UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

MODELAGEM E OTIMIZAÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM RESTRIÇÕES DE TEMPO, DISTÂNCIA E CONFIABILIDADE VIA ALGORITIMOS GENÉTICOS

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À UFPE

PARA OBTENÇÃO DE GRAU DE MESTRE

POR

EDGAR AUGUSTO SILVA BRAGA.

Orientador: Enrique López Droguett, Ph.D.

RECIFE, AGOSTO / 2007

Livros Grátis

http://www.livrosgratis.com.br

Milhares de livros grátis para download.

B813m **Braga, Edgar Augusto Silva**

Modelagem e otimização do problema do caixeiro viajante com restrições de tempo, distância e confiabilidade via algoritmos genéticos / Edgar Augusto Silva Braga. – Recife: O Autor, 2007.

xii, 64 f.; il., gráfs., tabs.

Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco. CTG. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, 2007.

Inclui referências bibliográficas.

1. Engenharia de Produção. 2. Problema do caixeiro viajante. 3. Algoritmos Genéticos. 4. Confiabilidade. 5. Logística. I. Título.

658.5 CDD (22.ed.) **UFPE/BCTG/2007-136**

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PERNAMBUCO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

PARECER DA COMISSÃO EXAMINADORA

DE DEFESA DE DISSERTAÇÃO DE

MESTRADO PROFISSIONALIZANTE DE

EDGAR AUGUSTO SILVA BRAGA

"Modelagem e Otimização do Problema do Caixeiro Viajante com Restrições de Tempo, Distância e Confiabilidade Via Algoritmos Genéticos"

ÁREA DE CONCENTRAÇÃO: PESQUISA OPERACIONAL

A comissão examinadora, composta pelos professores abaixo, sob a presidência do primeiro, considera o candidato EDGAR AUGUSTO SILVA BRAGA **APROVADO.**

Recife, 17 de agosto de 2007.

Prof. ENRIQUE ANDRÉS LÓPEZ DROGUETT, PhD (UFPE)

Profa. DANIELLE COSTA MORAIS, Doutor (UFPE)

Prof. ANDRÉ MARQUES CAVALCANTI, Doutor (UFPE)

PÁGINA DEDICATÓRIA

À meu filho(a) Augusto ou Marina?!

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus e às pessoas que acreditaram mais em mim do eu mesmo acreditei!

A minha esposa Bianca Braga e a meu filho(a) (Augusto ou Marina), a meu pai e mãe Edgar José e Marilza, a meu irmão, cunhada e sobrinhos Silvio, Mônica, Vinicius e Maria Fernanda.

As minhas tias Elza, Eliane, Edna e Ângela e as minhas avós Cássia (em memória) e Maria dos Anjos.

Ao meu orientador Enrique Lopez, que acreditou em meu projeto. A os amigos de estrada, a Paulo Firmino que em varias hora foi minha bússola, a Andréa Pontual por paciência e esforço, a Isis, a Márcio Moura como exemplo de disciplina e comprometimento, a Helder Diniz e Paulo Estevão que foram meus companheiros na caminhada, ao Risctec-UFPE e ao Departamento de Engenharia de Produção que me acolheram tão bem.

Aos membros da banca Profa. Danielle e o professor André por suas contribuições importantes para este trabalho.

Enfim, a todas pessoas envolvidas direta ou indiretamente para a conclusão deste passo importante de minha vida.

RESUMO

Neste trabalho, propõe-se uma metodologia de modelagem para problemas de roteirização de veículos baseada no Problema do Caixeiro Viajante. Mais especificadamente, busca-se tornar o Problema do Caixeiro Viajante com Coletas de Prêmios mais coerente com a realidade do contexto logístico, levando em conta a capacidade operacional da organização e restrições mercadológicas. Para tal, são introduzidos novos elementos como a confiabilidade do caixeiro e restrições de tempo para realizar o roteiro. O modelo consiste, então, em maximizar o lucro obtido através da coleta de prêmios e do custo associado ao roteiro, sujeito a restrições de tempo máximo e confiabilidade mínima aceita ao final do percurso. Esta nova abordagem é modelada e resolvida via Algoritmos Genéticos e é ilustrada através de um estudo de caso.

Palavras-chave: Problema do Caixeiro Viajante, Algoritmos Genéticos, Confiabilidade, Logística..

ABSTRACT

In this work, we propose a methodology based on the Travelling Salesman Problem, to model logistic problems. The objective of this work, in particular, is to make the Prize-Collecting Travelling Salesman Problem more coherent with the reality of the logistic context, taking into account the operational capacity of the organization and market constraints. For that purpose, new elements are introduced to the problem, such as the reliability of the salesman and time constraints to perform the path. Thus, the model consists of maximizing the profit obtained through prize-collection and the associated path cost, with constraints of maximum-time and minimum reliability level of the salesman accepted at the end of the path. This new approach is modeled and solved by Genetic Algorithms and is illustrated through a case study.

Keywords: *Travelling salesman problem, Genetic Algorithms, Reliability, Logistic.*

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 2-1 - GRAFO NÃO-HAMILTONIANO 19
FIGURA 2-2 – GRAFO HAMILTONIANO 19
FIGURA 2-4 - MODELO RAM (ADAPTADO DE GOLDBARG) 20
FIGURA 2-5 – O JOGO DE HAMILTON ADAPTADO DE 24
FIGURA 2-6 – FUNÇÃO CONFIABILIDADE 29
FIGURA 2-7 – DISTRIBUIÇÃO EXPONÊNCIAL VARIANDO O Λ 31
FIGURA 2.3-1 – RELAÇÃO ENTRE ÓTIMOS GLOBAIS E LOCAIS 34
FIGURA 2.3-2 - CROMOSSOMO 36
FIGURA 2.3-3 - CROSSOVER PMX 39
FIGURA 2.3-4 - CROSSOVER PBX 40
FIGURA 2.3-5 – CROSSOVER OBX 40
FIGURA 2.3-6 – CROSSOVER APBX 41
FIGURA 2.3-7 – SWAP MUTATION 42
FIGURA 2.3-8 – MÉTODO DA ROLETA 43
FIGURA 3-1 – CROMOSSOMO BÁSICO 46
FIGURA 3-2 – CROMOSSOMO PROPOSTO 47
FIGURA 3.6-1 - LOCALIDADES DISPONÍVEIS 52
FIGURA 3.6-2 – VETOR DE PRÊMIOS 53
FIGURA 4-1 – ROTA ÓTIMA ENCONTRADA NA SIMULAÇÃO. 55

LISTA DE TABELAS

TABELA 2.1 – VARIAÇÕES DO PCV 25
TABELA 3.6.1 – TEMPOS FREQÜENTES 52
TABELA 3.6.2 – PARÂMETROS DO MODELO PARA CASO DE ESTUDO 53
TABELA 3.6.3 – PARÂMETROS DE AG 53
TABELA 4.1 – RESULTADOS QUANTITATIVOS 54
TABELA 4.2 - FOLGAS 54
TABELA 4.3 – RESULTADOS QUALITATIVOS. 55

LISTA DE ACRÔNIMOS

AGs – Algoritmos genéticos

CDF – Cumulative Distribution Function (Função de Distribuição Acumulada)

CV - Caixeiro viajante

CX – Cicle Crossover

DFJ – Dantzig-Fulkerson-Johnson

MKTF – Mean Kilometers to Failure

MTTF – Mean Time To Failure (Tempo Médio para Falha)

NP - Nondeterministic polynomial

OX - Order Crossover

PBX - Position-Based Crossover

PCV – Problema do Caixeiro viajante

PCVCP- Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios

PCVE – Problema do Caixeiro Viajante Estocástico

PCV-TE – Problema do Caixeiro Viajante com Tempos Estocásticos

PDF – Probability Density Function (Função Densidade de Probabilidade)

PM – Programação Matemática

PMX - Partially Mapped Crossover

POC – Problema de Otimização Combinatória

PPL – Problema de Programação Linear

PPM – Problema de Programação Matemática

PROB_MUT - Probabilidade de Mutação

RAM - Random Access Machine (dispositivo de acesso aleatório)

TMS - Transportation management systems (sistemas de gerenciamento de transporte)

V.A – Variável Aleatória

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO 13

CONSIDERAÇÕES GERAIS 13
1.1. CONTRIBUIÇÕES E JUSTIFICATIVAS 14
1.2. OBJETIVO GERAL 16
1.3. OBJETIVOS ESPECÍFICOS 16
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO 16

2. BASE CONCEITUAL 18

2.1. CONCEITOS E DEFINIÇÕES SOBRE O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE (PCV) E SUAS VARIANTES. .. 18
2.1.1. TEORIA DO GRAFOS 18
2.1.2. COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS 19
2.1.3. A NOTAÇÃO O (NOTAÇÃO ASSINTÓTICA) 20
2.1.4. ALGUMAS PROPRIEDADES DE FUNÇÕES ASSINTÓTICAS 21
2.1.5. TEORIA DA COMPLEXIDADE 21
2.1.6. ALGORITMOS POLINOMIAIS 21
2.1.7. PROBLEMAS POLINOMIAIS 22
2.1.8. PROBLEMAS DE CLASSE P 22
2.1.9. A CLASSE NP DE PROBLEMAS 22
2.1.10. PROBLEMAS COMPLETOS EM NP OU *NP-COMPLETOS* 23
2.1.11. FORMULAÇÃO PARA PCV CLÁSSICO 24
2.1.12. VARIAÇÕES DO PROBLEMA PCV 25
2.1.13. PCV ESTOCÁSTICO 26
2.1.14. PCV COM TEMPOS ESTOCÁSTICOS (PCV-TE) 26
2.1.15. PCV COM CLIENTES ESTOCÁSTICOS (PCV-CE) 26
2.1.16. PCV COM COLETA DE PRÊMIOS OU BÔNUS (PCVCP OU PCV-B) 27
2.2. CONFIABILIDADE 28
2.2.1. VARIÁVEL ALEATÓRIA 28
2.2.2. TAXA DE FALHA 28
2.2.3. FUNÇÃO CONFIABILIDADE 29
2.2.4. FUNÇÃO DENSIDADE DE PROBABILIDADE 30
2.2.5. DISTRIBUIÇÃO EXPONÊNCIAL 31
2.2.6. PROBABILIDADE DE FALHA 31

2.3. HEURÍSTICA ALGORÍTIMOS GENÉTICOS 32

2.3.1. HEURÍSTICAS 32
2.3.2. META-HEURÍSTICAS 33
2.3.3. ALGORITMOS GENÉTICOS 34
2.3.4. COMPONENTES BÁSICOS DOS ALGORITMOS GENÉTICOS 35
2.3.5. CROMOSSOMOS 36
2.3.6. OPERADORES GENÉTICOS 37
2.3.7. CROSSOVER 37
2.3.8. MUTAÇÃO 41
2.3.9. SELEÇÃO 42
2.3.10. FUNÇÃO AVALIAÇÃO 43

3. O MODELO PROPOSTO. 45

3.1. CAIXEIRO VIAJANTE COM CONFIABILIDADE COMO UM PPM 45
3.2. CAIXEIRO VIAJANTE COM CONFIABILIDADE POR AGS. 46
3.2.1. MODELAGEM DO CROMOSSOMO 46
3.3. O MODELO PROPOSTO 47
3.4. PARÂMETROS DO MODELO 47
3.5. DADOS DE ENTRADA 49

3.6. DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO 50

4. SIMULAÇÃO 54

4.1. RESULTADOS DA SIMULAÇÃO 54
4.2. INTERPRETAÇÃO DOS RESULTADOS NO PONTO DE VISTA DE GESTÃO LOGÍSTICA 55

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS 58

5.1. SUPOSIÇÕES ADOTADAS 58
5.2. PCV COM CONFIABILIDADE QUANTIFICADO VIA GA 58
5.2.1. RESUMO DOS RESULTADOS OBTIDOS 59
5.3. FUTUROS TRABALHOS. 60

BIBLIOGRAFIA 61

1. INTRODUÇÃO

Considerações gerais

O presente trabalho insere-se no contexto de métodos de otimização aplicados a problemas de logística, os quais avaliam quais são as melhores formas de se executar determinada tarefa sujeito as restrições impostas pela natureza da operação a ser analisada e suas regras de negócio.

Segundo Belfiore, Costa *et al.* (2005), a eficiência e competitividade de cada empresa dependem do desempenho da cadeia de abastecimento. Neste contexto a logística passou a exercer um papel fundamental na gestão dos negócios empresariais.

O sucesso de uma organização prestadora de serviços passa obrigatoriamente pela satisfação do cliente que é um elemento fundamental no mercado atual e engloba disponibilidade do produto, agilidade e eficiência na entrega. Tudo isso a custo aceitável em relação ao contexto das operações.

Conforme, como Carvalho (2003), afirmam que um sistema inteligente e eficaz de logística, interno e externo às organizações é elemento fundamental para a manutenção ou estabelecimento da competitividade das mesmas.

De uma maneira geral, os custos produtivos, qualidade e confiabilidade dos produtos/serviços dentro de cada seguimento de mercado, tendem a um grau de semelhança cada vez mais elevado, independente do local de produção e, por isso, o grande diferencial está nas operações logísticas, ou seja, a capacidade dos produtos chegarem ao cliente final na quantidade certa, no tempo esperado e a um preço justo.

O estudo de modelos de otimização aplicados à logística proporciona a redução dos custos logísticos, melhoria do nível de serviço, aumento da capacidade de cumprir prazos e a competitividade e credibilidade das organizações.

O corrente trabalho está calcado em temas bastante difundidos no âmbito da pesquisa operacional e engenharia de confiabilidade: o problema do caixeiro viajante (PCV) que consiste em um problema de otimização combinatória onde um caixeiro viajante deve percorrer um número de cidades de tal forma que, o custo total do percurso seja mínimo e não se visite cada cidade mais de uma vez durante cada roteiro; a confiabilidade que trata da probabilidade de determinado item ou sistema estar funcionando em um tempo qualquer de seu tempo de missão e; por fim, que algoritmos genéticos são procedimentos iterativos que

mantém uma população de estruturas (chamadas indivíduos), que representam possíveis soluções de um determinado problema.

Na literatura o problema do caixeiro viajante é citado em várias áreas desde mapeamento do genoma, seqüênciamento do DNA, Cerqueira e Cravo (2006), definição de caminhos ótimos, Neto (2005) e mais comumente em problemas de logística como roteirização de veículos em transporte de cargas, ver Bowersox, Closs *et al.* (2002), Chaves (2003) e Costa, Vidal *et al.* (2003).

Contudo, até o momento, a literatura consultada, não relata aplicações do problema do caixeiro viajante que envolva roteirização e confiabilidade simultaneamente.

1.1. Contribuições e Justificativas

Comumente em logística, gestores se vêem diante de dilemas de formas e temas variados, onde pode-se destacar os problemas de roteirização de veículos, problemas de localização de centros de distribuição, problemas de dimensionamento da capacidade, tamanho e tipologia da frota adotada (ex: adotar veículo de grande, média ou pequena capacidade).

Problemas que envolvem entregas estão presentes em diversas áreas de negócio. Normalmente existe uma grande diversidade de mercadorias a serem entregues, e seus fabricantes e consumidores estão espalhados geograficamente de acordo com critérios de cada negócio.

Estes problemas geralmente não são modelados e tratados com a devida importância, sendo comum apenas a utilização da experiência e "sentimento" para tentar solucioná-los. O fato é que, em escalas financeiras maiores, estas questões podem representar o apogeu ou o fim de determinada organização.

De fato, segundo Sarubbi e Luna (2003), uma boa parte do custo das mercadorias está relacionado ao transporte e uma redução desses custos seria muito importante, pois beneficiaria tanto as empresas produtoras, que não precisam gerar tantos gastos, como os consumidores que podem comprar estes produtos com um custo mais razoável.

Atualmente, no mercado brasileiro, existem muitos sistemas comerciais de gestão de rotas, ditos roteirizadores ou TMS (*transportation management systems)*, que constroem rotas, tidas como ótimas. Segundo Cunha (2000), muitos destes "pacotes" estão disponíveis para o mercado brasileiro e são bastante sofisticados e poderosos em termos de recursos e possibilidades de consideração de diversos tipos de restrições, tendo sido bem testados e validados em diferentes tipos de problema.

Ainda segundo Cunha (2000), um aspecto importante a ser destacado é que, embora a maioria dos modelos se proponham a otimizar a roteirização, na prática, nem sempre os algoritmos conseguem levar em conta todas as parcelas de custo da operação.

Muito se tem estudado na literatura a respeito de otimizar rotas através da redução dos tempos, distâncias e combustível, ver, Goldbarg e Luna (2005), Ribeiro e Lorena (2004) e Bowersox, Closs *et al.* (2002). Outra abordagem consiste na maximização de lucro/prêmios, que é a principal abordagem do presente trabalho, além da tentativa do desenvolvimento de um modelo baseado no problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios (PCVCP), que leve em consideração restrições advindas de problemas logísticos reais, como o impacto da confiabilidade na viabilidade de uma determinada rota.

De fato, sabe-se que os veículos utilizados para transportar as mercadorias, em geral, não são ideais, ou seja, têm uma confiabilidade associada a sua operação. Muitas vezes cada rota possui restrições de negócio: uma distância máxima a ser percorrida, restrita geralmente pela autonomia do veículo, intervalos de tempo, onde as entregas podem ser realizadas sem custos extras. Em geral, os intervalos de tempo máximos disponíveis para cada entrega são acertados/prometidos no momento da contratação da entrega/coleta da mercadoria.

Como contribuição, este trabalho propõe um modelo onde será possível reunir as restrições tidas com principais para um negócio de transporte. Em primeiro lugar será considerado o lucro obtido em cada entrega realizada, onde o somatório desses devem ser maximizados. Em segundo lugar tem-se uma restrição para distância máxima a ser percorrida em todo roteiro realizado, onde esta não poderá ultrapassar um valor pré-definido. E, em terceiro lugar, uma restrição de confiabilidade em função da distância percorrida, onde esta não deverá ser inferior a determinado valor ao final do roteiro ótimo.

A generalização do problema proposto será útil para fornecer opções de rotas que otimizem os lucros (coleta de prêmios) diante de um cenário pré-estabelecido. Ou seja, otimizando o lucro, tornando as entregas mais confiáveis e as organizações mais competitivas.

É importante ressaltar que existem diversas definições e interpretações sobre risco. Entre elas pode-se destacar a que descreve risco como sendo a "probabilidade da ocorrência de determinado evento multiplicado por sua severidade em relação a algum fator relevante para o ambiente que o evento influencia", (Haimes (2000).

Para o modelo proposto tem-se a probabilidade de falha do veículo que fará as entregas, em função da distância total percorrida cuja conseqüência deletéria corresponde a incapacidade de completar a rota pré-estabelecida. Serão suprimidas quaisquer outras hipóteses que não sejam em relação a quebra do veículo. Então, a rota ótima também será a

rota de que satisfaz a restrição de confiabilidade mínima ao final do percurso. O que, em outras palavras, remete a um risco controlado e, logicamente, que satisfaçam as demais restrições do problema.

Ainda como contribuições do trabalho, pretende-se resolver o modelo através de simulação, usando a heurística Algoritmos Genéticos (AGs). Para resolver este modelo, será necessário criar e testar novas estruturas de AGs (crossover, cromossomo e etc.) que suportem a taxonomia do modelo proposto.

1.2. Objetivo geral

Desenvolver e testar um modelo de otimização combinatória baseado no problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios que leve em consideração as restrições de negócio mais importantes para a logística, distâncias, tempo e confiabilidade tendo como foco a otimização do lucro.

1.3. Objetivos Específicos

- Revisão de literatura sobre o problema do caixeiro viajante
- Revisão de literatura de confiabilidade
- Revisão de literatura sobre algoritmos genéticos (AGs)
- Proposição de um modelo de roteirização usando tempos, distâncias determinísticas e confiabilidade de sistemas (por exemplo, o veículo de entrega).
- Resolução do modelo proposto.

1.4. Estrutura da dissertação

O presente trabalho está organizado da seguinte maneira: no capítulo 3 são apresentados os conceitos e definições sobre o problema do caixeiro viajante e suas variantes, definições sobre grafos e Teoria da Complexidade; no capítulo 4, é apresentada a metodologia de análise de confiabilidade, estimando-se uma taxa de falha, assim como uma base conceitual sobre confiabilidade, distribuições de probabilidade, árvore de falhas e risco; o capítulo 5 discorre sobre os conceitos Heurística e Meta-heurística, além de abordar as definições sobre algoritmos genéticos e as razões da sua escolha para resolução do modelo; no capítulo 6, é proposto o modelo baseado no PCVCP com restrições de distância, tempo e confiabilidade modelado via AGs, chamado Problema do Caixeiro Viajante com Confiabilidade, mostrando ainda a modelagem do cromossomo para o modelo proposto; no capítulo 7, são apresentados os parâmetros usados para resolução do modelo e os dados de entrada dele; no capitulo 8 o

modelo do caixeiro viajante com confiabilidade via Algoritmos Genéticos é apresentado juntamente com os dados de entrada; no capítulo 9, o caso de estudo para ilustrar a aplicação do modelo é apresentado; no capítulo 10, mostra-se os resultados da simulação e a validação do modelo proposto além interpretação de gestão logística e por fim, no capitulo 11, tem-se as conclusões e s sugestão para futuros trabalhos.

2. BASE CONCEITUAL

2.1. conceitos e definições sobre o Problema do Caixeiro Viajante (PCV) e suas variantes.

O problema do caixeiro viajante é um dos mais clássicos problemas e programação matemática PPM e consiste em "simular"um roteiro de um caixeiro viajante que deve percorrer determinado número de cidades minimizando o custo total do percurso escolhido por este caixeiro.

Este problema já foi representado de varia formas, entre elas podemos destacar as formulações de PPM e os grafos que serão discutidos em detalhas a seguir.

2.1.1. Teoria do Grafos

Grafos são objetos de grande importância para diversas áreas, dentre elas destacam-se a Matemática e a Engenharia Elétrica. Muitos problemas, especialmente os de natureza combinatória, podem ser traduzidos em problemas envolvendo grafos, Rodrigues (2006).

Grafo é uma noção simples, abstrata e intuitiva, usada para representar a idéia de alguma espécie de relação entre os "objetos". Graficamente, aparece representado por uma figura com nós ou vértices, significando os objetos, unidos por um traço denominado aresta configurando a relação imaginada, Aloise e Cruz (2001).

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), pode-se considerar que um grafo nada mais é que uma representação de interdependência entre elementos que são representados por nós. Elementos que atendem à relação imaginada são simbolicamente unidos através de um traço ou linha denominada aresta.

Mais sucintamente, pode-se afirmar que um grafo é uma estrutura de abstração que representa um conjunto de elementos denominados nós e suas relações de interdependência ou arestas.

De acordo com Feofiloff, Kohayakawa *et al.* (2005), para qualquer conjunto **V**, denota-se por $\mathbf{V^{(2)}}$, o conjunto de todos os pares não-ordenados de elementos de **V**. Se **V** tem **n** elementos então $\mathbf{V^{(2)}}$ tem $\binom{n}{2}$ elementos. Os elementos de $\mathbf{V^{(2)}}$ serão identificados com os subconjuntos de **V** que têm cardinalidade **2**. Assim, cada elemento de $\mathbf{V^{(2)}}$ terá a forma **{v, w}** sendo **v** e **w** dois elementos distintos de **V** .

Um grafo é um par **(V,A)** em que **V** é um conjunto arbitrário e **A** é um subconjunto de $\mathbf{V}^{(2)}$. Os elementos de **V** são chamados vértices e os de **A** são chamados arestas.

Pode-se representar um grafo G denominando o conjunto de elementos (nós) por N e o conjunto de arestas ou ligações entre os vértices por M ou A, então temos a relação G=(N;M) ou G=(N;A).

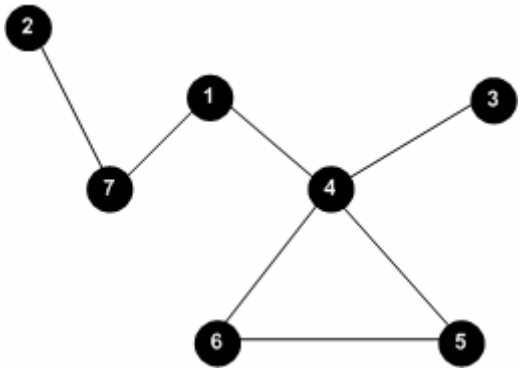

Figura 2-1 - Grafo Não-Hamiltoniano

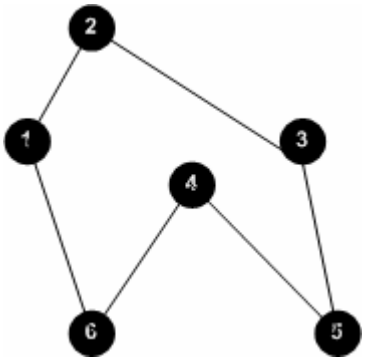

Figura 2-2 – Grafo Hamiltoniano

Seja uma grafo G, pode-se dizer que é um caminho hamiltoniano se contém todo vértice de G. Pode-se dizer que um ciclo Hamiltoniano contém todos os vértices de G, portanto, um grafo Hamiltoniano é aquele que contém um ciclo Hamiltoniano.

2.1.2. Complexidade de Algoritmos

Estimar a complexidade de algoritmos é uma tarefa crucial. O caminho para medir empiricamente o desempenho de um algoritmo esbarra em dificuldades que vão desde o equipamento e compilador empregado até as habilidades do programador. Desde o final da década de 1960 um interessante modelo de análise vem sendo adotado.

O modelo RAM (Random Access Machine) simula o comportamento de um computador elementar. À memória cabe armazenar os dados do programa. Um programa é constituído por um conjunto de instruções ou comandos que implementam o algoritmo. O modelo considera que cada instrução I há um tempo associado t(I) para ser operacionalizada em RAM. Então, para executar um algoritmo codificado em um programa P, com uma certa entrada fixa, são processadas r_1 instruções do tipo I_1, r_2 do tipo I2 até r_m instruções do tipo I_m. Nesse caso o tempo para executar o programa P será dado por:

$$T = \sum_{j=1}^{m} r_j t(I_j)$$ **Equação 2.1**

O modelo RAM é representado esquematicamente abaixo:

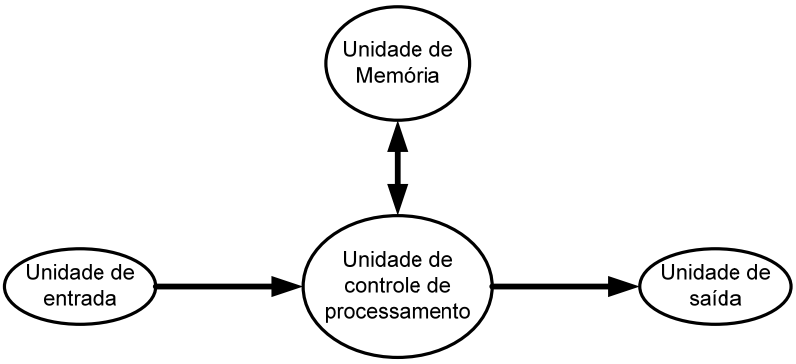

Figura 2-3 - Modelo RAM (adaptado de Goldbarg)

Pode-se concluir que o estudo da complexidade de um algoritmo poderia ser resolvido através da avaliação do somatório da equação 3.1. Para simplificar o cálculo do tempo de duração da computação das instruções do tipo I_j, j=1..m, considera-se t(I)=1 para qualquer instrução I. Consequentemente o tempo de execução de um programa iguala-se ao número total de instruções computadas.

O dicionário da língua portuguesa, editado pelo Ministério da Educação, define algoritmo (termo matemático) como um processo formal de cálculo. A execução de um algoritmo não deve incluir decisões subjetivas ou o uso de intuição e criatividade.

Ao usar a palavra algoritmos, estamos, strito senso, implicitamente aceitando pensar em termos computacionais, Goldbarg e Luna (2005).

Muitas vezes um algoritmo é capaz de solucionar somente um certo número de casos de um problema. Esses casos específicos do problema são denominados instâncias do problema.

Pode-se definir o tamanho de uma instância como o total de códigos necessários para sua identificação, considerando o tipo de estrutura de dados utilizada.

2.1.3. A notação O (notação assintótica)

A notação **O** é chamada de ordem de *f(n)* e representa todas as funções *t(n)* limitadas superiormente pelo múltiplo de *f(n)*, considerando-se *n* um valor suficiente grande para que

este efeito ocorra. Pode-se dizer, portanto, que *t(n)* é que dá a ordem de *f(n)* se *t(n)* ∈ a *O(f(n))*. Exemplificando, se $f_1(n)=n^4-2n^2-20n$ e *n* suficientemente grande, então o termo n^4 dominará amplamente o resultado final da expressão. Realmente se $f_1(n)=n^4+2n^2+20n$, com *n*=1.000.000, por exemplo, os valores percentuais de $f_1(n)$ e $f_2(n)$ estarão surpreendentemente próximos.

Se existir uma função $g(n)$ tal que $f(n) \leq c \cdot g(n)$ para c>0, pode-se dizer que $O(f(n)) = O(g(n))$. Analisando o caso das duas funções fornecidas acima, tem-se que: $O(f_1(n) = n^4 - 2n^2 - 20n) = O(f_1(n) = n^4 + 2n^2 + 20n) = O(n^4)$. O tempo gasto para alcançar o resultado do algoritmo é proporcional a n^4, Goldbarg Goldbarg e Luna (2005).

2.1.4. Algumas propriedades de funções assintóticas

$$O(f(n) + g(n)) = O\{máx\{f(n), g(n)\}\}$$ **Equação 2.2**

$$O(C \cdot f(n)) = C \cdot O(f(n)) = O(f(n))$$ **Equação 2.3**

$$O(f(n) \cdot g(n)) = O(f(n)) \cdot O(g(n))$$ **Equação 2.4**

2.1.5. Teoria da Complexidade

De acordo com Feofiloff (2007), a teoria da complexidade trata de como se comporta o tempo de resolução de algoritmos em geral, ou seja, do consumo de tempo no pior caso para a resolução total do algoritmo/modelo.

A complexidade computacional de um problema é o consumo de tempo do mais eficiente algoritmo possível para o problema.

2.1.6. Algoritmos polinomiais

Pode-se dizer que um algoritmo resolve um determinado problema se, ao receber qualquer das instâncias do problema, devolve uma solução da instância. No caso de problemas de decisão, o algoritmo deve devolver SIM se a instância for positiva e NÃO se a instância for negativa.

Um algoritmo para um determinado problema é polinomial se o seu consumo de tempo é limitado por uma função polinomial do tamanho da instância do problema (O tamanho de uma instância é o comprimento da correspondente cadeia de caracteres. Ex:

tamanho da instância (a = 472,b = –311,c = 57281) da equação de segundo grau é 3+4+5=12. Em outras palavras, o algoritmo é polinomial se existe "***j***" tal que o consumo de tempo do algoritmo é ***O(N;j)*** sendo ***N*** o tamanho da instância. Em geral, algoritmos polinomiais são considerados rápidos e eficientes.

2.1.7. Problemas polinomiais

A complexidade de um problema é o consumo de tempo de um algoritmo ótimo para solucionar o problema. Assim, a complexidade é uma medida da dificuldade computacional intrínseca do problema. Qualquer algoritmo, para um determinado problema dá uma delimitação superior da complexidade do problema. Por exemplo, a existência de um algoritmo O(2N), permite dizer que a complexidade do problema é O(2N), o que não impede a eventual existência de um algoritmo O(N6), por exemplo.

Um problema é polinomial se existe um algoritmo polinomial para o problema. Problemas desse tipo são considerados "fáceis" do ponto de vista computacional.

Um problema é não-polinomial se não existe algoritmo polinomial que resolva o problema. Problemas desse tipo são considerados computacionalmente intratáveis. Para resolver um problema desse tipo é preciso, essencialmente, testar todos os candidatos a solução.

2.1.8. Problemas de Classe P

A classe P de problemas é o conjunto de todos os problemas de decisão polinomiais, ou seja, o conjunto dos problemas de decisão que podem ser resolvidos por algoritmos polinomiais.

2.1.9. A classe NP de problemas

De acordo com Feofiloff (2007), é sabido que um algoritmo verificador para um problema de decisão recebe dois objetos: uma instância do problema e uma cadeia de caracteres conhecida como certificado. A idéia é que o certificado seja uma "prova" de que a instância é positiva. Ao receber esses dois objetos, o verificador pode responder SIM, responder NÃO, ou até mesmo não parar.

A classe NP de problemas é o conjunto de todos os problemas de decisão para os quais existe um verificador polinomial. Ou seja, um problema está em *NP* se toda instância positiva

do problema admite um certificado que é aceito por um verificador polinomial, onde "*NP*" é abreviatura de "*nondeterministic polynomial*" .

2.1.10. Problemas completos em NP ou *NP-completos*

Um problema de decisão *A* é completo em *NP* (ou *NP - completo*) se *A* está em *NP* e qualquer outro problema em *NP* pode ser polinomialmente reduzido a *A*. Informalmente, *A* é *NP - completo* se um algoritmo polinomial para *A* pode ser adaptado para resolver, em tempo polinomial, qualquer outro problema de *NP*. A existência de problemas completos em *NP* é um fato surpreendente e fundamental.

W. (2002), afirma que um problema é *NP-difícil* se um algoritmo para resolvê-lo puder ser generalizado a um que resolva qualquer problema do tipo *NP-completo*. O PCV Clássico, segundo Campello e Maculan (1994) e Melamed, Sergeev *et al.* (1990) apud Goldbarg e Luna (2005), o PCV é um dos mais tradicionais e conhecidos Problemas de Programação Matemática (PPM). Os problemas de roteirização ou roteamento lidam em sua maior parte com roteiros sobre pontos de demanda e oferta e estes pontos podem ser representados por cidades, postos de trabalho ou atendimento, armazéns e etc.

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), dentre os tipos de roteiros um dos mais importantes é o denominado hamiltoniano. Seu nome é devido a Willian Rowan Hamilton que propôs um jogo que consiste a em encontrar uma rota através dos vértices de um dodecaedro que iniciasse e terminasse no mesmo vértice sem nunca repetir uma visita e cada vértice já visitado. Cada vértice era representado por uma cidade importante da época de 1857. Este jogo era chamado "A*round the World*".

A solução deste jogo passou a se chamar de ciclo hamiltoniano desde então.

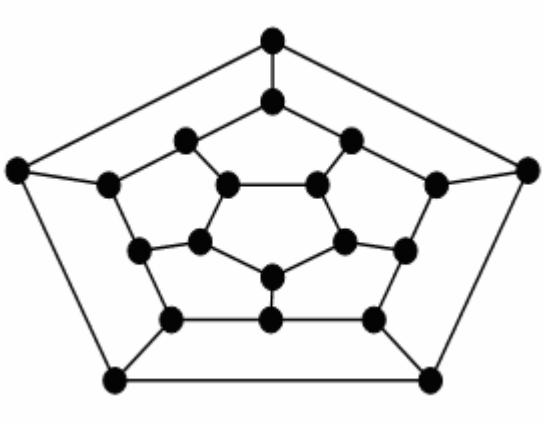

Figura 2-4 – O Jogo de Hamilton adaptado de Goldbarg e Luna (2005)

O problema do caixeiro viajante pode ser considerado padrão entre os problemas de otimização determinísticos, Balaprakash (2005).

Dado um conjunto de cidades/localidades e o custo de transporte entre cada par delas, a meta de um PCV é encontrar o caminho de menor custo que visite todas as cidades e retorne ao ponto de partida, Balaprakash (2005). Acrescentando que nenhuma cidade pode ser visitada, mais de uma vez, para um mesmo roteiro.

Ainda segundo Balaprakash (2005), este é um problema computacionalmente difícil de ser resolvido e de acordo com a teoria da complexidade, que estuda o quão longa é a solução de determinados problemas. Classificados como *NP-difícil*, um PCV é basicamente um problema de otimização combinatória (POC) que tenta achar a alocação ótima para determinado objetivo, dado que todos ou alguns dos recursos são limitados por alguma restrição do problema (número de trabalhadores, tempo, distância) e estes recursos são indivisíveis cada um separadamente.

2.1.11. Formulação para PCV Clássico

Conforme Goldbarg e Luna (2005), existem várias formulações para o PCV. Devido a sua importância e ao seu entendimento simplificado será mostrado a formulação de Dantzig-Fulkerson-Johnson (DFJ).

De acordo com Christofides (1979), Dantizig, Fulkerson e Johnson, formularam o PCV como um problema de programação 0-1 sobre um grafo G(N,A), como se segue:

$$Z = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} c_{ij} x_{ij}$$

Equação 2.5 - Função objetivo do PCV clássico

A funcional objetivo mostrado ao lado busca minimizar o somatório dos custos para ir de uma cidade "i" para outra "j".

Sujeito à,

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} = 1$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_{ij} \leq |S| - 1$$

$$x_{ij} \in \{0,1\}$$

Equação 2.6 - restrições

A variável x_{ij} assume o valor 1 se o arco (i,j) $\in$ A for escolhido para integrar a solução e 0, caso contrário, S é um subgrafo de *G,* em que $|S|$ representa o número de vértices deste subgrafo. Nesta formulação está implícito que não existe x_{ii} e tem-se *n(n-1)* variáveis inteiras 0-1.

Um dos aspectos relevantes desta formulação é que evidencia a natureza combinatória do problema.

2.1.12. Variações do problema PCV

Devido a grande utilidade prática do PCV este sofreu diversas adaptações, dentre elas pode-se destacar:

PCVs relatados na literatura consultada			
1	Devido O PCV Simétrico (PCVS)	16	PCV com Recompletação (PCV-R)
2	PCV Generalizado (PCVG)	17	PCV em Matriz Circulante (PCV-MC)
3	PCV com Backhauls (PCVB)	18	PCV Seletivo Euclidiano (PCV-E)
4	PCV com Janelas de Tempo (PCVJT)	19	PCV de Máximo Espalhamento (PCV-ME)
5	PCV Múltiplo (PCVM)	20	PCV m-Peripatético (PCV-mP)
6	PCV com Gargalo MinMax (PCV MinMax)	21	PCV com Alvos Móveis
7	PCV com Bônus (PCV-B)	22	PCV com o Mínimo Desvio
8	PCV Seletivo (PCV-S),	23	PCV on-line
9	PCV Estocástico	24	PCV Remoto
10	PCV com Clientes Estocásticos (PCV-CE)	25	PCV Mínima/ Máxima Latência
11	PCV com Tempos Estocásticos (PCV-TE)	26	PCV com Custos Dependentes do Tempo
12	PCV Múltiplo com Tempos Estocásticos (PCV-MTE)	27	PCV com Requisitos de Separação
13	PCV Min Max-Min Sum (PCV-M3S)	28	PCV Bipartido
14	PCV Periódico (PCV-P)	29	PCV Branco e Preto
15	PCV com Coleta (PCV-C)	30	PCV com Coleta de Prêmios (PCVCP)

Tabela 2.1 – Variações do PCV

Para este trabalho serão descritos em mais detalhadamente o PCV com Tempos Estocásticos (PCV-TE), e o PCV com Coleta de Prêmios (PCVCP).

2.1.13. PCV Estocástico

Por se tratar de um problema NP-difícil o PCV tem sido abordado esporadicamente sob o ponto de vista probabilístico, com o objetivo de obter estimativas pontuais ou intervalares para o custo do percurso ótimo, Morais (1997).

Segundo Balaprakash (2005), PCV Estocástico é uma variante do PCV sobre condições de incerteza. Enquanto no PCV cada cidade necessita ser visitada uma única vez, necessariamente no PCV Estocástico, dado um conjunto *S*, de cidades, e cada cidade tem uma probabilidade de ser visitada, apenas um subconjunto $|S|$ com "*k*" cidades deverá ser visitado de cada vez. Existirão $\mathbf{2^n}$ cenários possíveis para o problema. Dado um conjunto com "$k=2$"cidades $\{K_1,K_2\}$ então os cenários possíveis serão$\{(0),(K_1 \text{ e } K_2),(K_1 \text{ ou } K_2)\}$.

A modelagem do PCV Estocástico serve para computar soluções de melhor qualidade nos quais a influência da aleatoriedade é de maior importância.

De acordo com Goldbarg e Luna (2005), enquanto no PCV Clássico ocorre em um ciclo hamiltoniano onde os elementos são determinísticos, no PCV Estocástico, as janelas de tempo, os vértices/cidades os tempos de viajem, os custos são elementos os quais pode-se associar distribuições de probabilidade que lhes definirão valor ou mesmo a própria existência.

2.1.14. PCV com Tempos Estocásticos (PCV-TE)

Vale a pena comentar que o PCV-TE, onde os coeficientes de custo C_{ij} do PCV Clássico são substituídos por tempos de viagem T_{ij}, ou seja, os tempos para percorrer do vértice "*i*" para o vértice "*j*" agora são variáveis aleatórias. O objetivo deste modelo é encontrar o caminho a priori, que maximize a probabilidade de completar o caminho dentro de determinado prazo. Até o atual momento a literatura pesquisada não reportou pelos menos um modelo matemático para o problema, Goldbarg e Luna (2005).

2.1.15. PCV com Clientes Estocásticos (PCV-CE)

Neste problema, cada vértice do grafo $G=(N,A)$ é ocupado por um cliente X_i, onde $i \in$ N segundo uma certa probabilidade "P_i". Este modelo considera a possibilidade de um vértice *G* não ser visitado, Goldbarg e Luna (2005).

O fato de um vértice do grafo não ser visitado pode ser abstraído como o não atendimento de um determinado cliente em um universo finito de possibilidades de

atendimento. Este fato pode nos levar a conclusões sobre os "efeitos" da ocorrência deste evento, ou seja, de um dessas demandas pontuais não ser satisfeita. Daí a importância do deste modelo para o trabalho.

2.1.16. PCV com Coleta de Prêmios ou Bônus (PCVCP ou PCV-B)

De acordo Chaves (2003) o PCVCP foi abordado inicialmente em 1985 por Balas como modelo para operação diária de uma fábrica que produzia lâminas de aço. Por razões que tinham a ver com o desgaste dos rolos e também por outros fatores, a seqüência na ordem do processamento era essencial. A programação consistia na escolha de um número de lâminas associadas às suas ordens de execução, que satisfizessem o limite inferior do peso, e que ordenadas numa seqüência apropriada, minimizasse a função de seqüência.

As tarefas de escolha das lâminas e das opções disponíveis para o seu seqüênciamento, necessitavam ser resolvidas em conjunto. O então chamado de *Prize Collecting Traveling Salesman Problem*, ou seja, Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios (PCVCP), serviu como base para o desenvolvimento de um software que foi implementado por Balas (2001).

Ainda segundo Chaves (2003), a dificuldade de solução do PCVCP está no número elevado de soluções existentes. Admitindo que o custo de deslocamento entre as cidades i e j seja simétrica, isto é, $c_{ij} = c_{ji}$, o número total de soluções possíveis é $\frac{(n-1)!}{2}$, sendo classificado na literatura como NP - difícil, isto é, não são conhecidos algoritmos que o resolvam em tempo polinomial.

Para se resolver o PCVCP por enumeração, para $n = 20$, tem-se 6×10^{16} rotas possíveis, desta forma, um computador que avalia uma rota em cerca de 10^{-8} segundos, gastaria *19 anos* para examinar todas as rotas.

O PCVCP pode ser associado a um caixeiro que coleta um prêmio P_k, não negativo, em cada cidade k visitada e paga uma penalidade g_t para cada cidade "t" não visitada, com um custo c_{ij} de deslocamento entre as cidades "i" e "j". O problema consiste em minimizar o somatório dos custos da viagem e penalidades pagas, enquanto inclui na sua rota um número suficiente de cidades que permitam coletar um prêmio mínimo, p_{min}, pré-estabelecido.

Goldbarg e Luna (2005), afirma que o PCV com Bônus foi proposto por Fischetti e Toth (1988) e também estudado por Balas (2001), onde a cada vértice do grafo G=(N,A) é

associado a um bônus B_i e o PCV-B consiste em determinar um caminho hamiltoniano de comprimento mínimo partindo-se de um vértice X_i, tal que, o retorno obtido em bonificações seja no mínimo igual a um certo valor P pré-estabelecido.

Como crítica aos PCVCP e PCV-B, pode-se afirmar que, em suas formulações, não existem quaisquer considerações a cerca de incertezas contidas nas variáveis do problema, ou seja, tanto o objetivo como as restrições são determinísticos. Além disso, não se faz menção sobre o desempenho do caixeiro viajante neste modelo. Apesar dos modelos do PCV-E e suas variantes considerarem incertezas sobre caminhos, tempos e distâncias, estes não fazem menção alguma sobre o desempenho do caixeiro viajante, assim como o PCVCP e o PCV-B. Ou seja, para os modelos citados, o caixeiro é 100% confiável, o que em termos práticos, está totalmente fora da realidade.

2.2. Confiabilidade

Este seção tem a função de fornecer uma base teórica sobre conceitos relativos a confiabilidade e risco que constituem importantes definições para o escopo deste trabalho.

2.2.1. Variável Aleatória

Um conceito de fundamental importância para a estatística é o de variável aleatória. Uma variável aleatória pode ser entendida como uma variável quantitativa, cujo o resultado depende de fatores aleatórios, Barbetta, Reis *et al.* (2004).

Pode-se considerar um experimento no qual existe um número de possíveis saídas e se ocorrência destas saídas é governada pelo acaso (resultado aleatório), então aos resultados possíveis pode ser atribuídos a valores numéricos. Neste caso, o experimento pode ser representado através de uma variável aleatória (V.A), Modarres e Mark Kaminskiy (1999).

De acordo com Magalhães e Lima (2001), uma quantidade X associada a cada possível resultado de um espaço amostral, é denominado V.A.

2.2.2. Taxa de falha

De uma forma intuitiva taxas podem ser definidas como a intensidade com que um sistema passa de um estado para outro. Para Modarres Modarres e Mark Kaminskiy (1999), a taxa de falha é expressada da seguinte forma:

$$h(t) = \lim_{\tau \to 0} \frac{1}{\tau} \left(\frac{F(t+\tau) - F(t)}{R(t)} \right) = \frac{f(t)}{R(t)}$$ **Equação 2.7 – Taxa de Falha**

A relação mostra que *h(t) é* distribuição de probabilidade condicional do tempo até a falha (*time-to-failure*).

2.2.3. Função confiabilidade

A função de Confiabilidade *R(t)* é definida como a probabilidade que um sistema irá realizar determinada função durante algum período de tempo t sob condições operacionais específicas. Sendo *T* a variável aleatória contínua que expressa o tempo de falha do sistema, $T \geq t$, a função de Confiabilidade , pode ser expressa como seguinte. Para maiores detalhes Modarres e Mark Kaminskiy (1999):

$$R(t) = P\{T \geq t\}, \text{ t} \geq 0$$ **Equação 2.8 - Confiabilidade**

Onde t é o instante correspondente ao final do período de observação do sistema. Em outras palavras, a função *R(t)* pode ser interpretada como a probabilidade do sistema falhar pela primeira vez ou após o instante *t*.

A função é monotônica decrescente (não crescente) e satisfaz as seguintes condições dadas:

$$R(0) = 1$$ **Equação 2.9**

$$\lim_{t \to \infty} R(t) = 0.$$ **Equação 2.10**

O comportamento da função confiabilidade pode ser observado no gráfico abaixo.

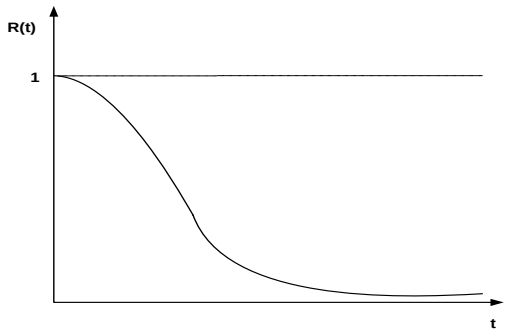

Figura 2-5 – Função confiabilidade

De acordo com Modarres e Mark Kaminskiy (1999), sendo a probabilidade de falha de um item ou sistema em função do tempo é dada por:

$$P(T \leq t) = \int_0^t f(\theta)d\theta = F(t) \text{ Para } t \geq 0$$ **Equação 2.11**

Onde F(t) representa a probabilidade que o item ou sistema em questão venha a falhar em tempo maior de "t".

Então pode-se definir a função confiabilidade como:

$$R(t) = 1 - \int_0^t f(\theta)d\theta = 1 - F(t) \text{ Para } t \geq 0$$ **Equação 2.12**

Ou seja, pode-se interpretar a Função confiabilidade como sendo a probabilidade de um componente ou sistema estar operacional em um tempo "*t*" maior que zero.

2.2.4. Função densidade de Probabilidade

A função densidade de probabilidade (PDF) é definida como segue:

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dR(t)}{dt}$$ **Equação 2.13 - PDF**

A PDF descreve a forma da função da distribuição do tempo de falha e possui as propriedades dadas pelas equações seguintes:

$$f(0) \geq 0$$ **Equação 2.14**

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1$$ **Equação 2.15**

Resolvendo a equação 4.7 pode-se mostra que:

$$F(t) = \int_0^t f(\tau)d\tau$$ **Equação 2.16**

$$R(t) = \int_t^\infty f(\tau)d\tau$$ **Equação 2.17**

2.2.5. distribuição exponêncial

Para definir uma distribuição exponencial, é necessário apenas estimar um parâmetro, que no contexto da confiabilidade seria a taxa λ, constante. Assim, a PDF da distribuição exponencial é definida como conforme equação 4.12. Para maiores detalhes ver Modarres e Mark Kaminskiy (1999):

$$f(t) = -\lambda \exp(-\lambda t)$$ **Equação 2.18** com média igual a $\frac{1}{\lambda}$, e variância igual a $\frac{1}{\lambda^2}$.

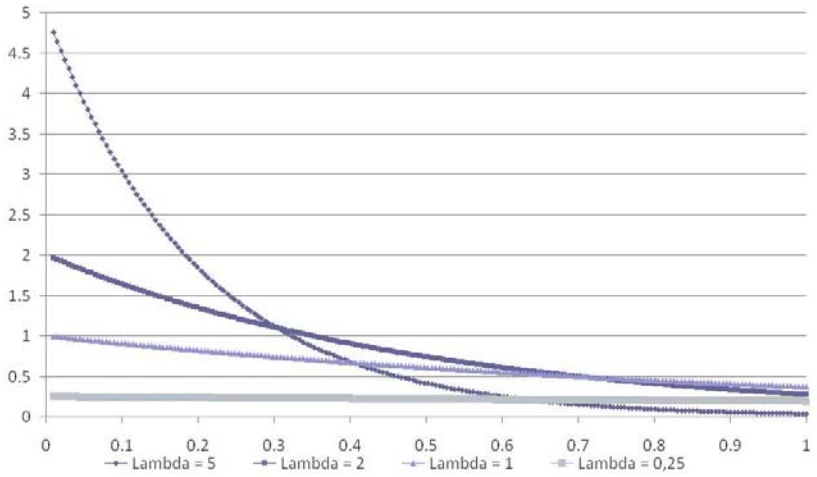

Figura 2-6 – Distribuição exponêncial variando o λ

Sua distribuição acumulada de falha (CDF) tem a seguinte formulação, fornecida pela equação 4.13:

$$F(t) = 1 - \exp(-\lambda t)$$ **Equação 2.19**

2.2.6. Probabilidade de Falha

A probabilidade de falha pode ser definida, para o modelo, como a probabilidade de insucesso de alguma rota escolhida.

As conseqüências do não cumprimento das rotas determinadas são intangíveis e difíceis de mensurar, além disso, nosso evento indesejado é o não cumprimento de uma rota designada, por isso, usou-se uma definição considerada mais apropriada para este trabalho, onde o probabilidade de falha é dada pela seguinte equação:

$$F(t) = 1 - R(t)$$ **Equação 2.20**

2.3. Heurística Algorítimos Genéticos

Este capítulo tem o objetivo de fornecer noções sobre AGs, mostrando sua lógica, suas vantagens e desvantagens, discorrendo sobre as definições de heurísticas e meta-heurísticas e quais suas diferenças.

2.3.1. Heurísticas

A importância dos métodos heurísticos advém do bom desempenho médio - detectado de forma predominantemente experimental - desses métodos, quando aplicados ao tratamento de problemas (normalmente *NP-difíceis*) para os quais não são conhecidos métodos eficientes que forneçam garantias (como os algoritmos probabilísticos e de aproximação), Silva (2004).

Algorítmos clássicos com o método *SIMPLEX* usado em PL, testam todas as possibilidades buscando aquelas que fornecem o melhor resultado para o algorítimo. Em um problema de otimização combinatória o número de possibilidades a testar poderá ser bastante significativo e, dependendo do aspecto combinatório do problema, um método clássico poderia levar um tempo computacional bastante elevado para resolver o problema por isso as heurísticas são úteis nestes casos.

As heurísticas ou algoritmos heurísticos foram desenvolvidos com o propósito de resolver problemas de elevado nível de complexidade em tempo computacional razoável. Ao se pensar em um problema combinatório, uma opção seria analisar todas as combinações possíveis para conhecer a melhor. Se o problema possui um universo de dados pequeno, realmente esta é a maneira correta de se buscar a melhor solução, mas os problemas reais, normalmente, possuem um número de combinações muito extenso, o que torna inviável a analise de todas as combinações, uma vez que o tempo computacional exigido fica impraticável. As heurísticas procuram encontrar soluções próximas da otimalidade em um tempo computacional razoável, sem, no entanto, conseguir definir se esta é a solução ótima, nem quão próxima ela está da solução ótima, Chaves (2005).

De acordo com Silva (2004), um algoritmo é considerado um método heurístico quando não há conhecimentos matemáticos completos sobre seu comportamento, ou seja, quando, sem oferecer garantias, o algoritmo objetiva resolver problemas complexos utilizando

uma quantidade não muito grande de recursos, especialmente no que diz respeito ao consumo de tempo para encontrar soluções de boa qualidade.

De acordo com Chaves, Biajoli *et al.* (2006), a grande desvantagem das heurísticas reside na dificuldade de fugir de ótimos locais, o que deu origem à outra metodologia, chamada de Metaheurística, que possui ferramentas que possibilitam sair destes ótimos locais, permitindo a busca em regiões mais promissoras.

2.3.2. Meta-heurísticas

De acordo com Sucupira (2004), uma meta-heurística é um conjunto de conceitos que podem ser utilizado para definir métodos heurísticos aplicáveis a um extenso conjunto de diferentes problemas. Em outras palavras, uma meta-heurística pode ser vista como uma estrutura algorítmica geral que pode ser aplicada a diferentes problemas de otimização com relativamente poucas modificações que possam adaptá-la a um problema específico.

Para Silva, Drummond *et al.* (2000), as chamadas Meta-heurísticas ou heurísticas inteligentes têm se mostrado um bom caminho para a solução de problemas *NP-completo*s e *NP-Hard* na área de otimização combinatória.

A principal característica destas Meta-heurísticas é a de possuírem ferramentas que procuram superar as armadilhas dos ótimos locais quando ainda estamos distantes de um ótimo global em problemas de otimização.

A ilustração mostra a diferença de um ótimo global para os ótimos locais que são consideradas “armadilhas” para muitos algorítimos de otimização.

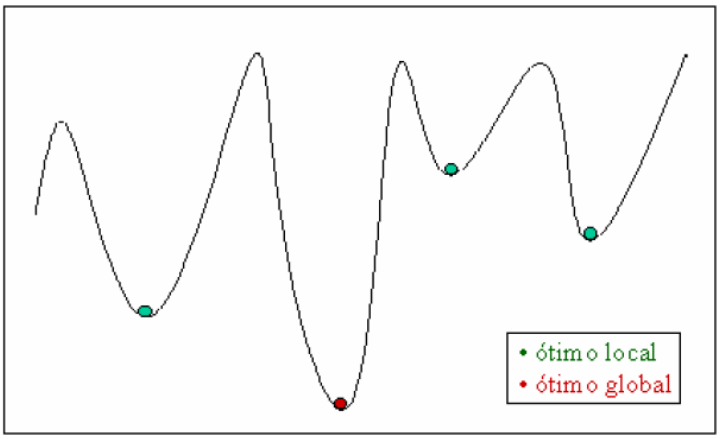

Figura 2.3-1 – relação entre ótimos globais e locais

2.3.3. Algoritmos Genéticos

Guedes, Leite *et al.* (2005) comenta que os AGs foram introduzidos pelo matemático Holland (1975) em seu trabalho "*Adaptation in Natural and Artificial Systems*", para a resolução de problemas de diversas áreas, dentre as quais, se inserem a Biologia, as Engenharias, a Matemática aplicada e a Ciência da Computação.

Os Algoritmos Genéticos ou AGs são heurísticas largamente usadas na resolução de problemas, onde o aspecto combinatório é fortemente observado. Sua relevância é cada vez maior, pois são de entendimento bastante simplificado, o que facilita seu entendimento, aplicação, desenvolvimento e melhoria.

De acordo com Kureichick, Miagkikh *et al.* (2001), os AGs são algoritmos iterativos baseado em idéias populares de genética.

Oliveira, Souza *et al.* (2000) afirma que os AGs foram propostos inicialmente por John Holland, com intúito de aplicar a teoria da evolução das espécies elaborada por Darwin em 1859, ou seja, utilizar os conceitos da evolução biológica, tais como genes, cromossomos, cruzamento, mutação e seleção em outros problemas de otimização, através de algoritmos computacionais.

Everett (2001) afirma os AGs geralmente são usados para dois grandes grupos de problemas: um primeiro é a escolha de parâmetros para a otimização de algum sistema real, usualmente os AGs podem ser usados em problemas de redes de distribuição de gás, sistemas de dutos, transporte de energia elétrica, problemas de caixeiros viajantes ou; alocação de recursos em grandes projetos.

Como os sistemas operacionais complexos dependem de parâmetros de decisão a serem escolhidos pelos projetistas e/ou operadores e se estes parâmetros forem escolhidos de forma errada os sistemas podem ter um desempenho menos satisfatório ou mesmo ruim. Em alguns casos, podem levar a eventos indesejáveis ou catastróficos.

Em sistemas realísticos, as interações entre os parâmetros não são geralmente influenciados pelo tratamento analítico, e o pesquisador tem que recorrer para a técnicas da busca mas específicas. A maioria dos trabalhos publicados se concentram no uso de AGs na otimização de sistemas, ou na melhoria pela aproximação de um ótimo.

De acordo com Hsu (2002), AGs são mecanismos de busca baseados na seleção natural e na genética. Como na evolução das espécies, os algoritmos genéticos se utilizam da recombinação e a replicação genética em "*strings*" como nos métodos de otimização.

2.3.4. Componentes Básicos dos Algoritmos Genéticos

De acordo com Guedes, Leite *et al.* (2005), o princípio de funcionamento desse algoritmo consiste em explorar o espaço de busca através de uma população de soluções viáveis (cromossomos), que evolui a cada geração por meio de operadores genéticos de crossover e de mutação, em analogia ao processo da evolução natural.

O detalhamento de todo o algoritmo genético requer a definição do problema codificando soluções possíveis do problema como cromossomos (indivíduos), assim, pode-se avaliar cada solução de acordo com uma função de avaliação, esta função chamada também a função da aptidão ou do inglês *Fitness*.

Então, métodos de seleção escolhem com maior freqüência indivíduos da população atual baseada em sua aptidão. Há também operadores de recombinação projetado para criar indivíduos novos a partir dos pais selecionados.

De acordo com Ribeiro e Lorena (2004), O primeiro passo de um AG é a geração da população inicial de cromossomos. Esta população é formada por um conjunto aleatório de cromossomos que representam possíveis soluções do problema a ser resolvido. Durante o processo evolutivo, esta população é analisada e cada cromossomo recebe uma avaliação (aptidão) que reflete a qualidade da solução que ele representa. Em geral, os cromossomos mais aptos são selecionados e os menos aptos são descartados. Os membros selecionados podem sofrer modificações em suas características fundamentais através dos operadores de

cruzamento (crossover) e mutação, gerando descendentes para a próxima geração. Este processo é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada.

De acordo com as referências pesquisadas pode-se citar 5 partes principais de um Algoritmo Genético: Cromossomos (indivíduos ou Soluções possíveis), Operador de Crossover, Operador de Mutação, Operador de Seleção e Função aptidão ou *Fitness*.

2.3.5. Cromossomos

O primeiro passo para aplicação de AGs a um problema é representar cada possível solução no espaço de busca como uma seqüência de símbolos (cromossomo) gerados a partir de um alfabeto finito A. No caso mais simples usa-se o alfabeto binário, ou seja, A={0, 1}, mas, no caso geral, tanto o método de representação quanto o alfabeto genético dependem das características do problema.

Em termos de AGs, o cromossomo corresponde ao indivíduo e este é representado por uma seqüência de genes de comprimento finito, Alves (2002).

Em AGs um cromossomo é uma estrutura de dados que representa uma das possíveis soluções do espaço de busca do problema. Cromossomos são, então, submetidos a um processo evolucionário que envolve avaliação, seleção, recombinação sexual (crossover) e mutação. Após vários ciclos de evolução a população deverá conter indivíduos mais aptos, Pacheco (2000).

O termo alelo refere-se a um valor dentro do conjunto de valores possíveis de serem atribuídos a um determinado gene, ou seja, é um valor (0 ou 1, no caso mais simples, caso binário). Na terminologia própria à Biologia, ao conjunto de cromossomos, genes e alelos denominam-se genótipo e às características conferidas por estes, denomina-se fenótipo. No contexto dos AGs, o genótipo é a variável independente x da função objetivo *f(x)*, e o fenótipo é a variável dependente ou o valor da função *f(x)*, Alves (2002).

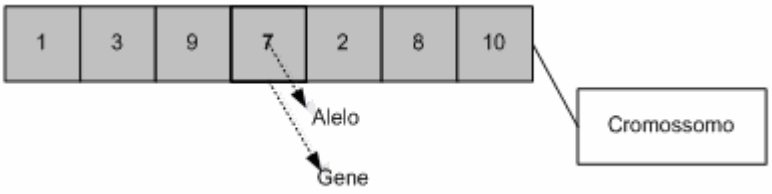

Figura 2.3-2 - cromossomo

Em AGs um cromossomo é uma estrutura de dados que representa uma das possíveis soluções do espaço de busca do problema, Pacheco (2000).

Nas aplicações práticas, a definição de um cromossomo ou individuo do problema é muito importante, pois cada cromossomo deverá ser uma possível solução do problema modelado por AGs. Este processo é chamado de codificação.

2.3.6. Operadores Genéticos

São os operadores genéticos que transformam a população através de sucessivas gerações, estendendo a busca até chegar a um resultado satisfatório. Um algoritmo genético padrão evolui, em suas sucessivas gerações, mediante o uso de três operadores básicos Shapiro (1999).

Ribeiro e Lorena (2004) define operadores genéticos da seguinte maneira:

A função dos operadores genéticos é criar novas soluções para o problema, possivelmente melhores, baseada na população atual de soluções. Assim, ao combinar duas soluções de qualidade, é aceitável imaginar que a solução gerada será de melhor qualidade, mais próxima da solução ótima, Nácul, Pilla *et al.* (2001).

De acordo com Giardini e Kalmár-Nagy (2005), os operadores genéticos combinam soluções existentes em novas soluções usando operadores do cruzamento, ou introduzem variações aleatórias, operadores de mutação, para manter a diversidade genética.

Em resumo, Operadores Genéticos são entidades que atuam diretamente, de forma aleatória, nos pares de cromossomos de uma geração, de maneira a trocar elementos (Genes) e passar as características para a geração de Cromossomos posterior.

2.3.7. Crossover

O operador genético crossover toma dois indivíduos e corta seus cromossomos em uma partição selecionada aleatoriamente, para produzir os segmentos anteriores e os posteriores; os posteriores realizam um intercâmbio para obter dois novos cromossomos. O operador crossover busca solução a partir do conhecimento dos indivíduos já existentes (*exploitation*), Alves (2002).

Pacífico (2005) afirma que o Crossover é o responsável pela recombinação genética durante a reprodução.

O operador de crossover é considerado a característica fundamental dos GAs. Pares de genitores são escolhidos aleatoriamente da população, baseado na aptidão, e novos indivíduos são criados a partir da troca do material genético. Os descendentes serão diferentes de seus pais, mas com características genéticas de ambos os genitores, Pacheco (2000).

Para Pullan (2001) todas as operações de Crossover são executadas no Fenótipo, selecionando um ou mais pontos de corte na representação geométrica dos indivíduos "pais". Os indivíduos "filhos" são construídos pela recombinação dos segmentos geométricos alternados dos indivíduos "pais".

Pode-se destacar alguns tipos usuais de crossoveres :

- **Crossover de um ponto (One Point Crossover)**

Corresponde a divisão do material genético dos pais em um ponto aleatório, para misturá-los e gerar um cromossomo filho;

- **Crossover de vários pontos (Mult-Point Crossover)**

É uma generalização da idéia de troca de material genético através de vários pontos de cruzamento;

- **Cruzamento Uniforme (Uniform Crossover)**

Cada gene do filho é criado através da copia de um gene dos pais, escolhido de acordo com uma máscara de cruzamento gerada aleatoriamente. Onde houver 1 na máscara de cruzamento, o gene correspondente será copiado do cromossomo do primeiro pai e onde houver 0 será copiado do cromossomo do segundo. O processo é repetido com os pais trocados para produzir o segundo descendente. Uma nova máscara de cruzamento é criada para cada par de pais;

- **Cruzamento Guloso (Greedy Crossover)**

É especialmente utilizado no problema do caixeiro viajante, pois garante, após a realização do cruzamento, a não repetição dos genes no cromossomo resultante, ou a não repetição de uma mesma cidade na rota do caixeiro viajante;

- **Partially Mapped Crossover – PMX**

De acordo com Maury Meirelles Gouvêa Jr. (2005), afirma que o PMX consiste em copiar um segmento escolhido aleatoriamente do primeiro pai para o filho. Entretanto, a fase seguinte efetua um procedimento diferente devido à necessidade de transmitir ao filho a informação referente à ordem relativa dos elementos restantes, obtidos do segundo pai. Seu funcionamento é descrito a seguir:

1. Escolhe-se dois pontos de cruzamento e efetua a cópia do segmento localizado entre eles, do primeiro pai (P1) para o primeiro filho.
2. A partir do segundo ponto de cruzamento, copia os elementos restantes (ainda não copiados) do segundo pai (P2) para o primeiro filho, obedecendo a ordem em que eles aparecem em P2.
3. Cria o segundo filho de maneira análoga, trocando P1 por P2 nas regras acima. Para maiores detalhes Goldberg e Lingle (S/A).

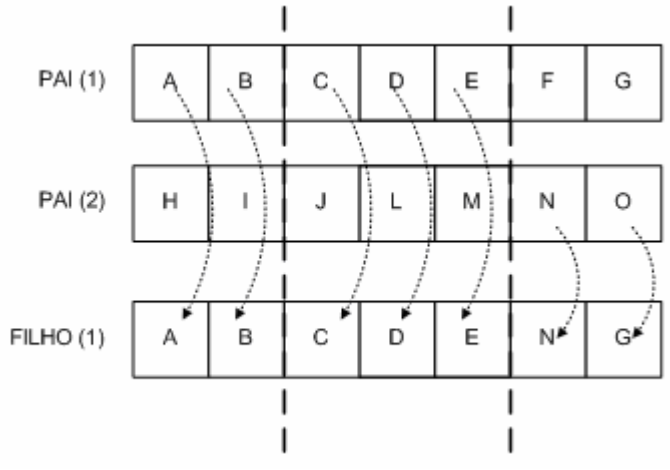

Figura 2.3-3 - Crossover PMX

- **PBX**

Pontos de cruzamento são selecionados aleatoriamente e a posição dos elementos selecionadas no Pai(2) é imposto ao Pai(1) como segue esquema explicativo. Para maiores detalhes ver Wen e Eberhart (2002)

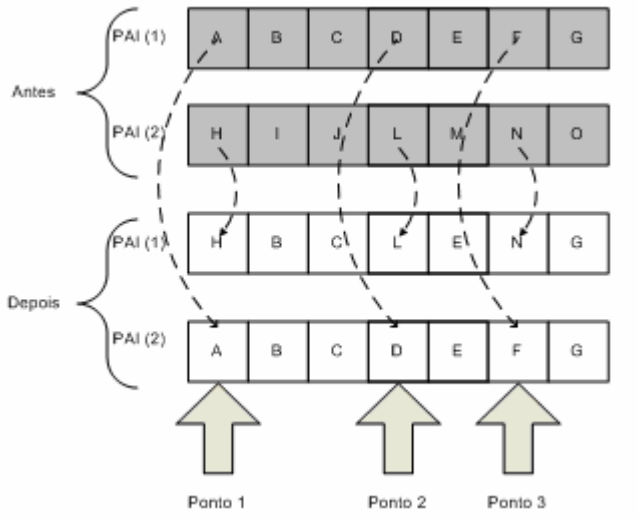

Figura 2.3-4 - Crossover PBX

- **OBX**

Para este crossover são realizados transferências de genes entre Pai(1) e Filho(1) , Pai(2) e Filho(2) como esta apresentado esquematicamente.

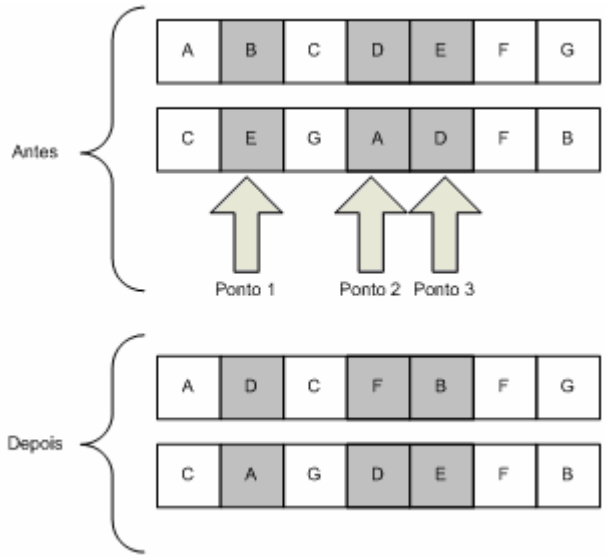

Figura 2.3-5 – Crossover OBX

- **APBX**

Este operador é mostrado esquematicamente pela figura 5.6 e é bastante similar ao PBX. No APBX, o crossover PBX é realizado normalmente para as posições entre a cidade de partida e

chegada (cidade 0). A última posição correspondente ao número de cidades a visitar, entretanto, é determinada aleatoriamente entre os limites [n1-alfa; n2+alfa], onde n1 é a ultima posição do Pai (1) e n2 é a última posição do Pai(2) e alfa é um parâmetro aleatório definido entre 0 e *N*.

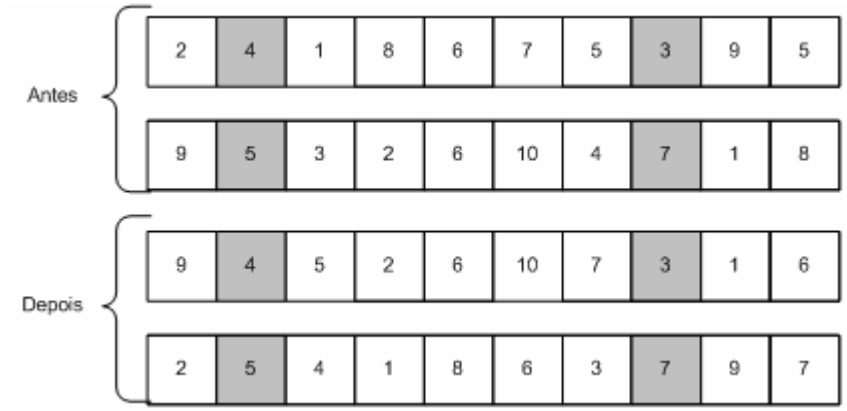

Figura 2.3-6 – Crossover APBX

2.3.8. Mutação

O operador de mutação introduz mudanças aleatórias às estruturas em uma população trocando um símbolo em uma estrutura com probabilidade ou taxa de mutação (*Prob_Mut*). Por exemplo, se *Prob_Mut* é 0,01, então a cada geração existe uma chance de 1% que uma estrutura da população seja alterada pela troca de um de seus símbolos. Esse operador possui o efeito de aumentar a diversidade da população, ou seja, evita que as estruturas tornem-se muito homogêneas. O aumento na diversidade das estruturas permite reduzir a possibilidade de convergência prematura, Lopes (1995).

O swap Mutation (ou Order-Based Mutation) foi utilizado como operador de mutação, o qual consiste em selecionar aleatoriamente duas posições do cromossomo e trocá-las.

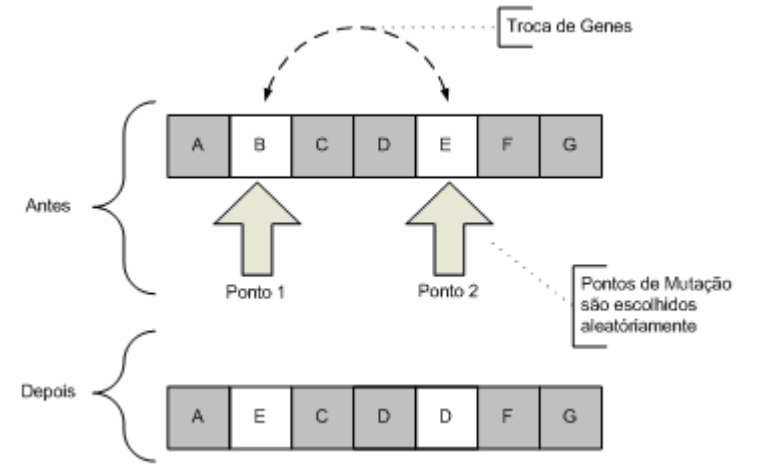

Figura 2.3-7 – Swap mutation

2.3.9. Seleção

De acordo com Pacheco (2000), o processo de seleção dos indivíduos nos AGs é feita a partir da aptidão dos indivíduos para reprodução. Indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de reprodução (P_i) como segue:

$$P_i = \frac{f_i}{\sum_{i=1}^{N} f_i}$$

Equação 2.3.1

Onde N é o número de indivíduos da população e $\boldsymbol{f_i}$ *é a aptidão de cada indivíduo.*

O método da roleta consiste em associar a cada cromossomo um pedaço da roleta (ou setor) de tamanho proporcional à sua função de avaliação.

A seleção é feita da seguinte forma:

1. Sorteia-se um número entre 0 e a soma das funções de avaliação.
2. Soma-se, em qualquer ordem, o valor do setor alocado de cada cromossomo.
3. O cromossomo cujo setor fizer esta soma ultrapassar o número sorteado será o cromossomo escolhido.

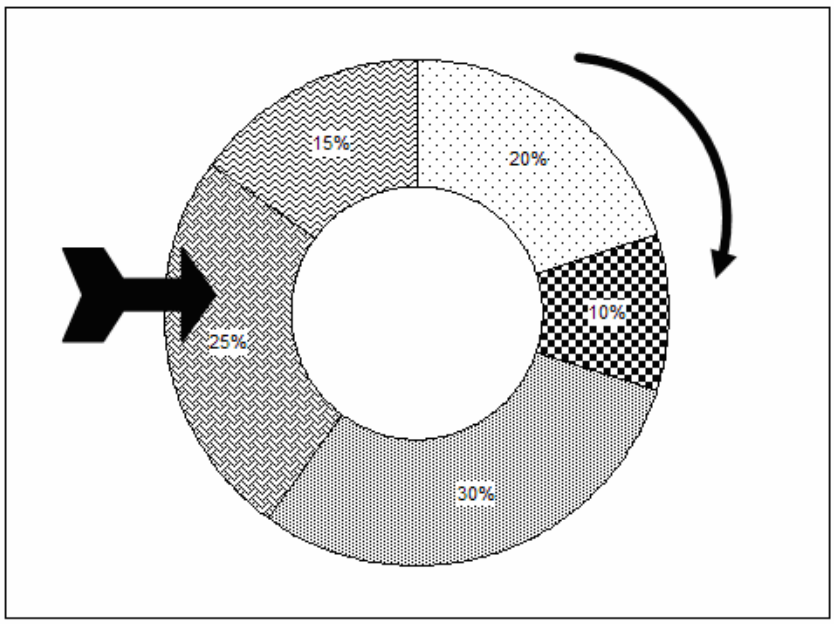

Figura 2.3-8 – Método da Roleta

2.3.10. Função Avaliação

De acordo com Catarina, Opazo *et al.* (2002), na resolução de Problemas de Otimização Combinatória (POCs), sujeitos a restrições, os AGs devem avaliar se um indivíduo da população pertence ao espaço de busca. No caso afirmativo, seu *Fitness* é calculado e, sendo um bom indivíduo, estará apto a participar do processo evolutivo. No caso negativo em que o indivíduo viola uma ou mais características do espaço de busca onde esta inserido, este indivíduo é penalizado e como conseqüência poderá deixar de pertencer a população que esta sendo avaliada, por tanto, deixa de ser uma solução viável e não terá mais seu *Fitness* avaliado, ou seja, deixará de evoluir para um ótimo.

Pode-se definir o *Fitness* de cada indivíduo da população como:

$$W = \sum_{i=1}^{N} w_i \quad \textbf{onde} \quad 0 < N \leq N_{Max}$$ **Equação 2.3.2 - Fitness**

O objetivo é maximizar a soma total dos prêmios coletados pelo caixeiro conforme equação 5.2.

Enquanto *Fitness penalizado* é dado por:

$$W_P = \sum_{i=1}^{n}(W_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij}) - \sum Violações_\Delta T - \sum Violações_\Delta S - \sum Violações_R(d)$$

Equação 2.3.3- *Fitness penalizado*

$\sum_{i=1}^{N} w_i$ - Prêmio coletado no percurso que esta sendo avaliado.

$\sum Violações_\Delta T$ - o percurso excedeu o tempo máximo designado para a tarefa.

$\sum Violações_\Delta S$ - o percurso excedeu a distancia máxima designada para a tarefa.`

$\sum Violações_R(d)$ - a confiabilidade calculada no final do percurso realizado é menor que a confiabilidade designada no inicio da missão.

** *As penalidades são proporcionais aos valores excedidos, quanto maior é o excessa mair será a violação.*

Ao final do processo de otimização pretende-se que o *Fitness Penalizado* seja aproximadamente igual ao *Fitness* e que o somatório de todas as violações (tempo máximo, distância máxima e confiabilidade) tenda a zero.

3. O MODELO PROPOSTO.

O PCV com confiabilidade é um problema de otimização combinatória baseado em modelos já discutidos na literatura que são chamados de problema do caixeiro viajante. Em particular, dois PCVs tem maior importância para a formulação proposta neste trabalho, o PCV com coleta de Prêmios e o PCV com tempos estocásticos.

O presente trabalho propõe um modelo baseado na união destas duas formulações mais o acréscimo de uma restrição que modela a confiabilidade do caixeiro viajante fornece uma visão muito mais realista. Nos modelos pesquisados a meta é otimizar uma função objetivo sujeita a uma série de restrições determinísticas e estocásticas, que limitam o desempenho do caixeiro viajante em relação ao seu objetivo.

Neste trabalho, diferentemente dos outros modelos propostos, o caixeiro não é totalmente confiável, pois existe uma função confiabilidade associada a ele. Esta função reflete a possibilidade de um determinado roteiro falhar, mesmo que todas as outras restrições não sejam violadas. Pode-se dizer que existe uma probabilidade de um roteiro não ser realizado mesmo que todas as restrições estejam satisfeitas. Outro ponto importante é frisar que o número de localidades visitadas a cada roteiro gerado é aleatório. Por este motivo, o modelo não poder resolvido como um Problema de Programação Linear (PPL).

3.1. Caixeiro viajante com confiabilidade como um PPM

$$\text{Max} \quad \sum_{i=1}^{n}(W_i \sum_{j=1}^{n} x_{ij})$$

Equação 3.1- função objetivo

$$\text{s/a} \quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cdot t_{ij} \le \Delta T, \\ &\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} X_{ij} \cdot d_{ij} \le \Delta S \\ &R(d) \ge R_0 \\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{J=1}^{N} X_{ij} \le N \\ &X_{ij} \in \{0,1\} \end{aligned}$$

Onde, X_{ij}- Variável dicotômica inteira que pode assumir valor igual a zero se o trecho não for percorrido e um ao contrário.

Equação 3.2

Pode-se observar que no problema do caixeiro viajante com confiabilidade, mesmo que cada restrição seja linear ou possa ser linearizada, não se poderia empregar um método de

Programação Linear como o Simplex para resolvê-lo de forma exata, pois, como o problema é classificado como *NP-díficil*. O tempo para a resolução poderia tender a valores excessivamente grandes, por isso os métodos heurísticos ou meta-heuristicos foram imediatamente utilizados.

Ressaltando o aspecto combinatório do problema, herdado do PCV clássico, serão usados os AGs para modelar o PCV com Confiabilidade, uma vez que esses métodos têm mostrado um desempenho satisfatório quando aplicados a problemas fortemente combinatórios.

3.2. CAIXEIRO VIAJANTE COM CONFIABILIDADE POR AGs.

Nesta seção serão descritos alguns conceitos e estruturas utilizadas em Algoritmos Genéticos para modelar o PCV com confiabilidade.

3.2.1. Modelagem do cromossomo

A representação do PCV em algoritmos genéticos é realizada através de uma codificação por permutação, típica de problemas que envolvem ordenação. Cada indivíduo (possível solução para o problema) é representado por um cromossomo formado por uma seqüência de números inteiros, onde cada número refere-se a uma localidade a ser visitada pelo caixeiro viajante e a ordem dos números indica a ordem das visitas. Por exemplo, o indivíduo abaixo deve passar primeiro pela cidade 2, seguir para a três e assim sucessivamente até atingir a 5.

2	3	7	1	4	6	5

Figura 3-1 – cromossomo básico

Para este trabalho, entretanto, é considerado que o caixeiro não deve passar necessariamente por todas as cidades e que ele deve obrigatoriamente partir de uma determinada localidade e retornar a esta mesma. Dessa forma, é proposto um cromossomo que possui a primeira e penúltima posição igual à cidade de origem (cidade 0), e a última posição informa o tamanho do indivíduo que correspondente ao número de cidades visitadas pelo caixeiro.

Por exemplo, conforme a figura 7.2, o indivíduo passará apenas pelas primeiras 5 cidades: deverá iniciar na cidade 0, seguindo para *2, 4, 1, 8 e 6* e retornar à cidade *0.*

Cada uma das localidades está relacionada a um prêmio. A função objetivo a ser maximizada é, então, dada pelo somatório dos prêmios referente às cidades visitadas.

2	4	1	8	6	7	5	3	9	5

Figura 3-2 – Cromossomo proposto

A partir do cromossomo proposto, os operadores de mutação e recombinação genética (crossover) foram adaptados e implementados. O operador de mutação utilizado foi o swap Mutation ou Order-Based Mutation, ver Valenzuela (2001).

Para o operador de recombinação genética, tomou-se por base, inicialmente, o *Position-Based Crossover* (PBX) que enfatiza a preservação da posição do gene no cromossomo e é apontado por ser o de melhor desempenho entre os aplicados a problemas de permutação, superando, inclusive, os operadores *Order Crossover, Partially Mapped Crossover* (PMX) e *Cycle Crossover* (CX). Ver Valenzuela (2001).

Neste trabalho, porém, foi necessário realizar alterações ao PBX para torná-lo adequado à codificação proposta, criando-se assim o *Adapted Position Based Crossover* (APBX).

Por se tratar de um problema com restrições, foi utilizada uma penalização dinâmica dos indivíduos. O operador de seleção utilizado foi o torneio e, para a substituição, o *Elitism Replacement*. Ver Chambers (2001).

3.3. O MODELO PROPOSTO

Esta seção destina-se a descrever o modelo adotado, assim como seus parâmetros, suas entradas e saídas.

3.4. PARÂMETROS DO MODELO

Os parâmetros do modelo correspondem a dados que não serão modificados ao longo das análises a serem realizadas e que fazem parte do caso de estudo que será comentado a seguir.

- **Matriz de Tempos**

Os elementos de tempo considerados no presente trabalho são os tempos gastos para visitar cada localidade a partir da origem e também de uma localidade "i". Para uma localidade "j".

$$[T_{IJ}]=\begin{bmatrix} 0 & T_{01} & T_{02} & . & . & . & . & . & T_{0N} \\ T_{10} & 0 & & & & & & & . \\ T_{20} & & 0 & & & & & & . \\ . & & & . & & & & & . \\ . & & & & . & & & & . \\ . & & & & & . & & & . \\ . & & & & & & . & & . \\ . & & & & & & & . & . \\ T_{N0} & . & . & . & . & . & . & . & 0 \end{bmatrix}$$

Equação 3.3 - Matriz de Tempos

Deve-se destacar que a matriz de tempo satisfaz a seguinte relação $T_{ij}=T_{ji}$, ou seja, a matriz de tempos é simétrica.

- **Matriz de distâncias**

A matriz de distâncias é única e representa as distâncias geográficas entre cada localidade, sendo que esta matriz é estática, ou seja, existe apenas uma distância entre a localidade "i" e a localidade "j". A matriz de distância satisfaz a seguinte propriedade $d_{ij}=d_{ji}$, portanto, simétrica.

$$[D_{IJ}]=\begin{bmatrix} 0 & d_{01} & d_{02} & . & . & . & . & . & d_{0N} \\ d_{10} & 0 & & & & & & & . \\ dd_{20} & & 0 & & & & & & . \\ . & & & . & & & & & . \\ . & & & & . & & & & . \\ . & & & & & . & & & . \\ . & & & & & & . & & . \\ . & & & & & & & . & . \\ d_{N0} & . & . & . & . & . & . & . & 0 \end{bmatrix}$$

Equação 3.4 – Matriz de distâncias

- **Vetor de Prêmios**

Para o vetor de prêmios tem-se uma estrutura simples de premiação. É assumido que todos os prêmios são não-negativos (lucro) e que são determinados de forma externa. Não menciona-se qualquer regra para a composição deste prêmios neste trabalho.

Os prêmios utilizados são meramente ilustrativos, servindo de parâmetros de entrada para o modelo. A falta de métrica para a composição dos prêmios não descarta sua importância para o presente trabalho. Ao contrário, a maximização de seu somatório é o objetivo deste modelo. Apenas coloca-se que a criação de qualquer métrica de bonificação, por distância percorrida de "i" para "j", tempo utilizado ou qualquer outro critério que se possa usar, não faz parte deste escopo e fica como sugestão de pesquisa para futuros trabalhos.

$$[W_i] = [w_1 \quad w_2 \quad w_3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad w_n]$$ **Equação 3.5 - Prêmios**

Nota-se que para cada "w_i" tem-se uma localidade "n_i" correspondente, ou seja, existe um premio "w_i" associado a cada localidade independente da distância ou tempo, o que bastante coerente com o objetivo do modelo.

3.5. DADOS DE ENTRADA

Os dados de entrada são dados que podem ser modificados para realizar as análises necessárias para o entendimento do funcionamento do modelo.

- **Confiabilidade Mínima**

Dificilmente em logística vê-se qualquer modelo que leve em consideração a confiabilidade de um equipamento, mesmo sabendo-se que todos são passíveis a falhas e a maior parte podem ser reparados. A confiabilidade, neste modelo, reflete que, ao contrario da maioria das modelagens do PCV, o caixeiro não é infalível. Ao contrário, existe uma taxa de falha associada a sua operação, e por tanto deve-se considerar a probabilidade do cumprimento da missão designada pelo modelo. Para tanto, foi imposta uma confiabilidade mínima residual aceitável R_0 ao final do percurso escolhido pelo caixeiro e considera-se que o veículo em questão é tão bom quanto um novo.

Para a restrição de confiabilidade foi adotado o modelo da distribuição de probabilidade exponêncial. Comumente o parâmetro "λ", ou taxa de falha, é utilizado como tempo médio até a falha, contudo, utilizou-se a distância média percorrida em quilômetros até a falha, como parâmetro da distribuição exponêncial no modelo adotado.

Sua taxa de falha e sua PDF são, respectivamente:

$$\lambda = \frac{1}{dis\tan cia_média_até_a_falha}$$

Equação 3.6 – taxa de falha

$$f(d) = -\lambda e^{-\lambda d}$$

Equação 3.7 – densidade de probabilidade

A distribuição exponêncial foi utilizada apenas pela conveniência e simplicidade de tratamento. Contudo, o modelo proposto é flexível para levar em consideração outros modelos probabilísticos para o processo de falha do caixeiro viajante.

- **Distância Máxima**

A distância máxima é outro dado de entrada importante. Em um caso real esta distância pode ser obtida de diversas formas, comumente, em logística, é função da autonomia do veículo, ou seja, o consumo de combustível multiplicado pela capacidade do reservatório de combustível do veículo.

Em logística, geralmente as restrições de distância tem haver com o tipo de veículo usado para realizar as operações e com as condições de trafego dos roteiros. Contudo, neste trabalho é considerada uma distância máxima compatível com a soma das distâncias entre cada localidade, com o objetivo do modelo gerar rotas viáveis.

Para este trabalho considera-se que a distancia máxima é a soma das distancias entre a origem e cada localidade visitada.

- **Tempo Máximo do Percurso**

Em virtude da matriz de tempos não variar durante a execução do algoritmos, o tempo máximo atua no problema como limitador do espaço de busca das soluções. A soma de todos os tempos utilizados para percorrer o roteiro ótimo não deve ultrapassar o tempo máximo fornecido na entrada de dados.

O estabelecimento do valor para o tempo máximo pode ser entendido com a esperança do somatório dos tempos utilizados para visitar cada localidade separadamente a partir da origem.

3.6. DESCRIÇÃO DO CASO DE ESTUDO

Considere que uma empresa de prestação de serviços em logística, esta empresa deverá realizar diversas coletas de materiais em diversos clientes disponíveis e por cada coleta de materiais é coletado um prêmio ***wi*** diferente de zero .

Cada cliente dispõe de outras empresas prestadoras de serviços logísticos que pederam desempenhar atividades semelhantes as propostas nesta empresa caso a mesmo não consiga cumprir os compromissos de acordo com especificações dos clientes.

Cada uma dessas localidades têm sua posição bem definida (vias de acesso), ou seja, existe uma noção razoável de quanto tempo leva-se para sair de qualquer localidade e chegar em outra qualquer entre as nove, em condições normais. Digamos ainda que todas as distâncias sejam conhecidas com razoável precisão.

O tempo para tomar a decisão de que clientes coletar é razoavelmente curto e a decisão a tomar deverá ser baseada em que coletas deve se realizar a cada dia, uma vez que cada cliente deverá cadastrar esta coleta com um certo tempo de antecedência que viabilize os trâmites administrativos/operacionais da empresa em questão.

A organização deseja definir, respeitando certos limites operacionais, qual o melhor roteiro comercial para ser estabelecido entre as cidades citadas, de maneira que não exista a obrigatoriedade de se estabelecer negócios com todas já que se uma coleta não poder ser realizada a empresa em questão poderá declinar do prazo ou, até mesmo do negócio com aquele cliente naquele momento. Deseja-se encontrar a rota que maximize a soma dos lucros/ prêmios coletados em cada cliente/localidade visitada usando-se para percorrer esta rota apenas um veículo modelado neste problema por sua confiabilidade.

Para elaborar um caso concreto para ilustrar o problema, usou-se como fonte o site do Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transporte – Dnit (2007) para obter distâncias reais entre algumas cidades brasileiras, as quais encontram-se relacionadas na Figura 9.1. Conforme o mapa abaixo, foram escolhidas as cidades de Belo Horizonte, Brasília, Campo Grande, Cuiabá, Curitiba, Goiânia, Rio de Janeiro, São Paulo e Vitória. Tomou-se de maneira meramente ilustrativa, a cidade de Belo Horizonte como origem das operações. As seguintes hipóteses são adotadas:

- Supõe-se que apenas um veículo seja capaz de atender todas as cidades em um único roteiro;
- Sabe-se que a rota escolhida não deve violar as restrições de tempo, distância e confiabilidade impostas pelas regras de negócio criadas aqui com o intuito de exemplificar o modelo proposto de forma ilustrativa;

- Sabe-se que a rota estabelecida é fixa e poderá ser utilizada, repetidas vezes, até que as variáveis ou parâmetros do modelo sejam modificados pela intervenção da empresa de logística ou dos clientes em questão.

Figura 3.6-1 - Localidades Disponíveis

A matriz de tempo utilizada foi a seguinte:

- **Tempos mais freqüentes ou esperados**

Estes tempos são baseados em uma velocidade média operacional de aproximadamente 40 km/h que é considerada uma boa média para carga rodoviária.

Matriz dos Tempos Mais Frequentes								
0,00	17,90	36,33	39,85	25,10	22,65	10,85	14,65	13,10
17,90	0,00	28,35	28,33	34,15	5,23	28,70	25,38	30,98
36,33	28,35	0,00	17,35	24,78	23,38	36,10	25,35	47,30
39,85	28,33	17,35	0,00	41,98	23,35	50,43	40,35	52,98
25,10	34,15	24,78	41,98	0,00	29,65	21,30	10,20	32,50
22,65	5,23	23,38	23,35	29,65	0,00	33,45	23,15	35,70
10,85	28,70	36,10	50,43	21,30	33,45	0,00	10,73	13,03
14,65	25,38	25,35	40,35	10,20	23,15	10,73	0,00	22,05
13,10	30,95	47,30	52,98	32,50	35,70	13,03	22,05	0,00

Tabela 3.6.1 – Tempos freqüentes

- **Prêmios Utilizados**

Para o vetor de prêmios foram usados o seguintes valores:

Numero	Localidade	Prêmio
0	BELO HORIZONTE	0,00
1	BRASÍLIA	2685,00
2	CAMPO GRANDE	6175,25
3	CUIABÁ	7970,00
4	CURITIBA	3765,00
5	GOIÂNIA	2265,00
6	RIO DE JANEIRO	2170,00
7	SÃO PAULO	2197,50
8	VITÓRIA	1965,00

Figura 3.6-2 – Vetor de Prêmios

- **Entradas para o Caso de Estudo**

Como foi definido anteriormente o complemento da confiabilidade mínima (R_0) pode ser entendido como a probabilidade do veículo falhar ao final da rota designada pelo modelo.

O inverso da taxa de falhas fornece uma idéia de quantos quilômetros em média o veículo deve rodar até falhar (MKTF- Mean Kilometers To Failure). Na área de logística, geralmente esta média está associada com o modelo e a idade do veículo em questão.

R_0	0,95
λ	0,000010
D_{MAX}	5.500,00
T_{MAX}	90,00

Tabela 3.6.2 – Parâmetros do modelo para caso de estudo

Tamanho da População	1000
Numero de rodadas de Simulaçào	20
Probabilidade de Crossover	0,95
Probabilidade de Mutação	0,01

Tabela 3.6.3 – Parâmetros de AG

4. SIMULAÇÃO

Nesta seção serão exibidos os resultados da simulação do modelo e a interpretação dos mesmos.

4.1. Resultados da Simulação

Segue abaixo a resposta do modelo de acordo com os parâmetro fixados no caso de estudo:

MELHOR CASO	27.227,75
CASO MÉDIO	23.209,25
PIOR CASO	21.265,25
DESVIO PADRÃO	1.307,30

Tabela 4.1 – Resultados quantitativos

Folgas	Valor
Tempo	2,45
Distância	685,00
Confiabilidade	0,003

Tabela 4.2 - Folgas

Para os dados fixados, observando as folgas da tabela 10.3, nota-se que o modelo foi capaz de achar um ponto de máximo sem violar as restrições de tempo, distância e confiabilidade, por isso a resolução do modelo é valida.

A partir da tabela 10.3 pode-se observar o resultado de forma qualitativa, uma vez que esta fornece a seqüência que o caixeiro deverá fazer suas visitas. É importante frisar que a rota inversa é válida, pois a matriz de tempos e distâncias associadas ao problema são simétricas.

A figura 10.1 fornece a visualização da rota percorrida pelo caixeiro viajante, ou seja, é forma apontada como ótima pelo modelo, a qual poderia servir de suporte a uma decisão estratégica de uma empresa uma vez que sem o apoio de um modelo válido, uma decisão baseada apenas nos sentimentos dos gestores poderia ter efeitos catastróficos sobre o desempenho financeiro de uma determinada empresa.

Uma das conseqüências importantes da modelagem é a flexibilidade da análise de novos cenários, antes mesmo deles se configurarem na realidade.

	CIDADES	ORDEM
0	BELO HORIZONTE	0
1	BRASÍLIA	6
2	CAMPO GRANDE	4
3	CUIABÁ	5
4	CURITIBA	3
5	GOIÂNIA	7
6	RIO DE JANEIRO	1
7	SÃO PAULO	2
8	VITÓRIA	

Tabela 4.3 – Resultados Qualitativos.

Figura 4-1 – Rota ótima encontrada na simulação.

4.2. Interpretação dos Resultados no ponto de vista de Gestão Logística

Do ponto de vista de logística, pode-se entender que, dadas as condições operacionais de uma empresa, existe um caminho entre as cidades apresentadas que fornecerá a maior coleta de prêmios, ou seja, o maior lucro.

Num cenário onde o número de possibilidades a ser analisadas é muito grande e o tempo disponível para a tomada de decisão é escasso, pode-se entender a solução do PCV com confiabilidade como uma forma de escolha de que rota tomar, ou mesmo, de que clientes

atender, para que o lucro de todas as transações disponíveis seja maximizado para determinado cenário.

Nota-se ainda que diante das condições relativas a conservação, idade ou qualidade de manutenção de seu(s) veículo(s) estão relacionadas diretamente com o valor de sua taxa de falha, é inviável atingir melhores lucros de acordo com o cenário operacional e comercial apresentado, em outras palavras, sem a violação das restrições.

É importante comentar que 1 das 9 cidades não foram incluídas no roteiro ótimo. Aparentemente isso pode ser interpretado como uma perda de lucros, pois existe lucros a serem coletados. No entanto, o modelo não realizou o lucro máximo (somatório de todos os prêmios disponíveis).

A explicação para este fato reside no cenário adotado, pois nele estão implícitos a capacidade operacional da empresa (representada pela confiabilidade do caixeiro viajante e distância máxima), enquanto que, por outro lado, as restrições mercadológicas se manifestam no prazo máximo para cumprir as transações e na confiabilidade.

O número de cidades não atendidas também pode representar uma medida do potencial de penetração da rota ótima, fornecida pelo modelo. No caso de estudo o modelo sugere o atendimento de 8 das 9 cidades, com isso temos um valo de aproximadamente 89% dos negócios seriam realizados.

A sensibilidade da empresa ao risco pode ser exibida através da probabilidade máxima de insucesso ao final da rota ótima que é de 5%, como mostrado na relação abaixo:

$$\text{Probabilidade de Insucesso} = 1 - R_0 = 1 - 95\% = 5\%$$ **Equação 4.1**

Como conseqüência, os clientes que não forem atendidos pela empresa, serão atendidos por suas concorrentes gerando um impacto direto: o aumento da competitividade do mercado. Como plano de ação após a exibição e interpretação dos resultados do modelo deve-se se traçar quais as medidas a serem adotadas, afim de atingir as duas localidades não visitadas e coletar esses prêmios, se isso "compensar" e estiver no foco estratégico da empresa.

Ainda como contribuição do modelo, além do aspecto de otimização de lucros, tem-se o resultado permite um processo de priorização dos esforços de ordem operacional e comercial diretamente para as localidades que geram melhores retornos para a organização.

Note que ainda a análise das folgas das restrições permite ao gestor de logística elaborar medidas afim de alavancar os lucros. Neste contexto, como a menor folga registrada se refere a confiabilidade, a política a ser adotada recairia diretamente sobre confiabilidade do veículo. Assim, entre as medidas a serem tomadas para a melhora da confiabilidade residual poder-se-ia destacar a melhoria da qualidade de manutenção (procedimentos e sistemática) ou mesmo a aquisição de veículos com melhor capacidade operacional.

5. CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O problema do caixeiro viajante com confiabilidade (PCV com Confiabilidade) representa um tentativa compor um cenário apropriado, para problemas de otimização de roteiros. Através do acréscimo de uma restrição de confiabilidade ao quadro de restrições do problema, pode-se estudar sobre o desempenho do problema diante, de condições de incerteza.

5.1. Suposições Adotadas

O modelo do PCV com confiabilidade, resolve basicamente o problema onde se têm um número finitos de localidades e, a elas associamos prêmios que representam o lucro de cada visita. Então dadas as restrições operacionais e mercadológicas de uma determinada prestadora de serviços (tempo, distância e confiabilidade), pergunta-se:

"*Qual é a rota que um gestor deve escolher que maximize os lucros, dadas as restrições impostas no modelo?*"

Adota-se como suposições para problema, que o caixeiro viajante é composto por um único veículo, que as distâncias entre cada localidade são simétricas (ex: distância da localidade A para a B é igual a distância da localidade B para a A) e conhecidas, que os tempos entre localidades também são simétricos (ex: análogos às distâncias) e que existe uma restrição de confiabilidade, em função da distância percorrida *R(d,)* que é modelada através de uma distribuição exponêncial.

É importante citar que enquanto, a maioria dos PCVs ,fazem a escolha da melhor rota baseados em um número fixo de localidades a atender. No PCV com confiabilidade o número de localidades a visitar não é pré-definido. Sendo determinado por suas restrições.

5.2. PCV com confiabilidade quantificado via GA

O modelo proposto foi, inicialmente concebido como um PPM, ver subseção 6.1, onde foram definidas sua função objetivo e as restrições do problema baseado nos modelos citados na subseção 3.3. A partir deste passo, considerando que o problema pertence a categoria dos *NP-difícil*, utilizou-se de elemento de AGs para fazer a quantificação do modelo.

O primeiro elemento de AGs adaptado para o problema, foi o cromossomo devido a sua importância crucial para o modelo. Depois de diversas análises e *brainstorms* notou-se que as aplicações de AGs para resolver os modelos existentes de PCV não serviam para o

PCV com confiabilidade, pois o número de localidades a ser visitadas era uma variável aleatória de saída do problema. Contudo o problema foi contornado através de adaptações na modelagem do cromossomo, que é descrito na subseção 7.1.

Outro elemento de AGs adaptado para o problema, foi o crossover, que foi adaptado do modelo PBX como é descrito na subseção 7.1. com esses elementos foi possível a implementação e resolução do PCV com confiabilidade via AGs.

5.2.1. Resumo dos resultados obtidos

Após a resolução artesanal de casos com o número de cidades menor e a confirmação da resposta ótima pelo modelo adotado, podemos valida-lo usando utilizando como justificativa a indução. Se o modelo resolve o problema para casos com o número menor de localidades então o mesmo deve resolver para um número maior.

Para a distância total, o valor disponível foi de 5500,00 e a folga de sua restrição foi de 685,00, para o tempo total, o valor disponível foi de 90,00 e a folga de sua restrição foi de 2,45 e por fim a confiabilidade mínima requerida ao final do percurso foi de 0,95 e a folga de sua restrição revelou o valor de 0,003.

Pode-se notar nos valores acima, que para este caso, menor folga ocorreu na confiabilidade, seguida pelo tempo e distância.

Os valores para função objetivo são: prêmio da melhor rota é de 27.227,75, da pior rota é 21.265,25, em media 23.209,25 com o desvio padrão de 1307,30, com no máximo 7 cidades atendidas. Os resultados foram obtidos para 20 rodadas de simulação.

Os resultados acima são podem ser interpretados sobre vários contextos:

- Tem-se o valor ótimo e a rota sugerida como suporte a tomada de decisão para o gestor.
- Tem-se o nível percentual de penetração da solução sugerida no espaço de possíveis clientes, no caso 89%.
- Tem-se, através da folgas. Qual dos recursos foi o mais escasso de acordo com o cenário proposto.

5.3. Futuros Trabalhos.

O modelo do PCV com confiabilidade, poderia se ampliado para uma abordagem de múltiplos caixeiros simultâneos, onde cada um teria sua função confiabilidade associada e uma possibilidade de ser reparado, caso falhasse.

A modelagem da confiabilidade de cada caixeiro poderia ser modelada com distribuições de probabilidade mais realistas. E, ir além, considerar que o caixeiro, na verdade, é formado por um conjunto de homem e máquina (motorista mais veículo) e incluir elementos de confiabilidade humana ao modelo.

Ainda como sugestão, cada elemento da matriz de tempos deveria ser relacionado uma distribuição de probabilidade. Como conseqüência, hora ter-se-ia tempos mais pessimistas para algum trecho, hora tempos mais otimistas, os quais poderiam ser utilizados para partes da mesma rota, fazendo com que os resultados descrevessem o comportamento dinâmico da realidade de forma mais fiel.

BIBLIOGRAFIA

Aloise, D. J. e J. S. D. Cruz. Teoria dos Grafos e Aplicações. Natal: Centro de Ciências Exatas e da Terra, Departamento de Informática e Matemática Aplicada - Universidade Federal do Rio Grande do Norte. 2007 2001.

Alves, A. C. *ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADOS AO PLANEJAMENTO DA DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA EM CURITIBA E REGIÃO METROPOLITANA*. (Dissertação). Programa de Pós-Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia da Universidade Federal do Paraná., Universidade Federal do Paraná., Curitiba, 2002. 110 p.

Balaprakash, P. *Sampling and Racing Techniques for the Probabilistic Traveling Salesman Problems*. IRIDIA, Institut de Recherches Interdisciplinaires et de D´eveloppements en Intelligence Artificielle, Universit´e Libre de Bruxelles. Bruxelles. 2005. (2005-028)

Balas, E. *The Prize Collecting Traveling Salesman Problem and Its Applications,*. Management Science Research Report,. 2001. (MSRR-664)

Barbetta, P. A., M. M. Reis*, et al. Estatística para cursos de Engenharia e Informática*. São Paulo: editora Atlas, v.1. 2004. 410 p.

Belfiore, P. P., O. L. D. V. Costa*, et al.* Problema de Estoque e Roteirização com Demanda Determinística e Estocástica: Revisão da Literatura. *XII SIMPEP*. 2005.

Bowersox, D. J., D. J. Closs*, et al. SUPPLY CHAIN LOGISTICS MANAGEMENT*. New York, NY: McGraw-Hill~lwi, v.1. 2002

Campello, R. E. e N. Maculan. *Algoritmos e Heurísticas – Desenvolvimento e Avaliação de Performance*. Niterói, RJ: Editora da Universidade Federal Fluminense (EDUFF). 1994

Carvalho, L. S. D. Modelagem e simulação: poderosa ferramenta para a otimização de operações logísticas. *BAHIA ANÁLISE & DADOS*. 13 267-274 p. 2003.

Catarina, A. S., M. A. U. Opazo*, et al.* Utilização de um algoritmo genético na otimização do lucro de uma propriedade agrícola. *Acta Scientiarum*. v. 24**:** 1473-1480 p. 2002.

Cerqueira, F. R. e G. L. Cravo. METAHEURÍSTICA COLÔNIA DE FORMIGAS APLICADA AO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE. *Educação e Tecnologia*. 2 2006.

Chambers, L. *The Practical Handbook of GENETIC ALGORITHMS*: CHAPMAN & HALL/CRC. 2001. 535 p.

Chaves, A. A. *Modelagens Exata e Heurística para Resolução do Problema do Caixeiro Viajante com Coleta de Prêmios*. (MONOGRAFIA). 2003.

_____. *HEURÍSTICAS HÍBRIDAS COM BUSCA ATRAVÉS DE AGRUPAMENTOS PARA O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM COLETA DE PRÊMIOS*. (Dissertação). Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2005. 68 p.

Chaves, A. A., F. Biajoli, *et al.* METAHEURÍSTICAS HÍBRIDAS PARA RESOLUÇÃO DO PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM COLETA DE PRÊMIOS. *Revista Produção* 2006.

Christofides, N., Ed. *The Travelling Salesman Problem*. Combinatorial Optimization, Combinatorial Optimizationed. 1979.

Costa, F. V., F. S. Vidal, *et al.* Resolvendo o Problema do Caixeiro Viajante Utilizando Algoritmos Genéticos. *Anais do V Encontro de Estudantes de Informática do Tocantins. Palmas, TO*. 2003.

Cunha, C. B. D. Aspectos Praticos da Aplicação de Modelos de Roteirização de veículos a Problemas Reais: Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - Departamento de Engenharia de Transportes 2000.

Dnit, M. D. T., Governo Brasileiro. Rodovias nacionais. 2007**:** mapas e tabelas de distancia p. 2007.

Everett, J. E. Model Building, Model Testing and Model Fitting. In: L. Chambers (Ed.). *The Practical Handbook of GENETIC ALGORITHMS - Applications*. Washington, D.C.: CHAPMAN & HALL/CRC, v.1, 2001. Model Building, Model Testing and Model Fitting

Feofiloff, P. Complexidade computacional e problemas NP-completos http://www.ime.usp.br/~pf/analise_de_algoritmos: DCC-IME-USP 2007.

Feofiloff, P., Y. Kohayakawa, *et al.* Introdução Sucinta a Teoria do Grafos. São Paulo**:** 8, 9 p. 2005.

Fischetti, M. e P. Toth. An Additive Approach for the Otimal Solution of the Prize-Collecting Traveling Salesman Problem, in Vehicle Routing Methods and Studies**:** 319-343 p. 1988.

Giardini, G. e T. Kalmár-Nagy. Genetic Algorithm for Combinatorial Search Problems: Department of Aerospace Engineering, Politecnico di Milano, Texas A&M University, 2005.

Goldbarg, M. C. e H. P. L. Luna. *Otimização Combinatória e Programação Linear*: Elsevier Editora. 2005

Goldberg, D. E. e R. Lingle. Alleles, loci, and the traveling salesman problem. *Grefenstette [180]*: Grefenstette**:** 154-159 p. S/A.

Guedes, A. D. C. B., J. N. D. F. Leite, *et al.* Um algoritmo genético com infecção viral para o problema do caixeiro viajante. *PublICa*. 1**:** 16-24 p. 2005.

Haimes, Y. Y. *Risk Modelling, Assessement and Management*. Virginia: Wiley Interscience. 2000

Holland, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems. *University of Michigan Press* 1975.

Hsu, W.-R. J. J. Y.-J. A Family Competition Genetic Algorithm for the Pickup and Delivery Problems with Time Window: Department of Computer Science and Information Engineering - National Taiwan University**:** 4 p. 2002.

Kureichick, V. M., V. V. Miagkikh*, et al.* Genetic Algorithm for Solution of the Traveling Salesman Problem with New Features against Premature Convergence: Taganrog State University of Radio-Engineering**:** 1 p. 2001.

Lopes, L. D. S. *UMA HEURÍSTICA BASEADA EM ALGORITMOS GENÉTICOS APLICADA AO PROBLEMA DE COBERTURA DE CONJUNTOS*. INPE, INPE, São José dos Campos, 1995.

Magalhães, M. N. e A. C. P. D. Lima. *Noções de Probabilidade e Estatística*. São Paulo: IME-USP, v.1. 2001. 392 p.

Maury Meirelles Gouvêa Jr. , C. G., André R. Gouveia Do Amaral Leitão. *Roteamento de Redes Multicast Utilizando ComputaçãoEvolucionária*. XXV Congresso da Sociedade Brasileira de Computação
São Leopoldo, rio Grande do sul, Brasil, 2005. p.

Melamed, I. I., S. I. Sergeev*, et al.* The Traveling Salesman Problem. *Plenum Publishing Corporation,***:** 1147-1173 p. 1990.

Modarres, M. e V. K. Mark Kaminskiy. *Reliability Enguneering and risk Analilysis*. San diego: Marcel Dekker, v.1. 1999. 542 p. (Quality and Reliability)

Morais, M. J. C. PCV: Um Velho Problema Revisitado Estatisticamente. *V Conferência do CEMAPRE*. Lisboa 1997.

Nácul, A. C., M. L. Pilla*, et al.* Aplicando Algoritmos Genéticos na Alocação de Tarefas em Sistemas Distribuídos de Tempo Real. *III Workshop de Tempo Real - WTR*. Florianópolis SC: WTR 2001.

Neto, R. F. T. *PLANEJAMENTO DE VISTORIAS USANDO ROBÔS MÓVEIS AUTÔNOMOS E OTIMIZAÇÃO PELO ALGORITMO DE COLÔNIA DE FORMIGAS*. Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção e Sistemas, Pontifícia Universidade Católica do Paraná, Curitiba, 2005.

Oliveira, H. C. B. D., M. M. D. Souza*, et al.* Adaptação do Algoritmo Genético no Tratamento do Problema de Roteamento de Veículos com Janela de Tempo: UFLA - Universidade Federal de Lavras - DCC (Departamento de Ciência da Computação) 2000.

Pacheco, M. A. C. ALGORITMOS GENÉTICOS: PRINCÍPIOS E APLICAÇÕES: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (ICA: Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada) 2000.

Pacífico, A. S. Algoritmos Genéticos. Lisboa -Portugal: Universidade Nova de Lisboa 2005.

Pullan, W. Adapting the Genetic Algorithm to the Travelling Salesman Problem. 2001.

Ribeiro, G. M. e L. A. N. Lorena. ROTEAMENTO DE VEÍCULOS DINÂMICO USANDO ALGORITMOS GENÉTICOS: UniAracruz – Faculdade de Aracruz, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais 2004.

Rodrigues, I. A. Uma Introdução a Teoria dos Grafos: grafos de Cayley
III Bienal da SBM - IME/UFG
São José do Rio Preto: Universidade estadual Paulista 2006.

Sarubbi, J. F. M. e H. P. L. Luna. UM MODELO LINEAR PARA O PROBLEMA DO CAIXEIRO VIAJANTE COM DEMANDAS HETEROGÊNEAS. *XXXV SBPO*. 2003.

Shapiro, J. Genetic Algorithms in Machine Learning: taught at the Advanced Summer School on Machine Learning and Applications 1999.

Silva, F. S. C. D. MÉTODOS HEURÍSTICOS GENÉRICOS: METAHEURÍSTICAS E HIPER-HEURÍSTICAS: Universidade de São Paulo -Departamento de Ciência da Computação - Instituto de Matemática e Estatística**:** 2-4 p. 2004.

Silva, M. B. D., L. M. D. A. Drummond*, et al.* Metaheurísticas GRASP + VNS para a solução de Problemas de Otimização Combinatória. *Simpósio Brasileiro de Pesquisa Ooperacional*. Rio de Janeiro - Brasil: SBPO 2000.

Sucupira, I. R. MÉTODOS HEURÍSTICOS GENÉRICOS: METAHEURÍSTICAS E HIPER-HEURÍSTICAS: Universidade de São Paulo**:** 4,5 p. 2004.

Valenzuela, C. L. A Study of Permutation Operators for Minimum Span Frequency Assignment Using an Order Based Representation. *Journal of Heuristics*, v.7. 2001.

W. Eric. NP-Hard Problem. *CRC Press LLC*: MathWorld-A Wolfram Web Resource. 2007 2002.

Wen, C. e R. C. Eberhart. Genetica Algorithm for Logistc Scheduling Problem. *Evolutionary Computation* 2002.

Livros Grátis

(http://www.livrosgratis.com.br)

Milhares de Livros para Download:

Baixar livros de Administração
Baixar livros de Agronomia
Baixar livros de Arquitetura
Baixar livros de Artes
Baixar livros de Astronomia
Baixar livros de Biologia Geral
Baixar livros de Ciência da Computação
Baixar livros de Ciência da Informação
Baixar livros de Ciência Política
Baixar livros de Ciências da Saúde
Baixar livros de Comunicação
Baixar livros do Conselho Nacional de Educação - CNE
Baixar livros de Defesa civil
Baixar livros de Direito
Baixar livros de Direitos humanos
Baixar livros de Economia
Baixar livros de Economia Doméstica
Baixar livros de Educação
Baixar livros de Educação - Trânsito
Baixar livros de Educação Física
Baixar livros de Engenharia Aeroespacial
Baixar livros de Farmácia
Baixar livros de Filosofia
Baixar livros de Física
Baixar livros de Geociências
Baixar livros de Geografia
Baixar livros de História
Baixar livros de Línguas

Baixar livros de Literatura
Baixar livros de Literatura de Cordel
Baixar livros de Literatura Infantil
Baixar livros de Matemática
Baixar livros de Medicina
Baixar livros de Medicina Veterinária
Baixar livros de Meio Ambiente
Baixar livros de Meteorologia
Baixar Monografias e TCC
Baixar livros Multidisciplinar
Baixar livros de Música
Baixar livros de Psicologia
Baixar livros de Química
Baixar livros de Saúde Coletiva
Baixar livros de Serviço Social
Baixar livros de Sociologia
Baixar livros de Teologia
Baixar livros de Trabalho
Baixar livros de Turismo