PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

PÉRCIO JOSÉ SOARES

O JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO NA APROPRIAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS: UMA EXPERIÊNCIA DE SUCESSO

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA

São Paulo

2008

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO
PUC/SP

PÉRCIO JOSÉ SOARES

O JOGO COMO RECURSO DIDÁTICO NA APROPRIAÇÃO DOS NÚMEROS INTEIROS: UMA EXPERIÊNCIA DE SUCESSO

Dissertação apresentada à Banca Examinadora da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, como exigência parcial para obtenção do título de ***MESTRE PROFISSIONAL EM ENSINO DE MATEMÁTICA****, sob a orientação da* ***Professora Doutora Sandra Maria Pinto Magina.***

São Paulo
2008

Banca Examinadora

Ao meu amor Renata,
pelo carinho, apoio,
dedicação e companheirismo.

AGRADECIMENTOS

*À Professora Doutora **Sandra Maria Pinto Magina**, pela amizade, paciência, confiança, entusiasmo e orientação segura na concretização deste estudo.*

*À Professora Doutora **Luzia Aparecida Palaro**, pela sua atenção, sugestões e intervenções que muito contribuíram para o enriquecimento da pesquisa.*

*À Professora Doutora **Cristiana Abud da Silva Fusco**, que prontamente aceitou o convite para participação e contribuição nesta pesquisa.*

*Ao **Edgar Alves da Silva**, pela amizade, companheirismo, parceria e ajuda durante beste processo.*

*À **escola** onde esta pesquisa foi desenvolvida, pelo apoio e confiança demonstrados na trajetória dos trabalhos.*

*Aos meus queridos **alunos e seus familiares**, pela colaboração e participação neste estudo.*

*À **CAPES**, pelo auxilio com a bolsa de estudo, que permitiu uma maior dedicação aos estudos desta pesquisa.*

*Ao secretário **Francisco Olímpio da Silva**, que colaborou e forneceu toda ajuda necessária.*

*À professora **Ivone Borelli**, pelas contribuições na revisão desta pesquisa.*

*À **minha família**, especialmente aos **meus pais**, pelo apoio e compreensão durante minhas ausências na elaboração desta pesquisa.*

*Ao meu amigo e companheiro de pesca **Vitor**, pelos momentos de descontração e alegria.*

*Enfim, a **todos os educadores** que, de algum modo, enriquecem a Educação, por meio de estudos, trajetória profissional e sobretudo pela paixão dedicada ao ensino.*

O autor

RESUMO

Este estudo teve por objetivo investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático adotado na escola na qual realizamos a pesquisa. Para tanto, foi desenvolvida uma pesquisa de caráter intervencionista com alunos de três classes de sétimo ano (antiga 6ª série) do Ensino Fundamental, de uma escola particular de São Paulo: duas turmas constituíram o grupo experimental (GE) e uma o grupo controle (GC). A pesquisa de campo foi dividida em duas etapas: aplicação dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes) tanto no GE como no GC e aplicação da intervenção de ensino, com uso do jogo *Perdas e Ganhos* e do *Jogo das Argolas Surpresa*, apenas no GE. Do ponto de vista teórico, apoiamo-nos nas idéias de Jean Piaget, Lino de Macedo, Cecília Kimura, Julia Borin, Lara e Murcia, sobre jogos e aquisição de conhecimento. Resultados: a análise do desempenho nos testes do GE e GC mostrou que no pré-teste os alunos realmente tinham algum conhecimento sobre números inteiros negativos. O desempenho dos grupos em relação aos testes mostrou que houve diferença nos resultados e esta indica avanços com uma evolução de 13,9% no GE, representando um crescimento de 21,3% em relação ao pré-teste. O GC mostrou uma evolução de 13,7%, o que representa um crescimento de 20,3% em relação ao pré-teste. Desse modo, o crescimento do GE foi maior que o do GC. No entanto, ambos os grupos apresentaram maior dificuldade na resolução de expressões numéricas que envolviam os números inteiros negativos. Quanto à intervenção de ensino, observou-se que os jogos podem contribuir para a aprendizagem significativa dos números inteiros negativos. Isto possibilitou a compreensão das idéias das operações de adição e subtração de forma concreta por meio das inúmeras relações estabelecidas entre aluno x jogo, aluno x colegas e aluno x pesquisador em um contexto de resolução de problemas.

Palavras-chave: Números inteiros. Formação de conceitos. Jogos no ensino de Matemática. Intervenção de ensino. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

The purpose of this study was to investigate the possibility of reintroducing the negative whole numbers, from a teaching intervention focusing on problem solving, using games as teaching resources and, also, verifying the understanding from the students over the operations (adding and subtracting) with positive and negative whole numbers, from The work done with the textbook adopted by the school in which we did the research. For such, a interventionist research was done with students from three groups from the seventh grade (which used to be 6th grade) of Elementary school, from a private school in São Paulo: two groups constituted the experimental group (EG) and one constituted the control group (CG) The field research was divided in two steps: applying diagnostic tools (prior and after the tests)for the EG and the CG and applying the teaching intervention, using the game Winnings and Losses and the Surprise Ring Game only in the EG. From the theoretical point of view, Jean Piaget, Lino Macedo, Cecília Kimura, Julia Borin, Lara and Murcia's ideas were used as a support over games and knowledge acquisition. Results: the result analysis from the tests of the CG and E showed prior to the test that the students really had some knowledge over negative whole numbers. The groups' results in relation to the tests showed that there was difference in the results and this indicates improvement with an evolution of 13.9% on EG, representing a growth of 20.3% in relation to the prior test. The CG showed an evolution of 13.7%, which represents a growth of 20.3% in relation to the prior test. Thus, the growth of the EG was higher than the one from the CG. However, both groups showed a greater difficulty in solving number expressions that involved negative whole numbers. As for the teaching intervention, it was observed that the games may contribute to the significant learning of negative whole numbers. This enabled the understanding of the ideas from the adding and subtracting operations by means of several relations established between student x game, student x classmates and student x researcher in a problem – solving context.

Keywords: Whole numbers. Concept formation. Games in Math teaching. Teaching intervention. Elementary Teaching.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE FIGURAS

INTRODUÇÃO

Motivação do estudo

O interesse pelo tema desta pesquisa surgiu da experiência do pesquisador lecionar no sétimo ano (antiga sexta série) do Ensino Fundamental II, há mais de 10 anos. Ao longo de todo esse tempo, sempre observei a dificuldade dos alunos para operar (adicionar e subtrair) com números inteiros negativos. Enquanto as operações estavam restritas aos inteiros positivos, assemelhando-se às operações com os naturais, os alunos, de um modo geral, não apresentavam problemas significativos. Igualmente, quando iniciavam o estudo dos negativos, operando apenas com a adição, os resultados eram satisfatórios. Mas quando eram requisitados a operar com a subtração e, mais ainda, a trabalhar conjuntamente com a adição e a subtração no conjunto dos inteiros envolvendo os números negativos, o fracasso era evidente. Tão evidente que, não raro eles erravam a resolução de operações do tipo 5 – 3. Minha prática docente permitiu observar, ainda, que vários alunos dos sextos e sétimos anos (antiga 5ª e 6ª séries) apresentavam dificuldades para compreender que podemos representar números nos dois sentidos na reta numérica (quando representamos os inteiros positivos e negativos) a partir do zero e que em uma direção aumentamos seu valor e na outra, diminuímos (o que é bem diferente para os números naturais, porque a sucessão acontece em um único sentido).

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) (Brasil, 1998), o tratamento pedagógico dado ás operações aditivas e multiplicativas dentro desse conjunto numérico é a ênfase na memorização de regras para efetuar cálculos, geralmente descontextualizados. Esta parece ser também a tônica da abordagem dada aos números inteiros na maioria das escolas (pelo menos, naquelas onde já trabalhei e/ou tive colegas lecionando). Uma decorrência dessa abordagem é que muitos alunos não chegam a reconhecer os inteiros como extensão dos naturais e, apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as conseguem aplicar adequadamente por não terem desenvolvido uma compreensão significativa desse conjunto numérico, sobretudo no que tange ao número inteiro negativo.

Como educador também fui me interessando por utilizar jogos nas aulas de Matemática, buscando mais dinamismo nelas, querendo quebrar com o conservadorismo do ensino formal, isto é, aulas em que o professor escreve as definições na lousa, para em seguida propor aos alunos a resolução de uma lista de exercícios e esses calados, apenas copiam o que está escrito na lousa e resolvem os exercícios. Em outras palavras, aulas com alunos passivos e pouco reflexivos, participativos e/ou críticos. Ao usar jogos nas aulas percebi que esse recurso desperta o interesse dos alunos e a motivação para aprender, além de propiciar a socialização e a interação entre eles. Além disso, os estudos realizados no Mestrado Profissional sobre didática e prática de ensino, também, despertaram meu interesse em estudar o jogo como um recurso didático na construção dos conceitos, especificamente, dos números inteiros. Ainda é importante destacar que este interesse refere-se também ao fato de que tenho a preocupação de evitar em minhas aulas que a ênfase seja na memorização ou em regras descontextualizadas.

Pautado nessas observações e reflexões pessoais, interessei-me em desenvolver uma pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem das operações de adição e subtração no conjunto dos inteiros. Para isso, optei realizar uma intervenção de ensino, utilizando dois jogos como recurso didático: *Perdas e Ganhos e Jogo das Argolas* Surpresa.

Justificativa

Os números negativos estão presentes em situações do cotidiano das crianças desde cedo. É comum elas se depararem com situações de perder pontos em jogos, ficando com saldos negativos e tendo de registrá-los no papel ou na tela do vídeogame; de, no painel do elevador, apertar “-1”, “-2”, para descer até os andares abaixo do térreo, onde costumam ficar as garagens nos prédios modernos; de ver na TV os jornalistas noticiando temperaturas abaixo de zero em determinadas cidades brasileiras ou estrangeiras, mostrando no vídeo termômetros marcando – 1 ou – 4, por exemplo. Tais noções intuitivas podem permitir as primeiras comparações entre os números inteiros. No entanto, na escola, o ensino dos números inteiros é, geralmente, cercado de dificuldades, talvez porque na maioria das vezes é apresentado de forma mecânica, sem contextualização, sem relacionar o estudo com situações do cotidiano, em um contexto mais familiar à realidade do aluno. Segundo os PCN´s (1998), os contatos dos alunos com os significados dos números inteiros podem surgir da análise de situações-problema do campo aditivo. Situações em que esses números indicam falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica.

Na maioria das escolas, o estudo desses números inicia-se no sétimo ano do Ensino Fundamental e, até então, o conhecimento que os alunos trazem sobre números está restrito ao conjunto dos naturais e dos racionais, sobretudo as frações próprias e os números decimais. No entanto, a natureza dos números inteiros é diferente da dos números naturais, porque estes últimos estão diretamente relacionados a quantidades palpáveis, quantificáveis. Por exemplo, quando escrevemos 3, podemos relacioná-lo a 3 borrachas, 3 canetas ou a qualquer outro objeto, pois corresponde a uma quantidade tangível. Com os números inteiros negativos, isto não acontece, já que números como - 3, - 4, - 5, ... não podem ser relacionados a uma quantidade de objetos concretos. Assim, a passagem de contar algo quantificável no mundo real, comum nas atividades realizadas pelos alunos até o 6º ano, para lidar, a partir do 7º ano, com algo imaginado, abstrato, está relacionada com a ampliação do conceito de número.

Dessa forma, pretendemos estudar como esta passagem (ampliação do estudo dos números naturais para os inteiros) pode ocorrer de maneira a diminuir a dificuldade dos alunos ao resolver situações envolvendo adições e subtrações com os inteiros positivos e negativos, objetivando uma maior compreensão desse conjunto numérico, a partir de uma intervenção de ensino, utilizando jogos em uma perspectiva de resolução de problemas.

A opção pelo jogo deve-se ao fato dele fazer parte do universo infanto-juvenil, das atividades que as crianças e adolescentes geralmente gostam de realizar fora do ambiente escolar. Pela minha experiência como educador, pois ao propor a utilização de alguns jogos em sala de aula, observei a força dessa ferramenta didática.

Kamii (1992) destaca que jogar resulta no crescimento da personalidade infantil, trabalhando-se a tomada de decisões e a elaboração de estratégias.

Lara (2003) e Murcia et al (2005) enfatizam o cunho social que está presente nos jogos, pois diferentes sociedades apresentam relatos da presença de jogos em seu contexto e em distintas épocas, sendo assim, é um fenômeno universal presente na cultura dos povos. De fato, o jogo, sendo uma atividade lúdica, agradável aos alunos, torna-se motivadora para trabalhar conceitos matemáticos, pelo menos, com alunos de faixa etária até 13 anos.

Ao refletir sobre as atitudes e o empenho dos alunos para tentar atingir os objetivos do jogo e ganhar, percebemos que, num primeiro momento, eles experimentam o jogo, conhecem suas regras e possibilidades, mas à medida que jogam várias vezes o mesmo jogo, iniciam um processo de análise das jogadas dos oponentes, retomam as regras com mais atenção, estabelecem metas, planejam jogadas, levantam hipóteses e elaboram estratégias. Assim, ao propormos o jogo várias vezes, estaremos considerando que cada aluno tem um ritmo de aprendizagem e, também, que o erro e a perda podem estar presentes no jogo de uma maneira natural, sem ressaltar o fracasso, mas sim proporcionando novas oportunidades para todos. No decorrer do jogo, são estabelecidas relações entre os alunos, que contribuem para a troca de idéias, interação e aprendizagem entre eles. Temos por premissa que este “movimento” gerado pelo jogo, desenvolve habilidades de resolução de problemas, fazendo com que os alunos pensem sobre noções matemáticas e desenvolvam vários raciocínios, como organização, atenção e concentração.

Além disso, outras habilidades, como o desenvolvimento da linguagem oral e escrita (nos momentos de discutir as regras, argumentar, realizar registros, por exemplo) também podem ser trabalhadas por meio dos jogos. Por fim, ainda vemos no jogo uma possibilidade de estimular a postura investigativa do aluno na busca da solução para um desafio. Por todas essas razões, é que optamos pelo uso dos jogos como intervenção de ensino para a realização de nossa pesquisa.

No Capítulo II, discutiremos com mais detalhes a importância dos jogos como uma ferramenta didaticamente poderosa nas aulas de matemática.

Objetivos

Nosso objetivo com o presente estudo é investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático.

Como objetivo complementar, pretendemos verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, com base no trabalho realizado com o livro didático adotado pela escola onde realizamos a pesquisa.

Questão de pesquisa

O objetivo acima apresentado pautou-se na seguinte questão de pesquisa: ***Qual a contribuição do jogo para uma aprendizagem significativa da adição e subtração dos números inteiros positivos e negativos, na perspectiva de resolução de problemas?***

Para atingirmos nosso objetivo e termos evidências suficientes, tanto do ponto de vista teórico como empírico, para responder à questão de pesquisa, traçamos um caminho para o desenvolvimento de presente estudo que será sumariado na próxima seção.

Descrição dos capítulos da dissertação

Nosso caminho, inicia-se pela elaboração da presente introdução, na qual expusemos nossa motivação e a justificativa do porquê realizar o estudo, além de explicitarmos nossos objetivos e a questão de pesquisa.

No Capítulo I, trataremos do estudo dos números inteiros sob três pontos de vista: da matemática, da escola e da pesquisa. No ponto de vista da matemática, discutiremos a história dos números inteiros e a definição atual deste conceito, por meio dos estudos de Caraça (2005). No ponto de vista da escola, faremos um breve estudo dos números inteiros apoiados na proposta dos PCNs de Matemática e da análise e comparação de dois livros didáticos de Matemática do sétimo ano do Ensino Fundamental. No ponto de vista da pesquisa, apresentaremos uma revisão de alguns estudos relacionados com os números negativos que contribuem com nossa pesquisa.

O Capítulo II será dedicado à apresentação do suporte teórico, no qual serão discutidas as idéias de Jean Piaget sobre jogos e aquisição de conhecimento, o estudo de Kimura, com suas contribuições a respeito do jogo como ferramenta no trabalho com números negativos sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget, as contribuições de Lino de Macedo et al, Silva Junior e Acioly-Regnier, Lara, Borin e Murcia, sobre jogos.

O Capítulo III apresentará a metodologia do estudo, qual seja, o estudo quase experimental que se tratou de uma variante do plano clássico experimental. Os sujeitos envolvidos, as questões utilizadas no pré-teste e pós-teste, os jogos e o procedimento adotado no estudo serão descritos.

O Capítulo IV trará a análise dos resultados obtidos na intervenção de ensino.

Por fim, no Capítulo V faremos as considerações finais do estudo, com uma síntese sobre os resultados encontrados e apresentando uma resposta possível para nossa questão de pesquisa. Ainda neste Capítulo, procuraremos apresentar sugestões para pesquisas futuras.

CAPÍTULO I

OS NÚMEROS INTEIROS

1.1 Introdução

Este capítulo será dedicado à discussão dos números inteiros baseada em três pontos de vista distintos. O primeiro, abordará o tema sob a ótica da Matemática, quando pretendemos apresentar o surgimento e desenvolvimento desse conjunto numérico e ainda mostrar sua definição matemática atual.

O segundo ponto de vista a ser discutido, será o da escola. Pretendemos abordar os números inteiros na escola baseado nas ferramentas que o professor costuma ter à sua disposição, quais sejam, as que estão propostas nos documentos oficiais, aqui representados pelos Parâmetros Curriculares Nacional (PCNs) e livros didáticos.

Por fim, nosso último olhar será sob a ótica da pesquisa, quando enfocaremos estudos que já foram realizados sobre o tema em Educação Matemática, a fim de oferecer um panorama do que já se avançou na discussão sobre ensino e aprendizagem de números inteiros. Tais pontos de vista, certamente, contribuirão para o planejamento, desenvolvimento e análise de nosso estudo.

1.2 Do ponto de vista da Matemática na evolução histórica

A origem dos números inteiros ainda hoje é pesquisada pelos historiadores e não conhecemos ao certo como se deu seu aparecimento, mas sabemos que muitos matemáticos contribuíram para isso.

No século III da Era Cristã, os chineses usavam varas de duas cores manipuladas em um tabuleiro: vermelhas para os positivos e pretas para os negativos, efetuando cálculos e resolvendo equações, interpretando os números negativos como simples subtraendos, mas não sabemos exatamente por que e para que usavam o número negativo.

No fim do século III d.C., o matemático grego Diofanto, em um de seus trabalhos, propôs um problema cuja solução era o número – 4, mas, na época, afirmou que o problema era “absurdo”. Em outro trabalho, fez alusão ao produto de duas diferenças, mas sem se referir aos números negativos. Este matemático é considerado um dos primeiros a usar a regra de sinais.

Brahmagupta, matemático hindu no século VII, apresentou as regras de sinais da multiplicação e resolveu problemas cujas respostas tinham solução negativa.

Al-Khowarizmi (que viveu por volta do ano 800), matemático árabe que conhecia os trabalhos dos matemáticos hindus, divulgou no mundo árabe o sistema de numeração da Índia e foi o pioneiro no estudo das equações, mas não considerava as soluções negativas.

Fibonacci, matemático italiano em uma obra de 1225, interpretou uma raiz negativa em um problema financeiro como perda.

No Ocidente, os números negativos apareceram por volta do final do século XV, em especial, nos estudos das equações e suas raízes.

No início do século XVI, Cardan em um livro reconhece as raízes negativas e redefine as regras do cálculo multiplicativo.

Viète (séc. XVI), talvez tenha sido o maior algebrista de sua época, mas insistia em dar às equações apenas as raízes positivas. A partir de Viète, o cálculo literal desenvolveu-se com regras possíveis de serem ensinadas, mas relacionadas apenas às quantidades positivas.

Em uma obra publicada em 1544, o alemão Stifel mostrou que conhecia os cálculos com números negativos, mas chamava-os de números absurdos.

Os símbolos + e – são atribuídos a um outro matemático alemão, Widman que, em 1489, publicou um livro de aritmética, utilizando pela primeira vez tal representação.

O francês Descartes (séc. XVI) não achava que os negativos fossem números verdadeiros. Assim, inventou o sistema de localização de pontos no plano (o que hoje chamamos de eixos cartesianos), mas, em seu sistema, os eixos de referência tinham apenas números positivos, diferentemente de hoje. Naquela época, as pessoas não acreditavam que algo poderia ser menor do que nada e, por isso, achavam que não faziam sentido os números que indicavam quantidades menores do que o nada.

A partir de 1650, os matemáticos começam a se acostumar com os números negativos, ao mesmo tempo, em que estes começaram a ganhar aplicações práticas, o que sem dúvida os tornou mais aceitáveis e compreensíveis.

Depois deste breve histórico, apresentaremos uma definição considerada atual, para o conceito de números relativos: “Sejam a e b dois números reais quaisquer: à diferença $a - b$ chamaremos número relativo, que diremos, positivo, nulo ou negativo, conforme for $a > b$, $a = b$, $a < b$. Se for $a > b$ o número relativo (positivo) coincidirá com o resultado que, nos campos numéricos anteriores, aprendemos a determinar; se for $a < b$, o número relativo (negativo) tornar-se-a como igual à diferença $b - a$, precedida do sinal – (menos). Por exemplo, a diferença 8 – 5 é o número relativo positivo 3; a diferença 5 – 8 é o número relativo negativo –3” (Caraça, 1998, p. 92).

Em sua pesquisa, Todesco (2006, p. 62-63), descreve os números inteiros como um “modelo de anel de integridade totalmente ordenado e que, via inclusão, podemos considerar o conjunto dos números naturais como sendo o subconjunto dos números inteiros, formado pelos inteiros maiores ou iguais a zero". Nessa perspectiva, considera os inteiros negativos como o subconjunto dos números inteiros, formado pelos inteiros menores que zero.

1.3 Do ponto de vista da escola

A seguir, faremos um breve estudo dos números inteiros do ponto de vista da escola e, para tanto, iniciaremos por apresentar a proposta dos PCNs e, na seqüência, duas coleções de livros didáticos de Matemática, que tiveram aprovação no PNLD (Plano Nacional Livro Didático).

1.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Nossa reflexão refere-se aos Parâmetros Curriculares Nacionais dos Terceiro e Quarto Ciclos do Ensino Fundamental - Matemática (BRASIL, 1998).

Segundo os PCNs (1998), os conteúdos selecionados para este ciclo são organizados em blocos: Números e Operações, Espaço e Forma, Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação.

Em Números e Operações, são apresentadas as idéias relacionadas ao estudo de números no Ensino Fundamental, destacando seu uso como instrumento para resolver determinados problemas, envolvendo operações e medidas de grandezas e o estudo de suas propriedades, percebendo e analisando os diversos tipos de números, bem como seus significados sobre as operações e o modo como foram historicamente construídos.

> *Com relação às operações, o trabalho a ser realizado se concentrará na compreensão dos diferentes significados de cada uma delas, nas relações existentes entre elas e no estudo do cálculo contemplando diferentes tipos-exato e aproximado, mental e escrito (BRASIL, 1998, p. 50).*

Em relação ao bloco de Grandezas e Medidas, destacam-se sua forte relevância social, em razão de seu caráter prático, evidenciando ao aluno a utilidade da Matemática no cotidiano e, também, a possibilidade de ser relacionada com o estudo de outros conceitos matemáticos e áreas do conhecimento.

> *As atividades em que as noções de grandezas e medidas são exploradas proporcionam melhor compreensão de conceitos relativos ao espaço e às formas. São contextos muito ricos para o trabalho com os significados dos números e das operações, da idéia de proporcionalidade e um campo fértil para uma abordagem histórica (BRASIL, 1998, p. 52).*

Em relação aos conteúdos propostos para o ensino de Matemática no terceiro ciclo:

> *Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, "falta", orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas idéias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações (BRASIL, 1998, p. 66).*

Partindo destas idéias, fica claro que o estudo dos números inteiros não pode estar restrito às idéias intuitivas que os alunos têm sobre números, mas incorporar situações que permitam a compreensão das regras do cálculo com os inteiros, observando regularidades e aplicando propriedades das operações com os números naturais.

> *A resolução de situações-problema com números naturais, racionais e inteiros permite, neste ciclo, a ampliação do sentido operacional, que se desenvolve simultaneamente à compreensão dos significados dos números (BRASIL, 1998, p. 66, 67).*

A respeito da resolução de problemas, o texto destaca ainda o fato dela ser pouco trabalhada nas aulas de Matemática, o que contribui para os alunos apresentarem dificuldades para construir o significado de número e das operações.

Pautado nessas idéias, podemos perceber que o estudo dos números, especificamente dos números inteiros no Ensino Fundamental, não tem muito destaque nos PCNs e de uma maneira geral está citado e relacionado ao estudo de números, medidas e álgebra.

1.3.2 Livro Didático

Em nossa realidade escolar, os livros didáticos constituem um recurso muito utilizado pelos professores na maioria das escolas, muitas vezes, servindo como referencial para a elaboração dos planejamentos e/ou aulas. Assim, julgamos importante e necessária uma análise do livro didático, pois por meio dele podemos refletir a respeito do tipo de ensino desenvolvido em sua proposta e o tratamento dado aos números inteiros.

Em relação aos livros didáticos, percebemos que eles começam a abordar o estudo dos números inteiros negativos a partir do 7º ano do Ensino Fundamental, geralmente após o estudo dos números naturais e das frações e antes da álgebra.

Para facilitar a análise dos livros, criamos seis categorias de análise, pelo fato de as considerarmos como fatores importantes que podem interferir na construção do conceito de números inteiros.

1.3.2.1 Categorias de Análise

Ao definirmos as categorias, tínhamos em mente que elas representam fatores que podem, eventualmente, influenciar o processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros. Sendo assim, ao analisá-las pretendíamos ter um panorama mais claro do que se ensina sobre números inteiros, tendo em vista que o livro didático é um dos principais recursos utilizados pelo professor nas aulas de Matemática e, além disso, como estamos realizando uma pesquisa de caráter quase-experimental.

Estas categorias irão nos auxiliar na análise e comparação dos dados entre os grupos experimental e controle, uma vez que os alunos do grupo controle estudaram os números inteiros apenas com livro didático, diferente dos alunos dos grupos experimentais que receberam a intervenção com o uso de jogos.

Para a escolha das categorias, baseamo-nos nos critérios usados pelo Ministério da Educação e Cultura (MEC) na análise dos livros didáticos e na proposta dos PCNs em relação aos jogos:

a) Forma de introdução do conteúdo;

b) Apresentação dos conceitos;

c) Como e quando são abordadas as regras sobre adicionar números inteiros;

d) Apresentação de situações-problema com enunciados diversificados;

e) Inclusão de fatos históricos; e

f) Uso de jogos no ensino de números inteiros.

1.3.2.2 Justificativa da escolha das categorias

a) Forma de introdução do conteúdo

Com esta categoria pretendemos observar como os livros iniciam o estudo dos números inteiros: se é por meio de exemplos presentes no mundo real e com os quais o aluno já tenha alguma familiaridade, mesmo que longínqua, como é o caso da temperatura ou altitude ou elevadores, ou saldos bancários, ou pela busca de exemplos dentro do contexto matemático com a reta numérica, ou ainda, se parte direto de uma linguagem matemática, como seria o caso da definição do conjunto numérico, sua nomenclatura. Também iremos observar se existem textos explicativos, com teoria sobre os números inteiros.

b) Apresentação dos conceitos

Nesta categoria, temos como objetivos verificar: como os livros abordam a ampliação do conjunto dos números naturais, construindo a idéia do conjunto dos números inteiros; como apresentam o conceito de números inteiros e a construção de novos significados para eles com base em sua utilização no cotidiano; como identificam, interpretam e utilizam os diferentes significados e representações dos números inteiros.

c) Como e quando são abordadas as regras sobre adição com números inteiros

Com esta categoria, pretendemos observar se os livros didáticos apresentam e sistematizam as regras sobre a operação de adição com os números inteiros e, em caso afirmativo, queremos verificar como isto ocorre: se é no início do estudo dos números inteiros, após alguma teoria ou exemplos, se é por meio de situações-problema que auxiliam o aluno a pensar sobre a adição de números inteiros, se é por meio de algum jogo ou atividade diferenciada, ou ainda, se é apenas depois da realização dos exercícios propostos sobre o assunto em questão.

d) Apresentação de situações-problema com enunciados diversificados

Por intermédio desta categoria, pretendemos investigar se os livros utilizam situações-problema para o estudo dos números inteiros e se sim quais os contextos utilizados, quão diversificados eles são, pois, de acordo com os critérios do MEC, um dos itens do por que avaliar os livros didáticos referia-se à quantidade de exercícios iguais e repetitivos que pouco contribuem para a construção significativa dos conceitos e sim para um ensino baseado na mecanização de procedimentos.

e) Inclusão de fatos históricos

Definimos esta categoria de análise para verificar se os livros abordam os fatos históricos referentes aos números inteiros, pois acreditamos que a aprendizagem de um novo tópico se desenvolve de maneira mais concreta e significativa, se o aluno entender em que contexto, quando e por qual motivo ele foi criado, observando-se as necessidades da época e a importância e relevância de seu estudo nos tempos atuais.

f) Uso de jogos no ensino de números inteiros

Esta categoria foi criada para investigarmos se os livros propõem a utilização do jogo como recurso didático na sugestão de suas atividades. Se sim, quantos e quais? Tal investigação nos interessa de perto, pois em nossa pesquisa o jogo exerce um papel central sendo a principal ferramenta didática na intervenção de ensino aplicada nos grupos experimentais.

1.3.2.3 Os Livros Didáticos

Optamos por escolher dois livros didáticos de Matemática, do sétimo ano do Ensino Fundamental, que tiveram aprovação no PNLD (Plano Nacional Livro Didático). O primeiro livro analisado foi *Tudo é Matemática*, de Luiz Roberto Dante, Editora Ática, 2005. A escolha deste livro para análise foi pelo fato de ser este o livro didático adotado na escola em que esta pesquisa foi realizada. O segundo livro analisado é *Matemática Paratodos*, de Luiz Márcio Imenes & Marcelo Cestari Lellis, Editora Scipione, 2006.

1.3.2.4 Análise dos livros didáticos

No livro *Tudo é Matemática*, os números inteiros são abordados no capítulo 2 - páginas 21 até 47, citando as seis operações matemáticas. Já no livro *Matemática Paratodos* os números inteiros são abordados no capítulo 6 – páginas 113 até 134, com as operações matemáticas adição e subtração e no capítulo 10 – páginas 208 até 223, com as operações matemáticas multiplicação e divisão.

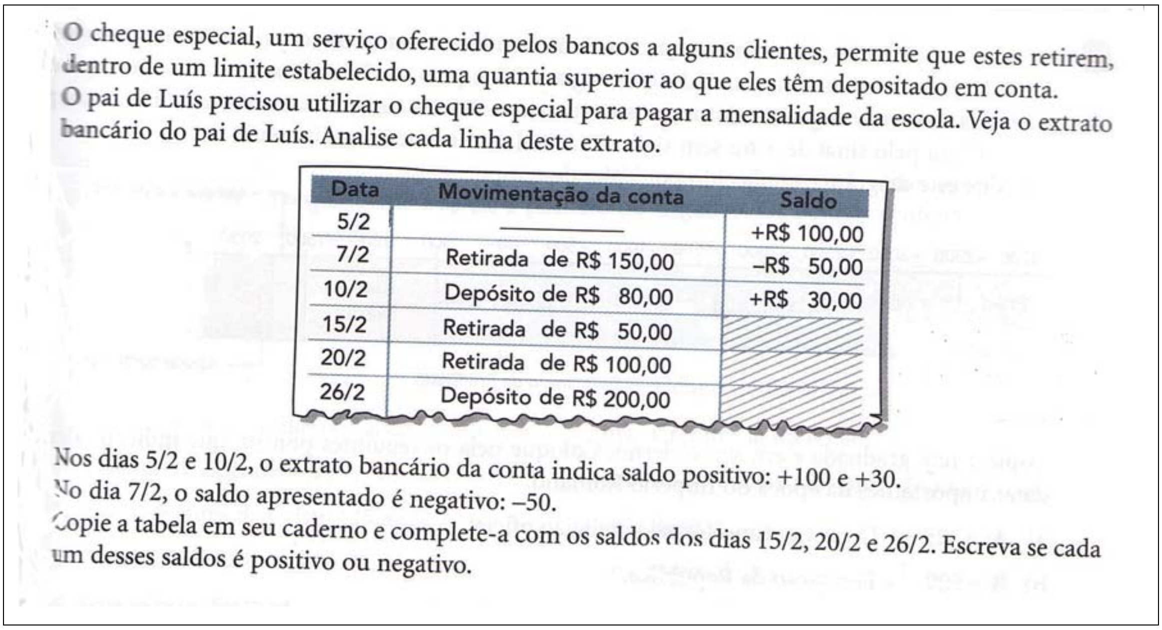
a) Forma de introdução do conteúdo

Quadro 1.1. Formas de introdução do conteúdo

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Forma de introdução do conteúdo	A forma de introdução do conteúdo é feita por meio de exemplos tais como: fuso horário, temperatura, saldo bancário, classificação de campeonato e calendário cristão.	Observamos que a forma de introdução do conteúdo é feita por meio do uso de termômetros para comparação das temperaturas, ordenação dos negativos e idéia de reta numérica e exemplos de altitudes usadas para indicar medidas, quando elas dependem de um ponto de referência.

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006)

Em relação a esta categoria, o livro *Tudo é Matemática* traz situações nas quais o aluno pode comparar e perceber a presença dos números inteiros de forma prática e direta, com situações muito parecidas entre si.



O cheque especial, um serviço oferecido pelos bancos a alguns clientes, permite que estes retirem, dentro de um limite estabelecido, uma quantia superior ao que eles têm depositado em conta.
O pai de Luís precisou utilizar o cheque especial para pagar a mensalidade da escola. Veja o extrato bancário do pai de Luís. Analise cada linha deste extrato.

Data	Movimentação da conta	Saldo
5/2	———	+R$ 100,00
7/2	Retirada de R$ 150,00	–R$ 50,00
10/2	Depósito de R$ 80,00	+R$ 30,00
15/2	Retirada de R$ 50,00	
20/2	Retirada de R$ 100,00	
26/2	Depósito de R$ 200,00	

Nos dias 5/2 e 10/2, o extrato bancário da conta indica saldo positivo: +100 e +30.
No dia 7/2, o saldo apresentado é negativo: –50.
Copie a tabela em seu caderno e complete-a com os saldos dos dias 15/2, 20/2 e 26/2. Escreva se cada um desses saldos é positivo ou negativo.

Figura 1.1: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 23).*

Em alguns campeonatos de futebol, quando dois ou mais times estão com o mesmo número de pontos, recorre-se ao saldo de gols como critério de desempate.

Veja a classificação final do Campeonato Brasileiro 2004, série A.

O saldo de gols do Santos (SP) foi +45, porque o time marcou 103 gols e sofreu 58 gols, isto é, marcou 45 gols a mais do que sofreu.

O saldo de gols do Juventude (RS) foi –6, porque ele marcou 60 e sofreu 66, isto é, sofreu 6 gols a mais do que marcou.

Observe os dados que faltam na tabela e responda em seu caderno:

a) Qual foi o saldo de gols do São Paulo (SP)?

b) Qual foi o saldo de gols do Cruzeiro (MG)?

c) Por que o saldo de gols do Corinthians (SP) foi 0?

d) Quanto gols marcou o Flamengo (RJ)?

e) Quantos gols marcou o Goiás (GO)?

f) Que time ficou com melhor saldo: Santos (SP) ou Grêmio (RS)?

g) Que time ficou com melhor saldo: Paysandu (PA) ou Criciúma (SC)?

Classificação final do Campeonato Brasileiro 2004 da série A

(Fonte: Confederação Brasileira de Futebol)

Classificação	Clubes	PG	J	V	E	D	GP	GC	SG
1º	Santos/SP	89	46	27	8	11	103	58	+45
2º	Atlético/PR	86	46	25	11	10	93	56	+37
3º	São Paulo/SP	82	46	24	10	12	78	43	■
4º	Palmeiras/SP	79	46	22	13	11	72	47	+25
5º	Corinthians/SP	74	46	20	14	12	54	54	0
6º	Goiás/GO	72	46	21	9	16	■	68	+13
7º	Juventude/RS	70	46	20	10	16	60	66	–6
8º	Internacional/RS	67	46	20	7	19	66	59	+7
	Fluminense/RJ	67	46	18	13	15	65	68	–3
10º	Ponte Preta/SP	64	46	19	7	20	43	73	–30
11º	Figueirense/SP	63	46	17	12	17	57	59	–2
12º	Coritiba/PR	62	46	15	17	14	53	48	+5
13º	Cruzeiro/MG	56	46	16	8	22	69	81	■
	Paysandu/PA	56	46	14	14	18	56	76	–20
15º	Paraná/PR	54	46	15	9	22	52	73	–21
	Vasco/RJ	54	46	14	12	20	64	68	–4
	Flamengo/RJ	54	46	13	15	18	■	53	–2
18º	São Caetano/SP	53	46	23	8	15	65	49	+16
	Atlético/MG	53	46	12	17	17	60	66	–6
20º	Botafogo/RJ	51	46	11	18	17	62	71	–9
21º	Criciúma/SC	50	46	13	11	22	61	78	–17
22º	Guarani/SP	49	46	11	16	19	43	55	–12
23º	Vitória/BA	48	46	13	9	24	68	87	–19
24º	Grêmio/RS	39	46	9	12	25	60	80	–20

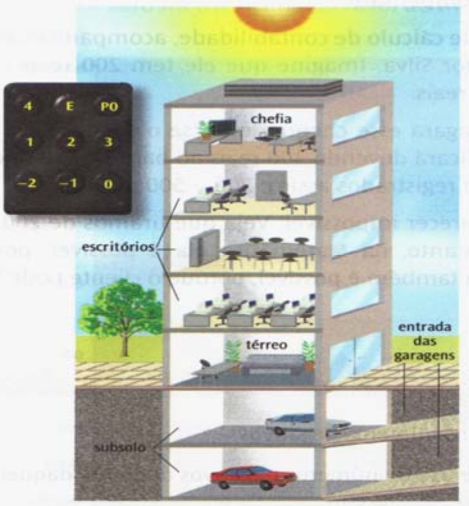
PG Pontos ganhos; J Jogos; V Vitórias; E Empates; D Derrotas; GP Gols pró; GC Gols contra; SG Saldo de gols

(gerado pela CBF em 20/12/2004)

Figura 1.2: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 23).*

As situações propostas no livro *Matemática Paratodos* são parecidas com as do outro livro, porém exigem um pouco mais de pensamento, não são atividades tão objetivas e diretas.

1. Veja o prédio e em destaque o painel do elevador:



Qual é o andar que corresponde ao botão 0? E ao –2?

Figura 1.3: *Fonte: Matemática Paratodos – Imenes e Lellis (2006, p. 116).*

Um submarino navega a uma profundidade de –220 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 900 m de altitude.
a) O avião está a quantos metros acima do submarino?
b) Para navegar a –80 m, o submarino deve subir ou descer? Quanto?

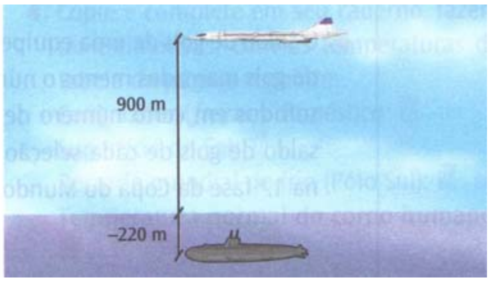


Figura 1.4: *Fonte: Matemática Paratodos – Imenes; Lellis (2006, p. 118).*

Os dois livros iniciam o conteúdo por meio de situações do cotidiano bem parecidas, destacando a idéia de que os números negativos são necessários quando temos um referencial, um "ponto zero", e desejamos expressar medidas acima e abaixo desse zero.

Penso que é interessante antes de iniciar qualquer assunto novo, verificar o que os alunos conhecem sobre a temática e depois se os exemplos dados nos dois livros podem contribuir para evidenciar a presença dos números negativos em nosso cotidiano.

b) Apresentação dos conceitos

Quadro 1.2. Apresentação dos conceitos

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Apresentação dos conceitos	O conjunto dos números inteiros é apresentado após a retomada do conjunto dos números naturais, com o objetivo de que os alunos percebam que todo número natural é um número inteiro, mas nem todo número inteiro é um número natural. Em seguida, na página 26 há um exercício sobre a representação dos números inteiros em uma reta numerada: A representação dos números inteiros na reta numerada é utilizada também na abordagem de módulo ou valor absoluto de um número inteiro, dos números opostos ou simétricos e na comparação de números inteiros.	O livro aborda a idéia de números com sinais por meio de um exemplo do balanço anual de uma empresa de pintura de veículos automotores, representando numa tabela seus lucros (positivos e negativos) nos dois semestres de 2006. Neste exemplo há uma análise de cada setor da empresa, comparando os lucros, positivos e negativos, para analisar se no final do balanço houve lucro ou prejuízo na empresa. Há um estímulo para o raciocínio com lucros e prejuízos na adição por meio do cálculo mental, como é proposto no conversando sobre o texto[1].

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006)

[1] O conversando sobre o texto é uma proposta dos autores que aparece após a introdução de um novo assunto, geralmente, depois de um texto, e que tem como objetivo, segundo os autores, a reflexão do aluno sobre cada tema ou conceito, estimulando a análise, argumentação, generalização e comparação. Pode ser resolvido oralmente, por escrito, individualmente, em duplas, grupos e até coletivamente.

Conjunto dos números inteiros

O conjunto dos *números naturais* você já conhece:

$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

Ele também pode ser escrito assim:

$\mathbb{N} = \{0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, ...\}$

Observe agora o conjunto dos números inteiros negativos:

$\{..., -6, -5, -4, -3, -2, -1\}$

Reunindo os números naturais com os números inteiros negativos obtemos o conjunto dos *números inteiros*, que é representado assim:

$\mathbb{Z} = \{..., -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, ...\}$

ou

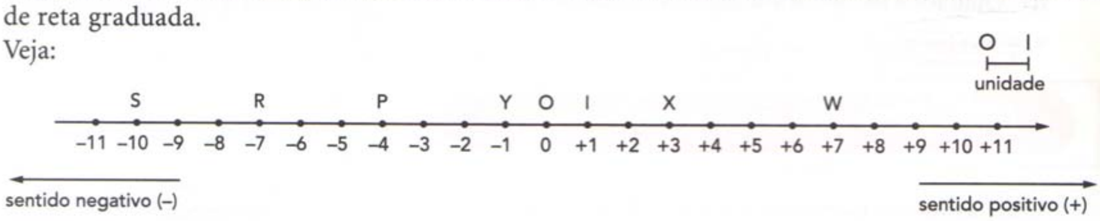
$\mathbb{Z} = \{..., -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, ...\}$

Figura 1.5: *Livro: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 25)*

Representação dos números inteiros em uma reta

Veja como Francisca raciocinou para representar os números inteiros em uma reta: traçou uma reta, escolheu o ponto **O** para ser a *origem* e uma *unidade* de medida qualquer, por exemplo, a unidade OI. Estabeleceu que o sentido positivo será para a direita de **O** e o negativo, para a esquerda de **O**. Os demais pontos foram marcados usando a mesma unidade. Chamamos essa reta de reta graduada.

Veja:



O ponto **X** está no sentido positivo, a 3 unidades de **O**: corresponde ao número inteiro 3 ou +3.

O ponto **Y** está no sentido negativo, a 1 unidade de **O**: corresponde ao número inteiro −1.

Em seu caderno, faça a localização dos seguintes pontos em relação à origem **O**:

a) **P** b) **W** c) **R** d) **S**

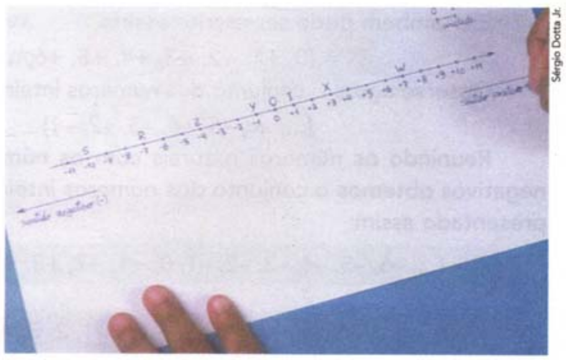
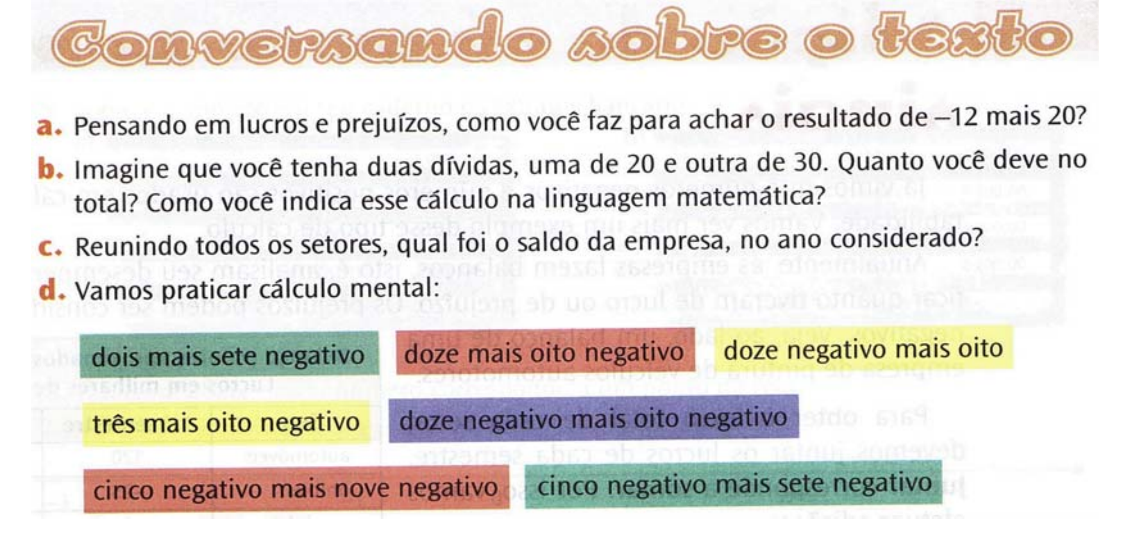


Figura 1.6: *Livro: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 26).*



Conversando sobre o texto

a. Pensando em lucros e prejuízos, como você faz para achar o resultado de –12 mais 20?

b. Imagine que você tenha duas dívidas, uma de 20 e outra de 30. Quanto você deve no total? Como você indica esse cálculo na linguagem matemática?

c. Reunindo todos os setores, qual foi o saldo da empresa, no ano considerado?

d. Vamos praticar cálculo mental:

dois mais sete negativo | doze mais oito negativo | doze negativo mais oito
três mais oito negativo | doze negativo mais oito negativo
cinco negativo mais nove negativo | cinco negativo mais sete negativo

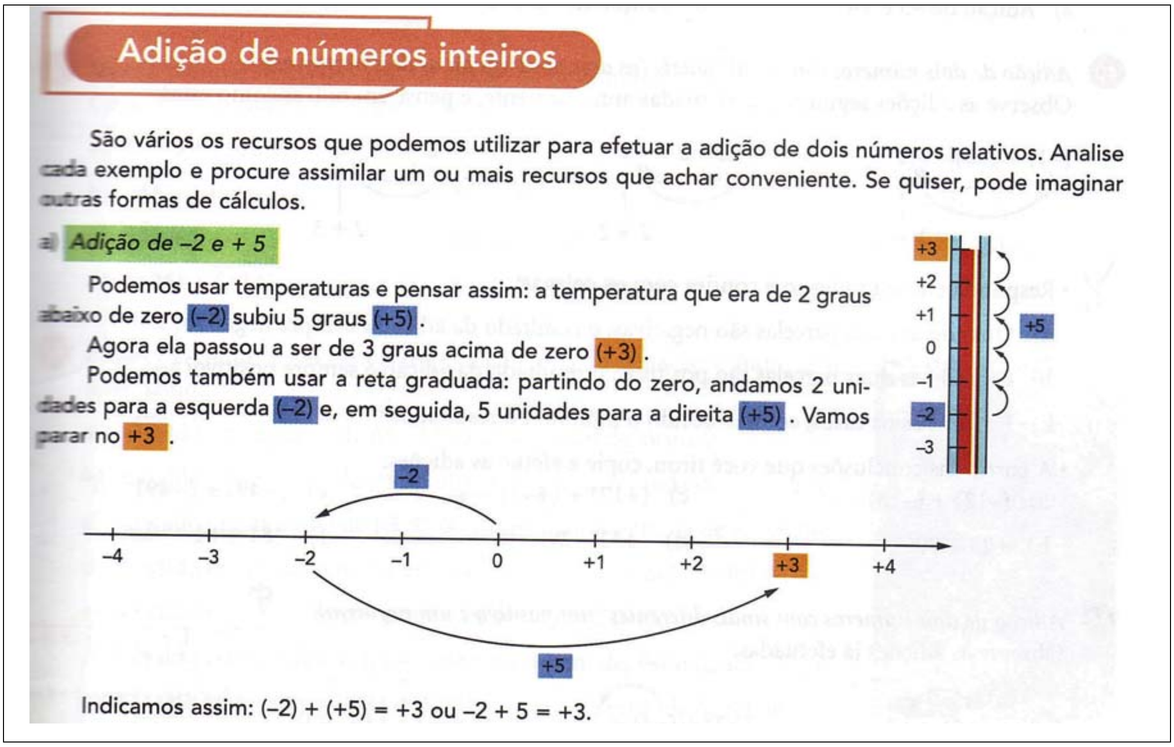
Figura 1.7: *Fonte: Matemática Paratodos – Imenes e. Lellis (2006, p. 120).*

c) Como e quando são abordadas as "regras" sobre adicionar números inteiros

Quadro 1.3. Regras para adição e subtração

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Como e quando são abordadas as "regras" sobre adicionar números inteiros	Observamos que as regras foram abordadas apenas de maneira indireta, na adição de números inteiros, com duas parcelas, com a análise de temperaturas e a comparação de números inteiros. Já a adição com mais de duas parcelas aborda exemplos de saldo bancário e temperatura, mas novamente não há sistematização de regras. A idéia da subtração é abordada baseada em uma reflexão sobre saldos bancários e temperaturas.	No livro, não há sistematização de regras para a adição e subtração com números inteiros. O autor aborda diferentes situações, fazendo o aluno pensar em lucros e prejuízos, mas sem usar regras. Os autores abordam idéias sobre depósitos, retiradas e saldos bancários para tratar a subtração de números com sinais.

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006).



Adição de números inteiros

São vários os recursos que podemos utilizar para efetuar a adição de dois números relativos. Analise cada exemplo e procure assimilar um ou mais recursos que achar conveniente. Se quiser, pode imaginar outras formas de cálculos.

a) Adição de –2 e + 5

Podemos usar temperaturas e pensar assim: a temperatura que era de 2 graus abaixo de zero (–2) subiu 5 graus (+5).

Agora ela passou a ser de 3 graus acima de zero (+3).

Podemos também usar a reta graduada: partindo do zero, andamos 2 unidades para a esquerda (–2) e, em seguida, 5 unidades para a direita (+5). Vamos parar no +3.

Indicamos assim: (–2) + (+5) = +3 ou –2 + 5 = +3.

Figura 1.8: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 33).*

No livro *Tudo é Matemática,* o exemplo que inicia a subtração de números inteiros não é muito fácil de ser compreendido, pois o aluno precisa usar a idéia de operação inversa para descobrir qual o número cuja adição com (-85) é igual a (+48), chegando no número (+133).

O processo chamado de prático no livro, não é um tipo de situação a que o aluno está habituado, pois ele aborda a idéia de que subtrair o número negativo 85 é o mesmo que somar o seu oposto, ou seja, +85. A idéia de oposto de um número foi abordada anteriormente, mas de qualquer maneira acreditamos que esta forma de introduzir a subtração é muito abstrata e sem significado para o aluno, podendo levá-lo a decorar que – (-85) = +85, mas sem compreender o porquê disto acontecer.

No livro *Matemática Paratodos*, a idéia da subtração é abordada a partir da análise de um extrato bancário que destaca a necessidade de se corrigir um engano em uma certa conta que foi um débito de 30 reais. Este engano, segundo o texto do livro, pode ser corrigido de duas maneiras: tirar um engano, ou seja, tirar aquilo que foi debitado na conta, representado por - (-30) ou colocando (depositando) na conta aquilo que foi debitado, no caso +30. Dessa forma, procura-se justificar o porquê de - (-30) ser igual a +30, na abordagem da subtração.

Subtração de números inteiros

Pense nestas questões:

Que movimentação deve ser feita em uma conta bancária para passar de um saldo negativo de R$ 85,00 para um saldo positivo de R$ 48,00?

Para responder a isso, devemos fazer uma subtração: o saldo final menos o saldo inicial.

$(+48) - (-85) = ?$

Usando a operação inversa, devemos descobrir qual é o número cuja adição com (-85) é igual a $(+48)$. Esse número é o $(+133)$, pois $(+133) + (-85) = +48$. Logo, $(+48) - (-85) = +133$.

Processo prático: $(+48) \underbrace{- (-85)}_{\text{oposto de } -85 \text{, que é } +85} = +48 + 85 = +133$ (movimentação bancária a ser feita: depósito de R$ 133,00).

Quando uma temperatura passa de +2 °C para –9 °C, qual é a variação?

$(-9) - (+2) = ?$

Usando a operação inversa devemos descobrir qual é o número cuja adição com $(+2)$ resulta em (-9). Esse número é o (-11), pois $(-11) + (+2) = -9$.

Logo, $(-9) - (+2) = -11$.

Processo prático: $(-9) \underbrace{- (+2)}_{\text{oposto de } +2 \text{, que é } -2} = -9 - 2 = -11$ (variação: baixou 11 °C).

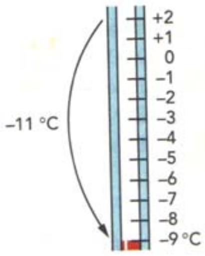
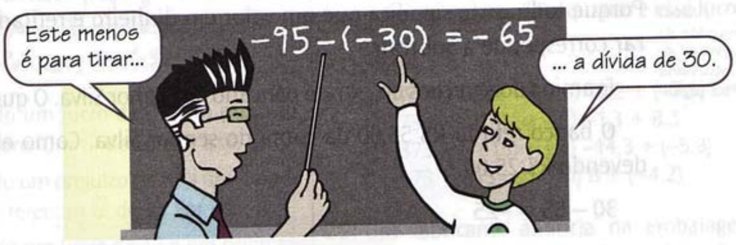


Figura 1.9: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 36).*

Como corrigir o engano? Uma maneira é tirar essa dívida de 30. Isso significa subtrair um número negativo, subtrair –30. Assim, o saldo do senhor Silva ficará correto:

15/04	saldo	–95,00
	correção	–(–30,00)
	saldo	–65,00



Há outra forma de corrigir o engano. Em vez de tirar a dívida de R$ 30,00, pode-se creditar R$ 30,00 na conta do senhor Silva. Nesse caso, o extrato ficaria assim:

15/04	saldo	–95,00
	crédito	30,00
	saldo	–65,00

$$-95 + 30 = -65$$

Esse exemplo mostra que – (–30) é o mesmo que +30.

Examinando extratos bancários, você viu exemplos de subtrações de números positivos e negativos. Veja mais alguns:

$4 - 7 = -3 \qquad -6 - 5 = -11 \qquad -2 - (-5) = 3$

O mais complicado desses cálculos parece ser o último. No entanto, se você lembrar que tirar –5 corresponde a somar 5, não terá dificuldade.

Figura 1.10: *Fonte: Matemática Paratodos – Imenes e Lellis (2006, p. 124).*

Logo após o texto com este exemplo, o livro traz a sugestão de um jogo, que é um dos jogos que usamos em nossa intervenção de ensino *(Perdas e Ganhos*). Este jogo possibilita abordar a subtração de números com sinais de uma maneira divertida e interessante, pois, a partir dos registros das partidas, os alunos podem descobrir na prática a idéia de que subtrair um número x equivale a somar o oposto de x. O fato, que tradicionalmente era apresentado por meio de regras, aparece como uma conseqüência lógica da interpretação concreta das operações em termos de créditos e débitos e por meio das situações do jogo. Assim, a subtração é vivenciada como uma adição com o oposto, o que evidencia que, quando se fala em adição e subtração de números com sinais, não existem duas operações distintas, mas apenas uma, a adição. Desse modo, a subtração é um caso particular da adição. Por meio do jogo, os alunos podem refletir sobre estes fatos, sem precisar decorar regras sem significado algum.

d) Apresentação de situações-problema com enunciados diversificados

Quadro 1.4. Situações-problema

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Apresentação de situações-problema com enunciados diversificados	No livro há situações com enunciados diversificados que abordam saldos, temperaturas, painel de elevadores e representação na reta numerada.	No livro, existem situações com enunciados diversificados, que abordam saldos, temperaturas, painel de elevadores, representação na reta numerada, problemas, tabelas e gráficos.

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006)

As situações do livro *Tudo é Matemática* evidenciam sempre o mesmo tipo de exercício, com o mesmo procedimento de resolução: adição com números inteiros. Há pouco espaço para o aluno pensar e refletir sobre o que é para fazer e como deve fazer. As situações, geralmente, exigem pouca leitura e interpretação.

Use o processo que julgar mais conveniente e calcule:

a) $-12 + 4 + 11 - 8 + 13 + 1$

b) $(+6) + (-14) + (-7) + (+6) + (+9)$

Figura 1.11: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 36).*

Um fabricante anuncia na embalagem que ela contém 500 g do produto. Será verdade? Há fiscais do governo para verificar isso. Um fiscal pesou oito pacotes de certo produto. Cada pacote deveria ter 500 g, mas alguns tinham mais do que 500 g e outros, menos. O funcionário anotou a diferença em cada pacote.

a) No total, há quantos gramas de diferença em relação ao esperado? No total, há gramas a mais ou a menos?

b) Quantos gramas têm os oito pacotes juntos?

Figura 1.12: *Fonte: Matemática Paratodos. Imenes e Lellis (2006, p. 122).*

e) Inclusão de fatos históricos

Quadro 1.5. Fatos históricos

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Inclusão de fatos históricos	Neste livro, a única referência histórica encontrada foi sobre o símbolo do conjunto dos números inteiros (Z), destacando que "é a inicial da palavra Zahj, que significa número em alemão e que Z, também, é a primeira letra do sobrenome do matemático alemão Ernest Zermelo (1871-1955), que se dedicou ao estudo dos números inteiros" (p. 26).	Só no final do capítulo 10, há um texto sobre a história dos números negativos.

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006)

Achamos interessante o texto que o livro *Matemática Paratodos* traz sobre a história dos números negativos, pois conta como os números negativos acabaram inserindo-se no universo matemático e chegaram até nosso dia-a-dia. Isto atende à curiosidade de alguns alunos e contribui para que ele compreenda a própria história dos números, entendendo em que contexto isto se desenvolveu, quando e por qual motivo ele foi “criado”, observando as necessidades da época e a importância de seu estudo nos tempos atuais.

f) Uso de jogos no ensino de números inteiros

Quadro 1.6. Uso de jogos

Categorias	Tudo é Matemática	Matemática Paratodos
Uso de jogos no ensino de números inteiros	Há um jogo cujo objetivo é de localização de pontos no plano. Não há atividades e problematizações sobre o jogo, apenas a descrição de como jogar.	Há a proposta do Jogo Perdas e Ganhos, com o objetivo de explorar a subtração dos números com sinais.

Fonte: Dante (2005); Imenes; Lellis (2006)

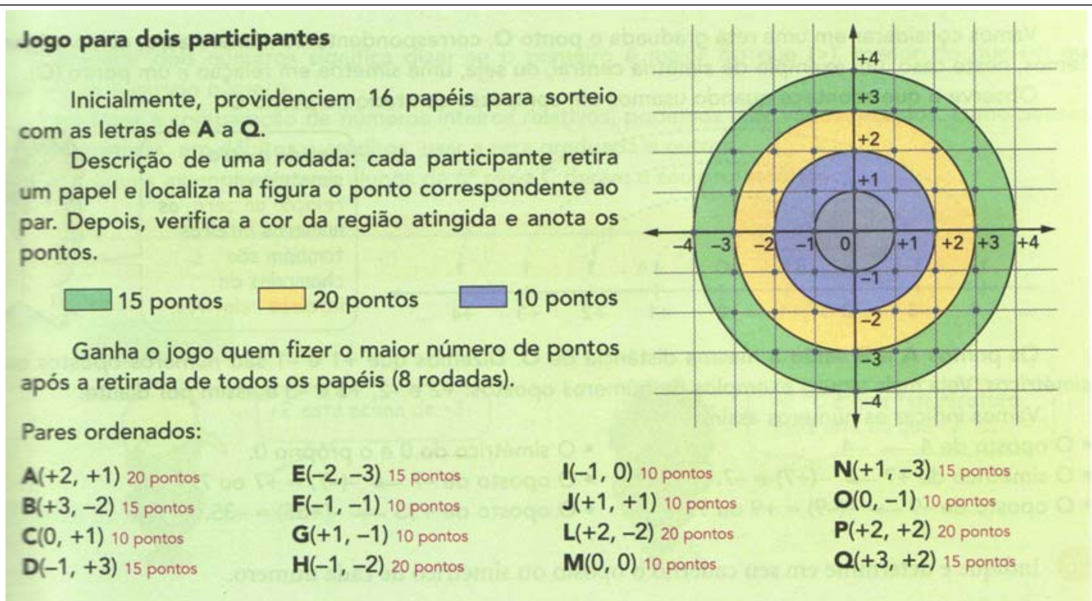
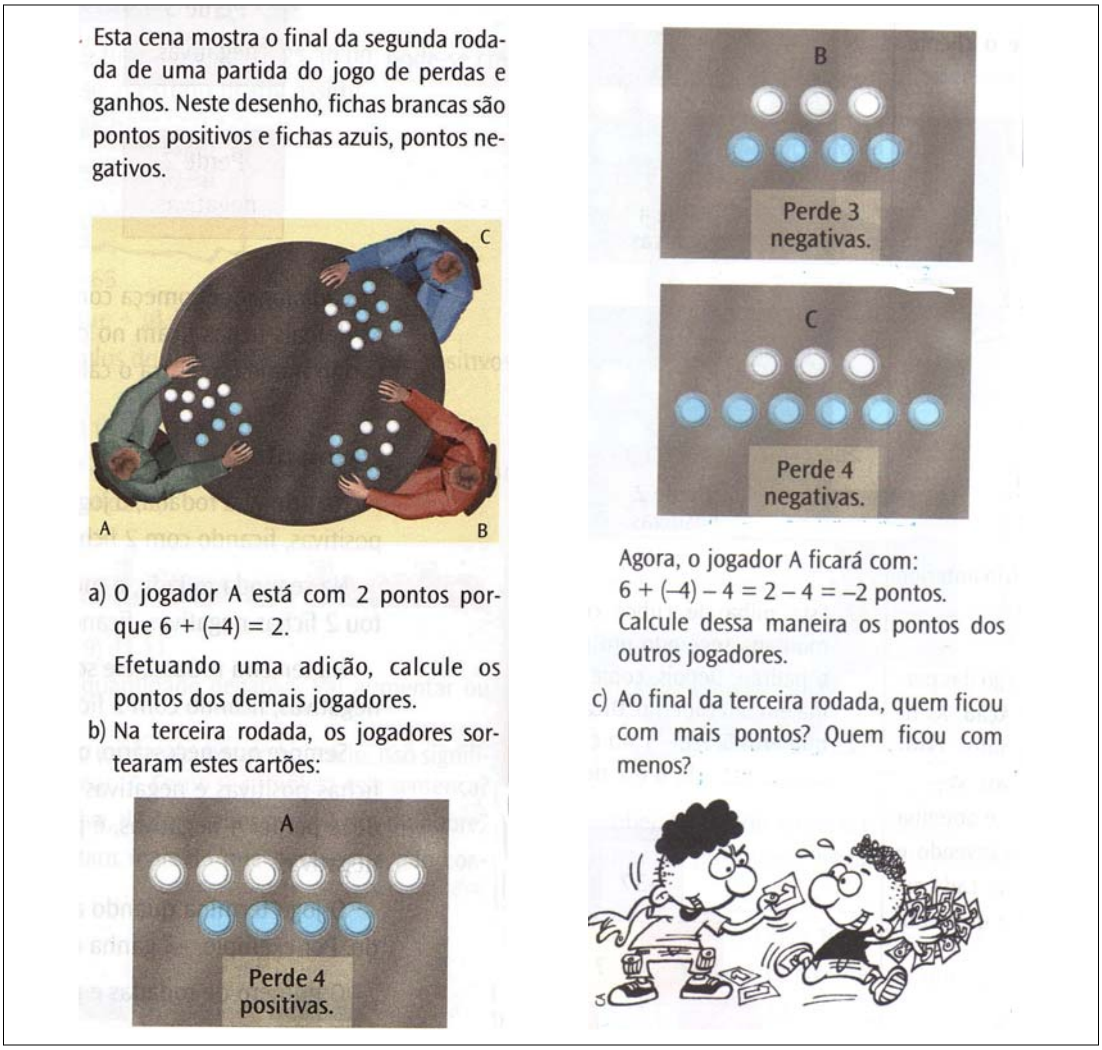


Figura 1.13: *Fonte: Tudo é Matemática – Dante (2005, p. 29).*

O fato de ambos os livros trazerem propostas de jogos é muito positivo, porém no livro *Tudo é Matemática* o jogo é proposto sem muitas explicações, o que dificulta a compreensão do como jogar e não há qualquer tipo de problematização a respeito do jogo, o que evidencia que por trás do jogo, há um exercício de pares ordenados. Não há uma preocupação em usar o jogo realmente como um recurso favorável à aprendizagem, estimulando a troca de idéias, as descobertas, os registros, etc.

No outro livro, há uma explicação mais detalhada sobre como jogar o *Perdas e Ganhos,* com exemplos, que contribuem muito para o aluno entender a proposta do jogo, enfatizando o registro das rodadas, para abordar a idéia da subtração, como uma adição com o oposto. Há dois exercícios propostos com o objetivo de resgatar o que os alunos fizeram no jogo, para interpretar os pontos de algumas rodadas e verificar quantos pontos foram totalizados.


Esta cena mostra o final da segunda rodada de uma partida do jogo de perdas e ganhos. Neste desenho, fichas brancas são pontos positivos e fichas azuis, pontos negativos.

a) O jogador A está com 2 pontos porque 6 + (–4) = 2.
Efetuando uma adição, calcule os pontos dos demais jogadores.

b) Na terceira rodada, os jogadores sortearam estes cartões:

Agora, o jogador A ficará com:
6 + (–4) – 4 = 2 – 4 = –2 pontos.
Calcule dessa maneira os pontos dos outros jogadores.

c) Ao final da terceira rodada, quem ficou com mais pontos? Quem ficou com menos?

Figura 1.14: *Fonte: Matemática Paratodos - Imenes; Lellis (2006, p. 126-127).*

1.4 Do ponto de vista da pesquisa

A seguir, é apresentada uma revisão de certos estudos relacionados com os números inteiros negativos.

1.4.1 O estudo de Ana Paula Jahn

A pesquisa de Ana Paula Jahn (1994) sobre números relativos, "Construção e Estudo do Funcionamento de um Processo de Ensino sobre o Caso Aditivo", foi realizada no âmbito de uma dissertação de mestrado. Ela teve como objetivo "propor uma engenharia didática para a aprendizagem das operações aditivas no conjunto dos números inteiros, dando sentido a estes números e tratando a questão da passagem do conhecimento espontâneo para o formal, bem como a evolução do conceito de número, admitindo este não só como oriundo de uma enumeração ou mensuração, mas também como operador" (p. 17).

Essa pesquisa traz uma análise sobre a história do número inteiro e uma reflexão que discute as dificuldades encontradas ao longo da História. Em relação à compreensão dos números relativos, são os mesmos que ocorrem em sala de aula, especificamente, na secta série do Ensino Fundamental, o que contribui também para as dificuldades no campo algébrico, iniciadas nesta série. A autora, comentando uma citação de Glaeser (1981), destaca:

> *Se, os matemáticos levaram tantos séculos para entender conceitualmente operações que na prática eles há muito já faziam uso, podemos exigir de nossos alunos uma imediata compreensão do conceito destes números e suas implicações? (Jahn, 1994, p. 32).*

A pesquisa foi realizada com uma classe (16 alunos) de uma 5ª série (faixa etária de 11 anos), de uma escola particular de classe média alta de São Paulo, em junho de 1994.

A seqüência das atividades foi realizada em sete sessões de uma hora cada, com observação de dois professores da área de Matemática. Os alunos trabalharam em dupla, sendo duas delas fixas e escolhidas aleatoriamente para serem observadas no decorrer das sessões.

Nesta pesquisa foi utilizada uma seqüência de ensino para a introdução do conceito e das operações aditivas dos números inteiros. Foi usada a engenharia didática como metodologia de pesquisa, escolhendo uma situação didática, simulando um processo utilizado pelo computador, em razão dos seguintes fatos:

> *[...] o contexto é familiar aos alunos, pois, além da escola incluir um projeto de LOGO com aulas de computador, 9 dos 16 alunos possuem computador em casa; trata-se de uma situação motivadora que propicia o processo de devolução; facilita a descoberta e construção dos algoritmos por parte dos alunos, na medida em que os mesmo buscam compreender o processamento realizado pela máquina (Jahn, 1994, p. 54).*

A autora utilizou as idéias de Campos et al. (1993) sobre o problema da descontextualização, discutindo que a introdução dos números negativos de forma contextualizada dá, em um primeiro momento, a ilusão de que o conceito foi adquirido, mas quando do trabalho com as operações formais, a descontextualização não ocorre. Usou também o estudo de Vygotsky (1987) sobre o desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos, no que diz respeito ao como deve ser feita a passagem de um conhecimento para o outro, de modo que o conceito de números inteiros seja realmente compreendido pelo aluno.

Segundo Jahn (1994), o objetivo de sua pesquisa foi alcançado na medida que a engenharia didática apresentada proporcionou ao aluno uma boa concepção de número relativo e a evolução desses números como operadores no caso aditivo. Ela destacou algumas contribuições em relação à sua pesquisa: a construção dos próprios algoritmos pelos alunos na resolução das atividades propostas, descrevendo-os e dando sentido aos mesmos, a busca de mecanismos que permitiam interpretar os números negativos, a possibilidade dos alunos compararem os números relativos e a evolução do conceito espontâneo chegando ao conhecimento científico.

Para nossa pesquisa, a importância deste estudo refere-se, tanto a análise da construção histórica dos números inteiros, comparando as dificuldades que o homem encontrou ao longo do processo de construção com as encontradas pelos alunos em sala de aula, como ao estudo do desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos, já que acreditamos que o jogo, por ser natural ao universo da criança, possa ser um recurso importante nas aulas de Matemática, destacando as inúmeras relações presentes no ato de jogar, justamente por contribuir na passagem do conhecimento espontâneo para o conhecimento formal, o saber científico.

1.4.2 O Estudo de João Carlos Passoni

O estudo desenvolvido por João Carlos Passoni, intitulado "(Pré) Álgebra: Introduzindo os Números Inteiros Negativos" (2002), também, foi uma pesquisa de mestrado que teve por objetivo estudar a possibilidade e a conveniência de ensinar estudantes de 9 anos a trabalhar com números inteiros com noções de (pré) álgebra. Em outras palavras, a questão da pesquisa foi verificar a possibilidade de introduzir, para esta série, a (pré) álgebra em um contexto em que se pretendia modelar problemas verbais aditivos, usando-se apenas a operação de adição e na qual a utilização de números negativos era inevitável.

A pesquisa foi realizada com uma seqüência de atividades para alunos de terceira série do Ensino Fundamental, baseada em uma outra que havia sido aplicada no ano anterior para alunos da quarta série. Os alunos da terceira série pertenciam a uma escola particular, classe média, da cidade de São Paulo, com a idade média de 8 anos e 9 meses.

Dois instrumentos diagnósticos foram aplicados: um pré-teste e um pós-teste (basicamente o mesmo pré-teste). A pesquisa foi feita em sala de aula, e a seqüência de atividades foi aplicada em duas classes, uma com 20 alunos e outra com 18. Passoni (2002, p. 18) destaca:

> *A nossa seqüência pretende ser, usando uma metáfora, como o início da construção de um edifício (conceitos (significados), habilidades (algoritmos, resolução de problemas)).*

No decorrer da seqüência de atividades, foram usadas algumas idéias de Raymond Duval em relação à utilização de vários registros de representação, trabalhando sobre esses registros em atividades de tratamento e de conversão.
De acordo com Passoni (2002), a partir do momento em que o aluno estava começando a “compreender” o conceito, tentava se fazer, quando fosse o caso, que ele o dominasse algoritmicamente, além de assegurar que ele “falasse sobre” esses conceitos.

Segundo o autor, pelos resultados progressivos (o desenvolvimento da seqüência de atividades, os resultados do pós-teste e o respeito ao ritmo individual de aprendizagem de cada um dos alunos), pode-se concluir que essa possibilidade de trabalho com a terceira série é possível de acontecer.

Este estudo trouxe contribuições para nossa pesquisa, pois mostrou que é possível, a partir de situações-problema diferenciadas, iniciar o estudo dos números inteiros (operação de adição) em uma série diferente da que tradicionalmente ocorre, antecipando o ensino dos números inteiros.

1.4.3 O estudo de Humberto Todesco

O estudo desenvolvido por Humberto Todesco (2006), intitulado “Um estudo com os Números Inteiros nas Séries Iniciais: re-aplicação da pesquisa de Passoni”, foi uma pesquisa de mestrado que teve como objetivo principal investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número inteiro negativo na terceira série do Ensino Fundamental na escola pública.

O autor reaplicou o estudo desenvolvido por Passoni, em 2002 e procurou investigar, no processo de aprendizagem escolar, a passagem das grandezas (noções concretas) para os números (noções abstratas). Para ele, a introdução do número negativo no ensino, normalmente no terceiro ciclo (5ª ou 6ª série) do Ensino Fundamental, costuma ser vista como difícil às crianças e também aos professores.

O autor em seu estudo faz o seguinte comentário:

> *Refletindo a esse respeito, tendemos a acreditar que isso acontece porque os alunos não vêem uma ligação entre o número inteiro negativo e o mundo a sua volta, talvez porque esse número seja introduzido sem que haja um aproveitamento dos contextos nos quais ele aparece no dia-a-dia das crianças. (Todesco, 2006, p. 5).*

Todesco (2006) teve como objetivo estudar a possibilidade de se introduzir o estudo do número inteiro negativo, a partir de uma situação familiar, para os alunos da terceira série. As questões de sua pesquisa foram: "Partindo de uma seqüência elaborada que utilize um contexto familiar e significativo, qual a compreensão que as crianças de terceira série passam a ter sobre números negativos? Até onde tal seqüência pode ajudar na introdução desse conceito? E, por último, em que consiste o avanço?"

Em seus estudos, o autor discute a representação como sendo uma forma de conhecimento socialmente elaborada e partilhada, tendo um objetivo prático que concorre para a construção de uma realidade comum a um conjunto social, utilizando como referencial as pesquisas de Jean Piaget e Raymond Duval.

Em relação aos resultados da intervenção de ensino e do pós-teste, Todesco (2006) acredita que os alunos obtiveram uma significativa compreensão dos números inteiros negativos, pois na seqüência didática foram utilizados exercícios dentro de um contexto muito familiar do aluno, sobretudo em situações, como na correlação do número associado ao andar do prédio com a reta numérica e na relação do número associado aos andares das garagens. Em relação a isso, o autor apresenta ainda as seguintes considerações:

> *Temos a plena convicção que as atividades desenvolvidas com contexto familiar e significativo levaram os alunos à compreensão dos conceitos dos números inteiros negativos. Tornar os números inteiros negativos mais familiares é envolver os alunos ao meio, e este meio deverá ser constituído pelo professor para que se aproveitem ou se extraiam os resultados desejáveis. (Todesco, 2006, p. 180).*

Em relação à seqüência para se introduzir os números inteiros a alunos da terceira série, ela mostrou-se possível, pois, segundo Todesco (2006), houve vantagens no desenvolvimento dos alunos no plano didático e, também, em relação ao respeito do ritmo individual de aprendizagem de cada aluno.

A contribuição desta pesquisa relaciona-se com um avanço em relação ao ensino dos números inteiros, pois suas conclusões apontam uma “falha” ou “engano", sobre o momento de iniciar o ensino dos números inteiros negativos. Conforme os PCN´s e a maioria dos livros didáticos, isto ocorre na sexta série do Ensino Fundamental, evidenciando uma crença na incapacidade dos alunos para aprender os números inteiros antes desta série.

Vale ressaltar que, nesta série os alunos têm contato pela primeira vez, na escola, com duas “novidades”: os números inteiros e a álgebra e isto, muitas vezes, gera dificuldades na aprendizagem, quer pela complexidade dos assuntos, quer pelo tempo de aprendizagem, quer pelo tipo de metodologia adotada para o ensino, dentre outros fatores. Pensar na possibilidade de iniciar o estudo dos números inteiros antes da sexta série para o aluno ter mais tempo de aprender significativamente os números inteiros e, posteriormente, a álgebra, pode ser um caminho em direção a uma aprendizagem realmente mais eficiente e com compreensão.

1.4.4 O Estudo de Cecília Fukiko Kamei Kimura

A tese de doutorado de Kimura (2005) com o título “O Jogo como Ferramenta no Trabalho com Números Negativos: Um Estudo Sob a Perspectiva da Epistemologia Genética de Jean Piaget”, teve como objetivo desenvolver um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias, para auxiliar a orientação do aprendizado de números negativos.

Os números negativos foram abordados, destacando a construção de diferentes processos algorítmicos, a reflexão sobre o zero, a compreensão da adição envolvendo números positivos e negativos, a compreensão das regras de sinais e das propriedades de números inteiros positivos e negativos. Para a autora, a construção do conceito de números negativos pode ser uma ampliação do conjunto dos números naturais, porém, para seu aprendizado, não basta entender as propriedades, mas aplicá-las a outro contexto com novos significados.

Para realizar este estudo, Kimura teve como suporte a epistemologia genética piagetiana. Sua questão de pesquisa era: “Como poderemos desenvolver as estruturas dos números inteiros, sejam eles positivos, sejam negativos, se o empirismo continua sendo um dos maiores obstáculos em seu processo ensino-aprendizagem?”

Para responder a esta questão, Kimura realizou estudos teóricos sobre a teoria do conhecimento, o construtivismo piagetiano, o estruturalismo, o jogo na visão piagetiana e a teoria da representação em Piaget e Peirce.

Duas pesquisas empíricas de caráter exploratório foram realizadas com professores de sexta séries do Ensino Fundamental: uma para levantar dados sobre a formação e metodologia do ensino (35 questões respondidas por dez professores da rede pública estadual do município de Rondonópolis – MT, com o objetivo de entender a opinião do professor sobre os números negativos, no que diz respeito à fundamentação teórica, estruturas matemáticas, livro didático, metodologias de ensino e a literatura utilizada para aperfeiçoar o estudo deste tema). A outra, por meio do jogo, para investigar que tipo de estrutura matemática (sobre os números negativos) o professor percebe no momento de jogar.

Neste experimento realizado com cinco duplas de professores de cinco escolas da rede pública estadual do município de Rondonópolis – MT, o jogo do “Tabuleiro de Xadrez” foi utilizado como ferramenta para resolver 12 problemas: quatro de adição, quatro de subtração, dois de multiplicação e dois de divisão.

A contribuição desta pesquisa para nossos estudos foi sobre a reflexão da importância do jogo como recurso didático, apoiada nas idéias de Piaget, nas aulas de matemática, especificamente, na abordagem dos números inteiros negativos.

CAPÍTULO II

SUPORTE TEÓRICO

2.1 Introdução

Neste capítulo, apresentaremos o subsídio teórico que utilizamos como referencial de nossa pesquisa. Trata-se, essencialmente, dos estudos de Jean Piaget sobre jogos e a aquisição do conhecimento. Estas idéias receberam algumas contribuições das reflexões feitas por Kimura (2005). Também nos fundamentamos nos estudos realizados por Macedo et al.(2005), que relacionaram os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar; por Borin (1995), por Lara (2003) e por Murcia et al (2005), todos com valiosas reflexões, frutos de estudos realizados sobre a utilização do jogo na sala de aula.

2.2 Os estudos de Piaget

Segundo Piaget (1975)[2], "para conhecer os objetos, o sujeito deve agir sobre eles e, portanto, transformá-los: deve deslocá-los, ligá-los, combiná-los, dissociá-los e reuni-los novamente". Dessa forma, a construção do conhecimento está ligada a ações, não vem dos objetos nem do sujeito e, sim, da interação entre o sujeito e o objeto, no estabelecimento de relações entre eles, em um processo de permanente transformação.

[2] PIAGET. A teoria de Piaget. 1975. In: CARMICHAEL., L. Psicologia da criança.

Para Piaget (1987), existem três tipos de abstração: a abstração empírica, a lógico-matemática ou reflexiva e a refletida ou pensamento reflexivo. Conforme refere, a abstração empírica representa o primeiro tipo de abstração e é "aquela que se debruça sobre os objetos físicos exteriores ao sujeito". Isto significa que o conhecimento pode ser abstraído dos objetos, por meio da experimentação e de ações individuais.

O segundo tipo é a abstração lógico-matemática, da qual se extrai o conhecimento adquirido não da própria propriedade física de uma coleção de objetos e sim da ação por ela praticada. Assim, esta abstração torna-se reflexiva no sentido de ser construtiva, porque ocorre por meio das ações e operações do sujeito. Dessa forma, este tipo de abstração procede das ações dos sujeitos e das coordenações de ações cada vez mais complexas, que poderão se realizar de maneira simbólica, sem necessitar dos objetos presentes no início destas ações.

O terceiro tipo de abstração, a refletida, é fonte de novidades estruturais. A projeção sobre um plano superior de um elemento extraído de um patamar inferior constitui um estabelecimento de correspondência e este possibilita a abertura de novas conexões. Isto significa que um elemento em um novo patamar pode juntar-se com outro que lá já estava e isto é obra da reflexão no sentido de uma reconstrução, ou seja, novas combinações podem conduzir a construção de novas operações que se processam sobre as precedentes, o que é característica do pensamento matemático. Esta reconstrução que "gera" novidades é o que se chama de reflexão, embora ocorra sobre os elementos já construídos, constitui uma nova construção.

De acordo com Piaget (1979), a aquisição do conhecimento pode ocorrer pela abstração construtiva (ou reflexiva), que é considerada como o nível ideal para a aprendizagem da Matemática e pode ocorrer ainda pela abstração empírica, por meio da observação, manipulação e representação dos fatos observados que Piaget chamou de abstração empírica. Para ele:

> *[...] a criança que joga desenvolve suas percepções, sua inteligência, suas tendências à experimentação, seus instintos sociais etc. É pelo fato de o jogo ser um meio tão poderoso para a aprendizagem das crianças, que em todo lugar onde se consegue transformar em jogo a iniciação à leitura, ao cálculo, ou à ortografia, observa-se que as crianças se apaixonam por essas ocupações comumente tidas como maçantes (Piaget, 1988, p. 158 e 159).*

Assim, o jogo pode mobilizar um processo de aquisição do conhecimento e de seu desenvolvimento com base nas abstrações empírica e reflexiva, pois jogando a criança estabelece relações, troca idéias com os colegas, levanta hipóteses, segue regras, participando ativamente da construção de seu conhecimento matemático. O próprio fato de o jogo estar inserido em um contexto natural para os alunos, o seu lado lúdico e a surpresa das jogadas já propiciam um movimento que estimula o aluno a participar com interesse, o que contribui mais ainda para a aprendizagem da Matemática.

É importante ressaltar que este olhar sobre o jogo não é tão comumente encontrado na maioria das escolas, sobretudo aquelas que adotam o modelo tradicional de ensino, geralmente centrado no livro didático, como principal (senão o único) recurso, seguido por exercícios mecânicos que pouco ou nenhum desafio trazem ao aluno. Em escolas com essa concepção educacional, o jogo pouco aparece, mas, quando o faz, no geral, é no final de uma aula ou na última aula da semana, com a explícita finalidade de brincadeira ou de passatempo, ao invés de ser tomado como um recurso interessante, planejado pelo professor para auxiliar na construção do conhecimento matemático de seus alunos.

Neste momento, é importante ressaltar também os estudos de Piaget sobre o papel da representação na formação de conceitos. Para o autor, é a partir da representação que surge o conhecimento. Representar é o ato de trazer à mente algo que está fisicamente ausente. Assim, não precisamos estar diante de uma bicicleta para poder representá-la ou criar sua imagem mental. Neste sentido, representar significa o resultado de uma ação que pode ser adquirida pela diferenciação ativa de significantes (permite a evocação) e significado (fornecido pelo pensamento). No exemplo acima, a palavra bicicleta é o significante, e a imagem da bicicleta é o significado. A capacidade de diferenciar significantes e significados é condição básica para ocorrer a representação e, assim, ser capaz de evocar e se referir a outro. Nas palavras de Piaget:

> *A representação começa quando há simultaneamente, diferenciação e coordenação entre significantes e significados ou significações (Piaget, 1978, p. 11-12).*

O autor destaca a existência de dois tipos de representação. A primeira é denominada como função simbólica. A evocação é considerada o primeiro tipo de representação e está ligada ao que já foi percebido fisicamente. Ao evocar um fato ou objeto, o indivíduo reproduz na mente aquilo que já havia visto ou vivido anteriormente, em algum momento. O outro tipo de representação não pode ser percebido fisicamente, como é o caso do objeto matemático:

> *[...] essas duas espécies de representações, latas e estritas, apresentam relações mútuas: o conceito é um esquema abstrato e a imagem um símbolo concreto, mas, embora já não se reduza o pensamento a um sistema de imagens, pode-se-á admitir que todo pensamento se faz acompanhar de imagens, portanto, se pensar consiste em interligar significações, a imagem será um significante e o conceito um significado (Piaget, 1978, p. 87).*

Um exemplo desse tipo de objeto matemático é relacionado ao conceito de número, que é abstrato. Podemos até separar, concretamente cinco objetos, como cinco cadeiras, cinco borrachas e cinco cadernos, mas todos são objetos diferentes do objeto matemático.

Podemos usar as idéias de Piaget para relacionar a capacidade representativa da função simbólica, o desenvolvimento da criança e o papel dos jogos nesse desenvolvimento. Em seus estudos, Piaget organizou uma classificação dos jogos, relacionando-os às características referentes aos diferentes estágios de desenvolvimento cognitivo: período da inteligência sensório-motora (zero a dois anos de idade), período das operações concretas (dois anos a mais ou menos 11 ou 121 anos de idade) e período das operações formais (a partir dos 11 – 12 anos de idade). Esta organização teve como base a evolução das estruturas psicológicas nas formas de exercício, símbolos e regras, seguindo uma “ordem”, de acordo com as fases do desenvolvimento cognitivo.

No estágio sensório-motor, o bebê começa a construir os esquemas de ação pela construção prática das noções de objeto, espaço, causalidade e tempo. Neste estágio, não há representações ou pensamentos e sim reflexos básicos que auxiliam a criança a assimilar mentalmente o meio que a cerca.

No próximo estágio, o pré-operatório, a criança já é capaz de substituir um objeto por uma representação, graças ao que Piaget chama de função simbólica. No estágio operatório concreto, desenvolve-se a reversibilidade, isto é, a capacidade de representar uma ação, relacionando-a com outras ações, é a capacidade do pensamento de "ir e vir".

Por fim, no quarto estágio, o operatório formal, a criança já consegue aplicar o raciocínio lógico na resolução de problemas, formula hipóteses, busca soluções, sem precisar da representação imediata do objeto. Nesse estágio, a criança já consegue pensar logicamente. Dessa forma, para Piaget é por meio da função simbólica que a inteligência torna-se representativa, as ações podem ser realizadas internamente, sem necessitar da percepção externa dos objetos e dados.

Na classificação que Piaget fez para os jogos, o jogo de exercício é o primeiro a aparecer (durante os dois primeiros anos de vida) e caracteriza a fase sensório-motora. A inteligência é, essencialmente, prática e propicia a resolução de problemas de ação, como puxar, alcançar objetos, etc. As ações são aperfeiçoadas pela repetição dos atos. Assim, não existem representações ou pensamento.

No jogo simbólico, o segundo na classificação, já ocorre uma representação, no sentido de reproduzir mentalmente algo ausente, sendo imitativo e imaginativo. Inicialmente, estes jogos ocorrem de modo individual, mas com o desenvolvimento acabam evoluindo para jogos grupais, favorecendo a interação.

Para Piaget (1978), o simbolismo parte de ações individuais que possibilitam a interiorização da imitação, que podem auxiliar no aperfeiçoamento do simbolismo. O símbolo lúdico transforma-se aos poucos em representação adaptada e, por isso, pode ser importante na aprendizagem.

A terceira categoria e, a que mais nos interessa, é a dos jogos com regras. “Ao invés do símbolo, a regra supõe, necessariamente, relações sociais ou interindividuais” (Piaget, 1978, p 147-148).

Para Piaget (1978), a regra é uma regularidade imposta pelo grupo e de tal sorte que a sua violação representa uma falha. Assim, os jogos de regras são jogos de *combinações sensório-motoras* (corridas, jogos de bola de gude ou com bolas, etc.), ou i*ntelectuais* (cartas, xadrez, etc.), com a competição dos indivíduos (sem o que a regra seria inútil) e regulamentados, quer por código transmitido de gerações a gerações (os jogos transmitidos como herança cultural), quer por acordos momentâneos que se estabelecem no momento do jogo, nas diversas situações de socialização e interação entre os alunos. Esta socialização contribui para a construção da autonomia da criança, pois passa a agir cada vez mais de forma consciente.

Neste sentido, Kimura destaca:

> *O jogo de regra exerce um papel significativo no processo de ensino e aprendizagem, porque, quando a criança joga, precisa desenvolver várias ações mentais simultaneamente, tais como: ser capaz de fazer antecipações, prognosticar, coordenar situações, criar estratégias, ser habilidosa, ter boa memória, estar atenta e concentrada, saber abstrair, relacionar as jogadas durante o jogo, pois o desafio é vencer a si mesma (Kimura, 2005, p. 135).*

A autora cita que no jogo de regras as atividades são motivadoras e executadas de modo espontâneo, ao passo que as atividades propostas pela escola na grande maioria são impostas e sem significado para a criança. Dessa forma, o jogo poderá ser um excelente recurso para despertar nos alunos o interesse para aprender.

Para encerrar esta reflexão sobre a representação, podemos destacar as idéias de Piaget a respeito dos cinco comportamentos que, uma vez adquiridos, serão sempre usados pelos adultos na formação das imagens e na criação da representação: imitação, jogo simbólico, desenho ou imagem gráfica, imagem mental que surge com a imitação interiorizada e a linguagem nascente que permite a evocação verbal de acontecimentos naturais.

Por fim, podemos relacionar o estudo de Piaget sobre a representação com o uso dos jogos, destacando as idéias de Kimura:

> *A representação exerce um papel muito importante na Matemática, porque ela apresenta uma natureza icônica, tendo um discurso cuja significação prescinde da realidade. Assim, recorremos ao uso de jogos, porque mostram mais claramente as diferentes possibilidades de representação de forma concreta por meio de um campo criado imaginariamente, mostrando a possibilidade da construção concreta de diferentes estruturas para um mesmo problema (Kimura, 2005, p. 172).*

2.3 Os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar

Iniciamos a discussão sobre o jogo como ferramenta lúdica na aprendizagem escolar, com base nos estudos de Macedo et al (2005, p. 9), que desenvolveram pesquisas buscando avaliar as crianças por meio de jogos. Seu objetivo era "analisar a importância da dimensão lúdica nos processos de aprendizagem escolar, como uma das condições para o desenvolvimento das crianças e dos adolescentes e, quem sabe, para uma recuperação do sentido original da escola".

Nestes estudos, Macedo et al (2005) discutem que existe uma articulação entre comunicação e avaliação, pois ao jogar a criança dá dicas, comunica pela ação de jogar seu modo de pensar, dando ao educador subsídios significativos para avaliar a aprendizagem de cada aluno e (re) planejar suas ações diante da classe de alunos.

Macedo et al (2005) fazem uma correspondência entre o brincar e o jogar, destacando que o jogo é um brincar só que em um contexto que tem regras e objetivos predefinidos. Nas palavras dos autores:

> *O brincar é um jogar com idéias, sentimentos, pessoas, situações e objetos em que as regulações e os objetivos não estão necessariamente predeterminados. No jogo ganha-se ou perde-se. Nas brincadeiras, diverte-se, passa-se um tempo, faz de conta. No jogo, as delimitações (tabuleiro, peças, objetivos, regras, alternância entre jogadores, tempo, etc.) são condições fundamentais para sua realização. Nas brincadeiras, tais*

condições não são necessárias. O jogar é uma brincadeira organizada, convencional, com papéis e posições demarcadas. O que surpreende no jogar é seu resultado e certas reações dos jogadores. O que surpreende nas brincadeiras é sua própria composição ou realização. O jogo é uma brincadeira que evoluiu. A brincadeira é o que será do jogo, é sua antecipação, é sua condição primordial. A brincadeira é uma necessidade da criança; o jogo, uma de suas possibilidades à medida que nos tornamos mais velhos. Quem brinca sobreviveu (simbolicamente); quem joga jurou (regras, propósitos, responsabilidades, comparações) (Macedo et al., 2005, p. 14-15).

Nesta perspectiva, jogar faz parte do universo da criança, é algo natural a ela e podemos utilizar esta idéia para usar os jogos na sala de aula, como um recurso a favor da aprendizagem escolar. Ao jogar, a criança sente prazer, alegria, diverte-se, tem o desafio de buscar soluções, estratégias, além da disputa saudável com os colegas que lhe possibilita o estar junto em um contexto diferenciado, aprendendo a lidar com as idéias dos outros e com situações novas que poderão surgir a cada jogada, aprendendo a perder e a lidar com isso de maneira natural.

Assim, a criança desenvolve a concentração e a atenção, aprende enquanto joga e, geralmente, não se distrai com conversas paralelas, pois sabe que sua participação é fundamental para que o projeto de jogar, que é coletivo, aconteça. A criança sabe que tem responsabilidades diante do grupo a que pertence e no qual está jogando. Isto significa que o jogo, além de ser um recurso que podemos dispor em nossas aulas para auxiliar na construção de conhecimentos, levando os alunos a refletir sobre a ação do jogar, registrando suas descobertas, também contribui e muito para o desenvolvimento de atitudes e valores. Este espírito lúdico relacionado ao jogo é discutido por Macedo et al.:

O espírito lúdico refere-se a uma relação da criança ou do adulto com uma tarefa, atividade ou pessoa pelo prazer funcional que despertam. A motivação é intrínseca; é desafiador fazer ou estar. Vale a pena repetir. O prazer funcional explica por que as atividades são realizadas não apenas como meios para outros fins (ler para obter informações, por exemplo), mas por si mesmas (ler pelo prazer ou desafio de ler). O interesse que sustenta a relação é repetir algo pelo prazer da repetição. (Macedo et al., 2005, p. 18).

Conforme os autores, o ato de jogar contribui para além da aprendizagem escolar, tanto ao desempenho como aluno como para o exercício da cidadania, evidenciando mais uma vez a importância de trazer o jogo para a sala de aula. Neste sentido, Macedo destaca:

> *[...] daí a expressão 'espírito do jogo'. Esta pode ser traduzida por muitos aspectos do jogar: dar mais sentido às tarefas e aos conteúdos, aprender com mais prazer, encontrar modos lúdicos de construir conhecimentos, saber observar melhor uma situação, aprender a olhar o que é produzido, corrigir erros, antecipar ações e coordenar informações. Essa expressão também contempla outros aspectos, como trabalhar em um contexto competitivo, mas regrado, em que há estímulo à criatividade e à busca de melhores recursos internos para vencer sem trapacear. Essas maneiras de agir, sem dúvida, influenciam diretamente o ambiente da sala de aula, pois favorecem a aprendizagem e colocam os alunos como agentes de seus próprios conhecimentos, autores de suas ações e, portanto, tornam-se mais responsáveis e envolvidos com aquilo que produzem. A prática de tais habilidades e competências, a médio e longo prazos, é revertida em bons resultados, tanto no desempenho como aluno quanto no exercício da cidadania. (Macedo et al., 2005, p. 105).*

Nesta concepção torna-se importante destacar que o jogo deve ser planejado pelo professor e deve ter objetivos claros que justifiquem seu uso na sala de aula. Primeiramente, deve ter uma exploração lúdica do material e do próprio jogo, para só depois ser explorado como um recurso didático.

Para isto, devemos planejar quantas vezes um mesmo jogo será jogado, pois as crianças precisam de tempo para se apropriarem das regras e do jogo como um todo, respeitando as diferenças em relação aos ritmos de aprendizagem. Nesse planejamento, deve estar claro qual o tipo de problematização que o professor fará com os alunos, pois sozinhos eles poderão não perceber tudo que estão aprendendo, além do professor precisar destas problematizações para perceber dúvidas, necessidades, provocar reflexão, avanços e aprendizagem, auxiliando-o no processo de avaliação. Neste contexto, não podemos esquecer da importância de que também estejam previstos quais tipos de registros os alunos farão cada vez que jogarem. Pode ser um registro oral (contar a respeito do jogo, esclarecer dúvidas, discutir uma estratégia usada, dar uma dica), um registro pictórico (desenho, esquemas) e até um registro escrito (conclusões e descobertas sobre o jogo, dicas para os colegas sobre como jogar, elaboração de novas regras para o jogo, destacar o que foi difícil ou fácil ao jogar, destacar o que aprenderam com o jogo, propor perguntas sobre o jogo e até criar jogos parecidos com o que eles acabaram de usar).

Estas possibilidades de registro contribuem para a comunicação entre os alunos em sala de aula e, por este motivo, deve existir uma socialização e valorização desses registros: expor na sala de aula ou nos corredores, ler alguns para a sala, montar uma pasta com os registros, etc. Variando estas possibilidades de registro, o professor tem mais condições de conhecer o que está sendo significativo para cada aluno, avaliando cada um e seu próprio trabalho.

Silva Jr & Acioly-Regnier (2008, p. 4) complementam as idéias de Macedo ao afirmarem que "os jogos proporcionam à criança o desenvolvimento de pesquisas, exploração do desconhecido, da criatividade, imaginação e ampliação de suas experiências".

Além disso, Lara (2003); Murcia et al. (2005) ressaltam que o jogo traz em si um caráter eminentemente social, já que é possível encontrar, nos mais diversos momentos da história da humanidade, relatos sobre a existência de jogos nas diferentes sociedades e contextos sociais. Silva Jr & Acioly-Regnier concluem, assim, que o jogo é um fenômeno universal presente na cultura dos povos.

Ao analisarmos o jogo, como uma ferramenta disponível e viável ao processo de ensino e aprendizagem, encontramos em Borin (1995) uma boa classificação sobre essa ferramenta, que se baseou nos objetivos do professor, dividindo os jogos em dois tipos: de treinamento e de estratégias.

Assim, os jogos de treinamento são aqueles cuja característica principal é a repetição dos movimentos, priorizando a memorização de definições e fórmulas por parte dos estudantes. Já os jogos estratégicos são aqueles que levam em conta as hipóteses formuladas por meio da dedução das jogadas. Lara (2003) amplia esta classificação proposta por Borin, propondo que o jogo possa ser visto dentro de quatro modalidades, a saber:

1) jogos de treinamento que, tal como apresentado por Borin, (1995), têm como característica principal a repetição por meio de treinamento;

2) jogos de construção cujo objetivo é possibilitar a construção de respostas alternativas para problemas que, muitas vezes, trazem consigo conceitos abstratos;
3) jogos de aprofundamento que visam a oferecer ao professor um caminho alternativo para expandir um conceito ou uma aplicabilidade deste a seus alunos; e
4) jogos estratégicos, que tendem a ter a mesma concepção de Borin, (1995).

Nessa direção de buscar classificar os jogos, Murcia (2005) também propõe uma classificação aos jogos, listando-os como: tradicional, popular e autóctone. Os jogos tradicionais são culturais e transmitidos por gerações, possibilitando aproximações de múltiplas culturas. Os jogos autóctones seriam próprios de certa região, não ultrapassando, geralmente, seus limites geográficos e os jogos populares são aqueles próprios de uma determinada classe social.

Para o emprego do lúdico em sala de aula, Murcia et al (2005) destacam que o professor deve seguir algumas observações quanto à metodologia empregada, entre elas: o jogo deve possuir regras definidas e claras, de tal forma que proporcione ao aluno jogadas sempre no limite dessas. O jogo deve possuir um objetivo a ser alcançado pelos participantes e deve ser coletivo e não solitário, para a sociabilização do aluno.

Nós ousamos acrescentar mais um tipo de jogo nessa classificação, que chamaremos de “jogo lúdico-pedagógico”, aquele criado e desenvolvido para trabalhar conteúdos escolares. Chamamos de “pedagógico” porque ele tem papel e intenções didáticas predefinidas quando proposto pelo professor em sua sala de aula. Mas nem por isso perde sua característica lúdica.

Propomos ainda que o jogo lúdico-pedagógico siga as características metodológicas de Murcia et al., isto é, tenha regras definidamente claras, tenha um objetivo a ser atingido pelos participantes (no caso, os estudantes) e seja jogado coletivamente. Assim, será uma junção entre o “jogo de aprofundamento” e o “jogo de construção”, proposto por Lara (2003).

Em nosso caso, ele tem um caráter mais amplo, já que pode ser utilizado não apenas para aprofundar um determinado conhecimento já adquirido pelos estudantes, bem como para introduzir um novo conceito.

É no âmbito desse quarto tipo de jogo, o lúdico-pedagógico, que nós planejamos e pretendemos realizar nosso estudo, focado no trabalho com as operações de adição e subtração dos números inteiros negativos.

CAPÍTULO III

METODOLOGIA

3.1 Introdução

Este capítulo apresentará a metodologia utilizada neste estudo, que foi desenvolvida com objetivo de responder à questão de pesquisa. Trata-se de um estudo quase-experimental[3], intervencionista, que teve dois grupos experimentais e um de controle. Neste capítulo descrevemos todo o plano metodológico do estudo, começando pelo desenho do experimento, seguido pelos sujeitos, material usado e, por fim, os procedimentos adotados.

3.2 Desenho do experimento

A presente pesquisa contempla em sua metodologia a aplicação de um pré-teste, de uma intervenção de ensino e de um pós-teste. O desenho envolve dois grupos experimentais e um grupo controle. Ambos os grupos submeteram-se tanto ao pré-teste como ao pós-teste. Os sujeitos da pesquisa foram alunos de classes completas do sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma mesma escola, com a mesma faixa etária e apresentando desempenho similar no pré-teste. A escolha dos grupos, experimentais e de controle, foi feita aleatoriamente.

---

[3] O termo quase-experimental é aqui aplicado na acepção adotada por Campbell (1973) e significa explorar situações sociais na qual o pesquisador pode introduzir algo similar à pesquisa experimental em seus procedimentos para coleta de dados, ainda que careça do controle total sobre a programação de estímulos experimentais, que permitem realizar um autêntico experimento. Por carecer do total controle experimental, é imprescindível ter conhecimento de quais são as variáveis específicas que a pesquisa não controla.

Como na escola havia três classes de sétimo ano, duas delas formaram o grupo que denominamos de Grupo Experimental (GE) e a outra Grupo Controle (GC)[4]. Veja a figura que ilustra o desenvolvimento do experimento:

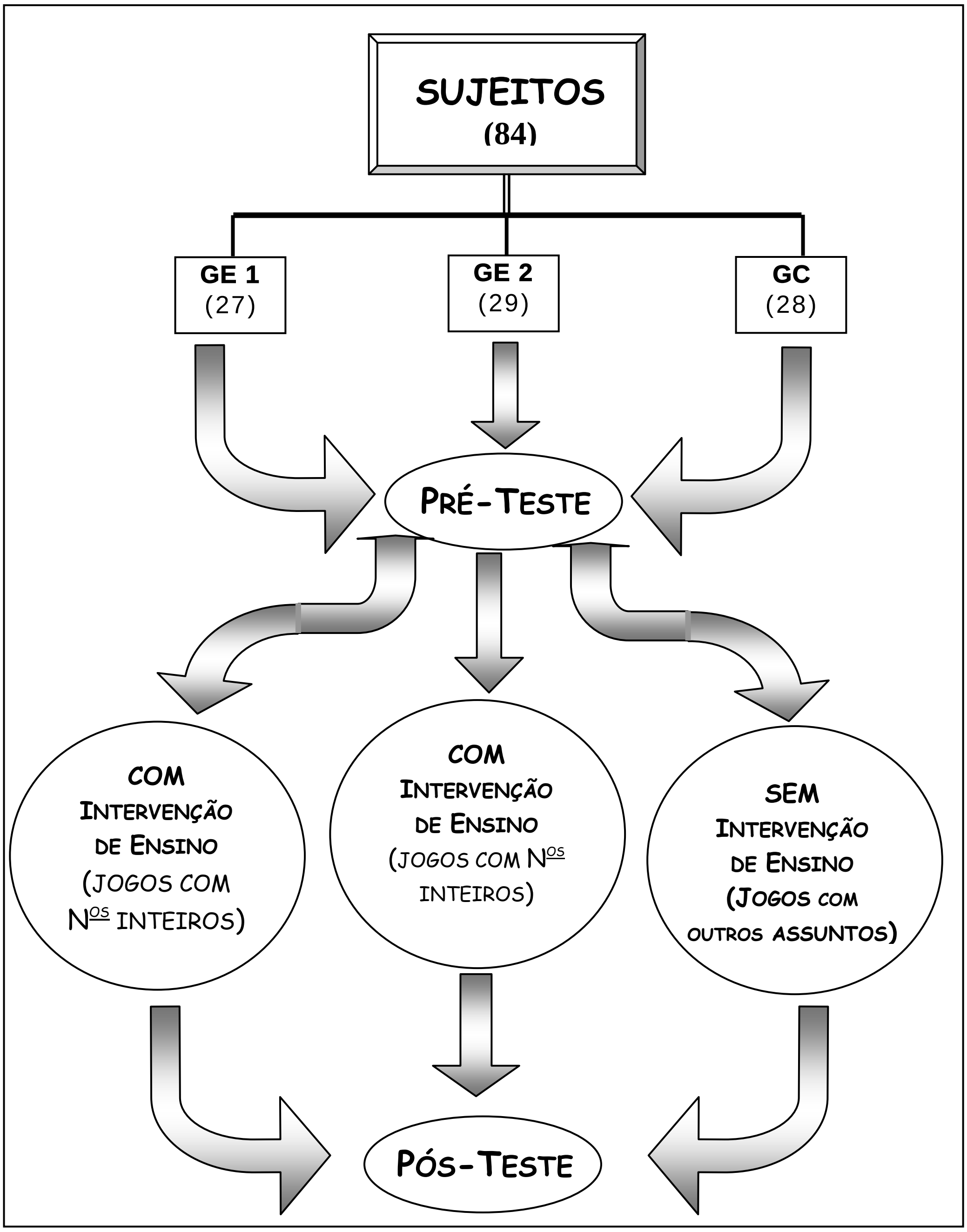


Figura 3.1: *Resumo do desenho do experimento*

4 A partir deste momento, usaremos as abreviaturas para nos referirmos a esses grupos: GE (grupo experimental) e GC (grupo controle).

O objetivo do pré-teste era diagnosticar o que os alunos dos GEs e GC sabiam a respeito de números inteiros positivos e negativos. O pós-teste, aplicado também aos dois grupos, depois que os GEs passaram pela intervenção de ensino, a partir do uso de dois jogos, tinha o objetivo de analisar o progresso dos alunos ao lidarem com as operações de adição e subtração com os números inteiros positivos e negativos e, também, no caso dos GEs, de avaliar se o uso dos jogos contribuiu para os alunos aprenderem esses conceitos de forma significativa.

É importante destacar que ambos os grupos (GEs e GC) já tinham estudado, antes do início de nossa pesquisa, os números inteiros, por meio de aulas sob uma abordagem tradicional[5], pelas explicações do professor e pela resolução dos exercícios propostos no livro didático.

Como ilustra a figura 3.1, o GC realizou apenas os pré e pós-testes, pois era um grupo de referência, utilizado para a comparação do desempenho dos alunos quando da análise dos dados. No decorrer da intervenção de ensino com os GEs, esse grupo estudou outros assuntos diferentes de números inteiros, com atividades variadas, inclusive, jogos[6].

3.3 Universo do estudo

O estudo foi desenvolvido em uma escola particular da cidade de São Paulo que atua desde a Educação Infantil até o final do Ensino Médio. Funciona nos períodos matutino e vespertino e seu corpo discente é formado por, aproximadamente, 1400 alunos.

No que diz respeito ao sétimo ano, que era a população que nos interessava, existiam três classes no período matutino.

---

[5] Estamos considerando como uma abordagem tradicional, o ensino por meio de aula expositiva com uso da lousa e giz e da resolução de exercícios do livro, sem utilização de outro tipo de material didático.

[6] A utilização de jogos com esse grupo veio da reivindicação da própria classe que, sabendo que as outras duas classes estariam desenvolvendo atividades matemáticas por meio de jogos, também, queriam participar. A solução que encontramos, foi igualmente com essa classe utilizar outros jogos como uma das atividades de ensino, mas não os mesmos jogos nem tampouco trabalhando números negativos.

3.3.1 Os Sujeitos

Os sujeitos desta pesquisa foram os alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, com idade média de 12 anos. A escolha desta série deveu-se ao fato de ser esta a série na qual, geralmente, são estudadas as operações com números inteiros, necessários para resolução de problemas algébricos. Assim, os sujeitos de pesquisa foram 84 alunos do período matutino, distribuídos em dois grupos: 56 pertencentes aos GEs e 28 ao GC.

Para um maior controle das situações da pesquisa, tivemos o cuidado de trabalhar com as classes onde éramos o professor de Matemática. Dessa forma, evitaríamos que os alunos do GC tivessem contato com o tema números inteiros negativos, durante o período da pesquisa e, também, preservaríamos que os alunos dos grupos GEs tivessem outro tipo de contato com os números inteiros, além do que previa nossa intervenção de ensino.

3.4 Material utilizado

Nesta pesquisa, o material utilizado pode ser descrito, conforme duas etapas: na primeira, utilizamos os instrumentos diagnósticos (testes), aplicados no início (pré-teste) e no final (pós-teste) do experimento. Na segunda etapa, referente à intervenção de ensino, o material empregados no GE constituiu-se dos jogos: *Perdas e Ganhos*[7] e *Jogo das Argolas Surpresa*[8] e seus respectivos registros. O GC realizou outros jogos, mas não sobre números inteiros.

3.4.1 Material da primeira etapa: os testes

Os pré e o pós-testes (em anexo) compreenderam questões muito parecidas e equivalentes em relação ao conteúdo matemático, números inteiros e

[7] Jogo retirado do livro: Matemática Paratodos, de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Cestari Lellis, da editora Scipione, 2006, p. 125.

[8] Este jogo foi elaborado pelo pesquisador, com o objetivo de abordar o estudo das expressões numéricas com números negativos, pois foi na resolução destas expressões, no pré-teste, que os alunos tiveram mais dificuldade.

quanto ao nível de dificuldade. Para cada questão do pré-teste, havia uma questão correspondente no pós-teste[9], mas não necessariamente na mesma ordem. As questões foram dispostas em duas folhas sulfites (frente e verso), e os alunos usaram apenas lápis, caneta e borracha para resolvê-las.

A seção 3.5 apresentará a descrição do procedimento para a aplicação dos testes.

Quadro 3.1: Correlação entre as questões do pré e pós-testes

Ordem das questões do pré e pós-teste com a quantidade de itens									
Questões do Pré	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª
Questões do Pós	--	3ª	1ª	2ª	5ª	6ª	7ª	8ª	4ª
Nº. de itens por questão	1	7	3	3	2	4	4	5	2

3.4.2 Material da segunda etapa: a intervenção de ensino

O material utilizado na intervenção de ensino era diretamente relacionado ao material de cada jogo. Assim sendo, descreveremos os materiais dentro da descrição de cada jogo.

3.4.2.1 Primeiro jogo: Perdas e Ganhos

<u>Material para cada aluno</u>: 10 fichas de cartolina positivas (azuis) e 10 fichas de cartolina negativas (amarelas) e folha sulfite, em branco, para registro.

<u>Material para cada grupo de quatro alunos</u>: 12 cartões como os representados abaixo, que ficarão na mesa empilhados e virados para baixo:

[9] Observando o quadro 3.1, percebemos que no pré-teste há uma questão a mais. Isto ocorreu porque no início deste teste (questão 1) queríamos sondar o que os alunos achavam sobre os números inteiros, para elaborarmos a intervenção de ensino. Tal sondagem não era necessária no pós-teste.

Perde 4 negativas	Perde 4 positivas	Ganha 4 negativas	Ganha 4 positivas
Perde 3 negativas	Perde 3 positivas	Ganha 3 negativas	Ganha 3 positivas
Perde 2 negativas	Perde 2 positivas	Ganha 2 negativas	Ganha 2 positivas

<u>Descrição do jogo</u>[10]:

Os alunos serão organizados em grupos de quatro, mas jogarão individualmente.

Cada jogador começará com seis fichas positivas (azuis) e seis fichas negativas (amarelas), o que dará zero ponto. As demais fichas ficarão próximas ao jogador para serem usadas quando necessário. Os cartões ficarão virados para baixo no centro da mesa. Veja abaixo uma imagem desse material.

[10] Na seção 3.5.2, este jogo estará explicado com detalhes.

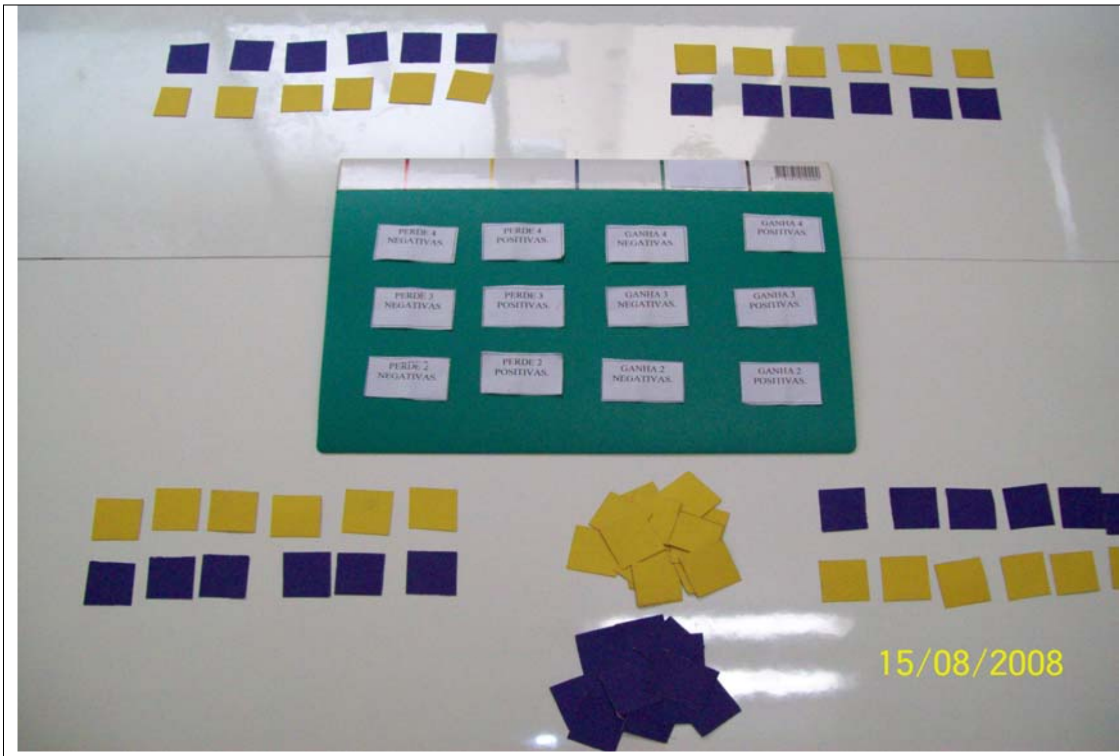


Figura 3.2: *Material do jogo Perdas e Ganhos*

Cada jogador sorteará um cartão, fará o que ele “mandar”, por exemplo, *perderá 2 positivas*, tirará de suas fichas 2 positivas, registrará o cálculo, no caso -(+2), que representará esta ação e dará a vez ao próximo. Os cartões voltarão para a mesa, sendo misturados com os demais.

É importante destacar que cada vez que jogar o jogador deverá partir do número de fichas que ficou na última rodada. Se ele iniciou o jogo com 6 fichas positivas e 6 fichas negativas, o seu primeiro registro será: 6 + (-6) = 0. Na segunda rodada, se tirou o cartão, *perderá 2 positivas* e registrará: 0 - (+2) = -2

+ + + + + +	⇒	+ + + +
- - - - - -		- - - - - -

Cada jogador jogará alternadamente. O jogo terminará na décima rodada e o vencedor será quem tiver como resultado o maior número. Como exemplo, se ao final da décima rodada os alunos de um grupo tiverem os resultados *-3, -5, -2 e -4*, vencerá o aluno com o resultado -2.

3.4.2.2 Segundo jogo: Jogo das Argolas Surpresa

O Jogo das Argolas Surpresa foi elaborado pelo pesquisador.

Este jogo foi realizado em grupo de quatro alunos, jogando dupla contra dupla, com o objetivo dos alunos efetuarem adições com números positivos e negativos, a partir das situações obtidas com o sorteio de fichas numeradas e, também, de argolas que indicarão, pela cor, se o aluno deveráq perder ou ganhar pontos (que podem ser positivos ou negativos). O aluno deverá registrar o resultado dos sorteios para, assim, construir suas expressões numéricas, utilizando a linguagem matemática e calculando seus resultados.

<u>Material para cada grupo</u>: um tabuleiro numérico de cartolina com 8 números positivos e 8 números negativos *(-40; -35; -30; --25; -20; -15; -10; -5; +5; +10; + 15; +20; +25; +30; +35; +40),* distribuídos aleatoriamente, um saco surpresa contendo 4 argolas (duas claras que indicarão perda e duas escuras que indicarão ganho) para sorteio, um saco com cartões numerados (também para sorteio) com os mesmos números do tabuleiro, folha para registrar as expressões e papel para rascunho.Veja abaixo uma imagem destes materiais:

Figura 3.3: *Material do Jogo das Argolas Surpresa*

Descrição do Jogo:

A classe será dividida em grupos de quatro alunos (2 em cada lado da mesa, ou seja, dupla contra dupla). O tabuleiro ficará no centro da mesa, assim como os dois sacos[11] surpresas: um com as argolas e outro com os cartões numerados.

Na primeira rodada, uma dupla sorteará uma argola que indicará se a dupla ganhará ou perderá pontos e um cartão numerado. A argola e o cartão deverão ser colocados no tabuleiro, conforme a imagem abaixo:

Figura 3.4: *Tabuleiro do Jogo das Argolas Surpresa*

Após, os resultados dos sorteios serão registrados no papel para construir sua expressão numérica. Por exemplo, a dupla sorteou a argola clara e o cartão numerado 30, registrando - (+30).

[11] Os sacos eram escuros para garantir a surpresa dos sorteios.

Dessa forma, a dupla fará quatro sorteios (argolas e cartões), um de cada vez, para construir uma expressão numérica. Depois, deverá resolver (no final do quarto sorteio) a expressão numérica. Quando terminar de resolver a sua expressão, colocará as argolas e os cartões de volta nos sacos surpresas e passará a vez para a outra dupla jogar, fazendo o mesmo procedimento que a dupla anterior.

O jogo terminará quando as duplas completarem a quinta rodada, ou seja, quando construírem e resolverem 5 expressões numéricas. Assim, somarão o total de pontos correspondente aos resultados de cada expressão e será vencedora a dupla com o maior número de pontos.

Exemplo do jogo:

A dupla A começou a primeira rodada sorteando a argola clara e o cartão 30 e registrou no papel - (+30). Depois, sorteou a argola escura e o cartão +5, anotando no mesmo registro: - (+30) + 5. Assim, os sorteios se sucederam e no final do quarto sorteio a dupla construiu a expressão numérica: - (+30) + (+5) - (-15) - (+25) e calculou seu resultado que foi -35.

As rodadas sucederam-se e o registro final depois da quinta rodada para as duas duplas, foi:

<u>Dupla A</u>

Rodada	Registro da Expressão Numérica	Resultado
1ª	- (+30) + (+5) - (-15) + (-25)	-35
2ª	+ (+20) + (+10) - (-15) - (-20)	+65
3ª	- (-10) - (-5) + (-30) + (-10)	-25
4ª	+ (+40) - (+10) + (-30) - (-25)	+25
5ª	+ (-10) - (-10) + (-35) - (+5)	-40
		Total: -10

<u>Dupla B</u>

Rodada	Registro da Expressão Numérica	Resultado
1ª	+(-40) + (+5) - (-25) - (+20)	-30
2ª	- (+5) + (+20) + (-15) - (-10)	+10
3ª	- (-40) + (+5) + (-30) - (-35)	+50
4ª	- (-25) + (-25) + (+15) -(+30)	-15
5ª	- (+35) + (-5) + (+10) - (-20)	-10
		Total: +5

Assim, no exemplo dado, a dupla B seria a vencedora, porque obteve o maior resultado, uma vez que +5 é maior que -10.

3.5 Procedimento

Este estudo constou de duas etapas distintas – diagnóstico (pré e pós-testes) e intervenção de ensino que foram desenvolvidos separadamente nos grupos de alunos, que participaram da pesquisa da seguinte forma:

Quadro 3.2: Procedimentos adotados nos GE e no GC

<u>Dois Grupos Experimentais</u> – etapa diagnóstica (pré e pós-testes) e intervenção de ensino – jogos. <u>Grupo Controle</u> – etapa diagnóstica (pré e pós-testes).

As duas etapas foram desenvolvidas em sala de aula, no horário das aulas de Matemática dos alunos envolvidos, com a presença apenas do pesquisador. A coleta de dados foi obtida por meio de fotos, registros escritos dos alunos e do pesquisador.

Em seguida, descreveremos as etapas da pesquisa.

3.5.1 Primeira etapa – Os Instrumentos Diagnósticos

Esta etapa foi dividida em dois momentos: o pré-teste e o pós-teste.

O pré-teste foi elaborado para nos trazer informações sobre o que os alunos sabiam a respeito dos números inteiros, quais eram as principais dificuldades encontradas por eles na resolução das questões propostas e, também, identificar quais questões apresentavam maior grau de dificuldade: as contextualizadas (as questões com uma maior relação com o cotidiano do aluno, com uma aplicação prática), as intermediárias (questões de localização na reta numérica) ou algoritmos (questões que abordavam apenas os algoritmos das operações de adição e subtração dos números inteiros)[12]. O número de questões de cada tipo está especificado no quadro 3.3. Os resultados desse teste nos auxiliaram na elaboração da seqüência a ser usada na intervenção de ensino e foram utilizados na comparação com os dados do pós-teste.

Quadro 3.3: Classificação das questões do pré-teste segundo o tipo de contexto

	PRÉ-TESTE		
Questões	**Contextualizadas**	**Intermediárias**	**Algoritmo**
	2 3 4 9	5 6	7 8

O pré-teste (em anexo) foi realizado em um encontro de duas aulas seguidas, de 45 minutos cada. As nove questões foram entregues todas de uma única vez, e os alunos resolveram-nas individualmente, na ordem que acharam melhor. Foi solicitado que as respostas estivessem a caneta. Não houve nenhuma intervenção do pesquisador na realização deste pré-teste nem mesmo a leitura das questões em voz alta, justamente para evitar qualquer tipo de “dica” ou explicação mesmo que involuntariamente. O pesquisador atendeu apenas às dúvidas dos alunos quanto ao entendimento das questões, de forma a não interferir em suas respostas.

Os alunos do GE e do GC realizaram o pré-teste em um mesmo dia.

[12] A classificação das questões foi criada por nós, apenas para facilitar a organização dos dados e a análise dos resultados do pré-teste.

O mesmo procedimento na aplicação do pós-teste, foi adotado qual seja, também, aplicado coletivamente, com os alunos resolvendo o teste individualmente, sem uso de qualquer material manipulativo, apenas caneta e em duas aulas seguidas de 45 minutos cada.

Os alunos do GE e do GC realizaram o pós-teste em um mesmo dia.

A equivalência matemática entre os testes foi mantida, conforme já mencionamos no item 3.4.1.

A seguir, os dados do Quadro 3.4 oferecem um panorama geral do período no qual se desenvolveu todo o experimento:

Quadro 3.4: Panorama geral do período no qual se desenvolveu o experimento

	Pré-teste	**Intervenção de ensino**	**Pós-teste**
GEs	abril de 2007. 2 aulas seguidas de 45 minutos cada.	outubro e novembro de 2007. 12 aulas de 45 minutos cada.	novembro 2007. 2 aulas seguidas de 45 minutos cada.
GC	abril de 2007. 2 aulas seguidas de 45 minutos cada.	outubro e novembro de 2007. 12 aulas de 45 minutos cada.	novembro de 2007. 2 aulas seguidas de 45 minutos cada.

A seguir, apresentaremos cada uma das questões dos instrumentos diagnósticos, com seu respectivo objetivo.

3.5.1.1 Questões do Pré-teste

1ª Questão

Você já ouviu falar de números inteiros?

( ) Sim ( ) Não

Se sim, o que você acha que é um número inteiro?

Nosso objetivo com a questão era conhecer o significado de número inteiro para os alunos.

Esta questão só existiu no pré-teste. Como iríamos iniciar um trabalho com números inteiros, conteúdo já visto pelos alunos no primeiro semestre letivo, para nós era muito importante identificar o que cada aluno sabia a respeito desses números.

2ª Questão

Parte 1

Quando se fala em altitude de um local, a altitude zero é o nível do mar. Por exemplo, o pico das Agulhas Negras, situado na serra do Itatiaia (MG/RJ). Ele tem 2787 m de altitude. Isso significa que o ponto mais alto dele está 2787 m acima do nível do mar.

Considere o nível do mar como altitude zero. Represente as seguintes altitudes usando números inteiros positivos ou números inteiros negativos:

a) 10 m acima do nível do mar

b) 20 m abaixo do nível do mar

c) 50 m abaixo do nível do mar

d) 2000 m acima do nível do mar

Parte 2

Agora dê um significado às expressões, considerando o nível do mar como altitude zero:

a) – 150 m

b) + 1780 m

c) 0 m

A questão aborda uma situação na qual nos deparamos com os números inteiros negativos: o nível do mar é considerado como marco zero. Neste caso, a reta numérica pode ser desenhada, fazendo-se corresponder o número zero com o nível do mar.

Na primeira parte da questão, o aluno deverá ler a expressão e traduzi-la para a representação numérica e, na parte 2, deveria fazer o inverso, ou seja, foi dada uma certa altitude em relação ao nível do mar, e o aluno deveria escrever seu significado.

3ª Questão

Complete as sentenças:

a) *Tinha R$ 14,00 e gastei R$ 19,00. Para saber com quanto fiquei, calculei 14 – 19. O resultado foi R$ ____________.*
b) *Já estou devendo para meu amigo Paulo R$ 10,00. Hoje, fomos ao cinema e lhe pedi emprestado mais uma quantia para pagar os ingressos, pois gastei R$ 8,00. Para saber quanto devo para meu amigo calculei ____________. O resultado foi _________.*
c) *Meu saldo bancário era R$ - 30,00. O banco estornou (devolveu) uma dívida de R$ 15,00 que me havia cobrado por engano. Para saber o novo saldo, efetuei ________________. O resultado foi ____________.*

O objetivo desta questão era verificar se os alunos operavam corretamente com os números inteiros (adição e subtração). Eram três situações relacionadas a saldos e dívidas, nas quais podíamos estabelecer relações entre os valores (números positivos interpretados como créditos e números negativos como débito).

Situações como estas, sobretudo envolvendo extratos bancários, trazem um exemplo muito comum do uso dos números negativos: quando tiramos um extrato e aparece, por exemplo, o saldo devedor de 250 reais, que é representado como - 250 reais. Assim, os números inteiros positivos representam os créditos da conta e os números inteiros negativos, os débitos; mostrando, portanto, o total de dinheiro que entrou e o que foi sacado ou retirado da conta. Dessa forma, é possível relacionar os valores do extrato bancário com a reta numérica.

4ª Questão

Responda às questões, sempre observando que o termômetro inicia na <u>*marca –4º C .*</u>

a) Se a temperatura descer 7º C, qual será a temperatura ambiente?

b) Se a temperatura subir 6º C, qual será a temperatura ambiente?

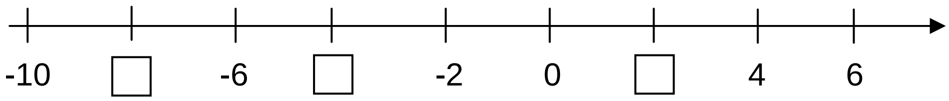
c) Se a temperatura descer 9º C e depois subir 6º C, qual será a temperatura ambiente?

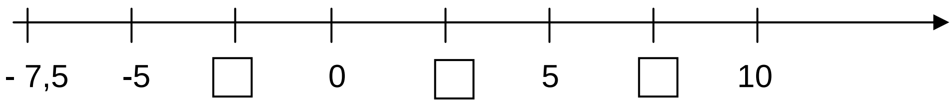
O objetivo da Questão 4 era verificar se os alunos efetuavam as operações de adição e subtração com os números inteiros positivos e negativos, relacionando com a localização e a representação na reta numérica.

Esta questão trazia uma situação relacionada à temperatura, muito comum nos livros didáticos, que costumam usar terminologias como: “5 graus abaixo de zero”, “menos 5 graus”, ou ainda, "5 graus negativos”.

5ª Questão

Os números foram distribuídos em uma reta, de maneira parecida à escala de um termômetro. Observe a disposição dos números e escreva os que faltam:

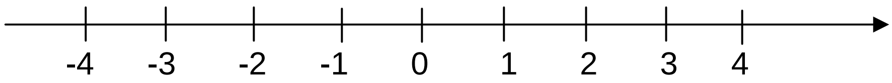
a)


b)


O objetivo da Questão 5 era analisar a capacidade do aluno observar a ordem e a posição (em relação ao número zero) dos números positivos e negativos na reta numérica, comparando-os entre si pelo seu valor numérico.

6ª Questão

Na reta numérica, pode-se calcular a distância entre dois números subtraindo o menor do maior. Observe:



Agora, calcule a distância entre:

a) –22 e –55

b) – 27 e 13

c) – 6 e 20

d) – 20 e – 6

Com esta questão, pretendíamos observar e analisar se o aluno realizava movimentações na reta numérica com números inteiros negativos e positivos, calculando a distância entre dois números dados.

7ª Questão

Calcule o valor de cada expressão:

a) +62 - 43 - 12 + 18 - 13

b) (- 19 + 31 - 24) + (- 30 + 45 - 13)

c) (98) + (- 48) - (+ 60) - (- 48) + (- 98)

d) (- 400) + (+ 348) - (- 400) - (+ 48)

O objetivo desta questão era identificar se os alunos resolviam corretamente as expressões numéricas, envolvendo adições e subtrações com os números inteiros positivos e negativos.

8ª Questão

Diga se a afirmação é V (verdadeira) ou F (falsa):

a) - 3 + 8 > - 3 + 9 ( )

b) 4 + (- 5) > 6 + (- 6) ( )

c) 3 + (- 8) > 3 + (- 11 ( )

d) - 11 + 5 $<$ - 20 + 13		*( )*

e) 4 - (+4) $<$ 10 + (- 11)		*( )*

O objetivo da questão era identificar se os alunos resolviam corretamente as expressões numéricas, envolvendo adições e subtrações com os números inteiros positivos e negativos e, depois, comparar os resultados das operações para analisar se as afirmações eram verdadeiras ou falsas.

Com esta questão pretendíamos analisar se os alunos compreendiam que dados dois números inteiros quaisquer, o menor deles é o que está à esquerda (no sentido positivo da reta numérica). Assim, dados dois números positivos, será maior o que estiver mais distante do zero; dados dois números negativos, será maior o que estiver mais próximo do zero.

9ª Questão

Um submarino navega a uma profundidade de - 220 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 900 m de altitude.

a) O avião encontra-se a quantos metros acima do submarino?

b) Quantos metros deve subir o submarino para navegar a - 80 m?

O objetivo desta questão era verificar como os alunos resolviam esta situação-problema que exemplifica uma situação na qual nos deparamos com os números inteiros negativos e sendo o nível do mar, considerado como marco zero.

3.5.1.2 Questões do Pós-teste

No que se refere ao conteúdo matemático e ao nível de dificuldade, elaboramos para cada questão do pré-teste uma correspondente no pós-teste, pois nossa finalidade é analisar, comparar e verificar os conhecimentos construídos após nossa intervenção de ensino, que está pautada em dois jogos sobre os números inteiros, nos permite verificar o aprendizado antes e depois desta intervenção.

No Quadro 3.1 da seção 3.4.1, relacionamos as questões do pré-teste com as do pós-teste. Por esse motivo não colocamos novamente o objetivo de cada questão do pós-teste. No enunciado de cada questão do pós-teste, consta entre parênteses a correspondente questão do pré-teste.

1ª Questão (3ª questão)

Complete as sentenças:

a) Paulo tinha R$ 15,00 e gastou R$ 18,00. Para saber com quanto ele ficou, calculou 15 – 18. O resultado foi R$ ____________.

b) Flávia já está devendo para seu amigo Pedro R$ 20,00. Hoje, eles foram ao cinema e ela lhe pediu emprestado mais uma quantia para pagar os ingressos, pois gastou R$ 12,00. Para saber quanto ela deve para seu amigo, calculou ____________. O resultado foi _________.

c) Meu saldo bancário era R$ - 25,00. O banco estornou (devolveu) uma dívida de R$ 15,00 que me havia cobrado por engano. Para saber o novo saldo, efetuei ________________. O resultado foi ____________.

2ª Questão (4ª questão)

Responda às questões, sempre observando que o termômetro inicia na <u>marca –8ºC .</u>

a) Se a temperatura descer 7º, qual será a temperatura ambiente? ______

b) Se a temperatura subir 6º, qual será a temperatura ambiente? ________

c) Se a temperatura descer 9º e depois subir 6º, qual será a temperatura ambiente? ________

3ª Questão (2ª questão)

<u>Parte 1</u>

Uma aeronave foi resgatar 5 funcionários de uma mineradora de ouro. Considerando a entrada da mina, no solo, como nível zero, represente os seguintes níveis usando números inteiros positivos ou números inteiros negativos:

a) 15 m acima do nível da mina ______________________

b) 10 m abaixo do nível da mina _______________________

c) 40 m abaixo do nível da mina _______________________

d) 500 m acima do nível da mina _____________________

<u>Parte 2</u>

Agora dê um significado às expressões, considerando o nível da mina como nível zero:

a) – 130 m ____

b) + 1650 m ____

c) 0 m ____

4ª Questão (9ª questão)

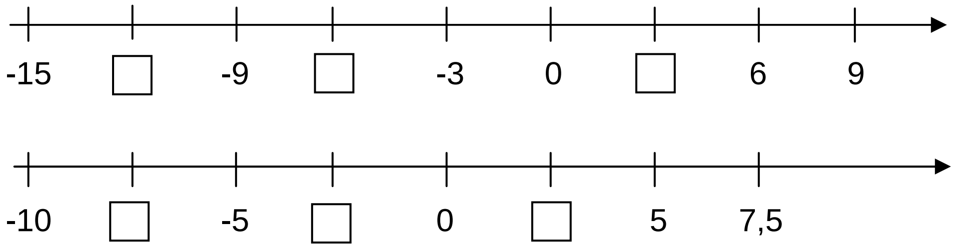
Um submarino navega a uma profundidade de - 215 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 815 m de altitude.

a) O avião encontra-se a quantos metros acima do submarino?

b) Quantos metros deve subir o submarino para navegar a – 80 m?

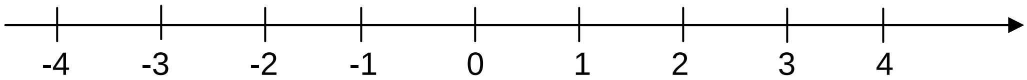
5ª Questão (5ª questão)

Os números foram distribuídos numa reta, de maneira parecida à escala de um termômetro. Observe a disposição dos números e escreva os que faltam:



6ª Questão (6ª questão)

Na reta numérica, pode-se calcular a distância entre dois números subtraindo o menor do maior. Observe:



Agora, calcule a distância entre:

a) -25 e -50 ____________

b) -17 e -13 ____________

c) -3 e -18 ____________

d) -10 e -7 ____________

7ª Questão (7ª questão)

Calcule o valor de cada expressão:

a) + 62 - 43 -12 + 18 - 13 = ____________________________

b) (- 19 + 31 – 24) + (- 30 + 45 - 13) = __________________

c) (98) + (- 48) - (+ 60) - (- 48) + (- 98) = _______________

d) (- 400) + (+ 348) - (- 400) - (+ 48) = ________________

8ª Questão

Diga se a afirmação é V (verdadeira) ou F (falsa):

a) - 3 + 8 > - 3 + 9 (   )

b) 4 + (- 5) > 6 + (- 6) (   )

c) 3 + (- 8) > 3 + (- 11) (   )

d) - 11 + 5 < - 20 + 13 (   )

e) 4 - (+4) < 10 + (- 11) (   )

3.5.2 Segunda etapa – A intervenção de ensino

Como já mencionamos na seção 3.2, com os alunos do GC foram realizadas atividades e jogos que não abordaram os números inteiros, para não influenciar nos resultados do pós-teste e, conseqüentemente, na análise dos resultados da pesquisa. Este grupo serviu como referencial para que pudéssemos realizar as comparações com os resultados obtidos pelos alunos do GE. Por esse motivo, não iremos descrever aqui as atividades realizadas com esse grupo. A seguir, descreveremos o procedimento adotado na intervenção de ensino realizada com o grupo experimental.

A intervenção de ensino foi desenvolvida nos meses de outubro e novembro, totalizando seis encontros, em um total de 12 aulas, cada uma com 45 minutos de duração.

Nos seis encontros, utilizamos os jogos: *Perdas e Ganhos* e *Jogo das Argolas Surpresa.* É importante esclarecer que, primeiramente, exploramos o jogo *Perdas e Ganhos,* para depois testarmos o outro jogo. Isto ocorreu para organizarmos melhor as problematizações e registros realizados em cada encontro e, também, pelo fato do segundo jogo ser mais complexo do que o primeiro, envolvendo expressão numérica com mais de duas parcelas. A opção pelo segundo jogo ocorreu porque percebemos que os alunos sentiram dificuldade para resolver no pré-teste a Questão 7, envolvendo expressões numéricas.

Os alunos foram divididos em grupos de quatro, durante o desenvolvimento de toda a intervenção. Houve trocas entre os grupos no decorrer dos encontros para estimular a interação entre eles. Os grupos foram escolhidos pelos alunos, apenas em situações de conflito na escolha dos grupos, houve a intervenção do pesquisador.

Para jogar e realizar as atividades propostas, os alunos precisaram se organizar e decidir as ações em conjunto, de forma que todos pudessem colaborar. Levando em consideração a idade dos alunos, o pesquisador sempre retomava a importância de todos participarem das atividades, estimulando e incentivando a troca de idéias e a cooperação entre eles.

A escolha para trabalhar em grupo deve-se ao fato de acreditarmos na importância do outro no processo de ensino e aprendizagem, destacando a interação entre os alunos, como elemento fundamental na construção do conhecimento e na formação do indivíduo.

Cada grupo tinha o material do jogo, o estojo completo e caderno ou folha de registro do jogo.

Durante o desenvolvimento de toda a intervenção de ensino, apenas o pesquisador permaneceu na sala de aula.

A seguir, descrevemos o procedimento adotado em cada encontro[13].

3.5.2.1 Encontro 1

Jogo Perdas e Ganhos

<u>Objetivo</u>: Efetuar adições com números inteiros positivos e/ou negativos.

No primeiro encontro, o pesquisador solicitou que os alunos se organizassem aleatoriamente em grupos de quatro componentes e entregou a cada grupo o material correspondente ao jogo *Perdas e Ganhos*: 10 fichas de cartolina positivas (azuis) e 10 fichas de cartolina negativas (amarelas) e 12 cartões, como os representados abaixo que ficaram na mesa empilhados e virados para baixo:

[13] Todas os encontros foram realizados em sala de aula.

Perde 4 negativas	Perde 4 positivas	Ganha 4 negativas	Ganha 4 positivas
Perde 3 negativas	Perde 3 positivas	Ganha 3 negativas	Ganha 3 positivas
Perde 2 negativas	Perde 2 positivas	Ganha 2 negativas	Ganha 2 positivas

Solicitou-se que os alunos manuseassem o material e depois, o pesquisador apresentou o jogo e suas respectivas regras, o que levou aproximadamente uma hora-aula. O pesquisador foi apresentando o jogo e discutindo como jogar com os alunos, explicando que cada jogador começaria com seis fichas positivas e seis negativas, o que daria zero ponto. Neste momento, problematizou como eles poderiam organizar as fichas na mesa para facilitar as operações e os registros. Os próprios alunos deram a idéia de que as fichas positivas deveriam ficar alinhadas com as negativas, pois assim seria mais fácil para eles entenderem o jogo e registrarem suas operações:

+	+	+	+	+	+

-	-	-	-	-	-

O pesquisador precisou esclarecer que as demais fichas ficariam no centro da mesa e poderiam ser utilizadas, se necessário.

Duas partidas coletivas (pesquisador e alunos) foram realizadas para auxiliar na compreensão do jogo. Foi retomado que, na sua vez, o jogador sortearia um cartão, faria o que ele indicava, registra o cálculo na folha (resolvendo-o) e daria a vez ao próximo. Os cartões retirados não voltariam mais à pilha.

Os alunos foram questionados sobre como registrar, usando os números e os sinais para, por exemplo, no lugar de escrever ganha três negativas, escrever +(-3) e, depois, pensar no excesso de sinais para simplificar esta escrita para –3. Para isso, o pesquisador problematizou: *como poderemos deixar esta escrita + (- 3) "mais simples"? Alguém tem alguma idéia de como fazer? Ganhar 3 negativas pode ser representado de uma outra maneira diferente do que + (- 3)?*

<u>Exemplo das partidas coletivas que o pesquisador fez com a classe:</u>

O pesquisador foi problematizando as situações para verificar as respostas e entendimento dos alunos, registrando na lousa:

"Na primeira partida, imaginem que um jogador sorteou o cartão Perde 5 positivas. Ele descartou 5 fichas positivas, ficando com 1 ficha positiva e 6 fichas negativas. Seu registro ficou assim 0 - (+ 5) = - 5".

Veja a representação desta situação:

Início:

+	+	+	+	+	+

-	-	-	-	-	-

Resultado, depois da primeira partida (após o sorteio do cartão *Perde 5 positivas*):

+

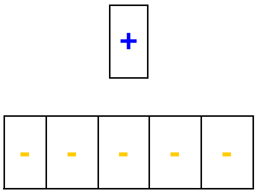
-	-	-	-	-	-

+1 + (-1) = 0

Restaram: -5

"Na segunda partida, o mesmo jogador sorteou a ficha Perde 1 negativa. Ele descartou 1 ficha negativa, ficando com 5 negativas e 1 positiva":

-5 - (-1) = - 4



-5 - (-1) = -4

Restaram: -4

Depois das problematizações, cada grupo jogou pela primeira vez, fazendo os registros no caderno. O pesquisador foi observando cada grupo para verificar se os alunos estavam compreendendo o jogo, quais dúvidas existiam e como faziam seus registros, mas não interferiu em nenhum momento.

Cada grupo jogou livremente, sem um número de partidas estipulado, até o término da aula.

O material foi recolhido e os alunos informados que jogariam novamente nas próximas aulas.

3.5.2.2 Encontro 2

Jogo Perdas e Ganhos

Neste encontro, o pesquisador retomou as regras do jogo com os alunos para isso, foi problematizando com eles, como jogaram no encontro anterior. Assim, eles contaram como tinham jogado e o pesquisador foi sistematizando coletivamente as regras do jogo na lousa.

Após isto, os alunos organizaram-se novamente em grupos[14], receberam o material do jogo e uma folha (para cada aluno) para o registro de dez partidas, conforme o modelo abaixo:

[14] Não houve interferência do pesquisador na formação destes grupos, mas ele observou que a maioria dos alunos preferiu ficar no mesmo grupo.

Partidas	Cálculos	Resultado
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		
5ª		
6ª		
7ª		
8ª		
9ª		
10ª		

Quando todos os grupos terminaram o jogo, o pesquisador discutiu com eles, como foi jogar e se apareceu algum problema no decorrer das partidas. Como os alunos ainda estavam com dúvida sobre como jogar, o pesquisador esclareceu que sempre que necessário o jogador podia pegar das sobras de suas fichas um número igual de fichas positivas e negativas (ou seja, zero). No caso, por exemplo, se um jogador tiver apenas 4 fichas positivas, deverá perder 2 fichas negativas, será preciso pegar 2 fichas positivas e 2 fichas negativas para poder retirar as 2 fichas negativas. Veja o exemplo:

Início:

+	+	+	+

Para perder 2 fichas negativas, podemos pegar 2 fichas positivas e 2 fichas negativas:

+	+	+	+	+	+

-	-

Ficando, assim, com 6 positivas:

+	+	+	+	+	+

Ao término do encontro, os alunos entregaram as folhas de registro das partidas.

3.5.2.3 Encontro 3

Jogo Perdas e Ganhos

Neste encontro, os alunos organizaram-se em grupos para jogar. Desta vez, não houve orientação do pesquisador em relação às regras.

Observou-se que todos os grupos já sabiam como jogar e registrar as operações. Para isso, foi usado o mesmo modelo de folha (para cada aluno) da aula anterior.

Durante o desenvolvimento do jogo, o pesquisador interferia apenas para tirar as dúvidas dos alunos, mas não as respondia diretamente e sim problematizava estas dúvidas com o grupo, para fazê-lo pensar e refletir sobre o jogo. Uma das dúvidas que apareceu no momento do jogo, foi sobre a situação do que fazer quando o jogador A tem três fichas negativas e deve perder cinco fichas negativas, mas não há um número suficiente de fichas no centro da mesa disponível para o jogador usar. Uma possibilidade de resolução apontada pelo grupo foi usar as fichas dos outros componentes do próprio grupo, para ajudar este jogador, conforme exemplificamos na situação abaixo:

O jogador B tem as seguintes fichas:

+	+	+	+	+	+	+	+	+

-	-	-	-	-	-

Tal situação pode ser representada assim:

+6 + (-6) = 0

0 + (+3) = +3

Observando esta situação, o grupo concluiu que o jogador B podia tirar seis fichas positivas e seis negativas, que somariam zero, sem alterar sua pontuação. Assim, estas 6 fichas negativas e 6 fichas positivas poderiam retornar para o centro da mesa, contribuindo para ajudar o jogador A. Dessa forma o jogador A pegou da mesa 5 fichas positivas e 5 fichas negativas que não alteraram seu resultado e juntou com as 3 fichas negativas que já tinha. Com isso, conseguiu tirar as 5 fichas negativas (que era o que indicava o cartão), obtendo a seguinte situação:

O jogador A tem 3 fichas negativas, ou seja, (-3)

-	-	-

⇓

Pegando da mesa 5 fichas negativas e 5 fichas positivas, teremos:

+5 + (-5) = 0

+	+	+	+	+

-	-	-	-	-

⇓

Juntando as 3 fichas negativas com as 5 fichas positivas e as 5 fichas negativas, teremos: +5 + (-8) = -3

+	+	+	+	+

-	-	-	-	-	-	-	-

⇓

Fazendo o que foi obtido no cartão (perde 5 fichas negativas), teremos:

-3 - (-5) = -3 + 5 = +2

+	+	+	+	+

-	-	-

Ao observar o que aconteceu ao "devolver" as fichas à mesa registrando -3 -(-5) = -3 + (5) = +2, o grupo percebeu que perder 5 fichas negativas seria o mesmo que ganhar 5 fichas positivas.

Quando todos os grupos terminaram de jogar, o pesquisador aproveitou para discutir coletivamente as situações que observou durante o jogo, como a situação descrita anteriormente, fazendo algumas perguntas, como por exemplo, *o que vocês fariam se fosse o jogador A?*

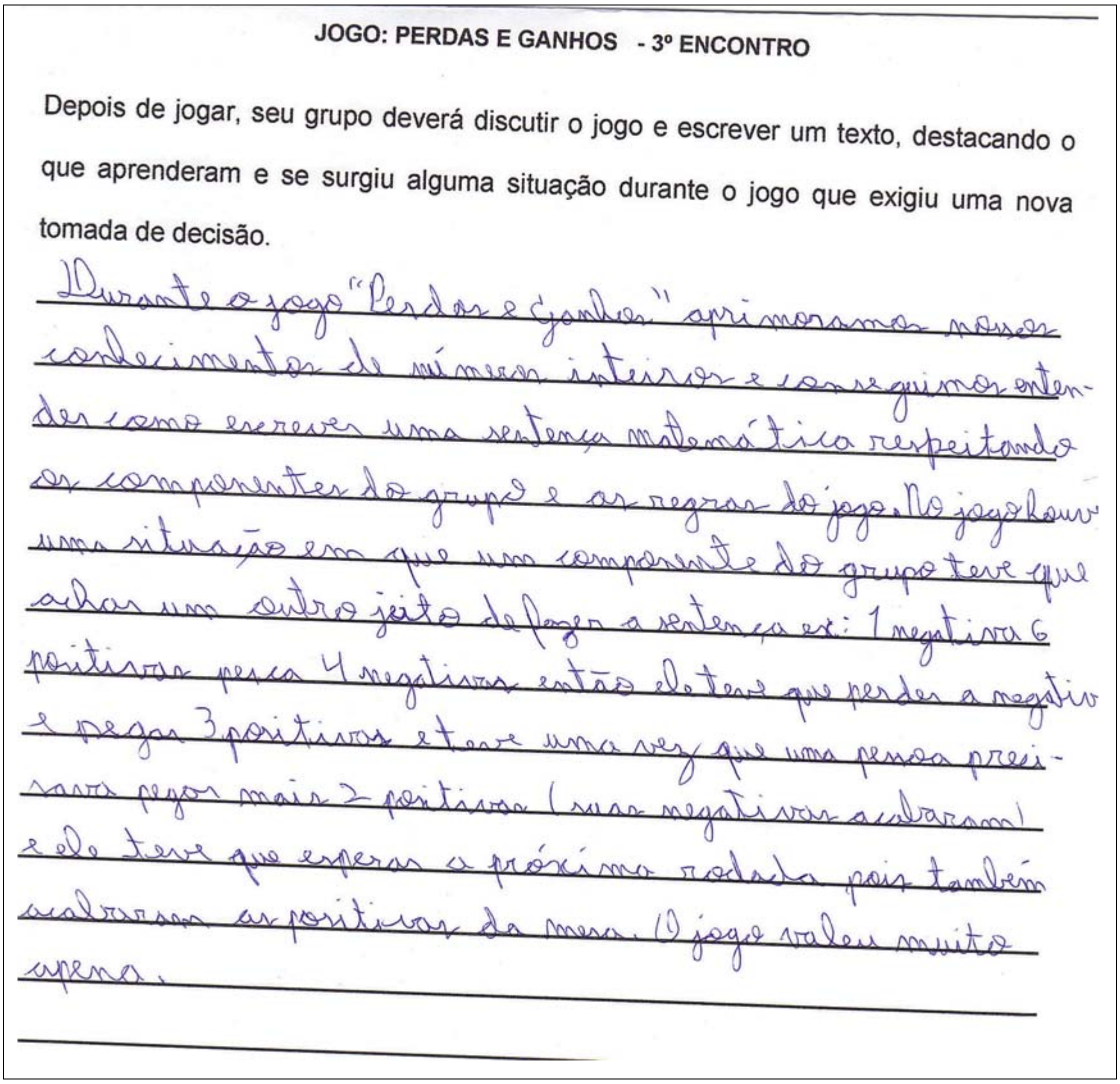
Após a discussão, cada grupo recebeu uma folha (veja protocolos abaixo) para fazer um registro escrito a respeito do jogo.

JOGO: PERDAS E GANHOS - 3º ENCONTRO

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir o jogo e escrever um texto, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão.

Tudo começou quando nosso professor nos ensinou a regra de sinais e a regra do jogo.
No início, foi um pouco difícil, pois um de nossos integrantes nunca tinha jogado, mas foi bom até, pois relembramos as regras.
Com esse projeto, aprendemos muito mais o conceito de que quando os sinais são iguais o resultado é positivo e quando os sinais são diferentes o resultado da negativo.
Todos nós começamos o jogo com seis cartões amarelos e seis azuis. Os amarelos são negativos e os azuis positivos. Com isso cada um de nós começou com 0, e ao longo do jogo íamos ganhando fichas com determinados escritos falando qual seria a nossa próxima jogada

***Figura 3.5**: Protocolo de texto do grupo A de alunos do GE sobre o jogo Perdas e Ganhos.*



JOGO: PERDAS E GANHOS - 3º ENCONTRO

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir o jogo e escrever um texto, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão.

Durante o jogo "Perdas e Ganhos" aprimoramos nossos conhecimentos de números inteiros e conseguimos entender como escrever uma sentença matemática respeitando os componentes do grupo e as regras do jogo. No jogo houve uma situação em que um componente do grupo teve que achar um outro jeito de fazer a sentença ex: 1 negativa 6 positivas perca 4 negativas então ele teve que perder a negativa e pegar 3 positivas e teve uma vez que uma pessoa precisava pegar mais 2 positivas (suas negativas acabaram) e ele teve que esperar a próxima rodada pois também acabaram as positivas da mesa. O jogo valeu muito apena.

Figura 3.6: Protocolo de texto do grupo B de alunos do GE sobre o jogo Perdas e Ganhos.

3.5.2.4 Encontro 4

Jogo das Argolas Surpresa

Este jogo foi realizado em grupos de quatro componentes, jogando dupla contra dupla, dois alunos em cada lado da mesa.

Como já mencionamos anteriormente, a escolha pelo jogo foi porque observamos que os alunos apresentaram muitos erros na Questão 7 do pré-teste que envolvia expressão numérica. Assim, escolhemos para trabalhar estas dificuldades, visando que os alunos tivessem oportunidade de pensar e operar sobre adições com números positivos e negativos, com mais de duas parcelas, compreendendo os procedimentos de resolução de uma maneira mais significativa e concreta usando para isso o jogo e os registros sobre ele.

O pesquisador entregou os materiais do jogo para cada grupo e pediu para eles explorarem-nos livremente: um tabuleiro numérico de cartolina com 8 números positivos e 8 números negativos *(-40; -35; -30; --25; -20; -15; -10; -5; +5; +10; + 15; +20; +25; +30; +35; +40)* distribuídos aleatoriamente, um saco surpresa contendo 4 argolas - duas claras, que indicam perder pontos e duas escuras, que indicam ganhar pontos - para sorteio, um saco com cartões numerados (também para sorteio) com os mesmos números do tabuleiro, tabela de registro das expressões e papel para rascunho.

Tabuleiro

-40	5	-30	35
20	10	40	25
-5	30	-15	-35
-25	15	-10	-20

Após a exploração livre do material, o pesquisador orientou cada grupo a colocar o tabuleiro no centro da mesa, assim como os dois sacos surpresas: um com as argolas e outro com os cartões numerados.

Cada dupla recebeu a explicação que deveria montar e resolver uma expressão numérica no caderno, que seria construída a partir do sorteio das argolas e dos cartões numerados. Na sua vez, cada dupla deveria realizar quatro sorteios (argolas e cartões), um de cada vez, construindo e resolvendo (no final do quarto sorteio) sua expressão numérica. Só depois disso é que a outra dupla poderia jogar para construir sua expressão. Foi explicado que cada dupla jogava alternadamente, construindo uma expressão por vez e que o jogo terminava quando as duplas completassem a quinta rodada, ou seja, a quinta expressão numérica. Assim, deveriam somar o total de pontos correspondentes aos resultados de cada expressão e verificar qual era a dupla vencedora.

Para facilitar a compreensão do jogo, o pesquisador simulou um exemplo descrito a seguir.

Na sua vez, a dupla A deveria primeiramente sortear uma argola que, pela cor, indicaria se a dupla deveria perder (argola clara) ou ganhar (argola escura) pontos. Em seguida, deveria marcar na folha de registros o sinal correspondente a esta argola (perder eqüivale ao sinal negativo e ganhar eqüivale ao sinal positivo). Depois, a mesma dupla sortearia um cartão no saco surpresa e marcaria, com a argola já sorteada, esse número no tabuleiro. Na seqüência, anotaria na folha de registros, ao lado do sinal anteriormente escrito (correspondente a argola sorteada), o número obtido.

A situação poderia ser representada assim: a dupla A sorteia a argola clara e anota no caderno o sinal correspondente a perder ponto:

- (negativo)

Em seguida, a dupla sorteia o cartão +5. No tabuleiro, marca com a argola esse número:

- 40	+5	-30	35
20	10	40	25
-5	30	-15	-35
-25	15	-10	-20

Depois, a dupla completa a anotação que já foi iniciada no caderno: - (+5), ou seja, perder 5 positivos.

- (+5)

A dupla fará este procedimento mais três vezes para construir uma expressão numérica com quatro números. Veja como ficaria uma expressão numérica desta dupla ao terminar o quarto sorteio:

- (+ 5) + (- 40) - (- 10) + (- 5) = - 40

Neste momento, foi necessário esclarecer que as argolas ficariam no tabuleiro até a construção da expressão numérica, ou seja, até o término da primeira partida e os cartões sorteados ficariam na mesa para todos (inclusive a dupla adversária) acompanharem os cálculos.

Antes da outra dupla iniciar sua primeira partida, as argolas e os cartões devem retornar aos sacos surpresas.

Mais uma vez foi necessário retomar que a dupla vencedora seria aquela que, depois de cinco partidas, tivesse o maior número de pontos, resultante das somas dos resultados das cinco expressões numéricas.

Após as explicações, cada grupo iniciou o jogo e o pesquisador ficou apenas observando cada um deles e interferiu apenas para esclarecer dúvidas sobre as regras do jogo.

Quando terminaram o jogo, o material foi recolhido e os alunos foram informados que jogariam novamente nas próximas aulas.

3.5.2.5 Encontro 5

Jogo das Argolas Surpresa

Neste encontro, o pesquisador precisou orientar os alunos em relação a pequenos problemas de cooperação e comunicação entre os componentes, tendo de fazer assim algumas modificações na composição dos grupos.

As regras do jogo foram retomadas com base nas perguntas do pesquisador sobre como jogaram, como usaram os materiais, como registraram as ações no papel, até tudo o que fizeram no encontro passado ser resgatado e compreendido por todos. À medida que os alunos explicavam o jogo, o pesquisador sistematizava na lousa as regras e as informações sobre como jogar.

Depois, cada grupo recebeu o material para jogar e uma folha para realizar os registros das cinco partidas, como o modelo abaixo:

PARTIDAS	**EXPRESSÃO NUMÉRICA**	**RESULTADO DA EXPRESSÃO**
1ª		
2ª		
3ª		
4ª		
5ª		
		Total de Pontos:

Ao término do encontro, os alunos entregaram as folhas de registro das partidas.

3.5.2.6 Encontro 6

Jogo das Argolas Surpresa

Neste encontro, os alunos receberam os materiais, organizaram-se em grupo e iniciaram o jogo sozinhos, uma vez que já sabiam jogar.

O pesquisador apenas orientava os alunos em caso de dúvidas, mas sempre instigava o aluno a buscar a resposta para suas dúvidas ou a solução dos problemas. As perguntas feitas pelos alunos eram sempre devolvidas para os grupos, levando-os a buscar no próprio jogo as respostas necessárias e cooperando uns com os outros.

Novamente foi solicitado que as duplas registrassem as expressões na folha de registro.

Ao término do jogo, o pesquisador problematizou algumas situações na lousa, para que todos pudessem discuti-las, como por exemplo, *quais números e onde as argolas positivas e negativas deveriam ser sorteadas para que ocorrese soma zero e soma – 20?*

Ao final da discussão, cada grupo recebeu uma folha para escrever um texto, destacando o que aprenderam com o jogo. Veja abaixo dois protocolos dos alunos:

Jogo das Argolas Surpresa

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir e escrever um texto, destacando o que aprenderam, características e descobertas sobre o jogo.

Nesse jogo o nosso objetivo era realmente relembrar as regras e o conceito de números inteiros e das regras de sinais.

No decorrer do jogo tivemos várias situações de dúvidas e de diversões como nos momentos de sorte e azar, nas tirada de argolas surpresa e das fichas com algarismos positivos e negativos.

Nós achamos muito divertido esse jogo pois nós aprendemos e relembramos dando muitas risadas.

No desenvolver do nosso jogo tivemos situações que nos chamaram atenção, como essa: Giuliana e Isabel conseguiram obter o resultado zero, com essa equação: +(-40) - (+15) - (-15) + (+40) = 0, e mesmo com esse resultado elas conseguiram ganhar com o total de +220 pois a dupla Marcela e Clara tiraram o total de 165 pontos.

Figura 3.7: *Protocolo de texto do grupo C de alunos do GE do Jogo das Argolas Surpresa.*

Jogo das Argolas Surpresa

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir e escrever um texto, destacando o que aprenderam, características e descobertas sobre o jogo.

O jogo ajuda muito a entender as operações com números inteiros maiores. Nos divertimos e aprendemos. Um jogo que propõem desafios lógicos e situações diferenciadas.
Depois deste jogo, entendemos melhor as regras de sinais.
Sinais: (+ c/ + e − c/ − = + e + c/ − e − c/ + = −)
As argolas surpresas deixam o jogo mais divertido e mistico.
Nós do jogo realmente gostamos muito do jogo, e ainda conseguimos tirar nossas duvidas em relação aos numerais inteiros e regras de sinais.
Comparação c/ o outro: O outro jogo, é mais basico, e este aprimorar as técnicas de operação c/ nºs inteiros.

Figura 3.8: Protocolo de texto do grupo D de alunos do GE do Jogo das Argolas Surpresa.

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Introdução

Este capítulo tem como objetivo descrever e analisar os resultados obtidos em nossa pesquisa. Ele será dividido em dois grandes blocos de análise: quantitativa e qualitativa. Com relação à análise quantitativa, vamos analisar os dados obtidos a partir da aplicação dos dois instrumentos diagnósticos, pré e pós-testes, aos grupos de sujeitos, GE e GC. Nesta análise, faremos uma comparação entre os acertos desses grupos no pré-teste e, depois, no pós-teste. Faremos, também, uma análise da evolução, ou não, dos resultados do pré-teste para o pós-teste nos dois grupos. Finalizamos as considerações quantitativas com uma análise do desempenho dos alunos dos GE nos testes, pois são os sujeitos com os quais desenvolveremos a intervenção de ensino.

Com relação à análise qualitativa, vamos discutir cada um dos encontros realizados com os alunos do GE, nos quais aplicamos nossa intervenção de ensino por meio dos jogos *Perdas e Ganhos* e *Jogo das Argolas Surpresa*. Faremos uma análise dos registros dos alunos no decorrer dessa intervenção, objetivando identificar a compreensão que eles tiveram em relação aos números inteiros negativos.

4.2 Análise Quantitativa

Para esta análise, consideramos certas as questões cujas respostas estavam plenamente corretas, desconsiderando as respostas aproximadas com erros de cálculo ou de contagem e até erros de escrita.

4.2.1 Análise Geral: comparação entre o número de acertos dos grupos GE e GC nos pré e pós-testes

Nos dados da Tabela 4.1, apresentamos os resultados do pré-teste e do pós-teste dos dois grupos, experimental e controle, tanto em números absolutos de acertos, bem como em porcentuais de sucesso.

Tabela 4.1: Desempenho Geral do GE e do GC nos pré e pós-testes

	Pré-teste	**Pós-teste**
GE 56 alunos	1089 (64,82%)	1322 (78,69%)
GC 28 alunos	565 (67,26%)	680 (80,9%)

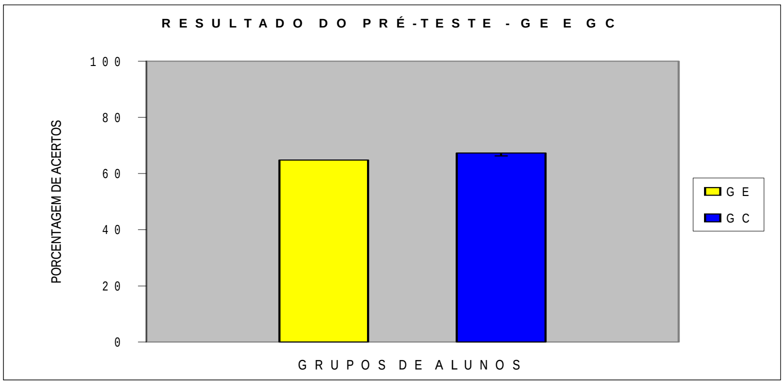


Gráfico 1: Resultados do pré- teste

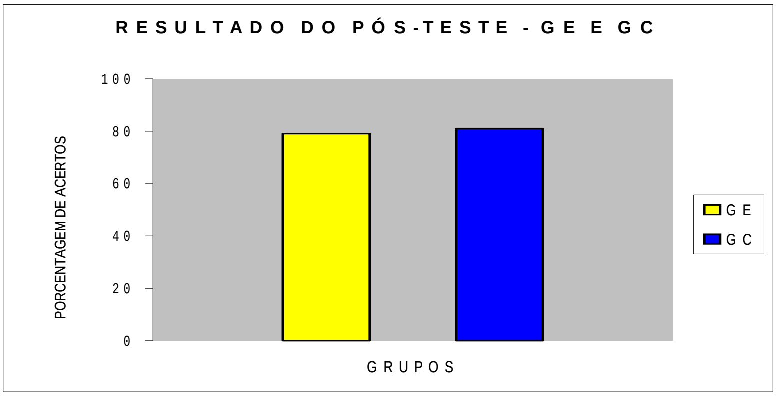


Gráfico 2: Resultados do pós- teste

O primeiro resultado que os dados da Tabela 4.1 e os Gráficos nos informam e observando os dados gerais, por meio da comparação entre os resultados do pré-teste e pós-teste, temos:

- o desempenho dos dois grupos em relação ao pré-testes mostra que os alunos dos dois grupos conheciam os números negativos;
- o desempenho dos grupos em relação ao pré e pós-testes mostra que houve uma diferença nos resultados e que esta diferença indica avanços com uma evolução de 13,9 pontos porcentuais no GE, representando um crescimento de 21,3% em relação ao pré-teste. O GC apresentou uma evolução de 13,7 pontos porcentuais, representando um crescimento de 20,3% em relação ao pré-teste.
- A diferença final entre os grupos foi pequena, com uma vantagem do grupo experimental, mas vale ressaltar que ambos os grupos já tinham estudado os negativos por meio das aulas do pesquisador e do uso do livro didático. Nossa intervenção na pesquisa, teve o propósito de investigar a contribuição dos jogos para uma melhor compreensão desses números e, para isso, precisamos analisar com mais detalhes os dados dos testes. Para tanto, na próxima seção analisaremos os desempenhos dos grupos, considerando as questões agrupadas por tipo de contexto.

Apresentação do desempenho do alunos do GE e GC nos pré e pós-testes (por item)

Tabela 4.2: Distribuição do desempenho geral dos alunos nos grupos – GE e GC – no pré-teste

	Q U E S T Õ E S																														
Grupos	2a	2b	2c	2d	a	b	c	3a	3b	3c	4ª	4b	4c	5a	5b	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7c	7d	8a	8b	8c	8d	8e	9a	9b	Total
GE	50	50	50	50	50	50	48	45	29	27	42	36	31	52	31	26	19	20	29	38	26	18	17	41	39	41	23	36	28	46	1089
GC	28	28	28	28	25	25	24	25	15	18	22	13	14	27	19	17	17	16	18	16	10	11	11	25	14	15	11	13	13	19	565

Tabela 4.3: Distribuição do desempenho geral dos alunos nos grupos – GE e GC – no pós-teste

	Q U E S T Õ E S																														
Grupos	1a	1b	1c	2a	2b	2c	3a	3b	3c	3d	A	b	c	4a	4b	5a	5b	6a	6b	6c	6d	7a	7b	7c	7d	8a	8b	8c	8d	8e	Total
GE	56	45	50	40	39	40	56	55	54	56	53	53	52	30	42	54	43	50	33	31	48	41	25	36	34	48	43	41	36	38	1322
GC	28	20	24	24	22	23	27	27	27	27	26	27	27	20	22	27	21	23	17	17	22	24	19	14	18	24	19	21	22	21	680

A seguir, faremos uma análise dos dados das Tabelas 4.2 e 4.3 que apresentam o desempenho dos alunos do GE e GC por item de cada questão.

Pré-teste

Do ponto de vista do número de acertos, observando os dados da Tabela 4.2, notamos que o desempenho foi muito bom das Questões 2 até 3a. Isto ocorreu tanto no GE como no GC. Este sucesso pode se justificar por serem estas as questões que classificamos como contextualizadas e que podem ser mais facilmente relacionadas com situações de nosso cotidiano, com uma aplicação prática, facilitando a compreensão por parte dos alunos.

As Questões com os menores índices de acertos no GE foram as 7d, 7c, 6b, 6c. A Questão 6 pertence ao grupo das questões intermediárias (localização na reta numérica e cálculo da distância entre dois números: um positivo e outro negativo) e a Questão 7, ao grupo das questões que abordavam apenas o algoritmo das operações. Já no GC, as questões com os menores índices de acertos foram as 7b, 7c, 7d e 8d, todas do grupo de questões que abordavam o algoritmo das operações.

Pós-teste

Observando os dados da Tabela 4.3 percebemos que no GE houve 100% de acerto em três questões (1a envolvendo saldo de dinheiro, 3a e 3d envolvendo questões sobre acima do nível do mar), o que já é um avanço em relação ao desempenho no pré-teste.

A questão com mais acertos no GE e no GC foi a 3. O desempenho dos alunos do GE na Questão 1 do pós-teste (que corresponde a questão 3 do pré-teste) chama a atenção porque, conforme comentamos no pré-teste, os alunos tiveram uma queda no desempenho do item 3a para os itens 3b e 3c e no pós-teste o número de acertos para estes itens aumentou bastante, mostrando que os alunos passaram a ter mais compreensão das questões que exigiam leitura, interpretação e representação da situação por meio de uma conta e sua resolução.

As questões com menos acertos no GE foram as 7b, 4a, 6c, 6b, 7c, 8d , 8e. Já no GC foram as 7c, 6b, 6c, 7d, 7b, 8b, 4a.

Vamos organizar as informações referentes às questões com o menor número de acertos nos testes, comparando o desempenho dos alunos, por grupo, nestas questões:

Grupo Experimental

Tabela 4.4: Comparação do desempenho do GE nas questões com o menor número de acertos, em valores absolutos e porcentagem

	Nº. de Acertos		
Questões	**Pré-teste**	**Pós-teste**	**Crescimento em %**
6 a	26 em 56 ou 46%	50 em 56 ou 89%	43
6b	19 em 56 ou 34%	33 em 56 ou 39%	25
6c	20 em 56 ou 36%	31 em 56 ou 55%	19
7 a	38 em 56 ou 68%	41 em 56 ou 73%	5
7b	26 em 56 ou 46%	25 em 56 ou 45%	-1
7c	18 em 56 ou 32%	36 em 56 ou 64%	32
7d	17 em 56 ou 30%	34 em 56 ou 61%	31
8d	23 em 56 ou 41%	36 em 56 ou 64%	23

Grupo Controle

Tabela 4.5: Comparação do desempenho do GC nas questões com o menor número de acertos em valores absolutos e porcentagem.

	Nº. de Acertos		
Questões	**Pré-teste**	**Pós-teste**	**Crescimento em %**
6 a	17 em 28 ou 60%	23 em 28 ou 82%	22
6b	17 em 28 ou 60%	17 em 28 ou 60%	0
6c	16 em 28 ou 57%	17 em 28 ou 60%	3
7 a	16 em 28 ou 57%	24 em 28 ou 86%	29
7b	10 em 28 ou 35%	19 em 28 ou 68%	33
7c	11 em 28 ou 39%	14 em 28 ou 50%	11
7d	11 em 28 ou 39%	18 em 28 ou 64%	25
8d	11 em 28 ou 39%	22 em 28 ou 79%	40

Desse modo, podemos perceber que mesmo sendo estas as questões com o menor número de acertos, os alunos do GE tiveram um crescimento significativo em relação ao desempenho nessas questões, inclusive, superando o crescimento dos alunos do GC na maior parte delas.

4.2.2 Análise dos dois grupos por tipo de contexto

Nesta seção, apresentaremos a análise do desempenho dos alunos dos GE e GC no pré e pós-testes. Para realizar esta análise, vamos considerar as questões dos testes agrupadas, de acordo com a classificação que descrevemos na seção 3.5.1: as questões contextualizadas (2, 3, 4 e 9), as intermediárias ou semi-algoritmo (5 e 6) e as algorítmicas (7 e 8). É importante ressaltar que no quadro 3.2 da seção 3.4.1 do capítulo da metodologia, estabelecemos uma correlação entre as questões do pré e do pós testes, que foram utilizadas na comparação dos resultados que apresentaremos nas tabelas a seguir.

4.2.2.1 Questões do Contexto da Vida Fora da Escola (Contextualizadas)

Estas questões são as que consideramos que estabelecem relação com a vida do aluno fora do ambiente escolar. Por isso, esperávamos que os alunos tivessem mais facilidade para resolvê-las, justamente por se tratar de situações que podem ter algum sentido para eles.

A seguir, os dados das tabelas representam a média de acertos em cada questão.

Os dados da Tabela 4.6 a seguir apresentam o resultado dos dois grupos nestas questões, tanto no que se refere ao pré-teste como ao pós-teste.

Tabela 4.6: Desempenho dos GE e GC nas questões do contexto da vida fora da escola, nos pré e pós- testes.

	2ª QUESTÃO		3ª QUESTÃO		4ª QUESTÃO		9ª QUESTÃO		TOTAL	
	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós	Pré	Pós
GE	49,7	54,1	33,7	50,3	36,3	39,7	37	36	39,2	$\xrightarrow{5,8}$ 45
GC	26,6	26,9	19,3	24	16,3	23	16	21	19,6	$\xrightarrow{4,1}$ 23,7

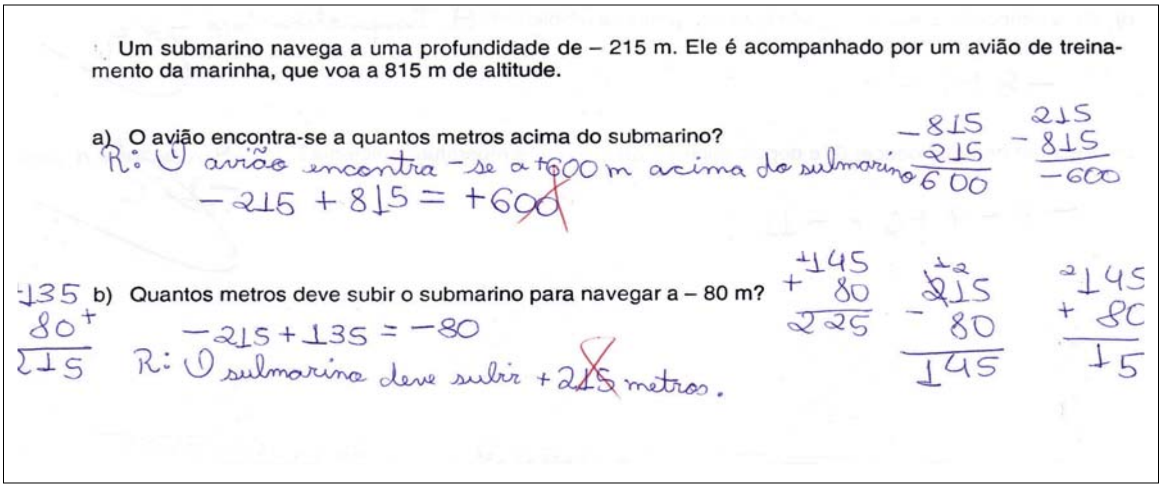
Os dois grupos tiveram crescimento no desempenho de acerto das questões, porém o crescimento do GE foi superior ao do GC em 1,7 pontos porcentuais. Neste grupo, a 2ª Questão teve maior média de acertos: GE 49,7 e GC 26,6. No grupo GE, esta questão teve um alto índice de acerto, sobretudo na Parte 1, que tinha como objetivo verificar se os alunos associavam a escrita com a representação na linguagem matemática, utilizando os inteiros positivos ou negativos.

Na parte 2, também houve um alto índice de acerto, porém menor do que o apresentado na Parte 1, especialmente no GC. Isto pode ter ocorrido porque na Parte 2 o aluno deveria fazer o inverso do que fez na Parte 1, ou seja, deveria escrever o significado de cada uma das expressões matemáticas, utilizando frases como acima do nível do mar ou abaixo do nível do mar. É importante destacar que o exercício de escrever significados a partir de uma escrita matemática, não é um exercício, geralmente, explorado nas aulas de Matemática.

Normalmente, o foco nas aulas está na resolução de exercícios envolvendo os negativos e na “tradução” da linguagem materna para a linguagem matemática e não no contrário. O fato evidencia o quanto o trabalho com a língua, seja em seu aspecto de oralidade, seja na escrita com palavras ou por meio de desenhos é fundamental para a aprendizagem de Matemática.

Na Questão 3, houve uma queda no número de acertos do item “a” para os itens “b” e “c”, nos dois grupos. Esta é uma questão contextualizada que envolve saldo positivo e negativo de dinheiro, mas na Questão A o aluno precisaria apenas completar o saldo, pois a conta já estava indicada na própria questão. Nos outros dois itens, o aluno precisaria ler a questão (tinha mais informações que a questão anterior), interpretar, pensar e escrever qual a conta que representava aquela situação e, só depois, calcular e escrever o resultado.

Na Questão 9 o crescimento do GE foi o menor nesse grupo de questões. Na parte “b” desta questão, ao analisar no pós-teste o registro do aluno GE 1, percebemos que ele usou a estratégia de não considerar como módulo o número negativo que indicava a distância que o submarino deveria subir. Veja o protocolo deste aluno a seguir:


Um submarino navega a uma profundidade de – 215 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 815 m de altitude.

a) O avião encontra-se a quantos metros acima do submarino?

R: O avião encontra-se a +600 m acima do submarino

$-215 + 815 = +600$

b) Quantos metros deve subir o submarino para navegar a – 80 m?

$-215 + 135 = -80$

R: O submarino deve subir +215 metros.

__Figura 4.1:__ Protocolo de resposta do aluno GE 1 no pós-teste (questão 9 no pré-teste e 4 no pós-teste)

Observando este protocolo, percebemos que o aluno fez corretamente as operações, se apropriando de situações parecidas com as que surgiram no jogo *Perdas e Ganhos*, porém esta aprendizagem não foi suficiente para ele resolver esta questão, que exigia a compreensão da idéia de módulo, idéia esta que não foi discutida na nossa intervenção de ensino e, que teoricamente, exigia maior ação e reflexão do aluno no sentido de “transferir” o conhecimento adquirido nos jogos para resolver uma nova situação-problema. Neste momento podemos retomar as idéias de Piaget (1975) sobre a abstração empírica e a abstração lógico-matemática, pois este aluno não conseguiu relacionar o que vivenciou e aprendeu concretamente, por meio dos jogos, com a nova problemática envolvida nesta questão, uma vez que a abstração lógico-matemática procede das ações dos sujeitos e das coordenações de ações cada vez mais complexas, que poderão se realizar de maneira simbólica, sem necessitar dos objetos presentes no início destas ações, no nosso caso, os jogos.

4.2.2.2 Questões de contexto semi-algorítmo (intermediárias)

Tabela 4.7: Desempenho dos GE e GC nas questões de contexto Semi-Algoritmo, nos pré e pós-testes.

	5ª QUESTÃO		6ª QUESTÃO		TOTAL	
	Pré	**Pós**	**Pré**	**Pós**	**Pré**	**Pós**
GE	41,5	48,5	23,5	40,5	32,5 $\xrightarrow{12}$	44,5
GC	23,0	24,0	17,0	19,7	20,0 $\xrightarrow{1,8}$	21,9

As Questões 5 e 6 referiam-se a situações relacionadas com a reta numérica. Ao observar os dados da tabela acima, percebemos que o GE foi o grupo que mais teve avanços do pré para o pós-teste (crescimento de 10,2 pontos porcentuais em relação ao GC).

4.2.2.3 Questões do contexto algorítmico

Tabela 4.8: Desempenho dos GE e GC nas questões de contexto Algorítmico, nos pré e pós-testes.

	7ª QUESTÃO		8ª QUESTÃO		TOTAL	
	Pré	**Pós**	**Pré**	**Pós**	**Pré**	**Pós**
GE	24,7	34,0	36,0	41,2	30,4 $\xrightarrow{7,2}$	37,6
GC	12,0	18,7	15,6	21,4	13,8 $\xrightarrow{6,2}$	20,0

Este foi o grupo de questões que obteve a menor diferença entre o desempenho do GE e do GC (desempenho do GE foi superior ao GC em apenas 1 ponto porcentual). Vale ressaltar que estas questões evidenciaram a dificuldade dos alunos em calcular o valor de expressões numéricas, sobretudo as que envolvem parênteses.

Por percebermos tal dificuldade, foi que criamos o *Jogo das Argolas Surpresa* com o foco na construção e resolução de expressões numéricas simples. Embora o GE tenha tido um crescimento superior de 1 ponto porcentual em relação ao GC, reconhecemos que o avanço foi pequeno, o que nos leva a refletir nas palavras de Piaget (1975), mais tempo para a interação dos sujeitos (alunos) com o objeto (expressões envolvendo números negativos).

A respeito da necessidade de uma intervenção mais direcionada para abordar esta dificuldade, de fato, parece que o jogar e registrar as operações por meio das expressões numéricas pode não ter sido suficiente, para que todos os alunos compreendam a resolução das expressões numéricas.

Ao refletir sobre a questão, pensamos ser necessário que haja uma institucionalização mais direcionada de tal registro. Além disso, o jogo não trazia a possibilidade de construir expressões como a 7b (foi uma das questões com o maior índice de erros) dos testes. Acreditamos que faltou um investimento em um maior número de aulas, com mais tempo para realizar atividades sistematizadas, envolvendo as expressões. Uma possibilidade seria incluir em nossa intervenção, relacionada com o *Jogo das Argolas Surpresa,* outras regras para o jogo, que permitisse abordar também o uso de parênteses com na expressão 7b dos testes.

4.3 Análise qualitativa- a intervenção de ensino

Nesta seção, apresentamos os resultados dos alunos do grupo experimental na resolução das atividades propostas por meio da intervenção de ensino. A análise focará a forma como os números negativos foram trabalhados com o grupo experimental (GE). Como mencionamos no capítulo da metodologia, nossa intervenção consistiu na utilização dos jogos: *Perdas e Ganhos* e *Jogo das Argolas Surpresa*. Nesta análise, procederemos com esta análise discutindo cada um dos encontros da intervenção de ensino. Sempre que possível a análise será acompanhada de fotos e ilustrações extraídos das resoluções dos alunos. Por esse motivo, nesta seção, vamos retomar o que foi feito em cada encontro para compor nossa análise qualitativa.

Encontro 1

Neste encontro, os alunos organizaram-se em grupos de forma aleatória para que pudessem conhecer, manusear e experimentar o jogo *Perdas e Ganhos*, após a orientação dada pelo pesquisador para explorarem o jogo, seguindo o que propõe Piaget (1975), no sentido da interação sujeito e objeto.

Desde o início, quando o jogo foi apresentado e discutido com os alunos como “jogar”, ficou claro o envolvimento e o interesse dos alunos, todos queriam perguntar, sem ao menos ter jogado. Tal comportamento nas demais aulas de Matemática, quando os alunos costumam ter atitudes passivas, ouvindo as explanações do professor e executando as tarefas pedidas, não é comum.

Uma das questões levantadas pelos alunos foi: *Por que - 3 - (+4) = -7?*

Foi interessante perceber que alguns alunos tentaram explicar aos colegas baseados nas informações que estavam na lousa, quando da explicação do jogo aos grupos pelo pesquisador.

Aqui foi possível observar um comportamento ativo dos alunos no momento do jogo e um envolvimento com a atividade proposta, retomando as idéias de Macedo (2005) sobre o prazer que o jogo pode despertar na criança e o quanto isto pode ser usado a favor do ensino e da aprendizagem em sala de aula.

Em seguida, notamos que, embora os alunos tenham entendido as regras do jogo e a forma de registrar as jogadas no caderno, eles, em determinados momentos, esqueciam de registrar no caderno a jogada (empolgados com a jogada e querendo verificar a jogada dos outros oponentes), ou ainda, esqueciam de retirar ou pegar mais fichas do centro da mesa, para que suas ações ficassem compatíveis com o registro no caderno. As figuras abaixo registram o quanto os alunos estavam motivados com o jogo *Perdas e Ganhos*:

Figura 4.2: *Jogo Perdas e Ganhos*

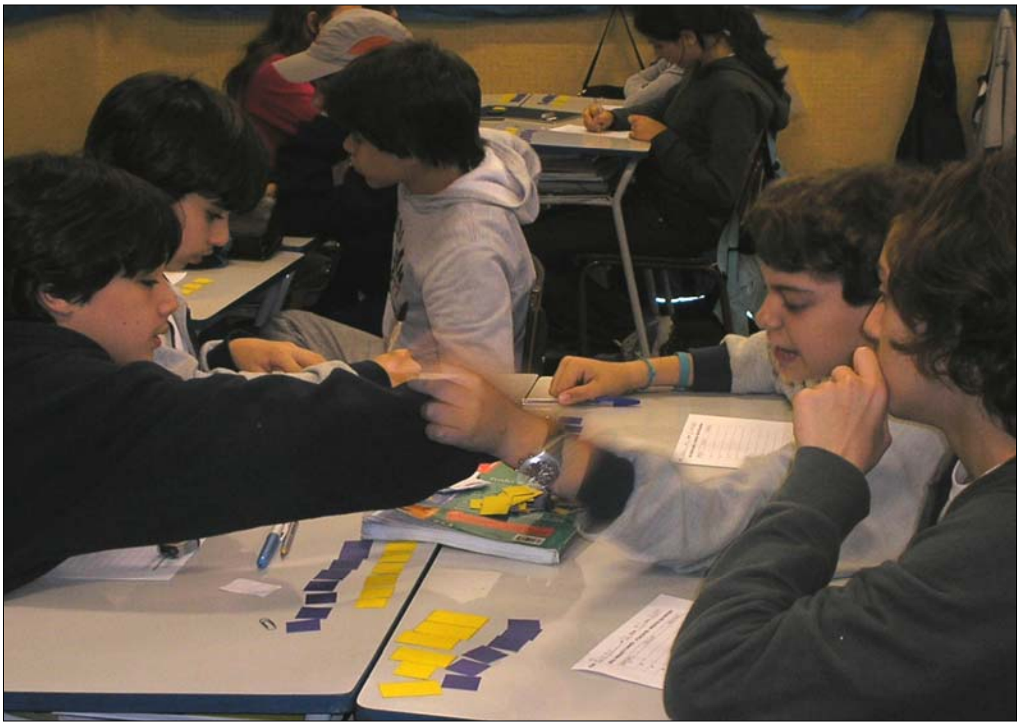


Figura 4.3: *Jogo Perdas e Ganhos*

Figura 4.4: *Jogo Perdas e Ganhos*

Pelas figuras acima, é possível observar o envolvimento panorâmico dos alunos (todos), sem falar na motivação e cooperação que presenciamos entre os componentes de cada grupo, o que diferencia potencialmente este trabalho com jogos de um trabalho em grupo no qual, normalmente, percebemos que nem todos os alunos participam ativamente de todas as etapas e, muitas vezes, ocorre dispersão.

Neste encontro, notamos que havia certa dificuldade dos alunos para organizar os sinais das operações em seus cadernos como por exemplo, - - *3* e - *+3,* sem o uso de parênteses.

Outro fato interessante observado foi que, para alguns alunos, o mais importante era o registro correto no caderno de cada jogada e, para outros, as fichas na mesa, sem a preocupação com a comparação entre elas e o registro da jogada no caderno.

Este primeiro encontro teve o objetivo de familiarizar os alunos com o jogo *Perdas e Ganhos*. Por isso, eles puderam explorá-lo à vontade. Neste primeiro encontro, a preocupação era que a atividade fosse lúdica, despertando o interesse e o prazer dos alunos ao jogar e aprender, sem vincular a atividade com nenhuma formalização. Portanto, neste encontro, os números negativos não foram diretamente nosso objeto de interesse, muito menos de estudo.

Percebemos que o tempo para jogar não foi suficiente. Dessa forma, terminamos o encontro, mas os alunos manifestaram interesse e curiosidade para saber quando seria o próximo encontro para continuarem o jogo *Perdas e Ganhos*.

Encontro 2

Neste encontro, foram retomadas as regras do jogo *Perdas e Ganhos* com base nas problematizações sobre o encontro anterior, sistematizando na lousa, coletivamente, a discussão. Nesse momento, o pesquisador levantou questões do tipo: *Quem lembra quais eram as regras do jogo? Alguém tem alguma dúvida sobre o jogo? Alguém gostaria de falar alguma "dica" para começarmos o jogo? Se eu perder 3 fichas negativas e na mesa existem somente 2 negativas, o que poderei fazer para resolver esta situação?*

Após a discussão, cada grupo de quatro alunos recebeu o material e uma folha para o registro do jogo, conforme descrevemos na seção 3.5.2.2 do capítulo da metodologia.

Os alunos organizaram-se no grupo, tendo total liberdade para jogar, sem a interferência do pesquisador nesta organização. É claro que observamos se não existiam dúvidas e, se existiam, procurávamos auxiliar os alunos, mas nunca respondendo à questão mas sim lançando para o grupo novas situações que poderiam ajudá-los a refletir e, conseqüentemente, responder e sanar a dúvida.

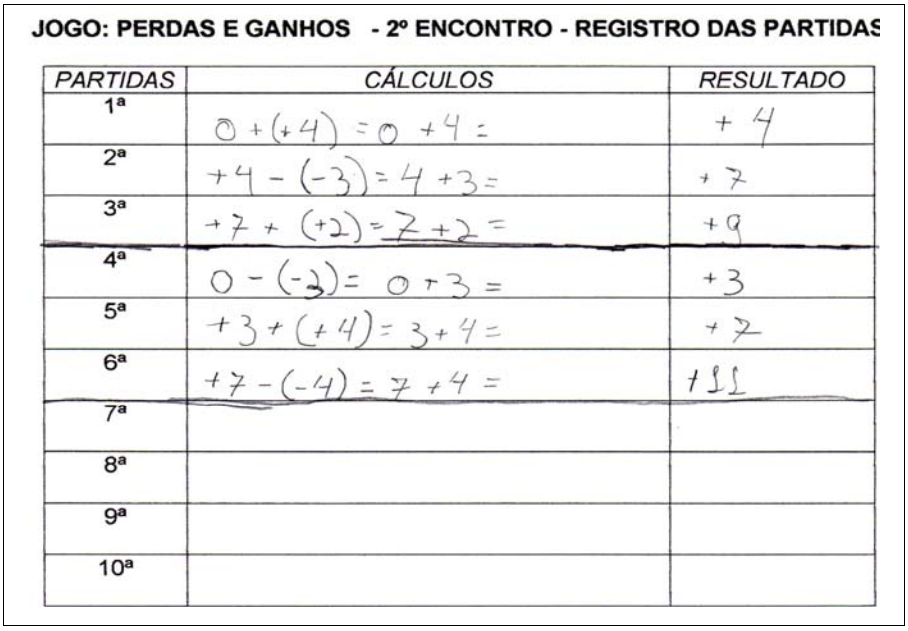
Todos os grupos deram início ao jogo e em seu decorrer realizavam os registros das jogadas. Neste encontro, percebemos que foi mais fácil para os alunos organizarem os registros das jogadas, mas ainda existiram situações nas quais eles se empolgavam com o jogo, mexiam com as fichas, mas esqueciam de anotar as operações no papel. Eles próprios percebiam isto, mas só no momento de fazer o registro da jogada seguinte, pois precisavam sempre partir do número que indicava qual era o total de pontos que havia na mesa. Quando esse total (no registro) não correspondia com as fichas que estavam na mesa, eles tentavam lembrar qual tinha sido a ficha sorteada, retomando a jogada ou ignoravam o ocorrido e sorteavam outra ficha para dar seqüência ao jogo.

Quando todos os grupos terminaram o jogo, o pesquisador discutiu com eles como foi jogar o *Perdas e Ganh*os. Nesse momento, também, foi perguntado se os grupos tinham encontrado algum problema no decorrer das jogadas. Um grupo contou que apareceu a seguinte situação: "*uma vez, um jogador sorteou o cartão Perde 3 Negativas, mas ele só tinha duas fichas negativas. Então, no grupo, decidimos que ele deveria perder as duas negativas e pegar uma ficha positiva no centro da mesa e registramos 7 - (-3) = 7 + 2 = 9 + 1 = 10".* Neste momento, o pesquisador pediu ao grupo para explicar este registro e eles comentaram que "o dois era para explicar que perdeu duas fichas negativas e o um era para explicar que ganhou uma ficha positiva e, assim, solucionamos o problema".

A situação evidencia o quanto é importante a interação entre os alunos no momento do jogo, pois eles aprendem a lidar com um problema de maneira natural, discutem as possibilidades de resolução, aprendendo uns com os outros, fazendo registros criativos e interessantes, que mostram o quanto o jogo está sendo significativo e importante na construção do conhecimento e no desenvolvimento da autonomia, conforme as idéias de Piaget (1978) a respeito da importância do jogo de regras.

No término da discussão, os alunos entregaram as folhas de registro e o encontro foi encerrado.

Alguns grupos não conseguiram registrar até a décima jogada, mas não por falta de tempo e sim por se preocuparem mais com as fichas na mesa do que com a folha de registros, sobretudo porque havia muito envolvimento e entusiasmo com o jogo. O protocolo do aluno GE 2 mostra bem esta situação:

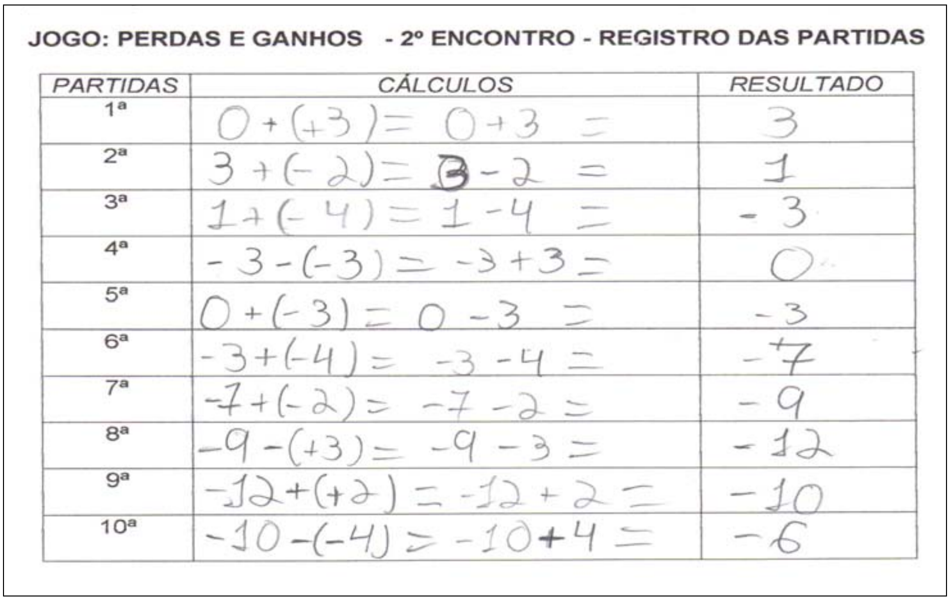


JOGO: PERDAS E GANHOS - 2º ENCONTRO - REGISTRO DAS PARTIDAS

PARTIDAS	CÁLCULOS	RESULTADO
1ª	0 + (+4) = 0 + 4 =	+ 4
2ª	+4 − (−3) = 4 + 3 =	+ 7
3ª	+7 + (+2) = 7 + 2 =	+ 9
4ª	0 − (−3) = 0 + 3 =	+ 3
5ª	+3 + (+4) = 3 + 4 =	+ 7
6ª	+7 − (−4) = 7 + 4 =	+ 11
7ª		
8ª		
9ª		
10ª		

Figura 4.5: *Protocolo de registro do aluno do GE 2 – jogo Perdas e Ganhos*

Neste encontro, foi possível perceber que houve um avanço em relação ao primeiro, pois os alunos organizaram-se melhor, lembraram-se das regras, tiveram mais facilidade para registrar as jogadas, utilizando melhor os parênteses para representar situações, como perder 4 fichas negativas, ou seja, - (-4). As folhas de registro dos alunos mostraram que eles estavam realizando corretamente os cálculos das jogadas. Para ilustrar, apresentaremos o protocolo do aluno GE 3, no qual é possível observar o avanço em relação a organização dos cálculos e seus acertos.



JOGO: PERDAS E GANHOS - 2º ENCONTRO - REGISTRO DAS PARTIDAS

PARTIDAS	CÁLCULOS	RESULTADO
1ª	0 + (+3) = 0 + 3 =	3
2ª	3 + (−2) = 3 − 2 =	1
3ª	1 + (−4) = 1 − 4 =	− 3
4ª	− 3 − (−3) = −3 + 3 =	0
5ª	0 + (−3) = 0 − 3 =	− 3
6ª	−3 + (−4) = −3 − 4 =	− 7
7ª	−7 + (−2) = −7 − 2 =	− 9
8ª	−9 − (+3) = −9 − 3 =	− 12
9ª	−12 + (+2) = −12 + 2 =	− 10
10ª	−10 − (−4) = −10 + 4 =	− 6

Figura 4.6: *Protocolo de registro do aluno do GE 3 – jogo Perdas e Ganhos*

Encontro 3

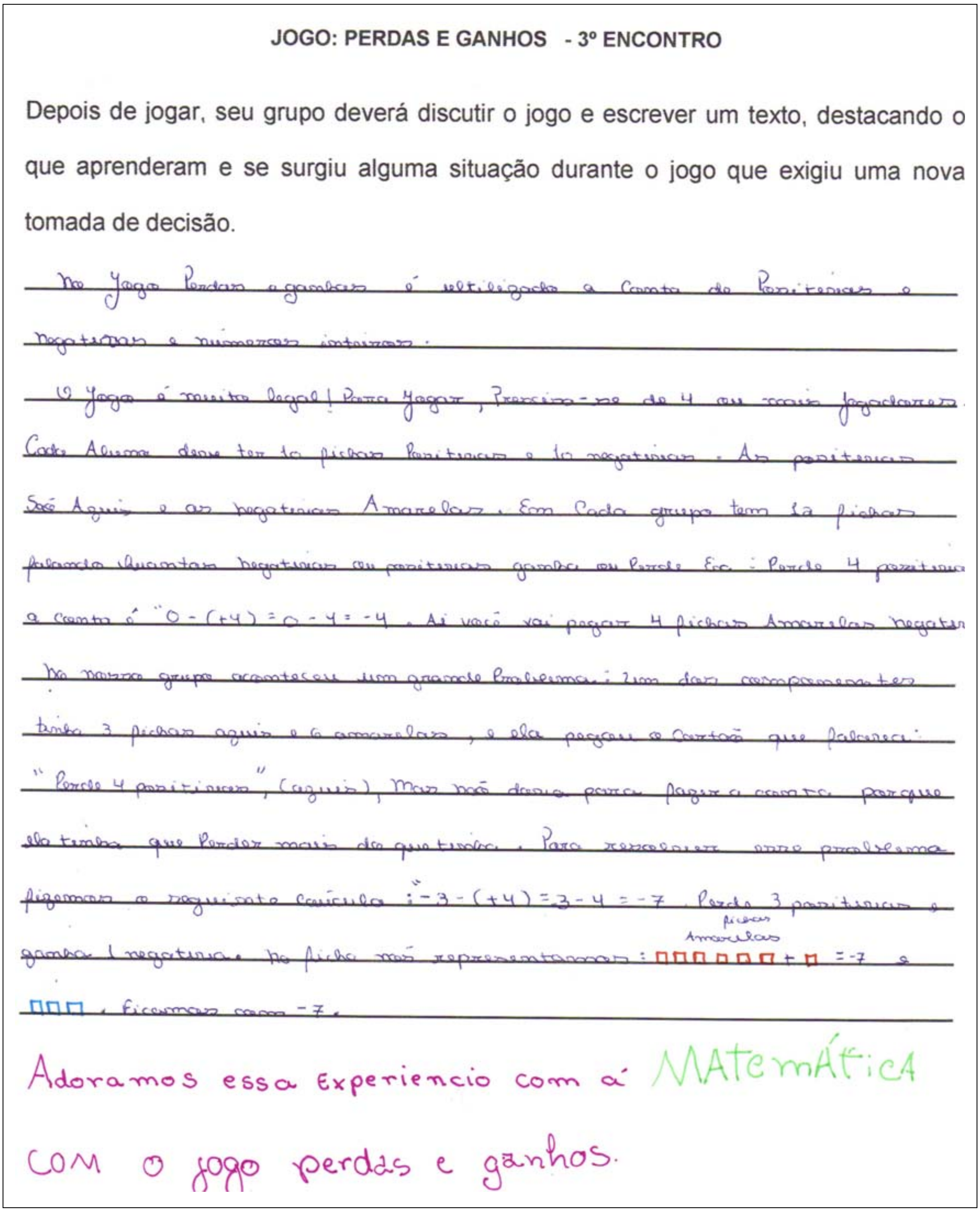
Neste encontro, os alunos organizaram-se em grupo, selecionaram o material para o jogo e deram início. Desta vez, não houve orientação do pesquisador em relação às regras. Observamos que eles já sabiam jogar e quando esqueciam uma regra ou não aplicavam alguma regra corretamente, os próprios componentes do grupo retomavam as regras. Foi interessante observar que os alunos ajudavam-se o tempo todo, havia muita cooperação entre eles, querendo sempre colaborar e fazer da melhor maneira possível.

Durante o desenvolvimento do jogo, o pesquisador ficou circulando pela classe, para observar cada grupo e auxiliar, se necessário.

Após todos jogarem, mais uma vez foi feita uma discussão sobre as situações que os grupos levantaram como dúvidas que foram registradas na lousa para auxiliar a discussão. Praticamente, todos os grupos já tinham percebido a idéia de oposto de um número e que, por exemplo, ganhar 2 fichas positivas é o mesmo que perder 2 negativas. Inclusive nesta discussão, na socialização com a classe, um aluno falou que "*agora, a partir do jogo, tinha ficado mais claro e com significado (palavras do aluno) a idéia de oposto de um número*". A maioria dos alunos, também, já estava usando os parênteses para ajudar na organização dos cálculos conforme exemplo abaixo:

$$-3-(-4)=-3+4=1$$

Depois desta discussão, o pesquisador entregou uma folha para cada grupo discutir e escrever um texto sobre o jogo, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão. Nosso objetivo era conhecer a opinião de todos sobre o jogo, até porque há alunos que não participam oralmente da aula com facilidade. Também queríamos verificar o que tinha sido mais significativo para cada um, identificar situações que nossa própria observação poderia não ter percebido ao longo dos dois encontros. Isto era válido em relação a dúvidas, como em relação às estratégias utilizadas no jogo. Por fim, queríamos ainda verificar como foi o relacionamento dos alunos no momento de jogar e identificar o que realmente foi significativo na aprendizagem dos números inteiros negativos, em especial, sobre a aprendizagem da adição e subtração. Em resumo, queríamos verificar se realmente o jogo contribuiu para a melhor compreensão dos alunos em relação aos inteiros negativos. A seguir, apresentaremos dois protocolos destes textos escritos pelos grupos de alunos do GE:



JOGO: PERDAS E GANHOS - 3º ENCONTRO

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir o jogo e escrever um texto, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão.

No jogo perdas e ganhos é utilizado a conta de positivos e negativos e números inteiros.

O jogo é muito legal! Para jogar, precisa-se de 4 ou mais jogadores. Cada aluno deve ter 10 fichas positivas e 10 negativas. As positivas são azuis e as negativas amarelas. Em cada grupo tem 12 fichas falando quantas negativas ou positivas ganha ou perde. Ex.: Perde 4 positivas a conta é "0 - (+4) = 0 - 4 = -4. Aí você vai pegar 4 fichas amarelas negativas.

No nosso grupo aconteceu um grande problema: Um dos componentes tinha 3 fichas azuis e 6 amarelas, e ela pegou o cartão que falava: "Perde 4 positivos", (azuis), mas não dava para pagar a conta, porque ela tinha que perder mais do que tinha. Para resolver esse problema fizemos o seguinte cálculo: "-3 - (+4) = -3 - 4 = -7. Perde 3 positivos e ganha 1 negativa. Na ficha nós representamos: (fichas amarelas) + = -7 e . Ficamos com -7.

Adoramos essa Experiencio com á MATEMÁTICA com o jogo perdas e ganhos.

Figura 4.7: *Protocolo de texto do grupo E de alunos do GE sobre o jogo Perdas e Ganhos.*

JOGO: PERDAS E GANHOS - 3º ENCONTRO

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir o jogo e escrever um texto, destacando o que aprenderam e se surgiu alguma situação durante o jogo que exigiu uma nova tomada de decisão.

Este jogo é muito importante para o aprendizado dos 7ºs anos.

Pois, ele faz o grupo de jogadores repensar no conteúdo de matematica chamado "numeros inteiros". Este conteudo no começo é dificil e acaba só ficando no pensamento: estou te devendo 5 reais e agora mais 6 = (5 + (-6)) = -11) - e não realmente na conta.

Quando fomos jogar vimos que era mais dificil, pois só tinhamos o pensamento de divida e não de conta.

No 2º encontro nos discordamos por um componente errar no pensamento e na conta.

□□□□□□ → FICHAS POSITIVAS

PERDE 3 NEGATIVAS

□□ → FICHAS NEGATIVAS

Como iria perder 3 se eu só tenho 2 negativas, então percebemos -3-(-2) era a conta, e não importava o numero de fichas.

O jogo "Perdas e ganhos" ajuda a ordenar as ideias e compreender melhor numeros inteiros.

Figura 4.8: *Protocolo de texto do grupo F de alunos do GE sobre o jogo Perdas e Ganhos.*

Nos protocolos dos grupos *GE E e GE F,* percebemos que os alunos destacaram no texto o fato do aprendizado dos números inteiros negativos, por meio do jogo, ser de uma forma divertida, dinâmica e, até mesmo, nas palavras do aluno, "faz o grupo de jogadores repensar no conteúdo de Matemática chamado números inteiros. Este conteúdo no começo é difícil e acaba só ficando no pensamento"**.**

Nos textos, os alunos descrevem o jogo com tranqüilidade, exemplificando várias situações que exigiram uma tomada de decisão pelo grupo, o que demonstra de fato, que eles se apropriaram das idéias e objetivos do jogo. Com isso, pudemos verificar, mais uma vez a importância da abstração empírica, segundo Piaget (1978), na construção do conhecimento.

Encontro 4

Este encontro foi o primeiro que realizamos com o *Jogo das Argolas Surpresa*.

Tal qual no encontro anterior, o pesquisador pediu para que os alunos se organizassem em grupos de quatro componentes, porém desta vez eles iriam jogar dupla contra dupla.

Primeiramente, o pesquisador entregou os materiais do jogo para cada grupo e solicitou que explorassem livremente esse material. Nesse momento, percebemos que eles queriam adivinhar como era aquele jogo, perguntavam sobre como jogar e levantavam hipóteses de como ele seria. Mais uma vez, notamos o quanto o jogo cria uma ambiente favorável à aprendizagem, pois mesmo sem saber como ele era, já existia um movimento entre os alunos que evidenciava que eles estavam muito estimulados a jogar.

Além disso, a interação entre eles era muito interessante, porque conseguiam trocar idéias, ouvir os amigos e interagiam de maneira cooperativa. Era este ambiente que queríamos que existisse sempre nas aulas de Matemática e, que nos motivou a fazer nesta pesquisa a opção pela intervenção de ensino pautada nos jogos. O jogo traz a possibilidade de trabalharmos questões relacionadas às atitudes e interação entre os alunos e as idéias matemáticas, porque eles aprendem, sem perceber, de uma maneira lúdica e prazerosa.

Depois da exploração livre, o pesquisador apresentou o jogo aos alunos, explicando suas regras baseadas em exemplos, pois era um jogo mais complexo que o anterior. Na seção 3.5.2.4 do capítulo de metodologia, descrevemos com detalhes as regras deste jogo e como elas foram explicadas aos alunos. Após as explicações, cada grupo iniciou o jogo, registrando as expressões numéricas no caderno. O pesquisador ficou observando cada grupo, interferindo apenas para esclarecer as dúvidas sobre as regras do jogo aos alunos.

Veja nas figuras abaixo algumas situações dos alunos nesse encontro:

Figura 4.9: *Panorâmica do GE no momento do Jogo das Argolas Surpresa*

Figura 4.10: *Jogo das Argolas Surpresa*

Figura 4.11: *Jogo das Argolas Surpresa*

Neste encontro, percebemos que nem todos os alunos entenderam de imediato como montar a expressão numérica, ou seja, que deveriam primeiro sortear uma argola, que pela cor, indicaria se ele deveria ganhar ou perder pontos e, depois, sortear um cartão para descobrir qual era o número que deveria ser registrado na construção da expressão.

Em outras palavras, que as argolas representavam o sinal da operação e os números sorteados o valor numérico. Percebemos também que o uso dos parênteses já estava compreendido, pois todos faziam corretamente o registro de situações como perder 25 positivo, ou seja, - (+25). A ação dos alunos está em consonância com o que afirma Piaget (1978) sobre a interação sujeito e objeto.

Observando os registros das expressões numéricas no caderno, percebemos que a sua construção estava correta, mas, o resultado nem sempre. Veja abaixo um exemplo de registro correto em um dos cadernos dos alunos do GE:

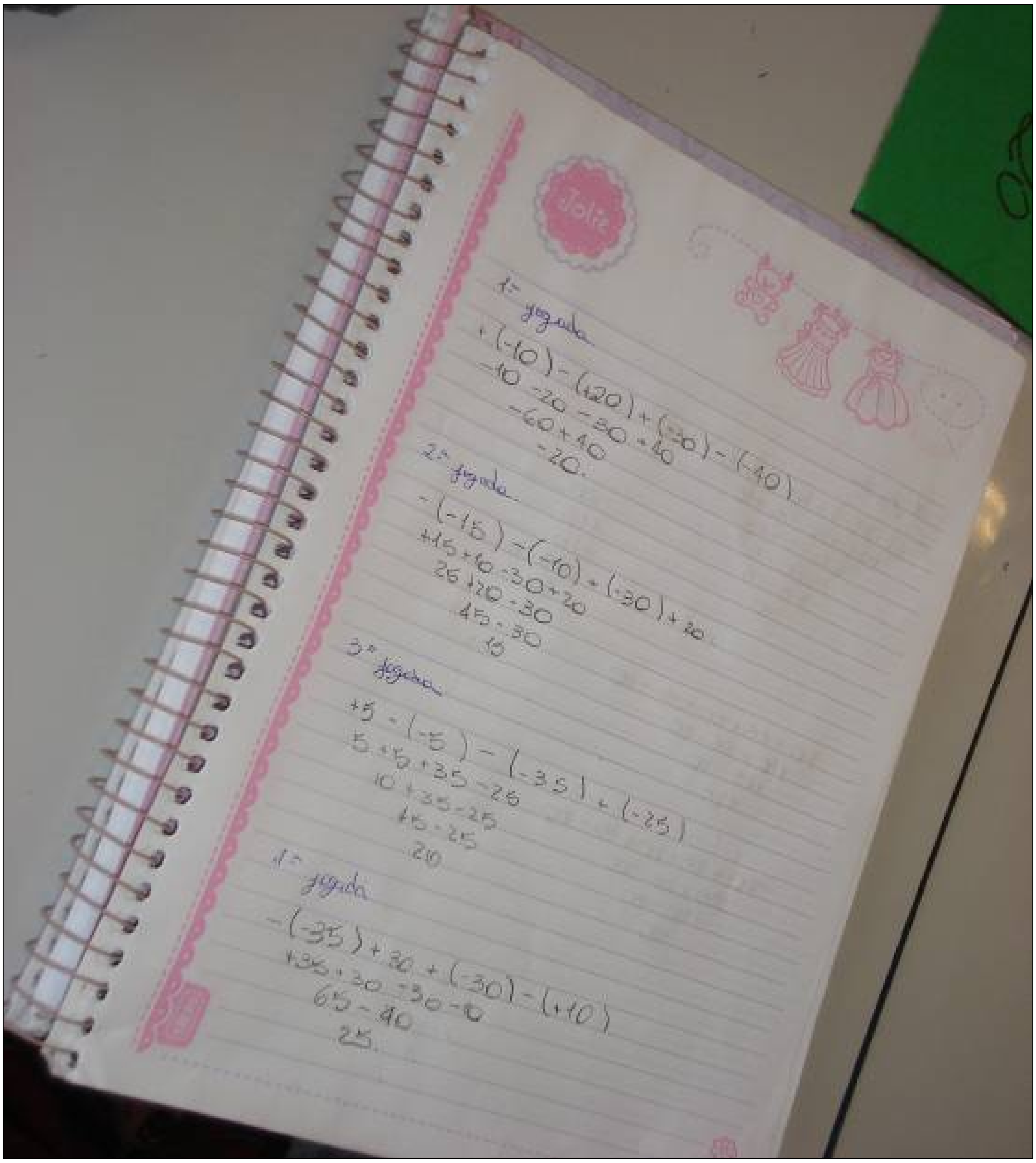


Figura 4.12: *Registro no caderno das expressões do Jogo das Argolas Surpresa*

Encontro 5

Tal qual no encontro 2, aqui também o pesquisador iniciou o encontro discutindo as regras do *Jogo das Argolas Surpresa* que foram retomadas baseadas nas perguntas feitas pelo pesquisador sobre como os alunos jogaram no encontro anterior, como usaram os materiais, como registrar as expressões no papel.

As perguntas continuaram até que o que os alunos fizeram no encontro passado fosse resgatado e compreendido por todos. À medida que os alunos explicavam o jogo, o pesquisador sistematizava na lousa as regras e as informações sobre como jogar.

Depois, cada grupo recebeu o material para iniciar o jogo, acompanhado de uma folha para realizar o registro das partidas. Estas folhas foram recolhidas ao término do encontro.

Neste encontro, percebemos uma maior motivação dos alunos, pois já estavam mais familiarizados com as regras e com o material do jogo, já não confundiam mais o que fazer com as argolas e com os cartões. Foi interessante observar que antes de sortear as argolas e os cartões eles “cantavam o jogo”, torcendo para sair ou uma argola ou um cartão que fizesse com que eles tivessem um certo resultado.

Eles não se preocupavam com o resultado final da expressão, até porque ele só poderia ser calculado no final da quinta partida, mas observavam o registro da dupla adversária, tentando calcular o resultado parcial da expressão para torcer por sortear argolas e cartões que dessem a vitória parcial para eles. Também houve a torcida para situações que mostravam o entendimento sobre as operações com os números negativos. Por exemplo, quando sortearam uma argola negativa, conseqüentemente, torceram para sortear um número negativo, pois sabiam que perder pontos negativos é o mesmo que ganhar pontos. As figuras abaixo deixam claro o que acabamos de afirmar:

Figura 4.13: *Vibração dos alunos no Jogo das Argolas Surpresa*

Figura 4.14: *Torcida dos alunos no Jogo das Argolas Surpresa*

Figura 4.15: *Dupla torcendo no Jogo das Argolas Surpresa*

Neste encontro, observamos que os alunos estavam registrando corretamente as partidas para construir as expressões numéricas, eliminando o excesso de sinais para resolvê-las, o que mostra um avanço deles em lidar com expressões contendo números negativos, como mostra o protocolo abaixo:

Registro do Jogo das Argolas Surpresa

PARTIDAS	EXPRESSÃO NUMÉRICA OBTIDA	RESULTADO DA EXPRESSÃO
1ª	+(+35) -(-20) -(+5) + (-10) = 35+20-5-10= 55-5-10=40,	40
2ª	+(+25) - (+5) + (+35) -(-10) = +25-5+35+10= +20+35+10= 55+10=65,,	65
3ª	-(-5) + (+20) -(-35)+(-10) = +5+20+35 -10= +60-10=50,	50
4ª	+(+10)-(-35)-(-30)+(+35)= 10+35+30+35= 45+65=110,	110
5ª	-(-20)-(-30)+(+35)+(+25)= +20+30+35+25= 50+60=110	110
		Total de Pontos: 375

Figura 4.16: *Protocolo de registro da dupla W de alunos do GE sobre o Jogo das Argolas Surpresa.*

Outra observação importante foi constatar, conforme a figura 4.17 abaixo, que as duplas de alunos ajudavam-se sempre, fazendo os cálculos e, assim, podiam confrontar os resultados obtidos nas jogadas e verificar se os resultados eram os mesmos e, quando não eram, refaziam os cálculos.

Figura 4.17: *Colaboração dos alunos no registro do Jogo das Argolas Surpresa*

Por fim, gostaríamos de ressaltar o fato de um grupo ter criado a seguinte regra para o jogo: quando a dupla adversária fizesse o resultado da expressão errada perderia, no final da quinta partida, dez pontos (para não esquecerem estes pontos, faziam um registro paralelo em um papel de rascunho). Isto evidencia o quanto à interação entre os alunos é importante no processo de construção do conhecimento.

Encontro 6

Neste encontro, os alunos receberam o material, organizaram-se em grupo e iniciaram o jogo sozinhos, pois já sabiam jogar. O pesquisador apenas orientava os alunos em caso de dúvidas, mas sempre instigava o aluno a buscar a resposta para suas dúvidas ou a solução dos problemas. As perguntas feitas pelos alunos eram sempre devolvidas aos grupos, levando-os a buscar no próprio jogo as respostas necessárias e cooperando uns com os outros.

Novamente foi solicitado que as duplas registrassem as expressões na folha de registro.

Ao término do jogo, o pesquisador problematizou algumas situações na lousa, para que todos pudessem discuti-la como por exemplo, *quais números e onde as argolas positivas (escuras) e negativas (claras) deveriam ser sorteadas para obter o resultado - 35? Se um jogador acertou as argolas claras no - 5 e no - 20 e fez um total de - 25 pontos, em que números ele acertou as argolas escuras?* Todos queriam participar da discussão e alguns alunos tentavam responder à problematização feita pelo pesquisador, buscando ajuda no material do jogo e fazendo cálculos no papel. A idéia não era o simples cálculo dessas problematizações, mas sim a discussão e reflexão gerada por elas.

Ao final da discussão, cada grupo recebeu uma folha para escrever um texto, destacando o que aprenderam com o jogo. A seguir, apresentaremos quatro protocolos dos textos escritos pelos grupos de alunos do GE:

Jogo das Argolas Surpresa

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir e escrever um texto, destacando o que aprenderam, características e descobertas sobre o jogo.

Durante o jogo, percebemos que é bem mais divertido resolver operações de casos diferentes e é o desafio de conviver em grupo.

É bem mais objetivo e mais complicado do que outros jogos e requer MUITA sorte.

Envolve os conhecimentos e os amplia e nos deixa melhores com facilidade com a MATEMÁTICA.

Vimos como a MATEMÁTICA pode ser divertida.

Houve situações que requeriam mais cálculos como:

$+(+40)-(+30)-(-5)+(-30)$

É também houve casos de muitas disputas de maior pontos, isso ocorria situações difíceis que tiramos número negativos, o que foi mais divertidos.

A idéia das argolas foi diferente e dificultou a operação e a sorte

Figura 4.18: *Protocolo de registro do grupo G de alunos do GE sobre o Jogo das Argolas Surpresa.*

Percebemos mais uma vez que o jogo pode propiciar momentos de diversão e aprendizagem, motivando os alunos na construção dos conhecimentos. Este grupo também consegue perceber que o jogo é um meio fácil de ampliar o conhecimento matemático. No registro deste grupo, ficou evidente o respeito às diferenças quando citaram a importância de “conviver em grupo” e de como era importante a contribuição entre eles para desenvolvimento de atitudes e valores.

Jogo das Argolas Surpresa

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir e escrever um texto, destacando o que aprenderam, características e descobertas sobre o jogo.

após jogarmos "Jogo das Argolas Surpresa", revemos e aperfeiçoamos os números positivos interagindo com números negativos, mesmo já tendo jogado "Perdas e Ganhos".

Este jogo é muito legal, pois os participantes mesmo não sabendo usar os números inteiros, conseguem jogá-lo.

E além do mais, trabalha o que vimos ao longo do ano e a questão do trabalho em grupo.

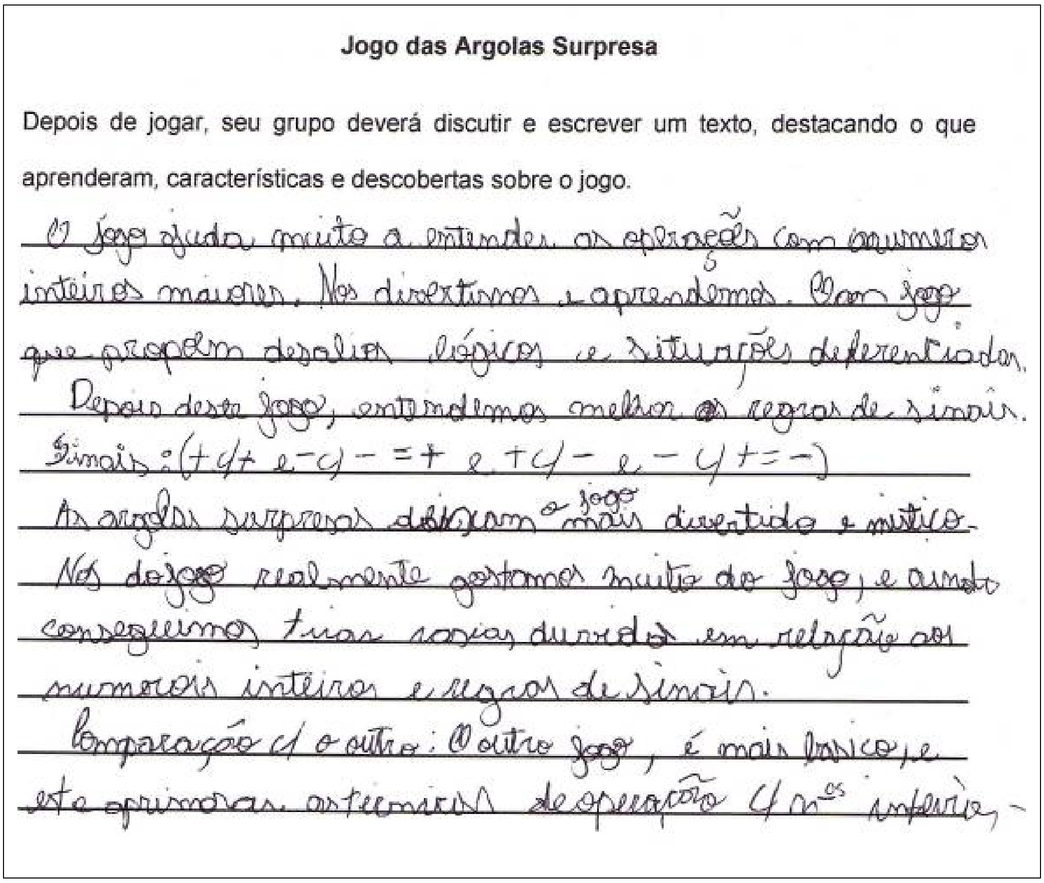
Dica: O grupo pensou que o jogo poderia se chamar:

JOGO DAS ARGOLAS SORTUDAS!!!!

é mais legal

Figura 4.19: *Protocolo de registro do grupo H de alunos do GE sobre o Jogo das Argolas Surpresa.*

Para o grupo que escreveu este texto, o jogo aperfeiçoa ou complementa o jogo *Perdas e Ganhos* e, também, contribui para o trabalho em grupo. Além disso, sugeriram trocar o nome do jogo para *Jogo das Argolas Sortudas* evidenciando o fator sorte presente no *Jogo das Argolas Surpresa*.



Jogo das Argolas Surpresa

Depois de jogar, seu grupo deverá discutir e escrever um texto, destacando o que aprenderam, características e descobertas sobre o jogo.

O jogo ajuda muito a entender as operações com números inteiros maiores. Nos divertimos e aprendemos. Um jogo que propõem desafios lógicos e situações diferenciadas.
Depois desse jogo, entendemos melhor as regras de sinais.
Sinais: (+ c/ + e – c/ – = + e + c/ – e – c/ + = –)
As argolas surpresas deixam o jogo mais divertido e místico.
Nós do jogo realmente gostamos muito do jogo, e ainda conseguimos tirar várias dúvidas em relação aos números inteiros e regras de sinais.
Comparação c/ o outro: O outro jogo, é mais básico, e este aprimora as técnicas de operação c/ nºs inteiros -

Figura 4.20: *Protocolo de registro do grupo I de alunos do GE sobre o Jogo das Argolas Surpresa.*

Este grupo destaca a importância do jogo para entender melhor as regras de sinais e destaca que as argolas surpresa deixam o jogo mais divertido e místico, referindo-se à questão da sorte presente no jogo e que esteve em discussão em vários momentos nos quais os alunos torciam para tirar determinada argola ou cartão numerado. Assim, ficou mais uma vez evidente o quanto o jogo possibilita uma aprendizagem prazerosa e significativa. É importante perceber que eles também compararam os dois jogos presentes em nossa intervenção, destacando que o jogo *Perdas e Ganhos* "é mais básico e este aprimora as técnicas de operação com os números inteiros".

Outro grupo também comparou os dois jogos presentes em nossa intervenção, destacando que aprenderam mais sobre os números "positivos, negativos ou até zero" e que gostaram mais do *Jogo das Argolas Surpresa* por não demorar tanto quanto o *Perdas e Ganhos* e também por possibilitar resultados não esperados, como o zero. Veja o protocolo deste grupo, na figura abaixo:

JOGOS DE NÚMEROS INTEIROS:

- Perdas e ganhos.
- Argolas surpresa.

TEXTOS: De uma forma divertida pudemos aprender e rever os conteúdos trabalhado ao longo do ano. Diferentes resultados apareceram em ambos os jogos: positivos, negativos ou até "0"!

Perdas e ganhos: um jogo divertido e dinâmico que mostra diferentes situações utilizando os números inteiros.

Argolas surpresa: deste nós gostamos mais, foi mais legal e interessante, pois não demorava tanto como o "Perdas e Ganhos", e também apareceram resultados não esperados, como por exemplo o "0" (zero):

+(−15) + (−25) − (+25) − (+5)

−15 − 25 − 25 − 5 = −70 (na 1ª rodada).

+ (+25) − (−20) − (+10) + (+20)

+25 + 20 − 10 + 20 = +55 (na 2ª rodada).

−(+5) + (+25) + (−5) − (+15)

−5 + 25 − 5 − 15 = 0 (na 3ª rodada)

−(+40) − (+25) + (−15) + (−10)

−40 − 25 − 15 − 10 = −90 (na 4ª rodada)

−(−15) − (−35) + (+30) + (+25)

+15 + 35 + 30 + 25 = +105

TOTAL: +(−70) + (+55) + 0 + (−90) + (+105)

−70 + 55 + 0 − 90 + 105 (na 5ª rodada)

TOTAL: 0

Conclusão:

Podemos concluir que são jogos que não dependem só do cálculo (conhecimento) como também da sorte. Mas é necessário saber bem sobre os números inteiros para fazer os cálculos. Nós conseguimos fazer os cálculos bem pois desde o começo do ano estamos aprendendo sobre números inteiros e cada vez mais aprofundamos nossos conhecimentos sobre o assunto.

Figura 4.21: *Protocolo de registro do grupo J de alunos do GE sobre o Jogo das Argolas Surpresa.*

Após ter apresentada a análise do desempenho dos grupos nos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes) e, ainda procedido com a análise qualitativa no que se refere à nossa seqüência de ensino, passaremos, a seguir, a apresentar a conclusão do presente estudo, momento em que já possuímos subsídios suficientes para responder à questão de pesquisa.

CAPÍTULO V

CONCLUSÃO

5.1 Introdução

Esta pesquisa teve por objetivo investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos a partir de uma intervenção de ensino, pautada na resolução de problemas e utilizando jogos como recurso didático. Assim, iniciamos esta dissertação apresentando os motivos e justificativas que nos levaram a elaborá-la, além da problemática e do objetivo da pesquisa. Buscamos subsídios teóricos que pudessem contribuir, tanto na construção de nossa intervenção de ensino como em sua análise.

Partimos de uma discussão sobre os números inteiros, do ponto de vista da Matemática, na evolução histórica e da escola. Nesse último, fizemos um estudo sobre os números negativos na proposta dos PCN's e sobre a abordagem desses números em duas coleções de livros didáticos do Ensino Fundamental, aprovados no PNLD.

Ainda discutimos os números inteiros do ponto de vista da pesquisa, tendo como suporte as idéias de Jahn (1994); Passoni (2002); Kimura (2005) e Todesco (2006). Na seqüência procedemos com uma discussão sobre a importância dos jogos na aprendizagem escolar, tendo como suporte teórico as idéias de Piaget (1975, 1978, 1979, 1987); de Macedo et al. (2005); Borin (1995); Lara (2003) e Murcia et al. (2005), destacando a importância do jogo e do lúdico na aprendizagem escolar.

Após apresentarmos nosso referencial teórico e as pesquisas correlatas traçamos a metodologia do estudo, que foi composta da etapa diagnóstica (pré e pós-testes) e da intervenção de ensino, desenvolvidas separadamente com dois grupos (GE e GC) de alunos.

O público-alvo do estudo constituiu-se de alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental (antiga sexta série), de uma escola particular da zona oeste de São Paulo. O GE foi constituído de 56 alunos e o GC, de 28. O GE participou dos testes e da intervenção de ensino e o GC, apenas dos testes.

A etapa seguinte à realização do estudo foi a análise dos dados obtidos que foi dividida em quantitativa e qualitativa e nos forneceu subsídios para elaborarmos este capítulo com as conclusões retiradas dela. O presente capítulo está organizado da seguinte maneira: a primeira parte, refere-se a esta introdução; a segunda parte apresentará a síntese dos principais resultados, a terceira parte retomará a questão da pesquisa, procurando respondê-la e, por fim, apresentaremos algumas sugestões para futuros trabalhos relacionados com nossa pesquisa.

5.2 Síntese dos Resultados

Primeiramente, descreveremos a síntese dos resultados dos testes e, em seguida, a dos resultados da intervenção de ensino.

5.2.1 Os testes

A análise do desempenho do GE e GC nos testes mostrou que, no pré-teste, os alunos realmente tinham algum conhecimento sobre os números inteiros negativos. O fato já era esperado, pois os alunos já haviam estudado esse conteúdo no semestre anterior. Assim, nossa intenção era reintroduzir o conceito desses números por meio do uso de jogos, em uma perspectiva de resolução de problemas.

O desempenho dos grupos em relação aos pré e pós-testes mostrou que houve uma diferença nos resultados e esta diferença indicou avanços com uma evolução de 13,9 pontos porcentuais no GE, representando um crescimento de 21,3 % em relação ao pré-teste. O GC mostrou uma evolução de 13,7 pontos porcentuais, o que representa um crescimento de 20,3 % em relação ao pré-teste. Assim, verificamos que, embora pequeno, o crescimento do GE foi maior que o do GC. Esta tendência manteve-se em todas as análises feitas.

Como já mencionamos no Capítulo 4 desta dissertação, os alunos dos dois grupos tiveram mais dificuldades para resolver expressões numéricas, envolvendo os números inteiros negativos tanto no pré como no pós-teste. O GE, contudo, demonstrou melhor desempenho na resolução destas expressões, quando foram comparados os resultados dos pré e pós-testes e, também, quando comparados com o GC.

5.2.2 A intervenção de ensino

Esta síntese refere-se aos resultados da intervenção de ensino obtidos no GE. Em relação a este grupo de alunos, identificamos vários avanços que vamos apresentá-los a seguir.

Inicialmente, destacamos o avanço no desempenho das questões relacionadas com a representação dos números inteiros negativos na reta numérica, pois antes de nossa intervenção os alunos somente representavam na reta numérica os números naturais.

Outra contribuição de nossa intervenção foi que os alunos puderam operar (adição e subtração) com os inteiros negativos de uma forma mais concreta e significativa. Estas operações eram feitas por meio das diferentes relações numéricas estabelecidas durante a realização dos jogos e nos seus registros e, também, por meio das relações entre os próprios alunos e entre estes e o pesquisador, nos momentos das problematizações e discussões dos jogos.

Observamos uma melhoria qualitativa no uso da linguagem matemática para representar corretamente as operações com os números inteiros negativos.

A intervenção de ensino contribuiu para o estabelecimento de relações entre a linguagem matemática e as situações concretas ocorridas nos momentos de jogar, situações como perder e ganhar pontos, positivos ou negativos, presentes nos dois jogos de nossa intervenção.

Os jogos, as problematizações ocorridas e os registros realizados facilitaram a compreensão das idéias relacionadas com os números inteiros negativos, como por exemplo, compreender o porquê de tirar 5 fichas negativas ser o mesmo que adicionar 5 fichas positivas. Isto ficou muito evidente nas discussões e nos registros do jogo *Perdas e Ganhos*, sobretudo nos momentos em que discutimos situações que abordavam a idéia de que a subtração é uma "adição com o oposto". Nessas ocasiões, quando falávamos em adição e subtração envolvendo os negativos, não falávamos de duas operações distintas, mas sim de uma, a adição.

Observamos, também, um comportamento muito favorável em relação à interação entre os alunos. No decorrer dos encontros de nossa intervenção, os alunos exercitaram o saber ouvir o outro, respeitando as diferentes opiniões e idéias, demonstrando alegria, diversão e prazer na busca de soluções para os desafios que surgiram no decorrer dos jogos.

Nos momentos de realizar cálculos e até de lidar com as dúvidas, foi comum observar os alunos colaborando uns com os outros, fazendo junto as atividades propostas. Isto evidencia o quanto a interação entre os alunos é importante no processo de ensino e aprendizagem.

Como citado por Macedo et al. (2005), o jogo, além de ser um recurso que podemos usar nas aulas a favor da construção de conhecimentos, também, contribui para o desenvolvimento de atitudes e valores, valorizados neste processo pelo seu espírito lúdico. Não podemos esquecer de retomar as idéias de Piaget (1979) que destacam que o jogo mobiliza um processo de aquisição do conhecimento e de seu desenvolvimento com base nas abstrações empírica e reflexiva, por meio das diferentes relações estabelecidas no momento do jogo, nas quais os alunos participam ativamente da construção do conhecimento matemático.

A questão da comunicação, sobretudo os registros escritos dos alunos, também, chamou nossa atenção, já que, por meio deles, pudemos conhecer a opinião dos alunos, saber como eles pensavam, que estratégias usavam e, ainda, descobrir o que foi mais significativo para cada um deles e quais suas dúvidas. Em outras palavras, pudemos saber o que eles aprenderam e o que precisaria ser retomado.

Dessa forma, de acordo com Piaget (1979), o jogo, por estar inserido em um contexto natural para os alunos, pelo seu lado lúdico e pela surpresa nos momentos de jogar, propicia um movimento que estimula o aluno a participar com interesse. Isto ficou evidente nos encontros realizados e nos registros dos alunos. Além disso, aqui podemos retomar as idéia de Macedo et al. (2005) que discutem que existe uma articulação entre comunicação e avaliação, porque ao jogar e registrar sobre o jogo o aluno comunica seu modo de pensar, contribuindo assim para o educador obter subsídios significativos para avaliar a aprendizagem de cada aluno, planejando e replanejando suas ações no processo de ensino e aprendizagem.

5.3 Retomando a questão de nossa pesquisa

A partir da análise dos resultados, apresentada no Capítulo 4 desta dissertação, responderemos nossa questão de pesquisa, a qual retomamos:

> **"*Qual a contribuição do jogo para uma aprendizagem significativa da adição e subtração dos números inteiros positivos e negativos, numa perspectiva de resolução de problemas?"***

Nossa resposta a esta questão é que o jogo pode sim contribuir para que os alunos aprendam os números inteiros negativos de forma significativa. Ele possibilita a compreensão das idéias das operações de forma concreta, por meio das inúmeras relações que se estabelecem entre aluno e jogo, entre aluno e seus colegas e entre aluno e pesquisador.

Seu contexto permite por meio das construções de diversas problematizações dentro de uma perspectiva de resolução de problemas, a exploração de vários registros propostos. Neste momento, é importante ressaltar duas idéias que destacamos no Capítulo 2: as idéias de Kimura (2005), sobre o fato do jogo de regras exercer um papel significativo no processo de ensino e aprendizagem, pois, quando a criança joga, desenvolve várias ações mentais simultaneamente. Também as idéias de Piaget (1979), no que se referem ao estágio operatório formal, no qual a criança aplica o raciocínio lógico na resolução de problemas, busca soluções para os desafios sem precisar da representação imediata do objeto.

Para jogar, o aluno precisa conhecer as regras, entendê-las, mas não basta só isso. Segundo Kimura (2005), não podemos aprender a jogar um determinado jogo só com suas regras, uma vez que não sabemos o que pode ocorrer durante um jogo.

Cada jogada revela uma nova situação, uma surpresa. Podemos até formular hipóteses sobre o que pode ocorrer no momento do jogo, mas só teremos certeza no ato de jogar. Isto evidencia a necessidade dos alunos interagirem uns com os outros, tendo a possibilidade, ainda, de refletir, estabelecer relações, compreender as idéias matemáticas e tendo a possibilidade de entender, por exemplo, porque tirar quatro fichas positivas é o mesmo que adicionar quatro fichas negativas.

O fato traz a reflexão de que a ênfase na técnica e na memorização de regras sobre as operações com os números inteiros negativos, pode ocultar ou tirar do aluno a possibilidade de aprender um conteúdo matemático com significado. Igualmente, pode tirar do educador as inúmeras possibilidades de observações e informações que certamente contribuirão para ele conhecer melhor seus alunos, como eles pensam, identificando possíveis dúvidas e avanços.

Estas informações são fundamentais no trabalho constante do educador de planejar, avaliar e replanejar, uma vez que o processo de ensino e aprendizagem é um processo dinâmico. Em outras palavras, o trabalho com o jogo nas aulas de Matemática é importante, tanto para o educador como mediador no processo de ensino e aprendizagem, como para o aluno, sujeito ativo desse processo.

5.4 Futuras Pesquisas

Ao longo de todo o desenvolvimento de nosso estudo e, sobretudo, na etapa da análise, apareceram algumas idéias relacionadas a nosso tema que poderão ser investigadas em futuras pesquisas.

No início, destacamos a necessidade de se continuar a realizar estudos com jogos, como um recurso para o ensino da Matemática, ampliando esta pesquisa não só para as outras operações com os números inteiros como também para outros conceitos. Assim, nossa primeira sugestão é de forma genérica no sentido de que sejam realizados o maior número de jogos que favoreçam o processo de ensino e aprendizagem em Matemática.

Nossa segunda sugestão agora já focada para realização de um estudo específico será uma pesquisa para verificar a possibilidade de iniciar o estudo dos números inteiros negativos, por meio dos jogos, no sexto ano do Ensino Fundamental, ampliando o tempo de estudo destes números (que, geralmente, sobrecarregam o currículo do sétimo ano), objetivando a construção mais significativa de tal conceito. Uma possibilidade seria iniciar o estudo de números inteiros negativos a partir do jogo *Perdas e Ganhos*, para que os alunos pudessem ampliar o estudo dos números de uma maneira mais concreta e significativa.

Uma terceira sugestão de pesquisa seria investigar a aprendizagem dos alunos por meio de uma intervenção de ensino que iniciasse o trabalho com os inteiros negativos no sétimo ano apenas por meio de jogos e, só depois das diversas explorações e registros sobre estes jogos, abordar a sistematização desse conceito, usando o livro didático.

Vale ressaltar que este estudo poderia ser comparado com nossa pesquisa, pois fizemos exatamente o contrário: utilizamos os jogos depois dos alunos estudarem os negativos com as atividades propostas no livro didático adotado na escola onde realizamos o estudo.

A quarta sugestão refere-se à necessidade efetiva de implementar novas pesquisas que utilizem diferentes tipos de registros (oralidade, escrita, pictórica) nas aulas de Matemática favorecendo o processo de ensino e aprendizagem, inclusive, contribuindo para desmistificar a idéia de que para aprender Matemática necessitamos apenas de sua linguagem simbólica. Sem dúvida, esta linguagem é fundamental, mas poderemos investigar a contribuição que as outras maneiras do aluno se comunicar (os diferentes registros) possam trazer às aulas, sobretudo no que tange à forma do aluno pensar sobre a Matemática de diferentes maneiras, valorizando uma aprendizagem com mais compreensão e significado.

Por fim, poderíamos pensar em replicar o presente estudo em outro contexto, por exemplo, em uma escola pública. Esta costuma ter um número maior de alunos em classe e menos ferramentas didáticas disponíveis que as oferecidas nas escolas particulares. Poder-se-ia, inclusive, comparar os novos resultados com nossa pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORIN, Julia. *Jogos e Resoluções de Problemas: Uma estratégia para as aulas de Matemática*. São Paulo: CAEM – IME-USP, 1995.

CAMPBELL, D., STANLEY, J. *Diseños Experimentales y Cuasiexperimentales em la Investigacíon Social*. Buemos Aires: Amorrortu Editores, 1973.

CAMPOS, Tânia Maria Mendonça et alii. *Dificuldades no Ensino-Aprendizagem dos Números Inteiros*. Relatório de Pesquisa. Sub CNPq, PROEM, PUC-SP, 1993.

CARAÇA, Bento de Jesus. *Conceitos Fundamentais da Matemática*. Portugal: Gradiva, 1998.

DANTE, Luiz Roberto. *Tudo é Matemática: 6ª série*. São Paulo: Ática, 2005.

IMENES, Luiz Márcio; LELLIS, Marcelo Cestari. *Matemática Paratodos: 6ª série: 7º ano do Ensino Fundamental*. São Paulo: Scipione: 2006 (Coleção Paratodos).

JAHN, Ana Paula. *Números Relativos: Construção e Estudo do Funcionamento de um Processo de Ensino sobre o Caso Aditivo*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 1994.

KAMII, C. & DECLARK, G. *Reinventando a Aritmética: Implicações da teoria de Piaget*. Campinas: Papirus, 1992.

KIMURA, Cecília Fukiko Kamei. *O Jogo como Ferramenta no trabalho com Números Negativos: um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget*. Tese de Doutorado. São Paulo: PUC-SP, 2005.

LARA, I. C. M. *Jogando com a matemática de 5ª a 8ª série*. São Paulo: Rêspel, 2003.

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe. *Os Jogos e o Lúdico na Aprendizagem Escolar*. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MURCIA, J. A. M. e colaboradores. *Aprendizagem através de jogos*. org. Juan A. M. Múrcia; trad. Valério Campos. Porto Alegre: Artmed, 2005.

PASSONI, João. *(Pré) Álgebra: Introduzindo os Números Inteiros Negativos*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2002.

PIAGET, J. & CHOMSKY, N. *Teorias da linguagem, teorias da aprendizagem*. Lisboa: Edições 70, 1987.

PIAGET, J. A Teoria de Piaget. In: CARMICHAEL L. *Psicologia da Criança*. São Paulo: EPU, 1975. V.4.

PIAGET, J. & SZEMINSKA; A. *A Gênese do Número na Criança*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, Jean. *A Formação do Símbolo na Criança: imitação, jogo e sonho, imagem e representação*. 3ª ed. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

________ *O Estruturalismo*. 3ª ed. São Paulo: Difel, 1979.

BRASIL, SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL, Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais (5ª a 8ª série), Matemática*, v. 3, Brasília, 1998.

SILVA Jr. C. G. & ACIOLY-RÉGNIER, N. *Jogos como situação para aprendizagem segundo a teoria dos campos conceituais: o caso do pega-varetas*. *2º SIPEMAT*, 2008, P.1-8.

TODESCO, Humberto. *Um Estudo Com Os Números Inteiros Nas Séries Iniciais: Re – aplicação da Pesquisa de Passoni*. Dissertação de Mestrado. São Paulo: PUC-SP, 2006.

REFERÊNCIAS CONSULTADAS

BOYER, Carl Benjamin. *História da Matemática*. Tradução: Elza Furtado Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996.

MACHADO, Nilson José. *Matemática e Língua Materna*. 3ª ed. São Paulo: Cortez, 1993.

PIAGET, Jean. *Psicologia da Inteligência*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1983.

________ *Psicologia e Pedagogia*. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 1988.

________ *A Epistemologia Genética*. São Paulo: Martins Fontes, 1990.

SMOLE, Kátia Stocco; DINIZ, Maria Ignez. *Ler, Escrever e Resolver Problemas*. Porto Alegre: Artmed, 2001.

VYGOTSKY, L. S. *Pensamento e Linguagem*. São Paulo: Martins Fontes, 1987.

ANEXO 1

Pesquisa: *O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros* – Mestrado Profissional em Educação Matemática – PUC-SP.

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido

Eu, ____, portador do RG nº: ____, autorizo meu/minha filho(a) ______________________________ do 7º ano (antiga 6ª série) a participar da pesquisa acima citada como voluntário(a), sob a responsabilidade do professor e pesquisador Pércio José Soares, aluno do Mestrado Profissional em Ensino de Matemática da PUC-SP sob orientação da professora Drª Sandra Magina, a qual é docente do programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

Assinando este termo de consentimento, estou ciente de que meu filho(a), aluno(a) do 7º ano do Colégio Rainha da Paz, participará, em sala de aula, de dois jogos: "Perdas e Ganhos" e "Jogo das Argolas Surpresa", cujo objetivo é ajudar os alunos na apropriação do conceito dos números inteiros negativos. Estou ciente ainda de que nos momentos do jogo meu filho(a) poderá ser fotografado(a) pelo referido professor, com a finalidade única de ilustrar, no corpo da dissertação do referido professor, como se deu a utilização dos referidos jogos, ou seja, como os jogos foram desenvolvidos a aplicados na sala de aula.

Nome do responsável:___________________________________

Assinatura: __________________________________

São Paulo, ____ de ______________ de 2007.

ANEXO 2

Pré-teste

1) Você já ouviu falar sobre números inteiros?
   ( ) Sim   ( ) Não

   Se sim, o que você acha que é um número inteiro?
   ____
   ____

2) Quando se fala em altitude de um local, a altitude zero é o nível do mar. Por exemplo, o pico das Agulhas Negras, situado na serra do Itatiaia (MG/RJ). Ele tem 2787 m de altitude. Isso significa que o ponto mais alto dele está 2787 m acima do nível do mar.

   Considere o nível do mar como altitude zero. Represente as seguintes altitudes usando números inteiros positivos ou números inteiros negativos:

   a) 10 m acima do nível do mar________________________

   b) 20 m abaixo do nível do mar ________________________

   c) 50 m abaixo do nível do mar ________________________

   d) 2000 m acima do nível do mar ______________________

   Agora dê um significado às expressões, considerando o nível do mar como altitude zero:

   a) – 150 m ____

   b) + 1780 m ____

   c) 0 m ____

3) Complete as sentenças:

   a) Tinha R$ 14,00 e gastei R$ 19,00. Para saber com quanto fiquei, calculei 14 – 19. O resultado foi R$ ____________.

b) Já estou devendo para meu amigo Paulo R$ 10,00. Hoje, fomos ao cinema e lhe pedi emprestado mais uma quantia para pagar os ingressos, pois gastei R$ 8,00. Para saber quanto devo para meu amigo calculei ____________. O resultado foi _________.

c) Meu saldo bancário era R$ - 30,00. O banco estornou (devolveu) uma dívida de R$ 15,00 que me havia cobrado por engano. Para saber o novo saldo, efetuei ________________. O resultado foi ____________.

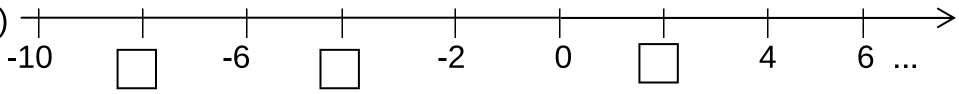
4) Responda às questões, sempre observando que o termômetro inicia na marca –4º C .

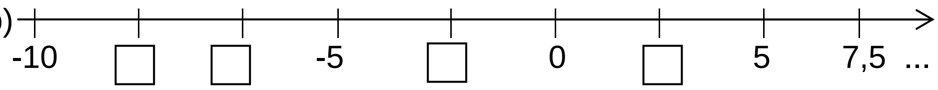
a) Se a temperatura descer 7º, qual será a temperatura ambiente? _________

b) Se a temperatura subir 6º, qual será a temperatura ambiente? ___________

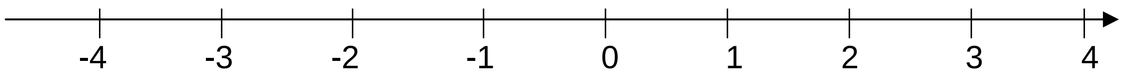
c) Se a temperatura descer 9º e depois subir 6º, qual será a temperatura ambiente? ______________

5) Os números foram distribuídos em uma reta, de maneira parecida à escala de um termômetro. Observe a disposição dos números e escreva os que faltam:

a) 

b) 

6) Na reta numérica, pode-se calcular a distância entre dois números subtraindo o menor do maior. Observe:



Agora, calcule a distância entre:

a) –22 e –55 ___________

b) – 27 e 13 ___________

c) – 6 e 20 ___________

d) – 20 e – 6 ___________

7) Calcule o valor de cada expressão:

a) +62 – 43 – 12 + 18 – 13 = __________________________

b) (- 19 + 31 – 24) + (- 30 + 45 – 13) = _________________

c) (98) + (- 48) – (+ 60) – (- 48) + (- 98) = ______________

d) (- 400) + (+ 348) – (- 400) - (+ 48) = _______________

8) Diga se a afirmação é V (verdadeira) ou F (falsa):

a) $-3 + 8 > -3 + 9$ ( )

b) $4 + (-5) > 6 + (-6)$ ( )

c) $3 + (-8) > 3 + (-11)$ ( )

d) $-11 + 5 < -20 + 13$ ( )

e) $4 - (+4) < 10 + (-11)$ ( )

9) Um submarino navega a uma profundidade de – 220 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 900 m de altitude.

a) O avião encontra-se a quantos metros acima do submarino?

b) Quantos metros deve subir o submarino para navegar a – 80 m?

ANEXO 3

Pós-teste

1) Complete as sentenças:

a) Paulo tinha R$ 15,00 e gastou R$ 18,00. Para saber com quanto ele ficou, calculou 15 – 18. O resultado foi R$ ____________.

b) Flávia já está devendo para seu amigo Pedro R$ 20,00. Hoje, eles foram ao cinema e ela lhe pediu emprestado mais uma quantia para pagar os ingressos, pois gastou R$ 12,00. Para saber quanto ela deve para seu amigo, calculou ____________. O resultado foi _________.

c) Meu saldo bancário era R$ - 25,00. O banco estornou (devolveu) uma dívida de R$ 15,00 que me havia cobrado por engano. Para saber o novo saldo, efetuei ________________. O resultado foi ____________.

2) Responda às questões, sempre observando que o termômetro inicia na marca –8º C.

a) Se a temperatura descer 7º, qual será a temperatura ambiente? _________

b) Se a temperatura subir 6º, qual será a temperatura ambiente? __________

c) Se a temperatura descer 9º e depois subir 6º, qual será a temperatura ambiente? ______________

3) Uma aeronave foi resgatar 5 funcionários de uma mineradora de ouro. Considerando a entrada da mina, no solo, como nível zero, represente os seguintes níveis usando números inteiros positivos ou números inteiros negativos:

a) 15 m acima do nível da mina _______________________

b) 10 m abaixo do nível da mina ________________________

c) 40 m abaixo do nível da mina ________________________

d) 1500 m acima do nível da mina ______________________

Agora dê um significado às expressões, considerando o nível da mina como nivel zero:

a) – 130 m ____

b) + 1650 m ____

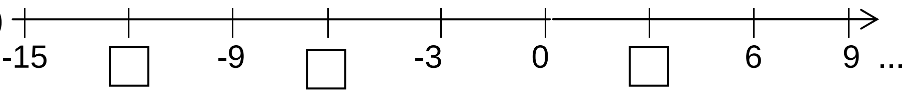
c) 0 m ____

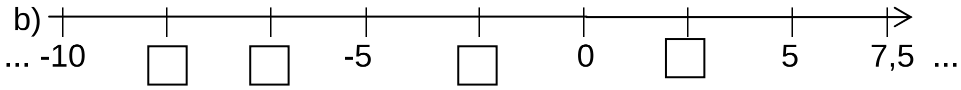
4) Um submarino navega a uma profundidade de – 215 m. Ele é acompanhado por um avião de treinamento da marinha, que voa a 815 m de altitude.

a) O avião encontra-se a quantos metros acima do submarino?

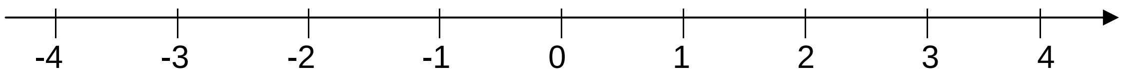
b) Quantos metros deve subir o submarino para navegar a – 80 m?

5) Os números foram distribuídos numa reta, de maneira parecida à escala de um termômetro. Observe a disposição dos números e escreva os que faltam:

a)


b)


6) Na reta numérica, pode-se calcular a distância entre dois números subtraindo o menor do maior. Observe:



Agora, calcule a distância entre:

a) –25 e –50 ____________

b) – 17 e 13 ____________

c) – 3 e 18 ____________

d) – 10 e – 7 ____________

7) Calcule o valor de cada expressão:

a) +62 – 43 – 12 + 18 – 13 = ____________________________

b) (- 19 + 31 – 24) + (- 30 + 45 – 13) = ___________________

c) (98) + (- 48) – (+ 60) – (- 48) + (- 98) = ________________

d) (- 400) + (+ 348) – (- 400) - (+ 48) = ________________

8) Diga se a afirmação é V (verdadeira) ou F (falsa):

a) $-3 + 8 > -3 + 9$ ( )

b) $4 + (-5) > 6 + (-6)$ ( )

c) $3 + (-8) > 3 + (-11)$ ( )

d) $-11 + 5 < -20 + 13$ ( )

e) $4 - (+4) < 10 + (-11)$ ( )