

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Matemática pelo  
**INSTITUTO NACIONAL DE MATEMÁTICA PURA E APLICADA**

## **Efeitos de Mosaico para Imagens**

por  
**GEISA MARTINS FAUSTINO**

**Orientador: LUIZ HENRIQUE DE FIGUEIREDO**

24 de junho de 2005

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

# Agradecimentos

Primeiramente a Deus, que com sua infinita bondade, colocou no meu caminho pessoas maravilhosas, que nos momentos tumultuados – naturais no caminho – não deixaram-me cair em abatimento.

À minha família por todo apoio, carinho e dedicação.

Ao meu orientador, Luiz Henrique de Figueiredo, pela dedicação, ajuda e paciência tanto nesse trabalho quanto nas disciplinas que cursei nas quais ele foi o professor (e olha que não foram poucas).

A todos aqueles que foram meus professores.

Aos meus amigos. Que sempre estiveram presente, mesmo que de maneira virtual (via msn) ajudaram com esse trabalho e também a me distrair quando não aguentava mais trabalhar – obrigada Alexandre.

Aos “visgrafianos”, essa família maravilhosa que apareceu no meu caminho. Em especial ao Dimas, Perfilino, Zé, Ari e Adelailson. Esses últimos, mesmo não estando mais aqui no Visgraf, colaboraram bastante com esse trabalho, tanto com idéias legais quanto com palavras de incentivo.

Galerinha, a todos vocês meus sinceros agradecimentos, 😊.

# Resumo

Há milênios a arte nos conta a História do mundo e o mosaico está entre as primeiras manifestações artísticas do homem. Devido à durabilidade dos materiais usados, muitas peças chegaram aos dias atuais em bom estado de conservação, ajudando a humanidade a compreender melhor seu passado.

Nos últimos anos foram desenvolvidas muitas técnicas na área de síntese de imagens não-fotorealistas e algumas delas são dedicadas ao efeito de mosaico.

Em processamento de imagens, o processo de construção de mosaicos pode ser visto como um problema de amostragem e reconstrução. Nesse tipo de problema, as arestas desempenham um papel fundamental para preservar a percepção da forma original de um objeto. Este trabalho apresenta um algoritmo automático e adaptativo para criação de mosaicos a partir de uma imagem digital utilizando o Diagrama de Voronoi Centroidal. Para uma melhor percepção da imagem, uma amostragem adaptativa fornece ladrilhos de tamanhos variados destacando regiões próximas às arestas dos objetos.

**Palavras-chave: efeito de mosaico, diagrama de voronoi centroidal.**



# Abstract

Over the past millennia art has revealed to us the History of the World and mosaics have figured among mankind's earliest artistic expressions. Due to the durability of the materials used, many objects have come down to current day in good condition, thus helping humans understand their past better.

Over the last few years many techniques have been developed in the area of non-realistic photo rendering, some of which are dedicated to the mosaic effect.

In image processing, the process of mosaic construction can be seen as a problem of sampling and reconstruction. In this type of problem, edges play a basic role in preserving the image of the original form of the object. This work presents an automatic and adaptive algorithm for the creation of mosaics from a digital image using the Centroidal Voronoi Diagram. For a better perception of the image, adaptive sampling supplies varied-sized tiles highlighting regions along the edges of objects.

**Keywords:** mosaic effect, centroidal Voronoi diagrams.

# Conteúdo

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>11</b>
1.1	O Problema . . . . .	13
1.2	Trabalhos Relacionados . . . . .	15
<b>2</b>	<b>Nossa Abordagem</b>	<b>22</b>
2.1	Diagrama de Voronoi . . . . .	22
2.2	Diagrama de Voronoi Centroidal . . . . .	24
2.3	Amostragem Adaptativa . . . . .	26
2.4	Quadtree . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Nosso Algoritmo</b>	<b>29</b>
3.1	Amostrando a Imagem . . . . .	29
3.2	Calculando o Diagrama de Voronoi Centroidal . . . . .	34
3.3	Colorindo as Células de Voronoi . . . . .	40
3.4	Encontrando as Arestas de Voronoi . . . . .	41
3.5	Aplicando Efeitos Visuais . . . . .	42
<b>4</b>	<b>Resultados</b>	<b>46</b>
<b>5</b>	<b>Conclusões</b>	<b>68</b>
5.1	Trabalhos Futuros . . . . .	69

# Lista de Figuras

1.1	Alexandre e Kriteros caçam um leão. Mosaico de residência particular de Pela, Macedônia. Data: séc. IV A.C. Pella Archeological Museum [16].	11
1.2	(a) “Bandeirantes” por Cândido Portinari [18], (b) Painel de Di Cavalcanti [14]. . . . .	12
1.3	Mosaico na calçada da Avenida Atlântica em Copacabana. . . . .	13
1.4	Um resultado: (a) Imagem original, (b) Imagem resultante, com o efeito de mosaico. . . . .	14
1.5	(a) Imagem original, (b) Adobe Photoshop, (c) Paint Shop Pro, (d) GIMP, (e) Método proposto. . . . .	15
1.6	Exemplo de um mosaico de imagens. Foram usadas 250 cenas para formar a imagem maior. A imagem original é mostrada no canto inferior direito.	16
1.7	A esquerda a imagem original, a direita a mesma imagem com efeito obtido pelo método de Housner [3]. . . . .	17
1.8	(a) Imagem Original, (b) Posição inicial dos pontos (imagem inicial de Voronoi), (c) Capturando as características globais, (d) Ajustes locais, (e) Imagem final [4]. . . . .	18
1.9	(a) Imagem Original, (b) Imagem Segmentada, (c) Bordas das Regiões, (d) Imagem Final [5]. . . . .	19
1.10	(a) Imagem Original, (b) Imagem Final [6]. . . . .	21
2.1	Diagramas de Voronoi na Natureza: (a) após a secagem do barro, formou-se um diagrama de Voronoi no solo; em (b) podemos ver que a disposição das pedras forma um diagrama de Voronoi; (c) no casco da tartaruga se pode ver um belo diagrama de Voronoi, assim como no favo de mel em (d) e na pele do peixe, em (e). . . . .	23
2.2	(a) 10 pontos escolhidos aleatoriamente em um quadrado, (b) Diagrama de Voronoi correspondente. . . . .	24

2.3	(a) Diagrama de Voronoi correspondente a 10 pontos escolhidos aleatoriamente num quadrado. Os pontos são os geradores e os quadrados mostram os centróides correspondente a cada região de Voronoi, (b) Diagrama de Voronoi Centroidal, com função de densidade constante. Note que os pontos são simultaneamente o geradores e os centróides das regiões [8]. . . . .	25
2.4	Diagrama de Voronoi Centroidal com função de densidade $e^{-10x^2-10y^2}$ para um conjunto de pontos escolhidos de maneira aleatória em $[-1, 1]^2$ ; a esquerda, o Diagrama de Voronoi; à direita o Diagrama de Voronoi Centroidal; 256 geradores [8]. . . . .	26
2.5	(a) Imagem original, (b) Pontos amostrados. . . . .	27
2.6	Exemplo de uma divisão do plano por uma quadtree; (a) Dados de entrada. (b) Primeiro nível, note que somente o segundo quadrante satisfaz o critério de parada, isto é, possui no máximo dois pontos. (c) Segundo nível. (d) Terceiro nível, todo plano está dividido em regiões com o máximo dois pontos. . . . .	28
2.7	Árvore hierárquica da quadtree da Figura 2.6 . . . . .	28
3.1	O algoritmo. (a) Imagem original, (b) Pontos amostrados, (c) Diagrama de Voronoi Centroidal (d) Imagem colorida de acordo com a área de cada região Voronoi, (e) Imagem final. . . . .	30
3.2	Discretização da imagens . . . . .	31
3.3	Amostragem adaptativa com auxílio de uma quadtree; Calculamos $E_{cor}$ para cada subimagem. (a) Imagem de entrada; (b) Primeiro nível; (c) Segundo nível; (d) Terceiro nível; (e) Quarto e último nível; (f) Pontos geradores selecionado. . . . .	33
3.4	Amostragem com $\varepsilon = 0.20$ e $L = 81$ . (a) Último nível da quadtree; (b) Conjunto de geradores; 868 pontos geradores. . . . .	34
3.5	Resultado obtido somente com o diagrama de Voronoi. . . . .	34
3.6	(a)Pontos Geradores, (b)Diagrama de Voronoi correspondente. . . . .	35
3.7	(a) Versão grayscale da imagem de entrada; (b)Imagem resultante após a aplicação da equação 3.3. . . . .	37
3.8	Resultados: (a) e (c) mostram a imagem resultante armazenando os pontos em coordenadas inteiras; (b) e (d) mostram a imagem resultante armazenando os pontos em coordenadas em ponto flutuante. . . . .	38

3.9	Diagrama de Voronoi Centroidal (a) 10 iterações, (b) 25 iterações, (c) 50 iterações, (d) 100 iterações. Note que os pontos vão se afastando das arestas. Após a vigésima quinta iteração, não conseguimos identificar a forma original da imagem. . . . .	39
3.10	Pintando as regiões de Voronoi. (a) com a cor correspondente ao ponto gerador na imagem; (b) com média aritmética das cores. . . . .	40
3.11	Encontrando as arestas de Voronoi. (a) Regiões de Voronoi, note que os vizinhos a esquerda e a direita do pixel $p$ pertencem a regiões de Voronoi diferentes, (b) Arestas das regiões de Voronoi colorida de preto. . . . .	41
3.12	Efeito de Mosaico. (a) Imagem final – as arestas de Voronoi foram coloridas com uma cor próxima ao fundo da imagem, (b) Imagem final – as arestas de Voronoi foram coloridas de preto. . . . .	42
3.13	Efeito de auto-relevo. . . . .	43
3.14	Efeito de Vitral. (a) efeito de mosaico com as arestas em preto, (b) efeito de vitral sem aplicação de texturas . . . . .	44
3.15	Texturas a serem aplicadas na imagem. . . . .	45
3.16	Efeitos de vitral – aplicando diferentes texturas. (a), (b), (c), (d) mostram o resultado após a aplicação de texturas diferentes à imagem da Figura 3.14 . . . . .	45
4.1	Girassol. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	48
4.2	Borboleta. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	50
4.3	Pimentões. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	52
4.4	Dados [1]. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	54

4.5	Sibyl. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	56
4.6	Dot. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	58
4.7	Pelourinho. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	61
4.8	Michelangelo2. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	63
4.9	Michelangelo1. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo. . . . .	67

*“Não deixe que a saudade sufoque, que a rotina acomode, que o medo impeça de tentar. Desconfie do destino e acredite em você. Gaste mais horas realizando que sonhando, fazendo que planejando, vivendo que esperando porque, embora quem quase morre esteja vivo, quem quase vive já morreu.”*

*Luiz Fernando Veríssimo*

# Capítulo 1

## Introdução

Há milênios a arte nos conta a História do mundo e o mosaico está entre as primeiras manifestações artísticas do homem. Devido à durabilidade dos materiais usados, os mosaicos foram considerados a autêntica *“pintura para a eternidade”* [15], e graças ao “seu poder de resistência”, muitas peças chegaram aos dias atuais em bom estado de conservação, ajudando assim a humanidade a compreender melhor o seu passado.



Figura 1.1: Alexandre e Kriteros caçam um leão. Mosaico de residência particular de Pela, Macedônia. Data: séc. IV A.C. Pella Archeological Museum [16].

Há 5.000 anos, os Sumérios criaram pilastras revestidas com cones de argila coloridos e fixadas em massa. Esse parece ser o primeiro trabalho em

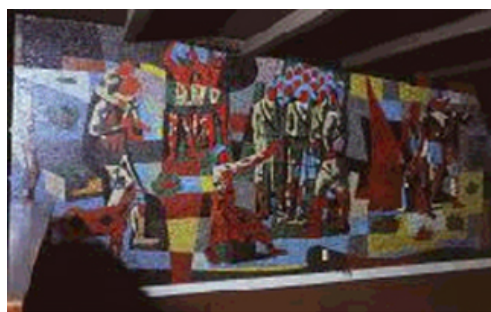


mosaico registrado pela humanidade [14]. Os motivos eram geométricos e mostravam inspiração na arte da tapeçaria. Por volta do século III A.C, os gregos formavam quadros de pequenos seixos<sup>1</sup> brancos, pretos e de vários tons de vermelho, com cenas de luta e caça, além de motivos mitológicos, como mostra a Figura 1.1.

Desde então, o homem tem usado pedaços de pedra, cerâmica, vidro, conchas, plástico e os mais diferentes materiais para criar mosaicos.

Cada obra é única em sua criação e muito difícil de ser reproduzida, pois o seu trabalho artesanal cria motivos dos mais complexos e diversificados. Essa arte explora a abstração do olho humano ao visualizar uma imagem produzida por pequenos pedaços.

No Brasil, o mosaico foi muito utilizado por Cândido Portinari, Di Cavalcanti e Tomie Ohtake em diversas de suas obras [14]. Hoje, o mosaico é muito utilizado na construção civil, em decorações de piscinas, painéis, paredes, quadros e fachadas de prédios. A Figura 1.2 mostra obras de Portinari e Cavalcanti.



(a)



(b)

Figura 1.2: (a) “Bandeirantes” por Cândido Portinari [18], (b) Painel de Di Cavalcanti [14].

Outro exemplo de mosaicos são as calçadas construídas com pedras portuguesas. No início do século XX, para calçar a Avenida Rio Branco, o prefeito Pereira Passos fez vir de Portugal um grupo de calceteiros portugueses e também as pedras portuguesas<sup>2</sup>. A quantidade de pedras era tão grande

<sup>1</sup>pedra dura geralmente lisa usada para polir as solas do calçado.

<sup>2</sup>calcita branca e basalto negro.

que mais tarde deram origem à Avenida Atlântica (Figura 1.3), cujos desenhos tornaram-se um logotipo internacional [17].



Figura 1.3: Mosaico na calçada da Avenida Atlântica em Copacabana.

Com o auxílio da Computação Gráfica, podemos simular a arte dos mosaicos através do desenho e posicionamento de polígonos coloridos “espalhados” de forma a compor uma imagem.

Além da beleza, outra motivação para o trabalho é a quantidade de informações contida na imagem resultante. Por exemplo, uma imagem com  $N$  ladrilhos<sup>3</sup> pode conter muito mais informação do que a mesma imagem com  $N$  pixels. Isto porque os ladrilhos carregam informações extras, tais como, forma, posição, cor e tamanho. Essas informações são muito mais perceptíveis ao sistema visual humano.

## 1.1 O Problema

Simular mosaicos consiste em gerar uma composição formada pelo posicionamento de “ladrilhos” de forma a transmitir a idéia de uma imagem idealizada pelo artista.

Os mosaicos podem ser separados em dois grupos: mosaicos tradicionais e mosaicos artísticos. Os mosaicos tradicionais são aqueles formados por ladrilhos retangulares e sua disposição seguem a orientação das arestas. Já

---

<sup>3</sup>chamamos de ladrilhos os pequenos pedaços usados para formar a imagem.

os mosaicos artísticos são aqueles formados por ladrilhos poligonais e sua disposição, não necessariamente, seguem alguma orientação.

Este trabalho tem como principal objetivo o estudo de um algoritmo para a criação de mosaicos artísticos a partir de uma imagem digital. Para tal, usamos Diagrama de Voronoi Centroidal [8]. O Diagrama de Voronoi Centroidal é o Diagrama de Voronoi clássico com a propriedade adicional que cada ponto gerador do Diagrama é o centróide da sua célula de Voronoi. Na nossa abordagem, os ladrilhos são gerados de forma automática e adaptativa dando um maior destaque às arestas da imagem. O nosso problema pode ser descrito mais formalmente como:

*Dada uma imagem digital  $I : \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$ , encontrar  $P \subset \Omega$  finito e  $F : P \rightarrow \mathbb{R}^3$  que a cada ponto de  $p \in P$  associa uma cor de modo que ao colorirmos a região de Voronoi correspondente ao ponto  $p$  com  $F(p)$  a imagem resultante seja um mosaico artístico de  $I$ .*

Tendo encontrado  $P$ , o conjunto de pontos característicos da imagem, gera-se o Diagrama de Voronoi. Em seguida cada ladrilho (região de Voronoi) é colorido uniformemente de modo a representar a parte da imagem no interior na região. A Figura 1.4 mostra um dos nossos resultados.

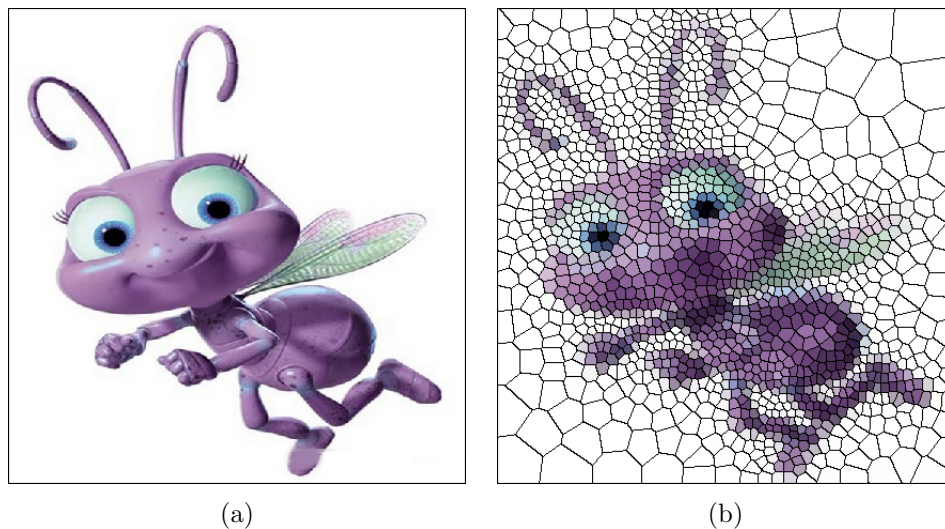


Figura 1.4: Um resultado: (a) Imagem original, (b) Imagem resultante, com o efeito de mosaico.

## 1.2 Trabalhos Relacionados

Nos últimos anos foram desenvolvidas muitas técnicas na área de síntese de imagens não-fotorealistas e algumas delas são dedicadas ao efeito de mosaico.

Atualmente muitos programas têm a opção de criar o efeito de mosaico, como por exemplo, Adobe Photoshop, GIMP, Jasc Paint Shop Pro, entre outros. Entretanto, em alguns deles, as imagens resultantes perdem características importantes da imagem original. A Figura 1.5 mostra a imagem original e o resultado de alguns programas, incluindo o nosso método. Note que nos atuais softwares, as características da imagem de entrada não são mantidas. Em (b) por exemplo aparecem cores que não estavam presentes na imagem original e perde-se muito da geometria, assim como em (c). Na imagem obtida com o GIMP a geometria é mantida, porém notamos que os células de Voronoi são cortadas para se adaptar a forma do objeto, o que gera um efeito desagradável do ponto de vista artístico. Em (e), consegue-se manter a geometria e as cores da imagem original.

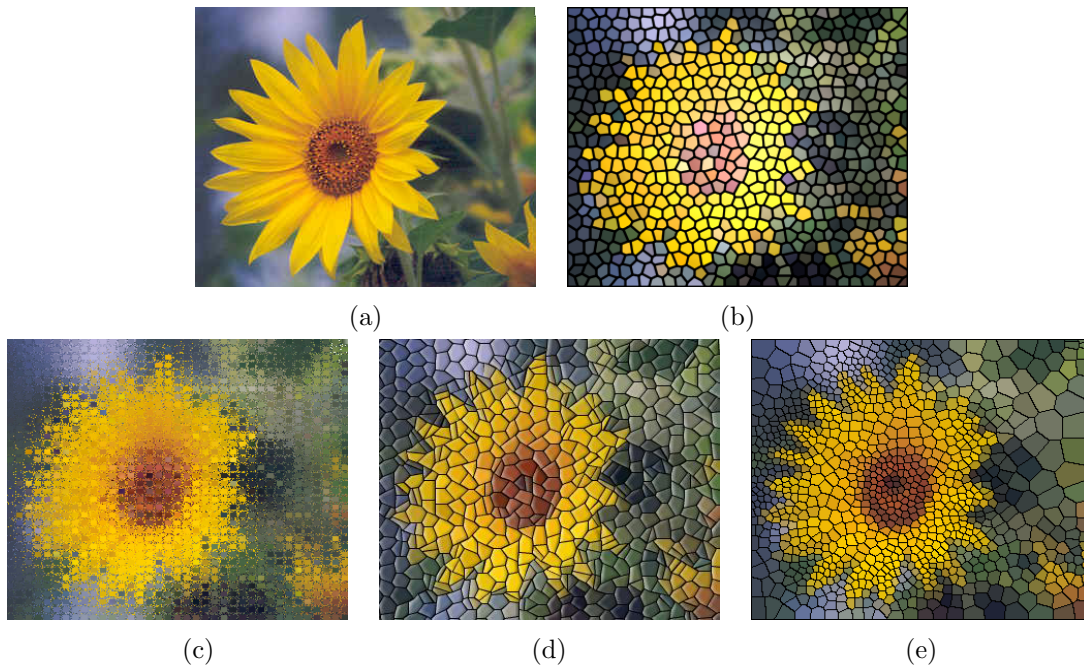


Figura 1.5: (a) Imagem original, (b) Adobe Photoshop, (c) Paint Shop Pro, (d) GIMP, (e) Método proposto.

Em 1998, Finkelstein e Range [2] desenvolveram um processo para criar um *mosaico de imagens* — uma coleção de pequeninas imagens arrumadas lado a lado de tal forma que quando vistas a uma distância mínima sugerem uma imagem maior. As cores das imagens que servirão de ladrilhos são ajustadas de modo que tenhamos uma melhor representação da imagem original, a qual foi determinada anteriormente. A principal tarefa desse algoritmo é procurar dentro de um grande banco de dados de imagens aquela que melhor aproxima um bloco de pixels da imagem original. A Figura 1.6 mostra um exemplo deste trabalho.

Vale observar que esta não é a mesma técnica usada no corrente trabalho. Quando fala-se em *image mosaics* obrigatoriamente os ladrilhos são imagens. Neste trabalho os ladrilhos são polígonos convexos. Caso o leitor venha procurar, na internet por exemplo, por *image mosaics* ou *mosaicismo*, os resultados encontrados serão mosaicos formados por pequenas imagens como em [2] e não uma imagem com o efeito de mosaico tradicional.

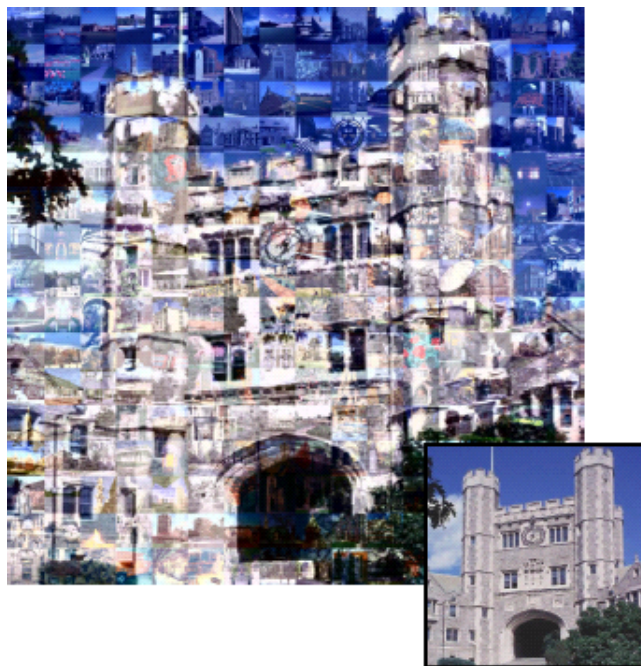


Figura 1.6: Exemplo de um mosaico de imagens. Foram usadas 250 cenas para formar a imagem maior. A imagem original é mostrada no canto inferior direito.



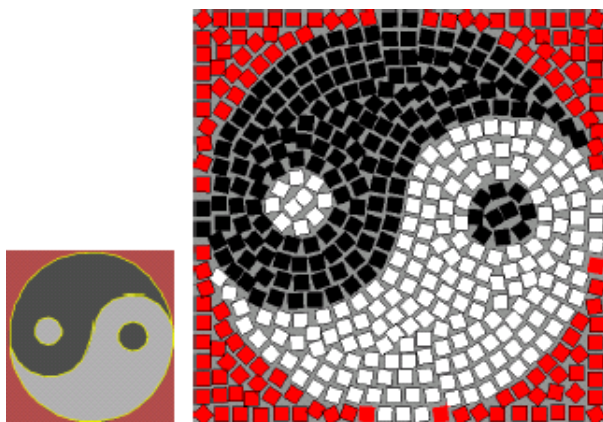


Figura 1.7: A esquerda a imagem original, a direita a mesma imagem com efeito obtido pelo método de Housner [3].

O trabalho de Housner [3] estabelece um algoritmo para construção de mosaicos a partir de uma imagem. A principal característica desse trabalho é que os ladrilhos seguem uma determinada orientação, enfatizando assim, as bordas selecionadas pelo usuário. Essas bordas são selecionadas manualmente e a inclinação desse conjunto de arestas é propagada por toda a imagem através de um campo gradiente modificado. No entanto, após o processamento, muitos ladrilhos permanecem desalinhados. Housner usou o Diagrama de Voronoi Centroidal adaptado à distância de Manhattan alinhada localmente com as arestas, conseguindo assim, a divisão da imagem em regiões retangulares. Como cada ponto gerador do diagrama é o centro de massa da sua região de Voronoi, os ladrilhos são posicionadas de forma a terem o seu centro coincidindo com os pontos geradores e então, rotacionados para terem a mesma orientação do campo vetorial. Para um maior realismo, outros atributos são aplicados aos ladrilhos, tais como a cor, o tamanho, a razão de aspecto, e a forma. Um exemplo dos resultados obtidos com essa técnica é mostrado na Figura 1.7

Dobashi e outros [4] também usam o Diagrama de Voronoi para conseguir uma boa aproximação para as pequenas regiões (ladrilhos) que darão origem ao mosaico. O método deles consiste basicamente de dois passos. No primeiro, cria-se a imagem inicial de Voronoi cujos pontos são escolhidos perturbando os centros de uma grade hexagonal regular. Em seguida, os pontos são movidos de forma que cada região de Voronoi consiga capturar

as características globais da imagem de entrada minimizando o erro entre a imagem original e o mosaico, e o diagrama de Voronoi é recalculado. Ainda assim, alguns ajustes locais podem ser necessários. Nessa primeira etapa, tem-se como resultado um diagrama de Voronoi cujas arestas coincidem com as arestas principais da imagem.

No segundo passo, efeitos visuais são adicionados à imagem resultante, tais como, realce da borda (onde cada aresta de Voronoi é pintada com espessura proporcional à diferença de cores ente regiões adjacentes) e variação de cor de cada ladrilho (cada região de Voronoi é colorida com o método de Gouraud). Adicionando esses efeitos à imagem resultante, obtém-se uma imagem que se assemelha a um vitral. A Figura 1.8 ilustra esse processo.

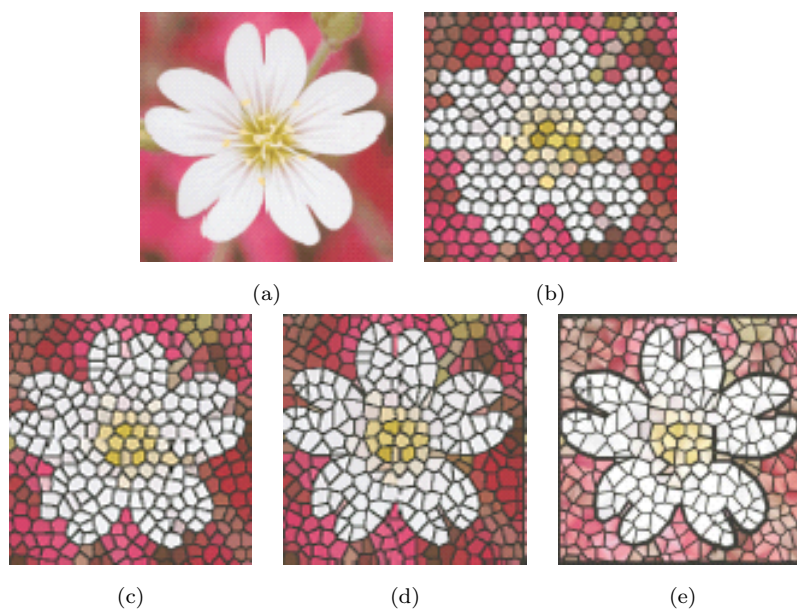


Figura 1.8: (a) Imagem Original, (b) Posição inicial dos pontos (imagem inicial de Voronoi), (c) Capturando as características globais, (d) Ajustes locais, (e) Imagem final [4].

Mould [5] apresenta um método automático onde, dada uma imagem de entrada, obtém-se como saída uma versão com efeito de vitral dessa mesma imagem. Dois fatores de extrema importância na criação de um vitral são os tamanhos e as cores dos ladrilhos.

Os vitrais mais antigos datam do século XVI. Para se criar um vitral,

primeiro se faz um rascunho (em papel) indicando a disposição dos ladrilhos. Em seguida, essas formas são cortadas no vidro colorido, monta-se o quebra-cabeças e então os pedaços de vidro são soldados. Assim eram feitos os vitrais e essa técnica se mantém até os dias atuais com pouquíssimas alterações.

Para conseguir o efeito de vitral em uma imagem, Mould faz uma segmentação automática da imagem e usando operadores de dilatação e erosão. Em seguida, esses dados são “massageados” para se obter bordas suaves e ladrilhos aproximadamente convexos. Finalmente é escolhida uma cor para cada ladrilho. Para maior fidelidade aos vitrais medievais, os ladrilhos são pintados somente com cores existentes na época. Esse processo está ilustrado na Figura 1.9.

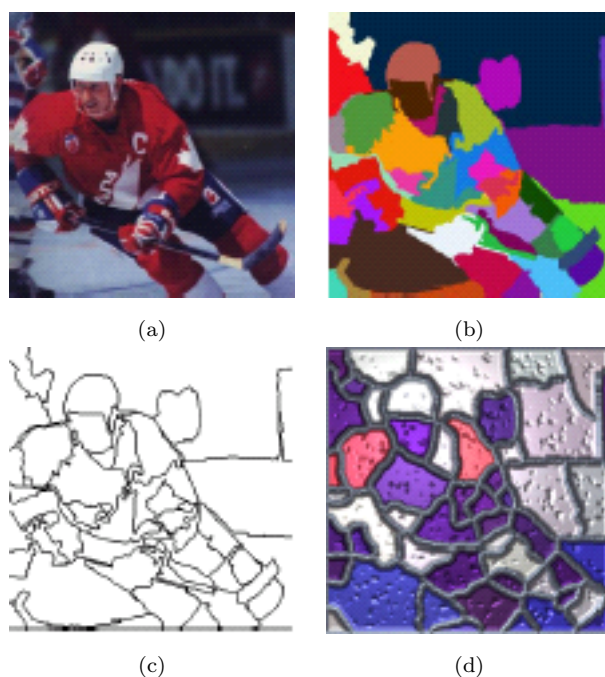


Figura 1.9: (a) Imagem Original, (b) Imagem Segmentada, (c) Bordas das Regiões, (d) Imagem Final [5].

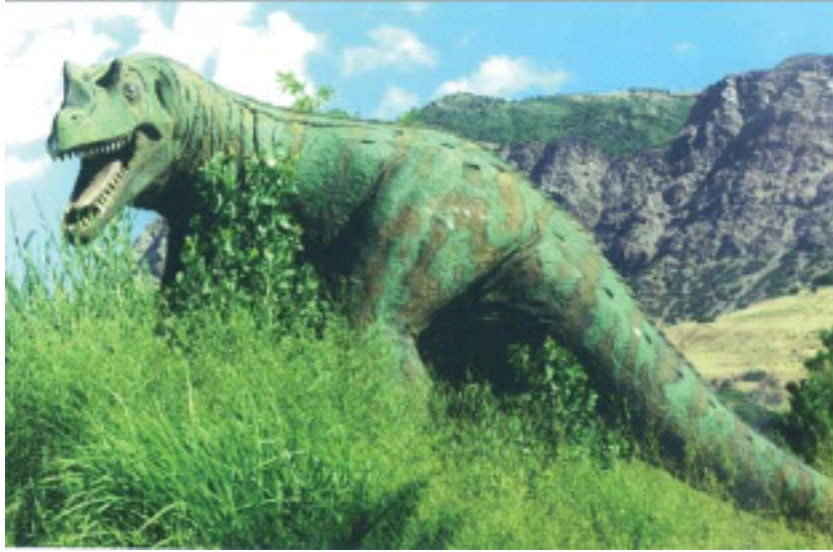
Elber e Wolberg [6] discutem o mosaico tradicional e descrevem uma técnica para implementação de um sistema de mosaicos digital. Esse trabalho é muito parecido com o de Hausner [3] descrito anteriormente. No entanto, Elber e Wolberg conseguiram superar algumas dificuldades do método



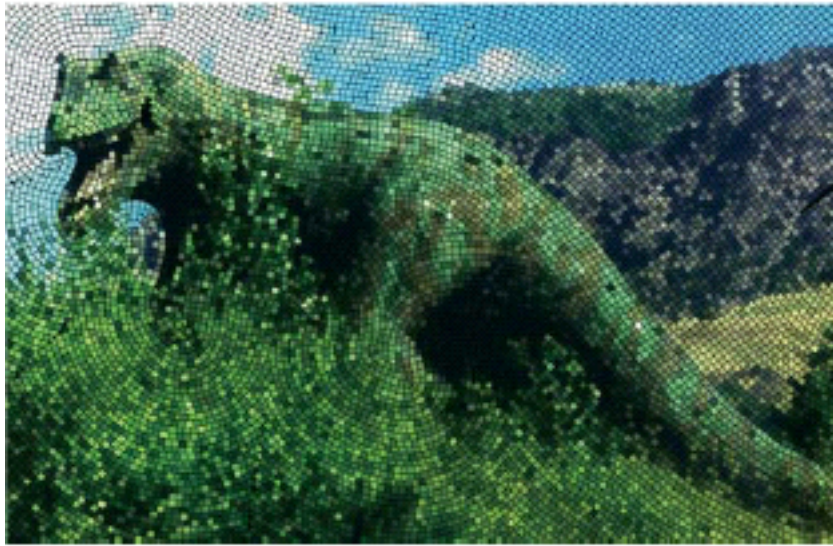
de Hausner [3] e oferecem uma abordagem mais precisa e geometricamente orientada.

Assim como em [3] os ladrilhos são arrumados de forma a enfatizar as arestas de maior importância na imagem de entrada. Em [6] as arestas são aproximadas por curvas. Em seguida, “cria-se” um conjunto de curvas paralelas as curvas principais (arestas). Usa-se Diagrama de Voronoi para melhor arrumá-las e então os ladrilhos são coladas ao longo dessas curvas paralelas. Os ladrilhos podem ser pintadas com uma cor uniforme ou conter informação de texturas. Um exemplo é mostrado na Figura 1.10.

Como dito anteriormente, descrevemos um método automático e adaptativo para gerar efeito de mosaico a partir uma imagem digital. Nossa proposta está muito próxima à de Hausner [3] e Dobashi [4]. Assim como em [3] e [4], começamos calculando o diagrama de Voronoi de um determinado conjunto previamente selecionados. Além disso, também como em [4], nossa imagem final apresenta um efeito de vitral. No entanto, a principal diferença entre nosso trabalho e os demais é que começamos com uma amostragem adaptativa e usamos uma função de densidade para enfatizar as principais características da imagem original. Nosso resultado final é um efeito de mosaico com telhas grandes nas regiões com pouco detalhes e telhas menores nas regiões onde há mais detalhes. Também possibilitamos ao usuário a adição de um outro efeito visual, o qual chamaremos de *quilt*.



(a)



(b)

Figura 1.10: (a) Imagem Original, (b) Imagem Final [6].

# Capítulo 2

## Nossa Abordagem

Como mostrado no capítulo anterior, podemos obter efeito de mosaico em imagens utilizando o Diagrama de Voronoi. Este trabalho usa Diagrama de Voronoi Centroidal para conseguir tal efeito. Para uma percepção melhor da imagem faz-se uma amostragem adaptativa com a finalidade de destacar as arestas. Nossos ladrilhos são as regiões de Voronoi.

Neste capítulo veremos a definição de Diagrama de Voronoi e de Diagrama de Voronoi Centroidal. Discutiremos o por quê da adaptatividade assim como a importância das arestas e também o que é uma quadtree.

### 2.1 Diagrama de Voronoi

Diagramas de Voronoi podem ser facilmente encontrados na natureza, como por exemplo no casco de tartarugas, na pele de peixes, no solo, entre outras coisas como mostra a Figura 2.1.

Podemos definir diagrama de Voronoi do seguinte modo:

Seja  $\Omega \subseteq \mathbb{R}^n$ . Considere em  $\mathbb{R}^n$  a Norma Euclidiana. Dado um conjunto de pontos  $\{p_i\}_{i=1}^k$  em  $\Omega$ , a *região de Voronoi*  $\hat{V}_i$  correspondente ao ponto  $p_i$  é definida por

$$V_i = \{x \in \Omega : \|x - p_i\| \leq \|x - p_j\| \forall j = 1, \dots, k, j \neq i\}$$

Os pontos  $\{p_i\}_{i=1}^k$  são chamados de *pontos geradores* ou simplesmente *geradores*. O conjunto  $\{V_i\}_{i=1}^k$  é o *Diagrama de Voronoi* de  $\Omega$ , e cada  $V_i$  é

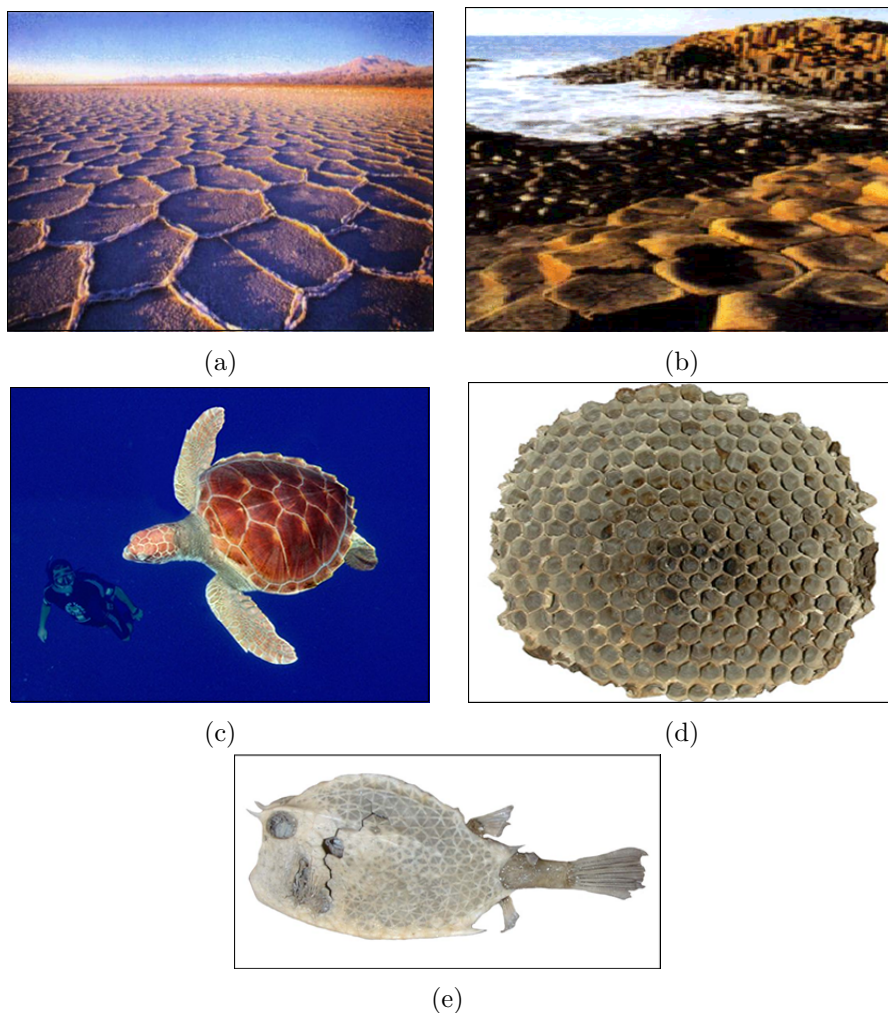


Figura 2.1: Diagramas de Voronoi na Natureza: (a) após a secagem do barro, formou-se um diagrama de Voronoi no solo; em (b) podemos ver que a disposição das pedras forma um diagrama de Voronoi; (c) no casco da tartaruga se pode ver um belo diagrama de Voronoi, assim como no favo de mel em (d) e na pele do peixe, em (e).

referenciada como a *região ou célula de Voronoi* correspondente a  $p_i$  [8].

Temos que  $x_i \in V_i$  se e somente se  $\|x - p_i\| \leq \|x - p_j\|, \forall j \neq i$ . Como cada uma dessas desigualdades representa o semiplano contendo  $x_i$  determinada pela mediatriz do segmento  $x_i x_j$ , temos que cada região  $V_i$  é um polígono convexo, por ser a interseção de  $k - 1$  semiplanos [11]. A Figura 2.2 mostra o Diagrama de Voronoi para um conjunto de 10 pontos escolhidos

aleatoriamente em um quadrado.

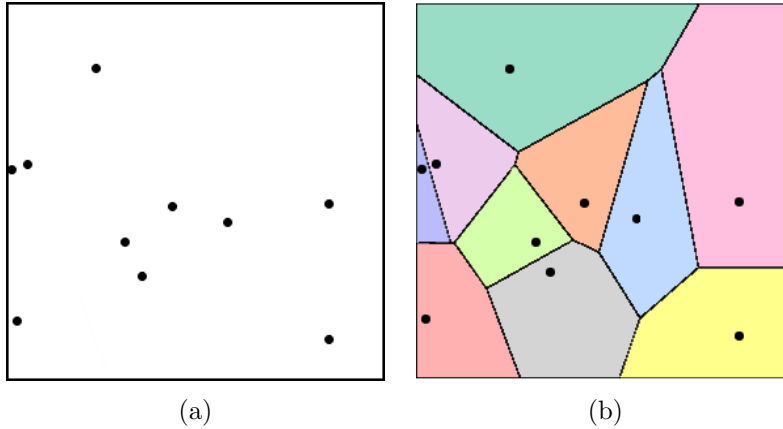


Figura 2.2: (a) 10 pontos escolhidos aleatoriamente em um quadrado, (b) Diagrama de Voronoi correspondente.

## 2.2 Diagrama de Voronoi Centroidal

O Diagrama de Voronoi Centroidal é o Diagrama de Voronoi clássico com a propriedade extra de que os pontos geradores também são os centróides de cada região de Voronoi. O centróide de uma região é definido por

$$C_i = \frac{\int_{V_i} p\mu(p)dp}{\int_{V_i} \mu(p)dp}, \quad (2.1)$$

onde  $V_i$  é a região de Voronoi do ponto  $p$  e  $\mu(p)$  é uma função densidade em  $\Omega$  [8].

Uma observação importante é que a função de densidade  $\mu$  atua somente no cálculo dos centróides. Ela não influencia em nada o diagrama de Voronoi, o qual continua sendo calculado com a métrica Euclidiana.

Ao contrário do diagrama de Voronoi clássico, diagramas de Voronoi centroidal são muito raros. No entanto, qualquer conjunto de pontos geradores pode ser transformado em um novo conjunto de pontos cujo diagrama de Voronoi está muito próximo do diagrama de Voronoi Centroidal. Para tal

transformação, após calcular o diagrama de Voronoi, utilizamos o seguinte processo: para cada região de Voronoi, movemos seu ponto gerador para o centro de massa da região, recalculamos o diagrama de Voronoi para esse novo conjunto de pontos e repetimos o processo. Esse método é conhecido como o método de Lloyd [9].

O algoritmo pode ser descrito como:

---

```

while os geradores  $p_i \in P$  não convergirem para os centróides do
  Calcule o Diagrama de Voronoi de  $P$ 
  Calcule o centróide  $C_i$ 
  Mova cada ponto  $p_i$  para o seu centróide  $C_i$ 
end while

```

---

A convergência do método de Lloyd ainda é uma questão em aberto. Até o momento não se conhece um contra-exemplo, e só temos prova de convergência para o caso unidimensional com função de densidade constante. No entanto, o algoritmo funciona bem.

Não estamos preocupados com a questão da convergência. Como veremos adiante, para obter nosso efeito de mosaico só precisamos rodar poucas iterações do algoritmo de Lloyd.

A Figura 2.3 mostra o Diagrama de Voronoi Centroidal com função de densidade constante de conjuntos de pontos escolhido de maneira aleatória.

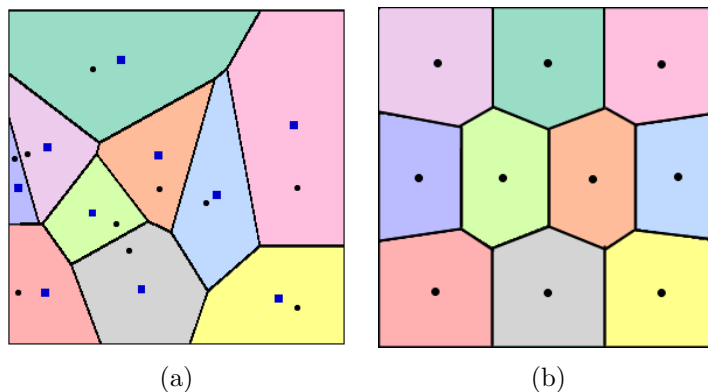


Figura 2.3: (a) Diagrama de Voronoi correspondente a 10 pontos escolhidos aleatoriamente num quadrado. Os pontos são os geradores e os quadrados mostram os centróides correspondente a cada região de Voronoi, (b) Diagrama de Voronoi Centroidal, com função de densidade constante. Note que os pontos são simultaneamente o geradores e os centróides das regiões [8].

O poder das aplicações do Diagrama de Voronoi Centroidal está na escolha adequada da função de densidade. Diagramas de Voronoi Centroidal se auto-adaptam à distribuição de massa imposta pela função densidade, tendo células grandes onde a densidade é baixa e células pequenas onde a densidade é alta, como mostra a Figura 2.4. Esta é a característica adaptativa que estávamos procurando para nosso efeito de mosaico.

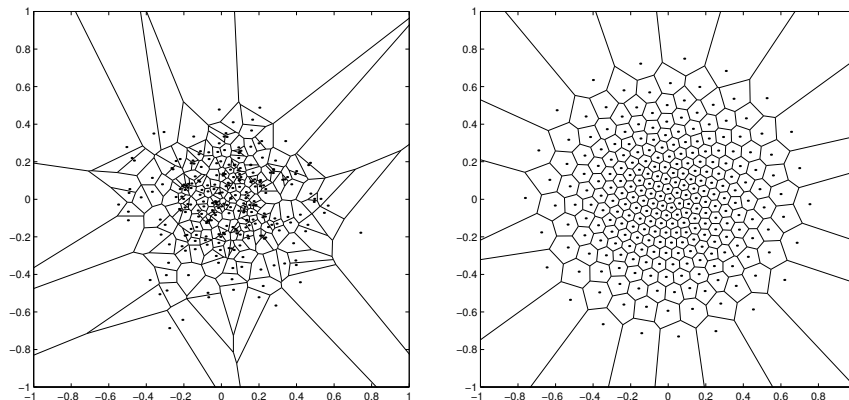


Figura 2.4: Diagrama de Voronoi Centroidal com função de densidade  $e^{-10x^2 - 10y^2}$  para um conjunto de pontos escolhidos de maneira aleatória em  $[-1, 1]^2$ ; a esquerda, o Diagrama de Voronoi; à direita o Diagrama de Voronoi Centroidal; 256 geradores [8].

## 2.3 Amostragem Adaptativa

A capacidade do olho humano em detectar detalhes ao observar uma cena é chamada de acuidade visual [12]. A percepção de detalhes, pelo olho humano, em uma imagem depende de três parâmetros:

- distância da imagem ao observador;
- resolução da imagem;
- abertura do olho;

As arestas são a maior fonte de informação de uma imagem e através delas o olho humano é capaz de identificar formas. Sendo assim, para preservar as características da imagem original, colocamos ladrilhos menores nas

regiões mais próximas as arestas. Dado que nossos ladrilhos são as regiões de Voronoi, temos que quanto maior a quantidade de pontos geradores menor será o tamanho da região. Conseguimos esses pontos fazendo uma amostragem adaptativa da imagem original. A Figura 2.5 mostra a imagem original e os pontos amostrados.

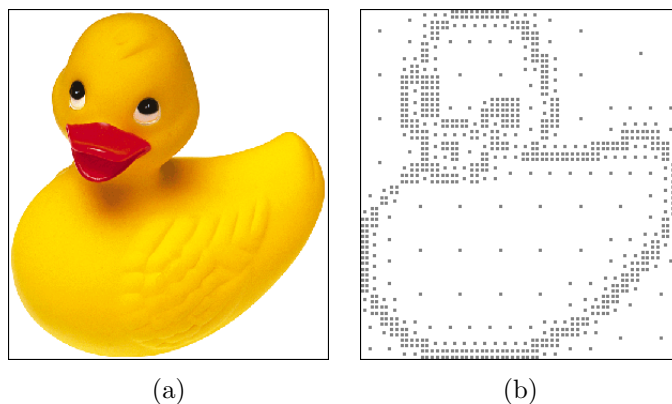


Figura 2.5: (a) Imagem original, (b) Ponto amostrados.

## 2.4 Quadtree

Para fazermos tal amostragem usamos uma quadtree.

Quadtrees são estruturas de dados (árvores) úteis para a decomposição hierárquica do plano [19]. Nesta árvore:

- todo nó representa um quadrado no plano.
- todo nó interno possui exatamente quatro filhos, os quais representam os quatro quadrantes do nó pai: noroeste, nordeste, sudoeste e sudeste.
- a subdivisão continua conforme algum critério de parada, o qual varia de acordo com a aplicação e a precisão desejada.

Um exemplo simples do uso de uma quadtree é mostrado na Figura 2.6. Nesse exemplo, dado um conjunto de pontos num quadrado, queremos subdividir o quadrado em regiões de modo que cada uma delas possua no máximo dois pontos.



Como fazer essa amostragem e os demais passos do algoritmo serão discutidos no próximo capítulo.

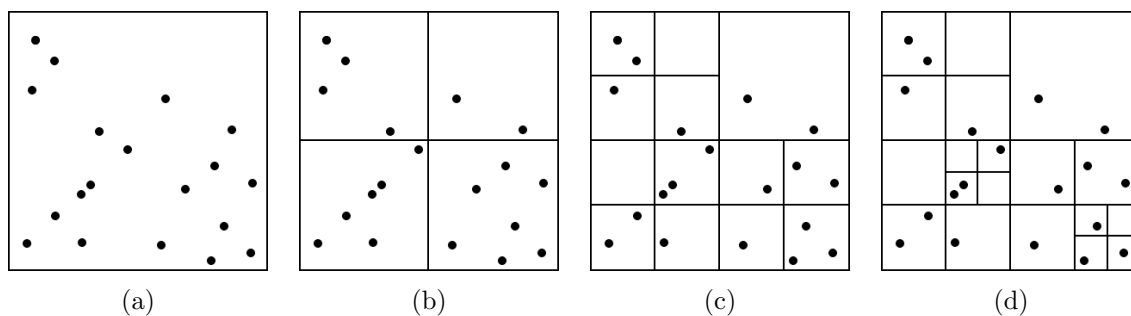


Figura 2.6: Exemplo de uma divisão do plano por uma quadtree; (a) Dados de entrada. (b) Primeiro nível, note que somente o segundo quadrante satisfaz o critério de parada, isto é, possui no máximo dois pontos. (c) Segundo nível. (d) Terceiro nível, todo plano está dividido em regiões com o máximo dois pontos.

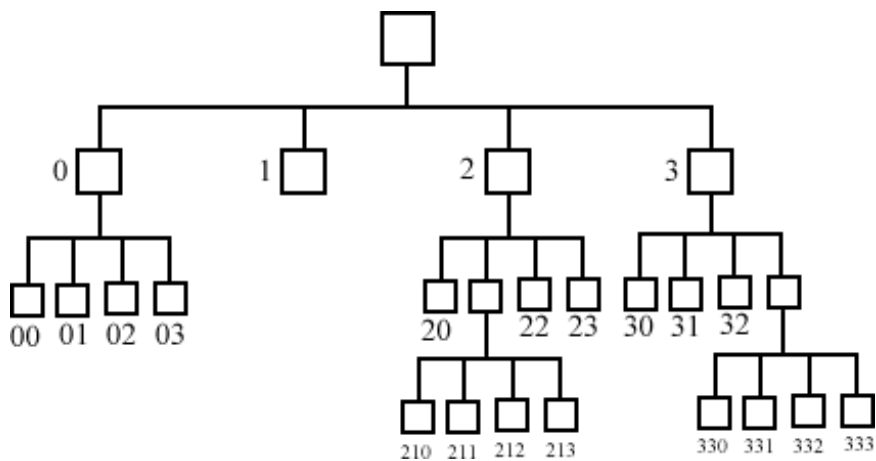


Figura 2.7: Árvore hierárquica da quadtree da Figura 2.6

# Capítulo 3

## Nosso Algoritmo

Nesse capítulo descreveremos nosso algoritmo passo a passo.

Tendo como entrada uma imagem digital  $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ , podemos resumir nosso algoritmo da forma:

1. Fazer uma amostragem adaptativa de  $I$  baseada numa quadtree (seção 3.1).
2. Calcular o diagrama de Voronoi centroidal do conjunto de pontos obtido em 1 (seção 3.2).
3. Colorir cada região de Voronoi  $V$  com a média aritmética das cores presentes no seu interior (seção 3.3).
4. Encontrar as arestas de cada região de Voronoi e pintá-las (seção 3.4).

A Figura 3.1 ilustra o algoritmo.

Após a criação do mosaico permitimos ao usuário a aplicação de alguns efeitos visuais como veremos na seção 3.5.

### 3.1 Amostrando a Imagem

Uma imagem consiste de um suporte bidimensional no qual para cada ponto associamos uma informação de cor. Assim podemos utilizar como modelo matemático de imagem uma função  $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow C \subset \mathbb{R}^3$ . O conjunto  $\Omega$  é

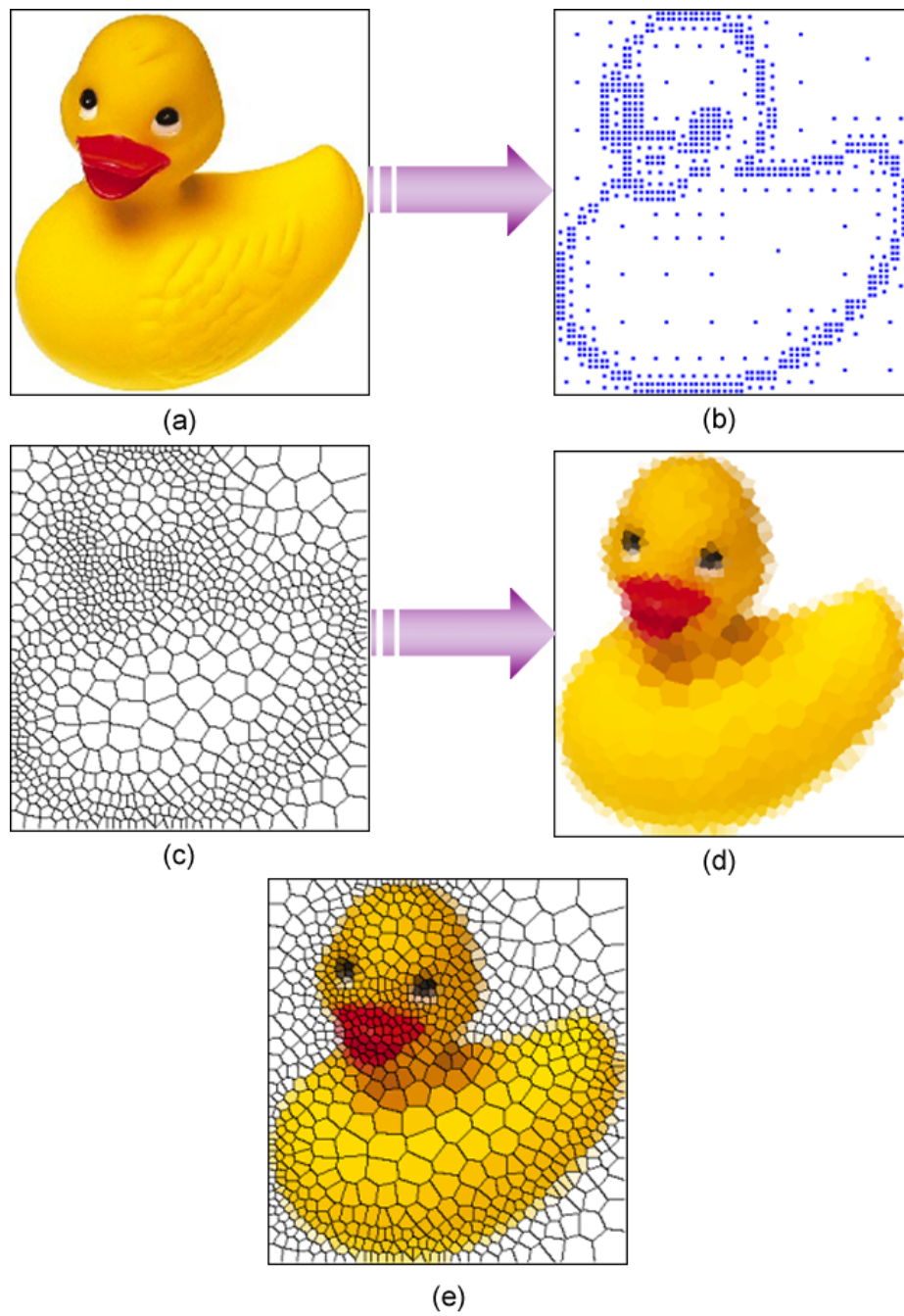


Figura 3.1: O algoritmo. (a) Imagem original, (b) Pontos amostrados, (c) Diagrama de Voronoi Centroidal (d) Imagem colorida de acordo com a área de cada região Voronoi, (e) Imagem final.

o *suporte da imagem* e o conjunto de valores de  $I$  é chamado de *gamute da imagem* [12].

Nesse modelo, o domínio da função imagem normalmente é um retângulo e o contra-domínio é um espaço tricomático  $C = \mathbb{R}^3$ , como por exemplo o espaço RGB.

Para poder representar uma imagem no computador temos que discretizar tanto o domínio quanto o contra-domínio da função imagem. Chamamos de *amostragem* a discretização do suporte geométrico e de *quantização* a discretização do espaço de cor. Ver Figura 3.2.

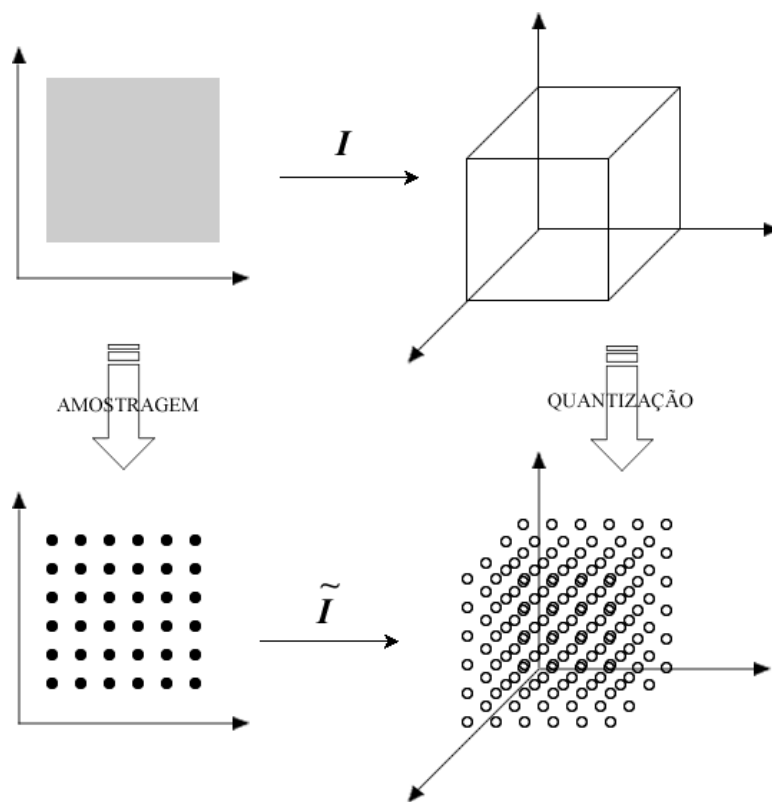


Figura 3.2: Discretização da imagens

Podemos representar uma imagem discreta por uma matriz bidimensional. Na representação matricial associamos à função imagem  $I(x, y)$  uma matriz  $A_{M \times N} = a_{ij}$ , onde  $i = 0, \dots, M$  e  $j = 0, \dots, N$  [12].

Neste trabalho, sempre que nos referirmos a função imagem estaremos considerando o caso discreto e sua representação matricial.

O objetivo da amostragem é escolher em  $\Omega$  os pontos geradores a partir dos quais calcularemos o diagrama de Voronoi Centroidal.

Antes de descrevermos esse processo, precisamos definir alguns termos.

Seja  $I : R \in \Omega \rightarrow \mathbb{R}^3$  tal que  $I(x, y) = (r, g, b)$  uma imagem digital.

Definimos  $C_M$  como a cor média em  $R$  obtida pela média das componentes  $R, G, B$  separadamente, como mostra a equação 3.1.

$$C_M = \frac{1}{A_R} \sum_{p \in R} I(p) \quad (3.1)$$

onde  $A_R$  representa a área de  $R$ .

$E_{cor}$  é a distância máxima entre a cor média em  $R$  e a cor de cada pixel de  $R$  (Equação 3.2).

$$E_{cor} = \max_{p \in R} d(I(p), C_M)^2, \quad (3.2)$$

onde a distância entre as duas cores é dada pela norma Euclidiana no espaço  $RGB$ .

Para nos auxiliar no processo de amostragem, utilizamos uma quadtree. Fazendo uma analogia ao exemplo dado na seção 2.4 do Capítulo 2, queremos subdividir  $R$  em regiões de modo que  $E_{cor}$  em cada uma delas não seja maior que uma tolerância, a qual chamaremos de  $\varepsilon$ . Para evitar regiões com um único pixel, também paramos a subdivisão caso a área da região seja inferior a um limite que chamaremos de  $L$ , por exemplo, 81 pixels. Temos que  $\varepsilon$  e  $L$  são parâmetros previamente escolhidos pelo usuário.

Cada vez que um dos critérios de parada for satisfeito, o centro da sub-região em questão será um ponto gerador.

A Figura 3.3 mostra o processo de amostragem para uma imagem.

A quantidade de pontos obtida pelo processo de amostragem ilustrado na Figura 3.3 não é suficiente para uma boa reconstrução da imagem. Isso ocorre porque  $\varepsilon$  e  $L$  possuem valores muito altos. Uma boa amostragem, isto é, com uma quantidade de pontos suficientes para reconstruir a imagem sem perder suas principais características, é obtida variando  $\varepsilon$  e  $L$ . A Figura 3.4 ilustra o último nível da quadtree e os pontos amostrados para a imagem do patinho.

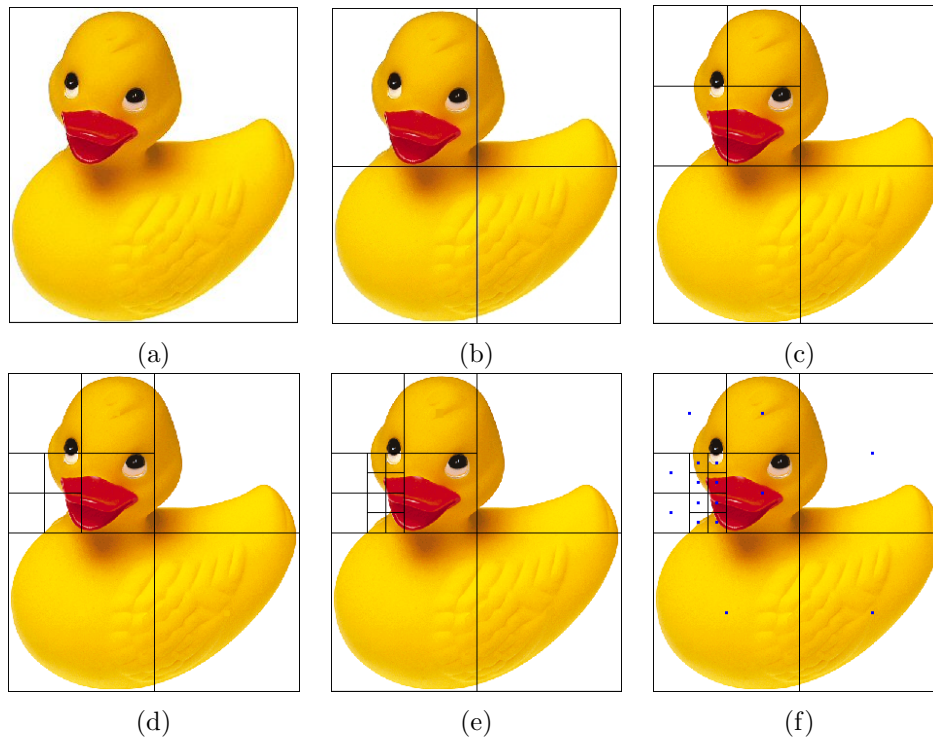


Figura 3.3: Amostragem adaptativa com auxílio de uma quadtree; Calculamos  $E_{cor}$  para cada subimagem. (a) Imagem de entrada; (b) Primeiro nível; (c) Segundo nível; (d) Terceiro nível; (e) Quarto e último nível; (f) Pontos geradores selecionado.

Podemos ver que esse método de amostragem gera dois tipos de pontos: pontos muito próximos às arestas e pontos situados no meio das regiões com pouco detalhe. Ambos os pontos são necessários para uma boa amostragem da imagem. Na Figura 3.4, (b) que mostra os pontos selecionados, observe que a forma original do objeto não foi perdida.

Sendo o objetivo dessa amostragem encontrar os pontos para o cálculo do diagrama de Voronoi centroidal, segue que esse método é bastante adequado. Métodos mais sofisticados poderiam fornecer uma amostragem melhor da imagem, mas isso não teria muita influência no resultado final.

Nessa etapa da computação, obtemos um conjunto de pontos geradores. Chamaremos esse conjunto de  $P$ . Note que  $P \subset \Omega$ , ou seja,  $P$  está contido no suporte da imagem.

A próxima etapa é calcular o Diagrama de Voronoi Centroidal desse conjunto de pontos.

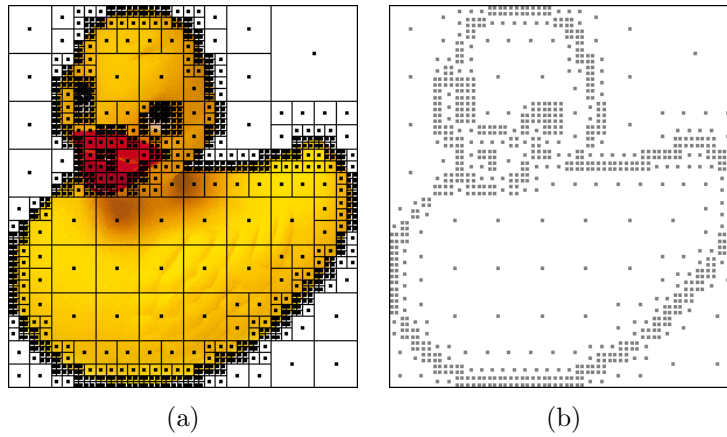


Figura 3.4: Amostragem com  $\varepsilon = 0.20$  e  $L = 81$ . (a) Último nível da quadtree; (b) Conjunto de geradores; 868 pontos geradores.

### 3.2 Calculando o Diagrama de Voronoi Centroidal

Usamos o diagrama de Voronoi centroidal para melhor distribuir, sobre a imagem, os pontos obtidos no passo anterior sem perder as principais características da imagem de original. Como mostra a Figura 3.5, o resultado obtido somente com o diagrama de Voronoi é esteticamente ruim. O efeito visual não é bom, e tão pouco se parece com um mosaico.

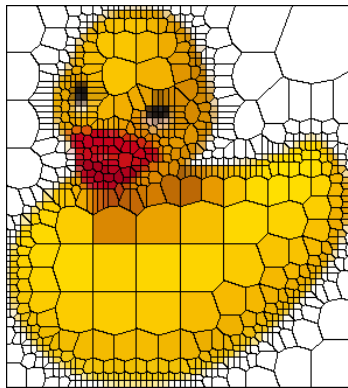


Figura 3.5: Resultado obtido somente com o diagrama de Voronoi.

Começamos calculando o diagrama de Voronoi clássico de  $P$  e em seguida usamos o método de Lloyd para aumentar a semelhança entre o diagrama de Voronoi clássico e o diagrama de Voronoi Centroidal.

Embora seja possível o uso de hardwares gráficos para o cálculo do diagrama de Voronoi, como em [10], optamos por fazer esse cálculo de maneira direta, isto é, encontrando os pontos mais próximos de cada gerador. Para cada  $p \in P$ , calculamos a distância de  $p$  à todo ponto da imagem. Pela definição, a região de Voronoi de  $p$  será formada pelos pontos  $q$  pertencentes ao suporte  $\Omega$  da imagem tais que, a distância de  $p$  a  $q$  é menor que a distância de  $p$  a qualquer outro ponto de  $\Omega$ .

Internamente, o diagrama de Voronoi é representado por uma matriz que atribui a cada pixel da imagem uma etiqueta de acordo com o ponto gerador da região a qual o esse pixel pertence. Este método é simples de implementar e não é tão lento em máquinas modernas.

Uma consequência de representar o diagrama de Voronoi por uma matriz de etiquetas é que as regiões de Voronoi, as quais são indispensáveis no cálculo dos centróides, não são representadas explicitamente e, portanto devem ser extraídas dessa matriz. A cada iteração percorremos essa matriz uma única vez e calculamos todas as somas necessárias de modo simultâneo, ou seja, atualizando incrementalmente a soma correspondente para cada entrada na matriz de etiqueta.

A Figura 3.6 mostra o Diagrama de Voronoi do conjunto de pontos da Figura 3.4 (b).

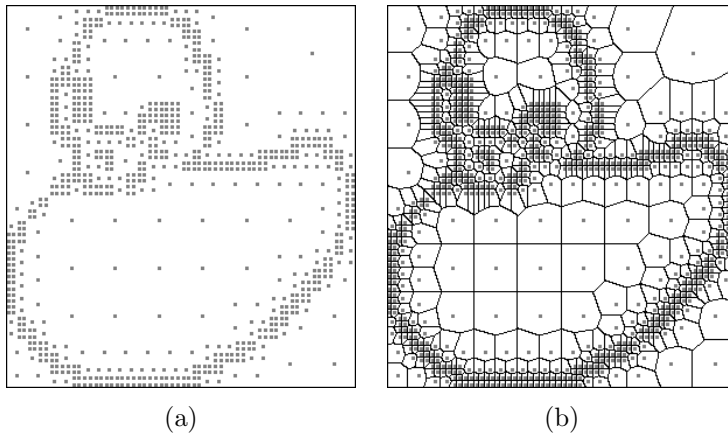


Figura 3.6: (a)Pontos Geradores, (b)Diagrama de Voronoi correspondente.



Para o cálculo dos centróides, utilizamos como função de densidade a norma do gradiente da luminância da imagem.

Tendo  $I : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$  dada por  $I(x, y) = (R, G, B)$  como imagem de entrada, a função

$$\begin{aligned} \tilde{I} : \Omega \subset \mathbb{R}^2 &\longrightarrow \mathbb{R} \\ \tilde{I}(x, y) &\longrightarrow \langle (0.176, 0.81, 0.011), I(x, y) \rangle \end{aligned}$$

nos dá a informação de luminância da imagem em cada ponto.

Então para o nosso efeito de mosaico utilizamos como função densidade

$$\|\nabla \tilde{I}\| = \sqrt{\left(\frac{\partial \tilde{I}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{I}}{\partial y}\right)^2}, \quad (3.3)$$

ou seja, convertemos a imagem para tons de cinza e calculamos a norma Euclidiana do gradiente dessa imagem. A Figura 3.7 mostra a imagem gradiente da imagem do patinho. Os pixels pretos representam os pontos de alta densidade e os brancos de baixa densidade. Para calcular o gradiente utilizamos o método da diferenças centrais (equação 3.4).

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{I}}{\partial x}(x, y) &= \frac{1}{2} \left( \tilde{I}(x+1, y) - \tilde{I}(x-1, y) \right) \\ \frac{\partial \tilde{I}}{\partial y}(x, y) &= \frac{1}{2} \left( \tilde{I}(x, y+1) - \tilde{I}(x, y-1) \right) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Levando em consideração o fato de que estamos no caso discreto e que nossa função de densidade é dada pela equação 3.3, o centróide de cada região  $V_i$  é dado por

$$C_i = \frac{\sum_{p \in V_i} p \left\| \nabla \tilde{I}(p) \right\| + 1}{\sum_{p \in V_i} \left\| \nabla \tilde{I}(p) \right\| + 1}, \quad (3.5)$$

(somamos 1 a nossa função de densidade somente para evitar a divisão por zero.)

Note que provavelmente o centróide não será um pixel da imagem, pois mesmo que os pixels tenham coordenadas inteiras, o centróide da região  $V_i$  terá coordenada fracionária. No entanto, para termos um melhor efeito visual

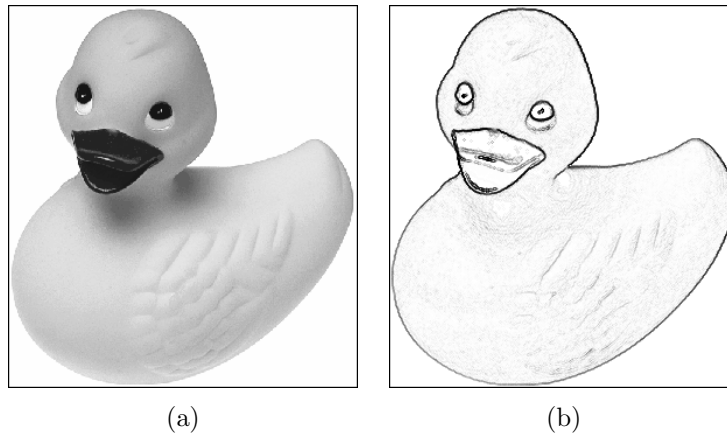


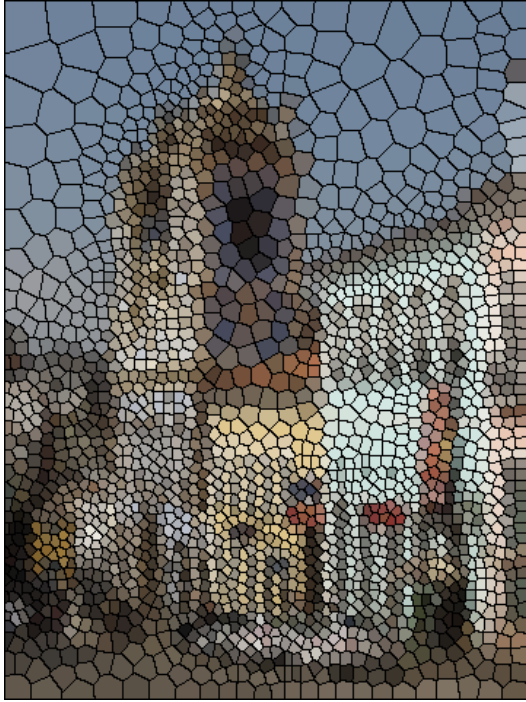
Figura 3.7: (a) Versão grayscale da imagem de entrada; (b) Imagem resultante após a aplicação da equação 3.3.

truncamos as coordenadas do centróide fazendo com que sua posição coincida com a posição de um pixel da região.

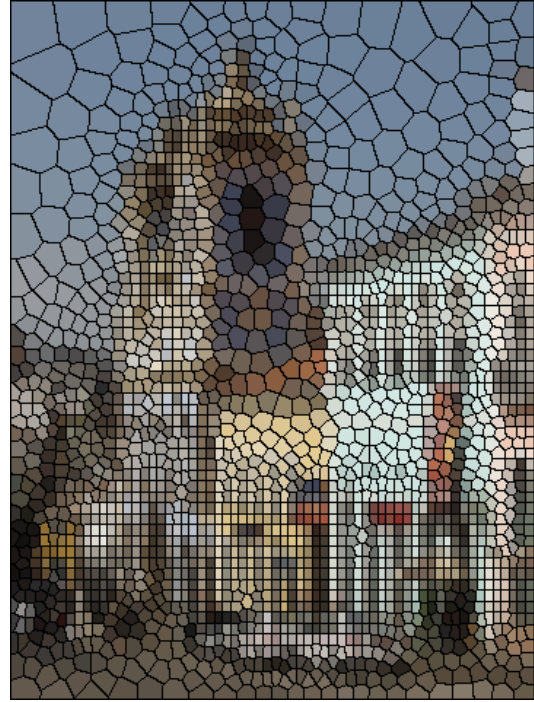
Por um motivo ainda desconhecido, o fato dos centróides não coincidirem com a posição de algum pixel da imagem gera um efeito visual desagradável. No entanto a diferença entre a maioria dessas imagens (as que possuem os centróides com coordenadas interias e aquelas em que os centróides são mantidos com coordenadas em ponto flutuante) é praticamente imperceptível, mas para um par de imagens em particular o resultado é desastroso. Os ladrilhos ficam muito alinhados e alguns assumem uma forma retangular, criando um padrão que não é encontrado nos mosaicos. A Figura 3.8 mostra essas imagens. O porque desse efeito desastroso ficará para trabalhos futuros. Entretanto, acreditamos que como ao usar coordenadas em pontos flutuantes estamos aumentando a precisão, os pontos geradores não se movem o suficiente para quebrar o padrão gerado pela quadtree.

Seguiremos truncando a posição dos centróides pois assim, temos bons resultados em todos os casos.

Como mencionado no começo da seção, utilizamos o método de Lloyd para gerar o diagrama de Voronoi centroidal. Mas não usamos como critério de parada a convergência, o que fazemos é repetir o algoritmo de Lloyd uma quantidade fixa de vezes. Isto porque, como nossa função de densidade não tem poder de atração muito grande, usando um número relativamente grande de iterações os geradores tendem a se afastar muito das arestas e consequentemente as formas da imagem original são perdidas.



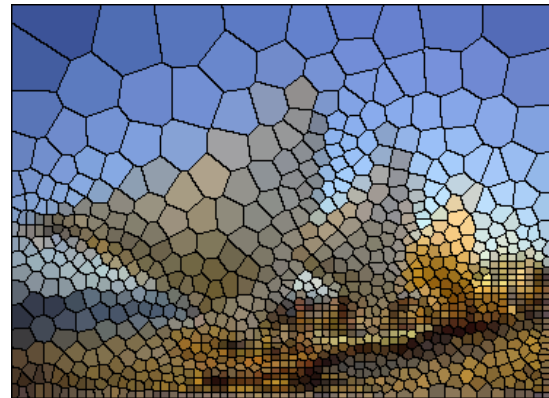
(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.8: Resultados: (a) e (c) mostram a imagem resultante armazenando os pontos em coordenadas inteiras; (b) e (d) mostram a imagem resultante armazenando os pontos em coordenadas em ponto flutuante.

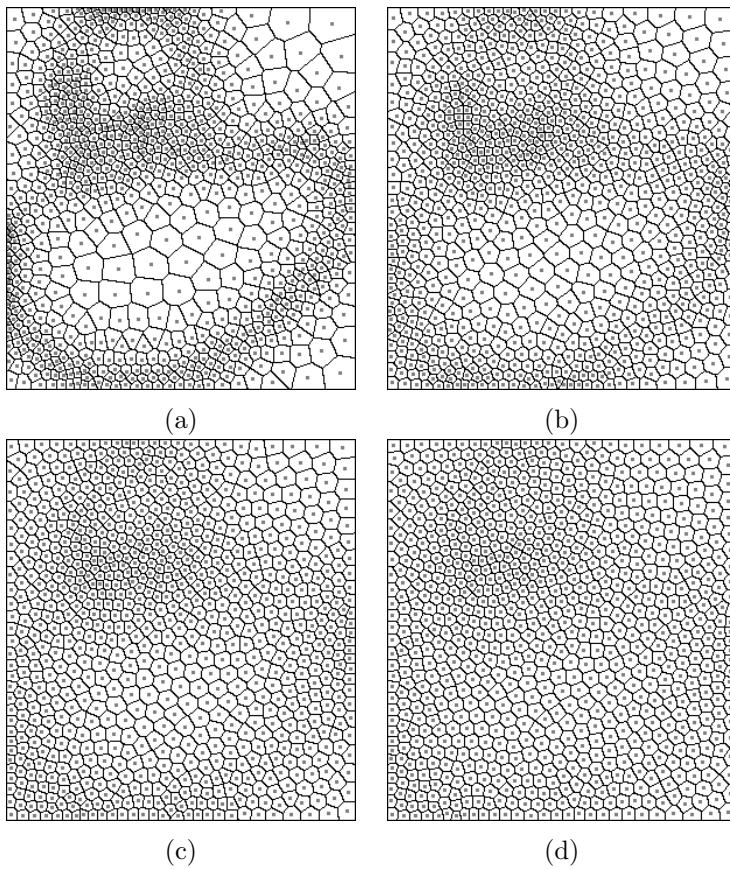


Figura 3.9: Diagrama de Voronoi Centroidal (a) 10 iterações, (b) 25 iterações, (c) 50 iterações, (d) 100 iterações. Note que os pontos vão se afastando das arestas. Após a vigésima quinta iteração, não conseguimos identificar a forma original da imagem.

A Figura 3.9 mostra o Diagrama de Voronoi Centroidal para o mesmo conjunto de pontos da Figura 3.6 (a) com quantidade de iterações diferentes.

A quantidade de iterações é previamente escolhida pelo usuário. No entanto, testando o nosso algoritmo para várias imagens diferentes, conseguimos um bom efeito visual sem perder as características da imagem de entrada rodando o algoritmo de Lloyd para 10 iterações.

### 3.3 Colorindo as Células de Voronoi

Após termos calculado o Diagrama de Voronoi Centroidal da imagem de entrada, o próximo passo é colorir cada uma de suas regiões, as quais serão os nossos ladrilhos.

A cor de cada célula de Voronoi deve representar a região da imagem ocupada pela sua área.

Uma solução simples e fácil de implementar é pintar cada telha com a cor média da imagem nessa região. Cada componente cromática  $r, g, b$ , dos pixels interiores a região de Voronoi é somada e a região é colorida pela média, ou seja, a cor recebida pelo ladrilho será a média aritmética das cores presente no interior de cada região. Consequentemente, podem surgir cores que não estavam presente na imagem original [12], mas como não estamos interessados em uma reconstrução fiel da imagem e sim em um efeito artístico, não levaremos esse fato em questão. Essa técnica nos dá bons resultados,

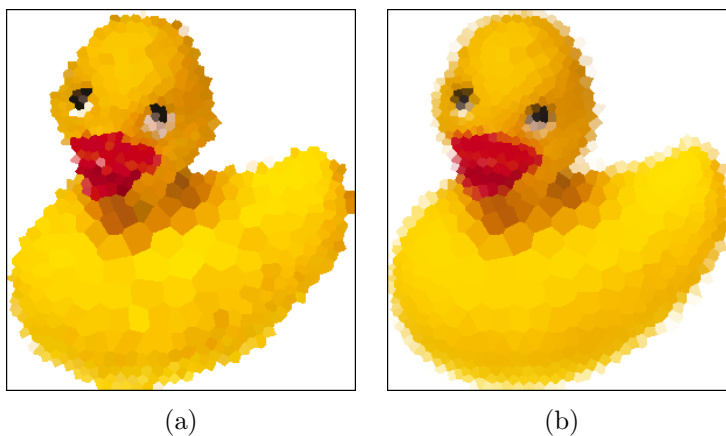


Figura 3.10: Pintando as regiões de Voronoi. (a) com a cor correspondente ao ponto gerador na imagem; (b) com média aritmética das cores.

mas introduz um efeito de borramento próximo as arestas, especialmente em imagens que possuem uma única cor no fundo, como o patinho por exemplo. Já em imagens com um fundo mais complexo esse efeito quase não é notado. A razão para esse efeito é que as arestas das regiões de Voronoi quase nunca coincidem com as arestas da imagem.

Uma outra opção seria pintar cada região de Voronoi com a cor que seu ponto gerador possui na imagem. No entanto, esse método acentua a descontinuidade do contorno das imagens e o resultado final não é satisfatório.

Finalizando essa etapa, obtemos uma imagem do Diagrama de Voronoi repartindo o espaço de cor da imagem original entre suas regiões, coloridas de acordo com a área da imagem original. A Figura 3.10 mostra o resultado com a utilização desses dois métodos.

### 3.4 Encontrando as Arestas de Voronoi

Os mosaicos tradicionais possuem brechas entre os ladrilhos que o compõe.

O artista tenta minimizar a argamassa visível entre eles, presente na imagem resultante, com a intenção de aumentar a qualidade de percepção da imagem idealizada.

Simulamos as brechas entre os ladrilhos através das arestas das regiões de Voronoi.

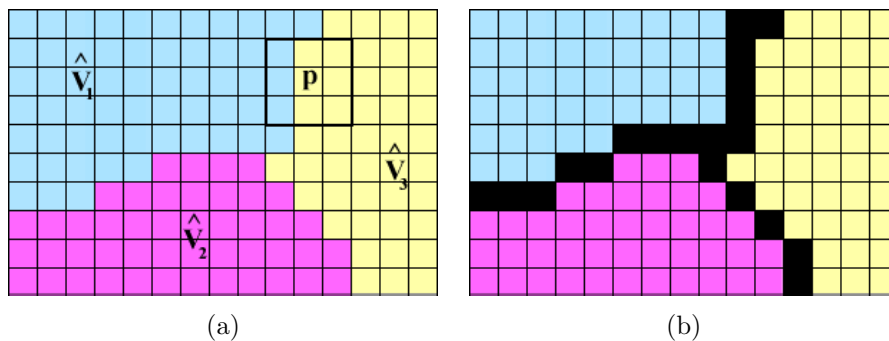


Figura 3.11: Encontrando as arestas de Voronoi. (a) Regiões de Voronoi, note que os vizinhos a esquerda e a direita do pixel  $p$  pertencem a regiões de Voronoi diferentes, (b) Arestas das regiões de Voronoi colorida de preto.

Um pixel pertence a uma aresta se e somente se seus vizinhos pertencem a regiões de Voronoi diferentes, isto é, se eles possuem etiquetas diferentes.

Verificamos apenas os vizinhos da direita e de baixo. Com isso, garantimos que as arestas têm um único pixel de espessura (ver Figura 3.11). Percorrendo a matriz de etiquetas somente vez conseguimos detectar todas as arestas de Voronoi presentes na imagem.

Pintando as arestas de preto conseguimos um efeito mais próximo ao de vitral do que ao de mosaico. No entanto, se pintarmos as arestas com uma cor mais próxima à cor do fundo da imagem, conseguimos o efeito muito próximo ao de mosaico, como mostra a Figura 3.12. Tendo encontrado e colorido as arestas finalizamos a etapa de construção do mosaico. A próxima etapa é aplicar alguns efeitos visuais a essa imagem.

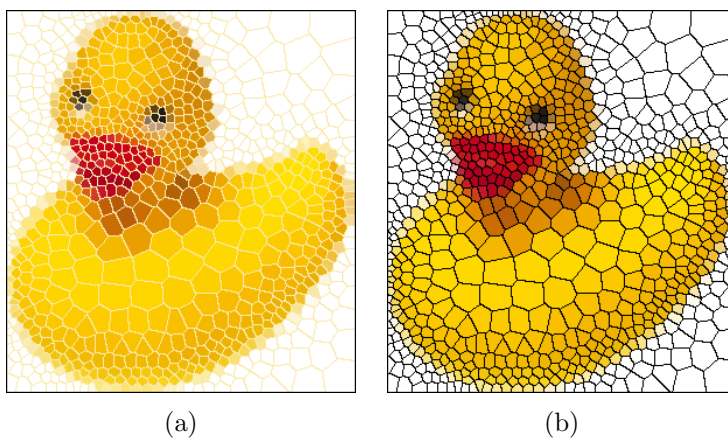


Figura 3.12: Efeito de Mosaico. (a) Imagem final – as arestas de Voronoi foram coloridas com uma cor próxima ao fundo da imagem, (b) Imagem final – as arestas de Voronoi foram coloridas de preto.

### 3.5 Aplicando Efeitos Visuais

Nosso processo permite ao usuário a aplicação de alguns efeitos visuais. Aplicando texturas e simulando iluminação obtemos uma imagem que se parece com um vitral. Simulando a iluminação em uma cena tridimensional obtemos um efeito de auto-relevo em nosso mosaico.

Para o efeito de auto-relevo, o que fazemos é “dar” volume a cada região de Voronoi, como se nosso mosaico fosse formado por pedrinhas ou algo parecido. Calculamos a iluminação em cada região de Voronoi utilizando a

informação do vetor normal à uma superfície gerada sobre a região. Variando a superfície variamos o efeito. Utilizamos a função quadrática dada pela equação 3.6

$$z = -\alpha [ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 ] \quad (3.6)$$

para “modelar” as pedrinhas. Temos que  $\alpha \in (0, 1)$  representa a altura do parabolóide,  $(x_0, y_0)$  representam o ponto gerador da região e  $(x, y)$  os demais pontos pertencentes a essa região. Assim, para cada ponto  $p = (x, y)$  da região de Voronoi temos um vetor normal dado por

$$n = (2(x - x_0), 2(y - y_0), 1)$$

e usamos o modelo Lambertiano para calcular a energia luminosa em cada um desses pontos [13]. A Figura 3.13 mostra um exemplo do efeito de auto-relevo e como podemos perceber, tal relevo se assemelha com o de uma colcha de retalhos. Por tal motivo chamaremos esse efeito de *quilt*.

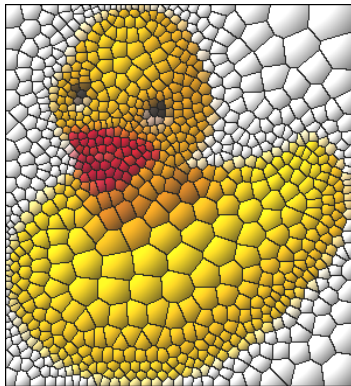


Figura 3.13: Efeito de auto-relevo.

Mudando a superfície para um plano temos que a energia luminosa é igual em todos os pontos. No entanto podemos mudar sua intensidade de acordo com a distância de cada ponto à fonte de luz, ou seja, a intensidade com que a luz incide em cada ponto é inversamente proporcional à distância desse ponto à fonte de luz.

Colocamos a fonte de luz em posições diferentes para cada região de Voronoi, mas precisamente no ponto mais distante do centro da região, e obtemos uma imagem que nos lembra um vitral (Figura 3.14).

Uma maneira simples de aumentar o realismo dessa imagem é aplicar uma textura sobre ela que atenua a informação de cor da imagem, com fator



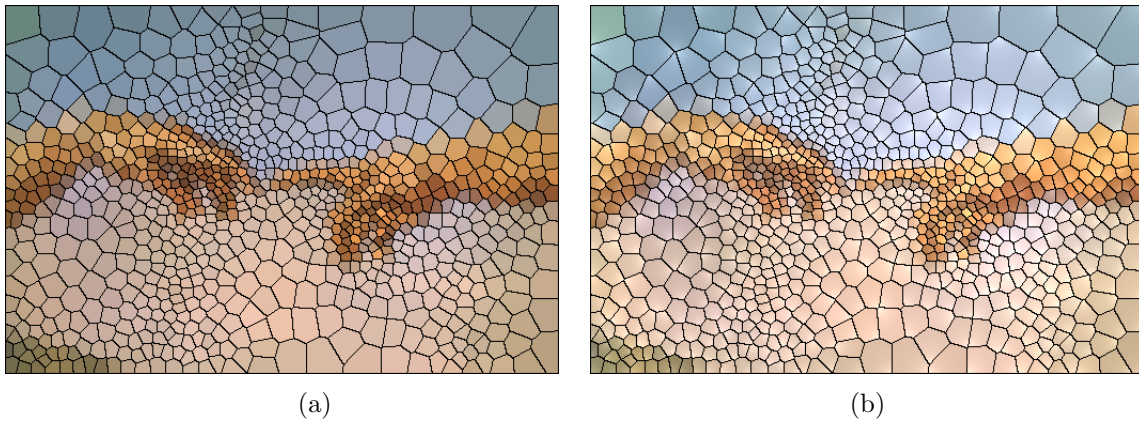
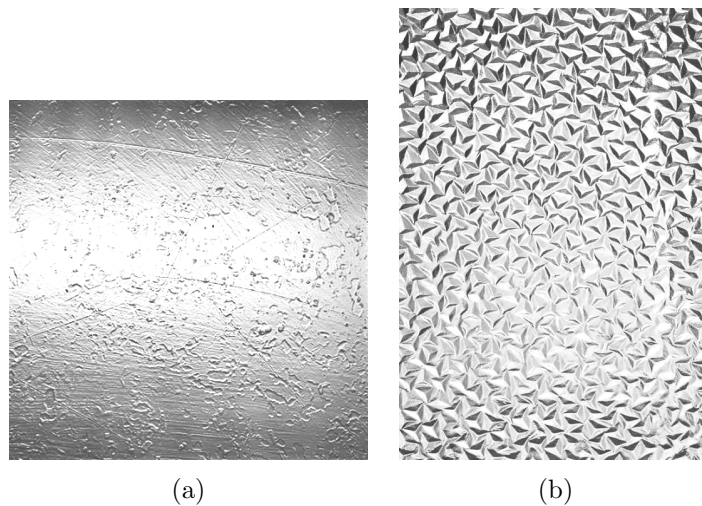
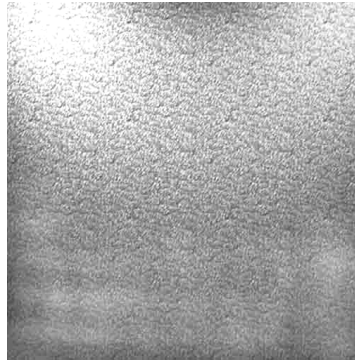


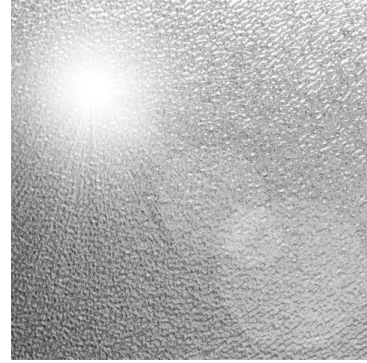
Figura 3.14: Efeito de Vitral. (a) efeito de mosaico com as arestas em preto, (b) efeito de vitral sem aplicação de texturas

de atenuação dado pela luminância. Essa textura pode ser a fotografia de um vidro ou rendering de alta qualidade de uma janela de vidro iluminada. A Figura 3.16 mostra o resultado após a aplicação de texturas diferentes. Tais texturas são mostradas, respectivamente, na Figura 3.15. No entanto, no resultado final podemos ter que o mosaico pareça ter sido pintado sobre o vidro ao invés de ser formado pela união de pequenos pedaços de vidro.





(c)



(d)

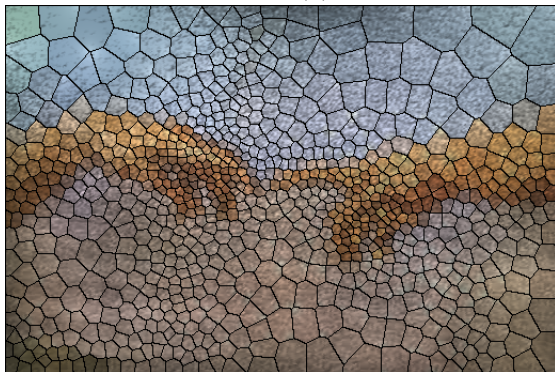
Figura 3.15: Texturas a serem aplicadas na imagem.



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 3.16: Efeitos de vitral – aplicando diferentes texturas. (a), (b), (c), (d) mostram o resultado após a aplicação de texturas diferentes à imagem da Figura 3.14

# Capítulo 4

## Resultados

Nós testamos o nosso algoritmo em várias imagens. Nesse capítulo mostraremos alguns dos resultados obtidos e todos os estágios pelo qual a imagem passa durante o processo.

As figuras a seguir mostram a imagem original, a versão em tons de cinza dessa imagem, a imagem gradiente, os pontos amostrados com o auxílio da quadtree, o diagrama de Voronoi desse conjunto de pontos, o diagrama de Voronoi centroidal após uma quantidade fixa de iterações, o efeito de pintura, o efeito de mosaico, o efeito de vitral e por fim o efeito de auto-relevo. Os parâmetros usados para gerar essas imagens podem ser encontrados na tabela abaixo. Essa tabela mostra a tolerância  $\varepsilon$ , o tamanho mínimo  $L$  de cada célula de Voronoi e a quantidade de pontos geradores para cada imagem. Em todos os casos rodamos o algoritmo de Lloyd com 10 iterações.

Imagem	$\varepsilon$	$L$	geradores
girassol	0.20	81	1066
borboleta	0.45	81	1012
michelangelo1	0.25	81	877
michelangelo2	0.25	81	2029
pimentões	0.20	81	352
dados	0.15	64	1003
dot	0.20	81	1396
sibyl	0.12	81	1675
pelourinho	0.25	81	2176

Todas as imagens testadas podem ser encontradas em seu tamanho original no endereço <http://www.impa.br/~geisamf/sibgrapi2005/>.

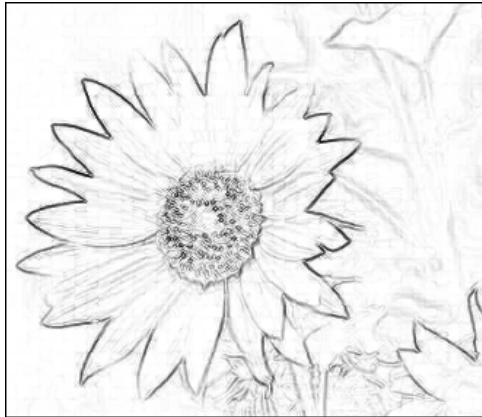




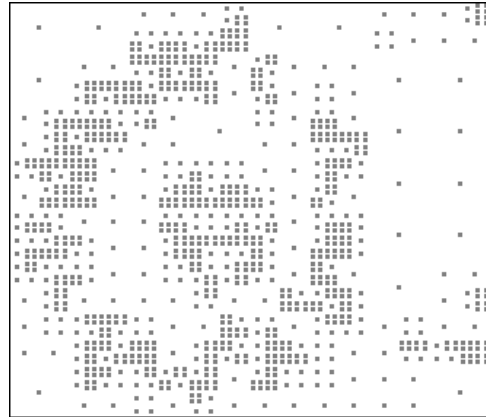
(a)



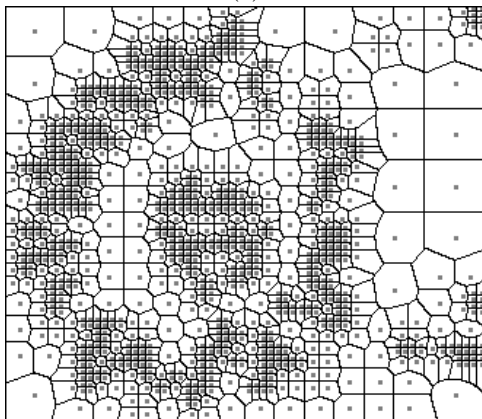
(b)



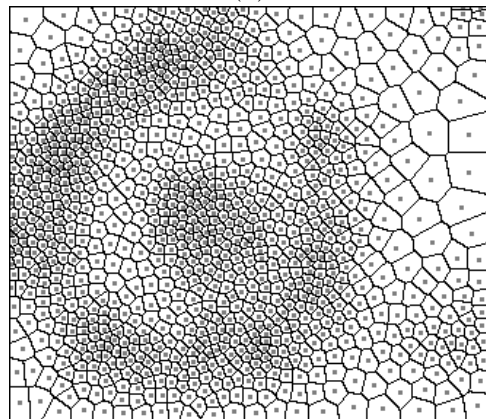
(c)



(d)



(e)



(f)

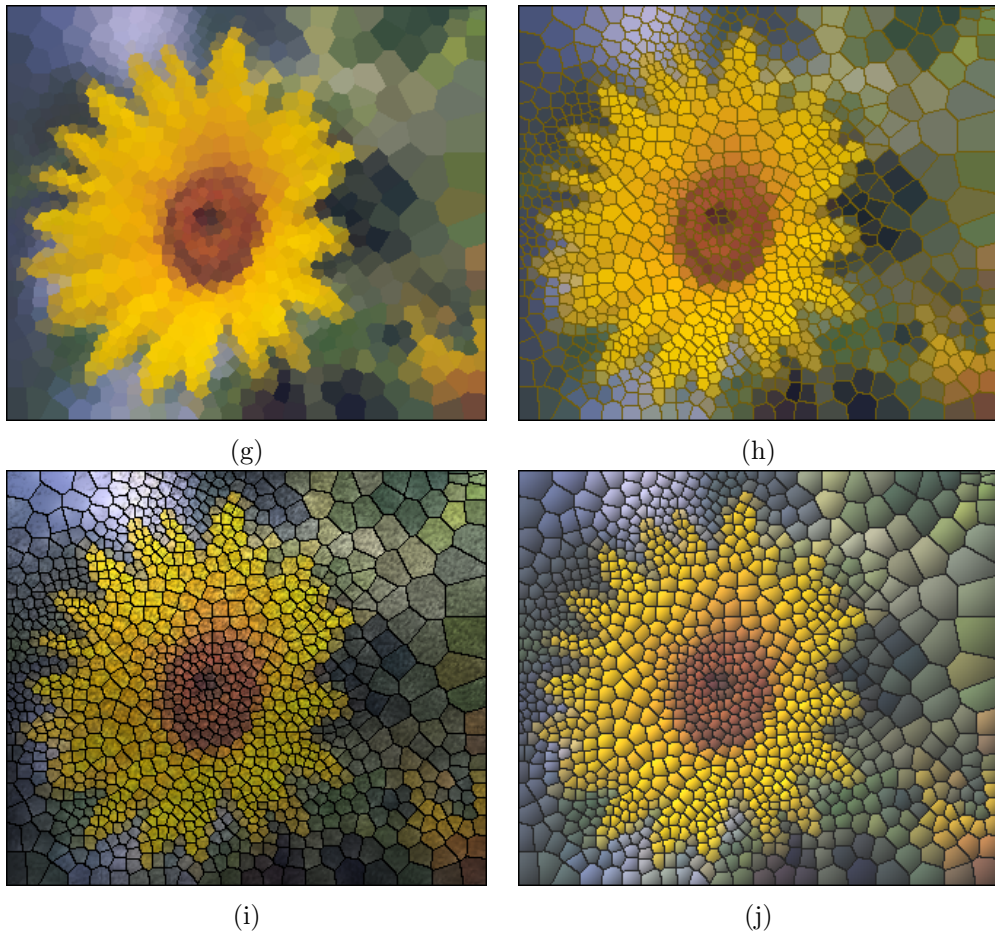
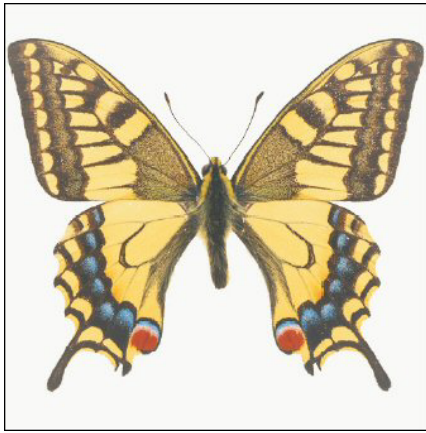
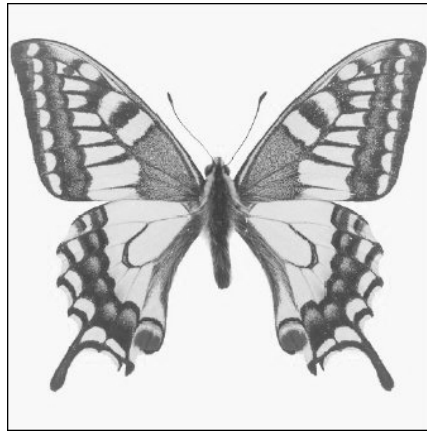


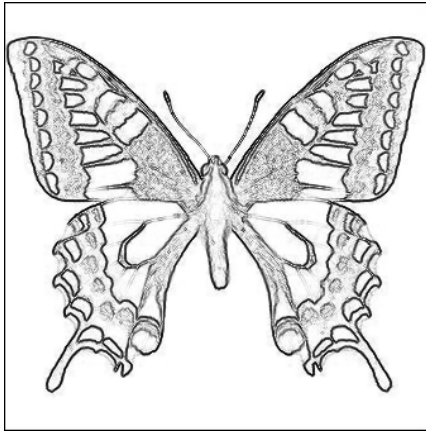
Figura 4.1: Girassol. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



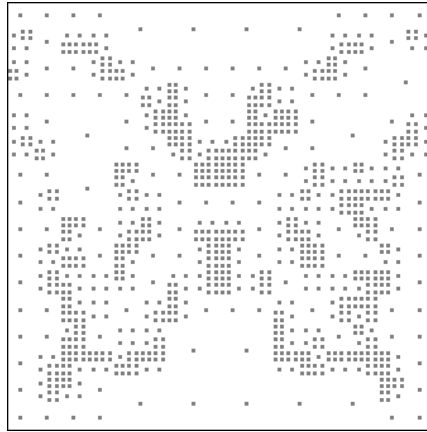
(a)



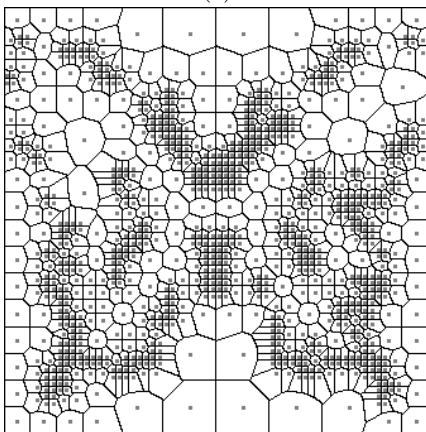
(b)



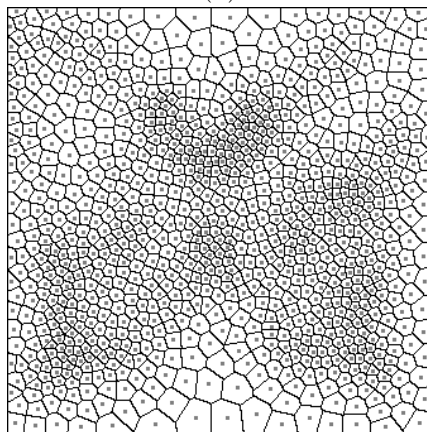
(c)



(d)



(e)



(f)

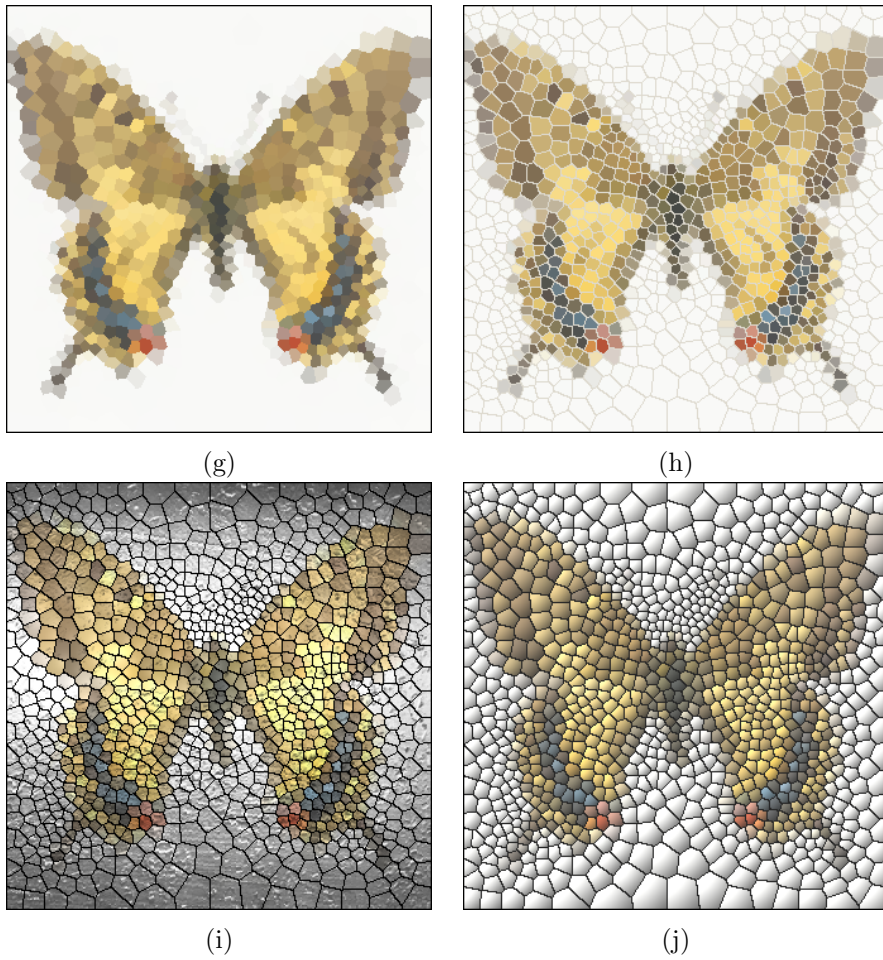


Figura 4.2: Borboleta. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.

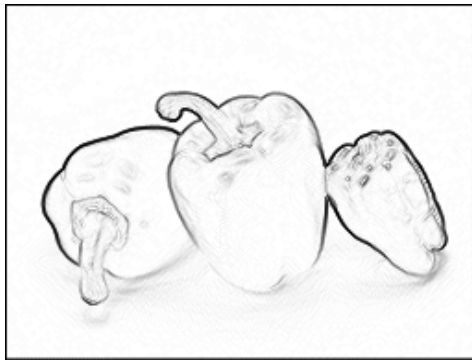




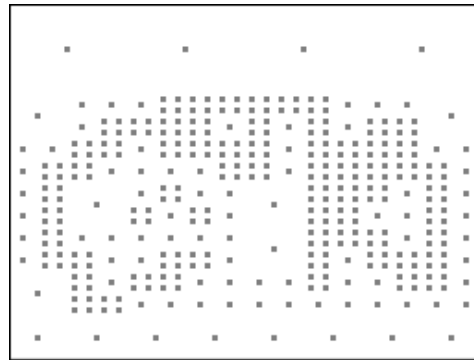
(a)



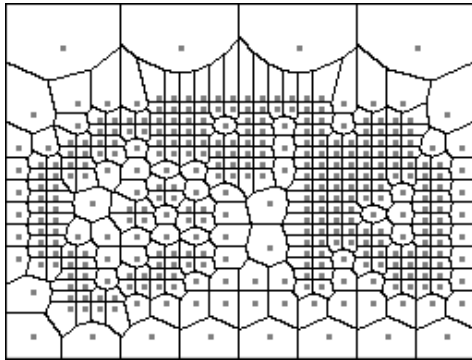
(b)



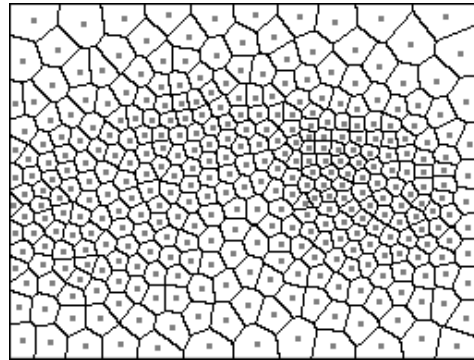
(c)



(d)



(e)



(f)



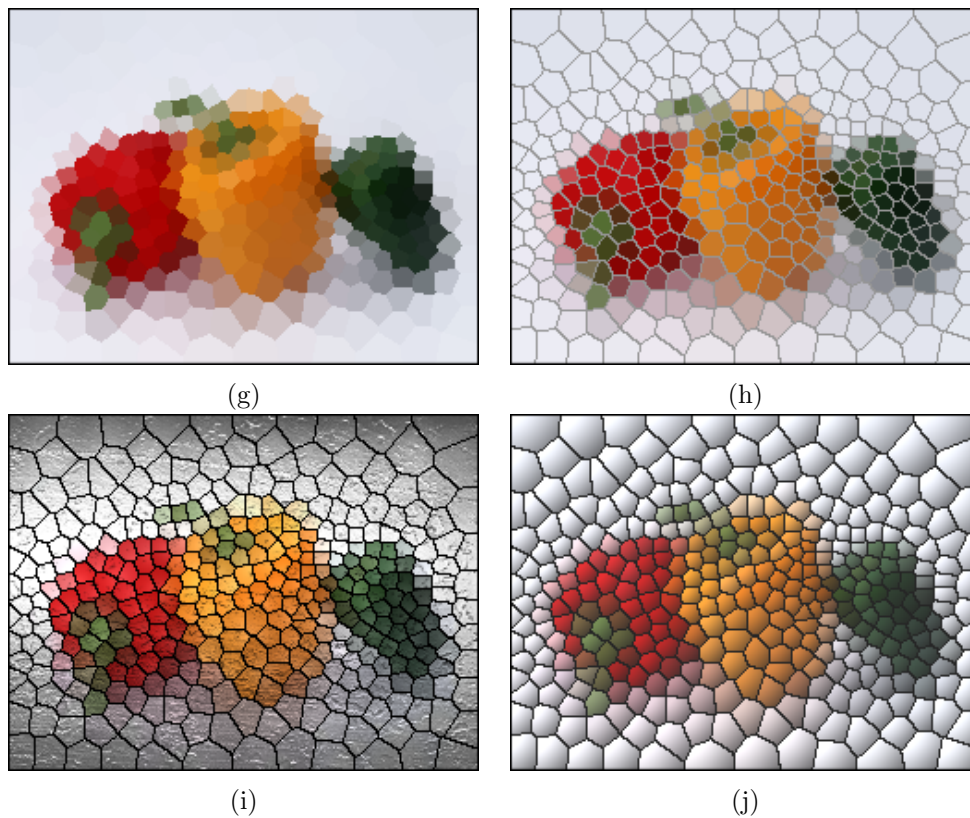


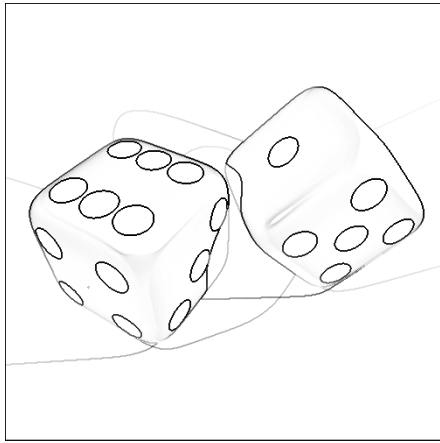
Figura 4.3: Pimentões. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



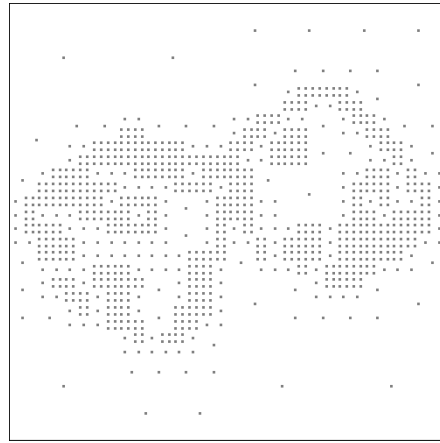
(a)



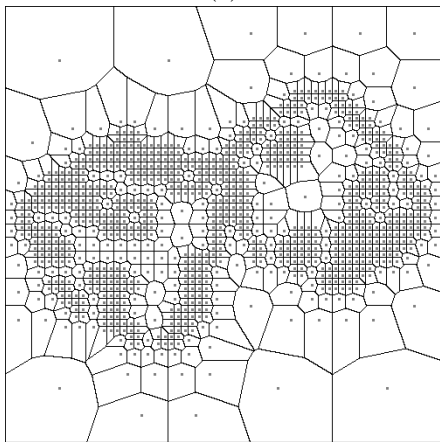
(b)



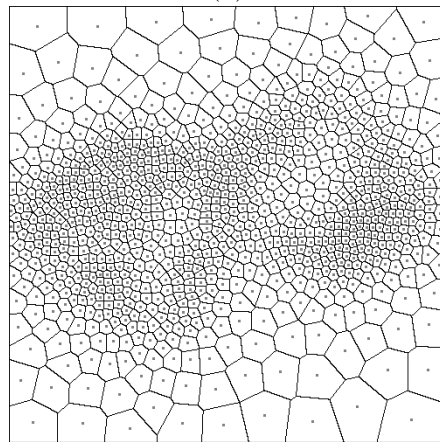
(c)



(d)



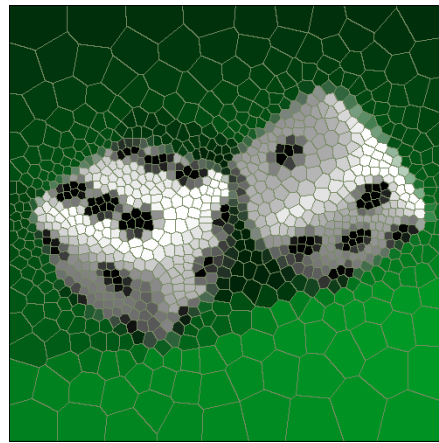
(e)



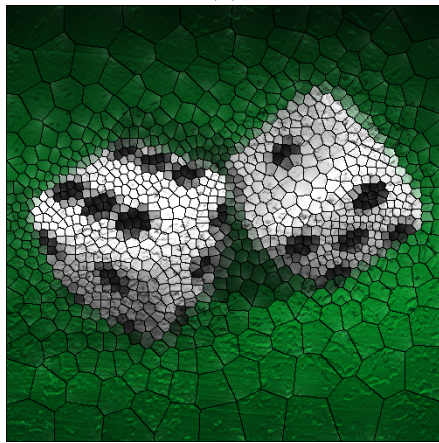
(f)



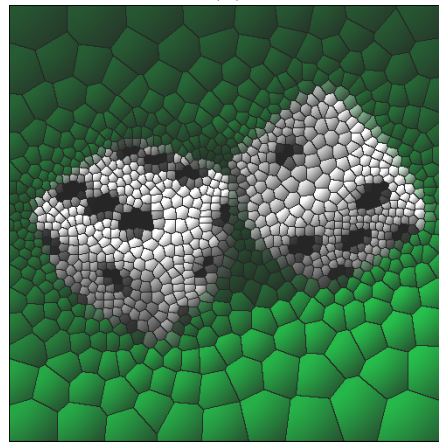
(g)



(h)

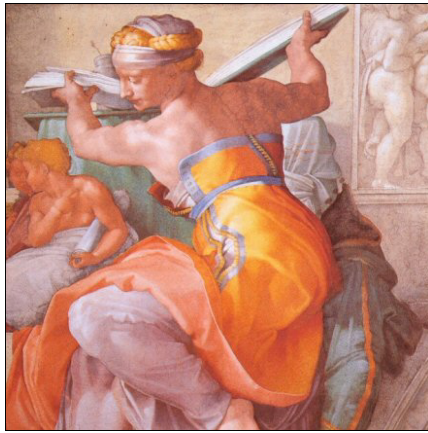


(i)



(j)

Figura 4.4: Dados [1]. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



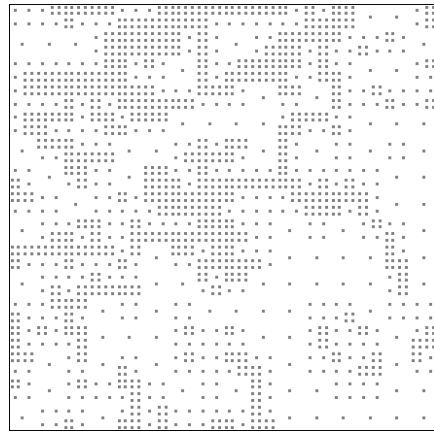
(a)



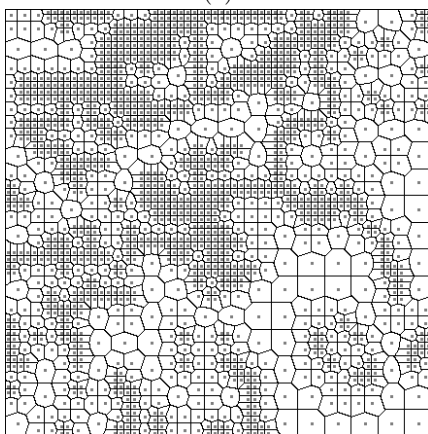
(b)



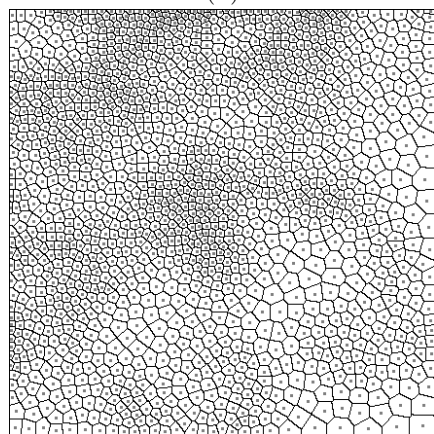
(c)



(d)



(e)



(f)



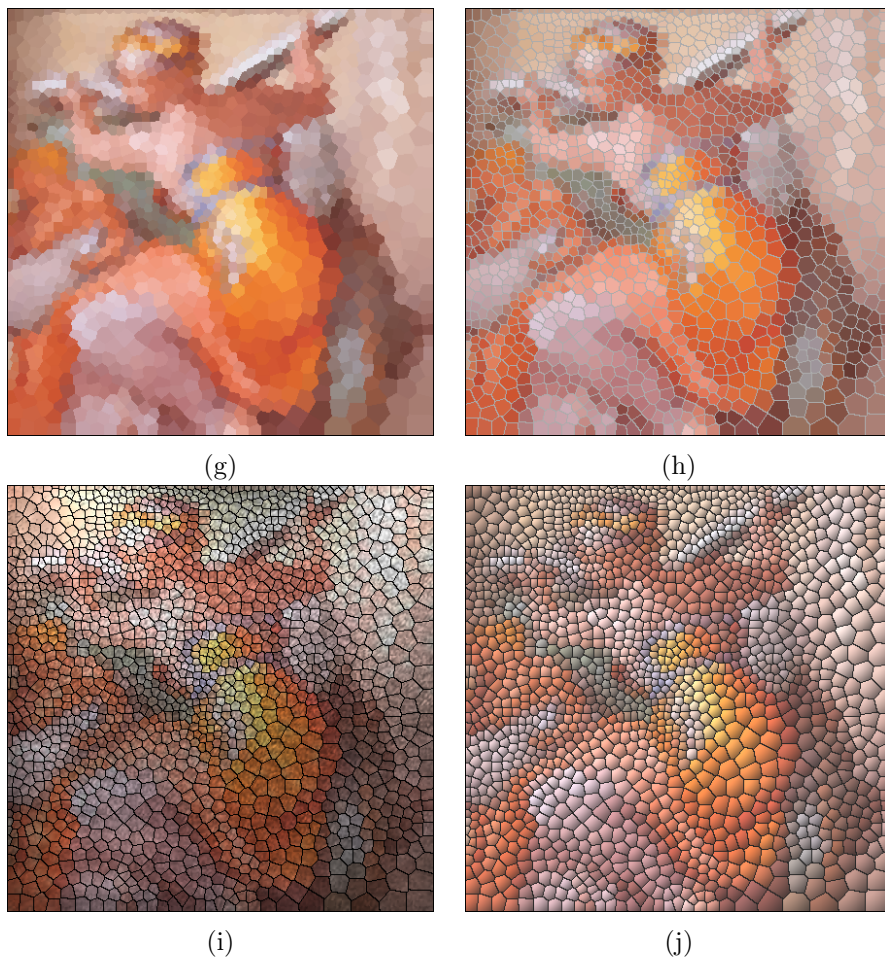


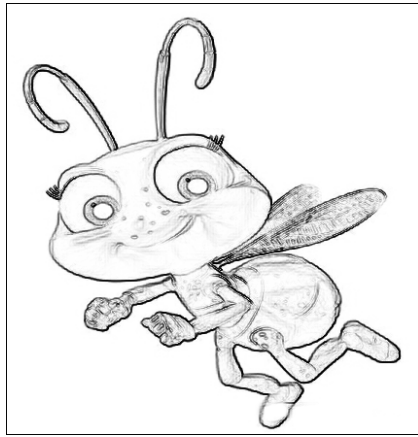
Figura 4.5: Sibyl. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



(a)



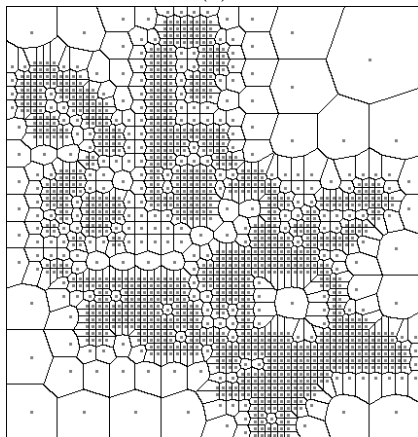
(b)



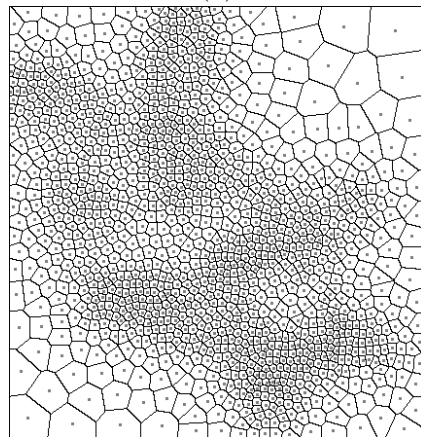
(c)



(d)



(e)



(f)

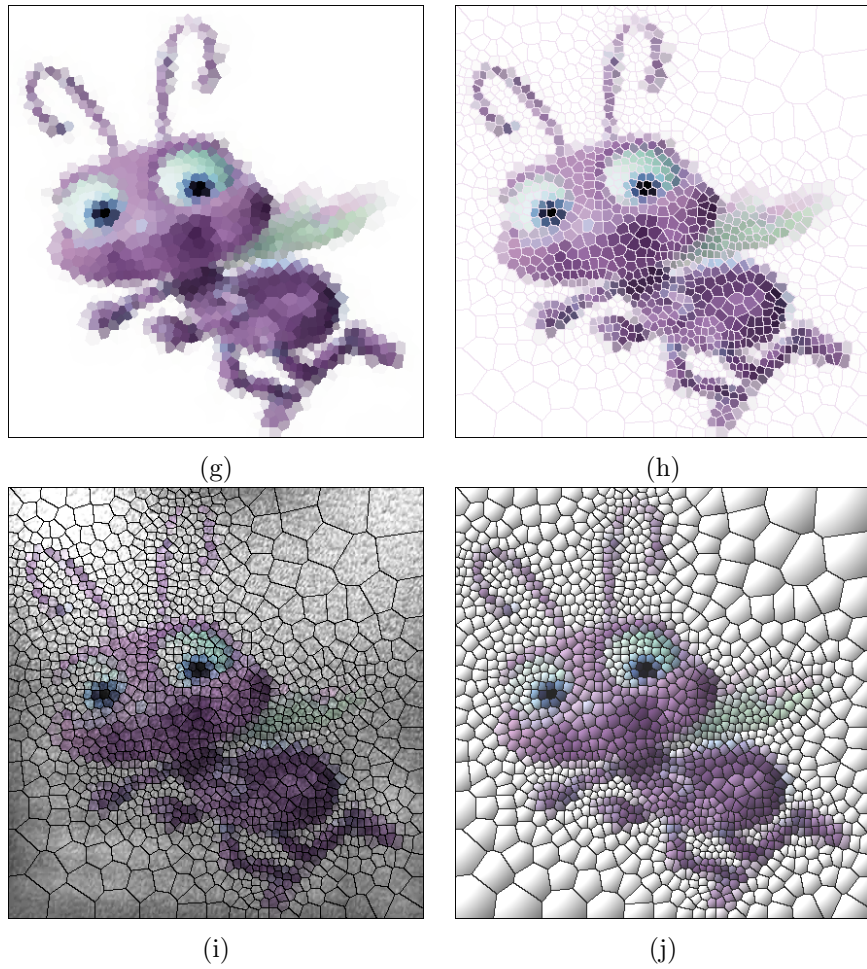


Figura 4.6: Dot. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



(a)



(b)

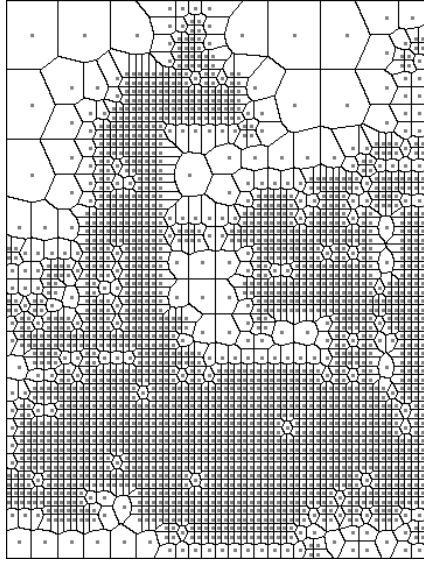


(c)

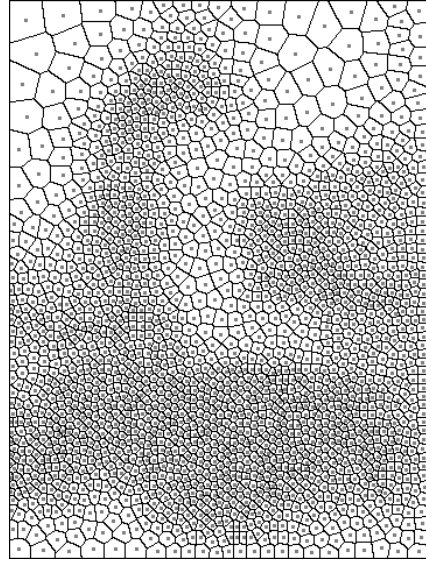


(d)

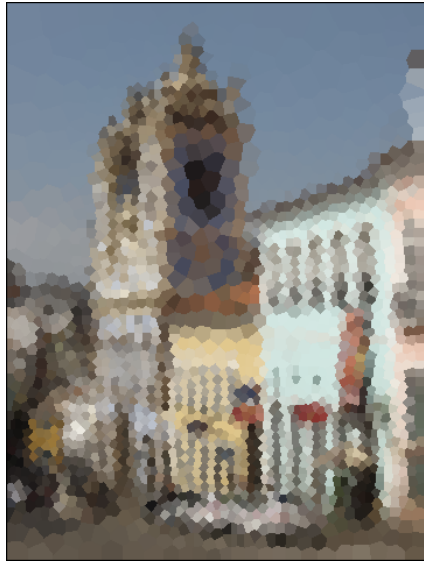




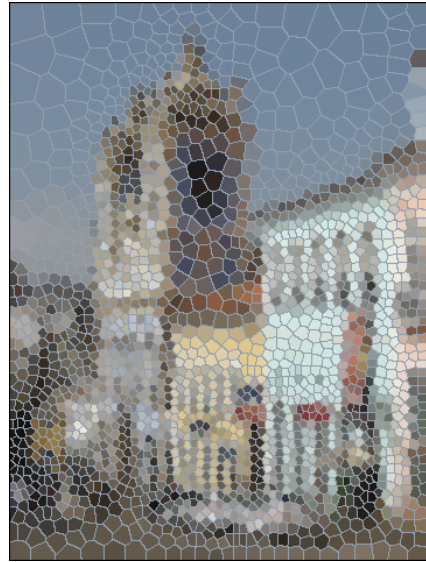
(e)



(f)



(g)



(h)

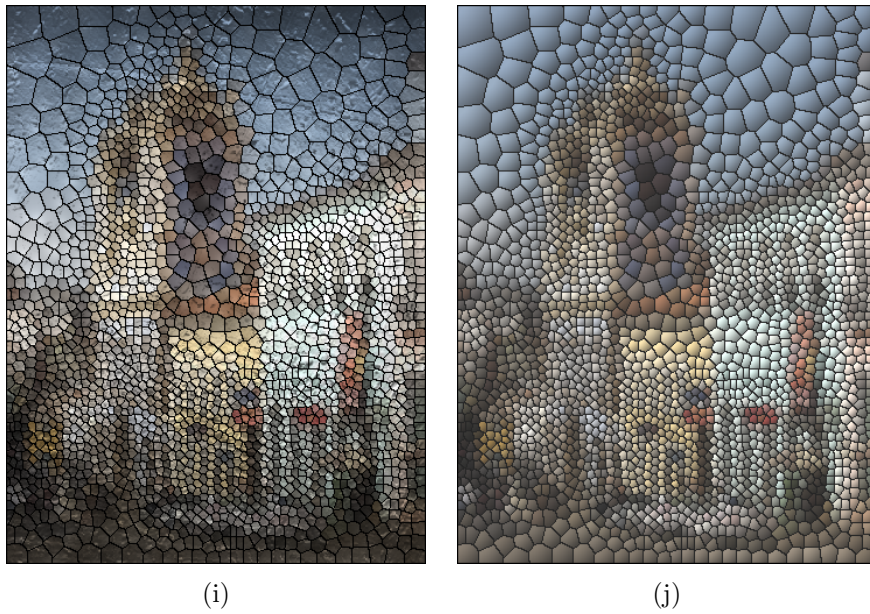
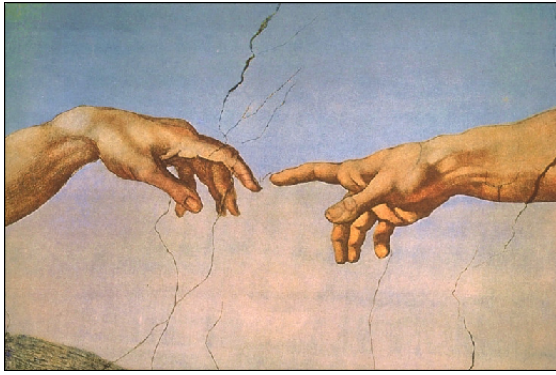
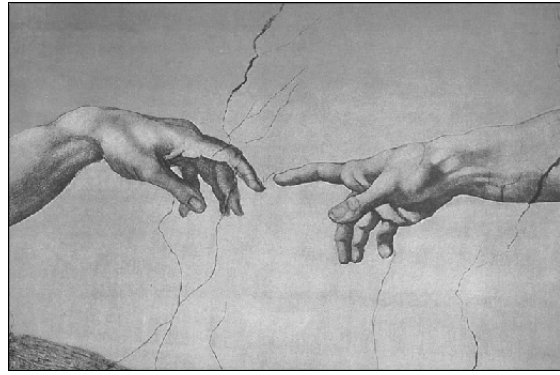


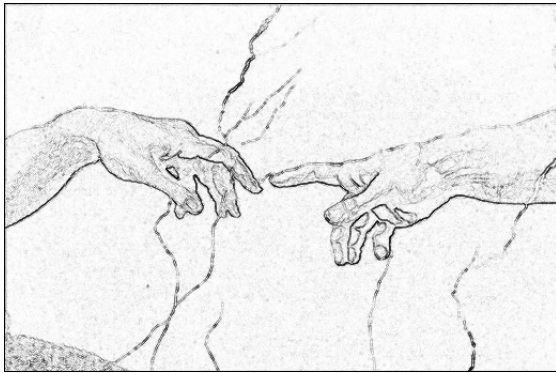
Figura 4.7: Pelourinho. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



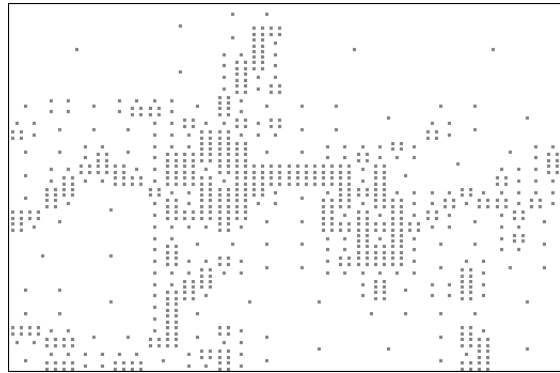
(a)



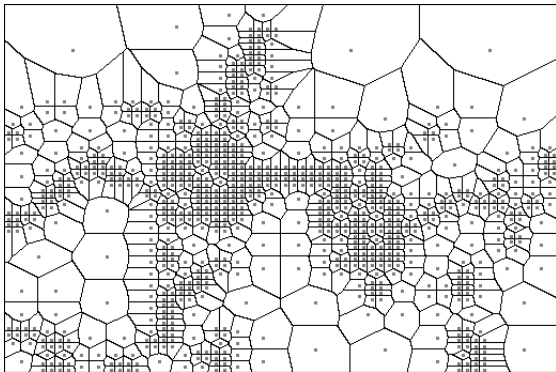
(b)



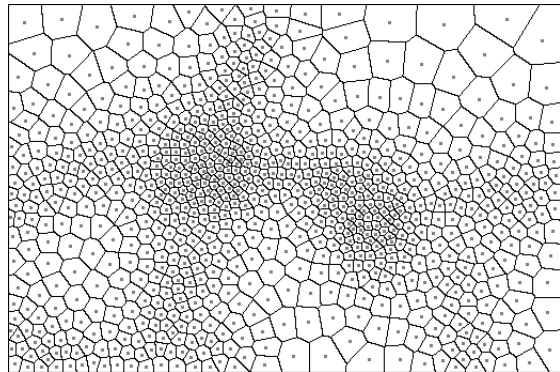
(c)



(d)



(e)



(f)

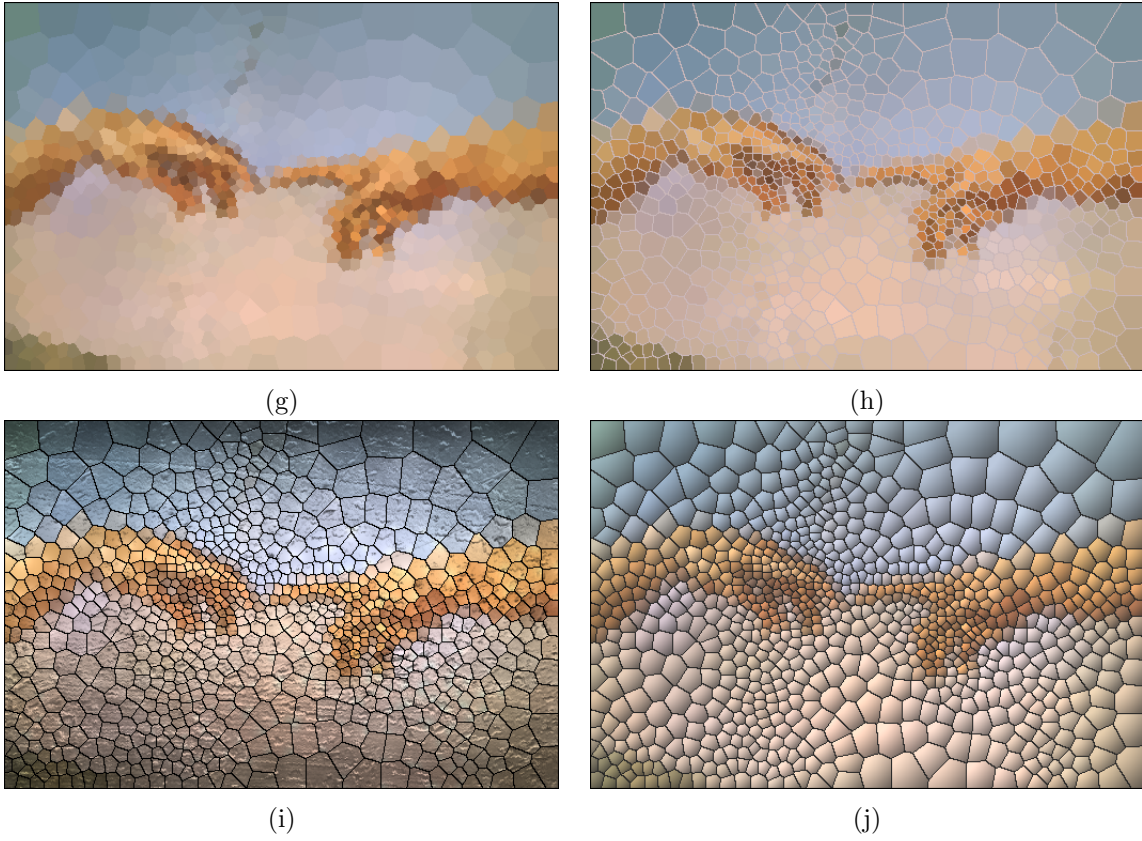
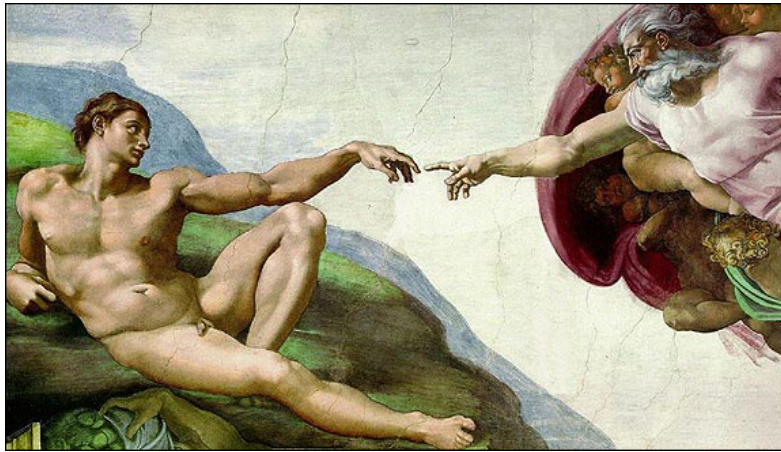
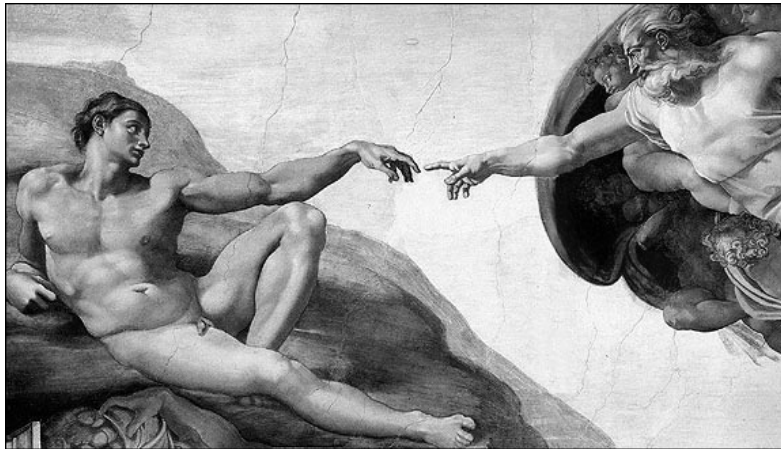


Figura 4.8: Michelangelo2. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.

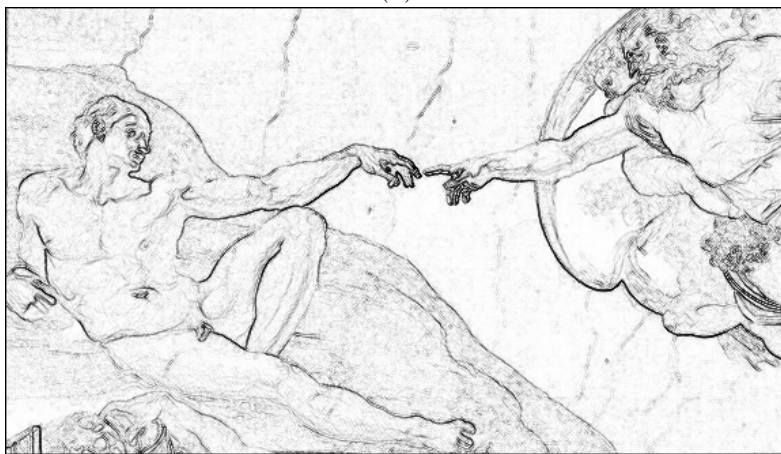




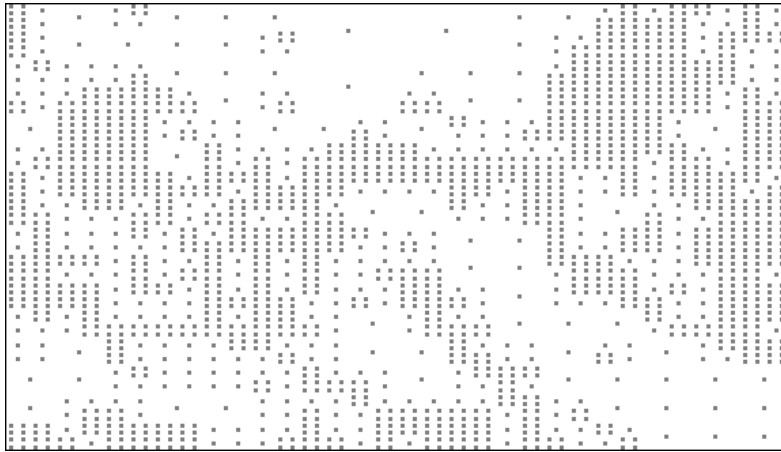
(a)



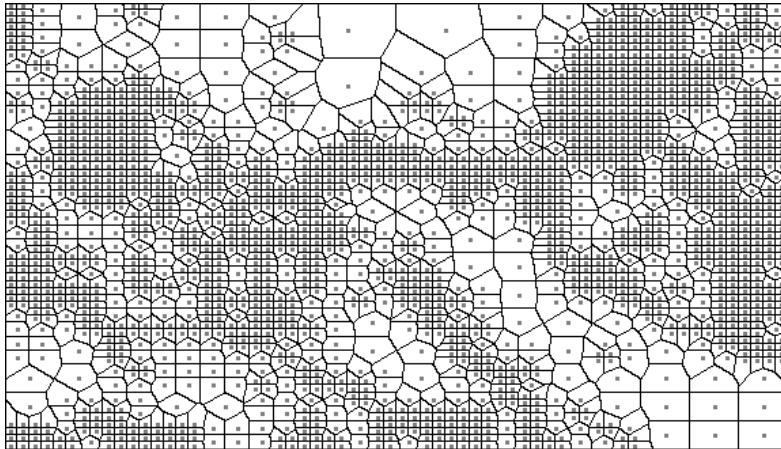
(b)



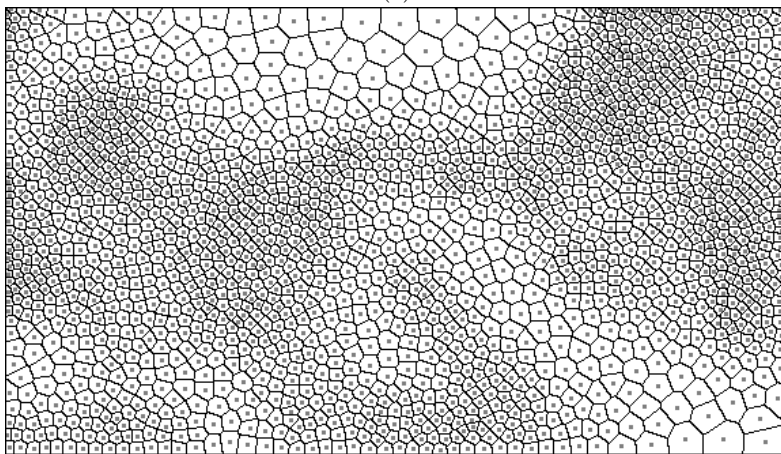
(c)



(d)



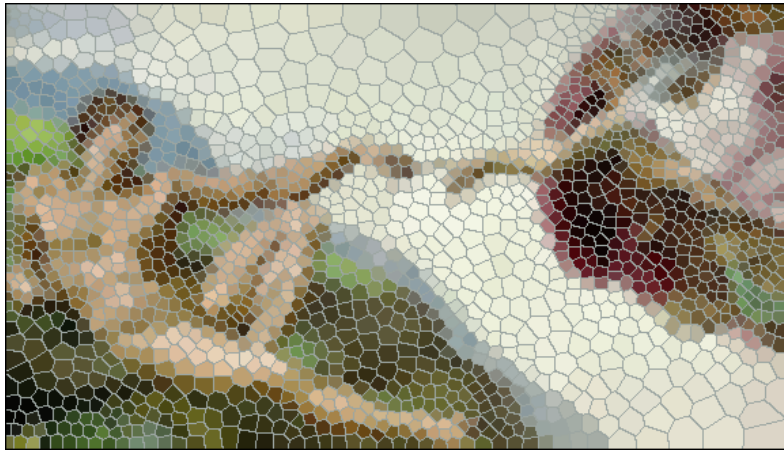
(e)



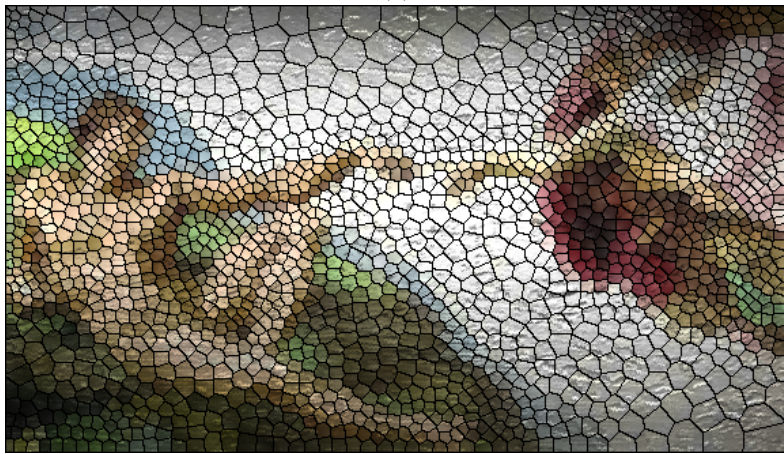
(f)



(d)



(e)



(f)



Figura 4.9: Michelangelo1. (a) imagem original, (b) versão em tons de cinza, (c) imagem gradiente, (d) pontos amostrados, (e) diagrama de Voronoi, (f) diagrama de Voronoi Centroidal, (g) efeito de pintura (h) efeito de mosaico, (i) efeito de vitral, (j) efeito de auto relevo.



# Capítulo 5

## Conclusões

Apesar de uma arte muito antiga, o mosaico está em pleno vigor na atualidade. Cada vez mais presente nas grandes cidades, vem sendo usado em objetos que compõe a decoração de ambientes e na arquitetura como técnica de revestimento, adquirindo um caráter, além do estético, também utilitário. Então, dada beleza e importância do mosaico, por que não “digitalizar” essa arte?

Nesse trabalho descrevemos um método para criar efeito de mosaico a partir de uma imagem digital, utilizando diagrama de Voronoi centroidal.

Com o auxílio de uma quadtree amostramos a imagem adaptativamente. Em seguida calculamos o diagrama de Voronoi centroidal desse conjunto de pontos. Para gerar tal diagrama utilizamos o algoritmo de Lloyd, conforme descrito na seção 2.2, com um número pequeno de iterações. Isso porque a função de densidade escolhida assegura a adaptatividade do diagrama somente em regiões muito próximas as arestas da imagem, ou seja, nosso algoritmo é localmente adaptativo. A razão aparente para este fato é que o gradiente tem faixa limitada e varia muito suavemente. Logo a convergência do algoritmo de Lloyd nos daria um diagrama de Voronoi aproximadamente uniforme, acabando com a adaptatividade do método.

Tendo calculado o diagrama de Voronoi centroidal, a próxima etapa e última é colorir cada uma das células de Voronoi com a cor média da imagem nessa região.

O efeito obtido é que os ladrilhos do mosaico são adaptadas às características da imagem, sendo maiores nas regiões de pouco detalhe e menores nas regiões que possuem mais detalhes. Essa é a nossa principal contribuição. Também possibilitamos ao usuário, a aplicação de alguns efeitos visuais. Sim-

ulamos uma cena tridimensional e a partir da iluminação nessa cena obtemos o efeito de auto-relevo. Calculando a da iluminação e aplicando texturas, obtemos um efeito de vitral.

Nesse trabalho propomos um algoritmo capaz de produzir um bom efeito de mosaico com poucas intervenções do usuário. Simples de implementar e que não necessita de hardware especial. No entanto, caso o usuário queira uma maior iteratividade com o programa, o algoritmo pode ser modificado e implementado em hardware gráfico para o cálculo do diagrama de Voronoi como em [10].

## 5.1 Trabalhos Futuros

Existem algumas questões ainda em aberto na nossa pesquisa: Usando uma métrica perceptual no espaço de cor a amostragem inicial seria melhor? E essa amostragem influenciaria no resultado final? Tendo em vista que funções de densidades diferentes produzem resultados diferentes, como podemos escolher essa função de modo a obter o efeito artístico desejado? Como e quanto o usuário poderia interagir com o programa?

Além disso, como mencionado anteriormente, o fato das arestas das regiões de Voronoi não coincidirem com as arestas principais da imagem gera um borramento no resultado final. Mantendo nossa linha de trabalho, uma maneira natural de evitar esse borramento seria encontrar uma função de densidade capaz de capturar tal alinhamento. Essa seria uma área de pesquisa bastante interessante, a qual pretendemos desenvolver no futuro. Dobashi et al.[4] eliminaram tal efeito movendo cada região de Voronoi de modo independente fazendo com que suas arestas concidissem com as arestas da imagem. Outra possibilidade para eliminar esse efeito desagradável, seria subdividir as células de Voronoi em um pós-processamento.

Uma outra questão a ser estudada futuramente é a de como armazenar os pontos de Voronoi. Quando armazenados em coordenadas inteiras, o resultado final é bastante satisfatório. No entanto, quando armazenados em ponto flutuante o resultado pode ser ruim. Veja Figura 3.8. Também seria interessante descobrir o porquê desse comportamento.

# Bibliografia

- [1] DARSA L., COSTA B., Multi-resolution representation and reconstruction of adaptively sampled images. In Proceedings of SIBGRAPI'96, p. 321 – 328, 1996.
- [2] FINKELSTEIN A., RANGE M., Image Mosaics. In Proceedings of 7th International Conference on Electronic Publishing, Lecture Notes In Computer Science; Vol. 1375 p.11–22. Springer-Verlag, 1998.
- [3] HAUSNER A., Simulate Decorative Mosaics. In Proceedings of SIGGRAPH 2001 p.573–580. ACM Press, 2001.
- [4] DOBASHI Y., HAGA T., JOHAN H., NISHITA T., A Method for Creating Mosaic Images Using Voronoi Diagrams. In Proceedings of Eurigraphics 2002 Short Presentations, p.341–348.
- [5] MOULD D., A Stained Glass Image Filter. In Proceedings of the 14th Eurographics Workshop on Rendering, p.20–25, Eurigraphics Association, 2003.
- [6] ELBER G., WOLBERG G., Rendering Tradicional Mosaics. The Visual Computer 2003, vol 19, p. 67–78.
- [7] VASCONCELOS N. C., CAVALCANTI R. P. Mosaicos Artísticos. WICCGPI – SIBGRAPI 2003.
- [8] DU Q., FABER V., GUNZBURGER M., Centroidal Voronoi Tessellations: Applications and Algorithms. SIAM Review, vol 14, p.637–676, 1999.
- [9] SECORD J. A., Random Marks on Paper — Non-Photorealistic Rendering with Small Primitives, Dissertação de Mestrado, Universidade British Columbia, 2002.

- [10] KENNETH I., HOFF E., KEYSER J., LIN M., MANOCHA D., and CULVER T. . Fast computation of generalized Voronoi diagrams using graphics hardware. In Proceedings of SIGGRAPH'99, pag. 277-286. ACM Press, 1999.
- [11] FIGUEIREDO H. L., CARVALHO P. C. P., Introdução a Geometria Computacional. Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA.
- [12] GOMES J., VELHO L., Computação Gráfica: Imagem. Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA Série de Computação e Matemática, SBM, 2002.
- [13] GOMES J., VELHO L., Fundamentos da Computação Gráfica. Instituto de Matemática Pura e Aplicada - IMPA Série de Computação e Matemática, SBM, 2003.
- [14] Arte em Mosaicos,  
<http://www.mosaicos.cjb.net>
- [15] História dos Mosaicos,  
<http://www.unisanta.br/estrutura/projetos/arquitetura/muvi/expos/expo6/Mosaicos.htm>
- [16] Grécia Antiga,  
<http://www.greciantiga.org>
- [17] Mosaico contemporâneo de Gougou,  
<http://gougou2.tripod.com/index.html>
- [18] Mosaicos do Brasil,  
<http://mosaicodobrasil.tripod.com/id14.html>
- [19] Quadrtrees,  
<http://www.tecgraf.puc-rio.br/~fabraham/gc/>
- [20] Voronoi Diagrams in Biology,  
[http://biology.beloit.edu/students/zdravko/vor\\_gallery\\_bio.html](http://biology.beloit.edu/students/zdravko/vor_gallery_bio.html)
- [21] História do Mosaico,  
<http://geocities.yahoo.com.br/mosaicocarioca2000/historiadomosaico.html>

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)