



COPPE/UFRJ

ANÁLISE DE VELOCIDADES ATRAVÉS DE CONTINUAÇÃO DE
AFASTAMENTOS

Leonardo Pinheiro

Tese de Doutorado apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, COPPE, da Universidade Federal do Rio de Janeiro, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil.

Orientador(es): Webe João Mansur

Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Rio de Janeiro
Setembro de 2008

Livros Grátis

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

ANÁLISE DE VELOCIDADES ATRAVÉS DE CONTINUAÇÃO DE
AFASTAMENTOS

Leonardo Pinheiro

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DO INSTITUTO ALBERTO LUIZ
COIMBRA DE PÓS-GRADUAÇÃO E PESQUISA DE ENGENHARIA DA
DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
CIÊNCIAS EM ENGENHARIA CIVIL.

Aprovada por:

Prof. Webe João Mansur, Ph.D.

Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva, D.Sc.

Prof. José Antônio Fontes Santiago, D.Sc.

Dr. Carlos Alves da Cunha Filho, Ph.D.

Prof. Jessé Carvalho Costa, D.Sc.

RIO DE JANEIRO, RJ - BRASIL
SETEMBRO DE 2008

Pinheiro, Leonardo

Análise de Velocidades Através de Continuação de Afastamentos/ Leonardo Pinheiro. - Rio de Janeiro. UFRJ/COPPE, 2008.

XIV, 181 p.: il.; 29,7 cm.

Orientadores: Webe João Mansur

Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Tese (doutorado) - UFRJ/ COPPE/ Programa de Engenharia Civil, 2008.

Referências Bibliográficas: p. 151-156.

1. Geofísica. 2. Análise de velocidade. 3. Continuação de afastamento. 4. Análise de coerência. 5. Raios OCO. 6. Isócronas. I. Mansur, Webe João et al.. II. Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Programa de Engenharia Civil. III. Título.

Agradecimentos

- A todos os meus familiares, que, mesmo longe, embora jamais esquecidos, sempre torceram e oraram por mim, talvez muitas vezes sem saber que eu também torcia e orava por todos eles.
- Aos meus orientadores, Prof. Webe João Mansur e Dr. Eduardo Filpo Ferreira da Silva, pelo investimento que fizeram em mim e em meu trabalho, influenciando decisivamente meu crescimento profissional e acadêmico.
- Ao geofísico Dr. Carlos Alves da Cunha Filho, que, com suas idéias e conhecimentos, contribuiu notavelmente para a composição deste trabalho.
- Aos meus estimados amigos Cleberson Dors e Cid da Silva Garcia Monteiro, pelo reconhecimento de todo o trabalho que juntos desenvolvemos, intenso, sem dúvida, mas minúsculo perante nossa amizade e companheirismo.
- A todos os prezados amigos do Laboratório de Mecânica Computacional, cuja quantidade e sentimentos de amizade são grandes demais para serem abrigados por estas poucas linhas.
- A Ivone Silva de Araújo, por seu dedicado trabalho ao LAMEC, e a todos os funcionários e professores do Programa de Engenharia Civil da COPPE/UFRJ.
- A todo o setor de Tecnologia Geofísica da Petrobras, que tão bem me recebeu e me ajudou durante todo o período em que lá estive desenvolvendo este trabalho.
- Ao CNPq pelo auxílio financeiro.

Resumo da Tese apresentada à COPPE/UFRJ como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Doutor em Ciências (D.Sc.)

ANÁLISE DE VELOCIDADES ATRAVÉS DE CONTINUAÇÃO DE AFASTAMENTOS

Leonardo Pinheiro

Setembro/2008

Orientadores: Webe João Mansur

Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Programa: Engenharia Civil

Procedimentos de migração sísmica são fortemente dependentes da velocidade de empilhamento que, via de regra, aproxima o modelo real a um meio de velocidade constante. Para a sua determinação, utilizam-se as metodologias de análise de velocidades, as quais correspondem a testes de empilhamento com velocidades distintas. O objetivo deste trabalho é fornecer um novo método de análise de velocidade, baseado agora no mapeamento entre as curvas de tempo de reflexão obtidas em diferentes configurações de observação. O mapeamento entre essas seções sísmicas é baseado em um processo de continuação de afastamentos e é realizado através de raios virtuais chamados raios OCO. As velocidades testadas são submetidas a critérios baseados em análise de coerência. Uma extensão dessa técnica a modelos com determinadas distribuições de velocidade também é apresentada, utilizando como base equações analíticas do traçado de raios. Com isso, tornar-se-á possível obter modelos de velocidade que levem em consideração uma distribuição heterogênea de velocidade.

Abstract of Thesis presented to COPPE/UFRJ as a partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Science (D.Sc.)

VELOCITY ANALYSIS BY OFFSET CONTINUATION

Leonardo Pinheiro

September/2008

Advisors: Webe João Mansur

Eduardo Filpo Ferreira da Silva

Department: Civil Engineering

Procedures of seismic migration are strongly dependent of the stacking velocity, what traditionally brings the real model to a constant velocity media. For its determination, the so-called velocity analysis methods are used, which correspond to tests with different stacking velocities. The aim of this work is to provide a new velocity analysis method, now based in the mapping between travel time curves obtained in different configurations of observation. The mapping between these seismic sections is based on a process of offset continuation and it is evaluated through virtual rays named OCO rays. The tested velocities are subjected to criteria based on coherence analysis. A extension of this technique to a models with some kinds of heterogeneity is also presented, using analytical equations from ray tracing. In this way, it becomes possible to obtain equivalent models that take into account a heterogeneity distribution of velocity.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Considerações Iniciais	1
1.2	Objetivos e Descrição	2
1.3	Revisão Bibliográfica	3
2	Introdução à Análise de Velocidade e Conceitos Básicos Preliminares	9
2.1	Aquisição de dados sísmicos de reflexão	9
2.2	Princípios de análise de velocidade	10
2.2.1	Correção de sobretempo normal	10
2.2.2	Velocidade rms	11
2.2.3	Relação entre as velocidades rms e média	14
2.2.4	A técnica CDP	15
2.2.5	Espectro de velocidades e análise de coerência	16
2.3	Migração sísmica	18
2.4	Superfície de tempo de trânsito constante	19
2.4.1	Equação para meio homogêneo	20
2.5	Mapeamento tempo-profundidade	22
2.6	Curva de difração	23
2.6.1	Equação de demigração para meio homogêneo	23
2.7	Continuação de afastamentos de seções sísmicas	25
2.7.1	Princípios gerais	25
3	Raios OCO: Conceituação, Metodologia e Aplicação a Modelos Homogêneos	27
3.1	Introdução	27
3.2	Premissas	28
3.3	Metodologia geral	29
3.4	Inclinação da curva de tempo de trânsito	32

3.5	Análise de coerência para obtenção da velocidade equivalente	32
3.5.1	Interpolação de amostras na seção de chegada	33
3.5.2	Avaliação de coerência	34
3.6	Caracterização de outros tipos de raios virtuais	35
3.7	Aplicação a modelos heterogêneos	36
4	Obtenção de Soluções Analíticas Para Aplicação de Raios OCO a Modelos Heterogêneos	38
4.1	Objetivos e metodologia	38
4.2	Teoria do raio: noções gerais	39
4.2.1	Introdução	39
4.2.2	Equações básicas	40
4.2.3	Determinação do vetor vagarosidade de ondas refletidas	41
4.2.4	Inclinação da interface refletora utilizando as componentes de vagarosidade	42
4.2.5	Equações características	45
4.2.6	Sistema de equações para meios analíticos	46
4.3	Distribuições de velocidade selecionadas	49
4.3.1	Equações básicas para implementação do algoritmo	51
4.4	Equacionamentos para os modelos de velocidade selecionados	54
4.4.1	Meios com gradiente vertical de velocidade	54
4.4.2	Meios com gradiente vertical e lateral de velocidade	64
4.4.3	Meios com gradiente vertical de vagarosidade quadrática	73
4.4.4	Meios com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática	81
4.5	Características dos meios analíticos	89
4.5.1	Trajetórias geométricas dos raios	89
4.5.2	Pontos particulares e características das curvas isócronas	92
4.5.3	Velocidade rms em modelos com gradiente de vagarosidade quadrática	97
4.6	Considerações computacionais	98
5	Aplicação de Coerência Sísmica na Determinação de Mergulho Aparente	101
5.1	Introdução	101
5.2	Algoritmos de coerência	103
5.2.1	Relações de coerência para a matriz de covariância	111

5.3	Avaliação dos algoritmos de coerência: exemplo de validação	113
6	Raios OCO: Aplicação a Dados Sintéticos	119
6.1	Modelo de velocidade constante	119
6.2	Modelo com gradiente vertical de velocidade	124
6.3	Modelo com gradiente vertical e lateral de velocidade	129
6.4	Modelo com gradiente vertical de vagarosidade quadrática	138
6.5	Modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática	142
7	Conclusões	148
7.1	Trabalhos futuros	149
A	Dedução das Curvas Isócronas Para Modelos Com Gradiente de Velocidade	157
A.1	Curva isócrona para meios com gradiente vertical de velocidade	157
A.1.1	Tempos de trânsito	157
A.1.2	Equação da curva isócrona	161
A.2	Curva isócrona para meios com gradiente vertical e lateral de velocidade	163
A.2.1	Tempos de trânsito	163
A.2.2	Equação da curva isócrona	166
B	Inclinação da Curva de Tempo de Trânsito Para Modelos Com Gradiente de Vagarosidade Quadrática	168
B.1	Modelos com gradiente vertical de vagarosidade quadrática	168
B.1.1	Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora	168
B.1.2	Parâmetro de integração do raio refletido	170
B.1.3	Inclinação da curva de tempo de trânsito	171
B.2	Modelos com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática	174
B.2.1	Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora	174
B.2.2	Parâmetro de integração do raio refletido	175
B.2.3	Inclinação da curva de tempo de trânsito	176

Lista de Figuras

2.1	(a) Sobretempo existente em uma aquisição CMP para uma camada horizontal sob meio homogêneo e (b) sobretempo corrigido pela velocidade V_{NMO} correta.	12
2.2	Trajatória do raio de reflexão para um meio composto de três camadas e depois para um meio equivalente ao mesmo, com um valor de velocidade rms simulando o mesmo fenômeno.	13
2.3	Geometria de aquisição CMP. Na hipótese de refletores planos, o ponto em profundidade onde ocorre a reflexão fica na projeção do ponto médio.	16
2.4	Representação da curva isócrona para modelo de velocidade constante em afastamento comum.	21
2.5	Elipse delimitando os pontos que geram o mesmo tempo de trânsito.	24
3.1	Representação do raio OCO para um ponto T da seção de entrada.	28
4.1	Componentes de vagarosidade para os raios incidente e refletido.	43
4.2	Evento de reflexão em aquisição 3D, onde (ξ_x, ξ_y) são as coordenadas do ponto médio entre a fonte S e o receptor G em $z = 0$. Dessa forma, as coordenadas de S e G serão $(\xi_x - h_x, \xi_y - h_y)$ e $(\xi_x + h_x, \xi_y + h_y)$, respectivamente.	52
4.3	Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de velocidade onde $\beta = 1/2500 \text{ms}^{-1}$, $h = 2000 \text{m}$, $\tau = 2051,5 \text{ms}$, $V_o = 2,0 \text{m/ms}$ e $\xi = 800 \text{m}$	62
4.4	Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de velocidade considerando $\alpha = 1/2000 \text{ms}^{-1}$, $\beta = 1/2500 \text{ms}^{-1}$, $h = 1500 \text{m}$, $\tau = 1452,4 \text{ms}$, $V_R = 2,0 \text{m/ms}$ e $\xi = 1000 \text{m}$	70
4.5	Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de vagarosidade quadrática considerando $\beta = -100 \text{s}^2 \text{m}^{-3}$, $h = 1500 \text{m}$, $\tau = 1652,4 \text{ms}$, $V_o = 2,0 \text{m/ms}$ e $\xi = 1000 \text{m}$	78

4.6	Variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ da isócrona da figura anterior em função do deslocamento lateral em relação ao ponto médio.	79
4.7	Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática, onde $\alpha = 50 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, $\beta = -62,5 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, $h = 2000 \text{ m}$, $\tau = 2388,6 \text{ ms}$, $V_R = 2,0 \text{ m/ms}$ e $\xi = 1200 \text{ m}$	86
4.8	Variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ da isócrona da figura anterior em função do deslocamento lateral em relação ao ponto médio.	87
5.1	Curva de tempo de trânsito para o modelo de vagarosidade quadrática modelado.	114
5.2	Valores analíticos para o mergulho aparente da seção sísmica testada.	115
5.3	Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de correlação cruzada.	116
5.4	Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de correlação cruzada.	116
5.5	Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo <i>semblance</i>	117
5.6	Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo baseado no <i>semblance</i>	117
5.7	Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de autoestrutura.	118
5.8	Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de autoestrutura.	118
6.1	Refletor plano-inclinado sob meio de velocidade constante ($V=2,0 \text{ m/ms}$).	120
6.2	Sismogramas sintéticos em afastamento comum para um refletor plano inclinado sob meio homogêneo.	120
6.3	Ampliação dos pontos selecionados na análise OCO. Neste exemplo, as mesmas amostras selecionadas foram utilizadas tanto para a avaliação do mergulho aparente no ponto (700, 1898) (destacado na figura) quanto para a avaliação de coerência da velocidade testada.	121
6.4	(a) Raio OCO na seção de chegada ($h = 0 \text{ m}$) e (b) detalhe da intersecção do raio OCO com a curva de tempo de trânsito.	122

6.5	Avaliação de coerência das velocidades testadas utilizando algoritmo do tipo <i>Semblance</i> traço a traço.	123
6.6	Avaliação de coerência das velocidades testadas utilizando algoritmo do tipo correlação cruzada traço a traço.	124
6.7	Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente constante de velocidade ($V = 2,0 + \Delta z/1250$ (em m/ms)).	125
6.8	Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO.	126
6.9	(a) Ampliação do local da primeira seção de chegada utilizada ($h = 1000$ m) onde situam-se os raios OCO para diferentes valores de gradiente e (b) mapa de coerência obtido para essa análise utilizando <i>semblance</i>	127
6.10	(a) Ampliação do local da primeira seção de chegada utilizada ($h = 2000$ m) onde situam-se os raios OCO para valores distintos do gradiente de velocidade e (b) mapa de coerência obtido para essa análise utilizando <i>semblance</i>	128
6.11	Resultado final do mapa de <i>semblance</i> , obtido pelo produto direto entre os mapas da primeira e da segunda análise e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.	129
6.12	Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente lateral e vertical de velocidade.	130
6.13	Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO do modelo com gradiente vertical e lateral de velocidade.	131
6.14	(a) Ampliação da primeira seção em afastamento comum ($h = 1000$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.	132
6.15	(a) Ampliação da segunda seção em afastamento comum ($h = 1800$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.	132
6.16	(a) Ampliação da terceira seção em afastamento comum ($h = 2900$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.	133
6.17	(a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais obtidos e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.	134

6.18	(a) Ampliação da primeira seção em afastamento comum ($h = 1000\text{m}$) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4}\text{ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.	135
6.19	(a) Ampliação da segunda seção em afastamento comum ($h = 1800\text{m}$) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4}\text{ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.	136
6.20	(a) Ampliação da terceira seção em afastamento comum ($h = 2900\text{m}$) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4}\text{ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.	136
6.21	(a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais obtidos e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.	137
6.22	Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente constante de vagarosidade quadrática ($1/V^2 = 1/4000 - 50\Delta z$, em s^2/m^2).	138
6.23	Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO.	139
6.24	(a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.	140
6.25	(a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.	141
6.26	(a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9. Os valores do gradiente vertical estão em módulo.	142
6.27	Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática.	143
6.28	Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO do modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática.	144
6.29	(a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.	145
6.30	(a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.	145

6.31	(a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.	146
6.32	(a) Painel final de coerência (contido no plano $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$) obtido pelo produto entre os painéis parciais das três análises realizadas e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9. Os valores do gradiente vertical estão em módulo.	147
A.1	Rotação dos eixos coordenados para a direção de gradiente máximo.	165

Capítulo 1

Introdução

1.1 Considerações Iniciais

A necessidade de identificação de reservatórios petrolíferos em profundidades cada vez maiores tem levado a indústria do petróleo a concentrar esforços, também crescentes, na aprimoração de estratégias de processamentos de dados sísmicos. O principal objetivo é, a partir de levantamentos sísmicos realizados em terra ou em alto-mar, encontrar uma imagem das camadas geológicas que compõem a subsuperfície do local e atribuir parâmetros físicos corretos à essas camadas. De posse dessas informações, pode-se estimar a presença de hidrocarbonetos e determinar a viabilidade de exploração em possíveis áreas de interesse, bem como tornar possível monitorar e/ou avaliar aquelas em exploração.

O avanço nos métodos de solução, a expansão dos recursos computacionais e o drástico declínio dos custos de computação são fatores que têm levado a um crescente aprimoramento das estratégias de processamento de dados sísmicos, além de permitir uma manipulação de volumes de dados também cada vez maiores. Posto isso, técnicas computacionais envolvendo modelagem sísmica, pré-processamento de dados (filtragem, reordenamento, etc.), análise de velocidade, migração e inversão sísmica obtiveram notável desenvolvimento nas últimas décadas e permitiram à indústria petrolífera explorar áreas com qualidade sempre crescente e em maiores profundidades.

1.2 Objetivos e Descrição

A determinação da velocidade de propagação de ondas sísmicas a partir dos dados sísmicos registrados em superfície constitui uma etapa básica no processo de construção de imagens de meios geológicos em subsuperfície. A qualidade do resultado da migração pré-empilhamento é fortemente dependente de uma estimativa coerente do campo de velocidades. Logo, essa estimativa é fundamental para que haja uma adequada construção de imagens no processo de migração, uma vez que a utilização de velocidades incorretas faz com que os eventos, além de mal posicionados, fiquem sub ou sobremigrados, deteriorando a seção final com a introdução de falsas estruturas e atenuação dos verdadeiros eventos.

Por conseguinte, procedimentos capazes de produzir bons modelos de velocidade são parte imprescindível do processamento sísmico, sendo a base para diversas etapas, como o empilhamento, a migração, a correção NMO, etc. Posto isso, o objetivo deste trabalho é apresentar uma nova técnica de análise de velocidades baseada no mapeamento de curvas de tempo de reflexão medidas em diferentes configurações (seções sísmicas) de observação, para, dessa forma, encontrar um modelo de velocidades equivalente ao modelo real, capaz, por conseguinte, de gerar as mesmas curvas de reflexão. Além disso, o presente trabalho objetiva, no contexto da técnica proposta, fornecer equacionamentos e implementações computacionais que proporcionem abordagens novas e/ou otimizadas para problemas de análise de velocidade.

Na análise proposta, o mapeamento anteriormente citado será realizado observando-se a trajetória de um evento de reflexão em uma seção sísmica diferente daquela na qual o mesmo foi medido. Neste trabalho, essa trajetória será chamada de raio OCO daquele evento na seção considerada. A velocidade testada que faz com que o raio OCO intercepte a curva de reflexão existente nessa outra seção será a velocidade equivalente do meio em subsuperfície. Para se automatizar essa avaliação, um critério de consistência baseado em análise de coerência indicará qual o valor mais adequado da velocidade equivalente.

Visando alcançar os objetivos já mencionados, o presente trabalho inicia-se, na seção seguinte, com uma revisão bibliográfica envolvendo trabalhos relacionados preferencialmente ao desenvolvimento da análise de velocidade e aplicações. No capítulo 2 são apresentadas definições tradicionais básicas necessárias ao entendimento da técnica proposta, tais como a superfície de tempo de trânsito constante, a curva de difração, a velocidade rms, as análises de coerência e de velocidade tradicional, etc.

Com base nas definições do capítulo 2, os raios OCO para modelos de velocidade

constante são conceituados no capítulo 3, onde todo o procedimento geral da técnica proposta também é apresentado. O capítulo 4, por sua vez, apresenta os equacionamentos necessários à aplicação e obtenção dos raios OCO a alguns modelos com distribuições não homogêneas de velocidade. Dessa forma, o capítulo 4 conterá apenas o arcabouço analítico necessário à obtenção de raios OCO em meios com determinadas distribuições de velocidade. Com isso, tornar-se-á possível, através do conceito de raios OCO, encontrar meios equivalentes não apenas de velocidade constante, mas também com determinados tipos de heterogeneidade.

O capítulo 5 apresenta o procedimento teórico e computacional para automatizar a obtenção de uma informação inicial fundamental à análise proposta, que é a inclinação da curva de tempo de trânsito em qualquer ponto escolhido. O capítulo 6 mostra exemplos de raios OCO em dados sintéticos para os modelos propostos, bem como da capacidade da análise por raios OCO de produzir resultados adequados. Por fim, algumas conclusões e propostas de desenvolvimentos futuros são apresentadas no capítulo 7. Algumas deduções auxiliares, envolvendo superfícies isócronas de modelos com gradiente(s) de velocidade, são apresentadas no apêndice A.

1.3 Revisão Bibliográfica

A análise de velocidades convencional, realizada em dados organizados em ponto médio comum (CMP), é baseada na correção de sobretempo normal (NMO), a qual fornece a velocidade de empilhamento que, tomada como a velocidade rms, permite a determinação de um modelo de velocidades médio equivalente ao modelo real. Essa técnica baseia-se na idéia de que o empilhamento de dados CMP atenuará reflexões múltiplas e ruídos em levantamentos multi-cobertura. A base para um bom empilhamento é a função de velocidade rms em subsuperfície utilizada nas correções NMO antes do empilhamento. A determinação precisa dessa função de velocidade foi o objetivo de trabalhos como o de ROBINSON (1969), no qual uma transformada de domínio via Fourier é realizada para que características indesejáveis existentes no domínio do tempo possam ser mitigadas, ou até mesmo totalmente eliminadas, nos domínios da frequência e do número de onda.

Já TANER & KOEHLER (1969) definiram o espectro de velocidades com base em uma aproximação quadrática do tempo de trânsito como função do afastamento. Nesse método, os dados são empilhados para uma faixa de valores de velocidades. A velocidade de empilhamento é definida como a velocidade que otimiza algum valor relacionado

à energia empilhada (somada). Em meios estratificados, a velocidade de empilhamento é aproximadamente a velocidade rms na região próxima ao ponto de afastamento nulo. Já quando afastamentos extensos estão presentes, a velocidade rms pode variar consideravelmente, de tal modo que correções NMO de ordem superior podem ser utilizadas para melhorar a qualidade do empilhamento (MAY & STRALEY, 1979). Posteriormente, ALKHALIFAH & TSVANKIN (1995) apresentam uma metodologia de análise de velocidade para meios transversalmente isotrópicos baseada na equação analítica exata para a velocidade de NMO para refletores mergulhantes em meios anisotrópicos. Uma aproximação de maior precisão para o tempo de trânsito, também adequada para afastamentos mais extensos, foi proposta ainda por CAUSSE et al. (2000).

Através dos valores de velocidade e de tempo de trânsito em afastamento nulo, é possível obter o correspondente modelo de velocidades intervalares através da fórmula de DIX (1955), que assume a equivalência entre as velocidades de empilhamento e rms. No entanto, em situações onde a velocidade varia lateralmente e os refletores estão inclinados essa equivalência não é verdadeira e as velocidades intervalares já não podem ser calculadas pela fórmula de Dix. Estudos sobre as relações existentes entre as velocidades rms, média e de empilhamento baseados na série apresentada por TANER & KOEHLER (1969) encontram-se ainda nos trabalhos de AL-CHALABI (1973, 1974).

Os trabalhos de TANER & KOEHLER (1969) e NEIDELL & TANER (1971) discutem o uso de uma variedade de técnicas do tipo correlação e de medidores de coerência para a estimação de velocidades. Mesmo o trabalho de ROBINSON (1969), desenvolvido no domínio da frequência/número de onda, utiliza a contraparte transformada da correlação não-normalizada (NEIDELL & TANER, 1971). Nesses trabalhos, tendo-se como base referências como a de SIMPSON, JR. (1955), o conceito e a utilização do coeficiente *semblance*, um dos medidores de coerência mais utilizados na exploração geofísica, são apresentados. O coeficiente é definido fisicamente como a razão normalizada entre a energia de saída (que seria uma composição simples, ou soma, dos traços) e a energia de entrada. Um valor alto no *semblance* implica na presença de um sinal associado com a correspondente velocidade de empilhamento. O trabalho de DOUZE & LASTER (1979) desenvolve uma teoria que permite anexar níveis quantitativos de significado estatístico ao valor do *semblance*, mostrando que há uma relação próxima entre este e uma outra função de coerência, chamada *F-Statistic*.

Alternativamente, vários outros trabalhos têm descrito métodos para combinar migração e análise de velocidades. Em GARDNER et al. (1974) essa combinação é discutida

para ser utilizada em regiões de estrutura complexa, utilizando como suporte a fórmula integral de Kirchhoff, cujo uso em processos de migração foi mostrado com mais detalhes em SCHNEIDER (1978). Posteriormente, em KIM & GONZALEZ (1991) é apresentada uma implementação da integral de Kirchhoff que faz uso da análise por focalização da frente de onda no processo de análise de velocidade por migração em tempo. A análise por focalização da frente de onda foi introduzida por YILMAZ & CHAMBERS (1984) e determina a velocidade quantificando a convergência da referida frente de onda, utilizando para tanto a continuação descendente. Se a velocidade para continuação é maior que a velocidade de subsuperfície, as frentes de onda são focalizadas antes da posição correta em profundidade, ocorrendo o contrário no caso de velocidade menor que a correta. A partir desse desencontro, é possível fazer uma estimativa da velocidade em subsuperfície. Utilizando um método de migração em profundidade antes do empilhamento, FAYE & JEANNOT (1986) estenderam essa abordagem a subsuperfícies com gradientes laterais de velocidade. Estudos posteriores encontram-se, por exemplo, em MACKAY & ABMA (1989), KIM & GONZALEZ (1991) e WOOK & ZHANG (1992). Outra técnica utilizada é a análise de velocidade por migração em afastamento comum, introduzida por DEREGOWSKI (1990). Essa metodologia estima a velocidade no domínio do raio imagem (raio que chega perpendicularmente ao receptor) e possibilita a utilização do processo convencional de velocidade ao trabalhar no domínio CMP. Posteriormente, LIU (1997), baseado na teoria dos raios, propôs uma abordagem analítica à análise de velocidade por migração, utilizando uma nova fórmula para atualizar a velocidade a partir do sobretempo residual baseado na função derivativa e no método da perturbação. O objetivo é reduzir as simplificações usualmente consideradas nos métodos convencionais, como homogeneidade lateral de velocidade, refletores horizontais e afastamentos não muito extensos, para produzir uma aproximação mais precisa dos valores de velocidade e, dessa forma, reduzir o número de iterações e aumentar a probabilidade de convergência. Em LAFOND & LEVANDER (1993) uma metodologia semelhante foi apresentada, mas ainda tendo como pressuposto um meio de camadas com velocidades constantes. Métodos não-lineares para migração com estimativa de velocidades também foram abordados no trabalho de JERVIS et al. (1996).

Outra metodologia, baseada agora em um procedimento iterativo, foi introduzida por AL-YAHYA (1989), onde o erro no modelo de velocidades é estimado após uma migração em profundidade que faz uso de um modelo de velocidades preliminar. Um novo modelo, mais correto, é obtido, os dados são remigrados e o erro na velocidade é nova-

mente estimado. O processo termina quando o erro no modelo de velocidade é menor que uma determinada tolerância. O método é baseado no princípio de que após a migração pré-empilhamento com a velocidade correta, uma imagem em uma família de receptores comuns (CRG - *Common Receiver Gathers*) está alinhada horizontalmente. O desvio desse alinhamento horizontal é, portanto, uma forma de quantificar o erro na velocidade. Se a velocidade de migração é menor que a velocidade do meio, a curva dos eventos ganha uma trajetória ascendente, enquanto uma trajetória descendente é obtida quando a velocidade de migração é maior que o valor correto. Trabalhos posteriores também abordaram esse método, podendo-se citar LAFOND & LEVANDER (1993), LEE & ZHANG (1992) (que propuseram a consideração de interfaces mergulhantes, mas ainda mantendo a hipótese de afastamentos mais curtos), LIU & BLEISTEIN (1995) e SCHLEICHER & BILOTI (2007) (que, por sua vez, o estenderam para a consideração de afastamentos mais extensos).

Uma outra abordagem, objetivando a detecção de eventos de reflexão sísmica e a determinação de velocidades, é apresentada por KEY & SMITHSON (1990). Tal abordagem baseia-se na obtenção da matriz de covariância de dados amostrados ao longo de trajetórias hiperbólicas especificadas por um dado tempo de afastamento nulo (τ_0) e por uma velocidade de empilhamento. Obtêm-se, daí, um valor de coerência chamado de coeficiente de covariância, o qual é formulado, de forma geral, para uma geometria CMP com base na equação de sobretempo hiperbólico de dois termos de DIX (1955) e calculado a partir dos autovalores da matriz de covariância para cada janela de dados da trajetória hiperbólica. O valor de coerência é calculado para cada par de valores $\tau_0 \times v_{rms}$ através do produto entre uma função de ponderação e uma estimativa sinal/ruído dada a partir dos autovalores da matriz de covariância. Esse processo é repetido para uma série de trajetórias, gerando, dessa forma, um mapa de valores de coerência criado indicando a presença de eventos. No estudo de KIRLIN (1992), uma formulação do coeficiente *semblance* em termos da matriz de covariância é apresentada, unindo analiticamente as expressões de ambos os métodos. Posteriormente, surgiram vários estudos sobre algoritmos de coerência e a matriz de covariância, bem como suas aplicações à análise direta de dados sísmicos visando, em especial, mapeamentos estruturais e estratigráficos. Entre esses trabalhos, destacam-se os de BAHORICH & FARMER (1995), GERSZTENKORN & MARFURT (1996, 1999), MARFURT et al. (1998, 1999), COHEN & COIFMAN (2002), LU et al. (2005) e LI et al. (2006).

Diversos outros aprimoramentos para o procedimento de análise de velocidades foram

investigados nas últimas décadas. Um deles pode ser encontrado no trabalho de TOLDI (1989), que inseriu uma automatização da etapa de seleção dos maiores valores de coerência fornecidos pelo *semblance*. Originalmente, essa era uma etapa fundamentalmente interpretativa, sem referências ao modelo geológico. Por conseguinte, a seleção de valores impróprios, oriundos, por exemplo, de reflexões múltiplas, será descoberta apenas na etapa seguinte, relacionada à obtenção do modelo de velocidades internas. O objetivo do algoritmo proposto é tentar automatizar a escolha dos pares $V \times \tau_0$ que produzem os maiores valores de coerência através de uma técnica do tipo gradiente conjugado. Já YILMAZ & CHAMBERS (1980) propuseram o uso da amplitude do traço de afastamento nulo de uma família CMP migrada como um critério para análise de velocidade. Alternativamente, DE VRIES & BERKHOUT (1984) apresentaram uma análise de velocidade baseada na entropia mínima para extrair a informação de velocidade a partir da energia de difração em dados CMP, de afastamento nulo (incluindo pós-empilhamento) e de afastamento comum com valores razoáveis de energia de difração. Segundo os autores, é possível obter, de acordo com a distribuição de amplitude do traço sísmico, um valor normalizado de entropia em função da esparsidade das reflexões, da dispersão das *wavelets* e da razão sinal/ruído.

Uma outra metodologia, apresentada por CUNNINGHAM & HEFFRING (1980) para quantificação de medidas de coerência, faz uso da relação entre tempo τ_0 e sobretempo residual $\Delta\tau$, que demonstra um comportamento fortemente linear quando levado a um gráfico semilogarítmico $\tau_0 \times \log \Delta\tau$, para melhor identificação entre reflexões válidas, reflexões múltiplas e ruídos, o que seria uma alternativa ao *semblance*. Já KATZ (1991) busca unir as principais vantagens das técnicas baseadas em algum medidor de coerência e daquelas baseadas no empilhamento oblíquo, visando assim formular uma técnica híbrida de alta resolução no domínio do tempo, enquanto HUBRAL & KREY (1980) utilizaram ótica geométrica para calcular tempo de trânsito e estimar a velocidade de empilhamento.

Mais recentemente, FOMEL (2003c) descreve a teoria de continuação para o caso de migração pré-empilhamento em tempo, abordando as derivações cinemáticas e dinâmicas das equações de continuação. A continuação de velocidade é trabalhada como um método de análise de velocidade por migração e abrange a correção de sobretempo residual convencional levando em consideração movimentos laterais de eventos de reflexão migrados, ou seja, é um processo de transformação de imagens migradas em tempo devido à mudanças na velocidade de migração.

De forma geral, a análise de velocidade utilizando migração, em sua forma mais co-

num, equivale a correções de sobretempo residual em famílias de pontos de reflexão comum (CRP). No entanto, no caso de refletores inclinados essa correção não fornece o foco ótimo da energia de reflexão, pois a mesma não leva em consideração movimentos laterais de refletores causados pela mudança na velocidade de migração. Em outras palavras, pontos diferentes em uma hipérbole de empilhamento em uma família CRP podem corresponder a diferentes pontos de reflexão no refletor real. A situação é similar àquela da análise de velocidade convencional com correção NMO, onde o problema de dispersão do ponto de reflexão é comumente solucionado com a ajuda de uma correção DMO DEREGOWSKI (1990). O processo de continuação de velocidade foi descrito por FOMEL (1994, 1997, 2003b,c) e pode ser modelado através do método das diferenças finitas ou métodos espectrais.

Capítulo 2

Introdução à Análise de Velocidade e Conceitos Básicos Preliminares

2.1 Aquisição de dados sísmicos de reflexão

Tanto em terra quanto em alto-mar, a aquisição de dados sísmicos consiste na geração de uma perturbação mecânica no meio em estudo com o subsequente registro da resposta desse mesmo meio à essa perturbação em receptores posicionados na superfície. As ondas geradas propagam-se pelo interior da subsuperfície, onde são refletidas e refratadas nas interfaces que separam meios de diferentes constituições petrofísicas, retornando à superfície onde são captadas por equipamentos de registro (geofones ou hidrofones). O sinal registrado por cada receptor durante um determinado tempo gera um traço sísmico e o conjunto de traços gera uma seção sísmica, ou simplesmente sismograma, cujos valores de amplitude estarão espaçados horizontalmente em função da distância entre receptores e verticalmente pela razão de amostragem temporal. Essa seção sísmica indica os tempos de chegada das reflexões ao invés das profundidades das camadas refletoras. Qualitativamente, isso revela algumas importantes características da estrutura sob investigação, mas para se converter essa figura numa seção geológica correta deve-se determinar as velocidades com que as ondas sísmicas se propagam e as interfaces entre as camadas a partir dos tempos de chegada das ondas refletidas. Tais tempos podem ser obtidos sob diversas formas de aquisição de dados dependendo da disposição geométrica dos pares fonte-receptor. As principais configurações geométricas utilizadas para obtenção dessas seções sísmicas são:

- **Afastamento nulo** (*zero offset*): configuração onde os tempos de chegada das ondas

refletidas são obtidos havendo afastamento nulo entre fonte e receptor. Embora inviável na prática, esse modelo teórico é grande importância no processamento sísmico.

- **Afastamento comum** (*common offset*): configuração onde os tempos de chegada são obtidos havendo sempre o mesmo afastamento (não-nulo) entre fonte e receptor.
- **Receptor comum** (*common offset*): configuração onde todos os traços referem-se a um mesmo receptor que capta o sinal proveniente de diferentes fontes.
- **Tiro comum** (*common shot*): configuração onde a família de traços da seção sísmica é obtida através de um conjunto de receptores que captam os tempos de chegada provenientes da mesma fonte (ou tiro).
- **Ponto médio comum** (*common mid-point*): Aquisição de dados onde o ponto médio localizado entre a fonte e o receptor mantém-se constante.

2.2 Princípios de análise de velocidade

A mais importante variável em prospecção sísmica é velocidade de propagação das ondas em subsuperfície, pois as distâncias em relação aos refletores são calculados a partir dos tempos de trânsito observados e das velocidades conhecidas. Ondas sísmicas se propagam na velocidade do som em rochas, de tal modo que a velocidade de propagação depende da composição química e da geologia do local. O valor da velocidade pode ser obtido tanto através de medições diretas em perfurações ou, no caso mais comum, derivada indiretamente a partir de reflexões sísmicas. A obtenção de um bom modelo de velocidades é um pré-requisito importante e básico em várias etapas do processamento sísmico, com no empilhamento de traços, na conversão tempo-profundidade e em procedimentos de migração.

2.2.1 Correção de sobretempo normal

De forma geral, a correção de sobretempo normal (*normal move-out correction*) representa uma tentativa de se alinhar dados CMP em uma geometria de afastamento nulo. Isso é possível devido a todos os traços de uma família CMP amostrarem aproximadamente a mesma zona de pontos em subsuperfície. A diferença primária entre os traços dessa família está no tempo de trânsito, pois as ondas sísmicas percorreram diferentes

distâncias para os diferentes afastamentos entre fonte e receptor. O aumento sucessivo do tempo de trânsito causado pela elevação do *offset* entre fonte e receptor é chamado de sobretempo, tal como é ilustrado pela figura 2.1(a), ou sobretempo normal quando no caso de um camada plana horizontal sob meio homogêneo. Nessa situação, o tempo de trânsito τ obedece à relação hiperbólica dada por

$$\tau^2 = \tau_0^2 + \frac{4h^2}{V^2}, \quad (2.1)$$

onde τ_0 é o tempo de incidência normal (para afastamento nulo), V é a velocidade de propagação e h é o meio-afastamento entre fonte e receptor. Para se encontrar a equação do sobretempo, pode-se inicialmente expressar o tempo de trânsito como uma soma entre o tempo de zero *offset* τ_0 e o sobretempo adicional $\Delta\tau_{NMO}$, ou seja,

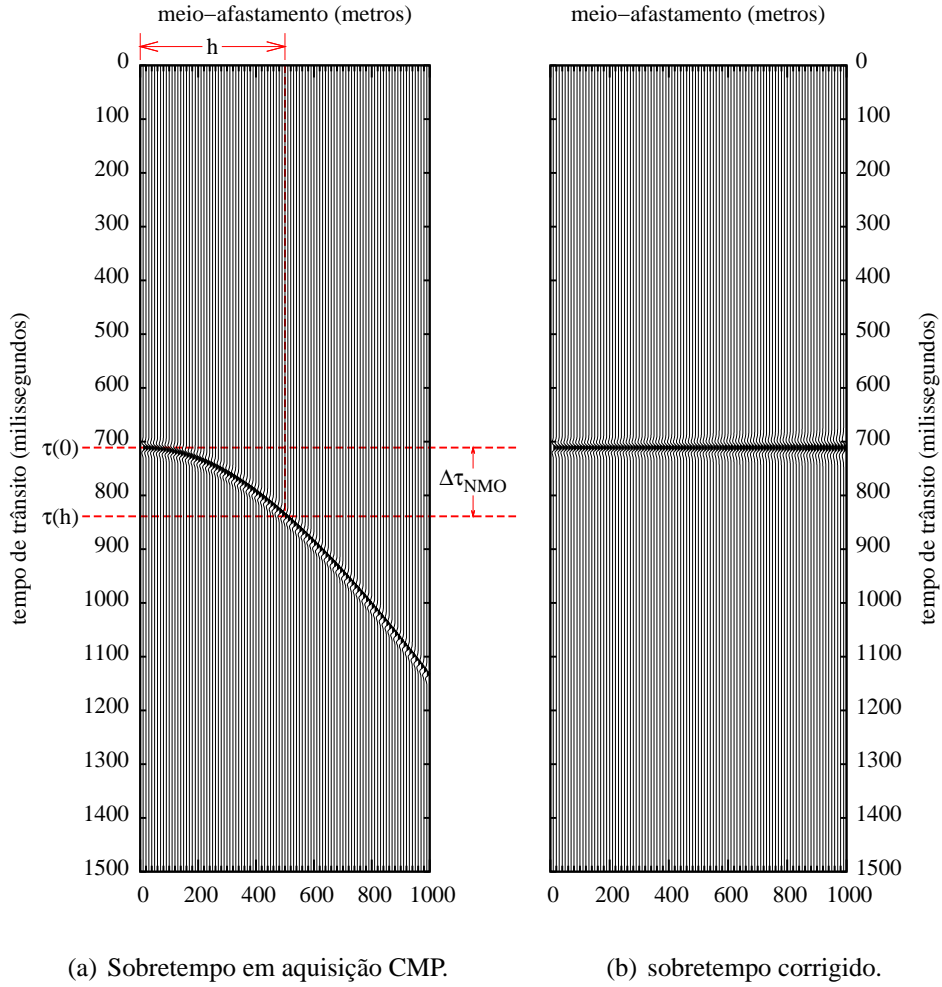
$$\tau = \tau_0 + \Delta\tau_{NMO} \quad \therefore \quad \Delta\tau_{NMO} = \sqrt{\tau_0^2 + \frac{4h^2}{V^2}} - \tau_0. \quad (2.2)$$

De posse da expressão anterior, torna-se possível horizontalizar a hipérbole de reflexão da equação (2.1) se a velocidade correta da camada, aqui chamada de V_{NMO} , for utilizada na equação supracitada, tal como é mostrado na figura 2.1(b). Se uma velocidade maior que V_{NMO} for utilizada, então a hipérbole não é horizontalizada completamente, fazendo com que haja uma subcorreção. Por outro lado, uma velocidade menor resulta numa sobrecorreção.

As premissas teóricas segundo as quais a correção NMO fornece os melhores resultados são as de que o meio geológico seja constituído de camadas razoavelmente planas (com mergulhos pequenos), a velocidade de propagação não varie lateralmente na região em subsuperfície amostrada pelas trajetórias que compõem a família CMP, a curva de tempo de trânsito seja hiperbólica e o coeficiente de reflexão não dependa do ângulo com que a onda atinge a interface, esta última uma aproximação razoável para pequenos afastamentos.

2.2.2 Velocidade rms

Considere um meio composto de camadas planas horizontais homogêneas, tal qual mostra a primeira representação exibida pela figura 2.2. Em TANER & KOEHLER (1969) é mostrado, com base no princípio de Fermat, que o tempo de trânsito ao longo da trajetória do raio que se propaga da fonte até um ponto em profundidade e deste até o receptor em um modelo geológico composto por N camadas com determinadas velocidades



(a) Sobretempo em aquisição CMP.

(b) sobretempo corrigido.

Figura 2.1: (a) Sobretempo existente em uma aquisição CMP para uma camada horizontal sob meio homogêneo e (b) sobretempo corrigido pela velocidade V_{NMO} correta.

internas V_1, \dots, V_N é dado pela série infinita

$$\tau_x^2 = C_0 + C_1x^2 + C_2x^4 + C_3x^6 + \dots, \quad (2.3)$$

onde $x = 2h$ é a distância entre fonte e receptor e C_1, C_2, \dots , são coeficientes que dependem da espessura e da velocidade de propagação de cada camada. Com base nas distâncias usualmente encontradas na exploração sísmica, TANER & KOEHLER (1969) consideram apenas os dois primeiros termos da série temporal e, dessa forma, encontram

que

$$C_0 = \left(\sum_{k=1}^N \tau_k \right)^2 = \tau_{0,N} \quad \text{e} \quad C_1 = \frac{\sum_{k=1}^N \tau_k}{\sum_{k=1}^N V_k^2 \tau_k} \equiv \frac{1}{V_{rms}^2}, \quad (2.4)$$

onde V_k é velocidade interna na k – ésima camada, $\tau_{0,N}$ é o tempo total de reflexão vertical até a N – ésima interface, τ_k é o tempo de reflexão vertical dentro da k – ésima camada e V_{rms} é a velocidade média quadrática até a N – ésima interface. Dessa forma, o tempo de trânsito real $\tau_{x,N}$ para um evento de reflexão na base da N – ésima camada, para um dado afastamento $x = 2h$, é bem aproximado pela equação hiperbólica

$$\tau_{x,N}^2 = \tau_{0,N}^2 + \frac{x^2}{V_{rms}^2}. \quad (2.5)$$

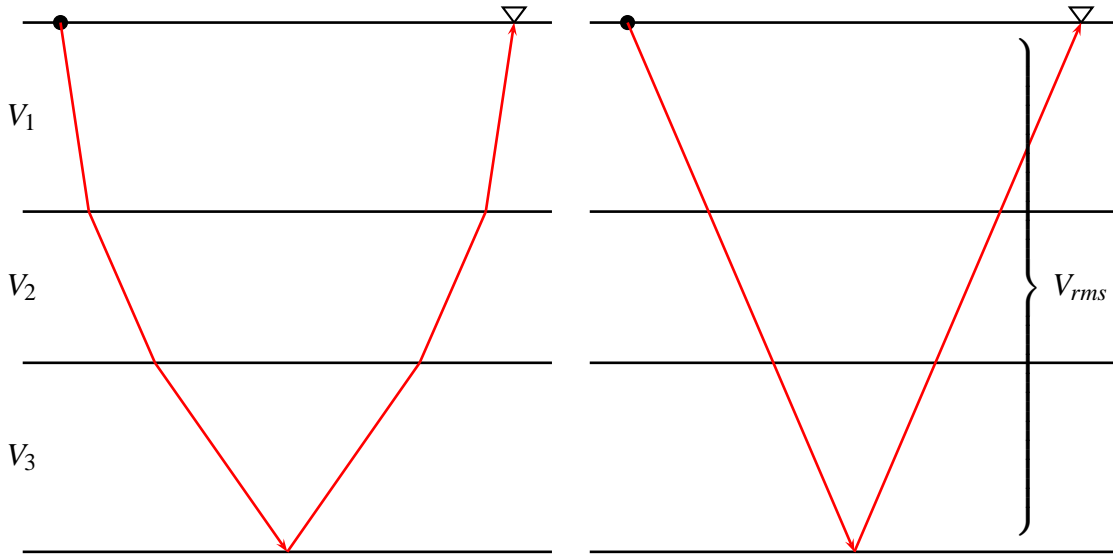


Figura 2.2: Trajetória do raio de reflexão para um meio composto de três camadas e depois para um meio equivalente ao mesmo, com um valor de velocidade rms simulando o mesmo fenômeno.

De posse da equação anterior, é possível representar os tempos de trânsito de um meio com várias camadas através de um único meio homogêneo com velocidade V_{rms} , tal como mostrado na segunda representação exibida pela figura 2.2. A trajetória do raio em um modelo homogêneo de velocidade rms será diferente da trajetória do raio que representa a

reflexão real, embora tenha uma maior semelhança com esta última do que a trajetória do raio em um modelo homogêneo de velocidade média $V_{a,N}$ (PEREIRA, 1984), a qual, para um modelo com N camadas planas com velocidades V_1, \dots, V_N , é dada pela expressão

$$V_{a,N} = \frac{\sum_{k=1}^N V_k \tau_k}{\tau_{0,N}}. \quad (2.6)$$

2.2.3 Relação entre as velocidades rms e média

A velocidade rms pode ser utilizada para se encontrar velocidades internas e médias, e estudos sobre as relações entre as mesmas podem ser encontrados em AL-CHALABI (1974). Partindo-se das definições dadas pelas equações (2.4) e (2.6) pode-se compor a equação

$$V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \left(\sum_{k=1}^n \tau_k \right) \left(\sum_{k=1}^n V_k^2 \tau_k \right) - \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \left(\sum_{k=1}^n V_k \tau_k \right)^2, \quad (2.7)$$

a qual pode ser reescrita sob a forma

$$V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \left[\sum_{i=1}^n \tau_i^2 V_i^2 + \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \tau_k \tau_j V_j^2 - \sum_{i=1}^n \tau_i^2 V_i^2 - \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^n \tau_k \tau_j V_k V_j \right] \quad (k \neq j). \quad (2.8)$$

A equação anterior pode ainda ser reagrupada levando à expressão

$$V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \left[\sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_k \tau_j V_j^2 + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_j \tau_k V_k^2 - \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_k \tau_j V_k^2 V_j^2 - \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_j \tau_k V_j^2 V_k^2 \right], \quad (2.9)$$

ou ainda,

$$V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \left[\sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_k \tau_j (V_k^2 + V_j^2) - 2 \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n \tau_k \tau_j V_k V_j \right]$$

$$\therefore V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{1}{\tau_{0,n}^2} \sum_{k=1}^{n-1} \tau_k \sum_{j=k+1}^n \tau_j (V_k - V_j)^2. \quad (2.10)$$

Entretando, se d_k for a espessura da k – ésima camada do modelo, é possível escrever também que

$$\tau_{0,N} = 2 \sum_{k=1}^N \frac{d_k}{V_k} \quad \text{e} \quad V_{a,N} = \frac{2 \sum_{k=1}^N d_k}{\tau_{0,N}}. \quad (2.11)$$

Com as relações anteriores, a equação (2.10) transforma-se em

$$V_{rms}^2 - V_{a,N}^2 = \frac{V_{a,N}^2}{D^2} \left[\sum_{k=1}^{n-1} d_k \sum_{j=k+1}^n d_j \frac{(V_k - V_j)^2}{V_k V_j} \right], \quad (2.12)$$

onde $D = \sum_{k=1}^N d_k$ é a profundidade até a N-ésima interface. A quantidade

$$g = \frac{1}{D^2} \left[\sum_{k=1}^{n-1} d_k \sum_{j=k+1}^n d_j \frac{(V_k - V_j)^2}{V_k V_j} \right] \quad (2.13)$$

dá uma medida do grau de heterogeneidade do modelo de velocidades, sendo definido como um fator de heterogeneidade (AL-CHALABI, 1974), cujo valor é sempre positivo, nulo apenas quando todas as camadas possuem a mesma velocidade (modelo homogêneo) e é independente da ordem em que se encontram as camadas. Daí, a partir da equação (2.12), encontra-se

$$\frac{V_{rms}^2 - V_{a,N}^2}{V_{a,N}^2} = g \quad \therefore \quad \frac{V_{rms}}{V_{a,N}} = (1 + g)^{1/2}. \quad (2.14)$$

A última equação ilustra quantitativamente a observação que a velocidade rms é igual à velocidade média quando o modelo é homogêneo e progressivamente maior à medida que o modelo torna-se mais heterogêneo.

2.2.4 A técnica CDP

Na técnica CDP, assume-se que o ponto médio entre fonte e receptor apresenta coordenadas horizontais iguais às do ponto em profundidade onde ocorre a reflexão, tal como ilustrado pela figura 2.3. Nessa condição, a relação entre tempo e distância pode ser descrita pela relação hiperbólica dada pela equação (2.1). Desse modo, a velocidade correta para uma determinada curva de reflexão medida em um agrupamento CMP é aquela que melhor ajusta, ou seja, leva ao menor erro médio quadrático, a hipérbole da equação (2.1) à essa curva de reflexão. Essa velocidade é chamada de velocidade de empilhamento e é obtida através de um processo de análise de velocidades.

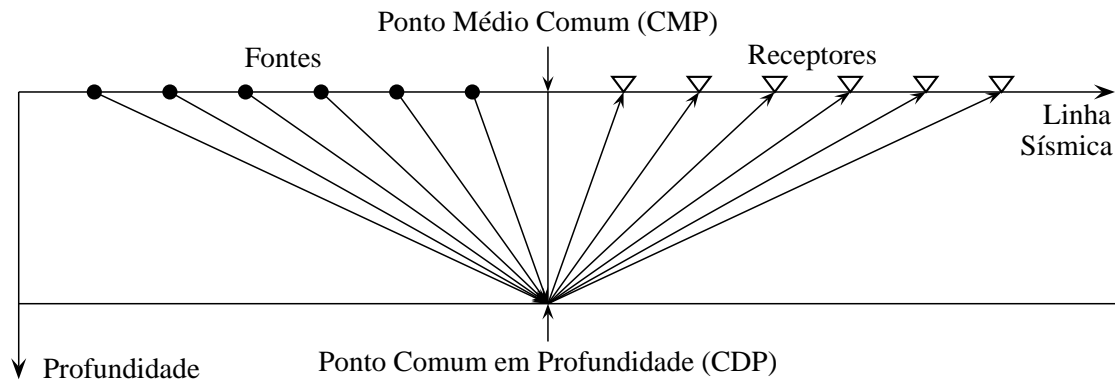


Figura 2.3: Geometria de aquisição CMP. Na hipótese de refletores planos, o ponto em profundidade onde ocorre a reflexão fica na projeção do ponto médio.

Através da análise de velocidades, é possível obter também uma estimativa das velocidades intervalares para um meio estratificado. A velocidade intervalar representa a velocidade de propagação em uma camada geológica que corresponde a um intervalo de tempo na seção sísmica. Assumindo que a velocidade de empilhamento é equivalente à velocidade rms (AL-CHALABI, 1974), é possível obter as velocidades intervalares a partir de uma série de velocidades de empilhamento através da fórmula de DIX (1955), a saber,

$$V_i^2 = \frac{V_i^2 \tau_i - V_{i-1}^2 \tau_{i-1}}{\tau_i - \tau_{i-1}}, \quad (2.15)$$

onde V_i é a velocidade rms ($\approx V_{NMO}$ para afastamentos curtos) no tempo τ_i e V_i é a velocidade intervalar entre τ_{i-1} e τ_i .

A determinação da velocidade torna-se, por conseguinte, um problema de examinação de várias trajetórias hiperbólicas, utilizando diversos valores de velocidade situados numa faixa abrangente (geologicamente possível) para averiguação daquela velocidade que é mais coerente com a reflexão medida. Através de correções NMO, as hipérboles bem horizontalizadas somar-se-ão construtivamente no empilhamento, produzindo valores mais altos de amplitude, enquanto aquelas sobre ou subcorrigidas produzirão amplitudes empilhadas mais baixas devido à soma de valores fora de fase.

2.2.5 Espectro de velocidades e análise de coerência

Para se determinar os parâmetros hiperbólicos de dados CMP, TANER & KOEHLER (1969) definiram o espectro de velocidades. Os espectros são gerados incrementando-se

os tempos de incidência normal $\tau_{0,N}$, mantendo-os constantes enquanto a velocidade de empilhamento também é incrementada em intervalos regulares entre um valor mínimo e um máximo. Cada par $(V, \tau_{0,N})$ define uma hipérbole e as amplitudes extraídas ao longo desse caminho hiperbólico são alvo de determinados critérios de análise. Dessa forma, é possível montar um painel velocidade \times tempo, chamado de espectro de velocidades, no qual os valores que, segundo o critério escolhido, forneceram os melhores resultados são aqueles que melhor ajustam a curva de tempo de trânsito de um determinado evento de reflexão existente em uma aquisição CMP.

NEIDELL & TANER (1971) definiram vários critérios para avaliação dos pares velocidade \times tempo, podendo-se citar, entre os diversos tipos existentes, os critérios de amplitude empilhada, amplitude empilhada normalizada, correlação cruzada não normalizada, correlação cruzada normalizada e de razão de energia entrada-saída normalizada, ou simplesmente *semblance*. Tais critérios são chamados de medidores de coerência, ou de similaridade, e dentre os mesmos destaca-se o *semblance*, o qual é muito utilizado no processamento sísmico.

Sendo, portanto, $f_{i,\tau(i)}$ o valor de amplitude do i -ésimo traço do tempo de trânsito $\tau(i)$, o qual é função do afastamento do traço, e M o número de traços existentes nos registros CMP, é possível definir a razão normalizada entre as energias de entrada e de saída (*normalized energy* - *NE*) como sendo

$$NE = \frac{1}{M} \frac{\sum_{\tau} \left(\sum_{i=1}^M f_{i,\tau(i)} \right)^2}{\sum_{\tau} \sum_{i=1}^M f_{i,\tau(i)}^2}. \quad (2.16)$$

Pela expressão anterior, o *semblance* assume valores $0 \leq NE \leq 1$, de tal modo que o valor 1 indica a velocidade e o tempo de trânsito mais coerentes com a reflexão observada, enquanto o valor nulo denota coerência mínima. Na prática, cada par é analisado dentro de uma janela de amostragem onde o número de amostras em cada traço é igual a $2w + 1$, sendo w é o número de amostras acima e abaixo de cada ponto analisado. Desse modo, pode-se reescrever a função *semblance* como sendo

$$NE = \frac{1}{M} \frac{\sum_{k=k_0-w}^{k_0+w} \left(\sum_{i=1}^M f_{i,\tau(i)} \right)^2}{\sum_{k=k_0-w}^{k_0+w} \sum_{i=1}^M f_{i,\tau(i)}^2}, \quad (2.17)$$

onde k_0 é a amostra correspondente ao tempo τ_0 analisado. Matematicamente, tal divisão é obtida após uma correção de NMO hiperbólica (DIX, 1955) em dados CMP. Quanto maior o valor da soma efetuada, maior o alinhamento entre os dados ao longo da equação hiperbólica estabelecida, a qual estará parametrizada pela velocidade de empilhamento e pelo tempo de afastamento nulo.

2.3 Migração sísmica

O principal objetivo da reflexão sísmica é transformar os dados registrados em superfície em imagens da subsuperfície. Tal processo é possível através dos chamados métodos de migração. O principal conceito no qual se baseia a migração é o do colapsamento de difrações, no qual a energia espalhada por um ponto difrator é deslocada (ou “migrada”) de volta ao ponto que lhe deu origem. Esse conceito, por sua vez, encontra respaldo no princípio de Huygens, que explica a difração das ondas através de uma fenda ou obstáculo baseando-se na idéia de que cada ponto de uma frente de onda (propagando-se em um meio isotrópico) pode ser considerado uma fonte secundária de *wavelets* esféricas, o que permite reduzir problemas de propagação e depropagação de ondas à consideração de pontos fontes. De forma sintética, pode-se considerar que os refletores em subsuperfície podem ser visualizados como sendo constituídos de muitos pontos atuando como fontes secundárias de Huygens e que uma seção sísmica obtida em afastamento nulo consiste da superposição de muitas respostas de tempo de trânsito hiperbólicas. Trabalhos, como os de ROCKWELL (1971) e SCHNEIDER (1978), mostram que o somatório de dados sísmicos ao longo de superfícies de Huygens e a colocação do resultado no correspondente ponto em profundidade leva a uma imagem migrada em profundidade cinematicamente correta da subsuperfície, desde que o modelo de velocidades esteja correto.

Conseqüentemente, a obtenção de um adequado modelo de velocidades torna-se um fator determinante no processo de imageamento sísmico, ainda que a migração em tempo produza resultados razoáveis para valores ruins de velocidade. De forma geral, os processos de imageamento sísmico em tempo caracterizam-se pelo uso de algoritmos de velocidade constante para o cálculo dos tempos de trânsito. A utilização desses algoritmos sustenta-se pela premissa de que a variação de velocidade do meio é suave o bastante para que o mesmo possa ser substituído por um meio equivalente de velocidade constante.

Um dos processos de imageamento sísmico mais utilizados é a migração pré-empilhamento em tempo no domínio do afastamento comum. Para a hipótese de um meio

homogêneo, a migração em tempo relaciona-se com a migração em profundidade pela relação $\tau = 2z/V$, ou utilizando-se raios imagens em meios não homogêneos.

Do ponto de vista teórico, o processo de migração e seu inverso, a demigração, são fundamentais porque permitem deduzir outros processos a partir de uma combinação em cascata de ambos. Como exemplo, o processo de MZO (*migration to zero offset*), correspondente a uma transformação de uma seção em afastamento comum em outra de afastamento nulo, pode ser simulado aplicando-se uma migração em afastamento comum (não nulo), com uma subsequente demigração em afastamento nulo. Estudos mais detalhados sobre métodos de migração e imageamento podem ser encontrados, por exemplo, em BERKHOUT (1980, 1984) e BLEISTEIN et al. (2001).

2.4 Superfície de tempo de trânsito constante

O conceito de superfícies de tempo de trânsito constante foi extensivamente utilizado nas primeiras técnicas desenvolvidas para imageamento sísmico. HAGERDOORN (1954) determinava a interface refletora construindo superfícies de máxima concavidade, nas quais o tempo de trânsito de uma onda, gerada por uma fonte fixa, refletida nessa superfície e registrada por um receptor fixo é sempre o mesmo. A interface refletora era encontrada através do envelope das superfícies de máxima concavidade construídas, as quais eram chamadas de superfícies de mesmo tempo de reflexão ou simplesmente isócronas. Logo, uma isócrona representa todos os pontos em profundidade que podem gerar um mesmo evento de reflexão. HUBRAL et al. (1996) a definiram como a “imagem cinematográfica” no domínio da profundidade de um ponto no domínio do tempo. No caso mais simples, ou seja, um evento de reflexão cuja aquisição deu-se em afastamento nulo sob meio homogêneo, encontra-se naturalmente que a isócrona deve ser, para o caso 2D, um semi-círculo centrado na posição coincidente de fonte e receptor. Como a distância destes até cada ponto do semi-círculo é sempre a mesma e a velocidade de propagação é constante, o tempo de reflexão será igual para todo o semi-círculo, o que constitui a característica definidora da curva de tempo de trânsito constante.

Uma característica intrínseca da isócrona é que a lei de Snell da reflexão deve ser satisfeita para todos os seus pontos. Trabalhos como o de DIETRICH & COHEN (1993) fornecem essa demonstração de forma geral, para qualquer superfície isócrona.

2.4.1 Equação para meio homogêneo

Considere o evento de reflexão mostrado pela figura 2.4 e registrado no ponto $T(\xi, \tau)$ em uma configuração em afastamento comum. Se a velocidade V de propagação do modelo geológico for conhecida, é possível mapear, a partir de T , o conjunto dos pontos em profundidade, representados pela curva isócrona exibida na mesma figura, que poderiam ter gerado aquela reflexão medida no domínio do tempo. Sendo, portanto, l_s a distância que a onda percorre da fonte até um ponto qualquer D da isócrona e l_g a distância da onda refletida do mesmo até o receptor, o tempo de trânsito total será dado por $\tau = (l_s + l_g) / V$. Pela figura 2.4, é possível dizer ainda que

$$l_s^2 = z_D^2 + (x_D - S)^2 = \Delta z^2 + [x_D - (\xi - h)]^2 = \Delta z^2 + (h + \Delta\xi)^2 \quad (2.18a)$$

e

$$l_g^2 = z_D^2 + (G - x_D)^2 = \Delta z^2 + [(\xi + h) - x_D]^2 = \Delta z^2 + (h - \Delta\xi)^2, \quad (2.18b)$$

onde foi definido que h é o meio-afastamento entre fonte e receptor, $\Delta\xi = x_D - \xi$ e $\Delta z = z_D$. Elevando ao quadrado a expressão para o tempo de trânsito, é possível encontrar

$$(V\tau)^2 = l_s^2 + l_g^2 + 2l_s l_g = 2(\Delta\xi^2 + \Delta z^2 + h^2) + 2l_s l_g. \quad (2.19)$$

Entretanto, a partir de (2.18a) e (2.18b) encontra-se que $l_s^2 - l_g^2 = (l_s + l_g)(l_s - l_g) = 4h\Delta\xi$. Como $l_s + l_g = V\tau$, é possível escrever agora que $l_s - l_g = (4h\Delta\xi) / (V\tau)$. Por conseguinte, resolvendo-se o sistema formado por estas duas últimas equações obtém-se

$$l_s = \frac{V\tau}{2} + \frac{2h\Delta\xi}{V\tau} \quad \text{e} \quad l_g = \frac{V\tau}{2} - \frac{2h\Delta\xi}{V\tau}. \quad (2.20)$$

De posse das expressões para os comprimentos l_s e l_g , pode-se agora reescrever a equação (2.19) como sendo

$$\begin{aligned} V^2\tau^2 &= 2(\Delta\xi^2 + \Delta z^2 + h^2) + \frac{V^2\tau^2}{2} - \frac{8h^2\Delta\xi^2}{V^2\tau^2} \\ \therefore \frac{V^2\tau^2}{4} - h^2 &= \Delta z^2 - \frac{4h^2\Delta\xi^2}{V^2\tau^2} + \Delta\xi^2 = \Delta z^2 + \frac{\Delta\xi^2}{V^2\tau^2/4} (V^2\tau^2/4 - h^2) \\ \therefore \frac{\Delta z^2}{V^2\tau^2/4 - h^2} + \frac{\Delta\xi^2}{V^2\tau^2/4} &= 1. \end{aligned} \quad (2.21)$$

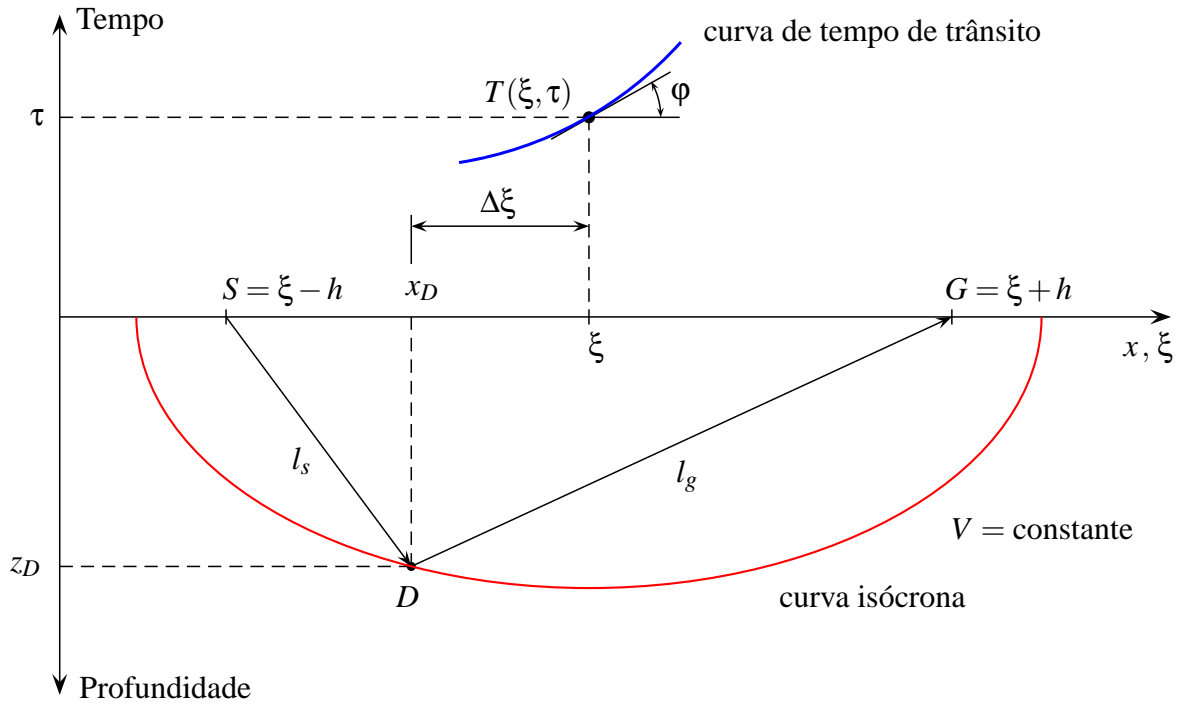


Figura 2.4: Representação da curva isócrona para modelo de velocidade constante em afastamento comum.

A equação (2.21) mostra matematicamente que a curva isócrona de um evento de reflexão utilizando-se a hipótese de meio homogêneo é uma elipse, cujos focos situam-se nas posições da fonte e do receptor. É interessante observar que em uma aquisição em afastamento nulo, ou seja, com $h = 0$, a curva isócrona representada por (2.21), elíptica para $h \neq 0$, transforma-se em uma circunferência de raio $V\tau/2$.

Uma vez mapeados todos os pontos em profundidade que formam a isócrona para o ponto T mostrado na figura 2.4, a questão agora é conhecer de qual desses pontos, exatamente, veio a energia observada em T . Evidentemente, esse sinal só retornou à superfície devido à presença de uma interface refletora em subsuperfície, o que leva à conclusão de que algum ponto da isócrona pertence à essa interface refletora. Nessa situação, o ponto da interface que de fato gerou o sinal medido em T é dado pelo ponto de tangência entre a elipse representada pela equação (2.21) e a interface refletora. Esse ponto só pode ser obtido se uma informação adicional for fornecida: a inclinação da curva de tempo de reflexão no ponto $T(\xi, \tau)$ selecionado.

2.5 Mapeamento tempo-profundidade

O ponto D mostrado na figura (2.4) pode ser mapeado em profundidade a partir de T quando se conhece o ângulo de mergulho da curva de tempo de reflexão, representado por φ na mesma figura. Com essa informação, é possível obter a inclinação ϕ no ponto T calculando-se a tangente do ângulo de mergulho do mesmo, para, a partir daí, encontrar D . Entretanto, esse mapeamento pode ser realizado trabalhando-se diretamente com ϕ , utilizando, para isso, a derivada da equação de tempo de trânsito em relação ao ponto médio. Dessa forma, encontrar-se-á

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{d}{d\xi} \left(\frac{l_s + l_g}{V} \right) = \frac{1}{V} \frac{d}{d\xi} \left\{ \sqrt{\Delta z^2 + [h + (x_D - \xi)]^2} + \sqrt{\Delta z^2 + [h - (x_D - \xi)]^2} \right\}$$

$$\therefore \phi = \frac{1}{V} \left(\frac{h - \Delta \xi}{l_g} - \frac{h + \Delta \xi}{l_s} \right) = \frac{1}{V l_s l_g} [h(l_s - l_g) - \Delta \xi(l_s + l_g)]. \quad (2.22)$$

Substituindo agora l_s e l_g pelas expressões apresentadas em (2.20) encontra-se

$$\phi = \frac{1}{V} \frac{4V^2\tau^2}{(V^4\tau^4 - 16h^2\Delta\xi^2)} \left[h \left(\frac{4h\Delta\xi}{V\tau} \right) - V\tau\Delta\xi \right] = \frac{(16h^2\tau - 4V^2\tau^3)\Delta\xi}{V^4\tau^4 - 16h^2\Delta\xi^2}$$

$$\therefore \phi h^2\Delta\xi^2 + \left(h^2\tau - \frac{V^2\tau^3}{4} \right) \Delta\xi - \frac{\phi V^4\tau^4}{16} = 0. \quad (2.23)$$

A última equação fornece o deslocamento lateral, em relação a ξ , do ponto que gerou a reflexão medida em $T(\xi, \tau)$. O deslocamento vertical Δz do mesmo é encontrado substituindo as relações mostradas em (2.20) em (2.18a) ou (2.18b). Por qualquer uma delas pode-se encontrar que

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{V^2\tau^2}{4} - h^2 \right) \left(1 - \frac{4\Delta\xi^2}{V^2\tau^2} \right)}. \quad (2.24)$$

Por conseguinte, as coordenadas (x_D, z_D) do ponto que gerou o evento de reflexão selecionado podem ser obtidas fazendo-se $x_D = \xi + \Delta\xi$ e $z_D = \Delta z$, onde os deslocamentos $\Delta\xi$ e Δz em relação ao ponto médio ξ possuem a mesma orientação dos eixos ordenados x e z .

2.6 Curva de difração

A curva de difração, também chamada de superfície de Huygens, constitui, em conjunto com a curva isócrona, um dos conceitos básicos nos quais diversos processos de migração e demigração são baseados. CLAERBOUT (1985) define a difração como a transformação de um pulso aplicado em (x, z) em uma resposta hiperbólica em (x, τ) na posição $z = 0$, associando sua definição como o oposto da migração, que objetiva, pelo contrário, “movimentar” (migrar) a resposta registrada em (x, τ) na posição $z = 0$ para a posição (x, z) . HUBRAL et al. (1996) definem a difração como a “imagem cinematográfica” no domínio do tempo de um ponto no domínio da profundidade. O trabalho de HUBRAL et al. (1996) mostra ainda que a curva de tempo de reflexão de uma superfície refletora poderia ser obtida pelo envelope das curvas de difração traçadas para os pontos que formam a superfície refletora, utilizando esse conceito, entre outras aplicações, para procedimentos de demigração. A figura 2.5 mostra um exemplo de curva de difração para um ponto D pertencente a uma interface refletora. Pode-se notar, por essa figura, que a curva de difração tangencia a curva de tempo de trânsito, a qual, por sua vez, poderia ser obtida pelo envelope das curvas de difração dos pontos que formam o refletor.

2.6.1 Equação de demigração para meio homogêneo

Para um meio homogêneo, a curva de difração para um ponto $D(x, z)$ mostrado na figura 2.5 será a hipérbole dada pela equação

$$\tau = \tau(\xi, h, z; V) = \frac{1}{V} \left[\sqrt{\Delta z^2 + (h - \Delta \xi)^2} + \sqrt{\Delta z^2 + (h + \Delta \xi)^2} \right], \quad (2.25)$$

onde $\Delta \xi = x_D - \xi$ e $\Delta z = z - z_o$. Para um determinado meio-afastamento h , a equação anterior fornece o tempo de trânsito para qualquer ponto fixo (x, z) em profundidade. Entretanto, apenas os eventos de reflexão oriundos dos pontos que formam a interface refletora são de real interesse, de modo que a questão é saber onde será observada, em uma dada seção em afastamento comum, a energia refletida nesses pontos. Se o ponto $D(x, z)$ pertencer à interface refletora, então a curva de difração expressa por (2.25) será tangente à curva de reflexão da interface na configuração de afastamento comum dada. Esse ponto de tangência é onde se localiza a energia refletida em $D(x, z)$ na seção sísmica considerada. Para a determinação desse ponto, é necessário conhecer uma informação adicional referente ao ponto D , que é o ângulo de mergulho da interface refletora nessa posição. Esse ângulo pode ser obtido a partir da equação da isócrona mostrada em (2.21). Sendo

a isócrona tangente ao refletor em D , o mergulho aparente será dado pela inclinação da isócrona nesse ponto. Logo, derivando-se a equação (2.21) em relação a z e considerando $\theta = \tan \vartheta$, onde ϑ é o ângulo de inclinação do refletor, encontra-se

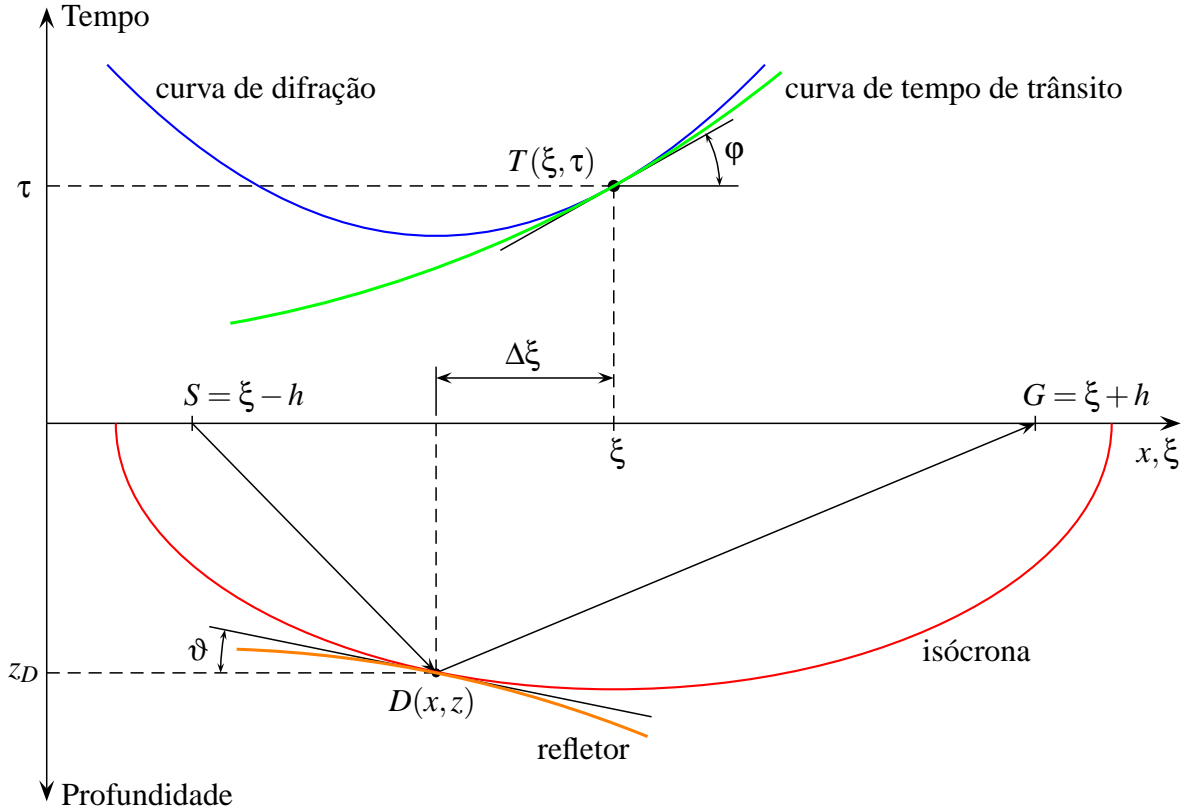


Figura 2.5: Elipse delimitando os pontos que geram o mesmo tempo de trânsito.

$$\frac{\Delta \xi}{V^2 \tau^2 / 4} + \frac{\Delta z}{V^2 \tau^2 / 4 - h^2} \theta = 0$$

$$\therefore \theta = \frac{\Delta \xi}{\Delta z} \left(\frac{h^2}{V^2 \tau^2 / 4} - 1 \right). \quad (2.26)$$

Levando o resultado anterior até (2.21), obtém-se

$$\frac{\Delta z^2}{V^2 \tau^2 / 4 - h^2} + \frac{\Delta z^2 (V^2 \tau^2 / 4)}{(V^2 \tau^2 / 4 - h^2)^2} \theta^2 = 1$$

$$\therefore V^4 \tau^4 - 4(2h^2 + \Delta z^2 + \theta^2 \Delta z^2) V^2 \tau^2 + 16h^2 (h^2 + \Delta z^2) = 0. \quad (2.27)$$

A solução desta última equação fornece o tempo τ no qual um evento de reflexão em D será observado quando uma demigração com velocidade V é realizada. Para se encontrar

a coordenada espacial ξ basta substituir o tempo obtido em (2.27) na expressão (2.26), de onde se obtém que

$$\xi = x + \frac{V^2 \tau^2 \Delta z}{V^2 \tau^2 - 4h^2} \theta. \quad (2.28)$$

Além disso, a inclinação da curva de difração em $T(\xi, \tau)$, que será igual à inclinação da curva de tempo de reflexão da interface refletora no mesmo ponto, valerá

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{(h - \Delta \xi)}{V \sqrt{\Delta z^2 + (h - \Delta \xi)^2}} - \frac{(h + \Delta \xi)}{V \sqrt{\Delta z^2 + (h + \Delta \xi)^2}}. \quad (2.29)$$

2.7 Continuação de afastamentos de seções sísmicas

2.7.1 Princípios gerais

De modo geral, o processo de continuação de afastamentos (*offset continuation*) descreve a transformação de uma seção sísmica obtida para um determinado afastamento comum em uma outra seção sísmica, de outro afastamento comum. Esse mapeamento foi utilizado inicialmente por DEREGOWSKI & ROCCA (1981), que relacionavam seções sísmicas de afastamentos distintos no domínio número de onda/frequência como uma forma de se obter registros em zero *offset* a partir de registros em afastamento comum. BOLONDI et al. (1982) propuseram uma metodologia numérica no domínio tempo/número de onda para essa transformação, enquanto SALVADOR & SAVELLI (1982) discutiram uma metodologia numérica no domínio tempo/espço utilizando diferenças finitas. Interpretações práticas e conceituais do método de continuação de afastamentos, bem como seus efeitos em dados sísmicos, foram ainda largamente apresentadas por BOLONDI et al. (1984).

Mais recentemente, FOMEL (2001) propôs uma modificação na equação diferencial de continuação utilizada por BOLONDI et al. (1982) visando contornar limitações existentes na equação original apresentada por estes, a qual falhava em casos de grandes afastamentos ou refletores com mergulhos mais acentuados (FOMEL, 2003a). Todos os principais desenvolvimentos teóricos e matemáticos do processo de continuação de afastamentos, bem como características mais específicas, aplicações e evolução, constam nos trabalhos supracitados e não serão expostos nesta seção, que objetiva fornecer um entendimento mais geral do mesmo. Para esse intento, tem-se como o caso ilustrativo mais simples de *offset continuation* o de uma camada plana horizontal sob meio homogêneo.

Para esse modelo, é possível encontrar duas famílias de dados de *offset* comum de meio-afastamentos h_1 e h_2 distintos, cujos respectivos tempos de trânsito τ_1 e τ_2 obedecem às relações hiperbólicas

$$\tau_1^2 = \tau_0^2 + \frac{4h_1^2}{V^2} \quad \text{e} \quad \tau_2^2 = \tau_0^2 + \frac{4h_2^2}{V^2}, \quad (2.30)$$

onde V é a velocidade do meio e τ_0 o tempo de incidência normal. Considerando a seção obtida para o meio-afastamento h_1 como a seção de partida e a seção de meio-afastamento h_2 aquela a ser obtida (a seção de chegada), é possível obter a curva de tempo de reflexão desta última a partir da primeira utilizando a relação de transformação dependente da velocidade

$$\tau_2^2 - \tau_1^2 = \frac{4}{V^2} (h_2^2 - h_1^2) \quad \therefore \quad \tau_2 = \sqrt{\tau_1^2 + \frac{4}{V^2} (h_2^2 - h_1^2)}. \quad (2.31)$$

Para o exemplo analisado, um ponto médio localizado na mesma posição ξ em ambas as seções registra informação do mesmo ponto em profundidade, de modo que apenas uma correção no tempo foi necessária. Entretanto, é importante enfatizar que para qualquer outro tipo de modelo geológico a seção de entrada necessitaria também de uma correção espacial para a obtenção da seção de chegada, pois eventos de reflexão em um mesmo ponto em profundidade são registrados em CMPs de diferentes coordenadas com a mudança de *offset* em modelos mais complexos. Além disso, nenhum tratamento com relação à amplitude foi considerado.

A equação (2.31) é a forma mais simples de se mapear curvas de reflexão entre configurações de observação diferentes. Uma vez que as seções de partida e de chegada já sejam conhecidas, é possível afirmar que a velocidade que melhor aproximar, num grupo de valores testados, a seção de chegada a partir da seção de entrada por intermédio da equação (2.31) é a velocidade correta do meio em subsuperfície considerado. Embora a equação (2.31) seja de uso bastante restrito, o conceito de mapeamento de curvas de reflexão entre seções sísmicas diferentes pode ser expandido e acoplado a outras metodologias para dar origem a uma técnica de análise de velocidade alternativa às existentes.

Capítulo 3

Raios OCO: Conceituação, Metodologia e Aplicação a Modelos Homogêneos

3.1 Introdução

Considere o caso simples de uma curva de reflexão observada em uma seção de *offset* comum 2D de meio-afastamento h_1 , referida aqui como seção de partida, e um ponto T de coordenadas (ξ_1, τ_1) situado nessa curva, tal como é mostrado pela figura 3.1. Considere ainda que uma curva de reflexão para o mesmo modelo foi obtida em uma seção de *offset* comum de meio-afastamento h_2 , a qual será chamada de seção de chegada. Utilizando um algoritmo do tipo *offset continuation* de velocidade constante, é possível encontrar a posição (ξ_2, τ_2) do ponto T na seção de chegada, onde será denotado por ponto imagem, realizando-se uma transformação com velocidade V da primeira seção para a segunda. Ou seja, para uma determinada velocidade, é possível dizer qual seria a posição do ponto T na seção sísmica se a aquisição tivesse sido realizada com um meio-afastamento h_2 . Esse procedimento pode ser repetido para n diferentes valores de velocidade (V_1, V_2, \dots, V_n) situados entre um valor mínimo (V_{MIN}) e um máximo (V_{MAX}), gerando assim n pontos imagens (T_1, T_2, \dots, T_n) . As coordenadas (ξ_2, τ_2) de cada ponto imagem, onde o subscrito 2 indica a seção de chegada de meio-afastamento h_2 que se quer simular, podem ser armazenadas em uma matriz de dimensão $n \times 2$ (para o caso 2D). Dessa forma, é possível definir, de início, que o raio OCO (termo cunhado da expressão *offset continuation ray*) do ponto T selecionado na seção de partida é o lugar geométrico que contém todos os pontos imagens armazenados na matriz de coordenadas. É possível visualizar o raio OCO para o domínio de velocidades testadas conectando por uma linha os pontos da matriz de

coordenadas na seção de saída, tal qual exibido pela figura 3.1. Dessa forma, essa linha será parte do raio OCO para o ponto T selecionado.

O conceito de raios OCO foi apresentado originalmente por FILPO (2005), que utilizou-o no mapeamento de curvas de tempo de reflexão entre configurações de observação diferentes como um método de análise de velocidade por horizontes. Os raios OCO não são raios físicos, ou seja, não representam uma trajetória real e são traçados sempre no domínio do tempo, haja visto que a saída de qualquer algoritmo de continuação de afastamentos se dá nesse domínio (FILPO, 2005). Em outras palavras, são raios virtuais que representam a trajetória de um ponto da seção sísmica quando a velocidade de imageamento é alterada.

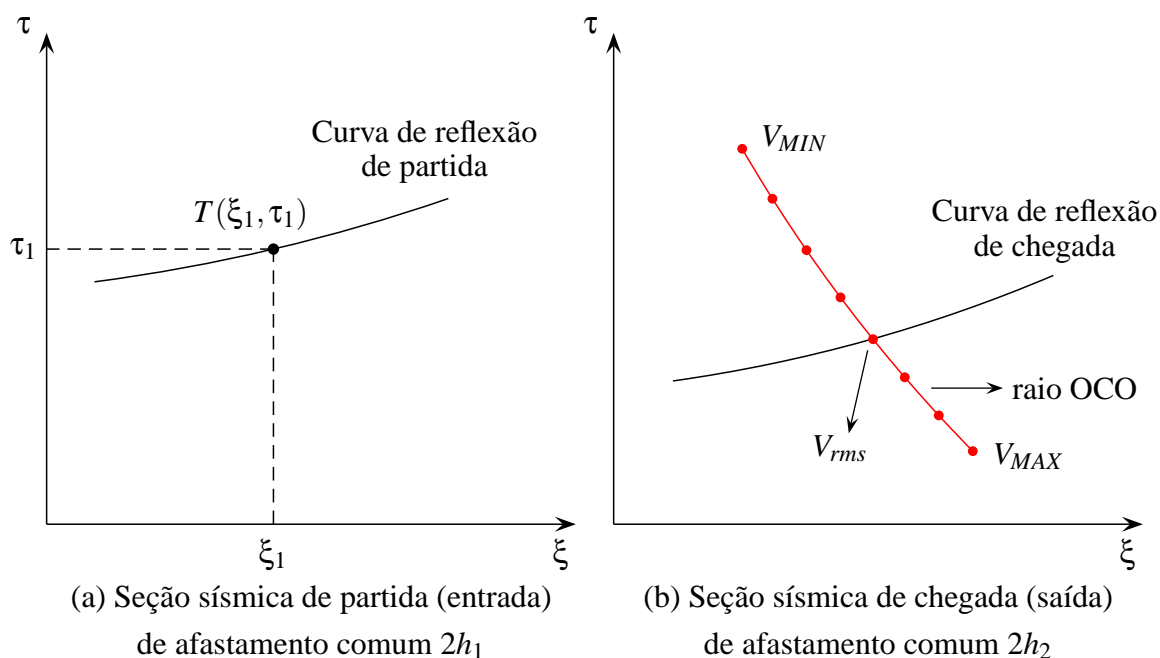


Figura 3.1: Representação do raio OCO para um ponto T da seção de entrada.

3.2 Premissas

O método de análise de velocidade utilizando raios OCO possui as mesmas premissas básicas consideradas nos vários algoritmos que fazem uso da velocidade rms, tais como migração em tempo, continuação de afastamentos, migração para afastamento nulo, etc. De modo geral, algoritmos de imageamento em tempo fazem uso do campo de ve-

localidades rms para computar analiticamente tempos de trânsito e fatores de ponderação. Nesses processos, considera-se que o meio em subsuperfície é suave o suficiente para ser representado por um meio equivalente de velocidade constante, de tal modo que não haja, neste caso, diferenças significativas nos tempos de trânsito calculados ao longo dos raios traçados no meio equivalente quando em comparação com os tempos obtidos no meio real. O que se propõe este trabalho é determinar, a partir dessa hipótese, a velocidade do meio equivalente através do mapeamento de curvas de tempo de reflexão entre duas (ou mais) configurações de observação diferentes.

Outra consideração importante é que a qualidade visual das seções em afastamento comum deve ser adequada o suficiente para permitir uma distinção mínima na qual seja possível rastrear reflexões ao longo das seções analisadas. Esse pressuposto é relevante porque os critérios utilizados tanto na determinação das velocidades rms corretas e quanto na inclinação das curvas de reflexão serão baseados, como será visto mais adiante, em análises de coerência sobre o sinal original, de tal modo que esses cálculos fornecerão resultados mais confiáveis na medida que as reflexões forem mais distinguíveis.

Uma premissa também necessária ao método proposto é que o ponto em profundidade que gerou o evento de reflexão selecionado na seção de entrada também deve estar representado como uma outra reflexão na seção de saída. Caso contrário, o ponto imagem (ξ_2, τ_2) residirá fora desta última seção sísmica quando a velocidade correta for testada, prejudicando assim a avaliação da mesma.

3.3 Metodologia geral

O processo de análise de velocidade utilizando raios OCO pode ser interpretado como uma aplicação em seqüência de procedimentos analíticos de migração e demigração. O primeiro passo para aplicação desses procedimentos é interpretar curvas de tempo de reflexão de um mesmo horizonte em duas seções sísmicas de afastamento comum, definindo uma delas como a curva de partida e a outra como a curva alvo ou curva de chegada. O passo seguinte é escolher a faixa de valores dentro da qual serão escolhidas as velocidades a serem testadas. Uma vez que se tenha escolhido um evento de reflexão na seção de entrada de coordenadas (ξ_1, τ_1) e meio-afastamento h_1 e supondo, inicialmente, que a inclinação ϕ_1 nesse ponto seja conhecida, para cada uma das n velocidades testadas na análise deve-se calcular o deslocamento lateral em relação a ξ_1 do ponto onde ocorreu a

reflexão utilizando a equação (2.23), reescrita aqui sob a forma

$$\phi_1 h_1^2 \Delta \xi_1^2 + \left(h_1^2 \tau_1 - \frac{V^2 \tau_1^3}{4} \right) \Delta \xi_1 - \frac{\phi_1 V^4 \tau_1^4}{16} = 0, \quad (3.1)$$

enquanto a profundidade é obtida a partir da equação (2.24), a saber,

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{V^2 \tau_1^2}{4} - h_1^2 \right) \left(1 - \frac{4 \Delta \xi_1^2}{V^2 \tau_1^2} \right)}. \quad (3.2)$$

A coordenada x do ponto de reflexão pode ser encontrada fazendo-se $x = \xi_1 + \Delta \xi_1$. Uma vez de posse de $\Delta \xi_1$ e Δz , o mergulho aparente em profundidade é computado pela equação (2.26), ou seja,

$$\theta = \frac{\Delta \xi_1}{\Delta z} \left(\frac{h_1^2}{V^2 \tau_1^2 / 4} - 1 \right). \quad (3.3)$$

Com o valor de θ , torna-se possível conhecer o tempo de trânsito τ_2 onde a energia refletida no ponto migrado será observada quando uma demigração com meio-afastamento h_2 é realizada com a mesma velocidade utilizada na migração através da equação

$$V^4 \tau_2^4 - 4 (2 h_2^2 + \Delta z^2 + \theta^2 \Delta z^2) V^2 \tau_2^2 + 16 h_2^2 (h_2^2 + \Delta z^2) = 0. \quad (3.4)$$

A posição ξ_2 onde τ_2 será observado é obtida pela expressão (2.28), reapresentada agora como sendo

$$\xi_2 = \xi_1 + \Delta \xi_1 - \Delta \xi_2 = \xi_1 + \Delta \xi_1 + \frac{V^2 \tau_2^2 \Delta z}{V^2 \tau_2^2 - 4 h_2^2} \theta. \quad (3.5)$$

Dessa forma, os n valores de velocidade testados gerarão n pares ordenados (ξ_2, τ_2) através da aplicação em seqüência das equações (3.1) a (3.5). Com isso, o raio OCO para o evento selecionado em (ξ_1, τ_1) será traçado conectando-se por uma linha esses pontos encontrados na seção de chegada. A intersecção do raio OCO com a curva de tempo de reflexão nessa seção fornecerá a velocidade rms do meio equivalente para o ponto selecionado na seção de partida.

Entretanto, para que a metodologia anteriormente mostrada possa funcionar de forma eficiente e com robustez, algumas etapas e implementações extras precisam ser criadas. A primeira delas a ser analisada é o cálculo da inclinação ϕ_1 da curva de tempo de trânsito. O registro de um evento de reflexão em um sismograma é dado por um conjunto de amostras que forma um pulso (sinal) sísmico, o qual foi refletido até a superfície pela

presença de uma interface (horizonte). As reflexões registradas nos CMPs adjacentes possuem a mesma característica, de modo que a inclinação deve ser obtida não entre amostras isoladas de traços contíguos, mas sim pela disposição do conjunto de amostras que formam os pulsos sísmicos registrados em traços adjacentes. Ou seja, supondo que o evento registrado em (ξ_1, τ_1) na curva de partida seja, por exemplo, a amostra de amplitude máxima de um sinal composto por J amostras no i -ésimo traço, a inclinação nesse ponto seria obtida pela comparação entre essas J amostras com aquelas situadas, por exemplo, nos traços $i + 1$ e $i - 1$ da mesma curva. A forma implementada de executar essa comparação foi através de um algoritmo de análise de coerência, de tal forma que a inclinação considerada correta em (ξ_1, τ_1) será, num conjunto de inclinações testadas, aquela que gerar o maior valor de coerência para as J amostras selecionadas em N traços adjacentes entre si. Os detalhes referentes à essa etapa e aos algoritmos de coerência implementados para a mesma encontram-se pormenorizados no capítulo 5.

Outro item que exige um tratamento computacional similar ao procedimento supracitado, mas numericamente desvinculado do mesmo, e que constitui uma das contribuições originais deste trabalho, é o critério que indicará a velocidade rms na intersecção do raio OCO com a curva de reflexão da seção de chegada. Da mesma forma que para uma amostra isolada, o raio OCO pode ser traçado para um evento de reflexão representado por um grupo de amostras situadas em traços adjacentes, o que eleva a eficiência e a robustez da análise. Logo, uma amostra j , localizada, nesse grupo, nas coordenadas (ξ_1, τ_1) , seria utilizada agora apenas como referência tanto para o evento de reflexão selecionado quanto para o raio OCO. Desse modo, esse ponto de referência será aquele que gerará, no contexto da análise proposta, os pontos imagens que formarão o raio OCO. Além disso, as demais amostras selecionadas movimentar-se-ão na seção de chegada junto com os pontos imagens, de modo que agora a velocidade rms correta é aquela que melhor alinhou todo o evento de reflexão selecionado na seção de partida com o evento de reflexão da seção de chegada. Para tal avaliação, propõe-se uma análise de coerência do tipo *semblance* traço-a-traço, o qual será abordado com mais detalhes na seção 3.5, de tal forma que a velocidade rms correta será aquela que gerar a maior coerência entre as curvas de partida e de chegada. É possível ainda incrementar os valores de coerência realinhando as amostras selecionadas pela inclinação ϕ_2 que o evento de reflexão rastreado teria na seção de chegada. A inclinação para um meio homogêneo poderia ser obtida a partir da

equação (2.29), reescrita agora como sendo

$$\phi_2 = \frac{(h_2 - \Delta\xi_2)}{V\sqrt{\Delta z^2 + (h_2 - \Delta\xi_2)^2}} - \frac{(h_2 + \Delta\xi_2)}{V\sqrt{\Delta z^2 + (h_2 + \Delta\xi_2)^2}}, \quad (3.6)$$

onde $\Delta\xi_2$ é calculado na etapa de demigração, substituindo o valor de τ_2 obtido através da equação (3.4) na expressão

$$\Delta\xi_2 = -\frac{V^2\tau_2^2\Delta z}{V^2\tau_2^2 - 4h_2^2}\theta. \quad (3.7)$$

Dessa forma, as amostras selecionadas seriam realinhadas ao longo da inclinação ϕ_2 e a análise de coerência para avaliação da velocidade V testada seria realizada normalmente na seqüência.

3.4 Inclinação da curva de tempo de trânsito

A forma escolhida para obtenção da inclinação da curva de reflexão no ponto (ξ_1, τ_1) da seção de entrada foi utilizar um algoritmo de análise de coerência, onde vários mergulhos, localizados entre um mínimo e um máximo, são testados, de forma que o mergulho considerado correto será aquele para o qual foi obtido o maior valor de coerência. Essa análise é realizada considerando um grupo de dados situados na vizinhança do ponto selecionado e constitui uma etapa anterior à varredura de velocidades. Os detalhes desse procedimento encontram-se no capítulo 5 e não serão expostos nesta seção.

3.5 Análise de coerência para obtenção da velocidade equivalente

Na análise de velocidade por raios OCO será considerado que o tempo de reflexão rastreado na j -ésima amostra do i -ésimo traço estará representado por N_ℓ traços à direita e à esquerda do mesmo, de modo que o ponto selecionado estará no traço central de um grupo de $N = 2N_\ell + 1$ traços. Para rastrear o evento de reflexão nesses traços será necessário escolher, em cada um deles, uma amostra de referência a partir da qual serão selecionadas J_ℓ amostras acima e abaixo da mesma, de modo que essa janela de dados contendo um total de $J = 2J_\ell + 1$ amostras possa abranger todo o sinal sísmico desejado. Desse modo, o evento de reflexão será composto por uma matriz de dados que enquadrará N traços e J

amostras situados em torno do ponto escolhido. No processo de *offset continuation*, esse grupo de dados será deslocado no espaço e no tempo, de forma conjunta, de acordo com as coordenadas do ponto imagem obtidas a partir da aplicação das equações (3.1) a (3.7) no ponto selecionado.

Entretanto, como qualquer seção sísmica é obtida a partir de uma amostragem discreta tanto em espaço quanto em tempo, as coordenadas (ξ_2, τ_2) obtidas para os pontos imagens dificilmente coincidirão com aquelas nas quais houve uma medição sísmica. Considerando que os dados janelados na seção de partida caem em coordenadas intermediárias àquelas existentes na seção de chegada, para aplicação da análise coerência será necessário gerar, a partir da amostragem existente na seção de chegada, um traço interpolado nas mesmas coordenadas ξ encontradas, pelo algoritmo de *offset continuation*, para os N traços desse grupo de dados.

3.5.1 Interpolação de amostras na seção de chegada

Seja o evento de reflexão, de mergulho aparente ϕ_1 , selecionado nas coordenadas (ξ, τ) da seção de partida que, após a aplicação do algoritmo de continuação de afastamentos para uma certa velocidade V , se transforma no ponto imagem de coordenadas (ξ_r, τ_s) na seção de chegada. Supondo que ξ_r esteja entre dois traços localizados em ξ_i e ξ_{i+1} , é possível, utilizando ϕ_1 , encontrar quais seriam os tempos de reflexão τ_m (em ξ_i) e τ_n (em ξ_{i+1}) utilizando as relações lineares

$$\tau_m(\xi_i) = \phi_1(\xi_i - \xi_r) + \tau_s \quad (3.8)$$

e

$$\tau_n(\xi_{i+1}) = \phi_1(\xi_{i+1} - \xi_r) + \tau_s. \quad (3.9)$$

Por convenção, as amplitudes trabalhadas na seção de chegada serão denotadas por u_2 , enquanto as amplitudes selecionadas na seção de entrada serão representadas por u_1 . Para se encontrar o valor de $u_2(\xi_i, \tau_m)$, será considerado que esse ponto está localizado entre as amplitudes amostradas em $\tau_j(\xi_i)$ e $\tau_{j+1}(\xi_i)$. Utilizando novamente uma interpolação linear, é possível escrever que

$$\frac{u_2(\xi_i, \tau_{j+1}) - u_2(\xi_i, \tau_j)}{\tau_{j+1}(\xi_i) - \tau_j(\xi_i)} = \frac{u_2(\xi_i, \tau_m) - u_2(\xi_i, \tau_j)}{\tau_m(\xi_i) - \tau_j(\xi_i)}$$

$$\therefore u_2(\xi_i, \tau_m) = [u_2(\xi_i, \tau_{j+1}) - u_2(\xi_i, \tau_j)] \frac{[\tau_m(\xi_i) - \tau_j(\xi_i)]}{\Delta t} + u_2(\xi_i, \tau_j), \quad (3.10)$$

onde $\Delta t = \tau_{j+1}(\xi_i) - \tau_j(\xi_i)$ é a amostragem temporal utilizada na seção de saída. Partindo-se do mesmo raciocínio para a obtenção da amplitude $u_2(\xi_{i+1}, \tau_n)$, pode-se encontrar agora que

$$\frac{u_2(\xi_{i+1}, \tau_{k+1}) - u_2(\xi_{i+1}, \tau_k)}{\tau_{k+1}(\xi_{i+1}) - \tau_k(\xi_{i+1})} = \frac{u_2(\xi_{i+1}, \tau_n) - u_2(\xi_{i+1}, \tau_k)}{\tau_n(\xi_{i+1}) - \tau_k(\xi_{i+1})}$$

$$\therefore u_2(\xi_{i+1}, \tau_n) = [u_2(\xi_{i+1}, \tau_{k+1}) - u_2(\xi_{i+1}, \tau_k)] \frac{[\tau_n(\xi_{i+1}) - \tau_k(\xi_{i+1})]}{\Delta t} + u_2(\xi_{i+1}, \tau_k). \quad (3.11)$$

Por fim, a amplitude interpolada u_2 no ponto imagem (ξ_r, τ_s) situado entre dois traços da seção de saída é obtida pela relação linear

$$\frac{u_2(\xi_{i+1}, \tau_n) - u_2(\xi_i, \tau_m)}{\xi_{i+1} - \xi_i} = \frac{u_2(\xi_r, \tau_s) - u_2(\xi_i, \tau_m)}{\xi_r - \xi_i}$$

$$\therefore u_2(\xi_r, \tau_s) = \left[\frac{u_2(\xi_{i+1}, \tau_n) - u_2(\xi_i, \tau_m)}{\Delta x} \right] (\xi_r - \xi_i) + u_2(\xi_i, \tau_m). \quad (3.12)$$

onde $\Delta x = \xi_{i+1} - \xi_i$ é a amostragem espacial utilizada na seção de saída. Por conseguinte, é possível utilizar as amostras da própria seção de chegada para gerar dados nas mesmas posições nas quais os dados selecionados na seção de partida se localizarão após a aplicação do algoritmo de *offset continuation*, bastando, para isso, aplicar a seqüência de interpolações anteriormente indicada nessas posições e armazená-los em uma matriz \mathbf{u}_2 . A precisão da análise pode também ser aprimorada se for utilizada a inclinação ϕ_2 , dada pela equação (3.6), que o evento de reflexão possui na seção de chegada, o que aumentaria a coerência entre os dados de entrada e de saída para a velocidade rms correta.

3.5.2 Avaliação de coerência

Uma vez que as matrizes \mathbf{u}_1 e \mathbf{u}_2 já tenham os dados selecionados na seção da partida e os dados interpolados da seção de chegada, respectivamente, a avaliação da velocidade testada se dará através de uma análise de coerência do tipo *semblance* traço-a-traço. O raio OCO será traçado, na seção de saída, para o ponto (ξ, τ) selecionado na seção de

entrada e essa avaliação fornecerá uma medida quantitativa da coerência (ou similaridade) entre as amostras localizadas na vizinhança do respectivo ponto e aquelas localizados na vizinhança do ponto imagem. Posto isso, propõe-se para o cálculo do valor de coerência, denotado por C_s , a expressão

$$C_s = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \left\{ \frac{\sum_{s=1}^J \left[\sum_{k=1}^2 u_k(\xi_r, \tau_s(\xi_r)) \right]^2}{2 \sum_{s=1}^J \sum_{k=1}^2 u_k^2(\xi_r, \tau_s(\xi_r))} \right\}. \quad (3.13)$$

É possível observar que, tal qual o *semblance* original, C_s assumirá valores entre 0 (correspondência mínima) e 1 (similaridade máxima). Há também a possibilidade de um quantificador alternativo C_c baseado no algoritmo clássico de correlação cruzada aplicado traço-a-traço, que seria obtido através da expressão

$$C_c = \frac{\sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^J u_1(\xi_r, \tau_s) u_2(\xi_r, \tau_s)}{\sqrt{\sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^J u_1^2(\xi_r, \tau_s) \sum_{r=1}^N \sum_{s=1}^J u_2^2(\xi_r, \tau_s)}}. \quad (3.14)$$

Neste caso, C_c assumiria valores entre -1 (pior correspondência) e $+1$ (melhor correspondência). Ambas as avaliações poderiam ser utilizadas para avaliar a coerência entre os dados de partida e chegada, mas especial destaque será dado àquela baseado no *semblance*.

3.6 Caracterização de outros tipos de raios virtuais

Os raios OCO conceituados na seção 3 podem ser apresentados como parte de uma classe mais geral de raios virtuais (ou raios de imageamento), de onde também é possível ter raios de velocidade (ou de migração), de demigração, isócronos, etc. O conceito inicial de raio de velocidade foi introduzido por FOMEL (1994) e pode ser explicado, de forma geral, como a trajetória de um determinado ponto da imagem quando a velocidade de imageamento é alterada de forma contínua. A trajetória do raio de velocidade é construída utilizando como critérios o tempo de trânsito constante e um parâmetro fixo associado ao evento de reflexão, como a inclinação da curva de tempo de trânsito. Para meios homogêneos isotrópicos, é possível obtê-los resolvendo as equações (3.2) e (3.3) para cada valor de velocidade testado.

Para um determinado ponto em profundidade, pode-se definir também uma trajetória no domínio de aquisição tempo \times afastamento comum para uma alteração contínua do valor de velocidade. Esse trajeto pode ser visto como parte do raio de demigração desse ponto, construído utilizando como critérios a posição (em profundidade) constante e um parâmetro fixo associado ao ponto, como o mergulho aparente.

Outro raio virtual, explorado recentemente nos trabalhos de IVERSEN (2004, 2006), é raio isócrona. De forma geral, o raio isócrona parte do mesmo evento de reflexão utilizado na obtenção do raio de velocidade, com a diferença que o parâmetro que se altera continuamente é o tempo de trânsito, o que significa que o raio isócrona descreve a localização, em profundidade, de todos os eventos de reflexão com a mesma declividade e a mesma configuração fonte \times receptor (IVERSEN, 2006).

3.7 Aplicação a modelos heterogêneos

Os procedimentos para análise de velocidade via raios OCO mostrados neste capítulo foram desenvolvidos considerando-se distribuições homogêneas de velocidade. Entretanto, tais procedimentos podem também ser aplicados a distribuições heterogêneas de velocidade. Uma forma de aprimorar a análise proposta mantendo, em maior parte, suas características de robustez e desempenho é expandi-la a modelos com distribuições de velocidade analíticas, ou seja, modelos onde o valor da velocidade de propagação varia lateral e/ou verticalmente de acordo com uma função de velocidade. Para alguns tipos de modelos, chamados de casos canônicos, ČERVENÝ (1987, 2001) utiliza a teoria de traçado de raios para encontrar expressões analíticas para tempo de trânsito, componentes de vagariedade, trajetória de propagação, coordenadas do raio, etc. Alguns desses modelos analíticos serão escolhidos, por questões de relevância prática, para aplicação à análise de velocidade proposta por este trabalho. O objetivo é utilizar os raios OCO para encontrar campos de velocidade rms heterogêneos, ou seja, meios equivalentes descritos por uma função de velocidade rms. A estruturação da análise a tais meios segue, em linhas gerais, a mesma seqüência utilizada neste capítulo para camadas homogêneas. O equacionamento inicia-se com a obtenção da equação de tempo de trânsito para o modelo considerado. Daí, é possível encontrar a expressão tanto para a curva isócrona quanto para o mergulho aparente de um determinado evento de reflexão, o que permitirá encontrar o ponto em profundidade que gerou essa reflexão. Por fim, a obtenção da expressão do mergulho aparente da interface refletora no ponto migrado permitirá o equacionamento

do processo de demigração para o modelo considerado.

Todos os equacionamentos supracitados e alguns outros necessários à obtenção das respectivas equações encontram-se desenvolvidos no capítulo 4, onde os modelos heterogêneos utilizados serão abordados. Além disso, uma diferença importante que ocorrerá no algoritmo proposto para meios homogêneos quando do uso de modelos heterogêneos refere-se à forma como passará a ser feita a varredura de velocidades. Como será visto no capítulo 4, este trabalho abordará meios heterogêneos onde uma certa distribuição de velocidade possuirá variação linear (ou seja, gradiente constante) lateral e/ou verticalmente. Desse modo, a análise envolverá, além de uma varredura sobre uma série de velocidades situadas entre um máximo e um mínimo, também uma varredura sobre uma série de gradientes (em cada direção) situados entre um máximo e um mínimo. Logo, a análise de coerência baseada no *semblance* traço-a-traço ou na correlação cruzada avaliará o grupo de parâmetros testados, de modo que o meio heterogêneo equivalente correto será aquele no qual os parâmetros testados geraram a máxima coerência.

Capítulo 4

Obtenção de Soluções Analíticas Para Aplicação de Raios OCO a Modelos Heterogêneos

4.1 Objetivos e metodologia

O objetivo deste capítulo é o de mostrar os equacionamentos necessários para a aplicação da análise de velocidade por raios OCO a meios heterogêneos, expandindo assim os desenvolvimentos mostrados na seção 3.3. Em ČERVENÝ (2001) é possível encontrar estudos, com uma abordagem voltada à aplicação ao traçado de raios, de meios heterogêneos isotrópicos com diversos tipos de distribuição de velocidade, tais como gradientes constantes de vagarosidade, de velocidade, do logaritmo da velocidade, de vagarosidade quadrática, entre outros. Em tais meios o traçado de raios pode ser computado analiticamente e essas soluções analíticas podem ser aproveitadas para a obtenção das expressões necessárias à análise por raios OCO. O presente trabalho, no entanto, restringir-se-á a alguns casos de maior interesse geológico e teórico, que são os meios com gradiente constante de velocidade e de vagarosidade quadrática. Ambos os casos serão expandidos para a consideração também de gradiente lateral.

Para se obter as equações necessárias ao procedimento proposto, será preciso trabalhar apenas com as equações cinemáticas do método de traçado de raios utilizando as distribuições de velocidade escolhidas. Dessa forma, para cada distribuição de velocidade é possível extrair soluções analíticas para a equação de tempo de trânsito, para as componentes do vetor vagarosidade, para os deslocamentos lateral e vertical do raio, etc.

Portanto, em cada caso será apresentada primeiro a obtenção da equação de tempo de trânsito e de outras expressões correlatas. Com isso, é possível obter, na seqüência, a equação da superfície isócrona de um evento de reflexão qualquer para a distribuição de velocidade utilizada. O passo seguinte é o cálculo do mergulho aparente em tempo, também a partir da equação de tempo de trânsito. Com o mergulho aparente, torna-se possível saber qual ponto da isócrona gerou, de fato, o evento de reflexão selecionado na curva de tempo de trânsito. A próxima etapa é a determinação do ângulo de mergulho da interface refletora no ponto migrado. Por último, é apresentada a equação de demigração, que fornecerá a posição, em uma outra seção de afastamento comum, na qual o evento de reflexão no ponto migrado será observado. Com as equações analíticas anteriormente citadas, será possível manter, para os modelos heterogêneos selecionados, exatamente a mesma seqüência de obtenção dos raios OCO apresentada na seção 3.3. A única diferença residirá no fato de que os valores dos gradientes em cada direção também serão testados, dentro de uma faixa previamente estabelecida, para cada velocidade considerada. Com isso, a análise consistirá na busca de quais gradientes (associados a uma velocidade de referência) melhor aproximam o meio real de um modelo com determinada distribuição de velocidade.

As etapas mencionadas no parágrafo anterior serão utilizadas para todas as distribuições de velocidade consideradas. Antes, no entanto, será apresentada uma breve revisão do método de traçado de raios, onde será dada ênfase às equações cinemáticas, que são aquelas de real interesse do presente trabalho.

4.2 Teoria do raio: noções gerais

4.2.1 Introdução

O método do raio é uma das técnicas mais utilizadas no estudo de fenômenos de propagação de ondas, problemas inversos, exploração geofísica, dentre outras aplicações. As primeiras descrições matemáticas da teoria do raio aplicadas a equações da elastodinâmica remontam à última década de 50 e sua aplicação é bastante adequada a problemas de propagação de ondas a altas frequências em meios homogêneos ou heterogêneos, isotrópicos ou anisotrópicos, a ondas compressoriais, cisalhantes e convertidas. A teoria do raio sísmico compreende, de forma geral, os equacionamentos cinemático e dinâmico. A parte cinemática consiste da computação de raios sísmicos, frentes de onda e tempo de trânsito, enquanto a parte dinâmica consiste essencialmente na obtenção de amplitudes.

4.2.2 Equações básicas

Para a obtenção da metodologia proposta, apenas ondas compressionais, ou simplesmente ondas P, serão consideradas. Desse modo, partindo-se da equação acústica da onda

$$\nabla^2 \Theta = \frac{1}{V^2(\mathbf{x})} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t^2}, \quad (4.1)$$

é possível encontrar uma solução harmônica no tempo para o campo de pressões $\Theta(\mathbf{x}, t)$ sob a forma

$$\Theta(\mathbf{x}, t) = U(\mathbf{x}, \omega) e^{-i\omega t}, \quad (4.2)$$

na qual \mathbf{x} é o vetor de coordenadas cartesianas $(x_1, x_2, x_3)^T$. A inserção da expressão anterior na equação acústica da onda leva à equação de Helmholtz, ou seja,

$$\nabla^2 U(\mathbf{x}, \omega) + \frac{\omega^2}{V^2(\mathbf{x})} U(\mathbf{x}, \omega) = 0. \quad (4.3)$$

As equações da teoria do raio são então obtidas a partir da solução da equação de Helmholtz para altas frequências dada por

$$U(\mathbf{x}, \omega) = A(\mathbf{x}) e^{i\omega\tau(\mathbf{x})}, \quad (4.4)$$

onde $A(\mathbf{x})$ indica a amplitude, $\tau(\mathbf{x})$ é o tempo de trânsito (também chamado de iconal) e ω é a frequência, a qual assume, por hipótese, valores altos. Utilizando os procedimentos descritos em ČERVENÝ (2001) ou POPOV (2002), é possível encontrar as duas equações fundamentais da teoria do raio: a equação iconal

$$(\nabla\tau)^2 = \frac{1}{V^2} \quad (4.5)$$

e a equação de transporte

$$2\nabla A \cdot \nabla\tau + A\nabla^2\tau = 0. \quad (4.6)$$

A equação iconal é uma equação diferencial parcial não-linear de primeira ordem para o tempo de trânsito $\tau(\mathbf{x})$ e representa a parte cinemática da teoria do raio, enquanto a equação de transporte é uma equação diferencial parcial linear de primeira ordem em $A(\mathbf{x})$ e representa a parte dinâmica da teoria do raio. Para a composição da metodologia proposta neste trabalho apenas a equação iconal será necessária. Neste ponto, torna-se importante introduzir o vetor vazarosidade \mathbf{P} , perpendicular à frente de onda. O vetor

vagoriedade, que é tangente à trajetória do raio em meios isotrópicos, contém as componentes de vagoriedade (P_1, P_2, P_3) nas direções dos eixos cartesianos (x_1, x_2, x_3) . A partir da equação (4.5), é possível, portanto, escrever que

$$\nabla\tau = \frac{\partial\tau}{\partial\mathbf{x}} = \mathbf{P} \quad \therefore \quad \mathbf{P}^T\mathbf{P} = \left(\frac{1}{V(\mathbf{x})}\right)^2. \quad (4.7)$$

4.2.3 Determinação do vetor vagoriedade de ondas refletidas

O vetor vagoriedade introduzido na seção anterior desempenha importante papel na teoria do raio e é essencial nos equacionamentos mostrados nas próximas seções deste trabalho. Uma utilização do vetor vagoriedade é na determinação da direção do raio refletido, que pode ser encontrada pelo uso da forma mais geral da lei de Snell cuja dedução pode ser vista com detalhes em ČERVENÝ (1987) ou ČERVENÝ (2001). Em sua sentença mais geral, a lei de Snell pode ser utilizada para obtenção da direção inicial tanto da onda refletida (ou, mais especificamente, do raio refletido) quanto da onda transmitida (ou do raio transmitido).

Utilizando $\tilde{\mathbf{P}}$ para designar o vetor vagoriedade do raio refletido/transmitido e \mathbf{N} a normal unitária ao ponto da interface onde ocorre a reflexão/transmissão, é possível escrever a forma geral da lei de Snell através da expressão

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{P} - \left\{ \mathbf{P}^T\mathbf{N} \pm \sqrt{\left[\frac{1}{\tilde{V}^2(\mathbf{x})} - \frac{1}{V^2(\mathbf{x})} + (\mathbf{P}^T\mathbf{N})^2 \right]} \right\} \mathbf{N}, \quad (4.8)$$

onde $1/\tilde{V}^2(\mathbf{x})$ é a vagoriedade quadrática do raio refletido/transmitido e $1/V^2(\mathbf{x})$ é a vagoriedade quadrática do raio incidente. No caso de um evento de reflexão ter-se-á $1/\tilde{V}^2(\mathbf{x}) = 1/V^2(\mathbf{x})$, o que levará ao vetor vagoriedade

$$\tilde{\mathbf{P}} = \mathbf{P} - 2(\mathbf{P}^T\mathbf{N})\mathbf{N}. \quad (4.9)$$

É interessante notar que a determinação de $\tilde{\mathbf{P}}$ pela equação (4.8) requer o conhecimento apenas do vetor vagoriedade do raio incidente, da normal unitária à interface e das vagoriedades quadráticas $1/V^2$ e $1/\tilde{V}^2$ dos raios incidente e refletido/transmitido. Ou seja, a forma mais geral da lei de Snell requer, basicamente, o conhecimento apenas das velocidades/vagoriedades envolvidas e não contém nenhuma função trigonométrica, embora estas já estejam incorporadas nas componentes de vagoriedade. Faz-se necessário esclarecer ainda que em eventos de reflexão envolvendo a conversão de ondas a igualdade

$1/\tilde{V}^2(\mathbf{x}) = 1/V^2(\mathbf{x})$ não é mais válida (ČERVENÝ, 1987). Tal fenômeno, entretanto, será desconsiderado neste trabalho.

Por conseguinte, a expressão (4.9) será utilizada para se determinar a direção inicial do raio refletido, além de auxiliar na determinação da inclinação da interface refletora. Estudos mais minuciosos sobre a lei de Snell, incluindo descrições alternativas, limites de validade e análise de casos críticos, podem ser encontrados em ČERVENÝ (1987, 2001).

4.2.4 Inclinação da interface refletora utilizando as componentes de vagarosidade

No procedimento de análise de velocidade proposto neste trabalho, uma vez conhecido o ponto em profundidade que gerou um evento de reflexão registrado em uma determinada seção sísmica, o cálculo da inclinação, ou mergulho aparente, da interface refletora nesse ponto envolve, invariavelmente, o uso de uma derivação implícita na equação da curva isócrona, tal qual mostrado na seção 3.3. Como o refletor e a isócrona devem se tangenciar no ponto migrado, o mergulho aparente no mesmo seria dado pela inclinação da isócrona. Essa informação é de fundamental importância para a etapa de demigração, que visa encontrar onde um evento de reflexão nesse ponto seria registrado em uma seção sísmica de outro afastamento comum. Todavia, distribuições mais complexas de velocidade tendem a apresentar curvas isócronas igualmente mais complexas, tornando o processo de derivação implícita, em geral, contraproducente. Uma forma alternativa de se encontrar a inclinação da interface refletora no ponto onde ocorreu a reflexão é utilizar as relações entre as componentes de vagarosidade do raio incidente e do raio refletido relacionadas pela lei de Snell da reflexão dada pela expressão (4.9), a qual pode ser rerepresentada sob a forma vetorial

$$\begin{bmatrix} P_{xr} \\ P_{zr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xoi} \\ P_{zoi} \end{bmatrix} - 2 \left\{ \begin{bmatrix} P_{xoi} & P_{zoi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix}, \quad (4.10)$$

onde P_{xr} e P_{zr} são, respectivamente, as componentes de vagarosidade horizontal e vertical do raio refletido, P_{xoi} e P_{zoi} as respectivas componentes horizontal e vertical do raio incidente e N_1 e N_2 são as componentes da normal unitária ao ponto onde ocorre a reflexão. Posto isso, é possível deduzir que se a tangente a esse ponto é igual a θ , a inclinação da normal em relação aos eixos coordenados será $-1/\theta$. Por conseguinte, o vetor normal será

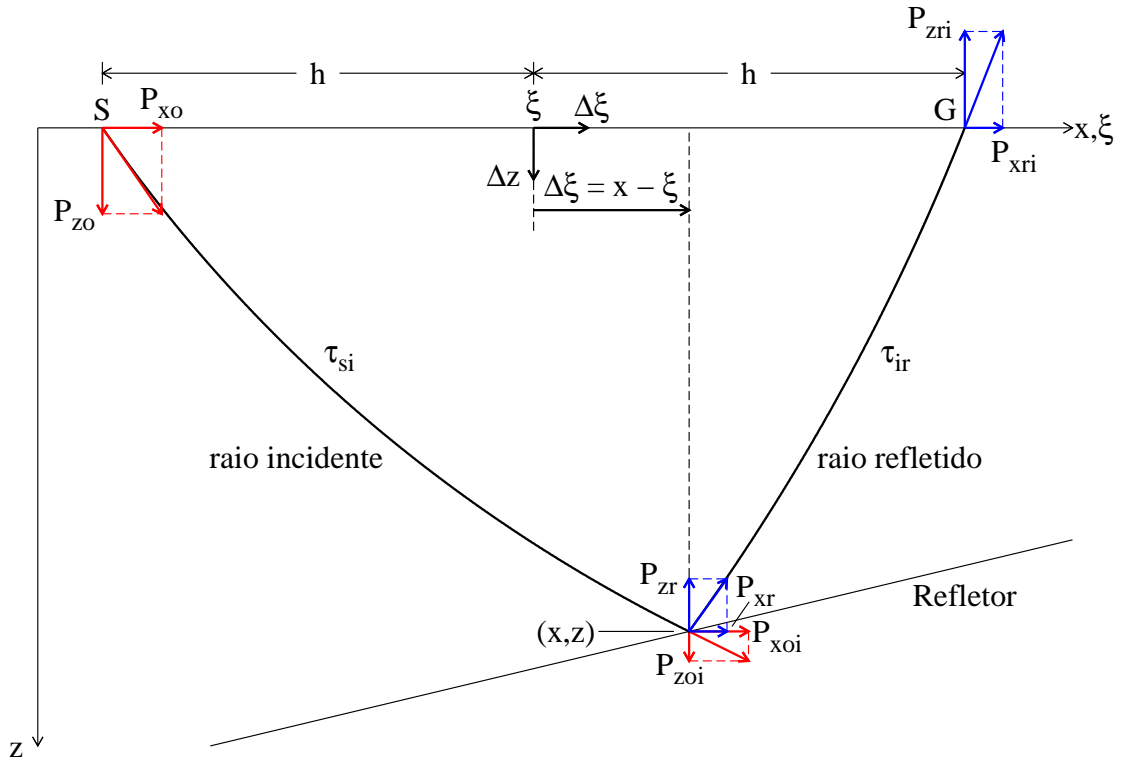


Figura 4.1: Componentes de vagariedade para os raios incidente e refletido.

$$\mathbf{N} = \frac{1}{\sqrt{1+1/\theta^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1/\theta \end{bmatrix}. \quad (4.11)$$

Substituindo o resultado anterior na equação (4.10), ter-se-á

$$\begin{bmatrix} P_{xr} \\ P_{zr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xoi} \\ P_{zoi} \end{bmatrix} - 2 \left\{ \begin{bmatrix} P_{xoi} & P_{zoi} \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1+1/\theta^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1/\theta \end{bmatrix} \right\} \frac{1}{\sqrt{1+1/\theta^2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1/\theta \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} P_{xr} \\ P_{zr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{xoi} \\ P_{zoi} \end{bmatrix} - \frac{2}{1+1/\theta^2} \left(P_{xoi} - \frac{P_{zoi}}{\theta} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ -1/\theta \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

A partir da primeira componente da equação anterior é possível extrair a expressão

$$P_{xr} = P_{xoi} - \frac{2}{1+1/\theta^2} \left(P_{xoi} - \frac{P_{zoi}}{\theta} \right), \quad (4.13)$$

a qual leva à equação de segundo grau em θ

$$(P_{xr} + P_{xoi})\theta^2 - 2P_{zoi}\theta + P_{xr} - P_{xoi} = 0, \quad (4.14)$$

cuja solução é

$$\theta = \frac{2P_{zoi} \pm \sqrt{4P_{zoi}^2 - 4(P_{xr} + P_{xoi})(P_{xr} - P_{xoi})}}{2P_{xr} + 2P_{xoi}} = \frac{P_{zoi} \pm \sqrt{P_{zoi}^2 + P_{xoi}^2 - P_{xr}^2}}{P_{xr} + P_{xoi}}$$

$$\therefore \theta = \left(\frac{P_{zoi} + P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}}, \frac{P_{zoi} - P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}} \right). \quad (4.15)$$

A expressão para o mergulho em profundidade também pode ser obtida a partir da segunda componente da equação (4.12), de onde é possível extrair a expressão

$$P_{zr} = P_{zoi} + \frac{2\theta}{\theta^2 + 1} \left(P_{xoi} - \frac{P_{zoi}}{\theta} \right), \quad (4.16)$$

que leva à equação de segundo grau em θ

$$(P_{zr} - P_{zoi})\theta^2 - 2P_{xoi}\theta + P_{zr} + P_{zoi} = 0, \quad (4.17)$$

cuja solução é

$$\theta = \frac{P_{xoi} \pm \sqrt{P_{zoi}^2 + P_{xoi}^2 - P_{zr}^2}}{P_{zr} - P_{zoi}} \quad \therefore \theta = \left(\frac{P_{xoi} + P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}}, \frac{P_{xoi} - P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}} \right). \quad (4.18)$$

É fácil verificar que a primeira resposta de (4.15) e a segunda resposta de (4.18) são iguais. De fato, ao se fazer

$$\frac{P_{zoi} + P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}} = \frac{P_{xoi} - P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}}, \quad (4.19)$$

encontra-se

$$P_{zr}^2 - P_{zoi}^2 = P_{xoi}^2 - P_{xr}^2 \quad \therefore \quad P_{xr}^2 + P_{zr}^2 = P_{xoi}^2 + P_{zoi}^2 = \frac{1}{V^2}.$$

Além disso, é possível notar que a segunda resposta de (4.15) e a primeira resposta de (4.18) são mergulhos aparentes perpendiculares entre si, cujo produto vale -1 . As expressões situadas em ambos os lados da igualdade mostrada em (4.19) são adequadas ao cálculo do mergulho aparente, exceção feita ao caso de afastamento nulo, que produz

uma indeterminação na expressão à esquerda da igualdade pois, nessa situação, ocorrerá $P_{xr} = -P_{xoi}$ e $P_{zoi} = -P_{zr}$. Outrossim, casos em que o refletor é vertical geram uma singularidade, posto que haverá $P_{zr} = P_{zoi}$ e $P_{xr} = -P_{xoi}$, levando a $\theta \rightarrow \infty$.

4.2.5 Equações características

A equação iconal mostrada na equação (4.5) pode ser expressa de várias maneiras alternativas. De modo geral, é possível reescrevê-la sob a forma (ČERVENÝ, 2001)

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = 0, \quad (4.20)$$

onde a função \mathcal{H} pode ser especificada de várias formas diferentes, como $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = \mathbf{P}^T \mathbf{P} - V^{-2}$, $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = (V^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P} - 1) / 2$, etc. A equação diferencial parcial não-linear anterior pode ser resolvida pelo método das características. As características da equação (4.20) são trajetórias em um espaço 3D $\mathbf{x} = \mathbf{x}(u)$, onde u é algum parâmetro computado ao longo da trajetória do raio, $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = 0$ é satisfeito e o tempo de trânsito $\tau(u)$ pode ser calculado por quadraturas. A curva característica é uma solução do chamado sistema característico de equações diferenciais parciais de primeira ordem. Em ČERVENÝ (2001) é mostrado que o sistema característico da equação (4.20) é dado por

$$\frac{d\mathbf{x}}{du} = \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{P}}, \quad \frac{d\mathbf{P}}{du} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{x}} \quad \text{e} \quad \frac{d\tau}{du} = \mathbf{P}^T \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \mathbf{P}}. \quad (4.21)$$

O sistema anterior é composto por sete equações em um meio 3D. As seis equações para $\mathbf{x}(u)$ e $\mathbf{P}(u)$ são, em geral, acopladas e devem ser resolvidas juntas, enquanto a sétima equação, que fornece o tempo de trânsito $\tau = \tau(u)$, pode ser resolvida de forma independente. O parâmetro u ao longo da curva característica não pode ser escolhido arbitrariamente, sendo dependente da forma da função \mathcal{H} escolhida. O sistema mostrado em (4.21) é chamado de sistema de equações do raio ou sistema de traçado de raios e pode ser utilizado para a obtenção da trajetória dos raios e do tempo de trânsito ao longo dos mesmos. As equações (4.21) representam, sob o ponto de vista da mecânica clássica, as equações canônicas do movimento de uma partícula que se move ao longo de um campo governado pela função Hamiltoniana $\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P})$ com energia $\mathcal{H} = 0$ (ČERVENÝ, 2001).

Diferentes formas da equação iconal (4.5) fornecerão sistemas característicos distintos. Para tal, é adequado representar a função Hamiltoniana sob a forma geral

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = \frac{1}{n} \left[(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{n/2} - \left(\frac{1}{V(\mathbf{x})} \right)^n \right], \quad (4.22a)$$

onde, para efeitos práticos, n será considerado um valor inteiro, embora o mesmo possa assumir, em teoria, valores reais. Para o limite de $n \rightarrow 0$ a função Hamiltoniana pode ser encontrada utilizando-se a regra de l'Hospital, que produzirá como resultado

$$\mathcal{H}(\mathbf{x}, \mathbf{P}) = \frac{1}{2} \ln(\mathbf{P}^T \mathbf{P}) + \ln V = \frac{1}{2} \ln(V^2 \mathbf{P}^T \mathbf{P}). \quad (4.22b)$$

Dessa forma, as equações características mostradas em (4.21) serão

$$\frac{d\mathbf{x}}{du} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{n/2-1} \mathbf{P}, \quad \frac{d\mathbf{P}}{du} = \frac{1}{n} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{1}{V^n} \right) \quad \text{e} \quad \frac{d\tau}{du} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{n/2} = \frac{1}{V^n}, \quad n \neq 0. \quad (4.23)$$

No sistema de equações exposto, valores distintos de n gerarão sistemas de traçado de raios diferentes, com diferentes parâmetros u ao longo dos raios e diferentes equações iconais, tal qual será mostrado a seguir.

4.2.6 Sistema de equações para meios analíticos

É possível observar com facilidade que o sistema de equações (4.23) produz soluções bastante simples para distribuições lineares de V^{-n} . Logo, a suposição de um meio heterogêneo com uma distribuição linear de velocidade do tipo

$$\left(\frac{1}{V(\mathbf{x})} \right)^n = \left(\frac{1}{V_0} \right)^n + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4.24)$$

onde $\mathbf{a} = (a_1, a_2, a_3)^T$ é o vetor que contém os gradientes nas direções (x_1, x_2, x_3) , faz com as equações (4.22) produzam soluções analíticas fechadas de acordo com o índice n escolhido. A seguir, serão obtidos os sistemas de equações para n variando de -1 a 2 , que são os valores que geram as mais simples distribuições de velocidade.

- **Sistema de equações do raio para $n = -1$**

Para $n = -1$ a derivada da equação de tempo de trânsito em relação ao parâmetro de integração valerá

$$\frac{d\tau}{du} = V. \quad (4.25)$$

Neste caso, o parâmetro de integração será denotado por r e será definido como sendo

$$u = r = r(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{d\tau}{V} = r(s_0) + \int_{s_0}^s \frac{ds}{V^2}, \quad (4.26)$$

onde $ds = V d\tau$ é um infinitesimal de comprimento de arco. Utilizando-se (4.24), a respectiva equação para a distribuição de velocidade será

$$V(\mathbf{x}) = V_0 + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4.27)$$

a qual fornece como distribuição um gradiente constante de velocidade. As demais equações do sistema do raio serão

$$\frac{d\mathbf{x}}{dr} = \frac{\mathbf{P}}{(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{3/2}} \quad \text{e} \quad \frac{d\mathbf{P}}{dr} = -\frac{\partial V}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{a}. \quad (4.28)$$

As componentes de vagariedade \mathbf{P} podem ser encontradas substituindo-se (4.27) em (4.28), o que levará a

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(r_0) - \int_{r_0}^r \mathbf{a} dr = \mathbf{P}(r_0) - \mathbf{a}(r - r_0). \quad (4.29)$$

- **Sistema de equações do raio para $n = 0$**

Para $n = 0$ a derivada da equação de tempo de trânsito em relação ao parâmetro de integração valerá

$$\frac{d\tau}{du} = 1. \quad (4.30)$$

Neste caso, o parâmetro de integração será o próprio tempo de trânsito τ , ou seja, $u = \tau$. A respectiva equação para a distribuição de velocidade será agora

$$\ln V(\mathbf{x}) = \ln V_0 + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4.31)$$

a qual fornece um gradiente constante do logaritmo da velocidade. As demais equações do sistema do raio serão

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\tau} = \frac{\mathbf{P}}{(\mathbf{P}^T \mathbf{P})} \quad \text{e} \quad \frac{d\mathbf{P}}{d\tau} = -\frac{\partial \ln V}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{a}. \quad (4.32)$$

As componentes de vagariedade \mathbf{P} podem ser encontradas substituindo-se (4.31) em (4.32), o que levará a

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(\tau_0) - \int_{\tau_0}^{\tau} \mathbf{a} d\tau = \mathbf{P}(\tau_0) - \mathbf{a}(\tau - \tau_0). \quad (4.33)$$

- **Sistema de equações do raio para $n = 1$**

Para $n = 1$ a derivada da equação de tempo de trânsito em relação ao parâmetro de integração valerá

$$\frac{d\tau}{du} = \frac{1}{V}. \quad (4.34)$$

Neste caso, o parâmetro de integração será o comprimento de arco s , dado pela expressão

$$u = s = s(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} V d\tau. \quad (4.35)$$

Utilizando-se (4.24), a respectiva equação para a distribuição de velocidade será

$$\frac{1}{V(\mathbf{x})} = \frac{1}{V_0} + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4.36)$$

a qual fornece um gradiente constante de vagarosidade. As demais equações do sistema do raio serão

$$\frac{d\mathbf{x}}{ds} = \frac{\mathbf{P}}{(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{1/2}} \quad \text{e} \quad \frac{d\mathbf{P}}{ds} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{1}{V(\mathbf{x})} \right) = \mathbf{a}. \quad (4.37)$$

As componentes de vagarosidade \mathbf{P} podem ser encontradas substituindo-se (4.36) em (4.37), o que levará a

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(s_0) + \int_{s_0}^s \mathbf{a} ds = \mathbf{P}(s_0) + \mathbf{a}(s - s_0). \quad (4.38)$$

• **Sistema de equações do raio para $n = 2$**

Para $n = 2$ a derivada da equação de tempo de trânsito em relação ao parâmetro de integração valerá

$$\frac{d\tau}{du} = \frac{1}{V^2}. \quad (4.39)$$

Neste caso, o parâmetro de integração será dado pela expressão

$$u = \sigma = \sigma(\tau_0) + \int_{\tau_0}^{\tau} V^2 d\tau. \quad (4.40)$$

Utilizando-se (4.24), a respectiva equação para a distribuição de velocidade será

$$\frac{1}{V(\mathbf{x})^2} = \frac{1}{V_0^2} + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0), \quad (4.41)$$

a qual fornece um gradiente constante de vagarosidade quadrática. As demais equações do sistema do raio serão

$$\frac{d\mathbf{x}}{d\sigma} = \mathbf{P} \quad \text{e} \quad \frac{d\mathbf{P}}{d\sigma} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} \left(\frac{1}{V(\mathbf{x})^2} \right) = \frac{\mathbf{a}}{2}. \quad (4.42)$$

As componentes de vagarosidade \mathbf{P} podem ser encontradas substituindo-se (4.41) em (4.42), o que levará a

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}(\sigma_0) + \frac{1}{2} \int_{\sigma_0}^{\sigma} \mathbf{a} d\sigma = \mathbf{P}(\sigma_0) + \frac{\mathbf{a}}{2} (\sigma - \sigma_0). \quad (4.43)$$

4.3 Distribuições de velocidade selecionadas

Duas distribuições heterogêneas de velocidade foram selecionadas para aplicação da análise de velocidade com raios OCO: a que possui gradiente de velocidade ($n = -1$ nas equações (4.22a) e (4.24)) e a que possui gradiente de vagarosidade quadrática ($n = 2$ nas mesmas equações). Por razões práticas e didáticas, cada uma delas terá dois equacionamentos separados, a saber, o que leva em consideração apenas o gradiente vertical e o que leva em consideração os gradientes vertical e lateral.

Neste trabalho, toda a metodologia será aplicada ao caso 2D, mas o procedimento pode ser inteiramente estendido ao caso 3D. Com isso, o vetor de coordenadas cartesianas será composto por $\mathbf{x} = (x_1, x_3)^T = (x, z)^T$. Por convenção, os parâmetros a_i mostrados na equação (4.24) serão denotados por α quando indicarem o gradiente a_1 ao longo do eixo x e β quando indicarem o gradiente a_3 ao longo do eixo z . Além disso, o vetor contendo as coordenadas iniciais de referência $\mathbf{x}_0 = (x_0, z_0)^T$ passará a ser denotado por $\mathbf{x}_R = (x_R, z_R)^T$ e a velocidade de referência nesse ponto por V_R . Se ambos estiverem na posição da fonte serão denotados por V_o e $\mathbf{x}_o = (x_o, z_o)^T$, onde o subscrito “o” serve para indicar que a origem do raio coincide com o ponto escolhido como referência para o respectivo modelo. Em geral, escolhe-se V_R como a velocidade no topo da camada, embora, a rigor, fosse possível utilizar como referência inicial a velocidade em qualquer outra profundidade.

A variação de velocidade mais simples, e de ocorrência geológica bastante comum, é o caso da variação vertical linear de velocidade, também chamada de gradiente vertical ou simplesmente gradiente constante de velocidade. Nesse modelo, a velocidade V em ponto qualquer (x, z) depende apenas da profundidade z . A equação do modelo, entretanto, é dependente de dois parâmetros: a velocidade de referência V_R e o gradiente β . Se

as coordenadas de V_R forem (x_R, z_R) , é possível escrever a equação para o modelo com gradiente vertical de velocidade como sendo

$$\boxed{V = V_R + \beta(z - z_R)}. \quad (4.44)$$

Se V_R estiver situado na mesma posição vertical da fonte, pode-se, sem perda de generalidade e de acordo com a notação proposta, reescrever a equação anterior como sendo

$$V = V_o + \beta \Delta z, \quad (4.45)$$

onde $\Delta z = z - z_R = z - z_o$, sendo V_o a velocidade na posição da fonte e z_o a coordenada vertical da mesma. Caso contrário, uma mudança de referência do tipo $V_o = V_R + \beta(z_o - z_R)$ deverá ser realizada. A consideração de um gradiente lateral α , por sua vez, faz com que a velocidade de propagação passe a ser dependente também da coordenada x de cada ponto em profundidade, transformando a equação (4.44) em

$$\boxed{V = V_R + \alpha(x - x_R) + \beta(z - z_R)}. \quad (4.46)$$

É possível ainda colocar a equação anterior sempre em função da velocidade V_o na posição (x_o, z_o) da fonte fazendo-se $V_o = V_R + \alpha(x_o - x_R) + \beta(z_o - z_R)$, o que leva a expressão (4.46) a se tornar

$$V = V_o + \alpha(x - x_o) + \beta(z - z_o) = V_o + \alpha(h + \Delta \xi) + \beta \Delta z, \quad (4.47)$$

na qual $x - x_o = x - (\xi - h) = h + (x - \xi) = h + \Delta \xi$, sendo ξ a coordenada do ponto médio ao longo do eixo x e h o meio-afastamento entre fonte e receptor.

Outra distribuição de velocidade utilizada neste trabalho é aquela em que há um gradiente vertical de vagarosidade quadrática, ou seja,

$$\boxed{\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_R^2} + \beta(z - z_R)}, \quad (4.48)$$

tendo V_R , β e z_R as mesmas definições apresentadas para as equações (4.44) e (4.46). Se V_R estiver situado na mesma posição vertical da fonte, pode-se, sem perda de generalidade, reescrever a equação anterior como sendo

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_o^2} + \beta \Delta z. \quad (4.49)$$

Caso contrário, uma mudança de referência do tipo $1/V_o^2 = 1/V_R^2 + \beta(z_o - z_R)$ deverá ser realizada. A consideração de um gradiente lateral α , por sua vez, faz com que a velocidade de propagação passe a ser dependente também da coordenada x , transformando a equação (4.48) em

$$\boxed{\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_R^2} + \alpha(x - x_R) + \beta(z - z_R)} \quad (4.50)$$

É possível ainda colocar a equação anterior sempre em função da velocidade V_o na posição (x_o, z_o) da fonte fazendo-se $1/V_o^2 = 1/V_R^2 + \alpha(x_o - x_R) + \beta(z_o - z_R)$, o que leva a expressão (4.50) a se tornar

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_o^2} + \alpha(x - x_o) + \beta(z - z_o) = \frac{1}{V_o^2} + \alpha(h + \Delta\xi) + \beta\Delta z. \quad (4.51)$$

As equações (4.44), (4.46), (4.48) e (4.50) representam as quatro distribuições de velocidade consideradas para a análise de velocidade utilizando raios OCO e todos os equacionamentos necessários partirão dessas equações ou de suas formas referenciadas em relação à posição da fonte, exibidas em (4.45), (4.47), (4.49) e (4.51), respectivamente.

4.3.1 Equações básicas para implementação do algoritmo

Para qualquer distribuição de velocidade testada, o algoritmo de análise de velocidade proposto baseia-se essencialmente na utilização de três expressões analíticas:

1. Uma forma para a curva (2D) ou superfície (3D) isócrona, a qual pode ser escrita sob a forma geral

$$\tau = \tau(\mathbf{e}, \mathbf{h}, \mathbf{x}; \mathbf{m}) = \text{constante}, \quad (4.52)$$

onde, de acordo com a figura 4.2, $\mathbf{e} = (\xi_x, \xi_y)$ é o vetor com as coordenadas do ponto médio (onde tradicionalmente $z = 0$), $\mathbf{h} = (h_x, h_y)$ é o vetor contendo os meio-afastamentos entre fonte e receptor nas direções dos eixos x e y , respectivamente, $\mathbf{x} = (x, y, z)$ e \mathbf{m} é um vetor contendo os parâmetros que definem o modelo de velocidade, tais como a velocidade de referência e os gradientes nas direções dos eixos coordenados. Na simplificação para o caso 2D, ter-se-á $\mathbf{x} = (x, z)$, \mathbf{e} substituído simplesmente por ξ e \mathbf{h} por h , recaindo assim na geometria mostrada pela figura 4.1. Ainda nessa situação, na hipótese de um meio homogêneo a equação (4.52) dá

origem à expressão (2.21), a qual, por sua vez, pode ser obtida a partir da equação (2.25).

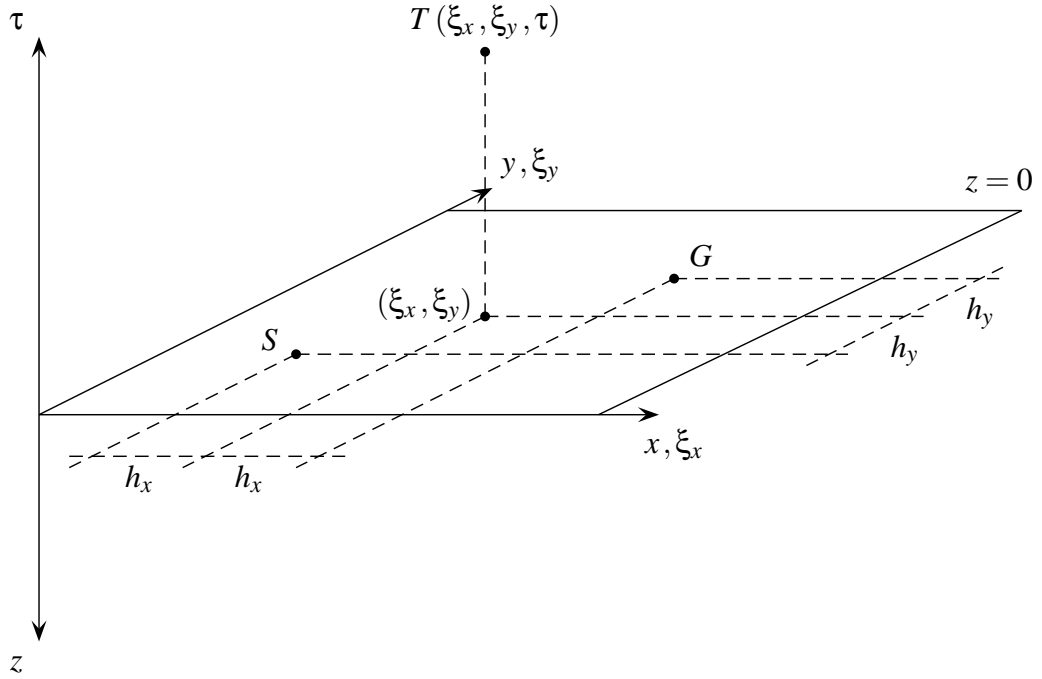


Figura 4.2: Evento de reflexão em aquisição 3D, onde (ξ_x, ξ_y) são as coordenadas do ponto médio entre a fonte S e o receptor G em $z = 0$. Dessa forma, as coordenadas de S e G serão $(\xi_x - h_x, \xi_y - h_y)$ e $(\xi_x + h_x, \xi_y + h_y)$, respectivamente.

2. O segundo equacionamento necessário é o que fornece os mergulhos aparentes ϕ_x e ϕ_y em um ponto (\mathbf{e}_1, τ_1) da seção de entrada. Derivando-se a equação (4.52) em relação às componentes de \mathbf{e} , é possível escrever que os mergulhos aparentes em (\mathbf{e}_1, τ_1) valem

$$\begin{bmatrix} \phi_x \\ \phi_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \tau}{\partial \xi_x} \\ \frac{\partial \tau}{\partial \xi_y} \end{bmatrix}. \quad (4.53)$$

O caso 2D recairá em $\phi_x \equiv \phi$ e $\xi_x \equiv \xi$ e a equação anterior se tornará simplesmente $\phi = \partial \tau / \partial \xi$, onde agora $\mathbf{x} = (x, z)$. Dessa forma, a partir de (4.52) e (4.53) torna-se

possível determinar, em geral numericamente, o ponto $\mathbf{x}_D = (x_D, y_D, z_D)$ que gerou, para um modelo \mathbf{m} , o evento de reflexão registrado em (\mathbf{e}_1, τ_1) na seção de entrada considerada. Na hipótese de um meio homogêneo 2D, essa determinação equivale a resolver as equações (3.1) e (3.2) do procedimento delineado na seção 3.3.

3. Conhecido o ponto \mathbf{x}_D , o passo seguinte é obter a orientação do refletor em sub-superfície. Como o refletor é tangente à isócrona e esta é composta por todos os pontos em profundidade que satisfazem a equação (4.52), é possível escrever que

$$d\tau = \left. \frac{\partial\tau}{\partial x} \right|_{\mathbf{x}_D} dx + \left. \frac{\partial\tau}{\partial y} \right|_{\mathbf{x}_D} dy + \left. \frac{\partial\tau}{\partial z} \right|_{\mathbf{x}_D} dz = 0$$

$$\therefore \begin{bmatrix} \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \left. \begin{bmatrix} \frac{dz}{dx} \\ \frac{dz}{dy} \end{bmatrix} \right|_{\mathbf{x}_D} = \left. \begin{bmatrix} -\frac{\partial\tau/\partial x}{\partial\tau/\partial z} \\ -\frac{\partial\tau/\partial y}{\partial\tau/\partial z} \end{bmatrix} \right|_{\mathbf{x}_D}. \quad (4.54)$$

Para um modelo \mathbf{m} , as equações encontradas devem ser avaliadas utilizando o ponto $(\mathbf{e}_1, \mathbf{h}_1)$ selecionado na seção de entrada, além das coordenadas \mathbf{x}_D do ponto migrado. Para o caso de um modelo 2D homogêneo, a expressão (4.54) recai naturalmente na equação (3.3) exibida na seção 3.3.

4. A partir das soluções analíticas mostrada na equação (4.54), torna-se possível determinar a localização do ponto médio do evento de reflexão no ponto \mathbf{x}_D para uma outra configuração de aquisição, chamada também de seção de saída. Dessa forma, se a seção de saída é caracterizada pelo vetor de meio-afastamentos \mathbf{h}_2 , a expressão (4.54) permite encontrar \mathbf{e}_2 .
5. O tempo e a inclinação do evento de reflexão em \mathbf{x}_D na nova configuração de aquisição são obtidos pelas expressões analíticas (4.52) e (4.53), respectivamente, estabelecendo assim as coordenadas (\mathbf{e}_2, τ_2) do chamado ponto imagem.
6. Por fim, a avaliação do modelo de velocidade é realizada através da similaridade (coerência) entre o evento selecionado na seção de entrada e o evento na seção de saída. A estimativa $\hat{\mathbf{m}}$ que otimiza a coerência é encontrada por uma varredura de parâmetros em várias configurações de saída.

Equações auxiliares

Para a obtenção das equações analíticas mencionadas nos itens 1 a 6, várias expressões auxiliares precisam ser encontradas para viabilizar o fluxograma genérico apresentado. Dentro do contexto apresentado das seções 4.2.2 a 4.2.6, tais equações auxiliares podem ser sumarizadas como sendo:

- parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora;
- parâmetro de integração do raio refletido;
- componentes de vagarosidade (ou vetor vagarosidade) do raio incidente à interface refletora;
- componentes de vagarosidade (ou vetor vagarosidade) do raio refletido;
- coordenadas do raio incidente ao refletor.

Dependendo da distribuição de velocidade adotada, tais equações podem desempenhar importante papel na obtenção das expressões (4.52) a (4.54), as quais compõem a estrutura principal da metodologia proposta.

4.4 Equacionamentos para os modelos de velocidade selecionados

4.4.1 Meios com gradiente vertical de velocidade

Equação de velocidade

A equação de velocidade será referenciada, por convenção, em relação à linha sísmica onde se localiza a fonte. Logo, pode-se escrever que

$$V = V_R + \beta(z - z_R) = V_o + \beta\Delta z. \quad (4.55)$$

Componentes de vagarosidade

Utilizando a expressão (4.29) e as considerações supracitadas para o parâmetro de integração, encontrar-se-á que

$$\mathbf{P}(r) = \mathbf{P}_o - \mathbf{a}r, \quad (4.56)$$

onde \mathbf{P} é o vetor que contém as componentes incidentes de vagarosidade horizontal e vertical P_x e P_z em um ponto (x, z) ao longo do raio, respectivamente; \mathbf{P}_o é o vetor que contém as componentes iniciais de vagarosidade horizontal e vertical P_{xo} e P_{zo} , respectivamente; e \mathbf{a} é o vetor dos coeficientes relativos ao gradiente de velocidade. Matricialmente, têm-se

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} P_{xo} \\ P_{zo} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}, \quad (4.57)$$

o que leva às relações de vagarosidade

$$P_x = P_{xo} \quad \text{e} \quad P_z = P_{zo} - \beta r. \quad (4.58)$$

O parâmetro de integração ao longo do raio pode ser definido utilizando-se a equação (4.26) com a consideração que $s_o = 0$ e $r_o(s_o) = 0$ na posição inicial, o que gerará a expressão

$$r = \int_0^s \frac{1}{V^2} ds. \quad (4.59)$$

Tempo de trânsito

O tempo de trânsito até a interface refletora pode ser estimado a partir da relação

$$\frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{V}. \quad (4.60)$$

Como $ds = V^2 dr$, a equação anterior tornar-se-á

$$\frac{d\tau}{dr} = V \quad \therefore \quad \tau = \int_0^r V dr. \quad (4.61)$$

Para o cálculo do tempo de trânsito pela equação (4.61) é preciso conhecer a dependência da velocidade com o parâmetro r . Elevando-se as expressões (4.58) ao quadrado, é possível encontrar então que

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_o^2} - 2P_{zo}\beta r + \beta^2 r^2 = X. \quad (4.62)$$

Logo, é possível escrever agora que

$$\begin{aligned}\tau &= \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{X}} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{\frac{1}{V_o^2} - 2P_{zo}\beta r + \beta^2 r^2}} \\ \therefore \tau &= \frac{1}{\sqrt{\beta^2}} \ln \left\{ \frac{(\beta^2 r - \beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2 + \sqrt{X}}}{1/V_o - (\beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2}} \right\}.\end{aligned}\quad (4.63)$$

A última equação é válida para qualquer valor de β diferente de zero, independentemente do sinal. A equação (4.97) pode ainda ser disposta sob a forma

$$\begin{aligned}\tau &= \frac{1}{\sqrt{\beta^2}} \ln \left\{ \frac{1/V_o - (\beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2}}{(\beta^2 r - \beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2 + \sqrt{X}}} \right\}^{-1} \\ \therefore \tau &= -\frac{1}{\sqrt{\beta^2}} \ln \left\{ \frac{\left[1/V_o - (\beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2} \right] \left[(\beta^2 r - \beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2 - \sqrt{X}} \right]}{\left[(\beta^2 r - \beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2 + \sqrt{X}} \right] \left[(\beta^2 r - \beta P_{zo}) / \sqrt{\beta^2 - \sqrt{X}} \right]} \right\}.\end{aligned}$$

Se $\beta > 0$, a expressão anterior reduz-se a

$$\begin{aligned}\tau &= -\frac{1}{\beta} \ln \left\{ \frac{(\sqrt{X} - \beta r + P_{zo}) / V_o - (\sqrt{X} - \beta r + P_{zo}) P_{zo}}{(1/V_o + P_{zo})(1/V_o - P_{zo})} \right\} \\ \therefore \tau &= -\frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{\sqrt{X} - \beta r + P_{zo}}{1/V_o + P_{zo}} \right].\end{aligned}\quad (4.64)$$

Se $\beta < 0$, a equação (4.63) recai naturalmente na mesma expressão anterior. Logo, também é possível representar o tempo de trânsito por (4.64) para qualquer valor de β diferente de zero, independentemente do sinal.

A seção A.1.1 apresenta o desenvolvimento para a obtenção de uma expressão para o tempo de trânsito não mais dependente de r e P_{zo} , mas sim das coordenadas do ponto em profundidade onde ocorre o evento de reflexão. De acordo com o exposto na seção supracitada e considerando τ o tempo total de propagação obtido somando-se o tempo que o raio percorre da fonte até a interface (τ_{si}) e desta até o receptor (τ_{ir}), é possível escrever então que

$$\begin{aligned}\tau &= \tau_{si} + \tau_{ir} \\ &= \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] + \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right].\end{aligned}\quad (4.65)$$

Coordenadas do raio incidente

Para a obtenção das coordenadas do raio incidente a um ponto qualquer, dadas suas condições iniciais representadas pelas vagarosidades iniciais P_{x_0} e P_{z_0} , basta utilizar a primeira expressão exibida em (4.28). Dessa forma, ter-se-á que

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_o + \int_0^r \frac{\mathbf{P}}{\sqrt{(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^3}} dr$$

$$\therefore x = x_o + P_{x_0} \int_0^r \frac{1}{X^{3/2}} dr \quad \text{e} \quad z = z_o + \int_0^r \frac{P_z}{X^{3/2}} dr = z_o + \int_0^r \frac{P_{z_0} - \beta r}{X^{3/2}} dr. \quad (4.66)$$

A solução das integrais anteriores são mostradas em ČERVENÝ (1987) e valem, respectivamente,

$$x = x_o + \frac{1}{P_{x_0} \beta} \left[\frac{\beta r - P_{z_0}}{\sqrt{X}} + P_{z_0} V_o \right] \quad \text{e} \quad z = z_o + \frac{1}{\beta} \left[\frac{1}{\sqrt{X}} - V_o \right], \quad (4.67)$$

onde x e z são as posições do raio incidente e x_o e z_o as posições iniciais do mesmo, referenciados, neste caso, em relação à posição da fonte.

Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora (r_1)

A partir da equação (4.62), é possível encontrar que

$$P_{z_0} = -\frac{1}{2\beta r_1} \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_o^2} - \beta^2 r_1^2 \right). \quad (4.68)$$

Além disso, a primeira equação de (4.67) pode ser disposta sob a forma

$$(x - S) P_{x_0} \beta = V (\beta r_1 - P_{z_0}) + P_{z_0} V_o$$

$$\therefore (x - S)^2 P_{x_0}^2 \beta^2 = [V (\beta r_1 - P_{z_0}) + P_{z_0} V_o]^2$$

$$\therefore (x - S)^2 \left(\frac{1}{V_o^2} - P_{z_0}^2 \right) \beta^2 = [V (\beta r_1 - P_{z_0}) + P_{z_0} V_o]^2, \quad (4.69)$$

onde S e x são as coordenadas horizontais da fonte e do ponto em profundidade, respectivamente. Substituindo (4.68) na última equação, chega-se a uma equação de quarto grau

em r_1 que possui como raízes

$$\left(\pm \frac{\sqrt{(x-S)^2 + (z-z_o)^2}}{\sqrt{(V+V_o)^2 + \beta^2(x-x_o)^2}} \frac{(V+V_o)}{VV_o}, \pm \frac{(z-z_o)}{VV_o} \right). \quad (4.70)$$

Como r_1 deve ser maior que zero, basta considerar as situações nas quais as raízes são positivas, ou seja,

$$\left(\frac{\sqrt{(h+\Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}{\sqrt{(V+V_o)^2 + \beta^2(h+\Delta\xi)^2}} \frac{(V+V_o)}{VV_o}, \frac{|\Delta z|}{VV_o} \right). \quad (4.71)$$

A segunda raiz encontrada depende apenas do deslocamento vertical Δz e é referente ao raio que se propaga perpendicularmente em relação à superfície sem sofrer desvio lateral. Por conseguinte e considerando $\Delta z > 0$, o vetor vazarosidade inicial terá componentes $P_{x_o} = 0$ e $P_{z_o} = 1/V_o$. De fato, a substituição do valor de r_1 dado pela segunda raiz de (4.71) na equação (4.68) gerará

$$P_{z_o} = \frac{VV_o}{2\beta\Delta z} \left(\frac{\beta^2\Delta z^2}{V^2V_o^2} - \frac{1}{V^2} + \frac{1}{V_o^2} \right) = \frac{1}{2\beta\Delta z} \left(\frac{\beta^2\Delta z^2 - V_o^2 + V^2}{VV_o} \right)$$

$$\therefore P_{z_o} = \frac{1}{2\beta\Delta z} \left[\frac{(V-V_o)^2 - V_o^2 + V^2}{VV_o} \right] = \frac{1}{\beta\Delta z} \left(\frac{V-V_o}{V_o} \right) = \frac{1}{V_o}. \quad (4.72)$$

Do mesmo modo, $\Delta z < 0$ gera $P_{z_o} = -1/V_o$.

Parâmetro de integração do raio refletido (r_2)

Para o raio refletido, é preciso reescrever a equação (4.62) tomando como referência o ponto (x, z) em profundidade. Por conseguinte, é possível encontrar para a componente vertical de vazarosidade P_{zr} do raio refletido a expressão

$$P_{zr} = \frac{1}{2\beta r_2} \left(\frac{1}{V^2} - \frac{1}{V_o^2} + \beta^2 r_2^2 \right). \quad (4.73)$$

Da mesma forma, a primeira equação de (4.67) pode ser disposta sob a forma

$$(G-x)P_{xr}\beta = V_o(\beta r_2 - P_{zr}) + P_{zr}V$$

$$\therefore (G-x)^2 P_{xr}^2 \beta^2 = [V_o(\beta r_2 - P_{zr}) + P_{zr}V]^2$$

$$\therefore (G-x)^2 \left(\frac{1}{V^2} - P_{zr}^2 \right) \beta^2 = [V_o (\beta r_2 - P_{zr}) + P_{zr} V]^2. \quad (4.74)$$

onde G e x são as coordenadas horizontais do receptor e do ponto em profundidade, respectivamente. Substituindo (4.73) na expressão anterior e resolvendo-se a equação de quarto grau resultante, encontra-se como raízes para r_2

$$\left(\pm \frac{\sqrt{(G-x)^2 + (z-z_o)^2}}{\sqrt{(V+V_o)^2 + \beta^2 (G-x)^2}} \frac{(V+V_o)}{V V_o}, \pm \frac{(z-z_o)}{V V_o} \right), \quad (4.75)$$

ou, de outra forma e considerando apenas as raízes positivas,

$$\left(\frac{\sqrt{(h-\Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}{\sqrt{(V+V_o)^2 + \beta^2 (h-\Delta\xi)^2}} \frac{(V+V_o)}{V V_o}, \frac{|\Delta z|}{V V_o} \right). \quad (4.76)$$

Tal qual no obtido para r_1 , a segunda raiz encontrada depende apenas do deslocamento vertical Δz e é referente ao raio que se propaga refletido verticalmente, sem sofrer desvio lateral. Por conseguinte e considerando $\Delta z > 0$, o vetor vagarosidade inicial teria, nesse vaso, componentes $P_{xr} = 0$ e $P_{zr} = 1/V$. Do mesmo modo, $\Delta z < 0$ gera $P_{zr} = -1/V$.

Componentes de vagarosidade para os raios incidente e refletido

As primeiras componentes de vagarosidade de interesse são as componentes iniciais. Com isso, torna-se possível saber, para dois pontos quaisquer em profundidade, qual deveria ser a direção inicial para o raio sair do primeiro ponto e atingir o segundo em um meio com a distribuição de velocidade considerada. A componente vertical pode ser obtida com a substituição de r_1 dado pela primeira raiz de (4.71) na equação (4.68), o que gerará

$$P_{zo} = \frac{\beta \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2 V_o \Delta z}{V_o \sqrt{\left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h + \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.77)$$

Como $P_{xo}^2 + P_{zo}^2 = 1/V_o^2$, pode-se encontrar para a componente horizontal inicial de vagarosidade a expressão

$$P_{xo} = \frac{2(h + \Delta\xi)}{\sqrt{\left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h + \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.78)$$

À medida que o raio se propaga a componente vertical de vagarosidade se altera enquanto a componente horizontal se mantém constante, tal como mostrado na expressão (4.58), com a qual torna-se possível encontrar as componentes de vagarosidade para qualquer ponto em profundidade, incluindo onde ocorre o evento de reflexão. A componente horizontal incidente P_{xoi} será dada pela expressão (4.78), enquanto a componente vertical, utilizando a primeira resposta para r_1 mostrada em (4.71), valerá

$$P_{zoi} = \frac{2V\Delta z - \beta \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right]}{V \sqrt{\left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h + \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.79)$$

É possível também conhecer as componentes de vagarosidade horizontal e vertical do raio refletido, denotadas por P_{xr} e P_{zr} , respectivamente, utilizando a lei de Snell tal qual mostrada pela equação (4.9). Nesse caso, apenas as componentes incidentes e a inclinação da interface refletora no ponto são requeridas e tanto P_{xr} quanto P_{zr} não ficariam em função nem das coordenadas do ponto onde ocorreu a reflexão nem das coordenadas do receptor, estas últimas sempre conhecidas. Entretanto, para P_{zr} pode-se utilizar a expressão para r_2 dada pela primeira raiz de (4.76) na equação (4.73), o que, fazendo-se uso dos mesmos procedimentos utilizados na obtenção da equação (4.77), levará a

$$P_{zr} = \frac{\beta \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] - 2V\Delta z}{V \sqrt{\left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h - \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.80)$$

A coordenada $G = \xi + h$ do receptor está implícita na equação anterior pois $h - \Delta\xi = h - (x - \xi) = G - x$. Como não há variação lateral, a velocidade na posição do receptor é igual à velocidade V_o na posição da fonte. Para a obtenção de P_{xr} basta utilizar a relação $P_{xr}^2 + P_{zr}^2 = 1/V^2$, de onde se obtém que

$$P_{xr} = \frac{2(h - \Delta\xi)}{\sqrt{\left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h - \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.81)$$

A componente horizontal de vagarosidade do raio refletido que alcança o receptor nas coordenadas $(G, 0)$, denotada aqui por P_{xri} , será igual à componente horizontal do mesmo raio no ponto onde se deu a reflexão, ou seja, $P_{xri} = P_{xr}$. Já a componente vertical incidente P_{zri} pode ser obtida através das relações $P_{zri} = P_{zr} - \beta r_2$ ou $P_{zri}^2 + P_{xri}^2 = 1/V_o^2$.

Considerando que a componente vertical deve ser negativa na posição do receptor, por ambas as relações pode-se encontrar

$$P_{zri} = - \frac{\beta \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2V_o \Delta z}{\sqrt{\left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[(V + V_o)^2 + \beta^2 (h - \Delta\xi)^2 \right]}}. \quad (4.82)$$

Equação da curva isócrona

A dedução completa da equação da curva isócrona para um meio com gradiente vertical de velocidade encontra-se na seção A.1. Lá, foi obtido que a equação da isócrona será

$$\left[\beta^2 (h^2 + \Delta\xi^2 + \Delta z^2) + 2V_o (\beta \Delta z + V_o) \right]^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \coth^2 (\beta\tau/2) - 4(V_o + \beta \Delta z)^2 V_o^2 \cosh^2 (\beta\tau/2) = 0, \quad (4.83)$$

onde τ representa o tempo de trânsito total entre fonte e receptor. A figura 4.3 mostra um exemplo de curva isócrona, obtida para um modelo onde a distribuição de velocidade é dada por $V = 2,0 + \Delta z/2500$ (em m/ms), meio-afastamento de 2000 metros e tempo de trânsito de 2051,5 milissegundos.

Inclinação da curva de tempo de trânsito

Para a obtenção da inclinação da curva de tempo de trânsito, denotada por ϕ , é conveniente utilizar a equação para o tempo de trânsito total dada pela expressão (4.65), a qual foi deduzida na seção A.1, dada por

$$\tau = \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] + \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]. \quad (4.84)$$

Considerando que $\Delta\xi = x - \xi$, é possível deduzir a inclinação da curva de tempo de trânsito derivando-se a equação anterior em relação a ξ , o que levará a

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = - \frac{2(h + \Delta\xi)}{\sqrt{\left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + (V + V_o)^2 \right]}} + \frac{2(h - \Delta\xi)}{\sqrt{\left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] \left[\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + (V + V_o)^2 \right]}}. \quad (4.85)$$

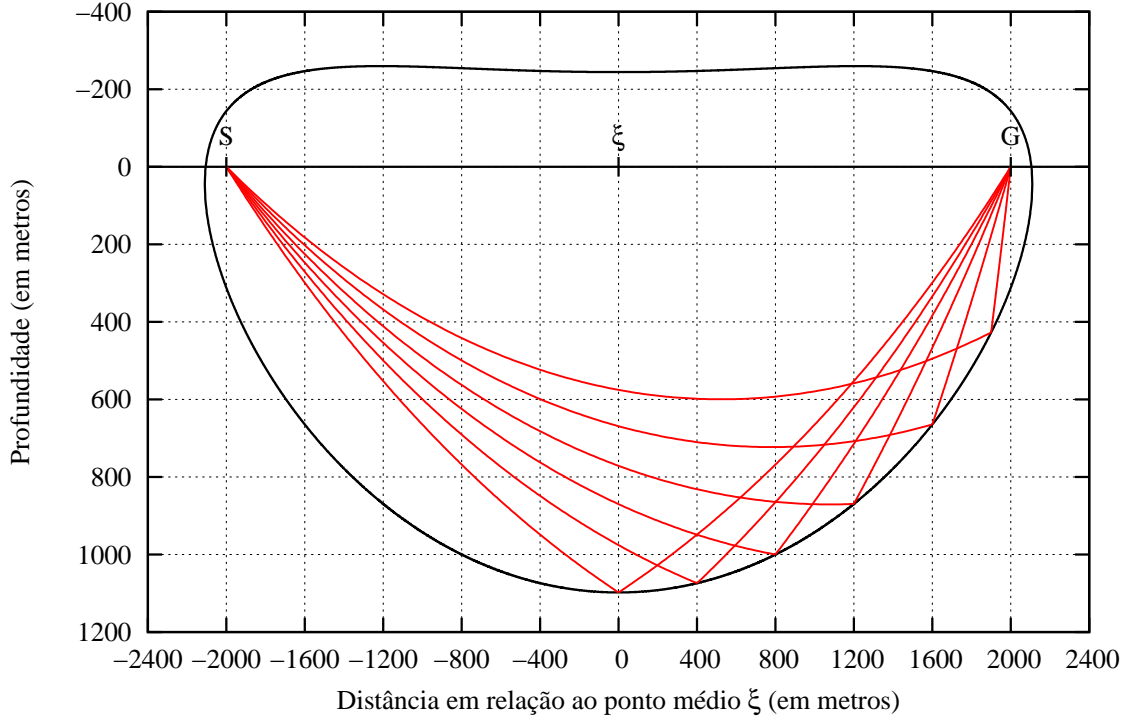


Figura 4.3: Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de velocidade onde $\beta = 1/2500 \text{ ms}^{-1}$, $h = 2000 \text{ m}$, $\tau = 2051,5 \text{ ms}$, $V_o = 2,0 \text{ m/ms}$ e $\xi = 800 \text{ m}$.

Mergulho aparente da interface refletora

Como cada ponto da isócrona pertence a um possível refletor responsável por um determinado evento de reflexão e ambos, isócrona e superfície refletora, devem se tangenciar, é possível afirmar que o ângulo de mergulho do refletor pode ser estimado a partir da inclinação da isócrona no ponto a partir da relação

$$\frac{dz}{dx} = \frac{d\Delta z}{d\Delta \xi} = \theta. \quad (4.86)$$

Utilizando um processo de derivação implícita na equação (4.83), obtém-se para o mergulho aparente a expressão

$$\theta = \frac{\beta \Delta \xi [2 \beta^2 h^2 \coth^2(\beta \tau / 2) - V^2 - \beta^2 (h^2 + \Delta \xi^2) - V_o^2]}{\Delta \xi^2 \beta^2 V + \beta^3 \Delta z (h^2 + \Delta z^2) + \beta^2 V_o (3 \Delta z^2 + h^2) - 2 V_o^2 [V \cosh^2(\beta \tau / 2) - V_o - 2 \beta \Delta z]}, \quad (4.87)$$

onde $V = V_o + \beta \Delta z$. Conseqüentemente, se a tangente a um ponto da isócrona é igual a θ ,

a inclinação da normal ao mesmo ponto será $-1/\theta$. O mergulho aparente também pode obtido utilizando-se as relações entre as componentes de vagarosidade no ponto onde ocorre a reflexão, tal qual é mostrado na seção 4.2.4.

Estimativa do ponto onde ocorreu o evento de reflexão

Sendo o mergulho aparente ϕ conhecido na seção sísmica de entrada, é possível estimar as coordenadas (x_D, z_D) do ponto que gerou, em uma seção sísmica com meio-afastamento fonte-receptor igual a h_1 , o evento de reflexão registrado em (ξ_1, τ_1) encontrando-se o par de valores $(\Delta\xi_1, \Delta z)$ tal que

$$\begin{aligned} \phi - \frac{2(h_1 - \Delta\xi_1)}{\sqrt{[(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2] [\beta^2 (h_1 - \Delta\xi_1)^2 + (V + V_o)^2]}} + \\ + \frac{2(h_1 + \Delta\xi_1)}{\sqrt{[(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2] [\beta^2 (h_1 + \Delta\xi_1)^2 + (V + V_o)^2]}} = 0, \end{aligned} \quad (4.88)$$

onde $x_D = \Delta\xi_1 + \xi_1$ e $z_D = \Delta z + z_o$. Na migração, $\Delta\xi_1$ designa o deslocamento lateral do ponto em profundidade em relação ao ponto médio ξ_1 .

Estimativa do evento de reflexão na demigração

Para se obter, em uma seção sísmica de meio-afastamento h_2 , as coordenadas (ξ_2, τ_2) onde a energia refletida no ponto migrado (x_D, z_D) será observada, pode-se utilizar a equação (4.87). Já de posse do ângulo de mergulho da interface refletora, é possível escrever a expressão

$$\begin{aligned} [\Delta\xi_2^2 \beta^2 V + \beta^3 \Delta z (h_2^2 + \Delta z^2) + 4\beta V_o^2 \Delta z + \beta^2 V_o (3\Delta z^2 + h_2^2) - 2V_o^2 V \cosh^2(\beta\tau_2/2)] \theta + \\ + 2V_o^3 \theta + \beta \Delta\xi_2 [V^2 + \beta^2 (h_2^2 + \Delta\xi_2^2) + V_o^2 - 2\beta^2 h_2^2 \coth^2(\beta\tau_2/2)] = 0, \end{aligned} \quad (4.89)$$

onde $V = V_o + \beta \Delta z$ e $\Delta\xi_2 = x_D - \xi_2$. Além disso, tem-se ainda que

$$\beta \tau_2 = \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h_2 + \Delta\xi_2)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] + \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h_2 - \Delta\xi_2)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]. \quad (4.90)$$

Por conseguinte, a equação (4.89) possui $\Delta\xi_2$ como única variável e sua solução fornecerá a posição ξ_2 onde a energia refletida em (x_D, z_D) será observada em uma seção sísmica de meio-afastamento h_2 . Matematicamente, ter-se-á

$$\xi_2 = x_D - \Delta\xi_2 = \xi_1 + \Delta\xi_1 - \Delta\xi_2. \quad (4.91)$$

4.4.2 Meios com gradiente vertical e lateral de velocidade

Equação de velocidade

A equação de velocidade será referenciada, por convenção, em relação à linha sísmica onde se localiza a fonte. Logo, pode-se escrever que

$$V = V_R + \alpha(x - x_R) + \beta(z - z_R) = V_o + \alpha(h + \Delta\xi) + \beta\Delta z. \quad (4.92)$$

Componentes de vagarosidade

Para a distribuição de velocidade considerada, a expressão matricial para o vetor vagarosidade será igual àquela apresentada em (4.56), ou seja,

$$\mathbf{P}(r) = \mathbf{P}_o - \mathbf{a}r, \quad (4.93)$$

com a diferença de que agora, com o gradiente lateral, a componente horizontal não é mais constante ao longo da trajetória do raio. Desse modo, ter-se-á

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} P_{xo} \\ P_{zo} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}, \quad (4.94)$$

o que leva às relações de vagarosidade

$$P_x = P_{xo} - \alpha r \quad \text{e} \quad P_z = P_{zo} - \beta r, \quad (4.95)$$

onde o parâmetro de integração ao longo do raio continua sendo definido pela equação (4.59).

Tempo de trânsito

Para o cálculo do tempo de trânsito, definido pela equação (4.61), é preciso conhecer a dependência da velocidade com o parâmetro r na distribuição de velocidade considerada. Elevando-se as expressões (4.95) ao quadrado, é possível encontrar então que

$$X = \frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_o^2} - 2(P_{xo}\alpha + P_{zo}\beta)r + (\alpha^2 + \beta^2)r^2. \quad (4.96)$$

Logo, é possível escrever agora que

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{X}} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{\frac{1}{V_o^2} - 2(P_{xo}\alpha + P_{zo}\beta)r + (\alpha^2 + \beta^2)r^2}} \\ \therefore \tau &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \ln \left\{ \frac{[(\alpha^2 + \beta^2)r - (\alpha P_{xo} + \beta P_{zo})] / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + 1/V}{1/V_o - (\alpha P_{xo} + \beta P_{zo}) / \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right\}. \end{aligned} \quad (4.97)$$

A última equação é válida para quaisquer valores de α e β , independentemente do sinal. Ambos, entretanto, não podem assumir, conjuntamente, valores nulos. A seção A.2.1 mostra ainda a obtenção da equação de tempo de trânsito eliminando as componentes de vagarosidade e o parâmetro de integração r . Sendo τ o tempo total de propagação obtido somando-se o tempo da fonte até a interface (τ_{si}) e desta até o receptor (τ_{ir}), é possível escrever, de acordo com o exposto na seção supracitada, que

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{si} + \tau_{ir} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right\} + \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)} \right\}, \end{aligned} \quad (4.98)$$

Coordenadas do raio incidente

Para a obtenção das coordenadas do raio incidente a um ponto qualquer, dadas suas condições iniciais representadas pelas vagarosidades iniciais P_{xo} e P_{zo} , basta utilizar a primeira expressão exibida em (4.28). Dessa forma, ter-se-á que

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_o + \int_0^r \frac{\mathbf{P}}{\sqrt{(\mathbf{P}^T \mathbf{P})^3}} dr$$

$$\therefore x = x_o + \int_0^r \frac{P_{x_o} - \alpha r}{X^{3/2}} dr \quad \text{e} \quad z = z_o + \int_0^r \frac{P_{z_o} - \beta r}{X^{3/2}} dr. \quad (4.99)$$

A solução da primeira integral será

$$x = x_o + \frac{V_o^2 [(\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o}) P_{x_o} + \beta (\alpha P_{z_o} - \beta P_{x_o}) r] - \alpha}{\sqrt{X} [V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]} - \frac{[V_o^3 (\beta P_{x_o} P_{z_o} + \alpha P_{x_o}^2) - \alpha V_o]}{[V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]}, \quad (4.100)$$

enquanto a segunda integral fornecerá

$$z = z_o + \frac{V_o^2 [(\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o}) P_{z_o} + \alpha (\beta P_{x_o} - \alpha P_{z_o}) r] - \beta}{\sqrt{X} [V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]} - \frac{[V_o^3 (\alpha P_{x_o} P_{z_o} + \beta P_{z_o}^2) - \beta V_o]}{[V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]}, \quad (4.101)$$

onde x e z são as posições do raio incidente e x_o e z_o as posições iniciais do mesmo, referenciados, neste caso, em relação à posição da fonte.

Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora (r_1)

O parâmetro r_1 pode ser obtido combinando-se as equações (4.100) e (4.96), o que resultará em uma equação polinomial de quarto grau cujas raízes são

$$\left(\pm \frac{(V + V_o) \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}{V V_o \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha \Delta z - \beta (h + \Delta\xi)]^2}}; \pm \frac{\alpha (h + \Delta\xi) + \beta \Delta z}{V V_o \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right). \quad (4.102)$$

Como r , por definição, é necessariamente positivo, basta considerar como resposta apenas as raízes positivas, ou seja,

$$r_1 = \left(\frac{(V + V_o) \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}{V V_o \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha \Delta z - \beta (h + \Delta\xi)]^2}}; \frac{|\alpha (h + \Delta\xi) + \beta \Delta z|}{V V_o \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right). \quad (4.103)$$

Parâmetro de integração do raio refletido (r_2)

Para a obtenção do parâmetro r_2 , é necessário reescrever a equação (4.100) utilizando como referência o ponto (x, z) de onde parte o raio refletido. Com essa mesma consideração, a expressão (4.96) passará a ser

$$X = \frac{1}{V_o^2 + 2\alpha h} = \frac{1}{V^2} - 2(P_{xr} \alpha + P_{zr} \beta) r + (\alpha^2 + \beta^2) r^2. \quad (4.104)$$

Combinando-se as duas expressões supracitadas e resolvendo-se a equação resultante, encontra-se como soluções para o parâmetro r_2 as raízes

$$\left(\pm \frac{(V + V_o + 2\alpha h) \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}{V(V_o + 2\alpha h) \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h)^2 + [\alpha\Delta z + \beta(h - \Delta\xi)]^2}} ; \pm \frac{\alpha(h - \Delta\xi) - \beta\Delta z}{V(V_o + 2\alpha h) \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right). \quad (4.105)$$

Como r , por definição, é necessariamente positivo, basta considerar como resposta apenas as raízes positivas.

Componentes de vagarosidade para os raios incidente e refletido

As componentes iniciais de vagarosidade P_{xo} e P_{zo} podem ser obtidas substituindo-se a primeira solução para r_1 mostrada em (4.103) na equação (4.96). Com isso, pode-se encontrar a direção inicial para o raio sair da fonte e atingir um ponto em profundidade de coordenadas $(x, z) \equiv (\Delta\xi, \Delta z)$. Portanto, pode-se concluir, recordando ainda que $P_{xo}^2 + P_{zo}^2 = V_o^{-2}$ e $P_{zo} > 0$, que as componentes vertical e horizontal valerão, respectivamente,

$$P_{zo} = \frac{\beta \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2V_o \Delta z}{V_o \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h + \Delta\xi)]^2}} \quad (4.106)$$

e

$$P_{xo} = \frac{\alpha \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2V_o (h + \Delta\xi)}{V_o \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h + \Delta\xi)]^2}}. \quad (4.107)$$

Para as componentes incidentes ao ponto em profundidade considerado, deve-se empregar as relações entre as componentes de vagarosidade mostradas em (4.95), a saber, $P_{xoi} = P_{xo} - \alpha r_1$ e $P_{zoi} = P_{zo} - \beta r_1$, o que resultará em

$$P_{zoi} = \frac{2V \Delta z - \beta \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right]}{V \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h + \Delta\xi)]^2}} \quad (4.108)$$

e

$$P_{xoi} = \frac{2V (h + \Delta\xi) - \alpha \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right]}{V \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h + \Delta\xi)]^2}}. \quad (4.109)$$

Já as componentes iniciais do raio refletido podem ser obtidas substituindo a primeira resposta para r_2 exposta em (4.105) na equação (4.104), o que resultará na componente vertical

$$P_{zr} = \frac{\beta \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] - 2V \Delta z}{V \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h - \Delta\xi)]^2}} \quad (4.110)$$

e na componente horizontal

$$P_{xr} = \frac{\alpha \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2V (h - \Delta\xi)}{V \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h - \Delta\xi)]^2}}. \quad (4.111)$$

As componentes incidentes (P_{xri}, P_{zri}) na posição do receptor, onde a velocidade V_r valerá $V_r = V_o + 2\alpha h$, serão dadas pelas relações $P_{xri} = P_{xr} - \alpha r_2$ e $P_{zri} = \beta r_2$. Utilizando as definições anteriormente obtidas para P_{xr} , P_{zr} e r_2 , ter-se-á para a componente vertical incidente que

$$P_{zri} = - \frac{\beta \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] + 2(V_o + 2\alpha h) \Delta z}{(V_o + 2\alpha h) \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h - \Delta\xi)]^2}}, \quad (4.112)$$

enquanto a componente horizontal incidente ao receptor será

$$P_{xri} = \frac{2(V_o + 2\alpha h) (h - \Delta\xi) - \alpha \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right]}{(V_o + 2\alpha h) \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h - \Delta\xi)]^2}}. \quad (4.113)$$

Equação da curva isócrona

A dedução completa da equação da curva isócrona para um meio com gradiente vertical e lateral de velocidade encontra-se na seção A.2. Lá, obteve-se que a equação da isócrona vale

$$\begin{aligned}
& \left[2V_o (V_o + 2\alpha h) \cosh \left(\tau \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right) \right] (\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi) (\Lambda + \Psi) \\
& - (\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi)^2 (V_o + 2\alpha h)^2 - 4V^2 V_o^2 (V_o + 2\alpha h)^2 \sinh^2 \left(\tau \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right) \\
& - (\Lambda + \Psi)^2 V_o^2 = 0,
\end{aligned} \tag{4.114}$$

onde τ representa o tempo de trânsito total entre fonte e receptor,

$$\Lambda = \beta^2 (h^2 + \Delta\xi^2) + \alpha^2 \Delta z^2 + V^2 + V_o^2 - 2\alpha\beta (h + \Delta\xi) \Delta z \tag{4.115}$$

e

$$\Psi = 4\alpha\beta h \Delta z - 2\beta^2 h \Delta\xi + 4\alpha V_o h + 4\alpha^2 h^2. \tag{4.116}$$

A figura 4.4 mostra um exemplo de curva isócrona, obtida para uma distribuição de velocidade dada por $V = 2,0 + x/2000 + z/2500$ (em m/ms), meio-afastamento de 1500 metros e tempo de trânsito de 1452,4 milissegundos para um CMP localizado em $\xi = 1000$ m. Nesse meio, $V_R = 2,0$ m/ms é a velocidade de referência em $x_R = 0$ e $z_R = 0$. Por conseguinte, na posição da fonte ter-se-á $V_o = 2,0 + (\xi - h)/2000 = 1,75$ m/ms, enquanto a distribuição de velocidade, utilizando a mesma como referência, valerá $V = 1,75 + (1500 + \Delta\xi)/2000 + \Delta z/2500$.

Inclinação da curva de tempo de trânsito

Utilizando a equação (4.98) como ponto de partida, pode-se escrever para o mergulho aparente ϕ que

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{\partial \tau_{si}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau_{ir}}{\partial \xi}. \tag{4.117}$$

Para o cálculo do mergulho aparente da curva de tempo de reflexão, é importante salientar que a velocidade V_o na posição da fonte é dependente da posição do ponto médio ξ através da equação

$$V_o = V_R + \alpha [(\xi - h) - x_R], \tag{4.118}$$

onde V_R é a velocidade de referência cujas coordenadas valem (x_R, z_R) . Como $\Delta\xi = x - \xi$ e $V = V_R + \alpha(x - x_R) + \beta(z - z_R)$, é conveniente reescrever a equação de tempo de reflexão como sendo $\tau = \tau_{si} + \tau_{ir}$, de onde se deduz que

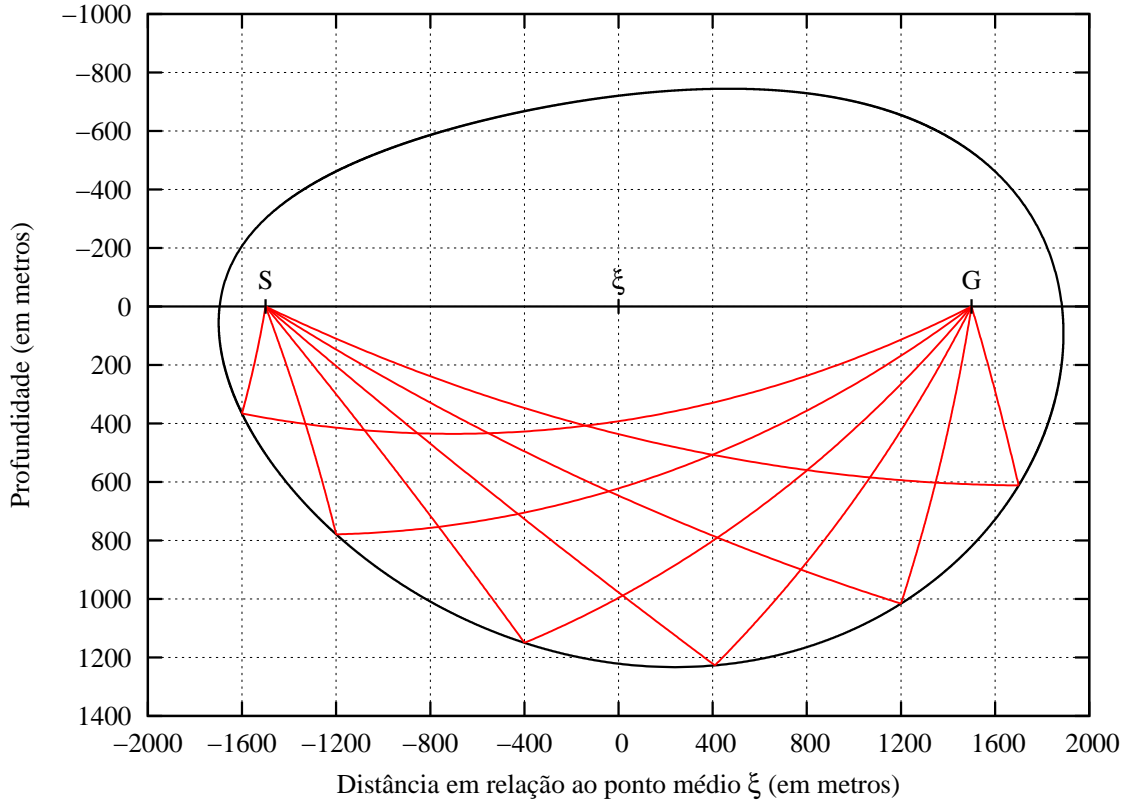


Figura 4.4: Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de velocidade considerando $\alpha = 1/2000\text{ms}^{-1}$, $\beta = 1/2500\text{ms}^{-1}$, $h = 1500\text{m}$, $\tau = 1452,4\text{ms}$, $V_R = 2,0\text{m/ms}$ e $\xi = 1000\text{m}$.

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h+x-\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + [V_R + \alpha(\xi - h - x_R)]^2}{2V[V_R + \alpha(\xi - h - x_R)]} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h-x+\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + [V_R + \alpha(\xi - h - x_R) + 2\alpha h]^2}{2V[V_R + \alpha(\xi - h - x_R) + 2\alpha h]} \right\}. \quad (4.119)$$

Logo, o mergulho aparente da curva de tempo de trânsito vale

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h+x-\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + [V_R + \alpha(\xi - h - x_R)]^2}{2V[V_R + \alpha(\xi - h - x_R)]} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial}{\partial \xi} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h-x+\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + [V_R + \alpha(\xi - h - x_R) + 2\alpha h]^2}{2V[V_R + \alpha(\xi - h - x_R) + 2\alpha h]} \right\}.$$

Reutilizando as notações $\Delta\xi = x - \xi$ e $V_o = V_R + \alpha(\xi - h - x_R)$ por questões de legibilidade, é possível encontrar

$$\begin{aligned}
\phi\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} &= \frac{2\alpha\beta V_o \Delta z - 2\beta^2(h + \Delta\xi)V_o + \alpha(V_o^2 - V^2) - \alpha[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2}{2V V_o^2 \sqrt{\left[\frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o}\right]^2 - 1}} + \\
&+ \frac{(V_o + 2\alpha h)[2\beta^2(h - \Delta\xi) + 2\alpha\beta\Delta z] + \alpha[(V_o + 2\alpha h)^2 - V^2] - \alpha[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2}{2V(V_o + 2\alpha h)^2 \sqrt{\left[\frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)}\right]^2 - 1}} \\
\therefore \phi\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} &= \frac{-(\alpha^2 + \beta^2) \left[2(h + \Delta\xi)V_o + \alpha(h + \Delta\xi)^2 + \alpha\Delta z^2\right]}{V_o \sqrt{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o)^2} \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2) \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right]}} + \\
&+ \frac{(\alpha^2 + \beta^2) \left[2V_o(h - \Delta\xi) + 4\alpha h^2 - \alpha(h + \Delta\xi)^2 - \alpha\Delta z^2\right]}{(V_o + 2\alpha h) \sqrt{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o + 2\alpha h)^2} \sqrt{(\alpha^2 + \beta^2) \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right]}} \\
\therefore \phi &= -\frac{2V_o(h + \Delta\xi) + \alpha \left[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right]}{V_o \sqrt{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o)^2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} + \\
&+ \frac{2(V_o + 2\alpha h)(h - \Delta\xi) - \alpha \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right]}{(V_o + 2\alpha h) \sqrt{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o + 2\alpha h)^2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}}. \tag{4.120}
\end{aligned}$$

Mergulho aparente da interface refletora

Devido à complexidade da equação da curva isócrona para um meio com gradiente vertical e lateral de velocidade, torna-se mais conveniente utilizar, para o cálculo do mergulho aparente da interface refletora, as relações entre as componentes de vagarosidade dos raios incidente e refletido, as quais foram deduzidas na seção 4.2.4 a partir da lei de Snell. Lá, foi mostrado que o mergulho aparente θ será dado por

$$\theta = \frac{P_{zoi} + P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}} \quad \text{e/ou} \quad \theta = \frac{P_{xoi} - P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}}. \tag{4.121}$$

Como expressões para as componentes de vagarosidade dependentes apenas de h , ξ , $\Delta\xi$ e Δz foram apresentadas da equação (4.108) até (4.111), a computação das fórmulas apresentadas em (4.121) torna-se direta.

Estimativa do ponto onde ocorreu o evento de reflexão

Sendo o mergulho aparente ϕ conhecido na seção sísmica de entrada, é possível estimar as coordenadas (x_D, z_D) do ponto que gerou, nessa seção sísmica, o evento de reflexão registrado em (ξ_1, τ_1) encontrando-se o par de valores $(\Delta\xi_1, \Delta z)$ tal que

$$\begin{aligned} \phi - \frac{2(V_o + 2\alpha h_1)(h_1 - \Delta\xi_1) - \alpha \left[(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2 \right]}{(V_o + 2\alpha h_1) \sqrt{[\beta(h_1 - \Delta\xi_1) + \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o + 2\alpha h_1)^2} \sqrt{(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} + \\ + \frac{2(h_1 + \Delta\xi_1)V_o + \alpha \left[(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2 \right]}{V_o \sqrt{[\beta(h_1 + \Delta\xi_1) - \alpha\Delta z]^2 + (V + V_o)^2} \sqrt{(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} = 0, \end{aligned} \quad (4.122)$$

onde $x_D = \Delta\xi_1 + \xi_1$ e $z_D = \Delta z + z_o$. Na migração, $\Delta\xi_1$ designa o deslocamento lateral do ponto em profundidade em relação ao ponto médio ξ_1 .

Estimativa do evento de reflexão na demigração

Para se obter, em uma seção sísmica de meio-afastamento h_2 , as coordenadas (ξ_2, τ_2) onde a energia refletida no ponto migrado (x_D, z_D) será observada, pode-se utilizar como condição necessária e suficiente a imposição de que ambas as relações expostas em (4.121) sejam simultaneamente satisfeitas. Já de posse do ângulo de mergulho da interface refletora, é possível escrever que

$$\theta(P_{xr} + P_{xoi}) - P_{zoi} - P_{zr} = 0 \quad \text{e} \quad \theta(P_{zr} - P_{zoi}) - P_{xoi} + P_{xr} = 0. \quad (4.123)$$

As equações anteriores são funções apenas da coordenada do ponto médio $\xi_2 = x_D - \Delta\xi_2$, pois as componentes de vagariedade valerão

$$P_{zoi} = \frac{2V\Delta z - \beta \left[(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2 \right]}{V \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h_2 + \Delta\xi_2)]^2}}, \quad (4.124a)$$

$$P_{xoi} = \frac{2V(h_2 + \Delta\xi_2) - \alpha \left[(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2 \right]}{V \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o)^2 + [\alpha\Delta z - \beta(h_2 + \Delta\xi_2)]^2}}, \quad (4.124b)$$

$$P_{zr} = \frac{\beta \left[(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2 \right] - 2V \Delta z}{V \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h_2)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h_2 - \Delta\xi_2)]^2}} \quad (4.124c)$$

e, por fim,

$$P_{xr} = \frac{\alpha \left[(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2 \right] + 2V (h_2 - \Delta\xi_2)}{V \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2} \sqrt{(V + V_o + 2\alpha h_2)^2 + [\alpha \Delta z + \beta (h_2 - \Delta\xi_2)]^2}}, \quad (4.124d)$$

onde $V_o = V_R + \alpha(\xi_2 - h_2 - x_R)$. Uma vez obtida a coordenada do ponto médio ξ_2 onde a energia refletida em (x_D, z_D) será observada em uma seção sísmica de meio-afastamento comum h_2 , bastará aplicar a equação (4.98) para se obter o tempo de trânsito τ_2 . Por conseguinte, ter-se-á que

$$\tau_2 = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta (h_2 + \Delta\xi_2) - \alpha \Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right\} + \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta (h_2 - \Delta\xi_2) + \alpha \Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h_2)^2}{2V (V_o + 2\alpha h_2)} \right\}. \quad (4.125)$$

4.4.3 Meios com gradiente vertical de vagariedade quadrática

Equação de velocidade

A equação de velocidade será referenciada, por convenção, em relação à linha sísmica onde se localiza a fonte. Logo, pode-se escrever que

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_R^2} + \beta(z - z_R) = \frac{1}{V_o^2} + \beta \Delta z. \quad (4.126)$$

Componentes de vagariedade

Utilizando a expressão (4.43) e as considerações supracitadas para o parâmetro de integração, encontrar-se-á que

$$\mathbf{P}(\sigma) = \mathbf{P}_o + \frac{\mathbf{a}}{2} \sigma, \quad (4.127)$$

onde as componentes dos vetores da equação anterior valem

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} P_{xo} \\ P_{zo} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 \\ \beta \end{bmatrix}, \quad (4.128)$$

o que leva às relações de vagarosidade

$$P_x = P_{xo} \quad \text{e} \quad P_z = P_{zo} + \frac{\beta\sigma}{2}. \quad (4.129)$$

O parâmetro de integração ao longo do raio para a distribuição de velocidade considerada pode ser definido utilizando-se a equação (4.40) com a consideração que $\tau_o = 0$ e $\sigma_o(\tau_o) = 0$ na posição inicial, o que leva a

$$\sigma = \int_0^\tau V^2 d\tau. \quad (4.130)$$

Coordenadas do raio incidente

As coordenadas do raio incidente a um ponto (x, z) qualquer em profundidade podem ser obtidas utilizando-se a equação (4.42), de onde pode-se concluir que o vetor de coordenadas valerá

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(\sigma) &= \int_0^\sigma \mathbf{P} d\sigma = \int_0^\sigma \left(\mathbf{P}_o + \frac{\mathbf{a}}{2} \sigma \right) d\sigma \\ \therefore \mathbf{x}(\sigma) &= \mathbf{x}_o + \mathbf{P}_o \sigma + \frac{\mathbf{a}}{4} \sigma^2. \end{aligned} \quad (4.131)$$

Logo, sendo, por hipótese, as coordenadas iniciais do raio iguais às coordenadas da fonte, ou seja, $\mathbf{x}_o = (x_o, z_o) = (\xi - h, 0)$, obter-se-á, para o modelo de velocidade em consideração, as equações

$$x = \xi - h + P_{xo} \sigma \quad \text{e} \quad z = P_{zo} \sigma + \frac{\beta}{4} \sigma^2. \quad (4.132)$$

Tempo de trânsito

A expressão geral do tempo de trânsito para o raio que se propaga em meio com gradiente de vagarosidade quadrática pode ser deduzido a partir da relação

$$\frac{d\tau}{d\sigma} = \frac{1}{V^2}. \quad (4.133)$$

Logo, encontrar-se-á

$$\tau = \int_0^\sigma \left(\frac{1}{V_o^2} + \mathbf{a}^T (\mathbf{x} - \mathbf{x}_o) \right) d\sigma = \int_0^\sigma \left[\frac{1}{V_o^2} + \mathbf{a}^T \left(\mathbf{P}_o \sigma + \frac{\mathbf{a}}{4} \sigma^2 \right) \right] d\sigma$$

$$\therefore \tau = \frac{1}{V_o^2} \sigma + \frac{1}{2} \mathbf{a}^T \mathbf{P}_o \sigma^2 + \frac{1}{12} \mathbf{a}^T \mathbf{a} \sigma^3. \quad (4.134)$$

Logo, se τ_{si} for o tempo de trânsito da fonte até a interface e σ_1 for o parâmetro de integra o ao longo desse trajeto,   possível escrever simplesmente que

$$\tau_{si} = \frac{1}{V_o^2} \sigma_1 + \frac{1}{2} \beta P_{zo} \sigma_1^2 + \frac{1}{12} \beta^2 \sigma_1^3. \quad (4.135)$$

Além disso,   possível também eliminar a componente vertical de vagarosidade P_{zo} da expressão anterior utilizando-se a segunda rela o exposta em (4.132), da qual extrai-se que

$$P_{zo} = \frac{\Delta z}{\sigma_1} - \frac{\beta \sigma_1}{4}. \quad (4.136)$$

Substituindo a rela o anterior em (4.135), ter-se-  que

$$\tau_{si} = \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) \sigma_1 - \frac{1}{24} \beta^2 \sigma_1^3. \quad (4.137)$$

A expressão (4.135) pode ainda ser aproveitada para o cáculo do tempo de trânsito τ_{ir} do raio refletido, bastando, para isso, utilizar o ponto onde ocorreu a reflexão como o início da trajetória do raio, o que levará a

$$\tau_{ir} = \frac{1}{V^2} \sigma_2 + \frac{1}{2} \beta P_{zr} \sigma_2^2 + \frac{1}{12} \beta^2 \sigma_2^3, \quad (4.138)$$

onde σ_2   o parâmetro de integra o do raio que se propaga da interface até o receptor e V   a velocidade no ponto onde ocorreu a reflexão. A componente vertical de vagarosidade P_{zr} pode ser eliminada da última equa o utilizando-se a segunda rela o exposta em (4.132) sob a forma

$$z_o = z + P_{zr} \sigma_2 + \frac{\beta}{4} \sigma_2^2,$$

de onde se deduz que

$$P_{zr} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} - \frac{\beta \sigma_2}{4}. \quad (4.139)$$

Substituindo as equações anterior e (4.126) em (4.138), encontra-se que o tempo de trânsito do raio refletido valerá

$$\tau_{ir} = \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) \sigma_2 - \frac{1}{24} \beta^2 \sigma_2^3. \quad (4.140)$$

Por conseguinte, o tempo de trânsito total será fornecido pela soma dos tempos de trânsito parciais dados pelas equações (4.137) e (4.140), ou seja,

$$\begin{aligned} \tau &= \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) \sigma_1 - \frac{1}{24} \beta^2 \sigma_1^3 + \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right] \sigma_2 - \frac{1}{24} \beta^2 \sigma_2^3 \\ \therefore \tau &= \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{24} \beta^2 (\sigma_1^3 + \sigma_2^3). \end{aligned} \quad (4.141)$$

Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora (σ_1)

A seção B.1.1 apresenta o desenvolvimento para a obtenção de uma expressão para o parâmetro σ_1 em função das coordenadas da fonte e do ponto (x_D, z_D) pertencente à interface refletora onde ocorre o evento de reflexão. Logo, de acordo com o exposto na seção supracitada, é possível escrever que

$$\sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.142)$$

Parâmetro de integração do raio refletido (σ_2)

A seção B.1.2 apresenta o desenvolvimento para a obtenção de uma expressão para o parâmetro σ_2 em função da posição do receptor e das coordenadas do ponto ocorre o evento de reflexão. Logo, de acordo com o exposto na seção supracitada, é possível escrever que

$$\sigma_2 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.143)$$

Componentes de vagarosidade para os raios incidente e refletido

Todas as componentes de vagarosidade relacionadas às trajetórias dos raios incidente e refletido podem ser obtidas e mantidas em função de σ_1 ou σ_2 , uma vez que ambos dependem apenas do ponto em profundidade onde houve a reflexão. Conseqüentemente, as componentes iniciais de vagarosidade do raio incidente podem ser deduzidas sem dificuldade a partir das relações mostradas em (B.1) e valerão

$$P_{xo} = \frac{h + \Delta\xi}{\sigma_1} \quad \text{e} \quad P_{zo} = \frac{\Delta z}{\sigma_1} - \frac{\beta\sigma_1}{4}. \quad (4.144)$$

As componentes de vagarosidade incidentes ao ponto de reflexão são encontradas utilizando-se as relações $P_{xoi} = P_{xo}$ e $P_{zoi} = P_{zo} + \beta\sigma_1/2$, o que levará a

$$P_{xoi} = \frac{h + \Delta\xi}{\sigma_1} \quad \text{e} \quad P_{zoi} = \frac{\Delta z}{\sigma_1} + \frac{\beta\sigma_1}{4}. \quad (4.145)$$

Já as componentes iniciais do raio refletido podem ser extraídas diretamente de (B.10), de onde se deduz que

$$P_{xr} = \frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} \quad \text{e} \quad P_{zr} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} - \frac{\beta\sigma_2}{4}, \quad (4.146)$$

enquanto as componentes incidentes ao receptor são obtidas fazendo-se $P_{xri} = P_{xr}$ e $P_{zri} = P_{zr} + \beta\sigma_2/2$, de onde se obtém

$$P_{xri} = \frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} \quad \text{e} \quad P_{zri} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} + \frac{\beta\sigma_2}{4}. \quad (4.147)$$

Equação da curva isócrona

Por questões de praticidade computacional, a equação para o tempo de trânsito total apresentada em (4.141) será diretamente utilizada para representar a curva isócrona de um meio com gradiente de vagarosidade quadrática. Portanto, a isócrona, para um determinado evento de reflexão registrado em (ξ, τ) , será formada por todos os pontos (x, z) em profundidade tal que

$$\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{24} \beta^2 (\sigma_1^3 + \sigma_2^3) - \tau = 0, \quad (4.148)$$

recordando que σ_1 e σ_2 são definidos pelas equações (4.142) e (4.143), respectivamente, $\Delta\xi = x - \xi$ e $\Delta z = z - z_o$ (ou, de forma mais comum, $\Delta z = z$ para a fonte localizada em $z_o = 0$). A figura 4.5 mostra um exemplo de curva isócrona obtida para um meio cuja

distribuição de velocidade é dada por $V^{-2} = 1/4 - \Delta z/10000$. Para construção dessa curva, foi escolhido o CMP localizado em $\xi = 1000\text{m}$ para uma aquisição utilizando meio-afastamento de 1500m , onde encontrou-se um tempo de reflexão de $1652,4\text{ms}$. Já a figura 4.6 apresenta a variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ com o deslocamento lateral $\Delta\xi$ em relação ao ponto médio.

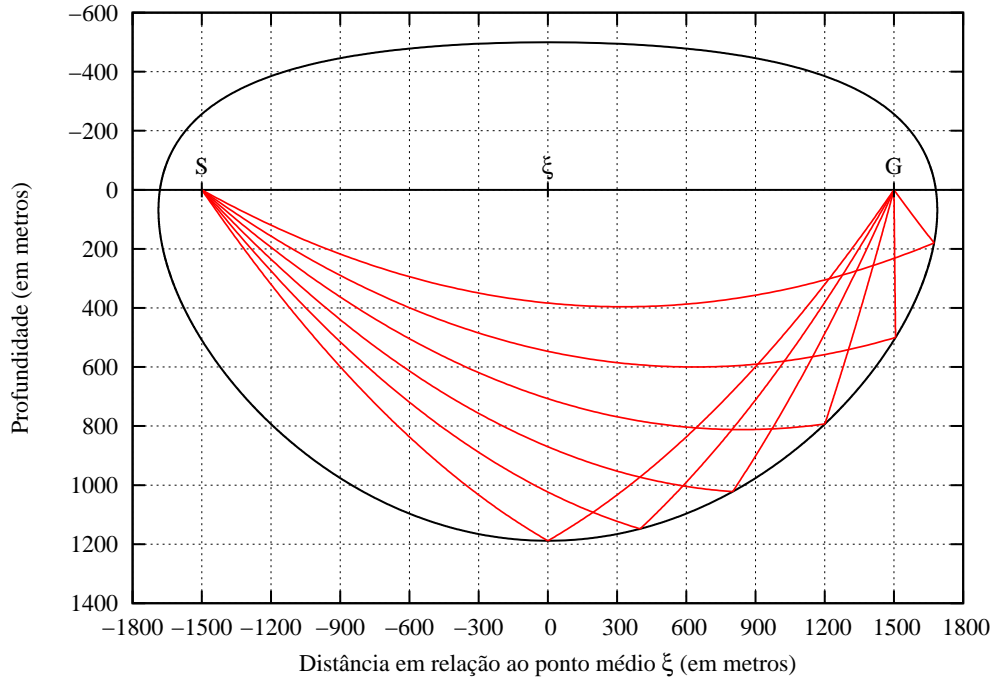


Figura 4.5: Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical de vagarosidade quadrática considerando $\beta = -100\text{s}^2\text{m}^{-3}$, $h = 1500\text{m}$, $\tau = 1652,4\text{ms}$, $V_o = 2,0\text{m/ms}$ e $\xi = 1000\text{m}$.

Inclinação da curva de tempo de trânsito

A seção B.1.3 do apêndice mostra a dedução da inclinação da curva de tempo de trânsito para um meio com gradiente vertical de vagarosidade quadrática. Dessa forma, através dos desenvolvimentos mostrados na referida seção, foi encontrado que a inclinação valerá

$$\phi = \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1}. \quad (4.149)$$

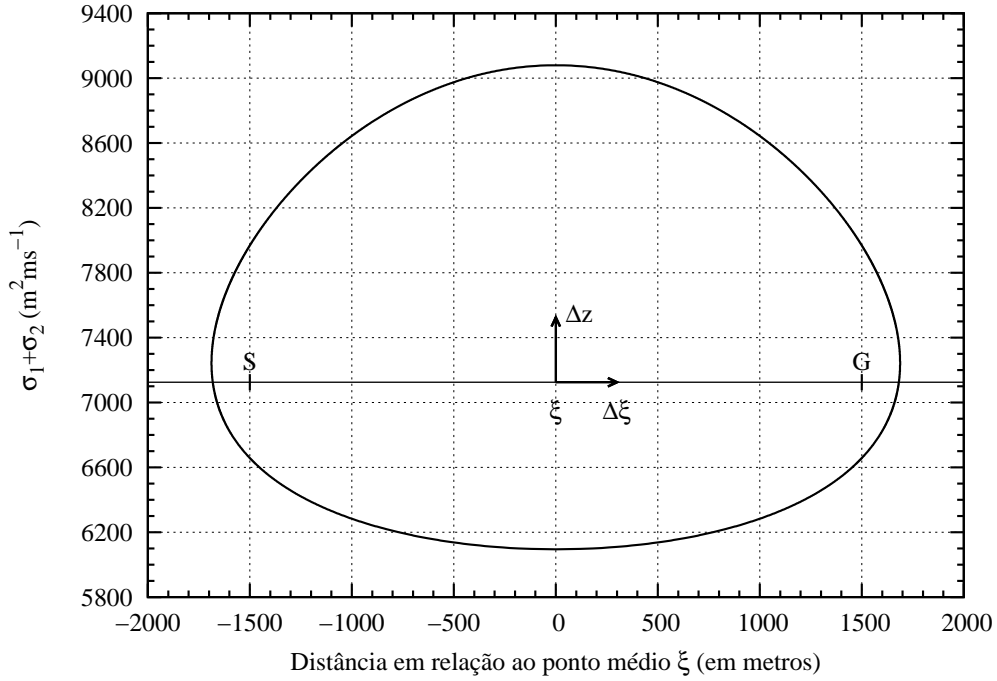


Figura 4.6: Variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ da isócrona da figura anterior em função do deslocamento lateral em relação ao ponto médio.

Mergulho aparente da interface refletora

Para o cálculo do mergulho aparente da interface refletora, é conveniente utilizar as relações entre as componentes de vagarosidade dos raios incidente e refletido deduzidas na seção (4.2.4) a partir da lei de Snell. Lá, foi mostrado que o mergulho aparente θ será dado por

$$\theta = \frac{P_{zoi} + P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}} \quad \text{e/ou} \quad \theta = \frac{P_{xoi} - P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}}. \quad (4.150)$$

Utilizando as expressões das componentes de vagarosidade apresentadas da equação (4.144) até (4.147), o mergulho aparente valerá

$$\theta = \frac{\left(\frac{\beta}{4} - \frac{\Delta z}{\sigma_1 \sigma_2}\right) (\sigma_1 - \sigma_2)}{\frac{h - \Delta \xi}{\sigma_2} + \frac{h + \Delta \xi}{\sigma_1}} = \frac{(\beta \sigma_1 \sigma_2 - 4 \Delta z) (\sigma_1 - \sigma_2)}{4 [(\sigma_1 + \sigma_2) h - (\sigma_1 - \sigma_2) \Delta \xi]} \quad (4.151)$$

e/ou

$$\theta = \frac{\frac{(h + \Delta \xi)}{\sigma_1} - \frac{(h - \Delta \xi)}{\sigma_2}}{-\left(\frac{\Delta z}{\sigma_1 \sigma_2} + \frac{\beta}{4}\right) (\sigma_1 + \sigma_2)} = \frac{4 \phi \sigma_1 \sigma_2}{(4 \Delta z + \beta \sigma_1 \sigma_2) (\sigma_1 + \sigma_2)}. \quad (4.152)$$

Estimativa do ponto onde ocorreu o evento de reflexão

Sendo o mergulho aparente ϕ conhecido na seção sísmica de entrada, é possível estimar as coordenadas (x_D, z_D) do ponto que gerou, nessa seção, o evento de reflexão registrado em (ξ_1, τ_1) encontrando-se o par de valores $(\Delta\xi_1, \Delta z)$ pertencentes a

$$\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2}\right)(\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{24}\beta^2(\sigma_1^3 + \sigma_2^3) - \tau_1 = 0 \quad (4.153)$$

tal que

$$\phi - \frac{(h_1 - \Delta\xi_1)}{\sigma_2} + \frac{(h_1 + \Delta\xi_1)}{\sigma_1} = 0, \quad (4.154)$$

onde, neste caso,

$$\sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right| \quad (4.155)$$

e

$$\sigma_2 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.156)$$

Dessa forma, pode-se encontrar as coordenadas do ponto migrado da forma usual, ou seja, fazendo-se $x_D = \Delta\xi_1 + \xi_1$ e $z_D = \Delta z + z_o$.

Estimativa do evento de reflexão na demigração

Para se obter, em uma seção sísmica de meio-afastamento h_2 , as coordenadas (ξ_2, τ_2) onde a energia refletida no ponto migrado (x_D, z_D) será observada, pode-se utilizar como condição necessária e suficiente a imposição de que ambas as relações expostas em (4.150) sejam simultaneamente satisfeitas. Já de posse do ângulo de mergulho da interface refletora, é possível escrever que

$$4\theta[(\sigma_1 + \sigma_2)h_2 - (\sigma_1 - \sigma_2)\Delta\xi_2] - (\beta\sigma_1\sigma_2 - 4\Delta z)(\sigma_1 - \sigma_2) = 0 \quad (4.157)$$

e

$$\theta(4\Delta z + \beta\sigma_1\sigma_2)(\sigma_1 + \sigma_2) - 4\sigma_1(h_2 - \Delta\xi_2) + 4\sigma_2(h_2 + \Delta\xi_2) = 0. \quad (4.158)$$

As duas equações anteriores são funções apenas do deslocamento lateral $\Delta\xi_2$, pois os parâmetros de integração ao longo do raio valerão

$$\sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right| \quad (4.159)$$

e

$$\sigma_2 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.160)$$

Uma vez obtida a coordenada do ponto médio $\xi_2 = x_D - \Delta\xi_2 = \xi_1 + \Delta\xi_1 - \Delta\xi_2$ onde a energia refletida em (x_D, z_D) será observada, bastará aplicar a equação (4.141) para se obter o respectivo tempo de trânsito τ_2 . Por conseguinte, ter-se-á que

$$\tau_2 = \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} \right) (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{24} \beta^2 (\sigma_1^3 + \sigma_2^3), \quad (4.161)$$

com σ_1 e σ_2 dados, na demigração, pelas equações (4.159) e (4.160).

4.4.4 Meios com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática

Equação de velocidade

A equação de velocidade será referenciada, por convenção, em relação à posição da fonte. Logo, pode-se escrever que

$$\frac{1}{V^2} = \frac{1}{V_R^2} + \alpha(x - x_R) + \beta(z - z_R) = \frac{1}{V_o^2} + \alpha(h + \Delta\xi) + \beta\Delta z. \quad (4.162)$$

Componentes de vagarosidade

Utilizando a expressão (4.43) e as considerações supracitadas para o parâmetro de integração, encontrar-se-á que

$$\mathbf{P}(\sigma) = \mathbf{P}_o + \frac{\mathbf{a}}{2} \sigma, \quad (4.163)$$

onde as componentes dos vetores da equação anterior valem

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} P_x \\ P_z \end{bmatrix}, \quad \mathbf{P}_o = \begin{bmatrix} P_{xo} \\ P_{zo} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix}, \quad (4.164)$$

o que leva às relações de vagarosidade

$$P_x = P_{xo} + \frac{\alpha \sigma}{2} \quad \text{e} \quad P_z = P_{zo} + \frac{\beta \sigma}{2}, \quad (4.165)$$

onde o parâmetro de integração ao longo do raio é definido pela equação (4.40).

Coordenadas do raio incidente

As coordenadas do raio incidente a um ponto qualquer em profundidade podem ser encontradas aproveitando-se o resultado obtido em (4.131) deduzidas a partir de (4.42). Dessa forma, supondo as coordenadas iniciais do raio iguais às coordenadas da fonte, ou seja, $\mathbf{x}_o = (x_o, z_o) = (\xi - h, 0)$, ter-se-á, para o modelo de velocidade em consideração, que

$$x = \xi - h + P_{xo} \sigma + \frac{\alpha \sigma^2}{4} \quad \text{e} \quad z = P_{zo} \sigma + \frac{\beta \sigma^2}{4}. \quad (4.166)$$

Tempo de trânsito

O tempo de trânsito para modelos com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática pode ser calculado aproveitando-se o resultado obtido em (4.134). Considerando τ_{si} o tempo de trânsito da fonte até a interface, σ_1 o parâmetro de integração ao longo desse trajeto e que agora $\mathbf{a}^T = [\alpha \quad \beta]$, é possível escrever, de (4.134), que

$$\tau_{si} = \frac{1}{V_o^2} \sigma_1 + \frac{1}{2} (\alpha P_{xo} + \beta P_{zo}) \sigma_1^2 + \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^3. \quad (4.167)$$

A componentes de vagarosidade P_{xo} e P_{zo} podem eliminadas aproveitando-se as relações expostas em (4.166). Com isso, τ_{si} passará a ser

$$\tau_{si} = \frac{1}{V_o^2} \sigma_1 + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(\frac{h + \Delta \xi}{\sigma_1} - \frac{\alpha \sigma_1}{4} \right) + \beta \left(\frac{\Delta z}{\sigma_1} - \frac{\beta \sigma_1}{4} \right) \right] \sigma_1^2 + \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^3$$

$$\therefore \tau_{si} = \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_1 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^3. \quad (4.168)$$

Para o cálculo do tempo de trânsito τ_{ir} do raio refletido, será adotado o ponto onde ocorreu a reflexão como o início da trajetória do raio, o que levará a

$$\tau_{si} = \frac{1}{V^2} \sigma_2 + \frac{1}{2} (\alpha P_{xr} + \beta P_{zr}) \sigma_2^2 + \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^3. \quad (4.169)$$

onde σ_2 é o parâmetro de integração do raio que se propaga da interface até o receptor e V é a velocidade no ponto onde ocorreu a reflexão. As componentes de vagarosidade P_{xr} e P_{zr} podem ser eliminadas da última equação utilizando-se as relações expostas em (4.166) sob a forma

$$\xi + h = x_D + P_{xr} \sigma_2 + \frac{\alpha \sigma_2^2}{4} \quad e \quad z_o = z_D + P_{zr} \sigma_2 + \frac{\beta \sigma_2^2}{4},$$

de onde se deduz que

$$P_{xr} = \frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} - \frac{\alpha \sigma_2}{4} \quad e \quad P_{zr} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} - \frac{\beta \sigma_2}{4}. \quad (4.170)$$

Por conseguinte, o tempo de trânsito para o raio refletido será

$$\begin{aligned} \tau_{ir} &= \frac{1}{V^2} \sigma_2 + \frac{1}{2} \left[\alpha \left(\frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} - \frac{\alpha \sigma_2}{4} \right) + \beta \left(-\frac{\Delta z}{\sigma_2} - \frac{\beta \sigma_2}{4} \right) \right] \sigma_2^2 + \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^3 \\ \therefore \tau_{ir} &= \left[\frac{1}{V^2} + \frac{1}{2} \alpha (h - \Delta\xi) - \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^3 \\ \therefore \tau_{ir} &= \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_2 + \alpha h \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^3. \quad (4.171) \end{aligned}$$

Por conseguinte, o tempo de trânsito total será fornecido pela soma dos tempos de trânsito parciais dados pelas equações (4.168) e (4.171), o que resultará em

$$\tau = \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] (\sigma_1 + \sigma_2) + \alpha h \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) (\sigma_1^3 + \sigma_2^3). \quad (4.172)$$

Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora (σ_1)

A seção B.2.1 apresenta o desenvolvimento para a obtenção de uma expressão para o parâmetro σ_1 em função das coordenadas da fonte e do ponto (x_D, z_D) pertencente à interface refletora onde ocorre o evento de reflexão. Logo, de acordo com o exposto na seção supracitada, é possível escrever que

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.173)$$

Parâmetro de integração do raio refletido (σ_2)

A seção B.2.2 apresenta o desenvolvimento para a obtenção de uma expressão para o parâmetro σ_2 em função da posição do receptor e das coordenadas do ponto ocorre o evento de reflexão. Logo, de acordo com o exposto na seção supracitada, é possível escrever que

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.174)$$

Componentes de vagarosidade para os raios incidente e refletido

Assim como foi feito para meios com gradiente vertical de vagarosidade quadrática, todas as componentes de vagarosidade relacionadas às trajetórias dos raios incidente e refletido podem ser obtidas e mantidas em função de σ_1 ou σ_2 , uma vez que ambos os parâmetros dependem apenas do ponto em profundidade onde houve a reflexão. Conseqüentemente, as componentes iniciais de vagarosidade do raio incidente podem ser deduzidas sem dificuldade a partir das relações mostradas em (B.24) e valerão

$$P_{xo} = \frac{h + \Delta\xi}{\sigma_1} - \frac{\alpha \sigma_1}{4} \quad \text{e} \quad P_{zo} = \frac{\Delta z}{\sigma_1} - \frac{\beta \sigma_1}{4}. \quad (4.175)$$

As componentes de vagarosidade incidentes ao ponto de reflexão são encontradas utilizando-se as relações $P_{xoi} = P_{xo} + \alpha \sigma_1/2$ e $P_{zoi} = P_{zo} + \beta \sigma_1/2$, o que levará a

$$P_{xoi} = \frac{h + \Delta\xi}{\sigma_1} + \frac{\alpha \sigma_1}{4} \quad \text{e} \quad P_{zoi} = \frac{\Delta z}{\sigma_1} + \frac{\beta \sigma_1}{4}. \quad (4.176)$$

Já as componentes iniciais do raio refletido podem ser extraídas diretamente de (B.28), de onde se deduz que

$$P_{xr} = \frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} - \frac{\alpha\sigma_2}{4} \quad \text{e} \quad P_{zr} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} - \frac{\beta\sigma_2}{4}, \quad (4.177)$$

enquanto as componentes incidentes ao receptor são obtidas fazendo-se $P_{xri} = P_{xr} + \alpha\sigma_2/2$ e $P_{zri} = P_{zr} + \beta\sigma_2/2$, de onde se obtém

$$P_{xri} = \frac{h - \Delta\xi}{\sigma_2} + \frac{\alpha\sigma_2}{4} \quad \text{e} \quad P_{zri} = -\frac{\Delta z}{\sigma_2} + \frac{\beta\sigma_2}{4}. \quad (4.178)$$

Equação da curva isócrona

Por questões de praticidade computacional, a equação para o tempo de trânsito total apresentada em (4.172) será diretamente utilizada para representar a curva isócrona de um meio com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática. Portanto, a isócrona, para um determinado evento de reflexão registrado em (ξ, τ) , será formada por todos os pontos (x, z) em profundidade tal que

$$\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] (\sigma_1 + \sigma_2) + \alpha h \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) (\sigma_1^3 + \sigma_2^3) - \tau = 0, \quad (4.179)$$

ênfatizando que σ_1 e σ_2 são agora definidos pelas equações (4.173) e (4.174), respectivamente, $\Delta\xi = x - \xi$ e $\Delta z = z - z_o$ (ou, de forma mais comum, $\Delta z = z$ para a fonte localizada em $z_o = 0$). A figura (4.7) mostra um exemplo de curva isócrona obtida para um meio cuja distribuição de velocidade é dada por $V^{-2} = 1/4 + x/20000 - z/16000$, onde $V_R = 2,0\text{m/ms}$ é a velocidade de referência em $x_R = 0$ e $z_R = 0$. Para construção dessa curva, foi escolhido o CMP localizado em $\xi = 1200\text{m}$ para uma aquisição utilizando meio-afastamento de 2000m, onde encontrou-se um tempo de reflexão de 2388,6ms. Colocada em função da posição da fonte, a equação de velocidade assume, para $\xi = 1200$, a forma $V^{-2} = 0,21 + (h + \Delta\xi)/20000 - \Delta z/16000$. A figura 4.8 mostra a variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ com o deslocamento lateral $\Delta\xi$ em relação ao ponto médio.

Inclinação da curva de tempo de trânsito

A seção B.2.3 do apêndice mostra a dedução da inclinação da curva de tempo de trânsito para um meio com gradiente vertical de vagarosidade quadrática. Dessa forma,

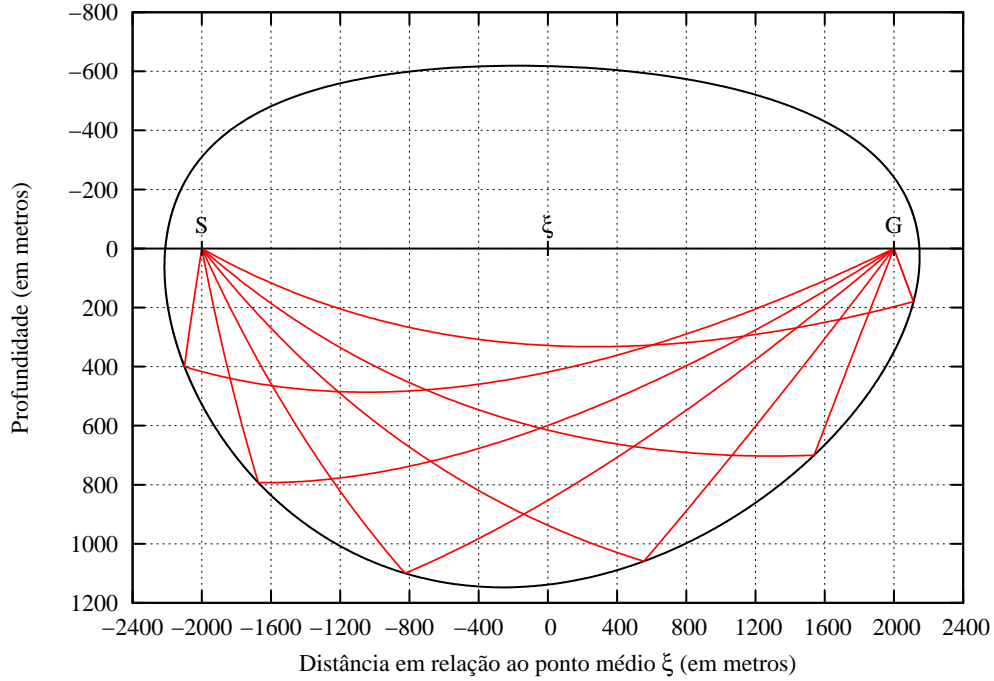


Figura 4.7: Exemplos de raios incidentes e refletidos para isócrona obtida para modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática, onde $\alpha = 50 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, $\beta = -62,5 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, $h = 2000 \text{ m}$, $\tau = 2388,6 \text{ ms}$, $V_R = 2,0 \text{ m/ms}$ e $\xi = 1200 \text{ m}$.

através dos desenvolvimentos mostrados na referida seção, foi encontrado que a inclinação valerá

$$\phi = \frac{\alpha}{4} (\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1}. \quad (4.180)$$

Mergulho aparente da interface refletora

Para o cálculo do mergulho aparente da interface refletora, é conveniente utilizar as relações entre as componentes de vagarosidade dos raios incidente e refletido deduzidas na seção 4.2.4 a partir da lei de Snell. Lá, foi mostrado que o mergulho aparente θ será dado por

$$\theta = \frac{P_{zoi} + P_{zr}}{P_{xr} + P_{xoi}} \quad \text{e/ou} \quad \theta = \frac{P_{xoi} - P_{xr}}{P_{zr} - P_{zoi}}. \quad (4.181)$$

Utilizando as expressões das componentes de vagarosidade apresentadas da equação (4.175)

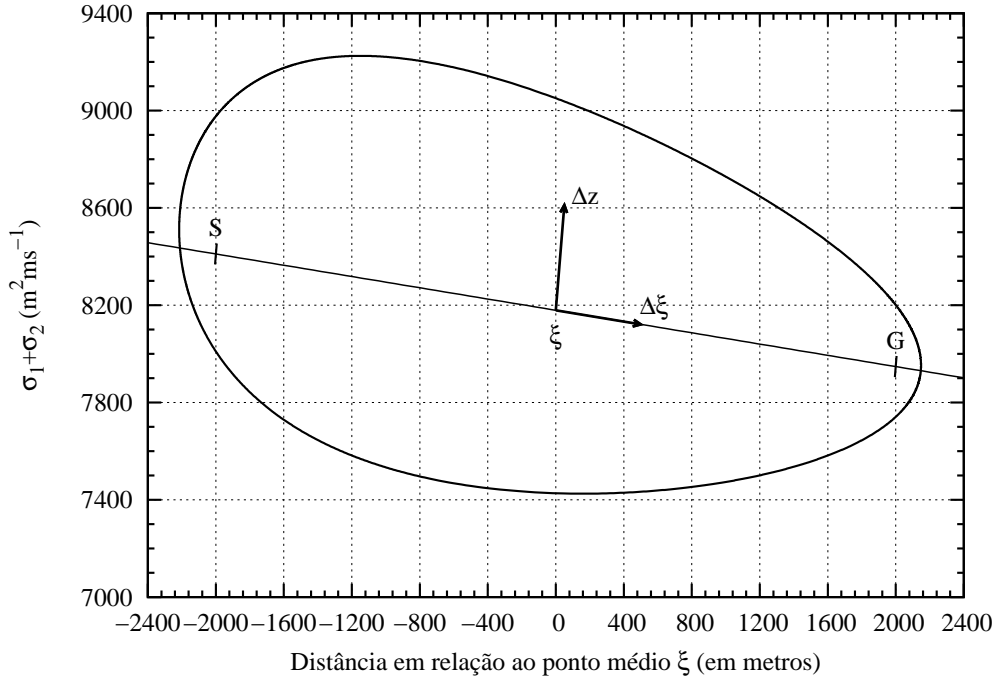


Figura 4.8: Variação de $\sigma_1 + \sigma_2$ da isócrona da figura anterior em função do deslocamento lateral em relação ao ponto médio.

até (4.178), o mergulho aparente valerá

$$\theta = \frac{(\beta \sigma_1 \sigma_2 - 4 \Delta z) (\sigma_1 - \sigma_2)}{4 \sigma_1 (h - \Delta \xi) + 4 \sigma_2 (h + \Delta \xi) + \alpha \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 - \sigma_2)} \quad (4.182)$$

e/ou

$$\theta = \frac{4 \sigma_1 (h - \Delta \xi) - 4 \sigma_2 (h + \Delta \xi) - \alpha \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 + \sigma_2)}{\beta \sigma_1 \sigma_2 (\sigma_1 + \sigma_2) + 4 \Delta z (\sigma_1 + \sigma_2)}. \quad (4.183)$$

Estimativa do ponto onde ocorreu o evento de reflexão

Sendo o mergulho aparente ϕ conhecido na seção sísmica de entrada, é possível estimar as coordenadas (x_D, z_D) do ponto que gerou, em uma seção sísmica com meio-afastamento fonte-receptor igual a h_1 , o evento de reflexão registrado em (ξ_1, τ_1) encontrando-se o par de valores $(\Delta \xi_1, \Delta z)$ pertencentes a

$$\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h_1 + \Delta \xi_1) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] (\sigma_1 + \sigma_2) + \alpha h_1 \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) (\sigma_1^3 + \sigma_2^3) - \tau = 0, \quad (4.184)$$

tal que

$$\phi - \frac{\alpha}{4}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{(h_1 - \Delta\xi_1)}{\sigma_2} + \frac{(h_1 + \Delta\xi_1)}{\sigma_1} = 0, \quad (4.185)$$

onde, neste caso,

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_1 + \Delta\xi_1) + \frac{1}{2}\beta\Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_1 + \Delta\xi_1) + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_1 + \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right| \quad (4.186)$$

e

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_1 + \Delta\xi_1) + \alpha h_1 + \frac{1}{2}\beta\Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_1 + \Delta\xi_1) + \alpha h_1 + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_1 - \Delta\xi_1)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.187)$$

Dessa forma, pode-se encontrar as coordenadas do ponto migrado da forma usual, ou seja, fazendo-se $x_D = \Delta\xi_1 + \xi_1$ e $z_D = \Delta z + z_o$.

Estimativa do evento de reflexão na demigração

Para se obter, em uma seção sísmica de meio-afastamento h_2 , as coordenadas (ξ_2, τ_2) onde a energia refletida no ponto migrado (x_D, z_D) será observada, pode-se utilizar como condição necessária e suficiente a imposição de que ambas as relações expostas em (4.181) sejam simultaneamente satisfeitas. Já de posse do ângulo de mergulho da interface refletora, é possível escrever que

$$4\sigma_1 \theta(h_2 - \Delta\xi_2) + 4\sigma_2 \theta(h_2 + \Delta\xi_2) + \alpha\sigma_1 \sigma_2 \theta(\sigma_1 - \sigma_2) - (\beta\sigma_1 \sigma_2 - 4\Delta z)(\sigma_1 - \sigma_2) = 0 \quad (4.188)$$

e

$$\beta\sigma_1 \sigma_2 \theta(\sigma_1 + \sigma_2) + 4\Delta z \theta(\sigma_1 + \sigma_2) - 4\sigma_1(h_2 - \Delta\xi_2) + 4\sigma_2(h_2 + \Delta\xi_2) + \\ + \alpha\sigma_1 \sigma_2(\sigma_1 + \sigma_2) = 0. \quad (4.189)$$

As duas equações anteriores são funções apenas do deslocamento lateral $\Delta\xi_2$, pois os parâmetros de integração ao longo do raio valerão

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_2 + \Delta\xi_2) + \frac{1}{2}\beta\Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_2 + \Delta\xi_2) + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_2 + \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right| \quad (4.190)$$

e

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_2 + \Delta\xi_2) + \alpha h_2 + \frac{1}{2}\beta\Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right. \\ \left. - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_2 + \Delta\xi_2) + \alpha h_2 + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h_2 - \Delta\xi_2)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (4.191)$$

Uma vez obtida a coordenada do ponto médio $\xi_2 = x_D - \Delta\xi_2 = \xi_1 + \Delta\xi_1 - \Delta\xi_2$ onde a energia refletida em (x_D, z_D) será observada, para se obter o respectivo tempo de trânsito τ_2 bastará aplicar a equação

$$\tau_2 = \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h_2 + \Delta\xi_2) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right] (\sigma_1 + \sigma_2) + \alpha h_2 \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) (\sigma_1^3 + \sigma_2^3), \quad (4.192)$$

com σ_1 e σ_2 dados, na demigração, pelas equações (4.190) e (4.191).

4.5 Características dos meios analíticos

4.5.1 Trajetórias geométricas dos raios

A forma geométrica do caminho que o raio percorre em cada um dos meios analíticos desenvolvidos na seção 4.4 pode ser diretamente inferida a partir dos respectivos equacionamentos mostrados. Dessa forma, é possível demonstrar que em meios com gradiente de velocidade a trajetória do raio é circular, enquanto em meios com gradiente de vagarosidade quadrática a trajetória é parabólica. Tais conclusões se aplicam na presença de gradientes verticais e/ou laterais, com a ressalva que em meios com variação vertical

e lateral de vagarosidade quadrática a parábola estará rotacionada em relação aos eixos coordenados.

Na seção A.1.1 foi deduzida a característica circular que os raios possuem em meios com gradiente vertical de velocidade. Com os desenvolvimentos realizados na supracitada seção, é possível inferir que um raio com componentes iniciais de vagarosidade (P_{x_0} , P_{z_0}) na posição (x_0, z_0) onde a velocidade de propagação vale V_0 percorrerá um caminho dado pela equação

$$\left(x - x_0 - \frac{V_0 P_{z_0}}{\beta P_{x_0}}\right)^2 + \left(z - z_0 + \frac{V_0}{\beta}\right)^2 = \frac{1}{\beta^2 P_{x_0}^2}. \quad (4.193)$$

Conseqüentemente, as coordenadas (x_c, z_c) do centro da trajetória circular valerão

$$(x_c, z_c) = \left(x_0 + \frac{V_0 P_{z_0}}{\beta P_{x_0}}, z_0 - \frac{V_0}{\beta}\right), \quad (4.194)$$

enquanto o respectivo diâmetro D valerá $|2/(\beta P_{x_0})|$. A natureza circular da trajetória do raio permanece inalterada mesmo com a inclusão de gradiente lateral nas equações, pois sempre é possível rotacionar os eixos coordenados para compor uma equação de velocidade na qual, em relação a esses eixos, a variação lateral torna-se nula e a variação vertical torna-se uma composição dos gradientes originais, recaindo assim no caso de meios com um único gradiente de velocidade para os quais a equação (4.193) é válida. Para a dedução da trajetória geométrica utilizando os eixos coordenados originais não rotacionados, basta aproveitar as relações dadas pelas equações (4.100) e (4.101). Utilizando a notação

$$x' = \frac{V_0^3 (\beta P_{x_0} P_{z_0} + \alpha P_{x_0}^2) - \alpha V_0}{V_0^2 (\alpha P_{x_0} + \beta P_{z_0})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)} \quad (4.195a)$$

e

$$z' = \frac{V_0^3 (\alpha P_{x_0} P_{z_0} + \beta P_{z_0}^2) - \beta V_0}{V_0^2 (\alpha P_{x_0} + \beta P_{z_0})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)}, \quad (4.195b)$$

é possível reescrever as equações (4.100) e (4.101) como sendo

$$(z - z_0) + z' = \frac{V_0^2 (\hat{K} P_{z_0} - \hat{M} \alpha r) - \beta}{\sqrt{X} [V_0^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]} \quad (4.196a)$$

e

$$(x - x_0) + x' = \frac{V_0^2 (\hat{K} P_{x_0} + \hat{M} \beta r) - \alpha}{\sqrt{X} [V_0^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]}, \quad (4.196b)$$

onde $\hat{K} = \alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o}$ e $\hat{M} = \alpha P_{z_o} - \beta P_{x_o}$. O passo seguinte é eliminar o parâmetro r das duas últimas equações. Elevando-as ao quadrado e depois somando-as, é possível encontrar

$$[z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 = \frac{[V_o^2 (\hat{K} P_{z_o} - \hat{M} \alpha r) - \beta]^2 + [V_o^2 (\hat{K} P_{x_o} + \hat{M} \beta r) - \alpha]^2}{X [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2}$$

$$\therefore [z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 = \frac{V_o^4 \hat{M}^2 [(\alpha^2 + \beta^2) r^2 - 2\hat{K}r] - V_o^2 \hat{K}^2 + (\alpha^2 + \beta^2)}{X [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2}. \quad (4.197)$$

É possível eliminar agora \hat{M} da última expressão fazendo-se

$$\begin{aligned} \hat{M}^2 &= \alpha^2 P_{z_o}^2 - 2\alpha P_{x_o} \beta P_{z_o} + \beta^2 P_{x_o}^2 \\ &= \frac{\alpha^2}{V_o^2} - \alpha P_{x_o}^2 - 2\alpha P_{x_o} \beta P_{z_o} + \frac{\beta^2}{V_o^2} - \beta P_{z_o}^2 \\ &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{V_o^2} - (\alpha P_{x_o}^2 + 2\alpha P_{x_o} \beta P_{z_o} + \beta P_{z_o}^2) \\ \therefore \hat{M}^2 &= \frac{\alpha^2 + \beta^2}{V_o^2} - \hat{K}^2. \end{aligned} \quad (4.198)$$

Logo, (4.197) tornar-se-á

$$\begin{aligned} &[z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 = \\ &= \frac{[V_o^2 (\alpha^2 + \beta^2) - V_o^4 \hat{K}^2] [(\alpha^2 + \beta^2) r^2 - 2\hat{K}r] - V_o^2 \hat{K}^2 + (\alpha^2 + \beta^2)}{X [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2} \\ \therefore [z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 &= \\ &= \frac{-V_o^2 [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] [(\alpha^2 + \beta^2) r^2 - 2\hat{K}r] - [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]}{X [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2} \\ \therefore [z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 &= \frac{-V_o^2 [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)] [(\alpha^2 + \beta^2) r^2 - 2\hat{K}r + 1/V_o^2]}{X [V_o^2 \hat{K}^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]^2} \\ \therefore [z - (z_o - z')]^2 + [x - (x_o - x')]^2 &= -\frac{V_o^2}{[V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2 - (\alpha^2 + \beta^2)]}. \end{aligned} \quad (4.199)$$

A equação anterior mostra que em um meio com variação vertical e lateral de velocidade a trajetória geométrica do raio é um círculo com centro (x_c, z_c) em

$$(x_c, z_c) = \left(x_o + \frac{V_o^3 (\beta P_{x_o} P_{z_o} + \alpha P_{x_o}^2) - \alpha V_o}{(\alpha^2 + \beta^2) - V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2}, z_o + \frac{V_o^3 (\alpha P_{x_o} P_{z_o} + \beta P_{z_o}^2) - \beta V_o}{(\alpha^2 + \beta^2) - V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2} \right) \quad (4.200)$$

e diâmetro D dado por

$$D = \frac{2V_o}{\sqrt{(\alpha^2 + \beta^2) - V_o^2 (\alpha P_{x_o} + \beta P_{z_o})^2}}. \quad (4.201)$$

É importante ressaltar que a consideração de $\alpha = 0$ nas equações (4.199) e (4.200) geram exatamente os resultados mostrados em (4.193) e (4.194), respectivamente.

Para meios com gradiente vertical de vagarosidade quadrática, a trajetória do raio pode ser inferida a partir das relações expostas por (B.1). Dessa forma, sendo

$$\sigma = \frac{h + \Delta\xi}{P_{x_o}} = \frac{x - x_o}{P_{x_o}} \quad \text{e} \quad z - z_o = \Delta z = \frac{\beta \sigma^2}{4} + P_{z_o} \sigma, \quad (4.202)$$

encontra-se, para um raio com componentes iniciais de vagarosidade (P_{x_o}, P_{z_o}) cujas coordenadas da fonte valem (x_o, z_o) , a equação parabólica

$$\Delta z = \frac{\beta}{4} \left(\frac{h + \Delta\xi}{P_{x_o}} \right)^2 + P_{z_o} \left(\frac{h + \Delta\xi}{P_{x_o}} \right)$$

$$\therefore z = \frac{\beta}{4P_{x_o}^2} x^2 + \left(\frac{P_{z_o}}{P_{x_o}} - \frac{\beta x_o}{2P_{x_o}^2} \right) x + \frac{\beta x_o^2}{4P_{x_o}^2} - \frac{P_{z_o} x_o}{P_{x_o}} + z_o. \quad (4.203)$$

Da expressão anterior deduz-se que as coordenadas (x_v, z_v) do vértice da trajetória parabólica valem

$$(x_v, z_v) = \left(x_o - \frac{2P_{x_o} P_{z_o}}{\beta}, z_o - \frac{P_{z_o}^2}{\beta} \right). \quad (4.204)$$

4.5.2 Pontos particulares e características das curvas isócronas

Meios com gradiente vertical de velocidade

Coordenadas de alguns pontos particulares da curva isócrona de meios com gradiente vertical de velocidade podem ser diretamente extraídas dos desenvolvimentos mostrados na seção 4.4.1. O trabalho de DIETRICH & COHEN (1993), cuja proposta era desenvolver uma formulação analítica à técnica de migração para afastamento nulo (MZO) de

meios com essa distribuição de velocidade, também traz expressões para alguns desses pontos. No trabalho supracitado é mostrado que em situações de afastamento nulo entre fonte e receptor a isócrona terá a forma de um círculo de diâmetro D que vale

$$D = 2\sqrt{(V_o/\beta)^2 \sinh^2(\beta\tau/2) - h^2}, \quad (4.205)$$

cujo centro localiza-se a uma profundidade de $(V_o/\beta) [\cosh(\beta\tau/2) - 1]$, em relação à superfície, e na posição $\Delta\xi = 0$.

• **Profundidade para refletores plano-horizontais:** é fácil inferir que em um meio sem variação lateral de velocidade a isócrona deve ser simétrica em relação ao eixo $\Delta\xi = 0$ que passa pelo ponto médio ξ . Além disso, o ponto onde ocorre o evento de reflexão deve estar na projeção do ponto médio quando o refletor é horizontal (mergulho aparente $\theta = 0$). Dessa forma, para se obter a profundidade Δz da interface refletora horizontal basta fazer $\Delta\xi = 0$ na equação (4.83), reduzindo-a à condição

$$\beta^2 (h^2 + \Delta z^2) + 2V_o (V_o + \beta\Delta z) - 2 (V_o + \beta\Delta z) V_o \cosh(\beta\tau/2) = 0, \quad (4.206)$$

o que produzirá como resultado

$$\Delta z = \frac{V_o \cosh(\beta\tau/2) - V_o \pm \sqrt{V_o^2 \sinh^2(\beta\tau/2) - \beta^2 h^2}}{\beta}. \quad (4.207)$$

A consideração do sinal positivo na última equação levará à obtenção da profundidade da interface refletora tangente inferiormente à isócrona, enquanto o sinal negativo levará à profundidade da interface refletora tangente superiormente à isócrona, ou seja, para um refletor com inclinação de 180 graus e Δz positivo ou negativo, dependendo do afastamento entre fonte e receptor.

• **Posição lateral para refletores verticais:** os limites laterais da isócrona, correspondentes a eventos de reflexão ocorridos em refletores verticais, ou seja, onde $\theta \rightarrow \infty$, podem ser obtidos, segundo DIETRICH & COHEN (1993), pela equação

$$\Delta\xi = \pm \frac{V_o}{\beta} \sinh(\beta\tau/2). \quad (4.208)$$

A profundidade onde ocorre a reflexão é obtida substituindo-se o resultado anterior na equação da isócrona, o que resultará em

$$\Delta z = -\frac{V_o}{\beta} + \sqrt{\frac{V_o^2 \cosh^2(\beta\tau/2)}{\beta^2} - h^2}. \quad (4.209)$$

As duas últimas expressões levam a concluir que os limites laterais da isócrona em meios com gradiente vertical de velocidade estão, como previsto, dispostos simetricamente em relação a ξ (ou $\Delta\xi = 0$) e não dependem do meio-afastamento entre fonte e receptor, o qual influirá apenas na posição vertical da reflexão. É possível perceber que, neste caso, o evento de reflexão estará mais próximo da superfície quanto maior for o valor de h , podendo até mesmo se situar em uma posição teoricamente acima da superfície, ou seja, em $\Delta z < 0$, à medida que $h \rightarrow V_o \cosh(\beta\tau/2)/\beta$.

Meios com gradiente vertical de vagarosidade quadrática

• **Profundidade para refletores plano-horizontais:** Utilizando a condição de simetria da isócrona em meios cujos valores de velocidade não variam lateralmente e observando que para refletores plano-horizontais o evento de reflexão deve situar-se na projeção do ponto médio, ou seja, em $\Delta\xi = 0$, torna-se direto inferir, a partir das equações (4.142) e (4.143), que $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Como consequência, os tempos de trânsito do raio que incide na interface refletora e do raio refletido serão iguais, ou seja, $\tau_{si} = \tau_{ir} = \tau/2$. Posto isso, com a utilização da equação (4.135) para o tempo de trânsito é possível escrever que

$$\frac{\tau}{2} = \frac{1}{V_o^2} \sigma + \frac{1}{2} \beta P_{zo} \sigma^2 + \frac{1}{12} \beta^2 \sigma^3. \quad (4.210)$$

Entretanto, $P_{zo} = \cos \psi_o / V_o$, onde ψ_o é o ângulo inicial do raio, na posição da fonte, em relação ao eixo vertical, o que leva a

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{2} &= \frac{1}{V_o^2} \sigma + \frac{1}{2} \beta \frac{\cos \psi_o}{V_o} \sigma^2 + \frac{1}{12} \beta^2 \sigma^3 \\ \therefore \frac{1}{\beta \sigma} \left(\tau - \frac{2}{V_o^2} \sigma - \frac{1}{6} \beta^2 \sigma^3 \right) &= \frac{\cos \psi_o}{V_o} \sigma. \end{aligned} \quad (4.211)$$

Como, de (4.144), sabe-se que $h + \Delta\xi = P_{xo} \sigma$ e sendo $P_{xo} = \sin \psi_o / V_o$, a imposição de que $\Delta\xi = 0$ leva a

$$h = \frac{\sin \psi_o}{V_o} \sigma. \quad (4.212)$$

Por conseguinte, é possível montar a equação

$$\frac{1}{\beta^2 \sigma^2} \left(\tau - \frac{2}{V_o^2} \sigma - \frac{\beta^2}{6} \sigma^3 \right)^2 + h^2 = \frac{\cos^2 \psi_o}{V_o^2} \sigma^2 + \frac{\sin^2 \psi_o}{V_o^2} \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{V_o^2}$$

$$\therefore \frac{\beta^2}{36} \sigma^6 - \frac{1}{3V_o^2} \sigma^4 - \frac{\tau}{3} \sigma^3 + \left(h^2 + \frac{4}{\beta^2 V_o^4} \right) \sigma^2 - \frac{4\tau}{\beta^2 V_o^2} \sigma + \frac{\tau^2}{\beta^2} = 0. \quad (4.213)$$

Resolvendo-se a equação anterior, é possível obter o valor de $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$. Tal equação deverá fornecer seis raízes, devendo duas delas serem reais. Uma delas fornecerá o limite inferior Δz_{inf} ($\Delta z_{inf} > 0$), enquanto a outra raiz fornecerá o limite superior Δz_{sup} , o qual poderá se situar em uma posição teoricamente acima da superfície, ou seja, onde $\Delta z < 0$. Ambos os valores de Δz podem ser obtidos a partir da equação de tempo de trânsito original, dada por (4.141), de onde se obtém

$$\Delta z = \frac{\tau}{\beta \sigma} + \frac{\beta \sigma^2}{12} - \frac{2}{\beta V_o^2}. \quad (4.214)$$

Meios com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática

• Estimativas iniciais da curva isócrona:

Estimativas de determinados pontos da curva isócrona para meios com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática podem ser encontradas fazendo-se $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$. Com isso, é possível, a partir de (B.25) e (B.29), montar o sistema de equações

$$\begin{cases} \frac{1}{16} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma^4 - \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma^2 + (h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2 = 0 \\ \frac{1}{16} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma^4 - \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma^2 + (h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2 = 0. \end{cases} \quad (4.215)$$

Subtraindo uma equação da outra, encontra-se a relação

$$\Delta \xi = -\frac{\alpha \sigma^2}{4}. \quad (4.216)$$

Além disso, a equação de tempo de trânsito pode ser reduzida a

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\sigma} &= \frac{2}{V_o^2} + \alpha (h + \Delta \xi) + \beta \Delta z + \alpha h - \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma^2 \\ \therefore \frac{\tau}{\sigma} &= \frac{2}{V_o^2} + 2\alpha h - \frac{\alpha^2 \sigma^2}{4} + \beta \Delta z - \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma^2. \end{aligned} \quad (4.217)$$

Mas, a partir da segunda relação de (4.175), é possível escrever que

$$\beta \Delta z = \beta P_{zo} \sigma + \frac{\beta^2 \sigma^2}{4}. \quad (4.218)$$

Substituindo o resultado anterior na equação de tempo de trânsito, encontra-se

$$\begin{aligned}\frac{\tau}{\sigma} &= \frac{2}{V_o^2} + 2\alpha h - \frac{\alpha^2 \sigma^2}{4} + \beta P_{zo} \sigma + \frac{\beta^2 \sigma^2}{4} - \frac{1}{12} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma^2 \\ \therefore \frac{\tau}{\sigma} - \frac{2}{V_o^2} - 2\alpha h + \frac{\alpha^2 \sigma^2}{3} - \frac{\beta^2 \sigma^2}{6} &= \beta P_{zo} \sigma.\end{aligned}\quad (4.219)$$

Além disso, utilizando (4.216) e a primeira relação mostrada em (4.175), é possível escrever também a relação

$$\beta h - \frac{\alpha \beta \sigma^2}{2} = \beta P_{xo} \sigma. \quad (4.220)$$

O somatório das duas últimas equações elevadas ao quadrado forma a expressão

$$\left(\frac{\tau}{\sigma} - \frac{2}{V_o^2} - 2\alpha h + \frac{\alpha^2 \sigma^2}{3} - \frac{\beta^2 \sigma^2}{6} \right)^2 + \left(\beta h - \frac{\alpha \beta \sigma^2}{2} \right)^2 = \beta^2 P_{zo}^2 \sigma^2 + \beta^2 P_{xo}^2 \sigma^2 = \frac{\beta^2 \sigma^2}{V_o^2}. \quad (4.221)$$

A multiplicação de ambos os lados da equação anterior por σ^2 e o seu posterior reagrupamento dá origem de um polinômio de sexto grau em σ , a saber,

$$\begin{aligned}\left(\frac{\alpha^4}{9} + \frac{5\alpha^2\beta^2}{36} + \frac{\beta^4}{36} \right) \sigma^6 - \left(\frac{\beta^2 + 4\alpha^2}{3V_o^2} + \frac{4\alpha^3 h + \alpha\beta^2 h}{3} \right) \sigma^4 + \left(\frac{2\tau\alpha^2 - \tau\beta^2}{3} \right) \sigma^3 + \\ + \left(\frac{4}{V_o^4} + \frac{8\alpha h}{V_o^2} + 4\alpha^2 h^2 + \beta^2 h^2 \right) \sigma^2 - \left(\frac{4\tau}{V_o^2} + 4\alpha h \tau \right) \sigma + \tau^2 = 0.\end{aligned}\quad (4.222)$$

A resolução da equação anterior fornece dois pontos da curva isócrona onde $\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$. O valor de $\Delta\xi$ referente a cada σ pode ser obtido a partir de (4.216), enquanto os respectivos os valores de Δz podem ser obtidos a partir da equação de tempo de trânsito original, dada por (4.172), de onde se obtém

$$\Delta z = \frac{\beta \sigma^2}{12} + \frac{\tau}{\beta \sigma} - \frac{2\alpha h}{\beta} - \frac{2}{\beta V_o^2} + \frac{\alpha^2 \sigma^2}{3\beta}. \quad (4.223)$$

Observações sobre propriedades dos modelos analíticos

Uma ressalva importante sobre os pares ordenados $(\Delta\xi, \Delta z)$ obtidos pressupondo $\sigma_1 = \sigma_2$ em modelos com variação lateral e vertical de vagarosidade quadrática é que, a princípio, nenhuma hipótese com relação à posição desses pontos na respectiva curva isócrona foi formulada. Entretanto, utilizando a definição obtida em (4.216) e a igualdade entre os

parâmetros σ_1 e σ_2 nas equações (4.182) e (4.183), é possível verificar diretamente que em ambas as equações o mergulho aparente obtido é nulo. Por conseguinte, estabelece-se uma propriedade a qual poderia ser sentenciada da seguinte forma:

Propriedade 1 *Em meios com gradiente vertical e/ou lateral de vagarosidade quadrática, os pontos da isócrona nos quais ocorre a situação $\sigma_1 = \sigma_2$ são sempre referentes a refletores horizontais, ou seja, com mergulho aparente $\theta = 0$.*

Além disso, uma análise mais atenta de todas as expressões obtidas para a inclinação da curva de tempo de reflexão revela uma outra propriedade. Comparando as equações encontradas para cada distribuição de velocidade e analisando-as com as respectivas componentes horizontais de vagarosidade nas posições da fonte e do receptor, é possível sentenciar que:

Propriedade 2 *O valor da inclinação ϕ da curva de tempo de reflexão é igual à diferença entre a componente horizontal de vagarosidade na posição do receptor e a componente horizontal de vagarosidade na posição da fonte sísmica, ou seja, $\phi = P_{xri} - P_{xo}$.*

Analisando-se primeiramente meios com gradiente vertical de velocidade, observa-se que a inclinação da curva de tempo de trânsito, dada pela expressão (4.85), quando comparada com as equações (4.78) e (4.81), as quais fornecem as componentes horizontais de vagarosidade na posição da fonte e do receptor, respectivamente, pode ser diretamente reduzida a $\phi = P_{xri} - P_{xo}$.

Em modelos com variação vertical e lateral de velocidade, a relação supracitada também pode ser diretamente extraída substituindo-se as componentes dadas pelas expressões (4.78) e (4.82) em (4.120). O mesmo se pode fazer para modelos com gradiente vertical de vagarosidade quadrática, substituindo as componentes horizontais de (4.144) e (4.147) na equação para a inclinação da curva de tempo de trânsito dada por (4.149). Por fim, para modelos com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática a substituição das componentes horizontais definidas em (4.175) e (4.178) na expressão (4.180) também leva a $\phi = P_{xri} - P_{xo}$.

4.5.3 Velocidade rms em modelos com gradiente de vagarosidade quadrática

Observando-se a definição para o parâmetro σ de modelos com gradiente de vagarosidade quadrática (equação (4.130)) e a definição para a velocidade rms extraída da equação

(2.4), que, tal como definida por TANER & KOEHLER (1969), é dada por

$$V_{rms}^2 = \frac{\sum_{k=1}^N V_k^2 \tau_k}{\sum_{k=1}^N \tau_k}, \quad (4.224)$$

pode-se notar, de forma direta, uma relação entre ambas as expressões. A equação (4.224) parte do pressuposto de um meio composto de camadas planas homogêneas, onde V_k e τ_k são a velocidade interna e o tempo de reflexão vertical dentro da k – ésima camada, respectivamente, sendo V_{rms} a velocidade média quadrática até a N – ésima interface. Generalizando-se a expressão de TANER & KOEHLER (1969) em modelos com variação de vagarosidade quadrática, é possível escrever que

$$V_{rms}^2 = \frac{\int_0^\tau V^2 d\tau}{\tau} = \frac{\sigma}{\tau}, \quad (4.225)$$

onde τ é o tempo de trânsito total do evento de reflexão. A expressão mostra que a velocidade rms ao longo da trajetória do raio da reflexão medida em modelos com a referida distribuição de velocidade pode ser obtida de forma analítica, uma vez que $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2$ possui expressões analíticas dependentes apenas das posições inicial e final do raio, como atestam as equações (B.4), (B.12), (B.26) e (B.30), as quais, por sua vez, dependem, além dos parâmetros do modelo de velocidade, do ponto em profundidade que gerou o evento de reflexão medido.

4.6 Considerações computacionais

As etapas necessárias ao traçado de raios OCO podem ser agrupadas em duas etapas mais gerais: a migração e a demigração. A primeira delas possui como procedimento-chave a obtenção da curva isócrona para o meio considerado, enquanto a segunda envolve a solução da equação de demigração do respectivo meio. A forma mais simples (e indireta) de se realizar a migração é obter a isócrona para um conjunto de pontos discretos e testar, para esse grupo, a condição de migração envolvendo a relação entre o ponto da isócrona que gerou o evento de reflexão e a inclinação da curva de tempo de trânsito no ponto selecionado. No entanto, entre as equações obtidas para as isócronas dos quatro modelos de velocidade considerados, a única que possui solução direta é do meio cuja velocidade varia linearmente com a profundidade (equação (4.83)). Nesse caso, é

possível ter $\Delta\xi$ como função explícita de Δz , ou vice-versa. Além disso, é possível explorar a característica de simetria em relação a ξ (ou $\Delta\xi = 0$) que a isócrona deve ter quando a velocidade varia apenas na direção vertical. Já para os demais modelos de velocidade apresentados neste trabalho, a complexidade de uma solução explícita do tipo $\Delta\xi = \Delta\xi(\Delta z)$, ou $\Delta z = \Delta z(\Delta\xi)$, força a implementação de uma estratégia numérica para a obtenção discreta das respectivas curvas isócronas.

Dessa forma, as isócronas podem ser dispostas como funções de duas variáveis do tipo $f = f(x, z)$ e os pontos que as delimitam como as raízes dessas funções. Assim, o procedimento numérico adotado resume-se a encontrar os pontos onde $f(x, z) = 0$. Há vários algoritmos conhecidos que podem fornecer tais respostas e alguns deles são apresentados, por exemplo, em PRESS et al. (1997). Praticamente todos funcionam de forma iterativa e esse processo torna-se mais eficiente se houver uma boa estimativa do intervalo onde se encontra a raiz, ou, de outra forma, do intervalo onde a função muda de sinal. Uma vez conhecido o intervalo que contém a raiz, vários procedimentos podem ser utilizados para encontrá-la. Nessa situação, supondo que a função é contínua e que há somente uma raiz no intervalo estabelecido, um método de convergência garantida, e utilizado neste trabalho, é o método da bisseção. A idéia é avaliar a função no ponto médio do intervalo estabelecido, examinar o sinal desse valor e redimensionar o intervalo substituindo o limite que possui o mesmo sinal do ponto médio por este último. Após cada iteração, o intervalo que contém a raiz procurada diminuirá por um fator de dois. Se após n iterações o intervalo que contém a raiz tiver tamanho ε_n , então na iteração seguinte a mesma estará em um intervalo de tamanho $\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n/2$. Logo, o número n de iterações necessárias para se alcançar uma dada tolerância ε será

$$n = \log_2 \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon}, \quad (4.226)$$

onde ε_0 é o comprimento inicial do intervalo onde a raiz se encontra, utilizado na primeira iteração. Por conseguinte, se a isócrona for obtida para sucessivos valores escolhidos de $\Delta\xi$, é possível inferir que se todos os valores possíveis de Δz estiverem delimitados a uma profundidade máxima de 2000m e a tolerância for 10^{-6} m, serão necessárias cerca de 21 iterações para se encontrar a raiz, ou seja, a profundidade Δz , correspondente a cada $\Delta\xi$.

Para meios com gradiente de vagarosidade quadrática, é possível encontrar de forma direta um intervalo para aplicação do método da bisseção. O valor de Δz_{inf} encontrado através da equação (4.214) corresponde à profundidade máxima da isócrona, de modo que os demais pontos $(\Delta\xi, \Delta z)$ onde $\Delta z > 0$ estarão situados no intervalo $[0, \Delta z_{inf}]$. Para os

pontos onde $\Delta z < 0$, é possível situá-los, inicialmente, no intervalo $[0, \Delta z_{sup}]$, onde Δz_{sup} também é obtido através de (4.214). Da mesma forma, nos modelos onde a vagarosidade quadrática varia lateralmente e verticalmente, é possível estabelecer os limites Δz_{inf} e Δz_{sup} utilizando a equação (4.223). Já para modelos onde a velocidade varia nas direções lateral e vertical, os limites da isócrona podem ser obtidos de forma iterativa ou a partir de estimativas considerando apenas a presença de um gradiente vertical valendo $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$, onde as considerações expostas na seção 4.5.2 são válidas e fornecem valores maiores que os reais, o que garante a obtenção de um intervalo onde seja possível utilizar o método da bisseção.

As equações de demigração apresentadas para cada um dos quatro modelos de velocidade, expostas nas fórmulas (4.89), (4.123), (4.157)/(4.158) e (4.188)/(4.189), podem ser resolvidas por algoritmos iterativos de avaliação de raízes, tais como Newton-Raphson utilizando derivadas, bisseção, método de Ridders, etc., a partir do momento em que se consegue delimitar o intervalo onde a resposta se encontra, o que pode também pode ser estipulado de forma iterativa utilizando-se um ponto de partida. Métodos envolvendo otimização/minimização de funções, tais como *simulated annealing* ou método de Nelder-Mead, também podem ser utilizados na solução das mesmas equações.

Capítulo 5

Aplicação de Coerência Sísmica na Determinação de Mergulho Aparente

5.1 Introdução

A primeira etapa necessária ao processo de análise de velocidade por raios OCO após a leitura de dados é a determinação da inclinação da curva de tempo de trânsito no ponto escolhido para análise, o qual é localizado pelas coordenadas do traço a qual pertence e do tempo, ou amostra, de registro. A rigor, tal ponto é uma amostra do pulso sísmico registrado em superfície devido a um evento de reflexão. A consideração é que tal evento é caracterizado não por essa amostra isolada mas pelo grupo de amostras que forma o sinal registrado. Portanto, a forma mais adequada de se obter a inclinação, ou mergulho aparente em tempo, é pela comparação do evento de reflexão escolhido com os eventos que se situam adjacentes ao mesmo. O procedimento adotado foi obter a inclinação através de algoritmos de análise de coerência, de tal modo que o mergulho aparente correto é aquele para o qual foi obtido o maior valor de coerência. De modo geral, o que se procura é realinhar os traços que compõem os eventos selecionados testando diversos valores de declividade situados entre um mínimo e um máximo. Aquela declividade que melhor alinhar os eventos de reflexão gerará o maior valor de coerência e, conseqüentemente, será o mergulho aparente correto para o ponto analisado. Sob essa ótica, é fácil pressupor que eventos de reflexão alinhados horizontalmente gerarão a maior coerência quando a declividade nula for testada.

De modo geral, a coerência pode ser definida como uma medida matemática de similaridade (GERSZTENKORN & MARFURT, 1999). Quantificadores de coerência foram

utilizados em um grande número de aplicações no passado. De forma mais específica, TANER & KOEHLER (1969) utilizaram *semblance* para calcular o espectro de velocidades pela maximização do mesmo ao longo de séries de curvas de sobretempo. Posteriormente, KIRLIN (1992) introduziu uma abordagem baseada em autoestrutura para a mesma aplicação, comparando-a também com a abordagem tradicional do *semblance*. Já quando aplicados a dados sísmicos, valores de coerência fornecem uma indicação da descontinuidade entre dois ou mais traços previamente janelados. Idealmente, o grau da continuidade sísmica é um indicador direto de continuidade geológica. Nas últimas décadas, vários medidores de coerência passaram a ser extensamente utilizados em mapeamentos estruturais e estratigráficos, graças principalmente ao desenvolvimento computacional e ao avanço da sísmica tridimensional. Em BAHORICH & FARMER (1995) foi introduzido o conceito de cubo de coerência, objetivando estimativas de coerência 3D. Em evolução a esse trabalho, GERSZTENKORN & MARFURT (1996) apresentaram os métodos baseados em *semblance* e autoestrutura. Descrições de algoritmos constam ainda nos trabalhos de MARFURT et al. (1998), onde é apresentado um algoritmo baseado em *semblance* que utiliza vários pares mergulho/azimute a partir da matriz de covariância dos dados, em MARFURT et al. (1999), que mostra um aprimoramento do cálculo de coerência a partir dos autovalores da matriz de covariância, e GERSZTENKORN & MARFURT (1999), no qual o algoritmo de coerência baseado no *semblance* é analisado em termos da autodecomposição da matriz de covariância.

Mais recentemente, COHEN & COIFMAN (2002) propuseram um algoritmo de coerência baseado em entropia estrutural local (LSE). Essa abordagem constrói, inicialmente, o cubo de análise e o divide em quatro subvolumes. Daí, uma matriz de correlação 4×4 é obtida pela correlação cruzada desses quatro subvolumes e o traço normalizado dessa matriz é utilizado como uma estimativa de entropia local. Já LU et al. (2005) trouxeram um algoritmo de coerência baseado em estatísticas de ordem superior, chamado de HOSC, para explorar três traços sísmicos simultaneamente e encontrar descontinuidades estruturais de forma mais detalhada que o tradicional algoritmo C1, o qual estima a correlação nas direções *inline* e *crossline* de forma seqüencial. Além disso, os autores também acoplaram, nesse mesmo trabalho, os algoritmos HOSC e C1 à técnica do supertraço, o qual é formado pela concatenação de traços adjacentes entre si, para incluir mais traços na análise de coerência. Posteriormente, LI et al. (2006) combinaram a técnica do supertraço com a análise de autoestrutura para obter um algoritmo de coerência, chamado de ST-C3, que pudesse fornecer informações mais apuradas sobre mergulhos estruturais locais de

interfaces refletoras. LI et al. (2006) também mostraram que a matriz de covariância dos supertraços é menor que a matriz de covariância dos traços originais, elevando assim a eficiência computacional do algoritmo ST-C3.

A primeira geração de algoritmos de coerência (BAHORICH & FARMER, 1995) faz uso de cálculos de correlação cruzada de cada traço com seu vizinho no mesmo plano de alinhamento e no plano de alinhamento cruzado, combinando os dois resultados após um processo de normalização. Como essa abordagem utiliza apenas três traços (em seções sísmicas 3D), a mesma é extremamente eficiente do ponto de vista computacional, mas pode perder robustez, especialmente em dados com presença de ruído. A segunda geração de algoritmos (MARFURT et al., 1998) utiliza um medidor *semblance* multitraços, o que resulta em maior estabilidade caso haja presença de ruído. A terceira geração (GERSZTENKORN & MARFURT, 1999) também utiliza a idéia de multitraços, baseada agora, no entanto, na autoestrutura da matriz de covariância formada pelos traços envolvidos pelo cubo de análise. Esses três algoritmos, pelas características supracitadas, foram adaptados e incorporados ao processo de análise de velocidade via raios OCO com o objetivo de calcular a inclinação da curva de tempo de trânsito e serão, por conseguinte, analisados na seqüência.

5.2 Algoritmos de coerência

- **Correlação Cruzada**

A utilização deste algoritmo na obtenção de atributos sísmicos foi proposto por BAHORICH & FARMER (1995) e aprimorado por MARFURT et al. (1998). É chamado de algoritmo C1 ou de três pontos e é baseado no método clássico de correlação cruzada normalizada. Corresponde a uma medida de similaridade entre duas séries temporais, tendo aqui como principal informação a ser obtida o quanto um traço sísmico deve ser deslocado no tempo em relação a um outro traço de modo que ambos tenham a máxima semelhança (ou coerência) entre si. A correlação cruzada normalizada NC_x de um traço na posição (x_i, y_i) , no tempo de referência τ , com seu vizinho (x_{i+1}, y_i) no mesmo plano

de alinhamento, com o tempo de referência deslocado de ℓ , é dada pela expressão

$$NC_x(x_i, y_i, \tau, \ell) = \frac{\sum_{\Delta t=-w}^{+w} u(x_i, y_i, \tau - \Delta t)u(x_{i+1}, y_i, \tau - \ell - \Delta t)}{\sqrt{\sum_{\Delta t=-w}^{+w} u^2(x_i, y_i, \tau - \Delta t)u^2(x_{i+1}, y_i, \tau - \ell - \Delta t)}}. \quad (5.1a)$$

No caso 2D, onde, por convenção, tem-se que $x_i \equiv \xi_i$, a expressão anterior reduz-se a

$$NC_x(\xi_i, \tau, \ell) = \frac{\sum_{\Delta t=-w}^{+w} u(\xi_i, \tau - \Delta t)u(\xi_{i+1}, \tau - \ell - \Delta t)}{\sqrt{\sum_{\Delta t=-w}^{+w} u^2(\xi_i, \tau - \Delta t)u^2(\xi_{i+1}, \tau - \ell - \Delta t)}}. \quad (5.1b)$$

Já a correlação cruzada normalizada NC_y de um traço na posição (x_i, y_i) , no tempo de referência τ , com seu vizinho (x_i, y_{i+1}) no plano perpendicular de alinhamento, no tempo de referência $\tau - m$, será

$$NC_y(x_i, y_i, \tau, m) = \frac{\sum_{\Delta t=-w}^{+w} u(x_i, y_i, \tau - \Delta t)u(x_i, y_{i+1}, \tau - m - \Delta t)}{\sqrt{\sum_{\tau=-w}^{+w} u^2(x_i, y_i, \tau - \Delta t)u^2(x_i, y_{i+1}, \tau - m - \Delta t)}}. \quad (5.2)$$

Nas equações anteriores foi considerado que o tamanho (temporal) da janela de correlação vale $2w + 1$. Os coeficientes de correlação NC_x e NC_y , também chamados de coeficientes de correlação *in-line* e *cross-line*, respectivamente, podem ser combinados para gerar uma estimativa 3D de coerência C_1 , a saber,

$$C_1 = \sqrt{[\max_{\ell} NC_x(x_i, y_i, \tau, \ell)][\max_m NC_y(x_i, y_i, \tau, m)]}, \quad (5.3)$$

sendo $\max_{\ell} NC_x(x_i, y_i, \tau, \ell)$ e $\max_m NC_y(x_i, y_i, \tau, m)$ aqueles deslocamentos ℓ e m para os quais NC_x e NC_y são máximos, respectivamente. Para dados sísmicos de boa qualidade, os deslocamentos ℓ e m denotam aproximadamente o mergulho aparente (em tempo, entre traços) nas respectivas direções x e y . Logo, para o caso 2D a inclinação ϕ da curva de tempo de trânsito no ponto (ξ_i, τ) pode ser aproximada por $\phi \approx \max_{\ell} NC_x(\xi_i, \tau, \ell)$.

Uma limitação do algoritmo de correlação cruzada refere-se a dados contaminados por ruído coerente, onde a estimativa do mergulho aparente utilizando apenas dois traços pode ser bastante imprecisa (MARFURT et al., 1998). Uma segunda limitação refere-se à hipótese de sinais sísmicos de média nula, que só se torna aproximadamente verdadeira

se a janela de correlação exceder o comprimento da *wavelet* sísmica (MARFURT et al., 1998).

- **Semblance**

O método *semblance* multitraço, intitulado de C2 em MARFURT et al. (1998), é comumente utilizado na análise de velocidade sísmica convencional. Na forma apresentada em MARFURT et al. (1998), é necessário definir uma abertura para amostragem tanto em tempo quanto em espaço, formando uma janela 3D de dados. Além disso, é preciso também definir um mergulho e um azimute para cada ponto analisado. No entanto, o mergulho e o azimute podem ser definidos explicitamente através de um cálculo separado de mergulhos p e q nas direções x e y , respectivamente. Definindo-se uma janela de análise (usualmente retangular ou elíptica) contendo N traços centrados no traço sob análise, pode-se expressar o *semblance* como sendo

$$\sigma(\tau, p, q) = \frac{\left[\sum_{i=1}^N u(x_i, y_i, \tau - px_i - qy_i) \right]^2}{N \sum_{i=1}^N \left[u(x_i, y_i, \tau - px_i - qy_i) \right]^2}, \quad (5.4)$$

onde os mergulhos p e q comumente são apresentados em ms/m. A estimativa dada pela equação anterior será instável para eventos sísmicos de pequena ordem de grandeza mas ainda sim coerentes (MARFURT et al., 1998). Para minimizar esse fato, explora-se o mesmo procedimento utilizado na análise de velocidade convencional, ou seja, calcular um *semblance* médio sobre uma janela vertical de altura $2w$ ms, cuja metade do número de amostras selecionadas vale $K = w/\Delta t$, onde Δt é o intervalo de amostragem. A estimativa de coerência dada por esse *semblance* médio vale

$$C_2(\tau, p, q) = \frac{\sum_{k=-K}^{+K} \left[\sum_{i=1}^N u(x_i, y_i, \tau - px_i - qy_i + k\Delta t) \right]^2}{N \sum_{k=-K}^{+K} \sum_{i=1}^N \left[u(x_i, y_i, \tau - px_i - qy_i + k\Delta t) \right]^2}. \quad (5.5)$$

Em geral, não se conhece, mas se deseja estimar, os mergulhos aparentes (\hat{p}, \hat{q}) associados com o mergulho local e o azimute de um hipotético evento de reflexão 3D. Uma forma de se obter (\hat{p}, \hat{q}) é através de uma procura direta sobre um intervalo de varredura compreendendo valores discretos de mergulhos aparentes. O mergulho real máximo d_{max}

limitará os mergulhos aparentes através da relação

$$\sqrt{p^2 + q^2} \leq +d_{max}. \quad (5.6)$$

Se a e b forem os meio-comprimentos do maior e do menor eixo da janela espacial de análise, respectivamente, e se f_{max} for a maior componente de frequência contido no dado sísmico, então o critério de Nyquist de amostragem de dados a dois pontos por período restringe os mergulhos aparentes incrementais Δp e Δq a

$$\Delta p \leq \frac{1}{2af_{max}} \quad \text{e} \quad \Delta q \leq \frac{1}{2bf_{max}}. \quad (5.7)$$

A busca por uma estimativa dos mergulhos aparentes (\hat{p}, \hat{q}) de um evento sísmico no tempo τ é, então, reduzida ao cálculo direto de $C_2(t, p_\ell, q_m)$ sobre $n_p \cdot n_q$ pares discretos de mergulhos aparentes (p_ℓ, q_m) , onde

$$n_p = \frac{2d_{max}}{\Delta p} + 1 \quad \text{e} \quad n_q = \frac{2d_{max}}{\Delta q} + 1. \quad (5.8)$$

Para um par específico de mergulhos aparentes (p_L, p_M) ser considerado uma estimativa de (\hat{p}, \hat{q}) e o valor de coerência $C_2(\tau, p_L, p_M)$ ser considerado uma estimativa da coerência \hat{C}_2 do evento sísmico, é necessário que

$$C_2(\tau, p_L, q_M) \geq C_2(p_\ell, q_m), \quad \forall -n_p \leq \ell \leq +n_p, -n_q \leq m \leq +n_q. \quad (5.9)$$

Os mergulhos aparentes (\hat{p}, \hat{q}) estão relacionados ao mergulho real e ao azimute $(\hat{d}, \hat{\phi})$ através das relações geométricas

$$\hat{p} = \hat{d} \cdot \sin \hat{\phi} \quad \text{e} \quad \hat{q} = \hat{d} \cdot \cos \hat{\phi}. \quad (5.10)$$

onde \hat{d} é medido preferencialmente em milissegundos por metro e o ângulo $\hat{\phi}$ é medido no sentido horário a partir do eixo positivo x' (ou eixo norte), de acordo com a convenção adotada por MARFURT et al. (1998). Se o eixo da linha de aquisição é oblíquo em relação a x' , então uma rotação de coordenadas faz-se necessária.

No caso 2D, onde, por convenção, $p \equiv \hat{d} \equiv \phi$, é conveniente situar o traço onde se situa o ponto no qual deseja-se obter o mergulho aparente na posição central da janela espacial. Desse modo, se N_ℓ for o número de traços à esquerda e à direita do ponto situado em (ξ, τ) , a equação do *semblance* considerando apenas o mergulho associado com o deslocamento

ℓ torna-se

$$C_2(\xi, \tau, \phi) = \frac{\sum_{k=-K}^{+K} \left[\sum_{i=-N_\ell}^{N_\ell} u(\xi_i, \tau - \phi(\xi_i - \xi) + k\Delta t) \right]^2}{N \sum_{k=-K}^{+K} \sum_{i=-N_\ell}^{N_\ell} \left[u(\xi_i, \tau - \phi(\xi_i - \xi) + k\Delta t) \right]^2}, \quad (5.11)$$

onde foi considerado que $\xi_0 \equiv \xi$ e $N = 2N_\ell + 1$. Similarmente ao caso 3D, o mergulho ϕ estimado como aproximação correta do mergulho real \hat{p} será aquele para o qual C_2 produziu valor máximo.

- **Autoestrutura**

O algoritmo de cálculo de coerência por autoestruturas proposto por GERSZTENKORN & MARFURT (1996, 1999), também intitulado de C3, é considerado uma evolução dos algoritmos anteriores. Teoricamente é superior ao C2 devido ao chamado cálculo no subespaço, de modo que quando o sinal excede o nível do ruído Gaussiano auditivo, este é eliminado do cálculo de coerência.

Para a computação da coerência, um cubo de análise 3D delimitando um subvolume relativamente pequeno de traços é selecionado pelo intérprete. No algoritmo original, o cubo de análise move-se ao longo do volume sísmico 3D e fornece como saída um valor de coerência em cada amostra. O tamanho e a forma do cubo de análise define a distribuição geométrica dos traços e das amostras a serem utilizadas no cálculo de coerência. Para fins de compreensão, supõe-se que o cubo de análise seja uma caixa 3D, envolvendo N traços (por exemplo, 3 traços na direção *in-line* por 3 traços na direção *cross-line*, para um total de 9 traços) e J amostras. Ordenando cada amplitude pelo índice j da amostra e pelo índice n do traço, pode-se construir a matriz de dados

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & \cdots & d_{1N} \\ d_{21} & d_{22} & \cdots & d_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{J1} & d_{J2} & \cdots & d_{JN} \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

A matriz \mathbf{D} da equação anterior, a qual representa uma série multicanal em tempo, é uma descrição matemática dos dados envolvidos pelo cubo de análise. Nessa representação dos dados, cada coluna de \mathbf{D} representa as J amostras de um único n -ésimo traço, enquanto cada linha de \mathbf{D} denota a mesma j -ésima amostra comum a todos os N traços. Daí, cada entrada d_{jn} é, portanto, a j -ésima amostra do n -ésimo traço.

A j -ésima linha de \mathbf{D} é $\mathbf{d}_j^T = [d_{j1} \ d_{j2} \ \cdots \ d_{jN}]$ e representa o valor da j -ésima amostra de cada traço sísmico dentro do cubo de análise. Assumindo que cada traço janelado tenha média zero, a matriz de covariância para a amostra j é formada pelo produto externo dado por

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T &= \begin{bmatrix} d_{j1} \\ d_{j2} \\ \vdots \\ d_{jN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{j1} & d_{j2} & \cdots & d_{jN} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} d_{j1}^2 & d_{j1}d_{j2} & \cdots & d_{j1}d_{jN} \\ d_{j1}d_{j2} & d_{j2}^2 & \cdots & d_{j2}d_{jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{j1}d_{jN} & d_{j2}d_{jN} & \cdots & d_{jN}^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.13)$$

Se o vetor \mathbf{d}_j não for nulo, então cada matriz de covariância $\mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T$ ($j = 1, 2, \dots, J$) representada pela equação (5.13) é uma matriz simétrica positiva semi-definida de posto um. Numa precisão aritmética infinita, $\mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T$ possui apenas um autovalor não-nulo positivo. Em contraste, a matriz de covariância $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$, a qual é a soma das J matrizes de posto um (obtidas a partir das J amostras) é no máximo posto N ou J , aquele que for menor, pois $\mathbf{D}^T \mathbf{D}$ é uma matriz de ordem N representada pela expressão

$$\begin{aligned} \mathbf{C} &= \mathbf{D}^T \mathbf{D} = \sum_{j=1}^J \mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T \\ &= \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^J d_{j1}^2 & \sum_{j=1}^J d_{j1}d_{j2} & \cdots & \sum_{j=1}^J d_{j1}d_{jN} \\ \sum_{j=1}^J d_{j1}d_{j2} & \sum_{j=1}^J d_{j2}^2 & \cdots & \sum_{j=1}^J d_{j2}d_{jN} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=1}^J d_{j1}d_{jN} & \sum_{j=1}^J d_{j2}d_{jN} & \cdots & \sum_{j=1}^J d_{jN}^2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (5.14)$$

O número e o tamanho relativo dos autovalores da matriz de covariância \mathbf{C} determina quantos graus de liberdade estão presentes nos dados sísmicos envolvidos pelo cubo de análise. Por conseguinte, os autovalores fornecem uma indicação quantitativa da variabilidade presente nos dados.

Como exemplo, pode-se considerar um evento de reflexão plano-horizontal onde todos os traços são idênticos, de tal modo que a amplitude da j -ésima amostra é a mesma para todos os N traços. Isso implica que a amplitude de qualquer amostra, igual em todos os traços, pode ser expressa como uma versão em escala de uma única amostra com amplitude diferente de zero, igualmente presente em todos os traços. Sem perda de generalidade, assume-se que as várias amostras de cada traço são representadas em termos da primeira amostra, a qual é dada, para todos os traços do cubo de análise, pela primeira linha da matriz \mathbf{D} , ou seja, $\mathbf{d}_1^T = \begin{bmatrix} a & a & \cdots & a \end{bmatrix}$. Sob a hipótese de que $a \neq 0$, a j -ésima linha da matriz \mathbf{D} é, por conseguinte, apenas uma versão em escala da primeira amostra. Nesse caso, a j -ésima linha da matriz \mathbf{D} torna-se $\mathbf{d}_j^T = \alpha_j \mathbf{d}_1^T = \alpha_j \begin{bmatrix} a & a & \cdots & a \end{bmatrix}$, onde α_j é simplesmente a razão entre a j -ésima e a primeira amostra. O produto externo deste último vetor \mathbf{d}_j também resulta em uma matriz de posto um, a saber,

$$\mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T = (\alpha_j \mathbf{d}_1)(\alpha_j \mathbf{d}_1^T) = \alpha_j^2 \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T. \quad (5.15)$$

A partir da equação anterior, uma seqüência de produtos externos produz matrizes de posto um para todas as amostras em termos da primeira amostra, ou seja,

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T &= \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T \\ \mathbf{d}_2 \mathbf{d}_2^T &= \alpha_2^2 \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T \\ &\vdots \\ \mathbf{d}_J \mathbf{d}_J^T &= \alpha_J^2 \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T. \end{aligned} \quad (5.16)$$

O somatório das J matrizes de posto um obtidas através dos produtos externos mostrados na equação (5.16) resulta na matriz de covariância

$$\mathbf{C} = \mathbf{D}^T \mathbf{D} = \sum_{j=1}^J \mathbf{d}_j \mathbf{d}_j^T = (1 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \cdots + \alpha_J^2) \mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T. \quad (5.17)$$

Como a matriz formada do produto externo $\mathbf{d}_1 \mathbf{d}_1^T$ na equação anterior possui posto um e a soma $(1 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \cdots + \alpha_J^2)$ é um escalar, então \mathbf{C} também deve ser uma matriz de posto um, contendo um único autovalor positivo. De forma breve, é possível demonstrar então que todos os traços são idênticos e que uma coerência máxima é alcançada. Nessa situação simples, um valor elevado de coerência reflete a existência de continuidade sísmica. À medida que a similaridade entre os traços sísmicos dentro do cubo de análise decai, a continuidade sísmica e a coerência associada decrescem. De forma geral, uma

maior proximidade entre os traços dentro do cubo de análise freqüentemente resulta em um alto grau de continuidade e uma alta coerência associada.

A matriz de covariância $\mathbf{C} = \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ exposta na equação (5.14) é uma matriz simétrica positiva semi-definida possuindo todos os autovalores maiores ou iguais a zero. Uma definição da estimativa de coerência baseada em autoestrutura faz uso do traço numérico da matriz de covariância \mathbf{C} , denotado por $Tr(\mathbf{C})$. O traço numérico de \mathbf{C} pode ser expresso em termos das matrizes \mathbf{D} ou \mathbf{C} , ou ainda dos autovalores de \mathbf{C} , a saber,

$$Tr(\mathbf{C}) = \sum_{n=1}^N \sum_{j=1}^J d_{jn}^2 = \sum_{n=1}^N c_{nn} = \sum_{n=1}^N \lambda_n. \quad (5.18)$$

A equação (5.18) demonstra que a energia total dos traços englobados pelo cubo de análise é maior ou igual a zero e é igual à soma dos autovalores. As diferentes expressões para $Tr(\mathbf{C})$ na equação (5.18) podem ser utilizadas para compor definições alternativas para se avaliar coerência, de modo que tal estimativa pode ser definida pelas expressões

$$C_3 = \frac{\lambda_1}{Tr(\mathbf{C})} = \frac{\lambda_1}{\sum_{n=1}^N c_{nn}} = \frac{\lambda_1}{\sum_{n=1}^N \lambda_n}, \quad (5.19)$$

onde λ_1 é o maior dos autovalores λ_n .

A equação (5.19) define a coerência por autoestrutura como uma razão entre o autovalor dominante λ_1 e a energia total dentro do cubo de análise. A equação anterior torna claro porque a coerência alcança valor unitário quando a matriz de covariância \mathbf{C} possui posto um tal qual na equação (5.17). Como \mathbf{C} possui, nessas condições, um único autovalor não-nulo λ_1 , C_3 torna-se simplesmente

$$C_3 = \frac{\lambda_1}{\sum_{n=1}^N \lambda_n} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1} = 1. \quad (5.20)$$

Segundo GERSZTENKORN & MARFURT (1999), o algoritmo C3 mostra-se deficiente quando aplicado a áreas de fortes mergulhos. Para compensar esse efeito, uma nova versão desse algoritmo, intitulada C3.5, foi desenvolvida para realizar uma espécie de horizontalização dos refletores. Os dados são horizontalizados a partir de um número pré-determinado de pares mergulho/azimute para, após essa etapa, ser aplicado o algoritmo C3. Vários mergulhos aparentes (p, q) são testados respeitando-se o limite de mergulho máximo e o critério de Nyquist apresentado na equação (5.7). Os mergulhos aparentes procurados são aqueles que produzem os maiores valores de coerência através

da expressão (5.19). Dessa forma, a estimativa de coerência procurada é dada pela expressão

$$\hat{C}_{3.5} = \max_{p,q} C_3(p,q), \quad (5.21)$$

onde $\max_{p,q} C_3(p,q)$ define os mergulhos p e q que produzem o valor máximo de coerência. Logo, para o caso 2D a inclinação $\phi \equiv p$ considerada uma boa estimativa do mergulho real \hat{p} será aquela que melhor horizontalizar os dados contidos na matriz \mathbf{D} , ou seja, que mais aproximar a matriz de covariância da situação de posto um, gerando, conseqüentemente, o maior valor de coerência.

5.2.1 Relações de coerência para a matriz de covariância

Analisando-se a estrutura dos algoritmos C1, C2 e C3, é possível extrair todas as estimativas de coerência analisadas a partir da matriz de covariância \mathbf{C} . Para tal, considera-se inicialmente a seleção de N traços sísmicos contidos dentro de uma janela de análise e possuindo coordenadas (x_n, y_n) . A partir da amostra central localizada no tempo τ do traço sob análise, são selecionadas $2K + 1$ amostras ao longo do par de mergulhos aparentes (p, q) nos demais traços, sendo $K = w/\Delta t$, onde w é a metade do tamanho da janela temporal. Por conseguinte, a matriz de covariância será dada por

$$\mathbf{C}(p,q) = \sum_{k=-K}^{+K} \begin{bmatrix} \bar{d}_{k1}\bar{d}_{k1} & \bar{d}_{k2}\bar{d}_{k1} & \cdots & \bar{d}_{kN}\bar{d}_{k1} \\ \bar{d}_{k1}\bar{d}_{k2} & \bar{d}_{k2}\bar{d}_{k2} & \cdots & \bar{d}_{kN}\bar{d}_{k2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \bar{d}_{k1}\bar{d}_{kN} & \bar{d}_{k2}\bar{d}_{kN} & \cdots & \bar{d}_{kN}\bar{d}_{kN} \end{bmatrix}, \quad (5.22)$$

onde $\bar{d}_{kn} = d(\tau + k\Delta t - px_n - qy_n)$ indica o traço sísmico interpolado ao longo do par de mergulhos aparentes testados no tempo $\tau + k\Delta t - px_n - qy_n$. Com a determinação da matriz \mathbf{C} , pode-se determinar qualquer uma das estimativas de coerência apresentadas anteriormente, tal como será apresentado na seqüência.

- **Algoritmo C1**

Para o Algoritmo C1 2D (de dois traços), a coerência ao longo de $(p, q = 0)$ vale

$$C_1(p, q = 0) = \frac{C_{12}}{(C_{11}C_{22})^{1/2}}. \quad (5.23)$$

Já para o algoritmo C1 de três traços, utilizado na análise 3D, a coerência ao longo de (p, q) será dada por

$$C_1(p, q) = \left[\frac{C_{12}}{(C_{11}C_{22})^{1/2}} \frac{C_{13}}{(C_{11}C_{33})^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (5.24)$$

A estimativa de coerência procurada \hat{C}_1 , que fornecerá o mergulho aparente correto no ponto analisado, será a de maior valor entre aquelas obtidas para os vários mergulhos testados, ou seja,

$$\hat{C}_1 = \max_{p,q} C_1(p, q). \quad (5.25)$$

• **Algoritmo C2**

A estimativa C_2 obtida pela matriz \mathbf{C} é calculada a partir de uma expressão alternativa, mas equivalente, à expressão (5.5), dada agora por

$$C_2(p, q) = \frac{\mathbf{a}^T \mathbf{C} \mathbf{a}}{N \cdot Tr(\mathbf{C})}, \quad (5.26)$$

onde \mathbf{a} é um vetor de N elementos dado por

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (5.27)$$

e $Tr(\mathbf{C})$ o traço numérico da matriz de covariância, ou seja,

$$Tr(\mathbf{C}) = \sum_{n=1}^N C_{nn}. \quad (5.28)$$

Novamente, a estimativa de coerência \hat{C}_2 procurada refere-se à máxima coerência encontrada entre os vários pares de mergulhos aparentes (p, q) testados, o que pode ser simbolizado pela expressão

$$\hat{C}_2 = \max_{p,q} C_2(p, q). \quad (5.29)$$

• **Algoritmo C3**

O algoritmo C3 produz, ao longo dos mergulhos aparentes (p, q) , a estimativa de coerência

$$C_3(p, q) = \frac{\lambda_1}{\sum_{n=1}^N \lambda_n}, \quad (5.30)$$

onde λ_n é o n -ésimo autovalor da matriz de covariância \mathbf{C} e λ_1 o maior autovalor. O algoritmo original, como descrito por GERSZTENKORN & MARFURT (1996), produz como estimativa de coerência

$$\hat{C}_3 = C_3(p = 0, q = 0). \quad (5.31)$$

Quando generalizado de modo a fornecer múltiplos valores de coerência para vários mergulhos aparentes (p, q) , a estimativa procurada passa a ser denotada por $\hat{C}_{3.5}$ e será aquela de maior valor entre as diversas estimativas obtidas, ou seja,

$$\hat{C}_{3.5} = \max_{p, q} C_3(p, q). \quad (5.32)$$

5.3 Avaliação dos algoritmos de coerência: exemplo de validação

O objetivo desta seção é testar os algoritmos de coerência C1, C2 e C3.5 na obtenção do mergulho aparente ao longo de uma curva de tempo de trânsito. A figura 5.1 mostra a curva de tempo de trânsito utilizada como exemplo, obtida para um refletor plano inclinado sob um meio com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática supondo $V_R = 2,1$ m/ms em $x = 0$ e $z = 0$, $\alpha = 62,5$ s²m⁻³ e $\beta = 1/17500 \approx 57,14$ s²m⁻³. A seção da figura 5.1 foi obtida sob uma aquisição em afastamento comum, onde $h = 1100,0$ m, e os traços sísmicos armazenados pelo ponto médio. O refletor modelado possui profundidade $z = 1300,0$ m em $x = 0$ m e $z = 2200,0$ m $x = 2000$ m. A modelagem utilizou as equações cinemáticas mostradas na seção 4.4.4 para obtenção dos tempos de trânsito. A fonte sísmica foi representada pela segunda derivada em relação ao tempo da função Gaussiana (CUNHA, 1997), através da equação

$$f(\tau) = [1 - 2\pi(\pi f_c \tau)^2] e^{-\pi(\pi f_c \tau)^2}, \quad (5.33)$$

onde τ é o tempo de trânsito e f_c um parâmetro relacionado à frequência de corte pela expressão

$$f_{corte} = 3\sqrt{\pi}f_c. \quad (5.34)$$

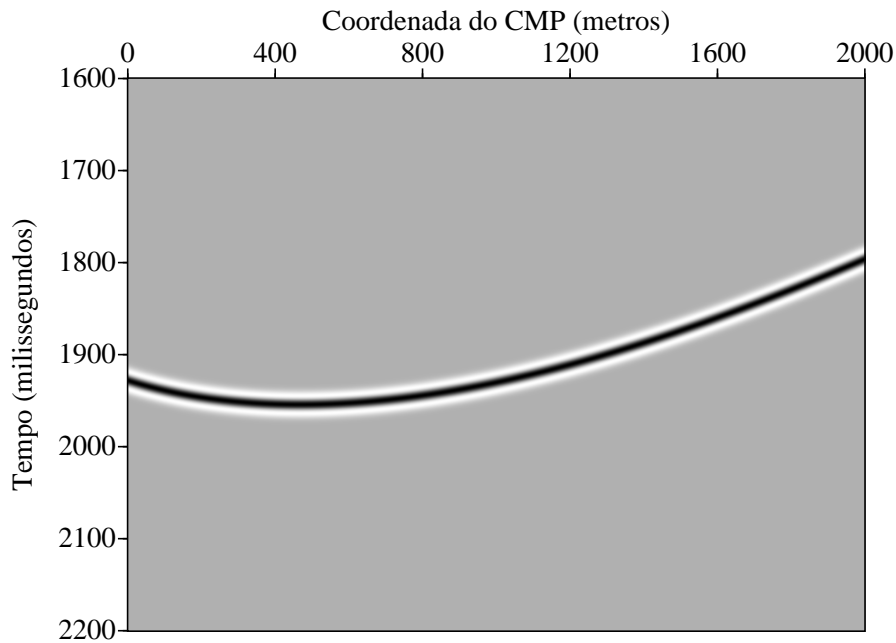


Figura 5.1: Curva de tempo de trânsito para o modelo de vagarosidade quadrática modelado.

O resultados obtidos pelos algoritmos de coerência serão comparados com aqueles fornecidos pela expressão analítica da inclinação da curva de tempo de trânsito para modelos com a distribuição supracitada de velocidade, dada pela equação (4.180). A figura 5.2 mostra o resultado analítico fornecido por aquela equação para a curva de tempo de trânsito do modelo analisado. É possível observar por esse resultado que os valores da inclinação ao longo da respectiva curva de tempo de trânsito variam de $-1,7 \times 10^{-1}$ ms/m a $1,2 \times 10^{-1}$ ms/m.

A análise consiste em percorrer a curva da figura 5.1 e testar uma determinada faixa de valores de mergulho aparente situados entre um mínimo e um máximo. Os pontos onde os mergulhos serão testados correspondem às amostras onde se registrou a maior amplitude. Para cada inclinação testada será obtido um valor de coerência, produzido por um dos algoritmos apresentados neste capítulo, de tal modo que o mergulho considerado correto

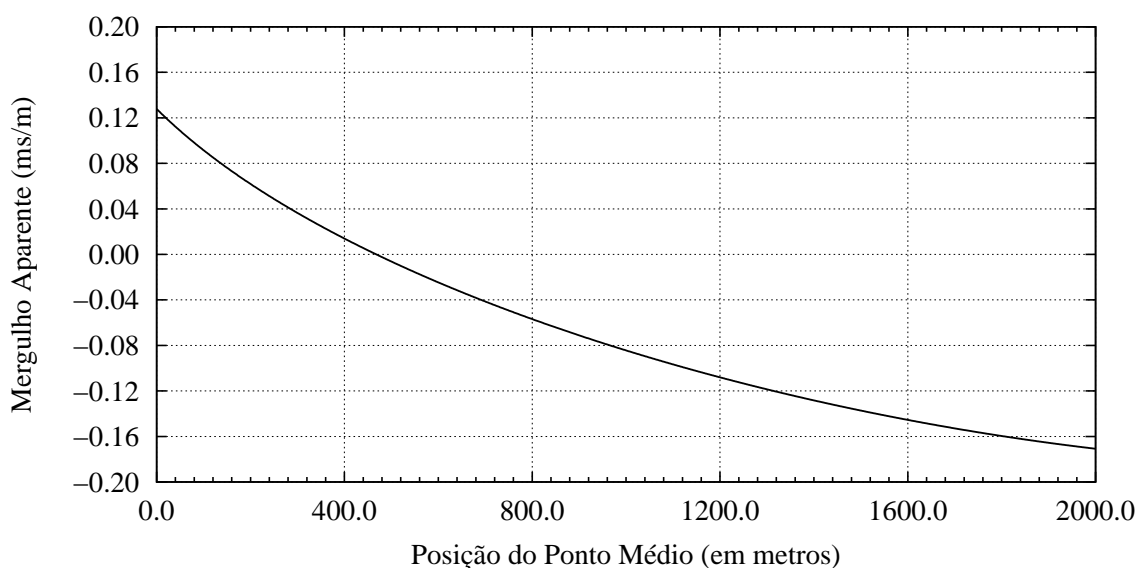


Figura 5.2: Valores analíticos para o mergulho aparente da seção sísmica testada.

no ponto de máxima amplitude será aquele que produzir o maior valor de coerência. Posto isso, a faixa de mergulhos testados irá de $-0,3$ ms/m a $0,3$ ms/m, em incrementos de 10^{-5} ms/m. A janela de amostragem consistirá de 50 amostras localizadas acima e abaixo de cada ponto analisado, totalizando 101 amostras selecionadas. Nos 5 traços localizados imediatamente à esquerda e à direita do traço onde se localiza o referido ponto, a mesma janela de amostragem será utilizada, de tal modo que a matriz de dados da equação (5.12) terá dimensão 101×11 , levando a matriz de covariância a ter dimensão 11. Dessa forma, a análise terá início a partir do sexto traço (CMP localizado em $\xi = 5,0$ m) e irá até o traço de número 1996 (CMP localizado em $\xi = 1995,0$ m).

O primeiro algoritmo testado foi o da correlação cruzada normalizada (algoritmo C1, equação (5.23)). A figura 5.3 mostra o erro relativo produzido por esse algoritmo em relação aos valores analíticos, computados na modelagem, pela equação (4.180). É importante verificar que praticamente todos os mergulhos obtidos tiveram erro relativo, em módulo, abaixo de 2%. Os maiores erros relativos encontrados foram aqueles onde a inclinação real era muito próxima de zero, o que dificulta a correta avaliação do erro relativo. A figura 5.4 mostra que com o algoritmo de correlação cruzada todos os erros absolutos encontrados estão no intervalo que vai de $-3,0 \times 10^{-3}$ ms/m a $2,0 \times 10^{-3}$ ms/m.

O segundo algoritmo testado foi o baseado no *semblance* (algoritmo C2, equação (5.26)). A figura 5.5 mostra o erro relativo produzido por esse algoritmo em relação aos valores analíticos. Esse resultado mostra que quase todos os mergulhos obtidos tiveram

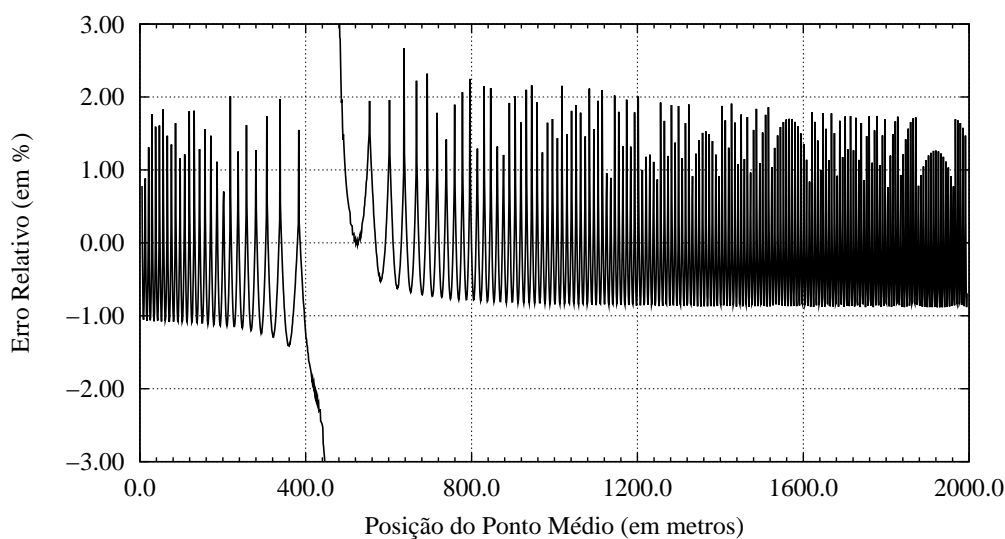


Figura 5.3: Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de correlação cruzada.

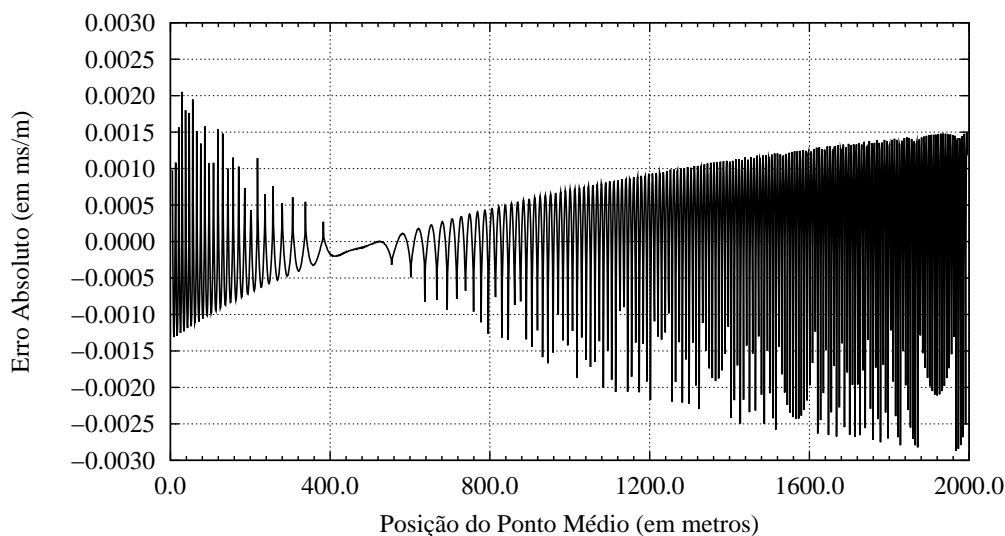


Figura 5.4: Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de correlação cruzada.

erro relativo entre $-2,0\%$ e $+1,0\%$, excetuando-se os valores analíticos muito próximo de zero. A figura 5.6 mostra que com o algoritmo C2 todos os erros absolutos situam-se entre $-8,0 \times 10^{-4} \text{ ms/m}$ e $+8,0 \times 10^{-4} \text{ ms/m}$, aproximadamente.

Por fim, o terceiro algoritmo testado foi o de autoestrutura (algoritmo C3.5, equação (5.32)). A figura 5.7 mostra o erro relativo produzido por esse algoritmo em relação aos valores analíticos. Esse resultado mostra que quase todos os mergulhos obtidos

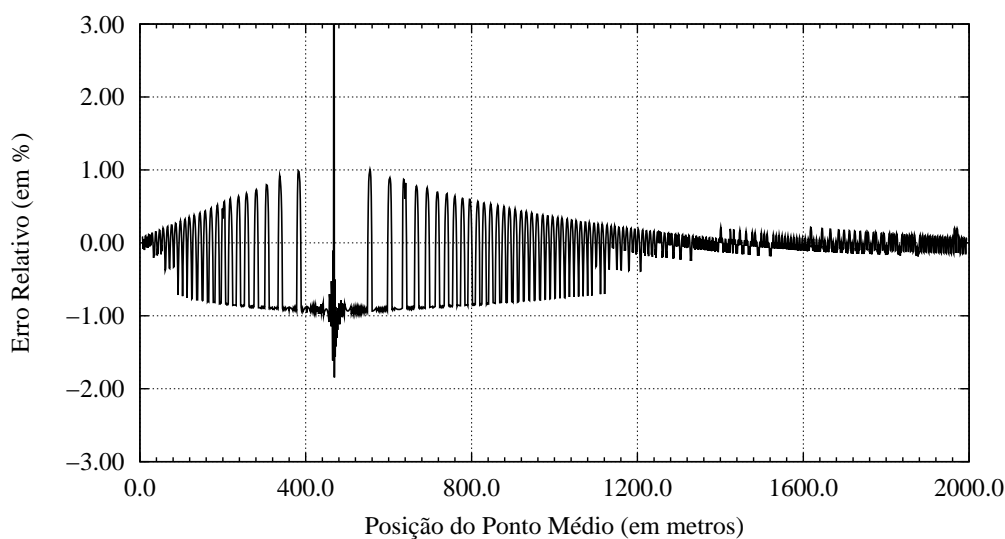


Figura 5.5: Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo *semblance*.

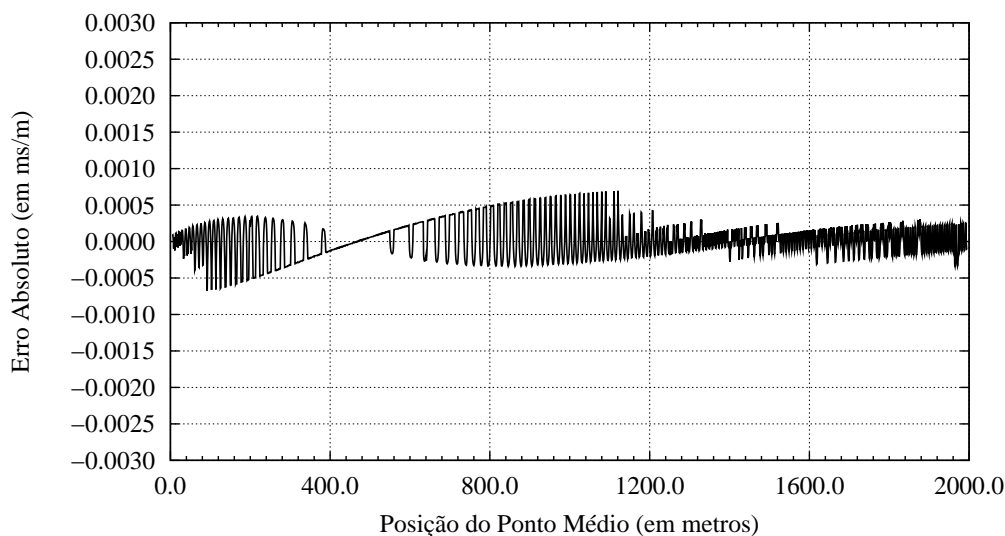


Figura 5.6: Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo baseado no *semblance*.

tiveram erros relativos entre $-1,0\%$ e $+1,0\%$, excetuando-se quando a comparação foi feita com os valores analíticos muito próximos de zero. A figura 5.8 mostra que com o algoritmo C3.5 todos os erros absolutos estão no intervalo de $-5,0 \times 10^{-4}$ ms/m a $+5,0 \times 10^{-4}$ ms/m.

Pelos resultados apresentados, é possível depreender que o algoritmo C1 é aquele que produz os piores resultados. Esse resultado, de certa forma, já era esperado, visto que esse

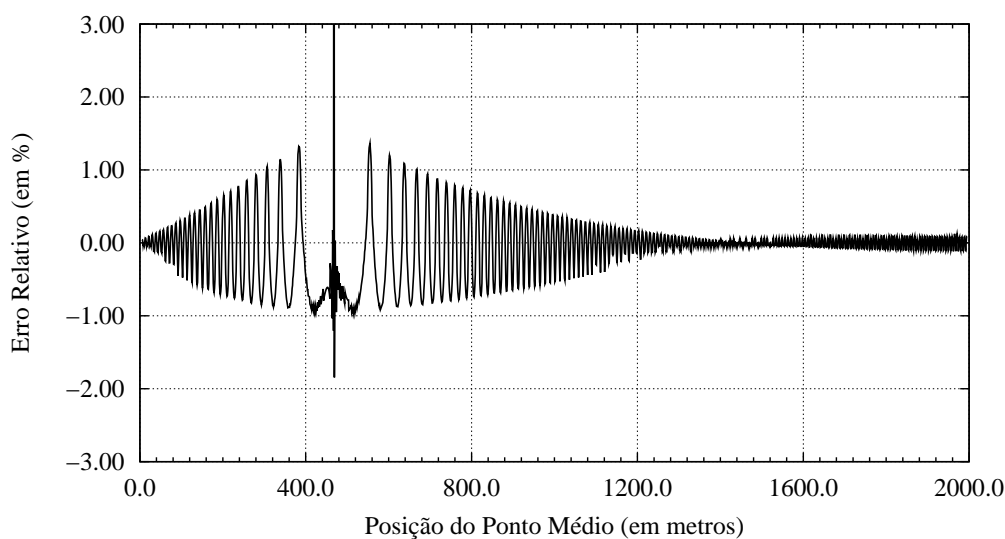


Figura 5.7: Erros relativos à solução analítica dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de autoestrutura.

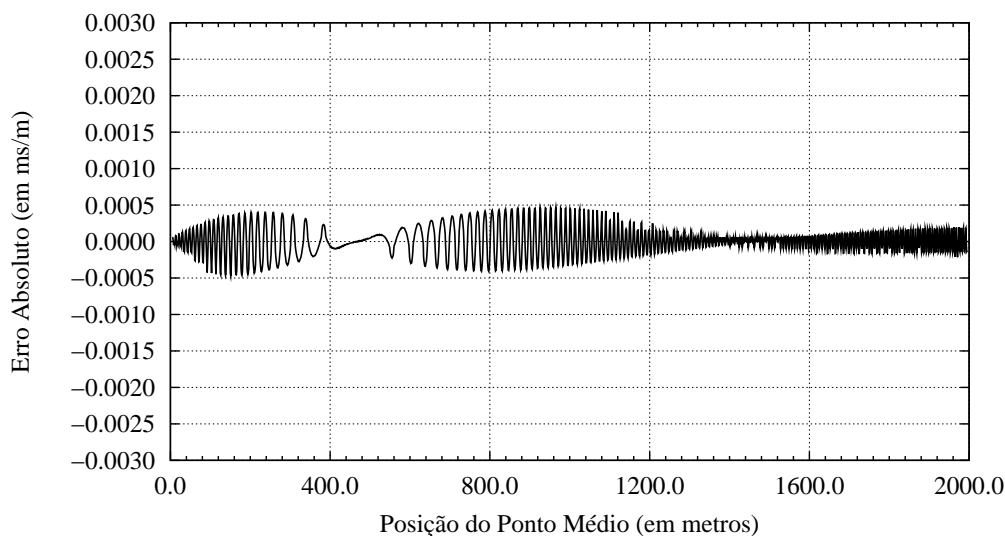


Figura 5.8: Erros absolutos nos valores dos mergulhos aparentes produzidos pelo algoritmo de autoestrutura.

algoritmo utiliza apenas um traço adjacente àquele onde se situa o ponto analisado. Com isso, a correlação cruzada produz piores resultados à medida que a inclinação da curva de tempo de trânsito torna-se maior e melhora no trecho onde a inclinação aproxima-se de zero, como pode ser visto pela figura 5.4. Já os algoritmos C2 e C3.5 mantiveram a precisão mesmo em áreas de mergulho mais acentuado, produzindo erros absolutos quase que da ordem do incremento utilizado entre mergulhos aparentes.

Capítulo 6

Raios OCO: Aplicação a Dados Sintéticos

Este capítulo objetiva mostrar exemplos de raios OCO para os modelos de velocidade discutidos no capítulo 4, além do modelo homogêneo equacionado nos capítulos 2 e 3. É importante salientar que todos os sismogramas exibidos nos exemplos seguintes foram obtidos considerando-se apenas as equações cinemáticas do traçado de raios e a fonte sísmica analítica proposta em CUNHA (1997), não possuindo, por conseguinte, características usuais de sinais sísmicos como alongamento de período e ruído.

6.1 Modelo de velocidade constante

O primeiro exemplo de raios OCO será aquele considerando um refletor plano sob meio homogêneo, onde $V = 2,0$ m/ms. A figura 6.1 mostra o modelo considerado na análise. As figuras 6.2(a) e 6.2(b) exibem os sismogramas sintéticos em afastamento comum, obtidos para $h = 0$ m e $h = 1000$ m, respectivamente. A amostragem espacial utilizada foi de 1,0 m, enquanto a amostragem temporal foi de 1,0 ms.

A análise considerou a seção sísmica exibida pela figura 6.2(b) como a seção de partida e a seção mostrada em 6.2(a) como a seção de chegada. O ponto escolhido para ilustrar a análise foi amostrado em $(\xi, \tau) = (700, 1898)$. A análise foi realizada variando a velocidade de 1,5 m/ms até 2,8 m/ms com incrementos de 0,01 m/ms. Para avaliação da velocidade correta através de uma das análises de coerência mostradas na seção 3.5.2, foi selecionado um grupo de amostras localizadas na vizinhança do ponto escolhido, mais especificamente entre os CMPs $\xi = 695$ m e $\xi = 705$ m (5 traços à esquerda e à direita do

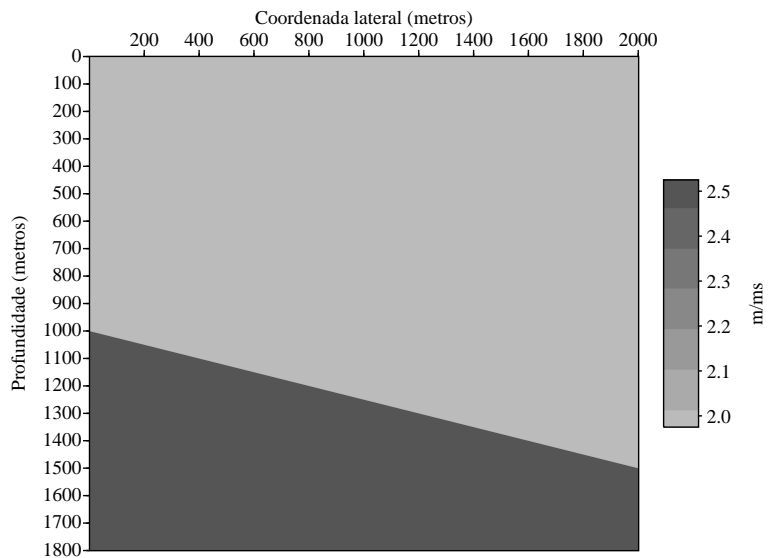
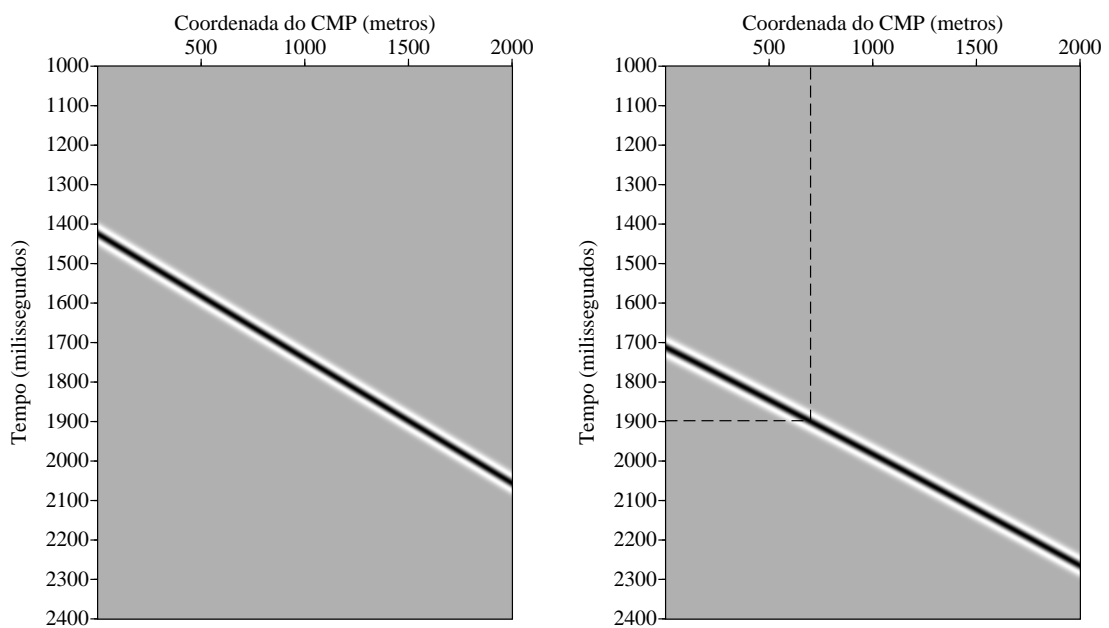


Figura 6.1: Refletor plano-inclinado sob meio de velocidade constante ($V=2,0$ m/ms).



(a) Seção sísmica para $h = 0$ m.

(b) Seção sísmica para $h = 1000$ m.

Figura 6.2: Sismogramas sintéticos em afastamento comum para um refletor plano inclinado sob meio homogêneo.

ponto) e entre os tempos $\tau = 1830$ ms e $\tau = 1970$ ms. Para cada traço dessa janela de dados foi escolhida uma amostra de referência utilizando como critério de escolha a amostra de maior amplitude. Para compor a matriz de dados de entrada, foram selecionadas 65 amostras acima e abaixo de cada amostra de referência, de modo a abranger todo o comprimento da *wavelet* sísmica. A figura 6.3 mostra uma ampliação das amostras que serão utilizadas na análise de coerência que definirá a velocidade correta.

Para avaliação do mergulho aparente ϕ em $(\xi, \tau) = (700, 1898)$ utilizando uma das análises de coerência do capítulo 5, as mesmas amostras exibidas pela figura 6.3 foram utilizadas para montagem da matriz de covariância, a qual terá, por conseguinte, dimensão 11. A faixa de mergulhos testados foi $-1,0 \text{ ms/m} \leq \phi \leq 1,0 \text{ ms/m}$, com incrementos de $0,0001 \text{ ms/m}$. Utilizando como algoritmo de coerência o *semblance*, o mergulho aparente obtido (de maior valor de coerência) foi de $0,2738 \text{ ms/m}$, um erro de $-0,041\%$ se comparado com o valor analítico de $0,273912 \text{ ms/m}$ (equação (3.6)) encontrado na modelagem.

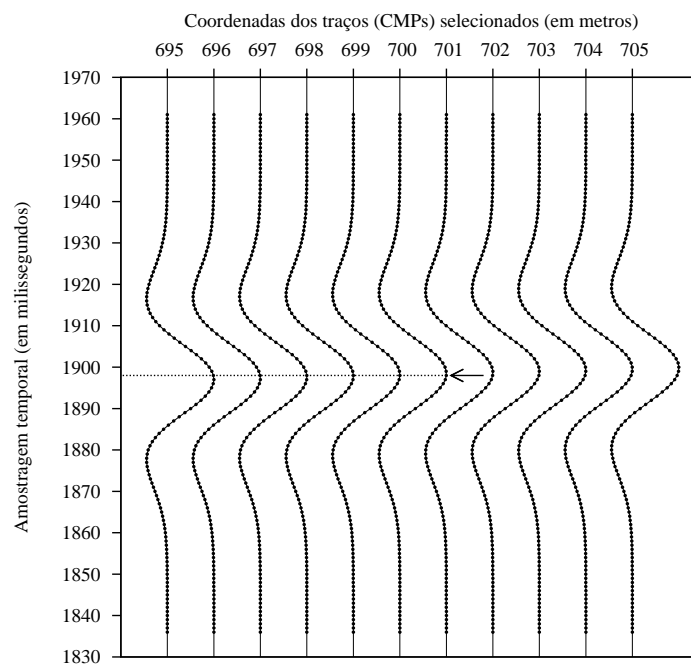
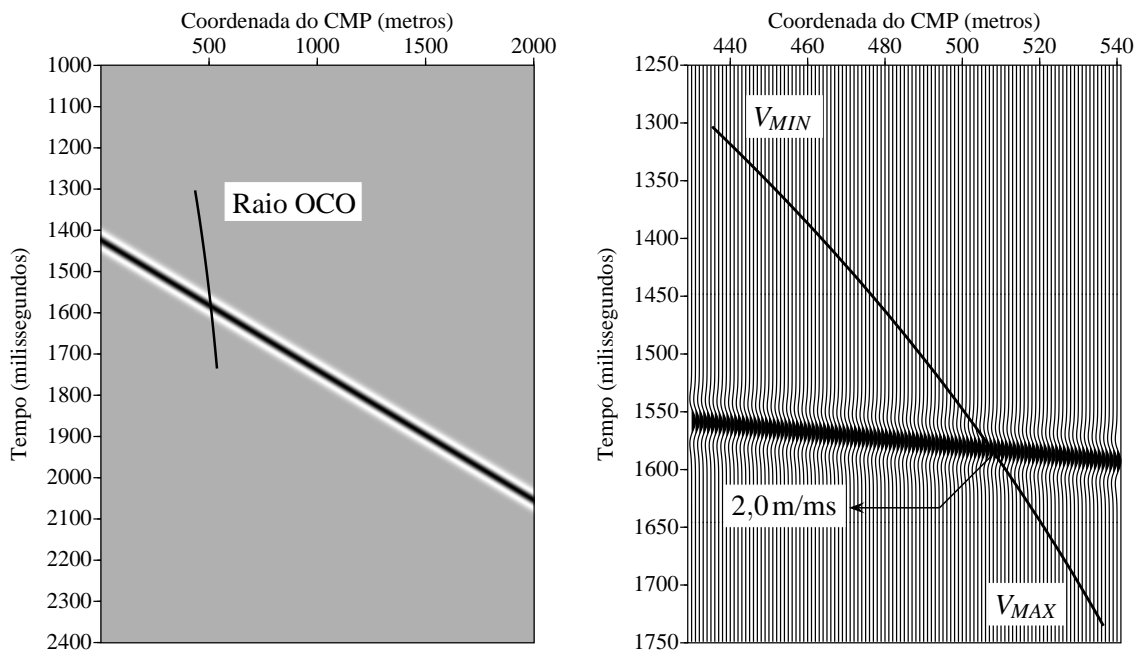


Figura 6.3: Ampliação dos pontos selecionados na análise OCO. Neste exemplo, as mesmas amostras selecionadas foram utilizadas tanto para a avaliação do mergulho aparente no ponto $(700, 1898)$ (destacado na figura) quanto para a avaliação de coerência da velocidade testada.

Já de posse da inclinação da curva de tempo de trânsito no ponto escolhido da seção de

entrada, a aplicação dos procedimentos detalhados na seção 3.3 resultará na obtenção dos pontos imagens que formarão o raio OCO na seção de chegada, tal como mostra a figura 6.4(a). Como o modelo é homogêneo, a velocidade rms encontrada pela intersecção entre o raio OCO e a curva de tempo de trânsito, tal como é mostrado pela figura 6.4(b), será igual à própria velocidade do meio. A figura 6.5 mostra que o maior valor de coerência é encontrado exatamente quando a velocidade testada é igual à velocidade do modelo, ou seja, quando $V_{rms} = 2,0$ m/ms. Para este valor, o *semblance* produziu o valor de coerência $C_s = 0,9996$.

É importante ressaltar que o raio OCO mostrado na figura 6.4 foi obtido para o ponto $(\xi, \tau) = (700, 1898)$ selecionado na seção de entrada, para a qual $h = 1000$ m, enquanto a avaliação de coerência mostrada na figura 6.5 foi obtida utilizando a equação (3.13), onde \mathbf{u}_1 contém as amostras localizadas em torno desse ponto na seção de entrada (figura 6.3) e \mathbf{u}_2 contém as amostras interpoladas (obtidas de acordo com a seção 3.5.1) na seção de saída, para a qual $h = 0$ m. Além disso, a inclinação ao longo da qual se deu essa interpolação foi calculada para cada velocidade testada de acordo com a equação (3.6).



(a) Raio OCO na seção de chegada $h = 0$ m

(b) Ampliação da região onde ocorre o raio OCO.

Figura 6.4: (a) Raio OCO na seção de chegada ($h = 0$ m) e (b) detalhe da intersecção do raio OCO com a curva de tempo de trânsito.

É conveniente salientar ainda que a janela de dados utilizada para montagem da matriz de covariância não precisa ser necessariamente igual à janela de dados utilizada na

avaliação da velocidade testada, podendo-se escolher diferentes quantidades de traços e amostras em ambas as circunstâncias, desde que cada janela de correlação exceda o comprimento da respectiva *wavelet* sísmica, respeitando assim a hipótese de sinais sísmicos de média nula observada em MARFURT et al. (1998) e mencionada no capítulo 5. Um fato a se observar é que a ausência de ruído não coerente nos sismogramas das figuras 6.2(a) e 6.2(b) faz com que o resultado da análise de coerência exibida na figura 6.5 possua a forma típica de uma *wavelet* sísmica. Esse comportamento ocorre também quando se utiliza a correlação cruzada (equação (3.14)) para avaliação das velocidades testadas, tal como mostra a figura 6.6. Neste caso, a velocidade rms que forneceu o maior valor de coerência, a saber, $C_c = 0,9992$, foi, como esperado, $V_{rms} = 2,0$ m/ms.

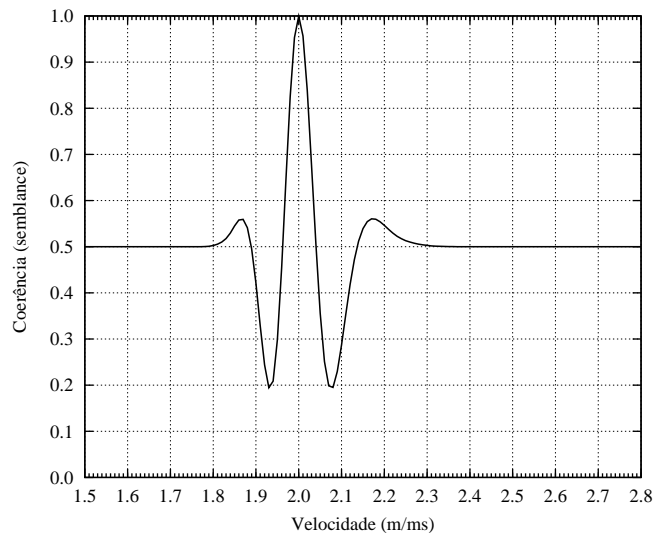


Figura 6.5: Avaliação de coerência das velocidades testadas utilizando algoritmo do tipo *Semblance* traço a traço.

Uma detalhe importante é que o raio OCO mostrado na figura 6.4(a) pode ser classificado também como um raio virtual composto do tipo MZO, que é um processo de imageamento sísmico que transforma uma seção de afastamento comum em uma seção de afastamento nulo. Esse processo pode ser visto como o encadeamento de uma migração em afastamento comum, seguida de uma demigração em afastamento nulo, o mesmo processo no qual se baseou a obtenção do raio OCO da figura 6.4. Segundo essa definição, o raio da figura 6.4(a) também poderia ser chamado de raio MZO.

Por fim, é interessante notar que a análise por raios OCO fornece resultados precisos inclusive para o caso de refletores com fortes mergulhos, tal como o mostrado por este exemplo.

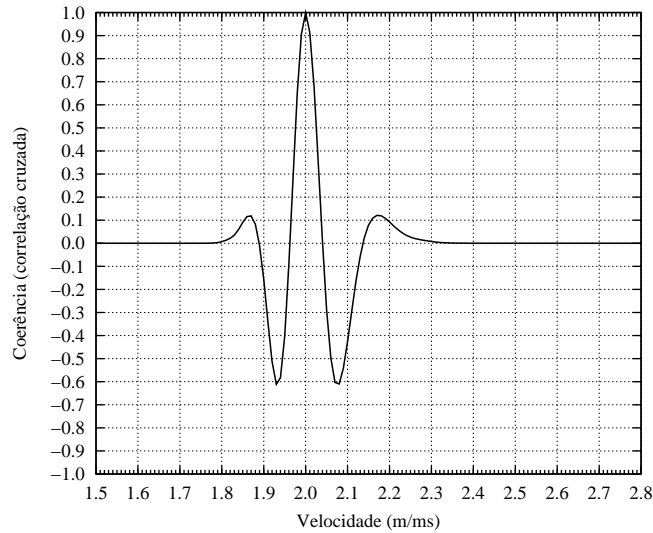


Figura 6.6: Avaliação de coerência das velocidades testadas utilizando algoritmo do tipo correlação cruzada traço a traço.

6.2 Modelo com gradiente vertical de velocidade

Nesta seção, o objetivo principal é traçar os raios OCO considerando uma distribuição de velocidade variando linearmente com a profundidade segundo a equação $V = V_R + \beta(z - z_R)$ e obter, através de uma análise de coerência, os parâmetros que melhor aproximam o meio equivalente. O modelo utilizado nesta análise encontra-se representado de forma esquemática na figura 6.7 e possui $V_R = 2,0\text{m/ms}$ em $z_R = 0$ e $\beta = 1/1250\text{ms}^{-1}$. As seções sísmicas em afastamento comum para o modelo original são exibidas na figura 6.8. Utilizando esses sismogramas sintéticos como dados de entrada e a hipótese de um modelo onde a velocidade possui uma variação idêntica à do meio original, a análise de velocidade via raios OCO deve, a priori, fornecer os parâmetros V_R e β coincidentes, ou bem aproximados, com os parâmetros originais do modelo.

O ponto escolhido para ilustrar a análise encontra-se nas coordenadas $\xi = 1000\text{m}$ e $\tau = 993\text{ms}$ da seção de afastamento nulo mostrada na figura 6.8(a), a qual será, por conseguinte, a seção de partida da análise. O mergulho aparente encontrado nesse ponto utilizando *semblance* (equações (5.26) e (5.29)) foi de $\phi = 0,16421\text{m/ms}$, um erro de $-0,12\%$ em relação ao valor obtido na modelagem ($0,16440\text{m/ms}$).

A consideração de um meio com gradiente constante de velocidade leva a análise a variar e testar não apenas a velocidade de referência V_R , que em um modelo homogêneo seria a própria velocidade do meio, mas também o parâmetro β . Dessa forma, V_R será

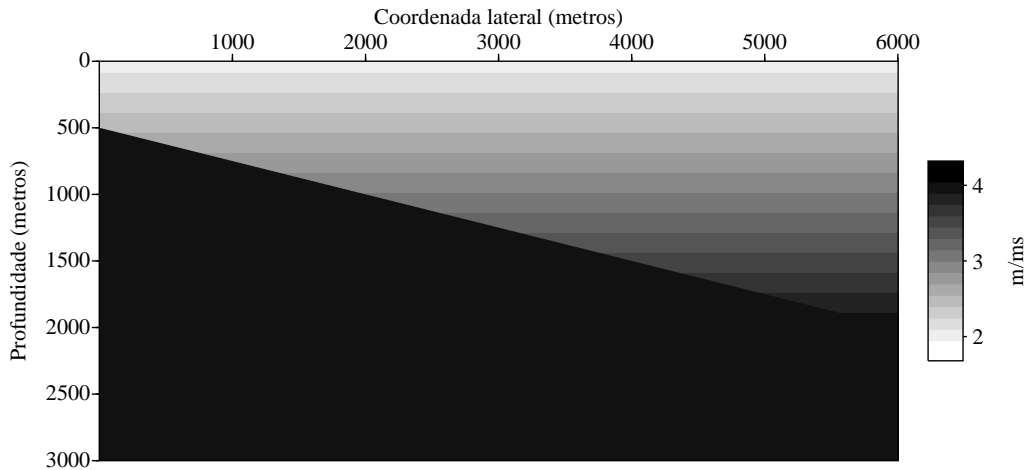


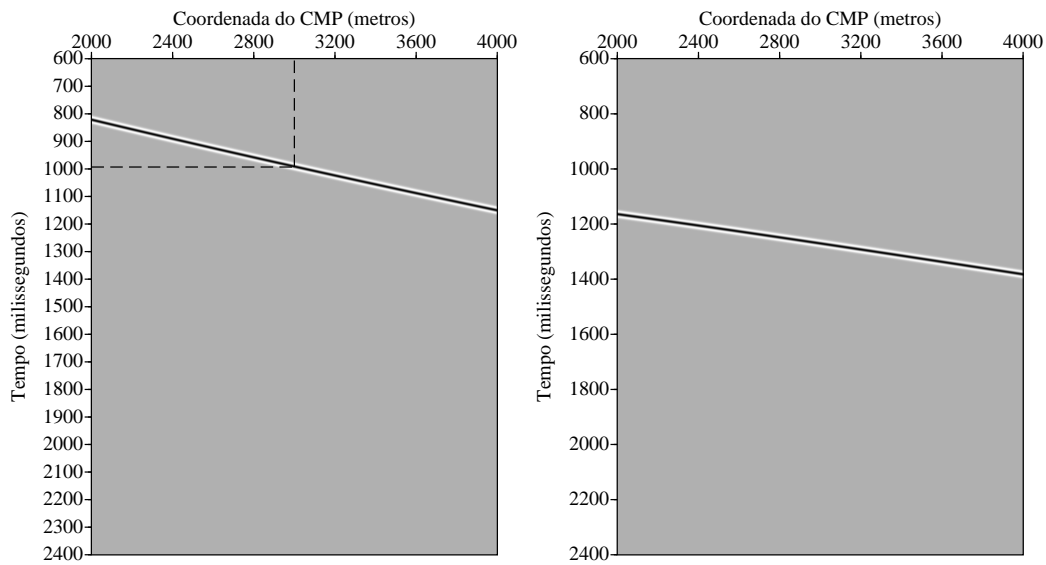
Figura 6.7: Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente constante de velocidade ($V = 2,0 + \Delta z/1250$ (em m/ms)).

variado de 1,50 a 2,50 m/ms, com incrementos de 0,01 m/ms, e o gradiente β será variado de $1/100000\text{ms}^{-1}$ a $1/500\text{ms}^{-1}$, com incrementos de $1/100000\text{ms}^{-1}$, de forma a considerar sempre um gradiente positivo, ou seja, uma velocidade de propagação que aumenta linearmente com Δz . Cada par $V_R \times \beta$ produzirá um valor de coerência, de tal modo que o par que possuir o maior valor de coerência será aquele que melhor aproximará o meio equivalente.

Para a avaliação da coerência, foram selecionados 5 traços à esquerda e à direita de $(\xi, \tau) = (1000, 993)$, além de uma janela de dados composta por 101 amostras em cada traço. Assim, será esse o grupo de dados, guiado pelo ponto imagem de (ξ, τ) , a ser movimentado ao longo da seção de chegada.

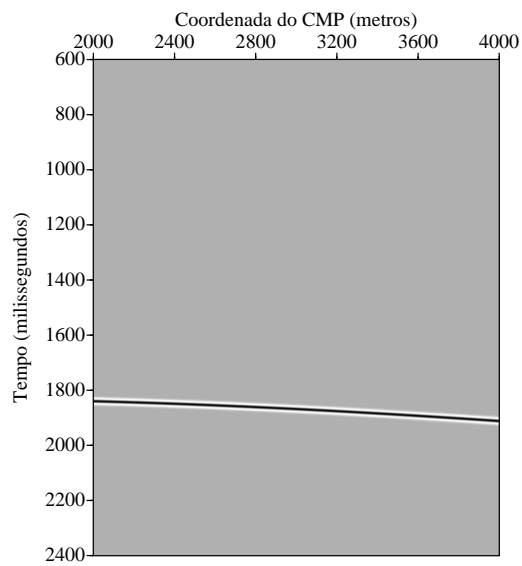
Um fator importante a ser ressaltado é que a variação de dois parâmetros em um único processo de *offset continuation* possui uma nítida tendência de produzir vários pares $V_R \times \beta$ com altos valores de coerência, de modo a gerar um resultado inconclusivo. Entretanto, é possível eliminar os pares incorretos refazendo-se a análise, mas utilizando-se uma outra seção de chegada para a mesma a seção de partida. Os mapas de coerência encontrados em cada análise podem ser combinados em um único mapa de coerência, de tal modo que neste último apenas os valores corretos de V_R e β estarão ressaltados.

A primeira análise foi elaborada utilizando-se como seção de chegada aquela obtida para $h = 1000\text{m}$ (figura 6.8(b)). Utilizando as variações anteriormente citadas para a velocidade e o gradiente vertical, foi possível obter os raios OCO mostrados na figura



(a) Sismograma sintético para $h = 0$ m.

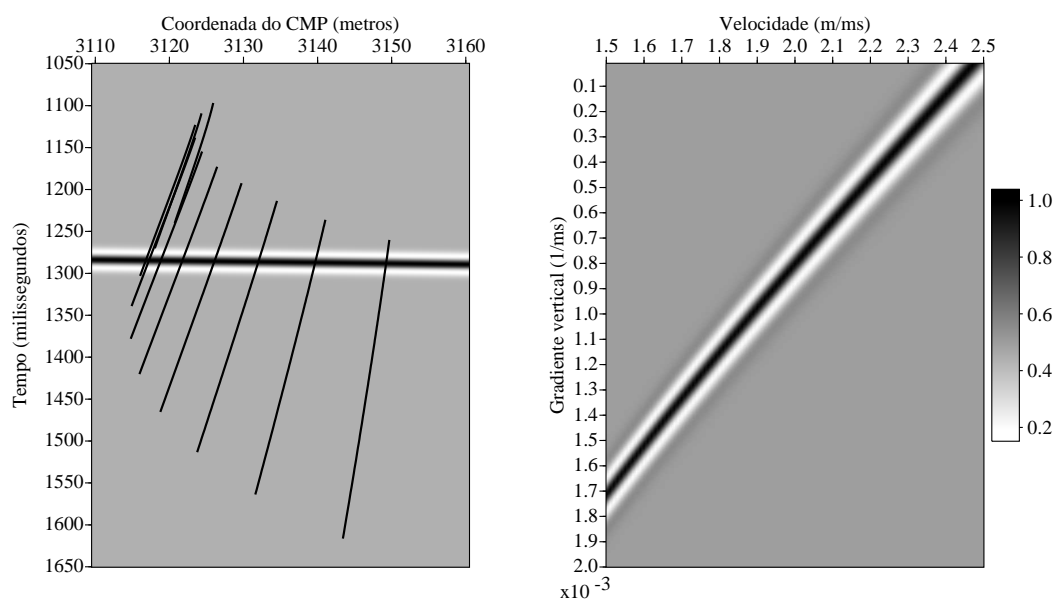
(b) Sismograma sintético para $h = 1000$ m.



(c) Sismograma sintético para $h = 2000$ m.

Figura 6.8: Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO.

6.9(a). Os raios exibidos nessa figura foram encontrados para os seguintes valores (em ms^{-1}) de β : $2,0 \times 10^{-4}$; $4,0 \times 10^{-4}$; $6,0 \times 10^{-4}$; $8,0 \times 10^{-4}$; $1,0 \times 10^{-3}$; $1,2 \times 10^{-3}$; $1,4 \times 10^{-3}$; $1,6 \times 10^{-3}$; $1,8 \times 10^{-3}$ e $2,0 \times 10^{-3}$. Na figura 6.9(a), os raios equivalentes a esses valores de gradiente vertical correspondem, pela ordem, àqueles posicionados da direita para a esquerda. Além disso, em cada raio os menores valores testados de



(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 1000$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.9: (a) Ampliação do local da primeira seção de chegada utilizada ($h = 1000$ m) onde situam-se os raios OCO para diferentes valores de gradiente e (b) mapa de coerência obtido para essa análise utilizando *semblance*.

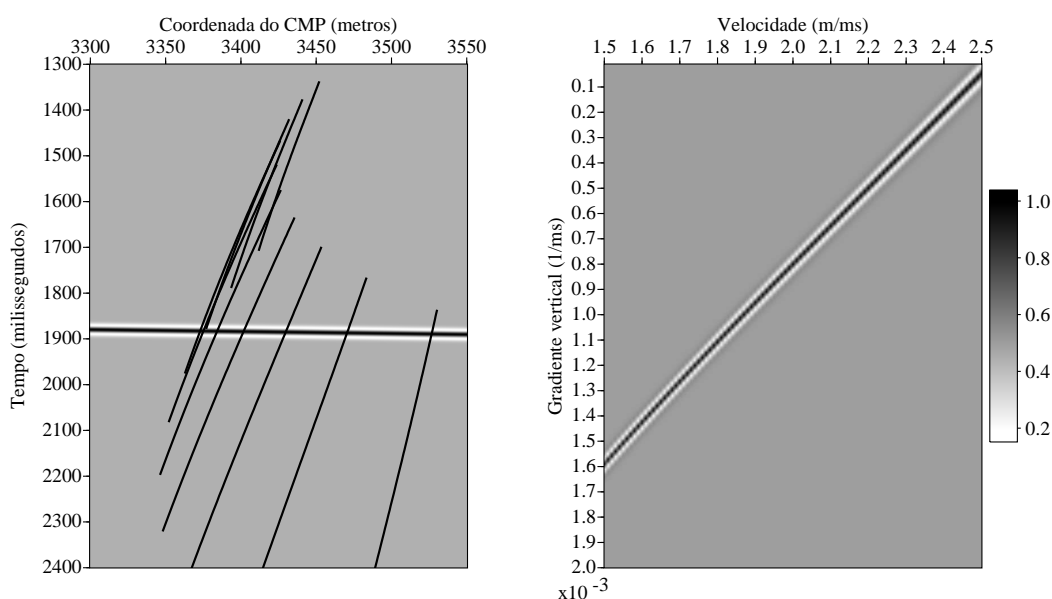
velocidade equivalem aos maiores tempos de trânsito, enquanto as maiores velocidades utilizadas produziram os menores tempos.

A análise de coerência entre as amostras coletas na seção de partida e aquelas extraídas na seção de chegada produziu o mapa apresentado na figura 6.9(b) utilizando o algoritmo C2 (*semblance*), onde a escala de valores varia de 0 (mais claro) até 1 (mais escuro). Como previsto, nesse mapa há uma faixa de valores de alta coerência que aproximam adequadamente o meio equivalente, no CMP $\xi = 1000$ m, para as seções sísmicas apresentadas em 6.8(a) e 6.8(b).

Para eliminar essa ambigüidade, uma segunda análise foi elaborada, utilizando-se agora a seção da figura 6.8(c) como a seção de chegada. A figura 6.10(a) apresenta uma ampliação da área onde os raios OCO encontrados nessa segunda análise se situam, enquanto a figura 6.10(b) exhibe o respectivo mapa de coerência, o qual também mostra uma faixa de valores de alta coerência. Para a obtenção do mapa de coerência final, optou-se pela multiplicação direta entre os mapas de cada análise, cujo resultado pode ser visualizado pela figura 6.11(a), onde é possível perceber que a faixa de valores de alta coerência diminuiu e está agora mais próxima do valor correto, o qual encontra-se demarcado na mesma figura. Já a figura 6.11(b) ressalta as maiores coerências eliminando os valores

inferiores a 0,9 e ampliando a área onde permaneceram os valores situado entre 0,9 e 1, mostrando que a análise foi capaz atribuir quase o valor máximo de coerência para o parâmetro β correto.

Na figura 6.10(a), os valores de β escolhidos para traçar os respectivos raios OCO foram os mesmos utilizados na figura 6.9(b). Os raios posicionados da direita para a esquerda correspondem aos menores gradientes. Em todos, o ponto inicial equivalente ao maior tempo de trânsito foi obtido para a menor velocidade testada (1,50 m/ms), enquanto os pontos finais dos raios (encontrados para os menores tempos de trânsito) foram obtidos para as maiores velocidades testadas.



(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 2000$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.10: (a) Ampliação do local da primeira seção de chegada utilizada ($h = 2000$ m) onde situam-se os raios OCO para valores distintos do gradiente de velocidade e (b) mapa de coerência obtido para essa análise utilizando *semblance*.

É interessante salientar que os raios OCO exibidos nas figuras 6.9(a) e 6.10(a) também podem ser classificados em uma outra categoria de raios virtuais, os raios de MZO inverso. O MZO inverso, como o próprio nome indica, consiste de um processo onde uma seção de afastamento comum (diferente de zero) é obtida a partir de uma seção de afastamento nulo. Tal processo pode ser simulado através do encadeamento de uma migração em afastamento nulo, seguida de uma demigração em afastamento comum. Logo, os raios OCO das figura 6.9(a) e 6.10(a) podem ser chamados também de raios de MZO inverso.

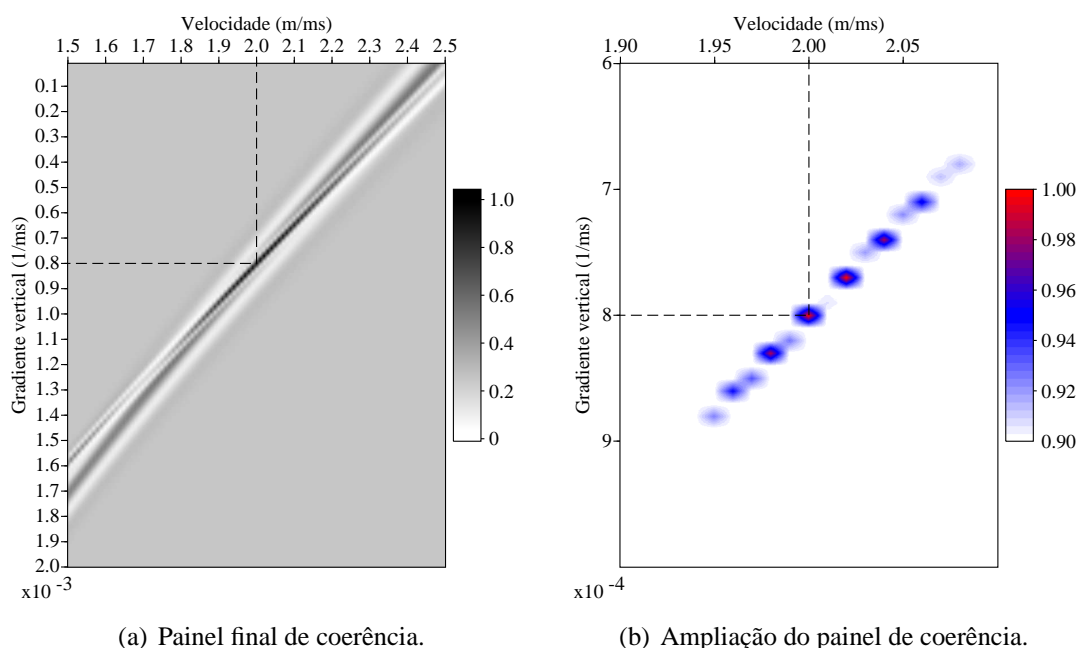


Figura 6.11: Resultado final do mapa de *semblance*, obtido pelo produto direto entre os mapas da primeira e da segunda análise e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.

6.3 Modelo com gradiente vertical e lateral de velocidade

Este exemplo objetiva traçar os raios OCO supondo agora um modelo que possui gradiente vertical e lateral de velocidade, além de testar a análise de coerência na obtenção dos parâmetros que definem um meio com essa distribuição de velocidade, a saber, a velocidade de referência V_R , o gradiente lateral α e o gradiente vertical β . Para tal, será utilizado o meio em subsuperfície mostrado na figura 6.12, composto por um refletor plano-inclinado sob uma camada cuja velocidade V de propagação é dada por $V(x, z) = 2,0 + (x + 500) / 2000 + z / 1600$.

O ponto escolhido para análise será aquele situado em $\xi = 3800$ m e $\tau = 1125$ ms na seção de partida obtida para $h = 250$ m. A figura 6.13(a) mostra a respectiva seção em afastamento comum com a respectiva curva de tempo de trânsito. As seções de chegada onde os raios OCO serão traçados foram obtidas considerando $h = 1000$ m, $h = 1800$ m e $h = 2900$ m e encontram-se expostas nas figuras 6.13(b), 6.13(c) e 6.13(d), respectivamente. Por convenção, foi escolhido, tal como nos demais exemplos, o ponto $(x = 0, z = 0)$ para a velocidade de referência.

A análise de coerência para avaliação do mergulho aparente no ponto escolhido produziu como resultado, utilizando o algoritmo C2 (*semblance*), uma declividade ϕ igual

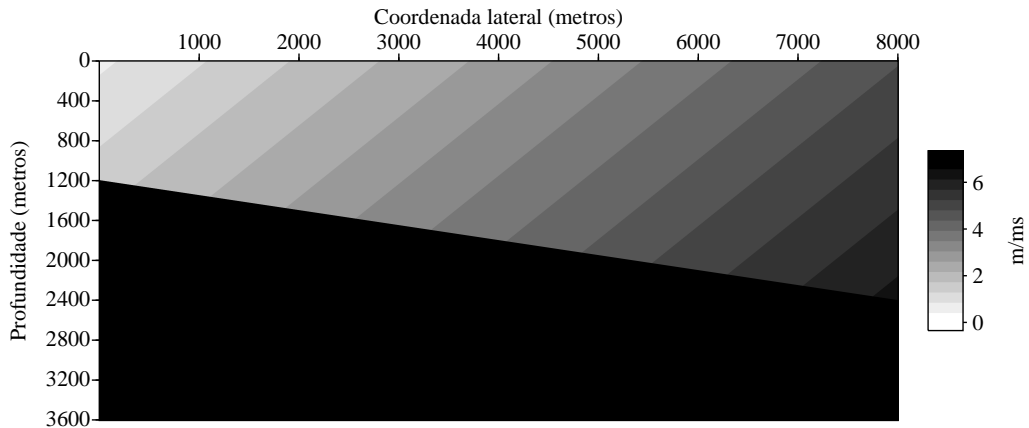
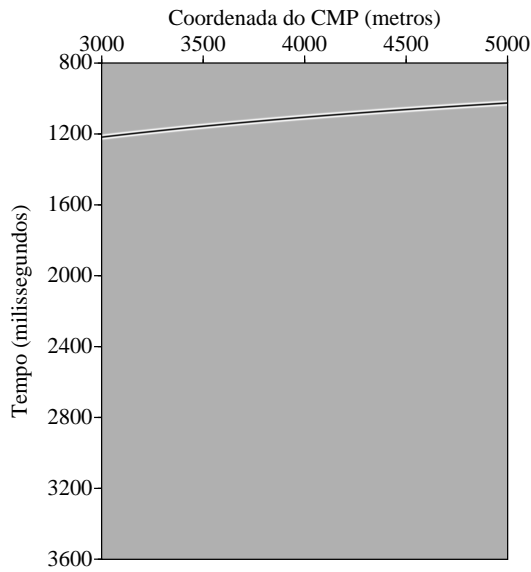


Figura 6.12: Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente lateral e vertical de velocidade.

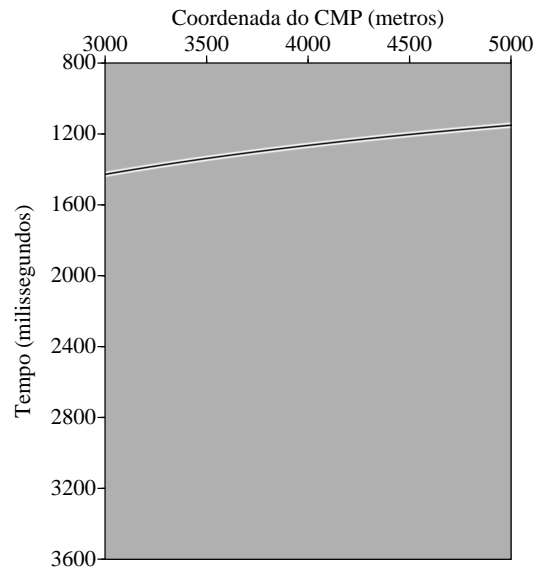
a $-0,10053 \text{ m/ms}$, com um erro de $+0,22\%$ em relação ao valor obtido na modelagem, igual a $-0,10031 \text{ m/ms}$. O incremento entre cada mergulho testado, igual à precisão adotada, foi de 10^{-5} m/ms , sendo os valores limites testados iguais a $\pm 0,5 \text{ m/ms}$. O cálculo considerou cinco traços à esquerda e à direita do ponto e uma janela de amostragem igual a 101 amostras.

A análise de velocidade testou uma variação de $1,7 \text{ m/ms}$ a $2,7 \text{ m/ms}$ para a velocidade de referência, com incrementos de $0,01 \text{ m/ms}$. Os gradientes vertical e lateral variaram de $5 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$ a $1,0 \times 10^{-3} \text{ ms}^{-1}$, em incrementos de $5 \times 10^{-6} \text{ ms}^{-1}$. Como exemplo, a figura 6.14(a) exibe os raios OCO na seção de chegada da figura 6.13(b), obtidos para $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e para alguns valores escolhidos de β . A figura 6.15(a) exibe, para os mesmos valores de α e β , os raios OCO traçados na seção em *offset* comum obtida para $h = 1800 \text{ m}$, enquanto a figura 6.16(a) exibe os raios OCO traçados na seção em *offset* comum obtida para $h = 2900 \text{ m}$.

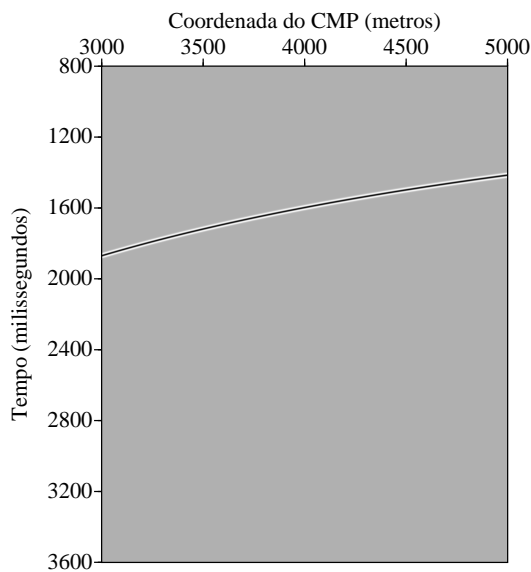
Nas três figuras onde há raios OCO (figuras 6.14(a), 6.15(a) e 6.16(b)), os valores de β escolhidos para traçá-los foram (em ms^{-1}) os seguintes: 5×10^{-6} ; 5×10^{-5} ; $1,25 \times 10^{-4}$; $2,25 \times 10^{-4}$; $3,25 \times 10^{-4}$; $4,25 \times 10^{-4}$; $5,25 \times 10^{-4}$; $6,25 \times 10^{-4}$; $7,25 \times 10^{-4}$; $8,25 \times 10^{-4}$; $9,25 \times 10^{-4}$ e 1×10^{-3} . Em todas as ilustrações, os valores escolhidos correspondem, pela ordem, aos raios posicionados da esquerda para a direita. Em todos os raios, o ponto inicial equivalente ao maior tempo de trânsito foi obtido para a menor velocidade testada ($1,70 \text{ m/ms}$), enquanto o ponto final equivalente ao menor tempo de trânsito foi obtido para a maior velocidade testada ($2,70 \text{ m/ms}$). Por conseguinte, os menores valores



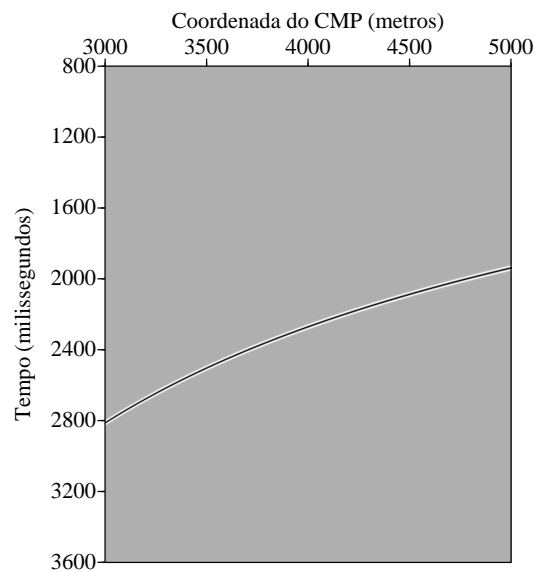
(a) Sismograma sintético para $h = 250$ m.



(b) Sismograma sintético para $h = 1000$ m.



(c) Sismograma sintético para $h = 1800$ m.

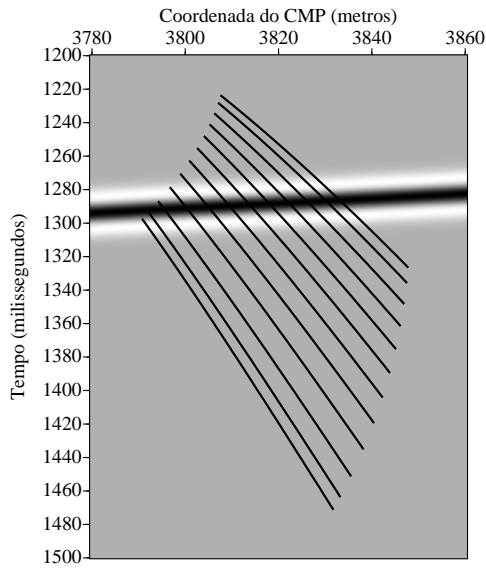


(d) Sismograma sintético para $h = 2900$ m.

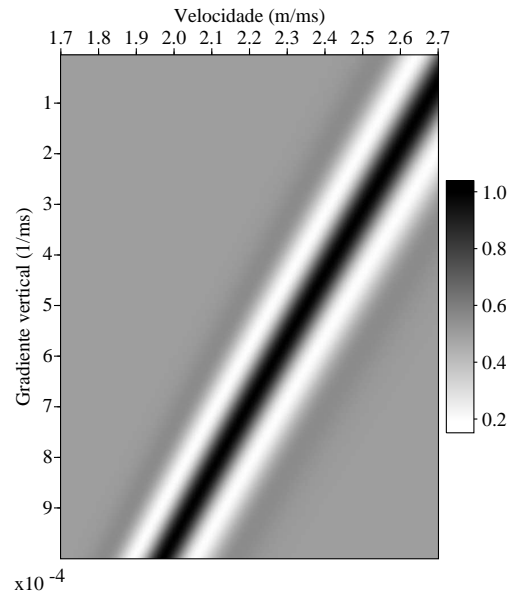
Figura 6.13: Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO do modelo com gradiente vertical e lateral de velocidade.

de V_R equivalem à parte mais inferior dos raios OCO das referidas figuras, enquanto os maiores valores de V_R equivalem à parte mais superior dos mesmos.

Como há três parâmetros testados, a avaliação dos mesmos em cada processo de con-

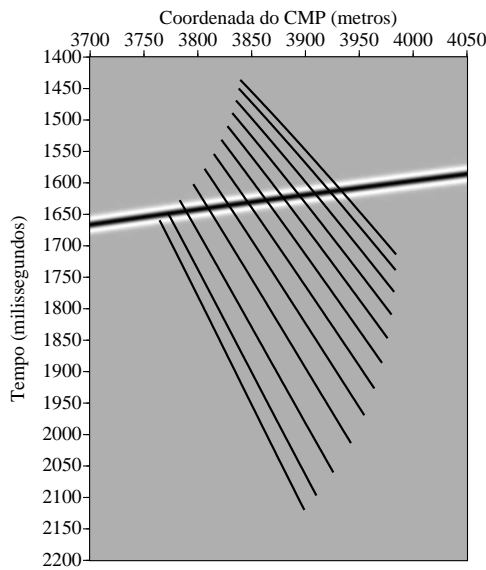


(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 1000$ m.

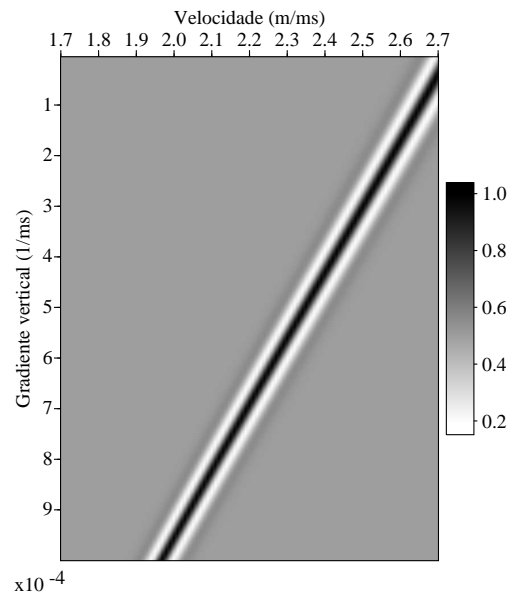


(b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.14: (a) Ampliação da primeira seção em afastamento comum ($h = 1000$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.

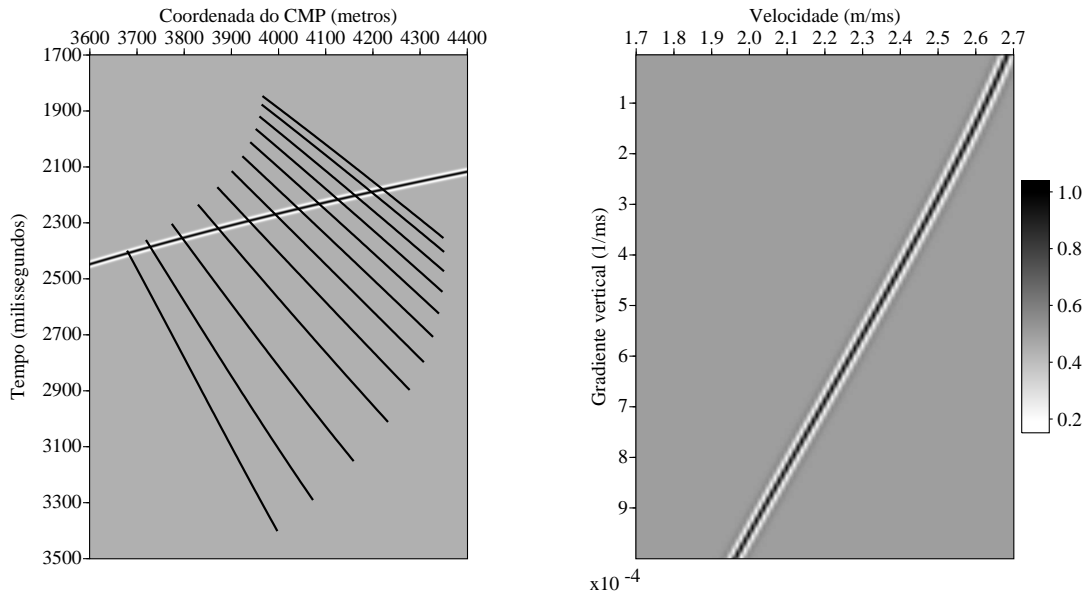


(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 1800$ m.



(b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.15: (a) Ampliação da segunda seção em afastamento comum ($h = 1800$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.



(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 2900$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.16: (a) Ampliação da terceira seção em afastamento comum ($h = 2900$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β e V_R testados.

tinuação de afastamento produzirá um cubo de valores, de dimensões $NV_R \times N_\alpha \times N_\beta$, onde NV_R é o número de velocidades testadas, enquanto N_α e N_β representam a quantidade de gradientes testados nas direções lateral e vertical, respectivamente. A figura 6.17(a) mostra a fatia desse cubo referente a $\alpha = 5 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$. É possível perceber, em especial pela figura 6.17(b), onde apenas os valores de coerência acima de 0,9 da figura 6.17(a) são mostrados, que, mesmo utilizando três seções de chegada, ainda há vários valores de V_R e β associados ao valor escolhido de α produzindo alta coerência. Os valores incorretos podem ser mitigados se a análise se repetir para outras seções, de maior afastamento.

Ainda sim, uma análise dos valores de coerência mostrados na figura 6.17 indica que, ao final da análise, um dos três maiores valores de coerência, extraídos do arquivo de saída de dados e pormenorizados na tabela 6.1, foi obtido para $V_R = 2,25 \text{ m/ms}$ e $\beta = 6,25 \times 10^{-4} \text{ m/ms}$, exatamente os valores corretos do modelo testado. É interessante observar que, por convenção, $V_R = 2,25 \text{ m/ms}$ corresponde à velocidade de referência em $(x = 0, z = 0)$. Na etapa de obtenção das curvas de tempo de trânsito, utilizou-se, para o modelo analisado, $V_R = 2,0 \text{ m/ms}$ em $(x = -500, z = 0)$. Entretanto, ambas as velocidades representam exatamente o mesmo modelo, uma vez que é possível escrever a

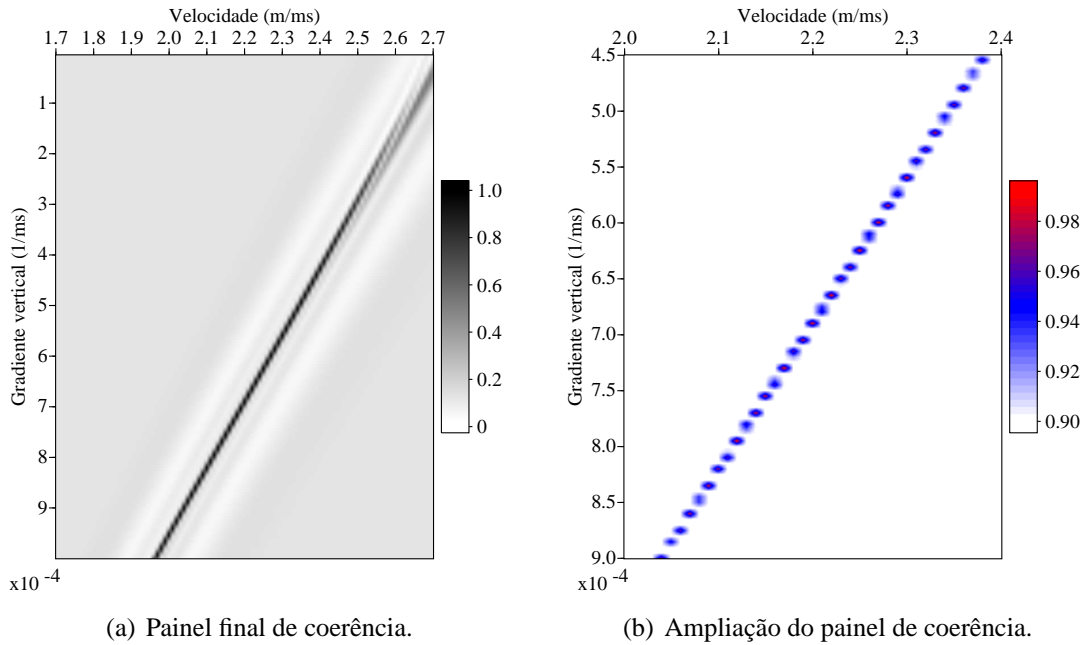


Figura 6.17: (a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais obtidos e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.

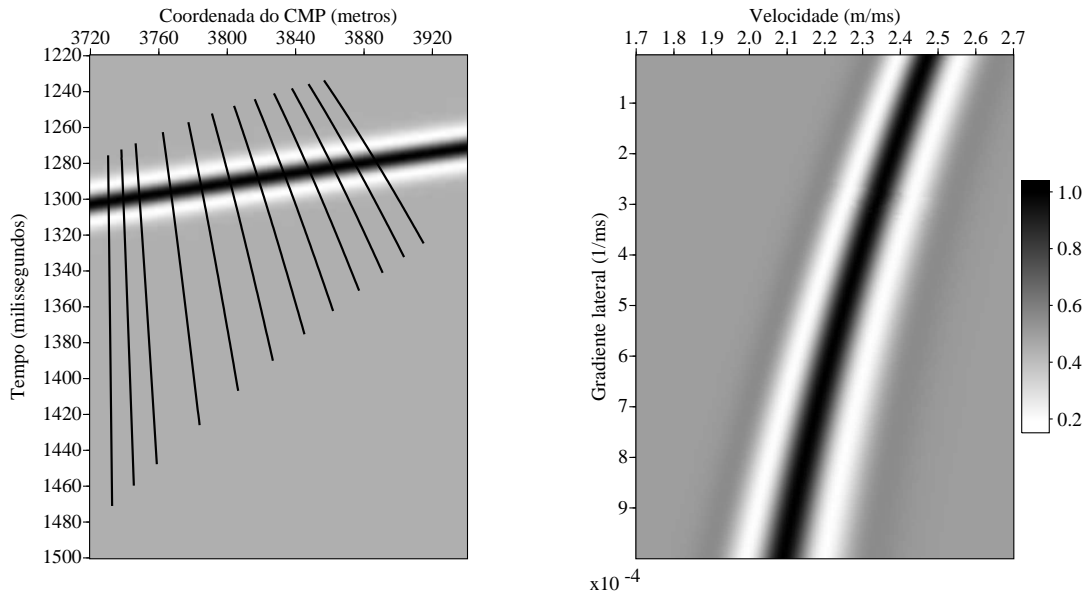
igualdade

$$V = 2,0 + (x + 500) / 2000 + z / 1600 = 2,25 + x / 2000 + z / 1600. \quad (6.1)$$

O resultado anterior leva à conclusão direta de que o ponto escolhido para a velocidade de referência não interfere na obtenção dos valores corretos de α e β . Logo, pode-se escolher, por convenção, qualquer ponto do modelo para representá-la.

A partir do cubo de valores de coerência gerados para esta análise, é possível extrair vários planos de coerência referentes a um valor específico de α ou β testado, tal como foi ilustrado pela figura 6.17, obtida para $\alpha = 5 \times 10^{-4}$. Alternativamente aos resultados já encontrados para um mesmo gradiente lateral, a figura 6.18(a) exhibe os raios OCO obtidos na seção de chegada da figura 6.13(b) para alguns valores de α e um valor fixo do gradiente vertical, a saber, $\beta = 6,25 \times 10^{-4}$. A figura 6.18(b) exhibe os respectivos valores de coerência para todos os valores de α testados.

Da mesma forma, e escolhendo-se os mesmos valores α para os quais foram traçados os raios da figura 6.18, a figura 6.19(a) exhibe os raios OCO obtidos na seção de chegada da figura 6.13(c), enquanto a figura 6.19(b) exhibe os respectivos valores de coerência para todos os valores de α testados. Já a figura 6.20(a) exhibe os raios OCO obtidos na seção de chegada da figura 6.13(d), enquanto a figura 6.20(b) exhibe os respectivos valores de



(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 1000$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

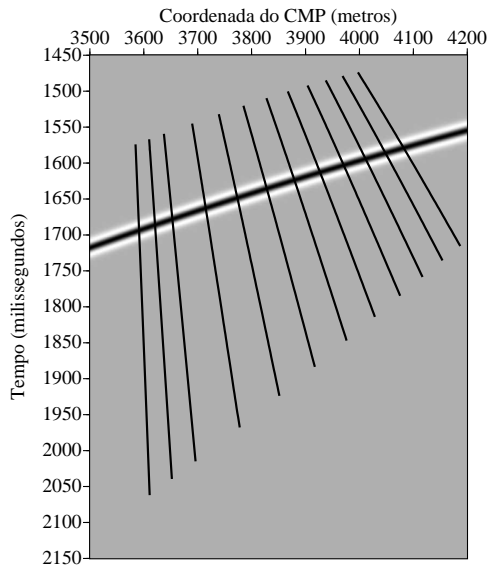
Figura 6.18: (a) Ampliação da primeira seção em afastamento comum ($h = 1000$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.

coerência para todos os valores de α testados.

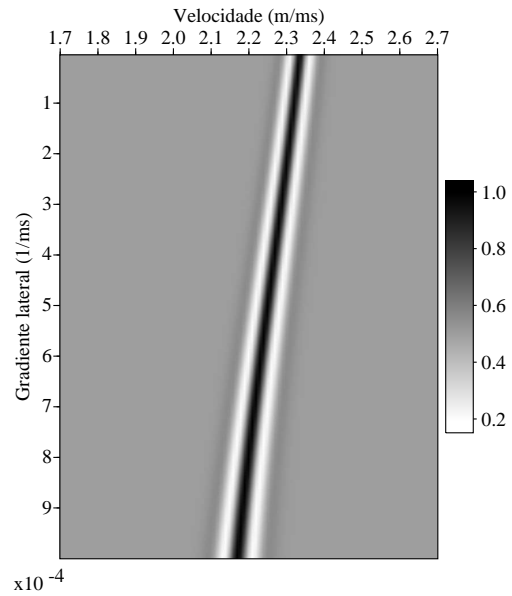
Tabela 6.1: Tabela contendo, para o exemplo analisado, os maiores valores de coerência gerados pelo produto entre os valores parciais obtidos para cada uma seções de chegada utilizadas.

V_R	β	C_s
2,17	$7,30 \times 10^{-4}$	0,991
2,22	$6,65 \times 10^{-4}$	0,991
2,25	$6,25 \times 10^{-4}$	0,991

Nas figuras 6.18(a), 6.19(a) e 6.20(b), os valores de α (em ms^{-1}) escolhidos para traçar os raios OCO lá localizados foram os seguintes: $5,0 \times 10^{-6}$; $5,0 \times 10^{-5}$; $1,0 \times 10^{-4}$; $2,0 \times 10^{-4}$; $3,0 \times 10^{-4}$; $4,0 \times 10^{-4}$; $5,0 \times 10^{-4}$; $6,0 \times 10^{-4}$; $7,0 \times 10^{-4}$; $8,0 \times 10^{-4}$; $9,0 \times 10^{-4}$ e $1,0 \times 10^{-3}$. Em todas as ilustrações, os valores escolhidos correspondem, pela ordem, aos raios posicionados da esquerda para a direita. Em todos o ponto inicial equivalente ao maior tempo de trânsito foi obtido para a menor velocidade testada (1,70m/ms), enquanto o ponto final equivalente ao menor tempo de trânsito foi obtido

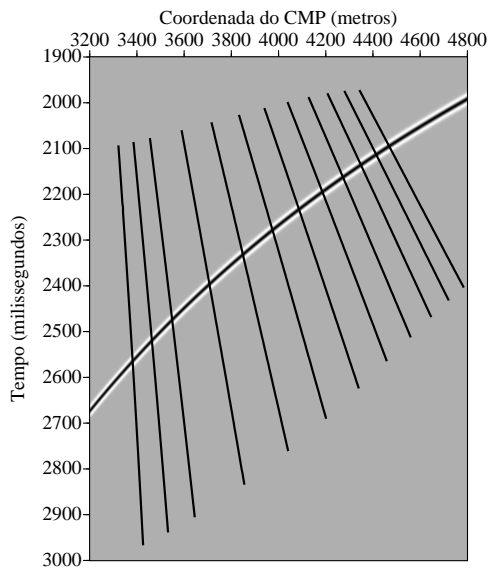


(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 1800$ m.

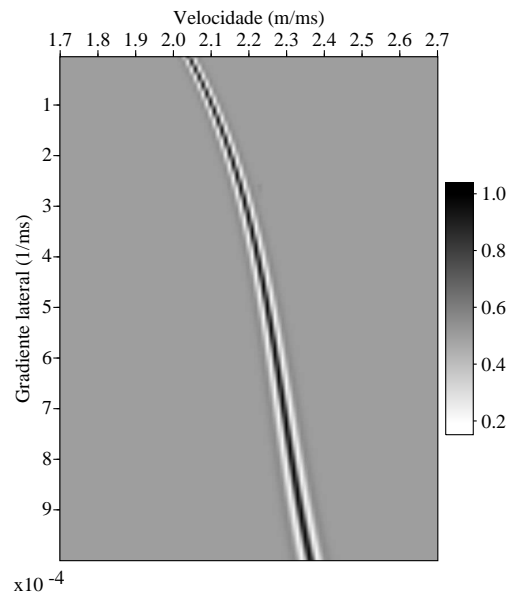


(b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.19: (a) Ampliação da segunda seção em afastamento comum ($h = 1800$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.



(a) Raios OCO na seção obtida para $h = 2900$ m.



(b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.20: (a) Ampliação da terceira seção em afastamento comum ($h = 2900$ m) onde ocorrem os raios OCO considerando $\beta = 6,25 \times 10^{-4} \text{ ms}^{-1}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros α e V_R testados.

para a maior velocidade testada (2,70 m/ms). Por conseguinte, os menores valores de V_R equivalem à parte mais inferior dos raios OCO das referidas figuras, enquanto os maiores valores de V_R equivalem à parte mais superior dos mesmos.

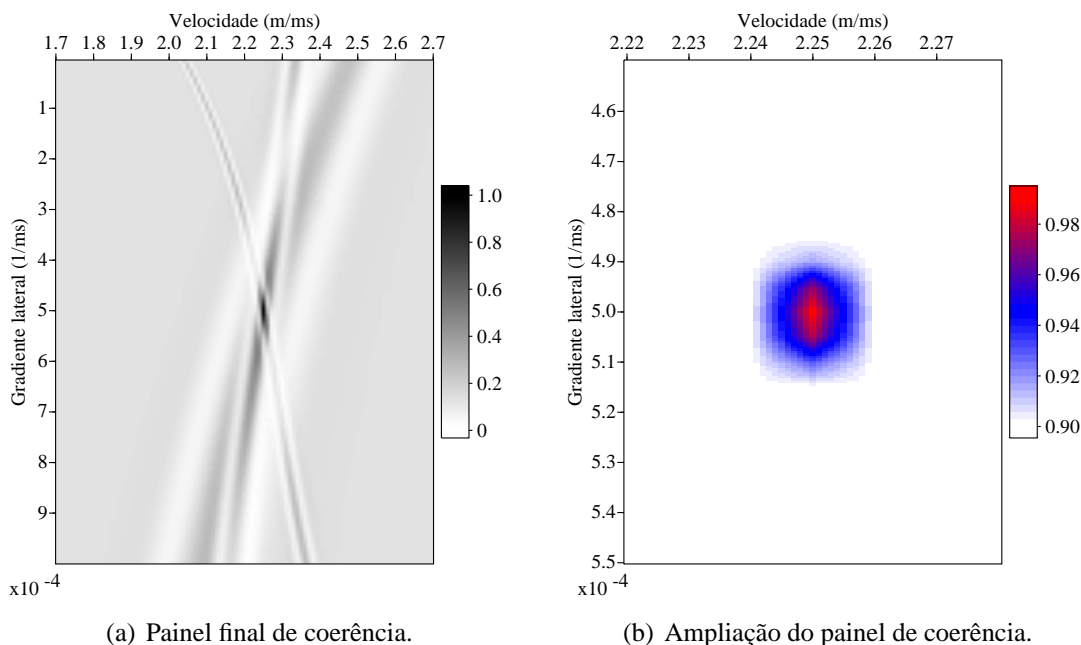


Figura 6.21: (a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais obtidos e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9.

O produto entre os painéis de coerência mostrados nas figuras 6.18(b), 6.19(b) e 6.20(b) resultará no painel da figura 6.21(a), exatamente o plano de coerência equivalente a $\beta = 6,25 \text{ ms}^{-1}$ do cubo final. Excluindo-se as coerências inferiores a 0,9, é possível encontrar o resultado exibido pela figura 6.21(b), que evidencia de forma precisa os valores corretos para o gradiente lateral, ou seja, $\alpha = 5 \times 10^{-4}$, e para a velocidade de referência em $x = 0$ e $z = 0$, a saber, $V_R = 2,25 \text{ m/ms}$. O valor de coerência máximo obtido pelos parâmetros corretos, e ressaltado na figura 6.21(b), é exatamente igual àquele mostrado na tabela 6.1, ou seja, $C_S = 0,991$.

6.4 Modelo com gradiente vertical de vagarosidade quadrática

Nesta seção, os raios OCO serão traçados para uma distribuição de velocidade onde há um gradiente vertical de vagarosidade quadrática. O modelo utilizado nesta análise encontra-se apresentado na figura 6.22 e possui $V_R = 2000,0 \text{ m/s}$ em $z_R = 0$ e $\beta = -50 \text{ s}^2\text{m}^{-3}$. As seções sísmicas em afastamento comum para o modelo a ser analisado constam na figura 6.23. Utilizando esses sismogramas sintéticos como dados de entrada e a hipótese de um modelo onde a velocidade possui uma variação idêntica à do meio original, a análise de velocidade via raios OCO deve fornecer os parâmetros V_R e β desejados coincidentes, ou bem aproximados, com os parâmetros originais do modelo.

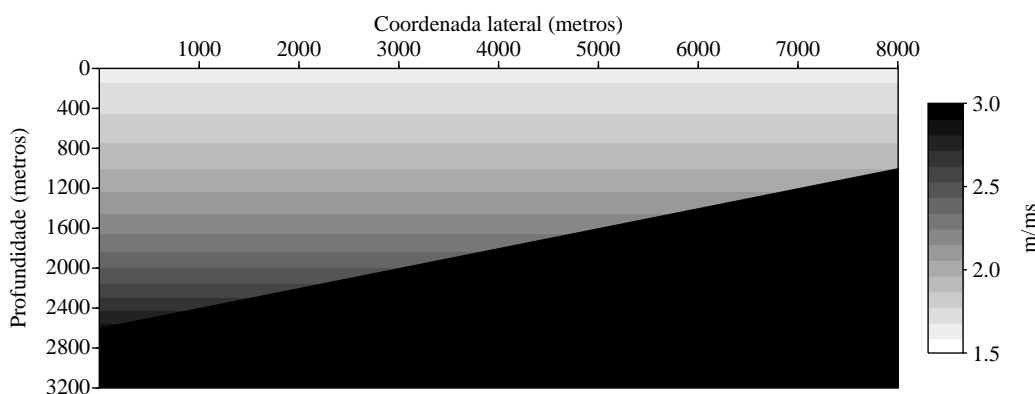
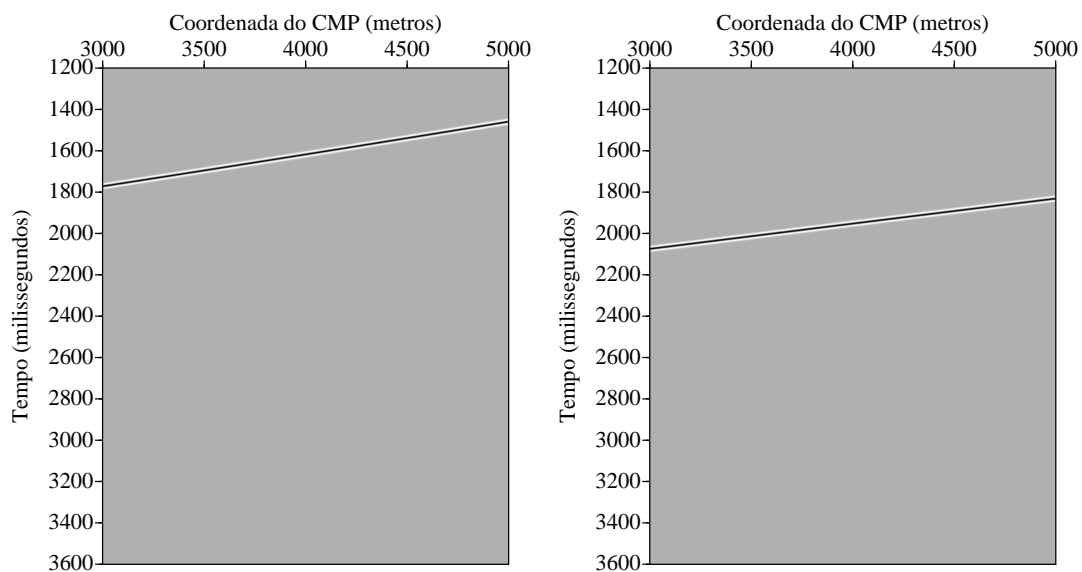


Figura 6.22: Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente constante de vagarosidade quadrática ($1/V^2 = 1/4000 - 50\Delta z$, em s^2/m^2).

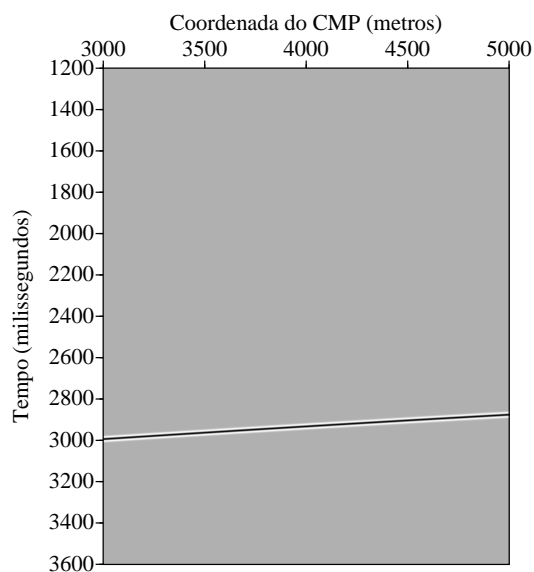
O ponto escolhido para ilustrar a análise encontra-se nas coordenadas $\xi = 4500 \text{ m}$ e $\tau = 1538 \text{ ms}$ da seção de afastamento nulo mostrada na figura 6.23(a), a qual será, por conseguinte, a seção de partida da análise. O mergulho aparente encontrado nesse ponto utilizando *semblance* foi de $\phi = -0,15848 \text{ ms/m}$, um erro de $-0,09\%$ em relação ao valor obtido na modelagem ($-0,15863 \text{ ms/m}$). Os mergulhos máximos testados foram $\pm 0,2 \text{ ms/m}$, com incrementos de 10^{-5} ms/m .

Nesta análise, V_R será variado de $1,50$ a $2,50 \text{ m/ms}$, com incrementos de $0,01 \text{ m/ms}$, e o gradiente β será variado de $-0,5 \text{ s}^2\text{m}^{-3}$ a $-100,0 \text{ s}^2\text{m}^{-3}$, com incrementos de $0,5 \text{ s}^2\text{m}^{-3}$, de forma que a velocidade de propagação aumente com a profundidade. Cada par $V_R \times \beta$ produzirá um valor de coerência, de tal modo que o par que possuir o maior valor de



(a) Sismograma sintético para $h = 250\text{m}$.

(b) Sismograma sintético para $h = 1250\text{m}$.



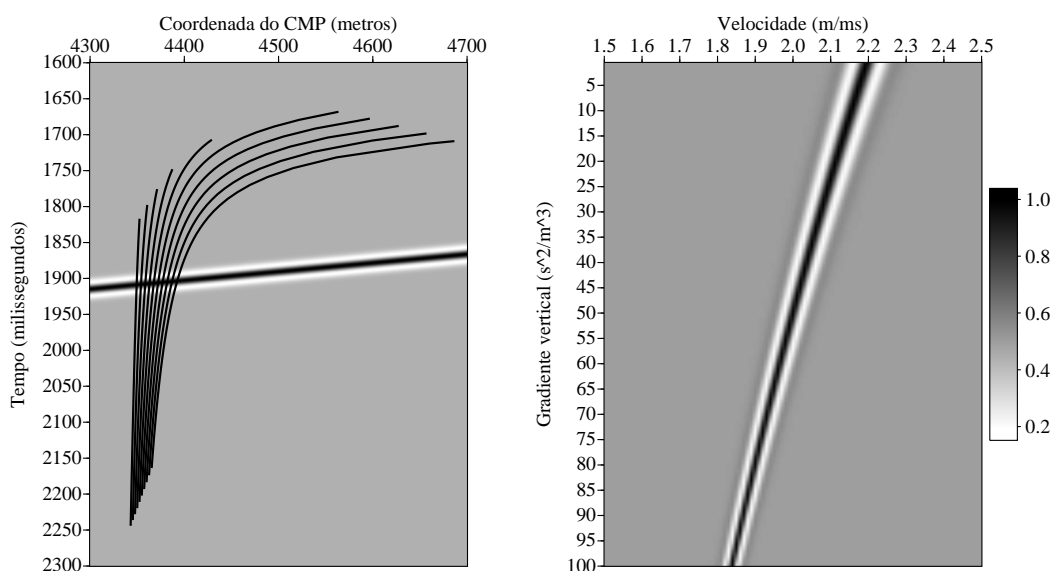
(c) Sismograma sintético para $h = 2750\text{m}$.

Figura 6.23: Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO.

coerência será aquela que melhor aproximará o meio equivalente entre as duas seções. Para a avaliação da coerência, foram selecionados 5 traços à esquerda e à direita do ponto escolhido, além de uma janela de dados composta por 101 amostras em cada traço.

A primeira análise foi elaborada utilizando-se como seção de chegada aquela obtida

para $h = 1250\text{m}$ (figura 6.23(b)). Utilizando-se as variações anteriormente citadas para a velocidade e o gradiente vertical, foi possível obter os raios OCO mostrados na figura 6.24(a). A análise de coerência utilizando *semblance* produziu o mapa apresentado na figura 6.24(b). Assim como ocorreu no exemplo da seção 6.2, nesse mapa há uma faixa de valores de alta coerência que aproximam adequadamente o meio equivalente para as seções sísmicas apresentadas em 6.23(a) e 6.23(b). Uma segunda análise, utilizando agora a seção da figura 6.23(c), foi elaborada para aprimorar esse resultado. A figura 6.25(a) apresenta uma ampliação da área onde os raios OCO encontrados nessa análise se situam, enquanto a figura 6.25(b) exhibe o respectivo mapa de coerência para todos os valores de β testados.

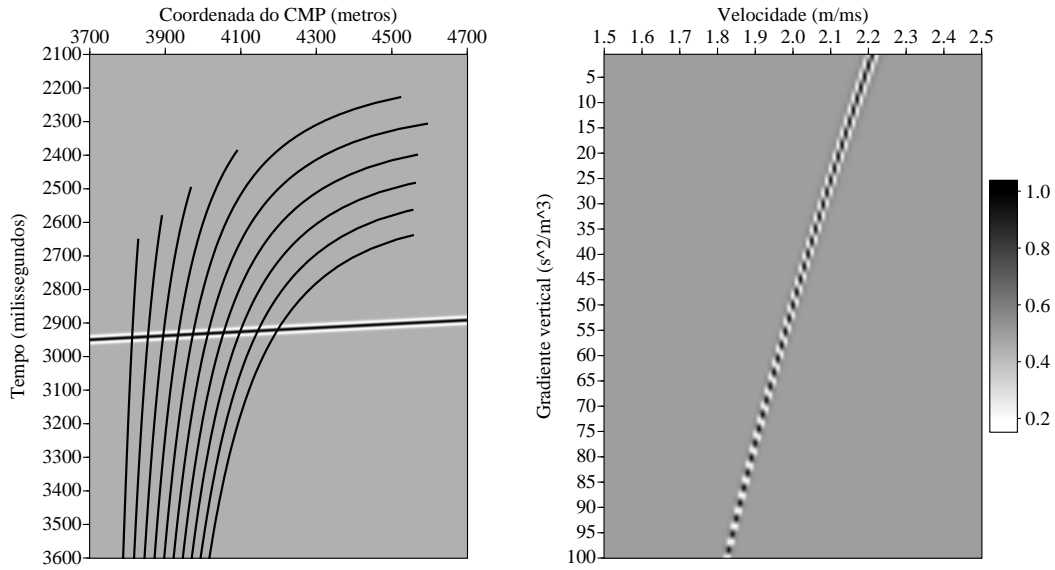


(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 1250\text{m}$. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.24: (a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.

Nas figuras 6.24(a) e 6.25(a), os valores de β (em s^2ms^{-3}) escolhidos para traçar os raios OCO lá localizados foram os seguintes: $-10,0$; $-20,0$; $-30,0$; $-40,0$; $-50,0$; $-60,0$; $-70,0$; $-80,0$; $-90,0$ e $-100,0$. Em todas as ilustrações, os valores escolhidos correspondem, pela ordem, aos raios posicionados da esquerda para a direita. Em todos os raios, o ponto inicial equivalente ao maior tempo de trânsito foi obtido para a menor velocidade testada ($1,50\text{m/ms}$), enquanto os pontos finais dos raios (encontrados para os menores tempos de trânsito) foram obtidos para as maiores velocidades testadas.

O mapa de coerência final, obtido pela multiplicação direta entre os mapas de cada



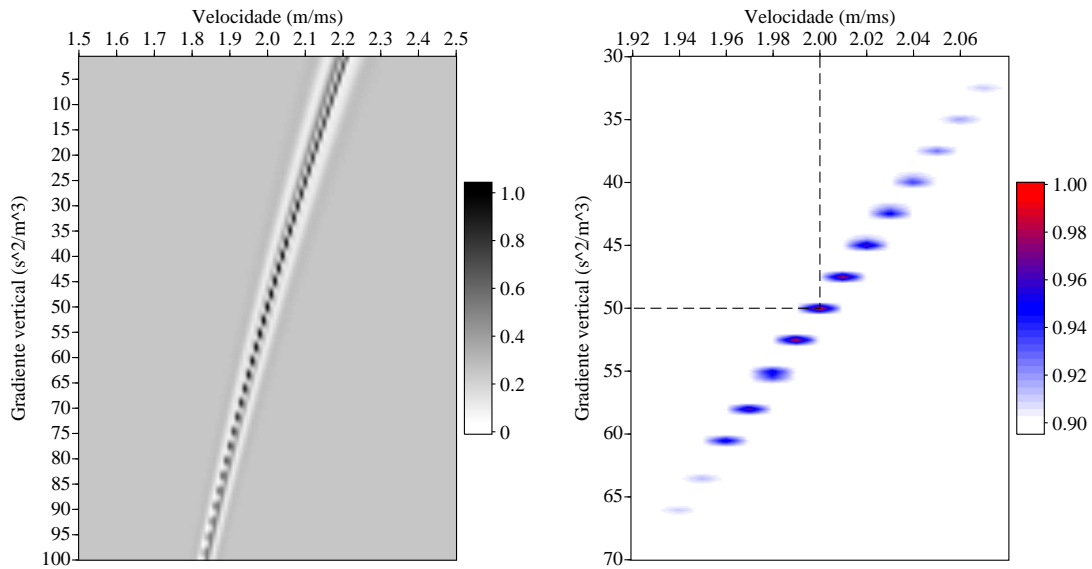
(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 2750\text{m}$. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.25: (a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.

análise, pode ser visualizado na figura 6.26(a), onde é possível perceber que a faixa de valores de alta coerência diminuiu e está agora mais próxima do valor correto, o qual encontra-se demarcado na mesma figura. Por fim, a figura 6.26(b) apresenta uma ampliação da área onde se situam os valores de coerência superiores a 0,9.

Com os resultados obtidos, é possível determinar ainda a velocidade rms para o evento de reflexão selecionado a partir da equação (4.225). As coordenadas do ponto migrado em profundidade para os parâmetros que geraram o maior valor de coerência na figura 6.26(b), ou seja, $V_R = 2000,0\text{m/s}$, $\beta = -50\text{s}^2\text{m}^{-3}$, foram $x = 1800,02\text{m}$ e $z = 1639,67\text{m}$. Além disso, sendo $h = 250\text{m}$ e $\tau = 1538\text{ms}$ na seção onde o evento de reflexão foi selecionado e utilizando as equações (4.142) e (4.143) para o cálculo de σ , é possível obter que

$$V_{rms}^2 = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\tau} = \frac{3803,6 + 3605,8}{1538,0} \quad \therefore \quad V_{rms} \approx 2,19\text{m/ms}.$$



(a) Painel final de coerência.

(b) Ampliação do painel de coerência.

Figura 6.26: (a) Painel final de coerência obtido pelo produto entre os painéis parciais e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9. Os valores do gradiente vertical estão em módulo.

6.5 Modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosi- dade quadrática

Nesta seção, os raios OCO serão traçados considerando-se agora uma distribuição de velocidade onde há um gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática. O modelo utilizado nesta análise encontra-se apresentado na figura 6.27 e possui $V_R = 2000,0 \text{ m/s}$ em $x_R = 0$ e $z_R = 0$, $\alpha = 50,0 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$ e $\beta = -40,0 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$. As seções sísmicas em afastamento comum encontradas para o respectivo modelo são mostradas na figura 6.28. Utilizando esses sismogramas sintéticos como dados de entrada e a hipótese de um modelo onde a velocidade possui uma variação idêntica à do meio original, a análise de velocidade via raios OCO deve fornecer os parâmetros V_R , α e β desejados coincidentes, ou bem aproximados, com os parâmetros originais do modelo.

O ponto escolhido para análise será aquele situado em $\xi = 4250 \text{ m}$ e $\tau = 1457 \text{ ms}$ na seção de partida obtida para $h = 250 \text{ m}$. A figura 6.28(a) mostra a respectiva seção em afastamento comum e sua curva de tempo de trânsito. As seções de chegada onde os raios OCO serão traçados foram obtidas considerando $h = 1000 \text{ m}$, $h = 2000 \text{ m}$ e $h = 3000 \text{ m}$ e encontram-se expostas nas figuras 6.28(b), 6.28(c) e 6.28(d), respectivamente.

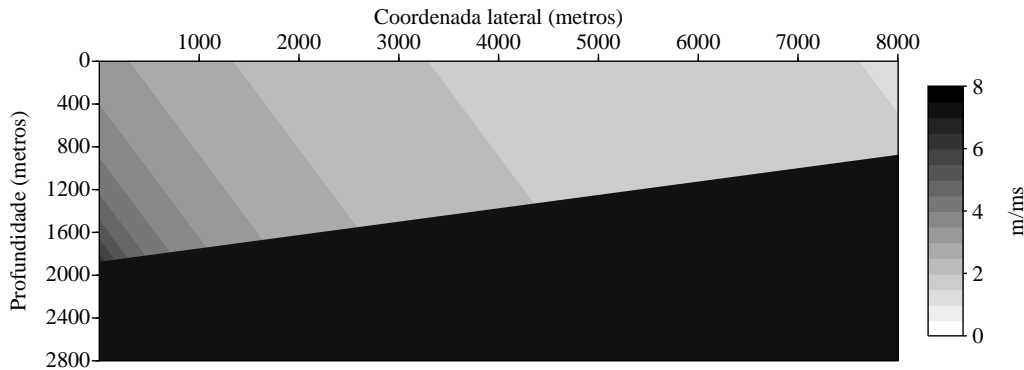


Figura 6.27: Refletor plano-inclinado sob meio com gradiente vertical e lateral de variação quadrática.

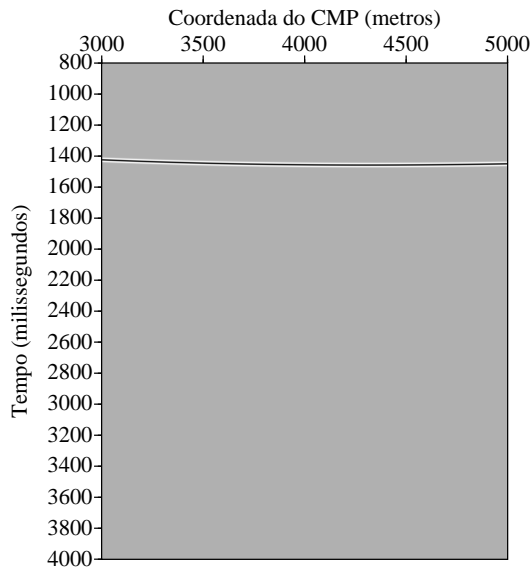
Por convenção, foi escolhido, tal como nos demais exemplos, o ponto $(x = 0, z = 0)$ para a velocidade de referência.

A análise de coerência para avaliação do mergulho aparente no ponto escolhido produziu como resultado, utilizando o algoritmo C2 (*semblance*), uma declividade ϕ igual a 0,00216 m/ms, com um erro de +0,93% em relação ao valor obtido na modelagem, igual a 0,00214 m/ms. O incremento entre cada mergulho testado, igual à precisão adotada, foi de 10^{-5} m/ms, sendo os valores limites testados iguais a $\pm 0,5$ m/ms. O cálculo considerou cinco traços à esquerda e à direita do ponto e uma janela de amostragem igual a 101 amostras.

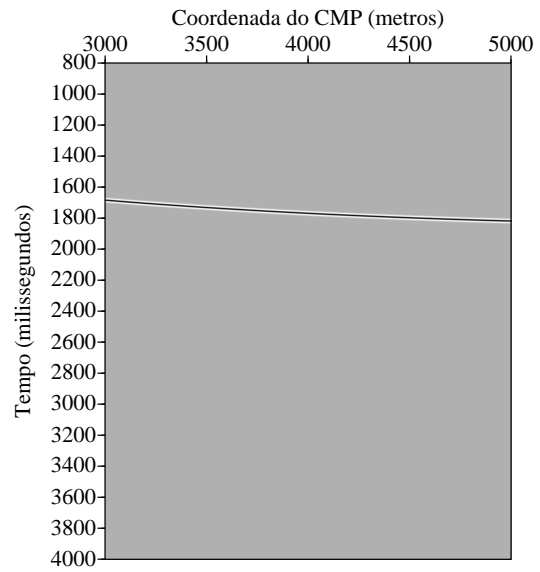
A análise de velocidade testou uma variação de 1,5 m/ms a 2,5 m/ms para a velocidade de referência, com incrementos de 0,01 m/ms. Os gradientes vertical e lateral variaram de $-0,5 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$ a $-100 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$ e de $0,5 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$ a $100 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, respectivamente, sempre em incrementos de $0,5 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$. Quaisquer variações poderiam ser testadas para α e β , mas optou-se por mostrar os resultados das faixas de valores que conterão as respostas corretas. O medidor de coerência escolhido para avaliação dos parâmetros testados foi o *semblance* (equação (3.13)).

Como primeiro exemplo, a figura 6.29(a) exibe uma ampliação do local, na seção de chegada da figura 6.28(b), onde os raios OCO se situam, obtidos já para o gradiente lateral correto, ou seja, $\alpha = 50,0 \text{ s}^2 \text{ m}^{-3}$, e para alguns valores escolhidos de β . A figura 6.29(b) exibe o respectivo mapa de coerência, obtido para todos os valores de gradiente vertical testados.

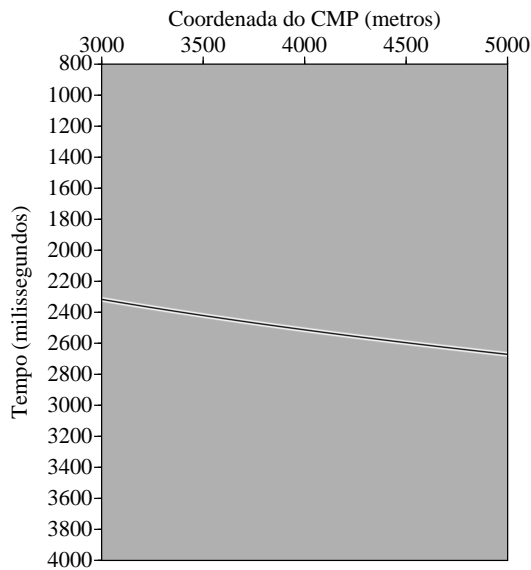
A figura 6.30(a) também exibe, para os mesmos valores de α e β , uma ampliação da



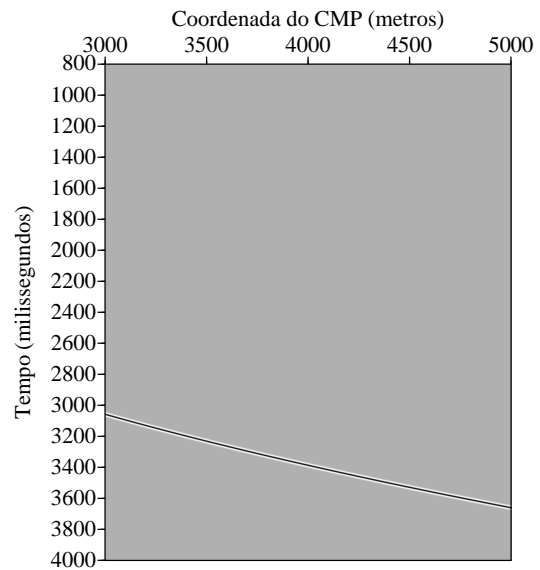
(a) Sismograma sintético para $h = 250$ m.



(b) Sismograma sintético para $h = 1000$ m.



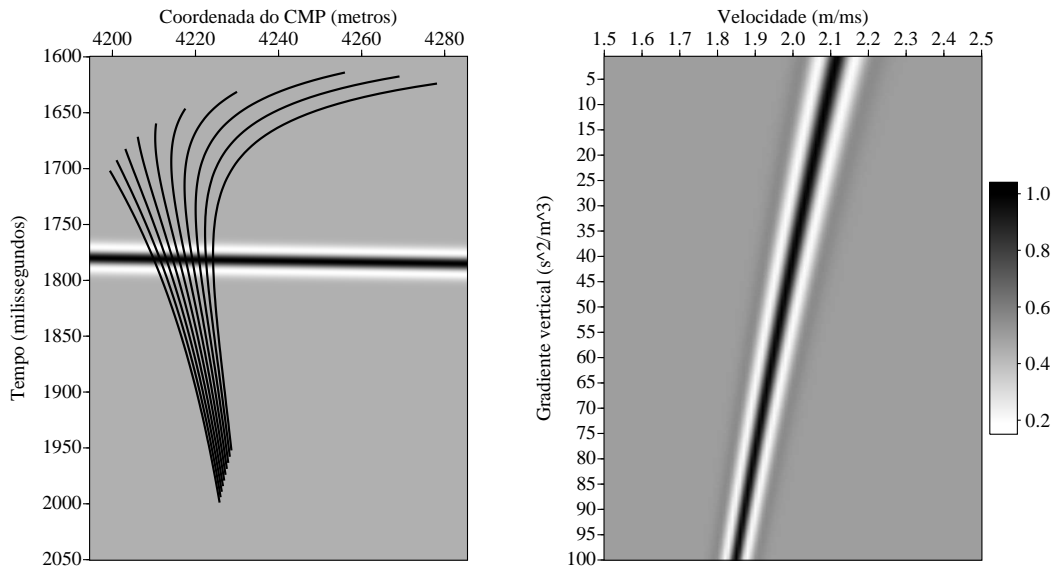
(c) Sismograma sintético para $h = 2000$ m.



(d) Sismograma sintético para $h = 3000$ m.

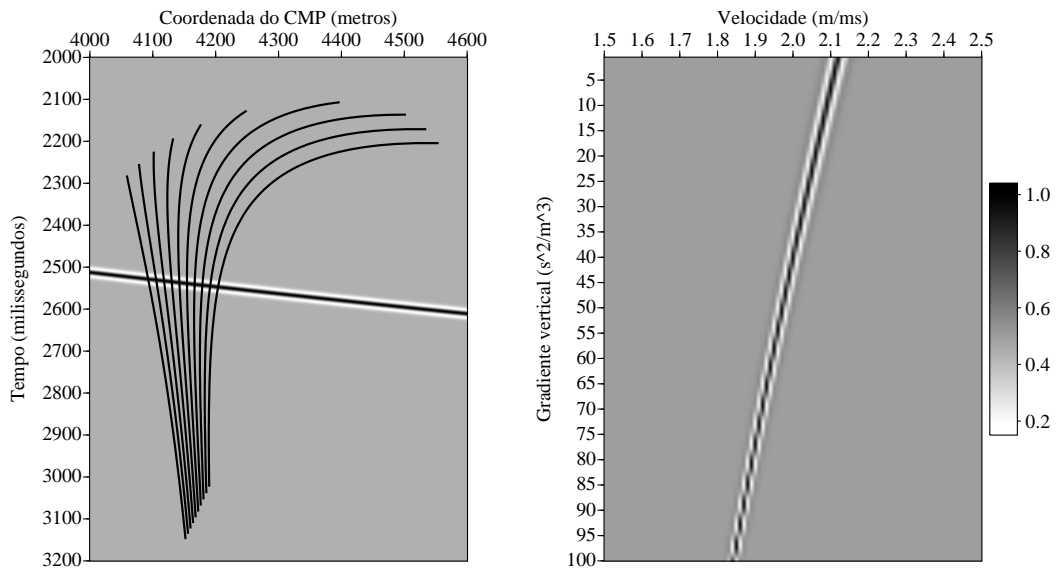
Figura 6.28: Sismogramas sintéticos utilizados na análise por raios OCO do modelo com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática.

área da seção em *offset* comum obtida para $h = 2000$ m onde os raios OCO se localizam, enquanto a figura 6.30(b) mostra todo o respectivo painel de coerência. Por fim, a figura 6.31(a) mostra, para os mesmos valores de α e β , uma ampliação do local da seção em



(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 1000$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

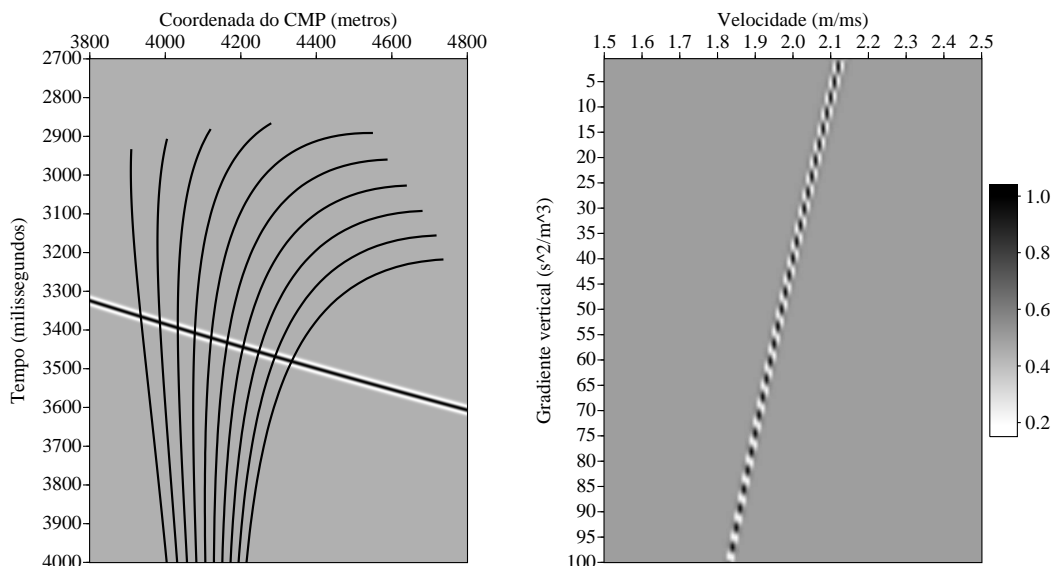
Figura 6.29: (a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0 s^2 m^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.



(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 2000$ m. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.30: (a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0 s^2 m^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.

afastamento comum obtida para $h = 3000\text{m}$ onde os raios OCO se estabelecem, enquanto a figura 6.31(b) exibe o painel completo de coerência, para todos os valores de β testados.

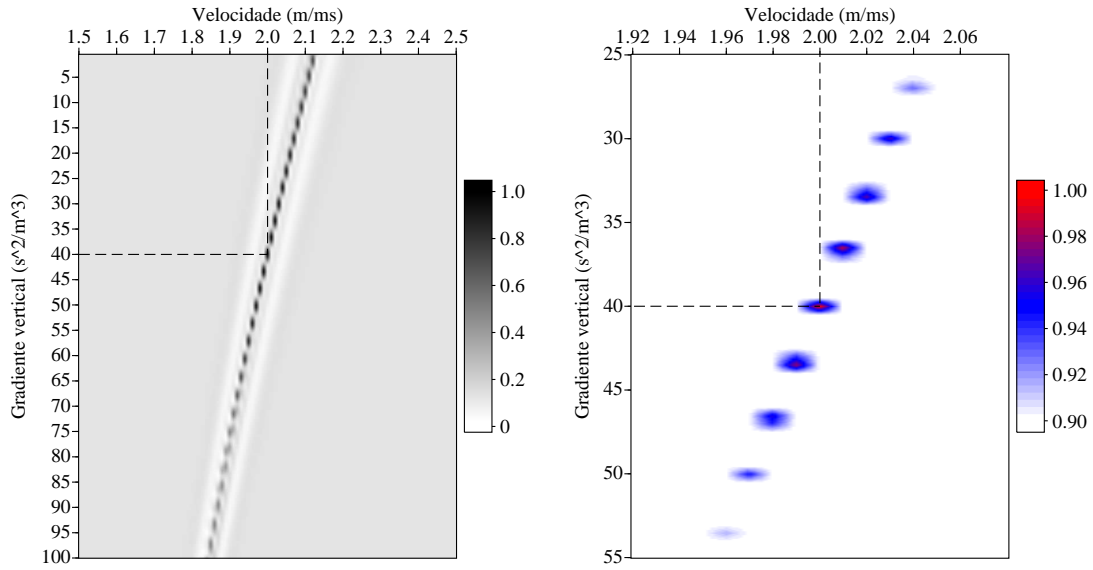


(a) Raios OCO na seção sísmica de $h = 3000\text{m}$. (b) Análise de coerência utilizando *semblance*.

Figura 6.31: (a) Ampliação da seção de chegada onde ocorrem os raios OCO considerando $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e (b) avaliação de coerência dos parâmetros β (valores mostrados em módulo) e V_R testados.

Nas três figuras onde os raios OCO foram mostrados, os valores de β escolhidos para traçá-los, em s^2m^{-3} , foram os seguintes: $-10,0$; $-20,0$; $-30,0$; $-40,0$; $-50,0$; $-60,0$; $-70,0$; $-80,0$; $-90,0$ e $-100,0$. Todos foram obtidos já para o valor correto do gradiente lateral, ou seja, $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$. Nas ilustrações mostradas, os valores escolhidos correspondem, pela ordem, aos raios posicionados da esquerda para a direita. Em todos os raios, o ponto inicial equivalente ao maior tempo de trânsito foi obtido para a menor velocidade testada ($1,50\text{m/ms}$), enquanto os pontos finais dos raios (encontrados para os menores tempos de trânsito) foram obtidos para as maiores velocidades testadas.

O produto entre os painéis de coerência mostrados nas figuras 6.29(b), 6.30(b) e 6.31(b) resulta no painel da figura 6.32(a), que é a fatia do cubo de valores testados correspondente a $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$. Excluindo-se as coerências inferiores a $0,9$, é possível encontrar o resultado exibido pela figura 6.32(b), que evidencia de forma precisa os valores corretos para o gradiente vertical e a velocidade de referência, ou seja, $\beta = -40\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e $V_R = 2,0\text{m/ms}$, respectivamente. O valor de coerência obtido pelos parâmetros corretos com *semblance*, e ressaltado na figura 6.32(b), foi de $0,999$, justamente o maior valor



(a) Painel final de coerência.

(b) Ampliação do painel de coerência.

Figura 6.32: (a) Painel final de coerência (contido no plano $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$) obtido pelo produto entre os painéis parciais das três análises realizadas e (b) ampliação da área onde ocorrem valores de coerência superiores a 0,9. Os valores do gradiente vertical estão em módulo.

encontrado ao final da análise.

Com os resultados obtidos, é possível determinar a velocidade rms para o evento de reflexão selecionado a partir da equação (4.225). As coordenadas do ponto migrado em profundidade para os parâmetros que geraram o maior valor de coerência na figura 6.26(b), ou seja, $V_R = 2000,0\text{m/s}$, $\alpha = 50,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$ e $\beta = -40,0\text{s}^2\text{m}^{-3}$, foram $x = 1333,53\text{m}$ e $z = 1333,51\text{m}$. Além disso, sendo $h = 250\text{m}$ e $\tau = 1457\text{ms}$ na seção onde o evento de reflexão foi selecionado e utilizando as equações (4.173) e (4.174) para o cálculo de σ , é possível obter que

$$V_{rms}^2 = \frac{\sigma}{\tau} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{\tau} = \frac{2869,0 + 2730,3}{1457,0} \quad \therefore \quad V_{rms} \approx 1,96\text{m/ms}.$$

Capítulo 7

Conclusões

Com os resultados apresentados, é possível concluir que:

1. As implementações mostram que a análise de velocidade proposta é capaz de fornecer os resultados almejados, a saber, a obtenção de modelos de velocidade equivalente através de mapeamentos entre seções sísmicas utilizando raios virtuais baseados em procedimentos de continuação de afastamentos, chamados aqui de raios OCO.
2. A análise de coerência para determinação de mergulho aparente de curvas de tempo de reflexão produz resultados altamente satisfatórios em dados sem ruído, principalmente quando os algoritmos baseados em *semblance* e autoestrutura são utilizados, como atestam os resultados mostrados na seção 5.3. Nessa mesma seção, pode-se perceber que o algoritmo C1 perde precisão de forma mais consistente do que os algoritmos C2 e C3.5 à medida que o mergulho aparente torna-se mais acentuado, os quais mantêm, nessa condição, erros relativos próximos de 0%, inclusive.
3. Para a análise de velocidade proposta produzir resultados mais precisos e/ou eliminar ambigüidades, é necessário que o número de seções sísmicas investigadas seja sempre superior ao número de parâmetros testados. Desse modo, quando apenas a velocidade é testada são necessárias pelo menos duas seções sísmicas em afastamento comum, tal como apresentado na seção 6.1. Quando a velocidade e um parâmetro de gradiente são testados, são necessárias ao menos três seções sísmicas para que resultados ambíguos sejam eliminados, como atestam os exemplos das seções 6.4. E quando a velocidade e dois parâmetros de gradiente são testados, são necessários ao menos quatro seções sísmicas para o mesmo fim. Logo,

é possível concluir, por indução direta, que se há N_p parâmetros sendo testados, serão necessárias, ao menos, $N_p + 1$ seções em afastamento comum para dirimir resultados ambíguos.

4. A análise de velocidade produz melhores resultados à medida que a diferença entre os afastamentos utilizados nas seções sísmicas investigadas aumenta, de tal modo que quanto maior essa diferença, melhor é a eliminação de resultados ambíguos, de tal modo que o uso de afastamentos longos torna-se uma vantagem ao método. Para os casos de modelos com distribuições heterogêneas de velocidade, o uso de afastamentos mais extensos ajuda também a estreitar a faixa de valores de alta coerência que se obtém quando o mapeamento entre duas seções é realizado, tal como pode ser visto, por exemplo, entre as figuras 6.9(b) e 6.10(b).

7.1 Trabalhos futuros

Os principais itens que podem ser destacados como trabalhos futuros são:

1. A generalização dos procedimentos expostos para modelos tridimensionais, tendo-se em vista que todos os procedimentos mostrados neste trabalho podem ser diretamente deduzidos para modelos 3D. Com isso, é possível construir análises supondo meios com várias associações entre os gradientes em x , y e z , para cada uma das distribuições de velocidade equacionadas na seção 4.4, o que pode elevar para quatro o número de parâmetros a serem testados.
2. O equacionamento de outras distribuições de velocidade, tais como aquelas onde há gradiente de vagarosidade ou do logaritmo da velocidade, ou então de distribuições onde a velocidade varia quadraticamente com a profundidade. Alguns estudos analíticos para modelos tais como esses encontram-se, por exemplo, em ČERVENÝ (1987, 2001) e podem ser aproveitados para ampliar a variedade de modelos investigados, acoplando-os à análise proposta. Além disso, as distribuições de velocidade anteriormente citadas podem também ser obtidas para modelos 3D, possibilitando combinações diversas entre os gradientes ao longo de cada eixo coordenado.
3. As principais etapas que compõem a análise de velocidade proposta são totalmente independentes, de tal modo que o algoritmo pode ser completamente paralelizado. Tal característica torna-se uma vantagem à medida que o número de parâmetros

testados aumenta, o que pode exigir um custo computacional maior, mas que pode ser diminuído com a adoção de uma estratégia de computação paralela. Por conseguinte, é possível supor que utilizando, por exemplo, arquiteturas de memória distribuída, o tempo de processamento diminuirá por um fator próximo do número de máquinas utilizadas, tendo-se em vista a baixa necessidade de comunicação via rede devido à estrutura intrínseca do algoritmo adotado.

4. A inserção e a averiguação da abordagem apresentada neste trabalho em procedimentos de imageamento baseados em migração pré-empilhamento em tempo, além da comparação da metodologia proposta com outros métodos de análise de velocidade, principalmente aqueles baseados em migração pré-empilhamento. O uso da análise por raios OCO em meios geológicos mais complexos também se apresenta como um trabalho futuro de interesse. Dessa forma, será possível investigar o nível real de aprimoramento, em dados sintéticos de modelos mais complexos ou dados reais, que a análise proposta é capaz de fornecer à construção de imagens, especialmente em tempo. Como destaque, a aplicação de raios OCO em dados reais possibilitará avaliações de sua eficiência, precisão e robustez nas situações práticas encontradas na indústria, permitindo também comparações entre os resultados obtidos a partir de aquisições marítimas e terrestres.

Referências Bibliográficas

- AL-CHALABI, M. (1973). “Series Approximation in Velocity and Traveltime Computations”. *Geophysical Prospecting*, 21, 783–795.
- AL-CHALABI, M. (1974). “An Analysis of Stacking, RMS, Average, and Internal Velocities Over a Horizontally Layered Ground”. *Geophysical Prospecting*, 22, 458–475.
- AL-YAHYA, K. (1989). “Velocity analysis by iterative profile migration”. *Geophysics*, 54(6), 718–729.
- ALKHALIFAH, T. & TSVANKIN, I. (1995). “Velocity analysis for transversely isotropic media”. *Geophysics*, 60(5), 1550–1566.
- BAHORICH, M. S. & FARMER, S. L. (1995). “3-D Seismic Coherency for Faults and Stratigraphic Features”. *The Leading Edge*, (pp. 1053–1058).
- BERKHOUT, A. J. (1980). *Seismic Migration: Imaging of Acoustic Energy by Wave Field Extrapolation*, volume 12. Elsevier, 1st edition.
- BERKHOUT, A. J. (1984). *Seismic Migration: Practical Aspects*, volume 14B. Elsevier, 1st edition.
- BLEISTEIN, N., COHEN, J. K., & STOCKWELL JR., J. W. (2001). *Mathematics of Multidimensional Seismic Imaging, Migration, and Inversion*. Springer-Verlag.
- BOLONDI, G., LOINGER, E., & ROCCA, F. (1982). “Offset continuation of seismic sections”. *Geophysical Prospecting*, 30, 813–828.
- BOLONDI, G., LOINGER, E., & ROCCA, F. (1984). “Offset continuation in theory and practice”. *Geophysical Prospecting*, 32, 1045–1073.
- CAUSSE, E., HAUGEN, G. U., & ROMMEL, B. E. (2000). “Large-offset Approximation to Seismic Reflection Traveltimes”. *Geophysical Prospecting*, 48, 763–778.

- CLAERBOUT, J. J. (1985). *Imaging the Earth's Interior*. Blackwell Scientific Publications.
- COHEN, I. & COIFMAN, R. R. (2002). “Local discontinuity measures for 3-D seismic data”. *Geophysics*, 67, 1933–1945.
- CUNHA, P. E. M. (1997). *Estratégias eficientes para migração reversa no tempo pré-empilhamento 3-D em profundidade pelo método das diferenças finitas*. Dissertação de mestrado, UFBA, Salvador, BA, Brasil.
- CUNNINGHAM, A. B. & HEFFRING, H. H. (1980). “Interpretation of velocity spectra”. *Geophysics*, 45(12), 1999–2003.
- ČERVENÝ, V. (1987). Ray methods for three-dimensional seismic modelling. Lecture Notes.
- ČERVENÝ, V. (2001). *Seismic Ray Theory*. Cambridge University Press.
- DE VRIES, D. & BERKHOUT, A. J. (1984). “Velocity analysis based on Minimum entropy”. *Geophysics*, 49(12), 2132–2142.
- DEREGOWSKI, S. M. (1990). “Common-offset migrations and velocity analysis”. *First Break*, 8, 225–234.
- DEREGOWSKI, S. M. & ROCCA, F. (1981). “Geometrical optics and wave theory of constant offset sections in layered media”. *Geophysical Prospecting*, 29, 374–406.
- DIETRICH, M. & COHEN, J. K. (1993). “Migration to Zero Offset (DMO) for a Constant Velocity Gradient: An Analytical Formulation”. *Geophysical Prospecting*, 41, 621–643.
- DIX, C. H. (1955). “Seismic velocities from surface measurements”. *Geophysics*, 20(1), 68–86.
- DOUZE, E. J. & LASTER, S. J. (1979). “Statistics of semblance”. *Geophysics*, 44(12), 1999–2003.
- FAYE, J. & JEANNOT, J. (1986). Prestack migration velocities from focusing depth analysis. In *Expanded Abstracts*, volume 53 (pp. 438–440).: Society of Exploration Geophysicists.

- FILPO, E. (2005). "Horizon Velocity Analysis Using OCO Rays". *9th International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, (pp. 1–4).
- FOMEL, S. (1994). "Method of velocity continuation in the problem of temporal seismic migration". *Russian Geology and Geophysics*, 35(5), 100–111.
- FOMEL, S. (1997). Velocity continuation and the anatomy of residual prestack time migration. In *Expanded Abstracts* (pp. 1762–1765): Society of Exploration Geophysicists.
- FOMEL, S. (2001). *Three-dimensional seismic data regularization*. Ph.D. thesis, Stanford University, Stanford, California, USA.
- FOMEL, S. (2003a). "Theory of differential offset continuation". *Geophysics*, 68(2), 718–732.
- FOMEL, S. (2003b). "Time-migration velocity analysis by velocity continuation". *Geophysics*, 68, 1650–1661.
- FOMEL, S. (2003c). "Velocity continuation and the anatomy of residual prestack time migration". *Geophysics*, 68(5), 1650–1661.
- GARDNER, G. H. F., FRENCH, W. S., & MATZUK, T. (1974). "Elements of Migration and Velocity Analysis". *Geophysics*, 39(6), 811–825.
- GERSZTENKORN, A. & MARFURT, K. J. (1996). 3-d seismic discontinuity for faults and stratigraphic. In *Expanded Abstracts*, volume 1 (pp. 328–331): Society of Exploration Geophysicists.
- GERSZTENKORN, A. & MARFURT, K. J. (1999). "Eigenstructure-based Coherence Computations as an Aid to 3-D Structural and Stratigraphic Mapping". *Geophysics*, 64(5), 1468–1479.
- HAGERDOORN, J. G. (1954). "A process of seismic reflection interpretation". *Geophysical Prospecting*, 2, 85–127.
- HUBRAL, P. & KREY, T. (1980). Internal velocities from seismic reflection time measurements.
- HUBRAL, P., SCHLEICHER, J., & TYGEL, M. (1996). "A unified approach to 3-D seismic reflection imaging, Part I: Basic concepts". *Geophysics*, 61(3), 742–758.

- IVERSEN, E. (2004). "The isochron ray in seismic modeling and imaging". *Geophysics*, 69(4), 1053–1070.
- IVERSEN, E. (2006). "Velocity rays for heterogeneous anisotropic media: Theory and implementation". *Geophysics*, 71(5), T117–T127.
- JERVIS, M., SEN, M. K., & STOFFA, P. L. (1996). "Prestack migration velocity estimation using nonlinear methods". *Geophysics*, 61(1), 138–150.
- KATZ, S. (1991). "Asymptotically linear velocity analysis with high resolution in time domain". *Geophysics*, 56(11), 1840–1848.
- KEY, S. C. & SMITHSON, S. B. (1990). "New approach to seismic-reflection event detection and velocity determination". *Geophysics*, 55(8), 1057–1069.
- KIM, Y. C. & GONZALEZ, R. (1991). "Migration velocity analysis with the Kirchhoff integral". *Geophysics*, 56(3), 365–370.
- KIRLIN, R. L. (1992). "The relationship between semblance and eigenstructure velocity estimators". *Geophysics*, 57(8), 1027–1033.
- LAFOND, C. F. & LEVANDER, A. R. (1993). "Migration moveout analysis and depth focusing". *Geophysics*, 58, 91–100.
- LEE, W. B. & ZHANG, L. (1992). "Residual shot profile migration". *Geophysics*, 57, 815–822.
- LEVIN, F. K. (1998). "Reflection of rays in a constant gradient medium: CRP geometry". *Geophysics*, 63(2), 707–712.
- LI, Y., LU, W., XIAO, H., ZHANG, S., & LI, Y. (2006). "Dip-scanning coherence algorithm using eigenstructure analysis and supertrace technique". *Geophysics*, 71(3), V61–V66.
- LIU, Z. (1997). "An analytical approach to migration velocity analysis". *Geophysics*, 62(4), 1238–1249.
- LIU, Z. & BLEISTEIN, N. (1995). "Migration velocity analysis: Theory and an iterative algorithm". *Geophysics*, 60(1), 142–153.

- LU, W., LI, Y., ZHANG, S., XIAO, H., & LI, Y. (2005). “Higher-order-statistics and supertrace-based coherence-estimation algorithm”. *Geophysics*, 70(3), P13–P18.
- MACKAY, S. & ABMA, R. (1989). Refining prestack depth migration without remigration. In *Expanded Abstracts*, volume 56 (pp. 1258–1261).: Society of Exploration Geophysicists.
- MARFURT, K. J., KIRLIN, R. L., FARMER, S. L., & BAHORICH, M. S. (1998). “3-D Seismic attributes using a semblance-based coherency algorithm”. *Geophysics*, 63(4), 1150–1165.
- MARFURT, K. J., SUDHAKER, V., GERSZTENKORN, A., CRAWFORD, K. D., & NISSEN, S. E. (1999). “Coherency Calculations in the Presence of Structural Dip”. *Geophysics*, 64(1), 104–111.
- MAY, B. T. & STRALEY, D. K. (1979). “Higher-order moveout spectra”. *Geophysics*, 44(7), 1193–1207.
- NEIDELL, N. S. & TANER, M. T. (1971). “Semblance and Other Coherency Measures for Multichannel Data”. *Geophysics*, 36(3), 482–497.
- PEREIRA, C. A. G. (1984). *Determinação de velocidades intervalares em modelos bidimensionais a partir dos dados sísmicos*. Dissertação de mestrado, UFBA, Salvador, BA, Brasil.
- PERKINS, W. T. & FRENCH, W. S. (1990). 3-d migration to zero offset for a constant velocity gradient. In *Expanded Abstracts* (pp. 1354–1357).: Society of Exploration Geophysicists.
- POPOV, M. M. (2002). *Ray Theory and Gaussian Beam Method for Geophysicists*. EDUFBA.
- PRESS, W. H., TEUKOLSKY, S. A., VETTERLING, W. T., & FLANNERY, B. P. (1997). *Numerical Recipes in Fortran: The Art of Scientific Computing*, volume 1. Cambridge University Press.
- ROBINSON, J. C. (1969). “HRVA - A velocity analysis technique applied to seismic data”. *Geophysics*, 34(3), 330–356.

- ROCKWELL, D. W. (1971). "Migration Stack Aids Interpretation". *Oil and Gas Journal*, 69, 202–218.
- SALVADOR, L. & SAVELLI, S. (1982). "Offset continuation for seismic stacking". *Geophysical Prospecting*, 30, 829–849.
- SCHLEICHER, J. & BILOTI, R. (2007). "Dip correction for coherence-based time migration velocity analysis". *Geophysics*, 72(1), S41–S48.
- SCHNEIDER, W. A. (1978). "Integral Formulation for Migration in Two and Three Dimensions". *Geophysics*, 43(1), 49–76.
- SIMPSON, JR., S. M. (1955). "Similarity of Output Traces as a Seismic Operator Criterion". *Geophysics*, 20(2), 254–269.
- SLOTNICK, M. M. (1959). *Lessons in Seismic Computing*. Society of Exploration Geophysicists.
- TANER, M. T. & KOEHLER, F. (1969). "Velocity Spectra-Digital Computer Derivation Applications of Velocity Functions". *Geophysics*, 34(6), 859–881.
- TOLDI, J. L. (1989). "Velocity analysis without picking". *Geophysics*, 54(2), 191–199.
- WOOK, B. L. & ZHANG, L. (1992). "Residual shot profile migration". *Geophysics*, 57(6), 815–822.
- YILMAZ, O. & CHAMBERS, R. (1984). "Migration velocity analysis by wavefield extrapolation". *Geophysics*, 49, 1664–1674.
- YILMAZ, O. & CHAMBERS, R. E. (1980). Migration velocity analysis by wave field extrapolation.

Apêndice A

Dedução das Curvas Isócronas Para Modelos Com Gradiente de Velocidade

A.1 Curva isócrona para meios com gradiente vertical de velocidade

A.1.1 Tempos de trânsito

Estudos sobre meios cuja velocidade de propagação varia linearmente com a profundidade são alvo de atenção da comunidade científica há décadas. Uma ampla revisão encontra-se em SLOTNICK (1959), que mostrou que a frente de onda propaga-se nesse meio segundo a forma de uma esfera cujo centro se move verticalmente como uma função do tempo e que a geometria do trajeto percorrido pelo raio é circular. Os resultados de SLOTNICK (1959) foram expandidos por DIETRICH & COHEN (1993), cujo trabalho apresentou uma formulação analítica visando migração para afastamento nulo e uma dedução para a expressão da curva isócrona para meios com essa variação de velocidade. Outros exemplos de aplicações direcionadas a tais meios envolvem processamento DMO, como em PERKINS & FRENCH (1990), comportamento de geometrias CRP, por exemplo, em LEVIN (1998), além de estudos analíticos envolvendo a teoria de traçado de raios, em especial ČERVENÝ (1987, 2001), entre outros. Os desenvolvimentos se iniciam com a definição do parâmetro de raio (ou componente horizontal de vagarosidade) P_{xo} , o qual é constante ao longo da trajetória do raio, como sendo

$$P_{xo} = \frac{\text{sen } \psi_o}{V}, \quad (\text{A.1})$$

onde ψ_o é o ângulo inicial do raio em relação ao eixo vertical. Para uma distância infinitesimal $ds = dz/\cos\psi_o$ percorrida pelo raio, o tempo de percurso $d\tau$ é dado por $d\tau = ds/V = dz/(V \cos\psi_o)$. Integrando-se esta última relação e levando-se em consideração (A.1), o tempo de trânsito τ_{si} da fonte até um ponto da interface localizado a uma profundidade Δz (em relação à fonte) é calculado a partir da expressão

$$\tau_{si} = \int_0^{\Delta z} \frac{dz}{V \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2}} = \int_0^{\Delta z} \frac{dz}{|P_{xo}| V^2 \sqrt{1/(P_{xo}^2 V^2) - 1}}. \quad (\text{A.2})$$

Fazendo-se uma substituição do tipo $w = 1/(|P_{xo}|V)$, de onde se obtém

$$\frac{dw}{dz} = -\frac{\beta}{|P_{xo}| V^2},$$

a integral em (A.2) transforma-se em

$$\begin{aligned} \tau_{si} &= -\frac{1}{\beta} \int_{w_1}^{w_2} \frac{dw}{\sqrt{w^2 - 1}} = -\frac{1}{\beta} \cosh^{-1} w \Big|_{w_1}^{w_2} = -\frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \frac{1}{|P_{xo}|V} \Big|_0^{\Delta z} \\ &= -\frac{1}{\beta} \left[\ln \left(\frac{1}{|P_{xo}|V} + \sqrt{\frac{1}{P_{xo}^2 V^2} - 1} \right) + \ln \left(\frac{1}{|P_{xo}|V_o} + \sqrt{\frac{1}{P_{xo}^2 V_o^2} - 1} \right) \right] \\ \therefore \tau_{si} &= -\frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{\left((1 + \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2}) V_o \right)}{\left((1 + \sqrt{1 - P_{xo}^2 V_o^2}) V \right)} \right] = -\frac{1}{\beta} \ln \left[\frac{(1 + |P_z|) V_o}{(1 + |P_{zo}|) V} \right]. \end{aligned}$$

Como $P_x = P_{xo}$, $P_{zo} > 0$ e supondo $P_z > 0$, ou seja, uma trajetória onde o raio é sempre descendente, a equação anterior se reduz a

$$\tau_{si} = \frac{1}{\beta} \left[\cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V_o} \right) - \cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V} \right) \right]. \quad (\text{A.3})$$

É fácil deduzir ainda que se $P_z < 0$, o que significa que o raio está retornando à superfície, em trajetória ascendente, a equação de tempo de trânsito passará a ser

$$\tau_{si} = \frac{1}{\beta} \left[\cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V_o} \right) + \cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V} \right) \right]. \quad (\text{A.4})$$

Logo, para a consideração de trajetórias onde o raio possui um ponto de inflexão (ou retorno), a equação de tempo de trânsito deve ser reescrita sob a forma

$$\tau_{si} = \frac{1}{\beta} \left[\cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V_o} \right) + \varepsilon \cosh^{-1} \left(\frac{1}{P_{xo} V} \right) \right], \quad (\text{A.5})$$

onde

$$\varepsilon = \begin{cases} -1 & \text{antes do ponto de inflexão,} \\ 0 & \text{no ponto de inflexão,} \\ +1 & \text{após o ponto de inflexão.} \end{cases} \quad (\text{A.6})$$

A ambigüidade relacionada à presença, ou não, do ponto de inflexão pode ser removida a partir da integral que fornece o deslocamento lateral (a partir da fonte) $\Delta x_1 = h + \Delta \xi$, dada por

$$\Delta x_1 = \int_0^{\Delta z} \frac{\text{sen } \psi_o dz}{\cos \psi_o} = \int_0^{\Delta z} \frac{P_{xo} V dz}{\sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2}}. \quad (\text{A.7})$$

A solução mais geral da integral anterior é dada pela expressão

$$\Delta x_1 = \frac{1}{\beta P_{xo}} \left[\sqrt{1 - P_{xo}^2 V_o^2} + \varepsilon \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2} \right]. \quad (\text{A.8})$$

A expressão do tempo de trânsito pode ser reduzida a um termo através da regra da adição entre cossenos hiperbólicos dada pela sentença

$$\cosh^{-1} a \pm \cosh^{-1} b = \cosh^{-1} \left[ab \pm \sqrt{(a^2 - 1)(b^2 - 1)} \right]. \quad (\text{A.9})$$

Por conseguinte,

$$\begin{aligned} \tau_{si} &= \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{1}{P_{xo}^2 V V_o} + \varepsilon \sqrt{\left(\frac{1}{P_{xo}^2 V_o^2} - 1 \right) \left(\frac{1}{P_{xo}^2 V^2} - 1 \right)} \right] \\ &= \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left\{ \frac{1}{P_{xo}^2 V V_o} \left[1 + \varepsilon \sqrt{(1 - P_{xo}^2 V_o^2)(1 - P_{xo}^2 V^2)} \right] \right\} \\ \therefore \cosh(\tau_{si} \beta) &= \frac{1}{P_{xo}^2 V V_o} \left[1 + \varepsilon \sqrt{(1 - P_{xo}^2 V_o^2)(1 - P_{xo}^2 V^2)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Além disso, a partir de (A.8) é possível encontrar também que

$$\begin{aligned} \beta^2 \Delta x_1^2 &= -(V^2 + V_o^2) + \frac{2}{P_{xo}^2} \left[1 + \varepsilon \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2} \sqrt{1 - P_{xo}^2 V_o^2} \right] \\ \therefore \frac{1}{P_{xo}^2} \left[1 + \varepsilon \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2} \sqrt{1 - P_{xo}^2 V_o^2} \right] &= \frac{\beta^2 \Delta x_1^2 + V^2 + V_o^2}{2}. \end{aligned} \quad (\text{A.11})$$

Logo, a substituição de (A.11) em (A.10) leva a

$$\cosh(\tau_{si} \beta) = \frac{\beta^2 \Delta x_1^2 + V^2 + V_o^2}{2 V V_o}, \quad (\text{A.12})$$

de onde se conclui que

$$\tau_{si} = \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]. \quad (\text{A.13})$$

A trajetória geométrica do raio também pode ser deduzida a partir de (A.8), a qual pode ser reescrita sob a forma

$$\Delta x_1 \beta P_{xo} - V_o P_{zo} = \varepsilon \sqrt{1 - P_{xo}^2 V^2}.$$

Elevando-se a expressão anterior ao quadrado e dividindo-a por $\beta^2 P_{xo}^2$, é possível rerepresentá-la sob a forma

$$\begin{aligned} \left(\Delta x_1 - \frac{V_o P_{xo}}{\beta P_{xo}} \right)^2 + \left(\Delta z + \frac{V_o}{\beta} \right)^2 &= \frac{1}{\beta^2 P_{xo}^2} \\ \therefore \left(x - x_o - \frac{V_o P_{zo}}{\beta P_{xo}} \right)^2 + \left(z - z_o + \frac{V_o}{\beta} \right)^2 &= \frac{1}{\beta^2 P_{xo}^2}. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Portanto, o último resultado mostra que a geometria do trajeto percorrido pelo raio em um meio com gradiente vertical de velocidade é equivalente a um círculo com diâmetro igual a $|2/(\beta P_{xo})|$ e centro em

$$(x_c, z_c) = \left(x_o + \frac{V_o P_{zo}}{\beta P_{xo}}, z_o - \frac{V_o}{\beta} \right).$$

Utilizando-se o mesmo procedimento mostrado para o raio que se propaga até a interface, pode-se encontrar o tempo de trânsito para o raio refletido, o qual será

$$\tau_{ir} = \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 \Delta x_2^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] = \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]. \quad (\text{A.15})$$

Portanto, a equação final para o tempo de trânsito total do raio que se propaga da fonte até a interface e desta até o receptor será

$$\begin{aligned} \tau &= \tau_{si} + \tau_{ir} \\ &= \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] + \frac{1}{\beta} \cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.16})$$

ou ainda,

$$\tau\beta = \underbrace{\cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]}_{\tau_{SI}} + \underbrace{\cosh^{-1} \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]}_{\tau_{IR}}$$

$$\therefore \tau\beta = \tau_{SI} + \tau_{IR}, \quad (\text{A.17})$$

onde $\tau_{SI} = \tau_{si} \beta$ e $\tau_{IR} = \tau_{ir} \beta$.

A.1.2 Equação da curva isócrona

Para explorar a forma particular da equação de tempo de trânsito, é conveniente utilizar

$$\cosh(\tau\beta) = \cosh(\tau_{SI} + \tau_{IR}). \quad (\text{A.18})$$

A expansão da equação anterior leva a

$$2 \cosh(\tau\beta) \cosh(\tau_{SI}) \cosh(\tau_{IR}) - [\cosh^2(\tau_{SI}) + \cosh^2(\tau_{IR})] = \sinh^2(\tau\beta), \quad (\text{A.19})$$

onde pode-se utilizar as definições mostradas em (A.1.1), obtendo-se

$$\begin{aligned} \cosh(\tau_{SI}) \cosh(\tau_{IR}) &= \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right] \\ &= \left[\frac{(\beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2) + 2\beta^2 h \Delta\xi}{2V V_o} \right] \times \\ &\quad \times \left[\frac{(\beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2) - 2\beta^2 h \Delta\xi}{2V V_o} \right] \\ &= \left[\frac{(\beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2)^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{4V^2 V_o^2} \right] \\ &= \left[\frac{\Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{4V^2 V_o^2} \right], \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{aligned}
\cosh^2(\tau_{SI}) + \cosh^2(\tau_{IR}) &= \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]^2 + \left[\frac{\beta^2 (h - \Delta\xi)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right]^2 \\
&= \left[\frac{2(\beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2) + 8\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{4V^2 V_o^2} \right] \\
&= \left[\frac{\Gamma^2 + 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{2V^2 V_o^2} \right], \tag{A.21}
\end{aligned}$$

com $\Gamma = \beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2$. Logo,

$$2 \cosh(\tau\beta) \left[\frac{\Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{4V^2 V_o^2} \right] - \left[\frac{\Gamma^2 + 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2}{2V^2 V_o^2} \right] = \sinh^2(\tau\beta)$$

$$\therefore \Gamma^2 \cosh(\tau\beta) - \Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \cosh(\tau\beta) - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 = 2V^2 V_o^2 \sinh^2(\tau\beta)$$

$$\therefore \Gamma^2 [\cosh(\tau\beta) - 1] - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 [\cosh(\tau\beta) + 1] = 2V^2 V_o^2 \sinh^2(\tau\beta)$$

$$\therefore \Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \left[\frac{\cosh(\tau\beta) + 1}{\cosh(\tau\beta) - 1} \right] = 2V^2 V_o^2 \left[\frac{\sinh^2(\tau\beta)}{\cosh(\tau\beta) - 1} \right]$$

$$\therefore \Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \left[\frac{\cosh(\tau\beta) + 1}{\cosh(\tau\beta) - 1} \right] = 2V^2 V_o^2 \left[\frac{\cosh^2(\tau\beta) - 1}{\cosh(\tau\beta) - 1} \right]$$

$$\therefore \Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \left[\frac{\cosh(\tau\beta) + 1}{\cosh(\tau\beta) - 1} \right] = 2V^2 V_o^2 [\cosh(\tau\beta) + 1]. \tag{A.22}$$

Utilizando as relações

$$\cosh^2\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) = \frac{\cosh(\beta\tau) + 1}{2} \quad \text{e} \quad \sinh^2\left(\frac{\beta\tau}{2}\right) = \frac{\cosh(\beta\tau) - 1}{2}, \tag{A.23}$$

chega-se à equação final da isócrona

$$\Gamma^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \coth^2(\beta\tau/2) - 4V^2 V_o^2 \cosh^2(\beta\tau/2) = 0$$

$$\therefore (\beta^2 h^2 + \beta^2 \Delta\xi^2 + V^2 + V_o^2)^2 - 4\beta^4 h^2 \Delta\xi^2 \coth^2(\beta\tau/2) - 4V^2 V_o^2 \cosh^2(\beta\tau/2) = 0, \tag{A.24}$$

ou ainda, utilizando-se $V = V_o + \beta \Delta z$,

$$\begin{aligned} & [\beta^2 (h^2 + \Delta \xi^2 + \Delta z^2) + 2V_o (\beta \Delta z + V_o)]^2 - \\ & - 4\beta^4 h^2 \Delta \xi^2 \coth^2 (\beta \tau / 2) - 4(V_o + \beta \Delta z)^2 V_o^2 \cosh^2 (\beta \tau / 2) = 0. \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

A.2 Curva isócrona para meios com gradiente vertical e lateral de velocidade

A.2.1 Tempos de trânsito

Para se encontrar a expressão para a curva isócrona de meios com gradiente vertical e lateral de velocidade é preciso, primeiramente, encontrar a expressão para o tempo total de reflexão. Uma forma simples de se obtê-la é utilizar um sistema de coordenadas onde o novo eixo horizontal coincida com a direção onde ocorre gradiente horizontal nulo. Dessa forma, só haverá variação de velocidade ao longo do novo eixo vertical, cujo gradiente será uma composição dos gradientes originais α e β . O objetivo é encontrar um sistema de referência onde as equações para modelos com variação vertical de velocidade possam ser aproveitadas. Na prática, apenas as posições em profundidade e os valores dos gradientes em relação às novas direções sofrerão influência da mudança de referência, mas a velocidade de propagação, em qualquer ponto, não se alterará.

A figura A.1 mostra, de forma esquemática, um modelo cujos eixos coordenados x e z foram rotacionados de um ângulo ζ até x' e z' . A relação entre os dois sistemas de coordenadas é dada pela transformação linear

$$\begin{bmatrix} x' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \zeta & -\text{sen } \zeta \\ \text{sen } \zeta & \cos \zeta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}. \quad (\text{A.26})$$

Para os eixos (x', z') o gradiente lateral α' será nulo, enquanto o gradiente vertical β' valerá $\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$. Logo, utilizando como referência o eixo original z , considerando o sentido horário como negativo e que ζ esteja contido no intervalo $-\pi \leq \zeta \leq \pi$, o ângulo total de rotação para alinhar x' com $\alpha' = 0$ e z' com $\beta' = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ pode ser obtido pela expressão

$$\zeta = \frac{\alpha}{|\alpha|} \cos^{-1} \left(\frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \right) \quad (\alpha \neq 0). \quad (\text{A.27})$$

Conseqüentemente, utilizando a figura A.1 como referência é possível encontrar também que

$$\operatorname{sen} \zeta = \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \quad \text{e} \quad \operatorname{cos} \zeta = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}. \quad (\text{A.28})$$

A distribuição de velocidade utilizando como referência a posição da fonte, dada originalmente por $V(x, z) = V_o + \alpha(x - S) + \beta \Delta z$, será, para o novo sistema de referência, $V(z') = V_o + \beta'(z' - S'_z)$, onde S'_z é a coordenada vertical da fonte em relação ao eixo z' . Com as considerações supracitadas, o tempo de trânsito do raio incidente τ_{si} fornecido pela equação (A.13) passa a ser válido para o novo sistema de referência e valerá agora

$$\tau_{si} = \frac{1}{\beta'} \cosh^{-1} \left[\frac{(\beta')^2 (x' - S'_x)^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right], \quad (\text{A.29})$$

enquanto o tempo de trânsito do raio refletido até o receptor τ_{ir} dado pela equação (A.15) passará a ser

$$\tau_{ir} = \frac{1}{\beta'} \cosh^{-1} \left[\frac{(\beta')^2 (G'_x - x')^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V (V_o + 2\alpha h)} \right]. \quad (\text{A.30})$$

Entretanto, a partir de (A.26) e (A.28) encontra-se ainda que

$$x' = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} x - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} z, \quad (\text{A.31a})$$

$$G'_x = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} G \quad (\text{A.31b})$$

e, por fim,

$$S'_x = \frac{\beta}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} S. \quad (\text{A.31c})$$

Substituindo as relações exibidas de (A.31a) a (A.31c) nas expressões (A.29) e (A.30) e lembrando que $x - S = h + \Delta \xi$ e $G - x = h - \Delta \xi$, é possível obter

$$\tau_{si} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta \xi) - \alpha \Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right\} \quad (\text{A.32})$$

e

$$\tau_{ir} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta \xi) + \alpha \Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V (V_o + 2\alpha h)} \right\}, \quad (\text{A.33})$$

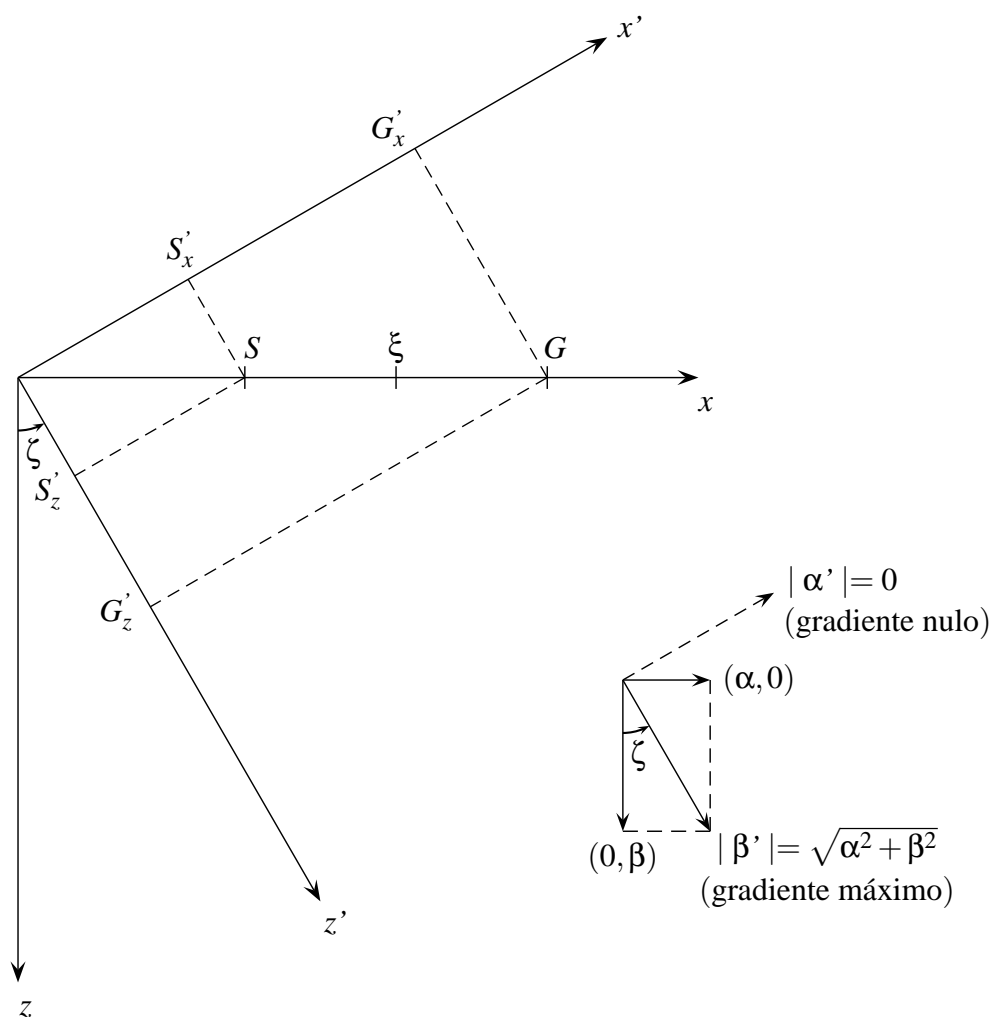


Figura A.1: Rotação dos eixos coordenados para a direção de gradiente máximo.

onde a velocidade V referenciada em relação à fonte continua valendo $V = V_o + \alpha(h + \Delta\xi) + \beta\Delta z$. Logo, a equação final para o tempo de trânsito será

$$\tau = \tau_{si} + \tau_{ir} = \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2VV_o} \right\} +$$

$$+ \frac{1}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)} \right\},$$

ou ainda,

$$\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \underbrace{\cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right\}}_{\tau_{SI}} + \underbrace{\cosh^{-1} \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)} \right\}}_{\tau_{IR}} \quad (\text{A.34})$$

$$\therefore \tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \tau_{SI} + \tau_{IR}, \quad (\text{A.35})$$

onde $\tau_{SI} = \tau_{si}\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$ e $\tau_{IR} = \tau_{ir}\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}$.

A.2.2 Equação da curva isócrona

Para explorar a forma particular da equação de tempo de trânsito, é conveniente utilizar novamente a relação (A.18), agora escrita como sendo

$$\cosh\left(\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right) = \cosh(\tau_{SI} + \tau_{IR}). \quad (\text{A.36})$$

A expansão da equação anterior leva a

$$2\cosh\left(\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right)\cosh(\tau_{SI})\cosh(\tau_{IR}) - [\cosh^2(\tau_{SI}) + \cosh^2(\tau_{IR})] = \sinh^2\left(\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right), \quad (\text{A.37})$$

onde pode-se utilizar as definições mostradas em (A.34), obtendo-se

$$\begin{aligned} \cosh(\tau_{SI})\cosh(\tau_{IR}) &= \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2V V_o} \right\} \times \\ &\quad \times \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)} \right\} \\ &= \frac{(\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi)(\Lambda + \Psi)}{4V^2 V_o (V_o + 2\alpha h)}, \end{aligned} \quad (\text{A.38})$$

e ainda

$$\begin{aligned}
\cosh^2(\tau_{SI}) + \cosh^2(\tau_{IR}) &= \left\{ \frac{[\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2}{2VV_o} \right\}^2 + \\
&+ \left\{ \frac{[\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2}{2V(V_o + 2\alpha h)} \right\}^2 \\
&= \frac{\left\{ [\beta(h + \Delta\xi) - \alpha\Delta z]^2 + V^2 + V_o^2 \right\}^2 (V_o + 2\alpha h)^2}{4V^2V_o^2(V_o + 2\alpha h)^2} + \\
&+ \frac{\left\{ [\beta(h - \Delta\xi) + \alpha\Delta z]^2 + V^2 + (V_o + 2\alpha h)^2 \right\}^2 V_o^2}{4V^2V_o^2(V_o + 2\alpha h)^2} \\
&= \frac{(\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi)^2 (V_o + 2\alpha h)^2 + (\Lambda + \Psi)^2 V_o^2}{4V^2V_o^2(V_o + 2\alpha h)^2}, \quad (\text{A.39})
\end{aligned}$$

onde

$$\Lambda = \beta^2 (h^2 + \Delta\xi^2) + \alpha^2 \Delta z^2 + V^2 + V_o^2 - 2\alpha\beta (h + \Delta\xi) \Delta z \quad (\text{A.40})$$

e

$$\Psi = 4\alpha\beta h \Delta z - 2\beta^2 h \Delta\xi + 4\alpha V_o h + 4\alpha^2 h^2. \quad (\text{A.41})$$

Multiplicando a equação da isócrona por $4V^2V_o^2(V_o + 2\alpha h)^2$ e reorganizando-se os termos, é possível encontrar

$$\begin{aligned}
&\left[2V_o(V_o + 2\alpha h) \cosh\left(\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right) \right] (\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi) (\Lambda + \Psi) - (\Lambda + \Psi)^2 V_o^2 \\
&- (\Lambda + 2\beta^2 h \Delta\xi)^2 (V_o + 2\alpha h)^2 - 4V^2V_o^2 (V_o + 2\alpha h)^2 \sinh^2\left(\tau\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\right) = 0, \quad (\text{A.42})
\end{aligned}$$

com Λ e Ψ dados pelas equações (A.40) e (A.41), respectivamente.

Apêndice B

Inclinação da Curva de Tempo de Trânsito Para Modelos Com Gradiente de Vagarosidade Quadrática

B.1 Modelos com gradiente vertical de vagarosidade quadrática

B.1.1 Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora

Dada a trajetória de um raio propagando-se em um meio com um determinado gradiente de vagarosidade quadrática, o valor total de σ para essa trajetória pode ser encontrado supondo-se conhecidas apenas as posições inicial e final do raio. Dessa forma, tornar-se-á possível encontrar uma expressão para o tempo de trânsito função apenas das posições inicial e final do raio. No caso do raio que se propaga da fonte até um determinado ponto (x_D, z_D) pertencente à interface refletora, a forma de se obter uma equação para σ_1 com tal característica é explorar a relação entre as coordenadas do ponto de reflexão e as componentes iniciais de vagarosidade, obtidas em (4.132) e que podem, agora, ser apresentadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_D = (\xi - h) + P_{xo} \sigma_1 & \therefore x_D - (\xi - h) = P_{xo} \sigma_1 & \therefore h + \Delta\xi = P_{xo} \sigma_1, \\ z_D = z_o + P_{zo} \sigma_1 + \frac{\beta \sigma_1^2}{4} & \therefore (z_D - z_o) - \frac{\beta \sigma_1^2}{4} = P_{zo} \sigma_1 & \therefore \Delta z - \frac{\beta \sigma_1^2}{4} = P_{zo} \sigma_1. \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

Efetuando-se a soma entre os resultados finais do sistema anterior elevados ao quadrado,

obter-se-á como resultado

$$(h + \Delta\xi)^2 + \left(\Delta z - \frac{\beta}{4} \sigma_1^2\right)^2 = P_{xo}^2 \sigma_1^2 + P_{zo}^2 \sigma_1^2 = \frac{1}{V_o^2} \sigma_1^2$$

$$\therefore \frac{\beta^2}{16} \sigma_1^4 - \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) \sigma_1^2 + [(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2] = 0. \quad (\text{B.2})$$

A equação anterior pode ser resolvida como um polinômio de segundo grau em σ_1^2 , gerando como raízes

$$\sigma_1^2 = \sigma_1^2(\Delta\xi, \Delta z) = \frac{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) \pm \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}}{\beta^2/8}. \quad (\text{B.3})$$

O parâmetro σ tem unidade de distância \times velocidade, ou tempo \times quadrado da velocidade, e deve ser necessariamente positivo. É fácil presumir que em um meio homogêneo, onde os raios possuem trajetórias retilíneas e a velocidade de propagação é constante, σ_1 deveria valer a velocidade do meio multiplicada pela distância da fonte até a interface. Portanto, a equação para o parâmetro σ_1 deve gerar esse resultado quando for calculado o limite de $\beta \rightarrow 0$. Utilizando tais hipóteses, três raízes podem ser naturalmente descartadas e a resposta correta para σ_1 será

$$\sigma_1 = \left\{ \frac{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}}{\beta^2/8} \right\}^{1/2}. \quad (\text{B.4})$$

Uma forma alternativa para a equação anterior pode ainda ser obtida. Utilizando, por questões de legibilidade, l_s como a distância da fonte até o ponto de reflexão, o que levará a

$$l_s^2 = (h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2, \quad (\text{B.5})$$

é possível reescrever a equação para σ_1 como sendo

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{2}}{|\beta|} \left\{ \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \left(\frac{\beta l_s}{2}\right)^2} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.6})$$

ou, de outra forma,

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{2}}{|\beta|} \left\{ \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} \right) - \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2} \right] \left[\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2} \right]} \right\}^{1/2}. \quad (\text{B.7})$$

A equação anterior ainda pode ser reescrita como sendo

$$\sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} \left\{ \left(\frac{2}{V_o^2} + \beta\Delta z \right) - 2\sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2}} \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2}} \right\}^{1/2},$$

ou ainda,

$$\begin{aligned} \sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} & \left\{ \left[\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2} \right] + \right. \\ & \left. + \left[\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2} \right] - 2\sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2}} \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2}} \right\}^{1/2}. \quad (\text{B.8}) \end{aligned}$$

No entanto, o termo dentro da raiz quadrada na expressão anterior é um binômio perfeito e pode ser disposto sob a forma

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{2}{|\beta|} \left\{ \left[\sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2}} \right]^2 \right\}^{1/2} \\ \therefore \sigma_1 &= \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z + l_s)}{2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \beta \frac{(\Delta z - l_s)}{2}} \right|. \end{aligned}$$

Substituindo l_s por $\sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}$, ter-se-á finalmente que

$$\sigma_1 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta\Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (\text{B.9})$$

B.1.2 Parâmetro de integração do raio refletido

A expressão para o parâmetro de integração do raio refletido pode ser obtida utilizando-se o mesmo procedimento adotado para o parâmetro de integração do raio incidente

ao ponto de reflexão. A diferença principal reside, agora, na consideração de que o ponto (x_D, z_D) onde ocorre o evento de reflexão indicará as coordenadas iniciais do raio, enquanto as coordenadas do receptor definirão o ponto final do raio. Dessa forma, a relação entre as coordenadas do receptor e as componentes iniciais de vagarosidade devem ser:

$$\begin{cases} \xi + h = x_D + P_{xr} \sigma_2 & \therefore (\xi + h) - x_D = P_{xr} \sigma_2 & \therefore h - \Delta\xi = P_{xr} \sigma_2, \\ z_o = z_D + P_{zr} \sigma_2 + \frac{\beta \sigma_2^2}{4} & \therefore (z_o - z_D) - \frac{\beta \sigma_2^2}{4} = P_{zr} \sigma_2 & \therefore -\Delta z - \frac{\beta \sigma_2^2}{4} = P_{zr} \sigma_2. \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

Efetuando-se a soma entre os resultados finais do sistema anterior elevados ao quadrado, obter-se-á como resultado

$$\begin{aligned} (h - \Delta\xi)^2 + \left(-\Delta z - \frac{\beta}{4} \sigma_2^2\right)^2 &= P_{xr}^2 \sigma_2^2 + P_{zr}^2 \sigma_2^2 = \frac{1}{V_o^2} \sigma_2^2 = \left(\frac{1}{V_o^2} + \beta \Delta z\right) \sigma_2^2 \\ \therefore \frac{\beta^2}{16} \sigma_2^4 - \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) \sigma_2^2 + \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right] &= 0. \end{aligned} \quad (\text{B.11})$$

Utilizando o mesmo procedimento adotado na obtenção de σ_1 , será possível calcular σ_2 valendo-se apenas das posições inicial e final do raio refletido através da expressão

$$\sigma_2 = \left\{ \frac{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) - \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2\right]}}{\beta^2/8} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.12})$$

ou, alternativamente,

$$\sigma_2 = \frac{2}{|\beta|} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} + \frac{\beta}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{\beta}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (\text{B.13})$$

B.1.3 Inclinação da curva de tempo de trânsito

A inclinação ϕ da curva de tempo de trânsito para um meio com gradiente vertical de vagarosidade quadrática envolve o cálculo da derivada da equação (4.141) em relação a ξ , ou seja,

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \xi} = \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right) (\sigma_1 + \sigma_2) - \frac{1}{24} \beta^2 (\sigma_1^3 + \sigma_2^3) \right]. \quad (\text{B.14})$$

Como a variável ξ aparece apenas nas expressões de σ_1 e σ_2 , a derivada da equação anterior tornar-se-á

$$\phi = \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_1} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} + \frac{\partial \tau}{\partial \sigma_2} \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi}, \quad (\text{B.15})$$

ou seja,

$$\phi = \underbrace{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_1^2 \right)}_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} + \underbrace{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_2^2 \right)}_2 \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi}. \quad (\text{B.16})$$

A derivada contida no primeiro termo destacado na equação anterior pode ser calculada utilizando-se as expressões (B.4) ou (B.9). Escolhendo a primeira opção, ter-se-á

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} &= \frac{1}{2\sigma_1} \left[\frac{-1}{(\beta^2/8)} \right] \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}} \left[\frac{\beta^2 (h + \Delta \xi)}{2} \right] \\ \therefore \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} &= -\frac{1}{\sigma_1} \frac{(h + \Delta \xi)}{\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}}. \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

Entretanto, como já mostrado anteriormente,

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{\beta^2/8} \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) - \frac{1}{\beta^2/8} \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]},$$

o que leva a

$$\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_1^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}. \quad (\text{B.18})$$

Logo,

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_1^2 \right) \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} &= \left\{ \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]} \right\} \times \\ &\times \left\{ -\frac{1}{\sigma_1} \frac{(h + \Delta \xi)}{\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}} \right\}, \end{aligned}$$

ou seja,

$$\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_1^2 \right) \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} = - \frac{(h + \Delta \xi)}{\sigma_1}. \quad (\text{B.19})$$

A derivada contida no segundo termo destacado na equação (B.16) pode ser calculada utilizando-se as expressões (B.12) ou (B.13). Escolhendo a primeira opção, ter-se-á

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} &= \frac{1}{2\sigma_2} \left[\frac{-1}{(\beta^2/8)} \right] \frac{1}{2\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}} \left[\frac{-\beta^2 (h - \Delta \xi)}{2} \right] \\ \therefore \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} &= \frac{1}{\sigma_2} \frac{h - \Delta \xi}{\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}}. \end{aligned} \quad (\text{B.20})$$

Entretanto, como já mostrado anteriormente,

$$\sigma_2^2 = \frac{1}{\beta^2/8} \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} \right) - \frac{1}{\beta^2/8} \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]},$$

o que leva a

$$\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_2^2 = \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}. \quad (\text{B.21})$$

Logo,

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_2^2 \right) \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} &= \left\{ \sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]} \right\} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\sigma_2} \frac{(h - \Delta \xi)}{\sqrt{\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2}\right)^2 - \frac{\beta^2}{4} [(h - \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]}} \right\}, \end{aligned}$$

ou seja,

$$\left(\frac{1}{V_o^2} + \frac{\beta \Delta z}{2} - \frac{1}{8} \beta^2 \sigma_2^2 \right) \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = \frac{(h - \Delta \xi)}{\sigma_2}. \quad (\text{B.22})$$

De posse dos resultados obtidos para os dois termos destacados na equação (B.16), é possível escrever que a inclinação da curva de tempo trânsito valerá

$$\phi = \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1}. \quad (\text{B.23})$$

B.2 Modelos com gradiente vertical e lateral de vagarosidade quadrática

B.2.1 Parâmetro de integração do raio incidente à interface refletora

Para a equação de tempo de trânsito exibida em (4.172) estar em função apenas do ponto em profundidade onde ocorreu a reflexão, será necessário encontrar expressões para σ_1 e σ_2 que estejam em função apenas dos pontos inicial e final das respectivas trajetórias. No caso do raio cuja trajetória vai da fonte até um determinado ponto (x_D, z_D) pertencente à interface refletora, a forma de se obter a expressão para σ_1 com tal característica é explorar a relação entre as coordenadas do ponto de reflexão e as componentes iniciais de vagarosidade, fornecidas pela equação (4.166) e que podem, agora, ser apresentadas da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_D = (\xi - h) + P_{xo} \sigma_1 + \frac{\alpha \sigma_1^2}{4} & \therefore (h + \Delta\xi) - \frac{\alpha \sigma_1^2}{4} = P_{xo} \sigma_1, \\ z_D = z_o + P_{zo} \sigma_1 + \frac{\beta \sigma_1^2}{4} & \therefore \Delta z - \frac{\beta \sigma_1^2}{4} = P_{zo} \sigma_1. \end{cases} \quad (\text{B.24})$$

Efetuando-se a soma entre os resultados finais do sistema anterior elevados ao quadrado, obter-se-á como resultado

$$\left[(h + \Delta\xi) - \frac{\alpha \sigma_1^2}{4} \right]^2 + \left(\Delta z - \frac{\beta \sigma_1^2}{4} \right)^2 = P_{xo}^2 \sigma_1^2 + P_{zo}^2 \sigma_1^2 = \frac{1}{V_o^2} \sigma_1^2$$

$$\therefore \frac{1}{16} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^4 - \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_1^2 + (h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 = 0. \quad (\text{B.25})$$

A equação anterior pode ser resolvida como um polinômio de segundo grau em σ_1^2 , gerando como resposta final

$$\sigma_1 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left\{ \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] - \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) [(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.26})$$

onde o sinal negativo a frente da raiz quadrada foi utilizado para compatibilizar a solução com aquela obtida para o parâmetro σ_1 de meios com gradiente vertical, dada por (B.4). É importante notar que a equação (B.26) recai naturalmente nesta se $\alpha = 0$. Além disso, é possível encontrar, a partir de (B.26), uma equação para o parâmetro de integração equivalente àquela apresentada em (B.9), deduzida para meios com gradiente vertical. Fazendo uso dos mesmos passos lá utilizados, é possível obter

$$\sigma_1 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (\text{B.27})$$

B.2.2 Parâmetro de integração do raio refletido

A expressão para o parâmetro de integração do raio refletido pode ser obtida utilizando-se o mesmo procedimento utilizado na obtenção de σ_2 de meios com gradiente vertical de vagarosidade quadrática. Dessa forma, a relação entre as coordenadas do receptor e as componentes iniciais de vagarosidade devem ser:

$$\begin{cases} \xi + h = x_D + P_{xr} \sigma_2 + \frac{\alpha \sigma_2^2}{4} & \therefore (h - \Delta\xi) - \frac{\alpha \sigma_2^2}{4} = P_{xr} \sigma_2, \\ z_o = z_D + P_{zr} \sigma_2 + \frac{\beta \sigma_2^2}{4} & \therefore -\Delta z - \frac{\beta \sigma_2^2}{4} = P_{zr} \sigma_2. \end{cases} \quad (\text{B.28})$$

Logo, pode-se escrever, do sistema de equações anterior, que

$$\begin{aligned} \left[(h - \Delta\xi) - \frac{\alpha \sigma_2^2}{4} \right]^2 + \left(\Delta z + \frac{\beta \sigma_2^2}{4} \right)^2 &= P_{xr}^2 \sigma_2^2 + P_{zr}^2 \sigma_2^2 = \frac{1}{V^2} \sigma_2^2 \\ &= \left[\frac{1}{V_o^2} + \alpha (h + \Delta\xi) + \beta \Delta z \right] \sigma_2^2 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{1}{16} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^4 - \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_2^2 + \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right] = 0, \quad (\text{B.29})$$

de onde se conclui que

$$\sigma_2 = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left\{ \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] - \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) \left[(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2 \right]} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.30})$$

ou, de forma alternativa,

$$\sigma_2 = \frac{2}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \left| \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} - \sqrt{\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}{2} \sqrt{(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2}} \right|. \quad (\text{B.31})$$

B.2.3 Inclinação da curva de tempo de trânsito

A inclinação da curva de tempo de trânsito, obtida de forma geral fazendo-se $\partial\tau/\partial\xi = \phi$, deve levar em consideração a variação da velocidade com a posição ξ do ponto médio em meios onde há a presença de um gradiente lateral, tal como ocorre na distribuição de velocidade analisada nesta seção. Dessa forma, como o tempo de trânsito é obtido pela soma entre os tempos τ_{si} e τ_{ri} dados pelas equações (4.168) e (4.171), respectivamente, pode-se escrever, de acordo com as mesmas, que $\tau(\xi) = \tau_{si}(\xi, \sigma_1(\xi)) + \tau_{ri}(\xi, \sigma_2(\xi))$. Conseqüentemente, a inclinação será

$$\phi = \frac{\partial\tau_{si}}{\partial\xi} + \frac{\partial\tau_{si}}{\partial\sigma_1} \frac{\partial\sigma_1}{\partial\xi} + \frac{\partial\tau_{ri}}{\partial\xi} + \frac{\partial\tau_{ri}}{\partial\sigma_2} \frac{\partial\sigma_2}{\partial\xi}. \quad (\text{B.32})$$

Como a vagarosidade quadrática na posição da fonte é função do ponto médio ξ através da equação

$$\frac{1}{V_o^2} = \frac{1}{V_R^2} + \alpha [(\xi - h) - x_R], \quad (\text{B.33})$$

é necessário reescrever a equação de tempo de trânsito do raio que se propaga até a interface como sendo

$$\tau_{si} = \left[\frac{1}{V_R^2} + \frac{1}{2} \alpha (\xi - h + x - 2x_R) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_1 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^3 \quad (\text{B.34a})$$

e a equação de tempo de trânsito do raio refletido como sendo

$$\tau_{ir} = \left[\frac{1}{V_R^2} + \frac{1}{2} \alpha (\xi - h + x - 2x_R) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \sigma_2 + \alpha h \sigma_2 - \frac{1}{24} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^3, \quad (\text{B.34b})$$

Logo, pode-se escrever agora que

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\alpha \sigma_1}{2} + \left[\frac{1}{V_R^2} + \frac{1}{2} \alpha (\xi - h + x - 2x_R) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} + \\ &+ \frac{\alpha \sigma_2}{2} + \left[\frac{1}{V_R^2} + \frac{1}{2} \alpha (\xi - h + x - 2x_R) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \alpha h - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} \\ \therefore \phi &= \frac{\alpha (\sigma_1 + \sigma_2)}{2} + \underbrace{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^2 \right]}_1 \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} + \\ &+ \underbrace{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \alpha h - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right]}_2 \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi}. \quad (\text{B.35}) \end{aligned}$$

A derivada contida no primeiro termo destacado na equação anterior pode ser calculada utilizando-se as expressões (B.26) ou (B.27). Partindo-se da primeira opção, ou seja, de

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \left\{ \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] - \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} \times \right. \\ &\left. \times \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta \xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{1}{4} (\alpha^2 + \beta^2) [(h + \Delta \xi)^2 + \Delta z^2]} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.36}) \end{aligned}$$

obtem-se

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} &= \frac{1}{2\sigma_1} \left\{ \frac{\alpha}{2} \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} - \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} \times \right. \\ &\times \frac{1}{2\sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z\right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4}[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}} \times \\ &\left. \times \left\{ 2\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z\right] \frac{\alpha}{2} - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{(h + \Delta\xi)}{2} (-1) \right\} \right\}. \quad (\text{B.37}) \end{aligned}$$

Entretanto, como, a partir de (B.36), é possível escrever que

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{1}{8}(\alpha^2 + \beta^2)\sigma_1^2 \right] = \\ &= \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right]^2 - \frac{1}{4}(\alpha^2 + \beta^2)[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}, \quad (\text{B.38}) \end{aligned}$$

será possível ter também que

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{1}{8}(\alpha^2 + \beta^2)\sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} = \\ &= \frac{1}{2\sigma_1} \left\{ \frac{4\alpha}{(\alpha^2 + \beta^2)} \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4}[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} \right. \\ &\left. - \frac{4}{(\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right] \alpha + (\alpha^2 + \beta^2) \frac{(h + \Delta\xi)}{2} \right\} \right\}, \quad (\text{B.39}) \end{aligned}$$

a qual pode ainda ser reagrupada sob a forma

$$\begin{aligned} &\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z - \frac{1}{8}(\alpha^2 + \beta^2)\sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} = \\ &= \frac{1}{2\sigma_1} \left\{ \frac{\alpha}{2} \left\{ -\frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right] + \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2}\alpha(h + \Delta\xi) + \frac{1}{2}\beta\Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4}[(h + \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} \right\} \right. \\ &\left. - 2(h + \Delta\xi) \right\}. \quad (\text{B.40}) \end{aligned}$$

No entanto, o termo entre chaves que está multiplicado por $\alpha/2$ é igual a $-\sigma_1^2$, o que reduz a equação anterior a

$$\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} = \frac{1}{2 \sigma_1} \left[-\sigma_1^2 \frac{\alpha}{2} - 2(h + \Delta\xi) \right]$$

$$\therefore \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} = -\frac{\sigma_1 \alpha}{4} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1}. \quad (\text{B.41})$$

A derivada contida no segundo termo destacado na equação (B.35) pode ser calculada utilizando-se as expressões (B.30) ou (B.31). Partindo-se da primeira opção, ou seja, de

$$\sigma_2 = \left\{ \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] - \frac{1}{(\alpha^2 + \beta^2)/8} \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4} [(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} \right\}^{1/2}, \quad (\text{B.42})$$

obtém-se

$$\frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = \frac{1}{2 \sigma_2} \left\{ \frac{\alpha}{2} \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} + \right. \\ \left. + \frac{1}{2 \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4} [(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}} \times \right. \\ \left. \times \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \left\{ 2 \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \frac{\alpha}{2} - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{(h - \Delta\xi)}{2} \right\} \right\}.$$

Além disso, de (B.42) é possível escrever ainda que

$$\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \alpha h - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] = \\ = \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4} [(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]}.$$

Por conseguinte, ter-se-á a expressão

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = \frac{1}{2 \sigma_2} \left\{ \frac{\alpha}{2} \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \times \right. \\ & \times \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4} [(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} - \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \frac{1}{2} \times \\ & \left. \times \left\{ \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] \alpha - (\alpha^2 + \beta^2) \frac{(h - \Delta\xi)}{2} \right\} \right\}, \end{aligned}$$

a qual pode ainda ser reagrupada sob a forma

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = \\ & = \frac{1}{2 \sigma_2} \left\{ \frac{\alpha}{2} \left[- \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right] + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{8}{(\alpha^2 + \beta^2)} \sqrt{\left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z \right]^2 - \frac{(\alpha^2 + \beta^2)}{4} [(h - \Delta\xi)^2 + \Delta z^2]} \right\} + \right. \\ & \left. + 2(h - \Delta\xi) \right\}. \end{aligned}$$

No entanto, o termo entre chaves que está multiplicado por $\alpha/2$ é igual a $-\sigma_2^2$, o que reduz a equação anterior a

$$\begin{aligned} & \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = \frac{1}{2 \sigma_2} \left[-\sigma_2^2 \frac{\alpha}{2} + 2(h - \Delta\xi) \right] \\ & \therefore \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \alpha h + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} = -\frac{\sigma_2 \alpha}{4} + \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2}. \end{aligned} \tag{B.43}$$

Logo, substituindo as equações (B.41) e (B.43) em (B.35), encontra-se a expressão final para a inclinação da curva de tempo de trânsito, que valerá

$$\begin{aligned} \phi & = \frac{\alpha(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} + \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_1^2 \right] \frac{\partial \sigma_1}{\partial \xi} + \\ & + \left[\frac{1}{V_o^2} + \frac{1}{2} \alpha (h + \Delta\xi) + \frac{1}{2} \beta \Delta z + \alpha h - \frac{1}{8} (\alpha^2 + \beta^2) \sigma_2^2 \right] \frac{\partial \sigma_2}{\partial \xi} \\ & = \frac{\alpha(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} - \frac{\sigma_1 \alpha}{4} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1} - \frac{\sigma_2 \alpha}{4} + \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2}, \end{aligned}$$

ou seja,

$$\phi = \frac{\alpha}{4}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{(h - \Delta\xi)}{\sigma_2} - \frac{(h + \Delta\xi)}{\sigma_1}. \quad (\text{B.44})$$

É importante notar que na ausência de gradiente lateral, a equação anterior recai naturalmente na expressão (B.23), deduzida apenas para a presença de gradiente vertical. Além disso, quando $\alpha = 0$ as expressões dos parâmetros de integração σ_1 e σ_2 , dadas pelas equações (B.27) e (B.31), respectivamente, também recaem nas expressões de σ_1 e σ_2 dadas pelas equações (B.9) e (B.13), respectivamente, estas encontradas quando há apenas o gradiente β .

Livros Grátis

(<http://www.livrosgratis.com.br>)

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)
[Baixar livros de Matemática](#)
[Baixar livros de Medicina](#)
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)
[Baixar livros de Meteorologia](#)
[Baixar Monografias e TCC](#)
[Baixar livros Multidisciplinar](#)
[Baixar livros de Música](#)
[Baixar livros de Psicologia](#)
[Baixar livros de Química](#)
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)
[Baixar livros de Serviço Social](#)
[Baixar livros de Sociologia](#)
[Baixar livros de Teologia](#)
[Baixar livros de Trabalho](#)
[Baixar livros de Turismo](#)