiro ano colegial, o qual faz parte do ensino secundário, e que corresponde atualmente ao primeiro ano do Ensino Médio.

O terceiro livro é intitulado “Matemática Contexto e Aplicações”, publicado pela Editora Ática de São Paulo, no ano de 2001, e tendo como autor Luis Roberto Dante. A obra constitui-se de Volume Único, ou seja, um único livro que contém todos os conteúdos de matemática do Ensino Médio. Impressa na folha de rosto do livro, encontra-se a seguinte frase: “De acordo com as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio”. Este foi o critério para escolha desta obra, pois isso nos mostra que este livro está embasado nos pressupostos dos PCNs⁵, lançados no final do século XX, os quais destacam a necessidade de contextualização dos conceitos e a interdisciplinaridade no ensino médio.

1.3.2 As Categorias de Análise

Como o objetivo deste estudo é entender como os conceitos, demonstrações, teoremas, exercícios e problemas referentes aos prismas e pirâmides são apresentados, considerando as três obras e seus momentos históricos, definimos um primeiro momento de

⁵ Parâmetros Curriculares Nacionais, lançados ao final do século XX, foram elaborados por uma equipe de especialistas ligados ao Ministério de Educação (MEC) e objetivam propiciar subsídios para a elaboração e reelaboração do currículo, tendo em vista um projeto pedagógico em função da cidadania do aluno.

contato e percepção de cada obra. Para isso, imergimos na leitura buscando o entendimento de cada perspectiva, tentando entender a sua globalidade.

Depois de alcançar uma percepção geral de cada obra e considerar sua época histórica e tendência pedagógica do período, precisávamos definir como apresentar a obra, a fim de fazer uma análise consistente. Para isso, definimos algumas categorias que serviriam de base para nossos dados, a saber:

- A forma de apresentação do conceito.
- Como é realizada a representação figural em cada obra. Se a mesma considera o bidimensional e/ou tridimensional.
- Demonstrações, como são apresentadas.
- Que tipo de exercícios são propostos e em que local do livro isso é apresentado.

No que se refere à primeira categoria de análise, relacionada à forma de apresentação do conceito, queremos deixar claro que o conceito ao qual nos referimos está relacionado à maneira como os autores dos livros didáticos definem os prismas e pirâmides. Pretendemos, nos livros didáticos selecionados para análise, observar as maneiras como estão sendo conceituados, definidos, os prismas e as pirâmides e relacionar esses conceitos com o conceito científico desses saberes, procurando encontrar semelhanças ou diferenças entre eles.

Em relação à representação figural, consideramos os aspectos bi e tridimensional dos prismas e pirâmides. A representação figural está diretamente relacionada à reprodução por meio de desenhos de objetos percebidos ou construídos. Sobre os registros de representação semiótica, Duval escreve que há

(...) grande variedade de representações semióticas utilizadas em matemática – Além dos sistemas de numeração, existem as figuras geométricas, as escritas algébricas e formais, as representações gráficas e a língua natural, mesmo se ela é utilizada de outra maneira que não a da linguagem corrente. Para designar os diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática, falaremos, parodiando Descartes, de “registro” de representação (2003, p. 14).

Conforme Duval (2003), existem quatro tipos diferentes de registros, porém nos deteremos, nesta categoria de pesquisa, em um deles, as representações figurais de figuras geométricas no plano bi ou tridimensional. Buratto escreve sobre os registros de representação semiótica destacando também algumas formas de registro dentro da geometria:

Segundo Duval (1995), as atividades cognitivas envolvidas na aprendizagem da matemática requerem a utilização de sistemas de expressão e de representação que vão além da linguagem natural e das imagens. Para caracterização dos objetos matemáticos, particularmente a geometria, faz apelo a três registros: o das figuras, o das escritas algébricas e o da língua natural. Então, neste caso, destacam-se as figuras geométricas, os enunciados em linguagem corrente, a representação em perspectiva e as notações simbólicas. Na atividade matemática, é usual e freqüente a passagem de um sistema de representação para outro como, por exemplo, de enunciado para figura, ou a mobilização simultânea de diferentes sistemas de representação durante a resolução de um problema (2006, p. 52).

Assim, as representações figurais são ferramentas para que o educando perceba relações e hipóteses que não são claras na representação algébrica de um determinado teorema. Conforme Buratto, as figuras são meios interessantes que auxiliam, antecipam e facilitam a exploração de diferentes aspectos da situação (2006, p. 52).

Quanto às demonstrações consideradas nas categorias de análise, Domingues afirma que:

Até perto do final do século XIX, a demonstração em matemática tinha um caráter grandemente material. A demonstração de uma proposição era uma atividade intelectual que visava a nos convencer e a convencer os outros, racional, mas também psicologicamente da veracidade dessa proposição. A partir de algum momento, porém, tornou-se necessário submeter a noção de demonstração a uma análise mais profunda, com vistas a reduzir o recurso ao uso da evidência intuitiva (2002, p.51).

Demonstração é um processo matemático que se utiliza da expressão algébrica, com vistas a nos convencer da veracidade de uma proposição. Em relação à demonstração, Silva observa que:

Uma demonstração (ou, como alguns preferem, prova) matemática tem várias finalidades. Em primeiro lugar compete-lhe estabelecer a veracidade relativa de um enunciado (a tese da demonstração). A veracidade da tese depende, claro, da veracidade dos enunciados pressupostos na demonstração, esta é suficiente para aquela. Em segundo lugar, uma demonstração deve convencer-nos da veracidade da tese que demonstra, desde que aceitemos os pressupostos dos quais essa demonstração depende (2002, p. 56).

Objetivamos olhar o livro didático no que se refere às demonstrações, tentando localizar se os autores estão realizando demonstrações em suas obras no trabalho com os prismas e as pirâmides. Estes dois saberes têm como ponto de partida axiomas, teoremas e postulados, os quais são estruturantes para o saber matemático.

No que diz respeito à categoria de análise “Exercícios”, pretendemos verificar em que parte da obra esses exercícios são expostos e, também, a maneira como são apresentados aos educandos. Entendemos como exercício a aplicação de algum algoritmo ou fórmula matemática.

Acreditamos que as categorias têm papel fundamental na presente dissertação, pois constituirão a base da reflexão dos propósitos desta investigação, ou seja, servirão para ilustrar como realmente o saber prismas e pirâmides modificou-se através dos tempos, considerando as categorias de análise.

Com vistas a organizar a análise, decidimos abordar as três obras, considerando primeiro os prismas e depois as pirâmides. Porém, antes, sentimos a necessidade de entender a historicidade desse saber matemático chamado prismas e pirâmides. Com esse objetivo, fazemos um percurso até a geometria, o qual enfocaremos no próximo capítulo.

CAPÍTULO 2

PRISMAS E PIRÂMIDES: HISTORICIDADE DO CONCEITO

2.1 Discussões históricas considerando a geometria espacial

Quando nos referimos ao estudo dos prismas e pirâmides, precisamos considerar que esses saberes estão diretamente relacionados ao estudo dos poliedros, que fazem parte da geometria espacial. Podemos dizer que o estudo dos poliedros é uma ramificação de um saber mais amplo, o saber geométrico. Entendemos ser necessária uma incursão, ainda que breve, em sua história, iniciando pela história da geometria, com um recorte sobre os prismas e pirâmides, porque através dela podemos observar como o saber denominado geometria espacial foi criado e evoluiu através dos tempos até chegar ao que hoje conhecemos como prismas e pirâmides.

Segundo Souza (1999), as necessidades econômicas da Agrimensura geravam conhecimentos de geometria. A necessidade de construir moradias e, mais tarde, as cidades implicava diretamente conhecimentos geométricos e de matemática aplicada. Assim, a história da geometria espacial, descrita por diversos autores, mostra que esse conhecimento foi gerado a partir de necessidades práticas, do dia-a-dia das civilizações. Segundo Boyer

Heródoto e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas que a civilização egípcia, mas é claro que a geometria que tinham em mente possuía raízes mais antigas. Heródoto mantinha que a geometria se originava no Egito, pois acreditava que tinha surgido da necessidade prática de fazer novas medidas de terras após cada inundação anual no vale do rio. Aristóteles achava que a existência no Egito de uma classe sacerdotal com lazeres é que tinha conduzido ao estudo da geometria (1999, p. 4).

Na citação, podemos observar que o autor considera as idéias de Heródoto e Aristóteles como divergentes, pois uma delas considerava que a origem da geometria foi a necessidade prática do povo egípcio e outro acreditava que a origem estava no lazer sacerdotal e ritual. Segundo Boyer, não podemos contradizer nem Heródoto nem Aristóteles quanto à origem da geometria, mas admite que ambos subestimaram a idade do assunto. Boyer escreve também que:

O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais que abriu caminho para a Geometria. Seus potes, tecidos e cestas mostram exemplos de congruência e simetria, que em essência são partes da geometria elementar. Para o período pré-histórico não há documentos, portanto é impossível acompanhar a evolução da matemática desde um desenho específico até um teorema familiar. Mas idéias são como sementes resistentes, e às vezes a origem presumida de um conceito pode ser apenas a repartição de uma idéia muito mais antiga que ficara esquecida (1996, p. 5).

São muitas as origens da geometria, porém a mais conhecida pelos educadores e por alguns dos educandos é a da enchente do rio Nilo. Sobre isso, escreve Serres:

Heródoto conta a origem da geometria. Em crescimento o Nilo transborda e inunda os campos em redor. Sacerdotes ou peritos, sábios ou mensores, aqueles que ele denomina os harpenodaptas redistribuem aos camponeses ou aos proprietários as parcelas cuja inundação acabou de apagar os limites (1997, p. 43).

O mesmo autor (1997), em seu livro *As Origens da Geometria*, traz várias versões sobre a origem histórica deste saber. Afirma, inclusive, que Deus foi o grande geômetra, destacando então as Sagradas Escrituras. De acordo com Serres:

Gênesis escreve que nas primeiras águas, Deus separou a terra e limitou-a. Da mesma maneira, no princípio dos tempos, eis, pois, a barafunda da inundação a que segue a separação: as condições da definição, da medida e da emergência surgem juntas a partir do caos: «a partir de», que significa começo, que quer também dizer repartição, aquilo que pretendo demonstrar (1997, p. 274).

Serres (1997) afirma que nossos antepassados leram o relato sobre as enchentes do Rio Nilo e nos transmitiram a sua lenda. Percebemos, contudo, que o autor não se detém na história deste saber, mas sim no que significa, qual o conceito deste saber denominado geometria. Ainda, questiona inúmeras vezes o que significa geometria, afirmando sempre que ela significa certa medida da terra. Porém, no decorrer de seu trabalho, ele acaba discutindo o que significa medida e, da mesma forma, o que significa terra.

A partir de então, habitamos neste espaço como se fosse uma casa ou, ainda melhor, como se fosse a nossa terra: *o metro é a Terra*, é este o sentido profundo do vocábulo *geometria*. Já não fazemos a menor idéia nem temos a menor percepção de uma terra sem ela, antes dela ou privada da sua extensão cuja transparência homogênea nos banha e atravessa o nosso corpo, deitado ou em pé, estendendo a sua envergadura, com a sua tripla seta comprida, larga e alta, tão universal que todo o universo mergulha nela (SERRES, 1997, p. 290).

Portanto, a geometria foi definida por Serres como a medida da terra, na qual o metro é a terra. O ponto de partida para a discussão de um saber geométrico pode, sim, ter surgido com as enchentes do Rio Nilo, porém, para que este saber chegasse à instituição escolar, mudanças tiveram de acontecer.

(...) o gesto originário donde nasce a geometria, a qual vai, por seu lado, produzir mais tarde um acordo novo entre os que demonstram, como se a exactidão tivesse ainda mais êxito que a justiça, e no mesmo terreno; mas, neste ponto, esta precedeu aquela, identificando-a consigo. Antes do consenso sábio sobre o rigor da divisão ou a necessidade da demonstração, impõe-se um contrato jurídico, o qual põe, primeiro, todas as pessoas de acordo (SERRES, 1997, p. 275).

A geometria pode ser entendida, ainda, de acordo com Usikin (1994), como uma ciência que tem como objeto de estudo a visualização, o desenho e a construção de figuras. Outra dimensão do conceito de geometria espacial é que ela faz parte do mundo real, físico, ou seja, está em toda a parte, na natureza. Segundo Usikin, “quando observamos a regularidade dos hexágonos numa colméia, perguntamos: as abelhas sabem geometria?” (1994, p. 33).

Percebemos a ligação da geometria com as outras áreas da matemática, como a álgebra, por exemplo, a qual aparece claramente no estudo da geometria. Nessa acepção, Usikin afirma que:

De uma perspectiva curricular, essas diferentes maneiras de ver a geometria sugerem *dimensões de compreensão*, porque o aprendizado de cada dimensão é relativamente independente do aprendizado das outras e também porque cada dimensão contém algumas idéias fáceis de assimilar e outras difíceis (1994, p. 35).

Davis e Hersh lembram que:

As ciências da quantidade e do espaço, em sua forma mais simples, são chamadas de *aritmética e geometria*. A geometria é ensinada mais tarde na escola. Trata, em parte, de problemas de medidas espaciais. (...) A geometria também se ocupa com aspectos do espaço que possuem grande atrativo estético, ou um elemento de surpresa (1985, p. 32).

Portanova (2005), por sua vez, descreve a geometria como sendo aquela responsável pela leitura e interpretação do espaço, baseada nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1999). A autora afirma, ainda, que:

Como a geometria trabalha essencialmente o espaço que, aliado ao tempo, dá sentido ao pensamento humano, é importante trabalhá-la nas suas mais diversas compreensões, explorando a sua aplicabilidade e as suas propriedades que, no nosso entender, são aquelas inerentes às diversas geometrias, à topologia e à dimensionalidade (2005, p. 41).

Muitos povos do passado não utilizavam apenas propriedades da geometria para medir áreas e volumes. Eles tinham suas próprias regras. Os babilônios e assírios, por exemplo, conseguiram reunir muitos conhecimentos de astronomia, mediante cálculos que realizavam sobre observações sistemáticas. Os egípcios mediam com perfeição áreas de inúmeras figuras e o volume de vários poliedros.

A matemática começou a evoluir a partir dos gregos que atribuíram aos egípcios a origem da geometria e aos fenícios a invenção do cálculo. Os gregos criaram uma ciência especial denominada Esférica, para cujo desenvolvimento os alexandrinos constituíram a trigonometria, e durante a Renascença foram inventados os logaritmos.

A maioria dos conceitos foi introduzida na matemática através de percepções intuitivas e possui íntima relação com objetos materiais e com figuras geométricas. O raciocínio foi desligando-se das figuras, enquanto o pensamento matemático foi caminhando no sentido da abstração. Assim, as idéias, antes vagas e confusas, foram adquirindo precisão.

Faz-se necessário conhecer e compreender os saberes da matemática para encontrar neles o seu significado e importância para o mundo no qual estamos inseridos. A geometria espacial é um saber magnífico quando o conhecemos e fazemos uso de suas possibilidades, pois é uma ferramenta de representação do mundo no qual estamos inseridos.

2.2 Euclides e a Geometria Espacial

Como afirmamos na seção anterior, todo saber possui história, porém o que atualmente conhecemos de Geometria Espacial não pode ser comparado puramente com sua história. Este saber evoluiu e modificou-se até chegar à instituição escolar. Vejamos agora quais são as contribuições de Euclides de Alexandria ao saber denominado Geometria Espacial, visto que esse pesquisador contribuiu grandemente para a matemática, principalmente para a Geometria.

Compreender os problemas enfrentados no ensino de um determinado conteúdo matemático requer, primeiramente, entender a matemática de uma época anterior, bem como também dos cientistas que pensaram e produziram esse saber que hoje trabalhamos e tentamos ensinar aos educandos. Como afirma Granger,

Evidentemente, uma descoberta científica nunca aparece a partir de um nada de conhecimento, e para cada uma das mais espetaculares inovações de nossa época poderíamos encontrar não propriamente precursores, mas idéias mais ou menos precisas que prepararam o seu advento em épocas anteriores (1994, p. 12).

Isso nos mostra que Euclides não partiu do nada para produzir teoremas geométricos, mas sim, que buscou embasamento e observações nos povos antigos, na maneira como eles utilizavam-se da geometria espacial no seu dia-a-dia.

Em Machado, encontramos uma interessante e importante discussão sobre a natureza do conhecimento geométrico. O autor afirma que:

(...) os primeiros conhecimentos de natureza geométrica derivam de resultados empíricos relacionados com medições de terras, construções arquitetônicas, determinações de áreas e volumes (...). Entretanto, é apenas na Grécia, por volta do século III a. C., com os trabalhos de Euclides, que a

geometria logrou uma notável sistematização, tornando-se modelo de organização do conhecimento em qualquer área (1993, p. 137).

Analisando o texto de Machado, percebe-se que o mesmo atribui ao matemático grego Euclides a responsabilidade de sistematização da geometria espacial. Não é ignorada a existência de conhecimentos geométricos anteriores ao século de Euclides, como por exemplo, em civilizações anteriores à grega. Porém, a sistematização de Euclides é o ponto de partida para o ensino da geometria na instituição escolar.

Contudo, Machado afirma que: “Euclides não teve nenhuma pretensão de natureza didática, caracterizando seu trabalho como uma sistematização a *posteriori* de um conhecimento acumulado de maneira empírica ao longo de vários milênios” (1993, p. 139). Euclides é tido por muitos pesquisadores matemáticos como o matemático mais importante da história. Foi autor de uma grande obra da geometria, denominada *Os Elementos*. Essa obra está escrita em treze volumes, sendo cinco sobre geometria plana, três sobre números, um sobre a teoria das proporções, um sobre incomensuráveis e os três últimos sobre geometria no espaço, nos quais aborda o estudo dos poliedros, entre eles, os primas e as pirâmides.

O que caracteriza o trabalho de Euclides é o rigor das demonstrações, o encadeamento lógico dos axiomas, postulados, teoremas e a clareza na exposição. Sua proposta é uma geometria dedutiva, despreocupada com as limitações práticas e os problemas concretos. Euclides é, portanto, responsável por parte da sistematização da geometria, porém não se preocupou com a parte didática, ou seja, em como este saber seria ensinado.

Serres afirma que “não há história verdadeira senão a da geometria, via de comunicação quase perfeita, caso limite, excepcional e sem dúvida paradoxal, da história no

sentido comum” (1997, p. 20). Em Machado, encontramos que “a geometria euclidiana constitui o primeiro exemplo de transcrição de um processo espacial bi ou tridimensional para a linguagem unidimensional da escrita” (THOM apud MACHADO, 1993, p. 139).

No momento em que a geometria se torna um saber puro, ela começa a fazer uso da álgebra, a qual se utiliza de uma linguagem escrita, pois se torna muito difícil ensiná-la com régua e compasso, como faziam os povos antigos quando a utilizavam para resolver os seus problemas. O trabalho manual tornou-se muito lento; e matemáticos começaram a pesquisar e trabalhar para facilitar essa atividade. Souza afirma que:

(...) a alteração do conceito de ciência provoca uma mudança na atitude científica grega, em relação à matemática, a partir de Euclides. De uma ciência empírica – baseada em conhecimentos práticos ou místicos – converte-se em uma ciência que trabalha com construções mentais por puro movimento intelectual (1999, p. 140).

O referido autor escreve sobre a ciência e a epistemologia e reforça novamente que Euclides foi responsável por grandes mudanças no pensamento matemático, em especial o geométrico, por descobrir uma maneira “mais fácil” de resolver problemas complexos da geometria espacial.

Muitos povos antigos, em especial os egípcios, construíram suas pirâmides sem ter conhecimentos algébricos evidentes. Acredita-se que conseguiam erguer suas fabulosas pirâmides através de deduções, medições, conhecimentos geométricos não registrados. É por este, entre outros motivos, que Euclides pesquisou e tornou-se o sistematizador da geometria, pois ele conseguiu criar teoremas, axiomas, postulados, enfim, fórmulas algébricas que até hoje facilitam nosso trabalho com a geometria espacial. Sobre isso, Struik escreve:

Euclides, sobre cuja vida nada é verdadeiramente conhecido, distinguiu-se durante a época do primeiro Ptolomeu (306-283 a. C.), a quem se supõe ter observado que “não existe uma estrada real para a geometria”. Os seus textos mais famosos e mais avançados são os treze livros que constituem os *Elementos (Stoicheia)*, embora também lhe sejam atribuídos outros textos menores. Entre estes textos encontra-se o *Data*, que contem o que chamaríamos aplicações da álgebra à geometria, sendo apresentados numa linguagem estritamente geométrica. Os *Elementos* são, a seguir à Bíblia, provavelmente, o livro mais reproduzido e estudado na história do mundo ocidental. (...) A maior parte da geometria das nossas escolas era retirada, por vezes literalmente, de oito ou nove dos treze livros; e a tradição euclidiana ainda pesa bastante na nossa instrução elementar (1992, p. 90).

Com a última frase do trecho citado acima, percebemos que até mesmo Struik, autor nascido na Holanda, já afirma que até hoje as teorias formuladas por Euclides predominam na matemática escolar. Assim, podemos brevemente compreender porque atualmente o ensino da geometria espacial continua, em muitos manuais, sendo apresentado pelas demonstrações de teoremas e fórmulas matemáticas. O mesmo autor ainda ressalta que:

O principal a se entender aqui é que poucos textos escolares de hoje dão atenção significativa a qualquer geometria que não a euclidiana e que praticamente todas as abordagens alternativas sugeridas para a geometria escolar são ainda abordagens da geometria euclidiana (1994, p. 29).

Seguindo a linha de reflexão de Struik, podemos encontrar outras contribuições de Euclides ao estudo da geometria. Segundo o autor, “O tratamento de Euclides baseia-se numa dedução estritamente lógica de teoremas, de um conjunto de definições, postulados e axiomas” (1992, p. 91). Isto nos mostra que Euclides não criou problemas práticos de aplicação da geometria através da álgebra, mas sim deteve-se principalmente na criação de teoremas e postulados, os quais servirão para que tais problemas possam ser resolvidos. Euclides criou um método de criar matemática.

Sem dúvida, tudo o que Euclides produziu é de extrema importância para a geometria espacial, para o estudo dos poliedros. Porém, mais tarde, outros pesquisadores

trabalharam na obra de Euclides e também continuaram contribuindo para a matemática, mais especificamente, a geometria e o estudo dos poliedros. O impacto dessa obra foi de tal importância que, durante cerca de 2000 anos, *Os Elementos* de Euclides foi a obra de referência em muitos estudos de matemática.

2.3 Núcleo Fundante e Cinturão Protetor no que se refere aos saberes prismas e pirâmides

Partindo destas considerações históricas sobre o surgimento da geometria espacial, seguimos para uma investigação a respeito da epistemologia da ciência e da historicidade do conceito, para que possamos entender como se dá a conceituação destes dois saberes, prismas e pirâmides, ao longo dos tempos.

Dentro da epistemologia da ciência, destacamos a “tendência histórica”, a qual vem em forma de negação à “tendência analítica”. Essa tendência histórica é caracterizada pela nova filosofia da ciência. Segundo Bombassaro,

Basicamente, a crítica à qual foi submetida a “tendência analítica” estava centrada na idéia de que sua epistemologia era excessivamente simplista, pois ao analisar o conhecimento científico pelos seus enunciados lógicos deixava de considerar a ação efetiva dos homens que faziam a ciência e o modo pelo qual essa ação se realizava (1993, p.32).

Por este motivo, optamos pela tendência histórica, pois, como iniciamos este capítulo, reafirmamos que a geometria espacial é um saber que possui história, a qual iniciou há milhares de anos, com os povos antigos, através da medição de terras e necessidades do seu cotidiano. A ação dos homens e a maneira como ela acontecia precisam ser consideradas quando queremos compreender um determinado saber.

Tratamos, nesta pesquisa, do saber geometria espacial, em especial os prismas e as pirâmides, com base em seus conceitos históricos e epistemológicos. Defender a tendência histórica significa neste caso afirmar que todo saber é influenciado por revoluções, sejam elas científicas ou pedagógicas, porém alguns aspectos do saber permanecem irredutíveis após essas revoluções. Como enfatiza Bombassaro,

(...) as mudanças de paradigma realmente levam os cientistas a ver o mundo definidos por seus compromissos de pesquisa “de uma maneira diferente”. Na medida em que seu único acesso a esse mundo dá-se através do que vêm e fazem, poderemos ser tentados a dizer que, após uma revolução, os cientistas reagem a um mundo diferente (1993, p. 59).

Bombassaro (1993, p. 59) afirma ainda que “Kuhn acredita que da mudança de paradigma decorre o seguinte: as concepções teóricas e, conseqüentemente, as visões de mundo que adotamos não são as mesmas após a ocorrência de uma revolução”. Assim, épocas históricas diferentes produzem paradigmas, tendências pedagógicas também distintas. Retomando o objetivo desta pesquisa, nos questionamos sobre quais são as modificações nos saberes prismas e pirâmides, se é que elas existem, vistas as tendências pedagógicas que perpassaram esses saberes. Buscamos respostas a esse questionamento através da pesquisa, mais efetivamente na análise dos livros didáticos, os quais nos mostrarão se houve modificações, quais são elas e qual é a tendência pedagógica que direcionou essas mudanças.

Silva afirma que

Os filósofos da matemática não podem mais hoje ignorar a história da matemática, pois a matemática como nos é dada, é nos dada precisamente estendida ao longo de sua história, e não concentrada toda no momento presente. Se a matemática está constantemente reinterpretando-se, esta tarefa de reinterpretação é um fato filosoficamente relevante, precisamente porque reescrever a matemática passada em termos da matemática presente é uma atividade matemática (1999, p. 51).

Imre Lakatos era um grande defensor da história da ciência. Em Lang encontramos uma passagem de Lakatos que diz: “a filosofia da ciência sem a história da ciência é vazia: a história da ciência sem a filosofia da ciência é cega” (LAKATOS apud LANG, 1996, p. 220). Lakatos discutiu também a idéia de Núcleo Irredutível (conhecido também como Núcleo Fundante) e o Cinturão Protetor. Segundo Chalmers, o núcleo irredutível é:

(...) mais que qualquer outra coisa, a característica que o define. Ele assume a forma de alguma hipótese teórica muito geral que constitui a base a partir da qual o programa deve se desenvolver. O núcleo irredutível da astronomia copernicana seriam as suposições que a Terra e os planetas orbitam um Sol estacionário e que a terra gira em seu eixo uma vez por dia (1993, p. 113).

Como afirma Chalmers (2000, p.113), “o núcleo irredutível de um programa é torná-lo infalsificável pela ‘decisão metodológica de seus protagonistas’”. Lakatos se refere ao cinturão protetor como sendo aquele constituído por hipóteses e teorias auxiliares e também pelos métodos observacionais. O núcleo irredutível se forma através do cinturão protetor, que, no caso da geometria espacial, constitui-se dos teoremas e demonstrações necessárias e imprescindíveis neste saber. Granger observa que:

a tese empirista, que parecia estar de acordo com os primeiros desenvolvimentos de uma geometria, parece-nos, porém, difícil de defender, dada a extrema abstração de alguns dos conceitos mais modernos das matemáticas, cada vez mais rebeldes a uma apreensão intuitiva, a não ser vista de uma longínqua e aproximativa ilustração (1994, p. 61).

Segundo Chalmers (1993, p. 171), “os programas que contém um núcleo irredutível coerente, que oferece oportunidades para progredir se desenvolverão de fato de maneira coerente, uma vez que estas oportunidades sejam aproveitadas”.

Silva afirma que

(...) a imagem geométrica mais apropriada para o desenvolvimento da matemática é a espiral, a matemática progride, como nos ensina Lakatos, segundo uma dialética de demonstrações e refutações aberta a toda sorte de influências, até mesmo de fatores empíricos e quase-empíricos, antes que qualquer formalização seja possível (1999, p. 51).

Podemos dizer que por mais abstrato que seja um saber matemático, ele sempre terá um núcleo irreduzível e um cinturão protetor. O que nos interessa nesta pesquisa é compreender se nos saberes denominados prismas e pirâmides existe um núcleo irreduzível e um cinturão protetor. Para tanto, precisamos conhecer a definição de prismas e pirâmides.

Uma vez resgatada a história da geometria, seguida no trabalho de Euclides com este saber, e também a epistemologia da ciência e historicidade do conceito, iremos além, buscando conhecer um pouco mais sobre estes saberes, partes da geometria, denominados prismas e pirâmides. Conhecemos um pouco da trajetória da geometria espacial, mas precisamos conhecer o conceito de prismas e pirâmides, pois é desses dois saberes que trataremos nos próximos capítulos.

Segundo Dolce e Pompeo, em sua obra denominada “Fundamentos da Matemática Elementar”, prismas são definidos da seguinte maneira:

Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABCD\dots$ MN situado num plano α e um segmento de reta \overline{PQ} , cuja reta suporte intercepta o plano α . Chama-se *prisma* (ou *prisma convexo*) à reunião de todos os segmentos congruentes e paralelos a \overline{PQ} , com uma extremidade nos pontos do polígono e situados num mesmo semi-espaco dos determinados por α . Podemos também definir o prisma como segue: *Prisma convexo limitado* ou *prisma convexo definido* ou *prisma convexo* é a reunião da parte do prisma convexo ilimitado, compreendida entre os planos de duas seções paralelas e distintas, com essas seções (1993, p. 139).

Esse livro traz os conceitos matemáticos com o objetivo de dar ao estudante uma visão global da matemática. Isso significa que os conceitos trazidos no referido livro baseiam-se no saber matemático científico e histórico.

Para o conceito de pirâmide, temos a seguinte definição de Dolce e Pompeo:

Consideremos um polígono convexo (região poligonal convexa) $ABC...MN$ situado num plano α e um ponto V fora de α . Chama-se *pirâmide* (ou *pirâmide convexa*) à reunião dos segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos do polígono. V é o vértice e o polígono $ABC... MN$, a base da pirâmide. Podemos também definir a pirâmide como segue: *Pirâmide convexa limitada* ou *pirâmide convexa definida* ou *pirâmide convexa* é a parte da pirâmide ilimitada que contém o vértice quando se divide essa pirâmide pelo plano de uma secção, reunida com essa secção (1993, p. 186).

Juntamente com essa definição, temos a representação figural de uma pirâmide, a qual identifica os termos apresentados na definição. Os prismas também são apresentados acompanhados por sua representação figural.

De modo semelhante, encontramos a definição de prismas no livro de Bianchini e Paccola, o qual em sua apresentação observa que “procura aliar uma linguagem comunicativa, metodologia e rigor conceitual”. Esses autores preocupam-se em proporcionar aos educandos uma sólida base conceitual. Sua definição para prismas é a seguinte:

Consideremos uma região poligonal P , contida em um plano α , e um segmento de reta \overline{MN} cuja reta suporte r intercepte esse plano. Chama-se prisma a reunião de todos os segmentos congruentes a \overline{MN} , paralelos à reta r , com uma extremidade nos pontos da região poligonal e situados em um mesmo semi-espaco em relação a α (BIANCHINI e PACCOLA, 1995, p. 334).

Bianchini e Paccola definem pirâmides como: “Consideremos uma região poligonal P , contida em um plano α , e um ponto V fora de α . Chama-se pirâmide à reunião de todos

os segmentos com uma extremidade em V e a outra nos pontos da região poligonal” (1995, p. 355).

Bianchini e Paccola (1995), bem como também Dolce e Pompeo (1993), preocupam-se com o rigor conceitual e referem-se em suas definições a regiões e planos. Isso retrata a relação existente entre esse conceito e os conceitos que Euclides sistematizou, pois este descrevia os fatos geométricos, utilizando, para isso, muitos elementos da geometria plana, questões de aritmética e álgebra.

De acordo com Ávila,

Foi no início do século VI a.C. que *Tales de Mileto* inaugurou na Matemática a preocupação demonstrativa. A partir de então a Matemática grega vai assumindo o aspecto de um corpo de proposições logicamente ordenadas: cada proposição é demonstrada a partir de proposições anteriores, essas a partir de outras precedentes, e assim por diante, um processo que não teria fim. Mas os gregos logo perceberam isso e viram que era necessário parar o processo em certas proposições iniciais, consideradas evidentes por si mesmas; a partir dessas, todas as outras são demonstradas. As proposições evidentes por si mesmas são hoje designadas, indiferentemente, "postulados" ou "axiomas". O aspecto mais importante dos *Elementos* é essa organização dos fatos, num admirável encadeamento lógico-dedutivo em que um número reduzido de proposições e definições iniciais são o bastante para se demonstrar, uns após os outros, todos os teoremas considerados. Historicamente, os *Elementos* de Euclides são a primeira corporificação desse "método axiomático" (...). (2007, pg?????)

Retomando a proposta de Lakatos sobre a existência de um núcleo firme e um cinturão protetor nos programas de pesquisa, essa citação de Ávila remete justamente à idéia de que o núcleo firme da geometria espacial está na geometria euclidiana e seu método axiomático. Conforme Silveira,

Um programa de pesquisa pode ser caracterizado por seu “núcleo firme”: teoria ou conjunção de hipóteses contra a qual não é aplicada a “retransmissão da falsidade”. “O núcleo firme é convencionalmente aceito (e

portanto ‘irrefutável’ por decisão provisória)” (Lakatos *apud* Silveira, 1996, p. 221).

Assim, o núcleo irredutível só será rompido no momento em que surgir, nos currículos escolares, nos livros didáticos, uma geometria não-euclidiana, com a proposta de que as teorias desenvolvidas por Euclides sejam refutáveis. Porém, precisamos verificar nos livros didáticos de 1925, 1967 e 2001, como a geometria euclidiana está sendo trabalhada, no que se refere ao seu conceito, suas demonstrações, representações figurais e exercícios, tentando identificar seu cinturão protetor, o qual pode estar sendo sustentado pelas tendências pedagógicas de cada período histórico.

CAPÍTULO 3

A MATEMÁTICA ESCOLAR NOS TRÊS PERÍODOS HISTÓRICOS

3.1 A matemática escolar na segunda década do século XX

O livro didático do ano de 1925 representa o ensino da matemática escolar antes de se iniciarem as discussões sobre a reforma Francisco Campos, a qual unificou os saberes matemáticos no currículo escolar de matemática na década de 30 do século XX. A partir de 1925, Euclides Roxo começou a procurar outras alternativas para a matemática escolar, afirmando que seria necessário “modificar a distribuição das matérias do curso secundário, do seguinte modo: o estudo da aritmética, álgebra, geometria e trigonometria se fará sob a denominação única de matemática, do 1º ao 4º ano do curso” (Roxo apud Valente, 2004, p. 98). Roxo decidiu iniciar essas mudanças com as quatro primeiras turmas para, depois, estender às demais.

Valente (1999) também afirma que, antes desse período, existiam as disciplinas geometria, álgebra, aritmética e trigonometria, fragmentadas nos cursos primário e secundário e também nos cursos profissionalizantes de artilharia e fortificações, em que a geometria

espacial era utilizada na fabricação de bombas, lançamento de projéteis, cursos de engenharia e de formação de bombeiros. As escolas de ensino primário e secundário davam ênfase, principalmente, à preparação para os demais cursos superiores, destinados à elite.

A fim de compreender como o conceito de prisma e pirâmide transforma-se até se apresentar em livros didáticos e se tornar um saber ensinado, precisamos primeiramente conhecer a história da matemática escolar brasileira. A educação muda com as reformas educacionais e nenhuma reforma surge sem ter uma razão, consequência de uma necessidade da sociedade. Nesse sentido, todas as reformas que aconteceram tiveram o seu objetivo, a sua importância para o povo brasileiro e, com isso, podemos perceber quais eram os interesses da época, tendo como enfoque principal o ensino da matemática, dos prismas e pirâmides.

Muitas reformas curriculares ocorreram no período de 1800 até meados de 1929. Destacamos o século XVIII, por ter sido este um marco importante para a história do povo brasileiro, como também para a educação, pois chega ao Brasil a família Real Portuguesa; deixamos de ser Colônia e vivenciamos o período do Império. Declara-se, em 1822, a Independência do Brasil e, de acordo com Piletti (1997), a preocupação do governo, no que se refere à educação, passou a ser a formação das elites dirigentes do país. Destaca-se, ainda, que:

(...) ao invés de procurar montar um sistema nacional de ensino, integrado em todos os seus graus e modalidades, as autoridades preocuparam-se mais em criar algumas escolas superiores e em regulamentar as vias de acesso a seus cursos, especialmente através do curso secundário e dos exames de ingresso aos estudos de nível superior (PILETTI, 1997, p. 41).

Consideramos esse período importante para o desenvolvimento da matemática escolar brasileira, por terem sido esses dois séculos os antecessores da reforma Francisco

Campos. Em 1810, segundo Valente (1999), foram criadas a Academia Real dos Guardas-Marinha e a Academia Real Militar, que substituiu os cursos de Artilharia, Fortificação e Desenho existentes. Esses novos cursos influenciaram o ensino da matemática, com sua utilidade prática, porém mais voltada aos cursos militares.

A academia destinava-se ao ensino das ciências exatas e da engenharia em geral, no sentido mais amplo da sua época, formando não só oficiais de engenharia e de artilharia, como também geógrafos e topógrafos que pudessem trabalhar em minas, caminho, portos, canais, fortes e calçadas. Para essa formação os alunos teriam um curso completo de ciências matemáticas e aprenderiam física, química, mineralogia, metalurgia e história natural, além do aprendizado das ciências militares (VALENTE, 1999, p. 93).

Predominavam na sociedade os cursos avulsos, com freqüência livre, sem uma organização hierárquica das matérias e das séries. Nesse período de Império, as etapas escolares pelas quais os alunos “poderiam” passar (não era obrigatório, apenas gratuito para quem quisesse) eram o ensino primário, secundário e superior. Muitas aulas do ensino primário eram ministradas em casas de fazendeiros, nas províncias ou na cidade, e os escravos eram proibidos de freqüentar a escola. O curso primário não era exigência para o ingresso no curso secundário (PILETTI, 1997, p. 43).

A grande maioria dos professores do ensino primário não era habilitada em cursos superiores de pedagogia ou cursos normais, pois na época nem existiam tais cursos; eram professores leigos (PILETTI, 1993). O ensino primário representava, de 1808 a 1889, as atuais séries iniciais, correspondentes a quatro anos de escolarização.

Segundo Piletti, durante o período do império pouco ou nada se fez para a formação dos professores. Eram vitalícios “os provimentos dos professores e mestres”, e os que não estivessem capacitados deveriam “instruir-se em curto prazo, e a custa dos seus ordenados,

nas escolas das capitais”(1997, p. 44). Diante da inexistência de cursos destinados à formação dos professores, estes eram selecionados com base em três condições: maioria, moralidade e capacidade, sendo que a última, às vezes, era medida através de concurso (PILETTI, 1997).

Quando foi criado o curso normal superior, na década de 1830, foram muitas as dificuldades encontradas, desde a inexistência da prática de ensino até a falta de professores devidamente qualificados, principalmente para as disciplinas didáticas, extremamente importantes para a formação do educador (PILETTI, 1997). Na época, o estudo das humanidades era muito importante, pois existiam poucos cursos superiores e o mais freqüentado e procurado era o curso de Direito, o qual requeria mais ênfase no estudo das matérias de humanidades, ficando, assim, as exatas como as disciplinas menos importantes. Segundo Piletti, não existia na época uma universidade, mas sim escolas isoladas de ensino superior, denominadas de faculdades. Eram elas: “as Faculdades de Direito de São Paulo e do Recife, as Faculdades de Medicina do Rio de Janeiro e de Salvador, e a Escola de Engenharia do Rio de Janeiro” (PILETTI, 1997, p. 49).

Após o Período do Império, inicia-se a Primeira República, trazendo consigo também muitas mudanças na matemática escolar. Piletti (1997) afirma que a crise da educação elitista e as inúmeras discussões que essa crise provocou resultaram na Revolução de 30, que foi responsável por diversas transformações, fazendo avançar o processo educacional brasileiro. Sobre isso, Valente escreve que:

Desde 1925, Roxo buscou levar a instituição a acompanhar o que ele mesmo denominou de “grande movimento mundial de renovação dos métodos de ensino e processos educativos”. Sua posição, relativamente à modernização do ensino, vincula-se diretamente à modificação dos métodos pedagógicos (2004, p. 92).

A proclamação da República e a Constituição de 1891 também trouxeram conseqüências e influenciaram a educação brasileira. Giles destaca que:

Benjamin Constant tenta substituir o currículo de teor acadêmico-humanista por um programa de estudos mais ampliado e abrangente, incluindo estudos científicos, de acordo com as inspirações positivistas do seu autor, Augusto Comte. Também propõe a seriação do ensino e uma organização maior do conjunto do programa de estudos (1987, p. 288).

Como visto acima, Benjamin Constant propõe uma reforma que visa a deixar um pouco mais de lado o ensino humanista, porém não foi aceita e apenas serviu de impulso para mais tarde encaminharem-se outras. Segundo Aranha, “Neste período de República os educadores e governantes passam a dar maior ênfase às questões cívicas e nacionalistas, deixando de ter um caráter geral e universal” (1996, p. 146).

Ghiraldelli Jr. afirma que:

A legislação era clara: a escola deveria contribuir para a divisão de classes e, desde cedo, separar pelas diferenças de chances de aquisição cultural, dirigentes e dirigidos. Destinado a formar “elites condutoras”, o ensino secundário foi apresentado com um currículo extenso, com intenções de proporcionar sólida cultura geral de base humanística, e, além disso, fornecer aos adolescentes um ensino patriótico e humanista (1994, p. 86).

Foi nesse período que começaram a surgir as escolas públicas e gratuitas, pois, como visto anteriormente, poucas crianças tinham acesso à educação escolar. Ghiraldelli Jr. lembra que “as elites não só enviavam seus filhos aos colégios particulares como também se utilizavam do Estado para criar uma rede de ensino público para o atendimento de seus filhos” (1994, p. 27). Convém destacar que o governo federal priorizava suas atenções ao ensino secundário e superior, freqüentados pela elite. O curso primário e profissional servia às classes populares. Havia, inclusive, a seguinte restrição: o educando que optava por freqüentar

curso secundário profissionalizante não poderia ingressar no ensino superior. Somente aqueles que cursaram unicamente o secundário tinham direito a esse ingresso. Piletti descreve que

Durante toda a Primeira República manteve-se no Brasil a dualidade de sistemas e de competências em matéria educacional: de um lado o sistema federal, cuja principal preocupação era a formação das elites, através dos cursos secundário e superior; de outro lado, os sistemas estaduais que, embora legalmente pudessem instituir escolas de todos os graus e modalidades, limitavam-se a organizar e manter a educação das camadas populares – ensino primário e profissional – e assim mesmo de forma bastante precária (1997, p. 58).

A matemática nesse período era vista como um conhecimento necessário para os artilheiros, lançadores de bombas, navegadores. Servia como um conhecimento importante e útil para quem fazia cursos específicos, técnicos. Nas palavras de Valente:

A matemática, salvo o conhecimento mais que elementar da Aritmética, estava reservada para a formação técnica do futuro engenheiro, guarda-marinheiro, etc. Tratava-se, portanto, de um saber técnico e especializado (1999, p. 111).

O mesmo autor observa que o ensino da geometria foi abandonado no nível primário e passou a fazer parte apenas do secundário. Portanto, a geometria ingressa na vida do educando somente no ensino secundário. A escola secundária, ao final do século XIX, preocupava-se apenas em preparar os estudantes para o ensino superior. Percebe-se que, nesse sentido, a educação brasileira quase não progrediu, pois em pleno século XXI ainda muitas escolas de Ensino Médio preocupam-se apenas com o ingresso na universidade - o tão temido vestibular classificatório - e os conteúdos são transmitidos pelos educadores e memorizados pelos educandos, para que estes obtenham sucesso na tarefa de ingressar no ensino superior.

Portanto, em que evoluímos e em que regredimos na educação brasileira? Detendo-nos sobre o ensino da matemática em nosso país, percebemos que o período anterior à

reforma Francisco Campos é importante para compreendermos como se dava o ensino da matemática, pois na época a disciplina era fragmentada em área de conhecimento. Como vimos, a preocupação maior já era o ingresso no ensino superior, ou seja, com os exames de admissão, os quais permitiam a entrada na faculdade.

Ao final do século XIX, começam a ser elaborados e publicados livros didáticos de matemática no Brasil. Anteriormente, esses livros eram importados ou traduzidos para o português. Valente (1999) apresenta os diversos autores de livros didáticos da época, bem como a sua metodologia. Muitos autores começam também a extinguir conteúdos na elaboração dos livros didáticos, e incluir enormes listas de exercícios.

Vianna a exemplo de Ottoni, que seguiu Bourdon, lança mão, a partir do conteúdo sobre divisibilidade dos números, de elementos algébricos. Faz uma breve introdução à notação algébrica e a seguir desenvolve os conteúdos da Aritmética utilizando-se de expressões literais. Não há nenhuma inovação didática em relação a Ottoni, exceto a inclusão, ao final do texto, em edições posteriores, de conjuntos de exercícios (VALENTE, 1999, p. 161).

Nesta citação, Valente refere-se a Vianna e Ottoni, dois importantes autores de livros didáticos da época. Seguem-se as décadas, e a sociedade brasileira, juntamente com a educação, continua procurando ajuda em métodos didáticos europeus, voltando a importar livros de matemática. Valente destaca, ainda, que

Os livros têm uma característica particular em relação aos manuais escolares de matemática utilizados até então: representam anos e anos de experiência pedagógica acumulada no ensino das matemáticas em escolas. Até então, a maioria dos livros de matemática devia sua origem aos colégios, sobretudo, colégios técnico-militares (1999, p. 177).

Com o surgimento de coleções de livros didáticos de álgebra, aritmética, geometria e trigonometria, no colégio Pedro II inicia-se também uma nova discussão acerca dos rumos a

serem tomados no ensino da matemática, juntamente com a Reforma Francisco Campos, pois ocorreram mudanças na educação matemática e os educadores teriam de dar conta de uma grande área de saber denominada matemática.

Para facilitar a compreensão de como estavam organizadas as turmas e suas denominações no ano de 1937, observe-se a figura 1:

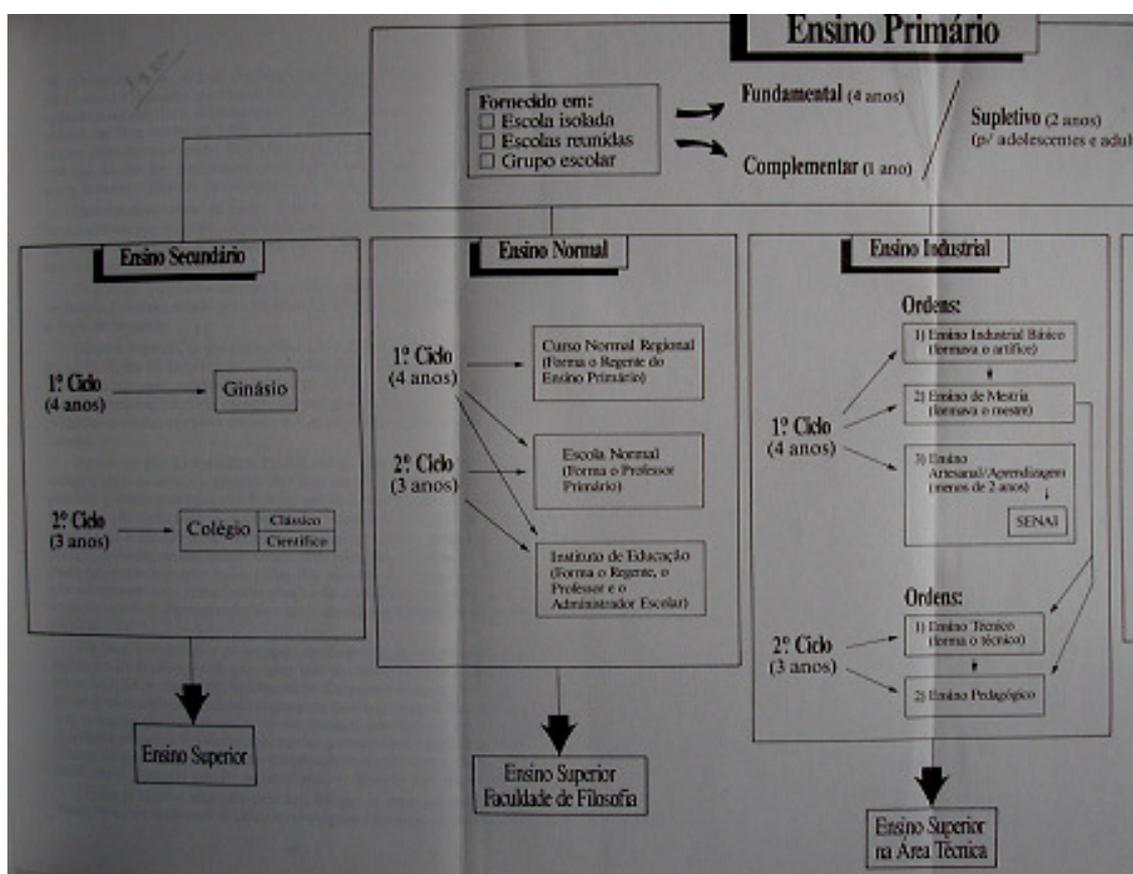


Figura 1: A organização do ensino em 1937 (PILETTI, 1994, p. 85).

O ensino primário, com duração de quatro anos; o ensino secundário, dividido em duas etapas: a primeira corresponde ao ginásio, com duração de quatro anos, e a segunda corresponde ao Colegial, no qual o aluno pode escolher se quer cursar o clássico ou o

científico. A duração de qualquer um deles é de três anos. Concluídos o primário e o secundário, o educando pode ingressar no ensino superior.

3.2 Movimento da matemática moderna: tendência pedagógica da década de 60.

O segundo momento importante de reorganização nos métodos brasileiros de ensino da matemática ocorreu em meados de 1950. Conhecido como Movimento da Matemática Moderna (MMM), surgiu após a Segunda Guerra Mundial, em consequência de uma forte defasagem entre o progresso científico-tecnológico e o currículo escolar que estava sendo utilizado nas escolas até o momento. Gomes faz a seguinte consideração sobre o início da matemática moderna:

A entrada definitiva das propostas de renovação em nosso país deu-se, a partir de 1961, com a constituição, em São Paulo, do Grupo de Estudos do Ensino da Matemática (GEEM). Propunha-se, sobretudo, modificar a matemática da escola secundária mediante sua aproximação da matemática ensinada nas universidades – um elemento central da proposta era a ênfase nas estruturas matemáticas. Assim, o adjetivo “moderna” para qualificar a matemática referia-se, em boa parte, à incorporação, ao ensino elementar, de temas desenvolvidos na matemática científica a partir da segunda metade do século XIX (2001, p. 32).

Um dos grandes objetivos da matemática moderna foi a formação de cientistas em curto prazo, devido ao grande crescimento da sociedade industrial, onde se abandonou até certo ponto o trabalho manual e inseriram-se as tecnologias. Uma das razões para o domínio do formalismo, como método matemático, foi sua ligação com o positivismo lógico⁶.

⁶ Tendência dominante da filosofia da ciência durante os anos 40 e 50, a “Escola de Viena” dos positivistas lógicos defendia o objetivo de uma ciência unificada, codificada em um cálculo formal e com um único método dedutivo.

O Movimento da Matemática Moderna foi um amplo movimento de reforma curricular do ensino da matemática, o qual iniciou nos anos 50 do século passado. Educadores em várias partes do mundo começaram a constatar que os avanços conseguidos no desenvolvimento da matemática durante o século XIX até metade do século XX ainda não haviam chegado às escolas. Era preciso, portanto, colocar em andamento uma ampla reforma que contemplasse esses avanços.

Pires (2000) afirma, sobre o MMM, que para enfrentar o futuro e tirar partido do progresso técnico era preciso aumentar a competência dos jovens e formar, particularmente, cientistas e engenheiros de alto nível (2000, p. 19). Por esse motivo, aumentou-se a responsabilidade com o ensino da matemática, pois, como cita Pires (2000), a elevação do nível técnico e científico passava pela matemática. Assim, foi decidido que, para acompanhar as mudanças que estavam ocorrendo na sociedade, seria necessária uma reforma no ensino.

A matemática neste período se preocupou sobremaneira com os seus próprios fundamentos e os matemáticos em resolver certas questões inerentes à área, voltados para a própria matemática. É o que hoje muitos educadores dizem: “estudar matemática pela matemática”. Muitas vezes ouvimos nossos alunos nos perguntando “onde vou usar isto?” e a resposta que obtêm é que esse conteúdo servirá para aprender um outro conteúdo em outra ou naquela mesma série em que se encontra.

Kline (1976), em seu livro “O fracasso da matemática moderna”, aponta para muitas constatações a respeito deste período, entre elas inúmeras críticas sobre o movimento. O autor escreve que

(...) o currículo tradicional sofre do defeito mais grave que se pode lançar sobre qualquer currículo: falta de motivação. A própria matemática – para empregarmos as palavras do famoso matemático do século vinte, Hermann Weyl, - tem a qualidade não humana da luz estelar, brilhante e nítida, porém fria. É também abstrata. Trata de conceitos mentais, embora alguns como os geométricos, possam ser visualizados. Dadas ambas as considerações, de sua qualidade fria e caráter abstrato, muito poucos são os estudantes que se sentem atraídos por esta matéria de ensino (KLINE, 1976, p. 23).

A obra de Kline (1976) foi redigida durante o período da matemática moderna, quando havia grandes reflexos no ensino deste saber. A falta de motivação dos educandos é reflexo do tratamento que foi dado à matemática, ou seja, ela tornou-se fria, abstrata, preocupada com a estrutura matemática. Conforme Onuchic,

Nesta reforma o professor falava, porém, muitas vezes não seguro daquilo que dizia. O aluno não percebia a ligação que todas aquelas propriedades enunciadas tinham a ver com a matemática dos problemas e, principalmente, com a matemática usada fora da escola. Embora procurasse usa-las em exercícios de aplicação, repetindo o que havia sido feito em classe e dizendo o nome daqueles novos símbolos matemáticos que lhes eram apresentados, com frequência não conseguia lhes dar significado. Esse ensino passou a ter preocupações excessivas com formalização, distanciando-se das questões práticas (1999, p. 203).

Naquela época, em meados de 1960, muitos livros didáticos foram publicados com título de “Curso Moderno de Matemática”, devido às discussões e à nova metodologia a partir da matemática moderna. A formalização era definida como objetivo de todas as ciências e significava, segundo Davis e Hersch (1985, p. 384), “a escolha de um vocabulário básico de termos, e o desenvolvimento lógico de uma teoria, a partir das leis fundamentais”. Nesse contexto, a matemática aparece como a ferramenta para formular e desenvolver teoria. As leis fundamentais são fórmulas matemáticas, sendo a teoria desenvolvida deduzindo-se as conseqüências dessas leis, usando raciocínios matemáticos.

Assim, a matemática não mais é vista como ciência, mas como uma linguagem para as outras ciências. Não é ciência, pois não tem objeto de estudo, não possui dados experimentais observáveis aos quais podem ser aplicadas regras de interpretação. A matemática aparece simplesmente como uma estrutura formal.

Sintonizada com essa tendência, a educação preocupa-se em tornar o homem útil, fabricar o trabalhador. O ensino é sistemático, programático e metódico, e o professor é facilitador da aprendizagem; consegue operar com conceitos que vêm das ciências, mas não os relaciona com o cotidiano do aluno, ou seja, não os contextualiza.

Quanto ao tecnicismo presente no Movimento da Matemática Moderna, Fiorentini destaca que:

A concepção formalista moderna manifesta-se na medida em que passa a enfatizar a matemática pela matemática, suas fórmulas, seus aspectos estruturais, suas definições (iniciando geralmente por elas), em detrimento da essência e do significado epistemológico dos conceitos. Isso porque se preocupa exageradamente com a linguagem, com o uso correto dos símbolos, com a precisão, com o rigor, sem dar atenção aos processos que os produzem, porque enfatiza o lógico sobre o psicológico (...); porque trata a matemática como se ela fosse “neutra” e não tivesse relação com os interesses sociais e políticos (1995, p. 16).

Como ressalta D’Ambrósio, “O método moderno para conhecer algo, explicar um fato e um fenômeno baseava-se no estudo de disciplinas específicas, o que inclui métodos específicos e objetos de estudo próprios” (2001, p. 105). Nessa acepção, o professor é o “guardador da verdade” e ignora-se o conhecimento que o educando já possui. Freire (1987, p. 58), no entanto, tece contundentes críticas a essa perspectiva, que conceitua como “educação bancária”, um ato de depositar conteúdos, em que os educandos são os depositários e o educador o depositante. Nesse tipo de educação, os alunos não participam, nem interagem

na aula; apenas seguem explicações e exercícios que os seus “mestres” propõem, não havendo interação aluno-professor.

Outra grande preocupação durante o período do MMM está relacionada com os aspectos relativos ao rigor matemático. Como afirma Kline,

Alguns desses autores, apenas recentemente informados do rigor de 1900, ficaram entusiasmados com a apresentação do que julgaram ser a nova face da matemática. Naturalmente confundiram o que é logicamente anterior com o que é pedagogicamente desejável. Outros, procurando novidade, apegaram-se ao rigor. Entre os muitos autores encontravam-se matemáticos superficiais e relativamente ignorantes que tomaram os tópicos simples da matemática elementar e os fizeram parecer profundos, envolvendo-os no que, para os jovens, se pode descrever tão-somente como pretensioso pedantismo.(...) Não há dúvida que muita coisa do rigor nos tempos modernos foi inserida por homens limitados que procuravam ocultar sua própria superficialidade por uma fachada de profundidade e também por homens pedantes que mascaravam seu pedantismo sob o disfarce do rigor (1976, p. 80-81)

Kline (1976) cita muito em seus escritos a matemática tradicional, anterior ao MMM, criticada pelos educadores da época por se preocupar extremamente com a aprendizagem por memorização. Com o MMM, os educadores continuaram promovendo a memorização e acima de tudo desenvolveram demonstrações, teoremas, postulados, com muito mais rigor, querendo com isso mostrar e exhibir seus conhecimentos. “O rigor pode salvar a matemática, mas seguramente perderá os alunos” (KLINE, 1976, p. 80).

A linguagem matemática presente nessa tendência pedagógica à qual pertence a matemática moderna é precisa. Como o objetivo do MMM em relação à linguagem foi o de assegurar precisão, os textos deste período tendem a definir cuidadosamente os conceitos que são usados, tendo assim uma grande quantidade de terminologias. Segundo Kline, “Muitos

críticos tacharam os textos de matemática moderna de não serem mais que dicionários ou estudos de lingüística” (1976, p.92).

Pires afirma que “Veiculada principalmente nos livros didáticos, sem adequada preparação dos educadores nem suficiente discussão de seus propósitos, a matemática moderna surgiu entre nós como substituta definitiva da velha Matemática, com a qual parecia não manter relação alguma” (2000, p. 31). Sobre isso, Pires (2000) observa que a nova matemática parecia não ter relação alguma com a matemática ensinada até os anos 60, pois ela surgiu com novas propostas pedagógicas. Essas novas propostas foram imediatamente lançadas nos livros didáticos e não houve uma preparação do MMM com os professores de matemática da época. Nesse sentido, convém olharmos para o livro didático no que se refere ao saber geometria espacial, para percebermos se realmente existem traços característicos do MMM.

3.3 PCNs: novas propostas surgem no final do século XX.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) surgiram no final do século XX como orientações gerais do Ministério da Educação e do Desporto do Brasil (MEC). Essas orientações visam a mostrar a todos os educadores o que é básico a ser ensinado e aprendido em cada etapa da vida escolar do educando, bem como têm o intuito de tornar a matemática mais significativa para o educando. Segundo os PCNs,

A matemática no Ensino Médio tem um valor formativo, que ajuda a estruturar o pensamento e o raciocínio dedutivo, porém também desempenha um papel instrumental, pois é uma ferramenta que serve para a vida cotidiana e para muitas tarefas específicas em quase todas as atividades humanas (BRASIL, 1997, p. 251).

Os PCNs foram elaborados com o objetivo de trazer aos educadores uma proposta inovadora e abrangente, expressando o empenho em criar novos laços entre ensino e sociedade e apresentando idéias do "que se quer ensinar", "como se quer ensinar" e "para que se quer ensinar". No caso da geometria, os PCNs propõem que:

O estudo da geometria é um campo fértil para trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula o aluno a observar, perceber diferenças, identificar regularidades, etc. o trabalho com espaço e forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (BRASIL, 1998, p. 51).

A matemática a ser ensinada no Ensino Médio deve servir para a vida cotidiana do educando. Os PCNs apresentam, também, como proposta, a necessidade de centrar o ensino e aprendizagem no desenvolvimento de competências e habilidades por parte do aluno, em lugar de enfocá-lo no conteúdo conceitual. Assim, os conteúdos devem ser vistos como meios para constituição de competências e não como fins em si mesmos; o trabalho do raciocínio deve prevalecer sobre o da memória e o conhecimento deve ser experimentado pelo aluno e não apenas transmitido a ele. O aluno deverá ser capacitado a constituir competências, habilidades e disposições de condutas que lhe tornem possível a inserção na sociedade de uma forma produtiva, crítica e criativa, e não simplesmente ser um depositário de informações. De acordo com os PCNs,

É fundamental que os estudos do espaço e forma sejam explorados a partir de objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, de modo que permita ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento (BRASIL, 1998, p. 51)

Orientações para o ensino da geometria espacial são trazidas pelos PCNs, sendo que os prismas e pirâmides fazem parte desse tópico. Eles orientam para o ensino da geometria espacial, que:

Numa outra direção, as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de geometria, para que o aluno possa usar as formas e as propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca (BRASIL, 1997, p. 257).

Em relação à manipulação e aplicação, os PCNs recomendam que:

Para o aprendizado científico, matemático e tecnológico, a experimentação, seja ela de demonstração, seja de observação e manipulação de situações e equipamentos do cotidiano do aluno e até mesmo a laboratorial, propriamente dita, é distinta daquela conduzida para a descoberta científica e é particularmente importante quando permite ao estudante diferentes e concomitantes formas de percepção qualitativa e quantitativa, de manuseio, observação, confronto, dúvida e de construção conceitual (BRASIL, 1997, p. 266).

É possível perceber uma grande preocupação, nos PCNs, com a questão da significação, contextualização e aplicação dos conceitos matemáticos trabalhados no Ensino Médio. Os PCNs orientam, ainda, que o ensino-aprendizagem da matemática seja contextualizado e interdisciplinar, tendo conexões com diversos conceitos matemáticos.

O critério central é o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre os diversos conceitos matemáticos e entre as diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como a sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência (BRASIL, 1997, p. 255).

Os referidos Parâmetros surgem para auxiliar os educadores a levar aos educandos conhecimentos capazes de instigá-los à criticidade e à versatilidade, a fim de que continuem

aprendendo e se adaptando às constantes exigências do mundo globalizado, percebendo-o criticamente.

Estas foram as propostas em relação ao ensino e aprendizagem de matemática para educandos do Ensino Médio. Em um Fórum sobre Educação Matemática, Lopes (2004) afirma que:

Ao refletir sobre os últimos sete anos desde que os PCNs foram propostos, divulgados, debatidos, interpretados e parcialmente implantados, o balanço que faço indica que paralelamente aos avanços conquistados, há também lacunas, retrocessos, equívocos e outras limitações do documento em si e do processo de sua implementação, o que aponta para o presente e o futuro muitas tarefas nada simples, na direção de aperfeiçoar tanto o texto como as ações que garantam uma implementação efetiva (2004, sem pág.).

Não bastou as propostas serem escritas e publicadas nacionalmente. Ainda há muito que trabalhar com os educadores sobre o conteúdo desse manual chamado PCNs, pois, conforme afirmou Lopes (2004), existem lacunas e limitações, as quais precisam ser discutidas para que se tenha realmente uma proposta pedagógica consistente e positiva para a educação matemática.

Como já afirmamos, os PCNs trouxeram à tona muitas questões importantes, como por exemplo, a discussão sobre o currículo, seus objetivos, sua avaliação. Introduziram a discussão sobre o uso da calculadora, cálculo mental, estimativas, resolução de problemas, uso de jogos, história da matemática, interdisciplinaridade, etnomatemática e os temas transversais. Nos PCNs, encontramos a seguinte afirmação:

É preciso mudar convicções equivocadas, culturalmente difundidas em toda a sociedade, de que os alunos são os pacientes, de que os agentes são os professores e de que a escola estabelece simplesmente o cenário do processo de ensino. Quando o aprendizado das Ciências e da Matemática, além de

promover competências como o domínio de conceitos e a capacidade de utilizar fórmulas, pretende desenvolver atitudes e valores, através de atividades dos educandos, como discussões, leituras, observações, experimentações e projetos, toda a escola deve ter uma nova postura metodológica difícil de implementar, pois exige a alteração de hábitos de ensino há muito consolidados (BRASIL, 1997, p.263).

Conhecemos até então a proposta dos PCNs em relação ao ensino da matemática para educandos do Ensino Médio e explanamos também alguns aspectos negativos destacados por Lopes (2004) em relação a este processo de mudança educacional, bem como suas respectivas soluções. Considerando que o objetivo da presente pesquisa é verificar como estas propostas repercutem nos livros didáticos no que se refere aos saberes prismas e pirâmides, torna-se necessário neste momento olharmos para o livro didático, utilizando as categorias de análise destacadas na metodologia desta pesquisa.

3.4 Livro Didático: instrumento representante das tendências pedagógicas.

Tendo surgido há muitas décadas, como manual para o educando, mas servindo, em muitas situações, como material de planejamento do educador, o livro didático, pela sua forma de entrada nas escolas, acaba sendo uma fonte preciosa de definição do currículo escolar. Ele é um instrumento didático, que passou por uma transposição didática⁷, que pode auxiliar de forma significativa o processo de ensino; mas de forma alguma dispensa o papel do professor como orientador desse processo, pois necessita da intervenção e gestão deste sujeito.

Na perspectiva de Raimundo,

⁷ Transposição didática é definida segundo Pietrocola, como sendo as transformações sofridas por um determinado elemento do conhecimento, ao sair do ambiente científico até se tornar elemento ou objeto de ensino (2000, p. 102).

Parte inerente do processo educativo, o livro didático é um dos instrumentos que o professor dispõe para o seu trabalho didático-pedagógico. Tem o papel de propor um bom trabalho no plano metodológico, desde que alguns critérios pertinentes sejam analisados: a explanação metodológica, que abrange a consciência didático-científica do autor; a problematização, ponto de partida do trabalho pedagógico através do levantamento de problemas a serem estudados, pesquisados e adequados à sua capacidade cognitiva; os conceitos a serem construídos a partir da discussão e análise; a linguagem, que deve ser flexibilizada e adequada à faixa etária a que se destina; atividades e exercícios direcionados não apenas a buscar a realização dos objetivos, mas também serem plenamente integrados aos conteúdos, viabilizando o desenvolvimento de diferentes habilidades e estimulando a observação, a investigação, a análise, a síntese, a criatividade, a comparação, a interpretação e a avaliação (2007, sem pág.).

O educador tem em mãos uma preciosa ferramenta, que complementa seus conhecimentos, expande sua cultura e funciona como instrumento de atualização. A cada ano, são lançados novos livros didáticos, alguns com mudanças apenas na capa, outros trazendo realmente mudanças na forma de apresentar seus saberes, com atividades dinâmicas, motivadoras, contextualizadas, enfim propostas curriculares diferentes.

O governo federal brasileiro distribui anualmente milhares de exemplares para as instituições educativas públicas, no âmbito do ensino fundamental. O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) foi instituído em 1985 e vem ao longo dos anos se aperfeiçoando para atingir o seu principal objetivo: educação de qualidade. A partir de 2005, também o ensino médio passou a receber, gratuitamente, livros didáticos pelo “Programa Nacional do Livro para o Ensino Médio” (PNLEM), com o objetivo de distribuir gratuitamente livros didáticos para os alunos do ensino médio de escolas públicas. Esses livros chegam até as escolas públicas após análise de um grupo técnico, com vistas a garantir a qualidade dos mesmos e promover a melhoria da qualidade do processo ensino-aprendizagem nos ensinos fundamental e médio.

Raimundo (2007) destaca que “O livro didático não pode expressar preconceito de origem, gênero, etnia, religião ou qualquer possibilidade de os textos e as ilustrações sugerirem ou explicitarem formas de discriminação”. Isso nos mostra que, ao elaborar um livro didático, o autor precisa ficar atento a alguns critérios, pois, uma vez concluído, publicado e entregue ao educador ou educando, o livro passa a ser um instrumento gratificante no processo de aprendizagem e na (trans)formação do educando em um ser crítico, capaz de criar/construir saber.

Quando o educador adota um livro didático ou o seleciona para fazer parte de seus planejamentos, são estabelecidos alguns critérios para que o ensino e a aprendizagem aconteçam da melhor forma possível. Sobre isso, afirma Romanatto:

Uma boa parte dos livros didáticos de Matemática é feita por teóricos, especialistas na área, mas sem vivência de sala de aula. Muitos desses especialistas desconhecem os processos de construção das etapas que a criança ou o jovem têm que passar para chegar aos conceitos. Atualmente, professores têm sido autores de livros didáticos. Além disso, a maioria dos livros atribui grande importância às técnicas operatórias, e reúne uma quantidade imensa de exercícios e problemas (em geral cansativos e repetitivos), visando somente à mecanização do conteúdo. Nesses casos vale lembrar que a ênfase na aprendizagem, por meio de problemas-padrão e exercícios com respostas fechadas, afasta a criança ou o jovem do prazer da descoberta (2004, p. 3).

É de extrema importância que o autor do livro didático conheça as etapas pelas quais o educando necessita passar para compreender os conceitos matemáticos que serão apresentados. Cada livro didático está embasado nas discussões, teorias, propostas da época, pois normalmente os escritores são educadores ou participam de grupos de discussão ou pesquisa, os quais estão acompanhando as tendências pedagógicas do período.

Os livros didáticos trazem os conhecimentos e conceitos científicos para o contexto escolar, porém este contexto não é neutro. É profundamente marcado pelas tendências pedagógicas do período histórico que está sendo ou foi vivenciado.

Romanatto afirma que

Nesse sentido, o livro didático acompanhou o desenvolvimento do processo de escolarização do Brasil. Se na primeira metade do século passado os conteúdos escolares assim como as metodologias de ensino vinham com o professor, nas décadas seguintes, com a democratização do ensino e com as realidades que ela produziu (...) os conteúdos escolares, assim como os princípios metodológicos passaram a ser veiculados pelos livros didáticos (2004, p.2).

Com o objetivo de resgatarmos a forma como certos conceitos matemáticos foram trabalhados em épocas anteriores, torna-se necessária a análise do livro didático pertencente ao período, pois este foi escrito por matemáticos, professores ou pesquisadores deste saber.

Gomes afirma que

Vários autores têm assinalado a relevância dos livros didáticos para a pesquisa em história da educação, particularmente no que diz respeito à história das disciplinas escolares. Por exemplo, Soares (1996) sublinha que os livros didáticos são uma fonte privilegiada para a compreensão da escolarização ou didatização dos saberes, isto é, do processo de sua seleção, segmentação e organização em seqüências, que é determinado e explicado pela evolução de políticas culturais, sociais e, conseqüentemente, educacionais (2006, p.18).

Para que possamos compreender com mais clareza os saberes prismas e pirâmides presentes nos livros didáticos que serão analisados, precisamos observar as características pertencentes ao período histórico ao qual cada uma dessas obras pertence. O livro didático é um instrumento que representa a tendência pedagógica do período e através dele podemos perceber como o conceito foi apresentado na escola.

CAPÍTULO 4

ANÁLISE DOS LIVROS DIDÁTICOS

Após situar o leitor nos períodos históricos aos quais pertence cada livro didático selecionado para a presente pesquisa, iniciamos o trabalho de análise de cada obra. Para isso, dividiremos nossa análise nos dois itens da geometria espacial, objeto de nossa pesquisa, os prismas e as pirâmides.

4.1 Os prismas nos livros didáticos de 1925, 1967 e 2001.

O conceito de prisma, no livro didático de 1925, encontra-se logo após a definição, representação e classificação dos poliedros, surgindo como uma continuação de um capítulo maior intitulado “Poliedros”. O conceito de prisma é dado por Ladeira como sendo “um sólido cujas faces laterais são paralelogramos, e as bases polígonos iguais e paralelos” (1925, p. 164). O autor destaca o prisma como sendo um sólido e não se refere aos poliedros, os quais haviam sido trabalhados na seção anterior.

Em Quintella (1967), o capítulo não inicia com a conceituação de prisma, mas sim com a definição de superfície prismática. O conceito de prisma só aparece depois de definidas a superfície prismática, as propriedades das superfícies prismáticas fechadas e a secção de reta. Os prismas são definidos como sendo “o poliedro limitado por uma superfície prismática fechada e duas secções paralelas que interceptam todas as arestas” (1967, p. 134); idéia central das estruturas matemáticas. Nesta definição de prisma, Quintella (1967) faz referência aos poliedros, os quais foram estudados neste mesmo capítulo.

Em Dante, o estudo dos prismas é um capítulo separado, o qual é introduzido com uma aplicação matemática, instigando o educando a encontrar a solução a partir do estudo do assunto no capítulo dos prismas. Em seguida, aparece a representação figural na forma tridimensional de três prismas, levando o leitor a perceber as características de cada sólido geométrico. A definição e os elementos surgem posteriormente e é nessa parte que encontramos a conceituação do que seria um prisma. O autor utiliza-se de representações figurais, ou seja, baseando-se na planificação do prisma. A conceituação dada é: “prismas são poliedros que têm duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, e as demais faces têm a forma de paralelogramos e são chamadas de laterais” (DANTE, 2001, p. 439). Aqui também encontramos na definição de prismas a relação com os poliedros, estudados no início do capítulo.

Em síntese, podemos apresentar o seguinte quadro:

| Autores | Introdução do Capítulo | Conceituação |
|------------------|---|--|
| Ladeira (1925) | Definição de Poliedro; Classificação; Definição de Prisma; Representação; Teoremas. | “Um sólido cujas faces laterais são paralelogramos, e as bases polígonos iguais e paralelos” (1925, p.164). |
| Quintella (1967) | Definição de Superfície Prismática; Propriedades das superfícies prismáticas fechadas; Definição de Prisma; Elementos; Classificação; Representação; Propriedades; Teoremas. | “O poliedro limitado por uma superfície prismática fechada e duas secções paralelas que interceptam todas as arestas” (1967, p. 134). |
| Dante (2001) | Aplicação Matemática; Representação; Definição e Elementos; Classificação; Demonstrações dos teoremas. | “Prismas são poliedros que tem duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, e as demais faces têm a forma de paralelogramos e são chamadas de laterais” (2001, p. 439). |

Quadro 1: Introdução do capítulo e definição de prismas

Podemos observar que são três maneiras diferentes de introduzir e conceituar o saber denominado prismas. O livro de Ladeira (1925) caracteriza o momento histórico no qual a geometria era estudada como disciplina do currículo escolar e não como parte integrante de um currículo unificado de matemática. É realizada a conceituação e somente depois disso é mostrada uma representação figural no plano tridimensional. O livro é, puramente, sobre Geometria Elementar. A grande preocupação nesse período era o ingresso nas Escolas

Superiores, as chamadas Faculdades e, por isso, o autor é objetivo e preciso, não se detendo em explicações detalhadas dos teoremas ou demonstrações. Convém destacar que a grande maioria das Faculdades tinha cursos superiores voltados às disciplinas Humanas e alguns alunos procuravam os cursos de engenharia ou artilharia.

Quintella (1967) nos mostra, em seu livro didático, o rigor matemático vivenciado no período da matemática moderna, que, segundo Gomes, “referia-se, em boa parte, à incorporação, ao ensino elementar, de temas desenvolvidos na matemática científica a partir da segunda metade do século XIX” (2006, p. 32). A ênfase do conceito apresentado está nas estruturas matemáticas, característica marcante de tal movimento. A formação de cientistas era o grande objetivo, não interessava o contexto do educando.

Dante (2001), por sua vez, incorpora, na definição que traz em seu livro didático, uma maneira diferente de falar em prismas, citando inclusive que esses sólidos geométricos possuem bases e laterais, e utiliza-se da representação figural no plano para que o educando possa visualizar e compreender o que significa cada termo utilizado na definição. Como já descrito anteriormente, o livro didático de 2001 sofre influência dos PCNs. Percebemos, também, nesta obra, a utilização de uma problematização que introduz a definição, marca defendida pelos PCNs. Houve uma contextualização antes de definir o significado de prismas.

Em relação à introdução do capítulo referente aos prismas, chama-nos a atenção a grande quantidade de tópicos apresentados no livro de Quintella (1967). Isso se deve ao fato de que durante o MMM foi definido, segundo Kline, que “os textos modernos definem cuidadosamente todo conceito que se usa” (1976, p. 88). Assim, tem-se uma enorme quantidade de terminologias na introdução do capítulo sobre prismas. Veja a figura 2:

CAPÍTULO III
PRISMAS

1. Superfície prismática. Chama-se superfície prismática a superfície gerada por uma reta que se desloca paralelamente a uma direção fixa e apoiando-se sobre uma linha poligonal. Na figura 54 a *geratriz* AM , apoiando-se sobre a *diretriz* $ABCD$ gerou uma superfície prismática.

As retas AM , BN , etc. que passam pelos vértices do polígono diretor, chamam-se *arestas*.

A superfície prismática pode ser *fechada* ou *aberta* (fig. 54; 1.ª e 2.ª, respectivamente).

2. Propriedade das superfícies prismáticas fechadas.

Duas secções planas paralelas que interceptam
tôdas as arestas são congruentes.

Sejam as secções planas paralelas $ABCD$ e $MNQR$ (fig. 54).

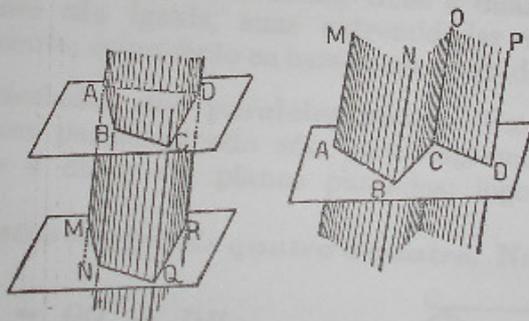


FIG. 54

Podemos concluir:

$$AB \parallel MN, \quad BC \parallel NQ, \quad CD \parallel QR, \quad AD \parallel MR,$$

3. Secção reta é a secção perpendicular as arestas. Duas secções retas são paralelas e, portanto, congruentes.

4. Prisma. Chama-se *prisma* o poliedro limitado por uma superfície prismática fechada e duas secções paralelas que interceptem tôdas as arestas (fig. 55).

As duas secções paralelas que limitam o poliedro chamam-se *bases* do prisma e são polígonos congruentes, em virtude da propriedade conhecida. As demais faces chamam-se *laterais* e são paralelogramos.

Altura dum prisma é a distância entre os planos das bases. Na figura 64, a altura do prisma é H .

Figura 2: Introdução dos prismas (Quintella, 1967, p. 133-134)

Considerando as representações figurais utilizadas para apresentar os prismas, observamos que no livro didático de Ladeira (1925) existem duas representações figurais acompanhando a definição, porém não existe nenhuma representação figural quando o autor classifica os prismas, visto que apenas cita e descreve os prismas triangular, quadrangular, pentagonal, hexagonal, entre outros. No decorrer do estudo dos prismas, encontramos mais algumas representações figurais, mas nem toda demonstração está acompanhada por uma representação figural.

Em Quintella (1967), percebemos a mesma organização no que se refere à representação figural, pois o autor define o que são prismas e só representa através de desenho, um deles juntamente com o item “classificação”, em que descreve os prismas triangulares e quadrangulares e apresenta a figura de um prisma pentagonal. No decorrer do estudo dos prismas, Quintella (1967) traz mais algumas representações figurais, mas, assim como em Ladeira (1925) o faz, apenas em alguns momentos. Ou seja, podemos perceber que as obras de 1925 e 1967 não exploram as representações figurais para o ensino de prismas. Isso marca também a época histórica, na perspectiva de que a geometria é entendida como um saber baseado em teoremas e demonstrações, não se preocupando com as representações figurais. Porém, em Dante (2001), o recurso da representação figural é mais explorado, apresentando também os sólidos na sua forma bidimensional e tridimensional. Encontramos quatro prismas em sua forma tridimensional, devidamente identificados.

| Autores | Representação Figural |
|------------------|---|
| Ladeira (1925) | Existe, acompanhando a maioria dos teoremas. |
| Quintella (1967) | Existe, em pequena quantidade com alguns teoremas. |
| Dante (2001) | Existe, em grande quantidade e todos os teoremas são acompanhados por representações. |

Quadro 2: Representação figural de prismas nas obras analisadas

As três obras analisadas (1925, 1967, 2001) seguem o estudo dos prismas trazendo o paralelepípedo, suas propriedades, teoremas, definições. Dante (2001) inclui e descreve o cubo como integrante do estudo e das propriedades dos paralelepípedos, o qual não aparece nos livros de 1925 e 1967. Em seguida, é apresentado o estudo da área e do volume dos prismas. Ao final do capítulo sobre os prismas, as três obras trazem exercícios sobre o tema estudado.

Considerando o item demonstração dos teoremas, em Ladeira (1925), o cálculo da diagonal do paralelepípedo é apresentado pela fórmula e o educando deve “imaginar”, através de uma representação figural que consta ao lado, como se chega a esta fórmula. As demonstrações das fórmulas e propriedades de cada sólido são feitas individualmente, mas com características comuns, em que o primeiro aspecto apresentado é a definição do sólido. Em seguida, é representado o sólido tridimensional com os vértices identificados por letras. Logo após, aparece a fórmula do volume, a qual é toda explicada com as letras utilizadas nos vértices do sólido. Generalizando a fórmula do volume de um prisma qualquer, o autor traz o teorema da seguinte forma: “O volume de qualquer prisma é igual ao produto da base pela altura” (Ladeira, 1925, p. 169). Depois de apresentar o teorema, o autor propõe que o educando raciocine por que, para qualquer prisma, utilizamos este teorema. Demonstra três casos em que necessitamos calcular o volume e chegamos à conclusão de que é o produto da

base pela altura. O autor não demonstra algebricamente, mas utiliza a representação figural para determinar o teorema.

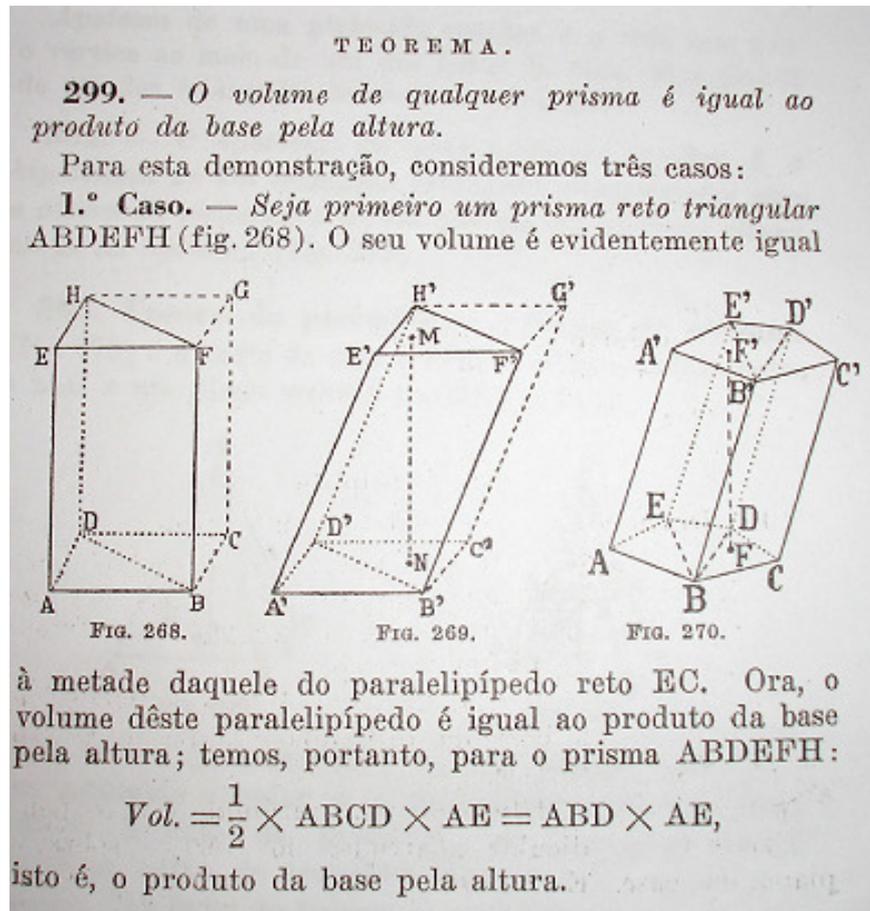


Figura 3: Introdução do Volume do prisma (LADEIRA, 1925, p. 169)

Na obra de Quintella (1967), existe um cuidado maior com a apresentação das fórmulas algébricas para o cálculo de áreas e volumes, enfocando a utilização do processo algébrico, e não existe uma relação clara das demonstrações com a representação das formas. É pertinente afirmar que nessa obra existe um cuidado maior com a demonstração das fórmulas, com as deduções matemáticas, com os teoremas. Podemos ver abaixo como existe um cuidado com a linguagem matemática e suas deduções.

II. Áreas dos prismas.

Área lateral é a soma das áreas das faces laterais e área total é a de todas as faces.

- a) A área total de um paralelepípedo retângulo é igual a soma dos duplos produtos das dimensões tomadas duas a duas.

As faces inferior e superior são retângulos iguais, de dimensões a e b ; logo, a área das duas faces será $2ab$ (fig. 57).

Analogamente, as faces anterior e posterior são retângulos de dimensões a e c e a área dessas duas faces será $2ac$. Finalmente, a área das duas últimas faces será $2bc$. Logo:

$$S_t = 2(ab + ac + bc)$$

OBSERVAÇÃO: Para o cubo, temos:

$$S_t = 2(a^2 + a^2 + a^2) = 6a^2 \text{ (Veja pág. 152).}$$

- b) A área lateral de um prisma é igual ao produto do perímetro da secção reta pela aresta lateral. (fig. 58).

Seja o prisma P e a_l , a aresta lateral.

Tracemos a secção reta ABC . Os lados da secção reta são perpendiculares às arestas laterais; logo, serão as alturas dos paralelogramos das faces laterais. Calculando as áreas desses paralelogramos, teremos:

$$\begin{aligned} s_1 &= AC \times a_l \\ s_2 &= AB \times a_l \\ s_3 &= BC \times a_l \end{aligned}$$

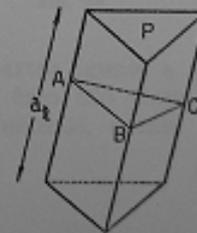


FIG. 58

Figura 4: Demonstração da área dos prismas (QUINTELLA, 1967, p.137)

Em Dante (2001), encontramos as definições, teoremas e fórmulas algébricas, todas desenvolvidas a partir de representações figurais, sejam elas no plano bidimensional, como também no plano tridimensional. Muitas fórmulas são apresentadas a partir de um problema de aplicação e, em seguida, o autor desenvolve o teorema, juntamente com a resolução do problema. Porém, observamos que, nessa obra, o foco não recai sobre a linguagem ou a estrutura matemática, mas sim sobre a situação cotidiana, a representação no plano ou no espaço. A obra de Dante é a que menos enfoca a demonstração como estruturante do saber matemático.

Exemplo 3

Uma indústria precisa fabricar 10 000 caixas de sabão com as medidas da figura ao lado. Desprezando as abas, vamos calcular, aproximadamente, quantos metros quadrados de papelão serão necessários.

A caixa tem a forma de um paralelepípedo retângulo:

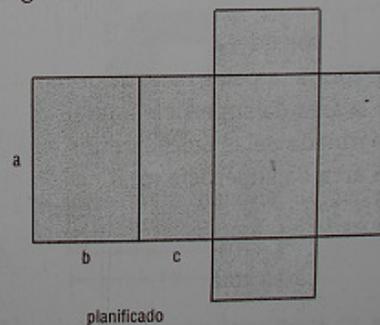
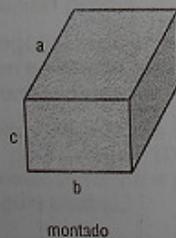
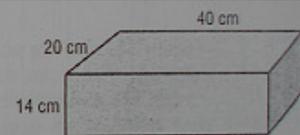


Figura 5: Calculando a área total (DANTE, 2001, p. 442).

É possível perceber, na obra de Dante (2001), que o problema tenta desencadear no educando a necessidade de calcular e compreender a maneira de calcular a área total de um prisma, mostrando o sólido em sua forma bi e tridimensional. Observamos, pela Figura 5, que o autor chama o sólido em sua forma tridimensional de “montado” e na forma bidimensional como “planificado”.

| Autores | Demonstrações |
|-----------------|--|
| Ladeira(1925) | Ênfase nos teoremas e seu processo algébrico. |
| Quintella(1967) | Existe um cuidado com a linguagem matemática e suas deduções, enfoque na utilização do processo algébrico. |
| Dante(2001) | Encontramos poucas demonstrações, o foco está na situação cotidiana, na representação no plano ou no espaço. |

Quadro 3: Demonstrações dos prismas nos livros didáticos analisados

Na obra de Ladeira (1925), percebemos que o mesmo não traz qualquer exercício ou problema durante o desenvolvimento das demonstrações e teoremas, ou seja, existe uma divisão entre a apresentação da teoria e a hora de resolver exercícios sobre a teoria que foi

exposta. O autor conclui o estudo dos prismas, inicia o estudo das pirâmides e somente após este surgem os exercícios numéricos, envolvendo os dois saberes (prismas e pirâmides) trabalhados anteriormente. Esses exercícios são chamados de “numéricos”, por tratar-se de aplicação das fórmulas algébricas estudadas nos capítulos anteriores, porém alguns deles estão relacionados com situações do cotidiano do educando, como no caso dos exercícios “365 e 366” (figura 6). Esta figura apresenta alguns exercícios explorados na referida obra:

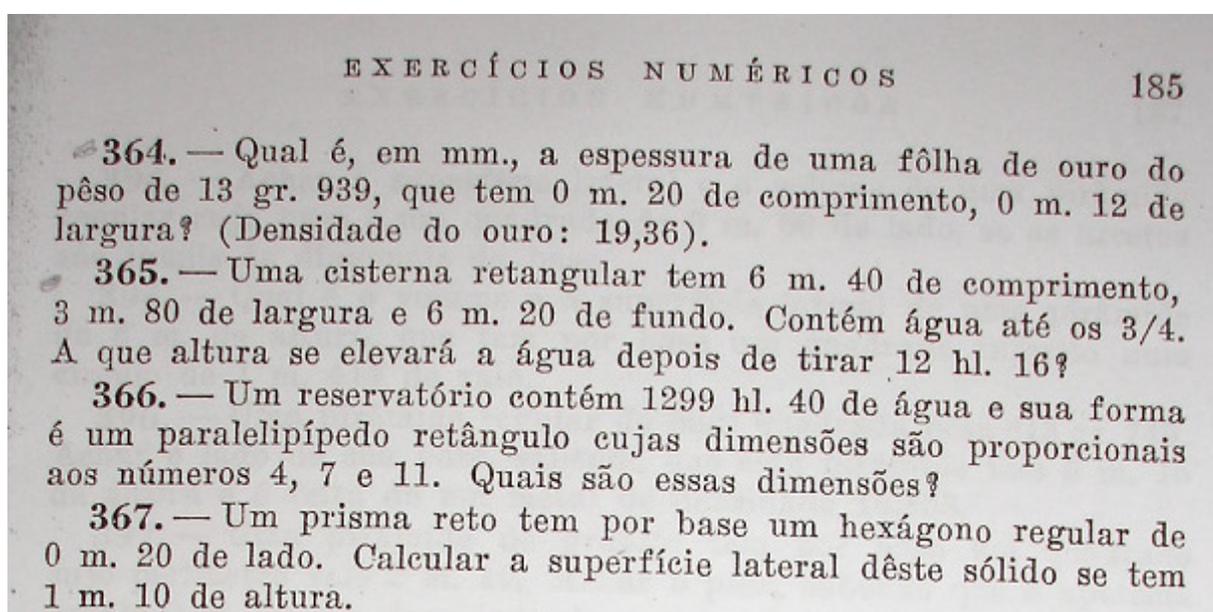


Figura 6: Exercícios sobre prismas em Ladeira (1925, p.185)

No livro de Quintella (1967), no que se refere aos exercícios, podemos observar uma semelhança com o de Ladeira (1925). O autor só traz exercícios após todas as propriedades, demonstrações e teoremas referentes aos prismas. Ou seja, também nessa obra observamos toda a explanação da teoria para depois serem apresentados os exercícios, os quais enfatizam puramente a aplicação das fórmulas algébricas, visto que nenhum dos exercícios tem relação com o cotidiano do educando, ou seja, não são contextualizados. Podemos ver abaixo alguns exemplos de exercícios propostos.

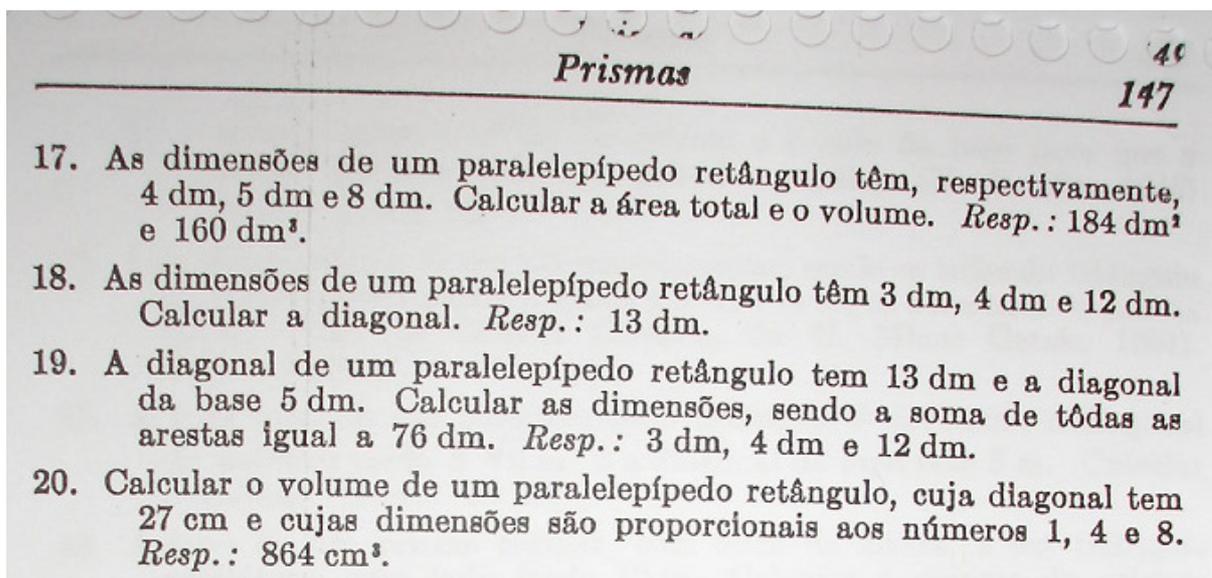


Figura 7: Exercícios sobre os prismas em Quintella (1967, p. 147)

Na obra de Quintella (1967) destacamos, ainda, a existência de uma outra seção dentro dos exercícios, denominada “Questões de concurso de 1958”, a qual traz vários exercícios utilizados nos concursos no ano de 1958. Ao lado de cada exercício temos algumas iniciais, como, por exemplo, E. N. E., o que supomos que seja a instituição na qual ou pela qual o concurso foi realizado. Isso mostra a preocupação do autor do livro didático em trazer exercícios de concurso para que os educandos possam estudar ou verificar a maneira como essas questões estavam sendo propostas.

Na obra de Dante (2001), os exercícios surgem durante as explicações e demonstrações. Muitos problemas de aplicação fazem parte das explicações referentes às fórmulas dos prismas, porém são resolvidos pelo próprio autor. Ao final do estudo dos prismas, tem-se uma listagem de “Exercícios propostos”, os quais são, em sua maioria, de aplicação da matemática.

19. Quantos dados podem ser colocados em uma caixa cúbica de 20 cm de aresta, se esses dados forem cubos de 2 cm de aresta?

20. Para se fazer uma caixa de papelão com o formato e as medidas da figura, foram usados 4 000 cm² de papelão. Qual é o volume da caixa?

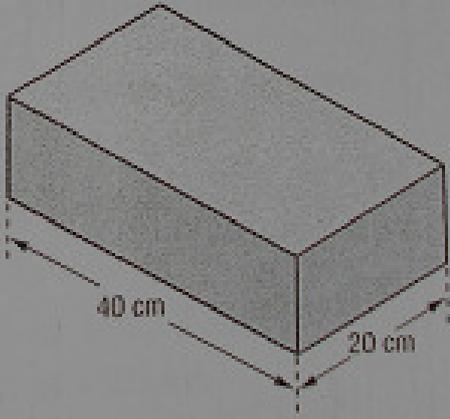


Figura 8: Exercícios propostos no livro didático de Dante (2001)

Com base nessas informações sobre os exercícios, formulamos o quadro abaixo:

| Autores | Exercícios |
|------------------|--|
| Ladeira (1925) | Apresentados somente após o estudo teórico dos prismas e das pirâmides. São chamados de Exercícios Numéricos, pois enfatizam a utilização das fórmulas e poucos fazem relação com situações do cotidiano. É apresentada a teoria e em seguida os exercícios. |
| Quintella (1967) | Apresentados somente após os teoremas e demonstrações referentes ao estudo dos prismas. São exercícios que requerem puramente a utilização de fórmulas. |
| Dante (2001) | Apresentados durante o desenvolvimento da teoria. Possuem muita relação com situações reais (contextualização) e variam na forma de apresentação, porém todos são chamados de exercícios. Muitos exercícios estão resolvidos no próprio livro. |

Quadro 4: Exercícios sobre prismas presentes nos livros didáticos analisados.

Podemos observar, em relação aos exercícios e problemas, diferenças significativas considerando principalmente as obras de 1925 e 1967 em relação a de 2001. No livro do ano de 1925, os exercícios possuíam poucas aplicações, porém elas existiam e eram propostas após o estudo dos prismas e das pirâmides. Já em Quintella (1967), não encontramos qualquer aplicação nos exercícios, todos requeriam a pura utilização da fórmula, sem relação com o cotidiano do educando, sendo que os exercícios e problemas eram propostos ao final do estudo dos prismas. Em Dante (2001), encontramos vários e diversificados problemas de aplicação relacionados com o dia-a-dia do educando, e os mesmos apresentam-se durante o capítulo dos prismas, após cada teorema ou demonstração.

4.2 As pirâmides nos livros didáticos de 1925, 1967 e 2001.

O conceito de pirâmide é apresentado, na obra de Ladeira (1925), logo no início do capítulo, na seção denominada “Definições”. Pirâmide é definida como “um sólido limitado por um polígono que forma a base e por triângulos laterais cujos vértices se reúnem em um mesmo ponto, o vértice da pirâmide” (1925, p. 170). Ao lado da definição, consta a representação figural de uma pirâmide, na qual o autor destaca a base e o vértice. O autor mostra os tipos de pirâmide que existem: triangular, quadrangular, pentagonal, etc. O símbolo “etc” aparece também no livro didático de Ladeira (1925), significando que existem mais tipos de pirâmides. Logo em seguida, introduz o estudo acerca do tronco da pirâmide e só então os teoremas referentes a esses sólidos geométricos.

Na obra de Quintella (1967), o capítulo é iniciado com as “Propriedades Gerais”, e, posteriormente, as “Definições”. Em seguida, o autor define pirâmide como sendo “o poliedro limitado por um ângulo sólido e uma secção plana que intercepta todas as arestas e não passa pelo vértice. O vértice do ângulo sólido denomina-se vértice da pirâmide. O polígono da

secção chama-se base da pirâmide” (1967, p. 151). Em continuidade, Quintella (1967) traz os “Elementos da Pirâmide”, destacando as faces, vértices, arestas e, também, a “Classificação”, explicando que existem pirâmides triangulares, quadrangulares, pentagonais, etc, não se detendo aos outros tipos de pirâmides. E então, são apresentados os teoremas e propriedades das pirâmides.

Dante (2001) inicia o capítulo trazendo a “Definição e os Elementos”, em que define pirâmide é “um poliedro cuja base é uma região poligonal e as faces laterais são regiões triangulares” (2001, p. 449). Tal definição de pirâmide parte de explicações da geometria plana, a representação figural antecipa a definição de pirâmide, conforme consta abaixo:

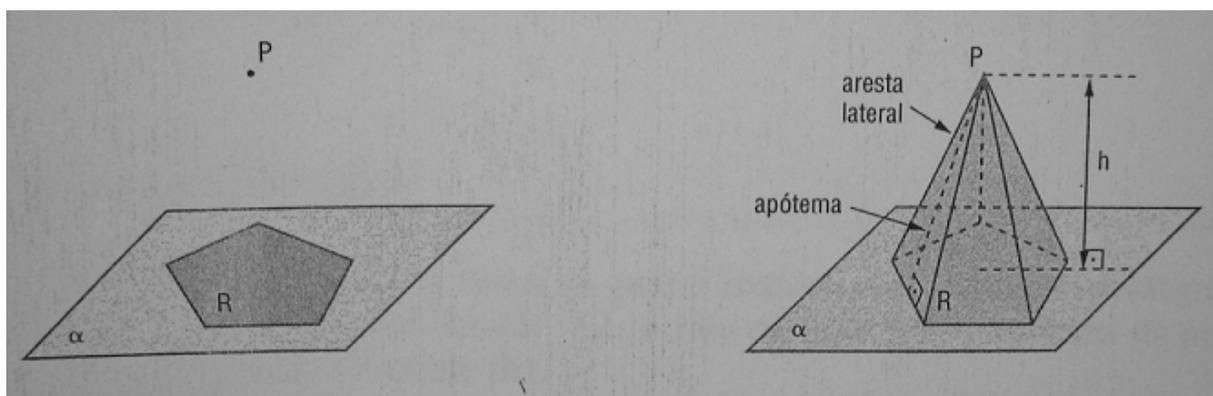


Figura 9: Representação figural da pirâmide (DANTE, 2001, p. 448).

O referido autor continua o estudo das pirâmides trazendo sua “Classificação” (triangulares, quadrangulares etc.) e, em seguida, apresenta “Relações Importantes”, iniciando assim as demonstrações dos teoremas referentes às pirâmides.

As definições apresentadas pelas três obras são sistematizadas no quadro 5:

| Autores | Introdução | Definição |
|------------------|---|--|
| Ladeira (1925) | Definições; Classificação; Definição de Tronco de Pirâmide; Teoremas. | “Um sólido limitado por um polígono que forma a base e por triângulos laterais cujos vértices se reúnem em um mesmo ponto, o vértice da pirâmide” (1925, p. 170). |
| Quintella (1967) | Definições; Elementos da pirâmide; Classificação; Propriedades das pirâmides; Teoremas. | “O poliedro limitado por um ângulo sólido e uma secção plana que intercepta todas as arestas e não passa pelo vértice. O vértice do ângulo sólido denomina-se vértice da pirâmide. O polígono da secção chama-se base da pirâmide” (1967, p. 151). |
| Dante (2001) | Definição e elementos; Classificação; Relações Importantes; Teoremas. | “Um poliedro cuja base é uma região poligonal e as faces laterais são regiões triangulares” (2001, p. 449). |

Quadro 5: Introdução do capítulo e definição de pirâmide nos livros didáticos analisados

Considerando a categoria relacionada às representações, Ladeira (1925) apresenta representações figurais de pirâmides no plano tridimensional. Na grande maioria dos teoremas, o autor traz uma ou duas pirâmides no plano tridimensional e sua relação com a representação algébrica. Na seqüência, inicia o estudo acerca do tronco da pirâmide e logo no início apresenta a representação figural do que seria esse tronco. Não encontramos nenhuma planificação de pirâmide durante o capítulo referente a este saber.

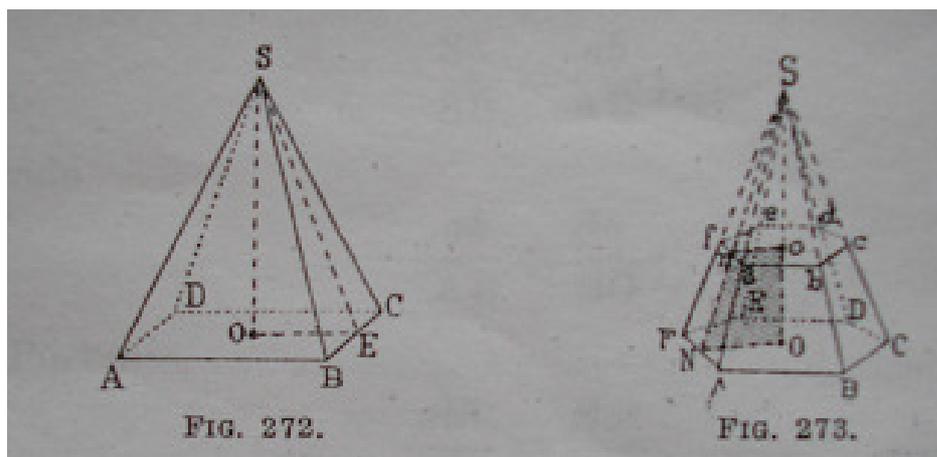


Figura 10: Representações figurais do tronco da pirâmide (LADEIRA, 1925, p. 171).

Em Quintella (1967), as representações figurais existem, mas em menor número se comparadas com a obra de Ladeira (1925). Em nenhum momento, encontramos a planificação desse sólido geométrico. Na Figura 11, encontra-se a representação figurial de uma pirâmide que está ao final dos “Elementos da pirâmide”. O autor não traz representação figurial de pirâmide com a definição; apenas cita que na página seguinte encontra-se um exemplo de pirâmide, a qual está representada em sua forma tridimensional.

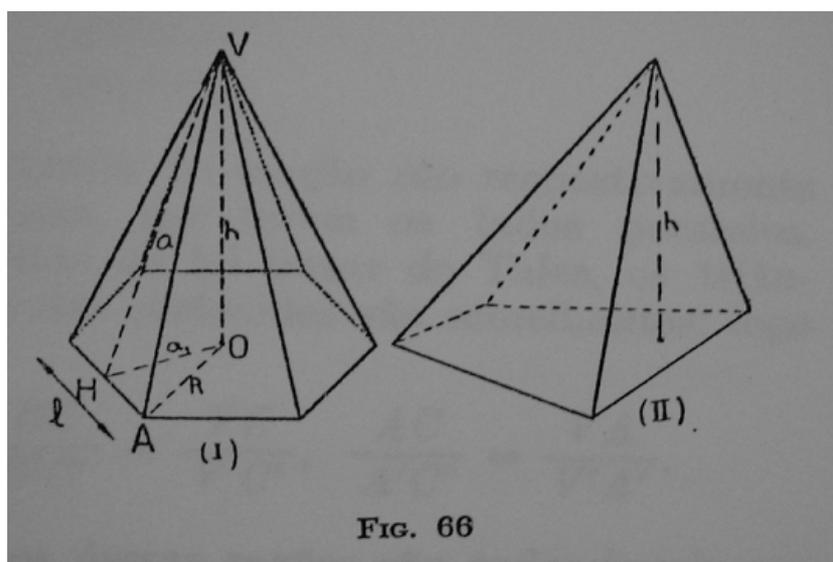


Figura 11: Representação figurial da pirâmide em Ladeira (1925)

Em Dante (2001), existem várias pirâmides representadas em seu plano tridimensional, porém nenhuma no bidimensional. O autor utiliza a representação figural para mostrar como é uma pirâmide com base quadrada, pentagonal e o tetraedro (Figura 12).

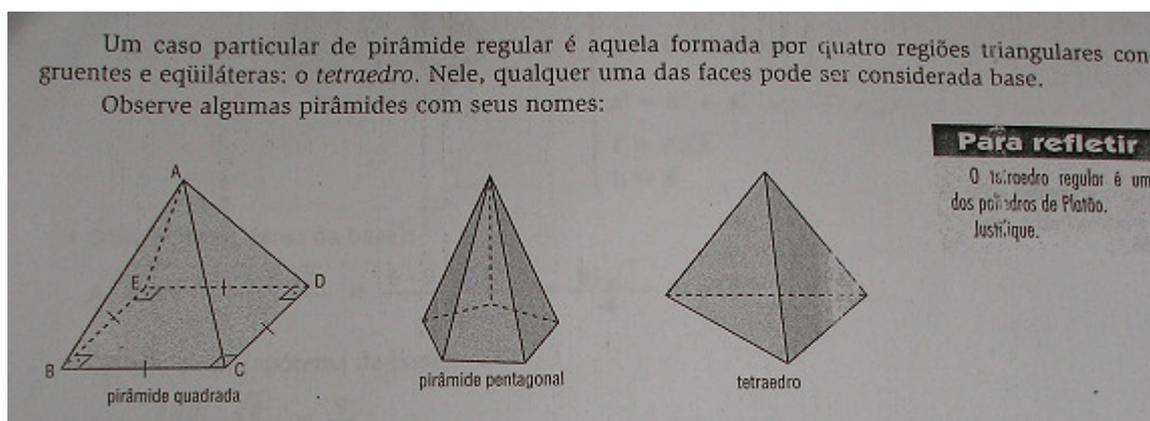


Figura 12: Representação figural de pirâmide (DANTE, 2001, p. 449).

O quadro 6 mostra como aparecem as representações figurais em cada livro didático analisado.

| Autores | Representação Figural |
|------------------|---|
| Ladeira (1925) | Existe, acompanhando a maioria dos teoremas. |
| Quintella (1967) | Existe, em pequena quantidade com alguns teoremas. |
| Dante (2001) | Existe, em grande quantidade e todos os teoremas são acompanhados por representações. |

Quadro 6: Representação figural das pirâmides nos livros didáticos analisados

Após a definição de pirâmide, os três livros didáticos fazem a classificação desses sólidos geométricos e demonstram as suas propriedades. Os teoremas são iniciados com afirmações do tipo “O volume de uma pirâmide é igual ao terço do produto da base pela altura” (Ladeira, 1925, p. 174). O autor inicialmente define porque esse volume se dá dessa forma. Posteriormente, escreve que: “Para demonstrá-lo provaremos que todo prisma triangular pode ser decomposto em três pirâmides equivalentes de mesma base e altura que o

prisma” (Ladeira, 1925, p. 175). Nesse momento, o autor demonstra como surge geometricamente e algebricamente esse teorema (Figura 13).

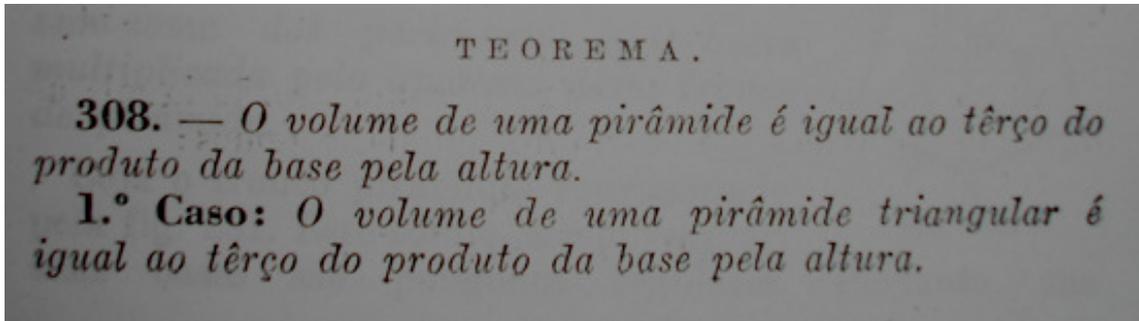


Figura 13: Encontrando o volume da pirâmide (LADEIRA, 1925, p. 174).

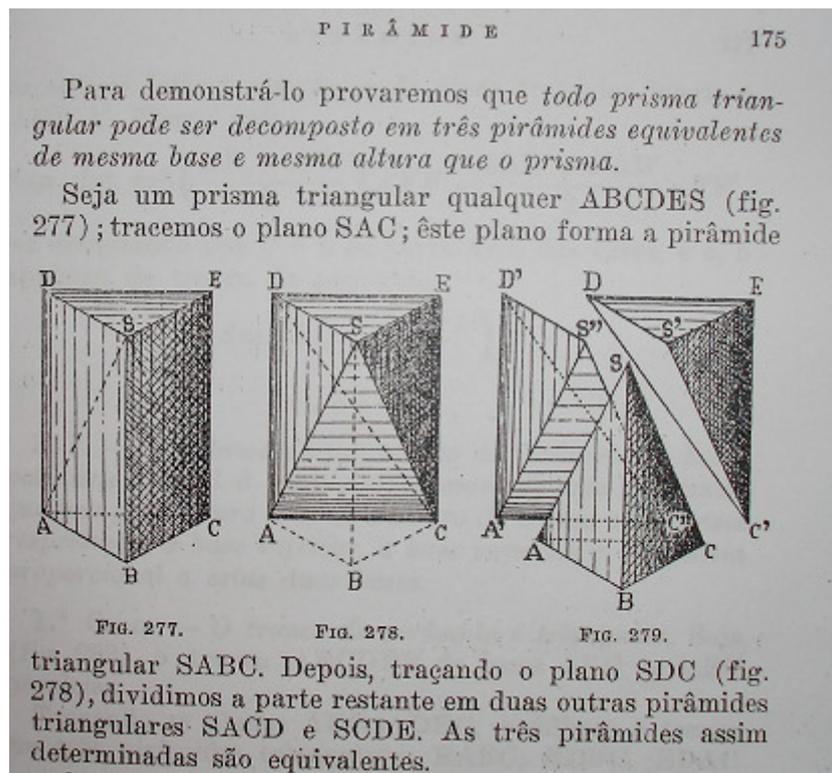


Figura 14: Demonstrando o volume da pirâmide (LADEIRA, 1925, p. 175).

Em Quintella (1967), encontramos as propriedades das pirâmides e os teoremas fundamentais, todos com demonstrações detalhadas, porém poucas com representação figural

no plano bi ou tridimensional. A área e o volume também são apresentados e demonstrados, e em seguida surge um subcapítulo dentro do capítulo maior intitulado pirâmides, o qual se refere aos “Troncos de Pirâmide e Prisma”, o que está logo após a demonstração da área e volume das pirâmides. Observamos, também, nessa obra, a existência de um maior rigor matemático nas suas demonstrações, reafirmando assim a relação existente entre a álgebra e a geometria. Veja como o autor trabalha com as demonstrações:

5. Propriedades das pirâmides.

Conduzindo-se um plano paralelo à base de uma pirâmide:

1.º) as arestas laterais e a altura ficam divididas em partes proporcionais;
 2.º) a secção plana é semelhante à base;
 3.º) a área do polígono da secção e a área da base são proporcionais aos quadrados das respectivas distâncias aos vértices.

1.ª) Tese:
$$\left\{ \begin{array}{l} 1) \frac{VA}{VA'} = \frac{VC}{VC'} = \frac{VB}{VB'} = \frac{VO}{VO'} \\ 2) ABC \sim A'B'C' \\ 3) \frac{S}{B} = \frac{VO'^2}{VO^2} \end{array} \right.$$

Demonstração.
 Consideremos um terceiro plano passando pelo vértice V e paralelo à base (fig. 67).
 Obtemos três planos paralelos: o plano M , o da secção e o da base.

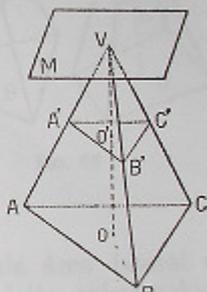


FIG. 67

Figura 15: Início de uma demonstração (QUINTELLA, 1967, p. 153).

Em Dante (2001), os teoremas, envolvendo as pirâmides, são apresentados inicialmente como “Relações importantes”, utilizando a representação figural de quatro pirâmides em sua forma tridimensional, e, em cada uma delas, propriedades importantes são destacadas, como podemos observar na Figura 16:

3. Relações importantes

Em toda pirâmide regular devemos destacar quatro importantes triângulos retângulos nos quais aparecem: a aresta da base (ℓ), a aresta lateral (ℓ_1), o raio da base (r), o apótema da pirâmide (a), o apótema da base (a_1) e a altura da pirâmide (h).

Veja, em uma pirâmide regular pentagonal, a aplicação da relação de Pitágoras nesses triângulos:

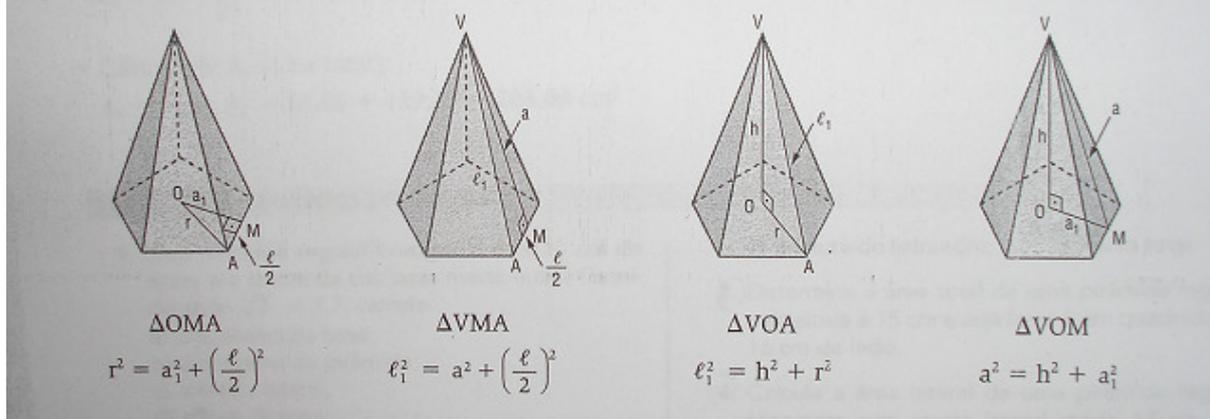


Figura 16: A pirâmide e suas propriedades (DANTE, 2001, p. 449).

É utilizando essas relações importantes que Dante (2001) mostra os teoremas das pirâmides, sem fazer, efetivamente, nenhuma demonstração. Conclui-se, observando a Figura 16, que Dante (2001) parte do teorema de Pitágoras para nos mostrar qual é a fórmula do apótema da base e outras propriedades, porém isso não está sendo explicado para o educando através dessas “Relações Importantes”, visto que o autor simplesmente expõe essas fórmulas. Em seguida, traz um exemplo de pirâmide e determina a área da base, apótema da base, apótema da pirâmide, área lateral e área total, aplicando as fórmulas vistas nas “Relações Importantes”. O volume é a continuidade do estudo das pirâmides, e Dante (2001) mostra a fórmula do volume decompondo um prisma triangular em três pirâmides. Logo, Dante (2001) mostra que as três pirâmides possuem a mesma base e a mesma altura, sendo que o volume da pirâmide seria o do prisma dividido por três. Em seguida, continua sua explicação mostrando que três pirâmides cheias de água enchem um prisma triangular de mesma base e altura que as

pirâmides. A figura 17 mostra como o autor apresenta essa propriedade propondo uma atividade experimental:

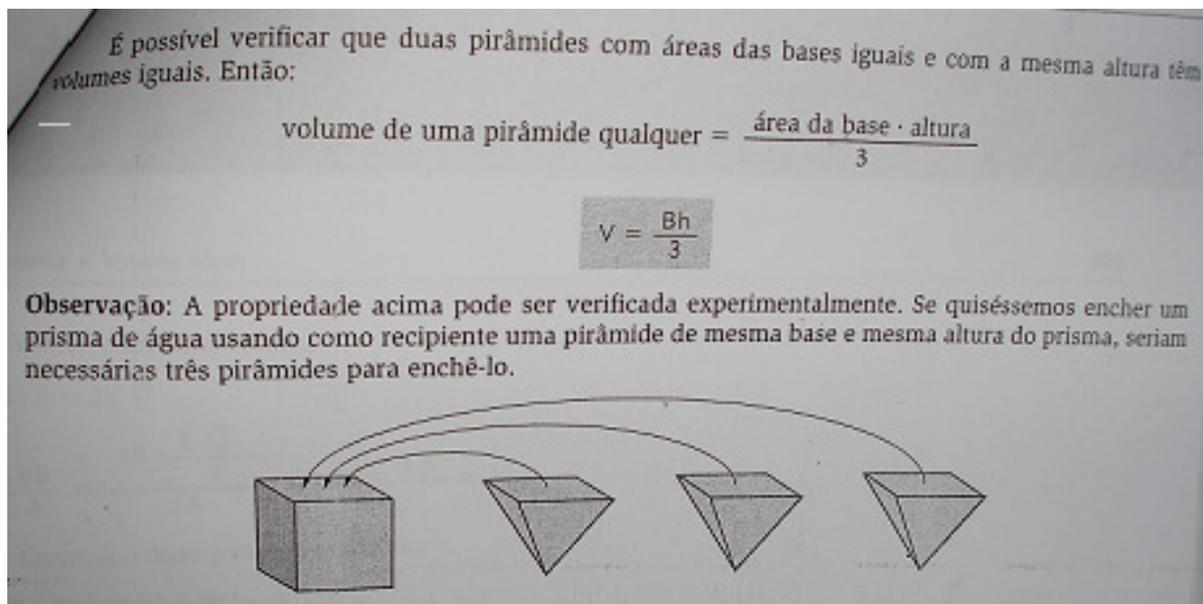


Figura 17: Volume da pirâmide (DANTE, 2001, p. 452).

Dante (2001) mostra como se dá o volume da pirâmide e sugere que é possível realizarmos este experimento com os educandos. Segundo os PCNs, “a experimentação permite ainda ao aluno a tomada de dados significativos, com os quais possa verificar ou propor hipóteses explicativas e, preferencialmente, fazer previsões sobre outras experiências não realizadas” (1997, p. 266). Porém, em Dante (2001), este experimento não serviu para uma construção conceitual, mas sim para verificar algo já dado, ou seja, para verificar a veracidade da fórmula do volume da pirâmide apresentada anteriormente.

O quadro 7 sintetiza as demonstrações sobre pirâmides nos livros didáticos analisados.

| Autores | Demonstrações |
|------------------|--|
| Ladeira (1925) | Ênfase nos teoremas e seu processo algébrico. |
| Quintella (1967) | A existência de um maior rigor matemático nas suas demonstrações. |
| Dante (2001) | A experimentação é o ponto de partida para o desenvolvimento dos teoremas e demonstrações. |

Quadro 7: Demonstrações das pirâmides nos livros didáticos analisados.

Em relação aos exercícios propostos envolvendo as pirâmides, percebemos que Ladeira (1925) traz, em seus exercícios numéricos, alguns de aplicação da matemática e outros nos quais o aluno deve aplicar a fórmula com o objetivo de memorizá-la. Chama a atenção o fato de que os exercícios são apresentados, juntamente com os prismas, somente no final de toda a parte teórica.

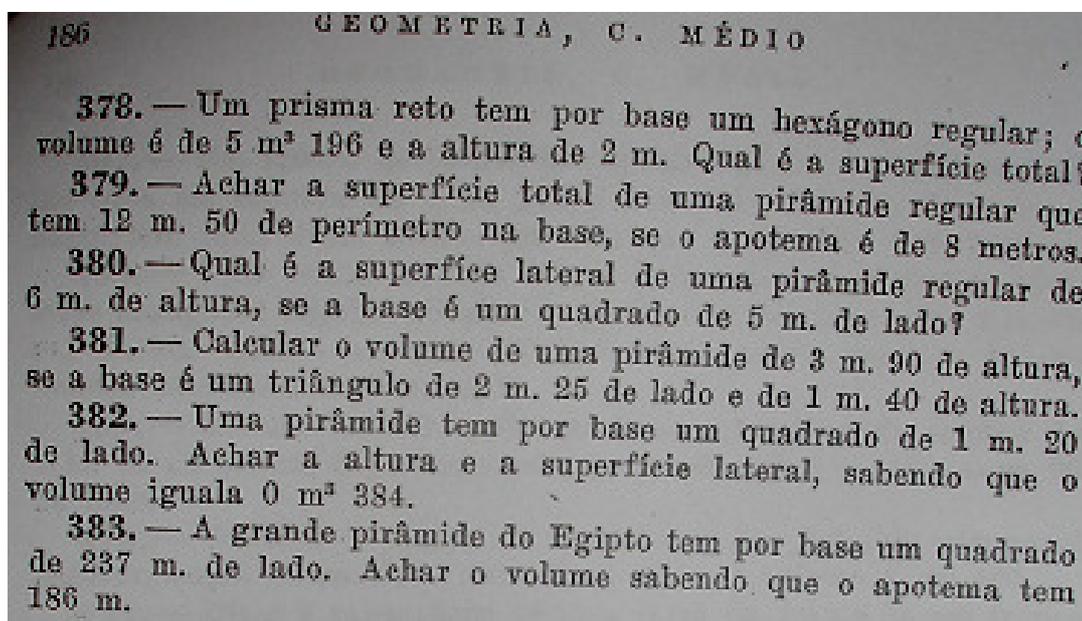


Figura 18: Exercícios sobre pirâmides (LADEIRA, 1925, p. 186).

Em Quintella (1967), encontramos exercícios repetitivos que realçam o objetivo de utilização das fórmulas e teoremas das pirâmides. A forma como os exercícios são

apresentados é extremamente semelhante àquela encontrada no estudo dos prismas e também depois da apresentação teórica. A figura 19 mostra alguns desses problemas:

7. Calcular a área da secção feita numa pirâmide quadrangular regular por um plano paralelo à base. A distância da secção à base é igual a $\frac{1}{3}$ da altura e o perímetro da base tem 12 cm. *Resp.: 4 cm².*
8. Calcular a altura de uma pirâmide onde uma secção feita a 2 cm da base tem área equivalente a $\frac{1}{4}$ da área da base. *Resp.: 4 cm.*
9. A área da base de uma pirâmide hexagonal regular de 16 cm de altura é $108\sqrt{3}$ cm². Corta-se a pirâmide por um plano paralelo à base de modo que a área da secção é metade da área da base. Achar o lado da secção e a distância da secção ao vértice. *Resp.: 6 cm e $8\sqrt{2}$ cm.*
10. A área da base de uma pirâmide hexagonal regular tem 1 800 dm² e a altura, 3 m. Determinar o lado de uma secção paralela à base, feita a 12 dm do vértice. *Resp.: $8\sqrt[4]{3}$ dm.*

Figura 19: Exercícios (QUINTELLA, 1967, p. 169).

Na obra de Dante (2001), também observamos duas questões substancialmente diferentes das obras anteriores: 1) são apresentados exercícios e problemas durante a explanação teórica; 2) existe variação do tipo de exercícios e problemas, sendo de aplicação, com relação ao cotidiano do aluno e outros de simples aplicação de fórmulas (centralidade das duas obras anteriores). A figura 20 apresenta alguns exercícios:

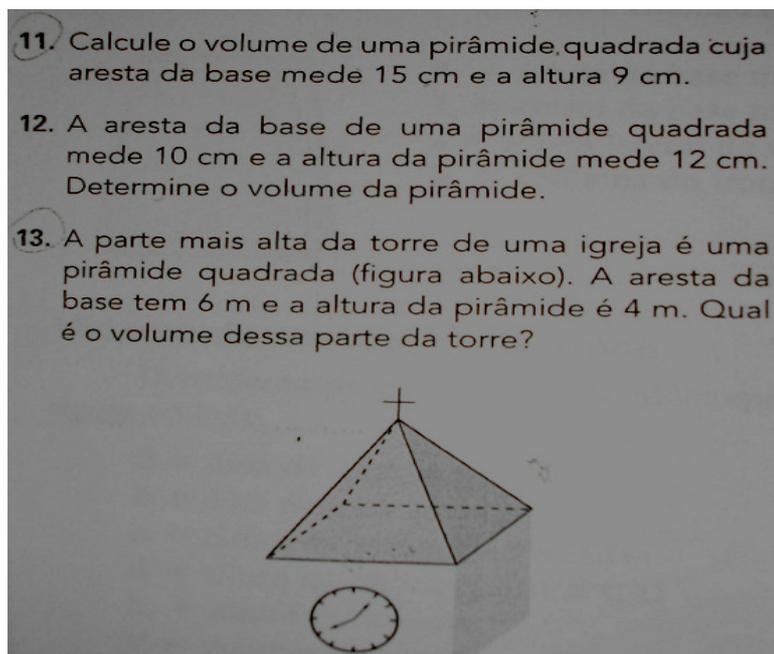


Figura 20: Exercícios sobre pirâmides (DANTE, 2001, p. 453).

O quadro 8 nos mostra o tipo de exercícios apresentados por cada obra analisada:

| Autores | Exercícios |
|------------------|--|
| Ladeira (1925) | Poucos são de aplicação da matemática. Ênfase nos exercícios e problemas de aplicação da fórmula com o objetivo de memorizá-la. Surgem após a teoria. |
| Quintella (1967) | São exercícios e problemas repetitivos que realçam o objetivo de memorizar as fórmulas e teoremas sobre as pirâmides. |
| Dante (2001) | Surgem durante a explanação teórica e existe variação do tipo de exercícios, sendo de aplicação, com relação ao cotidiano do educando e outros de simples aplicação de fórmulas. |

Quadro 8: Exercícios sobre pirâmides nos livros didáticos analisados.

Em relação ao trabalho de cada livro didático, no que tange aos exercícios relacionados às pirâmides, podemos dizer que cada um é diferente. A aplicação matemática, ou seja, exercícios com relação ao cotidiano do educando são encontrados na obra de Ladeira (1925) e na obra de Dante (2001), neste último com mais intensidade. O livro de Quintella

(1967) não traz exercícios de aplicação matemática, mas só exercícios repetitivos, cuja ênfase está em fornecer a medida de uma aresta ou altura e pedir para o educando encontrar o volume ou área lateral de uma pirâmide.

A seguir, fazemos uma análise mais detalhada do que foi observado sobre os saberes prismas e pirâmides nos livros didáticos.

4.3 Três livros didáticos: um olhar para as diferentes abordagens apresentadas considerando os conceitos matemáticos prismas e pirâmides.

Após esta análise detalhada de cada obra é possível verificar que, no livro didático, de Ladeira (1925), o conceito de prisma enfatiza que este é um sólido com faces laterais em forma de paralelogramo e as bases sendo polígonos iguais e paralelos. Nota-se que esse conceito só pode ser compreendido caso o aluno já tenha conhecimento do que significam as faces, bases e, também, polígono. Procurando nos capítulos anteriores desse livro, encontramos que esses conceitos já haviam sido trabalhados em seção anterior, juntamente com a conceituação de poliedros, no qual o conceito de prisma se apóia.

No livro de Quintella (1967), o conceito de prisma recebe um caráter técnico, característico do período da matemática moderna. Aparece a definição de prisma como sendo “o poliedro limitado por uma superfície prismática fechada e duas secções paralelas que interceptam todas as arestas” requer do educando o conhecimento sobre o que é uma superfície prismática⁸, que foi introduzida antes do estudo dos prismas. O autor não se refere aos polígonos, como faz Ladeira (1925), mas sim ao poliedro, como se existisse apenas um

prisma e apenas um poliedro. A linguagem utilizada na definição deste conceito exemplifica o que dizia Kline sobre a imensa quantidade de terminologias (1976, p. 88) emergidas a partir do MMM.

No livro didático de Quintella (1967), percebemos que existe uma grande quantidade de terminologias, para as quais o autor destaca grande atenção, especialmente no início do estudo sobre prismas, em que conceitua superfície prismática e outros termos para em seguida introduzir o que seriam os prismas. Kline explica que isso é característico do período do MMM e destaca que:

Em conformidade com seu objetivo de assegurar precisão, os textos modernos definem cuidadosamente todo conceito que se usa. A consequência é uma imensa quantidade de terminologia. Assim, vamos encontrar definição para ângulo, triângulo, polígono, numeral, equação (...). Naturalmente espera-se que os estudantes aprendam e usem esses termos (1976, p. 88).

Já em Dante (2001), o conceito é definido como: “prismas são poliedros que têm duas faces paralelas e congruentes, chamadas bases, e as demais faces têm a forma de paralelogramos e são chamadas faces laterais” (2001, p. 439). Desde a conceituação do que são os prismas, o autor mostra que não existe somente um prisma e um poliedro, mas que existem vários prismas e que todos são poliedros, porém nem todos os poliedros são prismas, ambos possuem características próprias. Existe uma restrição nos prismas, em que as faces laterais desses sólidos são paralelogramos, o que não acontece com todos os poliedros. No conceito de poliedro, encontramos que este é cercado por polígonos, que são suas faces. Neste livro didático, o conceito é apresentado partindo de um problema contextualizado, o qual leva o educando a pensar em uma possível solução. Em seguida, o autor mostra e define o que são

⁸ Ver Quadro 1, página 67 da presente dissertação, no qual se encontra a maneira como é introduzido o capítulo e o conceito de prismas apresentado por cada autor.

prismas, bem como mostra as fórmulas algébricas para a resolução daquele problema apresentado inicialmente.

Em relação à definição de pirâmide, Ladeira afirma que é “um sólido limitado por um polígono que forma a base e por triângulos laterais cujos vértices se reúnem em um mesmo ponto, o vértice da pirâmide” (1925, p. 170). O autor está mostrando, juntamente com a representação figural, o que significa esse conceito. Convém ressaltar que o objetivo do ensino promovido nesse período era preparar os educandos para enfrentar os exames que eram aplicados com vistas a verificar se o candidato ao ensino superior tinha o conhecimento necessário para ingressar em algum curso, com predomínio dos conhecimentos das áreas humanas ou científicas. Portanto, a maneira de conceituar prismas e pirâmides no livro didático de 1925 objetivava sua compreensão pelo educando e, através da representação figural do sólido geométrico em questão, facilitava a aprendizagem ou, ainda, a memorização do conceito. O livro didático de Ladeira (1925) é característico do período, pois em 1920 a escola secundária no Brasil era organizada por meio de exames preparatórios em que o educando tinha contato com a geometria, apenas em um determinado ano, com um educador específico para este saber.

No conceito de pirâmides proposto por Quintella, aparecem traços característicos do período histórico ao qual este livro pertence. Diante da afirmação do autor de que “pirâmide é o poliedro limitado por um ângulo sólido e uma secção plana que intercepta todas as arestas e não passa pelo vértice” (1967, p. 151), percebemos que a centralidade da conceituação está nas estruturas matemáticas, linguagem baseada em termos técnicos. Ao conhecermos o conceito de Ladeira (1925), percebemos a grande mudança ocorrida em quatro décadas. De um conceito sobre pirâmide que se refere à limitação por polígonos, chegamos a um conceito

que se refere à limitação por ângulos sólidos. Em Quintella (1967), não encontramos qualquer referência, na definição, em relação às faces laterais de uma pirâmide, as quais são triangulares.

O livro de Quintella retrata a matemática em um período após inúmeras discussões e mudanças curriculares, visto que, ao iniciar o movimento da matemática moderna, alguns educadores encontravam-se insatisfeitos com o ensino da matemática escolar em sua forma tradicional. Com esse movimento, a modernização do ensino da matemática nas instituições escolares tornou-se preocupante, pois a sociedade estava preocupada com a formação de cientistas.

Observamos, no livro didático de 1967, publicado após inúmeras discussões sobre a matemática moderna, que o ensino dessa área baseava-se principalmente nos teoremas e demonstrações, sem enfatizar sua aplicação e utilização em problemas do cotidiano. O livro de Quintella (1967) nos mostra o rigor matemático vivenciado na época, deixando claro que o enfoque estava na utilização do processo algébrico e da estrutura matemática. Kline (1976) destaca que é um tanto irônico que os reformadores, em seus esforços para serem modernos e atualizados, decidissem salientar o rigor de 1900. Eles estão, pelo menos, setenta e cinco anos atrasados (p. 79). Kline (1976) critica o MMM e declara estas críticas em seu livro intitulado “O Fracasso da Matemática Moderna”.

A definição de pirâmide em Dante (2001) encontra-se semelhante à de Ladeira (1925), relacionando-se, porém, a um poliedro cuja base é uma região poligonal e as faces laterais, regiões triangulares. A forma como Dante conceitua a pirâmide, relacionando as

faces laterais com regiões triangulares, é emblemática do período em que foi editada sua obra, haja vista todas as discussões acerca dos PCNs, os quais afirmam que:

A matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas (BRASIL, 1997, p. 252).

Assim, os conceitos de prisma e pirâmide apresentados na obra de Dante baseiam-se na geometria plana. Tem-se uma passagem do tridimensional, apresentado na geometria do espaço, para o bidimensional, o qual está na geometria plana, o que podemos perceber quando o autor apresenta sólidos geométricos planificados após ter mostrado ao educando sua forma tridimensional. Existe um reforço à idéia de que a matemática deve ser vista como uma ciência baseada em demonstrações e teoremas, aplicável em situações do cotidiano, bem como um instrumento para outras ciências, respaldando as idéias trazidas pelos PCNs.

A esta altura de nossa análise, retomamos a historicidade do conceito prismas e pirâmides, quando olhamos para um saber mais amplo denominado Geometria Espacial, e chegamos à historicidade da educação, em que enfocamos as tendências pedagógicas de cada período histórico. Pelo olhar dado ao livro didático, percebemos muitas características do saber científico presentes no saber a ensinar, o que é fundamental, pois na passagem daquele a este não criamos um novo saber; o que ocorre é uma modificação do saber científico a fim de torná-lo ensinável nas instituições escolares. Em relação à definição, encontramos diferenças na linguagem matemática empregada, pois vimos linguagens formais em Ladeira (1925) e

Quintella (1967), ao passo que em Dante (2001) a preocupação maior foi com a contextualização durante o estudo dos saberes prismas e pirâmides.

Demonstrações e teoremas existem no saber científico e, também, no saber a ensinar. A grande diferença está na preocupação que o saber a ensinar tem em tornar a matemática uma ciência que necessariamente precisa ser significada para o educando em processo de formação. Isso podemos perceber na nova proposta apresentada pelos PCNs, pois anteriormente essas discussões existiam, como na época de Roxo (1930), mas não foram colocadas em prática na matemática escolar, o que podemos perceber também nas obras anteriores a 1990.

Ladeira (1925), em suas demonstrações, traz afirmações e em seguida demonstra o porquê dessas afirmações. Para desenvolvê-las, utiliza-se de uma representação no plano tridimensional e, a partir dessa representação, resolve algebricamente o teorema. Porém, em alguns momentos, a relação demonstração e representação não é facilmente compreendida. Em Quintella (1967), percebemos que as demonstrações são algébricas e as representações são em pequena quantidade e não servem como auxiliares para a explicação do teorema e sua demonstração. Em Dante (2001), as demonstrações são trabalhadas em conjunto com as representações, as quais são bem explicativas, proporcionando melhor entendimento do desenvolvimento algébrico da demonstração.

Em relação aos exercícios, os quais fazem parte das categorias de análise, o livro de Ladeira (1925) preocupa-se com exercícios numéricos, com o objetivo de levar o educando à memorização e à aplicação dos teoremas; juntamente com esses exercícios numéricos, são apresentados alguns que tratam de situações do cotidiano.

Quintella (1967) traz exercícios que evidenciam uma preocupação com a preparação do educando para concursos, os quais eram constantes na época. Kline afirma que, de fato, muitos proponentes de matemática moderna agora afirmam explicitamente que esse programa se destina àqueles que visam a ingressar no colégio e aos estudantes capazes do colégio. Evidentemente, esses estudantes sair-se-ão melhor do que o estudante médio (1976, p. 133). Assim confirmamos que o MMM continuou enfatizando a memorização através da repetição de exercícios semelhantes.

No livro didático de Dante (2001), encontramos uma variedade de exercícios, alguns de simples aplicação de fórmulas, outros trazendo a questão da contextualização, do cotidiano do educando, o que é proposto pelos PCNs. Além desses, encontramos também exercícios para o vestibular, o qual é classificatório, exigindo do educando muito estudo e empenho.

Podemos perceber, portanto, que o estudo dos prismas e pirâmides foi se modificando com o passar do tempo, considerando essas oito décadas (1925 a 2006), objeto de nossa análise. Verificamos que as propostas pedagógicas vivenciadas em cada período modificaram a forma do saber a ensinar, apresentado nos livros didáticos, acarretando modificações significativas para o ensino da matemática escolar brasileira. Isso nos leva a considerar que o objeto matemático que chega às instituições escolares sofre profundas transformações e estas modificam o objeto a ser ensinado.

Os livros didáticos analisados nesta pesquisa serviram como instrumentos para retratar como eram conceituados e ensinados os saberes prismas e pirâmides nas três épocas distintas do ensino desses saberes na instituição escolar brasileira. A análise aqui apresentada

oferece uma idéia sobre como esses conceitos foram apresentados aos educandos ao longo dos tempos e, talvez, possa servir para

(...) chamar a atenção e sensibilizar a atual e futura geração de professores sobre porque deveriam conhecer a história recente do ensino da matemática. Isso porque muitas características do ensino, praticado em décadas passadas, ainda estão muito presentes como marcas didáticas nos conhecimentos, concepções, crenças e práticas dos professores; nos conteúdos e organização dos livros didáticos atuais; nos programas curriculares... (BIGODE *apud* VALENTE, 2004, p. 7).

Se hoje encontramos algumas dificuldades no ensino dos prismas e pirâmides, elas podem ser fruto de épocas históricas diferentes. Foram três períodos analisados nesta dissertação no que se refere aos saberes prismas e pirâmides, porém, a cada mudança de tendência pedagógica, permaneceram muitas características. Por exemplo, todas as obras trazem exercícios e a grande maioria deles é de fixação. Somente em Dante (2001) e Ladeira (1925) encontramos alguns que foram de aplicação da matemática, porém nenhum livro didático descarta os exercícios de fixação. Os três livros didáticos trazem demonstrações, teoremas, enfim, conceitos, porém a maneira como estes são desenvolvidos e encaminhados é diferente, ou seja, cada livro didático é característico da tendência pedagógica vivenciada no momento da elaboração do material.

Retomamos neste momento os livros didáticos, tentando marcar o que de mais importante há em cada um deles. Em relação ao livro de Ladeira, escrito em 1925, chamamos a atenção para a exposição da relação entre o processo algébrico e as representações figurais. O autor nos mostra sólidos geométricos em sua forma tridimensional e em seguida apresenta os teoremas, partindo destas figuras para o encaminhamento algébrico. As demonstrações existem nesta obra, mas nem sempre estão acompanhadas por representações figurais. Já em

relação aos exercícios, estes são, em sua grande maioria, relacionados à memorização das fórmulas e muito pouco trabalham com contextualização.

No livro didático de Quintella (1967), focalizamos a ênfase dada pelo autor ao processo algébrico do conceito matemático prismas e pirâmides. A álgebra aparece como uma ferramenta potencializadora do processo de ensino e aprendizagem destes saberes, a ênfase está nas estruturas matemáticas. O autor traz poucas representações figurais no decorrer do trabalho com teoremas e demonstrações. Convém ressaltar que todos os teoremas são demonstrados detalhadamente, e este período está muito próximo ao trabalho de Euclides, no que se refere às demonstrações e aos conceitos de prismas e pirâmides. Isso se deve ao fato de que o Movimento da Matemática Moderna preocupou-se com a formação de cientistas, trazendo assim saberes científicos para a sala de aula, semelhante à forma como estes foram trabalhados por Euclides. Em relação aos exercícios, todos enfatizam a memorização da fórmula matemática.

O livro didático de Dante (2005) difere dos de Ladeira (1925) e Quintella (1967), pois o autor preocupa-se com a contextualização destes saberes, iniciando inclusive o estudo de prismas através de um problema relacionado ao dia-a-dia, trazendo em seguida a definição deste sólido geométrico. O autor faz uso em muitos momentos das representações figurais, tanto planejadas como em sua forma tridimensional, e principalmente faz uso deste recurso nos momentos em que apresenta os teoremas. Quanto às demonstrações, são pouco exploradas, apenas mostra as fórmulas e em poucos momentos demonstra-as. Os exercícios trazem consigo muito da proposta dos PCNs, ou seja, em sua grande maioria são contextualizados, referem-se a aspectos do cotidiano.

O que convém destacar também é a relação estabelecida em cada livro didático no que se refere à proposta de Lakatos sobre os programas de pesquisa e a historicidade da ciência (cinturão protetor/núcleo fundante). Podemos afirmar que o conceito permanece constante em todos os livros didáticos; apenas em Quintella (1967) encontramos uma maior aproximação ao conceito científico, o que reflete as discussões do período a respeito do MMM. A mudança que se apresenta de forma significativa está nas demonstrações, representações figurais e exercícios, os quais foram variando, refletindo as tendências pedagógicas de cada período histórico. Em Ladeira (1925) e Quintella (1967) encontramos demonstrações que podem ser entendidas como cinturão protetor do núcleo fundante, e em Dante (2001), estas praticamente não aparecem, pois o enfoque desse último está nas representações figurais, na contextualização.

Esses são alguns aspectos considerados significativos em cada livro didático analisado, visto que a pesquisa procurou mostrar as diferenças existentes nos conceitos matemáticos prismas e pirâmides, no período de 1925 a 2001, o qual foi marcado por mudanças de estrutura educacional (reformas) e de tendências pedagógicas diferenciadas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A conclusão desta pesquisa faz perceber que ainda há muitas questões a serem aprofundadas, novos olhares que poderiam ser lançados, ou seja, o inacabado é o que aparece.

Entretanto, no que se refere ao ensino de prismas e pirâmides nas três épocas históricas estudadas, podemos considerar que os conceitos matemáticos propostos pelos diferentes livros didáticos diferenciam-se pela sua estrutura de apresentação, ora dando mais ênfase para as demonstrações matemáticas, ora para a contextualização. A maneira como cada livro didático trata dessas questões é característica do momento histórico vivenciado em cada época.

Segundo Fainguelernt,

A geometria é considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos. Por um lado, é, talvez, a parte da Matemática mais intuitiva e ligada com a realidade. Por outro lado, como disciplina escolar, se apóia no extensivo processo de formalização realizado durante esses últimos 2.000 anos, em níveis de cada vez mais rigor, abstração e generalização, e sem fazer conexão entre a Geometria intuitiva e a formalização (1999, p.20).

Conforme Fainguelernt (1999), a geometria deveria trabalhar com o intuitivo, porém o que percebemos hoje nos livros didáticos é a geometria euclidiana, que traz o método dedutivo. Conforme Usikin,

Para quase todos os geômetras e outros matemáticos, a geometria euclidiana é um sistema matemático que fornece os teoremas estabelecidos por Euclides em seus *Elementos*. Um aluno está estudando geometria euclidiana ao estudar as definições, os postulados, ou teoremas da geometria. (...) Hoje, praticamente, toda a geometria ensinada nas escolas é geometria euclidiana (1994, p. 29).

Como explicitado no Capítulo 2 desta dissertação, o conceito matemático prismas e pirâmides, oriundo de um saber maior denominado geometria, possui uma longa história. A geometria que conhecemos hoje e que se encontra nos livros didáticos tem como ponto de partida o trabalho de Euclides. Esse é um ponto que merece destaque, pois se trata da semelhança encontrada nos três livros didáticos apresentados e analisados nesta pesquisa. A geometria que temos e conhecemos nas instituições escolares está estreitamente relacionada com a geometria produzida por Euclides, porém este cientista não se preocupou com a parte didática deste saber, ficando esta parte a cargo dos educadores e pesquisadores, os quais trouxeram a geometria para o universo escolar, há muitas décadas.

Neste momento não pretendemos discutir geometria euclidiana e não-euclidiana, pois acreditamos que este seria um outro problema de pesquisa. Porém, objetivamos mostrar que o núcleo fundante dos prismas e pirâmides está no seu conceito, nas suas definições, na proposta da geometria euclidiana. O cinturão protetor é estabelecido pelas tendências pedagógicas que provocam mudanças em relação a forma de apresentação das definições, das representações figurais, das demonstrações e do tipo de exercício proposto.

No livro de Ladeira (1925) observamos que existe uma ênfase aos processos algébricos e sua representação figural, pois neste período a tendência pedagógica da época nos mostra que a preocupação estava na geometria como disciplina escolar. Todos os alunos cursavam esta disciplina, pois precisavam estar preparados para os exames preparatórios os quais os aprovavam ou não em cursos superiores, com tendências as ciências ou as humanidades. Esta era a preocupação dos professores na época, preparar da melhor forma os alunos para os exames, considerando a geometria como uma disciplina escolar.

Perpassadas duas décadas após o livro de Ladeira, as mudanças são percebíveis no livro de Quintella (1967). O autor enfatiza o processo algébrico, com ênfase para as demonstrações bem detalhadas e poucas representações figurais acompanhando as demonstrações, o que difere este livro do de Ladeira (1925). Retomando a tendência pedagógica que acompanhava o período, podemos afirmar que tais mudanças são reflexo do MMM, pois este tinha como objetivo ensinar matemática através da lógica matemática. Kline afirma que na época do MMM pensava-se que “naturalmente nossos estudantes podem ser superiores aos melhores matemáticos do passado” (1976, p.60). Isso nos mostra o grande objetivo da matemática moderna, o qual era a formação de cientistas a curto prazo, querendo que os estudantes chegassem a ser melhores que os matemáticos que produziram este saber no passado. Por este motivo, o trabalho de prismas e pirâmides feito por Quintella (1967) em seu livro, aproxima-se do trabalho de Euclides, pois a preocupação está no desenvolvimento das demonstrações utilizando para isso o processo algébrico enfaticamente.

Vemos um grande diferencial no livro didático de Dante (2001), pois este, em relação aos outros dois livros analisados, afastou-se da preocupação com as demonstrações dos teoremas, axiomas e postulados. A preocupação deste livro de Dante (2001) está na

contextualização dos saberes (proposta defendida pelos PCNs), a qual retrata esta tendência pedagógica do início do século XXI. As demonstrações são descartadas e a ênfase recai no contexto, tudo está relacionado com o cotidiano do educando.

Podemos perceber que as mudanças das tendências pedagógicas, acabam trazendo mudanças significativas para a estruturação dos livros didáticos. Assim, percebemos que com o passar das décadas, variaram as formas como os saberes prismas e pirâmides foram sendo apresentadas nos livros didáticos, porém, algo pareceu comum nos três livros, seu núcleo fundante recai sobre a geometria euclidiana. Esta é a base do estudo de prismas e pirâmides nas três obras, mudam as ênfases sobre as demonstrações, representações figurais, exercícios, mas em todas temos uma base da geometria, que provém da geometria de Euclides.

A maioria das universidades, em seus cursos de licenciatura em matemática, trabalha com uma grande ênfase a geometria euclidiana. Portanto, para que ocorra mudança no núcleo fundante, torna-se necessário que os currículos das universidades, como conseqüentemente os currículos de matemática da Educação Básica, introduzam uma geometria não euclidiana. Portanova argumenta em relação à geometria euclidiana que,

(...) trabalhar aspectos da geometria que se fundamentam na euclidiana é mostrar apenas uma faceta da realidade, é desenvolver apenas um tipo de raciocínio, é mostrar verdades absolutas inquestionáveis, o que não está mais de acordo com o mundo e a ciência moderna (2005, p. 45).

Outro aspecto importante a ser destacado é em relação à abstração, presente nos três livros didáticos. Serres contribui nesse sentido, afirmando metaforicamente que a abstração é necessária na geometria, caso contrário, ela não seria útil em todo o universo. Assevera Serres:

(...) a abstração é uma soma e não uma subtração. Sem esta síntese branca do espaço de todas as passagens, seria necessário recorrer a um eterno milagre para não compreender por que razão a matemática no geral e especialmente este espaço da geometria se aplicam, universalmente, aos homens e às coisas do mundo, sem exceção (1997, p. 290).

Quando Euclides sistematiza a geometria, porém sem nenhuma pretensão didática neste ato, ele a torna abstrata e hoje praticamente todas as abordagens sugeridas para a geometria escolar são ainda abordagens da geometria euclidiana (USIKIN, 1994, p.29). Convém ressaltar que não estamos, de forma alguma, julgando esta abstração, mas sim trazendo à tona a origem da abstração que encontramos nos livros didáticos.

O livro didático no qual encontramos maior rigor e abstração foi o livro de Quintella (1967), o qual retratou a proposta pedagógica predominante daquele período. Após realizado o estudo comparativo das três obras que foram objeto de trabalho ao longo da história da educação no Brasil, observamos que não existe entre as três tendências pedagógicas analisadas, uma que seja ideal para os dias atuais. Acredito que a tendência do MMM foi importante por ter explorado muito bem as demonstrações algébricas, o que hoje não mais observamos nos livros didáticos atuais. A ênfase está atualmente voltada à contextualização (proposta dos PCNs), a qual é importante, mas teríamos que ter, as demonstrações, a preocupação com o rigor, com os conceitos matemáticos. Assim muitas dificuldades dos educandos, no que se refere a utilização de fórmulas, poderiam estar sendo superadas, pois os educandos necessitam compreender o desencadeamento dos teoremas e conseqüentemente saber utiliza-los em exercícios e problemas.

Como afirma Fiorentini,

De fato, assim como acontece com todo o conhecimento, a Matemática é também um conhecimento em construção que vem sendo produzido nas e pelas relações sociais. E, como tal, tem seu pensamento e sua linguagem.

Ocorre, entretanto, que essa linguagem, com o passar dos anos, foi se tornando formal, precisa e rigorosa..., assim, os processos que levaram a Matemática a tal nível de abstração e formalização. O acesso a esse saber matemático altamente sistematizado e formalizado tornou-se muito difícil e passou a ser privilégio de poucos (1995, p. 32).

A citação acima reforça a idéia de que a matemática passou por várias tendências, as quais deixaram suas marcas no ensino deste saber. O caminho percorrido pela matemática foi longo, perpassou muitas gerações, movido sempre por necessidades práticas e internas da própria matemática, construindo assim a matemática que hoje conhecemos nas instituições escolares e em nosso cotidiano.

Acreditamos que esta pesquisa contribuiu para à comunidade da Educação Matemática, no sentido de ter mostrado, através da análise dos livros didáticos, diferentes caminhos percorridos pelos saberes prismas e pirâmides, concluindo que continuamos embasados numa geometria euclidiana. Precisamos acentuar nossos estudos e trabalhos em prol de termos nas instituições escolares, um trabalho com a geometria não-euclidiana. Também ressalto que existem diferentes tendências pedagógicas, porém acredito que todas deveriam estar interligadas no sentido de que há aspectos importantes no período do MMM e também nos PCNs, no primeiro o rigor das demonstrações e no segundo a contextualização.

Acredito que o tema da dissertação abre diversas outras possibilidades de pesquisa, as quais tiveram de ser freadas para não fugir da problemática lançada nesta abordagem. Poderíamos discutir a formação dos educadores; a utilização da história da matemática como uma ferramenta potencializadora do ensino da geometria; a relação da geometria com a álgebra, entre outros temas que poderiam ser desencadeados em relação a este saber. Fica aqui o desafio para que outros pesquisadores da área dêem continuidade a esta maravilhosa caminhada em direção à pesquisa, principalmente no que se refere à Educação Matemática.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARANHA, Maria Lúcia de Arruda. *História da educação*. São Paulo: Moderna, 1996.

ÁVILA, Geraldo. *Euclides, Geometria e Fundamentos*. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/novo/conheca/45/1/euclides.htm> . Acesso em 04/08/07.

BIANCHINI, Edwaldo. PACCOLA, Herval. *Matemática*. Vol 2: versão alfa. São Paulo: Moderna, 1995.

BOMBASSARO, Luiz Carlos. *As fronteiras da epistemologia: uma introdução ao problema da racionalidade e da historicidade do conhecimento*. Rio de Janeiro: Ed. Vozes, 1992.

BOYER, Carl B. *História da Matemática*. São Paulo: Ed. Edgard Blücher Ltda, 2ª ed, 1999, tradução de Elza F. Gomide.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**. Brasília: MEC, 1998.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais (Ensino Médio)**. Brasília: MEC, 1997.

BURATTO, Ivone C. Freitas. *Representação semiótica no ensino da geometria: uma alternativa metodológica n formação de professores*. Dissertação do Curso de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica da UFSC, Florianópolis, 2006.

CHASSOT, Attico. *A Ciência Através dos Tempos*. São Paulo: Ed Moderna, 1994.

CHALMERS, Alan F. *O que é ciência afinal?*. Tradução de Raul Fiker. São Paulo: Ed. Brasiliense, 1993.

DANTE, Luis Roberto. *Matemática Contexto e Aplicações*. São Paulo: Ed. Ática, 2001.

DAVIS, Philip J., HERSH, Reuben. *A experiência matemática*. Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: F. Alves, 1985.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Da Realidade à Ação: Reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Ed Unicamp, 1986.

_____. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001 (Coleção Tendências em Educação Matemática).

DOLCE, Osvaldo, POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos de matemática elementar, 10: geometria espacial, posição e métrica*. São Paulo: Atual, 1993.

DOMINGUES, Hygino H. A demonstração ao longo dos séculos. *Boletim de educação matemática*. Ano 15, nº 18, p. 46-55, 2002.

DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. Alcântara. *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papirus, 2003.

EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*. São Paulo: Ed. Unicamp, 2ª ed, 1997.

FAINGUELERNT, Estela Kaufman. *Educação Matemática: representação e construção em geometria*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, 1999.

FIorentini, Dario. Alguns Modos de Ver e Conceber o Ensino da Matemática no Brasil. IN: *Revista Zetetiké*. Ano 3, nº 4, p. 1-37, 1995.

FREIRE, Paulo. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Ed. Paz e Terra, 1987.

GARCIA, Walter E. *Educação brasileira contemporânea: organização e funcionamento*. São Paulo: Mc Graw-Hill do Brasil, 1978.

- GIL, Antonio Carlos. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 3 ed. São Paulo: Atlas, 1991.
- GILES, Thomas Ransom. *História da educação*. São Paulo: EPU, 1987.
- GOMES, Maria Laura M. Os números racionais em três momentos da história da matemática escolar brasileira. *Bolema*, Rio Claro (SP), n. 25, p.17 a 44, 2006.
- GRANGER, Gilles-Gaston, *A ciência e as ciências*. Tradução: Roberto Leal Ferreira. São Paulo: UNESP, 1994.
- GUIRALDELLI Junior, Paulo. *História da Educação*. São Paulo: Cortez, 1994.
- KLING, Morris. *O fracasso da matemática moderna*. Tradução: Leônidas Gontijo de Carvalho. São Paulo: IBRASA, 1976.
- LADEIRA, Martins. *Geometria Elementar*. Belo Horizonte: Ed. FTD, 1925.
- LIMA, Elon Lages. *Exame de textos: análise de livros de matemática para o ensino médio*. Sociedade Brasileira de Matemática. Rio de Janeiro: Markgraph, 2001.
- LOPES, Antonio José. *Fórum EF 2004 – SBEM*. Ed. FTD, 2004. Disponível em: <http://www.matematicahoje.com.br/telas/autor/artigos/artigos_publicados.asp?aux=Forum> Acesso em 2 abr. 2007.
- LÜDKE, M; ANDRÉ, N. E. *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária, 1986.
- MACHADO, Nilson José. *Matemática e Língua Materna (Análise de uma impregnação mútua)*. São Paulo: Cortez, 1993.
- MACHADO, Silvia D. Alcântara. *Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica*. Campinas: Papyrus, 2003.
- MIGUEL, Antonio, MIORIN, Maria Angela. *História na Educação Matemática: propostas e desafios*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

MIGUEL, Antônio. *As Potencialidades Pedagógicas da História da Matemática em Questão: Argumentos reforçadores e questionadores*. In: Zetetiké, jul a dez 1997, vol5, n°8. p. 73-103.

MIORIN, Maria Ângela. *Introdução a história da Educação Matemática*. In: Zetetiké. Jan a Jun, 1998, vol 6, n° 9.

NEHRING, Catia Maria. *A multiplicação e seus registros de representação nas séries iniciais*. Ijuí: Ed. Unijuí, 1997.

NONENMACHER, Sandra Elisabet Bazana. **O livro didático, os PCNs de ciências naturais e a prática pedagógica**. Ijuí: Unijuí, 2000, 78 p. (Dissertação do Mestrado em Educação nas Ciências).

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. Ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, Maria A. Viggiani. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Ed. Unesp, 1999, p. 45-58.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática: uma análise da influência francesa**. Belo Horizonte: Ed. Autêntica, 2001.

PERRELLI, Maria A. S. *A Transposição Didática no Campo da Indústria Cultural: um estudo dos condicionantes dos conteúdos dos livros didáticos de ciências*. Dissertação apresentada ao colegiado do curso de Mestrado em Educação do Centro de Ciências da Educação da Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.

PIETROCOLA, Mauricio; NEHRING, Catia Maria. Et al. As Ilhas da Racionalidade e o Saber Significativo: O Ensino de Ciências Através de Projetos. *Ensaio*, v. 2, n. 1, p. 99-122, 2000.

PILETTI, Nelson. *História da educação no Brasil*. São Paulo: Ática, 1997.

PIRES, Célia Maria Carolino. *Currículos de Matemática: da organização linear à idéia de rede*. São Paulo: FTD, 2000.

PORTANOVA, Ruth; NINA, Clarissa Trojack Della. Et al. *Um currículo de matemática em movimento*. Porto Alegre: Edipucrs, 2005.

QUINTELLA, Ary. *Matemática*. São Paulo: Cia. Editora Nacional, 1967.

RAIMUNDO, Maria da Conceição. *O livro didático*. Diário Catarinense, Florianópolis/SC, 28 fev. 2007. Disponível em: < <http://www.abrelivros.org.br/abrelivros/texto.asp?id=2219> > Acesso em 12 Abr. 2007.

ROMANATTO, Mauro Carlos. *O Livro Didático: alcances e limites*. Disponível em < http://www.sbempaulista.org.br/epem/anais/mesas_redondas/mr19-Mauro.doc > Acesso em 12 Abr. 2007.

SERRES, Michel. *As Origens da Geometria*. Campinas: Terramar, 1997.

SILVA, Jairo José da. Filosofia da matemática e filosofia da educação matemática. In: BICUDO, Maria A. Viggiani. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Ed. Unesp, 1999, p. 45-58.

_____. A demonstração matemática da perspectiva da lógica matemática. *Boletim de educação matemática*. Ano 15, nº 18, p. 56-64, 2002.

SILVEIRA, Fernando Lang da. A Metodologia dos Programas de Pesquisa: a Epistemologia de Imre Lakatos. IN: **Caderno Catarinense de Ensino de Física**. Florianópolis, UFSC, V. 13, nº 3, p. 178-276, Dez 1996.

SOUZA, Antonio Carlos C. O reencantamento da razão: ou pelos caminhos da teoria histórico-cultural. In: BICUDO, Maria A. Viggiani. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Ed. UNESP, 1999:137-152.

STRUIK, Dirk J. *História concisa das matemáticas*. Lisboa: Gradiva, 1992.

USIKIN, Zalman. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDQUIST, Mary M., SHULTE, Albert P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1994.

VALENTE, Wagner Rodrigues (Org.). *O Nascimento da Matemática do Ginásio*. São Paulo: Annablume; Fapesp, 2004.

_____. *Uma História da Matemática Escolar no Brasil, 1730-1930*. São Paulo: Annablume: Fapesp, 1999.

KUENZER, Acácia Zeneida. *O Ensino Médio agora é para a vida: Entre o pretendido, o dito e o feito*. Educação e Sociedade, ano XXI, nº 70, Abril/00.

VELOSO, Eduardo. **As notações em geometria**. Grupo de trabalho de geometria da APM.
Disponível em
<http://www.matematicahoje.com.br/telas/educ_mat/artigos/artigos_integra.asp?aux=Geometria> Acesso em: 13/08/2006.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)