

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL

INSTITUTO DE PESQUISAS HIDRÁULICAS

**USO DA TEORIA DE VALORES EXTREMOS PARA ESTIMAR  
VALORES DE PRESSÕES HIDRODINÂMICAS EM UM RESSALTO  
HIDRÁULICO FORMADO A JUSANTE DE UM VERTEDOURO:  
O CASO DA UHE PORTO COLÔMBIA**

**SIMONE MAFFINI CEREZER**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

**Orientador: Prof. Dr. Robin Thomas Clarke**

**Banca Examinadora**

Prof. Dr. André Luiz Lopes da Silveira	IPH/UFRGS
Profa. Dra. Ela Mercedes Medrano de Toscano	ICEx/UFMG
Prof. Dr. Luiz Augusto Magalhães Endres	IPH/UFRGS
Profa. Dra. Sílvia Regina Costa Lopes	IM/UFRGS

Porto Alegre, abril de 2008

# **Livros Grátis**

<http://www.livrosgratis.com.br>

Milhares de livros grátis para download.

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental da Universidade Federal do Rio Grande do Sul como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental.

Área de Concentração: Hidráulica

Professor Orientador:

Dr. Robin Thomas Clarke

Professor Co-orientador:

Dr. Marcelo Giulian Marques

Banca Examinadora:

Dr. André da Silveira (IPH/UFRGS)

Dra. Ela Mercedes Medrano de Toscano (ICEx/UFGM)

Dr. Luiz Augusto Magalhães Endres (IPH/UFRGS)

Dra. Sílvia Regina Costa Lopes (IM/UFRGS)

“Ainda que eu falasse as línguas dos homens e dos anjos, e não tivesse amor, seria como o metal que soa ou como o sino que tine. E ainda que tivesse o dom de profecia, e conhecesse todos os mistérios e toda a ciência, e ainda que tivesse toda a fé, de maneira tal que transportasse os montes, e não tivesse amor, nada seria.  
...

1 Coríntios 13, 1-2

## Agradecimentos

Ao Prof. Dr. Robin Thomas Clarke, pela oportunidade da orientação, disponibilidade de tempo, profissionalismo e empenho em sempre transmitir apoio e estímulo, pela orientação crítica, pelas exigências, correções, sugestões e paciência.

Ao Prof. Dr. Marcelo Giulian Marques, pela co-orientação, sugestões e comentários necessários para o aprimoramento do meu trabalho, pela simplicidade, disponibilidade e atenção.

À minha família, pelo estímulo, confiança, dedicação e carinho.

Aos amigos, Alexandre Derivi, Bárbara, Chaline, Cláudia, Daniela, Iva, Luciana, Marineide, Mario e Silvete, muito obrigada pelo carinho, atenção e por compartilharem comigo as alegrias e também os momentos difíceis.

Aos colegas do Departamento de Ciências Exatas e da Terra da URI-Campus de Erechim, pelo apoio, incentivo e amizade. Em especial aos colegas Clemerson e Claodomir, pelas sugestões na parte de programação.

À Nadir, secretária do curso, e às funcionárias da biblioteca do IPH, pela atenção com que sempre fui atendida.

Aos alunos bolsistas do Prof. Marcelo, Alexandre, Eder, Edgar, Guilherme e Rafael pela ajuda.

A Furnas Centrais Elétricas por disponibilizar os dados de pressão obtidos no dissipador de energia da Usina de Porto Colômbia para análise.

## Resumo

A caracterização das ações hidrodinâmicas que ocorrem em estruturas de dissipação de energia é motivo de preocupação para muitos engenheiros ligados ao projeto de barragens. Tal preocupação resulta da necessidade de, durante a ocorrência de cheias, assegurar a estabilidade dos elementos estruturais dos órgãos de dissipação de energia face às intensas flutuações de pressão ocasionadas pelos escoamentos turbulentos. Por isso, um método para estimativa dos valores extremos de pressão é de muita utilidade para os profissionais que atuam no dimensionamento das estruturas de dissipação de energia hidráulica. Desta forma, este trabalho consiste no ajuste da distribuição generalizada de valores extremos (GEV) e da distribuição generalizada de Pareto (GPD) aos dados de pressão instantânea registrados no protótipo do dissipador de energia por ressalto hidráulico da Usina Hidrelétrica (UHE) de Porto Colômbia, pertencentes a Furnas Centrais Elétricas. A qualidade do ajuste da GEV e da GPD foram avaliadas graficamente através dos gráficos *PP-Plot* e *QQ-Plot* e pela aplicação dos testes de *Kolmogorov-Smirnov* e de *Cramér-von Mises*, respectivamente. Os resultados obtidos indicam que a GEV é adequada para estudar as pressões máximas e mínimas para todas as vazões, enquanto, a GPD não descreveu de modo satisfatório o conjunto de valores excedentes formados, aproximadamente, por 1% e 2% do total de observações consideradas para análise. Os valores estimados de pressão, pelo ajuste da GEV aos dados, foram comparados com os valores medidos no protótipo da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia e com os valores calculados segundo o método proposto por Wiest (2008) que considera a determinação do coeficiente estatístico de probabilidade. Quando a comparação é realizada com os valores medidos, os melhores resultados foram obtidos para as tomadas localizadas no trecho em curva para probabilidades inferiores a 10% e para as duas últimas tomadas da parte plana da bacia de dissipação para o intervalo de 1% a 99,9% de ocorrência, com erros relativos, em ambos os casos, inferiores a 10%. No entanto, para as tomadas localizadas na zona de maior flutuação de pressão e para probabilidades de ocorrência inferiores a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, em média, o valor absoluto do erro relativo foi próximo a 20%. Quando comparamos as estimativas obtidas pelo ajuste da GEV e do método

desenvolvido por Wiest (2008) evidenciamos que os melhores resultados obtidos pela GEV continuam sendo para as tomadas do trecho em curva. No entanto, em geral, o método proposto por Wiest (2008) apresenta melhores resultados nas estimativas para os valores de pressão para a quarta e quinta tomadas para as probabilidades de ocorrência no intervalo de 80% a 99,9%. Para as duas últimas tomadas, não foram caracterizadas diferenças expressivas entre os dois métodos para as diferentes probabilidades de ocorrência e os resultados foram entendidos como satisfatórios, pois, em média, o valor absoluto do erro relativo obtido é inferior a 6%. Cabe ressaltar, que 90% das estimativas obtidas para os valores de pressão pelo ajuste da GEV aos dados são a favor da segurança.

## Abstract

The characterization of hydrodynamic actions that occur in energy dissipation structures concerns many engineers who work with dams. Such concern is due ensure to the need to e the stability of structural elements for energy dissipation in the face of intense pressure fluctuations caused by turbulence during high discharge. A method for estimating extreme values of pressure therefore is necessary for professionals working in the dimensioning of hydraulic energy dissipation structures. This work therefore explores the use of the generalized extreme values distribution (GEV) and the generalized Pareto distribution (GPD) to instantaneous pressure data recorded in the energy dissipator prototype by hydraulic jump at the Hydroelectric Power Station (HPS) from Porto Colombia, which belongs to Furnas Centrais Eléctricas. The goodness of fit of the GEV and the GPD were graphically evaluated through PP-Plot and QQ-Plot graphics and by the appliance of Kolmogorov-Smirnov and Cramér-von Mises tests, respectively. The results indicate that GEV is appropriate for studying maximum and minimum pressures for all outflows, while GPD did not describe satisfactorily the characteristics of exceedances which were, approximately, 1% and 2% of the total observations considered for analysis. The estimates of pressure, obtained by fitting GEV to the data, were compared with measured values in the dissipation basin prototype at the HPS from Porto Colombia, and with values calculated according to the method proposed by Wiest (2008), which considers the determination of the probability statistical coefficient. When compared with the measured values, best results were obtained for measurements points located at points with high curvature and for probabilities under 10%, and to the two last measurement points on the flat part of the dissipation basin for the interval from 1% to 99,9% of occurrence, with relative errors, in both cases, under 10%. However, for the measurement points located in the higher fluctuation zone of pressure, and for probabilities of occurrence under 80%, 90%, 95%, 99% and 99,9% on average, the absolute value of the relative error was about 20%. The estimates obtained by fitting GEV compared with the method developed by Wiest (2008) show that the best results obtained by GEV are for measurement points where curvature in the structure is high. Nevertheless, in general, the method proposed by

Wiest (2008) presents better results in the estimates of the values of pressure for the fourth and the fifth measurement points and for to the probabilities of occurrence in the range 80% to 99,9%. For the last two measurement points, no marked differences were form the two methods for the different probabilities of occurrence, and the results are regarded as satisfactory, as on average the absolute value of the relative error was lower than 6%. It is important to stress that 90% of the estimates obtained to the pressure values by GEV adjust to the data in on the side of safety.

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
1.1	Estrutura do Texto . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Revisão Bibliográfica</b>	<b>4</b>
2.1	Descrição do Ressalto Hidráulico . . . . .	4
2.1.1	Formas do Ressalto Hidráulico . . . . .	7
2.1.2	Alturas Conjugadas . . . . .	9
2.1.3	Ressalto Hidráulico Formado a Jusante de Vertedouros . . . . .	10
2.1.4	Comprimento do Ressalto Hidráulico em um Canal Retangular de Fundo Plano . . . . .	11
2.1.5	Comprimento do Rolo em um Canal Retangular de Fundo Plano	13
2.1.6	Dissipação de Energia . . . . .	13
2.2	Esforços Hidrodinâmicos nas Soleiras de Bacias de Dissipação de Ener- gia por Ressalto Hidráulico . . . . .	15
2.2.1	Características das Flutuações de Pressão no Ressalto Hidráulico	17
<b>3</b>	<b>Teoria dos Valores Extremos</b>	<b>37</b>
3.1	Modelagem Univariada de Extremos . . . . .	37
3.2	Métodos Univariados de Excessos . . . . .	44
3.2.1	A Escolha do Limiar $u$ . . . . .	48
<b>4</b>	<b>Materiais e Métodos</b>	<b>50</b>
4.1	Aquisição dos Dados . . . . .	50

4.2	Dificuldades Encontradas na Análise das Séries Completas de Valores de Pressão . . . . .	53
4.3	Dados Utilizados no Estudo . . . . .	61
4.4	Inferência para a Distribuição GEV . . . . .	62
4.4.1	Estimação de Máxima Verossimilhança . . . . .	63
4.4.2	Escolha da Distribuição de Valores Extremos . . . . .	65
4.4.3	Diagnóstico do Ajuste da GEV . . . . .	66
4.4.4	Estimativas para os Valores de Pressão com Diferentes Probabilidades de Ocorrência . . . . .	68
4.4.5	Intervalos de Confiança para os Valores de Pressão . . . . .	68
4.5	Estimação dos Parâmetros da GPD . . . . .	69
4.6	Diagnóstico do Ajuste da GPD . . . . .	70
4.7	Programa Utilizado . . . . .	71
<b>5</b>	<b>Resultados</b>	<b>72</b>
5.1	Condições Hidráulicas do Escoamento . . . . .	72
5.2	Tamanho dos Blocos . . . . .	74
5.3	Conseqüências nas Estimativas dos Parâmetros da GEV para Séries Dependentes . . . . .	80
5.4	Análise do Ajuste da GEV . . . . .	82
5.5	Análise do Comportamento do Parâmetro de Forma . . . . .	92
5.6	Estimativas dos Valores de Pressão para a UHE de Porto Colômbia . . . . .	94
5.7	Escolha do Limiar $u$ - Como foi realizada? . . . . .	115
5.8	Análise do Ajuste da GPD . . . . .	117
<b>6</b>	<b>Conclusões</b>	<b>120</b>
6.1	Limitações e Dificuldades Associadas aos Dados Analisados . . . . .	123
6.2	Sugestões para Trabalhos Futuros . . . . .	124
	<b>Referências</b>	<b>126</b>
	<b>Apêndices</b>	<b>136</b>

A Tamanho dos Blocos para os Máximos	136
B Tamanho dos Blocos para os Mínimos	141
C Intervalos de Confiança para as Vazões de 1 000 e 2 000 $m^3s^{-1}$	148
D Intervalos de Confiança para as Vazões de 3 000 e 4 000 $m^3s^{-1}$	157

# Lista de Figuras

2.1	Ressalto hidráulico num canal com número de Froude igual a 4,6 – Marques (1995).	5
2.2	Ressalto hidráulico formado na UHE de Porto Colômbia, vazão de $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , com número de Froude igual a 4,3 – Marques et al. (1999).	5
2.3	Esquema de um ressalto hidráulico – Marques et al. (1994).	6
2.4	Formas do ressalto hidráulico – Sinninger e Hager (1989).	8
2.5	Relação entre o número de Froude e as alturas conjugadas para um ressalto hidráulico em um canal retangular horizontal – Adaptado de Chow (1994).	10
2.6	Efeito da profundidade de saída na formação de um ressalto hidráulico a jusante de um vertedouro – Adaptado de Chow (1994).	11
2.7	Esquema das alturas conjugadas relacionadas com a perda de energia – Elevatorski (1959).	14
2.8	Eficiência do ressalto hidráulico na dissipação de energia de acordo com o número de Froude – Peterka (1974).	15
2.9	Sobrelevação da laje de fundo da bacia de dissipação da Barragem de Netzahualcóyotl – Malpaso/México por subpressão – Briebesca e Viscaíno (1973 apud PINHEIRO, 1995).	17
2.10	Destruição dos blocos dissipadores da Usina Hidrelétrica de Porto Colômbia.	17
2.11	Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Abdul-Khader e Elango (1974).	19
2.12	Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Lopardo (1986).	22

2.13	Valor quadrático médio adimensional das flutuações de pressão em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ). (a) escoamento potencial; (b) escoamento desenvolvido – Toso e Bowers (1988). . . . .	24
2.14	Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Endres (1990). . . . .	25
2.15	Pressão média adimensionalizada a partir da posição relativa do início do ressalto hidráulico e das alturas conjugadas junto ao fundo da bacia de dissipação – Marques et al. (1997). . . . .	29
2.16	Desvio padrão adimensionalizado a partir da posição relativa do início do ressalto hidráulico e das alturas conjugadas junto ao fundo da bacia de dissipação – Marques et al. (1997). . . . .	29
2.17	Pressões médias adimensionalizadas, obtidas em modelos e no protótipo. (a) sem levar em consideração o fator de submergência; (b) uniformizadas pelo fator de submergência $S = \frac{T_w}{y_i}$ – Marques et al. (1999). . . . .	32
2.18	Resultados do ajuste e comparação das medições para a região de validade das tomadas de pressão (excluindo as tomadas localizadas no trecho em curva) – Marques et al. (1999). . . . .	32
3.1	Densidades das três distribuições padrões de valores extremos: Gumbel com $\xi = 0$ , Fréchet com $\xi = 0,4$ e Weibull com $\xi = -0,4$ . Todas as funções densidades têm $\mu = 12$ e $\sigma = 2$ . . . . .	43
3.2	Densidade da distribuição de Fréchet com $\mu = 0$ , $\sigma = 1$ e diferentes valores para $\xi$ . . . . .	43
3.3	As observações $X_1, X_2, \dots, X_{12}$ e os excessos além de $u = 4$ . . . . .	45
3.4	Densidades da GPD e GEV. (a) Beta e Weibull, ambas com $\xi = -0,2$ ; (b) Pareto e Fréchet, ambas com $\xi = 0,2$ . As densidades da GEV possuem $\mu = 0$ e todas as densidades possuem $\sigma = 1$ . . . . .	47
3.5	Densidades das três distribuições padrões de Pareto Generalizada: Exponencial com $\xi = 0$ , Pareto com $\xi = 0,4$ e Beta com $\xi = -0,4$ . Todas as densidades possuem $\sigma = 2$ . . . . .	48
4.1	Vista aérea da UHE de Porto Colômbia quando da realização das medições em 1996. . . . .	51

4.2	Perfil longitudinal da UHE de Porto Col6mbia e posi73o das tomadas de press3o – Furnas (1997). . . . .	52
4.3	(a) ACF da s3rie de valores de press3o da quarta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ ; (b) ACF da s3rie de valores de press3o da quinta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ .	54
4.4	(a) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie de valores de press3o da quarta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ ; (b) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie de valores de press3o da quinta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ . . . . .	54
4.5	(a) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie filtrada de valores de press3o da quarta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ ; (b) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie filtrada de valores de press3o da quinta tomada da vaz3o de $500\ m^3s^{-1}$ .	57
4.6	(a) ACF da s3rie de valores de press3o da quarta tomada da vaz3o de $4\ 000\ m^3s^{-1}$ ; (b) ACF da s3rie de valores de press3o da quinta tomada da vaz3o de $4\ 000\ m^3s^{-1}$ .	58
4.7	(a) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie de valores de press3o da quarta tomada da vaz3o de $4\ 000\ m^3s^{-1}$ ; (b) Fun73o densidade espectral amostral para a s3rie de valores de press3o da quinta tomada da vaz3o de $4\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	58
5.1	S3rie dos valores de press3o adimensionalizados da quarta tomada da vaz3o de $4\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	79
5.2	Gr3ficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribui73o emp3rica para os valores m3ximos de press3o adimensionalizados para as tomadas da vaz3o de $1\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	83
5.3	Gr3ficos quantil-quantil para diagn3stico do ajuste da distribui73o GEV aos valores m3ximos de press3o adimensionalizados para as tomadas da vaz3o de $1\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	83
5.4	Gr3ficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribui73o emp3rica para os valores m3ximos de press3o adimensionalizados para as tomadas da vaz3o de $2\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	84
5.5	Gr3ficos quantil-quantil para diagn3stico do ajuste da distribui73o GEV aos valores m3ximos de press3o adimensionalizados para as tomadas da vaz3o de $2\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	84
5.6	Gr3ficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribui73o emp3rica para os valores m3ximos de press3o adimensionalizados para as tomadas da vaz3o de $3\ 000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	85

5.7	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ .	85
5.8	Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ .	86
5.9	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ .	86
5.10	Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ .	87
5.11	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ .	87
5.12	Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ .	88
5.13	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ .	88
5.14	Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ .	89
5.15	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ .	89
5.16	Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ .	90
5.17	Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ .	90
5.18	Função média dos excessos para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ .	116

5.19	Estimativas para o parâmetro de escala ( $\sigma$ ) <i>versus</i> valores do limiar $u$ para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . . . . .	116
5.20	Estimativas para o parâmetro de forma ( $\xi$ ) <i>versus</i> valores do limiar $u$ para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . . . . .	116
5.21	Análise gráfica da qualidade do ajuste da GPD aos excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ através do <i>PP-Plot</i> . . . . .	117
5.22	Análise gráfica da qualidade do ajuste da GPD aos excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ através do <i>QQ-Plot</i> . . . . .	118

# Lista de Tabelas

4.1	Estimativas para o valor de $d$ nos modelos $ARFIMA(0, d, 0)$ utilizando as funções periodograma e periodograma suavizado. . . . .	60
5.1	Resumo dos ensaios realizados. . . . .	73
5.2	Valores da distância em relação ao início do ressalto ( $X$ ) e da posição relativa ( $\frac{X}{Y_t - Y_r}$ ) correspondente a cada tomada para cada uma das quatro vazões. . . . .	73
5.3	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de localização ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3 s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	75
5.4	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3 s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	76
5.5	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3 s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	77
5.6	Média e desvio padrão das estimativas por Máxima Verossimilhança para os parâmetros da distribuição GEV. . . . .	81
5.7	Média e desvio padrão dos percentis e das estimativas dos percentis. . . . .	82
5.8	Resultados do teste de <i>Kolmogorov-Smirnov</i> para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados. . . . .	91

5.9	Resultados do teste de <i>Kolmogorov-Smirnov</i> para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados. . . . .	92
5.10	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor da estatística de razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) para os valores máximos de pressão adimensionalizados. . . . .	93
5.11	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor da estatística de razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) para os valores mínimos de pressão adimensionalizados. . . . .	94
5.12	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	95
5.13	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	96
5.14	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	96
5.15	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	97
5.16	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	98
5.17	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	98
5.18	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	99
5.19	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	99
5.20	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	100
5.21	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	101
5.22	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	101

5.23	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	102
5.24	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	103
5.25	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	103
5.26	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	104
5.27	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	104
5.28	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	105
5.29	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	106
5.30	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	106
5.31	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	107
5.32	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	108
5.33	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	108
5.34	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	109
5.35	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	109
5.36	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	110
5.37	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	111

5.38	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	111
5.39	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	112
5.40	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	113
5.41	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	113
5.42	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	114
5.43	Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	114
5.44	Valor do Limiar, Número de Excedentes, Estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da GPD para os valores de pressão adimensionalizados e o valor da estatística de Cramér-von Mises ( $W^2$ ), para cada uma das tomadas da vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	119
A.1	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	136
A.2	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	137
A.3	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	137

A.4	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	138
A.5	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	138
A.6	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	139
A.7	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	139
A.8	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	140
A.9	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	140
B.1	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	141

B.2	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	142
B.3	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	142
B.4	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	143
B.5	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	143
B.6	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	144
B.7	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	144
B.8	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	145

B.9	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $3\,000\ m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	145
B.10	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	146
B.11	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	146
B.12	Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de $4\,000\ m^3s^{-1}$ em relação ao tamanho do bloco (TB). . . . .	147
C.1	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	148
C.2	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	149
C.3	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	149
C.4	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	150
C.5	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	150
C.6	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	151
C.7	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de $1\,000\ m^3s^{-1}$ . . . . .	151

C.8	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 1 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	152
C.9	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	152
C.10	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	153
C.11	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	153
C.12	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	154
C.13	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	154
C.14	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	155
C.15	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	155
C.16	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 2 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	156
D.1	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	157
D.2	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	158
D.3	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	158
D.4	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	159
D.5	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	159
D.6	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	160

D.7	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	160
D.8	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 3 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	161
D.9	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	161
D.10	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	162
D.11	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	162
D.12	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	163
D.13	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	163
D.14	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	164
D.15	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	164
D.16	Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 4 000 $m^3s^{-1}$ . . . . .	165

# Capítulo 1

## Introdução

A caracterização das ações hidrodinâmicas que ocorrem em estruturas de dissipação de energia é motivo de preocupação para muitos engenheiros ligados ao projeto de barragens. Tal preocupação resulta da necessidade de, durante a ocorrência de cheias, assegurar a estabilidade dos elementos estruturais dos órgãos de dissipação de energia face às intensas flutuações de pressão ocasionadas pelos escoamentos turbulentos.

Desta forma, este estudo tem como principal objetivo a análise das distribuições de pressões longitudinais junto ao fundo, no interior de uma estrutura de dissipação de energia por ressalto hidráulico, de modo a contribuir para um dimensionamento mais eficaz e econômico dessas estruturas de dissipação de energia hidráulica.

Como nosso interesse é o de prevenir contra algum evento extremo, isto é, um evento cuja probabilidade de ocorrência seja muito pequena, mas cujas conseqüências possam ser indesejáveis e desastrosas, utilizaremos resultados associados à teoria de valores extremos para explorar mais detalhadamente as características estatísticas das séries de dados. A teoria de valores extremos é um ramo da probabilidade que estuda o comportamento estocástico de extremos associados a um conjunto de variáveis aleatórias com distribuição comum  $F$ . Resultados importantes no caso univariado foram obtidos por Fisher e Tippett em 1928. Os modelos resultantes desta teoria

baseados em máximos ou mínimos coletados em blocos e os baseados em excessos além de limiares, nos permitirão fazer inferências mais precisas sobre as caudas e parâmetros da distribuição  $F$ , além de nos auxiliar a responder as seguintes questões:

- (i) É possível representar a estrutura correlacional das séries de pressões máximas e mínimas observadas no interior do ressalto pela distribuição generalizada de valores extremos (GEV)?
- (ii) A partir da distribuição generalizada de valores extremos como, e com qual precisão, é possível estimar as frequências de pressões máximas e mínimas?
- (iii) Qual é a relação, se existe, entre o parâmetro de forma ( $\xi$ ) e as características do escoamento (vazão, número de Froude, ...)?
- (iv) Se considerarmos os valores de pressão que excedem um limiar alto, digamos  $u$ , predefinido, será possível utilizar a distribuição generalizada de Pareto (GPD) para descrever o conjunto de valores excedentes?
- (v) Qual é a relação, se existe, entre as estimativas do parâmetro de forma da distribuição generalizada de valores extremos e da distribuição generalizada de Pareto?
- (vi) Caso possamos utilizar tanto o modelo GEV como o GPD para descrever as séries de pressões extremas, é possível para esta aplicação, dizer qual dos dois modelos descreve de modo mais verdadeiro o fenômeno físico?

## 1.1 Estrutura do Texto

O texto encontra-se estruturado em seis capítulos. Ao presente capítulo, que aborda justificativa, objetivos e metodologia, segue-se o Capítulo 2 - Revisão Bibliográfica, onde se apresentam aspectos teóricos referentes ao fenômeno do ressalto hidráulico e os resultados de vários trabalhos publicados sobre a caracterização do campo de pressões em bacias de dissipação por ressalto, correspondendo a diversas metodologias de abordagem do problema.

No Capítulo 3 - Teoria de Valores Extremos, apresentamos alguns resultados associados à teoria dos valores extremos que representa um papel fundamental na modelagem de eventos associados a probabilidades muito pequenas ou eventos raros.

No Capítulo 4 - Materiais e Métodos, descrevemos os dados analisados neste trabalho e como foram obtidos, além de apresentar as dificuldades encontradas na análise das séries completas de pressões por modelos de séries temporais e a metodologia proposta, associada à teoria de valores extremos, para explorar as características estatísticas das séries de pressões e fazer estimativas para os valores de pressão com diferentes probabilidades de ocorrência.

No Capítulo 5 - Resultados, apresentamos os principais resultados obtidos pelo ajuste da GEV e da GPD aos níveis de pressão medidos no protótipo da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia pertencente a Furnas Centrais Elétricas, bem como as estimativas para os valores de pressão, considerando as diferentes vazões, com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, obtida pelo ajuste da GEV aos níveis de pressão. Os valores estimados de pressão, pelo ajuste da GEV aos dados, são comparados com os valores medidos no protótipo da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia e com os valores calculados segundo o método proposto por Wiest (2008) que considera a determinação do coeficiente estatístico de probabilidade descrito na revisão bibliográfica.

No Capítulo 6 - Conclusões, apresentam-se os aspectos que se mostraram mais significativos no decorrer do estudo no que se refere aos resultados obtidos, bem como incluem-se algumas sugestões sobre o que poderá ser a continuação iniciada com esse trabalho.

Nos Apêndices constam tabelas cuja inclusão no texto parece desaconselhável por tornar a leitura menos agradável ou pelas informações nelas apresentadas não se considerar essencial para a compreensão do texto.

# Capítulo 2

## Revisão Bibliográfica

Este capítulo tem como propósito descrever o fenômeno do ressalto hidráulico, apresentar suas várias formas e mostrar a sua importância, principalmente como dissipador de energia em estruturas hidráulicas. Além disso, apresentamos os resultados de vários trabalhos publicados sobre a caracterização do campo de pressões em bacias de dissipação por ressalto, correspondendo a diversas metodologias de abordagem do problema, mas todas elas com o objetivo de fornecer elementos que permitam um correto dimensionamento das estruturas que compõem as bacias de dissipação.

### 2.1 Descrição do Ressalto Hidráulico

O ressalto hidráulico é o fenômeno que se produz toda vez que um escoamento a superfície livre passa de um regime supercrítico para subcrítico. O escoamento é caracterizado por uma elevação brusca no nível d'água, sobre uma curta distância, acompanhada de uma instabilidade na superfície com ondulações e entrada de ar do ambiente e por uma conseqüente perda de energia em forma de grande turbulência. A Figura 2.1 é uma fotografia mostrando a formação do ressalto hidráulico num canal e a Figura 2.2 é uma foto que ilustra uma das aplicações do ressalto hidráulico como dissipador de energia na Usina Hidrelétrica (UHE) de Porto Colômbia.

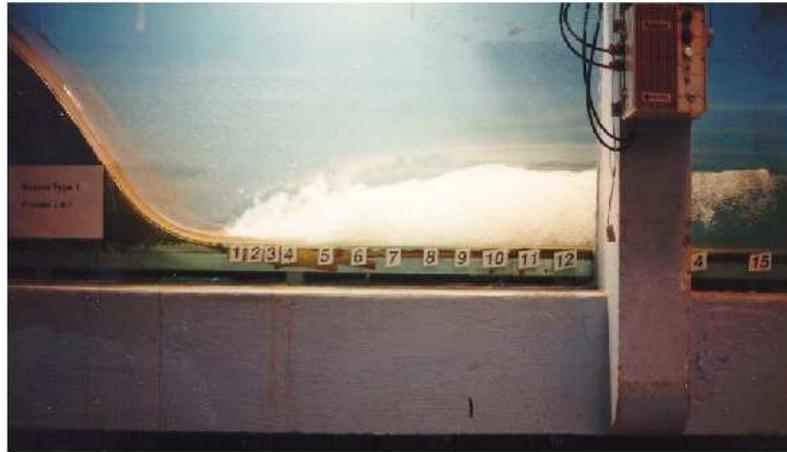


Figura 2.1: Ressalto hidráulico num canal com número de Froude igual a 4,6 – Marques (1995).



Figura 2.2: Ressalto hidráulico formado na UHE de Porto Colômbia, vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , com número de Froude igual a 4,3 – Marques et al. (1999).

A Figura 2.3 retrata a forma de um ressalto. Há uma rápida diminuição da velocidade média do escoamento, com a presença de uma acentuada turbulência. Na passagem do regime supercrítico para subcrítico, ocorre a formação de rolos d'água. A agitação da massa d'água favorece a penetração de ar no escoamento com o aparecimento de bolhas de ar. A turbulência criada no interior do ressalto e o movimento dos rolos d'água produzem a dissipação de energia.

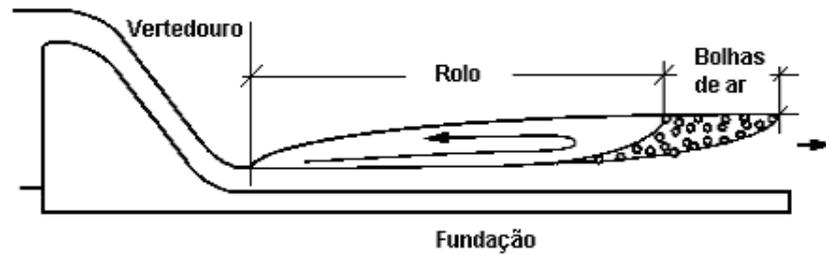


Figura 2.3: Esquema de um ressalto hidráulico – Marques et al. (1994).

Assim, podemos dizer que as principais características do ressalto hidráulico são:

- Escoamento altamente turbulento.
- Ocorrência de dissipação de energia devido à alta turbulência do escoamento.
- Pulsação de seu corpo.
- Propagação de ondas superficiais a jusante.
- Entrada de ar.
- Grande potencial erosivo, em função de grande flutuação de pressão e de velocidade junto aos contornos do canal.

O uso mais comum do ressalto hidráulico é como dissipador de energia a jusante de estruturas hidráulicas (vertedouros, comportas, canais de macro drenagem), apresentando formas geométricas bem variadas. Mas a formação do ressalto hidráulico

pode também ser usada para promover mistura dos produtos químicos utilizados no processo de purificação da água ou aerador de escoamentos em tratamentos de água e esgoto, por exemplo.

### 2.1.1 Formas do Ressalto Hidráulico

Conforme Sinninger e Hager (1989), podem ocorrer essencialmente cinco formas diferentes de ressalto hidráulico em um canal horizontal e podem ser encontradas nos projetos de dissipação de energia. É importante ressaltar que a dissipação de energia e as características internas do ressalto hidráulico variam consideravelmente com cada forma. A classificação que apresentaremos do tipo de ressalto é dada em função do número de Froude na seção de entrada (ou de montante). O valor de  $Fr$ , o número de Froude, expressa a razão entre as forças de inércia e gravitacional, da seguinte forma:

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gL}} \quad (2.1)$$

onde  $V$  = velocidade média do escoamento na seção considerada;  $g$  = aceleração da gravidade ( $9,8 \text{ ms}^{-2}$ ) e  $L$  = profundidade do escoamento na seção considerada.

Para um escoamento subcrítico,  $Fr < 1$ ; em um escoamento crítico  $Fr = 1$ , e se o escoamento for supercrítico,  $Fr > 1$ . Quando o número de Froude é igual a 1,0, a água escoar em regime crítico, não ocorrendo, dessa forma, o ressalto hidráulico.

A Figura 2.4 ilustra as cinco formas diferentes do ressalto hidráulico.

Para valores do número de Froude entre 1,0 e 1,7, ocorre uma pequena diferença nas alturas conjugadas, ocorrendo uma pequena oscilação na superfície. Essas oscilações se parecem mais com uma onda estacionária e não com um ressalto estável.

Quando o número de Froude está próximo de 1,7 e, até aproximadamente 2,5, uma série de pequenos rolos se desenvolvem na superfície. Essa forma é conhecida como “pré-ressalto”. A energia perdida é menor do que 20% da energia de entrada.

Para valores de número de Froude variando entre 2,5 a 4,5, o ressalto hidráulico tem um contorno nítido, mas é instável e gera pulsações não-periódicas, que se propagam

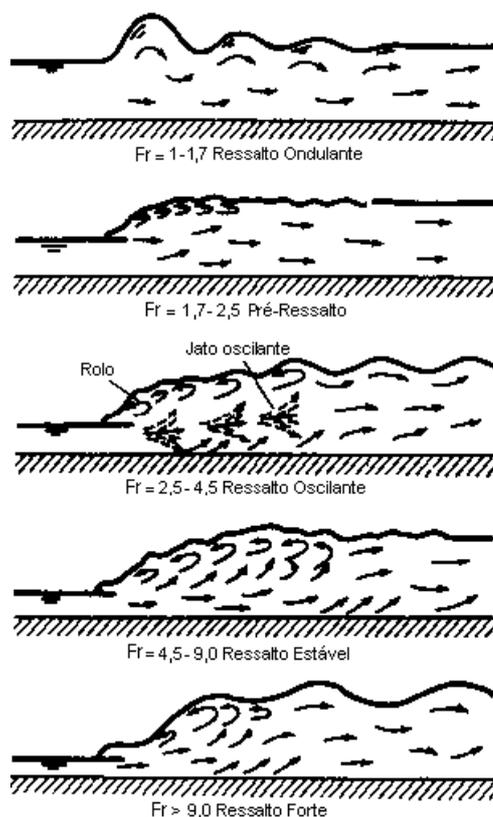


Figura 2.4: Formas do ressalto hidráulico – Sinninger e Hager (1989).

para jusante com amplitude quase que constante por um comprimento muito grande. O ressalto hidráulico nesse caso é conhecido como “ressalto oscilante”.

Quando o número de Froude varia entre 4,5 a 9,0, o ressalto hidráulico é bem estabilizado, sendo conhecido como “ressalto estável”. A energia perdida está entre 45% e 70% da energia de entrada.

Para valores do número de Froude acima de 9,0, quando o ressalto hidráulico adquire dimensões maiores, esta forma é conhecida como “ressalto forte”. O ressalto hidráulico apresenta uma intensa formação de vórtices, emulsão de corrente, agitação da superfície e jatos de alta turbulência se propagam para jusante por uma longa distância. A perda de energia é alta e pode alcançar 85% da energia de entrada. Em geral, não é utilizado nas construções hidráulicas devido a efeitos colaterais sobre as estruturas de dissipação, como processos abrasivos ou mesmo cavitação.

## 2.1.2 Alturas Conjugadas

As profundidades a montante ( $Y_r$ ) e a jusante ( $Y_l$ ) do ressalto hidráulico recebem o nome de alturas conjugadas e a sua diferença ( $Y_l - Y_r$ ) é denominada de altura do ressalto. As alturas conjugadas  $Y_r$  e  $Y_l$  são denominadas também de altura rápida e lenta, respectivamente.

Bidone (1820) observando a relação entre descarga e profundidade de escoamento, baseado no princípio de conservação de massa, apresentou a primeira relação de alturas conjugadas (expressão 2.2). Bidone assumiu que o ganho de altura representaria uma perda de taqui-carga. O problema foi que a lei estipulada por ele não representava com fidelidade os dados experimentais.

$$Y_l - Y_r = \frac{V_r^2 - V_l^2}{2g}. \quad (2.2)$$

Bélanger (1828) com os dados experimentais de Bidone descobriu discrepâncias de até 14% com os resultados da fórmula. Então, Bélanger decidiu partir para outra abordagem do problema. Utilizando-se do princípio de conservação da quantidade de movimento de Newton aplicada a um volume de controle, chegar à fórmula mais usada para o cálculo teórico das alturas conjugadas, dada pela expressão (2.3):

$$\frac{Y_l}{Y_r} = \frac{1}{2} \left[ \sqrt{1 + 8Fr^2} - 1 \right]. \quad (2.3)$$

Para determinação da expressão (2.3) Bélanger fez as seguintes hipóteses:

- Canal retangular com paredes paralelas.
- Fundo do canal horizontal.
- Escoamento permanente e fluido incompressível.
- Efeitos de entrada de ar desprezíveis.

- Distribuição uniforme de velocidade.
- Ausência de força devido à viscosidade.
- Distribuição hidrostática de pressão.

A Figura 2.5 mostra a relação entre o número de Froude e as alturas conjugadas para um ressalto hidráulico em um canal retangular horizontal.

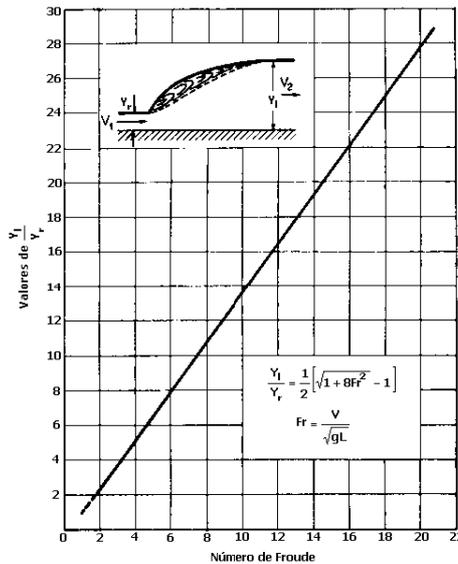


Figura 2.5: Relação entre o número de Froude e as alturas conjugadas para um ressalto hidráulico em um canal retangular horizontal – Adaptado de Chow (1994).

### 2.1.3 Ressonho Hidráulico Formado a Jusante de Vertedouros

Existem três modelos alternativos (Figura 2.6) que permitem que um ressalto se forme a jusante de um vertedouro, segundo Chow (1994).

O ressalto do caso 1 forma-se quando a profundidade da lâmina d'água ( $T_w$ ) é igual a altura conjugada lenta ( $Y_l$ ) calculada pela equação de Bélanger. Neste caso, o ressalto formado encontra-se inteiramente no canal horizontal à jusante do vertedouro.

O caso 2 representa a situação em que a profundidade da lâmina d'água é menor que a altura conjugada lenta ( $Y_l$ ), indicando que a profundidade da lâmina d'água do

caso 1 diminuiu. Como resultado, o ressalto desloca-se a jusante até um ponto em que a expressão (2.3) é novamente satisfeita.

O caso 3 representa um modelo no qual a profundidade da lâmina d'água é maior que a altura conjugada lenta ( $Y_1$ ). Como resultado o ressalto desloca-se em direção ao vertedouro, ocorrendo assim o afogamento do ressalto. Talvez este seja o caso mais seguro para o projeto, devido à posição do ressalto submerso fixar-se mais rapidamente, no entanto, é menos eficiente, devido à pouca energia que é dissipada.

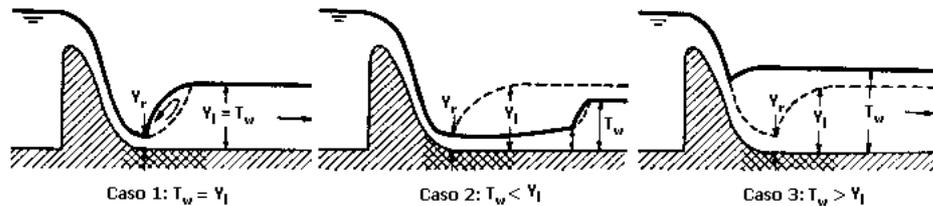


Figura 2.6: Efeito da profundidade de saída na formação de um ressalto hidráulico a jusante de um vertedouro – Adaptado de Chow (1994).

Neste trabalho serão analisados dados de pressão obtidos no protótipo da UHE de Porto Colômbia que se referem ao ressalto afogado formado a jusante de um vertedouro. Neste caso, o início do ressalto ocorre antes do ponto de tangência entre o trecho curvo do vertedouro e a bacia de dissipação.

#### 2.1.4 Comprimento do Ressalto Hidráulico em um Canal Retangular de Fundo Plano

Conforme Teixeira (2003), a determinação do comprimento do ressalto hidráulico é importante para se saber até onde vai a sua influência, restringir a região onde se processa a dissipação de energia e ocorrem os efeitos macroturbulentos (variação de velocidade, de pressão e níveis) que são de interesse nos projetos de obras hidráulicas, onde se utiliza o ressalto hidráulico para a dissipação de energia, visto a necessidade de definir a extensão da bacia de dissipação em função das características geotécnicas do local da obra, além das características topográficas e hidrológicas.

Entretanto, a determinação do comprimento do ressalto hidráulico é difícil, devido às características turbulentas do escoamento. Apesar de não existir um consenso na literatura sobre a determinação do ponto onde terminam as influências do ressalto, seu comprimento é caracterizado através de diferentes critérios, como:

- local onde não há grande variação de níveis (Elevatorski (1959));
- local onde a altura do ressalto encontra a altura conjugada de saída (Rajaratnam (1967));
- local onde terminam as perturbações causados pelo ressalto (Marques et al. (1997)).

Para Shröder (1963 apud MARQUES, 1995), o comprimento do ressalto é influenciado pela observação do pesquisador, devido ao seu caráter subjetivo, visto que a superfície é continuamente perturbada pelas ondas e pulsações, tornando difícil precisar um ponto fixo, baseado unicamente em análise visual. Isso exige que se utilize algum tipo de medição (níveis, distribuição de velocidade ou pressão junto ao fundo) para determinar o local onde o escoamento volta ao seu regime normal.

Marques et al. (1997) sugerem para o comprimento do ressalto hidráulico a jusante de vertedor a seguinte fórmula:

$$L_j = 8,5(Y_l - Y_r).$$

Para determinação dessa fórmula os pesquisadores consideraram o comprimento do ressalto hidráulico ( $L_j$ ) como sendo onde o escoamento não sofre mais influência do ressalto. Teixeira (2003), baseado nos dados de Marques et al. (1997) sugere que  $L_j$  possa ser determinado por:

$$L_j = 8,0(Y_l - Y_r).$$

Segundo o trabalho de Gomes (2000), o comprimento do ressalto pode apresentar uma oscilação média de, aproximadamente,  $0,35(Y_l - Y_r)$ , devido às características turbulentas do escoamento.

### 2.1.5 Comprimento do Rolo em um Canal Retangular de Fundo Plano

Apesar do comprimento do rolo ser mais fácil de ser visualizado do que o comprimento do ressalto, conforme mostra a Figura 2.3, não há consenso na determinação do mesmo por parte dos pesquisadores. Segundo Rajaratnam (1967), Peterka (1974) e Lopardo (1986), o local do fim do rolo ( $L_r$ ) coincide com o local onde a altura de água alcança 95% da altura conjugada na saída do ressalto ( $Y_l$ ). Para Marques et al. (1997) o comprimento do rolo é o local onde o coeficiente de assimetria da amostra de pressão “instantânea”, encontra o seu valor mínimo (negativo) indicando que o escoamento atingiu a superfície.

Marques et al. (1997) sugere para o comprimento do rolo a seguinte expressão:

$$L_r = 6,0(Y_l - Y_r).$$

A zona onde ocorre o rolo será definida como comprimento do rolo ( $L_r$ ).

### 2.1.6 Dissipação de Energia

Como visto na descrição do ressalto hidráulico, o mesmo produz uma redução na velocidade do escoamento na passagem do regime supercrítico para subcrítico. Durante a redução de velocidade, uma considerável porção da energia inicial é dissipada na forma de calor. As perdas de energia no ressalto hidráulico podem ser determinadas a partir das diferenças de energia entre as energias de montante ( $E_1$ ) e de jusante ( $E_2$ ) do ressalto. Na Figura 2.7, ( $\Delta H$ ) representa a energia perdida através da dissipação de energia promovida pelo ressalto hidráulico.

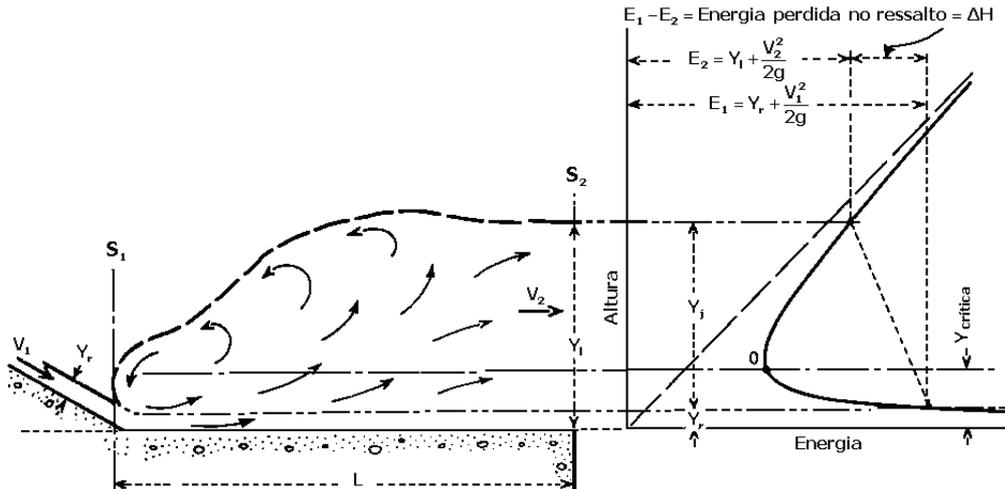


Figura 2.7: Esquema das alturas conjugadas relacionadas com a perda de energia – Elevatorski (1959).

**Observação:** Em relação a Figura 2.7,  $Y_r$  representa a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico;  $Y_l$  a altura conjugada na saída do ressalto hidráulico;  $S_1$  indica seção 1;  $S_2$  indica seção 2;  $Y_j$  a altura do ressalto hidráulico;  $V_1$  a velocidade rápida na entrada do ressalto hidráulico e  $V_2$  a velocidade lenta na saída do ressalto hidráulico.

Analiticamente, as perdas de energia ( $\Delta H$ ) no ressalto hidráulico podem ser obtidas a partir da equação da quantidade do movimento. Fazendo as devidas substituições e simplificações para um canal retangular com largura unitária, teremos:

$$\Delta H = \frac{(Y_l - Y_r)^3}{4Y_r Y_l}.$$

A eficiência do ressalto, segundo a teoria clássica, é definida como a relação entre a energia perdida ( $\Delta H$ ) e a energia mantida ( $H_r$ ), pela expressão

$$\eta\% = \frac{\Delta H}{H_r}.$$

Peterka (1974) mostrou que a eficiência da dissipação de energia no ressalto é diretamente proporcional ao número de Froude. Observa-se na Figura 2.8 que com o aumento do número de Froude a eficiência também aumenta, porém mais lentamente a partir do número de Froude igual a 16, onde a curva demonstra-se quase que assintótica à eficiência  $\eta = 85\%$ .

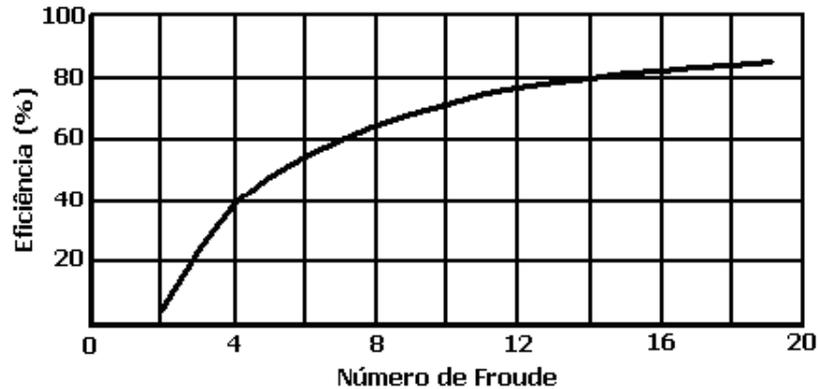


Figura 2.8: Eficiência do ressalto hidráulico na dissipação de energia de acordo com o número de Froude – Peterka (1974).

A teoria sobre o fenômeno do ressalto hidráulico é bastante desenvolvida e pode ser encontrada com mais detalhes em Elevatorski (1959) e Sinninger e Hager, (1989).

## 2.2 Esforços Hidrodinâmicos nas Soleiras de Bacias de Dissipação de Energia por Ressalto Hidráulico

O interesse pelo estudo das flutuações hidrodinâmicas de pressão está associado às vibrações que estas flutuações induzem nas estruturas que delimitam os escoamentos. O fenômeno do ressalto hidráulico por ser um movimento macroscopicamente turbulento, bruscamente variado, que se produz toda vez que um escoamento a superfície livre passa de um regime supercrítico a subcrítico, dá como resultado a geração de macroturbulência de grande intensidade, a entrada e o arraste de ar na massa líquida e a dissipação de energia cinética do fluxo incidente.

Segundo Favre et al. (1976), a turbulência é uma propriedade associada ao escoamento e não uma propriedade física intrínseca dos fluidos, que apresenta caráter aleatório, rotacional, não linear, difusivo e dissipativo. É habitualmente interpretada

como sendo a agitação resultante do transporte de vórtices de diversos tamanhos existentes em escoamentos rapidamente variados, como é o caso do ressalto.

O processo de dissipação macroturbulenta no interior do ressalto está acompanhado de bruscas flutuações de pressão, que se transmitem às estruturas componentes da bacia de dissipação de energia podendo submetê-las a fenômenos tais como o levantamento de lajes, fadiga de materiais, vibrações estruturais e cavitação por depressões instantâneas.

Os efeitos destrutivos atribuídos a flutuações de pressão em dissipadores do tipo ressalto tem causado acidentes em numerosas bacias de dissipação de energia de grandes obras hidrelétricas. A Figura 2.9 mostra os danos causados na bacia de dissipação de energia da barragem de Netzahualcóyot, situada no México, pelas flutuações turbulentas de pressão ocorridas durante a passagem de uma vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  (a vazão de dimensionamento do descarregador de cheias era de  $6\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ) (Pinheiro, 1995). A Figura 2.10 mostra a destruição dos blocos dissipadores da UHE de Porto Colômbia, pertencente a Furnas.

Dessa maneira, o conhecimento sobre amplitudes e freqüências destas flutuações de pressão, obtido a partir de parâmetros estatísticos a elas vinculadas, é de essencial importância ao projeto de estruturas de dissipadores do tipo ressalto hidráulico. Lopardo et al. (1987) ressalta que mediante a comparação entre as faixas de freqüências dominantes, induzidas pelo escoamento, e as freqüências naturais de vibração das estruturas submetidas aos esforços hidráulicos, pode-se avaliar a possibilidade de ocorrência de vibrações por fenômenos de ressonância. Sendo variáveis no tempo as cargas induzidas sobre as estruturas, um exame de condições extremas como a alternância de sentidos opostos de aplicação dos esforços, pode indicar tendências à fadiga dos materiais empregados em fundações e ancoragens. Além disso, a presença de grandes flutuações de pressão, com valores muito abaixo da atmosférica local, ainda que por curtíssimo intervalo de tempo, podem indicar tendências à ocorrência de cavitação.

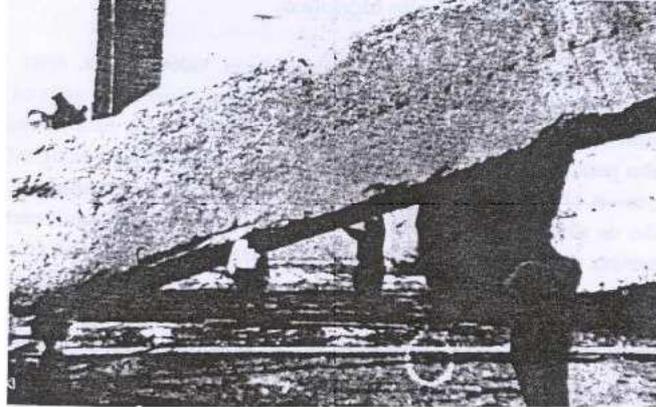


Figura 2.9: Sobrelevação da laje de fundo da bacia de dissipação da Barragem de Netzahualcóyotl – Malpaso/México por subpressão – Bribiesca e Viscaíno (1973 apud PINHEIRO, 1995).

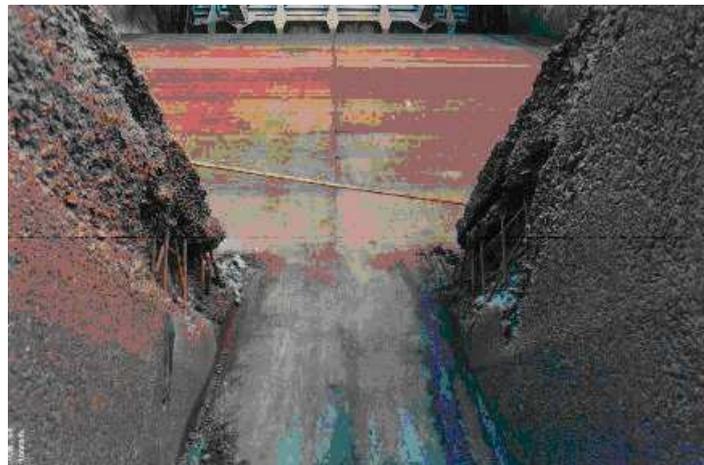


Figura 2.10: Destruição dos blocos dissipadores da Usina Hidrelétrica de Porto Colômbia.

### **2.2.1 Características das Flutuações de Pressão no Ressalto Hidráulico**

Sendo a flutuação de pressão a grandeza mais estudada no ressalto hidráulico, nessa seção apresentamos os resultados dos principais trabalhos publicados sobre ressalto hidráulico e estudo do campo de pressões, com o intuito de conhecer as metodologias disponíveis para avaliar as forças hidrodinâmicas atuantes em áreas da soleira da bacia de dissipação.

Os primeiros estudos sobre flutuações de pressão induzidas por ressalto hidráulico de que se tem conhecimento datam do início de 1950 e devem-se a autores da ex-URSS (LOPARDO et al., 1987).

Vasiliev e Bukreyev (1967 apud PINHEIRO, 1995), numa instalação experimental, realizaram o estudo do ressalto que se formava a jusante de uma comporta, num canal retangular horizontal, não existindo quaisquer dissipadores de energia no canal. O escoamento estudado, com número de Froude igual a 5,75, não apresentava desenvolvimento significativo da camada limite. Foram utilizados transdutores de pressão, sendo os respectivos sinais amplificados, filtrados e, posteriormente, gravados. Os pesquisadores desenvolveram o tratamento estatístico dos sinais obtidos, calculando o desvio padrão e os coeficientes de assimetria e de curtose em função da distância ao início do ressalto, as funções de autocorrelação e de densidade espectral para um ponto situado no eixo do canal, a uma distância do início do ressalto que corresponde a dez vezes o valor da altura conjugada rápida ( $10Y_r$ ), e as funções de correlação cruzada entre este ponto e os demais pontos de medição (no sentido longitudinal). Verificaram que as distribuições estatísticas das flutuações de pressão diferem significativamente da lei normal na zona inicial do ressalto, aproximando-se desta lei à medida que se progride para jusante. Na zona inicial do ressalto obtiveram-se assimetrias positivas, o que corresponde a uma maior frequência de pressões superiores ao valor médio, relativamente às pressões inferiores ao valor médio.

Abdul-Khader e Elango (1974) estudaram algumas das características estatísticas do campo de pressões turbulentas sob o ressalto hidráulico, no eixo de um canal retangular com 60 cm de largura, 80 cm de profundidade e 770 cm de comprimento a jusante de uma soleira descarregadora com perfil do tipo Creager, para números de Froude iguais a 4,7; 5,9 e 6,6. Os pesquisadores apresentam a variação do desvio padrão das flutuações de pressão em função da distância ao início do ressalto e do número de Froude. A Figura 2.11 mostra a flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ). O coeficiente de flutuação de pressão ( $C_p$ ), representa uma medida da flutuação de pressão em relação à energia cinética de entrada, dado por

$$C_p = \frac{\sigma_x}{V^2 / 2g}$$

onde  $\sigma_x$  representa o desvio padrão da amostra de pressões instantâneas.

Analisando a Figura 2.11 observa-se que o coeficiente de flutuação de pressão apresenta valores máximos próximos ao início do ressalto hidráulico. Estes resultados são semelhantes aos de Vasiliev e Bukreyev (1967).

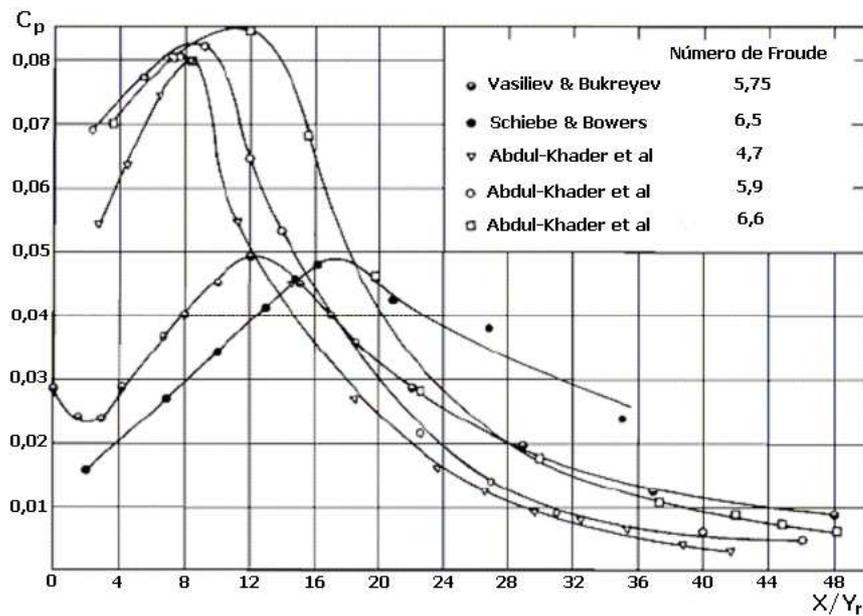


Figura 2.11: Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Abdul-Khader e Elango (1974).

Abdul-Khader e Elango (1974) também determinaram os valores dos coeficientes de assimetria e curtose e investigaram o comportamento das funções de autocorrelação e de densidade espectral nos pontos em que, para cada número de Froude, ocorrem as maiores flutuações de pressão. Para Froude igual a 5,9, os autores observaram que o terceiro e quarto momentos indicam que a função densidade de probabilidade aproxima-se da distribuição Gaussiana para grandes valores de  $X/Y_r$ . Para o intervalo de distâncias analisado, a assimetria é sempre positiva e a função densidade tem picos maiores que a distribuição Gaussiana. Os resultados da função densidade espectral

indicam uma concentração da variância das flutuações de pressão no intervalo de 1 a 5 Hz no modelo.

Lopardo et al. (1984), compararam o comportamento das flutuações de pressão em dissipadores de energia por ressalto hidráulico no protótipo da represa argentino-uruguaia Salto Grande e em um modelo hidráulico Froudiano considerando a escala 1 : 50. Nos experimentos realizados o número de Reynolds <sup>1</sup> considerado é  $Re \geq 10^5$ . Os resultados dos valores de amplitude média quadrática (*rms*) de flutuações de pressão, definido por

$$\sqrt{(\bar{p}'^2)} = \left[ \frac{1}{T} \int_0^T (p - \bar{p})^2 dt \right]^{1/2} \quad (2.4)$$

onde  $p =$  é o valor de pressão em um ponto considerado;  $\bar{p} =$  pressão média e,  $p' = p - \bar{p}$ , indicam que a flutuação de pressão, no modelo são próximos aos resultados do protótipo. Algumas diferenças são notadas entre os dados de modelo e protótipo em relação aos valores do coeficiente de assimetria. Os resultados sugerem que no modelo existe uma tendência a se ter valores de assimetria superiores aos valores no protótipo. Apesar de não ser possível ter uma resposta definitiva sobre estas diferenças, as mesmas são justificadas pela entrada de ar no protótipo, que pode ter como efeito eliminar as máximas flutuações instantâneas, o que não ocorre no modelo, já que a entrada de ar é considerada desprezível. No entanto, modelo e protótipo apresentam formas bastante próximas da função densidade espectral.

Os pesquisadores relataram que modelos Froudianos convencionais não são viáveis para simular corretamente o fenômeno da cavitação. Encontram evidências que mostram que a similaridade da cavitação é possível (e erosão por cavitação), somente se modelo e protótipo apresentarem a mesma velocidade de escoamento, mas esta condição na prática não permite similaridade dinâmica e a simulação do ressalto. O modelo físico Froudiano convencional apresenta as seguintes limitações:

---

<sup>1</sup>Segundo White (1999), o número de Reynolds é um número adimensional usado em mecânica dos fluidos para o cálculo do regime de escoamento de determinado fluido sobre a superfície. O seu significado físico é um quociente de forças: forças de inércia entre forças de viscosidade.

1. Se o modelo mostra cavitação instantânea em um ponto, o campo de pressões na zona sobre este ponto pode não estar correta;
2. Se o modelo mostra uma tendência à cavitação não é possível calcular os danos e a importância destes efeitos na estrutura em protótipo;
3. Se o interior do escoamento apresentar pressões muito baixas, a tendência à cavitação pode não ser determinada;
4. A vibração induzida pela cavitação pode não ser reproduzida no modelo.

Porém, com exceção dessas limitações, a análise estatística das flutuações de pressão em modelos Froudianos, segundo Lopardo et al. (1984), produzem valiosas informações associadas à tendência à cavitação em bacias de dissipação. Por exemplo: se sérios prejuízos de cavitação são observados em protótipo devido às flutuações de pressão, o modelo Froudiano indica claramente a tendência à cavitação. Dados experimentais indicam 2% de probabilidade de ocorrer pressões de vapor no modelo quando são detectados danos nos blocos no protótipo.

Lopardo (1986) apresentou resultados de medições de flutuação de pressão em um ressalto hidráulico formado a jusante de um vertedouro para números de Froude variando no intervalo de 4,5 a 10 (Figura 2.12).

Analisando-se a Figura 2.12, observa-se que as máximas amplitudes de flutuação se produzem no intervalo  $8 \leq \frac{X}{Y_r} \leq 12$  e decrescem progressivamente à medida que  $\frac{X}{Y_r}$  aumenta.

El-Khashab (1987) apresenta os resultados de uma investigação com respeito à variação do desvio padrão dos valores de flutuação de pressão no fundo de um ressalto hidráulico livre e um ressalto forçado formado abaixo de uma comporta em um canal horizontal retangular. O experimento foi realizado para número de Froude no intervalo de 6,20 a 11,47 para o ressalto livre e de 6,80 a 10,0 para o ressalto forçado. O autor

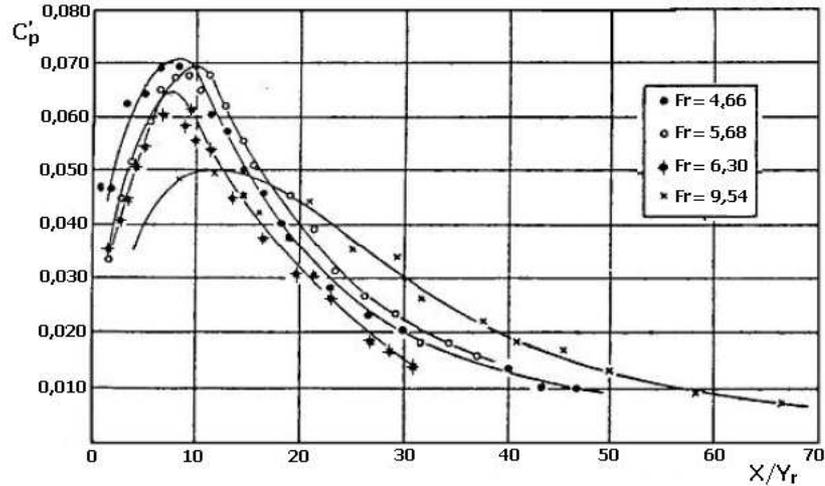


Figura 2.12: Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Lopardo (1986).

define o coeficiente de pressão  $C'_p$  adimensional como sendo

$$C'_p = \frac{\sqrt{(\bar{p}'^2)}}{1/2\rho V_1^2}$$

onde  $\sqrt{(\bar{p}'^2)}$  corresponde à amplitude média quadrática de flutuações de pressão definida pela expressão (2.4);  $\rho$  = massa específica da água e  $V_1$  = velocidade inicial do escoamento.

As conclusões obtidas por El-Khashab mostram que, para o ressalto hidráulico livre, os valores de  $C'_p$  crescem com o crescimento de  $X/Y_r$  até alcançar um valor máximo e depois ocorre a diminuição destes valores com o crescimento dos valores de  $X/Y_r$ . Observou também que com o aumento nos valores do número de Froude ocorria uma redução dos valores máximos de  $C'_p$  e um crescimento dos valores de  $X/Y_r$  onde ocorrem os valores máximos de  $C'_p$ .

Os resultados obtidos por El-Khashab confirmam que a flutuação de pressão máxima no fundo de um ressalto hidráulico ocorre na região de máxima intensidade de turbulência. A justificativa para a redução nos valores máximos de  $C'_p$  com o crescimento do número de Froude, está no fato que com o crescimento do número de Froude o aumento das pressões hidrodinâmicas é maior que o correspondente aumento nas flutuações de pressão.

Para o ressalto hidráulico forçado, o comportamento de  $C'_p$  é semelhante ao do ressalto hidráulico livre na região anterior ao bloco, para a região posterior,  $C'_p$ , além de depender de  $X/Y_r$  e do número de Froude depende também de  $X_s/Y_r$  ( $X_s$  é a distância entre  $Y_r$  e o bloco) e de  $h_s/Y_r$  ( $h_s$  é a altura do bloco). Os resultados encontrados mostram que a localização do bloco modifica significativamente as flutuações de pressão ao longo do comprimento do ressalto.

Toso e Bowers (1988) têm como principal objetivo na realização do seu trabalho verificar qual a influência do ângulo de entrada do vertedouro ( $0^\circ, 15^\circ, 30^\circ$  e  $45^\circ$ ) na determinação de valores extremos de pressão no ressalto hidráulico em bacias de dissipação para valores do número de Froude variando entre 2,94 e 10. O método mais comum de definir o efeito dinâmico tem sido o coeficiente de flutuação de pressão representado pelo desvio padrão das forças atuantes. Vasiliev e Bukreyev (1967) apresentam seus resultados baseados neste método.

O coeficiente de flutuação de pressão definido pelos pesquisadores é dado por

$$C_{p'} = \frac{RMS}{\alpha V^2/2g}$$

onde RMS = desvio padrão das flutuações de pressão (m);  $\alpha$  = uma função do campo de velocidade incidente (usualmente assumida igual a 1);  $V$  = velocidade do escoamento e  $g$  = aceleração da gravidade.

Os resultados obtidos por Toso e Bowers (1988) mostraram que existe diferença na flutuação de pressão no ressalto devido às condições de entrada do escoamento, de acordo com o desenvolvimento da camada limite (Figura 2.13). Da análise dos valores obtidos ressalta o fato de que, para o mesmo número de Froude,  $C_{p'}$ , é menor para o escoamento desenvolvido, o que poderá ser devido ao fato da lâmina de escoamento de montante se fragmentar mais rapidamente quando existe desenvolvimento da camada limite, aumentando a influência da turbulência de pequena escala. Além disso, concluíram que a flutuação de pressão, bem como os valores extremos de pressão, sofrem influência do ângulo do paramento do vertedouro e do número de Froude do escoamento.

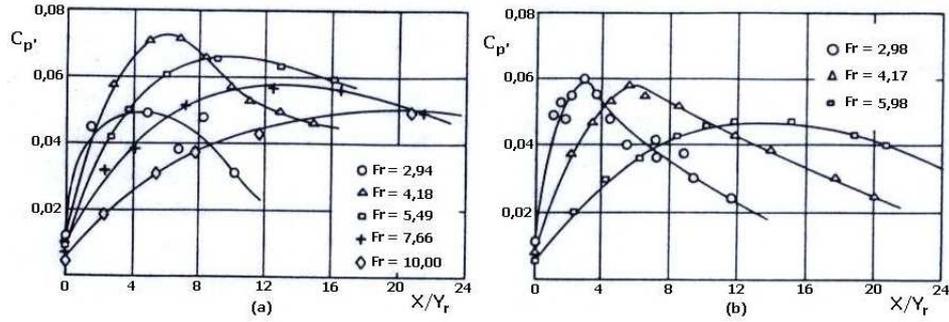


Figura 2.13: Valor quadrático médio adimensional das flutuações de pressão em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ). (a) escoamento potencial; (b) escoamento desenvolvido – Toso e Bowers (1988).

Endres (1990) investigou o comportamento das flutuações de pressão a jusante de um vertedouro para números de Froude variando entre 4,5 e 10,0. Os resultados obtidos para o coeficiente de flutuação de pressão,  $C_p'$ , são mostrados na Figura 2.14. Segundo Endres (1990), o valor máximo obtido para  $C_p'$ , aproximadamente, 0,058, situa-se entre os valores  $\frac{X}{Y_r} = 8$  e  $\frac{X}{Y_r} = 9$ , onde  $Y_r$  é a profundidade inicial do ressalto. De modo geral, a intensidade da flutuação inicia o ressalto com magnitudes menores e, então, incrementa rapidamente até atingir seu pico em torno do valor 9 para  $\frac{X}{Y_r}$ , decaindo exponencialmente em direção a jusante, sendo que as flutuações mais intensas ocorrem sob a zona de formação dos rolos transversais do ressalto, conforme a visualização do escoamento, através da janela do canal, em relação às posições das tomadas de pressão realizada pelo pesquisador.

Farhodi e Narayanan (1991) realizaram experimentos para medir as forças de flutuações médias exercidas sobre as lajes de uma bacia de dissipação por ressalto hidráulico para números de Froude variando de 4 a 10. Os pesquisadores observaram que:

1. a intensidade das forças de flutuações decresce com o comprimento e a largura das lajes. A escala de pressão produzida no modelo é maior na direção transversal do que na longitudinal;

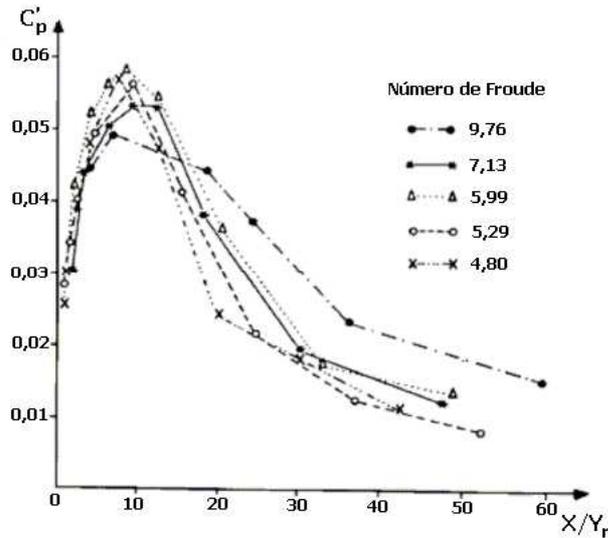


Figura 2.14: Flutuação de pressão adimensionalizada em relação à distância de início do ressalto ( $X$ ) e a altura conjugada na entrada do ressalto hidráulico ( $Y_r$ ) – Endres (1990).

2. as escalas de turbulência nos modelos variam com o número de Froude do escoamento e ao longo do ressalto;
3. a distribuição de probabilidade das forças de flutuações são negativamente assimétricas para as lajes próximas ao pé do ressalto. Elas são positivamente assimétricas em direção à parte mais abaixo do ressalto.

Conforme a metodologia utilizada pelos autores para o cálculo do desvio padrão da força atuante numa laje os valores máximos das flutuações de força observados são cerca de  $\pm 3,5$  o desvio padrão da força atuante na laje.

O trabalho de Ortiz (1992), mostra que as escalas de turbulência dentro do ressalto são bastante sensíveis à condição de desenvolvimento da camada limite e ao número de Froude na seção de entrada do ressalto, sendo também sensíveis à distância do início do ressalto. Como principais conclusões desse trabalho podemos enumerar os seguintes pontos:

1. O desenvolvimento da camada limite na entrada do ressalto influi diretamente na escala de vórtices que ocorrem dentro do ressalto. Em termos de flutuações

de velocidade, a intensidade de turbulência dentro do ressalto e na zona de transição são muito mais acentuadas no caso do escoamento desenvolvido;

2. As resoluções espacial e em frequência das escalas de turbulência são fortemente influenciadas pelo tipo, diâmetro e forma de adaptação do transdutor elétrico utilizado. A probabilidade de ocorrência de altas amplitudes de flutuações de pressão aumenta sensivelmente com a diminuição do diâmetro do transdutor. Por outro lado, os momentos de terceira e quarta ordem decrescem continuamente com o aumento do diâmetro, dando a entender que quanto menor o diâmetro mais as medições se distanciam de uma distribuição Gaussiana de probabilidade;
3. Particularmente no caso do ressalto hidráulico recomendam a utilização de transdutores piezoresistivos na medição de flutuações turbulentas de pressão em água;
4. O ressalto hidráulico é um fenômeno macroturbulento de baixa frequência com pico entre 0 a 5 Hz;
5. Diferentemente das flutuações de velocidade no interior da massa líquida, as flutuações de pressão na base do ressalto são mais intensas no caso de escoamento não desenvolvido na entrada;
6. A distribuição de flutuações de pressão não é Gaussiana na zona de intensa flutuação do ressalto, particularmente quando se aumenta o número de Froude. A determinação da função de densidade de probabilidade, assim como a determinação da assimetria e curtose, confirmam essa afirmação. Pela análise dos valores de assimetria, a separação do escoamento na base do ressalto ocorre, em termos de valores médios, para 30% do seu comprimento teórico, com  $2 < Fr \leq 10$ ;
7. Não sendo Gaussiana a distribuição de probabilidade dentro do ressalto, a determinação do valor máximo de pressão só é viável através da determinação da cauda da função de densidade de probabilidade, o que teoricamente só é possível através de registros infinitos de flutuações de pressão;

8. Recomenda para o cálculo do esforço hidrodinâmico máximo sobre a laje da estrutura hidráulica o uso da seguinte equação:

$$\sigma_{p_{\text{máx}}} \cong 0,40 \frac{V_1^2}{2g} \text{ para } 4 \leq Fr \leq 10.$$

Essa equação conduz a um valor da ordem de 2,5 vezes o valor obtido através do desvio padrão, aumentando bastante o coeficiente de segurança.

Pinheiro (1995) mediu as pressões no interior do ressalto hidráulico na soleira da bacia de dissipação. O experimento foi realizado com números de Froude variando no intervalo de 6 a 10, para escoamentos sem e com emulsão artificial de ar. Em seu estudo concluiu que as pressões da soleira, ao longo do ressalto hidráulico, são inferiores à correspondente altura do escoamento médio no tempo, podendo ocorrer pressão negativa na soleira da bacia de dissipação de até 70% do comprimento do ressalto hidráulico.

Marques et al. (1997), para avaliarem as flutuações de pressão agindo sobre o fundo de uma bacia de dissipação realizaram medições de pressões em um ressalto hidráulico a jusante de um vertedor para uma faixa de números de Froude compreendida entre 4,5 e 10,0. O trabalho apresenta e compara alguns dos resultados obtidos e propõe algumas relações para exprimir a posição de máxima flutuação de pressão, de descolamento do escoamento no fundo, do rolo e do fim da dissipação de energia, bem como as distribuições longitudinais da pressão média, do valor médio de flutuação de pressão e dos coeficientes de assimetria e curtose.

A análise estatística das flutuações de pressão pontual em um ressalto hidráulico livre, a jusante de um vertedouro, permitiu aos autores através da comparação com os dados de Endres (1990), de Marques (1995) e de Pinheiro (1995) as seguintes conclusões:

1. As pressões médias aumentam do início para o fim do ressalto gradualmente (Figura 2.15). A partir da posição  $L_n = 8,5(Y_l - Y_r)$  termina a influência do ressalto;

2. A flutuação de pressão apresenta um comportamento típico para a distribuição do valor da flutuação de pressão (Figura 2.16), que aumenta até um máximo em torno da posição  $L_{C_{pmax}} = 1,75(Y_l - Y_r)$  para depois diminuir;
3. A análise dos valores do coeficiente de assimetria permitiu determinar algumas posições características do ressalto, tais como:
  - 3.1. Descolamento do escoamento no fundo na posição  $L_d = 4,0(Y_l - Y_r)$ ;
  - 3.2. Fim do rolo na posição  $L_r = 6,0(Y_l - Y_r)$ ;
4. A análise dos valores do coeficiente de curtose em um ressalto hidráulico confirmaram os resultados da análise da distribuição de flutuação de pressão. Observou-se que:
  - 4.1. Para o intervalo  $0 \leq X/(Y_l - Y_r) \leq 1$  o coeficiente de curtose apresenta valores muito dispersos e superiores a 4. Esta região corresponde a uma zona do escoamento com grande instabilidade;
  - 4.2. Para o intervalo  $1 \leq X/(Y_l - Y_r) \leq 4$  os valores ficam próximos a 4. Esta zona corresponde à região onde o escoamento apresenta uma alta velocidade junto ao fundo;
  - 4.3. Para o intervalo  $4 \leq X/(Y_l - Y_r) \leq 6$  o coeficiente de curtose apresenta uma maior dispersão e seu valor aumenta até aproximadamente 6. Nesta região o escoamento descola do fundo e tende a encontrar a altura total do escoamento (fim do rolo);
  - 4.4. Após o término do rolo, a distribuição do coeficiente de curtose ainda apresenta uma dispersão considerável e seu valor diminui gradualmente até 3 na posição  $8,5(Y_l - Y_r)$ , que corresponde ao término da influência do ressalto hidráulico.
5. A utilização dos novos gráficos de pressão média e flutuação de pressão permitiram estimar os valores extremos suscetíveis de ocorrer no fundo de uma bacia de

dissipação por ressalto hidráulico livre, e de avaliar as possibilidades de fadiga e de cavitação da estrutura.

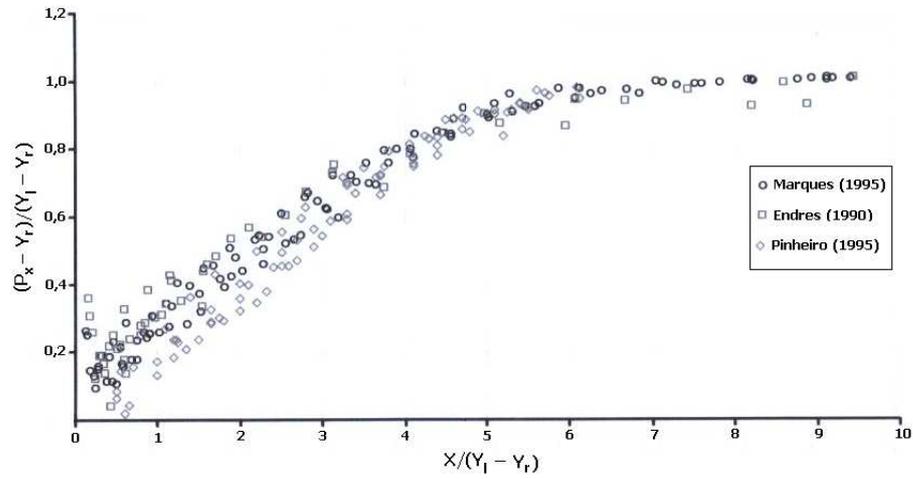


Figura 2.15: Pressão média adimensionalizada a partir da posição relativa do início do ressalto hidráulico e das alturas conjugadas junto ao fundo da bacia de dissipação – Marques et al. (1997).

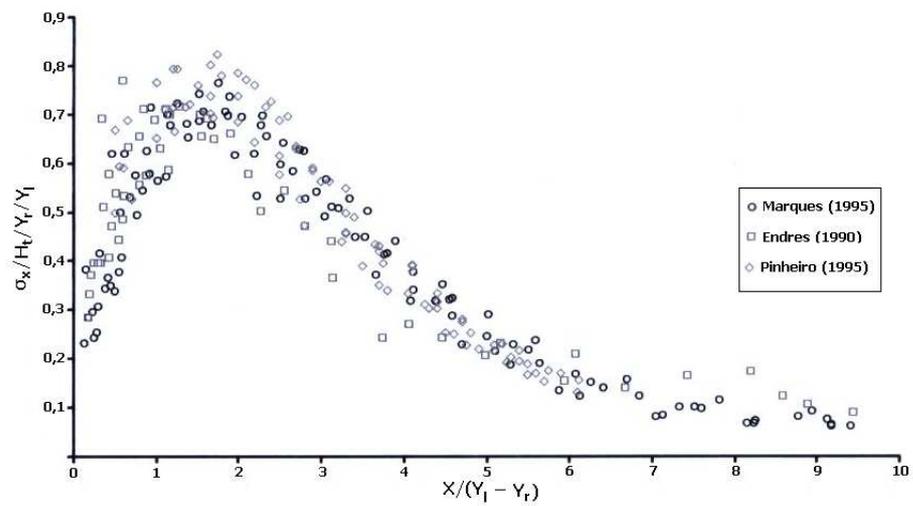


Figura 2.16: Desvio padrão adimensionalizado a partir da posição relativa do início do ressalto hidráulico e das alturas conjugadas junto ao fundo da bacia de dissipação – Marques et al. (1997).

Marques et al. (1999) sugerem uma adimensionalização das pressões médias em função das características hidráulicas do escoamento e comparam os resultados obtidos com medições efetuadas em estruturas de dissipação construídas em laboratórios e executadas em protótipo, mostrando que esta adimensionalização pode ser adotada para uma previsão preliminar das pressões médias em sistemas reais. As principais diferenças entre modelo e protótipo dizem respeito à conformação do fundo dos canais a jusante dos ressaltos, à existência de dispositivos auxiliares no protótipo, tais como comportas setor, inexistentes nas estruturas de laboratório e à instalação de tomadas de pressão ainda no trecho em curva do vertedouro enquanto, nas estruturas de laboratório, as tomadas aparecem somente no trecho do fundo plano.

A adimensionalização da pressão média sugerida pelos pesquisadores, que utilizam as profundidades conjugadas, é dada por:

$$\left( \frac{P_x - Y_l}{Y_l - Y_r} \right) \times \left( \frac{Y_l}{T_w} \right) \quad (2.5)$$

onde  $P_x$  = pressão média, em metros de coluna de água, na tomada de pressão, obtida através de amostras coletadas para cada tomada;  $Y_r$  = é a altura conjugada rápida;  $Y_l$  = é a altura conjugada lenta e  $T_w$  = é o nível de água a jusante do ressalto.

O desenvolvimento do trabalho foi baseado em resultados obtidos de canais com bacias de dissipação de fundo plano, em laboratório, e de bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia, medidos no protótipo.

Com base nos resultados obtidos, foi possível obter as seguintes conclusões:

1. A geometria do fundo do canal, a jusante da formação do ressalto, não parece influenciar os valores adimensionais da pressão média quando é utilizado o fator de submergência. Esta afirmação está baseada na verificação de que, apesar da diferença nas formas dos perfis dos canais dos modelos comparados ao protótipo, o aspecto dos gráficos apresentados na Figura 2.17, na região a jusante do ressalto, não possui diferenças significativas;

2. Os dados de protótipo estão de acordo com as previsões do ajuste baseado em dados de modelo (Figura 2.18), na região de medição de pressões e de validade do método, embora as estruturas possuam diferenças expressivas em suas geometrias e, inclusive, no que diz respeito à existência de acessórios (comporta). A equação 3 descrita na legenda corresponde ao ajuste de um polinômio do segundo grau aos dados de Marques et al. (1999) com a seguinte expressão

$$\left(\frac{P_x - y_r}{y_l - y_r}\right) \cdot \frac{y_l}{T_w} = -0,015 \cdot \left(\frac{x}{y_l - y_r}\right)^2 + 0,237 \cdot \left(\frac{x}{y_l - y_r}\right) + 0,070$$

onde  $P_x$  = pressão média, em metros de coluna de água, na tomada de pressão, obtida através de amostras coletadas para cada tomada;  $Y_r$  = é a altura conjugada rápida;  $Y_l$  = é a altura conjugada lenta,  $T_w$  = é o nível de água a jusante do ressalto e  $x$  = é a distância a partir do início do ressalto.

3. A inclusão de dados de pressão no fundo de bacias de dissipação por ressalto hidráulico de outras fontes, sejam provenientes de protótipo ou de modelo, seja para a situação de ressalto livre ou afogado, foi possível com o fator de submergência,  $S = T_w/Y_l$ , capaz de uniformizar a apresentação, mesmo para uma larga faixa de valores do número de Froude (entre 4 e 10 nos modelos e entre 4,3 e 8,5 no protótipo). Medições dessa natureza em outros canais e, principalmente, em protótipos, seriam de extrema importância para a verificação da qualidade das uniformizações.

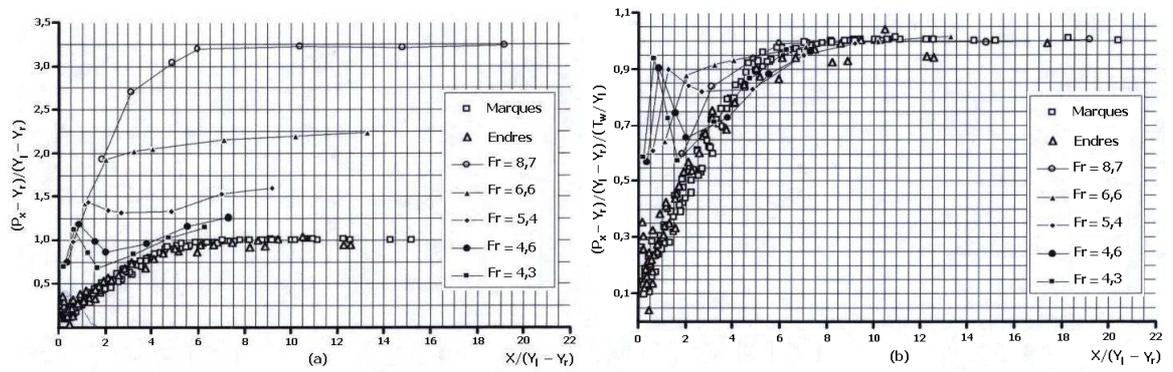


Figura 2.17: Pressões médias adimensionalizadas, obtidas em modelos e no protótipo. (a) sem levar em consideração o fator de submergência; (b) uniformizadas pelo fator de submergência  $S = \frac{T_{tw}}{\gamma_l}$  – Marques et al. (1999).

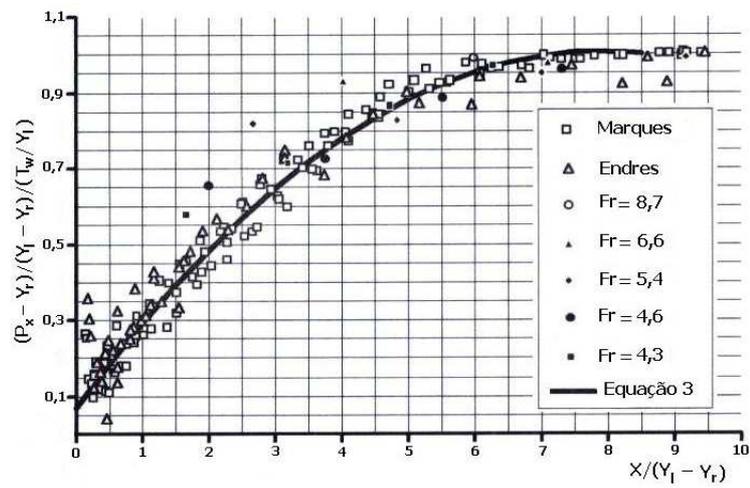


Figura 2.18: Resultados do ajuste e comparação das medições para a região de validade das tomadas de pressão (excluindo as tomadas localizadas no trecho em curva) – Marques et al. (1999).

Teixeira (2003) sugere um método para estimar valores de pressões, com diferentes probabilidades de ocorrência, junto ao fundo de bacias de dissipação por ressalto hidráulico. A previsão foi realizada através de análise estatística dos dados obtidos nas medições efetuadas no experimento montado por Endres (1990), onde foi possível averiguar que as amostras coletadas não seguiam uma lei normal. Com os valores referentes à pressão média, o desvio padrão das pressões e as distribuições de frequência das amostras, foi possível determinar uma distribuição de probabilidade, função de um coeficiente estatístico ( $N$ ), que se adaptou de forma muito satisfatória aos valores medidos. Para validação do método proposto foram utilizados os dados da UHE de Porto Colômbia (1996). Para as tomadas de pressão situadas no trecho plano da bacia de dissipação, o autor considera os resultados satisfatórios, pois o erro relativo na previsão de valores de pressão para a faixa de probabilidade de ocorrência entre 5% e 99%, na maioria dos casos, é inferior a 10%, sendo que a expressão que permite estimar valores de pressões, com diferentes probabilidades de ocorrência, é dada por

$$P_{x\%} = P_x \pm N \cdot \sigma_x \quad (2.6)$$

onde  $P_{x\%}$  = probabilidade da pressão ser inferior ou igualada em um ponto X no interior do ressalto;  $P_x$  = pressão média no ponto X;  $N$  = coeficiente estatístico para uma determinada probabilidade e  $\sigma_x$  = flutuação de pressão ou desvio padrão no ponto X.

Teixeira (2003) determina o valor do coeficiente estatístico  $N$  a partir do ajuste de um polinômio de segundo grau aos dados. O polinômio ajustado apresenta a seguinte equação

$$N = a \cdot \left( \frac{X}{Y_r - Y_l} \right)^2 + b \cdot \left( \frac{X}{Y_r - Y_l} \right) + c \quad (2.7)$$

onde  $a$ ,  $b$  e  $c$  são os coeficientes da equação de segundo grau correspondente a cada probabilidade de ocorrência. Cabe destacar que no trabalho de Teixeira (2003) não são apresentadas estimativas para os valores de pressão para as três tomadas localizadas no trecho em curva da bacia de dissipação.

Trierweiler (2006), propôs uma metodologia que permite estimar os valores de pressões extremas associadas a diferentes probabilidades de ocorrência e graus de submergência para o ressalto hidráulico formado a jusante de uma comporta. Segundo o autor a metodologia proposta se mostrou eficiente em suas previsões, apresentando, na maioria dos ensaios, diferenças relativas inferiores a 15% entre os valores verificados e os previstos pelo modelo para as probabilidades extremas referentes à posição de máxima flutuação de pressão.

Em 2007, encontramos mais um, dos raros trabalhos, desenvolvidos com medições em protótipo. A pesquisa realizada por Deng et al. (2007) na bacia de dissipação da barragem de Dalles, localizada no rio Columbia (América do Norte), apresenta *baffle blocks* e *end sill* para dissipar a energia hidráulica. Os resultados do trabalho são referentes às medições de pressão realizadas em três locais. Dois sensores foram colocados no *end sill* (na face e no topo) e o terceiro no topo do *baffle* no *spillbay* de número 4 da bacia de dissipação, considerando quatro diferentes cenários. Em cada cenário foram considerados um período de 15 min para que o escoamento se estabilizasse, seguido por 5 min de registro dos valores de pressão com uma frequência de aquisição de 2,5 Hz. A análise da função densidade espectral amostral associada aos valores medidos de pressão mostram valores altos para a energia espectral para baixos valores de frequência indicando que o movimento dos vórtices de grande escala contribuem mais para a produção de energia cinética turbulenta. Além disso, a existência de picos na função densidade espectral amostral foi justificada pelos pesquisadores como sendo possivelmente devido a efeitos hidráulicos e, valores altos obtidos para o coeficiente de curtose confirmam que a distribuição dos valores de pressão não seguem uma distribuição normal.

Recentemente, Wiest (2008), considerando as medições experimentais realizadas, propõe uma metodologia de previsão de pressões extremas junto ao fundo da bacia, em função da submergência a que a mesma encontra-se submetida. Adimensionaliza a pressão média utilizando a expressão 2.5 e observa que a distribuição das flutuações de pressão ao longo do ressalto possui influência da submergência do escoamento e propõe uma reavaliação da utilização da adimensionalização proposta por

Marques et al. (1999) e utilizada por Teixeira (2003), destacando que os pesquisadores contavam somente com medições correspondentes a ressaltos livres. Desta forma, avaliando os dados das medições realizadas, concluiu por utilizar o quadrado do inverso da submergência, como segue:

$$\Omega = \left( \frac{\sigma_x}{H_t} \right) \times \left( \frac{Y_l}{Y_r} \right) \times \left( \frac{Y_l}{T_w} \right)^2$$

onde  $\Omega$  = desvio padrão adimensionalizado para o ressalto hidráulico submergido;  $\sigma_x$  = desvio padrão da amostra na posição  $x$ ;  $H_t$  = perda de carga no ressalto;  $Y_r$  = é a altura conjugada rápida;  $Y_l$  = é a altura conjugada lenta e  $T_w$  = é o nível de água a jusante do ressalto.

Para o cálculo das pressões extremas, considerando diferentes probabilidades de ocorrência, utiliza o mesmo método proposto por Teixeira (2003) (equação 2.6). Porém, no caso do ressalto livre, os estudos realizados por Teixeira (2003) demonstram que a distribuição longitudinal do coeficiente  $N$  segue o comportamento de um polinômio de segundo grau, conforme equação (2.7). No entanto, os resultados obtidos por Wiest (2008) para  $N$ , o coeficiente estatístico, apresentam um comportamento diferente. O pesquisador verificou que, em função da probabilidade a ser identificada, os valores de  $N$  seguem uma tendência linear, aproximando-se em muitos casos de um valor constante. Além disso, constatou que não ocorre uma influência significativa da submergência do escoamento, o que pode indicar haver uma espécie de compensação em termos de valores absolutos mediante um acréscimo na pressão média e uma redução na flutuação de pressão, originários da maior lâmina d'água sobre a estrutura decorrente da submergência. Desse modo, Wiest (2008) optou por utilizar o valor médio de  $N$  para cada probabilidade, uma vez que, não há uma influência significativa do nível de submergência e os pontos mantêm-se praticamente constantes ao longo do desenvolvimento longitudinal do ressalto, sendo o valor de  $N$ , neste caso, determinado por

$$N = \frac{a + b \cdot x}{1 + c \cdot x + d \cdot x^2}$$

onde  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  são constantes. É importante destacar que os resultados obtidos neste trabalho, pelo ajuste da Distribuição Generalizada de Valores Extremos aos dados, serão comparados com os obtidos por Wiest (2008), pelo fato do mesmo ter desenvolvido uma metodologia de previsão de pressões extremas junto ao fundo da bacia, considerando o ressalto formado submerso e ter apresentado estimativas para os valores de pressão inclusive para as tomadas localizadas no trecho em curva.

A revisão bibliográfica realizada, permitiu concluir que o estudo para determinação dos esforços devidos às pressões flutuantes junto aos contornos sólidos das estruturas hidráulicas tem sido conduzido por diversos pesquisadores, entretanto, a obtenção destes dados, em sua grande maioria, é efetuada em modelos hidráulicos reduzidos e dificilmente confrontados com medições de protótipo. A análise estatística utilizada para caracterizar o campo de pressão, até o momento, tem sido realizada através da determinação dos momentos de diversas ordens, entre eles, média, desvio-padrão, assimetria, curtose, da função densidade de probabilidade e da análise das funções de autocorrelação e densidade espectral que estão permitindo entender o funcionamento do ressalto hidráulico e a definir suas características externas e internas.

# Capítulo 3

## Teoria dos Valores Extremos

Nosso interesse neste capítulo é apresentar alguns resultados associados a teoria dos valores extremos que representa um papel fundamental na modelagem de eventos associados a probabilidades muito pequenas ou eventos raros. O resultado mais importante é o teorema de Fisher-Tippett, que especifica a forma da distribuição limite do máximo centrado e padronizado.

### 3.1 Modelagem Univariada de Extremos

Seja  $X$  uma variável aleatória, assumindo valores que são números reais. A frequência relativa com que estes valores ocorrem define a distribuição de frequência ou distribuição de probabilidade de  $X$  e é especificada pela função de distribuição acumulada dada por

$$F_X(x) = P(X \leq x),$$

quando  $P(A)$  denota a probabilidade do evento  $A$  ocorrer.  $F_X(x)$  é uma função não-decrescente de  $x$ , e  $0 \leq F_X(x) \leq 1$  para todo  $x$ . Em geral, estamos interessados em variáveis aleatórias contínuas, para o qual  $P(X = x) = 0$  para todo  $x$ , isto é, a probabilidade de  $X$  assumir o valor  $x$  é zero. Neste caso,  $F_X(\cdot)$  é uma função contínua e tem uma função inversa  $x(\cdot)$ , a função quantil de  $X$ . Dado qualquer valor

$u$ ,  $0 < u < 1$ ,  $x(u)$  é o único valor que satisfaz

$$F_X(x(u)) = u.$$

Para uma probabilidade  $p$ ,  $x(p)$  é o quantil da probabilidade não excedente  $p$ , isto é, o valor tal que a probabilidade de  $X$  não exceder  $x(p)$  é  $p$ . O objetivo da análise de frequência é estimar corretamente os quantis da distribuição de uma variável aleatória.

Se  $F_X(x)$  é diferenciável, sua derivada  $f_X(x) = \frac{d}{dx}F_X(x)$  é a função densidade de probabilidade de  $X$ .

A esperança da variável aleatória  $X$ , denotada por  $E(X)$ , é definida por

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x dF_X(x) = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx$$

desde que esta integral exista.

A dispersão dos valores assumidos pela variável aleatória  $X$  pode ser medida pela variância de  $X$ , denotada por  $Var(X)$ , e definida como

$$Var(X) = E[(X - E(X))^2].$$

A abordagem clássica da teoria dos valores extremos consiste em caracterizar as caudas (superior e inferior) da distribuição de  $F_X$  a partir da distribuição do máximo. Assim, definimos  $M_n = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$  como o máximo de um conjunto de  $n$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. Para obter-se a distribuição do mínimo usa-se a relação

$$\min(X_1, X_2, \dots, X_n) = -\max(X_1, X_2, \dots, X_n).$$

Nas aplicações normalmente multiplica-se os dados por  $(-1)$  e analisa-se os máximos.

Na teoria a função de distribuição exata do máximo pode ser obtida para todos os valores de  $n$ , como

$$F_{M_n}(x) = P(M_n \leq x) = P(X_1 \leq x, \dots, X_n \leq x) = \prod_{i=1}^n P(X_i \leq x) = [F_X(x)]^n \quad (3.1)$$

para  $x \in R$  e  $n \in N$ .

Contudo, este resultado não é útil na prática, visto que não conhecemos a função de distribuição  $F_X$ . Segundo Coles (2001), uma possibilidade é utilizar técnicas estatísticas para estimar  $F_X$  para dados observados, e substituir esta estimativa em (3.1). Infelizmente, pequenas discrepâncias na estimativa de  $F_X$  podem conduzir a substanciais discrepâncias em  $[F_X(x)]^n$ .

Uma alternativa é aceitar que  $F_X$  é não conhecida, e olhar para as famílias aproximadas dos modelos para  $[F_X(x)]^n$ , que pode ser estimado com base somente em dados extremos. Isto é similar a prática usual de aproximar a distribuição da média amostral pela distribuição normal, como justificada pelo Teorema Central do Limite.

Além disso, podemos pensar que o comportamento assintótico de  $M_n$  pode estar relacionado com a cauda de  $F_X$  próximo do limite superior do suporte da distribuição de  $X$ , pois os valores dos máximos são aqueles que se localizam perto desse limite. Dessa maneira, denotamos por

$$x_{F_X} = \sup\{x \in R : F_X(x) < 1\},$$

o limite superior do suporte da distribuição  $F_X$ . Imediatamente observamos que, para todo  $x < x_{F_X}$ ,

$$P(M_n \leq x) = [F_X(x)]^n \rightarrow 0, n \rightarrow \infty,$$

e, no caso de  $x_{F_X} < \infty$ , temos para  $x \geq x_{F_X}$  que

$$P(M_n \leq x) = [F_X(x)]^n = 1,$$

logo, à medida que  $n$  cresce, a distribuição de  $M_n$  é degenerada <sup>1</sup> sendo, portanto, um resultado que não fornece muita informação.

---

<sup>1</sup>Em matemática, uma distribuição degenerada é a distribuição de probabilidade de uma variável aleatória discreta cujo suporte consiste de somente um valor.

Esta dificuldade é contornada considerando-se seqüências de constantes  $a_n > 0$  e  $b_n$  tais que

$$M_n^* = \frac{M_n - b_n}{a_n}$$

convirja para uma distribuição não-degenerada, para  $n \rightarrow \infty$ . O teorema seguinte fornece o resultado de convergência fraca para o máximo centrado e normalizado.

**Teorema** (Fisher-Tippett (1928)): Seja  $(X_n)$  uma seqüência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas. Se existirem seqüências de constantes normalizadoras  $a_n > 0$  e  $b_n$  e uma distribuição não-degenerada  $H$  tal que

$$\frac{M_n - b_n}{a_n} \xrightarrow{d} H,$$

onde  $\xrightarrow{d}$  representa convergência em distribuição, então  $H$  é do tipo de uma das três funções de distribuição:

(i) Tipo I de Gumbel:

$$H_I(x) = \exp\{-\exp[-(x - b)/a]\}, x \in R$$

(ii) Tipo II de Fréchet:

$$H_{II}(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x \leq 0 \\ \exp\{-[(x - b)/a]^{-\alpha}\}, & \text{se } x > 0. \end{cases} \quad (3.2)$$

(iii) Tipo III de Weibull:

$$H_{III}(x) = \begin{cases} \exp\{-[-((x - b)/a)]^\alpha\}, & \text{se } x \leq 0 \\ 1, & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

para  $a > 0$ ,  $\alpha > 0$  e  $b \in R$ .

**Demonstração:** A prova do Teorema de Fisher-Tippett não será apresentada aqui, no entanto, uma prova rigorosa deste resultado é apresentada por Gnedenko (1943).

A demonstração se baseia nas propriedades das transformações afins, convergência em distribuição e da definição de distribuição do mesmo tipo.

Para exemplificar consideremos a convergência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas com distribuição exponencial unitária para a distribuição Tipo I de Gumbel. Para isso, suponha que  $F_X(x)$  seja a distribuição exponencial unitária. Ou seja,  $F_X(x) = 1 - e^{-x}$ . Então

$$[F_X(x)]^n = (1 - e^{-x})^n$$

e assim,

$$P\left(\frac{M_n - b_n}{a_n} \leq x\right) = P(M_n \leq a_n \cdot x + b_n) = [F_X(a_n \cdot x + b_n)]^n.$$

Fazendo  $a_n = 1$  e  $b_n = \ln(n)$  obtemos

$$[F_X(x + \ln(n))]^n = [1 - e^{-x - \ln(n)}]^n = \left[1 - \frac{1}{n} \cdot e^{-x}\right]^n \rightarrow \exp\{-e^{-x}\}.$$

Vemos que escolhendo como constantes normalizadoras  $a_n = 1$  e  $b_n = \ln(n)$ , a distribuição assintótica do máximo coletado em bloco de tamanho  $n$  de observações originárias de uma exponencial unitária será, quando  $n \rightarrow \infty$ , a distribuição de Gumbel.

Ainda que sob o ponto de vista da modelagem as três distribuições de valores extremos  $H_I(x)$ ,  $H_{II}(x)$  e  $H_{III}(x)$  sejam bem diferentes, do ponto de vista matemático estão bastante relacionadas. Pode-se mostrar que se  $X > 0$ , então

$$X \sim H_{II}(x) \Leftrightarrow \ln(X^\alpha) \sim H_I(x) \Leftrightarrow -X^{-1} \sim H_{III}(x).$$

Estas três classes de distribuições (Gumbel, Fréchet e Weibull) podem ser vistas como membro de uma única família de distribuições: a distribuição de valores extremos generalizada (GEV) padrão, tendo função de distribuição acumulada de probabilidade da forma

$$H(x) = \exp\left\{-\left[1 + \xi \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)\right]^{-\frac{1}{\xi}}\right\}, \quad (3.3)$$

definida em  $\{x : 1 + \xi(x - \mu)/\sigma > 0\}$ , com  $\mu, \xi \in R$  e  $\sigma > 0$ , sendo  $\mu, \sigma$  e  $\xi$  os parâmetros de locação, escala e de forma, respectivamente. Temos que  $\xi > 0$  para a família de tipo II (Fréchet) e  $\xi < 0$  para a família de tipo III (Weibull). Como limite de  $H(x)$  com  $\xi \rightarrow 0$  tem-se que

$$H(x) = \exp \left[ -\exp \left( -\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right], \quad (3.4)$$

que é a função de distribuição acumulada de Gumbel com parâmetros de locação e de escala  $\mu$  e  $\sigma$ , respectivamente, com  $\sigma > 0$ . Fazendo uso de uma linguagem mais informal, o caso  $\xi > 0$  é o caso das “caudas pesadas” no qual  $1 - H(x) \sim x^{-\frac{1}{\xi}}$ ,  $\xi < 0$  é o caso das “caudas leves”, em que a distribuição tem um ponto final finito (o menor valor de  $x$  para o qual  $H(x) = 1$ ) em  $x = \mu - \frac{\sigma}{\xi}$ . Se  $\xi = 0$  as caudas da distribuição estão entre as “leves” e “pesadas”, na qual  $1 - H(x)$  decresce exponencialmente para grandes valores de  $x$ .

Com esta generalização, em vez de se ter que escolher uma família inicialmente, para depois estimar os parâmetros, a inferência se faz diretamente sobre o parâmetro  $\xi$ .

Derivando-se (3.4) em relação a  $x$ , obtém-se a função densidade de probabilidade da distribuição de valores extremos generalizada, dada por

$$h(x) = \frac{1}{\sigma} \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\}, \quad (3.5)$$

definida em,  $-\infty < x < (\mu - \sigma)/\xi$  para  $\xi < 0$  e  $(\mu - \sigma)/\xi < x < \infty$  para  $\xi > 0$ , cujo limite para  $\xi \rightarrow 0$ , é

$$h(x) = \frac{1}{\sigma} \left\{ \exp \left( -\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \exp \left[ -\exp \left( -\frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right] \right\}, x \in R. \quad (3.6)$$

A Figura 3.1 mostra as densidades das três distribuições de valores extremos e a Figura 3.2 mostra a influência do parâmetro de forma na distribuição de Fréchet.

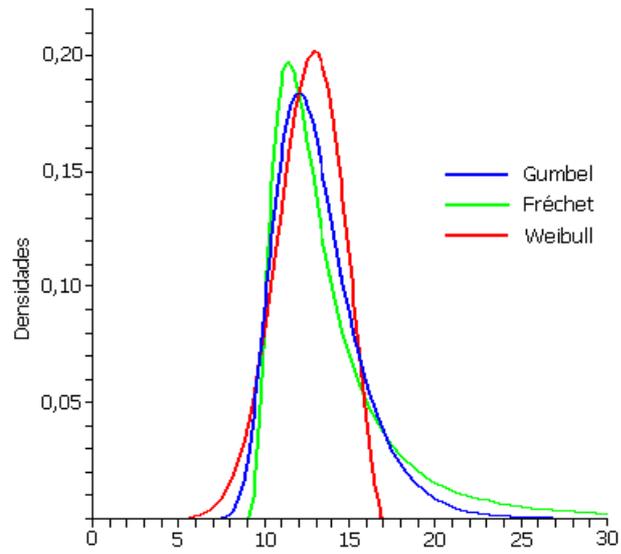


Figura 3.1: Densidades das três distribuições padrões de valores extremos: Gumbel com  $\xi = 0$ , Fréchet com  $\xi = 0,4$  e Weibull com  $\xi = -0,4$ . Todas as funções densidades têm  $\mu = 12$  e  $\sigma = 2$ .

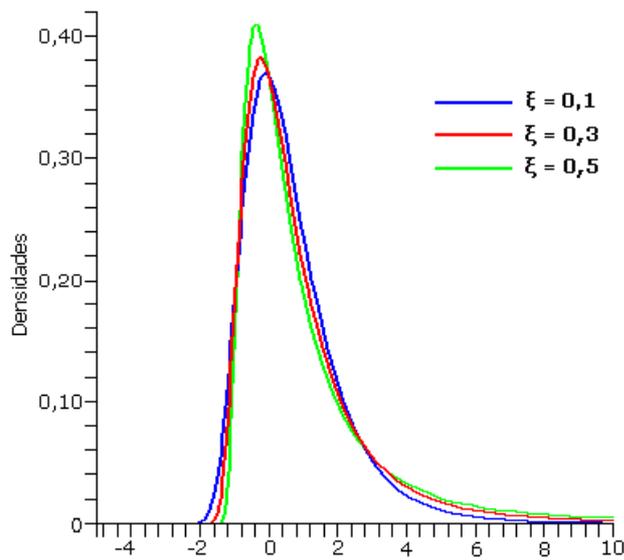


Figura 3.2: Densidade da distribuição de Fréchet com  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$  e diferentes valores para  $\xi$ .

Quanto às aplicações, a distribuição GEV tem sido utilizada na estimação dos extremos em engenharia de corrosão nos estudos realizados por Scarf e Laycock (1996). Os pesquisadores dessa área buscam métodos para estimar a probabilidade dos eventos extremos de corrosão para grandes áreas de metal expostas para longos períodos de tempo. Interessa aos projetistas de embarcações que ficam expostas por muitos anos, determinar o tempo esperado para a primeira perfuração e a área esperada de perfuração no tempo  $t$ . Na discussão dos resultados os autores encontram evidências para  $\xi < 0$  para o ajuste da distribuição GEV no contexto das aplicações em corrosão.

Para estudos sobre velocidades máximas de vento, Ross (1987) e López Bautista (2002) utilizaram a distribuição generalizada de valores extremos com parâmetro  $\xi = 0$ , que corresponde à distribuição de Gumbel. Harris (2001), relata um estudo para prever valores de velocidade de vento produzidos por quatro diferentes métodos de análise de valores extremos.

A distribuição GEV também foi utilizada para análise de frequências regionais de vazões, nos estudos realizados por Hosking e Wallis (1997).

É importante esclarecer que os procedimentos utilizados neste trabalho para fazer inferência sobre os parâmetros da distribuição GEV e de como avaliou-se o ajuste da GEV aos dados de pressão são descritos na seção (4.4) do capítulo Materiais e Métodos.

## 3.2 Métodos Univariados de Excessos

Estes métodos são baseados na modelagem dos excedentes de um limiar alto predefinido  $u$ . Suponha  $X_1, X_2, \dots, X_n$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas, tendo função de distribuição  $F_X$ . Seja  $x_{F_X}$  o limite superior da distribuição  $F_X$ . Chamamos de limiar alto um valor do suporte de  $X$  perto de  $x_{F_X}$ . Denominamos “excedentes” aqueles valores de  $X_i$  tais que  $X_i > u$ . Denotamos por  $N_u$  o número de excedentes do limiar  $u$ . Isto é,

$$N_u = \sum_{i=1}^n 1_{(X_i > u)} \text{ onde } 1_{(X_i > u)} = \begin{cases} 1 & \text{se } X_i > u \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Os excessos além do limiar  $u$ , denotados por  $Y_1, Y_2, \dots, Y_{N_u}$ , são os valores de  $X_i - u \geq 0$ . A Figura 3.3 mostra as observações  $X_1, X_2, \dots, X_{12}$  e os excessos além do limiar  $u = 4$ .

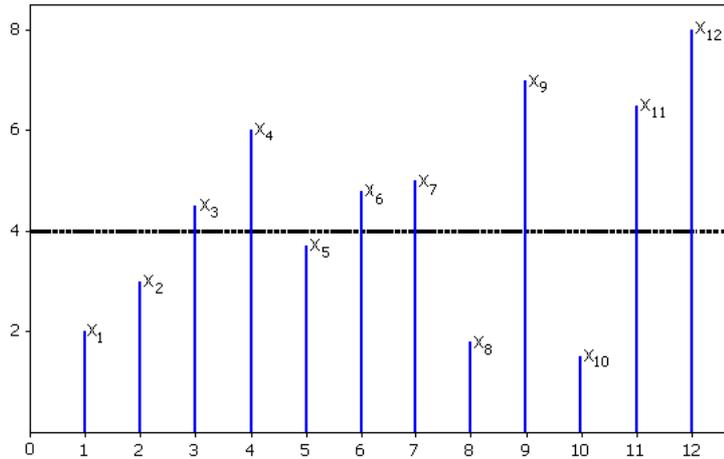


Figura 3.3: As observações  $X_1, X_2, \dots, X_{12}$  e os excessos além de  $u = 4$ .

Observa-se que dado um limiar  $u$ ,  $N_u$  é uma variável aleatória que tem distribuição Binomial com parâmetros  $n$  e  $\bar{F}_X(u) = 1 - F_X(u)$ , sendo que o número médio de excessos além do limiar  $u$  é o valor esperado da Binomial, ou seja,

$$E[N_u] = n\bar{F}_X(u),$$

o qual é uma função decrescente de  $u$ .

Costuma-se considerar que  $N_u \sim \text{Poisson}(\lambda)$  devido à aproximação da distribuição Binomial pela Poisson. Para que seja possível esta aproximação deve-se ter

$$np \rightarrow \lambda, n \rightarrow \infty,$$

onde a probabilidade de sucesso  $p$  deve ser suficientemente pequena.

Mas, para  $u$  perto de  $x_{F_X}$  teremos  $p = \bar{F}_X(u)$  pequeno e, deste modo, podemos substituir a distribuição Binomial pela distribuição de Poisson.

A distribuição condicional do excesso  $Y = X - u$ , denotada por  $F_u$ , é dada por

$$F_u(y) = P(Y \leq y | X > u) = P(X - u \leq y | X > u) = \frac{F_X(u + y) - F_X(u)}{\bar{F}_X(u)}, y \geq 0.$$

A seguir, apresentamos a definição da distribuição generalizada de Pareto (GPD) que aparece como a distribuição limite dos excessos além de um limiar alto pré-definido da mesma forma que a distribuição GEV descreve a distribuição limite do máximo padronizado.

**Definição 3.1:** A distribuição generalizada de Pareto com parâmetros  $\xi \in R$  e  $\sigma > 0$ , denotada por  $G(y)$ , é dada por

$$G(y) = 1 - \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, \quad (3.7)$$

onde  $\sigma$  é o parâmetro de escala e  $\xi$  é o parâmetro de forma. A função densidade é

$$g(y) = \frac{1}{\sigma} \left(1 + \xi \frac{y}{\sigma}\right)^{-\frac{1+\xi}{\xi}}, \quad (3.8)$$

onde  $y \geq 0$  se  $\xi \geq 0$ , e  $0 \leq y \leq -\frac{\sigma}{\xi}$  se  $\xi < 0$ . A média e a variância são

$$E(Y) = \frac{\sigma}{1 - \xi} \text{ e } V(Y) = \frac{\sigma^2}{(1 - \xi)^2(1 - 2\xi)},$$

sendo que a variância de GPD é finita somente para  $\xi < 0,5$ .

Para os valores de  $\xi = 0$  e  $\xi = -1$ , a GPD corresponde as distribuições exponencial e uniforme, respectivamente. Pickands (1975) introduziu a distribuição generalizada de Pareto como uma família de distribuições com dois parâmetros ( $\sigma$  e  $\xi$ ) para modelar excedentes acima de um limiar. Às vezes, a distribuição é chamada simplesmente de Pareto quando  $\xi \geq 0$ . Neste caso, a GPD tem uma longa cauda à direita e tem sido usada para modelar conjunto de dados que exibem esta forma

em várias áreas da estatística aplicada. Smith (1989) aplica esta idéia para estudar níveis de ozônio na parte superior da atmosfera. Davison e Smith (1990) discutem esta aplicação usando 154 excedentes superiores a  $65 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  correspondente ao escoamento do rio Nidd at Hunsingore Weir observados no período de 1934 a 1969. Grimshaw (1993) utiliza o modelo GPD para modelar dados de força de tensão extraídos de uma amostra aleatória de fibras de carpete de nylon. Choulakian e Stephens (2001) ajustam o modelo GPD a dados referentes aos excedentes do escoamento de rios do Canadá e também calculam a estatística de Cramér-von Mises para verificar o ajuste do modelo aos dados.

As distribuições GPD e GEV estão associadas da seguinte maneira:

$$G(x) = 1 + \ln(H(x)), \ln(H(x)) > -1.$$

Esta relação explica por que as densidades da GPD possuem cauda extrema assintoticamente equivalentes às de uma GEV. A Figura 3.4 ilustra este fato e mostra a proximidade das caudas de algumas distribuições GPD com algumas GEV.

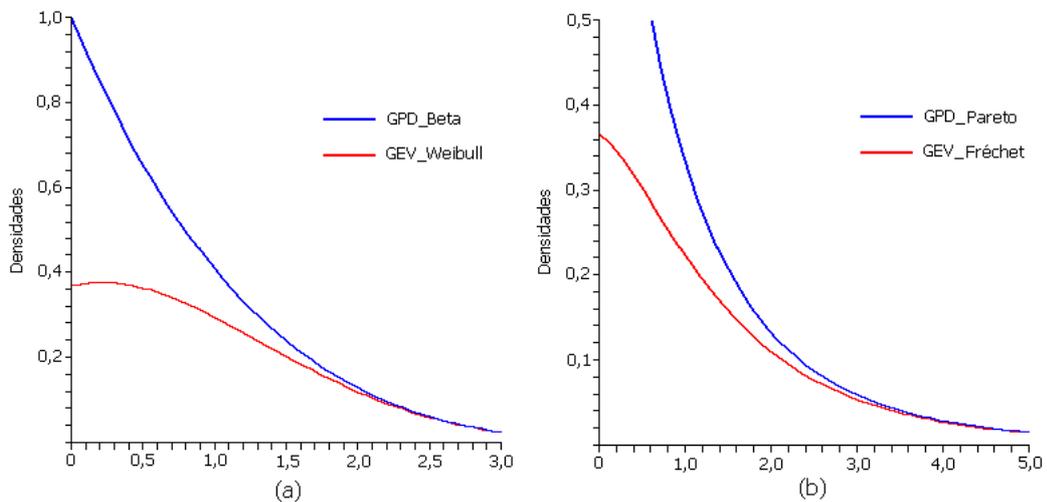


Figura 3.4: Densidades da GPD e GEV. (a) Beta e Weibull, ambas com  $\xi = -0,2$ ; (b) Pareto e Fréchet, ambas com  $\xi = 0,2$ . As densidades da GEV possuem  $\mu = 0$  e todas as densidades possuem  $\sigma = 1$ .

Assim como no caso GEV, temos três classes de distribuições GPD que são as: Tipo I ou Exponencial, Tipo II ou Pareto e Tipo III ou Beta. A Figura 3.5 compara a densidade Exponencial com os outros dois tipos. Observa-se que quando  $\xi > 0$  tem-se caudas mais pesadas.

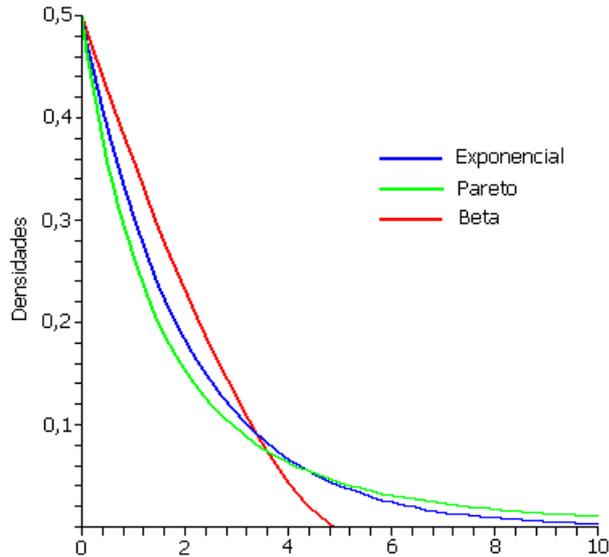


Figura 3.5: Densidades das três distribuições padrões de Pareto Generalizada: Exponencial com  $\xi = 0$ , Pareto com  $\xi = 0,4$  e Beta com  $\xi = -0,4$ . Todas as densidades possuem  $\sigma = 2$ .

### 3.2.1 A Escolha do Limiar $u$

Na escolha do limiar  $u$  nos deparamos com alguns problemas, pois um valor para  $u$  muito “alto” implicará em um número pequeno de observações na cauda, podendo resultar em uma maior variabilidade dos estimadores. Porém, um limiar que não seja suficientemente alto não satisfaz às suposições teóricas e pode resultar em estimativas distorcidas.

Um método utilizado na prática é baseado na linearidade da função média dos excessos empírica, isto porque a esperança da distribuição condicional dos excessos além de um limiar predefinido  $u$ ,  $u < x_{F_X}$ , ou a média dos excessos, é uma função de  $u$ . Definimos a função média dos excessos, denotada por  $e(u)$ , como

$$e(u) = E[X - u | X > u] = \frac{\psi + \xi u}{1 - \xi}, \quad \psi + \xi u > 0.$$

Notemos que se  $\xi > 0$ , caso particular Pareto, a reta tem inclinação positiva. Se  $\xi < 0$ , a inclinação de  $e(u)$  é negativa. Então, dada uma amostra  $X_1, X_2, \dots, X_N$  a função média dos excessos empírica, denotada por  $e_N(u)$ , é definida como

$$e_N(u) = \frac{1}{N_u} \sum_{i=1}^{N_u} Y_i(u)$$

onde  $Y_i(u)$  são os excessos além do limiar  $u$ , isto é, os  $N_u$  valores  $X_i - u > 0$ .

A técnica gráfica baseada nessa função pode nos auxiliar na escolha do limiar  $u$  alto o suficiente para que a aproximação da distribuição dos excessos por uma GPD seja justificada. Portanto, devemos escolher  $u$  tal que a partir dele  $e_N(u)$  é aproximadamente linear para  $x \geq u$ .

# Capítulo 4

## Materiais e Métodos

Para a realização deste trabalho utilizamos amostras de pressões medidas no sistema dissipador de energia por ressalto hidráulico da UHE de Porto Colômbia pertencente a Furnas Centrais Elétricas. Utilizaremos resultados associados à teoria de valores extremos para explorar as características estatísticas das séries de pressões e fazer estimativas para os valores de pressão com diferentes probabilidades de ocorrência.

### 4.1 Aquisição dos Dados

Os dados utilizados neste trabalho foram obtidos no sistema dissipador de energia da UHE de Porto Colômbia pertencente a Furnas Centrais Elétricas (Figura 4.1). A UHE de Porto Colômbia situa-se no Rio Grande, na divisa dos Estados de Minas Gerais e São Paulo e iniciou sua operação no ano de 1973. Uma inspeção subaquática realizada em 1983 revelou o péssimo estado das estruturas componentes da bacia, sendo que erosões significativas foram observadas para descargas máximas inferiores a 36% ( $5\,700\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ) da capacidade plena de vazão ( $16\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ), o que levou FURNAS a fazer obras de recuperação desta. Esta oportunidade foi aproveitada para se executar os preparativos para uma medição dos níveis de pressão no protótipo, após as obras de recuperação concluídas. As medições em protótipo foram realizadas em 1996.



Figura 4.1: Vista aérea da UHE de Porto Colômbia quando da realização das medições em 1996.

Foram coletadas amostras de pressão com uma frequência de 100 Hz durante um período variável entre 20 e 45 minutos, em 7 tomadas de pressão, sendo 3 na concordância do perfil do vertedouro e 4 na parte plana do fundo da bacia, para números de Froude entre 3,88 e 8,08. Ao lado de cada ponto de medição de pressão instantânea foi instalada uma tomada piezométrica que serviria de testemunho para as medições. A geometria do canal em perfil longitudinal aparece na Figura 4.2, com a representação das posições das tomadas de pressão utilizadas. Foram feitos ensaios com vazões de 500, 1 000, 2 000, 3 000 e 4 000  $m^3s^{-1}$ . Em cada ensaio, após a abertura das comportas, aguardava-se a estabilização do nível a jusante e então iniciava-se a coleta dos dados. A importância destes dados deve-se ao fato de que foram medidos em protótipo, algo raro na literatura, pois a obtenção dos mesmos, em sua grande maioria, como apresentado na revisão bibliográfica realizada, é efetuada em modelos reduzidos.

Para a realização das medições, foram utilizados transdutores cuja faixa de trabalho englobasse o intervalo de valores de pressão de possível ocorrência. Como precaução quanto ao surgimento de pressões negativas foram adquiridos transdutores que medissem valores negativos e cobrissem o intervalo de pressões desejado. Estes sensores tinham uma faixa de operação de -0,5 a 5,0 bar (-5,1 a 51 m.c.a.) que são valores comerciais. Para uma maior sensibilidade de saída o ideal teria sido o uso

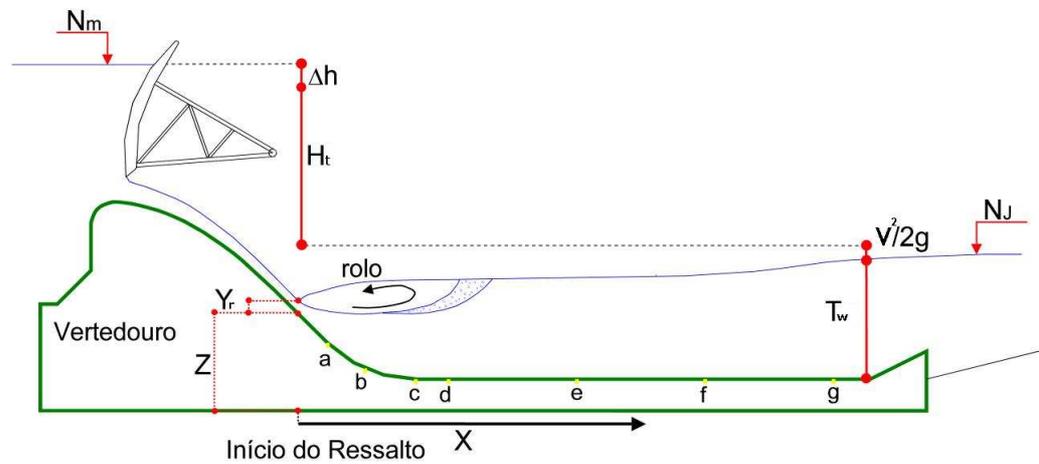


Figura 4.2: Perfil longitudinal da UHE de Porto Colômbia e posição das tomadas de pressão – Furnas (1997).

de um sensor com faixa de -0,5 a 2,0 bar, pois assim estaríamos utilizando quase a totalidade de seu intervalo de medição.

É importante ressaltar que o estudo das flutuações de pressão em bacias de dissipação tem sido conduzido por diversos pesquisadores, entretanto, a obtenção destes dados, em sua grande maioria, é efetuada em modelos hidráulicos reduzidos e dificilmente confrontados com medições em protótipo.

Para maiores detalhes sobre medições de flutuações de pressão no protótipo da UHE de Porto Colômbia referenciamos os trabalhos da Comissão de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos de FURNAS (1997) e Ortiz et al. (1998).

## 4.2 Dificuldades Encontradas na Análise das Séries Completas de Valores de Pressão

Inicialmente, tínhamos como objetivo investigar a possibilidade de representar a estrutura correlacional das séries de pressões observadas no interior do resalto hidráulico por meio dos modelos conhecidos como de Memória Longa. Um processo de memória longa é um processo estacionário em que a função de autocorrelação decresce hiperbolicamente (suavemente) para zero, isto é,

$$\rho_j \sim Cj^{2d-1}, j \rightarrow \infty,$$

$C > 0$  e  $0 < d < 0,5$ .

Estudos empíricos, principalmente em Climatologia e Hidrologia (década de 50) revelaram a presença de memória longa em dados de séries temporais e espaciais. Estas séries apresentam persistência nas autocorrelações amostrais (ACF), isto é, dependência significativa entre observações separadas por um longo intervalo de tempo. Outra característica desse tipo de série é que sua função densidade espectral é não limitada na frequência zero, o que equivale dizer que sua função de autocorrelação não é absolutamente somável (MORETTIN e TOLOI, 2004).

Dessa forma, com a finalidade de verificar a associação dos valores das séries de pressões em diferentes *lags* plotamos o correlograma de cada série para as diferentes vazões. Verificamos, em algumas séries, que os valores de autocorrelações para o *lag* 5 e múltiplos deste, embora decrescentes para longos retardos e significativamente maiores do que zero, eram sempre superiores aos *lags* anteriores, o que poderia indicar uma certa periodicidade, conforme pode ser visto na Figura 4.3.

Como as funções de autocorrelação e densidade espectral são formas equivalentes para descrever um processo estocástico estacionário, sendo complementares uma à outra, plotamos a função densidade espectral amostral para as diferentes séries e verificamos picos nas frequências de 20 e 40 Hz, como mostra a Figura 4.4.

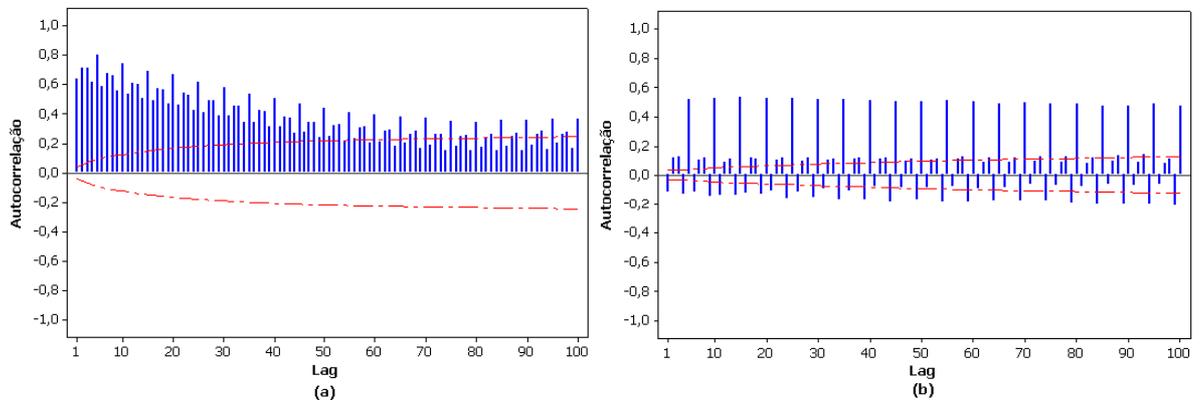


Figura 4.3: (a) ACF da série de valores de pressão da quarta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ; (b) ACF da série de valores de pressão da quinta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

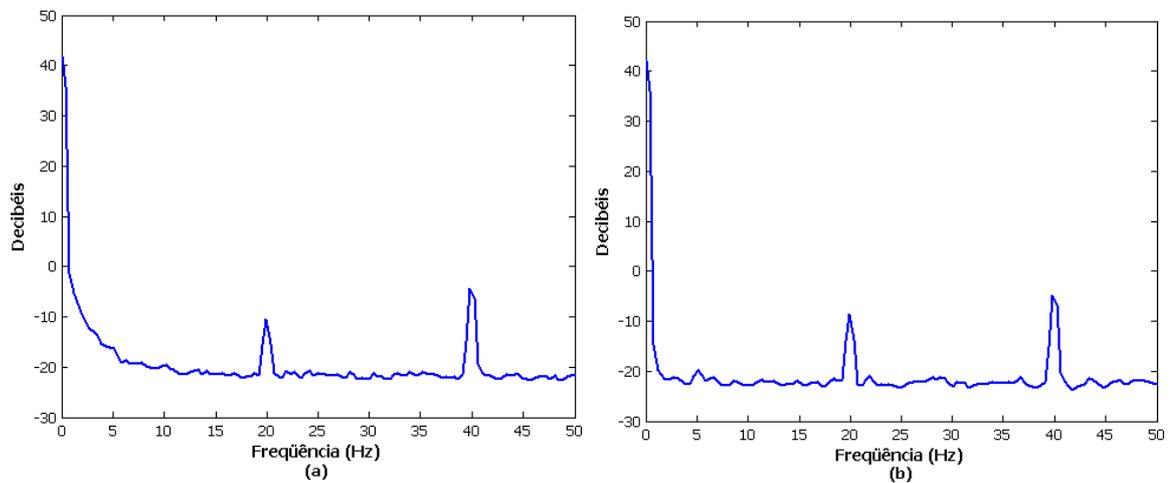


Figura 4.4: (a) Função densidade espectral amostral para a série de valores de pressão da quarta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ ; (b) Função densidade espectral amostral para a série de valores de pressão da quinta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ .

Decidimos por eliminar estes picos, justificando que a presença de picos na frequência de 40 Hz é devido ao efeito de dobramento do espectro em torno da frequência de corte que é 50 Hz que aparece em 40 Hz, porém, sendo realmente em 60 Hz (frequência das linhas de transmissão) que não pode ser identificada pela baixa frequência de aquisição, embora segundo a Comissão de Hidráulica e Mecânica dos Fluidos da ABRH/FURNAS (1997) a equipe responsável pela aquisição dos dados tenha usado um filtro passabaixa ativo para eliminar sinais indesejáveis como o de 60 Hz das linhas de transmissão. Além disso, a existência de picos em 20 Hz pode ser justificada possivelmente devido a efeitos hidráulicos.

Os picos nas frequências de 20 e 40 Hz foram encontrados em todas as séries da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , nas três últimas tomadas da vazão de  $1\ 000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , nas Tomadas f e g da vazão de  $2\ 000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e na Tomada g das vazões de  $3\ 000$  e  $4\ 000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Na Tomada f das vazões de  $3\ 000$  e  $4\ 000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  foram encontrados picos somente na frequência de 40 Hz.

Uma primeira tentativa para fazer a eliminação dos picos foi considerar o seguinte filtro

$$x_t = \alpha + \beta_1 \cos(\omega_1 t) + \beta_2 \sin(\omega_1 t) + \varepsilon_t \text{ para } \omega_1 = 20 \text{ Hz.}$$

Depois,

$$x_t = \alpha + \beta_3 \cos(\omega_2 t) + \beta_4 \sin(\omega_2 t) + \varepsilon_t \text{ para } \omega_2 = 40 \text{ Hz.}$$

A estimação de  $\alpha$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e  $\beta_4$ , nesta situação, é dada por

$$\hat{\alpha} = \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_t$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_3 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (x_t - \bar{x}) \cos(\omega t)$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_4 = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n (x_t - \bar{x}) \sin(\omega t)$$

Mais informações sobre esse filtro podemos encontrar em Bloomfield (1976).

Essa primeira sugestão não fez com que os picos nas frequências de 20 e 40 Hz no espectro fossem eliminados.

Na seqüência, resolvemos considerar

$$x_t = \beta_0 + \beta_1 \cos(\omega_1 t) + \beta_2 \sin(\omega_1 t) + \beta_3 \cos(\omega_2 t) + \beta_4 \sin(\omega_2 t) + \varepsilon_t,$$

onde  $\omega_1 = 20$  Hz e  $\omega_2 = 40$  Hz.

A estimação de  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$  e  $\beta_4$ , neste caso, é dada por

$$\hat{\beta}_0 = \bar{x}$$

$$\hat{\beta}_1 = \hat{\beta}_3 = \frac{2}{n} \sum_{t=0}^{n-1} x_t \cos(\omega t)$$

$$\hat{\beta}_2 = \hat{\beta}_4 = \frac{2}{n} \sum_{t=0}^{n-1} x_t \sin(\omega t), \quad j = 1, 2.$$

Mais detalhes sobre o filtro acima podemos encontrar em Bloomfield (1976).

Essa segunda sugestão também não eliminou a influência da frequência de 60 Hz das linhas de transmissão presentes na frequência de 40 Hz no espectro.

A partir dessas duas sugestões, fizemos outras tentativas de filtros que pudessem “eliminar” os picos nas frequências de 20 e 40 Hz utilizando as ferramentas disponíveis na janela *sptool* do *software MATLAB*. O filtro analógico *stopband Butterworth* foi o que produziu melhores resultados. Não conseguimos tornar o espectro suave nas frequências de 20 e 40 Hz, como era o desejado, mas com o filtro *stopband Butterworth*, na maioria das vezes de ordem 1 para cada uma das frequências acima, preservamos as características iniciais dos espectros nas demais frequências e os picos nas frequências de 20 e 40 Hz ficaram com menores amplitudes e, em geral, invertidos, como pode ser visto na Figura 4.5. Para mais detalhes sobre as características do filtro *Butterworth* referenciamos Hamming (1989).

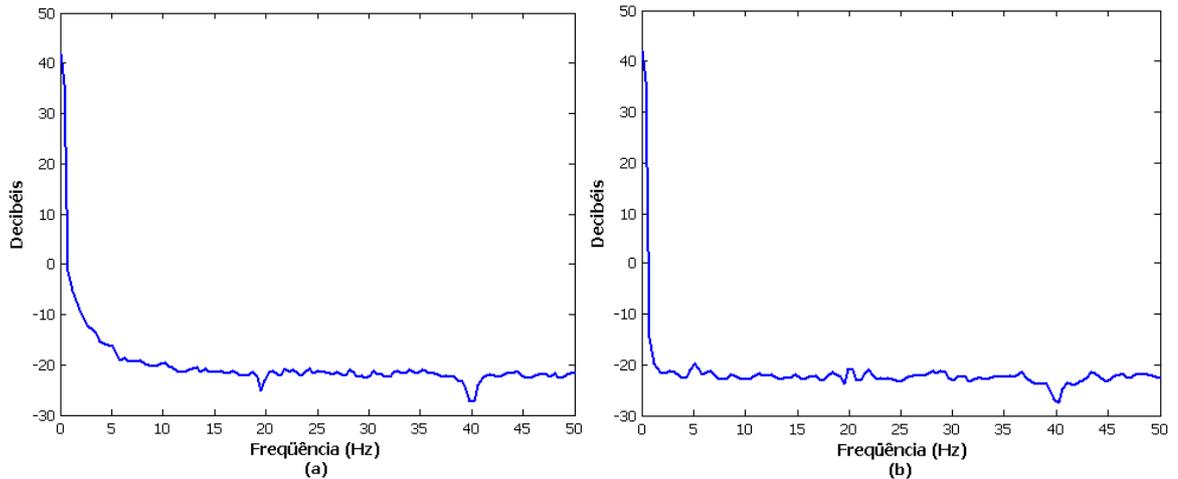


Figura 4.5: (a) Função densidade espectral amostral para a série filtrada de valores de pressão da quarta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ; (b) Função densidade espectral amostral para a série filtrada de valores de pressão da quinta tomada da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Ressalta-se que para as três últimas tomadas da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  utilizamos o filtro *stopband Butterworth* de ordem 2 para a frequência de 20 Hz e ordem 1 para a frequência de 40 Hz, sendo que o resultado das funções de autocorrelação e densidade espectral continuaram não satisfatórios. O mesmo acontece para as séries das Tomadas f e g da vazão de  $1\,000 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Portanto, em função das séries de pressões da vazão de  $500 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$  terem apresentado os problemas citados acima, decidimos por não analisar os dados dessa vazão.

Para as demais séries o comportamento das funções de autocorrelação e densidade espectral, em geral, é como mostrado nas Figuras 4.6 e 4.7. Observa-se analisando a Figura 4.6 um valor alto de correlação para o *lag* um, seguido de alguns coeficientes que, ainda significativamente maiores do que zero, tendem a tornar-se sucessivamente menores. Além disso, as autocorrelações de longos *lags* tendem a ser aproximadamente nulas.

Além da análise estatística citada acima, continuamos investigando a possibilidade de representar a estrutura correlacional das séries de pressões observadas no interior do ressalto hidráulico por meio dos modelos de Memória Longa.

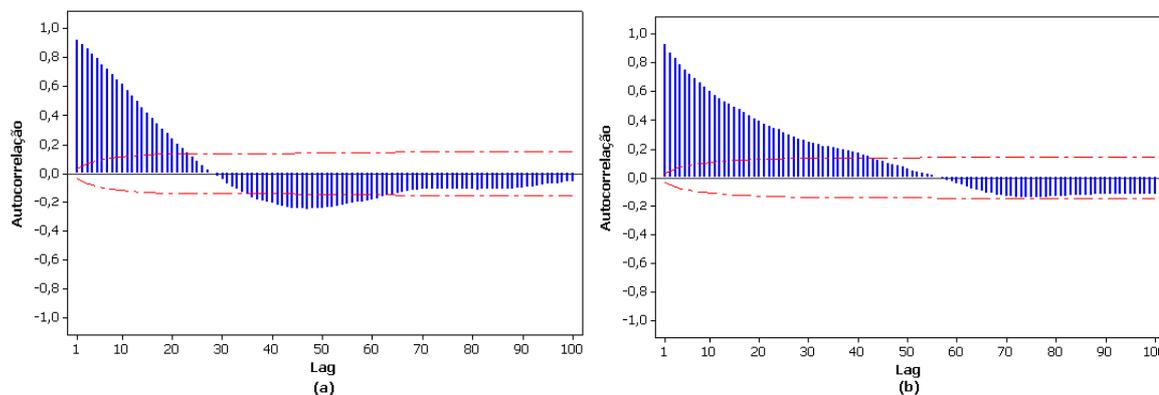


Figura 4.6: (a) ACF da série de valores de pressão da quarta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ; (b) ACF da série de valores de pressão da quinta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

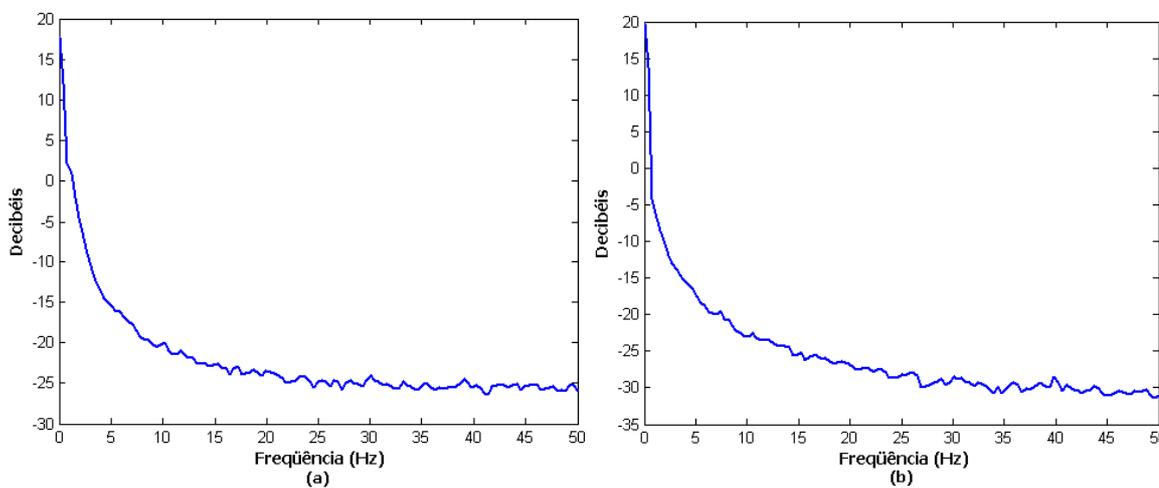


Figura 4.7: (a) Função densidade espectral amostral para a série de valores de pressão da quarta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ ; (b) Função densidade espectral amostral para a série de valores de pressão da quinta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

O processo  $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um *processo auto-regressivo de médias móveis com integração fracionária*, denotado por ARFIMA( $p, d, q$ ), se este é uma solução da equação de diferenças

$$\phi(\mathcal{B})(1 - \mathcal{B})^d Y_t = \theta(\mathcal{B})\varepsilon_t, \text{ para todo } t \in \mathbb{Z},$$

onde  $d \in (-0, 5; 0, 5)$ , é o *parâmetro ou grau de diferenciação*,  $\mathcal{B}$  é o operador da forma  $\mathcal{B}^j X_t = X_{t-j}$  (também chamado *operador defasagem*) e  $\phi(\mathcal{B})$  e  $\theta(\mathcal{B})$  são polinômios de ordem  $p$  e  $q$  (inteiros), respectivamente, dados por  $\phi(\mathcal{B}) = 1 - \phi_1 \mathcal{B} - \dots - \phi_p \mathcal{B}^p$  e  $\theta(\mathcal{B}) = 1 - \theta_1 \mathcal{B} - \dots - \theta_q \mathcal{B}^q$ , onde  $\phi_i, 1 \leq i \leq p$ , e  $\theta_j, 1 \leq j \leq q$ , são constantes reais. O termo  $(1 - \mathcal{B})^d$  é definido pela expansão binomial

$$(1 - \mathcal{B})^d = \sum_{k=0}^{\infty} \binom{d}{k} (-\mathcal{B})^k = 1 - d\mathcal{B} - \frac{d}{2!}(1-d)\mathcal{B}^2 - \frac{d}{3!}(1-d)(2-d)\mathcal{B}^3 - \dots$$

O processo  $\{\varepsilon_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é chamado *ruído branco*, com média constante  $E(\varepsilon_t) \equiv \mu_\varepsilon$ , usualmente assumida ser zero, variância constante  $Var(\varepsilon_t) \equiv \sigma_\varepsilon^2$  e função de autocovariância  $\gamma_\varepsilon(k) \equiv Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+k}) = 0$ , para todo  $k \neq 0$ .

Se os polinômios auto-regressivo  $\phi(\mathcal{B})$  e de médias móveis  $\theta(\mathcal{B})$  têm todas as suas raízes fora do círculo unitário e não possuem raízes em comum, diremos que o processo  $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um ARFIMA( $p, d, q$ ) quando o processo  $U_t = (1 - \mathcal{B})^d Y_t$  for um ARMA( $p, q$ ) estacionário e invertível. Para assegurar a invertibilidade, assume-se que  $d > -0, 5$ . Demonstra-se que um ARFIMA( $p, d, q$ ) é estacionário e invertível quando  $d \in (-0, 5; 0, 5)$ .

Observamos que, quando  $d = 0$ ,  $\{Y_t\}_{t \in \mathbb{Z}}$  é um processo auto-regressivo de médias móveis, denotado por ARMA( $p, q$ ).

Não apresentaremos, neste trabalho, a descrição das propriedades destes modelos, pois nosso objetivo, nessa seção é apresentar os “métodos estatísticos” inicialmente utilizados para estimar características extremas em seqüências temporais de pressões hidrodinâmicas em dissipadores de energia por ressalto hidráulico em que os resultados obtidos foram considerados não satisfatórios. No entanto, maiores detalhes podem ser encontrados em Box et al. (1995) e Beran (1994).

Desta forma, decidimos estimar o valor de  $d$ , parâmetro que indica Memória Longa, para cada uma das quatro vazões em cada uma das sete tomadas. Para a estimação do valor de  $d$ , consideramos os estimadores obtidos através do método de regressão, baseado na função periodograma ( $\hat{d}_p$ ), proposto por Geweke e Porter-Hudak (1983) e na função periodograma suavizado ( $\hat{d}_{sp}$ ), proposto por Reisen (1994). Os valores obtidos para  $d$  estão apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1: Estimativas para o valor de  $d$  nos modelos  $ARFIMA(0, d, 0)$  utilizando as funções periodograma e periodograma suavizado.

Tomadas	Vazão ( $m^3 s^{-1}$ )							
	1 000		2 000		3 000		4 000	
	$\hat{d}_p$	$\hat{d}_{sp}$	$\hat{d}_p$	$\hat{d}_{sp}$	$\hat{d}_p$	$\hat{d}_{sp}$	$\hat{d}_p$	$\hat{d}_{sp}$
a	<b>0,1128</b>	<b>0,1171</b>	<b>0,4254</b>	<b>0,4094</b>	0,5560	0,5892	0,5948	0,6180
b	-0,0508	-0,0255	<b>0,1892</b>	<b>0,2070</b>	<b>0,3219</b>	<b>0,3373</b>	<b>0,2452</b>	<b>0,2583</b>
c	-0,1354	-0,1477	-0,0214	-0,0423	0,0798	0,0677	0,0121	0,0154
d	-0,0615	-0,0555	-0,1953	-0,1520	-0,1701	-0,1352	-0,1142	-0,0988
e	<b>0,3983</b>	<b>0,4009</b>	<b>0,1926</b>	<b>0,1998</b>	-0,1482	-0,0635	0,0102	0,0114
f	0,9122	0,9492	0,5595	0,5295	<b>0,1969</b>	<b>0,2643</b>	<b>0,1615</b>	<b>0,2043</b>
g	1,0807	1,1128	0,7930	0,7587	0,5948	0,5343	<b>0,2871</b>	<b>0,3180</b>

Analisando-se os valores obtidos para  $d$ , percebemos que não é possível representar a estrutura correlacional de todas as séries de pressões observadas no interior do ressalto hidráulico por modelos do tipo  $ARFIMA(p, d, q)$ . Exceções ocorrem para as séries onde o valor de  $d \in (0, 0; 0, 5)$ . Através das estimativas obtidas para o parâmetro  $d$ , percebemos que para algumas séries de pressões,  $d \geq 0, 5$ , indicando que estamos diante de séries não-estacionárias. Segundo Peterka (1974), a não-estacionariedade das séries localizadas no início da bacia de dissipação é devida ao efeito da localização instável do início do ressalto, ora mais a montante, ora mais a jusante e as séries no final, são sujeitas a formação de ondas superficiais, comuns após o término dos rolos do ressalto. Estes dois efeitos processam-se em frequências mais baixas do que as características à pulsação macroturbulenta, propriamente dita, mascarando seu efeito

(ENDRES, 1990).

Para as séries onde o valor de  $d \in (0, 0; 0, 5)$ , não foi possível diferenciá-las do valor de  $d$  estimado considerando o tamanho amostral de 30 000 observações para cada série.

Portanto, em função da maioria das séries de pressões não apresentarem características de séries com memória longa, decidimos ajustar modelos *auto-regressivos integrados de médias móveis*,  $ARIMA(p, d, q)$ , para remover a correlação serial das séries de pressões. No entanto, os resultados obtidos, considerando essa nova tentativa de modelar as seqüências de pressões, também foram considerados não satisfatórios. Caso o ajuste pelos modelos de séries temporais,  $ARFIMA(p, d, q)$  ou  $ARIMA(p, d, q)$ , as séries de pressões tivesse sido considerado adequado, esses modelos seriam utilizados para simular o fenômeno em estudo e obter estimativas para os valores de pressão com diferentes probabilidades de ocorrência. Dessa forma, decidimos verificar se os resultados existentes sobre Teoria de Valores Extremos (TVE) poderiam auxiliar no estudo das séries de pressões máximas e mínimas observadas no interior do ressalto.

Uma descrição completa de como avaliamos a freqüência de pressões extremas no interior do ressalto utilizando os resultados existentes sobre TVE é apresentada nas próximas seções.

### 4.3 Dados Utilizados no Estudo

Ressalta-se aqui que o número de observações utilizadas para a análise estatística foi de 30 000 dados para cada uma das tomadas de cada uma das quatro vazões. Como as amostras de pressão foram coletadas com uma freqüência de 100 Hz consideramos 5 minutos do período variável de medição que foi entre 20 e 45 minutos, sendo sempre estes os valores centrais de cada série de dados. Com os valores de pressão adimensionalizados levando-se em consideração a expressão (2.5), de cada segundo de medição selecionou-se os valores máximos e mínimos, para formar as séries de 300 valores de máximos e mínimos, sendo que para obter-se os valores mínimos, primeiro multiplicou-

se os dados por  $(-1)$  e depois analisou-se os máximos, como sugerido por Coles (2001). Justifica-se tal procedimento, pois assim pode-se aplicar a teoria de valores extremos existente para os máximos também para os mínimos. Além disso, para cada série de 30 000 valores de pressão adimensionalizados, fixou-se um determinado valor, tal que aproximadamente, 1% das observações fossem superiores à observação fixada. Dessa maneira obteve-se as séries formadas pelos excedentes dos valores fixados.

A análise estatística aplicada para o estudo das séries de valores máximos e mínimos de pressão e para as séries de excedentes, referente a estimação dos parâmetros da GEV e da GPD e de como podemos avaliar a qualidade do ajuste dessas distribuições aos valores de pressão é apresentada a seguir.

## 4.4 Inferência para a Distribuição GEV

Para fazer inferência sobre os parâmetros da distribuição GEV, muitas técnicas foram propostas. Entre elas, estimadores baseados no Método dos Momentos (Reiss e Thomas (1997)), Método da Máxima Verossimilhança (Embrechts, Klüppelberg e Mikosch (1997)) e o Método dos L-momentos (Hosking e Wallis (1997)).

Veremos aqui os estimadores de máxima verossimilhança (EMV), por apresentarem as propriedades de consistência, eficiência e normalidade assintótica e por terem sido utilizados neste trabalho.

Ressalta-se aqui a dificuldade de se verificar se as condições de regularidade necessárias para o uso de propriedades assintóticas dos EMV estão satisfeitas no caso do modelo GEV. Os casos não regulares ocorrem quando o suporte da distribuição depende dos parâmetros desconhecidos, como pode acontecer no caso de  $H(x)$ . Smith (1985) fornece detalhes teóricos sobre o comportamento assintótico dos EMV dos parâmetros GEV e obtêm os seguintes resultados:

- quando  $\xi > -0,5$ , os estimadores de máxima verossimilhança são consistentes, eficientes e normalmente assintóticos;

- quando  $-1 < \xi < -0,5$ , os estimadores de máxima verossimilhança são geralmente obtidos, mas não são consistentes, eficientes e normalmente assintóticos;
- quando  $\xi < -1$ , os estimadores de máxima verossimilhança não existem.

O caso  $\xi \leq -0,5$  raramente é encontrado nas aplicações associadas a modelagem de valores extremos e corresponde à distribuições com caudas à direita muito curtas.

#### 4.4.1 Estimação de Máxima Verossimilhança

Sejam  $M_1, M_2, \dots, M_m$  variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas representando os máximos coletados em blocos de tamanho  $n$ , com distribuição GEV e uma amostra de  $m$  máximos  $(m_1, m_2, \dots, m_m)$ . A função de Verossimilhança, neste caso, é dada por

$$L(\mu, \sigma, \xi) = \prod_{i=1}^m h(m_i) = \frac{1}{\sigma^m} \prod_{i=1}^m \left\{ \left[ 1 + \xi \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \right\} \times \exp \left\{ \sum_{i=1}^m \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \right\}, \quad (4.1)$$

que para  $\xi < 0$ , assume valores diferentes de zero, se todos os valores de  $m_i$ , para todo  $i = 1, 2, \dots, m$ , forem menores do que  $\mu - \sigma/\xi$ , ou seja, se  $\mu - \sigma/\xi > m_{(m)}$ , sendo  $m_{(m)}$  o maior valor da série de observações, e para  $\xi > 0$ , se todos os valores de  $m_i$ , para todo  $i = 1, 2, \dots, m$ , forem maiores do que  $\mu - \sigma/\xi$ , ou seja, se  $\mu - \sigma/\xi > m_{(1)}$ , sendo  $m_{(1)}$  o menor valor da série de observações. Caso contrário,  $L(\mu, \sigma, \xi) = 0$ .

Assim, o logaritmo da função de Verossimilhança é dado por

$$l(\mu, \sigma, \xi) = \sum_{i=1}^m \left\{ -\ln \sigma - \left( \frac{1+\xi}{\xi} \right) \ln \left[ 1 + \xi \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \left[ 1 + \xi \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\left(\frac{1}{\xi}\right)} \right\} \quad (4.2)$$

para  $\xi < 0$  e  $\mu - \sigma/\xi > m_{(m)}$  ou  $\xi > 0$  e  $\mu - \sigma/\xi > m_{(1)}$ .

No caso  $\xi = 0$ , obtemos

$$l(\mu, \sigma) = -m \ln \sigma - \sum_{i=1}^m \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^m \exp \left\{ - \left( \frac{m_i - \mu}{\sigma} \right) \right\}. \quad (4.3)$$

Os estimadores de máxima verossimilhança dos parâmetros  $\xi$ ,  $\mu$  e  $\sigma$  da distribuição  $H(x)$  são obtidos pela solução do sistema de equações não lineares formado pelas derivadas de primeira ordem da equação (4.2), em relação a cada parâmetro, igualadas a zero, isto é, pela solução de

$$\begin{aligned} \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{i=1}^m \left( \frac{1 + \hat{\xi} - \omega_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}}}{\hat{\sigma}} \right) &= 0 \\ -\frac{m}{\hat{\sigma}} + \frac{1}{\hat{\sigma}^2} \sum_{i=1}^m \left\{ \frac{(m_i - \hat{\mu}) \left[ (1 + \hat{\xi}) - \omega_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \right]}{\omega_i} \right\} &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\sum_{i=1}^m \left\{ \left( 1 - \omega_i^{-\frac{1}{\hat{\xi}}} \right) \left[ \frac{1}{\hat{\xi}^2} \ln(\omega_i) - \frac{(m_i - \hat{\mu})}{\hat{\xi} \hat{\sigma} \omega_i} \right] - \frac{(m_i - \hat{\mu})}{\hat{\sigma} \omega_i} \right\} = 0,$$

sendo  $\omega_i = 1 + \hat{\xi} \left( \frac{m_i - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right)$ .

O sistema de equações (4.4) não possui solução analítica. Para obtenção de uma solução numérica é necessário utilizar um método numérico, sendo o método de Nelder-Mead utilizado neste trabalho.

#### 4.4.2 Escolha da Distribuição de Valores Extremos

Quando uma seqüência de valores extremos de um processo físico é observada, é sempre recomendável testar se as observações são distribuídas de acordo com a distribuição de Gumbel, devido a maior simplicidade da expressão da função densidade de probabilidade quando comparada com as densidades de Fréchet e Weibull. Isto é equivalente a testar quando o parâmetro de forma é zero na distribuição generalizada de valores extremos. No caso das estimativas dos parâmetros da GEV serem obtidas por máxima verossimilhança pode-se testar se  $\xi$  é estatisticamente zero utilizando-se o teste da razão de verossimilhança (Hosking, 1984), descrito a seguir.

Seja  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  a série de  $n$  observações,  $l(\mu, \sigma, \xi)$  e  $l(\mu, \sigma)$  representam os máximos do logaritmo de verossimilhanças calculadas como em (4.2) e (4.3), respectivamente, usando as densidades da GEV,  $H_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})}$ , e da Gumbel,  $H_{(\hat{\mu}, \hat{\sigma})}$ , com as respectivas estimativas por máxima verossimilhança. A estatística de razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) é

$$T_{LR} = -2[l(\mu, \sigma, \xi) - l(\mu, \sigma)],$$

que tem distribuição assintótica qui-quadrado com um grau de liberdade, denotada por,  $\chi_1^2$ .

Para obter uma aproximação mais precisa à distribuição assintótica dessa estatística, Hosking (1984) sugere a utilização da estatística modificada

$$T_{LR}^* = \left(1 - \frac{2,8}{n}\right) T_{LR},$$

sendo  $n$  o número de máximos ou mínimos.

Neste trabalho, como  $n = 300$ , utilizou-se a estatística da razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) para testar se  $\xi$  é estatisticamente zero. Deste modo, para testar a hipótese nula  $H_0 : \xi = 0$  contra a hipótese alternativa  $H_a : \xi \neq 0$ , compara-se o valor da estatística  $T_{LR}$  com o valor tabelado de  $\chi_{\alpha,1}^2$  da distribuição qui-quadrado com um grau de liberdade e um nível de significância preestabelecido  $\alpha$ . Se  $T_{LR} \geq \chi_{\alpha,1}^2$ , rejeita-se  $H_0$ .

### 4.4.3 Diagnóstico do Ajuste da GEV

Após estimar o modelo é sempre recomendável verificar se ele representa, ou não, adequadamente, os dados. Nesta seção descrevemos dois métodos gráficos para verificar a boa qualidade do ajuste do modelo GEV aos dados: gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica (*PP-Plot*, em inglês) e os gráficos quantil-quantil (*QQ-Plot*, em inglês).

Sejam  $x_1, x_2, \dots, x_n$  realizações independentes de uma mesma população com função de distribuição desconhecida  $H$ . Uma estimativa de  $H$ , digamos  $\hat{H}$ , pode ser obtida por algum dos métodos de estimação, e desejamos avaliar se os  $x_i$  são uma amostra aleatória de  $\hat{H}$ . Primeiro, uma estimativa de um modelo arbitrário de  $H$  pode ser obtida empiricamente dos dados. Considere a série de dados observados ordenados, ou seja,  $x_{(1)} \leq x_{(2)} \leq \dots \leq x_{(n)}$ . Para qualquer um dos  $x_{(i)}$  a estimativa empírica da probabilidade de uma observação ser menor ou igual a  $x_{(i)}$  é  $\tilde{H}(x_{(i)}) = \frac{i}{n}$ . Para se ter  $\tilde{H}(x_{(n)}) = 1$ , faz-se um pequeno ajuste em  $\tilde{H}(x_{(i)})$  escrevendo-a como

$$\tilde{H}(x_{(i)}) = \frac{i}{n+1}, \text{ para } x_{(i)} \leq x < x_{(i+1)}. \quad (4.5)$$

Essa função pode ser utilizada na construção dos gráficos *PP-Plot*, com pontos dados pelas coordenadas:

$$\left\{ \left( \hat{H}(x_{(i)}), \frac{i}{n+1} \right) : i = 1, \dots, n \right\}. \quad (4.6)$$

Se a função de distribuição GEV é um modelo razoável para a distribuição dos dados, os pontos estarão alinhados na reta que passa pelos pontos  $(0, 0)$  e  $(1, 1)$ . Assim, uma forma de interpretar o gráfico é observar o quão distantes esses pontos estão da reta. Quanto mais distantes, menos adequada é a distribuição.

Uma outra maneira de avaliar graficamente o ajuste da distribuição GEV aos dados é através da construção do gráfico *QQ-Plot* formado pelos pontos de coordenadas:

$$\left\{ \left( \hat{H}^{-1} \left( \frac{i}{n+1} \right), x_{(i)} \right) : i = 1, \dots, n \right\}. \quad (4.7)$$

O nome do gráfico quantil-quantil deriva do fato que cada uma das quantidades  $x_{(i)}$  e  $\hat{H}^{-1} \left( \frac{i}{n+1} \right)$  produz estimativas do  $\left( \frac{i}{n+1} \right)$ -quantil da distribuição  $H$ .

Também, neste caso, se a distribuição GEV for uma estimativa razoável de  $H$ , os pontos do gráfico quantil-quantil estarão sobre uma linha reta.

Ressalta-se aqui que os gráficos *PP-Plot* e *QQ-Plot* contém a mesma informação em escalas diferentes.

Além destes dois métodos gráficos se as estimativas dos parâmetros da GEV forem obtidas por máxima verossimilhança para se testar a suposição de que os dados seguem a distribuição GEV pode-se usar as estatísticas de Kolmogorov-Smirnov  $D^+$ ,  $D^-$  e  $D$ , definidas como

$$D^+ = \max_i \left\{ \frac{i}{m} - H(m_{(i)}) \right\},$$

$$D^- = \max_i \left\{ H(m_{(i)}) - \frac{i-1}{m} \right\},$$

$$D = \max(D^+, D^-),$$

onde,  $m_{(i)}$  são os máximos ordenados e  $H$  é a distribuição GEV com as estimativas obtidas. Alguns valores críticos para as estatísticas teste  $D^+$ ,  $D^-$  e  $D$  para os níveis de significância de 1% e 5%, e para amostras de tamanho  $m = 50$ , e  $m = \infty$  representando amostras grandes, podem ser consultados em uma tabela apresentada por Mendes (2004).

#### 4.4.4 Estimativas para os Valores de Pressão com Diferentes Probabilidades de Ocorrência

Para obter as estimativas para os valores de pressão, considerando-se o método proposto, com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, utilizou-se a seguinte expressão

$$H(x) = P(X \leq x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \hat{\xi} \left( \frac{x - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\},$$

cujo limite para  $\xi$  tendendo a zero é dado por

$$H(x) = P(X \leq x) = \exp \left\{ -\exp \left( -\frac{x - \hat{\mu}}{\hat{\sigma}} \right) \right\}.$$

#### 4.4.5 Intervalos de Confiança para os Valores de Pressão

Além das estimativas pontuais, foram construídos intervalos de confiança (I.C.) com coeficiente de confiança de  $(1 - \alpha)100\%$  para os valores de pressão utilizando-se o método delta. Os resultados são apresentados nos Apêndices C e D.

O intervalo de confiança aproximado para  $x$ , o valor de pressão, com  $(1 - \alpha)100\%$  de confiança, é dado por

$$I.C.(x) = \left[ \hat{x} - z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{Var(x)}; \hat{x} + z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{Var(x)} \right]$$

em que  $z_{\frac{\alpha}{2}}$  é o  $\frac{\alpha}{2}$  -ésimo percentil da distribuição normal padrão e  $Var(x)$  a variância associada ao valor de pressão, é calculada a partir da aplicação do método delta, descrito por Oehlert (1992).

De modo geral, esse método apresenta uma boa aproximação para médias, variâncias e covariâncias de funções não lineares de uma ou mais variáveis aleatórias. Essencialmente, o método consiste na expansão em série de Taylor da função de interesse, sendo usual tomar-se a aproximação de primeira ordem para a média e de segunda ordem para a variância. No caso de mais de uma variável, o método envolve o cálculo de derivadas parciais da função.

Desta forma, estes resultados são aplicados no presente trabalho sendo  $Var(x)$  determinada pela seguinte expressão

$$Var(x) \approx \left( \frac{\partial H}{\partial \hat{x}} \right)^{-2} V^T \Sigma V$$

quando  $H$  é a distribuição generalizada de valores extremos. Quando o parâmetro  $\xi$

na distribuição GEV é diferente de zero,  $V = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \hat{\mu}} \\ \frac{\partial H}{\partial \hat{\sigma}} \\ \frac{\partial H}{\partial \hat{\xi}} \end{bmatrix}$  a matriz da derivada parcial da distribuição GEV associada a  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}$  e  $\hat{\xi}$  e  $\Sigma$  é a matriz de variâncias e covariâncias de

$$\left( \hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi} \right) \text{ correspondente, neste caso, a } \Sigma = \begin{bmatrix} Var(\hat{\mu}) & Cov(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) & Cov(\hat{\mu}, \hat{\xi}) \\ Cov(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) & Var(\hat{\sigma}) & Cov(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) \\ Cov(\hat{\mu}, \hat{\xi}) & Cov(\hat{\sigma}, \hat{\xi}) & Var(\hat{\xi}) \end{bmatrix}.$$

Para o caso em que  $\xi$  tende a zero,  $V = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \hat{\mu}} \\ \frac{\partial H}{\partial \hat{\sigma}} \end{bmatrix}$  e  $\Sigma = \begin{bmatrix} Var(\hat{\mu}) & Cov(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) \\ Cov(\hat{\mu}, \hat{\sigma}) & Var(\hat{\sigma}) \end{bmatrix}$ .

## 4.5 Estimação dos Parâmetros da GPD

Para estimar os parâmetros  $\xi$  e  $\sigma$  da GPD vários métodos têm sido propostos na literatura, dentre eles os Métodos da “Probabilidade dos Momentos Ponderados” e dos “L-momentos”, ambos sugeridos por Hosking e Wallis em 1987 e 1997, respectivamente. Estimação de Máxima Verossimilhança dos parâmetros  $\xi$  e  $\sigma$  foi considerada por Smith (1987). Neste trabalho iremos considerar os estimadores de máxima verossimilhança.

Suponha que os valores  $y_1, y_2, \dots, y_{N_u}$  são os excessos além de um limiar  $u$ . Para  $\xi \neq 0$  a função logaritmo de Verossimilhança é derivada da expressão (3.8) e é dada por

$$l(\sigma, \xi) = -N_u \log \sigma - \left( 1 + \frac{1}{\xi} \right) \sum_{i=1}^{N_u} \log \left( 1 + \frac{\xi}{\sigma} y_i \right), \quad (4.8)$$

desde que,  $(1 + \frac{\xi}{\sigma} y_i) > 0$  para  $i = 1, 2, \dots, N_u$ ; caso contrário  $l(\sigma, \xi) = -\infty$ .

Derivando a expressão (4.8) em relação aos parâmetros  $\xi$  e  $\sigma$  obtemos as equações do logaritmo da verossimilhança, as quais podem ser resolvidas numericamente. Smith (1984 apud COLES, 2001) mostra que, quando  $\xi > -0,5$ , os estimadores  $(\hat{\xi}, \hat{\sigma})$  são consistentes, eficientes e assintoticamente normais.

## 4.6 Diagnóstico do Ajuste da GPD

Assim como no caso do ajuste da GEV, deve-se verificar graficamente a qualidade do ajuste do modelo de Pareto generalizado. Gráficos utilizando a função de distribuição empírica dos dados, histogramas, densidade e *QQ-Plots*, devem ser examinados. Assumindo um limiar alto predefinido  $u$ , consideremos  $y_{(1)} \leq \dots \leq y_{(k)}$  os excessos além do limiar  $u$  e uma estimativa do modelo  $\hat{G}$ , o gráfico de probabilidade consiste dos pares

$$\left\{ \left( \frac{i}{n+1}, \hat{G}(y_{(i)}) \right) : i = 1, \dots, n \right\},$$

quando

$$\hat{G}(y) = 1 - \left( 1 + \hat{\xi} \frac{y}{\hat{\sigma}} \right)^{-\frac{1}{\hat{\xi}}},$$

desde que  $\hat{\xi} \neq 0$ . Se  $\hat{\xi} = 0$  o gráfico é construído utilizando-se

$$\hat{G}(y) = 1 - \exp\left(-\frac{y}{\hat{\sigma}}\right), y > 0.$$

Assumindo-se que  $\hat{\xi} \neq 0$ , a construção do gráfico quantil-quantil é formado pelos pontos de coordenadas

$$\left\{ \left( \hat{G}^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right), y_{(i)} \right) : i = 1, \dots, n \right\},$$

quando

$$\hat{G}^{-1}(y) = u + \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[ y^{-\hat{\xi}} - 1 \right].$$

Se o modelo generalizado de Pareto é razoável para modelar excessos além do limiar  $u$ , então os pontos dos gráficos de probabilidade e quantil-quantil estarão próximos de uma linha reta.

Assim como na distribuição GEV pode-se testar a suposição de que os dados seguem a distribuição GPD, além da análise gráfica, determinando-se as estatísticas  $W^2$  e  $A^2$  que são baseadas nos testes de Cramér-von Mises e Anderson-Darling, respectivamente. O procedimento para o cálculo dessas estatísticas é descrito a seguir:

1. Os valores, nesse caso, os excedentes, devem estar em ordem crescente, ou seja,  $y_{(1)} \leq \dots \leq y_{(k)}$ .
2. Calcula-se  $z_i = G(x_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .
3. O valor da estatística  $W^2$  é dado por

$$W^2 = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^n \left[ z_i - \left( \frac{2i-1}{2n} \right) \right]^2$$

4. O valor da estatística  $A^2$  é dado por

$$A^2 = -n - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) [\ln(z_i) + \ln(1 - z_{n-i+1})]$$

Alguns valores críticos para as estatísticas teste  $W^2$  e  $A^2$  para os níveis de significância de 1%, 2,5%, 5%, 10% e 15% podem ser consultados em tabelas apresentadas por Stephens (1974).

## 4.7 Programa Utilizado

As estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da GEV e da GPD foram obtidas através do programa R, versão 1.8.1. Como os sistemas de equações apresentados nas seções (4.4) e (4.5) não apresentam solução analítica o programa disponibiliza cinco métodos numéricos para realizar as estimativas dos parâmetros  $\mu$ ,  $\sigma$  e  $\xi$ , sendo o método de Nelder-Mead utilizado neste trabalho. R é um sistema para análise estatística e gráfica criado por Ross Ihaka e Robert Gentleman e é distribuído gratuitamente. Os arquivos necessários para instalar o R podem ser obtidos através da rede mundial de computadores no seguinte endereço <http://cran.r-project.org/>

# Capítulo 5

## Resultados

Neste capítulo apresentamos os principais resultados obtidos pelo ajuste da GEV e da GPD aos níveis de pressão obtidos no protótipo da bacia de dissipação da UHE de Porto Colômbia pertencente a Furnas Centrais Elétricas, bem como as estimativas para os valores de pressão, considerando as diferentes vazões, com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, obtidas pelo ajuste da GEV aos dados. Além disso, descrevemos na seção (5.1) as condições hidráulicas do escoamento.

### 5.1 Condições Hidráulicas do Escoamento

Primeiramente, foram estabelecidas as condições de escoamento desejadas, em termos de vazão, posição do ressalto e nível de água a jusante. Para cálculo do número de Froude, para cada vazão, considerou-se a igualdade entre energias totais do escoamento a montante e jusante do vertedor, em função das condições do nível de água a jusante e da velocidade média do escoamento na seção inicial do ressalto hidráulico, conforme Figura 4.2. A partir destes dados, utilizou-se a expressão (2.1) para determinar o valor do número de Froude, na entrada do ressalto. Para o cálculo dos valores das alturas conjugadas utilizou-se a metodologia apresentada no trabalho de Teixeira (2003).

Na Tabela 5.1 apresentamos, para cada vazão, o número de Froude, os valores das alturas conjugadas, o nível de água a jusante e a velocidade média do escoamento. Na Tabela 5.2, são mostrados os valores que correspondem, para cada tomada, à distância em relação ao início do ressalto e da posição relativa.

Tabela 5.1: Resumo dos ensaios realizados.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Número de Froude	Altura Conjugada		Nível de Água a Jusante (m)	Velocidade Média ( $ms^{-1}$ )
		Rápida (m)	Lenta (m)		
1 000	6,42	0,45	3,83	9,81	16,50
2 000	4,98	0,84	5,50	10,32	17,15
3 000	4,32	1,21	6,80	10,68	17,60
4 000	3,88	1,57	7,88	11,15	17,78

Tabela 5.2: Valores da distância em relação ao início do ressalto ( $X$ ) e da posição relativa ( $\frac{X}{Y_i - Y_r}$ ) correspondente a cada tomada para cada uma das quatro vazões.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Tomadas	$X(m)$	$\frac{X}{Y_i - Y_r}$	Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Tomadas	$X(m)$	$\frac{X}{Y_i - Y_r}$
1 000	a	2,00	0,59	3 000	a	-1,21	-0,22
	b	5,78	1,71		b	2,57	0,46
	c	10,88	3,21		c	7,67	1,37
	d	14,18	4,19		d	10,97	1,96
	e	27,12	8,01		e	23,91	4,28
	f	40,06	11,83		f	36,85	6,59
	g	53,00	15,65		g	49,79	8,91
2 000	a	0,37	0,08	4 000	a	-2,77	-0,44
	b	4,14	0,89		b	1,00	0,16
	c	9,24	1,98		c	6,10	0,97
	d	12,54	2,69		d	9,40	1,49
	e	25,48	5,47		e	22,34	3,54
	f	38,42	8,24		f	35,28	5,60
	g	51,36	11,02		g	48,22	7,65

Como pode-se observar analisando as informações apresentadas na Tabela 5.1 os valores de altura conjugada lenta são sempre inferiores ao nível de água a jusante indicando que o ressalto hidráulico formado para todas as vazões analisadas é submerso. Conforme apresentado por Chow (1994), talvez este seja o caso mais seguro para o dimensionamento de uma barragem, devido à posição do ressalto submerso fixar-se mais rapidamente, no entanto, apresenta uma eficiência menor, devido à pouca energia que é dissipada. Também é importante ressaltar que para as vazões investigadas à medida que a vazão aumenta o nível de submergência, dado pelo quociente entre o nível de água a jusante e o valor de altura conjugada lenta, diminui.

Como nosso interesse na primeira parte deste capítulo é na modelagem probabilística e inferência estatística para a parte extrema da cauda (superior e inferior) da distribuição de níveis de pressão é necessário definirmos o tamanho de cada bloco ( $n$ ). Para Morettin (2002), a escolha do tamanho dos blocos é um fator crítico na análise; se houver poucas observações num bloco, os estimadores serão viesados e se houver muitas observações, as variâncias dos estimadores serão grandes. Como em muitas outras situações, deve haver uma escolha de compromisso entre resolução (acurácia, viés) e estabilidade (precisão, variância). Na prática muitas vezes há uma escolha conveniente, como por exemplo, em hidrologia e ecologia,  $n$  em geral é tal que os blocos representam anos. Desta forma, temos máximos anuais de temperatura, de concentração de ozônio e outros. Em finanças, os máximos podem ser de retornos mensais, semanais ou diários, em blocos cujo tamanho depende do interesse da análise e do tamanho da série. Para o nosso caso, valores de pressão, qual será o valor adequado para  $n$ ? Na próxima seção apresentamos uma justificativa para o tamanho de bloco considerado,  $n = 100$ .

## 5.2 Tamanho dos Blocos

Conforme mencionamos no capítulo anterior as amostras de pressão foram coletadas com uma frequência de 100 Hz. Então, o valor  $n = 100$  indica que de cada segundo de medição foram selecionados os valores máximos e mínimos. Mendes (2004)

sugere que se verifique a estabilidade das estimativas dos parâmetros da GEV em relação ao tamanho  $n$  do bloco. Para verificar isto, consideramos extremos obtidos em blocos de tamanho  $n = 50, 100, 150, 200$  e  $500$ . As Tabelas 5.3, 5.4 e 5.5 mostram os resultados das estimativas dos parâmetros para os valores máximos de pressão adimensionalizados *versus* o tamanho de cada bloco. Como o comportamento apresentado na estimativa dos parâmetros da distribuição GEV em relação ao tamanho dos blocos é praticamente o mesmo para todas as vazões, decidimos apresentar nesta seção somente os resultados referentes aos valores máximos de pressão adimensionalizados da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Para as demais vazões os resultados da estabilidade das estimativas dos parâmetros da GEV em relação ao tamanho  $n$  do bloco para os valores máximos são apresentados no Apêndice A. No Apêndice B são apresentados os resultados da estabilidade das estimativas dos parâmetros da GEV em relação ao tamanho  $n$  do bloco para os valores mínimos de pressão adimensionalizados.

Tabela 5.3: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,6853 <b>(0,0023)</b>	1,1612 <b>(0,0040)</b>	0,9592 <b>(0,0062)</b>	0,7985 <b>(0,0073)</b>	0,8776 <b>(0,0045)</b>	0,9561 <b>(0,0028)</b>	1,0574 <b>(0,0015)</b>
100	0,7069 <b>(0,0032)</b>	1,2182 <b>(0,0052)</b>	1,0499 <b>(0,0075)</b>	0,9121 <b>(0,0083)</b>	0,9332 <b>(0,0064)</b>	0,9829 <b>(0,0035)</b>	1,0688 <b>(0,0020)</b>
150	0,7199 <b>(0,0038)</b>	1,2453 <b>(0,0063)</b>	1,0996 <b>(0,0086)</b>	0,9638 <b>(0,0100)</b>	0,9799 <b>(0,0081)</b>	0,9990 <b>(0,0040)</b>	1,0780 <b>(0,0024)</b>
200	0,7301 <b>(0,0042)</b>	1,2605 <b>(0,0074)</b>	1,1263 <b>(0,0096)</b>	1,0010 <b>(0,0111)</b>	1,0005 <b>(0,0098)</b>	1,0116 <b>(0,0045)</b>	1,0848 <b>(0,0027)</b>
500	0,7623 <b>(0,0059)</b>	1,3269 <b>(0,0114)</b>	1,2175 <b>(0,0143)</b>	1,1253 <b>(0,0169)</b>	1,1125 <b>(0,0168)</b>	1,0555 <b>(0,0065)</b>	1,1068 <b>(0,0043)</b>

Analisando os valores apresentados na Tabela 5.3, percebe-se que as estimativas de  $\mu$  aumentam à medida que aumenta o tamanho do bloco, mas não diferem

muito. Exceção ocorre na quarta tomada, d. Esta é a primeira tomada na parte plana da bacia e sua posição relativa é próxima a 2,00, região do escoamento onde ocorre a maior formação de vórtices e dissipação de energia. Quando observamos o comportamento das estimativas de  $\sigma$  (Tabela 5.4) percebemos que as mesmas são muito próximas e reduzidas à medida que aumenta o tamanho do bloco. No entanto, as estimativas para o parâmetro de forma (Tabela 5.5) não apresentam um comportamento de crescimento ou decrescimento à medida que aumenta o tamanho do bloco, mas observa-se que não sofrem muita alteração. É importante ressaltar que o resultado do erro padrão nas estimativas dos três parâmetros é sempre muito pequeno, mas aumenta com o aumento do tamanho do bloco. Em função destes resultados acredita-se, que para este estudo, o tamanho de bloco igual a  $n = 100$  é satisfatório.

Tabela 5.4: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0511 <b>(0,0016)</b>	0,0886 <b>(0,0028)</b>	0,1358 <b>(0,0043)</b>	0,1615 <b>(0,0051)</b>	0,1006 <b>(0,0032)</b>	0,0626 <b>(0,0019)</b>	0,0341 <b>(0,0010)</b>
100	0,0504 <b>(0,0022)</b>	0,0812 <b>(0,0037)</b>	0,1160 <b>(0,0053)</b>	0,1279 <b>(0,0060)</b>	0,0997 <b>(0,0047)</b>	0,0556 <b>(0,0024)</b>	0,0314 <b>(0,0014)</b>
150	0,0490 <b>(0,0026)</b>	0,0791 <b>(0,0045)</b>	0,1085 <b>(0,0061)</b>	0,1247 <b>(0,0073)</b>	0,1042 <b>(0,0058)</b>	0,0507 <b>(0,0028)</b>	0,0311 <b>(0,0017)</b>
200	0,0462 <b>(0,0029)</b>	0,0798 <b>(0,0053)</b>	0,1046 <b>(0,0069)</b>	0,1177 <b>(0,0082)</b>	0,1080 <b>(0,0070)</b>	0,0487 <b>(0,0032)</b>	0,0300 <b>(0,0019)</b>
500	0,0414 <b>(0,0041)</b>	0,0759 <b>(0,0084)</b>	0,0999 <b>(0,0101)</b>	0,1154 <b>(0,0123)</b>	0,1128 <b>(0,0123)</b>	0,0432 <b>(0,0049)</b>	0,0303 <b>(0,0030)</b>

Tabela 5.5: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,1923 (0,0204)	-0,0991 (0,0269)	<b>-0,1197</b> (0,0261)	<b>-0,1139</b> (0,0259)	-0,0015 (0,0258)	<b>-0,1987</b> (0,0183)	-0,2146 (0,0199)
100	-0,2036 (0,0298)	-0,0843 (0,0396)	-0,0848 (0,0389)	-0,0344 (0,0421)	0,0309 (0,0407)	<b>-0,1474</b> (0,0336)	-0,1813 (0,0355)
150	-0,2054 (0,0368)	-0,0765 (0,0532)	-0,0725 (0,0473)	-0,0346 (0,0550)	0,0014 (0,0449)	<b>-0,0915</b> (0,0481)	-0,1852 (0,0431)
200	-0,1866 (0,0491)	-0,0846 (0,0614)	-0,0505 (0,0606)	-0,0077 (0,0695)	0,0007 (0,0537)	<b>-0,0708</b> (0,0607)	-0,1991 (0,0486)
500	-0,1878 (0,0783)	-0,0446 (0,1157)	-0,0751 (0,0847)	-0,0341 (0,1022)	-0,0446 (0,1110)	<b>-0,0022</b> (0,1229)	-0,2825 (0,0816)

Uma outra preocupação que devemos ter para que se possa garantir a obtenção de inferências estatísticas satisfatórias a partir dos modelos probabilísticos de valores extremos é que a seqüência de dados seja independente. Para Coles (2001), independência temporal, em geral, é uma hipótese não verdadeira para os tipos de dados em que os modelos de valores extremos são comumente aplicados, pois condições extremas muitas vezes persistem sobre várias observações consecutivas. No entanto, considera estacionariedade como sendo uma hipótese mais realística para muitos processos físicos, pois uma série cujas variáveis podem ser mutuamente dependentes pode apresentar propriedades estocásticas homogêneas ao longo do tempo. Por exemplo, se  $X_1, X_2, \dots$  é uma série estacionária, então  $X_1$  pode ter a mesma distribuição que  $X_{101}$ , e a distribuição conjunta de  $(X_1, X_2)$  pode ser a mesma de  $(X_{101}, X_{102})$ , ainda que  $X_1$  não seja necessariamente independente de  $X_2$  ou  $X_{102}$ . Dependência em séries estacionárias pode apresentar muitas formas diferentes, e isto é impossível para desenvolver uma caracterização geral do procedimento dos extremos a menos que algumas condições sejam impostas. Em aplicações práticas pode-se supor que eventos extremos

são “quase” independentes quando separados por tempos suficientemente distantes. Muitas séries estacionárias apresentam esta propriedade, sendo esta hipótese aceitável para processos físicos. As séries que estamos estudando apresentam características de séries estacionárias, pois as mesmas apresentam, em geral, o comportamento da Figura 5.1.

Além disso, para Mendes (2004), mesmo que as variáveis originais  $X_1, X_2, \dots$  possuam alguma forma de dependência, é razoável supor que os blocos de tamanho  $n$  sejam variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas em  $\mathbb{R}^n$ , e que os máximos em cada bloco sejam também independentes e identicamente distribuídos, sendo  $n$  escolhido de tal forma que essas suposições sejam satisfeitas. Desta forma, espera-se que, para este estudo, o tamanho do bloco igual a  $n = 100$  seja suficiente que para os valores extremos obtidos sejam independentes ou que a dependência existente seja fraca. Utilizou-se o termo “espera-se” devido à dificuldade em se encontrar testes estatísticos adequados para que se possa avaliar esta propriedade entre as variáveis originais, entre os blocos e entre os máximos de cada bloco. A dificuldade surge pela dimensionalidade do problema, porque um teste de independência necessita verificar a hipótese de que  $F(x_1, x_2, \dots, x_n) = F(x_1) \cdot F(x_2) \cdot \dots \cdot F(x_n)$ , para  $n$  grande.

Mesmo considerando o tamanho de cada bloco  $n = 100$  suficiente para que, pelos menos, os extremos obtidos sejam independentes avaliamos quais as conseqüências de analisar as séries de pressões máximas e mínimas como se fossem independentes, quando não são. O procedimento adotado para responder a esta questão é apresentado na próxima seção.

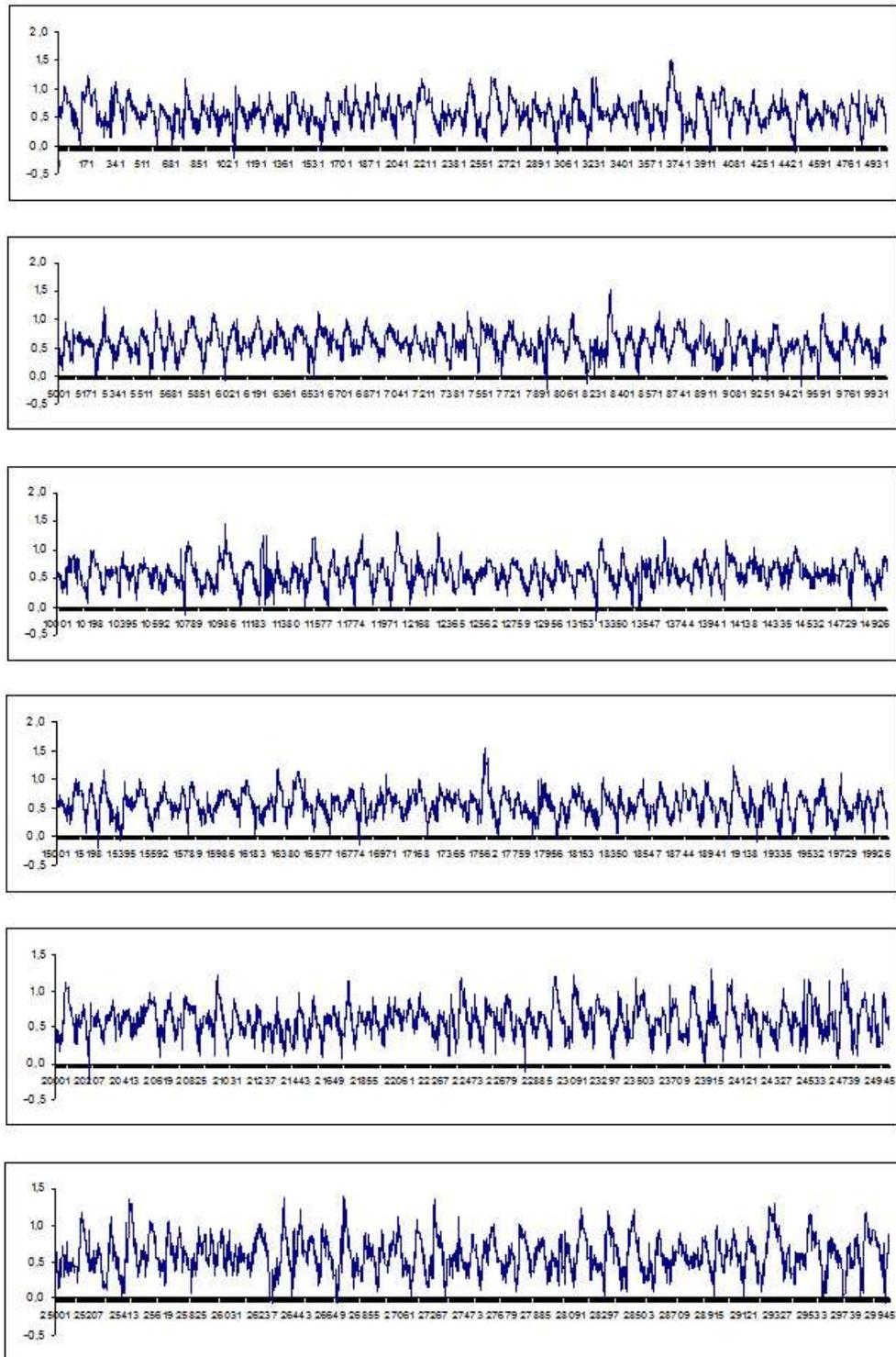


Figura 5.1: Série dos valores de pressão adimensionalizados da quarta tomada da vazão de  $4\ 000\ m^3s^{-1}$ .

### 5.3 Conseqüências nas Estimativas dos Parâmetros da GEV para Séries Dependentes

Segundo Coles (2001) a função de distribuição acumulada de probabilidade

$$H(x) = \exp \left\{ - \left[ 1 + \xi \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}} \right\}^{\theta}, \quad (5.1)$$

descreve a dependência dos valores máximos obtidos em blocos em séries estacionárias, sendo  $\theta$  o parâmetro que controla dependência tal que  $0 < \theta \leq 1$ . Para séries independentes  $\theta = 1$ , sendo que o inverso não é verdadeiro, ou seja, se  $\theta = 1$  a série poderá não ser independente. Inicialmente fixamos  $\mu = 0$ ,  $\sigma = 1$ ,  $\xi = 0,1$  e  $\theta = 1$  e geramos 1 000 seqüências de 300 valores. Para a geração destes valores foi necessário gerar 300 valores de uma distribuição uniforme no intervalo  $[0, 1]$ , digamos  $u_1, u_2, \dots, u_n$ . Estes são transformados aos valores desejados  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , pela solução da equação  $u_i = H(x_i, \mu, \sigma, \xi)^{\theta}$  para  $i = 1, 2, \dots, 300$ . A transformação  $u \rightarrow x$  pode ser determinada algebricamente sendo dada por

$$x_i = \mu + \sigma \left[ \left( \frac{\left( -\frac{\ln(u_i)}{\theta} \right)^{-\xi} - 1}{\xi} \right) \right]. \quad (5.2)$$

Para cada uma das 1 000 amostras geradas, calculou-se estimativas de  $\mu$ ,  $\sigma$  e  $\xi$ , e dos percentis 97%, 98,5%, 99,3% e 99,7%. Os resultados das estimativas para os parâmetros da distribuição GEV e dos percentis foram avaliados através do cálculo dos valores médios e do desvio padrão.

Para determinar quais são os efeitos na estimação de  $\mu$ ,  $\sigma$ ,  $\xi$  e dos percentis da falta de independência gerou-se séries de 300 valores da mesma forma como apresentada acima, porém considerou-se diferentes valores de  $\theta$ , como por exemplo, 0,5; 0,6; 0,7; 0,8 e 0,9. Nesta etapa, os parâmetros da distribuição GEV foram estimados utilizando-se o algoritmo desenvolvido por Hosking (1985). Os resultados referentes a média e o desvio padrão das estimativas para os parâmetros da distribuição GEV são apresentados na Tabela 5.6.

Tabela 5.6: Média e desvio padrão das estimativas por Máxima Verossimilhança para os parâmetros da distribuição GEV.

Parâmetros Estimados	Parâmetro de Dependência ( $\theta$ )					
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\hat{\mu}$	-0,6670 <b>(0,0595)</b>	-0,4956 <b>(0,0611)</b>	-0,3502 <b>(0,0621)</b>	-0,2210 <b>(0,0628)</b>	-0,1010 <b>(0,0632)</b>	0,0012 <b>(0,0669)</b>
$\hat{\sigma}$	0,9283 <b>(0,0472)</b>	0,9443 <b>(0,0458)</b>	0,9599 <b>(0,0474)</b>	0,9728 <b>(0,0480)</b>	0,9841 <b>(0,0489)</b>	0,9941 <b>(0,0497)</b>
$\hat{\xi}$	0,1020 <b>(0,0448)</b>	0,1006 <b>(0,0446)</b>	0,1002 <b>(0,0446)</b>	0,1012 <b>(0,0428)</b>	0,1000 <b>(0,0450)</b>	0,1006 <b>(0,0441)</b>

Analisando os valores apresentados na Tabela 5.6 percebe-se que, em média, as estimativas de  $\mu$  e  $\sigma$  são reduzidas à medida que aumenta o grau de dependência, no entanto, em média, as estimativas para o parâmetro de forma não sofrem muita alteração, sendo muito próximas do verdadeiro valor ( $\xi = 0, 1$ ).

Com os resultados das estimativas dos parâmetros da distribuição GEV estimamos os percentis. Na próxima tabela encontramos os resultados correspondentes a média e o desvio padrão dos percentis e das estimativas dos percentis para vários valores do parâmetro  $\theta$ .

Percebe-se pelos valores apresentados na Tabela 5.7 que não existe muita diferença na média dos valores verdadeiros dos percentis quando comparados com as estimativas obtidas, no entanto, esta diferença aumenta à medida que aumenta o valor do percentil. Além disso, observa-se que o desvio padrão dos valores dos percentis estimados são sempre inferiores aos valores de desvio padrão dos valores verdadeiros dos percentis.

Portanto, com base nos resultados apresentados nas Tabelas 5.6 e 5.7, concluímos que caso não se tenha a hipótese de independência para algumas séries de máximos e mínimos podemos garantir a obtenção de inferências estatísticas satisfatórias a partir dos modelos probabilísticos de valores extremos. Desta forma, apresentamos na próxima seção os resultados da análise gráfica da qualidade do ajuste da

distribuição GEV aos valores máximos de pressão, para cada uma das tomadas das vazões de 1 000, 2 000, 3 000 e 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tabela 5.7: Média e desvio padrão dos percentis e das estimativas dos percentis.

$\theta$	Percentis				Estimativas dos Percentis			
	97	98,5	99,3	99,7	97	98,5	99,3	99,7
0,5	3,187	4,097	5,106	5,866	3,240	4,216	5,441	6,610
	<b>(0,431)</b>	<b>(0,598)</b>	<b>(0,958)</b>	<b>(1,303)</b>	<b>(0,354)</b>	<b>(0,510)</b>	<b>(0,750)</b>	<b>(1,020)</b>
0,6	3,416	4,326	5,359	6,149	3,469	4,457	5,696	6,877
	<b>(0,448)</b>	<b>(0,647)</b>	<b>(1,016)</b>	<b>(1,327)</b>	<b>(0,354)</b>	<b>(0,513)</b>	<b>(0,758)</b>	<b>(1,033)</b>
0,7	3,631	4,546	5,608	6,445	3,676	4,678	5,935	7,131
	<b>(0,464)</b>	<b>(0,660)</b>	<b>(1,003)</b>	<b>(1,398)</b>	<b>(0,356)</b>	<b>(0,516)</b>	<b>(0,762)</b>	<b>(1,038)</b>
0,8	3,804	4,759	5,872	6,701	3,867	4,885	6,163	7,380
	<b>(0,445)</b>	<b>(0,651)</b>	<b>(1,037)</b>	<b>(1,407)</b>	<b>(0,353)</b>	<b>(0,508)</b>	<b>(0,746)</b>	<b>(1,014)</b>
0,9	3,970	4,938	6,009	6,876	4,027	5,054	6,342	7,570
	<b>(0,463)</b>	<b>(0,675)</b>	<b>(1,083)</b>	<b>(1,448)</b>	<b>(0,374)</b>	<b>(0,542)</b>	<b>(0,799)</b>	<b>(1,088)</b>
1,0	4,120	5,076	6,182	6,992	4,175	5,214	6,517	7,759
	<b>(0,472)</b>	<b>(0,674)</b>	<b>(1,070)</b>	<b>(1,358)</b>	<b>(0,370)</b>	<b>(0,536)</b>	<b>(0,791)</b>	<b>(1,079)</b>

## 5.4 Análise do Ajuste da GEV

Para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV, inicialmente foram construídos os gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica, apresentados nas Figuras 5.2, 5.4, 5.6 e 5.8 para os máximos e nas Figuras 5.10, 5.12, 5.14 e 5.16 para os mínimos, e os gráficos quantil-quantil, apresentados nas Figuras 5.3, 5.5, 5.7 e 5.9 para os máximos e para os mínimos nas Figuras 5.11, 5.13, 5.15 e 5.17, que de forma geral, sugerem o bom ajuste da distribuição GEV aos valores máximos e mínimos dimensionalizados de pressão, para as tomadas das vazões de 1 000, 2 000, 3 000 e 4 000  $m^3s^{-1}$ . Os resultados das estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da distribuição GEV e o

valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas das vazões de 1 000, 2 000 e 3 000  $m^3s^{-1}$  são apresentados nas Tabelas do Apêndice A e para os valores mínimos são apresentados nas Tabelas do Apêndice B.

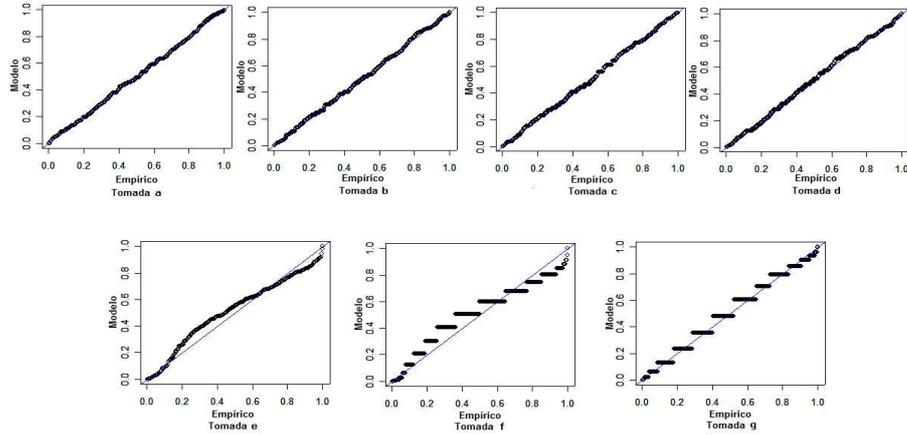


Figura 5.2: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

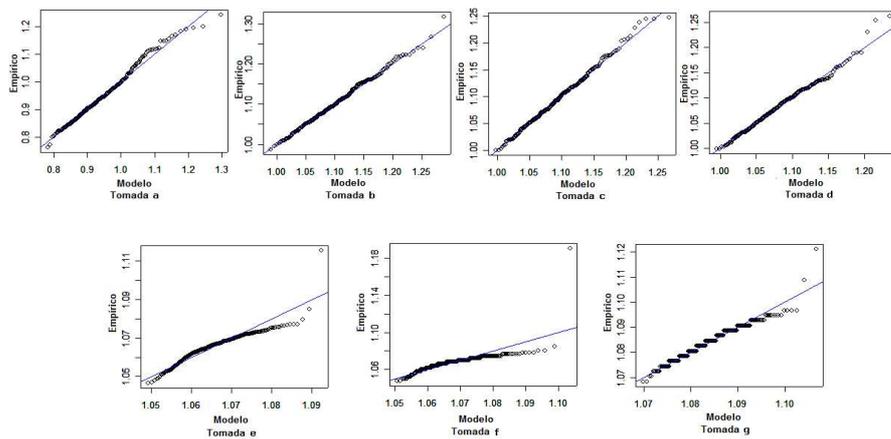


Figura 5.3: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

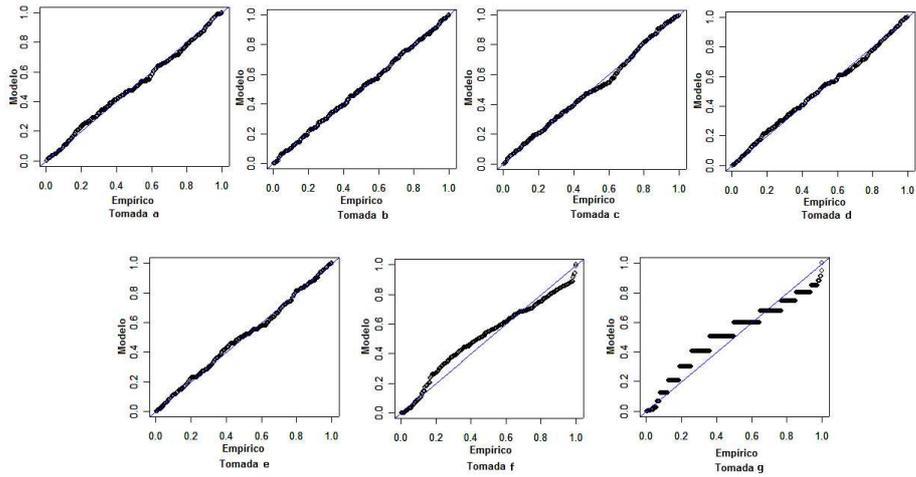


Figura 5.4: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

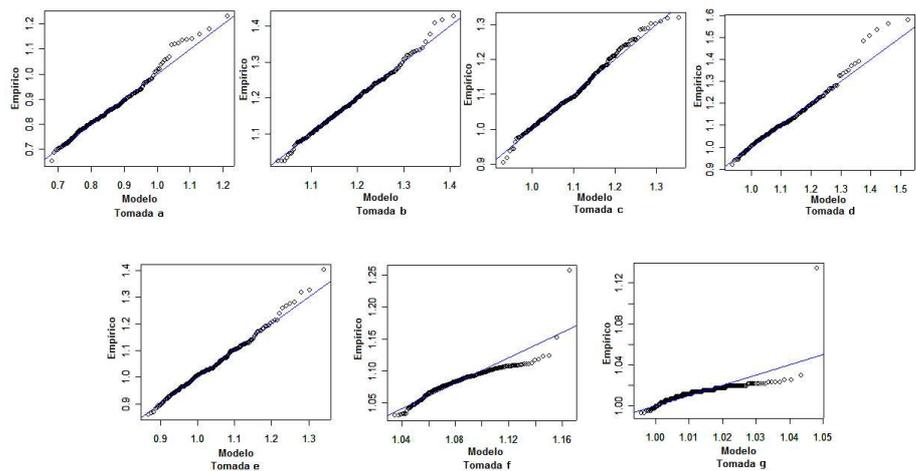


Figura 5.5: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

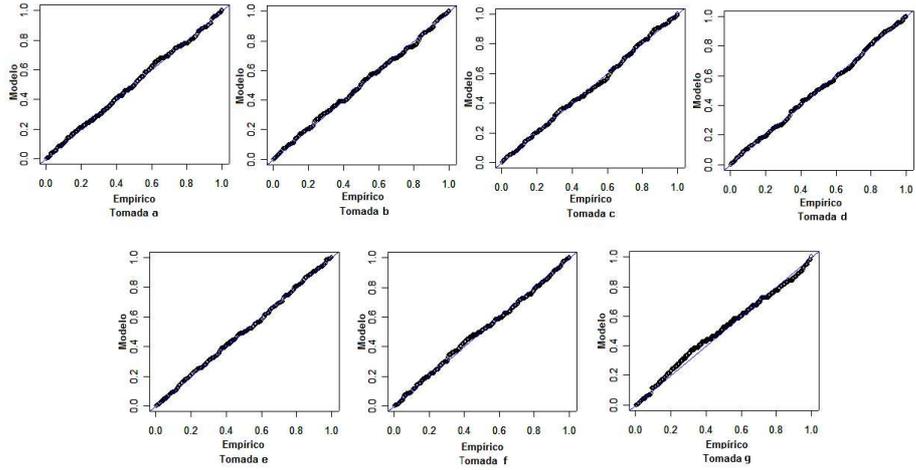


Figura 5.6: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

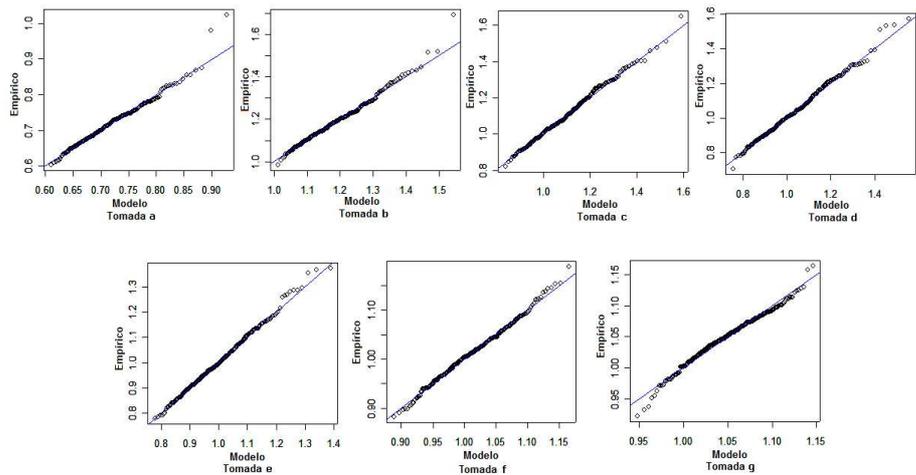


Figura 5.7: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

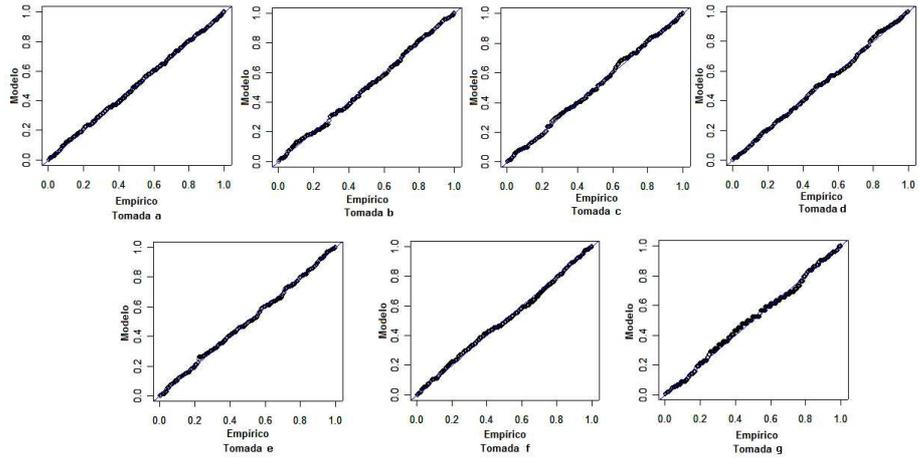


Figura 5.8: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

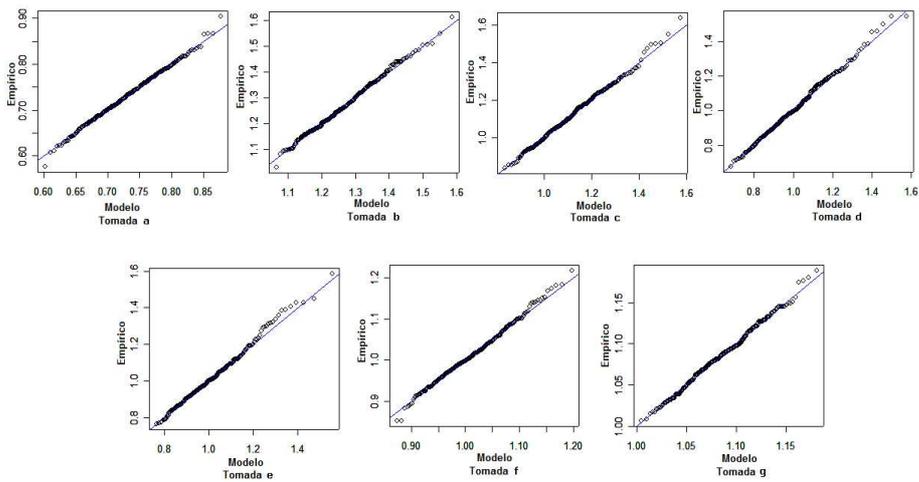


Figura 5.9: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

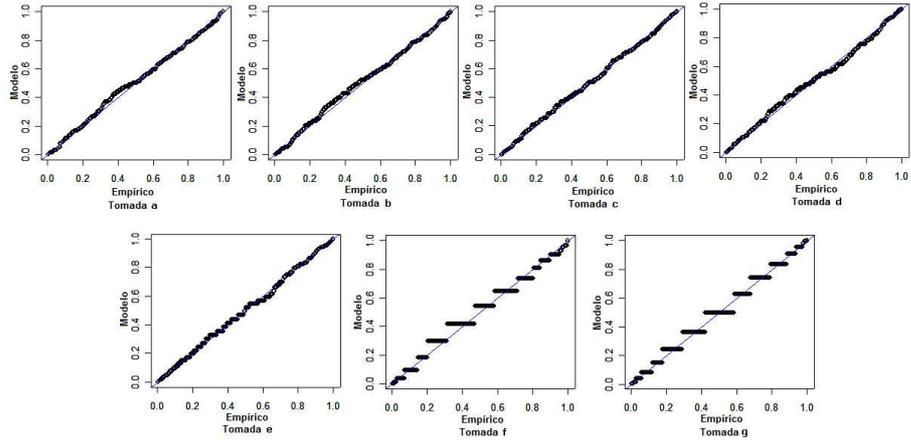


Figura 5.10: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

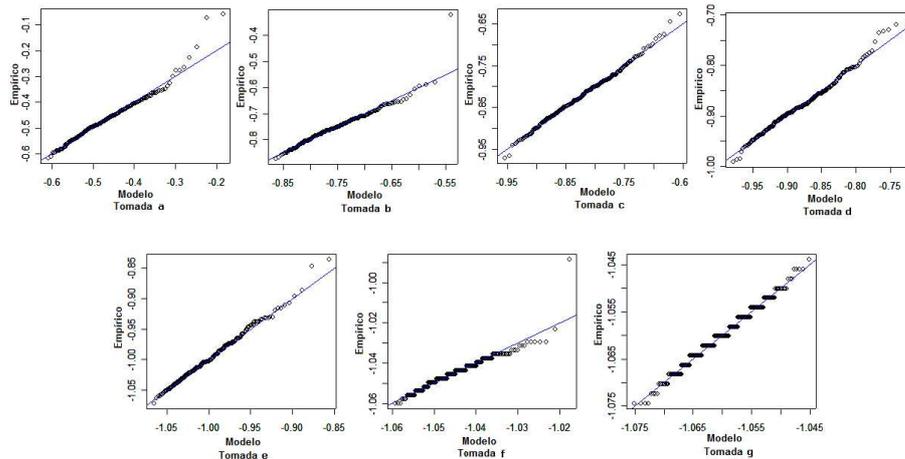


Figura 5.11: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

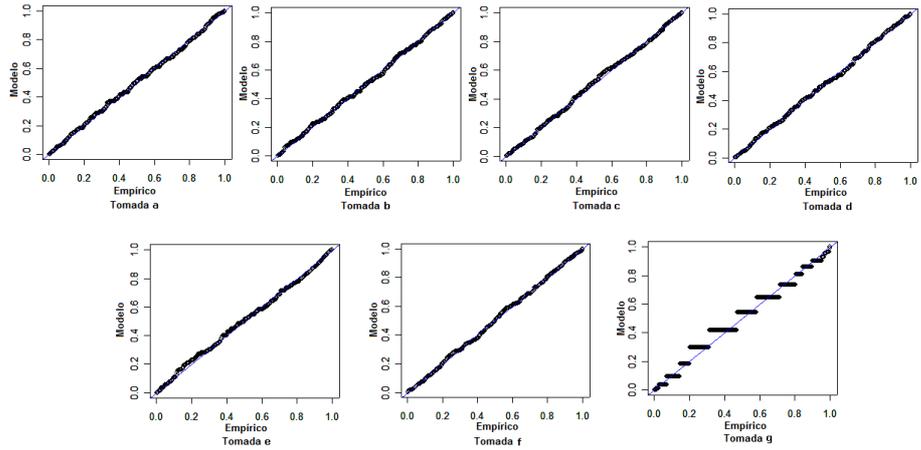


Figura 5.12: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

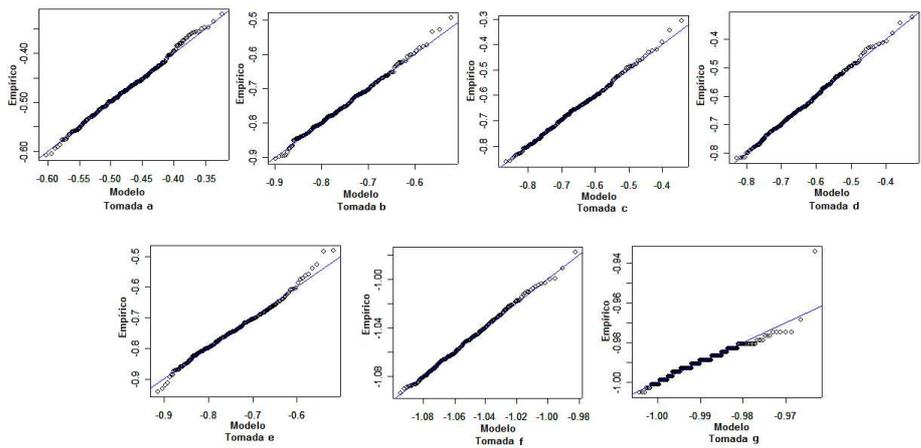


Figura 5.13: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

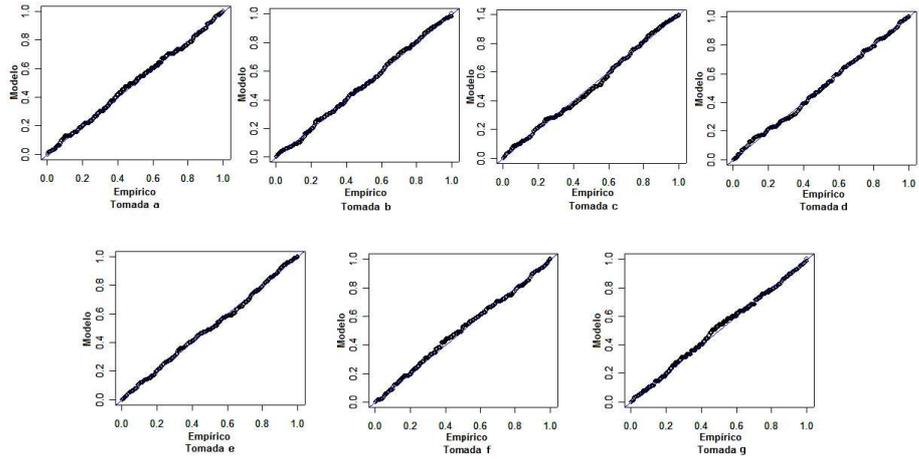


Figura 5.14: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

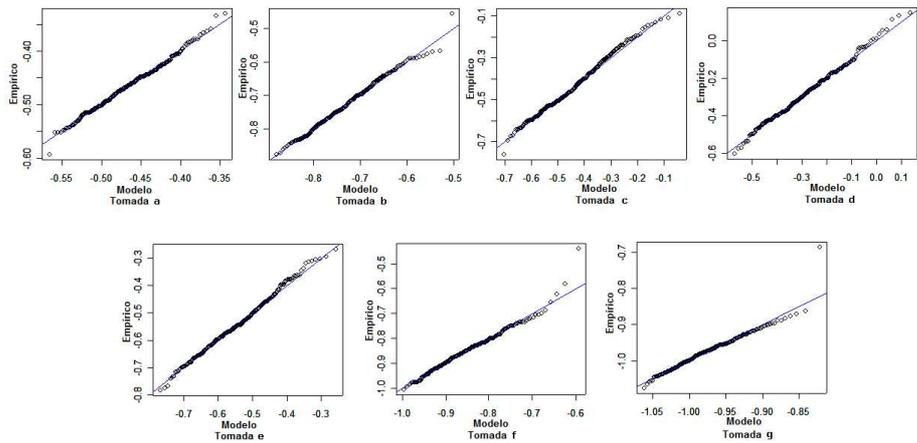


Figura 5.15: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

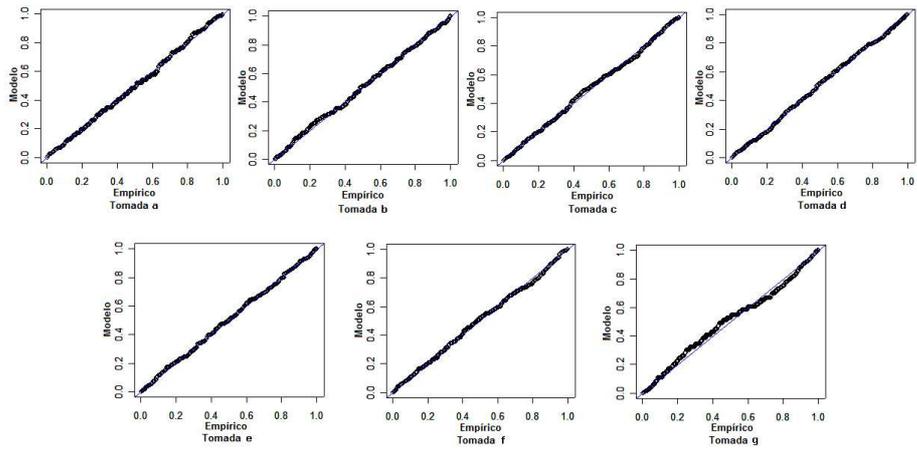


Figura 5.16: Gráficos que comparam as probabilidades do modelo GEV com as probabilidades da distribuição empírica para os valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

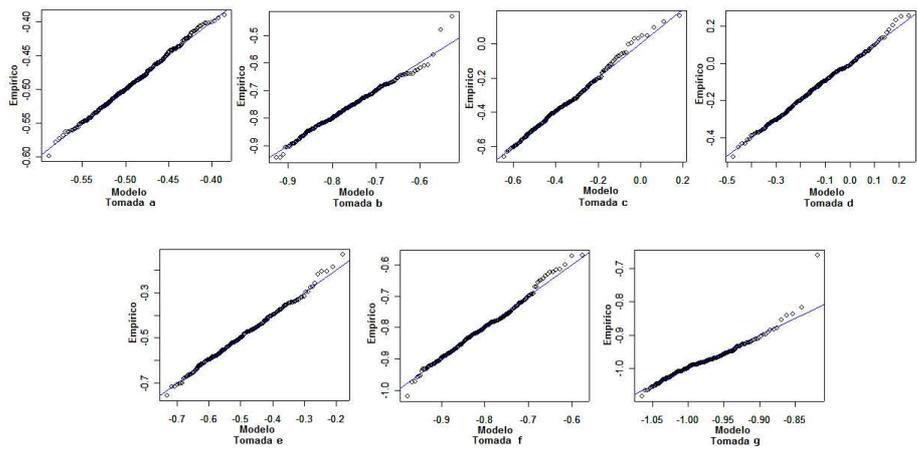


Figura 5.17: Gráficos quantil-quantil para diagnóstico do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Além da análise gráfica para se testar a suposição de que os dados seguem a distribuição GEV aplicou-se o teste de *Kolmogorov-Smirnov*, com um nível de significância de 5%, cujas diferenças máximas observadas ( $D$ ) entre os valores de probabilidade das funções de probabilidade acumulada empírica e da GEV (teórica), assim como o valor crítico para a estatística ( $\sqrt{n} \cdot D$ ), para todas as tomadas de cada uma das quatro vazões, são apresentados na Tabela 5.8 para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados e na Tabela 5.9 para os mínimos. Os resultados indicam que a distribuição GEV, em geral, ajusta-se bem aos valores máximos e mínimos, concordando com as conclusões obtidas a partir da análise gráfica. No entanto, a distribuição GEV não descreve de forma adequada os valores máximos de flutuação de pressão das três últimas tomadas da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ , das duas últimas da vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$  e da última tomada da vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ . Quando consideramos os valores mínimos o ajuste não é adequado para as duas últimas tomadas da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$  e para a última tomada da vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ . É importante destacar que as tomadas onde o ajuste da GEV não é adequado são as mesmas tomadas em que verificou-se picos nas frequências de 20 e 40 Hz na função densidade espectral e, mesmo considerando as séries filtradas não se conseguiu eliminar dos dados a sua influência. Mesmo o ajuste da GEV não sendo adequado para essas tomadas, decidiu-se por considerá-las no estudo para que fosse possível avaliar os resultados das estimativas dos valores de pressão.

Tabela 5.8: Resultados do teste de *Kolmogorov-Smirnov* para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Diferença Máxima Obtida na Tomada							Valor Crítico
	a	b	c	d	e	f	g	
1000	0,467	0,558	0,568	0,680	<b>1,656</b>	<b>2,629</b>	<b>1,446</b>	
2000	0,682	0,474	0,870	0,792	0,790	<b>1,619</b>	<b>2,616</b>	<b>0,874</b>
3000	0,609	0,711	0,732	0,581	0,480	0,661	<b>1,001</b>	
4000	0,323	0,643	0,656	0,548	0,638	0,722	0,725	

Tabela 5.9: Resultados do teste de *Kolmogorov-Smirnov* para verificar a qualidade do ajuste da distribuição GEV aos valores mínimos de pressão adimensionalizados.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Diferença Máxima Obtida na Tomada							Valor
	a	b	c	d	e	f	g	Crítico
1000	0,859	0,849	0,590	0,864	0,824	<b>1,952</b>	<b>1,600</b>	
2000	0,566	0,588	0,565	0,628	0,656	0,522	<b>1,929</b>	<b>0,874</b>
3000	0,628	0,640	0,832	0,652	0,669	0,718	0,772	
4000	0,688	0,555	0,689	0,461	0,412	0,692	0,870	

## 5.5 Análise do Comportamento do Parâmetro de Forma

Considerando que o parâmetro de forma  $\xi$  define o tipo de distribuição de valores extremos a utilizar para estimar valores de pressão com diferentes probabilidades de ocorrência, são apresentados nas Tabela 5.10 e 5.11 as estimativas de máxima verossimilhança obtidas para  $\xi$ , bem como os valores da estatística de razão de verossimilhança para os valores máximos e mínimos de pressão adimensionalizados, respectivamente.

Analisando-se os resultados referentes as estimativas do parâmetro de forma ( $\hat{\xi}$ ) apresentados na Tabela 5.10 e comparando-se o resultado obtido pela aplicação do teste da razão de verossimilhança com o valor tabelado de  $\chi^2$  com um grau de liberdade e nível de significância de 5%, dado por  $\chi_{1,0,05}^2 = 3,84$ , conclui-se que a distribuição de Gumbel ( $\xi = 0$ ) é a mais adequada para modelar a maior parte das seqüências de máximos de pressão adimensionalizados para todas as vazões. Exceções ocorrem para as tomadas e e g da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ , tomadas b, c e f da vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ , tomadas f e g da vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$  e para as três primeiras e duas últimas tomadas da vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ , onde as estimativas para o parâmetro de forma indicam um valor diferente de zero e negativo. Para estas seqüências a distribuição de Weibull é a mais apropriada.

Tabela 5.10: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor da estatística de razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) para os valores máximos de pressão adimensionalizados.

Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Tomadas	$\hat{\xi}$	$T_{LR}$	Vazão ( $m^3s^{-1}$ )	Tomadas	$\hat{\xi}$	$T_{LR}$
1 000	a	0,0246	0,35	3 000	a	-0,0193	0,32
	b	-0,0664	2,41		b	-0,0093	0,07
	c	-0,0324	0,56		c	-0,0228	0,29
	d	-0,0473	1,36		d	-0,0417	1,10
	e	-0,0979*	25,81		e	-0,0466	1,26
	f	-0,0093	0,99		f	-0,1852*	23,37
	g	-0,0895*	10,82		g	-0,2781*	74,57
2 000	a	0,0223	0,38	4 000	a	-0,2036*	28,31
	b	-0,1024*	6,95		b	-0,0843*	4,08
	c	-0,1056*	6,70		c	-0,0848*	4,02
	d	0,0507	2,18		d	-0,0344	0,64
	e	-0,0410	1,19		e	0,0309	0,61
	f	-0,0712*	12,35		f	-0,1474*	15,33
	g	-0,0093	0,40		g	-0,1813*	18,13

\* Indica que o valor do parâmetro de forma é estatisticamente diferente de zero pela aplicação do teste da razão de verossimilhança ao nível de significância de 5%.

Analisando-se os resultados referentes as estimativas do parâmetro de forma ( $\hat{\xi}$ ) apresentados na Tabela 5.11 e o resultado obtido pela aplicação do teste da razão de verossimilhança, conclui-se que a distribuição de Weibull ( $\xi < 0$ ) é a mais adequada para modelar as seqüências de mínimos de pressão adimensionalizados para a maior parte das tomadas das vazões de 2 000, 3 000 e 4 000  $m^3s^{-1}$ . Para as demais tomadas a distribuição de Gumbel ( $\xi = 0$ ) é a mais aconselhável.

Tabela 5.11: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor da estatística de razão de verossimilhança ( $T_{LR}$ ) para os valores mínimos de pressão adimensionalizados.

Vazão ( $m^3 s^{-1}$ )	Tomadas	$\hat{\xi}$	$T_{LR}$	Vazão ( $m^3 s^{-1}$ )	Tomadas	$\hat{\xi}$	$T_{LR}$
1 000	a	0,0067	0,04	3 000	a	-0,1727*	21,32
	b	0,0165	0,32		b	-0,0902*	4,01
	c	-0,1467*	15,64		c	-0,1005*	5,65
	d	-0,0843	5,72		d	-0,1041*	7,00
	e	0,0142	0,13		e	-0,1440*	12,00
	f	-0,0351	1,74		f	-0,0509	2,30
	g	-0,2699*	42,20		g	-0,0354	1,34
2 000	a	-0,1875*	20,45	4 000	a	-0,2583*	31,27
	b	-0,0987*	6,33		b	-0,1006*	8,75
	c	-0,0847*	4,01		c	-0,0079	0,04
	d	-0,0831	3,67		d	-0,2063*	23,78
	e	-0,1338*	14,99		e	-0,1394*	15,54
	f	-0,0768	2,97		f	-0,1193*	10,60
	g	-0,0352	1,72		g	-0,0181	0,43

\* Indica que o valor do parâmetro de forma é estatisticamente diferente de zero pela aplicação do teste da razão de verossimilhança ao nível de significância de 5%.

## 5.6 Estimativas dos Valores de Pressão para a UHE de Porto Colômbia

As estimativas para os valores de pressão, considerando as diferentes vazões, com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1%, 5%, 10%, 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, obtidas pelo método proposto são apresentadas nas Tabelas 5.12 a 5.43. Os resultados são comparados com os obtidos por Wiest (2008) que utilizou a relação  $P_{x\%} = P_x \pm N \cdot \sigma_x$  descrita no final do Capítulo 2 para obter estimativas para valores de pressão com uma certa probabilidade de ocorrência e também com os valores medidos de pressão no protótipo da UHE de Porto Colômbia, sendo essa comparação possível pois para aplicação dessa metodologia utilizou-se 30 000 observações, o que

corresponde a 5 minutos do período variável de medição que foi entre 30 e 45 minutos. Além dos valores medidos de pressão ( $P_{x\%-M}$ ), dos valores estimados pelo ajuste da GEV aos dados ( $P_{x\%-G}$ ) e dos valores estimados obtidos por Wiest (2008) ( $P_{x\%-W}$ ) determinados com diferentes probabilidades de ocorrência, apresentamos nas Tabelas 5.12 a 5.43 o erro relativo associado aos dois métodos que estamos comparando e a energia cinética de entrada, sendo  $\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$  e  $\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$  o erro relativo obtido pelo ajuste da GEV aos dados e pelo método de Wiest, respectivamente. Além disso, as notações  $|\Delta_{MG}| \cdot \frac{2g}{V^2}$  e  $|\Delta_{MW}| \cdot \frac{2g}{V^2}$  correspondem ao valor de erro relativo obtido pelo ajuste da GEV e pelo método de Wiest, ambos associados à energia de entrada. Cabe destacar que na análise dos resultados consideramos o valor absoluto para o erro relativo e que a unidade correspondente aos valores estimados e medidos de pressão é em metros de coluna d'água (m.c.a.).

Tabela 5.12: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de 1 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,13	0,27	4,52	0,0863	0,9403	0,0281	0,3060
b	6,66	4,73	6,94	0,0403	0,3184	0,0202	0,1591
c	7,08	5,14	7,37	0,0393	0,3026	0,0209	0,1605
d	7,71	6,93	7,86	0,0191	0,1183	0,0108	0,0670
e	8,90	8,59	8,61	-0,0337	0,0023	0,0209	0,0014
f	9,45	8,62	9,43	-0,0021	0,0859	0,0014	0,0583
g	9,58	8,62	9,59	0,0010	0,1011	0,0007	0,0698

Tabela 5.13: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,34	2,28	5,11	0,1507	0,5538	0,0554	0,2037
b	6,82	6,05	7,43	0,0821	0,1857	0,0439	0,0994
c	7,31	6,13	7,83	0,0664	0,2171	0,0374	0,1224
d	7,88	7,51	8,23	0,0425	0,0875	0,0252	0,0518
e	9,01	9,00	8,90	-0,0124	-0,0112	0,0079	0,0072
f	9,47	9,10	9,47	0,0000	0,0391	0,0000	0,0266
g	9,60	9,10	9,63	0,0031	0,0550	0,0022	0,0382

Tabela 5.14: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,47	3,45	5,40	0,1722	0,3611	0,0670	0,1404
b	6,93	6,82	7,67	0,0965	0,1108	0,0533	0,0612
c	7,44	6,70	8,08	0,0792	0,1708	0,0461	0,0994
d	7,98	7,85	8,41	0,0511	0,0666	0,0310	0,0403
e	9,07	9,24	9,03	-0,0400	-0,0233	0,0029	0,0151
f	9,49	9,38	9,50	0,0011	0,0126	0,0007	0,0086
g	9,61	9,38	9,65	0,0041	0,0280	0,0029	0,0194

Analisando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.12 a 5.14, observa-se que o ajuste dos dados pela distribuição generalizada de valores extremos produziu melhores estimativas para os valores de pressão quando comparado com o método desenvolvido por Wiest. Em termos de média, o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV para as três primeiras tomadas que estão localizadas no trecho em curva foi de 9%, enquanto que pelo método de Wiest foi de 35%. Para a quarta tomada (d), em média o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi inferior a 4%, enquanto que pelo método de Wiest o erro foi próximo a 2%. Para as três últimas tomadas, localizadas na parte plana da bacia de dissipação, que para essa vazão, a princípio não estão mais sob influência do ressalto hidráulico, os resultados não diferem muito entre os dois métodos. Cabe destacar, que o ajuste da GEV não foi considerado adequado para as duas últimas tomadas da vazão de  $1\ 000\ m^3s^{-1}$ , no entanto, em termos de estimativa dos valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1%, 5% e 10% podemos considerar os resultados como sendo satisfatórios. Outro aspecto a considerar para as tomadas localizadas no trecho em curva, está associado à energia cinética de entrada, pois essas tomadas estão sujeitas à maior influência dessa energia, no entanto, o erro relativo associado à energia de entrada pelo ajuste da GEV aos dados para as três primeiras tomadas é, em média, de 4%.

Tabela 5.15: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de  $1\ 000\ m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,06	6,85	6,87	-0,3188	0,0029	0,1577	0,0014
b	10,30	9,05	8,97	-0,1483	-0,0089	0,0958	0,0058
c	10,17	8,37	9,31	-0,0924	0,1010	0,0619	0,0677
d	10,06	8,83	9,31	-0,0806	0,0516	0,0540	0,0346
e	9,73	9,93	9,64	-0,0093	-0,0301	0,0065	0,0209
f	9,75	10,19	9,64	-0,0114	-0,0571	0,0079	0,0396
g	9,88	10,19	9,77	-0,0113	-0,0430	0,0079	0,0302

Tabela 5.16: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,49	7,95	7,24	-0,3108	-0,0981	0,1620	0,0511
b	10,59	9,77	9,25	-0,1449	-0,0562	0,0965	0,0374
c	10,42	8,91	9,54	-0,0922	0,0660	0,0634	0,0454
d	10,29	9,15	9,53	-0,0797	0,0399	0,0547	0,0274
e	9,77	10,16	9,75	-0,0021	-0,0421	0,0014	0,0295
f	9,80	10,46	9,66	-0,0145	-0,0828	0,0101	0,0576
g	9,91	10,46	9,80	-0,0112	-0,0673	0,0079	0,0475

Tabela 5.17: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,90	9,23	7,60	-0,3026	-0,2145	0,1656	0,1173
b	10,87	10,61	9,49	-0,1454	-0,1180	0,0994	0,0806
c	10,66	9,54	9,75	-0,0933	0,0215	0,0655	0,0151
d	10,50	9,52	9,69	-0,0836	0,0175	0,0583	0,0122
e	9,80	10,42	9,84	0,0041	-0,0589	0,0029	0,0418
f	9,84	10,76	9,70	-0,0144	-0,1093	0,0101	0,0763
g	9,94	10,76	9,82	-0,0122	-0,0957	0,0086	0,0677

Tabela 5.18: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	10,84	11,58	8,46	-0,2813	-0,3688	0,1713	0,2246
b	11,49	12,15	9,98	-0,1513	-0,2174	0,1087	0,1562
c	11,19	10,70	10,16	-0,1014	-0,0531	0,0742	0,0389
d	11,00	10,20	10,04	-0,0956	-0,0159	0,0691	0,0115
e	9,87	10,90	10,00	0,0130	-0,0900	0,0094	0,0648
f	9,95	11,32	9,75	-0,0205	-0,1610	0,0144	0,1130
g	10,00	11,32	9,86	-0,0142	-0,1481	0,0101	0,1051

Tabela 5.19: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	12,16	12,55	9,71	-0,2523	-0,2925	0,1764	0,2045
b	12,38	12,78	10,63	-0,1646	-0,2023	0,1260	0,1548
c	11,96	11,17	10,68	-0,1199	-0,0459	0,0922	0,0353
d	11,69	10,47	10,49	-0,1144	0,0019	0,0864	0,0014
e	9,95	11,10	10,18	0,0226	-0,0904	0,0163	0,0662
f	10,09	11,55	9,82	-0,0275	-0,1762	0,0194	0,1245
g	10,06	11,55	9,91	-0,0151	-0,1655	0,0108	0,1181

Analisando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.15 a 5.19, observa-se agora que o método desenvolvido por Wiest foi o que produziu melhores estimativas para os valores de pressão para as quatro primeiras tomadas. Em termos de média, o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV para as três primeiras tomadas foi de 18%, enquanto que pelo método de Wiest foi de 12%. Para a quarta tomada (d), em média o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi próximo a 9%, enquanto que pelo método de Wiest o erro foi inferior a 3%. Quando consideramos os resultados das estimativas para os valores de pressão para as três últimas tomadas os resultados obtidos pelo ajuste da GEV são melhores. No entanto, é bom lembrar que o ajuste da GEV aos valores máximos de pressão adimensionalizados não foi considerado adequado para as três últimas tomadas da vazão de  $1\ 000\ m^3s^{-1}$ . Ainda, pode-se destacar que para essa vazão considerando-se as probabilidades de ocorrência inferiores ou iguais a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9% o maior valor obtido para o erro relativo correspondente a energia cinética de entrada pelo ajuste da GEV aos dados de pressão foi na primeira tomada, sendo próximo a 17%, em média.

Tabela 5.20: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de  $2\ 000\ m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,43	1,47	4,95	0,1051	0,7030	0,0347	0,2319
b	6,84	5,53	7,22	0,0526	0,2341	0,0253	0,1126
c	5,90	4,96	6,09	0,0312	0,1856	0,0127	0,0753
d	5,80	5,86	6,01	0,0349	0,0250	0,0140	0,0100
e	6,70	6,56	6,97	0,0387	0,0588	0,0180	0,0273
f	9,91	9,23	8,50	-0,1659	-0,0859	0,0940	0,0486
g	9,45	9,27	9,66	0,0217	0,0404	0,0140	0,0260

Tabela 5.21: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,67	3,28	5,43	0,1400	0,3959	0,0506	0,1433
b	7,09	7,10	7,92	0,1048	0,1035	0,0553	0,0546
c	6,25	6,43	6,96	0,1020	0,0761	0,0473	0,0353
d	6,09	6,92	6,81	0,1057	-0,0162	0,0480	0,0073
e	7,00	7,56	7,46	0,0617	-0,0134	0,0307	0,0067
f	9,97	9,57	9,01	-0,1065	-0,0622	0,0640	0,0373
g	9,47	9,61	9,84	0,0376	0,0234	0,0247	0,0153

Tabela 5.22: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,81	4,33	5,67	0,1517	0,2363	0,0573	0,0893
b	7,25	8,02	8,23	0,1191	0,0255	0,0653	0,0140
c	6,45	7,30	7,37	0,1248	0,0095	0,0613	0,0047
d	6,27	7,54	7,20	0,1292	-0,0472	0,0620	0,0227
e	7,18	8,15	7,71	0,0687	-0,0571	0,0353	0,0293
f	10,01	9,77	9,24	-0,0833	-0,0574	0,0499	0,0353
g	9,49	9,81	9,93	0,0443	0,0121	0,0293	0,0080

Considerando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.20 a 5.22, observa-se que o ajuste dos dados pela distribuição generalizada de valores extremos produziu melhores estimativas para os valores de pressão para as tomadas que estão localizadas no trecho em curva, enquanto que o método de Wiest produziu melhores estimativas para os valores de pressão para as tomadas localizadas na parte plana da bacia de dissipação. Em média, o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV considerando as três primeiras tomadas foi de 10%, enquanto que pelo método de Wiest foi próximo a 22%. Para a quarta (d) e quinta (e) tomadas, em média o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi de 7%, enquanto que pelo método de Wiest o erro foi inferior a 4%. Para as duas últimas, em média o erro relativo pelo ajuste da GEV e pelo método de Wiest foi de 7,7% e 4,7%, respectivamente.

Tabela 5.23: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	$P_{x\%_W}$	$P_{x\%_M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%_M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%_M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,72	7,38	7,03	-0,2404	-0,0498	0,1126	0,0233
b	11,59	10,66	9,91	-0,1695	-0,0757	0,1120	0,0500
c	10,95	9,79	9,50	-0,1526	-0,0305	0,0966	0,0193
d	11,03	9,33	9,33	-0,1822	0,0000	0,1133	0,0000
e	10,39	9,84	9,08	-0,1443	-0,0837	0,0873	0,0506
f	10,46	10,34	10,07	-0,0387	-0,0268	0,0260	0,0180
g	9,75	10,38	10,28	0,0516	-0,0097	0,0353	0,0067

Tabela 5.24: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,17	8,37	7,33	-0,2510	-0,1419	0,1226	0,0693
b	11,92	11,52	10,30	-0,1573	-0,1184	0,1080	0,0813
c	11,32	10,60	9,95	-0,1377	-0,0653	0,0913	0,0433
d	11,50	9,91	9,83	-0,1699	-0,0081	0,1113	0,0053
e	10,84	10,39	9,40	-0,1532	-0,1053	0,0960	0,0660
f	10,57	10,53	10,17	-0,0393	-0,0354	0,0267	0,0240
g	9,80	10,57	10,35	0,0531	-0,0213	0,0367	0,0147

Tabela 5.25: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,60	9,52	7,62	-0,2598	-0,2493	0,1319	0,1266
b	12,21	12,52	10,64	-0,1476	-0,1767	0,1046	0,1253
c	11,64	11,54	10,36	-0,1236	-0,1139	0,0853	0,0786
d	11,96	10,59	10,27	-0,1646	-0,0312	0,1126	0,0213
e	11,27	11,02	9,71	-0,1607	-0,1349	0,1040	0,0873
f	10,68	10,75	10,28	-0,0389	-0,0457	0,0267	0,0313
g	9,84	10,79	10,38	0,0520	-0,0395	0,0360	0,0273

Tabela 5.26: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	10,58	11,62	8,31	-0,2732	-0,3983	0,1513	0,2206
b	12,81	14,35	11,42	-0,1217	-0,2566	0,0926	0,1953
c	12,30	13,26	11,23	-0,0953	-0,1808	0,0713	0,1353
d	12,99	11,83	11,25	-0,1547	-0,0516	0,1160	0,0387
e	12,24	12,19	10,40	-0,1769	-0,1721	0,1226	0,1193
f	10,89	11,14	10,51	-0,0362	-0,0599	0,0253	0,0420
g	9,95	11,18	10,47	0,0497	-0,0678	0,0347	0,0473

Tabela 5.27: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	11,96	12,49	9,71	-0,2317	-0,2863	0,1499	0,1853
b	13,49	15,10	12,72	-0,0605	-0,1871	0,0513	0,1586
c	13,05	13,97	12,36	-0,0558	-0,1303	0,0460	0,1073
d	14,44	12,34	12,56	-0,1497	0,0175	0,1253	0,0147
e	13,61	12,67	11,34	-0,2002	-0,1173	0,1513	0,0886
f	11,16	11,31	10,91	-0,0229	-0,0367	0,0167	0,0267
g	10,08	11,35	10,56	0,0455	-0,0748	0,0320	0,0526

Quando comparamos as estimativas obtidas pelo ajuste da GEV e do método de Wiest aos valores de pressão da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  considerando as probabilidades de ocorrência inferiores ou iguais a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, apresentadas nas Tabelas 5.23 a 5.27, observamos que para as três primeiras tomadas, em termos de média, o valor do erro relativo é de 16,5% para o ajuste da GEV e de 16,4% pelo método de Wiest. No entanto, enquanto que pelo ajuste da GEV, em geral, o erro relativo aumenta à medida que aumenta a probabilidade no método de Wiest diminui. Uma diferença mais significativa entre os dois métodos é obtida quando analisamos o erro relativo obtido para a estimativa dos valores de pressão para a quarta e quinta tomadas. Em termos de média, o erro relativo obtido pelo método de Wiest foi de 7% e para o ajuste da GEV foi inferior a 17%. Para as duas últimas tomadas podemos considerar os resultados das estimativas obtidos para os valores de pressão como sendo bastante satisfatórios sendo o erro relativo, em média, próximo a 4% para os dois métodos. Ainda, pode-se destacar que para essa vazão, considerando as tomadas da parte plana, os maiores valores para o erro relativo pelo ajuste da GEV aos valores máximos de pressão foram obtidos para a quarta e quinta tomadas, sendo esse erro relativo em termos de energia cinética de entrada, em média, de 11,4%.

Tabela 5.28: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	4,87	2,40	5,20	0,0635	0,5385	0,0209	0,1772
b	7,22	6,37	7,44	0,0296	0,1438	0,0139	0,0677
c	4,08	5,07	4,40	0,0727	-0,1523	0,0202	0,0424
d	2,66	4,72	3,38	0,2130	-0,3964	0,0456	0,0848
e	5,14	5,41	5,57	0,0772	0,0287	0,0272	0,0101
f	8,23	8,75	7,77	-0,0592	-0,1261	0,0291	0,0620
g	9,53	9,84	9,15	-0,0415	-0,0754	0,0240	0,0437

Tabela 5.29: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	5,06	3,93	5,54	0,0866	0,2906	0,0304	0,1019
b	7,43	7,89	8,08	0,0804	0,0235	0,0411	0,0120
c	4,53	6,68	5,56	0,1853	-0,2014	0,0652	0,0709
d	3,15	6,05	4,52	0,3031	-0,3385	0,0867	0,0968
e	5,54	6,67	6,36	0,1289	-0,0487	0,0519	0,0196
f	8,46	9,21	8,43	-0,0036	-0,0925	0,0019	0,0494
g	9,66	10,14	9,49	-0,0179	-0,0685	0,0108	0,0411

Tabela 5.30: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	5,17	4,82	5,72	0,0962	0,1573	0,0348	0,0569
b	7,56	8,78	8,41	0,1011	-0,0440	0,0538	0,0234
c	4,80	7,62	6,13	0,2170	-0,2431	0,0842	0,0943
d	3,44	6,82	5,11	0,3268	-0,3346	0,1057	0,1082
e	5,77	7,41	6,72	0,1414	-0,1027	0,0601	0,0437
f	8,59	9,48	8,66	0,0081	-0,0947	0,0044	0,0519
g	9,74	10,31	9,66	-0,0083	-0,0673	0,0051	0,0411

Analisando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.28 a 5.30, observa-se que, em geral, o ajuste dos dados pela distribuição generalizada de valores extremos produziu melhores estimativas para os valores de pressão quando comparado com o método desenvolvido por Wiest. Em termos de média, para as três primeiras tomadas, o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi de 10%, enquanto que pelo método de Wiest foi de 20%. Para as duas últimas tomadas, em média o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi de 2%, enquanto que pelo método de Wiest o erro foi inferior a 9%. Para as duas tomadas que estão localizadas na região de maior flutuação de pressão, considerando-se a vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , os resultados não diferem muito entre os dois métodos, sendo em média o erro relativo para o ajuste da GEV próximo a 20% e para o método de Wiest próximo a 21%. Ainda, pode-se destacar que para essa vazão, os maiores valores para o erro relativo associado à energia cinética de entrada pelo ajuste da GEV aos valores mínimos de pressão foram obtidos para a terceira e quarta tomadas, sendo próximo de 22%, em média.

Tabela 5.31: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	7,83	7,40	6,79	-0,1532	-0,0898	0,0658	0,0386
b	12,16	11,35	10,32	-0,1783	-0,0998	0,1164	0,0652
c	11,58	10,33	9,34	-0,2398	-0,1060	0,1417	0,0626
d	11,17	9,05	8,59	-0,3003	-0,0536	0,1632	0,0291
e	10,61	9,53	8,65	-0,2266	-0,1017	0,1240	0,0557
f	10,50	10,26	9,89	-0,0617	-0,0374	0,0386	0,0234
g	10,78	10,82	10,44	-0,0326	0,0364	0,0215	0,0240

Tabela 5.32: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,12	8,24	7,04	-0,1534	-0,1705	0,0683	0,0759
b	12,64	12,18	10,79	-0,1715	-0,1288	0,1171	0,0880
c	12,27	11,21	10,00	-0,2270	-0,1210	0,1436	0,0766
d	11,93	9,77	9,35	-0,2759	-0,0449	0,1632	0,0266
e	11,19	10,23	9,10	-0,2297	-0,1242	0,1322	0,0715
f	10,82	10,51	10,14	-0,0671	-0,0365	0,0430	0,0234
g	11,05	10,98	10,54	-0,0484	-0,0417	0,0323	0,0278

Tabela 5.33: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,39	9,21	7,28	-0,1525	-0,2651	0,0702	0,1221
b	13,10	13,15	11,19	-0,1707	-0,1752	0,1209	0,1240
c	12,93	12,23	10,59	-0,2210	-0,1549	0,1481	0,1038
d	12,66	10,61	10,01	-0,2647	-0,0599	0,1677	0,0380
e	11,75	11,03	9,53	-0,2329	-0,1574	0,1405	0,0949
f	11,13	10,81	10,37	-0,0733	-0,0424	0,0481	0,0278
g	11,31	11,18	10,65	-0,0620	-0,0498	0,0418	0,0335

Tabela 5.34: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,02	11,00	7,60	-0,1868	-0,4474	0,0899	0,2151
b	14,14	14,92	12,09	-0,1696	-0,2341	0,1297	0,1791
c	14,42	14,10	11,87	-0,2148	-0,1879	0,1614	0,1411
d	14,30	12,16	11,41	-0,2533	-0,0657	0,1829	0,0475
e	13,02	12,50	10,50	-0,2400	-0,1905	0,1595	0,1266
f	11,83	11,34	10,77	-0,0984	-0,0529	0,0671	0,0361
g	11,89	11,53	10,86	-0,0948	-0,0617	0,0652	0,0424

Tabela 5.35: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,91	11,73	8,47	-0,1700	-0,3849	0,0911	0,2063
b	15,61	15,65	13,49	-0,1572	-0,1601	0,1341	0,1367
c	16,54	14,88	13,55	-0,2207	-0,0982	0,1892	0,0842
d	16,64	12,79	12,97	-0,2830	0,0139	0,2322	0,0114
e	14,82	13,11	11,71	-0,2656	-0,1196	0,1968	0,0886
f	12,81	11,57	11,23	-0,1407	-0,0303	0,1000	0,0215
g	12,72	11,67	11,19	-0,1367	-0,0429	0,0968	0,0304

Quando comparam-se os resultados das estimativas para os valores de pressão com probabilidades inferiores ou iguais a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%, pelo método proposto por Wiest e pelo ajuste da GEV, apresentados nas Tabelas 5.31 a 5.35, percebe-se que o método de Wiest é o mais adequado para descrever as tomadas que estão no trecho plano da bacia de dissipação. Em média, o erro relativo pelo ajuste da GEV para a quarta e quinta tomadas é próximo a 26% e pelo método de Wiest é de 9%. Em termos de erro relativo associado à energia cinética de entrada esses valores correspondem, em média, a 17% e 6%, respectivamente. Para as duas últimas tomadas, em média o erro relativo pelo ajuste da GEV é de 8% e pelo método de Wiest de 4%. Para as três tomadas do trecho em curva, os dois métodos produzem, praticamente, os mesmos resultados se considerarmos o erro relativo em termos de média, sendo o mesmo próximo a 19%. No entanto, o desvio padrão do erro relativo das estimativas dos valores de pressão para o ajuste da GEV é de 3% e pelo método de Wiest é próximo a 11%. É importante ressaltar que, nesse caso, os maiores valores para o erro relativo pelo ajuste da GEV aos valores máximos de pressão foram obtidos para a última tomada do trecho em curva e para as duas primeiras que estão localizadas na parte plana da bacia de dissipação.

Tabela 5.36: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 1% – Vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{ s}^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	5,40	3,25	5,85	0,0769	0,4444	0,0279	0,1612
b	7,81	7,30	8,02	0,0262	0,0898	0,0130	0,0446
c	4,01	5,49	4,19	0,0430	-0,3103	0,0112	0,0806
d	1,25	3,47	2,62	0,5229	0,3244	0,0849	0,0527
e	5,04	4,44	5,62	0,1032	0,2100	0,0360	0,0732
f	8,17	8,30	8,27	0,0121	-0,0036	0,0062	0,0019
g	10,07	10,39	9,77	-0,0307	-0,0635	0,0186	0,0384

Tabela 5.37: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 5% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	5,61	4,55	6,17	0,0908	0,2626	0,0347	0,1004
b	8,09	8,72	8,76	0,0765	0,0046	0,0415	0,0025
c	4,45	7,11	5,52	0,1938	-0,2880	0,0663	0,0986
d	1,91	5,04	3,90	0,5103	-0,2923	0,1234	0,0707
e	5,47	5,97	6,47	0,1546	0,0773	0,0620	0,0310
f	8,47	8,91	8,80	0,0375	-0,0125	0,0205	0,0068
g	10,20	10,70	10,17	-0,0029	-0,0521	0,0019	0,0329

Tabela 5.38: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 10% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	5,73	5,31	6,35	0,0976	0,1638	0,0384	0,0645
b	8,26	9,55	9,14	0,0963	-0,0449	0,0546	0,0254
c	4,71	8,06	6,18	0,2379	-0,3042	0,0911	0,1166
d	2,29	5,95	4,52	0,4934	-0,3164	0,1383	0,0887
e	5,72	6,86	6,90	0,1710	0,0058	0,0732	0,0025
f	8,64	9,27	9,03	0,0432	-0,0266	0,0242	0,0149
g	10,28	10,88	10,35	0,0068	-0,0512	0,0043	0,0329

Quando comparam-se os resultados das estimativas para os valores de pressão com probabilidades inferiores ou iguais a 1%, 5% e 10%, pelo método proposto por Wiest e pelo ajuste da GEV, apresentados nas Tabelas 5.36 a 5.38, percebe-se que a distribuição generalizada de valores extremos descreve de modo mais satisfatório os valores de pressão das tomadas que estão localizadas no trecho em curva, sendo o valor para o erro relativo, em média, igual a 10%, com desvio padrão de 7%, enquanto que pelo método desenvolvido por Wiest é de 21%, com desvio padrão de 15%. Para as duas últimas tomadas os dois métodos produzem bons resultados, com erros relativos, em média, inferiores a 3,5%. No entanto, o método proposto por Wiest apresenta melhores resultados nas estimativas para os valores de pressão para a quarta e quinta tomadas. Nessas duas tomadas, em média, o erro relativo pelo método de Wiest é de 20%, com desvio padrão de 13%, e pelo ajuste da GEV é próximo a 33%, com desvio padrão de 20%. Observa-se que os maiores valores para o erro relativo pelo ajuste da GEV aos valores mínimos de pressão, para a vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , foram obtidos para a primeira tomada localizada na parte plana da bacia de dissipação. Em relação a essa tomada o erro relativo correspondente a energia cinética de entrada pelo ajuste da GEV aos dados, em média, é próximo a 12%.

Tabela 5.39: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 80% – Vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,46	7,51	7,46	-0,1340	-0,0067	0,0620	0,0031
b	13,47	11,94	11,42	-0,1795	-0,0455	0,1271	0,0322
c	12,40	10,80	9,84	-0,2602	-0,0976	0,1587	0,0595
d	11,39	8,58	8,50	-0,3400	-0,0094	0,1792	0,0050
e	11,26	9,45	9,15	-0,2306	-0,0328	0,1308	0,0186
f	11,01	10,30	10,28	-0,0710	-0,0019	0,0453	0,0012
g	11,48	11,41	11,10	-0,0342	-0,0279	0,0236	0,0192

Tabela 5.40: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 90% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,69	8,22	7,72	-0,1256	-0,0648	0,0601	0,0310
b	13,93	12,72	12,00	-0,1608	-0,0600	0,1197	0,0446
c	13,07	11,69	10,68	-0,2238	-0,0946	0,1482	0,0626
d	12,24	9,44	9,41	-0,3007	-0,0032	0,1755	0,0019
e	11,94	10,29	9,71	-0,2297	-0,0597	0,1383	0,0360
f	11,30	10,63	10,56	-0,0701	-0,0066	0,0459	0,0043
g	11,63	10,58	11,25	-0,0338	0,0293	0,0236	0,0205

Tabela 5.41: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 95% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	8,88	9,05	7,97	-0,1142	-0,1355	0,0564	0,0670
b	14,35	13,62	12,54	-0,1443	-0,0861	0,1122	0,0670
c	13,66	12,73	11,46	-0,1920	-0,1108	0,1364	0,0787
d	13,05	10,43	10,22	-0,2769	-0,0205	0,1755	0,0130
e	12,59	11,26	10,25	-0,2283	-0,0985	0,1451	0,0626
f	11,54	11,02	10,81	-0,0675	-0,0194	0,0453	0,0130
g	11,76	11,77	11,37	-0,0343	-0,0352	0,0242	0,0248

Tabela 5.42: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,23	10,57	8,51	-0,0846	-0,2421	0,0446	0,1277
b	15,78	15,28	13,61	-0,1594	-0,1227	0,1345	0,1035
c	14,89	14,62	12,99	-0,1463	-0,1255	0,1178	0,1011
d	14,89	12,26	11,80	-0,2619	-0,0390	0,1916	0,0285
e	14,05	13,05	11,26	-0,2478	-0,1590	0,1730	0,1110
f	12,00	11,73	11,32	-0,0601	-0,0362	0,0422	0,0254
g	11,99	12,14	11,61	-0,0327	-0,0457	0,0236	0,0329

Tabela 5.43: Valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	$P_{x\%-W}$	$P_{x\%-M}$	$\frac{\Delta_{MG}}{P_{x\%-M}}$	$\frac{\Delta_{MW}}{P_{x\%-M}}$	$ \Delta_{MG}  \cdot \frac{2g}{V^2}$	$ \Delta_{MW}  \cdot \frac{2g}{V^2}$
a	9,55	11,19	9,35	-0,0214	-0,1968	0,0124	0,1141
b	16,24	15,96	15,05	-0,0791	-0,0605	0,0738	0,0564
c	16,36	15,40	14,87	-0,1002	-0,0356	0,0924	0,0329
d	17,50	13,01	13,54	-0,2925	0,0391	0,2455	0,0329
e	16,12	13,79	12,65	-0,2743	-0,0901	0,2151	0,0707
f	12,50	12,03	12,11	-0,0322	0,0066	0,0242	0,0050
g	12,22	12,28	11,88	-0,0286	-0,0337	0,0211	0,0248

Analisando-se os resultados apresentados nas Tabelas 5.39 a 5.43, observa-se que, o método desenvolvido por Wiest produziu melhores estimativas para os valores de pressão quando comparado com o ajuste dos dados pela distribuição generalizada de valores extremos. Em termos de média, para as três primeiras tomadas, o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi de 14%, enquanto que pelo método de Wiest foi de 10%. Para as duas últimas tomadas, em média o erro relativo cometido pelo ajuste da GEV foi de 5%, enquanto que pelo método de Wiest o erro foi inferior a 3%. Para as duas tomadas que estão localizadas na região de maior flutuação de pressão, considerando-se a vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , a diferença entre os dois métodos é bastante significativa, sendo em média o erro relativo para o ajuste da GEV próximo a 27% e para o método de Wiest próximo a 6%. Em termos de erro relativo associado a energia cinética de entrada esses valores correspondem, em média, a 17,7% e 3,8%, respectivamente.

Nas próximas seções descrevemos os resultados obtidos pelo ajuste da distribuição generalizada de Pareto aos dados de pressão adimensionalizados. Como os resultados foram considerados não satisfatórios pela análise gráfica e pela aplicação do teste de Cramér-von Mises, apresentaremos apenas os resultados obtidos para a vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

## 5.7 Escolha do Limiar $u$ - Como foi realizada?

Para a escolha do limiar  $u$  utilizamos a técnica gráfica baseada na linearidade da função média dos excessos empírica descrita no Capítulo 3 (seção 3.2.1). Esse método auxilia na determinação do limiar  $u$  alto o suficiente para que a aproximação da distribuição dos excessos por uma GPD seja justificada. Dessa forma, iremos escolher  $u$  tal que a partir dele  $e_N(u)$  é aproximadamente linear para  $x \geq u$ . Além dessa técnica, Coles (2001) sugere que se verifique a estabilidade das estimativas de  $\sigma$  e  $\xi$  em relação aos valores de  $u$  através da construção de gráficos de  $\hat{\sigma}$  e  $\hat{\xi}$  versus  $u$ . Dessa forma, neste trabalho, faremos uso destes dois procedimentos para a escolha de  $u$ . As Figuras 5.18, 5.19 e 5.20 ilustram os procedimentos adotados.

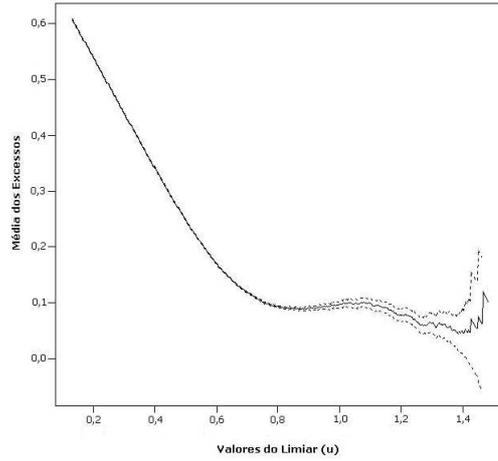


Figura 5.18: Função média dos excessos para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

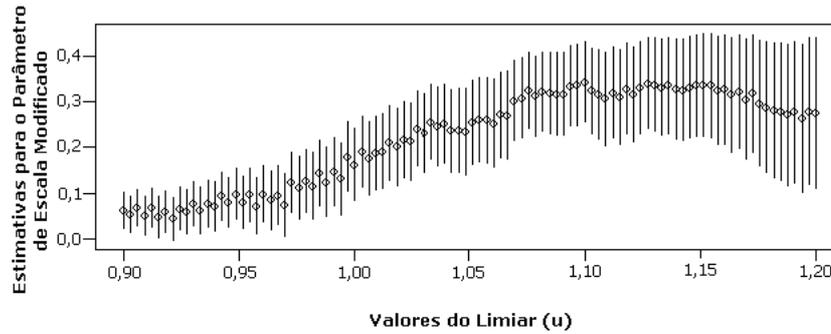


Figura 5.19: Estimativas para o parâmetro de escala ( $\sigma$ ) versus valores do limiar  $u$  para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

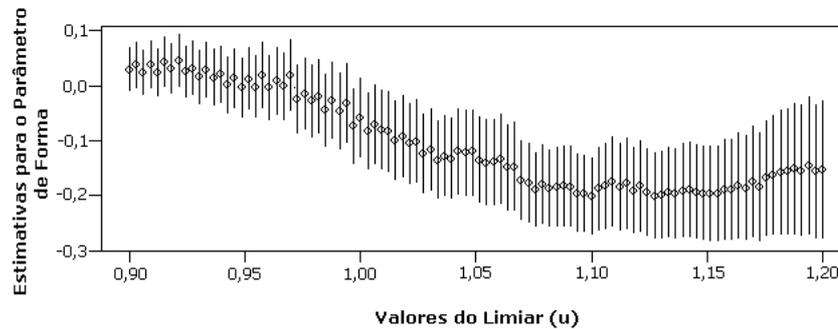


Figura 5.20: Estimativas para o parâmetro de forma ( $\xi$ ) versus valores do limiar  $u$  para os valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Analisando a Figura 5.18 percebemos que fazer a escolha adequada do limiar por esse procedimento não é tarefa fácil. No entanto, pelas Figuras 5.19 e 5.20, podemos verificar que no intervalo para  $u$  de 1,10 a 1,15 os valores estimados de  $\sigma$  e  $\xi$  não variam muito. Por isso, para os dados dessa tomada, escolhemos  $u = 1,113$ . Dessa forma temos, aproximadamente, 1% dos valores de pressão adimensionalizados da quinta tomada acima de 1,113. Para a escolha de  $u$  nas demais tomadas procedemos da mesma maneira. Sendo assim, apresentamos na próxima seção os resultados da análise gráfica da qualidade do ajuste da GPD aos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

## 5.8 Análise do Ajuste da GPD

Para verificar a qualidade do ajuste da GPD, inicialmente construímos os gráficos *PP-Plot* e *QQ-Plot*, apresentados nas Figuras 5.21 e 5.22, respectivamente, que ao contrário do ajuste da GEV aos valores máximos e mínimos de pressão adimensionalizados, parece não descrever adequadamente os excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

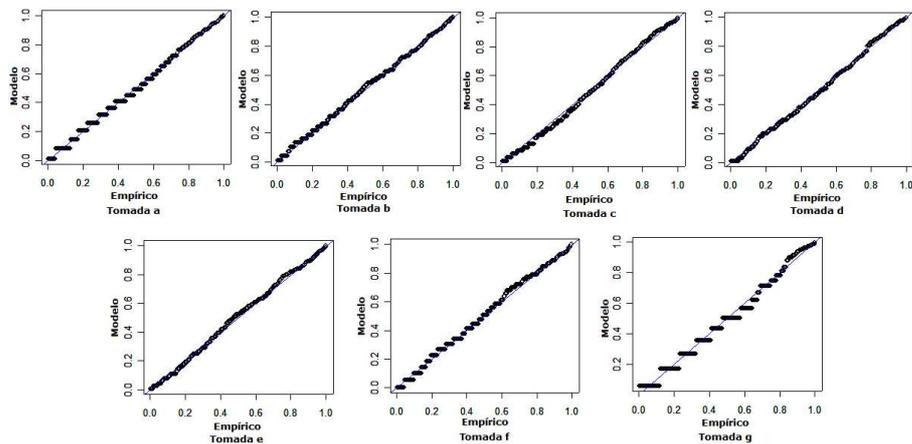


Figura 5.21: Análise gráfica da qualidade do ajuste da GPD aos excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  através do *PP-Plot*.

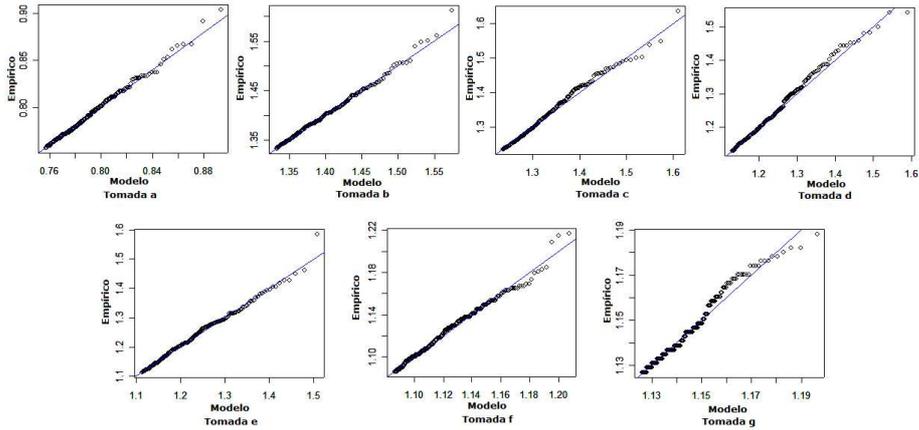


Figura 5.22: Análise gráfica da qualidade do ajuste da GPD aos excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  através do *QQ-Plot*.

Além da análise gráfica para se testar a suposição de que os dados seguem a GPD aplicou-se o teste de Cramér-von Mises. Os valores calculados para a estatística  $W^2$  são apresentados na Tabela 5.44 e os valores obtidos são próximos de 100, quando o número de excedentes considerado é próximo de 1%, indicando que a GPD não descreve de maneira satisfatória os excessos das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Caso o ajuste fosse adequado o valor da estatística  $W^2$  deveria ser inferior a 1,0, considerando-se um nível de significância de 5%. Levando em consideração que a escolha do limiar  $u$  não tivesse sido realizada de maneira correta decidiu-se escolher  $u$  tal que o número de excedentes acima do valor pré-fixado fosse próximo de 2% do total de observações, porém os resultados obtidos no cálculo da estatística  $W^2$  foram superiores aos anteriores (Tabela 5.44), mostrando que não podemos utilizar a GPD para descrever, nas situações analisadas, os excessos dos valores de pressão adimensionalizados para as tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . A análise apresentada aqui para a vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  também foi realizada para as demais vazões sendo obtidas as mesmas conclusões.

Tabela 5.44: Valor do Limiar, Número de Excedentes, Estimativas por Máxima Verossimilhança dos parâmetros da GPD para os valores de pressão adimensionalizados e o valor da estatística de Cramér-von Mises ( $W^2$ ), para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ .

Tomadas	Limiar	Número de Excedentes	Parâmetros da GPD		$W^2$
			$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$	
a	0,757	309	0,0280 ( <b>0,0023</b> )	-0,0589 ( <b>0,0576</b> )	103,00
	0,735	591	0,0322 ( <b>0,0018</b> )	-0,0923 ( <b>0,0388</b> )	197,00
b	1,332	303	0,0608 ( <b>0,0045</b> )	-0,1357 ( <b>0,0480</b> )	100,99
	1,280	601	0,0771 ( <b>0,0038</b> )	-0,1881 ( <b>0,0283</b> )	200,04
c	1,236	302	0,0805 ( <b>0,0070</b> )	-0,0749 ( <b>0,0657</b> )	100,66
	1,177	602	0,0864 ( <b>0,0050</b> )	-0,0798 ( <b>0,0421</b> )	200,62
d	1,129	298	0,0959 ( <b>0,0085</b> )	-0,0614 ( <b>0,0675</b> )	99,30
	1,054	605	0,1083 ( <b>0,0062</b> )	-0,0974 ( <b>0,0400</b> )	201,15
e	1,113	303	0,1106 ( <b>0,0078</b> )	-0,1799 ( <b>0,0417</b> )	100,17
	1,042	601	0,1101 ( <b>0,0062</b> )	-0,1247 ( <b>0,0397</b> )	199,37
f	1,086	305	0,0401 ( <b>0,0028</b> )	-0,2534 ( <b>0,0414</b> )	101,58
	1,064	603	0,0366 ( <b>0,0022</b> )	-0,1422 ( <b>0,0429</b> )	200,99
g	1,126	308	0,0161 ( <b>0,0014</b> )	-0,0985 ( <b>0,0687</b> )	102,67
	1,115	616	0,0155 ( <b>0,0010</b> )	-0,0381 ( <b>0,0470</b> )	205,33

# Capítulo 6

## Conclusões

A análise dos valores de pressão instantânea medidos no sistema dissipador de energia por ressalto hidráulico da Usina Hidrelétrica de Porto Colômbia pertencente a Furnas Centrais Elétricas através da teoria de valores extremos permitiu obtermos as seguintes conclusões:

- 1 – A Distribuição Generalizada de Valores Extremos é adequada para estudar as pressões máximas e mínimas para todas as vazões e, praticamente, em todas as tomadas. Exceções ocorrem para as três últimas tomadas da vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ , as duas últimas da vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$  e a última da vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ , em função dos problemas verificados nas funções de autocorrelação e densidade espectral apresentados na seção (4.2). Além disso, estas tomadas estão situadas após a posição relativa 8,00, que situa-se no fim do ressalto, indicando que o escoamento já estaria em um regime praticamente normal.
- 2 – O resultado da aplicação do teste da razão de verossimilhança permitiu concluir que a distribuição de Gumbel é a mais adequada para modelar a maior parte das seqüências de máximos de pressão adimensionalizados para todas as vazões. Quando consideramos as seqüências de mínimos a distribuição de Weibull é a mais aconselhável. É preciso enfatizar que esta conclusão é sugerida pela análise estatística dos dados. A explicação em termos físicos necessita mais estudos.

- 3 – A análise do comportamento do parâmetro de forma para os valores máximos e mínimos adimensionalizados de pressão não permitiu verificar nenhuma relação entre o mesmo e as características do escoamento.
- 4 – Quando comparamos os resultados das estimativas pelo ajuste da GEV aos valores extremos de pressão adimensionalizados com os valores medidos de pressão na UHE de Porto Colômbia com diferentes probabilidades de ocorrência, podemos considerá-los como sendo bons, sendo que os melhores resultados, em geral, foram obtidos para as três tomadas localizadas no trecho em curva e para as duas últimas localizadas na parte plana da bacia de dissipação, de todas as vazões, para as probabilidades de ocorrência inferiores ou iguais 1%, 5% e 10%. Para as duas últimas tomadas de todas as vazões os resultados são considerados muito satisfatórios também para as probabilidades de ocorrência inferiores ou iguais a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%. Cabe ressaltar, que a maior parte (90%) dos resultados obtidos pelo ajuste da GEV aos dados estão a favor da segurança, que pode também ser comprovado pelos intervalos de confiança obtidos para um nível de confiança de 95% apresentados nos Apêndices C e D.
- 5 – Quando comparamos os resultados das estimativas pelo ajuste da GEV aos valores extremos de pressão adimensionalizados com os obtidos por Wiest (2008), observamos que, de forma geral, a GEV descreve de modo mais satisfatório os valores extremos de pressão para as tomadas do trecho em curva para as probabilidades de ocorrência inferiores a 1%, 5% e 10%, com erro relativo, em média, inferior a 10%. No entanto, em geral, o método proposto por Wiest apresenta melhores resultados nas estimativas para os valores de pressão para a quarta e quinta tomadas para as probabilidades de ocorrência inferiores a 80%, 90%, 95%, 99% e 99,9%. Para as duas últimas tomadas, não foram caracterizadas diferenças expressivas entre os dois métodos para as diferentes probabilidades de ocorrência e os resultados foram entendidos como satisfatórios, pois em média o valor do erro relativo obtido é inferior a 6%.

- 6 – O cálculo dos valores estimados de pressão pelo ajuste da GEV aos dados, apresentados no Capítulo 5, foram obtidos levando-se em consideração o resultado da aplicação do teste da razão de verossimilhança. No entanto, sabemos que a distribuição de Gumbel ( $\xi = 0$ ) apresenta forma mais simples quando comparada com a distribuição de Weibull ( $\xi < 0$ ) e observou-se que para essa aplicação a diferença existente na estimativa dos valores de pressão quando considera-se  $\xi = 0$  quando na verdade é  $\xi < 0$  é praticamente desprezível para, aproximadamente, 81% das estimativas realizadas, pois os valores diferem na segunda casa decimal. Exceções ocorrem para as estimativas obtidas para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior ou igual a 99,9%, sendo as diferenças de 1,09 m.c.a. para a terceira tomada da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ , de 1,21 m.c.a. e 1,38 m.c.a. para as duas últimas tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  e de, 1,34 m.c.a. e 1,54 m.c.a., respectivamente, para a primeira e terceira tomada da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Portanto, poderíamos ter considerado a distribuição de Gumbel para estudar o comportamento da frequência das pressões extremas.
- 7 – Não foi possível descrever o conjunto de valores excedentes formados, aproximadamente, por 1% e 2% do total de observações consideradas para análise através da Distribuição Generalizada de Pareto. A análise dos resultados realizada graficamente através dos gráficos “*PP-Plot*” e “*QQ-Plot*” e pela aplicação do teste de *Cramer-von Mises* foram não satisfatórios.

Os dados de protótipo são raros e de difícil obtenção, necessitando de um grande esforço técnico para a sua realização e são fundamentais para a verificação das metodologias de previsão, mesmo as obtidas em laboratório devido ao efeito de escala e ao efeito de laboratório. Entretanto não podemos esquecer, que mesmo nas medições de protótipo existem efeitos de medição, similares aos de laboratório, que devem ser levados em conta na hora da análise dos resultados e devem ser considerados como limitações no estudo apresentado aqui. Por esse motivo, na próxima seção, apresenta-se uma descrição dessas limitações.

## 6.1 Limitações e Dificuldades Associadas aos Dados Analisados

- 1 – Instalação das tomadas próximas da parede, podendo apresentar algum efeito da resistência da parede. O ideal seria que as tomadas estivessem localizadas no centro da bacia, mas isto poderia ocasionar outros tipos de dificuldades, como: comprimentos dos cabos, aumento dos ruídos de interferência elétrica e outros.
- 2 – Os níveis de jusante não foram medidos no final do ressalto, mas em outro local, tendo se transferido analiticamente este nível para o final do ressalto.
- 3 – O espaçamento das tomadas não foi constante, sendo as mesmas instaladas onde havia interesse em se conhecer os valores de pressão.
- 4 – As vazões vertidas de 1 000, 2 000, 3 000 e 4 000  $m^3s^{-1}$  são próximas dos valores adotados, mas não exatamente estes valores, pois o vertimento das quantidades acima está associado à abertura uniforme das comportas, nível de água a montante e outros.
- 5 – A faixa para o número de Froude é bastante estreita. Os valores variam no intervalo de 3,88 a 6,42.
- 6 – Os ressaltos que estas vazões provocam na bacia de dissipação apresentam condições de contorno diferenciadas em função do nível de submergência ( $S_{1000} = 2,56$ ,  $S_{2000} = 1,88$ ,  $S_{3000} = 1,57$  e  $S_{4000} = 1,41$ ), que não é o mesmo para cada caso, como seria o ideal.
- 7 – As alturas conjugadas foram calculadas por fórmulas empíricas e não medidas no protótipo, o que seria praticamente impossível.
- 8 – Existência de uma dispersão natural do fenômeno, devido às características macroturbulentas do escoamento.

Julga-se que os resultados e conclusões apresentados aqui possam ser generalizados, mas é aconselhável que se tenha estas limitações e dificuldades de obtenção dos dados em mente quando da aplicação da generalização destas conclusões.

Desta forma, considerando a análise estatística realizada, as conclusões obtidas e as limitações existentes, apresenta-se a seguir algumas sugestões para a continuidade da pesquisa.

## 6.2 Sugestões para Trabalhos Futuros

- 1 – A partir da distribuição generalizada de valores extremos como, e com qual precisão, é possível estimar as durações de pressões máximas e mínimas?
- 2 – Verificar a qualidade do ajuste da distribuição generalizada de valores extremos e também da distribuição generalizada de Pareto aos valores de pressão obtidos em modelo reduzido e em protótipo (se possível) considerando:
  - Espaçamento uniforme entre as tomadas e um número maior de tomadas localizadas dentro do comprimento do ressalto.
  - Uma faixa de número de Froude maior, no mínimo, de 4, 5 a 10,0 (ressalto estável), podendo-se estender para faixas de número de Froude menores que 4,5.
  - Aumentos uniformes para o nível de submergência, partindo de  $S = 1$  (ressalto livre).
  - Medições simultâneas de amostras de pressões com diferentes frequências e tempos de aquisição.
  - Medições em modelos de diferentes escalas, visando o conhecimento do efeito de escala dos modelos nos resultados.
- 3 – Realizar a inferência sobre os parâmetros da distribuição generalizada de valores extremos através do Método dos Momentos, proposto por Reiss e Thomas

(1997) ou pelo Método dos L-Momentos proposto por Hosking e Wallis (1997) e comparar com as estimativas obtidas pelo Método de Máxima Verossimilhança.

- 4 – Considerar o mesmo conjunto de dados analisado neste trabalho, porém aumentar o tamanho das séries e verificar se o comportamento dos três parâmetros que descrevem a distribuição generalizada de valores extremos é o mesmo quando considera-se 30 000 observações.
- 5 – Explorar a relação entre (i) as distribuições separadas dos máximos e mínimos dentro de um bloco, e (ii) a distribuição baseada do máximo e mínimo no bloco. Se as distribuições individuais (máximo, mínimo) são GEV, a diferença (máximo – mínimo) é uma nova variável cuja distribuição pode ser calculada a partir das duas distribuições separadas. Em princípio, esta distribuição da diferença (máximo – mínimo) não será GEV.
- 6 – Não sendo possível descrever o conjunto de valores excedentes formados, aproximadamente, por 1% e 2% do total de observações consideradas para análise através da distribuição generalizada de Pareto, verificar a possibilidade de ajustar a distribuição generalizada de Pareto modificada aos dados das somas dos excessos, como sugerido em Mendes (2004).

Este trabalho foi realizado através do estudo da distribuição de pressões junto ao fundo de uma bacia de dissipação por ressalto hidráulico. Espera-se que os resultados obtidos possam contribuir para o conhecimento do processo de dissipação de energia, a fim de orientar o dimensionamento de bacias de dissipação de energia em diferentes cenários, tanto técnicos quanto econômicos.

# Referências

ABDUL-KHADER, M. H., ELANGO, K. Turbulent Pressure Field Beneath a Hydraulic Jump. *Journal of Hydraulic Research*, v. 12, n. 4, p. 469-489, 1974.

BÉLANGER, J. B. *Essai Sur la Solution Numérique de Quelques Problèmes Relatifs au Mouvement Permant dex Eaux Courantes*. Paris, Carilian-Goeury, 1828.

BERAN, J. *Statistics for Long-Memory Processes*. New York, Chapman & Hall, 1994.

BIDONE, G. Esperiences sur le Remous et la Propagation de Ondes. Reale Accudemia delle Scienze di Torino, Turin, p. 21-121, 1820.

BLOOMFIELD, P. *Fourier Analysis of Time Series: An Introduction*. New York, John Wiley, 1976.

BOX, G. E. P., JENKINS, G. M., REINSEL, G. C. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. New Jersey, Prentice Hall, 1995.

CARVALHO, F. N. de, ALMEIDA, F. M. de, FRAGOSO, I. A. Aquisição de Dados no Protótipo da UHE de Porto Colômbia. In: CONGRESSO DA ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE RECURSOS HÍDRICOS - ABRH, 12., Vitória, ES, 1997.

CHOULAKIAN, V., STEPHENS, M. A. Goodness-of-Fit Tests for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*, v. 43, n. 4, p. 478-484, 2001.

CHOW, V. T. *Open Channel Hydraulics*. New York, McGraw-Hill Book Co, 1994.

- COLES, S. G. *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*. London, Springer, 2001.
- DAVISON, A. C., SMITH, R. L. Models for Exceedances Over High Thresholds (with discussion). *Journal of Royal Statistical Society B*, n. **52**, p. 393-442, 1990.
- DENG, Z., GUENSCH, G. R., RICHMOND, M. C., WEILAND, M. A., CARLSON, T. J. Prototype Measurements of Pressure Fluctuations in The Dalles Dam Stilling Basin. *Journal of Hydraulic Research*, v. 45, n. **5**, p. 674-678, 2007.
- ELEVATORSKY, E. A. *Hydraulic Energy Dissipators*. New York, McGraw-Hill, 1959.
- EL-KHASHAB, A. M. Pressure Fluctuations on the Floor of Hydraulic Jumps. *Hydraulic Engineering*, p. 116-121, 1987.
- EMBRECHTS, P., KLÜPPELBERG, C., MIKOSCH, T. *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*. Berlin, Springer-Verlag, 1997.
- ENDRES, L. A. M. **Contribuição ao Desenvolvimento de um Sistema para Aquisição e Tratamento de Dados de Pressões Instantâneas em Laboratório**. Dissertação - Porto Alegre: UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 104 p, 1990.
- FARHOUDI, J., NARAYANAN, R. Force on Slab Beneath Hydraulic Jump. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 117, n. **1**, p. 64-82, 1991.
- FAVRE, A., KOVASZNAY, L. S. G., DUMAS, R., GAVIGLIO, J., COANTIC, M. *La Turbulence en Mécanique des Fluides: Bases Théoriques et Expérimentales Méthodes Statistiques*. Paris, Gauthier-Villars, 1976.
- FISHER, R. A., TIPPETT, L. H. C. Limiting Forms of the Frequency Distributions of the Largest or Smallest Member of a Sample. *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, v. 24, p. 180-190, 1928.

FURNAS CENTRAIS ELÉTRICAS S. A. Relato do Trabalho da Subcomissão Desenvolvimento de Pesquisa – Estudo de Flutuação de Pressão em Bacia de Dissipação: Caso Usina de Porto Colômbia, Rio de Janeiro, 64 p, 1997.

GEWEKE, J., PORTER-HUDAK, S. The Estimation and Application of Long Memory Time Series Model. *Journal of Time Series Analysis*, v. 4, n. 4, p. 221-238, 1983.

GNEDENKO, P. B. Sur la Distribution Limite du Terme Maximum d'une Série Aléatoire. *Annals of Mathematics*, v. 44, n. 3, p. 423-453, 1943.

GOMES, J. F. **Visualização de Escoamento Turbulento - Ressalto Hidráulico a Jusante de uma Comporta.** Dissertação - Porto Alegre: UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 90 p, 2000.

GRIMSHAW, S. D. Computing Maximum Likelihood Estimates for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*, v. 35, n. 2, p. 185-191, 1993.

GUMBEL, E. J. *Statistics of Extremes*. New York, Columbia University Press, 1958.

HAMMING, R. W. *Digital Filters*. New Jersey, Prentice Hall Signal Processing Series, 1989.

HARRIS, R. I. The Accuracy of Design Values Predicted from Extreme Value Analysis. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, n. 89, p. 153-164, 2001.

HOSKING, J. R. M. Testing whether the Shape Parameter is Zero in the Generalized Extreme-Value Distribution. *Biometrika*, v. 71, n. 2, p. 367-374, 1984.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R., WOOD, E. F. Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments. *Technometrics*, v. 27, n. 3, p. 251-261, 1985.

HOSKING, J. R. M. Algorithm AS 215: Maximum-Likelihood Estimation of the Parameters of the Generalized Extreme-Value Distribution. *Applied Statistics*, n. **34**, p. 301-310, 1985.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. Parameter and Quantile Estimation for the Generalized Pareto Distribution. *Technometrics*, v. 29, p. 339-349, 1987.

HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. *Regional Frequency Analysis: An Approach Based on L-Moments*. New York, Cambridge University Press, 1997.

LOPARDO, R. A., DE LIO, J. C., VERNET, G. F. Model-Prototype Comparison on Pressure Fluctuations in Hydraulic Jump Energy Dissipators. In: SYMPOSIUM ON SCALE EFFECTS IN MODELLING HYDRAULIC STRUCTURES, Esslingen am Neckar, p. 7.2.1-7.2.5, 1984.

LOPARDO, R. A., VERNET, G. F., HENNING, R. E. Correlacion de Presiones Instantaneas Inducidas por un Resalto Libre y Estable. In: CONGRESSO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA, 11., Buenos Aires, p. 23-34, 1984.

LOPARDO, R. A. Notas sobre Fluctuaciones Macroturbulentas de Presion, Medicion, Analisis y Aplicacion al Resalto Hidraulico. In: APOSTILA DO CURSO DE TURBULÊNCIA, CAVITAÇÃO E AERAÇÃO DE FENÔMENOS HIDRÁULICOS, São Paulo, 45 p, 1986.

LOPARDO, R. A., CHIVIDINI, M. F., BERRILIO, D. A. Effect of Hydraulic Jump Inflow Condition on the Decay of Turbulence in Stilling Basins. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON NEW TECHNOLOGY IN MODEL TESTING IN HYDRAULIC RESEARCH, India, p. 24-26, 1987.

LOPARDO, R. A. Stilling Basin Pressure Fluctuations. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON MODEL-PROTOTYPE CORRELATION OF HYDRAULIC STRUCTURES, Colorado Springs, p. 56-73, 1988.

LÓPEZ BAUTISTA, E. A. **A Distribuição Generalizada de Valores Extremos no Estudo da Velocidade Máxima do Vento em Piracicaba.** Dissertação - Piracicaba: ESALQ/USP, Curso de Pós-Graduação em Agronomia, 47 p, 2002.

MARQUES, M. G., DRAPEAU, J., VERRETTE, J. L. Análise da Flutuação de Pressão Provocada pela Formação de um Ressalto Hidráulico a Jusante de Vertedouros. In: SEMINÁRIO DO CENTRO INTERAMERICANO DE ESTUDOS AVANÇADOS DOS RECURSOS DE ÁGUA, 10., Salvador, BA, p. 129-149, 1994.

MARQUES, M. G. **Nouvelle Approche Pour le Dimensionnement des Dissipateurs à Auge.** Tese apresentada a Faculte des Sciences et Génie de la Université Laval, Québec, Canadá, 221 p, 1995.

MARQUES, M. G., DRAPEAU, J., VERRETTE, J. L. Flutuação de Pressão em um Ressalto Hidráulico. *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v. 2, p. 45-52, 1997.

MARQUES, M. G., ALMEIDA, F. M., ENDRES, L. A. M. Adimensionalização de Pressões Médias em Bacias de Dissipação por Ressalto Hidráulico. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 13., Belo Horizonte, MG, 1999.

MENDES, B. V. de M. *Introdução à Análise de Eventos Extremos.* Rio de Janeiro, E-papers Serviços Editoriais, 2004.

MORETTIN, P. A., TOLOI, C. M. C. *Análise de Séries Temporais.* São Paulo, Edgard Blücher, 2004.

MORETTIN, P. A. *Séries Temporais em Finanças.* Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2002.

OEHLERT, G. W. A Note on the Delta Method. *American Statistical Association.* v. 46, n. 1, p. 27-29, 1992.

ORTIZ, J. P. Estrutura e Resolução de Pressões Flutuantes: Sua Análise Randômica na Base do Ressalto Hidráulico. Boletim Técnico da Escola Politécnica da USP, Departamento de Engenharia Hidráulica e Sanitária, São Paulo, 11p, 1992.

ORTIZ, J. P., ALMEIDA, F. M. de, CARVALHO, E., BORSARI, R. D. Medições em Protótipo de Flutuações de Pressão na Bacia de Dissipação da Usina de Porto Colômbia. In: ESCOLA DE PRIMAVERA – TRANSIÇÃO E TURBULÊNCIA, 1., Rio de Janeiro, v. 1, p. 293-320, 1998.

PETERKA, A. J. *Hydraulic Design of Stilling Basins and Energy Dissipators*. Denver, Bureau of Reclamation, 1974.

PICKANDS, J. Statistical Inference Using Extreme Order Statistics. *Annals of Statistics*, n. **3**, p. 119-131, 1975.

PINHEIRO, A. A. N. **Acções Hidrodinâmicas em Soleiras de Bacias de Dissipação de Energia por Ressalto**. Tese submetida para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Civil pela Universidade Técnica de Lisboa, 353 p, 1995.

RAJARATNAM, N. Submerged Hydraulic Jump. *Journal of the Hydraulics Division*, v. 91, n. **4**, p. 71-96, 1965a.

RAJARATNAM, N. The Hydraulic Jump as Wall Jet. *Journal of the Hydraulics Division*, v. 91, n. **5**, p. 107-132, 1965b.

RAJARATNAM, N. Hydraulic Jump. In: CHOW, V. T. **Advances in Hydro-science**. v. 4, New York, Academic Press, 1967.

REISEN, V. A. Estimation of the Fractional Difference Parameter in the ARFIMA (p,d,q) Model Using the Smoothed Periodogram. *Journal of Time Series Analysis*, v. 15, n. **3**, p. 335-350.

REISS, R. D., THOMAS, M. *Statistical Analysis of Extreme Values*. Birkhäuser, Springer-Verlag, 1997.

ROSS, W. H. A Peaks-Over-Threshold Analysis of Extreme Wind Speeds. *Canadian Journal of Statistics*, v. 15, n. 4, p. 328-335, 1987.

SCARF, P. A., LAYCOCK, P. J. Estimation of Extremes in Corrosion Engineering. *Journal of Applied Statistics*, v. 23, n. 6, p. 621-643, 1996.

SINNINGER, R. O., HAGER, H. W. *Constructions Hydrauliques - Ecoulements Stationnaires*. Traité de Génie Civil de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne. v. 15, 1989.

SMITH, R. L. Maximum Likelihood Estimation in a Class of Nonregular Cases. *Biometrika*, v. 72, n. 1, p. 67-90, 1985.

SMITH, R. L., WEISSMAN, I. Maximum Likelihood Estimation of the Lower Tail of a Probability Distribution. *Journal of the Royal Statistical Society B*, v. 47, n. 2, p. 285-298, 1985.

SMITH, R. L. Extreme Value Analysis of Environmental Time Series: An Application to Trend Detection in Ground-Level Ozone. *Statistical Science*, v. 4, n. 4, p. 367-393, 1989.

TOSO, J. W., BOWERS, C. E. Extreme Pressures in Hydraulic-Jump Stilling Basins. *Journal of Hydraulic Engineering*, v. 114, n. 8, p. 829-843, 1988.

TEIXEIRA, E. D. **Previsão dos Valores de Pressão Junto ao Fundo em Bacias de Dissipação por Ressalto Hidráulico**. Dissertação - Porto Alegre: UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 97 p, 2003.

TRIERWEILER, E. F. N. **Avaliação do Campo de Pressões em Ressalto Hidráulico Formado a Jusante de uma Comporta com Diferentes Graus de Submergência.** Dissertação - Porto Alegre: UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 144 p, 2006.

WIEST, R. A. **Avaliação do Campo de Pressões em Ressalto Hidráulico Formado a Jusante de um Vertedouro com Diferentes Graus de Submergência.** Dissertação (em andamento) - Porto Alegre: UFRGS, Curso de Pós-Graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, 2008.

WHITE, F. M. *Mecânica dos Fluidos.* Rio de Janeiro, McGraw-Hill, 1999.

### **Referências Consultadas**

BENDAT, J. S., PIERSOL, A. G. *Random Data: Analysis and Measurement Procedures.* New York, Wiley-Interscience, 1971.

BOUGHTON, W. C. A Frequency Distribution for Annual Floods. *Water Resources Research*, v. 16, n. 2, p. 347-354, 1980.

CHOWDHURY, J. U., STEDINGER, J. R., LU, L. H. Goodness-of-Fit Tests for Regional Generalized Extreme Value Flood Distributions. *Water Resources Research*, v. 27, n. 7, p. 1765-1776, 1991.

DAVIS, R., RESNICK, S. Tail Estimates Motivated by Extreme Value Theory. *The Annals of Statistics*, v. 12, n. 4, p. 1467-1487, 1984.

DAWSON, T. H. Maximum Wave Crests in Heavy Seas. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, v. 122, p. 222-224, 2000.

- DEKKERS, A. L. M., DE HAAN, L. On the Estimation of the Extreme-Value Index and Large Quantil Estimation. *The Annals of Statistics*, v. 17, n. 4, p. 1795-1832, 1989.
- ELDER, R. A. Model-Prototype Turbulence Scaling. In: ASSOCIATION INTERNATIONALE DE RECHERCHES HYDRAULIQUES, 9., Dubrovnik, Themes, p. 24-31, 1961.
- FIOROTTO, V., RINALDO, A. Turbulent Pressure Fluctuations Under Hydraulic Jump. *Journal of Hydraulic Research*, v. 30, n. 4, p. 499-520, 1992.
- HAGER, W. H., HUTTER, K. Approximate Treatment of the Plane Hydraulic Jump With Separation Zone Above the Flow Zone. *Journal of Hydraulic Research*, v. 21, n. 3, p. 195-204, 1983.
- HAGER, W. H. Ressaut Hydraulique du Type B dans un canal à Forte Pente. *Journal of Hydraulic Research*, v. 26, n. 5, p. 539-558, 1988.
- HAGER, W. H., BREMEN, R. Classical Hydraulic Jump: Sequent Depths. *Journal of Hydraulic Research*, v. 27, n. 5, p. 565-585, 1989.
- HARTUNG, F., HÄUSLER, E. Scours, Stilling Basins and Downstream Protection Under Free Overfall Jets at Dams. In: CONGRÈS DES GRANDES BARRAGES, Madrid, v. 41, n. 3, p. 39-56, 1973.
- HOLMES, J. D., MORIARTY, W. W. Application of the Generalized Pareto Distribution to Extreme Value Analysis in Wind Engineering. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, n. 83, p. 1-10, 1999.
- HOROWITZ, J. Extreme Values from a Nonstationary Stochastic Process: An Application to Air Quality Analysis (with discussion). *Technometrics*, v. 22, p. 469-482, 1980.

- HOSKING, J. R. M. L-moments: Analysis and Estimation of Distributions using Linear Combinations of Order Statistics. *Journal of the Royal Statistical Society B*, v. 52, n. 1, p. 105-124, 1990.
- KATZ, R. W., PARLANGE, M. B., NAVEAU, P. Statistics of Extremes in Hydrology. *Advances in Water Resources*, n. 25, p. 1287-1304, 2002.
- PRIESTLEY, M. B. *Spectral Analysis in Time Series*. New York, Academic Press, 1981.
- ROBINSON, M. E., TAWN, J. A. Statistics for Extreme Sea Currents. *Applied Statistics*, v. 46, n. 2, p. 183-205, 1997.
- ROUSE, H., SIAO, T., NAGARATNAM, S. Turbulence Characteristics of the Hydraulic Jump. *ASCE*, v. 124, p. 926-950, 1959.
- SCOTTO, M. G., TURKMAN, K. F., ANDERSON, C. W. Extremes of Some Sub-Sampled Time Series. *Journal of Time Series Analysis*, v. 24, n. 5, p. 579-590, 2003.
- SMITH, R. L. Extreme Value Theory Based on the  $r$  Largest Annual Events. *Journal of Hydrology*, n. 86, p. 27-43, 1986.
- TAWN, J. A. An Extreme-Value Theory Model for Dependent Observations. *Journal of Hydrology*, n. 101, p. 227-250, 1988.
- TAWN, J. A. Estimating Probabilities of Extreme Sea-Levels. *Applied Statistics*, v. 41, n. 1, p. 77-93, 1992.

# Apêndice A

## Tamanho dos Blocos para os Máximos

Tabela A.1: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,8528 (0,0030)	1,0397 (0,0023)	1,0394 (0,0021)	1,0344 (0,0018)	1,0522 (0,0013)	1,0616 (0,0003)	1,0792 (0,0003)
100	0,8944 (0,0043)	1,0725 (0,0029)	1,0664 (0,0025)	1,0589 (0,0023)	1,0622 (0,0004)	1,0633 (0,0005)	1,0807 (0,0004)
150	0,9173 (0,0053)	1,0896 (0,0035)	1,0809 (0,0031)	1,0708 (0,0029)	1,0676 (0,0021)	1,0645 (0,0005)	1,0816 (0,0004)
200	0,9383 (0,0061)	1,1026 (0,0043)	1,0923 (0,0034)	1,0796 (0,0032)	1,0725 (0,0022)	1,0655 (0,0006)	1,0824 (0,0005)
500	1,0026 (0,0116)	1,1449 (0,0061)	1,1251 (0,0048)	1,1126 (0,0049)	1,0892 (0,0032)	1,0686 (0,0008)	1,0861 (0,0007)

Tabela A.2: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0658 <b>(0,0022)</b>	0,0512 <b>(0,0016)</b>	0,0478 <b>(0,0014)</b>	0,0405 <b>(0,0012)</b>	0,0304 <b>(0,0008)</b>	0,0072 <b>(0,0002)</b>	0,0058 <b>(0,0001)</b>
100	0,0656 <b>(0,0031)</b>	0,0453 <b>(0,0021)</b>	0,0385 <b>(0,0018)</b>	0,0353 <b>(0,0016)</b>	0,0069 <b>(0,0001)</b>	0,0073 <b>(0,0003)</b>	0,0058 <b>(0,0002)</b>
150	0,0655 <b>(0,0041)</b>	0,0438 <b>(0,0025)</b>	0,0377 <b>(0,0023)</b>	0,0365 <b>(0,0020)</b>	0,0276 <b>(0,0013)</b>	0,0072 <b>(0,0003)</b>	0,0057 <b>(0,0003)</b>
200	0,0650 <b>(0,0046)</b>	0,0477 <b>(0,0030)</b>	0,0367 <b>(0,0025)</b>	0,0354 <b>(0,0023)</b>	0,0250 <b>(0,0015)</b>	0,0071 <b>(0,0004)</b>	0,0057 <b>(0,0003)</b>
500	0,0759 <b>(0,0087)</b>	0,0423 <b>(0,0044)</b>	0,0324 <b>(0,0036)</b>	0,0336 <b>(0,0035)</b>	0,0051 <b>(0,0004)</b>	0,0053 <b>(0,0004)</b>	0,0053 <b>(0,0004)</b>

Tabela A.3: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0124 <b>(0,0296)</b>	-0,1124 <b>(0,0237)</b>	<b>-0,1479</b> <b>(0,0210)</b>	<b>-0,1054</b> <b>(0,0212)</b>	<b>-0,1717</b> <b>(0,0092)</b>	-0,0249 <b>(0,0085)</b>	-0,1076 <b>(0,0129)</b>
100	0,0246 <b>(0,0425)</b>	<b>-0,0664</b> <b>(0,0404)</b>	-0,0324 <b>(0,0423)</b>	-0,0473 <b>(0,0384)</b>	-0,0979 <b>(0,0132)</b>	-0,0093 <b>(0,0139)</b>	-0,0895 <b>(0,0241)</b>
150	0,0661 <b>(0,0644)</b>	<b>-0,0541</b> <b>(0,0518)</b>	-0,0077 <b>(0,0598)</b>	-0,0617 <b>(0,0450)</b>	<b>-0,1434</b> <b>(0,0215)</b>	0,0062 <b>(0,0187)</b>	-0,0693 <b>(0,0327)</b>
200	0,0537 <b>(0,0717)</b>	-0,1282 <b>(0,0493)</b>	-0,0105 <b>(0,0660)</b>	-0,0537 <b>(0,0512)</b>	<b>-0,1008</b> <b>(0,0334)</b>	0,0175 <b>(0,0221)</b>	-0,0569 <b>(0,0413)</b>
500	<b>-0,1198</b> <b>(0,1343)</b>	-0,1124 <b>(0,0904)</b>	-0,0590 <b>(0,1156)</b>	-0,0144 <b>(0,0914)</b>	0,0149 <b>(0,0499)</b>	<b>0,1180</b> <b>(0,0550)</b>	-0,0361 <b>(0,0546)</b>

Tabela A.4: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,7625 <b>(0,0031)</b>	1,1045 <b>(0,0030)</b>	1,0128 <b>(0,0037)</b>	1,0016 <b>(0,0038)</b>	0,9559 <b>(0,0032)</b>	1,0684 <b>(0,0009)</b>	1,0065 <b>(0,0003)</b>
100	0,7980 <b>(0,0044)</b>	1,1439 <b>(0,0039)</b>	1,0613 <b>(0,0044)</b>	1,0552 <b>(0,0045)</b>	0,9916 <b>(0,0044)</b>	1,0718 <b>(0,0012)</b>	1,0082 <b>(0,0004)</b>
150	0,8199 <b>(0,0055)</b>	1,1634 <b>(0,0048)</b>	1,0840 <b>(0,0051)</b>	1,0820 <b>(0,0055)</b>	1,0171 <b>(0,0057)</b>	1,0747 <b>(0,0015)</b>	1,0094 <b>(0,0005)</b>
200	0,8347 <b>(0,0064)</b>	1,1739 <b>(0,0057)</b>	1,1009 <b>(0,0061)</b>	1,0995 <b>(0,0065)</b>	1,0296 <b>(0,0066)</b>	1,0771 <b>(0,0017)</b>	1,0104 <b>(0,0006)</b>
500	0,8916 <b>(0,0107)</b>	1,2280 <b>(0,0087)</b>	1,1673 <b>(0,0096)</b>	1,1564 <b>(0,0117)</b>	1,0869 <b>(0,0088)</b>	1,0869 <b>(0,0026)</b>	1,0141 <b>(0,0007)</b>

Tabela A.5: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0694 <b>(0,0022)</b>	0,0671 <b>(0,0021)</b>	0,0822 <b>(0,0025)</b>	0,0850 <b>(0,0027)</b>	0,0705 <b>(0,0022)</b>	0,0203 <b>(0,0008)</b>	0,0071 <b>(0,0002)</b>
100	0,0681 <b>(0,0031)</b>	0,0612 <b>(0,0027)</b>	0,0684 <b>(0,0031)</b>	0,0710 <b>(0,0033)</b>	0,0687 <b>(0,0039)</b>	0,0199 <b>(0,0008)</b>	0,0072 <b>(0,0003)</b>
150	0,0699 <b>(0,0040)</b>	0,0616 <b>(0,0033)</b>	0,0622 <b>(0,0037)</b>	0,0688 <b>(0,0042)</b>	0,0730 <b>(0,0042)</b>	0,0199 <b>(0,0010)</b>	0,0071 <b>(0,0003)</b>
200	0,0702 <b>(0,0047)</b>	0,0636 <b>(0,0039)</b>	0,0640 <b>(0,0045)</b>	0,0701 <b>(0,0049)</b>	0,0730 <b>(0,0046)</b>	0,0199 <b>(0,0011)</b>	0,0070 <b>(0,0003)</b>
500	0,0732 <b>(0,0081)</b>	0,0604 <b>(0,0060)</b>	0,0645 <b>(0,0071)</b>	0,0793 <b>(0,0091)</b>	0,0594 <b>(0,0066)</b>	0,0189 <b>(0,0017)</b>	0,0052 <b>(0,0004)</b>

Tabela A.6: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,0263 ( <b>0,0230</b> )	-0,1283 ( <b>0,0230</b> )	<b>-0,1728</b> ( <b>0,0223</b> )	-0,0418 ( <b>0,0220</b> )	-0,0688 ( <b>0,0232</b> )	-0,0884 ( <b>0,0078</b> )	-0,0249 ( <b>0,0086</b> )
100	0,0223 ( <b>0,0370</b> )	-0,1024 ( <b>0,0352</b> )	-0,1056 ( <b>0,0391</b> )	0,0507 ( <b>0,0364</b> )	-0,0410 ( <b>0,0360</b> )	-0,0712 ( <b>0,0143</b> )	-0,0093 ( <b>0,0139</b> )
150	0,0331 ( <b>0,0460</b> )	-0,1177 ( <b>0,0417</b> )	-0,0438 ( <b>0,0603</b> )	<b>0,1177</b> ( <b>0,0537</b> )	-0,0727 ( <b>0,0412</b> )	-0,0626 ( <b>0,0184</b> )	0,0062 ( <b>0,0187</b> )
200	0,0591 ( <b>0,0562</b> )	-0,1293 ( <b>0,0479</b> )	-0,0650 ( <b>0,0750</b> )	<b>0,1258</b> ( <b>0,0631</b> )	-0,0712 ( <b>0,0475</b> )	-0,0549 ( <b>0,0219</b> )	0,0174 ( <b>0,0221</b> )
500	0,0717 ( <b>0,1071</b> )	-0,1453 ( <b>0,0852</b> )	<b>-0,2840</b> ( <b>0,1168</b> )	<b>0,1711</b> ( <b>0,1092</b> )	0,0722 ( <b>0,1070</b> )	0,0005 ( <b>0,0457</b> )	<b>0,1372</b> ( <b>0,0577</b> )

Tabela A.7: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de localização ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,6668 ( <b>0,0021</b> )	1,0935 ( <b>0,0035</b> )	0,9534 ( <b>0,0052</b> )	0,8786 ( <b>0,0059</b> )	0,8831 ( <b>0,0041</b> )	0,9670 ( <b>0,0024</b> )	1,0249 ( <b>0,0018</b> )
100	0,6884 ( <b>0,0028</b> )	1,1389 ( <b>0,0046</b> )	1,0262 ( <b>0,0068</b> )	0,9645 ( <b>0,0075</b> )	0,9401 ( <b>0,0058</b> )	0,9902 ( <b>0,0031</b> )	1,0349 ( <b>0,0024</b> )
150	0,7023 ( <b>0,0034</b> )	1,1631 ( <b>0,0054</b> )	1,0662 ( <b>0,0083</b> )	1,0042 ( <b>0,0086</b> )	0,9800 ( <b>0,0067</b> )	1,0048 ( <b>0,0037</b> )	1,0419 ( <b>0,0028</b> )
200	0,7100 ( <b>0,0039</b> )	1,1774 ( <b>0,0066</b> )	1,0834 ( <b>0,0098</b> )	1,0365 ( <b>0,0107</b> )	1,0028 ( <b>0,0081</b> )	1,0169 ( <b>0,0039</b> )	1,0481 ( <b>0,0031</b> )
500	0,7421 ( <b>0,0063</b> )	1,2483 ( <b>0,0110</b> )	1,1823 ( <b>0,0153</b> )	1,1415 ( <b>0,0148</b> )	1,0882 ( <b>0,0119</b> )	1,0560 ( <b>0,0053</b> )	1,0678 ( <b>0,0038</b> )

Tabela A.8: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0469 <b>(0,0014)</b>	0,0794 <b>(0,0025)</b>	0,1146 <b>(0,0036)</b>	0,1292 <b>(0,0041)</b>	0,0899 <b>(0,0029)</b>	0,0546 <b>(0,0016)</b>	0,0407 <b>(0,0001)</b>
100	0,0442 <b>(0,0020)</b>	0,0728 <b>(0,0033)</b>	0,1051 <b>(0,0049)</b>	0,1163 <b>(0,0053)</b>	0,0897 <b>(0,0041)</b>	0,0496 <b>(0,0021)</b>	0,0389 <b>(0,0016)</b>
150	0,0426 <b>(0,0024)</b>	0,0678 <b>(0,0039)</b>	0,1029 <b>(0,0060)</b>	0,1070 <b>(0,0063)</b>	0,0847 <b>(0,0047)</b>	0,0469 <b>(0,0025)</b>	0,0374 <b>(0,0019)</b>
200	0,0428 <b>(0,0028)</b>	0,0717 <b>(0,0048)</b>	0,1069 <b>(0,0071)</b>	0,1165 <b>(0,0078)</b>	0,0875 <b>(0,0058)</b>	0,0434 <b>(0,0028)</b>	0,0355 <b>(0,0020)</b>
500	0,0442 <b>(0,0045)</b>	0,0758 <b>(0,0080)</b>	0,1050 <b>(0,0110)</b>	0,1044 <b>(0,0102)</b>	0,0838 <b>(0,0083)</b>	0,0367 <b>(0,0038)</b>	0,0268 <b>(0,0026)</b>

Tabela A.9: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores máximos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,0771 <b>(0,0169)</b>	-0,0634 <b>(0,0212)</b>	-0,0654 <b>(0,0253)</b>	-0,0732 <b>(0,0265)</b>	-0,0514 <b>(0,0259)</b>	-0,2082 <b>(0,0190)</b>	-0,2809 <b>(0,0091)</b>
100	-0,0193 <b>(0,0337)</b>	-0,0093 <b>(0,0348)</b>	-0,0228 <b>(0,0419)</b>	-0,0417 <b>(0,0385)</b>	-0,0466 <b>(0,0400)</b>	-0,1852 <b>(0,0313)</b>	-0,2781 <b>(0,0211)</b>
150	0,0041 <b>(0,0450)</b>	0,0442 <b>(0,0492)</b>	-0,0166 <b>(0,0556)</b>	0,0037 <b>(0,0545)</b>	-0,0363 <b>(0,0480)</b>	-0,1665 <b>(0,0428)</b>	-0,2753 <b>(0,0267)</b>
200	0,0179 <b>(0,0504)</b>	0,0433 <b>(0,0596)</b>	-0,0390 <b>(0,0606)</b>	-0,0475 <b>(0,0606)</b>	-0,0479 <b>(0,0617)</b>	-0,1389 <b>(0,0536)</b>	-0,2627 <b>(0,0329)</b>
500	0,0394 <b>(0,0762)</b>	0,0311 <b>(0,0927)</b>	-0,0746 <b>(0,0952)</b>	-0,0906 <b>(0,0727)</b>	-0,0786 <b>(0,0814)</b>	-0,1405 <b>(0,0926)</b>	-0,1947 <b>(0,0703)</b>

# Apêndice B

## Tamanho dos Blocos para os Mínimos

Tabela B.1: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,5444 (0,0026)	-0,8210 (0,0023)	-0,8939 (0,0028)	-0,9280 (0,0020)	-1,0273 (0,0013)	-1,0501 (0,0003)	-1,0636 (0,0003)
100	-0,5119 (0,0036)	-0,7850 (0,0028)	-0,8532 (0,0032)	-0,9040 (0,0025)	-1,0188 (0,0018)	-1,0487 (0,0004)	-1,0621 (NaN)
150	-0,4907 (0,0043)	-0,7668 (0,0034)	-0,8351 (0,0036)	-0,8898 (0,0030)	-1,0128 (0,0022)	-1,0474 (0,0005)	-1,0612 (0,0004)
200	-0,4787 (0,0050)	-0,7568 (0,0038)	-0,8182 (0,0037)	-0,8790 (0,0032)	-1,0083 (0,0026)	-1,0465 (0,0005)	-1,0604 (NaN)
500	-0,4355 (0,0078)	-0,7195 (0,0057)	-0,7808 (0,0055)	-0,8544 (0,0045)	-0,9910 (0,0044)	-1,0434 (0,0001)	1,0575 (NaN)

Tabela B.2: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0584 <b>(0,0018)</b>	0,0515 <b>(0,0016)</b>	0,0619 <b>(0,0019)</b>	0,0456 <b>(0,0014)</b>	0,0282 <b>(0,0009)</b>	0,0059 <b>(0,0002)</b>	0,0059 <b>(0,0001)</b>
100	0,0565 <b>(0,0027)</b>	0,0450 <b>(0,0020)</b>	0,0512 <b>(0,0022)</b>	0,0398 <b>(0,0017)</b>	0,0274 <b>(0,0013)</b>	0,0060 <b>(0,0002)</b>	0,0059 <b>(NaN)</b>
150	0,0549 <b>(0,0031)</b>	0,0450 <b>(0,0024)</b>	0,0453 <b>(0,0025)</b>	0,0376 <b>(0,0021)</b>	0,0282 <b>(0,0016)</b>	0,0062 <b>(0,0003)</b>	0,0060 <b>(NaN)</b>
200	0,0563 <b>(0,0036)</b>	0,0431 <b>(0,0027)</b>	0,0402 <b>(0,0026)</b>	0,0349 <b>(0,0023)</b>	0,0281 <b>(0,0019)</b>	0,0059 <b>(0,0004)</b>	0,0058 <b>(NaN)</b>
500	0,0531 <b>(0,0061)</b>	0,0408 <b>(0,0040)</b>	0,0379 <b>(0,0039)</b>	0,0298 <b>(0,0035)</b>	0,0284 <b>(0,0034)</b>	0,0057 <b>(0,0005)</b>	0,0058 <b>(NaN)</b>

Tabela B.3: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $1\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,0281 <b>(0,0221)</b>	-0,0478 <b>(0,0193)</b>	<b>-0,1830</b> <b>(0,0204)</b>	<b>0,1667</b> <b>(0,1232)</b>	<b>-0,0399</b> <b>(0,0249)</b>	-0,0516 <b>(0,0157)</b>	-0,2625 <b>(0,0177)</b>
100	0,0067 <b>(0,0336)</b>	<b>-0,0165</b> <b>(0,0276)</b>	-0,1467 <b>(0,0316)</b>	-0,0843 <b>(0,0324)</b>	0,0142 <b>(0,0405)</b>	-0,0351 <b>(0,0237)</b>	-0,2699 <b>(0,0242)</b>
150	0,0315 <b>(0,0417)</b>	<b>0,0450</b> <b>(0,0024)</b>	-0,0879 <b>(0,0480)</b>	-0,0477 <b>(0,0459)</b>	<b>0,0175</b> <b>(0,0517)</b>	-0,0328 <b>(0,0276)</b>	-0,2877 <b>(0,0004)</b>
200	0,0374 <b>(0,0468)</b>	0,0147 <b>(0,0413)</b>	-0,0566 <b>(0,0571)</b>	-0,0102 <b>(0,0560)</b>	<b>0,0487</b> <b>(0,0615)</b>	-0,0188 <b>(0,0307)</b>	-0,2851 <b>(0,0347)</b>
500	<b>0,1804</b> <b>(0,1047)</b>	0,0499 <b>(0,0577)</b>	-0,0602 <b>(0,0937)</b>	-0,1401 <b>(0,0192)</b>	0,1338 <b>(0,1326)</b>	<b>0,0572</b> <b>(0,0649)</b>	-0,3480 <b>(0,0578)</b>

Tabela B.4: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,5261 (0,0024)	-0,8231 (0,0029)	-0,7667 (0,0040)	-0,7394 (0,0041)	-0,8165 (0,0032)	-1,0657 (0,0008)	-0,9951 (0,0003)
100	-0,4994 (0,0032)	-0,7849 (0,0038)	-0,7128 (0,0053)	-0,6811 (0,0051)	-0,7836 (0,0042)	-1,0624 (0,0012)	-0,9937 (0,0004)
150	-0,4839 (0,0038)	-0,7661 (0,0047)	-0,6869 (0,0067)	-0,6507 (0,0060)	-0,7638 (0,0047)	-1,0594 (0,0014)	-0,9925 (0,0005)
200	-0,4748 (0,0046)	-0,7507 (0,0052)	-0,6641 (0,0073)	-0,6327 (0,0068)	-0,7502 (0,0053)	-1,0571 (0,0016)	-0,9915 (0,0005)
500	-0,4384 (0,0067)	-0,7088 (0,0088)	-0,6093 (0,0108)	-0,5595 (0,0103)	-0,7043 (0,0077)	-1,0460 (0,0023)	-0,9885 (0,0008)

Tabela B.5: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0535 (0,0016)	0,0657 (0,0020)	0,0885 (0,0028)	0,0919 (0,0029)	0,0714 (0,0021)	0,0173 (0,0005)	0,0059 (0,0002)
100	0,0502 (0,0022)	0,0601 (0,0027)	0,0820 (0,0037)	0,0783 (0,0036)	0,0666 (0,0029)	0,0173 (0,0008)	0,0059 (0,0002)
150	0,0478 (0,0026)	0,0601 (0,0033)	0,0849 (0,0047)	0,0753 (0,0043)	0,0605 (0,0032)	0,0175 (0,0010)	0,0061 (0,0003)
200	0,0512 (0,0033)	0,0570 (0,0036)	0,0800 (0,0052)	0,0729 (0,0049)	0,0591 (0,0037)	0,0180 (0,0012)	0,0058 (0,0003)
500	0,0443 (0,0050)	0,0619 (0,0061)	0,0741 (0,0077)	0,0712 (0,0074)	0,0519 (0,0057)	0,0159 (0,0016)	0,0056 (0,0005)

Tabela B.6: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $2\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,1906 <b>(0,0230)</b>	-0,1240 <b>(0,0229)</b>	<b>-0,1038</b> <b>(0,0250)</b>	-0,1394 <b>(0,0239)</b>	-0,1605 <b>(0,0185)</b>	-0,0908 <b>(0,0271)</b>	-0,0516 <b>(0,0157)</b>
100	-0,1875 <b>(0,0365)</b>	-0,0987 <b>(0,0359)</b>	-0,0847 <b>(0,0390)</b>	-0,0831 <b>(0,0408)</b>	-0,1338 <b>(0,0297)</b>	-0,0768 <b>(0,0420)</b>	-0,0352 <b>(0,0237)</b>
150	-0,1870 <b>(0,0463)</b>	-0,1010 <b>(0,0454)</b>	-0,1117 <b>(0,0452)</b>	<b>-0,0793</b> <b>(0,0519)</b>	-0,1054 <b>(0,0390)</b>	-0,0691 <b>(0,0502)</b>	-0,0327 <b>(0,0277)</b>
200	-0,2400 <b>(0,0552)</b>	-0,0904 <b>(0,0535)</b>	-0,0865 <b>(0,0566)</b>	<b>-0,0582</b> <b>(0,0655)</b>	-0,0881 <b>(0,0481)</b>	-0,1038 <b>(0,0567)</b>	-0,0188 <b>(0,0307)</b>
500	-0,2453 <b>(0,1259)</b>	-0,1636 <b>(0,0789)</b>	<b>-0,0489</b> <b>(0,0947)</b>	<b>-0,1557</b> <b>(0,0955)</b>	0,0054 <b>(0,1082)</b>	-0,0511 <b>(0,0976)</b>	<b>0,0573</b> <b>(0,0650)</b>

Tabela B.7: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de localização ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,5045 <b>(0,0018)</b>	-0,8076 <b>(0,0031)</b>	-0,5821 <b>(0,0057)</b>	-0,4489 <b>(0,0064)</b>	-0,6449 <b>(0,0041)</b>	-0,9098 <b>(0,0027)</b>	-1,0086 <b>(0,0016)</b>
100	-0,4861 <b>(0,0025)</b>	-0,7676 <b>(0,0038)</b>	-0,5016 <b>(0,0068)</b>	-0,3538 <b>(0,0073)</b>	-0,5962 <b>(0,0056)</b>	-0,8885 <b>(0,0038)</b>	-0,9999 <b>(0,0022)</b>
150	-0,4769 <b>(0,0029)</b>	-0,7453 <b>(0,0047)</b>	-0,4678 <b>(0,0085)</b>	-0,3068 <b>(0,0082)</b>	-0,5662 <b>(0,0066)</b>	-0,8693 <b>(0,0047)</b>	-0,9937 <b>(0,0027)</b>
200	-0,4703 <b>(0,0034)</b>	-0,7317 <b>(0,0055)</b>	-0,4409 <b>(0,0101)</b>	-0,2822 <b>(0,0099)</b>	-0,5431 <b>(0,0079)</b>	-0,8589 <b>(0,0054)</b>	-0,9885 <b>(0,0030)</b>
500	-0,4467 <b>(0,0051)</b>	-0,6899 <b>(0,0081)</b>	-0,3415 <b>(0,0149)</b>	-0,1984 <b>(0,0171)</b>	-0,4554 <b>(0,0115)</b>	-0,8047 <b>(0,0082)</b>	-0,9662 <b>(0,0046)</b>

Tabela B.8: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0396 <b>(0,0012)</b>	0,0699 <b>(0,0021)</b>	0,1266 <b>(0,0039)</b>	0,1443 <b>(0,0044)</b>	0,0911 <b>(0,0029)</b>	0,0613 <b>(0,0019)</b>	0,0372 <b>(0,0011)</b>
100	0,0393 <b>(0,0017)</b>	0,0590 <b>(0,0027)</b>	0,1060 <b>(0,0048)</b>	0,1139 <b>(0,0051)</b>	0,0870 <b>(0,0039)</b>	0,0597 <b>(0,0026)</b>	0,0345 <b>(0,0015)</b>
150	0,0373 <b>(0,0021)</b>	0,0599 <b>(0,0033)</b>	0,1070 <b>(0,0061)</b>	0,1028 <b>(0,0058)</b>	0,0835 <b>(0,0047)</b>	0,0612 <b>(0,0033)</b>	0,0353 <b>(0,0019)</b>
200	0,0382 <b>(0,0024)</b>	0,0614 <b>(0,0038)</b>	0,1077 <b>(0,0074)</b>	0,1080 <b>(0,0071)</b>	0,0868 <b>(0,0056)</b>	0,0608 <b>(0,0038)</b>	0,0329 <b>(0,0022)</b>
500	0,0359 <b>(0,0035)</b>	0,0570 <b>(0,0056)</b>	0,1001 <b>(0,0111)</b>	0,1183 <b>(0,0120)</b>	0,0804 <b>(0,0084)</b>	0,0573 <b>(0,0059)</b>	0,0324 <b>(0,0034)</b>

Tabela B.9: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $3\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,1585 <b>(0,0228)</b>	-0,1564 <b>(0,0201)</b>	<b>-0,1582</b> <b>(0,0250)</b>	<b>-0,1771</b> <b>(0,0217)</b>	-0,1455 <b>(0,0251)</b>	-0,0873 <b>(0,0164)</b>	-0,0781 <b>(0,0134)</b>
100	-0,1727 <b>(0,0320)</b>	-0,0902 <b>(0,0411)</b>	-0,1005 <b>(0,0410)</b>	-0,1041 <b>(0,0363)</b>	-0,1440 <b>(0,0382)</b>	-0,0509 <b>(0,0303)</b>	-0,0354 <b>(0,0277)</b>
150	-0,1467 <b>(0,0457)</b>	-0,1278 <b>(0,0426)</b>	-0,1226 <b>(0,0543)</b>	-0,0703 <b>(0,0498)</b>	-0,1387 <b>(0,0510)</b>	-0,0548 <b>(0,0348)</b>	-0,0094 <b>(0,0379)</b>
200	-0,1672 <b>(0,0496)</b>	-0,1534 <b>(0,0422)</b>	-0,1420 <b>(0,0704)</b>	-0,0932 <b>(0,0600)</b>	-0,1897 <b>(0,0537)</b>	-0,0423 <b>(0,0412)</b>	0,0287 <b>(0,0535)</b>
500	-0,1810 <b>(0,0791)</b>	-0,1464 <b>(0,0690)</b>	-0,2638 <b>(0,1170)</b>	-0,2010 <b>(0,0911)</b>	-0,3544 <b>(0,0921)</b>	0,0083 <b>(0,0795)</b>	0,0706 <b>(0,0815)</b>

Tabela B.10: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de locação ( $\mu$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,5197 (0,0019)	-0,8468 (0,0032)	-0,5281 (0,0063)	-0,3215 (0,0077)	-0,6068 (0,0049)	-0,8791 (0,0030)	-1,0165 (0,0015)
100	-0,5027 (0,0025)	-0,8049 (0,0040)	-0,4462 (0,0073)	-0,2005 (0,0084)	-0,5474 (0,0060)	-0,8502 (0,0042)	-1,0046 (0,0022)
150	-0,4917 (0,0031)	-0,7845 (0,0049)	-0,4049 (0,0087)	-0,1541 (0,0093)	-0,5128 (0,0069)	-0,8296 (0,0051)	-0,9965 (0,0025)
200	-0,4841 (0,0035)	-0,7721 (0,0055)	-0,3767 (0,0100)	-0,1166 (0,0107)	-0,4891 (0,0076)	-0,8171 (0,0061)	-0,9894 (0,0029)
500	-0,4593 (0,0052)	-0,7249 (0,0084)	-0,2895 (0,0169)	-0,0182 (0,0113)	-0,4207 (0,0108)	-0,7665 (0,0093)	-0,9655 (0,0047)

Tabela B.11: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de escala ( $\sigma$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	0,0410 (0,0013)	0,0729 (0,0022)	0,1412 (0,0042)	0,1727 (0,0053)	0,1117 (0,0033)	0,0680 (0,0021)	0,0345 (0,0010)
100	0,0394 (0,0018)	0,0643 (0,0028)	0,1129 (0,0053)	0,1315 (0,0058)	0,0936 (0,0041)	0,0660 (0,0029)	0,0344 (0,0015)
150	0,0392 (0,0022)	0,0631 (0,0034)	0,1097 (0,0064)	0,1191 (0,0065)	0,0886 (0,0048)	0,0650 (0,0036)	0,0318 (0,0018)
200	0,0383 (0,0026)	0,0615 (0,0039)	0,1070 (0,0075)	0,1200 (0,0073)	0,0826 (0,0055)	0,0675 (0,0042)	0,0329 (0,0021)
500	0,0364 (0,0041)	0,0586 (0,0058)	0,1101 (0,0129)	0,0760 (0,0083)	0,0740 (0,0077)	0,0643 (0,0065)	0,0323 (0,0037)

Tabela B.12: Estimativas por Máxima Verossimilhança do parâmetro de forma ( $\xi$ ) da distribuição GEV e o valor do erro padrão estimado para os valores mínimos de pressão adimensionalizados, para cada uma das tomadas da vazão de  $4\,000\text{ m}^3\text{s}^{-1}$  em relação ao tamanho do bloco (TB).

TB	Tomadas						
	a	b	c	d	e	f	g
50	-0,2363 ( <b>0,0262</b> )	-0,1352 ( <b>0,0170</b> )	<b>-0,1320</b> ( <b>0,0195</b> )	-0,2492 ( <b>0,0218</b> )	-0,1994 ( <b>0,0174</b> )	-0,1425 ( <b>0,0213</b> )	-0,0490 ( <b>0,0151</b> )
100	-0,2583 ( <b>0,0411</b> )	-0,1006 ( <b>0,0286</b> )	-0,0079 ( <b>0,0543</b> )	-0,2063 ( <b>0,0349</b> )	-0,1394 ( <b>0,0341</b> )	-0,1193 ( <b>0,0335</b> )	-0,0181 ( <b>0,0264</b> )
150	-0,3056 ( <b>0,0500</b> )	-0,0893 ( <b>0,0386</b> )	0,0092 ( <b>0,0527</b> )	-0,1899 ( <b>0,0443</b> )	-0,1355 ( <b>0,0415</b> )	-0,1070 ( <b>0,0468</b> )	-0,0514 ( <b>0,0416</b> )
200	-0,3200 ( <b>0,0631</b> )	-0,0746 ( <b>0,0467</b> )	0,0421 ( <b>0,0686</b> )	-0,2404 ( <b>0,0439</b> )	-0,0955 ( <b>0,0606</b> )	-0,1326 ( <b>0,0522</b> )	0,0281 ( <b>0,0414</b> )
500	-0,4712 ( <b>0,1101</b> )	-0,0538 ( <b>0,0754</b> )	0,0433 ( <b>0,1317</b> )	-0,0376 ( <b>0,1129</b> )	-0,0777 ( <b>0,0962</b> )	-0,1631 ( <b>0,0914</b> )	0,1873 ( <b>0,1033</b> )

# Apêndice C

## Intervalos de Confiança para as Vazões de 1 000 e 2 000 $m^3s^{-1}$

Tabela C.1: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	4,13	0,0447	4,05	4,22	4,52
b	6,66	0,0346	6,59	6,73	6,94
c	7,08	0,0455	6,99	7,17	7,37
d	7,71	0,0043	7,65	7,78	7,86
e	8,90	0,0213	8,86	8,95	8,61
f	9,45	0,0045	9,44	9,46	9,43
g	9,58	0,0019	9,57	9,59	<b>9,59</b>

Tabela C.2: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	4,34	0,0331	4,28	4,41	5,11
b	6,82	0,0261	6,77	6,88	7,43
c	7,31	0,0343	7,24	7,38	7,83
d	7,88	0,0249	7,83	7,93	8,23
e	9,01	0,0161	8,98	9,04	8,90
f	9,47	0,0033	9,47	9,48	<b>9,47</b>
g	9,60	0,0009	9,59	9,61	9,63

Tabela C.3: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	4,47	0,0274	4,42	4,53	5,40
b	6,93	0,0216	6,88	6,97	7,67
c	7,44	0,0303	7,38	7,50	8,08
d	7,98	0,0223	7,93	8,02	8,41
e	9,07	0,0134	9,04	9,10	9,03
f	9,49	0,0027	9,48	9,49	9,50
g	9,61	0,0005	9,60	9,62	9,65

Tabela C.4: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,06	0,0651	8,93	9,19	6,87
b	10,30	0,0437	10,21	10,38	8,97
c	10,17	0,0375	10,10	10,25	9,31
d	10,06	0,0343	9,99	10,13	9,31
e	9,73	0,0035	9,72	9,74	9,64
f	9,75	0,0068	9,74	9,76	9,64
g	9,88	0,0042	9,87	9,88	9,77

Tabela C.5: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,49	0,0898	9,31	9,67	7,24
b	10,59	0,0605	10,47	10,71	9,25
c	10,42	0,0518	10,32	10,52	9,54
d	10,29	0,0473	10,19	10,38	9,53
e	9,77	0,0037	9,76	9,77	9,75
f	9,80	0,0096	9,78	9,82	9,66
g	9,91	0,0050	9,90	9,92	9,80

Tabela C.6: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,90	0,1140	9,68	10,13	7,60
b	10,87	0,0769	10,71	11,02	9,49
c	10,66	0,0658	10,53	10,79	9,75
d	10,50	0,0602	10,39	10,62	9,69
e	9,80	0,0042	9,79	9,81	9,84
f	9,84	0,0124	9,82	9,87	9,70
g	9,94	0,0061	9,93	9,95	9,82

Tabela C.7: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 1 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	10,84	0,1698	10,50	11,17	8,46
b	11,49	0,1146	11,27	11,72	9,98
c	11,19	0,0981	11,00	11,39	10,16
d	11,00	0,0897	10,82	11,17	10,04
e	9,87	0,0066	9,85	9,88	10,00
f	9,95	0,0186	9,91	9,98	9,75
g	10,00	0,0100	9,98	10,02	9,86

Tabela C.8: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 1 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	12,16	0,2495	11,67	12,65	9,71
b	12,38	0,1684	12,05	12,71	10,63
c	11,96	0,1441	11,67	12,24	10,68
d	11,69	0,1317	11,43	11,95	10,49
e	9,95	0,0120	9,92	9,97	10,18
f	10,09	0,0274	10,04	10,15	9,82
g	10,06	0,0182	10,03	10,10	9,91

Tabela C.9: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 2 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	4,43	0,0499	4,33	4,53	5,04
b	6,84	0,0519	6,74	6,94	7,23
c	5,90	0,0715	5,76	6,04	<b>6,04</b>
d	5,80	0,0599	5,68	5,92	5,98
e	6,70	0,0575	6,59	6,82	6,95
f	9,91	0,0132	9,88	9,94	8,52
g	9,45	0,0006	9,45	9,45	9,65

Tabela C.10: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	4,67	0,0362	4,60	4,74	5,52
b	7,09	0,0390	7,02	7,17	7,94
c	6,25	0,0530	6,14	6,35	6,93
d	6,09	0,0452	6,00	6,18	6,79
e	7,00	0,0442	6,92	7,09	7,43
f	9,97	0,0099	9,95	9,99	9,04
g	9,47	0,0015	9,47	9,48	9,84

Tabela C.11: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	4,81	0,0312	4,75	4,87	5,76
b	7,25	0,0346	7,18	7,31	8,25
c	6,45	0,0467	6,36	6,54	7,35
d	6,27	0,0373	6,19	6,34	7,18
e	7,18	0,0393	7,10	7,25	7,71
f	10,01	0,0082	10,00	10,03	9,26
g	9,49	0,0020	9,48	9,49	9,93

Tabela C.12: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,72	0,0678	8,59	8,86	7,04
b	11,59	0,0475	11,49	11,68	9,95
c	10,95	0,0530	10,85	11,05	9,54
d	11,03	0,0714	10,89	11,17	9,35
e	10,39	0,0674	10,26	10,52	9,10
f	10,46	0,0157	10,43	10,49	10,07
g	9,75	0,0069	9,74	9,76	10,28

Tabela C.13: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,17	0,0936	8,99	9,36	7,33
b	11,92	0,0595	11,80	12,03	10,32
c	11,32	0,0671	11,19	11,45	9,98
d	11,50	0,0985	11,31	11,70	9,87
e	10,84	0,0932	10,65	11,02	9,44
f	10,57	0,0191	10,54	10,61	10,17
g	9,80	0,0097	9,78	9,82	10,33

Tabela C.14: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,60	0,1190	9,37	9,84	7,60
b	12,21	0,0770	12,06	12,36	10,67
c	11,64	0,0888	11,47	11,82	10,39
d	11,96	0,1252	11,71	12,20	10,31
e	11,27	0,1186	11,03	11,50	9,73
f	10,68	0,0227	10,63	10,72	10,28
g	9,84	0,0124	9,82	9,87	10,38

Tabela C.15: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 2 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	10,58	0,1773	10,23	10,93	8,26
b	12,81	0,1381	12,54	13,08	11,40
c	12,30	0,1649	11,98	12,62	11,23
d	12,99	0,1866	12,62	13,35	11,30
e	12,24	0,1768	11,89	12,58	10,43
f	10,89	0,0326	10,83	10,96	10,51
g	9,95	0,0186	9,91	9,98	10,47

Tabela C.16: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 2 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	11,96	0,2606	11,45	12,47	9,64
b	13,49	0,2592	12,98	14,00	12,59
c	13,05	0,3143	12,44	13,67	12,28
d	14,44	0,2742	13,91	14,98	12,58
e	13,61	0,2598	13,10	14,12	11,33
f	11,16	0,0509	11,06	11,26	10,95
g	10,08	0,0274	10,03	10,13	10,56

# Apêndice D

## Intervalos de Confiança para as Vazões de 3 000 e 4 000 $m^3s^{-1}$

Tabela D.1: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	4,87	0,0369	4,80	4,95	5,13
b	7,22	0,0513	7,12	7,32	7,34
c	4,08	0,0961	3,89	4,27	4,40
d	2,66	0,0346	2,59	2,73	3,38
e	5,14	0,0823	4,98	5,30	5,57
f	8,23	0,0463	8,14	8,32	7,85
g	9,53	0,0268	9,48	9,59	9,15

Tabela D.2: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	5,06	0,0276	5,01	5,11	5,51
b	7,43	0,0384	7,36	7,51	8,02
c	4,53	0,0703	4,40	4,67	5,56
d	3,15	0,0059	3,14	3,17	4,56
e	5,54	0,0602	5,42	5,65	6,36
f	8,46	0,0348	8,39	8,52	<b>8,45</b>
g	9,66	0,0202	9,62	9,70	9,51

Tabela D.3: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	5,17	0,0241	5,12	5,22	5,68
b	7,56	0,0339	7,50	7,63	8,36
c	4,80	0,0616	4,68	4,92	6,15
d	3,44	0,0221	3,40	3,49	5,12
e	5,77	0,0524	5,66	5,87	6,72
f	8,59	0,0287	8,54	8,65	8,69
g	9,74	0,0166	9,71	9,78	9,68

Tabela D.4: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	7,83	0,0473	7,74	7,91	6,78
b	12,16	0,0722	12,02	12,30	10,28
c	11,58	0,1042	11,38	11,79	9,33
d	11,17	0,1146	10,95	11,40	8,59
e	10,61	0,0884	10,44	10,78	8,63
f	10,47	0,0341	10,41	10,54	9,89
g	10,71	0,0228	10,67	10,76	10,44

Tabela D.5: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,12	0,0604	8,00	8,24	7,04
b	12,64	0,0998	12,44	12,84	10,74
c	12,27	0,1438	11,99	12,55	9,98
d	11,93	0,1583	11,62	12,24	9,35
e	11,19	0,1221	10,96	11,43	9,08
f	10,70	0,0394	10,63	10,78	10,16
g	10,87	0,0236	10,82	10,91	10,56

Tabela D.6: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,39	0,0768	8,24	8,54	7,26
b	13,10	0,1268	12,85	13,35	11,14
c	12,93	0,1828	12,57	13,29	10,55
d	12,66	0,2014	12,26	13,05	9,99
e	11,75	0,1552	11,45	12,06	9,53
f	10,90	0,0472	10,81	10,99	10,40
g	10,96	0,0000	10,94	10,99	9,67

Tabela D.7: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 3 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,02	0,1145	8,80	9,25	7,76
b	14,14	0,1891	13,77	14,51	12,02
c	14,42	0,2723	13,89	14,96	11,78
d	14,30	0,3001	13,72	14,89	11,32
e	13,02	0,2312	12,57	13,48	10,52
f	11,25	0,0745	11,11	11,40	10,83
g	11,18	0,0284	11,13	11,24	10,88

Tabela D.8: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 3 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	9,91	0,1683	9,58	10,24	8,51
b	15,61	0,2779	15,06	16,15	13,36
c	16,54	0,4000	15,76	17,32	13,36
d	16,64	0,4410	15,77	17,50	12,90
e	14,82	0,3398	14,15	15,48	11,84
f	11,60	0,1241	11,36	11,84	11,23
g	11,34	0,0375	11,27	11,42	11,12

Tabela D.9: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 1% – Vazão de 4 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	5,40	0,0464	5,31	5,49	5,79
b	7,81	0,0539	7,70	7,91	7,95
c	4,01	0,0901	3,85	4,20	<b>4,19</b>
d	1,25	0,1364	0,99	1,52	2,60
e	5,04	0,0868	4,87	5,21	5,53
f	8,17	0,0586	8,06	8,29	<b>8,22</b>
g	10,07	0,0274	10,02	10,13	9,82

Tabela D.10: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 5% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	5,61	0,0319	5,55	5,67	6,13
b	8,09	0,0420	8,01	8,17	8,71
c	4,45	0,0681	4,32	4,59	5,47
d	1,91	0,0987	1,72	2,11	3,85
e	5,47	0,0648	5,34	5,59	6,41
f	8,47	0,0444	8,38	8,56	8,76
g	10,20	0,0205	10,17	10,25	<b>10,17</b>

Tabela D.11: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 10% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	5,73	0,0268	5,68	5,78	6,31
b	8,26	0,0377	8,18	8,33	9,07
c	4,71	0,0565	4,61	4,83	6,11
d	2,29	0,0851	2,12	2,46	4,49
e	5,72	0,0569	5,61	5,83	6,85
f	8,64	0,0394	8,57	8,72	9,01
g	10,28	0,0169	10,25	10,32	10,35

Tabela D.12: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 80% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,46	0,0343	8,40	8,53	7,44
b	13,47	0,0665	13,34	13,60	11,37
c	12,40	0,0951	12,22	12,59	9,77
d	11,39	0,1285	11,14	11,64	8,43
e	11,26	0,1020	11,06	11,46	9,12
f	11,01	0,0411	10,93	11,09	10,28
g	11,48	0,0222	11,44	11,52	11,10

Tabela D.13: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 90% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,69	0,1083	8,62	8,77	7,72
b	13,93	0,0855	13,77	14,10	11,96
c	13,07	0,1212	12,83	13,30	10,62
d	12,24	0,1774	11,89	12,58	9,31
e	11,94	0,1407	11,66	12,21	9,66
f	11,30	0,0496	11,20	11,39	10,56
g	11,63	0,0259	11,58	11,68	11,25

Tabela D.14: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 95% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	8,88	0,0454	8,80	8,97	7,96
b	14,35	0,1144	14,13	14,58	12,52
c	13,66	0,1610	13,35	13,98	11,35
d	13,05	0,2255	12,61	13,49	10,08
e	12,59	0,1788	12,23	12,94	10,16
f	11,54	0,0620	11,42	11,66	10,81
g	11,76	0,0317	11,69	11,82	11,37

Tabela D.15: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99% – Vazão de 4 000  $m^3s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%-G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%-M}$
			Inferior	Superior	
a	9,23	0,0685	9,09	9,36	8,49
b	15,78	0,2172	14,79	15,64	13,66
c	14,89	0,3030	14,30	15,48	12,72
d	14,89	0,3359	14,23	15,55	11,62
e	14,05	0,2663	13,53	14,57	11,26
f	12,00	0,1047	11,80	12,21	11,29
g	11,99	0,0526	11,88	12,09	11,58

Tabela D.16: Intervalos de 95% de Confiança para os valores de pressão com probabilidade de ocorrência inferior a 99,9% – Vazão de 4 000  $m^3 s^{-1}$ .

Tomadas	$P_{x\%_G}$	Erro Padrão	Limites de 95% de Confiança		$P_{x\%_M}$
			Inferior	Superior	
a	9,55	0,1105	9,33	9,77	9,23
b	16,24	0,4259	15,41	17,08	12,31
c	16,36	0,5930	15,20	17,52	14,50
d	17,50	0,4934	16,53	18,47	13,36
e	16,12	0,3912	15,35	16,89	12,81
f	12,50	0,1845	12,14	12,86	11,97
g	12,22	0,0906	12,04	12,39	11,84

# Livros Grátis

( <http://www.livrosgratis.com.br> )

Milhares de Livros para Download:

[Baixar livros de Administração](#)

[Baixar livros de Agronomia](#)

[Baixar livros de Arquitetura](#)

[Baixar livros de Artes](#)

[Baixar livros de Astronomia](#)

[Baixar livros de Biologia Geral](#)

[Baixar livros de Ciência da Computação](#)

[Baixar livros de Ciência da Informação](#)

[Baixar livros de Ciência Política](#)

[Baixar livros de Ciências da Saúde](#)

[Baixar livros de Comunicação](#)

[Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE](#)

[Baixar livros de Defesa civil](#)

[Baixar livros de Direito](#)

[Baixar livros de Direitos humanos](#)

[Baixar livros de Economia](#)

[Baixar livros de Economia Doméstica](#)

[Baixar livros de Educação](#)

[Baixar livros de Educação - Trânsito](#)

[Baixar livros de Educação Física](#)

[Baixar livros de Engenharia Aeroespacial](#)

[Baixar livros de Farmácia](#)

[Baixar livros de Filosofia](#)

[Baixar livros de Física](#)

[Baixar livros de Geociências](#)

[Baixar livros de Geografia](#)

[Baixar livros de História](#)

[Baixar livros de Línguas](#)

[Baixar livros de Literatura](#)  
[Baixar livros de Literatura de Cordel](#)  
[Baixar livros de Literatura Infantil](#)  
[Baixar livros de Matemática](#)  
[Baixar livros de Medicina](#)  
[Baixar livros de Medicina Veterinária](#)  
[Baixar livros de Meio Ambiente](#)  
[Baixar livros de Meteorologia](#)  
[Baixar Monografias e TCC](#)  
[Baixar livros Multidisciplinar](#)  
[Baixar livros de Música](#)  
[Baixar livros de Psicologia](#)  
[Baixar livros de Química](#)  
[Baixar livros de Saúde Coletiva](#)  
[Baixar livros de Serviço Social](#)  
[Baixar livros de Sociologia](#)  
[Baixar livros de Teologia](#)  
[Baixar livros de Trabalho](#)  
[Baixar livros de Turismo](#)