



Sandoval José Rodrigues Júnior

**Otimização de Pilares
de Edifícios Altos de Concreto Armado**

Tese de Doutorado

Tese apresentada como requisito parcial para
obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-
Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio.

Orientadores: Prof. Giuseppe Barbosa Guimarães
Prof. Luiz Eloy Vaz

Rio de Janeiro, setembro de 2005

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.



Sandoval José Rodrigues Júnior

**Otimização de Pilares
de Edifícios Altos de Concreto Armado**

Tese apresentada como requisito parcial para obtenção do título de Doutor pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da PUC-Rio. Aprovada pela Comissão Examinadora abaixo assinada.

Prof. Giuseppe Barbosa Guimarães

Orientador

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Prof. Luiz Eloy Vaz

Co-orientador

UFRJ

Prof. Raul Rosas e Silva

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Profa. Marta de Souza Lima Velasco

Departamento de Engenharia Civil – PUC-Rio

Profa. Cláudia Ribeiro Eboli

UFRJ

Prof. Ibrahim Abd Ei Malik Shehata

UFRJ

Prof. José Eugênio Leal

Coordenador Setorial do Centro Técnico Científico - PUC-Rio

Rio de Janeiro, 16 de setembro de 2005

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial do trabalho sem autorização da universidade, do autor e do orientador.

Sandoval José Rodrigues Júnior

Graduou-se em Engenharia Civil na UFPA/Belém (Universidade Federal do Pará) em 1988. Concluiu o mestrado na PUC-Rio em 1996. Interesses acadêmicos em áreas de pesquisa que envolvam concreto armado, otimização de estruturas, programação matemática. Atualmente é professor do Departamento de Engenharia Civil da UFPA.

Ficha Catalográfica

Rodrigues Júnior, Sandoval José

Otimização de Pilares de Edifícios Altos de Concreto Armado / Sandoval José Rodrigues Júnior; orientador: Giuseppe Barbosa Guimarães; co-orientador: Luiz Eloy Vaz. – Rio de Janeiro : PUC, Departamento de Engenharia Civil, 2005.

v., 154 f.: il. ; 29,7 cm

1. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil.

Incluí referências bibliográficas.

1. Engenharia Civil – Teses. 2. Otimização. 3. Análise de sensibilidade. 4. Programação matemática. 5. Projeto ótimo. 6. Pórtico espacial. 7. Concreto armado. 8. Edifícios altos. I. Guimarães, G. B. (Giuseppe B.). II. Vaz, L. E. (Luiz Eloy). III. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro. IV. Título

CDD: 624

Dedicado aos meus pais,
Sandoval e Lucyléa Rodrigues

Agradecimentos

Aos meus orientadores Giuseppe Barbosa Guimarães e Luiz Eloy Vaz pela orientação e amizade.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, em especial ao professor João Luis Pascal Roehl, por todos os conhecimentos transmitidos durante a pós-graduação.

À minha esposa Lucilene, e minhas filhas Caroline e Bruna, por todo o amor, carinho, e companheirismo que muito contribuíram para a realização deste trabalho.

A toda minha família, em especial aos meus pais e meus irmãos Sandra, Jefferson e Daniele.

Aos grandes amigos Anderson e Müller, pelas excelentes discussões ao longo deste trabalho.

A todos os amigos da PUC, em especial Galvão, Ivy, Joabson, Antonio Sérgio, Antônio Miranda, Chan, Walter, Maurício, Pasquetti, Andréia e Denyse.

Aos funcionários da PUC-Rio, em particular a Ana Roxo, Lenilson, Cristiano, Euclides, Haroldo, José Nilson e Evandro.

Aos professores do Departamento de Engenharia Civil da UFPA, em especial ao grande amigo José Raimundo Serra Pacha, pelas discussões e sugestões ao presente trabalho.

À CAPES, à UFPA e à PUC-Rio, pelos auxílios concedidos.

Resumo

Rodrigues Júnior, Sandoval José; Guimarães, Giuseppe Barbosa; Vaz, Luiz Eloy. **Otimização de Pilares de Edifícios Altos de Concreto Armado**. Rio de Janeiro, 2005. 154p. Tese de Doutorado - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

O presente trabalho propõe uma formulação para o projeto ótimo de pilares de edifícios altos de concreto armado. São variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e a armadura longitudinal dos pilares e a resistência característica do concreto. A fim de reduzir o tamanho desta classe de problema, a estratégia de solução em multinível é aplicada. O problema é então subdividido em um problema global de otimização conectado a uma série de subproblemas individuais de otimização. No problema global são determinadas as dimensões da seção transversal de todos os pilares e a resistência característica do concreto, enquanto que nos subproblemas individuais são determinadas apenas as armaduras longitudinais dos pilares. As variáveis dos subsistemas são freqüentemente chamadas de variáveis locais, enquanto que as variáveis do sistema global, responsáveis pela interação entre os grupos de variáveis, são denominadas variáveis globais ou de acoplamento. A função objetivo do problema de otimização é o custo total das colunas do edifício. Os edifícios são modelados como pórticos espaciais e a não-linearidade geométrica é considerado na análise estrutural. A hipótese de diafragma rígido é adotada para o comportamento das lajes e a rigidez à torção é desprezada em todas as barras do pórtico. Cargas permanentes, acidentais e devidas ao vento são aplicadas ao modelo. Restrições relativas aos estados limite último e de utilização, bem como restrições relativas aos limites máximos e mínimos atribuídos a cada variável, são impostas ao problema de otimização. Adicionalmente, impõem-se restrição sobre o parâmetro de instabilidade, caso este parâmetro seja empregado na determinação dos esforços globais de 2ª ordem. Os estados limite são definidos de acordo com o código brasileiro para projeto de estruturas de concreto NBR-6118 (2003). O problema de otimização proposto é resolvido empregando-se técnicas de programação matemática.

Palavras-chave

Otimização; análise de sensibilidade; programação matemática; projeto ótimo; pórtico espacial; concreto armado; edifícios altos.

Abstract

Rodrigues Júnior, Sandoval José; Guimarães, Giuseppe Barbosa; Vaz, Luiz Eloy (advisors). **Optimization of Columns of Reinforced Concrete Tall Buildings**. Rio de Janeiro, 2005. 154p. D.Sc. Thesis - Departamento de Engenharia Civil, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro.

This work proposes a formulation for the optimum design of columns of reinforced concrete tall buildings. The design variables are the dimensions of the cross-sections and the amount of longitudinal reinforcement in the columns and the concrete characteristic resistance. Aiming at reducing the size of this class of problem, the multilevel optimization technique is applied so that the problem is subdivided into a global problem connected with a series of dependent sub-problems. In this kind of problem, the design variables are subdivided into two groups, namely, the group of the so called global variables, represented here by the cross-section dimensions of the columns and by the concrete characteristic resistance, and the group of local variables, represented here by the areas of the longitudinal steel reinforcement in the cross-sections of the columns. Consequently, a global optimization problem is defined for the global variables, at the global level, and local independent optimization sub-problems are defined for the local design variables, at the local levels, following each iteration at the global level. The objective function of the optimization problem is the total cost of the columns of the building. The buildings are modeled as three dimensional frames and geometric nonlinear behavior is considered in the structural analysis. The assumption of rigid diaphragm is adopted for the structural behavior of the slabs and the torsional stiffness of elements is neglected. Dead, live and wind loads are applied to the model. Constraints related to ultimate and serviceability limit states, as well as lateral constraints, are imposed to the design variables. The limit states are defined according to the Brazilian Code for reinforced concrete structures NBR-6118 (2003). The solution of the optimization problem is obtained using Mathematical Programming techniques.

Keywords

Optimization; sensibility analysis; mathematical programming; optimal design; three-dimensional frame; reinforced concrete; tall buildings.

SUMÁRIO

1. Introdução	16
1.1. Considerações Gerais	16
1.2. Revisão Bibliográfica	18
1.3. Objetivos e Justificativas	26
1.4. Escopo do Trabalho	29
2. Contraventamento de Edifícios de Concreto Armado	31
2.1. Parâmetros de Instabilidade	33
2.1.1. Parâmetros de Instabilidade α	34
2.1.2. Parâmetros de Instabilidade γ_z	35
2.2. Rigidez Limite do Sistema de Contraventamento	37
2.3. Projetos: Processos Ótimos e Tradicionais	37
3. Modelo e Análise Estrutural	40
3.1. Modelo Estrutural	40
3.1.1. Esforços de Eng. Perfeito e vão Efetivo das Vigas	40
3.2. Análise Estrutural	42
3.2.1. Não-Linearidade Física	42
3.2.2. Não-Linearidade Geométrica	44
3.2.3. Combinações e Fatores de Ponderação das Ações	50
3.2.4. Simulação das Lajes como pavimento Rígido	54
3.2.5. Estratégia de Solução	57
4. Concreto Armado	59
4.1. Dimensionamento à Flexão Composta Oblíqua	59
4.1.1. Características mecânicas dos materiais	59
4.1.2. Esforços Atuantes	61
4.1.3. Parâmetros de Descrição da Deformada da Seção	61
4.1.4. Esforços Resistentes de uma Seção	64
4.1.5. Dimensionamento de uma Seção	66
4.2. Dimensionamento de Pilares segundo a NBR 6118:2003	67
4.2.1. Classificação quanto à Esbeltez	68

4.2.2. Esbeltez Limite λ_1	68
4.2.3. Momento Mínimo	70
4.2.4. Imperfeições Geométricas Locais	70
4.2.5. Efeitos Locais de Segunda Ordem	71
4.2.6. Distribuição da Armadura Longitudinal A_s na seção	75
4.2.7. Comprimento de Ancoragem da Armadura Longitudinal	76
4.2.8. Armadura Transversal	77
5. Programação Matemática – Princípios Básicos	78
5.1. Considerações Gerais	78
5.2. Condições de Ótimo	79
5.3. Forma Geral dos Algoritmos de Otimização	80
5.4. Método de Newton para Problemas de otimização s/ Restrição	81
5.5. Busca Linear	82
5.6. Programação Quadrática	83
5.7. Algoritmo de Han-Powell – Programação Quadrática Seqüencial	84
5.7.1. Etapas do Algoritmo Não-Linear Han-Powell (PQS)	86
5.8. Método dos Pontos Interiores	88
5.8.1. Etapas do Algoritmo de Pontos Interiores	90
6. Otimização de Dimensões	93
6.1. Considerações Gerais	93
6.2. Otimização em Multinível	93
6.3. Metodologia de Otimização	96
6.4. Formulação do Problema de otimização	100
6.4.1. Função Objetivo	101
6.4.2. Restrições Relativas à Resistência	101
6.4.3. Limites das Armaduras Longitudinais	102
6.4.4. Estado Limite de Deformação Excessiva da Estrutura	102
6.4.5. Restrições sobre o parâmetro de Instabilidade Global γ_z	103
6.4.6. Restrições Laterais	103
6.4.7. Restrições Laterais Relativas	104
6.4.8. Fatores de Escala	104
7. Análise de Sensibilidade	107
7.1. Considerações Gerais	107

7.2. Sensibilidade dos Deslocamentos	108
7.3. Sensibilidade das Forças Externas $\{P(x)\}$	110
7.3.1. Parcelas devidas ao Peso Próprio	110
7.3.2. Parcelas devidas à consideração do vão Efetivo	110
7.3.3. Parcelas devidas ao Parâmetro γ_z	111
7.4. Sensibilidade dos Esforços Internos Solicitantes	112
7.5. Sensibilidade da Armadura	114
7.5.1. Sensibilidade da Armadura Longitudinal	114
7.5.2. Sensibilidade da Armadura Transversal	115
7.6. Sensibilidade dos Esforços Solicitantes de Projeto	116
7.6.1. Seção Crítica nos Extremos dos Pilares	116
7.6.2. Seção Crítica no Centro dos Pilares	116
7.7. Sensibilidade dos Esforços Resistentes de Projeto	117
8. Implementações Computacionais e Exemplos	119
8.1. Implementações Computacionais	119
8.2. Exemplos	121
8.2.1. Materiais: Propriedades Mecânicas e Custos	121
8.2.2. Exemplo I	122
8.2.3. Exemplo II	135
9. Conclusões e Sugestões	148
9.1. Conclusões	148
9.2. Sugestões	149
10. Referências Bibliográficas	150
ANEXO A – Fatores de Ponderação e Combinação	154

Lista de figuras

Figura 2.1 - Sistema associado de pórticos e paredes estruturais	(32)
Figura 3.1 - Vão efetivo das vigas.....	(41)
Figura 3.2 - Modelo para determinação dos esforços de engastamento perfeito.	(41)
Figura 3.3 - Eixos de referência e graus de liberdade locais.....	(46)
Figura 3.4 - Imperfeições geométricas globais.....	(52)
Figura 3.5 - Deslocamentos nodais e distância entre os nós i e j	(55)
Figura 4.1 - Diagrama tensão-deformação idealizado (NBR 6118 (2003))	(59)
Figura 4.2 - Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva (NBR 6118 (2003)).....	(60)
Figura 4.3 - Esforços atuantes de cálculo.	(61)
Figura 4.4 - Inclinação da linha neutra.	(62)
Figura 4.5 - Domínios de estado limite último de uma seção transversal (NBR 6118 (2203)).....	(62)
Figura 4.6 - Esquematização da deformada da seção.....	(63)
Figura 4.7 - Definição das regiões 0, I e II da seção.	(65)
Figura 4.8 - Lande de pilar - Imperfeições geométricas locais.	(70)
Figura 4.9 - Posicionamento de A_s e A_{s_w} na seção.	(75)
Figura 6.1 - Estruturas de decomposição em bloco diagonal e angular.(95)	
Figura 6.2 - Esquema para projeto ótimo de estruturas de concreto armado em multinível.	(99)
Figura 6.3 - Tipos de seções transversais admitidas para os pilares ..	(100)
Figura 8.1 - Planta de fôrma estrutural - Exemplo I: edifício de 24 pavimentos tipo	(122)
Figura 8.2 - Variação do custo dos pilares com o f_{ck}	(124)
Figura 8.3 - Variação do custo dos pilares com o f_{ck}	(126)
Figura 8.4 - Planta de fôrma estrutural - Exemplo I: proposta (I).....	(128)
Figura 8.5 - Planta de fôrma estrutural - Exemplo I: proposta (II).....	(129)

Figura 8.6 - Redução relativa do custo dos pilares com respeito a redução de seção.....	(130)
Figura 8.7 - Redução relativa de material dos pilares com respeito a redução de seção.....	(131)
Figura 8.8 - Variação relativa de material para o modelo $R(0)$ considerando possíveis variações no custo do concreto.	(134)
Figura 8.9 - Planta de fôrma estrutural - Exemplo II: edifício de 24 pavimentos tipo	(137)
Figura 8.10 - Redução relativa do custo dos pilares com respeito a redução de seção.....	(138)
Figura 8.11 - Redução relativa de material dos pilares com respeito a redução de seção.....	(139)
Figura 8.12 - Redução relativa do custo dos pilares com respeito a redução de seção: comparação entre os métodos SQP e IP.....	(142)
Figura 8.13 - Verificação da capacidade resistente do pilar P1, lance1 (opção 1).	(144)
Figura 8.14 - Verificação da capacidade resistente do pilar P1, lance1 (opção 2).	(144)
Figura 8.15 - Verificação da capacidade resistente do pilar P3, lance1 (opção 1).	(145)
Figura 8.16 - Verificação da capacidade resistente do pilar P3, lance1 (opção 2).	(146)

Lista de tabelas

Tabela 4.1 - Correspondência entre os domínios dos E.L.U. (NBR 6118 (2003)) e os valores do parâmetro D e das funções ε_s e ε_i (63)	
Tabela 5.1 - Divisão dos problemas de Programação Matemática	(80)
Tabela 8.1 - Preços de concreto massa ($R\$/m^3$).....	(121)
Tabela 8.2 - Variação do parâmetro de instabilidade γ_z com o f_{ck} ...	(125)
Tabela 8.3 - Resultados ótimos (cm): Classe C35	(127)
Tabela 8.4 - Variação do parâmetro γ_z com respeito a redução de seção.....	(131)
Tabela 8.5 - Resultados ótimos para o modelo R(0)	(132)
Tabela 8.6 - Resultados ótimos para o modelo R(1)	(132)
Tabela 8.7 - Resultados ótimos para o modelo R(2)	(132)
Tabela 8.8 - Resultados ótimos para o modelo R(3)	(133)
Tabela 8.9 - Deslocamentos máximos relativos no topo do prédio	(133)
Tabela 8.10 - Variação da taxa de armação com respeito a redução de seção (%)	(134)
Tabela 8.11 - Resultados ótimos para o modelo R(0) considerando possíveis variações no custo do concreto.....	(135)
Tabela 8.12 - Variação do parâmetro γ_z com respeito à redução de seção.....	(139)
Tabela 8.13 - Deslocamentos máximos no topo do prédio	(140)
Tabela 8.14 - Resultados ótimos para o modelo R(0)	(140)
Tabela 8.15 - Resultados ótimos para o modelo R(1)	(140)
Tabela 8.16 - Resultados ótimos para o modelo R(2)	(140)
Tabela 8.17 - Resultados ótimos para o modelo R(3)	(141)
Tabela 8.18 - Variação da taxa de armação com a redução de seção	(141)
Tabela 8.19 - Tempos de processamento - SQP x IP	(142)
Tabela A.1 - Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ (NBR 6118 (2003))	(154)
Tabela A.2 - Valores do coeficiente γ_{f2} (NBR 6118 (2003))	(154)

1 Introdução

1.1 Considerações Gerais

O desejo de se obter o projeto ideal, considerando aspectos relacionados ao consumo dos materiais, desempenho ou eficiência, sempre foi um dos principais objetivos da engenharia estrutural. Tarefa esta tornada cada vez mais difícil frente aos projetos atuais, com estruturas cada vez mais esbeltas e complexas, onde apenas a experiência e o bom senso do projetista já não permitem mais alcançá-la.

Paralelamente, o surgimento dos micro-computadores e de modernos programas de análise estrutural, capazes de analisar em alguns segundos sistemas complexos, estáticos ou dinâmicos, considerando ou não as não-linearidades, proporcionaram à engenharia estrutural um grande avanço na busca por sistemas estruturais mais eficientes e de baixo consumo. Com estas ferramentas, passou-se a investigar dezenas de modelos estruturais, analisando a estrutura como um todo, até obter-se aquela considerada a melhor opção para o projeto.

Nessa busca, o projetista procura, freqüentemente, apenas ajustar as dimensões dos elementos estruturais, de modo a garantir o atendimento aos estados limites, sem considerar se a configuração geométrica final poderia, ou o quanto poderia, ser melhorada. Tal conduta se deve quase que exclusivamente às limitações impostas ao engenheiro pelo processo de projeto tradicional, pois a busca do projeto ótimo, mesmo partindo de um modelo estrutural pré-estabelecido, à base de tentativa e erro, é certamente uma tarefa inviável.

Com o objetivo de transpor as barreiras, impostas pelo processo de projeto tradicional na busca pelo projeto ótimo, é que as técnicas de otimização mostraram-se como ferramentas extremamente valiosas. Colocadas à disposição do projetista estrutural, com o objetivo de suprir não as suas deficiências mas sim suas naturais limitações, inerentes aos projetos estruturais, frente a modelos cada vez mais complexos.

Matematicamente, um problema de otimização pode ser enunciado como:

$$\begin{array}{lll}
 \textit{Minimizar} & f(x) & \\
 \textit{sujeito a} & c_i(x) = 0 & i = 1 \dots l \\
 & c_i(x) \leq 0 & i = l+1 \dots m \\
 & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots n
 \end{array} \tag{1.1}$$

onde x representa o vetor de variáveis, reais ou discretas, sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), $f(x)$ representa a função objetivo, adotada como medida quantitativa do desempenho do sistema analisado, a ser minimizada e as funções $c_i(x)$ representam as restrições de igualdade e desigualdade impostas ao sistema. Em geral, $f(x)$ e $c_i(x)$ são funções não-lineares e implícitas das variáveis (x) que definem o problema.

Os algoritmos usados para a solução de um problema de otimização podem ser, basicamente, determinísticos ou probabilísticos. Os métodos de otimização determinísticos, também denominados métodos clássicos, nos quais incluem-se os métodos de programação matemática, em geral são baseados nos cálculos de derivadas de primeira ordem ou no cálculo de derivadas parciais de segunda ordem. Por trabalharem com o cálculo de derivadas são denominados algoritmos de ordem n , onde n é a maior derivada utilizada. Enquanto isso, os métodos baseados nos algoritmos probabilísticos introduzem no processo de otimização dados e parâmetros estocásticos resolvendo o problema do ponto de vista probabilístico.

Os métodos clássicos de programação matemática são geralmente baseados em estratégias descendentes. Nestas, a partir de uma solução inicial, denominada solução básica, e com base no cálculo de derivadas para indicar a direção na qual se deve caminhar uma nova solução é gerada. O processo é então repetido até que nenhuma melhora seja verificada no valor da função objetivo.

São algoritmos considerados rápidos e eficientes. A solução encontrada é, contudo, extremamente dependente do ponto de inicial de partida. Podendo, dependendo das características do problema, conduzir a obtenção de uma melhor solução nas vizinhanças da solução inicial, mas não necessariamente a solução ótima global. A estratégia usual para melhorar a solução obtida consiste na análise do problema a partir de diversas soluções iniciais. Adicionalmente, estes métodos têm dificuldade de analisar problemas quando estes envolvem variáveis discretas.

Os métodos probabilísticos, nos quais se incluem os algoritmos genéticos e *simulated annealing* (recozimento simulado), entre outros, por não empregarem o cálculo de derivadas, mas sim atuarem diretamente na busca das soluções no espaço viável, são classificados como métodos de ordem zero. Além disso, estes métodos trabalham adequadamente, tanto com parâmetros contínuos, como discretos, ou ainda com uma combinação deles.

Os métodos probabilísticos não se prendem tão facilmente a extremos locais, uma vez que a busca é realizada dentro de toda a região viável disponível, sendo, por esta razão, considerados algoritmos de otimização global. Estes métodos, entretanto, exigem um grande número de avaliações do valor da função objetivo e das restrições, sendo considerados métodos computacionalmente caros caso a avaliação da função objetivo e das restrições demandem um tempo computacional considerável.

Existem diversos tipos de algoritmos, cada um com suas particularidades, de modo que a escolha de um único algoritmo universal de otimização é totalmente impossível. Cada problema possui características próprias que devem ser analisadas para uma boa escolha do algoritmo ou método adequado.

Neste trabalho são utilizados algoritmos de programação matemática para a solução do problema de otimização. A programação matemática é abordada de forma mais detalhada no capítulo 5 deste trabalho. Quanto aos métodos probabilísticos, maiores detalhes podem ser encontrados em Silva (2001), Kripka (2003) e Bastos (2004).

1.2 Revisão Bibliográfica

O primeiro trabalho documentado sobre otimização estrutural foi escrito por Maxwell em 1869, cujo interesse era a obtenção do projeto de treliças de peso mínimo. Já trabalhos envolvendo concreto armado, são bem mais recentes, sendo o estudo de Langendonck, em 1950, sobre o dimensionamento econômico de seções retangulares submetidas à flexão normal simples, um dos pioneiros nessa área (Macário, 2000). Segundo Kripka (2003), a utilização de técnicas de otimização aplicadas à análise e ao dimensionamento de estruturas foi impulsionada principalmente pelo trabalho apresentado por Schmit, em 1960, no

qual técnicas de programação matemática foram utilizadas com o objetivo de minimizar o peso de uma treliça.

Entre os trabalhos aplicados a otimização às seções isoladas de concreto armado, encontram-se, entre outros, os trabalhos desenvolvidos por Éboli (1989) e Horowitz (1991), ambos aplicados ao dimensionamento ótimo de seções quaisquer de concreto armado submetidas à flexão composta oblíqua. Nestes, cada barra de aço constitui uma variável independente, e tem posicionamento pré-definido. Com exceção de umas poucas barras de aço, dispostas em pontos específicos, é permitido que as barras de aço venham a apresentar valores de área iguais a zero. A função objetivo é constituída pela área total de aço na seção. Como diferença entre os dois trabalhos, tem-se o emprego por Horowitz (1991) da estratégia da solução em multinível e o emprego do parâmetro D para definir a deformada da seção correspondente ao estado limite último por Éboli (1989).

Nesta mesma classe de problema incluem-se ainda trabalhos bem mais recentes como o desenvolvido por Bastos (2004), no qual o autor emprega o método dos algoritmos genéticos para otimizar seções retangulares de concreto armado submetidas a flexão composta oblíqua. As variáveis de projeto assumem valores discretos, e não mais valores reais. Base e altura da seção, dentro de limite estabelecido, assumem apenas dimensões múltiplas de 5 cm . A armadura deixa de ser uma variável simples, passando a ser caracterizada pelo diâmetro, número e distribuição das barras na seção.

Seguindo uma evolução natural, surgiram ao longo do tempo, aplicações da teoria da otimização a elementos individuais, como os trabalhos de Chakrabarty (1992) e Sousa Junior *et al* (1993).

Chakrabarty (1992) propõe formulação para otimização de vigas de concreto armado de seção retangular por unidade de comprimento. São variáveis de projeto a base, a altura útil e a armadura longitudinal da seção transversal, adotando-se custos diferenciados para as formas laterais e de fundo. Variações no peso próprio da viga, ao longo do processo, são levadas em conta na determinação do momento fletor. As restrições impostas referem-se ao equilíbrio nas seções e dimensões mínimas. A técnica de programação geométrica é empregada para resolver o problema.

Sousa Júnior (1993) propõe duas formulações para projeto ótimo de colunas de concreto armado considerando os efeitos de 2ª ordem. A primeira formulação

obtem uma configuração deformada da coluna por meio da integração numérica das curvaturas, enquanto que a segunda formulação admite a hipótese usual de curvatura senoidal. A seção transversal pode ser qualquer. As barras de aço são posicionadas em postos fixos e admitidas constantes ao longo do comprimento da coluna. Estas podem ser consideradas variáveis ponto a ponto ou com uma percentagem fixa da armadura total. A função objetivo é representada pela área total de aço. São consideradas restrições relativas à resistência (flexão composta oblíqua) e à armadura máxima.

Nesta mesma linha de trabalho, incluem-se formulações de projeto ótimo de vigas contínuas com armadura simples, como os apresentados por Kirsch (1983), baseado em uma análise elástica, e Urban (1992), baseado no teorema do limite inferior da plasticidade. São variáveis de projeto os momentos solicitantes, as alturas das seções transversais e as armaduras longitudinais e transversais. São impostas restrições relativas à resistência (momento e cortante), às deflexões e ao limite máximo permitido às armaduras longitudinais e transversais.

Adicionalmente, Urban (1992) impõe restrições às condições de equilíbrio e limitação da configuração deformada nos domínios de deformação 2 e 3, a fim de evitar seções superarmadas. Enquanto Kirsch (1983) impõe restrições limitando a redistribuição máxima do momento fletor elástico. Uma outra diferença entre os dois modelos está na utilização por Kirsch (1983) da estratégia da otimização em multinível, decompondo o problema em 3 diferentes níveis.

Cita-se ainda o trabalho de Andrade (1992), no qual o custo da viga é admitido proporcional a área do momento fletor resistente. Desta forma tem-se com objetivo minimizar a área deste diagrama. As variáveis de projeto são os momentos fletores resistentes e solicitantes, determinados a partir de análise limite baseada no teorema do limite inferior. As dimensões da viga são admitidas fixas. O problema de otimização é resolvido a partir de um algoritmo de programação linear.

Uma visão histórica mais detalhada a respeito da aplicação de técnicas de otimização ao dimensionamento de seções e elementos isolados de concreto armado podem ser encontradas em Bastos (2003).

Formulações aplicadas a otimização de pavimentos de concreto armado, considerando a não-linearidade física com inércia flexional determinada a partir

da expressão proposta por BRANSON, são propostas por Soares e El Debs (1999) e Kripka (2003).

Na proposta de Soares e El Debs (1999), a análise é desenvolvida pelo método dos elementos finitos. São variáveis de projeto as alturas e as armaduras longitudinais, de tração e compressão, das vigas. São impostas restrições relativas à taxa geométrica da armadura de tração e à taxa geométrica de compressão em relação a de tração. Quanto ao deslocamento máximo permitido, este é verificado somente após a determinação das alturas e armaduras ótimas das vigas. Caso a flecha limite não seja atendida, são dados incrementos até que a viga alcance a rigidez necessária. A função objetivo, constituída pelo custo do concreto, aço e forma, é aplicada a cada viga isoladamente. Parte-se do princípio de que a minimização de um conjunto de vigas equivale a minimização da grelha como um todo, sendo a interação entre as vigas da estrutura feita por processo iterativo. A solução ótima do problema é obtida pelo método das aproximações combinadas.

Na proposta de Kripka (2003) a análise é desenvolvida pelo modelo de grelhas. Ao contrário do modelo de Soares e El Debs (1999), no trabalho de Kripka, a estrutura é otimizada como um todo. As variáveis e restrições são as mesmas empregadas no modelo anterior. Com o objetivo de evitar a convergência para um mínimo local, o método *simulated annealing*, um algoritmo de busca exaustiva, é empregado. Apesar de ser um método adequado ao tratamento de variáveis discretas, estas foram assumidas contínuas. Segundo o autor, o número de cálculos do valor da função objetivo, necessário até alcançar a convergência, é bastante elevado se comparado ao obtido com a utilização de métodos de programação matemática, sendo este método indicado, especialmente, para problemas nos quais as técnicas usuais não são eficientes. O autor observa ainda que, para apenas 3 variáveis, o número de análises necessárias seria superior a 129 milhões, caso se desejasse investigar a resposta a cada uma das possíveis combinações, considerando apenas alturas múltiplas de 5 cm e permitindo-as variar de 20 cm a 100 cm. Entre as conclusões apresentadas, destaca-se ainda a constatação de que o projeto ótimo de estruturas simétrica, com carregamento igualmente simétrico, não conduz a seções iguais para todos os elementos. Estudos anteriores desenvolvidos pelo autor, em 2002, abordando a minimização do peso de grelhas, constataam que seções transversais idênticas correspondem à situação de menor inércia possível.

Estudos tratando da otimização das estruturas por inteiro, e não apenas de um elemento, como os aplicados a pavimentos de estruturas de concreto armado, são considerados de extrema importância por estarem mais próximos dos modelos estruturais empregados nos projetos de estruturas de edifícios de concreto armado.

Adiciona-se a esta classe de problemas, com igual ou maior importância, as formulações aplicadas a pórticos planos e espaciais por permitirem incorporar ao problema, não apenas restrições relativas à resistência da estrutura, mas também, restrições associadas à rigidez da estrutura como um todo, com influência direta na estabilidade global e na capacidade de contraventamento do sistema estrutural. Restrições relativas a rigidez do sistema estrutural são, geralmente, aplicadas na forma de limitação ao deslocamento lateral da estrutural, limitações à frequência natural e relativas a carga crítica de instabilidade.

Entre outros trabalhos, cita-se as formulações aplicadas a pórticos planos apresentadas por Gerlein (1979), Spires e Arora (1990), Moharrami e Grierson (1993), Macário (2000) e Silva (2001); e o trabalho de Balling e Yao (1997), aplicado a pórticos espaciais.

O trabalho de Gerlein (1979) é baseado na teoria do colapso plástico rígido. Aproximações do teorema do limite superior da plasticidade, onde os mecanismos de colapsos básicos são combinados na busca da melhor estimativa do limite superior, é utilizada. No projeto, a formação de rótulas plásticas é limitada às vigas. A soma da capacidade plástica dos pilares em um nó da estrutura é admitida ao menos igual a soma da capacidade das vigas nesse nó. São considerados mecanismos de barra, para as cargas verticais, mecanismos de pórtico, para as cargas horizontais, e um mecanismo combinado. Nenhuma limitação é imposta às rotações plásticas. O efeito $P-\Delta$ e a deformação axial dos pilares são desprezados. Os momentos plásticos resistentes são aproximados por funções lineares da área de aço. São variáveis de projeto apenas a armadura das vigas. As dimensões da seção transversal das vigas e pilares são fixas. A função objetivo a ser minimizada é composta pela soma dos momentos resistentes plástico de cada uma das barra da estrutura multiplicados pelo comprimento assumido para as armaduras. Todas as restrições são definidas em termos do momento plástico resistente.

No trabalho de Spires e Arora (1990), a análise é desenvolvida pelo método dos elementos finitos, sendo os efeitos globais de 2ª ordem avaliados por um método iterativo aproximado. No exemplo estudado, a estrutura de interesse,

originalmente tridimensional, é substituída por um pórtico plano equivalente. São consideradas cargas gravitacionais e laterais. A função objetivo é constituída pelo custo do concreto, forma e aço das vigas e pilares, sendo adotado diferentes custos para o concreto de vigas e pilares. Desta forma, são variáveis de projeto as dimensões da seção transversal das vigas e colunas, admitidas retangulares, e as correspondentes armaduras longitudinais, dispostas de forma simétrica e em posições predefinidas nas seções transversais desses elementos. A cada pavimento é assumido que vigas e pilares apresentam a mesma dimensão. As restrições impostas são o deslocamento lateral, a frequência natural da estrutura, bem como as restrições limitantes das dimensões da seção transversal das vigas e pilares. Quanto ao estado limite último este é verificado segundo ACI 318-83.

A formulação proposta por Moharrami e Grierson (1993), para a otimização de pórticos planos, emprega um critério de optimalidade. Uma análise elástica é desenvolvida a partir do método dos deslocamentos. Cargas gravitacionais, incluindo o peso próprio, e cargas horizontais, a partir das quais sete casos de carga são gerados, são considerados na análise. Dois são relativos ao estado limite de serviço e cinco associadas ao estado limite último. Adicionalmente uma análise $P-\Delta$ é conduzida para a avaliação dos efeitos de 2ª ordem nas extremidades das colunas. São variáveis de projeto as dimensões da seção transversal e as armaduras longitudinais das vigas e pilares. São impostas restrições relativas às resistências (compressão, flexão e cisalhamento) e aos deslocamentos verticais das vigas e laterais da estrutura.

No trabalho de Macário (2000), também aplicado à otimização de pórticos planos de concreto armado, uma análise mais refinada é desenvolvida através do método dos elementos finitos. A não linearidade física e a geométrica são consideradas como decorrência das relações tensão-deformação dos materiais e da hipótese de rotações moderadas, respectivamente. As condições de equilíbrio são abordadas implicitamente, na forma de programação matemática. Além das restrições relativas à resistência e ao deslocamento, é incluída uma restrição relativa a carga crítica de instabilidade da estrutura, e outra, ainda que de forma simplificada, relativa à fissuração. O critério de resistência é tratado na forma de restrições nas forças normais e nas excentricidades solicitantes. São consideradas variáveis de projeto a altura da seção transversal bem como as armaduras superior

e inferior dos elementos que compõe o pórtico. Apesar da altura dos elementos variar ao longo do processo, o peso próprio da estrutura é admitido constante.

Segundo o autor, os resultados do trabalho sugerem que a restrição relativa ao estado limite de deformação excessiva é sempre limitante, atuando como um freio na perda de estabilidade da estrutura, enquanto que as restrições associadas à abertura de fissura para cargas de serviço mostraram-se inativas na solução ótima.

No trabalho desenvolvido por Silva (2001) para a otimização de pórticos planos, assim como no trabalho de Macário (2000), são consideradas variáveis de projeto a altura da seção transversal bem como as armaduras superior e inferior dos elementos que compõe o pórtico. O método de otimização utilizado é o método dos algoritmos genéticos, e não mais a programação matemática. As variáveis de projeto passam a ser discretas. A armadura deixa de ser uma variável simples, passando a ser caracterizada pelo diâmetro, número e distribuição das barras na seção. A altura das vigas e pilares assumem apenas valores múltiplos de *5cm*. O processo é desenvolvido em duas etapas. Inicialmente, faz-se a otimização das dimensões como variáveis discretas e das áreas de aço como variáveis contínuas, para em seguida se adaptar as áreas de aço às bitolas comerciais.

Uma análise linear elástica é desenvolvida através dos métodos dos elementos finitos. São consideradas restrições relativas à resistência, ao deslocamento, relativas às dimensões máximas e mínimas das seções transversais dos elementos, além de restrições associadas ao espaçamento entre as barras de aço, tanto nas vigas quanto nos pilares.

Os estudos desenvolvidos por Balling e Yao (1997) são considerados de grande importância para o presente trabalho. Primeiro, por empregar um modelo de pórtico espacial utilizado na quase totalidade dos edifícios atualmente projetados. Segundo, por realizar um estudo comparativo entre métodos clássicos de programação matemática e métodos não determinísticos; e adicionalmente, pela proposição de um modelo de baixo custo computacional, denominado método Simplificado.

No modelo de Balling e Yao (1997) são variáveis de projeto as dimensões da seção transversal (*b's* e *h's*) dos membros, todos retangulares, e a armadura total (*As*) dos referidos membros. São admitidas cargas permanentes devido às lajes. O peso próprio das vigas e pilares não é considerado. Incluem-se ainda cargas acidentais verticais e de vento. Uma análise linear elástica é desenvolvida

para o pórtico espacial. Os efeitos de 2ª ordem não são considerados. A função a ser otimizada é constituída pelo custo do concreto, armação e forma das vigas e pilares.

Adicionalmente, um modelo de otimização em multinível é aplicado. O problema de otimização é subdividido em um sistema de otimização e problemas de otimização individuais. No sistema de otimização são determinadas as dimensões da seção transversal (b 's e h 's) de todos os elementos do pórtico, enquanto que nos problemas de otimização individual dos membros, admitindo as dimensões da seção, b e h , e as forças internas como parâmetros constantes, são determinadas as armaduras de cada membro.

A fim de efetuar as análise comparativas, um mesmo problema é resolvido por três diferentes modelos de otimização a saber: no primeiro, denominado método Multinível, a variável A_s passa a ser caracterizada pelo diâmetro, número e distribuição das barras na seção, sendo utilizado o método probabilístico *simulated annealing* na determinação dos parâmetros relativos à armadura; no segundo, denominado método Tradicional, o problema de otimização é formulado em um único nível, não havendo portanto decomposição de variáveis. A_s é tratada como variável simples, sendo o posicionamento das barras de aço na seção transversal pré-fixado; e no terceiro, denominado método Simplificado, a estratégia de multinível volta a ser aplicada. A armadura, contudo, é mantida como variável simples, assim como no método Tradicional.

Ao final do processo, os autores concluíram que os valores ótimos das dimensões da seção transversal (b 's e h 's) são insensíveis ao número, diâmetro e distribuição das barras de aço na seção, pois, a consideração de A_s tanto como variável simples quanto como variável discreta (diâmetro, número e distribuição das barras na seção) pouco influencia no valor da função objetivo na solução ótima. As diferenças observadas foram inferiores a 5%. E, além de não promover soluções melhores, a utilização do método *simulated annealing*, por requerer um grande número de chamadas para avaliar a função de custo e restrições para tratar A_s como variável discreta, conduziu a um tempo de processamento de até 165 vezes maior que o tempo de processamento necessário para resolver o mesmo problema pelo método Tradicional, razão pela qual, o método Multinível, só pode ser realisticamente aplicado a pequenos pórticos.

Com respeito ao método Simplificado, este mostrou-se duas vezes mais rápido que o método tradicional quando aplicado a pórticos de pequeno porte e diversas vezes mais rápido para pórticos de grande porte.

A estratégia de solução em multinível tem sido utilizada por diversos outros pesquisadores com o objetivo de reduzir o tempo de processamento. Entre os trabalhos que empregam esta técnica incluem-se: Kirsch (1983), que para o projeto ótimo de vigas contínuas decompôs o problema em três níveis, sendo que no primeiro os momentos de projeto são otimizados, no segundo as dimensões de cada elemento são otimizadas, e, finalmente, no terceiro nível são determinadas as armaduras ótimas; Horowitz (1991), subdividiu o problema de dimensionamento ótimo de colunas em dois níveis, um para determinar a configuração deformada da seção que corresponda à menor área de aço possível e outro para determinar a armadura ótima, vindo a reduzir, em aproximadamente dois terços, o esforço computacional envolvido no problema.

Apesar da grande diversidade de métodos e modelos desenvolvidos e adaptados à otimização, Cohn *et al* (1994) enfatiza, com base em mais de 500 exemplos retirados de artigos e livros, a grande preocupação dos trabalhos com os aspectos matemáticos, sendo a maioria destes de interesse puramente acadêmico.

1.3 Objetivos e Justificativas

O presente trabalho apresenta uma formulação para minimizar o custo de pilares de edifícios altos de concreto armado modelados como pórticos espaciais. A escolha desta classe de problema está associada ao emprego do modelo de pórtico espacial na quase totalidade dos projetos de edifícios altos de concreto armado atualmente desenvolvidos. O objetivo final do trabalho é o desenvolvimento de um produto de aplicação prática a partir da implementação da formulação proposta, que seja realmente capaz de auxiliar os projetistas na busca por estruturas de edifícios altos de concreto armado mais eficientes.

Seguindo a linha de pesquisa, Aplicação de Técnicas de Otimização, desenvolvida no Departamento de Engenharia Civil da PUC-Rio, o problema de otimização proposto é resolvido empregando-se técnicas de programação matemática. Dando-se, desta forma, continuidade aos diversos trabalhos afins já desenvolvidos na instituição.

A dificuldade desses métodos em lidar com variáveis discretas não pode ser considerada restrição a sua aplicação à problemas práticos. A consideração das dimensões dos pilares como variáveis reais, e não discretas, é perfeitamente aceitável e consistente, deixando-se os ajustes das dimensões dos pilares para valores usuais a cargo do projetista. Poder-se-ia, ainda, construir um processo de ajuste em duas etapas, efetuando ajustes iniciais em apenas uma das dimensões do pilares, tornando-as assim constantes de projeto. Em seguida, o novo problema seria resolvido, com número reduzido de variáveis, para ao término do processo se efetuar os ajustes finais. Cabe frisar que, se for considerada a utilização apenas de valores múltiplos de 5 cm, os ajustes promovidos pelo engenheiro serão inferiores a 2,5 cm. Mesmo repetindo-se o processo duas ou três vezes, o esforço computacional certamente seria diversas vezes inferior ao exigido se métodos probabilísticos, como o método dos algoritmos genéticos e o *simulated annealing*, fossem empregados.

Quanto a armadura, a utilização desta como variável simples, e não como variável discreta, encontra-se amparada pela constatação feita por Balling e Yao (1997) de que os valores ótimos das dimensões da seção transversal ($b's$ e $h's$) são insensíveis ao número, diâmetro e distribuição das barras de aço na seção transversal.

Face ao exposto, considera-se que a dificuldade dos métodos de programação matemática em tratar variáveis discretas não deve ser caracterizada como desvantagem, mas apenas como uma característica desses métodos, que em pouco prejudica a qualidade dos resultados obtidos.

Não constitui objetivo do presente trabalho realizar análises comparativas entre os métodos clássicos de programação matemática e métodos probabilísticos. Busca-se apenas justificar, de forma sucinta, a escolha de métodos clássicos, apesar das dificuldade que esses métodos apresentam em tratar as variáveis de projeto como discreta, forma como estas variáveis realmente se apresentam na pratica.

Deve-se, contudo, enfatizar que a observação feita nos parágrafos anteriores referem-se a classe de problema tratada no presente trabalho. Em estudos como o realizado por Olivieri (2004), tratando da otimização do projeto de pontes pré-moldadas protendidas, no qual tem-se como variáveis de projeto um grupo de seções em perfis tipo I padronizados, além do número de longarinas a ser utilizado

no tabuleiro da ponte, entre outras variáveis, métodos probabilísticos mostram-se porém, certamente, mais atrativos. O método dos algoritmos genéticos é utilizado na solução do problema.

O presente trabalho segue, em linhas gerais, o modelo proposto por Balling e Yao (1997). A estrutura de decomposição é mantida. A armadura distribui-se de forma uniforme e contínua ao longo do perímetro da seção, e não mais como pontos discretos. Acredita-se assim, que a distribuição de A_s na seção transversal pode adaptar-se de forma mais consistente às mudanças sofridas pela geometria dos pilares ao longo do processo de otimização. Inclui-se, ainda, a resistência característica à compressão do concreto, f_{ck} , até o limite de 50 MPa, limite das classes de resistência do grupo I, como variável de projeto. Seções transversais do tipo “U”, “L” e circulares passam a ser admissíveis para os pilares. As vigas são admitidas com dimensões fixas. A variação nos custos das vigas, decorrentes das variações nos esforços solicitantes ao longo do processo de otimização, não é aqui considerada. São consideradas cargas devidas ao peso próprio da estrutura, cargas acidentais verticais e de vento. Adicionalmente, a fim de incorporar os efeitos globais de 2ª ordem, a análise torna-se não-linear geométrica. A não-linearidade física é tratada de forma aproximada, segundo critérios estabelecidos pela NBR 6118 (2003), o que na prática não incorpora não linearidade na análise da estrutura devido a não linearidade física.

Esta tese é parte integrante de duas linhas de pesquisa do DEC/PUC-Rio: a de Aplicação de Técnicas de Otimização e a de Estruturas de Concreto Armado e Protendido. O trabalho de Eboli (1989), tratando do dimensionamento ótimo de seções de concreto à flexão composta oblíqua, é precursor nestas duas linhas de pesquisa. Seguindo neste caminho, têm-se os trabalhos de Sousa Junior (1992) aplicado ao projeto ótimo de pilares, e Urban (1992), Silva (1994) e Santos (2003) aplicados ao projeto ótimo de vigas de concreto armado.

Na solução do problema de projeto ótimo proposto emprega-se o algoritmo de otimização de Han-Powell, proposto por Han (1976) e (1977) e por Powell (1978), implementado e aplicado a problemas de Engenharia Estrutural no DEC/PUC-Rio por Eboli (1989), Parente (1995,2000) e Farfán (2000), e o algoritmo de Pontos Interiores, implementado e aplicado a problemas de

Engenharia Estrutural no DEC/PUC-Rio por Parente (2000). Ambos os algoritmos utilizam os gradientes da função objetivo e das restrições impostas ao problema.

1.4

Escopo do trabalho

Para facilitar o entendimento, a tese foi dividida em diversos capítulos, cujo conteúdo é apresentado a seguir.

No capítulo 2 são apresentados conceitos e parâmetros normativos a partir dos quais um sistema de contraventamento é caracterizado. Adicionalmente, é realizada uma breve discussão a respeito da aplicação de processos de projeto tradicionais e ótimos na busca por sistemas de contraventamento eficientes e econômicos.

No capítulo 3 trata-se das definições do modelo e da análise estrutural considerada no presente trabalho. Descrevem-se as combinações e fatores de ponderação das ações para a definição dos carregamentos atuantes na estrutura. Mostra-se a hipótese de lajes como pavimento rígido e, por fim, apresenta-se a estratégia de solução adotada para solução da análise não linear geométrica da estrutura.

No capítulo 4 são apresentados conceitos básicos referentes ao dimensionamento de seções de concreto armado à flexão composta oblíqua e ao dimensionamento de pilares segundo a NBR 6118 (2003).

No capítulo 5 são apresentados os conceitos gerais de programação matemática e os algoritmos utilizados neste trabalho. O capítulo mostra quais as informações necessárias para os algoritmos de otimização, com o objetivo de facilitar o entendimento da organização do sistema computacional implementado.

No Capítulo 6 é apresentada a formulação do modelo de otimização de dimensões proposto para edifícios de concreto armado modelados como pórtico espacial. A estratégia de decomposição do problema em multiníveis é empregada. O modelo proposto inclui restrições sobre os deslocamentos laterais do topo do edifício, restrições sobre a resistência e limites de armadura dos pilares. São também consideradas restrições laterais, a fim de estabelecer os limites máximos e mínimos às variáveis de projeto, bem como restrições laterais relativas, que visam garantir que, nos casos em que ocorram reduções nas seções dos pilares ao longo

da altura, os lances superiores não venham apresentar dimensões maiores que as dos lances inferiores.

No Capítulo 7 são apresentadas as expressões relativas à análise de sensibilidade, necessárias dentro do modelo de otimização proposto, e que foram implementadas no presente trabalho.

No Capítulo 8 são descritos os algoritmos implementados para compor, juntamente com os algoritmos de otimização de Han-Powell, o processo de otimização como um todo. Adicionalmente, exemplos idealizados, empregando a formulação proposta, são apresentados.

Finalmente, no Capítulo 9 são apresentadas as conclusões obtidas neste trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.

2 Contraventamento de Edifícios de Concreto Armado

O objetivo fundamental das estruturas de edifícios é a transmissão para o solo, não só das cargas verticais que as solicitam, mas também a transmissão das forças horizontais devidas ao vento, sismos etc, além de restringir, dentro de certos limites, o movimento lateral do edifício quando solicitado pelas ações horizontais. A capacidade de uma estrutura apresentar um bom comportamento a tais esforços horizontais, cada vez mais relevantes devido ao crescimento do número de pavimentos dos edifícios e de sua esbeltez e, conseqüentemente, dos efeitos de segunda ordem, é que permite considerar ou não uma estrutura como contraventada.

Dentro de uma estrutura é possível identificar subestruturas que, devido a sua grande rigidez a ações horizontais, resistem à maior parte dos esforços decorrentes dessas ações. Essas subestruturas são denominadas subestruturas de contraventamento. Os elementos que não participam da subestrutura de contraventamento são chamados elementos contraventados e estes são analisados negligenciando-se qualquer carga horizontal além de considerar restrições horizontais em cada pavimento.

Segundo os critérios do CEB-FIP (1991), para que uma estrutura seja considerada contraventada é necessário que o subsistema de contraventamento seja capaz de atrair, ao nível da fundação, pelo menos 90% das forças horizontais que agem sobre a estrutura. Tal constatação deve ser desenvolvida a partir de análise linear, com a rigidez dos membros correspondentes à seção transversal não fissurada. Adicionalmente, os elementos de contraventamento devem permanecer não fissurados nas condições de serviço, sob combinações de freqüentes de carregamento. Nenhuma recomendação a esse respeito encontra-se contemplada pela NBR 6118 (2003).

São exemplos de subestruturas de contraventamento as caixas de elevadores e escadas, bem como pilares-parede. Por outro lado, mesmo elementos de pequena rigidez podem, em seu conjunto, contribuir de maneira significativa na rigidez a ações horizontais, podendo, portanto, ser incluídos na subestrutura de contraventamento. Assim, pode-se dizer que todo elemento, ou sistema estrutural, desde que seja capaz de absorver esforços horizontais, independente de sua

rigidez relativa aos demais elementos da estrutura, está apto a compor a subestrutura de contraventamento. A decisão de considerá-lo, ou não, como parte integrante desta subestrutura está associada à conveniência do projetista estrutural em produzir alguma simplificação adicional no modelo, visando reduzir o esforço da análise, ou mesmo gerar um modelo com comportamento conhecido, portanto mais confiável.

Segundo Alcebíades Vasconcelos (1985), sistemas aporticados associados a paredes estruturais geram estruturas mais econômicas que aquelas, freqüentemente utilizadas, constituídas unicamente por pórticos. E, além da questão econômica, a partir de determinado ponto, a questão da rigidez lateral inviabiliza totalmente a estrutura aporticada por exigir um número inaceitável de pilares internos.

A eficiência da associação de sistemas aporticados a paredes estruturais está relacionada aos modos de deformação diferentes dos pórticos e das paredes estruturais, o que pode ser visualizado na figura 2.1.

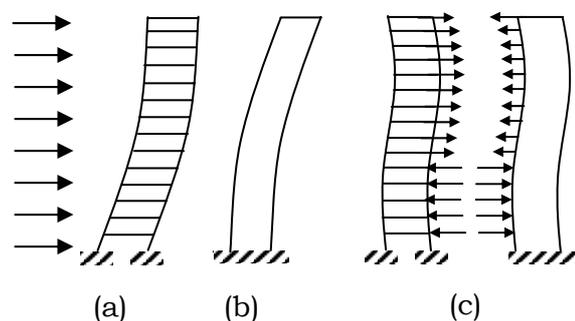


Figura 2.1 – Sistema associado de pórticos e paredes estruturais
 (a) pórtico, (b) pilar-parede e (c) sistema associado.

Na parede estrutural, os deslocamentos laterais resultam do efeito somatório das deformações por flexão (figura 2.1b). No pórtico, todavia, as deformações são causadas exclusivamente por deformações de cisalhamento (figura 2.1a). Assim, ao se impor a compatibilidade entre os deslocamentos laterais das duas estruturas em cada andar, as forças de interação são como as representadas na figura 2.1c. É possível notar, claramente, que, nos pavimentos inferiores, o pórtico sob a ação das forças laterais, tem os seus deslocamentos contidos pela parede estrutural, fazendo com que os deslocamentos laterais do primeiro diminuam à custa do

aumento dos deslocamentos laterais do segundo. Já nos pavimentos superiores, o pórtico passa a conter os deslocamentos da a parede estrutural ao invés de empurrá-la; é esta colaboração recíproca que torna o conjunto mais rígido. Naturalmente, tal afirmação poderia ser comprovada através de exemplos numéricos.

Segundo Khan (1974), as estruturas de concreto armado cujos vãos e pés-direitos com dimensões usuais são economicamente viáveis, possuem suficiente rigidez lateral se os sistemas estruturais a serem utilizados forem:

- pórticos, planos ou espaciais, em edifícios de até 20 pavimentos;
- pórticos, planos ou espaciais, com paredes estruturais em edifícios até 50 pavimentos;
- tubos apertados em edifícios até 50 pavimentos;
- tubo dentro de tubos em edifícios de até 60 pavimentos.

Independente do número de pavimentos da edificação, no presente trabalho são considerados apenas sistemas de contraventamento constituídos por pórticos.

2.1 Parâmetros de Instabilidade

A rigidez, ou eficiência, dos sistemas de contraventamento de estruturas de concreto armado tem sido avaliada a partir de parâmetros de sensibilidade aos efeitos de 2^a ordem. Tais parâmetros indicam se a estrutura pode ser classificada como de nós fixos ou de nós móveis, o que indicará se os efeitos globais de 2^a ordem poderão, ou não, ser desprezados durante a análise da estrutura.

Em princípio, todas as estruturas são deslocáveis, ou de nós móveis, porém, por conveniência de análise, segundo diversos regulamentos, incluindo a NBR 6118 (2003), são consideradas estruturas de nós fixos aquelas onde os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos, e, por decorrência, os efeitos globais de 2^a ordem são desprezíveis (inferiores a 10% dos respectivos esforços de 1^a ordem, segundo NBR 6118 (2003) e CEB-FIP (1991), e 5%, segundo ACI (2002)); nessas estruturas, basta considerar os efeitos locais e localizados de 2^a ordem. Caso contrário, a estrutura será dita de nós móveis e os efeitos globais de 2^a ordem deverão ser considerados na análise.

2.1.1 Parâmetro de Instabilidade α

O primeiro parâmetro de sensibilidade aos efeitos de 2ª ordem, denominado de parâmetro α , foi idealizado por Albert Beck e incluída no CEB de 1978 (Vasconcelos, 1986). O parâmetro α , que tem origem nos estudos de instabilidade de barras de Euler, reúne a influência do número de pavimentos da edificação, dos momentos de inércia dos pilares e da carga vertical total nas fundações. Este parâmetro é determinado a partir da seguinte expressão:

$$\alpha_k = H \sqrt{\frac{P_k}{(EI)_k}}, \quad (2.1)$$

onde:

H é a altura total da edificação;

P_k é a carga vertical característica da obra;

$(EI)_k$ é a soma dos produtos de rigidez de todos os pilares do edifício, em regime de utilização.

Essa definição de α_k pressupõe contraventamento constituído exclusivamente por pilares-parede, pois despreza a influência da presença das vigas. Contudo, permite empregar um produto de rigidez equivalente.

A partir da obtenção de equações gerais das elásticas correspondentes a cada sistema de contraventamento, e dos conceitos estabelecidos por Albert Beck, Mário Franco (Franco, 1985) estabeleceu limitações diferentes das estabelecidas pelo CEB-FIP (1991) na época para o coeficiente α_k , ao qual chamou de “parâmetros de instabilidade”, denominação que passou-se a adotar. Na ocasião foram apresentados, pela primeira vez, valores limites em serviço de α_k para edifícios altos (acima de 4 pavimentos), considerando separadamente os seguintes casos:

- edifícios com predominância de pilares-parede : $\alpha = 0.70$
- edifícios com predominância de pórticos : $\alpha = 0.50$ (2.2)
- edifícios com pórticos + pilares-parede : $\alpha = 0.60$

Os valores limites do parâmetro α , apresentados por Mário Franco (1985) encontram-se incorporados à NBR 6118 (2003). Atualmente, o CEB-FIP (1991)

emprega a expressão (2.3) para avaliar se os efeitos globais de 2ª ordem podem ou não ser desprezados.

$$P_k \leq 0,31 \cdot \frac{n_s}{n_s + 1,6} \cdot \frac{(EI)_k}{H^2}, \quad (2.3)$$

sendo n_s o número de pavimentos da edificação.

A expressão (2.3), após algumas manipulações matemáticas, torna-se semelhante à expressão (2.1) empregada no cálculo de α , diferenciando-se apenas pela introdução do fator $(n_s/n_s + 1,6)$. O coeficiente 0,31, assim como na NBR 6118 (2003), pode assumir outros valores.

O parâmetro de instabilidade α tem sido utilizado basicamente como uma restrição de projeto, pois os projetistas quando empregam este parâmetro, quase sempre, buscam atender os limites estabelecidos por (2.2) e, assim, desprezar os efeitos globais de 2ª ordem.

2.1.2

Parâmetro de Instabilidade γ_z

É um processo para a verificação da estabilidade global menos simplificado do que o do parâmetro α , principalmente por considerar em seu cálculo os momentos produzidos pelo carregamento incidente na estrutura e não apenas sua geometria e a carga vertical.

O parâmetro γ_z pode ser determinado a partir dos resultados de uma análise linear de 1ª ordem, para cada caso de carregamento. O valor de γ_z , para cada combinação de carregamento, é dado pela seguinte expressão:

$$\gamma_z = \frac{1}{1 - \frac{\Delta M_{tot,d}}{M_{1,tot,d}}}, \quad (2.4)$$

sendo:

$M_{1,tot,d}$ - momento de tombamento, ou seja, a soma dos momentos de todas as forças horizontais, com seus valores de cálculo, em relação à base da estrutura.

$\Delta M_{tot,d}$ - é a soma dos produtos de todas as forças verticais atuantes na estrutura,

com seus respectivos valores de cálculo, pelos deslocamentos horizontais de seus respectivos pontos de aplicação, obtidos da análise de 1ª ordem.

Além de apresentar uma formulação mais apropriada, o coeficiente γ_z possibilita a utilização de distribuições quaisquer de carregamento, justamente porque trabalha em termos dos acréscimos de momentos nas posições deslocadas.

O coeficiente γ_z pode ser usado de maneira análoga ao parâmetro α para a classificação das estruturas quanto a deslocabilidade dos nós. Neste caso, a NBR 6118 (2003) considera que a estrutura é indeslocável se for obedecida a seguinte condição: $\gamma_z \leq 1,1$.

A NBR 6118 (2003) permite, ainda, que o parâmetro γ_z seja empregado para avaliar, de forma aproximada, os esforços globais de 2ª ordem. A solução aproximada, válida para estruturas regulares, consiste na avaliação dos esforços finais (1ª ordem + 2ª ordem) a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95\gamma_z$. A validade deste processo limita-se a $\gamma_z \leq 1,30$. Caso γ_z seja maior que 1,30, a avaliação dos efeitos de 2ª ordem deverá ser desenvolvida a partir de um método mais rigoroso.

Cabe mencionar que, segundo estudos realizados por Lima e da Guarda (2000), o valor integral de γ_z fornece melhores aproximações para avaliação dos esforços finais do que o fator reduzido, $0,95\gamma_z$, recomendado pela NBR 6118 (2003).

O ACI 318 (2002) fornece uma formulação semelhante a do coeficiente γ_z , denominado índice de estabilidade Q , aplicado tanto para avaliar a deslocabilidade da estrutura, como para levar em consideração os efeitos de 2ª ordem. Diferente do γ_z , que assume um único valor médio para toda a estrutura, o índice Q é avaliado a cada pavimento, fornecendo, como demonstrado por Perdigão e Horowitz (2000), melhores aproximações para os efeitos globais de 2ª ordem.

Apesar deste tópico não integrar a versão anterior da NBR 6118, de 1978, os parâmetros de instabilidade têm sido, há mais de uma década, amplamente aplicados pelos projetistas na avaliação da estabilidade global dos edifícios altos

de concreto armado.

2.2

Rigidez Limite do Sistema de Contraventamento

Uma estrutura ou subestrutura de contraventamento deve ter rigidez tal que venha a restringir o movimento lateral do edifício quando solicitado pela ação do vento, para combinação freqüente de cargas. Tal restrição corresponde ao estado limite de deformação excessiva e visa preservar a integridade de paredes não estruturais. Nesse sentido a NBR 6118 (2003) prescreve que sejam atendidos os seguintes deslocamentos limites:

- (i) Para deslocamentos laterais: $H/1700$;
- (ii) Para deslocamentos laterais entre pavimentos: $H_i/850$.

Onde H é a altura total do edifício e H_i o desnível entre dois pavimentos vizinhos.

2.3

Projetos: processos ótimos e tradicionais

O desenvolvimento tecnológico, a modificação dos padrões arquitetônicos e das necessidades urbanísticas, são alguns dos fatores que conduziram ao aumento do número de pavimentos dos edifícios e, como consequência, ao aumento de sua esbeltez. Com isso, o deslocamento lateral dos edifícios, causado pelos efeitos do vento, tornou-se maior, conduzindo a efeitos de segunda ordem ainda mais relevantes.

Paralelamente, foram surgindo micro-computadores e modernos programas de análise estrutural capazes de analisar, em poucos minutos, sistemas complexos, estáticos ou dinâmicos, considerando ou não as não-linearidades, algo impossível de ser feito no passado. E, por se dispor hoje de ferramentas tão poderosas, faz-se com freqüência, dezenas de simulações com variações no modelo estrutural, analisando o edifício como um todo, até obter-se aquela considerada, pelo projetista, a melhor solução para o projeto.

Contudo, a partir deste ponto, o projetista busca, freqüentemente, apenas ajustar as dimensões dos elementos estruturais, de modo a garantir o atendimento aos estados limites, sem considerar se a configuração geométrica final poderia, ou o quanto poderia, ser melhorada. Tal conduta se deve quase que exclusivamente às limitações impostas ao engenheiro pelo processo de projeto tradicional.

No processo de projeto tradicional, nenhuma função que meça o desempenho do sistema estrutural é identificada. Desta forma, avaliar a eficiência de determinada intervenção imposta ao sistema, ou realizar análise comparativas de eficiência entre dois ou mais sistemas estruturais, torna-se, quase sempre, uma operação subjetiva. Além disso, as decisões são basicamente tomadas com base apenas na experiência e na intuição do projetista. Informações de tendência, também conhecidas como análise de sensibilidade, que permitiriam ao projetista ter uma idéia da resposta do sistema a várias das intervenções propostas, mesmo antes de executá-las, não são calculadas.

Tal procedimento pode vir a produzir sistemas estruturais antieconômicos, além de exigir grande demanda de tempo, uma vez que este é desenvolvido à base de tentativa e erro, pois, o projetista certamente encontra dificuldades para decidir onde deve intervir, se deve aumentar ou diminuir o tamanho de um elemento estrutural em particular, bem como estimar o tamanho dessas variações dimensionais para satisfazer as restrições impostas ao sistema. Tais dificuldades tornam-se ainda maiores quando, por exemplo, o sistema está submetido a condições variadas de carregamento, ou ainda, está submetido a restrições complexas, como limites sobre frequência de vibração. Desta forma, torna-se praticamente impossível ao projetista extrair, de um dado modelo estrutural, a sua máxima eficiência, mesmo dispondo de ferramentas tradicionais de análise tão poderosas.

Em contraste, um processo ótimo de projeto é mais organizado, pois o projetista é forçado a identificar explicitamente as variáveis de projeto, identificar uma função de custo a ser minimizada e estabelecer as funções de restrição do sistema. Adicionalmente, o cálculo de sensibilidade da estrutura, com respeito as variáveis de projeto, passa a ser realizado e empregado nas tomadas de decisão.

Além disso, esta rigorosa formulação ajuda o engenheiro a obter um melhor entendimento do problema. E, é nesse sentido que se busca empregar as técnicas de otimização, como ferramentas à disposição do engenheiro, a fim de suprir não as suas deficiências, mas as suas naturais limitações, inerentes aos projetos estruturais, frente a modelos cada vez mais complexos.

O emprego de processos ótimos de projeto permitiria, por exemplo, que após interferências do projetista no modelo estrutural, introduzindo alterações conceituais ou especificações adicionais a partir de sua experiência e intuição, a

configuração estrutural “ótima” surgisse naturalmente, quer seja aporticada, quer seja constituída unicamente por pilares paredes, ou por uma associação de ambos, sem a necessidade de uma definição prévia, deste ou daquele sistema de contraventamento.

3 Modelo e Análise Estrutural

3.1 Modelo Estrutural

Os edifícios são modelados como estruturas tridimensionais, onde as lajes são tratadas como diafragmas rígidos, isto é, admite-se que elas têm rigidez infinita no próprio plano e rigidez nula transversalmente, transmitindo apenas forças horizontais. Desta forma, considerando-se que a hipótese de diafragma rígido pode ser incorporada ao sistema sem que as lajes sejam modeladas, os sistemas estruturais analisados passam a se constituírem apenas por barras, ou seja, vigas e pilares. Além disso, despreza-se a rigidez à torção em todas as barras do modelo.

Quanto ao carregamento ao qual a estrutura está submetida, considera-se, além das cargas gravitacionais (permanentes e acidentais), as cargas horizontais devidas ao vento. As cargas podem ser aplicadas diretamente nos nós ou, no caso das vigas, de forma distribuída ao longo das barras. Caso cargas distribuídas sejam aplicadas nas vigas, os esforços de engastamento perfeito são calculados levando-se em conta os vãos efetivos das vigas, conforme modelo apresentado no item (3.1.1). Os casos de carga considerados e suas respectivas combinações são apresentados no item (3.4).

3.1.1 Esforços de Engastamento Perfeito e Vão Efetivo das Vigas

Segundo NBR 6118:2003, o vão efetivo das vigas pode ser calculado por:

$$\ell_{ef} = \ell_0 + a_1 + a_2; \quad (3.1)$$

com a_1 igual ao menor valor entre $(t_1/2$ e $0,3h)$ e a_2 igual ao menor valor entre $(t_2/2$ e $0,3h)$, conforme figura (3.1).

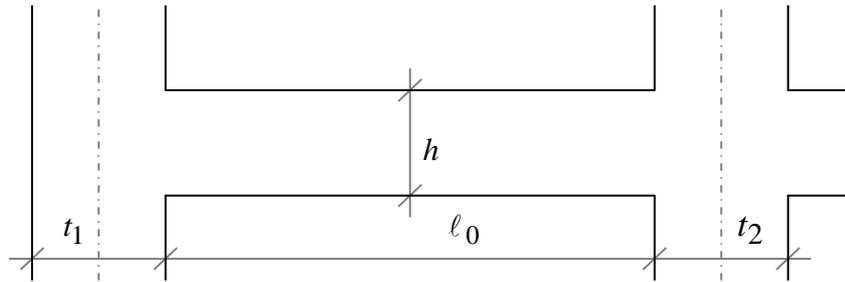


Figura 3.1 – Vão efetivo das vigas

Após a determinação do vão efetivo, admite-se que os extremos das vigas estão ligados aos eixos dos pilares através de barras rígidas (figura 3.2). Desta forma, os esforços de engastamento perfeito, que são aplicados nos pontos nodais coincidentes com os eixos dos pilares, são determinados a partir das expressões (3.2), conforme figura (3.2).

$$M_1 = M_1' + V_1' \cdot e_1 \quad (3.2a)$$

$$M_2 = M_2' + V_2' \cdot e_2 \quad (3.2b)$$

$$V_1 = V_1' \quad (3.2c)$$

$$V_2 = V_2' \quad (3.2d)$$

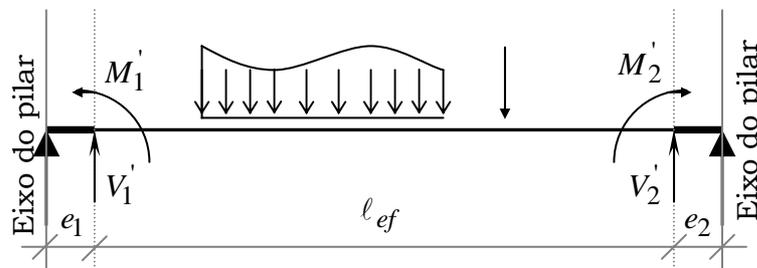


Figura 3.2 – Modelo para determinação dos esforços de engastamento perfeito.

onde M_1' , M_2' , V_1' e V_2' são os esforços de engastamento perfeito e calculados com base no vão efetivo da viga l_{ef} ; e_1 e e_2 correspondem aos comprimentos das barras rígidas da ligação viga-pilar, à esquerda e à direita da viga, respectivamente. As cargas aplicadas ao longo dos trechos e_1 e e_2 (Figura 3.2) são transmitidas diretamente para os pilares como carga axial.

A utilização dos vãos efetivos das vigas, ao invés da distância entre eixo de apoios, além de influenciar no cálculo dos esforços, tende a tornar o sistema

estrutural mais rígido, pois a rigidez dos elementos de barras é inversamente proporcional, em diferentes graus, ao comprimento da mesma.

3.2 Análise Estrutural

3.2.1 Não-Linearidade Física

A não-linearidade física (NLF) decorre do fato do material não apresentar uma relação tensão-deformação linear, apresentando alterações em suas propriedades quando submetido a diferentes níveis de carga.

A consideração da não-linearidade física para estruturas de grande porte de concreto armado pode, segundo Pinto e Ramalho (2002), tornar-se uma tarefa complexa e difícil de ser implementada, vindo, ainda, a exigir um elevado esforço computacional. Isso se deve ao fato de que a consideração da NLF implica na determinação da rigidez de cada elemento estrutural a partir das relações constitutivas do concreto e do aço, da quantidade e disposição de armadura nesses elementos, bem como do nível de solicitação dos mesmos. Adicionalmente, os valores de rigidez devem representar, para o estado limite último (ELU), a rigidez dos membros estruturais próximos à ruptura, e, nessa fase, parte dos elementos encontra-se fissurada, bem como parte dos materiais encontra-se plastificada.

A fim de evitar esse grau de complexidade, diversos estudos têm sido realizados visando à obtenção de métodos simplificados para a consideração da NLF. Esses métodos propõem uma redução média na inércia bruta da seção transversal dos elementos. Desta forma, os efeitos da NLF são incorporados de forma aproximada ao sistema sem que uma análise efetivamente não-linear seja realizada.

O emprego da rigidez efetiva no dimensionamento de elementos estruturais tem ficado, praticamente, restrito ao dimensionamento de elementos isolados. Quando o problema envolve sistemas estruturais, o uso de modelos refinados é voltado à verificação de projetos, onde todas as variáveis associadas à armadura (A_s , distribuição de A_s na seção transversal e ao longo do vão, entre outros) são previamente conhecidas.

Assim, no presente trabalho, seguindo a metodologia tradicional, a não-linearidade física é tratada de forma aproximada, através dos módulos de rigidez reduzidos recomendados pela NBR 6118 (2003), a qual fornece como rigidez dos elementos estruturais os seguintes valores:

- Lajes: $(EI)_{sec} = 0,30E_{ci}I_c$;
- Vigas: $(EI)_{sec} = 0,40E_{ci}I_c$ para $As' < As$ e
- (3.3)**
- $(EI)_{sec} = 0,50E_{ci}I_c$ para $As' = As$;
- Pilares: $(EI)_{sec} = 0,80E_{ci}I_c$;

onde I_c é o momento de inércia da seção bruta de concreto, incluindo quando for o caso, as mesas colaborantes; e $E_{cs} = 0,85E_{ci}$ é o módulo de elasticidade secante, sendo E_{ci} o módulo de deformação tangente inicial que, segundo a NBR 6118 (2003), pode ser estimado pela seguinte expressão:

$$E_{ci} = 5600\sqrt{f_{ck}} \text{ ,} \quad \textbf{(3.4)}$$

onde E_{ci} e f_{ck} são dados em megapascal.

A NBR 6118 (2003) permite ainda, quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares e γ_z for menor que 1,3, calcular a rigidez das vigas e pilares por intermédio de:

$$(EI)_{sec} = 0,70E_{ci}I_c \quad \textbf{(3.5)}$$

Assim, como no presente trabalho o modelo estrutural empregado nas análises é composto apenas por vigas e pilares, pois as lajes são admitidas com rigidez transversal nula, optou-se por empregar o valor fornecido pela equação (3.5), mesmo que a condição $\gamma_z \leq 1,3$ não esteja previamente garantida.

Estudos realizados por Pinto e Ramalho (2002), analisando alguns exemplos simples de vigas, pilares e um pórtico plano de treze pavimentos, considerando a NLF, indicam que as reduções de rigidez recomendadas pela NBR 6118 (2003) mostram-se bastante razoáveis e encontram-se a favor da segurança. Para a realização dessas análises foi utilizado o programa LUSAS, versão 11.

3.2.2 Não-Linearidade Geométrica

Uma estrutura pode ter um comportamento não-linear, mesmo que o seu material apresente comportamento linear-elástico. Deflexões muito grandes de um membro estrutural podem ocasionar o aparecimento de momentos fletores adicionais (denominados de segunda ordem), em virtude da presença de um esforço normal. A esse tipo de comportamento não-linear, dá-se o nome de não-linearidade geométrica (NLG). Neste caso, os efeitos não lineares estão associados às equações de equilíbrio, que consideram a configuração deformada, e às relações deformação-deslocamento, que incluem termos não lineares. Assim, a elevada esbelteza, cada vez mais presente nos edifícios altos, conduzindo a efeitos de segunda ordem mais relevantes, torna indispensável a consideração da não-linearidade geométrica nesta classe de estruturas.

Para um membro típico de pórtico espacial, com seis graus de liberdade por nó (Fig. 3.3), as forças devidas à mudança da geometria são consideradas na matriz de rigidez geométrica $[K_g]$, apresentada, juntamente com a matriz de rigidez elástica $[K_e]$, nas equações (3.6a) e (3.6b), respectivamente. Sendo que A_x , I_y e I_z , são a área e os momentos de inércia da seção transversal da barra em relação aos eixos y e z , respectivamente; I_x é a constante de torção; L o comprimento do membro; E e $G = E/2(1+\nu)$ são os módulos de elasticidade longitudinal e transversal do material; e ν o coeficiente de Poisson. Segundo NBR 6618 (2003), para o concreto, ν pode ser tomado igual à 0.20 e $G = 0.40E$. A NLF, tratada de forma aproximada, é incorporada ao problema a partir da substituição dos produtos EI , que integram a equação (3.6b), pelos valores de rigidez secante $(EI)_{sec}$ estabelecidos em (3.2.1).

A matriz geométrica utilizada considera apenas as interações entre força axial-flexão, força axial-torção e força axial-cisalhamento, sendo que a interação torção-flexão é desprezada. Contudo, segundo McGuire (2000), a equação (3.6a) é considerada adequada para análise NLG na maioria dos problemas de pórticos espaciais encontrados na prática. A torção é desprezada no presente trabalho.

$$[K_g] = \frac{F_{x2}}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} \\ & & \frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6}{5} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 \\ & & & \frac{I_p}{A} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{I_p}{A} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & 0 & 0 & \frac{L}{10} & 0 & -\frac{L^2}{30} & 0 \\ & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 & -\frac{L}{10} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L^2}{30} \\ & & & & & & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & 0 & 0 & -\frac{L}{10} \\ & & & & & & & & \frac{6}{5} & 0 & \frac{L}{10} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{I_p}{A} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{2L^2}{15} \end{bmatrix}$$

(3.6a) – Matriz de Rigidez Geométrica de Membro de Pórtico Espacial. (McGuire (2000))

$$[K_e] = E \begin{bmatrix} \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{L^2} & 0 & -\frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_z}{L^2} \\ & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{12I_y}{L^3} & 0 & -\frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & \frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & \frac{4I_y}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 & \frac{2I_y}{L} & 0 \\ & & & & & \frac{4I_z}{L} & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} & 0 & 0 & 0 & \frac{2I_z}{L} \\ & & & & & & \frac{A_x}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & \frac{12I_z}{L^3} & 0 & 0 & 0 & -\frac{6I_z}{L^2} \\ & & & & & & & & \frac{12I_y}{L^3} & 0 & \frac{6I_y}{L^2} & 0 \\ & & & & & & & & & \frac{GJ_x}{EL} & 0 & 0 \\ & & & & & & & & & & \frac{4I_y}{L} & 0 \\ & & & & & & & & & & & \frac{4I_z}{L} \end{bmatrix}$$

(3.6b) – Matriz de Rigidez Elástica de Membro de Pórtico Espacial. (McGuire (2000))

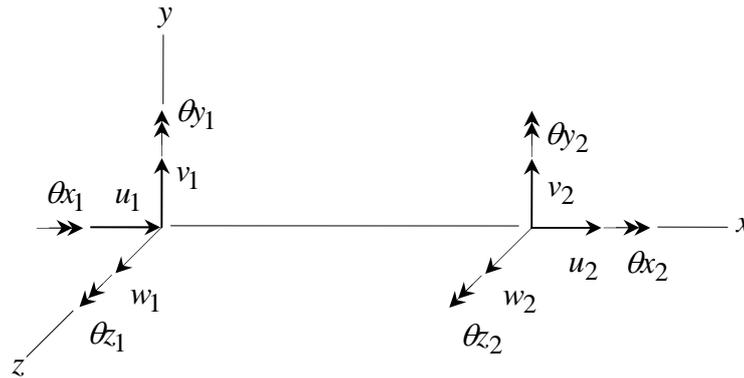


Figura 3.3 – Eixos de referência e graus de liberdade locais.

Sendo u , v e w , conforme figura (3.3), as componentes de deslocamento nas direções locais x , y e z ao longo do comprimento da barra. A deformação específica (ϵ_{x0}) e curvaturas totais (χ) ao longo do eixo das barras são determinadas através das seguintes expressões (Garcia e Villaça (1999)):

$$\epsilon_{x0} = u' + \frac{1}{2}v'^2 + \frac{1}{2}w'^2 \tag{3.7a}$$

$$\chi_y = -w'' \tag{3.7b}$$

$$\chi_z = -w'' \tag{3.7c}$$

Onde u' , v' , w' , v'' e w'' são as derivadas dos campos de deslocamentos em relação à coordenada x . Na expressão (3.7a), a parcela de ordem superior relativa a u' é desprezada.

Assumindo funções de interpolação cúbicas para as deflexões, e linear para os deslocamentos axiais, as derivadas dos campos de deslocamentos, na forma matricial, apresentam-se na seguinte forma:

$$u' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = b_u^T u \tag{3.8a}$$

$$w' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} 6\xi^2 - 6\xi \\ l(-1 + 4\xi - 3\xi^2) \\ 6\xi - 6\xi^2 \\ l(-3\xi^2 + 2\xi) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{y2} \end{pmatrix} = b_v^T w \tag{3.8b}$$

$$v' = \frac{1}{l} \begin{pmatrix} 6\xi^2 - 6\xi \\ l(1 - 4\xi + 3\xi^2) \\ 6\xi - 6\xi^2 \\ l(3\xi^2 - 2\xi) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_{z_1} \\ v_2 \\ \theta_{z_2} \end{pmatrix} = b_v^T v \quad (3.8c)$$

$$\chi_y = -w'' = -\frac{1}{l^2} \begin{pmatrix} -6 + 12\xi \\ l(+4 - 6\xi) \\ 6 - 12\xi \\ l(-6\xi + 2) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} w_1 \\ \theta_{y_1} \\ w_2 \\ \theta_{y_2} \end{pmatrix} = c_w^T w \quad (3.8d)$$

$$\chi_z = -v'' = -\frac{1}{l^2} \begin{pmatrix} -6 + 12\xi \\ l(-4 + 6\xi) \\ 6 - 12\xi \\ l(6\xi - 2) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} v_1 \\ \theta_{z_1} \\ v_2 \\ \theta_{z_2} \end{pmatrix} = c_v^T v \quad (3.8e)$$

Assumindo que as seções planas permanecem planas, e substituindo-se as expressões (3.8) em (3.7), a deformação específica nas coordenadas (y, z) , tomadas em relação ao centróide da seção, pode ser expressa por:

$$\varepsilon_x = b_u^T u + \frac{1}{2} (b_v^T v)^2 + \frac{1}{2} (b_w^T w)^2 - z_l (c_w^T w) - y_l (c_v^T v) \quad (3.9)$$

Expressando as resultantes de tensão, N e M , por

$$N = EA_x \varepsilon_x \quad (3.10a)$$

$$M_y = EI_y \chi_y \quad (3.10b)$$

$$M_z = EI_z \chi_z \quad (3.10c)$$

E aplicando o principio dos trabalhos virtuais (Crisfield, 1991), obtém-se:

$$\delta V = U_i^T \delta u + W_i^T \delta w + V_i^T \delta v - U_e^T \delta u - W_e^T \delta w - V_e^T \delta v \quad (3.11)$$

Onde os vetores das forças nodais internas, q_i^T , e externas, q_e^T , podem ser escritos como

$$q_i^T = (U_i^T, W_i^T, V_i^T) \quad (3.12a)$$

$$q_e^T = (U_e^T, W_e^T, V_e^T) \quad (3.12b)$$

Com

$$U_i^T = \int_0^l N b_u dx \quad (3.13a)$$

$$W_i^T = \int_0^l (N (b_w^T w) b_w + M_y c_w) dx \quad (3.13b)$$

$$V_i^T = \int_0^l (N (b_v^T v) b_v + M_z c_v) dx \quad (3.13c)$$

Em (3.13), as forças internas U_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $u = (u_1, u_2)$, W_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $w = (w_1, \theta_{y1}, w_2, \theta_{y2})$, e V_i^T correspondem aos deslocamentos nodais $v = (v_1, \theta_{z1}, v_2, \theta_{z2})$.

Assim, desenvolvendo-se as expressões (3.13), a parcela não-linear dos esforços internos, esforço normal e momentos fletores, nos extremos das barras, é determinada, em termos dos deslocamentos totais, a partir das seguintes expressões.

$$F_{x_2}(NL) = \frac{EA}{10} [(w_2')(\theta_{y_1} + \theta_{y_2}) - (v_2')(\theta_{z_1} + \theta_{z_2})] + \frac{3EA}{5} [(w_2')^2 + (v_2')^2] + \frac{EA}{15} \left[\left(\theta_{z_1}^2 + \theta_{z_2}^2 - \frac{\theta_{z_1}\theta_{z_2}}{2} \right) + \left(\theta_{y_1}^2 + \theta_{y_2}^2 - \frac{\theta_{y_1}\theta_{y_2}}{2} \right) \right] \quad (3.14a)$$

$$F_{x_1}(NL) = -F_{x_2}(NL) \quad (3.14b)$$

$$F_{y_1}(NL) = EAu_2' \left[\frac{(\theta_{z_1} + \theta_{z_2})}{10} - \frac{6}{5}(v_2') \right] + \frac{9EA}{70} [(v_2')(\theta_{z_1}^2 + \theta_{z_2}^2) - 3(v_2')^2(\theta_{z_1} + \theta_{z_2}) + 8(v_2')^3] + \frac{EA}{280} (-\theta_{z_1}^3 + 3\theta_{z_1}^2\theta_{z_2} + 3\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - \theta_{z_2}^3) \quad (3.14c)$$

$$F_{y_2}(NL) = -F_{y_1}(NL) \quad (3.14d)$$

$$M_{z_1}(NL) = -\frac{EA}{10} u_2' \left[(v_2 - v_1) + \frac{l}{3}(-4\theta_{z_1} + \theta_{z_2}) \right] + \frac{EAl}{280} [-36(v_2')^3 + 36\theta_{z_1}(v_2')^2 + 3(v_2')(\theta_{z_1}^2 - 2\theta_{z_1}\theta_{z_2} - \theta_{z_2}^2)] + \frac{EAl}{280} (8\theta_{z_1}^3 - \theta_{z_2}^3 + 2\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - 3\theta_{z_1}^2\theta_{z_2}) \quad (3.14e)$$

$$M_{z_2}(NL) = -\frac{EA}{10} (u_2') \left[(v_2 - v_1) + \frac{l}{3}(-4\theta_{z_2} + \theta_{z_1}) \right] + \frac{EAl}{280} [-36(v_2')^3 + 36\theta_{z_2}(v_2')^2 + 3(v_2')(\theta_{z_2}^2 - 2\theta_{z_1}\theta_{z_2} - \theta_{z_1}^2)] + \frac{EAl}{280} (8\theta_{z_2}^3 + 2\theta_{z_1}^2\theta_{z_2} - 3\theta_{z_1}\theta_{z_2}^2 - \theta_{z_1}^3) \quad (3.14f)$$

$$F_{z_1}(NL) = -EA(u_2') \left[\frac{(\theta_{y_1} + \theta_{y_2})}{10} + \frac{6}{5}(w_2') \right] + \frac{9EA}{70} [(w_2')(\theta_{y_1}^2 + \theta_{y_2}^2) + 3(w_2')^2(\theta_{y_1} + \theta_{y_2}) + 8(w_2')^3] + \frac{EA}{280} (\theta_{y_1}^3 - 3\theta_{y_1}^2\theta_{y_2} - 3\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2 + \theta_{y_2}^3) \quad (3.14g)$$

$$F_{z_2}(NL) = -F_{z_1}(NL) \quad (3.14h)$$

$$\begin{aligned}
M_{y_1}(NL) = & \frac{EA}{10}(u_2') \left[(w_2 - w_1) + \frac{l}{3}(4\theta_{y_1} - \theta_{y_2}) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} \left[36(w_2')^3 + 36\theta_{y_1}(w_2')^2 + 3(w_2')(\theta_{y_2}^2 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2} - \theta_{y_1}^2) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} (8\theta_{y_1}^3 - \theta_{y_2}^3 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2 - 3\theta_{y_1}^2\theta_{y_2})
\end{aligned} \quad (3.14i)$$

$$\begin{aligned}
M_{y_2}(NL) = & \frac{EA}{10}(u_2') \left[(w_2 - w_1) + \frac{l}{3}(4\theta_{y_2} - \theta_{y_1}) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} \left[36(w_2')^3 + 36\theta_{y_2}(w_2')^2 + 3(w_2')(\theta_{y_1}^2 + 2\theta_{y_1}\theta_{y_2} - \theta_{y_2}^2) \right] + \\
& + \frac{EAl}{280} (8\theta_{y_2}^3 - \theta_{y_1}^3 + 2\theta_{y_1}^2\theta_{y_2} - 3\theta_{y_1}\theta_{y_2}^2)
\end{aligned} \quad (3.14j)$$

Com

$$u_2' = \left(\frac{u_2 - u_1}{l} \right), \quad w_2' = \left(\frac{w_2 - w_1}{l} \right) \text{ e } v_2' = \left(\frac{v_2 - v_1}{l} \right) \quad (3.15)$$

As funções de interpolação, linear e cúbica, relativas aos deslocamentos axiais e transversais, respectivamente, empregadas no desenvolvimento das forças internas nodais, são dadas por:

$$N_u = \{1 - \xi \quad \xi\} \quad (3.16)$$

$$N_v = \left\{ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad (\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad (-\xi^2 + \xi^3)l \right\} \quad (3.17)$$

$$N_w = \left\{ 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \quad -(\xi - 2\xi^2 + \xi^3)l \quad 3\xi^2 - 2\xi^3 \quad -(-\xi^2 + \xi^3)l \right\} \quad (3.18)$$

Apesar de ser a matriz $[K_g]$, apresentada em (3.6a), apropriada para a maioria dos casos práticos, optou-se por construir uma nova matriz de rigidez geométrica a partir do vetor de forças internas nodais, apresentado em (3.14). Tal decisão tem por objetivo melhorar, não a qualidade da análise estrutural, mas sim o processo de otimização como um todo, já que a matriz de rigidez tangente, dada por $[K_t] = [K_e] + [K_g]$, associada à configuração deformada de equilíbrio, é utilizada no desenvolvimento da análise de sensibilidade. Etapa extremamente importante no processo, como será visto no capítulo 5.0, face aos algoritmos de otimização empregados no presente trabalho.

Os valores de rigidez adotados na seção (3.2.1), por serem aproximados, não devem, segundo NBR 6118 (2003), ser utilizados para avaliar esforços de 2ª ordem nas barras da estrutura, como, por exemplo, um lance de pilar, mesmo com uma discretização maior da modelagem. Desta forma, análises realizadas no presente trabalho, a partir da consideração aproximada da NLF, são capazes de fornecer esforços consistentes apenas para as extremidades das barras.

Assim, os efeitos da NLF nas barras da estrutura, bem como os efeitos da NLG, denominados efeitos locais de 2ª ordem, são introduzidos somente na fase de dimensionamento dos elementos isolados, como será visto no capítulo 4, item (4.2.5).

Um outro aspecto a ser considerado diz respeito ao tratamento das lajes como diafragma rígido. Neste caso, as lajes são responsáveis pela transmissão de todas as cargas horizontais, visto que a rigidez axial das lajes é infinitamente superior a das vigas. Desta forma, os esforços normais atuantes nas vigas são praticamente nulos, não havendo, portanto, o aparecimento de momentos fletores adicionais ou de segunda ordem. Assim, no presente trabalho, os efeitos das não-linearidades geométricas sobre as vigas são desprezados.

3.2.3 Combinações e Fatores de Ponderação das Ações

Um carregamento é definido pela combinação das ações que têm maiores probabilidades de atuarem simultaneamente sobre a estrutura, durante um período pré-estabelecido. A combinação das ações deve ser feita, tal que os efeitos mais desfavoráveis para a estrutura sejam determinados.

A verificação de segurança em relação aos estados limites últimos é realizada em função de combinações últimas normais, associadas ao esgotamento da capacidade resistente dos elementos estruturais; já no estado limite de serviço, esta verificação é realizada em função de combinações freqüentes de serviço, associada ao estado limite de deformação excessiva devido à ação do vento.

As combinações normais nos ELU's e freqüentes de serviço têm suas formas gerais, segundo a NBR 6118 (2003), representadas, respectivamente, pelas expressões (3.19a) e (3.19b):

$$F_d = \gamma_g \cdot F_{gk} + \gamma_{\varepsilon_g} \cdot F_{\varepsilon_{gk}} + \gamma_q (F_{q1k} + \sum \psi_{0j} \cdot F_{qjk}) + \gamma_{\varepsilon_q} \cdot \psi_0 \varepsilon \cdot F_{\varepsilon_{qk}} \quad (3.19a)$$

$$F_{d,ser} = \sum \gamma_{gi} \cdot F_{gik} + \psi_1 \cdot F_{q1k} + \sum \psi_{2j} \cdot F_{qjk} \quad (3.19b)$$

onde:

$F_d, F_{d,ser}$: são os valores de cálculo das ações para combinação última e de serviço, respectivamente;

$F_{gk}, F_{\varepsilon_{gk}}$: representam as ações permanentes diretas e indiretas respectivamente;

$F_{qk}, F_{\varepsilon_{qk}}$: representam as ações variáveis diretas e indiretas, respectivamente;

F_{q1k} : representa a ação variável direta escolhida como principal;

$\gamma_g, \gamma_q, \psi_0$: são os coeficientes de ponderação das ações no estado limite último;

ψ_1, ψ_2 : são os coeficientes de ponderação das ações no estado limite de serviço;

As ações diretas são aqui definidas por G , Q e V , as quais representam as ações permanentes diretas, as ações variáveis decorrentes do uso e a pressão dinâmica do vento, respectivamente. Admitindo-se que somente estas ações estão presentes no modelo proposto, e tomando-se o vento como variável principal, obtêm-se, após a aplicação dos coeficientes de ponderação das ações (ver tabela A.1 no anexo A), as seguintes expressões específicas para o problema:

$$F_d = 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (V + \psi_0 \cdot Q) \quad (3.20a)$$

$$F_{d,ser} = 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (0,30 \cdot V + \psi_2 \cdot Q) \quad (3.20b)$$

Os coeficientes ψ_0 e ψ_2 são dependentes do tipo de ação considerada e da finalidade de uso da estrutura. Seus valores encontram-se definidos na tabela A.2, no anexo A.

A utilização de Q como ação variável principal nas equações (3.20) não se faz necessária, pois, é possível, apenas por inspeção, constatar que esta não corresponde a combinação crítica.

As demais combinações últimas (especiais ou de construção e excepcionais) associadas às ações construtivas (sismos, incêndios, colapso progressivo, dentre outros), bem como as demais combinações de serviço (quase permanentes e raras)

associadas aos estados limites de deformação excessiva (não decorrente do vento e de formação de fissuras), não são aqui consideradas.

A NBR 6118 (2003) recomenda, ainda, que, na verificação do ELU das estruturas reticuladas, além das ações permanentes e variáveis citadas anteriormente (G , Q e V), devam ser consideradas as imperfeições geométricas dos eixos dos elementos estruturais da estrutura descarregada. Para levar em conta tal efeito na análise global, deve-se considerar um desaprumo θ_a , dado por (3.21a), dos elementos verticais como mostra a figura (3.4).

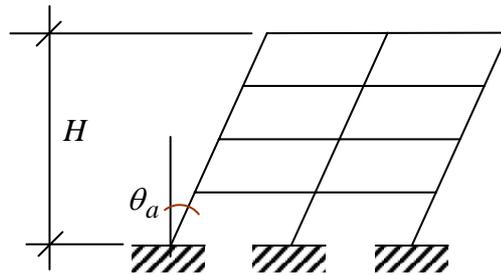


Figura 3.4 – Imperfeições geométricas globais.

$$\theta_1 = \frac{1}{100\sqrt{H}} \quad (3.21a)$$

$$\theta_a = \theta_1 \sqrt{\frac{1+1/n}{2}} \quad (3.21b)$$

onde H é a altura total da edificação em metros; n o número total de elementos verticais contínuos; e θ_1 , dado por (3.21a), atende aos seguintes valores limites:

- $\theta_{1\min} = 1/400$ para estruturas de nós fixos;
- $\theta_{1\min} = 1/300$ para estruturas de nós móveis e imperfeições locais;
- $\theta_{1\max} = 1/200$;

O desaprumo, segundo NBR 6118 (2003), não deve necessariamente ser superposto ao carregamento de vento. Entre um e outro (vento ou desaprumo) deve ser considerado apenas o mais desfavorável, podendo ser escolhido aquele que provoca o maior momento total na base da construção. Para edifícios altos, assim como no caso da escolha da carga variável principal, é possível comprovar que, na grande maioria dos casos práticos, o vento corresponde à situação mais desfavorável. Desta forma, nenhuma verificação é realizada com relação ao desaprumo.

Normalmente, é indiferente majorar previamente as ações e somente depois calcular as solicitações ou, então, calcular primeiro as solicitações, a partir das ações características, e majorá-las posteriormente. Entretanto, quando se trata de problemas com não-linearidade geométrica, essas duas formas não fornecem o mesmo resultado. Adicionalmente, deve-se considerar que os coeficientes de ponderação γ_f , apresentados na tabela (B.1), são resultantes do produto de dois outros fatores:

$$\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3} \quad (3.22)$$

sendo que apenas γ_{f1} diz respeito à variabilidade das ações, enquanto que γ_{f3} , segundo Vasconcelos (1987), está associado às incertezas na determinação correta das solicitações a partir das ações, além de eventuais erros de execução. Assim, se as ações são previamente majoradas de γ_f , as solicitações resultantes são excessivas. Contudo, se o coeficiente de majoração é aplicado às solicitações determinadas a partir das ações características, os valores resultantes desta majoração são inferiores aos que devem ser utilizados.

Desta forma, para a correta determinação das solicitações, estas devem ser obtidas a partir da prévia majoração das ações, que serão multiplicadas por (γ_f / γ_{f3}) para, em etapa posterior, majorar de γ_{f3} os esforços resultantes da análise. Segundo a NBR 6618 (2003), considera-se $\gamma_{f3} = 1,10$, ou seja:

$$S_{d,total} = 1,10 \cdot S_d(F_d/1,10) \quad (3.23)$$

Sendo: S_d são os esforços obtidos a partir da análise e considerando $(F_d/1,10)$;

$S_{d,total}$ são os esforços de projeto.

As combinações críticas, utilizadas nos estados limites (último e de utilização) provêm da investigação dos seguintes casos de carga:

- a. $G + Q$;
- b. $G + Q + \text{Vento em } (X) \text{ global}$;
- c. $G + Q + \text{Vento em } (-X) \text{ global}$;
- d. $G + Q + \text{Vento em } (Y) \text{ global}$;
- e. $G + Q + \text{Vento em } (-Y) \text{ global}$.

(3.24)

3.2.4 Simulação das Lajes como Pavimento Rígido

A consideração da laje funcionando como diafragma rígido é bastante comum. Esta configuração leva contudo a uma dependência linear entre os deslocamentos dos pontos nodais da estrutura que estão contidos no plano da laje. Essa dependência é conhecida na literatura internacional como uma relação dos deslocamentos do nó “*master*” e dos nós “*slaves*”. Neste caso, é possível fazer com que os deslocamentos de um nó sejam dependentes, total ou parcialmente, dos deslocamentos nodais de outro nó.

Para tal, considera-se que os deslocamentos do nó i sejam dependentes dos deslocamentos do nó j e que a distância entre eles seja de dx , dy e dz , como mostra a figura (3.5). Assim, expressando-se os deslocamentos do nó i em função do nó j , obtém-se:

$$u1_i = u1_j - dz \cdot u5_j + dy \cdot u6_j \quad (3.25a)$$

$$u2_i = u2_j + dz \cdot u4_j - dx \cdot u6_j \quad (3.25b)$$

$$u3_i = u3_j - dy \cdot u4_j + dx \cdot u5_j \quad (3.25c)$$

$$u4_i = u4_j \quad (3.25d)$$

$$u5_i = u5_j \quad (3.25e)$$

$$u6_i = u6_j \quad (3.25f)$$

onde,

$$dx = X_j - X_i \quad (3.26a)$$

$$dy = Y_j - Y_i \quad (3.26b)$$

$$dz = Z_j - Z_i \quad (3.26c)$$

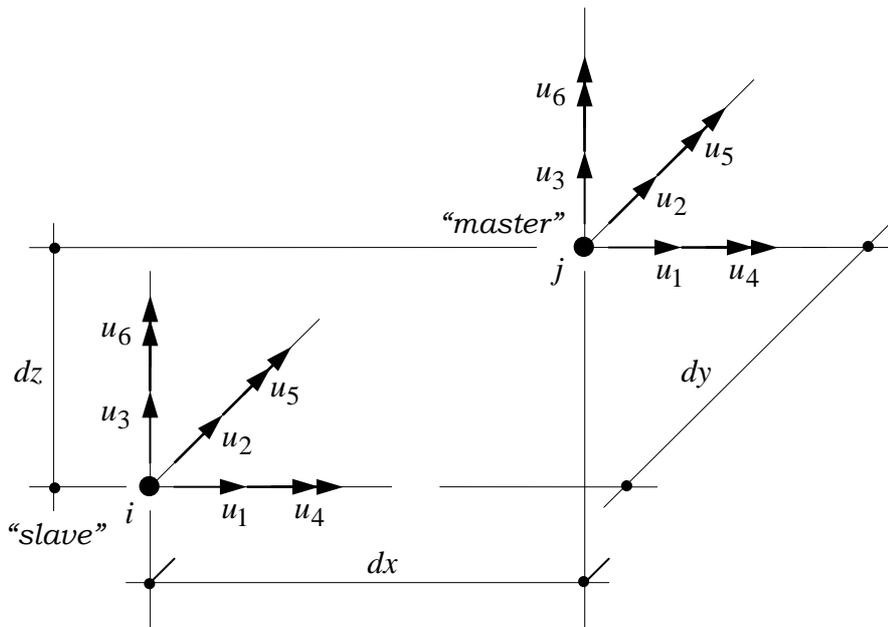


Figura 3.5 – Deslocamentos nodais e distância entre os nós *i* e *j*.

Com estas expressões pode-se escrever:

$$U_i = T_{ij} U_j \tag{3.27}$$

onde:

U_i é o vetor de deslocamentos do nó *i*;

U_j é o vetor de deslocamentos do nó *j*;

T_{ij} é a matriz de transformação, para dependência linear clássica, entre os deslocamentos do nó dependente *i* e mestre *j*, sendo escrita da seguinte forma:

$$T_{ij} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -dz & dy \\ 0 & 1 & 0 & dz & 0 & -dx \\ 0 & 0 & 1 & -dy & dx & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.28}$$

Procedendo-se de forma análoga para as forças obtém-se:

$$F_j = T_{ij}^t \cdot F_i \tag{3.29}$$

Para um elemento de dois nós i e k onde i é dependente de j e k é dependente de l , tem-se:

$$T_e = \begin{bmatrix} T_{ij} & 0 \\ 0 & T_{kl} \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

Com essas transformações pode-se escrever

$$Kg_e U_{g_e} = F_{g_e} \quad (3.31)$$

$$Kg_e T_e U_e = F_{g_e} \quad (3.32)$$

que, pré-multiplicando-se por T_e^t , fornece

$$(T_e^t Kg_e T_e) U_e = T_e^t F_{g_e} \quad (3.33)$$

onde:

Kg_e - Matriz de rigidez do elemento no sistema global;

U_{g_e} - vetor dos deslocamentos nodais do elemento no sistema global;

U_e - vetor dos deslocamentos nodais do nó mestre no sistema global;

F_{g_e} - vetor de forças nodais do elemento no sistema global.

Assim, a matriz de rigidez (K_e) e o vetor de forças (F_e) do elemento, em termos dos deslocamentos nodais do nó mestre, são dados, respectivamente, por:

$$K_e = T_e^t Kg_e T_e \quad (3.34)$$

$$F_e = T_e^t F_{g_e} \quad (3.35)$$

A matriz T_{ij} , apresentada na equação (3.28), foi estabelecida para um nó inteiramente dependente de outro. Admitindo-se, agora, como dependência, para considerar a laje funcionando como diafragma rígido, apenas translações no plano xy ($u1$ - translação em x , $u2$ - translação em y) e rotações perpendiculares a este plano ($u6$), obtém-se as seguintes equações, para o nó dependente i e o nó mestre j :

$$u1_i = u1_j + dy \cdot u6_j \quad (3.36a)$$

$$u2_i = u2_j - dx \cdot u6_j \quad (3.36b)$$

$$u6_i = u6_j \quad (3.36c)$$

Sob forma matricial, as equações (3.36) são reescritas como:

$$\begin{Bmatrix} u1_i \\ u2_i \\ u3_i \\ u4_i \\ u5_i \\ u6_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & dy \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -dx \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u1_j \\ u2_j \\ u3_i \\ u4_i \\ u4_i \\ u6_j \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

Desta forma, os termos da matriz de rigidez e do vetor de forças, associados aos graus de liberdade do nó i , $u1_i$, $u2_i$ e $u6_i$, descritos em função dos graus de liberdade do nó mestre j , particularizados para o presente trabalho, são obtidos empregando-se a matriz de transformação, apresentada na equação (3.37), nas equações (3.34) e (3.35).

Uma outra forma de considerar a influência das lajes, admitidas diafragmas rígidos, no sistema aporticado, é enrijecer as vigas na direção axial e à flexão lateral. Este é um método de implementação extremamente simples. Contudo, o método da dependência linear tem como vantagem a redução do número de graus de liberdade e, conseqüentemente, redução na dimensão do problema da análise.

3.2.5 Estratégia de Solução

O tratamento aproximado da não-linearidade física, a partir da redução do módulo de rigidez, permite desenvolver a análise como se apenas a não-linearidade geométrica estivesse sendo considerada.

Para introduzir os efeitos da não-linearidade geométrica no processo de análise, a formulação Lagrangeana Total é empregada, sendo esta implementada de forma incremental, de modo a obter-se, a cada passo de carga, as deformações totais.

O método de Newton-Raphson padrão é utilizado como estratégia de solução do problema não-linear, ou seja:

$$[K(\{u\}_i)] \cdot \{\Delta u\}_i = \{\Delta p\}_i \quad (3.30)$$

onde , para a i -ésima iteração dentro de cada passo de carga aplicado:

$\{u\}_i$: vetor contendo os deslocamentos totais globais correntes a serem ajustados;

$\{\Delta u\}_i$: vetor incremental de $\{u\}_i$;

de tal modo a se obter a próxima iteração, até a necessária convergência:

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \{\Delta u\}_i ;$$

$\{\Delta p\}_i$: vetor que contém as diferenças entre os esforços atuantes e os seccionais

resistentes, correspondentes aos valores $\{u\}_i$ da i -ésima iteração;

$[K_t(\{u\}_i)] = [K_e] + [K_g(\{u\}_i)]$: matriz de rigidez tangente correspondente aos valores

$\{u\}_i$ da i -ésima iteração.

4

Concreto Armado

Neste capítulo são apresentados conceitos básicos referentes ao dimensionamento de seções de concreto armado à flexão composta oblíqua e ao dimensionamento de pilares segundo a NBR 6118 (2003).

4.1

Dimensionamento a Flexão Composta Oblíqua

4.1.1

Características Mecânicas dos Materiais

4.1.1.1

Concreto

Para análises no estado limite último, emprega-se o diagrama tensão-deformação idealizado apresentado na figura (4.1), estabelecido pela NBR 6118 (2003). Este diagrama é descrito pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} \sigma_c(\varepsilon) &= 0 & \text{se } 0 \leq \varepsilon \\ \sigma_c(\varepsilon) &= 0,85 f_{cd} \left(250000 \cdot \varepsilon^2 + 1000 \cdot \varepsilon \right) & \text{se } -2,0 \text{‰} \leq \varepsilon < 0 \\ \sigma_c(\varepsilon) &= -0,85 f_{cd} & \text{se } -3,5 \text{‰} \leq \varepsilon \leq -2,0 \text{‰}; \end{aligned} \quad (4.1)$$

onde $f_{cd} = f_{ck} / \gamma_c$ é o valor de cálculo da resistência à compressão; f_{ck} é o valor característico da resistência à compressão; e γ_c é o coeficiente de ponderação da resistência que, para combinações normais, assume o valor 1,40.

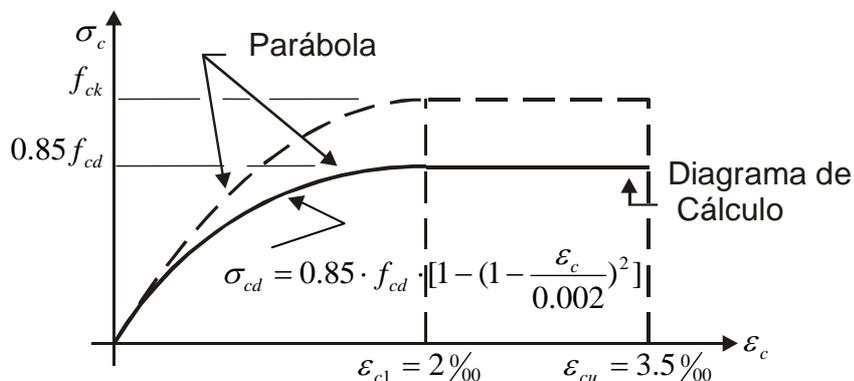


Figura 4.1 – Diagrama tensão-deformação idealizado (NBR 6118 (2003)).

4.1.1.2

Aço

Para cálculo nos estados limites de serviço e último, emprega-se o diagrama simplificado mostrado na figura 4.2, tanto para aços com patamar de escoamento, como para os que não apresentam o patamar de escoamento. Este diagrama é definido pela NBR 6118 (2003) e representado pelas expressões (4.2):

$$\begin{aligned} \sigma_s &= E_s \varepsilon_s && \text{se } |\varepsilon_s| \leq \varepsilon_{yd} \\ \sigma_s &= \text{sinal}(\varepsilon_s) f_{yd} && \text{se } |\varepsilon_s| > \varepsilon_{yd} \end{aligned} \tag{4.2}$$

onde σ_s e ε_s são, respectivamente, a tensão e a deformação no aço; E_s é o módulo de elasticidade longitudinal, com valor igual a $2,1 \times 10^5 \text{ MPa}$; $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ é a tensão de escoamento de cálculo; f_{yk} é o valor característico da tensão de escoamento; e γ_s é o coeficiente de ponderação da tensão de escoamento do aço que, para combinações normais, assume o valor 1,15; $\varepsilon_{yd} = f_{yd} / E_s$ é a deformação de escoamento de cálculo.

A partir das equações (4.2) e da figura (4.2) é possível notar a unificação, por parte da NBR 6118 (2003), do diagrama tensão-deformação empregado para aços com e sem patamar de escoamento.

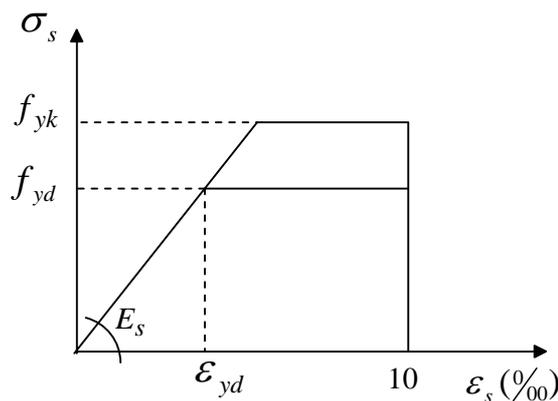


Figura 4.2 – Diagrama tensão-deformação para aços de armadura passiva (NBR 6118:2003)

4.1.2 Esforços Atuantes

Os esforços atuantes na seção de concreto armado são os momentos fletores MA_y e MA_z e o esforço normal NA_x , descritos segundo um sistema local de coordenadas (x, y, z) , paralelo ao sistema global de coordenadas (X, Y, Z) , e com origem no centro de gravidade (CG) da seção homogênea de concreto (Fig. 4.3).

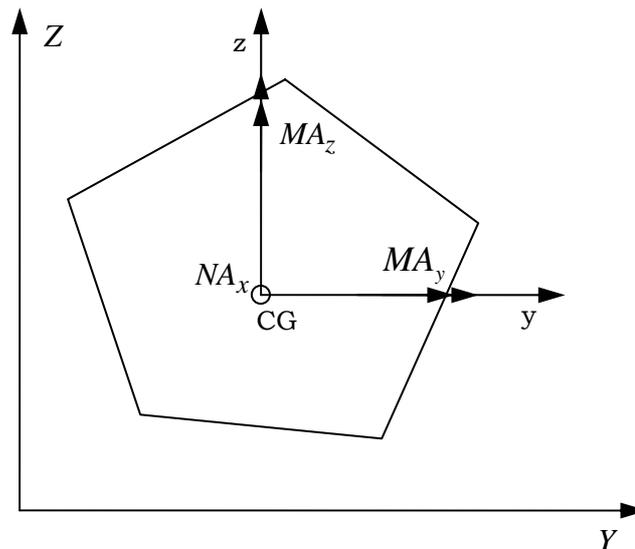


Figura 4.3 – Esforços atuantes de cálculo.

4.1.3 Parâmetros de Descrição da Deformada da Seção

A partir da hipótese de que as seções planas permanecem planas após a deformação, são utilizados dois parâmetros para a descrição da deformada da seção no estado limite último: a inclinação α da linha neutra em relação ao eixo y e o parâmetro D que caracteriza as deformações das fibras extremas superior e inferior da seção, correspondentes aos limites estabelecidos pela NBR 6118 (2003), conforme se descreve a seguir.

4.1.3.1 Inclinação (α) da Linha Neutra

A inclinação α da linha neutra é definida como o ângulo de giro do eixo x , no sentido positivo, necessário para que o semi-eixo positivo y fique paralelo à

linha neutra. Desta forma, define-se um terceiro sistema de coordenadas (ζ, ξ, η) , com origem no CG e com o eixo ξ paralelo à linha neutra (Fig. 4.4).

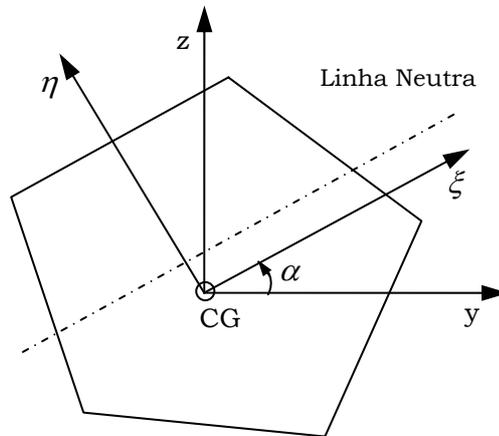


Figura 4.4 – Inclinação da linha neutra

**4.1.3.2
Parâmetro de Deformação (D)**

A partir da definição dos estados limites últimos (*ELU*) de uma seção de concreto armado, definidos pela NBR 6118 (Fig. 4.5), as deformações extremas superior e inferior, ϵ_S e ϵ_I , respectivamente, podem ser descritas como funções que dependem unicamente do parâmetro D .

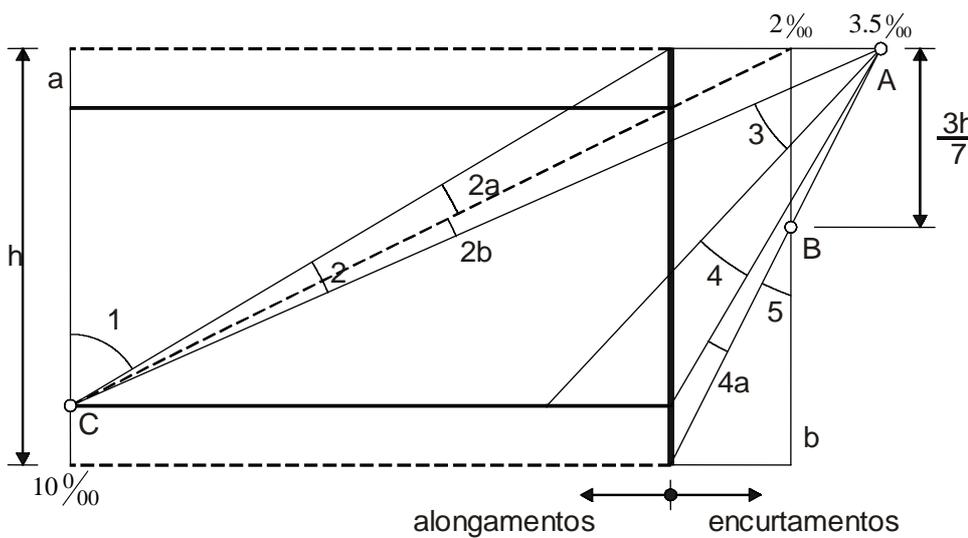


Figura 4.5 – Domínios de estado limite último de uma seção transversal (NBR 6118 (2003))

Tabela 4.1
Correspondência entre os domínios dos E.L.U. (NBR 6118 (2003)) e os valores do parâmetro D e das funções ε_S e ε_I .

ESTADO	DOMÍNIO	Parâmetro D	Deformações Extremas	
			ε_S (‰)	ε_I (‰)
Tração Uniforme		$D = 0$	10	10
Flexo-Tração	1	$0 < D < 2$	$10 - 5D$	10
F. Simples/Comp.	2	$2 \leq D < 7$	$1,4 - 0,7D$	10
F. Simples/Comp.	3 e 4	$7 \leq D < 12$	-3,5	$24 - 2D$
Flexo-Compressão	4a e 5	$12 \leq D < 13$	$1,5D - 21,5$	$24 - 2D$
Compres. Uniforme		$D = 13$	-2	-2

Um dos primeiros pesquisadores a sugerir o emprego do parâmetro de deformação D foi Werner em 1974 (Musso Jr, 1987). Posteriormente, este foi redefinido em consonância com a norma brasileira por Ferreira (1986), tendo sido utilizado em vários trabalhos, entre os quais Musso Jr (1987), Éboli (1989) e Macário (2000), com o intuito de definir as configurações deformadas das seções de concreto armado no estado limite último. Na tabela (4.1) pode-se observar a correspondência entre valores dos estados limites últimos, estabelecidos pela NBR 6118, e os valores do parâmetro D e as funções $\varepsilon_S(D)$ e $\varepsilon_I(D)$ no intervalo de 0 a 13.

Uma vez arbitrados os parâmetros α e D , a deformação $\varepsilon(\xi, \eta)$ de uma fibra da seção (Fig. 4.6) é obtida por:

$$\varepsilon(\xi, \eta) = b \cdot \eta + c \tag{4.3}$$

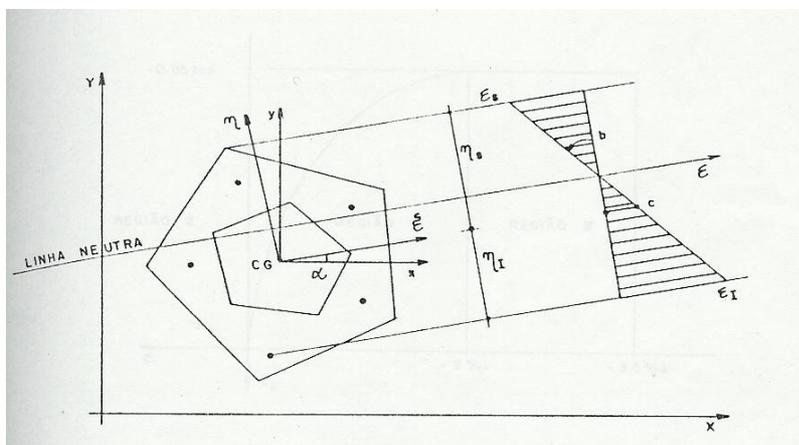


Figura 4.6 – Esquematização da deformada da seção (Musso Jr, 1987).

onde

$$b = \frac{(\varepsilon_S - \varepsilon_I)}{(\eta_S - \eta_I)} \tag{4.4}$$

$$c = \varepsilon_S - b \cdot \eta_S$$

são respectivamente a curvatura da seção e o valor da deformação da fibra no CG (Fig. 4.6). η_S e η_I são as ordenadas, no sistema local (ζ, ξ, η) , dos pontos extremos superior e inferior da seção. O ponto extremo de tração corresponde sempre a uma barra de aço.

4.1.4 Esforços Resistentes da uma Seção

A geometria da seção de concreto, a armadura, a distribuição da armadura na seção e as resistências características do aço e do concreto (f_{yk}, f_{ck}) são dados de entrada para a determinação dos esforços resistentes da seção de concreto armado. Uma vez conhecidos esses dados, os esforços seccionais resistentes, momentos fletores e esforço normal, são inicialmente obtidos segundo o sistema local de coordenadas (ζ, ξ, η) para em seguida serem transformados para o sistema local de coordenadas (x, y, z) .

Os esforços seccionais resistentes MR_ξ , MR_η e NR_ζ (momentos fletores em torno dos eixos ξ e η , o esforço normal segundo o eixo ζ , respectivamente) são obtidos por integração das tensões na seção de concreto armado, para uma determinada configuração deformada, definidas por α e D , e uma área de armadura As da seguinte maneira:

$$MR_\xi = \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot \eta \cdot dA + \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i) \cdot \eta_i$$

$$MR_\eta = - \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot \xi \cdot dA - \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i) \cdot \xi_i \tag{4.5}$$

$$NR_\zeta = \int_{A_c} \sigma_c(\varepsilon) \cdot dA + \sum_{i=1}^{NB} As_i \cdot \sigma_s(\varepsilon_i)$$

onde A_c é a área de concreto; As_i é a armadura correspondente a i -ésima barra; e NB é o número total de barras.

Nas equações (4.5), os esforços seccionais encontram-se divididos em duas parcelas distintas referentes à contribuição do concreto e do aço, respectivamente. A parcela referente a contribuição do concreto é por sua vez particionada, segundo a figura (4.7), em três subdomínios distintos de integração: região II (A_{c2}), submetida a uma distribuição uniforme de tensões; região I (A_{c1}), submetida a uma distribuição parabólica de tensões; e a região 0 (A_{c0}), que por estar tracionada, não contribui na integração.

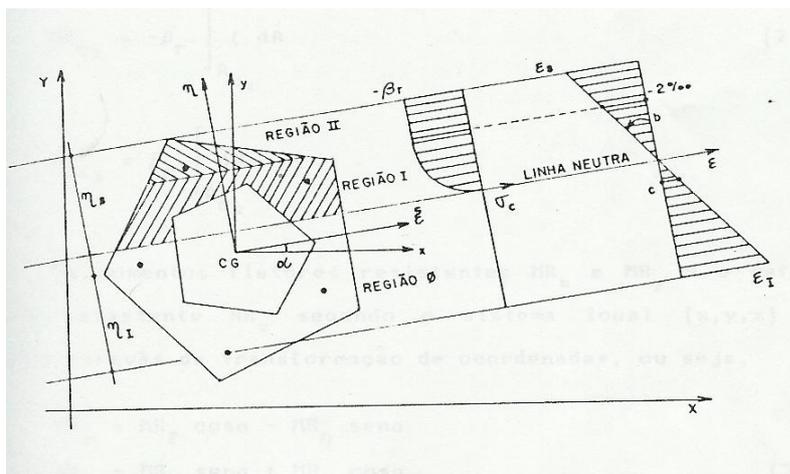


Figura 4.7 – Definição das regiões 0, I e II da seção (Musso Jr, 1987).

Substituindo-se a equação (4.1) nas equações (4.3), é possível descrever as tensões no concreto em termos de polinômios em (ξ, η) , conforme apresentado em (4.6).

$$\begin{aligned} \sigma_c(\varepsilon) &= 0 & \text{se} & \quad 0 \leq \varepsilon \\ \sigma_c(\varepsilon) &= \beta_R (D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2) & \text{se} & \quad -2,0 \text{‰} \leq \varepsilon < 0 \\ \sigma_c(\varepsilon) &= -\beta_R & \text{se} & \quad -3,5 \text{‰} \leq \varepsilon \leq -2,0 \text{‰}; \end{aligned} \quad (4.6)$$

onde

$$D_0 = 1000 \cdot c + 250000 \cdot c^2$$

$$D_1 = 1000 \cdot b + 500000 \cdot b \cdot c$$

$$D_2 = 250000 \cdot b^2$$

Assim, substituindo-se as expressões (4.6) nas equações (4.5), obtêm-se os esforços resistentes relativos à contribuição do concreto, dados na forma de polinômios em (ξ, η) , segundo é mostrado abaixo:

$$\begin{aligned}
 MR_{\xi_c} &= \beta_R \int_{A_{c1}} (D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2) \cdot \eta \cdot dA + \beta_R \int_{A_{c2}} \eta \cdot dA \\
 MR_{\eta_c} &= -\beta_R \int_{A_{c1}} (D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2) \cdot \xi \cdot dA - \beta_R \int_{A_{c2}} \xi \cdot dA \\
 NR_{\zeta_c} &= -\beta_R \int_{A_{c1}} (D_0 + D_1 \cdot \eta + D_2 \cdot \eta^2) \cdot dA + \beta_R \int_{A_{c2}} dA
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Após a determinação dos esforços resistentes em torno dos eixos (ζ, ξ, η) , os momentos fletores resistentes, MR_y e MR_z , e o esforço normal resistente NR_x , segundo o sistema local (x, y, z) , são obtidos pela transformação de coordenadas, conforme as seguintes expressões:

$$\begin{Bmatrix} Mr_y \\ Mr_z \\ Nr_x \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\text{sen } \alpha & 0 \\ \text{sen } \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Mr_{\xi} \\ Mr_{\eta} \\ Nr_{\zeta} \end{Bmatrix} \tag{4.8}$$

As integrações definidas em (4.7) são realizadas após a transformação das integrais de superfície, sobre domínios planos, em integrais de linha ao longo do contorno da seção. Para esta transformação aplica-se o teorema de Green, conforme a técnica de integração numérica de polinômios proposta por Werner em 1974. Maiores detalhes da aplicação desta técnica de integração podem ser encontrados em Musso (1987).

4.1.5 Dimensionamento de uma Seção

Entende-se por dimensionamento de uma seção de concreto armado a determinação de uma área total de armadura A_s que corresponda a uma configuração de equilíbrio entre os esforços resistentes no estado limite último, definidos pelas equações (4.7), e os esforços atuantes fornecidos para uma geometria conhecida e uma dada distribuição relativa da armadura na seção.

Devido às relações constitutivas não lineares do concreto armado, o dimensionamento de uma seção só pode ser realizado iterativamente, sendo o método do equilíbrio global, conforme formulado em Musso Jr (1987), empregado no presente trabalho.

O método do equilíbrio global dimensiona uma seção de concreto armado a partir da formulação do método de Newton-Raphson:

$$[K(\{u\}_i)] \cdot \{\Delta u\}_i = \{\Delta p\}_i \quad (4.9)$$

onde, para a *i-ésima* iteração:

$\{u\}_i$: vetor contendo os parâmetros correntes *D*, α e *As* a serem ajustados;

$\{\Delta u\}_i$: vetor incremental de $\{u\}_i$;

$\{\Delta p\}_i$: vetor que contém as diferenças entre os esforços atuantes e os seccionais resistentes correspondentes aos valores *D*, α e *As* da *i-ésima* iteração;

$[K(\{u\}_i)]$: matriz de rigidez que contém as derivadas parciais dos esforços resistentes em relação aos parâmetros de ajuste, de tal modo que a equação (4.9) desenvolve-se em:

$$\begin{bmatrix} \partial MR_y / \partial D & \partial MR_y / \partial \alpha & \partial MR_y / \partial As \\ \partial MR_z / \partial D & \partial MR_z / \partial \alpha & \partial MR_z / \partial As \\ \partial NR_x / \partial D & \partial NR_x / \partial \alpha & \partial NR_x / \partial As \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \Delta D \\ \Delta \alpha \\ \Delta As \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} MA_y \\ MA_z \\ NA_x \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} MR_y \\ MR_z \\ NR_x \end{Bmatrix}; \quad (4.10)$$

Para se obter a próxima iteração, até a necessária convergência:

$$\{u\}_{i+1} = \{u\}_i + \{\Delta u\}_i .$$

As derivadas parciais dos esforços resistentes em relação aos parâmetros de ajuste da equação (4.10) têm suas expressões, em termos de integrais de domínio de polinômios em (ξ, η) , apresentadas no Anexo 2. Um desenvolvimento detalhado dessas derivadas parciais pode ser encontrado em Musso (1987).

4.2 Dimensionamento de Pilares Segundo NBR 6118:2003

Neste tópico são apresentados alguns conceitos relevantes para o cálculo de pilares, segundo a nova norma, e que estão implementados no presente trabalho.

4.2.1 Classificação quanto a Esbeltez

De acordo com o índice de esbeltez (λ), os pilares podem ser classificados em:

- pilares robustos ou pouco esbeltos: $\lambda \leq \lambda_1$;
- pilares de esbeltez média: $\lambda_1 < \lambda \leq 90$;
- pilares esbeltos ou muito esbeltos: $90 < \lambda \leq 140$;
- pilares excessivamente esbeltos: $140 < \lambda \leq 200$;

onde o índice de esbeltez é definido pela seguinte expressão:

$$\lambda = \frac{\ell_e}{i}; \quad (4.11)$$

sendo ℓ_e é o comprimento equivalente do elemento isolado; i é o raio de giração na direção considerada; e λ_1 é a esbeltez limite, definida na seção (4.2.2).

Assim como na versão anterior, a NBR 6118 (2003) não admite, em nenhum caso, pilares com índice de esbeltez superior a 200.

4.2.2 Esbeltez Limite λ_1

A esbeltez limite corresponde ao valor a partir do qual a consideração dos efeitos de 2ª ordem tornam-se obrigatórios. E, diferentemente da versão anterior da NBR 6118, na qual era assumido valor constante e igual a 40, a esbeltez limite, agora, não possui valor fixo, passando a ser influenciada por diversos fatores, sendo que os preponderantes são:

- a excentricidade relativa de 1ª ordem e_1/h ;
- a vinculação dos extremos do pilar isolado;
- a forma dos diagramas de momentos fletores de 1ª ordem.

A esbeltez limite, designada por λ_1 , é calculada pela seguinte expressão:

$$\lambda_1 = \frac{(25 + 12,5 \cdot e_1/h)}{\alpha_b}. \quad (4.12)$$

Sendo

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (4.13)$$

A NBR 6118 (2003) não é clara quanto a determinação de e_1 . Assim, adotando-se uma postura conservativa, sugerida por Scadelai & Pinheiro (2000), adotar-se-á o menor valor entre as excentricidades iniciais do topo ($e_{i,topo}$) e da base ($e_{i,base}$) do pilar, sendo:

$$\begin{aligned} e_{i,topo} &= M_{topo} / N \\ e_{i,base} &= M_{base} / N \end{aligned} \quad (4.14)$$

Quanto ao valor do coeficiente α_b , este deve ser obtido conforme estabelecido a seguir.

- (i) Para pilares biapoiados sem cargas transversais:

$$\alpha_b = 0,60 + 0,40 \frac{M_B}{M_A} \geq 0,40, \quad (4.15)$$

onde M_A e M_B são os momentos de 1ª ordem nos extremos do pilar. Deve ser adotado para M_A o maior valor absoluto e para M_B o sinal positivo, se estiver tracionando a mesma face que M_A , e negativo em caso contrário.

- (ii) Para pilares biapoiados com cargas transversais significativas ao longo da altura:

$$\alpha_b = 1,0. \quad (4.16)$$

- (iii) Para pilares em balanço:

$$\alpha_b = 0,80 + 0,20 \frac{M_C}{M_A} \geq 0,85, \quad (4.17)$$

onde M_A é o momento de 1ª ordem no engaste e M_C é o momento de 1ª ordem no meio do pilar em balanço.

- (iv) Para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo estabelecido em (4.2.3):

$$\alpha_b = 1,0. \quad (4.18)$$

4.2.3 Momento Mínimo

O momento total de primeira ordem, isto é, o momento de primeira ordem acrescido dos efeitos locais, deve respeitar o valor mínimo dado por:

$$M_{1d, \min} = N_d (0,015 + 0,03h), \quad (4.19)$$

onde h é a altura total da seção transversal, em metros, na direção considerada. No caso de pilares submetidos à flexão oblíqua composta, esse mínimo deve ser respeitado em cada uma das direções principais, separadamente. Isto é, o pilar deve ser verificado sempre à flexão oblíqua composta onde, em cada verificação, pelo menos um dos momentos respeita o mínimo acima.

O momento mínimo estabelecido pela NBR 6118 (2003) corresponde ao valor mínimo recomendado tanto pelo ACI 318(2002) quanto pelo Eurocode 2 (2001).

4.2.4 Imperfeições Geométricas Locais

Assim como na análise global, em que são consideradas as imperfeições geométricas globais, na análise local devem ser levados em conta os efeitos de imperfeições geométricas locais. Devendo-se, para a verificação de um lance de pilar, considerar o efeito do desaprumo (figura 4.8b) ou da falta de retilinidade do eixo do pilar (figura 4.8a).

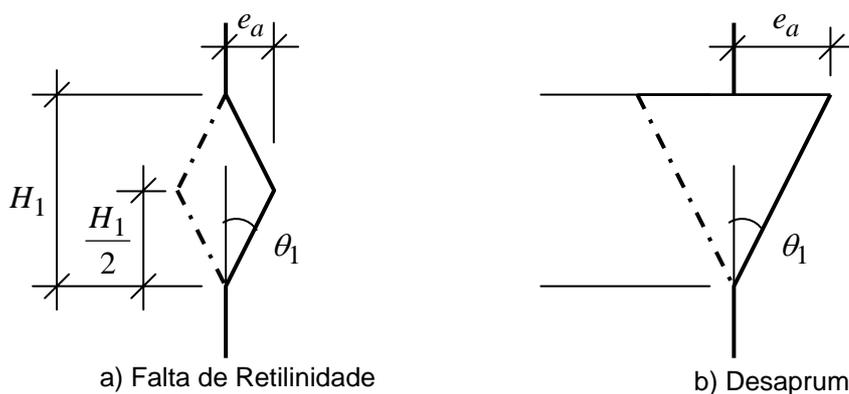


Figura 4.8 – Lance de pilar – Imperfeições geométricas locais

Assim, a excentricidade acidental e_a , nos extremos e no ponto médio do pilar, pode ser obtida pelas seguintes expressões, respectivamente:

$$\begin{aligned}e_a &= \theta_1 \cdot H_1 \\e_a &= \theta_1 \cdot H_1/2\end{aligned}\tag{4.20}$$

onde H_1 é a altura do lance do pilar e com θ_1 atendendo às definições e aos valores limites estabelecidos em (3.2.3).

As expressões apresentadas pela NBR 6118(2003) para o cálculo das imperfeições geométricas, locais e globais, praticamente reproduzem, em linhas gerais, as recomendações tanto do Eurocode 2 (2001) quanto do CEB-FIP (1991).

4.2.5 **Efeitos locais de Segunda Ordem**

A força normal atuante no pilar, sob as excentricidades de primeira ordem (excentricidade inicial), provoca deformações que levam a uma nova excentricidade, denominada excentricidade de segunda ordem.

Segundo a NBR 6118 (2003), a determinação dos efeitos locais de segunda ordem, em barras sujeitas a flexo-compressão, pode ser feita pelo método geral ou por métodos aproximados.

Os momentos finais de projeto são obtidos somando-se aos momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem), determinados nesta seção, as parcelas de momento devido às excentricidades acidentais.

4.2.5.1 **Método Geral**

O método geral consiste na análise não-linear de segunda ordem, efetuada com uma discretização adequada da barra; na consideração da relação momento-curvatura real em cada seção; e na consideração da não-linearidade geométrica de maneira não aproximada. O método geral é obrigatório para $\lambda > 140$.

4.2.5.2 **Métodos Aproximados para Barras Submetidas à Flexo-Compressão Normal**

Os métodos aproximados mais importantes são baseados no Pilar Padrão, e estes são comentados a seguir.

(i). Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada

Pode ser empregado apenas no cálculo de pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo de seu eixo.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja senoidal. A não-linearidade física é levada em conta através de uma expressão aproximada da curvatura ($1/r$) na seção crítica.

A excentricidade de segunda ordem e_2 é dada pela expressão:

$$e_2 = \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r}, \tag{4.21}$$

podendo a curvatura $1/r$ na seção crítica ser avaliada pela expressão aproximada:

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(\nu + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h}, \tag{4.22}$$

onde:

h - altura da seção na direção considerada;

$\nu = N_{sd} / (A_c \cdot f_{cd})$ - a força normal adimensional.

Assim, o momento total máximo no pilar é dado por:

$$M_{d,tot} = \left(\alpha_b M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{r} \right) \geq M_{1d,A}, \tag{4.23}$$

sendo $M_{1d,A}$ o valor de cálculo de 1ª ordem do momento M_A , definido em (4.2.2).

(ii). Método do Pilar-Padrão com Rigidez Aproximada

Assim como o método anterior, este método tem sua aplicação restrita a pilares com $\lambda \leq 90$, seção constante e armadura simétrica e constante ao longo do eixo. Além disso, é exigido que o pilar tenha seção retangular.

A não-linearidade geométrica é considerada de forma aproximada, supondo-se que a deformada da barra seja, também, senoidal. Com respeito à não-linearidade física, esta é levada em conta através de uma expressão aproximada para a rigidez.

O momento total máximo no pilar deve ser calculado a partir da majoração do momento de 1ª ordem pela expressão:

$$M_{d,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120 \kappa / \nu}} \geq M_{1d,A}, \quad (4.24)$$

sendo o valor da rigidez adimensional κ dado aproximadamente por:

$$\kappa = 32 \left(1 + 5 \frac{M_{d,tot}}{h \cdot N_d} \right) \cdot \nu. \quad (4.25)$$

Observa-se em (4.25) que o valor da rigidez adimensional κ depende de $M_{d,tot}$, resultando assim em um processo iterativo. Segundo a NBR 6118(2003), usualmente duas ou três iterações são suficientes.

Contudo, adotando-se o procedimento sugerido por Bastos e Oliveira Neto (2004), que consiste em substituir a equação (4.25) em (4.24), obtém-se a seguinte equação do 2º grau em $M_{d,tot}$:

$$A \cdot M_{d,tot}^2 + B \cdot M_{d,tot} + C = 0. \quad (4.26)$$

onde:

$$A = 19.200. \quad (4.27a)$$

$$B = N_d \cdot h \cdot (3.840 - \lambda^2) - 19.200 \cdot \alpha_b \cdot M_{1d,A} \quad (4.27b)$$

$$C = -3.840 \cdot \alpha_b \cdot N_d \cdot h \cdot M_{1d,A} \quad (4.27b)$$

Desta forma, $M_{d,tot}$ passa a ser obtido diretamente a partir da raiz positiva da equação (4.26), deixando, portanto, de ser um processo iterativo.

(iii). Método do Pilar-Padrão acoplado aos diagramas M , N , $1/r$

A determinação dos esforços locais de segunda ordem em pilares com $\lambda \leq 140$ pode ser feita pelo método do pilar padrão ou pilar padrão melhorado, utilizando-se para a curvatura da seção crítica valores obtidos de diagramas M , N e $1/r$, específicos para cada caso.

Se $\lambda > 90$, é obrigatória a consideração dos efeitos da fluência.

4.2.5.3

Métodos Aproximados para Barras Submetidas à Flexo-Compressão Oblíqua

(i). Método do Pilar-Padrão para Pilares de Seções Retangulares Submetidos à Flexão Composta Oblíqua.

Quando a esbelteza de um pilar, de seção retangular submetido à flexão composta oblíqua, for menor que 90 nas duas direções principais, permite-se aplicar o método do pilar-padrão com rigidez aproximada em cada direção. Obtida a distribuição de momentos totais, de 1ª e 2ª ordem, em cada direção, deve-se verificar, para cada seção ao longo do eixo, se a composição desses momentos solicitantes fica dentro da envoltória de momentos resistentes para a armadura escolhida.

4.2.5.4

Considerações Finais

Considerando que os esforços solicitantes, aplicados no cálculo dos pilares no presente trabalho, são provenientes da análise de pórtico espacial, na qual as ligações viga-pilar são admitidas rígidas, a grande maioria dos pilares estará submetida à flexão composta oblíqua, independente de serem estes intermediários, externos ou de canto. Desta forma, para o caso de seções retangulares, o método do pilar-padrão com rigidez aproximada em cada direção será preferencialmente utilizado. Contudo, caso ocorra qualquer problema na solução da equação (4.23), o método do pilar padrão com curvatura aproximada é empregado, com o objetivo de dar estabilidade numérica ao algoritmo.

Para pilares com seções transversais do tipo “U” e “L”, para as quais o método do pilar-padrão com rigidez aproximada não é aplicável, é sempre admitida a hipótese de pilares curtos. Hipótese esta considerada consistente, pois, pilares com estas formas geométricas, apresentam, na grande maioria dos casos práticos, baixos valores de esbelteza. Quanto às seções circulares, o método do pilar padrão com curvatura aproximada é empregado, pois, nestes pilares, a flexão composta oblíqua é sempre transformada em flexo-compressão normal.

Adicionalmente, só são admitidos pilares com $\lambda \leq 90$, desprezando-se assim os efeitos da fluência.

4.2.6 Distribuição da Armadura Longitudinal A_s na Seção

No presente trabalho assume-se que a armadura longitudinal distribui-se de forma uniforme e contínua ao longo do perímetro da seção, conforme figura (4.9).

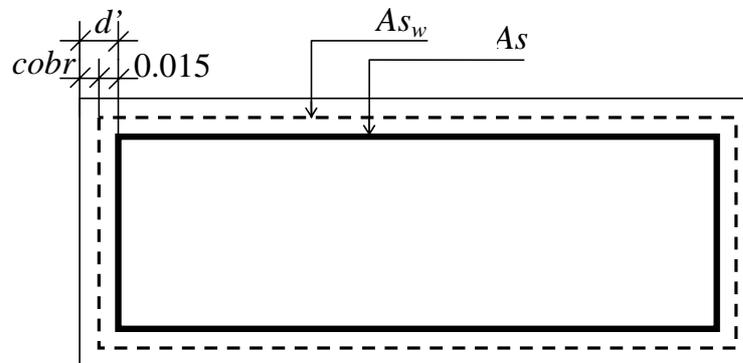


Figura 4.9 – Posicionamento de A_s e A_{s_w} na seção transversal

Estando os estribos representados pela linha segmentada, e distante $cobr$ das faces do pilar, a linha que descreve a armadura longitudinal A_s , representada em linha cheia, é posicionada a uma distância d' das faces do pilar, sendo esta dada por:

$$d' = covr + 0.015 . A_s \quad (4.28)$$

onde $cobr$ representa o cobrimento nominal da armadura; e 0.015 corresponde, em metros, ao valor adotado para representar a distância entre os estribos e o centro de gravidade de cada seguimento de A_s .

Desta forma, a distribuição de A_s é dependente, unicamente, das dimensões da seção transversal e do valor de $cobr$ adotado. Além disso, o modelo de distribuição proposto para A_s assegura, para seções retangulares, maiores frações da armadura total nas faces paralelas ao eixo de menor inércia. Distribuição esta correspondente à exigida pelas seções críticas, na maioria dos casos práticos. Adicionalmente, estaria garantido, para qualquer tipo de seção, o atendimento das disposições construtivas referentes à concentração de armadura em uma única face da seção transversal, pois maiores quantidades de aço são dispostas ao longo das faces mais extensas dos pilares.

Os perímetros descritos por A_s e A_{s_w} passam a ser designados por Pe_{A_s} e $Pe_{A_{s_w}}$, respectivamente.

4.2.7

Comprimento de Ancoragem da Armadura Longitudinal

A fim de dar maior consistência ao cálculo do peso de aço empregado como armadura longitudinal nos pilares, é incorporado ao comprimento de cada lance de pilar um acréscimo correspondente ao comprimento de ancoragem necessário $l_{b,nec}$, sendo este, segundo NBR 6118 (2003), dado por:

$$l_{b,nec} = \alpha_1 \frac{\phi \cdot f_{yd}}{4 \cdot f_{bd}} \frac{A_{s,calc}}{A_{s,ef}} \quad (4.29)$$

Onde ϕ representa o diâmetro da barra ancorada; $A_{s,calc}$ e $A_{s,ref}$ são, a área de armadura calculada e a efetiva; respectivamente, e f_{bd} a resistência de aderência de cálculo, sendo esta última dada por:

$$f_{bd} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \cdot 0.15 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (4.30)$$

Assim, segundo NBR 6118 (2003), admitindo-se o emprego de aço CA-50 ($\eta_1 = 2.25$), barras sem gancho, situação de boa aderência e $\phi \leq 32mm$ ($\alpha_1 = \eta_1 = \eta_2 = 1.00$), e, adicionalmente, tomando-se $A_{s,calc} = A_{s,ref}$ obtém-se:

$$l_{b,nec} = 322\phi \left(\frac{1}{f_{ck}} \right)^{2/3}, \text{ com } f_{ck} \text{ dado em MPa.} \quad (4.31)$$

Devendo ainda respeitar aos seguintes valores mínimos: 10ϕ ou $100.0mm$.

Nos exemplos desenvolvidos no presente trabalho, $l_{b,nec}$ é calculado tomando-se como base $\phi = 12.5mm$, ficando desta forma, o comprimento total da armadura de cada lance $l_{total,As}$ dado por:

$$l_{total,As} = l_{lance} + 4.025 \left(\frac{1}{f_{ck}} \right)^{2/3} \quad (4.32)$$

Barras de aço com $\phi = 12.5mm$ são adotadas como referência por considerar que esta é empregada, na armação dos pilares, com maior frequência que as demais bitolas.

4.2.8 Armadura Transversal

Segundo a NBR 6118 (2003), o diâmetro dos estribos em pilares não deve ser inferior a 5.0 mm , nem inferior a $\frac{1}{4}$ do diâmetro da barra isolada ou do diâmetro equivalente do feixe que constitui a armadura longitudinal. Adicionalmente, a fim de impedir a flambagem das barras longitudinais e garantir a costura das emendas de barras longitudinais, o espaçamento longitudinal (S_{\max}) entre os estribos deve ser igual ou inferior ao menor dos seguintes valores:

$$S_{\max} \leq \begin{cases} \bullet 200\text{ mm} \\ \bullet \text{menor dimensão da seção} \\ \bullet 12\phi \text{ para aço CA-50} \end{cases} \quad (4.33)$$

A partir destas exigências normativas, decidiu-se pela imposição de uma armadura padrão, para todos os pilares:

$$V_{S_w} = 0,0001415 \cdot (Pe_{A_{S_w}} + 0.10) \quad (4.34)$$

Onde V_{S_w} corresponde ao volume da armadura transversal por unidade de comprimento; e o valor de 0.10 m é incorporado a Pe_{A_s} para levar em conta detalhes de fechamento dos estribos.

A armadura adotada, equivalente a estribos com diâmetro de 6.0 mm , espaçados a cada 20.0 cm , atende às exigências normativas para uma grande variedade de barras longitudinais, sendo, portanto, aplicável à maioria dos problemas práticos.

Para os pilares cuja maior dimensão da seção transversal excede em cinco vezes a menor dimensão, denominados pilares-parede, a NBR 6118 (2003) prescreve que, caso estes não sejam calculados como placas, a armadura transversal deve respeitar o mínimo de 25% da armadura longitudinal da face. Assim, considerando o modelo de distribuição de armadura longitudinal proposto, tem-se a seguinte expressão para o cálculo dos estribos dos pilares-parede:

$$V_{S_w} = 0,25 \cdot A_s \cdot (Pe_{A_{S_w}} + 0.10) \quad (4.35)$$

Quanto às forças cortantes que solicitam os pilares, é assumido que as armaduras transversais especificadas como padrão em (4.34) e (4.35) são capazes de resistir a tais esforços.

5 Programação Matemática – Princípios Básicos

5.1 Considerações Gerais

Este capítulo tem por objetivo apresentar os conceitos básicos de Programação Matemática (PM), necessários à compreensão do processo de otimização de dimensões, bem como descrever os algoritmos de otimização utilizados.

Em problemas típicos de engenharia, é possível identificar uma infinidade de soluções capazes de atender à todas as especificações de projeto. Em um problema de otimização deseja-se obter um *projeto ótimo*, maximizando ou minimizando uma função, adotada como medida quantitativa do desempenho do sistema analisado, a qual denomina-se *função objetivo*.

A maioria dos problemas de otimização são formulados em termos de parâmetros e restrições. Os parâmetros escolhidos para descrever o projeto de uma estrutura são conhecidos como *variáveis de projeto* enquanto que as restrições, impostas para que projeto seja *admissível*, são conhecidas como *condições de restrição*.

A Programação Matemática é a disciplina que estuda a minimização ou maximização de funções em problemas com ou sem restrições. Matematicamente, um problema de otimização, no caso minimização, podem ser enunciados como:

$$\begin{array}{lll} \text{Minimizar} & f(x) & x \in \mathfrak{R}^n \\ \text{sujeito a} & c_i(x) = 0 & i = 1 \dots l \\ & c_i(x) \leq 0 & i = l + 1 \dots m \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots n \end{array} \quad (5.1)$$

onde x é o vetor de variáveis, sobre o qual são impostos os limites mínimos e máximos (restrições laterais), $f(x)$ é a função a ser minimizada e as funções $c_i(x)$ representam as restrições de igualdade e desigualdade impostas ao sistema. Assume-se que tanto a função objetivo quanto as restrições são funções contínuas

no \mathfrak{R}^n . Em geral, $f(x)$ e $c_i(x)$ são funções não-lineares e implícitas das variáveis (x) que definem o problema.

- **Espaço de Busca** → É o conjunto, espaço ou região que compreende as possíveis ou viáveis soluções do problema a ser otimizado, sendo caracterizado pelas funções de restrição.

Um ponto que satisfaça todas as restrições é denominado um *ponto viável* e o espaço ou região que contem todos os pontos que satisfaçam todas as restrições é conhecido como *região viável*. Uma restrição de desigualdade define uma fronteira que divide o \mathfrak{R}^n em uma região viável e outra inviável. Quando um ponto está sobre esta fronteira, a restrição é dita *ativa*; quando um ponto está no interior da região viável, a restrição está *inativa* e, quando um ponto está fora desta região, a restrição está *violada*.

5.2 Condições de Ótimo

Para que a solução x^* seja um mínimo local do problema de otimização enunciado em (5.1) é necessário que esta atenda as condições de 1ª ordem, também chamadas de condições de Kuhn-Tucker, enunciadas por:

$$\begin{aligned} \nabla_x L(x^*, \lambda^*) &= 0 \\ c_i(x^*) &= 0 & i = 1 \dots l \\ c_i(x^*) &\leq 0 & i = l+1 \dots m \\ \lambda_i^* &\geq 0 & i = l+1 \dots m \\ \lambda_i^* c_i(x^*) &= 0 & \forall i \end{aligned} \tag{5.2}$$

onde $L(x^*, \lambda^*)$ é a função Lagrangiana dada pela expressão a seguir:

$$L(x^*, \lambda^*) = f(x^*) + \sum_{i=1}^l \lambda_i^* c_i(x^*) \tag{5.3}$$

onde λ_i^* são os multiplicadores de Lagrange associados às restrições no ponto x^* solução.

Para determinadas classes de problemas de programação matemática as condições de Kuhn-Tucker são suficientes para a determinação de uma solução ótima local. Inclui-se nessas classes os problemas de programação convexa, tais como os de programação linear e quadrática. O problema de programação convexa é caracterizado por função objetivo e restrições convexas.

Porém, nos casos mais comuns, onde os problemas não são de programação convexa, as condições de primeira ordem não são suficientes para a determinação da solução ótima local. Assim, além das condições expressas em (5.2), deve ser verificada a condição de segunda ordem expressa na equação (5.4) a seguir:

$$\mathbf{d}'\mathbf{W}^*\mathbf{d} \geq 0, \quad \forall \mathbf{d} \neq 0 \text{ tal que } \mathbf{d}'\mathbf{a}_i^* = 0 \tag{5.4}$$

onde $\mathbf{a}_i^* = \nabla c_i(x^*)$ para todas as restrições ativas e $\mathbf{W}^* = \nabla^2 L(x^*)$ é a Hessiana da função Lagrangiana. O que significa que \mathbf{W}^* em x^* é positiva definida no ponto ótimo para qualquer direção estacionária \mathbf{d} .

5.3 Forma Geral dos Algoritmos de Otimização

Os problemas de programação matemática são definidos de acordo com as características da função-objetivo e das restrições. Desta forma, os problemas de otimização podem se dividir em diferentes formas, como mostra a Tabela 2.1.

TABELA 5.1
Divisão dos problemas de Programação Matemática

Tipos de Otimização	$f(x)$	$c_i(x)$
Programação Linear	linear	linear
Programação Quadrática	quadrática	linear
Programação Não-Linear	não-linear	não-linear
	não-linear	linear
	linear	não-linear

Algoritmos de otimização para problema de programação linear e programação quadrática têm solução em um número finito de passos. Já os algoritmos de programação não-linear podem não ter solução em um número finito de passos, mas espera-se que a seqüência gerada convirja para um mínimo local. Portanto, um problema adicional no processo de otimização ocorre quando a função objetivo e as restrições são funções não-lineares do vetor de variáveis de projeto, $x \in \mathfrak{R}^n$.

Os algoritmos de programação não-linear, restrita e irrestrita, são procedimentos iterativos. Nestes, a partir de uma solução inicial x_0 , denominada solução básica, e com base no cálculo de derivadas para indicar a direção na qual se deve caminhar, novas soluções são geradas através da expressão (5.5).

$$x = x_0 + t\mathbf{d} \quad (5.5)$$

Assim, os algoritmos podem ser divididos em duas etapas principais: a primeira etapa é a determinação da direção de busca \mathbf{d} e a segunda é a avaliação do parâmetro escalar t , que representa o tamanho do passo a ser dado ao longo da direção de busca. A partir da expressão (5.5) diversos algoritmos podem ser construídos utilizando diferentes técnicas para a determinação da direção de busca e do tamanho do passo.

Por trabalharem com o cálculo de derivadas, os algoritmos de PM são denominados de algoritmos de ordem n , onde n é a maior derivada utilizada. Um algoritmo é dito de primeira ordem se utilizar apenas os gradientes da função objetivo e das restrições para calcular a direção de busca. Por outro lado, se o algoritmo utiliza informações sobre as Hessianas destas funções, ele é dito de segunda ordem.

5.4 Método de Newton para Problemas de Otimização sem Restrição

O princípio do método de Newton é minimizar a função $f(x)$ através de uma aproximação local por uma função quadrática. Para esse propósito a função $f(x)$ é expandida por série de Taylor até o termo de segunda ordem, ou seja:

$$f(x) = f(x_0) + \nabla f(x_0)(x - x_0) + \frac{1}{2}(x - x_0)^t \nabla^2 f(x_0)(x - x_0) \quad (5.6)$$

se

$$\mathbf{d} = \Delta x = (x - x_0) \rightarrow x = \mathbf{d} + x_0 \quad (5.7)$$

e

$$\mathbf{g} = \nabla f(x_0) \quad \text{e} \quad \mathbf{H} = \nabla^2 f(x_0) \quad (5.8)$$

Substituindo-se (5.7) e (5.8) em (5.6) tem-se

$$f(\mathbf{d} + x_0) = f(x_0) + \mathbf{d}^t \mathbf{g} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^t \mathbf{H} \mathbf{d} \quad (5.9)$$

onde \mathbf{d} é o incremento de x_0 , \mathbf{g} é vetor gradiente de f e \mathbf{H} , uma matriz simétrica positiva definida, é a hessiana da função f no ponto x_0 . A equação (5.9) é uma equação quadrática cuja variável é \mathbf{d} . Portanto, o algoritmo de otimização procura determinar uma direção de busca \mathbf{d} tal que $f(\mathbf{d} + x_0) < f(x_0)$ em cada passo, ou seja, uma direção de decréscimo em f . Assim:

$$\min f(\mathbf{d} + x_0) = \min(\mathbf{d}^t \mathbf{g} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^t \mathbf{H} \mathbf{d}) \quad (5.10)$$

Escrevendo a condição de otimalidade de (5.10) ($\nabla_{\mathbf{d}} f(\mathbf{d} + x_0) = 0$), obtém-se \mathbf{d} :

$$\mathbf{d} = -\mathbf{H}^{-1} \mathbf{g} \quad (5.11)$$

Assim, (5.11) fornece um mínimo global único para a função aproximadora de f . Além disso, se f é um função quadrática o método de Newton determina o ponto de mínimo em um único passo. Este método, entretanto, tem como desvantagem o elevado esforço computacional envolvido nos cálculos para a montagem da matriz \mathbf{H} , sobretudo em problemas com grande número de variáveis.

Os métodos Quase-Newton surgiram para resolver esse problema sem perder as boas propriedades de convergência do método de Newton. Nesses métodos, uma aproximação da Hessiana (ou de sua inversa) é construída a partir dos valores dos gradientes ao longo das iterações. Esses métodos, dos quais o BFGS (Broyden - Fletcher - Goldfarb - Shanno) é o mais popular, possuem convergência superlinear e são amplamente utilizados em problemas de otimização.

5.5 Busca Linear

Após a determinação da direção de busca \mathbf{d} é necessário calcular o tamanho do passo a ser dado nessa direção, a fim de se obter o novo vetor das variáveis de projeto em (5.5). O tamanho do passo é calculado fazendo-se uma minimização da função unidimensional p definida através da expressão:

$$p(t) = f(x_0 + t\mathbf{d}) \quad (5.12)$$

A partir desta definição, pode-se verificar que:

$$p(0) = f(x_0) \tag{5.13}$$

e

$$p'(0) = \left. \frac{\partial f(x)^t}{\partial x} \frac{dx}{dt} \right|_{t=0} \tag{5.14}$$

onde p' indica a derivada em relação à t .

A busca linear pode ser exata ou aproximada, dependendo do método utilizado para a minimização. A busca aproximada é uma forma mais moderna, na qual o objetivo é determinar t de forma que f apresente um certo nível de decréscimo, segundo um critério preestabelecido, como:

$$p(t) \leq f(x_0) + t\gamma \mathbf{d}'\mathbf{g}, \quad \gamma \in (0,1) \tag{5.15}$$

De acordo com esta equação, o parâmetro γ controla o tamanho do passo. Assim, um γ pequeno permite a utilização de passos maiores e a utilização de um γ grande força a utilização de passos pequenos.

Uma forma bastante popular de busca linear é fazer uma aproximação quadrática de p e calcular t como o mínimo desta aproximação, verificando se a equação (5.15) é satisfeita. Uma forma ainda mais simples é o método de Armijo (Herskovits, 1995), no qual t é igual ao primeiro número da seqüência $\{1, \alpha, \alpha^2, \alpha^3, \dots\}$, $\alpha \in (0; 1)$, para o qual $p(t)$ satisfaz a condição (5.15).

5.6 Programação Quadrática

A Programação Quadrática (PQ) tem como objetivo determinar o vetor solução x^* do problema colocado na seguinte forma::

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & \mathbf{q}^t x + \frac{1}{2} x^t \mathbf{Q} x \\ \text{sujeito a} & \mathbf{a}_i^t x = b_i \quad i = 1 \dots l \\ & \mathbf{a}_i^t x \leq b_i \quad i = l + 1 \dots m \end{array} \tag{5.16}$$

onde \mathbf{a} é uma matriz que contém os coeficientes dos gradientes das restrições, \mathbf{b} é o vetor dos termos independentes das restrições.

Sendo \mathbf{Q} uma matriz positiva definida, o problema quadrático é convexo e pode-se garantir a existência de um único mínimo local.

A solução deste problema pode ser obtida em três etapas bem definidas (Eboli, 1989 e Parente, 2000):

1. As l restrições de igualdade são eliminadas do problema diminuindo-se o número das variáveis independentes para $n - l$, obtendo-se um problema de programação quadrática (reduzida), chamado problema padrão de PQ, só com as restrições de desigualdade.
2. O problema quadrático reduzido é transformado em um Problema Linear Complementar (PLC), que pode ser resolvido através de métodos de pivoteamento como o de Lemke.
3. Recupera-se a solução para o espaço original com o cálculo das variáveis eliminadas na primeira etapa, obtendo-se os valores de x e λ .

5.7

Algoritmo de Han-Powell - Programação Quadrática Seqüencial

O algoritmo de otimização de Han-Powell proposto por Han em 1976 e 1977 e por Powell em 1978 (Eboli, 1989), foi implementado e aplicado a problemas de Engenharia Estrutural no DEC/PUC-Rio por Eboli (1989), Parente (2000) e Farfán (2000). Este algoritmo utiliza a técnica de Programação Quadrática Seqüencial (PQS) através da resolução de um subproblema quadrático (PQ).

O método de PQS pode ser considerado como o resultado da aplicação do método de Newton à minimização da função Lagrangiana do problema. Este método fornece a cada iteração os vetores \mathbf{d} (correção de x) e $\Delta\lambda$ (correção dos multiplicadores de Lagrange λ).

Este fato pode ser demonstrado considerando o seguinte problema:

$$\begin{array}{ll} \textit{minimizar} & f(x) \\ \textit{sujeito a} & c_i(x) = 0 \end{array} \quad (5.17)$$

cuja função Lagrangiana é dada por:

$$L(x, \boldsymbol{\lambda}) = f(x) + \sum_i \lambda_i c_i(x) \quad (5.18)$$

Desenvolvendo $\nabla L(x, \boldsymbol{\lambda})$ em séries de Taylor em torno de $(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k)$ até a primeira ordem tem-se:

$$\nabla L(x^k + \mathbf{d}^{k+1}, \boldsymbol{\lambda}^k + \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1}) = \nabla L(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k) + [\nabla^2 L(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k)] \begin{Bmatrix} \mathbf{d}^{k+1} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

Considerando $\mathbf{d}^{k+1} = x^{k+1} - x^k$ e $\Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1} = \boldsymbol{\lambda}^{k+1} - \boldsymbol{\lambda}^k$ e aplicando a condição de estacionariedade a (5.19) no ponto $(x^k + \mathbf{d}^{k+1}, \boldsymbol{\lambda}^k + \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1})$ resulta em:

$$[\nabla^2 L(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k)] \begin{Bmatrix} \mathbf{d}^{k+1} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \end{Bmatrix} = -\nabla L(x^k, \boldsymbol{\lambda}^k) \quad (5.20)$$

ou expresso na forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}^k & \mathbf{A}^{k'} \\ \mathbf{A}^k & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}^{k+1} \\ \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{g}^k + \mathbf{A}^k \boldsymbol{\lambda}^k \\ \mathbf{c}^k \end{Bmatrix} \quad (5.21)$$

Finalmente, substituindo $\boldsymbol{\lambda}^{k+1} = \boldsymbol{\lambda}^k + \Delta \boldsymbol{\lambda}^{k+1}$ tem-se:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W}^k & \mathbf{A}^{k'} \\ \mathbf{A}^k & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}^{k+1} \\ \boldsymbol{\lambda}^{k+1} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{g}^k \\ \mathbf{c}^k \end{Bmatrix} \quad (5.22)$$

onde, \mathbf{A}^k é a matriz dos gradientes das restrições, \mathbf{W}^k é a Hessiana da Lagrangiana, e \mathbf{g}^k é o gradiente de $f(x)$ sendo todos avaliados no ponto x^k . A solução de (5.22) equivale à solução do subproblema de PQ (Eboli,1989):

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & \mathbf{g}^{k'} \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^t \mathbf{W}^k \mathbf{d} \\ \text{sujeito a} & \mathbf{c}^k + \mathbf{A}^{k'} \mathbf{d} = 0 \end{array} \quad (5.23)$$

Ou seja, cada iteração k da solução do problema original é idêntica à solução do PQ obtido pela linearização das restrições e pela expansão quadrática de f em torno de x_0 .

Em problemas em que todas as restrições são de igualdade, a direção de busca e os multiplicadores de Lagrange podem ser obtidos pela solução do sistema de equações lineares gerado pelo método de Newton, como mostrado em (5.22).

Para considerar o caso de restrições de desigualdade, Wilson propôs resolver o problema geral de PM:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimizar} & f(x) \\
 \text{sujeito a} & c_i(x) = 0 \quad i = 1 \dots l \\
 & c_i(x) \leq 0 \quad i = l + 1 \dots m
 \end{array} \tag{5.24}$$

definindo uma direção de busca \mathbf{d} e uma nova estimativa dos multiplicadores de Lagrange λ através da solução do PQ:

$$\begin{array}{ll}
 \text{minimizar} & \mathbf{g}^{k^t} \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^t \mathbf{W}^k \mathbf{d} \\
 \text{sujeito a} & c_i^k + \mathbf{a}_i^{k^t} \mathbf{d} = 0 \quad i = 1 \dots l \\
 & c_i^k + \mathbf{a}_i^{k^t} \mathbf{d} \leq 0 \quad i = l + 1 \dots m
 \end{array} \tag{5.25}$$

cujo método de solução foi visto na seção anterior.

5.7.1 Etapas do Algoritmo Não-Linear Han-Powell (PQS)

As etapas que formam o algoritmo Han-Powell são (Parente, 2000):

1. Dado um ponto inicial x_0 e uma aproximação da Hessiana da função Lagrangiana \mathbf{B}_0 fazer $k=0$. \mathbf{B}_0 é dada pela seguinte função:

$$\mathbf{B}_0 = b_o \mathbf{I} \tag{5.26}$$

onde b_o é um parâmetro definido pelo usuário do algoritmo. O número de reinícios da matriz \mathbf{B} é controlado pelo parâmetro n_r definido pelo

usuário. Segundo Parente (2000) o reinício de \mathbf{B} serve para descartar a influencia de pontos muito distantes do ponto corrente.

2. Para $k=k+1$, montar e resolver o problema de programação quadrática definido pela equação (5.25) determinando os vetores \mathbf{d}^k e λ^k :

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \mathbf{g}^{k-1'} \mathbf{d} + \frac{1}{2} \mathbf{d}^t \mathbf{B}^{k-1} \mathbf{d} \quad \mathbf{d} \in \mathfrak{R}^n \\ \text{sujeito a} \quad & c_i^{k-1} + \mathbf{a}_i^{k-1'} \mathbf{d} = 0 \quad i = 1 \dots l \\ & c_i^{k-1} + \mathbf{a}_i^{k-1'} \mathbf{d} \leq 0 \quad i = l+1 \dots m \end{aligned} \quad (5.27)$$

onde c_i^{k-1} é o vetor com as restrições, $\mathbf{a}_i^{k-1'}$ é uma matriz com o gradiente das restrições e \mathbf{B}^{k-1} é uma aproximação da Hessiana no ponto x^{k-1} .

3. Verificar os critérios de parada do algoritmo:

$$\begin{cases} \left| \mathbf{g}^{k-1'} \mathbf{d}^k \right| \leq tol_1 \\ \max(c_i^k) \leq tol_2 \end{cases} \quad (5.28)$$

onde o primeiro critério representa a variação da função objetivo na direção \mathbf{d}^k e o segundo critério verifica explicitamente o valor da restrição mais violada.

4. Faz-se então uma busca linear unidimensional para determinar o tamanho do passo t^k , na direção \mathbf{d}^k de forma que o novo estimador da solução $x^k = x^{k-1} + t^k \mathbf{d}^k$ seja um ponto que contribua para o decréscimo da função objetivo. A busca é feita sobre a função de penalidade (p), construída no intuito de impor um alto custo à violação das restrições. Esta função é definida pela expressão:

$$p(t) = p(x + t\mathbf{d}) = f(x) + \sum_{i=1}^l r_i |c_i(x)| + \sum_{i=l+1}^m r_i \max[c_i(x), 0] \quad (5.29)$$

onde os r_i são os fatores de penalidades. A busca é aproximada, isto é a solução t^* não é o mínimo de $p(t)$, mas atende a um certo decréscimo

pré-estipulado em $p(t)$ considerado satisfatório. O coeficiente de decréscimo da função é pelo parâmetro γ definido pelo usuário.

5. Atualização da matriz \mathbf{B}^k do subproblema quadrático através do método BFGS.
6. Retorno à etapa 2.

5.8 Método dos Pontos Interiores

O algoritmo utilizado neste trabalho baseia-se na aplicação do método de Newton para a solução do sistema de equações não-lineares obtidas a partir da aplicação das condições de Kuhn-Tucker do problema de otimização (Herskovitz, 1995). Apenas o algoritmo para restrições de desigualdade é discutido, uma vez que os problemas de projeto ótimo a serem resolvidos não possuem restrições de igualdade. No entanto, as mesmas idéias aqui apresentadas também são válidas para os problemas que possuem simultaneamente restrições de igualdade e de desigualdade e podem ser vistas com mais detalhes em (Herskovitz, 1995; Herskovitz & Santos, 1997). O algoritmo de Pontos Interiores foi implementado e aplicado a problemas de Engenharia Estrutural no DEC/PUC-Rio por Parente (2000).

O método de Pontos Interiores tem como característica gerar uma seqüência de pontos no interior da região viável que converge para a solução do problema. Outra propriedade importante destes algoritmos é que cada um dos pontos intermediários possui valores decrescentes da função objetivo.

Considere o problema de otimização:

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & f(x) \\ \text{sujeito a} & c_i(x) \leq 0 \quad i = 1 \dots m \end{array} \quad (5.30)$$

cujas condições de Kuhn-Tucker são:

$$\begin{array}{l} \mathbf{g} + \sum_{i=1}^m \lambda_i \mathbf{a}_i = 0 \\ \lambda_i^* c_i(x^*) = 0 \\ c_i(x^*) \leq 0 \\ \lambda_i^* \geq 0 \end{array} \quad (5.31)$$

Sendo \mathbf{A} a matriz dos gradientes das restrições e \mathbf{C} uma matriz diagonal contendo os valores das restrições, as duas primeiras equações podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} \mathbf{g} + \mathbf{A}'\boldsymbol{\lambda} &= 0 \\ \mathbf{C}\boldsymbol{\lambda} &= 0 \end{aligned} \quad (5.32)$$

Aplicando o método de Newton para resolver o problema acima, obtém-se o sistema:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{A}' \\ \boldsymbol{\Lambda}\mathbf{A} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_0 \\ \boldsymbol{\lambda}_0 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{g} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5.33)$$

Na equação acima, $\boldsymbol{\Lambda}$ é uma matriz diagonal para a qual $\Lambda_{ii} = \lambda_i$, \mathbf{d}_0 é a direção de busca e $\boldsymbol{\lambda}_0$ é a estimativa dos multiplicadores de Lagrange. Pode-se demonstrar que \mathbf{d}_0 é uma direção de decréscimo de f e que $\mathbf{d}_0 = 0$ se x for um ponto estacionário (Parente, 2000).

O problema é que a direção de busca fornecida por (5.33) nem sempre é uma direção viável. Expandindo-se uma equação da parte inferior do sistema (5.33), chega-se a:

$$\lambda_i \mathbf{a}_i' \mathbf{d}_0 + c_i \lambda_{0_i} = 0 \quad (5.34)$$

Esta equação implica que $\mathbf{a}_i' \mathbf{d}_0 = 0$ para todo i tal que $c_i = 0$. Geometricamente, isto significa que \mathbf{d}_0 é tangente às restrições ativas, indicando que a direção aponta para fora da região viável.

Uma solução para evitar este efeito é adicionar uma constante negativa do lado direito da equação acima:

$$\lambda_i \mathbf{a}_i' \mathbf{d} + c_i \bar{\lambda}_i = -\rho \lambda_i \quad (5.35)$$

onde $\bar{\lambda}_i$ é a nova estimativa de λ_i .

Este procedimento faz com que a direção original seja defletida, de um valor proporcional a ρ , para o interior da região viável. Como a deflexão é proporcional

a ρ e \mathbf{d}_0 é uma direção de decréscimo de f , é possível encontrar limites em ρ para que \mathbf{d} também seja uma direção de decréscimo. Este objetivo pode ser atingido impondo-se que:

$$\mathbf{g}^t \mathbf{d} \leq k_a \mathbf{g}^t \mathbf{d}_0 \tag{5.36}$$

para $k_a \in (0; 1)$. Em geral, a taxa de decréscimo de f ao longo de \mathbf{d} é menor que ao longo de \mathbf{d}_0 .

Considerando o sistema auxiliar:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{A}^t \\ \Lambda \mathbf{A} & \mathbf{C} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{d}_1 \\ \lambda_1 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \mathbf{g} \\ \lambda \end{Bmatrix} \tag{5.37}$$

é fácil mostrar que:

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \rho \mathbf{d}_1 \tag{5.38}$$

e

$$\bar{\lambda} = \lambda_0 + \rho \lambda_1 \tag{5.39}$$

Substituindo (5.38) em (5.36) chega-se a:

$$\rho \leq (k_a - 1) \frac{\mathbf{g}^t \mathbf{d}_0}{\mathbf{g}^t \mathbf{d}_1} \tag{5.40}$$

Definida a direção de busca, é necessário realizar uma busca linear restrita ao longo dessa direção, de forma a garantir que o ponto gerado esteja no interior da região viável. Além disso, é necessário atualizar os valores dos multiplicadores de Lagrange de maneira a assegurar a convergência para a solução correta.

5.8.1 Etapas do Algoritmo de Pontos Interiores

O algoritmo de Pontos Interiores para problemas de restrições de desigualdade necessita de um ponto inicial viável x_0 , uma estimativa para os multiplicadores de Lagrange de forma que $\lambda_i > 0$ e uma matriz \mathbf{B} simétrica e

positiva definida, que é uma aproximação de \mathbf{W} . O algoritmo pode ser dividido nos seguintes passos (Herskovits & Santos, 1997):

1. Obter a direção de busca \mathbf{d} :

- a) Determinar os vetores $(\mathbf{d}_0, \lambda_0)$ através da solução do sistema linear definido em (5.33).
- b) Verificar o critério de convergência:

$$\|\mathbf{d}\| \leq tol \tag{5.41}$$

- c) Determinar os vetores $(\mathbf{d}_1, \lambda_1)$ através da solução do sistema linear definido em (5.37).
- d) Calcular o valor de ρ :

$$\begin{cases} se \mathbf{g}^t \mathbf{d}_1 > 0, \text{ então } \rho = \min \left[k_f \|\mathbf{d}_0\|^2, (k_a - 1) \mathbf{g}^t \mathbf{d}_0 / \mathbf{g}^t \mathbf{d}_1 \right] \\ se \mathbf{g}^t \mathbf{d}_1 \leq 0, \text{ então } \rho = k_f \|\mathbf{d}_0\|^2 \end{cases} \tag{5.42}$$

sendo $k_f > 0$.

e) Calcular a direção de busca \mathbf{d} :

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_0 + \rho \mathbf{d}_1 \tag{5.43}$$

e

$$\bar{\lambda} = \lambda_0 + \rho \lambda_1 \tag{5.44}$$

2. Fazer busca linear sobre \mathbf{d} , determinando o tamanho do passo t que satisfaça um critério sobre o decréscimo da função objetivo e para o qual:

$$\begin{cases} c_i(x + t\mathbf{d}) \leq 0, & se \bar{\lambda}_i \geq 0 \\ c_i(x + t\mathbf{d}) \leq c_i(x), & se \bar{\lambda}_i < 0 \end{cases} \tag{5.45}$$

e o novo ponto x :

$$x = x_0 + t\mathbf{d} \quad (5.46)$$

3. Atualizar a matriz \mathbf{B} , que é uma aproximação da Hessiana da função Lagrangiana, através do método BFGS.
4. Definir uma nova estimativa para os multiplicadores de Lagrange:

$$\lambda_i = \max \left[\lambda_{0_i}, k_e \|\mathbf{d}_0\|^2 \right] \quad (5.47)$$

sendo $k_e > 0$.

5. Fazer x igual a x_0 e retornar ao passo 1.

A aproximação inicial e o reinício da Hessiana da função Lagrangiana são controlados pelos mesmos parâmetros utilizados pelo algoritmo de Programação Quadrática Seqüencial.

6 Otimização de Dimensões

6.1 Considerações Gerais

O desejo de se obter o projeto ideal, considerando aspectos relacionados ao consumo, desempenho ou eficiência, sempre foi um dos principais objetivos da engenharia estrutural. Na busca desses objetivos, as técnicas de otimização são ferramentas valiosas, principalmente nos projetos atuais com estruturas cada vez mais esbeltas e complexas, onde apenas a experiência e o bom senso do projetista já não permitem mais alcançá-los.

A otimização de estruturas pode ser dividida em otimização de dimensões, otimização de forma e otimização topológica. O objetivo da otimização topológica é determinar a topologia ótima de uma estrutura, através da eliminação de elementos desnecessários e da criação de vazios. Na otimização de forma, busca-se determinar a geometria ótima dos contornos externos e internos de estruturas contínuas e das coordenadas nodais de estruturas reticuladas, cujas dimensões e topologia são fixas. Já a otimização de dimensões, tratada no presente trabalho, tem por objetivo determinar as dimensões (seções transversais, espessuras, etc) de cada componente de uma estrutura cuja forma e topologia são fixas.

6.2 Otimização em Multinível

Os recursos requeridos para a solução de um problema de otimização aumentam com a dimensão do problema a uma taxa que é mais que linear. Quer dizer, se nós dobrarmos o número de variáveis de projeto em um problema, o custo de solução vai mais que dobrar. Por esta razão, buscam-se, freqüentemente, modos de desmembrar um problema de otimização em uma série de problemas menores. Sendo, segundo Haftka (1993), o método da decomposição é um dos mais utilizados para alcançar tal separação.

O processo de decomposição consiste em identificar relações entre variáveis de projeto e restrições que permita ao projetista separá-las em grupos, que só são interconectados fracamente. Uma vez efetuada a decomposição, é preciso identificar um método de otimização que tire proveito do agrupamento e

restabeleça o projeto global com uma série de otimizações de grupos individuais, coordenados para otimizar o sistema como um todo.

Desta forma, a otimização global se torna um processo de otimização em dois níveis. O nível de coordenação é normalmente denominado de nível de topo, e os problemas menores de otimização são denominados de níveis subordinados. Havendo a possibilidade, pode um nível subordinado ser decomposto em subgrupos adicionais, de forma que se venha a obter uma otimização em três níveis, e assim por diante. As variáveis dos subsistemas são freqüentemente chamadas variáveis locais, enquanto as variáveis de acoplamento são chamadas variáveis globais.

Assim como em projetos diretos, uma configuração inicial da estrutura deve ser especificada. O início do processo consiste em otimizar a estrutura com respeito às variáveis locais, associadas à configuração inicialmente especificada para as variáveis globais. Então, busca-se como as variáveis globais podem ser alteradas tal que, quando a nova configuração for otimizada com respeito às variáveis locais, o custo final da estrutura seja reduzido. Conceitualmente, a interação ocorre entre dois espaços de projeto distintos, porém acoplados.

Cabe ressaltar que, quando as variáveis globais são alteradas, as variáveis locais, associadas à configuração global anterior, fornecem uma boa aproximação de projeto inicial para este novo subproblema de variáveis globais fixas atualizadas, e que nenhuma ferramenta adicional torna-se necessária.

A estrutura de decomposição mais simples surge quando aplicada a problemas de otimização separáveis. Nestes, os grupos de variáveis não interagem entre si, podendo, então, a função objetivo e as restrições serem decompostas em termos dos grupos, e cada restrição depende unicamente das variáveis associadas a um único grupo, ou seja,

$$\begin{aligned} &\text{minimizar} \quad \sum_{i=1}^s f_i(x_i) \\ &\text{sujeito a} \quad g_i(x_i) \leq 0, \quad i=1, \dots, s. \end{aligned} \tag{6.1}$$

A forma de estrutura representada nas equações (6.1), denominada bloco-diagonal, encontra-se diagramada na figura (6.1a). Esta é a situação considerada

ideal, pois permite tratar um grande problema como uma série de pequenos problemas sem qualquer necessidade de coordenação entre eles.

	x_1	x_2	x_2	x_s
f	X	X	X	X
g_1	X			
g_2		X		
g_3			X	
g_s				X

(a) Bloco-diagonal

	x_1	x_2	x_2	x_s
f	X	X	X	X
g_1	X			
g_2	X	X		
g_3	X		X	
g_s	X			X

(a) Bloco-angular

Figura 6.1 – Estruturas de decomposição em bloco diagonal e angular.

É extremamente raro encontrar problemas que tenham uma estrutura diagonal simples, mas em muitos casos têm-se problemas de otimização onde o acoplamento entre os grupos de variáveis é muito fraco. Um fraco acoplamento significa que os gradientes fora da diagonal ($\partial f_i / \partial x_j$ e $\partial g_i / \partial x_j; i \neq j$) são muito pequenos se comparados com os gradientes da diagonal ($\partial f_i / \partial x_i$ e $\partial g_i / \partial x_i$). Contudo, ao invés de otimizar cada grupo de variáveis de uma única vez, é preciso repetir o processo diversas vezes para levar em conta o fraco acoplamento que fora desprezado entre os grupos.

Uma situação muito comum acontece quando os subproblemas são interconectados através de um número pequeno de variáveis de projeto. Denotando-se o vetor de variáveis de projeto de acoplamento, envolvido na interação entre os grupos, como y , e o vetor das variáveis dos subsistemas como x , pode-se escrever o problema de minimização como:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar} && f_0(y) + \sum_{i=1}^s f_i(x_i, y) \\
 & \text{sujeito a} && g_0(y) \leq 0, \\
 & && g_i(x_i, y) \leq 0, \quad i = 1, \dots, s;
 \end{aligned}
 \tag{6.2}$$

onde g_0 é o vetor de restrições globais e g_i o vetor das restrições locais ou dos subsistemas. Tal estrutura de decomposição é dita ter uma forma bloco-angular,

cuja matriz de conectividade está diagramada na figura (6.1b). Além de bloco-diagonal e angular bloco-angular, outras formas de decomposição podem ser encontradas em Haftka (1993).

Otimização em níveis múltiplos não é gerada apenas por decomposição. Alguns problemas têm estruturas multiníveis naturais, com um único ou poucos subsistemas. Problemas de projeto desenvolvidos em um único nível podem ser vistos como problemas de otimização de dois níveis, onde a análise representa uma otimização de segundo nível, já que esta pode ser formulada como um processo de otimização minimizando a energia potencial total da estrutura. Outro exemplo está na otimização contendo tipos diferentes de variáveis de projeto, como variáveis de dimensões e topológicas, onde pode ser vantajoso trabalhar com níveis diferentes, um para cada tipo de variável. Finalmente, na otimização multidisciplinar pode haver casos em que seja vantajoso ter subníveis que correspondam a otimizações disciplinares individuais, coordenadas a um nível superior.

As técnicas de otimização em multinível também podem, segundo Haftka (1993), apresentar obstáculos. Nestes casos, procura-se transformar alguns problemas multiníveis em problemas de um único nível. Por exemplo, para problemas de projeto, onde a análise é desenvolvida como uma otimização de segundo nível, pode ser vantajoso utilizar uma formulação de único nível. Esta formulação é chamada de análise e projeto simultâneos (SAND).

6.3 Metodologia de Otimização

O problema de otimização, a ser considerado neste trabalho, consiste na minimização dos custos de pilares de edifícios altos de concreto armado, modelados como pórtico espacial. São variáveis de projeto as dimensões da seção transversal dos pilares e, adicionalmente, a resistência característica à compressão (f_{ck}) dos mesmos. As vigas são admitidas com dimensões e f_{ck} fixos.

Apesar de ocorrerem variações nos esforços solicitantes que atuam nas vigas, e conseqüentemente variações nos seus custos, decorrentes das variações das dimensões dos pilares que ocorrem ao longo do processo de otimização, tais influências não são aqui consideradas.

A hipótese de vigas com dimensões fixas é admitida consistente, uma vez que estas são fortemente influenciadas pela arquitetura e pelas padronizações impostas por questões construtivas, deixando, desta forma, pouco espaço para impor variações nas dimensões das mesmas. Há, contudo, consciência de que a exclusão das vigas na composição do custo da estrutura influencia na precisão do modelo.

Quanto ao f_{ck} , acredita-se que adoção de um valor variável para os pilares e fixo para as vigas encontra justificativa nas aplicações, freqüentes, de um valor diferenciado e mais elevado que tem sido imposto aos pilares com o objetivo de reduzir as dimensões dos mesmos e ganhar mais espaço interno. Além disso, f_{ck} elevados mostram-se mais eficientes em elementos solicitados essencialmente à compressão.

O projeto de estruturas de concreto armado inclui a especificação de muitos detalhes. Além da determinação das dimensões da seção transversal e da armadura total, deve-se especificar o diâmetro das barras, número de barras e distribuição dessas barras na seção (topologia).

A inclusão, contudo, de variáveis de projeto associadas ao detalhamento da armadura no problema de otimização não é uma tarefa fácil. Por esta razão, segundo Balling e Yao (1997), a maioria dos trabalhos tem representado a armadura como uma variável simples, isto é, A_s representa apenas a área total de aço distribuída na seção transversal de vigas e colunas, sem qualquer referência ao diâmetro ou ao número de barras de aço empregados.

Adicionalmente, Balling e Yao (1997) constataram que os valores ótimos das dimensões da seção transversal (b 's e h 's) são insensíveis ao número, diâmetro e distribuição das barras de aço na seção. Nos estudos comparativos realizados pelos autores, foi observado que a consideração de A_s como variável discreta (diâmetro, número e distribuição das barras na seção) não produz projetos significativamente melhores que aqueles produzidos quando A_s é tratado como variável simples. A diferença observada entre os dois modelos é inferior a 5%.

Assim, seguindo o modelo tradicional no presente trabalho, A_s é tratado como uma variável simples, calculada a partir da consideração de ser a armadura distribuída de forma uniforme e contínua, acompanhando o perímetro da seção. Desta forma, o percentual de armadura em cada uma das faces é dependente,

unicamente, das dimensões da seção transversal do pilar. Acredita-se assim que a distribuição de A_s na seção transversal pode adaptar-se de forma mais consistente às mudanças sofridas pela geometria dos pilares ao longo do processo de otimização. Adicionalmente, o peso próprio dos pilares passa a ser considerado no processo, sendo este atualizado a cada nova iteração.

Mantendo-se a estrutura de decomposição utilizada por Balling e Yao (1997), para construir o modelo em multinível, o problema é subdividido em um sistema global de otimização e um problema de otimização individual dos membros. No sistema global de otimização determinam-se as variáveis globais ou de acoplamento, representadas pelo f_{ck} e pelas dimensões das seções de todos os pilares. Enquanto que no problema de otimização individual, são determinadas as variáveis locais ou dependentes, representadas pelas armaduras totais dos pilares.

Basicamente, o processo consiste em buscar como o f_{ck} e as dimensões das seções (b e h) podem ser modificadas tal que, quando a nova estrutura for otimizada com respeito as armaduras dos membros, o custo da estrutura seja reduzido.

A otimização de estruturas de concreto armado, assim estruturada, consiste em:

1. Fixar uma configuração inicial para variáveis globais, ou de acoplamento (f_{ck} , b_i e h_i);
2. Otimizar a estrutura com respeito a cada elemento individual, isto é, determinar a armadura total A_s de cada lance de pilar;
3. Efetuar a análise de sensibilidade, incluindo nesta etapa o cálculo dos gradientes das variáveis locais em relação às variáveis globais ($\partial A_s / \partial f_{ck}$, $\partial A_s / \partial b_i$ e $\partial A_s / \partial h_i$). Parâmetros responsáveis pelo restabelecimento do acoplamento entre os grupos de variáveis.
4. Resolver o problema de otimização à nível global com respeito às variáveis globais (f_{ck} , b_i e h_i);
5. Repetir os passos 2, 3 e 4 até alcançar a precisão desejada.

O projeto ótimo de estruturas de concreto armado, estruturado em dois níveis, encontra-se esquematizado na figura (6.2).

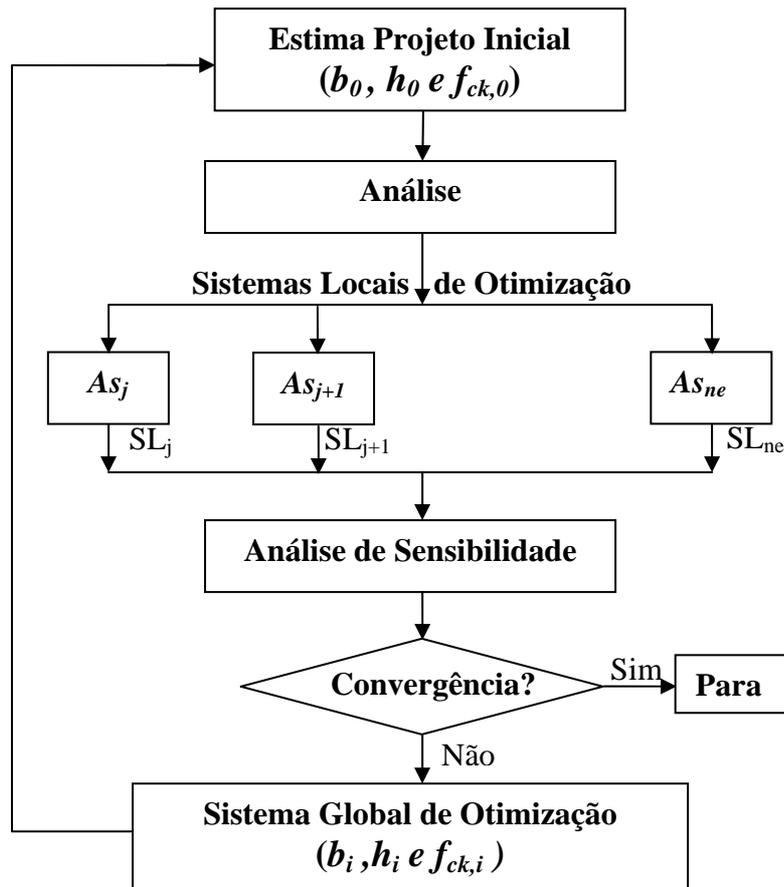


Figura 6.2 - Esquema para projeto ótimo de estruturas de concreto armado em multinível.

Cabe ressaltar que a utilização da armadura como variável simples, dentro do modelo de multinível, faz com que, nas etapas de otimização individual de cada elemento, otimização e dimensionamento se confundam. Pois, sendo o f_{ck} , as dimensões das seções transversais e a distribuição de armadura fixas no nível local, o processo de otimização traduz-se na determinação de As total, tal que a seção de concreto armado seja capaz de resistir aos esforços solicitantes. Pode-se dizer que as restrições, tradicionalmente, de desigualdade associadas à resistência tornam-se restrições de igualdade.

Na forma como proposto, é possível notar que a armadura dos pilares torna-se uma variável totalmente dependente das variáveis de acoplamento. Assim, para que se possa determinar as direções de busca no sistema global de otimização, faz-se necessário a obtenção dos gradientes de As (variável local) em relação ao f_{ck} e às dimensões da seção (variáveis globais). Em problemas cuja armadura é otimizada simultaneamente com as demais variáveis de projeto, em um único

nível, os gradientes de As , em relação as demais variáveis de projeto, são nulos, pois todas as variáveis são independentes entre si.

6.4 Formulação do problema de Otimização

O problema de otimização de estruturas geometricamente não lineares, submetidas a carregamento estático, pode ser formulado da seguinte forma:

$$\begin{array}{lll} \text{minimizar} & f(x) & x \in \mathcal{R}^n \\ \text{sujeito a} & c_j(x) \leq 0 & j = 1 \dots m \\ & x_i^l \leq x_i \leq x_i^u & i = 1 \dots nsecs \end{array} \quad (6.3)$$

O modelo considera dois tipos de restrições: estruturais e geométricas. As restrições estruturais visam garantir que o projeto atenda os estados limite último e de utilização, bem como às disposições construtivas específicas. As restrições geométricas têm por objetivo garantir que a geometria do modelo seja válida.

As variáveis de projeto são, em cada lance, as dimensões da seção transversal dos pilares e suas respectivas armaduras. Pilares com seções idênticas são dispostos em grupos de seções transversais, e, para cada grupo de pilares, tem-se, dependendo do tipo de seção, uma, duas ou três variáveis de projeto associadas à geometria (fig. 6.3), além de uma variável correspondente a armadura de cada lance coberto pelo respectivo grupo de pilares.

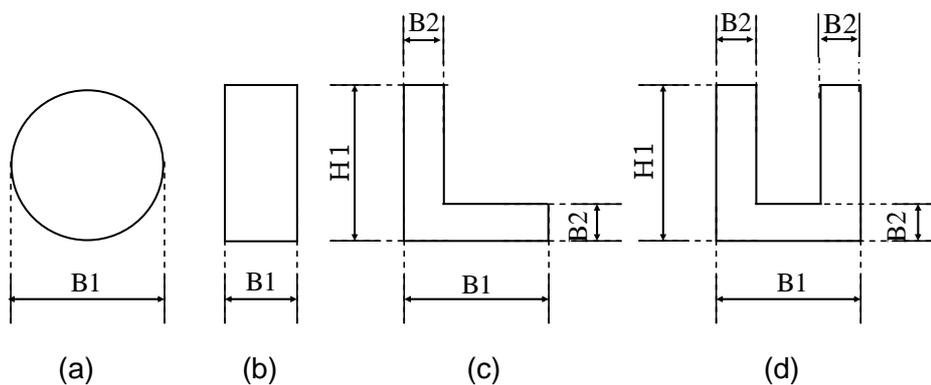


Figura 6.3 – Tipos de seções transversais admitidas para os pilares.

Para tornar a apresentação mais geral, será mantido x como notação, ficando assim válida para qualquer outra variável de projeto.

6.4.1 Função Objetivo

A função objetivo adotada consiste no custo total dos pilares que compõem a estrutura, incluindo, caso existam, membros com dimensões fixas. O custo total é composto pelo custo dos materiais e mão-de-obra empregados na fabricação e aplicação do concreto, armação e formas necessárias para execução dos pilares. Desta forma, a função objetivo é definida por:

$$f = \text{Custo} = \sum_{m=1}^{ne} \left[C_a (A_{s_m} \left(1 + \frac{l_{b,nec}}{l_m} \right) + V_{sw_m}) + C_c (A x_m) + C_f (P e_m) \right] \cdot l_m \quad (6.4)$$

A primeira parcela corresponde ao custo das armaduras longitudinal e transversal, sendo que $C_a = C_s \cdot \gamma_s$ é o custo do aço por unidade de volume; C_s é o custo de aço por unidade de peso; γ_s é o peso específico do aço; A_{s_m} é a armadura longitudinal; $V_{sw_m} = A_{sw_m} \cdot P e_{A_{sw,m}}$ é o volume da armadura transversal por unidade de comprimento, sendo A_{sw_m} e $P e_{A_{sw,m}}$, a armadura transversal por unidade de comprimento e o perímetro descrito por A_{sw_m} , respectivamente; e l_m é o comprimento do m -ésimo elemento, enquanto $l_{b,nec}$ é o comprimento de ancoragem aplicado à armadura.

A segunda parcela representa o custo do concreto, onde C_c é o seu custo por unidade de volume. A última parcela corresponde ao custo da fôrma, onde C_f é o custo por unidade de área de forma. Os parâmetros $A x_m$ e $P e_m$ representam a área e o perímetro da seção transversal do elemento 'm', respectivamente, sendo estes calculados em função do tipo de seção de cada elemento (ver figura 6.3).

6.4.2 Restrições Relativas à Resistência

Dentro do modelo multinível idealizado, as restrições relacionadas aos critérios de resistência são efetuadas a nível local, de forma individualizada para cada elemento.

Como mencionado no item (6.3), a utilização da armadura como variável simples transforma o problema de otimização restrito em um simples problema dimensionamento da seção de concreto armado. Dessa forma, a atualização da variável de projeto A_s , a cada etapa, torna atendida, automaticamente, as restrições impostas pelos esforços solicitantes.

Quanto aos esforços cortantes, admite-se que a tensão convencional de cisalhamento (τ_{wd}) não ultrapassará seu valor último (τ_{wu}) e, que armadura transversal mínima (A_{sw_m}) normativa é capaz de absorver tais esforços.

6.4.3 Limites das Armaduras Longitudinais

Restrições normativas relativas a valores mínimos e máximos da armadura longitudinal dos pilares são consideradas da seguinte forma:

$$A_s \geq A_{s, \min} \quad (6.5a)$$

$$A_s \leq A_{s, \max} \quad (6.5b)$$

A primeira dessas restrições, relativa aos valores mínimos, é tratada a nível local. Após a determinação da armadura A_s , dentro do problema de otimização individual do membro, esta é, imediatamente, verificada com respeito a expressão (6.5a), a fim de que a restrição relativa aos valores mínimos normativos, para a armadura longitudinal dos pilares, seja atendida conjuntamente com as restrições relativas à resistência.

Com respeito aos valores máximos das armaduras, estes deverão ser tratados a nível global, dentro do sistema de otimização, pois as dimensões dos membros são fixas dentro dos subníveis e, alterá-las seria a única maneira de atender tal restrição, sem violar aquelas relativas à resistência.

6.4.4 Estado Limite de Deformação Excessiva da Estrutura

A única restrição associada ao estado limite de utilização, imposta ao problema de otimização, refere-se ao estado limite de deformação excessiva da estrutura. Para atender a esta exigência, restrições são impostas aos deslocamentos nodais da estrutura, quando sujeita a combinações de serviço. Estas restrições são da seguinte forma:

$$\text{sign}(u_j) \cdot u_j \leq u_{j,\text{lim}} \quad , \quad j=1,\dots,ndr, \quad (6.6)$$

onde $u_{j,\text{lim}}$ correspondem aos valores absolutos admissíveis para o deslocamento u_j e ndr é o número de deslocamentos nodais restritos.

Dentre os vários valores de deslocamentos limites recomendados pela NBR6118, é empregado aquele que restringe o movimento lateral do edifício, quando sujeito a ação do vento para combinações freqüentes ($\psi_1 = 0.30$). Assim, u_{lim} é dado por:

$$u_{\text{lim}} = \frac{H}{1700}, \quad (6.7)$$

onde H é a altura total do edifício.

6.4.5

Restrições sobre o Parâmetro de Instabilidade Global γ_z

Nos casos em que os efeitos da não linearidade geométrica forem calculados a partir do parâmetro de instabilidade global γ_z , é necessário, para que o problema ótimo esteja em acordo como a NBR 6118 (2003), como visto em no item (2.1.2), que a seguinte restrição seja imposta ao problema:

$$\gamma_z \leq 1.30 \quad (6.8)$$

6.4.6

Restrições Laterais

Restrições laterais, na forma de limites diretamente impostos às variáveis de projeto, são também incluídas:

$$x_{i,\text{min}} \leq x_i \leq x_{i,\text{max}}, \quad i=1,\dots,n \quad (6.9)$$

onde $x_{i,\text{min}}$ é o limite inferior e $x_{i,\text{max}}$ é o limite superior da variável de projeto x_i . Aplicado às dimensões dos pilares, o limite inferior tem como objetivo garantir as prescrições dimensões mínimas impostas aos pilares pelas normas técnicas bem como pelos projetistas, e o limite superior visa preservar os aspectos relativos ao projeto arquitetônico e ao modelo de análise. Quanto ao f_{ck} , estes limites visam garantir a prescrição de um valor mínimo, bem como garantir a

permanência desta variável dentro do grupo I de resistência ($20 \leq f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$), para o qual é válida a aplicação da NBR 6118 (2003).

6.4.7 Restrições Laterais Relativas

Além das restrições laterais, são introduzidas restrições laterais relativas, equação.(6.10),

$$x_{k+1}^p \leq x_k^p \quad k = 0, \dots, (nred - 1); \quad p = 1, \dots, npil, \quad (6.10)$$

onde $nred$ corresponde ao número de reduções de seção, ao longo da altura, imposta aos pilares; e $npil$ ao número de pilares da estrutura.

Esta classe de restrição tem por objetivo impedir que, havendo redução nas dimensões b e h da seção transversal dos pilares ao longo da altura, os lances superiores de um dado pilar, designado em (6.10) pelo índice " p ", venham a apresentar, após a otimização, dimensões maiores que aquelas dos lances inferiores do referido pilar.

6.4.8 Fatores de escala

A diversidade de medidas presentes nos problemas de otimização pode acarretar diferenças significativas entre as suas magnitudes e causar problemas na estabilidade numérica do algoritmo de solução. Desta forma, a variável de projeto, x , e a função objetivo, f^o , são definidas como a razão entre valores correntes destes parâmetros e os seus correspondentes valores iniciais, i. e.,

$$\begin{aligned} \bar{x}_i &= \frac{x_i}{x_i^o} \\ \bar{f} &= \frac{f}{f^o} \end{aligned} \quad (6.11)$$

Além disso, o uso de fatores de escala tem, segundo Haftka (1993), o efeito de colocar todas as variáveis de projeto sobre uma mesma base. Isto quer dizer que

variações de 1 %, nestas variáveis, tenham aproximadamente o mesmo significado para cada uma delas.

Pelas mesmas razões, as restrições também precisam ser reescritas de forma adimensional, tal que:

$$\begin{aligned} \text{sign}(u_j) \frac{u_j}{u_{j,\text{lim}}} - 1 &\leq 0 \\ \frac{As_i}{As_{i,\text{max}}} - 1 &\leq 0 \\ \frac{\gamma_z}{1.30} - 1 &\leq 0 \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\bar{x}_{n,\text{min}} \leq \bar{x}_n \leq \bar{x}_{n,\text{max}}$$

$$\frac{x_{k+1}^p}{x_k^p} - 1 \leq 0$$

As variáveis de projeto associadas às armaduras e às restrições relativas aos valores mínimos destas não precisam ser adimensionais, pois, dentro do modelo proposto, estas são tratadas a nível local como um simples problema de dimensionamento.

Face ao processo de adimensionalização realizado, o vetor das variáveis projeto é agora designado por \bar{x} .

As derivadas em relação a nova variável, \bar{x} , são obtidas na forma:

$$\frac{d(.)}{d\bar{x}} = x^0 \frac{d(.)}{dx} \quad (6.13)$$

Usando os fatores de escala e o tratamento em dois níveis, a formulação final do problema de contraventamento ótimo de edifícios altos apresenta-se na seguinte forma:

(i). No nível global determina-se o vetor das variáveis de projeto, associadas a geometria da seção e ao f_{ck} , $\bar{x}^T = [B1_i \quad H1_i \quad B2_i \quad f_{ck}]$, que minimize o custo:

$$\bar{f} = \frac{1}{f^o} \cdot \left[\sum_{m=1}^{ne} \left[Ca(As_m \left(1 + \frac{l_{b,nec}}{l_m} \right) + V_{sw_m}) + Cc(Ax_m) + Cf(Pe_m) \right] \cdot l_m \right] \quad (6.14)$$

Sujeito a

$$\begin{aligned}
 \text{sign}(u_j) \frac{u_j}{u_{j,\text{lim}}} - 1 &\leq 0 & j = 1, \dots, ndr \\
 \frac{As_i}{As_{i,\text{max}}} - 1 &\leq 0 & i = 1, \dots, nsc \\
 \frac{\gamma_{z,x}}{1.30} - 1 &\leq 0 \\
 \frac{\gamma_{z,y}}{1.30} - 1 &\leq 0 & \text{(6.15)}
 \end{aligned}$$

e às restrições laterais e laterais relativas

$$\begin{aligned}
 \bar{x}_{n,\text{min}} \leq \bar{x}_n \leq \bar{x}_{n,\text{max}} & \quad n = 1, \dots, n \text{ var} \\
 \frac{x_{k+1}^p}{x_k^p} - 1 \leq 0 & \quad k = 0, \dots, (nred - 1); p = 1, \dots, npil, .
 \end{aligned}$$

- (ii). Já a nível local, admitindo-se os pilares com dimensões e f_{ck} fixos, são determinadas as armaduras longitudinais a partir dos esforços solicitantes, atuantes em cada lance de pilar. Após o cálculo, as armaduras são verificadas quanto aos limites mínimos exigidos pela NBR-6118 (2003). Desta forma, ou a restrição associada à resistência ou aquela associada à armadura mínima estará sempre ativa, a cada ciclo do processo de otimização.

7 Análise de Sensibilidade

7.1 Considerações Gerais

Conforme visto no Capítulo 5, os algoritmos utilizados neste trabalho necessitam das derivadas da função objetivo e das restrições em relação às variáveis de projeto para determinar a direção de busca do processo de otimização. De forma geral, estes gradientes são calculados a partir dos gradientes das respostas da estrutura e, dependendo do problema, as respostas de interesse podem ser deslocamentos, tensões, frequências naturais e cargas críticas.

A análise de sensibilidade, também chamada de gradientes das respostas da estrutura, desempenha um papel central no processo de otimização, pois é avaliada a cada passo do algoritmo.

Os gradientes podem ser desenvolvidos de forma analítica, por diferenças finitas ou pelo método semi-analítico, sendo estes apresentados, de forma sucinta, a seguir:

(i) Método Analítico

O método analítico consiste na diferenciação direta das equações de equilíbrio lineares e não-lineares do problema. É um método preciso e eficiente, contudo, as expressões resultantes, em determinados casos, podem ser longas e de difícil obtenção, o que às vezes inviabiliza sua aplicação.

(ii) Diferenças Finitas (MDF)

A mais simples técnica para cálculo da sensibilidade com respeito a variável de projeto é a aproximação por diferenças finitas. Esta técnica é geralmente cara computacionalmente, mas é de fácil implementação e é muito utilizada. A idéia deste método é aproximar a derivada através da expressão a seguir:

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \quad (7.1)$$

onde Δx é uma perturbação absoluta suficientemente pequena para produzir resultados satisfatórios. Geralmente, essa perturbação é definida através da seguinte expressão:

$$\Delta x = \eta \cdot x \quad (7.2)$$

sendo η o valor da perturbação relativa.

A maior dificuldade no MDF é selecionar o valor da perturbação η , parâmetro fortemente ligado à precisão do método: um valor muito pequeno conduz a erros de arredondamento, causados pela forma como os números reais são representados nos computadores, enquanto que um valor muito grande conduz a erros de truncamento, pois a derivada só é exata quando Δx tende a zero. Perturbações relativas entre 10^{-4} a 10^{-8} geralmente levam a bons resultados, sendo suficiente para aplicações práticas.

(iii) Método Semi-Analítico

A idéia do Método Semi-Analítico é combinar a eficiência do Método Analítico com a simplicidade e generalidade do Método das Diferenças Finitas. Neste sentido, para o cálculo dos gradientes são utilizadas as expressões gerais obtidas a partir da diferenciação direta das equações de equilíbrio. Contudo, determinados termos dessas expressões são obtidos a partir do Método das Diferenças Finitas.

Assim como no MDF, a precisão deste método é controlada pelo tamanho das perturbações η adotadas. Empregando-se a mesma faixa de perturbações recomendadas anteriormente, os resultados, para a maioria dos casos práticos, são perfeitamente satisfatórios.

A seguir, a partir dos métodos descritos, em particular do método analítico, são desenvolvidas as expressões necessárias para o cálculo das sensibilidades empregadas no presente trabalho. Para facilitar a apresentação das equações, considera-se uma estrutura descrita por uma única variável.

7.2

Sensibilidade dos Deslocamentos

A sensibilidade dos deslocamentos de sistemas discretos, com relação às variáveis de projeto x , é obtida a partir da seguinte equação de equilíbrio:

$$F(x,u) = P(x) \quad (7.3)$$

Sendo que o vetor de forças externas $P(x)$ é, no caso mais geral, assim como o vetor das forças internas $F(x, u)$, dependente das variáveis de projeto.

Assim, diferenciando-se a equação de equilíbrio em relação a uma variável de projeto x , tem-se:

$$\frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \frac{du}{dx} + \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} = \frac{dP(x)}{dx} \quad (7.4)$$

O segundo termo da equação corresponde à derivada do vetor de forças internas em relação aos termos explícitos das variáveis de projeto, enquanto que o primeiro termo se deve à dependência implícita de F em relação a x por meio dos deslocamentos u .

Reorganizando os termos da equação (7.4), e sendo a matriz de rigidez tangente definida por $K_t = \partial F(u, x)/\partial u$, tem-se:

$$K_t \frac{du}{dx} = \frac{dP(x)}{dx} - \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \quad (7.5)$$

e, finalmente,

$$\frac{du}{dx} = K_t^{-1} \left(\frac{dP(x)}{dx} - \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \right) \quad (7.6)$$

onde du/dx representa a sensibilidade dos deslocamentos com relação às variáveis de projeto x . A parcela do lado direito da equação (7.5) é denominada de *pseudo-forças*.

Se uma análise linear é desenvolvida, a parcela $\partial F/\partial x$ pode ser definida por:

$$\frac{\partial F(u, x)}{\partial x} = \frac{\partial (K(x).u)}{\partial x} = \frac{dK(x)}{dx} u \quad (7.7)$$

A sensibilidade dos deslocamentos locais dos elementos q é determinada empregando-se a matriz de transformação correspondente T_m , ou seja,

$$\frac{dq_m}{dx} = T_m \frac{du}{dx} \quad (7.8)$$

7.3 Sensibilidade das Forças Externas {P(x)}

A sensibilidade das forças externas é basicamente construída a partir das variações nas parcelas de carga relativas ao peso próprio dos elementos estruturais envolvidos no processo, sendo, no caso específico, estes elementos constituídos apenas por pilares. Contudo, a utilização do conceito de vão efetivo e o emprego do parâmetro de instabilidade γ_z para avaliar, de forma aproximada, os efeitos de 2ª ordem, introduz no sistema parcelas adicionais àquelas devidas ao peso próprio.

7.3.1 Parcelas devidas ao Peso Próprio

Sendo i_m e j_m os nós inicial e final do elemento l_m , o gradiente associado às componentes verticais de força, $Pz(x)$, no sistema de coordenadas global, é dada por:

$$\frac{dPz_{i_m}}{dx} = \frac{dPz_{j_m}}{dx} = \frac{dAx_m}{dx} \frac{l_m}{2} \rho_c \quad (7.9)$$

onde Ax_m é a área da seção transversal do elemento l_m ; e ρ_c é o peso específico do concreto.

Uma vez que apenas pilares são considerados no processo ótimo, as demais componentes de força apresentam gradientes nulos.

7.3.2 Parcelas devidas à consideração do vão Efetivo

A consideração do vão efetivo ℓ_{ef} das vigas, conforme definido na equação (3.1), e a definição de cargas ao longo das barras tornam o vetor das forças externas sensível às variações dimensionais dos pilares. Tais sensibilidades, geralmente desprezadas, podem ser avaliadas pelo Método das Diferenças Finitas por:

$$\frac{dM_i}{dx} = \frac{M_i(\ell_{ef} - \Delta x) - M_i(\ell_{ef})}{\Delta x} \quad (7.10a)$$

$$\frac{dV_i}{dx} = \frac{V_i(\ell_{ef} - \Delta x) - V_i(\ell_{ef})}{\Delta x} \quad (7.10b)$$

onde M_i e V_i são as forças nodais calculadas a partir das expressões (3.2), apresentadas no item (3.1.1); Δx corresponde à perturbação dimensional dos pilares, que conduz a um encurtamento de ℓ_{ef} , a partir da lateral esquerda ou direita, dependendo da posição do pilar em relação à viga. É possível, ainda, que a redução ocorra simultaneamente nas duas extremidades, caso ambos os pilares pertençam ao mesmo grupo. O uso do MDF na determinação de dP/dx torna o método utilizado no cálculo de du/dx semi-analítico.

Caso apenas cargas nodais sejam impostas ao sistema, ou o comprimento efetivo das vigas não seja considerado, as forças externas serão admitidas independentes de x , ou seja, $dP/dx = 0$. Igual resultado é obtido se a variável de projeto em questão é o f_{ck} .

7.3.3

Parcelas devidas ao parâmetro γ_z

Como visto em (2.12), os efeitos de 2ª ordem podem ser obtidos a partir da majoração adicional dos esforços horizontais da combinação de carregamento considerada por $0,95\gamma_z$. Desta forma, quando tal aproximação for aplicada, as cargas horizontais tornam-se sensíveis as variáveis de projeto, uma vez que γ_z é dependente dos deslocamentos da estrutura.

Admitindo-se que as cargas horizontais são constituídas apenas pelas cargas acidentais devidas ao vento, V_x e V_y , o gradiente do vetor das forças externas, no sistema de coordenadas global, relativo ao parâmetro γ_z , é dado por:

$$\frac{dV_{x_i}}{dx} = 0,95 \cdot V_x \frac{d\gamma_{z,x}}{dx} \quad (7.11a)$$

$$\frac{dV_{y_i}}{dx} = 0,95 \cdot V_y \frac{d\gamma_{z,y}}{dx} \quad (7.11b)$$

sendo

$$\frac{d\gamma_{z,x}}{dx} = \gamma_{z,x}^2 \frac{1}{M_{y1,tot,d}} \frac{d\Delta M_{y,tot,d}}{dx} \quad (7.11a)$$

$$\frac{d\gamma_{z,y}}{dx} = \gamma_{z,y}^2 \frac{1}{M_{x1,tot,d}} \frac{d\Delta M_{x,tot,d}}{dx} \quad (7.11b)$$

e

$$\frac{d\Delta Mx_{tot,d}}{dx} = \sum_{i=1}^{nn} \left(Pz_i \frac{dv_i}{dx} + \frac{dPz_i}{dx} v_i \right) \quad (7.11a)$$

$$\frac{d\Delta My_{tot,d}}{dx} = \sum_{i=1}^{nn} \left(Pz_i \frac{du_i}{dx} + \frac{dPz_i}{dx} u_i \right) \quad (7.11b)$$

Sendo nn o número de nós da estrutura

7.4 Sensibilidade dos Esforços Internos Solicitantes

A sensibilidade dos esforços internos solicitantes em relação às variáveis de projeto x é obtida diferenciando-se as expressões que definem estes esforços nas extremidades de cada elemento. Na forma geral, é apresentada como:

$$\frac{df_m}{dx} = \frac{\partial f_m}{\partial x} + \frac{\partial f_m}{\partial q} \frac{dq}{dx} \quad (7.12)$$

As parcelas explícitas e implícitas das derivadas de f_m , em relação à variável x , são apresentadas separadamente com a finalidade de evidenciar a parcela explícita, a qual é empregada no cálculo das *pseudo-forças*. Assim, admitindo-se, inicialmente, que nenhuma fonte de não linearidade é considerada, têm-se as seguintes expressões:

$$\frac{dNx_2}{dx} = E \cdot \frac{dAx}{dx} \cdot u_2' + E \cdot Ax \cdot \frac{du_2'}{dx} \quad (7.13a)$$

$$\frac{dNx_1}{dx} = -\frac{dNx_2}{dx} \quad (7.13b)$$

$$\frac{dMy_2}{dx} = -E \cdot \frac{dIy}{dx} \cdot w_2'' - E \cdot Iy \cdot \frac{dw_2''}{dx} \quad (7.13c)$$

$$\frac{dMy_1}{dx} = E \cdot \frac{dIy}{dx} \cdot w_1'' + E \cdot Iy \cdot \frac{dw_1''}{dx} \quad (7.13d)$$

$$\frac{dMz_2}{dx} = E \cdot \frac{dIz}{dx} \cdot v_2'' + E \cdot Iz \cdot \frac{dv_2''}{dx} \quad (7.13e)$$

$$\frac{dMz_1}{dx} = -E \cdot \frac{dIz}{dx} \cdot v_1'' - E \cdot Iz \cdot \frac{dv_1''}{dx} \quad (7.13f)$$

$$\frac{dVy_2}{dx} = -\left(\frac{dMz_2}{dx} + \frac{dMz_1}{dx} \right) / L \quad (7.13g)$$

$$\frac{dVy_1}{dx} = -\frac{dVy_2}{dx} \quad (7.13h)$$

$$\frac{dVz_2}{dx} = \left(\frac{dMy_2}{dx} + \frac{dMy_1}{dx} \right) / L \quad (7.13i)$$

$$\frac{dVz_1}{dx} = -\frac{dVz_2}{dx} \quad (7.13j)$$

$$\frac{dMx_2}{dx} = \frac{dMx_1}{dx} = 0.0 \quad (7.13k)$$

Quando os efeitos da não linearidade geométrica são considerados, parcelas adicionais, às apresentadas nas equações (7.13), devem ser construídas a partir da diferenciação das expressões (3.14), nas quais a parcela não-linear dos esforços internos, nos extremos das barras, são apresentados.

Para os casos em que a variável de projeto em questão é o f_{ck} , a parcela explícita dos gradientes precisa ser alterada. Assim, considerando que, dentro do modelo de análise empregado, todas as forças internas são diretamente proporcionais ao módulo de elasticidade E_{ci} , a parcela explícita dos gradientes é dada por:

$$\frac{\partial f_m}{\partial f_{ck}} = \frac{f_m}{E_{ci}} \cdot \frac{dE_{ci}}{df_{ck}} \quad (7.14)$$

Onde:

$$\frac{dE_{ci}}{df_{ck}} = \frac{2800}{\sqrt{f_{ck}}} \quad (7.15)$$

Valor este obtido por diferenciação direta da expressão (3.4).

As expressões apresentadas correspondem à sensibilidade dos esforços internos no sistema local de coordenadas. Assim, antes de empregar a parcela explícita de df_m/dx na equação (7.5), para o cálculo das *pseudo-forças*, estas devem ser transportadas para o sistema global a partir da matriz de transformação.

$$\frac{\partial F}{\partial x} = T_m^T \frac{\partial f_m}{\partial x} \quad (7.16)$$

7.5 Sensibilidade da Armadura

Como citado no capítulo 6, item (6.2), dentro do modelo proposto, uma etapa computacional a mais é exigida a fim de integrar os módulos locais de otimização com o sistema de otimização global.

A integração entre os níveis é realizada por intermédio dos gradientes das variáveis locais (A_s e A_{sw}) em relação às variáveis globais ($B1$, $H1$, $B2$ e f_{ck}).

7.5.1 Sensibilidade da Armadura Longitudinal

O gradiente da armadura longitudinal pode ser obtido diferenciando-se a equação de equilíbrio das forças internas, na seção crítica do elemento,

$$Rd = Sd \quad (7.17)$$

onde Sd representa os esforços internos solicitantes de projeto e Rd os esforços internos resistentes.

Durante o dimensionamento de uma seção de concreto armado, além da armadura, outros parâmetros são determinados a nível local. Estes parâmetros são a deformação D e a inclinação da linha neutra α , que são utilizados no processo de diferenciação da equação (7.17), como mostrado a seguir:

$$\frac{\partial Rd}{\partial x} + \frac{\partial Rd}{\partial D} \frac{dD}{dx} + \frac{\partial Rd}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{\partial Rd}{\partial A_s} \frac{dA_s}{dx} = \frac{dSd}{dx} \quad (7.18)$$

Reorganizando-se os termos obtém-se,

$$\frac{\partial Rd}{\partial D} \frac{dD}{dx} + \frac{\partial Rd}{\partial \alpha} \frac{d\alpha}{dx} + \frac{\partial Rd}{\partial A_s} \frac{dA_s}{dx} = \frac{dSd}{dx} - \frac{\partial Rd}{\partial x} \quad (7.19)$$

A expressão (7.19) assemelha-se à equação (7.5), onde o termo à direita da igualdade representaria as pseudo-forças. Os gradientes dos esforços resistentes em relação aos parâmetros D , α e A_s representam a matriz de rigidez tangente correspondente à configuração deformada resistente última da seção de concreto armado. Os gradientes dD/dx , $d\alpha/dx$ e dA_s/dx equivalem aos gradientes dos deslocamentos. Assim, explicitando-se os esforços solicitantes e resistentes de projeto e reescrevendo a equação (7.19) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial MRd_y}{\partial D} & \frac{\partial MRd_y}{\partial \alpha} & \frac{\partial MRd_y}{\partial As} \\ \frac{\partial MRd_z}{\partial D} & \frac{\partial MRd_z}{\partial \alpha} & \frac{\partial MRd_z}{\partial As} \\ \frac{\partial NRd_x}{\partial D} & \frac{\partial NRd_x}{\partial \alpha} & \frac{\partial NRd_x}{\partial As} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{dD}{dx} \\ \frac{d\alpha}{dx} \\ \frac{dAs}{dx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{dMSd_y}{dx} - \frac{\partial MRd_y}{\partial x} \\ \frac{dMSd_z}{dx} - \frac{\partial MRd_z}{\partial x} \\ \frac{dNSd_x}{dx} - \frac{\partial NRd_x}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (7.20)$$

Do sistema (7.20), a única incógnita de interesse corresponde ao gradiente de As , dAs/dx . Os termos que compõem a matriz tangente são todos conhecidos, já que estes são determinados em uma etapa anterior, durante o processo de dimensionamento da seção. Desta forma, apenas as parcelas correspondentes aos gradientes totais dos esforços solicitantes, $dMSd_y/dx$, $dMSd_z/dx$ e $dNSd_x/dx$, e os gradientes explícitos dos esforços resistentes de projeto, $\partial MRd_y/\partial x$, $\partial MRd_z/\partial x$ e $\partial NRd_x/\partial x$, associados às *pseudo-forças*, precisam ser determinadas nesta etapa. Tais parcelas são apresentadas nos itens (7.6) e (7.7).

7.5.2 Sensibilidade da Armadura Transversal

A partir das expressões (4.29) e (4.30), o gradiente da armadura transversal em relação às variáveis de projeto é dado por:

(i) **Pilar**

$$\frac{dAs_w}{dx} = 0,0001415 \cdot \frac{dPe_{As}}{dx} \quad (7.21)$$

(ii) **Pilar-Parede**

$$\frac{dAs_w}{dx} = 0,25 \cdot \frac{dAs}{dx} \quad (7.22)$$

onde:

Pe_{As} : perímetro ao longo do qual a armadura longitudinal é distribuída;

Caso a variável de projeto em questão seja o f_{ck} , o gradiente de Pe_{As} é nulo.

7.6

Sensibilidade dos Esforços Solicitantes de Projeto

Da mesma forma que os esforços solicitantes, gerados a partir da análise, precisaram incorporar parâmetros, tais como excentricidade accidental e efeitos locais de 2ª ordem, para que estes esforços fossem empregados no dimensionamento das seções de concreto, faz-se, também, necessário incorporar tais parâmetros no cálculo dos gradientes dos esforços solicitantes de projeto. As expressões resultantes desta incorporação são apresentadas nos itens a seguir.

7.6.1

Seção Crítica nos Extremos dos Pilares

Neste caso, apenas a consideração da excentricidade accidental e_a faz-se necessário. Assim, tem-se o gradiente dos momentos finais determinados por:

$$\frac{dMsd}{dx} = \frac{dM_{1d,A}}{dx} + \text{sign}(M_{1d,A}) \cdot \text{sign}(N_x) \frac{dN_x}{dx} \cdot e_a \quad (7.23)$$

$M_{1d,A}$ tem a mesma definição de (4.2.5.2).

7.6.2

Seção Crítica no Centro dos Pilares – Efeitos locais de 2ª ordem

Para as seções intermediárias, deve-se incorporar, além da excentricidade accidental, os efeitos locais de 2ª ordem. Assim, dependendo do método aplicado na determinação dos momentos locais de 2ª ordem, as expressões empregadas na determinação dos gradientes dos momentos finais assumem as seguintes formas:

(i) Pilares calculados a partir do pilar padrão com curvatura aproximada

$$\begin{aligned} \frac{dMsd}{dx} = \alpha_b \frac{dM_{1d,A}}{dx} + \text{sign}(M_{1d,A}) \cdot \text{sign}(N_x) \frac{dN_x}{dx} \cdot (e_a + e_2) + \\ + \text{sign}(M_{1d,A}) \cdot \text{abs}(N_x) \cdot \frac{de_2}{dx} \end{aligned} \quad (7.24)$$

com

$$\frac{de_2}{dx} = -0,005 \cdot \frac{\ell_e^2}{10} \cdot \frac{1}{h^2} \frac{dh}{dx} \quad (7.25)$$

Nas expressões acima é admitido que $\nu \geq 0,5$ e que $\frac{d\alpha_b}{dx} = 0$.

Caso a variável de projeto em questão seja o f_{ck} , o gradiente $\frac{de_2}{dx}$, devido a sua independência em relação a esta variável, torna-se nulo.

(ii) Pilares calculados a partir do pilar padrão com rigidez aproximada

Neste caso, o gradiente pode ser obtido por diferenciação direta das expressões (4.26 e 4.27). Desta forma, adicionando-se, após a diferenciação, os efeitos devido a excentricidade accidental, obtém-se a seguinte expressão:

$$\begin{aligned} \frac{dMsd}{dx} = & -\text{sign}(M_{1d,A}) \cdot \left(\frac{dB}{dx} \cdot M_{d,tot} + \frac{dC}{dx} \right) / (2 \cdot A \cdot M_{d,tot} + B) + \\ & + \text{sign}(M_{1d,A}) \text{sign}(N_x) \frac{dN_x}{dx} \cdot e_a \end{aligned} \quad (7.26)$$

sendo:

$$\begin{aligned} \frac{dB}{dx} = & \frac{dN_d}{dx} \cdot h \cdot (3.840 - \lambda^2) + N_d \cdot \frac{dh}{dx} \cdot (3.840 - \lambda^2) + 2 \cdot N_d \cdot h \cdot \lambda \cdot \frac{d\lambda}{dx} - \\ & - 19.200 \cdot \alpha_b \cdot \frac{dM_{1d,A}}{dx}; \end{aligned} \quad (7.27b)$$

$$\frac{dC}{dx} = -3.840 \cdot \alpha_b \cdot \left(\frac{dN_d}{dx} \cdot h \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot \frac{dh}{dx} \cdot M_{1d,A} + N_d \cdot h \cdot \frac{dM_{1d,A}}{d} \right) \quad (7.27b)$$

$M_{d,tot}$, A , B e C têm as mesmas definições de (4.2.5.2).

Para os casos em que os momentos finais de projeto, Msd , forem inferiores ao momento mínimo $M_{1d,min}$, adotar-se-á:

$$\frac{dMsd}{dx} = \frac{dM_{1d,min}}{dx} = \text{sign}(Msd) \cdot \left(\text{sign}(N_x) \frac{dN_x}{dx} \cdot 0,015 + \text{abs}(N_x) \cdot 0,03 \cdot \frac{dh}{dx} \right) \quad (7.28)$$

onde h é a altura da seção na direção considerada.

7.7

Sensibilidade dos Esforços Resistentes de Projeto

Admitindo-se como constantes a armadura A_s e as deformações extremas da seção, cujos valores correspondem a configuração deformada resistente última da mesma, novos esforços resistentes da seção são calculados para uma variável de projeto tomada igual a $x + \Delta x$. Assim, empregando-se o MDF, os gradientes dos esforços resistentes de projeto são obtidos por:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial MRd_y}{\partial x} &= \frac{MRd_y(x + \Delta x) - MRd_y(x)}{\Delta x} \\
 \frac{\partial MRd_y}{\partial x} &= \frac{MRd_y(x + \Delta x) - MRd_y(x)}{\Delta x} \\
 \frac{\partial NRd_x}{\partial x} &= \frac{NRd_x(x + \Delta x) - NRd_x(x)}{\Delta x}
 \end{aligned}
 \tag{7.29}$$

Caso a variável de projeto em questão seja o f_{ck} , os gradientes relativos aos esforços resistentes assumem uma outra forma. Considerando que a resistência da seção é composta por duas parcelas distintas, uma correspondente ao aço ($Rd_{aço}$) e outra parcela correspondente ao concreto (Rd_{con}), e sendo esta última parcela diretamente proporcional ao f_{ck} , os referidos gradientes podem ser determinados diretamente, a partir da parcela resistente relativa ao concreto, pelas seguintes expressões:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial MRd_y}{\partial f_{ck}} &= \frac{MRd_{y,con}}{f_{ck}} \\
 \frac{\partial MRd_z}{\partial f_{ck}} &= \frac{MRd_{z,con}}{f_{ck}} \\
 \frac{\partial NRd_x}{\partial f_{ck}} &= \frac{NRd_{x,con}}{f_{ck}}
 \end{aligned}
 \tag{7.30}$$

8 Implementações Computacionais e Exemplos

Neste capítulo é apresentada a relação de algoritmos implementados, com o objetivo de compor, juntamente com os algoritmos de otimização de Han-Powell, o processo de otimização como um todo. Adicionalmente, o modelo proposto e implementado é aplicado a dois edifícios idealizados. Tais estudos têm por objetivo testar o modelo implementado, bem como procurar extrair parâmetros de referência ou recomendações que venham a auxiliar os projetistas estruturais no desenvolvimento de projetos mais econômicos.

8.1 Implementações Computacionais

Além dos algoritmos de otimização de Han-Powell e Pontos Interiores, descritos no capítulo (5.0), já implementados e aplicados, ao longo dos anos, a diversos problemas de Engenharia Estrutural no DEC/PUC-Rio, outros algoritmos precisaram ser implementados a fim de compor, dentro do modelo proposto, o sistema computacional de otimização como um todo. Para tal, os seguintes algoritmos foram desenvolvidos:

- Análise de pórtico espacial considerando não-linearidade geométrica a nível global, bem como a implementação de método aproximado, baseado no parâmetro de instabilidade global γ_z . A não-linearidade física é tratada de forma aproximada a partir da redução média da inércia bruta da seção transversal dos elementos;
- Dimensionamento de seções poligonais quaisquer de concreto armado à flexão composta oblíqua;
- Dimensionamento de pilares de concreto armado segundo NBR 6118 (2003);
- Análise de sensibilidade dos deslocamentos, forças internas e armaduras longitudinais dos pilares em relação às dimensões da seção transversal de pilares retangulares, b e h , e em relação à resistência característica do concreto, f_{ck} .

Todos os algoritmos encontram-se implementados em Linguagem de programação C.

Adicionalmente, com o objetivo de facilitar a elaboração dos exemplos, um sistema comercial integrado para projeto de estruturas tridimensionais de concreto armado, o *CAD/TQS*, é utilizado como pré-processador. Neste sistema, a fôrma da estrutura, propriedades mecânicas dos materiais, carregamentos (permanentes, acidentais verticais e devidas ao vento), bem como as combinações destes, entre outros dados, são definidos a partir de interface gráfica e caixas de diálogo. Com essas informações, é possível extrair do *CAD/TQS* um arquivo de dados contendo todos os dados necessários ao desenvolvimento da análise e dimensionamento pelo programa de pórtico implementado.

Considerando-se o estágio atual de desenvolvimento das pesquisas, as seguintes limitações devem ser consideradas ao modelo efetivamente testado e implementado:

a) Análise

- Deformações por cisalhamento não são consideradas;
- O vão efetivo das vigas, quando considerado, é calculado com base nas dimensões iniciais dos pilares, não sendo atualizado ao longo do processo.

b) Dimensionamento

- Efeitos localizados nos pilares-parede não são considerados.

c) Otimização

- São variáveis de projeto apenas as dimensões da seção transversal, as armaduras longitudinais e a resistência característica do concreto dos pilares.
- Somente pilares com seção retangular são otimizados. Pilares com seções em "L" ou "U" se incluídos no processo terão suas dimensões admitidas fixas.
- As vigas são admitidas com dimensões fixas. Além disso, as variações de armadura que as vigas sofrem ao longo do processo não são consideradas.
- A função de custo minimizada é constituída apenas pelo custo dos pilares.

8.2 Exemplos

Com base na formulação proposta dois edifícios são otimizados. Ambos desenvolvido a partir de *lay-outs* idealizados. Os resultados e as análises desses resultados são mostrados nos itens seguintes. A técnica de programação sequencial quadrática (SQP) e de pontos interiores (IP) são empregados nos exemplos.

8.2.1 Materiais: Propriedades Mecânicas e Custos

Todos os exemplos são desenvolvidos considerando a resistência característica do concreto, f_{ck} , igual a 35 MPa, como resistência de referência, e a resistência característica de escoamento do aço, f_{yk} , igual a 500 MPa, correspondentes ao aço CA-50A.

Quanto ao custo dos materiais envolvidos no processo, todos foram coletados em Belém do Pará, na construtora CKOM Engenharia Ltda, sendo considerados R\$ 4.370,00/tonelada para o aço; e R\$ 24,61/m² para a fôrma. Os preços do concreto massa são apresentados, por classe de resistência, na tabela (8.1). Incluem-se, ainda, nesta tabela os preços praticados por concreteiras de Belém/PA, Fortaleza/CE e Rio de Janeiro/RJ. Esta inclusão tem por objetivo ilustrar as possíveis variações de preço com que se pode deparar entre os diferentes estados, ou mesmo dentro de uma mesma cidade.

Tabela 8.1
Preços de Concreto Massa (R\$/m³)

$f_{ck}(MPa)$ / / fonte	CKOM (Belém/PA)	Supermix (Belém/PA)	Engemix (Fortaleza/CE)	Engemix (RJ/RJ)
20	181,13	225,00	160,00	175,00
25	195,32	240,00	-	180,00
30	212,53	255,00	170,00	185,00
35	223,64	275,00	185,00	190,00
40	237,10	-	-	210,00
50	263,73	-	220,00	245,00

Os custos apresentados englobam a aquisição de material, a fabricação e aplicação dos mesmos na obra.

8.2.2 Exemplo I

A planta estrutural tipo do edifício empregada neste exemplo é apresentada na figura (8.1). Este é composto por um pavimento térreo, ao nível do solo, e mais 24 pavimentos tipo. O pé-direito adotado é de 3,00 m, sendo, assim, a altura do edifício igual a 72,00 m.

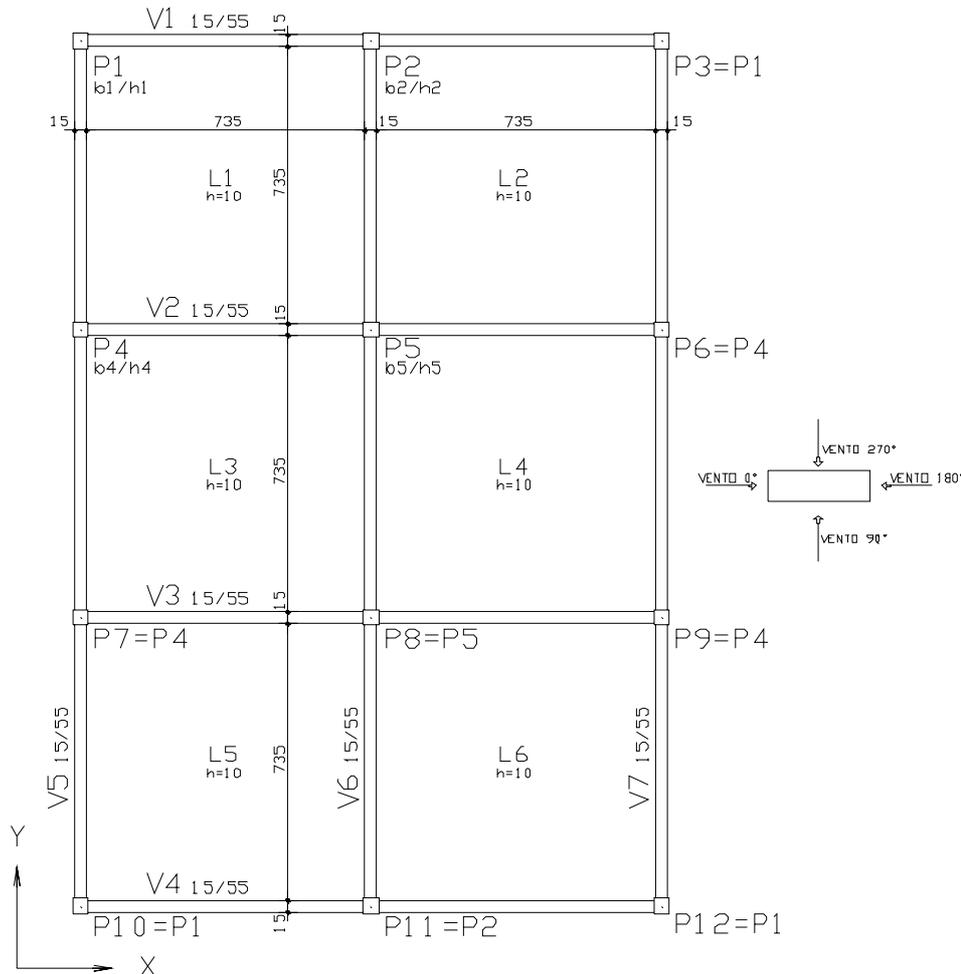


Figura 8.1 – Planta de fôrma estrutural – Exemplo I: edifício de 24 pavimentos tipo

Tomando-se partido da simetria da estrutura, além das restrições relativas aos estados limite, restrições construtivas e laterais estabelecidas em (6.4), as seguintes restrições são impostas as dimensões dos pilares: $P1 = P3 = P10 = P12$, $P2 = P11$, $P4 = P6 = P7 = P9$ e $P5 = P8$.

Com respeito ao carregamento, os seguintes valores são considerados:

- peso próprio do concreto armado: $25,00 \text{ kN/m}^3$;
- revestimento: $1,00 \text{ kN/m}^2$;
- alvenaria sobre todas as vigas: $4,40 \text{ kn/m}$;

- carga acidental (escritório): $2,00 \text{ kN/m}^2$;
- cargas de vento aplicadas, não simultaneamente, nas direções globais (X) , $(-X)$, (Y) e $(-Y)$.

As cargas de vento são calculadas segundo NBR 6113 (1987) com base nos seguintes parâmetros: velocidade característica do vento, V_0 , igual a $30,00 \text{ m/s}$; fator topográfico, S_1 , igual a $1,00$; categoria de rugosidade *IV* e classe de edificação *C*, ambos associados ao fator S_2 ; fator estatístico, S_3 , igual a $1,00$; e coeficientes de arrasto associados à direção (X) , $C_{a,x}$, e à direção (Y) , $C_{a,y}$, iguais a $1,07$ e $0,96$, respectivamente.

São consideradas nove combinações de ações, cinco associadas ao estado limite último (ELU), equações (8.1a), e quatro associadas ao estado limite de serviço (ELS), equações (8.1b). Sendo o vento tratado como ação variável principal em todas as combinações que participa.

$$\begin{aligned}
 F_d[1] &= 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot Q \\
 F_d[2] &= 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (+V_X + 0,70 \cdot Q) \\
 F_d[3] &= 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (-V_X + 0,70 \cdot Q) \\
 F_d[4] &= 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (+V_Y + 0,70 \cdot Q) \\
 F_d[5] &= 1,40 \cdot G + 1,40 \cdot (-V_Y + 0,70 \cdot Q)
 \end{aligned}
 \tag{8.1a}$$

$$\begin{aligned}
 F_{d,ser}[1] &= 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (+0,30 \cdot V_X + 0,40 \cdot Q) \\
 F_{d,ser}[2] &= 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (-0,30 \cdot V_X + 0,40 \cdot Q) \\
 F_{d,ser}[3] &= 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (+0,30 \cdot V_Y + 0,40 \cdot Q) \\
 F_{d,ser}[4] &= 1,00 \cdot G + 1,00 \cdot (-0,30 \cdot V_Y + 0,40 \cdot Q)
 \end{aligned}
 \tag{8.1b}$$

Sob tais condições, o mesmo edifício é otimizado considerando quatro diferentes estratégias de redução nas dimensões da seção transversal dos pilares ao longo da altura, sendo estas apresentadas a seguir:

- $R(0)$: sem reduções de seção;
- $R(1)$: 1 redução de seção, do 12^o ao 24^o pavimento;
- $R(2)$: 2 reduções de seção, do 8^o ao 16^o e do 16^o ao 24^o pavimento;
- $R(3)$: 3 reduções de seção, do 6^o ao 12^o e do 12^o ao 18^o e do 18^o ao 24^o pavimento.

O deslocamento lateral máximo permitido no topo do edifício, sob combinações freqüentes de cargas, equações (8.1b), é, em função do limite estabelecido em (2.2), tomado igual a $0,0423 m$.

8.2.2.1 Estudos Preliminares

Antes da apresentação do exemplo propriamente dito, algumas etapas serão desenvolvidas preliminarmente. Estas têm por objetivo avaliar a influência de determinados parâmetros no processo, bem como obter dados que permitam uma melhor condução dos estudos.

O primeiro desses estudos tem por objetivo avaliar a sensibilidade da solução ótima com relação à resistência característica do concreto. Neste sentido são realizados estudos empregando-se as classes de resistência $C20$ e $C50$, limites extremos do grupo I de resistência, além da classe de resistência média $C35$.

A única restrição lateral imposta ao problema nessa fase corresponde à adoção de uma dimensão mínima aos pilares igual a $0,20 m$. As análises são conduzidas por processo linear, com os efeitos de 2ª ordem determinados de forma aproximada a partir do parâmetro de instabilidade γ_z . Os resultados desses estudos são apresentados na figuras (8.2) e (8.3) e nas tabelas (8.2) e (8.3).

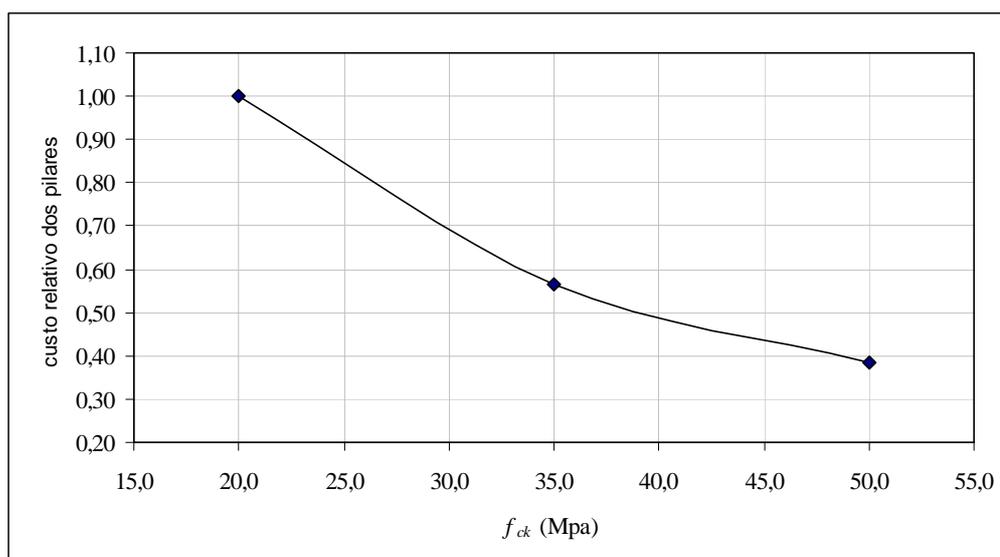


Figura 8.2 – Variação do custo dos pilares com o f_{ck}

Na figura (8.2) é apresentada a variação relativa do custo dos pilares frente a variações na resistência características do concreto. Nesta observa-se uma redução no custo de aproximadamente 60%, associada à transição entre as classes de resistência C20 e C50. A partir desses dados, tem-se a indicação de que, considerando os preços utilizados, o emprego de resistências mais elevadas conduzirá, invariavelmente, a melhores resultados.

Tal característica levou-nos a considerar, na forma como implementado, na qual é admitindo um valor único para o f_{ck} ao longo da altura do edifício, desnecessária a aplicação do mesmo como variável de projeto. O modelo atual talvez viesse a encontrar aplicabilidade apenas em edifícios de pequeno porte. É possível que, nestes casos, as dimensões mínimas estabelecidas para as seções transversais dos pilares, associadas a f_{ck} 's inferiores a 50 MPa, venham a construir a solução ótima.

Acredita-se, contudo, que a aplicação do f_{ck} como variável poderia vir a ser extremamente útil se lhe fosse permitido sofrer variações ao longo da altura do edifício. Variações moduladas, acompanhando, por exemplo, as estratégias de redução de dimensões aplicada aos pilares.

Quanto aos resultados relativos à rigidez da estrutura, apresentados na tabela (8.2), são aqui retratados com base no parâmetro de instabilidade γ_z . Considera-se que o parâmetro de instabilidade γ_z , sendo capaz de avaliar a magnitude dos efeitos globais de 2ª ordem, pode também ser empregado como medida relativa de rigidez da estrutura, sendo a rigidez da estrutura inversamente proporcional a γ_z .

Tabela 8.2

Variação do parâmetro de instabilidade γ_z com o f_{ck} .

γ_z /cases	C20	C35	C50
$\gamma_{z,x}$	1,21	1,21	1,22
$\gamma_{z,y}$	1,44	1,35	1,32

Onde os parâmetros $\gamma_{z,x}$ e $\gamma_{z,y}$ estão associados a rigidez da estrutura nas direções x e y respectivamente.

A partir dos dados apresentados na tabela (8.2), é possível constatar que o projeto ótimo de um edifício alto de concreto armado pode, em determinados casos, vir a apresentar elevados valores de γ_z .

Com base na magnitude de γ_z , duas importantes informações podem ser extraídas: a primeira é a de que projetos flexíveis, submetidos a efeitos significativos de segunda ordem, podem vir a ser econômicos; e a segunda trata da obrigatoriedade do emprego da análise não-linear geométrica no processo de otimização de edifícios altos de concreto armado, uma vez que o uso da solução aproximadora empregada só é permitido para estruturas que apresentarem valores de γ_z não superiores a 1,3. Acima desse valor a aplicação de métodos mais rigorosos passa a ser exigida pela NBR 6118 (2003).

Na figura (8.3) os resultados relativos ao custo da estrutura, obtidos a partir de solução aproximadora, são reapresentados juntamente com resultados obtidos via análise não-linear, além dos obtidos a partir da solução aproximadora considerando restrições sobre γ_z ($\gamma_z \leq 1,30$).

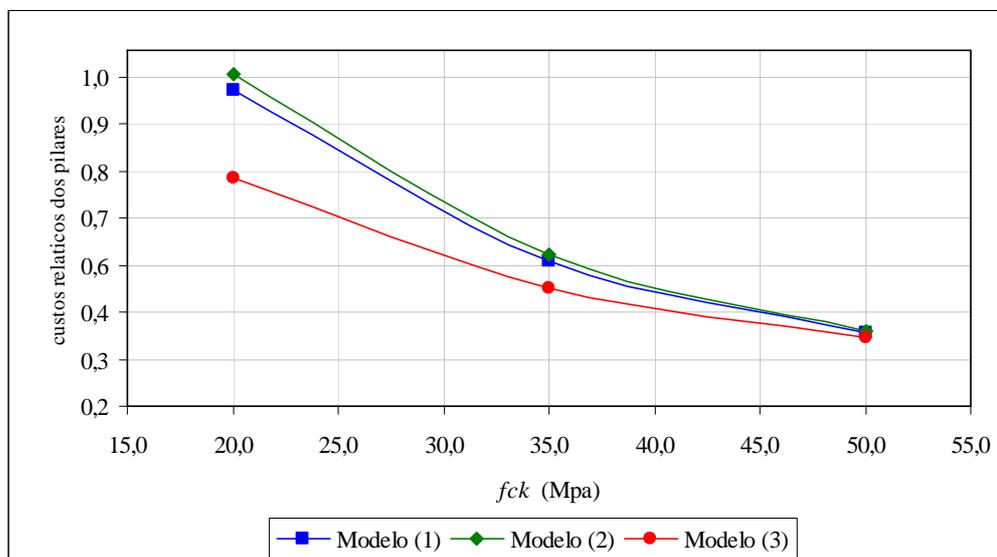


Figura 8.3 – Variação do custo dos pilares com o f_{ck} :

Modelo: (1) aproximada, (2) aproximada com $\gamma_z \leq 1,30$ e (3) Não-Linear Geométrico

Tomando-se como referência a solução do modelo de análise (1), observa-se que a restrição sobre γ_z impôs a solução ótima custos mais elevados. Sendo estes maiores para a classe de resistência C20, 4,03%, e menores para a classe C50,

0,32%, casos em que se obteve, respectivamente, o maior e o menor valor para γ_z .

Observa-se ainda que os valores fornecidos pela análise não-linear apresentam diferenças expressivas em relação às fornecidas pelos modelos aproximados. Tais diferenças demonstram uma tendência de crescimento à medida que o parâmetro γ_z cresce.

Acredita-se, contudo, que os menores custos fornecidos a partir da análise não-linear não devem, apenas com esses resultados, ser tomados como tendência, pois, segundo Lima e da Guarda (2000), os esforços obtidos via solução aproximadora tendem a ser subestimados em determinados lances dos pilares e superestimados em outros.

Desta forma, a utilização de modelos mais precisos, para levar em conta a não-linearidade geométrica, mostram-se necessários, não apenas para melhorar a qualidade da análise dentro do processo ótimo, mais também para buscar soluções além dos limites impostos ao modelo simplificado de análise.

Quanto a geometria dos pilares, na tabela (8.5) são apresentadas as dimensões ótimas correspondentes à classe de resistência C35. Observa-se, nas duas análises, resultados semelhantes. Praticamente todos os pilares apresentam dimensão h maior que b . Diferenças expressivas são constatadas apenas nos pilares P5 e P8. Isso se deve a restrição imposta ao parâmetro γ_z no processo ótimo desenvolvido com base no modelo simplificado de análise que, para garantir um valor de $\gamma_{z,y}$ menor que 1,3, promoveu enrijecimento da estrutura na direção y a partir do enrijecimento dos pilares P5 e P8 nesta direção.

Tabela 8.3
Resultados Ótimos (cm): Classe C35

modelo/ pilares(b, h)	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Aprox.: $\gamma_z \leq 1,30$	51,52	39,09	71,48	53,48	265,71	23,92	53,63	144,96
Não-Linear	59,44	36,46	80,08	48,27	194,76	25,77	97,71	73,01

Observa-se ainda que a grande maioria dos pilares apresenta como menor dimensão um valor bem superior àquele que, por questões arquitetônicas, é empregado na prática.

Assim, para aproximar o exemplo dos casos práticos, todas as demais análises, salvo indicação contrária, trabalharão com pilares de seção retangular cuja menor dimensão da seção não deverá ultrapassar $0,30\text{ m}$. Adicionalmente, para compensar a redução imposta à variável h , que chegou a atingir valor de até $0,70\text{ m}$ nas análises iniciais, optou-se por orientar os pilares de forma alternada nas novas propostas de *lay-out*.

A partir desta nova premissa, duas propostas para orientação preferencial dos pilares foram estabelecidas, e estas se encontram apresentadas nas figuras (8.4) e (8.5).

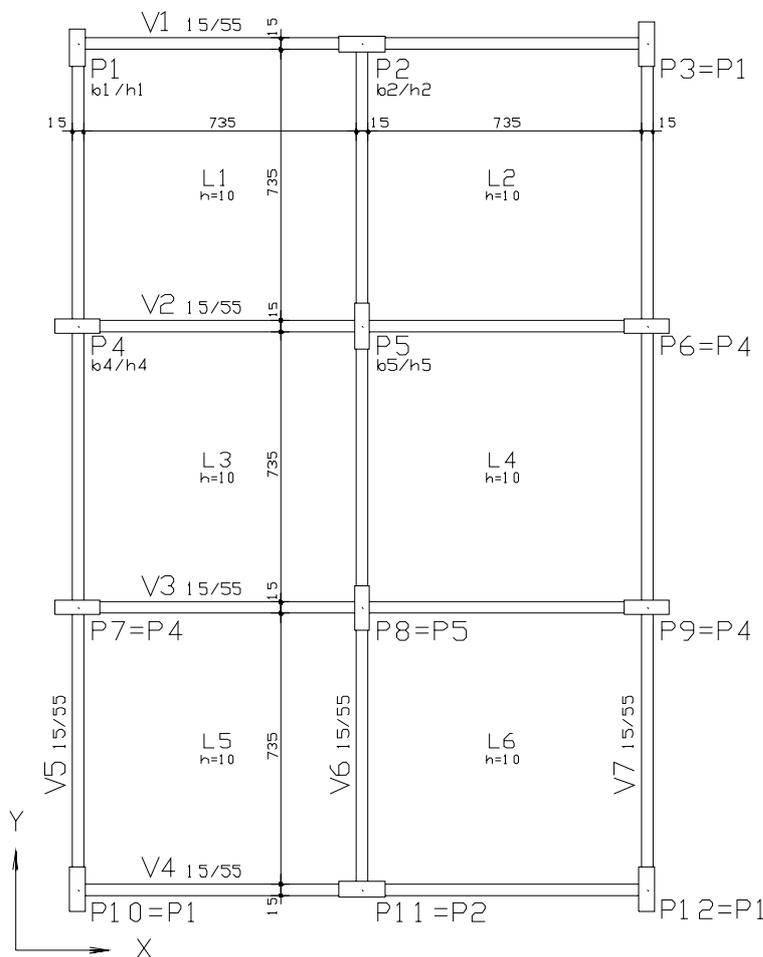


Figura 8.4 – Planta de fôrma estrutural – Exemplo I: proposta (I)

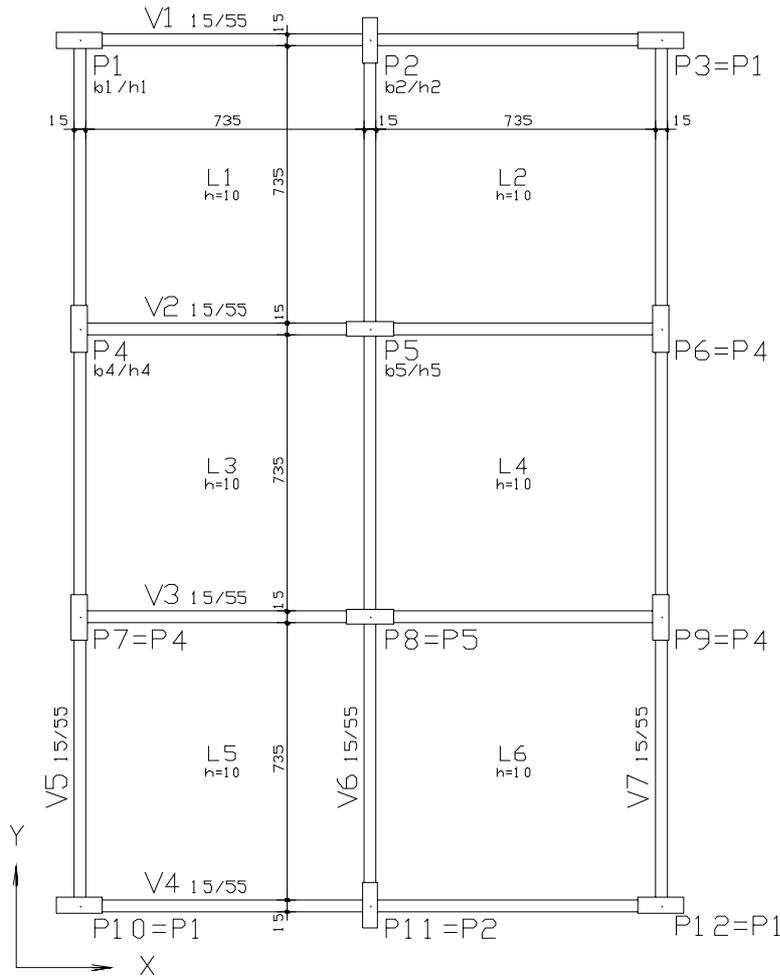


Figura 8.5 – Planta de forma estrutural – Exemplo I: proposta (II)

Os resultados obtidos da análise das duas propostas mostraram que a proposta (II) conduziu a custos, aproximadamente, 10% inferiores aos obtidos a partir da proposta (I). Sendo, por essa razão, a proposta (II) adotada como base para as demais análises. Os resultados mostraram ainda que a orientação pré-estabelecida aos pilares conduziu a soluções com estruturas menos flexíveis, com valores de γ_z inferiores a $1,25$.

A escolha do *lay-out* de referência, a partir das propostas de formas estruturais (I) e (II) pré-estabelecidas, têm por objetivo mostrar que é possível realizar escolhas, entre dois ou mais possíveis modelos estruturais, de forma bem mais objetiva, e não apenas baseada na experiência ou intuição do engenheiro.

Adicionalmente, apesar da constatação de que o parâmetro de instabilidade máximo, observado nas propostas (I) e (II), estar abaixo do limite estabelecido

para o emprego da solução aproximada, optou-se pela aplicação da análise não-linear geométrica.

O processo como um todo é dividido em duas etapas distintas. As análises são iniciadas pelo método simplificado, e assim se mantém até que a estrutura alcance determinada rigidez previamente estabelecida. Só então a análise não-linear geométrica passa a ser aplicada. A determinação de γ_z é mantida ao longo de todo processo, apenas como parâmetro de medida de rigidez das estrutura.

8.2.2.2 Apresentação e Análise dos Resultados

A variação do custo dos pilares com relação aos diferentes modelos de redução de seção empregados é mostrada na figura (8.6). Nesta, é possível notar que a transição do modelo $R(0)$ para o modelo $R(1)$ produz uma redução significativa no custo dos pilares, de aproximadamente 19,0%. Já a transição do modelo $R(1)$ para o modelo $R(2)$ e posteriormente $R(3)$ transcorrem de forma mais suave, com o custo reduzindo-se em 5,80% e 4,31%, respectivamente. Tais características indicam que, a partir de certo ponto, a redução de seção de pilares pode vir a deixar de ser viável devido a outros custos envolvidos no processo, como as adequações por que devem passar as fôrmas das vigas e lajes para se ajustarem às novas dimensões dos pilares e principalmente possíveis interrupções no processo construtivo para que essas adequações sejam realizadas.

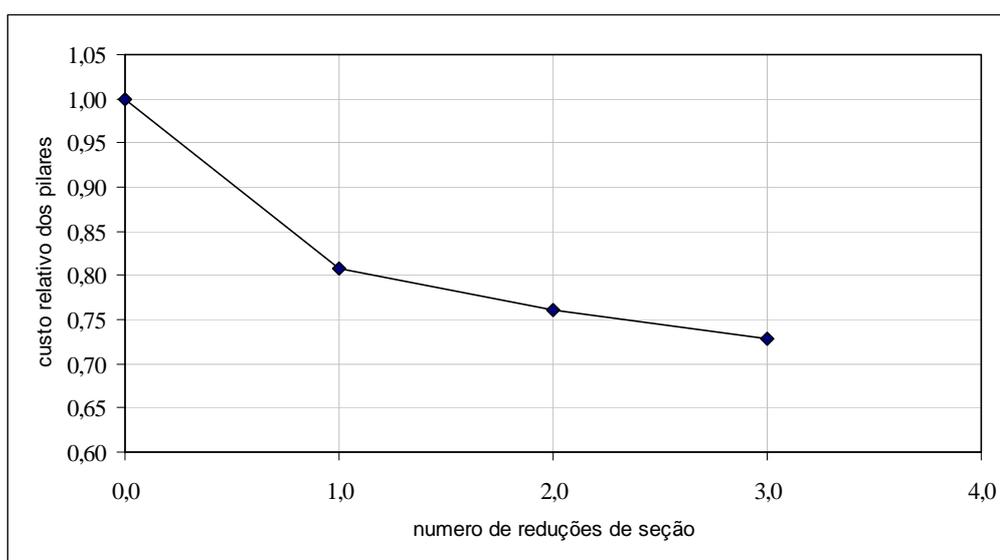


Figura 8.6 – Redução relativa do custo dos pilares com respeito à redução de seção

Na figura (8.7), a redução nos quantitativos é apresentada, separadamente, para cada material. Um comportamento semelhante entre as curvas das figuras (8.7) e (8.6) é observada. Todos os materiais (concreto, aço e fôrma) apresentam uma significativa redução nas suas quantidades na transição do modelo $R(0)$ para o modelo $R(1)$, tornando-se mais suave nas reduções subseqüentes. Redução mais expressiva, ao longo da transição entre os modelos, manifesta-se na armadura.

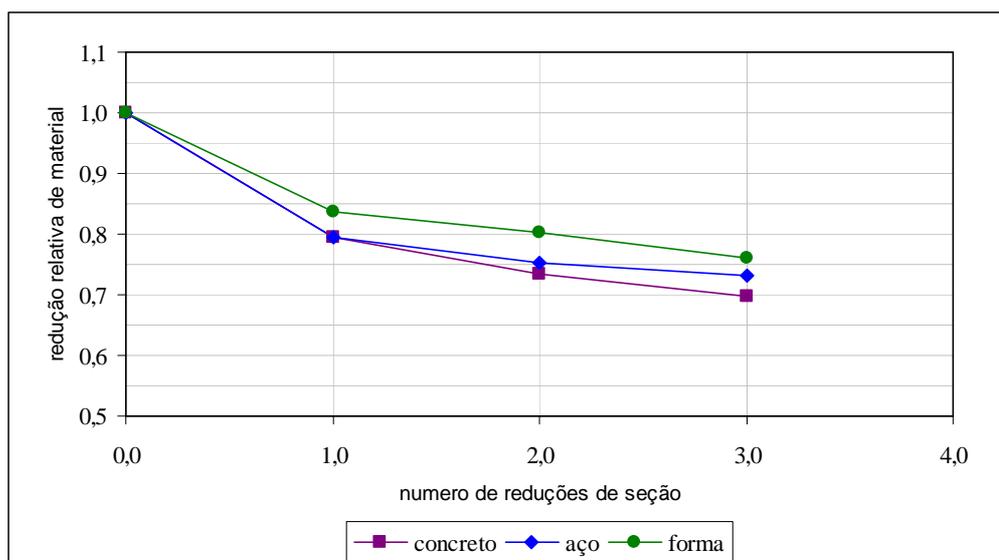


Figura 8.7 – Redução relativa de material dos pilares com respeito à redução de seção.

Os resultados também mostram, conforme tabela (8.4), que o parâmetro de instabilidade γ_z não é significativamente afetado pela redução nas dimensões da seção transversal dos pilares ao longo da altura do edifício. Desde que o parâmetro γ_z possa ser considerado como uma medida de rigidez, isto implica que a rigidez da estrutura é pouco afetada pelas sucessivas reduções nas seções dos pilares dentro de um processo ótimo.

Tabela 8.4

Varição do parâmetro γ_z com respeito à redução de seção

γ_z / modelo	$R(0)$	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$
$\gamma_{z,x}$	1,23	1,22	1,21	1,21
$\gamma_{z,y}$	1,27	1,26	1,26	1,26

A manutenção da rigidez da estrutura, mesmo com significativas reduções no volume de concreto, pode ser melhor analisada examinando as tabelas (8.5) a (8.8), onde as variáveis b e h são apresentadas para todas as estratégias de redução de pilares.

TABELA 8.5

Resultados ótimos para o modelo R(0)

<i>pavimento</i> / <i>pilares(b,h)</i>	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Fundação ao 24°	67,74	30,00	30,00	131,17	30,00	134,55	294,73	30,00

TABELA 8.6

Resultados ótimos para o modelo R(1)

<i>pavimento</i> / <i>pilares(b,h)</i>	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Fundação ao 12°	69,40	30,00	30,00	145,06	30,00	139,44	324,77	30,00
12° ao 24°	46,12	26,22	27,33	77,88	30,00	79,27	124,62	30,00

Examinando os resultados dessas tabelas, pode ser visto que, juntamente com a redução de concreto, ocorre uma redistribuição do volume de concreto remanescente durante o processo de otimização para os diversos modelos. A cada nova redução de seção imposta ao sistema, parte do concreto retirado dos lances superiores é transferida para os lances inferiores dos pilares, tornando-os mais rígidos.

Tal característica pode explicar porque a rigidez da estrutura mantém-se praticamente inalterada mesmo com expressivas reduções nas dimensões da seção ao longo da altura. Pode também justificar a redução de armadura que acompanha a redução no volume de concreto, pois, reduzindo-se as seções dos pilares nos lances superiores, reduz-se a armadura dos pilares armados com armadura mínima, enquanto que aumentando-se a seção dos pilares nos lances inferiores promove-se a redução da armadura necessária.

TABELA 8.7

Resultados ótimos para o modelo R(2)

<i>pavimento</i> / <i>pilares(b,h)</i>	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Fundação ao 8°	69,47	28,08	29,71	150,00	30,00	139,53	350,00	30,00
8° ao 16°	62,11	24,82	27,65	112,43	30,00	97,53	189,34	29,38
16° ao 24°	47,59	21,13	21,06	74,94	29,51	61,79	110,76	24,52

TABELA 8.8
Resultados ótimos para o modelo $R(3)$

pavimento/ pilares(b,h)	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	b	h	b	h	b	h	b	h
Fundação ao 6°	74,32	28,73	29,96	146,71	30,00	139,68	343,95	30,00
6° ao 12°	61,36	27,44	29,91	106,96	30,00	109,89	208,70	29,99
12° ao 18°	48,89	25,19	29,09	75,20	29,99	83,45	137,42	29,98
18° ao 24°	46,86	24,75	20,64	64,31	29,99	54,44	66,95	29,71

É possível constatar ainda, com base nos deslocamentos máximos relativos no topo do prédio, apresentados na tabela (8.9), que a manutenção da rigidez da estrutura não se deve a nenhuma necessidade estrutural específica, pois, as restrições relativas ao deslocamento máximo, diretamente associadas a rigidez da estrutura, mantêm-se totalmente inativas com respeito ao deslocamento na direção y , para todos os esquemas de redução de seção estudados com deslocamentos u_y , aproximadamente, 40% menores que o deslocamento limite. Apenas na direção x estas restrições mantêm-se na fronteira ou bem próximo a ela, com deslocamentos u_x muito próximos a u_{limite} .

Tabela 8.9
Deslocamentos máximos relativos no topo do prédio

deslocamento/ modelo	$R(0)$	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$
u_x/u_{limite}	1,0006	0,9539	0,9730	0,9947
u_y/u_{limite}	0,6058	0,6232	0,6375	0,6335

Na tabela (8.10) são apresentadas, separadamente por pilar, as taxas de armação máxima e a média registradas, sendo estas designadas por ρ_{max} e ρ_{media} , respectivamente.

A maior taxa de armadura registrada é de 2,008%, bem inferior ao limite máximo de 4,00%, estabelecido pela NBR 6118 (2003), e que tem sido freqüentemente utilizada nos projetos. As taxas máximas apresentadas foram, em todos os casos, registradas nos lances superiores dos pilares, correspondentes àqueles com menor seção transversal. A taxa média de armação apresentou variação de aproximadamente 14%, registrando valores entre 0,494% e 0,563%, bem próxima da estabelecida como mínima, de 0,40%, pela NBR 6118 (2003).

TABELA 8.10
 Variação da taxa de armação com respeito à redução de seção (%)

modelo/ pilares	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	ρ_{max}	ρ_{media}	ρ_{max}	ρ_{media}	ρ_{max}	ρ_{media}	ρ_{max}	ρ_{media}
R(0)	1,108	0,509	1,405	0,544	1,082	0,517	1,446	0,498
R(1)	1,375	0,504	0,847	0,508	1,379	0,517	1,278	0,514
R(2)	1,795	0,557	0,800	0,518	1,745	0,550	0,911	0,494
R(3)	1,617	0,528	1,289	0,559	2,008	0,563	0,783	0,519

Todos os exemplos apresentados tomaram como base os preços praticados em Belém do Pará, por uma empresa específica. Contudo, como observado na tabela (8.1), na qual constam também os preços do concreto massa coletados no Rio de Janeiro/RJ e Fortaleza/CE, pode haver variações significativas nos preços desse insumo.

Assim, para avaliar a sensibilidade do processo ótimo desenvolvido com respeito à possíveis variações no custo do concreto, uma análise paramétrica, considerando reduções e acréscimos no custo do concreto, é realizada. O custo do concreto de f_{ck} igual a 35 MPa, no valor de R\$ 223,64, é tomado como referência. Os resultados desta análise são apresentados na figura (8.8) e na tabela (8.11).

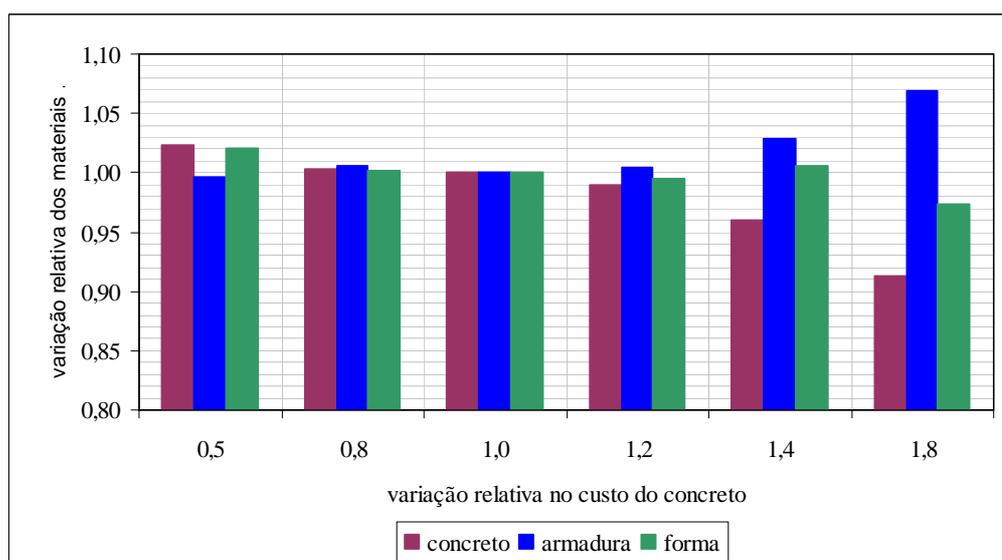


Figura 8.8 – Variação relativa de material para o modelo R(0) considerando possíveis variações no custo do concreto.

Na figura (8.8) são apresentadas variações relativas de material nos pilares, devidas a possíveis variações no custo do concreto massa. Nesta é possível constatar que alterações de aproximadamente 20% no preço do concreto massa, praticamente, não chegam a promover variações nas quantidades dos materiais. E mesmo alteração de preço de aproximadamente 40% promove variações inferiores a 5,00% nas quantidades de material empregadas nos pilares.

Deve-se mencionar ainda que variações no custo do concreto de 40% representam, no custo dos pilares da estrutura estudada, um acréscimo de apenas 12,80%. Esse fato que pode vir a justificar a baixa sensibilidade apresentada pela solução ótima com respeito ao custo do concreto massa.

Quanto às dimensões da seção transversal, apresentadas na tabela (8.10), estas se mostram um pouco mais sensíveis. São observadas variações máximas nas dimensões das seções transversais de 9,06%, para variações de aproximadamente 20% no preço do concreto.

TABELA 8.11

Resultados ótimos para o modelo $R(0)$ considerando possíveis variações no custo do concreto

<i>custo/pilares(b,h)</i>	P1=P3=P10=P12		P2=P11		P4=P6=P7=P9		P5=P8	
	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>	<i>b</i>	<i>h</i>
$0,50 \cdot Cc_{35}$	68,83	30,00	30,00	139,08	30,00	140,46	291,94	30,00
$0,80 \cdot Cc_{35}$	65,96	30,00	30,00	140,63	30,00	127,85	304,32	30,00
$1,00 \cdot Cc_{35}$	67,74	30,00	30,00	131,17	30,00	134,55	294,73	30,00
$1,20 \cdot Cc_{35}$	70,18	30,00	30,00	128,95	30,00	129,76	296,80	30,00
$1,40 \cdot Cc_{35}$	74,75	25,90	30,00	132,99	30,00	129,00	307,02	27,07
$1,80 \cdot Cc_{35}$	71,01	27,17	30,00	128,36	30,00	112,36	318,67	26,06

8.2.3

Exemplo II

Este segundo exemplo tem por principal objetivo verificar se algumas das características, a respeito do projeto ótimo, constatadas no exemplo anterior, são apenas uma possibilidade ou constituem uma tendência.

Adicionalmente, este segundo exemplo é utilizado para avaliar a eficiência dos métodos SQP e IP na solução, bem como avaliar a precisão da distribuição contínua e uniforme ao longo do perímetro da seção proposta no presente trabalho.

Assim como no exemplo anterior, o edifício é composto por um pavimento térreo, ao nível do solo, e mais 24 pavimentos tipo. O pé-direito adotado é de 3,00 m, sendo, assim, a altura do edifício igual a 72,00 m. Buscou-se nesse exemplo uma planta estrutural com características bem diferentes da planta do exemplo I. Neste segundo exemplo, os pórticos na direção x são compostos de um único vão, ao invés de dois. Na direção y , os pórticos são constituídos por sete vãos. Adicionalmente, todos os pilares apresentam a mesma dimensão podendo, dependendo dos esforços solicitantes, apresentarem armaduras diferentes. E, assim como no exemplo anterior, para aproximar o exemplo dos casos práticos, uma outra restrição é imposta ao problema, limitando a variável h ao valor máximo de 0,30 m. A planta estrutural tipo do edifício empregada neste segundo exemplo é apresentada na figura (8.9).

Com respeito ao carregamento, os seguintes valores são considerados:

- peso próprio do concreto armado: $25,00 \text{ kN/m}^3$;
- revestimento: $1,00 \text{ kN/m}^2$;
- divisórias: $1,00 \text{ kN/m}^2$;
- alvenaria somente sobre as vigas externas: $4,14 \text{ kN/m}$;
- carga acidental (escritório): $2,00 \text{ kN/m}^2$;
- cargas de vento aplicadas, não simultaneamente, nas direções globais (X) , $(-X)$, (Y) e $(-Y)$.

As cargas de vento são calculadas segundo NBR 6113 (1987) com base nos seguintes parâmetros: velocidade característica do vento, V_0 , igual a 30,00 m/s; fator topográfico, S_1 , igual a 1,00; categoria de rugosidade IV e classe de edificação C, ambos associados ao fator S_2 ; fator estatístico, S_3 , igual a 1,00; e coeficientes de arrasto associados à direção (X) , $C_{a,x}$, e à direção (Y) , $C_{a,y}$, tomados iguais a 1,00.

8.2.3.1 Apresentação e Análise dos Resultados

A variação do custo dos pilares com relação aos diferentes modelos de redução de seção empregados é mostrada na figura (8.10). Nesta é possível notar comportamento semelhante ao observado no exemplo I. Reduções significativas no custo dos pilares com a redução de seção, de aproximadamente 18%, são constatadas apenas na transição do modelo $R(0)$ para o modelo $R(1)$. A transição entre os modelos $R(1)$ e $R(2)$ e posteriormente $R(2)$ e $R(3)$ transcorrem de forma suave, com o custo reduzindo-se em 1,40% e 4,34%, respectivamente.

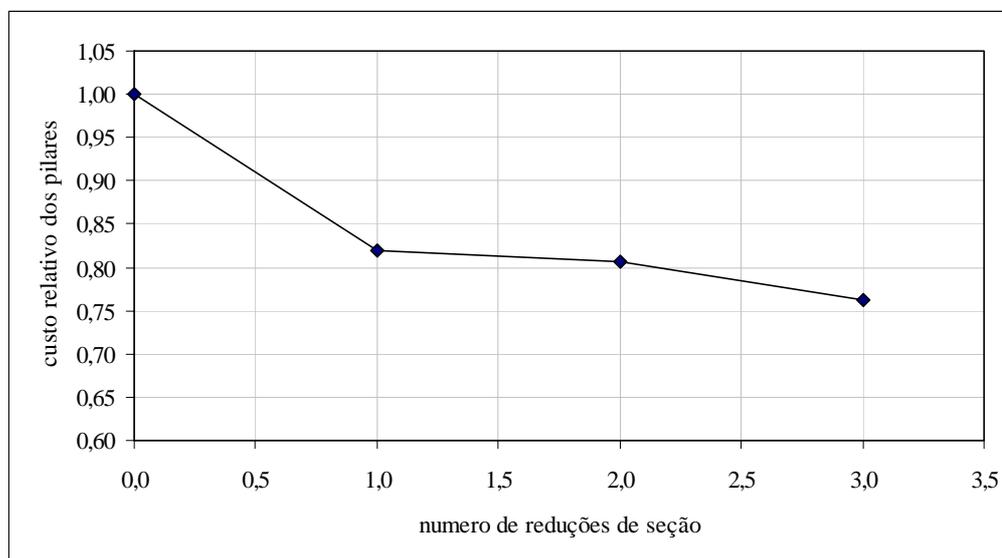


Figura 8.10 – Redução relativa do custo dos pilares com respeito à redução de seção.

Na figura (8.11), a redução nos quantitativos é apresentada, separadamente, para cada material. Todos os materiais (concreto, aço e fôrma) apresentam uma significativa redução nas suas quantidades na transição do modelo $R(0)$ para o modelo $R(1)$, tornando-se mais suave nas reduções subseqüentes. Redução mais expressiva, ao longo da transição entre os modelos, manifesta-se desta vez no concreto e não na armadura, como observado no exemplo I.

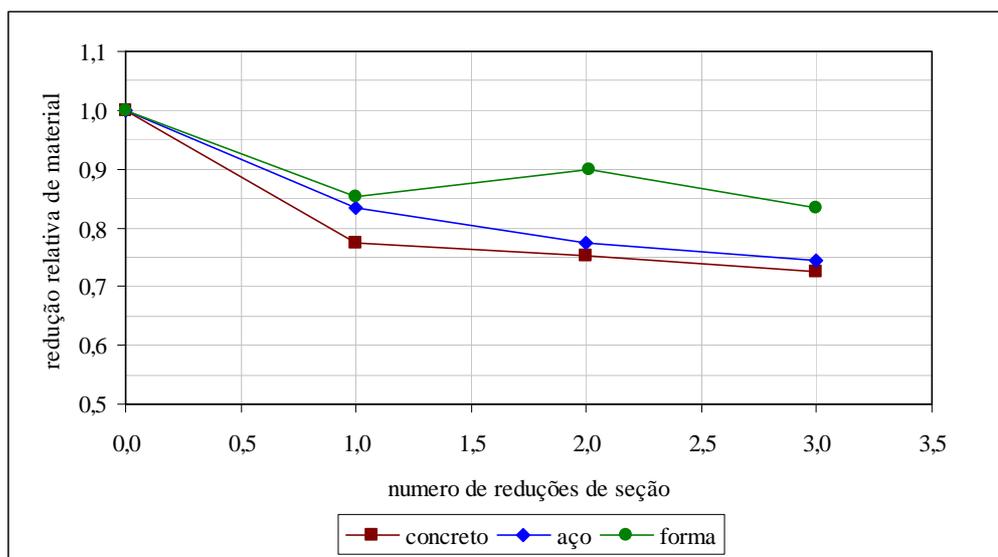


Figura 8.11 – Redução relativa de material dos pilares com respeito à redução de seção.

Quanto a rigidez, observa-se na tabela (8.12) que, assim como no exemplo anterior, a rigidez da estrutura mantém-se praticamente inalterada após redução de seção dos pilares. Os valores do parâmetro γ_z no entanto mostram-se bem inferiores aqueles observados, no exemplo I, para solução ótima. Tal fato indica que o surgimento de estruturas muito flexíveis é uma possibilidade, mas não uma tendência. Além disso, cada estrutura, em função de suas características (geometria, rigidez dos elementos, cargas aplicadas, entre outras) e restrições de projeto, alcançará seus parâmetros próprios, flexíveis ou não, dentro do processo.

Tabela 8.12

Variação do parâmetro γ_z com respeito à redução de seção

γ_z / modelo	$R(0)$	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$
$\gamma_{z,x}$	1,18	1,17	1,16	1,16
$\gamma_{z,y}$	1,12	1,13	1,15	1,13

Quanto às restrições associadas ao estado limite de deformação excessiva, observa-se, com base nos deslocamentos máximos relativos no topo do prédio, apresentados na tabela (8.13), que as restrições relativas ao deslocamento máximo na direção mantém-se totalmente inativas com respeito ao deslocamento na direção y , para todos os esquemas de redução de seção estudados, com

deslocamentos, aproximadamente, 40% menores que o deslocamento limite. Apenas na direção x estas restrições mantêm-se na fronteira ou bem próximo a ela.

Tabela 8.13
Deslocamentos máximos relativos no topo do prédio

<i>deslocamento/modelo</i>	$R(0)$	$R(1)$	$R(2)$	$R(3)$
u_x/u_{limite}	0,9658	0,9793	0,9080	0,9401
u_y/u_{limite}	0,1780	0,2141	0,2470	0,2262

Nas tabelas (8.14) a (8.17) são apresentados os valores das variáveis de projeto b e h na solução ótima para todas as estratégias de redução de pilares.

TABELA 8.14 <i>Resultados ótimos para o modelo $R(0)$</i>		
<i>pavimento/pilares(b,h)</i>	P1 à P16	
	b	h
Fundação ao 24°	100,79	30,00

TABELA 8.15 <i>Resultados ótimos para o modelo $R(1)$</i>		
<i>pavimento/pilares(b,h)</i>	P1 à P16	
	b	h
Fundação ao 12°	108,19	29,25
12° ao 24°	61,19	24,79

TABELA 8.16 <i>Resultados ótimos para o modelo $R(2)$</i>		
<i>pavimento/pilares(b,h)</i>	P1 à P16	
	b	h
Fundação ao 8°	133,23	26,60
8° ao 16°	85,63	23,11
16° ao 24°	64,12	20,32

Nestas tabelas é possível constatar que, assim como no exemplo I, a cada novo esquema de redução de seção imposto ao sistema, a redução de seção dos pilares nos lances superiores é sempre acompanhada de acréscimos na seção dos

pilares nos lances inferiores. Esta característica é considerada responsável pela manutenção da rigidez da estrutura mesmo com significativas reduções no volume de concreto dos pilares.

TABELA 8.17 <i>Resultados ótimos para o modelo R(3)</i>		
<i>pavimento/ pilares(b,h)</i>	P1 à P16	
	<i>b</i>	<i>h</i>
Fundação ao 6°	119,22	29,30
6° ao 12°	90,25	27,02
12° ao 28°	69,37	25,21
18° ao 24°	55,35	20,11

Na tabela (8.18) são apresentadas as taxas de armação máxima e a média registradas associadas a solução ótima para os diversos sistemas de redução de seção.

TABELA 8.18 <i>Varição da taxa de armação com a redução de seção</i>		
<i>modelo/ pilares</i>	P1 à P16	
	ρ_{\max}	$\rho_{\text{média}}$
<i>R(0)</i>	1,838	0,632
<i>R(1)</i>	1,474	0,565
<i>R(2)</i>	1,490	0,528
<i>R(3)</i>	2,089	0,525

Apesar de tratar-se de exemplos tão diferentes, a maior taxa de armadura registrada é de 2,089%, bem próxima do valor máximo registrado no exemplo I, de 2,008%. A taxa média de armação também manteve-se em níveis baixos, de aproximadamente 0,562%, próxima à armadura mínima. As baixas taxas médias de armação servem como indicativo de que um grande número de lances de pilares, nos exemplos estudados, apresenta armadura mínima.

Com respeito à avaliação de eficiência entre os métodos SQP e IP, os resultados são apresentados na figura (8.12) e tabela (8.17). Sendo possível

verificar na figura (8.12) que tanto o método SQP quanto o IP convergem para a mesma solução.

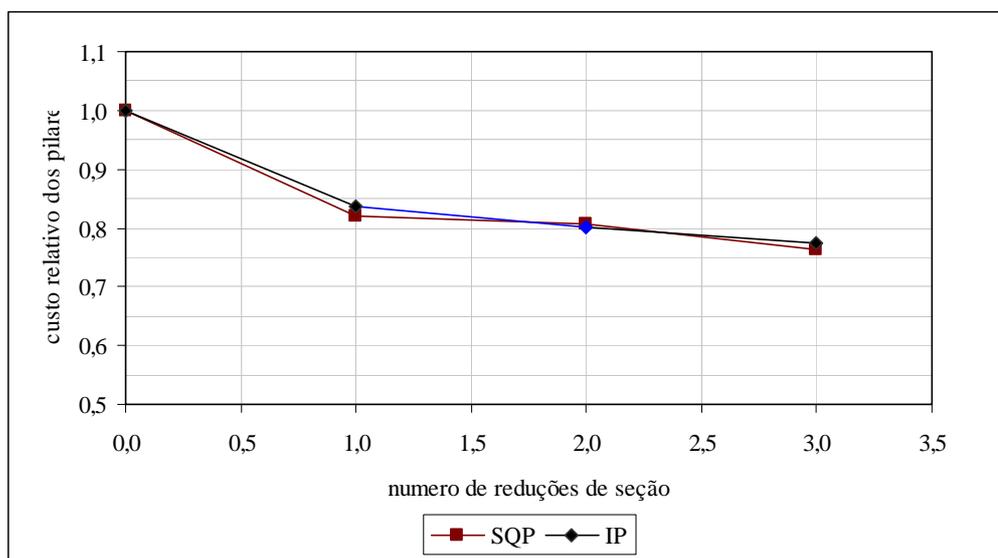


Figura 8.12 – Redução relativa do custo dos pilares com respeito à redução de seção: comparação entre os métodos SQP e IP.

Como pode ser constatado na tabela (8.19), o método IP mostrou-se mais eficiente no desenvolvimento do processo ótimo do exemplo II, tanto no tempo de processamento, quanto ao atendimento aos critérios de parada. O SQP, apesar de atender todas as restrições, e alcançar a solução ótima, este continua o processo, sem promover alterações significativas na solução e sem atender o critério de erro estabelecido, vindo, algumas vezes, a parar somente quando o número máximo de iterações é alcançado.

TABELA 8.19
Tempos de Processamento – SQP x IP

Método/ Modelo	Tempo de Processamento (seg)			
	R(0)	R(1)	R(2)	R(3)
SQP	279,91	1510,72*	1869,73*	1534,06*
IP	331,87	303,70	236,70	287,99

*Número máximo de iterações alcançado

Apesar do exposto, a possibilidade de se iniciar o processo a partir de qualquer projeto, seja ele viável ou não, torna o SQP bastante atrativo. Assim,

para que se possa obter o melhor dos dois métodos, sugere-se um modelo misto. O qual consistiria em iniciar o processo com o SQP e, assim que todas as restrições estiverem atendidas, o processo passaria a ser desenvolvido via IP.

Cabe ressaltar que tais conclusões, a respeito da eficiência dos métodos SQP e IP, restringem-se, a princípio, a classe de problema aqui tratada, segundo formulação proposta. Acredita-se, entretanto, que somente com um número bem maior de exemplos seria possível confirmar a maior eficiência do método IP na classe de problemas aqui tratados.

Os estudos apresentados a seguir dizem respeito a consideração, no presente trabalho, de que a armadura dos pilares distribui-se de forma contínua e uniforme ao longo do perímetro da seção. Para tais estudos, o modelo $R(0)$ tomado como referência, seguiu-se os seguintes passos:

1. as dimensões ótimas dos pilares são arredondadas para valores usuais: de $1,0079\text{ m} \times 0,30\text{ m}$ para $1,00\text{ m} \times 0,30\text{ m}$;
2. a estrutura é analisada com base nas novas dimensões;
3. são avaliados os esforços e armadura associados à combinação crítica;
4. a armadura total calculada segundo modelo proposto é discretizada com base em bitolas comerciais;
5. após a discretização, as barras são posicionadas na seção transversal do pilar buscando manter estas barras uniformemente distribuídas ao longo do perímetro;
6. a capacidade resistente da seção é então verificada.

A análise é desenvolvida a partir do pilar $P1$, lance I , e pilar $P3$, lance I (ver figura 8.9). São ao todo analisadas quatro opções de discretização: duas para o pilar $P1$, com barras de $\phi 12.5$ e $\phi 16.0$; e duas para o pilar $P3$, com $\phi 16.0$ e $\phi 20.0$. Os resultados são apresentados nas figuras (8.13) à (8.16).

Nestas figuras, $A_{s,calc}$ representa a armadura calculada considerando o modelo proposto de distribuição uniforme e contínua; $A_{s,ef}$ representa a armadura efetivamente empregada após discretização de $A_{s,calc}$ em bitolas comerciais; e $A_{s,necessario}$ representa a armadura calculada considerando o posicionamento das barras após discretização.

P1 – 100 x 30 / Lance 1 : $A_{s,calc} = 27,15cm^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 22\phi 12.5(27,0cm^2)$

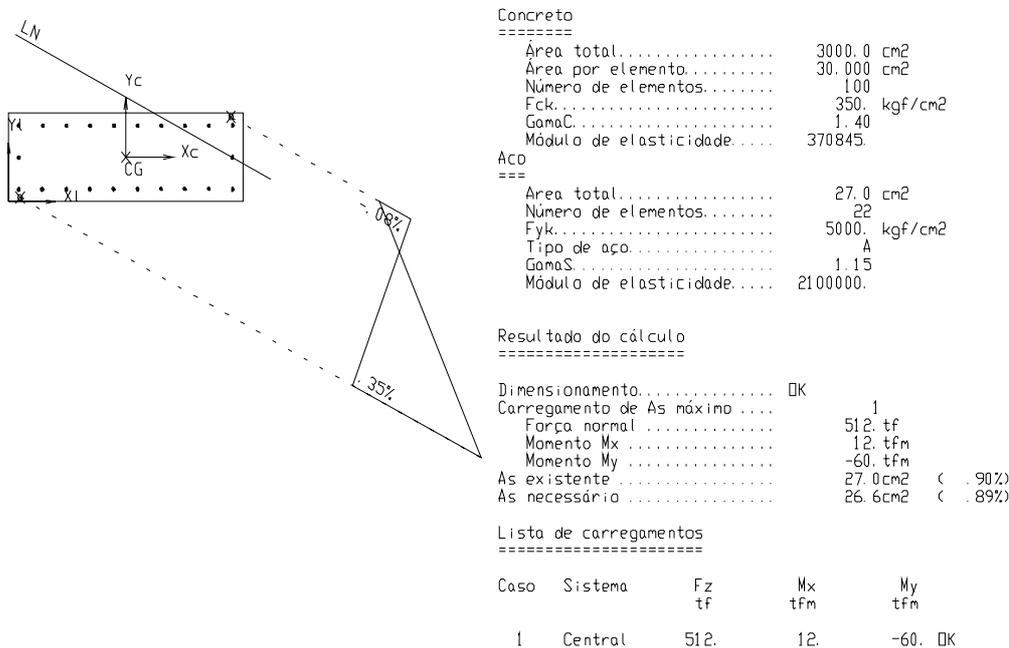


Figura 8.13 – Verificação da capacidade resistente do pilar P1, lance 1 (opção 1).

P1 – 100 x 30 / Lance 1 : $A_{s,calc} = 27,15cm^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 14\phi 16.0(28,1cm^2)$

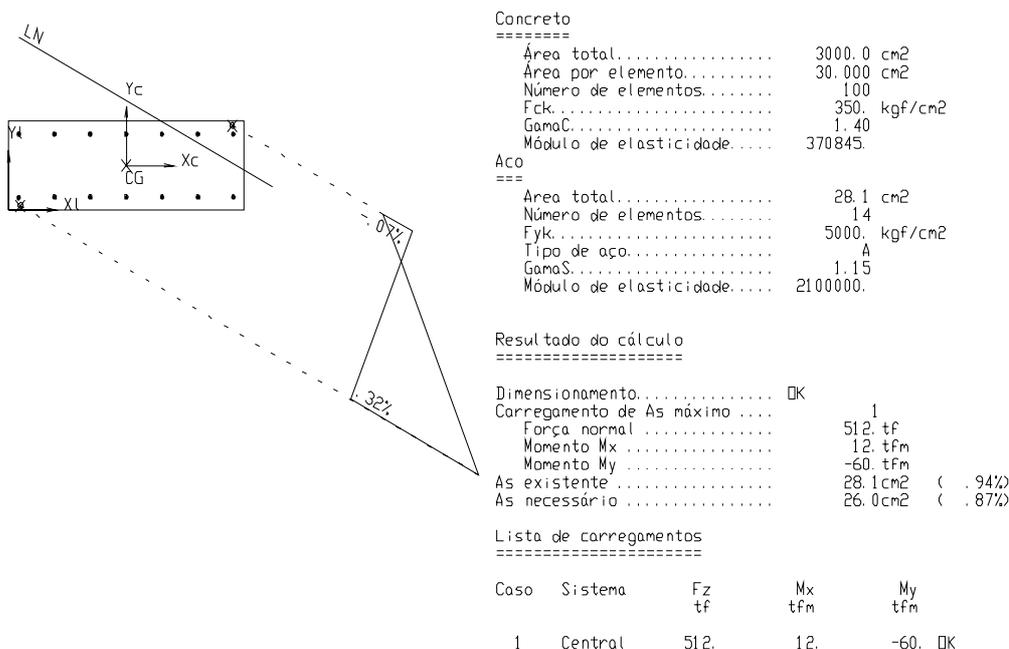
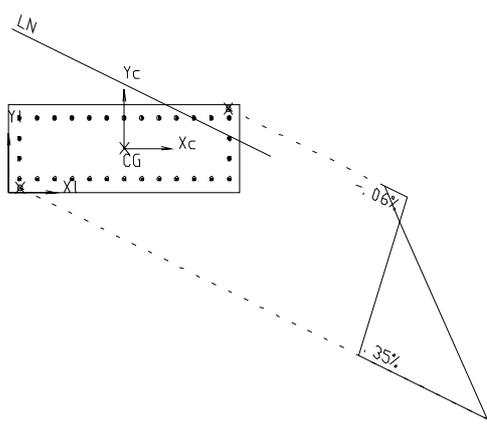


Figura 8.14 – Verificação da capacidade resistente do pilar P1, lance 1 (opção 2).

Analisando os resultados apresentados nas figuras (8.13) a (8.16), nota-se que, em todos os casos de discretização estudados, $A_{s,calc}$ mantém-se bastante próximo de $A_{s,necessario}$. Com diferenças inferiores a 4,50%, quando diâmetros maiores são utilizados, e inferiores a 1,50%, quando a discretização é feita a partir de barras com diâmetros menores. Nota-se ainda, que $A_{s,necessario}$ pouco varia frente às opções de discretização adotadas. No pilar P1, as variações em $A_{s,necessario}$, frente aos modelos de discretização, são de 2,30%, enquanto que no pilar P3, estas são de apenas 0,165%.

P3 – 100 x 30 / Lance 1 : $A_{s,calc} = 59,72m^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 30\phi 16.0(60,30cm^2)$

PUC-Rio - Certificação Digital Nº 0115584/CA



```

Concreto
=====
Area total..... 3000.0 cm2
Area por elemento..... 30.000 cm2
Número de elementos..... 100
Fck..... 350. kgf/cm2
GamaC..... 1.40
Módulo de elasticidade..... 370845.

Aco
===
Area total..... 60.3 cm2
Número de elementos..... 30
Fyk..... 5000. kgf/cm2
Tipo de aco..... A
GamaS..... 1.15
Módulo de elasticidade..... 2100000.

Resultado do cálculo
=====

Dimensionamento..... No limite
Carregamento de As máximo .... 1
Força normal ..... 636. tf
Momento Mx ..... 15. tfm
Momento My ..... -63. tfm
As existente ..... 60.3cm2 ( 2.01%)
As necessário ..... 60.5cm2 ( 2.02%)

Lista de carregamentos
=====

Caso Sistema Fz Mx My
tf tfm tfm

1 Central 636. 15. -63. No limite
    
```

Figura 8.15 – Verificação da capacidade resistente do pilar P3, lance 1 (opção 1).

P3 – 100 x 30 / Lance 1 : $A_{s,calc} = 59,72\text{cm}^2 \Rightarrow A_{s,ef} = 20\phi 20.0(62,80\text{cm}^2)$

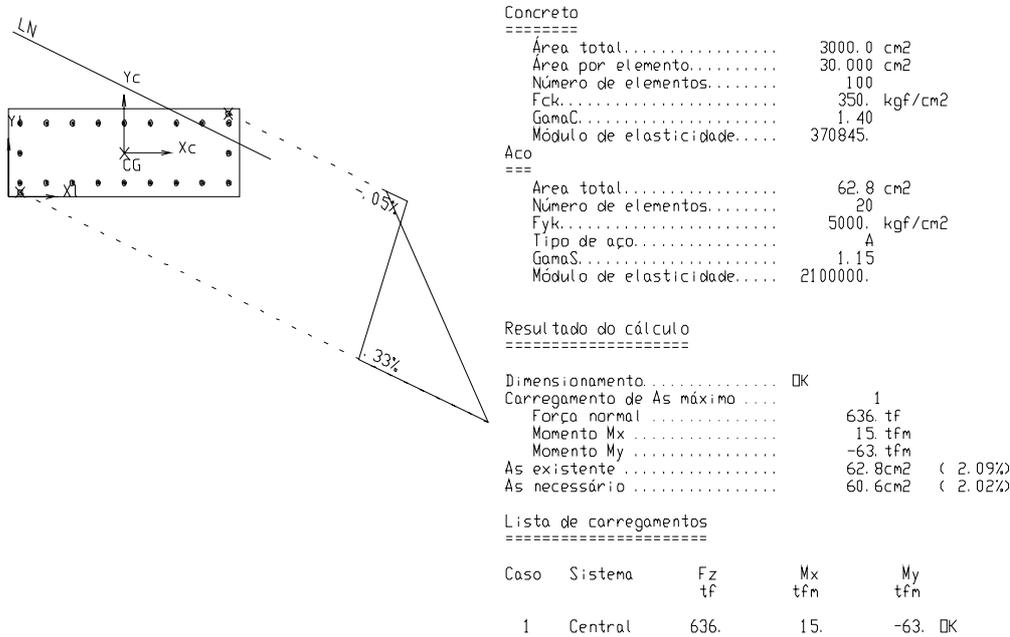


Figura 8.16 – Verificação da capacidade resistente do pilar P3, lance 1 (opção 2).

Adicionalmente, pode-se constatar que as $A_{s,ef}$ (bitola, número de barras e posicionamento das barras de aço na seção), selecionadas com base em $A_{s,calc}$, são capazes de resistir aos esforços solicitantes. As diferenças entre $A_{s,calc}$ e $A_{s,ef}$ avaliadas no pilar P1, opção I, e no pilar P3, opção I, são de apenas 0,55% e 0,97%, respectivamente. Quanto as diferenças entre $A_{s,necessario}$ e $A_{s,ef}$, avaliadas nesses mesmos casos, são de 0,33% e 1,50%, respectivamente. Deve-se lembrar que sempre haverá diferenças entre $A_{s,ef}$ e $A_{s,necessario}$, independente do modelo de distribuição adotado para as barras de aço.

Considera-se importante ressaltar que o emprego de armadura distribuída de forma contínua e uniforme ao longo da seção encontra respaldo, não apenas nos poucos exemplos apresentados, mas principalmente na constatação feita por Balling e Yao (1997) de que as dimensões ótimas ($b's$ e $h's$) são insensíveis ao diâmetro das barras, ao número de barras e ao posicionamento dessas barras na seção transversal dos pilares e vigas.

Cabe enfatizar que a determinação da A_s , seja na forma de $A_{s,calc}$ ou na forma $A_{s,ef}$, não constitui objetivo efetivo do presente trabalho. $A_{s,calc}$ pode ser considerado um parâmetro, como tantos outros, indispensável dentro do processo na busca pelas dimensões ($b's$ e $h's$) ótimas das seções transversais dos pilares. A inserção destas dimensões em programas comerciais, como CAD/TQS por exemplo, conduzirá naturalmente a determinação das armaduras ótimas, uma vez que A_s estaria sendo calculada e detalhada com base nas dimensões ($b's$ e $h's$) ótimas das seções transversais dos pilares. Além disso, todos os programas comerciais empregam processos próprios para selecionar $A_{s,ef}$ ótimo.

9 Conclusões e Sugestões

Neste capítulo são apresentadas conclusões e sugestões visando a continuidade do presente trabalho.

9.1 Conclusões

Com base nos resultados dos exemplos apresentados na seção anterior, as seguintes conclusões podem ser emitidas:

- O projeto ótimo de edifícios altos de concreto armado pode levar a estruturas muito flexíveis, mesmo que o deslocamento horizontal no topo do edifício atenda os limites estabelecidos pela NBR 6118 (2003), apresentando elevados efeitos de 2ª ordem.
- A utilização de modelos de análise mais precisos, para levar em conta a não linearidade geométrica, mostra-se necessária, não apenas para melhorar a qualidade da análise dentro do processo ótimo, mais também para buscar soluções além dos limites impostos ao modelo simplificado de análise ($\gamma_z \leq 1.30$);
- Pilares retangulares, na solução ótima, mostram, quando há liberdade, uma tendência a apresentar elevados valores de espessura, assumindo, em alguns casos, dimensões b e h muito próximas;
- Dentro de um processo ótimo, a imposição de uma única redução nas dimensões da seção transversal dos pilares ao longo da altura, produz significativas reduções no custo dos pilares, mostrando-se extremamente eficiente. Contudo, reduções adicionais de custo, obtidas a partir da imposição de novas reduções de seção, transcorrem de forma bem suave;
- Um processo eficiente de redução de seção deve envolver, não apenas a reduções no volume de concreto dos lances superiores, mas também considerar a transferência de concreto dos lances superiores para os lances inferiores dos pilares. Desta forma, é possível manter a rigidez da estrutura, mesmo com significativas reduções no volume de concreto;

- Em função do elevado custo do aço em relação ao concreto, os pilares, na solução ótima, tendem a apresentar baixas taxas de armadura. A taxa máxima observada foi de 2.008%, enquanto a taxa média de armadura manteve-se entre 0.494% e 0.563%.
- A solução ótima mostra-se pouco sensível a variações no preço do concreto massa. Variações de 20% no preço do concreto massa pouco alteraram as dimensões das seções transversais dos pilares da solução ótima.
- O modelo proposto e implementado mostra-se capaz de auxiliar um projetista nas tomadas de decisão, na busca por projetos mais eficientes e econômicos, permitindo explorar de forma mais consistente e rápida os as plantas de fôrma idealizadas pelo projetista.

9.2 Sugestões

Com o objetivo de melhorar a qualidade do processo de otimização de edifícios altos de concreto armado desenvolvido no presente trabalho, as seguintes sugestões são apresentadas:

- Levar em consideração o vão efetivo das vigas no processo de otimização;
- Permitir que o f_{ck} dos pilares possa, como variável de projeto, assumir mais de um valor ao longo da altura do edifício;
- Levar em conta os efeitos localizados nos pilares-parede;
- Considerar as deformações devidas ao cisalhamento na análise;
- Permitir que seções transversais tipo "U", "L" e circulares participem do processo;
- Levar em conta o custo das vigas no processo de otimização.

10. Referências Bibliográficas

ANDRADE, N. F. A., **Dimensionamento Plástico para Vigas e Lajes de concreto Armado**, Dissertação de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro, Brasil, 1992.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, **Building Code Requirements for Structural Concrete**, ACI 318 R-95, Farmington Hills, 369p, 1995.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS DE NORMAS TÉCNICAS, **Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento**, NBR 6118, ABNT, Rio de Janeiro, 170p, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS DE NORMAS TÉCNICAS, **Forças devidas ao vento em edificações**, NBR 6123, ABNT, Rio de Janeiro, 84p, 1987.

BALLING, R. J. & YAO, X., **Optimization of Reinforced Concrete Frames**, Journal of Structural Engineering, 123, no. 2, pp. 193-202, 1997.

BASTOS, E. A., **Otimização de Seções Retangulares de Concreto Armado Submetidas à Flexo-Compressão Obliqua Utilizando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.

BASTOS, P. S. S. & OLIVEIRA NETO, L., **Dimensionamento de Pilares de Extremidade Segundo a NBR 6118/2003**, Notas de Aula da Disciplina Concreto Armado, Universidade Estadual Paulista – UNESP, Bauru/SP, Brasil, 2003.

CHAKRABARTY, B. K., **Models for Optimal Design of Reinforced Concret Beams**, Computers and Structures, 42, no. 11, pp. 447-451, 1992.

COHN, M. Z. B., FELLOW & DINOVIETZER, A. S., **Application of Structural optimization**, Journal of Structural Engineering, 120, no. 2, pp. 617-650, 1994.

COMITE EURO-INTERNACIONAL DU BETON, **CEB-FIP Model Code 1990**, Final draft, Bulletin d'information N 203, 204 e 205, Paris, June, 1991.

CRISFIELD, M. A. **Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures**, Chichester: John Wiley & Sons, Inc., 1991.

- EBOLI, C. R. **Dimensionamento Ótimo de Seções de Concreto Armado à Flexão Composta Oblíqua**, Dissertação de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
- EUROCODE 2, **Design of Concrete Structures – Part 1: General Rules and Rules for Buildings**, Final draft, British Standards Institution, UK, 2001.
- FRANCO, M., **O Parâmetro de Instabilidade dos edifícios Altos**, Colóquio sobre Estabilidade Global de Estruturas de Concreto armado, IBRACON, São Paulo, Brasil, 1985.
- GERLEIN, M. A. & BEAUFAIT, F. W., **An Optimum Preliminary Strength Design of Reinforced Concrete Frames**, Computers and Structures, 11, no. 6, pp. 515-524, 1980.
- GRAZIANO, F. P., **Recomendações para Viabilizar a Redução dos Custos de Pilares com Segurança e Qualidade**, 6º Seminário Tecnologia de Estruturas, SindusCon-SP, São Paulo, Brasil, 2004.
- HAFTKA, R. T. & GÜRDAL, Z., **Elements of Structural Optimization**, Kluwer Academics Publishers, 1992.
- HERSKOVITS, J. **A View on Nonlinear Optimization**. Em J. Herskovits, editor, Advances in Structural Optimization, pp 71-117. Kluwer Academic Publishers, 1995.
- HERSKOVITS, J. & SANTOS, G. **On the Computer Implementation of Feasible Direction Interior Point Algorithms for Nonlinear Optimization.**, Structural Optimization, 14, pp 165-172. 1997.
- HOROWITZ, B., **Two-Level Approach to Design of Short Concrete Columns**, Journal of Structural Engineering, 117, no. 12, 3570-3586, 1991.
- KHAN, F., **A Crisis in Design – The New Role of the Structural Engineer**, proceedings of the Conference on Tallbuildings, Institution of Civil Engineers, Kuala Lumpur, Malaysia.
- KIRSCH, U., **Multinivel Optimal Design of Reinforced Concrete Structures**, Engineering optimization, 6, pp. 207-212, 1983.
- KRIPKA, M. **Otimização do Custo de Estruturas de Concreto Armado Analisadas pelo Modelo de Grelha**, V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, USP, São Paulo, Brasil. CD-ROM, 14p, 2003.
- LIMA, J. S. & da GUARDA, M. C., **Resultado da Aplicação da Nova NBR 6118 na Avaliação da Estabilidade Global de Edifícios**, IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, USP, São Paulo, Brasil. CD-ROM, 16p, 2000.

McGUIRE, W. & et all. **Matrix Structural Analysis**. 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2000

MELO, A. M. C. **Projeto Ótimo de Pórticos Planos de Concreto Armado**. Tese de Doutorado, UFRJ/COPPE, Rio de Janeiro, Brasil, 2000.

MOHARRAMI, H. & GRIERSON, D. E., **Computer-Automated Design of Reinforced Concrete Frameworks**, Journal of Structural Engineering, 119, no. 7, July, pp. 2036-2058, 1993a.

MOHARRAMI, H. & GRIERSON, D. E., **An Optimality Criteria Method for the Design of Reinforced Concrete Frameworks**, Structural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems, v. I, Rio de Janeiro, pp. 403-413, 1993b.

MUSSO JR, F., **Dimensionamento de Seções de Concreto Armado e Verificação de Estabilidade de Vigas Colunas no Estado Limite**, Dissertação de Mestrado, PUC, Rio de Janeiro, Brasil, 1987.

OLIVEIRA, R. S. & CORRÊA, M. R. S., **Análise de Pavimentos de Concreto Armado com a Consideração da Não-Linearidade Física**, Cadernos de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, São Carlos, n. 19, pp. 133-170, 2002.

OLIVIERI, B. P. **Otimização do Projeto de Pontes Protendidas Pré-Moldadas pelo Método dos Algoritmos Genéticos** Dissertação de Mestrado, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, 2004.

PARENTE JR, E. C. **Análise de Sensibilidade e Otimização de Forma de Estruturas Geometricamente Não-Lineares**. Tese de Doutorado., PUC, Rio de Janeiro, Brasil, 2000.

PERDIGÃO, R. S. & HOROWITZ, B., **Roteiro para Verificação da Estabilidade de Edifícios Esbeltos Segundo o ACI 318-95**, IV Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto, USP, São Paulo, Brasil. 2000.

SCADELAI, M. A. & PINHEIRO, L. M., **Dimensionamento de Pilares de Acordo com a Nova NBR 6118**, V Simpósio EPUSP Sobre Estruturas de Concreto, São Paulo, Brasil, CD-ROM, 20p, 2003.

SILVA, E. E., **Otimização de Estruturas de Concreto Armado utilizando Algoritmos Genéticos**, Dissertação de Mestrado, Escola politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil, 2001.

SOARES, R. C. & EL DEBS, A. L. H. C., **Otimização de Seções Transversais de Concreto Armado Sujeitas à Flexão: Aplicação á Pavimentos**, Cadernos de Engenharia de Estruturas, EESC-USP, São Carlos, n. 11, pp. 1-29, 1999.

SOUSA JR., J. B. M. & VAZ, L. E., **Optimal Design of Reinforced Concrete Model Column**, Structural Optimization 93 – The World Congress on Optimal Design of Structural Systems, v. I, Rio de Janeiro, pp. 431-438, 1993.

SPIRES, D. & ARORA, J. S., **Optimal Design of Tall RC-Framed Tube Building**, Journal of Structural Engineering, 116, no. 4, April, pp. 877-897, 1990.

VANDERPLAATS, G. N., **Numerical optimization Techniques for Engineering Design with Applications**, McGraw-Hill, 1984.

VASCONCELOS, A. C., **Como se podem Enrijecer Edifícios muito Flexíveis?**, La Ingenieria Estructural Sudamericana em la década Del 80, Homenagem ao Prof. J. Ricaldoni, Montevideú, Uruguai, 1986.

VASCONCELOS, A. C., **Como Especificar a Segurança quando há Efeitos de 2ª Ordem a Considerar**, Seminário sobre Aspectos Conflitantes em Normas Brasileiras, IBRACON, São Paulo, Brasil, 1987.

VASCONCELOS FILHO, A., **Edifícios de Andares Múltiplos**, Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, Brasil, Edições COTEC 06, 1984.

ANEXO A – Valores dos Coeficientes γ_f e γ_{f2} (NBR 6118 (2003))

TABELA A.1

Coeficiente $\gamma_f = \gamma_{f1} \cdot \gamma_{f3}$ (NBR 6118 (2003))

Combinações de ações	Ações							
	Permanentes (g)		Variáveis (q)		Protensão (p)		Recalques de apoio e retração	
	D ¹⁾	F	G	T	D	F	D	F
Normais	1,4	1,0	1,4	1,2	1,2	0,9	1,2	0
Especiais ou de construção	1,3	1,0	1,2	1,0	1,2	0,9	1,2	0
Excepcionais	1,2	1,0	1,0	0	1,2	0,9	0	0

D = desfavorável, F = favorável, G = geral, T = temporária.

¹⁾ Para as cargas permanentes de pequena variabilidade, como o peso próprio das estruturas, especialmente as pré-moldadas, esse coeficiente pode ser reduzido para 1,3.

TABELA A.2

Valores do Coeficiente γ_{f2} (NBR 6118 (2003))

Ações		γ_{f2}		
		ψ_0	ψ_1 ¹⁾	ψ_2
Cargas acidentais de edifícios	Locais em que não há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, nem de elevadas concentrações de pessoas ²⁾	0,5	0,4	0,3
	Locais em que há predominância de pesos de equipamentos que permanecem fixos por longos períodos de tempo, ou de elevada concentração de pessoas ³⁾	0,7	0,6	0,4
	Biblioteca, arquivos, oficinas e garagens	0,8		0,6
Vento	Pressão dinâmica do vento nas estruturas em geral	0,6	0,3	0
Temperatura	Variações uniformes de temperatura em relação à média anual local	0,6	0,5	0,3

¹⁾ Para os valores de ψ_1 relativos às pontes e principalmente aos problemas de fadiga, ver seção 23.
²⁾ Edifícios residenciais.
³⁾ Edifícios comerciais e de escritórios.

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)