

CAROLINA RIBEIRO RODRIGUES

**Utilização da modelagem politópica para a avaliação da margem de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência**

Dissertação apresentada à Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica

Orientador: Rodrigo Andrade Ramos

São Carlos

2007

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

FOLHA DE JULGAMENTO

Candidata: Engenheira **CAROLINA RIBEIRO RODRIGUES**

Dissertação defendida e julgada em 26/07/2007 perante a Comissão Julgadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **RODRIGO ANDRADE RAMOS** (Orientador)  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

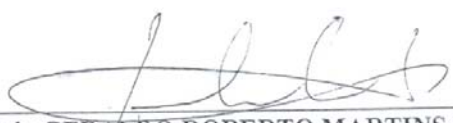
APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Titular **NEWTON GERALDO BRETAS**  
(Escola de Engenharia de São Carlos/USP)

Aprovado

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. **JOÃO LUIZ DIHL COMBA**  
(Universidade Federal do Rio Grande do Sul/UFRGS)

APROVADO

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Associado **GERALDO ROBERTO MARTINS DA COSTA**  
Coordenador do Programa de Pós-Graduação em  
em Engenharia Elétrica e  
Presidente da Comissão de Pós-Graduação da EESC

*À minha mãe Ana Isabel, ao meu pai Carlos Roberto, aos meus irmãos*

*Carlos e Lucas e à pequena Anna Liz.*

# Agradecimentos

Agradeço, acima de tudo, a Deus, que me concede esta e outras inumeráveis oportunidades de crescimento e coloca em meu caminho pessoas que me apóiam, me orientam, me instigam e com quem eu aprendo.

Ao professor Rodrigo Andrade Ramos, pela orientação científica e pessoal dispensada e pelo exemplo de paciência e calma.

Aos colegas Ricardo Vasques de Oliveira pelos ensinamentos concedidos ao longo desse trabalho e Rôman Kuiava pela ajuda e exemplo de serenidade.

Aos professores Luis Fernando Alberto, Luiz Gustavo Nonato, João Luiz Dihl Comba e Newton Geraldo Bretas pela colaboração na realização desse projeto.

Aos meus queridos pais Ana Isabel e Carlos Roberto pelo amor e apoio e aos meus irmãos Carlos e Lucas e cunhadas Tati e Clau pelo carinho e incentivo. À minha querida sobrinha Anna Liz pelo sopro de suavidade.

Às amigas Zanza, Nane, Lie, Camila, Letícia e Ana Paula pela amizade, companheirismo, paciência, presença diária e exemplos enriquecedores que contribuíram muito para o meu desenvolvimento pessoal e profissional. Também pelos momentos alegres e boas risadas compartilhadas. Aos demais amigos e colegas que, de alguma forma, estiveram presentes neste período. Aos fofos: Vítor e Maria Clara pela vivacidade e alegria.

Aos colegas do LACO: Raphael, Elmer, Nanni e Saulo pela ajuda; e aos demais integrantes pelo bom ambiente de trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro e a USP pelo ensino gratuito e de qualidade.

# Conteúdo

<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>i</b>
<b>Lista de Tabelas</b> .....	<b>ii</b>
<b>Lista de Símbolos</b> .....	<b>iii</b>
<b>Resumo</b> .....	<b>vi</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>viii</b>
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
<b>2 MODELAGEM DE UM SISTEMA DE POTÊNCIA</b> .....	<b>4</b>
2.1 Modelagem de uma Máquina Síncrona .....	4
2.2 Regulador de Tensão .....	7
2.3 Modelo da Rede de Transmissão e das Cargas .....	8
2.4 Redução da Rede de Transmissão .....	11
2.5 Modelo Máquina Versus Barramento Infinito .....	13
<b>3 ANÁLISE LINEAR E PROJETO DE CONTROLADORES PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA</b> .....	<b>16</b>
3.1 Modelo Linearizado .....	17

3.2	Tipos de Oscilações .....	20
3.3	Modelo Linear Heffron-Phillips .....	22
3.4	Projeto de Controladores Clássicos .....	24
3.5	Resposta em Malha Fechada .....	25
<b>4</b>	<b>PROPOSTA DO TRABALHALHO: UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM POLITÓPICA E ESTABILIDADE QUADRÁTICA NA ANÁLISE DE ROBUSTEZ DE ESTABILIDADE E DESEMPENHO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA .....</b>	<b>27</b>
4.1	Discussão da Necessidade de Robustez .....	27
4.2	Estabilidade .....	29
4.3	Índice de Desempenho .....	31
4.4	Modelagem Politópica .....	34
4.5	Estabilidade Quadrática .....	37
4.6	Proposta do Trabalho .....	40
	4.6.1 Passos Utilizados na Análise do Sistema Máquina Versus Barramento Infinito .....	41
	4.6.2 Passos Utilizados na Análise do Sistema New England/New York .....	45
<b>5</b>	<b>TESTES E RESULTADOS .....</b>	<b>49</b>
5.1	Modelo Máquina Versus Barramento Infinito .....	49
5.2	Construção do Politopo e Análise do Desempenho do PSS no	

Sistema SMIB .....	51
5.3 Aplicação a Sistemas de Grande Porte: o Sistema New England/ New York .....	52
5.4 Construção do Politopo e Análise do Desempenho dos Controladores no sistema New England/New York .....	55
<b>5 CONCLUSÕES DO TRABALHO E PERSPECTIVAS FUTURAS .....</b>	<b>58</b>
<b>APÊNDICE A .....</b>	<b>61</b>
<b>APÊNDICE B .....</b>	<b>65</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>76</b>



**Lista de Figuras**

2.1	Representação ilustrativa da máquina síncrona de dois pólos	5
2.2	Cálculo da posição do eixo q	9
2.3	Representação do sistema multimáquinas	11
2.4	Máquina conectada a um barramento infinito	14
3.1	Estrutura de controle do tipo rede de avanço-atraso	24
4.1	Setor canônico para posicionamento de pólos	32
4.2	Setor canônico para garantia de amortecimento mínimo	33
4.3	Fluxograma da seqüência de passos que descrevem os testes realizados no sistema SMIB	42
4.4	Curva de carga diária característica discretizada	43
4.5	Fluxograma da seqüência de passos que descrevem os testes realizados no sistema New England/New York	48
5.1	Diagrama unifilar do sistema SMIB	49
5.2	Pólos do sistema SMIB em malha aberta - Caso Base	50
5.3	Pólos do sistema SMIB em malha fechada - Caso Base	50
5.4	Pólos dos vértices do modelo politópico SMIB em malha fechada	52
5.5	Diagrama unifilar do modelo reduzido do sistema New England/New York	53
5.6	Pólos do sistema New England/New York em malha aberta - Caso Base	54
5.7	Pólos do sistema New England/New York em malha fechada - Caso Base	55

**Lista de Tabelas**

4.1	Pontos de operação do sistema New England/New York	47
5.1	Casos Estudados	56
A1	Módulo dos resíduos dos geradores para os modos de oscilações	58
A2	Ângulos dos geradores a serem referentes aos modos de oscilações	59
B1	Dados do sistema de transmissão do New England/New York	61
B2	Condição de operação do sistema New England/New York referente ao caso base	64
B3	Parâmetros dos Geradores do Sistema New Englando New York	67

## Lista de Símbolos

$\delta_i$  - ângulo do rotor do gerador do gerador  $i$ , [rad]

$\omega_i$  - velocidade angular do rotor do gerador  $i$ , [p.u.]

$\Delta\omega_i$  - desvio angular da velocidade do gerador  $i$ , [p.u.]

$\omega_0$  - velocidade síncrona, [rad/s]

$E'_{qi}$  - componente da tensão transitória ao longo do eixo direto do gerador  $i$ , [p.u.]

$E_{FDi}$  - tensão de campo do gerador  $i$ , [p.u.]

$H_i$  - constante de inércia do gerador  $i$ , [s]

$P_{mi}$  - potência mecânica de entrada do gerador  $i$ , [p.u.]

$x'_{di}$  - reatância transitória do eixo direto do gerador  $i$ , [p.u.]

$x'_{qi}$  - reatância transitória do eixo em quadratura do gerador  $i$ , [p.u.]

$I_{di}$  - componente do eixo direto da corrente do estator do gerador  $i$ , [p.u.]

$I_{qi}$  - componente do eixo em quadratura da corrente do estator do gerador  $i$ , [p.u.]

$V_{di}$  - componente do eixo direto da tensão no estator do gerador  $i$ , [p.u.]

$V_{qi}$  - componente do eixo em quadratura da tensão no estator do gerador  $i$ , [p.u.]

$x_{di}$  - a reatância síncrona do gerador  $i$ , [p.u.]

$\tau'_{doi}$  - constante de tempo transitória do gerador  $i$ , [p.u.]

$V_{Ti}$  - tensão terminal do gerador  $i$ , [p.u.]

$V_{refi}$  - tensão de referência para a barra terminal do gerador  $i$ , [p.u.]

$V_{Si}$  - entrada de controle do regulador do gerador  $i$ , [p.u.]

$K_{ei}$  - ganho do regulador de tensão do gerador  $i$

$T_{ei}$  - constante de tempo do regulador do gerador  $i$ , [s]

$\mathbf{I}$  - vetor com as correntes injetadas em cada barramento do sistema,

$\mathbf{V}$  - vetor com as tensões nestes barramentos

$\mathbf{Y}$  - matriz admitância modificada

$\mathbf{G}$  - parte real da matriz admitância

$\mathbf{B}$  - parte imaginária da matriz admitância

$\mathbf{K}_1$  a  $\mathbf{K}_6$  - parâmetros do modelo Heffron-Phillips, [p.u.]

$\mathbf{x}$  - vetor de estados do sistema

$\mathbf{u}$  - vetor de entradas do sistema

$\mathbf{y}$  - vetor de saídas do sistema

$\mu$  - variação paramétrica

$\lambda$  - autovalor

$\mathbf{v}$  - autovetor

$\sigma$  - fator de atenuação

$f$  - frequência em [Hz]

$\zeta$  - fator de amortecimento

$V$  - modulo da tensão do barramento infinito

$\delta$  - ângulo da tensão do barramento infinito

$K_{pss}$  - ganho do PSS clássico

$T_1$  e  $T_2$  - constantes de tempo do bloco avanço-atraso de fase do controlador

$T_w$  - constante de tempo do bloco *washout* do controlador

$\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{B}_c$  e  $\mathbf{C}_c$  - matrizes da realização de estados do controlador

$\theta$  - ângulo do setor canônico no posicionamento regional de pólos

$\zeta_0$  - amortecimento mínimo

$\Omega$  - conjunto politópico

$\alpha$  - vetor formado pelos elementos não variantes das matrizes  $\mathbf{A}$

$d$  - dimensão dos vetores  $\alpha$

$\Phi$  - autovetores à direita da matriz  $\mathbf{A}$

$\Psi$  - autovetores à esquerda da matriz  $\mathbf{A}$

$\mathbf{G}$  - função de transferência do sistema

$\mathbf{H}$  - função de transferência do controlador.

$\mathbf{R}$  - resíduos

## RESUMO

O presente trabalho propõe a utilização conjunta dos conceitos de modelagem politópica e estabilidade quadrática para avaliação da robustez de desempenho de estabilizadores de sistemas de potência (ou PSSs, do inglês, *Power System Stabilizers*). Controladores de amortecimento do tipo PSS têm sido amplamente utilizados em sistemas elétricos de potência desde o final da década de 60. A maioria destes estabilizadores que hoje estão em operação foi projetada segundo uma abordagem clássica, que envolve a linearização das equações do sistema em torno de um ponto de equilíbrio e controle através de um compensador de avanço-atraso de fase. Este procedimento de projeto é bastante difundido devido à facilidade do uso de tais técnicas e ao baixo custo de implementação. No entanto, uma das principais desvantagens inerentes a essa abordagem vem justamente da linearização, pois a validade do controle projetado fica restrita a uma vizinhança do ponto de operação no qual o sistema foi linearizado. Sendo assim, não há garantia formal de desempenho satisfatório do controlador, uma vez que as condições operativas do sistema variam normalmente ao longo do dia. Mesmo que o desempenho seja verificado, após o projeto, para pontos de operação diferentes daquele no qual foi feita a linearização (procedimento que é tipicamente empregado em estudos de estabilidade a pequenas perturbações), o mesmo estará garantido formalmente apenas nas proximidades dos pontos verificados. A presente pesquisa busca o preenchimento desta lacuna referente à falta de garantia formal de desempenho em condições não nominais de operação. Com o intuito de garantir formalmente a robustez de desempenho dos controladores, utilizou-se o conceito de estabilidade quadrática associado a uma modelagem politópica do sistema de potência para verificação do fator de amortecimento mínimo dentre todos os modos de oscilação do sistema (o qual é usualmente adotado em sistemas de

potência como critério de desempenho ou, equivalentemente, como indicador de margem de estabilidade a pequenas perturbações). A modelagem politópica é usada como alternativa para a obtenção de um modelo de sistema dinâmico que leva em conta as incertezas referentes ao ponto de operação. Neste tipo de modelagem, ao invés de se considerar apenas um ponto de operação nominal, leva-se em conta um conjunto particular de pontos de operação típicos do sistema (os quais compõem os vértices de um conjunto convexo, chamado de politopo). Posteriormente, com base no conceito de estabilidade quadrática, pode-se garantir que um controlador projetado para garantir um desempenho mínimo aos vértices de um politopo estenderá tal garantia também a qualquer ponto de operação que tiver uma descrição linearizada pertencente a este politopo. Os resultados obtidos demonstram que a associação desses dois conceitos fornece uma alternativa viável e vantajosa para a avaliação da robustez de estabilidade e desempenho em sistemas de potência. O procedimento proposto pode ser usado de maneira complementar ao cálculo de autovalores tipicamente empregado na indústria, estendendo a garantia formal de robustez a um conjunto mais amplo de pontos de operação.

## ABSTRACT

The present work proposes the joint use of polytopic modeling and quadratic stability concepts to evaluate the performance robustness of power systems stabilizers (or PSSs). PSS-type damping controllers have been widely used in electric power systems since the end of 6<sup>th</sup> decade of this century. The majority of these stabilizers, which are in operation nowadays, was designed according to a classical control approach. This method involves linearization of the system equations around an equilibrium point and control through a lead-lag phase compensator. This procedure has a widespread application in power systems due to the simplicity of the technique and the low implementation cost. However, one of the main disadvantages inherent to this method lies exactly in the linearization, since the validity of the designed control is restricted to a neighborhood of the operation point in which the linearization has been done. Since the system operating condition changes throughout the day, we cannot have a formal guarantee of a satisfactory controller performance. Even if the controller performance is checked for different operating points after the design, the performance will be formally guaranteed only in the neighborhoods of the verified points. The present research aims to fill this gap associated to the lack of a formal performance guarantee in an off-nominal operation condition. With the objective of formally guaranteeing the controller performance, the concept of quadratic stability, associated to a polytopic modeling of the system, was used to check the minimum damping factor among all system modes of oscillation (which is usually adopted in power systems as a performance criteria or, equivalently, as an index of small-signal stability margin). The polytopic modeling is used as an alternative to obtain the dynamic system model that accounts for the uncertainty in the operating point. In this type of modeling, instead of considering only one nominal operating



point, a particular set of typical system operating points is chosen (which will compose the vertices of a convex set, called polytope). Later, based on the quadratic stability concept, it is possible to guarantee that a controller designed to achieve a minimum performance index at the vertices of the polytopic set will extend this property to any operation point belonging to this set. The obtained results show that the association of these two concepts provides a viable and advantageous alternative for the evaluation of the stability and performance robustness in power systems. The proposed procedure can be used as a complement to the eigenvalue calculation used in the industry, extending the formal robustness guarantee to a broader set of operating points.

---

# Capítulo 1

## INTRODUÇÃO

Desde o início da operação interligada dos Sistemas Elétricos de Potência (SEPs), a estabilidade dos mesmos é vista como um problema de extrema relevância. Historicamente, o problema de estabilidade de maior foco e que dominou a atenção da indústria foi a estabilidade transitória. No entanto, com o crescimento dos sistemas de potência e de suas interconexões, o uso de novas tecnologias e a operação do sistema em altas condições de carregamento, diferentes formas de instabilidade surgiram, tais como a instabilidade de tensão e a instabilidade de frequência (Kundur *et al.*, 2004).

Outro tipo de instabilidade que têm recebido grande atenção por parte dos pesquisadores e engenheiros da área de SEP, desde o final da década de 1960, é a instabilidade de ângulo ocasionada por pequenas perturbações no ponto de operação do sistema. Este tipo de instabilidade está relacionado com oscilações eletromecânicas de baixa frequência, causadas por desbalanços transitórios entre os torques elétricos e mecânicos nas máquinas síncronas do sistema. A razão central para persistência deste problema desde a época mencionada é o fato de que os sistemas de potência estão operando cada vez mais próximos de seus limites devido a uma série de restrições ambientais e econômicas. Devido a essas restrições de operação, as não linearidades existentes no comportamento dos componentes do SEP passam a ser cada vez mais significativas e os controladores, em sua maioria projetada com uso de técnicas lineares clássicas, ficaram menos eficazes (Ramos, 2002).

Controladores de amortecimento do tipo PSS (do inglês, *Power System Stabilizer*) têm sido amplamente utilizados em SEP para o tratamento das oscilações mencionadas desde o final da década de 60, quando foram propostos por (DeMello e Concordia, 1969). Estes controladores fornecem amortecimento às oscilações eletromecânicas através de um sinal estabilizante adicionado ao regulador automático de tensão (ou AVR, do inglês, *Automatic Voltage Regulator*) do gerador.

No entanto, o procedimento de projeto proposto em (DeMello e Concordia, 1969) envolve conceitos baseados na teoria clássica de controle, a qual pode ser aplicada a sistemas não lineares (como é o caso dos modelos de SEP) a partir da linearização das equações do sistema em torno de um ponto de equilíbrio. Neste procedimento, o controle é feito através de um compensador de avanço-atraso. Tal procedimento de projeto é bastante difundido devido à facilidade do uso de tais técnicas e ao baixo custo de implementação.

Uma das desvantagens inerentes a essa abordagem vem justamente da linearização, pois a validade do controle projetado fica restrita a uma vizinhança do ponto de operação no qual o sistema foi linearizado. Ou seja, não há garantia formal de desempenho satisfatório do controlador uma vez que as condições operativas do sistema variam normalmente ao longo do dia. Esta característica do sistema dificulta a obtenção de um desempenho desejado para os controladores projetados por meio de técnicas de controle clássico (Rogers, 2000).

A presente pesquisa busca o preenchimento desta lacuna referente à falta de garantia formal de desempenho em condições não nominais de operação. Com o intuito de garantir formalmente a robustez de desempenho dos controladores, utilizou-se o conceito de estabilidade quadrática (Barmish, 1985) associado a uma modelagem politópica (Boyd *et al.*, 1994) do sistema de potência, para verificação do fator de amortecimento mínimo (o qual é usualmente adotado em sistemas de potência como critério de desempenho, ou, de maneira equivalente, como margem de estabilidade a pequenas perturbações).

---

A modelagem politópica é proposta neste trabalho como alternativa para a obtenção de modelos de sistemas dinâmicos capazes de levar em conta as variações existentes no ponto de operação do sistema. Neste tipo de modelagem, ao invés de se considerar apenas um ponto de operação nominal, utiliza-se um conjunto particular de pontos de operação típicos do sistema (os quais compõem os vértices de um conjunto convexo, chamado de politopo (Bronsted, 1983)). Posteriormente, com base no conceito de estabilidade quadrática, pode-se garantir que um controlador projetado para garantir um desempenho mínimo aos vértices de um modelo politópico estenderá tal garantia também a qualquer ponto de operação que tiver uma descrição linearizada pertencente a este modelo. Tal extensão é resultado direto da propriedade de convexidade do conjunto politópico.

Este texto está estruturado da seguinte forma<sup>1</sup>: o capítulo 2 apresenta a modelagem de sistemas de potência utilizada nesse trabalho; no capítulo 3 é mostrado a análise linear de sistemas e o projeto do controlador clássico (PSS). Ainda no capítulo 3 é feita uma breve explanação sobre os tipos de oscilações eletromecânicas; no capítulo 4 é introduzido o conceito de estabilidade e logo após é feita uma discussão sobre robustez. Também no capítulo 4 são apresentados os conceitos de modelagem politópica e estabilidade quadrática e por último é mostrada a proposta desse trabalho. Por fim, no capítulo 5, estão os resultados obtidos nos testes da pesquisa e no capítulo 6 estão as conclusões do trabalho.

---

<sup>1</sup> Optou-se por não incluir no início do texto uma revisão bibliográfica detalhada sobre o tema de pesquisa. As referências estão dispostas ao longo do texto de forma a serem citadas dentro do contexto ao qual cada capítulo se refere. Acredita-se que tal formatação contribua para uma maior clareza sobre a conexão entre as referências citadas e o presente trabalho.

## Capítulo 2

### MODELAGEM DE UM SISTEMA DE POTÊNCIA

O primeiro passo, comumente utilizado, para estudo de fenômenos que ocorrem em sistemas elétricos de potência é a modelagem matemática dos elementos que constituem este sistema. Devido à alta complexidade dessa tarefa, oriunda da grande quantidade e diversidade desses elementos, faz-se conveniente recorrer a considerações físicas e aproximações que permitam simplificar a modelagem de acordo com os interesses da pesquisa em questão.

O presente capítulo apresenta a modelagem dos componentes do sistema elétrico no estudo proposto, bem como as considerações e aproximações utilizadas para a obtenção destes. São apresentados os modelos das máquinas síncronas, dos reguladores de tensão, das cargas e da rede de transmissão. Por fim é apresentado a redução do modelo apresentado no modelo máquina versus barramento infinito.

#### 2.1 - Modelagem de uma Máquina Síncrona

Essencialmente, as máquinas síncronas são constituídas por um elemento estacionário, denominado estator, e um elemento fixo, denominado rotor. A bobina do circuito de campo, que é fixa ao rotor, é alimentada por uma corrente contínua. O movimento do rotor, em uma velocidade angular constante, faz com que o campo magnético gerado por este circuito induza

uma tensão aproximadamente senoidal na bobina do circuito de armadura, fixa ao estator da máquina.

Uma modelagem bastante utilizada para estudos de estabilidade é dada em (Anderson e Fouad, 1994). Tal modelo de sétima ordem tem detalhamento suficiente para o estudo proposto. Nesta modelagem, considera-se que a máquina em estudo seja representada pelo modelo equivalente de dois pólos, mostrado na figura 2.1, e admite-se que a mesma esteja em condições balanceadas durante os transitórios. A dinâmica do rotor é representada por duas variáveis de estado (posição e velocidade angular, com relação a uma referência síncrona) e os transitórios elétricos, tanto do rotor quanto do estator, são modelados através de circuitos equivalentes, utilizando-se a transformação de Park. O efeito do fluxo principal do rotor, induzido pela tensão de campo, é modelado por um destes circuitos, enquanto que os demais referem-se aos efeitos dos enrolamentos amortecedores e das correntes parasitas (que também causam amortecimento das eventuais oscilações provocadas por perturbações) no rotor.

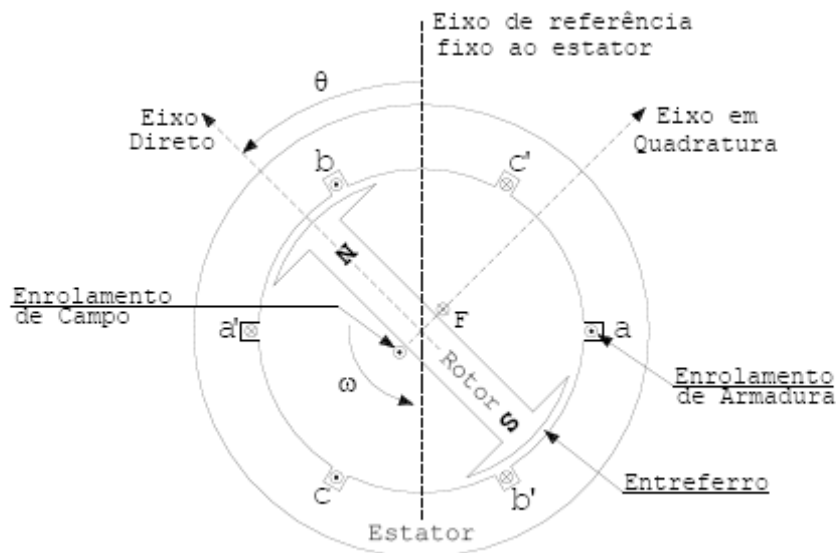


Figura 2.1 – Representação ilustrativa da máquina síncrona de dois pólos

Em estudos de oscilações de baixa frequência, são feitas simplificações sobre a modelagem de sétima ordem descrita anteriormente. O resultado é um modelo que, apesar de ser mais simples e mais facilmente tratado do ponto de vista computacional, é capaz de descrever com bastante precisão os comportamentos da máquina que são relevantes para o estudo de estabilidade. Tal modelo é denominado **modelo de um eixo**, e o detalhamento do processo de construção do mesmo pode ser obtido em (Anderson e Fouad, 1994) e (Ramos *et al.*, 2000). As equações diferenciais e algébricas, referidas aos eixos direto (d) e em quadratura (q)<sup>2</sup> da máquina i, que descrevem tal modelo são:

$$\dot{\delta}_i = \omega_o \omega_i - \omega_o \quad (2.1)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} \left[ P_{mi} - E'_{qi} I_{qi} - (x'_{di} - x'_{qi}) I_{di} I_{qi} \right] \quad (2.2)$$

$$E'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{doi}} \left[ E_{FDi} - E'_{qi} - (x_{di} - x'_{di}) I_{di} \right] \quad (2.3)$$

$$V_{qi} = E'_{qi} + x'_{di} I_{di} \quad (2.4)$$

$$V_{di} = -x'_{qi} I_{qi} \quad (2.5)$$

onde,  $\delta_i$  é o ângulo do rotor,  $\omega_i$  a velocidade angular do rotor,  $E'_{qi}$  a componente da tensão interna de eixo em quadratura proporcional ao fluxo do enrolamento de campo,  $V_{di}$  e  $V_{qi}$  são as componentes de eixo d e q da tensão no estator,  $\omega_o$  é a velocidade síncrona,  $H_i$  é a constante de inércia do gerador,  $P_{mi}$  é a potência mecânica de entrada do gerador,  $x'_{di}$  e  $x'_{qi}$  são as reatâncias transitórias de eixo d e q,  $I_{di}$  e  $I_{qi}$  são correntes do estator de eixo d e q,  $E_{FDi}$  é a tensão de campo,  $x_{di}$  é a reatância síncrona e  $\tau'_{doi}$  é a constante de tempo transitória.

<sup>2</sup> Através da transformação de Park, as equações da máquina podem ser referenciadas aos eixos d e q, que constituem um referencial girante. A vantagem desta representação é o fato de que alguns parâmetros da máquina (tais como as indutâncias próprias e mútuas entre estator e rotor) tornam-se constantes em relação a este referencial, o que introduz uma grande simplificação para a resolução das equações diferenciais do modelo.

Vale ressaltar que a dinâmica do enrolamento amortecedor é desprezada no conjunto de equações (2.1)-(2.5). Esta é uma consideração conservadora para estudos de análise da estabilidade a pequenas perturbações e projeto de controladores de amortecimento, pois o efeito provocado por estes enrolamentos é de fornecer amortecimento às oscilações originadas pelo desbalanço de potência da máquina. Além disso, geralmente, a potência mecânica é considerada como sendo constante para tais estudos de estabilidade. Isso porque as variações de  $P_m$  dependem da atuação dos reguladores de velocidade que, por sua vez, apresentam constantes de tempo elevadas o suficiente para que as variações da potência mecânica sejam insignificantes durante a faixa de tempo de análise das oscilações eletromecânicas. Dessa maneira, o modelo da turbina do gerador não é incluído na modelagem da máquina síncrona.

## 2.2 - Regulador de Tensão

Diferentes tipos de modelos de reguladores de tensão foram desenvolvidos desde que estes começaram a serem utilizados nos sistemas de potência. O regulador de tensão fornece uma ação corretiva proporcional ao desvio da tensão terminal da máquina em relação à tensão de referência  $V_{ref}$ . Neste trabalho foi utilizado o modelo padrão ST1 do IEEE, cuja equação resultante referente ao gerador  $i$  é:

$$\dot{E}_{FD} = \frac{1}{T_{ei}} [K_{ei}(V_{refi} - |V_{Ti}| + V_{Si}) - E_{FDi}] \quad (2.6)$$

onde:

$$\bar{V}_{Ti} = V_{qi} + jV_{di} \quad (2.7)$$



Na equação do regulador  $|V_{Ti}|$  é o módulo da tensão terminal,  $V_{refi}$  é a tensão de referência para a barra terminal,  $V_{si}$  é a entrada de controle do regulador e  $K_{ei}$  e  $T_{ei}$  são o ganho e a constante de tempo do regulador.

## 2.3 - Modelo da Rede de Transmissão e das Cargas

O comportamento das cargas do sistema elétrico de potência é bastante diversificado devido às diferenças de suas naturezas (indutivas, capacitivas e resistivas). Devido esta diversidade e ao grande número de elementos não lineares que compõem as cargas, a modelagem das cargas torna-se uma tarefa não trivial. No presente trabalho, as cargas serão modeladas como impedâncias constantes ligadas aos barramentos do sistema. Este artifício, além de simplificar o modelo final, garante que um processo de redução de rede (baseado num algoritmo de eliminação de Gauss) possa ser aplicado, para eliminar o conjunto de equações algébricas. Resultando assim num modelo constituído apenas por um conjunto de equações diferenciais na forma de espaço de estados.

A rede de transmissão conecta os geradores às cargas do sistema elétrico de potência com a finalidade de transportar energia elétrica entre estes. As variações transitórias das linhas de transmissão são muito mais rápidas do que as oscilações eletromecânicas do rotor e, portanto, tais transitórios podem ser desprezados. Com isso, a rede de transmissão pode ser modelada como um circuito estático passivo através da equação algébrica matricial do tipo  $\mathbf{I}=\mathbf{YV}$ , na qual  $\mathbf{I}$  é o vetor com as correntes injetadas em cada barramento do sistema,  $\mathbf{V}$  é um vetor com as tensões nestes barramentos e  $\mathbf{Y}$  é a matriz admitância modificada, que inclui as admitâncias constantes das cargas. Esta equação fornece, para cada barramento, uma tensão  $V_i|\underline{\beta}_i$  em relação à referência angular comum (denominada eixo Real). Dessa forma, nas

barras de geração, a posição do eixo q (e conseqüentemente o ângulo  $\delta_i$ ) da máquina é dada pela direção de uma tensão auxiliar  $E_{qd_i}$ , que pode ser facilmente calculada como mostrado na figura 2.2.

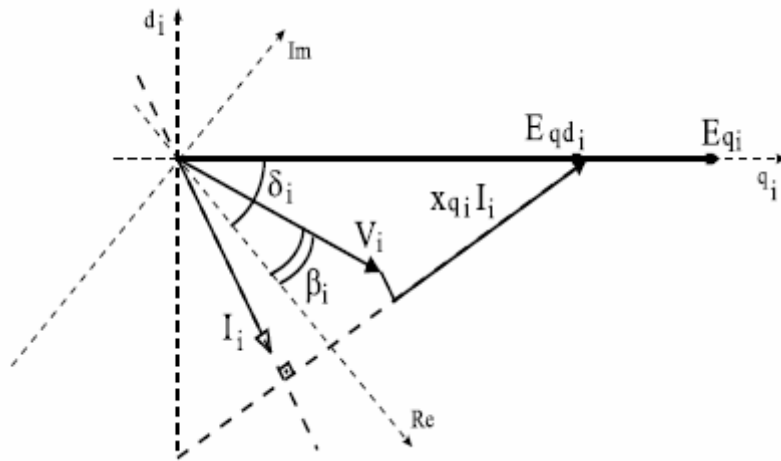


Figura 2.2 – Cálculo da posição do eixo q

Transportando as equações de cada máquina para a referência comum, obtém-se um novo conjunto de equações que ainda preserva a estrutura da rede de transmissão. Todavia, é necessário considerar  $x'_{qi} = x'_{di}$  em todas as máquinas, para possibilitar a representação do gerador na forma de um circuito equivalente contendo a tensão  $E'_{qi}$  atrás da reatância transitória  $x'_{di}$ . Feita esta aproximação e desprezando as resistências dos circuitos do estator, as equações para a máquina  $i$  do sistema são as seguintes:

$$\dot{\delta}_i = \omega_0 \omega_i - \omega_0 \quad (2.8)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2 \times H_i} \left[ P_{mi} - E'_{qi} I_{Ri} \cos(\delta_i) - E'_{qi} I_{Li} \sin(\delta_i) \right] \quad (2.9)$$

$$\dot{\mathbf{E}}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{doi}} \left[ \mathbf{E}_{FDi} - \mathbf{E}'_{qi} - (\mathbf{x}_{di} - \mathbf{x}'_{di}) \mathbf{I}_{Ri} \text{sen}(\delta_i) + (\mathbf{x}_{di} - \mathbf{x}'_{di}) \mathbf{I}_{Li} \text{cos}(\delta_i) \right] \quad (2.10)$$

$$\dot{\mathbf{E}}_{FD} = \frac{1}{T_{ei}} \left[ \mathbf{K}_{ei} (\mathbf{V}_{refi} - |\mathbf{V}_{Ti}| + \mathbf{V}_{si}) - \mathbf{E}_{FDi} \right] \quad (2.11)$$

$$\mathbf{V}_{Ri} = \mathbf{E}'_{qi} \text{cos}(\delta_i) + \mathbf{x}'_{di} \mathbf{I}_{Li} \quad (2.12)$$

$$\mathbf{V}_{Li} = \mathbf{E}'_{qi} \text{sen}(\delta_i) - \mathbf{x}'_{di} \mathbf{I}_{Ri} \quad (2.13)$$

sendo  $\mathbf{V}_{Ri}$  e  $\mathbf{V}_{Li}$  as partes real e imaginária, respectivamente, da tensão terminal (com os eixos real (Re) e imaginário (Im) dados pela figura 2.2 e  $\mathbf{I}_{Ri}$  e  $\mathbf{I}_{Li}$  as partes real e imaginária, respectivamente, da corrente do estator.

Passando a equação do regulador de tensão da unidade  $i$  para este sistema de referência angular, obtém-se:

$$\dot{\mathbf{E}}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} \left[ \mathbf{K}_{ei} \left( \mathbf{V}_{refi} - \sqrt{\mathbf{V}_{Ri}^2 + \mathbf{V}_{Li}^2} + \mathbf{V}_{si} \right) - \mathbf{E}_{FDi} \right] \quad (2.14)$$

Além disso, a equação  $\mathbf{I} = \mathbf{YV}$  da rede de transmissão estabelece que a corrente injetada em cada barramento do sistema é dada por:

$$\mathbf{I}_{Ri} + \mathbf{jI}_{Li} = \sum_{k=1}^{nb} \mathbf{Y}_{ik} (\mathbf{V}_{Rk} + \mathbf{jV}_{Lk}) \quad (2.15)$$

Na qual  $\mathbf{Y}_{ik} \in \mathbb{C}$  são elementos da matriz  $\mathbf{Y}$  e  $nb$  é o número total de barras do sistema.

Fica claro, neste sistema de referência de ângulo, a relação entre as equações diferenciais do gerador e as equações algébricas da rede de transmissão.

## 2.4 - Redução da Rede de Transmissão

O conjunto de equações que descrevem o comportamento do gerador síncrono com o regulador automático de tensão é composto por equações diferenciais e equações algébricas. No entanto, para possibilitar a aplicação da maioria das técnicas de controle atualmente utilizadas em sistemas de potência, a modelagem destes deve ser composta apenas por equações diferenciais. Pois tais técnicas, normalmente, utilizam representações na forma de espaço de estados. Dessa forma, as equações algébricas do modelo serão eliminadas, através da redução da rede de transmissão, e este passará a ser constituído apenas por um conjunto de equações diferenciais na forma de espaço de estados.

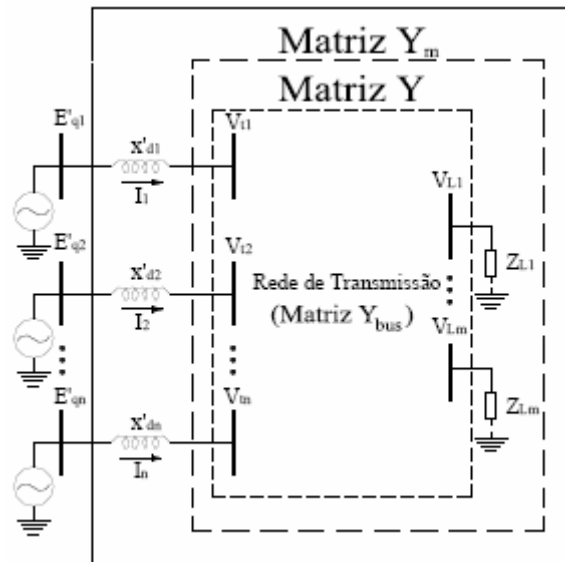


Figura 2.3 – Representação do sistema multimáquinas

Esta redução é feita agrupando as reatâncias transitórias dos geradores à matriz  $\mathbf{Y}$  definida anteriormente e suprimindo as barras do sistema por meio de um processo de

eliminação de Gauss. Este processo reduz a rede de transmissão às barras internas dos geradores, obtendo uma matriz admitância modificada  $\mathbf{Y}_m$ . A diferença entre a matriz  $\mathbf{Y}$  e a matriz  $\mathbf{Y}_m$  está esquematizada na figura 2.3:

Dessa forma, as expressões das correntes e potência ativa são funções apenas das variáveis de estado do modelo e dos parâmetros da rede (descritos pelos termos  $\mathbf{G}$  e  $\mathbf{B}$ ):

$$\mathbf{I}_{Ri} = \sum_{k=1}^n (\mathbf{E}'_{qk} \mathbf{G}_{ik} \cos(\delta_k) - \mathbf{E}'_{qk} \mathbf{B}_{ik} \text{sen}(\delta_k)) \quad (2.15)$$

$$\mathbf{I}_{Ii} = \sum_{k=1}^n (\mathbf{E}'_{qk} \mathbf{G}_{ik} \text{sen}(\delta_k) + \mathbf{E}'_{qk} \mathbf{B}_{ik} \cos(\delta_k)) \quad (2.16)$$

$$\mathbf{P}_{ei} = \mathbf{E}'_{qi} \sum_{k=1}^n \mathbf{E}'_{qk} (\mathbf{G}_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - \mathbf{B}_{ik} \text{sen}(\delta_k - \delta_i)) \quad (2.17)$$

onde  $\mathbf{G}_{ik}$  e  $\mathbf{B}_{ik}$  são as partes real e imaginária, respectivamente, do elemento  $\mathbf{Y}_{mik}$  da matriz  $\mathbf{Y}_m$  e  $n$  o número de geradores do sistema.

Substituindo as equações (2.15)-(2.17) nas equações de (2.8) a (2.14), encontra-se um novo conjunto de equações diferenciais que descrevem o gerador  $i$  no sistema reduzido:

$$\dot{\delta}_i = \omega_o \omega_i - \omega_o \quad (2.18)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} \left[ \mathbf{P}_{mi} - \left( \sum_{k=1}^n \mathbf{E}'_{qi} \mathbf{E}'_{qk} (\mathbf{G}_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i) - \mathbf{B}_{ik} \text{sen}(\delta_k - \delta_i)) \right) \right] \quad (2.19)$$

$$\dot{\mathbf{E}}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{doi}} \left[ \mathbf{E}_{FDi} - \mathbf{E}'_{qi} + (\mathbf{x}_{di} - \mathbf{x}'_{di}) \left( \sum_{k=1}^n \mathbf{E}'_{qk} (\mathbf{G}_{ik} \text{sen}(\delta_k - \delta_i) + \mathbf{B}_{ik} \cos(\delta_k - \delta_i)) \right) \right] \quad (2.20)$$

$$\dot{\mathbf{E}}_{FDi} = \frac{1}{T_{ei}} \left[ \mathbf{K}_{ei} (\mathbf{V}_{refi} - |\mathbf{V}_{Ti}| + \mathbf{V}_{si}) - \mathbf{E}_{FDi} \right] \quad (2.21)$$

$$\begin{aligned}
|V_{Ti}| = & \left[ \mathbf{E}'_{qi}{}^2 + 2\mathbf{E}'_{qi}\mathbf{x}'_{di} \sum_{k=1}^n \mathbf{E}'_{qk} \left( \mathbf{G}_{ik} \mathbf{sen}(\delta_k - \delta_i) + \mathbf{B}_{ik} \mathbf{cos}(\delta_k - \delta_i) \right) + \right. \\
& + (\mathbf{x}'_{di})^2 \sum_{k=1}^n \sum_{m=1}^n \mathbf{E}'_{qk} \mathbf{E}'_{qm} \left( \mathbf{G}_{ik} \mathbf{G}_{im} \mathbf{cos}(\delta_k - \delta_m) + \right. \\
& \left. \left. + \mathbf{B}_{ik} \mathbf{B}_{im} \mathbf{cos}(\delta_k - \delta_m) + 2\mathbf{G}_{ik} \mathbf{B}_{im} \mathbf{sen}(\delta_k - \delta_m) \right) \right]^{1/2}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

O conjunto de equações acima, que descreve um sistema de potência multimáquinas, será utilizado para o desenvolvimento deste trabalho. A complexidade do equacionamento não linear do sistema é um indicativo das dificuldades existentes para realizar o controle do mesmo, o que implica em abordagens envolvendo simplificações na fase do projeto de controladores.

Uma das simplificações mais comumente utilizadas é a linearização do conjunto de equações que descreve o sistema, em torno de um ponto de operação de interesse, a qual será discutida no Capítulo 3. Outra simplificação que também pode ser empregada é a utilização de um modelo do tipo Máquina versus Barramento Infinito. Esta simplificação é detalhada na seção seguinte.

## 2.5 – Modelo Máquina Versus Barramento Infinito

O sistema máquina versus barramento infinito (do inglês, Single Machine Versus Infinite Bus – SMIB) é uma alternativa ao sistema multimáquinas, que pode ser utilizada como modelo do sistema de potência para o estudo de determinados problemas. Quando este modelo é utilizado, consegue-se uma simplificação significativa no que diz respeito à formulação matemática e à ordem do modelo, o que torna tal modelo, na maioria das vezes, computacionalmente mais interessante que o modelo multimáquinas (Ford *et al*, 2006; Bandal *et al*, 2005; Shirai *et al*, 2003; Wang e Swift, 1997; Wenyan e Bollinger, 1989).

A utilização deste modelo é indicada apenas nos casos em que o sistema interligado é muito maior (em termos de potência fornecida às cargas) do que a máquina que se pretende estudar. Sua precisão também será melhor se a máquina em estudo estiver conectada radialmente ao sistema.

O modelo SMIB é composto por um gerador conectado a um barramento infinito através de uma linha de transmissão. O barramento infinito pode ser entendido como uma máquina que possui capacidade ilimitada de geração ou absorção de potência, tendo uma inércia infinita e uma impedância nula. Isso significa que a velocidade angular do barramento infinito é constante, independente da potência absorvida ou fornecida à rede por este, podendo portanto ser utilizada como referência para o sistema.

Uma representação geral do modelo SMIB é mostrada na figura 2.4. Os parâmetros desse modelo são obtidos calculando-se o equivalente de Thévenin na barra terminal do gerador especificado, o qual fornece os parâmetros  $x_e$  e  $V_\infty$  vistos na figura 2.4.

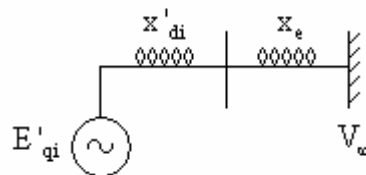


Figura 2.4 – Máquina conectada a um barramento infinito

A matriz de admitâncias do sistema SMIB é dado por:

$$Y_{\text{BUS}} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\mathbf{j}(x'_{di} + x_e)} & -\left(\frac{1}{\mathbf{j}(x'_{di} + x_e)}\right) \\ -\left(\frac{1}{\mathbf{j}(x'_{di} + x_e)}\right) & \frac{1}{\mathbf{j}(x'_{di} + x_e)} \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

Formulando as equações (2.18)-(2.22) para a nova  $Y_{BUS}$  obtém-se um novo conjunto de equações que descrevem o sistema SMIB:

$$\dot{\delta}_i = \omega_0 \omega_i - \omega_0 \quad (2.24)$$

$$\dot{\omega}_i = \frac{1}{2H_i} \left[ P_{mi} + \frac{E'_{qi} V_\infty}{x'_{di} + x_e} \text{sen}(\delta_\infty - \delta_i) \right] \quad (2.25)$$

$$\dot{E}'_{qi} = \frac{1}{\tau'_{doi}} \left[ E_{FDi} - E'_{qi} \left( 1 + \frac{x_{di} - x'_{di}}{x'_{di} + x_e} \right) + \left( \frac{x_{di} - x'_{di}}{x'_{di} + x_e} \right) V_\infty \cos(\delta_i - \delta_\infty) \right] \quad (2.26)$$

$$\dot{E}_{FD} = \frac{1}{T_{ei}} \left[ K_{ei} (V_{refi} - |V_{Ti}| + V_{si}) - E_{FDi} \right] \quad (2.27)$$

onde:

$$|V_{Ti}| = \frac{1}{x'_{di} + x_e} \sqrt{(E'_{qi})^2 (x_e)^2 + (V_\infty)^2 (x'_{di})^2 + 2E'_{qi} V_\infty x'_{di} x_e \cos(\delta_\infty - \delta_i)} \quad (2.28)$$

O modelo SMIB, como salientado anteriormente, é composto por uma máquina conectada a um barramento infinito através de uma linha. Portanto, em comparação ao sistema multimáquinas, ele possui dimensão muito menor, viabilizando o uso de certas análises computacionais. No presente trabalho, o sistema SMIB foi utilizado como uma alternativa para viabilizar o uso do algoritmo *Quickhull*, conforme será explicado no capítulo 5.



## Capítulo 3

# ANÁLISE LINEAR E PROJETO DE CONTROLADORES PARA SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Para se analisar um sistema dinâmico e determinar sua resposta a pequenas perturbações nas condições de equilíbrio é necessário um modelo matemático preciso que descreva de forma satisfatória as características (de interesse) do sistema a ser estudado. No entanto, deve existir um compromisso entre a precisão fornecida pelo modelo e sua complexidade, para evitar que o tratamento computacional seja inviabilizado.

Dentre as diversas metodologias existentes no âmbito de análise e projeto de sistemas não lineares, uma bastante utilizada é a linearização do sistema em torno de um ponto de equilíbrio. Essa abordagem leva em consideração que as perturbações ocorridas não afastam o sistema significativamente do seu ponto de operação original (desde que este ponto de operação seja estável). A partir da aproximação linearizada, pode-se analisar a equação matricial resultante e assim obter informações qualitativas a respeito da estabilidade do sistema não linear, lembrando que essas informações são válidas apenas numa vizinhança do ponto de equilíbrio no qual o sistema foi linearizado.

Esta abordagem linearizada geralmente leva a procedimentos de análise e projeto mais simples do que aqueles baseados em técnicas não lineares. Como as perturbações consideradas neste trabalho atendem o requisito de não afastar significativamente o sistema

do ponto de operação, a abordagem linearizada do sistema é apropriada para os estudos pretendidos.

Neste capítulo, um procedimento para análise da resposta de sistemas de potência a pequenas perturbações é apresentado. Comenta-se também sobre o projeto de controladores para estabilizar sistemas que tenham tal resposta instável em malha aberta.

### 3.1 - Modelo Linearizado

Considere que o sistema autônomo não-linear no espaço de estado n-dimensional:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(\mathbf{t}), \boldsymbol{\mu}), \quad \mathbf{x}(\mathbf{0}) = \mathbf{x}_0 \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{x}(\mathbf{t}) \in \mathbf{R}^n$  é o vetor de estados,  $\mathbf{x}(\mathbf{0})$  é a condição inicial e  $\boldsymbol{\mu}$  é a variação paramétrica, seja uma representação de algum dos modelos de sistema de potência construídos no capítulo anterior (modelo multimáquinas ou SMIB).

Admitindo-se que  $\mathbf{x}_0$  é um ponto de equilíbrio (ou seja,  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0} \rightarrow \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$ ) e definindo-se  $\Delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_0$ , pode-se expandir  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu})$  em série de Taylor em torno do ponto de equilíbrio  $\mathbf{x}_0$ :

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}) \cong \mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\mu}) + \left. \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_0} (\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \dots \quad (3.2)$$

Levando-se em conta que  $\mathbf{f}(\mathbf{x}_0, \boldsymbol{\mu}) = \mathbf{0}$  e admitindo-se que nenhuma trajetória de (3.1) se afasta significativamente do ponto de equilíbrio  $\mathbf{x}_0$ , tem-se que os termos de ordem superior a 1 podem ser desprezados, reduzindo-se a equação (3.2) a  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu}) \cong \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \Delta \mathbf{x}$  onde  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  é a matriz Jacobiana de  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, \boldsymbol{\mu})$  calculada em  $\mathbf{x}_0$ . Além disso,

$\Delta \dot{\mathbf{x}} = \frac{d}{dt}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = \dot{\mathbf{x}} - \dot{\mathbf{x}}_0 = \dot{\mathbf{x}}$ . Portanto, uma representação aproximada de (3.1) em uma vizinhança de  $\mathbf{x}_0$  pode ser descrita por:

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \Delta \mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad (3.3)$$

Da teoria de sistemas lineares, sabe-se que a resposta do sistema (3.3) pode ser caracterizada através dos autovalores e autovetores da matriz  $\mathbf{A}$ .

**Definição 3.1:** Um número complexo  $\lambda$  é chamado de autovalor da matriz real  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \in \mathbf{R}^{n \times n}$  se existe um vetor não-nulo  $\mathbf{v} \in \mathbf{R}^n$  tal que  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{v} = \lambda \mathbf{v}$  seja satisfeito.

Com base na definição acima e considerando que a matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  não apresenta autovalores com multiplicidade maior que 1, a solução do sistema (3.3) para uma condição inicial  $\mathbf{x}_0$  é dada por:

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (3.4)$$

onde  $\mathbf{c}_i \in \mathbf{R}$  e  $\mathbf{v}_i$  é o autovetor associado ao respectivo autovalor  $\lambda_i$  da matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$ .

Pode ser demonstrado facilmente que a equação (3.4) é solução de (3.3). Para tanto, veja que

$$\mathbf{x}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \rightarrow \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (3.5)$$

e que

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{x}(\mathbf{t}) \rightarrow \dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \quad (3.6)$$

Portanto

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} = \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \sum_{i=1}^n \mathbf{c}_i \mathbf{v}_i e^{\lambda_i t} \rightarrow \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbf{v}_i = \sum_{i=1}^n \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) \mathbf{v}_i \quad (3.7)$$

A equação (3.7) mostra que (3.4) é solução de (3.3), desde que  $\lambda_i$  seja um autovalor da matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  e  $\mathbf{v}_i$  seja o seu respectivo autovetor associado.

Sendo assim, o cálculo dos autovalores e autovetores da matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  possibilita a obtenção de uma base para as soluções de (3.3). Ao fazer-se uma análise da equação (3.4) vê-se que a estabilidade do sistema linear invariante no tempo (3.3) é caracterizada pela posição dos autovalores da matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  no plano complexo. Se os autovalores estiverem posicionados no semiplano esquerdo aberto do plano complexo (ou seja, tiverem parte real negativa), a resposta do sistema será atenuada pelos termos  $e^{\lambda_i t}$  e todas as trajetórias de  $\mathbf{x}(t)$  irão convergir para a origem do sistema linearizado (3.3) (correspondente ao ponto de equilíbrio  $\mathbf{x}_0$  do sistema não linear (3.1)) à medida que  $t \rightarrow \infty$ . Se a parte real de algum dos autovalores  $\lambda_i$  for positiva, o respectivo termo  $e^{\lambda_i t}$  introduzirá um crescimento exponencial na resposta, caracterizando um sistema instável.

Cada autovalor  $\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$  é denominado um “modo de resposta” ou um “modo de oscilação” (caso tenha parte imaginária diferente de zero) do sistema (3.3). A parte real do autovalor, conforme mencionado, está relacionada com o crescimento ou decaimento exponencial da resposta. Já a parte imaginária fornece a frequência de oscilação do respectivo modo. Essa frequência é dada em Hz por

$$\mathbf{f}_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (3.8)$$

O fator de amortecimento  $\zeta_i$  de um autovalor  $\lambda_i$  é dado por

$$\zeta_i = \frac{-\sigma_i}{\sqrt{\sigma_i^2 + \omega_i^2}} \quad (3.9)$$

o que estabelece um compromisso entre a frequência de oscilação de um modo e seu respectivo decaimento. Pode-se observar em (3.9) que altos valores de  $\zeta_i$  indicam que a parte imaginária do respectivo autovalor é pequena em relação à sua parte real. Dessa forma, oscilações bem amortecidas em frequências mais altas tendem a desaparecer mais rapidamente da resposta. Será visto no capítulo 4 que o fator de amortecimento  $\zeta_i$  pode ser usado para definir uma margem de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência.

### 3.2 - Tipos de Oscilações

As seções anteriores apresentaram os fundamentos matemáticos para a análise da resposta de um sistema de potência a pequenas perturbações através de modelos linearizados. Pode-se, além disso, interpretar as informações fornecidas pelos autovalores e autovetores do ponto de vista físico, classificando as oscilações descritas por tais autovalores de acordo com sua natureza e identificando os geradores ou grupos de geradores que oscilam uns contra os outros.

As pequenas variações nas cargas do sistema, que ocorrem continuamente ao longo do dia, podem excitar os modos de oscilação que são intrínsecos aos sistemas de potência. Tais modos de oscilação, chamados usualmente de oscilações eletromecânicas de baixa frequência, podem ser observados no sistema como oscilações nos ângulos e velocidades dos rotores das máquinas e oscilações nos fluxos de potência ativa das linhas, com frequência situada na faixa

---

aproximada entre 0,1 e 2 Hz. Uma classificação amplamente aceita hoje em dia divide estas oscilações em:

**a) Modos Locais:** Ocorrem tipicamente na faixa de 0,7 e 2 Hz e são caracterizados pela oscilação de um gerador isolado contra o resto do sistema de potência. Neste modo, o impacto das oscilações está localizado no gerador e na linha que conecta este à rede (Pal e Chaudhuri, 2005).

**b) Modos Inter-área:** Este fenômeno é observado em uma grande parte da rede. Ele envolve um grupo de geradores oscilando coerentemente contra outro grupo em uma área diferente, ocorrendo tipicamente na faixa de 0,1 a 0,7 Hz.

O modo inter-área envolve várias partes do sistema com comportamento dinâmico fortemente não linear. A característica do amortecimento do modo inter-área está ligada à capacidade de transmissão da linha de interligação participante do modo, à natureza das cargas do sistema e do fluxo de potência na conexão e na interação das cargas com a dinâmica dos geradores e seus controles associados (Pal e Chaudhuri, 2005).

Além destes, outros modos de oscilação podem estar presentes nos sistemas, como por exemplo, os **modos intra-plantas, modos torcionais, modos de controle, modos das excitatrizes e ressonância subsíncrona**. Os **modos intra-planta** podem ocorrer quando utiliza-se o modelo de um gerador equivalente para representar unidades com várias máquinas no projeto de controladores de amortecimento (Rogers, 2000). Os **modos torcionais, de controle** ou **das excitatrizes** são causados pela interação dos controladores, quando estes são projetados de maneira inadequada, com a dinâmica do eixo do conjunto turbo-gerador e com o sistema de excitação (Kundur, 1994). Já a **ressonância subsíncrona** está associada à utilização da compensação série capacitiva nas linhas de transmissão (Tavares, 2005).

Cada uma dessas oscilações mencionadas pode ocorrer em condições particulares de operação do SEP. No entanto, é importante que os controladores projetados para amortecer tais oscilações o façam de maneira satisfatória, qualquer que seja o ponto de operação do sistema. Tal conceito é usualmente conhecido como robustez a variações no ponto de operação, e será o tema do capítulo seguinte.

Conforme comentado anteriormente, a formulação não linear (3.1) aplica-se aos modelos de sistemas de potência descritos no capítulo anterior. Sendo assim, toda a teoria descrita nesta seção é também aplicável a tais modelos, seja o modelo multimáquinas ou o modelo SMIB. No entanto, modelos multimáquinas de sistemas de grande porte apresentam geralmente um elevado número de variáveis de estado, de forma que as representações linearizadas associadas aos mesmos são de grande dimensão. Sob certas condições, pode ser mais vantajoso trabalhar com a simplificação fornecida pelo modelo SMIB, de menor dimensão e portanto apresentando maior facilidade para o tratamento computacional. A seção seguinte apresenta um modelo linearizado derivado do modelo SMIB.

### **3.3 - Modelo Linear Heffron-Phillips**

O modelo linear Heffron-Phillips é obtido através da aplicação da linearização por série de Taylor ao modelo SMIB não linear. Esta técnica apresenta algumas vantagens, tais como a redução da dimensão do modelo e a possibilidade de aplicação de técnicas lineares de controle. Após a linearização, as equações do modelo SMIB podem ser expressas na forma matricial

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\delta}_i \\ \Delta \dot{\omega}_i \\ \Delta \dot{E}'_{qi} \\ \Delta \dot{E}_{FDi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \omega_0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\frac{\mathbf{K}_1}{2H_i} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{K}_2}{2H_i} & \mathbf{0} \\ -\frac{\mathbf{K}_4}{\tau'_{doi}} & \mathbf{0} & -\frac{1}{\mathbf{K}_3 \tau'_{do}} & \frac{1}{\tau'_{doi}} \\ -\frac{\mathbf{K}_{ei} \mathbf{K}_5}{\mathbf{T}_{ei}} & \mathbf{0} & -\frac{\mathbf{K}_{ei} \mathbf{K}_6}{\mathbf{T}_{ei}} & -\frac{1}{\mathbf{T}_{ei}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_i \\ \Delta \omega_i \\ \Delta E'_{qi} \\ \Delta E_{FDi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{K}_{ei}}{\mathbf{T}_{ei}} \end{bmatrix} \Delta V_s \quad (3.10)$$

onde  $P_{mi}$  e  $V_{refi}$  são admitidos constantes e os coeficientes  $\mathbf{K}_1$  a  $\mathbf{K}_6$  são expressos por:

$$\mathbf{K}_1 = \frac{E'_{qi0} V}{x'_{di} + x_e} \cos(\delta_{i0} - \delta) \quad (3.11)$$

$$\mathbf{K}_2 = \frac{V}{x'_{di} + x_e} \text{sen}(\delta_{i0} - \delta) \quad (3.12)$$

$$\mathbf{K}_3 = \frac{x'_{di} + x_e}{x_{di} + x_e} \quad (3.13)$$

$$\mathbf{K}_4 = \frac{(x_{di} - x'_{di}) V}{x'_{di} + x_e} \text{sen}(\delta_{i0} - \delta) \quad (3.14)$$

$$\mathbf{K}_5 = -\frac{x'_{di}}{x'_{di} + x_e} \frac{E_{qi0}}{|V_{Ti0}|} V \text{sen}(\delta_{i0} - \delta) \quad (3.15)$$

$$\mathbf{K}_6 = -\frac{x_e}{x'_{di} + x_e} \frac{E_{qi0}}{|V_{Ti0}|} \quad (3.16)$$

Caso a matriz de estados em (3.10) apresente autovalores com parte real positiva ou com baixo fator de amortecimento, deve-se projetar controladores para aumentar o amortecimento das oscilações referentes a estes autovalores, melhorando assim a margem de estabilidade a pequena perturbação do sistema (Gomes e Portela, 2003). A seção seguinte contém alguns comentários a respeito do projeto de tais controladores.



### 3.4 – Projeto de Controladores Clássicos

Atualmente, o uso das técnicas de controle clássico é predominante em projetos de controladores no sistema de potência. Essas técnicas permitem a análise de estabilidade e projeto de controladores para os modelos linearizados apresentados nas seções anteriores. A primeira metodologia de projeto de controladores de amortecimento em sistema de potência foi proposta em (DeMello e Concordia, 1969) sendo baseada na compensação de fase no domínio da frequência. Neste trabalho, os autores mostraram que o torque elétrico ocasionado pelo desbalanço de potência de uma máquina síncrona poderia ser decomposto em duas componentes: **torque de amortecimento**, em fase com o desvio da velocidade angular da máquina e, o **torque sincronizante** em fase com o desvio angular do rotor. A estabilidade de um sistema de potência depende da existência de ambas componentes de torque para cada máquina síncrona do sistema (Kundur *et al.*, 2004).

O controlador proposto em (DeMello e Concordia, 1969) tem por objetivo produzir uma componente de torque elétrico em fase com o desvio da velocidade angular, de modo que seja fornecido torque de amortecimento ao sistema. O sinal estabilizante gerado por esse controlador é adicionado a uma entrada do regulador automático de tensão do gerador. A estrutura deste controlador é mostrada na figura 3.3.

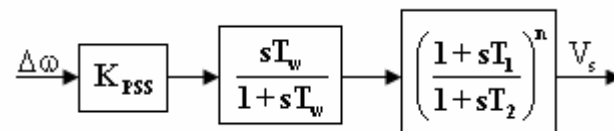


Figura 3.1 – Estrutura de controle do tipo rede de avanço-atraso

A estrutura deste controlador é composta por um ganho de realimentação, um bloco *washout* (cuja função é eliminar a ação de controle durante o regime permanente) e blocos de avanço-atraso de fase utilizados para compensar o atraso de fase que ocorre entre a aplicação da entrada  $V_s$  e o efeito produzido pela mesma no balanço de potências da máquina.

O problema de projeto de tal controlador é calcular os parâmetros dos blocos de avanço-atraso de fase, do bloco washout e do ganho de realimentação de tal modo que o controlador possa fornecer uma compensação de fase adequada para uma faixa de frequências de interesse (a qual está relacionada à frequência de oscilação dos modos). No presente trabalho, para cálculo dos parâmetros dos controladores, foi utilizado a metodologia apresentada em (Sadikovic *et al.*, 2005) a qual é baseada na análise de resíduos.

### 3.5 – Resposta em Malha Fechada

Conforme comentado anteriormente, o conjunto de equações (2.18)-(2.21) que compõem o modelo multimáquinas ou o conjunto (2.24)-(2.27) que compõem o modelo SMIB podem ser linearizados e descritos da seguinte forma matricial:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \quad (3.17)$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad (3.18)$$

sendo  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^n$  o vetor de estados do sistema,  $\mathbf{u} \in \mathbf{R}^p$  o vetor de entradas do sistema (onde são adicionados os sinais de controle) e  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^q$  é o vetor de saídas do sistema (utilizado como entrada para os controladores). Quando se utiliza o modelo Heffron-Phillips, temos  $p = q = 1$  e as matrizes  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$  e  $\mathbf{B}$  são dadas pelos respectivos termos em (3.10).

Se for utilizado o desvio de velocidade angular como entrada do controlador, conforme mostrado na figura 3.3, a matriz  $\mathbf{C}$  é construída de forma a selecionar esta variável de estado como saída em (3.18).

O controlador de amortecimento empregado neste trabalho tem uma estrutura de realimentação de saída descrita pelo conjunto de equações no espaço de estados:

$$\dot{\mathbf{x}}_c(\mathbf{t}) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}_c(\mathbf{t}) + \mathbf{B}_c \mathbf{y}(\mathbf{t}) \quad (3.19)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}_c(\mathbf{t}) \quad (3.20)$$

onde  $\mathbf{x}_c \in \mathbf{R}^m$  é o vetor de estados do controlador.

O sistema em malha fechada, composto pela junção dos conjuntos de equações (3.17), (3.18), (3.19) e (3.20), pode ser representado por:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathbf{t}) = \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\mu}) \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) \quad (3.21)$$

sendo,

$$\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\mu}) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\boldsymbol{\mu}) & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ \mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde as matrizes  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\mu})$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{C}$  são obtidas através da linearização do modelo multimáquinas para uma condição operativa específica,  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^{n+m}$  é o vetor que contém os estados do sistema e do controlador e  $\mathbf{A}_c$ ,  $\mathbf{B}_c$  e  $\mathbf{C}_c$  são as matrizes a serem determinadas pela técnica de controle adotada. Esta representação do sistema em malha fechada constitui a modelagem que será utilizada ao longo deste trabalho.

---

## Capítulo 4

# PROPOSTA DO TRABALHO: UTILIZAÇÃO DA MODELAGEM POLITÓPICA E ESTABILIDADE QUADRÁTICA NA ANÁLISE DE ROBUSTEZ DE ESTABILIDADE E DESEMPENHO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

### 4.1 - Discussão da Necessidade de Robustez

Um dos maiores problemas de projeto de controladores baseado na linearização do sistema é que a eficiência do controlador fica restrita apenas a uma vizinhança do ponto de operação. No entanto, os sistemas podem estar sujeitos a variações em seu ponto de operação devido a perturbações ou a variações na carga. Conforme variam as condições operativas do sistema, pode ocorrer uma degradação do desempenho destes controladores projetados pela metodologia proposta por (DeMello e Concordia, 1969) os quais são projetados com base em apenas um ponto de operação do sistema.

Atualmente, o procedimento utilizado para tratar da robustez dos controladores (chamado usualmente de sintonia) é baseado no ajuste dos parâmetros destes e é realizado em uma etapa posterior ao projeto. Este procedimento, além de ser apenas empírico, necessita de

uma vasta experiência por parte do projetista. No entanto, esta prática não fornece garantia formal de robustez para o sistema.

Assim sendo, para que se possa garantir um desempenho satisfatório, é necessário avaliar a atuação destes controladores através da aplicação de uma técnica que forneça garantia formal de robustez em relação à variação do ponto de operação. Uma das abordagens possíveis para a consideração da robustez no projeto de controladores lineares é a descrição das variações nas condições operativas do sistema como incertezas sobre uma planta nominal. Dessa forma, o controle projetado deve estabilizar não mais um único modelo, mas todo um conjunto de modelos gerados pela modelagem das incertezas.

O modelo politópico é uma alternativa para a modelagem de incertezas em sistemas elétricos de potência. Neste modelo o sistema é linearizado em diversos pontos de operação, os quais correspondem aos vértices do modelo politópico. De tal modo, o controlador é projetado não somente para uma condição operativa específica, mas para todo um conjunto de pontos que formam o politopo.

Nas seções posteriores será mostrado que a modelagem politópica, juntamente com o conceito de estabilidade quadrática, confere uma alternativa para a verificação da robustez de estabilidade e desempenho do sistema, a qual se estende para todo o politopo a partir da verificação feita para seus vértices. Esta técnica requer a solução de um conjunto finito de desigualdades matriciais lineares, ou LMIs (do Inglês, *Linear Matrix Inequalities*). Para resolução de tal problema existem atualmente algoritmos bastante rápidos e com boa precisão numérica (disponíveis, por exemplo, nos *toolboxes SeDuMi, SDPT3 e LMI Control Toolbox* do aplicativo MATLAB). Uma grande vantagem do uso de LMIs vem da possibilidade de encontrar uma solução numérica para problemas que não apresentam solução analítica ou com solução analítica de difícil obtenção.

Estes algoritmos de resolução trabalham com LMIs numa forma denominada canônica (caso a LMI seja fornecida em uma forma diferente, o algoritmo realiza uma conversão para esta forma canônica antes de iniciar o processo de resolução). A forma canônica de uma LMI pode ser definida como se segue (Boyd *et al.*, 1994).

**Definição 4.1:** Uma desigualdade matricial linear (ou LMI) tem a seguinte forma canônica:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}_0 + \sum_{i=1}^m x_i \mathbf{F}_i > \mathbf{0} \quad (4.1)$$

onde  $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  é o vetor de variáveis de decisão e  $\mathbf{F}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$  para  $i = 1, \dots, m$ , são matrizes simétricas conhecidas.

A LMI  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) > \mathbf{0}$  deve ser definida positiva, ou seja,  $\mathbf{x}^T \mathbf{F}(\mathbf{x}) \mathbf{x} > \mathbf{0}$  para todo  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$ . Em algumas aplicações é possível encontrar a LMI (4.1) na forma semidefinida positiva  $\mathbf{F}(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}$ . Quando se trabalha com múltiplas LMIs como uma única LMI estendida, usando matrizes diagonais em blocos, a seguinte formulação pode ser utilizada:

$$\mathbf{F}_1(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0}, \dots, \mathbf{F}_k(\mathbf{x}) \geq \mathbf{0} \Leftrightarrow \mathbf{diag}(\mathbf{F}_1(\mathbf{x}), \dots, \mathbf{F}_k(\mathbf{x})) \geq \mathbf{0} \quad (4.2)$$

A seção seguinte apresenta como a estabilidade de um sistema linear invariante no tempo pode ser garantida a partir da resolução de uma LMI bastante conhecida: a Desigualdade de Lyapunov.

## 4.2 - Estabilidade

A estabilidade da resposta de um sistema linear invariante no tempo pode ser expressa simplesmente pela condição necessária e suficiente que todos os autovalores possuam parte

real negativa, como foi mostrado na seção 3.1. Por outro lado, uma maneira alternativa de determinar a estabilidade de um sistema linear é através da teoria desenvolvida por Lyapunov para sistemas lineares. Este trabalho utiliza algumas propriedades desta caracterização alternativa para formalizar uma garantia de robustez para a operação do sistema de potência, como será visto posteriormente neste capítulo.

Nesta seção, será considerado o sistema na forma:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(t) = \tilde{\mathbf{A}}\tilde{\mathbf{x}}(t) \quad (4.3)$$

onde  $\tilde{\mathbf{x}} \in \mathbf{R}^{n+m}$  e  $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m)}$  é uma matriz precisamente conhecida. Note que a equação (4.3) pode representar um modelo de sistema de potência linearizado em torno de um ponto de operação, conforme mostrado no capítulo 3.

Segundo Lyapunov, a estabilidade desse sistema linear pode ser investigada a partir de uma função:

$$\mathbf{V}(\tilde{\mathbf{x}}) = \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}} \quad (4.4)$$

onde  $\mathbf{P}$  é uma matriz real, simétrica e definida positiva.

A função  $\mathbf{V}(\tilde{\mathbf{x}})$  é quadrática e satisfaz as condições  $\mathbf{V}(\mathbf{0}) = \mathbf{0}$  e  $\mathbf{V}(\tilde{\mathbf{x}}) > \mathbf{0}$  para todo  $\tilde{\mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$ , ou seja,  $\mathbf{V}(\tilde{\mathbf{x}})$  é definida positiva. Se existir  $\mathbf{P}$  tal que  $\dot{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{x}})$  seja definida negativa para todo  $\tilde{\mathbf{x}} \neq \mathbf{0}$ , então, todas as trajetórias dos estados do sistema tendem para a origem  $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{0}$  à medida que  $t \rightarrow \infty$  e, dessa forma, o sistema pode ser dito assintoticamente estável (Vidyasagar, 1993). A derivada da função  $\mathbf{V}(\tilde{\mathbf{x}})$  em relação aos estados do sistema é:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \dot{\tilde{\mathbf{x}}}^T \mathbf{P} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{x}}^T \mathbf{P} \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ \dot{\mathbf{V}}(\tilde{\mathbf{x}}) &= \tilde{\mathbf{x}}^T (\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}) \tilde{\mathbf{x}} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Portanto, a condição necessária e suficiente para que o sistema (4.3) seja assintoticamente estável é que exista uma matriz  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T$  de modo que as desigualdades matriciais lineares

$$\mathbf{P} > \mathbf{0} \text{ e } \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}} < \mathbf{0} \quad (4.6)$$

sejam satisfeitas (Boyd et al., 1994). Lyapunov também mostrou que essas desigualdades matriciais lineares poderiam ser resolvidas arbitrando-se uma matriz qualquer  $\mathbf{Q}$  (simétrica e definida positiva) e resolvendo-se o sistema linear  $\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}} = -\mathbf{Q}$ . Dessa forma, a estabilidade do sistema pode ser investigada sem a necessidade de se calcular diretamente os autovalores da matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$ .

### 4.3 – Índice de Desempenho

No problema de oscilações eletromecânicas não é suficiente garantir apenas estabilidade do sistema, pois este pode ser estável e apresentar modos de oscilação pouco amortecidos. Estes modos de oscilação com baixo amortecimento representam um risco para o sistema, pois podem tornar-se instáveis conforme o ponto de operação varie. Portanto, faz-se necessário garantir que o sistema, além de ser estável, apresente um desempenho transitório satisfatório, aprofundado através de um bom amortecimento.

Um indicativo de margem de estabilidade comumente aceito em sistemas elétricos de potência é o fator de amortecimento mínimo para os modos de oscilação do sistema em malha fechada. O fator de amortecimento mínimo é, em geral, especificado através do Posicionamento Regional de Pólos (ou PRP) (Chiali & Gahinet, 1996; Chiali et al, 1999). O PRP consiste na imposição dos pólos do sistema em malha fechada em uma determinada



região do plano complexo. Através dessa técnica é possível analisar se o controlador projetado garante um desempenho mínimo para o sistema em malha fechada no ponto de operação considerado.

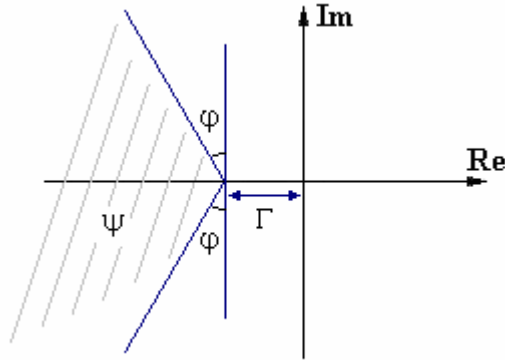


Figura 4.1 – Setor cônico para posicionamento de pólos.

**Teorema 4.1** - Uma condição necessária e suficiente para que os autovalores de uma matriz real  $\tilde{\mathbf{A}} \in \mathbf{R}^{n+m}$  - denotados por  $\lambda_i(\tilde{\mathbf{A}})$ ,  $i = 1, \dots, n+m$  - estejam posicionados na região  $\Psi$  (mostrada na figura 4.1 e definida por  $\varphi$  e  $\psi$ )

$$\Psi = \{ \lambda_i / [ \text{Re}(\lambda_i) + \Gamma ] \cos(\varphi) \pm \text{Im}(\lambda_i) \text{sen}(\varphi) \leq 0; 0 \leq \varphi \leq \pi/2 \} \quad (4.7)$$

onde  $\Gamma$  e  $\varphi$  são números reais não negativos) é que

$$\text{Re}[\lambda_i(\tilde{\mathbf{A}}^*)] \leq 0, i = 1, \dots, 2n. \quad (4.8)$$

onde

$$\tilde{\mathbf{A}}^* = \begin{bmatrix} (\tilde{\mathbf{A}} + \Gamma \mathbf{I}) \cos(\varphi) & -(\tilde{\mathbf{A}} + \Gamma \mathbf{I}) \text{sen}(\varphi) \\ (\tilde{\mathbf{A}} + \Gamma \mathbf{I}) \text{sen}(\varphi) & (\tilde{\mathbf{A}} + \Gamma \mathbf{I}) \cos(\varphi) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

A prova deste teorema pode ser encontrada em (Davison & Ramesh, 1970), e o mesmo estabelece uma condição necessária e suficiente para o posicionamento dos autovalores da

matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$  no setor cônico do semi-plano esquerdo do plano complexo mostrado na figura 4.1. Neste trabalho, como pretende-se utilizar o fator de amortecimento mínimo como indicativo da margem de estabilidade a pequena perturbação,  $\Gamma$  será considerado nulo e será utilizado o ângulo  $\theta$ , que é o complemento do ângulo  $\varphi$ . Portanto a matriz  $\tilde{\mathbf{A}}^*$  fica definida da seguinte forma:

$$\tilde{\mathbf{A}}^* = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{A}}\text{sen}(\theta) & -\tilde{\mathbf{A}}\text{cos}(\theta) \\ \tilde{\mathbf{A}}\text{cos}(\theta) & \tilde{\mathbf{A}}\text{sen}(\theta) \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

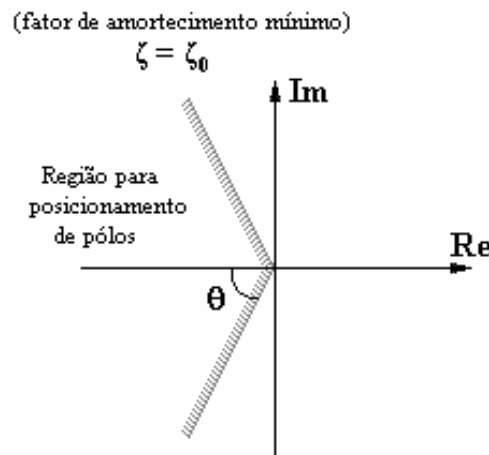


Figura 4.2 – Setor cônico para garantia de amortecimento mínimo.

Note que, sendo a condição expressa no *teorema 4.1* necessária e suficiente, caso todos os autovalores da matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$  estejam contidos na região definida na figura 4.2, isso implica que todos os autovalores da matriz  $\tilde{\mathbf{A}}^*$  estão contidos no semiplano esquerdo aberto do plano complexo. Portanto, de acordo com a teoria de Lyapunov discutida anteriormente, é

possível definir uma matriz  $\mathbf{P}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix}$  tal que  $(\tilde{\mathbf{A}}^*)^T \mathbf{P}^* + \mathbf{P}^* \tilde{\mathbf{A}}^* < \mathbf{0}$  e  $\mathbf{P}^* > \mathbf{0}$ . Sendo

assim, a existência de uma matriz  $\mathbf{P}^* = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix}$  tal que

$$\mathbf{P} > \mathbf{0} \quad (4.11)$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \text{sen}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}) & \text{cos}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}) \\ \text{cos}(\theta)(\mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}} - \tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P}) & \text{sen}(\theta)(\tilde{\mathbf{A}}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}) \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.12)$$

implica que todos os autovalores da matriz  $\tilde{\mathbf{A}}$  pertencem à região definida na figura 4.2, o que permite afirmar que o sistema linear invariante no tempo definido pela equação (4.3) apresenta pólos com fator de amortecimento maior ou igual a  $\zeta_0 = \cos^{-1}\theta$ <sup>3</sup>.

Essa relação será utilizada posteriormente para fornecer uma garantia de margem de estabilidade a pequena perturbação para um modelo de sistemas de potência. Entretanto, da maneira como foram formuladas nessa seção, as condições (4.11) e (4.12) asseguram esta margem apenas para o sistema linear invariante no tempo definido pela equação (4.3). A seção seguinte apresenta um conceito capaz de estender esta garantia para um conjunto maior de sistemas.

#### 4.4 – Modelagem Politópica

Como foi dito anteriormente, a modelagem politópica é uma alternativa para modelagem de sistemas com incertezas (Pakshin e Mitrofanov, 2005, Ramos *et al*, 2002;

<sup>3</sup> Destaca-se ainda o fato de as desigualdades (4.11) e (4.12) serem LMIs na variável  $\mathbf{P}$ , de forma que se pode utilizar os algoritmos de resolução mencionados no início deste capítulo para a verificação de margem de estabilidade proposta.

FenWu e Jaramillo, 2002). Para melhor compreensão desta modelagem, faz-se necessário o entendimento de algumas definições:

**Definição 4.1:** Um sistema na forma:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathbf{t}) \in \mathbf{\Omega}\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{0}) = \tilde{\mathbf{x}}_0 \quad (4.13)$$

sendo  $\mathbf{\Omega}$  um subconjunto fechado de  $\mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m)}$ , é chamado de uma Inclusão Diferencial Linear, ou LDI (do Inglês, *Linear Differential Inclusion*). Qualquer  $\tilde{\mathbf{x}} : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{R}^{(n+m)}$  satisfazendo (4.13) é chamado de uma trajetória desta LDI (Boyd *et al.*, 1994).

Sendo assim, qualquer trajetória de (4.13) é uma solução de

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathbf{t}) = \tilde{\mathbf{A}}(\mathbf{t})\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{0}) = \tilde{\mathbf{x}}_0 \quad (4.14)$$

para alguma função  $\tilde{\mathbf{A}} : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{\Omega}$  (Boyd *et al.*, 1994). Por outro lado, para cada função  $\tilde{\mathbf{A}} : \mathbf{R}_+ \rightarrow \mathbf{\Omega}$ , a solução de (4.14) é uma trajetória de (4.13).

Considere agora o sistema não linear

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}}(\mathbf{t}) = \mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \mathbf{t}) \quad (4.15)$$

e suponha que, para cada  $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t})$  e  $\mathbf{t}$ , exista uma matriz  $\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \mathbf{t})$  tal que

$$\mathbf{f}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \mathbf{t}) = \mathbf{G}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \mathbf{t})\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) \quad (4.16)$$

Segue imediatamente que toda a trajetória do sistema não linear (4.15) é também uma trajetória da LDI definida por  $\mathbf{\Omega}$ . As condições para a existência de tal  $\mathbf{G}(\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{t}), \mathbf{t})$  são dadas

em (Boyd *et al.*, 1994), bem como a extensão desta análise para sistemas com entradas e saídas<sup>4</sup>.

**Definição 4.2:** A interseção de um número finito de semiespaços fechados é denominada conjunto poliedral (Clauss e Loechner, 1996). Um conjunto poliedral pode ser representado por:

$$\mathbf{C} \sqsubset \{ \mathbf{x} \mid \mathbf{F}\mathbf{x} \leq \mathbf{y}, \mathbf{x} \in \mathbf{R}^n, \mathbf{y} \in \mathbf{R}^m, \mathbf{F} \in \mathbf{R}^{m \times n} \} \quad (4.17)$$

**Definição 4.3:** Um conjunto poliedral limitado é denominado politopo. Todo elemento no politopo pode ser gerado pela combinação convexa dos seus vértices (Clauss e Loechner, 1996).

Este conjunto pode ser representado por:

$$\mathbf{\Omega} = \mathbf{Co}\{ \mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_L \} \quad (4.18)$$

no qual  $\mathbf{M}_i \in \mathbf{R}^{2(n+m) \times 2(n+m)}$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ , são os vértices (ou sistemas vértices) de  $\mathbf{\Omega}$  e

$$\mathbf{CoS} \sqsubset \left\{ \sum_{i=1}^{n+1} \gamma_i \mathbf{v}_i \mid \mathbf{v}_i \in \mathbf{S}, \gamma_i > 0, \sum_{i=1}^{n+1} \gamma_i = 1 \right\} \quad (4.19)$$

Em outras palavras,  $\mathbf{CoS}$  representa a combinação convexa dos elementos do conjunto  $\mathbf{S}$ . Se o conjunto  $\mathbf{\Omega}$  em (4.13) é um politopo, esta LDI será denominada Inclusão Diferencial Linear Politópica, ou PLDI (do Inglês, *Politopic Linear Differential Inclusion*).

Associando uma modelagem politópica ao conceito de estabilidade quadrática, obtém-se uma garantia de estabilidade robusta para a PLDI (e, conseqüentemente, para o sistema de potência, caso o mesmo seja modelado na forma de uma PLDI). A seção seguinte apresenta o conceito de estabilidade quadrática.

<sup>4</sup> Note que esta condição apresentada é altamente restritiva, pois implica que o conjunto  $\mathbf{\Omega}$  deve conter todas as aproximações linearizadas do sistema (4.15) ao longo de suas trajetórias. Tal condição não será utilizada neste trabalho, devendo  $\mathbf{\Omega}$  conter somente as aproximações linearizadas em torno dos pontos de equilíbrio de (3.1).

## 4.5 - Estabilidade Quadrática

A propriedade de estabilidade quadrática é definida pela existência de uma mesma função de Lyapunov, independente dos parâmetros incertos, assegurando a estabilidade robusta de um sistema dinâmico para o domínio de incertezas considerado (Leite *et al.*, 2004).

Considere o seguinte sistema linear com incertezas paramétricas:

$$\dot{\tilde{\mathbf{x}}} = \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})\tilde{\mathbf{x}}, \quad \tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{0}) = \tilde{\mathbf{x}}_0 \quad (4.20)$$

A obtenção de uma garantia formal de margem de estabilidade a pequenas perturbações para este sistema, considerando toda a possível faixa de variação do parâmetro  $\boldsymbol{\gamma}$ , envolveria a resolução da seguinte LMI:

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\boldsymbol{\theta})\left(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})\right) & \text{cos}(\boldsymbol{\theta})\left(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})\right) \\ \text{cos}(\boldsymbol{\theta})\left(\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma}) - \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P}\right) & \text{sen}(\boldsymbol{\theta})\left(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})\right) \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.21)$$

onde  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) \in \boldsymbol{\Omega}$ , sendo  $\boldsymbol{\Omega}$  um subconjunto no espaço das matrizes formado pela combinação convexa de um conjunto de matrizes  $\mathbf{M}_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, L$ , e  $\tilde{\mathbf{x}}(\mathbf{0})$  a condição inicial do sistema em malha fechada. Assim, define-se o conjunto  $\boldsymbol{\Omega}$  por:

$$\boldsymbol{\Omega} = \left\{ \mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) : \mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{i=1}^L \gamma_i \mathbf{M}_i; \sum_{i=1}^L \gamma_i = \mathbf{1}; \gamma_i \geq 0 \right\} \quad (4.22)$$

Pode ser observado na equação (4.22) que o conjunto  $\boldsymbol{\Omega}$  é um polítopo no espaço das matrizes e as matrizes  $\mathbf{M}_i$  são os vértices deste polítopo.

Uma condição suficiente para estabilidade de todos os sistemas lineares na forma (4.20) definidos por matrizes  $\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})$  contidas no politopo  $\boldsymbol{\Omega}$  é dada pela existência de uma única matriz de Lyapunov  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m)}$  tal que as LMIs

$$\mathbf{P} > \mathbf{0}$$

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{bmatrix} \text{sen}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})) & \text{cos}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})) \\ \text{cos}(\boldsymbol{\theta})(\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma}) - \tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P}) & \text{sen}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})) \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.23)$$

sejam satisfeitas para todo  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) \in \boldsymbol{\Omega}$ . Essa condição é conhecida na literatura como estabilidade quadrática (Barmish, 1985) e pode ser verificada, de uma maneira equivalente, pela existência de  $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T \in \mathbf{R}^{(n+m) \times (n+m)}$  tal que:

$$\mathbf{P} > \mathbf{0}, \mathbf{M}_i < \mathbf{0}, i = 1, \dots, L \quad (4.24)$$

onde

$$\mathbf{M}_i = \begin{bmatrix} \text{sen}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}_i) & \text{cos}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} - \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}_i) \\ \text{cos}(\boldsymbol{\theta})(\mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}_i - \tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P}) & \text{sen}(\boldsymbol{\theta})(\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} + \mathbf{P}\tilde{\mathbf{A}}_i) \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Pode-se mostrar que o conjunto de LMIs (4.24)- (4.25) é uma condição suficiente para que todos os sistemas lineares na forma (4.20), definidos por matrizes  $\tilde{\mathbf{A}}(\boldsymbol{\gamma})$  cujas respectivas matrizes  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma})$  estejam contidas no politopo, sejam estáveis. Para tanto, observe que toda matriz  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) \in \boldsymbol{\Omega}$  pode ser escrita como  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) = \sum_{i=1}^L \gamma_i \mathbf{M}_i$  desde que as condições impostas por (4.22) sejam satisfeitas. Assim, por (4.23) é possível escrever uma condição de estabilidade para qualquer sistema linear na forma (4.20), definido por uma matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})$  de tal forma que  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) \in \boldsymbol{\Omega}$ , da seguinte forma:

$$\begin{aligned} & \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{sen}(\boldsymbol{\theta}) \left( \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i^T \right) \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i \right) \right) & \mathbf{cos}(\boldsymbol{\theta}) \left( \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i^T \right) \tilde{\mathbf{P}} - \tilde{\mathbf{P}} \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i \right) \right) \\ \mathbf{cos}(\boldsymbol{\theta}) \left( \tilde{\mathbf{P}} \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i \right) - \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i^T \right) \tilde{\mathbf{P}} \right) & \mathbf{sen}(\boldsymbol{\theta}) \left( \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i^T \right) \tilde{\mathbf{P}} + \tilde{\mathbf{P}} \left( \sum_{i=1}^L \gamma_i \tilde{\mathbf{A}}_i \right) \right) \end{array} \right] < \mathbf{0} \\ & \sum_{i=1}^L \gamma_i \left[ \begin{array}{cc} \mathbf{sen}(\boldsymbol{\theta}) (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_i) & \mathbf{cos}(\boldsymbol{\theta}) (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} - \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_i) \\ \mathbf{cos}(\boldsymbol{\theta}) (\mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_i - \tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P}) & \mathbf{sen}(\boldsymbol{\theta}) (\tilde{\mathbf{A}}_i^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \tilde{\mathbf{A}}_i) \end{array} \right] < \mathbf{0} \quad (4.26) \end{aligned}$$

Já que todo  $\gamma_i \geq 0$  e  $\sum_{i=1}^L \gamma_i = \mathbf{1}$ , então através de (4.26) conclui-se que a estabilidade de qualquer sistema linear na forma (4.20), definido por uma matriz  $\mathbf{A}(\boldsymbol{\gamma})$  de tal forma que  $\mathbf{M}(\boldsymbol{\gamma}) \in \boldsymbol{\Omega}$ , é garantida se as in equações (4.24) forem satisfeitas.

Conclui-se, portanto, que a utilização da modelagem politópica, associada ao conceito de estabilidade quadrática, é capaz de garantir formalmente uma margem de estabilidade a pequenas perturbações, não somente para os pontos de operação utilizados na construção do sistema politópico, mas também para todos os pontos de operação que podem ser gerados a partir da combinação convexa dos vértices do politopo.

Apesar de ser uma condição apenas suficiente para a estabilidade robusta do politopo  $\boldsymbol{\Omega}$ , e que, portanto, pode produzir resultados conservadores, a estabilidade quadrática tem sido extensamente usada nos mais diversos contextos, sendo um deles o projeto de controladores de amortecimento para sistemas de potência. O sistema é linearizado em diversas condições de operação típicas, considerando as mudanças nos níveis de carga das áreas do mesmo como fontes de variação do modelo, o que gera um conjunto de pontos de operação dentre os quais se encontram os sistemas vértices  $\mathbf{M}_i$ ,  $i = 1, \dots, L$ . Para cada  $\mathbf{M}_i$ , uma equação de Lyapunov do tipo (4.24) é estabelecida, e os problemas de controle correspondentes são resolvidos, fornecendo um controlador capaz de estabilizar todo o conjunto de modelos do sistema de potência contidos na combinação convexa dos sistemas



vértices (Colaneri e Geromel, 2005; Passhin e Mitrofanov, 2005; Fen e Jaramillo, 2002; Bernussou *et al*, 2005 e Leite e Peres, 2003)

É importante ressaltar que, ao gerar um conjunto de pontos de operação típicos, não se sabe quais destes são vértices do respectivo modelo politópico. Outro fato importante é que, ao tomar um determinado conjunto de pontos de operação para formar os vértices do politopo, não existe garantia de que os modelos linearizados relativos às condições intermediárias de operação estejam efetivamente contidos neste politopo. Portanto, é preciso encontrar, através de uma análise geométrica dos modelos linearizados associados aos pontos de operação de interesse, aqueles que efetivamente compõem os vértices do respectivo modelo politópico, a fim de evitar um esforço computacional desnecessário na verificação da condição (4.24) em pontos contidos na combinação convexa dos vértices.

Neste trabalho, tal verificação é feita através da aplicação do algoritmo *Quickhull* a um conjunto de modelos linearizados do tipo Heffron-Phillips. Os resultados desta verificação, bem como da aplicação do procedimento descrito neste capítulo para o modelo politópico resultante, são apresentados no próximo capítulo. Mostra-se também a inviabilidade de aplicação do referido algoritmo para modelos multimáquinas de sistemas de grande porte, o que leva à adoção de um procedimento *ad hoc* para a construção de modelos politópicos para tais sistemas.

## **4.6 - Proposta do Trabalho**

Esta seção apresenta o algoritmo com a seqüência de passos necessários para avaliação da robustez de desempenho de estabilizadores de sistemas de potência a partir da aplicação dos conceitos de modelagem politópica e estabilidade quadrática. Com tal objetivo, dois

---

sistemas elétricos foram utilizados neste trabalho: um sistema de pequeno porte representado por uma máquina versus um barramento infinito e o sistema New England/New York, que é um sistema de grande porte cujos dados podem ser encontrados em (Rogers, 2000) ou, alternativamente, em (Pal e Chaudhuri, 2005).

Os projetos e análises contidos foram realizados através de programas implementados em linguagem do aplicativo *Matlab*, com o auxílio dos algoritmos de resolução *feasp* presentes no *LMI Control Toolbox* e da ferramenta *QuickHull*. Os testes foram realizados em um computador com processador *Pentium D 3,4GHz* e *2,00GB* de memória *RAM*.

#### **4.6.1 - Passos Utilizados na Análise do Sistema Máquina Versus Barramento Infinito**

Para realizar a análise de desempenho utilizando dos conceitos de estabilidade quadrática e modelagem politópica foi escolhido, primeiramente, um sistema de pequeno porte, representado por uma máquina versus um barramento infinito. O fluxograma do algoritmo utilizado em tal análise está indicado na figura 4.3 e a descrição detalhada da seqüência de passos do fluxograma está descrita a seguir:

- 1) Obtenção do modelo não linear do sistema a partir das equações (2.24)-(2.27), as quais descrevem o sistema SMIB (para o caso base).
- 2) Linearização do modelo não linear por série de Taylor
- 3) Análise de estabilidade do modelo linear em malha aberta
- 4) Projeto do PSS através dos procedimentos descritos no capítulo 3 e inserção do controlador projetado no sistema
- 5) Análise de estabilidade do sistema após inserção do PSS (em malha fechada)

- ❖ Neste item deseja-se que o sistema apresente dinâmica estável e que tenha fator de amortecimento mínimo de 5%, o qual foi estipulado nesse trabalho como índice de desempenho mínimo.

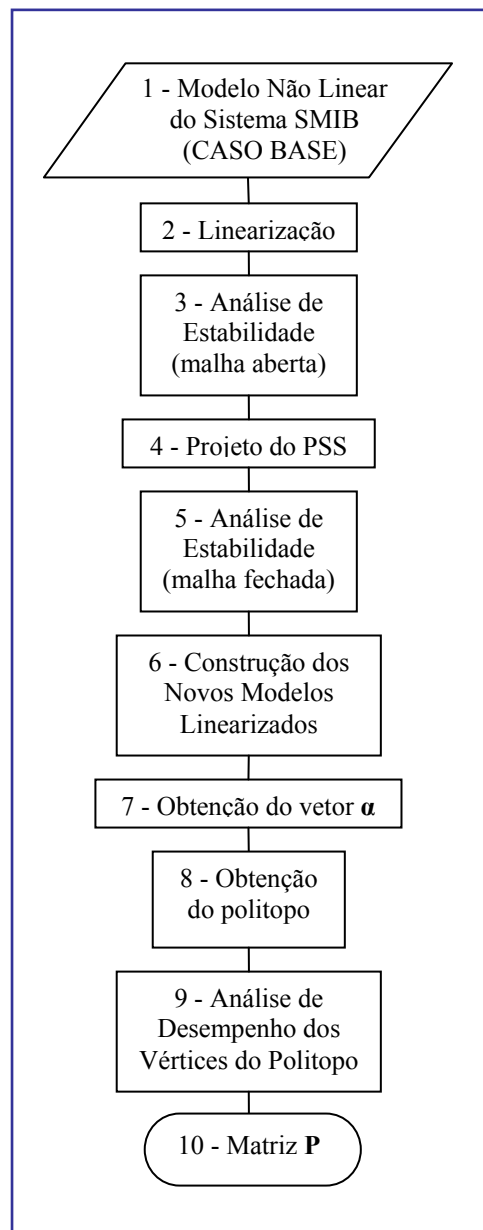


Figura 4.3 - Fluxograma da seqüência de passos que descrevem os testes realizados no sistema SMIB

6) Construção de novos modelos linearizados do sistema SMIB em diferentes pontos de operação

- ❖ Na construção dos modelos linearizados foi utilizada uma curva típica de variação diária da carga. Dessa curva foram extraídos 37 pontos representativos da operação do sistema (os quais podem ser vistos na figura 4.4) e, a partir dos mesmos, construíram-se 37 descrições linearizadas na forma de modelos SMIB. É importante salientar que, embora essa escolha tenha sido feita de forma arbitrária, a mesma provém de uma discretização da curva que é tipicamente utilizada no processo de despacho do gerador de interesse para atender à demanda de carga variável ao longo do dia.

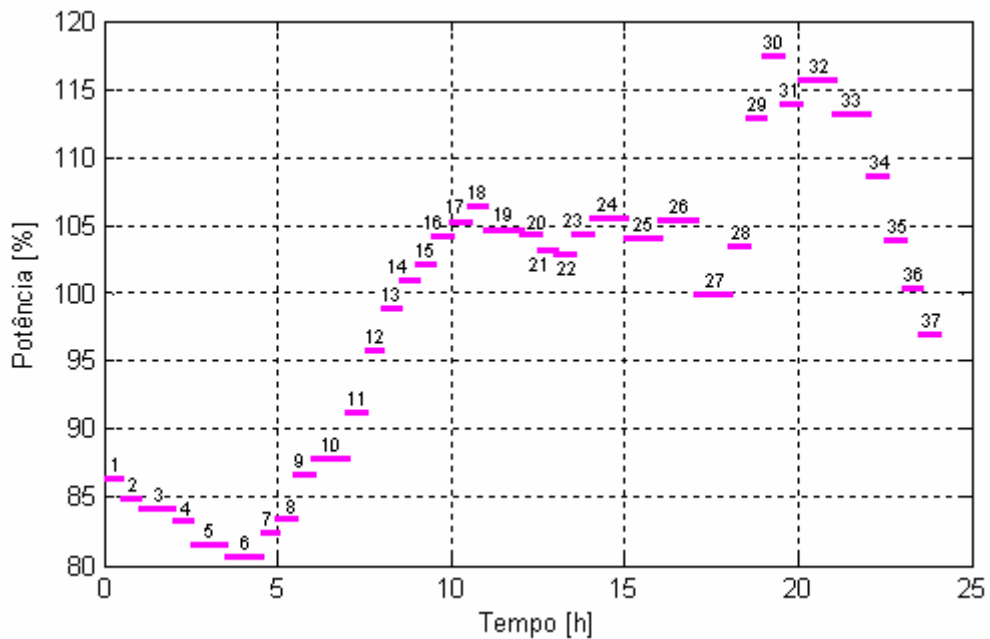


Figura 4.4 – Curva de carga diária característica discretizada

- ❖ A distribuição da demanda total de carga, para cada novo ponto de operação, foi feita entre os geradores da cada área, proporcionalmente às constantes de inércia destes. Sendo assim, garante-se que não haja aumento significativo do intercâmbio de carga entre as áreas. Feita a redistribuição da demanda de potência dos pontos

de operação, recalculou-se o fluxo de potência para todos os novos casos e posteriormente linearizou-se todos os novos pontos de operação, resultando nos 37 pontos do modelo SMIB.

7) Obtenção do vetor  $\alpha$  através dos elementos variantes da matriz  $A$  para utilização do algoritmo *QuickHull*.

- ❖ Neste item, definiu-se uma correspondência biunívoca entre os elementos variantes das matrizes  $A_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$  de cada um dos 37 modelos linearizados obtidos com um conjunto de vetores  $\alpha_i \in \mathbf{R}^d$ , sendo  $d$  o número de elementos variantes (não proporcionais) em cada uma das matrizes  $A_i$ . Essa transformação é necessária pois o algoritmo *QuickHull* (o qual irá encontrar, dentre os 37 pontos de operação fornecidos, aqueles que são efetivamente vértices do modelo politópico) não trabalha com dados de entrada na forma matricial, mas sim vetorial.
- ❖ A partir das equações (3.11)-(3.17) é fácil verificar que os elementos variantes das matrizes  $A_i$  são os elementos situados nas posições  $a_{2,1}$ ,  $a_{2,3}$ ,  $a_{3,1}$ ,  $a_{3,3}$ ,  $a_{4,1}$  e  $a_{4,3}$ . No entanto, os elementos  $a_{2,3}$  e  $a_{3,1}$  são proporcionais entre si, e portanto escolheu-se apenas os elementos da posição  $a_{3,1}$  para a formação dos vetores  $\alpha_i$ , de forma que  $d = 5$ . Com isso, a estrutura dos vetores  $\alpha_i$  pode ser representada da seguinte forma:

$$\alpha_i = \begin{bmatrix} a_{2,1i} & a_{3,1i} & a_{3,3i} & a_{4,1i} & a_{4,3i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, 37 \quad (4.27)$$

8) Obtenção do politopo através do algoritmo *QuickHull*

- ❖ Na seção anterior foram criados os vetores  $\alpha_i$  que são formados pelos elementos variantes não proporcionais das matrizes  $A_i$ . Tal conjunto de vetores foi fornecido ao algoritmo *QuickHull* o qual retorna um politopo formado pelo menor número

de vértices possíveis, sendo que todos os outros pontos estão contidos nesse politopo.

9) Análise de desempenho dos vértices fornecidos pelo algoritmo *QuickHull*

- ❖ Análise de desempenho dos vértices é feita através da localização dos autovalores destes modelos linearizados no semi-plano complexo.
- ❖ Conforme explanado anteriormente, através da combinação proposta entre os conceitos de estabilidade quadrática e modelagem politópica é possível estender a garantia de desempenho<sup>5</sup> dos vértices do politopo (representada pelo fator de amortecimento avaliado entre todos os modos de oscilação do sistema) a todas as representações linearizadas (contidas no modelo politópico).

10) Obtenção da matriz **P**

- ❖ O cálculo da matriz **P** foi efetuado com o auxílio do algoritmo de resolução *feasp* presentes no *LMI Control Toolbox*. Através dessa matriz, pode-se realizar então a análise de desempenho dos modelos linearizados pertencentes ao politopo.

#### 4.6.2 – Passos Utilizados no Sistema New England/New York

Em virtude do sucesso da aplicação do procedimento proposto neste trabalho ao modelo SMIB apresentado na seção anterior, procedeu-se à extensão deste procedimento para um sistema multimáquinas de grande porte. A figura 4.5 apresenta o fluxograma do algoritmo utilizado na análise de desempenho do sistema New England/New York, sendo a descrição detalhada dos passos do algoritmo:

---

<sup>5</sup> É importante salientar que os conceitos de “desempenho” e “margem de estabilidade a pequenas perturbações” são completamente equivalentes no estudo de estabilidade em sistemas de potência, de acordo com a prática comum na área. Por essa razão, tais conceitos foram utilizados indistintamente neste texto.

- 1) Obtenção do modelo não linear do sistema a partir das equações (2.18)-(2.22), as quais descrevem o sistema New England/New York (para o caso base).
- 2) Linearização do modelo não linear através de série de Taylor
- 3) Análise de estabilidade do modelo linear
- 4) Projeto dos PSSs através dos procedimentos descritos no capítulo 3 e inserção dos controladores projetados no sistema
  - ❖ A seleção dos geradores mais adequados para instalação dos controladores foi realizada através do método da análise de resíduos, o qual avalia a participação de cada gerador em cada um dos modos de oscilação. Os resultados dessa análise, juntamente com um maior detalhamento sobre este método, podem ser encontrados no apêndice A
- 5) Análise de estabilidade do sistema após inserção dos PSSs (malha fechada)
  - ❖ Neste item deseja-se que o sistema apresente dinâmica estável e que tenha fator de amortecimento mínimo de 5%, o qual foi estipulado nesse trabalho como índice de desempenho mínimo.
- 6) Construção de novos modelos linearizados do sistema New England/New York em diferentes pontos de operação
  - ❖ A construção dos modelos linearizados que refletem as variações no ponto de operação do sistema New England/New York foi realizada de forma similar ao caso do sistema SMIB. Uma curva de carga com perfil idêntico àquele apresentado pela curva da figura 4.4 foi utilizada. Note que esta curva apresenta níveis de potência expressos em porcentagem, de forma que o valor correspondente a 100% da potência corresponde ao caso base.
  - ❖ Os 37 níveis de carregamento presentes na figura 4.4 referem-se a níveis distintos de potência total demandada pelas cargas. Entretanto, dado que um elevado

número de cargas está presente neste sistema, a cada um destes níveis pode corresponder mais de uma distribuição diferente de demanda das cargas individuais. Por esta razão, para cada um dos 37 níveis de carregamento foram consideradas 32 diferentes distribuições da carga resultando, portanto, em 1184 pontos de operação. A tabela 4.1 mostra com melhor propriedade a obtenção dos pontos de operação.

Tabela 4.1 -Pontos de operação do sistema New England/New York

		Distribuição de Carga					
		1	2	...	5	...	32
Níveis de Carga	1	1	38	...	149	...	1148
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	6 (ptos. min)	6	43	...	154	...	1153
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	30 (ptos. max)	30	67	...	178	...	1177
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	37	37	74	...	185	...	1184

## 7) Obtenção da matriz **P**

- ❖ A extensão deste procedimento para sistemas multimáquinas de grande porte é teoricamente possível, embora o estágio de determinação dos vértices do polítopo através do algoritmo *QuickHull* esbarre em dificuldades do ponto de vista computacional. Esta dificuldade é devido ao tamanho do arquivo de saída e o tempo de execução do algoritmo *QuickHull* aumentarem proporcionalmente a  $n^{\text{floor}(d/2)}$ , sendo  $n$  o número de vetores contidos no arquivo de entrada,  $d$  a dimensão destes vetores e  $\text{floor}(\cdot)$  a função que retorna o maior inteiro menor que seu argumento (Qhull manual). No sistema New England/ New York os vetores contidos no arquivo de entrada possuem dimensão 1488 e o número de vetores tem que ser necessariamente maior que a dimensão dos vetores, o que torna o uso do



algoritmo inviável, portanto o procedimento proposto teve que ser reformulado para tornar sua aplicação a sistemas de grande porte factível do ponto de vista numérico.

- ❖ O novo procedimento proposto consiste na escolha arbitrária de pontos de operação que refletem os cenários mais prováveis de operação do sistema, de forma que estes pontos possam ser considerados como representações aproximadas do sistema em uma dada região de operação. Para estes pontos escolhidos calcula-se uma matriz **P** e posteriormente, com essa matriz verifica-se quais outros pontos de operação os controladores projetados garantem margem de estabilidade.

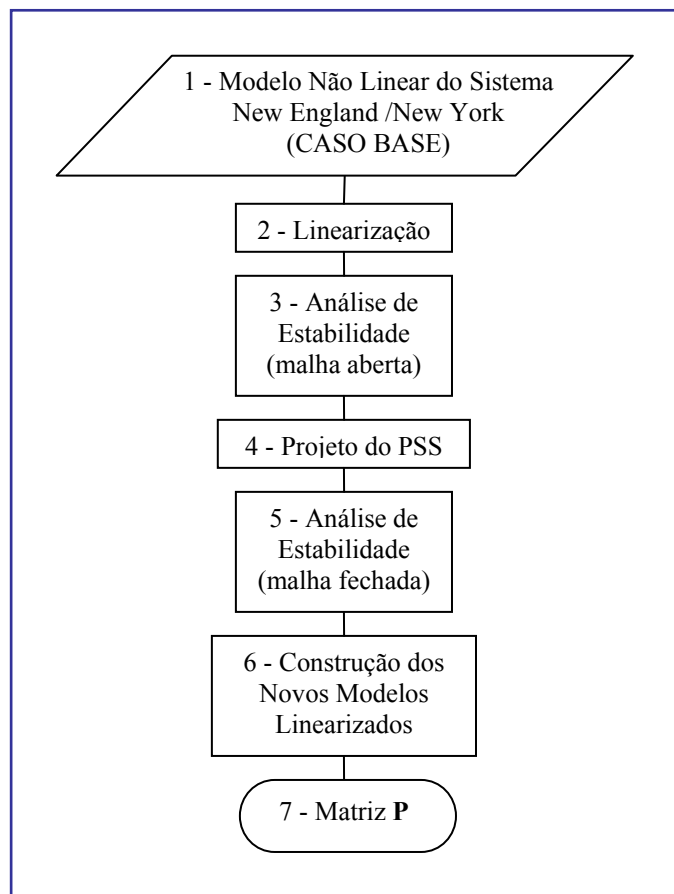


Figura 4.5 - Fluxograma da seqüência de passos que descrevem os testes realizados no sistema multimáquinas New England/New York

## Capítulo 5

### TESTES E RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados dos testes realizados para avaliar a proposição feita nesta dissertação de mestrado. Conforme citado no capítulo anterior, a análise do desempenho dos controladores a partir da aplicação dos conceitos de modelagem politópica e estabilidade quadrática foi realizada em dois sistemas: um sistema de pequeno porte representado por uma máquina versus um barramento infinito e o sistema New England/New York, que é um sistema de grande porte cujos dados podem ser encontrados em (Rogers, 2000) ou, alternativamente, em (Pal e Chaudhuri, 2005).

#### 5.1 - Modelo Máquina Versus Barramento Infinito

O Diagrama unifilar do sistema SMIB utilizado para teste está representado na figura 5.1, referente ao caso base (que definem os parâmetros):

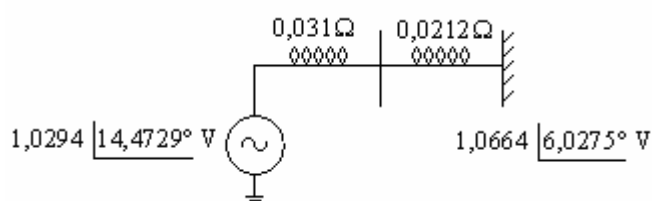


Figura 5.1 - Diagrama unifilar dos sistema SMIB

Os autovalores correspondentes a este sistema (nas condições de operação do caso base) são:  $-95,8531$ ,  $0,022-9,6706i$ ;  $0,022+9,6706i$  e  $-4,4189$ , como mostrado na figura 5.2.

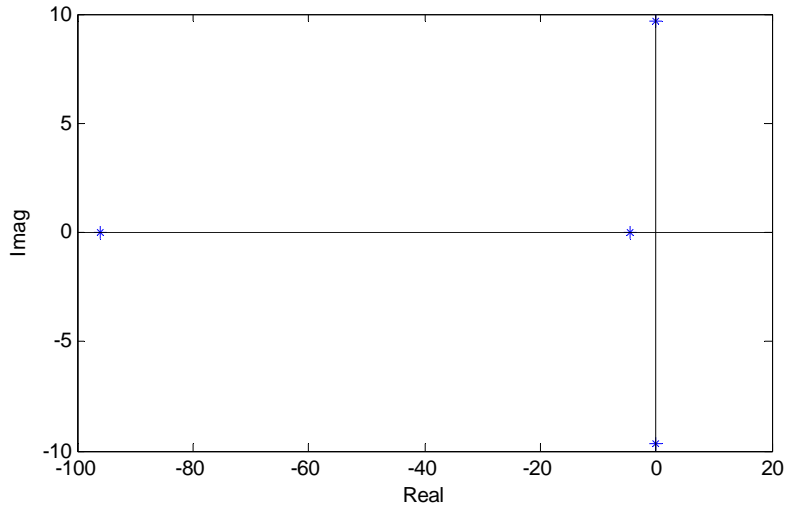


Figura 5.2 - Pólos do sistema SMIB em malha aberta - Caso Base

Nessas condições, o sistema possui autovalores com parte real maior que zero o que mostra que ele é instável. Portanto, passou-se para a fase de projeto de controlador para amortecer os modos de oscilação instáveis. Após o projeto e inserção do PSS no sistema, este passou a apresentar dinâmica estável com modos oscilatórios com taxa de amortecimento maior que 5%, como mostrado na figura 5.3.

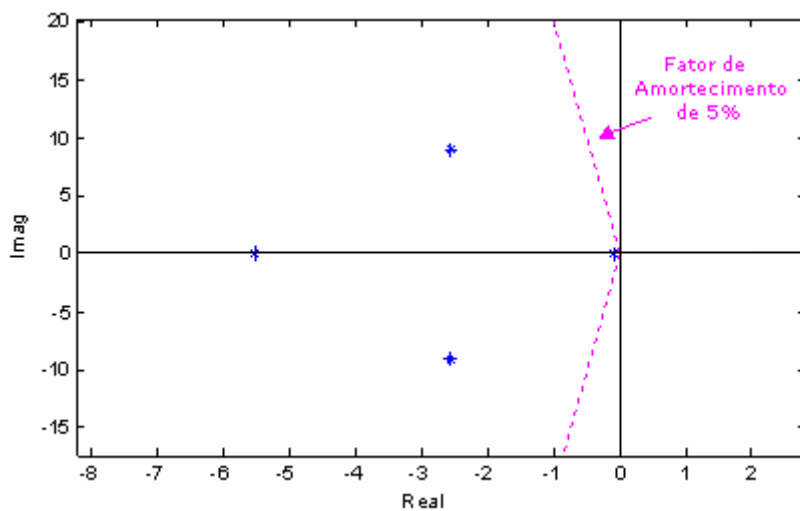


Figura 5.3 - Pólos do sistema SMIB em malha fechada - Caso Base

---

A pergunta que deve ser respondida agora é a seguinte: considerando que variações no ponto de operação com relação às condições do caso base ocorrerão no sistema, será o PSS projetado capaz de garantir essa taxa de amortecimento maior que 5% em todos os pontos de operação de interesse, resultantes destas variações? A seção seguinte responde a esta pergunta através da aplicação da proposta desta dissertação de mestrado.

## **5.2 - Construção do Politopo e Análise do Desempenho do PSS no Sistema SMIB**

Com o PSS projetado na seção anterior, foram construídos novos modelos linearizados do sistema em diferentes pontos de operação, para a avaliação da garantia de amortecimento citada anteriormente. A construção desses modelos linearizados está descrita no item 6 da seção 4.6.1 do capítulo 4

Obtido o conjunto de vetores  $\alpha_i$  (conforme o item 7 da seção 4.6.1), tal conjunto foi fornecido ao algoritmo *QuickHull*, o qual identificou 7 destes vetores como vértices de um politopo que contém todos os 30 vetores restantes. Calculando-se os autovalores das 7 matrizes  $A_i$  correspondentes aos vetores identificados como vértices, foi verificado que tais autovalores eram estáveis e apresentavam amortecimento maior que 5% (figura 5.4). No entanto, essa garantia dada pelo cálculo dos autovalores não se estende aos 30 modelos restantes, os quais pertencem à combinação convexa dos vértices selecionados.

Conforme foi mostrado nos capítulos anteriores, é possível estender a garantia de desempenho a todas as representações linearizadas (contidas no modelo politópico) através da combinação proposta entre os conceitos de estabilidade quadrática e modelagem politópica.

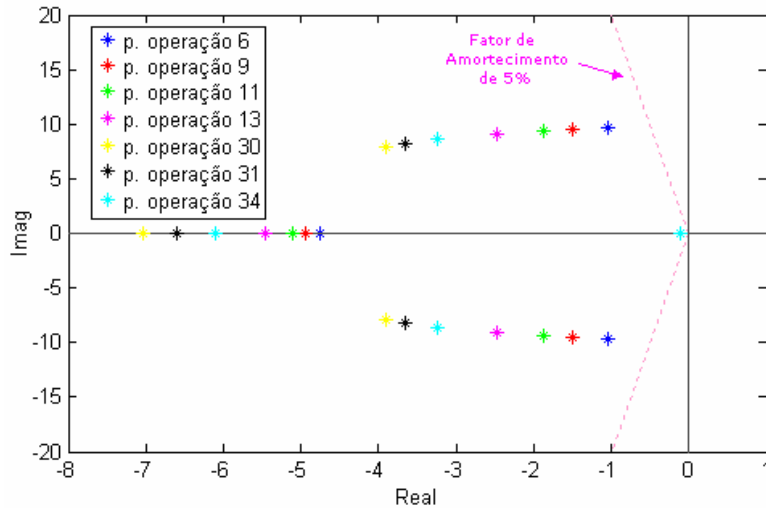


Figura 5.4. - Pólos dos vértices do modelo politópico SMIB em malha fechada

Após a identificação dos vértices do politopo, através do algoritmo *QuickHull*, foi portanto efetuado o cálculo da matriz  $\mathbf{P}$  para esses vértices. A matriz  $\mathbf{P}$  calculada foi utilizada na verificação da robustez da estabilidade dos outros 30 modelos linearizados. Este procedimento mostrou que os 30 pontos foram estabilizados pelo PSS projetado.

$$P = 10^3 \begin{bmatrix} 0,0014 & -0,0002 & 0,0002 & 0,0000 & -0,0001 & 0,0001 \\ -0,0002 & 2,3410 & -0,0080 & -0,0000 & -0,0416 & 0,0006 \\ 0,0002 & -0,0080 & 0,0002 & 0,0000 & -0,0003 & -0,0000 \\ 0,0000 & -0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & 0,0000 & -0,0000 \\ -0,0001 & -0,0416 & -0,0003 & 0,0000 & 0,0040 & -0,0001 \\ 0,0001 & 0,0006 & -0,0000 & -0,0000 & -0,0001 & 0,0002 \end{bmatrix}$$

### 5.3 – Aplicação a Sistemas de Grande Porte: o Sistema New England/New York

Para análise em sistemas de grande porte foi escolhido o sistema New England/New York, que é bastante empregado na literatura para estudos de oscilações eletromecânicas de baixa frequência. Este sistema foi escolhido para essa aplicação por admitir representação na

forma de um modelo reduzido, composto por 68 barras e 16 geradores, de forma a estabelecer um razoável compromisso entre a ordem do modelo e uma representação adequada do sistema real. O diagrama unifilar deste modelo reduzido pode ser visto na figura 5.5 e o conjunto completo de dados do sistema, utilizado neste trabalho, é fornecido no apêndice B.

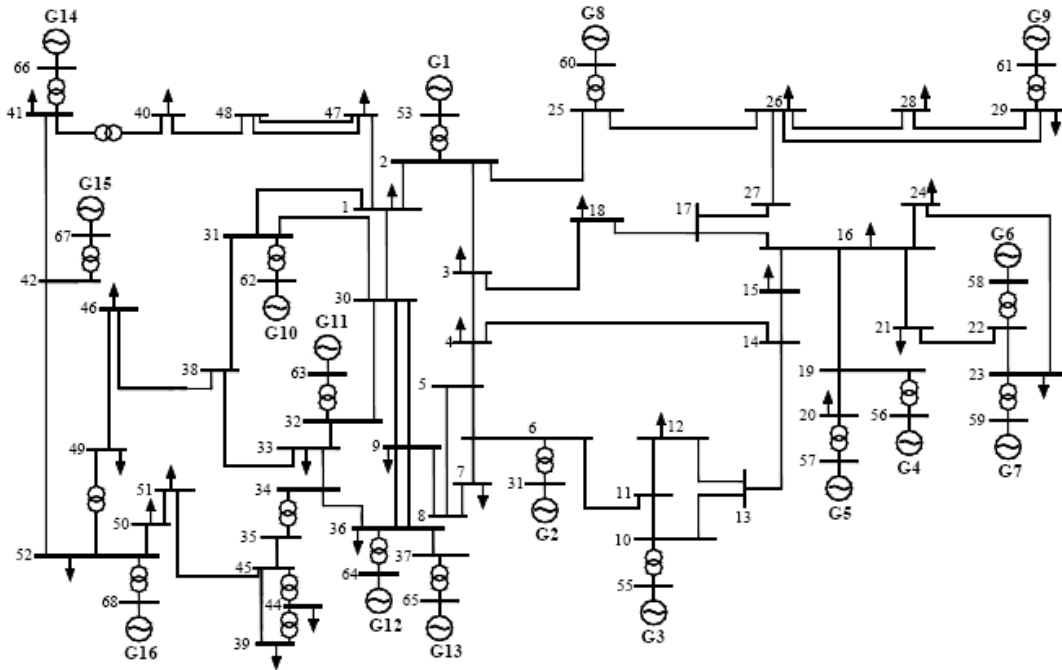


Figura 5.5 – Diagrama unifilar do modelo reduzido do sistema New England/New York

O sistema em malha aberta (sem estabilizadores) possui dimensão 63 e mostrou-se instável nas condições de operação do caso base. Os autovalores correspondentes aos modos locais e inter-área são apresentados na figura 5.5.

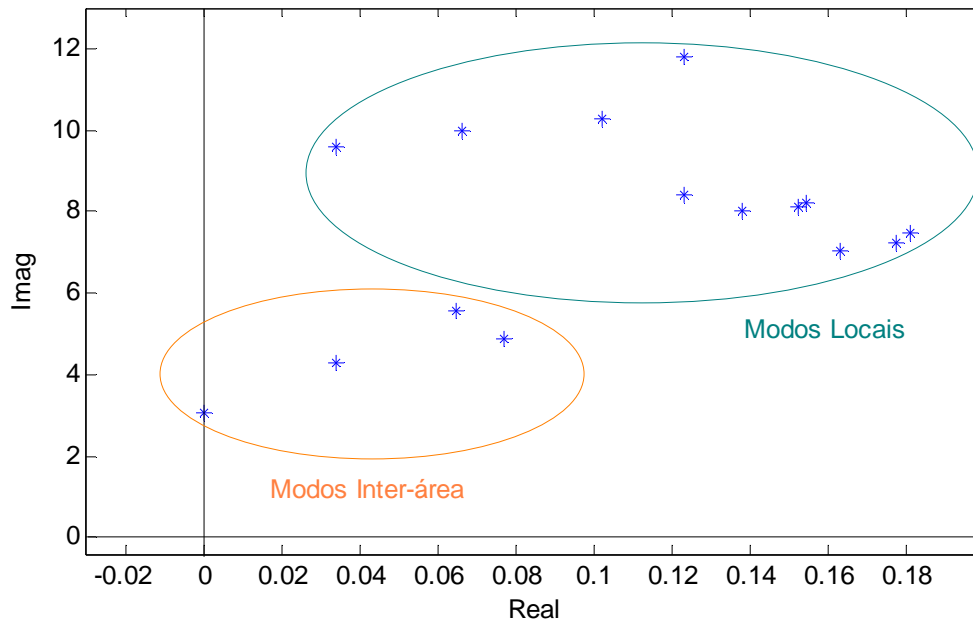


Figura 5.6 - Pólos do sistema New England/New York em malha aberta - Caso Base

De acordo com a figura 5.6, observa-se que tanto os modos locais quanto os modos inter-área são instáveis. Portanto, o sistema requer estabilizadores para operar de maneira estável.

Conforme os passos mostrados na seção 4.6.2, passou-se a fase de projeto dos controladores. Após estudo dos resíduos, foi constatado que havia necessidade de projetar controladores para os geradores G1, G2, G3, G4, G5, G7, G8, G9, G10, G11, G12, G13, G15 e G16. Os desvios das velocidades angulares dos rotores destes geradores ( $\Delta\omega_i$ ) foram utilizados como sinais de entrada no projeto dos controladores. Após os controladores serem projetados e inseridos no modelo, obteve-se uma representação de estados final de ordem 105.

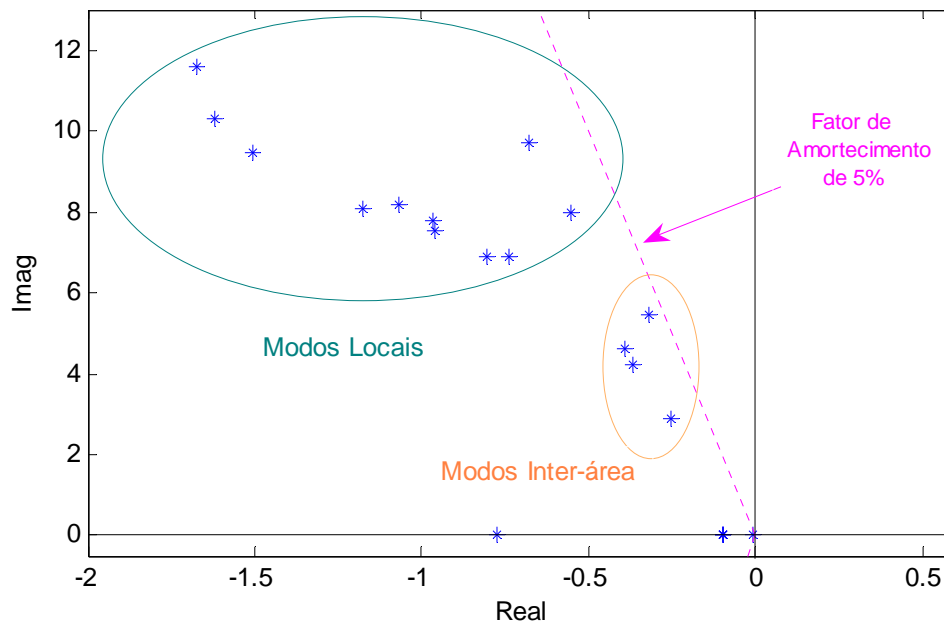


Figura 5.7- Pólos do sistema New England/New York em malha fechada - Caso Base

A figura 5.7 mostra o mapa de pólos referente aos modos locais e inter-área (para o caso base) do sistema em malha fechada, ou seja, após a inserção dos estabilizadores. Na figura, vê-se que o sistema tornou-se estável, ou seja, os autovalores estão no semi-plano esquerdo do plano complexo e dentro do limite estipulado como critério de desempenho, o que caracteriza fator de amortecimento maior que 5%.

#### 5.4 - Análise do Desempenho dos Controladores no sistema New England/New York

Construído os modelos linearizados que refletem as variações no ponto de operação do sistema New England/New York segundo o item 6 da seção 4.6.2 passou-se para a fase de análise de desempenho dos controladores projetados através do procedimento *ad hoc* adotado (item 7 da seção 4.6.2).



Aplicando-se então o procedimento descrito no capítulo anterior para a montagem das LMIs (4.21) e resolvendo tais LMIs a partir do algoritmo *feasp*, foram obtidos os resultados seguintes, que passam a ser relatados nos próximos parágrafos.

Tabela 5.1 - Casos estudados

<b>Casos</b>	<b>Número de Pontos</b>	<b>Pontos de Operação</b>	<b>Número de Pontos com Desempenho Garantido</b>
1	2	6 e 30	37
2	4	6, 30, 43 e 68	455
3	6	6, 30, 43, 68, 191 e 216	912

No primeiro caso os pontos utilizados para o cálculo da matriz  $\mathbf{P}$  são os pontos 6 e 31. Como mostra a tabela 5.1 esses pontos referem-se aos pontos mínimos e máximos da primeira forma de distribuição de carga. No segundo caso os pontos utilizados são os pontos 6, 31, 43 e 68 que referem-se aos pontos mínimos e máximos da primeira e da segunda forma de distribuição de carga considerada. No terceiro caso, os 6 pontos aplicados no cálculo da matriz  $\mathbf{P}$  são os pontos 6, 31, 43, 68, 191 e 216 que referem-se aos pontos mínimos e máximos da primeira, da segunda e da quinta forma de distribuição de carga. Para o primeiro caso, a análise de estabilidade feita através da matriz  $\mathbf{P}$  calculada mostrou que os 37 primeiros pontos de operação haviam sido estabilizados. No segundo caso a nova matriz  $\mathbf{P}$  mostrou que s 455 pontos de operação eram estáveis. No terceiro caso a matriz  $\mathbf{P}$  encontrada provou que outros 912 pontos foram estabilizados pelos PSS's projetados. Os pontos de operação calculados e as matrizes  $\mathbf{P}$  calculadas estarão disponíveis no banco digital de teses da USP.

A desvantagem da utilização deste procedimento empírico está no fato do mesmo não fornecer uma garantia de que pontos de operação que não serão considerados para a análise de desempenho estejam contidos na combinação convexa daqueles pontos que serão considerados nesta análise. Como o número de pontos escolhidos é geralmente pequeno em

relação ao número de elementos variantes (não proporcionais) da representação linearizada do sistema, é grande a possibilidade de que os pontos não escolhidos não façam parte efetivamente da combinação convexa dos escolhidos.

No entanto, os resultados obtidos mostram que a garantia de desempenho fornecida para os pontos escolhidos pode estender-se aos não escolhidos, desde que a escolha seja feita de maneira adequada, o que pode envolver um processo de tentativa e erro, conforme será mostrado na seqüência do texto.

## Capítulo 6

### CONCLUSÕES DO TRABALHO E PERSPECTIVAS FUTURAS

Neste trabalho, foi proposta uma metodologia de verificação da margem de estabilidade a pequenas perturbações em sistemas de potência (caracterizada pelo menor fator de amortecimento apresentado entre aqueles calculados para todos os autovalores do sistema, e comumente referida na literatura de maneira equivalente por índice de desempenho).

Conforme visto ao longo do texto, a metodologia proposta baseia-se na combinação entre os conceitos de estabilidade quadrática e modelagem politópica. A vantagem da metodologia proposta sobre aquela que atualmente é tipicamente empregada em estudos de estabilidade de sistemas de potência reside no fato de que a metodologia proposta neste trabalho apresenta uma garantia formal para o desempenho do sistema em pontos de operação factíveis que não foram considerados durante o processo de verificação, o que se traduz em uma melhor robustez de desempenho do sistema em relação a variações no seu ponto de operação.

Em contraponto, a metodologia usualmente empregada em estudos de estabilidade de sistemas de potência (que consiste na escolha arbitrária de pontos de operação representativos de regiões distintas de operação do sistema e no cálculo de autovalores – com a correspondente avaliação dos fatores de amortecimento – somente para tais pontos de operação) é capaz de fornecer garantia de desempenho apenas para os pontos que foram efetivamente considerados na etapa de verificação do mesmo.

---

Com o intuito de reduzir o esforço computacional associado à verificação do desempenho em sistemas de pequeno e médio porte, a metodologia proposta utiliza o algoritmo *QuickHull* para a determinação dos vértices do modelo politópico do sistema em estudo, o que permite descartar os pontos de operação que não são vértices mantendo, por uma característica particular da metodologia proposta, a garantia de que estes pontos terão desempenho satisfatório caso os vértices o tenham.

Verificou-se, no entanto, que a aplicação do algoritmo *QuickHull* mostra-se ineficaz do ponto de vista numérico para sistemas de grande porte. Apesar disso, mostrou-se que, utilizando a metodologia tradicional de escolha arbitrária dos pontos de operação representativos de regiões distintas, é possível obter uma garantia robusta de desempenho para condições não incluídas na etapa de verificação, embora a obtenção dessa garantia possa requerer um processo de tentativa e erro.

Concluiu-se, portanto, que a metodologia desenvolvida é promissora quando aplicada a sistemas de pequena dimensão. Isso é relevante para o trabalho, pois delimita atualmente o escopo de aplicação desta metodologia. Entre os problemas que se enquadram nessa categoria (podendo, portanto, ser tratados pela metodologia proposta) estão a obtenção de uma garantia de desempenho robusto para um gerador conectado radialmente e com inércia comparativamente menor do que o restante do sistema, o tratamento de problemas locais de ressonância subsíncrona e o tratamento de problemas de geração distribuída (conectada diretamente ao sistema de distribuição).

A obtenção de uma garantia de desempenho robusto (extensível a pontos de operação não utilizados na etapa de verificação) através da combinação dos conceitos de estabilidade quadrática e modelagem politópica para sistemas de grande porte permanece um problema em aberto. Alternativas para contornar os problemas numéricos encontrados na utilização do algoritmo *Quickhull* deverão ser testadas na seqüência deste trabalho. Outra perspectiva já em

curso é o desenvolvimento de um procedimento de projeto de controladores robustos (baseado nos conceitos de análise desenvolvidos neste trabalho) para o tratamento de problemas de ressonância subsíncrona.

## APÊNDICE A

Este apêndice contém o método do resíduo da função de transferência, o qual é utilizado neste trabalho para identificar os melhores locais para instalação dos controladores de amortecimento e as compensações de fase que os controladores devem fornecer. As discussões aqui realizadas são baseadas em (Kundur, 1994).

Considere o seguinte modelo de sistema de potência linearizado em torno do ponto de operação:

$$\dot{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\mathbf{t}) + \mathbf{B}\mathbf{u}(\mathbf{t}) \quad (\text{A1})$$

$$\mathbf{y}(\mathbf{t}) = \mathbf{C}\mathbf{x}(\mathbf{t}) \quad (\text{A2})$$

nas equações sendo  $\mathbf{u}(\mathbf{t})$  é o vetor de entradas do sistema (onde são adicionados os sinais de controle) e  $\mathbf{y}(\mathbf{t})$  o vetor de estados do sistema, e  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^n$  é o vetor de saídas do sistema (utilizado como entrada para os controladores). Seja  $\lambda_i = \sigma_i + j\omega_i$  o *i-ésimo* autovalor da matriz  $\mathbf{A}$ , onde a parte real corresponde ao amortecimento e a parte imaginária à frequência de oscilação. Se todos os autovalores da matriz  $\mathbf{A}$  forem distintos, então:

$$\mathbf{A}\Phi = \Phi\Lambda \quad (\text{A3})$$

$$\Psi\mathbf{A} = \Lambda\Psi \quad (\text{A4})$$

$$\Psi = \Phi^{-1} \quad (\text{A5})$$

onde  $\Lambda = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_n)$ ,  $\Phi$  são os autovetores à direita e à esquerda, respectivamente.

Para que os pólos do sistema em malha fechada possam ser modificados faz-se necessário que o modo de oscilação de interesse seja observável no sinal escolhido como entrada para o controlador a ser adicionado (propriedade da **observabilidade**). Não obstante, a ação de controle deve ser apta a manipular a posição dos pólos do sistema em malha fechada

de modo que seja possível posicioná-los numa região estável (propriedade de **controlabilidade**). Se um determinado modo de oscilação for não-observável e não-controlável, então um sinal de realimentação entre a saída e a entrada do sistema não fará efeito sobre o mesmo. As propriedades de controlabilidade e observabilidade para cada modo de oscilação podem ser investigadas a partir da construção das seguintes matrizes:

$$\mathbf{B}^T = \Phi^{-1}\mathbf{B} \quad (\text{A6})$$

$$\mathbf{C}^T = \mathbf{C}\Phi \quad (\text{A7})$$

O modo de oscilação investigado é não-controlável se a linha da matriz  $\mathbf{B}^T$  referente a ele for nula e não observável se a coluna na matriz  $\mathbf{C}^T$  referente a ele for nula. Agora, considere a seguinte função de transferência para um sistema constituído apenas por uma entrada e uma saída, selecionadas como o par entrada/saída de interesse (considerando, neste caso, que se deseja fazer a inclusão de apenas um controlador no sistema):

$$\mathbf{G}(s) = \frac{\mathbf{Y}(s)}{\mathbf{U}(s)} = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (\text{A8})$$

A função de transferência (A8) pode ser expandida em termos das matrizes  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{C}$  e dos autovetores à direita e à esquerda da matriz  $\mathbf{A}$ :

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{C}\boldsymbol{\varphi}(:,i)\boldsymbol{\psi}(i,:) \mathbf{B}}{(s - \lambda_i)} = \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{R}_i}{(s - \lambda_i)} \quad (\text{A9})$$

onde  $\mathbf{R}_i$  é o resíduo associado ao modo de oscilação  $\lambda_i$ . O resíduo de um modo de oscilação qualquer é obtido através do produto dos índices de controlabilidade e observabilidade do respectivo modo e fornece dados a respeito da sensibilidade do modo em relação a uma ação de controle. Em outras palavras, com o sistema operando em malha fechada, a variação de um modo de oscilação é causada pela ação de controle pode ser calculada por:

$$\Delta\lambda_i = \mathbf{R}_i\mathbf{H}(\lambda_i) \quad (\text{A10})$$

onde  $\mathbf{H}(\lambda_i)$  é a função de transferência do controlador.

A equação (A10) mostra que a variação da posição de um autovalor no plano complexo causada por uma ação de controle é proporcional ao resíduo do respectivo modo de oscilação. Tal ação de controle deve posicionar o autovalor de interesse numa região do semi-plano esquerdo de modo que os requisitos de projeto sejam satisfeitos (como, por exemplo, uma taxa de amortecimento mínima).

Como o objetivo é variar a parte real dos modos de oscilação em direção ao semi-plano esquerdo do plano complexo (direção de  $180^\circ$ ), o ângulo de fase do resíduo do referido modo de oscilação fornece informações importantes a respeito da compensação de fase requerida na etapa de projeto do controlador (considerando controladores com estrutura de blocos de avanço-atraso de fase). No que diz respeito à alocação dos controladores, deve-se calcular os resíduos da função de transferência em malha aberta, sendo que o maior valor de resíduo indica qual a posição mais efetiva para instalação do controlador.

Tabela A1 – Módulo dos resíduos dos geradores referentes os modos de oscilações

G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14	G15	G16	Modos de Oscilação
0,0123	0,0018	0,0018	0,0007	0,0001	0,0001	0,0003	0,0087	0,0006	0,1114	11,7647	0,0153	0,0665	0,0006	0,0000	0,0027	0,1231+11,8204i
0,0016	0,0004	0,0012	4,9625	3,0223	0,0013	0,0485	0,0017	0,0006	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,1020+10,2518i
0,0007	0,0002	0,0006	0,0047	0,0342	1,9118	4,0360	0,0011	0,0003	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0660+9,9597i
1,7302	0,0004	0,0005	0,0000	0,0002	0,0002	0,0000	4,6867	0,0150	0,0003	0,0010	0,0000	0,0001	0,0000	0,0000	0,0000	0,0338+9,5905i
0,2062	0,2365	0,2630	0,3185	0,2939	0,3039	0,2095	0,1761	0,3200	0,0726	0,1053	0,4051	1,4097	0,5452	0,5353	0,0035	0,0001+3,0504i
0,0919	0,0899	0,1180	0,2173	0,2062	0,2029	0,1472	0,0903	0,2166	0,0024	0,0015	0,0599	0,2505	0,8002	0,2043	1,8719	0,0341+4,2768i
0,1203	0,1313	0,1935	0,4809	0,4690	0,4470	0,3296	0,1377	0,4477	0,0049	0,0334	0,6992	2,5402	0,2286	0,3238	0,0564	0,0768+4,8618i
0,0013	0,0002	0,0003	0,0040	0,0040	0,0038	0,0028	0,0014	0,0052	0,0012	0,0010	0,2014	0,6386	0,1472	0,7743	2,6582	0,0648+5,5811i
0,0582	0,3229	0,3283	0,2581	0,3075	0,2585	0,1825	0,1482	5,4831	0,0083	0,0012	0,0003	0,0002	0,0003	0,0000	0,0005	0,1631+7,0456i
1,5388	0,0041	0,0499	0,0085	0,0207	0,0378	0,0194	1,3180	0,3256	2,1002	0,0367	0,0022	0,0171	0,0003	0,0000	0,0019	0,1233+8,4154i
0,0303	2,3832	1,6904	0,5540	0,6956	0,5596	0,3871	0,0165	0,0218	0,0367	0,0073	0,0387	0,0357	0,0005	0,0000	0,0007	0,1777+7,2267i
0,9648	0,3180	0,0316	0,0280	0,0501	0,0188	0,0110	0,6639	0,6590	2,6659	0,1919	0,0126	0,1428	0,0034	0,0002	0,0091	0,1380+8,0036i
0,0044	2,6330	3,6271	0,0070	0,0107	0,0041	0,0025	0,0032	0,0016	0,0572	0,0035	0,0002	0,0022	0,0001	0,0000	0,0001	0,1523+8,1103i
0,0002	0,0054	0,0042	0,0006	0,0007	0,0006	0,0004	0,0001	0,0017	0,0059	0,0045	3,3936	2,4575	0,0000	0,0000	0,0011	0,1811+7,4846i
0,0005	0,0005	0,0009	1,4791	2,6448	1,7722	1,0146	0,0004	0,0002	0,0047	0,0001	0,0000	0,0002	0,0000	0,0000	0,0000	0,1547+8,2261i



Para exemplificar a aplicação do método do resíduo da função de transferência, considere o sistema teste utilizado neste trabalho. Foram calculados os resíduos da função de transferência de malha aberta associados aos modos de oscilação de interesse:

Na tabela A1 fica evidente a participação de uma determinada máquina em um determinado modo de oscilação ou vice-versa. Já a tabela A2 mostra os ângulos a serem compensados que podem ser calculados da seguinte forma:

$$\phi_{\text{COMP}} = 180^\circ - \arg(\mathbf{R}_i) \quad (\text{A11})$$

Tabela A2 – Ângulos dos geradores referentes aos modos de oscilações

G1	G2	G3	G4	G5	G6	G7	G8	G9	G10	G11	G12	G13	G14	G15	G16	Modos de Oscilação
81,6104	87,2666	79,3403	64,7594	33,0984	64,2158	56,1091	69,8820	56,3437	84,9434	38,4267	91,8583	69,5817	82,4380	150,6880	107,2153	0,1231+1,8204i
80,9745	86,7243	79,1489	61,6202	62,7990	105,9657	51,2540	67,0404	70,9181	84,5926	28,9646	91,3932	67,2919	65,6436	235,5198	75,7539	0,1020+0,2518i
51,1771	35,6290	40,5651	55,4006	49,9880	70,8019	55,6849	44,8211	17,4961	10,9696	44,9235	335,9342	317,5110	254,3644	64,6852	294,9141	0,0660+9,9597i
74,8493	280,9432	274,9732	60,6920	10,8697	30,1890	56,1158	60,6869	96,0623	267,2863	45,4422	261,3862	230,5085	217,1640	23,6905	237,1557	0,0338+9,5905i
16,1451	15,9566	8,9195	7,8858	11,7556	17,0845	3,8711	11,3533	8,4835	13,1823	350,3713	21,4119	6,4178	10,3473	8,3095	4,0266	0,0001+3,0504i
20,9517	20,3099	12,2703	9,2253	13,5647	20,4969	4,9099	16,6118	10,3673	33,1378	341,1466	27,0635	8,3057	12,2082	14,7754	19,1060	0,0341+4,2768i
25,7035	27,0650	19,2500	16,0991	20,6527	28,2016	11,9469	24,0912	17,4852	41,3869	356,1481	38,1537	17,1138	10,6123	22,2986	314,8226	0,0768+4,8618i
69,5808	260,5185	165,4383	79,3964	83,8058	92,2187	75,3783	70,2690	67,6105	2,2807	262,1827	61,1128	37,3753	1,9766	11,8749	30,8778	0,0648+5,5811i
36,6057	32,5098	25,3610	37,3954	41,1655	53,5854	35,5519	42,6428	30,7032	61,0500	23,6137	84,3960	60,4986	30,3102	20,0438	38,2278	0,1631+7,0456i
62,0926	63,1176	66,7126	48,8344	55,2398	53,7738	32,8326	55,8189	53,4732	54,8123	351,1965	42,4044	38,8377	47,7393	0,4784	49,5428	0,1233+8,4154i
36,3604	50,2266	39,9965	26,0398	29,0667	43,6728	25,3679	16,0017	278,5909	53,4627	4,3984	88,9415	20,5314	42,4401	13,2070	41,2311	0,1777+7,2267i
48,5886	55,3924	51,7799	11,4531	19,6378	47,5983	26,7757	39,7601	37,2487	61,3279	10,8121	29,9529	51,9703	59,8643	15,9553	53,0161	0,1380+8,0036i
7,1551	61,7287	53,4226	31,5761	34,5665	75,5704	55,8261	358,5529	358,2604	54,3363	356,0715	40,6641	51,3551	64,5377	356,9503	53,6419	0,1523+8,1103i
140,7591	101,6349	93,8472	88,7792	87,3649	109,7660	91,1514	117,8145	79,5566	129,6762	87,5696	65,7964	44,2060	282,5407	57,7634	40,9664	0,1811+7,4846i
106,9759	18,9251	325,6410	37,7420	41,4017	54,7057	34,8913	94,9302	227,9185	10,8195	284,9183	357,7722	351,0549	344,4021	338,2680	355,5284	0,1547+8,2261i

## APÊNDICE B

Este apêndice contém os dados relativos ao sistema máquina versus barramento infinito e ao sistema New England/New York, que foram usados como sistemas testes neste trabalho

### B.1 - Sistema SMIB

O sistema SMIB é composto por um gerador ligado a um barramento infinito. Os dados desse sistema estão apresentados no seu diagrama unifilar mostrado na figura 5.1. Os parâmetros do gerador desse sistema referidos nas bases  $S_{BASE} = 100\text{MVA}$  e  $V_{BASE} = 20\text{KV}$  são:

$$x_d = 0,100, \quad x_q = 0,060, \quad x'_d = 0,031, \quad \tau'_{do} = 10,20 \text{ e } H = 42,00$$

onde  $x_d$  é a reatância síncrona de eixo direto,  $x_q$  é a reatância síncrona de eixo em quadratura,  $x'_d$  é a reatância transitória do eixo direto,  $\tau'_{do}$  constante de tempo transitória e  $H$  constante de inércia.

A estrutura do controlador projetado para o sistema SMIB está representada na figura 3.1, sendo que este possui constante  $K_{PSS} = 20$ , bloco *washout* com constante de tempo  $T_w = 10$  e um bloco de avanço-atraso de fase. A função de transferência do controlador de amortecimento projetado para o sistema SMIB é:

$$H(s) = \frac{140.2s^2 + 200s}{0.1527s^2 + 10.02s + 1}$$

## B.2 - Sistema New England/New York

O sistema New England/New York é constituído por 68 barras e 16 geradores. Os dados completos deste sistema podem ser encontrados em (Rogers, 2000).

Os dados de linha do sistema New England/New York, referentes às resistências, reatâncias e susceptâncias shunt, são apresentados na tabela B1. Todos os valores estão em p.u. referidos nas bases  $S_{BASE} = 100\text{MVA}$  e  $V_{BASE} = 230\text{KV}$

Tabela B1 - Dados do sistema de transmissão do New England/New York

Barra de Destino	Barra de Origem	Resistência [p.u.]	Reatância [p.u.]	Susceptância [p.u.]
1	2	0.0035	0.0411	0.6987
1	30	0.0008	0.0074	0.4800
2	3	0.0013	0.0151	0.2572
2	25	0.0070	0.0086	0.1460
2	53	0.0000	0.0181	0.0000
3	4	0.0013	0.0213	0.2214
3	18	0.0011	0.0133	0.2138
4	5	0.0008	0.0128	0.1342
4	14	0.0008	0.0129	0.1382
5	6	0.0002	0.0026	0.0434
5	8	0.0008	0.0112	0.1476
6	7	0.0006	0.0092	0.1130
6	11	0.0007	0.0082	0.1389
6	54	0.0000	0.0250	0.0000
7	8	0.0004	0.0046	0.0780
8	9	0.0023	0.0363	0.3804

9	30	0.0019	0.0183	0.2900
10	11	0.0004	0.0043	0.0729
10	13	0.0004	0.0043	0.0729
10	55	0.0000	0.0200	0.0000
12	11	0.0016	0.0435	0.0000
12	13	0.0016	0.0435	0.0000
13	14	0.0009	0.0101	0.1723
14	15	0.0018	0.0217	0.3660
15	16	0.0009	0.0094	0.1710
16	17	0.0007	0.0089	0.1342
16	19	0.0016	0.0195	0.3040
16	21	0.0008	0.0135	0.2548
16	24	0.0003	0.0059	0.0680
17	18	0.0007	0.0082	0.1319
17	27	0.0013	0.0173	0.3216
19	20	0.0007	0.0138	0.0000
19	56	0.0007	0.0142	0.0000
20	57	0.0009	0.0180	0.0000
21	22	0.0008	0.0140	0.2565
22	23	0.0006	0.0096	0.1846
22	58	0.0000	0.0143	0.0000
23	24	0.0022	0.0350	0.3610
23	59	0.0005	0.0272	0.0000
25	26	0.0032	0.0323	0.5310
25	60	0.0006	0.0232	0.0000
26	27	0.0014	0.0147	0.2396
26	28	0.0043	0.0474	0.7802
26	29	0.0057	0.0625	10.2900
28	29	0.0014	0.0151	0.2490
29	61	0.0008	0.0156	0.0000
9	30	0.0019	0.0183	0.2900

---

9	36	0.0022	0.0196	0.3400
9	36	0.0022	0.0196	0.3400
36	37	0.0005	0.0045	0.3200
34	36	0.0033	0.0111	1.4500
35	34	0.0001	0.0074	0.0000
33	34	0.0011	0.0157	0.2020
32	33	0.0008	0.0099	0.1680
30	31	0.0013	0.0187	0.3330
30	32	0.0024	0.0288	0.4880
1	31	0.0016	0.0163	0.2500
31	38	0.0011	0.0147	0.2470
33	38	0.0036	0.0444	0.6930
38	46	0.0022	0.0284	0.4300
46	49	0.0018	0.0274	0.2700
1	47	0.0013	0.0188	1.3100
47	48	0.0025	0.0268	0.4000
47	48	0.0025	0.0268	0.4000
48	40	0.0020	0.0220	1.2800
35	45	0.0007	0.0175	1.3900
37	43	0.0005	0.0276	0.0000
43	44	0.0001	0.0011	0.0000
44	45	0.0025	0.0730	0.0000
39	44	0.0000	0.0411	0.0000
39	45	0.0000	0.0839	0.0000
45	51	0.0004	0.0105	0.7200
50	52	0.0012	0.0288	2.0600
50	51	0.0009	0.0221	1.6200
49	52	0.0076	0.1141	1.1600
52	42	0.0040	0.0600	2.2500
42	41	0.0040	0.0600	2.2500
41	40	0.0060	0.0840	3.1500

31	62	0.0000	0.0260	0.0000
32	63	0.0000	0.0130	0.0000
36	64	0.0000	0.0075	0.0000
37	65	0.0000	0.0033	0.0000
41	66	0.0000	0.0015	0.0000
42	67	0.0000	0.0015	0.0000
52	68	0.0000	0.0030	0.0000
1	27	0.0320	0.3200	0.4100

As condições de operação utilizadas na construção do politopo e nas simulações lineares foram determinadas pelos estudos de fluxo de carga do sistema. Os dados referentes às condições de operação do caso base são apresentados na tabela B2.

Tabela B2 – Condição de operação do sistema New England/New York referente ao caso base

Número da Barra	Modulo da Tensão [p.u.]	Ângulo da Tensão [rad]	Potência Ativa Gerada [p.u.]	Potência Reativa Gerada [p.u.]	Potência Ativa Consumida [p.u.]	Potência Reativa Consumida [p.u.]
1	1,1268	0,1031	0,0000	0,0000	2,5270	1,1856
2	1,0565	0,1395	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
3	1,0347	0,0888	0,0000	0,0000	3,2200	0,0200
4	0,9932	0,0709	0,0000	0,0000	5,0000	1,8400
5	0,9870	0,0889	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
6	0,9858	0,1016	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
7	0,9824	0,0602	0,0000	0,0000	2,3400	0,8400
8	0,9848	0,0504	0,0000	0,0000	5,2200	1,7700
9	1,0575	0,0420	0,0000	0,0000	1,0400	1,2500
10	0,9880	0,1481	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
11	0,9863	0,1321	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

12	0,9682	0,1323	0,0000	0,0000	0,0900	0,8800
13	0,9897	0,1352	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
14	0,9969	0,1057	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
15	1,0075	0,1027	0,0000	0,0000	3,2000	1,5300
16	1,0244	0,1297	0,0000	0,0000	3,2900	0,3200
17	1,0393	0,1094	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
18	1,0371	0,0940	0,0000	0,0000	1,5800	0,3000
19	1,0027	0,2176	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
20	0,9935	0,1934	0,0000	0,0000	6,8000	1,0300
21	1,0239	0,1764	0,0000	0,0000	2,7400	1,1500
22	1,0385	0,2598	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
23	1,0381	0,2543	0,0000	0,0000	2,4800	0,8500
24	1,0310	0,1327	0,0000	0,0000	3,0900	-0,9200
25	1,0626	0,1629	0,0000	0,0000	2,2400	0,4700
26	1,0792	0,1350	0,0000	0,0000	1,3900	0,1700
27	1,0628	0,1036	0,0000	0,0000	2,8100	0,7600
28	1,0655	0,1886	0,0000	0,0000	2,0600	0,2800
29	1,0529	0,2350	0,0000	0,0000	2,8400	0,2700
30	1,0975	0,0964	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
31	1,0988	0,1364	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
32	1,0539	0,1800	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
33	1,0746	0,1188	0,0000	0,0000	1,1200	0,0000
34	1,0858	0,0355	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
35	1,1066	0,0344	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
36	1,0327	-0,0128	0,0000	0,0000	1,0200	-0,1946
37	1,0061	-0,1172	0,0000	0,0000	60,0000	3,0000
38	1,1110	0,1343	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
39	1,0631	-0,1373	0,0000	0,0000	2,6700	0,1260
40	1,2899	0,2064	0,0000	0,0000	0,6563	0,2353
41	1,0076	0,6466	0,0000	0,0000	10,0000	2,5000
42	1,0031	0,5620	0,0000	0,0000	11,5000	2,5000

43	1,0422	-0,1271	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
44	1,0436	-0,1276	0,0000	0,0000	2,6755	0,0484
45	1,1289	0,0317	0,0000	0,0000	2,0800	0,2100
46	1,1149	0,1428	0,0000	0,0000	1,5070	0,2850
47	1,2268	0,1105	0,0000	0,0000	2,0312	0,3259
48	1,2696	0,1337	0,0000	0,0000	2,4120	0,0220
49	1,1075	0,1855	0,0000	0,0000	1,6400	0,2900
50	1,1271	0,2671	0,0000	0,0000	1,0000	-1,4700
51	1,1470	0,0876	0,0000	0,0000	3,3700	-1,2200
52	1,0145	0,5661	0,0000	0,0000	24,7000	1,2300
53	1,0450	0,1805	2,5000	-0,6153	0,0000	0,0000
54	0,9800	0,2431	5,4500	0,1585	0,0000	0,0000
55	0,9830	0,2823	6,5000	0,1870	0,0000	0,0000
56	0,9970	0,3078	6,3200	-0,4248	0,0000	0,0000
57	1,0110	0,2832	5,0520	0,9506	0,0000	0,0000
58	1,0500	0,3517	7,0000	1,1665	0,0000	0,0000
59	1,0630	0,3922	5,6000	1,2548	0,0000	0,0000
60	1,0300	0,2783	5,4000	-1,2715	0,0000	0,0000
61	1,0250	0,3522	8,0000	-1,7713	0,0000	0,0000
62	1,0100	0,2538	5,0000	-3,1557	0,0000	0,0000
63	1,0000	0,3037	10,0000	-3,5269	0,0000	0,0000
64	1,0156	0,0839	13,5000	-1,6664	0,0000	0,0000
65	1,0110	0,0000	36,0590	3,6077	0,0000	0,0000
66	1,0000	0,6732	17,8500	-4,7995	0,0000	0,0000
67	1,0000	0,5770	10,0000	-1,9767	0,0000	0,0000
68	1,0000	0,6847	40,0000	-2,4474	0,0000	0,0000

Nos estudos de fluxo de carga, a barra 65 foi tratada como barra slack e também realiza a compensação das perdas. Na construção do politopo foram utilizadas mais duas condições de operação para cada área. Foram consideradas variações de  $\pm 10\%$  nas cargas da



condição de operação referente ao caso base, totalizando 32 pontos de operação. Nas referidas variações os fatores de potência das cargas foram mantidos constantes, e foi utilizado um redespacho de potência ativa, baseado nas constantes de inércia dos geradores referentes à área cuja carga foi modificada.

A tabela B3 apresenta os parâmetros dos geradores referidos nas bases  $S_{BASE} = 100\text{MVA}$  e  $V_{BASE} = 20\text{KV}$  que são utilizados na construção do politopo e nas simulações.

Tabela B3 – Parâmetros dos Geradores do Sistema New Englando New York

Gerador	$x_d$	$x_q$	$x'_d$	$\tau'_{do}$	H
1	0,100	0,060	0,031	10,20	42,00
2	0,295	0,282	0,069	6,56	30,20
3	0,249	0,237	0,053	5,70	35,80
4	0,262	0,258	0,044	6,56	28,60
5	0,670	0,620	0,132	5,40	26,00
6	0,254	0,241	0,050	7,30	34,80
7	0,295	0,292	0,049	5,66	26,40
8	0,290	0,280	0,057	6,70	24,30
9	0,210	0,205	0,057	4,79	34,50
10	0,169	0,115	0,046	9,37	31,00
11	0,128	0,123	0,018	4,10	28,20
12	0,101	0,095	0,031	7,40	92,30
13	0,029	0,028	0,005	5,90	248,00
14	0,018	0,017	0,003	4,10	300,00
15	0,018	0,017	0,003	4,10	300,00
16	0,035	0,033	0,007	7,80	225,00

Os controladores projetados para o sistema teste são apresentados neste apêndice. Para escolher em quais geradores deveriam ser instalados os compensadores foi utilizado o método

do resíduo explicado na APÊNDICE A. O projeto dos controladores foi baseado em (Sadikovic *et al.*, 2005) e em testes, para que os modos oscilatórios presentes, após a inserção dos controladores, obtivessem no mínimo 5% de fator de amortecimento.

A estrutura dos estabilizadores clássicos foi apresentada na figura 3.1, sendo que todos possuem a constante  $K_{pss} = 20$ , o bloco *washout* com constante de tempo  $T_w = 10$  e foram compostos de dois blocos de avanço-atraso de fase. As funções de transferência dos controladores de amortecimento projetados para o sistema teste são as seguintes:

- **Controlador do Gerador 1:**

$$H(s) = \frac{8.828s^3 + 84.04s^2 + 200s}{0.04517s^3 + 1.349s^2 + 10.13s + 1}$$

- **Controlador do Gerador 2:**

$$H(s) = \frac{9.477s^3 + 87.07s^2 + 200s}{0.07737s^3 + 1.767s^2 + 10.18s + 1}$$

- **Controlador do Gerador 3:**

$$H(s) = \frac{8.006s^3 + 80.03s^2 + 200s}{0.05774s^3 + 1.525s^2 + 10.15s + 1}$$

- **Controlador do Gerador 4:**

$$H(s) = \frac{5.899s^3 + 68.7s^2 + 200s}{0.03069s^3 + 1.111s^2 + 10.11s + 1}$$

- **Controlador do Gerador 5:**

$$H(s) = \frac{6.188s^3 + 70.36s^2 + 200s}{0.07059s^3 + 1.687s^2 + 10.17s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 7:**

$$H(s) = \frac{5.55s^3 + 66.63s^2 + 200s}{0.03662s^3 + 1.214s^2 + 10.12s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 8:**

$$H(s) = \frac{6.614s^3 + 72.74s^2 + 200s}{0.03574s^3 + 1.199s^2 + 10.12s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 9:**

$$H(s) = \frac{6.93s^3 + 74.46s^2 + 200s}{0.1171s^3 + 2.176s^2 + 10.22s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 10:**

$$H(s) = \frac{9.621s^3 + 87.73s^2 + 200s}{0.05066s^3 + 1.429s^2 + 10.14s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 11:**

$$H(s) = \frac{2.836s^3 + 47.63s^2 + 200s}{0.03613s^3 + 1.206s^2 + 10.12s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 12:**

$$H(s) = \frac{12.06s^3 + 98.22s^2 + 200s}{0.05285s^3 + 1.459s^2 + 10.15s + 1}$$

**• Controlador do Gerador 13:**

$$H(s) = \frac{11.42s^3 + 95.58s^2 + 200s}{0.3135s^3 + 3.572s^2 + 10.35s + 1}$$

---

- **Controlador do Gerador 15:**

$$H(s) = \frac{7.902s^3 + 79.51s^2 + 200s}{0.2608s^3 + 3.256s^2 + 10.32s + 1}$$

- **Controlador do Gerador 16:**

$$H(s) = \frac{11.08s^3 + 94.15s^2 + 200s}{0.186s^3 + 2.747s^2 + 10.27s + 1}$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Aboul-Ela, M E., Sallam, A. A., McCalley, J. D. e Fouad, A. A. (1996). **Damping controller design for power system oscillations using global signals.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 11, n. 2, pp. 767-773.

Anderson, P. M. e Fouad, A. A. (1994). **Power system control and stability.** IEEE Press.

Bandal, V., Bandyopadhyay, B. e Kulkarni, A.M.(2005). **Output feedback fuzzy sliding mode control technique based power system stabilizer (PSS) for single machine infinite bus (SMIB) system.** *IEE International Conference on Industrial Technology*, pp. 341-346.

Barber, C. B., Dobkin, D. P. e Huhdanpaa, H. (1996). **The Quickhull Algorithm for Convex Hul.** *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 22, n. 4, pp. 469-483.

Barmish, B. R. (1985). **Necessary and sufficient conditions for quadratic stabilizability of an uncertain system.** *Journal of Optimization Theory and Applications*, vol. 46, n. 4, pp. 399-408.

Bernussou, J., Geromel, J.C. e Korogui, R.H. (2005). **On Robust Output Feedback Control For Polytopic Systems.** *44th IEEE Conference on Decision and Control - European Control Conference*, pp. 5018-5023

- 
- Boyd, S., Ghaoui, L.E., Feron, E. e Balakrishnam, V. (1994). **Linear matrix inequalities in system and control theory**. *Society for industrial and applied mathematics*.
- Bronsted, A. (1983). **An introduction to convex polytopes**. Graduate Texts in Mathematics, vol. 90, Springer-Verlag, New York
- Chang, W., Joo, Y. H. et al. (1999). **Robust fuzzy-model-based controller for uncertain systems**. *IEEE International Fuzzy Systems Conference Proceedings*, pp. 22-25. Seoul, Korea.
- Chaudhuri, B. e Pal, B. C. (2004). **Robust damping of multiple swing modes employing global stabilizing signals with a tcsc**. *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n. 1, pp. 499-506.
- Chen, C.T. (1999). **Linear system theory and design**. Oxford University Press, New York Oxford.
- Chiali, M. e Gahinet, P. (1996).  **$H_\infty$  design with pole placement constraints: an lmi approach**. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, n. 3, pp. 358-367.
- Chiali, M., Gahinet, P. e Apkarian, P. (1999). **Robust pole placement in lmi regions**. *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 44, n. 12, pp. 2257-2270.

Clauss, P. e Loechner, V. (1996). **Parametric analysis of polyhedral iteration spaces.** *IEEE International Conference on Application-Specific Systems, Architectures and Processors 1996*, pp. 415-424

Colaneri, P. e Geromel, J.C. (2005). **Parameter-dependent Lyapunov functions for time varying polytopic systems.** *American Control Conference, 2005. Proceedings of the 2005*, pp. 8-10.

Davison, E.J. e Ramesh, N. (1970). **A note on the eigenvalues of a real matrix.** *IEEE Trans. Automatic Control*, 15, pp. 252-253

DeMello, F. P. e Concordia, C. (1969). **Concepts of synchronous machine stability as affected by excitation control.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n. 4, pp. 1487-1496.

FenWu e Jaramillo, J. (2002). **Numerical algorithm for model reduction of polytopic uncertain linear systems.** *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, vol. 3, pp. 748-1752.

Ford, J.J., Ledwich, G. e Dong, Z.Y. (2006). **Nonlinear control of single-machine-infinite-bus transient stability.** *Power Engineering Society General Meeting, 2006. IEEE*, pp. 8.

- 
- Geromel, J.C., Oliveira, M. C. e Hsu, L. (1999). **Lmi characterization of structural and robust stability.** *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 1888-1892. San Diego, California.
- Grman, L., Rosinová, D., Veselý, V. e Kozáková, A. (2004). **Robust stability conditions for polytopic systems.** *International Journal of Systems Science*, vol. 36, n. 15, pp. 961-973.
- Gomes, S., Martins, N., Portela, C. (2003). **Computing small-signal stability boundaries for large-scale power systems.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 18, n. 2, pp. 747-752.
- Kundur, P. (1994). **Power system stability and control.** EPRI Editors, McGraw-Hill, New York
- Kundur, P., Paserba, J., Ajarapu, V. et al. (2004). **Definition and classification of power system stability.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, n. 2, pp. 1387-1401.
- Leite, V. J. S., Peres, R. L. D. (2003). **An improved lmi condition for robust d-stability of uncertain polytopic systems.** *Proceedings of the American Control Conference*, pp. 833-838. Denver, Colorado.
- Leite, V. J. S., Montagner, V. F., Oliveira, P. J. et al. (2004). **Estabilidade robusta de sistemas lineares através de desigualdades matriciais lineares.** *Revista Controle & Automação*, vol. 15, n. 1, pp. 25-40.



Majumder, R., Pal, B. C., Dufour, C. e Korba, P. (2006). **Design and real-time implementation of robust facts controller for damping inter-area oscillation.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, n. 2, pp.809-816.

Ogata, K. (2003). **Engenharia de controle moderno.** Prentice Hall, São Paulo, S.P.

Oliveira, M. C. (1996). **Algoritmos de pontos interiores e desigualdades matriciais lineares.** Tese de Mestrado, FEEC-UNICAMP.

Pal, B. e Chaudhuri, B. (2005). **Robust control in power systems.** Springer Science +

Pakshin, P. e Mitrofanov, I. (2005). **Robust stabilization of jump polytopic systems via output feedback.** *Conference on Decision and Control 2005 and 2005 European Control Conference*, pp. 2616-2621.

Wang, H. F., Swift, F. J. (1997). **A unified model for the analysis of FACTS devices in damping power system oscillations. Part 1 - Simple-machine-infinite-bus power systems.** *IEEE Transactions on Energy Delivery*, vol. 12, pp. 941-946.

Wenyan, G. e Bollinger, K.E. (1989). **A decoupler design method for synchronous-machine-infinite-bus system.** *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol 4, pp. 54-61.

- 
- Ramos, D. C. W. e Peres, P. L. D. (2002). **An lmi condition for the robust stability of uncertain continuous-time linear systems.** *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 47, n. 4, pp. 675-678.
- Ramos, R. A. (2002). **Procedimento de projeto de controladores robustos para o amortecimento de oscilações eletromecânicas em sistemas de potência.** Tese de Doutorado, EESC-USP, São Carlos, S.P.
- Ramos, R. A., Bretas, N. G. e Alberto, L. F. C. (2002). **Damping controller design for power systems with polytopic representation of operating conditions.** *Proceedings of the IEEE PES Winter Meeting*, New York City.
- Ramos, R. A., Alberto, L. F. C. e Bretas, N. G. (2002). **Modelagem de máquinas síncronas aplicada ao estudo de estabilidade de sistemas elétricos de potência.** Publicações EESC, São Carlos, S.P.
- Rao, P.S. e Sen, I. (2000). **Robust pole placement stabilizer design using linear matrix inequalities.** *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 15, n. 1, pp. 313-319.
- Rogers, G. (2000). **Power system oscillations.** Kluwer Academic Publishers.
- Tavares, C. A. A. (2005). **Ressonância subsíncrona e outras formas de instabilidade eletromecânica.** Tese de Mestrado. COPPE-UFRJ, Rio de Janeiro, R.J.

Vasques, R. O. (2006). **Projeto de controladores de amortecimento para sistemas elétricos de potência**. Tese de Doutorado. EESC-USP, São Carlos, S.P.

Vidyasagar, M. (1993). **Nonlinear systems analysis**. Ed. 2, Prentice-Hall.

Sadikovic, R., Korba, P. e Andersson, G. (2005). **Application of FACTS devices for damping of power system oscillations**. *IEEE PowerTech*, Petersburg, Russia

Shirai, Y., Taguchi, M., Shiotsu, M., Hatta, H. e Nitta, T. (2003). **Simulation study on operating characteristics of superconducting fault current limiter in one-machine infinite bus power system**. *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 13, pp. 1822-1827.

Zheng, F., Wang, Q. G. e Lee, T. H. (2004). **Adaptive and robust controller design for uncertain nonlinear systems via fuzzy modeling approach**. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part B: Cybernetics*, vol. 34, n. 1, pp. 166-177.

**Qhull Manual**. Disponível em: <<http://www.qhull.org>> Acesso em: 18/06/07

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)