

Universidade do Estado do Rio de Janeiro

Centro de Tecnologia e Ciências Faculdade de Engenharia

Elvis Dináti Chantre Lopes

Influência da Velocidade, do Espaçamento e do Número de Veículos sobre a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado

> Rio de Janeiro 2008

# Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

Elvis Dináti Chantre Lopes

Influência da Velocidade, do Espaçamento e do Número de Veículos sobre a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado

> Dissertação apresentada ao PGECIV -Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

Orientador: Prof. DSc José Guilherme Santos da Silva. Co-orientador: Prof<sup>a</sup>. DSc Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares.

Rio de Janeiro 2008.

Elvis Dináti Chantre Lopes

## Influência da Velocidade, do Espaçamento e do Número de Veículos sobre a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado

Dissertação apresentada ao PGECIV -Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade do Estado do Rio de Janeiro - UERJ, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil. Ênfase: Estruturas.

Aprovado em 07 de Agosto de 2008.

Banca Examinadora:

**Prof. José Guilherme Santos da Silva, DSc - Presidente / Orientador** Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ

**Profa. Maria Elizabeth da Nóbrega Tavares, DSc** Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

**Prof. Paulo Batista Gonçalves, DSc** Departamento de Engenharia Civil - PUC-Rio

**Prof. Pedro Colmar Gonçalves da Silva Vellasco, PhD** Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

**Prof. Francisco José da Cunha Pires Soeiro, PhD** Departamento de Engenharia Mecânica - UERJ

**Prof. Luciano Rodrigues Ornelas de Lima, DSc** Departamento de Estruturas e Fundações - UERJ

> Rio de Janeiro 2008

# DEDICATÓRIA

Aos meus pais, pelo incentivo e apoio constantes para o meu desenvolvimento acadêmico e profissional.

## AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me conduzido até aqui, dando-me provas de sua presença constante.

Aos meus pais, pela dedicação e apoio constantes ao longo da minha vida acadêmica.

Ao meu orientador, professor e amigo José Guilherme pelos ensinamentos, dedicação e orientação deste trabalho de tese, bem como pela confiança em mim depositada.

À minha Co-orientadora, professora Elizabeth Tavares, sempre prestativa, pelos constantes ensinamentos e amizade durante o programa de mestrado.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação do PGECIV pela amizade e ensinamentos transmitidos durante o programa de mestrado.

A toda a minha família, em especial as minhas irmãs Euda e Eliane e ao meu irmão Tito pelo apoio, carinho e amizade.

Aos amigos Nuno Silva e Ismael Pimentel, pela amizade, companheirismo e momentos felizes que, com certeza, ficarão guardados na memória.

Aos colegas e amigos da pós-graduação, Alan, Fernando, João, Mateus, Juliano, Antônio, Anderson, Wisner, pelo apoio e amizade.

Aos funcionários do Laboratório de Computação (LABBAS), em especial ao Rodolfo, pela amizade.

A Faperj pelo apoio financeiro.

Aos amigos, com os quais sempre pude contar.

"Nunca, jamais desanimeis, embora venham ventos contrários..."

Santa Paulina

### RESUMO

Chantre Lopes, Elvis Dináti. *Influência da Velocidade, do Espaçamento e do Número de Veículos sobre a Resposta Dinâmica de Pontes Rodoviárias de Concreto Armado* Rio de Janeiro, 2008. 127f. Dissertação de Mestrado - Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro.

Nesta dissertação são avaliados os efeitos dinâmicos provenientes da travessia de comboios de veículos sobre o tabuleiro irregular de obras de arte rodoviárias de concreto armado. O modelo matemático empregado para simular o comportamento do sistema "veículo-ponte" considera a participação da massa e da rigidez das viaturas na definição das fregüências do sistema e, consegüentemente, a força de interação entre os veículos e a ponte é afetada pela flexibilidade desta. A ponte é modelada a partir do emprego de elementos finitos de barra unidimensionais e discretizado com massas concentradas e flexibilidade distribuída. O modelo de veículo empregado baseia-se no veículo TB-12 preconizado pela norma brasileira NBR 7188. Este veículo é simulado por sistemas de massas, molas e amortecedores sendo descrito por graus de liberdade à translação e rotação no plano. As irregularidades da pista são definidas por um modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento. O carregamento sobre a ponte é constituído por sucessões de veículos deslocando-se com velocidade constante sobre a obra. Devido à própria natureza das irregularidades da pista e do comboio de veículos, atenção especial é concentrada na fase permanente da resposta do sistema. São estudadas as respostas de dois modelos estruturais existentes, com base em tabuleiros isostáticos, em concreto armado, com e sem balanços, em seção do tipo "T" e duplo "T", respectivamente, em termos de deslocamentos e esforços nas seções onde ocorrem os efeitos máximos. As conclusões do trabalho versam sobre a influência da velocidade, espaçamento e do número de veículos, referentes a situações distintas de carregamento, no que tange a resposta dinâmica das pontes rodoviárias de concreto armado. A magnitude dos efeitos dinâmicos associados à interação dos veículos com o pavimento irregular também é investigada.

Palavras-chave: *Análise Dinâmica,* Pontes Rodoviárias de Concreto Armado, Comboios de Veículos, Irregularidades da Pista, Modelagem Computacional.

## ABSTRACT

In this investigation the dynamic effects induced by the vehicles crossing on the irregular pavement surfaces of reinforced concrete highway bridge decks were evaluated. The mathematical model considered the participation of the mass and stiffness of the vehicles in the definition of the system natural frequencies. The "vehicle-bridge" mathematical model includes the interaction between the vehicles and bridge dynamical properties. The bridge deck was modelled using beam finite elements with concentrated masses and distributed stiffness. The vehicle model was based on the Brazilian code NBR 7188 standard vehicle TB-12. This vehicle was simulated as mass-spring-damper system and the degrees of freedom of these cars are defined as in plane vertical translations and rotations. The deck surface roughness was defined by a non-deterministic model based on the spectral density of the pavement. The moving load is formed by an infinite succession of vehicles equally spaced and with constant velocity. Only the steady-state response was considered. The dynamic response of two existing structural models corresponding to reinforced concrete highway bridge decks was investigated in terms of displacements and efforts. The conclusions have shown the influence of the velocity, spacing and number of vehicles on the bridges dynamic response. The magnitude of the response amplification due to the surface irregularities was investigated.

Key-words: Dynamical Analysis, Highway Bridges of reinforced concrete, convoys of vehicles, Irregular Pavement Surface, Computational Modeling.

# LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 -	Modelo matemático do veículo	30
Figura 2.2 -	Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo	30
Figura 2.3 -	Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo	31
Figura 2.4 -	Modo natural de vibração do veículo	37
Figura 2.5 -	Representação genérica do comboio infinito de veículos	39
Figura 2.6 -	Comboios com 2 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada	40
Figura 2.7 -	Comboios com 3 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada	41
Figura 2.8 -	Comboios com 4 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada	41
Figura 2.9 -	Comboios com 5 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada	41
Figura 2.10 -	Comboios com 2 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços	43
Figura 2.11 -	Comboios com 3 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços	43
Figura 2.12 -	Comboios com 4 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços	44
Figura 2.13 -	Comboios com 5 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços	44
Figura 2.14 -	Comboios com 6 veículos TB12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços	44
Figura 3.1 -	Modelo de elemento de viga unidimensional	46
Figura 3.2 -	Distribuição da Massa nos Elementos Finitos	46
Figura 3.3 -	Modelo de uma ponte em elementos finitos com seus nós e elementos	46
Figura 3.4 -	Função de irregularidade não-determinística	48
Figura 3.5 -	Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: ruim [ $\Phi(\omega 0) = 64$ cm <sup>3</sup> ]	51

Figura 3.6 -	Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: média $[\Phi(\omega 0) = 16 \text{cm}^3].\text{Vb}(x)(\text{mm})$	52
Figura 3.7 -	Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: excelente $[\Phi(\omega 0) = 1 \text{ cm}^3]$	53
Figura 3.8 -	Sistema veículo-ponte	54
Figura 3.9 -	Exemplo de um sistema veículo-ponte para formulação de sua matriz de rigidez	57
Figura 3.10 -	Esquema de alteração na matriz de rigidez do sistema veículo- ponte conforme os veículos atravessam seu tabuleiro	57
Figura 4.1 -	Planta baixa do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)	65
Figura 4.2 -	Corte longitudinal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)	65
Figura 4.3 -	Corte transversal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em m)	66
Figura 4.4 -	Modelo Estrutural I	66
Figura 4.5 -	Planta baixa da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)	68
Figura 4.6 -	Seção transversal da ponte (unidades em cm)	68
Figura 4.7 -	Corte longitudinal da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)	68
Figura 4.8 -	Modelo Estrutural II	69
Figura 6.1 -	Deslocamentos na seção central devido ao efeito da mobilidadeda carga	76
Figura 6.2 -	Curva dos deslocamentos máximos médios na primeira metade do vão	76
Figura 6.3 -	Deslocamento na seção central do ME-I para o comboio de 2 veículos TB-12	82
Figura 6.4 -	Deslocamento na seção central do ME-I para o comboio de 5 veículos TB-12	82
Figura 6.5 -	Momento fletor positivo do ME-I para o Comboio de 2 veículos TB-12	83
Figura 6.6 -	Momento fletor positivo do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12	83

Figura 6.7 -	Esforço cortante do ME-I, seção de apoio esquerdo, comboio de 2 veículos TB-12	83
Figura 6.8 -	Esforço cortante na seção do apoio esquerdo do ME-I para o comboio de 5 veículos TB-12	83
Figura 6.9 -	Deslocamento na seção central do ME-II para o comboio de 3veículos TB-12	85
Figura 6.10 -	Deslocamento na seção de extremidade do balanço do ME-II Para o Comboio de 6 veículos TB-12	85
Figura 6.11 -	Deslocamento na seção de extremidade do balanço do ME-II para o comboio de 3 veículos TB-12	85
Figura 6.12 -	Momento fletor positivo na seção central do ME-II para o comboio de 6 veículos TB-12.	85
Figura 6.13 -	Momento fletor positivo na seção central do ME-II para o comboio de 3 veículos TB12	85
Figura 6.14 -	Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12	85
Figura 6.15 -	Momento Fletor Negativo na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 3 veículos TB-12	86
Figura 6.16 -	Esforço Cortante na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12	86
Figura 6.17 -	Esforço Cortante na seção de apoio do ME-II para o Comboio de 3 veículos TB-12	86
Figura 6.18 -	Esforço Cortante na seção do apoio esquerdo do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12	86
Figura 6.19 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12	99
Figura 6.20 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	99
Figura 6.21 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 4 veículos do tipo TB-1	100
Figura 6.22 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12	100
Figura 6.23 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12	100

Figura 6.24 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	101
Figura 6.25 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	101
Figura 6.26 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12	101
Figura 6.27 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12	102
Figura 6.28 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	102
Figura 6.29 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	102
Figura 6.30 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12	103
Figura 6.31 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12V	104
Figura 6.32 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.	104
Figura 6.33 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	104
Figura 6.34 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	104
Figura 6.35 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	105
Figura 6.36 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	105
Figura 6.37 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12	105
Figura 6.38 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12	105
Figura 6.39 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12	105

Figura 6.40 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.	105
Figura 6.41 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	106
Figura 6.42 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12	106
Figura 6.43 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	106
Figura 6.44 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12	106
Figura 6.45 -	Variação do FAD eferente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 4 veículos do tipo	106
Figura 6.46 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 4 veículos do tipo	100
Figura 6.47 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 5 veículos do tipo	100
Figura 6.48 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.	107
Figura 6.49 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 6 veículos do tipo	107
Figura 6.50 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 6 veículos do tipo	107
Figura 6.51 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12	107
Figura 6.52 -	Variação do $\overline{FAD}$ referente aos esforços cortantes. Seção do	107
Figura 6.53 -	Variação do $\overline{\text{FAD}}$ referente aos esforços cortantes. Seção do	102
Figura 6.54 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do	100
Figura 6.55 -	apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12 Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12	108 108

Figura 6.56 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Secão do meio do vão	110
Figura 6.57 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão	110
Figura 6.58 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo	111
Figura 6.59 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão	112
Figura 6.60 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço	112
Figura 6.61 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão	113
Figura 6.62 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Extremidade do balanco	113
Figura 6.63 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo	113
Figura 6.64 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Secão do meio do vão	115
Figura 6.65 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores. Secão do meio do vão	116
Figura 6.66 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.	116
Figura 6.67 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão	117
Figura 6.68 -	Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais Extremidade do balanço	118
Figura 6.69 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão	118
Figura 6.70 -	Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos.	118
Figura 6.71 -	Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo	119

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 -	Características dinâmicas do modelo de veículo TB12	36
Tabela 2.2 -	Velocidades e distâncias entre veículos	39
Tabela2.3 -	Velocidades e distâncias entre veículos	39
Tabela 2.4 -	Velocidades e distâncias entre veículos	40
Tabela 2.5 -	Velocidades e distâncias entre veículos	40
Tabela 2.6 -	Velocidades e distâncias entre veículos	42
Tabela 2.7 -	Velocidades e distâncias entre veículos	42
Tabela 2.8 -	Velocidades e distâncias entre veículos	42
Tabela 2.9 -	Velocidades e distâncias entre veículos	42
Tabela 2.10 -	Velocidades e distâncias entre veículos	42
Tabela 3.1 -	Classificação das irregularidades do pavimento	49
Tabela 4.1 -	Valores adotados para o modelo de viga simplesmente apoiada	66
Tabela 4.2 -	Características geométricas da seção transversal do ME-I	67
Tabela 4.3 -	Características físicas do concreto do ME-I	67
Tabela 4.4 -	Valores adotados para o modelo de viga simplesmente apoiada com balanços	69
Tabela 4.5 -	Características geométricas da seção transversal do ME-II	69
Tabela 4.6 -	Características físicas concreto do ME-II	69
Tabela 5.1 -	Freqüências Naturais. Modelo Estrutural I (ME-I)	70
Tabela 5.2 -	Freqüências Naturais. Modelo Estrutural II (ME-II)	71

Tabela 5.3 -	Modos de vibração do ME-I	73
Tabela 5.4 -	Modos de Vibração Natural do ME-II	74
Tabela 6.1 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural I, 2 veículos TB-12	78
Tabela 6.2 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural I. 3 veículos TB-12	78
Tabela 6.3 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural I. 4 veículos TB-12	78
Tabela 6.4 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural I. 5 veículos TB-12	78
Tabela 6.5 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural II. 2 veículos TB-12	70
Tabela 6.6 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural II. 3 veículos TB-12	79 79
Tabela 6.7 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural II. 4 veículos	80
Tabela 6.8 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural II. 5 veículos TB-12.	80
Tabela 6.9 -	Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais. Modelo estrutural II. 6 veículos	00
Tabela 6.10 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão.2 veículos TB-12. Análise estatística	80 89
Tabela 6.11 -	Momentos fletores positivos na seção do meio do vão. 2 veículos TB-12. Análise estatística	89
Tabela 6.12 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 2 Veículos TB-12. Análise estatística	89
Tabela 6.13 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão.2 veículos TB-12. Análise estatística	90
Tabela 6.14 -	Momentos fletores positivos na seção do meio do vão 2 veículos TB-12. Análise estatística	90

Tabela 6.15 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo 2 veículos TB-12. Análise estatística	90
Tabela 6.16 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão. 2 veículos TB-12. Análise estatística	91
Tabela 6.17 -	Momentos fletores positivos na seção do meio do vão 2 veículos TB-12. Análise estatística	91
Tabela 6.18 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo 2 veículos TB-12. Análise estatística	91
Tabela 6.19 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio vão central. 3 veículos TB-12. Análise estatística	93
Tabela 6.20 -	Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.3 veículos TB-12. Análise estatística	93
Tabela 6.21 -	Momentos fletores positivos na seção do meio do vão central.3 veículos TB-12. Análise estatística	94
Tabela 6.22 -	Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo 3 veículos TB-12. Análise estatística	94
Tabela 6.23 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística	94
Tabela 6.24 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio vão central. 3 veículos TB-12. Análise estatística	95
Tabela 6.25 -	Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.3 veículos TB-12. Análise estatística	95
Tabela 6.26 -	Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.3 veículos TB-12. Análise estatística	95
Tabela 6.27 -	Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística	96
Tabela 6.28 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística	96
Tabela 6.29 -	Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.3 veículos TB-12. Análise estatística	96
Tabela 6.30 -	Deslocamentos translacionais verticais na seção do balanço.3 veículos TB-12. Análise estatística	97
Tabela 6.31 -	Momentos fletores positivos na seção do meio do vão central.3 veículos TB-12. Análise estatística	97
Tabela 6.32 -	Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística	97
Tabela 6.33 -	Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística	98

# LISTA DE SÍMBOLOS

1	-	distância entre eixos do veículo
L	-	distância entre os veículos
С	-	coeficiente de amortecimento
С	-	matriz de amortecimento
E	-	módulo de elasticidade
$E[V_{b}^{2}]$	-	média quadrática da distribuição das irregularidades
f <sub>a</sub>	-	força de amortecimento
f <sub>e</sub>	-	força elástica
f <sub>i</sub>	-	força de inércia
$f_v$	-	força exercida pelo eixo do veículo sobre a ponte
f(t)	-	força externa atuante no sistema
F(t)	-	vetor de cargas externas
J	-	momento de inércia
k	-	coeficiente de rigidez
K	-	matriz de rigidez
K	-	Matriz de rigidez condensada
I	-	comprimento
m <sub>i</sub>	-	momento atuante a aceleração angular
m	-	massa
m <sub>a</sub>	-	momento da força de amortecimento em relação ao CM da
		massa
m <sub>e</sub>	-	momento da força elástica em relação ao CM da massa
m	-	massa distribuída
М	-	matriz de massa do sistema
Ν	-	número de harmônicos
r	-	vetor de cargas nodais equivalentes

R	-	vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de
		elementos
ū	-	amplitude do deslocamento
u	-	deslocamento
ü	-	velocidade
ü	-	aceleração
U	-	vetor de deslocamentos
Ú	-	vetor de velocidades
Ü	-	vetor de acelerações
v <sub>b</sub> (x)	-	função das irregularidades
v <sub>bi</sub>	-	amplitude real da parte harmônica
W	-	ondulabilidade da pista
φ	-	angulo de fase
φ	-	modo de vibração
ξ <sub>P</sub>	-	fração de amortecimento
v	-	velocidade
ρ	-	massa específica
$\omega_{0}$	-	freqüência natural circular
Φ(ω0)	-	coeficiente de amplitude
$\Phi_{V_{*}V_{*}}(\omega)$	-	densidade espectral
θ	-	vetor de rotações

# LISTA DE ABREVIATURAS

UERJ	Universidade do Estado do Rio de Janeiro
PUC - Rio	Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro
NBR	Norma Brasileira
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas

# SUMÁRIO

1	INTRODUCÃO	21
1.1	Apresentação e relevância	21
1.2	Situação do assunto.	22
1.3	Objetivos	27
1.4	Escopo do trabalho	27
2	MODELO MATEMÁTICO DO VEÍCULO UTILIZADO	29
2.1	Introdução	29
2.2	Modelagem matemática do veículo	29
2.3	Fregüências naturais e modos de vibração do veículo	35
2.4	Simulação do comboio infinito de veículos	38
3	MODELAGEM DA INTERAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA VEÍCULO-	
-	PONTE	45
3.1	Generalidades	45
3.2	Pontes rodoviárias.	45
3.3	Irregularidades do pavimento	47
3.4	Sistema veículo-ponte	53
3.4.1	Matriz de massa.	54
3.4.2	Matriz de rigidez.	56
3.4.3	Matriz de amortecimento	59
3.4.4	Vetor de cargas nodais equivalentes	60
3.4.5	Equação de movimento do sistema veículo ponte	62
4	MODELOS ESTRUTURAIS	64
4.1	Generalidades	64
4.2	Modelo estrutural I - ME-I	64
4.3	Modelo estrutural II – ME-II	67
5	ANÁLISE DE AUTOVALORES E AUTOVETORES	70
5.1	Generalidades	70
5.2	Análise de autovetores	72
6	ANÁLISE PARAMÉTRICA DO SISTEMA VEÍCULO-PONTE	75
6.1	Aspectos gerais	75
6.2	Validação do modelo numérico	76
6.3	Análise estática	77
6.3.1	Introdução	77
6.3.2	Ponte simplesmente apoiada: Modelo estrutural I - ME-I	77
6.3.3	Ponte simplesmente apoiada com balanço: modelo estrutural II - ME-II	79
6.4	Análise dinâmica	80
6.4.1	Introdução.	80
6.4.2	Comportamento geral das pontes rodoviárias	81
6.4.2.1	Ponte simplesmente apoiada - ME-I.	82
6.4.2.2	Ponte simplesmente apoiada com balanço - ME-II	84
6.4.3	Análise estatística da resposta dinâmica do sistema veículo-ponte	87
6.4.3.1	Ponte simplesmente apoiada - ME-I	88
6400	Ponto simpleomento enciedo com bolanco. ME U	00
0.4.3.2	Fonte simplesmente apolada com palanço - ME-II	93
6.4.4	Eteito da variação da velocidade e do espaçamento entre os veículos	98

6.4.4.1	Ponte simplesmente apoiada - ME-I	99
6.4.4.2	Ponte simplesmente apoiada com balanço - ME-II	104
6.4.5	Efeitos do número de veículos sobre as obras de arte	109
6.4.5.1	Ponte simplesmente apoiada - ME-I	110
6.4.5.2	Ponte simplesmente apoiada com balaço - ME-II	112
6.4.6	Efeitos das condições do pavimento sobre a resposta dinâmica das pontes	114
6.4.6.1	Ponte simplesmente apoiada - ME-I	115
6.4.6.2	Ponte simplesmente apoiada com balanços - ME-II	117
7	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	121
7.1	Introdução	121
7.2	Conclusões alcançadas	121
7.3	Sugestões para Trabalhos Futuros	123
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	125

### 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 Apresentação e relevância

No universo da engenharia estrutural, as pontes são estruturas suscetíveis a problemas dinâmicos, produzidos essencialmente pela movimentação de veículos e pela ação do vento. Devido ao caráter permanente da movimentação de veículos nas pontes, as conseqüentes respostas são de natureza dinâmica e as estruturas submetidas a essas ações estão sujeitas aos efeitos da ressonância, o que tem levado diversos pesquisadores em instituições de ensino e pesquisa, tais como (Amorim, 2007), (Melo, 2007), (Almeida, 2006), (Silva, 2004) e (Silva, 1996).a estudar de forma mais profunda os efeitos dinâmicos produzidos pelo tráfego de veículos sobre o comportamento das pontes rodoviárias de concreto armado.

Como pode ser constatado na situação do assunto, desde longa data, conscientes da absoluta importância do assunto, diversos pesquisadores, (Amorim, 2007), (Melo, 2007), (Almeida, 2006), (Silva, 2004) e (Silva, 1996), têm desenvolvido esforços contínuos objetivando avaliar esses efeitos com base nas mais diversas formulações, considerando inclusive a superfície irregular do pavimento. Em síntese, busca-se um critério conveniente para cálculo dos esforços e deslocamentos nos tabuleiros das pontes.

Em projetos de pontes rodoviárias, as conseqüências desses efeitos dinâmicos têm sido geralmente consideradas através de um coeficiente de impacto, que é determinado, na maioria dos regulamentos, inclusive no brasileiro (ABNT, 1984), (ABNT, 1987), exclusivamente com base no vão da estrutura, sendo aplicado às condições estáticas de projeto e ignora todos os outros fatores da rigidez, do amortecimento e da massa de uma estrutura. Contudo, tem-se observado que algumas pontes podem atingir um nível de vibração, sob condições de tráfego corrente, que as tornam inaceitáveis por comprometerem as condições de serviço e a durabilidade da obra.

Assim sendo, este tema de pesquisa propõe um procedimento de análise mais elaborado, no que tange aos elementos que contribuem de forma significativa para a resposta dinâmica das pontes (veículos, sistema estrutural e irregularidades da pista). Assim se faz necessário para um dimensionamento mais consciente, no qual se saiba de forma mais exata os valores dos esforços e deslocamentos a que a ponte ou o viaduto estará submetido quando da sua utilização.

### 1.2 Situação do assunto

O estudo dos problemas de vibração em pontes e viadutos iniciou-se em meados do século XIX, devido a evolução dos veículos, que passaram a atingir maiores velocidades e aumentando sua capacidade de carga. Mas neste estudo apresenta-se um resumo de alguns trabalhos de pesquisa (entre 1996 à 2007), onde graças à evolução dos programas computacionais passou-se a ter análises com um grau de satisfação bastante elevado e mais próximo da realidade.

HENCHI, FAFARD, DHATT e TALBOT (1996), analisaram a resposta dinâmica da estrutura sob um comboio de cargas móveis. Alguns resultados do fator de amplificação dinâmico são mostrados também como uma função da velocidade das cargas móveis.

SILVA (1996 e 2002) avaliou os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários, mediante estudo paramétrico. Respaldado nos resultados obtidos, foi proposto um coeficiente de majoração de esforços estáticos que considera todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista. Pela análise dos resultados, percebe-se que o coeficiente de majoração dos efeitos estáticos não abrange todas as ações dinâmicas verticais provenientes dos veículos, inclusive as irregularidades da pista, visto que estas últimas geram esforços dinâmicos significativamente maiores em relação aos efeitos estáticos.

BRAMELD e THAMBIRATNAM (1997) apresentam um modelo que incorpora os efeitos dinâmicos de veículos movendo-se sobre pontes. Com um amplo conhecimento das pontes existentes e do novo fluxo de transito, eles idealizaram um novo projeto de pontes que seria fundamental para os engenheiros do ramo. Nesse novo projeto de pontes a superestrutura era modelada em 2D e os veículos em 3D com 7 graus de liberdade. O procedimento inteiro para a interação do sistema veiculo-ponte foi implementado como um pacote computacional capaz de investigar as influências de vãos e outros parâmetros que contribuem para o comportamento do sistema veiculo-ponte.

YEONG-YANG e YEAN-SENG, (2000) criaram um procedimento versátil, pois servia como ferramenta capaz de lidar com vários modelos de veículos, de diferentes complexidades, variando a carga e massa em movimento, barras rígidas em suspensão, etc. Para tal eles utilizaram o método de Newmark e o esquema de diferenças finitas que são fundamentais para a discretização das equações de movimento de um veículo. A capacidade deste procedimento é demostrada no estudo de vários fenômenos de interação veiculo-ponte, inclusive aqueles causados pela frenagem dos veículos.

ZHANG, VROUWENVELDER e WANDNIER (2001), analisaram os fatores de amplificação dinâmicos e as cargas equivalentes uniformemente distribuídas provenientes de tráfegos eventuais em pontes. São simulados dois tipos de irregularidades: aleatórias e não-aleatórias. Na análise dos resultados são considerados dois tipos de tráfego: livre e congestionado.

SAVIN (2001), deduziu expressões analíticas para o cálculo do fator de amplificação dinâmico e características do espectro de resposta para pontes fracamente amortecidas com diversas condições de contorno, submetidas a passagem de cargas móveis com velocidade constante.

GRECO e SANTINI (2002) desenvolveram uma análise paramétrica na qual apresentam a eficácia dos coeficientes de amortecimento na redução das amplitudes das respostas dinâmicas. Um estudo comparativo entre as respostas exatas, obtidas mediante uma análise modal complexa, e as aproximações destas, fornecidas por uma análise modal clássica, apresenta diferenças significativas, nas quais as respostas exatas possuem maiores valores do que as suas aproximações.

LIU, HUANG e WANG (2002), investigaram a influência da superfície irregular do tabuleiro rodoviário sob o tráfego de veículos pesados, simulados por cargas móveis elevadas. Quatro comprimentos de ponte em concreto protendido são analisados e quatro tipos comuns de veículos são selecionados para a modelagem tridimensional. A superfície irregular da ponte é baseada em um processo randômico ao longo da direção transversal do pavimento. Os resultados indicam que os valores do fator de impacto induzidos pelas cargas elevadas são, geralmente, menores do que aqueles indicados pela "American Association of State Higwhay and Transportation Officials Specification".

NASSIF e LIU (2003), analisaram a resposta dinâmica de pontes, empregando um modelo 3D para a avaliação da interação ponte-pavimento-veículo. As viaturas são idealizadas como sistemas tri-dimensionais com onze graus de liberdade, possuindo um conjunto de suspensões e pneus de comportamento nãolinear. As irregularidades do pavimento são geradas através de um processo Gaussiano randômico. Os resultados mostram que o fator de amplificação dinâmico é fortemente dependente da qualidade da superfície do pavimento, da suspensão do veículo e da geometria da ponte.

SANTOS (2003), mostra a importância de reavaliar a ação do carregamento móvel sobre as pontes rodoviárias, uma vez que as obras de arte especiais até então construídas não foram projetadas para as elevadas cargas atualmente transportadas. Dessa forma, elaborou-se um estudo de normas e códigos de diversos países sobre o tema, onde se definiram algumas combinações de veículos de cargas (CVCs) e analisaram-se as conseqüências e a viabilidade do tráfego das mesmas. Essa análise foi realizada através da comparação dos esforços solicitantes provocados pelas CVCs e pelos veículos previstos por normas em diversos sistemas estruturais e por meio da verificação da capacidade portante de um projeto típico. No final do trabalho, constatou-se a existência de CVCs que, apesar de atenderem às exigências estabelecidas pelo Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN), são incompatíveis com a as pontes da malha viária nacional.

LAW & ZHU (2004), apresentaram dois trabalhos, nos quais avaliam o comportamento de pontes submetidas à passagem de veículos. No primeiro, analisaram o comportamento dinâmico de pontes de concreto armado danificadas submetidas à passagem de veículos. Estes são modelados como massas se deslocando sobre o tabuleiro da ponte ou como sistemas com quatro graus de liberdade. Os efeitos de diversos parâmetros, como a velocidade dos veículos e qualidade da superfície do pavimento, são considerados em suas análises. No segundo, o comportamento dinâmico de tabuleiros contínuos com seção não-uniforme, sobre apoios elásticos, submetidos à passagem de veículos, é avaliado. Nesta análise, é considerada a interação entre a estrutura, a irregularidade do pavimento e os veículos, sendo estes modelados como cargas móveis com

espaçamento fixo. O efeito da frenagem dos veículos sobre a ponte também é considerado neste trabalho.

LAW & ZHU (2004), estudaram o comportamento dinâmico de estruturas de pontes de concreto armado danificadas sob a ação de veículos em movimento, o veículo foi modelado como uma massa em movimento ou por um sistema de quatro graus de liberdade com suspensões lineares e flexibilidade dos pneus e a ponte modelada como uma barra continua de Euller-Bernoulli, simplesmente apoiada nos dois nós, para o dano utilizaram um modelo de trinca aberta. Fizeram também um ensaio utilizando uma barra reforçada com seção "T", sujeito a ação dos veículos onde verificaram a influência de outros parâmetros, como a velocidade dos veículos e a rugosidade da pista.

SILVA (2005) estudou o desempenho dinâmico dos pavimentos irregulares das pontes rodoviárias. Para tal ele propôs uma metodologia de análise para avaliar os efeitos dinâmicos, deslocamentos e tensões, nas lajes das pontes rodoviárias, devido aos deslocamentos dos veículos que foram definidos por um modelo probabilístico. Um modelo matemático assumiu a representação do elemento finito da laje como uma viga e os veículos simulados como parâmetros concentradas de massas, rigidez e amortecimento. Um bom conhecimento da densidade espectral do pavimento definiu a rugosidade da superfície. A carga móvel é formada por uma sucessão infinita de veículos igualmente espaçados movendo-se com velocidade constante. Apenas a resposta permanente foi considerada.

KIM, KAWATANI e KIM. (2005), propuseram uma análise tridimensional de modo a obter respostas dinâmicas do estudo interação veiculo-estrutura. Para tal eles fizeram uma análise numérica utilizando as equações de Lagrange e o método de Newmark, comparando-os com resultados exprimentais, obtendo assim resultados bastante satisfatório.

ROSSIGALI (2006) estudou a durabilidade e o comportamento de pavimentos e obras de arte rodoviárias, onde os projetos devem ser elaborados com base em modelos de cargas móveis que produzam efeitos similares ao do tráfego de veículos reais. Apresenta também um estudo probabilístico que conduz aos parâmetros necessários à elaboração dos referidos modelos de cargas móveis. A partir da análise criteriosa dos dados de tráfego rodoviário publicados pelo Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes (DNIT). Neste presente trabalho, geramse análises de projetos reais de pontes rodoviárias em concreto armado, avaliando a influência da qualidade do pavimento na magnitude da resposta dinâmica da estrutura.

ALMEIDA (2006) analisou as vibrações em pontes rodoviárias provenientes da interação dos veículos com pavimentos irregulares, para tal, desevolveu-se uma análise paramétrica com o objetivo de avaliar os efeitos dinâmicos provenientes dessas irregularidades, assim simulou-se o tabuleiro por uma viga unidimensional com base em elementos finitos, para representar os veículos considerou-se quatro modelos distintos, com um eixo e uma massa, um eixo e duas massas, com dois eixos e três massas e com três eixos e quatro massas resptivamente. Todos os veículos foram simulados por um sistema de massa, mola e amortecedores. As irregularidades da pista foram definidas por um modelo matemático não-deterministico e o carregamento da super estrutura das pontes foi representado por uma sucessão infinita de veículos igualmente espaçados e deslocando com uma velocidade constante.

AMORIM (2007) avaliou a resposta dinâmica de pontes rodoviárias com pavimentos irregulares e comparou com a metodologia de projeto proposta pela NBR 7187. Para tal, ele fez uma análise semelhante a de ALMEIDA (2006), só que ele considerou para análise apenas dois tipos de veículos (TB-12 e TB-45) e estudou as respostas dinâmicas de dois modelos estruturais existentes.

MELO (2007), com intuito de determinar de forma mais precisa os valores do coeficiente de impacto adotadas em pontes no Brasil, desenvolveu e implementou um modelo analítico-numérico simplificado para representar a interação veículo-pavimento-estrutura. Nesta modelagem, a ponte foi representada por modelo unifilar com propriedades de rigidez à flexão e à torção e o veículo de 3 eixos é simulado por um sistema plano de 5 graus de liberdade. A comparação, entre os resultados numéricos e os correspondentes resultados experimentais demonstrou a validade do modelo. Apresentou-se também um estudo paramétrico do fator de amplificação dinâmica da resposta em deslocamentos para pontes típicas de vãos curtos no Brasil.

SANTOS (2007) estudou os efeitos danosos causados às pontes rodoviárias pelo fenômeno de interação dinâmica entre os veículos, o pavimento e a estrutura, e também o desempenho de sistemas de controle dinâmico para redução das vibrações induzidas pelo tráfego de veículos, especialmente os de carga pesada,

Através de um modelo matemático que foi validado com exemplos de aplicação a casos reais e, por meio da correlação de resultados numéricos e experimentais.

#### 1.3 Objetivos

Analisar a influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos sobre a resposta dinâmica de pontes rodoviárias de concreto armado, segundo análise no domínio do tempo, com base em modelos estatísticos de modo a se obter uma comparação qualitativa e quantitativa entre os efeitos dinâmicos (deslocamentos e esforços) obtidos com base no emprego da presente metodologia de análise e aqueles preconizados pela NBR 7187 (ABNT, 1987), através de seu coeficiente de impacto.

Dando prosseguimento à linha de pesquisa em desenvolvimento no Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil, PGECIV, e as investigações anteriores de (ALMEIDA, 2006) e (AMORIM, 2007), objetiva-se o desenvolvimento de um extenso estudo paramétrico de modo a avaliar os efeitos das irregularidades superficiais sobre o comportamento de obras de arte rodoviárias de concreto armado.

#### 1.4 Escopo do trabalho

O conteúdo deste trabalho é apresentado em sete capítulos, incluindo esta introdução e os objetivos da pesquisa, mostrando a importância da análise dinâmica diante das novas concepções estruturais. São apresentados diversos trabalhos de pesquisa que tratam da análise dinâmica de pontes rodoviárias, a fim de fornecer embasamento a esse trabalho e Por fim, é mostrado como este texto se encontra estruturado, fazendo-se uma breve apresentação de cada capítulo presente no mesmo.

O capítulo dois, apresenta o modelo matemático do veículo adotado neste trabalho para a realização das análises dinâmicas dos tabuleiros de pontes, onde é feita a dedução da equação de movimento e a formulação da respectiva equação característica. Em seguida, são definidos os valores das propriedades do modelo apresentado no mesmo capítulo. Alguns destes valores foram adotados com base na pesquisa de diversos trabalhos científicos pertinentes ao assunto aqui estudado, e os demais foram obtidos por meio de cálculo, baseando-se na teoria das vibrações. Posteriormente faz-se a simulação do comboio infinito de veículos.

No capítulo três, formula-se o modelo matemático do sistema veículo-ponte, para o modelo de veículo utilizado nesta pesquisa. Primeiramente, apresenta-se a formulação do modelo matemático do tabuleiro da ponte, sem o carregamento das viaturas. Posteriormente, é apresentado o modelo da ponte carregada, denominado sistema veículo-ponte, fazendo-se a formulação de suas matrizes de massa, de rigidez e de amortecimento, e apresentando-se como são realizadas as alterações nas matrizes de rigidez e de amortecimento deste sistema, quando o(s) veículo(s) se desloca(m) sobre o tabuleiro.

No capítulo quatro, são definidos os valores das propriedades físicas e geométricas das obras de arte aqui estudadas. (ponte simplesmente apoiada e simplesmente apoiada com balanço) definidas como Modelo Estrutural I (ME-I) e Modelo Estrutural II (ME-II). Estes sistemas representem em grande parte as obras de arte em concreto armado nas rodovias federais do País.

No capítulo cinco, são apresentados os resultados de diversas análises, de autovalores e autovetores, empregando-se o programa computacional GDYNABT (SILVA & ALMEIDA, 2005).

No capítulo seis, apresentam-se os resultados obtidos em todas as análises propostas por este estudo. Inicialmente, são mostrados os resultados gerados nas análises estáticas. Em seguida, apresentam-se então os resultados obtidos nas análises dinâmicas, necessários para se atingir os objetivos deste estudo.

No capítulo sete, faz-se a conclusão deste estudo, apresentando-se ainda, sugestões para continuação do trabalho aqui desenvolvido.

### 2 MODELO MATEMÁTICO DO VEÍCULO UTILIZADO

### 2.1 Introdução

O modelo matemático do veículo empregado neste trabalho procura representar de forma mais realística os veículos da Norma Brasileira, NBR 7188 (ABNT, 1984). Nesta investigação estes veículos são considerados como sendo modelos discretos bidimensionais constituídos por conjuntos de massas, molas e amortecedores.

Para este estudo, foi utilizado o modelo de veículo da NBR 7188 (ABNT, 1984), com dois eixos e três massas, com quatro graus de liberdade, sendo três de translação vertical e uma de rotação no plano. Este modelo de veículo desenvolvido por (ALMEIDA, 2007) representa aproximadamente o veículo TB-12 da Norma Brasileira.

### 2.2 Modelagem matemática do veículo

Para esta investigação emprega-se um modelo de veículo com quatro graus de liberdade, que também constitui um sistema massa-mola-amortecedor, se baseia no veículo "Tipo12" preconizado pela Norma Brasileira NBR 7188 (ABNT, 1984). Porém, é importante ressaltar que este embasamento diz respeito apenas às dimensões e ao número de eixos do veículo, pois a referida norma considera que o carregamento imposto pelo mesmo é constituído por um par de forças concentradas que apresentam módulos constantes e iguais a 4 e 8 toneladas para o eixo dianteiro e traseiro, respectivamente, ao longo do tempo.

O modelo, apresentado na Figura 2.1, possui dois eixos, uma massa suspensa e duas massas não-suspensas. O significado da massa suspensa,  $m_s$ , é representar a massa dos chassis, da carroceria e a da carga que o veículo pode carregar. As massas não-suspensas,  $m_{ns1}$  e  $m_{ns2}$ , representam as massas dos pneus, rodas e amortecedores. Os conjuntos mola-amortecedor superiores,  $k_{vs1}$ ,  $c_{vs1}$  e  $k_{vs2}$ ,  $c_{vs2}$ ,

representam a rigidez e o amortecimento da suspensão. Os conjuntos molaamortecedor inferiores,  $k_{vp1}$ ,  $c_{vp1}$  e  $k_{vp2}$ ,  $c_{vp2}$ , representam a rigidez e o amortecimento dos pneus. Este modelo apresenta quatro graus de liberdade, sendo estes o movimento vertical e de rotação no próprio plano da massa suspensa, descritos, respectivamente, pelas coordenadas  $u_v e \theta_v$ , e os movimentos verticais das duas massas não-supensas, dados pelas coordenadas  $u_1 e u_2$ .



a) Modelo matemático desenvolvido b) Veículo padrão da NBR 7188 Figura 2.1 - Modelo matemático do veículo

Por possuir quatro graus de liberdade, este modelo de veículo tem seu movimento descrito por quatro equações diferenciais de movimento. Para a formulação destas equações, inicialmente, determinam-se as forças e os momentos que atuam nas massas do veículo analisando-se os diagramas de corpo livre de forças e de momentos, apresentados nas Figuras 2.2 e 2.3, respectivamente.



Figura 2.2 – Diagrama de corpo livre de forças do modelo de veículo



Figura 2.3 – Diagrama de corpo livre de momentos do modelo de veículo

Estas forças e momentos são dados pelas equações (2.1) e (2.2), a seguir: Equações de Forças:

$$f_{i(ms)} = m_{s}\ddot{u}_{v} \qquad f_{i(ms1)} = m_{ns1}\ddot{u}_{1} \qquad f_{i(mns2)} = m_{ns2}\ddot{u}_{2}$$

$$f_{as1(t)} = c_{vs1}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}) \qquad f_{as2(t)} = c_{vs2}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}) \qquad f_{as1(t)} = c_{vs1} d\dot{\theta}_{v}$$

$$f_{as2(r)} = c_{vs2} d\dot{\theta}_{v} \qquad f_{es1(t)} = k_{vs1} (u_{v} - u_{1}) \qquad f_{es2(t)} = k_{vs2} (u_{v} - u_{2}) \quad (2.1)$$

$$f_{es1(r)} = k_{vs1} d\theta_v \qquad \qquad f_{es2(r)} = k_{vs2} d\theta_v \qquad \qquad f_{ap1} = c_{vp1} \dot{u}_1$$

$$f_{ap2} = c_{vp2}\dot{u}_2$$
  $f_{ep1} = k_{vp1}u_1$   $f_{ep2} = k_{vp2}u_2$ 

onde,

- $f_{i(ms)}$  força de inércia atuante na massa suspensa;
- $f_{i(mns1)}$  força de inércia atuante na massa não-suspensa 01;
- $f_{i(mns2)}$  força de inércia atuante na massa não-suspensa 02;
- f<sub>as1(t)</sub> força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- f<sub>as2(t)</sub> força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido velocidade relativa entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- f<sub>as1(r)</sub> força de amortecimento exercida pela suspensão 01 devido a velocidade angular da massa suspensa;

- f<sub>as2(r)</sub> força de amortecimento exercida pela suspensão 02 devido a velocidade angular da massa suspensa;
- f<sub>es1(t)</sub> força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 01;
- f<sub>es2(t)</sub> força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento relativo de translação entre a massa suspensa e a massa não-suspensa 02;
- f<sub>es1(r)</sub> força elástica exercida pela suspensão 01 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;
- f<sub>es2(r)</sub> força elástica exercida pela suspensão 02 devido ao deslocamento angular da massa suspensa;

1.

• ) •

Equações de Momentos:

$$m_{i(ms)} = I_v \ddot{\theta}_v \qquad m_{as1(t)} = c_{vs1} (\dot{u}_v - \dot{u}_1) d \qquad m_{as2(t)} = c_{vs2} (u_v - u_2) d$$

$$m_{as1(r)} = c_{vs1} d^2 \dot{\theta}_v \qquad m_{as2(r)} = c_{vs2} d^2 \dot{\theta}_v \qquad m_{es1(t)} = k_{vs1} (u_v - u_1) d \quad (2.2)$$

$$m_{es2(t)} = k_{vs2} (u_v - u_2) d \qquad m_{es1(r)} = k_{vs1} d^2 \theta_v \qquad \qquad m_{es2(r)} = k_{vs2} d^2 \theta_v$$

onde,

m<sub>i(ms)</sub> - momento atuante na massa suspensa devido a sua aceleração angular;

$$\begin{split} m_{as1(t)} &= momento da força f_{as1(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{as2(t)} &= momento da força f_{as2(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{as1(r)} &= momento da força f_{as1(r)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{as2(r)} &= momento da força f_{as2(r)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es1(t)} &= momento da força f_{es1(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es2(t)} &= momento da força f_{es1(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es1(t)} &= momento da força f_{es1(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es1(r)} &= momento da força f_{es2(t)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es1(r)} &= momento da força f_{es1(r)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es2(r)} &= momento da força f_{es1(r)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ m_{es2(r)} &= momento da força f_{es2(r)} em relação ao CM da massa suspensa; \\ \end{array}$$

Uma vez definidas as forças e os momentos atuantes nas massas do veículo, Figura 2.1, efetua-se o equilíbrio dinâmico, com base no emprego do Princípio de D'Alembert, de forma a serem obtidas as equações de movimento do modelo.

Equação associada ao deslocamento da massa suspensa:

$$m_{s}\ddot{u}_{v} + c_{vs1}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}) - c_{vs1}d\theta_{v} + c_{vs2}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}) + c_{vs2}d\theta_{v} + k_{vs1}(u_{v} - u_{1}) - k_{vs} + k_{vs2}(u_{v} - u_{2}) + k_{vs2}d\theta_{v} = 0$$
(2.3)

Equação associada à rotação da massa suspensa:

$$I_{v}\ddot{\theta}_{v} - c_{vs1}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1})d + c_{vs1}d^{2}\dot{\theta}_{v} + c_{vs2}(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2})d + c_{vs2}d^{2}\dot{\theta}_{v} - k_{vs1}(u_{v} - u_{1})d + k_{vs1}d^{2}\theta_{v} + k_{vs2}(u_{v} - u_{2})d + k_{vs2}d^{2}\theta_{v} = 0$$
(2.4)

Equação associada ao deslocamento da massa não suspensa 1:  $m_{ns1}\ddot{u}_{1}+c_{vp1}\dot{u}_{1}-c_{vs1}(\dot{u}_{v}-\dot{u}_{1})+c_{vs1}d\dot{\theta}_{v}+k_{vp1}u_{1}-k_{vs1}(u_{v}-u_{1})+k_{vs1}d\theta_{v}=0$ (2.5) Equação associada ao deslocamento da massa não suspensa 2:  $m_{ns2}\ddot{u}_{2}+c_{vp2}\dot{u}_{2}-c_{vs2}(\dot{u}_{v}-\dot{u}_{2})-c_{vs2}d\dot{\theta}_{v}+k_{vp2}u_{2}-k_{vs2}(u_{v}-u_{2})-(k_{vs2}d\theta_{v}=0)$ (2.6)
Este sistema de equações é dito acoplado, pois as funções de deslocamento e suas derivadas estão presentes em mais de uma das equações (2.3) a (2.6), de tal forma que o deslocamento em determinado grau de liberdade influencia no deslocamento em outro grau de liberdade.

Colocando-se as acelerações, velocidades e deslocamentos em evidência, e escrevendo o sistema de equações resultante na forma matricial obtêm-se:

$$\begin{bmatrix} m_{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{v} \\ \ddot{u}_{1} \\ \ddot{u}_{2} \\ \ddot{\theta}_{v} \end{bmatrix}^{+} + \\ + \begin{bmatrix} c_{vs1} + c_{vs2} & -c_{vs1} & -c_{vs2} & (-c_{vs1} + c_{vs2})d \\ -c_{vs1} & c_{vs1} + c_{vp1} & 0 & c_{vs1}d \\ -c_{vs2} & 0 & c_{vs2} + c_{cp2} & -c_{vs2}d \\ (-c_{vs1} + c_{vs2})d & c_{vs1}d & -c_{vs2}d & (c_{vs1} + c_{vs2})d^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_{v} \\ \dot{u}_{1} \\ \dot{u}_{2} \\ \dot{\theta}_{v} \end{bmatrix}^{+}$$
(2.7)  
$$+ \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v} \\ u_{1} \\ u_{2} \\ \theta_{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Assim como para a dedução da equação diferencial do movimento, o sistema de equações de movimento assume a forma:

$$M_{V}\ddot{U}_{V} + C_{V}\dot{U}_{V} + K_{V}U_{V} = 0$$
(2.8)

onde,

 $M_v, C_v e K_v$  - matriz de massa, matriz de amortecimento e matriz de rigidez do veículo, respectivamente;

 $\ddot{U}_{v}, \dot{U}_{v} \in U_{v}$  - vetor de acelerações, vetor de velocidades e vetor de deslocamentos do veículo, respectivamente.

Para o cálculo das freqüências naturais e dos modos de vibração deste modelo de veículo, considera-se o mesmo sob vibração livre sem amortecimento. Assim, o sistema de equações de movimento na forma matricial fica:

$$\begin{bmatrix} m_{s} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{ns2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{v} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{v} \\ \ddot{u}_{1} \\ \ddot{u}_{2} \\ \ddot{\theta}_{v} \end{bmatrix}^{+} + \\ + \begin{bmatrix} k_{vs1} + k_{vs2} & -k_{vs1} & -k_{vs2} & (-k_{vs1} + k_{vs2})d \\ -k_{vs1} & k_{vs1} + k_{vp1} & 0 & k_{vs1}d \\ -k_{vs2} & 0 & k_{vs2} + k_{vp2} & -k_{vs2}d \\ (-k_{vs1} + k_{vs2})d & k_{vs1}d & -k_{vs2}d & (k_{vs1} + k_{vs2})d^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{v} \\ u_{1} \\ u_{2} \\ \theta_{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(2.9)

A equação característica deste sistema, conforme apresentado na seção 2.2, é:

$$\left| \mathsf{M}_{\mathsf{V}}^{-1} \mathsf{K}_{\mathsf{V}} - \omega_{0}^{2} \, \mathsf{I} \right| = 0 \tag{2.10}$$

Se a equação (2.10) for desenvolvida, calculando-se o determinante do lado esquerdo desta, obter-se-á uma equação polinomial do quarto grau bastante extensa. As quatro raízes desta equação são as freqüências naturais circulares do sistema, elevadas ao quadrado. Conforme já exposto, esta forma de cálculo se apresenta muito pouco prática em se tratando de uma implementação computacional. Desta forma, é mais interessante à determinação das freqüências naturais e dos modos de vibração pelo calculo dos autovalores e autovetores do produto  $M_v^{-1}K_v$ .

# 2.3 Freqüências naturais e modos de vibração do veículo

Os valores das propriedades deste modelo de veículo são obtidos a partir do modelo de veículo com um eixo e duas massas, (ALMEIDA, 2006). Então, para este modelo, mantém-se o valor da massa suspensa adotado e divide-se o valor da massa não-suspensa por dois, já que este veículo apresenta duas destas massas. Esta divisão também é realizada para os valores de rigidez e de amortecimento da suspensão e dos pneus, devido a seu número de eixos, igual a dois. Os valores das

freqüências naturais e dos modos de vibração são obtidos a partir do cálculo dos autovalores e autovetores do produto  $(M_{y})^{-1}K_{y}$ .

O valor do momento de inércia da massa suspensa em relação ao eixo ortogonal a seu plano e que passa pelo centro de gravidade (CM) desta massa é dado pela equação 2.11 (FERREIRA, 1991).

$$I_{v} = \frac{1}{12}m_{s}(a^{2} + b^{2})$$
(2.11)

onde,

- comprimento do veículo, igual a 6,0 m; a

b - largura do veículo, igual a 3,0 m.

Tabela 21 –	Características	dinâmicas	do modelo	de veículo	TB12
	Caracteristicas	unanneas			

Características Dinâmicas	Valor	Unidade
massa suspensa (m <sub>s</sub> )	10.667,0	kg
massa não-suspensa (m <sub>nsi</sub> ) <sup>(1)</sup>	666,5	kg
momento de inércia da massa suspensa (I <sub>v</sub> )	40.001,25	kg∙m²
rigidez da suspensão (k <sub>vsi</sub> ) <sup>(2)</sup>	2.479,005	kN/m
rigidez dos pneus (k <sub>vpi</sub> ) <sup>(3)</sup>	8.045,9905	kN/m
fração de amortecimento da suspensão ( $\xi_{si}$ )	0,10	-
freqüência natural associada à rotação de m <sub>s</sub>	2,32	Hz
(f <sub>01</sub> )		
freqüência natural associada à translação de	2,99	Hz
m <sub>s</sub> (f <sub>02</sub> )		
freqüência natural associada a m <sub>ns1</sub> (f <sub>03</sub> )	20,05	Hz
freqüência natural associada a m <sub>ns2</sub> (f <sub>04</sub> )	20,08	Hz
1º modo natural de vibração (ϕ₁)	[0,00 -0,36	0,36 1,00] <sup>T</sup>
2º modo natural de vibração (\u00f6 <sub>2</sub> )	[1,00 0,24	0,24 0,00] <sup>T</sup>
$3^{\underline{o}}$ modo natural de vibração ( $\phi_3$ )	[0,00 1,00 -	-1,00 0,00]
4º modo natural de vibração (ϕ₄)	[0,00 1,00	1,00 0,00]

 <sup>&</sup>lt;sup>(1)</sup> Os valores das duas massas não-suspensas são iguais entre si
 <sup>(2)</sup> Os valores de rigidez das duas suspensões são iguais entre si.
 <sup>(3)</sup> Os valores de rigidez dos pneus dos dois eixos são iguais entre si.

Estes valores adotados para o comprimento e a largura do veículo estão embasados nas dimensões dos veículos preconizados pela NBR 7188 (ABNT,1984) Vale ressaltar que os veículos adotados pela referida norma não constituem sistemas massa-mola-amortecedor, como aquele empregado neste trabalho. Este embasamento diz respeito apenas às dimensões das viaturas, como foi descrito no item 2.2.

Na Tabela 2.1, apresentam-se os valores obtidos das propriedades dinâmicas deste modelo de veículo.

Os quatro modos de vibração deste veículo,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$ ,  $\phi_3$  e  $\phi_4$ , são apresentados, graficamente, na Figura 2.4.



Figura 2.4 – (a) 1º modo natural de vibração; (b) 2º modo natural de vibração; (c) 3o modo natural de vibração; (d) 4o modo natural de vibração

#### 2.4 Simulação do comboio infinito de veículos

A carga móvel é modelada com base em uma série infinita de veículos, regularmente espaçados, deslocando-se sobre o tabuleiro com velocidade constante, v. Assumindo-se que L seja a distância entre dois veículos sucessivos e que os carros entrem um após o outro no tabuleiro da obra de arte, gera-se a partir dessa repetição, ao longo do tempo, uma freqüência de excitação de carregamento, ou de travessia,  $f_c=v/L$ , associada ao movimento desses veículos sobre o tabuleiro, conforme ilustrado de forma genérica pela Figura 2.5.

Após um determinado período de tempo,  $t_1$ , denominado de tempo de travessia, o primeiro veículo do comboio atinge o final da ponte e, a partir desse instante, a massa total dos veículos sobre a obra permanece praticamente constante. Sob essas condições, o tabuleiro atingirá uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, que incorpora repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material, (SILVA, 2004), (SILVA, 1996).

A princípio, utilizou-se a vivência pessoal no trânsito urbano e de estradas para se definir uma relação entre distância e velocidade dos veículos de modo a refletir da forma mais fidedigna possível a realidade das estradas brasileiras pelo fato de não terem sido encontrados estudos ou levantamentos estatísticos com enfoque neste tipo de característica.

Mas com o objetivo de apresentar melhores resultados sobre a análise dinâmica proposta saiu-se um pouco fora da realidade, pois, tem-se, por exemplo, que o tempo de reação de uma pessoa gira em torno de 1,5s e o tempo de frenagem de um veículo em torno de 0,5s, assim um comboio que se desloca a 80km/h (22m/s), necessita de uma distância de segurança entre veículos de 44m (deslocamento do veículo por 2s).

Deste modo, devido as dimensões das obras de artes estudadas, não seria possível fazer uma análise com varias relações de deslocamento e velocidade. Todavia as distâncias de segurança calculadas entre veículos não refletem a realidade, mas matemáticamente torna-se possível utilizar os valoes expostos.

Assim, foi gerada a seguinte relação entre velocidade dos veículos e distância entre os mesmos, lembrando que o programa GDYNABT (SILVA & ALMEIDA, 2005), define a distância entre veículos como a distância entre o primeiro eixo do primeiro veículo e o primeiro eixo do seguinte, conforme Figura 2.5.



Figura 2.5 – Representação genérica do comboio infinito de veículos

Na seqüência do texto apresenta-se uma relação de tabelas e figuras representativas dos comboios de veículos empregados na analise paramétrica.

Assim sendo, convém chamar a atenção do leitor para o fato de que são empregados comboios distintos de veículos para cada ponte rodoviária investigada, a saber: ponte simplesmente apoiada e simplesmente apoiada com balanços. As Tabelas 2.2 a 2.5 e Figuras 2.6 a 2.9 ilustram o exposto em parágrafos anteriores no que tange as duas obras de arte de concreto armado.

	Comboio - 2 Veículos TB -12							
L (m)		ບ (km/h)						
7,5								
9,0								
10,5	40	50	60	70	80	90	100	120
12,0								
13,5								
15,0								

Tabela 2.2 – Velocidades e distâncias entre veículos.

Tabela 2.3 – Ve	elocidades e	distâncias	entre	veículos
-----------------	--------------	------------	-------	----------

	Comboio - 3 Veículos TB -12								
L (m)		ບ (km/h)							
7,5							100	100	
9,0	40	50	60	70	80	90	100	120	
10,5									

	Comboio - 4 Veículos TB -12							
L (m)		ບ (km/h)						
7,5	40	50	60	70	80	90	100	120
9,0								

Tabela 2.4 – Velocidades e distâncias entre veículos

Tabela 2.5 – Velocidades e distâncias entre veículos

Comboio - 5 Veículos TB -12								
L (m)	ს (km/h)							
7,5	40	50	60	70	80	90	100	120

A seguir, para ilustrar os comboios considerados, as Figuras 2.6 a 2.9 apresentam os arranjos esquemáticos dos mesmos.



Figura 2.6 - Comboios compostos por 2 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada



Figura 2.7 – Comboios compostos por 3 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada.



Figura 2.8 – Comboios compostos por 4 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada.



Figura 2.9 – Comboios compostos por 5 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada.

Apresenta-se agora uma relação de tabelas e figuras representativas dos comboios de veículos empregados na analise paramétrica, para a ponte simplesmente apoiada com balanços, (Tabelas 2.6 a 2.10 e Figuras 2.10 a 2.14).

	Comboio - 2 Veículos TB -12							
L (m)		ບ (km/h)						
7,5								
9,0								
10,5	40	50	60	70	80	90	100	120
12,0								
13,5								
15,0								

Tabela 2.6 – Velocidades e distâncias entre veículos

Tabela 2.7 – Velocidades e distâncias entre veículos

Comboio - 3 Veículos TB -12								
L (m)		ບ (km/h)						
7,5								
9,0								
10,5	40	50	60	70	80	90	100	120
12,0								
13,5								

Tabela 2.8 – Velocidades e distâncias entre veículos

Comboio - 4 Veículos TB -12								
L (m)		ບ (km/h)						
7,5	40	50	60	70	80	90	100	120
9,0								

Tabela 2.9 – Velocidades e distâncias entre veículos

Comboio - 5 Veículos TB -12								
L (m)		ບ (km/h)						
7,5	40	50	60	70	80	90	100	120
9,0								

Tabela 2.10 - Velocidades e di	distâncias entre veículos
--------------------------------	---------------------------

Comboio - 6 Veículos TB -12						
L (m)	ს (km/h)					
7,5	40 50 60 70 80 90 100 120					

Para ilustrar os comboios considerados, as Figuras 2.10 a 2.14 apresentam os arranjos esquemáticos dos mesmos.



Figura 2.10 - Comboios compostos por 2 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços.



Figura 2.11 – Comboios compostos por 3 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços.



Figura 2.12 – Comboios compostos por 4 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços.



Figura 2.13 – Comboios compostos por 5 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços.



Figura 2.14 – Comboios compostos por 6 veículos TB-12 para a ponte simplesmente apoiada com balanços.

# 3 MODELAGEM DA INTERAÇÃO DINÂMICA DO SISTEMA VEÍCULO-PONTE

#### 3.1 Generalidades

Neste capítulo, é apresentado o modelo matemático do sistema veículoponte, proposto por (SILVA, 1996), (SILVA, 2002) e (ALMEIDA, 2006), onde o veículo atua como carregamento móvel, que varia no tempo e no espaço, e que, devido à sua ação dinâmica, excita a estrutura da ponte quando trafega pela mesma sob determinada velocidade. Esta excitação é provocada pelo efeito inercial da massa suspensa do veículo, cujo movimento vertical é induzido pela irregularidade da pista e pelo próprio movimento da estrutura.

Os tabuleiros das pontes rodoviárias são modelados, empregando-se técnicas de elementos finitos. Na seqüência, mostra-se a modelagem numérica das irregularidades do pavimento, segundo um modelo não-determinístico e, por fim, apresenta-se, em detalhes, a modelagem do sistema veículo-ponte, no que diz respeito às suas matrizes de massa, amortecimento e rigidez, seu vetor de cargas nodais equivalentes e suas equações de movimento.

# 3.2 Pontes rodoviárias

Nesta investigação, o tabuleiro das obras de arte é discretizado com base no emprego de elementos finitos de viga unidimensional, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos (MEF). Cada elemento finito que participa da discretização da ponte possui, portanto, dois graus de liberdade por nó, tendo, então, quatro graus de liberdade no total (dois graus de translação vertical e dois graus de rotação no próprio plano), conforme apresentado na Figura 3.1. A inércia de rotação e a deformação por cisalhamento não são consideradas na presente análise.



Figura 3.1 – Modelo de elemento de viga unidimensional

A massa do tabuleiro encontra-se concentrada nos nós dos elementos finitos e flexibilidade distribuída, sendo que em cada nó estará concentrada a metade da massa correspondente ao elemento finito que converge ao mesmo. Os nós restritos, ou seja, localizados nos pontos de apoio da estrutura, não recebem massa.



Figura 3.2 – Distribuição da massa no elementos finitos

Onde:

m: é a massa por unidade de comprimento da viga;

L: é o comprimento da viga;

Os apoios das pontes são modelados como rígidos, e o momento de inércia em relação à linha neutra pode variar ao longo do comprimento do tabuleiro.

Na Figura 3.3, é apresentado um modelo genérico de uma ponte biapoiada discretizada por n elementos finitos de viga, com n-1 massas concentradas.





Ressalta-se novamente que neste trabalho, dois sistemas estruturais serão investigados: uma ponte simplesmente apoiada e outra simplesmente apoiada com balanços nas extremidades.

## 3.3 Irregularidades do pavimento

Considera-se a irregularidade longitudinal de um pavimento como um conjunto dos desvios da superfície que afetam a qualidade de rolamento e a ação dinâmica das cargas sobre a rodovia. Trata-se de uma grandeza física mensurável, seja direta ou indiretamente, que permite melhor avaliação de custo operacional dos veículos, conforto, segurança, velocidade de percurso e economia das viagens. Pode ter origem nas imperfeições ocorridas durante o processo construtivo, assim com pode resultar de problemas ocorridos após a construção, como resultado da atuação do tráfego, pois a contínua solicitação imposta pelo tráfego ao pavimento, que, através de deformações permanentes, altera as condições de sua superfície com o passar do tempo. (PATERSON, 1987)

Segundo YSHIBA, (2003), existe ainda uma forte contribuição dos fatores ambientais para o aparecimento e aumento da irregularidade como, por exemplo, a combinação da água das chuvas com as solicitações impostas pelo tráfego enfraquece a ligação entre o ligante betuminoso e o agregado, desagregando o revestimento asfáltico. Além disso, as elevadas temperaturas, às quais o revestimento asfáltico é submetido, reduzem a viscosidade do ligante provocando deformações plásticas no revestimento, e as baixas temperaturas, com elevados gradientes térmicos, podem provocar trincas térmicas, que irão facilitar a penetração da água das chuvas e, conseqüentemente, provocar a redução da capacidade de suporte do pavimento.

Segundo BENEVIDES, (2006), pode-se atribuir o desconforto dos usuários aos deslocamentos verticais oriundos das imperfeições longitudinais do perfil do pavimento. Entretanto, os deslocamentos laterais são responsáveis pelas maiores ações das cargas dinâmicas dos veículos, pois resultam de movimentos laterais em torno do eixo longitudinal do veiculo, originados pelas diferenças nas declividades transversais do pavimento e pelas curvas horizontais. Destaca-se também, a importância da velocidade de tráfego do veículo no grau de percepção da irregularidade do pavimento pelo usuário.

No que tange à modelagem das irregularidades não-determinísticas, o ponto de partida desta abordagem é a representação da função das irregularidades,  $v_b(x)$ ,

com base em seu espectro complexo de Fourier. Assim, a função das irregularidades,  $v_b(x)$ , Figura 3.4, é definida pela equação (3.1).



Figura 3.4 – Função de irregularidade não-determinística

Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem. Deste modo, chega-se a uma relação entre a média quadrática da distribuição das irregularidades,  $E[v_b^2]$ , e sua densidade espectral,  $\Phi_{v_bv_b}(\omega)$ , avaliado em medição no campo, expressa pela equação (3.2):

$$E[v_b^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{v_b v_b}(\omega) d\omega$$
(3.2)

O modelo matemático adotado para representar a densidade espectral das irregularidades é descrito por uma função exponencial definida segundo a expressão (3.3) proposto por (BRAUN, 1969) e (BRAUN, 1966), utilizada também por outros autores como (SEDLACEK, & DROSNER, 1990), (WANG, & HUANG, 1992), (WANG, HUANG, & SHAHAWY, 1992) e (DODS & ROBSON, 1973).

$$\Phi_{\nu_{b}\nu_{b}}(\omega) = \Phi(\omega_{0}) \left[\frac{\omega}{\omega_{0}}\right]^{-w}$$
(3.3)

onde:

 $\Phi(\omega_0)$  Coeficiente de amplitude, função da qualidade do pavimento e de  $\omega_0$ ;

- $\omega_0$  Freqüência básica das irregularidades, igual a 1 m<sup>-1</sup>;
- w Ondulabilidade da pista.

Para avaliação dos parâmetros que descrevem a densidade espectral das irregularidades, equação (3.3) utiliza-se a classificação das irregularidades do pavimento proposta por (BRAUN, 1969) e (BRAUN, 1966), segundo os valores da função  $\Phi(\omega_0)$ , mostrada na Tabela 3.1. Este coeficiente de amplitude representa o volume das irregularidades em relação a uma superfície perfeitamente plana, sendo seus valores expressos em cm<sup>3</sup>/m para uma freqüência básica das irregularidades equivalente a uma por metro e ondulabilidade da pista igual a dois.

Tabela 3.1 – Classificação das irregularidades do pavimento (BRAUN, 1966).

PAVIMENTOS	LIMITE INFERIOR	VALOR MÉDIO	LIMITE SUPERIOR
Excelente	0,5	1	< 2
Bom	2	4	< 8
Médio	8	16	< 32
Ruim	32	64	< 128
Muito Ruim	128	256	< 512

Com a finalidade de gerar um conjunto de amostras de irregularidades, propõe-se a discretização da função  $v_b(x)$ . Deste modo, aproxima-se a distribuição das irregularidades por uma série finita de harmônicos, como mostra a expressão (3.4):

$$\boldsymbol{v}_{b}(\boldsymbol{x}) = \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{v}_{bi} \cos[\omega_{i}\boldsymbol{x} - \varphi_{i}]$$
(3.4)

onde:

- v<sub>bi</sub> amplitude real da parte harmônica;
- ω<sub>i</sub> freqüência do harmônico i;
- $\phi_i$  ângulo de fase do harmônico i;
- N número de harmônicos.

A amplitude da parte harmônica das irregularidades, v<sub>bi</sub>, é determinada através da densidade espectral das irregularidades  $\Phi_{vbvb}(\omega)$ . Assim:

$$\mathbf{V}_{bi} = \sqrt{2\Delta\omega\Phi_{\mathbf{v}_b\mathbf{v}_b}(\omega_i)} \tag{3.5}$$

Onde  $\Delta \omega$  denota o intervalo de discretização.

As irregularidades da pista são definidas segundo modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento. Adota-se para as irregularidades aleatórias uma distribuição normal e um processo randômico fracamente estacionário de segunda ordem.

A fim de ilustrar a forma e amplitude das irregularidades, as Figuras 3.5 a 3.7 apresentam algumas delas, geradas para o caso de irregularidades ruins, médias e excelentes, para se ter noção das amplitudes utilizadas. No eixo das abscissas estão representadas, em metros, as coordenadas horizontais ao longo do comprimento da ponte e no das ordenadas, em milímetros, as amplitudes das irregularidades. Foi utilizada uma escala deformada para permitir a visualização da natureza randômica das irregularidades empregadas.





Figura 3.5 – Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: ruim  $[\Phi(\omega_0) = 64 \text{ cm}^3]$ .





Figura 3.6 – Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: média [ $\Phi(\omega_0)$  = 16cm<sup>3</sup>].





Figura 3.7 - Amostra de irregularidade. Qualidade da pista: excelente  $[\Phi(\omega_0) = 1 \text{ cm}^3]$ .

# 3.4 Sistema veículo-ponte

Na simulação do sistema veículo-ponte (SILVA, 1996), (ALMEIDA, 2006), considera-se que não há perda de contato do pneu com o pavimento, isto é, as forças de interação estão sempre presentes. Com base nesta hipótese formula-se um modelo matemático do sistema veículo-ponte com o objetivo de simular o comportamento do conjunto veículo(s) e tabuleiro.

A seguir, ao longo do texto, são apresentadas as matrizes de massa, amortecimento e rigidez, e o vetor de cargas nodais equivalentes deste sistema e, por fim, a formulação de sua equação de movimento. Objetivando facilitar a organização e atualização dessas matrizes, as primeiras linhas e colunas das mesmas são destinadas para os veículos do comboio. Na Figura 3.8 pode-se visualisar de modo esquemático a aplicação dos veículos sobre a ponte num determinado instante de tempo



Figura 3.8 - Sistema veículo-ponte

# 3.4.1 Matriz de massa

Esta é uma matriz diagonal, cujos elementos na diagonal principal são os valores das massas discretizadas do(s) veículo(s) e da ponte. As primeiras linhas e colunas desta matriz são reservadas para os valores de massa do(s) veículo(s). Desta forma, esta matriz é constituída por duas submatrizes, sendo estas a matriz de massa do(s) veículo(s) e a matriz de massa da ponte.

Considerando-se, por exemplo, um sistema veículo-ponte, com i veículos, com dois graus de liberdade e n massas discretizadas no tabuleiro, sua matriz de massa fica:

$$M_{VP} = \begin{bmatrix} m_{s1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{ns1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_{si} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m_{nsi} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{p2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_{pn} \end{bmatrix}$$
(3.6)

onde,

m <sub>si</sub>	-	massa suspensa do veículo i;
m <sub>nsi</sub>	-	massa não-suspensa do veículo i;
m <sub>pn</sub>	-	massa concentrada no nó n da ponte.

ou de forma simplificada:

$$\mathbf{M}_{\mathsf{VP}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\mathsf{V}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{\mathsf{P}} \end{bmatrix}$$
(3.7)

onde;

 $M_{v}$  - matriz de massa do(s) veículo(s);  $M_{P}$  - matriz de massa da ponte.

Se a ponte possui inércia constante ao longo de seu comprimento, os valores de  $m_{p1}$  até  $m_{pn}$  são todos iguais entre si; já se a inércia do tabuleiro é variável, então, os valores destas massas diferem uns dos outros.

Esta matriz não sofre alterações com a travessia do(s) veículo(s) sobre o tabuleiro da ponte. Portanto, a mesma permanece constante durante a integração das equações de movimento do sistema veículo-ponte.

A matriz de rigidez da ponte,  $K_{p}$ , é obtida a partir da matriz de rigidez de cada elemento finito que participa da discretização da mesma, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

O elemento finito de viga, com dois graus de liberdade por nó, empregado na modelagem do tabuleiro, conforme Figura 3.1, possui a seguinte matriz de rigidez conhecida:

$$K_{EF} = \frac{EI}{L^{3}} \begin{bmatrix} 12 & 6L & -12 & 6L \\ 6L & 4L^{2} & -6L & 2L^{2} \\ -12 & -6L & 12 & -6L \\ 6L & 2L^{2} & -6L & 4L^{2} \end{bmatrix}$$
(3.8)

onde,

- E módulo de elasticidade do material que constitui o elemento;
- momento de inércia da seção do elemento em relação ao seu eixo neutro;
- L comprimento do elemento.

Uma vez obtida a matriz de rigidez  $K_P$ , monta-se a matriz de rigidez do sistema veículo-ponte,  $K_{VP}$ , para o estado inicial deste sistema. Este estado corresponde ao primeiro eixo do único veículo ou primeiro veículo do comboio posicionado no primeiro nó da estrutura. No caso de uma ponte biapoiada sem balanços, este eixo estaria, então, sobre o apoio esquerdo do tabuleiro. Já no caso de uma ponte com balanços, o primeiro eixo do veículo estaria posicionado na extremidade do balanço esquerdo.

As primeiras linhas e colunas desta matriz são destinadas aos coeficientes de rigidez do(s) veículo(s). Desta forma, a matriz  $K_{VP}$  é constituída por duas submatrizes, a do(s) veículo(s) e a da ponte, conforme a equação (3.6)

A partir do instante correspondente ao estado inicial, os veículos iniciam seu deslocamento ao longo do tabuleiro, exercendo um carregamento dinâmico sobre o mesmo. Durante este deslocamento, as características de rigidez da ponte são alteradas pelos veículos que se encontram sobre ela, pois conforme já exposto,

estes são tratados como um único sistema. Estas alterações modificam os coeficientes de rigidez da matriz  $K_{VP}$  associados aos nós da viga nos quais os veículos se encontram. A Figura 3.10 ilustra estas modificações de forma esquemática, para um sistema veículo-ponte com três veículos simples, com um eixo e uma massa, atravessando uma ponte biapoiada sem balanços ilustrado na Figura 3.9.



Figura 3.9 - Exemplo de um sistema veículo-ponte para formulação de sua matriz de rigidez



Figura 3.10 - Esquema de alteração na matriz de rigidez do sistema veículo-ponte conforme os veículos atravessam seu tabuleiro

Estes acréscimos, que correspondem ao coeficiente de rigidez do veículo associado aos pneus, k<sub>VP</sub>, são efetuados somente nos coeficientes da diagonal principal associados aos graus de liberdade translacionais dos nós da ponte.

A rigor, estas modificações na matriz de rigidez  $K_{VP}$  devem ser efetuadas a cada avanço do veículo sobre o tabuleiro. Porém, este procedimento geraria um

aumento do tempo computacional durante as análises. Sendo assim, com o objetivo de se reduzir este tempo de processamento, efetuam-se as alterações na matriz de rigidez, e conseqüentemente, na matriz de amortecimento, somente quando os veículos ultrapassam a metade do elemento finito nos quais se encontram. Este método diminui consideravelmente o esforço computacional, sem acarretar prejuízos significativos a resultados obtidos (SILVA, 2002).

Assim sendo, percebe-se que existe uma diferença entre as ordens das matrizes de rigidez e de massa deste sistema. Isto ocorre pelo fato de se desconsiderar a inércia à rotação das massas da viga. Então, para se possa realizar o processo de integração numérica das equações de movimento, é necessário que se reduza a ordem da matriz  $K_{VP}$ , para a mesma ordem da matriz  $M_{VP}$ , sem a perda de seus dados. Para isto, emprega-se a técnica de condensação estática, demonstrada a seguir, obtendo-se assim a matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte,  $K^*_{VP}$ .

Inicialmente, considera-se a matriz  $K_{VP}$  constituída por quatro submatrizes,  $K_{VV}$ ,  $K_{V\theta}$ ,  $K_{\theta V}$  e  $K_{\theta \theta}$ . Desta forma, a equação de movimento do sistema veículo-ponte, sem se considerar o amortecimento, fica:

$$\begin{bmatrix} \mathsf{M}_{\mathsf{VP}} & \mathsf{0} \\ \mathsf{0} & \mathsf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathsf{V}} \\ \ddot{\mathsf{\theta}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathsf{K}_{\mathsf{vv}} & \mathsf{K}_{\mathsf{v\theta}} \\ \mathsf{K}_{\mathsf{\thetav}} & \mathsf{K}_{\mathsf{\theta\theta}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathsf{V} \\ \mathsf{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathsf{F} \\ \mathsf{B} \end{bmatrix}$$
(3.9)

Expandindo-se a equação (3.9), tem-se:

$$\mathbf{M}_{\mathsf{VP}}\ddot{\mathsf{V}} + \left(\mathsf{K}_{\mathsf{vv}}\,\mathsf{V} + \mathsf{K}_{\mathsf{v\theta}}\,\theta\right) = \mathsf{F} \tag{3.10}$$

$$\mathbf{K}_{\theta v} \mathbf{V} + \mathbf{K}_{\theta \theta} \mathbf{\theta} = \mathbf{B} \tag{3.11}$$

Escrevendo-se  $\theta$  em função de V na equação (3.11), obtém-se:

$$\theta = K_{\theta\theta}^{-1} \left( B - K_{\theta v} V \right)$$
(3.12)

Substituindo-se a expressão do lado direito da equação (3.12) na equação (3.10), tem-se:

$$M_{\nu P} \ddot{V} + \left(K_{\nu \nu} - K_{\nu \theta} K_{\theta \theta}^{-1} K_{\theta \nu}\right) V = F - K_{\nu \theta} K_{\theta \theta}^{-1} B$$
(3.13)

A equação (3.13) pode ser reescrita como:

$$\mathbf{M}_{\mathsf{VP}}\ddot{\mathsf{V}} + \mathbf{K}_{\mathsf{VP}}^{*}\mathsf{V} = \mathsf{F} - \mathbf{K}_{\mathsf{v}\theta}\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}\mathsf{B}$$
(3.14)

A matriz  $K^*_{VP}$  é denominada de matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte, sendo dado, então, por:

$$\mathbf{K}_{\mathsf{VP}}^{*} = \mathbf{K}_{\mathsf{vv}} - \mathbf{K}_{\mathsf{v}\theta}\mathbf{K}_{\theta\theta}^{-1}\mathbf{K}_{\theta\mathsf{v}} \tag{3.15}$$

### 3.4.3 Matriz de amortecimento

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte é obtida a partir das matrizes de amortecimento do(s) veículo(s) e da ponte, sendo dada por:

$$C_{VP} = \begin{bmatrix} C_V & 0\\ 0 & C_P \end{bmatrix}$$
(3.16)

onde;

C<sub>v</sub> - matriz de amortecimento do(s) veículo(s);

 $C_{P}$  - matriz de amortecimento da ponte.

O cálculo da matriz de amortecimento do(s) veículo(s),  $C_v$ , foi apresentado em detalhes no capítulo dois, para o modelo de veículo considerado neste trabalho.

A matriz de amortecimento da ponte,  $C_P$ , é proporcional à submatriz  $K_{VP(P)}^*$ que correspondente à parte referente à estrutura da matriz de rigidez condensada do sistema veículo-ponte  $K_{VP}^*$ . Estas matrizes  $K_{VP(P)}^*$  e  $K_{VP}^*$  são apresentadas mais adiante, ainda neste capítulo.

A matriz de amortecimento  $\mathbf{C}_{p}$  é dada pela equação:

$$C_{\rm P} = a_1 K_{\rm VP(P)} \tag{3.17}$$

O coeficiente de proporcionalidade  $a_1$  é determinado a partir da freqüência fundamental  $\omega_{01P}$  e da fração de amortecimento  $\xi_P$  da ponte. Assim, este coeficiente é dado pela equação:

$$a_1 = \frac{2\xi_P}{\omega_{01P}}$$
(3.18)

A matriz de amortecimento do sistema veículo-ponte, ao contrário da matriz de massa, é variável ao longo da travessia do veículo ou do comboio de veículos sobre o tabuleiro. Isto porque sua submatriz  $C_P$  é proporcional à submatriz  $K_{VP(P)}^*$ , da matriz de rigidez condensada do sistema, que por sua vez, varia com a posição do(s) veículo(s) sobre a ponte, como foi apresentado no item 3.4.2.

## 3.4.4 Vetor de cargas nodais equivalentes

O carregamento exercido pelo(s) veículo(s) sobre a ponte é formado por cargas concentradas aplicadas nos pontos de contato deste(s) com o tabuleiro. O módulo destas cargas pode ser constante ou variável ao longo do tempo, dependendo do tipo de análise que está sendo processada. No caso de uma análise estática, a força exercida pelo(s) veículo(s) será dada apenas pelo seu peso. Esta mesma situação ocorre, no caso de uma análise dinâmica na qual se deseja analisar somente o efeito da mobilidade dos veículos sobre a ponte. Já no caso de uma análise dinâmica, onde se deseja estudar o efeito da interação do(s) veículo(s) com as irregularidades do pavimento, o módulo desta força será variável, função do peso do veículo e das características deste e das irregularidades do tabuleiro, sendo dado por:

$$f_{v_{-ij}} = (m_{s_{-i}} + m_{ns_{-ij}})g - c_{vp_{-ij}}(\dot{u}_{1_{-ij}} - \dot{u}_{ir_{-ij}}) - k_{vp_{-ij}}(u_{1_{-ij}} - u_{ir_{-ij}})$$
(3.19)

onde;

- $f_{v\ ij}$  força exercida pelo eixo j do veículo i do comboio;
- m<sub>s i</sub> massa suspensa do veículo i;
- $m_{_{\text{ns}\ \text{ii}}}$  massa não-suspensa no eixo j do veículo i;
- $c_{_{vo ii}}$  coeficiente de amortecimento dos pneus no eixo j do veículo i;
- $k_{vp ij}$  rigidez dos pneus no eixo j do veículo i;
- u<sub>ij</sub> e u̇<sub>ij</sub> deslocamento e velocidade da massa não-suspensa j do veículo i, respectivamente;
- u<sub>irr</sub> e u<sub>irr</sub> função irregularidade e sua primeira derivada no eixo j do veículo i, respectivamente;

Calculada a força exercida por cada eixo do(s) veículo(s), determina-se o vetor de cargas nodais equivalentes para o tabuleiro discretizado em elementos finitos. Este vetor, para um elemento de viga com uma carga concentrada fora do nó, é dado por:

$$r = \frac{f_{v}}{l^{3}} \begin{cases} l^{3} - 3a^{2}l + 2a^{3} \\ (l^{2} - 2al + a^{2})al \\ (3l - 2a)a^{2} \\ (a - l)a^{2}l \end{cases}$$
(3.20)

onde;

$f_v$	-	carga concentrada exercida no elemento finito;
I	-	comprimento do elemento finito;
а	-	distância entre o nó esquerdo do elemento e o ponto de aplicação
		da carga;

O vetor de cargas nodais equivalentes para toda a malha de elementos que constitui o tabuleiro  $\mathbf{R}_{\mathbf{P}}$  é obtido a partir do vetor **r**, de acordo com a teoria do Método dos Elementos Finitos.

### 3.4.5 Equação de movimento do sistema veículo ponte

A ação dinâmica do veículo quando trafega na ponte excita a estrutura da mesma. Essa excitação é provocada pelo efeito inercial da massa suspensa do veículo, cujo movimento vertical é induzido pela irregularidade geométrica do pavimento e pelo próprio movimento da estrutura.

Assim, a equação de movimento da estrutura de uma ponte submetida a esse tipo de carregamento, pode ser escrita como:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{P}}\ddot{\mathbf{U}}_{\mathbf{P}} + \mathbf{C}_{\mathbf{P}}\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{p}} + \mathbf{K}_{\mathbf{P}}\mathbf{U}_{\mathbf{p}} = \mathbf{R}_{\mathbf{P}}$$
(3.21)

Conforme já dito anteriormente, este modelo de veículo possui quatro equações de movimento e estas já incorporam as irregularidades do pavimento, que aparecem como deslocamentos de base dos eixos dos veículos. Vale acrescentar que todos os vetores e matrizes que constituem estas equações foram definidos em detalhes anteriormente neste capítulo, sendo estas:

Equação referente ao deslocamento da massa suspensa:

$$m_{s}\ddot{u}_{v} + c_{vs1} [(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}) - d\dot{\theta}_{v}] + c_{vs2} [(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}) + d\dot{\theta}_{v}] + k_{vs1} [(u_{v} - u_{1}) - d\theta_{v}] + k_{vs2} [(u_{v} - u_{2}) + d\theta_{v}] = 0$$

$$(3.22)$$

Equação referente à rotação da massa suspensa:

$$I_{v}\ddot{\theta}_{v} - \left\{c_{vs1}\left[\left(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}\right) - d\dot{\theta}_{v}\right]\right\}d + \left\{c_{vs2}\left[\left(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}\right) + d\dot{\theta}_{v}\right]\right\}d - \left\{k_{vs1}\left[\left(u_{v} - u_{1}\right) - d\theta_{v}\right]\right\}d + \left\{k_{vs2}\left[\left(u_{v} - u_{2}\right) + d\theta_{v}\right]\right\}d = 0$$
(3.23)

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 1:  

$$m_{ns1}\ddot{u}_{1} + c_{vp1}(\dot{u}_{1} - \dot{u}_{ir}) - c_{vs1}[(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}) - d\dot{\theta}_{v}] + k_{vp1}(u_{1} - u_{ir}) - k_{vs1}[(u_{v} - u_{1}) - d\theta_{v}] = 0$$

$$m_{ns1}\ddot{u}_{1} + c_{vp1}\dot{u}_{1} - c_{vs1}[(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{1}) - d\dot{\theta}_{v}] + k_{vp1}u_{1} - k_{vs1}[(u_{v} - u_{1}) - d\theta_{v}] = c_{vp1}\dot{u}_{ir} + k_{vp1}u_{ir}$$
(3.24)

Equação referente ao deslocamento da massas não suspensa 2:  $m_{ns2}\ddot{u}_{2} + c_{vp2}(\dot{u}_{2} - \dot{u}_{ir}) - c_{vs2}[(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}) + d\dot{\theta}_{v}] + k_{vp2}(u_{2} - u_{ir}) - k_{vs2}[(u_{v} - u_{2}) + d\theta_{v}] = 0$   $m_{ns2}\ddot{u}_{2} + c_{vp2}\dot{u}_{2} - c_{vs2}[(\dot{u}_{v} - \dot{u}_{2}) + d\dot{\theta}_{v}] + k_{vp2}u_{2} - k_{vs2}[(u_{v} - u_{2}) + d\theta_{v}] = c_{vp2}\dot{u}_{ir} + k_{vp2}u_{ir}$ (3.25) Considerando-se as equações (3.21) a (3.25) como um sistema, têm-se a equação de movimento do sistema veículo-ponte como:

$$\mathbf{M}_{\mathbf{VP}}\ddot{\mathbf{U}}_{\mathbf{VP}} + \mathbf{C}_{\mathbf{VP}}\dot{\mathbf{U}}_{\mathbf{VP}} + \mathbf{K}_{\mathbf{VP}}^{*}\mathbf{U}_{\mathbf{VP}} = \mathbf{F}_{\mathbf{VP}}$$
(3.26)

#### **4 MODELOS ESTRUTURAIS**

#### 4.1 Generalidades

As pontes analisadas nesta dissertação são de concreto armado, com seção do tipo "T" e duplo "T", com tabuleiro apoiado sobre longarinas e inércia variável ao longo do seu comprimento como ilustradas nas Figuras 4.1 a 4.7. Este sistema representa grande parte das obras de arte em concreto armado nas rodovias federais na faixa de vãos entre 10m a 40m. A seção transversal das mesmas é fixada em função das dimensões mínimas dos veículos que nelas deverão circular e do número de faixas de tráfego; além destas, podem compor a seção transversal as faixas de segurança, os guarda-rodas e os acostamentos.

## 4.2 Modelo estrutural I - ME-I

O Modelo Estrutural I (ME-I) é um viaduto no estado de São Paulo, na rodovia Raposo Tavares, trecho Assis-Prudente. Trata-se de um viaduto com 5 vigas prémoldadas, simplesmente apoiadas de concreto espaçadas de 2,75 metros de eixo a eixo, e aproximadamente 30 metros de vão, com seção transversal de 12 metros de largura, sendo 11,20 de pista e duas defensas de 0,40 metros cada (seção tipo DNER). Cabe registrar que para todos os elementos da superestrutura foi considerado um concreto com resistência característica à compressão igual a 35MPa.

Em seguida apresenta-se a planta baixa da estrutura, com dimensões em centímetros, a indicação dos eixos de apoio das longarinas sobre os cavaletes de apoio. Estas informações constam da Figura 4.1.



Figura 4.1 – Planta baixa do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)

A Figura 4.2, apresenta o corte longitudinal da estrutura, para que se possa ter o pleno conhecimento da estrutura real antes de partir para a modelagem numérica, as dimensões estão em centímetros.



Figura 4.2 – Corte longitudinal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em cm)

A seção transversal é de cinco longarinas em seção do tipo duplo "T" com mísulas, com altura total de 1,7m, que suportam o tabuleiro de 12,0m de largura e 28cm de espessura (laje e revestimento) sobre o qual incidirá a carga oriunda do tráfego de veículos, chega-se assim à altura total de 1,98m. A seção real é apresentada na Figura 4.3, enquanto a seção utilizada no modelo é apresentada Figura 4.4.



Figura 4.3 – Corte transversal do viaduto – Modelo Estrutural I (unidades em m)

A seguir, são apresentados, para cada sistema estrutural considerado neste estudo, os valores adotados para a modelagem dos tabuleiros em elementos finitos com a massa discretizada nos nós das respectivas malhas



Figura 4.4 – Modelo Estrutural I

As Tabelas 4.1 a 4.3 apresentam todas as características físicas e geométricas da obra de arte simplesmente apoiada chamada de comumente de ME-I (Modelo Estrutural I: ponte simplesmente apoiada)

Vão L (m)	Comprimento (Elem. Finito) L <sub>EF</sub> (m)	N <sup>º</sup> de Elementos Finitos	Nº de Massas Concentradas
30	1,50	20	19

Propriedade	Valor
Área	5,61m <sup>2</sup>
Momento de Inércia	2,4698m <sup>4</sup>
Massa Distribuída	14025kg/m

Tabela 4.2 – Características geométricas da seção transversal do ME-I

Tabela 4.3 – Características físicas do concreto do ME-I

Propriedade	Valor	
Módulo de Elasticidade	28,2 GPa	
Coeficiente de Poisson	0,2	
Densidade	2500m <sup>3</sup>	

## 4.3 Modelo estrutural II – ME-II

Para a segunda análise escolheu-se a ponte sobre o Rio Carrapato, executada pelo Departamento Estadual de Estradas de Rodagem da Bahia. A ponte situa-se na BR-251, trecho Potiraguá – BR-101, próximo ao litoral baiano.

A estrutura considera uma ponte em viga com duas vigas principais espaçadas de 5,20m e largura total do tabuleiro de 10,0m. O sistema estrutural é constituído por um vão central de 24,0m e dois balanços de 6,0m, resultando num comprimento total de 36,0m. A solução analisada constitui um exemplo típico de ponte rodoviária utilizada, inicialmente, nas rodovias federais pelo então Departamento Nacional de Estradas de Rodagem (DNER) e posteriormente, aproveitado por vários departamentos estaduais.

Cabe registrar que para todos os elementos da superestrutura foi considerado um concreto com resistência característica à compressão igual a 20MPa, de acordo com o projeto original. As Figuras 4.5, 4.6 e 4.7 apresentam meia planta baixa, a seção transversal e meio corte longitudinal da ponte, respectivamente.



Figura 4.5 – Planta baixa da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)



Figura 4.7 – Corte longitudinal da ponte até o eixo de simetria (unidades em cm)

Apresenta-se, para este modelo, (ponte simplesmente apoiada com balanços), os valores adotados para a modelagem dos tabuleiros em elementos finitos com a massa discretizada nos nós das respectivas malhas.



Figura 4.8 – Modelo Estrutural II

As Tabelas 4.4 a 4.6 apresentam todas as características físicas e geométricas da obra de arte simplesmente apoiada com balanço chamada comumente de ME-II (Modelo Estrutural II: ponte simplesmente apoiada com balanço)

Tabela 4.4 – Valores adotados para o modelo de viga simplesmente apoiada com

balanços

Vão L (m)	Balanço L <sub>B</sub> (m)	Comprimento (Elem. Finito) L <sub>EF</sub> (m)	N <sup>º</sup> de Elementos Finitos	N <sup>º</sup> de Massas Concentradas
24	6,0	1,50	24	23

Propriedade	Valor
Área	3,74m²
Momento de Inércia	1,2550m⁴
Massa Distribuída	9.350kg/m

Tabela 4.6 – Características físicas concreto do ME-II

Propriedade	Valor
Módulo de Elasticidade	25,0 GPa
Coeficiente de Poisson	0,2
Densidade	2500m <sup>3</sup>
# **5 ANÁLISE DE AUTOVALORES E AUTOVETORES**

# **5** Generalidades

Neste capítulo são calculados os valores das freqüências naturais (autovalores) e são obtidos os modos de vibração (autovetores) dos modelos estruturais investigados ao longo desta dissertação. Para tal, são consideradas duas situações distintas, a saber: tabuleiros descarregados e, em seguida, submetidos a travessia dos comboios de veículos ("carregados"). Comboios com 5 veículos, para o ME-I e comboios com 6 veículos para o ME-II.

#### 5.2 Análise de autovalores

Para o modelo de viga simplesmente apoiada, designado por Modelo Estrutural I (ME-I), calculam-se os valores de suas cinco primeiras freqüências naturais, com base no emprego do programa computacional GDYNABT (SILVA, 1996), (ALMEIDA, 2006). Os resultados são apresentados na Tabela 5.1, para o modelo de veiculo utilizado (TB-12).

Freqüências Naturais	Ponte Descarregada	Ponte Carregada	Diferença
f <sub>0i</sub> (Hz)	(f <sub>d</sub> )	(f <sub>c</sub> )	(%)
f <sub>01</sub>	3,89	4,11	5,35
f <sub>02</sub>	15,50	15,54	0,25
f <sub>03</sub>	34,97	35,00	0,09
f <sub>04</sub>	62,16	62,18	0,03
f <sub>05</sub>	97,11	97,15	0,04

Tabela 5.1 - Freqüências Naturais. Modelo Estrutural I (ME-I).

Pode-se observar que houve pouca variação no valor das freqüências naturais da obra de arte em estudo quando esta encontra-se descarregada ou "carregada". Tal fato já era esperado posto que o peso do comboio de veículos frente ao peso da ponte pode ser considerado desprezível.

Percebe-se, ainda, que a magnitude da variação entre os valores das freqüências  $f_c e f_d$ , Tabela 5.1, exceto no que tange a primeira freqüência é inferior a 1% (veículo do tipo TB-12). Tal variação é da ordem de 5%, no que diz respeito a frequência fundamental da ponte.

Considerando-se comboios com um número maior de veículos, a ordem da matriz de rigidez do sistema veículo-ponte aumenta. Desta forma, como os coeficientes de rigidez dos veículos são acrescidos aos coeficientes de rigidez da ponte, evidentemente o valor das freqüências naturais do sistema veículo-ponte (com os veículos sobre a obra) tende a aumentar, especialmente o da primeira frequência natural do sistema. Ressalta-se, ainda, que esta é uma característica do modelo matemátio proposto.

Considerando-se, agora, o modelo composto por vigas simplesmente apoiadas com balanços, Modelo Estrutural II (ME-II), são calculados os valores das cinco primeiras freqüências naturais, com base na utilização do programa computacional GDYNABT (SILVA, 1996), (ALMEIDA, 2006). Os resultados são apresentados na Tabela 5.2, para o modelo de veiculo utilizado (TB-12).

Freqüências Naturais	Ponte Descarregada	Ponte Carregada	Diferença
f <sub>0i</sub> (Hz)	(f <sub>d</sub> )	(f <sub>c</sub> )	(%)
f <sub>01</sub>	4,50	4,75	5,26
f <sub>02</sub>	12,50	12,53	0,24
f <sub>03</sub>	18,20	18,45	1,36
f <sub>04</sub>	29,81	29,86	0,17
f <sub>05</sub>	53,28	53,31	0,07

Tabela 5.2 – Freqüências Naturais. Modelo Estrutural II (ME-II).

Pode-se concluir que o cenário é rigorosamente o mesmo encontrado quando da análise da obra de arte simplesmente apoiada. Assim para não repetir demasiadamente, conclusões absolutamente similares, destacam-se apenas as mais relevantes.

Semelhante ao modelo estrutural I (ME-I), houve uma pequena variação no valor das freqüências quando se passa do regime descarregado para o "carregado", que é conseqüência do peso do comboio de veículos frente ao peso da ponte.

Percebe-se ainda que a magnitude da variação entre  $f_c$  e  $f_d$  também é da ordem de 1%, exceto na primeira em que tal variação é da ordem de 5% para veículos TB-12, e que para análises com veículos leves do tipo TB-12 (ABNT, 1984)

pode-se considerar que a freqüência da estrutura "carregada" é igual à freqüência natural da estrutura sem incorrer em prejuízo.

Recomenda-se que deve ser calculada a freqüência das pontes sob efeito do carregamento de maior peso. Como foi observado neste estudo, as freqüências crescem em razão diretamente proporcional ao incremento de carga sobre a estrutura. Quanto mais significativo for o peso do carregamento em relação ao peso da estrutura, maior será a diferença entre a freqüência de "carregamento" e a freqüência natural.

Apresentam-se a seguir, as figuras dos modos de vibração (autovetores), referentes a cada modelo estrutural investigado. Em relação ao Modelo Estrutural I (ME-I), faz-se a determinação dos seus cinco primeiros modos de vibração, empregando-se o programa GDYNABT (SILVA, 1996), (ALMEIDA, 2006). Na Tabela 5.3 apresentam-se os cinco primeiros modos de vibração correspondentes ao ME-I, referentes às cinco primeiras freqüências naturais da estrutura.



Tabela 5.3 - Modos de vibração do ME-I

Considerando-se agora o Modelo Estrutural II (ME-II), faz-se a determinação também dos seus cinco primeiros modos de vibração, a exemplo do modelo anterior. Na Tabela 5.4 apresentam-se os cinco primeiros modos de vibração do ME-II.



Tabela 5.4 - Modos de Vibração Natural do ME-II

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que em ambos os modelos estruturais (ME-I e ME-II), as formas modais correspondem efetivamente aos cinco primeiros modos de flexão de uma viga simplesmente apoiada, Tabela 5.3, e, simplesmente apoiada com balanços, Tabela 5.4. Tal fato já era esperado, pois as obras de arte são simuladas como viga (modelo bidimensional), onde os efeitos de torção são desprezados.

# 6 ANÁLISE PARAMÉTRICA DO SISTEMA VEÍCULO-PONTE

## 6.1 Aspectos gerais

Este capítulo apresenta um estudo paramétrico com o objetivo de se avaliar o comportamento dinâmico do tabuleiro das estruturas aqui estudadas e de fornecer uma melhor compreensão acerca da importância dos parâmetros mais relevantes no estudo dos fatores de amplificação dinâmicos.

São realizadas análises dinâmicas, onde variam-se os parâmetros citados acima, determinando-se o comportamento geral dos tabuleiros e seus espectros de resposta, quando submetidos ao tráfego de veículos. Para tal, considera-se uma sucessão de veículos, igualmente espaçados, deslocando-se com velocidade constante sobre o tabuleiro das pontes e com interação entre os pneus destes veículos e as irregularidades superficiais, ou seja, é levado em conta o peso móvel das viaturas e, também, o efeito dinâmico proveniente das irregularidades da pista.

As obras de arte utilizadas neste trabalho de pesquisa, ponte simplesmente apoiada e simplesmente apoiada com balanço, foram descritos no capítulo quatro deste trabalho e designados como Modelos Estruturais I e II (ME-I e ME-II), respectivamente. Sobre estas estruturas, simula-se o carregamento de uma diversidade de comboios, apresentadas no capítulo dois. Cada possibilidade de número de veículos foi associada a uma velocidade e um espaçamento entre eles.

No presente trabalho de pesquisa, avalia-se a influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos sobre a resposta dinâmica de pontes rodoviárias de concreto armado (deslocamentos e esforços). Evidentemente, os efeitos dinâmicos provenientes do perfil irregular do pavimento, ocasionado pelo desgaste da superfície de rolamento ao longo do tempo, sobre o comportamento estrutural de pontes rodoviárias serão devidamente avaliados, para diversas situações distintas de carregamento.

## 6.2 Validação do modelo numérico

A validação do modelo matemático implementado no programa GDYNABT foi feita em trabalhos anteriores desenvolvidos por (SILVA, 1996) e (ALMEIDA, 2006), a partir de resultados obtidos por meio de uma solução analítica desenvolvida por (TIMOSHENKO, 1964), e com base em resultados obtidos experimentalmente por (INBANATHAN & WIELAND, 1987). Foram consideradas análises com a inclusão do efeito da mobilidade da carga sobre o tabuleiro e, também, devido aos efeitos provocados pela passagem de um veículo sobre o tabuleiro da estrutura com o pavimento irregular, como mostra as Figuras 6.1 e 6.2, respectivamente.



Figura 6.1 – Deslocamentos na seção central devido ao efeito da mobilidade da carga (ALMEIDA, 2006)



Figura 6.2 – Curva dos deslocamentos máximos médios na primeira metade do vão (ALMEIDA, 2006)

#### 6.3 Análise estática

#### 6.3.1 Introdução

Esta análise considera o carregamento correspondente a uma sucessão de veículos, igualmente espaçados, deslocando-se sobre a ponte, em apenas um sentido, Figura 2.5. Tal análise tem como objetivo a normalização dos resultados dinâmicos obtidos.

Assim sendo, é simulado o deslocamento dos veículos sobre o tabuleiro da ponte, segundo a velocidade e a distância entre veículos, a fim de refletir de modo mais realista o trânsito da carga sobre a estrutura. Entretanto, apesar de se considerar a mobilidade da carga, não é considerada nenhum efeito oriundo do caráter dinâmico desta. Desta forma, obtêm-se para cada instante, os esforços e deslocamentos em cada seção discretizada no modelo estrutural.

Como o objetivo deste estudo diz respeito à análise dinâmica das pontes de concreto armado consideradas, os resultados da análise estática são apresentadas apenas com breves considerações.

# 6.3.2 Ponte simplesmente apoiada: Modelo estrutural I - ME-I

Considerando-se um modelo de viga simplesmente apoiada, com as características físicas e geométricas apresentadadas nas Tabelas 4.1 a 4.3, os resultados para comboios do veículo utilizado, são apresentados nas Tabelas que se seguem, Tabelas 6.1 a 6.4. Para os momentos fletores máximos positivos (meio do vão), esforços cortantes máximos (apoio esquerdo) e deslocamentos translacionais verticais máximos (meio do vão).

Tabela 6.1 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural I - 2 veículos TB-12.

Número	Velocidade	L	Momento	Cortante	Deslocamento
de	(km/h)	(m)	Positivo	(kN)	(mm)
Veículos	Veículos		(kN.m)		~ /
		7,5	1363	198	1,75
		9,0	1260	192	1,69
2	40 até 120	10,5	1183	186	1,61
_		12,0	1080	180	1,52
		13,5	990	174	1,42
		15,0	903	168	1,32

Tabela 6.2 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural I - 3 veículos TB-12.

Número	Velocidade	L	Momento	Cortante	Deslocamento
de	(km/h)	(m)	Positivo	(kN)	(mm)
Veículos	(((())))	(11)	(kN.m)	(((())))	()
		7,5	1723	252	2,27
3	40 até 120	9,0	1530	234	2,04
		10,5	1363	216	1,79

Tabela 6.3 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural I - 4 veículos TB-12.

Número	Velocidade		Momento	Cortante	Deslocamento
de	(km/h)	- (m)	Positivo	(kN)	(mm)
Veículos	()	()	(kN.m)	()	()
4	40 até 120	7,5	1813	276	2,46
		9,0	1530	240	2,05

Tabela 6.4 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural I - 5 veículos TB-12.

Número de	Velocidade (km/h)	L (m)	Momento Positivo	Cortante (kN)	Deslocamento
Veículos		(11)	(kN.m)	(((())))	()
5	40 até 120	7,5	1813	276	2,46

Considerando agora um modelo de viga simplesmente apoiada com balanço, com as características físicas e geométricas definidas nas tabelas 4.4 a 4.6.

Os resultados para comboios do veículo utilizado, são apresentados nas Tabelas que se seguem, Tabelas 6.5 a 6.9. Para os momentos fletores máximos positivos (no meio do vão central) e negativos (no apoio esquerdo), esforços cortantes máximos (no apoio esquerdo) e deslocamentos translacionais verticais máximos (no meio do vão e na ponta do balanço).

Ressalta-se que como na situação anterior, para todos os casos estudados considerou-se a velocidade variando de 40km/h a 120km/h.

Tabela 6.5 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural II - 2 veículos TB-12.

Número	I	Momento	Momento	Cortante	Desloc	amento
de	(m)	Positivo	Negativo	(kNI)	(m	m)
Veículos	(111)	(kN.m)	(kN.m)		Vão Central	balanço
	7,5	1003	539,6	247,5	1,92	1,52
	9,0	9000	539,6	240,0	1,81	1,44
2	10,5	8233	539,6	232,5	1,67	1,35
_	12,0	7200	539,6	225,0	1,53	1,25
	13,5	6300	539,6	217,5	1,36	1,13
	15,0	5400	539,6	210,0	1,19	1,03

Tabela 6.6 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural II - 3 veículos TB-12.

Número	L	Momento	Momento	Cortante	Desloca	amento
de	(m)	Positivo	Negativo		(m	m)
Veículos	(11)	(kN.m)	(kN.m)	(KIN)	Vão Central	balanço
	7,5	1183,0	539,6	315,0	2,29	1,84
	9,0	990,0	539,6	292,5	1,92	1,55
3	10,5	823,3	539,6	270,0	1,52	1,23
	12,0	720,0	539,6	247,5	1,50	1,23
	13,5	630,0	539,6	225,0	1,36	1,13

Tabela 6.7 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural II - 4 veículos TB-12.

Número	L	Momento	Momento	Cortante	Desloc	amento
de	_ (m)	Positivo	Negativo		(m	m)
Veículos	(11)	(kN.m)	(kN.m)	(KIN)	Vão Central	balanço
4	7,5	1093	539,6	344,9	2,13	1,70
	9,0	990	539,6	299,9	1,88	1,52

Tabela 6.8 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural II - 5 veículos TB-12.

Número	1	Momento	Momento	Cortanto	Desloca	amento
de	L	Positivo	Negativo	Containte	(m	m)
Veículos	(m)	(kN.m)	(kN.m)	(KN)	(kN) Vão Central	
5	7,5	1093	540	345	2,12	1,17
,	9,0	990	540	300	1,88	1,52

Tabela 6.9 – Momentos fletores, esforços cortantes e deslocamentos translacionais verticais - Modelo estrutural II - 6 veículos TB-12.

Número	L	Momento	Momento	Cortante	Desloca	amento
de	(m)	Positivo	Negativo	(12N1)	(m	m)
Veículos	(11)	(kN.m)	(kN.m)	(KIN)	Vão Central	balanço
6	7,5	1903	720	521,6	3,67	2,93

# 6.4 Análise dinâmica

# 6.4.1 Introdução

A análise paramétrica é conduzida com base na metodologia de análise no domínio do tempo mediante o emprego de um modelo estatístico e sua finalidade básica é a de avaliar a influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos sobre a resposta dinâmica de pontes rodoviárias de concreto armado (deslocamentos e esforços). Evidentemente, os efeitos dinâmicos provenientes do perfil irregular do pavimento serão devidamente avaliados.

As obras de artes rodoviárias empregadas nesta investigação correspondem aos Modelos estruturais ME-I e ME-II, compostos por vigas de seção do tipo duplo "T" e "T", com as características apresentadas nas Tabelas. 4.1 a 4.6.

# 6.4.2 Comportamento geral das pontes rodoviárias

Inicialmente, realiza-se um estudo do comportamento geral do sistema veículo-ponte, com base no emprego dos modelos estruturais das pontes simplesmente apoiada e simplesmente apoiada com balanços, definidas nos itens 4.2 e 4.3, respectivamente.

Desta forma, obtém-se os deslocamentos translacionais verticais, momentos fletores e reações de apoio, ao longo do tempo, devido à travessia de comboios de veículos sobre o tabuleiro irregular das obras de arte em estudo.

O modelo matemático é concebido de forma a simular o conjunto do veículo e do tabuleiro, denominado neste trabalho de sistema veículo-ponte. O tabuleiro das obras de arte é representado por uma viga modelada com base em elementos finitos de barra unidimensionais e discretizada com massas concentradas e flexibilidade distribuída. (Tabelas 4.1 e 4.4).

De acordo com o item 2.2, conidera-se um único modelo distinto para representar os veículos do comboio na análise paramétrica, com dois eixos, simulado por sistemas de massas, molas e amortecedores e descritos por graus de liberdade à translação e rotação no plano.

A distribuição das irregularidades na pista é considerada segundo um modelo não-determinístico com base na densidade espectral do pavimento, conforme definido em 3.3. São escolhidos três níveis de qualidade para a superfície do pavimento: excelente, médio e ruim.

Destaca-se que, em termos qualitativos, as respostas dinâmicas do modelo analisado nesta investigação, ao logo do tempo, possuem basicamente o mesmo aspecto. Assim sendo, são apresentadas apenas as respostas no tempo, para apenas uma amostra de irregularidade superficial, no que tange a pistas com qualidade excelente, obtidas com base no emprego de um dos comboios de veículos do tipo TB-12 para cada modelo estrutural apresentado.

6.4.2.1 Ponte simplesmente apoiada - ME-I

Considerando-se o modelo de viga simplesmente apoiada (ME-I), com as características geométricas apresentadas no capítulo quatro, simula-se o tráfego de comboios de dois veículos, pois foi constatato que este comboio gerou as maiores amplificações dinâmicas ao longo da análise, e de cinco veículos, pois foi verificado que este é número máximo de veículos que pode trafegar sobre a ponte. Os veículos utilizados são do tipo TB-12, NBR 7188 (ABNT, 1984).

As Figuras 6.3 a 6.8 apresentam os resultados obtidos para a resposta dinâmica do sistema veículo-ponte, ao longo do tempo, para momentos fletores positivos (nó central), reações verticais do apoio esquerdo e deslocamentos translacionais verticais no meio do vão, respectivamente.

A resposta do sistema veículo-ponte é obtida com base exclusivamente na consideração do efeito da interação dos pneus dos veículos com as irregularidades de um pavimento de qualidade excelente. A seguir, as Figuras 6.3 a 6.8 apresentam as respostas do sistema veículo-ponte ao longo do tempo, com base nas seguintes grandezas, a saber: FAD (fator de amplificação dinâmico, definido pela relação entre o valor da grandeza dinâmica e seu correspondente valor estático máximo); t (tempo decorrido da análise dinâmica) e t<sub>1</sub> (tempo de travessia da ponte de um veículo em uma dada velocidade).













Figura 6.5 – Momento fletor positivo na seção central do ME-I para o comboio de 2 veículos



Figura 6.7 - Esforço cortante na seção do apoio esquerdo do ME-I para o comboio de 2 veículos TB-12



Figura 6.6 – Momento fletor positivo na seção central do ME-I para o Comboio de 5 veículos TB-12



Figura 6.8 – Esforço cortante na seção do apoio esquerdo do ME-I para o comboio de 5 veículos TB-12

Observando-se as Figuras 6.3 a 6.8, percebe-se que os níveis das amplificações são bastante elevados, no que tange ao efeito dinâmico produzido pela interação dos pneus dos veículos do comboio com uma amostra de irregularidade representativa de um pavimento de qualidade excelente. Ressalta-se, ainda, que as ações devidas às irregularidades da pista são muito mais severas que as oriundas da mobilidade da carga, chegando mesmo a ultrapassar com boa margem aos efeitos produzidos pela presença estática dos veículos.

Os valores máximos da resposta do sistema veículo-ponte ocorrem na fase permanente dos gráficos, onde se observa a repetição desses valores extremos, ao longo do tempo. Considerando-se as Figuras 6.3, 6.5 e 6.7, verifica-se a predominância de um período de vibração aproximadamente igual a 0,45s ( $T_0$  = 0,45s: comboio com dois veículos, velocidade de 80km/h e espaçamento de 10,5m). Este período de vibração está associado à freqüência de travessia dos veículos ( $f_t$  = 1/ $T_0$ ), com valor igual a 2,22Hz ( $f_t$  = 2,22Hz).

A freqüência de 2,22Hz ( $f_t$  = 2,22Hz) diz respeito, praticamente, ao valor da primeira freqüência natural do sistema veículo-ponte,  $f_{01}$ =2,30Hz (freqüência

associada à rotação da massa não suspensa dos veículos), indicando que este comboio em particular provoca ressonância, no que tange freqüência fundamental do sistema veículo-viga ( $f_t = f_{01}$ ). Sob essas condições, o tabuleiro atinge uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, com repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material.

No que tange as Figuras 6.4, 6.6 e 6.8, observa-se uma nítida predominância de um período de 0,54s (T<sub>0</sub>=0,54s), associado a uma freqüência de travessia dos veículos (ou de excitação) igual a 1,85Hz (f<sub>t</sub>=1,85Hz). Este período de 0,54s correspondente ao tempo de travessia entre dois veículos subseqüentes do comboio, ou seja: T<sub>0</sub>= L/ $\upsilon$ , onde L representa o espaçamento entre veículos subseqüentes do comboio, neste caso 7,5m e  $\upsilon$  corresponde a velocidade dos veículos (50km/h), conforme mostrado na Figura 2.9. Neste caso, pode-se observar que esta freqüência não está associada a nenhuma freqüência natural do sistema veículo-ponte, não resultando, portanto, em uma situação de ressonância.

Na presente análise o valor máximo encontrado para o FAD dos deslocamentos translacionais verticais foi da ordem de 3,0 (seção do meio do vão), Figura 6.3. Para os momentos fletores este valor foi igual a 3,0 (seção do meio do vão), Figura 6.5. No que diz respeito aos esforços cortantes máximos médios o valor máximo do FAD foi da ordem de 2,2 (seção do apoio esquerdo), Figura 6.7.

## 6.4.2.2 Ponte simplesmente apoiada com balanço - ME-II

Considerando-se agora o modelo de viga simplesmente apoiada com balanço, com as características geométricas apresentadas no capítulo quatro, simula-se o tráfego de comboios de três veículos, pois foi constatato que este comboio gerou as maiores amplificações dinâmicas ao longo da análise, e de seis veículos, pois foi verificado que este é número máximo de veículos que pode trafegar sobre a ponte. Os veículos utilizados são do tipo TB-12, NBR 7188 (ABNT, 1984)

As Figuras 6.9 a 6.18 apresentam os resultados obtidos para a resposta dinâmica do sistema veículo-ponte, ao longo do tempo, para os deslocamentos translacionais verticais no meio do vão central e nó de extremidade do balanço, para

os momentos fletores positivos (no meio do vão central), momentos fletores negativos (nó sobre o apoio esquerdo do vão central) e reações verticais do apoio esquerdo do vão central.

A resposta do sistema veículo-ponte é obtida com base exclusivamente na consideração do efeito da interação dos pneus dos veículos com as irregularidades de um pavimento de qualidade excelente.



Figura 6.9 – Deslocamento na seção central do ME-II para o comboio de 3 veículos TB-12



Figura 6.11 – Deslocamento na extremidade do balanço do ME-II para o Comboio de 3 veículos







Figura 6.10 – Deslocamento na seção central do ME-II para o comboio de 6 veículos TB-12



Figura 6.12 – Deslocamento na extremidade do balanço do ME-II para o comboio de 6 veículos



Figura 6.14 – Momento fletor positivo na seção central do ME-II para o comboio de 6 veículos TB12



Figura 6.15 - Momento Fletor Negativo na seção do apoio esquerdo do ME-II para o Comboio de 3 veículos TB-12



Figura 6.17 - Esforço Cortante na seção do apoio esquerdo do ME-II para o Comboio de 3 veículos TB-12.



Figura 6.16 - Momento Fletor Negativo na seção do apoio esquerdo do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12



Figura 6.18 – Esforço Cortante na seção do apoio esquerdo do ME-II para o Comboio de 6 veículos TB-12.

Observando-se as Figuras 6.9 a 6.18, percebe-se, novamente, que os valores máximos da resposta do sistema veículo-ponte ocorrem na fase permanente dos gráficos e que as amplificações são bastante elevadas, no que tange ao efeito dinâmico produzido pela interação dos pneus dos veículos do comboio com uma amostra de irregularidade representativa de um pavimento de qualidade excelente.

Considerando-se as Figuras 6.9, 6.11, 6.13, 6.15 e 6,17, constata-se que a predominância de um período de vibração é aproximadamente igual a 0,33s ( $T_0$  = 0,33s: comboio com três veículos, velocidade de 80km/h e espaçamento de 7,5m). Este período de vibração está associado à freqüência de travessia dos veículos ( $f_t$  = 1/ $T_0$ ), com valor igual a 3,0Hz ( $f_t$  = 3,0Hz).

A freqüência de 3,0Hz ( $f_t = 3,0Hz$ ), correspondente à freqüência de translação da massa suspensa,  $f_{02} = 3,0Hz$ , indicando que este comboio em particular provoca ressonância, no que tange a freqüência fundamental do sistema veículo-viga ( $f_t = f_{02}$ ). Sob essas condições, o tabuleiro atinge uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, com repetições de valores extremos, de interesse direto para uma análise de fadiga do material.

Em relação às Figuras 6.10, 6.12, 6.14, 6.16, 6.18, observa-se a predominância de um período de 0,64s ( $T_0$ =0,64s), associado a uma freqüência de

travessia dos veículos (ou de excitação) igual a 1,56Hz (f<sub>t</sub>=1,56Hz). Este período de 0,64s correspondente ao tempo de travessia entre dois veículos subseqüentes do comboio, ou seja:  $T_0$ = L/ $\upsilon$ , onde L representa o espaçamento entre veículos subseqüentes do comboio, neste caso 7,5m, e  $\upsilon$  corresponde a velocidade dos veículos (40 km/h) conforme mostrado na Figura 2.14. Pode-se observar que esta freqüência não esta associada a nenhuma freqüência natural do sistema veículo-ponte, logo, não há situação de ressonância.

Na presente análise, o valor máximo encontrado para o FAD correspondente aos deslocamentos translacionais verticais foi da ordem de 3,0 (seção do meio do vão), Figura 6.9, e de 3,2 para a seção da extremidade do balanço, Figura 6.11. Para os momentos fletores positivos este valor foi igual a 3,0 (seção do meio do vão), Figura 6.13, e de 1,3 para os momentos fletores negativos (do apoio esquerdo), Figura 6.15. No que diz respeito aos esforços cortantes máximos médios o valor máximo do FAD foi da ordem de 1,1 (seção do apoio esquerdo), Figura 6.17.

## 6.4.3 Análise estatística da resposta dinâmica do sistema veículo-ponte

Nesta etapa do trabalho, realiza-se uma análise estatística dos resultados obtidos. Os resultados desta análise são apresentados na forma de tabelas, mostrando os efeitos máximos médios para as seções principais (seção no meio do vão central, seção de apoio e seção de extremo de balanço), do modelo da ponte simplesmente apoiada, Figura 4.4, e da ponte simplesmente apoiada com balanços, Figura 4.8.

Nesta análise, novamente, considera-se somente a interação dos pneus dos veículos do comboio com a superfície irregular do tabuleiro de qualidade de pista excelente, pois, conforme será demonstrado durante esse estudo, as demais qualidades de pavimento geram esforços excessivamente altos para os padrões de projeto.

Essas tabelas apresentam os resultados da análise estatística em termos dos valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, obtidas com base na travessia de cada comboio de veículos sobre o tabuleiro das obras de arte,

considerando-se para tal, cinqüenta amostras de irregularidades distintas (SILVA, 2002), que representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios, E[R], e os efeitos estáticos máximos; onde R é uma variável genérica da resposta do sistema.

A média estatística dos valores máximos da resposta na fase permanente, E[R], a média quadrática E[R<sup>2</sup>], a variância  $\sigma^2_R$ , e o desvio padrão  $\sigma_R$ , são calculadas pelas expressões 6.1 a 6.4, respectivamente.

$$E[R] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \mathbf{r}_{i}$$
(6.1)

$$E[R^{2}] = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} r_{i}^{2}$$
(6.2)

$$\sigma_{\mathsf{R}}^2 = \mathsf{E}[\mathsf{R}^2] - \{\mathsf{E}[\mathsf{R}]\}^2 \tag{6.3}$$

$$\sigma_{\mathsf{R}} = \sqrt{\sigma_{\mathsf{R}}^2} = \sqrt{\mathsf{E}[\mathsf{R}^2] - \{\mathsf{E}[\mathsf{R}]\}^2}$$
(6.4)

# 6.4.3.1 Ponte simplesmente apoiada - ME-I

As Tabelas 6.10 a 6.18 apresentam os resultados da análise estatística para comboios compostos por dois veículos do tipo TB-12, pois foi observado que este comboio em particular causa ressonância para o Modelo Estrutural I (ME-I). São consideradas as velocidades de 40km/h, 80km/h e 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.

Número de	ບ (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V <sup>2</sup> ] (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$	$\sqrt{\sigma_v^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$
Veículo		()		()	()	(mm-)	(mm)	(%)
		7,5	1,29	2,25	5,39	0,33	0,57	25
		9,0	1,01	1,70	3,03	0,14	0,37	22
2	40	10,5	1,69	2,72	8,09	0,69	0,83	31
_		12,0	1,15	1,75	3,23	0,18	0,41	23
		13,5	1,76	2,50	6,98	0,73	0,85	34
		15,0	1,65	2,17	5,09	0,38	0,62	28

Tabela 6.10 - Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão.

2 veículos TB-12. Análise estatística.

Tabela 6.11 – Momentos fletores positivos na seção do meio do vão. 2 veículos TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\mathbf{\sigma}_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN.m)	(kN².m²)	(kN <sup>2</sup> .m <sup>2</sup> )	(kNm)	E[M]
Veículo						()	(((()))))	(%)
		7,5	1,31	1785,53	3,38E+06	1,96E+05	442,2	25
		9,0	1,07	1348,2	1,88E+06	7,89E+04	280,9	21
2	40	10,5	1,77	2093,91	4,76E+06	3,96E+05	629,5	30
_	10	12,0	1,26	1360,8	1,94E+06	9,88E+04	314,4	23
		13,5	1,98	1960,2	4,27E+06	4,32E+05	657,0	34
		15,0	1,95	1760,85	3,33E+06	3,37E+05	487,0	28

Tabela 6.12 - Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 2 Veículos TB-12. Análise estatística.

			1		1	1		
Número	υ	L		E[Q]	E[Q <sup>2</sup> ]	$\sigma_{Q}^{2}$	$\sqrt{\sigma_0^2}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN)	(kN²)	$(kN^2)$		E[Q]
Veículos	· · ·						(KIN)	(%)
		7,5	0,94	186,12	2,64E+04	2214	47,05	25
		9,0	0,77	147,84	2,26E+04	963,5	31,04	21
2	40	10,5	1,29	239,94	6,18E+04	4382	66,20	28
_		12,0	0,95	171,00	3,02E+04	1284	35,84	21
		13,5	1,39	241,86	6,38E+04	5460	73,89	31
		15,0	1,35	226,80	5,40E+04	2922	54,05	24

•

Número de Veículos	ს (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V²] (mm²)	σ <sub>v</sub> <sup>2</sup> (mm²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$ (%)
		7,5	0,58	1,02	1,21	0,17	0,41	40
		9,0	0,67	1,12	1,37	0,12	0,34	30
2	80	10,5	1,04	1,68	3,20	0,38	0,61	37
		12,0	0,72	1,09	1,30	0,11	0,33	31
		13,5	0,81	1,15	1,45	0,13	0,35	31
		15,0	1,30	1,72	3,33	0,37	0,61	35

Tabela 6.13 – Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão.

2 veículos TB-12. Análise estatística

Tabela 6.14 - Momentos fletores positivos na seção do meio do vão 2 veículos TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de Veículos	(km/h)	(m)	IAD	(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN.m)	E[M] (%)
		7,5	0,65	885,95	2,29E+05	1,47E+05	383,4	43
		9,0	0,77	970,20	1,01E+06	8,08E+04	284,2	29
2	80	10,5	1,09	1289,47	1,89E+06	2,18E+05	466,8	36
_		12,0	0,79	853,20	7,90E+05	6,30E+04	251,0	29
		13,5	0,95	940,50	9,65E+05	7,91E+04	281,2	30
		15,0	1,57	1417,71	2,24E+06	2,38E+05	487,5	34

Tabela 6.15 – Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo 2 veículos

TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[Q]	E[Q <sup>2</sup> ]	$\sigma^2_0$	$\sqrt{\mathbf{\sigma}_{2}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_0^2}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN)	(kN²)	(kN2)		E[Q]
Veículos	· · /					((()))	(KIN)	(%)
		7,5	0,52	102,96	1,17E+04	1060	32,56	32
		9,0	0,61	117,12	1,45E+04	783,1	27,98	24
2	80	10,5	0,89	165,54	3,02E+04	2430	49,30	30
-		12,0	0,77	138,60	2,04E+04	1183	34,40	25
		13,5	0,84	146,16	2,25E+04	1066	32,65	22
		15,0	1,20	201,60	4,50E+04	4138	64,33	32

Número de	ს (km/h)	l (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V <sup>2</sup> ] (mm <sup>2</sup> )	σ <sub>v</sub> <sup>2</sup> (mm²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$
veiculos								(70)
		7,5	1,24	2,17	5,46	0,75	0,87	40
		9,0	1,05	1,78	3,67	0,50	0,71	40
2	120	10,5	0,68	1,09	1,36	0,17	0,41	38
_		12,0	0,84	1,27	1,91	0,30	0,55	43
		13,5	0,88	1,26	1,78	0,19	0,44	35
		15,0	1,17	1,54	2,71	0,34	0,58	37

Tabela 6.16 – Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio do vão.

2 veículos TB-12. Análise estatística.

Tabela 6.17 – Momentos fletores positivos na seção do meio do vão 2 veículos
TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN m)	E[M]
Veículos						,	()	(%)
		7,5	1,23	1676,49	3,23E+06	4,19E+05	647,6	39
		9,0	1,12	1411,2	2,29E+06	2,96E+05	543,9	39
2	120	10,5	0,75	887,25	8,92E+05	9,98E+04	316,0	36
_		12,0	0,92	993,6	1,16E+06	1,65E+05	405,7	41
		13,5	1,03	1019,7	1,17E+06	1,24E+05	352,3	35
		15,0	1,39	1255,17	1,76E+06	1,94E+05	440,1	35

Tabela 6.18 – Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo 2 veículos

TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[Q]	E[Q <sup>2</sup> ]	$\sigma^2_{2}$	$\sqrt{\sigma^2}$	$\sqrt{\mathbf{\sigma}_{0}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN)	(kN <sup>2</sup> )	(LNI2)	VO Q	$\frac{\sqrt{6}}{E[Q]}$
Veículo	(((())))	()		(1.1.1)	(	(KIN <sup>-</sup> )	(KN)	(%)
		7,5	1,02	201,96	4,74E+04	6268	79,17	39
		9,0	0,89	170,88	3,21E+04	3697	60,80	36
2	120	10,5	0,72	133,92	1,98E+04	1714	41,40	31
_		12,0	0,88	158,40	2,74E+04	1945	44,11	28
		13,5	0,83	144,42	2,26E+04	1622	40,27	28
		15,0	1,25	210,00	4,72E+04	3396	58,28	28

Dentro do objetivo desta análise, as tabelas apresentam os resultados do fator de amplificação dinâmico médio, FAD, que representa a relação entre os efeitos dinâmicos máximos médios, e os efeitos estáticos máximos.

Verifica-se, novamente, que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais com qualidade da pista excelente, representam parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte, chegando mesmo a ultrapassar as produzidas pelas ações estáticas devidas ao peso das viaturas e as produzidas pela mobilidade da carga (SILVA, 1996) e (ALMEIDA, 2006), de acordo as Tabelas 6.10 a 6.18.

O problema cresce significativamente de importância no caso de irregularidades superficiais com qualidade da pista ruim, como será mostrado ao longo deste trabalho de pesquisa. Tal fato ilustra a importância da consideração dos efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais, sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários.

Considerando-se que o efeito da mobilidade da carga (efeito do peso dos veículos) não foi considerado na presente análise, e que o mesmo tem de ser acrescido ao efeito das irregularidades da pista, certamente as amplificações dinâmicas (deslocamentos e esforços) crescerão consideravelmente, indicando, mais uma vez, a importância de se levar em conta os efeitos dinâmicos provenientes das irregularidades superficiais, em pistas de qualquer qualidade, sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários.

Foi verificado que pode-se proceder a análise estatística considerando-se um valor unitário para o parâmetro que define a qualidade da pista ( $\Phi(\omega_0)$ ): Equação 3.3), para em seguida aplicar um fator multiplicativo sobre as grandezas da resposta (deslocamentos e esforços), de acordo com a qualidade do pavimento utilizado, pois a relação entre os valores máximos médios das grandezas da resposta do sistema veículo-ponte correspondentes ao efeito dinâmico proveniente das irregularidades da pista de qualidade médio e ruim em relação a qualidade excelente tendem a 4 e 8 respectivamente.

Quanto aos valores médios quadráticos desses efeitos, a relação tende a 16 para pistas médias e 64 para pistas ruins. Isto se deve ao fato do coeficiente representativo da qualidade do pavimento,  $\Phi(\omega_0)$ , Tabela 3.1, seja igual a 16 e 64 cm<sup>3</sup> respectivamente e 1 cm<sup>3</sup> para pistas de qualidade excelente.

6.4.3.2 Ponte simplesmente apoiada com balanço - ME-II

As Tabelas 6.19 a 6.33 apresentam os resultados da análise estatística para comboios compostos por três veículos do tipo TB-12, pois foi observado que este comboio em particular causa ressonância para o Modelo Estrutural II (ME-II). São consideradas as velocidades de 40km/h, 80km/h e 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.

Tabela 6.19 - Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio vão central. 3 veículos TB-12. Análise estatística.

Número de	υ (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V <sup>2</sup> ] (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$ (mm <sup>2</sup> )	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$
Veículos						(,	()	(%)
		7,5	1,02	2,34	5,81	0,33	0,58	25
		9,0	1,14	2,19	5,11	0,31	0,56	26
3	40	10,5	1,33	2,01	4,29	0,25	0,50	25
		12,0	1,72	2,58	7,21	0,55	0,74	29
		13,5	1,62	2,21	5,11	0,23	0,48	22

Tabela 6.20 - Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço. 3 veículos TB-12. Análise estatística

Número de	U (km/h)	L	FAD	E[V]	E[V <sup>2</sup> ]	$\sigma_v^2$	$\sqrt{\sigma_v^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[v]}$
Veículos	(КШ/П)	(11)		(11111)	(11111)	(mm²)	(mm)	(%)
		7,5	1,10	2,03	4,32	0,20	0,45	22
		9,0	1,20	1,85	3,63	0,21	0,46	25
3	40	10,	1,38	1,69	3,03	0,17	0,42	25
		12,	1,88	2,32	5,82	0,44	0,66	29
		13,	1,69	1,91	3,82	0,17	0,41	22

Número	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{\scriptscriptstyle M}^{^2}}$
ae Veículos	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN.m)	<i>E</i> [M] (%)
Veredice		7,5	1,00	1183	1,48E+06	7,11E+04	266,7	23
		9,0	1,18	1168,2	1,43E+06	6,55E+04	256,0	22
3	40	10,5	1,29	1062,05	1,20E+06	6,66E+04	258,2	24
		12,0	1,81	1303,2	1,83E+06	1,28E+05	358,2	27
		13,5	1,76	1108,8	1,28E+06	516E+04	227,3	20

Tabela 6.21 - Momentos fletores positivos na seção do meio do vão central.

3 veículos TB-12. Análise estatística

Tabela 6.22 - Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo.

Número	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_M^2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kNm)	E[M]
Veículo						· · · ·		(%)
		7,5	0,99	534,20	3,31E+05	2,55E+04	159,9	30
		9,0	0,95	512,62	2,93E+05	2,82E+04	167,9	33
3	40	10,5	1,00	539,60	3,17E+05	2,47E+04	157,2	29
		12,0	1,22	658,31	4,74E+05	4,07E+04	201,8	31
		13,5	0,97	523,41	2,90E+05	1,32E+04	115,1	22

3 veículos TB-12. Análise estatística

Tabela 6.23 - Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 3 veículos

TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L	FAD	E[Q]	E[Q²]	$\sigma_{Q}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$
Veículos	(km/h)	(m)	17.D	(kN)	(kN²)	(kN²)	(kN)	E[Q] (%)
		7,5	0,59	185,85	3,74E+04	1751	41,84	23
		9,0	0,62	181,35	3,56E+04	1931	43,94	24
3	40	10,5	0,70	189,00	3,81E+04	2320	48,17	25
		12,0	0,82	202,95	4,37E+04	2497	49,97	25
		13,5	0,91	204,75	4,39E+04	2313	48,09	23

Número de Veículos	υ (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V²] (mm²)	σ <sub>v</sub> <sup>2</sup> (mm²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_{\vee}^2}}{E[V]}$ (%)
		7,5	0,66	1,52	2,49	0,18	0,42	28
		9,0	1,70	3,26	11,65	1,02	1,01	31
3	80	10,5	1,14	1,74	3,26	0,23	0,48	28
		12,0	1,21	1,82	3,64	0,33	0,57	31
		13,5	1,77	2,41	6,28	0,47	0,69	29

Tabela 6.24 - Deslocamentos translacionais verticais na seção do meio vão central. 3 veículos TB-12. Análise estatística.

Tabela 6.25 - Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.

Número de	U (lares /la.)	L	FAD	E[V]	E[V <sup>2</sup> ]	$\sigma_v^2$	$\sqrt{\sigma_v^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{F[v]}$
Veículos	(KM/N)	(11)		(mm)	(mm-)	(mm²)	(mm)	(%)
		7,5	0,75	1,39	2,08	0,15	0,38	28
		9,0	1,84	2,85	8,85	0,73	0,85	30
3	80	10,	1,28	1,57	2,66	0,20	0,44	28
		12,	1,42	1,75	3,25	0,19	0,43	25
		13,	1,90	2,15	4,98	0,36	0,60	28

3 veículos TB-12. Análise estatística

Tabela 6.26 - Momentos fletores positivos na seção do meio do vão central.

3 veículos TB-12. Análise estatística.

Número de	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\frac{\sqrt{\sigma_{M}^{2}}}{\sigma_{M}}$
Veículos	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN.m)	E[ivi] (%)
		7,5	0,67	792,61	6,89E+05	4,94E+04	222,4	28
		9,0	1,72	1702,8	3,14E+06	2,62E+05	511,4	30
3	80	10,5	1,17	963,261	9,91E+05	5,76E+04	240,1	25
		12,0	1,30	936	9,54E+05	7,48E+04	273,6	29
		13,5	1,94	1222,2	1,60E+06	1,07E+05	327,9	27

Número	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN.m)	E[M]
Veículo							· · ·	(%)
		7,5	0,99	534,20	3,19E+05	2,60E+04	161,3	30
		9,0	1,21	652,92	4,59E+05	3,09E+04	176,0	27
3	80	10,5	0,99	534,20	3,27E+05	4,30E+04	207,4	39
		12,0	1,21	652,92	4,60E+05	3,38E+04	184,0	28
		13,5	1,11	598,96	3,77E+05	2,03E+04	142,5	24

Tabela 6.27 - Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo.

3 veículos TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L		E[Q]	E[Q²]	$\sigma_{Q}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN)	(kN²)	(kN²)	(kN)	E[Q]
Veículos						. ,	()	(%)
		7,5	0,53	166,95	2,99E+04	2281	47,76	29
		9,0	0,75	219,38	5,15E+04	3211	56,67	26
3	80	10,5	0,69	186,30	3,91E+04	4049	63,63	34
		12,0	0,80	198,00	4,24E+04	2671	51,68	26
		13,5	0,96	216,00	5,02E+04	2963	54,44	25

TB-12. Análise estatística.

Tabela 6.29 - Deslocamentos translacionais verticais na extremidade do balanço.

3 veículos TB-12. Análise estatística

Número de Veículos	ს (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V <sup>2</sup> ] (mm <sup>2</sup> )	σ <sub>v</sub> <sup>2</sup> (mm²)	$\sqrt{\sigma_v^2}$ (mm)	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$ (%)
		7,5	1,36	3,12	11,62	1,89	1,37	44
		9,0	0,78	1,49	2,51	0,29	0,54	36
3	120	10,5	1,19	1,81	3,79	0,51	0,72	40
		12,0	1,63	2,44	7,01	1,06	1,03	42
		13,5	2,10	2,87	9,52	1,28	1,13	39

Número de	ს (km/h)	L (m)	FAD	E[V] (mm)	E[V <sup>2</sup> ] (mm <sup>2</sup> )	$\sigma_v^2$	$\sqrt{\sigma_v^2}$	$\frac{\sqrt{\sigma_v^2}}{E[V]}$
Veículos	(((()))))	(,		()	(,	(11111-)	(mm)	(%)
		7,5	1,55	2,85	9,56	1,44	1,20	42
		9,0	0,94	1,46	2,35	0,22	0,47	32
3	120	10,	1,34	1,64	3,01	0,32	0,57	35
		12,	1,82	2,23	5,68	0,71	0,84	38
		13,	2,35	2,65	7,96	0,94	0,97	37

Tabela 6.30 - Deslocamentos translacionais verticais na seção do balanço.

3 veículos TB-12. Análise estatística.

Tabela 6.31 - Momentos fletores positivos na seção do meio do vão central.

Número	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_M^2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
Veículos	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kN.m)	E[M] (%)
		7,5	1,36	1608,88	3,06E+06	4,66E+05	682,6	42
		9,0	0,88	871,2	8,45E+05	8,43E+04	290,4	33
3	120	10,5	1,28	1053,82	1,27E+06	1,46E+05	382,1	36
		12,0	1,81	1303,2	1,97E+06	2,74E+05	523,6	40
		13,5	2,33	1467,9	2,47E+06	3,22E+05	567,6	39

3 veículos TB-12. Análise estatística

Tabela 6.32 - Momentos fletores negativos na seção do apoio esquerdo.

3 veículos TB-12. Análise estatística.

Número	υ	L	FAD	E[M]	E[M <sup>2</sup> ]	$\sigma_{M}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{M}^{2}}$
de	(km/h)	(m)		(kN.m)	(kN².m²)	(kN².m²)	(kNm)	E[M]
Veículo						( )	()	(%)
		7,5	1,16	625,94	4,22E+05	3,17E+04	178,3	28
		9,0	1,01	545,00	3,30E+05	3,07E+04	175,2	32
3	120	10,5	1,06	571,98	3,63E+05	3,35E+04	183,0	32
		12,0	1,39	750,04	6,32E+05	6,89E+04	262,6	35
		13,5	1,34	723,06	5,71E+05	4,60E+04	214,5	30

Número	υ	L		E[Q]	E[Q <sup>2</sup> ]	$\sigma_{Q}^{2}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$	$\sqrt{\sigma_{Q}^{2}}$
de	(km/h)	(m)	FAD	(kN)	(kN²)	(kN²)	(kN)	E[Q]
Veículos						· · · ·	(111)	(%)
3	120	7,5	0,72	226,80	5,57E+04	4302	65,59	29
		9,0	0,72	210,60	4,91E+04	4148	64,40	31
		10,5	0,88	237,60	6,23E+04	5351	73,15	31
		12,0	1,04	257,40	7,52E+04	8964	94,68	37
		13,5	1,05	236,25	5,94E+04	3797	61,62	26

Tabela 6.33 - Esforços cortantes na seção do apoio esquerdo. 3 veículos TB-12. Análise estatística.

Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que as conclusões alcançadas na análise estatística correspondente ao ME-II, em termos qualitativos, são absolutamente idênticas aquelas já enunciadas anteriormente para o caso do ME-I e, portanto não serão repetidas, pois o quadro encontrado foi praticamente o mesmo. Todavia, em termos quantitativos, os valores das amplificações são distintos como era de se esperar, já que os sistemas estruturais são distintos.

## 6.4.4 Efeito da variação da velocidade e do espaçamento entre os veículos

A seguir, são apresentados os gráficos pertinentes as análises dinâmicas realizadas neste estudo, onde objetiva-se verificar a influência da velocidade e do espaçamento entre veículos dos comboios. Para tal, são utilizados, novamente, os modelos estruturais (ME-I e ME-II).

Os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, apresentados nesses gráficos correspondem a uma análise estatística feita mediante a travessia de diversos comboios de veículos sobre 50 (cinqüenta) amostras de irregularidades distintas, referentes a pavimentos de qualidade excelente.

Ao longo da análise foi considerado apenas o efeito da interação dos pneus dos veículos dos comboios com a superfície irregular das pontes de concreto armado analisadas. 6.4.4.1 Ponte simplesmente apoiada - ME-I

As Figuras 6.19 a 6.30 apresentam os resultados da presente análise para comboios compostos por dois até cinco veículos do tipo TB-12. São consideradas as velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.



Figura 6.19 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.20 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.21 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.







Figura 6.23 – Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.







Figura 6.25 – Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.26 – Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.27 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.28 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.29 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.30 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.

Percebe-se, claramente, que não existe uma relação direta (relação linear) entre os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, para os deslocamentos e esforços, com referência a variação da velocidade e do espaçamento entre os veículos dos comboios. Pode-se verificar que existe uma variação não-linear nas curvas associadas a essas grandezas (deslocamentos e esforços), embora esses gráficos apresentem uma tendência de comportamento comum, conforme ilustrado nas Figuras. 6.19 a 6.30.

Por outro lado, considerando-se que a análise possui um caráter estatístico, pois considera a travessia de comboios de veículos (2, 3, 4 e 5 veículos), mediante o emprego de cinqüenta amostras de irregularidades e com diferentes velocidades (na faixa de 40km/h a 120km/h), pode-se concluir, de acordo com a tendência dos gráficos, que os maiores valores obtidos para o  $\overline{FAD}$  estão associados as velocidades mais baixas (entre 40km/h e 60km/h) e a um maior espaçamento entre os veículos (entre 13,5m a 15m), de acordo com as Figuras 6.19 a 6.30.

Na presente análise, o valor máximo encontrado para o FAD dos deslocamentos translacionais verticais foi da ordem de 2,2 (seção do meio do vão), Figura 6.19. Para os momentos fletores este valor foi igual a 2,4 (seção do meio do vão), Figura 6.23. No que diz respeito aos esforços cortantes máximos médios o valor máximo do FAD foi da ordem de 1,6 (seção do apoio esquerdo), Figura 6.27.

Conforme exposto anteriormente, verifica-se que as ações dinâmicas provenientes das irregularidades superficiais com qualidade da pista excelente, representam parcela considerável na resposta do sistema veículo-ponte, chegando mesmo a ultrapassar as produzidas pelas ações estáticas devidas ao peso das viaturas e as produzidas pela mobilidade da carga (SILVA, 1996) e (ALMEIDA, 2006), de acordo as Figuras 6.19 a 6.30.

6.4.4.2 Ponte simplesmente apoiada com balanço - ME-II

As Figuras 6.31 a 6.55 apresentam os resultados da presente análise para comboios compostos por dois até seis veículos do tipo TB-12. São consideradas as velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.







Figura 6.33 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.32 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.34 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.35 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.37 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.39 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão central. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.36 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.38 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.40 – Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.


Figura 6.41 - Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 2 veículos do tipo



Figura 6.43 – Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 3 veículos do tipo



Figura 6.45 – Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.42 - Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 2 veículos do tipo



Figura 6.44 – Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.









Figura 6.47 – Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 5 veículos do tipo



Figura 6.49 – Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão central. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.51 - Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 2 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.48 – Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.50 – Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.52 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.
Comboio com 3 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.53 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 4 veículos do tipo TB-12.

Figura 6.54 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 5 veículos do tipo TB-12.



Figura 6.55 – Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo. Comboio com 6 veículos do tipo TB-12.

No que diz respeito às observações associadas à influência da velocidade e do espaçamento entre veículos dos comboios, no que tange ao ME-II, Figuras 6.31 a 6.55, constata-se que, basicamente, as conclusões alcançadas, em termos qualitativos, são semelhantes a aquelas já enunciadas para o caso anterior (ME-I). Deste modo, de forma a gerar-se muitas repetições destacam-se apenas as conclusões mais relevantes.

Percebe-se, novamente que não há uma relação direta (relação linear) entre os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, para os deslocamentos e esforços, com referência a variação da velocidade e do espaçamento entre os veículos dos comboios. As curvas apresentam uma variação não-linear (deslocamentos e esforços), com uma tendência definida, Figuras. 6.31 a 6.55.

Assim sendo, conclui-se que os maiores valores obtidos para o FAD estão associados as velocidades mais baixas (entre 40km/h e 70km/h) e a um maior espaçamento entre os veículos (entre 13,5m a 15m), de acordo com as Figuras 6.31 a 6.55.

Como era de se esperar em termos quantitativos os valores das amplificações são distintos, já que os sistemas estruturais são distintos. Deste modo o valor máximo encontrado para o FAD dos deslocamentos translacionais verticais foi da ordem de 2,5 (seção do meio do vão), Figura 6.31, e igual a 2,4 para a seção da extremidade do balanço, Figura 6.34. Para os momentos fletores positivos este valor foi igual a 2.7 (seção do meio do vão), Figura 6.41, e da ordem de 1,6 para os momentos fletores negativos da seção do apoio esquerdo, Figura 6.46. No que diz respeito aos esforços cortantes máximos médios o valor máximo do FAD foi da ordem de 1,08 (seção do apoio esquerdo), Figura 6.54.

### 6.4.5 Efeitos do número de veículos sobre as obras de arte

Nesta análise, apresentam-se os resultados correspondentes à variação do número de veículos sobre as estruturas (ME-I e ME-II). Deste modo, as Figuras 6.56 a 6.62 apresentam os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, associados as grandezas da resposta da ponte em estudo, no que tange aos deslocamentos e esforços.

Para tal considerou-se uma análise estatística feita mediante a travessia de diversos comboios de veículos sobre 50 (cinqüenta) amostras de irregularidades distintas, referentes a pavimentos de qualidade excelente.

Assim sendo, os valores do FAD representam os efeitos máximos médios da resposta dinâmica da ponte, correspondentes, exclusivamente, ao efeito da interação dos pneus dos veículos dos comboios com a superfície irregular das pontes de concreto armado analisadas.

Com relação às reações de apoio, em ambos os sistemas estruturais, (ME-I e ME-II) as respostas dinâmicas são calculadas apenas nos apoios esquerdos das estruturas. A coordenada central do modelo biapoiado representa o foco central da análise dos fatores de amplificação dinâmicos. No que tange a ponte biapoiada com balanços, para alem do ponto central, à extremidade do balanço esquerdo e à seção sobre o apoio esquerdo são as seções onde esses fatores de amplificação são obtidos.

#### 6.4.5.1 Ponte simplesmente apoiada - ME-I

As Figuras 6.56 a 6.58 apresentam a variação dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, com relação ao número de veículos que trafega sobre a ponte, a saber: 2, 3, 4 e 5 veículos do tipo TB-12, com velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h.



Figura 6.56 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão.



Figura 6.57 - Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão.



Figura 6.58 - Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.

Observando-se as Figuras 6.56 a 6.58, percebe-se, novamente, que os níveis das amplificações são bastante elevados, no que tange ao efeito dinâmico produzido pela interação dos pneus dos veículos do comboio com amostras de irregularidades representativas de um pavimento de qualidade excelente (em torno de 50 a 80% dos efeitos máximos produzidos pela presença estática dos veículos)

Verifica-se também que um comboio que possui um pequeno número de veiculos, de forma geral, é o responsável pelos maiores valores do fator de amplificação dinâmico, pois estes comboios são os que tendem a se aproximar das freqüências naturais das obras de arte estudadas.

Tal fato também encontra-se relacionado com a massa e a rigidez do sistema veículo-ponte, pois quando existe um número pequeno de veículos sobre a obra de arte, o sistema veículo-ponte torna-se mais suscetível às amplificações dinâmicas. Entretanto, em termos absolutos (quantitativos), um maior número de veículos no comboi produz os maiores valores de esforços e deslocamentos.

Portanto, conclui-se que as amplificações máximas médias encontradas ao longo da presente análise estatística para o sistema estrutural I (ME-I: veículos com dois eixos), ocorrem quando a velocidade das viaturas do comboio é da ordem de 50 km/h. Assim sendo, a amplificação dinâmica máxima média encontrada para os deslocamentos translacionais verticais foi igual a 2,2, Figura 6.56. Para os momentos fletores esta amplificação foi da ordem de 2,4. Figura 6.57; e, finalmente, para os esforços cortantes tal amplificação foi igual a 1,6, Figura 6.58.

6.4.5.2 Ponte simplesmente apoiada com balaço - ME-II

As Figuras 6.59 a 6.63 apresentam a variação dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios,  $\overline{FAD}$ , com relação ao número de veículos que trafega sobre a ponte (2, 3, 4, 5 e 6 veículos do tipo TB-12, com velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h).



Figura 6.59 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais.

Seção do meio do vão.



Figura 6.60 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço.



Figura 6.61 - Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão.



Figura 6.62 - Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Extremidade do balanço.



Figura 6.63 - Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.

Com relação ao modelo estrutural II, ME-II, figuras 6.59 a 6.63, observa-se que os fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, provenientes exclusivamente das irregularidades da pista, ocorrem quando três e em alguns casos quatro veículos atravessam a ponte e superam os efeitos máximos produzidos pela presença estática dos veículos.

Conclui-se que as amplificações máximas encontradas ao longo da presente análise estatística para o ME-II (veículos com dois eixos), ocorrem quando a velocidade das viaturas do comboio é da ordem de 50 km/h. Assim sendo, a amplificação máxima encontrada para os deslocamentos translacionais verticais foi igual a 2,4 (seção do meio do vão), Figura 6.59, e da ordem de 2,5 para a seção da extremidade do balanço, Figura 6.60. Para os momentos fletores positivos (seção do meio do vão) este valor de amplificação foi da ordem de 2,7, Figura 6.61, e para os momentos fletores negativos (seção do apoio esquerdo), Figura 6.62, tal amplificação alcança 1,8.

A situação descrita imediatamente acima ocorre em grande parte dos casos estudados, no que tange ao modelo de veículo utilizado nesta dissertação. Já para as reações, no apoio esquerdo, não se verifica uma grande amplificação dos resultados em relação aos estabelecidos pela norma de projeto (aproximadamente 1,1, de acordo com a Figura 6.63).

De acordo com os níveis de amplificação encontrados nas seções dos balanços, pode-se concluir que estas seções devem merecer atenção especial por parte dos projetistas desse tipo de estrutura.

# 6.4.6 Efeitos das condições do pavimento sobre a resposta dinâmica das pontes

Nesta seção são apresentadas comparações entre as respostas dinâmicas para os três tipos de pavimentos, (execelente, médio e ruim). As obras de arte adotadas para esta análise, foram os modelos estruturais ME-I e ME-II.

Para tal, utiliza-se, novamente, os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD, no que tange a uma análise estatística feita mediante a travessia de diversos comboios de veículos sobre 50 (cinqüenta) amostras de irregularidades distintas distribuídas sobre os tabuleiros das pontes.

Destaca-se que nesta seção do trabalho, considera-se a ação conjunta dos efeitos referentes a mobilidade da carga (efeito do peso dos veículos) e da interação dos pneus dos veículos dos comboios com a superfície irregular da ponte de concreto armado.

A apresentação das figuras é feita mostrando-se os efeitos máximos médios para as seções principais (seção no meio do vão central, seção de apoio e seção de extremo de balanço), do modelo da ponte simplesmente apoiada, Figura 4.4, e da ponte simplesmente apoiada com balanços, Figura 4.8.

6.4.6.1 Ponte simplesmente apoiada - ME-I

Apresenta-se nas Figuras 6.64 a 6.66, a variação dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios, FAD em relação a qualidade das pistas, para comboios de dois veículos tipo TB-12, pois foi observado que este comboio em particular causa ressonância para o Modelo Estrutural I (ME-I). São consideradas as velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.



Figura 6.64 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão.



Figura 6.65 - Variação do FAD referente aos momentos fletores. Seção do meio do vão.



Figura 6.66 - Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.

Conforme esperado, a qualidade do pavimento influencia de forma decisiva na resposta dinâmica da estrutura, pois, observando-se os valores do  $\overline{FAD}$  mostrados nas Figuras 6.64 a 6.66, percebe-se, claramente, o nível bastante elevado das amplificações existentes sobre as obras de arte rodoviárias analisadas, mesmo considerando-se pavimentos de qualidade excelente, algo difícil de encontrar-se nas rodovias e pontes do Brasil.

Percebe-se, ainda, que à medida que a qualidade do pavimento diminui essas amplificações aumentam drasticamente, (da ordem de 4 para pavimentos de qualidade excelente, Figura 6.65, em torno de 10 para pistas com qualidade média, Figura 6.64, e próximo de 20 para pistas com qualidade ruim, Figura 6.65). Ou seja, com a deterioração do pavimento essas amplificações aumentam exponencialmente, denotando que o problema em questão é grave. Como foi mostrado em estudos recentes da comunidade científica que estuda o problema (AMORIM, 2007), (MELO, 2007), (ALMEIDA, 2006), (SILVA, 2004) e (LAW, & ZHU, 2004).

Mais uma vez, observa-se que, sem sombra de dúvidas, as ações dinâmicas oriundas da interação existente entre as viaturas e o perfil irregular, geram níveis de deslocamentos e esforços muito severos sobre os tabuleiros das pontes rodoviárias, especialmente, com relação àqueles considerados usualmente em projeto.

A ação conjunta da mobilidade da carga (efeito do peso dos veículos) e dos efeitos dinâmicos provenientes interação dos pneus dos veículos dos comboios com as irregularidades superficiais amplifica consideravelmente as respostas dinâmicas do sistema veículo-ponte, indicando, mais uma vez, a importância de se levar em conta o efeito das irregularidades da pista sobre o comportamento dos tabuleiros rodoviários.

6.4.6.2 Ponte simplesmente apoiada com balanços - ME-II

Apresenta-se nas Figuras 6.67 a 6.71, a variação dos Fatores de Amplificação Dinâmicos máximos médios, FAD em relação a qualidade das pistas, para comboios de três veículos tipo TB-12, pois foi observado que este comboio em particular causa ressonância para o Modelo Estrutural II (ME-II). São consideradas as velocidades na faixa de 40km/h a 120km/h e os espaçamentos entre veículos são modificados na faixa de 7,5 a 15,0m.



Figura 6.67 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Seção do meio do vão.



Figura 6.68 - Variação do FAD referente aos deslocamentos translacionais verticais. Extremidade do balanço.



Figura 6.69 - Variação do FAD referente aos momentos fletores positivos. Seção do meio do vão.



Figura 6.70 - Variação do FAD referente aos momentos fletores negativos. Extremidade do balanço.



Figura 6.71 - Variação do FAD referente aos esforços cortantes. Seção do apoio esquerdo.

Observando-se as Figuras 6.67 a 6.71, conclui-se que as respostas dinâmicas alcançadas na análise da variação dos Fatores de Amplificação Dinâmicos máximos médios, FAD em relação à qualidade das pistas correspondente ao ME-II, em termos qualitativos, são idênticas aquelas já enunciadas anteriormente para o caso do ME-I, portanto destaca-se na presente análise, as mais importantes.

A ação conjunta da mobilidade da carga (efeito do peso dos veículos) e dos efeitos dinâmicos provenientes interação dos pneus dos veículos dos comboios com as irregularidades superficiais amplifica consideravelmente as respostas dinâmicas do sistema veículo-ponte, concluindo-se que, as ações dinâmicas oriundas da interação existente entre as viaturas e o perfil irregular, geram níveis de deslocamentos e esforços muito severos sobre os tabuleiros das pontes rodoviárias, especialmente, com relação àqueles considerados usualmente em projeto.

Verifica-se novamente que, com a redução da qualidade do pavimento, essas amplificações aumentam drasticamente, (da ordem de 3 para pavimentos de qualidade excelente, Figura 6.69, em torno de 12 para pistas com qualidade média, Figura 6.69, e próximo de 22 para pistas com qualidade ruim, Figura 6.69). Ou seja, com a deterioração do pavimento essas amplificações aumentam exponencialmente. Como foi mostrado em estudos recentes da comunidade científica que estuda o problema (AMORIM, 2007), (MELO, 2007), (ALMEIDA, 2006), (SILVA, 2004) e (LAW, & ZHU, 2004).

Convém chamar a atenção ao leitor de que o FAD não é função exclusiva dos parâmetros tais como, velocidade, espaçamento entre os veiculos, número de veículos e qualidade do pavimento, segundo alguns autores que estudam o assunto como, (SILVA, 1996), (SILVA, 2002), (MARTHA, 2002), (LIU, HUANG, & WANG, 2002) e (LAW, & ZHU, 2004), pois, podem ser observados níveis de amplificações distintos com a variação destes parâmetros, conforme é ilustrado nesta dissertação.

Na realidade o FAD depende de uma possível condição de ressonância que ocorre quando a freqüência proveniente da excitação (comboio de veículos) é igual ou mesmo próxima de uma das freqüências naturais do sistema veículo-ponte. Como o objetivo desta dissertação é de estudar a variação dos FAD segundo os parâmetros referidos acima, percebe-se também, que essas amplificações (deslocamentos e esforços) variam de acordo com a velocidade, espaçamento entre os veículos, o número de veículos do comboio, e qualidade do pavimento.

# 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

#### 7.1 Introdução

Inúmeras conclusões foram obtidas ao longo deste trabalho de pesquisa. Para chamar a atenção ao leitor sobre a importância do tema, faz-se, agora, apenas um resumo das observações mais relevantes. Alguns temas relativos a essa linha de pesquisa também são sugeridos, de forma a dar continuidade a esta linha de pesquisa.

#### 7.2 Conclusões alcançadas

De acordo com as normas brasileiras de projeto (ABNT, 1984), (ABNT, 1988), para se levar em conta os efeitos dinâmicos das cargas móveis atuantes sobre as pontes rodoviárias, efeitos estáticos devido a um carregamento especificado por estes códigos são multiplicados por um coeficiente de impacto, o qual é função exclusivamente do vão da obra de arte.

Esta dissertação demonstra, claramente, que tal abordagem precisa ser revista, pois não representa o comportamento dinâmico das pontes rodoviárias, pois uma série de outros parâmetros interfere na resposta dinâmica dessas obras de arte (velocidade e espaçamento dos veículos, número de viaturas sobre a ponte, geometria do comboio, qualidade da pista, etc.).

De forma a contribuir para um avanço nesta linha de pesquisa, esta dissertação considerou uma avaliação dos efeitos dinâmicos provenientes da travessia de comboios de veículos de dois eixos sobre o tabuleiro irregular de obras de arte rodoviárias de concreto armado, a partir do emprego de um modelo matemático denominado comumente de "sistema veículo-ponte".

A partir do emprego do referido modelo matemático foi possível estudar a influência da velocidade dos veículos e do espaçamento entre estes, para diversas situações distintas de carregamento, no que tange a resposta dinâmica das obras de

arte rodoviárias de concreto armado analisadas bem como, a magnitude dos efeitos dinâmicos.

Ao longo do trabalho foi desenvolvida uma extensa análise paramétrica, considerando-se dois modelos estruturais existentes (ponte simplesmente apoiada e simplesmente apoiada com balanços), submetidas à passagem de comboios de veículos com dois eixos sobre o pavimento irregular (pistas com qualidade excelente, média e ruim). Este estudo paramétrico conduziu às seguintes conclusões:

- A metodologia de análise desenvolvida para avaliação da influência da velocidade, do espaçamento e do número de veículos sobre a resposta dinâmica de pontes rodoviárias de concreto armado, segundo análise no domínio do tempo (modelo estatístico), apresenta-se consistente no que tange aos aspectos quantitativos e qualitativos da resposta, o que assegura confiabilidade aos resultados e conclusões obtidos neste estudo.
- Em geral os maiores valores dos fatores de amplificação máximos médios, para uma mesma obra de arte, foram obtidos por meio da travessia de comboios com poucos veículos.
- 3) A velocidade e o espaçamento entre os veículos também influenciam significativamente a resposta dinâmica do sistema veículo-ponte. Contudo, constata-se que não existe uma relação direta (relação linear) entre as grandezas da resposta (deslocamentos e esforços) em relação aos parâmetros de velocidade e espaçamento das viaturas.
- 4) Observa-se que existe uma variação não-linear nas curvas associadas à resposta dinâmica das pontes (deslocamentos e esforços), de acordo com a variação da velocidade e espaçamento entre os veículos, embora esses gráficos apresentem certa tendência de comportamento, ou seja: os maiores valores obtidos para as amplificações dinâmicas estão associados a velocidades mais baixas (entre 40km/h e 70km/h) e, também, aos maiores espaçamentos entre os veículos.
- 5) A consideração da qualidade do pavimento mostrou-se de grande importância na análise da resposta dinâmica das estruturas, pois os valores dos fatores de amplificação dinâmicos máximos médios (deslocamentos e esforços) crescem na razão direta do decréscimo de qualidade do pavimento. Em diversos casos, essas amplificações chegam mesmo a ultrapassar com

boa margem aos efeitos produzidos pela presença estática dos veículos sobre as pontes.

- 6) Ao longo do trabalho foi verificado que as ações mais severas transmitidas à superestrutura das pontes são ocasionadas pela ocorrência de irregularidades superficiais ao longo da pista de rolamento, correspondendo, em situações extremas, relacionadas a pavimentos de qualidade inferior, a valores da resposta bem mais elevados do que aqueles admitidos em projeto. Tal situação é bastante relevante e merece ser tratada com cuidado no âmbito das normas brasileiras que tratam da regulamentação desse tipo de estrutura (ABNT, 1984), (ABNT, 1987).
- 7) Convém chamar a atenção do leitor para o fato de que os projetistas desse tipo de estrutura devem atentar para o fato de que freqüências naturais do sistema veículo-viga podem coincidir com freqüências de travessia (ou de excitação), provenientes do comboio de veículos. Tal fato é relevante, pois pode provocar uma situação de ressonância. Evidentemente, sob essas condições, o tabuleiro atinge uma situação em que predomina a fase permanente da resposta, com repetições de valores extremos (amplificações elevadas), de interesse direto para uma análise de fadiga do material.
- 8) Cabe ressitar que a ressonância oriunda da travessia dos comboios de veículos sobre os tabuleiros das obras de arte depende, fundamentalmente, da velocidade e do espaçamento entre as viaturas. Tal fato não é levado e conta nas prescrições das normas brasileiras de projeto (ABNT, 1984), (ABNT, 1987).

# 7.3 Sugestões para Trabalhos Futuros

Existe um vasto campo a ser explorado com relação ao aprimoramento do estudo do comportamento de pontes rodoviárias submetidas a cargas dinâmicas, buscando fornecer os subsídios para que se possa conhecer de forma mais realista a resposta destas obras de arte quando submetidas às suas condições normais de uso. Sendo assim, são feitas as seguintes sugestões para prosseguimento deste trabalho de pesquisa:

- Implementar modelos tridimensionais para os veículos e, para as obras de arte, de forma a considerar o problema da interação dinâmica veículoestrutura, de maneira ainda mais realista;
- Estudar uma variação dos coeficientes de rigidez e amortecimento dos diversos tipos de veículo propostos nesta dissertação;
- Estudar outras obras de arte rodoviárias além da viga reta, tais como: pontes estaiadas, suspensas e em arco;
- Estudar variações em torno da função da densidade espectral do pavimento, obtida experimentalmente;
- Verificar as formulações apresentadas com estudo experimental de campo e de laboratório;
- Divulgar os resultados e conclusões do estudo feito para sensibilizar os órgãos e entidades vinculadas aos sistemas viários nacionais.

# **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. Projeto e execução de pontes de concreto armado e protendido - NBR 7187. 1987.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS, ABNT. Carga móvel em ponte rodoviária e passarela de pedestre – NBR 7188. Abril, 1984.

ALMEIDA, R. S. Análise de vibrações em pontes rodoviárias induzidas pelo tráfego de veículos sobre pavimentos irregulares. 2006. UERJ - Dissertação de Mestrado, RJ, 2006.

AMORIM, A. B. Avaliação da resposta dinâmica de pontes rodoviárias com pavimentos irregulares e comparação com a metodologia de projeto proposta pela NBR 7187. 2007. UERJ, Dissertação de Mestrado, RJ, 2007.

BENEVIDES, S. A. de S. E., *Modelos de desempenho de pavimentos asfálticos para um sistema de gestão de rodovias estaduais do Ceará*. Tese de D.Sc., COPPE/UFRJ, RJ, 2006

BRAMELD G. H AND D. P. THAMBIRATNAM, *Development of an analytical model for treating bridge-vehicle interaction*. 1997. Engineering Structures, Vol. 20, Nos 1-2, pp. 54-61, 1997

BRAUN, H. *Untersuchungen über Fahrbahnunebenheiten*. 1966. Deutsche Kraftfahrtforschung und Strassenverkehrstechnik. 1966.

BRAUN, H. *Untersuchungen von fahrbahnunebenheiten und anwendungen der ergebnisse.* 1969. Von der Fakültat für Maschinenbau und Elektrotechnik der Technischen Universität Carolo-Wilhelmina zu Braunschweig, Dissertation, 1969.

DODSS, J. C. & ROBSON, J. D, 1973. *The Description of road surface roughness.* Journal of Sound and Vibration. vol. 31, n. 2, pp.175-183.

FERREIRA, K. I. I. Avaliação do Critério para Cálculo dos Efeitos das Cargas móveis em pontes rodoviárias. 1991. PUC - Rio - Tese de Mestrado, RJ, 1991.

GRECO, A. and SANTINI, A. *Dynamic response o a flexural non-classically damped continuous beam under moving loadings*. 2002. Computers and Structures, Vol. 80, pp.1945–1953, 2002.

HENCHI, K., FAFARD, M., DHATT, G. and TALBOT, M. *Dynamic behaviour of multi-span beams under moving loads*. 1997. J. of Sound and Vibration, 199(1), 33-50, 1997.

INBANATHAN, B. M. J. and WIELAND, M. *Bridge vibrations due to vehicle moving over rough surface.* 1987. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 113, n<sup>o</sup> 9, pp.1994-2009, 1987.

LIU, C., HUANG, D. and WANG, T. *Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness.* 2002. Computers and Structures, 80, 1639-1650, 2002.

LAW, S. S. and ZHU, X. Q. Dynamic behavior of damaged concrete bridge structures under moving vehicular loads. 2004.

LAW, S. S. and ZHU, X. Q. Bridge dynamic responses due to road surface roughness and braking of vehicle. 2004.

LIU, C., HUANG, D. and WANG, T. *Analytical dynamic impact study based on correlated road roughness.* 2002. Computers and Structures, 80, 1639-1650, 2002.

MARTHA, L. F. F-TOOL - *Programa gráfico-Interativo para ensino de comportamento de estruturas.* 2002. PUC - Rio, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, versão 2.11, 2002.

MELO, E. S., Interação dinâmica veículo-estrutura em pequenas pontes rodoviárias. 2007. COPPE/UFRJ, Dissertação de Mestrado, RJ, 2007.

NASSIF, H. H. and LIU, M. *Analytical modeling of bridge-road-vehicle dynamic interaction system.* 2003. Journal of Vibration and Control, 10: 215-241, 2004.

PATERSON, W.D.O. "Road deterioration and maintenance Effects Models for *Planning and Management*". The World Bank, Baltimore, The Johns Hopkins University Press, 1987.

ROSSIGALI, C. E. Estudos Probabilísticos para Modelos de cargas móveis em pontes rodoviárias no Brasil, 2006. COPPE/UFRJ, Dissertação de Mestrado, RJ, 2006.

SANTOS, M. F. Contribuição ao estudo do efeito de combinaçãode veículos de carga sobre as pontes rodoviárias de concreto. 2003, Dissertação de Mestrado, Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP 2003.

SANTOS, E. F. Análise e Redução de Vibrações em Pontes Rodoviárias. 2007. COPPE/UFRJ, Tese de Doutorado, RJ, 2007.

SILVA, J. G. S. Análise dinâmica não-determinística de tabuleiros de pontes rodoviárias com irregularidades superficiais. 1996. PUC-Rio-Tese de Doutorado, RJ, 1996.

SILVA, J. G. S. Comportamento dinâmico de pontes rodoviárias à travessia de veículos sobre a superfície irregular do pavimento. 2002. Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño em Ingeniería, Vol.18, nº4, pp. 521-540, Espanha, 2002.

SILVA, J. G. S. Dynamical performance of highway bridge decks with irregular pavement surface. Computer & Structures, vol. 82 (11-12), pp. 871-881. 2004.

SILVA, J. G. S., ALMEIDA, R. S. *GDYNABT - programa para análise dinâmica, no dominio do tempo, de estruturas de pontes rodoviarias em viga reta.* 2005. UERJ, versão 2.1, 2005.

SAVIN, E. Dynamic amplification factor and response spectrum for the evaluation of vibrations of beams under successive moving loads. 2001. Journal of Sound and Vibration 248(2), 267-288, 2001.

SEDLACEK, G. and DROSNER, St. *Dynamik bei brücken*. 1990. Institut für Stahlbau, RWTH Aschen, Mies van der Rohe Str. 1, 5100, Aachen, U. Braunschweig, U. Hannover. 1990.

TIMOSHENKO, S. Vibration problems in engineering. 1964. 3rd Edition, D. Van Nostraud, 1964.

WANG, T. L. and HUANG, D. *Cable-stayed bridge vibrations due to road surface roughness.* 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, nº 5, pp.1354-1374, 1992.

WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. *Dynamic response of multigirder bridges*. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, pp.2222-2238, 1992.

WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. Impact analysis of continuous multigirder bridges due to moving vehicles. 1992. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 118, n° 12, pp.3427-3443, 1992.

WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. *Impact studies of multigirder concrete bridges.* 1993. ASCE, J. Struc. Engr., Vol. 119, n° 8, pp.2387-2402, 1993.

WANG, T. L., HUANG, D. and SHAHAWY, M. Dynamic behavior of slant-legged rigid

frame highway bridge. 1994.

YEONG-BIN YANG and YEAN-SENG WU, A versatile element for analyzing vehicle-

bridge interaction response. 2000. Engineering Structures 23, 452–469, 2000.

YSHIBA, J. K., *Modelos de desempenho de pavimentos: estudo de rodovias do Estado do Paraná.* Tese de D.Sc., Universidade de São Paulo - Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, SP, 2003

ZHANG, Q. L., VROUWENVELDER, A. and WANDNIER, J. *Dynamic amplifcation factors and EUDL of bridges under random traffic flows.* 2001. Engineering Structures, Vol.23, pp. 663–672, 2001.

# Livros Grátis

(<u>http://www.livrosgratis.com.br</u>)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração Baixar livros de Agronomia Baixar livros de Arquitetura Baixar livros de Artes Baixar livros de Astronomia Baixar livros de Biologia Geral Baixar livros de Ciência da Computação Baixar livros de Ciência da Informação Baixar livros de Ciência Política Baixar livros de Ciências da Saúde Baixar livros de Comunicação Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE Baixar livros de Defesa civil Baixar livros de Direito Baixar livros de Direitos humanos Baixar livros de Economia Baixar livros de Economia Doméstica Baixar livros de Educação Baixar livros de Educação - Trânsito Baixar livros de Educação Física Baixar livros de Engenharia Aeroespacial Baixar livros de Farmácia Baixar livros de Filosofia Baixar livros de Física Baixar livros de Geociências Baixar livros de Geografia Baixar livros de História Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura Baixar livros de Literatura de Cordel Baixar livros de Literatura Infantil Baixar livros de Matemática Baixar livros de Medicina Baixar livros de Medicina Veterinária Baixar livros de Meio Ambiente Baixar livros de Meteorologia Baixar Monografias e TCC Baixar livros Multidisciplinar Baixar livros de Música Baixar livros de Psicologia Baixar livros de Química Baixar livros de Saúde Coletiva Baixar livros de Servico Social Baixar livros de Sociologia Baixar livros de Teologia Baixar livros de Trabalho Baixar livros de Turismo